Notes du mont Royal

www.notesdumontroyal.com

Cette œuvre est hébergée sur « *Notes du mont Royal* » dans le cadre d'un exposé gratuit sur la littérature.

SOURCE DES IMAGES

Google Livres

EVCLIDIS MEGARENSIS MATHEMATICI CLARISSIMI ELEMENTORUM Geometricorum. Lib. XV.

Cum expositione THEONIS in priores XIII à Bartholomæo Veneto latinitate donata, CAMPANI in omnes, & HYPSICLIS Alexandrini in duos postremos.

His adiecta sunt Phænomena, Catoptrica & Optica, deinde Protheoria Marini & Data,

Postremùm uero, Opusculum de Leui & Ponderoso, hactenus non uisum, eiusdem autoris.



BASILEAE APVD IOHANNEM HERVAGIVM,
MENSE AVGVSTO. ANNO
M. D. XXXVII.

Cum priuilegio Cesareo.

IOHANNES HERVAGIVS
Lectori s. d.



QVONIAM inhumanũ eſt repugnare haud ita difficilia rogantibus amicis, non licuit amplius editionem latinam huius autoris in aliud tempus profetre, quod eò acrius ſumus perſecuti, ne aditũ ad omnes diſciplinas (quę Plato teſtatur fieri neglecta Geometria,) latine tantũ eruditis prædudere uelle uideamur. Collatũ eſt itaque exẽplar Iacobi Fabri Stapulenſis ductu Pariſijs ante aliquot annos excuſum, ad fidem Græci exemplaris à doctiſs. uiro Chriſtanno Herlino Mathematicarum diſciplinarum publico apud Argentinenſes profeſſore, cui acceptũ feras quicquid hic aut ad Græcum exemplar aut alioqui docte reſtitutũ uideris. Adiecimus Phænomena, Specularia, Protheoriã Marini, & Data, argumẽtorum ſimilitudine inducti: cumq; eo ipſo tẽpore, quo opus abſolueretur, libellum, ſiue potius fragmentum (nam uidetur eſſe mutilus) mihi afferret quidam de Leui & Ponderoſo, eum etiam addidimus, ut ſi quid hinc poſſit eſſe emolumenti boni conſulas, ſin minus, ne mea fide in ſtudioſos deſiderata, tuo commodo alicubi uidear non ſtuduiſſe.

Vale.

author Summarius

PHILIPPVS MELANCTHON STVDIOSIS ADOLESCENTIBVS. S. D.



VLLVM aptius ornamentū ueſtibulo huius libri, qui aditum patefacit ad geometriā, addi poſſe ſtatuebam, quam ſymbolum, quod Plato in foribus ſcholæ ſuæ pinxiſſe dicitur, uidelicet, ἀγεωμέτρητος οὐδεὶς εἰσίτω. Multorum autem coniecturas exercuit huius dicti interpretatio: Alij iudicant Platonem à Schola tanquam pollutos & prophanos arcere imperitos geometriæ, cuius elementa tunc omnibus qui liberaliter inſtituebātur, ſtatim à teneris tradi ſolebant. Alij transferunt ad mores, & ſignificatum putant philoſophiæ ſtudioſis, ut geometrica proportione mediocritatem atque æquabilitatem quandam in omnibus officijs conſeruent, quemadmodum & in Gorgia cum reprehendit iniuſtam opinionem Callidis, inquit eum negligere geometriam. Etſi autem ſatis apparet ex ſcriptis Platonis, libenter eum exempla geometrica ad mores accōmodaſſe, tamen dubitari non poteſt, quin in hoc ſymbolo ſimul aliquid de ordine diſciplinarū monuerit, & in geometria præparandos eſſe ſenſerit eos, qui ad philoſophiam acceſſuri eius eſſent. Eius ſententiæ multæ grauiſſimæ cauſſæ ſunt, Non enim tātum releganda eſt hæc ars, ad mechanicos, qui ædificia, uaſa, aut alia exigua corpora metiuntur, etſi ea etiam exercitatio liberalē doctrinam cōtinet, & magnas ad uitā utilitates affert. Sed philoſopho propter alias multas cauſas opus geometriæ ſcientia. Inde enim oriūtur initia phyſices. Et paſſim in omnibus partibus phyſices plurimæ demonſtrationes ex hac arte ſumuntur, quales ſunt primæ illæ, quæ oſtendunt, Mundū eſſe ſiditum, nō eſſe plures mundos, nullum eſſe corpus infinitū: ſunt enim hæc uera phyſices exordia. Deinde cum demonſtrationes geometricæ maxime ſint illuſtres, nemo ſine aliqua cognitione huius artis ſatis perſpicit, quæ ſit uis demonſtrationum, nemo ſine ea erit artifex methodi. Quare & Plato dixit, ob eam cauſam etiā diſcendam eſſe geometriā, quia eius cognitio conducat ad hoc, ut aliæ artes facilius, & rectius percipiantur. Sed maxime illuſtris utilitas eſt in metiēda magnitudine terræ, & cœleſtium corporū ac ſpatiorum. Eſtque hæc ſumma laus geometriæ, quod non hæſit in exiguis & his inferioribus machinis, ſed euolauit in cœlum, & humanas mentes humi abiectas rurſus in illam cœleſtem ſedem ſubuexit, & admirandū mundi opificium, & gubernationem eius nobis mōſtrauit. Denique exulantes animos, in patriam ac familiaritatem celeſtium, atque adeo ad agnitionem Dei traduxit. Magnam enim uim habet ad confirmandas honeſtas opiniones de Deo, in animis hominum, hæc ipſa doctrina, in qua mūdi opificium & gubernatio ſpectantur. Cum igitur fontes huius præſtā-

tissimæ partis philosophiæ de motibus cœlestibus, magna ex parte sint in geometria, satis grauis causa est, quare Plato monuerit accessuros ad philosophiam, ut geometriæ studium adderent. Hoc existimo Platonem illa inscriptione præcipue significasse, quam hic recitaui, ut cum adolescentes adhortari cuperem, ad expetendam hanc artem, qua utendū est duce ad multas philosophiæ partes, adderet aliquid ponderis, nostræ orationi, Platonis autoritas. Quoties igitur in manus accipient hunc libellum studiosi, & in fronte legent Platonicam inscriptionem, cogitabunt se admoneri uoce Platonis, sed uotis & iudicijs omnium eruditorum, ut maximarum utilitatum causa hanc artem expetant. Nec uero dubium est, quin naturas non distortas, delectet per se Mensurarum ratio, ut natura capimur numerorum collatione aut concentu sonorum. Sed generosa & excelsa ingenia huius utilitatis magnitudo accendere ad hæc studia & inflāmare debet, qd hæc ars aditū patefatit ad illam præstantissimam philosophiam de rebus cœlestibus, quæ quātum habeat dignitatis, quā multipliciter prosit hominum uitæ, minime obscurum est, præsertim ijs, qui non omnino abhorrēt à ueræ ueterisq; philosophiæ studijs. Scio has adhortatiōes apud eos qui sordidis ingenijs prediti sunt, nihil proficere, qui præstantium disciplinarum dignitatem non prospiciunt, aut sectantur quasdam uendibiliores artes, quæstus causa. Hos cum dupliciter sint ἀγεωμέτρητοι uel maxime excludit Plato. Nam & mentes habent monstrosas, & magno scelere turbant proportionem geometricam, cum non tribuūt suam artibus dignitatem. Sed recta ingenia, etiam mediocria, incitari possunt, ipsa artium admiratione, si admoneātur, deinde si accedat artifex, qui commode tradat. Ideo spero aliquorum studia commoueri posse. Vos adolescentes adhortor primum ut cogitetis aspirantibus ad ueram laudem, contendendum esse omnibus ingenij atque animi uiribus, ut solidam & perfectam doctrinā uobis comparetis, quæ sit usui reipub. Hanc ad rem opus est toto choro artium, quæ ita inter se deuinctæ copulatæq; sint, ut in singulis multa sint ex alijs uicinis artibus assumenda. Hæ uero duæ Numerorum & Mensurarum scientia, cum in physicis magnos habent usus, tum uero totam doctrinam de rebus cœlestibus pepererunt. Aristippum ferunt, cum amissis naufragio fortunis omnibus, ipse tamē cum paucis ad littus Rhodium saluus peruenisset in tabula, ambulātem in littore, geometricas figuras in machinis quibusdam conspexisse. Quanquam autem mare & uiatico eos exuerat, & in loca eiecerat ignota, tamen conspectis illis figuris geometricis iussit socios bono animo esse, inquiens se uidisse hominum uestigia, gratulatusque est sibi & reliquis, quod nō in barbarum littus eiecti essent, confirmauitque humanitatem erga hospites ac naufragos non defuturā illis hominibus, apud quos harum artium studia colerentur. Vtinam

uero

uero hominum uestigia quæ ibi in littore miratus est Aristippus, in scholis etiam frequentiora essent. Iacent enim desertæ & neglectæ hæ artes, multis iam seculis. Nam proxima ætas iuuentutem ab hac uera philosophia ad insulsissimas cauillationes abduxerat. Nunc postquam hæ explosæ sunt è scholis annitendum erat, ut pura & natiua philosophia traderetur, quæ conduceret ad solidam doctrinam consequendam. Nam hæc nostra ætas satis commonefacit nos, quantum opus sit reipu. perfecta doctrina, quia multi passim tum inopia iudicij, tum quia diserte explicare nihil possunt. sparserunt, aut defendunt opiniones absurdas & confusaneas, ex quibus in Ecclesia magna certamina, magnę dissensiones extiterunt. Nec finis horum malorum erit ullus, nisi ad ueram & eruditam studiorum rationem iuuentus reuocata fuerit. Hanc ad rem conferre operam hi qui præsunt Ecclesiæ ac reipub, profecto debebant. Sed eadem cura ad nostrum officium pertinet, hoc est, ad eos qui docent, aut discunt in scholis. Nam & nostrum munus ad rempub. pertinet. Diuinitus in hac statione collocati sumus, ut doctrinam utilem generi humano cõseruemus & propagemus. Et flagitat hanc diligentiam Deus pariter à doctoribus & discipulis. Quare iuuenes cogitent se etiam Deo hoc officij debere, ut solidam & perfectam doctrinam expetant, profuturam Ecclesiæ ac reipub. Quos in templa animos afferimus, eosdem decet in scholam afferre, uidelicet, ut ibi res diuinas cognoscamus, & alijs patefaciamus. Si quis uenit in scholam tantum ut inde auferat particulam aliquam doctrinæ, quæ possit ad quæstum, aut ostentationem conferri, is sciat se polluere sanctissima doctrinæ templa. Itaque si munus suum intelligent adolescentes, si scient quo animo uersari in studijs debeant, facile impetrabimus ab ingenijs non monstrosis, ut recte atque ordine percipiant omnes artes, ut non inanem eruditionis umbram, sed ueram doctrinam auferre conentur. Quosdam deterret à mathematis difficultas, sed hi, quod est iniquissimum, ante pronunciant quàm inspiciunt, priusquam degustarunt elementa, abijciunt & damnant totũ studium. Certe initia sine magno negocio percipi possunt, quæ usum habent in uita, & in multis artibus. Hæc saltem prius cognosci oportuit, quàm pronũciarent de difficultate. Deinde ordo qui præsertim in geometricis est commodissimus, leuat laborem, & multum addit lucis. Postremo ubique traduntur demonstrationes, quæ etsi in artis extrema parte, quasi in fastigio, longius recedunt ab oculis & conspectu nostro, ut urbes, quas procul uidemus, tamen in cæteris partibus, quia magis obuiæ sunt oculis, multo minus habent difficultatis. Extrema ignauia est, prius abijcere studium, quàm periculum feceris. Et mollities animi iniusta est, nihil laboris uelle susci pere in discendo, cum quidem militia quædam sit, uersari in literis. Et respubli. nobis maximarum rerum curam & conser-

nationem commendauerit, quas tueri ſine acerrima contentione animorũ non poſſumus. Quare exuſcitent nos, & ipſa artium dignitas, & publica utilitas, & meminerimus his uirtutis ſtudijs etiam fortitudinem adiungendã eſſe, quæ non ſinat animos langueſcere pigricia, quæ per omnes difficultates, ut ita dicã, ui ſibi uiã faciat. Ac generoſæ & heroicæ naturę, quę ad illas ſummas artes de rebus cœleſtibus diuino aliquo adflatu, & ἐνθουσιασμῷ incitantur, facile has artes arripiunt, perinde ut hi, qui natura ad carmẽ idonei ſunt, cito percipiunt ſyllabarum & pedum menſuras. Multum tamẽ ut in cæteris artibus etiam mediocria ingenia ſtudio & diligentia aſſequentur. Ac ſiqui non totos ſe huic ſtudio dedent, tamen his ad iudicia formanda, & ad intelligendos multos locos, qui in Ariſtotele & alijs laudatis autoribus obuij ſunt, opus eſt cognitione elementorum geometriæ. Ariſtoteles pulcherrime pingit iuſticiam in quinto Ethicorum his geometricis figuris, & ſpecies eius eruditiſſime diſcernit collatas ad Arithmeticam & Geometricam proportionem. Et traduntur eo in loco præcepta neceſſaria ijs, qui erudite de legum cauſis iudicare cupiunt. His plurimum affert lucis collatio ſumpta ab Arithmeticis & geometris. Sed quia interptetes, quorum quidem libri extant, non intellexerunt hanc collationem, non ſolum obſcurarunt, ſed plane corruperunt totam Ariſtotelis ſententiam, non ſecus ac ſi aliquam excellentem Apellis picturam ſordibus & cœno conſperſiſſent atque obruiſſent. Porro non ſolum turpe eſt interpreti, ſed etiam molestum alijs lectoribus in tali loco tanquam in luto hærere & fraudari ſententia autoris. Ariſtoteles enim prudentiſſime duas iuſticiæ ſpecies conſtituit, quarum altera perſonarum gradus in legendis magiſtratibus, in imperijs, in ciuitate, & in familijs ordinat. Altera gubernat non ſolum contractus, ſed omnes compenſationes rerum, ut mercedes, damna, iniurias, pœnas. Iam cum explicatur quare in compenſationibus requiratur Arithmetica portio. In altera uero iuſtitia legente magiſtratus ualeat geometrica, cauſæ iuſtitiæ ualde fiunt illuſtres. Ac ſumpſit hanc ipſam collationem Ariſtoteles à Platone, qui cum ſumma uenuſtate & grauitate diſputat, æqualitatem in ciuitatibus efficiendam eſſe, quia æqualitas gignat mutuum amorem, ut dici ſolet ἴσον ἴσῳ φίλον. Sed æqualitatem arithmeticam ait in imperijs, in legendis magiſtratibus turbulentam eſſe, geometricam uero ſalutarem eſſe ciuitatibus. Nam Geometrica æqualitas eſt, cum gradus conſtituuntur & delectus adhibetur, ut pro proportione tribuantur ſumma imperia optimis & prudentiſſimis ciuibus, & ſinguli intelligant quam partem muneris publici ſuſtineant, & in ſuo ordine manent, non conturbant proportionem. Hunc ſtatum ita prædicat Plato, ut hanc geometriam diuinam eſſe dicat, ac tum demum beatas fieri ciuitates, cum

Deus

Deus particulam huius geometriæ eis impertit, denique addit, ab hac geometria proficiſci, quicquid eſt boni in rebus humanis, ut ſi in Eccleſia, autoritas eſſet ſumma optimorum, ac doctiſſimorum, & per gradus ſuum officium ſinguli intelligerent, & facerent, & ſuam quiſque Spartam, ut dicitur, ornaret, imperiti cederent ſententijs eruditorum. Quid Eccleſia beatius eſſet, ſi hac geometrica proportione conſtituta eſſet, quæ & tyrannidem prohibet, & popularem licentiam. Nam in tyrannide gradus nulli ſunt, ſed pariter omnes boni opprimũtur. In democratia, dominatur æqualitas arithmetica, iuxta quam omnes infimi ſine delectu conſequuntur ſumma imperia, fitq; ſtatus ille, quem maxime uituperat Achilles apud Homerum, cũ ait, nolle ſe in ea rep. eſſe in qua nullum ſit diſcrimen bonorum & malorũ ciuium. ὡς δ' ἐῦ τιμῆ ἠμὲν κακὸς, ἠδὲ καὶ ἐσθλὸς. Quid bonis omnibus accidere poſſet optabilius quàm ſi geometrica proportio, quæ & tyrannidem & popularem licentiam prohibet gubernaret ſynodum Eccleſiaſticam. Nec uero ſine cauſa doctiſſimi homines delectati ſunt geometricis ſimilitudinibus, incurrunt enim in oculos, uelut picturę. Quare cum intelliguntur, ualde illuſtrãt diſputationes, & multa monent admiratione digna, Inuitet igitur adoleſcentes & hæc cauſa ad elementa cognoſcenda, quia magnos uiros uident amaſſe has figuras, & eorum ſcripta nõ poſſe intelligi niſi degustatis his artibus, etſi enim aliæ ſunt multo maiores utilitates, de quib⁹ paulo ante dixi, tamen liberalibus ingenijs ſtimulum addit hoc quoq;, quod tales ſentẽtias magnorum autorum & amãt, tanquã precioſiſſimas gẽmas, & uim earũ penitus perſpicere cupiunt. Iã hæc ipſa exempla docẽt ſententiam Platonicam, quam ſcripſit in ueſtibulo ſcholæ, nõ inepte ad mores accommodari, ἀγεωμέτρητος οὐδεὶς εἰσίτω. Excludit à ſcholis eos, qui cõturbant geometricã proportionem, qui gradus honeſtorũ officiorũ nec intelligunt nec tuentur, qui ſine lege inęqualiter, qua fert impetus, ruunt. Veriſſimũ enim eſt illud Æſchyli dictũ, alium hominẽ: alteri ciuitati cõuenire, ἄλλον ἀλλῃ πρὸς πόλει τεταγμένον. Vt igitur illa fera & barbarica ingenia, nõ cõueniunt ciuitati philoſophicę, quia neq; mirãtur artes neq; doceri poſſunt. Ita ecõtra prædiți moderatis ingenijs, quia incitari poſſunt ad hæc optima ſtudia colenda, cõueniunt philoſophicæ ciuitati, Tales inuitat Plato ac ſimul ſignificat, quæ natura capax ſit philoſophię, quales mores apti ſint his ſtudijs, quæ ingenia ad amorẽ philoſophiæ accendi poſſint, & quo doctrinę genere principio opus ſit. Quare ſtudioſi, cũ legẽt hãc Platonis inſcriptionem ἀγεωμέτρητος οὐδεὶς εἰσίτω, meminerint ſe & geometricam æqualitatem in moribus præſtare debere, & ad cæteras adiungere geometriæ ſtudium. Vtrũq; eſt ingens ornamẽtum, & propter multas cauſas expetendũ. Bene Valete. Vuittẽberge. Menſe Auguſto. Anno M. D. XXXVII.

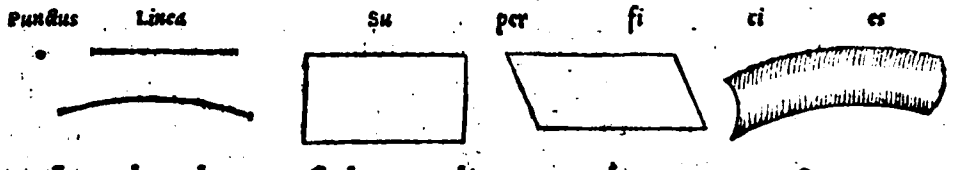
EVCLIDIS MEGAREN

SIS CLARISSIMI PHILOSOPHI, MATHEMATICORVM facile principis: primum ex Campano, deinde ex Theone græco commentatore, interprete Bartholomæo Zamberto Veneto, Geometricorum elementorum liber primus.

Ex Campano: triplex principiorum genus.
Primum Diffinitiones.



PVnctus est, cuius pars non est. 2 Linea, est longitudo sine latitudine. 3 Cuius quidem extremitates, sunt duo puncta. 4 Linea recta, est ab uno puncto ad alium breuissima extensio, in extremitates suas eos recipiens. 5 Superficies, est quæ longitudinem & latitudinem tantum habet. 6 Cuius quidem termini, sunt lineæ. 7 Superficies plana, est ab una linea ad aliam breuissima extensio, in extremitates suas eas recipiens.



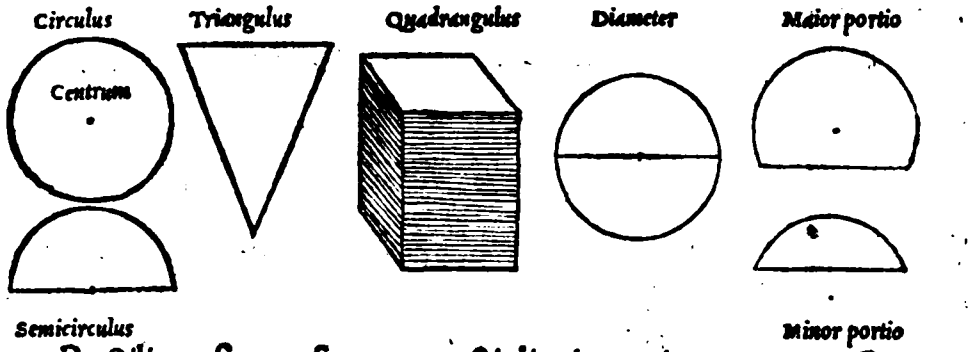
8 Angulus planus, est duarum linearum alternus contactus, quarum expansio est super superficiem, applicatioq; non directa. 9 Quando autem angulũ continent duæ lineæ rectæ: rectilineus angulus nominatur. 10 Quando recta linea super rectam steterit, duoq; anguli utrobiq; fuerint æquales, eorum uterque rectus erit, lineaq; lineæ superstans, ei cui superstat, perpendicularis uocatur. 11 Angulus uero qui recto maior est, obtusus dicitur. 12 Angulus uero minor recto, acutus appellatur.



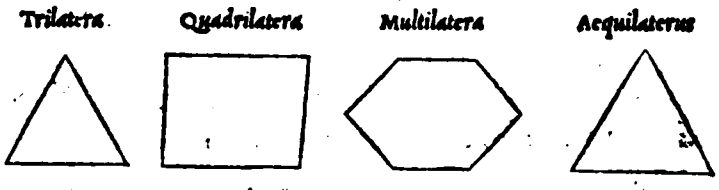
13 Terminus, est quod uniuscuiusq; finis est. 14 Figura, est quæ termino uel terminis continetur. 15 Circulus, est figura plana una quidem linea contenta quæ circũferentia nominatur, in cuius medio punctus est, à quo omnes lineæ rectæ & ad circunferentiam exeuntes, sibi inuicem

ſunt æquales. 16 Et hic quidem punctus: centrum circuli dicitur.

17 Diameter circuli, eſt linea recta quæ ſuper eius centrum tranſiens, extremitatesq; ſuas circunferentiæ applicans, circulum in duo media diuidit. 18 Semicirculus, eſt figura plana diametro circuli & medietate circunferentiæ contenta. 19 Portio circuli, eſt figura plana recta linea & parte circunferentiæ contenta, ſemicirculo quidem aut maior aut minor.

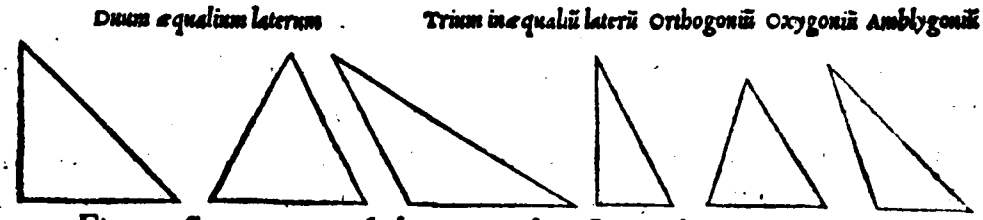


20 Rectilineæ figuræ, ſunt quæ rectis lineis continentur. 21 Quarum quædam trilateræ: quæ tribus rectis lineis. 22 Quædam quadrilateræ quæ quatuor rectis lineis. 23 Quædã multilaterę, quæ pluribus q̃ quatuor rectis lineis continentur.

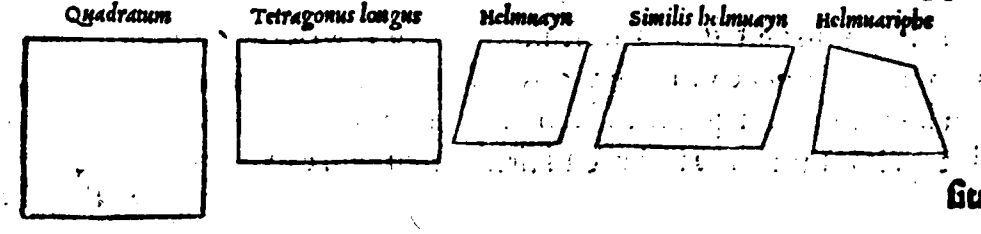


24. Figurarũ trilaterarũ, alia eſt triangulus, habẽs tria latera æqualia.

25 Alia, triangulus duo habens æqualia latera. 26 Alia, triangulus trium inæqualiũ laterũ. 27 Harum iterũ alia eſt orthogoniũ, unum, ſcilicet, rectum angulũ habens. 28 Alia eſt amblygoniũ, aliquẽ obtuſum angulum habens. 29 Alia eſt oxygoniũ, in qua tres anguli ſunt acuti.



30 Figuratũ autem quadrilaterarũ, alia eſt quadratum, quod eſt æquilaterum atq; rectangulũ. 31 Alia eſt tetragonus longus, quæ eſt figura rectangula, ſed æquilatera non eſt. 32 Alia eſt helmuayn, quæ eſt æquilatera, ſed rectangula non eſt. 33 Alia eſt ſimilis helmuayn, quæ oppo-



ſita

ſita latera habet æqualia atque oppoſitos angulos æquales, idem tamen nec rectis angulis nec æquis lateribus continetur. 34 Præter has autem omnes, quadrilateræ figuræ, helmuariphe nominantur.

35 Æquidiſtantes lineæ, ſunt quæ in eadem ſuperficie collocatæ, atq; in alterutram partem protractæ non conueniunt, etiam ſi in infinitũ protrahantur.

Secundum, Petitiones.

1 A quolibet puncto in quemlibet punctũ, rectam lineam ducere: atq; lineam definitam, in continuũ rectum cp qnantum libet protrahere.



2 Super centrũ quodlibet, quantũlibet occupando ſpatium, circulum deſignare. 3 Omnes rectos angulos, ſibĩjnuicem eſſe æquales. 4 Si linea recta ſuper duas lineas rectas ceciderit, duoq; anguli ex una parte duobus rectis angulis minores fuerint, iſtas duas lineas in eandem partem protractas: proculdubio coniunctum iri 5 Duas lineas rectas, ſuperficiem nullam concludere.

Tertium Communes animi conceptiones.

1 Quæ uni & eidem ſunt æqualia, & ſibĩjnuicem ſunt æqualia. 2 Et ſi æqualibus æqualia addãtur, tota quoq; fient æqualia. 3 Et ſi ab æqualibus æqualia auferantur, quæ relinquũtur erunt æqualia. 4 Et ſi ab inæqualibus æqualia demas, quæ relinquũtur erunt inæqualia. 5 Et ſi inæqualibus æqualia addas, ipſa quoq; fient inæqualia. 6 Si fuerint duæ res uni duplices, ipſæ ſibĩjnuicem erunt æquales. 7 Si fuerint duæ res quarum utraq; unius eiuſdem fuerit dimidium, utraq; erit æqualis alteri.

8 Si aliqua res alicui ſuperponatur, appliceturq; ei, nec excedat altera alterã, ille ſibĩjnuicẽ erunt æquales. 9 Omne totũ, eſt maius ſua parte.

CAMPANVS. Sciendum eſt autem, quod præter has cõmunes animi conceptiones, ſiue cõmunes ſententias, multas alias quæ numero ſunt incõprehenſibiles, prætermiſit Euclides: quarum, hæc eſt una. Si duæ quantitates æquales, ad quamlibet tertiam eiuſdem generis comparẽtur: ſimul erunt ambæ illa tertia, aut æque maiores, aut æque minores, aut ſimul æquales. Item alia. Quanta eſt aliqua quantitas ad quamlibet aliam eiuſdem generis, tantam eſſe quamlibet tertiam ad aliquã quartam eiuſdem generis. In quantitatibus continuis hoc uniuerſaliter uerum eſt, ſiue antecedentes maiores fuerint conſequentibus, ſiue minores: magnitudo enim decreſcit in infinitum: in numeris autem, non ſic. Sed ſi fuerit primus ſubmultiplex ſecundi, erit quilibet tertius æque ſubmultiplex alicuius quarti: quoniam numerus creſcit in infinitum, ſicut magnitudo in infinitum minuitur.

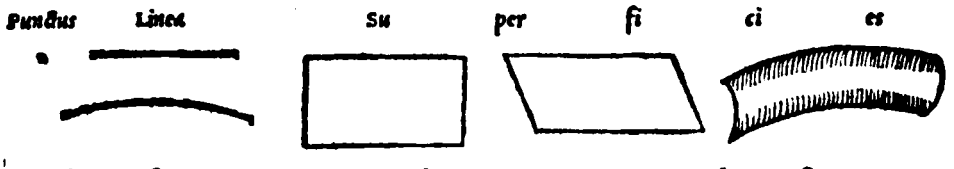
EVCLIDIS MEGARENSIS GRAECI PHILOSOPHI, BARTHOLOMAEO ZAMBERTO Veneto interprete: Triplex principiorum genus.

Primum Diffinitiones.

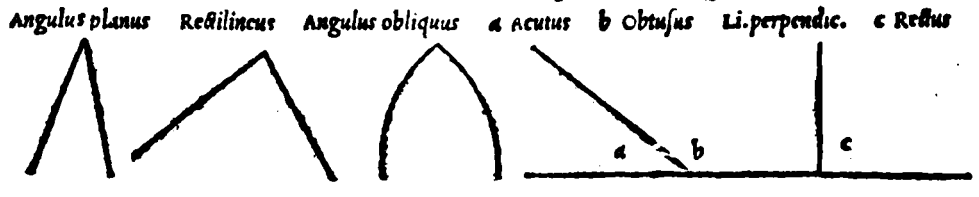


Ignum, eſt cuius pars nulla. 2 Linea uero, longitudo illatabilis. 3 Lineæ autẽ limites, ſunt ſigna. 4 Recta linea, eſt quæ ex æquali, ſua interiacet ſigna. 5 Superficies, eſt quæ longitudinem latitudinemq; tantum habet.

6 Superficiei extrema, ſunt lineæ. 7 Plana ſuperficies, eſt quæ ex æquali, ſuas interiacet lineas. 8 Planus angulus, eſt duarum lineatũ in plano ſeſe tangentiũ & non in directo iacentiũ, ad alterutrã inclinatio.



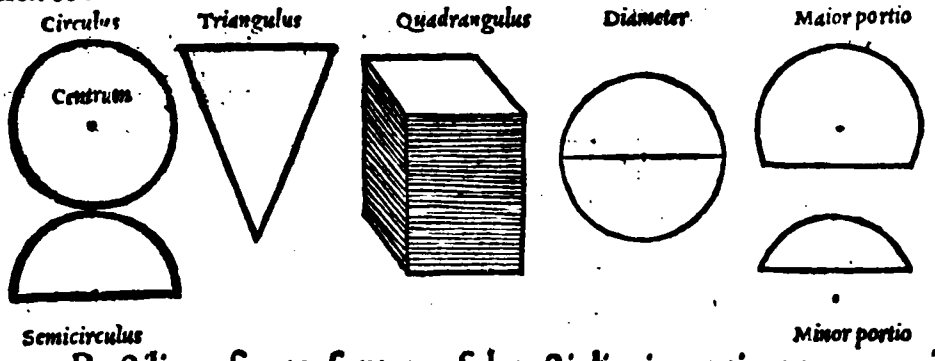
9 Quando autem quæ angulum continent, rectæ lineæ fuerint, rectilineus angulus nuncupatur. 10 Cum uero recta linea ſuper rectam conſiſtens lineam, utrobiq; angulos æquales adinuicẽ fecerit, rectus eſt uterq; æqualiũ angulorũ: & quæ ſuperſtat recta linea, perpendicularis uocitatur, ſuper quam ſteterit. 11 Obtuſus angulus, maior eſt recto. 12 Acutus uero, minor eſt recto. 13 Terminus, eſt quod cuiuſq; finis eſt.



14 Figura eſt quæ ſub aliquo, uel aliquibus terminis comprehenditur. 15 Circulus, eſt figura plana una linea contenta quæ circunferentia appellatur, ad quam ab uno ſigno introrſum exiſtente omnes prodeuntes lineæ, ipſiusq; circuli circunferentiam incidentes, adinuicem ſunt æquales.

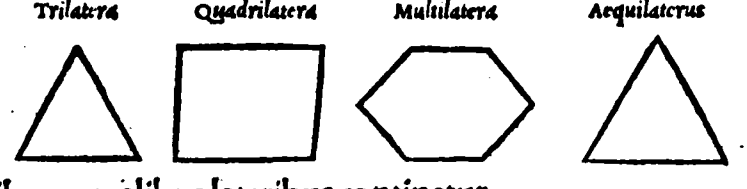
16 Centrum uero ipſius circuli id ſignum appellatur. 17 Dimetiens circuli, eſt recta quædam linea per centrum acta, & ex utraque parte in circuli circũferentiam terminata, quæ circulũ bifariam diſpeſcit. 18 Semicirculus, eſt figura quæ ſub dimetiente & ea quæ per ipſam circuli circunferentia

ferentia ſublata eſt, continetur. 19 Sectio circuli, eſt figura quæ ſub recta linea & circuli circũferentia aut maiore aut minore ſemicirculo continetur.



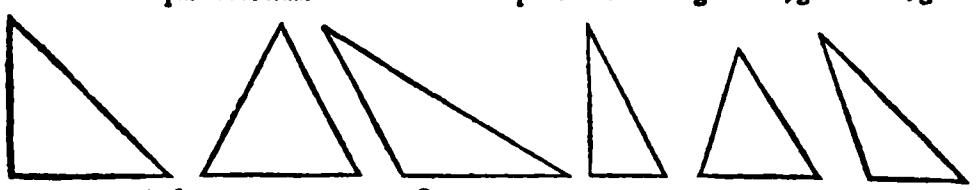
20 Rectilineæ figuræ, ſunt quæ ſub rectis lineis continentur. 21 Trilateræ figuræ, ſunt quæ ſub tribus rectis continentur lineis. 22 Quadrilateræ figuræ, ſunt quæ ſub quatuor comprehenduntur rectis lineis.

23 Multilateræ figuræ, ſunt quæ ſub pluribus q̃ quatuor rectis lineis cõprehenduntur.



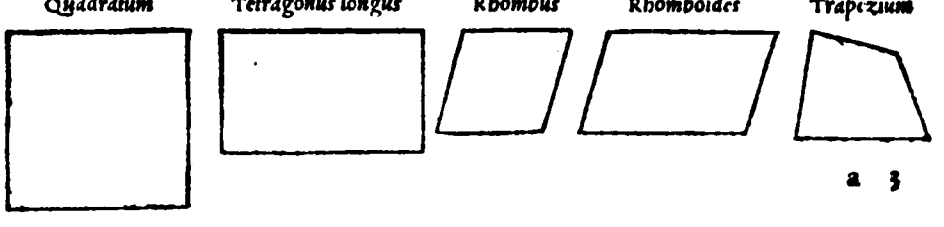
24 Trilaterarũ porrò figurarũ, æquilaterũ eſt triangulum, quod ſub tribus æqualibus lateribus continetur.

25 Iſoſceles autem, eſt quod ſub binis tantum æqualibus lateribus continetur. 26 Scalenum uero, eſt quod ſub tribus inæqualibus lateribus continetur. 27 Amplius trilaterarũ figurarũ, rectangulum triangulũ eſt quod rectum angulum habet. 28 Amblygoniũ autem, quod obtuſum angulum habet. 29 Oxygoniũ uero, quod tres habet acutos angulos.



30 Quadrilaterarum autem figurarum, quadratum quidem, eſt quod & æquilaterũ ac rectangulum eſt. 31 Altera parte longius, eſt quod rectangulum quidem, at æquilaterũ non eſt. 32 Rhombus, eſt quæ æquilatera, ſed rectangula non eſt. 33 Rhomboides uero, eſt quæ ex oppoſito latera & angulos habens æquales, neq; æquilatera neq; rectangula eſt.

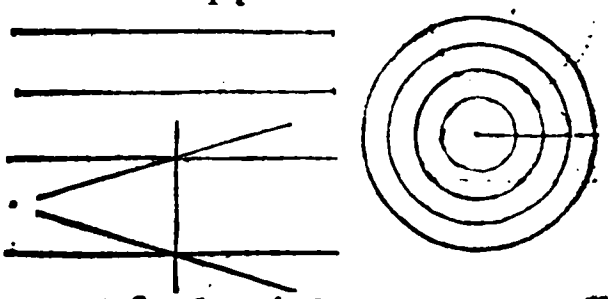
34 Præter hæc autem, reliqua quadrilatera, trapezia appellantur.



35 Parallelæ rectæ lineæ sunt, quæ in eodem existentes plano, & ex utraque parte in infinitum productæ, in nulla parte concurrunt.

Secundum, Postulata.

1 Ab omni signo in omne signum, rectam lineam ducere. 2 Rectam lineam terminatam, in continuum rectumq; producere. 3 Omni centro & interuallo, circulum describere. 4 Omnes angulos rectos, adinuicem æquales esse. 5 Si in duas rectas lineas recta linea incidens, interiores & in eadē parte angulos duobus rectis minores fecerit, rectas lineas in infinitū productas concurrere necesse est ad eas partes in quibus anguli duobus rectis minores existunt.



Tertium Communes sententiæ.

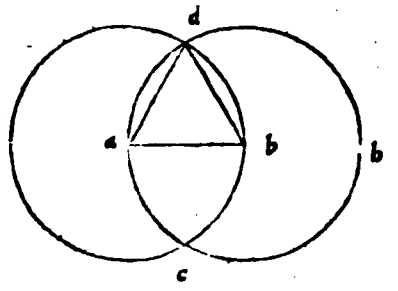
1 Quæ eidem æqualia, & ad inuicem sunt æqualia. 2 Et si æqualibus æqualia adiiciātur, tota erunt æqualia. 3 Et si ab æqualibus æqualia auferantur, quæ relinquuntur æqualia erunt. 4 Et si inæqualibus æqualia adiungantur, tota erunt inæqualia. 5 Et si ab inæqualibus æqualia auferantur, reliqua inæqualia erunt. 6 Quæ eiusdem duplicia sunt, adinuicem sunt æqualia. 7 Et quæ eiusdem sunt dimidium, æqualia sunt adinuicem. 8 Et quæ sibimetipsis cōueniunt, æqualia sunt adinuicem. χωρίον 9 Totum, est sua parte maius. 10 Duæ rectæ lineæ,* superficiem non concludunt.

EVCLIDIS MEGARENSIS GEOMETRICA ELEMENTA: EX CAMPANO.

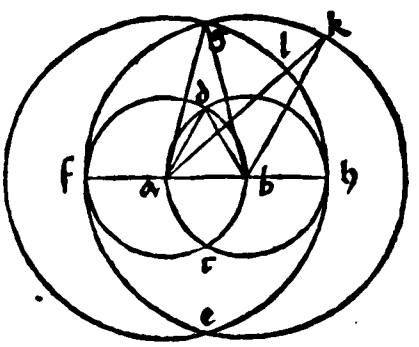
Primi libri propoſitio prima.

1 TRiangulum æquilaterum: ſupra datam lineam rectam collocare.

Eſto data linea recta: a b. uolo: ſuper ipſam, triangulum æquilaterum conſtituere. Super alteram eius extremitatē, ſcilicet, in puncto a, ponam pedem circini immobilem, & alterum pedem mobilem extendam uſq; ad ad b: & deſcribam ſecundum quantitatem ipſius lineæ datæ, per ſecundam petitionem circulum c b d f. Rurſus alterā eius extremitatem, ſcilicet, punctum b faciam centrum: & per eandem petitionem & ſecundum eiuſdem quantitatem, lineabo circulū c a d h. qui circuli interſecabūt ſe in duobus punctis quæ ſint c, d. Et alteram duarū ſectionū ſicut ſectionem d, continuabo cum ambabus extremitatibus datæ lineæ: protractis lineis d a, d b per primam petitionē. Quia ergo à puncto a, quod eſt centrum circuli c b d, protractæ ſunt lineæ a d & a b uſque ad eius circunferentiam: ipſæ erunt æquales, per diffinitionem circuli. Similiter quoq; quia à puncto b quod eſt centrū circuli c a d h, protractæ ſunt lineæ b a & a d uſq; ad eius circunferentiā, ipſæ erunt etiam æquales. Quia ergo utraq; duarum linearum a d, b d, æqualis eſt lineæ a b, ut probatū eſt: ipſæ erunt æquales inter ſe, per primam cōmunem animi conceptionē. Ergo ſuper datam rectam lineam: collocauimus triangulum æquilaterum, quod eſt propoſitum.



CAMPANI additio. Si autē ſuper eandem lineam libeat collocare reliquas duas triangulorū ſpecies, ſcilicet triangulum duûm æqualium laterum, & triangulū trium inæqualiū laterum: protrahatur linea a b, in utranq; partem, uſq; quo occurret circūferentijs amborum circulorum ſuper duo puncta f & h. Et poſito centro in puncto a: lineetur circulus e h g, ſecūdum quantitatē lineæ a h. Item poſito centro in puncto h: lineetur circulus e f g, ſecundum quantitatē lineæ b f. Hi autē circuli interſecabunt ſe in duobus punctis quæ ſunt e, g. Coniungantur igitur extremitates datæ lineæ cum altera dictarū ſectionum: per duas lineas rectas quæ ſint a g, b g. Et quia hæ lineæ a b, & a f, exeunt à centro circuli c d f, ad eius circūferentiā: ipſæ erunt æquales. Similiter quoq; a b & a h quia exeunt à centro circuli c a d h uſque ad ipſius circunferentiā: ipſæ erunt æquales. Quia ergo utraq; duarum linearū a f & b h æqualis eſt lineæ a b: ipſæ erunt inter ſe æquales, ergo poſita a b cōmuni, erit b f æqualis a h. ſed b f æqualis ipſi b g: quia ambæ exeūt à centro circuli e f g, ad eius circunferentiā. Similiter quoq; a h: eſt æqualis ipſi a g. & utraq; earum eſt maior a b: eo quòd utraq; duarum linearum b f & a h maior eſt a b. Quare ſuper datam lineam: collocauimus triangulum duorum æqualium laterum. Triangulum etiam trium inæqualium laterum ſuper eandem lineam collocabimus: ſi aliquod punctum exiſtens in circunferentia alterutrius duorum maiorū circulorum quod non ſit in altera duarum ſectionū, & cui non obuiet f h, cum in utramlibet partem producta fuerit in continuum & directum, coniunxerimus per duas lineas rectas cum ambabus extremitatibus datæ lineæ. Sit enim punctus k ſignatus in circunferentia circuli e f g: & non ſit in altera ſectionum, nec occurrat ei f h, cum protraheretur in continuum & directum eius uſq; ad circunferentiā: protraham ergo lineas a k & b k. & ſecabit linea a k: circūferentiā circuli e h g: ſecet ergo in puncto l, eritq; b k per 1 cōmunem animi conceptionem æqualis a l, quia b k per diffinitionē circuli eſt æqualis b g, & a l æqualis a g: qua-

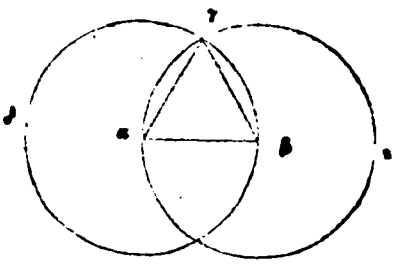


re a k, eſt maior b k. Sed & b k, eſt maior a b: triangulus ergo a b k, eſt trium inæqualiũ laterũ. Sic igitur ſuper datam lineã rectam, omnes triangulorũ ſpecies collocauimus.

Euclides ex Zamberto. Problema 1. Propoſitio 1.

Super data recta linea terminata: triangulũ æquilaterũ conſtituere. 1

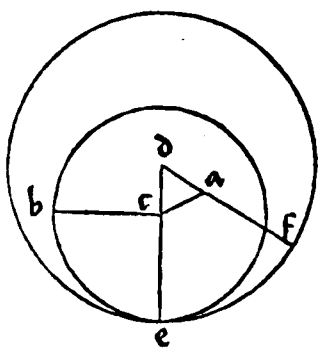
THEON ex Zamberto. *Sit data recta terminata linea: α β. Oportet ſuper α β: triangulum æquilaterum conſtituere. Centro quidem α, ſpatio uero α β, circulus deſcribatur β γ δ (per 3 poſtulatũ) & rurſus (per idem) centro quidem β, ſpatio uero β α, alter circulus deſcribatur α γ ε. Et (per 1 poſtulatũ) à ſigno γ, in quo ſe circuli adinuicẽ ſecant, ad α, β, ſigna connectantur rectæ lineæ γ α, γ β. Et quoniã α ſignũ, centrũ eſt circuli γ β δ, æqualis eſt (per 15 diffinitionẽ) α γ ipſi α β. Rurſus quoniã β ſignum, centrũ eſt circuli γ α ε, æqualis eſt β γ ipſi β α: (per 15 diffinitionẽ). At oſtenſa eſt linea α γ, ipſi α β æqualis: utraq; igitur & γ α & γ β, ipſi α β eſt æqualis. Quæ autẽ eidem æqualia, & adinuicẽ ſunt æqualia (per 1 cõmunem ſententiã) & γ α igitur, ipſi γ β eſt æqualis. Tres igitur lineæ γ α, α β, β γ, æquales adinuicẽ ſunt. Æquilaterũ igitur eſt triangulum α β γ, & conſtitutum ſuper data recta linea terminata α β, quod feciſſe oportuit.*



Euclides ex Campano. Propoſitio 2.

A Dato puncto: cuilibet lineæ rectæ propoſitæ æquam rectam lineam ducere. 2

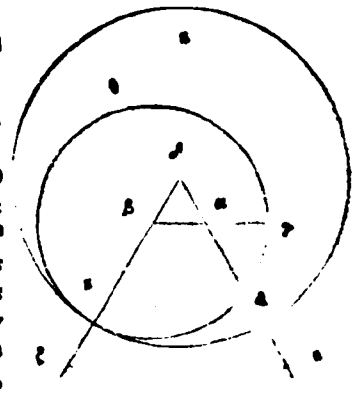
CAMPANVS. Sit a, punctus datus: & b c linea recta data. uolo à puncto a, ducere lineam unam æqualem lineæ b c: in quamcunq; partem contingat. Coniungam ergo punctum a, cum altera extremitate lineæ b c: cum qua uolo: & coniungam ipſum a, um extremitate c, per lineam a c: ſuper quam conſtituam triangulum æquilaterũ ſecundum doctrinã præcedentis. qui ſit a c d. & in illa extremitate lineæ datæ cum qua coniunxi punctum datum, a ſcilicet: in extremitate c ponam pedem circini immobilem, deſcribamq; ſuper ipſum (per 3 petitionem) circulum ſecũdum quantitatem ipſius datæ lineæ: qui ſit circulus e b. & latus trianguli æquilateri ẽd opponitur puncto dato, ſcilicet latus d c protraham per centrum circuli deſcripti uſq; ad eius circũferentiam: & ſit tota linea ſic protracta d c e. ſecundum cuius quantitatẽ, lineabo circulum, poſito centro in d: qui ſit circulus e f. Poſtea protraham latus d a uſque ad circunferentiam huius ultimi circuli: & occurrat circunferentiæ ipſius in puncto f. Dico igitur quod a f: eſt æqualis b c. nam b c, & c e ſunt æquales: quia exeunt à centro circuli e b, ad eius circunferentiam. Similiter quoq; d f & d e ſunt æquales: quia exeunt à centro circuli e f, ad circunferentiã. ſed d a & d c ſunt æquales: quia ſunt latera trianguli æquilateri. ergo ſi d a & d c demantur de d e & d f quæ ſunt æquales: erunt reſidua quæ ſunt a f & c e, æqualia. Quia ergo utraq; duarũ linearũ a f & c b eſt æqualis c e: ipſæ per 1 cõmunem animi conceptionẽ: adinuicem ſunt æquales. Quare à puncto a, protraximus lineam a f æqualẽ b c: quod eſt propoſitũ.



Eucli. ex Zamb. Problema 2. Propoſitio 2.

Ad datum ſignum, datæ rectæ lineæ æquam rectam lineam ponere. 2

THEON ex Zamb. *Sit datum ſignum, α: data autẽ recta linea, β γ. oportet ad ipſum α: ipſi β γ rectæ lineæ æquã rectam lineam ponere. Ducatur enim ab α, ſigno in β ſignum, recta linea α β, (per 1 poſtulatum) & conſtituatur ſuper ea (per 1 propoſitionem,) triangulum æquilaterum: ſitq; illud, δ α β. & producantur (per 2 poſtulatum) in rectum ipſis, δ α, δ β lineæ α ε, β ζ & (per 3 poſtulatum) centro β, ſpatio uero β γ: circulus deſcribatur γ η θ. & rurſus (per idem) centro δ, ſpatio uero δ η, circulus deſcribatur η κ λ. Quoniam igitur β ſignum, centrũ eſt circuli γ η θ, æqualis eſt (per 15 diffinitionem) β γ ipſi β η: & quoniam δ ſignum centrum eſt circuli η κ λ: æqualis eſt (per eandem) δ λ ipſi δ η, quarum δ α ipſi δ β,*

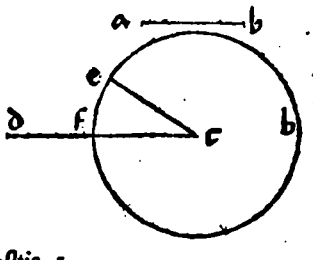


eſt æqualis (per præcedentem:) reliqua igitur α λ, reliquæ β ν (per 5 cõmunem ſententiam) eſt æqualis. Oſtenſum eſt autem, quod β γ ipſi β ν eſt æqualis, utraq; igitur ſ α λ & β γ, ipſi β ν eſt æqualis. Quæ autem eidem æqualia, (per primam cõmunem ſententiam) & adinuicem ſunt æqualia, & linea α λ igitur, ipſi β γ eſt æqualis. Ad datum igitur ſignum, α, datæ rectæ lineæ β γ æqua recta linea collocata eſt α λ, quod feciſſe oportuit.

Eucli. ex Camp. *Propoſitio 3*

3 PRopoſitis duabus lineis inæqualibus, de longiori earum, breuiori æqualem abſcindere.

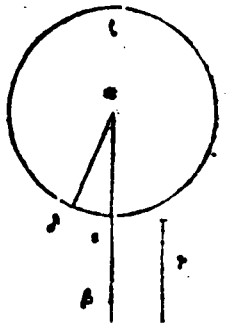
CAMPANVS. Sint duæ lineæ a b & c d, & ſit a b minor: uolo ex c d abſcindere unam, quæ ſit æqualis a b. Duco primo à puncto c, unam lineam æqualem a b, ſecundum quod docuit præcedens, quæ ſit c e: poſito ergo centro in puncto c, deſcribam circulum ſecundum quantitatem c e, qui ſecabit lineam c d: ſit ergo ut ſecet eam in puncto f, eritq; linea c f, æqualis lineæ c e, quia ambæ exeunt à centro eiuſdem circuli ad circunferentiam, & quia utraque duarum linearũ a b & c f eſt æqualis c e, ipſæ per 1 cõmunem animi conceptionem ſunt inter ſe æquales, quod eſt propoſitum.



Eucli. Ex Zamb. *Problema 1.* *Propoſitio 1.*

3 Duabus datis rectis lineis inæqualibus, à maiore, minori æqualem rectam lineam abſcindere.

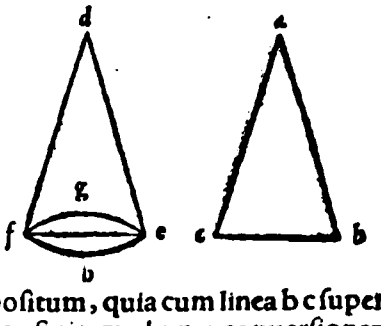
THEON ex Zamberto. *Sint datæ duæ rectæ lineæ inæquales, α β, γ, quarum maior ſit α β: oportet ab ipſa α β maiore, ipſi γ minori æqualem rectam lineam abſcindere. Ponatur (per ſecundam propoſitionem) ad ſignum α, lineæ (uero) rectæ γ, æqualis α δ, & centro quidem α, interuallo uero α δ, (per 3 poſtulatum) circulus deſcribatur δ ε ζ. Et quoniam α ſignum, centrum eſt circuli δ ε ζ, æqualis eſt α ε ipſi α δ. At linea γ, ipſi α δ eſt æqualis: utraq; igitur & α ε, & γ, ipſi α δ eſt æqualis: quare & linea α ε, ipſi γ eſt æqualis. Duabus igitur datis rectis lineis inæqualibus α β, γ, ab ipſa α β maiore, ipſi γ minori æqualis abſciſa eſt α ε, quod facere oportebat.*



Eucli. ex Camp. *Propoſitio 4.*

4 AMnium duorum triangulorũ quorum duo latera unius duobus lateribus alterius æqualia fuerint, duoq; anguli eorum illis æquis lateribus contenti æquales fuerint alter alteri, latera quoq; illorum reliqua ſeſe reſpicientia æqualia, reliqui uero anguli unius reliquis angulis alterius æquales erunt, ac totus triangulus toti triangulo æqualis.

CAMPANVS. Sint duo trianguli a b c, d e f, ſitq; latus a b, æquale lateri d e, & latus a c, æquale lateri d f, & angulus a, æqualis angulo d. Tunc dico, quod baſis b c, eſt æqualis baſi e f, & angulus b, æqualis angulo e. Item angulus c, æqualis angulo f, & totus triangulus a b c, toti triangulo d e f, quod probatur. Superponam triangulũ a b c, triangulo d e f, ita quod angulus a, cadat ſuper angulum d, & latus a b ſuper latus d e, & latus a c ſuper latus d f. Patet autem per penultimam conceptionẽ, quod nec anguli, nec latera ſeſe excedent, eo quod angulus a, eſt æqualis angulo d, & latera ſuperpoſita: iis, quibus ſuperponũtur, per hypotheſin: puncta ergo b c, cadent ſuper puncta e f. Si ergo linea b c, cadit ſuper lineam e f, patet propoſitum, quia cum linea b c ſuperpoſita lineæ e f, non excedat eam nec excedatur ab ea, eſt ei æqualis per conuerſionem penultimæ cõceptionis. Eadem ratione erit angulus b, æqualis angulo e, & angulus c æqualis angulo f. Si autem linea b c non cadit ſuper lineam e f, ſed cadit intra triangulum ſicut linea e g f, aut extra ſicut linea e h f, tunc duæ lineæ recte concludunt ſuperficiem, quod eſt contra ultimam petitionem.

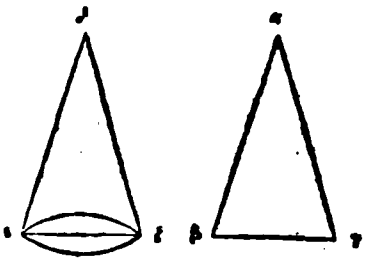


Euclidis

Eucli ex Zamb. Theorema primum. Propoſitio 4.

Si duo triangula duo latera duobus lateribus æqualia habuerint alterum alteri, & angulum angulo æqualem ſub æqualibus rectis lineis contentum, & baſin baſi æqualem habebunt, & triangulum triangulo æquũ erit, ac reliqui anguli reliquis angulis æquales erunt alter alteri, ſub quibus æqualia latera ſubtenduntur. 4

THEON ex Zamb. Sint bina triangula α β γ, δ ε ζ, duo latera uidelicet α β, α γ, duobus lateribus, hoc eſt, δ ε, δ ζ, æqualia habentia alterum alteri, ſcilicet α β, ipſi δ ε, & α γ, ipſi δ ζ, & angulum β α γ, angulo ε δ ζ æqualem. Dico quod & baſis β γ, baſi ε ζ, eſt æqualis, & trianguli α β γ, triangulo δ ε ζ, æquum erit: & reliqui anguli reliquis angulis æquales erunt alter alteri ſub quibus æqualia latera ſubtenduntur, hoc eſt, α β γ ipſi δ ε ζ, & α γ β ipſi δ ζ ε. Congruente namq; triangulo α β γ ipſi δ ε ζ triangulo, ac poſito ſigno α ſuper δ, & α ℓ recta linea ſuper δ ε, congruit & ſignum β ſigno ε, ex eo quia linea α β ipſi δ ε eſt æqualis (per hypotheſin). Et congruente linea α β ipſi lineæ δ ε, congruit & linea recta α γ ipſi lineæ δ ζ: quoniam angulus β α γ, angulo δ ε ζ eſt æqualis (per hypotheſin). At quoniam linea recta α γ, ipſi δ ζ eſt æqualis (per hypotheſin): ſignum igitur γ, ipſi ſigno ζ congruit. Rurſus quoniam γ ſignum ipſi ζ ſigno congruit, at β ſignũ ipſi ε ſigno congruit: baſis igitur β γ, baſi ε ζ congruit. Si enim congruente β ipſi ε, & γ ipſi ζ, baſis β γ, baſi ε ζ non congruit: duæ rectæ lineæ ſuperficiem concludunt, quod (per 10 communem ſententiam) eſt impoſſibile. Congruit ergo baſis β γ, baſi ε ζ, & ei eſt æqualis. Quare totum triangulum α ℓ γ, toti triangulo δ ε ζ congruit (per 8 communem ſententiam), & ei eſt æquale. Et reliqui anguli (per eandem) reliquis angulis congruent, & eis erunt æquales, hoc eſt angulus α β γ, angulo δ ε ζ, & angulus α γ β angulo δ ζ ε. Cum igitur bina triangula duo latera duobus lateribus æqualia habuerint alterum alteri, & angulum angulo æquum ſub æqualibus rectis lineis contentum: baſin quoque baſi æqualem habebunt, & triangulum triangulo æquum erit, & reliqui anguli reliquis angulis æquales erunt alter alteri, ſub quibus æqualia latera ſubtenduntur. Quod oportuit demonſtraſſe.

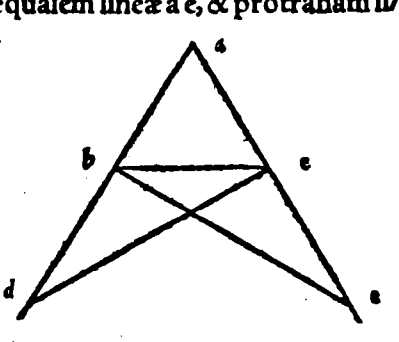


Eucli. ex Camp. Propoſitio 5.



Omnis trianguli duũm æqualiũ laterũ angulos qui ſuper baſin ſunt, æquales eſſe neceſſe eſt. Quod ſi eius duo latera directe protrahantur, fient quoq; ſub baſi duo anguli inuicẽ æquales. 5

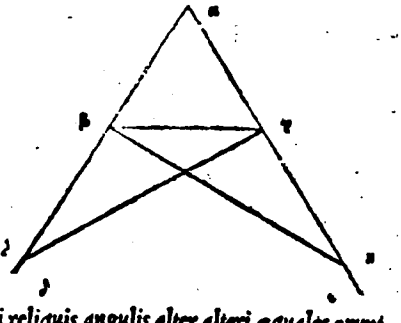
CAMPANVS. Sit triangulus a b c, cuius latus a b ſit æquale lateri a c. Dico quod angulus a b c, eſt æqualis angulo a c b. Quod ſi protrahantur a b & a c uſq; ad d & e, fiet angulus d b c æqualis angulo e c b. Quod ſic probatur. Protractis a b & a c, ponam per tertiam propoſitionem, lineam a d æqualem lineæ a e, & protraham lineas e b, d c. Et intelligam duos triangulos a b e & a c d, quos probabo eſſe æquales, & adinuicem æquilateros & æquiangulos. Sunt enim duo latera a b & a e, trianguli a b e, æqualia duobus lateribus a c & a d. trianguli a c d, & angulus a, cõmunis utriq; : ergo per præmiſſam, baſis b e eſt æqualis baſi d c, & angulus e æqualis angulo d, & angulus a b e æqualis angulo a c d. Item intelligo duos triangulos d b c & e c b, quos ſimiliter probabo eſſe æquilateros & æquiangulos. Nam duo latera b d & d c trianguli b d c, ſunt æqualia duobus lateribus e c & e b trianguli c e b, & angulus d, angulo e: ergo per præmiſſam baſis baſi, & reliqui anguli reliquis angulis: ergo angulus d b c eſt æqualis angulo e c b (Et eſt ſecundum propoſitum, ſcilicet, quod anguli ſub baſi ſunt æquales) & angulus d c b, eſt æqualis angulo e b c. Sed totus angulus a b e, eſt æqualis toti a c d, ut probatum fuit ſupra: ergo angulus a b c reſiduus, eſt per 3 cõmunem animi conceptionem æqualis angulo a c b reſiduo, quorum uterque eſt ſupra baſin. Et hoc eſt primum propoſitum.



Eucli. ex Zamb. Theorema 2. Propoſitio 5

5 Iſoſcelium triangulorũ qui ad baſin ſunt anguli, adinuicem ſunt æquales. Et productis æqualibus rectis lineis, qui ſub baſi ſunt anguli, adinuicem æquales erunt.

THEON ex Zamberto. Sit triangulũ iſoſceles α β γ, æquum habens latus α β, lateri α γ, & producantur, (per 3 poſtulatũ) in rectum ipſis α β, α γ, rectæ lineæ β δ. Dico quod angulus α β γ, angulo α γ β eſt æqualis: & angulus γ β δ, angulo β γ ε. Capiatur in linea β δ. contingens ſignũ, ſitq; illud ζ, & auferatur (per 3 propoſitionẽ) à linea α ε, maiore, ipſi α ζ minori æqualis, ſitq; illa α η, & connectantur ζ γ & η β. Quoniam α ζ, ipſi α η, & α β, ipſi α γ, ſunt æquales: duæ igitur ζ α, α γ, duabus η α, α β, ſunt æquales altera alteri, & cõmunem angulum cõcludunt: qui ſub ζ α η, cõtinetur. Baſis igitur ζ γ, baſi η β (per 4 propoſitionẽ) eſt æqualis: & triangulũ α ζ γ, triangulo α η β, erit æquale, & reliqui anguli reliquis angulis alter alteri æquales erunt, ſub quibus latera æqualia explicantur: hoc eſt angulus α γ ζ, angulo α β η, & angulus α ζ γ, angulo α η β. Et quoniã tota α ζ, toti α η, eſt æqualis, quarum linea α β, lineæ α γ eſt æqualis: reliqua igitur β ζ reliquæ γ η (per 3 cõmunem ſententiam) eſt æqualis. Oſtenſum eſt autem, quod ζ γ ipſi β η eſt æqualis. Duæ autem β ζ, ζ γ, duabus γ η, æquales ſunt altera alteri: & angulus β ζ γ, angulo γ η β (per 4 propoſitionem) eſt æqualis: & β γ baſis eorum, cõmunis eſt.

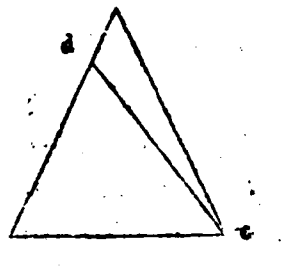


Triangulum igitur β ζ γ, triangulo γ η β, erit æquale: & reliqui anguli reliquis angulis alter alteri æquales erunt, ſub quibus æqualia latera ſubtenduntur, (per eandem). Angulus igitur ζ β γ, angulo η γ β. & angulus β γ ζ angulo γ β η ſunt æquales. Quoniam igitur totus angulus α β γ, toti angulo α γ ζ (ut oſtenſum eſt) æqualis eſt, quorũ γ β η, angulo β γ ζ eſt æqualis: reliquus igitur angulus α β γ, reliquo angulo α γ β, (per 3 cõmunem ſententiã) eſt æqualis, & ad baſin ſunt trianguli α β γ. Oſtenſum eſt autem, quod angulus ζ β γ, angulo η γ β, eſt æqualis, & ſub baſi exiſtunt. Iſoſcelium igitur triangulorũ qui ad baſin anguli ſunt, æquales ſunt adinuicem. Et productis æqualibus rectis lineis, anguli qui ſub baſi exiſtunt, æquales erunt adinuicem, quod demonſtrandum fuerat.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 6.

6 SI duo anguli alicuius trianguli æquales fuerint, duo quoq; latera eius illos angulos reſpicientia æqualia erunt.

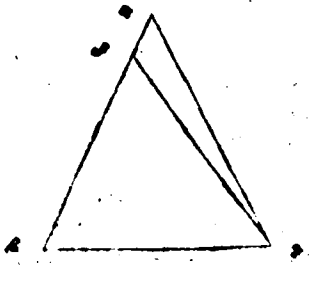
CAMPANVS. Hæc eſt conuerſa præmiſſæ: quantũ ad primã partem ipſius. Sit enim triangulus a b, cuius duo anguli b & c ſunt æquales. Dico quod latus a b, eſt æquale lateri a c. Si enim non ſunt æqualia, erit alterũ maius: ſitq; a b maius, ad reſecetur ad æqualitatem a c per 3 propoſitionem, ut ſuperfluũ ſit a d, ad partẽ a, & reſecetur in puncto d, ſitq; d b æqualis a c. Intelligo ergo duos triangulos a c b & b c, quos probabo eſſe æquilateros & æquiangulos. Sunt enim duo latera d b & b c trianguli d b c, æqualia duobus lateribus a c & c b trianguli a c b, & angulus b æqualis angulo c totali per hypotheſin: ergo baſis d c eſt æqualis baſi a b per 4 propoſitionem: & angulus d c b æqualis angulo a b c. Sed angulus a c b, eſt æqualis angulo a b c per hypotheſin: ergo angulus d c b, eſt æqualis angulo a c b, pars uidelicet toti, quod eſt impoſſibile.



Eucli. ex Zamb. Theorema 3. Propoſitio 6.

6 Si trianguli duo anguli æquales adinuicẽ fuerint, æquales quoq; anguli ſubtendentia latera æqualia adinuicẽ erunt.

THEON ex Zamberto. Sit triangulum α β γ, æquum habens angulum α β γ, angulo α γ β. Dico quod & latus α β, æquũ eſt lateri α γ. Si enim æquale non eſt latus α β ipſi lateri α γ, alterũ eorum erit maius. Si maius α β. Et auferatur (per 3 propoſitionem) ab ipſo α β, maiore, ipſi α γ minori linea æqualis: ſitq; illa, δ β. protrahatur linea δ γ, (per 3 poſtulatum). Igitur quoniam latus δ β eſt æquale lateri α β, communis uero linea β γ: duo igitur δ β, β γ, latera duobus lateribus α γ & γ β ſunt æqualia alterum alteri, & angulus δ β γ, angulo α β γ, (per hypotheſin).



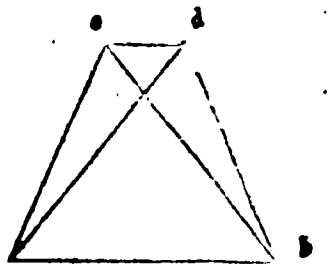
Baſis

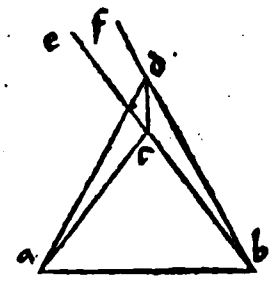
Baſis igitur ♂ γ, (per 4 propoſitionem) baſi α ς, eſt æqualis: & triangulum ♂ β γ. (per eandem) triangulo α γ β æquum erit, minus ſcilicet maiori, quod eſt impoßibile. Latus igitur α β: latere α γ non eſt inæquale: æquale igitur. Si trianguli ergo duo anguli æquales adinuicem fuerint: æquales quoque angulos ſubtendentia latera æqualia ad inuicem erunt: quod fuerat oſtendendum.

Eucli. ex Cam. Propoſitio 7.

SI à duobus punctis aliquam lineã terminantibus, duæ lineę ad punctum unũ concurrentes exierint, ab eiſdẽ punctis alias duas lineas ſingulas ſuis conterminalibus æquales qui ad alium punctũ concurrant, in eandem partem adduci eſt impoſſibile.

CAMPANVS. Sit linea a b: à cuius extremitatibus a & b, protrahantur duæ lineæ in partem unam quæ concurrant in eodem puncto. Vt ſint lineæ a c & b c: quæ cõcurrant in puncto c. Dico quod in eandem partem non protrahentur aliæ duæ ab extremitatibus lineæ a b, quæ cõcurrant ad alium pũctum: ita quod illa quæ egredietur à puncto a ſit æqualis a c, & quæ egredietur à pũcto b ſit ſimul æqualis lineæ b c. quod ſi fuerit poſſibile, protrahãtur aliæ duæ lineæ in eandem partem, quæ concurrãt in pũcto d, & ſit a d æqualis lineæ a c, & ſimul linea b d æqualis lineæ b c. Aut ergo punctus d cadet intra triangulum a b c: aut extra: nam in alterum laterum non cadet: quia tunc pars eſſet æqualis ſuo toti. Si ergo cadat extra, aut altera linearum a d & b d ſecabit alteram linearum a c & b c, aut neutra neutram. Et ſecet primo altera alteram, & protrahatur linea c d. Quia ergo trianguli a c d duo latera a c & a d ſunt æqualia: erit angulus a c d æqualis angulo a d c (per 5 propoſitionẽ.) Similiter quia in triangulo b c d duo latera b c & b d ſunt æqualia: erunt anguli b c d & b d c per eandem æquales. Et quia angulus b d c eſt maior angulo a d c, ſequitur angulum b c d eſſe maiorem angulo a c d, partẽ. ſ. toto, quod eſt impoſſibile. Si autẽ d cadat extra triãgulũ a b c, ita quod lineæ ſe nõ ſecẽt, protrahã lineam d c & producã, b d & b c ſub baſi uſq; ad e & f. Et quia lineæ a c & a d ſũt æquales, erũt anguli a c d & a d c æquales per 5, ſimiliter quia b c & b d ſunt æquales, erunt anguli ſub baſi qui ſunt c d f & e c d, æquales per 2 partem eiuſdẽ. Quia ergo angulus e c d minor eſt angulo a c d: ſequitur angulum f d c eſſe minorem angulo a d c, quod eſt impoſſibile. Eodem modo ducetur aduerſarius ad inconuenientes: ſi d punctus cadat intra triangulum a b c.

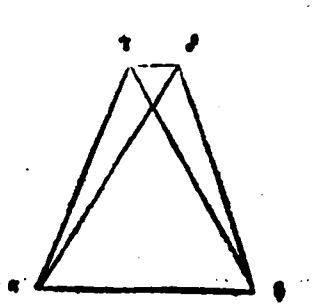




Eucli. Ex Zamb Theorema 4. Propoſitio 7.

Super eadem recta linea duabus eiſdẽ rectis lineis aliæ duæ rectæ lineæ æquales altera alteri non conſtituentur, ad aliud atq; aliud ſignum, ad eaſdem partes, eoſdem fines primis rectis lineis poſſidentes.

THEON ex Zamb. *Si enim eſt poßibile, ſuper eadem recta linea α β, duabus rectis lineis α γ, γ ς, aliæ duæ rectæ lineæ α ♂, ♂ ς, æquales altera alteri conſtituantur ad aliud atq; aliud ſignum, hoc eſt, γ & ♂, ad eaſdem partes ſcilicet γ ♂, eoſdem fines, hoc eſt, α β, poßidentes, ut æqualis ſit γ α, ipſi ♂ α, eundem finem habens, hoc eſt, α, & ♂, γ β. ipſi ♂ β, eundẽ finẽ habens, hoc eſt, β: cõnectatur γ ♂ (per 1 poſtulatum). Quoniam igitur α γ æqualis eſt ipſi α ♂: æqualis erit quoq; angulus α γ ♂, angulo α ♂ γ. Minor igitur eſt angulus γ ♂, angulo β ♂ γ: multo minor igitur eſt angulus β γ ♂ angulo β ♂ γ. Rurſus quoniã β γ, ipſi ♂ β eſt æqualis: æquus eſt igitur & angulus β γ ♂, angulo γ ♂ β. Oſtẽſum eſt autẽ quod admodũ minor, quod eſt impoßibile. Super igitur eadẽ recta linea duabus eiſdẽ rectis lineis aliæ duæ rectæ lineæ æquales altera alteri non conſtituentur ad aliud atq; aliud ſignum, ad eaſdem partes, eoſdem fines rectis primis lineis poſſidentes, quod demonſtraße oportuit.*

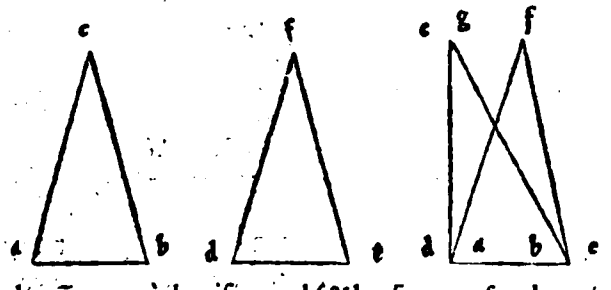


Eucli.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 8.

8 OMniũ duorũ triãgulorũ quorũ duo latera unius duobus lateribus alterius fuerit æqualia, baſiſq; unius baſi alteri æqualis duos angulos æquis lateribus contentos, æquales eſſe neceſſe eſt.

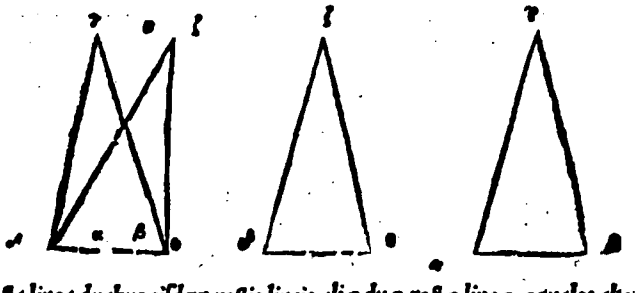
CAMPANVS. Sint duo triãguli a b c, d e f: ſitq; a c æqualis d f et b c æqualis e f, & a b æqualis d e. Dico ergo qd̃ angulus c eſt æqualis ãgulo f, & angulus a, angulo d, & angulus b angulo e. Superponã baſin a b, baſi d e quæ cũ ſint æquales neutrã excedit alteram per conuerſionem penultimæ conceptionis. Aut ergo punctus c cadet ſuper punctum f: aut nõ. Si ſic, tunc quia angulus c ſuperpoſitus eſt angulo f, & neuter excedit alterũ eo quòd a c ſuper d f & b c ſuper e f cadunt, ipſi ſunt æquales per eandem conceptionem. Similiter argue reliquos angulos eſſe æquales. Si autem punctus c non cadat ſuper f: cadat ſuper quemlibet aliũ qui ſit punctus g. quia e g eſt æqualis b c, imo eadẽ: itemq; quia d g eſt æqualis a c: erit d g æqualis f, & e g æqualis e f, quod eſt impoſſibile per præcedentẽ.



Eucli. ex Zam. Theorema 5. Propoſitio 8

8 Si bina triangula duo latera duobus lateribus alterum alteri æqualia habuerint, & baſin quoq; baſi æqualẽ: angulum quoq; angulo ſuo æqualibus rectis lineis contentum æqualem habebunt.

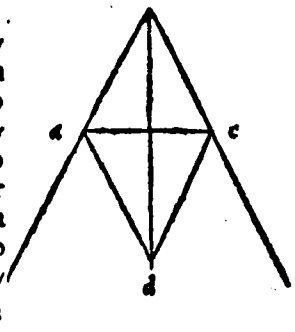
THEON ex Zamb. *Sint bina triangula α ς γ, δ ζ, duo latera α ς, α γ, duobus lateribus δ ζ, δ ζ, æqualia habentia alterum alteri, hoc eſt α β ipſi δ ζ, & α γ ipſi δ ζ: habeantq; baſin β γ baſi ζ æqualẽ. Dico quod angulus β α γ: angulo ζ δ ζ eſt æqualis. Cõgruente enim triangulo α ς γ ipſi triangulo δ ζ ζ, & poſito quidem ς ſigno, ſuper ζ ſignum & recta linea β γ ſuper ζ ζ: congruit quoq; ſignũ γ ipſi ζ ſigno, quoniã β γ æqualis eſt ipſi ζ ζ: Cõgruẽte uero b c ipſi ζ ζ: congruũt quoq; & β α, α γ ipſis ζ δ, δ ζ. Si enim baſis β γ baſi ζ ζ cõgruit, at ς α, α γ latera, lateribus ζ δ, δ ζ, nõ congruent, ſed different, ſicut ζ α, α ζ: conſtituentur ſuper eadem recta linea duabus eiſdem rectis lineis aliæ duæ rectæ lineæ æquales altera alteri, ad aliud & aliud ſignũ ad eaſdem partes, eoſdemq; fines poſſidentes. Non conſtituuntur aũt (per 5 propoſitionem.) Nõ igitur congruente baſi β γ baſi ζ ζ. non cõgruunt quoque & β α, α γ. latera. ipſis ζ δ, δ ζ lateribus, congruunt igitur. Quare & angulus β α γ, angulo ζ δ ζ cõgruet: & eidem æqualis erit. Si bina igitur triangula duo latera duobus lateribus alterum alteri æqualia habuerint, baſinq; baſi æqualem: angulum quoq; angulo ſub æqualibus rectis lineis contentum æqualem habebunt. quod erat oſtendendum.*



Eucli. ex Camp. Propoſitio 9.

9 DAtum angulum: per æqualia ſecare.

CAMPANVS. Sit datus angulus quẽ oportet diuidere: angulus a b c. Lineas ipſum cõtinentes quæ ſunt a b & b c, ponam æquales, per 3 propoſitionem, & producã lineam a c: ſuper quã conſtituam triangulum æquilaterũ, a d c per 1 propoſitionẽ, & protraham lineã b d. Dico quod ipſa diuidit datum angulũ per æqualia. Intelligo duos triangulos a b d & c b d, duo latera a b & b d trianguli a b d ſunt æqualia duobus lateribus c b et b d trianguli c b d: & baſis a d baſi c d. ergo per præceden-



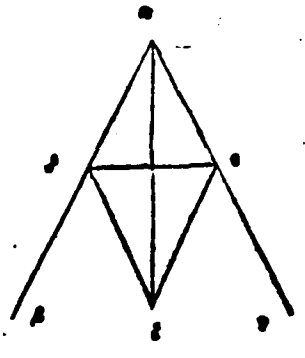
b tem

tem angulus a b d eſt æqualis angulo c b d, quod oportebat efficere.

Eucli. ex Zamb. Problema 4. Propoſitio 9.

9 Datum angulum rectilineum, bifariam ſecare.

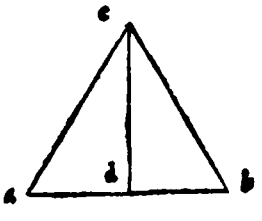
THEON. ex Zamberto. *Sit datus rectilineus angulus β α γ. Oportet ipſum bifariam ſecare. Suſcipiatur ſuper linea α β cõtingens ſignum, ſitq; illud δ. & à linea α γ (per 3 propoſitionem) auferatur α ε: ipſi α δ æqualis. & (per 1 poſtulatum) connectatur linea δ ε: conſtituaturq; (per 1 propoſitionem) ſuper δ ε, triangulum æquilaterum, ſitq; illud δ ζ ε, & cõnectatur (per primum poſtulatum) linea δ ζ. Dico quod angulus β α ε: à linea α ζ bifariam ſecatur. Quoniam α δ eſt æqualis ipſi α γ, cõmunis uero α ζ: binæ igitur δ α, α ζ ſunt altera alteri æquales. At baſis δ ζ, baſi ε ζ (per 1 propoſitionẽ) eſt æqualis: angulus igitur δ α ζ angulo ε α ζ (per 8 propoſitionẽ) eſt æqualis. Datus igitur angulus rectilineus qui ſub β α γ, bifariã ſectus eſt à recta linea α ζ, quod feciſſe oportuit.*



Eucli. ex Camp. Propoſitio 10.

10 PRoposita recta linea: eam per æqualia diuidere.

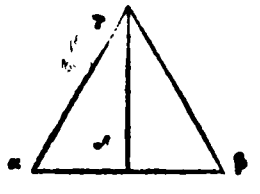
CAMPANVS. Sit propoſita linea quã oportet diuidere per æqualia: linea a b, ſuper ipſam cõſtituam triangulum æquilaterũ a b c, & angulum c diuido per æqualia ſecundum doctrinã præcedentis, per lineam c d. Dico quòd linea c d: diuidit datam lineã a b per æqualia. Intelligo enim duos triangulos: a c d & b c d, & argumentor ſic: duo latera a c & c d trianguli a c d, ſunt æqualia duobus lateribus b c & c d triãguli b c d, & angulus c unius angulo c alterius: ergo per 4. baſis a d, baſi b d q d eſt ꝓpoſitũ.



Euclidis ex Zamb. Problema 5. Propoſitio 10.

10 Datam rectam lineam terminatam: bifariam ſecare.

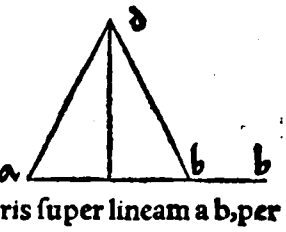
THEON. ex Zamberto. *Sit data linea terminata α β. oportet lineã α β bifariam ſecare. Conſtituatur (per 1 propoſitionem) ſuper ea, triangulum æquilaterum α β γ. Et (per 9 propoſitionem) ſecetur angulus α γ β bifariam: à recta linea γ δ. Dico quod linea recta α β: bifariam ſecatur in ſigno δ. Quoniam enim (per 1 propoſitionem) α γ ipſi γ β eſt æqualis, communis uero γ δ: duæ igitur α γ, γ δ. duabus β γ, γ δ ſunt æquales altera alteri. & angulus α γ δ angulo β γ δ æquus eſt. baſis igitur α δ, (per 4 propoſitionem) δ β eſt æqualis. Data igitur recta linea terminata α β, bifariam ſecta eſt in ſigno δ. quod faciendum fuerat.*



Eucli. ex Camp. Propoſitio 11.

11 DAta linea recta, à puncto in ea ſignato perpendicularem extrahere: duobus quidem angulis æqualibus ac rectis utrinque ſubnixam.

CAMPANVS. Sit data linea a b: in qua ſit datus punctus c, à quo oportet perpendicularem extrahere. Faciam ergo per 3 propoſitionem: lineam b c æqualem lineæ a c. & ſuper totam a b conſtituo triangulum æquilaterum a b d. & protraho lineam c d. de qua dico quod ipſa eſt perpendicularis ſuper lineam a b. Intelligo duos triangulos a c d & b c d. & quia duo latera a c & c d, trianguli a c d ſunt æqualia duobus lateribus c b & c d, trianguli c b d, & baſis a d baſi b d: erit per 8 propoſitionẽ angulus a c d æqualis angulo b c d. quare uterque eorum erit rectus, per diffinitionem anguli recti: & linea c b perpendicularis ſuper lineam a b, per diffinitionem lineæ perpendicularis. Quod eſt propoſitum.



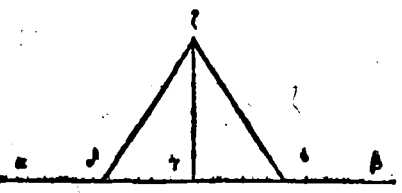
Eucli. ex Zamb. Problema 6. Propoſitio 11.

11 Data recta linea, à ſigno in ea dato rectã lineã ad angulos rectos excitare.

THEON. ex Zamb. *Sit data recta linea α β datũ uero in ea ſignum ſit γ. Oportet ab ipſo ſigno γ, ipſius rectæ lineæ α β: ad angulos rectos rectã lineam excitare. Suſcipiatur in ipſa α γ cõtingens ſignũ, ſitq; illud δ: & ponatur ipſi δ γ: (per 3 propoſitionem) æqualis linea γ ε, & ſuper δ ε, (per 1 propoſitionẽ) cõſtruatur triangulum æqui-*

laterum

laterum ζ δ ι, & connectatur linea ζ γ. Dico quod datæ rectæ lineæ α β, à dato in ipsa signo quod est γ, ad rectos angulos, ζ γ recta linea excitata est. Quoniam enim δ γ æqualis est ipsi γ ι, cõmunis uero linea ι ζ, duæ igitur δ γ, γ ζ, duabus ι γ & ι ζ altera alteri sunt æquales: & basis δ ζ (per 1 propositionem) basi ι ζ est æqualis. Angulus igitur δ ι ζ, angulo ι γ ζ (per 8 propositionẽ) est æqualis, & sunt * utrobiq;. Cum autem recta linea super rectam lineam cõsistens, * utrobiq; angulos ad inuicem æquales fecerit, uterq; æqualium angulorum rectus est. (per 10 diffinitionem.) Igitur angulus δ ι ζ, & angulus ζ γ ι, sunt recti. Datæ igitur rectæ lineæ α β, à dato in ea signo γ, ad rectos angulos recta linea ι ζ excitata est, quod facisse oportuit.

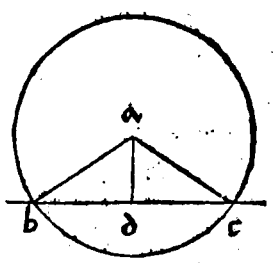


ιφ. ſῦε
ιφ. ſῦε

Eucli. ex Camp. Propositio 12.

12 # Puncto extra signato, ad datam lineam indefinitæ quantitatis, perpendicularem deducere.

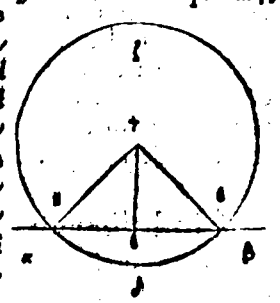
CAMPANVS. Sit a, punctus signatus extra lineã b c, à quo ad ipsam oportet deducere perpendicularem. Protraham ergo lineam b c in utranq; partem, quantum libuerit: & super punctum a, describã circulum b c, sic ut secet lineam datam in punctis b, c, & protrahamus lineas a b & a c, & diuidam angulũ b a c per æqualia, per lineam a d, per 9 propositionem. Dico q; a d est perpendicularis super lineam b c. Intelligo duos triangulos, a b d & a c d, & quia duo latera a b & a d, trianguli a b d, sunt æqualia duobus lateribus a c & a d trianguli a c d, & angulus b a d æqualis angulo c a d, erit per 4 propositionẽ basis b d æqualis basi d c, & angulus a d b æqualis angulo a d c: quare uterq; eorum rectus, & linea a d perpendicularis super lineam b c, per diffinitionem anguli recti & lineæ perpendicularis, quod est propositum.



Eucli. ex Zamb. Problema 7. Propositio 11.

12 # Super datam rectam lineam infinitã, à dato signo quod in ea non est, perpendicularem rectam lineam deducere.

THEON ex Zamb. Sit data recta linea infinita, sitq; illa α β, datum uero signum quod in ea non est, sit γ. Oportet super datam rectam lineam infinitam α β, à dato signo γ quod in ea non est, perpendicularẽ rectam lineam ducere. Suscipiatur enim in altera parte ipsius α β rectæ lineæ contingens signum, sitq; illud δ, & centro quidem γ, interuallo uero γ δ, (per 3 postulatum) circulus describatur ι ζ ν. Secetur q; (per 10 propositionem) ι ν bifariam, in signo θ, & connectantur (per 1 postulatum) rectæ lineæ γ ν, γ θ, γ ι. Dico quod super datam rectam lineam infinitã α β, à dato signo quod in ea nõ est, uidelicet, γ, perpendicularis ducta est recta linea γ θ. Quoniã ι θ ipsi θ ι est æqualis, cõmunis uero θ γ: duæ igitur ν θ, θ γ, duabus ι θ, θ γ, sunt altera alteri æquales, & basis γ ν, basi γ ι (per 10 diffinitionẽ) est æqualis. Angulus igitur γ θ ν, angulo ι θ γ (per 8 propositionẽ) est æqualis, sunt q; * utrobiq;. Cum autem recta linea super rectam consistens lineam, angulos * utrobiq; adinuicem æquales fecerit, uterq; æqualium angulorũ rectus erit (per 10 diffinitionem) & superstans recta linea perpendicularis uocatur. Super datam igitur rectam lineam infinitam α β, à dato signo γ quod in ea non est, perpendicularis ducta est γ θ, quod facisse oportuit.

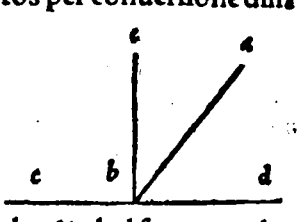


ιφ. ſῦε
ιφ. ſῦε

Eucli. ex Camp. Propositio 13.

13 # Omnis rectæ lineæ super rectam lineam stantis duo utrobiq; anguli, aut sunt recti, aut duobus rectis æquales.

CAMPANVS. Sit ut linea a b, superstet lineæ c d, quæ si fuerit super eam perpendicularis, faciet duos angulos rectos per conuersionẽ diffinitionis lineæ perpendicularis. Si autem non fuerit super eam perpẽdicularis, à puncto b ducatur b e perpendicularis super c d per 11, eruntq; duo anguli e b c & e b d recti per conuersionẽ dictæ diffinitionis. Quia ergo duo anguli d b a & a b e adæquãtur angulo d b e, ipsi cum angulo c b e, erunt æquales duobus rectis: quare tres anguli qui sunt d b a, a b e, & c b e, sunt æquales duobus rectis, sed angulus c b a, est æqualis duobus angulis c b e & e b a, ergo duo anguli c b a & a b d sunt æquales



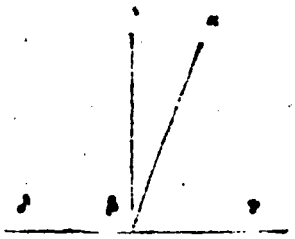
b 2 duobus

duobus rectis, quod eſt propoſitum. Ex quo patet totum ſpatium quod in qualibet ſuperficie plana punctum quodlibet circumſtat, quatuor rectis angulis eſſe æquale.

Eucli. ex Zamb. Theorema 6. Propoſitio 13.

13 Cum recta linea ſuper rectam conſiſtens lineam angulos fecerit, aut duos rectos, aut duobus rectis æquales efficiet.

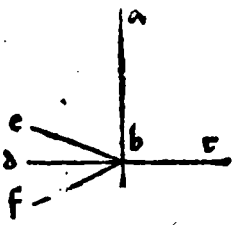
THEON ex Zamb. Recta enim linea quædam α β, ſuper rectam lineam γ δ conſiſtens, angulos efficiat γ β α & α β δ. Dico quod γ β α & α β δ anguli, aut duo recti ſunt, aut duobus rectis æquales. Quod ſi angulus γ β α, eſt æqualis angulo α β δ, iam duo recti ſunt. At ſi non excitetur (per 11 propoſitionem) à dato ſigno β lineæ γ δ, ad angulos rectos linea β ε, anguli igitur γ β ε, ε β δ, (per 10 diffinitionẽ) ſunt recti. At quoniã angulus γ β ε, duobus γ β α, α β ε angulis eſt æqualis, cõmunis ponatur angulus ε β δ: igitur anguli γ β ε, ε β δ, tribus angulis, hoc eſt γ β α, α β ε, ε β δ, ſunt æquales. Rurſus quoniã angulus δ β α duobus angulis δ β ε, ε β α eſt æqualis, cõmunis ponatur angulus α β γ. Igitur anguli δ β α, α β γ, tribus angulis δ β ε, ε β α, α β γ ſunt æquales. Oſtenſum eſt autem quod anguli γ β ε, ε β δ, eiſdem tribus ſunt æquales: quæ autem eidem ſunt æqualia, (per 1 cõmunem ſententiam) & ſibi inuicem ſunt æqualia: anguli igitur γ β ε, ε β δ, angulis δ β α, α β γ ſunt æquales. At anguli γ β ε, ε β δ ſunt duo recti, & anguli igitur δ β α, α β γ, duobus rectis ſunt æquales. Cum igitur recta linea ſuper rectam conſiſtens lineam, angulos fecerit, aut duos rectos, aut duobus rectis æquales efficiet, quod demonſtraſſe oportuit.



Eucli. ex Camp. Propoſitio 14.

14 SI duæ lineæ à puncto unius lineæ in diuerſas partes exierint, duosq; circa ſe angulos rectos, aut duobus rectis æquales fecerint, illæ duæ lineæ ſibi directe coniunctæ ſunt, & linea una.

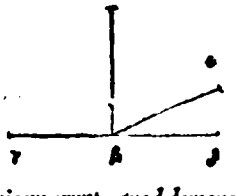
CAMPANVS. Sit ut à puncto b lineæ a b, exeant duæ lineæ in oppoſitas partes, quæ ſint b c & b d, & faciant duos angulos qui ſint c b a & d b a, æquales duobus rectis: tunc dico quod duæ lineæ c b & d b, ſunt ſibi inuicem directe cõiunctæ & linea una. Hæc eſt quaſi conuerſa prioris. Quod ſi non fuerint linea una, tũc protrahatur c b in continuũ & directũ, quæ quia non eſt linea una cum d b, tranſibit ſuper eam ut b e, aut ſub ea ut b f. Quia ergo ſuper lineã rectam quæ eſt c b e, cadit linea a b, erũt anguli c b a & e b a æquales duobus rectis per præcedentẽ, & quia omnes recti ſunt adinuicẽ æquales per 3 petitionẽ, anguli quoq; c b a & d b a ſunt æquales duobus angulis rectis per hypotheſin, erũt duo anguli c b a & e b a æquales duobus angulis c b a & d b a: ergo dempto cõmuni angulo c b a, erit angulus e b a æqualis ãgulo d b a, pars toti, q̃d eſt impoſſibile. Similiter linea c b protracta probabis angulũ d b a eſſe æqualem angulo f b a, ſi forte diceret aduerſarius lineam c b protractam cadere infra b d.



Eucli. ex Zamb. Theorema 7. Propoſitio 14.

14 Si ad aliquam rectam lineam adq; in ea ſignum duæ rectæ lineæ non ad eaſdẽ partes ductæ, * utrobiq; duobus rectis angulos æquales fecerint, ipſæ in directum rectæ lineæ adinuicem erunt. * ipſæ

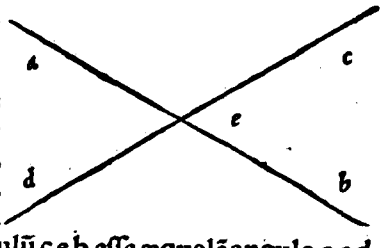
THEON ex Zamb. Ad aliquam enim rectam lineam α β, ſignumq; in ea β, duæ rectæ lineæ β γ, β δ non ad eaſdem partes ductæ, * utrobiq; angulos α β γ, α β δ duobus rectis æquos efficiant. Dico quod ipſi γ β, recta linea β α in directum eſt conſtituta. Si enim ipſi γ β recta linea β δ non eſt in directum, ſit ipſi γ β recta linea β ε in directum conſtituta. Quoniam igitur recta linea α β ſuper rectam lineam γ β ε ſtetit, anguli igitur α β γ, α β ε duobus rectis ſunt æquales (per 13 propoſitionẽ.) At anguli α β γ & α β δ, duobus rectis ſunt æquales: anguli ergo γ β α, α β ε, angulis γ β α, α β δ ſunt æquales. Communis auferatur angulus α β γ, reliquus igitur angulus α β ε, reliquo angulo α β δ eſt æqualis, minor maiori, quod eſt impoſſibile. Linea igitur β ε ipſi β γ in directum minime eſt. Similiter quoq; oſtendemus, quod nec aliqua præter lineam β δ. In directum igitur eſt ipſi γ β, linea β δ. Si ad aliquam igitur rectam lineam, ad ſignumq; eius duæ rectæ lineæ non ad eaſdem partes ductæ, utrobique angulos duobus rectis æquales fecerint, in directum ipſæ rectæ lineæ ſibiinuicem erunt, quod demonſtraſſe oportuit.



Eucli. ex Camp. Propoſitio 15.

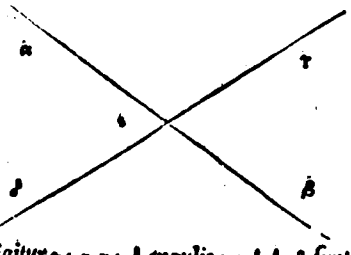
15 OMnium duarũ linearũ ſe inuicẽ ſecantiũ, omnes anguli cõtra ſe poſiti ſunt æquales. Vnde manifeſtũ eſt, cum duæ lineæ rectæ ſe inuicem ſecãt, quatuor qui fiunt angulos, quatuor rectis eſſe æquales.

CAMPANVS. Sint duæ lineæ a b & c d, ſe inuicẽ ſecantes in puncto e: dico ꝙ angulus d e b eſt æqualis angulo a e c, & angulus b e c eſt æqualis angulo a e d. Erũt enim per 13 duo anguli a e c & c e b æquales duob. rectis, itẽq; duo anguli c e b & d e b æquales duobus rectis per eandem, quare duo primi ſunt æquales duobus poſtremis, eo ꝙ omnes recti ſunt adinuicẽ æquales per 4 petitionẽ, dempto ergo cõmuni angulo qui eſt c e b, erit angulus a e c æqualis angulo d e b. Eodem modo probabitur, angulũ c e b eſſe æqualẽ angulo a e d, quod eſt propoſitũ.



Eucli. ex Zamb. Theorema 8. Propoſitio 15.

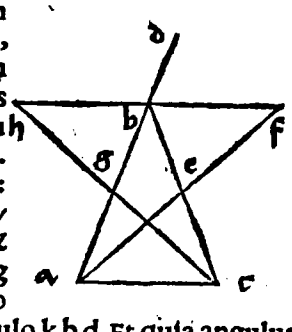
15 Si duæ rectę lineę ſe adinuicẽ ſecuerint, angulos qui circa uerticẽ ſunt æquos adinuicẽ efficient.



THEON ex Zamb. *Duæ rectæ lineæ α β & γ δ, ſe inuicem ſecent in ſigno ε. Dico quod angulus α ε γ, æqualis eſt angulo δ ε β. Quoniũ enim recta linea α ε, ſuper rectã lineã γ δ ſtetit, angulos efficiẽs γ ε α & α ε δ, igitur anguli γ α ε, α ε δ, duobus rectis ſunt æquales (per 13 propoſitionẽ.) Rurſus quoniã recta linea δ ε, ſuper rectã lineam α β ſtetit, angulos efficiens α ε δ, δ ε β, igitur anguli α ε δ, δ ε β, duobus rectis ſunt æquales (per eandem 13 propoſitionẽ.) Oſtenſum autẽ eſt, quod anguli γ ε α, α ε δ, duobus rectis ſunt æquales: anguli igitur γ ε α, α ε δ, angulis α ε δ, δ ε β, ſunt æquales. Cõmunis auferatur α ε δ, reliquus igitur angulus γ ε α, reliquo angulo δ ε β, eſt æqualis. Similiterq; oſtenderẽtur quod & anguli γ ε β, δ ε α, ſunt æquales. Si duæ igitur rectæ lineæ ſe adinuicẽ ſecuerint, angulos qui circa uerticẽ ſunt, adinuicẽ æquales efficient, quod oportuit demonſtraſſe.* Eucli. ex Camp. Propoſitio 16.

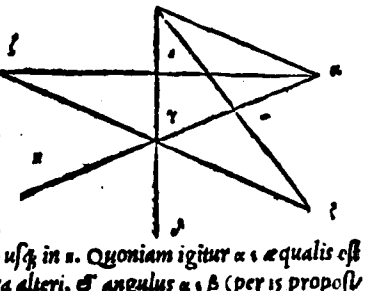
16 SI quodlibet laterũ trianguli directe protrahatur, faciet angulũ extrinſecũ utroq; angulo trianguli ſibi intrinſecus oppoſito maiorẽ.

CAMPANVS. Sit ut trianguli a b c, latus a b protrahatur uſq; ad d, dico ꝙ angulus d b c, maior eſt utroq; duorũ angulorũ intrinſecorũ ſibi oppoſitorum, qui ſunt b a c & b c a. Diuidam enim per 10 propoſitionẽ, lineam c b per æqualia in puncto e, & protrahã a e uſq; ad f, ita ut e f fiat æqualis a e, & protrahã lineam f b. Intelligo duos triangulos, c e a & b e f, & quia duo latera a e & e c trianguli a e c ſunt æqualia duobus lateribus f e & e b trianguli f e b, & angulus e unius eſt æqualis angulo e alterius per præmiſſam, quia ſunt anguli cõtra ſe poſiti, erit per 4 propoſitionẽ angulus e c a, æqualis angulo e b f, & ideo angulus e b d, maior erit angulo b c a. Similiter quoq; probabitur ꝺd eſt maior angulo c a b. Nam diuidam a b per æqualia in puncto g, per 10 propoſitionẽ: & protrahã lineam g h, æqualẽ lineæ c g per 3 propoſitionẽ, poſtea protrahã h b k, cruntq; duorũ triangulorũ qui ſunt a g c & b g h, duo latera a g & g c primi, æqualia duobus lateribus b g & b h ſecundi, & angulus g unius, angulo g alterius per 15: ergo per 4 angulus g c a, eſt æqualis angulo g b h, quare per 15 & angulo k b d. Et quia angulus c b d eſt maior angulo k b d, erit etiam maior angulo b a c, quod eſt propoſitum.



Eucli. ex Zamb. Theorema 9. Propoſitio 16.

16 Omnis trianguli uno latere producto, exterior angulus utroq; interiore & ex oppoſito, maior eſt.

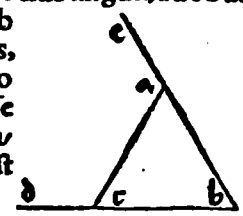


THEON. ex Zamb. *Sit triangulũ α β γ, & producatur ipſius latus unũ, ſitq; illud β γ uſq; in δ. Dico quod exterior angulus α γ δ, maior eſt utroq; interiore & ex oppoſito cõſtituto, hoc eſt angulo γ β α & β α γ. Secetur linea α γ bifariã (per 10 propoſitionẽ) in ſigno ε, & protracta linea β ε (per 2 poſtulatũ) extendatur in ſignũ ζ: collocetur̃q; ipſi β ε (per 2 propoſitionẽ) æqualis linea ε ζ, & cõnectatur (per 1 poſtulatũ) ζ γ & extendatur (per 2 poſtulatũ) linea α γ uſq; in η. Quoniam igitur α ε æqualis eſt ipſi ε γ, & β ε ipſi ε ζ, duæ igitur α ε & ε β, duabus γ ε & ε ζ ſunt æquales altera alteri, & angulus α ε β (per 15 propoſitionem)*

tionẽ) angulo ξ ι γ eſt æqualis, circa uerticem enim. Baſis igitur α β, baſi ξ γ (per 4 propoſitionẽ) eſt æqualis, & triangulũ α β ι, triangulo ξ ι γ eſt æquale, & reliqui anguli reliquis angulis alter alteri ſunt æquales, ſub quibus æqualia latera ſubtenduntur. Angulus igitur β α ι, angulo ι γ ξ eſt æqualis. At angulus ι γ δ, angulo ι γ ξ maior eſt: maior igitur eſt angulus α γ δ, angulo β α ι. Similiter quoq; ſi ſecetur bifariã linea β γ, oſtendetur & angulus β γ ι, hoc eſt α γ δ, maior angulo α β γ. Omnis igitur triãguli uno latere producto, exterior angulus utroq; interiore & ex oppoſito maior eſt, quod fuerat oſtendendũ. Eucli. ex Camp. Propoſitio 17.

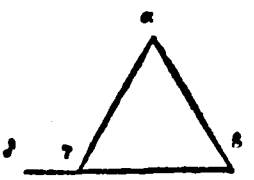
17 Omnis trianguli duo quilibet anguli, duobus rectis ſunt minores.

CAMPANVS. Sit triãgulus a b c, dico q̃ duo quilibet eius anguli, duobus rectis ſunt minores, ꝓtrahatur enim unũ latus eius, ut b c, uſq; ad d, eritq; per præcedentẽ, angulus c extrinſecus, maior a & maior b, ſed c extrinſecus cũ c intrinſeco, eſt æqualis duobus rectis per 13, ergo anguli b & c intrinſeci, ſiue anguli a & c intrinſeci, ſunt minores duob. rectis. Similiter ſi ꝓtrahatur latus b a, probabitur quod duo anguli a & b ſunt minores duobus rectis, quod eſt propoſitũ. Eucli. ex Zamb. Theorema 10. Propoſitio 17.



17 Omnis triãguli duo anguli duob. rectis ſunt minores, omnifariã ſumpti.

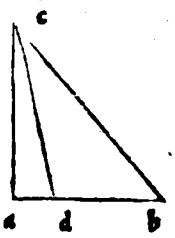
THEON ex Zamb. Sit triangulũ α β γ, dico quod ipſius α β γ trianguli duo anguli, duobus rectis omnifariã ſumpti, ſunt minores. Producatur enim (per 2 poſtulatũ) β γ, uſq; in δ. Et quoniam trianguli α β γ (per præcedentẽ) exterior angulus qui eſt α γ δ, maior eſt angulo α β γ, interiore & ex aduerſo cõmunis admittatur angulus α γ ε. Anguli igitur α γ δ, α γ ε, angulis α β γ, β γ α ſunt maiores, ſed anguli α γ δ, α γ β (per 13 propoſitionẽ) duobus rectis ſunt æquales: anguli igitur α β γ, β γ α, duobus rectis ſunt minores. Similiter quoq; oſtendemus quod anguli β α γ, α γ β, duobus rectis ſunt minores, & etiam anguli α γ β, α β γ. Omnis igitur trianguli duo anguli duobus rectis ſunt minores, quomodocũq; aſſumpti. Quod demonſtraſſe oportuit. Eucli. ex Camp. Propoſitio 18.



18 Omnis trianguli longius latus, maiori angulo oppoſitum eſt.

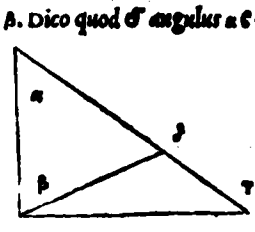
CAMPANVS. Sit ut in triãgulo a b c, angulus a ſit maior angulo c, dico q̃ latus c b, maius erit latere a b. Si enim ſit æquale, erit per 5 angulus a æqualis angulo c, quod eſt contra hypotheſin. Si autẽ a b ſit maius reſecetur ad æqualitatẽ a b, per 3, ſitq; d b æquale c b, erit ergo per 5, angulus d c b, æqualis angulo b d c, ſed b d c eſt maior angulo b a c per 16, ergo b c d, eſt maior b a c, quare multo fortius maior angulo a c b, pars toto, quod eſt impoſſibile.

Eucli. ex Zamb. Theorema 11. Propoſitio 18.



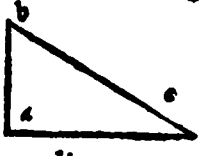
18 Omnis trianguli maius latus, maiori angulo ſubtenditur.

THEON ex Zamb. Sit enim triangulũ α β γ, habens latus α γ, maius latere α β. Dico quod & angulus α β γ, angulo β γ α maior eſt. Quoniã α γ maius eſt α β, ponatur ipſi α β (per 3 propoſitionẽ) æqualis linea α δ, & connectatur (per 1 poſtulatũ) linea β δ. Et quoniã trianguli β δ γ angulus exterior α δ β (per 16 propoſitionẽ) maior eſt interiore & oppoſito angulo δ γ β, æqualis autẽ eſt (per 5 propoſitionẽ) angulus α δ β angulo α β δ, quoniã latus α β ipſi α δ eſt æquale, maior eſt igitur angulus α β δ angulo α γ β, multo maior eſt igitur angulus α β γ angulo α γ β. Omnis igitur triãguli maius latus, maiori ſubtenditur angulo. Quod oportuit demõſtraſſe. Eucli. ex Camp. Propoſitio 19.



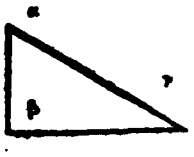
19 Omnis trianguli maior angulus, longiori lateri oppoſitus eſt.

CAMPANVS. Sit ut in triangulo a b c, latus b c ſit maius latere a b, dico q̃ angulus a, erit maior angulo c. Hæc eſt cõuerſa præcedentis. Si enim ſit æqualis, tunc per 6, latus a b eſt æquale lateri b c, q̃d eſt contra hypotheſin. Si autẽ c ſit maior, tunc per præcedentẽ, latus a b eſt maius latere b c, q̃d eſt cõtra hypotheſin. Quare aſtruitur propoſitũ. Eucli. ex Zamb. Theorema 12. Propoſitio 19.



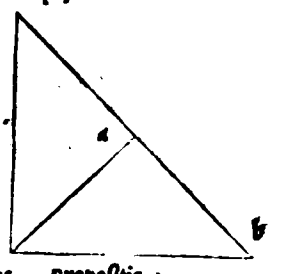
19 Omnis trianguli ſub maiorem angulum, maius latus ſubtenditur.

THEON ex Zamb. Sit triangulũ α β γ, maiorem habens angulum α β γ angulo β γ α. Dico quod latus α γ, maius eſt latere α β. Si autẽ non, aut eſt æquale latus α γ lateri α β, aut eo minus, æquale quidem minime eſt latus α γ, ipſi α β: æqualis nanq; eſſet (per 5 propoſitionẽ) angulus α β γ, angulo α γ β, non eſt autẽ: latus igitur α γ, lateri α β minime eſt æquale. At latus α γ, latere α β minus non eſt, nam angulus α β γ, angulo α γ β minor eſſet, at non eſt: latus igitur α γ latere



α γ latere α β minus minime eſt. Maius igitur eſt latus α γ, latere α β. Omnis igitur trianguli maior angulus à maiore latere ſubtenditur. Quod demonſtraſſe oportuit. Eucli. ex Camp. Propoſitio 20.

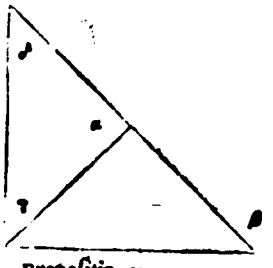
20 OMnis triãguli duo quælibet larera ſimul iuncta, reliquo ſunt longiora.



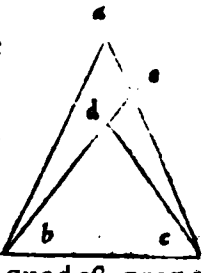
CAMPANVS. Sit triãgulus a b c, dico ꝙ duo latera a b & a c, ſunt lõgiora latere b c. Protraha tur linea b a uſq; ad d, ita ut a d ſit æqualis a c, & ꝓtrahatur c d, per 3 propoſitionẽ erit angulus a c d, æqualis angulo d, quare angulus b c d eſt maior ãgulo d, ergo per 18 latus b d, eſt maius latere b c, ſed b d, eſt æquale a b & a c, quare b a & a c ſimul iuncta, ſunt maiora b c. Eucli. ex Zamb. Theorema 15. Propoſitio 20.

20 Omnis triãguli duo latera, reliquo ſunt maiora quomodocũq; aſſumpta.

THEON ex Zamb. Sit triangulũ α β γ. Aio ipſius α ∠ γ trianguli bina latera, reliquo eſſe maiora quomodocunq; ſuſcepta, hoc eſt β α, α γ, ipſo β γ & α β, β γ, ipſo α γ & β γ, γ α ipſo α β. Producatur nanq; (per 2 poſtulatũ) β α ad δ ſignum: & ponatur (per 3 propoſitionẽ) ipſi α γ æqualis α δ, connectaturq; δ γ. Quoniã igitur δ α ipſi α γ eſt æquale, angulus igitur α δ γ (per 5 propoſitionẽ) angulo α γ δ eſt æqualis. Sed angulus β γ δ, angulo α γ δ maior eſt: igitur angulus β γ δ, angulo α δ γ maior eſt. Et quoniã triangulũ eſt δ γ β, maiorem habens angulum β γ δ angulo α δ γ, atq; maiorem angulũ maius latus ſubtendit (per 18 propoſitionem) ergo δ β ipſo ∠ γ maius eſt. Æquale autem eſt δ β ipſis α β, α γ: maiora igitur ſunt latera β α & α γ, latere β γ, æquale autem eſt δ α ipſi α γ: maiora igitur ſunt latera ∠ α, α γ, ipſo β γ. Similiter uero demõſtrabimus quod etiam latera α ∠ & β γ, ipſo γ α ſunt maiora. Sed β γ, γ α, ipſo α β. Omnis igiur triãguli bina latera, reliquo maiora ſunt, quoquo modo aſſumpta, quod demonſtraſſe oportuit. Eucli. ex Camp. Propoſitio 21.

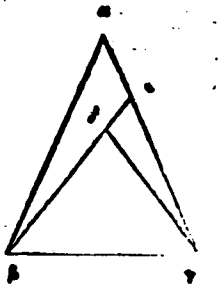


21 SI de duobus punctis terminalibus unius lateris trianguli duæ lineæ exeuntes, intra triangulum ipſum ad punctum unum conueniant, eædem duabus quidem reliquis trianguli lineis breuiores erunt, & maiorem angulum continebunt.



CAMPANVS. Sit ut in triãgulo a b c, ab extremitatibus lateris b c concurrant duæ lineæ b d & c d, ad punctum d, intra triangulum a b c. Dico ꝙ ipſæ lineæ b d & c d ſimul iunctæ, ſunt breuiores duabus lineis a b & a c ſimul iunctis, & quod angulus d eſt maior angulo a. Protrahã enim b d, uſquequo ſecet latus a c in puncto e, eruntq; per 20 propoſitionẽ b a & a e ſimul iunctæ, maiores b e, ergo b a & a c, ſunt maiores b e & e c. At uero d e & e c ſimul iunctæ, per eandem ſunt maiores d c, quare b e & e c ſunt maiores b d & d c, & quia b a & a c ſunt maiores b e & e c, ut probatũ eſt prius, erunt multo fortius b a & a c maiores b d & d c, quod eſt 1 propoſitũ. At quoniã angulus b d c eſt maior angulo d e c per 16 propoſitionẽ, & angulus d e c eſt maior angulo c a b per eandem, erit angulus b d c multo fortius maior angulo b a c, quod eſt 2 propoſitũ. Eucli. ex Zamb. Theorema 14. Propoſitio 21.

22 Si trianguli à limitibus unius lateris binæ rectæ lineæ introrſum conſtituantur, quæ conſtituuntur, reliquis trianguli binis lateribus minores quidem erunt, maiorem uero angulum continebunt.

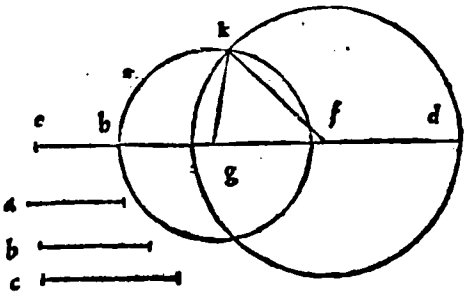


THEON ex Zamb. Trianguli enim α β γ ſuper latere β γ, à terminis ipſius β γ, duæ rectæ lineæ interius conſtituãtur β δ & γ δ. Dico quod β δ & γ δ, reliquis trianguli lateribus β α & α γ ſunt minores, angulum uero β δ γ maiorem, ipſo α β γ comprehendunt. Producatur enim (per 2 poſtulatum) linea β δ ad ε. Et (per 20 propoſitionem) quoniam omnis trianguli bina latera reliquo ſunt maiora: trianguli α β ε (per 20 propoſitionẽ) duo latera α β & α ε, ipſo β ε ſunt maiora. Cõmunis ponatur linea ε γ, lineæ igitur β α & α γ, lineis β ε & ε γ ſunt maiores. Rurſus quoniam (per eandem) trianguli γ ε δ bina latera γ ε & ε δ ipſo δ γ ſunt maiora, cõmunis ponatur δ β, lineæ igitur γ ε & ε β, lineis γ δ & δ β ſunt maiores. Sed oſtenſum eſt quod β α & α γ, ſunt maiores ipſis β ε & ε γ: longe igitur maiores ſunt β α & α γ lineæ, ipſis β δ & δ γ. Rurſus quoniã (per 16 propoſitionẽ) omnis trianguli exterior angulus interiore & oppoſito maior eſt, trianguli ergo γ δ ε, angulus β δ γ exterior, maior eſt angulo γ ε δ, quare & trianguli α ∠ ε, angulus γ ε ∠ exterior, maior eſt

angulo β α γ. Sed oſtenſum eſt quod angulus β δ γ, eo qui ſub γ ε ζ, eſt maior: longe igitur maior eſt angulus β δ γ, angulo β α γ. Si trianguli ergo à limitibus unius lateris binæ rectæ lineæ introrſum conſtituantur, quæ cõſtituentur, reliquis trianguli duobus lateribus minores quidem erunt, maiorẽ uero angulum continebunt, quod oſtendere oportuit.

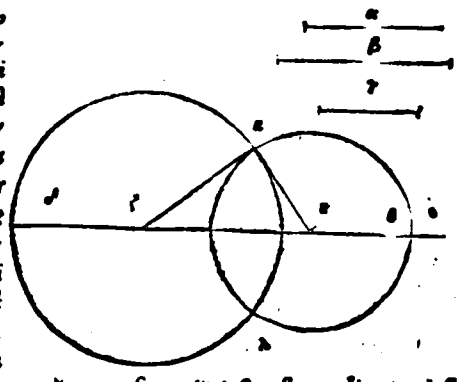
Eucli. ex Camp. Propoſitio 22.

22 PRopoſitis tribus lineis rectis quarũ duæ quælibet ſimul iunctæ reliqua ſint longiores, de tribus alijs lineis illis æqualibus triangulũ conſtituere. CAMPANVS. Sint tres lineæ rectæ propoſitæ, a, b, c, & ſint quælibet duæ ſimul iunctæ longiores reliqua, aliter enĩ ex illis tribus datis æqualibus, triangulus non poſſet conſtitui, per 20 propoſitionẽ. Cum ergo ex illis tribus prædictis uolo cõſtituere triangulũ, ſumo lineam rectam quæ ſit d e, cui nõ ponó à parte e determinatũ finẽ, de qua ſumo per 3 propoſitionẽ, d f æqualem a & f g æqualẽ b, & g h æqualẽ c, factóq; puncto f, centro, deſcribo ſecũdum quantitatẽ lineæ f d, circulum d k, itemq́; facto g, centro, deſcribo ſecundũ quantitatẽ lineæ g h, circulũ k h, qui circuli interſecabũt ſe in duobus punctis, quorũ unum ſit k: alioquin ſequeretur, unam dictarum linearũ eſſe æqualẽ alijs duabus iunctis, aut maiorẽ eis, quod eſt contrariũ poſitioni. Duco ergo lineã k f & k g, eritq́; triangulus k f g, conſtitutus ex tribus lineis æqualibus datis lineis a, b, c, ſunt enim f d & f k æquales, quoniã ſunt à centro ad circũferentiã, quare f K, eſt æqualis a. Similiterq́; g h & g K ſunt æquales, quia exeunt à centro ad circũferentiã, quare g K, eſt æqualis c, & quia g f ſumpta fuit æqualis b, patet propoſitũ manifeſte.



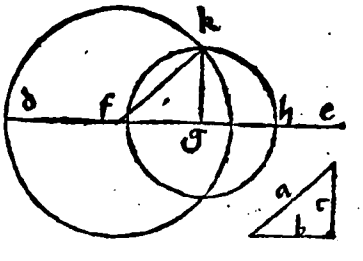
Eucli. ex Zamb. Problema 8. Propoſitio 22.

32 Ex tribus rectis lineis quæ ſunt tribus datis rectis lineis æquales, triangulũ conſtruere. Oportet autẽ duas lineas reliqua eſſe maiores quomodocũq; aſſumptas, quoniã omnis trianguli bina latera quomodocunq; aſſumpta, reliquo ſunt maiora. THEON ex Zamb. *Sint datæ tres rectæ lineæ α, β, γ, quarũ duæ reliquæ ſint maiores quomodocunq; aſſumptæ, hoc eſt α, β, ipſa γ, & α, γ, ipſa β, & β, γ, ipſa α: oportet iam ex tribus lineis rectis, ipſis α, β, γ æqualibus, triangulũ cõſtruere. Proponatur recta linea finita quidem ex parte δ, infinita uero ex parte ε, ponaturq́; (per 3 propoſitionẽ) ipſi α æqualis linea δ ζ, ipſi uero β, linea ζ η, ipſi uero γ, linea η θ. Et centro quidem ζ, ſpatio uero ζ δ (per 3 poſtulatũ) circulus deſcribatur δ κ λ: rurſus centro quidem η, ſpatio uero η θ (per idem) circulus deſcribatur κ λ θ, & cõnectantur (per 1 poſtulatũ) κ ζ & κ η. Dico quod ex tribus rectis lineis æqualibus ipſis α, β, γ, triangulũ κ ζ η conſtitutũ eſt. Quoniã enim ζ ſignũ, centrũ eſt circuli δ κ λ, æqualis eſt (per 15 diffinitionẽ) ζ δ ipſi ζ κ. Sed α, ipſi ζ δ eſt æqualis, & κ ζ igitur (per 1 cõmunem ſententiã) eſt ipſi α æqualis. Rurſus quoniã η ſignũ, centrũ eſt circuli λ κ θ, æqualis eſt (per eandem diffinitionẽ) η κ ipſi η θ, ſed γ ipſi η θ eſt æqualis, & κ η igitur (per 1 cõmunem ſententiã) ipſi γ eſt æqualis. At ζ η ipſi β eſt æqualis (per hypotheſin) tres igitur rectæ lineæ κ ζ, ζ η, η κ, ipſis tribus α, β, γ, ſunt æquales. Ex tribus igitur rectis lineis, hoc eſt κ ζ, ζ η, η κ, quæ tribus datis rectis lineis, hoc eſt α, β, γ, ſunt æquales, triangulũ κ ζ η conſtructũ eſt, quod fecisſe oportuit.*



Eucli. ex Camp. Propoſitio 23.

23 DAta recta linea, ſuper terminum eius, cuilibet angulo propoſito æquum angulum deſignare. CAMPANVS. Sit data linea f e, quæ eſt in ſuperiori figura, & ſint lineæ b, a, continentes angulũ datum, cui ſubtendam baſin e. Super punctum f lineæ c f, iuberem facere æqualem angulum angulo dato. Ad lineam e f adiungo f d æqualem lineæ a, & ex f e ſumo f g æqualem b, & ex g e ſumo g h æqualẽ c, & ſuper puncta f & g deſcribo duos circulos d k & k h ſecundum quantitatem

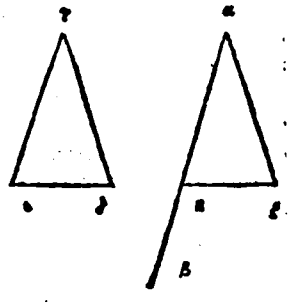


tatem duarum linearũ f d & g h, interſecantes ſe in puncto k ſicut docuit præcedens. ductiſq; lineis k f & k g, erunt æqualia duo latera k f & f g trianguli k g duobus lateribus a & b trianguli a b c, & baſis g k æqualis baſi c: ergo per 8 angulus k f g, æqualis erit angulo contento ſub a & b, quod eſt propoſitum.

Euclidis ex Zamb. Problema 9. Propoſitio 23.

23 Ad datam rectam lineam, ad datum q; punctum in ea ſignum, dato angulo rectilineo æqualem angulum rectilineum conſtituere.

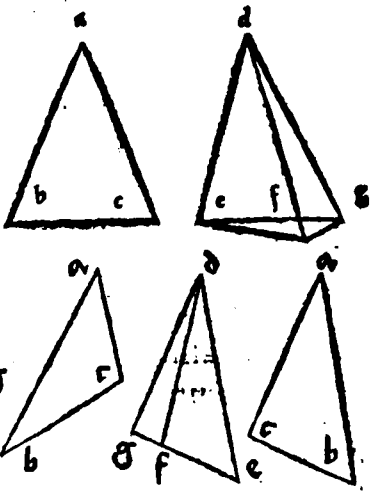
THEON ex Zamb. Sit data recta linea α β, datum q; in ea ſignum ſit α: datus autem angulus rectilineus, ſit δ γ ε. Oportet ad datam rectam lineam α β, ad datum q; in ea ſignum α, dato angulo rectilineo δ γ ε, æqualem angulum rectilineum collocare. Sint in utriſq; lineis δ γ & δ γ ε, contingentia ſigna ſintq; illa δ ε, & connectatur (per 1 poſtulatum) δ ε. Et ex tribus rectis lineis α ζ, ζ η, η α, quæ tribus datis rectis lineis, hoc eſt γ δ, δ ε, γ ε, ſunt æquales, (per præcedentem) triangulũ conſtruatur, ſitq; illud α ζ η. Ita ut linea γ δ æqualis ſit α ζ, & γ ε ipſi α η, & inſuper δ ε ipſi ζ η. Et quoniã duæ lineæ δ γ & γ ε duabus lineis, hoc eſt ζ α & α η ſunt æquales altera alteri, & baſis δ ε (per hypotheſin) baſi ζ η, angulus igitur δ γ ε, angulo ζ α η (per 8 propoſitionem) eſt æqualis. Ad datam igitur rectam lineam α β, ad datum q; in ea ſignum α, dato angulo rectilineo δ γ ε, æqualis angulus rectilineus ζ α η collocatus eſt. Quod feciſſe oportuit.



Eucli. ex Camp. Propoſitio 24.

24  Omnium duorum triangulorũ quorum duo latera unius duobus lateribus alterius fuerint æqualia, ſi fuerit angulorum ſub illis æquis lateribus contentorũ alter altero maior, baſis quoq; eiuſdem, baſi alterius maior erit.

CAMPANVS. Sint duo trianguli a b c & e d f, ſintq; duo latera a b & a c, æqualia duobus lateribus d e & d f: & unumquodq; ſuo correlatiuo, dextrum, ſcilicet, dextro, ſiniſtrumq; ſiniſtro, ſitq; angulus a, maior angulo d dato. Dico q; baſis b c, maior erit baſi e f. Faciã enim iuxta doctrinã præcedentis, angulũ e d g æqualem angulo a, eritq; angulus e d f, pars anguli e d g, & ponam d g æqualẽ a c, protrahã e g, quæ aut trãſibit ſupra e f, ut ſecet lineã d f, aut ſuper e f, ut ſit ſecum linea una, aut infra. Tranſeat ergo primo ſupra. Et quia a b & a c latera trianguli a b c ſunt æqualia e d & d g lateribus trianguli e d g, & angulus a angulo d totali, erit per 4 propoſitionem. baſis b c æqualis baſi e g. At uero quia d g & d f ſunt æquales (nam utraq; eſt æqualis a c) erit per 5 propoſitionẽ angulus d f g æqualis angulo d g f, quare d f g, maior erit f g e, ergo e f g multo fortius maior eſt eodem f g e: ergo per 18 propoſitionẽ latus e g maius eſt latere e f, quare & b c maior eſt e f, quod eſt propoſitũ. Si uero e g tranſeat ſuper e f & ſit ſecum linea una, tunc e f erit pars e g, per ultimã ergo conceptionẽ patet propoſitũ. Si uero e g tranſeat infra e f, protrahãtur duæ lineæ d f & d g quæ ſunt æquales ut probatũ eſt, uſq; ad k & ad h: fientq; per ſecũdam partẽ 1 propoſitionis ſub baſi f g, anguli k f g & f g h æquales: quare angulus e f g maior erit angulo f g e: ergo per 18 propoſitionẽ latus e g maius eſt latere e f, quare b c maior eſt e f, quod eſt propoſitũ. Iſtud ultimũ membrũ poſſet etiam probari per 21 propoſitionẽ: per ipſam enim erunt in diſpoſitione tertia duæ lineæ d g & e g, maiores duabus lineis d f & f e, & quia d g eſt æqualis d f, propter hoc quod ambæ ſunt æquales a c; erit e g maior e f, quare & b c maior e f, quod eſt propoſitũ. Melius tamen eſt demonſtrare priori modo ut in omni diſpoſitione arguatur per quintam.

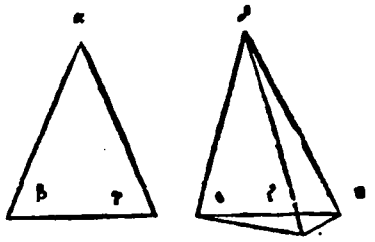


Eucli. ex Zamb. Theorema 15. Propoſitio 24.

24 Si bina triangula, duo latera duobus lateribus æqualia habuerint alterum

terum alteri, angulum uero angulo maiorem ſub æquis rectis lineis contentum, baſin quoq; baſi maiorem habebunt.

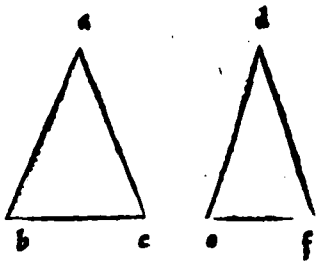
THEON ex Zamberto. *Sint bina triangula α β γ, δ ε ζ, duo latera, hoc eſt α β, α γ, duobus lateribus, hoc eſt δ ε, δ ζ, æqualia habentia, alterum alteri, hoc eſt latus α β lateri δ ε, & latus α γ lateri δ ζ: angulus uero qui ſub β α γ, angulo ε δ ζ eſto maior. Dico quod & baſis β γ, baſi ε ζ maior eſt. Quoniam enim angulus β α γ maior eſt angulo ε δ ζ, collocetur (per 23 propoſitionem) ad rectam lineam δ ε, ad datumq; in ea ſignum δ, dato angulo β α γ æquus angulus ε δ η. Et ponatur alterutri, hoc eſt lineæ α γ uel δ ζ, æqualis ipſa δ η: & connectantur (per 1 poſtulatum) η ε & ζ η. Quoniam igitur α β æqualis eſt ipſi δ ε, & α γ ipſi δ η, binæ lineæ β α & α γ duabus lineis ε δ & δ η ſunt æquales altera alteri, & angulus β α γ (per 23 propoſitionem) angulo ε δ η eſt æqualis: baſis igitur β γ, (per 4 propoſitionẽ) baſi ε η eſt æqualis. Rurſus quoniam æqualis eſt δ η ipſi δ ζ: angulus igitur δ η ζ, angulo δ ζ η eſt æqualis. Angulus igitur δ ζ η, angulo ε η ζ maior eſt: longe maior igitur eſt angulus ε ζ η, angulo ε η ζ. At quoniam triangulum eſt ε ζ η habens angulum α ζ η maiorem angulo ε η ζ, maiorem autem angulum (per 18 propoſitionẽ) latus maius ſubtendit: maius igitur eſt latus ε η latere ε ζ. Æquale autẽ eſt latus ε η, lateri β γ: latus igitur β γ, maius eſt latere ε ζ. Si bina igitur triangula duo latera duobus lateribus æqualia habuerint, & quæ ſequuntur reliqua ut in propoſitione, quod oſtendere oportuit.*



Eucli. ex Camp. Propoſitio 25.

25 Mnium duorum triangulorũ quorum duo latera unius duobus lateribus alterius fuerint æqualia, baſis uero unius baſi alterius fuerit maior, erit quoq; angulus trianguli maioris baſis illis æquis lateribus contentus, angulo alterius ſe reſpiciente maior.

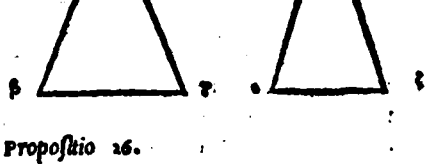
CAMPANVS. Sint duo triãguli a b c, d e f: ſintq; duo latera a b & a c primi, æqualia duobus lateribus d e & d f ſecundi, unũquodq; ſuo correlatiuo: ſitq; baſis b c, maior baſi e f: dico ꝺd angulus a, maior erit angulo d. Hæc eſt cõuerſa præcedentis. Æqualis quidem non erit. Sic enim eſſet per 4 baſis, b c æqualis baſi e f: quod eſt cõtra hypotheſin. Sed nec minor, qa ſic eſſet d maior: & ita per præcedentẽ baſis e f, erit maior baſi b c, ꝺd eſt contrariũ poſitioni, quare maior erit. Sicq; propoſitũ aſtruitur.



Eucli. ex Zamb. Theorema 16. Propoſitio 25.

25 Si duo triangula duo latera duobus lateribus alterũ alteri æqualia habuerint, baſin uero baſi maiorem, angulum quoq; ſub æqualibus rectis lineis contentum, angulo maiorem habebunt.

THEON ex Zamb. *Sint duo triangula β γ δ, δ ε ζ, duo latera hoc eſt α β, & α γ, duobus lateribus, hoc eſt δ γ & δ ζ æqualia habentia alterum alteri, α β, ſcilicet, ipſi δ ε, & α γ ipſi δ ζ: baſis autem β γ, baſi ε ζ maior eſto: dico quod angulus β α γ, maior eſt angulo ε δ ζ. Si autem non, aut ei eſt æqualis, aut eo minor. Æqualis autem nõ eſt angulus β α γ, angulo ε δ ζ: ſi enim æqualis eſſet, baſis quoq; β γ (per 4 propoſitionẽ) baſi ε ζ eſſet æqualis: at non eſt: angulus igitur β α γ, angulo ε δ ζ æqualis minime eſt. Neq; etiam minor eſt angulus β α γ eo qui ſub ε δ ζ: nam β baſis γ, baſi ε ζ minor eſſet: at non eſt, minor igitur non eſt angulus β α γ, eo qui ſub ε δ ζ: oſtenſum autem eſt quod neq; æqualis: maior igitur eſt angulus β α γ, angulo ε δ ζ. Si bina igitur triangula, duo latera duobus lateribus, & quæ ſequuntur reliqua, ut theoremate. Quod oſtendere oportuit.*

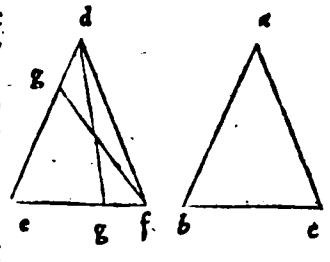


Eucli. ex Camp. Propoſitio 26.

26 Mnium duorum triangulorum quorum duo anguli unius duobus angulis alterius & uterque ſe reſpicienti æquales fuerint, latus quoque unius lateri alterius æquale, fueritq; latus illud

illud aut inter duos angulos æquales, aut uni eorum oppoſitum, erunt quoque duo unius reliqua latera duobus reliquis alterius trianguli lateribus, unumquodq; ſe reſpicienti æqualia, angulusq; reliquus unius angulo reliquo alterius æqualis.

CAMPANVS. Sint duo triangula a b c, d e f, itaq; angulus b, æqualis angulo e, & angulus c, æqualis angulo f, ſitq; latus b c æquale lateri e f, aut alterum duorum laterum a b & a c, æquale alteri duorum laterum d e & d f, ita quod a b ſit æquale d e, aut a c, d f. Dico quod reliqua duo latera unius, erunt æqualia reliquis duobus lateribus alterius, & reliquus angulus reliquo angulo æqualis, angulus, uidelicet, a angulo d. Ponam ergo primo ut latus b c, ſuper quod iacent anguli b, c, ſit æquale lateri e f, ſuper quod iacent anguli e, f, qui poſiti ſunt æquales angulis b, c. Tunc dico, q̃d latus a b eſt æquale lateri d e, & latus a c lateri d f, & angulus a angulo d. Si enim latus a b non ſit æquale lateri d e, alterum erit maius: ſit ergo maius d e, quod reſecabo ad æqualitatem a b, ſitq; g e æquale a b. Producam lineam g f, eritq; per 4 propoſitionem angulus g f e, æqualis angulo a c b, quare & angulo d f e, pars toti, quod eſt impoſſibile. Erit ergo d e, æquale a b, ergo per 4, d f æquale a c, & angulus d æqualis angulo a: quod eſt primũ membrum diuiſionis propoſitæ. Sint rurſus ut prius, duo anguli b & c, æquales duobus angulis e & f: ſitq; latus a b quod opponitur angulo c, æquale lateri d e quod opponitur angulo f, cui poſitus eſt æqualis angulus c. Dico, q̃d latus b c erit æquale lateri e f, & latus a c lateri d f, & angulus a angulo d. Si enim latus e f non fuerit æquale lateri b c, erit alterum maius: ſit ergo e f, maius: ponatur itaq; e g

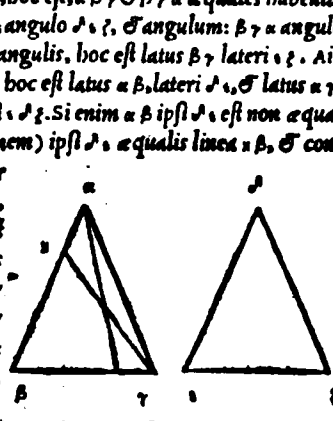


æquale b c, producam lineam d g: eritq; per 4 propoſitionem angulus d g c, æqualis angulo a c b: quare & angulo d f e, extrinſecus, uidelicet, intrinſeco, quod eſt impoſſibile per 16 propoſitionem. Erit ergo e f æquale b c: ergo per 4 propoſitionem, latus d f æquale lateri a c, & angulus d totalis angulo a: quod eſt ſecundum membrum diuiſionis propoſitæ. Quare totum manifeſte patet.

Eucli. Ex Zamb. *Theorema* 17. *Propoſitio* 26.

26 Si bina triangula duos angulos duobus angulis alterum alteri æquales habuerint, unumq; latus uni lateri æquale, aut quod æquis adiacet angulis, aut quod ab uno æqualium angulorum ſubtenditur, reliqua quoq; latera reliquis lateribus æqualia alterum alteri, & reliquum angulum reliquo angulo æqualem habebunt.

THEON ex Zamb. *Sint bina triangula α β γ, δ ε ζ: duos angulos, hoc eſt, α β γ & β γ α æquales habentia duobus angulis, hoc eſt δ ε ζ & ε ζ δ, alterum alteri, hoc eſt angulum α β γ, angulo δ ε ζ, & angulum: β γ α angulo ε ζ δ, unumq; latus uni lateri æquum: & primum id quod æquis adiacet angulis, hoc eſt latus β γ lateri ε ζ. Aio quod & reliqua latera reliquis lateribus æqualia habebunt: alterum alteri, hoc eſt latus α β, lateri δ ε, & latus α γ, lateri δ ζ: & reliquum angulum reliquo angulo æqualem, hoc eſt β α γ ipſi ε δ ζ. Si enim α β ipſi δ ε eſt non æqualis, earum altera maior eſt: eſto maior α β, & collocetur (per 3 propoſitionem) ipſi δ ε æqualis linea α η, & connectatur η γ. Quoniam igitur α η æqualis eſt ipſi δ ε, & β γ ipſi ε ζ: duæ igitur lineæ α η & β γ, duabus δ ε & ε ζ, altera alteri ſunt æquales: & angulus α β γ, angulo δ ε ζ æquus eſt: baſis igitur α γ (per 4 propoſitionem) baſi δ ζ eſt æqualis, & triangulũ α η β triãgulo δ ε ζ æquũ eſt: & reliqui anguli reliquis angulis erunt æquales, ſub quibus æqualia latera ſubtenduntur: æqualis igitur eſt angulus α γ β, angulo δ ζ ε. Sed angulus δ ζ ε ipſi β γ α ſupponitur æqualis: angulus igitur β γ α (per primam cõmunem ſententiam) angulo β γ α eſt æqualis, minor maiori. Quod eſt impoſsibile. Inæqualis igitur nõ eſt α β, ipſi δ γ, æqualis igitur. Eſt autem & β γ, ipſi ε ζ æqualis: duæ iam α β & β γ,*

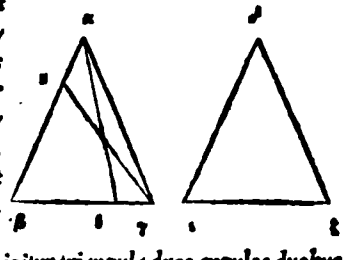


mutuo ponuntur, ſic.

duabus δ ε & ε ζ ſunt altera alteri æquales: & angulus qui ſub α β γ, angulo qui ſub δ ε ζ eſt æqualis. Baſis igitur α γ (per 4 propoſitionem) baſi δ ζ eſt æqualis: & reliquus angulus β α γ, reliquo angulo ε δ ζ eſt æqualis.

Rurſus

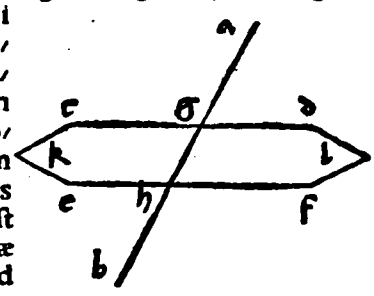
Rurſus ſint ad angulos æquos latera ſubtenſa, æqualia, ſintq; α β & ♪ ι. Dico rurſus quod reliqua latera reliquis lateribus æqualia erunt, hoc eſt latus α γ lateri ♪ ξ, & latus β γ lateri ♪ ξ: & inſuper reliquus angulus β α γ, reliquo angulo ι ♪ ξ æqualis erit. Si enim β γ ipſi ι ξ æquale non eſt, alterum eorum maius erit: ſit igitur (ſi poßibile eſt) maius latus β γ: & ponatur (per 3 propoſitionem) ipſi ι ξ æqualis linea β θ: & connectatur (per 1 poſtulatum) α θ. Et quoniam æqualis eſt β θ ipſi ι ξ, & α β ipſi ♪ ι: duæ igitur α β & β θ, duabus ♪ ι & ι ξ ſunt æquales altera alteri, & angulos æquos continent. Baſis igitur α θ, (per 4 propoſitionem) baſi ♪ ξ eſt æqualis: & triangulum α β θ, triangulo ♪ ι ξ eſt æquale: & reliqui anguli reliquis angulis ſunt æquales, ſub quibus æqualia ſubtenduntur latera: angulus igitur β θ α, angulo ι ξ ♪ eſt æqualis. Sed angulus ι ξ ♪, angulo β γ α eſt æqualis. Angulus igitur β θ α, angulo β γ α eſt æqualis: trianguli igitur α θ γ angulus exterior β θ α, interiori angulo β γ α eſt æqualis & oppoſito: quod (per 16 propoſitionem) eſt impoßibile. Latus igitur ι ξ, ipſi β γ inæquale nō eſt, æquale igitur. Eſt autem α β, ipſi ♪ ι æqualis: duæ igitur α β & β γ, duabus ♪ ι & ι ξ ſunt æquales altera alteri, & angulos æquos continent. Baſis igitur α γ (per 4 propoſitionem) baſi ♪ ξ eſt æqualis: & triangulum α β γ, triangulo ♪ ι ξ eſt æquale: & reliquus angulus β α γ, reliquo angulo ι ♪ ξ eſt æqualis. Si duo igitur triangula duos angulos duobus angulis, & quæ ſequuntur reliqua ut in theoremate, quod oſtendere oportebat.



Eucli. ex Camp. Propoſitio 27.

SI recta linea ſuper duas lineas rectas ceciderit, duoſq; angulos coalternos ſibi inuicem æquales fecerit, illæ duæ lineæ erunt æquidiſtantes. 27

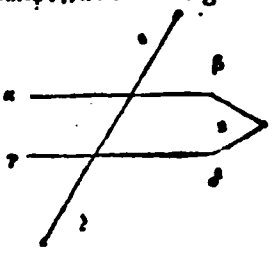
CAMPANVS. Sit ut linea a b cadat ſuper duas lineas c d, e f, & ſecet lineam c d in puncto g, & lineam e f in puncto h: ſitq; angulus d g h æqualis angulo e h g: dico quod lineæ c d & e f, ſunt æquidiſtantes. Si enim non, concurrant aut ad partem c, e, ſuper punctum k, aut ad partem d, f, ſuper punctum l: & qualitercunq; fuerit, accidet impoſſibile, per 16, uidelicet, angulum extrinſecum, eſſe æqualem intrinſeco & oppoſito: nam unus dictorum angulorum coalternorum qui poſiti ſunt æquales, erit extrinſecus, & reliquus intrinſecus & oppoſitus. Quia igitur impoſſibile eſt eas cōcurrere, in alterutram partem protractas, ipſæ per ultimam diffinitionē erunt æquidiſtantes, quod eſt propoſitum.



Eucli. ex Zamb. Theorema 18. Propoſitio 27.

Si in binas rectas lineas recta incidens linea, alternatim angulos æquos adinuicem fecerit, parallelæ adinuicem ipſæ rectæ lineæ erunt. 27

THEON ex Zamberto. In binas enim rectas lineas α β, γ ♪ recta incidens linea ι ξ, alternatim angulos α ι ξ & ι ξ ♪ æquales adinuicem efficiat, dico quod parallelus eſt α β, ipſi γ ♪. Si autem non, productæ concurrunt aut ad partes β, ♪ aut ad α, γ: producantur igitur & concurrant ad partes β, ♪, in ſigno ν, ſi eſt poßibile. Trianguli ergo ν ι ξ, angulus α ι ξ exterior, æqualis eſt angulo ι ξ ν interiore & oppoſito: quod (per 16 propoſitionem) eſt impoßibile. Igitur α β & γ ♪ productæ, ad partes β, ♪, minime concurrunt: ſimiliter quoq; oſtendetur, quod neq; ad partes α, γ. Quæ autem in nulla parte concurrunt, parallelæ ſunt (per ultimam diffinitionem.) Parallelus igitur eſt α β, ipſi γ ♪. Si in binas igitur rectas lineas & quæ ſequuntur reliqua ut in theoremate. Quod erat oſtendendum.



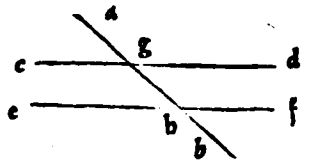
Eucli. ex Camp. Propoſitio 28.

SI linea recta duabus lineis rectis ſuperuenerit, fueritq; angulus eius intrinſecus angulo extrinſeco ſibi oppoſito æqualis, aut duo anguli intrinſeci ex una parte duobus angulis rectis æquales, illæ duæ lineæ æquidiſtantes erunt. 28

CAMPANVS. Sit ut linea a b, ſecet duas lineas c d & e f, in punctis g & h: ſitq; angu

lus g

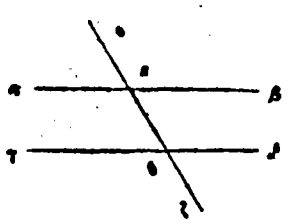
lus g extrinſecus,æqualis angulo h intrinſeco ex eadem parte ſumpto,aut duo anguli g & h intrinſeci ex eadem parte ſumpti, ſint æquales duobus angulis rectis. Dico q duæ lineæ c d & e f ſunt æquidiſtantes. Sit ergo primo angulus d g a, æqualis angulo f h g:erit quoq; per 15 propoſitionẽ angulus c g h, æqualis eidem angulo f h g, quare per præmiſſam,c d & e f, ſunt æquidiſtantes. Sint rurſus duo anguli d g h & f h g, æquales duobus rectis: & quia per 13 propoſitionẽ duo anguli d g h & c g h ſunt ſimiliter æquales duobus rectis, erit angulus c g h æqualis angulo f h g, quare per præmiſſam c d & e f,erunt æquidiſtantes, quod eſt propoſitum.



Eucli. ex Zamb. Theorema 19. Propoſitio 28.

28 Si in binas rectas lineas recta incidens linea, exteriorẽ angulũ interiori & oppoſito ad eaſdem partes æqualẽ fecerit, aut interiores & ad eaſdẽ partes duobus rectis æquales, parallelæ erunt adinuicem ipſæ rectæ lineæ.

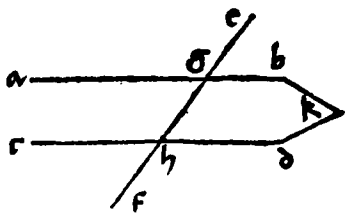
THEON ex Zamb. *In binas enim rectas lineas α β & γ δ, recta linea incidens ε ζ, angulum exteriorem ε α ϑ, angulo interiori α ϑ δ & oppoſito, æqualem efficiat, aut interiores & ad eaſdem partes, hoc eſt β α ϑ, α ϑ δ, duobus rectis æquales. Dico quod parallelus eſt α β, ipſi γ δ. Quoniam angulus ε α ϑ (per hypotheſin) æqualis eſt angulo α ϑ δ, & angulus ε α ϑ (per 15) æqualis eſt angulo α α ϑ: angulus igitur α α ϑ æqualis eſt angulo α ϑ δ, & ſunt alterni, (per 27 propoſitionem) parallelus eſt igitur α β ipſi γ δ. Rurſus quoniã anguli β α ϑ & α ϑ δ (per hypotheſin) duobus rectis ſunt æquales, & anguli α α ϑ & β α ϑ (per 13 propoſitionem) duobus rectis ſunt æquales: anguli ergo α α ϑ & β α ϑ, angulis β α ϑ & α ϑ δ ſunt æquales. Cõmunis auferatur angulus β α ϑ: reliquus igitur α α ϑ, reliquo α ϑ δ eſt æqualis, & ſunt alterni. Parallelus igitur eſt α β, ipſi γ δ. Si recta igitur linea in duas incidens, & quæ ſequuntur reliqua, quod oſtendendum fuerat.*



Eucli. ex Camp. Propoſitio 29.

29 SI duabus lineis æquidiſtantibus linea ſuperuenerit, duo anguli coalterni æquales erunt, angulusq; extrinſecus angulo intrinſeco ſibi oppoſito æqualis,itemq; duo anguli intrinſeci ex alterutra parte conſtituti duobus rectis angulis æquales.

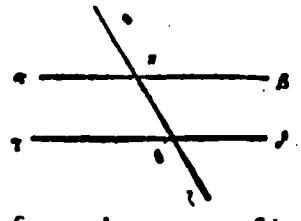
CAMPANVS. Sint duæ lineæ a b & c d æquidiſtantes: ſuper quas cadat linea e f, ſecans eas in punctis g & h,dico q anguli g & h coalterni ſunt æquales,& quod angulus g extrinſecus eſt æqualis angulo h intrinſeco ſibi oppoſito ex eadem parte ſumpto, & q̃d anguli g & h intrinſeci ex eadem parte ſumpti ſunt æquales duobus rectis. Et hæc eſt conuerſa duarum præcedentium. Primum ſic patet. Si enim angulus b g h non eſt æqualis angulo c h g,alter eorum erit maior, ſit ergo maior angulus c h g,& quia duo anguli c h g & g h d ſunt æquales duobus rectis, ergo per 13 propoſitionem erunt duo anguli b g h & d h g minores duobus rectis, ergo per quartam petitionem, duæ lineæ a b & c d ſi protrahantur, concurrent in parte b & d, ad punctum aliquem,ut ad k:non ergo ſunt æquidiſtantes per ultimam diffinitionẽ, quod eſt contra hypotheſin, & quia hoc eſt impoſſibile, erunt duo anguli coalterni b g h & c h g æquales,quod eſt primum propoſitũ. Ex hoc patet ſecundum. Eſt enim per 15 propoſitionẽ angulus b g h æqualis angulo a g e, ergo angulus a g e,erit æqualis angulo c h g,extrinſecus,uidelicet,intrinſeco,quod eſt ſecundum propoſitũ. Ex hoc rurſus patet tertium. Sunt enim per 13 propoſitionẽ duo anguli a g e & a g h,æquales duobus rectis,ergo duo anguli a g h & c h g,erunt etiam æquales duobus rectis,qui ſunt duo intrinſeci ex eadem parte ſumpti,quod eſt 3 propoſitum.



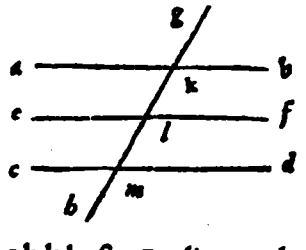
Eucli. ex Zamb. Theorema 20. Propoſitio 29.

29 In parallelos rectas lineas recta incidens linea,& alternatim angulos ad inuicem æquales,& exteriorẽ interiori & oppoſito & ad eaſdẽ partes æqualem,& interiores & ad eaſdem partes duobus rectis æquales efficit.

THEON ex Zamb. In parallelos enim rectas lineas α β & γ δ, recta incidat linea ε ζ. Dico quod & alternos angulos α η θ & η θ δ æquos efficit, & exteriorẽ angulum ε η β interiori & oppoſito & ad caſdem partes, hoc eſt ipſi η θ δ æqualem, & interiores & ad caſdem partes, hoc eſt β η θ & η θ δ duobus rectis æquales. Si enim æqualis nõ eſt α η θ ipſi η θ δ, alter eorũ maior eſt. Sit maior α η θ. Quoniam igitur α η θ, maior eſt ipſo η θ δ, cõmunis ponatur angulus β η θ: anguli ergo α η θ & β η θ, maiores ſunt ipſis β η θ & η θ δ. Sed anguli α η θ & η θ β (per 13 propoſitionẽ) duobus rectis ſunt æquales: anguli igitur β η θ & η θ δ duobus rectis ſunt minores: quæ autem à minoribus duobus rectis producũtur in infinitũ, concurrunt (per 1 poſtulatũ.) Rectæ igitur lineæ α β & γ δ, in infinitũ productæ, concurrũt: non concurrunt autem, quoniam paralleli, per hypotheſin. Angulus igitur α η θ, angulo η θ δ inæqualis nõ eſt: æqualis igitur. Sed angulus α η θ, angulo ε η C (per 15 propoſitionẽ) eſt æqualis: angulus igitur ε η β (per 1 cõmunem ſententiam) angulo η θ δ eſt æqualis, cõmunis ponatur β η θ, anguli ε η β & β η θ igitur, angulis C η θ & η θ δ ſunt æquales. Sed anguli ε η β & β η θ, duobus rectis ſunt æquales (per 13 propoſitionem) & anguli β η θ & η θ δ, duobus rectis ſunt æquales. In parallelos igitur rectas lineas & quæ ſequuntur reliqua. Quod oſtendere oportebat. Eucli. ex Camp. Propoſitio 30.

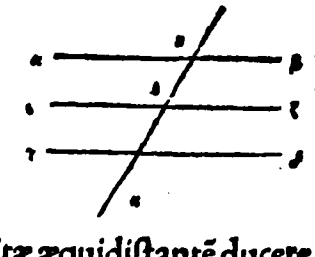


30 SI fuerint duæ lineæ uni æquidiſtantes, eædem ſibi inuicem æquidiſtantes erunt. CAMPANVS. Sint duæ lineæ a b & c d, quarum utraq; æquidiſtet lineæ e f. Dico illas duas, uidelicet, a b & c d, eſſe æquidiſtantes. Hoc autem eſt uniuerſaliter uerum, ſiue duæ lineæ a b & c d ſint in una ſuperficie cum linea e f, ſiue non: hic tamen non intelligitur, niſi ſecũdum quod omnes ſunt in ſuperficie una, ſecundum enim quod ſunt in diuerſis ſuperficiebus, probatur in 9 undecimi libri, quod ſunt æquidiſtantes. Sint ergo omnes in ſuperficie una: protraham autem lineam g h, ſecantẽ lineas a b, e f, & c d, in punctis k, l, m. Et quia a b æquidiſtat e f, erit angulus b k l æqualis angulo e l k per primã partẽ præcedentis, cum illi ſint coalterni: at quia c d æquidiſtat e f, erit angulus k l e extrinſecus æqualis angulo l m c intrinſeco, per ſecundã partem præcedentis, ergo angulus b k l, eſt æqualis angulo c m l, qui cum ſint coalterni, erunt per 27, lineæ a b & c d æquidiſtantes. Quod eſt propoſitum. Eucli. ex Zamb. Theorema 21. Propoſitio 30.

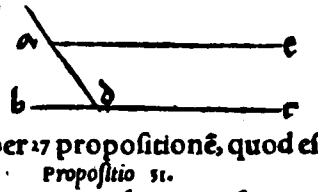


30 Quæ eidem rectæ lineæ paralleli, & adinuicem ſunt paralleli.

THEON ex Zamb. Sint α β & γ δ, ipſi ε ζ paralleli, dico quod α β, ipſi γ δ eſt parallelus. Incidat enim in eas recta linea η θ κ, & quoniã in parallelos rectas lineas α β & ε ζ, recta linea η θ κ incidit: æqualis eſt igitur angulus α η θ ipſi η θ ζ (per 29 propoſitionẽ.) Rurſus quoniã in parallelos rectas lineas ε ζ & γ δ recta linea κ κ incidit, (per eandẽ) æqualis eſt angulus κ θ ζ, ipſi κ κ δ: patuit autẽ quòd α κ θ ipſi κ θ ζ eſt æqualis, & quod κ κ δ æqualis eſt ipſi κ θ ζ, & α κ κ igitur, ipſi κ κ δ eſt æqualis, & ſunt alterni: parallelus igitur eſt α β ipſi γ δ. Quod oſtendendũ erat. Eucli. ex Camp. Propoſitio 31.

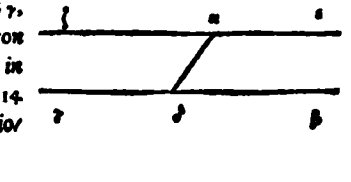


31 A Puncto extra lineam dato, lineæ propoſitæ æquidiſtantẽ ducere. CAMPANVS. Punctus extra lineã datus intelligitur, cum linea utrinq; protracta, per ipſum non tranſit. Sit ergo punctus a, datus extra lineã b c, ab eodem pũcto a, à quo oportet protrahere lineã æquidiſtantẽ ipſi b c, protraho lineam a d lineæ b c ſuperſtantem qualitercũq; contingat, & ſuper punctũ a qui eſt extremitas lineæ a d, conſtituo angulum e a d per doctrinã 23 propoſitionis, æqualem angulo b d a ſibi coalterno, eritq; a e æquidiſtans b c per 27 propoſitionẽ, quod eſt propoſitũ. Eucli. ex Zamb. Problema 10. Propoſitio 31.

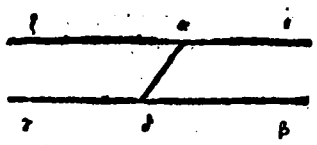


31 Per datum ſignum, datæ rectæ lineæ parallelum rectam lineam ducere.

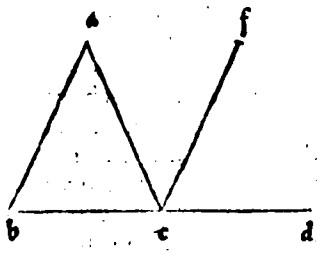
THEON ex Zamb. Sit quidem datum ſignũ α, data uero recta linea ſit β γ. Oportet iam per datum ſignũ α, ipſi β γ rectæ lineæ, parallelũ rectam lineã ducere. Suſcipiatur in ipſa β γ, contingens ſignum, ſitq; illud δ, & connectatur (per 1 poſtulatũ) α δ, & conſtituatur (per 23 propoſitionẽ) ad datam rectam lineam α δ, ad datumq; in ea ſignũ α, dato angulo α δ γ, æqualis angulo δ α ε, & producatur (per 14 propoſitio/



propoſitionẽ) in rectã ipſi α ι, linea α ξ. Et quoniã in rectas lineas β γ & ι ξ, recta linea incidens α δ, alternos angulos ι α δ & α δ γ æquales adiniuicẽ fecit, parallelus eſt igitur ι ξ ipſi β γ (per 27 propoſitionẽ.) Per datum ergo ſignum α, datæ rectæ lineæ β γ parallelus recta linea ι α ξ ducta eſt, quod fecisse oportuit. Eucli. ex Camp. Propoſitio 32.

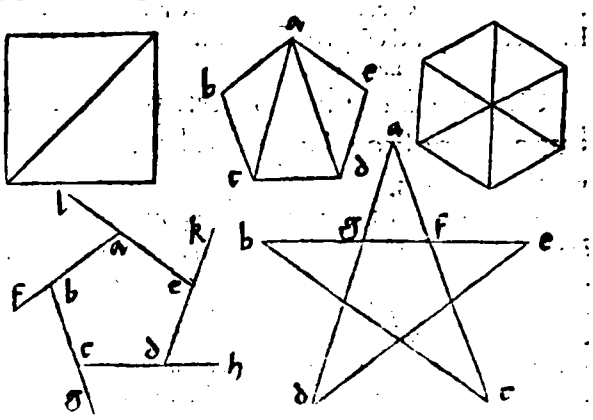


32 OMnis trianguli angulus extrinſecus, duobus intrinſecis ſibi oppoſitis eſt æqualis. Omnes autem tres angulos eius, duobus rectis angulis æquos eſſe neceſſe eſt.

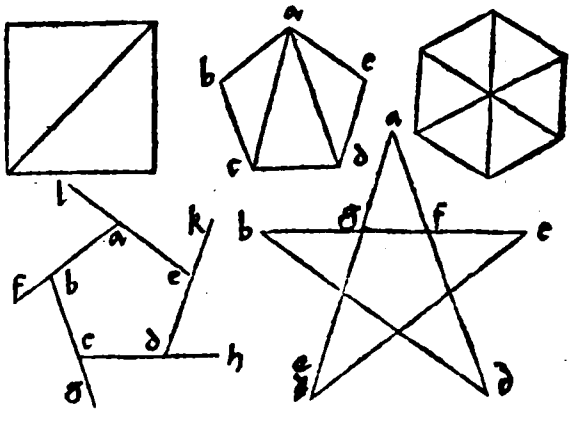


CAMPANVS. Sit triãgulus a b c, cuius latus b c protrahatur uſq; ad d, dico quod angulus c extrinſecus, eſt æqualis duobus angulis a & b intrinſecis ſibi oppoſitis ſimul iunctis: & q; tres anguli triãguli a b c ſimul iuncti, ſunt æquales duobus rectis. A pũcto c protrahã c f æqui diſtantẽ a b, ſecũdum doctrinã præcedentis, eritq; angulus f c a æqualis angulo a, quia ſunt coalterni per primã partem 29 ppoſitionis, & angulus f c d extrinſecus, æqualis angulo b intrinſeco per ſecundã partem eiuſdem, quare totus a c d extrinſecus, eſt æqualis duobus angulis a & b intrinſecis ſibi oppoſitis, quod eſt primũ. Et quia duo anguli a c b & a c d ſunt æquales duobus rectis per 13 propoſitionẽ, erunt tres anguli a, b, & c intrinſeci æquales duobus rectis, quod eſt ſecundum propoſitum.

CAMPANI additio. Ex hac autẽ patet, quod omnis figuræ polygoniæ omnes anguli ſimul ſumpti tot rectis angulis ſunt æquales, quotus eſt numerus quo à prima deſtiterit, duplicatus. Verbi gratia, polygoniarũ figurarum, eſt triangula prima, quia ſi eſſet duarum linearũ, cum figura ſit clauſio linearũ, tunc duæ lineæ rectæ includerent ſuperficiem, quod eſt impoſſibile per ultimã petitionẽ. Quadrilatera, ſecunda, pentagona, tertia. Similiter autem quælibet tota erit in ordine, quotus erit numerus laterũ aut angulorũ eius, inde dempto binario. Dico ergo q; triãgulæ (quæ eſt prima) omnes anguli ſunt æquales duobus rectis, quadrilateræ (quæ eſt ſecũda) erũt æquales quatuor rectis: & pentagonæ (quæ eſt tertia) erunt æquales ſex rectis. Hoc autẽ inde manifeſtum eſt, quoniam cum quælibet talis figura ſit in tot triãgulos reſolubilis, quota ipſa fuerit a prima ductis rectis lineis à quouis angulorũ eius ad omnes angulos oppoſitos, ſintq; omẽs anguli omnis trianguli duobus rectis æquales, erunt omnis lateratæ figuræ omnes anguli bis tot rectis æquales, quota ipſa fuerit à prima, quod eſt propoſitũ. Sit enim exempli gratia, pentagonus a b c d e, à cuius angulo a, ducam lineas ad angulos c, d, ipſi oppoſitos, erit totus pentagonus reſolutus in tres triangulos a b c, a c d, & a d e, quorum cum cuiuſlibet ſint anguli æquales duobus rectis, erunt pentagoni anguli æquales ſex rectis, quod eſt duplum eius numeri quo à prima diſtat, ſiue duplum numeri angulorũ aut laterum eius, inde dempto binario. Poſſumus quoq; & ſic idem proponere, dicẽtes quod omnis figuræ polygoniæ omnes anguli pariter accepti ſunt tot rectis angulis æquales, quantus eſt numerus quem eius anguli duplicãt, inde demptis quatuor: punctо enim quouis intra figuram ſignato, & ab eo ad ſingulos angulos lineis protractis, erit ipſa figura in tot triangulos reſoluta quoti fuerint eius anguli, ideoq; omnes anguli omniũ illorũ triangulorũ pariter accepti, tot rectis angulis erunt æquales, quantus eſt numerus quem duplicãt anguli propoſitæ figuræ. Cum itaq; ſint omnes anguli triangulorũ in quos ipſa reſoluta eſt, punctum medium circunſtantes, quatuor rectis æquales per 13 propoſitionẽ, manifeſtum conſtat propoſitũ. Similiter quoq; patet, quod omnis figuræ polygoniæ anguli omnes extrinſeci, quatuor rectis angulis ſunt



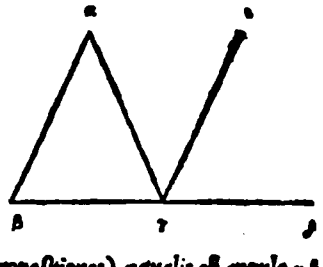
æquales: ſunt enim intrinſeci & extrinſeci bis tot rectis æquales, quot habuerit angulos, per 13 propoſitionem. Intrinſeci autem ſunt bis tot rectis æquales, quot habuerit angulos demptis inde quatuor: ergo extrinſeci ſunt quatuor rectis æquales, quod eſt propoſitum. Exempli gratia, propoſiti pentagoni latera protrahantur, ut fiãt anguli extrinſeci, a b quidem protrahatur uſq; ad f, b c uſq; ad g, c d uſq; ad h, d e uſq; ad k, e a uſq; ad l: eruntq; per 13 propoſitionẽ duo anguli, a intrinſecus & a extrinſecus, æquales duobus rectis: eadem autem ratione, duo anguli b intrinſecus & b extrinſecus: ſic & cæteri: quare a, b, c, d, e, anguli intrinſeci & extrinſeci, decem rectis æquantur, demptis igitur intrinſecis qui ſunt æquales ſex rectis, erunt extrinſeci, uidelicet, b a l, c b f, d c g, e d h, & a e k, æquales quatuor rectis.



Patet etiam quod omnis pentagonus cuius unũquodq; latus duo ſecat ex reliquis habet quinq; angulos duobus rectis æquales. Sit qualis proponitur pentagonus a b c d e, & ſecet latus a c, latus b e in puncto g, & latus a d idem latus b e in puncto f, erit angulus a f g æqualis duobus angulis b & d, cum ſit extrinſecus ad ipſos in tranigulo f d b. Itemq; angulus f g a erit æqualis duobus angulis c & e, cum ſit extrinſecus ad ipſos in triangulo g c e, ſed duo anguli a f g & f g a cum angulo a, ſunt æquales duobus rectis: ergo quatuor anguli b d & c e, ſunt cum angulo a æquales duobus rectis, quod eſt propoſitum.

Eucli. ex Zamb. Theorema 22. Propoſitio 32.

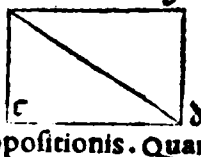
32 **Omnis trianguli uno latere producto, exterior angulus binis interioribus ex oppoſito eſt æqualis. Et trianguli tres interiores anguli, binis ſunt rectis æquales.**



THEON ex Zamb. *Sit triangulũ α β γ, & producatur unum illius latus (ſitq; β γ) uſq; in δ. Dico quod exterior angulus α γ δ, ipſis γ α β & α β γ duobus interioribus ex oppoſito, eſt æqualis, & trianguli tres anguli interiores, hoc eſt α β γ, β γ α, & γ α β, duobus rectis ſunt æquales. Excitetur enim (per præcedentem) per ſignum γ, ipſi α β rectæ lineæ parallelus γ ε. Et quoniam parallelus eſt α β ipſi γ ε, & in ipſas incidit linea α γ, alterni anguli β α γ & α γ ε, æquales ſunt adinuicem. Rurſus quoniam parallelus eſt α β ipſi γ ε, & in eas incidit recta linea β δ, exterior angulus ε γ δ, (per uiceſimamſeptimam, uiceſimamoctauam, & uiceſimamnonam propoſitiones) æqualis eſt angulo α β γ interiori & oppoſito: patuit autem quod α γ ε ipſi β α γ eſt æqualis. Totus igitur exterior angulus α γ δ, æqualis eſt duobus interioribus & oppoſitis, hoc eſt ipſis β α γ & α β γ. Communis ponatur, α γ β angulus: igitur α γ δ & α γ β, tribus angulis α β γ, β γ α & β α γ, ſunt æquales. Sed α γ δ & α γ β, duobus rectis (per 13 propoſitionem) ſunt æquales, anguli α γ β & γ α β & γ β α igitur duobus rectis ſunt æquales. Omnis igitur trianguli & quæ ſequuntur reliqua ut in theoremate. Quod oportuit oſtendere.*

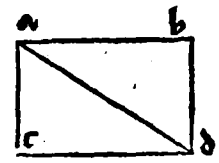
Eucli. ex Camp. Propoſitio 33.

33 **Si in ſummitatibus duarum linearum æquidiſtantium & æqualis quantitatis, aliæ duæ lineæ coniungantur, ipſæ quoq; æquales & æquidiſtantes erunt.**



CAMPANVS. Sint duæ lineæ a b & c d, æquales & æquidiſtantes, quarum extremitates coniungam per lineas a c & b d. Quas dico eſſe æquales & æquidiſtantes: protraham enim lineam a d. Et quia lineæ a b & c d ſunt æquidiſtantes, erit angulus b a d æqualis angulo a d c, per primam partem uiceſimænonæ propoſitionis. Quare erunt duo latera a b & a d trianguli a b d, æqualia duobus lateribus d c & d a trianguli d c a, & angulus a primi, æqualis angulo d ſecundi, ergo per quartam propoſitionem baſis

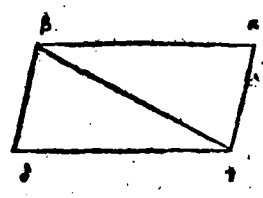
nem baſis b d primi, eſt æqualis baſi a c ſecundi, & anguli a d b primi, æqualis angulo d a c ſecundi. At quia ipſi anguli a d b & d a c ſunt coalterni, erunt lineæ b d & a c æquidiſtantes, per uiceſimam ſeptimam. Et quia prius probatum eſt ipſas eſſe æquales, patet propoſitum utrumque.



Eucli. ex Zamb. Theorema 29. Propoſitio 33.

33 Aequas & parallelos ad eaſdem partes, rectæ lineæ cõiungentes, & ipſæ æquales & parallelæ ſunt.

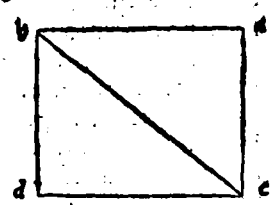
THEON ex Zamb. *Sint æquales rectæ lineæ & paralleli, α β, & γ δ, & ipſas coniungant ad eaſdem partes, rectæ lineæ α γ & β δ, dico quod α γ & β δ, æquales & paralleli ſunt. Connectatur enim (per primum poſtulatum) β γ. Quoniam parallelus eſt α β ipſi γ δ, & in eas incidit β γ, alterni anguli α β γ & β γ δ adinuicem ſunt æquales, (per uiceſimamnonam propoſitionem.) Et quoniam æqualis eſt α β ipſi γ δ, communis autem β γ, duæ igitur α β & β γ, duabus β γ & γ δ ſunt æquales, & angulus α β γ, angulo β γ δ eſt æqualis. Baſis igitur β δ (per quartam propoſitionẽ) baſi α γ eſt æqualis, & triangulum α β γ, triangulo (ei quod ſub) β γ δ, æquum eſt, & reliqui anguli reliquis angulis ſunt æquales alter alteri, ſub quibus æqualia latera ſubtenduntur. Angulus igitur α γ β, æqualis eſt ei qui ſub γ β δ, & angulus β α γ, ei qui ſub β δ γ. Et quoniam in duas rectas lineas α γ & β δ, recta linea incidit β γ, alternos angulos, hoc eſt α γ β & γ β δ æquales adinuicem efficiens, parallelus igitur eſt α γ ipſi β δ, (per uiceſimamſeptimam propoſitionem.) Oſtenſum autem eſt, quod & ei æqualis eſt. Aequales igitur & parallelos ad eaſdem partes coniungentes lineæ rectæ, & ipſæ æquales & paralleli ſunt. Quod oportuit demonſtraſſe.*



Eucli. ex Camp. Propoſitio 34.

43  Mnis ſuperficies æquidiſtantibus contenta lateribus, lineas atque angulos ex aduerſo collocatos habet æquales, diametro diuidente eam per medium.

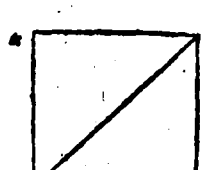
CAMPANVS. *Sit ſuperficies a b c d æquidiſtantiũ laterum, ita quod linea a b æquidiſtet c d, & a c ipſi b d. Dico duas lineas a b & c d, item duas lineas a c & b d. eſſe æquales: ſimiliter dico angulum a eſſe æqualem angulo d, & angulũ b angulo c. Protraham diametrũ a d, quæ etiam diuidet ſuperficiem illam per medium. Cum a b & c d ſint æquidiſtantes, erunt anguli b a d & c d a, qui ſunt coalterni, æquales per uiceſimamnonam. At quia etiam a c & d b ſunt æquidiſtantes, erunt anguli c a d & b d a, qui ſunt coalterni æquales per eandem. Intelligo enim duos triangulos a d b & d a c, & quia duo anguli a & d trianguli a d b, ſunt æquales duobus angulis d & a trianguli d a c, & latus a d ſuper quod iacent illi anguli in utroq; triangulo, eſt commune, erit per uiceſimamſextam propoſitionem latus a b æquale lateri c d, & latus a c lateri b d, & angulus b angulo c. Et quia angulum a totalem patet eſſe æqualem angulo d totali per ſecundam communem animi conceptionem, totum propoſitum cum correlario liquet.*



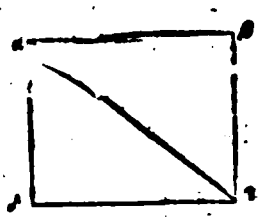
Eucli. ex Zamb. Theorema 24. Propoſitio 34.

34 Parallelogrammorũ * locorum latera quæ ex oppoſito, & anguli, æqualia ſunt adinuicem, & dimetiens ea bifariam ſecat. * κωρίων

THEON ex Zamber. *Sit parallelogrammus locus α γ δ β, dimetiens autẽ illius eſto β γ. Dico quod parallelogrammi α γ δ β latera & anguli ex oppoſito, adinuicem ſunt æqualia, & illud β γ dimetiens bifariam ſecat. Quoniam enim parallelus eſt α β ipſi γ δ, & in eas incidit recta linea β γ (per 29 propoſitionem) alterni anguli α β γ & β γ δ ſunt adinuicem æquales. Rurſus quoniam parallelus eſt α γ ipſi β δ, & in eas incidit recta linea β γ, anguli alterni, hoc eſt α γ β & γ β δ æquales ſunt adinuicem. Bina igitur triangula ſunt α β γ & β γ δ, duos angulos qui ſub α β γ & α γ β, duobus angulis β γ δ & γ β δ æquales habentia alterum alteri & unum latus uni lateri æquale ad angulos æquos, & commune eorum β γ, & reliqua latera igitur (per 26 propoſitionem) reliquis lateribus æqualia erunt alterum alteri, & reliquus angulus reliquo angulo æqualis: latus igitur α β eſt æquale lateri γ β, & α γ ipſi β δ, & angulus α, angulo β δ γ eſt æqualis. Et quoniam angulus α β γ æqualis eſt angulo β γ δ, & angulus γ β δ ei qui ſub α γ β,*



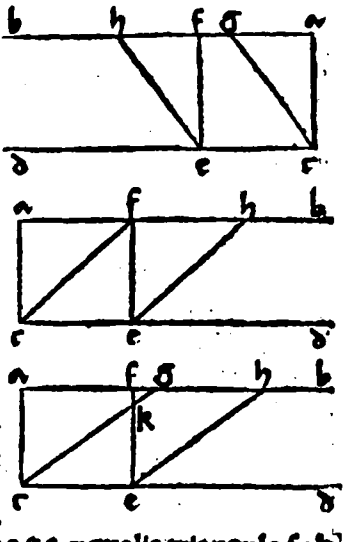
totus igitur angulus α β δ toti angulo α γ δ, (per 2 cõmunem ſententiam) eſt æqualis. Oſtenſum eſt autem, quod angulus β α γ angulo γ δ β eſt æqualis. Parallelogrammum igitur * locorum anguli & latera ex oppoſito, adinuicem ſunt æqualia. Dico etiam, quod dimetiens ea bifariam ſecat. Quoniam enim α β æquum eſt ipſi γ δ, & β γ communis eſt, duæ igitur α β & β γ, duabus β γ & γ δ ſunt altera alteri æquales: & angulus α β γ angulo β γ δ eſt æqualis: baſis igitur α γ (per 4 propoſitionẽ) baſi β δ eſt æqualis, & triangulũ α β γ triangulo β γ δ eſt æquale. Dimetiens igitur β γ, bifariam ſecat pallelogrammum α β γ δ. Quod erat oſtendendum.



Eucli. ex Camp. Propoſitio 35.

35 Mnes ſuperficies æquidiſtantiũ laterum ſuper unam baſin atq; in eiſdem alternis lineis conſtitutæ, æquales eſſe probantur.

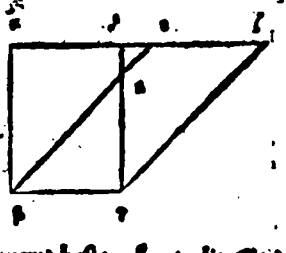
CAMPANVS. Sint duæ lineæ a b & c d æquidiſtantes, inter quas fiat a c f e ſuperficies æquidiſtantiũ laterum ſuper baſin c e, & ſuper eandem baſin, & inter eaſdem lineas fiat alia ſuperficies g c h e, ſimiliter æquidiſtantium laterum: dico duas prædictas ſuperficies, eſſe æquales. Quod ſic probatur. Aut enim linea c g ſecabit lineã a b in aliquo puncto lineæ a f, aut in puncto f, aut in aliquo puncto lineæ b f. Secet ergo primo in aliquo puncto lineæ a f, ut in prima figuratione apparet. Et quia utraq; duarum linearum a f & g h eſt æqualis lineæ c e per præcedentem, una earum erit æqualis alteri, dempta ergo linea f g communi, remanebit a g æqualis f h. Et quia per præcedentem iterum eſt a c æqualis f e, & angulus h f e angulo g a c per ſecũdam partem 29, uidelicet, extrinſecus intrinſeco, erit per 4 triãgulus a c g æqualis triangulo f e h. Ergo irregulari figura quadrilatera quæ eſt g c f e, addita utriq;, erit ſuperficies a c f e æqualis ſuperficiei g c h e, quod eſt propoſitum. Secet ſecundo modo linea c g lineam a b in puncto f, ut in ſecunda figuratione apparet, eruntq; ſimili argumentatione priori, duo trianguli a c f & f c h, æquales, quare utrobiq; addito triangulo f c e, patet propoſitum. Secet tertio modo linea c g lineam a b inter duo puncta, f, b, ut in tertia figuratione apparet, ſecabitq; lineam f e, ſit ut in puncto k, & quia ſimili argumẽtatione priori, linea a f eſt æqualis lineæ g h, facta communi linea g f, erit c g æqualis f h, & triangulus a g c, æqualis triangulo f e h. Addito ergo utrique, triangulo c k e, & detracto ab utroque triangulo f h g, erit ſuperficies a c f e æqualis ſuperficiei g c h e, quod eſt propoſitum.



Eucli. ex Zamb. Theorema 25. Propoſitio 35.

35 Parallelogramma in eadem baſi & in eiſdem parallelis exiſtentia, adinuicem ſunt æqualia.

THEON ex Zamb. Sint parallelogramma α β γ δ & ϛ β γ ζ, in eadem baſi exiſtentia, (hoc eſt) β γ, & in eiſdem parallelis (hoc eſt) α ζ & β γ. Dico quod parallelogrammum α β γ δ, æquale eſt parallelogrammo ϛ β γ ζ. Quoniam enim parallelogrammũ eſt α β γ δ, æqualis eſt α δ ipſi β γ (per 34 propoſitionem,) & id propterea etiam ϛ ζ ipſi β γ eſt æqualis: quare & α δ ipſi ϛ ζ eſt æqualis, & communis δ ϛ: tota igitur α ϛ, toti δ ζ eſt æqualis. At α β ipſi δ γ eſt æqualis, duæ igitur ϛ α & α β, duabus ζ δ & δ γ ſunt altera alteri æquales, & angulus ζ δ γ, angulo ϛ α β eſt æqualis, exterior interiori. Baſis igitur ϛ β, (per quartam propoſitionem) baſi ζ γ eſt æqualis, & triangulum ϛ α β, triangulo ζ δ γ eſt æquale. Cõmune auferatur triangulum δ ϰ ϛ, reliquum igitur trapezium α β ϰ δ, trapezio ϛ ϰ γ ζ eſt æquale. Commune autem ponatur triangulum ϰ β γ: totum igitur parallelogrammum α β γ δ, toti parallelogrãmo ϛ β γ ζ eſt æquale. Parallelogrãma igitur & quæ ſequuntur reliqua, quod oſtendere oportuit.

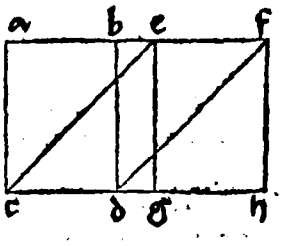


Eucli. ex Camp. Propoſitio 36.

36 Mnia parallelogramma in baſibus æqualibus atque in eiſdem lineis conſtituta, æqualia eſſe neceſſe eſt.

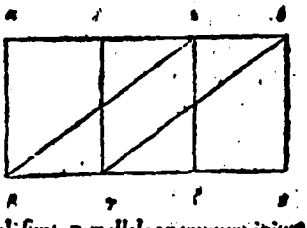
CAMPANVS. Parallelogrammum, dicitur ſuperficies æquidiſtantium

tium laterum. Sint duæ ſuperficies a b c d & e f g h, æquidiſtantium laterum, conſtitutæ inter duas lineas æquidiſtantes quæ ſunt a f & c h, & ſuper æquales baſes quæ ſunt c d & g h, dico eas eſſe æquales, nam protraham duas lineas c e & d f, eritq; per 33, ſuperficies c d e f, æquidiſtantium laterum, propter hoc quod e f eſt æqualis & æquidiſtans c d, nam utraque earum eſt æqualis g h. Quia ergo per præmiſſam utraq; duarum ſuperficierum a b c d & e f g h eſt æqualis ſuperficiei c d e f, ipſæ erunt ſibi inuicem æquales, quod eſt propoſitum.



Eucli. ex Zamb. Theorema 26. Propoſitio 36.

36 Parallelogramma in æqualibus baſibus & in eiſdem parallelis exiſtentia, adinuicem ſunt æqualia.

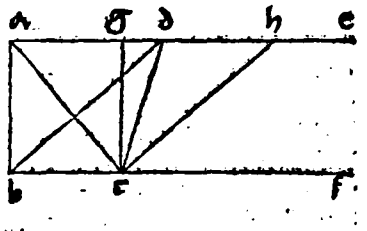


THEON ex Zamb. *Sint parallelogramma α β γ δ & ζ ϛ ε δ, in æqualibus baſibus conſtituta, hoc eſt β γ & ζ ϛ, & in eiſdem parallelis, hoc eſt α ε & β ϛ. Dico quod parallelogrammum α β γ δ eſt æquale parallelogrammo ε ζ ϛ δ. Connectantur enim β ε & γ δ. Quoniam æqualis eſt β γ ipſi ζ ϛ, ſed ζ ϛ æqualis eſt ipſi ε δ, & β γ igitur ipſi ε δ eſt æqualis: ſunt autem parallelæ, & coniungunt eas β ε & γ δ: æquales autem & parallelos, coniungentes lineæ, æquales & parallelæ ſunt (per 33 propoſitionem.) igitur ε β & γ δ, æquales & parallelæ ſunt. Parallelogrammum igitur eſt ε β γ δ, & eſt æquale parallelogrammo α β γ δ: baſin enim eandem habet, hoc eſt β γ, & in eiſdem eſt parallelis, hoc eſt β γ & ε δ: ac per hoc etiam ε ζ ϛ δ, ipſi ε β γ δ eſt æquale. Quare parallelogrammũ α β γ δ parallelogrammo ε ζ ϛ δ eſt æquale. Parallelogramma igitur & quæ ſequuntur reliqua ut theoremate. Quod erat oſtendendum.*

Eucli. ex Camp. Propoſitio 37.

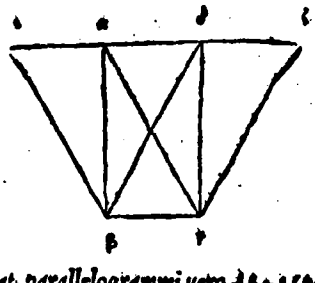
37 Æquales ſunt ſibi cuncti trianguli, qui ſuper eandem baſin, atq; inter duas lineas æquidiſtantes ſunt conſtituti.

CAMPANVS. Sint duo trianguli a b c & d b c, conſtituti ſuper baſin b c, inter duas lineas a e & b f, quæ ſint æquidiſtantes, dico eos eſſe æquales. Protraham enim c g æquidiſtantem a b, & c h æquidiſtantem d b per 31, eruntq; duæ ſuperficies a b c g & d b c h, æquales per 35. Et quia dicti trianguli ſunt earum dimidia per correlarium 34 propoſitionis, ipſi erunt æquales per cõmunem ſcientiam quæ eſt, quorum tota ſunt æqualia, & dimidia, ſicq; patet propoſitum.



Eucli. ex Zamb. Theorema 27. Propoſitio 37.

37 Triangula in eadem baſi & in eiſdem parallelis conſtituta, adinuicem ſunt æqualia.



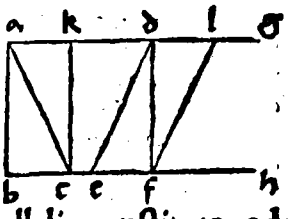
THEON ex Zamb. *Sint triangula α β γ & δ β γ, in eadem baſi β γ, & in eiſdem parallelis α δ & β γ conſtituta. Dico quod triangulum α β γ, eſt æquale triangulo δ β γ. Producatur (per 2 poſtulatum) α δ ex utraq; parte, in ε & ζ, & per β, ipſi γ α (per 31 propoſitionem) excitetur parallelus β ε, & per γ, ipſi β δ (per eandem) parallelus excitetur ε ζ. Parallelogrãma igitur ſunt ε β γ α & δ β γ ζ, & parallelogrammum ε β γ α, (per 35 propoſitionem) æquale eſt ipſi δ β γ ζ parallelogrammo: in eadem enim ſunt baſi β γ, & in eiſdem parallelis β γ & ε ζ. At parallelogrammi ε β γ α, triangulum α β γ, dimidium eſt (per 34 propoſitionem) nam α β dimetiens, illud bifariam ſecat, parallelogrammi uero δ β γ ζ (per eandem) triangulum δ β γ dimidium eſt, nam β γ dimetiens illud bifariam ſecat: at quæ æqualium ſunt dimidia, adinuicem ſunt æqualia (per ſeptimam cõmunem ſententiam:) triangulum igitur α β γ, triangulo δ β γ eſt æquale. Triangula igitur & quæ ſequuntur reliqua ut in theoremate, quod erat oſtendendum.*

Eucli. ex Camp. Propoſitio 38.

38 Si duo trianguli ſuper baſes æquales atq; inter duas lineas æquidiſtantes ceciderint, æquales eos eſſe neceſſe eſt.

CAMPANVS. Sint duo trianguli a b c & d e f, conſtituti ſuper baſes

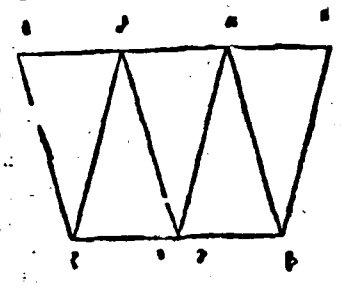
b c & e f æquales, & inter lineas a g & b h æquidiſtantes, dico eos eſſe æquales. Protraham enim c k æquidiſtantem a b, & f l æquidiſtantem e d, eruntq; duæ ſuperficies a b c k & d e f æquales per 36, & quia dicti trianguli ſunt earum dimidia per correlarium 34 propoſitionis, ipſi erunt æquales per antedictam communem ſcientiam.



Eucli. ex Zamb. Theorema 28. Propoſitio 38.

38 Triangula in æqualibus baſibus & in eiſdem parallelis conſtituta, adinuicem ſunt æqualia.

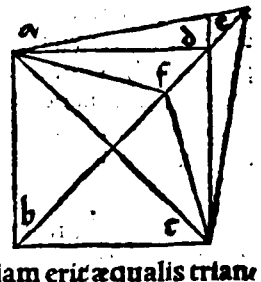
THEON ex Zamb. *Sint triangula α β γ & δ ε ζ, in æqualibus baſibus conſtituta, hoc eſt β γ & ε ζ, & in eiſdem parallelis, hoc eſt β ζ & α δ. Dico quod triangulum α β γ, æquum eſt triangulo δ ε ζ. Producatur enim (per ſecundum poſtulatum) α δ, ex utraq; parte in η, θ, & per β, ipſi γ α (per 31 propoſitionem) parallelus excitetur β η, & per ζ, ipſi δ ε parallelus excitetur ζ θ (per eandem.) Parallelogrammum igitur eſt, & η β γ α & δ ε ζ θ. At parallelogrammũ η β γ α, (per 36) æquum eſt ipſi δ ε ζ θ parallelogrammo: in æqualibus enim ſunt baſibus, hoc eſt β γ & ε ζ, & in eiſdem parallelis, hoc eſt β ζ & η θ. At parallelogrammi η β γ α (per 34 propoſitionem) triangulum α β γ, medietas eſt, α β enim dimetiens, illud bifariam ſecat: & triangulum δ ε ζ, parallelogrammi δ ε ζ θ, medietas eſt (per eandem), nam dimetiens ζ δ, illud ſecat bifariam. Æqualium uero ea quæ ſunt dimidium, ſibi inuicem ſunt æqualia, (per 7 cõmunem ſententiam.) Triangulum igitur α β γ, triangulo δ ε ζ eſt æquale. Triangula igitur in æqualibus baſibus & in eiſdem parallelis conſtituta, ſibi inuicem ſunt æqualia. Quod oportuit demonſtraſſe.*



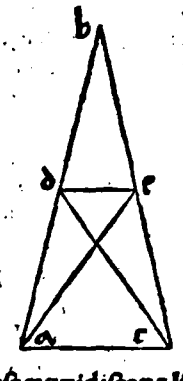
Eucli. ex Camp. Propoſitio 39.

39 Mnes duo trianguli æquales, ſi in eandem baſin & ex eadem parte ceciderint, inter duas lineas æquidiſtantes erunt.

CAMPANVS. Sint duo trianguli a b c & d b c, conſtituti ſuper baſin b c ex una eademq; parte, ſintq; æquales: dico eos eſſe inter lineas æquidiſtantes. Et hæc eſt conuerſa 37. A puncto a, protraham lineam æquidiſtantem lineæ b c, quæ ſi pertranſierit per punctum d, liquet propoſitum. Sin autem, pertranſibit ſupra aut infra. Tranſeat primo ſupra, & ſit a e, producam b d, uſquequo ſecet lineam a e in puncto e, & protraham lineam e c. Et quia triangulus e b c eſt æqualis triangulo a b c per 37, & triangulus d b c poſitus eſt æqualis triangulo a b c, erit triãgulus d b c æqualis triangulo e b c, pars toti, quod eſt impoſſibile. Non igitur pertranſibit linea quæ à puncto a ducitur æquediſtanter b c, ſupra d. Tranſeat ergo infra, & ſit a f, ſecans lineam d b in puncto f. Protraham ergo lineam f c, & quia per 37, trangulus f b c eſt æqualis triangulo a b c, ipſe etiam erit æqualis triangulo d b c, pars toti, quod eſt impoſſibile. Quia ergo à puncto a, æquidiſtans b c non tranſit niſi per punctum d, patet propoſitum.

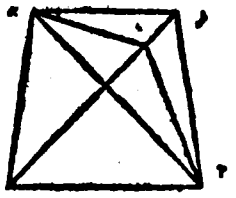


CAMPANI additio. Ex hac autem & præmiſſa, nota quod ſi aliqua linea recta duo alicuius trianguli latera per æqua ſecet uel ſecuerit, ipſa erit tertio æquidiſtans, quod ſic probatur. Sit triangulus a b c, cuius duo latera quæ ſunt a b & b c, ſecet linea d e per æqualia, a b quidem in pucto d, & b c in puncto e, dico quod linea d e eſt æquidiſtans a c. Protraham enim in quadrilatero a c e d, diametros a e & d c. Ductaq; per 31 à puncto e ipſi a b æquidiſtante, erit per 38 triangulus a e d æqualis triangulo d e b, propter id quod linea a d baſis triãguli a e d poſita eſt æqualis lineæ d b baſi triãguli d e b. Rurſus quia ducta à puncto d per 31 ipſi b c æquidiſtante, per eandem triãgulus c e d erit æqualis eidem triangulo d e b, propter id quod linea c e poſita eſt æqualis lineæ e b, triangulus a e d eſt æqualis triangulo c e d. Quia ergo ipſi ſunt conſtituti ſuper eandem baſin, uidelicet lineam e d, & ex eadẽ parte, ipſi erunt per hanc 39 inter lineas æquediſtantes, ergo linea d e eſt æquidiſtans lineæ a c. Quod quidem propoſitum, ad quintam quarti tibi ualebit.



Eucli.ex Zamb. Theorema 29. Propoſitio 39.

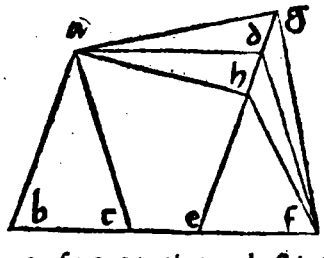
39 Triangula æqualia in eadem baſi & ad eaſdem partes conſtituta, in eiſdem ſunt parallelis.



THEON ex Zamb. *Sint bina triangula α β γ & δ β γ, conſtituta in eadem baſi β γ, & ad eaſdem partes. dico quod & in eiſdē ſunt parallelis. Connectatur α δ. Dico quod α δ ipſi β γ eſt parallelus. Si autem non, excitetur (per 31 propoſitionē) per α ſignum, ipſi β γ rectæ lineæ parallelus α ε, & connectatur ε γ. Triangulum igitur ε β γ (per 37 propoſitionē) æquale eſt triangulo α β γ: in eadem enim ſunt baſi β γ, in eiſdemq; parallelis α ε & β γ. At triangulū igitur δ β γ, ipſi triāgulo α β γ eſt æquale (per hypotheſin. Triangulū igitur δ β γ, triangulo ε β γ eſt æquale, maius, uidelicet, minori, quod eſt impoſſibile: parallelus igitur minime eſt α ε ipſi β γ. Similiterq; oſtendemus quod nulla alia præter α δ: parallelus igitur eſt α δ ipſi β γ. Triangula igitur æqualia, & quæ ſequuntur reliqua. Quod erat oſtendendum.*

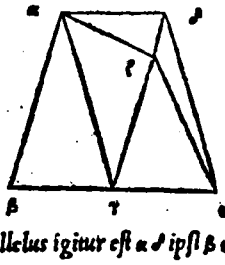
Eucli. ex Camp. Propoſitio 40.

40 SI duo trianguli æquales ſuper æquales baſes unius eiuſdemq; lineæ ex eadē parte fuerint conſtituti, eos inter duas lineas æquedi ſtantes neceſſe eſt contineri.



CAMPANVS. Sint duo trianguli a b c, d e f æquales. conſtituti ſuper duas baſes quæ ſunt b c & e f, & ex eadem parte: dico eos eſſe inter duas lineas æquidiſtantes, & hæc eſt cōuerſa 38. Et, probatur per ipſam, ſicut præcedens per 37. A puncto a, ducatur linea æquidiſtās lineæ b f, quæ ſi tranſierit per punctum d, patet propoſitū: ſin autem, pertranſeat ſupra ut a g, & producatur e d uſq; ad ipſum g, ut ſit e g, & ducatur linea g f. Erit per 38 triāgulus a b c, æqualis triangulo g e f, quare & triangulus d e f, erit æqualis triangulo g e f, pars toti, quod eſt impoſſibile: non ergo tranſibit ſupra. Tranſeat ergo infra, ſecetq; lineam d e in puncto h, & ducatur linea f h, erit per 38 triāgulus h e f, æqualis triangulo a b c, quare & triāgulo d e f, pars toti, quod eſt impoſſibile. Quia ergo non tranſibit niſi per punctum d, patet propoſitū. Eucli. ex Zamb. Theorema 30. Propoſitio 40.

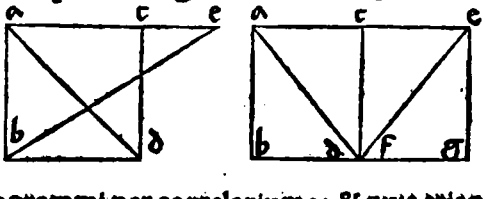
40 Triangula æqualia in æqualibus baſibus & ad eaſdem partes conſtituta, in eiſdem ſunt parallelis.



THEON ex Zamb. *Sint triangula æqualia α ε γ & γ δ ε, in æqualibus baſibus conſtituta, hoc eſt β γ & γ ε, & ad eaſdem partes α. Dico quod & in eiſdem ſunt parallelis. Connectatur (per 1 poſtulatū) α δ. Dico quod α δ ipſi β ε eſt parallelus. Si autem non, excitetur (per 31 propoſitionē) per α ipſi β ε parallelus α ζ, & connectatur ζ ε. Triangulum igitur α β γ, triāgulo γ ζ ε eſt æquale: (per 38) in æqualibus enim ſunt baſibus conſtituta β γ & γ ε, & in eiſdem parallelis β ε & α ζ, ſed triangulū α β γ, triangulo δ γ ε eſt æquale. Triangulū igitur δ γ ε, æquū eſt triāgulo ζ γ ε, maius minori, quod eſt impoſſibile: parallelus igitur minime eſt α ζ ipſi β ε. Similiterq; oſtendemus quod nulla præter α δ. Parallelus igitur eſt α δ ipſi β ε. Quod oſtendere oportebat.*

Eucli. ex Camp. Propoſitio 41.

41 SI parallelogrammū triangulusq; in eadem baſi atq; in eiſdem alternis lineis fuerint conſtituta, parallelogrammū triangulo duplum eſſe conueniet.



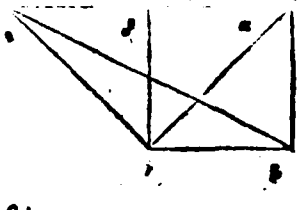
CAMPANVS. Sit parallelogrammū a b c d, & triāgulus e b d ſuper baſim b d, & inter lineas a e & b d quæ ſint æquidiſtantes. Dico parallelogrammū, duplum eſſe triangulo. Protraham in parallelogrāmo diametrum a d, erit triangulus a b d, dimidium parallelogrammi per correlarium 34, & quia triangulus e b d eſt æqualis triangulo a b d per 37, patet triangulū e b d, eſſe dimidiū parallelogrammi a b c d, quod eſt propoſitum. Similiter quoq; poteſt probari, quod ſi parallelogrāmmū triangulusq; in æqualibus baſibus atq; inter lineas æquidiſtantes fuerint conſtituta, parallelogrammū duplum erit triāgulo. Quod ideo non poſuit Euclides

des,quia leuiter patet ex hac præcedente correlariũ & 38,diuiſo parallelogrammo per diametrũ in duo triangulos,uel ſuper baſin parallelogrãmi inter eaſdem lineas æque diſtantes triangulo conſtituto,ad quem duplum erit parallelogrammũ per hanc præcedentem,& ipſe æqualis alteri dato triangulo per 38.

Eucli. ex Zamb. Theorema 31. Propoſitio 41.

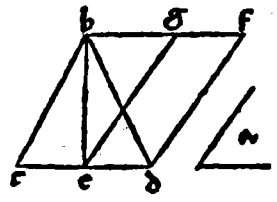
41 Si parallelogrammũ & triangulũ eandem baſin habuerint,in eiſdemq; fuerint parallelis,trianguli parallelogrammũ duplum erit.

THEON ex Zamb. *Parallelogrammũ enim α β γ δ,& triangulum ε β γ, eandem habeant baſin β γ, in eiſdemq; ſint parallelis β γ & α ε. Dico quod parallelogrammũ α β γ d,trianguli β ε γ duplum eſt. Connectatur enim (per 1 poſtulatũ) α γ. Triangulũ igitur α β γ (per 37) æquale eſt triangulo ε β γ: in eadem enim ſunt baſi β γ,& in eiſdem parallelis β γ & α ε. Sed parallelogrammũ α β γ δ, duplum eſt ipſius trianguli α β γ (per 34 propoſitionem) etenim dimetiens α γ,illud bifariam ſecat. Quare parallelogrammũ α β γ δ,ipſius trianguli ε β γ duplum eſt. Si parallelogrammum & triangulũ igitur,& quod ſequitur reliquum. Quod erat oſtendendum.*



Eucli. ex Camp. Propoſitio 42.

42 Æquidiſtantiũ laterum ſuperficiem deſignare, cuius angulus ſit angulo aſſignato æqualis, ipſa uero ſuperficies triangulo aſſignato æqualis.

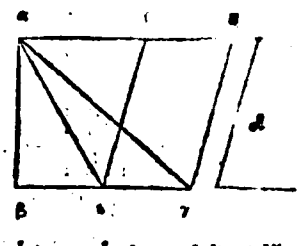


CAMPANVS. Sit aſſignatus angulus a,& aſſignatus triangulus b c d, uolo deſcribere ſuperficiem æquidiſtantiũ laterum æqualem triangulo b c d, cuius uterq; duorum angulorũ ex aduerſo poſitorũ ſit æqualis a. Diuido baſin c d per dimidium in puncto e,& protraho lineam b e,& à puncto b duco b f æquidiſtantẽ c d,eritq; per 38 triangulus b e d,æqualis triangulo b e c,quare triãgulus b e d,eſt dimidiũ totalis trianguli b c d. Igitur ſuper punctum e lineæ d e,conſtituo per 23 angulũ d e g,æqualem angulo a,& perficio parallelogrammũ g e d f, quod etiam quia per præcedentẽ eſt duplum triangulũ b e d, erit etiam æquale triangulo b c d,per hanc cõmunem ſcientiam,quorũ dimidia ſunt æqualia,ipſa quoq; ſunt æqualia: eſt enim triangulus b e d,utriuſq; dimidium. Quare deſcripſimus parallelogrammũ g e d f æquale triangulo b c d,cuius uterq; duorũ angulorũ g e d & d f g ex aduerſo poſitorum eſt æqualis angulo a, quod fuit propoſitum.

Euclidis ex Zamb. Problema 11. Propoſitio 42.

42 Dato triangulo æquale parallelogrammũ conſtituere, in dato angulo rectilineo.

THEON ex Zamb. *Sit datum triangulũ α β γ, datus uero angulus rectilineus ſit δ. oportet iam ipſi triangulo α β γ æquale parallelogrammum conſtruere in angulo rectilineo æquali ipſi δ. Secetur (per 10 propoſitionẽ) linea β γ bifariam in ſigno ε, & connectatur (per 1 poſtulatum) α ε. Conſtituatuŕq; (per 23 propoſitionẽ) ad datam rectam lineam ε γ, ad datumq; in ea ſignum ε, ipſi angulo δ, æqualis angulus γ ε ζ. Et (per 31 propoſitionem) per α, ipſi ε γ excitetur parallelus α η, & (per eandem) per γ ipſi ε ζ, parallelus excitetur γ η: parallelogrammũ igitur eſt ζ ε γ η. Et quoniam æqualis eſt β ε ipſi ε γ, triangulũ α β ε (per 38) triangulo α ε γ eſt æquale: in æqualibus enim ſunt baſibus β ε & ε γ, & in eiſdem parallelis β γ & α η. Duplum igitur eſt triangulũ α β γ, trianguli α ε γ. Parallelogrammũ autem ζ ε γ η (per 40) duplum eſt trianguli α ε γ: baſin enim eandem habet, in eiſdemq; parallelis eſt, parallelogrammũ igitur ζ ε γ η æquũ eſt ipſi triãgulo α β γ, & habet angulũ γ ε ζ æqualem dato angulo δ. Dato igitur triãgulo α β γ, æquale conſtitutũ eſt parallelogrammũ ζ ε γ η, in angulo γ ε ζ qui æqualis eſt ipſi δ, quod feciſſe oportuit.*



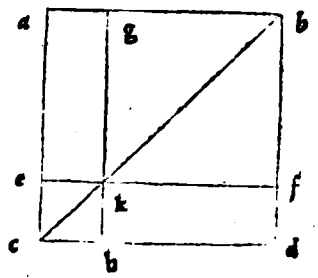
Eucli. ex Camp. Propoſitio 43.

43 Omnis parallelogrãmi ſpatij, eorum quæ circa diametrũ ſunt parallelogrammorũ ſupplementa, æqua ſibi inuicẽ eſſe neceſſe eſt.

CAMPANVS. Sit parallelogrammũ a b c d, in quo protrahã diametrũ b c, & protraham e f æquidiſtantẽ utriq; duorũ laterũ a b & c d, quæ ſecet diametrũ in puncto k, a quo ducam k g æquidiſtantẽ utriq; duorũ laterũ a c & b d, & producã eam quouſq;

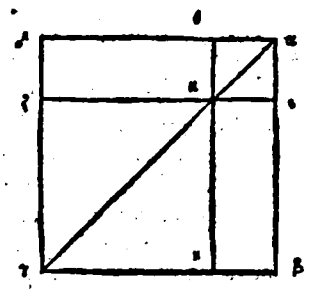
ſecet

ſecet utrunq; latus a b & c d, ſitq; tota g k h. Erit totum parallelogrammũ a b c d diuiſum in quatuor parallelogrãma, quorũ duo, ſcilicet, e c k h & g k b f dicuntur cõſiſtere circa c b, eo q; diameter tranſit per medium eorũ, & ideo ſunt circa diametrũ, reliqua duo, ſcilicet, a e g k & k h f d: dicũtur ſupplemẽta. Hæc duo ſupplemẽta, dicũtur eſſe æqualia, ſunt enim duo trianguli a b c & c d b, æquales per correl. 34 propoſitionis. ſimiliter quoq; duo triãguli g k b & f k b, ſunt æquales per idem correlariũ: at duo triãguli c e k & k h c, ſimiliter ſunt æquales per idem correlariũ. Demptis igitur duobus triãgulis b g k & k c e de totali triãgulo a b c, ac duobus triãgulis reliquis b f k & k c h de totali triãgulo reliquo c d b, erunt per 3 cõmunẽ animi conceptionẽ reſidua quæ ſunt duo dicta ſupplemẽta æqualia, q̃d eſt ꝓpoſitũ. Eucli. ex Zamb. Theorema 32. Propoſitio 43.



43 Omnis parallelogrãmi eorum quæ circa dimetientẽ ſunt parallelogrãmorũ ſupplementa, ſibi inuicem ſunt æqualia.

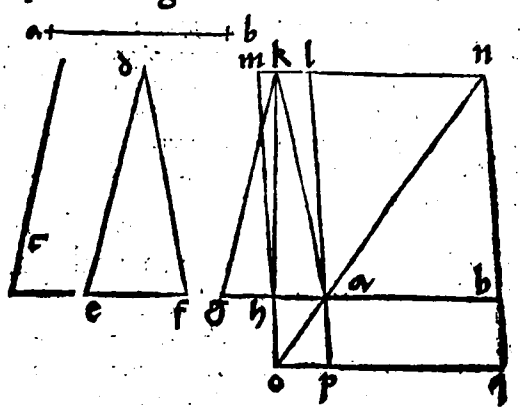
THEON ex Zamb. Sit parallelogrammũ α β γ δ, dimetiens uero illius ſit α γ, circa uero α γ, ſint parallelogramma ι θ & π ζ, ſupplementa uero ſint β π & δ π. Dico quod ſupplementũ β π, æquale eſt ſupplemento π δ. Quoniam enim parallelogrammũ eſt α β γ δ, dimetiens uero illius eſt α γ, triangulum α β γ (per 34 propoſitionẽ) æquum eſt triangulo α δ γ. Rurſus quoniam parallelogrammũ eſt α ι π θ, dimetiens uero illius eſt α π, triangulum igitur α ι π (per eandem) æquum eſt triangulo α θ π, ac per hoc etiam triangulũ π ζ γ, æquũ eſt triangulo π π γ. At quoniam triangulũ α ι π triangulo α θ π eſt æquale, & triangulũ π ζ γ triangulo π π γ eſt æquale, triãgula igitur α ι π & π π γ, triangulis α θ π & π ζ γ ſunt æqualia: eſt aut̃ totum triangulũ α β γ, toti triangulo α δ γ æquale: reliquũ igitur ſupplementũ β π (per 3 cõmunem ſententiam) reliquo ſupplemento π δ eſt æquale. Omnis parallelogrammi ergo, & quod ſequitur reliquum, quod oportuit demonſtraſſe.



Eucli. ex Camp. Propoſitio 44.

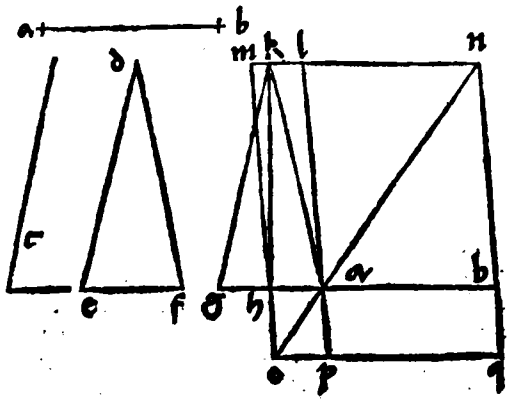
44 PRoposita linea recta, ſuper eam, ſuperficiem æquidiſtantiũ laterum cuius angulus ſit angulo aſſignato æqualis, ipſa uero ſuperficies triangulo aſſignato æqualis deſignare.

CAMPANVS. Deſignare ſuperficiẽ æquidiſtantiũ laterũ ſuper lineam aliquã, eſt lineam ipſam facere latus unũ ipſius ſuperficiei. Sit ergo data linea a b, & datus angulus c, & datus triãgulus d e f. Super lineam a b uolo deſignare ſuperficiẽ unam æquidiſtantiũ laterũ, ita q̃ linea a b ſit unũ ex lateribus eius, cuius uterq; duorũ angulorũ ex aduerſo poſitorum ſit æqualis angulo c, & ipſa totalis ſuperficies ſit æqualis triãgulo d e f. Differt autẽ hæc a 42, quia hic datur latus unius ſuperficiei deſcribendæ, ſcilicet, linea a b, ibi autẽ nullũ. Cum ergo hoc uolu/ero facere, adiungo lineam a g lineæ a b ſecundũ rectitudinẽ, quam pono æqualẽ lineæ e f baſi triãguli dati, ſuper quam cõſtituo triangulum unum dato triangulo æqualem, & eidem æquilaterum, quod hoc modo facio. Conſtituo angulum a k g æqualem angulo e, & angulũ g a k æqualem angulo f, per 23, & quia g a poſita fuerat æqualis e f, erit per 26 triangulus g a k æqualis & æquilaterus triangulo c f d. Diuidam ergo g a per æqualia in puncto h, & protraham k h, & produceam a puncto k, lineam m k n æquidiſtantẽ lineæ g b, eritq; per 38 triangulus a h k, æqualis triangulo g h k. Tunc ſuper punctum a lineæ g a faciam angulum g a l per 23 æqualem angulo c dato, & complebo ſuper baſin a h, & inter lineas g b & m n æquidiſtantes, ſuperficiem æquidiſtantium laterum m l h a, quæ per 41 dupla erit ad triangulum h k a: æqualis igitur totali triangulo k g a, quare & triangulo d e f propoſito.



Protraham

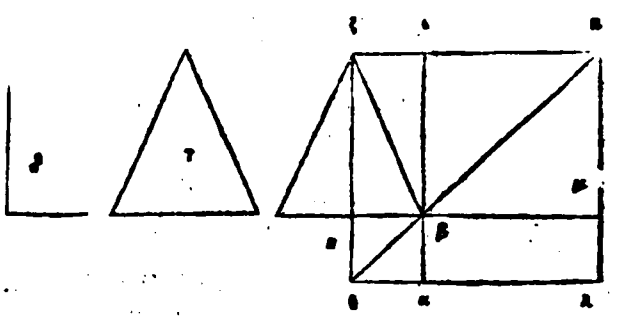
Protraham ergo b n æquidiſtantem a l,& producam diametrũ n a, quam protraham quouſq; concurrat cum m h producta in puncto o,& complebo ſuperficiem æquidiſtantium laterum m o n q,& protraham l a uſq; ad p punctum lineæ o q, eritq; per præcedentem, ſupplementũ a b p q, æquale ſupplemento m l h a, quare & triangulo d e f,& quia per 15 angulus l a h eſt æqualis angulo b a p,& ideo angulus b a p eſt æqualis angulo c, patet ſuper datam lineam a b deſcriptam eſſe ſuperficiem æquidiſtantium laterum a b p q æqualem dato triangulo d e f, cuius uterque duorum angulorum ex aduerſo poſitorum qui ſunt a & q, eſt æqualis dato angulo c, quod fuit propoſitum.



Eucli. ex Zamb. Problema 11. Propoſitio 44.

44 Ad datam rectam lineam, dato triangulo æquale parallelogrammum παραλλήλ * conſtruere in dato angulo rectilineo.

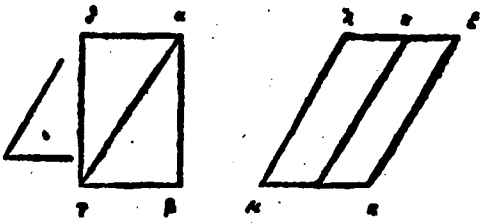
THEON ex Zamb. *Sit quidem data recta linea α β, datum uero triangulũ, ſit γ, datus autem angulus rectilineus ſit δ: oportet iam ad datam rectam lineam α β, dato triangulo γ æquale parallelogrammum* παραλλήλ * *prætendere in angulo qui æqualis δ. Conſtituatur (per 42) ipſi γ triangulo æquale parallelogrammũ β ε ζ η, in angulo ε ζ η qui ipſi δ eſt æqualis. Et (per 2 poſtulatũ) ponatur ut β ε ſit in rectum ipſi η β, & extendatur ζ η in θ, & per α (per 31 propoſitionem) utriſque & β η & ε ζ parallelus excitetur α θ, & connectatur (per 1 poſtulatum) θ β. Et quoniam in parallelos α θ & ε ζ recta linea incidit θ ζ, anguli ergo α θ ζ, θ ζ ε, (per 29 propoſitionem) duobus rectis rectis ſunt æquales: anguli uero β θ η & ζ ε, duobus rectis ſunt minores, quæ autem à minoribus duobus rectis in infinitum producuntur, (per 5 poſtulatum) concurrunt. Lineæ igitur θ β & ζ ε, in infinitum productæ concurrunt: producantur igitur, & concurrant in κ. Et (per 31 propoſitionem) per κ ſignum utriſq; ε α & ζ θ parallelus excitetur κ λ, & producantur (per 2 poſtulatum) lineæ θ α & η θ ad λ, μ, ſignâ. Parallelogrammum igitur eſt θ λ κ ζ, illiusq; dimetiens eſt θ κ, circa uero ipſum dimetientem θ κ parallelogramma ſunt α κ & μ ε, ſupplementa uero λ β & β ζ. Igitur (per 43) λ β ipſi β ζ eſt æquale, ſed β ζ (per 42) ipſi triangulo γ eſt æquale, igitur & λ β, ipſi γ eſt æquale. Et quoniam angulus κ β ε (per 15) angulo α β μ eſt æqualis, ſed angulus κ β ε, ipſi δ eſt æqualis, angulus igitur α β μ, ipſi δ eſt æqualis. Ad datam igitur rectam lineam α β, dato triangulo γ æquale parallelogrammum* παραβέβλητον *prætenditur λ β, in angulo α β μ qui ipſi δ eſt æqualis, quod faciſſe oportuit.*



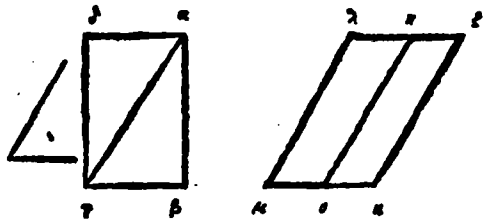
Euclidis ex Zamb. Problema 19. Propoſitio 45.

45 Dato rectilineo, æquale parallelogrammum conſtituere in dato angulo rectilineo.

THEON ex Zamb. *Sit datum rectilineum α β γ δ, datus uero angulus rectilineus ſit ε, oportet iam ipſi α β γ δ rectilineo æquale conſtruere parallelogrammum in dato angulo rectilineo. Connectatur enim (per 1 poſtulatum) γ β, & conſtituatur (per 42) triangulo α β δ æquale parallelogrammum* παραλληλόγρ *ζ θ, in angulo θ κ ζ, qui ipſi ε eſt æqualis, & * prætendatur (per 44) ad rectam lineam κ θ, triangulo δ β γ æquale parallelogrammũ κ μ, in angulo κ θ μ qui ipſi ε eſt æqualis. Et quoniam angulo ε, angulus θ κ ζ, & angulus κ θ μ eſt æqualis, angulus igitur θ κ ζ, angulo κ θ μ æqualis. Cõmunis ponatur angulus κ θ κ, anguli ergo ζ κ θ & θ κ μ, angulis κ θ κ & θ κ μ ſunt æquales. Sed anguli ζ κ θ & κ θ κ (per 29 propoſitionẽ) duobus rectis ſunt æquales: anguli igitur κ θ κ & θ κ μ, duobus rectis ſunt æquales. Ad aliquam igitur rectam lineam κ θ (per 14 propoſitionem) ad aliquodq;*

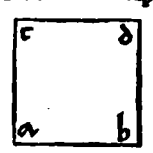


quoq; in ea ſignum θ, binæ rectæ lineæ κ θ & θ μ non in eiſdem partibus exiſtentes, * utrobiq; angulos binis rectis æquales efficiunt. In rectum igitur eſt κ θ ipſi θ μ. At quoniam in parallelos κ μ, & ζ ν recta linea incidit θ ν, alterni anguli μ θ ν & θ ν ζ (per 29 propoſitionem) ſibi inuicem ſunt æquales. Communis ponatur angulus θ ν λ. Anguli ergo μ θ ν & θ ν λ, angulis θ ν ζ & θ ν λ ſunt æquales. Sed anguli μ θ ν & θ ν λ (per eandem) duobus rectis ſunt æquales, anguli igitur θ ν ζ & θ ν λ duobus rectis ſunt æquales. In rectum eſt igitur linea ζ ν, lineæ ν λ. At quoniam κ ζ ipſi θ ν (per 34) æqualis eſt & parallelus, & ipſi θ ν ipſa μ λ, igitur (per 1 cõmunem ſententiam) ζ κ ipſi γ λ æqualis eſt, & parallelus (per 30 propoſitionẽ.) Sed eas coniungunt rectæ lineæ κ μ & ζ λ, lineæ igitur κ μ & ζ λ (quæ per 33 propoſitionem) æquales & paralleli ſunt: parallelogrammũ igitur eſt κ ζ λ μ. Et quoniam (per 42) triangulum α β δ parallelogrammo ζ θ eſt æquale, & triangulum δ β γ parallelogrammo ν μ, totum igitur α β γ δ rectilineum, toti κ ζ λ μ parallelogrãmo eſt æquale. Dato igitur rectilineo α β γ δ, æquũ parallelogrammũ conſtitutũ eſt κ ζ λ μ, in angulo ζ ν μ ipſi ε dato æquali, quod feciſſe oportuit. Eucli. ex Camp. Propoſitio 45.



45 EX data linea, quadratum deſcribere.

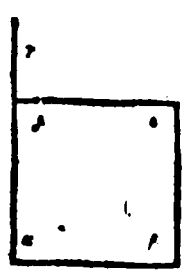
CAMPANVS. Sit data linea a b, ex qua uolo quadratum deſcribere. A punctis a & b lineæ a b educo per 11 lineas a c & b d perpẽdiculares ad lineam a b, quæ erunt æquidiſtantes per ultimã partem 11, & pono utramq; earũ, eidem a b per 3 æqualem, & protraho lineam c d, eritq; ipſa æqualis & æquidiſtans lineæ a b per 33. Et quia uterq; duorũ angulorũ a & b eſt rectus, erit uterq; duorum c & d rectus per ultimam partem 29, ergo per diffinitionem quadrati, a b c d eſt quadratum, quod eſt propoſitum.



Idem aliter oſtendere. Sit a c perpendicularis ſuper lineam a b per 11, & ſit ei æqualis ut prius, & à puncto c per 31 ducatur c d æquidiſtans a b, & ponatur æqualis ei, & ducatur linea d b, quæ per 33 erit æqualis & æquidiſtãs a c, & omnes anguli, recti, per ultimam partem 29, quare per diffinitionẽ quadrati habemus propoſitũ.

Eucli. ex Zamb. Problema 14. Propoſitio 46.

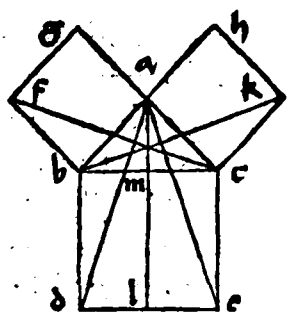
46 Ex data recta linea, quadratum deſcribere.



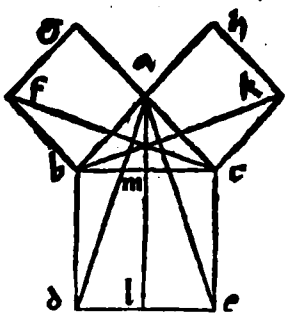
THEON ex Zamb. Sit data recta linea α β, oportet ex α β recta linea, quadratum deſcribere. Excitetur (per 11 propoſitionem) ipſi, rectæ lineæ α β, à dato ſigno α ad angulos rectos α β, & ponatur (per 3 propoſitionem) ipſi α β æqualis α δ. Et (per 31 propoſitionem) per ſignum δ, ipſi α β parallelus excitetur δ ε, & (per eandem) per ſignum β, ipſi α δ excitetur parallelus β ε: parallelogrammũ igitur eſt ipſum α δ ε β, æqualis igitur eſt α β ipſi δ ε, & α δ ipſi β ε. Sed α β ipſi α δ eſt æqualis: quatuor igitur β α, α δ, δ ε, & ε β, ſibi inuicem ſunt æquales: æquilaterũ igitur eſt α δ ε β parallelogrammũ. Dico quod etiam rectangulum eſt. Quoniã enim in parallelos α β & δ ε, recta linea incidit α δ, anguli igitur β α δ & α δ ε, (per 29 propoſitionem) duobus rectis ſunt æquales: angulus autem β α δ eſt rectus, angulus igitur α δ ε eſt etiam rectus, parallelogrammorũ * locorum autem latera & anguli ex oppoſito, ſibi inuicem ſunt æqualia (per 34 propoſitionẽ) Ex oppoſito igitur ambo & α β ε & β ε δ anguli, ſunt recti. Rectangulum igitur eſt α β ε δ, oſtenſum autem eſt quod & æquilaterũ. Quadratum igitur eſt, atq; ex data recta linea α β deſcriptum, quod facere oportebat.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 46.

47 IN omni triangulo rectangulo, quadratum quod à latere recto angulo oppoſito in ſemetipſo ducto deſcribitur, æquũ eſt duobus quadratis quæ ex duobus reliquis lateribus conſcribuntur. CAMPANVS. Sit triangulus a b c, cuius angulus a ſit rectus. Dico quod quadratum lateris b c, æquũ eſt quadrato lateris a b & quadrato lateris a c ſimul ſumptis. Quadrabo ergo hæc tria latera, ſecũdum doctrinã præcedentis, ſitq; quadratũ b c, ſuperficies b c d e, & quadratum b a, ſuperficies b f g a, & quadratũ a c, ſuperficies a c h k. Ab angulo a, recto, ducam ad baſin d e baſin maximi quadrati, tres lineas, ſcilicet, a l æquidiſtantem utriq; lateri b d & c e, quæ ſecet b c in puncto m, & hypothenuſas a d & a e.



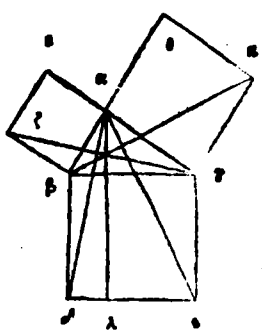
& a e. Itemq; à duobus reliquis angulis trianguli, qui ſunt b & c, ducam ad duos angulos duorum quadratorum minorum, duas lineas ſe interſecantes intra ipſum triangulum, quæ ſunt b k & c f. Et quia uterq; duorum angulorum b a c & b a g, eſt rectus, per 14 erit g c linea una: eadem ratione erit b h, linea una, quia uterque duorum angulorũ c a b & c a h eſt rectus. Quia ergo ſuper baſin b f, & inter duas lineas æquidiſtantes quæ ſunt c g & b f, conſtituta ſunt parallelogrammum b f g a & triangulo b f c, erit per 41 parallelogrammũ b f g a duplum triangulus b f c, ſed triangulus b f c eſt æqualis triangulo b a d per 4, quia f b & b c latera primi ſunt æqualia a b & b d lateribus poſtremi, & angulus b primi eſt æqnalis angulo b poſtremi, eo quod uterq; conſtat ex angulo recto & angulo a b c cõmuni: ergo parallelogrammum b f g a, eſt duplum ad triangulum a b d. Sed parallelogrammũ b d l m eſt duplum ad eundem triangulum per 41, quia conſtituti ſunt ſuper eandem baſin, ſcilicet, b d, & inter lineas æquidiſtantes quæ ſunt b d & a l, ergo per cõmunem ſcientiam quadratum a b f g, & parallelogrammum b d l m ſunt æqualia, quia eorum dimidia, uidelicet, prædicti trianguli ſunt æqualia. Eodem modo & per eaſdem propoſitiones mediantibus triangulis k b c & a e c probabimus quadratũ a c h k eſſe æquale parallelogrammo c e l m. Quare patet propoſitum.



Eucli. ex Zamb. Theorema 33. Propoſitio 47.

47 **In rectangulis triangulis quadratum quod à latere rectum angulũ ſubtendente fit, æquum eſt quadratis quæ fiunt ex lateribus rectum angulũ continentibus.**

THEON ex Zamb. *Sit triangulũ rectangulum α β γ, rectum habens qui ſub β α γ angulum. Dico quod quadratũ quod fit ex β γ, æquum eſt quadratis quæ fiunt ex β α & α γ. Deſcribatur enim (per 46) ex β γ, quadratum β δ γ ε, & (per eandem) ex β α & α γ, quadrata ϛ β & θ γ. Et per α, ipſis β δ & γ ε, (per 31 propoſitionem) parallelus excitetur α λ, & connectantur (per 1 poſtulatum) α δ & γ ζ. Et quoniam anguli β α γ & β α ϛ ſunt recti, ad aliquam igitur rectam lineam β α ad datumq; in ea ſignum α, duæ rectæ lineæ α γ & α ϛ non in eaſdem partes proiectæ, angulos* utrobiq; duobus rectis æquos efficiunt (per 14 propoſitionem) in rectum igitur eſt α γ ipſi α ϛ. Ac per hoc & β α ipſi α ε eſt in rectum. Et quoniam angulus δ β γ æqualis eſt angulo ζ β α, rectus enim uterque eſt, communis ponatur angulus α β γ: totus igitur δ β α, toti ζ β γ eſt æqualis. Et quoniam duæ δ β & β α duabus β ζ & β γ ſunt altera alteri æquales, & angulus δ β α angulo ζ β γ eſt æqualis, baſis igitur α δ baſi ζ γ (per 4 propoſitionem) eſt æqualis, & triangulum α β δ triangulo ζ β γ eſt æquale. Trianguli uero α β δ (per 41) parallelogrammum β λ duplum eſt: baſin enim habet eandem, hoc eſt β δ, in eiſdemq; eſt parallelis, hoc eſt β δ & α λ. Et trianguli quoq; ζ β γ (per eandem) quadratum ϛ β duplum eſt, baſin namq; eandem habet, hoc eſt β ζ, & in eiſdem eſt parallelis, hoc eſt ζ β & ϛ γ. Quæ autem æqualium dupla ſunt (per 6 cõmunem ſententiam) adinuicem ſunt æqualia: parallelogrammũ igitur β λ æquum eſt quadrato ϛ β. Similiterq; ſi connectantur (per 1 poſtulatum) ε γ & β ϑ, oſtendetur parallelogrammũ γ λ, æquale eſſe quadrato θ γ. Totum igitur quadratum β δ ε γ, duobus ϛ β & θ γ quadratis æquum eſt. Et quadratum β δ ε γ, eſt deſcriptum ex β γ: at quadrata ϛ β & θ γ, ſunt deſcripta ex β α & α γ. Quadratum igitur quod ex β γ latere, æquũ eſt quadratis quæ fiunt ex lateribus β α & α γ. In rectangulis igitur triangulis, quadratũ quod ex rectum angulum ſubtendente latere fit, & quæ ſequuntur reliqua ut in theoremate. Quod erat oſtendendum.*

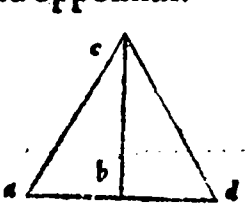


ſequũ

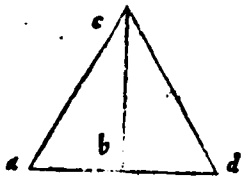
Eucli. ex Camp. Propoſitio 47.

47 **SI quod ab uno trianguli latere in ſeipſum ducto producitur, æquum fuerit duobus quadratis quæ à duobus reliquis lateribus deſcribuntur, rectus eſt angulus cui latus illud opponitur.**

CAMPANVS. Lineam in ſeipſam ducere, eſt eius quadratum deſcribere. Sit triangulus a b c, ſitq; quadratũ lateris a c, æquale quadratis duorũ laterum a b & b e ſimul iunctis, dico angulum b cui latus a c opponitur, eſſe rectum. Et hæc eſt conuerſa prioris. A puncto b extraho lineam b d per 11 perpen-

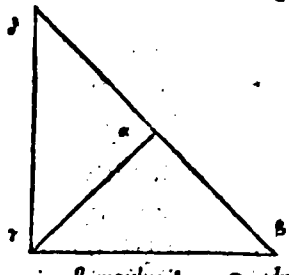


perpendicularem ſuper lineam b c, quam pono æqualem a b, & produco lineam d c, erit per præcedentem, quadratum d c, æquale duobus quadratis duarum linearum d b & b c, & quia b d poſita eſt æqualis b a, erunt per communem ſcientiam quæ eſt linearum æqualium æqualia eſſe quadrata, quadrata duarum linearum a b & b d æqualia: quapropter erit quadratum d c, æquale quadrato a c, ergo per aliam cõmunem ſcientiam quæ eſt conuerſa prioris, ſcilicet, lineas, quarum quadrata ſunt æqualia, eſſe æquales, erit d c æqualis a c, quare per 8 angulus b trianguli a b c, eſt rectus, quod eſt propoſitum.



Eucli. ex Zamb. Theorema 34. Propoſitio 48.

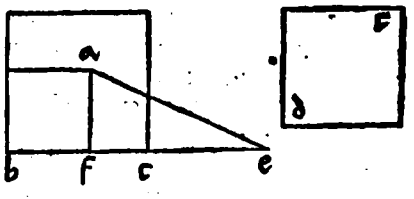
48 Si trianguli quod ab uno laterum quadratum, æquale fuerit eis quæ ex reliquis trianguli lateribus quadratis, angulus comprehenſus ſub reliquis trianguli duobus lateribus, rectus erit.



THEON ex Zamb. *Trianguli namq; α β γ, quod ex uno latere β γ quadratum, æquum ſit eis quæ ex β α, α γ lateribus, quadratis. Dico quod angulus β α γ, rectus eſt. Excitetur enim (per 11 propoſitionem) ab α, ſigno, ipſi α γ rectæ lineæ ad angulos rectos α δ. Et (per 3 propoſitionem) ponatur ipſi α β, æqualis α δ, & (per 1 poſtulatum) connectatur δ γ. Et quoniam æqualis eſt δ α ipſi α β, quadratum quod ex δ α, æquum eſt quadrato quod ex α β. Commune apponatur quadratum quod ex α γ, quadrata igitur quæ ex δ α & α γ, æqualia ſunt eis quæ ex β α & α γ quadratis. At (per præcedentem) quadratis quæ ex δ α & α γ, æquum eſt quadratum quod ex δ γ. Rectus enim eſt angulus δ α γ. Quadratis autem ex α β & α γ (per hypotheſin) æquum eſt quadratum quod ex β γ, nam id receptum eſt. Quadratum igitur quod ex δ γ, æquum eſt quadrato quod ex β γ. Quare latus δ γ, lateri β γ eſt æquale: & quoniam α δ, ipſi α β eſt æquale, communis autem α γ, duæ igitur δ α & α γ, duabus β α & α γ ſunt æquales, & baſis δ γ, baſi β γ æqualis. Angulus igitur δ α γ angulo β α γ (per 8 propoſitionem) eſt æqualis. At angulus δ α γ, rectus eſt: rectus igitur eſt & angulus β α γ. Si trianguli ergo quod ab uno laterum quadratum, æquum fuerit eis quæ à reliquis trianguli duobus lateribus, quadratis, angulus comprehenſus ſub reliquis duobus trianguli lateribus, rectus erit. Quod erat oſtendendum.*

CAMPANI additio.

Propoſitis quibuſcunq; quadratis, alteri illorum gnomonem reliquo æqualem deſcribere.



Proponantur ergo duo quadrata, ſcilicet, a b & c d, & ſit propoſitum producere gnomonem circa quadratum a b, æqualem c d quadrato. Protrahatur itaq; unum latus quadrati a b ad æqualitatem unius lateris quadrati c d in continuum & directum, & ſit f e, ita quod f e ſit æquale uni laterum quadrati c d, & ex e ducam lineam rectam ad a: fit ergo triangulus orthogonius, quia f eſt angulus rectus. Nectatur ergo ſic argumentũ ſecundum penultimam primi, quadratum e a eſt tantum, quantum quadratum e f & quadratum f a, ſed quadratum e f eſt æquale quadrato c d, & quadratum f a eſt æquale quadrato a b, ergo quadratum a e, eſt æquale quadratis a b & c d. Item e f a, eſt triangulus, ergo e f & f a latera, ſunt longiora a e latere, ſecundum 20 primi, ſed f a eſt æquale f b ratione quadraturæ, ergo e f & f b ſunt longiora a e, ergo illa totalis linea, ſcilicet, e b, eſt maior a e: reſecetur ergo b e ad æqualitatem a e, ad punctum c, ita quod b c ſit æquale a e, ergo quadratum b c eſt æquale quadrato a e, ſed quadratum a e, ut prius probatũ fuit, eſt æquale quadratis a b & c d, ergo quadratum b c eſt æquale eiſdem. Sed quadratum b c addit ſupra quadratum a b, gnomonem illum quem uides, ergo gnomo ille, eſt quadrato c d æqualis, quod erat probandum.

LIBRI PRIMI FINIS.

EVCLIDIS MEGARENSIS GRAECI PHILOSOPHI, GEOMETRICORVM ELEMENTORVM LIBER SECVNDVS.

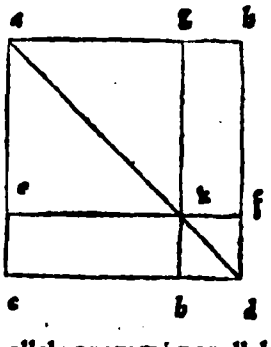
Euclides ex Campano.

Omne parallelogrammũ rectangulum, ſub duabus lineis angulũ rectum ambientibus dicitur contineri.

CAMPANVS. Parallelogrammum, eſt ſuperficies æquidiſtantium laterum. Parallelogrammum rectangulum, eſt ſuperficies æquidiſtantium laterum habens omnes angulos rectos, & producitur ex uno duorum laterum eius ambientium unum ex ſuis angulis, ducto in reliquum, & ideo ſub illis dicitur contineri.

Omnis parallelogrammi ſpatij ea quidem quæ diameter ſecat per medium parallelogrãma, circa eandem diametrũ conſiſtere dicuntur. Eorum uero parallelogrammotũ quæ circa eandem diametrum conſiſtunt, quodlibet una cum ſupplementis duobus, gnomo nominatur.

CAMPANVS. Quæ parallelogrãma dicuntur conſiſtere circa diametrũ, & quæ ſunt ſupplementa, expoſitum eſt ſupra in demonſtratione 43 primi. Sit enim parallelogrammum a b c d, cuius diametrũ a d diuidant duæ e f, g h, ductæ lineæ æquidiſtanter lateribus oppoſitis dicti parallelogrammi ſecantes ſe ſuper diametrũ a d, in puncto k, erit ipſum parallelogrammum diuiſum in 4 parallelogramma. Et unumquodq; duorum parallelogrammorũ quæ ſunt a g e k & k f h d, quæ diameter ſecat per medium, dicitur conſiſtere circa diametrum. Reliqua duo quæ diameter non ſecat, dicuntur ſupplementa cum utroque dictorum parallelogrammorũ conſiſtentium circa diametrum componunt figuram quandam qui gnomo appellatur, cui deeſt ad complementum parallelogrammi, parallelogrammũ unum reliquum circa diametrum conſiſtens, quod ſi addatur, ſupra diametrum totalis compoſiti conſiſtet, eritq; ſimile totali. Vnde parallelogrammum addito gnomone quamuis creſcat, minime tamen alteratur, quemadmodum dixit Ariſtoteles in prædicamentis.



Eucli. ex Zamb. *Parallelogrammum rectangulum.*

Omne parallelogrammũ rectangulum, ſub duabus rectum angulum comprehendentibus rectis lineis dicituu contineri.

Quid gnomon.

Euclo Omnis parallelogrammi * loci eorum quæ circa dimetientẽ illius ſunt parallelogrammorũ unumquodq; cum binis ſupplementis gnomon uocetur.

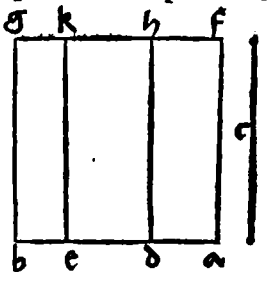
Eucli. ex Camp. *Propoſitio 1.*

1 Si fuerint duæ lineæ quarum una in quotlibet partes diuidatur, illud quod ex ductu alterius in alteram fiet, æquum erit ijs quæ ex ductu lineæ indiuiſæ in unamquamq; partem lineæ particulatim diuiſæ rectangula producentur.

CAMPANVS. Lineam in aliam lineam ducere, eſt ſupra terminos unius earum duas lineas orthogonaliter alij æquales erigere, & ſuperficiem æquidiſtantiũ laterum rectangulam complere, quæ ſub illis duabus lineis per diffinitionẽ dicitur contineri.

Sint duæ

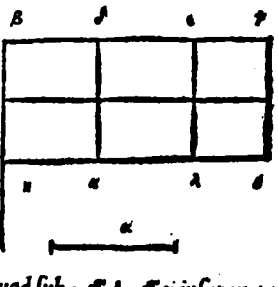
Sint duæ lineæ a b & c, quarũ una ſcilicet a b, in quotlibet partes diuidatur quæ ſint a d & d e & e b: dico ꝙ illud quod fit ex ductu c in totum a b, æquum eſt illis parallelogrãmis rectangulis ſimul iunctis quæ fiunt ex c in a d & in d e & in e b. Super puncta a, b, erigam lineas a f & b g perpendiculares ſuper lineam a b, quarũ utraq; ſit æqualis lineæ c, & complebo rectangulã ſuperficiẽ a f b g, ducta linea f g, quæ per diffinitionem producitur ex c in a b, & ſub illis dicitur cõtineri. Protraham quoq; per 31 primi a punctis d & e, lineas d h & e k æquidiſtãtes lateribus a f & b g, eritq; utraq; earum æqualis c per 34 primi, quoniã utraq; earũ eſt æqualis a f: per diffinitionem igitur rectangulũ a d f h producitur ex c in a d, & ſub illis dicitur contineri, & rectaugulũ d h e k, ex c in d e, & rectangulũ e k b g, ex c in e b. Et quia hæc rectangula ſimul iuncta ſunt æqualia totali rectãgulo a f b g, patet uerũ eſſe propoſitũ. Eucli. ex Zamb. Theorema 1 Propoſitio 1



1 Si fuerint binæ rectæ lineæ, ſeceturq; ipſarũ altera in quotcunq; ſegmenta, rectangulũ comprehenſum ſub duabus rectis lineis, æquum eſt eis quæ ab inſecta & quolibet ſegmento rectangulis comprehenduntur.

THEON ex Zamb. *Sint binæ rectæ lineæ α & β γ, ſecetur q; earũ altera β γ utcunq; in δ, ſcilicet, ε, ſ ſignis. Dico quod rectangulũ cõprehenſum ſub α ε ζ γ æquũ eſt rectangulo cõprehenſo ſub α ε β δ, ε ei quod ſub α ε δ ſ, ε etiã ei quod ſub α ε ſ γ. Excitetur nanq; (per 11 propoſitionẽ primi) ex β, ipſi ζ γ ad angulos rectos β ξ: ponatur quoq; (per 3 primi) ipſi α æqualis β ν ε per ν, ipſi β γ (per 31 primi) parallelus excitetur ν θ, ε (per eandem) per δ, ſ, γ, ipſi β ν excitentur paralleli δ π, ſ λ, γ θ. Æquũ eſt iam ζ θ ipſis β ν, δ λ, ε ſ, ε β θ ei quod ſub α ε β γ: cõprehenditur enim ſub ν β ε ζ γ, æqualis autẽ eſt ζ ν ipſi α. At ζ ν ei quod ex α ε ζ δ: comprehenditur nanq; ſub ν ζ ε β δ, æqualis autẽ eſt β ν ipſi α. At δ λ ei quod ſub α ε δ ſ: æqualis nanq; eſt δ π, hoc eſt β ν ipſi α. Et inſuper ſimiliter ſ θ ei quod ſub α ε ſ γ. Quod igitur ſub α ε ζ γ cõprehenditur, æquum eſt ei quod ſub α ε ζ δ, ε ei quod ſub α ε δ ſ, ε ei inſuper quod ſub α ε ſ γ. Si fuerint ergo binæ rectæ lineæ, ſecetur q; earũ altera, ε quæ ſequũtur reliqua, quod erat oſtendendũ.*

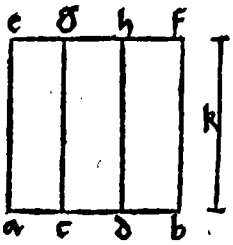
Eucli. ex Camp. Propoſitio 1.



2 SI fuerit linea in partes diuiſa, illud quod ex ductu totius lineæ in ſeipſam fit, æquũ erit ijs quæ ex ductu eiuſdẽ in omnes ſuas ꝑtes.

CAMPANVS. Sit linea a b diuiſa in a c & c d & d b, dico ꝙ illud quod fit ex ductu totius a b in ſe ꝙd ſit a e b f, æquũ eſt ijs quæ fiunt ex ipſa tota in unamquamq; dictarũ partium, quod palàm patebit. ductis e g & d h æquidiſtanter a c & b f. Aliter. Sumatur k æqualis a b, eritq; per præmiſſam ꝙd fit ex ductu k in totã a b, æquũ ei quod fit ex ductu k in omnes partes a b. Et quia ex k in a b tantũ fit quantũ ex a b in ſe, & ex k in omnes partes a b quantũ ex a b in omnes partes eiuſdẽ, propter id ꝙ k & a b ſunt æquales, patet uerum eſſe propoſitũ.

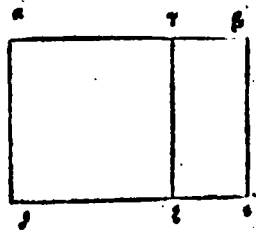
Eucli. ex Zamb. Theorema 2 Propoſitio 2



2 Si recta linea ſecetur utcunq;, quæ ſub tota & quolibet ſegmentorũ rectaugula cõprehenduntur, æqualia ſunt ei quod ex toto eſt quadrato.

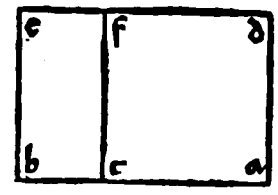
THEON ex Zamb. *Recta enim linea α β, ſecetur utcunq; in ſigno γ. Dico quod rectangulũ comprehenſum ſub α ζ ε β γ, cum rectangulo cõprehenſo ſub β α ε α γ, æquũ eſt quadrato quod ex α ζ. Deſcribatur enim (per 46 primi) ex α ζ, quadratũ α β δ ſ, excitenturq; (per 31 primi) per γ, utriq; ε α δ ε ζ ſ parallelus γ ξ, æquũ eſt igitur α ſ ipſis α ξ ε γ ſ, eſt autẽ α ſ ex α β quadratũ. Et α ξ ſub β α ε α γ rectangulũ contentũ, comprehenditur enim ſub δ α ε α γ, æqualis autẽ eſt α δ ipſi α ζ. Et γ ſ ei quod ſub α β, β γ: æqualis enim eſt ζ ſ ipſi α ζ. Quod igitur ſub β α ε α γ cum eo quod ſub α ζ ε β γ, æquũ eſt quadrato quod ex α ζ. Si recta igitur linea, ε quæ ſequuntur reliqua ut in theoremate, quod oſtendere oportuit.*

Eucli. ex Camp. Propoſitio 3.



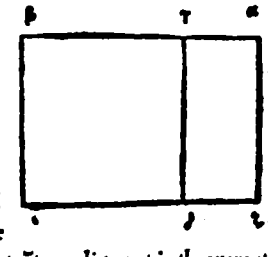
3 SI fuerit linea in duas partes diuiſa illud quod fiet ex ductu totius in alterutrã partem, æquũ erit ijs quæ ex ductu eiuſdem partis in

ſeipſam & alterius in alteram.



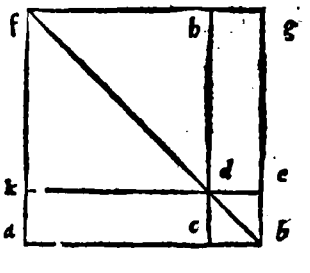
CAMPANVS. Sit linea a b diuiſa in a c & b c, dico ꝙ illud quod fit ex tota a b in eius partem a c, æquũ eſt quadrato eiuſdem a c partis, & ei quod fit ex eadem parte a c in b c. Fiat quadratũ lineæ a c ꝗd ſit a c d f, & perficiatur ſuperficies a b d e, patebitq; propoſitũ. Aliter. Sumatur g æqualis a c. Et quia b a in a c tantũ eſt quantũ a c in a b & ecõuerſo, & a c in a b, item & in c b & in ſeipſam quantũ g in eaſdem, at g in totã a b quantũ in a c & in c b per primã huius, patet propoſitũ, ſcilicet, ꝙ tantũ erit a c in a b quantũ in ſe & in c b. Quare ecõuerſo a b in a c quantũ a c in ſe & in c b. Quod uolumꝰ demõſtrare. *Eucli. ex Zamb.* *Theorema* 3 *Propoſitio* 3

3 Si recta linea ſecetur utcunq;, rectangulũ ſub tota & uno ſegmentorũ comprehenſum, æquum eſt ei quod ſub ſegmentis cõprehenditur rectangulo, & ei quod ex prædicto ſegmento fit quadrato.



THEON *ex Zamb.* *Recta enim linea α ζ, ſecetur utcunq; in ſigno γ. Dico quod rectangulũ comprehenſum ſub α β & β γ, æquũ eſt rectangulo cõprehenſo ſub α γ & γ β, cum quadrato quod ex β γ. Deſcribatur enim (per 46 primi) ex ζ γ, quadratũ γ δ ε ζ, & extendatur ε δ in η, (per 2 poſtulatũ.) Et per α, utriq; γ δ & β ε (per 31 primi) parallelus excitetur α η. Aequũ iam eſt α ε, ipſis α δ & γ ε, eſtq; α ε rectangulum cõprehenſum ſub α β & ζ γ, cõprehenditur etenim ſub α ζ & β ε, & æqualis eſt ζ ε ipſi ζ γ. Et α δ eſt quod ſub α γ & γ ζ, æqualis enim eſt δ γ ipſi γ ζ, at δ ζ quadratũ eſt qd̃ ſit ex γ ζ. Rectangulũ igitur contentũ ſub α β & ζ γ, æquũ eſt rectangulo cõprehenſo ſub α γ & γ ζ cum quadrato quod ex ζ γ. Si recta igitur linea ſecetur & quæ ſequũtur reliqua ut in theoremate Quod demõſtraſſe oportuit.* *Eucli. ex Camp.* *Propoſitio* 4

4 SI fuerit linea in duas partes diuiſa, illud quod ex ductu totius in ſeipſam fit, æquũ eſt ijs quæ ex ductu utriuſq; partis in ſeipſam & alterius in alterã bis. Ex hoc manifeſtũ eſt ꝙ in omni quadrato duæ ſuperficies quas diameter ſecat per mediũ, ſunt ambæ qnadratæ.

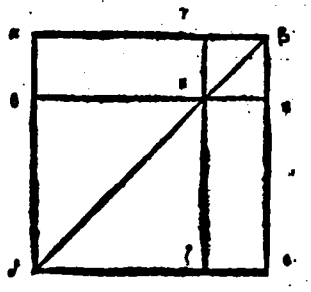


CAMPANVS. Sit linea a b diuiſa in a c & b c, dico ꝙ quadratũ totius a b, æquũ eſt duob. quadratis duarũ linearũ a c & b c & duplo eius quod fit ex ductu unius earũ in alterã. Deſcribã quadratũ alterius partium, ſitq; c d b e, quadratũ lineæ c b, cui adiungam gnomonẽ ſecundũ ductum directiuũ lineæ alterius, ſcilicet a c, quem faciã hoc modo. In quadrato deſcripto protrahã diametrũ b d, & à pũcto à e ducã perpendicularẽ ſuper lineam a b, quæ ſit a ĸ, quã a ĸ & diametrũ b d, producã uſquequo per penultimã petitionẽ concurrant in puncto f, & à puncto f, producã f h æquidiſtantẽ lineæ a b, quam f h & b e, producã uſq; quo concurrãt in puncto g, & producã c d uſq; ad h, & e d uſq; ad k. Et quia duo latera d e & e b, trianguli d e b ſunt æqualia, erunt per 5 primi, duo anguli e d b & e b d æquales, & quia angulus e eſt rectus, erit per 32 primi uterq; eorũ medietas recti, eadem ratione uterq; duorũ angulorũ c d b & c b d, erit medietas recti. Quare per ſecũdam partẽ 29 primi, & 15 eiuſdẽ, erit unuſquiſq; quatuor angulorũ qui ſunt h f d & h d f & ĸ f d & ĸ d f, medietas recti: ergo per 6 primi, f g & g h ſunt æquales, ſimiliter quoq; f a & a b, pari ratione f h & h d, itemq; f ĸ & ĸ d, quare utraq; duarũ ſuperficierũ a b g f & ĸ d h f, eſt quadrata. Et quia totale quadratũ a b f g quod eſt quadratũ lineæ a b, conſtat ex duobus quadratis quæ conſiſtunt circa diametrũ quæ ſunt quadrata duarũ linearũ a c & c b, & ex duobus ſupplemẽtis quorũ unumquodq; producitur ex a c in b c, patet propoſitũ noſtrũ. Aliter. Sit linea a b, ut prius diuiſa in a c & c b, eritq; per 2 huius quod fit ex tota a b in ſe, æquũ ei quod fit ex ipſa in a c & c b, ſed ex ipſa in a c tantum ſit quantũ ex a c in ſe & ex a c in b c, per 3 huius. Itemq; ex ipſa a b tota in b c tantum fit quantum ex c b in ſe & ex c b in a c per eandem, ergo quod fit ex tota a b in ſe, æquum eſt ei quod fit ex a c in ſe & in c b, & ex c b in ſe & in a c, quod eſt propoſitũ. Sed hac uia non patet correlarium, ſicut uia præcedenti patet, unde prima eſt autori magis conſona.

Eucli. ex Zamb. *Theorema* 4 *Propoſitio* 4

Si recta

4 Si recta linea ſecetur utcunq;, quadratũ quod fit ex tota, æquũ eſt quadratis quæ fiunt ex ſegmentis, & ei quod bis ſub ſegmentis cõprehenditur rectangulo. THEON ex Zamb. Recta enim linea α β, ſecetur utcunq; in ſigno γ. Dico quod quadratũ α ε, æquum eſt quadratis quæ fiunt ex α γ & γ β, & bis ſub α γ & γ β cõtento rectãgulo. Deſcribatur enim (per 46 primi) ex α β, quadratũ α δ ζ ε, & cõnectatur β δ, & (per 31 primi) per γ, utriſq; α δ & ε ζ parallelus excitetur γ ζ, diſpeſcens diametrũ ε δ in ν ſigno. (& per eandem) per ν, utriſq; α β & δ ζ parallelus excitetur θ ν. Et quoniã parallelus eſt γ ζ ipſi α δ, & in eas incidit ε δ (per 28 & 29 primi) angulus exterior ε ν ε æqualis eſt interiori & oppoſito α δ β. Sed angulus α δ ε, ei qui ſub α β δ (per 5 primi) eſt æqualis, quoniã latus ε α, lateri α δ eſt æquale. Igitur angulus γ ν β, angulo ν β γ eſt æqualis: quare (per 6 primi) & latus β γ, lateri γ ν eſt æquale. Sed γ β ipſi ν ν eſt æquale, & γ ν ipſi ν ε: igitur ν ν ipſi ν ε eſt æquale. Aequilaterũ igitur eſt, γ ν ν β. Dico etiam quod rectangulũ. Quoniã parallelus eſt γ ν ipſi β ν, & in eas incidit linea γ β, anguli igitur ν β γ & ν γ β (per 29 primi) duobus rectis ſunt æquales, angulus autẽ ν β γ rectus eſt: rectus igitur eſt & angulus ε γ ν. Quare (per 34 primi) & ex oppoſito anguli γ ν ν & ν ν β ſunt recti. Rectangulũ igitur eſt γ ν ν ε. Oſtenſum autẽ eſt quod & æquilaterũ, quadratum igitur eſt, eſtq; ex β γ, ac per hoc etiam θ ζ quadratũ eſt, & eſt ex β ν, hoc eſt α γ. Quadrata igitur θ ζ & γ ν, ſunt ex lineis α γ & γ β. Et quoniam α ν æquũ eſt ipſi ν ι, eſtq; α ν id quod ſub α γ & γ β, æqualis nãq; eſt ν γ ipſi γ β, igitur ν ι (per 43 primi) æquũ eſt ei quod ſub α γ & γ ε. Igitur & α ν & ν ι, æqualia ſunt ei quod bis eſt ſub α γ & γ β. Quadrata aũt θ ζ & γ ν, ſunt ex α γ & γ β. Quatuor igitur β ζ, γ ν, α ν & ν ι, ſunt eis æqualia quæ fiunt ex α γ & γ ε quadratis, & ei quod ſit bis ſub α γ & γ ε rectãgulo. Sed θ ζ, γ ν, α ν, & ν ι, ſunt totũ α δ ι β, quod eſt quadratũ quod ex α β. Quadratũ igitur quod fit ex α β, æquũ eſt eis quæ fiunt ex α γ, & γ β quadratis, & ei quod bis ſub α γ & γ ε cõprehenditur rectãgulo. Si recta igitur linea ſecetur utcũq; quadratũ quod fit ex tota æquũ eſt eis quæ ex ſectionibus fiunt quadratis, & ei quod bis cõprehenditur ſub ſectionibus rectãgulo, qđ demõſtraſſe oportuit.



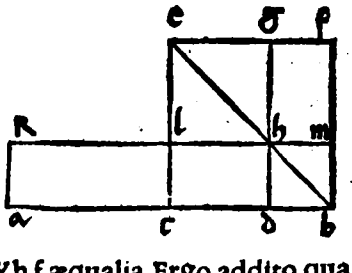
ALITER idem oſtendere. Dico quod quadratũ α ε, æquũ eſt eis quæ fiunt ex α γ & γ ε quadratis, & ei quod bis ſub α γ & γ ε cõprehenditur rectangulo. In eadẽ enim deſcriptione, quoniã æquale eſt α β ipſi α δ, æqualis eſt angulus α ε δ ei qui ſub α δ ε, (per 5 primi.) Et quoniã omnis trianguli tres anguli duobus rectis ſunt æquales (per 32 primi) trianguli α ε δ tres anguli α δ ε, δ β α, & β α δ, duobus rectis ſunt æquales (per eandẽ.) Rectus autẽ eſt angulus ε α δ, reliqui ergo anguli α β δ, & α δ β, uni recto ſunt æquales, & ſunt æquales alter alteri, uterq; igitur α ε δ & α δ β, dimidiũ eſt recti. Angulus autẽ β γ ν, rectus eſt, æquus enim eſt ei qui ex oppoſito ad α (per 29 primi.) Reliquus ĩgitur angulus γ ν β, dimidiũ eſt recti. Angulus igitur γ ν β, angulo γ β ν eſt æqualis, quare & latus ε γ, æquale eſt ipſi γ ν, ſed ε γ ipſi ν ν eſt æquale, & γ ν ipſi ε ν eſt æquale. Aequilaterũ igitur eſt γ ν, habet autẽ & angulũ γ ε ν, rectũ: quadratũ eſt igitur γ ν, & eſt ex ε γ, & ob id etiã θ ζ quadratũ eſt, & æquũ eſt ei quod ex α γ: igitur γ ν & θ ζ, ſunt quadrata, & æqualia ſunt eis quæ ex α γ & γ ε fiunt quadratis. Et quoniã æquũ eſt α ν ipſi ν ι, eſtq; α ν id quod ſub α γ & γ ε æqualis enim eſt ν γ ipſi γ ε, & ν ι igitur æquũ eſt ei quod ſub α γ & ν ι: igitur α ν & ν ι, ſunt æqualia ei quod bis fit ſub α γ & γ ε. Sunt autẽ γ ν & θ ζ, æqualia eis quæ fiunt ex α γ & γ ε quadratis. Igitur γ ν, θ ζ, α ν, & ν ι, ſunt æqualia eis quæ ex α γ & γ ε, & ei quod bis eſt ſub α γ & γ ε, ſed γ ν, θ ζ, α ν, & ν ι, totum ſunt α ι quadratũ quod fit ex α β. Quadratũ igitur quod fit ex α ε, æquũ eſt quadratis quæ fiunt ex α γ & γ β, & ei rectangulo quod bis cõprehenditur ſub α γ & β γ, quod oſtendere oportuit.

CORRELARIVM. Ex hoc manifeſtũ eſt, quod in quadratis * arcis parallelogrãma quæ circa dimetientẽ, quadrata ſunt. Euclides ex Campano. * χωρίου

Propoſitio 5

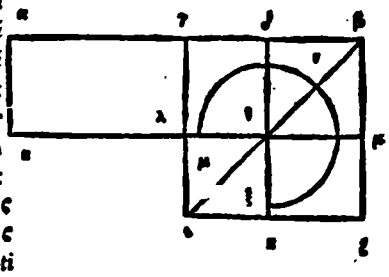
5 Si linea recta per duo æqualia duoq; inæqualia ſecetur, quod ſub inæqualibus totius ſectionis rectangulũ continetur cum eo quadrato quod ab ea quæ inter utraſq; eſt ſectiões deſcribitur, æquũ eſt ei quadrato quod à dimidio totius lineæ in ſe ducto deſcribitur.

CAMPANVS. Sit linea a b diuiſa per æqualia in puncto c, & per inæqualia in puncto d. dico quadratũ c b, eſſe æquale ei quod fit ex a d in d b, & quadrato c d. Deſcribam quadratũ c b, quod ſit c b f e, in quo protrahã diametrũ e b, & ducã d g æquidiſtantẽ b f, quæ ſecet diametrũ e b in puncto h, & à puncto h educã æquidiſtantem lineæ a b, quæ ſit h k, ſecans lineã b f in puncto m, & lineam c e in puncto l, & protrahã a k, æquidiſtantẽ c e. Eritq; per correlariũ præmiſſæ, utraq; duarũ ſupficierũ l g & d m, quadrata, & per 43 primi, duo ſupplemẽta c h & h f, æqualia. Ergo addito quadrato d m, utriq;, erit parallelogrammũ c m æquale parallelogrãmo d f, & quia a l eſt



æquale c m per 36 primi, erit a h æquale gnomoni qui circũſtat quadrato l g, ergo addito utrique, quadrato l g, erit a h cum quadrato l g æquale quadrato e f, quod eſt propoſitũ. *Eucli. ex Zamb.* *Theorema 5* *Propoſitio 5*

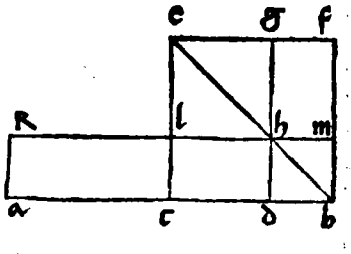
5 Si recta linea ſecetur in æqualia & nõ æqualia, rectangulũ comprehenſum ſub æqualibus ſegmẽtis totius, una cum quadrato eius quæ media eſt ſectionũ, æquum eſt ei quod à dimidia fit quadrato.



THEON ex Zamb. *Recta enim linea quædã α β ſecetur quidem in æqualia in γ, & in non æqualia in δ. Dico quod rectangulũ cõprehenſum ſub α δ & δ β una cum quadrato quod ex γ δ, æquũ eſt ei quod fit ex γ β quadrato. Deſcribatur enim (per 46 primi) ex γ β, quadratũ γ ε ζ β, & (per primũ poſtulatũ) cõnectatur ζ ε, & (per 31 primi) per δ, utriſq; ipſarum γ ε & ζ β parallelus excitetur δ κ, ſecans ζ ε in puncto θ, & rurſus (per eandẽ) per θ, utriſq; α β & ε ζ parallelus excitetur κ μ æqualis ipſi α ζ: & rurſus (per eandẽ) per κ, utriſq; γ λ & ζ μ parallelus excitetur κ ν. Et quoniã (per 43 primi) ſupplementũ γ ζ æquũ eſt ſupplemento θ ξ, cõmune ponatur δ μ: totum igitur γ μ, toti δ ξ eſt æquale. Sed γ μ ipſi α λ eſt æquale, quoniam α γ ipſi γ β eſt æqualis, & α λ igitur ipſi δ ξ eſt æquale. Cõmune ponatur γ θ, totum igitur α θ ipſis δ λ & δ ξ eſt æquale. Sed α θ æquũ eſt ei quod ſub α δ & δ β, æqualis enim eſt δ β ipſi δ β, & ξ δ λ eſt μ ν ξ gnomon. Gnomon igitur μ ν ξ, æqualis eſt ei quod ſub α δ & δ β. Commune ponatur λ ν, quod æquũ eſt ei quod fit ſub γ δ: gnomon igitur μ ν ξ & λ ν, ſunt æqualia rectangulo cõprehenſo ſub α δ & δ β, & ei quod fit ex γ δ quadrato (per 36 primi. Sed gnomon μ ν ξ & λ ν, totum ſunt quadratũ γ ε ζ β quod eſt ex β γ. Rectangulum igitur cõprehenſum ſub α δ & δ β una cum quadrato quod ex γ δ fit, æquũ eſt ei quadrato quod fit ex γ β. Si recta igitur linea & quæ ſequuntur reliqua ut in theoremate, quod oportuit demonſtruſſe.*

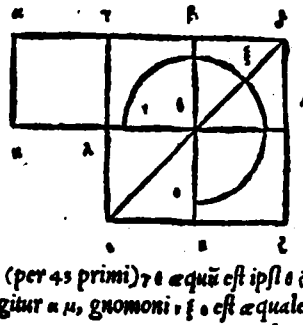
Eucli. ex Camp. *Propoſitio 6*

6 Si recta linea in duo æqualia diuidatur, alia uero ei linea in longũ addatur, quod ex ductu totius iam cõpoſitæ in eam quæ iam adiecta eſt, cum eo quod ex ductu dimidiæ in ſeipſam, æquũ eſt ei quadrato quod ab ea quæ conſtat ex adiecta & dimidia in ſeipſam ducta deſcribitur.



CAMPANVS. Sit linea a b diuiſa per æqualia in puncto c, eiq; addatur linea b d: dico q; quadratũ c d, quod ſit c d & f, æquale eſt ei quod fit ex tota a d in b d & quadrato c b. Producam in quadrato prædicto e d, diametrũ d e, & ducam lineam b g æquidiſtantẽ d f, quæ ſecet diametrũ d e in puncto h, à quo h, producam æquidiſtantẽ lineæ a b, quæ ſit h k, ſecans d f in puncto m, & c e in puncto l, & producam a k, æquidiſtantẽ e l, eritq; per 36 primi, a l, æquale c h. At c h, erit æquale h f, p 43 primi, quare a l, eſt æquale h f. Ergo addito c m utrobiq;, erit a m æquale toti gnomoni circũſtanti l g, quare l g addito utrobiq;, erit a m cũ l g, æquale toti quadrato c f. Et quia utraq; duarũ ſuperficierũ l g & b m eſt quadrata per correl. 4 huius patet propoſitũ. *Eucli. ex Zamb.* *Theorema 6.* *Propoſitio 6.*

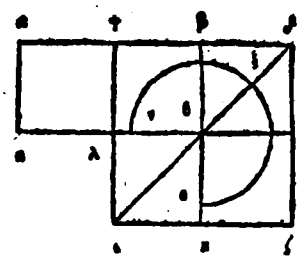
6 Si recta linea biſariam ſecetur, adiiciaturq; ei aliqua recta linea in rectũ, rectangulũ comprehenſum ſub tota cum appoſita & appoſita, una cum quadrato quod fit à dimidia, æquũ eſt ei quod fit ex coniuncta ex dimidia & appoſita tanq; ex una deſcripto quadrato.



THEON ex Zamb. *Recta enim linea α β ſecetur biſariã in ſigno γ, apponaturq; ei aliqua recta linea in rectum ε δ. Dico quod rectangulum cõprehenſum ſub α δ & δ ε, una cum quadrato quod fit ex ε γ, æquũ eſt ei quod fit ex δ γ, quadrato. Deſcribatur (per 46 primi) ex γ δ quadratũ γ ζ δ, & (per 4 poſtulatũ) connectatur δ ζ, & (per 31 primi) per β ſignum, utriq; earũ ζ γ & δ ξ, parallelus excitetur β γ, ſecans ζ ε in puncto θ, & (per eandem) per θ ſignũ, utriq; ipſarũ α δ & ζ ξ, parallelus excitetur α μ, & insuper (per eandem) per α, utriq; earum γ λ & δ μ, parallelus excitetur α ν. Quoniam igitur (per 36 primi) æqualis eſt α γ ipſi γ ε, æquũ eſt α λ ipſi γ θ. Sed (per 43 primi) γ θ æquũ eſt ipſi θ ξ, igitur & α λ ipſi θ ξ (per eandem) eſt æquale, commune apponatur γ μ, totum igitur α μ, gnomoni ν ξ ο eſt æquale.*

Sed α μ

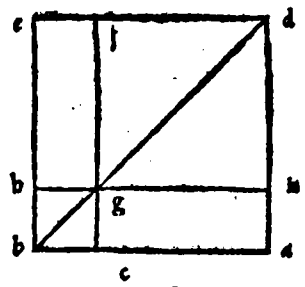
Sed α μ eſt id quod fit ſub α ♂ ♂ β, æqualis enim eſt ♂ μ ipſi ♂ β: & gnomon igitur ν ξ ο, æqualis eſt rectangulo comprehenſo ſub α ♂ & ♂ β. Commune apponatur λ π, quod æquũ eſt quadrato quod fit ex γ β. Rectangulũ igitur comprehenſum ſub α ♂ & ♂ β, una cum eo quod ex β γ quadrato, æquum eſt ipſi ν ξ ο gnomoni, & ipſi λ π, ſed gnomon ν ξ ο & λ π, totum ſunt γ ι ξ ♂ quadratũ, quod fit ex γ ♂. Rectangulũ igitur comprehenſum ſub α ♂ & ♂ β, una cum quadrato quod ex β γ, æquũ eſt quadrato quod ex γ ♂. Si recta igitur linea & quæ ſequũtur reliqua. Quod oſtendere oportuit.



Eucli. ex Camp. Propoſitio 7.

7 SI linea in duas partes diuidatur, quod fit ex ductu totius in ſeipſam cũ eo quod eſt ex ductu alterius partis in ſeipſam, æquũ eſt eis quæ ex ductu totius lineæ in eandem partem bis & ex ductu alterius partis in ſeipſam.

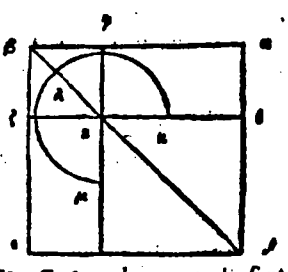
CAMPANVS. Sit linea a b diuiſa in duas partes in puncto c, dico quod quadratũ totius a b cũ quadrato b c, æquũ eſt ei quod fit ex a b in b c bis cum quadrato a c. Deſcribatur quadratũ totius, quod ſit a b d e, & ducatur diameter b d, & c f æquidiſtans, b e, ſecans diametrũ in puncto g, & ducatur k g h æquidiſtãs a b. Et quia quadratũ a e cũ quadrato c h tantũ ſunt quantũ quadratũ k f cum duabus ſuperficiebus a h & c e patet propoſitũ.



Eucli. ex Zamb. Theorema 7. Propoſitio 7.

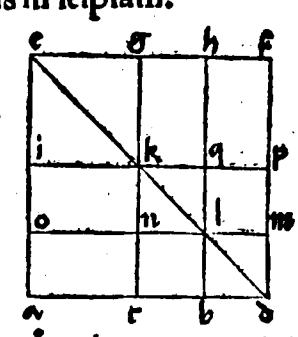
7 Si recta linea ſecetur utcunq;, & quod ex tota & q̃d ex uno ſegmentorũ utraq; quadrata, æqualia ſunt rectangulo cõprehenſo bis ſub tota & dicto ſegmento, & ei quod à reliquo ſegmẽto fit quadrato.

THEON ex Zamb. Recta enim linea α β, ſecetur utcunq; in ſigno γ, dico quod quadrata ex α β & β γ, æqua ſunt rectangulo contento bis ſub α β & β γ, & ei quod fit ex α γ, quadrato. Deſcribatur enim (per 46 primi) ex α ε, quadratũ α ♂ ♂ β, deſcribaturq; figura. Quoniam (per 43 primi) æquũ eſt α π ipſi π ε, cõmune apponatur ϛ ζ: totum igitur α ζ, toti γ ϛ eſt æquale. Igitur α ζ & γ ϛ, duplum eſt ipſius α ζ. Sed α ζ & γ ϛ, ſunt π λ μ gnomon, & ζ quadratũ, & π λ μ: igitur gnomon & α ζ. Eſt autẽ ipſius α ζ duplum, etiam id quod bis ſub α β & β γ, ſit æqualis enim eſt β ζ ipſi β γ, ergo π λ μ gnomon & quadratũ γ ζ, æquũ eſt rectangulo contento bis ſub α β & β γ, cõmune apponatur ♂ π, quod eſt quadratũ ex α γ: gnomon igitur π λ μ, & ζ π & ♂ π quadrata, æqualia ſunt & ei quod bis ſub α β & β γ rectangulo continetur, & ei quod ex α γ fit quadrato. Sed π λ μ gnomon, & quadrata β π & ♂ π, totum ſunt β α ♂ ϛ & ϛ ζ, quæ ſunt ex α β & β γ quadrata: quadrata igitur ex α β, β γ, æqualia ſunt rectãgulo bis ſub α β & β γ comprehenſo, cum eo quod fit ex α γ quadrato. Si recta igitur linea, & quæ ſequũtur reliqua ut in theoremate. quod demonſtraſſe oportuit. Eucl. ex Camp. Propoſitio 8.



8 SI linea in duas partes diuidatur, eiq; in longum æqualis uni diuidentium adiungatur, quod ex ductu totius iam compoſitæ in ſeipſam fiet, æquũ erit ijs quæ ex ductu prioris lineæ in eam adiectam quater, & ei quod ex ductu alterius diuidentis in ſeipſam.

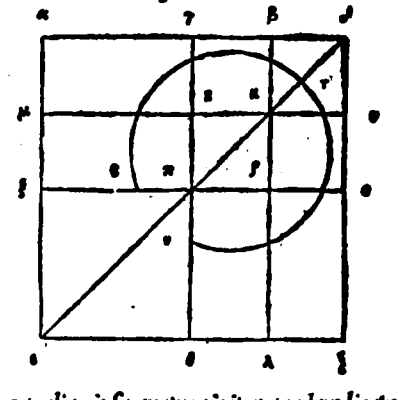
CAMPANVS. Sit a b diuiſa in puncto c, qualitercũq; contingat, cui addatur b d æqualis c b, dico q; quadratũ totius a d quod ſit a d e f, eſt æquale ei quod fit ex a b in b d quater cũ quadrato a c. Hoc autẽ patebit, ducta diametro d e, & lineis c g & b h æquidiſtantibus lineæ d f, & ſecantibus diametrũ in punctis k, l, per quæ puncta ducantur p q k r, & m l n o, æquidiſtantes a d. Erit enim per correl. 4 huius, unaquæq; ſuperficierũ r g, n q, & b m, quadrata. Et quia c b poſita eſt æqualis b d, erit utraq; ſuperficierũ c l & l p, quadrata. Eruntq; quatuor quadrata diuidentia quadratum ę p, æqualia, & quia totus gnomo circũſtans quadrato r g, eſt per 36 & 34 quadruplus ei quod ex a b in b d, quia quadruplus ad ſuperficiem a l, patet propoſitum.



Euclidis

Eucli. ex Zamb. Theorema 8. Propoſitio 8.

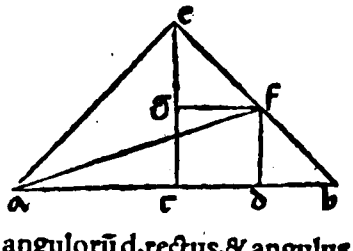
8 Si recta linea ſecetur utcunq;,rectangulum comprehenſum quater ſub tota & uno ſegmentorū cum eo quod ex reliquo ſegmento eſt quadrato, æquum eſt ei quod fit ex tota & prædicto ſegmento tanquam ab una deſcripto quadrato.



THEON ex Zamb. Recta enim linea quædā α β ſecetur utcunq; in ſigno γ, dico quod quater ſub α β & β γ cōprehenſum rectangulum, una cum eo quod ex α γ quadrato, æquū eſt ei quod fit ex α β & β γ tanquam ab una deſcripto quadrato. Producatur enim (per 6 ſecundi) in rectam lineam ipſi α β recta linea β δ. & ponatur ipſi γ β æqualis β δ (per 3 primi.) Et (per 46 primi) ex α δ deſcribatur quadratum α ε ζ δ, & deſcribatur dupla figura. Quoniam igitur æqualis eſt γ β ipſi β δ, ſed γ β ipſi ι κ, eſt æqualis, & β δ (per 34 primi) ipſi κ ν eſt æqualis, & ι κ igitur ipſi ι ν eſt æqualis, & perinde π ρ ipſi ρ σ eſt æqualis. Et quoniam æqualis eſt β γ ipſi β δ, & ι κ ipſi κ ν, æquū eſt igitur γ κ ipſi κ δ, & π ρ ipſi ρ ν. (per 36 primi.) Sed (per 43 primi) γ κ ipſi ρ ν eſt æquale: ſupplementa enim ſunt parallelogrammi γ σ, & κ δ, igitur ipſi ν ρ eſt æquale. Igitur δ κ, γ κ, κ ρ, & ρ ν, ſibi inuicem ſunt æqualia: ipſa quatuor igitur quadruplicata ſunt ipſius γ κ. Rurſus quoniam æqualis eſt γ β ipſi β δ, ſed β δ quidem ipſi β κ, hoc eſt ipſi γ ι eſt æqualis, & γ β ipſi ι κ, hoc eſt ipſi ι π eſt æqualis: & γ κ igitur ipſi ι π eſt æqualis. Et quoniā æqualis eſt γ κ ipſi ι π, & π ρ ipſi ρ σ, æquū eſt α κ ipſi μ π, & π λ ipſi ρ ξ, ſed μ π ipſi π λ (per 43 primi) eſt æquale: ſupplementa enim ſunt pallelogrammi μ λ: & α κ igitur ipſi ρ ξ (per 43 eiuſdem) eſt æquale. Quatuor igitur α κ, μ π, π λ, & ρ ξ, ſibi inuicem ſunt æqualia: quatuor igitur quadruplicata ſunt ipſius α κ. Oſtenſum autem eſt quod quatuor γ κ, κ δ, κ ρ, & ρ ν ipſius γ κ quadruplicata: octo igitur quæ gnomonem σ τ υ complectuntur, quadruplicata ſunt ipſius α κ. Et quoniam α κ eſt quod ſub α ε & β δ, æqualis enim eſt β κ ipſi β δ, quod igitur quater eſt ſub α β & β δ, quadruplicatū eſt ipſius α κ: oſtenſum eſt autem quod ipſius α κ, quadruplicatum, eſt gnomon σ τ υ. Igitur id quod quater eſt ſub α β & β δ, gnomoni σ τ υ æquum eſt. Cōmune apponatur ζ θ, quod æquum eſt quadrato quod ex α γ. Rectangulū igitur quater ſub α β & β δ comprehenſum, cum quadrato quod ex α γ, æquum eſt gnomoni σ τ υ & (ei quod eſt) ζ θ. Sed σ τ υ gnomon & ζ θ, totum ſunt α ε ζ λ quadratum quod eſt ex α δ, quod igitur quater ſub α β & β δ, una cum eo quod fit ex α γ, æquum eſt ei quod fit ex α δ quadrato: æqualis autem eſt β δ ipſi β γ. Rectangulū igitur comprehenſum quater ſub α β & β γ, una cum eo quod fit ex α γ quadrato, æquum eſt ei quod fit ex α δ, hoc eſt ei quod ex α β & β γ tanquā ab una deſcriptum eſt quadrato. Si recta igitur linea, & quæ ſequuntur reliqua, quod erat oſtendendum.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 9.

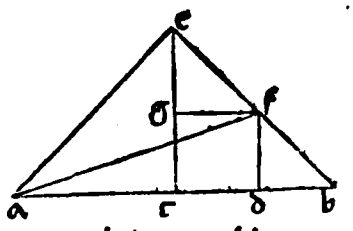
9 SI linea in duo æqualia duoq; inæqualia diuiditur, quæ fiunt ex ductu utriuſq; inæqualiū ſectionum in ſeipſam pariter accepta, duplum ſunt utriſque pariter acceptis, quæ quidem ex dimidia eaq; quæ utrique ſectioni interiacet quadratis deſcribuntur.



CAMPANVS. Sit linea a b diuiſa per æqualia in c, & per inæqualia in d. Dico q; quadratum a d & quadratū d b ſimul iuncta, dupla ſunt quadrato a c & quadrato c d ſimul iunctis. Super lineam a b, erigo lineam c e, perpendicularē & æqualem utriq; earum linearū a c & c b, & produco e a & e b, eritq; per 32 primi, uterq; angulorū a & b, & uterq; angulorū partialium qui ſunt ad e, medietas recti, totusq; e, rectus. Et produco d f, æquidiſtantem c e, & perpendicularē ſuper lineam a b, eritq; uterq; angulorū d, rectus, & angulus d f b, medietas recti per 32 primi ſiue per ſecundam partem 29 primi. Quare per 6 primi d f & d b ſunt æqualia. A puncto f duco f g, æquidiſtantem a b, eritq; per ſecundem partem 29 primi & per 32 eiuſdem, uterq; angulorū g, rectus, & angulus e f g per 32 medietas recti, quare per 6 eiuſdem, latera e g & g f, ſunt æqualia. Et quia per penultimā eiuſdem quadratū e f eſt æquale quadrato e g & quadrato g f, ipſum erit duplum ad quadratū g f, quare ad quadratum c d. Item quia per eandem quadratū e a eſt æquale quadrato a c & quadrato c e, ipſum erit duplum ad quadraum a c, & quia quadratum a f æquale quadrato e f & a e per eandem, ipſum erit duplum ad quadratū a c & ad quadratū c d.

Sed quadra-

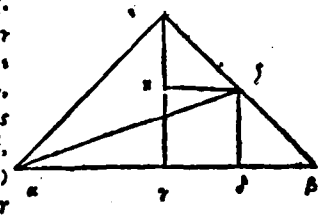
Sed quadratum a f, eſt iterum æquale per eandem quadrato a d quadrato d f, ergo quadratũ a d & quadratũ d f, dupla ſunt ad quadratum a c & ad quadratum c d. Et quia quadratum d f eſt æquale quadrato d b, erunt quadrata duarum linearum a d & d b, dupla quadratis duarum linearũ quæ ſunt a c & c d, quod eſt propoſitũ.



Euclid. ex Zamb. Theorema 9. Propoſitio 9.

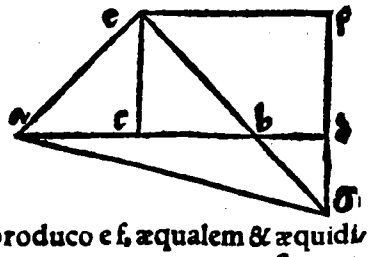
9 Si recta linea ſecetur inæqualia & non æqualia, quæ ab inæqualibus totius ſegmentis fiunt quadrata, dupla ſunt eius quod à dimidia & eius quod ab ea quæ media eſt ſectionum fit quadratorum.

THEON ex Zamb. Recta enim linea quædam α β, ſecetur in æqualia in ſigno γ, & in non æqualia in δ. Dico quod quadrata ex α δ & δ β, dupla ſunt eorum quæ ex α γ & γ δ ſunt quadratorum. Excitetur enim (per 11 primi) ex γ ſigno ipſi α β, ad angulos rectos γ ζ, & ponatur (per 3 primi) æqualis utriq; ipſarum α γ & γ β ζ η & (per 1 poſtulatũ) connectantur α ζ & ζ β. Et (per 31 primi) per δ ipſi ζ γ, parallelus excitetur δ ξ, & (per eandem) per ξ ipſi α β, parallelus excitetur ξ ν, & (per 1 poſtulatum) connectatur α ξ. Et quoniam æqualis eſt α γ ipſi γ ζ, æqualis eſt (per 5 primi) angulus ζ α γ angulo γ ζ α. Et quoniam rectus eſt angulus qui ad γ, reliqui igitur anguli ζ α γ & α ζ γ, uni recto ſunt æquales: uterq; igitur eorum qui ſub α ζ γ & α ζ γ, recti dimidius eſt. Ob id quoq; & uterq; ipſorum ζ β γ & γ ζ β, recti dimidius eſt. Totus igitur α ζ β, rectus eſt. Et quoniam qui ſub ν ζ ξ recti dimidius eſt, rectus autem qui ſub ζ ν ξ, æqualis enim interiori eſt oppoſito (per 29 primi) hoc eſt ipſi ζ γ β, reliquus igitur qui ſub ζ ν ξ, recti dimidius eſt. Æquus igitur eſt (per 6 cõmunem ſententiam) qui ſub ν ζ ξ, ei qui ſub ζ ξ ν: quare (per 6 primi) & latus ζ ν, lateri ξ ν eſt æquale. Rurſus quoniam angulus qui ad β, recti dimidius eſt, rectus autem eſt qui ſub ξ δ β, æqualis enim rurſus eſt interiori & oppoſito ipſi ζ γ β (per 29 primi) reliquus igitur qui ſub β ξ δ, recti dimidius eſt. Æqualis igitur eſt angulus qui ad β ipſi δ ξ β. Quare (per 6 primi) & latus δ ξ, lateri δ β eſt æquale. Et quoniam α γ æqualis eſt ipſi γ ζ, & æquum eſt quod ex α γ ei quod ex γ ζ: quadrata igitur quæ ſunt ex α γ & γ ζ, eius ſunt dupla quod eſt ex α γ. At (per 47 primi) eis quæ ſunt ex α γ & γ ζ, æquum eſt quod ex ζ α fit quadratũ: angulus enim qui ſub α γ ζ, rectus eſt. Igitur quod ex α ζ fit, eius quod eſt ex α γ, duplum eſt. Rurſus quoniam æqualis eſt ζ ν ipſi ν ξ, æquum eſt id quod ex ζ ν, ei quod ex ν ξ: quadrata igitur quæ ſunt ex ν γ & ζ ξ, dupla ſunt quadrati quod ex ζ ξ. Quadratis autem quæ fiunt ex ζ ν & ν ζ, æquum eſt id quod ex ζ ξ (per 47 primi) quadratum igitur quod ex ζ ξ, duplum eſt eius quod ex ν ξ. Æqualis autem eſt ν ξ ipſi γ δ: igitur quod ex ζ ξ, duplum eſt eius quod ex γ δ. Eſt autem & id quod ex α ζ, duplum eius quod fit ex α γ. Quadrata igitur quæ ex α ζ & ζ ξ quadratorũ quæ fiunt ex α γ & γ δ dupla ſunt. Eis autem quæ fiunt ex α ζ & ζ ξ, æquum eſt id quod ex α ξ fit quadratum (per 47 primi.) Rectus enim eſt angulus qui ſub α ζ ξ. Quadratũ igitur ex α ξ, eorum quæ ex α γ & γ δ fiunt, duplum eſt. Ei autem quod fit ex α ξ, æqualia ſunt ea quæ fiunt ex α δ & δ ξ (per 47 primi) rectus enim eſt angulus qui ad δ. Ea igitur quæ ex α δ & δ ξ, dupla ſunt eorum quæ ex α γ & γ δ fiunt, quadratorũ. Æqualis autem eſt δ ξ ipſi δ β, quadrata igitur quæ ex α δ & δ β fiunt, dupla ſunt eorum quæ ex α γ & γ δ fiunt, quadratorũ. Si recta igitur linea ſecetur in partes æquales & inæquales, quæ ab inæqualibus totius ſegmentis fiunt quadrata, dupla ſunt eius quod ex dimidia, & eius quod ex medio ſegmentorũ fit, quadratorũ, quod oportuit demonſtraſſe. Euclid. ex Camp. Propoſitio 10.

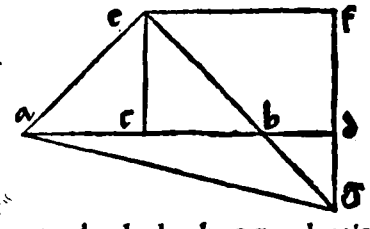


10 Si linea in duo æqualia diuidatur, eiq; in longum alia addatur, quadratum quod deſcribitur à tota cum addita, & quadratum quod ab ea quæ addita eſt utraque quadrata pariter accepta, ei quadrato quod à dimidia eiq; quod ab ea producitur quæ ex dimidia adiectaq; conſiſtit, utriſq; quadratis pariter acceptis dupla eſſe neceſſe eſt.

CAMPANVS. Sit linea a b diuiſa per æqualia in c, & addita ſibi linea b d, dico quod duo quadrata duarum linearũ a d & b d, pariter accepta, dupla ſunt duobus quadratis duarum linearum a c & c d, pariter acceptis. Erigo c e perpendicularem ſuper lineam a b, & æqualem utriq; linearũ a c & c b, & perficio triangulum a e b, ductis lineis a e & e b, eritq; ut in præmiſſa uterq; angulorũ a & b, & uterq; eorum qui ſunt ad e, medietas recti per 32 primi, totusq; e eſt rectus. A puncto e, produco e f, æqualem & æquidiſtantem



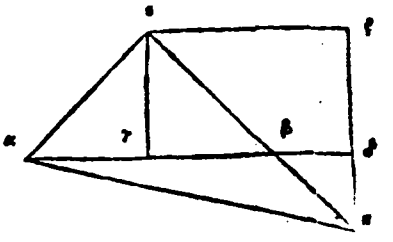
ſtantem c d, & produco f d & e b, quouſq; concurrant in puncto g, & produco lineam a g. Eritq; per ultimã partem 29 primi, angulus c e f, rectus, ſed angulus c e b, eſt medietas recti, ergo angulus b e f, eſt ſimiliter medietas recti, & quia per 31 primi, f d eſt æquidiſtans c e, erit per 14 eiuſdem, angulus f rectus, ergo per 32 eiuſdẽ, erit angulus e g f medietas recti: item per eandem, angulus d b g ſimiliter medietas recti, propter id q; angulus b d g eſt rectus, ergo per 6 eiuſdẽ, duo latera e f & f g ſunt æqualia, item duo latera d b & d g ſunt æqualia. Ergo per penultimã eiuſdem, quadratum e g, duplum eſt ad quadratum e f: quare ad quadratum c d. Itemq; per eandem, quadratum a c, duplum eſt ad quadratũ a c. Et quia quadratũ a g eſt per eandem æquale quadratis a e & e g, ſimiliter quoq; & quadratis a d & d g, at quia quadratum d g eſt æquale quadrato b d, erunt duo quadrata duarum linearum a d & b d pariter accepta, dupla duobus quadratis duarum linearũ a c & c d pariter acceptis, quod eſt propoſitum. Hæc autem & omnes præmiſſæ, ueritatem habent in numeris ſicut in lineis.



Eucli. ex Zamb. Theorema 10. Propoſtio 10.

10 Si recta linea ſecetur bifariam, apponatur autẽ ei quæpiam recta linea in rectum, quod ex tota cum appoſita & quod ex appoſita utraque quadrata, dupla ſunt eius quod ex dimidia & eius quod ex compoſita ex dimidia & adiuncta tanquam ex una deſcriptorum quadratorum.

THEON ex Zamb. *Recta enim quædam linea α β, ſecetur bifariam in γ, apponaturq; ei quæpiam recta linea in rectum, β δ. Dico quod quadrata quæ ex α δ & δ β, dupla ſunt quadratorũ quæ fiunt ex α γ & γ δ. Excitetur (per 11 primi) ab ipſo γ ſigno, ipſi α β ad angulos rectos γ ε, & ponatur (per 3 primi) æqualis utriq; ipſarum α γ & γ β, ε (per 1 poſtulatum) connectantur ε α & ε β. Et (per 31 primi) per ε, ipſi α δ parallelus excitetur ε ζ, & (per eandem) per δ, ipſi δ ε parallelus excitetur δ ζ. Et quoniam in parallelos rectas lineas γ ε & δ ζ, recta quædam linea incidit ε ζ. anguli igitur γ ε & ε ζ δ, (per 29 primi) duobus rectis ſunt æquales. Anguli igitur ζ ε β & ε ζ δ, duobus rectis ſunt minores, (per eandem.) Quæ autem à minoribus duobus rectis producuntur (per 5 poſtulatum) coincidunt: igitur ε β & ζ δ producæ ad partes β, δ, coincidunt, producantur, & coincidant in η, & (per 1 poſtulatum) connectatur α η. Et quoniam æqualis eſt α γ ipſi γ ε, angulus quoq; α ε γ angulo ε α γ eſt æqualis (per 5 primi) & rectus eſt qui ad γ, dimidius ergo recti, eſt uterq; qui ſub ε α & α ε γ. Et propterea uterq; etiam qui ſub γ ε β & ε β γ, recti dimidius eſt: rectus igitur eſt qui ſub α ε β. Et quoniam angulus ε β γ recti dimidius eſt, & (per 15 primi) angulus igitur δ β η recti dimidius eſt. Angulus autem β δ η, rectus eſt, æqualis enim eſt ei qui ſub δ γ ε, alterni enim, reliquus igitur angulus δ η β, recti dimidius eſt. Igitur (per 6 cõmunem ſententiam primi) angulus δ η ε, ei qui ſub δ β η eſt æqualis. Quare (per 6 primi) & latus β δ, lateri η δ æquum eſt. Rurſus quoniam angulus ε η ζ, recti dimidius eſt, rectus autem qui ad ζ, æqualis enim (per 34 primi) ex oppoſito ei qui α δ γ, reliquus igitur angulus ζ ε η, recti dimidius eſt. Angulus igitur ε η ζ, angulo ζ ε η eſt æqualis. Quare (per 6 primi) & latus ζ ε, lateri ζ η eſt æquale. Et quoniam æqualis eſt ε γ ipſi γ α, quadratum quoq; quod ex ε γ, ei quod eſt ex α γ, quadrato æquum eſt: quadrata igitur quæ ſunt ex γ ε & γ α, dupla ſunt eius quod fit ex α γ, quadrati. Eis autem quæ fiunt ex ε γ & γ α (per 47 primi) æquum eſt id quod ex ε α. Quadratum igitur quod ex ε α, duplum eſt eius quod fit ex α γ. Rurſus quoniam æqualis eſt η ζ ipſi ε ζ, quadratum quod fit ex η ζ, æquum eſt ei quod fit ex ε ζ, quadrato: quadrata igitur quæ ex η ζ & ε ζ fiunt, eius quod fit ex ε ζ, dupla ſunt. Eis autem quæ fiunt ex η ζ & ε ζ (per 47 primi) æquum eſt id quadratum quod fit ex ε η: id igitur quod fit ex ε η, duplum eſt eius quod fit ex ε ζ. Aequalis autem eſt ε ζ ipſi γ δ: id igitur quod fit ex ε η, duplum eſt eius quod fit ex γ δ. Patuit autem quod & id quod fit ex ε α, duplum eſt eius quod fit ex α γ. Quadrata igitur quæ fiunt ex α ε & ε η, eorum quæ fiunt ex α γ & γ δ quadratorum, dupla ſunt. Quadratis autem quæ fiunt ex α γ & ε η, æquum eſt id quod fit ex α η quadratum (per 47 primi.) Quadratum igitur quod fit ex α η, eorum quæ fiunt ex α γ & γ δ, duplum eſt. Ei autem quod fit ex α η, æqualia ſunt quadrata quæ fiunt ex α δ & δ η. Quadrata igitur quæ fiunt ex α δ & δ η, dupla ſunt eorum quæ ex α γ & γ δ fiunt, quadratorum: æqualis autem eſt δ η ipſi δ β. Quadrata igitur quæ fiunt ex α δ & δ β, dupla ſunt eorum quæ fiunt ex α γ & γ δ quadratorũ. Si recta igitur linea ſecetur bifariam, & quæ ſequuntur reliqua ut in theoremate, quod oſtendere oportebat.*

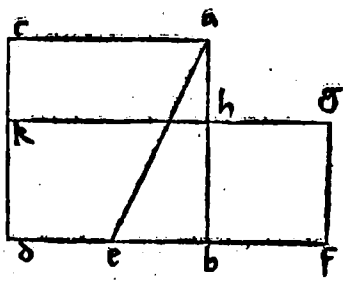


Euclides

Eucli. ex Camp. Propoſitio 11.

11 DAtam lineam ſic ſecare, ut quod ſub tota & una portione rectangulum cõtinetur, æquum ſit ei quod fit ex reliqua ſectione quadratum.

CAMPANVS. Sit linea data a b, quã uolumus ſic diuidere: ut quod ex tota & una eius portione producitur, æquũ ſit quadrato alterius. Deſcribo quadratũ ipſius a b, quod ſit a b c d. Latus b d diuido per æqualia in e, & produco a e: & e b produco uſq; ad f: ita q; e f ſit æqualis a e. Et ex b f portione extrinſeca, deſcribo quadratũ quod ex late re a b reſecat portionem æqualẽ b f, quæ ſit b h: & quadratũ deſcriptũ ſit b f h g. Dico quod a b ſic eſt diuiſa in puncto h: quod illud quod fit ex tota a b in eius portionem h a, eſt æquale quadrato h b.

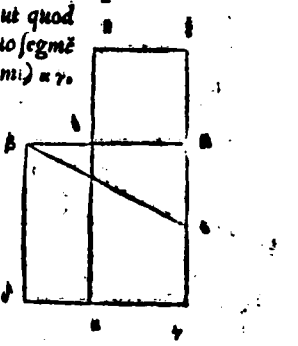


Produco g h uſque ad k: quæ erit æquidiſtans a c. Quia ergo linea d b diuiſa eſt per æqualia in e, & eſt ſibi addita linea b f: erit per 6 huius quod fit ex d f in b f cum quadrato e b, æquale quadrato e f: quare & quadrato e a: quare per penultimam primi, quadratis duarum linearum e b & b a. Ergo dempto ab utriſque quadrato lineæ e b: erit quod fit ex d f in b f & ipſum eſt ſuperficies d g, æquale quadrato lineæ a b. Ergo dempto ab utriſque parallelogrãmo h d: erit quadratum h f æquale parallelogrãmo h c. Et quia quadratum h f eſt quadratum lineæ h b, & parallelogrammum h c producitur ex c a quæ eſt æqualis a b, in a h, patet factum eſſe propoſitum. ¶ Ad hoc autem faciendum in numeris, non labores, quia impoſſibile eſt numerum ſic diuidi, ut hic undecima proponit, ſicut ſcies, ſexti 26 te docente.

Eucli. ex Zamb. Problema 1. Propoſitio 11.

11 Datam rectã lineã ſecare: ut quod ſub tota & altero ſegmẽto cõprehenſum rectangulum, æquum ſit ei quod fit ex reliquo ſegmento, quadrato.

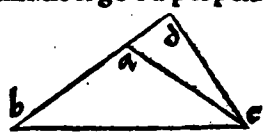
THEON ex Zamb. *Sit data recta linea α β: oportet autem ipſam α β ſecare, ut quod ſub tota & altero ſegmento comprehenſum rectangulum, æquum ſit ei quod fit ex reliquo ſegmẽto, quadrato. Deſcribatur (per 46 primi) ex α β, quadratum α δ γ β, & ſecetur (per 10 primi) α γ, bifariam, in ε, ſigno, & cõnectatur β ε. Et extendatur (per 2 poſtulatum) γ α, in ζ, & ponatur (per 3 primi) ipſi β ε, æqualis ε ζ. (Et per 46 primi) ex α ζ deſcribatur quadratum ζ η α θ, & extendatur (per 2 poſtulatum,) η θ, in κ. Dico quod α β, ſecatur in θ, ut quod ex α β, & β θ, comprehenſum rectangulum, æquum ſit ei quod fit ex α θ, quadrato. Quoniam enim recta linea α γ ſecta eſt bifariam in ε, adiacet autem ei α ζ, igitur (per 6 ſecundi) rectangulum comprehenſum ſub γ ζ, & ζ α, una cum eo quod fit ex α ε, quadrato, æquum eſt ei quod fit ex ε ζ, quadrato, æqualis autem eſt ε ζ: rectangulum igitur comprehenſum ſub γ ζ, & ζ α, una cum eo quod fit ex α ε, quadrato: æquum eſt ei quod fit ex ε β, quadrato. Sed ei quod fit ex ε β, æqualia ſunt (per 47 primi) ea quæ fiunt ex β α, & α ε, quadrata: rectus enim eſt angulus qui ad α. Quod igitur eſt ſub γ ζ, & ζ α, cum eo quod fit ex α ε, æquum eſt eis quæ fiunt ex β α, & α ε. Commune auferatur id quod ex α ε, reliquum igitur rectangulum comprehenſum ſub γ ζ, & ζ α: æquum eſt ei quod fit ex α β, quadrato. Et id quidem quod ſub γ ζ, & ζ α, eſt ipſum ζ η, æqualis enim eſt ζ α, ipſi ζ η. Id autem quod fit ex α β, eſt ipſum α δ. Igitur ζ η æquum eſt ipſi α δ. Cõmune auferatur α η, reliquum igitur ζ θ, ipſi θ δ, eſt æquale. Eſt autem θ δ, id quod ſub α β, & β θ, æqualis enim eſt α β, ipſi β δ. At ζ θ, id eſt quod ex α θ. Rectangulum igitur comprehenſum ſub α β & β θ, æquum eſt ei quod fit ex θ α, quadrato. Data igitur recta linea α β, in θ, diſſecta eſt, ut rectangulum ſub α β, & β θ, comprehenſum, æquum ſit ei quod ex α θ, fit quadrato, quod fieriſſe oportuit.*



Eucli. ex Camp. Propoſitio 12.

12 IN his triangulis qui obtuſum habent angulum, tanto ea quæ obtuſum ſubtendit angulum, ambobus reliquis lateribus quæ obtuſum continent angulum amplius poteſt, quãtum eſt quod continetur bis ſub uno eorum atque ea quæ ei directe iuncta ad obtuſum angulum, à perpendiculari extra deprehenditur.

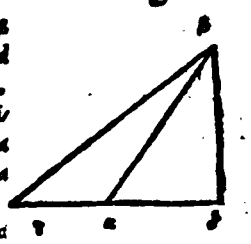
CAMPANVS. Sit triangulus a b c,habens angulum a,obtusum. A pūcto c, ducatur linea perpendicularis ad lineam b a,quæ necessario cadet extra triangulum a b c: alioqui angulus obtusus esset rectus aut minor recto per 16 primi:sit ergo c d perpendicularis super lineam a b productam usque ad d. Dico ꝙ quadratum lateris b c quod subtenditur angulo obtuso,tāto maius est duobus quadratis duarum linearum a b & a c ambientibus ipsum angulum obtusum,quantum est illud quod fit ex b a in a d bis. (Potētia enim lineæ,respectu quadrati sui est,unde tantum dicitur posse linea quælibet:quātum in se ducta producit.) Erit enim per 4 huius,quadratum b d,æquale duobus quadratis duarum linearum b a & a d,& duplo eius quod fit ex b a in a d. Et quia quadratum b c per penultimam primi est æquale quadrato b d & quadrato d c:ipsum erit æquale quadratis triū linearū b a,a d,&d c, & duplo eius quod fit ex b a in a d. Sed per eādem,quadratū a c,est æquale quadratis a d & d c. ergo quadratum b c,est æquale quadratis duarum linearum b a & c a:& duplo eius: quod fit ex b a in a d. Quare b c tanto amplius potest duabus lineis b a, a c, quantum est duplum eius quod fit ex b a in a d. Iam enim diximus quod tantum dicitur posse linea quælibet:quantum in se ducta,producit,quod est propositum.



Eucli. ex Zamb. Theorema 11. Propositio 12.

12 In obtusiangulis triangulis quod ab obtusum angulum subtendente latere fit quadratum,maius est eis quæ fiunt ab obtusum angulum comprehendentibus lateribus,quadratis, comprehenso bis sub uno eorum quæ sunt circa obtusum angulum in quod protractum cadit perpendicularis,& assumpto extrinsecus sub perpendiculari ab obtusum angulum

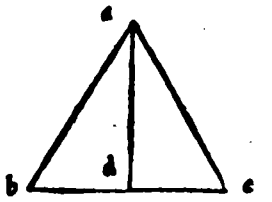
THEON ex Zamb. *Sit obtusi anguli triangulū α β γ,obtusum habēs angulū β α γ. & ducatur ex β signo,in γ α,producta (per 12 primi) perpēdicularis β δ. Dico quod quadratum quod ex β γ. maius est eis quæ fiunt ex β α, & α γ, quadratis:bis sub γ α, & α δ,comprehenso rectangulo. Quoniam enim recta linea γ δ,secta est utcūq; in α, signo:igitur (per 4 secundi) quod fit ex γ δ æquum est eis quæ fiunt ex γ α, & α δ, quadratis, & bis sub γ α & α δ comprehenso rectangulo. Commune ponatur id quod ex δ β. Ea igitur quæ sunt ex γ δ, & δ β, æqua sunt eis quæ fiunt ex γ α, & α δ, & δ β, quadratis, & bis sub γ α & α δ, comprehenso rectangulo. Sed eis quæ sunt ex γ δ & δ β: æquum est id quod ex γ β, (per 47 primi) rectus enim est angulus qui ad δ. Eis autem quæ fiunt ex α δ, & δ β, (per eandem) æquum est id quod fit ex α β. Quadratum igitur quod fit ex γ β, æquum est eis quæ fiunt ex γ α & α β, quadratis (per eandem) & eis sub γ α, & α δ, comprehenso rectangulo. Quare quadratum quod fit ex γ β, eis quæ fiunt ex γ α, & α β, maius est bis sub γ α, & α δ, comprehenso rectangulo. In amblygonijs igitur triāgulis quod ab obtusum angulum subtendente latere fit quadratū: maius est & quæ sequuntur reliqua: quod ostendere oportuit.*



Eucli. ex Camp. Propositio 13.

13 OMnis oxygonij tanto ea quæ acutum respicit angulum ambobus lateribus angulum acutum continentibus minus potest: quantum est quod bis continetur sub uno eorum cui perpendicularis intra superstat,eaq; sui parte quæ perpendiculari angulóq; acuto interiacet.

CAMPANVS. Quod hic proponitur de latere subtenso alicui angulo acuto, in triangulo oxygonio:ueritatem habet de latere subtenso cuilibet angulo acuto in omni triangulo, siue fiat orthogonius, siue amblygonius,siue oxygonius. Sit ergo in triangulo a b c,quicunque triangulus fuerit: angulus c acutus,qui si fuerit oxygonius, ducatur perpendicularis ab quouis angulorum a uel b,ad quamuis basin b c uel a c: quia cum sic fuerit:semper cadet perpendicularis intra triāgulum. Si autem sit amblygonius aut orthogonius:ab angulo obtuso uel recto ducatur perpendicularis ad latus oppositum,quam manifestum est cadere intra triangulum. Et, ut simpliciter dicam,cum in omni triāgulo sint duo acuti anguli,necessario erit alter



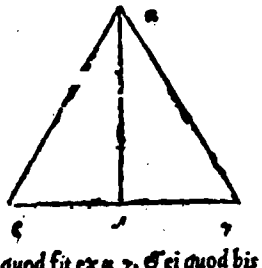
rec-

reliquorum angulorum qui ſunt a & b, acutus. Ducam igitur perpendicularem, ad lineam illam quæ duobus acutis interiacet. Sit ergo ut trianguli a b c: angulus b etiam ſit acutus: ducam ergo, ad b c: perpendicularem quæ ſit a d, quæ (ut dictum eſt) cadet intra triangulum. Dico itaque quod quadratum lateris a b quod ſubtẽditur angulo acuto c, tanto minus eſt duobus quadratis duarum linearũ a c & c b, quãtũ duplum eius quod fit ex b c in dc. Vel dico quod quadratum a c quod etiam ſubtenditur angulo b quem poſuimus acutum (quicquid fuerit de angulo a) tanto minus eſt duobus quadratis duarũ linearũ a b, & b c, quantum eſt duplum eius quod fit ex c b in b d. Erit enim per 7 huius, quadratũ b c cũ quadrato d c, æquale ei quod fit ex b c in d c bis, & quadrato alterius partis ſcilicet a b, addito utrique quadrato a d, erit quadratum b c cum quadratis duarum linearum a d & d c, æquale quadratis duarum linearum a d & d b, & duplo eius quod fit ex c b in c d. At quia per penultimam primi, quadratũ a c eſt æquale quadratis duarum linearum a d & d c: erit quadratum b c cum quadrato a c, æquale quadratis duarum linearum a d & b d, & duplo eius quod fit ex c b in c d. Sed per eandem penultimam primi, quadratum a b, æquum eſt quadratis duarum linearum a d & b d: ergo quadratum b c cum quadrato a c, æquum eſt quadrato a b: & duplo eius quod fit ex b c in c d: quare tanto minus poteſt a b duobus lateribus b c & a c: quantum eſt duplum eius quod fit ex b c in c d, quod eſt propoſitum. Simili modo probabis, latus a c quod ſubtenditur angulo b acuto, poſſe tanto minus duobus lateribus a b & b c: quantum eſt duplum eius quod fit ex c b in b d. ¶ Notandum autem per hanc & præcedẽtem & penultimam primi, quod cognitis lateribus omnis trianguli: cognoſcitur area ipſius, & auxiliantibus tabulis de chorda & arcu, cognoſcitur omnis eiut angulus.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 12.* *Propoſitio 13.*

13 **In oxygoniis triangulis, quod ex acutum angulum ſubtendente fit quadratum, minus eſt eis quæ ex acutum angulum comprehendentibus lateribus fiunt quadratis: cõprehenſo bis ſub uno eorum quæ ſunt circa acutum angulum quod perpendicularis cadit, & ſumpto intus ſub perpendiculari ad acutum angulum.**

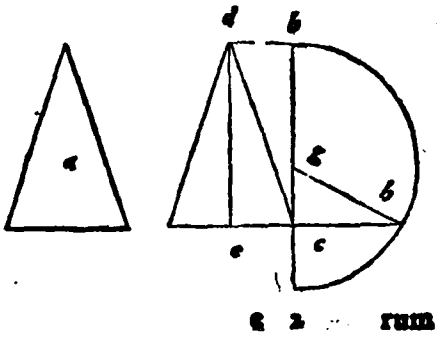
THEON ex Zamberto. *Sit oxygonium triangulum α β γ, acutum habens angulum qui ad β. & (per 12 primi) ducatur ab α, ſigno, in β γ, perpendicularis α δ. Dico quod quadratum ex α γ, minus eſt quadratis quæ fiunt ex γ β, & β α comprehenſo bis rectangulo ſub γ δ, & β β. Quoniam enim recta linea β γ diſecta eſt utcunque in δ. igitur (per 7 ſecundi) quadrata quæ ex γ β, & β δ, æqualia ſunt bis ſub γ β, & β δ, cõprehenſo rectãgulo, & ei quod fit ex γ ζ, quadrato. Cõmune apponatur quadratum quod ex δ α. Igitur quadrata quæ ex γ ζ, & β δ, & δ α, (per 7 ſecundi) æqualia ſunt rectangulo comprehenſo bis ſub γ β, & β δ, & eis quæ fiunt ex α δ, & δ γ, quadratis. Sed eis quæ fiunt ex β δ, & δ α, æquum eſt id quod fit ex α β, angulus enim qui ad δ, rectus eſt. Eis autẽ quæ fiũt ex α δ, & δ γ, æquũ eſt id quod ex α γ, (per 47 primi) ea igitur quæ fiunt ex γ β, & β α, æqualia ſunt ei quod fit ex α γ, & ei quod bis fit ſub γ β, & β δ. Quare ſolum quod fit ex α γ, minus eſt eis quæ fiunt ex γ β, & β α, quadratis: eo quod eſt bis ſub γ β, & β δ, comprehenſo rectangulo. In oxygonys igitur triangulis: & quæ ſequuntur reliqua: quod oſtendere oportebat.*



Euclid. ex Camp. *Propoſitio 14.*

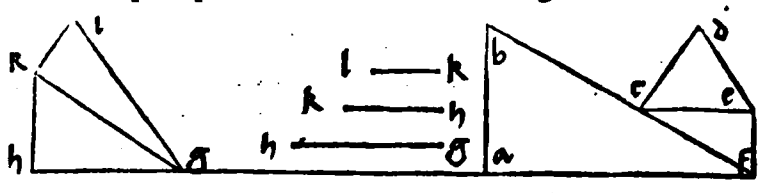
14 **DAto trigono: æquum quadratum deſcribere.**

CAMPANVS. *Sit datus trigonus a: cui nos uolumus æquum quadratum deſcribere. Deſignabo ſuperficiem æquidiſtantium laterum & rectorũ angulorum æqualem trigono dato, ſecũdum quod docet 42 primi: ſitque ſuperficies illa b c d e: cuius ſi latera fuerint æqualia: habemus qđ quærimus: ipſa enim erit quadrata per diffinitionem. Si autem latera ſint inæqualia: tunc adiungam minus ipſorum laterum maiori, ſecundum rectitudinem: ſitq; linea c f, æqualis minori duo-*



rum laterum quod eſt c e, adiuncta maiori quod eſt b c, ſecundum rectitudinem. Totam b f diuidam per æqualia, in puncto g, & facto g centro, ſuper lineam b f ſecundum quantitatẽ lineæ g b: deſcribam ſemicirculũ b h, & latus e c producã: uſquequo ſecet circũferentiã in pũcto h. Dico quod quadratum lineæ c h: eſt æquale trigono dato. Producã lineã g h. Et quia linea b f diuiſa eſt per æqualia in g, & per inæqualia in c erit per 5 huius, qđ ſit ex ductu b c in c f cũ quadrato c g, æquale quadrato g f, quare & quadrato g h, quare per penultimã primi, & duobus quadratis duarum linearum g c & c h. Ergo dempto utrinque quadrato c g, erit quod fit ex b c in c f, qđ eſt æquale ſuperficiei b e, eo quod c f eſt æquale quadrato lineæ c h, quare quadratũ lineæ c h, eſt æquale trigono a, quod eſt propoſitum.

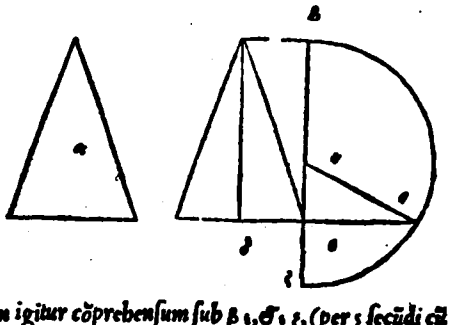
CAMPANI *additio.* Et nota quod per hoc inuenitur latus tetragonicum cuiuslibet altera parte lõgioris, & ſimpliciter omnis figuræ rectis lineis cõtẽtæ: quæcunque fuerit, quoniam omnẽ figurã talem in triãgulos reſoluemus: & cuiuslibet illorum triangulorũ inueniemus tetragonicum latus ſecundum doctrinam iſtius, & inueniemus per penultimam primi, lineam unam, quæ poſſit in omnia latera tetragonica inuenta. Verbi gratia, uolo inuenire latus tetragonicũ rectilineæ figuræ irregularis a b c d e f, Reſoluo eã in tres triangulos qui ſunt a b f, & c d e & f c e. Inuenio quoque ſecundum doctrinã iſtius: tria latera tetragonica iſtorũ triũ triangulorum, quæ ſunt g h, h k, & k l, & erigo h k: perpẽdiculariter ſuper g h, & produco g k, eritq; per penultimam primi, quadratum g k, æquale quadratis duarum linearum g h, & h k, & tertium latus k l, erigo perpendiculariter ſuper lineam g k, & produco lineam g l, eritq; per penultimam primi, g l latus tetragonicum totius figuræ rectilineæ propoſitæ.



Eucli. ex Zamb. *Problema 2.* *Propoſitio 14.*

14 Dato rectilineo, æquum quadratum conſtituere.

THEON *ex Zamb.* *Sit datum rectililineum a. oportet ei rectilineo æquum quadratum conſtituere: conſtituatur (per 45 primi) ipſi a, rectilineo: æquum parallelogrammum rectangulum β γ δ. Si æqualis eſt β ε, ipſi γ δ: factũ iam eſt problema, conſtituitur enim ipſi a, rectilineo: æquum quadratum β δ. Si autem non, ipſarum β ε, & γ δ, altera, maior eſt. Sit maior β ε, & producatur in ζ, & ponatur ipſi γ δ, æqualis, ε ζ, (per 3 primi,) & (per 10 primi) ſecetur β ζ. bifariã in η. Et cẽtro quidẽ η, ſpatio uero aut η β, aut η ζ, ſemicirculus deſcribatur β θ ζ, & (per 2 poſtulatũ producatur δ ε, in θ, & (per 1 poſtulatũ) cõnectatur η θ. Quoniã igitur recta linea ζ ε, ſecta eſt in æqualia in η, & in inæqualia in ε, igitur (per 5 ſecundi) rectangulũ comprehẽſum ſub β ε, & ε ζ, cũ quadrato quod fit ex γ η, æquũ eſt ei quod ex η ζ, quadrato. Aequalis autem eſt η ζ, ipſi η θ: rectangulum igitur cõprehenſum ſub β ε, & ε ζ, (per 5 ſecũdi cũ eo quod ex η ε, fit quadrato, æquum eſt ei quod fit ex η θ, ei autem quod ſit ex η θ, æqualia ſunt ea quæ ex θ ε, & η ε, fiunt quadrato, (per 47 primi.) Quod igitur fit ſub β ε, & ε ζ, cum eo quod fit ex η ε: æquum eſt eis quæ fiunt ex θ ε, & η ε, commune auferatur quadratum quod ex ε η, reliquum igitur rectangulum comprehenſum ſub β ε, & ε ζ, æquum eſt ei quod fit ex η θ, quadrato. Sed id quod ſub β ε, & ε ζ, eſt quod ipſum β δ, æqualis enim eſt ε ζ, ipſi ε δ, parallelogrammum igitur β δ, æquum eſt ei quod fit ex η θ, quadrato. Sed β δ, æquum eſt ipſi a, rectilineo, & a: igitur rectilineum æquum eſt quadrato deſcripto ex η θ. Dato igitur rectilineo a, æquum quadratum conſtitutum eſt, ex η θ, deſcriptum, quod feciſſe oportuit.*



LIBRI SECVNDI FINIS.

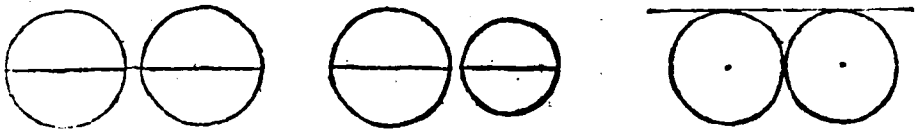
EVCLIDIS MEGARENSIS GRAECI PHILOSOPHI, GEOMETRICORVM ELEMENTORVM LIBER SECVNDVS.

Ex Campano. Diffinitiones.



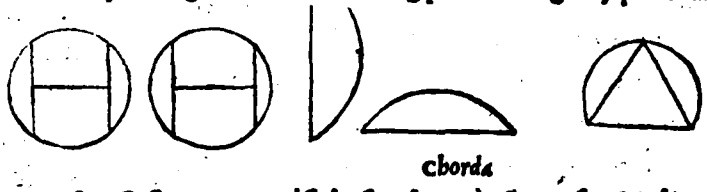
VOrum diametri ſunt æquales, ipſos circulos æquales eſſe. Maiores autem, quorum maiores. Et minores, quorum minores. 2 Circulum linea contingere dicitur: quæ cum circulum tangat, in utramq; partem eiecta circulum non ſecat. 3 Circuli ſeſe contingere dicuntur: qui ſe tãgentes, ſeinuicem non ſecant.

Circuli æquales Maior Minor Linea circulum contingens



4 Rectæ lineæ in circulo æqualiter diſtare dicũtur à centro: cum à centro ad ipſas ductæ perpendiculares, fuerint æquales. 5 Plus uero diſtare à centro dicitur, in quam perpendicularis longior cadit. 6 Recta linea portionem circuli continẽs, chorda nominatur. 7 Portio uero circunferentiæ, arcus nuncupatur. 8 Angulus autem portionis, dicitur qui à chorda & arcu continetur. 9 Supra arcum angulus conſiſtere dicitur, qui à quolibet puncto arcus ad chordæ terminos duabus rectis lineis exeuntibus cõtinetur.

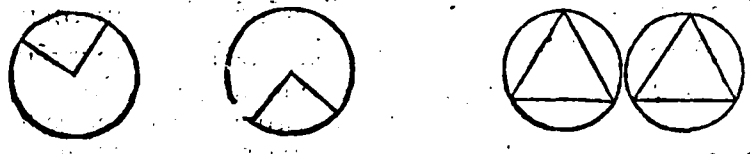
Circuli ſe contingentes Arcus Ang. portionis Angulus ſuper arcum conſiſtens



chorda

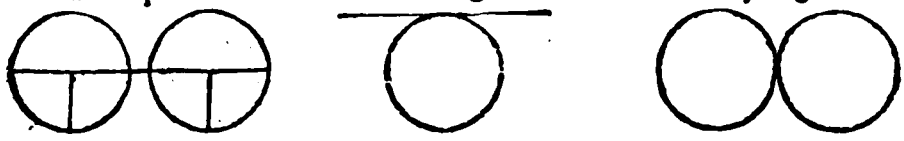
10 Sector circuli, eſt figura quæ ſub duabus à cẽtro ductis lineis & ſub arcu qui ab eis cõprehenditur cõtinetur. 11 Angulus autẽ qui ab eis lineis ambitur, ſupra centrum conſiſtere dicitur. 12 Similes circulorum portiones dicuntur, in quibus qui ſupra arcum conſiſtunt anguli ſibi inuicem ſunt æquales. 13 Arcus quoque ſimiles ſunt qui æquos angulos prædicto modo ſuſcipiunt.

Sector circuli. Ang. ſuper centrum cõſiſtens Similes cir. portiões & ſimiles arcus

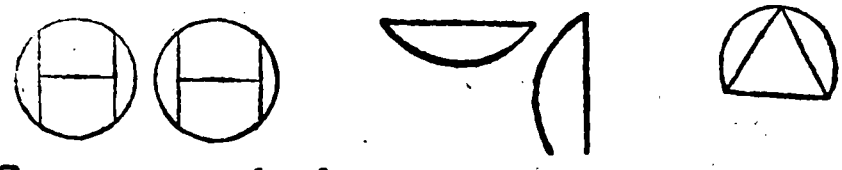


Ex Zamberto. Diffinitiones.

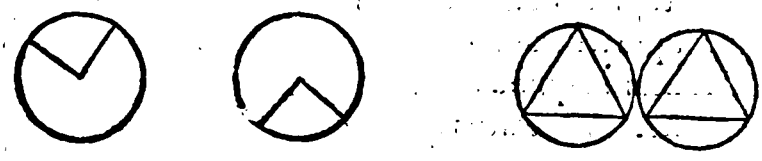
AEquales circuli, ſunt quorum dimetientes ſunt æquales, uel quorum quæ ex centris ſunt æquales. 2 Recta linea circulum tangere dicitur, quæ circulum tangens & ex iecta, circulum non ſecat. 3 Circuli ſeſe tangere aduicē dicūtur, qui ſeſe inuicē tangentes non inuicē ſecant.



4 In circulo æqualiter diſtare à centro rectæ lineæ dicuntur, cū à centro in eas perpendiculares ductæ ſunt æquales. Magis autē diſtare dicitur, in quā maior perpendicularis cadit. 5 Segmentum circuli, eſt figura comprehenſa ſub recta linea, & circuli circunferentia. 6 Segmenti angulus, eſt qui ſub recta linea & circuli circunferentia comprehenditur. 7 In ſegmēto autem angulus eſt, cum in circunferentia ſegmēti ſumitur aliquod ſignum, & ab eo in rectæ lineæ fines quæ baſis eſt ſegmenti rectæ lineæ coniunguntur, angulus qui continetur, ſub coniunctis rectis lineis.



8 Cum uero comprehendentes angulum rectæ lineæ aliquam ſuſcipiūt circunferentiam, in illa angulus eſſe dicitur. 9 Sector autem circuli, eſt cum ad centrum circuli ſteterit angulus, comprehēſa figura ſub angulum comprehendentibus rectis lineis, & aſſumpta ſub eis circunferentia. 10 Similia ſegmenta circuli, ſunt quæ angulos æquos ſuſcipiunt: uel in quibus anguli ſibi inuicem ſunt æquales.

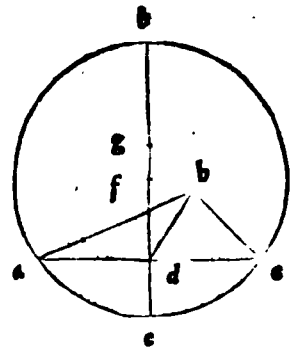


Eucli. ex Comp. Propoſitio 1.

CIrculi propoſiti, cētrū inuenire. Vñ manifeſtūeſt q, duabus rectis lineis in eodē circulo apud circūferētiā terminatis, neutra illarū alterā p æqualia orthogonaliter ſecat: niſi ipſa ſuper cētrū trāſierit.

CAMPANVS. Sit circulus propoſitus a b c, cuius uolumus centrū inuenire. Duco in ipſo circulo lineā a c, qualitercūq; contingat, quā diuido per æqualia in puncto d, quo duco perpendicularē ad lineā a c, quā applico circunferētiæ ex utraq; parte: ſitq; e d b, quā rurſus diuido per æqualia in puncto f, quē dico eſſe centrum circuli. Si enim nō eſt, erit autē alibi aut in linea e b, aut extra. In linea e b, nō. Si eñ fuerit in ea ut in pūcto

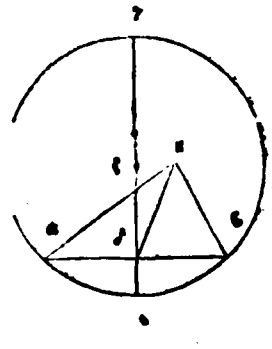
cto g,erit linea e f,maior linea è g,pars uidelicet toto,quod eſt impoſſibile. Quod ſi fuerit extra lineã e b,ut in pũcto h, ducãtur lineæ h a,h d,h c. Et quia latera h d,&d a triãguli h d a ſunt æqualia lateribus h d & d c triãguli h d c;& baſis h a baſi h c,erit per 8 primi,angulus a d h æqualis angulo c d h,quare uterq; rectus,&quia angulus a d b fuit etiã rectus, erit a d h æqualis a d b per 9 petitionê primi,pars uidelicet toti,quod eſt impoſſibile. Nõ eſt ergo centrũ dati circuli alicubi q̃ in puncto f,quod eſt propoſitum.



Eucl. ex Zamb. Problema 2. Propoſitio 8

8 Dati circuli,centrum inuenire.

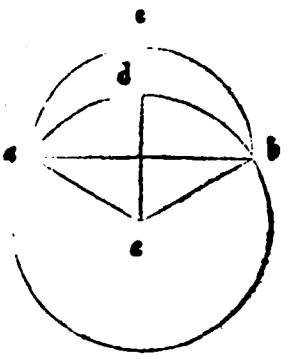
THEON ex Zamb. *Sit datus circulus α β γ,oportet ipſius circuli α β γ, centrũ inuenire. Excitetur in eo linea quædã recta utcũq; ſitq; α β. Et (per 10 primi,)ſecetur bifariã in δ,& (per 11 eiuſdẽ)ab ipſo δ,ipſi α β,excitetur δ γ ad angulos rectos,& (per poſtulatũ ſecundũ extẽ datur in ε,ſecetur q; (per 10 primi,)γ ε, bifariã in ζ. Dico quod ζ,centrũ eſt circuli α β γ. Non enim,ſed ſi poſſibile eſt,ſit η,& (per 1 poſtulatũ)cõnectantur η α,η δ,η β. Et quoniã æqualis eſt α δ,ipſi δ β,cõmunis autẽ δ η,duæ igitur α δ,& δ η,duabus η δ,& δ β,ſunt æquales altera alteri,& (per 15 diffinitionẽ primi,baſis η α,baſi η β,eſt æqualis:ex cẽtro enim igitur (per 8 primi,)angulus α δ η,angulo β δ η,eſt æqualis. Cũ aũt recta linea ſuper rectã cõſtitẽs lineã,utrobiq; angulos æquos adinuicẽ fecerit,eorũ angulorũ uterq; (per 10 primi diffinitionẽ,)rectus erit. Angulus igitur β δ η,rectus eſt:at angulus ζ δ β,rectus eſt. Angulus igitur ζ δ β,angulo β δ η, (per 4 poſtulatũ) æqualis, maior minori, quod eſt impoſſibile. Igitur η,nõ eſt centrũ circuli α β γ. Similiter oſtẽdemus,quod nullũ aliud præter ζ. Igitur ζ, centrum eſt circuli α β γ,quod feciſſe oportuit.*



CORRELARIVM *Hinc eſt manifeſtũ,quod ſi in circulo recta linea aliqua aliquã rectã lineã bifariam, & ad angulos rectos diſpeſcit in diſpeſcente eſt centrum circuli.* Eucli. ex Camp. Propoſitio 1

2 SVper circuli circunferentiam duobus punctis ſignatis,lineam rectam ductam ab altero ad alterum circulum ſecare neceſſe eſt.

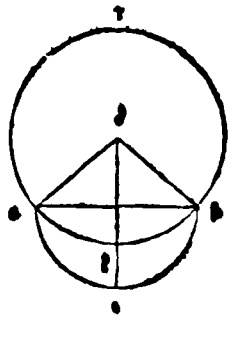
CAMPANVS Sit ut in circũferẽtia circuli a b, cuius centrũ ſit c,ſignata ſunt duo puncta, quæ ſunt a & b,Dico quod linea recta cõiungẽs unũ cũ altero, ſecabit circulũ. Alioqui cadet extra circulũ,ſitq; a e b. linea recta:ſi poſſibile eſt. Producã lineas c a & c b,eruntq; per 5 primi,angulus c a b & c b a æquales:protrahã itẽ lineã c e,quæ ſecet circũferentiã in puncto d,eritq; per 16 primi,angulus a e c maior angulo c b e,quare maior angulo c a e,quare per per 18 eiuſdẽ,latus a c,maius latere c e,& quia eſt æqualis c a, erit c d,maior c e,pars toto,quod eſt impoſſibile. Quia ergo linea coniũgens duo puncta a b, non tranſibit extra circulum: ſecabit ipſum quod eſt propoſitum.



Eucli.ex Zamb. Theorema 1. Propoſitio 2

2 Si in circuli circũferẽtia duo fuerit ſigna utcunq; ſumpta, ea ſigna connectens recta linea intra ipſum circulum cadit.

THEON ex Zamb. *Sit circulus α β γ,& in eius circũferentia ſint utcũq; bina ſigna α ζ. Dico quod recta linea applicata ex α in β, intra ipſum circulũ α β γ,cadit. Nõ enim,ſed ſi poſſibile eſt,cadat extra α ι β. Et cõtingat ſiue accipiatur cẽtrũ circuli,α β γ,ſitq; illud (per præcedẽtẽ,) δ,& (per 1 poſtulatũ) cõnectãtur δ α,δ β,& extẽ datur δ ζ, ad ι. Quoniã igitur æqualis eſt (per 15 diffinitionẽ primi,) δ α,ipſi δ β,æqualis eſt angulus δ α ι,angulo δ β ι. Et quoniã trianguli δ α ι,unũ latus producitur α ι β, igitur (per 16 primi) angulus δ ι β,angulo δ α ι,maior eſt. Aequalis autem eſt angulus δ α ι,ei qui ſub δ β γ. Maior igitur eſt angulus δ ι β,angulo δ ζ ι,maiori autem angulo, maius latus ſubtenditur (per 18 primi,) maior igitur eſt δ β,quàm δ ι. Aequalis autem eſt (per 15 diffinitionem primi) δ β, quàm δ ζ, maior igitur eſt δ ζ, quàm δ ι, minor maiore, quod eſt impoßibile. Recta igitur linea ex α, in β, extra ipſum circulum non cadit. Similiter etiam demonſtrabimus quod neque in*

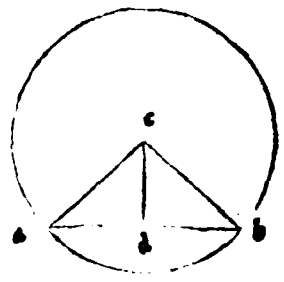


ipſam circunferentiam, intra igitur. Si in circuli circunferentia igitur, & qeæ ſequuntur reliqua ut in theoremate quod demonſtraſſe oportuit.

Eucli. ex Camp. *Propoſitio 9.*

3 SI lineam intra circulum præter centrum collocatam alia à centro ueniens per æqua ſecet: orthogonaliter ſuper eam inſiſtere. & ſi in eam orthogonaliter ſteterit, eam per æqualia diuidere neceſſe eſt.

CAMPANVS. Sit ut lineam a b collocatam intra circulum a b, cuius centrū ſit c, linea c d ueniens à centro, diuidat per æqualia. Dico q; diuidit eā orthogonaliter, & ecōuerſo, uidelicet ſi diuidit eā orthogonaliter, diuidit eā per æqualia. Producā lineas c a & c b, & ponā primo quod diuidat eā per æqualia, erunt ergo duo latera c d & d a, triāguli c d a: æqualia duobus lateribus c d, & d b, triāguli c d b, & baſis c a baſi c b: ergo per 5 primi, angulus d unius, eſt æqualis angulo d alterius: uterque igitur eſt rectus. Quare c d, eſt perpendicularis ſuper a b quod eſt propoſitum.

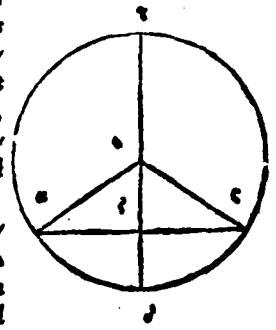


Ponam iterum quod c d ſit perpēdiculatis ſuper a b, & oſtendam quod ipſa diuidit a b, per æqualia, erit enim propter hanc poſitionem: uterque angulorum qui ſunt, ad d, rectus: quare unus æqualis alteri. At quia per 5 primi angulus c a d, eſt æqualis angulo c b d, & latus e a æquale lateri c b, per 26 primi erit linea a d, æqualis lineæ d b, quod eſt propoſitum.

Eucli. ex Zamb. *Theorema 2* *Propoſitio 3*

3 Si in circulo recta linea quædam per centrum extenſa, quandam non per centrum extenſam rectam lineam bifariam ſecuerit, & ad angulos rectos ipſam ſecabit. Et ſi ad angulos rectos ipſam ſeuerit, bifariam quoque ipſam ſecabit.

THEON *ex Zamberto.* *Sit circulus α β γ, & in eo recta quædam linea per centrum extenſa γ δ, rectam lineam quandam non extenſam per centrum α β, bifariam ſecet in ſigno ζ. Dico quod & ad angulos rectos eam ſecat. Contingat ſiue accipiatur centrum circuli α β γ, (per primam tertij,) ſitque illud ε, & (per primum poſtulatum connectantur ε α, & ε β. Et quoniam æqualis eſt α ζ, ipſi ζ β, communis autem ζ ε, duæ igitur ε ζ, & ζ α, duabus ε ζ, & ζ β, ſunt æquales. Et baſis ε α, baſi ε β,) per 15 diffinitionem primi) eſt æqualis. Igitur (per 8 primi) angulus α ζ ε, angulo β ζ ε, eſt æqualis. Cum autem recta linea ſuper rectam lineam conſiſtens, utrobique angulos ſibi inuicem æquos fecerit, (per 10 diffinitionem primi,) uterque ipſorum angulorum rectus erit, uterque igitur eorum qui ſunt ſub α ζ ε, & β ζ ε rectus eſt. Igitur γ δ, quæ per centrum ſecans, ipſam α β, non per centrum extenſam bifariam, & ad angulos rectos ſecat.* Sed ſecet γ δ, ipſam α β, ad angulos rectos. *Aio quod bifariam ipſam ſecat, hoc eſt quod æqualis eſt α ζ, ipſi ζ β. Iiſdē nāq; diſpoſitis & conſtructis, quoniam æqualis eſt ε α, ipſi ε β, (per 15 diffinitionem primi,) æqualis eſt angulus ε α ζ angulo ε β ζ. Et angulus α ζ ε, rectus: æqualis eſt (per quartum poſtulatum,) angulo recto qui eſt ſub β ζ ε. Duo igitur triangula ſunt ε α ζ, & ε β ζ, duos angulos duobus angulis æquales habentia, & unum latus uni lateri æquale ε ζ, ſcilicet quod (per 26 primi,) cōmune ipſis eſt ſubtendens unum æqualium angulorum, & reliqua igitur latera reliquis lateribus habebunt æqualia: æqualis igitur eſt α ζ ipſi ζ β. Si recta igitur linea, & quæ ſequuntur reliqua ut in theoremate, quod demonſtraße oportuit.*



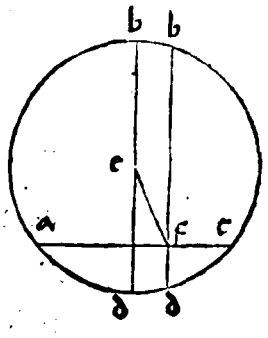
Eucli. ex Camp. *Propoſitio 4.*

4 SI intra circulum duæ lineæ ſe inuicem ſecent, & ſuper centrum nō tranſeant, non per æqualia eas ſecari neceſſe eſt.

CAMPANVS. Sit ut in circulo a b c d, cuius centrum ſit e, duæ lineæ a c, & b d, ſecent ſe in puncto f, & utraque earū uel altera nō tranſeat per centrū. Dico q; ipſe nō diuidūt ſeſe per æqualia: ita q; utraq; per æqualia diuidatur ab

utraque

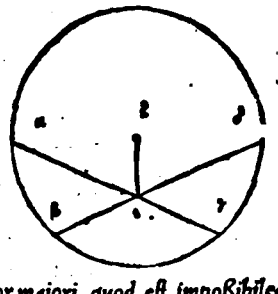
utraque. Quod ſi fuerit hoc poſſibile: ponatur, & ſit primo, ut neutra tranſeat per centrum. A centro e producam lineam e f, eritque per primam partem præmiſſæ, unuſquiſque quatuor angulorū qui ſunt a f e, e f c, b f e & e f d, rectus; quod eſt impoſſibile, ſic enim rectus eſſet minor recto. Sit igitur ut altera earum trāſeat per centrū, adhuc dico quod nō diuidūt ſeſe per æqualia. Quod ſi ſic: tunc per primam partem præmiſſæ, cū b d ducta à centro diuidat a c per æqualia, diuidet eā orthogonaliter, quare etiam a c diuidet b d orthogonaliter. Et quia diuidit a c ipſam b d per æqualia ut ponit aduerſarius: ipſa trāſibit per centrum, per correlarium primæ huius. Quare ambæ tranſeunt per centrum, quod eſt contra hypotheſin.



Eucli. ex Zamb. Theorema 3. Propoſitio 4.

4 Si in circulo binæ rectæ lineæ ſeſe inuicem ſecuerint non per centrum extenſæ, ſeſe inuicem bifariam non ſecabunt.

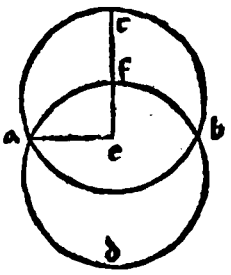
THEON ex Zamb. *Sit circulus α β γ δ, & in eo binæ rectæ lineæ α γ, & β δ, ſeſe inuicem ſecent in ε, non per centrum extenſæ: Dico quod bifariam non ſecāt. Si enim eſt poßibile: ſeſe inuicē ſecent bifariā ita ut æqualis ſit ipſi α ε, & β ε ipſi ε δ, jumatur centrum circuli α β γ δ, ſitq; illud (per primam tertij) ζ, & (per primum poſtulatum) connectatur ζ ε. Quoniam igitur recta linea quædam per centrum extenſa ζ ε, rectam aliquam lineam non per centrum extenſam α γ, bifariam ſecat, & ad angulos rectos ipſam (per 3 tertij) ſecat. Igitur angulus ζ ε α, rectus eſt. Rurſus quoniam recta linea quædam ζ ε, rectam quandam lineam non per centrum extenſam β δ, etiam bifariam ſecat: & (per 3 tertij) ad angulos rectos eam ſecat. Angulus igitur ζ ε β, rectus eſt, patuit autem quod angulus ζ ε α, rectus eſt. Angulus igitur ζ ε α, (per quartū poſtulatum) angulo ζ ε β, eſt æqualis, minor maiori, quod eſt impoßibile. Rectæ igitur lineæ α γ, & β δ, ſe ſeinuicem bifariam minime ſecant. Si in circulo igitur, &c quæ ſequuntur reliqua, quod demonſtraſſe oportuit.*



Eucli. ex Camp. Propoſitio 5.

5 CIrculorum ſe inuicem ſecantium, centra diuerſa eſſe.

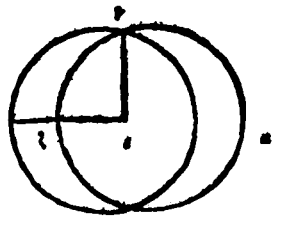
CAMPANVS. Sint duo circuli a c b, a d b, ſecantes c ſuper duo puncta a & b. Dico quod eorum ſunt diuerſa centra. Si enim haberēt idem centrum: ipſum eſſet per diffinitionem, in portione utrique circulo communi, ſitque illud e, & ducantur lineæ e a & e f c, erūtq; per diffinitionē circuli duæ lineæ e a & e f, æquales. Itemq; per eandē diffinitionē duæ lineæ e a & e c, æquales, quare e f eſt æqualis e c, cū utraq; earū ſit æqualis e a, pars uidelicet toti, quod eſt impoſſibile.



Eucli. ex Zamb. Theorema 4. Propoſitio 5.

5 Si bini circuli ſeſe inuicem ſecuerint, non erit eorum idem centrum.

THEON ex Zamberto. *Duo inquam circuli α β γ, & γ β ν, ſeſe inuicem ſecent in ſignis γ, & β. Dico quod eorum non eſt idem centrum. Si enim poßibile: eſto ε, & (per primum poſtulatum) connectatur ε γ, & ducatur ε ζ ν, utcunque. Et quoniam ε, ſignum, centrum eſt circuli α β γ, æqualis eſt ε γ, ipſi ε ζ, (per 15 diffinitionem primi.) Rurſus quoniam ε ſignum, centrum eſt circuli γ β ν, æqualis eſt (per eandem diffinitionem) ε γ, ipſi ε ν. oſtenſum eſt autem: quod ε γ, ipſi ε ζ, eſt æqualis. & ε ζ, igitur: ipſi ε ν, eſt æqualis, maiori, quod eſt impoßibile. Igitur ε, ſignum: centrum non eſt circulorum α β γ, & γ β ν. Si duo igitur circuli: & reliqua quæ ſequuntur quod demonſtrare oportebat.*

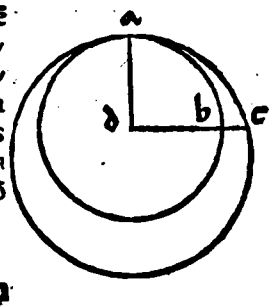


Eucli. ex Camp. Propoſitio 6

6 CIrculorū ſeſe contingentium, non idem centrum eſſe neceſſe eſt.

CAMPANVS. Sint duo circuli a b & a c, contingentes ſe in puncto a. Dico

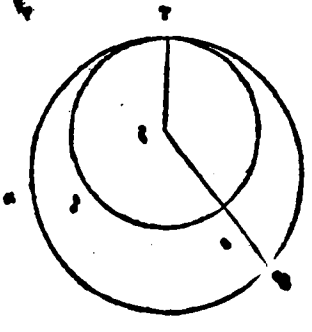
Dico quod eorum ſunt diuerſa centra. Si enim habuerint idē centrum: erit per diffinitionem, inter minorem eorum cū minor poſitus fuerit intra maiorem, ſitq; ipſum d, & ducantur linea d a & d b c, erítque per diffinitionem circuli, utraque duarum d b & d a, æqualis a d, quod eſt impoſſibile. ¶ De circulis autem ſe cōtingentibus extra, quorum ſcilicet unus eſt extra alterum, manifeſtum eſt per diffinitionem centri, quod ipſi nō habent idem centrum.



Eucli. ex Zamb. Theorema 5. Propoſitio 6.

6 Si duo circuli ſe adinuicem tetigerint, eorum non eſt idem centrum.

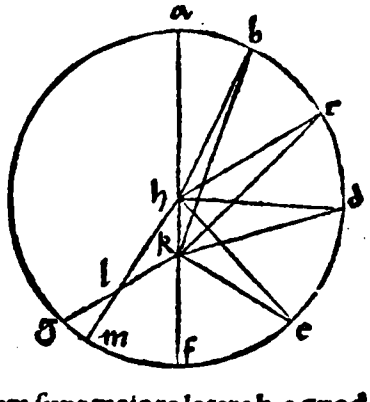
THEON ex Zamb. *Duo enim circuli α β γ, & γ δ ε, ſeſe inuicem tangant in γ ſigno. Dico quod eorum non eſt idem centrum. Si enim poſſibile, ſit ζ, & (per primum poſtulatum) connectatur ζ γ, & ducatur utcunque ζ α β. Quoniam igitur ζ ſignum, centrum eſt circuli α β γ, æqualis eſt (per 15 primi diffinitionem) ζ γ ipſi ζ. Rurſus quoniam ζ, ſignū, centrū eſt circuli γ δ ε, æqualis eſt ζ γ, ipſi ζ ε, (per eandem diffinitionem.) Patuit autem quod ζ γ, ipſi ζ β, eſt æqualis. igitur ζ ε, ipſi ζ β, eſt æqualis, minor maiori, quod eſt impoſſibile Igitur ζ ſignum, non eſt centrum α β γ, & γ δ ε. Si bini igitur circuli ſe adinuicem tetigerint, & quæ ſequuntur reliqua ut in theoremate, quod erat oſtendendum.*



Eucli. ex Camp. Propoſitio 7.

7 Si in diametro circuli punctus præter centrum ſignetur, & ab eo ad circunferentiam lineæ plurimæ ducantur, quæ ſuper centrum tranſierit, omnium erit longiſſima. Quæ uero diametrum perficiet, omnium erit breuiſſima. Quæ autem centro proximæ, cæteris longiores. Quanto uero à centro remotiores: tanto breuiores eſſe conueniet. Duas quoque æquidiſtantes lineæ breuiſſimæ collaterales: æquales eſſe neceſſe eſt.

CAMPANVS. Sit ut in diametro a f, circuli a b c cuius centrum ſit h: ſit ſignatus punctus k præter centrum. à quo ducātur plurimæ lineæ quæ ſunt k a, k b, k c, k d, k e, k f, k g, ad circunferentiam, & trāſeat a k per centrum h: & k f ſit complementum diametri, ſitque ut k e & k g æquidiſtent k f: hoc eſt dicere, ut angulus e k f, ſit æqualis angulo f k g. Dico quod k a, eſt omnium longiſſima, & k f: omnium breuiſſima. Aliæ uero tanto longiores: quanto centro propinquiores, ut k b: eſt longior k c: & k c: eſt longior k d, & k d: lōgior k e. Et k e & k g: ſunt æquales. Quia enim in triangulo b k h, duo latera b h & h k per 20 primi ſunt maiora latere b k, & ipſa ſunt æqualia lineæ a k: erit a k maior b k, & eadē ratione, maior omnibus aliis, & hoc eſt primū. Itē quia in triangulo e h k, duo latera h k & k e per eandem ſunt maiora latere h e quod eſt æquale lineæ h f: ipſa erunt maiora linea h f: ergo dempta communi linea quæ eſt h k: remanebit k e maior k f, eadem ratione: quælibet aliarum erit maior ipſa, & hoc eſt ſecundum. Itémque quia duo latera b h & h k, trianguli b h k ſunt æqualia duobus lateribus c h & h k, trianguli c h k, & angulus b h k eſt maior angulo c h k: erit per uiceſimam quartam primi, baſis b k maior baſi k c, eadem ratione: k c, maior erit k d, & k d, maior k e: & hoc eſt tertium. Quòd ſi duæ lineæ k g & k e non ſunt æquales, erit altera maior, ſitq; k g, de qua ſumam k l: æqualem k e: & producam h l: quouſq; ſecet circūferentiā in puncto m. Et quia per hypotheſin angulus g k

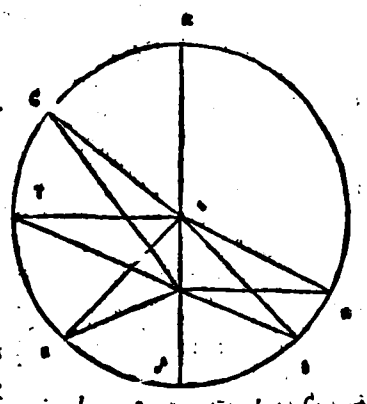


eſt.

feſt æqualis angulo f κ e: erit per decimamtertiam primi angulus k h æqualis angulo e κ h, & duo latera l κ & k h, trianguli l κ g, ſunt æqualia duobus lateribus e κ & k h, trianguli e κ h, ergo per 4 primi, baſis h l, eſt æqualis baſi h e: & quia h m eſt æqualis h e, erit h m æqualis h l, quod eſt impoſſibile. Sũt ergo duæ lineæ κ g & k e, æquales, quod eſt noſtrum propoſitum quartũ. Eucli. ex Zamb. Theorema 6. Propoſitio 7.

7 Si in diametro circuli aliquod ſumatur ſignum quod minime circuli centrum ſit, ab eóque ſigno in circulum quædam rectæ lineæ procidant: maxima erit in qua centrum, minima uero, reliqua: aliarum uero ſemper propinquior ei quæ per centrum extenditur: remotiore maior eſt. Duæ autem ſolum rectæ lineæ æquales: ab eodem ſigno in circulum cadunt ad utraſque partes minimæ.

THEON ex Zamb. Sit circulus α ζ γ δ, ciuſq; diametiens ſit α δ, & in ipſa α δ, ſuſcipiatur ſignum aliquod, ſitque illud ξ, quod ipſius circuli centrũ non ſit. Centrũ autẽ circuli, ſit (per primã tertij) ε. Et ab ipſo ξ, in ipſum α β γ δ, circulũ procidant quædam rectæ lineæ ξ β, ξ γ, ξ α. Dico quod ξ α maxima eſt: minima uero ξ δ, aliarũ autẽ ξ β, quàm ξ γ, maior eſt. & ξ γ, quàm ξ α. Connectatur (per primum poſtulatum) β ε, γ ε, & α ε. Et quoniã (per 20 primi) omnis trianguli duo latera reliquo ſunt maiora: igitur ε β & ε ξ, reliquo ξ β, ſunt maiora. Aequalis autem eſt α ε, ipſi β ε, (per 15 diffinitionem primi). Igitur β ε, & ε ξ, ipſi α ξ ſunt æquales. maior igitur eſt α ξ, quàm β ξ. Rurſus quoniam æqualis eſt β ε ipſi γ ε, (per 15 diffinitionem primi) communis autem ε ξ, duæ igitur β ε, & ε ξ, duabus γ ε, & ε ξ ſunt æquales. Sed angulus β ε ξ, angulo γ ε ξ, maior eſt, baſis igitur β ξ. (per 24 primi, baſi ε ξ maior eſt, & ob id γ ξ, maior eſt quàm ξ α. Rurſus quoniam α ξ, & ε ξ, ipſa ε α (per 20 primi junt maiores, æqualis autem eſt (per 15 diffinitionẽ primi) ε α ipſi ε δ, igitur α ξ & ε ξ, ipſa ε δ, ſunt maiores, communis auferatur ε ξ, reliqua igitur α ξ, reliqua ξ δ, maior eſt. Maxima igitur eſt ξ α, minima uero ξ δ, maior eſt autem ξ β, quàm ξ γ, & ξ γ, quàm ξ α: dico etiã quod à ſigno ξ, duæ tantũ rectæ lineæ æquales. in ipſum circulum α β γ δ, cadũt ad utraſq; partes ipſius ξ δ, minimæ. Conſtituatur enim (per 23 primi) ad datam rectam lineã ε ξ, ad datumq; in ea ſignũ ε, ei qui ſub α ε ξ, angulo æqualis angulus ξ ε θ. & (per primum poſtulatum) connectatur ξ θ. Quoniam igitur æqualis eſt (per 15 diffinitionem primi) α ε, ipſi ε θ, communis autem ε ξ, duæ igitur α ε, & ε ξ, duabus θ ε, & ε ξ ſunt æquales, & (per 8 primi) angulus α ε ξ, angulo θ ε ξ, eſt æqualis. Igitur (per 4 primi) baſis ξ α baſi ξ θ, eſt æqualis. Dico inſuper, quod ipſi ξ α, alia nulla æqualis, cadũ in ipſum circulũ à ſigno ξ. Si enim poſsibile: cadat ξ α. Et quoniam ξ α, ipſi ξ α, eſt æqualis, ſed ξ θ, ipſi ξ α, eſt æqualis: igitur ξ α, ipſi ξ θ, eſt æqualis Quæ igitur propinquior eſt ei quæ per centrũ extenditur: remotiori eſt æqualis, quod per prius oſtẽſum eſt impoſsibile. Vel etiam ſic, (per primũ poſtulatũ) cõnectatur ε α, & quoniã (per 15 diffinitionẽ primi) æqualis eſt ε α, ipſi ε α, cõmunis autẽ ξ ε, & baſis α ξ, baſi ξ α eſt æqualis: igitur (per 8 primi) angulus α ε ξ, angulo α ε ξ, eſt æqualis. Sed angulus α ε ξ, ei qui ſub α ε ξ, eſt æqualis, igitur (per primã cõmmẽ ſententiã) angulus θ ε ξ, ei qui ſub α ε ξ, eſt æqualis, minor maiori: quod eſt impoſsibile. Igitur ab ipſo ξ, ſigno, nulla alia cadit in ipſum circulũ ipſi α ξ, æqualis: una igitur ſola. Si in demetiẽte igitur circuli & quæ ſequũtur reliqua ut in theoremate. Quod erat oſtendendum. Eucli. ex Camp. Propoſitio 8.

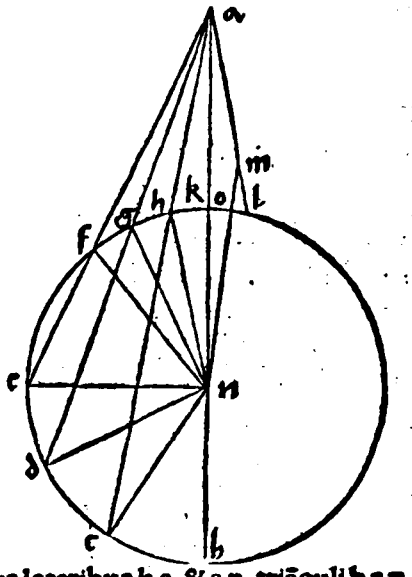


8 Si extra circulum puncto ſignato, ab eo ad circunferentiam lineæ plurimæ ducantur circulum ſecando: quæ ſuper centrum tranſierit. omnium erit longiſſima. Centro autem propinquiores: cæteris remotioribus longiores. Linearum uero partialium ad circunferentiam extrinſecus applicatarum, ea quidem quæ diametro in directum adiacet, omnium eſt minima. Eique propinquiores: remotioribus breuiores. Duæ uero quæ lineæ breuiſſimæ utrinque æque propinquant, æquales ſunt.

CAMPANVS. Sit ut à puncto a, aſſignato extra circulum b c d, cuius centrum ſit n, ducantur plurimæ lineæ ad circunferentiam, ſecando circulum, quæ ſint a k n b, a h c, a g d, & a f e. Dico quod a b tranſiens per centrum, omnium erit longiſſima. Et quod a c, eſt maior a d, & a d, maior a e. Et quod a κ, eſt omniũ breuiſſima extrinſecarũ

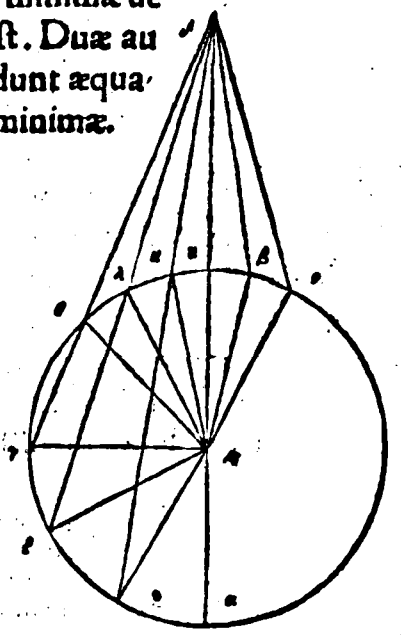
Et

Et quod a h, eſt minor a g, & a g, minor a f. Et dico quod ſi ducatur a l, ita quod ipſa & a h æqualiter diſtent ab a k, hoc eſt quod angulus k a h ſit æqualis angulo l a k, ipſæ erũt æquales. Producã enim à cẽtro n, lineas n c, n d, n e, n f, n g, & n h, erũtq; per 20 primi, duo latera a n & n c, trianguli a n c, maiora a c: & quia ipſa ſũt æqualia lineæ a b, erit a b, maior a c, eadẽ ratione erit maior omnibus alijs, quod eſt primũ. Et quia duo latera a n & n c, triãguli a n c ſunt æqualia duobus lateribus a n & n d, trianguli a n d, & angulus a n c eſt maior angulo a n d, erit per 24 primi, baſis a c maior baſi a d: & eadẽ ratione erit a d, maior a e, quod eſt ſecundum.



Itẽq; quia in triãgulo a n h, duo latera a h & n h ſunt maiora a n per 20 primi, & h n eſt æqualis n k, erit per communẽ ſcientiã, a h maior a k: eadẽ ratione quælibet extrinſecus applicatũ, maior erit a k, quod eſt tertium. Item quia per 21 primi, duæ lineæ a h & h n ſunt minores duabus lineis a g & g n, & h n eſt æqualis g n, erit per communẽ ſcientiã, a g maior a h, eadem ratiõe erit a f, maior a g, quod eſt quartum. Quod ſi a l non ſit æqualis a h, cum ipſæ ſint æqualiter diſtantes ab a k, erit altera maior, ſitq; a l. Ponam ergo a m æqualem a h, & producam n o m. Quia ergo duo latera m a & a n, triãguli m a n ſunt æqualia duobus lateribus h a, & a n, triãguli h a n, & angulus m a n eſt æqualis angulo h a n, erit per 4 primi, baſis m n æqualis baſi n h, & quia n o eſt æqualis n h, erit n o æqualis n m, pars uidelicet toti, quod eſt impoſſibile, & hoc eſt quintum. *Euclid. ex Zamb. Theorema 7. Propoſitio 8.*

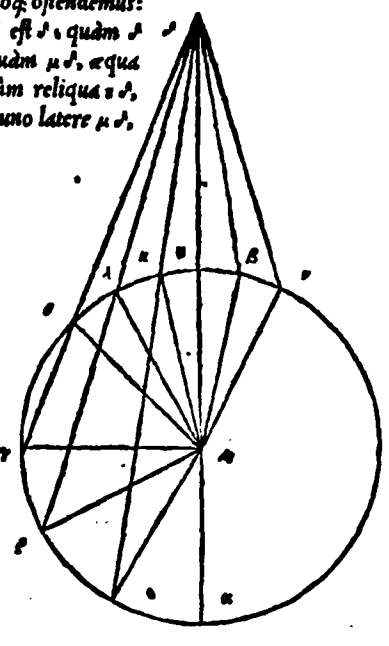
8 Si extra circulum ſuſcipiatur aliquod ſignum, ab eóque ſigno ad circulum deducantur rectæ lineæ aliquæ, quarum quidem una per centrum extendatur, reliquæ uero utcunque, in cauam circunferentiam cadentium rectarum linearum maxima eſt quæ per centrũ ducta eſt, aliarum autem ſemper ei quæ per centrum tranſit propinquior: remotiore maior eſt. In conuexam uero circunferentiam cadentium rectarum linearum minima eſt, quæ inter ſignum & dimetientem iacet, minimæ uero propinquior ſemper remotiore minor eſt. Duæ autem tantum rectæ lineæ: ab eo ſigno cadunt æquales in ipſum circulum, ad utraſque partes minimæ.



THEON ex Zamberto. *Sit circulus α β γ, & extra ipſum α β γ, ſuſcipiatur ſignũ δ, & ab eodẽ ducãtur rectæ lineæ aliquæ in ipſum circulũ, ſintq; δ α, δ ι, δ ε, δ γ ſit autem δ α, per cẽtrum extẽſa. Dico quod in α ι ε γ cauam circunferentiã cadentiũ rectarum linearum maxima eſt: quæ per centrum tranſit, hoc eſt δ α, minima uero: quæ inter δ ſignum, & diametrum α κ, iacet: maior uero eſt δ ι quàm δ ε, & δ ε quàm δ γ. Cadentium uero rectarum linearum in θ λ κ conuexã circunferentiam ſemper ipſi δ κ minimæ propinquior, remotiore minor eſt, hoc eſt δ κ quàm δ λ, & δ λ quàm δ θ. Suſcipiatur (per primam tertij) centrum circuli α β γ, ſitq; illud μ, & (per 1 poſtulatum) connectantur μ ι, μ ε, μ γ, μ θ, μ λ, & μ κ. Et quoniam (per 15 diffinitionem primi) æqualis eſt α μ, ipſi ι μ, communis apponatur μ δ. Igitur α δ, ipſis ι μ, & μ δ, eſt æqualis. ſed ι μ, & μ δ, ipſa ι δ (per 20 primi) ſunt maiores, & α δ, igitur, maior eſt quàm ι δ. Rurſus quoniam (per 15 diffinitionem primi) æqualis eſt μ ι, ipſi μ ε, com*

munis

munis apponatur μ ♂. Igitur ι μ, & μ ♂: ipſis ζ μ. & μ ♂, ſunt æquales. & angulus ſub ι μ ♂, angulo qui ſub ζ μ ♂, maior eſt. Igitur (per 24 primi) baſis ι ♂, baſi ζ ♂, maior eſt. Similiter quoq; oſtendemus: quod ζ ♂, maior eſt quàm γ ♂. Maxima quidē igitur eſt ♂ ω, maior autē eſt ♂ ι quàm ♂ ζ, & ♂ ζ, quàm ♂ γ. Et quoniā (per 20 primi) μ ω, & ω ♂, ſunt maiores quàm μ ♂, æqualis autē eſt (per 15 diffinitionē primi) μ ω, ipſi μ ω, reliqua igitur ω ♂, quàm reliqua ω ♂, maior eſt. quare ω ♂, minor eſt quàm ω ♂. Et quoniā trianguli μ λ ♂, in uno latere μ ♂, duæ rectæ lineæ introrſum cōſtiterūt μ ω, & ω ♂, igitur (per 21 primi) μ ω & ω ♂, ipſis μ λ, & λ ♂, ſunt minores, quarum μ ω, æqualis eſt ipſi μ λ, reliqua igitur ♂ ω, minor eſt quàm reliqua ♂ λ. Similiter iam oſtendemus: quod & ♂ λ, minor eſt quàm ♂ θ, minima igitur eſt ♂ ω, ipſa uero ♂ ω, quàm ♂ λ, & ♂ λ, quàm ♂ θ, minor eſt. Dico etiam quod duæ tantum æquales à ſigno ♂, in ipſum circulum cadunt: ad utraſque partes ipſius ♂ ν, minimæ Conſtituatur (per 23 primi) ad rectam lineam μ ♂, & ad ſignum in ea μ, angulo ω μ ♂, æqualis angulus ♂ μ β, & (per primum poſtulatum) connectatur ♂ β, Et quoniam (per 15 diffinitionem primi) æqualis eſt μ β, ipſi μ ω, communis autem μ ♂, duæ igitur μ ω, & μ ♂, duabus β μ, & μ ♂, ſunt æquales altera alteri. & angulus ω μ ♂ (per 23 primi) angulo β μ ♂, eſt æqualis. Igitur (per 4 primi) baſis ♂ ω, baſi ♂ β, eſt æqualis. Dico iā quod rectæ lineæ ♂ β, alia æqualis non cadit in ipſum circulum, à ſigno ♂. Si enim poſſibile: cadat, & ſit ♂ ν. Quoniam igitur ipſi ♂ ω, ♂ ν, eſt æqualis, ſed ipſi ♂ ω, ♂ β, eſt æqualis: & ♂ β, igitur (per primam communem ſententiam) ipſi ♂ ν, eſt æqualis: pro pinquior igitur igitur ipſi ♂ ω minimæ: remotiori eſt æqualis. quod iam oſtenſum eſt impoßibile. Vel etiam aliter. Connectatur (per primum poſtulatum) μ ν. Quoniam (per 15 diffinitionem primi) æqualis eſt ω μ, ipſi μ ν, communis aūt μ ♂, & baſis ♂ ω, baſi ♂ ν, eſt æqualis (per hypotheſim): igitur (per octauā primi) angulus ω μ ♂, angulo ♂ μ ν, eſt æqualis. Sed angulus qui ſub ω μ ♂, ei qui ſub β μ ♂, eſt æqualis, & qui ſub β μ ♂, ei qui ſub ν μ ♂, eſt æqualis, minor ſcilicet maiori, quod eſt impoßibile. Igitur plures duabus rectis lineis, æquales in circulū α β γ, ab ipſo ♂, ſigno ad utraſque partes ipſius ♂ ω, minimæ non cadunt. Si extra circulū igitur ſuſcipiatur ſignū, & quæ ſequūtur reliqua ut in theoremate, quod oſtendere oportuit.



Eucli. ex Camp. Propoſitio 9.

9 SI intra circulum puncto ſignato, ab eo plures quàm duæ lineæ ductæ ad circūferentiam, fuerint æquales, punctum illud, centrū circuli eſſe neceſſe eſt.

CAMPANVS Sit ut à puncto a, ſignato intra circulum b c d, ductæ ſint tres lineæ a b, a c, a d, ad circunferentiam: quas pono eſſe æquales. Dico punctum a, eſſe centrum circuli. Producam enim duas lineas c b & d c: & diuidam utramq; earum per æqualia c b quidē in puncto e: & d c in puncto f. Et producam e a & f a, quas applico circunferētiæ ex utraque parte, eritq; per 8 primi, uterq; angulorum qui ſunt ad e, æqualis alteri: igitur per diffinitionem anguli recti, uterq; erit rectus. Similiter quoq; per eādem uterque angulorū qui ſunt ad f: rectus: ergo per correlarium primæ huius, quia a e diuidit c b per æqualia & orthogonaliter: ipſa tranſit per centrum: ſimiliter quoq; a f tranſit per centrū: quia diuidit d c per æqualia & orthogonaliter: quare a eſt centrum, quod eſt propoſitum.

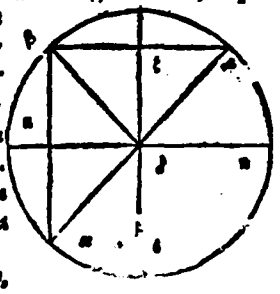


Eucli. ex Zamb. Theorema 8. Propoſitio 9.

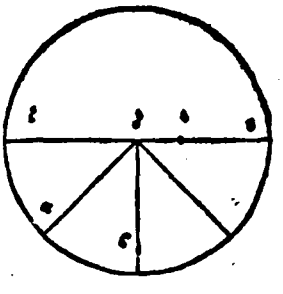
9 Si in circulo ſuſcipiatur ſignum aliquod, & ab eo ſigno ad circulum cadant plures quàm duæ rectæ lineæ æquales: ſuſceptum ſignum centrum ipſius eſt circuli.

THEON ex Zamb. Sit circulus α β γ, intra ipſum: ſignum ſit ♂, & ab ipſo ♂, in ipſum α β γ, circulum cadant plures quàm duæ rectæ lineæ æquales, hoc eſt ♂ α, ♂ β, ♂ γ. Aio quod ♂ ſignum, centrum eſt circuli α β γ. Connectantur enim (per primum poſtulatum) α β, & β γ, ſecenturque (per 10 primi) bifariam in ſignis ι, & ζ, videlicet α β, per ι, & β γ, per ζ, & coniungātur ι ♂, & ζ ♂, (per ſecundum poſtulatum) extendātur utrobiq; in ω, & θ λ, ſigna.

Quoniam igitur æqualis eſt α ι, ipſi ι β, communis uero ι δ, duo igitur latera α ι, & ι δ, duobus lateribus β ι, & ι δ ſunt æqualia, & (per hypotheſim) baſis δ α, baſi δ β, eſt æqualis. Angulus igitur α ι δ, angulo β ι δ, eſt æqualis (per 8 primi,) uterque igitur angulorum α ι δ, & β ι δ, rectus eſt. Igitur, κ ν, ipſam α β, bifariam ſecat & ad angulos rectos (per 3 tertij.) Et quoniam ſi in circulo recta linea quædam, rectam lineam quandam bifariã & ad angulos rectos ſecet, (per correlarium primæ tertij) in ſecante eſt centrum circuli: igitur in κ ν, (per idẽ correlarium) eſt centrum ipſius circuli α β γ. Ac per hoc etiam in θ λ, eſt centrum circuli α β γ, & nullũ aliud habent commune κ ν, & θ λ, rectæ lineæ præter δ, ſignum. Igitur δ ſignum, centrum eſt circuli α β γ. Si intra circulum igitur ſumatur ſignum aliquod, à ſigno autem ad circulum incidant plures quàm duæ rectæ lineæ æquales: aſſumptũ ſignũ, centrũ eſt circuli, quod oſtendere oportebat.



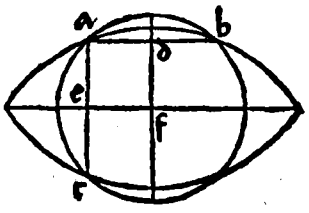
ALITER idem oſtendere. Intra circulum enim α β γ, ſuſcipiatur ſignũ δ, & ab ipſo δ, in circulũ cadant plures quàm binæ rectæ lineæ æquales, δ α, δ β, & δ γ. Dico quod aſſumptum ſignum δ, centrum eſt circuli α β γ. Non enim, ſed ſi poſſibile eſt: ſit ι, & connexa δ ι, extendatur in ζ ι, ſigna. Igitur ζ ι, dimetiens eſt ipſius α β γ, circuli. Quoniam igitur circuli α β γ, in dimetiente ζ ι, aſſumptum eſt ſignum δ, quod ipſius circuli centrum non eſt, maxima quidem eſt δ ι, (per 7 tertij,) maior autem eſt δ γ, ipſa δ β, & δ β, ipſa δ α. Sed & æqualis (per hypotheſin) quod eſt impoſſibile. Igitur ι, non eſt centrum circuli α β γ. Similiter oſtendemus quod aliud nullum præter δ. Igitur δ, ſignum, centrum eſt circuli α β γ.



Eucli. ex Camp. Propoſitio 10.

10 SI circulus circulum ſecet, in duobus tantum locis ſecare neceſſe eſt.

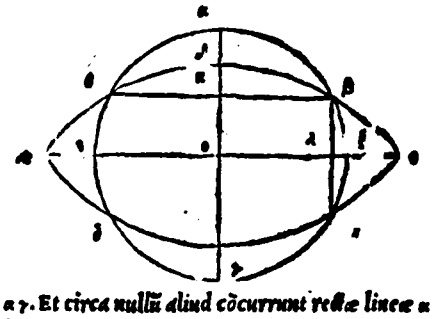
CAMPANVS Sint ſi poſſibile eſt, duo circuli, ſecãtes ſe in pluribus quàm in duobus locis, ſuper tria puncta a b c, producam lineas a b & a c, quas diuidam per æqualia in pũctis d & e, & producam a puncto e, lineam e f, perpendicularem ſuper lineam a c, & à puncto d, lineæ d f, perpendicularem ſuper lineam a b, & ſecent ſe duæ lineæ e f, d f, in puncto f, eritq; per corelarium primæ huius, pũctum f, centrũ circuli utriuſq; quod eſt impoſſibile per 5 huius.



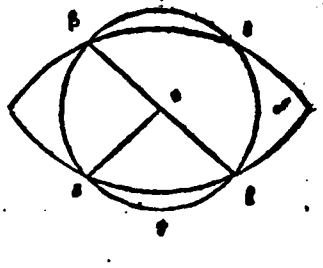
Eucli. ex Zamb. Theorema 9. Propoſitio 10.

10 Circulus circulum in pluribus duobus ſignis non ſecat.

THEON ex Zamb. Si enim poſſibile: circulus α β γ, circulũ δ ι ζ, in pluribus ſignis quàm duobus ſecet hoc eſt in β κ, & θ ζ, & cõiungã x β κ, β θ, bifariã (per 10 primi) ſecentur in κ λ, ſignis. Et (per 11 primi,) ab ipſis κ λ, ipſis β κ: & β θ, & ad angulos rectos excitatæ κ γ, & λ μ ν, extendantur in α, & ξ ι, ſigna. Quoniam igitur in circulo α β γ, rectam lineam quandam β θ, bifariam & ad angulos rectos ſecat (per 3 tertij,) in ipſa igitur α γ, centrum eſt circuli α β γ. Rurſus quoniam in eodem circulo α β γ, recta linea ν ξ, hoc eſt μ ι, rectam lineam quandam ϛ κ, bifariã & ad angulos rectos (per 3 tertij) ſecat: igitur in ipſa ν ξ centrũ eſt circuli α β γ (per eandẽ.) Oſtenſum autẽ eſt quod & in α γ. Et circa nullũ aliud cõcurrunt rectæ lineæ α γ & ν ξ, inuicem, niſi circa ο. Igitur ο, centrum eſt circuli α β γ. Similiter quoque oſtendemus quod & circuli δ ι ζ, centrum eſt ipſum ο. Duorum igitur circulorum ſeſe adinuicem ſecantium α β γ, & δ ι ζ, idem eſt centrum. quod (per 5 tertij) eſt impoſſibile. Circulus igitur circulum in pluribus duobus ſignis non ſecat, quod erat oſtendendum.



ALITER idem oſtendere. Circulus enim rurſus α β γ, circulum δ, κ ζ, ſecet in pluribus quàm in duobus ſignis hoc eſt in β ζ, & ζ θ, & per primam tertij. ſuſcipiatur centrum circuli α β γ, ſitque illud, κ. Et connectantur κ ϛ, κ υ, & κ ζ. Quoniam igitur intra circulum δ ι ζ, ſuſcipitur ſignum quoddam κ, in ipſum à quo δ ι ζ, circulum plures duabus æquales rectæ incidunt lineæ κ β, κ υ, & κ ζ, igitur (per 9 tertij,) κ, ſignum, centrum eſt circuli δ ι ζ. At circuli α β γ.

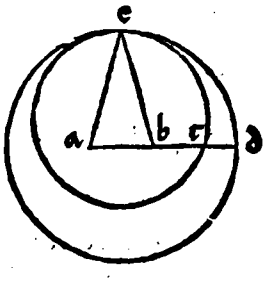


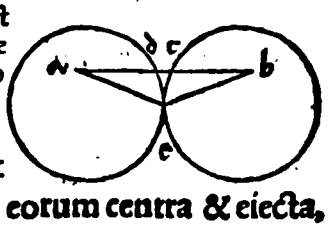
α & γ, centrum eſt ipſum α. Duorum igitur circulorum ſeſe inuicem ſecantium idem eſt centrum α. quod (per 5 tertij) eſt impoßibile. Circulus igitur circulum in pluribus quàm duobus ſignis non ſecat, quod fuerat oſtendendum.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 11

11 SI circulus circulum contingat, lineaq; per centra eorum tranſeat, ad punctum contactus eorum applicari neceſſe eſt.

CAMPANVS Si enim linea tranſiens per centra duorum circulorum c e & d e ſeſe contingentium intra uel extra, non uadit ad locum contactus, ſecet circunferentiam utriuſque. ſitq; a, per primam huius, centrum circuli e d, & b, centrum circuli e c, & ducãtur linea recta a b c d, ſecans circunferentiã utriuſque, & ducatur lineæ a puncto e qui ſit locus contactus, ad centra, quæ ſint e a, e b, erũtque in contactu interiori, per 20 primi duæ lineæ e b & b a, longiores e, a, quare lõgiores a d, eſt enim a, centrum circuli e d, & quoniam b c eſt æqualis e b, quoniam b eſt centrum circuli e c, erit c a longior a d, quod eſt impoſſibile. In contactu uero exteriori erũt duæ lineæ a e, & e b, lõgiores a b, quare a d & c b, malus erũt quàm tota a b, quod eſt falſum.

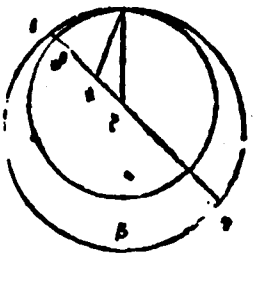




Eucli. ex Zamb. Theorema 10. Propoſitio 11.

12 Si bini circuli ſe introrſum adinuicem tetigerint ſuſcipiãturq; eorum centra, recta linea coniũgens eorum centra & eiecta, in contactum circulorum cadit.

THEON ex Zamberto. Bini inquam circuli α β γ, & α δ ε, ſeſe adinuicem tangant introrſum in ſigno α, ſuſcipiaturque (per primam tertij) centrum circuli α ζ γ, ſitq; illud ζ, circuli autem α δ ε, ſit ε. Dico quod recta linea ducta ex ζ, in ε, & eiecta in ipſum α, ſignum cadit. Non enim, ſed ſi poſſibile eſt, cadat ſicut ζ ε δ θ, & connectantur α ζ ε. Quoniam igitur α ε, & ε ζ, ipſa ζ α, hoc eſt ipſa ζ θ, (per 20 primi) ſunt maiores: communis auferatur ε ζ, reliqua igitur α ε, maior eſt, quàm reliqua ε θ. Aequalis autem eſt δ ε, ipſi ε α, (per 15 diffinitionem primi,) & ε δ, ipſa ε θ, igitur maior eſt, minor [maiore], quod eſt impoſſibile. Recta igitur linea ducta ex ε, in ε, ſignum, extra ipſum contactus non cadit, in ipſum contactum igitur. Si bini circuli igitur ſeſe inuicem introrſum tetigerint ſumanturq; eorum centra, recta linea eorum centra coniungens & in eorum cadit contactum, quod demonſtraſſe oportuit

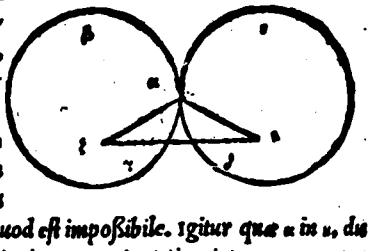


ALITER idem oſtendere. Sed iam cadat ſicut ε ζ γ, & extendatur in rectas directum linea, γ ζ ε, in θ, ſignum, & coniungantur α ε, & α ζ. Quoniam igitur α ε, & ε ζ maior ſunt ipſa α ζ, (per 20 primi,) ſed α ζ, æqualis eſt ipſi γ ζ, hoc eſt ipſi ζ θ, communis auferatur ζ ε, reliqua igitur α ζ, reliqua ε θ, maior eſt, hoc eſt ε δ, quàm ε θ, maiore minor, quod eſt impoßibile. Similiter & ſi extra circulum paruum fuerit centrum maioris circuli, oſtendemus impoßibile.

Eucli. ex Zamb. Theorema 11. Propoſitio 12.

13 Si duo circuli ſeſe adinuicem exterius tetigerint, centra eorum coniungens recta linea, per contactum tranſibit.

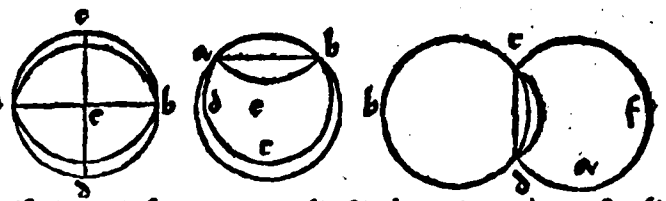
THEON ex Zamberto. Duo enim circuli α β γ, & α δ ε, ſeſe adinuicem exterius tangunt in ſigno α. Sumaturq; (per primam tertij) centrum circuli α β γ, ſitq; illud ζ, & circuli α δ ε, ſit ε. Dico quod ex ζ, in ε, ducta, recta linea, per ipſum α contactum tranſit. Non enim, ſed ſi poßibile eſt tranſeat ſicut ζ γ, & δ ε. Et coniungantur α ζ α ε. Quoniam igitur ζ, ſignum, centrum eſt circuli α ζ γ, æqualis eſt ζ α, ipſi ζ γ. Rurſus quoniam ε ſignum, centrum eſt circuli α δ ε, æqualis eſt α ε, ipſi δ ε. Oſtenſum autem eſt quod ζ α ipſi ζ γ, eſt æqualis, igitur ζ α, & α ε, ipſis ζ γ, & ε δ, ſunt æquales, quare tota ζ ε, ipſis ζ α, & α ε, maior eſt, ſed & minor, (per 20 primi) quod eſt impoßibile. Igitur quæ α in ε, ducitur, recta linea, per ipſum α, contactũ tranſit. Si duo circuli igitur ſeſe adinuicem exterius tetigerint, eorum centra coniungens recta linea per contactum ueniet.



Eucli.ex Camp. Propoſitio 12

12 SI circulus circulum cõtingat, ſiue intrinſecus ſiue extrinſecus, in uno tantum loco contingere neceſſe eſt.

CAMPANVS. Si enim fuerit poſſibile, ut circulus circulũ cõtingat in duobus locis intra uel extra, cõtingat circulũ a b c d, circulus a b e interius in duobus pũctis a b, uel exterius, circulus c d f, i duobus pũctis c d. Cũ ergo ducemus lineã rectam ab a, ad b, ſi ipſa cadat extra circulũ a b e, interiorẽ, accidet contrariũ ſecundæ huius. Quod ſi

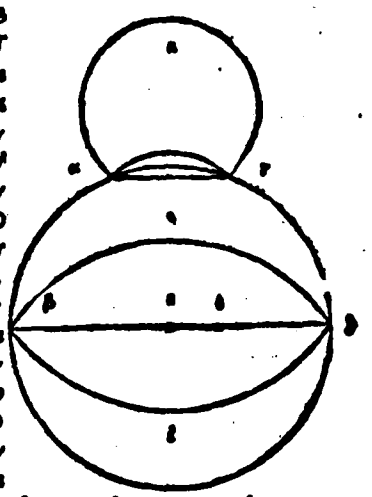


ipſa cadat intra ipſum, cum diuiſerimus ipſam per æqualia, & eduxerimus à puncto diuiſionis perpendicularem ad ipſam, fueritq; applicata circunferentiæ ex utraque parte, ipſa tranſibit per centrũ amborum circulorum, quare accidet contrariũ præmiſſæ.

In circulo uero contingẽte exterius in punctis c d, ſi ducamus lineam rectam a puncto c ad punctũ d, neceſſe eſt accidere contrariũ ſecũdæ huius. Quare utrũque impoſſibile. Eucli.ex Zamb. Theorema 11. Propoſitio 13

13 Circulus circulum non tangit in pluribus ſignis uno, etſi extra, etſi intus tangat,

THEON ex Zamb. *Si enim poſſibile, circulus α β γ δ, circulũ ε β ζ δ, tangat primũ introrſum in pluribus quàm uno ſignis, hoc eſt in δ β, & ſumatur quidem centrum ipſius circuli α β γ δ, ſit q illud η. (per primam tertij,) circuli autem ε β ζ δ, ſit θ. Igitur (per 11 eiuſdem) recta linea ducta ex η, in θ. cadit in ſigna β δ, cadat ſicut β η θ δ. Et quoniam η, ſignum centrum eſt circuli α β γ δ, æqualis (per diffinitionem 15 primi) eſt β ζ, ipſi δ η. Maior igitur eſt β η, quàm θ δ, multo maior igitur ζ θ, quàm θ δ. Rurſus quoniam θ, ſignum, centrũ eſt circuli ε β ζ δ, æqualis eſt (per eandẽ,) β θ, ipſi θ δ. patuit autem quod ea multo maior, quod eſt impoßibile: igitur circulus circulum introrſum non tangit, in pluribus quàm uno ſignis.*

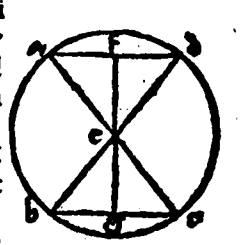


Dico etiam quod nec exterius. Si enim eſt poßibile: circulus α γ κ, circulum α β γ δ, tangat exterius in pluribus quàm uno ſignis, uidelicet in α γ, & coniũgatur (per primum poſtulatum,) α γ, Quoniam igitur in circunferentia utrorumque circulorum α β γ δ, & α γ κ, ſuſcepta ſunt duo contingentia ſigna α, & γ, coniungens ea ſigna recta linea, (per 2 tertij) intra utrunque cadit, Sed cadit intra ipſum circulum α β γ δ & extra circulum α γ κ, quod abſurdum eſt. Circulus igitur circulum exterius non tanget, in pluribus ſignis quàm uno, oſtenſum autem eſt quod neque introrſum. Circulus igitur circulum non tanget in pluribus ſignis quàm uno, etſi exterius, etſi interius tangat, quod demonſtraße oportuit.

Eucli.ex Camp. Propoſitio 15

15 REctæ lineæ in circulo ſi fuerint æquales, eas à centro æquidiſtare, & ſi à centro æquidiſtiterint, æquales eſſe neceſſe eſt.

CAMPANVS Sit ut in circulo a b c d, cuius centrum, ſit e, duæ lineæ a d & b c ſint æquales, dico quod ipſæ æquidiſtant à centro, & econuerſo. Producantur enim à centro e, lineæ e f & e g, perpendiculares ad a d & b c, eritque per 2 partẽ tertiæ huius, a d, diuiſa per æqualia in f, & b c in g. Quia ergo duo latera e d, & d a trianguli e d a ſunt æqualia duobus lateribus e c & c b trianguli e c b, & baſis e a baſi e b, erit per 8 primi angulus d æqualis angulo c. Et quia duo latera, e d & d f, trianguli e d f ſunt æqualia duobus lateribus e c, & c g, triãguli e c g, nam d f, eſt æqualis c g, eo quod tota a d poſita eſt æqualis b c, & angulus d eſt æqualis angulo c, erit per 4 primi, baſis e f, æqualis baſi e g. Et quia iſtæ ſunt perpendiculares uenientes ad eas à centro, patet per 4 diffinitionem ſiue 4 propoſitionem huius, ipſas æqualiter



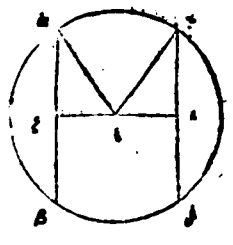
diſtare

diſtare à centro. Aliter idem. Quadratum enim e d, per penultimã primi, ualet quadrata duarum linearum e f & f d, & quadratum e c, quadrata duarum linearum quæ ſunt e g, & c g, & quia quadratum e eſt æquale quadrato e c, & quadratum d f, quadrato g c, erit quadratum d f, æquale quadrato e g, quare e f, eſt æquale e g, ſicq; patet idem. Sit ergo e f, æqualis e g, quod eſt eas, a d, ſcilicet & b c, æqualiter diſtare à centro. Dico tunc quod a d, eſt æqualis b c. Quadratis enim duarũ linearum e d, & æqualibus, demptiſque quadratis duarũ linearum e f, & e g, æqualibus, remanẽt per penultimam primi, quadrata duarum linearum f d, & g c. quæ per tertiam communem ſententiam neceſſe eſt eſſe æqualia, quare f d, eſt æqualis g c, ergo duplum f d, quod eſt a d, eſt æquale duplo g c, quod eſt b c. Et hæc eſt ſecunda pars propoſiti.

Eucli. ex Zamb. Theorema 11. Propoſitio 14.

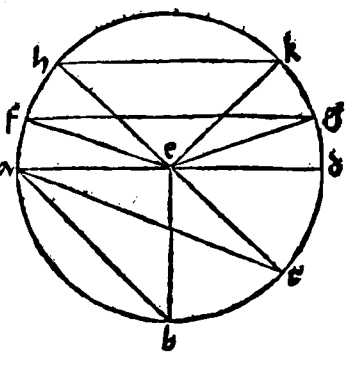
14 In circulo rectæ lineæ ſunt æquales, quæ æqualiter diſtant à cẽtro. Et quæ æqualiter diſtant à centro, æquales adinuicem ſunt.

THEON ex Zamberto. Sit circulus α β γ δ, & in eo, ſint æquales rectæ lineæ α β, & γ δ. Dico quod æqualiter diſtant à centro. Suſcipiatur enim (per primam tertij.) centrum circuli α β γ δ. ſitque illud ε. Et ab ipſo ε in ipſas c, & γ δ, (per duodecimam primi) perpendiculares excitentur ε ζ, & ε η, & coniungantur (per primum poſtulatum) α ε. & ε γ. Quoniam igitur (per tertiam tertij) recta linea quædam per centrum extenſa ε ζ. rectam lineam quandam non extenſam per centrum α β, ad angulos rectos & bifariam diſpeſcit, æqualis eſt igitur α ζ. ipſi ζ β, dupla igitur eſt α β, ipſius α ζ, & ob id etiam γ δ, ipſius γ η, dupla eſt. Et eſt æqualis α β, ipſi γ δ: æqualis igitur eſt α ζ, ipſi γ η. Et quoniam æqualis eſt α ε, ipſi ε γ, ex centro enim in circunferentiam, æquum eſt quadratum quod fit ex ε γ, ei quod fit ex α ε, quadrato. Sed ei quod fit ex α ε, quadrato, (per 47 primi), æqua ſunt ea quæ fiunt ex α ζ, & ζ ε, quadrata, rectus enim eſt angulus qui ad ζ. Ei autem quod fit ex ε γ, (per eandem,) æqua ſunt ea quæ fiunt ex ε η, & η γ. rectus enim eſt angulus qui ad η. Ea igitur quæ fiunt ex α ζ, & ζ ε, quadrata, æqualia ſunt eis quæ fiunt ex γ η, & η ε, quadratis, quorum id quod fit ex α ζ, æquum eſt ei quod fit ex γ η, æqualis enim eſt α ζ, ipſi γ η. Reliquum igitur quod fit ex ζ ε. reliquo quod fit ε η, (per tertiam communem ſententiam) eſt æquale. Æqualis igitur eſt ε ζ, ipſi ε η. In circulo autem æqualiter rectæ lineæ diſtare dicuntur à centro quando à centris in ipſas perpendiculares ductæ ſunt æquales (per diffinitionem 4 tertij.) Igitur α c, & γ δ. æqualiter diſtant à centro. Sed iam α β, & γ δ, rectæ lineæ æqualiter diſtent à centro, hoc eſt æqualis ſit ε ζ, ipſi ε η. Dico quod æqualis eſt α β, ipſi γ δ. Eiſdem enim conſtructis, ſimiliter oſtendemus quod α β, dupla eſt ipſius α η, & γ δ, ipſius γ η. Et quoniam æqualis eſt α ε, ipſi γ ε, ex centro enim in circunferentiam, æquum eſt, quadratum quod fit ex α ε, ei quod fit ex γ ε, quadrato, Sed ei quod fit ex α ε, quadrato: æqualia ſunt (per 47 primi,) quæ fiunt ex α ζ, & ζ ε, quadrata. Ei autem quod fit ex γ ε, æqualia ſunt (per eandem) ea quæ fiunt ex ε η. & η γ. Ea igitur quæ fiunt ex α ζ, & ζ ε, quadrata. æqualia ſunt eis quæ fiunt ex ε η, & η γ, quadratis. Quorum quod fit ex ε η, ei quod fit ex ε ζ, eſt æquale. æqualis enim eſt ε ζ, ipſi ε η. Reliquum igitur quod fit ex α ζ. (per 3 communem ſententiam) æquum eſt ei quod fit ex γ η, æqualis igitur eſt α η, ipſi γ η. At ipſius α ζ, dupla eſt ipſa α β, ipſius uerò γ η, dupla eſt ipſa γ δ. Æqualis igitur eſt α β, ipſi γ δ. In circulo igitur rectæ lineæ ſunt æquales, quæ æqualiter diſtant à centro, & quæ æqualiter diſtant à centro, ſibi inuicem ſunt æquales, quod erat demonſtrandum.



Eucli. ex Camp. Propoſitio 14.

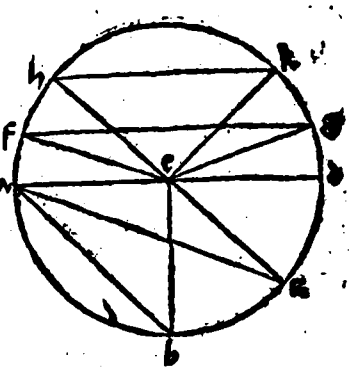
14 Si intra circulum plurimæ rectæ lineæ ceciderint, diametrum eius omnium longiſſimam, eiq; propinquiores remotioribus longiores eſſe neceſſe eſt.



CAMPANVS Sit ut in circulo a b c cuius centrum e, cadant plurimæ lineæ quæ ſint a b, a c. a d. f g, h k, ſitq; a e d, diameter. Dico ipſam eſſe longiſſimam, & alias tãto maiores quanto ſunt ipſi propinquiores. Ducantur enim à centro e, lineæ ad extremitates omnium, quæ ſint e b, e c, e f, e g: e h, & e k, eruntque per 20 primi, duo latera e f, & e g, trianguli e f g, longiora f g, & quia ipſa ſunt æqualia a d, erit a d, maior f g. Eadem ratione maior erit quàm a c, quia a & e c, ſunt maiora a c, æqualia a d, ergo

f g a d

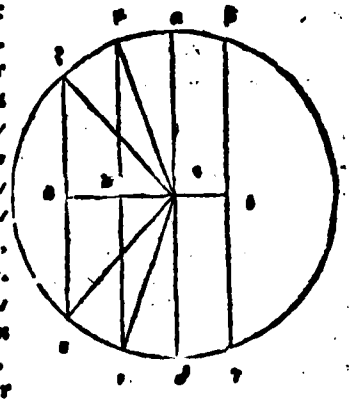
a d maior eſt a c. Sic quoque eſt maior h k, & maior etiã quàm a b. Quod autem f g ſit maior h k, & a c, quàm a b, patet, quia cum duo latera f e, & e g, trianguli f e g, ſint æqualia duobus lateribus h e & e k trianguli h e k, & angulus f e g, maior angulo h e k, erit per 24 primi baſis f g, maior baſi h k. Similiter quoque quia a e, & e c, ſunt æqualia a e, & e b, & angulus a e c, maior angulo a e b, erit baſis a c, per eandem maior baſi a b, & ſic eſt propoſitũ



Eucli. ex Zamb. Theorema 14. Propoſitio 15

15 In circulo, maxima, quidem eſt dimetiens, alia rum autem ſemper propinquior centro, remo tiore maior.

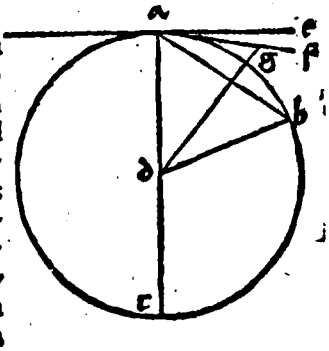
THEON ex Zamberto. *Sit circulus α β γ δ, dimetiens uero illius ſit α δ, centrum autem, ſit ε. Et propinquior ipſi α δ, dimetienti, ſit β γ. remotior autem ſit ζ η. Dico quod α δ, maxima eſt, maior autem β γ, quàm ζ η. Excitetur (per 12 primi) ab ε, centro in ipſas ε γ, & ζ η, perpendiculares ε θ, & ε ι. Et quoniam propinquior quidem centro eſt ε γ, remotior autem ζ η, maior eſt (per 4 diffinitionem) igitur ι η, ipſa ι θ. Ponatur autem (per 4 tertij) æqualis ι λ, ipſi ι θ, & (per undecimam primi) per λ, ipſi ι η ad rectos angulos excitata λ μ, extendatur in ν. Et (per primum poſtulatum) coniungantur ε μ, ε ζ, & ε η. Et quoniam æqualis eſt ι θ, ipſi ι λ, æqualis eſt (per quartam tertij & diffinitionem quartam eiuſdem) β γ, ipſi μ ν. Rurſus quoniam æqualis eſt α ι, ipſi ι μ, & ι δ, ipſi ι ν, igitur α δ, ipſis μ ι, & ι ν, eſt æqualis. Sed μ ι, & ι ν, (per 20 primi) ipſa μ ν, maiores ſunt. Igitur α δ, maior eſt quàm μ ν. Et quoniam duæ μ ι, & ι ν, duabus ζ ι, & ι η, ſunt æquales (per 15 diffinitionem primi) ex centro enim in circunferentiam, & angulus qui ſub μ ι ν, angulo qui ſub ζ ι η, maior eſt, baſis igitur μ ν, (per 24 primi baſi ζ η, maior eſt. Sed μ ν, ipſi β γ, oſtenſa eſt æqualis, & β γ, igitur, quàm ζ η, maior eſt. Maxima igitur eſt α δ, dimetiens, maior autem β γ, ipſa ζ η. In circulo igitur dimetiens maxima eſt: aliarum autem ſemper propinquior centro: remotiore maior eſt. quod demonſtraſſe oportuit.*



Eucli. ex Camp. Propoſitio 15

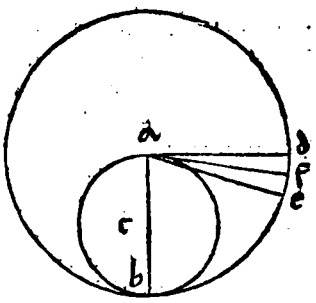
15 SI ab altero terminorum diametri cuiuslibet circuli orthogonaliter linea recta ducatur, extra circulum eam cadere neceſſe eſt. Atque inter illam & circulum, aliam lineam rectam capi impoſſibile eſt. Angulum autem ab illa & circunferentia contentum, omnium acutorum angulorum eſſe anguſtiſſimum. Angulum uero intrinſecum à diametro & circunferentia contentum: omnium angulorum acutorum eſſe ampliſſimum neceſſe eſt. Vnde etiam manifeſtum eſt, omnem lineam rectam à termino diametri cuiuslibet circuli orthogonaliter ductam, circulum ipſum contingere.

CAMPANVS Sit ut à termino a, diametri a c, circuli a b c, cuius centrum d, ducatur linea orthogonaliter, dico quod ipſa cadit extra circulum, & quod inter lineam illam & circunferentiã, nulla alia recta linea intercipitur. & quod angulus quem ipſa & circunferentia continet. eſt minor omni angulo rectilineo, qui uidelicet à duobus rectis lineis continetur, & quod angulus contentus à diametro & circunferentia, eſt maior omni angulo rectilineo acuto. Si enim linea ducta ab a, orthogonaliter ſuper a c lineam, poteſt cadere intra circulum, ſit illa linea a b, & ducatur linea d b, eritque per 5 primi, angulus d a b, æqualis angulo d b a

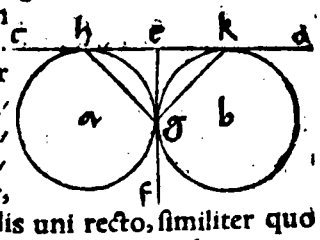


& quia

& quia angulus d a b, eſt rectus per hypotheſin, habebit triangulus a b d, duos angulos rectos, quod eſt impoſſibile per 17 primi. Cadet ergo extra, ſitque a e, quod ſi inter ipſam & circunferentiam poteſt linea recta intercipi, ſit illa a f, ad quam ducatur perpẽdicularis d g, & quia angulus d g a, eſt rectus, erit per 18 primi linea a d, lõgior linea d g, quod eſt impoſſibile: quare inter ipſam, & circunferentiam, nulla linea recta intercipietur. Propter quod patet quod angulus contentus ab a c, & circunferentia, qui dicitur angulus contingentiæ, eſt minor omni angulo à duobus rectis lineis contento. Si enim aliquis rectilineus angulus eſſet angulo contingentiæ æqualis, aut eo minor: cum omnis talis poſſit per æqualia diuidi ſecundum doctrinam 9 primi, inter lineam a e, & circunferentiã, poſſet linea recta intercipi, quod monſtrauimus eſſe non poſſe. Per quod patet angulum contentum à diametro & circunferentia, omnium acutorum rectilineorum eſſe maiorem, quia non differt a recto: niſi angulo contingentiæ quem monſtrauimus eſſe minorem omni rectilineo. Correlarium patet per primã partem. Cum enim linea a e, in utranque partem electa non ſecet circulum, & tangat ipſum in puncto a, ipſa eſt contingens per diffinitionem.



CAMPANI additio. Ex hoc notandum, quod non ualet iſta argumentatio, hoc tranſit à minori ad maius & per omnia media: ergo per æquale. Nec iſta: Contingit reperire maius hoc, & minus eodem: ergo contingit reperire æquale. hoc autem ſic patet. Sit circulus a b, ſuper centrum c, cuius diameter a c b, & ducatur ab eius termino a, linea a d orthogonaliter, eritque contingens circulum per correlariũ huius. Deſcribatur iterum ſuper punctum a ſecundũ quantitatem diametri a b, circulus b e d, & imaginetur linea a b, moueri ſuper punctum a, per circunferentiam arcus b e d, ita quod punctum b numeret omnia puncta arcus b e d, quouſque perueniat ad lineam a d, & cooperiat ipſam. Et quia anguſus b a d, eſt rectus: erit ut non ſit ſumere aliquem angulum acutum cui æqualem non fecerit linea a b, cum diametro a c b, minoris circuli, quia tranſiuit ad angulum rectum: dinumerans ſitum omnium angulorum acutorum, quorum manifeſtum eſt quoſdam eſſe minores angulo ſemicirculi: contento a ſemicircunferentia a b, & diametro a c b, & angulum rectum manifeſtum eſt eſſe maiorem eodem. Dico quod nullus in tranſitu ab acutis minoribus ad rectum maiorem intermedius: fuit ei æqualis. Si enim fuerit aliquis, ſit ut illum fecerit linea a b, cum punctus b, fuit in puncto e, arcus b e d. Quia ergo angulus e a b eſt æqualis angulo ſemicirculi prædicto, angulus autem ſemicirculi eſt ampliſſimus omnium acutorum per ultimam partem huius, erit angulus e a b, ampliſſimus omnium acutorum. Diuidatur ergo angulus e a d, ſicut propoſuit 9 primi, per æqualia, ducta linea a f. eritque (per 9 conceptionem,) angulus f a b, amplior angulo e a b, quare erit aliquid: amplius ampliſſimo. quod eſt impoſſibile. Vel ſic. Cum angulus e a b, ſit æqualis angulo ſemicirculi ſicut ponitur,

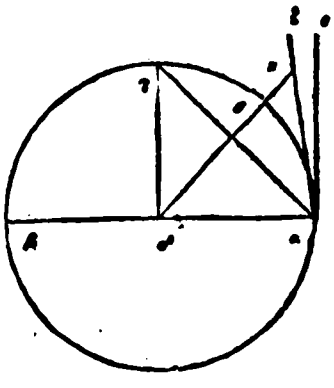


at angulus ſemicirculi cum angulo contingentiæ eſt æqualis uni recto, ſimiliter quoque angulus e a b cum angulo e a d eſt æqualis uni recto, erit angulus e a d: æqualis angulo contingentiæ: & quia angulus contingentiæ eſt anguſtiſſimus omnium acutorum per 3 partem huius: erit ſimiliter angulus e a d, ei æqualis: anguſtiſſimus omnium acutorum. ſed angulus e a f: eſt eo anguſtior: per conceptionem: erit ergo aliquid anguſtius anguſtiſſimo: quod eſt impoſſibile. Non ergo erit angulus rectilineus: æqualis angulo ſemicirculi. Et quia tranſitur à minori ad maius & non per æquale: item quia eſt reperire minorem eo & maiorem: patet inſtantia contra utranque argumentationem prædictam. Vnde per interemptionem ad illud eſt reſpondendum.

Poſſet probari quod angulus contingentiæ eſt diuiſibilis ſecundum lineam rectam ut cõſtat per figurationem hic a latere poſitam. Certum eſt quod angulus qui cauſatur ex contactu duorum circulorum uel ſphærarum, eſt angulus contingentiæ: & talis diuidatur per lineam e g, quia hic habetur triangulus h g k, cuius baſis h k, diuidatur per æqualia in puncto e: & protrahatur uerſus g, contactum: & arguitur per 4 primi: deinde per 16 huius. & patet propoſitum.

16 Quæ à diametri circuli extremitate ad angulos rectos ducitur, extra ipſum circulum cadit, & in locum inter ipſam rectam lineam & circunferentiam, altera recta linea non cadet, & ſemicirculi angulus, omni angulo acuto rectilineo maior eſt, reliquus autem minor.

THEON ex Zamberto. *Sit circulus a ς γ, circa centrum δ, & dimetientem a β. Dico quod quæ ex α, ipſi a β, ab angulos rectos ducitur, extra ipſum circulum cadit. Non enim, ſed ſi poſſibile eſt, cadat interius ſicut α γ, & coniungatur δ γ. Et quoniam æqualis eſt δ α, ipſi δ γ, (per 15 diffinitionem primi) ex centro enim in circunferentiam, æqualis eſt & angulus δ α γ, angulo α γ δ. Angulus autem δ α γ, rectus eſt, rectus igitur eſt & qui ſub α γ δ. Anguli igitur qui ſub δ α γ, & α γ δ, duobus rectis ſunt æquales, quod (per 17 primi,) eſt impoſsibile. Igitur ab α ſigno, ipſi a β, ad angulos rectos ducta, intra ipſum circulum non cadit. Similiter quoque oſtendemus, quod neque in ipſam circunferentiam, extra igitur cadit ſicut a ε. Dico quod in locum inter a ε, rectam lineam, & γ β α, circunferentiam: alia recta linea non cadit. Si enim poſsibile eſt, cadat ſicut ζ α, & excitetur (per 12 primi) à δ, ſigno, in ipſam ζ α, perpendicularis δ η. Et quoniam rectus eſt angulus α η δ, minor recto autem qui ſub δ α η, maior igitur eſt α δ, quàm δ η. Æqualis autem eſt δ α ipſi δ β, ex centro enim in circunferentiam, maior (per 19 primi,) igitur eſt δ θ, ipſa δ η, minor maiore, quod eſt impoſsibile. In locum igitur inter rectam lineam & circunferentiam, altera recta linea non cadet.* Dico quod & ſemicirculi angulus contentus ſub a β, recta linea & γ θ α, circunferentia, omni angulo acuto rectilineo maior eſt. Reliquus autem contentus ſub γ η α, circunferentia & α ε, recta linea, omni acuto angulo rectilineo minor eſt. Si enim aliquis eſt angulus rectilineus maior eo qui ſub β α, recta linea & γ θ α, circunferentia continetur, minor uero eo qui ſub γ θ α, circunferentia & α ε, recta linea continetur, in locum inter γ θ α, circunferentiam & α ε, rectam lineam recta linea cadet, quæ efficiet maiorem quidem angulum contentum ſub rectis lineis eo qui ſub β α, recta linea & γ θ α, circunferentia continetur, minorem autem eo qui ſub γ θ α, circunferentia & α ε, recta linea continetur, non cadit autem. Igitur angulo contento ſub β α recta linea, & γ θ α, circunferentia, angulus acutus ſub rectis lineis contentus maior non eſt, neque etiã minor contento ſub γ θ α, circunferentia & α ε, recta linea.

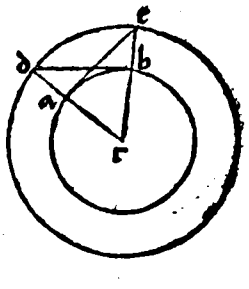


CORRELARIVM. *Hinc manifeſtum eſt, quod à diametri circuli extremitate ad angulos rectos ducta ipſum circulum tangit, & quod recta linea circulum in uno ſigno tantum tangit, quoniam oſtenſum eſt (per 2 tertij,) quod quæ in duobus illis ſignis incidit, intra ipſum cadit, quod demonſtraſſe oportuit.*

Eucli. ex Camp. Propoſitio 16

15 A Dato puncto, ad datum circulum lineam contingentem ducere.

CAMPANVS. Sit circulus datus a b cuius centrum c, punctuſque datus d, uolo ergo à puncto d, ducere lineam contingentem circulum a b. Produco lineam d c, ſecantem circunferentiam circuli a b, in puncto a, ſuper quam deſcribo circulum d e, ſecundum quantitatem lineæ d c, concentricum circulo a b, & à puncto a. produco lineam a e, perpendicularem ad lineam d c, quæ ſecet circunferentiam circuli d e. in puncto e. & produco lineam e c, ſecantem circunferentiam circuli a b in puncto b. Deinde produco lineam d b, quæ erit contingens circulum a b. Quia enim duo latera a c & c e, triãguli a c e ſunt æqualia duobus lateribus b c & c d trianguli b c d, & angulus c eſt communis utrique, erit per 4 primi angulus e a c, æqualis angulo d b c, angulus autẽ e a c. eſt rectus, quare angulus d b c, eſt rectus. Per correlarium ergo præcedentis erit linea d b. contingens circulum a b, quod eſt propoſitum.

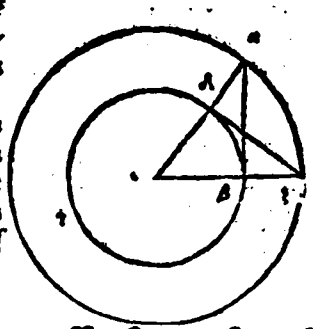


Eucli. ex Zamb. Problema 2 Propoſitio 17

17 A dato ſigno, dato circulo contingentem rectam lineam ducere.

THEON ex Zamberto. *Sit quidem datum ſignum α, datus autem circulus ſit β γ δ, oportet iam à dato ſigno α, dato circulo ς γ δ, contingentem rectam lineam ducere. Suſcipiatur enim (per 1 tertij,) centrum circuli, ſitque illud ε, & coniũgatur (per primũ poſtulatum) α δ ε. Et centro quidem ε, ſpatio uero ε α, (per tertium poſtulatũ) circulus deſcribatur α ζ η, & ab ipſo δ, ipſi ε α, ad angulos rectos excitetur δ ζ. (per 11 primi) & coniũgantur (per primũ poſtulatum) ε β ζ, & α β. Dico quod ab α, ſigno, circulo β γ δ, contingens ducta eſt α β. Quoniam enim ε, ſignum, centrum*

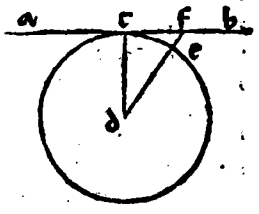
centrum eſt circulorum ζ γ δ, & α ζ ν, æqualis eſt ν α, ipſi ν ζ, & ν δ, ipſi ν β: extro enim in circunferentiam. Duæ igitur α ν, & β ν, duabus ν ζ, & ν δ, ſunt æquales, & angulum communem habent qui ad ν, baſis igitur δ ζ, (per 4. primi) baſi α β, eſt æqualis, & triangulum δ ν ζ, triangulo ν β α, eſt æquale, & reliqui anguli reliquis angulis, æqualis igitur eſt angulus ν δ ζ, angulo ν β α, rectus eſt autem qui ſub ν δ ζ, rectus igitur eſt & qui ſub ν β α, & eſt ν β, ex centro. Quæ autem ex diametri circuli extremitate ad angulos rectos ducitur, ipſum tangit circulum, (per correlarium 16 tertij. Igitur α β, ipſum circuli β γ δ, tangit. A dato igitur ſigno α, dato circulo β γ δ, cõtingẽs recta linea ducta eſt α β, quod feciſſe oportuit. Eucli. ex Camp.



Propoſitio 17

17 SI circulum linea recta contingat, à contactu uero ad centrum linea recta ducatur, neceſſe eſt eam ſuper lineam contingentem eſſe perpendicularem.

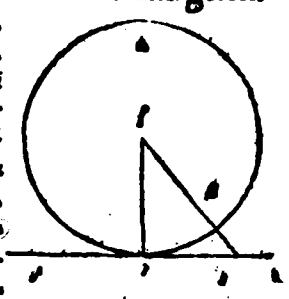
CAMPANVS. Sit linea a b, cõtingens circulum c e, cuius centrum ſit d, in puncto c, qui iungatur cum centro per lineam c d. Dico hanc eſſe perpendicularem ſuper lineam contingentem. Si enim non eſt perpendicularis ad ipſam, ſit ergo d f perpendicularis ad eandem, quæ ſecet circunferentiam circuli in puncto e, eritque uterq; angulorum qui ſunt ad f, rectus, igitur per 18 primi, linea c d, eſt maior linea d f, quod eſt impoſſibile. Conſtat itaq; d c eſſe perpendicularem ſuper a b: quod eſt propoſitum.



Eucli. ex Zamb. Theorema 16. Propoſitio 18.

18 Si circulum tetigerit aliqua recta linea, à centro autem in contactumducta fuerit aliqua recta linea, ipſa ducta, perpendicularis erit contingenti.

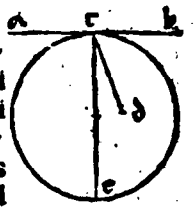
THEON ex Zamb. Circulum enim α β γ, tangat recta linea quædam δ ε, in γ, ſigno, & ſumatur (per 1 tertij.) centrum circuli α β γ, ſitque illud ζ. Et α ζ, in γ, ducatur (per primum poſtulatum) ζ γ. Dico quod ζ γ, perpendicularis eſt ipſi δ ε. Si enim non, ducatur (per 12 primi) à ζ, in ipſam δ ε, perpendicularis ζ ν. Quoniã igitur angulus ζ ν γ, rectus eſt, angulus igitur qui ſub ν γ ζ, eſt acutus, maior igitur eſt angulus ζ ν γ, angulo ζ γ ν, maiori autẽ angulo (per 19 primi) maius latus ſubtẽditur, maior igitur eſt ζ γ, quàm ζ ν. Æqualis autem eſt ζ β, ex centro enim in circũferentiam, maior igitur eſt ζ β, quàm ζ ν, minor maiore, quod eſt impoßibile. Igitur ζ ν, ipſi δ ε non eſt perpendicularis. Similiter quoque oſtendemus, quod nulla alia præter ζ γ. Igitur ζ γ, perpendicularis eſt ipſi δ ε. Si circulum igitur tetigerit aliqua recta linea, & quæ ſ-quuntur reliqua, quod demonſtraſſe oportuit. Eucli. ex Camp.



Propoſitio 18

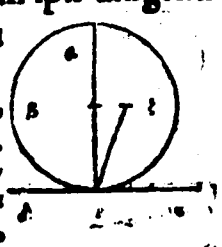
18 SI circulum linea recta contingat, & à contactu in circulum linea quædam orthogonaliter ducatur, in eadem centrum eſſe neceſſe eſt.

CAMPANVS. Sit ut prius linea a b contingens circulum c e: in pũcto c, & contactu ducatur linea intra circulum, c e, perpendicularis ad lineam a b. Dico quod centrum circuli eſt in linea c e. Hæc eſt cõuerſa prioris. Si enim non fuerit centrum in linea c e, ſit alibi ubicunque contingat, ſitq; d, & producatur d c, eritq; d c, per præmiſſam perpendicularis ad lineam a b, quod eſt impoſſibile, cum e c, poſita ſit perpẽdicularis ad ipſam. Eucli. ex Zamb. Theorema 17. Propoſitio 19.



19 Si circulum tetigerit aliqua recta linea, à contactu autem ipſi tangenti ad angulos rectos recta linea quædam excitetur, in excitata erit centrum circuli.

THEON ex Zamberto. Circulũ enim α ζ γ, tangat recta linea quædã δ ε, in ſigno γ, & ab ipſo γ, ipſi δ ε, (per 11 primi) excitetur ad angulos rectos γ α. Dico quod in ipſa γ α, eſt centrum circuli. Non enim, ſed ſi poſſibile eſt, ſit ζ, & per (per primum poſtulatum) coniungatur ν ζ. Quoniã igitur circulũ α β γ, recta linea quædam δ ε, tangit, à cẽtro autẽ in cõtactũ ducta eſt ζ γ, igitur ζ γ, (per 18 perpendicularis) eſt ipſi δ ε. Rectus igitur eſt angulus ζ γ ε,

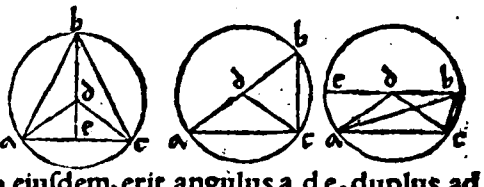


at angulus α γ ι, rectus eſt, æqualis igitur eſt angulus ζ γ ι, ei qui ſub α γ ι, minor maiori, quod eſt impoſſibile. Igitur ζ, centrum circuli α β γ, non eſt. Similiter quoque oſtendemus, quod nec alibi præter quàm in α γ. Si circulum igitur aliqua recta linea tetigerit, à contactu autem ipſi tangenti ad angulos rectos recta linea excitetur, in excitata erit centrum circuli quod demonſtraſſe oportuit.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 19.

19 SI intra circulum angulus ſupra centrum conſiſtat, alius uero angulus ſupra circunferentiam conſiſtens eãdem baſin habeat: interior ſuperiori duplus erit.

CAMPANVS Sit ut in circulo a b c, cuius cẽtrum d, fiat angulus a d c, ſupra cẽtrũ, & angulus a b c ſuper circunferentiam, ſitq; utriuſque anguli eadem baſis quæ ſit arcus a c. Dico angulum a d c, duplum eſſe ad angulũ a b c. Quod ſic probatur. Aut enim duæ lineæ a b, & c b includunt duas lineas a d, & d c, aut altera earum fit linea una cum altera reliquarum, aut etiam altera primarum ſecat alteram poſtremarum. Sit ergo primo ut includant eas ut in prima figuratione apparet, & produeatur linea b d e, eritque per 32 primi, angulus a d e, extrinſecus, æqualis duobus intrinſecis qui ſunt b a d & a b d, anguli. Et quia ipſi ſunt æquales per quintam eiuſdem, erit angulus a d e, duplus ad angulum a b d. Simili quoque modo erit angulus e d c, duplus ad angulum d b c, quare totus angulus a d c, duplus erit ad totum angulum a b c, quod eſt propoſitum.



Quod ſi altera duarum linearum a b & b c, fuerit linea una cum altera duarum quæ ſunt a d & b d, ut in ſecunda figuratione apparet. per eaſdem per quas prius & ſimili modo liquet propoſitum. Quod ſi altera duarum linearum primarum ſecet alterã duarum poſtremarum, ut in tertia figuratione apparet ubi linea a b ſecat lineam d c, producatur linea b d e. Erit per eaſdem quas à principio aſſumpſimus & ſimili modo e d a, duplus ad angulum d b a, & totus angulus e d c, duplus ad totũ angulum d b c, quare angulus a d c, duplus eſt ad angulum a b c. Quod eſt propoſitum.

Eucli. ex Zamb. Theorema 18. Propoſitio 20

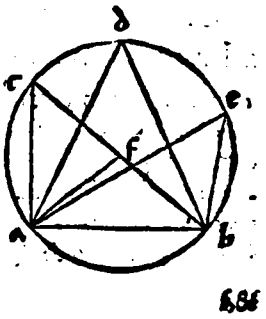
20 In circulo angulus qui ad centrum, duplus eſt eius qui ad circunferentiam, quando anguli eandem circunferentiam habuerint baſin.

THEON ex Zamb. *Sit circulus α β γ, & ad eius centrum, ſit angulus β ζ γ, ad circunferentiam uero, angulus β α γ, habeant autem eãdem baſin, circunferentiam β γ. Dico quod duplus eſt angulus β ζ γ, anguli ε α γ. ducta enim α ζ, (per ſecundum poſtulatum) extendatur in ζ. Quoniam enim æqualis eſt α ζ, ipſi ζ β, ex centro enim in circunferentiam: æqualis eſt angulus ζ α β, ei qui ſub ζ β α. Anguli igitur ζ α β, & ζ β α. (per 5 primi,) eius qui eſt ſub ζ α β. dupli ſunt, æqualis autem eſt qui ſub β ζ γ. (per 32 eiuſdem) eis qui ſub ζ α ε. & ζ α γ. Angulus igitur β ζ γ. ipſi ζ α β, duplus eſt. Et perinde angulus ζ ζ γ. eius qui ſub ζ α γ. (per eandem) duplus eſt. Totus igitur β ζ γ, totus qui ſub β α γ, eſt anguli, duplus eſt. Rurſus conſtituatur, & ſit alter angulus β δ γ, & ducatur (per 1 poſtulatum) δ ζ, extendaturque (per 2 poſtulatum) in ε. Similiter quoque oſtendemus quod duplus eſt ε ζ γ, angulus eius qui ſub ε δ γ, eſt anguli. Quorum qui ſub ε ζ ε, duplus eſt eius qui ſub ε δ β. Reliquus igitur qui ſub ε ζ γ, eius qui eſt ſub β δ γ, duplus eſt. In circulo igitur angulus qui ad centrum, duplus eſt eius qui ad circunferentiam, quando eandem circunferentiam baſin habuerint ipſi anguli, quod oportuit demõſtraſſe.*



Eucli. ex Camp. Propoſitio. 20.

20 SI in una circuli portione, anguli ſuper arcũ conſiſtant, angulos quoslibet æquales eſſe neceſſe eſt.



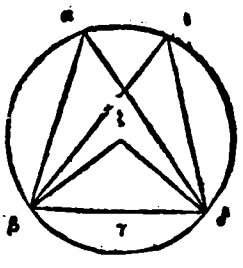
CAMPANVS Sit in portiõe a d b, circuli a b c, cuius centrum ſit f, conſiſtant quodlibet anguli ſuper arcũ a d b, qui ſunt e d c. Dico eos eſſe æquales, Protrahatur enim chorda a b, & ab eius extremitatibus ducãtur in centrũ, lineæ a

f & b f, eritq; per præmiſſam angulus f conſiſtens ſupra centrum, ad unumquẽq; eorũ duplus. Quare ipſi ſunt æquales, quod eſt propoſitum.

Eucli. ex Zamb. Theorema 19. Propoſitio 21.

21 In circulo, qui in eodem ſegmento ſunt anguli, ſibi inuicem ſunt æquales.

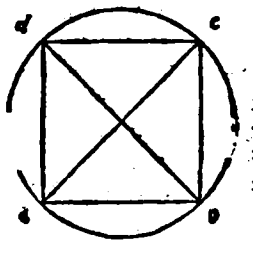
THEON ex Zamberto. *Sint in ſegmento β α ϛ δ, circuli α β γ δ, anguli qui ſub β α δ, & β ϛ δ. Dico quod anguli β α δ, & β ϛ δ, ſibi inuicẽ ſunt æquales. Suſcipiatur enim (per primam tertij) centrum circuli α β γ δ, ſitque illud ζ. Et ducantur (per primum poſtulatum) ϛ ζ, ζ δ. Et quoniam angulus β ζ δ, eſt ad centrum, angulus autem qui ſub ϛ α δ, ad circumferentiam, & eãdem habent baſin circũferentiam ϛ α γ δ, angulus igitur ϛ ζ δ, (per præcedentem) duplus eſt eius qui ſub β α δ, & per hoc angulus ϛ ζ δ, duplus eſt etiam eius qui ſub β ϛ δ. Aequalis igitur (eſt per communem ſententiam dicentem quæ eiuſdem ſunt dimidium, adinuicem ſunt æqualia,) angulus β α δ, angulo β ϛ δ. In circulo igitur, qui in eodem ſegmento ſunt anguli: ſibi inuicẽ ſunt æquales, quod demonſtraſſe oportuit.*



Eucli. ex Camp. Propoſitio 22.

22 Si intra circulũ quadrilaterum deſcribatur, quoslibet eius duos angulos ex aduerſo collocatos, duobus rectis angulis æquos eſſe neceſſe eſt.

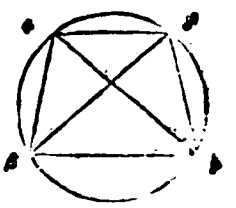
CAMPANVS. *Sit quadrilaterũ a b c d, inſcriptum circulo a b e d. Dico quoſq; eius duos angulos oppoſitos, eſſe æquales duobus rectis. Protrahantur in quadrilatero, diametri á c, b d, eritque per præmiſſam, angulus c b d æqualis angulo c á d, & angulus a b d æqualis angulo a c d, quare totus a b c, æqualis erit duobus angulis qui ſunt a c d, & c a d. Et quia ipſi cum angulo a d c ſunt æquales duobus rectis per 32 primi, erunt & anguli b totalis & d, totalis, æquales duobus rectis, quod eſt propoſitum. Similiter quoque probabo angulos a & c totales, eſſe æquales duobus rectis.*



Eucli. ex Zamb. Theorema 20 Propoſitio 22.

22 In circulis quadrilaterorum exiſtentium anguli qui ex oppoſito, duobus rectis ſunt æquales.

THEON ex Zamberto. *Sit circulus α β γ δ, & in eo quadrilaterum ſit α ϛ γ δ. Dico quod anguli qui ex oppoſito, duobus rectis ſunt æquales. Coniungantur (per primum poſtulatum) α γ, & β δ. Quoniam igitur (per 32 primi, omnis trianguli tres anguli γ α ϛ, α β γ, & β γ α, duobus rectis ſunt æquales. Angulus autem γ α ϛ, angulo ϛ δ γ eſt æqualis (per 21 tertij) in eodem enim ſunt ſegmento ϛ α δ γ. Angulus uero α γ β, (per eandem) angulo α δ ϛ, in eodem enim ſunt ſegmẽto α δ γ ϛ. Totus igitur qui ſub α δ γ, eis qui ſub β α γ, & α γ β eſt æqualis. Communis apponatur angulus α ϛ γ. Anguli igitur qui ſub α β γ, β α γ, & α γ β, eis qui ſunt ſub α ϛ γ, & α δ γ, ſunt æquales. Sed qui ſub α β γ, β α γ, & α γ ϛ, duobus rectis ſunt æquales. Anguli igitur α β γ, & α δ γ, duobus rectis ſunt æquales. Similiter iam oſtendemus, quod etiam anguli β α δ, & δ γ β, duobus rectis ſunt æquales. In circulis igitur quadrilaterorum exiſtentium anguli ex oppoſito, duobus rectis ſunt æquales, quod demonſtrare oportebat.*



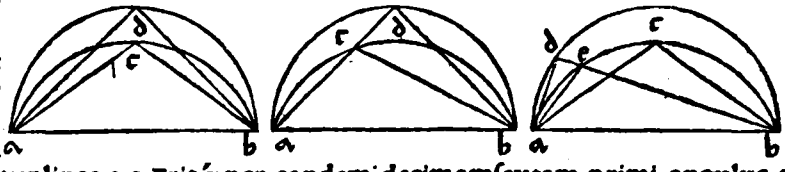
Eucli. ex Camp. Propoſitio 23.

23 Duas ſimiles circuli portiones inæquales, ſupra unam rectam lineam aſſignatam ex eadem parte cadere impoſſibile eſt.

CAMPANVS. *Sit recta linea a b, ſuper quam fiat portio circuli, a c b; Dico quod ſuper eãdem lineam ex eadem parte non fiet alia portio quæ ſit ſimilis huic, & ea maior aut minor. Quod ſi fuerit poſſibile, fiat ergo portio a d b, maior ea, quæ cũ ſit ſimilis ei, ſtat ergo angulus a c b in portiõe minori, & angulus a d b in maiori. Erit ergo ut lineæ a d, & d b, includãt lineas a c & c b, ut in figuratiõe pria apparet. Aut altera primarũ: una fiat cũ altera poſtremarũ, ut in ſecũda. Aut ut altera ſecet alterã, ut in tertia. Q; ſi fuerit primo modo erit per 21 primi angulus c maior angulo*

d, non

d,non ergo portiones ſimiles per diffinitionẽ. Quod ſi ſecundo modo,erit adhuc angulus c,maior angulo d d,per decimamſextam primi,non igitur erũt portiones ſimiles. Si autem tertio modo:ſit ut linea b d,ſecet lineam a c,& ſecet circunferentiã portionis minoris in



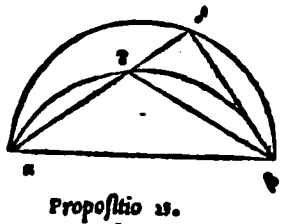
puncto e,& ducatur linea e a. Eritq; per eandem decimamſextam primi, angulus a e b,conſiſtens in portione a c b,maior angulo d,quare nullo modo ſunt portiones ſimiles. ¶ Simili quoque modo probabis,quod ſuper eandem lineam non fiet portio ſimilis portioni a c b, minor ea: poſito c,in loco d,& d in loco c,in figura cũ omnibus prædictis,erit enim per præmiſſas & per 21 primi,& per 16 eiuſdẽ & præmiſſo modo angulus d omnium figurationum, maior angulo c, quare portiones non erunt ſimiles.

Et nota,quod licet proponatur ſuper lineam unam non poſſe fieri portiones ſimiles inæquales ex eadem parte:uerum eſt tamẽ quod neq; ex diuerſis partibus. Quod libet probare,minore quæ eſt ex una parte ſuperpoſita maiori quæ eſt ex altera. Neceſſe enim erit per communem ſcientiam,ipſam à maiori excedi,non ergo ſunt ſimiles per hanc 21.

Eucli.ex Zamb. Theorema 21. Propoſitio 23.

23 Super eadem recta linea,duo ſegmẽta circulorum ſimilia, & inæqualia non conſtituentur ad eaſdem partes.

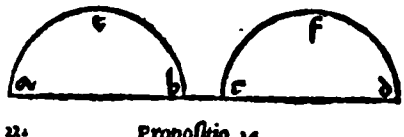
THEON ex Zamb. *Si enim poſſibile: ſuper eandem rectã lineã α β, duo circulorum ſegmenta ſimilia & inæqualia conſtituantur ad eaſdem partes α γ β, & α δ β, & ducatur (per primũ poſtulatum) α γ δ, & coniungantur (per 2 poſtulatũ) γ β. & δ β. Quoniã igitur ſegmentũ α γ β, ſimile eſt ſegmẽto α δ β, ſimiliũq; circulorũ ſegmẽta ſunt quæ æquales angulos ſuſcipiũt, (per diffinitionẽ 10 tertij) angulus igitur α γ β, angulo α δ β, eſt æqualis, exterior interiori. quod (per 16 primi) eſt impoſſibile. Super eadẽ igitur rectã lineã duo circulorũ ſegmẽta ſimilia & inæqualia nõ conſtituentur ad eaſdẽ partes, quod oportuit demonſtraſſe.*



Eucli.ex Camp. Propoſitio 23.

24 Di circulorum ſimiles portiones ſupra lineas æquas fuerint, ipſas portiones æquas eſſe oportet.

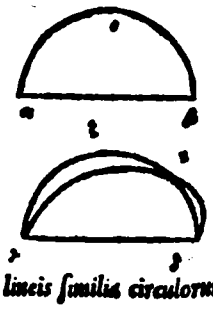
CAMPANVS. Sint duæ lineæ a b & c d æquales,ſuper quas ſunt duæ portiones circulorum a e b,c f d,quæ ſunt ſimiles. Dico quod ipſe ſunt æquales. Si enim non ſunt æquales,altera earum ſuperpoſita alteri,excedet maior minorem. Sed linea a b, non excedet lineã c b,nec excedetur ab ea:cũ ſint æquales. Quare accidet contrarium præmiſſæ, quod eſt impoſſibile. Erit enim a b & c d linea una.



Eucli.ex Zamb. Theorema 22. Propoſitio 24.

24 Super æqualibus rectis lineis ſimilia circulorũ ſegmenta conſtituta ſibi inuicem ſunt æqualia.

THEON ex Zamberto. *Super æqualibus,inquam,rectis lineis α β, & γ δ, ſimilia circulorum ſegmenta α ε β, & γ ζ δ, conſtituantur. Dico quod æquum eſt ſegmentum α ε β, ſegmento γ ζ δ. Congruente namque ſegmento α ε β, ipſi ε ζ δ, ſegmento, & poſito ſigno α, ſuper ſigno γ, rectã uero lineã α β, ipſi rectæ lineæ γ δ, congruente, & β, ſignum congruet ipſi δ, ſigno, quoniam æqualis eſt α β, ipſi γ δ. Congruente autem α β, rectæ lineæ ipſi γ δ, congruit α ε β, ſegmentum ipſi ε ζ δ. Si enim α β, rectã lineã ipſi γ δ, congruit, ſegmentum autem α ε β, ipſi γ ζ δ, non congruit, ſed differt ſicut γ ε δ, circulus autem circulum (per uiceſimam tertij) non ſecat in pluribus ſignis duobus. Sed γ ε δ, ipſum γ ζ δ, in pluribus quàm duobus ſignis hoc eſt γ δ, ſecat, quod (per eandem) eſt impoſſibile. Non igitur, congruente α β, rectã lineã ipſi γ δ, non congruit quoque & ſegmentum α ε β, ſegmento γ ζ β. Congruit igitur & ei eſt æquale. Super æqualibus igitur rectis lineis ſimilia circulorum ſegmenta conſtituta: ſibi inuicem ſunt æqualia, quod erat demonſtrandum.*



Eucli.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 24.

24. DAti ſemicirculi, ſiue ſemicirculo maioris ſiue minoris portionis: circulum perficere.

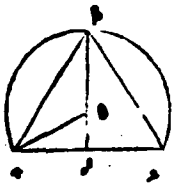
CAMPANVS. Intentio per hanc concluſionem, eſt ex omni arcu dato ſiue ex omni circuli portione data, circulum perficere. Sit ergo a b quilibet arcus: ex quo uolo perficere circulum. Protrabam in eo duas lineas qualitercunque contingat, quæ ſint a c, & b d: quas diuidã per æqualia, a c quidem in puncto e: & b d in puncto f. Et protraham e g perpendicularẽ ad a c, & f h perpendicularem ad b d: quæ ſecent ſe in puncto k. Eritq; per correllarium primæ huius, centrum circuli in utraq; linearum e g & f h. Quare cẽtrum eſt punctum k. Si autem e g non ſecet f h, ſed ſint linea una, quemadmodum erit ſi duæ lineæ a c & b d ſint æquidiſtantes: tunc ipſa applicabitur circunferentiæ dati arcus ex utraq; parte, ipſa igitur diuiſa per medium in puncto k erit ibi centrum circuli per idem correllarium. Aequidiſtantes autẽ non erunt e g & f h, quia cum in utraq; ſit centrũ circuli per dictum correllarium eſſent eiuſdẽ circuli duo centra. Sic poteſt de omni arcu ſiue de omni portione communiter demonſtrari: qualiter indè circulus perficiatur. Quia tamẽ auctor uidetur hanc concluſionem uariare ſecundũ diuerſas ſpecies arcuum, omnium portionum enumerando ſpecies: demõſtrabimus diuiſim per ſpecies, qualiter ex omni portione data circulus perficiatur. Sit ergo primũ a b portio data: ſemicirculus, eritque per diffinitionem ſemicirculi, linea a b diameter, ea igitur diuiſa per medium in puncto c: erit c centrum circuli. Sit rurſus portio a c b ſemicirculo maior, cuius chorda ſit a b, quam diuido per æqualia in pũcto d, à quo duco d c perpendicularem ad ipſam: quæ tranſibit per centrum, per correllarium primæ huius: & protraho lineam a c. Et quia linea a b eſt minor diametro, cum ſit a c b portio maior ſemicirculo: erit a d minor ſemidiametro, ſed d c eſt maior ſemidiametro, ergo d c eſt maior quam a d: ergo per 19 primi angulus c a d eſt maior angulo a c d. Fiat itaq; per 23 primi, angulus c a e æqualis angulo a c d: producta linea a e quæ ſecet lineam c d in puncto e, eritq; per ſextã primi, linea a e æqualis lineæ e c: producatur igitur linea e b, eritq; per 4 primi, linea e b æqualis lineæ a e, quare tres lineæ e a, e b, e c ſunt æquales, ergo per 6 huius e eſt centrum circuli. Sit iterum a c b portio minor ſemicirculo: cuius chorda ſit a c quam diuido per æqualia in puncto d, à quo produco lineam c d e perpendicularem ad lineam a b: quæ ſecet circunferentiam in puncto c, hanc manifeſtum eſt tranſire per centrum per correllarium primæ huius. Producoiterum lineam a c: eritq; angulus a c d maior angulo c a d. Si eſt æqualis: erit portio a c b ſemicirculus, & ſi minor, erit maior ſemicirculo: poſitum eſt autem quod ſit minor. Produco igitur lineam a e. quæ cum linea a c faciat: angulum æqualem angulo c, & ſecet lineam c f in puncto e, & manifeſtum eſt quod punctum e, cadat extra datam portionem, & produco lineam e b & quia angulus a totalis eſt æqualis angulo c, erit per 6 primi, linea e a æqualis lineæ e c, & quia per 4 primi, linea e b eſt æqualis lineæ e a: erit per 9 huius punctum e, centrum circuli, quare patet propoſitum: ſecundum omnes ſpecies portionum circuli.

Eucli. ex Zamb. Problema 5. Propoſitio 25.

25 Circuli ſegmento dato, deſcribere circulum cuius eſt ſegmentum.

THEON ex Zamberto. *Sit datum ſegmentum circuli α β γ. Oportet iam ſegmenti α β γ, circulum cuius eſt ſegmentum deſcribere. Secetur enim (per 10 primi) α γ, bifariam in δ. Excitetur quoque (per 11 eiuſdem) à ſigno δ, ipſi α γ, ad angulos rectos β δ, & coniungatur (per primum poſtulatum) α β. Angulus igitur α ε δ, angulo ε α δ, comparatus aut eo eſt maior, aut ei æqualis*

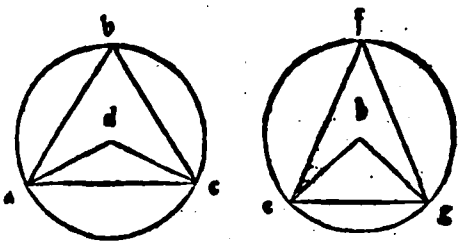
aut eo minor, Sit prius maior, & constituatur (per 23 eiusdem) ad ipsam β α, rectam lineam ad signumq; in ea α, ipsi angulo α β δ, æqualis angulus β α ι. Et extendatur (per 2 postulatum) β δ, in ι. Et coniungatur (per 1 postulatum) ι γ, quoniam igitur angulus α β ι, æqualis est angulo β β ι, æqualis igitur est (per 6 primi, recta linea ι β, ipsi α ι. Et quoniam æqualis est α δ, ipsi δ γ, communis autem δ ι, duæ igitur α δ, & δ ι, duabus γ δ, & δ ι, sunt æquales altera alteri. Et angulus α δ ι, (per quartum postulatum) angulo γ δ ι, est æqualis, rectus enim uterque. Et basis igitur α ι, (per quartam primi,) basi γ ι, est æqualis. Sed α ι, ipsi ε ι, ostensa æqualis est. Igitur β ι, ipsi γ ι, est æqualis. Tres igitur α ι, β, & ι γ, sibi inuicem sunt æquales. Centro igitur ι, spatio autem (per 3 postulatum) aut α ι, aut ι β, aut ι γ. circulus descriptus per reliqua signa ueniet & descriptus erit. Circuli igitur segmento dato, circulus descriptus est, & manifestum est, quod segmentum α β γ. minus est semicirculo, quoniam ι, centrum extra ipsum cadit. Similiter quoque ostendemus, & si angulus α β δ, æqualis fuerit angulo β α δ, ipsa α δ, æquali existente utrique ipsarum β δ, & δ γ, tres igitur δ α, δ β, & β γ, sibi inuicem sunt æquales. Et erit ipsum centrum δ, completi circuli, ipsum erit quoque semicirculus α β γ.



Si autem α β δ, minor fuerit β α δ, constituemus (per 23 primi) ad β α, rectam lineam & ad signum in ea α, angulo α β δ, æqualem intra α β γ, segmentum. Segmenti centrum cadet super δ β, & erit, uidelicet, segmentum α β γ, maius semicirculo. Dato igitur segmento, describitur circulus cuius est segmentum. Quod fecisse oportuit. Eucli. ex Camp. Propositio 25.

25 SI in æquis circulis seu super centra, seu super circunferentias, æquales anguli consistant, super æquos arcus eos cadere necesse est.

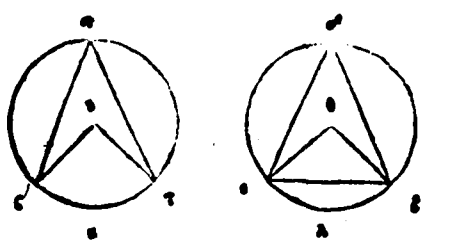
CAMPANVS Sint duo circuli æquales a b c cuius centrum d, & e f g, cuius centrum h, & fiant supra centra eorum, duo anguli a d c & e h g, qui ponantur æquales. Dico duos arcus a b c, & e f g, esse æquales, Protrahãtur duæ lineæ a c & e g, & fiant duo anguli in circunferentijs ipsorum, consistentes, supra prædictos arcus, qui sint angulus a b c & angulus e f g. Quia ergo circuli sunt æquales, erunt per diffinitionem æqualium circulorum semidiametri æquales, & quia duo anguli d & h sunt æquales per 4 primi, linea a c æqualis lineæ e g, & per 19 huius, erit angulus, b, æqualis angulo f, cum d angulus sit æqualis angulo h. Ergo per diffinitionem similium portionum duæ portiones a b c & e f g, sunt similes, & quia ipsæ sunt super lineas a c & e g æquales: ipsæ erunt æquales per 23 huius, quare arcus a b c & e f g, sunt æquales. Quod si anguli b & f qui sunt in circunferentia, ponantur æquales, erũt per diffinitionem, portiones similes, & anguli d & h æquales per 19 huius. Et quia circuli sunt æquales per positionem, erunt per 4 primi, duæ lineæ a c & e g æquales, quare ut prius, portiones æquales per 23 huius: cum sint similes & super æquales lineas igitur & arcus æquales. Quod est propositum.



Eucli. ex Zamb. Theorema 29. Propositio 26.

26 In æqualibus circulis æquales anguli æqualibus circunferentijs insistũt siue si ad centra siue si ad circunferentias consistunt.

THEON ex Zamb. Sint æquales circuli: α β γ, & δ ι ζ. & in eis sint anguli æquales ad centra quidem, qui sub β α γ, & ι δ ζ, ad circunferentias autem, qui sub β α γ, & ι δ ζ. Dico quod circunferentia β ι γ, æqualis est circunferentiæ ι λ ζ. Coniungantur (per primum postulatum) β γ, & ι ζ. Et quoniam circuli α β γ & δ ι ζ, sunt æquales, etiam quæ ex centris, sunt æquales (per primam diffinitionem tertij). Duæ igitur β α, & α γ, duabus ι δ, & δ ζ, sunt æquales. Et angulus qui ad α, angulo qui ad δ est æqualis, Basis igitur β γ (per 4 primi) basi ι ζ, est æqualis Et quoniam angulus qui ad α, æqualis est angulo qui ad δ, segmentum igitur β α γ. (per 24 tertij) simile est segmento ι δ ζ. & sunt in æqualibus rectis lineis β γ, & ι ζ. Super æqualibus autem rectis lineis (per 24 eandem) similia circulorum segmenta existentia, inuicem sunt æqualia. Segmentũ igitur β α γ. æquale est ipsi ι δ ζ, segmẽto. Est autẽ totus circulus α β γ, æqualis toti circulo δ ι ζ.

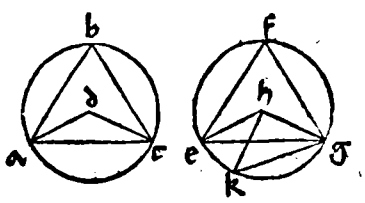


Reliqua

Reliqua igitur β α γ circunferentia (per 3 cõmunem ſententiam) reliquæ ε λ ζ: circunferentiæ eſt æqualis. In æqualibus igitur circulis æquales anguli æqualibus circunferentijs inſiſtunt: ſiue ſi ad circunferentias, ſiue ſi ad centra conſiſtant, quod demonſtraſſe oportuit.

Eucli ex Camp. *Propoſitio 26.*

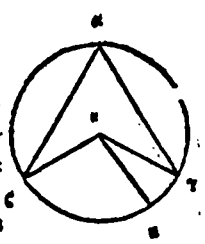
26 SI in æquis circulis æqui ſumãtur arcus, infra illos, formatos angulos qui ſupra centra eorum ſeu ſupra circunferentias conſtituantur, æquos eſſe neceſſe eſt.



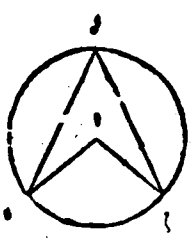
CAMPANVS. Sint ut prius duo circuli æquales: a b c cuius centrum d, & e f g cuius centrũ h: ſintq; duo arcus a b c & e f g æquales: fiantq; ſuper ipſos arcus, duo anguli in centro qui ſint d & h: ductis a d, c d, e h, g h. Itemq; ſuper eoſdẽ arcus fiant duo alij anguli in circunferentia, qui ſint b & f: ductis lineis a b, c b, e f & g f. Dico duos angulos d & h, ad inuicem eſſe æquales: itemq; duos b & f: adinuicem eſſe æquales. Et eſt hæc cõuerſa prioris. Si enim non ſunt d & h anguli ad inuicem æquales: ſit ergo h maior, à quo abſcindatur angulus k h g, qui ſit æqualis angulo d, eritq; per præmiſſam, arcus k e f g, æqualis arcui a b c. Sed duo arcus a b c & e f g, poſiti ſunt æquales: accidet ergo partem eſſe æqualem toti: quod eſt impoſſibile. Quare anguli d & h totales, ſunt æquales. Simili quoq; modo probabis angulos b & f, eſſe æquales: uel ſi mauis, probato quod anguli d & h ſint æquales: ſequitur b & f eſſe æquales per 19 huius, & è conuerſo.

Eucli. ex Zamb. *Theorema. 23.* *Propoſitio. 26.* *Conuerſa præcedentis.*

26 In æqualibus circulis anguli qui æqualibus circunferentijs inſiſtunt, ſibi inuicem ſunt æquales: ſiue ſi ad centra, ſiue ſi ad circunferẽtias fuerint conſtituti.

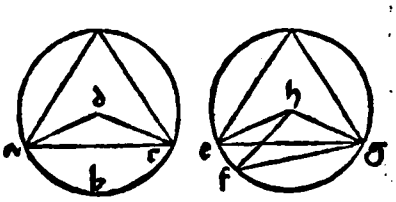


THEON ex Zamberto. *In æqualibus enim circulis α ε γ, & λ ε ζ, ſuper æqualibus circunferẽtijs β γ & ε ζ, ad centra γ ν ε: anguli conſiſtant β ν γ & ε θ ζ: ad circunferentias aũt β α γ & λ ε ζ. Dico quod angulus β ν γ æqualis eſt angulo ε θ ζ: & angulus β α γ æquus eſt angulo λ ε ζ. Siquidem angulus β ν γ æquus eſt angulo ε θ ζ: manifeſtum eſt quod angulus etiam β α γ æquus eſt angulo λ ε ζ per 20 tertij. Si uero non: alter eorum maior eſt: ſit maior angulus β ν γ: & conſtituatur per 23 primi, ad lectam lineam β ν, ad datumq; in ea ſignum ν: angulo ε θ ζ æqualis angulus β ν ι. Anguli autem æquales ſuper æqualibus circumferentijs ε conſiſtunt, per 26 tertij, quando ad centra fuerint: æqualis igitur eſt circunferẽtia β ι: circunferentiæ ε ζ. Sed ε ζ, ipſi β γ eſt æqualis: & β ι igitur, ipſi β γ eſt æqualis: minor maiori, quod eſt impoßibile. Angulus igitur β ν γ, angulo ε θ ζ inæqualis non eſt: æqualis igitur. Et eſt ipſius quidem anguli β ν γ dimidius angulus qui ad α, per 20 tertij. Ipſius autẽ ε θ ζ dimidius angulus qui ad λ per eandem. Aequalis igitur eſt angulus qui ad α, angulo qui ad λ. In æqualibus igitur circulis anguli ſuper æqualibus circunferentijs conſiſtentes, ſibi inuicem ſunt æquales: ſiue ſi ad centra, ſiue ſi ad circunferentias fuerint conſtituti, quod demonſtraſſe oportuit.*



Eucli. ex Camp. *Propoſitio. 27.*

27 SI in circulis æqualibus æquæ lineæ arcus reſecent, arcus quoq; æquos eſſe: ſi autem lineæ inæquales fuerint, arcus quoq; inæquales, & à maiore linea maiorem arcum, à minore uero minorem abſcindi neceſſarium eſt.



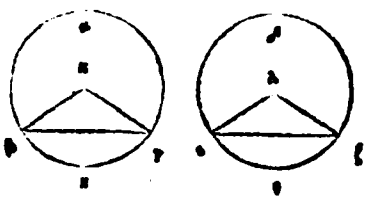
CAMPANVS. Sint duo circuli æquales, a b c cuius centrum d, & e f g cuius centrum h: ſitq; corda a c æqualis chordæ e g. Dico duos arcus a b c & e f g, quos prædictæ chordæ ex prædictis circulis reſecãt eſſe æquales. Quod ſi chorda e g ponatur maior chorda a c: dico arcum e f g eſſe maiorem arcu a b c.

Primum quidem ſic probatur. Ducantur à centris

lineæ ad extremitates chordarum: quæ ſint d a, d c, h e, h g: & quia circuli poſiti ſunt fore æquales: erunt hæ ſemidiametri æquales: & quia linea a c poſita eſt æqualis lineæ e g, erit per 8 primi, angulus d æqualis angulo h totali: quare per 25 huius, erit arcus a b c, æqualis arcui e f g: ſicq; patet primum. Secundum ſic. Sit e g maior a c: eritq; per 25 primi, angulus h, maior angulo d. Fiat ergo angulus f h g æqualis angulo d: eritq; per 25 huius, arcus f g, æqualis arcui a b c. Quare arcus e f g, eſt maior arcu a b c, quod eſt ſecundum propoſitum.

Eucli. ex Zamb. *Theorema 25.* *Propoſitio 28.*

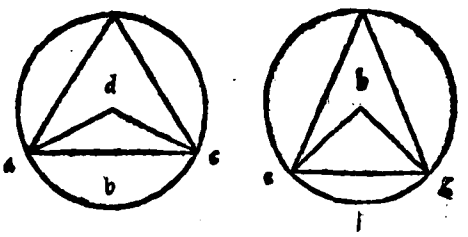
28 **In æqualibus circulis æquales rectæ lineæ æquales circunferentias aufe/runt, maiorem maiori, minorem autem minori.**



THEON ex Zamberto. *Sint æquales circuli α β γ & δ ε ζ, & in eis ſint æquales rectæ lineæ β γ & ε ζ: circunferentias β α γ & ε δ ζ maiores auferentes, circunferentias autem β π γ & β ε minores. Dico quod circunferentia β α γ maior, æqualis eſt circunferentiæ ε δ ζ maiori: circunferentia uero β π γ minor, æqualis eſt circunferẽtiæ ε θ ζ minori. Suſcipiantur enim circulorum centra (per primã tertij): ſintq; κ λ, & coniungantur κ β, κ γ, λ ε & λ ζ. Et quoniam circuli ſunt æquales, æquales quoq; ſunt quæ ex centris (per primam diffinitionem tertij). Duæ igitur β κ & κ γ, duabus ε λ & λ ζ ſunt æquales. Et baſis β γ (per hypotheſin) baſi ε ζ eſt æqualis: angulus igitur β κ γ (per 8 primi) angulo ε λ ζ eſt æqualis: æquales autem anguli (per 26 tertij) in æqualibus circunferentijs inſiſtunt: etiam quando ad centra fuerint conſtituti. Circunferentia igitur β π γ, æqualis eſt circunferentiæ ε θ ζ: eſt autem totus circulus α β γ, toti circulo δ ε ζ æqualis. Reliqua igitur circunferentia β α γ (per 3 communem ſententiam) reliquæ circunferentiæ ε δ ζ eſt æqualis. In circulis æqualibus igitur æquales rectæ lineæ, æquales circunferentias auferunt: maiorem maiori, minorem autem minori, quod demonſtraſſe oportuit.*

Eucli. ex Camp *Propoſitio 28.*

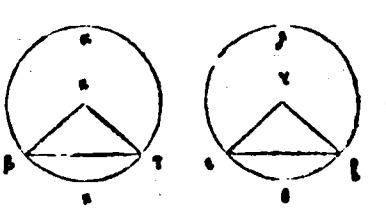
28  **Irculorum æqualium æquos arcus, æquas chordas habere neceſſe eſt.**



CAMPANVS. Sint duo circuli æquales a b c, cuius centrum d, & e f g cuius centrum h: ſitq; arcus a b c æqualis arcui e f g. Dico quod chorda a c, eſt æqualis chordæ e g. Et eſt eſt hæc cõuerſa primæ partis præmiſſæ. Ducantur lineæ d a, d c, h e, h g: eruntq; per 16 huius, anguli d & h æquales. Quare per quartam primi, erit a c, æqualis e g, quod eſt propoſitũ. Quæcunq; autem probatæ ſunt paſſiones de diuerſis circulis æqualibus: intellige multo fortius eueras eſſe de eodem.

Eucli. ex Zamb. *Theorema 26.* *Propoſitio 29.* *Conuerſa præcedentis.*

29 **In æqualibus circulis, ſub æqualibus circunferentijs æquales rectæ lineæ ſubtenduntur.**



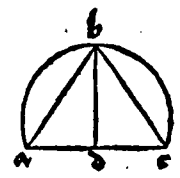
THEON ex Zamberto. *Sint æquales circuli α β γ & δ ε ζ, & in eis æquales ſumantur circumferentiæ ϛ π γ & θ ζ, coniungantur q; β γ & ε ζ rectæ lineæ. Dico quod æqualis eſt recta linea β γ ipſi ε ζ rectæ lineæ. Sumantur enim (per 1 tertij) circulorum centra: ſintq; κ & λ, & coniungantur β κ & κ γ, ε λ & λ ζ. Et quoniam circunferentia ϛ π γ æqualis eſt ipſi θ ζ circunferentiæ: æqualis eſt angulus β κ γ angulo ε λ ζ (per 10 diffinitionem tertij). Et quoniã circuli α β γ & δ ε ζ ſunt æquales: & quæ ex centris quoq; ſunt æquales (per 1 eiuſdem diſſinitonem. Duæ igitur ϛ κ & κ γ, duabus ε λ & λ ζ ſunt æquales, & angulos comprehendunt æquales. Baſis igitur ϛ γ (per 4 primi) baſi ε ζ eſt æqualis. In æqualibus igitur circulis, æqualibus circunferentijs æquales rectæ lineæ ſubtenduntur, quod demonſtraſſe oportuit.*

Eucli.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 29.

29 DAtum arcum per æqualia diuidere.

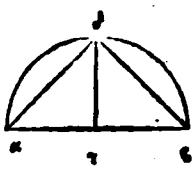
CAMPANVS. Sit datus arcus a b c cui ſubtenda/tur chorda a c, quæ diuidatur per æqualia in punc/to d, à quo ducatur perpendicularis ad ipſam, quæ ſit d b: ſecans circunferentiam dati arcus in puncto b: quam dico diuidere datum arcum per æqualia. Ducantur enim lineæ b a, b c, quæ erunt æquales per 4 primi. Quare per primam partem 27 huius, arcus a b, erit æqualis arcui b c, quod eſt propoſitum.



Eucli. ex Zamb. Problema 4. Propoſitio 30.

Datam circunferentiam, bifariam ſecare.

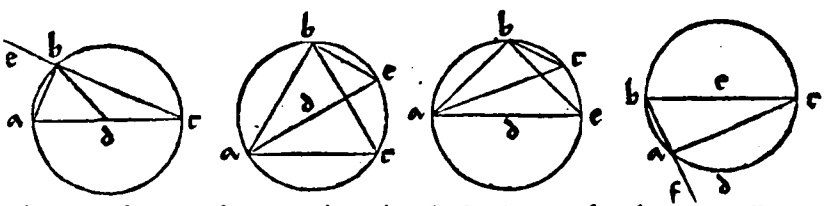
THEON ex Zamberto. *Sit data circunferentia α ♪ β, oportet iam ipſam circunferentiam α ♪ ε, bifariam ſecare. Coniungatur α ε, ſecetuŕq; (per 10 primi) bifariam in γ ſigno: & ab ipſo γ, ipſi α ε rectæ lineæ (per 11 primi) ad angulos rectos excitetur γ ♪, & coniungantur α ♪ & ♪ β. Et quoniam æqualis eſt α γ ipſi γ β, communis autem γ ♪: duæ igitur α γ & γ ♪, duabus ε γ & γ ♪ ſunt æquales: & angulus α γ ♪ (per 4 poſtulatum) angulo ε γ ♪ eſt æqualis: rectus enim uterq; eſt. Baſis igitur α ♪ (per 4 primi) baſi ♪ ε eſt æqualis. Aequales autem rectæ lineæ: æquales circunferentias auferunt, maiorẽ maiori, minorem autem minori (per 28 tertij). Et utraq; ipſarum circunferentiarum α ♪ & ♪ ε: ſemicirculo minor eſt: æqualis igitur eſt circunferentia α ♪, ipſi ♪ ε circunferentiæ. Data igitur circunferentia, bifariam ſecta eſt. quod feciſſe oportuit.*



Eucli. ex Camp. Propoſitio 30.

30 SI rectilineus angulus in ſemicirculo ſupra arcum conſiſtat, rectus eſt. Si uero in portione ſemicirculo minore, recto maior. Si autem in portione ſemicirculo maiore, recto minor. Itemq; omnis portionis angulus ſemicirculo maioris, recto maior, minoris uero, recto minor de neceſſitate erit,

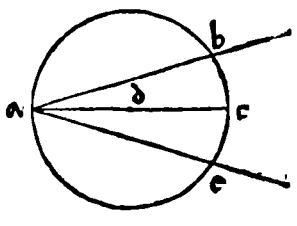
CAMPA/NVS. Sit in circulo a b c cuius centrũ d & diameter a d c, ſemicir/culus a b c, in cuius ſemicirculi circunferentia fiat angulus a b c, ductis lineis a b & b c. Dico illum angulum eſſe rectum. Protrahatur ab ipſo angulo in centrum, linea b d: eritq; per 5 primi, angulus a b d, æqualis angulo a: & angulus d b c, æqualis angulo c. Et quia angulus c d b eſt æqualis duobus angulis d b a, & a per 32 primi: ipſe erit duplus ad angulũ d b a. Eadẽ ratione angulus a d b, duplus erit ad angulum d b c: ergo duo anguli c d b & a d b: dupli ſunt ad totalem angulum a b c: ſed ipſi ſunt æquales duobus rectis per 13 primi: erit igitur angulus a b c totalis, medietas duorum rectorum, quare rectus: quod eſt primum propoſitum.



IDEM aliter. Protrahatur c b uſq; ad e, eritq; per 32 primi, angulus a b e, æqualis duobus augulis a & c, & quia angulus a eſt æqualis angulo a b d, & angulus c angulo c b d: erit angulus a b e æqualis totali angulo a b c: ergo uterq; eorum eſt rectus per diffinitionem. Secundum ſic patet. Sit in circulo a b c cuius centrum d, portio a b c cuius chorda a c, maior ſemicirculo: & fiat ſuper eius circunferentiã angulus a b c, ductis lineis b a & b c. Dico illum angulum eſſe minorem recto. Producantur enim diameter a d e & linea e b: eritq; per primã partem huius b totalis: rectus, quare angulus a b c, erit minor recto per 5 communem ſcientiam, cum ſit pars eius, ſicq; patet ſecundum. Tertium ſic. Sit rurſus in circulo a b e cuius centrũ d, portio a b c cuius chorda a c, quæ ſit ſemicirculo minor. & fiat ſuper eius circunferentiam angulus a b c, ductis lineis b a & b c. Dico hunc angulum eſſe maiorem recto. Producãtur enim diame/

ter a d e & linea b e, eritq; per primã partẽ huius, angulus a b e rectus, quare angulus a b c erit maior recto, quod eſt tertiũ propoſitũ. Quartum & quintum ſic. Sint in circulo a b c d cuius centrũ e, portio a b c, cuius chorda a c maior ſemicirculo: & portio a d c cuius eadem chorda a e minor ſemicirculo. Dico angulũ contentũ ab arcu c b a & chorda a c, eſſe maiorẽ recto: & angulum contentũ ab arcu c d a & chorda a c, eſſe minorem recto. Producatur diameter c e b, & linea b a, uſq; ad f, eritq; per primã partem huius, angulus b a c, rectus, quare p̃ 13 primi, angulus f a c, eſt ſimiliter rectus. Quia igitur angulus rectus eſt pars primi, & ſecundus pars recti: euidenter patet utrunq;, quare tota liquet hæc pentamembris concluſio.

CAMPANI additio. Ex iſtis duabus ultimis partibus, nota inſtantiam contra illas duas argumẽtationes: ad quas tulimus inſtantiã in 15 huius. Tranſitur eñ ab angulo portionis ſemicirculo minoris qui eſt minor recto per ultimã partem huius, ad angulum portionis ſemicirculo maioris qui eſt maior recto per penultimam partem huius, non tamen per æquale. Cum enim omnis portio circuli ſit aut ſemicirculus, aut maior ſemicirculo aut minor, ſit autem tam angulus ſemicirculi per ſecundam partem 15 quã angulus portionis minoris per ultimã partem huius minor recto, portionis uero maioris ſit maior recto: non tamẽ erit alicuius portionis angulus, nec ſimpliciter aliquis contentus à circunferentia & linea recta, aut rectus aut æqualis recto. Quod ut clarius pateat: ſit in circulo a b c cuius centrũ d, linea a b cui non ſit determinatus finis ex parte b, ſecãs ex ipſo b portionẽ ſemicirculo minorẽ: eritq; per ultimã partem huius, minor recto. Huius circuli ſit diameter a d c, & imaginetur linea a b: moueri ad partẽ c ſuper punctum a: quæ quãdiu fuerit citra c, uel in ipſo c, cooperiẽs diametrũ a d c: faciet cum arcu angulum minorẽ recto. In omni autẽ puncto ultra c, uelut in e: faciet per penultimã partem huius, angnlum maiorem recto. Tranſitur ergo à minori ad maius, non per æquale. Et ſicut in rectilineis angulis eſt reperire maiorẽ angulo ſemicirculi & minorẽ, non tamẽ æqualem ut demonſtratũ eſt in 15 huius: ſic in angulis portionis eſt reperire maiorẽ recto & minorẽ, non tñ æqualẽ, ut patet ex iſta demonſtratione.



Eucli. ex Zamb. Theorema. 27. Propoſitio. 31.

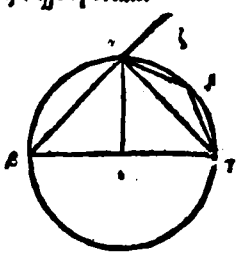
31 In circulo angulus qui in ſemicirculo eſt, rectus eſt: qui aũt in maiore ſegmento, minor recto: qui uero in minore ſegmento, maior eſt recto. Et inſuper angulus maioris ſegmenti, recto quidem maior eſt: minoris autem ſegmenti angulus, minor eſt recto.

THEON ex Zamberto. *Sit circulus α β γ δ: dimetiens aũt eius ſit β γ, centrũ uero ε. Sumaturq; in ſemicirculo ſignũ utcũq;, ſitq; illud δ & coniungãtur β α, α γ, α δ & δ γ. Dico quod angulus in β α γ ſemicirculo, rectus eſt. Angulus aũt in α β γ ſegmento maiore ſemicirculo, qui eſt ſub α β γ, recto minor eſt. Angulus uero in α δ γ minore ſemicirculo ſegmento, qui eſt ſub α δ γ, recto maior eſt. Coniungantur α ε, & extendatur β α in ζ. Et quoniã æqualis eſt β ε ipſi ε α, ex centro enim in circunferentiã: æqualis eſt angulus ε α β angulo ε β α (per 5 primi) Rurſus quoniam æqualis eſt α ε ipſi ε γ, æqualis eſt per eandẽ, angulus qui ſub α γ ε ei qui ſub γ α ε. Totus igitur angulus ζ α γ duobus angulis α β γ & α γ β eſt æqualis. Angulus aũt qui ſub ζ α γ extra ipſum triangulum α β γ: duobus angulis α β γ & α γ β eſt æqualis, per 32 primi. Aequalis igitur eſt angulus ζ α γ, angulo ζ α γ: rectus igitur uterq; eſt. In ſemicirculo igitur β α γ, angulus qui ſub β α γ, rectus eſt. Et quoniã trianguli α β γ, duo anguli α β γ & β α γ (per 17 primi) duobus rectis ſunt minores, angulus aũt β α γ rectus eſt: angulus igitur qui ſub α β γ, recto minor eſt, & eſt in ſegmento α β γ, maiore ſemicirculo. Et quoniã in circulo ineſt quadrilaterũ α β γ δ, in circulis aũt quadrilaterorũ cõſtitutiũ (per 22 tertij) anguli qui ex oppoſito duobus rectis ſunt æquales: anguli igiiur α β γ & α δ γ, per eandem duobus rectis ſunt æquales. At angulus α β γ recto minor eſt. Reliquus igitur angulus α δ β, maior eſt recto, & in ſegmẽto minore ſemicirculo eſt. Dico iam etiã quod angulus ſegmẽti maioris, cõprehenſus ſub α β γ circũferentia & α γ recta linea, recto maior eſt: angulus autẽ minoris ſegmenti comprehenſus ſub α δ γ circunferentia & α γ recta linea, recto eſt minor, manifeſtumq; illinc eſt. Quoniam enim angulus comprehenſus ſub β α & α γ rectis lineis, rectus eſt: angulus igitur cõprehenſus ſub α β γ circũferentia & α γ recta linea, maior eſt recto: quoniã totũ ſua parte maius eſt (per 9 cõmunẽ ſententiã). Rurſus quoniã angulus cõprehenſus ſub α γ & α ζ rectis lineis, rectus eſt: angulus igitur γ α recta linea & α δ γ circũferẽtia cõprehenſus, recto minor eſt. In circulo igitur angulus in ſemicirculo exiſtens, rectus eſt: qui uero in maiore ſegmento, recto eſt minor, in minori autem, recto eſt maior. Et inſuper angu-*

lus

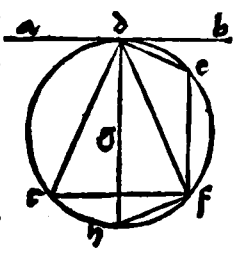
lus maioris ſegmenti, maior eſt recto: minoris autem ſegmenti, recto minor, quod demonſtraſſe oportuit.

ALIA oſtenſio, quod angulus qui ſub β α γ rectus eſt. Quoniã angulus α ι γ, eius qui ſub β α ι duplus eſt (per 32 primi) æqualis nanq; eſt duobus interioribus ex oppoſito: interiores autẽ (per 5) ſunt æquales: angulus aũt α ι ζ eius qui ſub ι α γ duplus eſt: anguli igitur α ι β & α ι γ, ipſius β α γ dupli ſunt. Sed anguli α ι β & α ι γ: duobus rectis ſunt æquales. Angulus igitur q ſub β α γ, rectus eſt qd erat demonſtrãdum.



CORRELARIVM. Hinc manifeſtum eſt, quod ſi trianguli angulus unus, reliquis duobus æqualis fuerit, rectus eſt: eo quod illi contiguus (qui ſcilicet producto latere extra triangulum fit) eiſdem eſt æqualis, ſed quãdo utrobiq; æquales fuerint, recti ſunt. Eucli. ex Camp. Propoſitio 31.

31 SI circulum linea recta contingat, & à cõtactu in circulum quædam circulum ſecans recta linea, præter centrum ducatur, quouſq; duos angulos cũ cõtingẽte facit, duobus angulis quiin alternatis circuli ſuper arcus cõſiſtũt portionibus, æquales ſunt. 19

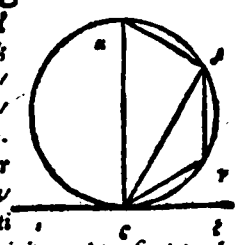


CAMPANVS. Si recta linea a b, contingens circulum c d e f, cuius centrum g, in puncto d: à quo ducatur in circulum præter centrum, linea d f: ſecans ipſum: fiantq; angulus, d c f conſiſtens ſuper arcum portionis d c f, ductis lineis c d & c f: & angulus d e f conſiſtens ſuper arcum portionis d c f, ductis lineis e d & e f. Dico angulo c, eſſe æqualem angulum b d f: & angulo e, angulum a d f. Ducantur enim, diameter d g h & linea f h: eritq; per 17 huius, d h, perpendicularis ſuper a b: & per primã partem præmiſſæ, angulus d f h, rectus. Quare duo anguli a d h & d f h, ſunt æquales. Poſito ergo communi angulo h d f: erit angulus a d f, æqualis duobus angulis qui ſunt d f h, & h d f: ſed hi duo cum angulo h, ſunt æquales duobus rectis per 32 primi: ergo angulus a d f cum angulo h, æquales duobus rectis. Sed angulus a d f cum angulo b d f: æquiualet duobus rectis per 13 primi: ergo angulus b d f, eſt æqualis angulo h: ergo & angulo c, per 16 huius: & hoc eſt primum. Et quia duo anguli c & e ſunt æquales duobus rectis per 11 huius: erit angulus e æqualis angulo a d f: quod eſt ſecundum. Vel illud ſecundũ ſic. Angulus a d f cum angulo h æquiualet duobus rectis, ut præmonſtratum eſt: ſed angulus e cũ angulo h, æquiualet duobus rectis per 11 huius: ergo angulus e eſt æqualis angulo a d f, quod eſt propoſitum.

Eucli. ex Zamb. Theorema 28. Propoſitio 37.

32 Si circulum tetigerit aliqua recta lines, à contactu autem ducta fuerit quædam recta linea, circulum ſecans: anguli quos efficit ad tangentẽ, æquales ſunt eis qui in alternis circuli ſegmentis conſiſtunt angulis.

THEON ex Zamberto. Circulum enim α β γ δ, tangat recta linea quædam ι ζ in ε ſigno: & à ſigno ε, ducatur recta linea quædam in circulum α β γ δ, eum ſecãs, ſitq; β δ. Aio quod anguli quos ε δ ſimul cum ι ζ tangente conficit: angulis qui ſunt in alternis ſegmentis circuli ſunt æquales: hoc eſt quod angulus ζ β δ: æqualis eſt angulo exiſtenti in ε α δ ſegmento: & angulus ι ε δ, æqualis eſt angulo exiſtenti in β ι δ ſegmento. Excitetur enim (per 11 primi) ab ipſo ε, ipſi ι ζ ad rectos angulos β α. Sumaturq; in ε δ circunferentia, ſignum utcunq;: ſitq; illud γ, & connectatur α γ, δ γ & γ β. Et quoniam circulum α β γ δ, quædam recta linea tangit ι ζ in ε, & ex ε contactu ducta eſt ipſi cõtingenti ad angulos rectos β α: in ipſa ε α igitur centrum eſt circuli α ε γ δ (per 19 tertij). Angulus igitur α δ ε in ſemicirculo exiſtens (per 31 tertij) rectus eſt. Reliqui igitur anguli β α δ & α ε δ, uni recto ſunt æquales. Angulus autem α ε ζ, rectus eſt. Angulus igitur qui ſub α ε ζ, eſt æqualis eis qui ſunt ſub ε α δ & α ε δ angulis. Communis auferatur angulus α ε δ. Reliquus igitur angulus δ ε ζ, æqualis eſt angulo ε α δ exiſtenti in alterno ſegmento circuli. Et quoniã in circulo quadrilaterum eſt α ε γ δ, eius anguli ex oppoſito duobus rectis ſunt æquales (per 23 tertij) anguli igitur δ ε ζ & δ β ι, eis qui ſunt ſub ε α δ & ε γ δ anguli ſunt æquales. Quorũ angulus ε α δ, oſtenſum eſt qd æqualis eſt ipſi δ β ζ angulo. Reliquus igitur angulus qui ſub δ β ι, angulo δ γ β. in alterno ſegmento δ γ β exiſtenti eſt æqualis. Si circulum igitur tetigerit aliqua recta linea, à contactu autem in circulum ducta fuerit aliqua recta linea circulum ſecans, anguli quos efficit ad tangentem, iis qui in alternis circuli ſegmentis conſiſtunt angulis æquales: quod erat demonſtrandum.



Eucli. ex Camp. Propoſitio 32.

32 VPer datã lineã, circuli portionem deſcribere: capientẽ angulũ dato angulo æqualẽ, ſeu rectũ, ſeu maiorẽ, ſeu minorẽ recto.

CAMPANVS. Sit a b linea data, & c datus angulus. Super lineã a b uolo deſcribere unã circuli portionẽ, recipientẽ in circũferẽtia rectilineũ angulũ æqualẽ angulo c. Si igitur fuerit angulus c, rectus: diuiſa a b per mediũ, deſcribã ſup eam ſemicirculũ, factumq; erit propoſitum, per primam partem 31. huius. Si autem ſit obtuſus: ducam lineam d a cum linea b a, continentem æqualem angulum angulo c: & à puncto a ducam lineam a e, perpendicularem ſuper lineam a d. Et ſuper punctum b faciam angulum per 23 primi æqualem angulo e a b, in quo obtuſus excedit rectum, ducta linea b f uſq; ad perpendicularem a e: eruntq; per 6 primi, lineæ f a & f b æquales. Facto itaq; puncto f centro circuli, deſcribam ſecundum quantitatem lineæ f a circulum a h b: eritq; per correlarium 15 huius, linea a d, contingens circulum: quare per præmiſſam, angulus qui fit in portione a h b, eſt æqualis d a b, quare & angulo c, quod eſt pròpoſitum. Si aũt angulus c ſit acutus: producã lineã a g, cõtinentem cum linea a b, continentẽ angulũ æqualẽ angulo c, & à puncto a ducam a e, perpendicularem ad lineam a g: & ſuper punctum b faciam angulũ æqualem angulo e a b, in quo rectus excedit acutum, ducta linea b f uſq; ad perpendicularẽ a e, erũtq; per 6 primi, lineæ f a & f b æquales. Facto itaq; puncto f, centro circuli, deſcribam ſecundum quantitatem lineæ f a, circulum a K b: eritq; per correlarium 15 huius, linea a g cõtingens circulũ: quare per præmiſſam, angulus qui fit in portione a K b, eſt æqualis angulo g a b, quare & angulo c, quod eſt propoſitum.

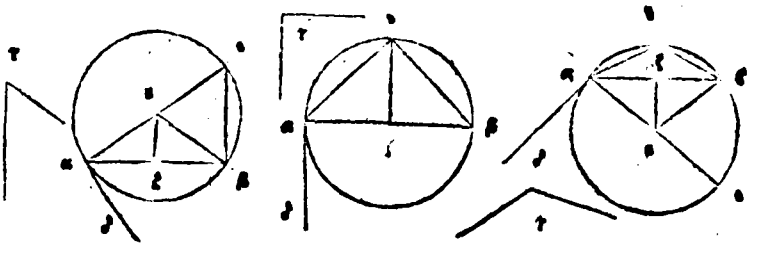
Eucli. ex Zamb. Problema 5. Propoſitio 33.

33 Super data recta linea, deſcribere ſegmentum circuli capiens angulum æqualem dato angulo rectilineo.

THEON ex Zamberto. *Sit data recta linea α β, datus uero angulus rectilineus ſit γ: oportet iam ſuper datam rectã lineã α β deſcribere ſegmentum circuli ſuſcipiens angulum æqualẽ ipſi angulo qui ad γ. Angulus igitur qui ad γ, aut eſt acutus, aut rectus, aut obtuſus. Sit primum acutus, ſicut in prima deſcriptione, & conſtituatur (per 23 primi) ad α β rectam lineam & ad in ea ſignum α, ipſi angulo γ æqualis angulus δ α β. Angulus igitur δ α β, acutus eſt. Excitetur (per 11 eiuſdem) igitur ipſi α δ ad angulos rectos α ε, ſecetur q; per 10 primi, bifariã α β, in ſigno ζ. Et à ſigno ζ, ipſi α β ad angulos rectos excitetur ζ η (per 11 eiuſdem) & connectatur η β. Et quoniam æqualis eſt α ζ ipſi ζ β, communis autem ζ η: duæ igitur α ζ & ζ η, duabus ζ β & ζ η ſunt æquales, & angulus qui ſub α ζ η (per 4 primi) æqualis eſt ei qui ſub η ζ β. Baſis igitur α η (per 4 eiuſdem) baſi η β eſt æqualis. Centro igitur η, ſpatio uero η α (per 3 poſtulatum, circulus deſcriptus: ueniat etiam per β, deſcribatur, & ſit α β ε, & connectatur ε β. Quoniam igitur ab extremitate ipſius α ε diametri, ab α ſigno ipſi α ε ad angulos rectos eſt α δ: igitur α δ tangit circulũ α β ε (per correlariũ 16 tertij. Et quoniam circulũ α β ε tangit quædam recta linea α δ, & ab α contactu in ipſum circulum α β ε ducta eſt recta linea quædam α β: angulus igitur δ α β (per 32 eiuſdem) angulo α ε β exiſtenti in alterno circuli ſegmento eſt æqualis. Sed angulus δ α β, ei qui eſt ad γ angulo eſt æqualis. Angulus igitur qui ad γ: æqualis eſt ei qui ſub α ε β eſt angulo. Super data igitur recta linea α β, ſegmentũ circuli deſcriptũ eſt ſuſpiciens angulũ α ε β*

† δέον ἐστὶ *æqualem dato angulo qui ad γ. Sed iam rectus ſit angulus qui ad γ, & † opportunum ſit: rurſus ſuper α β deſcribere ſegmẽtum circuli ſuſcipiens angulũ æqualem ei qui eſt ad γ recto. Conſtituatur enim rurſus ad ipſam α β rectã lineã, ad ſignum q; in ea α: dato angulo rectilineo γ æqualis angulus qui ſub ε α δ (per 23 primi) ſicut in ſecũda habetur deſcriptiõe. Secetur q; (per 10 primi) α β, bifariã in ζ, & centro ζ, ſpatio uero ζ α aut ζ β: circulus deſcribatur α ε β (per 3 poſtulatũ) Tangit igitur recta linea α δ, circulũ α ε β: quoniã angulus qui ad α, rectus eſt. Et angulus β α δ*

æqualis

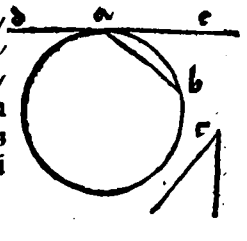


æqualis eſt angulo qui eſt in ſegmento α ι β: rectus etenim & ipſe eſt qui in ſemicirulo exiſtit (per 31 tertij. Sed angulus β α ♪, ei qui ad γ eſt angulo æqualis eſt. Deſcriptum eſt igitur iterum ſuper α β: ſegmentum circuli α ι β, capiens angulum æqualẽ ei qui ad γ eſt angulo. Sed iam eſto angulus qui ad γ, obtuſus, & conſtituatur ei iterum ad α β rectam lineam & ad α ſignum: æqualis angulus β α ♪ (per 23 primi) ſicut habet tertia deſcriptio, & ipſi α ♪: ad angulos rectos (per 11 eiuſdem) excitetur α ι, ſecetuŕq; rurſus α β bifariam in ſigno ξ (per 10 eiuſdem) & ipſi α β ad angulos rectos excitetur ξ ν (per 11 eiuſdem) & connectatur ν β. Et rurſus quoniam æqualis eſt α ξ ipſi ξ β, & communis ξ ν: duæ igitur α ξ & ξ ν, duabus β ξ & ξ ν ſunt æquales: & angulus α ξ ν (per 4 poſtulatum) angulo β ξ ν eſt æqualis: baſis igitur α ν (per 4. eiuſdem) baſi β ν eſt æqualis. Centro igitur ν, ſpatio autem ν α (per 5 poſtulatum) circulus deſcriptus, tranſibit per β, tranſeat ſicut α β ι. Et quoniam ab extremitate α ι dimetientis, ad angulos rectos excitata eſt α ♪: igitur (per correlarium 16 tertij) α ♪ tangit ipſum circulum α ι β & à contactu α extenditur α β. Angulus igitur ϛ α ♪ (per 32 eiuſdem) æqualis eſt angulo α ι β exiſtenti in alterno ſegmento circuli. Sed angulus β α ♪, ei qui eſt ad γ eſt æqualis. Igitur angulus qui eſt in α ι β ſegmẽto æqualis eſt ei qui eſt ad γ angulo. Super data igitur recta linea α β, deſcriptum eſt ſegmentum circuli α ι β capiens angulum æqualem ei qui ad γ eſt angulo, quod feciſſe oportuit.

33 Eucli. ex Camp. Propoſitio 33.

A dato circulo, dato angulo æquum angulum capientem portionẽ abſcindere.

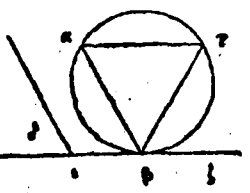
CAMPANVS. Sit a b datus circulus, & c datus angulus, uolo ergo à circulo a b, abſcindere portionẽ unam capientem æqualem angulum angulo c. Produco lineam d a e, cõtingentem datum circulum in puncto a, à quo duco in circulum lineam a b, continentem cum linea a e, angulum æqualem angulo c: eritq; per 31 huius, portio a b exiſtens à parte lineæ a d: recipiens angulũ æqualem angulo c, quod eſt propoſitum.



34 Eucli. ex Zamb. Problema. 6. Propoſitio. 34

A dato circulo, ſegmentum abſcindere capiens angulum æqualem dato angulo rectilineo.

THEON ex Zamberto. Eſto datus circulus α β γ: datus uero angulus rectilineus qui ad ♪: oportet iam ab α β γ circulo, ſegmẽtum abſcindere capiens angulum æqualem ei qui ad ♪ eſt angulo. Excitetur enim (per 17 tertij) linea tangens circulũ ſúq; illa ι ξ, & tangat in β ſigno. Et conſtituatur (per 23 primi) ipſi ι ξ rectæ lineæ & in ea ſigno β, angulo qui ad ♪, æqualis angulus ξ β γ. Quoniam igitur circulum α β γ tangit quædam recta linea ι ξ & in ϛ, & à contactu β ducta eſt β γ: angulus igit ι ξ β γ (per 32 tertij) æqualis eſt angulo β α γ conſiſtenti in alterno ſegmento. Sed angulus ξ β γ: ei qui eſt ad ♪ eſt æqualis. Igitur anguli exiſtens in β α γ ſegmento, æqualis eſt ei qui eſt ad ♪ angulo. A dato igitur circulo α β γ ſegmentum abſciſſum eſt β α γ, capiens angulum æqualem dato angulo rectilineo, quod feciſſe oportuit.



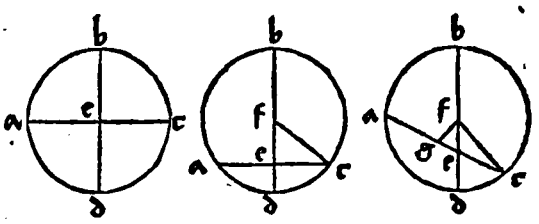
34 Eucli. ex Camp. Propoſitio. 34.

SI intrà circulum duæ rectæ lineæ ſeſe inuicem ſecent, quod ſub duabus partibus unius earum procedit, æquum eſt ei rectangulo quod ſub duabus alterius lineæ partibus continetur.

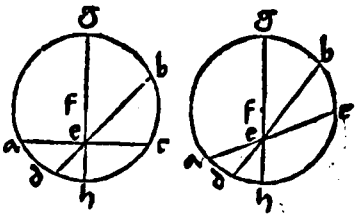
CAMPANVS. Sint duæ lineæ a c & b d, ſecãtes ſe in circulo a b c d, ſuper punctum e. Dico quod illud rectangulum quod fit ex a e in e c: æquũ eſt ei quod fit ex b e in e d. Aut enim ambæ lineæ a c & b d tranſibunt per centrũ circuli: aut altera tantũ, aut neutra. Quod ſi ambæ tranſeãt per centrũ, erit e centrũ circuli, omnesq; quatuor lineæ æquales, quare liquet propoſitũ. Quod ſi altera earũ tantũ trãſit per centrũ, ſit illa b d, centrũq; circuli ſit f. Aut ergo b d ſecabit a c per æqualia

aut

aut per inæqualia. Secet ergo primo per æqualia:eritq; per primam partem tertij huius, ſecãs eam orthogonaliter. Ducatur itaq; linea f c:eritq; per 5 ſecundi, quod fit ex b e in e d cum quadrato e f:æquale quadrato lineæ f d: quare & quadrato lineæ f c: ergo per penultimã primi, & quadratis duarum linearum



f e & e c. Dempto ergo utrinq; quadrato e f:erit quod fit ex b e in e d,æquale quadrato lineæ e c:& quia e c eſt æqualis a e,per 46 primi patet propoſitum. Quod ſi b d tranſiens per centrum, ſecat a c per inæqualia, à centro f ducatur f g perpendicularis ad a c:eritq; per ſecundam partem tertij huius,a g, æqualis g c: & ducatur linea f c. Eritq; per 5 ſecundi,quod fit ex b e in e d cum quadrato e f (& ideo per penultimã primi cum quadratis duarum linearum f g & g e,propter id quod angulus f g e eſt rectus)æquale quadrato lineæ d f,& ideo lineæ f c,propter quod per penultimam primi & quadratis duarum linearũ f g & g c. Dempto ergo utrinq; quadrato lineæ f g, erit quod fit ex b e in e d cum quadrato lineæ g e,æquale quadrato lineæ g c:ſed per 5 ſecundi,quod fit ex a e in e c cum quadrato lineæ g e:eſt æquũ ei quod fit ex g e quadrato. Dempto igitur utrinq; quadrato lineæ g e, erit quod fit ex b e in e d, æquale ei quod fit ex a e in e c, q̃d eſt propoſitum. Quod ſi neutra earũ tranſit per centrum, ſiue altera diuidat alteram per æqualia ſiue per inæqualia: producam lineam g f e h diametrum circuli tranſeuntem per punctum ſectionis earum. Et ſi altera diuidat alteram per æqualia ut b d ipſam a c, tunc g h diuidit etiam a c per æqualia: ergo orthogonaliter per tertiam huius:ergo per ſecundum modum huius concluſionis,quod fit ex g e in e h:æquum eſt ei quod fit ex

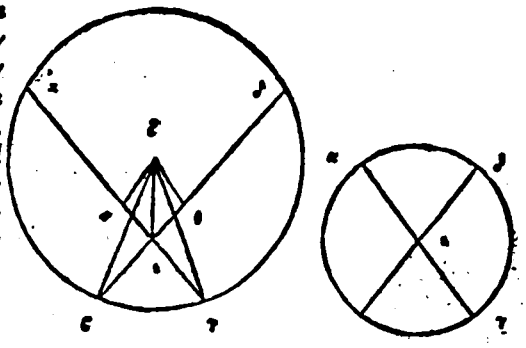


a e in e c: & per tertium modum huius quod fit ex g e in e h, æquum eſt ei quod fit ex b e in e d:ergo quod fit ex a e in e c,æquum eſt ei quod fit ex b e in e d, quod eſt propoſitum. At ſi neutra diuidat alteram per æqualia,erit per tertium modum huius concluſionis,quod fit ex g e in e h, æquale utriq; eorum quæ fiunt ex a e in e c & b e in e d. Quare unum eorum erit æquale alteri,quod eſt propoſitum.

Eucli.ex Zamb. Theorema.29. Propoſitio.35.

35 Si in circulo duæ rectæ lineæ ſe ad inuicem ſecuerint: rectangulum comprehenſum ſub ſegmentis unius,æquum eſt ei quod ſub ſegmẽtis alterius comprehenditur rectangulo.

THEON ex Zamberto. *In circulo enim α β γ δ: duæ rectæ lineæ α γ & β δ ſeſe inuicem ſecent in ſigno ε. Dico quod rectangulum comprehenſum ſub α ε & ε γ: æquum eſt rectangulo comprehenſo ſub δ ε & ε β. Si enim α γ & β δ per centrũ ſunt, ut ε centrum ſit circuli α β γ δ: manifeſtum eſt quod cum α ε, ε γ, δ ε & ε β ſint æquales, rectangulũ comprehenſum ſub α ε & ε γ æquum eſt ei quod comprehenditur ſub δ ε & ε β rectangulo. Sint iam α γ, & δ β: non extenſæ per centrum: & ſumatur centrum circuli α β γ δ: ſitq; illud ζ (per primam tertij) & α β ζ in α γ & δ β rectas lineas: ducantur (per 12 primi) perpendiculares ζ η & ζ θ: & connectantur ζ β, ζ γ, & ζ δ. Et quoniam (per 3 tertij) recta linea quædam per centrum extenſa ζ η, quandam rectam lineam non per centrum tranſeuntem α γ ad angulos rectos ſecat: etiam bifariam eam ſecabit: æqualis igitur eſt α η ipſi η γ. Et quoniam recta linea α γ diſſecta eſt in æqualia in η, in inæqualia autem in ε: rectangulum igitur comprehenſum ſub α ε & ε γ una cum eo quod fit ex ε η (per 5 ſecundi) quadrato, æquum eſt ei quod fit ex η γ. Cõmune apponatur id q̃d fit ex η ζ. Quod igitur ſub α ε & ε γ una cum ijs quæ fiunt ex ε η & η ζ, æquum eſt eis quæ fiunt ex ε η & η ζ. Sed eis*

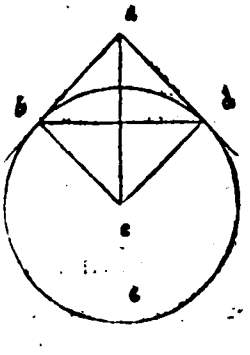


quæ fiunt ex ζ α, & ζ ζ, æquũ eſt id quod fit ex ζ α, (per 47. primi, eis autẽ quæ fiunt ex γ α & γ ζ, æquũ eſt id quod fit ex ζ γ, (per eandem.) Quod igitur continetur ſub α α, & α γ, una cum eo quod fit ex ζ α, æquum eſt ei quod fit ex ζ γ. Aequalis autem eſt ζ γ, ipſi ζ β. Ex centro enim in circunferentiam. Quod continetur igitur ſub α α, & α γ, una cum eo quod fit ex α ζ, æquum eſt ei quod fit ex ζ β. Et per hoc quod continetur ſub δ α, & α β, una cum eo quod fit ex ζ α, æquum eſt ei quod fit ex ζ β. Oſtenſum autem continetur ſub α α, & α γ, una cum eo quod fit ex ζ α, æquum eſt ei quod fit ex ζ β. Quod cõtinetur igitur ſub α α, & α γ, una cũ eo quod fit ex ζ α, æquũ eſt ei quod continetur ſub δ α, & α β, una cum eo quod fit ex ζ α. Commune auferatur id quod fit ex ζ α. Reliquum igitur rectangulum comprehenſum ſub α α, & α γ, æquum eſt rectangulo comprehenſo ſub δ α, & α β. Si in circulo igitur duæ rectæ lineæ ſe adinuicem ſecuerint, rectangulum comprehenſum ſub ſegmentis unius, æquum eſt rectangulo comprehenſo ſub ſegmentis alterius, quod demonſtraſſe oportuit.

Euclid. ex Camp. Propoſitio 35

35 SI extra circulum punctus ſignetur, ab eo autem ad circulum alia linea ſecans, alia contingens duæ rectæ lineæ ducãtur, quod ſub tota ſecante atque parte ſui extrinſeca continetur, æquũ eſt ei quadrato quod ex contingente linea deſcribitur.

CAMPANVS. Sit a punctus ſignatus extra circulum b c d, cuius cẽtrum e, à quo ducantur ad circulum, duæ rectæ lineæ a b contingens & a d c, ſecans. Dico quod illud quod fit ex a c in d a, æquum eſt quadrato lineæ a b. Aut enim a d c, trãſit per centrum, aut nõ. Tranſeat ergo primo per centrum quod eſt e, & ducatur linea e b; quæ per 17 huius perpendicularis erit ſuper lineam a b. Et quia linea d c diuiſa eſt per æqualia in puncto e, & eſt ei addita linea d a, erit per ſextam ſecundi, quod fit ex c a & a d cum quadrato lineæ e d, & ideo cum quadrato lineæ e b, æquale quadrato lineæ e a, & ideo per penultimam primi, æquale quadratis duarum linearum e b, & b a, propter id quod angulus b, eſt rectus. Dempto ergo utrinq; quadrato e b, erit quod fit ex c a, in a d, æquale lineæ a b, quod eſt propoſitum. Quod ſi linea a d c non tranſit per centrum: ſumatur a f e g, tranſiens per centrum, & ducantur lineæ e d & e h, & ſit e h, perpendicularis ad a d c, erit; que per 3 huius, d h, æqualis h c. Quia ergo linea d c diuiſa eſt per æqualia in puncto h, & addita ſibi linea a d, erit per 6 ſecundi, quod fit ex c a, in a d, cum quadrato d h: æquale quadrato lineæ a h. Ergo addito utrinque quadrato h e, erit quod fit ex c a in a d, cum quadratis duarum linearum d h & h e, & ideo per penultimam primi cum quadrato d e, propter id quod angulus h, eſt rectus, & ideo cum quadrato e f, propter id quod e d & e f ſunt æquales, æquale quadratis duarum linearũ a h, & h e, & ideo per penultimam primi quadrato lineæ a e. Sed per ſextam ſecundi, quod fit ex g a, in a f, cum quadrato f e, æquale eſt quadrato lineæ a e. Quia ergo utrumque eorum quæ fiunt ex c a, in a d & ex g a in a f, cum quadrato lineæ f e, eſt æquale quadrato lineæ a e, ipſa erunt inter ſe æqualia. Dempto ergo utrinque quadrato lineæ e f, erit quod fit ex c a in a d, æquale ei quod fit ex g in a f, eſt æquale quadrato lineæ a b, per præmiſſum modum huius. Ergo quod fit ex c a, in a d eſt æquale quadrato lineæ a b. Quod eſt propoſitum.



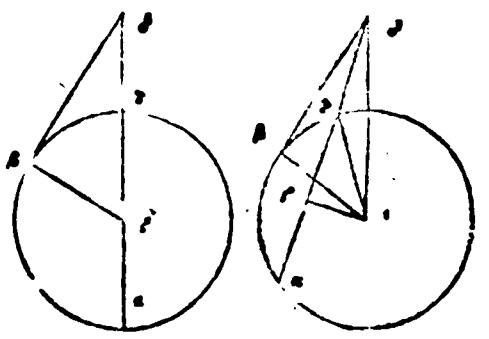
CAMPANI *additio.* Et ex hac nota, quod puncto extra circulum ſignato, ſi ab ipſo ad circulum quodlibet ſecantes lineæ ducantur, rectangula quæ continentur ſub totis & earum portionibus extrinſecis, adinuicem ſunt æqualia, quoniam omnia ſunt æqualia quadrato lineæ contingentis. Nota etiam quod ſi a quolibet puncto extra circulum ſignato duæ lineæ cohtingentes ad circulum ipſum ducantur, ipſæ erunt adinuitem æquales. Erit enim quadratum utriuſque earum, æquale ei quod fit ex linea ſecante ab ipſo puncto ducta in circulũ in partẽ eius extrinſecã. Hoc autẽ euidentius patet per penultimã primi.

Sit

Sit a punctus ſignatus extra circulum b c d, cuius centrum e, & ab ipſo a ducantur duæ lineæ a b & a d, contingẽtes circulum in punctis b, d. Dico ipſas eſſe æquales. Producam enim lineas e a, e b, & e d. eritque per 17 huius uterque angulorũ b & d, rectus. Quare per penultimam primi, quadratum a e, erit æquale duobus quadratis duarũ linearum a b, & b e, ſimiliter quoque & duobus duarũ a d & d e. Quare quadrata duarum linearum a b & b e, ſunt æqualia quadratis duarũ a d & d e. Et quia quadrata duarum quæ ſunt b e & e d ſunt æqualia, erunt quadrata duarũ quæ ſunt a b & a d, æqualia: ergo eſt a b, æqualis a d. quod eſt propoſitum. Aliter etiam. Ducatur linea b d, eritq; per 5 primi, angulus e b d, æqualis angulo e b d, propter id quod linea e b, eſt æqualis lineæ e d. Et quia uterque duorum angulorum b & d eſt rectus, erit per communem ſcientiã angulus a b d reſiduus, æqualis angulo a d b reſiduo, per ſextã ergo primi: eſt linea a b, æqualis lineæ a d. Eucli. ex Zamb. Theorema 10. Propoſitio 36.

36 **Si extra circulum ſumatur ſignum aliquod, ab eoq; in circulum cadant duæ rectæ lineæ, & earũ altera circulum diſpeſcat, altera uero tangat, quod ſub tota diſpeſcente & extrinſecus ſumpta inter ſignum & curuam circunferentiam comprehenditur rectangulum, æquum eſt ei quod fit ex tangẽte quadrato.**

THEON ex Zamb. *Extra enim circulum α β γ, ſumatur ſi, nũ aliquod, ſitq; illud δ, & ab ipſo δ, in circulum α β γ, cadant duæ rectæ lineæ δ γ α, & δ β, ſecet autem circulum α β γ, recta linea δ γ α, & β δ, tangat. Dico quod rectangulum comprehenſum ſub α δ. & δ γ. æquum eſt ei quod fit ex β δ, quadrato. Recta linea δ γ α, aut eſt per centrum extenſa, aut non. Sit primũ extenſa per centrum, ſitq; (per primam tertij) ζ, centrum circuli α β γ, & conũgatur ζ β. Angulus igitur ζ β δ, rectus eſt. Et quoniam recta linea α γ bifariam diſſecta eſt in γ, adiacetq; ei recta linea γ δ, quod continetur igitur (per 6 ſecundi) ſub α δ & δ γ, una cum eo quod fit ex ζ γ, æquũ eſt ei quod fit ex ζ δ. Aequalis autem eſt ζ γ, ipſi ζ β, ex centro enim in circunferentiam. Quod continetur igitur ſub α δ, & δ γ, una cum eo quod fit ex ζ β, æquum eſt ei quod fit ex ζ δ. Aequum autem eſt id quod fit ex ζ δ, eis quæ fiunt ex ζ β, & β δ, per 47 primi, rectus enim eſt angulus qui eſt ſub ζ β δ. Quod igitur continetur ſub α δ, & δ γ, una cum eo quod fit ex ζ β, æquum eſt eis quæ fiunt ex ζ β, & β δ. Commune auferatur id quod fit ex ζ β. Reliquum igitur quod ſub α δ, & δ γ, æquum eſt ei quod fit ex δ β, tangente. Sed recta linea δ γ α, non ſit extenſa per centrum circuli α β γ, Sitque (per primam tertij) centrũ circuli α β γ, & ab ι, in α γ, (per 12 primi) perpendicularis ducatur ι ζ, & connectantur ι β, ι γ, & ι δ, rectus igitur eſt angulus ι ζ δ. Et quoniam recta linea quædam per centrum extenſa ι ζ, (per 3 tertij) rectam lineam quandam non extenſam per centrum α γ, ad angulos recto ι ſecat, etiam bifariam eam ſecat igitur α ι, ipſi ζ γ, eſt æqualis. Et quoniam recta linea α γ, bifariam diuiditur in ζ ſigno, adiacet autem ei γ δ, quod igitur continetur ſub α δ, & δ γ, una cum eo quod fit ſub ζ γ, æquũ eſt ei quod fit ex ζ δ, (per 6 ſecũdi) Commune apponatur quod fit ex ζ ι. Quod igitur cõtinetur ſub δ α, & δ γ, una cum eis quæ ſunt ex ι ζ, & æqualia ſunt eis quæ ſunt ex ζ δ. & ζ ι. Eis autẽ quæ ſunt ex ζ δ. & ζ ι, æquum eſt id quod fit ex ζ δ, (per 47 primi) angulus namque qui eſt ſub ι ζ δ, rectus eſt. Eis uero quæ ſunt ex γ ζ, & ζ ι. (per eandem, æquum eſt id quod fit ex γ ι. Quod igitur continetur ſub α δ, & δ γ, una cum eo quod fit ex, ι γ, æquum eſt ei quod ex ι δ. Aequalis autem eſt ι γ, ipſi ι β, ex centro enim in circunferentiam. Quod igitur continetur ſub α δ, & δ γ, una cum eo quod fit ex ι β, æquum eſt ei quod fit ex ι δ. Eis autem quod fit ex ι δ. (per 47 primi) æqualia ſunt quæ fiunt ex ι β, & β δ, angulus enim qui ſub ι β δ, rectus eſt. Quod igitur continetur ſub α δ, & δ γ, una cum eo quod fit ex ι β, æquum eſt eis quæ fiunt ex ι β, & β δ. Commune auferatur quod fit ex ι β. reliquum igitur quod continetur ſub α δ & δ γ, æquum eſt ei quod fit ex δ ε, ſi extra circulum igitur ſumatur ſignũ aliquod, & quæ ſequuntur reliqua, quod demonſtraſſe oportuit.*



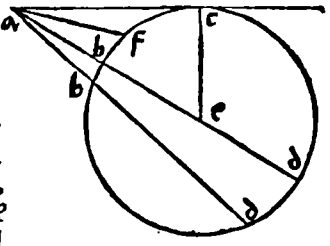
Eucli. ex Camp. Propoſitio 36

36 SI fuerit punctus extra circulum ſignatus à quo duæ lineæ ad circunferentiam ducantur altera ſecans, altera circunferentiæ applicata, fueritq; quod ex ductu totius ſecantis in partẽ ſui extrinſecã

æquum

æquum ei quod ex ductu applicatæ in ſeipſam fit, erit linea applicata ex neceſſitate circulum contingens.

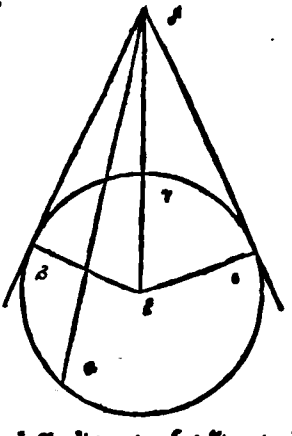
CAMPANVS. Sit a punctus ſignatus extra circulum b c d. cuius cẽtrum e. à quo ducãtur ad circulum linea a b d, ſecans ipſum. & linea a c, applicata circunferentiæ, & eſto ut quod ſit ex d a in a b, ſit æquale quadrato a c. Dico lineam a c, eſſe contingentẽ. Et eſt hæc conuerſa prioris. Si enim non eſt contingens, ſit ergo contingens linea a f, eritq; per præmiſſam quod fit ex d a in a b, æquale quadrato lineæ a f. quare quadratũ lineæ a f, eſt æquale quadrato lineæ a c, ergo a c, eſt æqualis a f, quod eſt impoſſibile per 8 huius. Erit ergo a c, contingens, quod eſt propoſitum. Idem oſtenſiue probabitur. Maneat prior diſpoſitio & hypotheſis. Et ſi linea a b d, tranſit per centrum: ducatur linea c e, erit per 6 ſecundi, quod fit ex d a in a b, cum quadrato e b, & ideo cum quadrato e c, æquale quadrato a e. Sed quod fit ex d a in a b, poſitũ eſt æquale quadrato a c: ergo quadratum a c, cum quadrato c e, eſt æquale quadrato a e: ergo per vltimam primi, angulus c eſt rectus. Ergo per corelarium 15 huius, linea a c, eſt contingens circulum, quod eſt propoſitum. Si autem a b d, non tranſit per centrum, ducatur à puncto a, linea tranſiens per cẽtrum. Et quia qđ fit ex hac tota in eius partẽ extrinſecam, eſt æquale ei quod fit ex d a, in a b, per præmiſſam, ipſum erit æquale quadrato lineæ a c, quare ut prius a c, erit contingens circulum.



Euclid. ex Zamb. Theorema 31. Propoſitio 37. Conuerſa præcedentis.

37 Si extra circulum ſumatur ſignum aliquod, & ab eo ſigno in circulum duæ rectæ lineæ inciderint, & earum altera circulum ſecet, altera uero incidat, ſit autem quod fit ſub tota ſecãte, & extrinſecus ſumpta inter ſignum & curuam circunferentiam æquale ei quod fit ex incidente, incidens circulum tanget.

THEON ex Zamberto. *Extra circulum igitur α β γ, ſumatur ſignũ ſitq; illud δ, & ab ipſo δ, in circulum α β γ, incidant duæ rectæ lineæ δ γ α, & δ β, & δ γ α, quidem circulũ ſecet, & δ β, incidat. Sit autẽ quod cõtinetur ſub α δ, & δ γ æquum ei quod fit ex δ β. Dico quod δ β, ipſum tangit circulũ α β γ. excitetur enim (per 17 tertij) recta linea contingens circulum α β γ, ſitq; illa δ ε. Sitq; (per primam eiuſdem) ζ, centrum circuli α β γ, & connectantur ζ ε, ζ ϛ, & ζ δ. Angulus igitur ζ ε δ. rectus eſt. Et quoniam recta linea δ ε, ipſum circulum α β γ, tãgit, & recta linea δ γ α, ſecat: quod cõtinetur igitur ſub α δ, & δ γ, æquum eſt ei quod fit ex δ ε. Ponitur autem quod id quod continetur ſub α δ, & δ γ, æquum ſit ei quod fit ex δ β. Quod igitur fit ex δ ε, æquum eſt ei quod fit ex δ β. Aequalis igitur eſt δ ε, ipſi δ β. Eſt autem & ζ ε, æqualis ipſi ζ β, ex centro enim in circunferentiam. Duæ iam δ ε, & ε ζ, duabus δ β, & β ζ, ſunt æquales, & baſis communis eſt ζ δ. Angulus igitur δ ε ζ, (per 8 primi) angulo δ β ζ, eſt æqualis. Rectus autem eſt angulus δ ε ζ, rectus igitur eſt, & qui ſub δ β ζ. Et ζ β, eiecta dimetiens eſt, quæ autem ab extremitate diametri circuli ad angulos rectos ducitur: circulum tangit (per 16 tertij. Recta linea igitur δ β, circulum α ϛ γ, tangit. Similiterq; oſtẽdetur, ſi centrum ſuper α γ, fuerit. Si extra circulum igitur ſumatur ſignum aliquod, & reliqua quæ ſequitur, quod demonſtraſſe oportuit.*



h

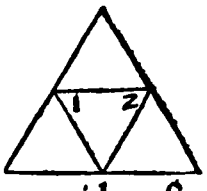
TERTII LIBRI FINIS

EVCLIDIS MEGARENSIS GRAE-
CI PHILOSOPHI, GEOMETRICORVM ELE-
MENTORVM LIBER QVARTVS

Ex Campano. Diffinitiones



Figura intra figuram dicitur inſcribi, quando ea quæ inſcribitur eius in qua inſcribitur latera unoquo-que ſuorum angulorum ab interiore parte contingit.

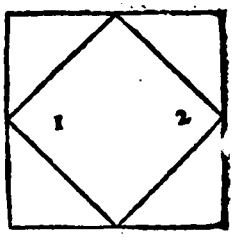


2 Circunſcribi uero figura figuræ perhibetur, quoties ea quidem figura eius cui circunſcribitur omnibus omnes angulos contingit.

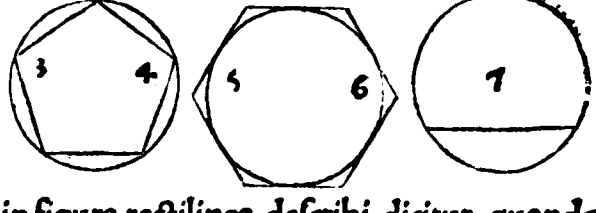
Ex Zamberto. Diffinitiones.



Figura rectilinea in figura rectilinea deſcribi dicitur, quando unuſquiſque inſcriptæ figuræ angulus, unumquodque latus eius in qua deſcribitur tangit. 2 Figura autem ſimiliter circa figuram deſcribi dicitur, quando unumquodque latus circunſcriptæ, unumquenq; angulum eius circum quē deſcribitur tangit. 3 Figura rectilinea in circulo deſcribi dicitur, quā-do unuſquiſque angulus inſcriptæ circuli circunferentiam tangit.



4 Circulus uero circa figuram rectilineam deſcribi dicitur, quando circuli circunferē tia unumquenq; eius circum quam deſcribitur, angulum tangit.



5 Circulus autem in figura rectilinea deſcribi dicitur, quando circuli circunferentia unumquodque latus eius in qua deſcribitur tangit. 6 Figura uero rectilinea circa circulum deſcribi dicitur, quando unum-quodq; latus circūſcriptæ circunferentiā tangit, 7 Recta linea in circulū coaptari dicitur, quando eius extrema in circuli circunferentiam cadunt.

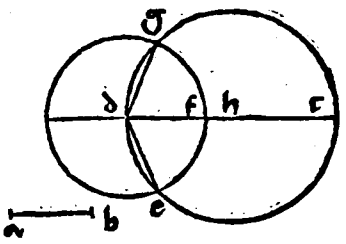
Eucli. ex Camp. Propoſitio 1.



INtra datum circulum, datæ lineæ rectæ quæ diametro minime maior exiſtat, æquam rectam lineam coaptare.

CAMPANVS. Sit linea data a b, circulúſque datus c d e, cuius diameter c d, qua non eſt maior linea a b, uolo intra datum circulum, coaptare lineam æqualem a b, quæ ſi fuerit æqualis diametro, conſtat propoſitum Si autem minor, ex diametro ſumatur d f, ei æqualis, & ſuper punctum d, ſecundum quantū

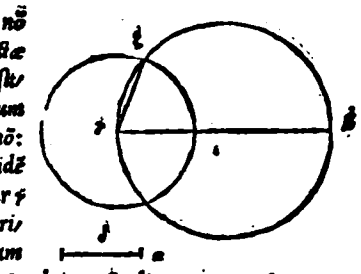
quantitatem lineæ d f,deſcribatur circulus f e g, ſecans datum circulum in punctis g & e,ad alterū quorū ducatur linea à puncto d,ut d e,uel d g,eritq; utralibet earum æqualis lineæ a b,eo quod utraque earum eſt æqualis lineæ d f,per diffinitionem circuli. quare habemus propoſitum.



Eucli.ex Zamb. Problema 1. Propoſitio 1

1 In datum circulum,duæ rectę lineæ quæ circuli diamerro maior non eſt, æqualem rectam lineam coaptare.

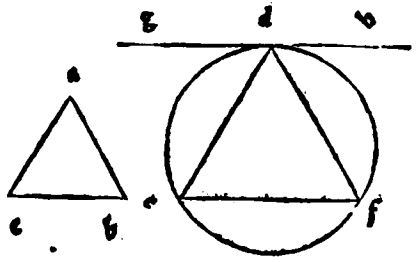
THEON ex Zamb. *Eſto datus circulus α β γ,data uero recta linea nō maior circuli diametro,eſto δ,oportet iam in datū circulum α β γ,ipſi δ,rectæ lineæ æqualem rectam lineam coaptare. Excitetur circuli α ε γ,dimetiens,ſitque β γ. Si ε γ,æqualis eſt ipſi δ,iam factum eſt id quod proponitur,in datum enim circulum α β γ,coaptata eſt,recta linea ε γ,æqualis ipſi δ. Si autem nō: maior eſt ε γ,quàm δ,ponatur(per 2 primi,ipſi δ,æqualis γ ζ. Et centro quidē γ,ſpatio uero γ ζ,(per 3 poſtulatum) circulus deſcribatur ζ α ?,& connectatur ? α. Quoniam igitur centrum circuli ζ α γ,eſt ſignum γ,)per 15 diffinitionē primi) æqualis eſt γ α,ipſi γ ζ. Sed ipſi δ,æqualis eſt ipſa γ ζ. Igitur(per primam communem ſententiam & δ,æqualis eſt ipſi α γ. In datum circulum igitur α ε γ,datæ rectæ lineæ δ,æqualis aptata eſt γ α,quod oportebat facere.*



Eucli.ex Camp. Propoſitio 2

2 Intra aſſignatum circulum,triangulum triangulo aſſignato æquiangulum collocare.

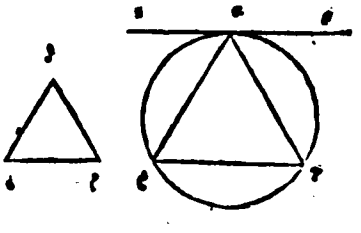
CAMPANVS *Sit aſſignatus trangulus a b c.aſſignatusq; circulus d e f. Volo intra hunc circulum,collocare unum triangulum æquiangulum triāgulo a b c,æquilaterum enim non eſt neceſſarium eſſe,ſed eſt poſſibile. Produco g d h, contingētem circulum in puncto d,ſuper quem facio angulum h d f,ducta linea d f, æqualem angulo c, & angulum g d e,ducta linea d e,æqualē angulo b,& protraho lineam e f,eritque per 31 tertij,angulus e, æqualis angulo c,quia uterque eſt æqualis angulo h d f c. quidem,per poſitionem,e uero per 31 tertij. Eadem ratione erit angulus f, æqualis angulo b: quare per 32 primi,d tertius,erit æqualis a, tertio, quare habemus propoſitum.*



Eucli.ex Zamb. Problema 2 Propoſitio 2

2 In daro circulo,dato triangulo æquiangulum triangulum deſcribere.

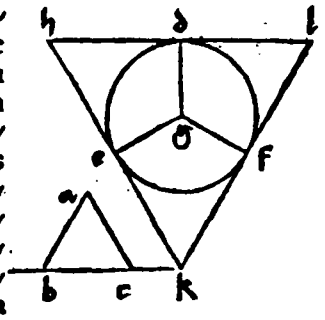
THEON ex Zamb. *Sit datus circulus α ε γ,datum autem triangulum δ ζ ?,oportet iam in dato circulo α ε γ,ipſi δ ζ ?,triangulo æquiangulum triangulum deſcribere. Excitetur enim (per 17 tertij,) recta linea tangens ipſum circulum α ε γ,ſitq; ι α θ, & tangat in α,& conſtituatur (per 23 primi,)ad rectam lineam α θ,& ad ſignum in ea α,angulo qui eſt ſub δ ζ ?. æqualis angulus θ α γ,ad rectam uero lineam α ι,& ad ſignum in ea α,ei qui eſt ſub δ ? ζ,angulo, æqualis angulus ι α ε,(per eandem,) & coniungantur ε γ. Quoniam igitur circulum α ε γ,tangit quædam recta linea ι α θ,& ab α contactu in circulum ducitur recta linea α γ, angulus igitur eſt ſub θ α γ, (per 32 tertij,) æqualis eſt angulo qui in alterno eſt circuli ſegmento, α ε γ. Sed angulus θ α γ,ei qui ſub δ ζ ?,eſt æqualis. angulus igitur α ε γ,ei qui ſub δ ? ζ,eſt angulo eſt æqualis. Et per hoc,angulus α γ ε,ei qui eſt ſub δ ? ζ,angulo,eſt æqualis. Et reliquus igitur angulus ε α γ,reliquo ζ δ ?,eſt æqualis. Aequiangulum igitur eſt triangulum α ε γ,ipſi δ ζ ?,triangulo,& deſcriptum eſt in dato circulo α ε γ. In dato igitur circulo,dato triangulo æquiangulum triangulum deſcriptum eſt,quod facere oportebat.*



Eucli.ex Camp. Propoſitio 3

3 CIrca aſſignatum circulum, aſſignato triangulo triãgulum æqui-angulum deſcribere.

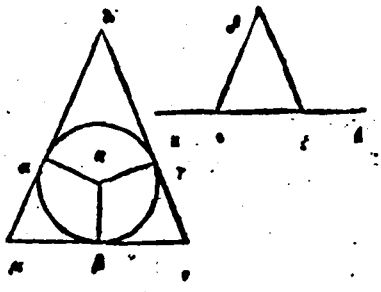
CAMPANVS. Sint ut prius: aſſignatus triangulus a b c: aſſignatusq; circulus d e f, cuius centrum g, circa hunc circulum, uolo deſcribere unum triangulum æquiangulum, triangulo a b c, æquilaterum enim non eſt neceſſarium, ſed eſt poſſibile, Producam baſin b c: in utramque partem, ut fiant duo anguli extrinſeci, & à centro g producam lineam g d ad circunferentiam & conſtituam angulum d g e, ducta linea g e, æqualem angulo b, extrinſeco, & d g f, ducta linea g f: æqualẽ c extrinſeco, & à punctis d e f, producam in utrãque partẽ lineas orthogonaliter, quæ per correlarium 15 tertij. erunt contingentes circulum, quas protraham quouſque concurrant in punctis h k l. Neceſſe eſt enim ipſas concurrere, cum enim uterq; angulorũ qui ſunt ad d, & uterq; eorum qui ſunt ad e, ſit rectus, ſi intelligatur protrahi linea d e, erunt duo anguli qui ſunt ad partem h minores duobus rectis, quare per penultimam petitionẽ, in partẽ illã protractæ: concurrent lineæ l d h, k e h. Eadem ratione concurrent duæ lineæ h d l, k f l: cum uterque angulorum qui ſunt ad f: ſit etiam rectus. Quia ergo in quadrilatero h d e g duo anguli d & e, ſunt recti: erunt duo anguli g & h æquales duobus rectis: cuiuſlibet enim quadrilateri quatuor anguli: ſunt æquales quatuor rectis: ut monſtratum eſt ſupra 32 primi. Et quia duo anguli b intrinſecus & extrinſecus ſunt ſimiliter æquales duobus rectis per 13 primi, at uero b, extrinſecus poſitus eſt æqualis d g e, erit intrinſecus b, æqualis h. Simili quoque ratiõe erit c, intrinſecus, æqualis l. Et quia duo anguli b & c, intrinſeci ſunt minores duobus rectis per 17 primi: erunt ſimiliter duo anguli h & l, minores duobus rectis: quare per penultimã petitionem, duæ lineæ h e & l f protractæ: concurrent in puncto k, fietq; triangulus h k l: & quia angulus h eſt æqualis angulo b intrinſeco, & angulus l, angulo c: intrinſeco, erit per 32 primi: angulus k æqualis angulo a: quare habemus propoſitum.



Eucli ex Zamb. Problema 3. Propoſitio 3.

3 Circa datũ circulũ, dato triangulo æquiangulũ triangulum deſcribere.

THEON ex Zamberto. *Sit datus circulus α ς γ, datum autem triangulum ſit δ ε ζ, oportet circa α ς γ, circulũ, ipſi δ ε ζ, triangulo æquiangulum triãgulũ deſcribere. Extẽ datur ε ζ, ex uaraq; parte, in η θ, ſigna. Et ſumatur (per 1 tertij) centrũ circuli α ς γ: ſit q; illud κ. Et ducatur utcũq; recta linea κ ς. Et conſtituatur (per 23 primi,) ad κ ς, rectã lineam, ad ſignã q; in eá κ, angulo qui eſt ſub δ ε η, æqualis angulus ς κ α, angulo autem δ ζ η, æqualis angulus β κ γ. Et per ſigna α ς γ, (per 17 tertij) excitentur rectæ lineæ tangentes circulũ α β γ, ſintq; λ α μ, μ ς ν, ν γ λ. Et quoniã rectæ lineæ λ μ, μ ν, & ν λ, tangunt circulum α β γ, in ſignis α β γ. & a centro κ, in α ς γ, ſigna coniunctæ ſunt κ α, κ ς, & κ γ, anguli igitur qui ſunt ad ſigna α ς γ, recti ſunt. Et quoniam quadrilateri α μ ς κ, quatuor anguli quatuor rectis ſunt æquales quoniã quadrilaterũ α μ ς κ, in duo triangula diuiditur quorũ anguli κ α μ & κ ς μ, duo recti ſunt: reliqui igitur anguli α κ β, & α μ ς, duobus rectis ſunt æquales. Anguli autem δ ε η, & δ ε ζ, (per 13 primi,) duobus rectis ſunt æquales. Anguli igitur α κ ς, & α μ ς, anguli δ ε η, & δ ε ζ, ſunt æquales, quorũ angulus α κ ς: angulo δ ε η, eſt æqualis: reliquus igitur angulus α μ β, reliquo angulo δ ε ζ, eſt æqualis. Similiter quoque oſtendetur, quod & angulus λ μ ν, angulo δ ζ ε, eſt æqualis, & reliquus igitur angulus μ λ ν, reliquo angulo ε δ ζ, eſt æqualis: æquiangulum igitur eſt triangulum λ μ ν ipſi δ ε ζ, triangulo: & deſcriptum circa circulum α ς γ. Circa circulum igitur datum: dato triangulo æquiangulum deſcriptum eſt, quod facere oportebat.*

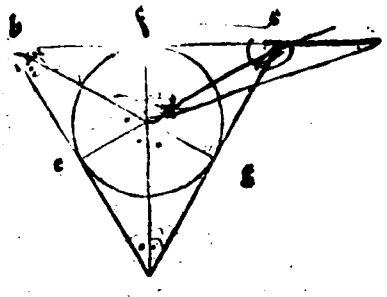


Eucli. ex Camp. Propoſitio 4.

4 INtra datum triangulum, circulum deſcribere.

CAMPANVS. Sit aſſignatus triangulus a b c. Volo intra ipſum, circulum deſcribere. Hæc eſt quaſi conuerſa ſecundæ. Diuido enim duos eius angulos à & b, per æqualia a quidẽ: ducta linea a d b, uero ducta linea b d, quæ

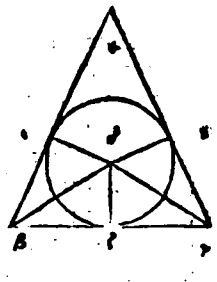
quæ concurrent in puncto d, a quo ducam perpendiculares ad tria latera ipsius trianguli d e, quidem, ad a b d, ad a b c, & d g, ad a c. Et quia duorum triangulorum e a d, & g a d, angulus a unius, est æqualis angulo a alterius, & uterq; angulorũ e & g, rectus, & latus a d, cõmune, erit per 26 primi, linea d e æqualis lineæ d g. Eadem ratione cũ duorũ triangulorũ e b d, & f b d, angulus b, unius, sit æqualis angulo b alterius, & uterque angulorũ e & f, rectus, latus quoq; d b cõmune, erit per eandẽ, linea e d æqualis lineæ d f, quare tres lineæ d e, d f, d g, sunt æquales. Posito ergo cẽtro in d, descriptus circulus secũdũ quãtitatem unius earũ trãsibit per 9 tertij per reliquarũ duarũ extremitates. Et quia per correlarium 15 tertij, una quæq; linearum a b, b c, c a, erit contingens circulum: patet perfectum esse propositum.



Eucli. ex Zamb. Problema 4 Propositio 4

4 In dato triangulo, circulum describere.

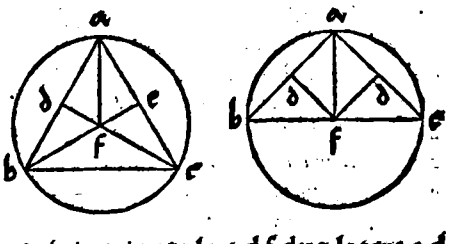
THEON ex Zamb. *Sit datum triangulum α β γ. oportet iam in triangulo α β γ. circulum describere. Secentur (per 9 primi) anguli α & γ, & α γ β, bifariam, per rectas lineas β δ, & γ δ, quæ concurrant adinuicem in signo δ. Excitenturq; (per 12 primi) ab ipso δ, in ipsas α & β γ, & γ α, rectas lineas: perpendiculares δ ε, δ ζ, & δ η. Et quoniam æqualis est angulus α & δ, angulo γ β δ, & anpulus & ε δ, rectus æqualis est angulo β ζ δ, recto: duo iam triangula sunt ε β δ, & ζ β δ, duos angulos duobus angulis habẽtia æquales, & unũ latus uni lateri æquale β δ, scilicet quod commune ipsis est æqualium angulorum subtendẽs unũ, & reliqua igitur latera (per 26 primi) reliquis lateribus æqualia habebunt, æqualis igitur est δ ε, ipsi δ ζ, & per hoc etiam δ η, ipsi δ ζ, est æqualis, quare & δ ε, ipsi δ η, est æqualis, tres igitur δ ε, δ ζ, & δ η, sibi inuicem sunt æquales (per 1 cõmunem sententiam.) Cẽtro igitur δ, spatio uero aut δ ε, aut δ ζ, aut δ η, circulus descriptus, per reliqua signa transibit, & tanget rectas lineas α &, β γ, & γ α, quoniam anguli ad ε ζ η, signa existentes, recti sunt. Si enim eas secat, erit ab extremitate diametri circuli ad angulos rectos excitata, in circulum cadens, quod esse impossibile, patuit (per 16 tertij.) Circulus igitur descriptus centro δ, spatio uero aut δ ε, aut δ ζ, aut δ η, rectas lineas α β, β γ, & γ α, non secat, tanget igitur, & erit circulus descriptus in triangulo α & γ. In dato triãgulo igitur α β γ, circulus descriptus est ε ζ η. Quod facere oportebat.*



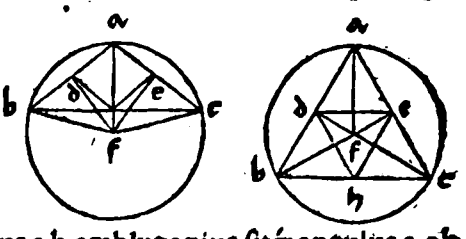
Eucli. ex Camp. Propositio 5

5 Circa trigonum assignatum, siue illud sit orthogonium, siue amblygonium, siue oxygonium: circulum describere.

CAMPANVS. Sit trigonus assignatus a b c. Volo circa ipsum describere circulum. Hæc est quasi conuersa terræ. Diuido duo eius latera a b & a c, per æqualia a b, quidem, in puncto d & a c, in puncto e, à quibus productis produco perpendiculares ad lineas a b & a c, quas protraho quousque cõcurrant in puncto f, sintq; d f, & e f. Concurrent enim, quoniam cũ uterq; angulorum d & e, sit rectus, si intelligatur protrahi linea d e, fient duo anguli ad partem in quam protrahuntur, minores duobus rectis, quare concurrent per penultimam petitionẽ, igitur à puncto f, qui est punctus concursus, quẽ dico esse cẽtrum circuli quæsiti protraho lineas ad singulos angulos, quæ sunt f a, f b, f c. Et quia in triangulo a d f, duo latera a d & d f, sunt æqualia duobus lateribus b d & d f, trianguli b d f, & angulus d unius anguli, d alterius, quia uterque rectus: erit per 4 primi f a, æqualis f b. Eadem ratione erit f a, æqualis f c, comparatis lateribus angulis duorum triãgulorum a e f, & c e f, ergo per 9 tertij. punctũ f, erit centrum circuli quæsiti. Hæc est uniuersalis demonstratio ad omnes species trigoni. Quia tamen auctor uidetur uelle medium uariare distinguendo inter orthogonium, amblygonium & oxygonium, de quolibet eorũ sigillatim est demonstrãdũ. Sit ergo trigonus propositus orthogonus, sitq; angulus a rectus. Latus b c a, respiciens hunc angulum rectum, diuido per æqualia in f, à quo puncto quem di



cõ eſſe centrum circuli,ad medium punctum utriuſque duorũ reliquorum laterũ qui ſit d,duco lineã f d. Et quia linea f d,diuidit duo latera a b & b c triãguli a b c per æqualia,ipſa erit æquidiſtans tertio uidelicet lineæ a c,hoc enim demonſtratũ eſt,ſupra 19 primi. Et quia angulus a poſitus eſt rectus,erit per ſecundam partem & per tertiã 19 primi, uterque angulorũ qui ſunt ad d,rectus. Ducatur igitur linea f a,eritq; per 4 primi,linea a f æqualis lineæ b f,comparatis adinuicem lateribus & angulis triãgulorum a d f,b d f. Et quia linea b f eſt æqualis lineæ c f,erunt tres lineæ b f,a f,c f,adinuicem æquales. quare per 9 tertij, erit f,centrũ circuli quæſiti.

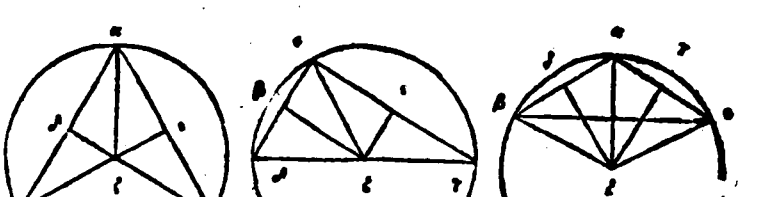


Sit rurſus trigonus a b,amblygonius,ſitq; angulus a,obtuſus. Latus b c reſpiciens hunc angulum obtuſum,diuido per æqualia in puncto h,a quo ad media puncta duorum reliquorum laterum,quæ ſunt d & e,duco lineas h d & h e,eritq; d h æquidiſtans a c,& e h æquidiſtans a b, propter id quod demonſtratum eſt,ſupra 19 primi,uidelicet quod linea ſecans duo latera alicuius triãguli per æqualia tertio eſt æquidiſtans,quare per ſecundam partem 19 primi,erit uterque duorũ angulorũ b d h & c e h,æqualis augulo a,& ideo uterque obtuſus. Ductis igitur perpendicularibus d f,ad lineam a b,& e f,ad lineam a c,quouſque concurrant in pũcto f quem dico eſſe centrum,circuli(manifeſtũ eſt enim eas concurrere,propter cauſam prius dictam(ſecabit utraque earum,lineam b c quæ reſpicit obtuſum,& concurrent extra triangulum a b c. Igitur a puncto f qui eſt punctus concurſus earũ, produco lineas f a,f b,f c. quæ per 4 primi bis aſſumptam erunt æquales comparatis primo lateribus & angulis duorum triangulorum a d f. b d f,deinde aliorum duorũ a e f,c e f,quare per 9 tertij f,eſt centrum circuli quæſiti. Eſto iterum ut trigonus a b c,ſit oxygonius. Diuiſis omnibus eius lateribus per æqualia,uidelicet latere a b,in puncto d,& latere a c,in pũcta e,& b c in pũcto h, protraho lineas d e,d h. & e h. eritq; d h,æquidiſtãs a c. & e b ipſi a b. propter id quod demõſtratum eſt ſuper trigeſimam nonam primi,quare per ſecũdam partem 29 primi,uterque anguloum b d h. c e h. erit æqualis angulo a. & ideo acutus. Ductis igitur perpẽdicularibus d f ad lineã a b. & e f. ad lineam a c,manifeſtum eſt eas concurrere intra triangulum a b c,ſitque punctus concurſus f,quem dico eſſe centrum circuli,produco enim lineas f a,f b,f c: quæ per 4 primi bis aſſumptam ut prius erunt æquales. quare per 9 tertij, eritf,centrum circuli quæſiti.

CORRELARIVM Per prædicta patet quod ſi triangulus fuerit orthogonius,centrũ circuli circunſcribẽdi cadet in medio lateris quod opponitur angulo recto ſi fuerit amblygonius. centrum cadet extra triangulum. Si autem fuerit oxygonius, cadet intra triangulum. Eucli. ex Zamb. Problema 5 Propoſitio 5

5. Circa datum triangulum,circulum deſcribere.

THEON ex Zamb. *Sit datum triangulum α ϛ γ,oportet iam circa datum triãgulum α ϛ γ,circulum deſcribere. Secetur enim (per 10 primi) α ϛ,ϛ α γ,rectæ lineæ biſariam,in δ,ϛ ι,ſignis,ϛ ab ipſis δ ι,ſignis,ipſis α ϛ,ϛ α γ, (per 11 primi) ad angulos rectos excitentur δ ξ,ϛ ι ξ. Concurrãt aũt,aut intra ipſum triangulũ α ϛ γ,aut in ipſa recta linea α γ, aut extra rectam lineam α γ. Concurrant igitur primũ intra ipſum triangulũ,in ξ. ſigno: cõnectanturq; (per 1 poſtulatũ) ξ β,ξ γ,ϛ ξ α. Et quoniã æqualis eſt α δ, ipſi δ ϛ,cõmunis autẽ δ ξ,ϛ ad angulos rectos,baſis igitur α ξ,(per 4 primi) baſi ξ ϛ,eſt æqualis,Similiter iã oſtẽdemus quod etiã γ ξ,ipſi α ξ,eſt æqualis,quare ξ ϛ,ipſi ξ γ,eſt æqualis. Tres igitur ξ α,ξ β,ϛ ξ γ, ſibi inuicem ſunt æquales. Cẽtro igitur ξ,ſpatio uero aut ξ α,aut ξ ϛ,aut ξ γ,circulus deſcriptus,trãſibit per reliqua ſigna ϛ erit circulus deſcriptus circa triangulum α β γ,deſcribatur iam ſicut α β γ. Sed rectæ lineæ δ ξ,ϛ ι ξ, cõcurrant ſuper β γ,in alia uero in ſigno ξ,ſicut ſecunda habet deſcriptio,ϛ cõnectatur α ξ,ſimiliter quoq; oſtẽdemus quod ξ,ſignũ centrũ eſt circuli deſcripti circa α β γ,triãgulũ. Sed iam δ ξ,ϛ ι ξ,rectæ lineæ,cõcurrãt extra ipſum triãgulũ α β γ,in ſigno ξ. Rurſus ſicut habet tertia deſcriptio,coniungantur α ξ,ξ β,ϛ ξ γ,rectæ lineæ,& quoniã rurſus æqualis eſt α δ, ipſi*



δ ϛ

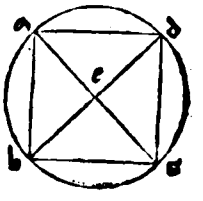
ℓ ß, cõmunis autẽ & ad angulos rectos ℓ ξ, basis igitur α ξ, (per 4 primi) basi ß ξ, est æqualis. Similiter quoq; ostendemus, quod & γ ξ, ipsi α ξ, est æqualis. Centro rursus igitur ξ, spatio uero aut ξ α. aut ξ ß, aut ξ γ, circulus descriptus transibit per reliqua signa, & erit descriptus circa α ß γ, triangulum, describatur sicut α ß γ. Circa datum igitur triangulum descriptus circulus est, quod facere oportebat.

CORRELARIVM. Et manifestum est quod quando introrsum trianguli, cadit centrum circuli, angulus ß α γ, existens in maiore circuli segmento, recto minor est. Quando autẽ in ß γ, rectã lineam, in semicirculo existẽs angulus, rectus est. Quãdo uero extra ipsam ß γ, rectã lineã centrũ cadit, angulus ß α γ existẽs in minore circuli segmẽto, recto maior est. Quare & quãdo minor recto fuerit datus angulus, introrsum ipsius trianguli concurrũt ℓ ξ, & ξ γ rectæ lineæ. Quando autẽ rectus, super ß γ. Quando uero maior recto: extra ipsam ß γ. quod faciſſe oportuit.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 6.

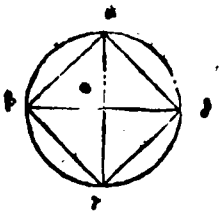
6 IN tra datum circulum quadratum deſcribere.

CAMPANVS Sit datus circulus a b c d, cuius cẽtrũ e: uolo intra ipſum deſcribere quadratũ. Protraho in ipſo duas diametros a c & b d, ſecantes ſe orthogonaliter ſupra centrũ e, quarũ extremitates cõiungo protractis lineis a b, b c, c d, & d a, quas dico continere quadratũ quæſitũ, ipſæ enim erunt æquales adinuicem per 4 primi ter aſſumptã, propter id quod quatuor lineæ e a: e b, e c, & e d, ſunt æquales, & quatuor anguli qui ſunt ad e, recti: ſed unuſquiſq; quatuor angulorũ a b c & d, eſt rectus, per primam partem 31 tertij, propter id quod quilibet eorum eſt in ſemicirculo erit igitur a b c d: quadratũ per diffinitionẽ. Quod eſt propoſitũ. Eucli. ex Zamb. Problema 6 Propoſitio 6



6 In dato circulo, quadratum deſcribere.

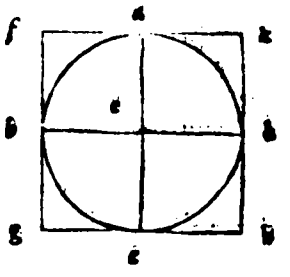
THEON ex Zamberto. Sit datus circulus α ß γ ℓ oportet iam in circulo α ß γ ℓ quadratum deſcribere. Excitentur enim ipſius circuli α ß γ ℓ, diametri ad angulos rectos adinuicem, ſintq; α γ & ß ℓ. & coniungãtur α ß, ß γ, γ ℓ & ℓ α. Et quoniã æqualis eſt ϛ, ipſi ϛ ℓ, (per diffinitionẽ 15 primi) centrũ enim eſt ϛ, cõmunis autẽ & ad angulos rectos ϛ α, baſis igitur α ß; (per 4 primi) baſi α ℓ eſt æqualis: & per hoc etiã utraq; ipſarum ß γ, & γ ℓ, utrique ipſarum α ß & α ℓ eſt æqualis: æquilaterum igitur eſt quadrilaterum α ß γ ℓ. Dico quod etiam rectangulum quoniã enim recta linea ß ℓ, dimetiens eſt circuli α ß γ ℓ: ſemicirculus igitur eſt ß α ℓ rectus igitur eſt angulus ß α ℓ (per 31 tertij) & per hoc etiam unuſquiſque angulorum contentorum ſub α ß, ß γ ℓ: & γ ℓ α, rectus eſt. Rectangulum igitur eſt quadrilaterum α ß γ ℓ, oſtenſum autem eſt quod & æquilaterũ: quadratum igitur eſt (per 30 diffinitionem primi) & deſcriptum in circulo α ß γ ℓ quod faciſſe oportuit.



Eucli. ex Camp. Propoſitio 7

7 Circa propoſitum circulum quadratum deſcribere.

CAMPANVS Sit propoſitus circulus a b c d: cuius centrũ e, uolo circa ipſum, deſcribere quadratum. Protraho in ipſo duas diametros a c & b d: ſecantes ſe orthogonaliter ſuper centrum e, à quarum extremitatibus duco in utrãq; partẽ lineas orthogonaliter, quouſq; quælibet earũ concurrat cũ duabus lateralibus: ſintq; puncta cõcurſus carũ f g h k, eritq; per correlariũ 15 tertij, uterque angulorũ qui ſunt ad unũquẽq; quatuor punctorũ b c d, rectus: quia ergo in quadrilatero a f b e tres ãguli a h & e ſunt recti, erit quartus angulus qui eſt f, rectus: habet eñ quodlibet quadrilaterũ, quatuor angulos æquales quatuor rectis ut demonſtratum eſt ſupra 32 primi. Eadẽ ratione quilibet angulorum g h k, erit rectus: ergò per ſecundam partẽ 28 primi duæ lineæ f g & k h, itẽq; duæ f k & g h, ſunt æquidiſtantes, ergo per 34 primi f k eſt æqualis g h, & f g, ipſi k h. Et quia per eandem f k eſt æqualis b d, & f g ipſi a c: at uero a b d eſt æqualis a c: erunt quatuor lineæ f k. & g h, & k h. æquales. Sed & quatuor anguli f g k h ſunt recti: ut probatum eſt prius. ergò f g k h, eſt quadratum per diffinitionẽ. Quod eſt propoſitum.

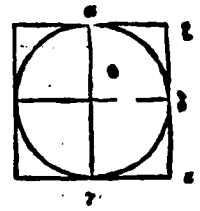


Eucli. ex Zamb. Problema 7. Propoſitio 7.

7 Circa datum circulum, quadratum deſcribere.

THEON ex Zamberto. Sit datus circulus α ß γ ℓ. Oportet iam circa ipſum α ß γ ℓ circulũ: quadratum deſcribere. Excitentur ipſius circuli α ß γ ℓ duæ diametri ad angulos rectos adinuicẽ ſuntque α γ & ß ℓ: & per ſigna

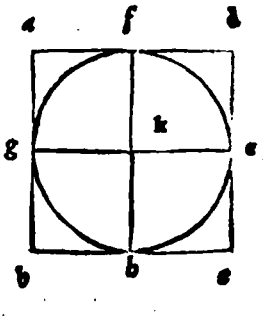
α,β,γ,δ, excitentur (per 17 tertij) rectæ lineæ tangentes circulum α β γ δ, sintq; ζ ν, ν θ, & θ ζ. Quoniam igitur recta linea ζ ν, ipsum circulum α β γ δ, tangit in signo α, & ab ε, centro in ipsum α, contactum coniungitur recta linea ε α. anguli igitur qui sunt ad α, sunt recti (per 18 tertij) & ob id etiam anguli qui ad β γ δ, signa: sunt recti. Et quoniam angulus α ε β, rectus est, & angulus qui sub ε β ν, quoque rectus est: parallelus igitur est ν ζ, ipsi α γ, (per 28 primi,) & ob id quoque, α γ, ipsi ζ ν, parallelus est. Similiter quoque iam ostendemus, quod & utraque ipsarum ν ζ, & θ ν. ipsi β ε δ, parallelus est, parallelogramma igitur sunt ν δ, ν α ν, ζ β, & β ν, æqualis igitur est ν ζ. ipsi θ ν, & ν θ, ipsi ζ ν (per 34 primi. Et quoniam æqualis est α γ, ipsi β δ, sed α γ, utrique ipsarum ν θ & ζ ν, est æqualis, & β δ, utrisque ipsarum ν ζ, & θ ν, est æqualis utraque igitur ipsarum ν θ, & ζ ν, utrique ipsarum ν ζ, & θ ν, est æqualis, æquilaterum igitur est ζ ν θ ν, quadrilaterum. Dico quod & rectangulum. Quoniam enim parallelogrammum est ν β ε α, & angulus α ε β, rectus igitur est & qui sub α ν β, est angulus, (per 34 primi. similiter quoque ostendemus quod & qui ad θ ν ζ, anguli consistunt recti sunt. Rectangulum igitur est, ipsum ζ ν θ ν quadrilaterum, demonstratum uero quod & æquilaterum, quadratum igitur est, & circa α β γ δ, circulum: descriptum est. Circa datum igitur circulum, quadratum descriptum est, quod oportebat facere.



Eucli. ex Camp. Propositio 8

8 INtra quadratum assignatum circulum describere

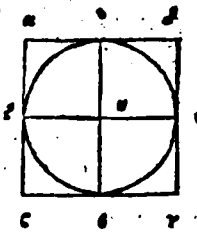
CAMPANVS Sit quadratum assignatum a b c d. Volo intra ipsum: describere circulum. Hæc est quasi conuersa 6. Diuido unūquodque latus eius per æqualia: a d quidem in puncto f, b a in puncto g. c b in puncto h, & d c in puncto e. & produco lineas e g & f h, secantes se in puncto k: quem dico esse centrum circuli: erit enim f h æquidistans & æqualis a b, per 33 primi, propter id quod a f, & b h sunt æquales & æquidistantes. Similiter per eandem & d c, ipsi a b, & quia omnes medietates quatuor laterum ipsius quadrati sunt adinuicem æquales, erunt per 34 primi quatuor lineæ k e, k f, k g, & k h: æquales: ergo per 9 tertij k: est centrum circuli quæsiti.



Eucli. ex Zamb. Problema 8. Propositio 8

8 In dato quadrato, circulum describere.

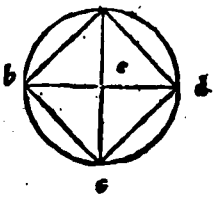
THEON ex Zamb. Esto datum quadratum α β γ δ. Oportet iam in α ε γ δ, quadrato, circulum describere. secetur (per 10 primi) utraque ipsarum α β & α δ, bifariam in ε ζ, signis, & per ε, utrique ipsarum α β, & δ γ (per 31 primi) parallelus excitetur ε θ, & per ζ utrique ipsarum α δ, & β γ. (per 31 primi,) parallelus excitetur ζ ν. Parallelogrammum igitur est unumquodque ipsorum α ν, ν β, α θ, θ δ, α ν, ν γ, β ν, & ν δ, & eorum latera, uidelicet quæ ex opposito, sunt æqualia (per 34 primi,) & quoniã æqualis est α δ, ipsi α β, & ipsius α δ, dimidiũ est α ε, & ipsi us α β, dimidium est α ζ, æqualis igitur est α ε, ipsi α ζ, quare & quæ ex opposito (per eandẽ sunt æquales, æqualis igitur est ζ ν, ipsi ε ν. Similiter quoq; ostendemus quod & utraq; ipsarũ ν θ, & ν ν, utrique ipsarũ ζ ν, & ν ε, est æqualis. Quatuor igitur ν ε, ν ζ, ν θ, & ν ν: sibi inuicẽ sunt æquales, (per 1 communem scientiam.) Centro igitur ν, spatio uero aut ν ε, aut ν ζ, aut ν θ, aut ν ν, circulus descriptus, trãsibit etiam per reliqua signa, & tanget α ε, β γ, γ δ, & δ α, rectas lineas: quoniam anguli qui sunt ad signa ε ζ θ ν recti sunt. Si enim circulus rectas lineas α β, β γ, γ δ, & δ α, secat: quæ ab diametri circuli extremitate ducitur ad angulos rectos, introrsum ipsius circuli cadit, quod est impossibile (per 16 tertij.) Centro igitur ν, spatio autem aut ν ε, aut ν ζ, aut ζ θ, aut ζ ν circulus descriptus, ipsas rectas lineas α β, β γ, γ δ, & δ α non secat: tangit igitur eas: & in quadrato α ε γ δ, descriptus est. In dato quadrato igitur, & reliqua quæ sequũtur, quod facere oportebat.



Eucli. ex Camp. Propositio 9.

9 CIrca assignatum quadratũ circulũ describere.

CAMPANVS. Sit quadratum a b c d. Volo circa ipsum circulum describere, Hæc est quasi conuersa 7. Protraho in ipso duas diametros a c & b d, secantes se in puncto e, quem dico esse centrum circuli. Cum enim lineæ a d, & a b, sint æquales: erunt per 5 primi anguli a d b, & a b d, æquales: & quia angulus totalis est rectus: erit (per 32 primi) uterque eorum medietas recti: similiquoq;

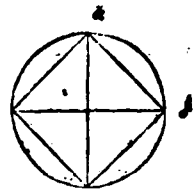


quoq; modo probabitur quælibet partialiũ angulorũ à prædictis diametris & lateribus quadrati propoſiti contentorũ, eſſe medietatẽ recti. Quia igitur angulus e a d, eſt æqualis angulo e d a, erit per 6 primi, linea e a, æqualis lineæ e d. Eadem ratione erit e a æqualis e b, & e c, æqualis e d, quare quia quatuor lineæ c a, e b, e c, c d, ſunt æquales, erit per 9 tertij, e centrum circuli quæſiti, quod eſt propoſitum.

Eucli, ex Zamb. Problema 9 Propoſitio 9

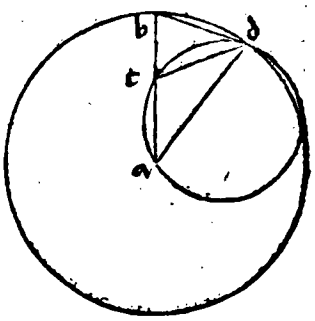
9 Circa datum quadratum, circulum deſcribere.

THEON ex Zamberto. *Sit datum quadratum α β γ δ, oportet iam circa α ε γ δ, quadratum, circulum deſcribere. Coniungãtur rectæ lineæ α γ, & δ β, ſeſe inuicem ſecent in ε. Et quoniam æqualis eſt δ α ipſi α β, communis autem α γ, duæ igitur δ α, & α γ, duabus β α, & α γ, ſunt æquales, altera alteri, & baſis δ γ, (per 4 primi, baſi β γ, eſt æqualis angulus igitur δ α γ, (per 8 primi) ei qui ſub β α γ, eſt angulo æqualis eſt. Angulus igitur δ α β, bifariam diuiſus eſt, per lineam α γ. Similiter iam oſtendemus quod & unuſquiſq; angulorum qui ſunt ſub α ε γ, ε γ δ, & γ δ α, bifariam diuiſus eſt per α γ, & δ β, rectas lineas. Et quoniam angulus δ α β, æqualis eſt angulo α ε γ, & anguli δ α β, angulus ε α ε, dimidium eſt, & anguli α β γ, dimidium eſt angulus ε ε α, angulus igitur ε α ε, angulo ε β α, eſt æqualis, quare (per 6 primi,) & latus ε α, lateri ε ε, eſt æquale. Similiter iam oſtendemus quod & utraque ipſarum ε γ & ε δ, rectarum linearum, utrique ipſarum ε α, & ε β, eſt æqualis. Quatuor igitur ε α, ε ε, ε γ, & ε δ, ſibi inuicem ſunt æquales. Cẽtro igitur ε, ſpatio uero aut ε α, aut ε β aut ε γ, aut ε δ, circulus deſcriptus, trãſibit per reliqua ſigna & erit deſcriptus circa α β γ δ, quadratum, deſcribatur ſicut α ε γ δ. Circa datum igitur quadratum, circulus deſcriptus eſt, quod feciſſe oportuit.*

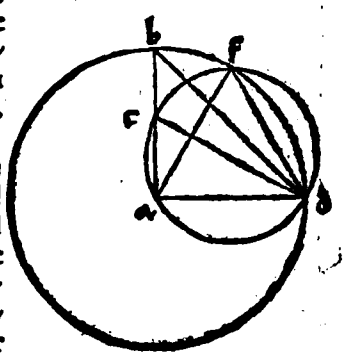


Eucli, ex Camp. Propoſitio 10

10 DVum æqualium laterum triangulum deſignare cuius uterque duorum angulorum quos baſis obtinet reliquo duplus exiſtat.

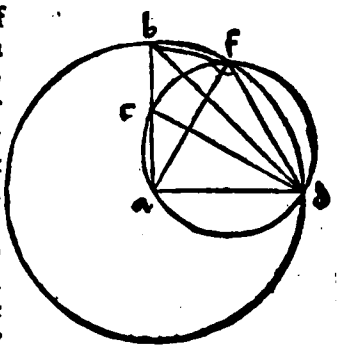
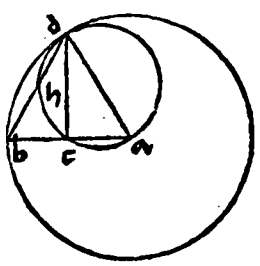
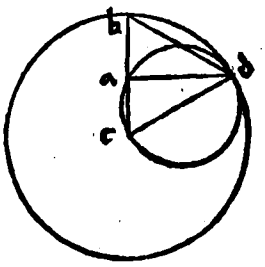


CAMPANVS Intentio eſt deſcribere unum triangulũ duum æqualium laterũ & tertij inæqualis, cuius uterque angulorum qui ſuperlatus quod eſt reliquis inequale, exiſtunt, ad tertium duplus exiſtat. Ad hoc autem faciendum ſumatur linea quælibet quæ ſit a b, quæ diuidatur ſecundum quod docet 11 ſecundi, in pũcto c, ita quod illud quod fit ex a b, in b c ſit æquale quadrato à c. Factóque puncto à centro, ſecundum ipſius quantitatem deſcribatur circulus b d e, intra quem per primam huius coaptetur linea b d, æqualis lineæ a c, & producantur duæ lineæ d a, d c, Dico triangulum a b d, eſſe qualis proponitur. Circunſcribatur circulus qui ſit d c a, per huius: triangulo d c a. Quia ergo linea d b, eſt æqualis lineæ a c, erit quod fit ex a b, in b c, æquale quadrato lineæ b d. quare per ultimam tertij b d, linea, eſt contingens circulum d c a, & per 32 eiuſdem, angulus c d b, eſt æqualis angulo c a d. Poſito ergo communi angulo c d a, erit totus angulus b d a, æqualis duobus angulis c a d, c d a, ſed per 32 primi, angulus b c d eſt æqualis eiſdem, quia extrinſecus ad ipſos, ergo b d a, eſt æqualis angulo b c d, & quia angulus a d b, eſt æqualis angulo a b d, per 5 primi, eo quod latera a b. & a d ſunt æqualia: erit angulus b c d, æqualis angulo c b d, ergo per 6 primi, linea c d, eſt æqualis lineæ b d, quare & lineæ c a, ergo per 5 primi, angulus c a d, eſt æqualis angulo c d a. Quia ergo uterque angulorum c d b, & c d a, eſt æqualis angulo c a d, erit totus angulus b d a, duplus ad angulum d a b, & ideo angulus a b d, ſibi æqualis, duplus eſt etiam ad angulum b a d, quod eſt propoſitum.



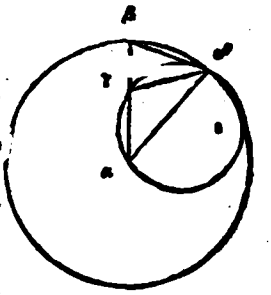
CAMPANI *additio.* Forſan dicet aduerſarius circulum d c a, circunſcriptum trigono partiali, ſecare circulum b d e in aliquo pũcto arcus b d: ita q; ſimul ſecabit lineam b d unde ipſa nõ erit circulo applicata ſicut in demõſtratione ſupponitur, ſed ipſum ſecãs. Sit ergo ſi poſſibile eſt, ut ponit aduerſarius, & à puncto b, ducatur ad ipſum circulũ minorẽ, cõtingens b f, & ducãtur lineæ f a, f d, eritq; per penultimã tertij, quod fit ex a b, in b c, æquale quadrato,

b f,ergo b f,eſt æqualis b d,quare per 5 primi, angulus b f d,eſt æqualis angulo b d f,& quia per 11 tertiſ,angulus b f a eſt æqualis angulo a d f,erit angulus b d f. maior angulo a d f.quod eſt impoſſibile:cum ipſe ſit pars eius. Aliter poſſumus illud refellere,& oſtendere quod ille minor circulus nullo modo ſecabit lineam b d.Forſan enim diceret quod ſecaret eam,non ſecando arcū d b,maioris circuli. Si enim poſſibile eſt quod ſccet eam,ſit hoc in puncto h,eritque quod fit ex a b in b c,æquale ei quod fit ex d b,in b h.Monſtratum eſt enim,ſupra penultimam tertiſ quod ſi ab aliquo puncto extra circulum ſignato quotlibet lineæ ſecantes ad circulum ducantur,quæ ſub totis & earū portionibus extrinſecis continētur:æqualia ſunt adinuicē,& quia quod fit ex a b.in b c,eſt æquale quadrato d b,quod eſt impoſſibile,per 2 ſecundi,quare conſtat propoſitū. Et nota quod minor circulus neceſſario ſecabit maiorem,& abſcindet ab eo arcum unū æqualē arcui b d, maior abſcindet ſimiliter ab eodem unū arcum æqualem arcui d c. Quod ſic probatur. Si enim minor nō ſecat maiorem,contingit ergo ipſum in puncto d.Et quia per 11 tertiſ circulorū ſe contingentium centra & punctus contactus ſunt in linea una,erit centrum minoris circuli in linea a d,propter hoc quod in ea eſt centrum maioris,& punctus contactus,ergo per 10 tertiſ angulus a c d,eſt rectus,quare & angulus a d b, eſt rectus,ſimiliter & angulus a b d,ſibi æqualis:eſt rectus,quod eſt impoſſibile per 32 primi. Secet ergo ipſum in punctis e d, dico arcum e d maioris, eſſe æqualem arcui d b.& arcū e d minoris, eſſe æqualem arcui d c.Produco lineas d e,c e,& e a, eritque per 26 tertiſ, unuſquiſque quatuor angulorum qui ſunt d e c,c e a,d a c,& a d c.æqualis alij.Propter id quod duo arcus d c,& c a, ſunt æquales per 27 eiuſdem,quare totalis angulus a e g, duplus eſt ad angulum b a d,& ideo æqualis utriq; angulorū a b d & a d b Et quia angulus a e d eſt æqualis angulo ad c, per 5 primi. propter id qđ a e & a d,ſunt æquales,à cētro enim ad circūferentiā, erūt duo anguli e d,triāguli a e d æquales duobus angulis d & b,triāguli a d b:ergo per 32 primi,reliquus angulus a unius,eſt æqualis reliquo angulo a,alterius.Ergo per 26 tertiſ,arcus e d,maioris,eſt æqualis arcui d b,& per eādē,arcus e d,minoris, eſt æqualis arcui d c,& hoc eſt quod propoſuimus. Euclides ex Zamb. Problema 10 Propoſitio 10

10 Iſoſceles triangulum conſtituere,habens unumquenq; eorum qui ad baſin ſunt angulorum duplum reliqui.

THEON ex Zamb. *Ponatur quædā recta linea α ζ,ſecetur q; (per 11 ſecūdi) in γ,ſigno ut ſub α β,& β γ.cōprehenſum rectāgulū æquū ſit ei quod fit ex γ α,quadrato,& cētro α,ſpatio uero α β,(per 3 poſtulatū) circulus deſcribatur β δ ε.Applicetur q; in circulū β δ ε,ipſi α γ,rectæ lineæ quæ diametro ipſius β δ ε,maior nō eſt circuli ζ δ ε,æqualis recta linea β δ,(per 1 quarti,)& cōnectātur α δ,& δ γ,deſcribatur q; (per 5 quarti) circa α γ δ,triangulū,circulus α γ δ ζ. Et quoniā cōtinetur ſub α β,& β γ,rectangulū æquū eſt ei quod fit ex α γ,quadrato,æqualis autē eſt α γ,ipſi β δ,quod igitur continetur ſub α β,& β γ,æquum eſt ei quod fit ex β δ. Et quoniam extra circulum α γ δ ζ,ſuſcipitur ſignū aliquod β,& ab ipſo ζ,in circulū α γ δ ζ, ceciderint duæ rectæ lineæ β γ α,& β δ,& earū una ſecat & altera incidit,& id quod cōtinetur ſub α β,& β γ,æquū eſt ei quod fit ex ζ δ,igitur (per 37 tertij.) β δ,tāgit circulū α γ δ ζ.Quoniā igitur β δ,tangit in δ,ſigno,ab ipſo autē δ,contactu ducta eſt δ γ,angulus igitur β δ γ, (per 32 tertij,æqualis eſt ei qui in alterno eſt circuli ſegmēto,angulo qui ſub δ α γ.Quoniam igitur æqualis eſt angulus β δ γ angulo δ α γ, cōmunis apponatur angulus γ δ α. Totus igitur angulus æqualis eſt duobus qui ſub γ δ α,& δ α γ,ſunt angulis. Sed eis qui ſunt ſub γ δ α,& δ α γ,æqualis eſt angulus exterior β γ δ, (per 32 primi,& angulus igitur β δ α, æquus eſt angulo β γ δ. Sed angulus β δ α, ei qui ſub γ β δ,*



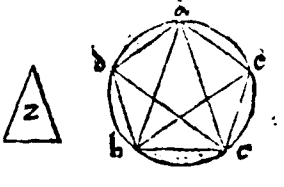
per

(per 5 primi) est æqualis, quoniam latus α δ, (per 15 diffinitionem primi) lateri α δ, est æquale, quare & angulus δ β α, (per 5 communem sententiam,) angulo β γ δ, est æqualis. Tres igitur anguli β δ α, δ β α, & β γ δ. sibi inuicē sunt æquales. Et quoniam æqualis est angulus δ β γ, angulo α γ δ, æquale est & latus β δ, lateri δ γ. Sed β δ, ipsi γ α, est æqualis per hypothesin, & α γ, igitur, ipsi γ δ, est æqualis. Quare & angulus γ δ α. (per 5 primi) angulo δ α γ, est æqualis. Igitur anguli qui sunt sub γ δ α & δ α γ, eius qui sunt sub γ α δ, dupli sunt. Angulus autem sub ε γ δ, angulis qui sunt sub γ δ α, & δ α γ, est æqualis. Et angulus igitur β γ δ, eius qui est sub γ α δ, anguli duplus est. Aequalis autem est angulus β γ δ, utrique ipsorum sub β δ α, & δ β α, angulorū. Et uterque igitur eorū qui sunt sub β δ α, & δ β α, angulorum, eius qui est sub δ α β, duplus est. Isosceles igitur triangulum constitutum est α β δ, habens unū quemque eorum qui ad basin δ ε, sunt angulorum, duplicem reliqui, quod fecisse oportuit.

Eucli. ex Camp. Propositio 11

11 # Intra datum circulum æquilaterum atque æquiangulum pentagonum describere.

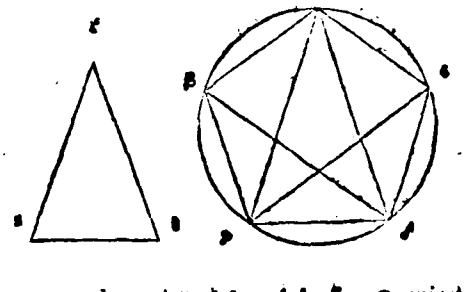
CAMPANVS Sit datus circulus a b c. Volo intra ipsum describere pentagonum unum æquilaterum atque æquiangulum. Designo triangulum unum qualem præmissa proponit. qui sit z, cui alium æquiangulum intra datum circulum describo sicut docet 2 huius, qui sit a b c, sitque uterque angulorū a b c & a c b, duplus ad angulum c a b. Vtrumque eorum diuido per æqualia, ductis lineis b e, & c d, eruntque per 15 tertij, quinque puncta a d b c e, diuidunt circulum, adinuicem æquales, propter id quod quinque anguli qui in dictos arcus cadunt, sunt adinuicem æquales. Continuatis igitur illis quinque punctis per lineas rectas quæ sunt a d, d b, b c, c e, & e a, erit pentagonus a d b c e, inscriptus dato circulo qualis proponitur. Est enim æquilaterus per 28 tertij, cum quinque arcus quorum eius quinque latera sunt chordæ, sint adinuicem æquales. Et etiam æquiangulus per 25 eiusdem, eo quod quinque areus d a e, a e c, e c b, c b d & b d a, in quos anguli ipsius pentagoni cadunt, sunt adinuicem æquales. Sicque constat propositum.



Eucli. ex Zamb. Problema 11 Propositio 11

11 # In dato circulo, pentagonum æquilaterum & æquiangulum describere.

THEON ex Zamberto. Sit datus circulus α β γ δ, oportet iam in α β γ δ, circulo, pentagonū æquilaterū & æquiangulū describere. Sumatur, (per 14) triangulū isosceles ſtque illud ζ η θ, duplum habens unumquenq; eorū qui sunt ad η θ, angulorum, reliqui, hoc est eius qui est ad ζ. Et describatur (per 2 quarti) in circulo α β γ δ, triangulo ζ η θ, æquiangulū triangulū α γ δ. Ita ut angulo qui ad ζ, angulus qui sub γ α δ, fiat æqualis, & uterq; eorū qui sub α γ δ & γ δ α, sunt angulorū, utriq; eorū angulorū qui ad η, & θ fiat æqualis, & uterq; igitur eorū qui sunt sub α γ δ, & γ δ α, eius qui est sub γ α δ, duplus est. Secetur (per 9 primi, uterque eorū qui sunt sub α γ δ, & γ δ α, angulorum, bifariam per γ κ, δ β, rectas lineas, & coniungantur α ε, β γ, γ δ, δ κ, & κ α. Quoniam igitur uterque angulorum qui sunt sub α γ δ, & γ δ α, eius qui sub γ α δ, est anguli duplus est. & diſſecti sunt bifariam per rectas lineas γ κ, & δ β, quinq; igitur anguli qui sunt sub δ α γ, α γ κ, κ γ δ, γ δ ε, & ε δ α, sibi inuicem sunt æquales. Sed anguli æquales, in æqualibus circunferentijs consistunt (per 26 tertij) quinque igitur circunferentiæ α β, β γ, γ δ, δ κ, & κ α, sibi inuicem sunt æquales. Sed æqualibus circūferentijs, (per 29 eiusdem) æquales rectæ lineæ sub tendantur, quinque igitur rectæ lineæ α ε, β γ, γ δ, δ κ, & κ α, sibi inuicem sunt æquales. æquilaterum igitur est pentagonum α β γ δ κ. Dico iam quod & æquiangulum. Quoniam enim circunferentia α β, circunferentiæ δ κ, est æqualis, communis apponatur β γ δ, tota igitur circunferentia α β γ δ, toti circunferentiæ κ δ γ β, est æqualis, & consistit quidem super α β γ δ, circunferentia, angulus α κ δ, & super κ δ γ β, circunferentia, consistit angulus β α κ, & angulus igitur qui sub β α κ: qui sub α κ δ, est angulo, æqualis est, & ob iduiusquisq; eorū qui sunt sub α β γ, & β γ δ, & γ δ κ, angulorum, mutuique eorum qui sunt sub β α κ, & α κ δ, angulorum est æqualis. æquiangulum igitur est pentagonum α β γ δ κ: ostensum autem est quod & æquilaterum. In dato circulo igitur pentagonum æquilaterum & æquiangulum descriptum est, quod facere oportebat.

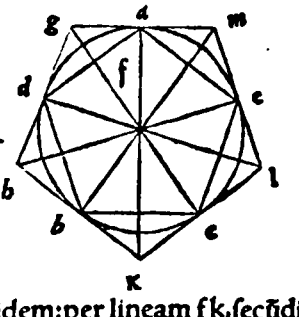


Eucli. ex Camp. Propositio 12

Circa

Circa propoſitum circulum, pentagonum æquilaterum atque æquiangulum deſignare.

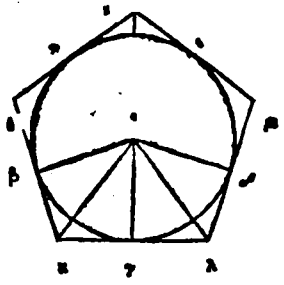
CAMPANVS. Sit propoſitus circulus a b c, cuius centrum f. Volo circa ipſum deſignare pentagonum, æquilaterum atque æquiangulum. Supra circunferentiam ipſius circuli (quaſi ſecundum doctrinã præmiſſæ ſibi inſcripſiſſem pentagonum) quinque puncta angularia notabo, quæ ſint a d b c e, ad quæ à centro ducam lineas f a, f d, f b, f c, f e, & ab eiſdem punctis educam perpendiculares ad iſtas lineas in utranque partem, quouſque concurrant in punctis g h k l m, eruntq; hæ lineæ contingentes circulum, per correlarium 15 tertij. Et ad iſta puncta concurſus, ducam à centro lineas f g, f h, f k, f l, f m. Et quia monſtratum eſt ſuper penultimam tertij, quod ſi ab aliquo puncto extra circulum ſignato duæ lineæ contingentes ad ipſum circulum ducantur, quod ipſæ erunt æquales, erit linea g a, æqualis lineæ g d, & h d, ipſi h b, & ſic de cæteris. At quoniam quinque arcus in quos quinque puncta a d b c e, diuidunt circulũ, ſunt adinuicẽ æquales, eorũt per 26 tertij, quinque anguli a f d, d f b, b f c, c f e, e f a, conſiſtentes ſuper hos arcus in centro f, ſibi inuicem æquales. Sũt aũt duo latera a g, & f a, triãguli f g a, æqualia duobus lateribus d g & f d, triãguli f g d, & latus g f: cõmune ergo per 8 primi, duo anguli eorum qui ſunt ad f, itemq; duo anguli qui ſunt ad g, ſunt adinuicem æquales: eadem ratione duo anguli qui ſunt ad f, in triãgulis d f h, & h f b, itemq; duo qui ſunt ad h, ſunt adinuicem æquales. Similiter quoque ſinguli trium reliquorũ angulorum qui ſunt b f c, c f e, e f a: & ſinguli trium qui ſunt k l m, diuidantur per æqualia, primi quidem: per lineam f k, ſecũdi per lineam f l, tertij uero per lineã f m. Et quia hi tres anguli qui ſunt b f c, c f e, e f a, ſunt ſibi inuicem æquales, & alijs duobus qui ſunt a f d, & d f b, æquales: erunt eorum dimidia quæ ſunt decem anguli facti in centro f, adinuicem æqualia. Quia igitur duo anguli a, & f, trianguli g a f, ſunt æquales duobus angulis a & f, trianguli m a f, & latus a f, cõmune, erit per 26 primi angulus g, unius æqualis angulo m, alterius, & latus g a, æquale lateri a m. Eadem ratione erit angulus g m, triangulo g f d, æqualis angulo h, in triangulo d f h, & latus g d, æquale lateri d h. Quare, quia g a, eſt dimidium g m, & g d, dimidium b h. & g a, & g d, ſunt æqualia, erunt per communem ſciẽtiam g m, & g h, eorum dupla, æqualia. Similiter quoque probabimus g m, eſſe equale m l, & m l, ipſi l k, & l k, ipſi k h, quare pentagonus g h k l m eſt æquilaterus. Sed & æquiangulus. Cum enim duo anguli qui ſunt ad g, ſint adinuicem æquales, & duo qui ſunt ad m, ſimiliter adinuicem æquales, & g, partialis, ſit æqualis m, partiali (utrunque enim probatum eſt prius) erit per eandem communem ſcientiam g, totalis æqualis m, totali, & eadem ratione probabis æqualitatem in cæteris angulis, quare eſt æquiangulus. Sicque conſtat propoſitum.



Euclid. ex Zamb. Problema 12 Propoſitio 12

12 Circa datum circulum, pentagonum æquilaterum & æquiangulum deſcribere.

THEON ex Zamb. *Sit datus circulus α β γ δ, oportet iam circa α β γ δ, circulum, pentagonum æquilaterum & æquiangulum deſcribere. Intelligantur deſcripti (per 11 quarti,) pentagoni angulorum ſigna α ζ γ δ, ita ut (per præcedentem α β, β γ, γ δ, δ ι, & ι α, circunferentiæ ſint æquales, & per α β γ δ, ex citatæ ſint (per 17 tertij, ipſum circulum tangentes rectæ lineæ, κ θ, θ κ, κ λ, λ μ, & μ κ. Sumatur centrum circuli α β γ δ, ſitq; (per primam tertij,) ξ, & connectantur rectæ lineæ ξ ε, ξ κ, ξ γ. ξ λ, & ξ δ. Et quoniam κ λ, recta linea circulum ipſum α β γ δ, tangit in ſigno γ, & à centro ξ, in ipſum γ, contactũ ducta eſt ξ γ, igitur, (per 18 tertij,) ξ γ, ſuper κ λ, perpẽdicularis eſt, rectus igitur eſt uterque eorum qui ad γ ſunt angulorũ. Et per hoc, anguli qui ſunt ad δ β, ſigna, recti ſunt. Et quoniam angulus qui ſub ξ γ κ, rectus eſt, quod fit igitur ex ξ κ, æquum eſt eis quæ fiunt ex ξ γ, & γ κ, (per 47 primi, & per hoc eis etiam quæ fiunt ex ξ β, & β κ, æquũ eſt id quod fit ex ξ κ, (per cãdẽ.) Quæ ſunt igitur ex ξ γ, & γ κ, eis quæ fiũt ex ξ β, & β κ, ſunt æqualia, quorum quod fit ex ξ γ, æquum eſt ei quod fit ex ξ β. Reliquum igitur quod fit ex γ κ, reliquo quod fit ex β κ eſt æquale, æqualis igitur eſt β κ, ipſi γ κ. Et quoniam æqualis eſt ξ β, ipſi ξ γ, & communis ξ κ, duæ*

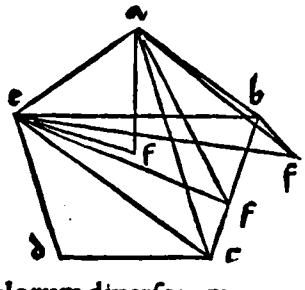


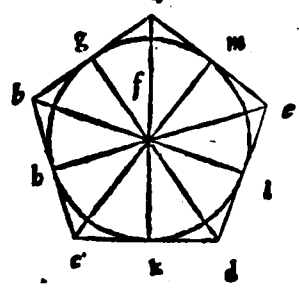
duæ igitur β ν & ξ ν, duabus ϑ ξ & ξ ν ſunt æquales. Et baſis β ν, baſi ϑ ν eſt æqualis. Angulus igitur β ξ ν (per 8 primi) angulo ν ξ γ eſt æqualis: & angulus β ν ξ (per 4 primi) angulo ξ ν γ. Duplus igitur eſt angulus β ξ γ, eius qui ſub ν ξ γ eſt anguli, & angulus β ν γ, eius qui eſt ſub ξ ν γ. Et ob id etiã & angulus ϑ ξ δ, eius qui eſt ſub γ ξ λ duplus eſt: & angulus γ λ δ, eius qui ſub γ λ ξ. Et quoniam circunferentia β γ æqualis eſt circunferentiæ γ δ, æqualis eſt (per 27 tertij) angulus β ξ γ angulo γ ξ δ: & angulus quidẽ β ξ γ, eius qui eſt ſub ν ξ γ duplus eſt: & qui ſub δ ξ γ, eius qui ſub λ ξ γ: angulus igitur ν ξ γ, angulo λ ξ γ eſt æqualis. Duo igitur iam triãgula ſunt ξ ν γ & ξ λ γ: duos angulos duobus angulis æquales habentia, & unum latus uni lateri æquale (per 26 primi) & eorum cõmune ξ γ, ſcilicet quod commune ipſis eſt: & reliqua igitur latera, reliquis lateribus æqualia habebunt, & reliquum angulum reliquo angulo. Aequalis igitur eſt ν γ rectæ lineæ ipſi γ λ, & angulus ξ ν γ, angulo ξ λ γ. Et quoniam æqualis eſt ν γ ipſi γ λ: dupla igitur eſt ν λ ipſius ν γ: & per hoc etiam oſtendetur, quod ϑ ν, ipſius β ν dupla eſt. Et quoniam oſtenſum eſt, quod β ν ipſi ν γ eſt æqualis, & ν λ ipſius β γ dupla eſt, & ϑ ν ipſius β ν: igitur ϑ ν ipſi ν λ eſt æqualis. Similiter iam oſtenditur, quod unaquæq; ipſarum ν ϑ, ν μ, & μ λ, unicuiq; ipſarum ϑ ν & ν λ eſt æqualis: æquilaterum igitur eſt pentagonum ν ϑ ν λ μ. Aio etiam quod & æquiangulum: quoniã æqualis eſt angulus ξ ν γ angulo ξ λ γ, & oſtenſum eſt ipſius quidem anguli ξ ν γ duplũ eum eſſe qui eſt ſub ϑ ν λ, eius autem qui eſt ſub ξ λ γ duplum eum eſſe qui eſt ſub ν λ μ: angulus igitur qui eſt ſub ϑ ν λ, angulo qui eſt ſub ν λ μ eſt æqualis. Similiter iam oſtendetur etiam quod unuſquiſq; eorum qui ſunt ſub ν ϑ ν, & ϑ ν μ, & ν μ λ, unicuiq; eorũ qui ſunt ſub ϑ ν λ, & ν λ μ eſt æqualis. Quinq; igitur anguli qui ſunt ſub ν ϑ ν, ϑ ν λ, ν λ μ, λ μ ν, & μ ν ϑ, ſibi inuicẽ ſunt æquales. Aequiangulũ igitur eſt pentagonum ν ϑ ν λ μ: oſtenſum autem eſt quod & æquilaterum: & deſcriptum eſt circa circulum α β γ δ ε: quod faciſſe oportuit.

Eucli. ex Camp. Propoſitio. 13.

13 INtra æquilaterum atq; æquiangulum pentagonum aſſignatũ, circulum deſcribere.

CAMPANVS. Sit aſſignatus pentagonus æquilaterus atq; æquiangulus (quia de aliis non eſt neceſſarium hoc eſſe poſſibile) a b c d e. Volo ei inſcribere circulum. Hæc eſt quaſi cõuerſa 11. Duos eius propinquos angulos qui ſunt a & e diuido per æqualia: ductis lineis a f & e f, donec cõcurrant in puncto f intra ipſum pentagonum, quem dico centrum eſſe circuli. Concurrẽt enim propter id quod dimidium totalis anguli a & ſimiliter totalis anguli c, minus eſt angulo recto. Si enim intra pentagonum non cũcurrent, aut extra ipſum pentagonũ, aut in latere pentagoni, aut in eius angulo qui utriq; angulorum diuerſorum opponitur. Concurrant ergo primo extra in puncto f: & ducatur linea b f. Et quia duo latera c a, & a f, trianguli e a f ſunt æqualia duobus lateribus b a & a f trianguli b a f, & angulus a unius angulo a alterius, erit per 4 primi, baſis e f æqualis baſi f b, & quia angulus a partialis eſt æqualis angulo e partiali, propter id quod a totalis e totali: erit per 6 primi, f a æqualis f e: quare f a eſt æqualis f b: ergo per 6 primi, duo anguli b totalis & a partialis, ſunt æquales. Quare a partialis eſt æqualis uel maior a totali, quod eſt impoſſibile. Cõcurrant ergo in puncto f ſuper latus b c: eritq; arguendo per præmiſſas, & præmiſſo modo, angulus a partialis, æqualis angulo a totali, quod eſt impoſſibile. Q; ſi forſan cõcurrãt in angulo c: erit per eaſdẽ & eodem modo c b æqualis c a, & ideo adhuc ut prius angulus a partialis: æqualis angulo a totali. Quod quia eſſe nõ poteſt: ſit ergo punctus concurſus qui eſt f, intra pentagonũ: à quo duco quinq; perpendiculares ad eius quinq; latera quæ ſint f g, f h, f k, f l, f m: & ad duos eius angulos propinquos altrinſecus angulis per æqualia diuiſis, qui ſunt b & d: duco lineas f b. f d. Et quia duo anguli a & m, trianguli a f m ſunt æquales duobus angulis a & g trianguli a f g, & latus a f commune: erit per 26 primi, f m æqualis f g. Per eandem quoq; probabis f l æqualẽ f m: ſumptis duobis triangulis e f m & e f l. Quia iterum duo latera a f & a b trianguli a f b ſunt æqualia duobus lateribus a f & a e trianguli a f e & angulus a unius angulo a alterius: erit per 4 primi, angulus b partialis, æqualis angulo e partiali: & quia b totalis æqualis eſt e totali, & e totalis diuiſus eſt per æqualia erit etiã b totalis diuiſus per æqualia. Eodẽ modo probabis d totalẽ diuiſum per æqualia, propter æqualitatẽ d partialis & a partialis: ſumptis triangulis e a f & e d f.



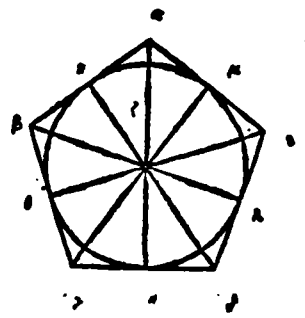


i Quia ergo

Quia ergo duo anguli g & b trianguli g f b ſunt æquales duobus angulis h & b trianguli h f b, & latus f b commune, erit per 26 primi, f h æqualis f g. Eodem modo probabis f κ, æqualem f l: ſumptis triangulis l f d, κ f d. Quoniã igitur quinq; lineæ f g, f h, f κ, f l, & f m ſunt æquales: erit f, centrum circuli per 9 tertij. Quem circulum deſcribemus ſecundum quantitatem unius earum: & tanget omnia latera pentagoni, propter æqualitatem linearum: & nullum eorum ſecabit: per primam partem 15 tertij: ſicq; conſtat propoſitum.

Eucli. ex Zamb. Problema 13. Propoſitio 13.

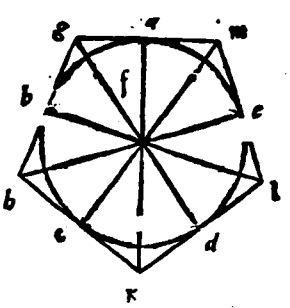
13 In dato pentagono æquilatero & æquiangulo, circulum deſcribere.



THEON ex Zamberto. *Sit datum pentagonum æquilaterum & æquiangulum α β γ δ ε: oportet iam in pentagono α β γ δ ε circulum deſcribere. Secetur (per 9 primi) uterq; eorum qui ſunt ſub β γ δ & γ δ ε angulorum bifariam, per rectas lineas γ ζ & ζ δ: & ab ζ ſigno in quo concurrunt ad inuicem ipſæ rectæ lineæ γ ζ & δ ζ: coniungantur rectæ lineæ ζ β, ζ α, & ζ ε. Et quoniã æqualis eſt β γ ipſi γ δ, communis autem γ ζ: duæ iam β γ & ε ζ, duabus δ γ & γ ζ ſunt æquales: & angulus β γ ζ, angulo δ γ ζ eſt æqualis: baſis igitur β ζ (per 4 primi) baſi δ ζ eſt æqualis: & triangulum β γ ζ triangulo δ γ ζ æquale: & reliqui anguli reliquis angulis ſunt æquales: ſub quibus æqualia latera ſubtenduntur. Aequalis igitur eſt angulus γ β ζ, angulo γ δ ζ. Et quoniam angulus γ δ ε, eius qui ſub γ δ ζ eſt anguli, duplus eſt: æqualis autem eſt angulus γ δ ε ei qui ſub α β γ eſt angulo, & angulus γ δ ζ angulo γ β ζ: angulus igitur γ β α: anguli γ β ζ duplus eſt: æqualis igitur eſt angulus α β ζ, angulo ζ β γ. Angulus igitur α β γ, bifariam diuiſus eſt per β ζ rectam lineam. Similiter quoq; oſtendetur quod & uterq; eorum qui ſunt ſub β α ε & α ε δ angulorum, bifariam diuiſus eſt per utrãq; rectarum linearum ζ α & ζ ε. Excitentur (per 12 primi) ab ζ ſigno in α β, β γ, γ δ, δ ε, & α ε rectas lineas perpendiculares ζ η, ζ θ, ζ κ, ζ λ, & ζ μ. Et quoniã æqualis eſt angulus θ γ ζ angulo α γ ζ: eſt aũt angulus ζ θ γ rectus, angulo ζ η γ recto æqualis: duo iam ſunt triangula ζ θ γ & ζ η γ duos angulos duobus angulis æquales habentia alterum alteri, & unum latus uni lateri æquum: commune enim eorum ζ γ ſubtenſum ſub uno æqualium angulorum: & reliqua igitur latera reliquis lateribus (per 26 primi) æqualia habebunt: æqualis igitur eſt perpendicularis ζ θ: ipſi ζ η perpendiculari. Similiter quoq; oſtendetur, quod & unaquæq; ipſarum ζ λ, ζ μ & ζ κ, unicuiq; ipſarum ζ θ & ζ κ eſt æqualis. Quinq; igitur rectæ lineæ ζ κ, ζ θ, ζ η, ζ λ, & ζ μ, ſibi inuicem ſunt æquales. Centro igitur ζ, ſpatio uero aut ζ κ aut ζ θ aut ζ η aut ζ λ aut ζ μ, circulus deſcriptus: per reliqua quoq; ueniet ſigna. Et tanget rectas lineas α ε, β γ, γ δ, δ ε, & ε α (per correlarium 16 tertij: quoniam anguli qui ſunt ad κ, θ, η, λ, μ, ſigna recti ſunt. Si enim non tanget eas, ſed ſecabit: continget quod à diametri circuli extremitate ad angulos rectos ducta intra ipſum circulum cadet: quod eſſe impoßibile oſtenſum eſt (per 16 tertij. Igitur centro ζ, ſpatio uero uno ipſorum κ, θ, η, λ, μ, ſignorum deſcriptus circulus, rectas lineas α β, β γ, γ δ, δ ε, & ε α minime ſecabit: tanget igitur eas (per correlarium 16 tertij) deſcribatur ſicut κ θ η λ μ. In dato igitur pentagono æquilatero & æquiangulo: circulus deſcriptus eſt, quod facere oportebat.*

Eucli. ex Camp. Propoſitio 14.

14 Circa datum pentagonum quod ſit æquilaterum atq; æquiangulum, circulum deſcribere.



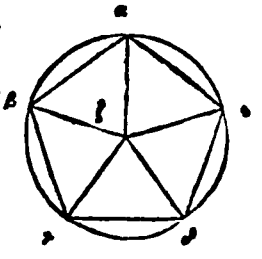
CAMPANVS. Sit ut prius datus pentagonus, æquilaterus atq; æquiangulus (quia de aliis non eſt neceſſarium hoc eſſe poſſibile) a b c d e: uolo circa ipſum, deſcribere circulum. Hæc eſt quaſi conuerſa 13. Duos eius propinquos angulos qui ſunt a & e, diuido per æqualia, ductis lineis a f & f e quouſq; concurrãt intra ipſum pentagonum in puncto f: cõcurrent enim & intra pentagonũ, ut probatum eſt in præmiſſa. Et à puncto concurſus, duco ad reliquos angulos, lineas quæ ſint f b, f c, f d: & quia duo latera a f & a b triãguli a f b ſunt æqualia duobus lateribus a f & a e trianguli a f e, & angulus a unius angulo a alterius: erit per 4 primi, f a æqualis f e, & angulus b partialis angulo e partiali. Et quia b totalis eſt æqualis a totali, & e totalis diuiſus eſt per æqualia: erit ſimiliter b totalis diuiſus per æqualia. Hoc quoq; modo probabis utrunq; angulorum c & d, diuiſum eſſe per æqualia: & quinq; lineas f a, f b, f c, f d, f e, eſſe æquales: quare per 9 tertij erit centrũ circuli. Sicq; patet propoſitum.

Eucli.

Eucli.ex Zamb. Problema 14. Propoſitio 14.

14 Circa datum pentagonum æquilaterum & æquiangulum, circulum deſcribere.

THEON ex Zamberto. Sit datum pentagonum æquilaterum & æquiangulum α β γ δ ε: oportet iam circa pentagonum α γ γ δ ε, circulum deſcribere. Secetur iam (per 9 primi) uterq; eorum qui ſunt ſub β γ δ & γ δ ε angulorum bifariam, per utramq; ipſarum γ ζ & δ ζ. Et à ζ ſigno in quo concurrunt ipſæ rectæ lineæ, ad ſigna β, α, γ, coniungantur rectæ lineæ ζ C, ζ α & ζ ε. Similiter præcedenti oſtendetur, quod & unuſquiſq; eorũ qui ſunt ſub γ C α, β α ε & α ε δ angulorum, bifariam ſecatur per unamquamq; ipſarum ζ β, ζ α, & ζ ε rectarum linearum. Et quoniam æqualis eſt angulus β γ δ angulo γ δ ε, & anguli C γ δ dimidium eſt angulus ζ γ δ: anguli autem γ δ ε dimidiũ eſt angulus γ δ ζ: & angulus ζ γ δ igitur angulo ζ δ γ eſt æqualis. Quare & latus ζ γ, lateri ζ δ eſt æquale. Similiter iam oſtendetur, quod & unaquæq; ipſarum ζ C, ζ α, ζ ε, utriq; ipſarum ζ γ & ζ δ eſt æqualis. Quinq; igitur rectæ lineæ ζ α, ζ C, ζ γ, ζ δ & ζ ε, ſibiinuicem ſunt æquales. Centro igitur ζ, & ſpatio aut ζ α aut ζ β aut ζ γ aut ζ δ aut ζ ε, circulus deſcriptus: ueniet per reliqua ſigna, & deſcriptus erit circa α β γ δ ε pentagonum quod æquilaterum & æquiangulum eſt. Deſcribatur & ſit α β γ δ ε. Circa datum igitur pentagonum quod eſt æquiangulum & æquilaterum, circulus deſcriptus eſt, quod facere oportebat.



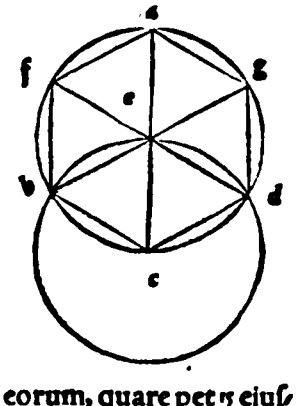
Eucli.ex Camp. Propoſitio 15.

15 

Ntra propoſitum circulum, hexagonum æquilaterum atque æquiangulum deſcribere.

Ex hoc itaq; manifeſtum eſt quod latus hexagoni, æquũ eſt dimidio diametri circuli qui inſcribitur.

CAMPANVS. Sit propoſitus circulus a b c d: cuius centrum e: uolo ſibi inſcribere hexagonum æquilaterum atq; æquiangulum. Produco diametrũ a e c, & ſecundum quantitatem ſemidiametri e c, facto centro puncto c, deſcribo circulum e b d, ſecantẽ priorem in duobus punctis b, d: à quibus produco duas diametros in circulo primo, quæ ſint b e g, d e f. Trium ergo diametrorum extremitates coniungo ſex lineis quæ ſunt a f, f b, b c, e d, d g, & g a: quas dico continere hexagonum quæſitum. Erit enim ut demonſtrat prima primi, uterq; triangulorum b e c, c e d, æquilaterus: quare & æquiangulus per 5 eiuſdem: ergo per 32 primi, duo anguli b e c & c e d, cum uno æquali uni eorum, ſunt æquales duobus rectis: propter id quod quiſq; eorũ eſt tertia duorum rectorũ: ſed ipſi per 13 eiuſdem, cum angulo d e g, ſunt æquales duobus rectis: ergo angulus d e g, eſt æqualis utriq; eorum, quare per 15 eiuſdem, ſex anguli qui ſunt ad e ſunt adinuicem æquales: ergo per 15 tertij, arcus in quos cadunt, ſunt æquales: quare & eorũ chordæ per 29 eiuſdem, quæ ſunt latera ipſius hexagoni. Aequilaterus igitur eſt. Sed & æquiangulus per 16 tertij, propter id quod ſex arcus in quos angularis puncta hexagoni diuidunt circulum: bini & bini ſumpti ſunt adinuicẽ æquales, ut arcus a f b, arcui f b c: & ideo angulus f qui conſiſtit, in primo, eſt æqualis angulo b qui conſiſtit in ſecundo, idem in cæteris, quare conſtat propoſitũ. Correlarium ex hoc paeet, quod dimidiũ diametri & latus hexagoni, ſunt latera eiuſdem trianguli æquilateri, ut e c & c b & c d.

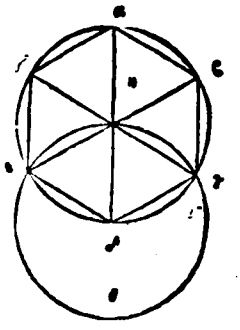


CAAMPANI additio. Et nota quod non proponitur circa propoſitum circulum hexagonum æquilaterum & æquiangulum deſignare. Nec intra talem hexagonũ aut circa talem circulum deſcribere quemadmodum fecit de triangulo, quadrato, & pentagono: non quia non ſit neceſſarium hoc eſſe poſſibile: ſed quia hæc tria per eadem præcepta fiunt in pentagono æquilatero & æquiangulo, & in omni figura æquilatera atq; æquiangula quæcunq; fuerit. Vnde quamcunq; figuram æquilateram & æquiangulam ſcimus circulo inſcribere: eandem circulo, extra & circulum ſibi intra & extra, iiſdem mediis, per quæ hoc in pentagono fecimus: deſcribemus. Nota etiam quod

omnis figura æquilatera circulo inſcripta aut circunſcripta eſt etiam neceſſario æquiangula: de inſcripta patet per 27 & 6 tertij ſumptis arcubus circuli: quibus latera inſcriptæ figuræ chordæ ſunt, binis & binis. In hos enim arcus ipſius figuræ anguli cadunt. De circumſcripta autem ductis à circuli centro lineis ad omnes eius angulos, & ad loca contactus, facile probabis, ſi plene intellectæ demonſtrationi huius diligens intellectus acceſſerit: erit enim, ut omnes ipſius figuræ angulos, lineæ à centro uenientes per æqualia diuidant: ſumptis itaq; quibuslibet duobus eius proximis lateribus cum linea ad angulum ab eis contentũ, & cum duobus ad eorum extremitates à centro uenientibus: duos trianguios ab eis contentos, æquiangulos adinuicem per 4 primi eſſe probabis. Sicq; faciendo de omnibus, patebit eos eſſe æquiangulos per hanc communem ſcientiam, quorum dimidia ſunt æqualia tota quoq; eſſe æqualia.

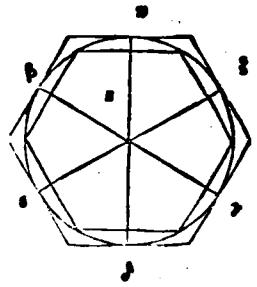
Eucli. ex Zamb. Problema 15. Propoſitio. 15.

15 ## In dato circulo, hexagonum æquilaterum & æquiangulum deſcribere.



THEON ex Zamberto. *Sit datus circulus α β γ δ ε ζ: oportet iam in dato circulo α β γ δ ε ζ: hexagonum æquilaterum æquiangulumq; deſcribere. Erciteturipſius α β γ δ ε ζ circuli dimetiens, ſitq; α δ. Sumaturq; (per 1 tertij) centrum circuli: ſitq; illud η, & centro δ, ſpatio uero δ η (per tertium poſtulatũ) circulus deſcribatur γ η ε θ: & coniunctæ rectæ ε η & γ η extendantur in β, ζ, ſigna, & connectantur α β, β γ, γ δ, δ ε, ε ζ, ζ α. Dico quod α ε γ δ ε ζ: hexagonum æquilaterum eſt & æquiangulum. Quoniam enim η ſignum, centrum eſt circuli α ε γ δ ε ζ, æqualis eſt (per diffinitionem 15 primi) η ε ipſi η δ. Rurſus quoniam δ ſignum, centrum eſt circuli ζ η γ θ: æqualis eſt (per eandem) δ ε ipſi δ η. Sed η ε ipſi η δ oſtenſum eſt quod eſt æqualis. Igitur η ε, ipſi ε δ eſt æqualis (per primam communem ſententiam. Æquilaterum igitur eſt ε η δ triangulum: & tres igitur eius anguli, ε η δ, ſcilicet, η δ ε & δ ε η, ſibinuicem ſunt æquales. Quoniam per 5 primi iſoſcelium triangulorum anguli qui ad baſin ſibinuicem ſunt æquales, & trianguli tres anguli duobus rectis ſunt æquales (per 32 prim.: angulus igitur ε η δ, duorum rectorum tertium eſt. Similiter quoq; oſtendemus, quod & angulus δ η γ, duorum recto*

† ipſius *rum tertium eſt. Et quoniam recta linea γ η ſuper ε ζ ſtans (per 13 primi) † utrobiq; angulos ε η γ & γ η β duobus rectis æquos efficit: & reliquus igitur angulus γ η β, tertium eſt duorum rectorum: anguli igitur ε η δ, δ η γ & γ η β, ſibinuicem ſunt æquales. Quare anguli qui ad uerticẽ, hoc eſt, β η α, α η ζ & ζ η ε, eiuſdem ε η δ, δ η γ & γ η ζ ſunt æquales (per 15 primi). Sex igitur anguli ε η δ, δ η γ, γ η ζ, β η α, α η ζ, & ζ η ε, ſibinuicem ſunt æquales. Æquales autem anguli, ſuper æqualibus circunferentijs conſiſtunt (per 26 tertij). Sex igitur circunferentiæ α ζ, β γ, γ δ, δ ε, ε ζ, & ζ α, ſibinuicem ſunt æquales. At ſub æqualibus circunferentijs æquales rectæ lineæ ſubtenduntur (per 29 eiuſdem), Sex igitur rectæ lineæ α β, ζ γ, γ δ, δ ε, ε ζ, & ζ α, ſibinuicem ſunt æquales: æquilaterum igitur eſt α β γ δ ε ζ hexagonum. Aio quoq; quod & æquiangulum. Quoniam enim circunferentia α ζ æqualis eſt circunferentiæ ε δ: communis apponatur circunferentia α β γ δ. Tota igitur ζ α β γ δ, ioti ε δ γ β α eſt æqualis. Et ſuper circunferentia ζ α β γ δ, conſiſtit angulus ζ ε δ: ſuper autem ε δ γ β α circunferentia, conſiſtit angulus α β ε. Æqualis igitur eſt angulus α ζ ε, angulo δ ε ζ. Similiter quoq; oſtendetur quod & reliqui anguli ipſius α β γ δ ε ζ hexagoni, hoc eſt, unuſquiſq; eorum qui ſunt ſub ζ α β, α β γ, β γ δ, & γ δ ε, unicuiq; eorum qui ſunt ſub α ε ζ & ε δ angulorũ, ſunt æquales. Æquiangulum igitur eſt hexagonum α β γ δ ε ζ. Oſtenſum autem eſt quod & æquilaterum, & deſcriptum eſt in circulo α β γ δ ε ζ. In dato circulo igitur α β γ δ ε ζ: hexagonum æquilaterum & æquiangulum deſcriptũ eſt: quod facere oportebat.*



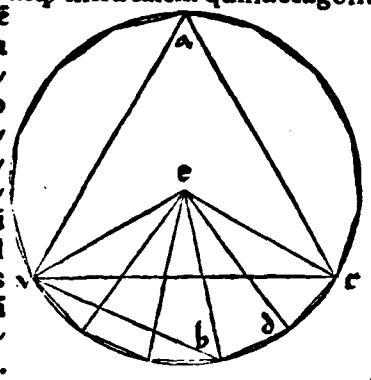
CORRELARIVM. *Hic manifeſtum eſt quod hexagoni latus ei qui eſt ex centro circuli eſt æquale: & ſi per ſigna α, ε, γ, δ, ε, ζ, circulum tangentes ducamus rectas lineas: deſcribetur circa circulum, hexagonum æquilaterum & æquiangulum conſequenter ex prædictis in pentagono. Et inſuper per ea quæ ſimiliter in pentagono dicta ſunt, in dato hexagono circulum deſcribemus & circunſcribemus, quod facere oportebat.*

Eucli. ex Camp. Propoſitio 16.

16 ## INtra datũ circulum, quindecagonũ æquilaterum atq; æquiangulum deſignare.

Deinde circa quemlibet circulum aſſignatum, qui decagonũ æquilaterum atq; æquiangulum, atque intra datum quindecanonum, circulum deſcribere.

CAMPANVS. Sit datus circulus a b c: uolo ſibi inſcribere quindecagonum æquilaterum & æquiangulum, deinde etiam circunſcribere, atq; intra talem quindecagonũ propoſitum, circulum deſcribere. Non proponit autẽ circa talem quindecagonũ, circulum deſcribere: quia hoc ſatis dat intelligere per alia quæ proponit. In dato circulo iuxta doctrinam ſecundæ huius, protraho latus trianguli æquilateri, quod ſit a c, & iuxta doctrinam 11 huius latus pentagoni æquilateri atq; æquianguli, quod ſit a b. Et quia arcus a c, eſt totius circunferentiæ tertia, cuius arcus a b eſt quinta: erit ſuperfluũ inter eos quod eſt arcus b c, duæ tertiæ arcus a b, uel duæ quintæ arcus a c, ſiue duæ quintædecimæ totius circunferẽtiæ. Nam in omni toto excedit tertia quintã in duabus tertijs ipſius quintæ, uel in duabus quintis ipſius tertiæ, ſiue in duabus quintiſdecimis totius.



Hoc enim patet in quinta & tertia primi numeri habentis quintam & tertiam qui eſt 15: eius enim tertia quæ eſt 5, excedit eius quintam quæ eſt 3 in duabus unitatibus quæ ſunt duæ tertiæ ipſius ternarij qui eſt quinta, uel duæ quintæ ipſius quinarij qui eſt tertia, ſiue duæ quintædecimæ ipſius 15 qui eſt totũ. Diuiſo igitur arcu b c per æqualia in d, patet utrunq; duorum arcuũ c d, & d b, eſſe tertiã arcus a b, uel quintam arcus a c, ſiue quintamdecimam totius circunferentiæ. Subtenſis igitur eis, chordis c d, & d b, coaptatisq; cõtinue intra datum circulum ſibi æqualibus per primam huius, complebitur figura propoſita. Cætera uero duo quæ proponit cũ tertio quod dat intelligere, uidelicet quindecagonũ circulo circunſcribere, ac circulum quindecagono inſcribere, ac etiam circunſcribere: ex 12, 13 & 14 huius plene intellectis facile perficies.

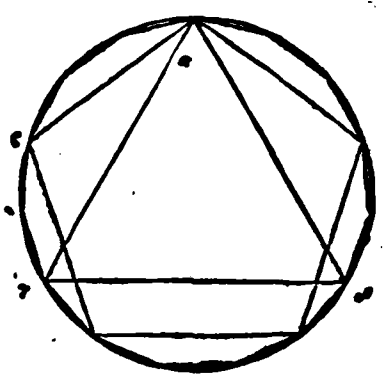
CAMPANI additio. Et nota quod quamcunq; figuram æquilateram circulo ſcimus inſcribere: duplo plurium laterum circulo ſcimus inſcribere & circunſcribere, & ipſi circulum. Diuiſis enim arcubus quibus latera eius quæ ſcitur inſcribi ſubtenduntur, per æqualia, & à punctis medijs ad extremitates laterũ ipſius figuræ ductis lineis, fiet intra circulũ figura duplo pluriũ laterũ quæ erit æquilatera per 28 tertij: ergo & æquiangula. Hoc em̃ demonſtratũ eſt, ſupra 15 huius, q̃d omnis figura æquilatera circulo inſcripta eſt etiam æquiangula. Et quia hanc circulo ſcimus inſcribere: ſciemus cætera tria per 12, 13 14 huius. Quia igitur ſcimus inſcribere triangulum æquilaterum: ſcimus per hoc & hexagonum, & per hexagonum, dodecagonũ, ac per dodecagonum figuram 24 laterum, & ſic in infinitum duplando. Et licet per triangulũ poſſit, ut dixi mus, inſcribi hexagonus: poſuit tamen huius propriam demonſtrationem ex qua ſequitur potiſſimum perutile. Et ſimiliter quia ſcimus & inſcribere quadratum ſciemus per hoc inſcribere omnem figuram cuius laterum numerus eſt pariter par: per pentagonum quoq; ſciemus decagonum & figuram 20 laterum: ſicq; continue duplando. Idem quoq; intellige de quindecagono, per ipſum enim ſcientur figuræ 30 & 60, & omnium continue duplatorum laterum. Cæterarum autem figurarum de quibus iſta nõ docet, uel quæ per has non habentur: difficilis eſt ſcientia & parum utilis, ut ſunt heptagona, ennagona, hendecagona. Quod ſi ſciemus triangulum duum æqualium laterum deſignare, cuius uterq; angulorum ad baſin triplus eſſet ad reliquum: ſciremus heptagonum, ut ſupra pentagonum circulo inſcribere: quod ſi uterq; quadruplus eſſet ad reliquum, ſciremus nonagonum: & ſi quintuplus, hendecagonum. Idemq; in cæteris figuris imparium laterum, poſito utroq; angulorum ad baſin multiplici ad reliquum per eum numerum qui eſt medietas maximi paris ſub impari numero laterum ipſius figuræ contenti.

Eucli. ex Zamb. Problema 16. Propoſitio 16.

16 ## In dato circulo, quintidecagonum æquilaterum & æquiangulum deſcribere.

THEON ex Zamberto. *Sit datus circulus α β γ δ: oportet iam in α β γ δ circulo, quintidecagonũ æquilaterum & æquiangulum deſcribere. Deſcribatur in circulo α β γ δ, trianguli æquilateri latus α γ, pentagoni uero æquilateri latus α β in arcu α γ. Qualium igitur eſt circulus α β γ δ, æqualium ſegmentorum quindecim: talium quidem circunferentia α β γ, tertium exiſtens ipſius circuli: erit quinq;. Circunferentia autem α β, exiſtens quintum cir*

culi, erit trium: reliqua igitur ς γ, duorum æqualiũ. Secetur (per 30 tertij) β γ, bifariam in ι: utraq; igitur ipſarum β ι, & ι γ, circunferentiarum, quintumdecimum erit ipſius α ς γ δ, circuli. Si igitur coniungentes rectas lineas β ι, & ι γ, ipſis æquales in cõtinuum rectas lineas (per 1 quarti) coaptemus in circulum α ς γ δ: erit in eo deſcriptum quintidecagonum æquilaterum & æquiangulum, quod facere oportebat. Similiter autem ut in pentagono ſi per circuli diuiſionem, tangentes circulum ducemus: deſcribetur circa circulum, quintidecagonum æquilaterum & æquiangulum: & per oſtenſionem ſimiliter in pentagonis, & in dato quintidecagono æquilatero & æquiangulo, circulum deſcribemus & circunſcribemus.



QVARTI LIBRI FINIS.

EVCLIDIS MEGARENSIS GRAECI PHILOSOPHI, GEOMETRICORVM ELEMENTORVM LIBER QVINTVS.

Euclides ex Campano. Diffinitiones.

1 

Ars, eſt quantitas quantitatis minor maioris, cum minor maiorem numerat.

CAMPANVS. Pars, quandoq; ſumitur proprie: & hæc eſt quæ aliquoties ſumpta, ſuum totum præciſe conſtituit: ſine diminutione uel augmento: & dicitur ſuum totum numerare per illum numerũ, ſecundum quem ſumitur ad ipſius totius conſtitutionem: talem autem partem quam multiplicatiuam dicimus, hic diffinit. Quandoq; ſumitur communiter: & hæc eſt quælibet quãtitas minor, quæ quotieſcunq; ſumpta, ſuo toto minus aut maius conſtituit, quam aggregatiuam dicimus: eo quod cum alia quantitate diuerſa totum ſuum conſtituat, per ſe autem quotiescunq; ſumpta fuerit, non producat.

2 ## Multiplex, eſt maior minoris quando eam minor metitur.

CAMPANVS. Pars, relatiue dicitur ad totum, & in iſtis duobus extremis, conſiſtit eorum adinuicem relatio: & ideo diffinito minori extremo: diffinit hic maius: uocat autem

autem ipſum, multiplex: propter hoc quod minus aliquoties ſumptum, ipſum conſtituat: erunt igitur relatiue dicta adinuicem, pars & multiplex. Nam omnis pars, ſub-multiplex: ut patet per eius diffinitionem.

3 Proportio, eſt habitudo duarum quantæcunq; ſint eiuſdem generis quantitatum, certa alterius ad alteram habitudo.

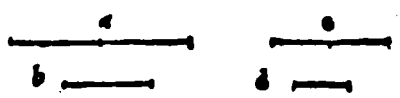
CAMPANVS. Proportio eſt habitudo duarum rerum eiuſdem generis adinuicē, in eo quod earum altera maior aut minor eſt reliqua uel ſibi æqualis. Nō enim ſolum in quantitatibus reperitur proportio, ſed in ponderibus, potentijs & ſonis. In ponderibus quidem & potentijs, uult Plato in Timæo eſſe proportionem: ubi elemētorum numerum oſtendit. In ſonis autem eſſe proportionem, liquet ex muſica. Nam (ut uult Boetius in quarto) ſi quilibet neruus in duas inæquales partes diuidatur: erit ipſarum partium ſuorumq; ſonorum, eadem conuerſo modo proportio. Sed in quibuſcunque proportio reperitur: ea participant naturam proprietatemq; quantitatis: non enim reperitur in aliquibus rebus duabus, niſi in eo quod earum una eſt reliqua maior, aut minor, aut ei æqualis. Quantitatis autem proprium, eſt ſecundum ipſam æquale uel inæquale dici, ut uult Ariſtoteles in prædicamentis: unde liquet proportionem primo in quantitate reperiri, & per ipſam in omnibus alijs: nec eſſe in aliquibus rebus proportionem, cui ſimilis non ſit in aliquibus quantitatibus: propter quod bene dixit Euclides, proportionem ſimpliciter eſſe in quantitate: cum eam diffiniuit per habitudinem duarum quantitatum eiuſdem generis adinuicem. Cuius diffinitionis intellectus eſt, quod proportio eſt habitudo duarum quātitatum adinuicem, quæ attenditur in eo quod una earum eſt maior aut minor alia, uel æqualis ei: per quod patet quod oportet eas eſſe eiuſdem generis, ut duos numeros, aut duas lineas, aut duas ſuperficies, aut duo corpora, aut duo loca, aut duo tempora. Non enim poteſt dici in ea: maior aut minor ſuperficie, aut corpore: nec tempus, loco: ſed linea, linea, & ſuperficies, ſuperficie. Sola enim uniuoca, comparabilia ſunt. Quod autem dicit certa habitudo, non ſic intelligas quaſi nota uel ſcita, ſed quaſi determinata, ut ſit ſenſus. Proportio eſt determinata habitudo duarum quantitatum: ita, inquam, determinata: quod hæc & non alia. Non enim eſt neceſſarium, ut omnis habitudo duarum quantitatum ſit ſcita à nobis, nec etiam à natura. Nam proportio quædam eſt diſcretorum, ut numerorum: quædam autem continuorum. In numeris autem, minor: eſt pars aut partes maioris, ut demonſtratur in ſeptimo: quare & in eis omnibus eſt habitudo certa & nota. At uero in continuis, eſt proportio magis larga: eſt enim in ea, ubi minor quantitas eſt, pars aut partes maioris: & talium omnium: mediantibus numeris eſt proportio nota, quæ & rationalis dicitur. Dicunturq; omnes tales quantitates, commmunicantes. quia eas una & eadem neceſſario metitur: unde & omnes numeri ſunt communicantes: omnes enim ipſos metitur unitas. Eſt etiam, ubi minor non eſt pars aut partes maioris: & in talibus non eſt nota proportio nec nobis nec naturæ. Diciturq; hæc proportio irrationalis, & hæ quantitates, incōmunicantes: unde fit ut quæcunq; portio reperitur in uumeris, reperiatur in omni genere continuorū, ut in lineis, ſuperficiebus, corporibus & temporibus: nō aūt è conuerſo: infinitæ em̄ ſunt proportiones in cōtinuis repertæ: quas numerorū natura nō ſuſtinet. Sed quæcūq; proportio reperitur in uno genere continuorū: eadē reperitur in omnibus alijs. Nam qualitercūq; ſe habet aliqua linea ad quamlibet aliam: ſic ſe habet quælibet ſuperficies ad aliquā aliā, & quodlibet corpus ad aliquodaliud, ſimiliter & tēpus: ſed nō ſic: quilibet uumerus ad aliquē alium: unde magis eſt larga proportio in cōtinuis, quàm in diſcretis. Ex quo manifeſtum eſt proportionē geometricam eſſe

Plato. Boetius. Ariſtoteles.

maioris abſtractionis,quàm proportionem arithmeticã: omnis enim proportio circa quam arithmetica uerſatur,rationalis eſt: geometria uero, rationales & irrationales æquilateras conſiderat.

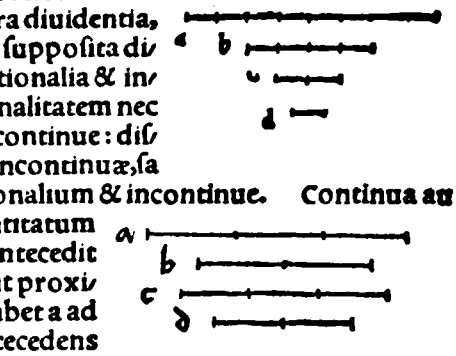
4 Proportionalitas,eſt ſimilitudo proportionum.

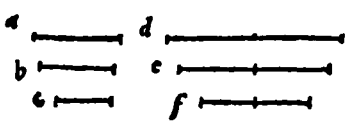
CAMPANVS. Vt ſi dicamus quod quæ eſt proportio a ad b,ea eſt etiam c ad d: proportio quæ eſt inter a & b, ſimilis eſt illi quæ eſt inter c & d. Hæc autem ſimilitudo quæ ex iſtis proportionibus reſultat:dicitur proportionalitas.



5 Quantitates autẽm quæ dicuntur continuam habere proportionalitatem, ſunt quarum æque multiplicia aut æqua ſunt,aut æque ſibi ſine interruptione addunt aut minuunt.

CAMPANVS. Suppoſita diuiſione proportionalitatis per cõtinuam & diſcontinuam: diffinit membra diuidentia, & primo continuam. Immo (ut uerius dicam) ſuppoſita diuiſione proportionalium per cõtinue proportionalia & incontinue: diffinit non continuam proportionalitatem nec continuam,ſed continue proportionalia & incontinue: diſſinitio autem continuæ proportionalitatis & incontinuæ,ſatis patet per diffinitionem continue prooortionalium & incontinue. Continua autem proportionalitas, eſt cum quotlibet quantitatum eiuſdem generis, in qua proportione prima antecedit ſecundam,in eadem quælibet aliarum antecedit proximo conſequentem: ut cum dicimus, ſicut ſe habet a ad b,ita b ad c,& c ad d: eritq; quælibet earum,antecedens & conſequẽs: excepta prima quæ eſt ſolum antecedẽs, & ultima quæ eſt tantum conſequens. Et in hac quidem proportionalitate neceſſe eſt omnes quantitates eſſe eiuſdem generis propter continuationem proportionum,eo quon non ſit proportio inter quantitates quæ ſunt generum diuerſorum:& hæc erit ad minns in tribus terminis conſtituta. Incontinua autem proportionalitas, eſt cum quatuor quãtitatum ſiue omnes fuerint eiuſdem generis, ſiue duæ primæ unius, & duæ poſtremæ alterius, in qua proportione prima antecedit ſecundam in eadem tertia antecedit quartam:ut cum dicimus,ſicut ſe habet a ad b:ita c ad d: eritq; earum quælibet,aut tantum antecedens aut tantum conſequẽs: nec eſt neceſſe ut ſint omnes quatuor eiuſdem generis ſicut erat in proportionalitate continua: eo qđ conſequẽs primæ proportionis non cõtinuatur antecedenti ſecũdæ, ſed poſſibile eſt ut ſint eiuſdem generis: & poſſibile eſt,ut ſint diuerſorum. Sicut enim contingit lineam reperiri duplam ad lineam,aut triplam:ita ſuperficiem ad ſuperficiem,& corpus ad corpus,& tempus ad tempus,& numerum ad numerum. Viſo quid ſit cõtinua proportionalitas, & quid incontinua, explanemus diffinitionem continue proportionalium præmiſſam. Quantitates (inquit) proportionales continue, ſunt quarũ æque multiplicia aut ſibi ſunt æqualia,aut æque ſibi ſine interruptione addũt aut minuũt: uerbi gratia. Sint tres quantitates eiuſdem generis a,b,c: ad quas ſumãtur d,e,f: æque multiplicia,ut ſicut d eſt multiplex ad a,ita e ſit multiplex ad b,& f ad c eruntq; omnes in eodem genere: multiplicia enim & ſubmultiplicia,in eodem ſunt genere: ſitq; ut d,e, f aut ſint æqualia adinuicem:aut ſimiliter ſe habeant in addendo aut minuendo:ita q; ſicut d addit ſuper e aut minuit ab ipſo:ita,e addat ſuper f aut minuat ab ipſo. Cũ hæc, inquam,multiplicia ſic ſe habuerint: erunt tres quantitates a, b, c, continue proportionales. Multiplicia autem non intelligas ſimiliter ſic ſe habere in addendo aut minuendo, quantum ad quantitatem exceſſus, ſed quantum ad proportionem: aliter enim diffinitio eſſet falſa. Nam quarumlibet quantitatum eiuſdem generis æquis ſe differentijs excedentium: æque multiplia accepta æquis etiam differentijs ſe

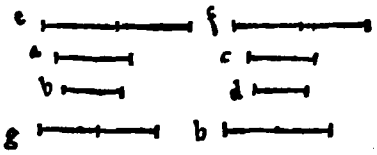




exce-

excedunt. Vnde ſimiliter ſe habent in addendo & minuendo quantum ad quantitatẽ exceſſus: nec tamen priores quantitates ſunt continne proportionales: immo minorum eſt ſemper maior proportio. Hoc autem ideo euenit, quoniam earum multiplicia non ſimiliter ſe excedunt, quantum ad proportionem, ſed ſolum quantũ ad quantitatem exceſſus, eſt enim & ibi in minoribus multiplicicibus maior proportio: uerbi gratia. Sumantur tres numeri æquis differentijs ſe excedentes, in medietate uidelicet arithmetica, ut 2, 3, 4: horum trium omnes æque multiplices æqualiter ſe excedunt: dupli quidem binario, tripli ternario, & ſic de cæteris: non tamen ſunt 2, 3, 4 continue proportionalia: immo minorum eſt maior proportio: eſt enim ipſorum proportio ſeſquialtera & maiorum ſeſquitertia, quia ergo inter eos non eſt ſimilitudo proportionum: non erit inter eos proportionalitas: & ideo neque continua neq; incontinua. Patet ergo ſimilitudinem illam additionis aut diminutionis, non intelligi quantum ad quantitatem exceſſus, ſed quantum ad proportiooem: erit itaq; ſenſus diffinitionis præmiſſæ. Continue proportionalia, ſunt quorum omnia multiplicia æqualia ſunt continue proportionalia. Sed noluit ipſam diffinitionem proponere ſub hac forma: quia tunc diffiniret idem per idem, apertæ tamen rei eſt iſtud cum ſua diffinitione conuertibile. Tres autem quantitates a, b, c oportet eſſe eiuſdem generis: ad hoc ut earum multiplicia ſibijnuicem æqualia ſint, aut ſimiliter ſe habeant in addendo aut minuendo. Si enim a, & b eſſent diuerſorum generũ, eſſent etiam d & e ipſarum a & b multiplicia, eorundem diuerſorum generum, propter hoc quod multiplicia & ſubmultiplicia eiuſdem ſunt generis: quare d non eſſet æqualis e: nec ea maior aut minor: nam quantitates diuerſorum generum, non ſunt adinuicem comparabiles.

6 Quantitates quæ dicuntur eſſe ſecundum proportionem unam, prima ad ſecundam & tertia ad quartam, ſunt quarum primæ & tertiæ multiplices æquales, multiplicibus ſecundæ & quartæ æqualibus fuerint ſimiles, uel additione, uel diminutione, uel æqualitate eodem ordine ſumptæ.



CAMPANVS. Poſita ſuperius diffinitione quantitatum conitnue proportionalium: hic ponit diffinitionem incontinue proportionalium: & eſt quod quarumlibet 4 quantitatum quarum primæ & tertiæ æque multiplicia ſumpta fuerint, itemq; ſecundæ & quartæ æque multiplicia, fueritq; multiplex primæ, ſic ſe habens ad multiplex ſecundæ quantum ad additionem aut diminutionem aut æqualitatem ſicut multiplex tertiæ ad multiplex quartæ: erit proportio primæ earum ad ſecundam, ſicut tertiæ ad quartam: uerbi gratia. Sint quatuor quantitates a, b, c, d: ſumanturq; ad primam & ad tertiam quæ ſunt a & c: æque multiplicia utpote dupla quæ ſint e & f. Itemq; ad ſecundam & quartam quæ ſunt b & d: ſumantur alia æque multiplicia utpote tripla, quæ ſint g & h: ſitq; ut hæc 4 multiplicia ſic ſumpta comparata adijnuicem ſecundum ordinem primarum quatuor quantitatum, ita, uidelicet, quod e comparetur ad g, & f ad h, non autem e ad f aut g ad h: ſint ſimilia in additione, diminutione & æqualitate: uidelicet quod ſi e addit ſupra g & ſimiliter f adddat ſupra h, aut ſi e minuit à g, & f ſimiliter minuat ab h: aut ſi e eſt æqualis g, & ſimiliter f ſit æqualis h: tunc proportio a ad b eſt ſicut c ad d: ſimilitudo autem in addendo aut diminuendo, intelligatur hic ſicut in diffinitione continue proportionaliũ, uidelicet nõ quantum ad quantitatem exceſſus, ſed quantum ad proportionem. Quod autem dicit eodem ordine ſumptæ, intelligatur ſicut expoſitum eſt: uidelicet ut multiplicia nõ referantur adinuicem ſecundum ordinem earum quantitatum, quibus æque multiplicia aſſumuntur, ut multiplex primæ non referatur ad multiplex tertiæ, aut multiplex ſecundæ ad multiplex quartæ, ſed referatur ſecundum primum ordinem ipſarum 4 quantitatum, uidelicet multiplex primæ ad multiplex ſecũdæ, & multiplex tertiæ ad multiplex quartæ. Erit itaque ſenſus iſtius diffinitionis. Incontinue proportionales: ſunt quatuor quantitates, & proportio primæ ad ſecundam eſt ſicut tertiæ ad quartam: cum ſumptis æque multiplicibus ad primam & tertiam, itemq; æque mul-

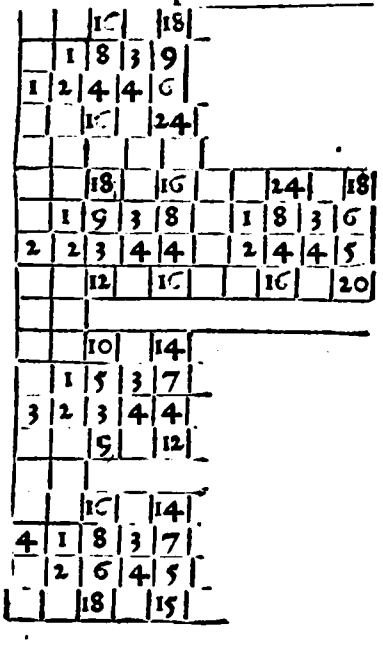
multiplicibus ad ſecundam & quartam: erit proportio multiplicis primæ ad multiplex ſecundæ,ſicut multiplicis tertiæ ad multiplex quartæ. Sed non diffiniuit ſub hac forma,propter cauſam prædictam:licet à parte rei idem ſit. Non eſt autem neceſſariũ ut quatuor quãtitates a,b,c,d ſint eiuſdem generis,eo quod b non cõtinuatur in proportione cum c:ſed poſſunt eſſe duæ primæ unius generis, & duæ ſequentes alterius. Per quod patet quod neceſſe eſt referri multiplex primæ ad multiplex ſecũdæ,& multiplex tertiæ ad multiplex quartæ: non autem multiplex primæ ad multiplex tertiæ, aut multiplex ſecundæ ad multiplex quartæ: quia non ſemper ſunt eiuſdem generis multiplex primæ & tertiæ,nec multiplex ſecundæ & quartæ: fuit autem neceſſe ſumere æque multiplices ad primã & tertiã,itemq; æque multiplices ad ſecundã & quartã, & non æque multiplices ad primam & ſecũdam, & item non æque ad tertiam & quartam:quia niſi per multiplicium ſumptinnem continuentur termini primæ proportionis cum terminis ſecundæ,non erit per quid ſit proportio a ad b ſicut c ad d.

7 Quantitates quarum proportio eſt una, proportionales nominantur.

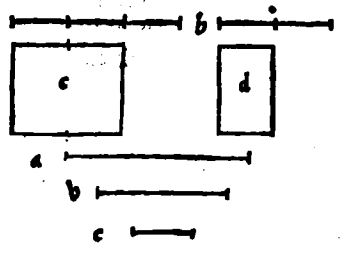
CAMPANVS. Poſtquam diffiniuit quantitates continue proportionales & incõtinue:diffinit quantitates proportionales ſimpliciter,& patet diffinitio.

8 Cum fuerint primæ & tertiæ æque multiplices,itemq; ſecundæ & quartæ æque multiplices,addetq; multiplex primæ ſuper multiplicem ſecundę, non addet autem multiplex tertiæ ſuper multiplicem quartæ,dicetur prima maioris proportionis ad ſecundam,quàm tertia ad quartam.

CAMPANVS. Diffinitis quantitatibus proportionalibus,diffinit quantitates im proportionales. Sunt autẽ improportionales, inter quas non eſt ſimilitudo proportionum, quod contingit dupliciter, aut quia maior eſt proportio primæ ad ſecundam quàm tertiæ ad quartam: aut quia minor: & ideo eius ſunt duæ ſpecies. Prima, quando maior eſt proportio primi ad ſecundum,quàm tertij ad quartum: & dicitur hoc,maior improportionalitas. Secunda uero,quãdo minor eſt proportio primi ad ſecundum,quàm tertij ad quartum:& dicitur minor improportionalitas: diffinit ergo eas inter quas eſt maior proportio primæ ad ſecundam quàm tertiæ ad quartam: quæ eſt maior improportionalitas: diffinitionem autem earum inter quas eſt minor proportio primæ ad ſecundam quàm tertiæ ad quartam, non ponit, quia ipſa patet ex alia. Cum igitur fuerint quatuor quantitates ad quarum primam & tertiam ſumpta ſint æque multiplicia,& ad ſecundam & quartam æque multiplicia, & multiplicia primæ & ſecundæ relata adinuicem non ſe habebunt ſimiliter multiplicibus tertiæ & quartæ relatis adinuicem in additione,diminutione & æqualitate: illæ quatuor quantitates: erunt improportionales. Quod ſi ita fuerit qđ multiplex primæ ſit æquale multiplici ſecundæ, multiplex uero tertiæ ſit minus multiplici quartæ: aut quod multiplex primæ ſit maius multiplici ſecundæ,& ſimiliter multiplex tertiæ multiplici quartæ: ueruntamen plus excedit quantum ad proportionem non quantum ad quantitatem exceſſus multiplex primæ multiplex ſecundæ, quàm multiplex tertiæ multipilex quartæ: aut quod multiplex primæ ſit minus multiplici ſecundæ, & ſimiliter multiplex tertiæ multiplici quartæ, ueruntamen minus minuit quantũ ad proportionẽ non quantũ ad quantitatem exceſſus, multiplex primæ multiplici ſecũdæ, q̃ multiplex tertiæ à multiplici quartæ: erit quolibet iſtorum



iſtorum 4 modorum maior proportio primæ ad ſecundam, quàm tertiæ ad quartã. Quatuor aũt modis iſtis oppoſitis erit minor proportio primæ ad ſecundam, quàm tertiæ ad quartam. Exempla autem iſtorum omnium euidenter ſumẽtur ex numeris. Additio ergo illa multiplicis primæ ſuper multiplex ſecundæ, non autem multiplicis tertiæ ſuper multiplex quartæ, de qua loquitur auctor in diffinitione, latitudinẽ habet ad iſtos 4 modos prædictos, & ipſos cõprehendit. Vnde ſenſus iſtius diffinitionis eſt: cum ſumptis ſic multiplicibus ut proponit, fuerit maior proportio multiplicis primæ ad multiplex ſecundæ, quàm multiplicis tertiæ ad multiplex quartæ: erit maior proportio primæ ad ſecũdam quàm tertiæ ad quartam, non diffiniuit autem ſub hac forma. propter communem cauſam prius dictam. Vel poſſumus dicere, quòd addidio multiplicis primæ ſuper multiplex ſecundæ, & non multiplicis tertiæ ſuper multiplex quartæ, de qua loquitur in præmiſſa diffinitione maioris improportionalitatis, proprie accipitur prout uerba diffinitionis ſonant: & non ſe extendit niſi ad ſecundum quatuor prædictorum modorum: licet reuera quolibet illorum quatuor modorum ſit maior proportio primæ ad ſecundam quàm tertiæ ad quartam: unde ſenſus illius diffinitionis eſt: cum ſumptis ſic multiplicibus ut proponit, ſi multiplici primæ exiſtente maiori multiplici ſecundæ, non ſit neceſſarium quod multiplex tertiæ ſit maius multiplici quartæ: tunc erit maior proportio primæ ad ſecũdam quàm tertiæ ad quartam: propter hoc autem nõ poſuit reliquos tres additionis modos in prædicta diffinitione, quia iſte eſt illis omnibus magis planus, & ad dictam diffinitionem ſufficiens. Nuſquam enim eſt maior proportio primæ 4 quatuor quantitatũ ad ſecundã quam tertiæ ad quartam: quin cõtingat aliqua æque multiplicia ad primam & tertiã reperiri: quæ cum relata fuerint ad aliqua æque multiplicia ſecundæ & quartæ, inuenietur multiplex primæ addere ſuper multiplex ſecũdæ, non autem multiplex tertiæ ſuper multiplex quartæ. Nec uſquam contingit hoc reperire, quin ſit maior proportio primæ ad ſecundam quàm tertiæ ad quartã, ut demonſtrabimus infra ſupra decimam huius. Poſſunt autem eſſe hæ quantitates improportionales diuerſorum generum, ſicut & quantitates incontinue proportionales ſi intra eas fuerit incontinua improportionalitas, ut ſi dicatur maior eſt proportio a ad b, quam c ad d. Si autem fuerit continua improportionalitas: erunt omnes eiuſdem generis neceſſario ſicut ſunt in continua proportionalitate, ut ſi dicatur maior eſt proportio a ad b, quàm b ad c.



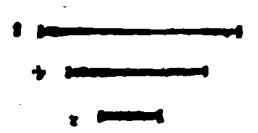
9 **Eſt autem proportionalitas, ad minus inter tres terminos conſtituta.**

CAMPANVS. Poſtquam auctor diffiniuit proportionem, proportionalitatem, & quantitates proportionales & improportionales: oſtendit quis ſit minimus numerus terminorum inter quos proportionalitas poteſt conſiſtere: maximum autem nõ ponit, quia illum non contingit ſumere: poteſt enim proportio quælibet continuari in terminis infinitis, ſiue fuerit rationalis proportio ſiue irrationalis. Ad proportionalitatem autem exiguntur ad minus duæ proportiones ſimiles, eo quod proportionalitas ſit ſimilitudo proportionum. Quælibet autẽ proportio habet antecedens & conſequẽs: ergo quælibet proportionalitas habet ad minus duo antecedentia & duo conſequẽtia: hoc eſt, impoſſibile fieri in paucioribus quàm tribus terminis, in quibus medius eorum anteedens eſt & conſequens, & ideo proportionalitas erit continua: quare in tribus terminis ad minus erit continua proportionalitas conſtituta. Incontinua autem non erit in paucioribus quàm in 4, eo quod in ipſa quilibet terminus eſt tantum antecedens aut tantum conſequens: idem intellige de minori numero terminorum improportionalitatis. si enim fuerit continua, erit ad minus inter tres terminos. Si incontinua, ad minus inter quatũor.

10 **Si fuerint tres quantitates continue proportionales: dicetur proportio primæ ad tertiam, proportio primæ ad ſecundam duplicatam.**

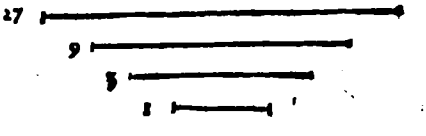
CAMPANVS. Diffinit proportionẽ quæ eſt inter extremos terminos cõtinuæ proportionalitatis in tribus terminis conſtitutæ, & dicit qđ ſi fuerit proportio primi ad ſecun-

ſecundum,ſicut ſecundi ad tertium: erit proportio primi ad tertium ſicut primi ad ſecundum duplicata,hoc eſt,ex duabus talibus compoſita:ſiue(quod idem eſt)erit proportio primi ad tertium ſicut primi ad ſecũdum duplicata, hoc eſt,in ſe multiplicata: uerbi gratia in numeris. Sint tres numeri contiuue proportionales,ſintq́ continue dupli,ut 2,4,8:proportio autem primi ad tertium, erit ſicut proportio primi ad ſecundum in ſe multiplicata:proportio autem primi ad ſecundũ eſt dupla: dupla uero in ſe multiplicata,producit quadruplam: unde proportio extremorum eſt quadrupla,uidelicet duplum dupli:uel ſecundum prio rem expoſitionem, proportio extremorũ eſt ſicut proportio primi ad ſecundum duplicata,quia quadrupla conſtat ex duabus duplis.

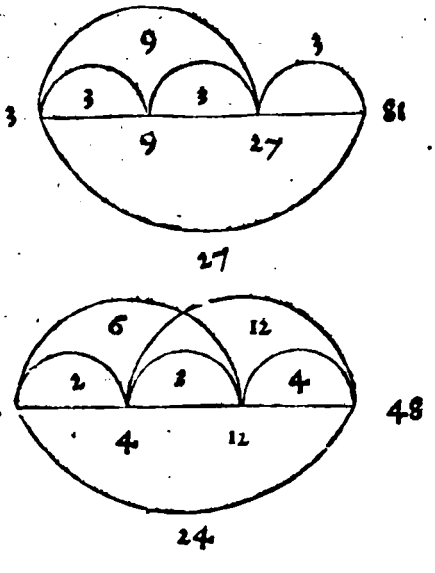


II **Cum fuerint quatuor quantitates continue proportionales,proportio primæ ad quartam,dicetur proportio primæ ad ſecundam triplicata.**

CAMPANVS. Diffinit proportionem quæ eſt inter extremos continuæ proportionalitatis in quatuor terminis conſtitutæ: & dicit ſi fuerint quatuor quãtitates continue proportionales:erit proportio primæ ad quartã, ſicut proportio primæ ad ſecundam triplicata,hoc eſt,ex tribus talibus compoſita, quoniam tres tales inueniuntur in ea:ſiue(quod idem eſt)erit proportio primæ ad quartam,ſicut primæ ad ſecundam triplicata,hoc eſt in ſe, poſtea in productũ multiplicata:uerbi gratia in numeris. Sint quatuor numeri continue proportionales,ſintq́ continue tripli,ut ſint 1.3.9.27: proportio primi ad quartum erit ſicut proportio primi ad ſecundum in ſe,poſtea in productũ multiplicata:proportio autem primi ad ſecũdum, eſt tripla:tripla uero in ſe multiplicata: producit noncuplam,& tripla in noncuplam,producit uigincuplamſeptuplã:erit itaq́ proportio extremorum uigincuplaſeptupla,quod eſt triplum tripli. Vel ſecundum prio rem expoſitionem, proportio extremorum eſt ſicut proportio primi ad ſecũdum triplicata,quia uigincuplaſeptupla conſtat ex tribus triplis. Non diffinit autem proportionem extremorum continuæ proportionalitatis inter plures quam quatuor termi nos conſtitutæ,propter id quod dimenſiones in rebus naturalibus repertæ,non excedunt ternarium. Denominatio autem proportionis duarum quantitatũ quibus nullum interponitur medium, habet naturam lineæ. Earum uero quibus interponitur unum medium in continua proportionalitate:habet naturam ſuperficiei,eo quod fit ex multiplicatione denominationis duarum primarũ in ſe. Omne autẽ quod ex multiplicatione lineæ in lineã producitur,naturam habet ſuperficiei: ſi in ſe quidem,quadrati:ſi uero in alteram,parte altera longioris. Sed proportionis earum quãtitatum denominatio quibus in continua proportione duo media interponuntur: naturam habet ſolidi: quia prouenit ex multiplicatione denominationis duarum primarũ primo in ſe:ex qua multiplicatione producitur ſuperficies:deinde in productum,ex qua multiplicatione prouenit ſolidum ſiue corpus:omne etenim qđ ex multiplicatione lineæ in ſuperficiẽ producitur,creſcit in ſolidũ. Eſt ergo ac ſi diceret:proportio duarum quantitatum,eſt ſimplex interuallum, & habens naturam ſimplicis dimenſionis ut liueæ: proportionalitas antem trium, eſt duplex interuallum, & habens naturam duplicis dimenſionis ut ſuperficiei:proportionalitas autem quatuor,eſt triplex interuallum,& habens naturam trinæ dimenſionis aut ſolidi. Et quia dimenſiones ulterius non procedunt:ideo non diffiniuit proportionem contentã inter extremos proportionalitatis in quinq; terminis, aut pluribus conſtitutæ: uel non diffiniuit poportionem in his,quia earum proportio habetur ex prædictis diffinitionibus. Si enim in tribus terminis proportio extremorum conſtat ex proportione primorum duplicata, & in quatuor terminis conſtat, ex eadem triplicata, in quinq; terminis conſtat ex eadem quadruplicata, & in ſex ex eadem quincuplicata: unde quemadmodũ in tribus terminis continue proportionalibus proportio extremorum continet proportionẽ primorũ bis,& in 4 terminis ter:ſic in quinq; terminis cõtinebit quater,& in ſex quinquies,& ita deinceps:ut ſemper proportio extremorum in terminis cõtinue proportionalibus toties contineat proportionem primorum:quot ſunt omnes termini,minus

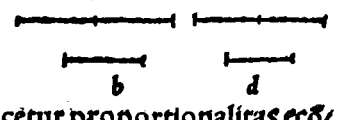


nus uno. Similiter quoque ſi proportio extremorum continuæ proportionalitatis in tribus terminis conſtitutæ, eſt ea quæ producitur ex proportione primorum in ſe ſemel multiplicata, & in quatuor in ſe bis multiplicata. in quinq; terminis ea quæ producitur ex proportione primorum in ſe ter multiplicata, & in ſex terminis quater, & ſic ſemper termini fuerint duobus plures multiplicationibus, ſiue ut multiplicationes ſint æquales medijs extremis interpoſitis. Et nota quod etiam in proportionalitate cõtinua extremorũ, proportio producitur ex omnibus proportionibus intermedijs, ut ex prædictis apparet, & quod proportio extremorum continuæ proportionalitatis in tribus terminis conſtitutæ denominatur à quadrato, in quatuor uero terminis cõſtitutæ denominatur à cubo, quorum quidem quadrati & cubi latus eſt denominatio proportionis primi ad ſecundum, uerbi gratia in numeris. Sint quatuor numeri continuæ proportionales qui ſint continue tripli 3, 9, 27, 81, proportio primi ad ſecundum, denominatur à ternario, eſt enim tripla, primi uero ad tertium, à nouenario qui eſt quadratus ternarij, nã ipſa eſt nõcupla. At uero proportio primi ad quartũ: denominatur à 27 qui eſt cubus denominationis proportionis primi ad ſecũdũ uidelicet ternarij. ipſa enim eſt uigincupla ſeptupla. Et proportio extremorum improportionalitatis continuæ in tribus terminis conſtitutæ, denominatur à ſuperficiali nõ quadrato, cuius latera ſunt denominationes ipſarũ proportionum, in quatuor uero terminis cõſtitutæ: denominatur à ſolido nõ cubo, cuius tria latera ſunt denomationes trium proportionum, quod etiam patet in numeris. Sint quatuor numeri continuæ improportionales, qui ſint 2, 4, 12, 48: in quibus proportio primi ad ſecundum eſt dupla, ſecũdi ad tertium tripla. & ideo primi ad tertium ſexcupla, tertij uero ad quartum quadrupla. & Senarius ergo qui eſt denominatio proportionis primi ad tertium, eſt ſuperficialis, cuius latera ſunt 2 & 3 quæ ſunt denominationes duarum primarum proportionum. 24 uero qui eſt denominatio proportionis primi ad quartum, eſt ſolidus cuius latera ſunt 2, 3, & 4, quæ ſunt denominationes trium proportionum inter illos quatuor terminos exiſtentium.



11 Quantitates quæ ſunt in proportione una, antecedens ad conſequentem & antecedens ad conſequentem, dicetur econtrario ſicut conſequens ad antecedentem, ſic conſequens ad antecedentem. Itémque permutatim ſicut antecedens ad antecedentem, ſic etiam conſequens ad conſequentem.

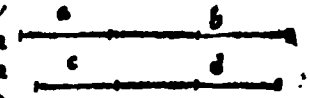
CAMPANVS. Diffinit ſpecies proportionalitatis, quæ ſunt ſex. uidelicet conuerſa, permutata, diſiuncta, euerſa, & æqua. Sũt autem hæ ſpecies, quaſi quidam modi arguendi. Diffinit ergo primo conuerſam proportionalitatem & permutatam, in quibus manent antecedentia & conſequentia eadem ſecundum ſubſtantiam (quod non eſt in diſiuncta, coniuncta, aut euerſa) & in quibus nihil extra ſumitur ut inequa. Vocat autem antecedens, primũ extremum proportionis: conſequens uero uocat ſecundum. Vult itaque per hanc diffinitionẽ, quod ſi fuerit proportio a ad b ſicut c ad d, & ex hoc ergo concludam ergo b ad a ſicut d ad c, uidelicet ut faciam de antecedentibus conſequentia, & de conſequentibus antecedentia: quod iſte modus arguendi uocetur proportionalitas econtrario ſiue conuerſa. Si autem ſic arguam a ad b ſicut c ad d. ergo a ad c ſicut b ad d. uidelicet ut ambo extrema primæ proportionis fiant antecedentia, ambo extrema ſecundæ, conſequentia: uult quod iſte modus arguendi uocetur proportionalitas per-



mutata,& in iſto modo arguendi ſit antecedens ſecundæ proportionis, conſequens primæ,& conſequens primæ,antecedens ſecundæ.

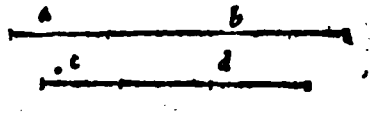
13 Coniuncta uero proportionalitas dicitur, quoties ſicut antecedens cũ conſequente ad conſequens, ſic etiam antecedens cum conſequente ad cõſequens.

CAMPANVS. Diffinit coniunctam,diſiunctam,& euerſam,in quibus etiam nihil extra ſumitur,ſed termini non manent in ipſis iſdem ſecundum ſubſtantiam,& uult quod ſi ita fuerit ut ſit a ad b,ſicut c ad d,& ego ex hoc cõcludam ergo totius a b ad d b ſicut totius c d ad d,quod iſte modus arguendi dicatur proportionalitas coniuncta.



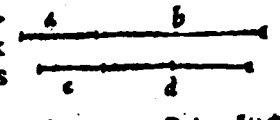
14 Diſiuncta uero proportionalitas, dicitur augmentorum antecedentiũ ſupra conſequentia æqua comparatio.

CAMPANVS. Vult quod ſi fuerit proportio totius a b ad b ſicut totis c d ad d,& ex hoc ego concludam ergo a ad b ſicut c ad d,quod iſte modus arguendi uocetur diſiuncta proportionalitas.



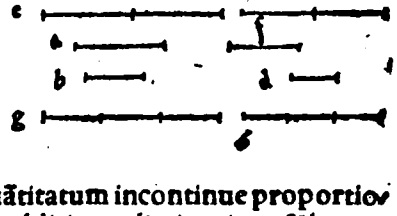
15 Euerſa proportionalitas, dicitur quorumlibet antecedentiũ ad augmẽta ſui ſupra conſequentia ſua ſimilitudo proportionũ.

CAMPANVS Vult quod ſi fuerit a b ad b,ſicut c ad d,& ex hoc ego cõcludam ergo a b ad a ſicut c d ad c,quod iſte modus arguendi dicatur euerſa proportionalitas.



16 Aequa proportionalitas dicitur,quantitatibus plurimis propoſitis,aliiſque ſecundum eundem numerum in una proportione applicatis mediorum æquali numero remoto, utrorumque ſummorum ſimilitudo proportionum.

CAMPANVS. Diffinit æquam proportionalitatem,quæ ad probandum propoſitum ad extra ſumitur,& uult quod ſi ſumãtur quotlibet quantitates,ut a b c,itemq; totidem aliæ,ſiue ſint eiuſdem generis cum primis ſiue alterius ut d e f, fuerintq; ſecundæ in proportione primarum ſiue eodem ordine ut ſi dicatur a ad b ſicut d ad e,& b ad c ſicut e ad f,ſiue ordine conuerſo ut ſi dicatur a ad b, ſicut e ad b, & b ad c ſicut d ad e, & ex hoc concludatur ergo a ad c ſicut d ad f, quod iſte modus arguendi uocetur æqua proportionalitas. Horum autem ſex modorum arguendi qui dicuntur ſpecies proportionalitatis,quatuor probat autor in litera infra in iſto quinto. Permutatam quidem proportionalitatẽ, probat in 16 huius,diſiunctam uero,in 17,coniunctam in 18,æquam uero proportionalitatem,demonſtrat in 22 & 23,ſed in 22,cum quantitates duorum ordinum eodem ordine ſunt proportionales,in 23 uero:cum & ſunt proportionales ordine conuerſo. Conuerſam uero proportionalitatem aut euerſam non demonſtrat,eo quod conuerſa patet ex diffinitione quantitatum incontinue proportionalium. Euerſa autem patet ex permutata adiuuante 19 ut ſuper eandem 19 ſumus dicturi. Qualiter autem cõuerſa proportionalitas ex diuiſione quantitatum incontinue proportionalium manifeſta ſit,demonſtremus nũc. Sit ergo proportio a ad b,ſicut c ad d, uolo ergo demõſtrare qd erit b a d a,ſicut d ad c. Sumãtur e ad a,& f ad c,æque multiplicia,ſimiliter quoque g ad b,& h ad d, æque multiplicia,eritque per conuerſionẽ diffinitionis quãtitatum incontinue proportionalium,ut e,& g itemque f & b ſimiliter ſe habeant in additione diminutione & æqualitate:intelligo tunc b primum,a ſecundũ,d tertium,c quartum,ſumptaq; ſunt ad primum & tertiũ,g & h æque multiplicia. Itemque ad ſecundũ & quartũ,e & f,æque multiplicia. Et quia multiplicia primi & ſecundi quæ ſunt g & e ſimiliter ſe habent multi-



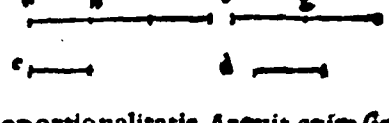
plicq

plicibus tertij,& quarti quæ ſunt h & f,adinuicem in additione,diminutione & æqualitate,erit per dictã diffinitionẽ proportio b primi ad a ſecundũ,ſicut c tertij ad d,quartum,quod eſt propoſitũ. Cõſtat itaq; modus arguendi qui dicitur conuerſa proportionalitas. Huius autem quinti libri principia plurimis difficillima eſſe uidentur, & quibuſdam concluſionibus quas ex ipſis demonſtrat,magis ab intellectu diſtantia. Nihil enim uidetur intellectui immediatius adhærere,quàm quòd duarum quarũlibet quantitatum æqualium ſit ad tertiam quamlibet una proportio, quod tamen huius quinti ſeptima demonſtrat,ex diffinitione incontinuæ proportionalitatis,quæ ab intellectu primo uidetur quamplurimum eſſe remota,quis enim nõ facilius duarũ quãtitatũ æqualiũ ad aliquã tertiã,eãdem eſſe proportionẽ cõcedat: quàm quatuor quãtitatum ſi multiplicia primæ & tertiæ æqualiter ſumpta multiplicibus ſecũdæ & quartæ æqualiter ſumptis ſimiliter ſe habuerint in additione,diminutione & æqualitate,eſſe proportionẽ primæ ad ſecundã ſicut tertiæ ad quartam? Verũ ſi ſubtiliter intuemur liquido conſtabit non poſſe uniri intellectui quod proportio duarum quantitatum æqualiũ ad tertiã ſit una,niſi per quid eſt eſſe proportionẽ unam,ſi enim quis ignoret quid eſt eſſe proportionẽ unã eandẽ proportionẽ alteri,quomodo cognoſcet duarũ quantitatũ æqualiũ eſſe eandẽ proportionẽ ad tertiã? Indiget igitur procul dubio intellectus antequam illam quæ uidebatur cõceptibilis propoſitio,apprehendat,huius rei quæ per ipſius diffinitionẽ habebitur cognitione,poſtmodũ utrũ ea diffinitio duabus quantitatibus æqualibus ad tertiam comparatis cõueniat pertractatione. quod ſi diffinitio inuenta fuerit illis quantitatibus conuenire,concludetur propoſitum, ſin autem oppoſitum. Nõ eſt igitur immediata propoſitio,quàm ſuperficialis apprehenſio immediata iudicauit. Similiter quoque immediatius iudicat prima apprehenſio adhærere intellectui quod duarũ quantitatũ inæqualium maior eſt proportio maioris earum ad aliã quàm minoris ad eandem,quàm demonſtrat 8 huius,quàm quod 6 quantitatum ſit maior proportio primæ ad ſecundam quam tertiæ ad quartam,cum multiplicibus ad primam & tertiã æqualiter ſumptis,itemq; aliſs ad ſecundã & quartam æqualiter: multiplex primæ addit ſuper multiplex ſecundæ, & multiplex tertiæ non addit ſuper multiplex quartæ,ex quo quæ prædicta eſt propoſitio demõſtratur, ſed ſimiliter nec ipſa poteſt intelligi niſi per quid eſt eſſe proportionem maiorem. Igitur oportuit Euclidẽ: quæ quantitates dicũtur proportionales,& quæ improportionales diffinire. Proportionales autem,ſunt quarũ proportio una eſt,& improportionales,quarum proportiones diuerſæ. Itaque diffiniuit quantitates quarũ proportio una eſt,& eas in quibus connectuntur extrema non diſſociatis mediſs, quas uocauit continuè proportionales,& dixit hanc proportionalitatem,in tribus terminis ad minus exiſtere,propter hoc quod unum ſaltem bis ſumendum eſt medium,& eas in quibus accidit interruptio mediorum,& hæc ſunt incõtinue proportionales,& hæc proportionalitas ad minus exigit quatuor terminos,propter alterius mediſ ſumptionẽ. Et diffiniuit etiã quãtitates quæ ſunt improportionales,quarũ eſt maior una proportio quã ſit alia. Et ſi eſſet omnis proportio ſcita ſiue rationalis,tũc facile eſſet intellectu cognoſcere quæ proportiones eſſent una & quæ diuerſæ. Quæ enim haberent unam denominationẽ,eſſent una: quæ autẽ diuerſas,diuerſæ. hæc autem facilitas manifeſta eſt ex arithmetica,quoniã omniũ numerorũ proportio ſcita & ratiõalis eſt. Vnde Iordanus in ſecũdo arithmeticæ ſuæ diffiniens quæ proportiones ſunt eædem & quæ diuerſæ,dicit eaſdem eſſe quæ eandem denominationem recipiunt. Maiorem uero,quæ maiorem, & minorẽ, quæ minorẽ. Sed infinitæ ſunt proportiones irrationales,quarum denominatio ſcibilis non eſt,quare cum Euclides conſideret in hoc libro ſuo proportionalia communiter non contrahendo ad rationales uel irrationales quoniam conſiderat proportionem repertam in continuis quæ communis eſt ad iſtas,non potuit diffinire identitatẽ proportionũ,idẽtitatẽ denominationũ, ſicut arithmeticus. eo quod multarũ proportionum (ut dictũ eſt) ſunt denominationes ſimpliciter ignotæ. diffinitionẽ autem oportet fieri ex notis,unde malitia proportionũ irrationaliũ,coegit Euclidẽ tales diffinitiones ponere. Quia ergo nõ potuit (ut patet ex præmiſſis) diffinire proportionalitatem ſiue identitatem proportionum per identitatem habitudinum ſiue denominationum ipſorum terminorum propter irrationalitatem habitũdinum & in conueniẽtiam terminorum: coactus eſt refugere ad terminorũ multiplicia, ut ex illorũ habitudinibus quantum ad exceſſum & æqualitatem conſideratis æquis numeroſitatibus ſumptorũ, per quod ad naturam irrationalitatis reducũtur, propo-

sitã diffinitionẽ uenetur, nihil enim in quocũq; inæqualitatis genere, terminis magis idẽ, q̃ eorũ multiplicia, nec terminorũ habitudinibus, quã multipliciũ habitudo. Et quia proportio est duarũ quãtitatũ eiusdẽ generis certa habitudo cõsiderata in eo q̃ sunt æquales, aut altera maior, ideo idẽtitas proportionũ existentium inter primam & quantitatum ad secundam, & tertiam ad quartam, est similis æqualitas primæ ad secundam, & tertiæ ad quartam aut similis maioritas, aut similis minoritas hæc autem similis æqualitas, aut similis maioritas, aut similis minoritas tunc est inter quatuor quaslibet quantitates, cum est inter omnes earum æqualiter multiplices.

Quod ergo dicit in quinta diffinitione, quãtitates quæ dicũtur cõtinuã proportionalitatẽ habere, sunt quarũ æque multiplicia aut æqua sunt aut æque sibi sine interruptione addũt aut minuũt: est ac si diceret, omnes illas quantitates uoco continue proportionales (qd̃ est eas similiter esse æquales cõtinue, & similiter cõtinue esse maiores, & similiter cõtinue esse minores) quarũ omnes æque multiplices, aut sibi inuicẽ sunt similiter cõtinue æquales, uel similiter cõtinue maiores. uel similiter cõtinue minores quod est etiã ipsas multiplices esse cõtinue proportionales, quod si hoc alicubi in multiplicibus dissonat, eas dico nõ esse cõtinue proportiõales. Quod autẽ dicit in sexta diffinitiõe. Quãtitates quæ dicũtur esse secundũ proportionẽ unã prima ad secundã & tertia ad quartã &c. est ac si diceret omnes 4 quãtitates uoco incontinue proportionales, & se habere primã ad secundã, sicut tertia se habet ad quartã (quod est primã ad secundã. & tertiã ad quartã similiter se habere in æquando aut addẽdo aut minuẽdo) quarũ omnes æque multiplices primæ & tertiæ ad omnes æque multiplices secundæ & quartæ similiter se habent aut in æquando aut addendo aut minuẽdo, quod est etiam multiplices primæ in eadẽ proportione se habere ad multiplices secũdæ, in qua multiplices tertiæ se habẽt ad multiplices quartæ, quod si hoc alicubi dissonat in multiplicibus, dico non esse proportionẽ primæ ad secundã sicut tertiæ ad quartã. Quod autem dicit in 8 diffinitione. est ac si diceret, maiorẽ proportionẽ uoco 4 quãtitatũ primæ ad secundã quàm tertiæ ad quartã (quod est primã magis excedere secũdã quàm tertia excedat quartã) quarũ aliqua ex multiplicibus primæ addit super aliquam ex multiplicibus secũdæ, aliqua ex multiplicibus tertiæ sumpta secundũ numerationem multiplicis primæ, non addente super aliquẽ ex multiplicibus quartæ sumpta secũdũ numerationem multiplicis secundæ, quod est esse maiorem proportionẽ multiplicis primæ ad multiplicem secũdæ, quàm multiplicis tertiæ ad multiplicem quartæ.

Diffinitiones autẽ istas nisi sunt aliqui demonstrare. quorũ Ametus filius Ioseph temptauit eas demõstrare in epistola sua quã de proportiõe & proportionalitate cõposuit. & accepit eria per modũ positionis tanquã principia, quæ dicit esse per se nota & probatiõe non indigere. Quorũ primũ est qd̃ si fuerint 4 quantitates. quarũ sit proportio primæ ad secundã sicut tertiæ ad quartã. erit econuerso proportio secũdæ ad primã sicut quartæ ad tertiã: & hic est modus arguẽdi, quẽ uocauit superi9 Euclides cõuersam proportionalitatẽ. Et errauit, quoniã dixit propositionẽ esse per se notã: cuius tamen antecedens & consequens sunt ignota. Ignotum est enim quid sit esse proportionẽ primæ quãtitatis ad secũdam sicut tertiæ ad quartam, quare hoc ignoto posito, impossibile est intelligere quid ex ipso sequatur. Similiter quoque quia consequens est ignotum, impossibile est intelligere quid ad ipsam antecedat. Secundum principium eius fuit, quod si fuerint 4 quantitates quarum sit proportio primæ ad secundam sicut tertiæ ad quartam, si prima sit maior secunda, erit tertia maior quarta, & si minor, minor, & si æqualis, æqualis. Tertium fuit quod si fuerint 4 quãtitates quarum sit proportio primæ ad secundam sicut tertiæ ad quartã, erit primæ ad quodlibet multiplex secundæ, sicut tertiæ ad æque multiplex ex multiplicibus quartæ. Et accidit sibi in istis duobus principijs idem peccatum, quod accidebat in primo, accepit enim in omnibus ignota similiter tanquam nota: quare non demonstrauit. peccauit etiam in secunda demonstratione & in quinta, in quarum qualibet arguit ex 5 uel ex 10 huius quæ probantur ex diffinitione incõtinuæ proportionalitatis. Arguit enim sic, si proportio a b ad e est maior quàm g ad d, sit ergo ut n b partis a b ad e, sicut g ad d. per quod apparet ipsum supponere quod duarum quantitatum a b & n b inæqualiũ relatarum ad e maior maiorem & minor minorem ad ipsam obtinet proportionem, uel quod quantitas quæ ad e habebit minorem proportionem quã habeat a b, erit ma-



ñor a b, quorum primum demonstrat 5 huius, & secundum 10. Nam cum uolueris sume re quantitatem quæ se habeat ad e in proportione g ad d, dabo tibi maiorem aut minorem aut æqualem a b indifferenter sicut uoluero. quare aut non demonstrat aut accidit sibi circulus. & principia esse ignotiora conclusionibus. Supponendа sunt igitur cum Euclide principia tanquam nota. & non ipsa ex conclusionibus. sed cõclusiones ex ipsis demonstrandæ sunt.

EVCLIDIS MEGARENSIS GRAECI PHILOSOPHI, GEOMETRICORVM ELEMENTORVM LIBER QVINTVS.

Euclides ex Zamberto. Diffinitiones.



Pars est magnitudo magnitudinis minor maioris quando minor metitur maiorẽ. 2 Multiplex autẽ, maior minori, quãdo eã mẽtitur minor. 3 Ratio, est duarũ magnitudinũ eiusdem generis* aliquatenus adinuicem quædã habitudo, 4 Proportio uero est rationũ* identitas 5 Rationem habere adinuicem magnitudines dicũtur, quæ possunt multiplicatæ inuicem excedere. 6 In eadem ratione magnitudines dicuntur esse, prima ad secundam, & tertia ad quartam: quãdo primæ tertiæ æque multiplices, secundæ & quartæ æque multiplices, iuxta quãuis multiplicationẽ utraq; utrãq; uel una excedũt, uel una æquales sunt, uel una deficiũt sumptæ adinuicem. 7 Eandẽ autẽ habentes rationem magnitudines, proportionales uocẽtur, 8 Quando uero æque multipliciũ multiplex primæ excesserit multiplicem secundæ, multiplex autem tertiæ nõ excesserit multiplicem quartæ, tunc prima ad secundam maiorem rationẽ habere dicetur, quàm tertia ad quartã. 9 Proportio autẽ in tribus terminis, *minima est. 10 Quãdo tres magnitudines proportionales fuerint, prima ad tertiam duplicem rationẽ habere dicetur quàm ad secundam. Quando autẽ quatuor magnitudines proportionales fuerint, prima ad quartam triplicẽ rationẽ habere dicetur quàm ad secundã. Et semper deinceps una plus, quo ad proportio fuerit. 11 *Similis rationis magnitudines dicuntur, antecedentes antecedentibus & consequentes consequentibus. 12 Permutata ratio, est acceptio antecedẽtis ad antecedẽs, & cõsequentis ad consequens, 13 *Cõuersa ratio, est acceptio cõsequentis tanquã antecedẽtis ad antecedẽs tanquam ad consequẽs. 14 Cõpositio rationis, est acceptio antecedẽtis cũ cõsequẽte, sicut unius, ad ipsum consequẽs. 15 Diuisio rationis, est acceptio excessus quo excedit antecedẽs ipsum cõsequẽs, ad ipsum cõsequẽs. 16 Cõuersio rationis, est acceptio antecedentis ad excessum quo excedit antecedens ipsum cõsequens. 17 Aequa ratio, est pluribus existentibus ma-

*κατὰ πηλικότητα id est quoad quantitatem quod ad quantitatem pertinet. *ὁμοίωσις

*ad minus

*ὁμόλογα

*ἀναπαλιν λόγος econtra uertit alibi

*ἀναστροφὴ λόγου

Per 10. 11. binis gnitudinibus & alijs eis æqualibus multitudine* una ſumptis & in eadem ratione quando fuerit ſicut in primis magnitudinibus prima ad ultimam, ſic in ſecundis magnitudinibus prima ad ultimam. Vel aliter. Acceptio extremarum per ſubtractionem mediarum. 18 Ordinata proportio, eſt cum fuerit antecedens ad conſequens, ſicut antecedēs ad cōſequēs & conſequens ad rem aliam, ſicut cōſequens ad rem aliā. 19 Inordinata proportio, eſt cū fuerit antecedēs ad cōſequens ſicut antecedēs ad cōſequēs, & cōſequens ad rem aliam ſicut res alia ad antecedēs. 20 Extēſa proportio, eſt uādo fuerit ſicut antecedēs ad cōſequens ſic antecedens ad conſequens, fuerit autem & ſicut conſequens ad rem aliam, ſic conſequens ad rem aliam.

21 Perturbata autem proportio, eſt quando tribus exiſtentibus magnitudinibus & alijs eis æqualibus multitudine, fit ſicut quidem in primis magnitudinibus antecedens ad conſequens ſic in ſecundis magnitudinibus antecedens ad conſequens, ſicut autem in primis magnitudinibus cōſequens ad rem aliam, ſic in ſecundis res alia ad antecedens.

Eucli. ex Camp. *Propoſitio 1*

1 SI fuerint quotlibet quantitates aliarum totidem æquæ multiplices, aut ſingulæ ſingulis æquales, neceſſe eſt quemadmodum una illarum ad ſui comparem, totum quoque ex his aggregatum ad omnes illas pariter acceptas ſimiliter ſe habere.

CAMPANVS Sint quotlibet quantitates quæ ſint a b, c, aliarū totidem quæ ſint d e f, æque multiplices, unaquæque ad ſui comparem, aut ſingulæ ſint ſingulis æquales, ita uidelicet quod ſicut a eſt multiplex d, ita b eſt multiplex e, & c, multiplex f, uel ſi a eſt æqualis d, quod ſimiliter b ſit æqualis e, & c æqualis f, dico quod ſicut ſe habet a ad d, ita ſe habet aggregatum ex omnibus quæ ſunt a b c, ad aggregatum ex omnibus quæ ſunt d e f. Quod ſi ſingulæ ſingulis ſint æquales, patet propoſitum per hanc commuuem ſcientiam, ſi æqualibus æqualia addantur, tota quoq; erūt æqualia. Si autem ſint omnes ſuis cōparibus æque multiplices, diuiſis eis ſecundum quantitatem ſuarum ſubmultiplicium, erit aggregatum ex prima parte a & prima b, & prima c, æquale aggregato ex d e f, per prædictam communem ſcientiam adiuuante hac, quæ eidem ſunt æqualia inter ſe ſunt æqualia. Similiter quoque aggregatū ex ſecundis partibus quantitatum a b, erit æquale aggregato ex d e f. ſicque de cæteris, & quia hoc poterit totiens fieri quotiens d continetur in a, erit ut æquale aggregatum ex d e f, totiens cōtineatur in aggregato ex a b c, quotiens d, continetur in a. Quia ergo quotiens d numerat a, totiens aggregatum ex d e f, numerat aggregatum ex a b c, patet quod ſicut a eſt multiplex ad d, ita aggregatum ex a b c, aggregati ex d e f, quod eſt propoſitum.

Eucli. ex Zamb. *Theorema 1* *Propoſitio 1*

1 Si fuerint quotcunque magnitudines quotcunque magnitudinum æqualium numero ſingulæ ſingularum æque multiplices, quotuplex eſt unius una magnitudo, totuplices erunt & omnes omnium.

THEON ex Zamb. *Sint quodcunque magnitudines α β, γ δ. quotcunque magnitudinū ε, ζ. æqualiū numero, æque multiplices, ſingulæ ſingularū. Dico quod quotuplex eſt α ε, ipſius γ, totuplices erunt α ε, & β, ipſarū ε, ζ.*

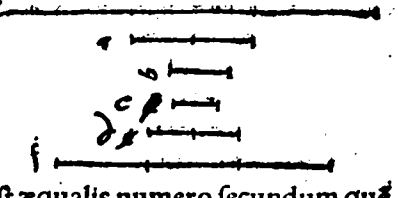
Quo-

Quoniã enim æque multiplex eſt α ε, ipſius ϛ, & γ δ, ipſius ζ, quotcũque igitur magnitudines ſunt in α ε. æquales ipſi ϛ, totidẽ & in γ δ. ſunt æquales ipſi ζ. Dirimatur quidẽ α β. in magnitudines æquales ipſi ϛ, hoc eſt α η, & η ε, & γ δ, ipſi ζ, æquales magnitudines. hoc eſt γ θ, & θ δ. Erit nimirũ multitudo ipſarum γ θ, & θ δ, multitudini ipſarum α η, & θ β, æqualis. Et quoniam æqualis eſt α η, ipſi ϛ, & γ θ, ipſi ζ, & α η, & γ θ, ipſis ϛ ζ, ſunt æquales, & per hoc quoniam æqualis eſt η β, ipſi ϛ, & β δ, ipſi ζ, & γ ε, & θ δ, ipſis ϛ ζ. Quotcunque igitur ſunt in α β. æquales ipſi ϛ, tot & in ipſis α β, & γ δ, ſunt æquales ipſis ϛ ζ. quotuplex igitur eſt α ε, ipſius ϛ, totuplices ſunt α β, & γ δ, ipſorũ ϛ ζ. Si fuerint igitur quotcunque magnitudines quotcũque magnitudinum æqualiũ numero ſingulæ ſingularum æque multiplices, quotuplex eſt una magnitudo unius, totuplices erunt & omnes omnium, quod demonſtraſſe oportuit.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 2

2 SI fuerint ſex quantitates quarum prima ad ſecũdam atque tertia ad quartam æque multiplices, quinta uero ad ſecundam atque ſexta ad quartam æque multiplices, totum primæ & quintæ ad ſecundam totumque tertiæ & ſextæ ad quartam æque multiplicia eſſe conueniet.

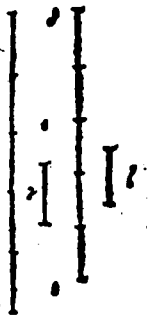
CAMPANVS Sint ſex quantitates, a prima, b ſecunda, c tertia, d quarta e quinta, f ſexta. Sintq; a & c, æque multiplices ad b, & d. Itẽque e, & f. ſint æque multiplices ad eaſdẽ. Dico qd ſicut totum aggregatũ ex a & e, eſt multiplex ad quantitatem b, ita totum aggregatum ex c & f, eſt multiplex ad quantitatem d. Nam quia numerus ſecundum quem b continetur in a. eſt æqualis numero ſecundum quem d continetur in c. ſimiliter quoque numerus ſecundũ quem b continetur in e, eſt æqualis numero ſecundum quẽ d continetur in f, erit per communẽ ſcientiam quæ eſt ſi æqualibus æqualia addãtur & tota quoque erunt æqualia; numerus ſecũdum quẽ d continetur in aggregato ex a & e, æqualis numero ſecundum quem d continetur in aggregato ex c & f, quare ſicut aggregatũ ex a & e. eſt multiplex ad b, ita aggregatum ex c & f, eſt multiplex ad d, quod eſt propoſitum.



Eucli. ex Zamb. Theorema 1 Propoſitio 1

2 Si prima ſecundæ æque fuerit multiplex, & tertia quartæ, fuerit autem & quinta ſecũdæ æque multiplex & ſexta quartæ, & cõpoſita prima & quinta, ſecundæ æque multiplex erit, & tertia & ſexta quartæ.

THEON ex Zamb. Prima enim α β, ſecundæ γ, æque multiplex eſto, & tertia δ, ipſius ζ, quartæ, ſit autẽ & quinta ε η, ſecundæ γ, æque multiplex, & ſexta θ ι. ipſius ζ, quartæ. Dico quod compoſita prima & quinta α η, ipſius γ, ſecundæ æque multiplex erit, & tertia & ſexta δ ι, ipſius ζ, quartæ. Quoniam enim æque multiplex eſt α β, ipſius γ, & δ, ipſius ζ, quot magnitudines igitur ſunt in α β, æquales ipſi γ, totidem magnitudines ſunt & in δ ι. æquales ipſi ζ. ac per hoc, & quot ſunt in ε η, æquales ipſi γ, tot etiam ſunt in θ ι, æquales ipſi ζ. Quot igitur ſunt in tota α η, æquales ipſi γ. tot ſunt in tota δ ι, æquales ipſi ζ. Quotuplex igitur eſt α η, ipſius γ, totuplex eſt δ ι, ipſius ζ. Et compoſita igitur prima & quinta α η, ipſius γ, ſecundæ æque erit multiplex & tertia & ſexta δ ι: ipſius ζ, quartæ. Si prima igitur ſecundæ æque fuerit multiplex & tertia quartæ, fuerit autem & quinta ſecũdæ æque multiplex & ſexta quartæ, etiam compoſita prima & quinta, ſecundæ æque multiplex erit, & tertia & ſexta quartæ. quod demõſtraſſe oportuit.

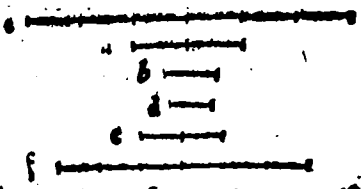


Eucli. ex Camp. Propoſitio 3

3 SI fuerint primum ſecundi & tertiũ quarti æque multiplicia, ad primum uero & tertium multiplices ſumantur æquales, erunt multiplex primi ad ſecundum, atque multiplex tertij ad quartum æque multiplicia.

CAMP. Sit ſex quãtitates, a prĩa, b ſcda, c tertia, d quarta, e quĩta, f ſexta, ſintq; a ad b & c ad d, itẽq; e ad a & f ad c, æque multiplices. Dico q; ſicut e eſt multiplex ad b, ita f ad d

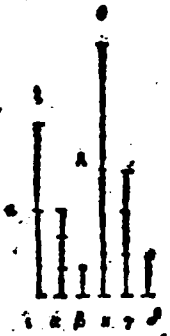
Diuidatur enim e ſecundū quantitatem a ſui multiplicis, & f ſecundum quantitatem c; eritq; propter æqualitatem partium e ad a, & partium f ad c, ut quælibet partium e ſit ita multiplex ad b, ſicut quælibet partium f ad d. Quia ergo ſicut prima pars e eſt multiplex ad b ita prima pars eſt multiplex ad d, itémque ſicut ſecunda pars e eſt multiplex ad b, ita ſecunda f ad d, ergo erit per præmiſſam ut aggregatum ex duabus primis partibus e ſit ita multiplex ad b, ſicut aggregatum ex duabus primis partibus e f ad d. Et quia rurſus tertia pars e (ſi ſit aliqua tertia pars) eſt ita multiplex ad b ſicut tertia f ad d, erit per eandem ut totū aggregatū ex tribus primis partibus e ſit ita multiplex ad b, ſicut totum aggregatum ex tribus primis partibus f ad d. Sicq; (ſi plures fuerint partes e & f) componendo ſemper ſequentem cum aggregato ex prioribus, concludes quod ſicut e eſt multiplex ad b ita f ad d per præmiſſam totiens ſumptā quot fuerint partes in e aut in f, minus una, ſicq; patet propoſitum.



Eucli. ex Zamb. Theorema 3 Propoſitio 3

3 Si primum ſecundi æque fuerit multiplex & tertium quarti, ſumantur autem æque multiplicia primi & tertij, etiam ex æquo eorum quæ ſumpta ſunt utrunque utriuſque æque erit multiplex, alterum quidem ſecundi, alterum autem quarti.

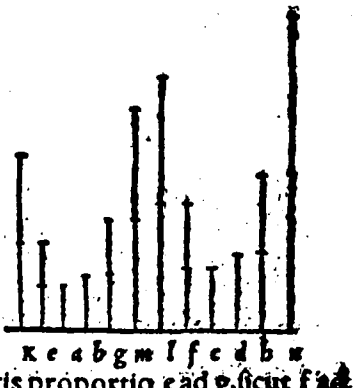
THEON ex Zamb. *Primum enim α ſecūdi β, æque ſit multiplex, & tertiū γ, ipſius δ, quarti, ſumanturq; ipſorū α ζ, & γ η. Dico quod æque multiplex eſt α ζ, ipſius β, & γ η, ipſius δ. Quoniā enim æque multiplex eſt α ζ, ipſius α, & γ η, ipſius γ, quot igitur ſunt magnitudines æquales in α ζ, ipſi α, tot etiā ſunt magnitudines in γ η, æquales ipſi γ. Dirimatur quidē α ζ, in magnitudines æquales ipſi α, hoc eſt α ι, & ι ζ, & γ η, in æquales ipſi γ, hoc eſt γ λ, & λ η, erit utiq; æqualis multitudo ipſorū α ι, & ι ζ, multitudini ipſorū γ λ, & λ η. Et quoniā æque multiplex eſt α, ipſius β, & γ, ipſius δ, æqualis autē eſt α ι, ipſi α, & γ λ, ipſi γ, æque igitur eſt multiplex α ι, ipſius β, & γ λ, ipſius δ. Ac per hoc iam æque multiplex eſt α ζ, ipſius ζ, & γ η, ipſius δ. Quoniā igitur primū α ι, ipſius β, ſecundi æque eſt multiplex & tertiū γ λ, ipſius δ, quarti: eſt autem & quintū α ζ, ipſius β, ſecundi æque multiplex & ſextū λ η, ipſius δ, quarti, & compoſitū igitur (per 2 quinti) primum & quintū α ζ, ipſius ε, ſecundi æque eſt multiplex, & tertium & ſextum γ η, ipſius δ quarti. Si primum igitur ſecundi æque fuerit multiplex & tertiū quarti, ſumanturq; primi & tertij æque multiplicia, etiā ex æquo eorum quæ ſumpta ſunt utrunq; utriuſq; æque erit multiplex, alterum ſecundi, alterum autem quarti, quod oportebat demonſtrare.*



Eucli. ex Camp. Propoſitio 4

4 Si fuerit proportio primi ad ſecundum ſicut tertij ad quartum, ad primum autem & tertium æque multiplicia aſſignētur itémque ad ſecundum & quartum multiplices æquales, erunt aſſignatæ multiplices eōdem ordine proportionales.

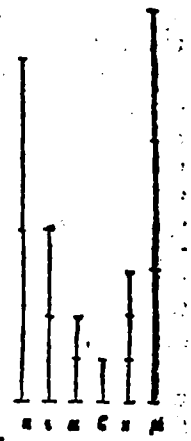
CAMPANVS. *Sit proportio a primi ad b ſecundū, ſicut c tertij ad d quartū, ſumanturq; e ad a, & f ad c, æque multiplicia: itēque g ad b, & h ad d, æque multiplicia. Dico quod proportio e ad g, eſt ſicut f ad h. Sumam k ad e, & l ad f, æque multiplicia, itemque m ad g: & n ad ad h, æque multiplicia. Et quia e & f, ſunt æque multiplicia ad a, & c, itemq; k & l æque multiplicia ad e & f, erunt per præmiſſam k & l, æque multiplicia ad a & c, per eandem quoq; erunt m & n, æque multiplicia ad b, & d. Quare per cōuerſionem diffinitionis incōtinuæ proportionalitatis, k ad m, & l ad n, ſimiliter ſe habebunt in addendo, diminuendo & æquādo. Quia ergo k & l ſunt æque multiplicia ad e & f, itemq; m & n, æque multiplicia ad g & h, erit per diffinitionem incontinuæ proportionalitatis proportio e ad g, ſicut f ad h, quod eſt propoſitum.*



Eucli. ex Zamb. Theorema 4 Propoſitio 4

4 Si primum ad ſecundum eandem habuerit rationẽ, & tertium ad quartum, etiam æque multiplicia primi & tertij ad æque multiplicia ſecundi & quarti iuxta quamuis multiplicationem, eandem habebunt rationẽ ſumpta adinuicem.

THEON ex Zamb. *Primum enim α, ad ſecundum ε, eandem habeat rationem, quam tertiũ γ, ad quartũ δ. Et ſumantur quidẽ ipſorũ α γ, æque multiplicia, α ζ, & ipſorũ β δ, alia utcũq; multiplicia α θ. Dico quod ſicut ſe habet ι, ad ipſum α, ſic ſe habebit ζ, ad ipſum θ. Sumantur enim ipſorũ ι ζ, æque multiplicia α & λ, & ipſorum α θ, alia quomodocũq; æque multiplicia, hoc eſt μ, & ν. Et quoniam æque multiplex eſt ι, ipſius α, & ζ, ipſius γ, & ſumpta ſunt ipſorũ ι ζ, æque multiplicia α & λ, igitur α. (per 3 quinti) æque multiplex eſt ipſius α, & ζ, ipſius γ, & propterea, æque multiplex eſt quoq; μ, ipſius ε, & ν, ipſius δ. Et quoniam eſt ut α, ad β, ſic γ, ad δ, & ſumpta ſunt ipſorũ α γ, æque multiplicia α λ, ipſorum autem β δ, alia quomodocũq; æque multiplicia, hoc eſt μ, ν, ſi igitur excedit α, ipſum μ, excedit & λ, ipſum ν, & ſi æquale, æquale, & ſi minus, minus, (per 6 diffinitionem tertij) Sunt autem α λ, ipſorum ι ζ. æque multiplicia, & μ ν, ipſorũ α θ, alia quomodocũq; æque multiplicia. Eſt igitur ut ι, ad ν, ſic ζ, ad θ. Si primum igitur ad ſecundum eandem habuerit rationem & tertiũ ad quartum, etiam æque multiplicia primi & tertij ad æque multiplicia ſecundi & quarti iuxta quamuis multiplicationem eandem rationẽ habebunt ſumpta adinuicem, (per 6 diffinitionem quinti. Quod oportebat demonſtrare.*

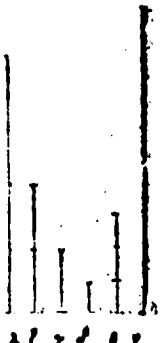


LEMMA *ſiue aſſumptio.* Quoniã igitur demõſtratũ eſt quod ſi excedit α, ipſum μ excedit quoq; & λ, ipſum ν, & ſi æquale, æque: & ſi minus, minus: manifeſtũ eſt quod ſi μ, ipſum α, excedit & ν, excedit ipſum λ: & ſi æquale, æquale: & ſi minus, ac per hoc erit ut α, ad ι, ſic θ, ad ζ.

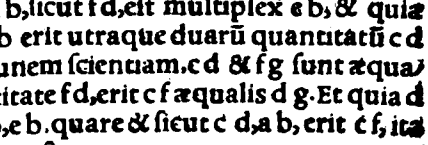
COROLLARIVM *Hinc manifeſtũ eſt quod ſi quatuor magnitudines proportionales fuerint, & contra quoque proportionales erunt.*

Euclid. ex Camp. Propoſitio 5

5 SI fuerint duæ quantitates quarum una ſit pars alterius, minuaturque ab utraque ipſarum ipſa pars, erit reliquũ reliquo atque totum toti æque multiplex, Vel ſic, minuaturq; ab utraque ipſarum ipſa pars aliquot a, erit reliquum reliqui tota pars, quota totum totius.



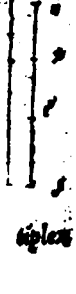
CAMPANVS Sit quantitas a b tota pars quantitatis c d, quota eſt e b ipſius a b, minuaturq; a b ex quãtitate c d, & ſit reſiduũ f c, eritq; f d, æqualis a b, ſimiliter quoq; minuatur e b ex quãtitate a b. ſitq; reſiduum e a. Dico quod quota pars eſt quãtitas a b quantitatis c d tota eſt quantitas a e quantitatis c f. Cũ enim f d ſit æqualis a b, erit f d. ita multiplex e b, ſicut c d eſt multiplex a b, ponã itaq; d g ita multiplicẽ a e, ſicut f d, eſt multiplex e b eritq; ex prima huius quãtitas f g, ita multiplex a b, ſicut f d, eſt multiplex e b, & quæ ſic fuit c d, multiplex a b, ſicut f d. fuit multiplex e b erit utraque duarũ quantitatũ c d f g, æque multiplex quãtitatis a b, quare per cõmunem ſcientiam, c d & f g ſunt æquales adinuicem, dempta igitur ab utraq; earũ, quãtitate f d, erit c f æqualis d g. Et quia d g fuit ita multiplex a e ſicut f d, e b. & ideo ſicut a b, e b. quare & ſicut c d, a b, erit c f, ita multiplex a e, ſicut tota c d totius a b, quod eſt propoſitum.



Euclid. ex Zamb. Theorema 5 Propoſitio 5

5 Si magnitudo magnitudinis æque fuerit multiplex, & ablata ablatæ, & reliqua reliquæ, ita erit multiplex ut tota totius eſt.

THEON ex Zamb. *Magnitudo etenim α β, magnitudinis γ δ, æque multiplex eſto, atque & ablata α ι, ablatæ γ ζ. Dico quod & reliqua ι β, reliquæ δ ζ, æque erit multiplex atq; tota α β, totius γ δ, eſt multiplex. Quotuplex eſt α ι, ipſius γ ζ, totuplex fiat ι β, ipſius γ ν. Et quoniã (per 1 quinti, æque multiplex eſt α ι, ipſius γ ζ, & α β, ipſius γ δ, ponitur autẽ æque multiplex α ι, ipſius γ ζ, & α β, ipſius α ζ. æque igitur eſt multiplex α ζ, utriuſq; ipſorũ α ζ, & γ δ, æqualis igitur eſt α ζ, ipſi γ δ. Cõmunis auferatur γ ζ, reliqua igitur α γ, reliquæ δ ζ, eſt æqualis. Et quoniã æque multiplex eſt α ι, ipſius γ ζ, & ι ε, ipſius α γ, æqualis autem eſt α γ, ipſi δ ζ, æque igitur eſt multiplex α ι, ipſius γ ζ, & ι ε, ipſius ζ δ. Æque autem ponitur mul-*

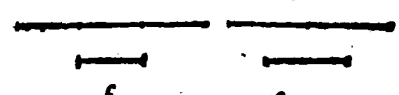


tiplex

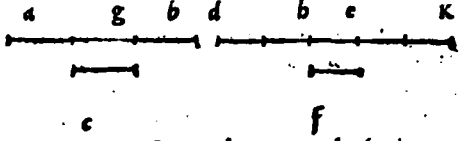
tiplex α ι, ipſius γ ζ, & α β, ipſius γ δ, æque igitur eſt multiplex α ε, ipſius ζ δ, & α ε, ipſius γ δ. Et reliqua igitur ι ε, reliquæ ζ δ, æque multiplex erit: quotuplex eſt tota α β, totius γ δ. Si magnitudo igitur magnitudinis æque fuerit multiplex & ablata ablatæ: & reliqua reliquæ æque multiplex erit, quotuplex eſt tota totius. Quod demonſtraſſe oportuit. Eucli. ex Camp. Propoſitio 6

6 SI fuerint duæ quantitates ad alias duas æque multiplices duæque minores à duabus maioribus utraque à ſua multiplice ſubtrahantur, erunt duo reliqua earundem partium æque multiplicia, aut eis æqualia.

CAMPANVS Sint quantitates a b ad c, & d e ad f, æque multiplices, ſubtrahantur que c ex a b, & f ex d e, & ſint reſidua ex a b quidem a g, ex d e, d h, eritq; g b. æqualis c. & h e æqualis f, dico quod duo reſidua a g & d h erunt æqualia duabus quantitatibus c f, aut eis æque multiplicia. Sit ergo primo a g, æqualis c, dico quod d h eſt æqualis f. Sumam enim quantitatẽ e k, equalẽ f, eritque per præmiſſas hypotheſes, ut toties f ſit in h k, quoties c in a b, quare ſicut a b eſt multiplex c, ita h k, eſt multiplex f, ſed ſic etiam d e, erat multiplex eiuſdem f, erit igitur per communẽ ſcientiam, h k æqualis d e, dẽpta igitur cõmuni earum quãtitate h e, erit d h, æqualis f, quod eſt propoſitũ

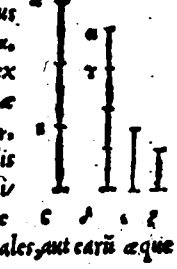


Si autẽ a g ſit multiplex c, ponam ut e k ſit æque multiplex f, eritque ut prius, ut toties f ſit in h k, quoties c in a b, ſed toties erat etiã in d e, erit igitur ut prius, d e æqualis h k, & d h, e k, quare ſicut a g eſt multiplex c, ita d h eſt multiplex f, quod eſt propoſitum. Aliter idem. Cum ſecundum eundem numerũ contineat quantitas a b quantitatem c, ſecundũ quem quantitas d e quantitatẽ f, demptáque ab eo unitate remaneat unitas uel numerus ſecundum quem a g, continet c, & ſecundũ quem d h, continet f, patet quantitates a g, & d h, eſſe æquales aut æque multiplices quantitatibus c & f. Eucli. ex Zamb. Theorema 6 Propoſitio 6



6 Si duæ magnitudines duarum magnitudinum æque fuerint multiplices, & ablatæ aliquæ earundem æque fuerint multiplices, etiam reliquæ eiſdem uel æquales, ſunt, uel æque ipſarum multiplices.

THEON ex Zamb. *Duæ enim magnitudines α β γ δ, duarum magnitudinũ ι, & ζ, æque multiplices, & ablatæ aliquæ α η, & γ θ, earundem ι, & ζ, æque ſint etiam multiplices, Dico quod & reliquæ η β, & θ δ, eiſdem ι, & ζ aut ſunt æquales, aut earum æque multiplices. Sit enim primum, η β, ipſi ι, æquale. Dico quod & θ δ, ipſi ζ, eſt æquale. Ponatur enim ipſi ζ, æqualis γ κ. Et quoniam æque multiplex eſt α η, ipſius ι, & γ θ, ipſius ζ, æqualis autem eſt η ε, ipſi ι, & κ γ, ipſi ζ, æque igitur eſt multiplex α ε, ipſius ι, & α θ, ipſius ζ. Aeque autem ponitur multiplex α ε, ipſius ι, & γ δ, ipſius ζ. Aeque igitur eſt multiplex α η, ipſius ζ, & γ δ, ipſius ζ. Quoniam igitur utraque ipſarũ α θ, & γ δ, ipſius ζ, æque eſt multiplex, æqualis igitur (per ι cõmunem ſententiã.) eſt α θ, ipſi γ δ. Cõmunis auferatur γ θ, reliqua igitur α γ, reliquæ θ δ, eſt æqualis. Sed ζ, ipſi α γ, eſt æqualis, θ δ, igitur, ζ, eſt æqualis, Quare ſi η β, æqualis eſt ipſi ι, & δ θ, ipſi ζ, erit æqualis. Similiter quoq; oſtendemus quod & ſi multiplex fuerit ε ζ, ipſius ι, tam multiplex erit & γ δ, ipſius ζ. Si duæ igitur magnitudines duarũ magnitudinum æque fuerint multiplices, & ablatæ aliquæ earũdẽ æque fuerint multiplices, & reliquæ eiſdẽ aut æquales, aut earũ æque multiplices erunt. Quod demõſtrare oportebat.*

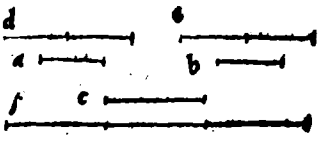


7 Eucli. ex Camp. Propoſitio 7

SI duæ quantitates æquales ad quãlibet comparẽtur, earũ ad illam erit una proportio, itemq; ad illas proportio illius, una eſt.

CAMPANVS Sint duæ quantitates a b, æquales, quæ comparentur ad quãlibet tertiã ut ad c, dico q eadẽ eſt proportio a ad c, & b ad c, itẽq; eadem c ad a, & c ad b. Primũ ſic probatur. Cum enim c ſit conſequens ad a primã, & ad b tertiam, ipſa erit in ratione ſecundæ & quartæ. Sumam igitur d ad a primam, & e ad b tertiam æque multiplices, & ſumam f, quamlibet ex multiplicibus c, quæ eſt ſecunda & quarta. Et quia a & b quarum ſunt æque multiplices d e, poſitæ ſunt æquales, erit ut ſi d diuidatur

datur ſecundum quantitatem a,& e ſecundum quantitatem b,quod partes utrobique ſunt numero qu& antitate æquales,numero quidem,per hypotheſin propter æqualitatem multiplicationis utrobique:quantitate autẽ per hanc communem ſcientiam quoties oportuit repetitam,quæ eidem ſunt æqualia ſibiinuicem ſunt æqualia.

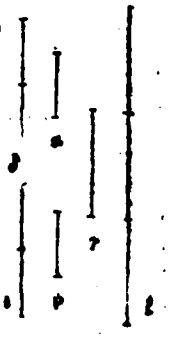


Quia igitur prima ex partibus d eſt æqualis primæ ex partibus e,& ſecunda ſecundæ, & cæteræ ceteris,ſuntq; tot partes in d quot ſunt in e.erit per primam huius,d æqualis e.Quare per communem ſcientiam, ſi duæ quantitates æquales comparentur ad aliam tertiam aut ambæ quantitates d & e ſunt ſimiliter maiores f,aut ſimiliter minores,aut ſibi æquales,igitur ex diffinitione continuæ proportionalitatis,quæ eſt proportio a primæ ad c ſecundam,eadem eſt tertiæ ad c,quartam. quod eſt propoſitum. Secundum eodem modo probabis ordine conuerſo,ut c ponatur prima & tertia:a uero ſecunda,b quarta. Cum uero quantitas f,quæ eſt æque multiplex primæ & tertiæ,ſit aut ſimiliter maior quantitatibus d & e quæ ſunt æque multiplices ſecundæ & quartæ,aut ſimiliter minor,aut eis æqualis:erit per eandem diffinitionem proportio c primæ ad a ſecundam ſicut c tertiæ ad b,quartam. Quod eſt propoſitum.

Eucli.ex Zymb. Theorema 7 Propoſitio 7

7 **Aequales,ad eandem,eandem habent rationem,& eadem,ad æquales**

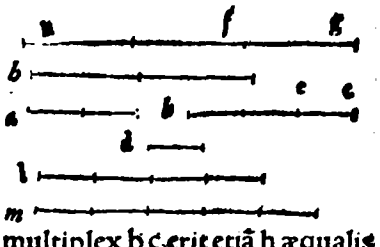
THEON ex Zamb. *Sint æquales magnitudines α β,alia autem utcunque magnitudo γ Dico quod utraque ipſarum α β,ad ipſam γ,eandem habet rationem,& γ,ad utramque ipſarũ α β. Sumantur(per 5 quinti,)ipſarum α β,æque multiplices,ſintq; δ.α,ipſius autem γ,alia uteũque multiplex,ſitq; ε.Quoniam igitur æque multiplex eſt δ ipſius α,& ζ,ipſius β, æqualis autẽ eſt α,ipſi β,æqualis igitur eſt(per primam cõmunem ſententiam.)& δ,ipſi ζ.Alia autem quæcũque ε,multiplex ipſius ζ,ſi excedit igitur δ ipſum ε,excedit & ζ,ipſum ε,& ſi æqualis, æqualis & ſi minor,minor, Et ſunt quidem δ ζ.ipſarum α β,æque multiplices,& ε,ipſius γ,alia quæcũque multiplex. Eſt igitur ut α,ad γ,ſic β,ad γ,dico iam quod & γ,ad utramq; ipſarum α β.eandẽ habet rationem, Eiſdem namque diſpoſitis,ſimiliter oſtẽdemus quod æqualis eſt δ ipſi ζ,alia autem quædam eſt ε.Si igitur excedit ζ,ipſum δ,excedit quoque ipſum ζ,& ſi æqualis,æqualis, & ſi minor,minor. At ε.ipſius γ.multiplex eſt,& δ ζ,ipſarum α β,aliæ quæuis ſunt æque multiplices. Eſt igitur ſicut γ ad β,ſic etiam γ,ad ε. Aequales igitur ad eandem habent rationem,& eadem,ad æquales,quod fuerat demonſtrandum.*



Eucli.ex Camp. Propoſitio 8

8 
Si duæ quantitates inæquales ad unam quantitatem proportionẽtur,maior quidem maiorem,minor uero minorem obtinebit proportionem. Illius autem ad illas,ad minorem quidẽ proportio maior,ad maiorem uero minor erit.

CAMPANVS. Sint duæ quãtitates inæquales a & b c,ſitque maior b c,& proportionentur ad eandẽ quãtitatẽ quæ ſit d,dico qđ maior eſt proportio b c ad d.quàm a ad d,& quod ecõtrario maior eſt d ad a quàm d ad b c. Primũ ſic probatur. Ponã c b,æqualẽ a,& multiplicabo totiẽs e c,quod proueniat quantitas maior d ſitque f g,& ſumam k f,ita multiplicẽ b e, & ſimiliter h ita multiplicẽ a.ſicut f g.eſt multiplex e c,eritq; per primã huius h ita multiplex a:ſicut k g,eſt multiplex b c,erit etiã h æqualis k f: propter hoc quod earum ſubmultiplices que ſunt a & b e, poſitæ ſunt æquales. Ponã quoq; quod h nõ ſit minor d.ſed æqualis aut maior. totiẽs enim multiplicabo unã quanq; triũ quantitatũ e c.b e.& a,æqualiter,quod f g multiplexe c proueniat maior d.& quod h multiplex a nõ proueniat minor eadẽ.deinde totiesmultiplicabo d.quod proueniat quãtitas maior h.ſitq; in prima quãtitas multipliciũ d quæ ſit maior h.ſub qua ſumam maximam multiplicẽ d,aut ſibi æqualẽ ſi m eſt prima in ordine multipliciũ d,que ſit leritq; ut l, nõ ſit maior h.& conſtabit m ex d & h propter id quod omne multiplex cõſtat ex proximo precedenti multiplici & ſimplo,ut triplum ex duplo & ſimplo excepto primo multiplici quod cõſtat ex bis ſimplo. Quia ergo h eſt equalis.

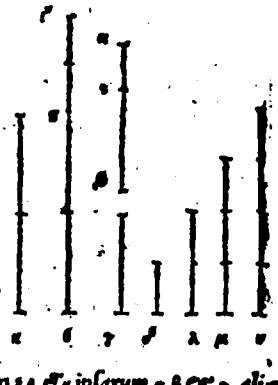


k f,non erit k f minor l,itaque k f & d non efficient minus quam l & d,quare non efficient minus quàm m,& quia f g,eſt maior d,erit k g maior quam m. Intelligo igitur quãtitatem b c primam,d ſecundam,a tertiam,d quartam,& quia ad primam & tertiã ſumpta ſunt æque multiplicia uidelicet k g & h,ſimiliter quoque ad ſecundam & quartam æque multiplicia immo idem in ratione duorũ quod eſt m,& addit k g,multiplex primæ ſuper m multiplex ſecundæ,non addit autẽ b multiplex tertiæ ſuper m multiplex quartæ,erit per diffinitionem maioris improportionalitatis,maior proportio b c primæ ad d ſecundam quàm a tertiæ ad d quartam,quod eſt primum. Secundum probabis per eandem diffinitionem conuerſo ordine, ut d ſit prima & tertia, a ſecunda b c quarta,addit enim m multiplex primæ,ſuper b multiplicem ſecundæ,non addit autem m multiplex tertiæ ſuper k g,multiplicẽ quartæ,quare maior eſt proportio d ad a quàm d ad b c quod eſt ſecundum. Ex huius autem demonſtrationis modo,patet ſufficientia diffinitionis maioris improportionalitatis,quam poſuit author in principio huius quinti. Nuſquam enim eſt maior,proportio primæ quatuor quantitatũ ad ſecundam quam tertiæ ad quartam: quin cõtingat aliqua æque multiplicia ad primã & tertiã reperiri,quæ cum relata fuerint ad aliqua æque multiplicia ſecundæ & quartæ, inuenietur multiplex primæ addere ſuper multiplex ſecũdæ,non autẽ multiplex tertiæ ſuper multiplex quartæ. Hæc autẽ multiplicia ſic reperiemus,ſicut demõſtrabitur infra ſupra 12 huius.

Eucli. ex Zamb. Theorema 8 Propoſitio 8

8 In æqualium magnitudinum maior ad eandem, maiorem rationem habet, quàm minor, & eadem ad minorem, maiorem rationem habet, quàm ad maiorem.

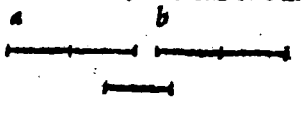
THEON ex Zamb. Sint inæquales magnitudines, α β, & γ, & ſit maior α ε, quàm γ. Alia autem quæuis, ſit ut δ. Dico quod α β, ad δ, maiorem rationem habet, quàm γ ad δ, & δ ad γ, maiorem rationem habet, quàm ad α ε. Quoniam enim maior eſt α ε, quàm γ. ponatur ipſi γ, æqualis ε ζ, minor iam ipſarum α ζ, & α β, multiplicata: maior aliquando fiet quàm δ. Sit primum α ζ, minor quàm ζ ε. Et multiplicetur α ζ, quoad quod fiet, maius ſit ipſo δ, & ſit illius multiplex ζ η, quod maius eſt quàm δ. Et quàm multiplex eſt ζ η. ipſius α ζ, tam multiplex eſto η θ, ipſius ζ ε, & η, ipſius γ, & ſumatur ipſius δ duplum, ſitq; illud λ, triplum poſtmodũ: ſitq; illud μ, & deinceps uno plus, quoad ſumptum multiplex fiat ipſius δ, primo maius quàm ν, ſumaturq;, & ſit ν, quadruplum quidem ipſius δ, primo autem maius quàm ν. Quoniam igitur ν, ipſo ν, primo eſt minor ν, igitur ipſo μ, non eſt minor. Et quoniam æque multiplex eſt ζ η, ipſius α ε, atque æque multiplex eſt ζ η, ipſius α ζ, æque igitur eſt multiplex, (per 1 quinti,) ζ θ ipſius α ε. Sed æque multiplex eſt ζ α ipſius α ζ, & η ipſius γ, æque igitur multiplex eſt ζ θ, ipſius α ε, & α, ipſius γ. Igitur ζ θ, & η, ipſarum α ε, & γ, æque ſunt multiplices, (per eandẽ.) Rurſus quomã æque eſt multiplex η θ, ipſius ζ β, & η ipſius γ, æqualis aũt eſt ζ β, ipſi γ, æqualis igitur eſt & η θ, ipſi α. At α, non eſt minor quàm μ, neq; igitur η θ, eſt minor quàm μ. Maior autẽ eſt ζ η, quàm δ, tota igitur ζ θ, ſimul ambabus δ & μ, maior eſt, Sed ambæ δ & μ, ipſi ν, ſunt æquales: quandoquidẽ μ, ipſius δ triplũ eſt, ambæ autẽ μ, & δ, ipſius δ quadruplices ſunt, eſt autem ν, ipſius δ, quadruplum: ambæ igitur μ & δ, ipſi ν ſunt æquales. Sed ζ θ, ipſis μ & δ maior eſt, igitur ζ θ, ipſum ν excedit. Sed α, ipſum ν, nõ excedit, & ſunt quidẽ ζ θ & μ æque multiplices ipſarum α β, & γ, & ν, ipſius δ, alia quæuis eſt multiplex. Igitur α ε, ad δ maiorem rationem habet, quàm γ, ad δ. Dico iam quod & δ, ad γ, maiorem rationẽ habet, quàm δ ad α β. Nam illis ſic deſcriptis ſimiliter oſtẽdemus quod ν, maior quidem eſt quàm α, non uero maior quàm ζ θ: & eſt quidẽ ν ipſius δ, multiplex. Ipſæ uero ζ θ, & α ipſarum α β & γ, aliæ quæuis æque multiplices. Igitur δ ad γ, maiorem rationem habet: quàm δ ad α β. Sed iam α ζ: maior eſt quàm ε ζ, iam minor ε ζ multiplicata: maior aliquando fiet quàm δ. Multiplicetur, & eſto η θ, multiplex quidem ipſius ζ β, tam multiplex fiat & ζ η ipſius α ζ, & η, ipſius γ, ſimiliter oſtendemus quod ζ θ, & α ipſarum α ε, & γ, æque ſunt multiplices. Sumaturq; ſimiliter ν multiplex quidem ipſius δ, primo autem maior quàm ζ η quare rurſus ζ η nõ eſt minor quàm μ, maior autem eſt η θ, quàm δ. Tota igitur ζ θ, ipſas δ & μ. hoc eſt ipſam ν, excedit, & α ipſam ν, non excedit. Quoniam & ζ η, quæ maior eſt quàm η θ, hoc eſt quàm α. ipſam ν, non excedit: pariterq; ſuperiora conſequuti demonſtrationem conficiemus. Inæqualium igitur magnitudinum maior ad eandem, maiorem rationem habet, quàm minor & eadem ad minorem, maiorem rationem habet quàm ad maiorem. Quod demonſtraße oportuit.



Eucli. ex Camp. Propoſitio 9

9 SI fuerit aliquarum quantitatum ad unam quãtitatem proportio una, ipſas eſſe æquales, ſi uero unius ad eas proportio una, ipſas æquales eſſe neceſſe eſt.

CAMPANVS. Sit duarum quantitatum a & b, proportio una ad c, dico eas eſſe æquales. & ſi conuerſo fuerit eadem proportio c ad utrãq; earum, adhuc dico eas eſſe æquales, hæc eſt conuerſa ſeptimæ huius. Primum ſic patet. Si enim non ſunt æquales, ſed altera earum maior, utpote a, erit per primam partem præmiſſæ, maior proportio a ad c, quàm b ad c, quod eſt contra hypotheſin. Secundum quoque patet, quia ſi a eſt maior b, erit per ſecundam partem præmiſſæ, maior proportio c ad b, quàm ad a, quod eſt etiam contra hypotheſin



Euclid. ex Zamb. Theorema 9 Propoſitio 9

9 Quæ ad eandem, eandem habent rationem, æquales adinuicem ſunt, & ad quas eadem, eandem habet rationem, ipſæ ſunt æquales.

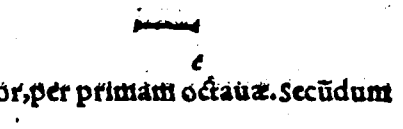
THEON ex Zamb. Habeat inquam utraque ipſarum a c, ad γ, eandẽ rationem. Dico quod æqualis eſt a, ipſi c. Si autem non utraque ipſarum a c, ad ipſam γ, eandem non haberet rationem, (per 6 quinti,) habet autem, æqualis igitur eſt a, ipſi β. Habeat rurſus γ, ad utrãq; ipſarum a β, eandem rationẽ. Dico quod æqualis eſt a, ipſi β. ſi autem non, ipſa γ, ad utramq; ipſarum a c, non haberet eandem rationem, habet autem, æqualis igitur eſt a. ipſi c. Quæ ad eandem igitur, eandẽ habẽt rationem, adinuicem ſunt æquales, & ad quas eadem, eandem habet rationem, ipſæ ſunt æquales. Quod demonſtrandum fuerat.



Euclid. ex Camp. Propoſitio 10

10 SI fuerit unius quantitatis ad quantitatem unam proportio maior, quantitatem maiorem eſſe. Si uero unius ad eandem proportio maior, minorem eſſe neceſſe eſt.

CAMPANVS. Quod ſi fuerit maior proportio a ad c quàm b ad c, dico a eſſe maiorem b, & ſi fuerit maior c ad b quàm c ad a, adhuc dico a eſſe maiorem b. Hæc eſt conuerſa 8. Primum patet per primam partem 7 & per primam 8, nam per primam partem ſeptimæ, non erit a æqualis b, nec etiam minor, per primam octauæ. Secũdum uero patet ex ſecundis partibus earundem.



Euclid. ex Zamb. Theorema 10 Propoſitio 10

10 Ad eandem, rationem habentium, maiorem rationem habens, illa maior eſt, ad quam autem eadem maiorem rationẽ habet, illa minor eſt.

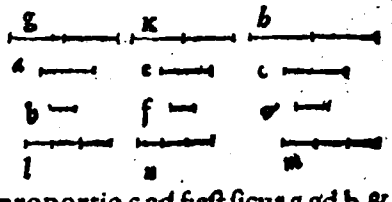
THEON ex Zamb. Habeat enim a, ad γ, maiorem rationem, quàm β, ad γ. Dico quod a, maior eſt quàm β. Si autem non, aut eſt a, ipſi c, æqualis, aut ea minor, æqualis autem minime eſt a, ipſi c, utraque etenim ipſarum a β, ad γ, eandem rationem haberet: (per 9 quinti) non habet autem, igitur a, ipſi β minime æqualis eſt. Neque etiam minor eſt a, quàm β, nam a, ad ipſum γ, minorem rationem haberet, quàm β, ad γ, (per 8 quinti) non habet autem, igitur a, quàm β, minor non eſt. Oſtenſum autem eſt, quod neque eſt æqualis, maior igitur eſt à, quàm β. Habeat rurſus γ ad c, maiorem rationem, quàm γ ad a. Dico quod minor eſt c, quàm a. Si autem non, aut eſt ei æqualis aut ea minor, æqualis quidem non eſt, β ipſi a. Nam γ, ad utramque ipſarum a β, eandem haberet rationem, (per 6 quinti,) non habet autem. Igitur a, ipſi β, minime eſt æqualis. Neque etiam maior eſt c, quàm a, nam γ. ad β, minorem rationem haberet, quàm ad a, (per 8 quinti,) non habes autem. Igitur maior nõ eſt c quàm a: patuit autem quod neque æqualis eſt, minor igitur eſt β, quàm a. Ad eandem igitur rationem habentium, maiorem rationem habens, maior eſt, & ad quam eadem maiorem rationem habet, ipſa minor eſt. Quod erat demonſtrandum.



Euclid. ex Camp. Propoſitio 11

11 SI fuerint quantitatum proportiones alicui uni æquales, ipſas quoque proportiones ſibi inuicem æquales eſſe neceſſe eſt.

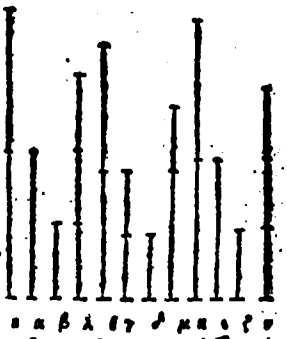
CAMPANVS Propoſitionem hanc quam Euclides in principio primi annumerauit inter cõmunes animi conceptiones, quæ eidem ſunt æqualia ſibi quoq; ſunt æqualia, prout de quantitatibus intelligitur, hic demõſtrat prout proportionibus accõmodatur. Sit ergo utraque duarum proportionum quæ ſunt a ad b, & c ad d, æqualis proportioni quæ eſt e ad f. Dico proportiones quæ ſunt a ad b & c ad d, ſibi inuicem eſſe æquales. Sumam enim g ad a, & h ad c, & k ad e, æque multiplites, itẽq; l ad b, & m ad d, & n ad f, æque multiplices. Et quia per hypotheſin proportio c ad f eſt ſicut a ad b, & ſimiliter ſicut c ad d, erit per conuerſionem diffinitionis incontinuæ proportionalitatis bis ſumptam ſi k addit ſuper n, quod g addat ſuper l, & h ſuper m, & ſi k minuit ab n, q; g minuat ab l, & h ab m, & ſi k eſt æqualis n, quod g ſit æqualis l, & h æqualis m. Quia igitur g ad l, & h ad m ſimiliter ſe habent in addendo, diminuendo & æquando, mediãtibus k n, & erit per diffinitionem incontinuæ proportionalitatis, a ad b ſicut c ad d. Qd eſt propoſitum.



Eucli. ex Zamb. Theorema 11 Propoſitio 11

11 Quæ eidem ſunt eædem rationes, & adinuicem ſunt eædem.

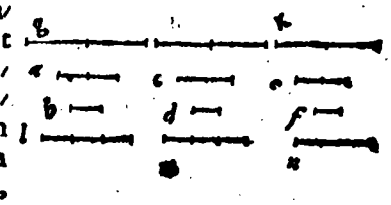
THEON ex Zamberto. Sint enim ſicut α, ad β, ſic γ, ad δ, ſicut uero γ, ad δ, ſic ε, ad ζ. Dico quod eſt ſicut α ad ζ, ſic ε, ad ζ. Sumantur enim ipſarum α γ ε, æque multiplices, ſintq; η θ ι, ipſarum uero β δ ζ, aliæ quæuis æque multiplices, ſintq; κ λ μ. Et quoniam eſt ſicut α, ad β, ſic γ, ad δ, & ſumptæ ſunt ipſarum α γ, æque multiplices η θ, ipſarum autẽ β δ, aliæ quæuis æque multiplices κ λ, ſi igitur excedit η, ipſum κ, excedit & θ, ipſum λ, & ſi æquale, æquale: & ſi deficit, deficit, (per conuerſionẽ 6 diffinitionis quinti.) Rurſus quoniã ſicut eſt ε, ad ζ, ſic eſt γ, ad δ, & ſumptæ ſunt ipſarum γ ε, æque multiplices θ ι, & ipſarum δ ζ, aliæ quæuis æque multiplices λ, & μ, ſi igitur excedit θ, ipſum λ, excedit quoque ι, ipſum μ, & ſi æquale, æquale: & ſi minus, minus, (per eandẽ.) Sed ſi excedit θ, ipſum λ, excedit quoq; & η, ipſum κ, & ſi æquale, æquale: & ſi minus, minus: (per eandem cõuerſionẽ.) Quare ſi excedit η, ipſum κ, excedit & ι, ipſum μ, & ſi æquale, æquale: & ſi minus, minus: (per eandem.) Sunt autem η ι ipſarum α, ε, æque multiplices, & κ μ, ipſarũ β ζ, aliæ quæuis æque multiplices. Eſt igitur ſicut α, ad ζ, ſic eſt ε, ad ζ. Quæ igitur eidem eædem ſunt rationes, & adinuicem ſunt eædem (per 6 diffinitionem) quod demonſtraſſe oportuit.



Eucli. ex Camp. Propoſitio 12

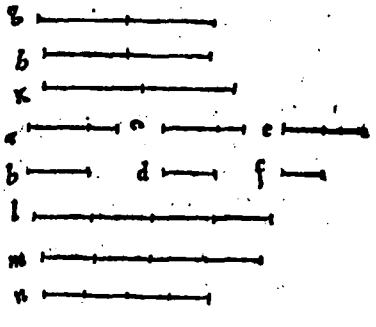
12 SI fuerit proportio primi ad ſecũdum ſicut tertij ad quartum, tertij uero ad quartum maior quàm quinti ad ſextum, erit proportio primi ad ſecundum maior, quàm quinti ad ſextum.

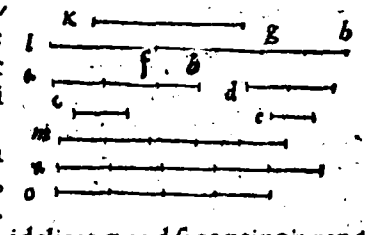
CAMPANVS Sicut in præcedenti, quod hic demõſtrat in proportionibus, cõceptibile eſt in quantitatibus, uidelicet quod ſi duæ quantites fuerint ſibi inuicem æquales, quæcunque fuerit una earum maior, eadẽ maior erit & reliqua. In proportionibus tamen hoc demonſtratur, ut ſi ſit proportio a ad b ſicut c ad d, c uero ad d, ſit maior quàm e ad f, erit quoq; a ad b, maior q̃ e ad f. Sumã enim g ad a, & h ad c, & k ad e, æque multiplices itẽq; l ad b, & m ad d, & n ad f, æque multiplices. Et quia per hypotheſin proportio c ad d eſt ſicut a ad b, & maior quàm e, ad f: erit per conuerſionem diffinitionis incontinuæ proportionalitatis ſi h addit ſuper m, ut g addat ſuper l, & per cõuerſionẽ diffinitiõis maioris improportionalitatis, quod non ſit neceſſe k addere ſuper n. Quia igitur mediantibus h & m ſi g addit ſuper l, nõ eſt neceſſe k addere ſuper n: erit per diffinitionẽ maioris improportionalitatis, maior proportio a ad b quàm e ad f: quod eſt propoſitum.



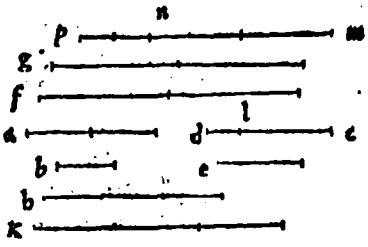
CAMPANI additio. Simili quoque modo probabis, quod ſi ſit a ad b ſicut c ad d, & c ad d, minor quàm e, ad f, erit a ad b minor quàm e ad f. Cum enim ſit c ad d minor q̃ e ad f: erit e ad f: maior quàm c ad d, per conuerſionem igitur diffinitionis maioris improp

proportiõalitatis,ſi k addit ſuper n,nõ eſt neceſſe qd'h addat ſuper m, ſed ſi h nõ addit ſuper m,g non addit ſuper l,ergo ſi k addit ſuper n,nõ eſt neceſſe ut g addat ſuper l,per diffinitionẽ igitur maioris improportiõalitatis,ma/ ior erit proportio e ad f,cꝫ a ad b, ergo econuerſo mi nor erit a ad b quàm e ad f,qd̃eſt propoſitũ. Ex mo do autẽ demõſtrationis octauæ huius,& hac fiet ma nifeſtũ qd'ſi fuerit primæ quatuor quãtitatũ ad ſecũ dam maior ꝓportio quàm tertiæ ad quartam,cõ/ tinget reperire aliqua æque multiplicia primæ & ter tiæ,quæ cum cõparabũtur ad aliqua æque multipli cia ſecundæ & quartæ, inuenietur multiplex primæ addere ſuper multiplex ſecundæ,non autem multi/ plex tertiæ ſuper multiplex quartæ. Quod ſic patet. Sit enim maior proportio a b ad c,quàm d ad e. Po/ nam ergo ut ſit proportio a f ad c,ſicut d ad e,eritque per hanc 11 & per 10.a f minor a b & ſit minor in quantitate f b,quam multiplicabo toties,quod prouenĩat quãtitas ma/ ior c,quæ ſit g h,hac conditione ut d toties multiplicata producat quantitatem nõ mi norem e,quæ ſit k, tunc ponam ut l g ſit ita multiplex a f,ſicut g h eſt multiplex f b, aut k p.eritq; per primam huius l h,ita multiplex a b,ſicut k d. Deinde ponam quod m ſit prima quãtitas multiplex e,quæ ſit maior k,& ponam n ita multiplicem c, ſicut m eſt multiplex e, eritque per præmiſſas hypotheſes & con/ uerſionem diffinitiõis incontinuæ proportionalitatis quantitas n prima,multipliciũ c,quæ erit maior l g,nec erit l g minor c. Sumam ergo ſub n,maximam multipli cium c, aut ſibi æqualem ſi forſan n ſit prima multi/ plicium eius,quæ ſit o,conſtabitque n, ex o & c, quia ergo l g non eſt minor o, & g h eſt maior c, erit l h, maior n.quare cum k ſit minor m, patet propoſitum.





Conuerſam quoque huius demonſtrare poſſumus,uidelicet,quod ſi contingit repe rire aliqua æque multiplicia primæ & tertiæ,quarum multiplex primæ addat ſuper a liquod multiplex ſecundæ,& multiplex tertiæ nõ addat ſuper multiplex quartæ,ma/ ior erit proportio primæ ad ſecundam quàm tertiæ ad quartam,quod ſic probatur. Sint quatuor quantitates,a prima,b ſecunda,c d tertia,e quarta,ſintq; f ad a, & g ad c d,æque multiplicia,ſimiliter h ad b.& k ad e,æque multiplicia,& addat f ſuper h, non addat autẽ g ſuper k,dico quod maior eſt proportio a ad b quàm c d ad e. Si enim æqualis, per conuerſionẽ diffinitionis incontinuæ proportionalitatis addet g. ſuper k,quod eſt contra hypotheſin. Si autem minor, ſit c l ad e ſicut a ad b,eritque per huius 10,c l minor c d & ſit minor in quantitate l d. Ponam igitur ut m n ſit ita multiplex c l, & n p multiplex l d, ſicut f eſt multi/ plex a. eritque per primam huius m, p ita multiplex c d, ſicut f eſt multiplex a. utraque igitur duarum quantitatum m p & g, eſt æque multiplex quantita/ tis c d,ergo ipſæ ſunt æquales,nam hæc illatio,demon ſtrata eſt in 7 huius. Et quia g non eſt maior k,non erit m p maior eadem. Sed per conuerſionem diffinitionis incõtinuæ proportionalitatis m n eſt maior k,eo qd̃ f eſt maior h,ergo m n,eſt maior m p,quod eſt impoſſibile. Quare relinquitur propoſitum.

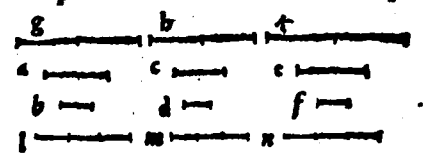


Eucli.ex Camp. Propoſitio 11

SI fuerint quotlibet quantitatum ad totidem alias proportio una, erit quoque quæ proportio unius ad unam, eadem proportio harum omnium pariter acceptarum ad omnes illas pariter acceptas.

CAMPANVS. Quod prima propoſuit de multiplicibus, hæc proponit de omni/ bus proportionibus,unde hæc eſt cõmunior illa,eo quod omnis multiplicitas eſt pro

portio, non autem econuerſo. Sit igitur a ad b, & c ad d, & e ad f, una proportio, dico quòd quæ eſt proportio a ad b, eadem eſt compoſiti ex a c e, ad compoſitum ex b d f. Sumã g ad a, & h ad c, & k ad e, æque multiplicia, itemq; l ad b, & m ad d, & n ad f, æque multiplicia, eritque per primam huius, compoſitum ex g h k, ita multiplex compoſiti ex a c e, ſicut g eſt multiplex a, ſimiliter per eandem, compoſitum ex l m n, erit ita multiplex compoſiti ex b d f, ſicut l eſt multiplex b, & per conuerſionem diffinitionis incontinuæ proportionalitatis bis ſumptam ſi g addit ſuper m, & h addit ſuper m, & k ſuper n, & ſi minuit, minuit, & ſi æquat, æquat: ergo per communem ſcientiã: ſi g addit ſuper l, compoſitum ex g h k, addit ſuper compoſitum ex l m n, & ſi minuit, minuit: & ſi æquat, æquat: ergo per diffinitionẽ incontinuæ proportionalitatis, proportio a ad b, eſt ſicut compoſiti ex a c e, ad compoſitum ex b d f, quod eſt propoſitum.



Hæ ſequentes duæ propoſitiones 12 ſcilicet & 13 ex Zamberto, duabus præcedentibus ex Campano. præpoſtero ordine reſpondent 12 unius 13 alterius.

Eucli. ex Zamb. Theorema 12 Propoſitio 12

12 Si fuerint quælibet magnitudines proportionem habentes, erit ſicut una antecedentium ad unam conſequentium, ſic omnes antecedẽtes ad omnes conſequentes.

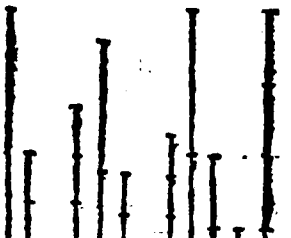
THEON ex Zamb. *Sint quotcunque magnitudines proportionem habentes α β γ δ, ſ, ſicut α, ad ε, ſic γ, ad δ, & ι, ad ſ. Dico quod eſt ſicut α, ad ε, ſic eſt α γ ι, ad β δ ſ. Sumantur enim æque multiplices ipſarum α γ ι, ſint q̃ ν α. & ipſarum β δ ſ, aliæ quæuis æque multiplices, ſint q̃ λ μ ν. Et quoniam eſt ſicut α, ad β, ſic γ, ad δ, & ι, ad ſ, & ſumptæ ſunt, ipſarum α γ ι, æque multiplices ν α, & ipſarũ β δ ſ, aliæ quæuis æque multiplices hoc eſt λ μ ν, ſi igitur excedit ν, ipſum λ, excedit & θ. ipſum μ, & ν, ipſum ν, & ſi æquale, æquale: & ſi minus, minus: (per cõuerſionẽ 6 diffinitionis quinti.) Quare & ſi excedit ν, ipſum λ, excedunt & ν θ ν, ipſas λ μ ν, & ſi æqualis, æquales: & ſi minor, minores, (per eãdem. Et eſt ν, quidem, & ν θ ν, ipſius α, & ipſarum α γ ι, æque multiplices. Quoniam (per primam quinti,) ſi fuerint quælibet magnitudines quarumlibet magnitudinum æqualium numero, ſingulæ ſingularũ æque multiplices, quàm multiplex eſt una unius magnitudinum, tam multiplices erunt, & omnes omnium. Ac per hoc, etiam λ, & λ μ ν, ipſius ε, & ε δ ſ, æque ſunt multiplices. eſt igitur ſicut α ν θ α α γ ι β δ ſ λ μ ν ad β, ſic α γ ι, ad β δ ſ. (per 6 diffinitionem quinti.) Si fuerint igitur quotcunque magnitudines proportionem habẽtes, erit ſicut una antecedentium ad unam conſequentium, ſic omnes antecedentes ad omnes conſequentes, quod demonſtrandum fuerat.*



Eucli. ex Zamb. Theorema 13 Propoſitio 13

13 Si prima ad ſecundam eandem habuerit rationem, & tertia ad quartam, tertia autem ad quartam maiorem rationem habeat quàm quinta ad ſextam, prima quoque ad ſecundam maiorem rationem habebit quàm quinta ad ſextam.

THEON ex Zamb. *Prima enim α, ad ſecundam β, eandem habeat rationẽ & tertia γ, ad quartam δ, tertia uero γ, ad quartam δ, maiorem habeat rationem quàm quinta ι, ad ſextam ſ. Dico quod & prima α, ad ſecundã ε, maiorem rationem habebit, quàm quinta ι, ad ſextã ſ. Quoniã γ, ad δ, maiorem rationem habet quàm ι, ad ſ, ſunt enim ipſarũ γ ι, quædã æque multiplices, & ipſarũ δ ſ, aliæ quæuis ſumptæ æque multiplices, ac multiplex ipſius γ, excedit multiplicẽ ipſius δ, multiplex autem ipſius ι, non excedit multiplicem ipſius ſ, ſumantur igitur, & ſint ipſarum γ ι, æque multiplices ν θ, ipſarum autem δ ſ, aliæ quæuis æque multiplices ν θ. Ita quidem ut ν, excedat ipſum ν, & θ, ipſum λ, non excedat, & quàm multiplex quidem eſt ν, ipſius γ, tam multiplex eſto & μ, ipſius α, quàm multiplex autem eſt ν, ipſius δ, tam multiplex eſto & ν, ipſius ε, & quoniam eſt ſicut α, ad ε, ſic γ, ad δ, & μ α ε γ ι γ δ ν θ ſ λ*



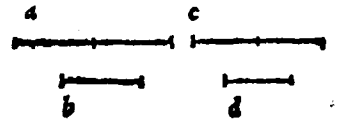
ſumptæ

ſumptæ ſunt ipſarũ α γ, æque multiplices μ ν, ipſarũ autẽ β δ, aliæ quæuis æque multiplices ν π: ſi excedit igitur μ, ipſam ν. excedit & ν, ipſam π, & ſi æqualis, æqualis, & ſi minor, minor: (per cõuerſionem ſextæ diffinitionis quinti). Excedit autem (per conſtructionem) ipſam π, excedit igitur & μ, ipſam ν, at θ, ipſam λ, non excedit, ſunt autem μ θ, æque multiplices ipſarum α ε, & ν λ, ipſarum β ζ, aliæ quæuis æque multiplices. Igitur α, ad ε, maiorẽ habet ratio nẽ, quàm ε, ad ζ. Si prima igitur ad ſecundam eandem habuerit rationem & tertia ad quartam, tertia autem ad quartam maiorẽ rationẽ habeat quàm quinta ad ſextam, prima ad ſecundam quoque maiorem rationem habebit, quàm quinta ad ſextam, quod demonſtrare oportebit.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 14.

14 SI fuerint quatuor quantitates proportionales, fueritque prima maior tertia. neceſſe eſt ſecundam quarta eſſe maiorem. Quod ſi minor, & minorem, ſi uero æqualis, & æqualem eſſe.

CAMPANVS Sit proportio a ad b, ſicut c ad d. Dico quod ſi a eſt maior c, b erit maior d, & ſi minor, minor. & ſi æqualis, æqualis. Si enim a ſit maior c, erit per primam partem 8 huius. maior proportio a ad d quàm c ad d. Quare maior erit a ad d, quàm ad b, ergo per ſecũdam partem 10 huius, b erit maior d, quod eſt propoſitum. Quod ſi a ſit minor c, erit per primam partem 8, minor proportio a ad d, quàm c ad d. Quare maior erit a ad b, quàm ad d, per ſecundam ergo partem 10, b erit minor d Si autem a ſit æqualis c, erit per primam partem 7, a ad d ſicut c ad d Quare a ad d, ſicut ad b, itaque per ſecundam partem 9, b erit æqualis d, ſicque patet propoſitum.



Eucli. ex Zamb. Theorema 14. Prepoſitio 14.

14 Si prima ad ſecundam eandem habuerit rationem & tertia quartam, prima uero tertia maior fuerit, & ſecunda, quarta maior erit, & ſi æqualis, æqualis. & ſi minor, minor.

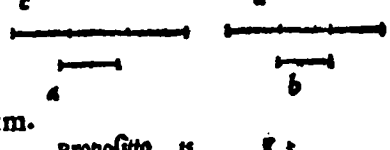
THEON ex Zamberto. *Primum enim α, ad ſecundum ε, eandem habeat rationem, & tertium γ, ad δ, quartum, maius autem eſto α, quàm γ. Dico quod & β, maius eſt quàm δ. Quoniam enim α, eſt maior quàm γ, eſt autem alia quædam magnitudo β, igitur (per 8 quinti) α, ad β, maiorem rationem habet quàm γ, ad ε, Sicutque α, ad ε, ſic γ. ad δ, maiorem rationem habet, quàm γ, ad β. Ad quod autem idem maiorem rationem habet, illud minus eſt (per 13 quinti,) minus igitur eſt δ, quàm ε, quare maior eſt β, quàm δ. Similiter quoque oſtendemus quod & ſi æquale fuerit α, ipſi γ, æquale erit quoque & β, ipſi δ, & ſi minus fuerit α, quàm γ, minus erit quoque & β, quàm δ. Si prima igitur ad ſecundam eandem habuerit rationem & tertia ad quartam, prima autem tertia maior fuerit, & ſecunda quarta maior erit, & ſi æqualis, æqualis: & ſi minor, minor: quod demonſtrare oportebat.*



Eucli. ex Camp. Propoſitio 15.

15 SI fuerint aliquibus quantitatibus æque multiplices aſſignatæ, erit ipſarum multiplicium atque ſubmultiplicium una proportio.

CAMPANVS Sint c ad a, & d ad b, æque multiplices. Dico quod quæ eſt proportio a ad b, eadem eſt c ad d. Diuidatur c ſecundum quantitatem a, & d ſecũdum quantitatem b, ſuntque tot partes e, quot d, & quia quælibet pars c ad quamlibet partem d ſe habet ſicut a ad b, erit per 12 huius, c ad d, ſicut a ad b, quod eſt propoſitum.



Eucli. ex Zamb. Theorema 15. Propoſitio 15.

15 Partes eodem modo multiplicium, eandem rationem habent ſumptæ adinuicem.

THEON ex Zamberto. *Sit igitur æque multiplex α β, ipſius γ, & δ ε, ipſius ζ. Dico quod eſt ſicut γ, ad ζ, ſic eſt α ε, ad δ ε. Quoniam enim æque eſt multiplex α β: ipſius γ, & δ ε, ipſius ζ, quot igitur magnitudines ſunt in α ε, ipſi γ, æquales, tot ſunt in δ ε, æquales ipſi ζ. Diuidatur α β, in magnitudines æquales ipſi γ. hoc eſt α η, η θ, θ ε, ipſum autẽ δ ε, in magnitudines æquales ipſi ζ, hoc eſt δ κ, κ λ, & λ ε, erit iam magnitudo ipſorum α η. η θ, & θ β, æqualis multitudini*

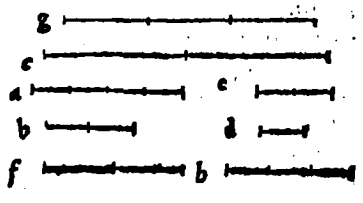


ipſorum ♂ ν, κ λ, & λ ο. Et quoniam α ν, ν θ, & θ ϵ, ſibi inuicem ſunt æquales, & ♂ ν, κ λ, & λ ο, quoque ſibi inuicem ſunt æquales, eſt igitur ſicut α ν, ad ♂ ν, ſic eſt ν θ, ad κ λ, & β θ, ad λ ο, erit igitur (per 12 quinti,) ſicut unum antecedẽtium ad unum conſequentium, ſic omnia antecedentia ad omnia conſequentia. Eſt igitur ſicut α ν, ad ♂ ν, ſic eſt α β, ad ♂ ο, æqualis autem eſt α ν, ipſi γ, ipſum autem ♂ ν, ipſi ζ, eſt igitur ſicut γ, ad ζ, ſic eſt α ϵ, ad ♂ ο. Partes igitur eodem modo multiplicium, eaudem habent rationem ſumptæ adinuicem, quod demonſtraſſe oportuit.

Eucli. ex Camp. *Propoſitio 16*

16 SI fuerint quatuor quãtitates proportiõales, permutatim quoq; proportionales erunt.

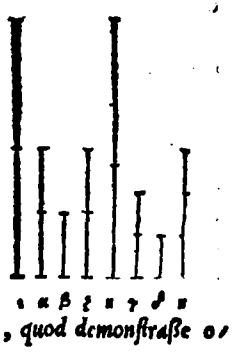
CAMPANVS. Sit proportio a ad b, ſicut c ad d. Dico quod erit a ad c ſicut b ad d. Et iſte eſt modus arguendi, qui dicitur proportionalitas permutata, cuius demõſtratio ſic patet. Sumã e ad a, & f ad b, æque multiplices: itẽq; g ad c & h ad d, æque multiplices, eritq; per præmiſſam e ad f, ſicut g ad h, quare per 14 ſi e addit ſuper g, & f addit ſuper h, & ſi minuit, minuit & ſi æquat, æquat: perdiffinitionẽ igitur incõtinuæ proportiõalitatis erit a ad c, ſicut b ad d. Quod eſt propoſitũ. Neceſſe eſt autem, ut in permutata proportionalitate ſint omnes quatuor quantitates, eiuſdem generis.



Eucli. ex Zamb. *Theorema 16* *Propoſitio 16*

16 Si quatuor magnitudines proportionales fuerint, & uiciſſim proportionales erunt.

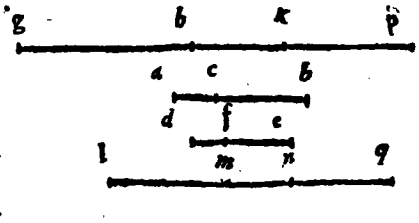
THEON ex Zamberto. Sint quatuor magnitudines proportionales α β γ ♂, ſicut α, ad ϵ, ſic γ, ad ♂. Dico quod & uiciſſim proportionales erunt, ſicut α, ad γ, ſic β, ad ♂. Sumantur quidem ipſarum α β, æqui multiplices ν ζ, & ipſarũ γ ♂. & aliæ quæuis, æque multiplices ν θ, & quoniam æque multiplex eſt ν, ipſius α, & ζ, ipſius β, partes aũt eodem modo multiplicium eandẽ habent rationẽ ſumptæ adinuicem (per præcedentem, eſt igitur ſicut α, ad ϵ, ſic ν, ad ζ. Sicut autem α, ad β, ſic & γ, ad ♂, & ſicut igitur γ, ad ♂, ſic ν, ad ζ, (per 11 quinti. Rurſus quoniam ν θ, ipſarum γ ♂, æque ſunt multiplices, partes autem eodem modo multiplicium eandem habent rationem ſumptæ adinuicem (per 15 quinti,) eſt igitur ſicut γ, ad ♂, ſic eſt ν, ad θ. Sicut autem γ, ad ♂, ſic ν, ad ζ, & ſicut igitur ν, ad ζ, ſic ν, ad θ. (per 11 quinti.) Si quatuor autem magnitudines proportionales fuerint, prima uero tertia maior ſit, & ſecũda quarta maior erit, & ſi æqualis, æqualis: & ſi minor, minor: (per 14 quinti.) Si igitur excedit ν, ipſum ν, excedit & ζ, ipſum θ: & ſi æquale, æquale: & ſi minus, minus: (per 6 diffinitionem quinti.) Sunt autem ν ζ, ipſarum α β, æque multiplices, & ν θ, ipſarum γ ♂: aliæ quæuis æque multiplices. Eſt igitur ſicut α, ad γ, ſic eſt ϵ, ad ♂. Si quatuor igitur magnitudines proportionales fuerint, & uiciſſim proportionales erunt, quod demonſtraſſe oportuit.



Eucli. ex Camp. *Propoſitio 17*

17 SI fuerint quantitates coniũctim proportionales, eaſdem diſiũctim quoque proportionales eſſe.

CAMPANVS. Demonſtrato modo arguendi qui dicitur proportionalitas permutata, demonſtrat illum qui dicitur proportionalitas diſiuncta. Sit itaque proportio, a b ad b c, ſicut d e ad e f. Dico quod erit a c ad c b, ſicut d f ad f e. Sumam enim g h ad a c, & h κ ad c b, itemque l m ad d f, & m n ad f e, æque multiplices. Eritque per primam huius, g κ ita multiplex a b: ſicut g h eſt multiplex a c, & l n, ita multiplex d e ſicut l m eſt multiplex d f, & ideo per præmiſſas hypotheſes, g k, eſt ita multiplex a b, ſicut eſt l n, d e. Ponam iterum k p ad c b, & n q, ad f e, æque multiplices, eruntque per ſecundam, h p ad c b, & n q ad f e, æque multiplices, per conuerſionem igitur diffinitionis incontinuæ proportionalitatis. ſi g κ addit ſuper h p, l n. addit ſuper m q, & ſi minuit, minuit: & ſi æquat, æquat: demptis itaque commu-



munibus h κ & m n: erit per communem ſcientiam, ut ſi g h addit ſuper κ p, quod l m addit ſuper n q: & ſi minuit, minuit: & ſi æquat, æquat: ergo per diffinitionem incontinuæ proportionalitatis, proportio a c ad c b, eſt ſicut d f ad f e, quod eſt propoſitũ.

Eucli. ex Zamb. Theorema 17. Propoſitio 17.

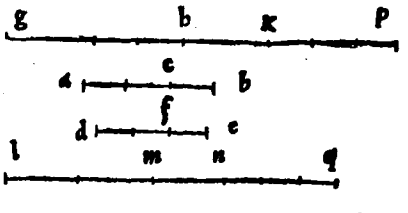
17 *Si compoſitæ magnitudines proportionales fuerint: diuiſæ quoq; proportionales erunt.*

THEON ex Zamberto. *Sint compoſitæ magnitudines proportionales α ϛ, β ϛ, γ δ, δ ζ, ſicut α ϛ ad ϛ ϛ, ſic γ δ ad δ ζ. Dico quod & diuiſæ, proportionales erunt: ſicut α ϛ ad β ϛ, ſic ϛ ζ ad δ ζ. Sumãtur enim ipſarum α ϛ, ϛ β, γ ζ, ζ δ, æque multiplices η θ, θ κ, λ μ & μ ν: ipſarum autem ϛ β & ζ δ, aliæ quæuis æque multiplices, hoc eſt ϛ κ & ν π. Et quoniam æque multiplex eſt η θ ipſius α ϛ, & θ κ ipſius ϛ ϛ: æque igitur eſt multiplex η θ ipſius α ϛ, & η κ ipſius α β (per primam quinti). Aeque autem eſt multiplex η θ ipſius α ϛ: & λ μ ipſius γ ζ: æque igitur eſt multiplex η κ ipſius α β, & λ μ ipſius γ ζ (per 11 eiuſdem. Rurſus quoniam æque eſt multiplex λ μ ipſius γ ζ, & μ μ ipſius δ ζ: æque igitur eſt multiplex λ μ ipſius γ ζ, & λ ν ipſius γ δ (per primam eiuſdem: æque autem erat multiplex λ μ ipſius γ ζ: & η κ ipſius α β. Aeque igitur eſt multiplex η κ ipſius α β, & λ ν ipſius γ δ: igitur η κ & λ ν, ipſarum α β & γ δ æque ſunt multiplices. Rurſus quoniam æque multiplex eſt θ κ ipſius ϛ β, & μ ν ipſius ζ δ: eſt autem & κ ζ ipſius ϛ β æque multiplex, & ν π ipſius ζ δ: & compoſitnm igitur (per 11 eiuſdem) θ ζ ipſius ϛ ϛ æque multiplex eſt, & μ π ipſius ζ δ. Et quoniam eſt ſicut α β ad ϛ ϛ, ſic eſt γ δ ad δ ζ, & ſumptæ ſunt ipſarum quidem α ϛ & γ δ æque multiplices η κ & λ ν: ipſarum autem ϛ β & ζ δ aliæ quæuis æque multiplices, hoc eſt, θ ζ & μ π: ſi igitur excedit η κ ipſam θ ζ, excedit & λ ν ipſam μ π: & ſi æqualis, æqualis: & ſi minor, minor (per conuerſionem 6 diffinitionis quinti). Excedat nempe η κ, ipſam θ ζ: & igitur cõmuni ablata θ κ, excedit η θ ipſam κ ζ. Sed ſi excedit η κ ipſam θ ζ: excedit & λ ν ipſam μ π: excedat igitur λ ν, ipſam μ π: & communi ablata μ ν, excedit & λ μ ipſam ν π. Quare ſi excedit η θ ipſam κ ζ: excedit & λ μ ipſam ν π. Similiter iam oſtendemus quod & ſi æqualis fuerit η θ ipſi κ ζ: æqualis erit & λ μ ipſi ν π: & ſi minor, minor: ſunt autem η θ & λ μ, ipſarum α ϛ & ϛ ζ æque multiplices, & κ ζ & ν π, ipſarum ϛ ϛ & ζ δ aliæ quæuis æque multiplices: eſt igitur ſicut α ϛ ad ϛ β: ſic eſt ϛ ζ ad ζ δ (per 6 diffinitionem quinti. Si compoſitæ magnitudines igitur proportionales fuerint: diuiſæ quoq; proportionales erunt: quod demonſtraſſe oportuit.*

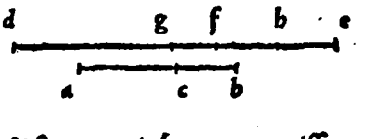


Eucli. ex Camp. Propoſitio 18.

18 SI fuerint quantitates diſiunctim proportionales, coniunctim quoq; proportionales erunt.



CAMPANVS. Demonſtratmodum arguẽdi quid dicitur proportionalicas coniuncta: & eſt modus cõuerſus prioris. Ad cuius demonſtrationem, reſumatur diſpoſitio præmiſſæ, & maneant omnes eius hypotheſes: excepto quod ponatur eſſe proportio a c ad c b ſicut d f ad f e: dico quod erit proportio a b ad b c, ſicut d e ad f e: ſequitur enim ex hac hypotheſi & alijs hypotheſibus præmiſſæ de multiplicibus æqualiter ſumptis, per conuerſionem diffinitionis incontiuuæ proportionalitatis, ſi g h addit ſuper k p, quod l m addat ſuper n q: & ſi minuit, minuat: & ſi æquat, æquet: ergo poſitis cõmunibus h & κ & m n: ſequitur per cõmunem ſcientiam, ſi g κ addit ſuper h p, quod l n addat ſuper m q: & ſi minuit, minuat: & ſi æquat, æquet: quare per diffinitionem incõtinuæ proportionalitatis, erit proportio a b ad b c: ſicut d e ad e f, quod eſt propoſitum. Aliter idem indirecte ſic. Cũ ſit proportio a c ad c b ſicut d f ad f e, nõ eſt autẽ a b ad b c ſicut d e ad e f: ſit ergo proportio d e ad aliquam aliam quantitatem: ſicut a b ad b c, quæ aut erit maior e f, aut minor: ſi enim ei eſſet æqualis, conſtaret propoſitum. Sit itaq; primo maior, & ſit e g: eritq; per præmiſſam a c ad c b, ſicut d g ad e g: quare d g ad e g, eſt ſicut d f ad f e. Sequitur igitur per 14, qd cum d g prima ſit minor d f tertia: erit ergo g e ſecũda minor e f quarta: ſed erat propoſitũ, q; eſſet maior. Sit ergo proportio d e ad minorẽ e f, quæ ſit e h, ſicut a b ad b c: eritq; per præmiſſã a c ad c b ſicut d h ad h e: quare per 11, d h ad h e, ſicut d f ad f e: & qa d h prima

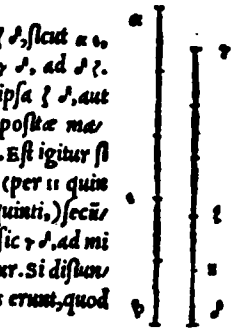


d f, tertia erit per 14 e h ſecunda, maior e f, quarta. quod quia eſt impoſſibile, ſequitur propoſitum.

Eucli. ex Zamb. Theorema 18 Propoſitio 18 Cõuerſa præcedentis.

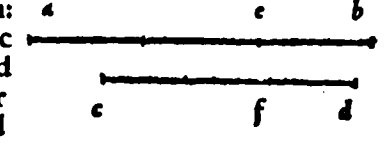
18 Si diuiſæ magnitudines proportionales fuerint, compoſitæ quoq; proportionales erunt.

THEON ex Zamb. *Sint diſiunctæ magnitudines proportionales α γ, ι β, γ ζ, & ζ δ, ſicut α ι, ad ι β, ſic γ ζ, ad ζ δ. Dico quod & compoſitæ proportionales erunt, ſicut α β, ad β ι, ſic γ δ, ad δ ζ. Si autem non eſt, ſicut α β, ad ε ι, ſic γ δ, ad ζ δ, erit ſicut α ε, ad β ι, ſic γ δ, ad minorem ipſa ζ δ, aut ad maiorem. Sit prius ad minorẽ δ η. Et quoniam eſt ſicut α ε, ad β ι, ſic γ δ, ad δ η, compoſitæ magnitudines proportionales ſunt, quare etiam diuiſæ proportionales erũt. (per 17 quinti. Eſt igitur ſicut α ι, ad ι ε, ſic γ η, ad η δ, ſupponitur aũt ſicut α ι, ad ι β, ſic ι ζ, ad ζ δ. Et ſicut igitur (per 11 quinti,) γ η, ad η δ, ſic γ ζ, ad ζ δ, maior autẽ eſt prima γ η, tertia γ ζ, maior igitur eſt (per 14 quinti,) ſecũda η δ, ipſa ζ δ, quarta. Sed & minor, quod eſt impoſſibile. Igitur non eſt ſicut α β, ad ε ι, ſic γ δ, ad minorem ipſa ζ δ. Similiter quoque oſtendemus quod neque ad maiorem, ad eandem igitur. Si diſiunctæ igitur magnitudines proportionales fuerint, & compoſitæ quoque proportionales erunt, quod demonſtraſſe oportuit.* Eucli. ex Camp. Propoſitio 19.

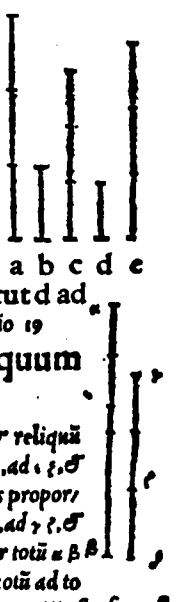


19 Si à duobus totis duæ portiones abſcindãtur, fueritque totum ad totum quantum abſciſum ad abſciſum, erit reliquum ad reliquũ quantum totum ad totum.

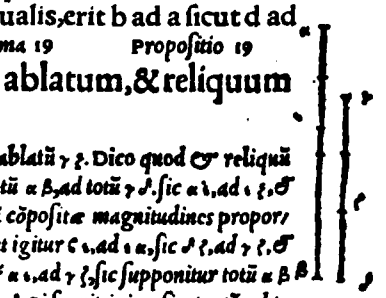
CAMPANVS Quod quinta proponit de multiplicibus: hæc proponit uniuerſaliter de omnibus proportionibus. unde eſt illa tanto communior, quanto multiplicita te proportio. Sint igitur duæ quantitates a b, & c d, à quibus abſcindantur duæ quæ ſint b e & d f, ſitque proportio totius a b, ad totam c d, ſicut b e, abſciſæ ad d f abſciſam. dico quod eadem erit a e reſidui ad c f, reſiduum: quæ eſt totius a b ad totam c d. Cum enim ſit a b ad c d ſicut b e ad d f: erit permutatim a b ad b e, ſicut c d ad d f, & diſiunctim a e ad e b, ſicut c f ad f d, & iterũ permutatim a e ad c f, ſicut e b, ad f d. & quia ſic erat a b ad c d. patet propoſitum.



CAMPANI *additio.* Ex hac autem decimanona. & permutata proportionalitate demonſtratur modus arguendi, qui dicitur proportionalitas euerſa. ut ſi ſit a b ad b e, ſicut c d ad d f, dico quod erit b a ad a e ſicut d c ad c f, quia cum ſit a b, ad b e, ſicut c d ad d f, erit permutatim a b ad c d ſicut b e ad d f, quare per hanc 19. b a ad d c, ſicut a e ad c f, igitur permutatim b a ad a e. ſicut c d ad c f, quod eſt propoſitum. Cõuerſa quoque proportionalitas, quam ex diffinitione incontiuuæ proportionalitatis demonſtrauimus in expoñendis principijs huius quinti, poteſt hic quoque demonſtrari indirecte ex permutata proportionalitate 8 huius. ut ſi ſit proportio a ad b ſicut c ad d, dico quod erit b ad a ſicut d ad c. ſin autem ſit d ad e, ſicut b ad a, & quia a ad b eſt ſicut c ad d, erit permutatim a ad c ſicut b ad d, & quia ite rum b ad a, ſicut d ad e: erit quoque permutatim b ad d ſicut a ad e, quare erit a ad e. ſicut d ad c, ſi igitur e non ſit æquale c, accidet im poſſibile & contrarium ſecundæ partis 9. ſi autem æqualis, erit b ad a ſicut d ad c, quod eſt propoſitũ. Eucli. ex Zamb. Theorema 19 Propoſitio 19



19 Si fuerit ſicut totum ad totum, ſic ablatum ad ablatum, & reliquum ad reliquum, erit ſicut totum ad totum.



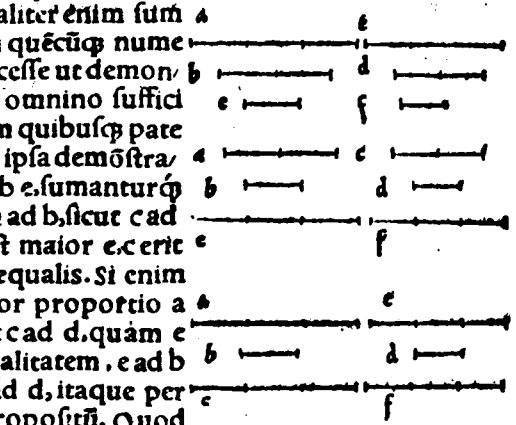
THEON ex Zãb. *Eſto ſicut totũ α β, ad totũ γ δ, ſic ablatũ α ι, ad ablatũ γ ζ. Dico quod & reliquũ ι β, ad reliquũ ζ δ. erit ſicut totũ α ε, ad totũ γ δ. Quoniã enim eſt ſicut totũ α β, ad totũ γ δ. ſic α ι, ad ι ζ, & uiciſſim quoq; (per 16 quinti) ſicut α ε, ad α ι, ſic & δ γ, ad γ ζ. Et quoniã cõpoſitæ magnitudines proportionales ſunt. (per 17 & 18 quinti) etiã diſiunctæ proportionales erũt, ſicut igitur ε ι, ad ι α, ſic δ ζ, ad γ ζ, & uiciſim igitur (per 16 quinti) eſt ſicut ε ι, ad δ ζ, ſic ι α: ad ζ γ. Sicut autẽ α ι, ad γ ζ, ſic ſupponitur totũ α β ad totũ γ δ, & reliquũ igitur ι β, ad reliquũ ζ δ, erit ſicut totũ α β, ad totũ γ δ. Si fuerit igitur ſicut totũ ad totũ ſic ablatũ ad ablatũ, & reliquũ ad reliquũ erit ſicut totũ ad totũ, quod demõſtrandum erat. Et quoniã oſtenſum eſt quod ſicut eſt α β, ad γ δ, ſic eſt ι ε, ad ζ δ, & uiciſſim ſicut α β. ad ε ι, ſic γ δ ad δ ζ, cõpoſitæ igitur magnitudines proportionales ſunt (per 18 propoſitionem quinti.) oſtenſum eſt autem quod ſicut β α, ad α ι, ſic δ γ, ad γ ζ, & eſt conuertendo.*

tendo. Hinc manifestum, quod si compositæ magnitudines proportionales fuerint, etiam conuertendo proportionales erunt, quod demonstrandum erat.

Eucli. ex Camp. *Propositio 20*

Si fuerint quotlibet quantitates aliæque secundum earum numerum quarum quæque duæ priorum secundum proportionem duarum postremarum necesse est in proportionalitate quidē, æqualitatis ut si fuerit prima priorum ultima maior, & posteriorum primam ultima esse maiorem. Quod si minor, & minorem. Si uero æqualis, & æqualem.

CAMPANVS Demonstraturus Euclides modum arguendi qui dicitur æqua proportionalitas, siue quantitates duorum ordinum directe siue peruersim proportionentur: præmittit duo antecedentia ad demonstrandum propositum necessaria, per quorum primum demonstratur æqua proportionalitas cum quantitates duorū ordinum directe proportionantur. secundum autem cum proportionantur peruersim proponit autem hæc duo antecedentia de quantitatibus duorum ordinum numero æqualibus: quæcunque fuerint. Vniuersaliter enim sumptis utrobique quantitatibus secundum quēcūq; numerum ueritatem habent, non est autem necesse ut demonstremus ea, nisi solum in tribus, hoc enim omnino sufficiens est ad propositum. de pluribus autem quibuscq; patebit per æquam proportionalitatem cum ipsa demōstrata fuerit. Sint igitur tres quantitates a b e, sumanturq; tres aliæ quæ sint c d f. & sit proportio a ad b, sicut c ad d, & b ad e, sicut d ad f. dico quod si a est maior e, c erit maior f. & si minor, minor: & si æqualis, æqualis. Si enim est maior, erit per primam partem 8, maior proportio a ad b, quàm e ad b. quare per 13, maior erit c ad d, quàm e ad b. & quia per conuersam proportionalitatem, e ad b est sicut f ad d, erit c ad d maior quàm f ad d, itaque per primam partē 10 c est maior f. quod est propositū. Quod si a sit minor e, per easdem & eodem modo probabitur c esse minorem f. erit enim minor proportio a ad b, quàm e ad b, per primam partem 8, ideo per 13 & per conuersam proportionalitatem, minor erit c ad d, quàm f ad d, & ideo per primam partem 10. erit c minor f. quod est proposicum. Si autem a sit æqualis e: erit per primā partem 7 proportio a ad b sicut e ad b sicut e ad b. & ideo per secundam partem 11 & conuersam proportionalitatē. erit c ad d. sicut f ad d, quare per primam partē 9, c est æqualis f, quod est propositum.



CAMPANI *additio.* Quidam autē hanc conclusionē demōstrauerūt per proportionalitatē. permutatim, hoc modo, proportio a ad b. est sicut c ad d, ergo permutatim a ad c, sicut b ad d. & quia rursus b ad e sicut d ad f, erit permutatim b ad d sicut e ad f. sed erat b ad d, sicut a ad c. ergo per 11 erit a ad c. sicut e ad f. itaq; per 14. si a prima est maior e tertia. erit c. secūda maior f, quarta. & si minor, minor, & si æqualis æqualis. quod est propositum. Isti autem errauerunt in sua demonstratione. quia si esset intentio Euclidis sic demonstrare, non oporteret ipsum præmittere hanc cōclusionem pro antecedente ad æquam proportionalitatem. si enim rursus fiat una permutatio proportionalitatis ad quam deuētum est. quæ est esse a ad c sicut e ad f, sequitur quod sit a ad e sicut c ad f. & hoc est æqua proportionalitas. Præterea eorum cōclusio non sequitur nisi omnes quantitates amborū ordinū fuerint generis unius. Si enim a b e, sint lineæ & c d f. superficies, aut corpora, aut tempora, non erit tunc permutare proportiones. peccant igitur uniuersaliter dictum, particulariter demonstrantes.

Eucli, ex Zamb. *Theorema 20* *Propositio 20*

Si fuerint tres magnitudines, & aliæ eisdem æquales numero, binæ sumptæ & in eadem ratione, ex æquali autē prima tertia maior fuerint, & quarta sexta maior erit, & si æqualis, æqualis, & si minor, minor.

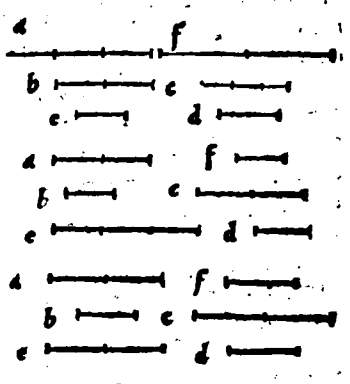
THEON ex Zamb. Sint tres magnitudines α β γ, & aliæ eiſdem æquales numero δ ε ζ, binæ ſumptæ & in eadem ratione, ſicut quidem α, ad ε, ſic δ ad ε, ſicutq; β, ad γ, ſic ε, ad ζ. Ex æquali autē ſit maior α, quàm γ, Dico quod & δ, quàm ζ, maior erit, & ſi æqualis, æqualis, & ſi minor, minor. Quoniam enim maior eſt α, quàm γ, alia autem quædam β, maiorem autem ad eandem (per 8 tertij) maiorem rationem habet quàm minor, igitur α, ad β, maiorē rationem habet quàm γ, ad β. Sed ſicut eſt quidem α, ad β, ſic eſt δ, ad ε, ſicutq; γ, ad ε, rurſus ſic ζ, ad ε. Et δ, igitur ad ε, maiorem rationem habet quàm ζ, ad ε, (per correlarium 4 quinti. Ad eandem autem rationem habentium, maiorē rationem habens, maior eſt (per 10 quinti.) maior igitur eſt δ, quàm ζ. Similiter quoque oſtendemus, quod ſi æqualis eſt α ipſi γ, æqualis erit & δ, ipſi ζ, & ſi minor, minor. Si fuerint igitur tres magnitudines, & aliæ eiſdem æquales numero, binæ ſumptæ & in eadem ratione, ex æquali autem prima tertia maior fuerit, & quarta ſexta maior erit, & ſi æqualis, æqualis: & ſi minor, minor: quod oportebat demonſtrare.



Eucli. ex Camp. Propoſitio 21

21 SI fuerint quotlibet quantitates aliæ que ſecundum earum numerum, quarum quæque duæ ex prioribus quibuſque duabus ex poſterioribus peruerſim comparatæ ſecundum proportionem earum fuerint, neceſſe quoque eſt ut ſi fuerint in proportionalitate æqualitatis priorum prima ultima maior, & poſteriorum prima ultima eſſe maiorem, ſi autem minor, & minorem. Si uero æqualis, & æqualem.

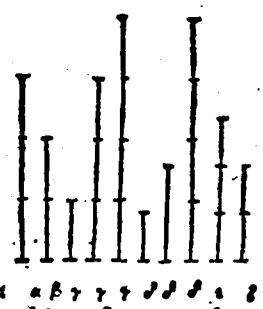
CAMPANVS. Secundum antecedens, ſint tres quātitates a b e, ſumāturq; aliæ tres quæ ſunt f c d & ſit proportio a ad b, ſicut c ad d, & b ad e, ſicut f ad c, dico quod ſi a eſt maior e, erit maior d, & ſi minor, minor: & ſi æqualis, æqualis, hoc autem probatur per eaſdem & eodem modo, quo præcedens, ſi enim a ſit maior e, erit maior ꝓportio a ad b quam e ad b, quare maior c ad, quā e ad b, & ideo maior quàm c ad f, maior igitur f, quàm d, per ſecundam partem 10 quod eſt propoſitum. Quod ſi a ſit minor e, erit tandem minor c ad d quam ad f, quare per eandē partē eiuſdē f, erit minor d. Si autē a ſit æqualis e, ſequitur ut ſit proportio c d ſicut c ad f, igitur per ſecundam partem 9 erit f æqualis d, quod eſt propoſitum



Eucli. ex amb. Theorema 21 Propoſitio 21

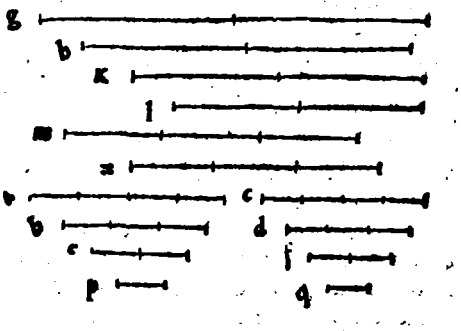
21 Si fuerint tres magnitudines & aliæ eiſdem æquales uumero, binæ ſumptæ & in eadem ratione. fuerit autem perturbata earū proportio, ex æquali uero prima tertia maior fuerit, & quarta ſexta maior erit & ſi æqualis, æqualis: & ſi minor, minor.

THEON ex Zamberto. Sint tres magnitudines α β γ, & aliæ eiſdem numero æquales δ ε ζ, binæ ſumptæ, & in eadē ratione, ſit autē earū proportio perturbata ſicut quidē α, ad β, ſic ε, ad ζ, ſicutq; ε, ad γ, ſic δ, ad ε, ex æquali autē, α, quàm γ, ſit maior, dico quod & δ, quàm ζ, maior erit, & ſi æqualis, equalis: & ſi minor, minor. Quoniam enim maior eſt α, quàm γ, & alia quædam β, igitur (per 8 quinti,) α, ad ε, maiorem habet rationem quàm γ, ad ε. Sed ſicut quidem α, ad β, ſic ε, ad ζ, ſicutque γ, ad ε, rurſus ſic ε, ad δ, & ε, igitur ad ζ, maiorem rationem habet, quàm ε, ad δ, (per correlarium quartæ quinti,) Ad quā autem eadem maiorem rationē habet illa: minor igitur eſt ζ, quàm δ, maior igitur eſt δ, quàm ζ. Similiter quoque oſtendemus, quod & ſi æqualis fuerit α, ipſi γ, æqualis erit & δ, ipſi ζ. & ſi minor, minor. Si fuerint igitur tres magnitudines & aliæ eiſdem æquales numero binæ ſumptæ & in eadem ratione, fueritque perturbata earum proportio, ex æquali autem prima tertia maior fuerit. & quarta ſexta maior erit, & ſi æqualis, æqualis, & ſi minor, minor: quod demonſtrare oportebat.



22 SI fuerint quotlibet quantitates aliæq; ſecundum earum numerum quarum quæque duæ ſecũdum proportionem duarum ex primis in æqua proportionalitate, proportionales erunt.

CAMPANVS Demonſtratis antecedẽtibus ad æquam proportionalitatem, hic demonſtrat eam, & primo, cum quãtitates duorum ordinum ſunt directe proportionales. Non eſt autem neceſſe ut demonſtrare tur, niſi cum in utroque dũorũ ordinũ ſunt tantum tres quantitates. Per hoc enim euidenter ſequitur in utroque ordine fuerint quatuor quãtitates, & deinteps, & ideo etiam nõ oportuit eius antecedens demonſtrari, non ſolũ cum in utroque ordine ſunt etiã tres quãtitates. Sint igitur tres quantitates, a b. c, ſumanturq; tres aliæ quæ ſunt c d f & ſit proportio a ad b, ſicut c ad d, & b ad c, ſicut d ad f, dico quod erit a ad e, ſicut c ad f. Sumam enim g ad a, & h ad c, æque multiplicia. Itẽque k ad b, & l ad d, æque & rurſus m ad e, & n ad f, æque eritq; per 4. g ad k. ſicut h ad l, & k ad m. ſicut l ad n, quare per 20, ſi g eſt maior m. erit h maior n, & ſi minor, minor: & ſi æqualis, æqualis: igitur per diffinitionem incõtinuæ proportionalitatis, proportio a ad e, eſt ſicut c ad f, qd̃ eſt propoſitum. Poteſt quinque hoc demõſtrari per 15 huius, ſumptis g k m, ad a b e, & h l n, ad c d f, æque multiplicibus. erit enim per 15, g ad k, ſicut h ad l, & k ad m. ſicut l, ad n. Cætera pertracta ut prius. Quod ſi fuerint quantitates plures tribus in utroque ordine utpote quatuor, additis p & q, ita quod ſit e ad p, ſicut f ad q, erit iterum a ad p, ſicut c ad q. erit enim a ad e. ſicut ad f, hocenim demonſtratum eſt, ſublatis igitur b & d, erunt tres quantitates a e p, & aliæ tres c f q, ut proponitur. quare a ad p. ſicut e ad q. Sicutq; demonſtratur de quatuor per tres, ſublato uno medio, eodem modo demonſtrabis de quinque per quatuor, ſublatis duobus mediis. & de ſex per quinque, ſublatis tribus, & ſic de cæteris.



Eucli. ex Zamb. Theorema 21. Propoſitio 22

22 Si fuerint quælibet magnitudines & aliæ eiſdem æquales numero binæ ſumptæ in eadem ratione, etiam ex æquali in eadem ratione erunt.

THEON ex Zamb. *Sint quælibet magnitudines α β γ, & aliæ eiſdem æquales numero δ ε ζ, binæ ſumptæ in eadem ratione, ſicut quidem α, ad β, ſic δ, ad ε. ſicutq; β ad γ, ſic ε ad ζ. Dico quod etiam ex æquali in eadem ratione erunt, ſicut α, ad γ, ſic δ, ad ζ. Sumantur quidem ipſarum α δ, æque multiplices α θ, ipſarũ autẽ β ε, a lĩ æque multiplices α λ, & inſuper ipſarũ γ ζ, aliæ quæuis multiplices μ ν. Et quoniam eſt ſicut α, ad β, ſic δ, ad ε, & ſumptæ ſunt ipſarum α δ, æque multiplices α θ, ipſarum autem β ε, aliæ quæuis æque multiplices α λ, eſt igitur (per 4. quinti) ſicut α, ad α. ſic θ ad λ, & per hoc ſicut α, ad μ, ſic λ, ad ν. Quoniam igitur tres magnitudines ſunt α α μ, & aliæ eiſdem æquales numero θ λ ν, binæ ſumptæ & in eadem ratione, ex æquali igitur (per 20 quinti) ſi excedit ν, ipſam μ, excedit & θ, ipſam α, & ſi æqualis, æqualis: & ſi minor, minor. Sunt autem α θ, ipſarum α δ, æque multiplices, & μ ν, ipſarum γ ζ, aliæ quæuis æque multiplices: eſt igitur (per 6 diffinitionem quinti) ſicut α, ad γ, ſic δ, ad ζ. Si fuerint igitur quælibet magnitudines & aliæ æquales numero binæ ſumptæ in eadem ratione etiam ex æquali in eadem erunt ratione, quod demonſtraſſe oportuit.*

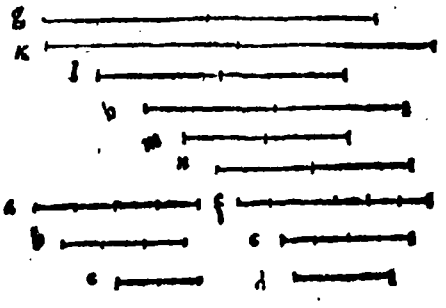


Eucli. ex Camp. Propoſitio 23

23 SI fuerint quotlibet quantitates aliæq; ſecundum earum numerum, quarum ex prioribus quæque duæ ſecundum proportionem duarũ ex prioribus indirecte proportionatæ, in æqua proportionalitate proportionales erunt.

Camp.

CAMPANVS Demonſtrat æquam proportionalitatem in quantitatibus duorũ ordinum indirecte ſiue peruerſim proportionatis. Nec eſt neceſſe quod demonſtretur, niſi cum in utroque quorum ordinum ſunt tantũmodo tres quantitates, per hoc enim euidenter ſequitur quæcunque ponantur in utroque ordine, ſicut in præmiſſa de directe proportionatis demõſtratum eſt. Sint igitur tres quantitates a b e, ſumanturq; aliæ tres quæ ſint f c d, & ſit proportio a ad b, ſicut c ad d, & b ad e, ſicut f ad c, dico quod erit a ad e, ſicut f ad d. Sumam enim g ad a. & h ad c. & k ad f, æque multiplicia. itemq; l ad b, & m ad e, & n ad d, æque eritq; per 4, d, ad l, ſicut h ad n, & per 15, l ad m, ſicut k ad h, quare per 21, ſi g addit ſuper m. & k cadit ſuper n: & ſi minuit, minuit: & ſi æquat, æquat: ergo per diffinitionem incõtinuæ proportionalitatis, proportio a ad e, eſt ſicut f ad d, quod eſt propoſitum.



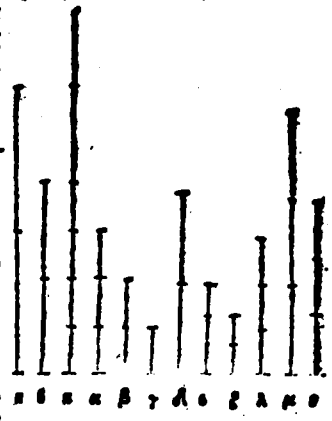
Poteſt quoque & hoc demonſtrari per decimamtertiã huius, ſumptis g l m ad a b e, & k, h, n, ad f c d, æque multiplicibus, erit enim per decimamquintam g ad l, ſicut h ad n & l ad m, ſicut k ad h, cætera pertracta ut prius. Cõuenientius tamen demonſtrantur hæc & præmiſſa, ſecundum primum modum.

Quod ſi plures tribus fuerint quantitates in utroque ordine, utpote quatuor additis p & q. ita quod ſit a ad b ſicut d ad q, & b ad e, ſicut c ad d, & e ad p ſicut f ad c, erit iterum a ad p, ſicut f ad q. erit enim per prædemonſtrata a ad e, ſicut c ad q. Sublatis igitur b & d, erunt tres quantitates a e p, & aliæ tres f c q. ut proponitur, quare a ad p, ſicut f ad q. Sic igitur demõſtratur de quatuor per tres, ſublato uno medio. Eodem modo demonſtrabis de quinque per quatuor, ſublatis duobus medijs, & de ſex per quinque, ſublatis tribus. & ſic in cæteris.

Eucli. ex Zamb. Theorema 23 Propoſitio 23

23 **Si fuerint tres magnitudines aliæque eiſdem æquales numero binæ ſumptæ in eadem ratione, fuerit autem perturbata earum proportio, etiã ex æquali in eadem ratione erunt.**

THRON ex Zamberto. *Sint tres magnitudines α β γ, & aliæ eiſdem æquales numero binæ ſumptæ in eadẽ ratione δ ε ζ, ſit autem perturbata ipſarum proportio, ſicut quidem α ad ε, ſic ε ad ζ, ſicut autẽ β ad γ, ſic δ ad ε. Dico quod eſt ſicut α, ad γ, ſic eſt δ, ad ζ. Sumãtur, inquam, ipſarũ α ε δ, æque multiplices γ θ κ, ipſarũ autẽ γ ε ζ. aliæ quæuis æque multiplices λ μ ν. Et quoniam æque ſunt multiplices κ θ, ipſarum α ε, partes autem eodem modo multiplicium eandẽ habẽt rationẽ (per 15 quinti.) eſt igitur ſicut α, ad β, ſic κ, ad θ. Ac per hoc etiam ſicut ε, ad ζ, ſic μ, ad ν, & eſt ſicut α, ad β, ſic ε, ad ζ, & ſicut igitur κ ad θ. ſic μ, ad ν, (per 11 quinti.) Et quoniam eſt ſicut β, ad γ, ſic, eſt δ ad ε, & ſumptæ ſunt ipſarum quidem ε δ, æque multiplices θ κ, ipſarum autẽ γ ε, aliæ quæuis æque multiplices λ μ. eſt igitur ſicut θ, ad λ, ſic κ, ad μ, & uiciſſim (per 16 quinti,) ſicut β, ad δ ſic γ, ad ε. Et quoniam θ κ, ipſarum β δ, æque ſunt multiplices, partes autẽ æque multiplicium eandẽ habent rationẽ (per 15 quinti) eſt igitur ſicut β, ad δ, ſic θ, ad κ. Sed ſicut ε ad δ. ſic γ. ad ε, & ſicut igitur θ, ad κ, ſic κ, ad ε, (per 11 quinti.) Rurſus quoniam λ μ, ipſarũ γ ε, æque ſunt multiplices, eſt igitur γ, ad ε, ſic λ ad μ, Sed ſicut γ ad ε, ſic θ, ad κ, & ſicut θ, ad γ, ſic λ, ad μ, & uiciſſim) per 16 quinti) ſicut θ, ad λ, & κ ad μ. Oſtenſum autem quod ſicut κ, ad θ, & ſic μ, ad ν. Quoniã igitur tres magnitudines ſunt proportionales κ θ λ, & aliæ eiſdem æquales numero κ μ, ν, binæ ſumptæ in eadẽ ratione, & eſt earũ perturbata proportio, ex æquali igitur (per 21 quinti) ſi excedit κ, ipſum λ, & excedit κ. ipſum ν, & ſi æquale, æquale: & ſi minus, minus. Sunt autem κ κ, ipſarum α δ, æque multiplices, & λ ν, ipſarum γ ζ, æquè ſunt multiplices, eſt igitur ſicut α, ad γ, ſic δ, ad ζ,) per 6 diffinitionem quinti. Si fuerint igitur tres magnitudines, & aliæ eiſdem æquales numero binæ ſumptæ in eadem ratione, fuerit autem perturbata ipſarum proportio, etiam ex æquali in eadem ratione erunt. Quod demõſtraſſe oportuit.*

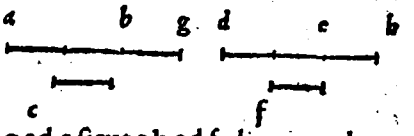


Eucli. ex Camp. Propoſitio 24

Si fuer

24 SIfuerit proportio primi ad ſecundum tanquam tertij ad quartum: proportio uero quinti ad ſecũdum tanquã ſexti ad quartum, erit proportio primi & quinti pariter acceptorum ad ſecundum, tanquam ſexti & tertij pariter accepto ra ad quartũ.

CAMPANVS. Quod ſecunda propoſuit de multiplicibus, hæc proponit uniuerſaliter de omnibus proportionibus: unde hæc eſt illa tanto communior, quãto multiplicitate proportio & ſe habet ad illam, quemadmodum u ad primã.

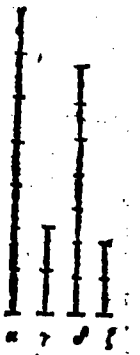


Sit igitur proportio a b ad c, ſicut d e ad f: & item b g ad c, ſicut e h ad f: dico quod proportio a g ad c, eſt ſicut d h ad f. Erit enim per cõuerſam proportionalitatem, c ad b g, ſicut f ad e h: quare per u. erit in æqua proportionalitate a b ad b g: ſicut e d ad e h: ergo cõiunctim per 18, a g ad g b, ſicut d h ad h e: itaq; per u, erit in æqua proportionalitate a g ad c, ſicut d h ad f, quod eſt propoſitum.

Eucli. ex Camp. Theorema. 24. Propoſitio. 24.

24 Si primum ad ſecundum eandem habuerit rationẽ & tertium ad quartum, habuerit autem & quintum ad ſecundum eandem rationem & ſextum ad quartũ: etiam compoſita primum & quintum ad ſecundum, eandem habebunt rationem, & tertium & ſextum ad quartum.

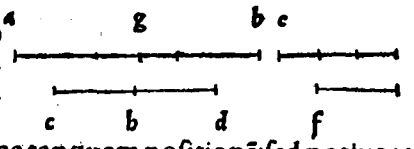
THEON ex Zamberto. *Primum etiam α β, ad ſecundum γ eandem habeat rationem, & tertium δ ε ad quartum ζ, habeat autem & quintum β η, ad ſecundum γ: eandem rationem & ſextum ε θ ad quartum ζ. Dico quod etiam compoſita primum & quintum α η ad ſecundum γ eandem habebunt rationem: ac tertium & ſextum δ θ ad ipſum ζ quartum. Quoniam enim eſt ſicut β η ad γ, ſic eſt ε θ ad ζ: conuerſim quoq; ſicut γ ad β η, ſic ζ ad ε θ. Quoniam igitur eſt ſicut α ε ad γ, ſic δ ε ad ζ, ſicut autem γ ad ε η, ſic ζ ad ε θ: ex æquali igitur (per 22 quinti) eſt ſicut α β ad ε η, ſic δ ε ad ε θ. Et quoniam diſiunctæ magnitudines proportionales ſunt, compoſitæ quoq; proportionales erunt (per 18 quinti: ſicut iguur α η ad η ε, ſic δ θ ad ε θ: eſt autem & ſicut β η ad γ, ſic ε θ ad ζ: ex æquali igitur (per 22 quinti) eſt ſicut α η ad γ, ſic δ θ ad ζ. Si primũ igitur ad ſecundum eandem habuerit rationem & tertium ad quartum, habuerit aũt quintũ ad ſecundum eandem rationem, & ſextum ad quartum: etiam compoſita primum & quintum ad ſecundũ eandẽ habebunt rationẽ & tertiũ & ſextum ad quartũ: quod oportebat demonſtrare.*



Eucli. ex Camp. Propoſitio 25.

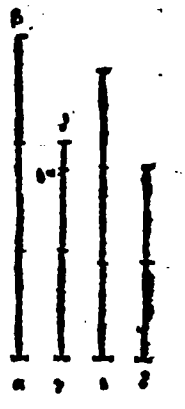
25 SI fuerint quatuor quantitates proportionales, fueritq; prima earum maxima, & ultima minima, primam & ultimam pariter acceptas cæteris duabus maius eſſe neceſſario comprobatur.

CAMPANVS. Quod hic proponitur, nõ habet locum: niſi cum omnes quatuor quantitates ſunt eiuſdem generis. Sint igitur quatuor quantitatũ eiuſdem generis, proportio a b ad c d, ſicut e ad f: ſitq; a b, maxima. Neq; oportet ponere quod f ſit minima: quia ipſum ex hoc ſequitur, quod a b poſita eſt maxima: unde non poſuit hoc auctor in concluſione tanquam poſitionẽ: ſed potius tanquam præcedentis poſitionis concluſionẽ. Dico quod cum ita fuerit, maius erit aggregatum ex a b & f, quam ex c d & e. Cum enim a b ſit maior e, abſcindã ex a b, g b æqualem e: ſimiliter quoq; quia c d eſt maior f, abſcindam ex c d, h d æqualem f. Eritq; per hypotheſin a b ad c b, ſicut g b ad h d, quare per 19, a g reſiduum ad c h reſiduum: ſicut totum a b ad totum c d. Cum ergo a g ſe habet ad c h ſicut a b ad c d, ſed a b eſt maior c d, quare a g maior eſt c h: additis igitur utriq; duabus quantitatibus g b & h d, erit per cõmunem ſcientiam, aggregatum ex a b & h d maius aggregato ex c d & g b: & quia d h poſita eſt æqualis f, & g, b e: maius erit aggregatum ex a b & f, quàm aggregatũ ex c d & e: quod eſt propoſitum.



25 Si quatuor magnitudines proportionales fuerint, maxima earum & minima, reliquis maiores erunt.

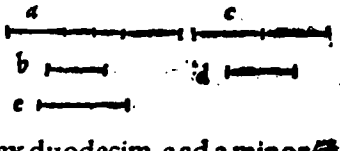
THEON ex Zamberto. *Sint quatuor magnitudines proportionales α β, γ δ, ζ: ſicut α β ad γ δ, ſic ε ad ζ. Sit autem maxima earum α β, minima uero ζ. Dico quod ipſæ α β & ζ, ipſis γ δ & ε maiores ſunt. Ponatur, inquã, (per tertiã primi) ipſi ε æqualis α η, & ipſi ζ æqualis γ θ. Quoniam igitur eſt ſicut α β ad γ δ, ſic ε ad ζ: æqualis autem eſt ε ipſi α η, & ipſi ζ æqualis γ θ: eſt igitur ſicut α β ad γ δ, ſic α η ad γ θ, & quoniam eſt ſicut totum α ζ ad totum γ δ, ſic ablatum α η ad ablatum γ θ: & reliquum igitur η β (per 19 quinti) ad reliquũ θ δ, erit ſicut totũ α β ad totum γ δ. Maior autem eſt α ζ, quàm γ δ: maior igitur eſt η ζ, ipſa θ δ. Et quoniam æqualis eſt α θ ipſi ε, & γ θ ipſi ζ: igitur α η & ζ ſunt æquales ipſis γ θ ε. Et quoniam ſi inæqualibus æqualia addantur tota inæqualia fient (per quartam communem ſententiam: cum igitur η β & θ γ ſint inæquales, & η β maior ſit, & ipſi quidem η ζ addantur α η & ζ: ipſi uero θ δ addantur γ θ & ε, producentur α β & ζ maiores ipſis γ δ & ε. Si quatuor igitur magnitudines proportionales fuerint, maxima & minima earum, reliquis maiores erunt, quod demonſtrare oportebat.*



Nouem ſequentes propoſitiones quas ad 25 adiecit Campanus, nihil in Zamberto eis reſpondens habent: nec plures 25 in uetuſtioribus Euclidis exemplaribus reperiuntur: quare ex additione Campani eſſe uidentur.

26 SI fuerit quatuor quantitatum proportio primæ ad ſecũdam maior quàm tertiæ ad quartam, erit conuerſim è contrario ſecundæ ad primam minor quàm quartæ ad tertiam.

CAMPANVS. Sit proportio a ad b, maior quàm c ad d: dico quod erit è conuerſo, modo contrario minor proportio b ad a, quàm d ad c. Si enim eſt eadem b ad a quæ eſt d ad c: erit è conuerſo a ad b ut c ad d: ſed non eſt, immo maior. At uero ſi eſt b ad a maior quàm d ad c, ſit e ad a, ut d ad c: eritq; ex duodecim, e ad a minor ꝙ b ad a: quare ex prima parte decimæ e eſt minor b. Ideoq; ex ſecũda parte 8, maior erit proportio a ad c, quàm a ad b: & quia per cõuerſam proportionalitatem, a ad e, ſicut c ad d: erit ex duodecima, proportio c ad d maior quàm a ad b, ſed erit minor, relinquitur ergo propoſitum. Poſſumus quoq; (ſi libet) aſtruere propoſitum oſtenſiue: manifeſtum enim eſt ex prima parte decimæ, quod illa quantitas cuius ad b eſt eadem proportio quæ eſt c ad d, eſt minor a: eo quòd ponitur maior proportio a ad b quàm c ad d: illa ergo quantitas ſit e: cum ſit igitur proportio e ad b ut c ad d: erit è conuerſo b ad e, ut d ad c. Conſtat autem ex ſecunda parte octauæ, quod proportio b ad a: minor eſt quàm proportio b ad e. Itaq; per duodecimam, proportio b ad a: eſt minor ꝙ d ad c. Quod uoluimus.

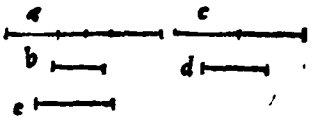


27 Si fuerit quatuor quantitatum maior proportio primæ ad ſecundam quàm tertiæ ad quartam, erit permutatim maior proportio primæ ad tertiam quàm ſecundæ ad quartam.

CAMPANVS. Sit hic quoq; proportio a ad b maior, quàm c ad d: dico quod erit permutatim maior proportio a ad c, quàm b ad d. Eadem enim non erit, quia tunc quoq; eſſet permutatim a ad b, ſicut c ad d. Neq; minor: nam ſi hoc ponatur: ſit itaque

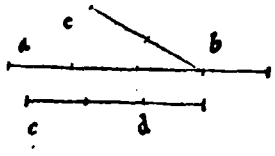
e ad c.

e ad c, ut b ad d: eritq; ex duodecima, maior proportio e ad c, quàm a ad c: quare ex prima parte decimæ, e eſt maior a. Itaq; per primam partem octauæ, proportio e ad b, eſt maior quam a ad b. Et quia poſitum eſt ut ſit e ad c, ſicut b ad d: erit permutatim e ad b, ſicut c ad d: ex duodecima igitur, maior erit proportio c ad d, quàm a ad b, ſed poſitum erat oppoſitum, uerum ergo eſt propoſitum. Oſtenſiue quoq; idem, quemadmodum in præmiſſa. Sumpta enim e ad b, ut c ad d: erit ex prima parte decimæ, e minor a: quia ex prima parte octauæ, maior erit a ad c, quam e ad c. Sed ex permutata proportionalitate, eſt e ad c, ut b ad d: igitur ex duodecima a ad c: eſt maior quàm b ad d, quod eſt propoſitum.



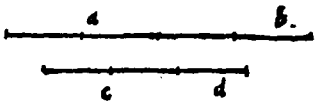
28 Si fuerint quatuor quantitates quarum primæ ad ſecundam ſit maior proportio quàm tertiæ ad quartam: erit quoq; coniunctim maior proportio primæ & ſecundæ ad ſecundam quàm tertiæ & quartæ ad quartam.

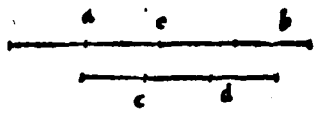
CAMPANVS. Sit maior proportio a ad b, quàm c ad d: dico quod maior erit totius a b ad d, quàm totius c d ad d: quia ipſa neq; erit æqualis, neq; minor. Si enim æqualis tunc erit diſiunctim, a ad b ut c ad d. Si autem eſt minor, ſit e b ad b, ut c d ad d: eritq; ex duodecima, maior proportio e b ad b, quàm a b ad b: itaq; ex prima parte decimæ, e b, eſt maior quàm a b: & per conceptionem, e maior quàm a, quare ex prima parte octauæ, maior eſt proportio e ad b, q̃ a ad b: ſed e ad b eſt ut c ad d per diſiunctam proportionalitatem: eo quod erat e b ad b: ut c d ad d: ergo per duodecimam, c ad d, eſt maior q̃ a ad b: hoc autem eſt contra hypotheſin. Idem etiam oſtenſiue. Cum enim propoſitum ſit quod maior ſit proportio a ad b, quàm c ad d: ſit proportio e ad b, ut c ad d: eritq; ex prima parte decimæ, e minor a. Ideoq; ex communi ſcientia, e b erit minor q̃ a b: quare ex prima parte octauæ, maior erit proportio a b ad b, quàm e b ad b. At uero proportio e b ad b, eſt per coniunctam proportionalitatem, ſicut c d ad d: poſitum enim eſt, ut ſit e ad b, tanquam c ad d: igitur ex duodecima, maior eſt a b ad b, quàm c d ad d: quod eſt propoſitum.



29 Si fuerint quatuor quantitates quarum primæ & ſecundæ ad ſecundã ſit maior proportio quàm tertiæ & quartæ ad quartam: erit quoq; diſiunctim proportio primæ ad ſecundam maior quàm tertiæ ad quartam.

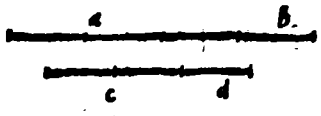
CAMPANVS. Sit proportio a b ad b, maior quàm c d ad d: dico quod erit diſiũctim, proportio a ad b, maior quàm c ad d: alioqui erit æqualis uel minor. Quod ſi æqualis: erit per coniunctam proportionalitatem a b ad b, ut c d ad d. Si aũt minor, erit maior c ad d, quàm a ad b: ergo per præmiſſam, maior erit c d ad d, q̃ a b ad b q̃d eſt incõueniens, quia poſitũ eſt quod minor: uerũ eſt ergo quod dicitur. Quod etiam oſtenſiue aſtruemus, hoc modo. Ponemus enim ut proportio e b ad b, ſit tanquam proportio c d ad d: eritq; ex prima parte 10: e b minor quàm a b: quare ex communi ſcientia e eſt minor quàm a: minor igitur eſt ex prima parte 8, proportio e ad b, quàm ſit a ad b: ſed proportio e ad b, eſt ſicut c ad d, ex diſiuncta proportionalitate: itaq; ex 11, proportio a ad b, eſt maior quàm ſit c ad d, quod eſt propoſitum.





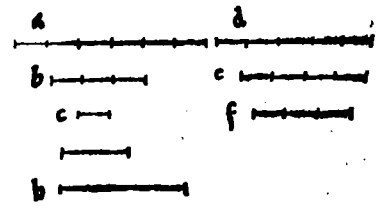
30 Si fuerint quatuor quantitates quarum primæ & ſecundæ ad ſecundã ſit maior proportio quàm tertiæ & quartæ ad quartam, erit euerſim minor proportio primæ & ſecundæ ad primam quàm tertiæ & quartæ ad tertiam.

CAMPANVS. Sit maior proportio a b ad b, quàm c d ad d: dico quod euersim minor erit proportio a b ad a, q̃ c d ad d: erit enim diſiũctim ex præmiſſa, maior proportio a ad b, quàm c ad d. Itaque per 16, erit è conuerſo minor b ad a, quàm d ad c: quare per ante præmiſſam, coniunctim minor erit b ad a, q̃ c d ad c, quod eſt propoſitum.



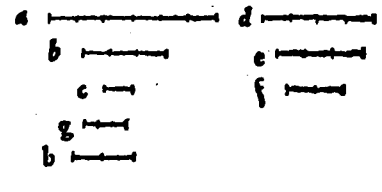
31 Si fuerint tres quãtitates in uno ordine, itemq; tres in alio, fueritq; primæ priorum ad ſecundam maior proportio quàm primæ poſteriorum ad ſecundam, itemq; ſecundæ priorum ad tertiam maior quàm ſecundæ poſteriorum ad tertiam: erit quoq; primæ priorum ad tertiam maior proportio, quàm primę poſteriorum ad tertiam.

CAMPANVS. Sint tres quantitates, a, b, c, itemq; aliæ tres, d c f: ſitq; maior proportio a ad b, q̃ d ad e. Itemq; maior b ad c, quàm e ad f: dico quod maior erit proportio a ad c, quàm d ad f. Sit enim g ad c, ut e ad f: eritq; ex prima parte 10, g minor b: quare ex ſecunda parte 8, proportio a ad g, eſt maior q̃ a ad b: multo maior ergo eſt proportio a ad g, quàm d ad e: ſit itaq; h ad g, ut d ad e: eritq; ex prima parte 19. a maior h: quare ex prima parte 8, proportio a ad c maior eſt q̃ proportio h ad c. At uero proportio h ad c, eſt per æquam proportionalitatem, ſicut d ad f: eſt enim h ad g, ut d ad e, & g ad c, ut e ad f: igitur ex 11, proportio a ad c, eſt maior q̃ d ad f, quare conſtat propoſitum.



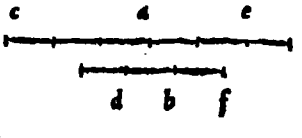
32 Si fuerint tres quantitates in uno ordine, itemq; tres in alio, fueritq; proportio ſecundæ priorum ad tertiam maior quàm primæ poſteriorum ad ſecundam, itemq; primæ priorum ad ſecundam maior quàm ſecũdæ poſteriorum ad tertiam, erit maior proportio primæ priorum ad tertiam, quàm primæ poſteriorum ad tertiam.

CAMPANVS. Sint enim tres quantitates in uno ordine, a, b, c: itemq; tres in alio, d, e, f, quemadmodũ in præmiſſa: ſitq; maior proportio b ad e: & maior a ad b, q̃ e ad f: dico quod maior erit a ad c, quam d ad f. Sit enim g ad c, ut d ad e: eritq; g minor b, per primam partem 10: quare maior erit proportio a ad g, q̃ a ad b, per ſecundam partem 8: igitur multo maior eſt a ad g, q̃ e ad f. Sit itaque h ad g, ut e ad f: eritq; a maior h, ex prima parte 10: quare proportio a ad c, maior eſt quam h ad c, ex prima parte 8. At uero ex 11, proportio h ad c, eſt tanquã d ad f: eo quod eſt g ad c, ut d ad e, & h ad g, ut e ad f: igitur ex 11 maior eſt proportio a ad c, q̃ d ad f, quod eſt propoſitum.



33 Si fuerit proportio totius ad totũ, maior quàm abſciſi ad abſciſum, erit reſidui ad reſiduum, maior proportio quàm totius ad totum.

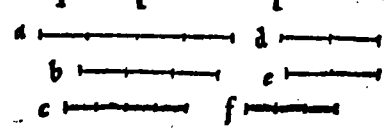
CAMPANVS. Sint duæ quantitates a, & b, a quibus abſcindatur c & d: & reſidua ſunt e & f: ſitq; maior proportio a ad b, q̃ c ad d: dico quod maior erit proportio e ad f, quàm a ad b: erit enim ex 17, permutatim maior proportio a ad c, quam b ad d: quare ex 10, erit euerſim minor proportio a ad e, q̃ b ad f, igitur rurſus ex 17, permutatim minor erit a ad b: quam e ad f, quod eſt propoſitum.



Si quotlibet

34 Si quotlibet quantitates ad totidem alias cõparentur, fueritq; cuiuslibet præcedẽtis ad ſuã relatiuã maior proportio q̃ alicuius ſubſequẽtis ad ſuã, erit omniũ harum pariter acceptarum ad omnes illas pariter acceptas maior proportio q̃ alicuius ſubſequentiũ ad ſuã parẽ, aut etiam q̃ omniũ pariter acceptarũ ad oẽs pariter acceptas, minor aũt quàm primæ ad primam.

CAMPANVS. Sint tres quantitates a, b, c, relatæ ad totidem alias quæ ſint d, e, f, ſitq; maior proportio a ad d, quàm b ad e, & b ad e ſit maior q̃ c ad f: dico qd̃ proportio a, b, c, pariter acceptarum ad d, e, f, pariter acceptas, eſt maior quàm b ad e, uel maior quàm c ad f, & etiam maior quàm b & c pariter acceptarum ad e & f pariter acceptas: & ipſa eſt minor quàm a ad d. Cũ enim ſit a ad d maior quàm b ad e: erit permutatim a ad b maior quàm d ad e: & coniunctim a b ad b, maior quàm d e ad e: & iterum permutatim a b ad d e, maior quàm b ad e: quare per præmiſſam a ad d: eſt maior quàm a b ad d e. Eodemq; modo probatur maiorem eſſe b ad e, quàm b c ad e f: itaq; maior proportio eſt a ad d, quàm b c ad e f: quare permutatim maior eſt a ad b c, quàm d ad e f: & coniunctim maior a b c ad b c, quàm d e f ad e f: & iterum permutatim maior a b c ad d e f, quàm c b ad e f: quare per præmiſſam, maior eſt a ad d, quàm a b c ad d e f, quod eſt propoſitum.



SEXTI LIBRI FINIS.

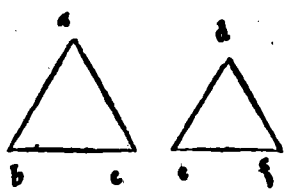
EVCLIDIS MEGARENSIS GRAECI PHILOSOPHI, GEOMETRICORVM ELEMENTORVM LIBER SEXTVS.

Euclides ex Campano. *Diffinitiones.*

1 

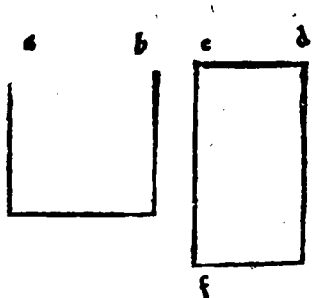
Vperficies ſimiles dicũtur, quarũ anguli unius angulis alterius æquales, lateraq; æquos angulos continentia proportionalia.

CAMPANVS. Vt ſit trigonus a b c fuerit æquiangulus trigono d e f, fueritq; angulus a æqualis angulo d, & angulus b æqualis angulo e, & proportio a b ad d e ſicut a c ad d f, & b c ad e f, ipſi erunt ſimiles.



2 Superficies mutuorũ laterum, ſunt inter quarũ latera, incontinua proportionalitas retranſitiue habetur.

CAMPANVS. Vt ſi duorũ quadrilaterorũ a b c, d e f, proportio a b lateris primi ad d c latus ſecundi fuerit ſicut proportio e f lateris ſecundi ad b c latus primi, illa duo quadrilatera dicuntur mortuorum laterum ſiue mutekeſia.



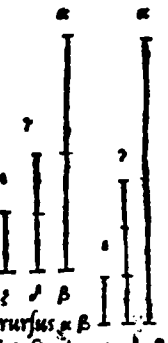
3 Linea dicitur diuidi ſecundũ proportionẽ habentẽ medium & duo extrema, quando ea dẽ eſt proportio totius ad maiorẽ ſui ſectionẽ quæ eſt maioris ad minorẽ.

Eucli. ex Zamb. Diffinitiones.

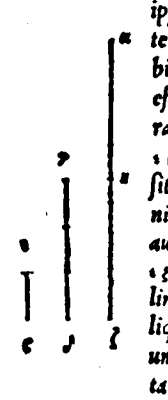
Κατὰ λόγον ἴσχειν, Latinis.

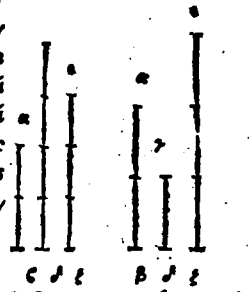
Similes figuræ rectilineæ, ſunt quæ & angulos æquales habent †ad unum, & quæ circa angulos æquales, ſunt latera proportionalia. 2 Reciprocæ autem figuræ, ſunt quãdo in utraq; figura antecedentes & conſequẽtes termini rationales fuerint. 3 Extrema & media ratione, recta linea diuidi dicitur, quando fuerit ſicut tota ad maius ſegmentum, ſic maius ad minus. 4 Altitudo uniuſcuiuſq; figuræ, eſt à uertice ad baſin perpẽdicularis deducta. 5 Ratio ex duabus rationibus, aut ex pluribus conſtare dicitur, quando rationum quantitates multiplicatæ, aliquã efficiunt quantitatem.

THEON ex Zamb. Sit enim α β ad γ δ rationem habens datam, ueluti duplam aut triplam aut quamlibet aliam, & γ δ ad ε ζ, eandem quoq; datam. Dico quod ipſius α β & ε ζ ratio, conſtat ex α β ad γ δ, & ex γ δ ad ε ζ. Vel quod ipſius α β ad γ δ rationis quantitas multiplicata in ipſius γ δ ad ε ζ rationis quantitatem, efficit ipſius α ε ad ε ζ rationem. Sit enim primum α ε quàm γ δ maior, & γ δ ipſa ε ζ: & ſit quidẽ α ε, ipſius γ δ dupla, & γ δ ipſius ε ζ tripla quoniã igitur γ δ ipſius ε ζ tripla eſt, ipſius autẽ γ δ, dupla eſt α β: igitur α β ipſius ε ζ ſexicupla eſt: quoniam ſi triplum alicuius duplicamus, fit ſexicuplum. hoc enim eſt proprie cõpoſitio. Vel ſic. Quoniam α β dupla eſt ipſius γ δ, diuidatur α ε in ipſi γ δ æqualia, hoc eſt α η, & η β. Et quoniã γ δ ipſius ε ζ tripla eſt: æqualis autem eſt α η ipſi γ δ: & α η igitur ipſius ε ζ tripla eſt. Id propterea, & η ε ipſius ε ζ tripla eſt. Tota igitur α β, ipſius α ζ ſexicupla eſt. Ipſius igitur α ε ad ε ζ ratio connectitur per γ δ medium limitem, compoſita ex ipſius α ε ad γ δ & γ δ ad ε ζ ratione.



Similiter autem & ſi minor fuerit γ δ, utraq; ipſarum α ε & ε ζ, idipſum colligitur. Sit enim rurſus α β ipſius γ δ tripla, at γ δ ipſius ε ζ ſit dimidia: & quoniam γ δ ipſius ε ζ dimidia eſt, ipſius autem γ δ tripla eſt α ε: igitur α ε ſeſquialtera eſt ipſius ε ζ: ſi enim alicuius dimidiũ triplicamus, habebit ipſum ſemel & dimidium. At quoniam ab ipſius γ δ tripla eſt, & γ δ ipſius ε ζ dimidia eſt, qualiũ eſt α ε æqualium ipſi γ δ trium, taliũ eſt ε ζ duorum. Quare ſeſquialterum eſt α ε ipſius ε ζ. igitur ratio ipſius α β ad ε ζ: connectitur per γ δ medium limitem: compoſita ex ipſius α ε ad γ δ, & γ δ ad ε ζ ratione. Sed iam rurſus ſit γ δ utraq; ipſarum α β & ε ζ maior, & ſit quidem α β ipſius γ δ dimidium, & γ δ ipſius ε ζ ſequitertium. Quoniam igitur qualium eſt α β duorum, talium eſt γ δ quatuor, qualium autem γ δ quatuor, talium eſt ε ζ trium: & qualium igitur α ε duorum, taliũ eſt ε ζ trium: connectitur igitur rurſus ratio ipſius α ε ad ε ζ, per γ δ mediũ limitem, quæ duorum eſt ad tria: ſimiliter quoq; & in pluribus, & in reliquis caſibus. Et manifeſtum eſt quod ſi à compoſita ratione quæuis una compoſitarum auferatur: uno ſimplicium eiecto. reliqua compoſitarum aſſumetur.

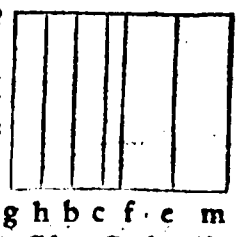


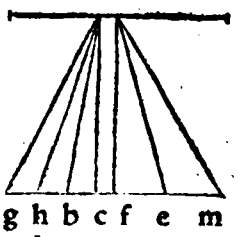


Eucli ex Camp. Propoſitio 1.

I duarum rectilinearum ſuperficierum æquidiſtantium laterũ ſiue triãgulorum, fuerit altitudo una, tanta erit alterutra earũ ad alteram, quanta ſua baſis ad baſin alterius.

CAMPANVS. Sint duo parallelogramma a b c, d e f: æqualis altitudinis: dico eſſe proportionem eorum ſicut b c k l ad e f: ponam illa duo parallelogramma ſuper lineã unã, quæ ſit g m: erũtq; propter hoc q; ſunt æqualis altitudinis, inter lineas æquidiſtantes, quarũ ſit altera k n, deinde ex linea g m, ſumam g c multiplicẽ ſecundũ quemcũq; numerũ uoluero, ad b c, & diuidã eam in partes æquales b c, in punctis h & b, a quibus & puncto g, ducã æquidiſtantes lineæ a b, quæ ſunt g k & h l: & cõplebo ſuperficies æquidiſtantiũ laterũ, k h & l b: eritq; unaquæq; earũ



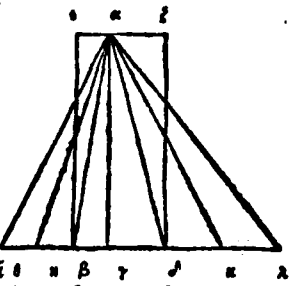


per

per 16 primi: æqualis a c: quare ſicut linea g c eſt multiplex lineæ b c: ita ſuperficies c κ, ſuperficiei a c. Si ſimiliter quoq; ad lineã e f ſumã ex linea g m, lineã f m multiplicẽ ſecundũ quencũq; numerũ uoluero ad e f, & cõplebo, ſuperficiẽ æquidiſtãtiũ laterũ ducta linea m n æquidiſtãter lineæ d e, eritq; ſupficies n f ita multiplex ſupficiei d f, ſicut linea m f lineæ e f. Et ꝙa per 16 primi ſi linea g c eſt maior linea f m, ſupficies κ c eſt maior ſuperficie f, & ſi minor, minor, & ſi æqualis, æqualis, erit per diffinitionẽ incõtinuæ, pportiõalitatis, eadẽ proportio baſis b c ad baſin e f, quæ eſt ſuperficiei a c ad ſuperficiẽ d f, quod eſt propoſitũ. De triangulis unius altitudinis idẽ probabis & eodem modo per 38 primi: ductis lineis ab extremitatibus earũ quas ad baſes ſumes multiplices, ad uertices triangulorum. *Eucli. ex Zamb.* *Theorema 1.* *Propoſitio 1.*

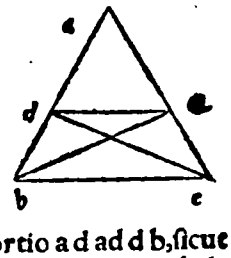
1 Triangula & parallelogramma, quæ ſub eadem ſunt altitudine, ad ſe inuicem ſunt ut baſes.

THEON ex Zamberto. *Sint triangula quidem α β γ, & α γ δ, parallelogramma uero ε γ, & γ ζ, ſub eadẽ altitudine exiſtentia perpendiculari ſcilicet ab α, in c δ, ducta. Dico quod eſt ſicut β γ, baſis ad γ δ, baſin: ſic eſt α c γ, triangulũ ad α γ δ, triangulum, & ε γ, parallelogrammũ ad γ ζ, parallelogrammũ. Producatur inquã (per 2 poſtulatum, δ β. ex utraque in θ λ, ſigna, & ponantur (per 2 primi) ipſi quidem β γ, baſi, æquales, quotcunq; c ν, & ν θ, ipſi autem γ δ, baſi æquales quotcunq; δ ν, & ν λ. Connectanturq; α ν. α θ, α ν, & α λ. Et quoniam γ β, β ν, & ν θ, ſibiinuicem ſunt æquales, & triangula quoque α θ ν, α ν β, & α β γ, ſibiinuicem ſunt æqualia (per 38 primi.) Quod multiplex igitur eſt θ γ, baſis, ipſius β γ, baſis, tam multiplex eſt & triangulum α θ γ, trianguli α β γ. Id propterea, quãm multiplex eſt λ γ, baſis, ipſius δ γ baſis, tam multiplex eſt & α λ γ, triangulum, ipſius α δ γ, trianguli, & ſi æqualis eſt θ γ, baſis, ipſi ν λ, baſi, æquum eſt (per 38 primi, triãgulum α θ γ, triangulo α γ λ, & ſi baſis θ γ, excedit baſim γ λ, excedit & triangulum α θ γ. triangulum α γ λ, & minor: minus, (per 6 diffinitionem quinti.) Quatuor iam exiſtentibus magnitudinibus duabus quidem baſibus hoc eſt β γ, & γ δ, duobus autẽ triangulis hoc eſt α β γ, & α γ δ, ſumptæ ſunt æque multiplices, ipſius quidem β γ, baſis, & ipſius α β γ, triãguli, baſis uidelicet θ γ, & triangulum α θ γ, ipſorum autem γ δ, baſis & α δ γ, trianguli: alia quæuis æque multiplicia, hoc eſt baſis γ λ, & triangulum α λ γ, & demonſtratum eſt quod ſi excedit baſis θ γ, baſin γ λ, excedit quoque & triangulum α θ γ, triangulũ α λ γ, & ſi æqualis: æquale, & ſi minor, minus. Eſt igitur ſicut baſis β γ, ad baſim γ δ, ſic triangulum α c γ, ad triangulum α γ δ, (per ſextam diffinitionem quinti.) Et quoniam (per 41 primi ipſius quidem trianguli α β γ, duplum eſt parallelogrãmum ε γ, ipſius autem α γ δ, trianguli duplum eſt (per eandem) parallelogrammum ζ γ, partes autem eodem modo multiplicium (per 15 quinti) eandem habent rationem: eſt igitur ſicut triangulũ α β γ, ad triangulũ α γ δ, ſic parallelogrammũ θ ν β γ δ α λ θ γ, ad parallelogrammum γ ζ. Quoniam igitur patuit ſicut quidem baſis β γ, ad baſin γ δ, ſic triangulũ α c γ ad triãgulum α γ δ, ſicutque triangulum α β γ, ad triangulum α γ δ, ſic parallelogrammum ε γ ad parallelogrammum ζ γ. & ſicut igitur (per 11 quinti) baſis c γ, ad baſin γ δ, ſic parallelogrammtm ε γ, ad parallelogrammum ζ γ. Triangulũ igitur & parallelogramma ſub eadem altitudine exiſtentia, ad ſe inuicem ſunt ſicut baſes, quod demẽſtrare oportebat.* *Eucli. ex Comp.* *Propoſitio 2*



2 Si linea recta duo trianguli latera ſecans, reliquo fuerit æquidiſtans, eam duo illa latera proportionaliter ſecare. Si uero proportionaliter ſecet, eam reliquo lateri æquidiſtare neceſſe eſt.

CAMPANVS. Sit triangulus a b c, cuius duo latera a b, & a c ſecet linea d e, æquidiſtãter tertio lateri quod eſt b c, dico quod erit proportio a d ad d b ſicut a e ad e c, & econuerſo, ſi fuerit proportio a d ad d b ſicut a e ad e c, linea d e erit æque diſtãs lineæ b c, protraham enim duas lineas e b & d c, eritque per 37 primi, triangulus e d b, æqualis triangulo d e c, propter id quod ipſi ſunt ambo ſuper lineam d e, inter lineas æquidiſtantes, itaque per ſecundam partem 7 quinti, proportio trianguli a d e ad utrumque illorum, erit una, ſed proportio eius per præmiſſam ad triangulum e d b, eſt ſicut lineæ a d ad lineam d b, & ad triãgulũ d e c, ſicut lineæ a e ad lineã e c Nam ipſe cũ utroq; illorũ, eſt æqualis altitudinis, quare erit proportio a d ad d b, ſicut a e ad e c, quod eſt primũ. Et ſi hoc fuerit: erit per præmiſſam, ipſius a d e ad utrũq; illorũ pportio una, quare per ſecundã partẽ 9 quinti, ipſi ſunt adinuicẽ æquales, & quia ipſi ſunt ſuper eandem baſin, uidelicet lineam d e, & ex eadem parte: erit per 39 primi.

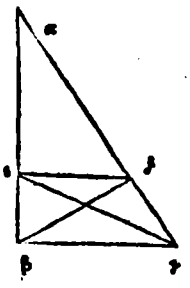


linea d e æquidiſtans lineæ b c, quod eſt ſecundum.

Eucli, ex Zamb. Theorema 2 Propoſitio 2

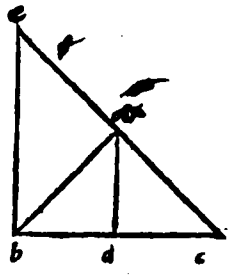
2 Si trianguli ad unum laterum ducta fuerit aliqua recta linea parallelus proportionaliter ſecat ipſius triãguli latera, & ſi trianguli latera proportionaliter ſecta fuerint, ipſas ſectiones connectẽs recta linea, parallelus ad reliquum erit ipſius trianguli latus.

THEON ex Zamberto. *Trianguli enim α β γ, parallelus ad latus β γ, agatur δ ε. Dico quod eſt ſicut ε δ, ad δ α, ſic eſt γ ε, ad ε α. Cõnectantur enim ζ ε, & γ δ, æquale igitur eſt (per 37 primi) triãgulũ β δ ε, triãgulo γ δ ε, inſpeidem enim ſunt baſi δ ε, & in eiſdem parallelis δ ε, & β γ. Aliud autem quoddam triangulum α δ ε, æqualia autem (per 7 quinti) ad idem eandem habent rationem. Eſt igitur ſicut triangulum β δ ε, ad triangulum α δ ε, ſic triangulum λ δ ε, ad triangulum α δ ε. Sed ſicut quidem triangulum β δ ε, ad triangulum α δ ε, ſic eſt β δ, ad δ α, ſub eadem namque altitudine perpẽdiculari ſcilicet ab ε, in α ζ, ducta cũ ſint, ad ſeinuicẽ ſunt ſicut baſes (per 1 ſexti.) Ac propterea ſicut triangulum γ δ ε, ad triangulum α δ ε, ſic γ ε, ad ε α, & ſicut igitur (per 11 quinti) β δ, ad δ α, ſic γ ε. ad ε α. Sed iam ipſius α β γ, trianguli, latera α β, & α γ, proportionaliter ſecentur, ſicut ζ δ, ad δ α, ſic γ ε, ad ε α, & cõnectatur δ ε. Dico quod parallelus eſt δ ε, ipſi ζ γ. Eiſdẽ nãq; diſpoſitis, quoniã eſt ſicut β δ, ad δ α, ſic γ ε, ad ε α, ſed ſicut quidẽ ζ δ, ad δ α, ſic triãgulũ β δ ε, ad triangulũ α δ ε, (per 1 ſexti) ſicut aũt γ ε. ad ε α, ſic triangulũ γ δ ε, ad triangulum α δ ε, (per eandem,) & ſicut igitur (per 11 quinti,) triangulum β δ ε, ad triangulũ α δ ε, ſic triangulũ γ δ ε, ad triangulũ α δ ε. Vtrũq; igitur ipſorũ β δ ε, & γ δ ε, triãgulorũ, ad α δ ε, eandem habet rationẽ (per 9 quinti.) Aequale igitur (per eandẽ) eſt triangulũ ζ δ ε, triãgulo γ δ ε, & in eadem ſunt baſi δ ε, æqualia autem triãgula & in eadem baſi conſiſtentia, etiã in eiſdem ſunt parallelis (per 39 primi) parallelus igitur eſt δ ε, ipſi β δ. Si trianguli ad unum latus igitur acta fuerit parallelus aliqua recta linea, proportionaliter ſecat triãguli latera, & ſi triãguli latera proportionaliter ſecta fuerint, ipſas ſectiões coniungens recta linea, parallelus erit ad reliquũ triãguli latus. Quod demonſtraſſe oportuit.* Eucli. ex Camp. Propoſitio 3



3 SI ab aliquo angulorum trianguli linea recta ad baſin ducta, angulum illum per æqualia ſecet, duas partes ipſius baſis reliquis eiuſdem trianguli lateribus proportionales eſſe. Si uero duæ partes baſis quas linea ab angulo ducta diſtinguit, reliquis triãguli lateribus proportionales fuerint, lineam illã angulum per æqualia diuidere neceſſario comprobatur.

CAMPANVS Sit trigonus a b c, cuius angulum a diuidat linea a d per æqualia, dico quod proportio b d ad d c. eſt ſicut b a ad a c, & econuerſo, protraham enim b e, æquidiſtantẽ a d, & producam c a, quouſque concurrat cum b e, in puncto e, eritque per primam partem 29 primi, angulus e b c, æqualis angulo b a d. & per ſecundam partem eiuſdem, angulus c, angulo d a c, quare angulus e. eſt æqualis angulo e b a. ergo per ſextam primi, e a, eſt æqualis a b, & ideo per primam partem ſeptimi quinti, proportio e a ad a c: eſt ſicut b a ad a c, ſed per præmiſſam, e a, ad a c, eſt ſicut b d ad d c. ergo b a ad a c, ſicut b d ad d c, qđ eſt primum. Secunda pars quæ eſt conuerſa primæ partis, probabitur conuerſo modo. Manente enim eadem diſpoſitione, ſi fuerit proportio b a ad a c, ſicut b d ad d c, quia per præmiſſam e a ad a c eſt ſicut b d ad d c, erit eadẽ proportio e a ad a c, quæ eſt b a ad a c, ergo per primã partem, 9 quinti e a & a b ſunt æquales. quare per 5 primi duo anguli e & e b a. ſunt æquales, igitur per primam & ſecundam partem 29 primi angulus b a d, eſt æqualis angulo d a c, quod eſt ſecundum. Eucli. ex Zamb. Theorema 3 Propoſitio 3

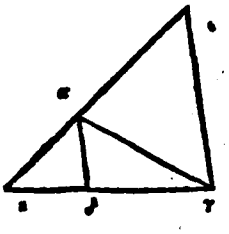


3 Si trianguli angulus bifariam ſecetur, diſpeſcens autem angulum recta linea ſecuerit & baſin, baſis ſegmenta eandem habebunt rationem reliquis ipſius trianguli lateribus, & ſi baſis ſegmenta eandem habuerint rationem reliquis ipſius trianguli lateribus, à uertice ad ſectionem con

iuncta

iuncta recta linea bifariam diſpeſcit ipſius trianguli angulum.

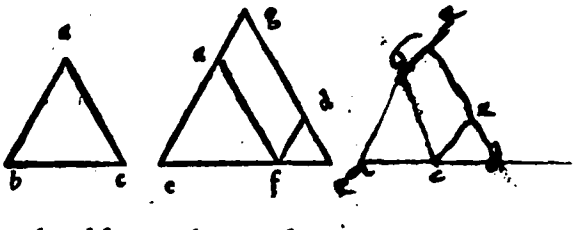
THEON ex Zamberto. Sit triangulum α ς γ, ſeceturque (per 9 primi,) angulus ς α γ, bifariam per rectã lineam α δ. Dico quod eſt ſicut β δ, ad γ δ, ſic eſt ς α, ad α γ. Excitetur enim (per 31 primi) per γ, ipſi δ α, parallelus γ ε, & extenſa β α, ei concurrat in ε, & quoniam in parallelos α δ. & ε γ, recta linea α γ, cecidit, angulus igitur α γ ε, (per 29 primi,) æqualis eſt angulo γ α δ. Sed angulo γ α δ, is qui eſt ſub β α δ, ſupponitur æqualis, & angulus igitur ς α δ, ei qui ſub α γ ε, eſt angulo, eſt æqualis. Rurſus quoniam in parallelos α δ, & ε γ, recta linea cecidit β ε, (per 28 primi,) angulus exterior β α δ, æqualis eſt angulo interiori α ε γ, oſtenſum autem eſt quod angulus α γ ε. angulo ς α δ, eſt æqualis, & angulus α γ ε, igitur, angulo α ε γ, eſt æqualis, quare & latus α ε, lateri α γ, (per 6 primi,) eſt æquale. Et quoniã triãguli ς γ ε, ad unũ latus ε γ, parallelus acta eſt α δ, proportionaliter igitur eſt (per 2 ſexti, & per 11 quinti.) ſicut ς δ, ad δ γ, ſic ς α, ad α ε. Aequalis autem eſt, α ε, ipſi α γ, eſt igitur ſicut β δ, ad δ γ, ſic β α ad α γ. Sedeſto ſicut β δ, ad δ γ. ſic β α, ad α γ, & connectatur α δ. Dico quod bifariam ſecatur angulus β α γ, per rectam lineam α δ. Eiſdem namque diſpoſitis, quoniam eſt ſicut β δ, ad δ γ, ſic eſt β α, ad α γ, ſed ſicut β δ, ad δ γ, ſic ς α, ad α ε, (per ſecundã ſexti,) trianguli enim β γ ε, ad unũ latus ε γ, acta eſt parallelus α δ, & ſicut igitur β α, ad α γ, ſic β α, ad α ε, (per 9 quinti,) æqualis igitur eſt α γ, ipſi α ε, quare & angulus qui ſub α ε γ, (per quintã primi,) ei qui eſt ſub α γ ε, eſt æqualis. Sed qui eſt ſub α ε γ, (per 29 primi) exteriori qui eſt ſub α β δ, eſt æqualis, angulus autẽ α γ ε, ei qui uiciſſim eſt ſub γ α δ, angulo eſt æqualis: igitur ς α δ. æqualis eſt angulo γ α δ. Angulus igitur ς α γ, bifariam diſcinditur ſub α δ, recta linea. Si trianguli angulus igitur bifariam ſecetur eum autem diſpeſcens recta linea ſecuerit & baſin: baſis ſegmenta eandem habebunt rationem reliquis trianguli lateribus, & ſi baſis ſegmenta eandem habuerint rationem reliquis trianguli lateribus, à uertice ad baſin coniũcta recta linea bifariam ſecat ipſius trianguli angulum, quod erat demonſtrandum.



Eucli. ex Camp. Propoſitio 4

4 Omnium duorum triangulorum quorum anguli unius angulis alterius ſunt æquales, latera æquos angulos continentia ſunt proportionalia,

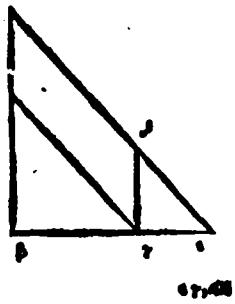
CAMPANVS. Sint duo trianguli a b c, d e f æquianguli: ſitq; angulus a æqualis a ngulo d: & angulus b, angulo e: & angulus c angulo f: dico quod proportio d e ad a b, & d f ad a c: eſt ſicut e f ad b c: ponam enim ambos triangulos ſuper lineam unã quæ ſit e c: ita quod duo anguli unius qui erũt ſuper hanc lineam, ſint æquales duobus alterius qui erunt ſuper eandem: non quidem medius medio aut extremus extremo: ſed medius uni⁹, extremo alterius: & ponam duos eorum medios angulos in eodem puncto coire, ſitq; a f c: ipſe idem triangulus qui erat a b c: & quia angulus a f c eſt æqualis angulo e, angulus d f e angulo c per hypotheſin: erit per primam partem 28 primi, linea a f æquidiſtans d e, & d f æquidiſtans a c: complebo igitur ſuperficiem æquidiſtantium laterum: quæ ſit g f: eritq; per 34 primi, g a æqualis d f, & g d æqualis a f. Quia ergo per ſecundam huius g a ad a c, ſicut e f ad f c, & per eandem c f ad f c ſicut e d ad d g: erit per 7 quinti d f ad a c: & per eandem e d ad f a, ſicut e f ad f c, quod eſt propoſitum.



Eucli. ex Zamb. Theorema 5. Propoſitio 4.

4 Æquiangulorum triangulorum proportionalia ſunt latera: quæ circũ æquales angulos, & ſimilis ſunt rationis quæ æqualibus angulis latera ſubtenduntur.

THEON ex Zamberto. Sint triangula æquiangula α β γ & δ γ ε æquum habentia angulum qui ſub α β γ ei qui ſub δ γ ε eſt angulo, & angulum qui ſub β α γ ei qui ſub γ δ ε, & inſuper angulum qui ſub α γ β ei qui ſub δ ε γ. Dico quod triangulorum α ς γ & δ γ ε latera ſunt proportionalia, quæ circum æquales ſunt angulos: eiuſdemq; rationis, quæ æqualibus angulis latera ſubtenduntur. Ducatur enim in rectam lineam β γ, ipſi γ ε. Et quoniam anguli α ς γ & α γ β duobus rectis ſunt minores (per decunamſeptimam primi) æqualis autem eſt angulus α γ β ei qui eſt ſub δ

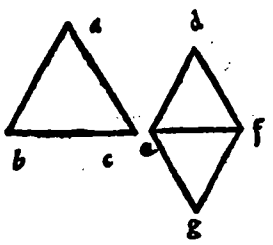


ϛ γ, angulo: anguli igitur α ϛ γ & δ ϛ γ, duobus rectis ſunt minores. Igitur β α & ϛ δ, productæ, in congreſſum ueniunt. Congrediantur conueniantq; in ξ: & quoniam per hypotheſin angulus δ γ ϛ angulo α β γ eſt æqualis: parallelus eſt (per 28 primi) β ξ ipſi γ δ. Rurſus quoniam per hypotheſin, angulus α γ ϛ æqualis eſt angulo δ ϛ γ: parallelus eſt (per 28 primi) α γ ipſi ξ ϛ. Parallelogrammum igitur eſt, ξ α δ γ. Aequalis igitur eſt ξ α, ipſi δ γ, & α γ ipſi ξ δ. Et quoniam (per 2 ſexti) trianguli β ξ ϛ ad latus unum ξ ϛ parallelus acta eſt α γ: eſt igitur ſicut ϛ α ad α ξ, ſic ϛ γ ad γ ϛ. Aequalis autem eſt α ξ ipſi γ δ. Sicut igitur (per 11 quinti, β α ad γ δ, ſic β γ ad γ ϛ: & uiciſſim (per 16 quinti) ſicut α ϛ ad β γ, ſic δ γ ad γ ϛ. Rurſus quoniam parallelus eſt γ δ ipſi β ξ: eſt igitur (per 2 ſexti) ſicut β γ ad γ ϛ, ſic ξ δ ad δ ϛ. Aequalis autem eſt ξ δ ipſi α γ. Sicut igitur β γ ad γ ϛ, ſic α γ ad δ ϛ: uiciſſim igitur (per 16 quinti) ſicut ϛ γ ad γ α, ſic γ ϛ ad ϛ δ. Quoniam igitur demonſtratum eſt quod ſicut α β ad ϛ γ, ſic δ γ ad γ ϛ: ſicut autem β γ ad γ α, ſic γ ϛ ad ϛ δ: ex æquali igitur (per 22 quinti) ſicut β α ad α γ, ſic γ δ ad δ ϛ. Proinde æquiangulorum triangulorũ proportionalia ſunt: quæ circũ æquales angulos ſunt latera: eiuſdemq; rationis: quæ æqualibus angulis latera ſubtenduntur, quod fuit demonſtrandum.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 5.

5 Mnium duorum triangulorum quorum cunctorum laterum ſeſe reſpicientium eſt proportio una, anguli lateribus proportionalibus contenti, æqui ſibĩ inuicem eſſe probantur.

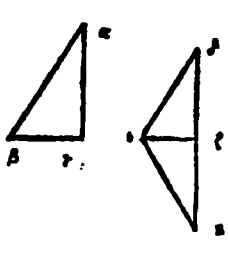
CAMPANVS. Hæc eſt conuerſa prioris. Nec fecit ex ea & præmiſſa unam concluſionem, ſicut fecit in ſecunda & tertia huius: quia nec eadem figuratione nec eiſdem mediis demonſtratur quibus præcedẽs. Sint itaq; duo triãguli a b c, d e f, ſitq; proportio a b ad d e, & a c, ad d f, ſicut b c ad e f, dico quod angulus a. eſt æqualis angulo d, & angulus b, angulo e, & angulus c, angulo f. Conſtituã ſuper lineã e f, in oppoſita parte triãguli d e f, angulum f e g, æqualem angulo b, & angulum e f g, æqualẽ angulo c. eritque per 32 primi, angulus g, æqualis angulo a: ergo per præmiſſam, proportio a b ad e g, & a c ad f g ſicut b c ad e f. quare a b ad d e, ſicut ad e g, & a c ad d f, ſicut ad f g, igitur per ſecundam partem 9 quinti, d e, eſt æqualis e g, & per eandem d f, æqualis f g. quare per 8 primi, duo triangŭli d e f, & g e f, ſunt æquianguli, quia ergo triãgulus g e f, eſt eſt etiã æquiangulus triangulo a b c, conſtat propoſitum.



Eucli. ex Zamb. Theorema 5. Propoſitio 5.

5 Si duo triãgula, latera proportionalia habuerint, æquiangula erũt triangula, & æquales habebũt angulos ſub quibus eiuſdem rationis latera ſubtenduntur.

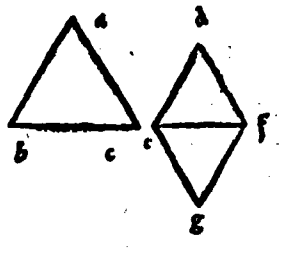
THEON ex Zamberto. Sint bina triangula α β γ & δ ϛ ξ, latera proportionalia habentia: ſicut α β ad β γ, ſic δ ϛ ad ϛ ξ: ſicutq; ϛ γ ad γ α, ſic ϛ ξ ad δ ξ. Et præterea ſicut β α ad α γ: ſic ϛ δ ad δ ξ. Dico quod æquiangulum eſt α ϛ γ triangulum, triangulo δ ϛ ξ: æqualesq; habebunt angulos, ſub quibus eiuſdem rationis latera ſubtenduntur: hoc eſt, angulum α ϛ γ angulo δ ϛ ξ: & angulum ϛ γ α angulo ϛ ξ δ: & inſuper angulum β α γ, angulo ϛ δ ξ. Conſtituatur (per 13 primi) enim ad rectam lineam ϛ, ad ſignaq; in ea ϛ, ξ: angulo quidem α β γ æqualis angulus ξ ϛ ϖ, angulo autem α γ β æqualis qui eſt ſub ϛ ξ ϖ. Reliquus igitur angulus qui ſub ϛ α γ: reliquo qui ſub ϖ ϛ ξ eſt æqualis: æquiangulum igitur eſt triangulum α β γ, triangulo ξ ϛ ϖ. Triangulorum igitur α β γ & ϖ ϛ ξ proportionalia ſunt latera, quæ circum æquales ſunt angulos (per 4 ſexti) eiuſdemq; triangulis latera ſubtenduntur. Eſt igitur ſicut α ϛ ad β γ, ſic ϖ ϛ ad ϛ ξ. Sed ſicut α β ad ϛ γ, ſic ſupponitur δ ϛ ad ϛ ξ. Igitur ſicut δ ϛ ad ϛ ξ, ſic ϖ ϛ ad ϛ ξ: utrunq; igitur ipſorum δ ϛ & ϖ ϛ, ad ϛ ξ eandem habet rationem. Aequalis igitur (per 9 quinti) eſt δ ϛ, ipſi ϖ ξ. Id propterea, & δ ξ, ipſi ξ ϖ eſt æqualis. Quoniam igitur æqualis eſt δ ϛ ipſi ϖ ϛ, communis autem ϛ ξ: duæ igitur δ ϛ & ϛ ξ duabus ϖ ϛ & ϛ ξ ſunt æquales: & baſis δ ξ baſi ξ ϖ eſt æqualis. Angulus igitur δ ϛ ξ (per 8 primi) angulo ϖ ϛ ξ eſt æqualis, & triangulum δ ϛ ξ (per 4 primi) triangulo ϖ ϛ ξ eſt æquale, & reliqui anguli reliquis angulis æquales erunt, ſub quibus æqualia latera ſubtenduntur. Aequalis igitur eſt angulus δ ξ ϛ, angulo ϖ ξ ϛ, & angulus ϛ δ ξ angulo ϛ ϖ ξ. Et quoniam angulus ξ ϛ δ angulo ϖ ξ ϛ eſt æqualis, ſed angulus ϖ ξ ϛ angulo α β γ: & angulus α β γ igitur ei qui ſub ξ ϛ δ angulo eſt æqualis. Id propterea, & angulus α β γ, angulo δ ξ ϛ eſt æqualis: & inſuper angulus qui ad α, ei qui ad δ. Aequiangulum igitur eſt triangulum α γ ϛ, triangulo δ ϛ ξ. Si bina triangula igitur, latera proportionalia habuerint, æquiangula erunt triangula, & æquales habebunt angulos, ſub quibus eiuſdem rationis latera ſubtenduntur: quod erat demonſtrandum.



Eucli. ex Camp. Propoſitio 6.

6 Mnes duo trianguli quorum unus angulus unius uni angulo alterius æqualis, lateraq; illos duos æquos angulos continentia proportionalia, ſunt inter ſe inuicem æquianguli.

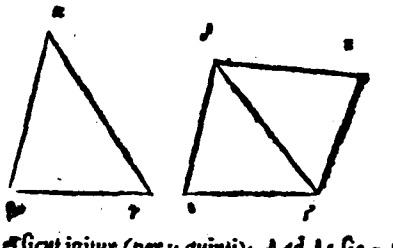
CAMPANVS. Maneat prior diſpoſitio, & ſit ſolũ angulus b, æqualis angulo d e f, & proportio a b ad d e, ſicut b c ad e f: dico adhuc duos triãgulos a b c, d e f eſſe æquiangulos. Cũ ſit prima per 4 huius propter hypotheſes præmiſſæ concluſionis, a b ad e g, ſicut b c ad e f: erit a b ad d e, ſicut a b ad e g: quare per ſecũdam partem nonæ quinti d e, eſt æqualis e g. Quia ergo duo latera d e & e f trigoni d e f ſunt æqualia duobus lateribus e g & e f trigoni g e f, & angulus e unius angulo e alterius, quia uterq; eſt æqualis angulo b: ipſi erunt per quartã primi, æquianguli: & quia e g f eſt etiã æquiangulus a b c, patet propoſitum.



Eucli. ex Zamb. Theorema 6. Propoſitio 6.

6 Si bina triangula unum angulum uni angulo æqualem habuerint, & circũ æquales angulos latera proportionalia, æquiangula erũt triangula & æquales habebũt angulos ſub quibus eiuſdẽ rationis latera ſubtendũtur.

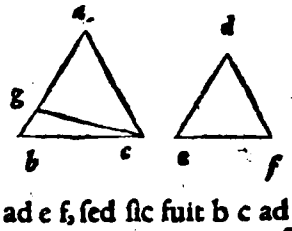
THEON ex Zamberto. *Sint bina triangula α β γ, & δ ε ζ, unum angulum qui ſub c α γ, uni angulo qui ſub ε δ ζ, æqualem habentia, & quæ circum æquales angulos latera proportionalia, ſicut β α, ad α γ, ſic ε δ, ad δ ζ. Dico quod triãgulum α c γ, æquiangulum eſt ipſi triangulo δ ε ζ, & æqualẽ habebit angulum α β γ, angulo δ ε ζ, & angulum α γ c, angulo δ ζ ε. Cõſtituatur enim (per 23 primi,) ad rectam lineam δ ζ, ad ſignaq; in ea δ ζ, utriq; ipſorum c α γ & ε δ ζ, æqualis angulus ζ δ η, angulo autem α γ c, æqualis angulus δ ζ η, reliquus igitur angulus qui ad β, reliquo angulo qui ad η eſt æqualis. Aequiangulum igitur eſt triangulũ α β γ, triãgulo δ η ζ. Proportionaliter igitur eſt, ſicut β α, ad α γ, ſic η δ, ad δ ζ, (per 4 ſexti. Receptum autem eſt, quod ſicut β α, ad α γ, ſic ε δ, ad δ ζ, & ſicut igitur (per 11 quinti) ε δ, ad δ ζ, ſic η δ, ad δ ζ. Aequalis igitur eſt (per 9 quinti) ε δ, ipſi δ η. Et communis δ ζ. Duæ iam ε δ, & δ ζ, duabus η δ, & δ ζ: ſunt æquales, & angulus ε δ ζ, (per hypotheſin) angulo η δ ζ, eſt æqualis. Baſis igitur ε ζ, (per 4 primi,) baſi η ζ, eſt æqualis, & triangulum δ ε ζ, (per eandem) triangulo η δ ζ, eſt æquale, & reliqui anguli reliquis angulis æquales erunt alter alteri, ſub quibus æqualia latera ſubtenduntur. Aequalis igitur eſt angulus δ ζ η, angulo δ ζ ε, & qui ad η, ei qui ad ε. Sed angulus qui ſub δ ζ η, ei qui ſub α γ β, eſt æqualis, & angulus α γ c, igitur ei qui ſub δ ζ ε, eſt æqualis. Receptum autẽ eſt, quod angulus β α γ, ei qui ſub ε δ ζ, eſt angulo æqualis eſt, & reliquus igitur qui ad β, reliquo qui ad ε, eſt æqualis, æquiãgulum igitur eſt triangulũ α β γ, triangulo δ ε ζ. Si bina triangula igitur unum anguli uni angulo æqualem habuerint, circum uero æquales angulos latera proportionalia: æquiangula erunt ipſa triangula, & æquales habebunt angulos ſub quibus eiuſdem rationis latera ſubtenduntur, quod demonſtraſſe oportuit.*



Eucli. ex Camp. Propoſitio 7

7 Si fuerint duo trianguli quorum unus angulus unius uni angulo alterius æqualis, duóque ſuorum reliquorum angulorum lateribus proportionalibus contenti duorum uero demum reliquorũ uterque aut neuter recto angulo minor, neceſſe eſt illos duos triangulos omnibus ſuis angulis inter ſe inuicem æquiangulos eſſe.

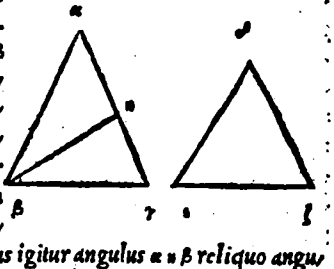
CAMPANVS. Sint duo trianguli a b c, d e f, ſitq; angulus a, æqualis angulo d, & proportio a c ad d f, ſicut c b ad f e, & uterque duorum angulorum b & e, aut neuter, ſit minor recto, dico eos eſſe æquiangulos. Si enim angulus c unius eſt æqualis angulo f alterius, patet propoſitum per præmiſſam. Sin autem, ſit c maior, fiatq; angulus a c g, æqualis eidem, erſtque per 23 primi, triangulus a g c, æquiangulus triangulo d e f, quare per quartam huius, proportio a c, ad d f: ſicut g c, ad e f, ſed ſic fuit b c ad e f



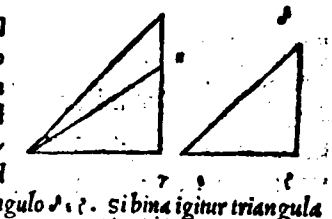
e f. ergo per 9 quinti, g c & b c. ſunt æquales, ergo per quintã primi angulus b. eſt æqualis angulo b g c. Si ergò neuter duorum angulorum b & e fuerit minor recto: accidet duos angulos unius trianguli non eſſe minores duobus rectis, quod eſſe non poteſt per 17 primi. Quod ſi uterq; fuerit minor recto: erit angulus a g c maior recto per 15 primi: quare & angulus e ſibi æqualis, eſt etiam recto maior, quod eſt contra hypotheſin: quare deſtructo oppoſito remanet propoſitum. Oportet autem utrunq; angulorũ reliquorum, aut neutrum, eſſe minorem recto: poſſibile enim eſt in eodem triangulo ut in triangulo a b c, lineam g c eſſe æqualem b c: & ideo erit a c ad utramq; earum una proportio per 7 quinti. Nec tamen erunt trianguli a g c & a b c æquianguli, quamuis unus angulus unius ſit æqualis uno angulo alterius, imo idem ut angulus a: & proportio lineæ a c prout eſt latus magni ad a c prout eſt latus parui: ſicut b c latus magni ad g c latus parui: utraq; enim æqualis, & hoc eſt, propter hoc qđ angulus g minoris, eſt maior recto: & angulus b maioris. minor: Nam in omni triangulo duum æqualium laterum, uterq; angulorum qui ſunt ad baſin, eſt minor recto.

Eucli. ex Zamb. Theorema 7. Propoſitio 7.

7 Si bina triangula unum angulum uni angulo æqualem habuerint, circum autem alios angulos latera proportionalia, reliquorum uero utrunq; ſimul aut minorem aut non minorem recto, æquiangula erũt triangula, & æquales habebunt angulos circum quos proportionalia ſunt latera.



THEON ex Zamberto. *Sint bina triangula α β γ & δ ε ζ: unum angulum uni angulo æqualem habẽtia, eum ſcilicet qui ſub ϵ α γ ei qui eſt ſub ε δ ζ. Circum autem alios angulos α β γ & δ ε ζ, latera proportionalia ſicut α β ad β γ, ſic δ ε ad ε ζ. Reliquorum uero qui ad γ, ζ, primo utrunq; ſimul maiorem recto. Dico quod æquiangulum eſt α β γ triangulũ, ipſi δ ε ζ triangulo: & æqualis erit angulus α β γ, angulo δ ε ζ: & reliquus qui ad γ, reliquo qui ad ζ. Si enim inæqualis eſt angulus α ϵ γ ei qui ſub δ ε ζ eſt angulo, alter eorum maior eſt: ſit maior angulus α β γ: & conſtituatur (per 23 primi) ad α β rectam lineam ad ſignumq; in ea β, ipſi δ ε ζ angulo æqualis angulus α β ν. Et quoniã æqualis eſt angulus qui ad α ei qui eſt ad δ, & angulus α β ν ei qui ſub δ ε ζ: reliquus igitur angulus α ν β reliquo angulo δ ζ ε eſt æqualis. Aequiangulum igitur eſt triangulm α β ν, triangulo δ ε ζ. Eſt igitur (per 4 ſexti) ſicut α β ad ϵ ν, ſic δ ε ad ε ζ. Sicutq; δ ε ad ε ζ: * recipitur, ſic α ϵ ad ϵ γ. Et ſicut igitur (per 11 quinti) α β ad ϵ γ, ſic α ϵ ad β ν. Igitur (per 9 quinti) α β, ad utrunq; ipſorum ϵ γ & β ν, eandem habet rationem: æqualis igitur eſt β γ ipſi ϵ ν. Quare per quintã primi, & angulus qui ad ϵ ν γ, angulo qui ſub β ν γ eſt æqualis: ſed minor recto ſubijcitur angulus qui ad γ: minor igitur recto eſt angulus qui ſub β ν γ. Quare (per 13 primi) & * altrinſecus ipſi angulus α ν β, maior eſt recto: & oſtenſum eſt quod æqualis eſt ei qui ad ζ: & qui ad ζ igitur. maior eſt recto. Subijcitur autem minor recto, quod eſt abſurdum. Igitur inæqualis minime eſt angulus α ϵ γ. angulo δ ε ζ. Aequalis autem eſt & qui ad α ſignum ei qui ad δ: & reliquus qui ad γ igitur, reliquo qui ad ζ eſt æqualis. Aequiangulum igitur eſt triangulum α ϵ γ, triangulo δ ε ζ. Sed rurſus ſupponatur uterq; eorum qui ad γ ζ, non minor recto.*



Dico rurſus quod & ſic eſt æquiangulum triangulum α β γ, triangulo δ ε ζ. Eiſdem nempe diſpoſitis, ſimiliter demonſtrabimus quod æqualis eſt β γ, ipſi β ν: quare & angulus qui ad γ. ei qui ſub β ν γ eſt æqualis. At non minor recto eſt angulus qui ad γ: neq; igitur minor recto eſt angulus qui eſt ſub ϵ ν γ. Trianguli igitur β ν γ (per 17 primi, duo anguli duobus rectis nõ ſunt minores, qđ eſt impoßibile. Non igitur rurſus inæqualis eſt angulus α ϵ γ, angulo δ ε ζ, æqualis igitur: eſt autẽ angulus qui ad α, ei qui ad δ æqualis. Reliquus igitur qui ad γ, reliquo qui ad ζ eſt æqualis. Aequiangulum igitur eſt triangulum α β γ, triangulo δ ε ζ. Si bina igitur triangula unum angulum uni angulo æqualem habuerint, circum autem alios angulos latera proportionalia, reliquorũ uero utrunq; ſimul uel minorem uel non minorem recto: æquiangula erunt triangula, & æquales habebunt angulos circum quos proportionalia ſunt latera, quod oportuit demonſtraſſe.

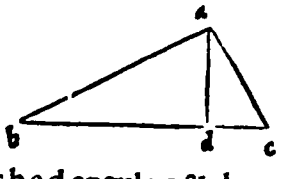
Eucli. ex Camp. Propoſitio 8.

8 Si ab orthogonij angulo recto, ad baſin linea perpendicularis ducatur, fient duo trianguli partiales, toti triangulo & ſibijunicem ſimiles.

CORRELARIVM

Vnde etiam manifeſtum eſt, quia in omni triangulo rectangulo, ſi ab eius angulo recto ad baſin perpendicularis ducatur, erit ipſa perpendicularis inter duas ſectiones ipſius baſis proportionalis. Item cuiuſcunq; utrumcunq; latus inter totam baſin atque ſibi conterminalem baſis portionem.

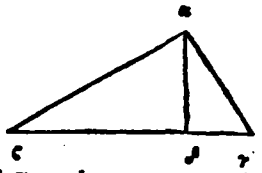
CAMPANVS. Sit trigonus a b c, orthogonus, eiuſque angulus a, rectus, à quo ducatur a d perpendicularis ad baſin, dico quod uterque duorum triangulorum partialium qui ſunt a b d, a d c, ſimilis eſt totali triangulo a b c, & unus eorum alteri: eſt enim uterque ipſorum æquiāgulus totali per 32 primi, eo quod uterque eſt orthogonius & in uno angulo cōmunicat cum totali, quare & ſibi inuicem ſunt æquianguli, ita quod angulus b eſt æqualis angulo d a c. & angulus b a d, angulo c, & duo anguli qui ſunt ad d, ſibiinuicem & angulo a totali æquales, quare per 4 huius latera æquos eorum angulorum angulos reſpicientia: ſunt proportiōalia, ergo per diffinitionem ſunt ſimiles, quod eſt propoſitum. Vtrumcunq; correlarium ex his euidenter appareret.



Eucli. ex Zamb. Theorema 8 Propoſitio 8

8 Si in triangulo rectangulo ab angulo recto in baſin perpendicularis agatur, quæ ad perpendicularem triangula, ſimilia ſunt toti & adinuicem.

THEON ex Zamb. *Sit triangulum rectangulum α β γ, rectum habens eum qui ſub β α γ, angulum, & excitetur (per 12 primi) ab α, in ς γ, perpendicularis α δ. Dico quod ſimile eſt utrumque ipſorum α ς δ, & α δ γ, triangulorum, toti α β γ, & inſuper adinuicem. Quoniam enim (per 4 poſtulatum.) æqualis eſt angulus ς α γ, angulo α δ β, rectus enim uterque eſt, communis autem eſt ipſorum duorum triangulorum α β γ, & α ς δ, angulus qui ad ς, reliquus igitur angulus α γ β, reliquo ς α δ, eſt æqualis (per 32 primi. Aequiangulum igitur eſt triangulum α β γ, triangulo α ς δ. Eſt igitur (per 4 ſexti) ſicut γ β, ſubtendens angulum rectum, α β γ. trianguli ad β α, ſubtendentem rectum angulum ipſius α β δ, trianguli. ſic eadem α β, ſubtendens angulum qui ad γ, trianguli α ς γ, ad β δ. ſubtendentem æqualem angulum β α δ, ipſius α β δ, trianguli, & inſuper α γ, ad α δ, ſubtendentem angulum qui ad ς, communem duorum triangulorum. Triangulum igitur α ς γ, triangulo α β δ, æquiangulum eſt (per 7 ſexti) & quæ circum æquales angulos ſunt, latera proportionalia habet. Simile igitur eſt triangulum α β γ, triangulo α ς δ, (per 1 diffinitionem ſexti. Similiter iam oſtendemus quod & triangulo α δ γ, ſimile eſt triangulum α β γ, utrumque igitur ipſorum α β δ, & α δ γ, triangulorum ſimile eſt toti α β γ. Dico etiam quod & adinuicē ſunt ſimilia: triangula α β δ, & α δ γ, Quoniam enim rectus angulus β δ α, recto angulo α δ γ, eſt æqualis (per 4 poſtulatum) ſed & angulus, β α δ ei qui ad γ oſtenſum eſt quod eſt æqualis: reliquus igitur qui ad ς, reliquo qui ſub δ α γ, eſt æqualis.. Aequiangulum igitur eſt triangulum α ς δ, triangulo α δ γ, eſt igitur ſicut ς δ, ipſius α β δ, trianguli ſubtendens angulum qui ſub β α δ, ad δ α ipſius α δ γ, trianguli ſubtendentē angulū qui ad γ, æqualem ei qui ſub β α δ, ſic ipſa α δ, trianguli α ς δ, ſubtendens angulum qui ad β, ad δ γ. ſubtendentē angulū qui ſub δ α γ, ipſius trianguli α δ γ, æqualem ei qui ad ς, & inſuper β α ad α γ, ſubtendens rectos angulos. Simile igitur eſt triangulum α β δ, triangulo α δ γ. Si in rectangulo triangulo igitur ab angulo recto in baſin perpendicularis agatur, triangula quæ circum perpendicularem ſimilia ſunt toti & adinuicem, quod demonſtraſſe oportuit.*

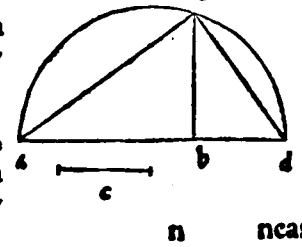


CORRELARIVM. *Ex hoc manifeſtum eſt, quod ſi in rectangulo triangulo ab angulo recto in baſin perpendicularis agatur: acta, ipſius baſis ſegmentis media proportionalis eſt. Et inſuper ipſius baſis & uniuſcuiuſq; ſegmentorum, latus quod ad ſegmentum, medium proportionale eſt, quod erat demonſtrandum.*

Eucli. ex Camp. Propoſitio 9

9 DAbus lineis propoſitis tertiam inter eas ſub proportionalitate continua collocare.

CAMPANVS. Sint duæ lineæ propoſitæ a b & c, inter quas uolo unam lineam in proportionalitate continua collocare. Adiungam unam earum alteri, ſitque tota ex eis compoſita, a d, ita quod b d, ſit æqualis c, & ſuper totam deſcribo ſemicirculum a e d, & produco b e uſque ad circūferentiam, perpendicularem ad lineam a d, dico lineam b e, eſſe quam quærimus, produco enim li-



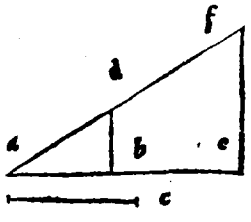
n ncas

neas e a & e d, eritque per 30 tertij, angulus e totalis: rectus, quare per primam partem correlarij præmiſſæ, proportio a b ad b e, ſicut b e ad b d, quod eſt propoſitum.

Eucli, ex Camp. *Propoſitio 10*

10 Duabus lineis datis, tertiam eis in continua proportionalitate ſubiungere.

CAMPANVS Sint duæ lineæ propoſitæ a b & c: quibus uolo tertiam in continua proportionalitate ſubiungere. Coniungo lineam c angulariter ut contingit, cum linea a b. ſitq; a d: ei æqualis. & produco lineã a b uſque ad e: donec fiat b e æqualis a d. & protracta linea b d: a puncto e duco lineam ſibi æquidiſtantem. quam & lineã a d: produco quouſque concurrant in puncto f, dico igitur lineam d f, eſſe quam quærimus. eſt enim per ſecundã huius, proportio a b ad b e: ſicut a d ad d f, & d a ab ad b e: eſt ſicut a b ad a d, per 2 partem 7 quinti. quare a b ad a d: ſicut a d ad d f. quod eſt propoſitum.

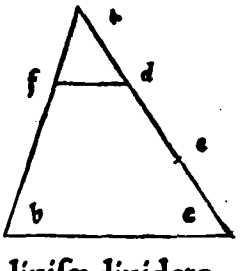


CAMPANI *additio.* Quod ſi propoſitis tribus lineis uelimus inuenire quartam, ac quam ſit proportio tertiæ ſicut primæ ad ſecundã: ex prima & ſecunda fiat linea una & toti compoſitæ tertia angulariter adiungatur, & a communi termino primæ & ſecundæ: ducatur linea ad extremitatem tertiæ. & ab altero termino ſecundæ ducatur huic lineæ æquidiſtans: quouſque concurrat cum tertia in cõtinuum rectũque protracta eritque per ſecundam huius, linea quã hæc æquidiſtans abſcindet: quæ quæritur, quæ admodum ſi in hac figura fuerit prima a b, ſecunda b e, tertia a d: erit quarta d f.

Eucli. ex Camp. *Propoſitio 11.*

11 AB aſſignata linea, quotamcumque iubearis, partem abſcindere.

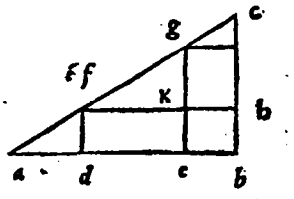
CAMPANVS Sit a b linea aſſignata, ab ea uolo aliquotam partem utpote tertiam abſcindere, coniungo ei angulariter ut contingit lineam indefinitæ quantitatis: quæ ſit a c, a qua reſeco tres æquas portiones: quæ ſunt a d, d e, & e c, & produco lineas c b & d f: ſibi æquidiſtãtes, dico a f eſſe tertiam a b, eſt enim per ſecundam huius, proportio c d ad d a, ſicut b f ad f a, quare cõiunctim, c a ad d a: ſicut b a ad f a. Cum igitur c a ſit tripla ad d a: patet & a f eſſe tertiam a b, quod eſt propoſitum.



Eucli. ex Camp. *Propoſitio 12.*

12 DVabus lineis propoſitis altera indiuiſa altera per partes diuiſa, indiuiſam quidẽ ad modum diuiſæ diuidere.

CAMPANVS. Sint duæ lineæ quas angulariter ut cõtinget coniungam a b & a c, ſitque a b diuiſa in tres uel qualeſcũque portiones: ſignatis in ea punctis d & e, uolo ſecundum eaſdem portiones diuidere lineam a c, cum igitur ipſas angulariter coniunxero: protraham lineam b c & æquidiſtantes ei d f & e g, dico iſtas æquidiſtantes diuidere lineam a c: in partes proportionales partibus a b, protraham enim f a æquidiſtãtem a b, quæ ſecet e g in puncto K, eritque per ſecundã huius, proportio g f ad f a: ſicut e d ad d a. & c g ad g f: ſitut h K ad K f, quare & ſicut b e ad e d per 14 primi & ſecundã partem 7 quinti, quod eſt propoſitum. Oportet autem ſecundã huius toties repetere: quot erunt partes lineæ a b, minus una. At uero 14 primi & 7 quinti, minus duabus.



Quinque ſequentes ex Zamberto Euclidis propoſitiones, præpoſtero ordine quatuor ex Campano præcedentibus reſpondent, nona undecimæ, decima duodecimæ. undecima & duodecima decimæ cũ additione, decimatertia nonæ.

Eucli.ex Zamb. Problema 1 Propoſitio 9

9 Data recta linea, imperatam partem abſcindere.

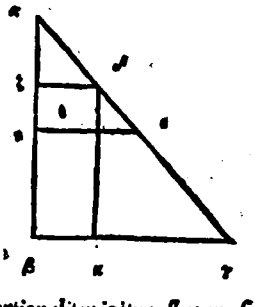
THEON ex Zamberto. Sit data recta linea α β, oportet iam ex ipſa α β, imperatam partem abſcindere. Imperetur tertia, & ducatur ab α recta linea α γ, faciens angulum cum α β, & ſumatur contingens ſignum ſuper α γ, ſitque illud δ. & ponatur ipſi α δ, (per 2 primi, æqualis δ ε, & ε γ, & connectatur β γ, & per δ, ipſi ε γ, (per 31 primi,) parallelus excitetur δ ζ. Quoniam igitur trianguli α β γ, ad unum latus ε γ, acta eſt ζ δ, parallelus, proportionaliter igitur eſt (per 2 ſexti,) ſicut γ δ, ad δ α, ſic β ζ, ad ζ α, dupla autem eſt γ δ, ipſius δ α, dupla eſt igitur & β ζ, ipſius ζ α. Tripla igitur eſt β α, ipſius α ζ. Data igitur recta linea α β, imperata tertia pars ablata eſt α ζ, quod demonſtraſſe oportuit.



10 Eucli.ex Zamb. Problema 2 Propoſitio 10

Datam rectam lineam nõ ſectam, datæ rectæ lineæ ſectæ ſimiliter ſecare.

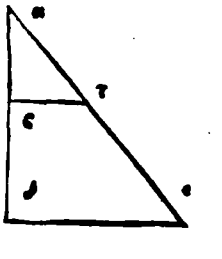
THEON ex Zamberto Sit quidem data recta linea non ſecta α β, ſecta uero ſit α γ, oportet iam lineam α β, non ſectam, ſecare ſimiliter lineæ α γ, ſectæ. Sit linea α γ, ſecta in ſignis quidem δ ε, & ſitæ ſint, ut angulum contingentem comprehendant, & connectatur β γ, & per δ, ipſi β γ, paralleli excitentur δ ζ, & ε η, (per 31 primi,) & per δ, ipſi α β, parallelus excitetur δ θ η. (per eandem) parallelogrammum igitur eſt utrumque ipſorum ζ θ, & θ β, æqualis igitur eſt quidem δ θ, ipſi ζ η, & θ η, ipſi η β, & quoniam triãguli δ η γ, ad unum laterum η γ, recta linea acta eſt θ ε, proportionaliter igitur parallelus (per 2 ſexti) ſicut γ ε, ad ε δ, ſic η θ, ad θ δ, æqualis autem eſt η θ, ipſi ε ζ. Eſt igitur (per 2 quinti) ſicut γ ε, ad ε δ, ſic β η, ad η ζ. Rurſus quoniam trianguli α η ε, ad unum latus ε η, parallelus acta eſt ζ δ, proportionaliter igitur eſt (per 1 ſexti ſicut ε δ, ad δ α, ſic η ζ, ad ζ α, patuit autẽ quod ſicut γ ε, ad ε δ, ſic β η, ad η ζ. Eſt igitur ſicut quidem γ ε, ad ε δ, ſic β η, ad η ζ. ſicut autem ε δ, ad δ α, ſic η ζ, ad ζ α. Data igitur recta linea non ſecta α β, datæ rectæ lineæ ſectæ α γ, ſimiliter ſecta eſt, quod facere oportebat.



Eucli.ex Zamb. Problema 3 Propoſitio 11

11 Duabus datis rectis lineis, tertiam proportionalem inuenire.

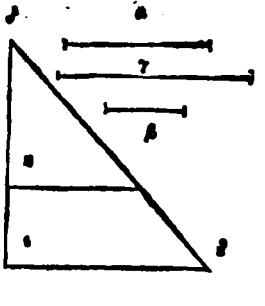
THEON ex Zamberto. Sint duæ datæ rectæ lineæ, ε α. & α γ, & ſitæ ſint angulum comprehendentes contingentem, oportet ipſis β α, & α γ, tertiam proportionalem inuenire. Producantur enim α ε & α γ, ad ſigna δ ε, & ponatur (per 2 primi,) ipſi α γ, æqualis β δ, & cõnectatur ε γ, & per δ, (per 31 primi) ipſi ε γ, parallelus excitetur δ ε. Quoniam igitur trianguli α δ ε, ad unum latus δ ε, acta eſt parallelus ε γ, proportionaliter eſt (per 2 ſexti) ſicut α ε, ad ε δ, ſic α γ, ad γ ε, æqualis autem eſt ε δ, ipſi α γ, eſt igitur ſicut α ε, ad α γ, ſic α γ, ad γ ε. Duabus igitur datis rectis lineis α β, & α γ, tertia proportionalis eis inuenta eſt γ ε, quod oportebat facere.



Eucli.ex Zamb. Problema 4. Propoſitio 12

12 Tribus datis rectis lineis, quartam proportionalem inuenire.

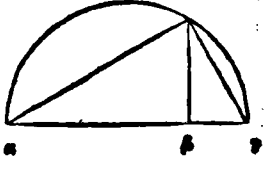
THEON ex Zamberto. Sint datæ tres rectæ lineæ α β γ, oportet ipſis α β γ, quartam proportionalẽ inuenire. Ponantur duæ rectæ lineæ δ ε, & δ ζ: angulũ contingentem comprehendentes eum qui eſt ſub ε δ ζ, & ponatur (per 2 primi) ipſi qui dem α, æqualis δ η, ipſi autem ε, æqualis η θ, & inſuper ipſi γ, æqualis δ θ, & coniuncta η θ, parallelus ei excitetur (per 31 primi) per θ, ſitq; θ ζ. Quoniam igitur trianguli δ θ ζ, ad unum latus θ ζ, acta eſt parallelus η θ, igitur (per 2 ſexti,) eſt ſicut δ η, ad η θ, ſic δ θ, ad θ ζ, æqualis autem eſt δ η, ipſi α. & η θ, ipſi ε, & δ θ, ipſi γ: eſt igitur ſicut α ad β, ſic γ, ad δ ζ. Tribus igitur datis rectis lineis α ε γ, quarta proportionalis inuenta eſt θ ζ, quod oportebat facere.



Eucli.ex Zamb. Problema 5. Propoſitio 13.

13 Duabus datis rectis lineis, mediam proportionalẽ inuenire.

THEON ex Zamberto. Sint duæ rectæ lineæ α β & ε γ. oportet iam ipſarũ

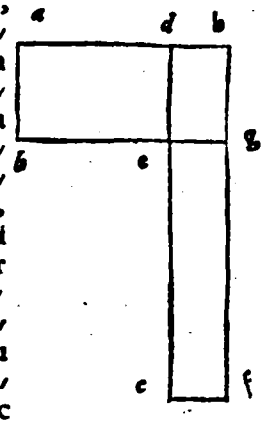


α β,& β γ,mediam proportionalem inuenire. Disponantur (per 14. primi,) rectas lineas, describaturque super α γ semicirculus α δ γ,& excitetur (per 11 primi,) à signo β,ipsi α γ,ad angulos rectos β δ,& connectantur α δ,& δ γ. Quoniam (per 31. tertij.) in semicirculo angulus est, qui sub α δ γ,rectus est,& quoniam in rectangulo triangulo α δ γ,à recto angulo in basin perpendicularis deducta est δ β,igitur (per correlariū octauæ sexti) δ β,ipsius basis segmentis α β,& β γ,media proportionalis est. Duabus igitur datis rectis lineis α β,& β γ,media proportionalis inuēta est δ β,Quod fecisse oportuit.

Eucli. ex Camp. Propositio 13

13 SI duæ superficies æquidistantium laterum quarum unus angulus unius uni angulo alterius æqualis, æquales fuerint, latera duos æquos angulos cōtinentia mutekesia esse. Si uero latera duos æquos angulos continentia, mutekesia fuerint, duas superficies esse necesse est.

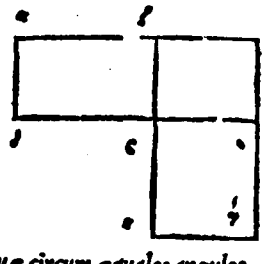
CAMPANVS. Sint duæ superficies b c d & c e f g, æquidistantium laterum & æquales, sitque angulus c unius, æqualis angulo c alterius. dico proportionem b c ad c g, esse sicut e c ad c d, & si proportio b c ad c g fuerit sicut e c ad c d, & prædicti anguli fuerint adhuc æquales. dico illas duas super æquidistantium laterum, esse æquales. Coniungam enim eas angulariter, uidelicet angulum c unius cum angulo c alterius, ita quod duo latera earum quæ sunt b c & c g fiant linea una eruntque similiter duo reliqua latera d c & c e linea una, alioqui sequeretur per præsentem hypothesin, quæ est angulum c unius esse æqualem angulo c alterius, & per 15 primi, partem esse æqualem toti, complebo itaque superficiem æquidistantium laterum, productis lineis a d & f g, quousque cōcurrant in b, eritque per primam partem 7 quinti, utriusq; superficiem c h proportio una, & quia per primam huius, proportio superficiei a c ad superficiē c h, sicut lineæ c ad lineā c g, & superficiei c f ad eandem superficiem c h, sicut e c ad c d, manifesta est prima pars propositæ conclusionis. Secunda pars sic patet, per primam enim huius, est proportio b c ad c g, sicut a c ad c h, & e c ad c d, sicut c f ad eandem c h, & quia positū est quod proportio b c est ad c g sicut e c ad d c: erit utriusque duarum superficierum a c & e g ad superficiem c h una proportio, ergo per primam partem 9 quinti, a c, est æqualis c f: sicque patet secunda pars.



Eucli. ex Zamb. Theorema 8 Propositio 13

13 Aequalium, & unum uni æqualem habentium angulum parallelogrāmorum reciproca sunt latera, quæ circum æquales angulos & quorum parallelogrammorum unum augulum uni angulo æqualem habentium reciproca sunt latera quæ circum æquales angulos, ea quoque sunt æqualia.

THEON ex Zamberto. Sint æqualia parallelogramma α β, & ζ γ, æquales habentia angulos qui ad ζ, & constituantur (per decimamquartam primi in rectas lineas, δ β. & γ ι, in rectas lineas igitur sunt ξ β, & ζ ι. Dico quod ipsorum α β, & ζ γ, reciproca sunt latera quæ circum æquales angulos, hoc est quod sicut est β δ, ad ζ ι, sic est ι ζ, ad β ξ. Compleatur namque parallelogrammum ξ ι. Quoniam igitur (per hypothesin æquum est α β, parallelogrammum ipsi β γ, parallelogrammo, aliud autem quoddam ξ ι, est igitur (per septimam quinti,) sicut α ζ, ad ξ ι, sic β γ, ad ξ ι. Sed sicut quidem α β, ad ξ ι, sic δ β, ad β ι, sicut autem β γ, ad ξ ι, sic ι β, ad β ξ. & sicut igitur (per primam quinti,) δ β, ad ζ ι, sic α ζ, ad β ξ, ipsorum igitur α β, & ζ γ, parallelogrammorum reciproca sunt latera, quæ circum æquales angulos.



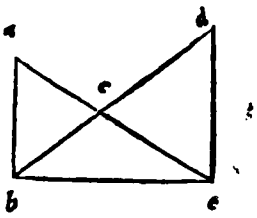
Verū sint latera reciproca, quæ circū æquales sunt angulos, estoq; sicut δ β, ad ζ ι, sic ι β, ad ζ ξ. Dico quod æquale est parallelogrammū α ζ, ipsi ζ γ, parallelogrammo. Quoniam enim est sicut δ β, ad ζ ι, sic ι ζ, ad β ξ, sed sicut quidem δ β, ad ζ ι, sic (per 1 sexti) α β, parallelogrammum ad ξ ι, parallelogrammū, sicut autē ι ζ, ad ζ ξ: sic ζ γ: parallelogram-

logrammum ad ζ ι, & ut igitur (per 11 quinti) α β, ad ζ ι, ſic ς γ, ad ζ ι, æquum igitur eſt α β, parallelogrammum, ipſi β γ, parallelogrammo. Æqualium igitur & æquiangulorum parallelogrammorum reciproca ſunt latera: quæ circum æquales angulos, & quorum æquiangulorum parallelogrammorum reciproca ſunt latera, quæ circum æquales angulos, ea quoque ſunt æqualia. quod demonſtraße oportuit.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 14.

14 SI duo trianguli quorum unus angulus unius uni angulo alterius æqualis, æquales fuerint. latera duos angulos æquos continentia erunt mutekeſia. Si uero latera duos æquos angulos cõtinentia fuerint mutekeſia, duo trianguli æquales eſſe comprobantur.

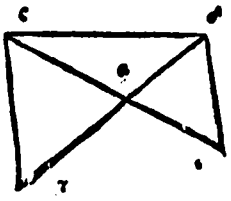
CAMPANVS Sint duo trianguli a b c, c d e, æquales, ſitque angulus c, unius, æqualis angulo c alterius, dico proportionem a c ad c e, eſſe ſicut d c ad c b, & ſi fuerit proportio a c ad c e, ſicut d c ad c b, & prædicti anguli fuerint adhuc æquales, dico illos duos triangulos eſſe æquales. Coniungam enim eos angulariter ita quod latera a c & c e, fiant linea una eruntq; ſimiliter b c, & c d, linea una, aliter ſequeretur partem eſſe æqualem toti per 15 primi, & protraham lineam b e, eritque per primam partem 7 quinti, utriuſque dictorum triangulorum ad triangulum c b e, proportio una, & quia per primam huius, primi eorum ad ipſum eſt, ſicut a c ad c e, & ſecundi eorum ad eundem ſicut d c ad c b, manifeſta eſt prima pars propoſitæ concluſionis. Secunda pars econuerſo probatur, quia a c ad c e eſt ſicut primi triãguli ad triangulum b c e, & d c ad c b, ſicut ſecundi ad eũdem (per primã huius,) & quia poſitum eſt ut ſit a c ad c e, ſicut d c ad c b, erit utriuſque dictorum triangulorum ad triangulum b c e una proportio, quare per primam partem 9 quinti, ipſi ſunt æquales, ſicque patet ſecũda pars.



Eucli. ex Zamb. Theorema 10 Propoſitio 15

15 ÆQualium & unum uni æqualem habentium angulum triangulorum reciproca ſunt latera, quæ circum æquales angulos, & quorum unum uni angulum æqualem habentium rriangulorum reciproca ſunt latera, quæ circum æquales angulos. ea quoque ſunt æqualia.

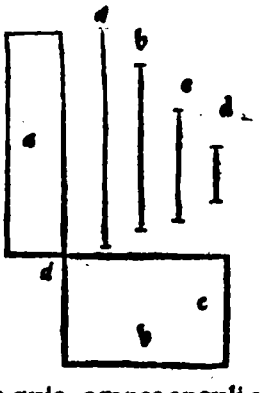
THEON & Zamberto. *Sint æqualia triangula α β γ, & α δ ε, unum uni æqualem habentia angulum, eũ ſcilicet qui ſub β α γ: ei qui ſub δ α ε. Dico quod ipſorum α β γ, & α δ ε, triangulorum reciproca ſunt latera: quæ circum æquales angulos, hoc eſt ſicut γ α, ad α δ, ſic ε α, ad α β. Conſtituantur enim (per 14 primi) in rectas lineas, γ α, ipſi α δ, in directum igitur eſt ε α, ipſi α β, & connectatur β δ. Quoniam igitur (per hypotheſin) æquum eſt triangulum α β γ, triangulo α δ ε, aliud autem quoddam ε α δ, eſt igitur (per 7 quinti) ſicut triangulum β α γ, ad ipſum β α δ, triangulum ſic triangulum ε α δ, ad triangulum β α δ. Sed ſicut quidem γ α β, ad β α δ, ſic γ α, ad α δ, ſicut autem (per primam ſexti,) ε α δ, ad β α δ, ſic ε α, ad α β, & ſicut igitur (per 11 quinti) γ α ad α δ, ſic ε α, ad α β. Triangulorum igitur α β γ, & α δ ε, reciproca ſunt latera: quæ circum æquales angulos. Verum reciproca ſint latera ipſorum α β γ, & α δ ε, triangulorum, eſtoq; ſicut γ α, ad α δ, ſic ε α, ad α β. Dico quod æquum eſt triangulum α β γ, triangulo α δ ε. Connexa enim rurſus ε δ, quoniam eſt ſicut γ α, ad α δ, ſic ε α, ad α β, ſed ſicut quidem γ α, ad α δ, ſic triangulum α ε γ, ad triangulum ε α δ. ſicut autẽ ε α, ad α ε, ſic triãgulũ ε α δ, ad triangulũ β α δ, ſicut igitur triangulum α ε γ, ad triangulum ε α δ, ſic triangulum ε α δ, ad triangulum ε α δ. Vtrumque igitur ipſorum α ε γ, & ε α δ, ad ε α δ, eandem habet rationem, Æquum igitur eſt (per nonam quinti,) triangulum α β γ, triangulo ε α δ, Æqualium igitur & unum uni æqualem habentium angulum triangulorum reciproca ſunt latera: quæ circum æquales angulos. Et quorum unum uni æqualem habentium angulũ triangulorum reciproca ſunt latera, quæ circum æquales angulos: ea quoque ſunt æqualia, quod demonſtrare oportuit.*



Eucli. ex Camp. Propoſitio 15

15 SI fuerint quatuor lineæ proportionales, quod ſub prima & ultima rectangulum continetur, æquum erit ei quod ſub duabus reliquis. Si uero quod ſub prima & ultima continetur, æquum fuerit

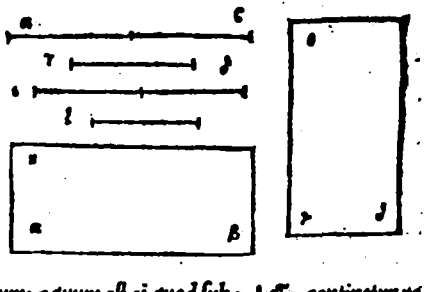
rit ei quod duabus reliquis continetur rectangulum, quatuor lineas proportionales eſſe conuenit.



CAMPANVS. Sint quatuor lineæ a b c d, proportionales, ſitque proportio a ad b, ſicut c ad d, dico quod ſuperficies contenta ſub a & d, æqualis eſt ſuperficiei contẽtæ ſub b & c. & ſuperficies cõtẽta ſub a & d, eſt æqualis ſuperficiei contentæ ſub b & c. Et ſi ſuperficies cõtenta ſub a & d eſt æqualis ſuperficiei cõtẽtæ, ſub b & c. dico quod proportio a ad b eſt ſicut c ad d. Fiãt enim ſuperficies cõtẽta ſub a & d, & ſuperficies cõtenta ſub b & c. Si ergo eſt proportio a ad b ſicut c ad d, latera illarũ ſuperficierũ erũt mutekeſia, ſed & anguli ab eis contenti æquales: quia utraq; eſt rectorum angulorũ, quare per ſecundã partẽ 15. huius, ipſi ſunt æquales: quod eſt primum. Secũdũ patet per primã partem eiuſdem. ſi enim ipſæ ſunt æquales, quia omnes anguli earũ ſunt recti: latera earum erũt mutekeſia, quare proportio a ad b, ſicut c ad d, quod eſt ſecũdũ. Eucli. ex Zamb. Theorema 11 Propoſitio 16

16 Si quatuor rectæ lineæ proportionales fuerint, quod ſub extremis comprehenſum rectangulum, æquum eſt ei quod ſub mediis continetur rectãgulo. Et ſi ſub extremis comprehenſum rectangulũ æquum fuerit ei quod ſub mediis continetur rectangulo, quatuor rectæ lineæ proportionales erunt.

THEON ex Zamberto. *Sint quatuor rectæ lineæ proportionales α ζ γ δ. ι. ξ, ſicut α ζ, ad γ δ. ſic ι. ad ξ. Dico quod ſub ipſis α β, & ξ, comprehenſum rectangulum, æquum eſt ei quod ſub γ δ, & ι, continetur rectangulo. Excitetur enim (per 11 primi,) ab α γ, ſignis, ipſis α ζ, & γ δ, rectis lineis, ad angulos rectos α η, & γ θ, & ponatur (per ſecundam primi,) ipſi ξ, æqualis α κ, ipſi autem ι, æqualis γ θ, compleanturq; κ β, & θ δ, parallelogramma. Et quoniam eſt ſicut α ζ ad γ δ. ſic eſt ι, ad ξ, æqualis autem eſt ι, ipſi γ θ, & ξ, ipſi α κ, eſt igitur ſicut α ζ, ad γ δ, ſic γ θ, ad α κ. Igitur (per 14 ſexti β κ, & δ θ, parallelogrammorum reciproca ſunt latera, quæ circum æquales angulos. Quorum autem parallelogrammorum æquiangulorum reciproca ſunt latera quæ circum æquales angulos, ea quoque ſunt æqualia. Aequum igitur eſt parallelogrammum β κ, ipſi δ θ, parallelogrammo, & eſt β κ, id quod ſub α ζ, & ξ, æqualis enim eſt α κ, ipſi ξ. At δ θ, id eſt quod ſub γ δ, & ι, æqualis enim eſt γ θ. ipſi ι. Igitur quod ſub α β, & ξ, continetur rectangulum: æquum eſt ei quod ſub γ δ, & ι, continetur rectangulo. Sed iam quod ſub α ζ, & ξ, comprehenditur rectangulum, æquum eſto ei quod ſub γ δ, & ι, continetur rectangulo. Dico quod quatuor rectæ lineæ proportionales erũt, ſicut α β, ad γ δ. ſic ι, ad ξ. Eiſdem namque conſtructis quoniam quod ſub α ζ, & ξ, æquum eſt ei quod ſub γ δ, & eſt quidem quod ſub α ζ. & ξ, ipſum ζ κ, æqualis enim eſt α κ, ipſi ξ, quod autem ſub γ δ, & ι, eſt ipſum δ θ, æqualis enim eſt γ θ, ipſi ι, igitur β κ, æquũ eſt ipſi δ θ, & æquiangula ſunt. Aequaliũ autem & æquiangulorũ parallelogrammorũ (per 14 ſexti) reciproca ſunt latera: quæ circum æquales angulos. Eſt igitur (per 10 quinti,) ſicut α β, ad γ δ, ſic γ θ, ad α κ, æqualis autem eſt γ θ, ipſi ι. & α κ, ipſi ξ eſt igitur ſicut α β. ad γ δ, ſic ι, ad ξ. Si quatuor igitur rectæ lineæ proportionales fuerint, quod ſub extremis cõprehenſum rectangulũ, æquum eſt ei quod ſub mediis comprehenditur rectangulo, & ſi quod ſub extremis comprehenditur rectangulũ æquum fuerit ei quod ſub mediis continetur rectangulo, ipſæ quatuor rectæ lineæ proportionales erunt quod oportebat demonſtrare.*

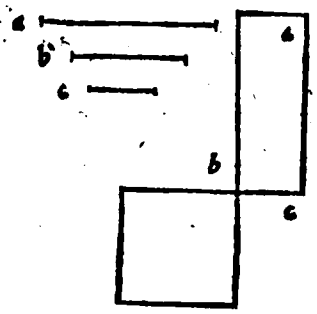


Eucli. ex Camp. Propoſitio 16

16 SI fuerint tres lineæ proportionales, quod ſub prima, & tertia rectangulum continetur, æquum erit ei quod à ſecunda quadrato deſcribitur. Si uero quod ſub prima & tertia continetur æquum ei quadrato quod à ſecũda producitur, ipſæ tres lineæ proportionales erunt.

CAM

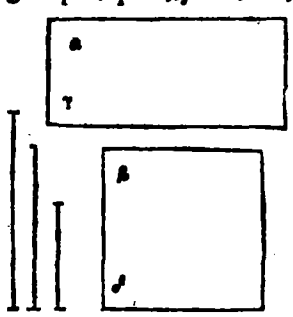
CAMPANVS. Sit proportio lineæ a ad lineam b, ſicut lineæ b ad lineam c. dico quod ſuperficies contenta ſub a & c, æqualis eſt quadrato b. & ſi ſuperficies contenta ſub a & c eſt æqualis quadrato b, dico quod proportio a ad b eſt ſicut b ad c. hoc autem eſt euidens per præcedentem, poſita alia linea quæ ſit æqualis b, ita quod b ſit in tatione ſecundæ & tertiæ.



Eucli. ex Zamb. Theorema 12 Propoſitio 17

17 Si tres rectæ lineæ proportionales fuerint, quod ſub extremis comprehenſum rectangulũ, æquum eſt ei quod à media quadrato. Et ſi quod ſub extremis continetur rectangulum, æquum fuerit ei quod à media quadrato, ipſæ tres rectæ lineæ proportionales erunt.

THEON ex Zamberto. *Sint tres rectæ lineæ proportionales α ϛ γ, ſicut α, ad ϛ, ſic ϛ, ad γ. Dico quod ſub α γ, comprehenſum rectangulum, æquum eſt ei quod ex ϛ, quadrato. Ponatur (per 2 primi,) ipſi ϛ, æqualis δ. Et quoniam eſt (per hypotheſin,) ſicut α, ad ϛ, ſic ϛ ad γ, æqualis autem eſt ϛ, ipſi δ, eſt igitur (per 7 quinti,) ſicut α, ad ϛ, ſic δ, ad γ. Si quatuor autem rectæ lineæ proportionales fuerint, quod ſub extremis comprehenſum rectangulũ, æquum eſt ei quod ſub mediis continetur rectangulo) per 16 ſexti. Igitur quod ſub α γ, æquum eſt ei quod ſub ϛ δ. Sed quod ſub ϛ δ, id eſt quod fit ex ϛ, æqualis enim eſt ϛ, ipſi δ. Igitur quod ſub α γ, comprehenditur rectangulum, æquum eſt ei quod ex ϛ, quadrato. Sed iam quod ſub α γ, eſto æquale ei quod ex ϛ. Dico quod eſt ſicut α, ad ϛ, ſic ϛ, ad γ. Eiſdem namque conſtructis, quoniam quod ſub α γ, æquum eſt ei quod ex ϛ, ſed quod ex ϛ, id eſt quod ſub ϛ δ, æqualis enim eſt ϛ, ipſi δ, igitur quod ſub α γ, æquum eſt ei quod ſub ϛ δ. Si autem quod ſub extremis æquum fuerit ei quod ſub mediis, quatuor rectæ lineæ proportionales ſunt (per 16 ſexti. Eſt igitur ſicut α, ad ϛ, ſic δ, ad γ. Æqualis autem eſt ϛ, ipſi δ, ſicut igitur α ad ϛ, ſic ϛ, ad γ. Si tres igitur rectæ lineæ proportionales fuerint: quod ſub extremis comprehenditur rectãgulũ, æquũ eſt ei quod à media quadrato. Et ſi quod ſub extremis comprehenditur rectãgulum æquũ fuerit ei quod à media quadrato: tres rectæ lineæ proportionales erũt, quod oportebat demonſtrare.*



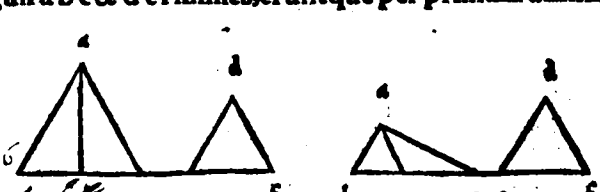
Eucli. ex Camp. Propoſitio 17.

17 SI fuerint duo trianguli ſimiles, proportio alterius ad alterum eſt tanquam proportio cuiuslibet ſui lateris ad ſuum relatiuum latus alterius duplicata.

CORRELARIVM

Manifeſtum etiam ex hoc, quia omnium trium linearũ continue proportionalium quanta eſt prima ad tertiam, tanta erit ſuperficies conſtituta ſuper primam ad ſuperficiem conſtitutam ſuper ſecundam cum fuerit ei ſimilis in lineatione & creatione.

CAMPANVS Sint duo trianguli a b c & d e f ſimiles, eruntque per primam diffinitionem, æquianguli, & laterũ proportionalium. Sit ergo angulus a, æqualis angulo d, & angulus b angulo e, & angulus c, angulo f, eritq; proportio a b ad d e, & a c ad d f, ſicut b c ad e f, dico quod proportio trianguli a b c ad triangulum d e f, eſt ſicut proportio b c ad e f. duplicata. Subiungatur enim ſecũdũ doctrinam 10 huius, duabus lineis b c & e f, tertia in cõtinua proportionalitate: quæ ſit c g, protracta aut reſecata c b, ſi c g fuerit ea maior aut minor: & producatur linea g a. eritque per ſecundam partẽ 14 huius, triangulus a g c, æqualis triangulo d e f, propter id quod

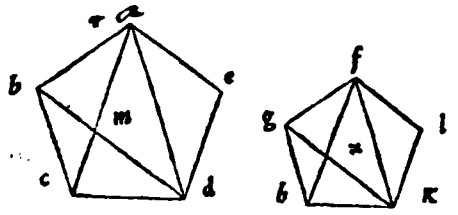


proportio a c ad d f eſt ſicut e f ad c g,& angulus c æqualis angulo f: quare per ſecundã partem 7 quinti, trianguli a b c ad utrunq; illorũ, erit una proportio, ſed per primam huius, proportio trianguli a b c ad triãgulum a g c, eſt ſicut b c ad g c. At uero proportio b c ad c g, ſicut b c ad e f duplicata, per 11 deſcriptionem quinti: ergo proportio trianguli a b c ad triangulum d e f, eſt ſicut proportio b c ad d f duplicata, quod eſt propoſitum. Si autem c g ſit æqualis b c, erit per ſecundam partem 14 huius: triangulus a b c æqualis triangulo d e f. æqualis autem proportio componitur ex æquali duplicata uel triplicata uel quotienſcunque ſumpta. Iſtam eandem paſſionem poſſemus eodem modo & per eadem media demonſtrare de ſuperficiebus æquidiſtãtium laterum ſimilibus, ſumpta ſolum 11 præſentis, loco 14. Non demonſtrat autem eam, quia per ſequentem demonſtratur uniuerſaliter de omnibus ſuperficiebus ſimilibus. Quare per correlarium quod uniuerſaliter proponitur de omnibus ſuperficiebus ſimilibus, non dum patet niſi de triangulis. ſed demonſtrata ſequente, patẽs erit de omnibus. Poſuit autem ipſum hic & non in ſequente: quia eſt correlarium huius, non autem ſequentis, ex modo enim demonſtrationis huius, ſua ueritas manifeſtata eſt: non ex modo illius.

Eucli. ex Camp. *Propoſitio 18*

18 OMnes duæ ſuperficies ſimiles multiangulæ, ſunt diuiſibiles in triangulos ſimiles atque numero æquales, eſtq; proportio alterius earum ad alteram, ſicut cuiuslibet ſui lateris ad ſuum relatiuum latus alterius, proportio duplicata.

CAMPANVS Sint gratia exẽpli, duo pentagoni a b c d e, f g h k, l ſimiles, dico quod ipſi ſunt diuiſibiles in triangulos ſimiles numero æquales, & quod proportio alterius eorum ad alterũ: eſt ſicut a b ad f g proportio duplicata, ducãtur enim lineæ duæ a c & a d, itemque f h & f k, erítque per præſentem hypotheſin & per 6 huius, triangulus a b c, æquiangulus triangulo f g h, & triangulus a e d, triangulo f l k. Similiter quoque per hanc communem ſcientiam. Si ab æqualibus æqualia demas quæ relinquuntur æqua ſunt, erit triangulus a c d, æquiangulus triangulo f h k. Nam ipſi pẽtagoni, poſiti ſunt æquianguli, & laterum proportionalium. & quia trianguli in quos diuiduntur ſunt adinuicem æquianguli, ut probatum eſt: erunt etiam & ſimiles per 4 huius. & diffinitionem ſimilium ſuperficierum, quare cum ipſi ſint numero æquales, patet primum. Secundum ſic: protrahantur b d quæ ſecet a c in puncto m, & g k quæ ſecet f h in puncto n, erítq; triangulus b c d, æquiãgulus triãgulo g h k per 6 huius & præſentem hypotheſin, quare & triãgulus a b m triangulo f g n, & a m d, f n k, ergo per 4 huius, proportio b m ad g n, eſt ſicut a m ad f n, & a m ad f n, ſicut m d ad n k: quare per 11 quinti, b m ad g n, ſicut m d ad n k, ergo permutatim b m ad m d, ſicut g n ad n k. Sed per 1 huius, a b m ad a m d, & b c m ad c m d, ſicut b m ad m d. & per eãdem f g n ad f n k, & g n h ad h n k, ſicut g n ad n k, ergo per 11 quinti, a b c ad a c d, ſicut f g h ad f h k, quare permutatim a b c ad f g h, ſicut a c d ad f h k. Eadem ratiõe probabis quod & ſicut a c d ad f l k, ergo per 11 quinti totius pentagoni ad totum pentagonũ, ſicut a b c ad f g h, per præmiſſam igitur eſt proportio pentagoni a c d ad pentagonum f h k, ſicut proportio a b ad f g duplicata: quod eſt propoſitum. Ex quo rurſus patet correlarium præcedentis. Aliter poteſt demonſtrari ſecundum, cum enim trianguli in quos pentagoni diuiduntur ſint adinuicem ſimiles, erit per præcedẽtem proportio a b c ad f g h ſicut b c ad g h duplicata, & a c d ad f h k, ſicut c d ad h k duplicata, & a c d ad f l k: ſicut d e ad k l duplicata, quia igitur omnes hæ proportiones duplicatæ ſunt æquales propter hoc quod poſitum eſt ſimplas eſſe æquales: erit per 11 quinti totius pentagoni ad totum pentagonum, ſicut lateris unius ad ſuum relatiuũ latus alterius proportio duplicata.



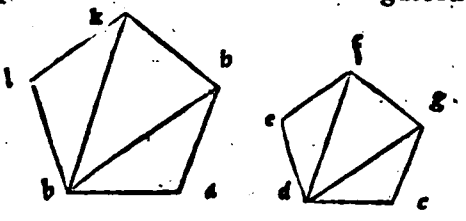
Eucli. ex Camp. *Propoſitio 19*

19 Supra datam lineam, datæ ſuperficiei ſimilem ſuperficiem deſcribere.

CAMPANVS Sit data linea a b, ſupra quam uolo conſtituere ſuperficiem ſimilem datæ ſuperficiei quæ ſit pentagona, & ſit c d e f g: diuido hunc pentagonum in triangu

los

los ductis lineis d f,& d g,& ſuper pũctum a conſtituo angulum æqualẽ angulo c, ducta linea a h,& ſuper punctum b,conſtituo alium angulum,qui ſit a b h, æqualem angulo c d g,protracta linea b h quouſque concurrat cũ a h in puncto h,eritq; per 32 primi angulus a h b,æqualis angulo c g d,& ideo per 4 huius latera duorum triangulorũ g c d & h a b, proportionalia. Facio quoque angulum h b k,ducta linea b k: æqualem angulo g d f,& angulum k b l: ducta linea b l, æqualem angulo d g f,& angulum b k l ducta linea k l,æqualẽ angulo d f e,eritque perfectus pentagonus qui conſtituendus erat ſuper lineam a b,eſt enim æquiangulus dato pentagono propter æqualitatem angulorum triãgulorum, in quos eſt uterque diuiſus,ſed & laterum proportionalium, propter proportionalitatem laterum ipſorum triangulorum,quæ ex 4 huius euidenter apparet, quare per diffinitionem ſimilium ſuperficierum,pentagonus cõſtitutus ſuper lineam a b,eſt ſimilis pentagono dato,quod eſt propoſitum.



Tres ex Zamberto ſequentes propoſitiones,tribus præcedentibus ex Cãpano,conuerſo ordine reſpondent prima ultimæ:media primæ & ultima mediæ.

Eucll. ex Zumb. Problema 6 Propoſitio 18

18 ## A data recta linea,dato rectilineo ſimile ſimiliterq; poſitũ rectilineum deſcribere.

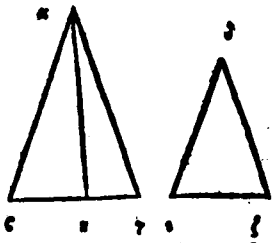
THEON ex Zamberto. *Sit data quidem recta linea α β,datum uero rectilineum γ ι.oportet iam à data α β recta linea.ipſi γ ι,rectilineo ſimile ſimiliterque poſitum rectilineum deſcribere. Connectantur δ ζ, & conſtituatur (per 23 primi) ad α β,rectam lineam,ad ſignáque in ea α β,ei qui ad γ,eſt angulo æqualis angulus η α β, ei autem qui eſt ſub γ δ ζ,æqualis angulus α β η,reliquus igitur qui ſub γ δ ζ,ei qui ſub α η β,eſt æqualis, æquiangulũ igitur eſt ζ γ δ,triangulum,ipſi η α β,triangulo (per 4 ſexti,) proportionaliter igitur eſt ſicut ζ δ,ad η ϵ,ſic ζ γ,ad η α,& γ δ,ad α ϵ. Rurſus conſtituatur (per 23 primi) ad β η,rectam lineam ad ſignáq; in ea β η,ei qui ſub δ ζ ι,eſt angulo æqualis angulus β η θ,ipſi autem ζ δ ι,qui eſt ſub η ϵ θ. Reliquus igitur qui ad ι,reliquo qui ad θ,eſt æqualis,æquiangulum igitur eſt triangulum ζ λ ι,triangulo η ϵ θ,proportionaliter igitur eſt (per 4 ſexti,) ſicut ζ δ,ad η β,ſic ζ ι,ad η θ,& δ ι,ad β ϵ,oſtenſum autem eſt quod ſicut ζ δ,ad η β,ſic ζ γ,ad η α,& γ δ,ad α β,& ſicut igitur (per 11 quinti,) γ ζ,ad α η,ſic γ δ,ad α β. & ζ ι,ad η θ,& inſuper ι δ,ad θ β. Et quoniam æqualis eſt angulus γ ζ δ,angulo α η ϵ,& angulus δ ζ ι,angulo ϵ η θ,totus igitur qui ſub γ ζ ι,toti qui ſub α η θ, eſt æqualis. Id propterea,& qui ſub γ δ ι,ei qui ſub α β θ æqualis. Eſt aũt & qui ad γ,ei qui ad α,æqualis,& qui ad ζ,ei qui ad θ, æquiangulum igitur eſt α θ,ipſi γ ι, & ea quæ circum æquales angulos ſunt latera,ei proportionalia habet. Simile igitur eſt (per primam diffinitionem ſexti) α θ,rectilineum,ipſi γ ι,rectilineo. A data igitur recta linea α ϵ,dato rectilineo γ ι,ſimile,ſimiliterq; poſitum rectilineũ deſcriptum eſt α ϵ, quod facere oportebat.*



Eucli. ex Zamb. Theorema 19 Propoſitio 19

19 ## Similia triangula,adinuicem in dupla ſunt ratione laterum ſimilis rationis.

THEON ex Zamberto. *Sint ſimilia triangula α β γ,& δ ι ζ,æqualem habentia eum quĩ ad ϵ, angulum ei qui ad ι,ſic utque α β,ad ϵ γ,ſic δ ι,ad ι ζ,ita ut ϵ γ,& ι ζ,ſimilis rationis ſint. Dico quod triangulum α ϵ γ,ad triangulum δ ι ζ,duplicem habet rationem,quàm β γ. ad ι ζ. Sumatur namque (per 10 ſexti,) ipſarũ β γ,& ι ζ,tertia proportionalis β η. ut ſit ſicut ϵ γ,ad ι ζ,ſic ι ζ,ad β η, connectaturque α η. Quoniam igitur eſt ſicut α β ad β γ,ſic δ ι,ad ι ζ,uicißim igitur (per 16 quinti,) ſicut α β ad δ ι,ſic β γ,ad ι ζ. Sed ſicut β γ ad ι ζ,ſic eſt ι ζ,ad ϵ θ,& ſicut igitur (per 11 quinti.) α β,ad δ ι,ſic ι ζ,ad β η. Igitur (per 11 ſexti,) α ϵ η,& δ ι ζ, triangulorum reciproca latera: quæ circum æquales angulos. Quorum autem unum uni æqualem habentium angulum triangulorum reciproca ſunt latera quæ circum æquales angulos ea quoque ſunt æqualia (per eandem) Aequale igitur eſt triangulum α β η, triangulo δ ι ζ, & quoniam eſt ſicut β γ,ad ι ζ,ſic ι ζ,ad β η,ſi autem tres rectæ lineæ proportionales fuerint,prima ad tertiam duplicem habebit rationẽ, quàm ad ſecũdã, igitur β γ,ad ϵ η, duplicẽ rationẽ habet: q; ad ι ζ, (per 10 diffinitionẽ quinti. Sicut aũt γ β,ad β η ſic*



ſic (per 1 ſexti) α β γ triangulum ad α ζ ν triangulum. Triangulum igitur α ζ γ ad α ζ ν (per eandem diffinitionem) duplicem rationem habet, quàm ζ γ ad ν ξ. Aequale autem eſt triangulum α β ν, triangulo δ ν ξ. Igitur & triangulum α ζ γ, ad triangulum δ ν ξ duplicem rationem habet, quàm β γ ad ν ξ. Similia igitur triangula, adinuicem in duplici ratione ſunt ſimilis rationis laterum, quod oportebat demonſtrare.

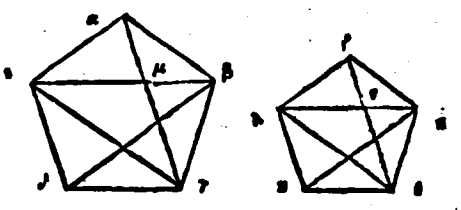
CORRELARIVM. Ex hoc utriq; manifeſtum eſt, quod ſi tres rectæ lineæ proportionales fuerint: ſicut prima ad tertiam, ſic quod à prima triangulum ad id quod eſt a ſecunda ſimile ſimiliterq; deſcriptum: quoniã oſtenſum eſt quod ſicut γ β ad β ν, ſic triangulum α β γ ad triangulum δ ν ξ, quod oportebat demonſtrare.

Eucli. ex Zamb. Theorema 14. Propoſitio 20.

Similia polygona, in ſimilia triangula diuiduntur, & inæqualia numero, & * æqua ratione totis, & polygonum ad polygonum duplicem rationem habet, quàm ſimilis rationis latus ad ſimilis rationis latus.

ὅμοιον

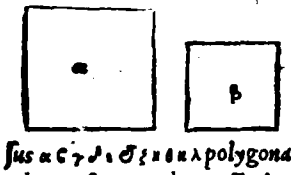
THEON ex Zamberto. Sint ſimilia polygona, α β γ δ ν & ξ ν θ ν λ: ſimilis autem rationis, eſto α β ipſi ξ ν. Dico quod α β γ δ ν & ξ ν θ ν λ polygona, in ſimilia triangula diuiduntur, & in æqualia numero, & * æqua ratione totis: & polygonum α β γ δ ν ad polygonum ξ ν θ ν λ, duplam rationem habet, quàm α ζ ad ξ ν. Connectantur β ν, ν β, ν λ, & λ θ: & quoniam polygonum α ζ γ δ ν (per hypotheſin) ſimile eſt polygono ξ ν θ ν λ: æqualis eſt angulus β α ν ei qui ſub ν ξ λ eſt angulo, & eſt ſicut β α ad α γ, ſic ν ξ ad ξ λ. Quoniã igitur duo triangula ſunt α ζ ν & ξ ν λ unum angulum uni angulo æqualem habentia: circum autem æquales angulos latera proportionalia: æquiangulum igitur eſt (per ſextam ſexti) triangulum α β ν triangulo ξ ν λ: quare & ſimile. Aequalis aũt eſt & angulus α β ν, angulo ξ ν λ: eſt autem & totus α β γ, toti ξ ν θ æqualis, propter ſimilitudinẽ polygonorum. Reliquus igitur angulus ν ζ γ, reliquo angulo λ ν θ eſt æqualis: & quoniam ob ſimilitudinem iporũ α ζ ν & ξ ν λ triangulorũ, eſt ſicut ν β ad β λ, ſic λ ν ad ξ ν, ſed & propter ſimilitudinem polygonorum eſt ſicut α β ad β γ, ſic ξ ν ad ν θ: ex æquali igitur (per 22 quinti) eſt ſicut ν β ad ζ γ, ſic λ ν ad ν θ: & circum æquales angulos ν β γ & λ ν θ, latera proportionalia ſunt: æquiangulum igitur eſt (per 6 ſexti) triangulum ν ζ γ, triangulo λ ν θ. Quare & triangulum ν β γ, ipſi triangulo λ ν θ eſt ſimile. Id propterea etiam (per 5 ſexti diffinitionem, triangulum ν γ δ, ſimile eſt triangulo λ θ ν. Polygona igitur α ζ γ δ ν & ξ ν θ ν λ, in ſimilia triangula diuiſa ſunt, & æqualia numero.

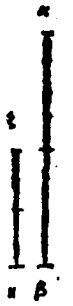


Dico inſuper quod ſimilis rationis ſunt totis, hoc eſt, quod ſunt proportionalia, & quidem antecedentia α ζ ν, ν β & ν γ δ: ſequentia autem illorum ξ ν λ, λ ν θ & λ θ ν, & quod polygonum α β γ δ ν, ad polygonum ξ ν θ ν λ, duplam rationem habet, quam ſimilis rationis latus ad ſimilis rationis latus, hoc eſt, α ζ ad ξ ν. Connectantur enim α γ & ξ θ: & quoniam propter ſimilitudinem polygonorum, æqualis eſt angulus α β γ angulo ξ ν θ, & eſt ſicut α β ad ζ γ, ſic ξ ν ad ν θ: æquiangulum eſt igitur (per ſextam ſexti) triangulum α β γ triangulo ξ ν θ: æqualis igitur eſt angulus β α γ, angulo ν ξ θ: & qui ſub β γ α, ei qui ſub ν θ ξ: & quoniam æqualis eſt angulus β α μ angulo ν ξ ν: patuit autẽ quod angulus α β μ angulo ξ ν μ eſt æqualis: & reliquus igitur angulus α μ ζ, reliquo ξ ν ν eſt æqualis. Aequiangulum igitur eſt (per 6 ſexti) triangulum α β μ, triangulo ξ ν μ. Similiter quoq; oſtendemus quod & triangulum β μ γ, æquiangulum eſt triangulo ν μ θ, proportionaliter igitur eſt (per 5 ſexti) ſicut quidem α μ ad μ β, ſicut ξ ν ad ν ν. Sicut autem ζ μ ad μ γ, ſic ν ν ad ν θ. Quare ex æquo (per 22 quinti) ſicut α μ ad μ γ, ſic ξ ν ad ν θ. Sed ſicut α μ ad μ γ, ſic triangulum α β μ ad triangulum μ β γ, & α μ ad μ γ, ad ſeinuicem enim ſunt: ſicut baſes (per 1 ſexti). Et ſicut unum antecedentium ad unum ſequentium (per 12 quinti) ſic omnia antecedentia ad omnia ſequentia. Sicut igitur (per conuerſionem primæ diffinitionis ſexti) triangulum α μ β ad triangulum β μ γ, ſic α β ν ad γ β ν. Sed ſicut α μ β ad ζ μ γ, ſic α μ ad μ γ: & ſicut igitur) per 11 quinti) α μ ad μ γ: ſic triangulum α ζ ν ad triangulum ν β γ. Id propterea, & ſicut ξ ν ad ν θ, ſic triangulum ξ ν λ ad triangulum ν λ θ. Eſtq; ſicut α μ ad μ γ, ſic ξ ν ad ν θ, & ſicut igitur (per 11 quinti, triangulum α ζ ν ad triangulum ζ ν γ, ſic triangulum ξ ν λ ad triangulum ν λ θ & uiciſſim (per 16 quinti) ſicut triangulum α ζ ν ad triangulum ξ ν λ: ſic triangulum ζ ν γ ad triangulum ν λ θ, Similiter quoq; oſtendemus connexis β δ & ν ν. quod & ſicut triangulum ν β γ ad triangulum λ ν θ, ſic triangulum ν γ δ ad triangulum λ θ ν. Et quoniam eſt ſicut triangulum α β ν ad triangulum ξ ν λ, ſic triangulum ν β γ ad triangulum λ ν α, & etiam triangulum ν γ δ ad triangulum λ θ ν, & ſicut igitur (per 12 quinti, unum antecedentium ad unum ſequentium: ſic omnia antecedentia ad omnia ſequentia. Eſt igitur triangulũ α β ζ ad triãgulum ξ ν λ, ſic polygonũ α ζ γ δ ν ad polygonũ ξ ν θ ν λ. Sed triangulum α β ν ad triangulum ξ ν λ, duplam rattonẽ habnt, quam α ζ ſimilis rationis latus ad ξ ν ſimilis rationis latus. Similia enim triãgula in duplici ratiõne ſunt ſimlis ratiõis laterũ (per 19 ſexti) & polygonũ igitur α ζ δ ν ad polygonũ ξ ν θ ν λ: duplam habet rationẽ, quã α β ſimilis rationis latus ad ξ ν ſimilis rationis latus. Similia igitur polygona

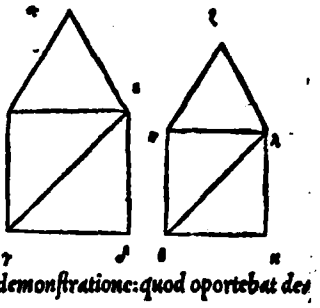
lygona in ſimilia triangula diuiduntur, & in æqualia numero, & æqua ratione totis, & polygonum ad polygonum ὁμόλογον duplam rationem habet, quam ſimilis rationis latus ad ſimilis rationis latus, quod demonſtrare oportebat.

PRIMVM CORRELARIVM *Proinde in uniuerſum manifeſtum eſt, quod ſimiles rectilineæ figuræ adinuicem in dupla ſunt ratione, ſimilis rationis laterum, & ſi ipſarum α β & ξ ν proportionalem accipiamus ξ, ipſa α β ad ξ duplam habet rationem quàm α β ad ξ ν: habet autem & poligoniũ ſiue quadrilaterũ ad quadrilaterũ duplam rationẽ, quàm ſimilis rationis latus ad ſimilis rationis latus, hoc eſt, α ζ ad ξ ν: patuit autem hoc in triangulis. Similiter autem & in ſimilibus quadratis oſtenditur, quod in duplici ratione ſunt ſimilis rationis laterũ, patuit autem & in triangulis. Proinde etiam in uniuerſum eſt manifeſtum, quod ſi tres rectæ lineæ proportionales fuerint: erit ſicut prima ad tertiam: ſic quæ à prima ſpecies ad eam quæ à ſecunda ſimilis & ſimiliter deſcripta eſt.*





ALITER. *Demonſtrabimus aliter & expeditius, ſimilis rationis eſſe triangula. Inſtituantur enim rurſus α ζ γ δ ι & ξ ν θ π λ polygona: & connectantur β ι, ι γ, π λ, & λ ζ. Dico quod eſt ſicut trinngulum α ζ ι ad ξ π λ: ſic ι β γ ad π ν θ, & γ δ ι ad θ π λ. Quoniam enim ſimile eſt triangulum α ζ ι triangulo ξ π λ: igitur (per 19 ſexti, triangulum α β ι ad ξ π λ duplam habet rationem quàm ζ ι ad π λ. Id propterea & triangulum θ ι γ, ad triangulum π λ θ duplam habet rationem, quàm β ι ad π λ. Eſt igitur ſicut triangulum α β γ ad triangulum ξ π λ, ſic triangulum β ι γ, ad π λ θ. Rurſus quoniam triangulum ι β γ, ſimile eſt triangulo λ π θ: igitur ι β γ ad λ π θ duplam habet rationem quam γ ι recta linea ad γ λ. Id propterea, & triangulum ι γ δ duplam rationem habet ad triangulum λ θ π. quàm γ ι ad θ λ. Eſt igitur ſicut triangulum β ι γ ad λ π θ, ſic γ δ ι ad λ θ π. Patuit autem & ſicut ι β γ ad λ π θ: ſic α β ι ad ξ π λ: & ſicut igitur (per 11 quinti) α β γ ad ξ π λ, ſic β ι γ ad π λ θ, & ι γ δ ad λ θ δ ad λ θ π: & ſicut igitur (per 12 quinti) unum antecedentium ad unum conſequẽtium: ſic omnia antecedentia ad omnia conſequentia: & reliqua ut in priore demonſtratione: quod oportebat demonſtrare.*

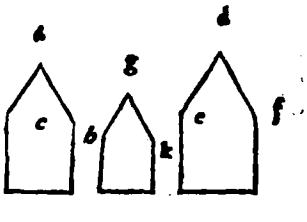


Eucli. ex Camp. Propoſitio 20.

20 

I fuerint uni ſuperficiei ſimiles, quaſlibet ſuperficies ſibĩinuicem ſimiles eſſe eſt.

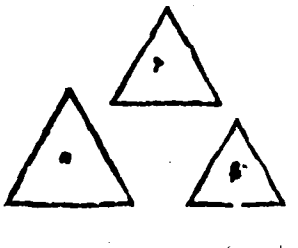
CAMPANVS. *Sit uterq; pentagonorum a b c. d e f, ſimilis pentagono g h k: dico eos eſſe ſimiles ſibĩinuicẽ. Eſt enim uterq; eorum æquiangulus pentagono g h k:* per conuerſionem diffinitionis ſimilium ſuperficierum: quare ſunt æquianguli adinuicem. Similiter quoque per conuerſionem eiuſdem diffinitionis, proportio a b ad g h, ſicut a c ad g k, & g h ad d e, ſicut g k ad d f: ergo per æquam proportionalitatem, a b ad d e, ſicut a c ad d f. Eodem modo probabis reliqua latera pentagonorum a b c & d e f, continentia æquos angulos: eſſe proportionalia. Per diffinitionem itaque ſimilium ſuperficierum: ipſi ſunt ſimiles adinuicem: quod eſt propoſitum.



Eucli. ex Zamb. Theorema 15 Propoſitio 21.

21 ## Quæ eidem rectilineo ſunt ſimilia, & adinuicem ſunt ſimilia.

THEON ex Zamberto. *Sit utrunq; ipſorum α, b, rectilineorum, ſimile ipſi γ. Dico quod & α ipſi β eſt ſimile. Quoniam enim ſimile eſt α ipſi γ, æquiangulum eſt & ei (per conuerſionem primæ diffinitionis ſexti) & quæ circum æquales angulos ſunt latera, proportionalia habet. Rurſus quoniam β ſimile eſt ipſi γ: æquiangulum igitur eſt & ei per eandem, & quæ circum æquales angulos ſunt latera proportionalia habet: utrunq; igitur ipſorum α, β, ipſi γ æquiangulum eſt (per 6 ſexti: & quæ circa æquales ſunt angulos latera habet proportionalia, quare per eandem & α ipſi β æquiangulum eſt, & quæ circum æquales ſunt angulos latera habet proportionalia. Simile igitur eſt ζ ipſi α, quod oportebat demonſtrare.*

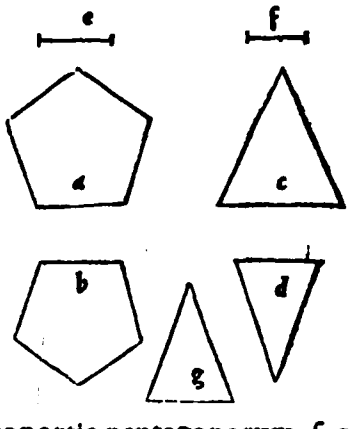


Eucli.

Eucli.ex Camp. Propoſitio 21.

21 SI fuerint quotlibet lineæ proportionales, atque ſuper binas & binas ſimiles ſuperficies deſignentur, ipſæ quoq; ſuperficies erunt proportionales. Si uero ſuper binas & binas, ſimiles ſuperficies conſtitutæ fuerint proportionales: ipſas quoq; lineas proportionales eſſe neceſſe eſt.

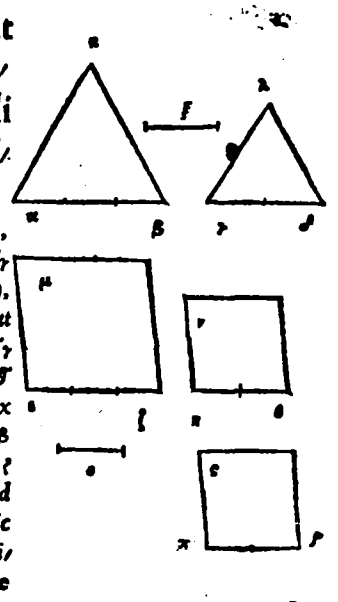
CAMPANVS. Si quatuor lineæ proportionales, a,b,c,d, ſitq; proportio a ad b, ſicut c ad d: dico quod ſi ſuperficies ſimiles conſtituantur ſuper a & b, utpote duo pentagoni ſimiles, & aliæ ſimiles conſtituãtur ſuper c & d, utpote duo anguli ſimiles, erit ꝓportio pentagonorum ſicut triangulorum. Quod ſi fuerint pentagoni ſimiles & ſimiliter triãguli ſimiles, fueritq; proportio pentagoni ad pentagonum ſicut trianguli ad triangulũ: dico quod erit ꝓportio a ad b ſicut c ad d.



Subiungantur enim lineis a & b, e, & lineis c & d, f. in cõtinua proportionalitate, ſicut docet 10. huius: eritq; per 11 quinti, & per æquam proportionalitatem, a ad e, ſicut c ad f: quia ergo per correlarium 17 huius, proportio pentagonorum, eſt ſicut a ad e & triangulorum ſicut c ad f: erit ꝓportio pentagonorũ ſicut triangulorum: & hoc eſt primũ. Secundum ſic patet. Sint duo pentagoni ſimiles, & duo trianguli ſimiles, ſitq; proportio pentagonorum, ſunt triangulorum: dico quod proportio a ad b, eſt ſicut c ad d. Sit enim c ad g, ſicut a ad b, hoc enim qualiter fiat, dictum eſt ſupra 10 huius, & ſuper g fiat ſicut docet 19 huius, ſuperficies ſimilis illi quæ eſt conſtituta ſuper lineã c: eritq; per præmiſſam, ſimilis ei quæ conſtituta eſt ſuper lineam d: eritq; etiam per primã partem huius 21, quæ proportio pentagoni a ad pentagonum b: eadem trianguli c ad triãgulum g: ſed eadem erat etiã trianguli c ad triangulum d: ergo per ſecundam partẽ 9 quinti, triangulus d, eſt æqualis triangulo g. Et quia ſunt ſimiles, erit linea g æqualis lineæ d, per primam partem 17 huius, cum ſuper lineas c d & g ſint trianguli: uel ſecundum partẽ 18: cum fuerint quælibet aliæ figuræ multiangulæ: æqualitas enim nõ producitur ex aliqua proportione duplicata uel triplicata uel quotieslibet ſumpta, niſi ex æquali: erit itaq; c ad d ſicut a ad b: quod eſt propoſitum.

Eucli.ex Zamb. Theorema 15. Propoſitio 22.

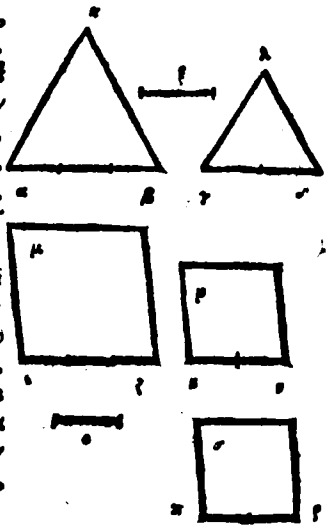
22 Si quatuor rectæ lineæ proportionales fuerint etiam quæ ab eis rectilinea ſimilia ſimiliterq; deſcripta, proportionalia erunt. Et ſi ab ipſis rectilinea, proportionalia fuerint: ipſæ quoq; rectæ lineæ proportionales erunt.



THEON ex Zamberto. Sint quatuor rectæ lineæ α ε, γ η, ι ζ, & κ θ, ſicut α β ad γ δ, ſic ι ζ ad κ θ. Deſcribanturq; (per 18 ſexti) α β ipſis α ε & γ δ, ſimilia ſimiliterq; poſita rectilinea κ α β & λ γ δ. Ab ipſis autem ι ζ & κ θ, per eandem ſimilia ſimiliterq; poſita rectilinea μ ζ & ν θ. Dico quod eſt ſicut κ α β ad λ γ δ, ſic eſt μ ζ ad ν θ. Sumatur enim inq; (per 11 ſexti) ipſarũ α ε & γ δ: tertia proportionalis ξ: ipſarum autem ι ζ & κ θ, tertia proportionalis ο, & quoniam eſt ſicut α β ad γ δ, ſic ι ζ ad κ θ, ſicut autem γ δ ad ξ, ſic κ θ ad ο: ex æquali igitur (per 22 quinti, ſicut α ε ad ξ, ſic ι ζ ad ο. Sed ſicut quidem α β ad ξ, ſic & κ α β ad γ δ (per correlarium ſecundum 20 ſexti. Sicut autem ι ζ ad ο, ſic μ ζ ad ν θ. Sed iam eſto, ſicut κ α ε ad λ γ δ, ſic μ ζ ad ν θ. Dico quod eſt ſicut α β ad γ δ, ſic ι ζ ad κ θ. Fiat enim (per 12 ſexti) ſicut α β ad γ δ, ſic ι ζ ad π ρ, & deſcribatur (per 18 ſexti) ex π ρ, utriq; ipſorum μ ζ & ν θ ſimile, ſimiliterq; poſitum σ ρ. Quoniam igitur eſt ſicut α β ad γ δ, ſic ι ζ ad π ρ, & de

ſcripta

pta ſunt, ab ipſis quidē α β, & γ δ, ſimilia ſimiliterq; poſita α α β, & λ γ δ, ab ipſis autem ι ζ, & π ρ, ſimilia ſimiliterq; poſita μ ζ, & σ ρ, eſt igitur ſicut α α β, ad λ γ δ, ſic μ ζ, ad σ ρ, poſtū aūt eſt quod ſicut α α ε, ad λ γ δ, ſic μ ζ, ad ν θ, & ſicut igitur (per 11 quinti) μ ζ, ad σ ρ, ſic μ ζ, ad ν θ, Igitur (per 9 quinti) μ ζ, ad utrūq; ipſorū ν θ, & σ ρ, cādē habet rationē, æquale igitur eſt ν θ, ipſi σ ρ. Eſt aūt ei & ſimile ſimiliter poſitū: æqualis igitur eſt α θ, ipſi π ρ. Et quoniā eſt ſicut α β, ad γ δ, ſic ι ζ, ad π ρ. æqualis autem eſt π ρ, ipſi α θ, eſt igitur ſicut α ε, ad γ δ, ſic ι ζ, ad α θ. Si quatuor igitur rectæ lineæ proportionales fuerint, & quæ ab ipſis rectilinea ſimilia ſimiliterque deſcripta, proportionalia erūt, & ſi ab ipſis rectilinea ſimilia ſimiliterq; deſcripta proportionalia fuerint, & ipſæ rectæ lineæ proportionales erunt, quod demonſtraſſe oportuit.

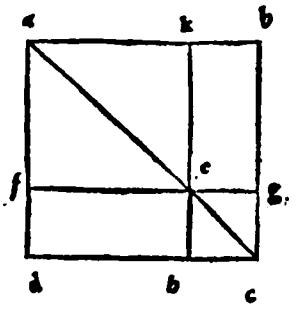


LEMMA. Quod autem ſi rectilinea æqualia & ſimilia fuerint ſimilis rationis latera ipſorum æqualia inuicem ſunt, ſic demonſtrabimus, ſint æqualia & ſimilia rectilinea ν θ, & σ ρ, ſitq; ſicut θ α, ad θ ν, ſic ρ π ad π σ. Dico quod æqualis eſt ρ π, ipſi α θ. Si autem inæquales ſunt, earum altera maior eſt, ſit maior ρ π, quàm θ α, & quoniam eſt ſicut ρ π, ad π σ, ſic θ α, ad α ν, & uicißim quoque (per 16 quinti,) ſicut ρ π, ad θ α, ſic π σ, ad α ν, maior autem eſt ρ π, ipſa θ α, maior igitur & π σ, quàm α ν. Quare & ρ σ, maius eſt ipſo θ ν, ſed & æquale (per hypotheſin, quod eſt impoßibile, inæqualis igitur minime eſt π ρ, ipſi θ α, æqualis igitur. Quod demonſtraſſe oportuit.

Eucli, ex Camp. Propoſitio 22

22 VNctæ ſuperficies æquidiſtantium laterum, quæ circa diametrū conſiſtunt, toti parallelogrammo atque ſibi inuicem ſunt ſimiles.

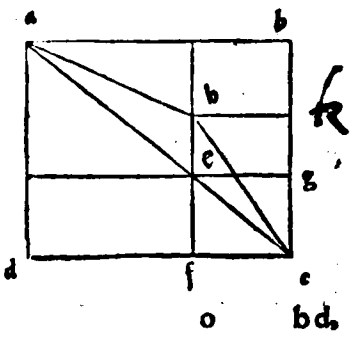
CAMPANVS. Sit ut in parallelogrammo b d cuius diameter a c, conſiſtant ſuperficies g h & f k æquidiſtantium laterum circa diametrum dico eas eſſe ſimiles toti parallelogrammo & ſibi inuicem. eſt enim per ſecūdā huius, b g ad g c & d h ad h c, ſicut a e ad e c, ergo coniunctim b c ad c g & d c ad c h. ſicut a c ad c e, quare per 11 quinti, b c ad c g: ſicut d c ad c h. ſed etiā ſicut a b ad e g cū a b ſit æqualis d c, & e g, h c, eodē modo erit a d ad e h, ſicut a b ad e g, & d c ad h c, quia ergo iſta parallelogrāma ſunt æquiangula. cōſtat per diffinitionem ſimilium ſuperficierum g h eſſe ſimile b d. Simili quoque modo probatur f k eſſe ſimile eidem, propter hoc qd' b a ad a k & d a ad a f, eſt ſicut c a ad a e per ſecundam huius & coniūctam proportionalitatem, quare per 20 huius f k, eſt etiam ſimile g h, ſitq; patet totum.



Eucli. ex Camp. Propoſitio 23

23 Si in ſuo ſpatio parallelogrammum partiale diſtinctum toti parallelogrammo ſimile atque ſecundum ſuum illius eſſe fuerit, circa eiuſdem diametrum conſiſtit.

CAMPANVS Sit ut in parallelogrammo b d ſit diſtinctum parallelogrammum f g, quod ſit ei ſimile & ſecūdum ſuū eſſe id eſt participās cum eo in angulo c. dico, quod parallelogrammum f g conſiſtit circa diametrum parallelogrāmi b d, & eſt hæc conuerſa præcedentis, producam enim a e c, quæ ſi fuerit diameter parallelogrāmi b d, conſtat propoſitū. Sin autem ſit a h c diameter eius, & ducatur h k: æquidiſtās f c, eritque per præmiſſam parallelogrammum f k, ſimile parallelogrammo b d. ergo per conuerſionem diffinitionis ſimilium ſuperficierum proportio b c ad k c, eſt ſicut d c ad f c: ſed per eandem conuerſionē dictæ diffinitionis, proportio b c ad g c eſt ſicut d c ad f c: propter id quod parallelogrammum f g, poſitum eſt ſimile parallelogrāmo

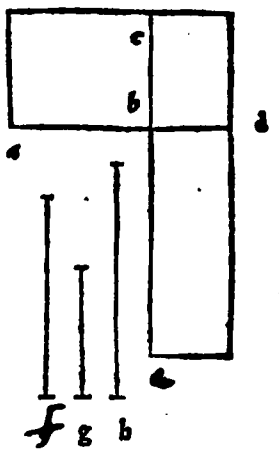


b d,ergo per 11 quinti proportio b c ad g c,eſt ſicut b c ad k c,utraque enim eſt ſicut d e ad f e.quare per ſecundã partẽ nonæ quinti,g c eſt æqualis K c pars uidelicet toti quod eſt impoſſibile. Erit igitur a e c diameter parallellogrammi b d,quod eſt propoſitum.

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 24.*

24 **Omnium duarum ſuperficierum æquidiſtantium laterum quarum unus angulus unius uni angulo alterius æqualis proportio alterius ad alteram, eſt quæ producitur ex duabus proportionibus ſuorum laterũ duos æquos angulos continentiũ.**

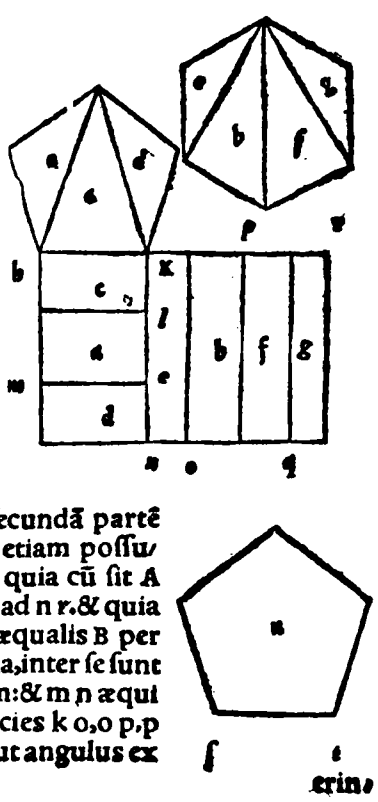
CAMPANVS Sint duæ ſuperficies æquidiſtãtium laterum, a c & e d, ſitque angulus b unius, æqualis angulo b alterius, dico quod proportio unius ad alterã producta ex proportione a b ad b d, & c b ad e, diſponam enim has duas ſuperficies penitus ſicut diſpoſui eas in 11 huius adiuncto ad utranque parallelogrammo c d, & ponã ut proportio lineæ f ad lineam g, ſit ſicut a b ad b d, & g ad h ſicut c b ad b e, qualiter enim hoc fiat, dictum eſt ſupra 10 huius, eritque per primam huius & 11 quinti, a c ad c d, ſicut f ad g, & c d ad d e, ſicut g ad h, quare per 22 quinti erit in æqua proportionalitate a c ad d e: ſicut f ad h: & quia f ad h producitur ex f ad g & g ad h, ut dictum eſt in fine expoſitionis 11 diffinitionis quinti: erit ut a c ad d e, producatur ex eiſdem. quare conſtat propoſitum.



Euclid. ex Camp. *Propoſitio 25*

25 **Datæ ſuperficiei ſimilem, aliſq; propoſitæ æqualem deſignare.**

CAMPANVS Sint propoſitæ duæ ſuperficies rectilineæ. A. pentagona. B. hexagona: uolo facere unam ſuperficiem ſimilem A, & æqualem B, utramq; propoſitarum ſuperficierum reſoluo in triangulos. A quidem in triangulos a c d. B uero, in triangulos e b f g. & ſuper baſin trianguli a, quæ ſit h K: cõſtituo ſecũdũ doctrinã 44 primi ſuperficiẽ æquidiſtãtiũ laterũ rectãgulã, æqualẽ c: quæ ſit h l, & l m æqualẽ d, ut ſit tota ſuperficies: æquidiſtãtiũ laterũ h n, cõſtituta ſuper baſin k: æqualis pentagono A. Eodem modo ſuper lineam K n quæ eſt ſecundũ latus huius ſuperficiei h n, conſtituo aliã ſuperficiem rectangulam æqualem hexagono B: quia facio K o æqualem e: & o p: æqualem b: & p q, æqualem b f: & q r, æqualẽ g: ut ſit tota rectangula ſuperficies n r, æqualis hexagono B, & pono per 9 huius, lineã ſ t, proportionalẽ inter lineã h K & lineã K r, & ſuper eam ſecundũ doctrinã 19 huius, conſtituo ſuperficiem u ſimilem ſuperficiei A, dico ipſam eſſe quã quærimus, & æqualẽ ſuperficiei B. Cum enim tres lineæ h k ſ t, & k r ſint continue proportionales, & ſuper primã & ſecundam ſint conſtitutæ ſuperficies ſimiles uidelicet A & u, erit per correlariũ 17 huius, A ad u, ſicut h K ad k r, quare (per primã huius) ſicut h n ad n r, & ideo per primam partẽ 7 quinti, ſicut A ad n r, & propter hoc per ſecundã partẽ eiuſdẽ, ſicut A ad B, itaque per ſecundã partẽ 9 quinti: u eſt æqualis B: quod eſt propoſitum. Hoc etiam poſſumus ex permutata proportionalitate facile probare: quia cũ ſit A ad u ſicut h n ad n r: erit permutatim A ad h n ſicut u ad n r. & quia A eſt æqualis h n: erit u æqualis n r: quare u eſt etiam æqualis B per hanc cõmunẽ ſcientiã: quæcũq; uni & eidẽ ſunt æqualia, inter ſe ſunt æqualia. Nõ eſt autem neceſſarium ut ſuperficies h l, l m: & m n æqui diſtantium laterũ æquales triangulis c a d: aut ſuperficies k o, o p, p q & q r æquales triangulis e b f h, ſint rectangulæ: ſed ut angulus ex



erin-

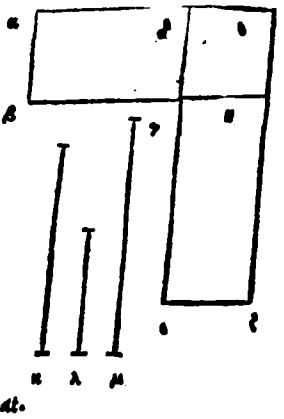
trinſecus ſuperficiei l m, ſit æqualis angulo intrinſeco ſuperficiei l h: & extrinſecus m n intrinſeco m l. Similiter quoque ut extrinſecus ſuperficiei κ o, ſit æqualis intrinſeco ſuperficiei h n, & extrinſecus o p, intrinſeco κ o, ſicq; de cæteris. Cũ enim ſic fuerit erit unaquaque linearum κ n & ſibi oppoſita h m, itemque h r, & ſibi oppoſita n q, linea una per ultimam partem 29 primi & per 14 eiuſdem quoties oportuerit æqualiter repetitas, propter id quod omnes ſuperficies h l, l m, & m n, itemq; κ o, o p, p q, & q r, ſunt æquidiſtantium laterum, & angulus extrinſecus cuiuſque ſequentis eſt æqualis intrinſeco eam præcedentis, quare duæ ſuperficies h n & n r, erunt æquidiſtantium laterum & inter lineas æquidiſtãtes & æqualis altitudinis. Cætera ergo argue ut prius.

Quatuor ex Zamberto ſequentes propoſitiones, præcedentibus quatuor ex Campano ordine peruerſo reſpondent, prima tertiæ, ſecunda primæ, tertia quartæ, quarta ſecundæ.

Eucli. ex Zamb. Theorema 17 Propoſitio 23

23 ## Æquiangula parallelogramma rationem adinuicem habent compoſitam ex lateribus.

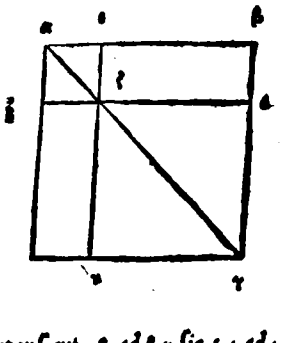
THEON ex Zamberto. *Sint æquiangula parallelogramma α γ, & γ ζ, æqualem habentia angulum ϛ γ δ, angulo ι γ κ. Dico quod parallelogrammũ α γ, ad parallelogrammũ γ ζ, rationẽ habet compoſitã ex lateribus, hoc eſt ex ea, quàm habet β γ, ad γ κ, & ex ea, quã habet δ γ, ad γ ι. Ponatur enim, (per 14 primi,) ut ſit in rectas lineas β γ, ipſi γ κ, in rectas lineas igitur eſt (per eãdẽ) δ γ, ipſi γ ι. Cõpleaturq; parallelogrãmũ, δ κ, & ponatur quædã recta linea, λ, & fiat (per 12 ſexti,) ſicut quidẽ ϛ γ, ad γ κ, ſic κ, ad λ, ſicutq; δ γ, ad γ ι, ſic λ ad μ, proportiões igitur ipſius κ, ad λ, & ipſius λ, ad μ, eædẽ ſunt ipſis ratiõibus laterum β γ, ad γ κ, & ipſius δ γ, ad γ ι. Sed ipſius κ, ad μ, ratio, componitur ex ratione ipſius κ, ad λ, & ipſius λ, ad μ. Quare & κ ad μ. rationẽ habet compoſitã ex lateribus. Et quoniã eſt ſicut ϛ γ, ad γ κ, ſic α γ, parallelogrãmum ad γ ϛ (per primam ſexti,) ſed ſicut ϛ γ, ad γ κ, ſic κ, ad λ, & ſicut igitur (per 11 quinti,) κ, ad λ, ſic α γ, ad γ θ. Rurſus quoniã eſt ſicut δ γ, ad γ ι, ſic γ θ, parallelogrammũ ad γ ζ, parallelogrammum, ſed ſicut δ γ, ad γ ι, ſic λ, ad μ. & ſicut igitur (per eandẽ) λ ad μ, ſic γ θ, parallelogrammum ad γ ζ, parallelogrammũ. Quoniã igitur oſtenſum eſt quod ſicut quidẽ κ ad λ, ſic α γ, parallelogrammũ ad γ θ, parallelogrammũ, ſicut autẽ λ ad μ, ſic γ θ, parallelogrãmũ, ad γ ζ, parallelogrãmũ: ex æquo igitur (per 22 quinti,) ſicut κ ad μ, ſic α γ parallelogrammũ ad γ ζ, parallelogrãmũ. At κ ad μ, rationem habet compoſitam ex lateribus, & α γ, parallelogrammum igitur ad γ ζ rationem habet confectam ex lateribus. Aequiangula igitur parallelogramma: adinuicem rationem habent compoſitam ex lateribus, quod demonſtrare oportebat.*



Eucli. ex Zamb. Theorema 18 Propoſitio 24

24 ## Omnis parallelogrammi, quæ circa dimetientem parallelogramma, ſimilia ſunt toti. & adinuicem.

THEON ex Zamberto. *Sit parallelogrammum α ϛ γ δ, dimetiens uero illius α γ, circum autem α γ, parallelogramma ſint ι κ, & θ λ. Dico quod utrumque ipſorum ι κ, & θ λ, parallelogrammorum, ſimile eſt toti α ϛ γ δ, & adinuicem. Quoniam enim trianguli α ϛ γ. ad unum latus ϛ γ, alla eſt parallelus ι ζ, proportionaliter eſt (per 2 ſexti,) ſicut γ ζ, ad ζ α, ſic δ κ. ad κ α. Sed ſicut γ ζ. ad ζ α, ſic oſtenſa eſt & β ι, ad ι α. Et ſicut igitur (per 11 quinti) ϛ ι, ad ι α, ſic δ κ, ad κ α, & componendo igitur (per 18 quinti) ſicut ϛ α, ad ι, ſic δ α, ad α κ, & per 16 quinti) ſicut ϛ α, ad α δ, ſic ι α, ad α κ: parallelogrammorum igitur α ϛ γ δ, & ι κ: proportionalia ſunt latera, quæ circum communẽ angulum β α δ ſunt: & quoniam parallelus eſt κ ζ, ipſi δ γ, æqualis eſt (per 29 primi) angulus α κ ζ, angulo α δ γ, & qui ſub κ ζ α, ei qui ſub δ γ α, & communis duorum triãgulorũ α δ γ, & α ζ κ: angulus qui ſub δ α γ. Aequiangulũ igitur eſt triangũlũ δ α γ, triangulo α κ ζ. Idq; propterea, & triangulũ α β γ, æquiãgulum eſt triangulo α ι ζ, & totum α β γ δ, parallelogrammum ipſi ι κ, parallelogrãmo æquiangulum eſt. proportionaliter igitur eſt (per 4 ſexti) ſicut α δ, ad δ γ, ſic α κ, ad κ ζ, ſicutq; δ γ, ad γ α, ſic κ ζ, ad ζ α. Sicut autem α γ, ad γ ϛ, ſic α ζ, ad ζ ι, & inſuper ſicut γ ϛ, ad β α, ſic ζ ι, ad ι α & quoniam oſtenſum eſt ſicut quidem δ γ ad γ α, ſic κ ζ ad ζ α, ſicut uero α γ, ad γ β, ſic α ζ ad ζ ι: ex æquo igitur eſt (per 22 quinti) ſicut δ γ ad γ β, ſic κ ζ, ad ζ ι. Parallelogrammorum igitur α β γ δ, & ι κ, proportionalia ſunt latera:*

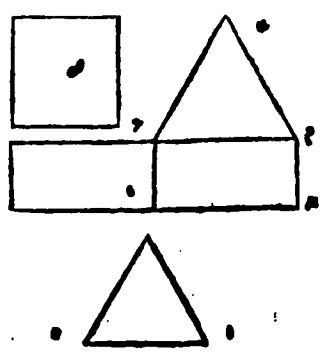


quæ circum æquales angulos. Simile igitur eſt (per primam diffinitionẽ ſexti) parallelogrammũ α ζ γ δ, parallelogrammo ϛ ν. Id propterea, & parallelogrammum α β γ δ, parallelogrammo ν θ, eſt ſimile, utrumq; igitur ipſorum ϛ ν & θ ν, parallelogrammorum. ipſi α ζ γ δ, parallelogrammo ſimile eſt. Quæ autem eidem rectilineo ſimilia, & ſibi inuicem ſunt ſimilia (per 11 ſexti) igitur & ϛ ν, parallelogrammum ipſi θ ν, parallelogrammo ſimile eſt. Omnis igitur parallelogrammi quæ circa dimetientem parallelogrãma, ſimilia ſunt toti & adinuicem, quod erat demonſtrandum.

Eucli. ex Zamb. Problema 7 Propoſitio 25

25 Dato rectilíneo ſimile, & alĩ dato æquale idem conſtituere.

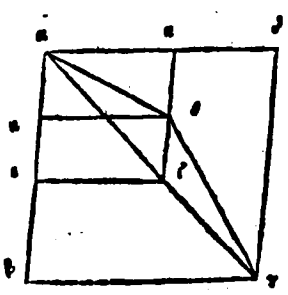
THEON ex Zamberto. Sit quidem datum rectilineum cui oportet ſimile conſtituere, α ζ γ, cui autem oportet æquale, δ, oportet iam ipſi α β γ, ſimile, ipſi autem δ æquale, idem conſtituere, prætendatur (per 44 primi) igitur ad β γ, ipſi triangulo α ζ γ, æquale: parallelogrammum ζ γ, & ad γ ϛ, ipſi δ, æquale parallelogrammum γ μ, in angulo qui ſub ζ γ ϛ. qui æqualis eſt ei qui ſub γ θ δ. In rectam lineam igitur eſt (per 14 primi, ζ γ, ipſi γ ξ: & λ ϛ, ipſi ϛ μ. Sumatur q; (per 13 ſexti,) ipſarum β ϛ, & γ ξ, media proportionalis ν θ, deſcribaturq; (per 18 ſexti, ex ν θ. ipſi α ζ γ, ſimile, ſimiliterq; poſitum ν ξ θ. Et quoniam eſt ſicut ζ γ, ad ν θ, ſic ν θ, ad γ ξ. ſi autem tres fuerint rectæ lineæ proportionales ſicut prima ad tertiam ſic quæ à prima eſt ſpecies ad eam quæ à ſecũda ſimilis ſimiliterq; deſcripta: eſt igitur (per correlarium ſecundũ 20 ſexti) ſicut β γ, ad ϛ ξ, ſic triangulum α β γ, ad triangulum ν ξ θ. Sed ſicut ζ γ, ad γ ξ. ſic ζ ϛ, parallelogrãmum ad ϛ ξ, parallelogrammum. Et ſicut igitur (per primam ſexti) triangulum α β γ, ad triangulum ν ξ θ, ſic ζ ϛ, parallelogrammum ad ϛ ξ, parallelogrammum: uiciſſim quoque igitur (per 16 quinti) ſicut triangulum α ζ γ, ad ζ ϛ, parallelogrammum, ſic triangulum ν ξ θ, ad parallelogrammum ϛ ξ, æquale autem eſt triangulum α β γ, parallelogrammo ζ ϛ, æquale igitur eſt triãgulũm ν ξ θ, ipſi ϛ ξ, parallelogrammo: ſed parallelogrammum ϛ ξ, ipſi δ ϛ eſt æquale, & ν ξ θ, igitur, ipſi δ eſt æquale, eſt autem ν ξ θ. ipſi α β γ ſimile, Dato igitur rectilineo α β γ, ſimile, & alĩ dato δ, æquale, idem ν ξ θ, conſtitutum eſt, quod facere oportebat.



Eucli. ex Zamb. Theorema 19 Propoſitio 26

26 Si à parallelogrãmo parallelogrammũ auferatur, ſimile toti & ſimiliter poſitum, communem angulũ habẽs ei, circũ eundẽ dimetientem eſt toti.

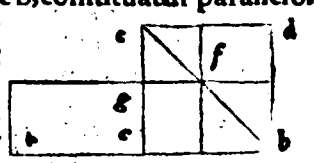
THEON ex Zamberto. A parallelogrammo enim α β γ δ, parallelogrãmum auferatur α ζ, ſimile ipſi α β γ δ, & ſimiliter poſitum, cõmunem angulũ habens ei qui ſub δ α β. Dico quod circum eandem diametrum eſt α ζ γ δ, ipſi α ζ. Non enim: at ſi poſſibile eſt, ſit eorum dimetiens α ν γ, & excitetur (per 31 primi, ab θ utrique ipſarum α δ, & ζ γ, parallelus θ ν. Quoniã igitur circum eandem dimetientem eſt α β γ δ, ipſi α ν, ſimile eſt (per 24 ſexti,) α ζ γ δ, ipſi α ν, eſt igitur ſicut δ α, ad α ζ. ſic ν α, ad α ν, (per conuerſionem 1 diffinitionis ſexti. Eſt autẽ propter ſimilitudinem ipſorũ α β γ δ, & θ ν, ſicut δ α, ad α β, ſic ν α, ad α ϛ. Igitur per 9 quinti,) ν α, ad utrãque ipſarum α ν, & α ϛ, eandem habet rationem, æqualis igitur eſt α ν, ipſi α ϛ, minor maiori, quod abſurdum eſt. Igitur α ζ γ δ, non eſt circa eandem dimetientem ipſi α ν. Circa eandem igitur dimetientem eſt α ζ γ δ, parallelogrammum, ipſi α ξ, parallelogrammo. Si à parallelogrammo igitur parallelogrãmũ auferatur, ſimile toti & ſimiliter poſitum cõmunem angulũ habens ei, circa eandem dimetientem eſt toti. Quod oſtendere oportebat.



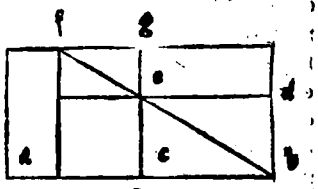
Eucli. ex Camp. Propoſitio 26

26 SVper dimidium datæ lineæ parallelogrammum deſignatum, maius eſt eo parallelogrammo cui datæ lineæ applicato deeſt ad completionem lineæ ſimile & ſuper diametrum conſiſtens ſuper dimidium collocati.

CAMPANVS Sit data linea a b, ſuper cuius dimidium c b, conſtituatur parallelogrammũ c d, cuius diameter b e, & ad lineam a b applicetur parallelogrãmũ a f. cuius unũ latus ſecet e c in pũcto g ita quod ad complementũ totius lineæ a b deſit ſuperficies f b quæ ſit ſimilis, ſuperficiei c d, & cõſiſtens circa diametrũ eius dico tũc q; parallelogrãmũ c d eſt maius parallelogrãmo a f. Eſt enim per 1 huius, a g: æquale g b, & per 43 primi, ç f æquale f d, ergo per hãc cõmunẽ ſciẽtiã ſi æqualibus æqualia addas tota quoq; fient æqua-



æqualia,erit gnomo conſtans ex tribus parallelogrammis quæ ſunt c f.f b,& f d,æqualis parallelogrãmo a f.quare parallelogrammũ c d,eſt maius parallelogrãmo a f,in parallelogrammo e f,quod eſt propoſitũ. Idẽ etiã eſſet ſi ſuperficies a f fieret altior ſuperficie c d:ut uidere potes in ſecũda figura in qua etiã per primã huius a g:eſt æquale g b:demptis itaq; utrinq; duobus ſupplemẽtis ſuperficiei f b: excedet parallelogrammum c d,parallelogrammũ a f in parallelogrammo f e.



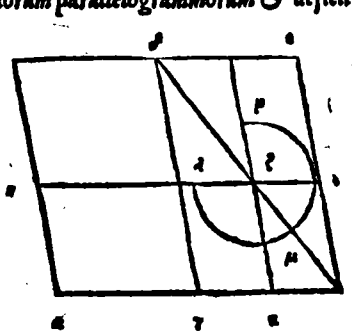
Eucli.ex Zamb. Theorema 20 Propoſitio 27

παραβαλλομένων applicatorum. ὑπερβολή, id eſt figuris

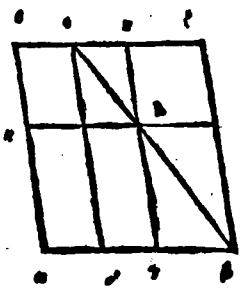
ἐλλείμματι, id eſt defectui

27 Omnium parallelogrammorũ ad eandem rectam lineã* proiectorum deficiẽtium q̃* ſpecie parallelogrammis, ſimilibus, ſimiliterq; poſitis ei quod à dimidia deſcriptum eſt, maximum eſt quod à dimidia proiectum parallelogrammum ſimile exiſtẽs* ſumpto.

THEON ex Zãb. *Sit recta linea α β, & ſecetur (per 10 primi,) bifariam in γ, prætenditur quoque (per 16 ſexti,) ad α β, rectam lineam, parallelogrammũ α δ, deficiens ſpecie parallelogrammo δ β, ſimili, ſimiliterq; deſcripto ei quod à dimidia ipſius α β, hoc eſt γ β. Dico quod omniũ ad α ε, comparatorum parallelogrammorum & deficientium ſpecie parallelogrammis ſimilibus ſimiliterq; poſitis ipſi δ ε, maximum eſt α δ. Prætendatur enim ad α β, rectam lineam parallelogrãmũ α ζ, deficiens ſpecie parallelogrãmo ζ ε, ſimili ſimiliterque poſito ipſi δ ε. Dico quod maius eſt α δ, ipſo α ζ. Quoniã enim ſimile eſt δ β, parallelogrammũ ipſi ζ β, parallelogrãmo: circũ eandẽ igitur ſunt demetientẽ (per 26 ſexti, excitetur eorũ dimetiens δ ε, & deſcribatur figura. Quoniam igitur (per 42 primi) æquũ eſt ζ γ, ipſi ζ ι, cõmune apponatur ζ β, totũ igitur γ ϑ. toti α ι, eſt æquale. Sed γ ϑ, ipſi γ κ, eſt, æquale (per 36 primi) quoniã & recta α γ, rectæ α ε æqualis. Igitur κ γ, ipſi & ι κ, eſt æquale. Cõmune apponatur γ κ, totũ igitur α ζ, toti λ μ ν, gnomoni eſt æquale. Quare parallelogrãmũ δ ε, hoc eſt α δ, hoc eſt α δ, ipſo α ζ. parallelogrãmo maius eſt, omnium igitur ad eandem lineam conſiſtentium parallelogrammorũ & deficientium ſpecie parallelogrammis, ſimilibus, ſimiliterque poſitis ei quod à dimidia deſcribitur: maximũ eſt quod à dimidia comparatum eſt, quod oportebat demonſtrare.*

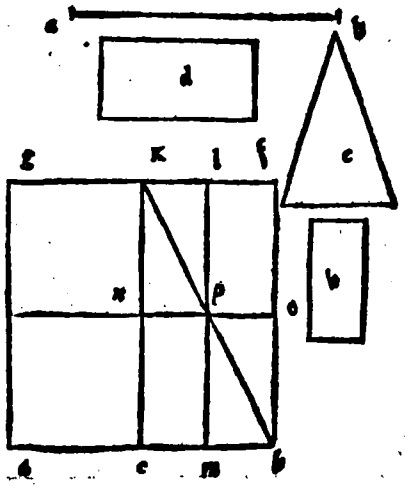


ALITER *Sit enim rurſus α β, diſſecta bifariam in γ, & comparatũ α λ, deficiens ſpecie ipſo λ ε. Comparetur q̃; rurſus ad α β, parallelogrammũ α ι, deficiens ipſo ϑ β, ſimili ſimiliterq; poſito ipſi λ ε, quod à dimidia fit ipſius α β. Dico quod à dimidia comparatum, α λ maius eſt ipſo α ι. Quoniã enim ſimile eſt ϑ ε: ipſi λ ε, circum eãdem dimetientem ſunt (per 26 ſexti. Sit eorum dimetiens ι ε, deſcribaturq; figura, & quoniã æquũ eſt λ ζ, ipſi λ ϑ, quoniã & rectæ ζ κ, rectæ κ ϑ, eſt æqualis: maius igitur eſt λ ζ, ipſo α ι, æquũ autem eſt λ ζ ipſi δ λ, maius igitur eſt & δ λ. ipſo α ι, commune eſto α δ, totum igitur α λ, toto α ζ, maius eſt quod demonſtrare oportebat.*



Eucli.ex Camp. Propoſitio 27

27 IN latera ſuperficie ꝓpoſita æquũ ei ſuper quãlibet aſſignatã lineam parallelogrãmũ deſignare, cui deſit ad cõplendã lineã alij ſuperficiei propoſitæ ſimile parallelogrammũ quod ſecundum eiuſdẽ ſuũ eſſe parallelogrãmo ſuper dimidium datæ lineæ collocato minime maius exiſtat.



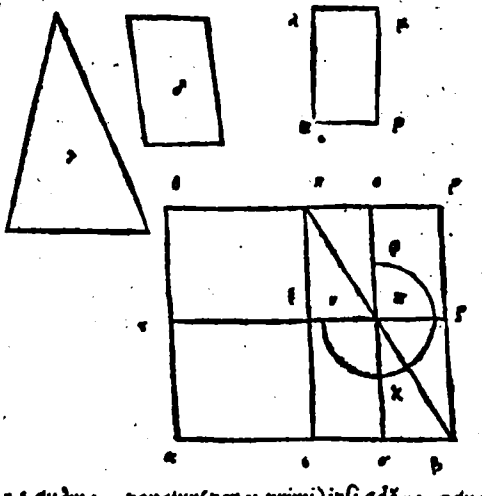
CAMPANVS Sit aſſignata linea a b. & propoſitus triangulus c, propoſitumq; parallelogrammũ d. uolo ſuper lineam a b: deſignare parallelogrammum æquale triangulo c, ita quod deſit ad cõplen-

dam lineam a b parallelogrammũ ſimile d: & ſit ita conditionatum quod triangulus c non ſit maior parallelogrãmo ſimili d, collato ſuper dimidium lineæ a b, alioquin ad impoſſibile laboraretur, per præmiſſam. Diuido igitur lineã a b per æqualia in pũcto e & ſecũdũ doctrinã 19 huius ſuper eius eius medietatẽ b e cõſtituo parallelogrammũ c f ſimile d, & cõplebo ſuper totã lineã a b: parallelogrãmũ b g. Quia igitur c nõ eſt maior parallelogrãmo e f, ſed æqualis ei aut minor ſicut poſitũ eſt. ſi fuerit ei æqualis, erit parallelogrãmũ e g quale intẽditur per 36 primi coadiuuãte prima parte 9, & per diffinitionẽ ſimiliũ ſuperficierũ & 20 huius. Si aũt minor, ſit minor in ſuperficie aliqua, cui æqualis & ſimilis d fiat ſecũdũ doctrinã 25 huius quæ ſit h, eritque h ſimilis e f per 20 huius. quare per cõuerſionẽ diffinitionis, æquiangula ſibi & proportionaliũ laterũ, protrahã igitur in parallelogrãmo e f diametrũ b k, & reſecabo latera k f, & e k ſuperficiei e f, ad mẽſurã laterũ ſuperficiei h, protractis lineis l m & n o æquidiſtantibus lateribus ſuperficiei e f, ſecantibus ſe in pũcto p, ut ſuperficies k p ſit æqualis & ſimilis ſuperficiei h eritq; per 25 huius pũctũ p, in diametro k b: protracta itaq; o n uſq; ad a d, dico parallelogrãmũ a p eſſe quale proponitur. Deeſt enim ſibi ad cõplementũ lineæ a b parallelogrammũ p b, quod per 22 & 20 huius eſt ſimile parallelogrãmo d. Sed ipſum etiã parallelogrãmũ a p eſt æquale triãgulo c. Eſt enim per primã huius, a n æquale n b, ergo per 41 primi, & hãc cõmunẽ ſcientiã ſi æqualibus æqualia addas, tota quoque fient æqualia, parallelogrãmũ a p: eſt æquale gnomoni n b l, & quia iſte gnomo eſt æqualis triãgulo c propter id quod patallelogrammum e f poſitum fuit eſſe maius triangulo c in parallelogrammo h, quod eſt æquale parallelogrammũ k p, patet propoſitum.

Eucli. ex Zamb. Problema 8 Propoſitio 28

28 Ad data rectã lineã dato rectilineo æquale parallelogrãmũ cõparare, deficiẽs ſpecie paralellogrãmo ſimili dato. Oportet iã datũ rectilineũ cui expedit æquũ cõparare, nõ maius eſſe eo qđ à dimidia cõparatũ ſimilibus exiſtẽtibus ſũptis & eius quod à dimidia & cui expedit ſimile deficere,

THEON ex Zab. Sit quidẽ data recta linea a c, datũ uero rectilineũ cui oportet æquũ prætẽdere ad a c, ſitq; illud γ, nõ maius exiſtẽs eo quod à dimidia cõparatũ eſt ſimilibus exiſtẽtibus ſũptis, cui autẽ expedit ſimile deficere, δ, oportet iã ad datã rectã lineã a c, dato rectilineo γ æquale parallelogrãmũ prætẽdere deficiẽs ſpecie parallelogrãmo ſimili exiſtẽte ipſi δ. Secetur (per 10 primi) a c β bifariã in ſ gno ε. Deſcribaturq; (per 18 ſexti, ab a c, ipſi δ, ſimile ſimiliterq; poſitũ a c ζ η. Cõpleaturq; a η, parallelogrãmũ. Iã a η, aut æquũ eſt ipſi γ, aut eo maius per determinationẽ. Si qui dẽ igitur æquũ eſt a η, ipſi γ, quod quærimus factũ iam eſt. Cõparatũ ſiquidẽ eſſet ad datã rectã lineã a β, dato rectilineo γ æquũ parallelogrãmũ a η deficiẽs ſpecie parallelogrãmo a β, ſimili ipſi δ. Si aũt nõ eſt maius ε ι, q: γ, æquale autẽ ε ι, ipſi a c, maius igitur ſ a β, quã γ. Quo aũt maius eſt a c, quã γ, tali exceſſui (per 25 ſexti) æquale, ipſi δ, ſimile ſimiliterq; poſitũ idẽ cõſtituatur a λ μ ν. Sed ipſi a β, ipſum δ eſt ſimile. ſ a μ, igitur, ipſi a c, eſt ſimile. Eſto igitur ſimilis rationis a λ, ipſi a ι, ſ λ μ, ipſi a ſ. Et quoniã æquũ eſt a c, ipſis γ a μ, maius igitur eſt a c, quàm a μ. Maior igitur eſt a ι, quàm a μ, ſ a ξ, quàm λ μ, ponatur (per 11 primi) ipſi qđẽ a λ æqualis a ξ, ipſi aũt λ μ, æqualis a ο, ſ cõpleatur parallelogrãmũ ξ a ο π. Aequũ igitur eſt ſ ſimile a π ipſi a μ. Sed a μ, ipſi a β, eſt ſimile, ſ a π igitur ipſi a c, eſt ſimile. Circũ cãdẽ dimetientẽ, (per 26 ſexti) igitur, ea a π, ipſi a c, ſit eorũ dimetiẽs a π β, ſ deſcribatur figura. Quoniã igitur æquũ eſt a c, ipſis γ ſ a μ quorũ a π ipſi a μ. eſt æquale reliquus igitur ν φ χ, gnomon reliquo γ eſt æqualis, ſ quoniam æquum eſt ε ρ, Totum igitur ε c, toti a c, eſt æquale. Sed ζ β. ipſi τ ι, eſt æquale: quoniã ſ latus a ι, lateri ε c, eſt æquale, ſ τ ι, igitur, ipſi ε c. eſt æquale. Cõmune applicetur ξ ſ, totum igitur τ σ toti φ χ ν, gnomoni æquũ eſt. Sed φ χ ν gnomon ipſi γ, oſtẽſum eſt quod eſt æqualis, ſ τ σ igitur: ipſi γ æquũ eſt. Ad datam rectã lineã igitur a c, dato rectilineo γ æquũ parallelogrãmũ comparatum eſt τ σ deficiens ſpecie parallelogrãmo a β, ſimili exiſtẽti ipſi δ, quoniam a β, ipſi a π, ſimile eſt. Quod erat propoſitum.

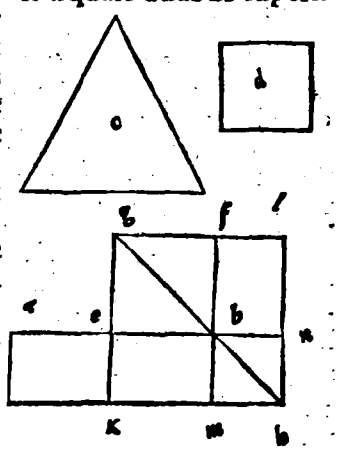


Eucli. ex Camp. Propoſitio 30

30 SVper datã lineã datæ ſuperficiei trilateræ æquũ parallelogrãmũ cõſtituere, quod addat ſuper cõpletionẽ datæ lineæ ſuperficiem æquidi-

quidiſtantium laterum datæ ſuperficiei æquidiſtantium laterum ſimilem.

CAMPANVS. Sit ut prius data linea a b, & datus triãgulus c, datũq; parallelogrãmum d, uolo ſuper lineã a b cõſtituere parallelogrammũ æquale triãgulo c, quod addat ſuper totã lineã a b, parallelogrãmũ ſimile d. Diuido lineã a b per æqualia in puncto e, & ſuper eius medietatẽ e b, facio e f ſimilẽ d, ſecundũ quod docet 19 huius, & ſecundum doctrinã 15 huius, facio K l cuius diameter g h, ſimilẽ d & æqualẽ duabus ſuperficiebus e f & c, eritq; per 20 huius K l ſimilis e f. Superpoſita igitur ſuperficie k l ſuperficiei e f ita quod ambæ cõmunicent in angulo g: erit per 25 huius ſuperficies e f, cõſiſtẽs circa diametrũ ſuperficiei k l: quare punctũ b eſt in diametro g h, cõplebo igitur parallelogrãmũ a h: quod dico eſſe quale proponitur, quod cõſtat protractis linea f b uſque ad m, & linea e b, uſque ad n. Eſt enim per primã partẽ huius, a K æquale k b, & ideo per 43 primi eſt etiã æquale n f, addito ergo utriq; e h, erit per cõmunẽ ſciẽtiã a h æquale gnomoni e h f, ſed iſte gnomo eſt æqualis triãgulo c, quia parallelogrãmũ k l poſitum fuit æquale duabus ſuperficiebus c & e f, ergo parallelogrammum a h eſt æquale c, & addit ad cõplementum lineæ a b parallelogrammum m n, quod per 24 & 20 huius eſt ſimile parallelogrãmo d, quare cõſtat perfectum eſſe quod uolumus.

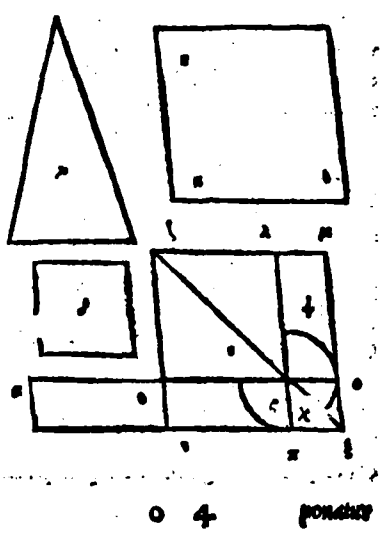


CAMPANI *additio* Poſſumus aut ad lineam datam adiũgere parallelogrammum æquale nõ ſolũ trilateræ ſuperficiei poſitæ, ſed & cuiuslibet rectilineæ figuræ propoſitæ quæcũq; iſpa fuerit: cui deſit ad cõplendã lineã datã ſuperficiei æquidiſtãtiũ laterũ propoſitæ ſicut docet præmiſſa, obſeruata cõditione eius ne laboretur ad impoſſibile per ante præmiſſam. uel qd ad, dat ſuper cõpletionẽ lineæ ſuperficiẽ æquidiſtantiũ laterũ ſimilẽ ſuperficiei propoſitæ ſicut proponit cõcluſio præſens Propoſitã enim ſuperficiem cui æquale parallelogrãmum debet ad lineã datã adiũgi quod addat aut diminuat ad cõpletionẽ lineæ paralſelogrammũ ſimile parallelogrãmo dato: reſoluemus in triãgulos, & ipſis mediãtibus deſcribemus ſuperficiẽ æquidiſtãtiũ laterum, totali ſuperficiei propoſitæ æqualẽ, hoc autẽ qualiter fiat & ſi ſcire uolueris: require 15 huius. Dehinc ſuper duplũ baſis eius æqualis altitudinis triãgulũ cõſtituemus, quẽ (ſi 44 primi diligẽter inſpexeris) parallelogrammo prius deſignato inuenies eſſe æqualẽ, quare & ſuperficiei propoſitæ, huic ergo triãgulo ſi æquale parallelogrãmũ ad lineam datã adiũxeris quod addat ad cõplementum lineæ aut minuat parallelogrammũ ſimile parallelogrãmo dato ſecundũ qd̃ docet hæc & præmiſſa: quod propoſitũ erat te perfeciſſe non dubites.

Eucli. ex Zamb. Problema 9. Propoſitio 29.

29 Ad datã rectã lineam, dato rectilineo æquale parallelogrãmũ prætẽdere. excedẽs ſpecie parallelogrãmo ſimili dato.

THEON ex Zãb. *Sit quidẽ data recta linea a c, datũ uero rectilineũ cui expedit ad a c, æquale parallelogrãmũ prætẽdere γ. Cui aũt oportet ſimile prætẽdere δ, oportet iã ad a β, rectã lineã ipſi γ, rectilineo æquum parallelogrãmũ prætẽdere excedẽs ſpecie parallogrãmo ſimili ipſi δ. Secetur (per 10 primi,) a β, bifariã in ε, & deſcribatur (per 6 ſexti) ex ε c ipſi δ ſimile ſimiliterq; poſitũ parallelogrãmũ ζ ε, & ambobus qdẽ β ζ γ æquale, ipſi, aũt δ, ſimile ſimiliterq; poſitũ, idẽ cõſtituatur a θ. Siuile igitur eſt a θ, ipſi β ζ. Similis aũt ratiõis eſto a θ, ipſi ζ λ, & a ν, ipſi ζ ε. Et quoniã maius eſt a θ, ipſo ζ c, maior igitur eſt quidẽ a θ, ipſa ζ λ, & a ν, ipſa ζ ε. Extendãtur ζ λ, & ζ ε, & ipſi quidẽ a θ, æqualis eſto ζ λ μ, ipſi autẽ a ν, æqualis eſto ζ ε ν. Cõpleatur q; μ ν. Igitur μ ν, ipſi a θ, æquũ eſt & ſimile, ſed a θ, ipſi ε λ. eſt ſimile. Igitur (per 26 ſexti. μ ν ipſi ε λ. eſt ſimile, circum igitur eãdẽ diametrũ cõſiſtũt ε λ & μ ν. Excitetur eorũ dimetiẽs ζ ξ. & deſcribatur figura. quoniã igitur æquũ eſt ζ θ ipſis ε λ et γ. ſed a θ, ipſi μ ν, eſt æquale, & μ ν igitur ipſis ε λ γ, eſt æquale. Cõmune auferatur ε λ, reliquus igitur ϟ χ φ gnomõ ipſi γ eſt æqlis. Et quoniã a ε, ipſi ε β: eſt æqlis æquũ eſt per 36 primi et a ν ipſi ν ε hoc eſt (per 43 primi ipſi λ θ cõe ap-*



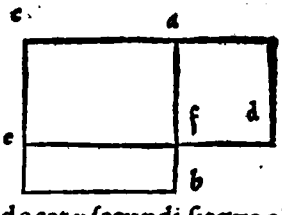
O 4 ponatur

ponatur ι ξ,totum igitur α ξ,æquum est ipsi φ χ ψ,gnomoni.Sed φχ ψ gnomon æqualis est ipsi γ.Igitur α ξ,ipsi γ est æquale.Ad datam igitur rectam lineam α ε,dato rectilineo γ,æquale parallelogrammum comparatum est α ξ,excedens specie parallelogrammo π ο simili existente ipsi δ.Igitur δ,simile est ipsi ε ξ,& ε ξ.ipsi ο π,est simile,circum eandem dimetientem consistunt,quod fecisse oportuit.

Eucli.ex Camp. Propositio 29.

29 QVamlibet lineam propositam,secundum proportionem habentem medium duóque extrema secare.

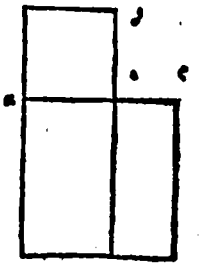
CAMPANVS Sit proposita linea a b:quam uolo diuidere secundũ proportionem habentẽ mediũ & duo extrema.Ex ipsa describo quadratum b c:& ad eius latus a c adiungo secundũ quod docet præmissa,parallelogrammũ c d æquale quadrato b c:quod sit simile b c,sitque latus parallelogrãmi c d.quod æquidistat a c:d e.& secet lineã a b in puncto f.Dico,lineã a b esse diuisam in puncto f sicut proponitur.Est enim a d quadratũ,propter id quod est simile b c.quare a f,est æquale f d,sed & f e est æqualis a b: propter id quod est æqualis a c per 34 primi,& quia c d æquale b c:dempto ab utroque c f:erit a d æquale e b.& angulus f unius angulo f alterius.ergo per 15 huius latera sunt mutekesia:ergo e f ad f d sicut a f ad f b:& quia e f est æqualis a b,& f d:erit a b ad a f sicut a f ad f b:ergo per diffinitionem est diuisa ut proponitur. Idẽ etiã potest demõstrari ex 11 secũdi. Diuidatur enim a b in puncto f:secundũ quod docet 11 secundi.sitque c b quod continetur sub tota a b & eius parte f b:ita quod f e sit æqualis a b & a d sit quadratum a f.est itaque per prædictã 11 secũdi e b:æquale a d.Quod restat arguere ut prius per 15 huius,uel sic:cum a b sit diuisa in puncto f secundum quod docet 11 secundi: quod fit ex a b prima in f b tertiam est æquale quadrato a f secundæ:ergo per secundã partem 16 huius proportio a b primæ ad a f,secũdam est sicut a f secundæ ad f b tertiã: per diffinitionem itaque diuisa est a b ut proponitur.



Eucli.ex Zamb. Problema 10 Propositio 30

rationẽ secare Datam rectam lineam terminatam,extrema ac media ratione dispescere.

THEON ex Zamberto. Sit data recta linea terminata α β,oportet iam ipsam α ε.rectam lineam extremam *rationẽ & media ratione* dispescere. Describatur enim,(per 46 primi) ex α ε,quadratum ε γ. Compareturque (per 29 sexti,) ad α γ,ipsi ε γ.æquum parallelogrammũ γ δ excedens specie α δ,simili ipsi ε γ.Quadratũ autẽ est β γ,quadratũ igitur est ε α δ,& quoniã æquũ est ε γ,ipsi γ δ,cõmune auferatur γ ι,reliquum igitur ε ξ,reliquo α δ est æquale,est autẽ & æquiangulũ.Igitur (per diffinitionem 21 tertij,& per 14 sexti) ipsorum ε ξ,& δ α,reciproca sunt latera: quæ circũ æquales angulos.Est igitur sicut ξ ι, ad ι δ,sic α ι,ad ι ε.Aequalis autem est ξ ι,ipsi α γ,hoc est ipsi α ε.Ipsa autẽ ι δ,ipsi α ι. Est igitur sicut β α,ad α ι,sic α ι,ad ι β,maior autem est (per 14 primi,) α β,quàm α ι: maior igitur est & α ι,quàm ι ε.Igitur α ε,recta linea extrema & media ratione secta est,in ι,& maius segmentum ipsius est α γ,quod fecisse oportuit.



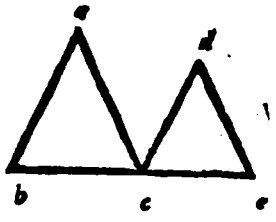
ALITER Sit data recta linea α ε,oportet ipsam iã α β,extrema,& media ratione secare,secetur enim α ε,in γ,(per 11 secundi):ut quod sub α ε,& ε γ,æquum sit ei quod ex γ α,quadrato. Quoniã igitur quod sub α β & β γ.æquũ est ei quod ex γ α,est igitur (per 17 huius) sicut ε α,ad α γ,sic α γ,ad γ β.Igitur α ε, media & extrema diuisa est ratione in γ,quod oportebat facere.

Eucli.ex Camp. Propositio 30

30 SI fuerint duo anguli super unum angulum constituti quorum duo latera angulum illum continentia duobus alijs eorum lateribus æquidistet,fuerintq; illa quatuor latera secundum æquidistantiam relata,proportionalia,illos duos triangulos super unam lineam rectam constitutos esse necesse est.

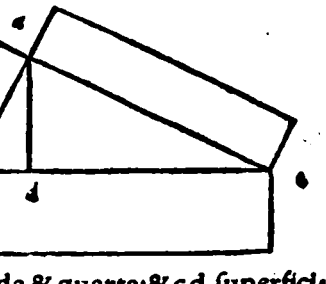
CAMPANVS Sint duo anguli a b c,d c e constituti super angulum a c d.sitque a c æquidistans d e & d c:a b,& sit proportio a c ad d e,sicut a b ad d c,dico quod duæ bases corũ b c & c e,sunt linea una.Est enim angulus a æqualis angulo d:quia uterq; eorũ est æqualis angulo a c d per primam partem 29 primi,igitur per præsentem hypothe

ſin & 6 huius: ipſi trianguli ſunt æquianguli, & angulus b, eſt æqualis angulo d c e, & angulus a c b angulo e, quare per 32 primi tres anguli qui ſunt ad c, ſunt æquales duobus rectis, ipſi enim æquãtur tribus angulis utriuslibet duobus triangulorum, ergo per 14 primi b c, eſt linea una quod eſt propoſitũ. *Eucli. ex Camp.* *Propoſitio* 31

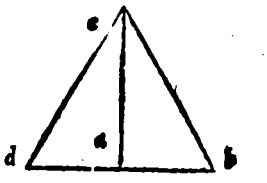


31 IN omni triãgulo rectãgulo ſuperficies lateris quod ſubtẽditur angulo recto, æqualis eſt ſuperficiebus duorũ laterũ angulũ rectum continentiũ pariter acceptis, cũ fuerint ſimiles ei in lineatione & creatiõe.

CAMPANVS Quod proponit penultima primi de ſuperficiebus quadratis, proponit hic penultima ſexti de omnibus ſuperficiebus ſimilibus, unde hæc eſt illa tanto uniuerſalior, quanto ſuperficies laterata quadrato. Sit itaque triangulus rectangulus a b c, cuius angulus a ſit rectus. Dico quod ſuperficies conſtituta ſuper latus b c, eſt æqualis duabus ſuperficiebus conſtitutis ſuper a b & a c, cum omnes tres ſuperficies fuerint ſimiles in figura & ſitu. Ducam perpẽdicularẽ a d, ad lineam b c, eritq; per ſecundam partẽ correllarij 8 huius, proportio b c ad c a, ſicut c a ad d c, & c b ad b a, ſicut b a ad d b. Si itaque ſuper quãlibet trium linearum b c, c a & a b fiat ſuperficies ſimilis alijs in figura & ſitu. erit per correllarium 17 huius proportio ſuperficiei conſtitutæ ſuper b c primam ad conſtitutam ſuper c a ſecũdam, ſicut b c primæ ad d c tertiam: & itẽ eiuſdem ſuperficiei conſtitutæ ſuper b c primam ad conſtitutam ſuper a b ſecundã: ſicut b c primæ ad d b tertiam per idẽ correlariũ. Quare per conuerſam proportionalitatẽ ſuperficiei a c ad ſuperficiẽ c b, ſicut c d ad c b, & ſimiliter ſuperficiei a b ad ſuperficiem b c, ſicut b d ad ſuperficiẽ b c, & ponatur a c prima & c b ſecunda & quarta: & c d ſuperficies tertia, & a b ſuperficies quinta, & b d ſuperficies ſexta, & arguatur per 14 quinti quod proportio ſuperficiei conſtitutæ ſuper b c ad duas ſuperficies cõſtitutas ſuper c a & c b ſimul: eſt ſicut b c ad c d & d b ſimul: quia igitur b c eſt æqualis duabus lineis c d & d b ſimul ſumptis, erit ſuperficies conſtituta ſuper b c æqualis duabus ſuperficiebus conſtitutis ſuper c a & a b ſimul ſumptis: quod eſt propoſitum.



CAMPANI *additio* Conuerſam quoq; huius poſſumus facile demonſtrare per modũ demõſtrationis ultimæ primi, ſit enim triãgulus a b c, ſitq; ſuperficies cõſtituta b c æqualis duabus ſuperficiebus cõſtitutis ſuper duas lineas a b & a c ſibi ſimilibus Dico quod angulus a eſt rect9, ponã enim angulum c a d rectũ & lineã a d æqualẽ a b, & claudo ſuperficiem ducta linea d c, eritq; per hanc 31 ſuperficies conſtituta ſuper c d æqualis duabus conſtitutis ſuper duas lineas c a & a d ſimilibus, quare etiam conſtitutæ ſuper b c ſibi ſimili, hæc enim poſita eſt æqualis duabus conſtitutis ſuper a b & a c ſibi ſimilibus, erit ergo linea b c æqualis c d, quare per 8 primi angulus a eſt rectus. Quod eſt propoſitum.



Sequentes duæ ex Zamberto propoſitiones, duabus præcedẽtibus ex Campano præpoſtero ordine reſpondent.

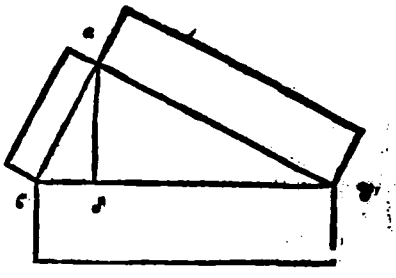
Eucli. ex Zamb. *Theorema* 11 *Propoſitio* 31

31 In rectangulis triangulis quæ ab rectum angulum ſubrendente latere ſpecies, æqualis eſt eis quæ ab rectum angulum comprehendentibus lateribus ſpeciebus ſimilibus ſimiliterq; deſcriptis. *Vide figuram*

THEON *ex Zamberto.* *ſit triangulum α ς γ, rectum habens angulum qui ſub ς α γ. Dico quod quæ ex ς γ, ſpecies, æqualis eſt eis quæ ex β α, & α γ, ſpeciebus ſimilibus ſimiliterque deſcriptis. Excitetur (per 11 primi,) perpendicularis α δ, Quoniã igitur in triangulo rectãgulo α β γ, ab α recto angulo β γ, in baſim perpendicularis acta eſt α δ, triangula α β δ, & α δ γ, quæ ad perpendicularem, ſimilia ſunt toti α ς γ, & ſibi inuicem (per 8 ſexti,) quoniam ſimile eſt α ς γ, ipſi α ς δ, eſt igitur ſicut γ ς, ad ς α, ſic α β, ad ς δ. At quoniam tres rectæ lineæ proportionales ſunt eſt igitur (per correlarium ſecundum 20 ſexti,) ſicut prima ad tertiam ſic quæ à prima ſpecies ad eam quæ*

à ſecunda

à ſecũda ſimilis ſimiliterq; deſcripta eſt. Sicut igitur γ ϛ, ad ϛ δ, ſic ſpecies quæ ex ϛ γ, ad eã quæ ex β α, ſimilis ſimiliterq; deſcripta eſt. Id propterea & ſicut β γ, ad γ δ, ſic ſpecies quæ ex β ad eã quæ ex γ α. Quare ſicut ϛ γ, ad ϛ δ, & δ γ, ſic quæ ex β γ, ſpecies ad eas quæ ex ϛ α, & α γ, ſimiles ſimiliterq; deſcriptæ ſũt. Æqualis aũt eſt ϛ γ, ipſius β δ, & δ γ, æqualis igitur eſt, ſpecies quæ ex ϛ α, & α γ. ſunt ſpecibus ſimilibus ſimiliterq; deſcriptis. In rectangulis igitur triangulis, quæ ad rectum angulũ ſubtendentẽ ſpecies, æqualis eſt eis quæ ad rectum angulum cõprehendentibus ſpeciebus ſimilibus ſimiliterq; deſcriptis, quod demõſtraſſe oportuit.

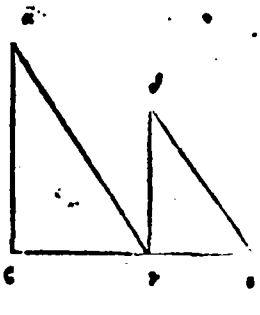


ALITER. Quoniam (per corelarium primũ 20. ſexti,) ſimiles figuræ in dupla ſunt rationc ſimilis rationis laterum, igitur quæ ex ϛ γ, eſt ſpecies ad eam quæ ex ϛ α, duplã rationem habet quàm γ β, ad ϛ α, habet autem & quod ex β γ, quadratũ ad id quod ex α, quadratum duplã rationem quàm γ α, ad ϛ α, & ſicut igitur quæ ex γ β, ſpecies ad eam quæ ex β α, ſpeciem: ſic quadratum quod ex γ ϛ, ad quadratum quod ex ϛ α. Id propterea & ſicut ſpecies quæ ex ϛ γ, ad ſpeciem quæ ex γ α, ſic quadratũ quod ex ϛ γ, ad quadratum quod ex γ α, Quare & ſicut ſpecies quæ ex β γ, ad ſpecies quæ ex β α, & α γ, ſic quadratũ quod ex ϛ γ, ad quadrata quæ ex ϛ α, et α γ. Quadratũ aũt quod ex β γ, æquũ eſt eis quæ ex β α, & α γ, quadratis (per 47 primi,) æqualis igitur eſt ſpecies quæ ex ϛ γ, eis quæ ex ϛ α, & α γ, ſpeciebus ſimilibus ſimiliterq; deſcriptis.

Eucli. ex Zamb. Theorema 22 Propoſitio 32

32 Si duo triangula componantur ad unum angulum, duo latera duobus lateribus proportionalia habentia, ut quæ eiuſdem rationis eorum latera ſint etiam parallela, reliqua ipſorum triangulorum latera in rectam lineam erunt.

THEON ex Zamberto. Sint bina triangula α ϛ γ, & δ γ ι, duo latera β α, & α γ. duobus lateribus δ γ, & δ ι, proportionalia habentia, ſicut quidem α ϛ, ad α γ, ſic δ γ, ad δ ι, parallelum autem α β, ipſi δ γ, & α γ, ipſi δ ι. Dico quod in rectam lineam eſt β γ, ipſi γ ι. Quoniam enim parallelus eſt α ϛ, ipſi δ γ, & in eas incidit recta linea α γ, anguli igitur (per 29 primi. *utrobiq; qui ſub ϛ α γ, & α γ δ, ſibi inuicem ſunt æquales. Id propterea & angulus γ δ ι, angulo α γ δ, eſt æqualis. Quare angulus ϛ α γ, angulo ι δ γ. eſt æqualis, & quoniam duo triangula ſunt α β γ, δ γ ι, unum angulum qui ad α, uni angulo qui ad δ, æqualem habentia, circum autem æquales angulos latera proportionalia, ſicut quidem β α, ad α γ. ſic γ δ, ad δ ι. æquiangulum igitur eſt (per 6 ſexti, triangulum α β γ, triangulo δ γ ι. Æqualis igitur eſt angulus α β γ, angulo δ γ ι, patuit autẽ quod angulus α γ δ, æquus (per 29 primi) angulo ϛ α γ. Totus igitur angulus α γ ι, duobus α β γ, & β α γ, eſt æqualis: Communis apponatur angulus α γ ϛ. Igitur anguli α γ ι, & α γ ϛ, eis qui ſunt ſub γ α ϛ, α γ ϛ, & γ ϛ α, ſunt æquales. Sed anguli ϛ α γ, γ ϛ α, & α γ β, (per 32 primi) duobus rectis ſunt æquales, & anguli igitur α γ ι, & α γ β, duobus rectis ſunt æquales. Ad aliquam autem rectam lineam α γ. ad ſignũ que in ea γ, duæ: rectæ lineæ β γ, & γ ι, non ad eaſdem partes ductæ, æquos *utrobique ſub α γ ι, & α γ ϛ, duobus rectis æquales efficiunt angulos, (per 14 primi,) in rectam lineam igitur eſt β γ, ipſi γ ι. Si bina igitur triangula componantur ad unum angulum, duo latera duabus lateribus proportionalia habentia, ut eorum ſimilis rationis latera etiam parallela ſint, reliqua ipſorum triangulorum latera in rectam lineam erunt. Quod demonſtraſſe oportuit.



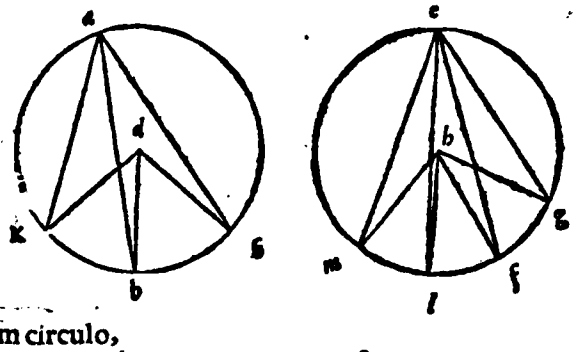
Eucli. ex Camp. Propoſitio 32

32 SI in circulis æqualibus ſupra centrum ſiue ſupra circunferentiã anguli cõſiſtant, erit angulorũ proportio tanquam proportio arcuũ illos angulos ſuſcipientium.

CAMPANVS Sint circuli, a b c cuius centrũ d, & e f g cuius centrũ h: æquales, ſuper quorũ centra fiant duo anguli b d c & f h g, & ſuper eorum circunferentias alij duo qui ſint b a c &, f e g, dico quod proportio angulorũ tam eorũ qui ſunt ſuper centra quã eorũ qui ſuper circũferẽtias: eſt ſicut arcus b c ad arcũ f g. Continuabo enim illis duobus arcubus alios arcus æquales: ſiue ſecundũ eundẽ numerũ ſiue ſecũdum diuerſos, ſitq; arcus k b: æqualis b c, & uterque duorum arcuum l m & f l, æqualis f g, & producã lineas k d, k a, m h, l h, m e & l e. erũtque per 26 tertij: anguli qui ſunt ad d. adinuicem æquales, ſimiliter quoque & qui ſunt ad h, adinuicẽ æquales. Idẽ, etiã de ijs

qui

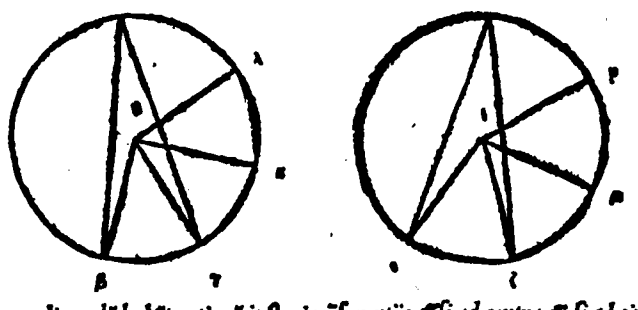
qui ſunt ad a,& de ijs qui ſunt ad e,ſicut igitur arcus k c eſt multiplex arcus b c,ita angulus k d c anguli b d c.& angulus k a c anguli b a c,ſimiliter ſicut arcus m g eſt multiplex arcus f g, ita angulus m h g anguli f h g,& angulus m e g anguli f e g,ſed ſi arcus k c eſt æqualis arcui m g,angulus k d c eſt æqualis angulo m h g, & angulus k a c angulo m e g,& ſi maior,maiores,& ſi minor, minores per 26 tertij: per diffinitionem itaque incontinuæ proportionalitatis proportio arcus b c ad arcū f g,eſt ſicut anguli b d c ad angulum f h g,& ſicut anguli b a c ad angulū f e g, quod eſt propoſitum. Idem intellige in eodem circulo,



Euclid. ex Zamb. Theorema 25 Propoſitio 33

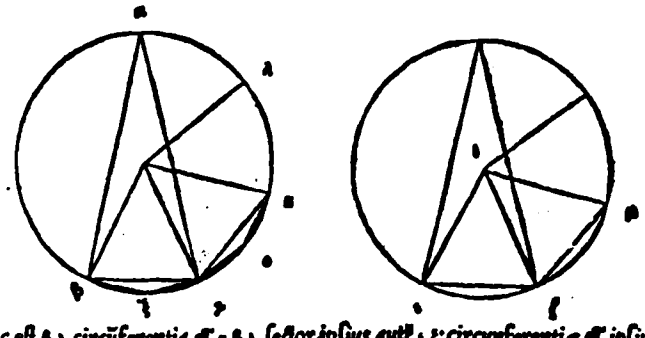
In æqualibus circulis anguli eandem habent rationem ipſis circunferentijs in quibus conſiſtunt,& ſi ad centra & ſi ad circunferentias fuerint conſtituti,tum etiam ſectores,ut puta ad centra conſtituti.

THEON ex Zãb. *Sint æquales circuli α β γ,δ ε ζ,ad eorũq; centra η θ,anguli ſint ∠ η γ,et ∠ θ ζ,ad eorũ circunferentias uero,anguli qui ſub β α γ,δ ε ζ. Dico quod eſt ſicut circunferentia β γ,ad circunferentiam ε ζ,ſic eſt angulus β η γ,ad angulum ε θ ζ,& angulus β α γ,ad angulum δ ε ζ,& inſuper η β γ,ſector ad θ ζ ε,ſectorem. Ponatur (per 28 tertij,ipſi quidem β γ,circunferentiæ æquales quotcunque ordine hoc eſt γ κ,& κ λ,ipſi autem ε ζ, quotcunque æquales circunferentiæ ζ μ,& μ ν. Connectanturque η κ,κ λ,θ μ,& θ ν. Quoniam igitur æquales ſunt β γ, γ κ,& κ λ,circunferentiæ ad inuicem,æquales (per 27 tertij,) quoque ſunt anguli ∠ η γ,γ κ η,& κ η λ. Quotuplex igitur eſt ∠ λ,circũferẽtia ipſius β γ,circũferẽtiæ,totuplex eſt & angulus ∠ η λ,anguli ∠ η γ. Id propterea etiã quotuplex eſt ν ε,circũferẽtia ipſius ε ζ,circunferẽtiæ,totuplex eſt & angulus ν θ ε,ipſius ε θ ζ. Si igitur æqualis eſt circũferẽtia β λ,ipſi circunferentiæ ε ν,æqualis eſt & angulus β η λ,angulo ε θ ν,& ſi maior eſt ∠ λ,circunferentia quàm ε ν,circunferentiã, maior eſt & angulus ∠ η λ,angulo ν θ ε,& ſi minor,minor. Quatuor iam exiſtentibus magnitudinibus, duabus,inquam,circunferentijs β γ,& ζ,binijſque angulis hoc eſt β η δ,& θ ζ,ſuſcipiuntur quidem ipſius β γ, circunferentiæ atque ipſius anguli ∠ η γ,æque multiplices hoc eſt ∠ λ circunferentia & angulus β η λ,ipſius autem ε ζ circunferentiæ & anguli θ ζ,circunferentia ε ν,& angulus θ ν. Oſtenſum autem eſt quod ſi circunferentia β λ,excedit circunferẽtiam ε ν, angulus quoque β η λ excedit angulum θ ν,& ſi æqualis,æqualis: & ſi minor,minor. Eſt igitur (per 6 diffinitionẽ quinti.) ſicut ∠ γ, circunferentia ad ε ζ, circunferentiam: ſic angulus ∠ η γ ad angulum θ ζ. Sed ſicut angulus ∠ η γ, ad angulum θ ζ,ſic angulus ∠ α γ,ad angulum δ ε ζ,duplus enim eſt (per 20 tertij,) uterq; utriuſq;. Et ſicut igitur β γ,circunferentia ad ε ζ circunferentiam,ſic angulus β η γ, ad angulum ε η ζ,& angulus ∠ α γ,ad angulum δ ε ζ. In æqualibus igitur circulis anguli eandẽ habẽt rationẽ ipſis circũferentijs,& ſi ad centra & ſi ad circunferẽtias cõſtituti fuerint,quod demoſtraſſe oppʒtuit.* Dico etiã quod & ſicut ∠ γ,circũferentia ad ε ζ, circunferentiã,ſic η ∠ γ,ſector ad θ ε ζ,ſectorẽ. Cõnectantur β γ & γ η,& aſſumptis ſuper ∠ γ,& γ η,circũferentijs ζ ε. ſignis,cõnectãtur ∠ ζ,ζ γ,γ ε,& & η γ ε. Et quoniã (per 15 diffinitionẽ primi) duæ ∠ η,& η γ, duabus γ η. et η η, ſunt æquales, æquales ſcz; angulos cõprehendũt,et baſis ∠ γ, ipſi γ η. eſt æqualis, triãgulũ igitur η ∠ γ, (per 4 primi) triãgulo η γ η, eſt æquale. Et quoniã æqualis eſt ∠ γ, circũferentia ipſi γ η, circũferẽtiæ, & reliqua igitur quæ in totũ circulũ α ∠ γ, circũferentia reliquæ quæ in eandẽ totã α θ γ, circulũ circũferentiæ ∠ ſt æqualis. Quare et angulus ∠ ζ ε γ, ipſi γ θ η, eſt æqualis, Simile igitur (per 10 diffinitionẽ tertij) eſt ∠ ζ ε γ, ſegmentũ, ipſi γ θ η, eſt ſegmẽto, & in æqualibus ſunt rectis lineis ∠ γ & η γ. Quæ autem ſuper æqualibus rectis lineis ſimilia circulorum ſegmenta conſiſtunt, ea adinuicem ſunt æqualia (per 24 tertij: ſegmentum igitur ∠ ζ γ, ipſi γ θ η, ſegmento eſt æquale, eſt autem & triangulum η ∠ γ, triangulo η γ η, æquale. Totus igitur ſector η ∠ γ, toti η γ η, ſectori eſt æqualis. Id propterea & η η λ, ſector, utrique ipſorum η ∠ γ, & η γ η, eſt æqualis. Tres igitur ſectores η ∠ γ, η γ η, & η η λ, ſibi inuicem ſunt æquales. Id pro-



pterea

pterea & θ ι ξ, θ ξ μ, & θ μ ν. ſectores, ſibi inuicem ſunt æquales. Quotuplex igitur eſt β λ, circunferentiæ ipſius ϵ ρ circunferentiæ, totuplex eſt & λ ꝛ β, ſector ipſius ꝛ β γ, ſectoris. Id propterea & quotuplex eſt ν ι, circunferentiæ ipſius ι ξ, circunferentiæ, totuplex eſt & θ ι ν ſector ipſius θ ι ξ, ſectoris. Si igitur æqualis eſt β λ, circunferentiæ ipſi ι ν circunferentiæ, æqualis eſt & β ꝛ λ, ſector ipſi ι θ ν, ſectori. Et ſi excedit ϵ λ, circũferentia ipſam ι ν. circunferentiã, excedit quoq; & β ꝛ λ, ſector ipſum θ ι ν, ſectorẽ, & ſi deficit: deficit. Quatuor iam exiſtẽtibus magnitudinibus, duabus inquam β γ, & ι ξ, circunferentiis, duobuſque ꝛ ϵ γ, & ι θ ξ, ſectoribus, ſuſcipiũtur æque multiplices ipſius quidem β γ circunferentiæ & ipſius ꝛ β γ ſectoris, hoc eſt β λ, circũferentiæ & ꝛ β λ, ſectoris ipſius autẽ ι ξ: circunferentiæ & ipſius θ ι ξ, ſectoris, circunferentia nempe ι ν, & ſector θ ι ν. Et oſtenſum eſt quod ſi circunferentia ϵ λ excedit ipſam circunferentiam ι ν. excedit quoque & β ꝛ λ, ſector ipſum ι θ ν, ſectorem, & ſi æqualis, æqualis: & ſi deficit deficit. Eſt igitur (per conuerſionem diffinitionis ſexti, ſicut circũferentia ϵ γ, ad ι ξ, ſic ꝛ ϵ γ, ſector ad θ ι ξ, ſectorem.



CORRELARIVM Et manifeſtum eſt quod ſicut ſector ad ſectorem, ſic angulus ad angulum.

SEXTI LIBRI FINIS.

EVCLIDIS MEGARENSIS GRAECI PHILOSOPHI, GEOMETRICORVM ELEMENTORVM LIBER SEPTIMVS.

Ex Campano triplex principiorum genus. Primum. Diffinitiones.



UNitas, eſt qua unaquæq; res una dicitur. 2 Numerus, eſt multitudo ex unitatibus compoſita. 3 Naturalis ſeries numerorum, dicitur in qua ſecundum unitatis additionem fit ipſorum computatio. 4 Differentia numerorum, appellatur numerus quo maior abundat à minore. 5 Numerus primus dicitur, qui ſola unitate metitur. 6 Numerus compoſitus dicitur quẽ alius numerus metitur. 7 Numeri contra ſe primi dicuntur, qui nullo numero excepta ſola unitate numerantur. 8 Numeri adinuicem compoſiti ſiue cõmunicantes dicuntur, quos alius numerus quàm unitas metitur, nulluſque eorum eſt ad alium primus. 9 Numerus per alium multiplicari dicitur, qui toties ſibi coaceruatur, quoties in multiplicante eſt unitas. 10 Productus uero dicitur, qui ex eorum multiplicatione creſcit. 11 Numerus aliũ numerare dicitur, qui ſecundũ aliquẽ multiplicatus illũ producit. 12 Pars, eſt numerus numeri minor maioris, cum minor maiorẽ numerat. Et qui numeratur numerantis multiplex appellatur. 13 Denomiuans, eſt numerus ſecundum quem pars ſumitur in ſuo toto. 14 Similes dicuntur partes, quæ ab eodẽ numero denominantur.

Prima

15 Prima ſimpla numeri pars, eſt unitas. 16 Quãdo duo numeri partem habuerint cõmunem, tot partes maioris dicetur eſſe minor, quoties eadem pars fuerit in minore, totæ uero, quoties ipſa fuerit in maiore.

17 Numeri ad numerum dicitur proportio minoris quidem ad maiorem, in eo quod eſt maioris pars uel partes. Maioris uero ad minorem, ſecundum quod eum continet & eius pattem uel partes. 18 Cum fuerint quotlibet numeri cõtinue proportionales, dicetur proportio primi ad tertium ſicut primi ad ſecundum duplicata, ad quartum uero triplicata.

19 Cum continuatæ fuerint eædem uel diuerſæ proportiones, dicetur proportio primi ad ultimum, ex omnibus compoſita. 20 Denominatio dicitur proportionis minoris quidem numeri ad maiorẽ, pars, uel partes ipſius minoris quæ in maiore ſunt. Maioris autem ad minorem, totum uel totũ & pars uel partes, prout maior ſuperfluit. 21 Similes ſiue una alĩ eadem dicuntur proportiones, quæ eandem denominationẽ recipiũt. Maior uero, quæ maiorem. Minor autem, quæ minorem. 22 Numeri uero quorum proportio una, proportionales appellantur. 23 Termini ſiue radices dicuntur, quibus in eadem proportione minores ſumi impoſſibile eſt.

Petitiones.

1 Cuilibet numero, quotlibet poſſe ſumi æquales prout libet, uel multiplices. 2 Quolibet numero, aliquem quantũlibet ſumere poſſe maiorem. 3 Seriem numerorum, in infinitum poſſe procedere.

4 Nullum numerum in infinitum poſſe diminui.

Communes animi conceptiones.

1 Omnis pars, minor eſt ſuo toto. 2 Quicunq; eiuſdẽ ſiue æqualium fuerint æque multiplices, ipſi quoq; erũt æquales. 3 Quibus idem numerus æque multiplex fuerit, ſiue quorum æque multiplices fuerint æquales, & ipſi etiam erunt æquales. 4 Omnis numeri pars eſt unitas, ab ipſo denominata. 5 Omnis pars eſt minor, quæ maiorẽ habet denominationẽ, maior uero, quæ minorem. 6 Quilibet numerus totus eſt ab unitate, quota pars ipſius eſt unitas. 7 Quicunque numerus in unitatem ducitur, ſeipſum producit, & in ſeipſum numerat. Vnitas quoq; in quemcunq; ducta, producit eundem. 8 Quicunq; numerus numerat duos, numerat quoq; compoſitum ex illis. 9 Quicunq; numerus numerat aliquem, numerat omnem numeratũ ab illo. 10 Quicunq; numerus numerat totum & detractum, numerat reſiduum.

FINIS.

EVCLIDIS MEGARENSIS GRAECI PHILOSOPHI, ARITHMETICORVM ELEMENTORVM LIBER SEPTIMVS.

Euclidis ex Zamberto. *Diffinitiones.*



Nitas, eſt qua unumquodq; eorum quæ ſunt unum dicitur. 2 Numerus autem, ex unitatibus compoſita multitudo. 3 Pars, eſt numerus numeri minor maioris, quãdo dimetitur maiorem. 4 Partes autem, quando non metitur. 5 Multiplex uero, maior minoris, quando eum metitur minor. 6 Par nnmerus, eſt qui bifariã diuiditur. 7 Impar uero, qui bifariam non diuiditur, uel qui unitate differt à pari. 8 Pariter par numerus, eſt quem par numerus metitur per numerũ parem. 9 Pariter autem impar, eſt quem par numerus metitur per imparem numerum. 10 Impariter uero par, eſt quem impar numerus dimetitur per numerum parem. 11 Impariter uero impar numerus eſt, quem impar numerus metitur per imparem numerũ. 12 Primus numerus, eſt quem unitas ſola metitur. 13 Primi adinuicem ſunt numeri, quos unitas ſola dimetitur cõmunis menſura. 14 Compoſitus numerus, eſt quem numerus aliquis metitur. 15 Compoſiti autem adinuicem numeri, ſunt quos numerus aliquis cõmunis dimenſor metitur. 16 Numerus numerum multiplicare dicitur, quãdo quotæ ſunt in ipſo unitates toties componitur multiplicatus, & gignitur aliquis. 17 Quando autem bini numeri ſeſe adinuicem multiplicantes, aliquem fecerint, factus, planus appellatur. Latera uero illius, multiplicantes ſeſe inuicem numeri. 18 Quando uero tres numeri ſeſe multiplicãtes adinuicem fecerint aliqnem, factus ſolidus appellatur, latera uero illius, multiplicantes ſeſe inuicem numeri.

19 Quadratus numerus, eſt qui æque æqualis, uel qui ſub duobus æqualibus numeris continetur. 20 Cubus uero, qui æque æqualis æque uel qui ſub tribus æqualibus uumeris continetur. 21 Numeri proportionales, ſunt quando primus ſecundi, & tertius quarti æque fuerit multiplex, uel eadem pars uel eædem partes.

Similes plani & ſolidi numeri, ſunt qui proportionalia habent latera.

Perfectus numerus, eſt qui ſuijpſius partibus eſt æqualis.

Eucli. ex Camp. *Propoſitio 1.*



I à maiore duorum numerorũ minor detrahatur donec minus eo ſuperſit, ac deinde de minore ipſum reliquũ donec minus eo relinquatur, itemq; à reliquo primo reliquum ſecundum quouſque minus eo ſuperſit, atq; in huiuſcemodi continua detractione nullus fuerit

fuerit reliquus qui ante relictum numeret uſq; ad unitatem, eos duos numeros contra ſe primos eſſe neceſſe eſt.

CAMPANVS. Sint duo numeri a b & c d, c d, minor: detrahaturq; c d ex a b quoties poteſt, & ſit reſiduũ e b, qui erit minor c d, alioqui poſſet ex ipſo adhuc detrahi c d, detrahatur & ipſe e b ex c d, quoties poteſt, ſitq; reſiduũ f d, a . . . . . e . . . g . b
ſed & f d detrahatur ex e b quoties poteſt, & ſit reſiduum g b, quod ſit unitas, dico tunc numeros a b & c d, eſſe contra ſe primos. Si enim ſunt compoſiti, numerabit eos communiter per diffinitionem aliquis numerus præter unitatem, qui ſit h, & quia h numerat c d, numerabit a e per penultimã conceptionẽ, & quia idem c . . . . . f . . . d
numerat a b, numerabit etiam e b per ultimam conceptionẽ: ergo & c f per penultimã, quare & f d per ultimam, ergo & g e per penultimã. ergo & g b per ultimam, b . .
& quia g b eſt unitas, ſequitur numerũ eſſe partem unitatis uel ſibi æqualem, quod eſt impoſſibile. Erunt igitur a b & c d, contra ſe primi, quod eſt propoſitum.

CAMPANI additio. Quod ſi duo numeri a b & c d ſint contra ſe primi, non erit in hac mutua detractione ſtatus anteq; ad unitatem perueniatur. Et eſt iſtud conuerſum eius quod autor proponit. Si autem in hac mutua detractione fuerit ſtatus antequam peruerſatuur ad unitatem, ſit ut g b ſit numerus qui detra a . . . . . e . . . g . b
hatur ab f d, & nihil ſit reſiduum: igitur g b numerat f d, ergo per penultimam conceptionem, numerat & e g, & quia etiam numerat ſeipſum, numera- c . . . . f . . . d
bit per antepenultimam conceptionem totum e b, ergo per penultimam numerat c f. Sed oſtenſum eſt prius quod numerat f d, ergo per antepenultimam numerat totum c d, quare per penultimam numerat a e, & quia oſtenſum eſt prius quod etiam numerat e b, ſequitur per antepenultimã ut etiam numeret a b: quia igitur numerus g b numerat utrumq; duorum a b & c d, numeri a b & c d ſunt compoſiti: non igitur contra ſe primi, quod eſt contra hypotheſin. Per hanc ergo uiam, propoſitis quibuſq; duobus numeris, inueſtigamus utrum ipſi ſint contra ſe primi, ſi enim tali facta mutua detractione perueniatur ad unitatem, ipſi ſunt contra ſe primi. Si autem ſit ſtatus anteq; perueniatur ad unitatem, ipſi ſunt compoſiti.

Eucli. ex Zamb. Theorema 1 Propoſitio 1

1 Si duobus numeris inæqualibus expoſitis, ſublato ſemper minore, à maiore reliquus minime metiatur præcedentem quoad aſſumpta fuerit unitas, qui à principio numeri, primi adinuicem erunt.

THEON ex Zamb. *Duobus namq; inæqualibus numeris propoſitis α β & γ δ, ſublato ſemper minore à maiore, reliquus minime metiatur præcedentem quoad ſumpta fuerit unitas. Dico quod ipſi α β & γ δ, primi adinuicem ſunt, hoc eſt quod ipſos α ε & γ δ unitas ſola dimetitur. Si autem α ε & γ δ*
non ſunt primi adinuicem, eos aliquis numerus metietur. metiatur, eſtq; ζ, & γ δ ζ . .
ipſum β ζ metiens, relinquat ſe minorem ζ α: at α ζ ipſum δ γ metiens, relinquat ſe mi- δ . . . α . . γ
norem α γ, & α γ ipſum ζ θ metiens, relinquat unitatem ε α. Quoniam igitur θ ipſum β . . . . . ζ . . θ . α
δ γ metitur, & γ δ ipſum β ζ metitur, igitur & θ ipſum β ζ metitur: metitur autem &
totum ε α, & reliquum igitur α ζ metietur. At α ζ ipſum δ α metitur, & θ igitur ipſum δ α metietur: metietur autem & totum δ γ, & reliquum igitur γ α metietur. At θ α ipſum ζ θ metitur, & θ igitur ipſum ζ θ metietur: metitur autem & totum ζ α, & reliquã igitur α θ metietur unitatem, numerus exiſtens, quod eſt impoßibile. Igitur ipſos α ε & γ δ, nullus numerus metietur. Igitur α ε & γ δ, primi adinuicem ſunt, quod demonſtrare oportebat.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 2

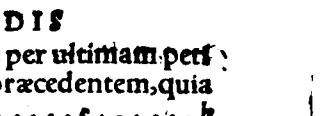
2 PRopoſitis duobus numeris adinuicem compoſitis, maximum numerum communem eos numerantem inuenire.

CORRELARIVM.

Vnde manifeſtum eſt quia omnis numerus duos numeros numerans, numerat numerum maximum ambos numerantem.

CAMPANVS. Sint duo numeri compoſiti a b & c d, minor, c d, quia ergo numerat eos communiter aliquis numerus per diffinitionem, a . . . . . e . . . . . b
uolo inuenire maximũ numerum eos cõmuniter numerantẽ. c . . . . . f . . . d
Secundum modum & ſimilitudinẽ prioris, minuo minorem de maiori, g . . . .
quoad poſſum, uidelicet c d de a b, & ſit reſiduum e b: itemq; e b de c d quoad poſſum,

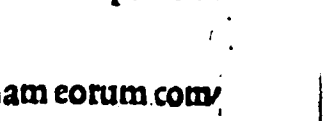
& ſit reſiduum fd, & quia huius diminutio non poteſt fieri infinities per ultimam petitionem, nec poteſt etiam ad unitatem peruenire in propoſito per præcedentem, quia tunc eſſent numeri propoſiti contra ſe primi, quod eſt contra hypotheſin, ſit ut cum detraxero fd ex eb quoad potero, quod nihil ſit reſiduū: dico tunc fd eſſe maximum numerum numerantem ab & cd. Quod enim numeret eos, patet per penultimam & antepenultimam conceptionē, alternatim quoties oportuerit repetitas, ſicut in demonſtratione conuerſæ præcedentis. Numerat enim fd, eb, quia cum ab ipſo detrahitur quoad poteſt, nihil fit reſiduum, ergo & cf per penultimam conceptionem, ergo & cd per antepenultimam, quare & ae per penultimam, igitur & ab per antepenultimam. Quod autem nullus maior fd, numeret ab, & cd, ſic patet. Si enim fieri poteſt, ſit uumerus g maior fd, numerans utrumq; duorum numerorum ab & cd: quia igitur g numerat cd, numerabit per penultimam conceptionem ae, & quia numerat ab, numerabit per ultimam eb, ergo per penultimam numerat cf, & quia etiam numerat cd, numerabit per ultimam fd, maior, uideſicet, minorem, quod eſt impoſſibile. Ex hoc ſecundo proceſſu liquet correlarium.



Eucli. ex Zamb. Problema 1 Propoſitio 2

2 Duobus numeris datis non primis adinuicem, maximam eorum commuuem dimenſionem inuenire.

THEON ex Zamberto. *Sint dati btni mumeri non primi adinuicem, α β & γ δ: oportet iam ipſorum α β & γ δ, maximam dimenſionem inuenire. Si quidem γ δ ipſum α β metitur, metitur autem & ſeipſum. Igitur γ δ, ipſorum γ δ & α β communis dimenſio eſt, & manifeſtum eſt quod maxima, nullus enim maior ipſo γ δ, ipſum γ δ metietur. Si autem γ δ non metitur ipſum α ζ, ipſorum α β & γ δ ſublato (per primam ſeptimi) ſemper minore à maiore, ſumetur numerus aliquis qui metietur præcedentem, unitas quidem non ſumetur. Si autem non, erunt α ζ & γ δ primi adinuicem, quod non ſupponitur. Sumetur aliquis numerus igitur qui metietur præcedentem, & γ δ quidem ipſum α ζ metiens, (per primam ſeptimi) relinquat ſe minorem α ε: α ε autem ipſum γ δ metiens, relinquat ſe minorem γ ζ & γ ζ, ipſum α ε metiatur. Quoniam igitur γ ζ ipſum α ε metitur, & α ε ipſum δ ζ metitur: igitur γ ζ ipſum δ ζ metietur, metitur & ſeipſum, & totum igitur γ δ metietur. At γ δ ipſum ζ ε metitur, & γ ζ igitur ipſum ζ ε metitur: metitur autem & ε α, igitur & totum ζ α metietur: metietur quoq; ipſum γ δ, igitur γ ζ ipſos α ζ & γ δ metitur. Igitur γ ζ ipſorum α β & γ δ cōmunis dimenſio eſt. Dico enim quod & maxima, ſi γ ζ ipſorum α ζ & γ δ non eſt maxima communis menſura, metietur ipſos α β & γ δ numeros aliquis numerus maior exiſtens ipſo γ ζ metiatur, eſtq; η. Et quoniam η ipſum γ δ, & γ δ ipſum β ε metitur, & η igitur ipſum ζ ε metitur. Metitur autem & totum α β, & reliquum igitur α ε metietur: at α γ ipſum δ ζ metitur, & η igitur ipſum δ ζ metietur: metictur autem & totum γ δ, & reliquum igitur γ ζ metictur, maior minorem, quod eſt impoßibile. Igitur ipſos α ζ & γ δ numeros numerus non metietur, maior exiſtens ipſo γ ζ. Igitur γ ζ ipſorum α β & γ δ maxima eſt cōmunis menſura, quod oportebat facere.*

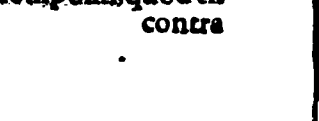


CORRELARIVM. *Ex hoc manifeſtum eſt quod ſi numerus binos numeros metitur, & maximam eorum dimenſionem metictur.*

Eucli. ex Camp. Propoſitio 3

3 PRopoſitis tribus numeris adinuicem compoſitis, maximum numerorum eos communiter numerantium inuenire.

CAMPANVS. Priuſquam hanc tertiam concluſionem demonſtremus, demonſtrandum arbitramur ipſius antecedens, uidelicet, propoſitis tribus numeris, qualiter poterimus certificare an ipſi ſint adinuicem compoſiti. Sint itaque tres numeri a, b, c, de quibus uolo uidere utrum ipſi ſint adinuicem cōpoſiti: per primam igitur inquiro an duo primi qui ſunt a & b ſint adinuicē primi, quod ſi ſic, non erunt a, b, c, adiuuicē compoſiti per diffinitiouem. Si autem a & b ſunt adinuicē compoſiti, ſit per præcedentem d maximus numerus eos numerans, qui ſi numerat c, erunt per diffinitionem, a, b, c, adinuicem compoſiti. Si autem non numerat ipſum, ſed ipſi c, & d quidem ſunt contra ſe primi, non erunt a, b, c, adinuicem cōpoſiti, nam quicunq; numeraret eos, numeraret etiam d per correlarium præcedentis, ſicq; eſſent d & c compoſiti, quod eſt



contra

contra hypotheſin. Si autem c & d ſunt cõpoſiti, erũt etiam a, b, c adinuicem compoſiti. Sit enim per præmiſſam, e, maximus numerans c & d, qui etiam per penultimam conceptionem numerabit a & b, quare per diffinitionem a, b, c, ſunt adinuicem compoſiti. Simili quoq; modo ſcietur, propoſitis quotlibet pluribus quàm tribus, an omnes ſint adinuicem compoſiti. Propoſitis itaque tribus qui ſunt adinuicem compoſiti, qui etiam ſint a, b, c, uolo inuenire maximum numerum numerantem omnes. Sumo ſecundum doctrinam præmiſſæ, d maximum numerantẽ a & b, qui ſi numerat c, ipſe eſt quem quærimus: alioqui per correlarium præcedentis ſequeretur maiorem numerare minorem. Si autem non numerat c, erunt tamen c & d adinuicem compoſiti per hypotheſin & correlarium præcedentis & diffinitionem: ſit igitur maximus eos numerans e, dico e eſſe maximum numerantem a, b, c. Quod enim eos numeret, patet per hanc ultimam hypotheſin quæ eſt ipſum eſſe maximum numerantem c & d, & per penultimam conceptionem. Et quod nullus eo maior numeret eos, ſic patet: ſit enim ſi poteſt fieri, f maior e, qui numeret a, b, c, qui cum numeret a & b, numerabit per correlarium præmiſſæ d, & quia etiam numerat c, numerabit per idem correlarium e, maior, uidelicet, minorem, quod eſt impoſſibile. Non erit igitur numerus aliquis maior e, numerans a, b, c, quod eſt propoſitum.

a . . . . . .
b . . . . . .
c . . .
a . . . . . d . . . .
b . . . . . e . .
c . . . .
c . . . . . .
c . . . . . .
a . . . . . d . . . .
b . . . . . e . .
c . . . . f . . .
e . . . . . .

CAMPANI additio. Simili quoq; modo inuenietur maximus numerus, numerans quotlibet plures tribus adinuicem compoſitos. Vnde non oportuit Euclidem de pluribus tribus hoc docere, quia idem eſt modus & ars in tribus & pluribus.

Ex ultimo autem huius demonſtrationis proceſſu, poſſumus etiam iſtud correlarium huic tertiæ concluſioni adiicere.

CORRELARIVM. Vnde manifeſtum eſt quod omnis numerus numerans quotlibet adinuicem compoſitos, numerat maximum numerantẽ eos omnes, & etiam maximos numerantes binos & binos eorum.

Eucli. ex Zamb. Problema 1 Propoſitio 3

Tribus numeris datis non primis adinuicem, maximam eorum communem menſuram inuenire.

THEON *ex Zamberto.* *Sint dati tres numeri non primi adinuicem α, ε, γ, oportet iam ipſorum α, β, γ, maximam communem dimenſionem inuenire. Sumatur ipſorum α, β, maxima communis menſura δ, (per ſecundam ſeptimi.) Iam ipſe δ, ipſum γ aut metitur aut non metitur, metiatur primum: metitur autem ipſos & α, ε. Igitur δ metitur ipſos α, β, γ. Igitur δ, ipſorum α, ε, γ communis dimenſio eſt. Dico iam quod & maxima. Si autem δ ipſorum α, ε, γ non eſt maxima communis menſura, metietur ipſos α, β, γ, numeros aliquis numerus maior ipſo δ. Metiatur, & eſto ζ. Quoniam enim ζ metitur ipſos α, ε, γ, metietur igitur & ipſos α, β. Igitur & ipſorum α, β, maximam communem menſuram metietur, (per correlarium ſecundæ ſeptimi.) Ipſorum autem α, β, maxima cõmunis menſura eſt δ. Igitur γ ipſum δ metietur, maior minorem, quod eſt impoßibile (per conſtructionem.) Ipſos igitur α, β, γ, numeros, numerus aliquis non metietur maior exiſtens ipſo δ. Igitur δ ipſorum α, β, γ, maxima communis dimenſio eſt. Non metiatur iam δ ipſum γ. Dico quod primum δ & γ, non ſunt primi adinuicem. Quoniam enim α, β, γ, (per hypotheſin) non ſunt primi adinuicem, metietur eos aliquis numerus. At ipſos α, β, γ, metiens, metietur & ipſos α, ε, & ipſorum α, β, maximam menſuram δ, metietur (per correlarium ſecundæ ſeptimi.) Metitur autem & γ. Ipſos igitur δ, γ, numeros, numerus aliquis metietur: igitur δ & γ, non ſunt primi adinuicem. Sumatur (per primam ſeptimi) igitur ipſorum δ, γ, maxima communis menſura ζ, & quoniam ζ ipſum δ metitur, at δ ipſos α, β, metitur, & ζ igitur ipſos α, β, metitur: metitur autem & γ. Igitur ζ ipſos α, β, γ, metitur. Igitur ζ ipſorum α, β, γ, communis dimenſio eſt. Dico autem quod & maxima. Si autem ζ ipſorum α, β, γ, non eſt maxima menſura, ipſos α, ε, γ, numeros metietur aliquis numerus maior exiſtens ipſo ζ, metiatur, & eſto η. Et quoniam η ipſos α, β, γ, metitur, & ipſos α, ε, metitur, & ipſorum α, ε, igitur communem maximam*

a . . . . . .
b . . . . . .
c . . .
a . . . . . d . . . .
b . . . . . e . .
c . . . . f . . .
e . . . . . .

α . . . . . .
β . . . . . .
γ . . . . .
δ . . .
ζ . . . .
η . . .

mensuram metietur (per correlarium secundæ septimi.) Ipsorum autem α, β, maxima communis mensura est δ. Igitur ξ ipsum δ metitur: metitur autem & γ. Igitur ξ ipsos δ, γ, metitur, & ipsorum δ, γ, maximam communem mensuram metietur (per idem.) At ipsorum δ, γ, maxima communis mensura est ε. Igitur ξ ipsum ε metitur, maior minorem, quod est impossibile. Ipsos igitur α, β, γ, numeros numerus aliquis non metitur maior existens ipso ε. Igitur ε ipsorum α, β, γ, maxima communis dimensio est, quod fieri oportuit.

α . . . . . Β
β . . . . . ,
γ . . . . . .
δ . . . . . .
ε . . .
ξ . . .

COROLLARIVM. Proinde manifestū est, ꝙ si numerus aliquis tres numeros metitur, & maximā eorum cōmunem dimensionē metietur. Similiter autem & pluribus numeris datis non primis adinuicē, maxima cōmunis dimensio inuenietur.

Eucli. ex Camp. Propositio 4

4 OMnium duorum numerorū inæqualium, minor, maioris aut pars est, aut partes.

CAMPANVS. Sint duo numeri a & b, b, minor, dico quod b est pars uel partes a. Aut enim b numerat a, aut non, si numerat, pars eius est per diffinitionē. Si non numerat ipsum, aut ergo sunt adinuicem primi, aut non, si non sunt adinuicem primi, habebunt per diffinitionem partem communem, quæ quoties fuerit in b tot partes a dicetur esse b per diffinitionē: si autem sint adinuicem primi, quia tamen omnis numeri pars est unitas ab ipso denominata, patet idem per unitates.

a . . . . . .
b . . . .
b . . . . . .
b . . . . . .

Eucli. ex Zamb. Theorema 2 Propositio 4

4 Omnis numerus, omnis numeri minor maioris aut pars est aut partes.

THEON ex Zamberto. Sit bini numeri α, β γ, & sit minor ε γ. Dico quod β γ ipsius α, aut pars est aut partes. Ipsi enim α, ε γ, aut primi adinuicem sunt, aut non: sint primum α, ε γ, primi adinuicem. Diuiso etenim β γ in eas quæ in ipso sunt unitates, erit unaquæq; unitas earum quæ in ε γ, pars aliqua ipsius α, proinde partes est ε γ, ipsius α. Non sint autem ipsi α, ε γ, primi adinuicem. Iam β γ ipsum α aut metitur, aut non metitur. Si quidem igitur ε γ ipsum α metitur, pars est ε γ ipsius α. Si autem non, sumatur (per secundam septimi) ipsorum α, β γ, maxima communis mensura, sitq; δ. Diuidatur ε γ in æquales ipsi δ, hoc est ε ζ, ζ & ξ γ. Et quoniā δ ipsum α metitur, pars est δ ipsius α: æqualis autem est δ unicuiq; ipsorum β ζ, ζ & ξ γ: & unusquisq; igitur ipsorum β ζ, ζ & ξ γ, ipsius α est pars. Quare partes est β γ ipsius α. Omnis igitur numerus, omnis numeri minor maioris aut pars est aut partes, quod demonstrare oportebat.

α . . . . . .
β . . . . . γ
β . . . . . γ
β . . . ζ . . . ξ . . . γ
δ . . .

Eucli. ex Camp. Propositio 5

5 SI fuerint quatuor numeri, quorum primus tota pars secundi quota tertius quarti, erunt primus & tertius pariter accepti tota pars secundi & quarti pariter acceptorum, quota primus secundi.

CAMPANVS. Volens Euclides hos libros de numeris aliquo præcedentiū non indigere, sed per seipsos stare, partem eius quod proposuit per primam quinti de quantitatibus in genere, proponit per hanc quintam huius septimi de numeris. Sint igitur quatuor numeri a, b, c, d, sitq; b tota pars a, quota d, c: dico quod b & d pariter accepti sunt tota pars a & c pariter acceptorū, quota b est a: diuisis enim a & c secūdum quantitatem b & d, argumentare sicut in prima quinti: erit enim ut totidem sint partes a, quot c per positionem; & ut aggregatum ex prima parte a & prima c, sit æquale aggregato ex b & d: similiter quoq; & aggregatum ex secunda parte a & secunda c, & quia hæc aggregatio toties potest fieri quoties cōtinetur b in a, sequitur ut numerus æqualis aggregato ex b & d, toties contineatur in aggregato ex a & c, quoties b continetur in a, quare constat propositum.

a . . . . . c . . . . .
b . . . . d . . .

Eucli. ex Zamb. Theorema 5 Propositio 5

5 Si numerus numeri pars fuerit, & alter alterius eadem pars, & uterque utriusque eadem pars erit, quæ unus unius.

THEON ex Zamberto. Numerus enim α, numeri β γ esto pars, & alter δ alterius ε ζ eadem pars, quæ est α ipsius ε γ. Dico quod uterque α, δ, utriusq; β γ & ε ζ eadem pars est, quæ & α . . . . . .

α ipsius

α ipſius ℭ γ. Quoniam enim α pars eſt ipſius β γ, eademq; pars eſt δ ipſius ϛ ζ, quot igitur ſunt in ipſo β γ numeri æquales ipſius α, tot ſunt & in ipſo ϛ ζ numeri æquales ipſi δ. Diuidatur, inquam, β γ in æquales ipſi α, hoc eſt β ϗ γ, & ϛ ζ in æquales ipſi δ, hoc eſt ϛ θ, & θ ζ, erit iam æqualis multitudo ipſorum β ϗ γ, multitudini ipſorũ ϛ θ & θ ζ. Et quoniã æqualis eſt β ϗ ipſi α, & ϛ θ ipſi δ, igitur β ϗ & ϛ θ, α, δ ſunt æquales. Id propterea etiam ϗ γ ipſi α eſt æqualis, & θ ζ ipſi δ: ipſi igitur ϗ γ & ζ ipſis α & δ æquales ſunt. Quot igitur ſunt in ipſo β γ numeri æquales ipſi α, tot ſunt & in ℭ γ & ζ æquales ipſis α, δ. Quotuplex igitur eſt β γ ipſius α, totuplex eſt & uterque ℭ γ & ζ, utriuſq; α, δ. Quæ igitur pars eſt α ipſius ℭ γ, eadem pars eſt, & uterque α, δ, utriuſq; β γ & ζ, quod oportebat demonſtrare. Euclides ex Campano. Propoſitio 6



6 SI fuerint quatuor numeri quorum primus totæ partes ſecundi quotæ tertius quarti, erunt primus & tertius pariter accepti totæ partes ſecundi & quarti pariter acceptorum, quotæ primus ſecundi.

CAMPANVS. Quod propoſuit præmiſſa de parte, proponit iſta de partibus. Sint itaq; ut prius quatuor numeri a, b, c, d, ſitq; ut b ſit tot & totæ partes a, quot & quotæ d eſt c: dico quod b & d pariter accepti erunt tot & totæ partes a & c pariter acceptorũ, quot & quotæ b eſt a. Dico autem tot & totas, quia partium pluralitas duobus numeris diffinitur, quorum alter numerator dicitur, alter denominator, ut cum dicimus tres quintæ, ternarius numerat, quinarius denominat. Quia igitur b eſt partes a, ſit ut ſint partes eius numeratæ ab h & denominatæ a K, eritq; ſimiliter per poſitionem, d partes c numeratæ ab h & denominatæ a K. Vna itaq; partium b ſit e, & una partium d ſit f, eritq; per hypotheſin, e pars b denominata ab h, & pars a denominata a K. Similiter quoq; & f erit pars d ſecundum h, & pars c ſecũdum K. Compoſitus igitur ex e & f ſit g, eritq; per præmiſſam, g pars b & d pariter acceptorum, ſecundum h, itemq; per eandem erit pars a & c pariter acceptorum, ſecundum K: quare per 16 diffinitionem erunt b & d pariter accepti partes a & c pariter acceptorũ numeratæ ab h & denominatæ a K, eo quod eorum communis pars eſt g minoris ſecundum h & maioris ſecundum K, & quia ſic erat b, a, conſtat propoſitum.

CAMPANI annotatio. Potes autem & per hanc & præmiſſam, quod proponit de quatuor numeris, ad quotlibet numeros ampliare, quot ſi quotlibet numeri minores ad totidem maiores comparentur, fuerintq; ſinguli ſingulorum tota pars aut partes, quota uel quotæ primus ſecũdi, erunt quoq; omnes pariter accepti tota pars aut partes omnium pariter acceptorũ, quota uel quotæ primus ſecundi, quod facile probatur per hanc & præmiſſam, quoties oportuerit repetitas. Et ſi crederemus eſſe intentionem Euclidis aſſumere ex prius demonſtratis, aliqua ad demonſtrationem eorum quæ hic proponit, ex 11 quinti facile demonſtraſſemus hanc ſextam. Nunc autem quia uidetur oppoſitum (aliter enim ſuperuacue propoſuiſſet multa de numeris, quæ demonſtrata ſunt in quinto de quantitatibus in genere) neceſſe habuimus propriis utì demonſtrationibus tanquã ex prioribus nihil ſumentes, ſolis huius ſeptimi contenti principiis: propter quod & petitiones & communes animi conceptiones, propoſito proprias non inconuenienter huius ſeptimi principio appoſuimus.

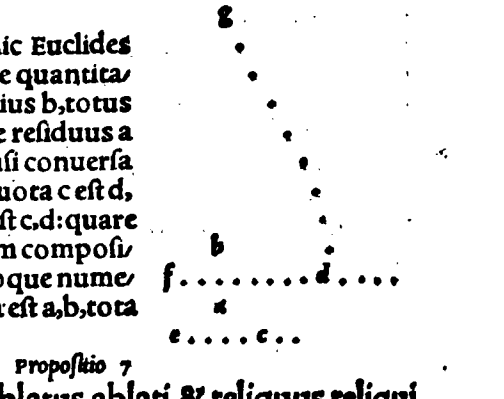
Eucli. ex Zamb. Theorema 4. Propoſitio 6

6 Si numerus numeri partes fuerit, & alter alterius eædem partes, & uterque utriuſque eædem partes erunt, quæ unus unius.

THEON ex Zamberto. Numerus enim α β, numeri γ eſto partes, & alter δ ϛ, alterius ζ eædem partes, quæ α ℭ ipſius γ. Dico quod & uterq; α ℭ & δ ϛ, utriuſq; ϛ, ζ, eædem partes ſunt, quæ α ℭ ipſius γ. Quoniã enim quales partes eſt α β ipſius γ, eædem partes eſt & δ ϛ ipſius ζ: quot igitur partes ſunt in ipſo α ℭ ipſius γ, tot partes & in δ ϛ, ipſius ζ. Diuidatur quidem α ℭ in partes ipſius γ, hoc eſt α ϗ & β, necnon δ ϛ in partes ipſius ζ, hoc eſt δ θ, & θ ϛ. Erit multitudo ipſorum α ϗ, ϗ θ æqualis multitudini ipſorum δ θ, θ ϛ: & quoniam qualis pars eſt α ϗ ipſius γ, talis pars eſt & δ θ ipſius ζ: qualis igitur pars eſt α ϗ ipſius γ, talis pars eſt ut uterque α ϗ & δ θ utriuſq; γ, ζ. Id propterea & qualis pars ϗ ℭ ipſius γ, talis pars eſt & uterque ϗ ℭ & θ ϛ utriuſq; γ ζ. Quales igitur partes ſunt α ℭ ipſius γ, tales partes ſunt & uterque α ℭ & δ ϛ utriuſq; γ, ζ quod demonſtrare oportebat.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 7

7 SI fuerint duo numeri quorum unus alterius pars, detrahaturq; ab ambobus ipſa pars, erit reliquus tota pars reliqui, quota totus totius.

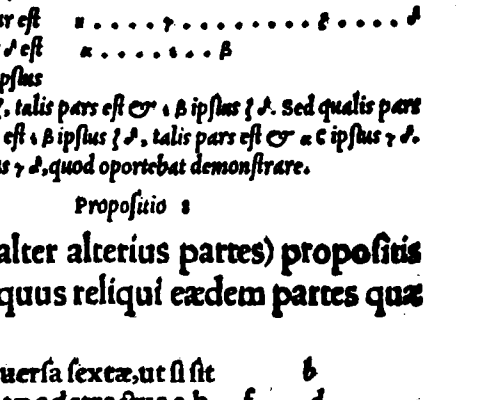


CAMPANVS. Quod proponit hic Euclides de numeris, propoſuit ſuperius in quinta quinti de quantitatibus in genere. Sit ita ut quota pars eſt totus a totius b, totus ſit c detractus ab a, d detracti a b: dico q; tota erit e reſiduus a reſidui b, quota eſt totus a totius b, & hæc eſt quaſi conuerſa quintæ. Sit enim per petitionem, e tota pars g, quota c eſt d, eritq; per 5, tota pars a compoſiti ex g & d, quota eſt c, d: quare & quota eſt a, b: igitur per ſecundam conceptionem compoſitus ex g & d eſt æqualis b: dempto itaque ab utroque numero, d, erit g æqualis f. quare erit e tota pars f, quota eſt a, b, tota enim erat e, g, quod eſt propoſitum.

Eucli. ex Zamb. Theorema 5 Propoſitio 7

7 Si numerus numeri pars fuerit qualis ablatus ablati, & reliquus reliqui pars erit qualis totus totius.

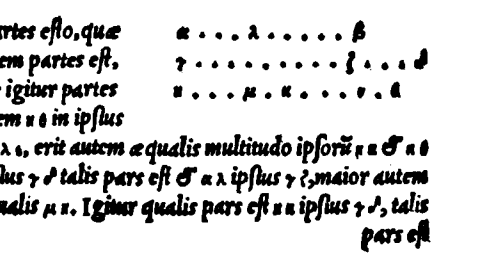
THEON ex Zamberto. *Numerus enim α ϛ numeri γ δ pars eſto, qualis ablatus α ϛ ablati γ ζ. Dico quod & reliquus ϛ ϵ reliqui ζ δ eadem eſt pars, qualis eſt totus α β totius γ δ. Qualis enim pars eſt α ϛ ipſius γ ζ, talis pars eſto & ϛ β ipſius γ η. Et quoniam qualis pars eſt α ϛ ipſius γ ζ, talis pars eſt & ϛ ϵ ipſius γ η, qualis igitur pars eſt α ϛ ipſius γ ζ, talis eſt (per 5 ſeptimi) & α β ipſius ζ η. Qualis autem pars eſt α ϛ ipſius γ ζ, talis pars ſupponitur α β ipſius γ δ. Qualis pars igitur eſt α ϵ ipſius ζ η, talis pars eſt α ϵ ipſius γ δ: igitur α β, utriuſq; ipſorum η ζ & γ δ eadem pars eſt: æqualis igitur eſt ζ η ipſi γ δ. Communis auferatur γ ζ. Reliquus igitur η γ, reliquo ζ δ eſt æqualis. Et quoniam qualis pars eſt α ϛ ipſius ϛ ζ, talis pars eſt ϛ ϵ ipſius η γ, æqualis autem eſt η γ ipſi ζ δ, qualis igitur pars eſt α ϛ ipſius γ ζ, talis pars eſt & ϛ β ipſius ζ δ. Sed qualis pars eſt α ϛ ipſius γ ζ, talis pars eſt & α β ipſius γ δ: qualis igitur pars eſt ϛ β ipſius ζ δ, talis pars eſt & α ϵ ipſius γ δ. Et reliquus igitur ϛ β, reliqui ζ δ talis eſt pars, qualis totus α β totius γ δ, quod oportebat demonſtrare.*



Eucli. ex Camp. Propoſitio 8

8 SI à duobus numeris (quorum alter alterius partes) propoſitis partes illæ ſubtrahãtur, erit reliquus reliqui eædem partes quæ eſt totus totius.

CAMPANVS. Hæc eſt quaſi conuerſa ſextæ, ut ſi ſit quot & quotæ partes eſt totus a totius b, tot & totæ c detractus a, b, ad detracti a b, erit e reſiduus a, tot & totæ partes f reſidui b, quot & quotæ eſt a, b. Sit enim g una partium a, & h una partiũ c, eritq; propter hypotheſin, g tota pars a, quota h, c, & tota b, quota h, d: detrahatur igitur h d g, & remaneat k, eritq; k per præmiſſam, tota pars e, quota g, a, & tota f per eandem, quota g, b: quia igitur e & f habent partem cõmunem quæ eſt k, erit per 3 diffinitionem, e partes f tot quidem quota pars eſt k, c, & totæ, quota eſt k, f. & quia tot & totæ erat a, b, patet propoſitum.



Eucli. ex Zamb. Theorema 6 Propoſitio 8

8 Si numerus numeri partes fuerit quæ ablatus ablati, & reliquus reliqui eædem partes erit, quæ totus totius.

THEON ex Zamberto. *Numerus enim α β, numeri γ δ partes eſto, quæ ablatus α ϛ, ablati γ ζ. Dico quod reliquus ϛ ϵ, reliqui ζ δ eædem partes eſt, quæ totus α β totius γ δ. Ponatur enim ipſi α β æqualis η θ, quæ igitur partes eſt η θ ipſius γ δ, eædem partes eſt & α ϛ ipſius γ ζ. Diuidatur quidem η θ in ipſius γ δ partes, hoc eſt η κ & κ θ & α ϛ in ipſius γ ζ partes, hoc eſt α λ & λ ϛ, erit autem æqualis multitudo ipſorũ η κ & κ θ multitudini ipſorum α λ & λ ϛ, & quoniam qualis pars eſt η κ ipſius γ δ talis pars eſt & α λ ipſius γ ζ, maior autem eſt γ δ ipſo γ ζ, maior igitur eſt & η κ ipſo α λ, ponatur ipſi α λ æqualis μ κ. Igitur qualis pars eſt η κ ipſius γ δ, talis pars eſt*



pars eſt & μ ipſius γ ζ: & reliquus igitur μ ν (per 7 ſeptimi) reliqui ζ δ eadem pars eſt, ſicut totus ν π totius γ δ. Rurſus quoniam qualis pars eſt ν θ ipſius γ δ talis pars eſt & λ ipſius γ ζ, maior autem eſt γ δ ipſo γ ζ. maior igitur eſt & ν θ ipſo λ, ponatur ipſi λ æqualis ν ι. Qualis igitur pars eſt ν θ ipſius γ δ, talis pars eſt & ν ι ipſius γ ζ, & reliquus igitur ι θ (per 7 ſeptimi) reliqui ζ δ eadem pars eſt, quæ totus ν θ totius γ δ. patuit autem quod & reliquus μ ν reliqui ζ δ eadem pars eſt, qualis totus ν π totius δ γ: & uterque igitur μ π & ι θ (per 5 ſeptimi) ipſius δ ζ eædem partes eſt, quæ totus θ π totius γ δ. Aequalis autem eſt uterq; ſimul μ π & ι θ ipſi λ β. At θ π ipſi β α, & reliquus igitur λ β, reliqui ζ δ eædem partes eſt, quæ totus α β totius γ δ, quod oportebat demonſtrare.

α . . . . . λ . . . . . β
ν . . . μ . π . . . ι . θ
γ . . . . . ζ . . . δ

Eucli. ex Camp. Propoſitio 9

9 SI fuerint quatuor numeri quotũ primus ſecundi tota pars quota tertius quarti, erit permutatim tota pars aut partes primus tertij, quota pars aut partes ſecundus quarti.

CAMPANVS. Sit a primus tota pars b ſecundi, quota c tertius d quarti: ſintq; a & b minores c & d, aliter enim eſſet econuerſo ei quod proponit. dico quod quota pars uel partes eſt a, c, tota uel totæ eſt b, d: diuidantur enim, b quidem ſecundum quantitatẽ a, d uero ſecũdum c, eruntq; per præſentẽ hypotheſin, tot partes b, quot d, & quia unaquæq; partium b eſt æqualis a, & unaquæq; d, c, eſt autem a, c, pars aut partes per præſentem hypotheſin & per quartã huius, erit unaquæq; partium b ſuæ comparis ex partibus d ut prima primæ ſecunda ſecundæ ſicq; de cæteris, tota pars aut partes quota uel quotæ eſt a, c, per 5 igitur uel 6 ſub diſiunctione quoties oportuerit repetitas, erit tota pars aut partes b, d, quota uel quotæ eſt a, c, quod eſt propoſitum.

b . . . . . d . . . . . .
a . . . c . . . .

Eucli. ex Zamb. Theorema 7 Propoſitio 9

9 Si numerus numeri pars fuerit, & alter alterius eadem pars, & uiciſſim qualis pars eſt uel partes primus tertij, eadem pars erit uel partes ſecundus quarti. THEON ex Zamberto. Numerus enim α numeri β γ eſto pars, & alter δ alterius ι ζ eadem pars, qualis eſt α ipſius β γ: minor autem eſto α ipſo δ. Dico quod & uiciſſim qualis pars eſt α ipſius δ uel partes, eadem pars eſt uel partes β γ ipſius ι ζ. Quoniam enim qualis pars eſt α ipſius ε γ, talis pars eſt & δ ipſius ι ζ, quot igitur ſunt in ε γ numeri æquales ipſi α, tot ſunt & in ι ζ æquales ipſi δ. Dirimatur quidem ε γ in ipſi α æquales, hoc eſt β α & π γ, & ι ζ in ipſi δ æquales, hoc eſt ι θ & θ ζ, eſt iam æqualis multitudo ipſorum β π & π γ, multitudini ipſorum ι θ & θ ζ: & quoniam æquales ſunt β π & π γ numeri adinuicẽ, & ι θ & θ ζ numeri, ſibiinuicem ſunt æquales, & æqualis eſt multitudo ipſorum β π & π γ multitudini ipſorum ι θ & θ ζ: qualis igitur pars eſt β π ipſius ι θ uel partes, eadem pars eſt π γ ipſius θ ζ uel eædem partes. Itaq; qualis pars eſt β π ipſius ι θ uel partes, talis pars eſt (per 1 quinti & 5 ſeptimi) & uterq; β γ utriuſq; ι ζ uel eædem partes, æqualis autem eſt π β ipſi α, & ι θ ipſi δ. Qualis igitur pars eſt α ipſius δ uel partes, eadem pars eſt & ε γ ipſius ι ζ uel eædem partes, quod oportebat demonſtrare.

α . . . .
β . . . . π . . . . γ
δ . . . . .
ι . . . . . θ . . . . . ζ

Eucli. ex Camp. Propoſitio 10

10 SI fuerint quatuor numeri quorum primus totæ partes ſecundi quotæ tertius quarti, erit permutatim primus tota pars aut partes tertij quota uel quotæ ſecundus quarti.

CAMPANVS. Sint quatuor numeri ut prius, quorũ ſimiliter minores ſint a & b, ſitq; a totæ partes b, quotæ c eſt d: dico quod quota pars aut partes eſt a, c, tota uel totæ eſt b, d. Diuidantur enim minores in partes illas qui ſunt a & c: eruntq; per præſentem hypotheſin tot partes a, quot c, & qa unaquæq; ex partibus a eſt tota pars b, quota quælibet ex partibus c eſt d (hoc enim habemus ex noſtra hypotheſi) erit permutatim per præmiſſam ut quota pars aut partes eſt b, d, tota uel totæ ſit unaquæq; ex partibus a ſuæ cõparis ex partibus c: per quintam igitur uel 6 ſub diſiunctione quoties oportuerit repetitas, erit tota pars aut partes b, d, quota uel quotæ eſt a, c, quod eſt propoſitum.

a . . . . b . . . . . .
c . . . . . d . . . . . .

Eucli. ex Zamb. Theorema 8 Propoſitio 10

10 Si numerus numeri partes fuerit, & alter alterius eædem partes, & uiciſſim

ciſſim quæ partes eſt primus tertij uel pars, eædem partes erit & ſecundus quarti uel eadem pars.

THEON ex Zamb. Numerus enim α β, numeri γ partes eſto, & alter δ ε, alterius ζ eædem eſto partes, ſit autem α β, ipſo γ δ minor. Dico quod & uiciſſim quales partes eſt α β ipſius δ ε uel pars, eædem partes eſt & γ ipſius ζ uel eadem pars. Quoniam enim quales partes eſt α β ipſius γ, eædem partes eſt & δ ε ipſius ζ, quot igitur ſunt in ipſo α β partes ipſius γ, tot & in δ ε ſunt partes ipſius ζ. Diuidatur quidem α β in ipſius γ partes (æquales,) hoc eſt α η & η θ. Itidemq; δ ε in ipſius ζ partes (æquales) hoc eſt δ ι & ι ε, erit iam æqualis multitudo ipſorū α η & η β, multitudini ipſorum δ ι & ι ε. Et quoniam qualis pars eſt α η ipſius γ eadem pars eſt & δ ι ipſius ζ, uiciſſim quoq; (per præcedentē) qualis pars eſt α η ipſius δ ι uel partes, eadē pars eſt & γ ipſius ζ uel eædē partes. Id propterea qualis pars eſt η θ ipſius ι ε uel partes, talis pars eſt & γ ipſius ζ uel partes. Quare qualis pars eſt α η ipſius δ ι uel partes, eadem pars eſt & α θ ipſius δ ε uel eædē partes (per 7 diffinitionē.) Sed (per 6 ſeptimi) qualis pars eſt α η ipſius δ ι uel partes, talis pars oſtenſus eſt & γ ipſius ζ uel eædem partes, & (per 11 quinti) quales igitur partes eſt & α θ ipſius δ ε uel pars, eædem partes eſt & γ ipſius ζ uel eadem pars, quod oportebat demonſtrare.

α . . . . . θ . . . . . β
γ . . . . . .
δ . . . . . ι . . . . . ε
ζ . . . . . .

Hæc undecima, in Zamberto nullam habet reſpondentem.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 11

11 SI fuerint quatuor numeri proportionales, quorū primus ſecundo & tertius quarto ſit maior, erit ſecundus tota pars aut partes primi, quota uel quotæ quartus tertij. Quod ſi ſecundus fuerit tota pars aut partes primi quota uel quotæ quartus tertij, quatuor numeros proportionales eſſe conueniet.

CAMPANVS. Sit proportio a ad b, ſicut c ad d, ſintq; a & c maiores. Dico q; quota pars aut partes eſt b, a, tota uel totæ eſt d, c, & econuerſo. Erit enim per conuerſionē diffinitionis ſimilium proportionū, ut quoties b in a, toties ſit d in c, & ſi qua pars aut partes b ſuperfluunt in a, tota pars aut partes d ſuperfluant in c, ſi itaque contineatur b in a ſine ſuperfluitate partis, quia toties ſine ſuperfluitate continetur d in c, erit per diffinitionē ſimilium partium quota pars b a, tot ad c. Quod ſi quotieſlibet cōtinetur b a cum ſuperfluitate partis toties continetur d in c cum ſuperfluitate ſimilis partis, diſtinctio a ſecundū b ut ſuperfluitate, atq; e ſecundū d ut ſuperfluat f, erit tota pars e, b quota f, d. At quia toties continetur b in differētia a ad e, quoties d in differentia c ad f, erit per cōmunem ſcientiam toties e in a quoties f in c: cum igitur a & b habeant e partem cōmunem, ſimiliter c & d, f, ſit itaq; e in b quoties f in d, itemq; e in a quoties f in c, erit per 16 diffinitionē, b tot & totæ partes a, quot & quotæ d c. Si autem quotieſlibet b cōtinetur in a cum ſuperfluitate quotlibet partiū, toties continetur d in c cum ſuperfluitate totidem & ſimiliū partium, diſtinctio a ſecūdum b ut ſuperfluat e, ſimiliter c ſecūdum d ut ſuperfluat f, erit e tot & totæ partes b, quot & quotæ f, d. Sumpta itaq; una ex ipſis, argumentandū ut prius, ſicq; patet primū. Secūdum ſic. Sit b, a, tota pars aut partes, quota uel quotæ d, c, dico q; erit proportio a ad b, ſicut c ad d: ſi enim eſt tota pars, conſtat propoſitū. Si autē totæ partes, diuiſis eis ſecundū partes illas, patebit toties eſſe b in a, quoties d in c, & totam partem aut partes b, ſuperfluere in a, quota an quotæ d ſuperfluunt in c, per diffinitionē itaq; eſt proportio a ad b, ſicut c ad d, ſicq; liquet totum.

a . . . . . c . . . . . .
b . . . d . . . .
a c
. . . e . . . . . f . . . .
b d
. . . . . .
a c
. . . . . e . . . . . f . . .
b d
. . . .

Eucli. ex Camp. Propoſitio 12

12 SI à duobus numeris ſecundum ſuas proportiones duo numeri detrahantur, erit proportio reliqui ad reliquum tanquam proportio totius ad totum.

CAMPANVS. Quod propoſuit Euclides in 19 quinti de quantitatibus in genere, proponit hic de numeris. Vt ſi ſit proportio totius a ad totum b ſicut c detracti ab a ad d detractū a b, erit e reſidui a ad f reſiduū b, ſicut a ad b. Si enim a ſit minor b, erit per præſentem hypo-

b
d . . . f . . . . .
a
c . . . e . . . .

theſin

theſin & per conuerſionem diffinitionis, c tota pars aut partes d, quota uel quotæ eſt a,b,per 7 igitur uel 8, erit e tota pars aut partes f, quota uel quotæ eſt a,b,per diffinitionẽ igitur erit proportio una, quod eſt propoſitum. Quod ſi a ſit maior b, erit per primã partẽ præmiſſæ quota pars aut ptes b,a,tota uel totæ d,c, quare per 7 uel 8, tota uel totæ erit f, e, itaq; per ſecundã partem præmiſſæ erit e ad f,ſicut a ad b,quare conſtat propoſitũ.

CAMPANI annotatio. Cedunt autem huic, 7 & 8, hæc enim ſola quod ambæ illæ, continet. Volunt autem quidam ſecundam partem huius probare per 19 quinti, ſed ſi hoc intenderet Euclides, cũ iſta proponat particulariter quod illa uniuerſaliter, uane (illa demõſtrata in quinto) propoſuiſſet hãc hic in ſeptimo, & quia iterũ non demonſtrant eam ſimpliciter per 19 quinti. At uero nec modũ demonſtrationis illius poſſunt affirmare ad demonſtrationem huius, cum illa demonſtretur in quantitatibus in genere per proportionalitatẽ permutatã quæ infra demonſtratur in numeris. Exiſtimo autẽ, & rationabiliter conuinci uidetur Euclidem (quem uultũ demonſtratoris arithmetici, gratia decimi in quo ſine numerorũ aliqua præcognitione tranſire nõ poterat conſtat aſſumere) idcirco plurima eorũ quæ in quinto de quantitatibus in genere demonſtrauit, hic repetere demõſtranda de numeris, quoniã per alia principia propria uidelicet numerorũ, quæ magis nota ſunt intellectui q̃ ea per quæ proceſſit in quinto, ipſa demonſtrare intendit, principia enim quinti propter malitiã quantitatũ incõmunicantiũ difficilia ſunt: principia uero numerorũ, magis ultro ſe intellectui applicant faciliusq; quàm illa. Egent enim illa intellectui magis diſpoſito.

Hæc ſequens undecima Euclidis ex Zamberto propoſitio, duodecimæ præcedenti ex Campano reſpondet.

Eucli. ex Zamb. Theorema 9 Propoſitio 11

11 Sĩ fuerit ſicut totus ad totum ſic ablatus ad ablatum, & reliquus ad reliquum erit ſicut totus ad totum.

THEON ex Zamb. *Eſto ſicut totus α β ad totum γ δ, ſic ablatus α ε ad ablatum γ ζ: Dico quod & reliquus ε β ad reliquũ ζ δ, eſt ſicut totus α β ad totum γ δ. Quoniam enim eſt ſicut α β ad γ δ ſic α ε ad γ ζ, qualis igitur pars eſt α β ipſius γ δ uel partes, eadem pars eſt & α ε ipſius γ ζ uel eædem partes: & reliquus igitur ε β (per 5 ſeptimi, reliqui ζ δ eadem pars eſt uel partes, quæ α ε ipſius γ δ: eſt igitur (per 11 quinti) ſicut ε β ad ζ δ, ſic α ε ad γ δ. Quod oportebat demonſtrare.*

Eucli. ex Camp. Propoſitio 13

13 SI fuerint quotlibet numeri proportionales, quantus erit unus antecedens ad ſuum conſequentem, tanti erunt omnes antecedentes pariter accepti ad omnes conſequentes pariter acceptos.

CAMPANVS. Quod proponit Euclides per 13 quinti de quantitatibus in genere, proponit per hanc de numeris. Vt ſi ſint a,b,& c,d, & e,f proportionales, dico q̃ quæ eſt proportio a ad b ea eſt quæ a,c,e, pariter acceptorũ ad b,d,f pariter acceptos. Si enim a,c,e ſint minores b, d, f, erit per conuerſionẽ diffinitionis quota pars aut partes a b, tota uel totæ c,d,& e,f: per 5 ergo uel per 6 quoties oportuerit repetitas, erit quota pars uel partes a,b,tota uel totæ a,c,e pariter accepti b,d,f pariter acceptorũ, quare per diffinitionẽ, proportio una. Si autem a,c,e, ſunt maiores b,d,f, erit per primam partem 11, quota pars uel partes b,a, tota uel totæ d,c & f,e, per 5 ergo uel 6 quoties oportuerit repetitas, erit quota pars uel partes b,a,tota uel totæ b,d,f, pariter accepti a,c,e pariter acceptorũ: itaq; per ſecũdam partẽ 11, proportio a ad b ſicut a,c,e pariter acceptorũ, ad b,d,f pariter acceptos, quod eſt propoſitũ.

Eucli. ex Zamb. Theorema 10 Propoſitio 12

12 Si fuerint quotcunq; numeri proportionales, erit ſicut unus antecedentium ad unum ſequentiũ, ſic omnes antecedentes ad omnes conſequẽtes.

THEON ex Zamb. *Sint quotcunq; numeri proportionales α, ε, γ, δ, ſicut α ad β ſic γ ad δ. Dico quod eſt ſicut α ad β, ſic ſunt α & γ ad β & δ. Quoniam enim (per hypotheſin) eſt ſicut α ad ε ſic γ ad δ, qualis igitur pars eſt α ipſius ε uel partes eadem pars eſt & γ ipſius δ uel partes, & (per 5 ſeptimi) uterq; igitur α, γ, utriuſq; β, δ, eadem pars eſt uel eædem partes, quæ α ipſius ε: eſt igitur (per 11 quinti) ſicut α ad β, ſic α & γ ad β & δ, quod erat demonſtrandum.*

Eucli.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 14.

14 SI fuerint quatuor numeri proportionales, permutatim quoque proportionales erunt.

CAMPANVS. Modum arguendi qui dicitur proportionalitas permutata quam demonſtrauit Euclides per 16 quinti in genere, proponit hic demonſtrandũ in numeris. Vt ſi ſit proportio a ad b ſicut c ad d, erit permutatim a ad c ſicut b ad d, erit enim a maior b aut minor, ſimiliter quoq; & maior c aut minor.

Sit itaq; primo minor utroq;, erit ergo per præſentem hypotheſin & conuerſionem diffinitionis, a tota pars aut partes b, a . . b . . . . c . . . d . . . . . quota uel quotæ c,d, per 9 itaq; uel 10, erit permutatim a tota pars aut partes c, quota uel quotæ b,d, quare per diffinitionẽ proportio una. Sit ſecundo a maior utroq;, erit per primam partem 11, ut quota pars aut partes eſt b,a, a . . . . . b . . . c . . . d . . tota uel totæ ſit d,c, quare per 9 uel 10 tota pars aut partes erit b,d, quota uel quotæ c,a. Igitur per ſecundam partem 11 erit a ad c, ſicut b ad d. Sit tertio a maior b, & minor c, eritq; per primam partem 11 tota pars aut partes b,a, a . . . . b . . c . . . . . d . . . quota uel quotæ eſt d,c, quare per 9 uel 10 quota uel quotæ eſt a,c. tota uel totæ erit b,d, per diffinitionẽ itaq; proportio una. Vltimo quoq; ſit a minor b maiorq; c, eritq; ut tota pars aut partes ſit c,d, quota uel quotæ eſt a,b, a . . . b . . . . . c . . d . . . . per 9 itaq; uel 10 erit tota uel totæ d,b, quota uel quotæ c,a. quare per ſecundã partem undecimæ, b ad d, ſicut a ad c, ſicq; conſtat propoſitũ. Huic autem cedunt 9 uel 10, quia hæc ſola quod ambæ illæ proponit.

Eucli. ex Zamb. Theorema 11 Propoſitio 15

15 Si quatuor numeri proportionales fuerint, & uiciſſim proportionales erunt. THEON ex Zamb. *Sint quatuor numeri proportionales α,β,γ,δ, ſicut α ad β, ſic γ ad δ. Dico quod & uiciſſim proportionales erunt, ſicut α ad γ, ſic β ad δ.* α . . . . . β . . . . *Quoniam enim (per hypotheſin) eſt ſicut α ad β ſic γ ad δ, qualis igitur pars eſt* γ . . . . . δ . . . . *α ipſius β uel partes, eadem pars eſt & γ ipſius δ uel partes (per 6 ſeptimi.) Viciſſim igitur qualis pars eſt α ipſius γ uel partes, eadem pars eſt & β ipſius δ uel partes (per 9 ſeptimi & 10 eiuſdem.) Sicut igitur α ad γ, ſic β ad δ (per 11 quinti.) Quod erat demonſtrandũ.*

Eucli. ex Camp. Propoſitio 15

15 SI fuerint quotlibet numeri aliꝰ ſecũdum eorum numerũ, omneſq; duo ex prioribus ſecundũ proportionẽ omniũ duorũ ex poſterioribus, in proportione æqualitatis proportionales erunt.

CAMPANVS. Modum arguendi qui dicitur æqua proportionalitas quã demonſtrauit Euclides per 22 quinti de quantitatibus in genere, proponit hic demonſtrandũ in numeris directæ proportionalitatis: æquam autem proportionalitatẽ quam demonſtrauit per 23 quinti de quantitatibus indirectæ proportionalitatis, non proponit demonſtrandum in numeris, ſed eam demonſtrabimus infra ſuper 19 huius, nec eſt neceſſarium ut prædemonſtremus in numeris, quod demonſtratũ eſt per 11 quinti de quãtitatibus in genere, uidelicet, ſi quotlibet proportiones in numeris fuerint uni æquales uel eædem, ipſas eſſe ſibi æquales uel eaſdem, hoc enim manifeſtum eſt per diffinitionem. Vt ſi a ad c & e ad f, a . . . . . c . . . . . e . . . . b . . . . b . . . f . . ſit ſicut b ad d, erit tam a,c quàm e,f tota pars aut partes, quota uel quotæ b,d. aut toties cõtinebit a,c, & f, quoties b,d, & tota pars aut partes ſuperfluẽt e in a, & f in e, quota uel quotæ d in b. quia ergo quota pars aut partes eſt a,c, tota uel totæ eſt e,f, aut quoties a continet c toties e,f, & quota pars aut partes c ſuperfluũt iu a tota uel totæ f in e, erit per diffinitionẽ a ad c ſicut e ad f. Sint igitur uti proponitur numeri a,b,e & aliꝰ totidem c,d,f, ſitq; a ad b, a . . . . . c . . . . b . . . . . d . . . c . . . . f . . ſicut c ad d, & b ad e, ſicut d ad f: dico quod erit in æqua proportionalitate a ad e, ſicut c ad f, erit enim per præmiſſam a ad c, ſicut b ad d, ſed & b ad d, ſicut e ad f: quare a ad c, ſicut e ad f: igitur per eandem a ad e, ſicut c ad f, idem erit ſumptis pluribus, ſicq; conſtat propoſitum.

CAMPANI additio. Quoniam autem Euclides cæteras quatuor ſpecies proportionalitatis quæ ſunt conuerſa, coniuncta, diſiuncta, euerſa, proponit demonſtrandas in numeris, conueniens arbitramur eas quas non autor tanꝯ facile demonſtrabiles prætermiſit

prætermiſit demonſtrare. Primum itaque demonſtrabimus conuerſam, ut ſi ſit a ad b, ſicut c ad d, dico quod erit econuerſo a . . . . . c . . . . . b . . . . d . . . b ad a, ſicut d ad c: ſi enim fuerit a minor b, tunc quoq; erit c minor d, & tota pars aut partes a, b, quota uel quotæ c, d, quare per ſecundam partem 11, erit b ad a, ſicut d ad c: ſi autẽ fuerit a maior b, erit quoq; & c maior d, & per primam partem 11 b tota pars aut partes a, quota uel quotæ d, c, per diffinitionem igitur, b ad a, ſicut d ad c.

Diſiunctam proportionalitatem oſtendere.

Vt ſi ſit a b ad b, ſicut c d ad d, erit a ad b, ſicut c ad d, erit enim permutatim a b ad c d, ſicut b ad d, & per 11 ſicut a ad c, a . . . . . b . . . c . . . . . d . . quia ergo a ad c, ſicut b ad d, erit permutatim a ad b, ſicut c ad d.

Coniunctæ proportionalitati demonſtrationem afferre.

Vt ſi ſit a ad b, ſicut c ad d, erit a b ad b, ſicut c d ad d: erit enim per- a . . . . . b . . . mutatim a ad c, ſicut b ad d: quare per 11 a b ad c d, ſicut b ad d, permuta- c . . . . d . . tim igitur erit a b ad b, ſicut c d ad d.

Euerſam proportionalitatem reſtat in numeris ſtabilire.

Vt ſi ſit a b ad b, ſicut c d ad d, erit a b ad a, ſicut c d ad c, erit enim a . . . . . b . . . permutatim a b ad c d, ſicut b ad d, quare per 11 ſicut a ad c, permutatim c . . . . d . . igitur erit a b ad a, ſicut c d ad c, patet itaq; totum. Ex his quoq; leue eſt demonſtra- re in numeris, quod Euclides proponit per penultimam quinti de quantitatibus in genere, uidelicet.

Si proportio primi ad ſecundum fuerit ſicut tertij ad quartum, quinti quoq; ad ſecundum ſicut ſexti ad quartũ, erit proportio primi & quinti pa riter acceptorũ ad ſecundũ ſicut tertij & ſexti pariter acceptorũ ad quartũ.

Vt ſi ſit a ad b, ſicut c ad d, itemq; e ad b, ſicut f ad d, erunt a & e pariter accepti ad b, ſi cut c & f pariter accepti ad d, erit enim per a . . . . . e . . . . c . . . . . f . . . conuerſam proportionalitatem b ad e, ſicut d ad f: quare per b . . . . d . . . æquam proportionalitatem a ad e, ſicut c ad f, ergo coniunctim a & e ad e, ſicut c & f ad f, itaq; per æquam proportionalitatem a & e ad b, ſicut c & f ad d, quod eſt propoſitũ.

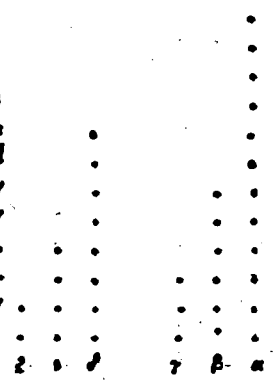
Eodemq; modo probabis econuerſo, ſi ſit b ad a, ſicut d ad c, itemq; b ad e, ſicut d ad f, erit b ad a & e, ſicut d ad c & f, erit enim per conuerſam proportionalitatẽ a ad b, ſicut c ad d: quare per æquam a ad e, ſicut c ad f, & cõiunctim a & e ad e, ſicut c & f ad f: igitur econuerſo e ad a & e, ſicut f ad c & f. per æquam itaq; prrportionalitatẽ erit b ad a & e, ſicut d ad c & f, quod erat propoſitum. Ex hoc quoq; manifeſtum rſt quod ſi fuerit proportio quotlibet numerorũ ad primum ſicut totidem aliorum ad ſecundum, erit aggregari ex omnibus antecedẽtibus ad primum, ad primum, ſicut aggregati ex om- nibus antecedentibus ad ſecundum, ad ſecundum. Itemq; econuerſo ſi fuerit propor- tio primi ad quotlibet numeros ſicut ſecundi ad totidem alios, erit primi ad aggrega- tum ex omnibus conſequentibus ad ipſum, ſicut ſecundi ad aggregatum ex omnibus conſequentibus ad ipſum.

Eucli. ex Zamb. Theorema 12 Propoſitio 14

14 Si fuerint quotcunq; numeri, & alij eiſdem æquales numero* cum duo- bus ſumpti & in eadem ratione, & ex æquali in ea dem ratione erunt.

* binis, duo & duo

THEON ex Zamberto. *Sint quotcunq; numeri α, β, γ & alij eiſdem æquales numero cum duobus ſumpti in eadem ratione δ, ε, ζ, ſicut quidem α ad β, ſic δ ad ε, ſicut q; ε ad γ, ſic γ ad ζ. Dico quod & ex æquali eſt ſicut α ad γ, ſic δ ad ζ. Quoniam enim (per hypotheſin) eſt ſicut α ad ε, ſic δ ad ε, & uicißim igitur (per 13 ſeptimi) eſt ſicut α ad δ, ſic ε ad ε. Rurſus quoniam eſt ſicut ε ad γ, ſic eſt ε ad ζ, uicißim igitur (per eandem) eſt ſicut β ad ε, ſic γ ad ζ, ſicut autem ε ad ε, ſic α ad δ, & ſicut igitur (per 11 quinti) α ad δ, ſic γ ad ζ. Vicißim igitur (per 13 ſeptimi) eſt ſicut α ad γ, ſic δ ad ζ, quod oportuit de- monſtraſſe.*



Eucli. ex Camp. Propoſitio 16

16 SI numeret unitas aliquem numerum quoties quilibet tertius aliquem quartum, erit quoq; permutatim ut quoties unitas numerat tertium, toties ſecundus numeret quartum.

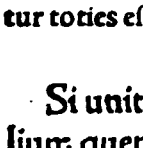
CAMPANVS. Vt ſi ſit unitas ad a, ſicut b ad c, erit permutatim unitas ad b, ſicut a ad c. Non ſuperfluit autem hæc, demonſtrata permutata proportione, non enim ex illa poteſt concludi quod hic proponitur. Nam illa demonſtrata eſt de quatuor numeris proportionalibus, unitas uero non eſt numerus per diffinitionem. Hoc ergo modo pateat propoſitum. Diuidatur a per unitates, & c, ſecundum quantitatē b, eruntq; per præſentē hypotheſin tot partes a, quot c, & quia unaquæq; partium a eſt unitas, & unaquæq; partium c eſt æqualis b, erit ut quoties unitas in b, toties unaquæq; partium a in ſua compari ex partibus c, per modum itaq; demonſtrationis quintæ, ſequetur toties eſſe a in c, quoties unitas in b, quod eſt propoſitum.



Eucli. ex Zamb. Theorema 13 Propoſitio 15

15 Si unitas numerum aliquem metiatur, pariter autem alter numerus alium; quempiam numerum metiatur, & uiciſſim pariter unitas tertium numerum metietur, & ſecundus quartum.

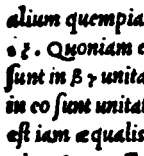
THEON ex Zamberto. *Vnitas, inquam, α numerum aliquem β γ metiatur, pariter autem alius numerus δ alium quempiam numerum ε ζ metiatur. Dico quod & uiciſſim pariter α ipſum δ numerum metietur, & β δ ipſum ε ζ. Quoniam enim æque α unitas ipſum β γ numerum metitur, & δ ipſum ε ζ: quot igitur ſunt in β γ unitates, tot ſunt in ε ζ numeri æquales ipſi δ. Diuidatur, inquam, β γ in eas quæ in eo ſunt unitates, hoc eſt β κ, κ θ & θ γ. Ipſe uero ε ζ in ipſi δ æquales, hoc eſt ε κ, κ λ & λ ζ, eſt iam æqualis multitudo ipſorum β κ, κ θ & θ γ, multitudini ipſorum ε κ, κ λ & λ ζ: & quoniam β κ, κ θ & θ γ unitates ſibi inuicem ſunt æquales, & ε κ, κ λ & λ ζ numeri ſibi inuicem ſunt æquales, & eſt æqualis multitudo ipſarum β κ, κ θ & θ γ unitatum multitudini ipſorum ε κ, κ λ & λ ζ numerorum, eſt igitur ſicut β κ unitas ad ε κ numerum, ſic eſt κ θ unitas ad κ λ numerum, & β γ unitas ad ε ζ numerum: erit igitur (per 12 ſeptimi) & ſicut unus antecedentium ad unum conſequentium, ſic omnes antecedentes ad omnes conſequentes. Eſt igitur ſicut β κ unitas ad ε κ numerum, ſic β γ ad ε ζ: æqualis autem eſt β κ unitas ipſi α unitati, & ε κ numerus ipſi δ numero: eſt igitur (per 11 quinti) ſicut α unitas ad δ numerum, ſic β γ ad ε ζ: pariter igitur α unitas ipſum δ numerum metitur, & β γ ipſum ε ζ, quod oportuit demonſtraſſe.*



Eucli. ex Camp. Propoſitio 17

17 SI duorum numerorū uterque ducatur in alterum, qui inde producentur erunt æquales.

CAMPANVS. Sicut ſi ex a in b proueniat c b, & ex b in a proueniat d, erunt c & d æquales. Cum enim b multiplicatus per a producat c, erit per conuerſionē diffinitionis b in c, quoties unitas in a, ergo per præmiſſam, erit a in c, quoties unitas in b. Et quia toties eſt a etiam in d, quia ex b in a fit d, ſequitur ut toties ſit a in c quoties in d, per conceptionem igitur c & d ſunt æquales.



CAMPANI annotatio. Poſſumus quoq; hanc concluſionem alio modo proponere. Si duorum numerorum uterque ducatur in alterum idem numerus utrobique proueniet, ut ſi ex a in b proueniat c, idem etiam ex b in proueniet. Quia enim ex a in b fit c, erit prius per conuerſionem diffinitionis b in c quoties unitas in a. Et permutatim per præmiſſam a in c, quoties unitas in b, quia igitur a toties ſibi coaceruatur in c, quoties in b eſt unitas, ſequitur per diffinitionem quod ex b in a fit c.

Eucli. ex Zamb. Theorema 14 Propoſitio 16

16 Si bini numeri multiplicantes ſe adinuicem, fecerint aliquos, geniti ex eis æquales adinuicem erunt.

THEON ex

THEON ex Zamberto. Sint bini numeri α,β, & α quidem ipſum β multiplicans, efficiat γ, & β ipſum α multiplicãs, efficiat δ. Dico quod æqualis eſt γ ipſi δ. Quoniam enim α ipſum β multiplicans, γ fecit, & β igitur ipſum γ metitur per eas quæ in α ſunt unitates: metitur autem & ε unitas ipſum α numerum per eas quæ in eo ſunt unitates: pariter igitur (per 11 quinti) ε unitas ipſum α numerũ metitur & ζ ipſum γ. Vicißim igitur (per 15 ſeptimi) pariter ε unitas ipſum β numerum metitur, & α ipſum γ. Rurſus quoniam β ipſum α multiplicans, fecit ipſum δ, igitur α ipſum δ metitur per eas quæ in ipſo β ſunt unitates. Metitur autem & ε unitas, ipſum β per eas quæ in eo ſunt unitates: pariter igitur (per 11 quinti) ε unitas ipſum β numerum metitur, & α ipſum δ: pariter autem ε unitas ipſum ζ numerum metitur, & α ipſum γ. Pariter igitur α, utrunq; γ, δ, metitur: æqualis igitur eſt γ ipſi δ, quod erat demonſtrandum.

α . .
β . . . .
γ . . . . . .
δ . . . . . .

Eucli. ex Camp. Propoſitio 18

18 SI unus numerus in duos ducatur, tantus erit duorum inde productorum alter ad alterum, quantus duorum multiplicatorum alter ad alterum.

CAMPANVS. Multiplicet a utrunq; duorum numerorũ b & c, & proueniant d & e. Dico quod erit proportio d ad e, ſicut b ad c: ſequitur enim per conuerſionẽ diffinitionis eius quod eſt multiplicari, ut b in d, & c in e ſit, quoties unitas in a: quare per diffinitionẽ, proportio d ad b, eſt ſicut e ad c: æqualiter enim eos continent, quia quoties unitatem, ergo permutatim d ad e, ſicut b ad c, quod eſt propoſitum.

d . . . . . e . . . . . .
b . . . c . . . .
a . .
Vnitas

Eucli. ex Zamb. Theorema 15 Propoſitio 17

17 Si numerus duos numeros multiplicans, fecerit aliquos, geniti ex eis eandem rationem habebunt quam multiplicati.

THEON ex Zamb. Numerus enim α duos numeros β, γ, multiplicans, efficiat ipſos δ, ε. Dico quod eſt ſicut β ad γ, ſic eſt δ ad ε. Quoniam enim α ipſum β multiplicans, ipſum δ fecit, & ζ igitur ipſum δ metitur per eas quæ in α ſunt unitates. Metitur autem & ζ unitas, ipſum α numerum, per eas quæ in eo ſunt unitates. Pariter igitur ζ unitas ipſum α numerum metitur, & ζ ipſum δ: eſt igitur ſicut ζ unitas ad α numerum, ſic eſt β ad δ. Propterea iam & ſicut ζ unitas ad α numerum, ſic γ ad ε: & ſicut igitur (per 11 quinti) β ad δ, ſic γ ad ε. Vicißim igitur (per 15 ſeptimi) eſt ſicut β ad γ, ſic eſt δ ad ε. Si igitur numerus duos, & reliqua quæ ſequuntur, quod oportebat demonſtrare.

α . . .
β . . . .
γ . . . . .
δ . . . . . .
ε . . . . . .

Eucli. ex Camp. Propoſitio 19

19 SI duo numeri unum multiplicent, erit proportio duorum inde productorum tanquam duorum multiplicantium.

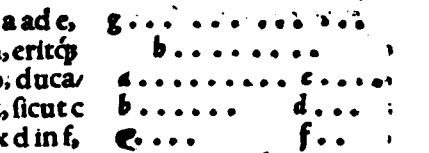
CAMPANVS. Ex conuerſione antecedentis præmiſſæ, cõcluditur hæc eadem paſſio quæ in præmiſſa, ut ſi uterq; duorum numerorum b & c multiplicet a, & proueniant d & e, erit d ad e, ſicut b ad c: erit enim per ante præmiſſam ut ex a in b & c fiant d & e: quare per præmiſſam d ad e, ſicut b ad c, quod eſt propoſitum.

d . . . . . e . . . . . .
a . .
b . . . c . . . .

CAMPANI annotatio. Potes autem quod proponit per hanc & præmiſſam de duobus numeris, ad quotlibet numeros ampliare, quod ſi unus multiplicet quotlibet, erit productorum & multiplicatorum una proportio. Similiter quoq; ſi quotlibet multiplicent unum erit, erit productorũ & multiplicantium una proportio, quod per hanc & præmiſſam quoties oportuerit repetitas, facile probabis. Hic autem (ut ſupra polliciti ſumus) demonſtrare uolumus æquam proportionalitatem in quotlibet numeris duorum ordinum indirectæ proportionalitis, quam demonſtrat Euclides per 23 quinti, in quantitatibus in genere. Dicimus igitur:

Si quotlibet numeri totidem alijs fuerint indirecte proportionales, extremi quoq; in eadem proportione proportionales erunt.

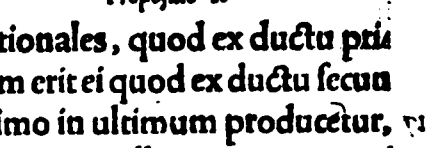
Vt ſi ſit a ad b, ſicut d ad f, & b ad e, ſicut c ad d, erit a ad e, ſicut c ad f: ducatur enim c in d & f, & proueniãt g & h, eritq; per præmiſſam g ad h, ſicut d ad f, quare & ſicut a ad b, ducatur item f in d, & proueniat k: eritq; per hanc 19 g ad k, ſicut c ad f, & quia ex f in d fit k, fiet idem econuerſo per 18 ex d in f, quia igitur ex c & d in f fiunt h & k, erit per hanc 19, h ad k, ſicut c ad d, quare ſicut b ad c, & quia iam oſtenſum eſt quod eſt g ad h ſicut a ad b, erit per 11, a ad e ſicut g ad k, ſed ſic erat etiã c ad f: eſt igitur a ad e, ſicut c ad f, quod eſt propoſitũ. Idem probabis ſi fuerint in utroq; ordine numeri plures tribus quemadmodũ probatur in 23 quinti, de quantitatibus pluribus tribus.



Eucli. ex Zamb. Theorema 16 Propoſitio 18

18 Si duo numeri numerum aliquem multiplicantes, fecerint aliquos, geniti ex eis eandem habebunt rationem quam multiplicantes.

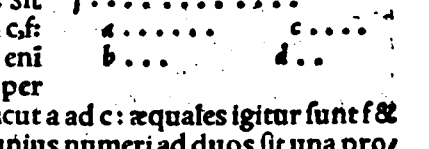
THEON ex Zamberto. Duo enim α, β, numerum aliquem δ multiplicantes, efficiant ipſos δ, ε. Dico quod eſt ſicut α ad β, ſic eſt δ ad ε. Quoniã α enim multiplicans ipſum γ, fecit ipſum δ, & γ igitur ipſum α multiplicans, facit ipſum δ. Id propterea γ ipſum β multiplicans, ipſum ε fecit. Numerus iam γ duos numeros α, ζ, multiplicans, fecit ipſos δ, ε. Eſt igitur (per 17 ſeptimi) ſicut α ad β, ſic eſt δ ad ε, quod oportuit demonſtraſſe.



Eucli. ex Camp. Propoſitio 20

20 SI fuerint quatuor numeri proportionales, quod ex ductu primi in ultimum producetur, æquum erit ei quod ex ductu ſecundi in tertium. Si uero quod ex primo in ultimum producetur, æquum eſt ei quod ex ſecundo in tertium, illi quatuor numeri ſunt proportionales.

CAMPANVS. Quod propoſuit Euclides per 15 ſexti, de quatuor lineis proportionalibus, proponit hic de quatuor numeris proportionalibus, uerbi gratia. Sit proportio a ad b, ſicut c ad d, fiatq; ex a in d, e, & b in c, f: dico quod e & f ſunt æquales, & econuerſo. Ducatur enim a in b, & fiat g, eritq; per 18 g ad e, ſicut b ad d, & quia per 17 ex b in a fit g, & ex eodem b in c, f, erit per 18 g ad f, ſicut a ad c: æquales igitur ſunt f & e, quod eſt primum. Nec oportet prædemõſtrare ſi unius numeri ad duos ſit una proportio, quod ſunt æquales, aut ſi ipſi ſunt æquales, quod unius ad ipſos ſit una proportio. Si enim eſt una proportio g ad e & ad f, aut ipſe erit tota pars uel partes e quota uel quotæ idem eſt f, & tunc per conceptionem patere & f eſſe æquales, aut toties g continebit e quoties f, & ſuperfluent in eo tota pars uel partes e quota uel quotæ in eodem ſuperfluent f, & tunc etiam per conceptionem patet eos eſſe æquales. Quod ſi ipſi fuerint æquales patet per conceptionẽ, quod aut g erit tota pars uel partes e quota uel quotæ f, & tunc per diffinitionẽ erit ipſius g ad utrunq; eorum proportio una, aut æqualiter continebit utrunq; cum ſuperfluitate ſimilium & tot numero partium, & tunc etiam per diffinitionem erit eius ad utrunq; proportio una.



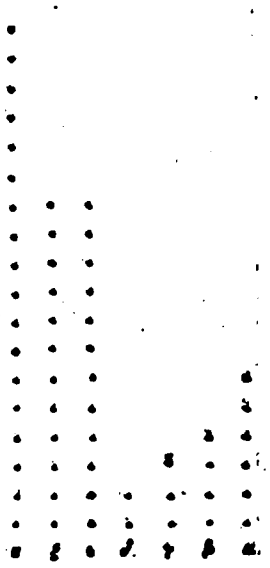
Secundum ſic patet. Sit e productus ex a in d, æqualis f producto ex b in c: dico proportio a ad b eſt, ſicut c ad d, & eſt hæc conuerſa primæ partis. Sit enim ut prius g, qui fit ex a in b, & quia e & f ſunt æquales, erit g ad utrunq; eorum proportio una, & quia ut prius per 18, g ad f ſicut a ad c, & ad e ſicut b ad e, erit a ad c, ſicut b ad d, quare permutatim a ad b, ſicut c ad d.

CAMPANI annotatio. Non proponit autem Euclides de tribus numeris continue proportionalibus, quod ille qui ex ductu primi in tertium producitur, ſit æqualis quadrato medij, & ſi ille qui ex primo in tertium producitur, fuerit æqualis quadrato medij, quod illi tres numeri ſint continue proportionales, ſicut proponit in 16 ſexti. de tribus lineis: hoc enim facile demonſtratur per hanc 20. medio illorum trium numerorum, æquali aſſumpto, quemadmodũ in ſexto de tribus lineis probatur per quatuor, aſſumpta quarta æquali mediæ.

Eucli.ex Zamb. Theorema 17 Propoſitio 19

19 Si quatuor numeri proportionales fuerint, qui ex primo & quarto fit, æquus eſt ei qui ex ſecundo & tertio. Etſi qui ex primo & quarto fit numerus æqualis fuerit ei qui ex ſecundo & tertio, ipſi quatuor numeri proportionales erunt.

THEON ex Zamberto. Sint quatuor numeri proportionales α, β, γ, δ, ſicut α ad β, ſic γ ad δ: & α quidem ipſum δ multiplicans, efficiat ipſum ε, & β ipſum γ multiplicans, efficiat ipſum ζ. Dico quod æqualis eſt ε ipſi ζ. Ipſe autem α ipſum γ multiplicans, efficiat ipſum η. Quoniam igitur α ipſum γ multiplicans, ipſum η fecit, multiplicans autem ipſum δ, ipſum ε fecit, numerus iam α duos numeros γ, δ, multiplicans, ipſos η, ε, fecit, & igitur (per 17 ſeptimi) ſicut γ ad δ, ſic eſt η ad ε. Sicut autem γ ad δ, ſic α ad β: & ſicut igitur (per 11 quinti) α ad β, ſic η ad ε. Rurſus quoniam α ipſum γ multiplicans, ipſum η fecit, ſed β ipſum γ multiplicans, ipſum ζ fecit, duo iam numeri α, β, numerum aliquem γ multiplicantes, ipſos fecerunt η, ζ: eſt igitur (per 18 ſeptimi) ſicut α ad β, ſic η ad ζ, ſed ſicut α ad β, ſic η ad ε, & ſicut igitur (per 11 quinti) η ad ε, ſic η ad ζ. Igitur η ad utrunq; ipſorum ε, ζ, eandem habet rationem: æqualis igitur eſt ε ipſi ζ (per 7 quinti.) Sit uero rurſus æqualis ε ipſi ζ. Dico quod eſt ſicut α ad β, ſic eſt γ ad δ. Eiſdem namq; diſpoſitis, quoniam α ipſos γ, δ, multiplicans, ipſos η, ε, fecit, eſt igitur (per 17 ſeptimi) ſicut γ ad δ, ſic η ad ε: æqualis autem eſt ε ipſi ζ: eſt igitur ſicut η ad ε, ſic η ad ζ (per ſecundam partem ſeptimæ quinti.) Sed ſicut quidem η ad ε, ſic γ ad δ: ſicut igitur γ ad δ, ſic η ad ζ: ſicut autem η ad ad ζ, ſic α ad β, (per 18 ſeptimi) ſicut igitur (per 11 quinti) α ad β, ſic γ ad δ. Quod oportebat demonſtrare.

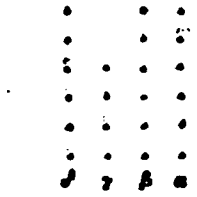


Eucli ex Zamb. Theorema 18 Propoſitio 20

20 Si tres numeri proportionales fuerint, qui ſub extremis æqualibus eſt ei qui à medio. Et ſi qui ſub extremis æqualibus fuerit ei qui à medio, ipſi tres numeri proportionales erunt.

THEON ex Zamberto. Sint tres numeri proportionales α, β, γ, ſicut α ad β, ſic β ad γ. Dico quod qui ex ipſis α, γ, æquus eſt ei qui ex β. Ponatur enim ipſi β æqualis δ: eſt igitur ſicut α ad β, ſic δ ad γ. Igitur qui ex ipſis α, γ, æquus eſt ei qui ex β, δ, atqui ex β, δ, æquus eſt ei qui ex β: æqualis enim eſt β ipſi δ. Qui igitur ex α, γ, æquus eſt ei qui β.

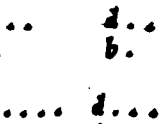
Sed qui ex α, γ, æquus eſto ei qui ex β. Dico quod ſicut α ad β, ſic eſt β ad γ. Quoniam enim qui ex α, γ, æquus eſt ei qui ex β, qui uero ex β, æquus eſt ei qui ex β, δ, eſt igitur (per undecimam quinti) ſicut α ad β, ſic δ ad γ, æquus autem eſt β ipſi δ: eſt igitur ſicut α ad β, ſic β ad γ, quod erat demonſtrandum.



Euclides ex Campano. Propoſitio 21

21 NVmeri ſecundum quamlibet proportionem minimi, numerant quoſlibet in eadem proportione, minor minorem & maior maiorem æqualiter.

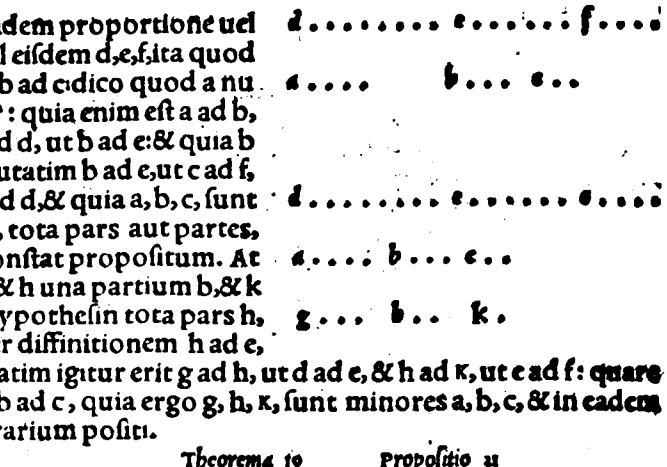
ÇAMPANVS. Sint a & b, minimi numeri in ſua proportione, ſitq; c ad d, ſicut a ad b: dico quod a numerat c, & b, d, æqualiter. Cum ſit enim a ad b, ſicut c ad d, erit permutatim a ad c, ſicut b ad d: erit igitur a, c tota pars uel partes, quota uel quotæ b, d: ſi itaq; fuerit pars, conſtat propoſitum. At ſi partes, ſit e una partium a, & f una partium b, & quia tota pars eſt e, c per hypotheſin quota f, d, erit per diffinitionem proportio e ad c, ſicut f ad d, quare permutatim e ad f, ſicut c ad d, quare etiam ſicut a ad b: non ſunt itaque a & b, minimi ſuæ proportionis, quod eſt contrarium poſitis.



Similiter quoq;

Quodlibet numeri, siue in eadem proportione siue in diuersis minimi, numerant omnes in eadem proportione quisque suum correlarium æqualiter.

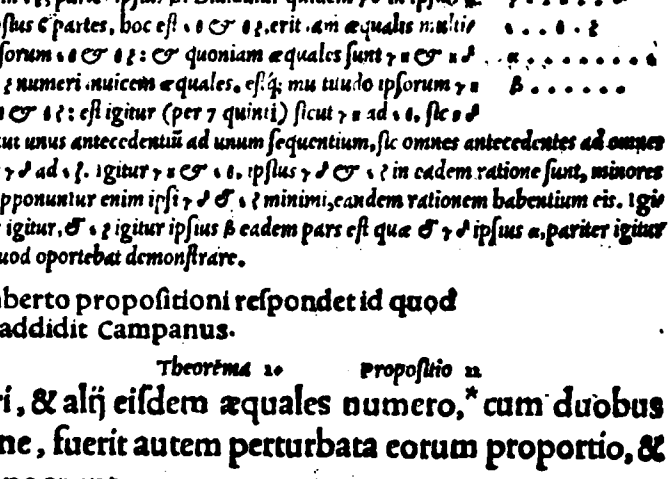
Vt si sint a,b,c,minimi in eadem proportione uel in diuersis,sintq; in eadem uel eisdem d,e,f,ita quod sit d ad e,ut a ad b,& e ad f,ut b ad c:dico quod a numerat d,& b,e,& c,f,æqualiter: quia enim est a ad b, ut d ad e,erit permutatim a ad d, ut b ad e:& quia b ad c,ut e ad f,erit etiam permutatim b ad e,ut c ad f, quare b ad e,& c ad f, sicut à ad d,& quia a, b, c, sunt minores d, e, f, erit b, e, & c, f, tota pars aut partes, quota est a,d. Si itaq; pars, constat propositum. At si partes,sit g una partium a,& h una partium b,& k una c,eritq; per præsentem hypothesin tota pars h, e, & k, f, quota g, d : quare per diffinitionem h ad e, & k ad f, sicut g ad d, permutatim igitur erit g ad h, ut d ad e, & h ad k, ut e ad f: quare g ad h, ut a ad b, & h ad k, ut b ad c, quia ergo g, h, k, sunt minores a, b, c, & in eadem proportione, sequitur contrarium positi.



Eucli. ex Zamb. Theorema 19 Propositio 21

21 **Minimi numeri eandem rationem habentium eis, metiuntur eandem rationem habentes æqualiter, maior maiorem, minor minorem.**

THEON ex Zamberto. *Sint enim minimi numeri eandem rationem habentium ipsis α, β, ipsi γ δ & ε ζ. Dico quod æqualiter γ δ ipsum α metitur, & ε ζ ipsum β. Ipse enim γ δ, ipsius α non est partes. Si enim possibile, esto γ δ ipsius α partes: & θ ζ igitur ipsius ε eædem partes est, quæ & γ δ ipsius α. Igitur quot sunt in γ δ, partes ipsius α, tot sunt & in θ ζ, partes ipsius β. Diuidatur quidem γ δ in ipsius α partes, hoc est γ κ & κ δ. Sicq; θ ζ in ipsius ε partes, hoc est θ η & η ζ, erit & æqualis multitudo ipsorum γ κ & κ δ, multitudini ipsorum θ η & η ζ: & quoniam æquales sunt γ κ & κ δ numeri adinuicem, sunt autem & θ η, η ζ numeri inuicem æquales, est; multitudo ipsorum γ κ & κ δ æqualis multitudini ipsorum θ η & η ζ: est igitur (per 7 quinti) sicut γ κ ad θ η, sic κ δ ad η ζ. Erit igitur (per 12 septimi) & sicut unus antecedentiū ad unum sequentium, sic omnes antecedentes ad omnes sequentes. Est igitur sicut γ κ ad θ η, sic γ δ ad θ ζ. Igitur γ κ & κ δ, ipsius γ δ & θ ζ in eadem ratione sunt, minores existentes eis, quod est impossibile. Supponuntur enim ipsi γ δ & θ ζ minimi, eandem rationem habentium eis. Igitur γ δ minime partes est ipsius α, pars igitur, & ε ζ igitur ipsius β eadem pars est quæ & γ δ ipsius α, pariter igitur γ δ ipsum α metitur, & θ ζ ipsum β, quod oportebat demonstrare.*



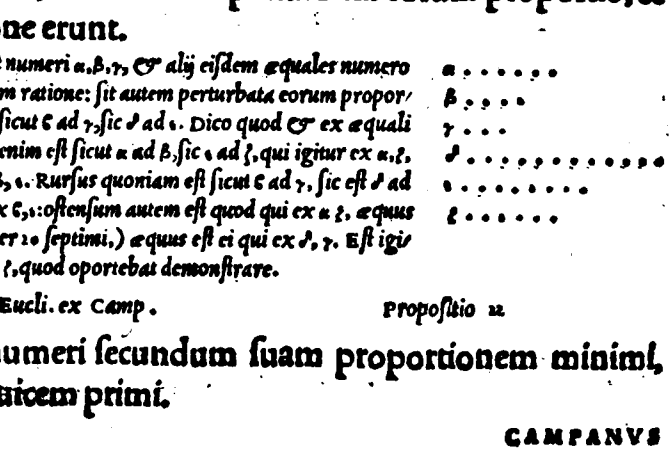
Huic ex Zamberto propositioni respondet id quod supra, ad 19 addidit Campanus.

Eucli. ex Zamb. Theorema 20 Propositio 22

22 **Si fuerint tres numeri, & alij eisdem æquales numero,* cum duobus sumpti & in eadem ratione, fuerit autem perturbata eorum proportio, & ex æquali in eadem ratione erunt.**

*ordine bini

THEON ex Zamberto. *Sint numeri α, β, γ, & alij eisdem æquales numero δ, θ, ζ, cum duobus sumpti, & in eadem ratione: sit autem perturbata eorum proportio: sicut quidem α ad β, sic θ ad ζ, & sicut ε ad γ, sic δ ad θ. Dico quod & ex æquali est sicut α ad γ, sic est δ ad ζ. Quoniam enim est sicut α ad β, sic θ ad ζ, qui igitur ex α, ζ, (per 20 septimi) æqualis est ei qui ex β, θ. Rursus quoniam est sicut ε ad γ, sic est δ ad θ, qui igitur ex δ, γ, æqualis est ei qui ex ε, θ: ostensum autem est quod qui ex α ζ, æquus est ei qui ex ε, θ, & qui ex α, ζ igitur, (per 20 septimi,) æquus est ei qui ex δ, γ. Est igitur (per 11 quinti) sicut α ad γ, sic δ ad ζ, quod oportebat demonstrare.*



Eucli. ex Camp. Propositio 22

22 I fuerint duo numeri secundum suam proportionem minimi, ipsi erunt adinuicem primi.

CAMPANVS

CAMPANVS. Sint duo numeri a & b, ſecundum ſuam proportionẽ minimi: dico quod ipſi ſunt contra ſe primi. Si enim non, numeret eos c ſecundum d & e: eritq; per 15 d ad e, ſicut a ad b, & quia d & e ſunt minores a & b, ſequitur a & b non eſſe ſuæ proportionis minimos, quod eſt contrariũ poſitioni.

Similiter quoq;.

Si fuerint quotlibet numeri in continuatione ſuarum proportionum (ſiue eadem ſiue diuerſæ fuerint) minimi, nullus numerus numerabit omnes.

Vt ſi ſint a, b, c, minimi in continuatione ſuarum proportionum: dico quod nullus numerabit omnes. Sin autẽ, numeret os d, a quidem ſecundum e, b uero ſecundum f, & c ſecundum g: eritq; per 15 e ad f, ſicut a ad b, & f ad g, ſicut b ad c, quia ergo e, f, g, ſunt minores a, b, c, & ſecundum proportionẽ eorum, non erunt a, b, c, quales poſiti ſunt, quod eſt inconueniens. Quanquã autem nullus numeret a, b, c, ſi fuerint minimi, poteſt tamen eſſe ut quoſlibet duos ex eis numeret unus, ducto etenim quolibet numero in aliquem ad ſe primum, ac utroq; eorum in aliquem tertium ad utrunq; primum, prouenient tres numeri quorum quique duo erunt compoſiti, nullus tamen numerabit omnes. Sint enim a, b, c, tres numeri quorum quiſque ſit primus ad alios, ducaturq; a in b & c, & proueniat d & e, itemq; b in c, & proueniat f, dico quoſq; duos ex d, e, f, eſſe adinuicem compoſitos, tamen nullus numerabit omnes. Duos quoſq; patet eſſe compoſitos: a enim numerat d & e. b uero d & f, & c, e & f, quod autẽ nullus numeret omnes, patebit, prius demonſtrato quod a eſt maximus numerans d & e, b quoq; maximus numerans d & f, & c maximus numerans e & f. Hoc autem ſic conſtat, ſi enim a non eſt maximus numerans d & e, ſit itaque g, numeretq; d ſecundum h, & e ſecundum k, erit per ſecundam partem 20 a ad g, ſicut h ad b, itemq; per eandem a ad g. ſicut k ad c. Quia ergo a eſt minor g, erit b minor h, & k minor c, & quia h ad k, ſicut b ad c, utraque enim eſt ſicut d ad c per 15 bis aſſumptam, ſunt autem h & k minores b & c, erit per immediate ſequentem, & per hanc hypotheſin, quod b & c ſunt contra ſe primi, reperire minimis minores. quod quia eſt impoſſibile, erit a maximus numerans d & e. Eodemq; modo probabitur quod b ſit maximus numerans d & f, & c maximus numerans e & f, ſi quis ergo numerat d. e, f. per correlarium ſecundæ ter aſſumptum ipſe numerabit a, b, c, ſed quiſque eorum primus erat ad reliquos. Accidit igitur impoſſibile.

Similiter quoq;.

Quotlibet numeri quos unus non numerat, ſecundum continuationem ſuarum proportionum ſunt minimi.

Vt ſit ſint a, b, c, quilibet numeri quos omnes nullus numerat: dico quod ipſi ſunt in continuatione ſuarum proportionũ minimi. Alioquin ſint minimi d, e, f, qui per 11 numerabunt a, b, c, quiſque ſuum relatiuum æqualiter: ſit ergo ut ſecundum g. eritq; per 17 ut uicem uerſa g numeret a, b, c, ſecundum d, e, f, quare accidit contrarium poſitioni.



Eucli. ex Zamb. Theorema 11 Propoſitio 23

Primi numeri adinuicem, minimi ſunt eandem rationem habentium eis.

THEON ex Zamberto. *Sint primi numeri adinuicem α, β. Dico quod ipſi α, β, minimi ſunt eandem rationem habentium eis: ſi autem α & β non ſunt minimi eandem habentiũ rationem eis, erunt aliqui numeri ipſis α, β,*

minores in eadem ratione exiſtentes ipſis α,β,ſint autem γ,δ. Quoniam igitur minimi numeri eandem rationem habentium, eis metiuntur eandem rationem habentes pariter. maior maiorem, minor minorem (per 21 ſeptimi) hoc eſt antecedens ipſum antecedentem, & conſequens ipſum conſequentem, æqualiter igitur γ ipſum α metitur, & δ ipſum β. Quoties iam γ ipſum α metitur, tot unitates ſint in ε, & δ igitur ipſum ζ metitur, per eas quæ in ipſo ε ſunt unitates, & quoniam γ ipſum α metitur per eas que in ipſo ſunt unitates, igitur & ε ipſum α metitur per eas quæ in ipſo γ ſunt unitates. Id propterea & ε ipſum ζ metitur, per eas quæ in ipſo δ ſunt unitates. Igitur & ε ipſos α,β, metitur primos exiſtentes adinuicem. Quod eſt impoßibile (per 13 diffinitionem ſeptimi.) Non erunt igitur aliqui numeri ipſis α, ζ, minores in eadem ratione exiſtentes ipſis α, ζ. Minimi igitur ſunt α & ζ eandem rationem habentium eis. Quod oportuit demonſtraſſe.

α . . . . . β . . . . . ε . . γ . . . . δ . . .

Sequens ex Campano 23, præcedenti 23 ex Zamberto reſpondet: præcedens autem ex Campano 22, ſequenti ex Zamberto 24.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 23

23 QVilibet numeri contra ſe primi, ſunt ſecundum ſuam proportionem minimi.

CAMPANVS. Hæc eſt conuerſa præmiſſæ, ut ſi duo numeri ſint a & b contra ſe primi, ipſi erunt ſecundum ſuam proportionem minimi, ſin autem, ſint minimi in eadem proportione (ſi poſſibile eſt) c & d, conſtat itaq; per 21 quod c numerat a, & d, æqualiter: ſit igitur ut ſecundum e, erit per 17 ut uiceuerſa e numeret a & b, a quidem ſecundum c, & b ſecundum d: non ſunt igitur a & b contra ſe primi, quod eſt contra hypotheſin.

a . . . . . b . . . . . e . . c . . . . d . . .

Eucli. ex Zamb. Theorema 22 Propoſitio 24 Conuerſa præcedentis.

24 Minimi numeri eandem rationem habentium eis, primi adinuicem ſunt.

THEON ex Zamberto. Sint minimi numeri eandem rationem habentium eis α, β. Dico quod α, β, primi adinuicem ſunt. Si autem α,β, adinuicem non ſunt primi, metietur aliquis numerus ipſos α,ζ, metiatur, & eſto γ: & quoties quidem γ ipſum α metitur, tot unitates ſint in δ: quoties autem γ ipſum ζ metitur, tot unitates ſint in ε. Et quoniam γ ipſum α metitur per eas quæ in δ unitates exiſtunt, igitur & γ ipſum δ multiplicans ipſum α fecit: id propterea & γ ipſum ε multiplicans, ipſum β fecit: numerus igitur γ duos numeros δ, ε, multiplicans, ipſos α β fecit. Eſt (per 17 ſeptimi, & per 11 quinti) igitur ſicut δ ad ε, ſic eſt α ad ζ: ipſi igitur δ, ε ipſis α, ζ in eadem ſunt ratione minores exiſtentes, quod eſt impoßibile. Ipſos igitur α, ζ, numeros, numerus aliquis non metietur. Igitur ipſi α,ζ, primi inuicem ſunt. Quod demonſtraſſe oportuit.

α . . . . . β . . . . . γ . . . . δ . . . ε . . .

Eucli. ex Camp. Propoſitio 24

24 SI fuerint duo numeri contra ſe primi, ſi quis unum eorum numeret, ad alterum eſſe primus neceſſario comprobatur.

CAMPANVS. Sint a & b contra ſe primi, c uero numeret a. Dico quod c primus eſt ad b, alioquin, numeret eos d, quæ per penultimam cõceptionem numerabit etiam a, non ſunt ergo a & b, contra ſe primi, d enim nnmerat ambos.

a . . . . b . . . . . c . . d . . .

Eucli. ex Zamb. Theorema 23 Propoſitio 25

25 Si bini numeri, primi adinuicem fuerint, unum eorum metiens ad reliquum primus erit.

THEON ex Zamberto. Sint bini numeri primi adinuicem α & β. Ipſum autem α metiatur aliquis numerus γ. Dico quod & γ,β, primi adinuicem ſunt. Si autem γ,ζ, non ſint adinuicem primi, metietur ipſos γ, ζ, aliquis numerus: metiatur, & eſto δ. Et quoniam δ ipſum γ metitur, & γ ipſum α metitur, & δ igitur ipſum α metitur: metitur autem & β. Igitur δ ipſos α, β, metitur, primos adinuicem exiſtentes, quod eſt impoßibile (per 13 diffi-

α . . . . . β . . . . . γ . . . . δ . . .

nitionem

altionem ſeptimi.) Ipſos igitur c, γ, numeros numerus aliquis non metietur. Ipſi igitur γ, c, primi adinuicem ſunt, quod erat demonſtrandum.

Eucli. ex Camp. *Propoſitio 25*

25 SI fuerint duo numeri ad alium quemlibet primi, qui ex ductu unius in alterum producetur, ad eundem erit primus.

CAMPANVS. Sit uterque duorum numerorum a & b, primus ad e, & ex a in b ſit d. Dico quod d eſt primus ad c, aliter enim numeret eos e, d, qui dem ſecundum f: eritq; per ſecundam partem 20, a ad e, ſicut f ad b, & quia a & c ſunt primi, & e numerat c. ipſe erit per 24 primus ad a, quare per 23 a & e, ſunt ſecundum ſuam proportionem minimi: ſequitur ergo per 21, ut e numeret b, & quia poſitum eſt quod ipſe numeret c, non erunt b & c contra ſe primi, quod eſt contra hypotheſin.

a . . . b . . . .
c . . . . .
d . . . . . .
e . . f . . . . .

Eucli. ex Zamb. *Theorema 19* *Propoſitio 26*

26 Si bini numeri ad aliquem numerum primi fuerint, & ex eis genitus ad eundem primus erit.

THEON *ex Zamberto.* *Bini enim numeri α, β, ad aliquem numerũ γ, primi ſint, & α ipſum β multiplicans, ipſum δ efficiat. Dico quod ipſi γ δ, primi ſunt adinuicem. Si autem γ, δ, non ſunt primi adinuicem, metietur eos aliquis numerus, metiatur, & eſto ε. Et quoniam ε, α, primi adinuicem ſunt, ipſum autem γ metitur aliquis numerus ε, igitur ε, β, (per 25 ſeptimi) primi ſunt adinuicem. Quoties iam ε metitur ipſum δ, tot unitates ſint in ζ: & ζ igitur ipſum δ metitur, per eas quæ in ε ſunt unitates. Igitur ε ipſum ζ multiplicans, ipſum δ fecit. Sed & α ipſum β multiplicans, ipſum δ fecit: æqualis igitur eſt qui ex ε, ζ, ei qui ex α, β. Si autem qui ſub extremis æquus fuerit ei qui ſub mediis, quatuor numeri proportionales ſunt (per 19 ſeptimi.) Eſt igitur (per 11 quinti) ſicut ε ad α, ſic eſt β ad ζ. Ipſi autem α, ε, primi: ipſi autem primi, & minimi: minimi autem numeri (per 21 ſeptimi) eandem rationem habentium eis, metiuntur eandem rationem habentes pariter, maior maiorem minor minorem, hoc eſt antecedens antecedentem, & conſequens conſequentem. Ipſum igitur ε ipſum β metitur: metitur autem & γ, igitur ε ipſos γ, β, metitur primos exiſtentes adinuicem, quod eſt impoßibile (per 13 diffinitionem ſeptimi.) Ipſos igitur γ, δ, numeros, numerus aliquis non metietur. Ipſi igitur γ, δ, primi adinuicem ſunt. Quod oportebat demonſtrare.*

a . . . β . . .
γ . . . . .
δ . . . . .
ε . . .
ζ . .

Euclides ex Campano. *Propoſitio 26*

26 SI fuerint duo numeri contra ſe primi, qui ex uno eorum in ſe ipſum producitur, ad reliquum eſt primus.

CAMPANVS. Sint contra ſe primi a & b, & ex a in ſe fiat c. Dico quod c primus eſt ad b: ſit enim d, æqualis a, eritq; d primus ad b, & ex a in d, fiet c, per præmiſſam igitur patet c primum eſſe ad b, quod propoſuimus.

a . . . b . . . .
c . . . . . .
d . . .

Eucli. ex Zamb. *Theorema 15* *Propoſitio 27*

27 Si duo numeri primi adinuicem fuerint, qui ex uno eorum fit, ad reliquum primus erit.

THEON *ex Zamberto.* *Sint bini numeri primi adinuicem α, ζ, & α ſeipſum multiplicans, ipſum δ efficiat. Dico quod ipſi ε, γ, primi adinuicem ſunt. Ponatur enim ipſi α, æqualis δ. Et quoniam α, ε, primi adinuicem ſunt, æqualis autem eſt α ipſi δ, & δ, β: igitur primi adinuicem ſunt: uterque igitur ipſorum δ, α, ad ε primus eſt, & qui ex δ, α, igitur fit, ad β primus eſt (per 26 ſeptimi.) Qui autem ex δ, α, fit numerus, eſt γ, igitur γ, ε, primi adinuicem ſunt, quod erat demonſtrandum.*

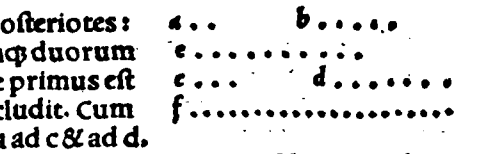
α . . . β . . . .
γ . . . . . .
δ . . .

Eucli. ex Camp. *Propoſitio 27*

27 SI duobus numeris ad alios duos comparatis, uterque ad utrunque fuerit primus, qui ex duobus prioribus ad eum qui ex duobus poſterioribus producetur erit primus.

CAMPANVS

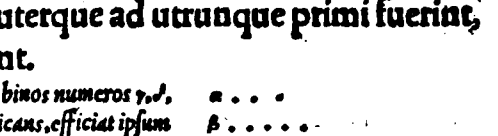
CAMPANVS. Sint a & b, priores, c & d, posteriores: sitq; uterque duorum a & b, primus ad utrunq; duorum c & d, & ex a in b sit e, & ex c in d, f: dico quod e primus est ad f. Hoc autem ss ter assumpta euidenter cõcludit. Cum enim fiat e ex a in b, quorũ uterq; primus est a ad c & ad d. erit per ipsam e primus ad c, & itẽ per ipsam primus ad d. Quia item f fit ex c in d, quorum uterq; primus est ad e, erit rursus per ipsam f primus ad e, quod est propositũ.



Eucli. ex Zamb. Theorema 26 Propositio 28

28 Si bini numeri ad binos numeros uterque ad utrunque primi fuerint, & qui ex eis fient, primi adinuicem erunt.

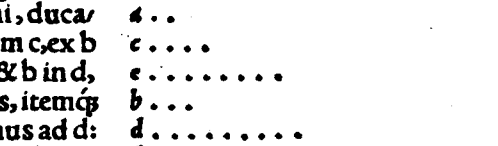
THEON ex Zamberto. *Bini enim numeri α, β, ad binos numeros γ, δ, uterque ad utrunq; primi sint: & α quidem ipsum ε multiplicans, efficiat ipsum ϛ, & γ ipsum δ multiplicans, efficiat ipsum ζ. Dico quod ϛ, ζ, primi sunt adinuicem. Quoniam enim uterque ipsorum α, ε, ad ipsum γ primus est, & qui ex α, ε, igitur fit (per 26 septimi) ad γ primus est: qui autem fit ex α, ε, est ϛ, igitur ϛ, γ, primi sunt adinuicem. Id propterea & ipsi ϛ, δ, primi sunt adinuicem: & uterque igitur ipsorum γ, δ, ad ϛ primus est, & qui ex γ, δ, igitur, ad ϛ primus est, (per eandem.) Qui autem fit ex γ, δ, est ζ. Igitur ϛ, ζ, primi sunt adinuicem. Quod erat demonstrandum.*



Eucli. ex Camp. Propositio 28

28 SI fuerint duo numeri contra se primi, ducaturq; eorum uterque in seipsum, erunt inde producti contra se primi. Itemq; si in utrunque productorum suum ducatur principium, erunt quoq; producti contra se primi.

CAMPANVS. Sint a & b, contra se primi, ducaturq; uterque in se, & proueniant ex a quidem c, ex b uero d: itemq; ducatur a in c, & proueniat e, & b in d, & proueniat f: dico c & d esse cõtra septimos, itemq; e & f, contra se primos. Est enim per 26 c primus ad d: per eandem igitur erit d primus ad a & ad c, sicq; constat primum, quod est c & d esse contra se primos.

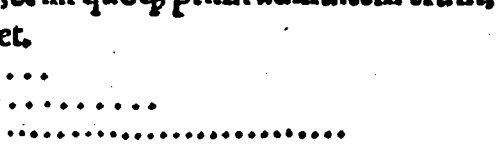


Reliquum sic, est enim uterque duorum numerorum a & c, primus ad utrunq; duorum b & d, itaq; per 27, erit e primus ad f, quod est reliquũ. Non solum autem erit e primus ad f, sed etiam per 25, ad b & ad d, itemq; per eandem f ad a & c. Sicq; si infinities duceretur utrunq; productorum in suum principium, essent omnes producti contra se primi, & non solum, sed quilibet eductus ab a, ad quemlibet eductum a b.

Eucli. ex Zamb. Theorema 27 Propositio 29

29 Si bini numeri primi adinuicem fuerint, & multiplicans uterq; seipsum fecerit aliquos, qui ex eis fiunt, primi adinuicẽ erunt. Et si qui in principio, genitos multiplicãtes fecerint aliquos, & illi quoq; primi adinuicem erunt, & semper circa extremos hoc continget.

THEON ex Zamberto. *Sint bini numeri primi adinuicem α, ε, & α seipsum multiplicans, efficiat γ, ipsum uero γ multiplicãs, efficiat ϛ. At ε seipsum multiplicans, efficiat δ, ipsum autem δ multiplicans, efficiat ζ. Dico quod γ, δ, & ϛ, ζ, primi sunt adinuicem. Quoniam enim α, β, primi adinuicẽ sunt, & α seipsum multiplicans fecit ipsum γ, igitur γ, β, primi sunt adinuicem (per 27 septimi.) Quoniam igitur γ, ε, primi sunt adinuicem, & β seipsum multiplicans ipsum δ fecit, igitur γ, δ, primi sunt adinuicem. Rursus quoniam α ε primi adinuicẽ sunt (per eandem) & ε seipsum multiplicans, ipsum δ fecit. Igitur α, δ, primi sunt adinuicem (per eandem). Quoniam igitur bini numeri α, γ, ad binos numeros ε, δ, uterque ad utrunq; primi sunt (per 27 septimi) & qui ex α, γ, igitur fit ad eum qui ex β, δ, primus est, qui autem ex α, γ, est ϛ, qui ex δ, ε, uero est ζ: igitur ϛ, ζ, primi sunt adinuicem. Quod oportuit demonstrasse.*



Eucli. ex

Euclides ex Campano. Propoſitio 29

29 
I fuerint duo numeri contra ſe primi, qui ex ambobus coacer-
uatur, ad utrunque eorum erit primus. Si uero ex ambobus
coaceruatus ad utrunque eorum fuerit primus, duo quoq; nu-
meri adinuicem erunt primi.

CAMPANVS. Sint a & b, contra ſe primi, dico q̃ ex eis compoſitus a b, ad utrunq; eorum erit primus, & econuerſo: nam ſi d numerat totum a b, & alterum eorum, numerabit per cõmunem ſcientiam & reliquũ: quare non erunt contra ſe primi, ſed hoc poſitum fuerat, patet ergo primum. Secũdum ſic. Sit a b primus ad utrunq; ſuorum componentiũ qui ſunt a & b, dico quod a & b, ſunt contra ſe primi. Poſito enim quod d numeret utrunq; duorum numerorum a & b, ſequitur per cõmunem ſcientiam quod etiam numeret a b ex eis compoſitum, quare ad neutrum duorum numerorum a & b, erit a b primus, ſed poſitum erat quod eſſet ad utrunque, accidit igitur impoſſibile.

a . . . b . . . .
d . .

CAMPANI annotatio. Eodem quoq; modo ſi coaceruatus ex duobus, primus fuerit ad alterũ, primus quoq; erit ad reliquum: ideoq; & coaceruati inter ſe. Sit enim compoſitus ex a, b, primus ad a, dico quod erit etiam primus ad b, alioqui, numeret eos d, qui per coneeptionẽ numerabit & a, cum numeret totum & detractum: hoc autem inconueniens, erat enim compoſitus ex a & b, primus ad a.

Eucli. ex Zamb. Theorema 28 Propoſitio 30

30 Si bini numeri, primi adinuicem fuerint, & uterque ſimul ad alterum
ipſorum primus erit. Et ſi uterq; ſimul ad unum aliquem eorum primus
fuerit, & qui in principio numeri, primi adinuicem erunt.

THEON ex Zamb. *Componantur enim bini numeri primi adinuicem, α β & β γ. Dico quod & uterque α β γ, ſimul ad alterum ipſorum α ϵ, ϵ γ, primus eſt. Si autem γ α & α β primi ad-*
α . . . . . β . . . . . γ
inuicem non ſunt, metietur eos aliquis numerus, metiatur, & eſto δ. Quoniam
δ . . . .
igitur δ ipſos γ α & α β metitur, & reliquum igitur ϵ γ metietur. Metitur autem & ϵ α. Igitur δ ipſos α ϵ & ϵ γ metitur, primos exiſtentes adinuicem, quod eſt impoßibile (per 13 diffinitionem ſeptimi:) ipſos igitur γ α & α β numeros, numerus aliquis non metietur. Igitur γ α & α ϵ, primi adinuicem ſunt. Id propterea iam & ipſi γ α & β γ, primi ſunt adinuicem. Igitur α γ, ad utrunq; ipſorum α ϵ & ϵ γ primus eſt. Sint rurſus γ α & α β, primi adinuicem. Dico quod ipſi α ϵ & β γ primi adinuicem ſunt. Si enim ipſi α ϵ, β γ, primi non ſunt adinuicem, metietur ipſos α ϵ & ϵ γ, numerus aliquis, metiatur, & eſto δ, & quoniam δ utrunq; ipſorum α ϵ & ϵ γ metitur: & totum igitur γ α, metietur: mettetur autem & ipſum α ϵ. Igitur δ, ipſos γ α, α ϵ primos adinuicem exiſtentes metietur, quod (per 13 diffinitionem ſeptimi) eſt impoßibile. Ipſos igitur α β & ϵ γ numeros, numerus aliqueis non metietur. Ipſi igitur α ϵ & β γ, primi adinuicem ſunt. Quod oportuit demonſtraſſe.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 30

30 
Mnis numerus compoſitus, ab alio primo numeratur. Zamb. 31

CAMPANVS. Sit a quilibet numerus compoſitus. Dico quod aliquis primus numerat ipſum, quia enim eſt cõpoſitus, numerabitur ab aliquo numero qui ſit b, qui ſi fuerit primus, uerum erit quod dicitur: ſi autem compoſitus, ſit c qui numerat eum, qui etiam per communem ſcientiam numerabit a: ſi ergo ipſe fuerit primus, conſtat quod dicitur. At ſi compoſitus, neceſſario numerabit eum alius qui ſit d, qui etiam per communem ſcientiam numerabit a, de quo ratiocinare ut prius. Quia ergo quoties occurrit compoſitus neceſſe eſt minorem aſſumere, qui compoſitũ occurrentem numeret, ſequitur ut tandem deueniatur ad aliquem primum, alioquin accidet impoſſibile & contrarium petitioni, numerum in infinitum decreſcere.

a . . . . . .
b . . . . . .
c . . . . . .
d . . .

Eucli. ex Camp. Propoſitio 31

31 Omnis numerus, aut eſt primus, aut à primo numeratur. Zamb. 34

CAMPANVS. Sit a quilibet numerus, dico ipſum eſſe primum, uel numerari a primo, quia ſi non eſt primus, erit compoſitus, quilibet autem talis, ab aliquo primo numeratur per præmiſſam: ergo igitur, uel primus eſt uel a primo numeratur, quod proponitur.

a . . . . .
a . . . . . .
. . .

Eucli. ex

Eucli. ex Camp. Propoſitio 32

Zamb.31 **Omnis numerus primus, ad omnem quem non numerat eſt primus.** 32

CAMPANVS. Sit a numerus primus non numerans b, dico quod a & b, ſunt contra ſe primi: ſi enim c numerat eos, non eſt uerum quod a ſit primus.

a . . . . . b . . . . . c . .

Eucli. ex Camp. Propoſitio 33

Zamb.32 **Si numerus ex duobus productus, ab aliquo primo numeretur, neceſſe eſt eundem primum alterum illorum duorum numerare.** 33

CAMPANVS. Sit c productus ex a in b, & ſit d numerus primus qui ponatur numerare c: dico quod d numerat a uel b. numeret enim c, ſecundū c: ſi ergo non numerat a, erit primus ad ipſum per præmiſſam, & ideo erunt ſecundum ſuam proportionem minimi per 23, & quia a ad d, ſicut e ad b, per ſecundam partem 20, ſequitur ut d numeret b per uigeſimam primam, quod eſt propoſitum.

a . . . . b . . . . . c . . . . d . . . e . . . . . .

CORRELARIVM. Vnde manifeſtū eſt, ꝙ ſi aliquis numerus numerat productum ex duobus, uel ſi eidem fuerit cōmenſurabilis, cōmenſurabilis quoq; erit alteri eorū.

Campanus 30 31 32 33

Quatuor præcedentes ex Campano Euclidis propoſitiones, quatuor ſequentibus ex Zamberto propoſitionibus hoc præpoſtero ordine reſpondent.

Eucli. ex Zamb. Theorema 29 Propoſitio 31

34 34 31 32 Zambertus

Omnis primus numerus, ad omnem numerum quem non metitur primus eſt. 34

THEON ex Zamb. *Sit primus numerus α, & ipſum β non metiatur. Dico quod ipſi β, α, primi adinuicem ſunt. Si autem ipſi α, β, non ſunt adinuicem primi, aliquis numerus eos metietur, metiatur γ, ipſe γ, non eſt unitas. Quoniam igitur γ ipſum β metitur, & α non metitur ipſum β, igitur γ ipſi α non eſt idem. Et quoniam γ ipſos α, β, metitur, & α igitur metitur primum existentem, non existens ei idem, quod eſt impoſsibile (per 13 diffinitionē ſeptimi). Ipſos igitur α, β, numerus aliquis non metietur. Igitur ipſi α, β, primi adinuicem ſunt, quod oportuit demonſtraſſe.*

α . . . . . β . . . . . γ . . . . .

Eucli. ex Zamb. Theorema 30 Propoſitio 25

Si bini numeri multiplicantes ſe adinuicem fecerint aliquem, factum autem ex eis metitur aliquis primus numerus, & unum eorum qui in principio metietur. 35

THEON ex Zamb. *Bini enim numeri α, β, multiplicantes ſe adinuicem, ipſum efficiant γ, ipſum autem γ metiatur aliquis numerus primus δ. Dico quod δ, unum ipſorū α, β, metitur. Ipſum α non metiatur, eſtq; primus δ. Igitur α, δ, primi adinuicem ſunt (per præcedentem). Et quoties δ ipſum γ metitur, tot unitates ſint in ε. Quoniā igitur δ ipſum γ metitur per eas quæ in ε ſunt unitates: igitur δ ipſum ε multiplicans, ipſum γ efficit. Atqui & α ipſum β multiplicās, ipſum efficit γ: æqualis igitur eſt qui ex δ, ε, ei qui ex α, ζ. Eſt igitur (per 19 ſeptimi (ſicut α ad δ, ſic ζ ad ε. Ipſi autem δ, α, primi ſunt, primi autem & minimi: minimi uero metiuntur eandem rationem habentes æqualiter, maior maiorem, & minor minorem (per 21 ſeptimi) hoc eſt antecedens antecedentem, ſequens ſequentem. Igitur δ ipſum ζ metitur. Similiter quoq; oſtendemus quod & ſi δ ipſum ζ non metiatur, metietur & α. Igitur δ, unum ipſorum α, ζ metitur. Quod erat demonſtrandum.*

γ . . . . . β . . . . . α . .

Eucli. ex Zamb. Theorema 31 Propoſitio 35

Omnis compoſitus numerus, ſub alicuius primi numeri dimenſionem cadit. 36

THEON ex Zamb. *Sit compoſitus numerus α. Dico quod α ſub alicuius primi numeri dimenſionem cadit. Quoniam enim α compoſitus eſt, metietur eum aliquis numerus (per 14. diffinitionem ſeptimi) metiatur, & eſto ζ, & ſi ζ primus eſt, manifeſtū iam eſt quod quærimus (per eandem.) Si autem compoſitus, metietur eum aliquis numerus (per eandem) metiatur, & eſto γ. Et quoniam γ ipſum ζ metitur, & ζ ipſum α metitur, & γ igitur ipſum α metitur, & ſi quidem γ primus eſt, manifeſtum iam eſt id quod quæritur. Si autem compoſitus, eum aliquis numerus metietur: tali uero facta conſideratione, ſumetur aliquis numerus primus qui metietur præcedentem, qui & ipſum α metietur. Si autem non ſumetur, metientur ipſum α numerū infiniti numeri, quorū alter altero minor eſt, quod eſt impoſsibile in numeris. Sumetur igitur aliquis primus numerus qui metietur præcedentem,*

γ . . . . . β . . . . . α . . . .

præcedentem, qui & ipſum a metietur. Omnem igitur compoſitum numerum, primus aliquis numerus dimetitur. quod oportuit demonſtraße.

ALITER *Sit compoſitus numerus a. Dico quod erit aliquis primus numerus metitur. Quoniam compoſitus eſt ipſe a, metietur eum aliquis numerus (per 14 diffinitionẽ ſeptimi) & ſit minimus metientiũ cum β. Dico quod c primus eſt. Si autem c, primus non eſt, metietur igitur eum aliquis numerus. Cadat ſub dimẽſionem ipſius γ. Igitur γ ipſo c minor eſt, & quoniam γ ipſum c metitur, & β ipſum a metitur, & γ igitur ipſum a metitur minor exiſtens ipſo c ipſum a metientium minimo quod abſurdum eſt. Igitur β non eſt compoſitus, ſed primus.*

a .....
β ...
γ ..

Eucli. ex Zamb. Theorema 32 Propoſitio 34.

34 **Omnis numerus, aut primus eſt, aut eum aliquis primus metitur.**

THEON ex Zamb. *Sit numerus a. Dico quod eſt a, aut eſt primus, aut eum aliquis numerus primus metitur. Si quidem primus eſt a, factum iam eſt id quod quæritur. Si autem compoſitus, eum aliquis numerus primus metietur (per 33 ſeptimi.) Omnis igitur numerus, aut primus eſt, aut eum aliquis primus numerus metitur quod oportuit demonſtraße.*

a ...
a .....

Eucli. ex Camp. Propoſitio 34.

34  **Vmeros ſecundum proportionem numerorum aſſignatorum minimos inuenire.**

CORRELARIVM

Vnde manifeſtum eſt, maximum numerum duos commmuniter numerantem, ſecundum minimos illius proportionis eos numerare.

CAMPANVS *Sint a & b numeri propoſiti, ſecundum quorum proportionem uolumus inuenire minimos, ſi ergo fuerint contra ſe primi, ſunt quales inquirimus: per 23. ſi autem compoſiti: ſumatur (ut docet ſecunda) maximus eos communiter numerans qui ſit c, numeretq; eos ſecundum d & e, eruntq; in eadẽ proportiõe per 18 quos dico eſſe quales quærimus. Sin autem, ſint f & g, qui per 11 numerabunt a & b æqualiter, ſit igitur ut ſecundum h eritque per ſecundam partem 20 c ad h, ſicut f ad d, uel ſicut g ad e: quare c eſt minor h. itaq; cum h numeret a & b non fuit c maxima eos numerans. ſed erat poſitum quod ſic ergo contra hypotheſin.*

a ..... b .....
c ..
d ... e ....
f .. g ...
b .....

CAMPANI *additio.*

Numeros ſecundum continuitatem proportionum numerorum aſſignatorum minimos reperire.

CORRELARIVM

Vnde etiam manifeſtum eſt maximum numerum quotlibet communiter numerantem, ſecundum minimos proportionum eorum eos numerare.

Vt ſi ſint a b c ſecundũ quorũ proportiones uolumus minimos inuenire: ſiue fuerint in eadẽ proportione ſiue in diuerſis. ſi nullus numerus nũerat eos omnes, ipſi ſunt quos quærimus, per 23, hoc enim ibi demonſtratum eſt. Si autẽ unus numerat omnes, ſumatur ut docet tertia maximas eos cõmuniter numerans qui ſit d, numeretq; eos ſecundũ e f g, qui erunt in eadem proportione per 18. dico eos eſſe quos quærimus, alioqui ſint h k l, qui per 11 numerabunt a b c, æqualiter. ſit ut ſecundum m, eritque per ſecundam partẽ 20 d ad m, ut h ad e, uel k ad f, uel l ad g. Minor eſt igitur d quàm m. quare cum m numeret a b c. non fuit d maximus eos numerans. quare ſequitur impoſſibile: fuit enim d. maximus numerans a b c.

a ..... b ..... c .....
d ..
c ... f .... g .....
b .. k ... l .....

Eucli. ex Zamb. Problema 5 Propoſitio 35.

35 **Numeris datis quotcunque, inuenire minimos eaſdem rationes habentium eis.**

THEON ex Zamberto. Sint dati quotcunque numeri α ζ γ. Oportet iam inuenire minimos eaſdē rationes habentium eiſdem α ζ γ. Ipſi enim α ζ γ, aut primi adinuicem ſunt aut non. Siquidē ipſi α β γ, primi ſunt adinuicem, minimi ſunt eandem rationem habentiū eis (per 23 ſeptimi) Si autē non ſumatur (per 3 ſeptimi ipſorum α ζ γ, maxima communis dimenſio δ, & quoties δ, unūquenq; ipſorum α β γ, metitur: tot unitates ſint in unoquoque ipſorum ε ζ ν, & unuſquiſque igitur ipſorum ε ζ ν, unūquenq; ipſorum α ζ γ, metitur per eas quæ in ipſo δ ſunt unitates. Igitur, ipſi ε ζ ν, ipſos α β γ: æque metiuntur. Igitur (per 15 ſeptimi.) ipſi ε ζ ν, ipſis α ζ γ, in eadem ſunt ratiōe. Dico iam quod & minimi. Si enim ipſi ε ζ ν, non ſunt minimi eandem rationem habentium eiſdem α ζ γ: erunt aliqui numeri ipſis ε ζ ν, minores in eadem ratione exiſtentes ipſis α ζ γ. Sint θ κ λ, æque igitur θ metitur ipſum α. & uterq; ipſorū κ λ, utrūq; ipſorum β γ. Quoties autem θ ipſum α metitur, tot unitates ſint in ipſo & μ, uterq; igitur (per 21 ſeptimi) ipſorum κ λ, utrunq; ipſorum β γ, metitur per eas quæ in μ ſunt unitates. Et quoniam θ ipſum α metitur per eas quæ in μ, ſunt unitates, & μ igitur ipſum α metitur per eas quæ in θ ſunt unitates. Id propterea μ utrūq; ipſorūm ζ γ, metitur per eas quæ in utrūq; ipſorū κ λ, ſunt unitates. Igitur μ, ipſos α β γ, metitur. Et quoniam θ ipſum α metitur per eas quæ in μ ſunt unitates, igitur θ ipſum μ multipicans, ipſum α, fecit. Id propterea & ε, ipſum δ multiplicans, ipſum effecit α. Aequalis igitur eſt qui ex θ μ, (per 16 ſeptimi.) Eſt igitur (per 19 ſeptimi,) ſicut ε ad θ, ſic eſt μ, ad δ, maior autem eſt ν, ipſo θ, maior igitur eſt & μ ipſo δ, & metitur ipſos α β γ, quod eſt impoßibile. Supponitur namq; δ, ipſorum α ζ γ, maxima communis dimenſio. Igitur non erunt aliqui numeri, minores ipſis ε ζ ν, in eadem exiſtentes ratione ipſis α β γ. Igitur ε ζ ν, minimi ſunt eandem rationem habentiū ipſis α ζ γ, quod feciße oportuit.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 35

35 QVilibet duo numeri minimos numeros ſuæ proportionis maior minorem & minor maiorem multiplicantes, minimum ab ipſis numeratum producunt.

CORRELARIVM

Vnde manifeſtum eſt minimum quem duo numerant, quemlibet ab eis numeratum numerare.

CAMPANVS. Sint duo numeri a & b, minimiq; in eorum proportiõe c & d. eritq; per primam partem 20, ut ex a in d, & b in c: fiat idem numerus qui ſit e. quem dico eſſe minimum numeratum ab a & b, aliter enim, ſit f, quem numerent a & b ſecundum g & h, eritque per ſecundam partem 20, h ad g ſicut a ad b, & ſicut c ad d, & per 18 erit c ad h, ſicut e ad f, cum itaque per 21 c numeret h, e numerabit f, maior minorē, quia ergo hoc eſt impoſſibile conſtat uerum eſſe quod dicitur.

a .... b .....
c .. d ...
e .....
f .....
g ... b .....

Eucl. ex Camp. Propoſitio 36

36 PRoposītis quotlibet numeris minimum ab eis numeratum reperire.

CORRELARIVM

Manifeſtum etiam ex hoc eſt, minimū numerum quē quotlibet numerant, quemlibet ab eis numeratum numerare.

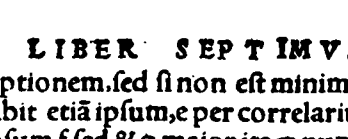
CAMPANVS. Sint propoſiti numeri a, b, c, d. Volo inuenire minimum numerum numeratum ab eis. Inuenio itaque primo minimum numeratum ab a & b, quod ſi a numerat b: non erit alius quā b, ſi autem non numerat eum nec econuerſo, ſi ipſi ſunt contra ſe primi, ex uno in alterū prouenit, erit minimus per 23, & præmiſſam. Quod ſi ſunt communicantes: ſumantur minimi eorū proportione, ut docet 34, & maiore in minorem eorū multiplicato, proueniet e, qui erit minimus numeratus ab eis per præmiſſam. Simili quoque modo inueniatur minimus numeratus ab e & c, qui ſit f, eritque f, minimus numeratus ab a b c, ſed & minimus quem numerant f & d, ſit g, eritque g minimus quem numerant numeri propoſiti, quod enim omnes ipſum numerent

a ....
b .....
c ..
d ...
e .....
f .....
g .....
b .....

merent.patet per conceptionem.ſed ſi non eſt minimus, ponatur ergo h, quem quia numerãt a & b, numerabit etiã ipſum,e per correlarium præmiſſæ,per idem quoque correlariũ.numerabit ipſum f,ſed & g,maior itaq; numerat minorẽ,qd̃ eſt impoſſibile CAMPANI *additio.* Hæc & præmiſſa proponũtur in alia loco ſub tribus concluſionibus, quarũ prima æquiualet præmiſſæ,ſecũda componitur ex correlarijs ambobus, tertia proponit de tribus:quod hæc de quotlibet numeris. Eſt itaque prima.

Zamb. 35 **Datis duobus numeris,minimum ab eis numeratum inuenire.**

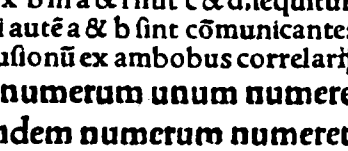
Dati numeri ſint a &b,quorũ minor ſi numerat maiorem,eſt maior quem quærimus,alioqui maior eorũ numeraret minorẽ ſe. Si aũt neuter neutrũ numeret,ſi ipſi ſunt cõtra ſe primi,erit qui ex a in b prouenit(qui ſit c)minimus omniũ quẽ numerãt a & b. Nã ſi minorẽ eo numerauerint,eſto d,quẽ nũerent ſecundũ e & f,eritq; per ſecũdã partẽ 20. a ad b,ſicut f ad e,& quia a & b ſunt ſuæ proportionis minimi per 33,numerabit a f,per 21,& quia per 18 eſt c ad d ſicut a ad f,nã ex b in a & f fiũt c & d,ſequitur c numerare d,ſed erat d minor c,quare impoſſibile. Si autẽ a & b ſint cõmunicantes,negociare propoſitũ ut in 33.



Secunda trium concluſionũ ex ambobus correlarijs eſt confecta.

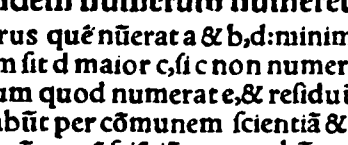
Zamb. 37 **Si plures numeri numerum unum numerent, neceſſe eſt ut minimus quem numerant eundem numerum numeret.**

Vt ſi ſit quilibet numerus quẽ nũerat a & b,d:minimuſq; ab eiſdẽ numeratus c, erit ut c, numeret d.cum enim ſit d maior c,ſi c non numerat ipſum:numerabit tamen aliquid eius,ſitque plurimum quod numerat e,& reſiduũ ſit f,eritq; f minus c,quia igitur a & b numerãt c:numerabũt per cõmunem ſcientiã & e ſed numerabunt d, itaque per aliam cõmunẽ ſciẽtiã numerabũtur f, inconueniens ergo ſequitur quod c non fuit minimus quẽ numerãt a & b Idẽ quod cõuinces & eodẽ modo de quolibet nũerato a quotlibet pluribus,ſcilicet quod minimus ab illis quotlibet pluribus numeratus eundem numeret. Vltima trium concluſionum.



Zamb. 38 **Propoſitis tribus numeris,minimum numerorum ab eis numeratorũ inuenire.**

Tres numeri propoſiti ſint a, b, c,minimuſq; quem numerant a, & b,ſit d,qui ſumetur ut prima trium concluſionum docet. Si igitur c numerat d, ſcito d eſſe quem quærimus. Si enim a,b, c,minorem eo numerant,ſit e,quem per præmiſſam concluſionem numerabit d,quod eſt impoſſibile. Si autem c non numerat d.ſumatur e minimus numeratus ab eis. Quòd autẽ e numeretur ab a, b, c,patet,quia c numerat ipſum. & d ſimiliter,ergo & a,b:qui numerant d,quare e numerabitur ab a, b,c. Eritq; e minimus quẽ numerant a,b, c. Sin autem,ſit f, quem per præmiſſam concluſionem numerabit d,ſed c numerat f,quia a, b, c,numerantũ e,quare c, d numerabunt eum,quare c,d, numerabunt eum:quare per præmiſſam e numerabit eum,maior minorem,quod eſſe non poteſt. Idem inuenies & eodem modo:quotlibet propoſitis.



Duæ præcedentes ex Campano propoſitiones, 35 ſcilicet & 36, tribus ex Zamberto ſequentibus Euclidis propoſitionibus ſic reſpondent, ut correlarium 35 ex Campano, 37 ex Zamberto reſpondeat,36 autem ex Campano, ſit ad 36 & 38 ex Zamberto propoſitiones uniuerſales.

Eucli.ex Zamb. *Problema* 4 *Propoſitio* 36

36 **Duobus numeris datis,inuenire quem minimum metiũtur numerum.**

THEON ex Zãb. *Sint dati bini numeri α ϛ, oportet iam inuenire quem minimũ numerũ metiuntur. Ipſi α ϛ certe aut primi ſunt adinuicem, aut nõ. Sint prius α, β, primi adinuicẽ & α, ipſum ϛ, multiplicans, efficiat ipſum γ. & igitur ipſum α multiplicans, ipſum effecit γ, (per 16 ſeptimi. igitur ipſi α, ϛ, ipſum γ metiuntur. Dico iam quod & minimum. Si autem non, ipſi numeri α ϛ, metiuntur aliquem numerum minorem exiſtentem γ, metiantur, & eſto δ, &*

quoties α, ipſum ♂, metitur, tot unitates ſint in ι, quoties autẽ ϵ, ipſum γ, metitur, tot unitates ſint in ζ. Igitur α, ipſum ι; multiplicans, effecit ipſum ♂, & β, multiplicans ipſum γ, effecit ipſum ♂, æqualis igitur eſt qui ex α ι, ei qui ex ϵ ζ, eſt gitur (per 15 ſeptimi,) ſicut α ad β, ſic eſt ζ, ad ι, ipſi autẽ α β, ſunt primi, primi autẽ (per 23 ſeptimi,) & minimi, minimi uero metiuntur eandem rationem habentes æqualiter: maior maiorẽ, & minor minorem. Igitur (per 21 ſeptimi) β. metitur ipſum ι, ſequẽs uidelicet ſequentẽ. Et quoniã α, ipſos ϵ, ι, multiplicãs ipſos γ, ♂, fecit: eſt igitur (per 17 ſeptimi,) ſicut ϵ, ad ι ſic γ ad ♂. At β, ipſum ι metitur, metitur ergo & γ, ipſum ♂, maior minorẽ, quod eſt impoßibile. Igi tur ipſi α, ϵ, non metiuntur aliquem numerum minorem exiſtentem ipſo γ, quando ipſi α, ϵ, primi adinuicem fue rint. Igitur γ, minimus eſt qui ſub ipſorum α, β, dimenſionem cadit. Non ſint primi ipſi α, β, adinuicem, & ſuman tur (per 35 ſeptimi. minimi numeri eandem rationem habentium ipſis α, β, ſintq; ζ, ι, æqualis igitur eſt qui ex α, ι, ei qui ex ϵ, ζ, (per decimamnonam ſeptimi,) & α, ipſum ι multiplicans: efficiat ipſum γ, & β, igitur ipſum α multiplicãs effecit ipſum β. Igitur α, β: ipſum γ, metiuntur. Dico iam quod & minimum, ſi non: metiuntur ipſi numeri α, β, aliquẽ numerum minorem exiſtentem ipſo γ, metiantur, & eſto ♂, & quoties quidem α, ipſum ♂, metitur: tot unitates ſint in ι. Quoties autem β, ipſum ♂, metitur: tot unitates ſint in θ, α, igitur ι multiplicans: effecit ipſum ♂, ipſe β. uero ipſum θ, multiplicans, effecit ipſum ♂, æqualis igitur eſt qui ex α, ι, ei qui ex β, θ. Eſt igitur (per decimãnonã ſeptimi,) ſicut α, ad ϵ, ſic eſt θ, ad ι. Sicut autem α, ad ϵ, ſic ζ ad ι, & (per undecimam quinti,) igi tur ſicut ζ, ad ι, ſic θ ad ι, ipſi autem ζ, ι: minimi uero eandem rationem habentes æque metiũ tur: maior maiorem, & minor minorem, (per 21 ſeptimi.) Igitur ι, ipſum ι, metiur, & quo niam α, ipſos ι, ?, multiplicans, ipſos fecit γ ♂, eſt igitur, (per 17 ſeptimi,) ſicut ι ad ι, ſic eſt γ, ad ♂. At ι, ipſum ι metitur, & ι, igitur ipſum ♂, metitur, maior minorem, quod eſt impoßibile Ipſi igitur α, β, non metiuntur aliquem numerum minorem exiſtẽtem ipſo γ, Igitur γ, minimus exiſtens: ſub ipſorum α, β, dimenſionem cadit, quod oportuit facere,

Eucli. ex Zamb. Theorema 35 Propoſitio 37

37 Si bini numeri numerum aliquem mẽſi fuerint, & minimus qui ſub eo rum dimenſionem cadit, eundem metietur.

THEON ex Zamberto, Bini enim numeri α, β, numerum aliquem γ ♂ metiantur, minimus uero ſit ι. Dico quod ι quoque ipſum γ ♂, metitur. Si autem ι, ipſum γ ♂, non metitur, ipſum ♂ ζ, metiens ipſe ι, re[liq]uat ſeipſo minorem hoc eſt γ ζ, & quoniam ipſi α ϵ, ipſum ι metiuntur, at ι, ipſum ♂ ζ, & ipſi α, ϵ, igitur ipſum ♂ ζ, metientur, metiuntur autẽ & totum ♂, & reliquũ igi tur γ ζ, metientur minorem exiſtentem ipſo γ: quod eſt impoßibile. Haud igitur non meti tur ι, ipſum γ ♂, metitur ergo quod erat demonſtrandum.

Eucli. ex Zamb. Problema 5 Propoſitio 38

38 Tribus numeris datis, inuenire quem minimum numerũ metiuntur.

THEON ex Zamberto. Sint dati numeri α, ϵ, γ, oportet iam inuenire, quem minimum numerum metiuntur Suſcipiatur enim (per 36 ſeptimi) minimus numerus ♂, qui ſub ipſorum α, β, dimenſionem cadat. Iam γ, ipſum ♂, aut metitur, aut non metitur. metiatur prius, metiuntur autem & ipſi α, β, ipſum γ. Igitur ipſi α, ϵ, γ, ipſum ♂, metiuntur. Dico quod & minimum. Si autem non: ipſi α, β, γ, numeri metientur nu merum minorem ipſo ♂, metiantur ι. Quoniam ipſi α, ϵ, γ, ipſum ι, metiuntur, igitur & α, ϵ, i pſum ι metiuntur, & minimus igitur quem ipſi α, β, metiuntur, metietur ipſum ι, per 37 ſepti mi. At minimus quem ipſi α ϵ, metiuntur, eſt ♂. Igitur ♂, ipſum ι metietur, maior minorẽ, quod eſt impoßibile. Ipſi α, ϵ, γ, igitur, non mentientur numerum aliquem minorem exiſtẽtem ipſo ♂. Igitur ipſi α, ϵ, γ, mi nimum ♂, metiuntur. Non metiatur rurſus γ, ipſum ♂, & ſuſcipiatur (per 36 ſeptimi) minimus numerus ι, quem metiantur ipſi γ ♂. Quoniam α, ϵ, ipſum ♂, metiuntur, at ♂, ipſum ι, metitur, & α, β, ipſum ι, igitur metiuntur, metitur autem & γ, ipſum ι, igitur ipſi α, β, γ, ipſum ι. metiuntur. Dico quod & minimum, ſi autem non ipſi α, ϵ, γ, metiuntur aliquem numerum minorem exiſtentem ipſo ι, metiantur ζ. Quoniam ipſi α, β, γ, ipſum ζ, metiuntur, & ipſi α, β, igi tur ipſum ζ, metiuntur, & minimus igitur quem α, β, metiuntur, ipſum ζ, me tietur (per 37 ſeptimi,) minimus aũt quẽ ipſi α, ϵ, metiũtur, eſt ♂, igitur ♂, ip ſum ζ, metitur, metitur aũt & γ, ipſum ζ. Igitur ipſi ♂, γ, ipſum ζ, metiuntur, quare (per eandẽ) & minimus quẽ ipſi γ, ♂, metiũtur: ipſum ζ, metietur. At minimus quem ipſi γ, ♂, metiũtur: eſt ι. Igitur ι ipſum ζ metitur: maior mi norem, quod eſt impoßibile. Ipſi α, β, γ, igitur non metiuntur aliquem nu merum minorem exiſtentem ipſo ι. Igitur ι minimus eſt: quem ipſi α, β, γ, metiuntur, quod oportebat facere.

Euili. ex Camp. Propoſitio 37

37 Si numerus aliquis alium numerum numeret, erit in numerato pars à numerante denominata.

CAM

CAMPANVS Huius ſenſus eſt, quod omnis numerus numeratus a ternario: habet tertiam, & numeratus a quinario: habet quintam ſicq; de cæteris ut ſi b numeret a, erit in a pars denominata a b. nũeret enim ipſum, quoties unitas in c, eritque per 16 ut c quoque toties numeret a, quoties unitas in b, quare tota pars eſt c, a: quota unitas b, & quia unitas eſt pars omnis numeri ab ipſo denominata per communem ſcientiam: erit c pars a, denominata a b, quod eſt propoſitum.

unitas
a . . . . . c . . .
b . . c . . .
c . . .

Euclid. ex Zamb. Theorema 54 Propoſitio 39

39 Si numerum aliquis numerus metiatur, menſus cognominatam partẽ habebit metienti.

THEON ex Zamb. Numerum enim α, numerus aliquis ε, metiatur. Dico quod α, cognominatam partem habet ipſi ε. Quoties enim β, ipſum α metitur, tot unitates ſint in γ. Quoniam ε, ipſum α, metitur per eas quæ in γ, ſunt unitates, metitur autem & δ, unitas ipſum γ, per eas quæ in eo ſunt unitates, æque igitur (per 15 ſeptimi,) δ, unitas ipſum γ, numerum metitur, & ε. ipſum α. Vicißim igitur (per eandẽ,) æque δ unitas ipſum ε metitur numerũ, γ, ipſum α. Qualitas igitur pars eſt δ, unitas ipſius β, nũeri talis pars eſt & γ, ipſius α. At δ, unitas pars eſt ipſius β ei cognominata, & γ, igitur ipſius α, pars eſt cognominata ipſi β. Quare α, partem habet γ cognominatam ipſi β, quod erat demonſtrandum.

α . . . . . .
ε . . . .
γ . . .
δ .

Euclid. ex Camp. Propoſitio 38

38 SI numerus aliquis partem quotamcunque habeat, numerabit ipſum numerus ad illam partem dictus.

CAMPANVS Hæc eſt cõuerſa præmiſſæ: cuius eſt intẽtio, quod omnis numerus habens tertiam, numeratur a ternario, & habens quintam, à quinario. ſicque de cæteris, ut ſi b ſit pars a denominata a c, ſequitur ut c nũeret a, quia enim b eſt pars a denominata a c, ſed & unitas eſt pars c denominata ab ipſo c per conceptionem, ſequitur ut quoties unitas numerat c, toties b numeret a, itaque per 16 quoties unitas b, toties c, numerat a, quare conſtat propoſitum. Aliter idem. Cum ſit b pars a, ſit tota unitas c, eritque per hanc communem ſcientiam, unitatem eſſe partem omnis numeri ab ipſo denominatam c, denominans b in a: & quia eſt b in a quoties unitas in c, euidenter ſequitur propoſitum per 16.

unitas
a . . . . . .
b . . c . . .

Euclid. ex Zamb. Theorema 55 Propoſitio 40

40 Si numerus partem habuerit quamlibet, eum numerus cognominatus parti, metietur.

THEON ex Zamb. Numerus inquam α, partem habeat quamlibet β, & ipſi ε, parti numerus γ. Dico quod γ, ipſum α, metitur. Quoniam enim β, ipſius α, pars eſt cognominata ipſi γ, eſt autem & δ unitas ipſius γ, pars cognominata ei: qualis igitur pars eſt δ, unitas ipſius γ, numeri talis pars eſt & ε ipſius α, æque igitur δ unitas ipſum γ numerum metitur: & β, ipſum α. Vicißim igitur (per 15 ſeptimi,) æque δ, unitas ipſum ε numerum metitur: & γ ipſum α, & γ igitur ipſum α metitur quod erat demonſtrandum.

cognominatus ſit numerus
α . . . . . .
β . . . .
γ . .
δ .

Euclid. ex Camp. Propoſitio 39

39 NVmerorum minimum, propoſitarum denominationum habentem partes inuenire.

CORRELARIVM

Ex quo manifeſtũ eſt, quod minimus numerus numeratus à quotlibet, eſt minimus habens partes denominatas ipſis.

CAMPANVS. Sint a, b, c, d denominantes partes propoſitas. & e minimus numeratus ab eis ſumptus ſecundum 16. Ipſum e dico eſſe quem quærimus Sint enim ſecundũ quos numerant ipſum f, g, h, k: eritq; per 16 & hãc cõmunem ſcientiam, unitas eſt pars omnis numeri ab ipſo dicta, ut ui ceuerſa f, g, h, k, numerent e ſecundum a, b, c, d, quare ſunt partes eius ab illis dictæ: eſt igitur e habens partes propoſitarum denominationum. Minimus autẽ, quoniam ſi alter fuerit ut l, ſint partes l dictæ ab eis m, n, p, q: eritq;

e . . . . . .
a . . f . . . . .
b . . . g . . . .
c . . . . b . . .
d . . . . . k . .

per 16 & prædictam communem scientiam a,b,c,d,uicuersa partes l dictæ ab m,n,p,q, quare non erat e minimus quem numerãt a,b,c,d, quod est inconueniens.

CAMPANI *annotatio.* Habito minimo, si cura est habere secundum, aut quotũcunque libet, si secũdum quidem sum, e duplũ minimi, si tertiũ, triplũ, & ad hunc modũ in alijs. Cum enim omnis multiplex ipsius e numeretur ab a,b,c,d, per hanc communẽ scientiã omnis numerus numerans alium, numerat omnem numeratũ ab illo: necesse est per 17 ut omnis multiplex e habeat partes denominatas ab a,b,c,d, si itaque duplus e, nõ fuerit secundus habens partes propositarũ denominationũ, erit alius, quẽ sicut sequitur esse maiorem e, sic sequitur esse minorem duplo, & quia illum numerant a,b,c,d, per 19: sequitur per correlarium 16 quod e numeret eũdem, quod est impossibile, cum enim numeret se: numeraret per hanc cõmunẽ scientiam, omnis numerus numerans totũ & detractũ: numerat residuum, differentiam illius ad se, quæ cum sit minor eo, maior numerus numeraret minorem, quod esse non potest: Sequitur itaque duplum e, esse secundum numerũ habentem propositarum denominationum partes. Similiter quoque argues triplum e esse tertium: probato duplo esse secũdum: alioqui quia esset triplo minor & duplo maior: sequeretur e numerare aliquem inter ipsius duplum & triplum, quod ut prius patet, est impossibile: probato autem triplo esse tertium: ad huius similitudinem probabis quadruplum esse quartum, & sic in cæteris.

CAMPANI *additiones.*

Minimum numerum habentem partes propositarum denominationum sumptarum continue, reperire.

Vt minimum numerum habentem secundam quæ secunda habeat tertiam, quæ etiam tertia habeat quartam, aut qualitercunque contingat eas ab eisdem uel diuersis denominari. Multiplicare oportet denominatorem primæ partis in denominatorem secundæ, & ex eis productum in denominatorem tertiæ, productum quoque in denominatorem: sicque de cæteris usque ad ultimam, a prima, uel usque ad primam ab ultima, & qui prouenerit: erit qui inquiritur, ut proposito 6. uel 8. Hoc autem ita esse demonstratiue sic habeto. Sint numeri partes propositas denominantes a,b,c, uolumus inuenire minimum numerum qui habeat partẽ denominatam ab a, ita quod illa pars habeat partem denominatã a b, sed & hæc aliã dictam a c. Ducatur itaque c in b, & proueniat e, & e in a, & proueniat f, eũ dico esse quem quærimus. Cum enim f prouenerit ex a in e, erit e pars f dicta ab a, sed & propter hoc erit c pars e dicta a b, & quia unitas est pars c dicta ab ipso c, patet f habere partes ut proponitur. Si ergo f non fuerit minimus: sit g, sitq; h pars eius dicta ab a & k pars h dicta a b, l quoque pars k dicta a c, eritq; per 15, f ad g, ut e ad h & e ad h, ut c ad k, itẽq; c ad k, ut unitas ad l, quare permutatim f ad e, ut g ad h, & e ad c, ut h ad k, & c ad unitatẽ: ut k ad l, ergo per 15, erit in proportione æqualitatis f ad unitatẽ, ut g ad l, ergo permutatim erit f ad g: ut unitas ad l, quare cũ g sit minor f, erit l minor unitate, sequitur igitur impossibile: partẽ numeri, minorẽ esse unitate: erit itaque f minimus, habẽs partes ut proponitur. Quo inuento si cura fuerit habere secũdum aut quotũcũq; libet, per minimi multiplices (ut prius dictum est) sumendi erunt. hoc autem 19 proponitur in alio secundum hunc modum.

a *prima*
b *quinta*
c *sexta*
d
e
f
g
h

Propositis partibus quotiscunquelibet, minimum numerum eas continentium inuenire.

Vt si partes propositæ sint a,b,c, sintq; eas denominantes d,e,f, & sumatur minimus quẽ numerant d,e,f, qui sit g, hũc dico esse quem quærimus, erunt enim in eo propositæ partes per 17, qui si nõ fuerit minimus eas continens: sit ergo h, quem numerabunt d,e,f, per 18 igitur non erit g minimus numeratus ab eis, quod est inconueniens, quia minimus erat:

CAMPANI *annotatio.* Intelligo uero partes a,b,c, indeterminate poni, non sub quantitate certa, aliter enim non esset necessarium ut minimus numerus quem numerant d, e, f, esset

e.f, esset minimus continens partes propositas, plurimas enim contingit partes reperire, quas numerus numeratus ab eorum denominatoribus non continet, uerbi gratia Tres numeri qui sunt 10. 9. & 7. sunt eiusdem numeri partes, primus quidem tertia, secundus uero quarta, & tertius quinta, nec tamen minimus quē numerant denominatores eorū qui est 60. partes istas cōtinet. Instandū igitur est (si partes sub certa quātitate ponantur) primæ consequentiæ huius demōstrationis. Non enim sequitur ut arguit per 17 si ternarius hunc numerat, ergo hic numerus positus est eius tertia, sed ergo habet tertiam, quapropter idem est quod proponitur secundum utrunq; modū, sed secundum primum modum nullum mendacium existere quod intēditur proponi. Attendere autem oportet cum omnis pars habeat quantitatem, quod in eo cōtingit ponere quotlibet & quaslibet partes secundum quantitatem, & inquirere quis minimus eas continēt: & sub quibus denominationibus. Minimum autem eas continentem constat esse minimum numeratum ab eis: secundum quos uero numerat: sunt qui illas in illo denominant. Contingit iterum ponere quotlibet & quaslibet denominationes, & inquirere in quo minimo hæ denominationes reperiuntur & secundum quas quantitates. Minimum quoque constat esse minimum numeratum ab illis, secundum quos uero numerant: sunt qui quantitates determināt. utrobique autem idcirco inquiritur minimus, quia infiniti sunt, sunt quidem qui has partes continent: inde uero in quibus hæ denominationes reperiantur. Contingit rursus ponere quotlibet partes & totidem denominationes uel quotlibet denominationes & totidem partes, non autem quaslibet cū quibuslibet: sed certas cum certis. Si enim ponam partes tres, quatuor, quinque & denominationes earum 6, 7, 9, & inquiram quis numerus continet has partes sub istis denominationibus: similis ero inquisitori uano quærenti impossibile. Certas igitur conuenit ponere partes cum denominationibus certis & nō ut cōtingit, & inquirere quis numerus positas partes sub positis denominationibus continet, non autem quos minimus, unicus enim est, nam siue proposita fuerit una pars & una denominatio, siue plures & plures, non erit sumere plures numeros quod propositum erit cōtinentes. Solus enim est cuius ternarius est quinta: non plures. Solus quoque cuius ternarius octaua, & senarius quarta: nō plures. Ideoq; proponentem partes & denominationes ipsarum in toto, non est quærere quis minimus continet has partes sub istis denominationibus: sed quis unus continet. proponentem autem partes tantū, cōtingit quærere quis minimas continet & à quibus in eo denominantur: solas quoque proponentem denominationes, cōuenit quærere quæ partes ab illis dictæ & in quo minimo reperiuntur. Conuenientius autem uidetur partes per denominationes inquirere, quā denominationes per partes, diuersitatem quidem denominationum nō partium: comitatur proportionum diuersitas.

Encli. ex Zamb. Problema 6 Propositio 41.

41 ## Numerum inuenire, qui minimus existens habeat datas partes.

THEON ex Zamb. *Sint datæ partes α, β, γ, oportet iam numerum inuenire, qui minimus existens habeat ipsas α, β, γ. partes. Sint (per 39 septimi.) ipse α, β, γ. partes cognominatæ numeris δ, ε, ζ. & sumatur, (per 35 septimi.) η, minimus numerus, quem δ, ε, ζ. metiuntur. Quoniam igitur ipsi δ, ε, ζ. metiuntur η, cognominatam partem habet η, ipsis δ, ε, ζ, (per 39 septimi.) ipsis aūt δ, ε, ζ, cognominatæ partes sunt α, β, γ. Igitur η, habet partes α, β, γ. Dico quod & minimus existens. Si autē η, non existat minimus habens ipsas α, ε, ζ, partes: erit aliquis numerus minor ipso η, qui habebit ipsas partes α, ε, ζ. Sit (per 40 septimi.) θ, quoniam θ, habet ipsas partes α, ε, ζ, igitur numeri cognominati partibus α, β, γ, metientur ipsum θ, partibus autem α ε ζ, numeri δ, ε, ζ, cognominatæ sunt. Igitur ipsi δ, ε, ζ. ipsum θ metientur, qui minor est ipso η. Quod est impossibile. Non erit igitur aliquis numerus minor ipso η: qui habeat ipsas α, ε, ζ, partes: quod oportebat demonstrare.*

a secunda d
b tertia e
c quarta f
g
b

SEPTIMI LIBRI FINIS

EVCLIDIS MEGARENSIS GRAECI PHILOSOPHI, ARITHMETICORVM ELEMENTORVM LIBER OCTAVVS.

Ex Campano. Diffinitiones



Atera numerorum dicuntur, quorum multiplicatione numeri producuntur. 2 Superficialis appellatur numerus, qui ſub duobus lateribus continetur. 3 Solidus uero, qui ſub tribus, ex quorum continua multiplicatione habet procreari. 4 Quadratus, eſt numerus ſuperficialis æqualibus lateribus conſiſtens. 5 Cubus, eſt ſolidus æqualibus conſiſtens lateribus. 6 Similes dicuntur numeri ſuperficiales ſiue ſolidi, quorũ latera ſunt proportionalia.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 1

1 SI numerotum quotlibet continuæ proportionalitatis duo extremi fuerint contra ſe primi, eos omnes ſecundum ſuam proportionem minimos eſſe neceſſe eſt.

CAMPANVS. Sint continue proportionales a,b,c, duoque extremi qui ſunt a,c, ſint contra ſe primi, dico quod in eadem proportione, non reperientur totidem minores. Si autem contingit: ſint d,e,f, eritque per 15 ſeptimi, a ad c, ſicut d ad f, & quia a & c ſunt minimi in ſua proportione per 21 eiuſdem, ſequitur per 21 ut a numeret d, & c, f, maiores ſcilicet minores, quod eſſe non poteſt.

a .... b ..... c .....

d ... e ..... f .....

Eucli. ex Zamb. Theorema 1 Propoſitio 1

1 SI fuerint quotcunque numeri continue proportionales extremi uero ipſorũ primi adinuicem fuerint, minimi ſunt eãdem rationem habentium eis.

THEON ex Zamberto. *Sint quotcunque numeri continue proportionales α,ε,γ,δ, extremi autem ipſorum hoc eſt α,δ, primi ſint adinuicem. Dico quod ipſi α, ε,γ,δ, minimi ſunt eandem rationem habentium eis. Si autem non: ſint minores ipſis α,β,γ,δ, ipſi ι,ϛ,η,θ, in eadem ratione exiſtentes eis. Et quoniam ipſi α,β,γ,δ, in eadem ſunt ratione ipſis ι,ϛ,η,θ, & æqualis eſt multitudo ipſorum ι,ϛ,η,θ, at α,δ, multitudini ipſorum α,ε,γ,δ, æque igitur eſt ſicut α ad δ, ſic ι, ad θ, primi ſunt adinuicem, primi uero, & minimi (per 14 ſeptimi,) minimi autem numeri metiuntur eandem rationem habentes æqualiter, antecedens antecedentem, & ſequens ſequentem (per 21 ſeptimi.) Metitur igitur α, ipſum ι, maior minorem, quod eſt impoſſibile. Igitur ipſi ι,ϛ,η,θ, minores exiſtentes ipſis α,β,γ,δ, in eadem non ſunt ratione ipſis. Igitur α,ε,γ,δ, minimi ſunt eandem rationem habentium eis quod oportebat demonſtrare.*

α .....

β .....

γ .....

δ .....

ι .....

ϛ .....

η .....

θ .....

Eucli. ex Camp. Propoſitio 2

2 NVmeros quotlibet continuæ proportionalitatis, ſecundum proportionem datam minimos, inuenire,

CORRELARIVM

Vnde manifeſtum erit, quòd ſi fuerint tres numeri continuæ proportionalitatis ſecundum eam minimi, duo extremi erunt quadrati, quod ſi fuerint quatuor, erunt extremi cubi.

CAMPANVS Sint datæ proportionis minimi, a & b ducaturq; a in ſe, & fiat c, & in b, & fiat d, b, quoque in ſe, & proueniat e, erũtque c, d, e, continue proportionales in proportione a ad b per 18 & 19 ſeptimi. Et quia c & e ſunt contra ſe primi per 18 eiuſdem: erunt c, d, e, ſecundum datam proportionem minimi per præmiſſam. Ducatur iterum a in omnes illos, & proueniant f, g, h, & b in e, & proueniat k, & erunt etiam f, g, h, k, continue proportionales in proportione a, ad b, per 18 & 19 ſeptimi: minimi quoque per 18 eiuſdem & præmiſſam. Hac uia & ratione inuenientur quinque, uel ſex, uel quotlibet.

a ..
b ...
c ....
d .....
e .....
f .....
g .....
b .....
k .....

Eucli. ex Zamb. Problema 1 Propoſitio 2

2 Numeros inuenire continue proportionales minimos, quotcunq; imperauerit quiſpiam, in data ratione.

THEON ex Zamberto. *Sit data ratio in minimis numeris, ipſius α ad ε, oportet iam numeros inuenire cõtinue proportionales minimos quotcunque imperauerit quiſpiam in ipſius α ad β, ratione. Imperentur iam quatuor, & α, ſeipſum multiplicans, efficiat γ, ipſum uero β, multiplicans, efficiat ipſum δ: & inſuper β, ſeipſum multiplicans. ipſum efficiat ι. Et inſuper α, ipſos γ, δ, ι, multiplicans; ipſos ζ, κ, θ. faciat, at β, ipſum ι, multiplicans efficiat ipſum κ. Et quoniam α, ſeipſum multiplicans ipſum effecit γ, ipſum autem ε, multiplicans fecit ipſum δ, numeratus iam α, binos numeros α, β, multiplicans effecit γ, δ. Eſt igitur (per decimãſeptimã ſeptimi,) ſicut α, ad β, ſic eſt γ, ad δ. Rurſus quoniã α, ipſum β, multiplicans ipſum δ, fecit, at β, ſeipſum multiplicans ipſum ι, fecit, at β, ipſum ι, multiplicans ipſum κ, fecit ι, uterque igitur ipſorum α, ε, ipſum ε, multiplicans effecit utrunque ipſorum δ, ι. Eſt igitur (per 18 ſeptimi, ſicut α, ad ε, ſic eſt δ ad ι. Sed ſicut α, ad β, ſic eſt γ, ad δ, & ſicut igitur (per undecimam quinti,) γ, ad δ, ſic eſt δ, ad ι. Et quoniam α, ipſos γ, δ, multiplicans ipſos ζ, κ, fecit, eſt igitur (per 17 ſeptimi,) ſicut γ, ad δ, ſic eſt ζ, ad κ. Sicut autem γ, ad δ, ſic erat α, ad ε, & ſicut igitur (per undecimam quinti,) α, ad ε, ſic eſt ζ, ad κ. Rurſus quoniam α, ipſos δ, ι, multiplicans, ipſos effecit κ, θ, eſt igitur (per eandem 17,) ſicut δ ad ι, ſic eſt κ ad θ, ſed ſicut δ ad ι, ſic eſt α, ad β, & ſicut igitur (per undecimam quinti) α, ad β, ſic κ, ad θ. & quoniam ipſi α, β, ipſum ι, multiplicantes: ipſos effecerunt θ, κ: eſt igitur (per 18 ſeptimi, ſicut α ad ε, ſic θ, ad κ, patuit autem quod & ſicut α ad β, ſic ζ, ad κ, & κ ad θ, & ſicut igitur (per undecimam quinti,) ζ ad κ, & κ ad θ, ſic eſt θ ad α. Igitur ipſi γ, δ, ι, & ζ, κ, θ, α, proportionales ſunt in ipſius α ad β ratione. Dico quod & minimi quoniam enim ipſi α, β, minimi ſunt eandem rationem habentium eis, minimi autem eandem rationem habentium primi ſunt adinuicem (per 21 ſeptimi,) ipſi α, β, igitur primi ſunt adinuicem, & uterque ipſorum α, β, ſeipſum multiplicans, utrunque ipſorum γ, ι, fecit: utrunque autem ipſorum γ, ι, multiplicans: utrunque ipſorum ζ, κ, fecit. Igitur (per uigeſimamnonam ſeptimi,) ipſi γ, ι, & ζ, κ, primi ſunt adinuicem. Si autem fuerint quotlibet numeri continue proportionales, extremi autem ipſorum primi adinuicem fuerint: minimi ſunt eandem rationem habentium eis, (per primam octaui.) Ipſi γ, δ, ι, igitur & ζ, κ, θ, α, minimi ſunt eandem rationem habentium ipſis α, ε, quod oportuit feciſſe.*



PORISMA *ſiue correlarium* Proinde *manifeſtum eſt, quod ſi tres numeri continue proportionales minimi fuerint eandem rationẽ habentium eis: extremi eorum quadrati ſunt, ſi autem quatuor, cubi.*

Eucli. ex Camp. Propoſitio 5

3 I numeri quotlibet continue proportionales ſecundum ſuam propor

proportionem fuerint minimi, duos eorum extremos cõtra ſe primos eſſe neceſſario comprobatur.

CAMPANVS. Hæc tertia eſt conuerſa primæ. Sint enim a, b, c, d, cõtinue proportionales, & ſecundum ſuam proportionem minimi, dico quod a & d extremi, erunt ad inuicem primi, minimi enim in proportione a ad b, ſint e & f, eruntque per 21 ſeptimi contra ſe primi, per hos ergo duos ſecundum doctrinam præmiſſæ inueniantur totidem cõtinue proportionales & minimi quot ſunt numeri propoſiti, primo quidem tres qui ſunt h κ, deinde quatuor: qui ſunt l, m, n, p, & ad hunc modum continue per additionem unius, quouſque fiant tot quot ſunt numeri propoſiti ut ſunt hic l, m, n, p, ſequitur ergo l, m, n, p, æquales eſſe a, b, c, d, eo qđ in eadem proportione ſunt utrique minimi, & quia l & p ſunt contra ſe primi per 28 ſeptimi, erũt quoque a & d illis æquales, cõtra ſe primi, quod eſt propoſitum.

a .....
b .....
c .....
d .....
e ..
f ...
g ....
b .....
κ .....
l .....
m .....
n .....
p .....

Eucli. ex Zamb. Theorema 2 Propoſitio 5 Conuerſa primæ.

3 Si fuerint quotcunque numeri continue proportionales, minimi eandẽ rationem habentium eis, eorum extremi primi adinuicem erunt.

THEON ex Zamb. *Sint quotcunque numeri continue proportionales, minimi eandem rationem habentiũ eis, α, β, γ, δ. Dico quod extremi eorum hoc eſt α, & δ, primi adinuicem ſunt. Sumantur enim (per 2 & 34 uel 35 ſeptimi,) bini numeri minimi in ipſorũ α, ε, γ, δ, ratione: hoc eſt ε ζ. Tres autem η θ ι, & ſem per deinceps uno plus, quoad aſſumpta multitudo æqua ſit multitudini ipſorũ α, ε, γ, δ. Suſcipiãtur, ſintq; λ μ ν ξ. Igitur (per 29 ſeptimi) eorum extremi λ ξ, primi adinuicem ſunt. Quoniam enim ε ζ, primi ſunt, uterque autem eorum ſe ipſum multiplicans utrũq; ipſorũ η, ι, fecit utrunq; autem ipſorũ η, ι: multiplicans utrũque ipſorum λ, ξ, fecit igitur (per 19 ſeptimi,) ipſi η, ι, primi ſunt & λ, ξ. Et quoniam ipſi α, ε, γ, δ, minimi ſunt eandem rationem habentium eis, ſunt autẽ & λ, μ, ν, ξ, minimi in eadem ratione exiſtentes ipſis α, β, γ, δ, & æqualis multitudo ipſorum α, ε, γ, δ, multitudini ipſorum λ, μ, ν, ξ, unuſquiſque igitur ipſorũ α, β, γ, δ, unicuique ipſorũ λ, μ, ν, ξ, eſt æqualis, æqualis igitur eſt α, ipſi λ, & δ ipſi ξ, & quoniam ipſi λ ξ, primi adinuicem ſunt, æqualis autem eſt λ ipſi α, & ξ, ipſi δ, igitur & ipſi α, δ, primi ſunt adinuicem, quod demonſtraſſe oportuit.*

α .....
β .....
γ .....
δ .....
ε ....
ζ ....
η .....
θ .....
ι .....
λ .....
μ .....
ν .....
ξ .....

Eucli. ex Camp. Propoſitio 4

4 Similitudinem aſſignatarum proportionum in minimis numeris ſecundum ipſas proportiones continuatim proportionalibus inuenire.

CAMPANVS. Aſſignatæ proportiones in minimis terminis inueniantur ut docet 34 ſeptimi, ſintque prima inter a & b, ſecunda inter c & d, tertia, inter e & f, ſic quoque de pluribus ſi fuerint plures, uolo has proportiones in quatuor minimis numeris continuare. Sumo ergo g minimum quem numerant b & ç & quoties b numerat ipſum g, toties a nũeret h, id quoq; toties numeret κ, quoties e g. Itaq; ſi e numerat κ, ſit ut f numeret l, erũtq; h, g, κ, l, quos quærimus: cõſtat eñ per 15 ſeptimi, q ſit h ad g, ſicut a ad b, et g ad κ, ſicut c ad g, at k ad l, ſicut

a .....
b .....
c ....
d ...
e .....
f ...
b .....
g .....
κ .....
l .....
m .....
n .....
p .....
q .....

cut e ad f. Minimi quoque, nam si alij sint minimi ut m n p q, oportebit per 21 septimi, bis assumptam ut uterque duorum b & c numeret p, quare & g numerabit eundem per correlarium 35 septimi, quod est inconueniens. Sunt igitur h, g, k, l minimi.

At uero si e non numerat k, sit m minimus numeratus ab eis scilicet e & k, quę m quoties numerat k, toties h numerat n, & g toties p, eruntq; per 18 septimi, n p m, in proportione h g k, quare n ad p, ut a ad b, & p ad m, ut c ad d, sed quoties e nũerat m, toties f nũeret q, & erit per eãdẽ m ad q, sicut e ad f Manifestũ igitur q̃ assignatæ proportiones, cõtinuatæ sunt in quatuor nũeris qui sunt n p m q. Qui si nõ fuerint minimi, sint (si possibile est) alij qui sint r, s, t, x, quia itaq; per 21 septimi, bis assumptã uterq; duorum numerorũ b & c numerat s, sequitur per correlarium 35 septimi, ut g numeret eundem. quare etiam k numerabit t. at quia per 21 septimi, ut e numerat eundem t, non erit m minimus quem numerant k & e. Hac ratione quartam illis & quotlibet alias sine omni offendiculo cõtinuare poteris

a ... b ..
c .... d ...
e ..... f ....
g .....
b .....
k .....
n .....
p .....
m .....
q .....
r .....
s .....
t .....
x .....

Euclid. ex Zamb. *Problema 2* *Propositio 4.*

4 Rationibus datis quibuscunque in minimis numeris, numeros inuenire continue proportionales minimos in datis rationibus.

THEON ex Zamb. *Sint datæ rationes in minimis numeris, ipsius α ad b, & ipsius γ ad δ, & ipsius ε ad ζ oportet iam numeros inuenire continue proportionales minimos, in ipsius α ad β, & γ ad δ, & ε ad ζ, ratione. Sumatur enim η. minimus numerus quem metiuntur ϲ γ, & quoties quidem β, ipsum η, metitur, toties α, ipsum θ metiatur, quoties autem γ ipsum η metitur, toties δ, ipsum κ, metiatur. At γ, ipsum η aut metitur, aut non metitur. Metiatur primum. Et quoties γ ipsum η metitur: toties & ζ, ipsum λ metiatur, & quoniam α, ipsum θ, æque metitur & ϲ, ipsum η, est igitur (per 17 septimi,) sicut α ad β, sic est θ, ad η. Id propterea & ζ, sicut γ ad δ, sic η ad κ, & insuper sicut ε ad ζ, sic κ ad λ, igitur ipsi η θ κ λ, continue sunt proportionales, & in ipsius α ad β, & ipsius γ, ad δ, & insuper ipsius ε ad ζ, ratione. Dico quod & minimi. Si autẽ ipsi η θ κ λ, non sunt continue proportionales minimi in ipsius α ad β, & γ ad δ, & ε ad ζ, rationibus: erunt aliqui numeri minores ipsis η θ κ λ, in ipsius α ad β, & γ ad δ, & ε ad ζ rationibus: sint autem ν ξ μ ο. Et quoniam est sicut α ad ϲ, sic ν ad ξ, ipsi autem α ϲ, minimi, minimi autem (per 21 septimi) metiuntur eandem habentes æque, maior maiorem & minor minorem, hoc est antecedens antecedentẽ, sequens sequentem, igitur ϲ, ipsum ξ metitur, id propterea & γ, ipsum ξ metitur. Igitur γ β, ipsum ξ, metiũtur, & minimus igitur quem ipsi ϲ γ, metiuntur (per 37 septimi) ipsum ξ metietur minimus autem quem ipsi β γ, metiuntur. est η. Igitur η ipsum ξ metitur maior minorem quod est impossibile. Non erunt igitur aliqui numeri minores (per 15 septimi.) ipsis η θ κ ν, continue proportionales in ipsius α, ad β, & γ ad δ: & ε ad ζ, ratione. Non metiatur iam ε, ipsum η, & sumatur (per 36 septimi,) minimus numerus quem metiuntur ipsi ε η, & sit μ, & quoties quidem η, ipsum μ, metitur, toties uterque ipsorum η θ utrunq; ipsorum ν ξ. metiatur. Quoties autẽ ε, ipsum μ, metitur, toties & ζ, ipsum ο, metiatur. Et quoniã η ipsum ν, & θ, ipsum ξ, æque metitur: est igitur sicut θ ad η, sic est ν ad ξ. Sicut autem θ ad η, sic est α ad ϲ, & sicut igitur (per 11 quinti) α ad ϲ, sic ξ ad ν. Id propterea etiam sicut γ ad δ, sic est ξ ad μ. Rursus quoniam quoties ε, ipsum μ metitur, toties & ζ, ipsum ο, est igitur sicut ε ad ζ, sic est μ ad ο. Igitur ipsi ν ξ, μ ο, continue proportionales sunt in ipsius α ad ϲ, & γ ad δ, & ε ad ζ, rationibus. Dico quod & minimi. Si autem ipsi ν ξ μ ο: nõ sunt continue proportionales*

α .... β .....
γ .. δ ...
ε .... ζ .....
θ .....
η .....
κ .....
λ .....
ν ....
ξ .....
μ .....
ο .....
π .....
ρ .....
σ .....
τ .....

tionales

tionales minimi in ipſorum α β γ δ ι, rationibus, erunt aliqui numeri ipſis ξ ν, μ ο, minores, continue proportionales in ipſorum α β γ δ ι ξ, rationibus. Sint π ρ σ τ. Et quoniã eſt ſicut π ad ρ, ſic eſt α, ad β, ipſi autem α ε, minimi, minimi autem (per 21 ſeptimi metiuntur eandem rationem habentes cis æqualiter antecedens antecedentiem & ſequens ſequentem, igitur β, ipſum ρ metitur. Id propterea etiam γ. ipſum ρ, metitur. Igitur ipſi β, γ, ipſum ρ metiuntur, & minimus igitur per 36 ſeptimi, quem ipſi α γ, metiuntur, ipſum metietur ρ. minimus autẽ quem ipſi β γ. metiuntur, eſt π. Igitur π ipſum ρ metitur, eſtq; ſicut π, ad ρ. ſic eſt π, ad σ, & π igitur ipſum σ metitur, metitur autem & ι, ipſum σ. Igitur ipſi ι π, ipſum σ, metientur, & minimus quem ipſi ι π, metiuntur, (per eandem, (metietur ipſum σ. Minimus autẽ quem ipſi ι π, metiuntur: eſt μ. Igitur μ, ipſum σ metitur, maior minorem, quod eſt impoſſibile. Igitur non erũt aliqui numeri minores ipſis ν ξ, μ ο, continue proportionales in ipſius α ad ε, & γ ad δ, & ο ad ξ, rationibus. Igitur ipſi ν ξ, μ ο, continue proportionales minimi ſunt in ipſorum α ε γ δ ι ξ, rationibus, quod oportuit feciſſe.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 5

5 

Mnium duorum numerorum compoſitorum proportio unius ad alterum, eſt ex laterum ſuorum producta proportionibus.

CAMPANVS. Quod proponit 24 ſexti de ſuperficiebus æquidiſtantium laterum, proponit hæc de numeris cõpoſitis. Sint duo numeri compoſiti: a b, latera a, ſint c & g, latera b, ſint e & f. dico itaq; quod proportio a ad b, conſtat ex ea quæ eſt c ad e & d ad f. Sit enim ut ex d in e, fiat g. Quia ergo ex d in c fit a, & ex f in e fit b, per conuerſionẽ diffinitionis laterum: erit per 18 ſeptimi, a ad g, ſicut c ad e, & per 19 eiuſdem g ad b, ſicut d ad f: quare per diffinitionem, proportio a ad b, compoſita eſt ex ea quæ eſt c ad e, & ea quæ eſt d ad f, quod eſt propoſitum.

a .....
b .....
c ..
d .....
e ....
f .....
g .....

CAMPANI annotatio. Nec eſt neceſſarium ut continuemus proportiones laterum (uidelicet eam quæ eſt c ad e & eã quæ eſt d ad f) in minimis numeris repertis, ſecundum doctrinam præcedentis, ut docẽt quidam, hoc enim eſt propoſito præter neceſſarium. Arguũt enim poſito quod illi minimi ſint h k l, ita quod ſit h ad k ſicut c ad e & k ad l, ſicut d ad f, proportionem h ad l eſſe compoſitam ex proportionibus laterum. Sumptóque g fieri ex d in e, arguunt a ad g, ut h ad k, quia ut c ad e, & g ad h ut k ad l, quia ut d ad f, ideoque ſecũdum æquã proportionalitatem, & a ad b: ut h ad l, concludunt igitur a ad b, cõponi ex quibus h & l. uerum quidem ſed non neceſſarium aſſumpto.

a .....
g .....
b .....
c ..
e ....
d .....
f .....
b .....
k .....
l .....

Eucli. ex Zamb. Theorema 5 Propoſitio 5

5 **Plani numeri, adinuicem rationem habent compoſitam ex lateribus.**

THEON ex Zamberto. Sint plani numeri α β, ipſius quidem α, latera ſint γ δ, ipſius autem π, ſint ι ξ. Dico quod α ad β, rationem habet ex lateribus compoſitam. Rationibus enim datis quas habent γ ad ι, & δ, ad ξ, ſuſcipiantur (per 4 octaui, numeri continue proportionales minimi in ipſorum γ ι, & δ ξ, rationibus ſint ſ; σ θ π. ut ſit ſicut γ ad ι, ſic eſt π, ad θ. ſicutque δ, ad ξ. ſic θ, ad π. Ipſi igitur σ θ π habent laterum rationes. Sed ipſius σ ad π ratio cõpoſita eſt ex ea quam habet σ ad θ, & ex ea quam habet θ, ad π, ipſi igitur σ ad π, rationem habet ex lateribus compoſitam, Dico igitur quod eſt ſicut α ad β, ſic σ ad π, ipſe enim δ ipſum ι multiplicans: efficiat ipſum λ. Quoniã δ ipſum γ, multiplicans ipſum fecit α, multiplicans autẽ ipſum ι efficit λ, eſt igitur (per 17 ſeptimi,) ſicut γ ad ι, ſic eſt α, ad ξ Sicut autem γ ad ι, ſic π ad θ, & ſicut igitur (per 11 quinti,) π, ad θ, ſic α ad λ. Rurſus quoniã ι ipſum δ, multiplicans ipſum fecit λ, ſed & ipſum ξ, multiplicans ipſum fecit ε. eſt igitur (per 17 ſeptimi,) ſicut δ ad ξ. ſic eſt λ, ad ε. Sed ſicut δ ad ξ, ſic eſt θ, ad π, & ſicut igitur (per 11 quinti) θ, ad π, ſic λ, ad ε patuit autẽ quod ſicut π, ad ε, ſic eſt α ad λ, Aeque igitur eſt (per 14 ſeptimi, ſicut π ad π, ſic eſt α, ad ε. ipſe autẽ π ad π, rationẽ habet cõpoſitam ex lateribus. & π: igitur ad ε, rationẽ habet compoſitã ex lateribus, quod oportuit demõſtraſſe.

α .....
λ .....
β .....
γ ...
δ .....
ι ....
ξ .....
π .....
θ .....
α .....

Eucli.

Eucli.ex Camp. Propoſitio 6

6 SI numerorum quotlibet continue proportionalium primus ſecundum non numeret, nullus eorum numerabit ultimum.

CAMPANVS Sint a,b,c,d,e,cõtinue proportionales, dico quod ſi a nõ numeret b, nullus eorũ numerabit e. Manifeſtum autẽ eſt quod ſi ipſum numeret, omnes numerabunt e, & ſimpliciter quilibet præcedens quem libet ſequẽtem. Si autem nõ numerat ipſum, patet quod d non numerabit e, nec ſimpliciter aliquis eorum proxime ſequẽtem e, quia ſunt poſiti continue proportionales. Sed quod nullus alius ut c numeret ipſum, ſic conſtat. Sumantur ſecundum doctrinã huius, totidem minimi continue proportionales in proportione eadem: quot ſunt ipſe c & omnes ſequentes, qui ſunt f,g,h, eruntq; per 3 huius & f & h, contra ſe primi, & quia per æquam proportionem c ad e ut f ad h, cum f non numeret h, nec c numerabit e, eodẽ modo nec aliquis aliorũ, quare liquet quod propoſitum eſt.

a .....
b .....
c .....
d .....
e .....
f ....
g .....
b .....

Eucli.ex Zamb. Theorema 4 Propoſitio 6

6 Si fuerint quotcunque numeri cõtinue proportionales, primus autem ſecundum non metiatur, & alius nullus nullum metietur.

THEON ex Zamberto, *Sint numeri continue proportionales α,β,γ,δ,ε. Ipſe autem α, ipſum β, non metiatur. Dico quod & alius nullus, nullum metietur. Quod quidem ipſi α,β,γ,δ,ε, continue adinuicem ſeſe non metiũtur manifeſtum eſt: quia neque α, ipſum ε metitur, dico iam quod neque alius ullus, ullũ aliũ metietur. Dico quod neque α, ipſum γ metitur, quot enim ſunt ipſi α,β,γ, tot ſumãtur (per 35 ſeptimi,) minimi numeri eandem rationem habentiũ ipſis α,β,γ, ſintque ζ,η,θ. Et quoniam ipſi ζ η,θ, in eadem ratione ſunt ipſis α,β,γ, & eſt æqualis multitudo ipſorum α,ε,γ, multitudini ipſorum ζ,η,θ, ex æquali igitur (per 14 ſeptimi, eſt ſicut α, ad γ, ſic eſt ζ, ad θ. Et quoniam eſt ſicut α ad ε, ſic eſt ζ, ad η, non metitur autem α, ipſum β, igitur neque ζ ipſum η, metitur. Igitur ζ, non eſt unitas. Si enim ζ, eſſet unitas, omnem numerum metiretur. Et ζ, θ, (per 3 octaui,) primi ſunt adinuicem. Igitur neque ζ, ipſum θ, metitur. & eſt ſicut ζ, ad θ, ſic α, ad γ, neque igitur α, ipſum γ metitur. Similiter quoque oſtendemus, quod neque alius ullus ullum metietur, quod oportuit demonſtraſſe.*

Eucli.ex Camp. Propoſitio 7

7 SI numerorum continue proportionalium primus ultimum numeret, idem ipſe & ſecundum numerabit.

CAMPANVS Sint qui prius, continue proportionales, dico ſi a numerat e: ipſe nũerabit b, alioqui ex præmiſſa non numeraret e, quod eſt contrarium & impoſſibile. Non ſolum autem numerabit b: ſed & omnes, & quiſque eorum: quemlibet ipſum ſequentem.

a ..
b ....
c .....
d .....
e .....

Eucli.ex Zamb. Problema 5 Propoſitio 7

7 Si fuerint quotcunque numeri continue proportionales, primus autem extremum metiatur, & ſecundum quoque metietur.

THEON ex Zamb. *Sint quotcunque numeri proportionales α,β,γ,δ, at α, ipſum δ metiatur. Dico quod & α, ipſum β metietur. Si autem non metitur α, ipſum β, neque alius ullus (per 7 octaui) alium ullum metietur, quod (per hypotheſim) eſt impoßibile, ſuppo nitur enim α, ipſum δ metiri, metitur autem α, ipſum δ, metitur igitur & α, ipſum β, quod oportuit demonſtraſſe.*

α ...
β .....
γ .....
δ .....

Eucli.ex Camp. Propoſitio 8

8 SI inter duos numeros numeri quotlibet in continua proportionalitate ceciderint, totidem inter omnes duos in eadem proportione relatos cadere neceſſe eſt.

CAMPANVS Sint a & b, inter quos cadunt c & d in cõtinua proportione habẽtes ſe in proportione e ad f, dico quod totidem cadunt inter e & f & in eadem proportione, quot inter a & b. Sint enim g,h,ĸ,l, totidem minimi: quot ſunt a & b qui inter eos cadunt, ſumpti quemadmodum docet 2 huius, continue proportionales in eadem proportione, eruntq; per 5 g & l, cõtra ſe primi, & per æquã proportionalitatẽ erit g ad l, ſicut a, ad b, ideoq; & ſicut e ad f, & quia ipſi ſunt in ſua proportione minimi per 23 ſep. ſequitur per 21 eiuſdẽ ut g numeret c, & l, f æqualiter, toties igitur nũeret h, m, & ĸ, n. poſitiſque m & n inter e & f, cõſtat per 18 ſeptimi, e, m, n, f eſſe cõtinue proportiõales quẽadmodũ ſunt h, k, l, & ideo quẽadmodũ a, c, d, b, quare patet quod dictũ eſt.

a ..
c ....
d ....
b ....
e ...
m ......
n ....
f ....
g .
b ..
ĸ ....
l ....

CAMPANI *annotatio.* Ex hac conſtat nullam ſuperparticularem poſſe per æqualia diuidi, ſi enim hoc eſſet, oporteret inter duos numeros ſola unitate diſtãtes numerũ cadere medium. quod eſſe non poteſt ideoq; tonus in muſica quem ſeſquioctaua continet proportio, in duo uera ſemitonia diuidi non poteſt. ſed neceſſario diuiditur in minus ſemitonium & maius.

Eucli. ex Zamb. Theorema 6 Propoſitio 8

8 Si inter duos numeros cõtinue proportionales ceciderint numeri, quot inter eos continue proportionales ceciderint numeri, tot & inter eandẽ rationem habentes eis continue proportionales cadent.

THEON *ex Zamb.* *Inter binos enim numeros α,β, continue proportionales cadant numeri γ,δ, Fiatq; ſicut α, ad ε, ſic ϛ, ad ζ. Dico quotquot inter ipſos α,β, cõtinue proportionales numeri cadunt, tot quoq; inter ipſos ϛ,ζ, cõtinue proportionales cadent. Quot enim ſunt multitudine ipſi α,ε,γ,δ, tot ſumantur (per 35 ſeptimi,) minimi numeri eandem rationem habentium eiſdem α,β,γ,δ, ſintq; η,θ,ĸ,λ. Igitur extremi ipſorum hoc eſt η,λ, primi ſunt adinuicem (per 30 ſeptimi.) Et quoniã ipſi α.γ,& δ,β, ipſis η,θ,& η,λ, in eadem ſunt ratione, & æqualis eſt multitudo ipſorũ α,γ, & δ,β, multitudini ipſorum η,θ, & η λ, ex æquali igitur (per 14 ſeptimi,) eſt ſicut α, ad β, ſic eſt η, ad λ. Sicut autem α, ad β, ſic ϛ, ad ζ, ut igitur η, ad λ, ſic eſt ϛ, ad ζ. Ipſi autem η,λ, primi ſunt. primi autem, & minimi, minimi uero numeri, eandem rationem habentes eis æque metiuntur maior maiorem & minor minorẽ (per 21 ſeptimi,) hoc eſt antecedens antecedentem & ſequens ſequentem. Aeque igitur η, ipſum ϛ, metitur, & λ, ipſum ζ. Quoties autem η, ipſum ϛ, metitur toties & uterque ipſorum θ,ĸ, utrunque ipſorum μ,ν, metiatur. Ipſi igitur η,θ,ĸ,λ, ipſos ϛ, μ,ν,ζ, æque metiuntur. Igitur (per 18 ſeptimi,) ipſi η,θ,ĸ,λ: ipſis ϛ,μ,ν,ζ, in eadem ſunt ratione. Sed ipſi η,θ,ĸ,λ, ipſis α,γ,δ,β, in eadem ſunt ratione, & ipſi α,γ,δ,β, igitur, ipſis ϛ,μ,ν,ζ, in eadẽ ſunt ratione. Ipſi autẽ α,γ,δ,β, continue ſunt proportionales, & ipſi ϛ,μ,ν,ζ, igitur continue proportionales ſunt. Quot igitur inter ipſos α, ε, continue proportionales numeri ceciderunt, tot & inter ϛ,ζ, continue proportionales cadunt quod oportuit demonſtraſſe.*

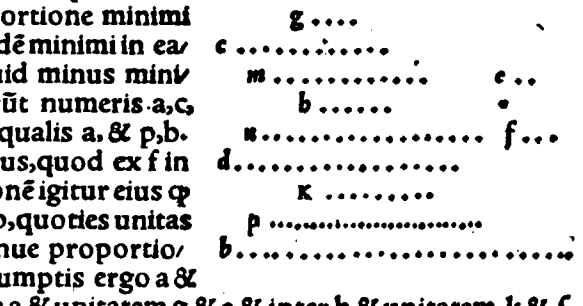
Eucli. ex Camp. Propoſitio 9

9 Si inter duos numeros contra ſe primos numeri quotlibet continua proportionalitate ceciderint, inter utrunque eorum & unitatem totidem continua proportionalitate cadere neceſſe eſt.

CAMPANVS. Sint a & b contra ſe primi, inter quos cadant in continua proportionalitate c & d. Dico quod totidem erunt continue proportionales inter a & unitatem, itemque totidem inter b & unitatem. Sint enim in illa proportione minimi e & f, ſumpti ut docet 14 ſeptimi, ex quibus ſumantur tres continue proportionales & minimi

in

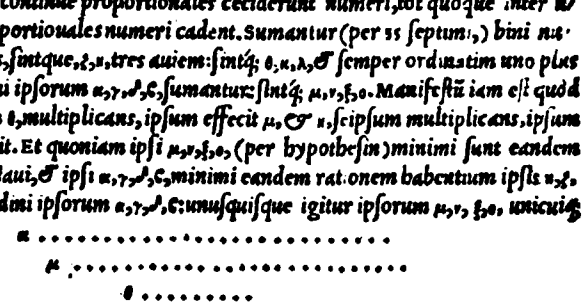
in eorum proportiõe prout docet 1 huius, qui sint g,h,k, deinde quatuor, qui sint l, m, n,p, & hoc toties fiat usquequo sic sumpti fiant totidẽ quot sunt nũeri propositi, ut sunt hic l,m,n,p. Constat itaque (cum sint a,c, d,b, in sua proportione minimi per primam huius, sintq; l,m,n,p, totidẽ minimi in eadem, non sit autem possibile esse aliquid minus minimo) quod numeri l,m,n,p, æquales erũt numeris a,c, d,b, quisque suo relatiuo, est igitur l, æqualis a, & p, b. Manifestum autem est ex secunda huius, quod ex f in se fit k, & ex eodẽ in k, p, per diffinitionẽ igitur eius q̃ est multiplicari erit f, in k, k quoq; in p, quoties unitas est in f, itaque unitas, f, k, p, sunt continue proportionales, similiter autem & unitas e, g l. Sumptis ergo a & b loco l & p sibi æqualium erunt inter a & unitatem g, & e, & inter b & unitatem k & f, continue proportionales totidem, quot sunt inter a & b, quod est propositum.



Eucli. ex Zamb. Theorema 7 Propositio 9

9 **Si bini numeri primi adinuicem fuerint, & inter eos continue proportionales ceciderint numeri, quot inter eos continue proportionales ceciderint numeri, tot quoque inter utrunque eorum & unitatem continue proportionales cadunt.**

THEON ex Zamberto. *Sint bini numeri primi adinuicem α,β, & inter eos continue proportionales cadãt γ,δ, & ponatur ε unitas. Dico quotquot inter α,β, continue proportionales ceciderunt numeri, tot quoque inter utrunque ipsorum α,β, & ε, unitatem continue proportionales numeri cadent. Sumantur (per 35 septimi,) bini numeri minimi in ipsorum α,γ,δ,ε, ratione existentes, sintque ζ,η, tres autem: sintq; θ,κ,λ, & semper ordinatim uno plus quo ad æqualis fiat multitudo ipsorum, multitudini ipsorum α,γ,δ,ε, sumantur: sintq; μ,ν,ξ,ο. Manifestũ iam est quod ζ, seipsum multiplicans, fecit ipsum θ, ipsum autem θ, multiplicans, ipsum effecit μ, & η, seipsum multiplicans, ipsum λ, effecit: ipsum autem λ, multiplicans, ipsum ο fecit. Et quoniam ipsi μ,ν,ξ,ο, (per hypothesin) minimi sunt eandem rationem habentium ipsis η,ζ, sunt autem (per 1 octaui, & ipsi α,γ,δ,ε, minimi eandem rationem habentium ipsis η,ζ, & æqualis est multitudo ipsorum μ,ν,ξ,ο. multitudini ipsorum α,γ,δ,ε: unusquisque igitur ipsorum μ,ν,ξ,ο, unicuique ipsorum α,γ,δ,ε, est æqualis. Aequalis igitur est μ ipsi α, & ο, ipsi β. Et quoniam ζ seipsum multiplicans, ipsum effecit θ, igitur (per 16 septimi,) ζ, ipsum θ, metitur per eas quæ in η, sunt unitates: metitur autem & ε, unitas ipsum ζ, per eas quæ in ipso sunt unitates, pariter igitur (per 15 septimi) ε unitas ipsum ζ, numerum metitur, & ζ, ipsum θ. Est igitur sicut ε, unitas ad ζ, numerum, sic est ζ ad θ. Rursus quoniam ζ, ipsum θ multiplicans, ipsum effecit μ, igitur θ, ipsum μ, metitur per eas quæ in ζ sunt unitates. Metitur autẽ ε, unitas ipsum ζ numerum per eas quæ in ipso sunt unitates, æque igitur (per eandem) ε, unitas ipsum ζ, metitur numerum, & θ, ipsum μ. Est igitur sicut ζ, unitas ad ζ, numerum. sic est θ, ad μ. Ostensum autem est quod & sicut ε, unitas ad ζ, numerum. sic est ζ, ad θ, & sicut igitur (per 11 quinti,) ε, unitas ad ζ numerum: sic est ζ, ad θ, & θ ad μ. At μ, ipsi α, est æqualis, est igitur sicut ε unitas ad ζ numerum, sic est ζ, ad θ, & θ, ad α. Id propter ea (per 7 & 11 quinti, & sicut ε, unitas ad η, numerum: sic θ ad λ, & μ ad β. Quot igitur inter ipsos α,β, continue proportionales ceciderint numeri, tot & inter utrunque ipsorum α,ε, & ipsum ε, unitatem continue proportionales numeri cadunt. Quod erat demonstrandum.*



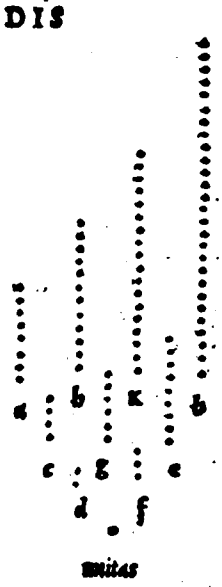
Eucli. ex Camp. Propositio 10

10 

Si inter utrunque eorum & unitatẽ quotlibet numeri continua proportionalitate ceciderint, ambobus numeris totidem continua proportionalitate interesse necesse est.

CAMPANVS Sint duo numeri a & b, sintq; c & d c d inter a & unitatẽ e quoque & f inter b & unitatem, continue proportionales. Dico totidem esse inter a & b continue proportionales. Hæc est conuersa prioris, excepto quod ad subiectum

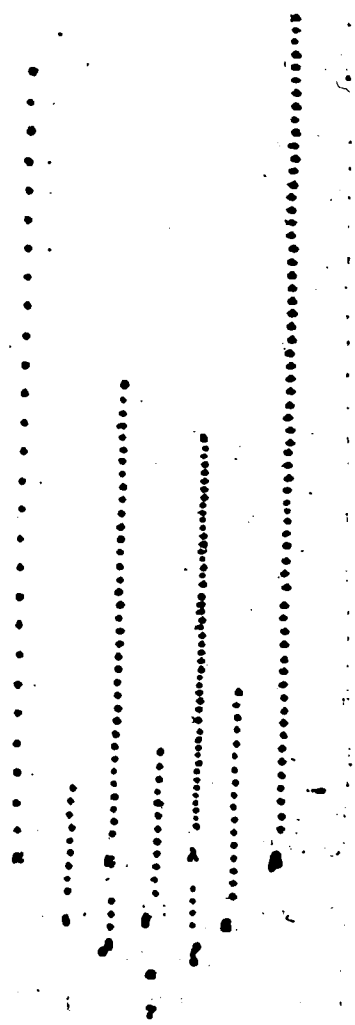
præmiſſæ, appoſitum erat a & b eſſe contra ſe primos, quod non apponitur hic ad paſſionem, quapropter uniuerſalior eſt paſſio huius: ſubiecto illius. Quia igitur quoties unitas in d, toties eſt d in c & toties c in a, conſtat quod ex d in ſe, fit c, & ex eodem d in c a. Similiter quoque ex f in ſe & in c, fient e & b. Ducatur itaque d in f, & productus ſit g, itemque idem d ducatur in g & e, & ſint producti h & k. Conſtat igitur ex 18 ſeptimi, quod c ad g, ut d ad f. & ex 19 quod g ad e, ut d ad f, quare c, g, e, ſunt continue proportionales in proportione d ad f. Item per 18 iterum ſunt a ad h ſicut c ad g, & h ad k ſicut g ad e, & per 19 k ad b ſicut d ad f, igitur ſunt a, h, k, b, continue proportionales. Quare conſtat propoſitum.



Eucli. ex Zamb. Theorema 8 Propoſitio 10 Cõuerſa præcedẽtis.

10 Si inter binos numeros & unitatem continue proportionales numeri ceciderint, quot inter utrunque ipſorum & unitatem continue proportionales ceciderint numeri tot & inter eos continue proportionales cadent.

THEON ex Zamberto. *Inter binos enim numeros α, β, & unitatem ι, continue proportionales cadant numeri δ, & ζ, ιι. Dico quot quot inter utrunque ipſorum α, ε, & ipſam γ unitatem, continue proportionales ceciderunt numeri: tot quoque inter α, ε, continue proportionales cadent. Igitur δ, ipſum ζ, multiplicans, ipſum efficiat θ, uterque autem ipſorum δ, ζ, ipſum θ multiplicans, efficiat ipſos κ, λ. Et quoniam eſt ſicut γ, unitas ad δ, numerum ſic eſt δ, ad ι, æque igitur ι, unitas ipſum δ, metitur numerum, & δ ipſum ι. Ipſa autem γ, unitas ipſum δ, numerum metitur per eas quæ in ipſo ſunt δ unitates, & δ, igitur numerus ι metitur per eas quæ in δ, ſunt unitates. Igitur δ, ſeipſum multiplicans, ipſum ι, fecit. Rurſus quoniam eſt ſicut γ, unitas ad δ, numerum ſic eſt ι ad α, æque igitur γ, unitas ipſum δ, numerum metitur, & ι, ipſum α. At γ unitas, ipſum δ, numerum metitur per eas quæ in ipſo δ, ſunt unitates, & ι, igitur ipſum α, metitur per eas quæ in ipſo δ, ſunt unitates. Igitur δ, ipſum ι multiplicans, ioſum α fecit. Id propterea etiam ζ, ſeipſum multiplicans, ipſum ιι, fecit, ipſum autem ιι, multiplicans, ipſum β, fecit. Et quoniam δ, ſeipſum multiplicans ipſum ι, fecit, ipſum autem ζ, multiplicans ipſum fecit θ, eſt igitur (per decimam ſeptimam ſeptimi,) ſicut δ, ad ζ, ſic ι eſt ad θ. Id propterea etiam ſicut δ, ad ζ, ſic θ, ad ιι, Et ſicut igitur (per undecimã quinti,) ad θ, ſic ι ad ιι. Rurſus quoniam δ, utrunque ipſorum ι, θ, multiplicans, utrunque ipſorum α, ιι, fecit: eſt igitur (per 17 ſeptimi,) ſicut ι ad θ, ſic α, ad ιι. Sed ſicut ι, ad θ, ſic eſt δ, ad ζ, & ſicut igitur (per undecimam quinti) δ ad ζ, ſic α, ad ιι. Rurſus quoniam uterque ipſorum δ, ζ, ipſum θ, multiplicans, utrumque ipſorum κ, λ, fecit: eſt igitur (per decimam ſeptimam ſeptimi,) ſicut δ, ad ζ, ſic κ ad λ. Sed ſicut δ ad ζ, ſic α, ad ιι, & ſicut igitur (per undecimam quinti,) α, ad ιι, ſic κ ad λ. Inſuper quoniam ζ, utrunque ipſorum β, ιι, multiplicans, utrunque ipſorum λ, β, fecit: eſt igitur (per 17 ſeptimi,) ſicut θ ad ιι, ſic λ, ad b. Sicut autem θ ad ιι, ſic δ ad ζ, & ſicut igitur (per 11 quinti,) δ, ad ζ, ſic λ ad β, patuit autem quod ſicut δ ad ζ, ſic α, ad ιι, & α ad κ, & λ ad β, igitur ipſi α, κ, λ, ε: continue ſunt proportionales. Quot igitur inter utrunque ipſorũ α, ε, & γ, unitatẽ, continue proportionales cadunt numeri: tot & inter α, β, continue cadunt, quod demonſtraſſe oportuit.*



Hæc undecima ex Campano, duabus ex Zamberto ſequentibus reſpondent.

Eucli.

Euoli.ex Camp. Propoſitio 10

SI fuerint ambo quadrati, erit proportio unius ad alterum tanquam ſui lateris ad latus illius proportio duplicata. Si uero ambo fuerint cubi, erit proportio alterius ad alterum tanquam ſui lateris ad latus alterius proportio triplicata.

CAMPANVS. Sint duo quadrati a & b, & duo cubi c, & d. latera tam quadratorũ quàm cuborum, ſit e, quidem a & c, f uero, b & d. Dico quod proportio a ad b erit ſicut e ad f duplicata. c uero ad d ſicut eadem triplicata. Manifeſtum enim quod ex e in ſe fit a, & ex ipſo e in a, c. ſic quoque ex f in ſe fit b, & ex ipſo in b, d, ducatur igitur e in f, & prouenia t g, & in g & b, & prouenia nt h & K, eritq; per 18 ſeptimi a ad g. ſicut e ad f. & per 19 g ad b, ſicut e ad f, igitur ex diffinitione, a ad b, ſicut e ad f duplicata, quod eſt primum. Secundum eodẽ modo conſtat. Sunt enim per 18 iterum c ad h ſicut a ad g, & h ad K, ſicut g ad b, & per 19 K ad d. ſicut e ad f, quare c, h, K, d, ſunt etiam continue proportionales in proportione e ad f, per diffinitionem igitur erit c ad d, ſicut e ad f, triplicata, quod eſt ſecundum.

c .....
a ....
e .. b .....
g .....
f ... K .....
b .....
d .....

Eucli.ex Zamb. Theorema 9 Propoſitio 11

11 Duorum numerorum quadratorum, unus medius proportionalis eſt numerus, Et quadratus ad quadratum duplam habet rationem. quàm latus ad latus.

THEON ex Zamberto. Sint quadrati numeri α, ε, & ipſius quidem β, latus ſit γ, ipſius uero β, ſit latus δ. Dico quod ipſorum α, β, mus medius proportionalis eſt numerus, & α, ad ε, duplam habet rationem quàm γ, ad δ. Ipſe enim γ, ipſum δ, multiplicans, ipſum efficiat ζ. Et quoniã α, quadratus eſt, latus autem eius eſt γ, igitur γ, ſeipſum multiplicans ipſum effecit α, id propterea & δ, ſeipſum multiplicans ipſum ε fecit. Quoniam igitur γ, utrumque ipſorum γ, δ, multiplicans utrunque ipſorum α, ζ, effecit, eſt igitur (per 17 ſeptimi,) ſicut γ ad δ, ſic eſt α, ad ζ. Rurſus quoniam γ, ipſum δ, multiplicans ipſum effecit ζ, ut δ, ſeipſum multiplicans ipſum effecit β. duo iam numeri γ, δ, unum & eundem multiplicantes δ, ipſos ζ, β, effecerunt. Eſt igitur (per 18 ſeptimi,) ſicut γ ad δ, ſic eſt ζ ad ε. Sed ſicut γ ad δ, ſic eſt α ad ζ,) & ſicut igitur (per 11 quinti) α ad ζ, ſic eſt ζ ad β. Ipſorum igitur α, ε, unus medius proportionalis eſt numerus ζ. Dico iam quod & α ad β, duplam rationem habet, quàm γ ad δ. Quoniam enim tres numeri proportionales ſunt α, ζ, β, igitur (per 10 diffinitionem quinti) α ad ε, duplam rationem habet quàm α ad ζ. Sicut autem α ad ζ, ſic γ ad δ, igitur α ad β, duplam rationem habet, quàm γ latus ad δ latus, quod oportuit demonſtraße.

α .....
γ ...
ζ .....
δ ....
β .....

Eucli.ex Zamb. Theorema 10 Propoſitio 12

12 Duorum cuborum numerorũ, bini medij proportionales ſunt numeri. Et cubus ad cubum triplam rationem habet, quàm latus ad latus.

THEON ex Zamberto. Sint bini cubi numeri α, ε, & ipſius quidem α. latus eſto γ, ipſius autem β, latus eſto δ. Dico quod ipſorum α, ε, bini medij proportionales ſunt numeri, & α ad β, triplam rationẽ habet, quàm γ ad δ. Igitur γ, ſeipſum multiplicans, ipſum efficiat ζ, ipſum autem δ, multiplicans, ipſum efficiat ξ, at δ ſeipſum multiplicans, ipſum ι. faciat. Vterq; aũt ipſorũ γ, δ, ipſum ξ multiplicans, utrunque ipſorum ζ, ι, faciat. Et quoniam α cubus eſt, ipſius autem latus eſt γ, igitur γ ſeipſum multiplicans ipſum α efficit ζ, ipſum autem ζ, multiplicans ipſum α, confecit. Id propterea & δ ſeipſum multiplicans, ipſum ι effecit: ipſum autem ι, multiplicans, ipſum effecit ε. Et quoniã γ utrunqne ipſorum γ, δ, multiplicans, utrunq; ipſorũ ε, ξ. fecit: eſt igitur (per 17 ſeptimi,) ſicut γ ad δ, ſic eſt ζ, ad ξ. Id propterea etiam (per eãdem,) ſicut γ ad δ, ſic ξ ad ι. Rurſus quoniã γ utrũq; ipſorũ ζ, ξ. multiplicans, utrũq; ipſorũ α, ε, fecit: eſt igitur ſicut ζ ad ξ, ſic α ad ε, ſicut aũt ζ, ad ξ, ſic γ ad δ. Et ſicut igitur (per 11 quinti) γ, ad δ, ſic eſt α, ad ε. Rurſus quoniam uterque ipſorũ γ, δ, ipſum ξ multiplicans, utrũque ipſorũ ε, ι, fecit: eſt igitur (per 18 ſeptimi) ſicut γ ad δ, ſic eſt ε ad ι. Rurſus quoniam δ utrũque ipſorũ ξ, ι, multiplicans, utrumque ipſorum α, ε, fecit: eſt igitur

α .....
ζ .....
γ ...
δ ....
ξ .....
ε .....
ι .....

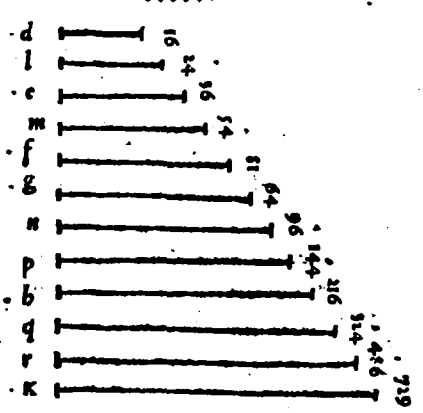
(per 17 ſeptimi,) ſicut ζ ad ν, ſic eſt α ad β, ſicut autem ζ ad ν, ſic eſt γ ad δ, & ſicut igitur (per 11 quinti,) γ ad δ, ſic ω ad β. Patuit aũt quod & ſicut γ ad δ, ſic eſt α ad θ, & θ ad ω, & α ad β. Ipſorum igitur α, β, bini medij proportionales ſunt, hoc eſt θ, λ. Dico iam quod & α ad β triplam rationem habet, quàm γ ad δ. Quoniã enim quatuor numeri proportionales ſunt α, θ, ω, β. igitur (per 10 diffinitionem quinti,) α ad ε, triplam habet rationem quàm α ad θ, ſicut autem eſt α, ad θ, ſic eſt γ ad δ. Igitur α ad β triplam rationem habet quàm γ ad δ. Quod oportuit demonſtraſſe.

Eucli. ex Camp. *Propoſitio* 12

12 SI numerorum continuæ proportionalitatis quiſque in ſeipſum ducatur, qui inde producentur ſub continua proportionalitate eſſe. Quod ſi item in ipſos productos principia ſua ducantur, inde quoque productos continuæ proportionalitatis eſſe neceſſe eſt. Idem'que in omnibus hoc modo productis extremitatibus.

CAMPANVS Sint a, b continue proportionales, quorum quiſque in ſe ducatur, & proueniant ex a quidem, d. ex b uero e. ex c, f. Dico quod d, e, f, ſunt continue proportionales. quod ſi item a ducatur in d & proueniat g. b quoque in e, & proueniat h. & c in f. proueniat k, dico etiam quod g. h. k, erunt continue proportionales. Sit enim ex a in b, l, & ex c in eundem, m, eruntque per 11 & 19 ſeptimi, d l, e. m. f. continue proportionales in proportione a, b, c, itaque per æquam proportionalitatem argue d ad e, ſicut e ad f, quod eſt primũ

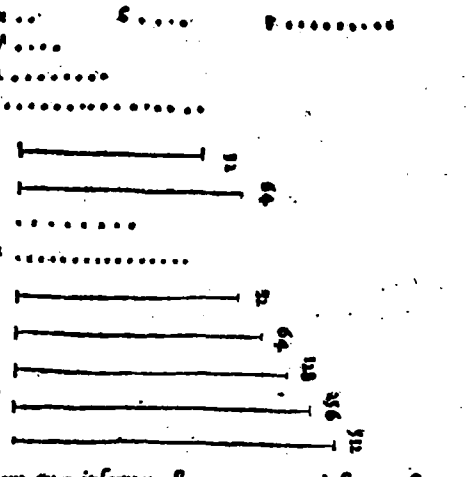
Reliquũ ſic: Ducatur a in l & proueniãt n & p, c quoque ducatur in e & m. & proueniãt q & r. eruntque per eaſdẽ g, n, p, h, q, r, k, cõtinue quoq; proportionales in proportione primorum, per æquã igitur proportionalitatẽ cõclude g ad h ſicut h ad k quod eſt reliquum. Eadem erit ratio, quotieſcunque primi in productos ducantur.



Eucli. ex Zamb. *Theorema* 11 *Propoſitio* 15

13 Si fuerint quotcunque numeri continue proportionales, & multiplicãs unuſquiſque ſeipſum fecerit aliquos, qui fiũt ex ipſis proportionales erũt. Et ſi qui in principio genitos multiplicantes, fecerint aliquos, & ipſi quoq; proportionales erunt, & ſemper circa extremos hoc euenit.

THEON ex Zamb. Sint quotlibet numeri cõtinue proportiõales α, β, γ, ſicut α ad ε, ſic β ad γ, & ipſi quidẽ α, ε, γ, ſe ipſos multiplicãtes, efficiant ipſos δ, ϛ, ζ, ipſos autem δ, ζ, multiplicãtes, ipſos efficiant ν, θ, ω, Dico quod & ipſi δ, ϛ, ζ, & ipſi ν, θ, ω, continue ſunt proportionales. Ipſe nãque α, ipſum β multiplicans, ipſum efficiat λ, uterque aũt ipſorum α, ε, ipſum multiplicans λ, efficiat utrũq; ipſorum μ, ν, & rurſus ipſe β, ipſum γ, multiplicãs, ipſum efficiat ξ, uterq; aũt ipſorũ β, γ, ipſum ξ multiplicans, utrunq; ipſorũ ο, π, faciat, Similiter iam ex præcedẽtis theorematis diſcurſu oſtẽdemus quod ipſi δ, μ, ϛ, & ν, μ, ν, θ. cõtinue ſunt proportionales in ipſius α ad ε, ratiõe, & ipſi ϛ, ξ, ζ, & θ, ο, π, ω ſunt proportionales in ipſius β, ad γ, ratione. Et eſt ſicut α, ad β, ſic eſt ε ad γ, & ipſi δ, λ, ϛ, igitur, ipſis ϛ, ξ, ζ, in eadẽ ſunt ratione, & inſuper ipſi ϛ, μ, ν, θ, ipſis θ, ο, π, ω, & æqualis eſt quidẽ ipſorũ δ, λ, ϛ, multitudo, multitudini ipſorũ ϛ, ξ, ζ, et autem quæ ipſorum eſt ϛ, μ, ν, θ, ea quæ ipſorum eſt θ, ο, π, ω. Ex æquali igitur (per 14 ſeptimi. eſt ſicut quidẽ δ, ad ϛ, ſic eſt ϛ, ad ζ. Sicut autem ϛ ad θ, ſic eſt θ ad ω, quod demonſtrare oportebat.



Eucli.ex Camp. Propoſitio 13

13 SI quis quadratus numerus aliũ quadratũ numeret, latus quoq; ſuum, latus illius numerare probatur. Si uero latus ſuũ latus illius numeret, quadratus numerat quadratũ.

CAMPANVS. Sint duo numeri a & b quadrati, lateraq; eorũ c & d, dico quod ſi a numerat b, c quoq; numerabit d, & econuerſo. Cõſtat enim quod ex c in ſe fit a. ex d quoq; in ſe, b fiat igitur. e ex c in d, eruntq; per 18 & 19 ſeptimi, a. e, b, cõtinue proportionales in proportione c ad d. Si igitur a numerat b, idem ipſe per 7 huius, numerabit e, quare & c, d, quod eſt primum. Cõuerſa ſic patet. ſi c numerat d, a numerabit e, propter id quod proportio a ad e ſicut c ad d, & ſi numerat e, ipſe numerabit b, propter hoc quod ſunt continue proportionales.

a ....
e .....
b .....
c ..
d ...

Eucli.ex Zamb. Theorema 12 Propoſitio 14

14 Si quadratus numerus quadratum numerũ menſus fuerit, & latus latus metietur. Et ſi latus latus metiatur, & quadratus quadratum metietur.

THEON ex Zamb. *Sint quadrati nrmeri α. ε, latera uero ipſorũ, ſint γ, δ, at α ipſum ε metiatur. Dico quod & γ ipſum δ metietur. Igitur γ, ipſum δ multiplicans, efficiet ipſum ε. Igitur (per 17 & 18 ſeptimi, & 11 quinti, ac 13 octaui.) ipſi α, ε, ε, continue proportionales ſunt in ipſius γ ad δ ratione. Et quoniam ipſi α, ε, ε, continue ſunt proportionales, & metitur α ipſum β, metitur igitur (per 7 octaui,) & α ipſum γ. Eſtq; ſicut α ad ε, ſic γ ad δ, metitur igitur & γ ipſum δ. Sed iam metitur & γ ipſum δ. Dico quod & α ipſum β metitur, eiſdem namque diſpoſitis ſimiliter oſtendemus quod ipſi α, ε, ε. continue ſunt proportionales in ipſius γ ad δ, ratione, & quoniã eſt ſicut γ ad δ, ſic eſt α ad ε, metitur autem γ ipſum δ, metitur igitur & α ipſum ε, & ſunt ipſi α, ε, β, continue proportionales, metitur igitur & α ipſum β. Si quadratus igitur, & quæ ſequuntur reliqua quod oportebat demonſtrare.*

α .....
ε .....
ε .....
γ ...
δ ....

Eucli.ex Camp. Propoſitio 14

14 SI cubus aliũ cubũ numeret, latus quoq; ſuũ, latus alterius numerabit. Si uero latus ſuũ, latus alterius nũeret, cubus nũerabit cubũ.

CAMPANVS Sint duo nũeri a & cubi, lateraq; eorũ c & d, dico quod ſi a numerat b, c quoq; nũerabit d, & ecõuerſo ducatur enim b in ſe & fiat c, d quoq; in ſe, & fiat f, cõſtat igitur q; ex c in e fit a, & ex d in g, b, fiat itaq; f, ex c in d erũtq; per 17 & 19 ſeptimi, e, f, g, cõtinue proportionales in proportione c ad d, ſed & h, & k, proueniant ex c in f & g, per eaſdẽ igitur erũt a, h, k, b: continue quoq; proportionales in eadem proportione, itaque ſi a numerat b. idem per 7 huius numerabit h, quare & c, d, eſt enim c ad d, ſicut a ad h, conſtat igitur prima pars. Conuerſa patet, ſicut conuerſa prioris. Nã ſi e numerat d, a quoque numerabit h, quem ſi numerat, neceſſe eſt ut numeret b.

Eucli.ex Zamb. Theorema 13 Propoſitio 15

15 Si cubus numerus cubum numerum mẽſus fuerit, & latus latus metietur, Et ſi latus latus menſum fuerit, & cubus cubum metietur:

THEON ex Zamb. *Cubus enim numerus α, cubũ β metiatur, & ipſius quidẽ α, latus ſit γ, ipſius uero ε ſit δ. Dico quod γ ipſum δ metitur. Igitur γ, ſeipſum multiplicãs ipſum efficiat ε, & inſuper γ, ipſum δ multiplicans ipſum efficiat ζ. Ad δ ſeipſum multiplicãs ipſum efficiat η. Vterq; aũt ipſorũ γ, δ, ipſum ζ multiplicãs, utrũq; ipſorũ θ, κ, faciat. Manifeſtũ iam eſt (per 17 & 18 ſeptimi & 12 octaui.) quod ipſi ε, ζ, η, & α, θ, κ, ε, cõtinue ſunt proportionales, in ipſius γ ad δ, ratione. Et quoniã ipſi α, θ, κ, β, cõtinue ſunt proportiõales, & metitur α, ipſum β, metitur igitur (per 7 octaui) & α, ipſum θ, & eſt ſicut α ad θ, ſic eſt γ ad δ. Metitur igitur & γ ipſum δ. Sed iã metiatur γ, ipſum δ. Dico quod & α, ipſum ε metiuntur. Eiſdẽ nũq; diſpoſitis: ſimiliter oſtẽdemus quod ipſi α, θ, κ, β. cõtinue proportiõales ſunt in ipſius γ ad δ, ratione. quoniã enim γ ipſum δ, metitur, eſtq; ſicut γ ad δ, ſic α ad θ, & α igitur ipſum θ metitur. Quare & α ipſum ε metitur. Si cubus igitur nũerus & reliqua quod oportuit demõſtraſſe.*

α .....
θ .....
κ .....
β .....
γ ..
δ ....
ε ....
ζ .....
η .....

Eucl.ex Cãp. Propoſitio 15

15 SI numerus quadratus quẽdam alium quadratũ nõ numeret, nec latus ſuũ, latus illius numerabit. Si uero latus ſuũ, latus illius non

numeret,quadratus is quadratum illum non numerare ex neceſſitate con uincitur.

CAMPANVS. Hæc 15 proponit negationes conuerti,quæ affirmationibus quas 15 huius cõuerti propoſuit opponũtur. Vt ſi ſint duo numeri quadrati a & b,quorũ late ra c & d.ſi a nõ numerat b.c quoq; nõ numerabit d,econuerſo etiam ſi c non numerat d,nec a.b. Sit enim primo ut a non nu/ mereret b,ſi itaque c numerat d.per ſecundam partem 15 huius & a numerabit b.quod eſt cõtrarium poſitioni,ſicque patet pri mum. Secundum quoque ſic: ſit ut c non numeret d,itaque ſi a numeret b,per primã partem 15 neceſſe eſt ut c numeret d,neceſſe eſt igitur ut c nume ret ipſum,cum numerat ipſum,quod eſt impoſſibile.

a .... b .....
c.. d...

CAMPANI *annotatio.* Quemadmodũ autem neceſſe eſt conuerti negationes oppoſi tas affirmationibus quas 15 demonſtrauit conuerti,ſic quoque neceſſe eſt eas negatio/ nes quæ opponuntur illis affirmationibus quas præmiſſa conuerti demonſtrauit,cõ uertantur. Vnde ſi cubus nõ numerat cubũ: nec latus eius numerabit latus illius. econ uerſo quoque ſi latus unius non numerat latus alterius,nec ipſe cubus numerabit al/ terum cubum,demonſtratur autem hoc per præmiſſam à deſtructione conſequentis, ſicut quod propoſitum eſt per 15,ideoque hoc auctor non propoſuit,ſed per id quod propoſitum eſt,ipſum dedit intelligi.

Hæ ſequentes ex Zamberto duæ propoſitiones præcedenti ex Campano cum annotatione eiuſdem reſpondent.

Eucli.ex Zamb. *Theorema* 14 *Propoſitio* 16 *Converſa* 14

16 Si quadratus numerus quadratum numerum menſus non fuerit, neq; latus latus metietur. Et ſi latus latus menſum non fuerit, neque quadratus quadratum metietur,

THEON *ex Zamberto.* *Sint quadrati numeri α,β: eorum autem latera ſint γ,δ. At α,ipſum β non metiatur Dico quod neque γ,ipſum δ,metictur. Si autem γ ipſum δ,metitur,metitur (per 14 octa ui,) & α ipſum β: non metitur autem (per hypotheſin) β,ipſum ε, neque igitur γ,ipſum δ metietur. Non metiatur autem rurſus γ,ipſum δ. Dico quod neque α,ipſum ε, metie tur. Si autem α,ipſum ε metitur, & γ, (per 14 octaui.) ipſum δ. Nõ metitur autẽ γ,ipſum δ, (per hypotheſin,) neque α igitur, ipſum β metietur, quod erat demonſtrandum.*

α .....
β ... .
γ .....
δ .....
ε .....

Eucli. ex Zamb. *Theorema* 15 *Propoſitio* 17 *Converſa* 15

17 Si cubus numerus cubum numerum non metiatur, neque latus latus metietur. Et ſi latus latus non metiatur, neque cubus cubum metietur.

THEON *ex Zamb.* *Cubus enim numerus α, cubum numerum β non metiatur, & ipſius quidem α, latus eſto γ, ipſius uero β, ſit δ. Dico quod & γ, ipſum δ non metietur, Si enim γ ipſum δ metitur, & α, ipſum β metietur, (per 15 octaui,) non metitur autem α. ipſum β, (per hypotheſin,) neque igi/ tur γ, ipſum δ metietur. Sed iam non metiatur γ ipſum δ. Dico quod & α ipſum β non metietur, ſi enim α ipſum ε, metitur, & γ, ipſum δ, me tietur (per 15 octaui,) non metitur autem γ, ipſum δ, (per hypotheſin,) neque α igitur ipſum β, metietur: quod oportuit demonſtraße.*

α .....
β ... .
γ .....
δ .....
ε .....

Eucli. ex Camp. *Propoſitio* 16

16 SI duo numeri ſuperficiales fuerint ſimiles, neceſſe eſt tertium numerum ſecundum proportionalitatem continuam eis intereſſe. Eritq; proportio unius numeri ad alterum ſibi ſimi/ lem, uelut unius lateris ſui ad latus alterius ipſum reſpiciens proportio duplicata.

CAMPANVS *Sint duo numeri a & b, ſuperficiales & ſimiles, dico quod inter ipſos cadet unus numerus in continua pro portione, latera enim a ſint c & d. b uero latera, ſint e & f, erũt que ex conuerſione diffinitionis numerorũ ſimiliũ, c ad e, ſi/ cut d ad f, conſtat autem quod ex c in d fiat a, & ex e in f, b, fiat itaque*

a .....
g .....
b .....
c ..
d ....
e ...
f .....

itaque g ex e in d, eritque per 19 ſeptimi, a ad g, ſicut c ad e. & per 18 eiuſdem g ad b ſicut d ad f, quare a ad g, ſicut g ad b, eſt itaque g, contiua proportionalitate medius inter a & b, quod eſt propoſitum. Correlarium autem patet, cum ſit a ad b per diffinitionem ſicut a ad g duplicata, quæ eadem eſt illi quæ eſt c ad e.

Eucli. ex Camp. *Propoſitio 17*

17 SI ſecundum continuam proportionalitatē tertius numerus duobus numeris interſit, illi duo numeri ſuperficiales ſunt & ſimiles.

CAMPANVS Hæc eſt conuerſa præmiſſæ: Vt ſi inter a & b ſit c ſub continua proportionalitate conſtitutus, a & b erunt ſuperficiales & ſimiles, ſint enim d & e minimi in proportione qua continuantur a, c, b, qui per 21 ſeptimi, numerabunt a & c æqualiter, ſitque ut ſecundum f, & per eandem c & b æqualiter, ſitque ut ſecundum g, erunt igitur per diffinitionem a & b ſuperficiales, & erunt etiam per diffinitionem, d & f, latera numeri a, e quoque & g, latera numeri b. Quod autē ipſi ſint ſimiles, ſic habeto, cum, cum enim ex d in g, ſit c, & ex e in f ſit idem c, erit per ſecundam partem 20 ſeptimi, d ad e, ſicut f ad g, per diffinitionem igitur a & b ſunt ſimiles, quod eſt propoſitum. Hoc autem ultimum quod eſt a & b eſſe ſimiles, poteſt etiam per 19 & 18 ſeptimi, & per has hypotheſes quod a, c, b, ſunt continue proportionales in proportione d ad e minimorum numerantium a & c ſecundum f, & c & b ſecundum g

a .....
c .....
b .....
d ..
e ...
f ....
g .....

Eucli. ex Camp. *Propoſitio 18*

18. SI fuerint duo numeri ſolidi ſimiles, neceſſe eſt eis duos numeros ſecundū continuā proportionalitē intereſſe, eritq; proportio unius ſolidi ad alterū ſibi ſimilē, uelut cuiuslibet ſui lateris ad latus alterius reſpiciēs ſe proportioāliter, proportio triplicata.

CAMPANVS. Sint duo numeri a & b, ſolidi ſimiles, dico quod inter ipſos cadent duo numeri in continua proportione. Sint enim latera numeri a, c, d, e: latera uero b, ſint f, g, h, eruntq; ex conuerſione diffinitionis numerorum ſimilium, c ad f, & d ad g, ſicut c ad h. Sit igitur ex c in d, K, & ex f in g, l, erūtque ex diffinitione, K & l, ſuperficiales & ſimiles, quare per 16 huius, unus numerus cadit inter eos medius ſecundū proportionem c ad f, qui ſit m. Manifeſtum autem eſt quod ex e in K, ſit a & ex h in l, b. ſi igitur ex e in m & l fiant n & p, erunt per 18 ſeptimi, a ad n ſicut K ad m. & n ad p, ſicut m ad l, quare a, n, p, ſunt continue proportionales in proportione c ad f, & quia per 19 eiuſdem p ad b ſicut e ad h. & ideo ſicut c ad f, ſequitur ut quatuor numeri a, n, p, b ſint continue proportionales ſecundum proportionem c ad f, ſunt itaque inter a & b duo numeri n & p, mediſi in continua proportionalitate ſuorum laterū interpoſiti, quod eſt propoſitū. Correlariū autē patet, cū proportio a ad b ſit per diffinitionē ſicut a ad n triplicata, quæ eſt eadē illi quæ eſt c ad f.

a .....
n ... .
p .....
b .....
c ..
d ....
e ..
f ...
g .....
b ...
K .....
m .....
l .....

Eucli. ex Camp. *Propoſitio 19*

19 SI eis ſecundum cōtinuam proportionalitatem duo numeri interiacent, quilibet duo numeri, ſolidi ſunt atque ſimiles.

CAMP. Hæc eſt cōuerſa præmiſſæ, ut ſi inter a & b ſint duo numeri c & d mediſi in continua proportione, erunt a & b ſolidi & ſimiles. Sumantur enim tres minimi in eadem proportione continue proportionales: qui ſunt e, f, g, eruntque per 17 e, & g, ſuperficiales & ſimiles, ſint ergo h & k, latera e, at l, & m, latera g, eritque per correlarium 16 huius, e ad f, ſicut h ad l, aut ſicut K ad m. Manifeſtum autem eſt ex tertia quod e & g, ſunt contra ſe

a .....
c .....
d .....
b .....
e .... b .. K .. n ..
f .....
g ..... m ... l ... p ...

primi

primi,ideoque per 21 ſeptimi,in ſua proportione minimi,& quia per æquam proportionalitatem ſunt a ad d & c ad b ſicut e ad g,ſequitur per 21 ſeptimi,ut ipſi numerent a & d æqualiter,quod ſit ſecundum n,& item c & b æqualiter,quod ſecundum p. Quia igitur ex h in k fit e,& ex e in n fit a,ſequitur per diffinitionem ut a ſit ſolidus eiuſque latera h,k,n,ſimiliter quia ex l.in m fit g,& ex g in p,b,ſequitur etiam ut b. ſit ſolidus & eius latera l.m.p. Ipſos autem eſſe ſimiles ſic conſtabit. Cum ex g in n fiat d.& ex eodē in p,b:erit per 18 ſeptimi,n,ad p,ſicut d ad b.& quia ſic erant h ad l,& k ad m,per diffinitionem manifeſtum eſt a & b.eſſe ſimiles:quod eſt propoſitum.

Quatuor præcedentes ex Campano Euclidis propoſitiones ſcilicet 16,17,18,19,quatuor ſequentibus ex Zamberto propoſitionibus puta 18,19,20.21,hoc ordine reſpondent, prima primæ, ſecunda tertiæ,tertia ſecundæ,quarta quartæ.

Eucli.ex Zamb. Theorema 16 Propoſitio 18

18 **Duorum ſimilium planorum numerorum,unus medius proportionalis eſt numerus.Et planus ad planum duplam habet rationem, quàm ſimilis rationis latus ad ſimilis rationis latus.**

THEON ex Zamberto. Sint bini plani ſimiles numeri α,β.& ipſius α,latera ſint γ,δ,ipſius autem ε ſint, ζ,η. Et quoniam ſimiles plani ſunt,qui proportionalia habent latera,(per 22 diffinitionē ſeptimi,) eſt igitur ſicut γ ad δ,ſic eſt ζ,ad η. Dico igitur quod ipſorū α,β,unus medius proportionalis eſt numerus & α ad ε,duplam rationem habet,quàm γ,ad ζ,uel δ,ad η,hoc eſt quàm ſimilis rationis latus,ad ſimilis rationis latus. Et quoniā eſt ſicut γ,ad δ, ſic eſt ζ,ad η,uicißim igitur eſt (per 13 ſeptimi,) ſicut γ,ad ζ,ſic eſt δ ad η. Et quoniā α planus eſt, ipſius aūt latera ſunt γ,δ,igitur δ,ipſum γ,multiplicās,ipſum α fecit. Id propterea etiā ζ,ipſum η,multiplicās,ipſum effecit ε. At δ,ipſum ζ multiplicās,ipſum efficiat ϑ,& quoniā δ,ipſum quidē γ,multiplicās ipſū effecit α,ipſum aūt ζ multiplicās ipſum fecit ϑ,eſt igitur (per 17 ſeptimi,) ſicut γ,ad ζ,ſic eſt α ad ϑ. Sed ſicut γ,ad ζ.ſic eſt δ ad η,& ſicut igitur (per 11 quinti,) δ ad η:ſic α.ad ϑ. Rurſus quoniam ζ,ipſum quidem δ multiplicans ipſum effecit ϑ,ipſum aūt η,multiplicans ipſum β,fecit:eſt igitur,(per 17 ſeptimi,) ſicut δ ad η,ſic eſt ϑ ad β,oſtenſum autem eſt quod & ſicut δ,ad η,ſic eſt α ad ϑ,& ſicut igitur (per 11 quinti,) α,ad ϑ,ſic eſt ϑ,ad β. Igitur iipſi α,ϑ,β, cōtinue ſunt proportionales. Ipſorum igitur α,β,unus medius proportionalis eſt numerus. Dico iam quod & α,ad ε,duplam rationē habet,quàm ſimilis rationis latus ad ſimilis rationis latus,hoc eſt quàm γ,ad ζ,uel quàm δ,ad η. Quoniam enim ipſi α,ϑ,β,continue proportionales ſunt,igitur (per 10 diffinitionem quinti,) α,ad β,duplam habet rationem quàm ad ϑ,& eſt ſicut α,ad ϑ,ſic eſt γ,ad ζ,& δ,ad η,& α,igitur ad β,duplam rationem habet quàm γ,ad ζ,uel δ,ad η,quod erat demonſtrandum.

α .....
ϑ .....
β .....
γ ..
δ .....
η ...
ζ .....

Eucli.ex Zamb. Theorema 17 Propoſitio 19

19 **Duorum ſimilium ſolidorum numerorum,bini mediꝫ proportionales ſunt numeri, Et ſolidus ad ſolidum ſimile triplam rationem habet, quàm ſimilis rationis latus ad ſimilis rationis latus.**

THEON ex Zamberto. Sint bini ſimiles ſolidi numeri,α,ε,& α .....
ipſius quidem α,latera ſint γ δ ζ,numeri ipſius aūt ε,ſint η,ϑ,ι,& quo ϑ .....
niam (per 22 diffinitionem ſeptimi,ſimiles ſolidi latera habent propor η .....
tionalia,eſt igitur ſicut γ ad δ,ſic eſt η,ad ϑ,ſicut autem δ ad ζ,ſic ϑ ad ι β .....
Dico quod ipſorum α,β,bini mediꝫ proportiōales ſunt numeri,& quod γ ..
α,ad β,triplam rationē habet,quàm γ,ad η,uel δ,ad ϑ,uel inſuper γ,ad δ ..
ε. Igitur γ ipſum δ,multiplicans,ipſum efficiat ϑ:at η,ipſum ϑ, multipli ε ..
cans ipſum efficiat λ. Et quoniā ipſi γ,δ,ipſis η,ϑ,in eadem ſunt ratione η ...
ex ipſis ſiquidē γ,δ,gignitur ϑ,ex ipſis autem η,ϑ,gignitur λ,igitur ϑ,λ, ſimi ϑ ...
les plani ſunt numeri. Ipſorum igitur ϑ,λ,unus medius proportiona ι ...
lis eſt numerus (per 18 octaui) ſit μ. Igitur μ ex ipſis δ,η. gignitur, quē ε ....
admodum ex præcedenti patuit theoremate. Eſt igitur ſicut ϑ, ad μ, ... μ
ſic eſt μ.ad λ. Et quoniam δ,ipſum quidē γ,multiplicans fecit ipſum ϑ, λ .....
ipſum aūt η. multiplicās fecit ipſum μ.eſt igitur (per 17 ſeptimi) ſicut
γ,ad η,ſic eſt ϑ,ad μ,ſed ſicut ϑ,ad μ,ſic μ ad λ. Ipſi igitur ϑ,μ,λ,cōtinue ſunt proportiōales,in ipſius γ,ad δ,ratiōe. Et

quoniam

quoniam eſt ſicut γ,ad δ,ſic eſt ξ,ad ν,uiciſſim igitur (per 13 ſeptimi,) eſt ſicut γ,ad ξ,ſic eſt δ,ad ν. Rurſus quoniã eſt ſicut δ,ad ι,ſic ν,ad θ,uiciſſim igitur (per 13 ſeptimi,eſt ſicut δ,ad ν,ſic eſt ι,ad θ. Ipſi igitur α,λ, μ, continue ſunt proportionales in ipſius γ,ad ξ,& δ,ad ν ratione,& inſuper ipſius ι,ad θ. Vterque iam ipſorum ι,θ.ipſum μ,multiplicans,utrũque ipſorum ν, ξ, faciat. & quoniam α,ſolidus eſt,latera autẽ eius ipſi γ,δ.ι,igitur ι,eum qui ex γ,δ, multiplicans ipſum,effecit α,at qui gignitur ex γ, δ, eſt ν. Igitur ι, ipſum α. multiplicans,ipſum effecit ν. Id propterea etiam θ,ipſum qui gignitur ex ξ,ν,hoc eſt λ,multiplicãs,ipſum effecit ϛ. Et quoniam ι,ipſum ν multiplicans ipſum α,effecit,ſed & ipſum μ,multiplicans ipſum ν,effecit, eſt igitur (per 17 ſeptimi,ſicut ν,ad μ,ſic eſt α,ad ν. Sicut autem ν,ad μ, ſic eſt γ,ad ξ,& δ,ad ν,& inſuper ι ad θ,ſicut igitur γ ad ξ, & δ,ad ν. & ι,ad θ,ſic eſt α,ad ν. Rurſus quoniam uterque ipſorum ι,θ,ipſum multiplicans μ,utrũq; ipſorũ ν,ξ,fecit,eſt igitur (per 18 ſeptimi,) ſicut ι, ad θ,ſic eſt ν,ad ξ. Sed ſicut ι,ad θ,ſic eſt γ,ad ξ,& δ,ad ν,& ſicut igitur (per 11 quinti,) γ ad ξ,& δ,ad ν,& ι,ad θ,ſic eſt α,ad ν. & ν,ad ξ. Rurſus quoniã θ,ipſum μ,multiplicans ipſum fecit ξ,ſed & ipſum λ,multiplicãs ipſum effecit ϛ,eſt igitur (per 17 ſeptimi,) ſicut μ,ad λ. ſic ξ,ad ϛ. Sed ſicut μ,ad λ,ſic eſt γ,ad ξ,& δ,ad ν. & ι,ad θ, & ſicut igitur γ,ad ξ,& δ,ad ν. & ι,ad θ,ſic non ſolum ξ ad β. ſed & α,ad ν,& ν ad ξ. Igitur ipſi α,ν,ξ,β:continue ſunt proportionales in prædictis laterum rationibus. Dico inſuper quod & α,ad β, triplam rationẽ habet,quam ſimilis rationis latus ad ſimilis rationis latus boc eſt, quàm γ,numerus ad ξ,uel δ ad ν,& inſuper quàm ι,ad θ. Quoniam enim quatuor numeri continue ſunt proportionales,boc eſt, α,ν,ξ, θ,igitur (per 10 diffinitionem quinti,) α, ad β, triplam rationẽ habet,quàm α,ad ν. Sed ſicut α ad ν ſic patuit γ,ad ξ,δ ad ν,& inſuper ι ad θ. Igitur α,ad β, triplã rationẽ habet,quàm ſimilis rationis latus ad ſimilis rationis latus,boc eſt,quàm γ,numerus ad ξ,numerũ & δ,ad ν,& ι ad θ,quod erat demonſtrandũ.

α .....
ν .....
ξ .....
β .....
γ ..
δ ..
ι ..
ξ ..
ν ...
θ ...
α ....
μ .....
λ .....

Eucli.ex Zamb. Theorema 18 Propoſitio 20

Si binorum numerorum unus medius proportionalis fuerit numerus, ſimiles plani erunt ipſi numeri.

20

THEON ex Zamberto. Duorum enim numerorum α,β,unus medius proportionalis eſto γ,numerus. Dico quod ipſi α,β:ſimiles plani ſunt numeri,Sumantur (per 35 ſeptimi) enim minimi numeri eandem rationem habentium ipſis α,γ,ϛ,duo:ſintq; δ,ι. Eſt igitur ſicut δ,ad ι,ſic eſt α,ad γ,ſed ſicut α,ad γ,ſic eſt γ,ad β,& ſicut igitur (per 11 quinti,) δ,ad ι,ſic γ ad ϛ, Aeque igitur δ,ipſum α metitur, & ι,ipſum γ, quoties autẽ δ,ipſum α metitur,tot unitates ſint in ξ,igitur ξ,ipſum δ multiplicans ipſum effecit α, Ipſum autem ι, multiplicans,ipſum fecit γ,quare α,planus eſt:latera autem eius ſunt δ,ξ, (per 22 diffinitionẽ ſeptimi.) Rurſus quoniam ipſi δ,ι,minimi ſunt eandem rationem habentium ipſis γ,ϛ,æque igitur (per 21 ſeptimi,) δ,ipſum γ, metitur & ι,ipſum ϛ. Quoties,autẽ ι,ipſum β,metitur,tot unitates ſint in ipſo ν, Igitur ι,ipſum β,metitur per eas quæ in ν,ſunt unitates,igitur ν,ipſum ι multiplicãs,ipſum effecit β,igitur planus eſt (per 23 diffinitionẽ ſeptimi,) latera aũt eius ſunt ι,ν. Igitur ipſi α ϛ,plani ſunt duo numeri. Dico inſuper quod & ſimiles. Quoniam enim uetrq; ipſorũ ξ,ν,ipſum ι, multiplicans, utrunque ipſorũ γ,β,effecit,eſt igitur (per 17 ſeptimi,) ſicut ξ ad ν,ſicut eſt γ,ad β. Sicut autem γ,ad ϛ,ſic δ ad ι,& ſicut igitur (per 11 quinti,) δ ad ι,ſic ξ,ad ξ. Ipſi igitur α,β ſimiles plani ſunt numeri,eorum enim latera proportionalia ſunt quod erat demonſtrandum.

α .....
γ .....
β .....
δ ...
ι ....
ξ .....
ν .....

Hoc fiet,per 35 ſeptimi,ſumendo ipſorum aut α γ, aut γ ϛ, maximam dimenſionem per quam inuenientur duo in eadem ratione minimi,boc eſt δ,ι.

Eucli.ex Zamb. Theorema 19 Propoſitio 21

21 Si duorum numerorũ duo medij proportionales fuerint numeri ſimiles ſolidi ſunt ipſi numeri.

α .....
γ .....
δ .....
ϛ.....
ι .....
ξ .....
ν .....
θ ...
ν ...
λ ....
μ ....

THEON ex Zamberto. Duorum enim numerorum α,ϛ,duo medij proportionales ſint numeri γ,δ,dico quod ipſi α,β,ſimiles ſolidi ſunt. Sumantur enim (per 35 ſeptimi, aut 2 octaui,) minimi numeri eandem rationem habentium eiſdem α,γ,δ,ϛ,tres:ſintque ι, ξ, ν. Igitur (per tertiã octaui) eorum extremi ι,ν,primt adinuicẽ ſunt,& quoniã ipſorũ ι,ν,unus medius proportionaliſeſt numerus,ſimiles igitur plani ſunt (per 20 octaui.) Sint

Hoc fiet,per 35 ſep. ſumendo ipſorũ aut α γ δ,aut γ δ ϛ,maximã dimẽſionẽ per quã inueniẽtur tres in eadẽ ratione minimi. Aut ipſorũ uel α γ, uel γ δ, uel δ ϛ,ſumendo maximã dimenſionẽ per quã ſumẽtur duo in eadẽ ratione minimi,per quos per 2 octaui ſumẽtur tres,boc eſt ι ξ ν

Sint igitur ipſius quidem ι,latera θ,μ,ipſius autem ν,ſint λ,μ. Manifeſtum igitur eſt ex boc,quod ipſi ι,ξ,ν, continuæ proportionales ſunt in ipſius θ,ad λ,ratione,& ipſius ν,ad μ. Et quoniam ipſi ι,ξ,ν, minimi ſunt eandem rationem habentiũ ipſis α,γ,δ,ex æquali igitur (per 14. ſeptimi) eſt ſicut ι,ad ν,ſic eſt α.ad δ. At ι,ν,(per 9 octaui primi,) ſunt primi autem,& minimi,minimi uero,(per 21 ſeptimi,) metiuntur eandem rationem habentes æqualiter:maior maiorem,& minorem,boc eſt antecedens antecedentem,& ſequens ſequentem: æque igitur ι,ipſum α,metitur,& ν,ipſum δ,quoties igitur ι,ipſum α, metitur:tot unitates ſunt in ipſo ν. Igitur ν,ipſum ι,multiplicans,ipſum effecit α. At ε,ι,eſt ex θ,κ. igitur ν,eum qui ex θ,κ,gignitur multiplicans ipſum effecit α. Solidus igitur eſt α,latera autem eius ſunt θ,κ,ν, Rurſus quoniam ipſi ι,ξ,ν,minimi ſunt eandem rationem habentium ipſis γ,δ,β,æque igitur ι,ipſum γ,metitur & ν,ipſum ε. Quoties autem ν,ipſum θ metitur:tot unitates ſint in ξ. Igitur ν,ipſum β metitur per eas quæ in ξ,ſunt unitates. Igitur ξ,ipſum ν multiplicans,ipſum effecit β. At ν,eſt ex λ,μ. Igitur ξ,eum qui ex λ,μ,gignitur multiplicãs ipſum fecit ε. Solidus igitur eſt β,latera autem eius ſunt λ, μ,ξ. Igitur ipſi α,β,ſolidi ſunt. Dico inſuper quod & ſimiles. quoniam ν ξ,ipſum ι,multiplicãtes ipſos fecerunt α,γ,eſt igitur (per 18 ſeptimi,) ſicut ν,ad ξ,ſic eſt α,ad γ,hoc eſt ι,ad ξ. Sed ſicut ι,ad ξ,ſic eſt θ,ad λ,et λ,ad μ. & ſicut igitur (per 11 quinti,) θ,ad λ,ſic κ,ad μ,& ν,ad ξ,& ſunt quidem ipſi θ,κ,μ,latera ipſius α,ipſi uero ξ,λ,μ,latera ſunt ipſius β. Igitur ipſi α,ε,numeri ſolidi ſunt ſimiles,quod oportuit demonſtraſſe.

α .....
γ .....
δ .....
ε .....
θ .....
κ .....
ξ .....
ν .....
λ .....
μ .....

Eucli. ex Camp. Propoſitio 20.

20 SI trium numerorum continue proportionalium primus fuerit quadratus,tertium quoque quadratum eſſe.

CAMPANVS Sint tres numeri continue proportionales a,b.c,ſitque a quadratus. Dico quod c eſt etiam quadratus: ſunt enim per 17 a & c ſuperficiales & ſimiles,cum igitur a ſit quadratus: per hypotheſin,erit c quadratus.

a .... b ..... c .....

Eucli. ex Zamb. Theorema 20 Propoſitio 22

22 Si tres numeri continue proportionales fuerint,primuſque fuerit quadratus,& tertius quadratus erit.

THEON ex Zamberto. Sint tres numeri continue proportionales α,ε,γ,primus autem ſit quadratus. Dico quod & tertius quadratus eſt, quoniam enim ipſorum α,γ, (per 20 octaui,) unus medius proportionalis eſt numerus ε,igitur α,γ,ſimiles plani ſunt,at quadratus eſt α,quadratus igitur eſt & γ,quod erat demonſtrãdum.

β .....
β .....
δ .....

Eucli. ex Camp. Propoſitio 21

21 SI quatuor numerorum continue proportionalium primus fuit cubus,quartum cubum eſſe neceſſe eſt.

CAMPANVS Sint quatuor numeri continue proportionales a,b,c,d ſitque a cubus. dico quod d eſt etiam cubus,conſtat enim per 19 quod a & d ſunt ſolidi ſimiles. & quia a eſt cubus per hypotheſin. erit etiam d cubus.

Eucli. ex Zamb. Theorema 22 Propoſitio 23

23 Si quatuor numeri continue proportionales fuerint,primus autem cubus fuerit,& quartus cubus erit.

THEON ex Zamberto. Sint quatuor numeri proportionales continue, α,ε,γ,δ, ſit autem α,cubus, dico quod & δ,cubus erit. Quoniam enim ipſorum α,δ, duo medij proportionales ſunt numeri β,γ, Ipſi igitur α,δ, ſimiles ſunt ſolidi numeri,at α, cubus eſt, cubus igitur eſt & δ,quod demonſtraſſe oportuit.

α .....
ε .....
γ .....
δ .....

Eucli.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 22

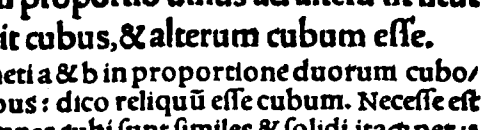
22 SI duorum numerorũ quorum proportio ſicut quadrati ad quadratum, fuerit unus quadratus, alterum quoq; quadratũ eſſe.

CAMPANVS. Sint duo numeri a & b, in proportione duorum quadratorum qui ſunt c & d, ſitq; a uel b quadratus: dico reliquum eſſe quadratum. Cum enim c & d ſint quadrati, ſequitur eos eſſe ſuperficiales. Ideoq; per 16 cadet unus medius inter eos in continua proportione: quare per 8 inter a & b, per 16 igitur conſtat propoſitum.

Eucli. ex Zamb. Theorema 22 Propoſitio 24

24 Si bini numeri rationem habuerint, quam quadratus numerus ad quadratum numerum, primus autem fuerit quadratus, & ſecundus quadratus erit.

THEON ex Zamberto. Bini enim numeri α, β, adinuicem rationem habeant, quam quadratus numerus γ ad quadratum numerum δ. Ipſe autem α quadratus ſit, dico quod & β quadratus eſt. Quoniam ipſi γ, δ, ſunt quadrati, ipſi γ, δ, igitur ſimiles plani ſunt. Ipſorũ igitur γ, δ, (per 18 octaui) unus medius proportionalis eſt numerus. Et eſt ſicut γ ad δ, ſic eſt α ad β. Ipſorum igitur α, β, unus medius proportionalis eſt numerus. At α quadratus eſt, & β igitur quadratus eſt, quod erat demonſtrandum.



Camp. 22
Zamb. 24

Eucli. ex Camp. Propoſitio 23

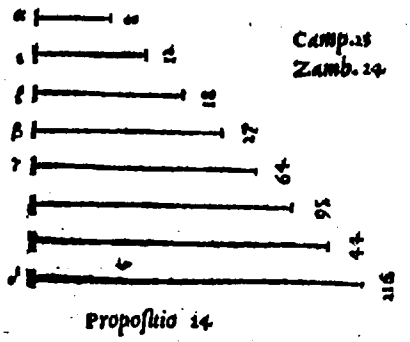
23 SI duorum numerorũ quorum proportio unius ad alterũ ſit ſicut cubi ad cubum, alteruter fuerit cubus, & alterum cubum eſſe.

CAMPANVS. Sint duo numeri a & b in proportione duorum cuborum qui ſunt c & d, ſitq; a uel b cubus: dico reliquũ eſſe cubum. Neceſſe eſt enim quod c & d ſint ſolidi ſimiles, quippe omnes cubi ſunt ſimiles & ſolidi, itaq; per 18 inter ipſos cadent duo medij in continua proportione: totidem igitur per 8 cadent inter a & b, itaque per 21 manifeſtum eſt quod dicitur.

Eucli. ex Zamb. Theorema 23 Propoſitio 25

25 Si bini numeri adinuicem rationem habuerint, quam cubus numerus ad cubum numerum, primus autem cubus fuerit, & ſecundus cubus erit.

THEON ex Zamberto. Bini enim numeri α, β, adinuicem rationem habeant, quam cubus numerus γ ad cubum numerum δ, cubus autem eſto α. Dico quod & ε cubus eſt. Quoniam enim ipſi γ, δ, cubi ſunt, ſunt igitur (per 19 octaui) ipſi γ, δ, ſimiles ſolidi, ipſorum igitur γ, δ, bini medij ſunt proportionales (per 21 octaui:) quot autem inter ipſos γ, δ, continue proportionales cadunt, totidem & inter eandem rationem habentes cadunt numeri. Quare & inter α β duo medij proportionales cadunt, (per 8 octaui) cadant ipſi ε, ζ. Quoniam igitur quatuor numeri α, ε, ζ, β, continue proportionales ſunt, & α cubus eſt, cubus igitur eſt (per 23 octaui) & β, quod oſtendere oportuit.



Camp. 23
Zamb. 24

Eucli. ex Camp. Propoſitio 24

24 VMerorum ſuperficialium ſimilium eſt proportio unius ad alterum, ſicut proportio quadrati ad quadratum.

CAMPANVS. Sint a & b ſuperficiales ſimiles, dico quod unus ad alterum eſt proportio, ſicut quadrati ad quadratum, erit enim per 16 inter eos unus numerus medius in cõtinua proportione qui ſit c, ſumptis itaque tribus minimis in pportione eorum qui ſunt d, e, f, erunt per correlarium 2, d & f quadrati: & quia per æquam proportionalitatẽ eſt a ad b ſicut d ad f, conſtat uerum eſſe quod proponitur.

Eucli. ex Zamb. Theorema 24 Propoſitio 26

26 Similes plani numeri adinuicem rationem habent, quam quadratus numerus ad quadratum numerum.

THEON ex Zamber. Sint ſimiles plani numeri α, β. Dico quod α ad β rationem habet, quam quadratus numerus ad quadratum numerum. Quoniam ipſi α, ϛ, ſimiles plani ſunt, inter ipſos igitur α, ϛ, unus medius ꝓportionalis cadit numerus (per 18 octaui.) Cadat, & ſit γ, aſſumanturq; (per 35 ſeptimi) minimi numeri eandem ipſis α, ϛ, γ, habentiũ rationem, ſintq; δ, ε, ζ: ipſi igitur ipſorum extremi, hoc eſt δ, ζ, ſunt quadrati. Et quoniam eſt ſicut δ ad ζ, ſic α ad β, & ipſi δ, ζ, ſunt quadrati, igitur α ad β rationem habet, quam quadratus numerus ad quadratum numerum, quod demonſtrare oportebat.

α .....
γ .....
β .....
δ .....
ε .....
ζ .....

Eucli. ex Camp. Propoſitio 25

25 OMnium duorum ſolidorum ſimilium eſt proportio unius ad alterum, ſicut alicuius cubi ad aliquem cubum.

CAMPANVS. Sint a & b ſolidi ſimiles, dico quod proportio unius eorum ad alterum, eſt ſicut alicuius cubi ad aliquem alium cubum. Sunt quidem per 15 inter eos duo numeri mediꝭ ſecundum continuam proportionẽ, qui ſint c & d, & in eorũ proportione ſint minimi quatuor e, f, g, h, quorũ e & h erunt cubi per correlarium ſecũdæ: quia igitur per æquam proportionalitatẽ eſt a ad b, ſicut c ad d, liquet propoſitũ.

Eucli. ex Zamb. Theorema 25 Propoſitio 27

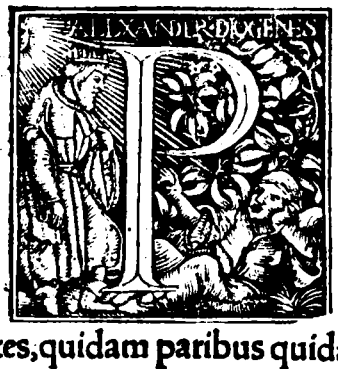
27 Similes ſolidi numeri adinuicem rationem habent, quam cubus numerus ad cubum numerum.

THEON ex Zamberto. Sint ſimiles ſolidi numeri α, β. Dico quod α ad β rationem habet, quam cubus numerus ad cubum numerum. Quoniam enim ipſi α, ϛ, ſimiles ſolidi ſunt, inter ipſos igitur α, β, (per 19 octaui) bini cadunt numeri proportionales, cadunt, & ſint ε, δ. Accipianturq; (per 35 ſeptimi) minimi numeri eandem habentium rationem ipſis α, γ, δ, β, ſintq; ipſis æquales multitudine ε, ζ, η, θ. Ipſi igitur ε, θ, eorum extremi cubi ſunt: eſtq; ſicut ε ad θ, ſic α ad β. Et α igitur ad ϛ rationem habet, quàm cubus numerus ad cubum numerum, quod oportuit demonſtraſſe.

α .....
γ .....
δ .....
β .....
ε .....
ζ .....
η .....
θ .....

EVCLIDIS MEGARENSIS GRAECI PHILOSOPHI, ARITHMETICORVM ELEMENTORVM LIBER NONVS.

Ex Campano. Diffinitiones.



PAr numerus, eſt qui poteſt in duo æqualia diuidi. 1 2 Impar numerus, eſt qui in duo æqualia diuidi non poteſt, additq; ſupra parem unitatẽ. 3 Pariter par, eſt quem cuncti pares eum numerantes, paribus uicibus numerant. 4 Pariter impar eſt quem cuncti pares eum numerantes, imparibus uicibus numerant. 5 Pariter par & impariter, eſt quem pares eum numerantes, quidam paribus quidam imparibus uicibus numerãt. 6 Impariter impar, quẽ cuncti impares eum numerantes, imparibus uicibus numerãt.

Perfectus

7 Perfectus numerus appellatur, qui omnibus partibus ſuis quibus numeratur, eſt æqualis. 8 Abundans dicitur, qui omnibus ſuis partibus minor eſt. 9 Diminutus uero, qui maior.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 1

1  I fuerint duo numeri ſuperficiales ſimiles, qui ex ductu alterius in alterum producetur, numerũ quadratũ eſſe neceſſe eſt.

CAMPANVS. Sint a & b ſuperficiales ſimiles, ex quorum multiplicatione proueniat c, dico c eſſe quadratũ: fiat enim d ex a in ſe, eritq; per 18 ſeptimi, d ad c, ſicut a ad b, & quia inter a & b cadit medius ſecũdum continuam proportionalitatẽ per 16 octaui, ſequitur per 8 eiuſdem, ut unus quoq; cadat inter d & c, itaq; cum d ſit quadratus, erit per 20 eiuſdem, c quoq; quadratus, quod eſt propoſitũ.

Eucli. ex Zamb. Theorema 1 Propoſitio 1

1 Si bini ſimiles plani numeri ſeſe inuicem multiplicantes, aliquem fecerint, factus ex eis quadratus erit.

THEON ex Zamb. *Sint bini ſimiles plani numeri α, β, & α ipſum β multiplicans, ipſum efficiat γ. Dico quod γ quadratus eſt, ipſe enim α ſeipſum multiplicans, ipſum δ efficiat, ipſe igitur δ, quadratus eſt. Quoniam igitur α ſe ipſum multiplicans ipſum δ fecit, ipſum autem β multiplicans ipſum γ fecit: eſt igitur (per 17 ſeptimi) ſicut α ad β, ſic δ ad γ. Et quoniam ipſi α, ε, ſimiles plani ſunt numeri, unus medius (per 18 octaui) proportionalis cadit numerus ipſorum α, ε. Si autẽ inter binos numeros continue proportionales, numeri proportionales ceciderint, quot inter ipſos cadunt totidem quoq; (per 8 octaui) & inter eandem rationem habentes cadent. Quare & inter ipſos γ, δ, unus medius proportionalis numerus cadit: eſt autem ipſe δ, quadratus, quadratus igitur eſt γ, quod oſtendere oportuit.*

γ .....
.....
δ .....
β .....
.....
α ....

Eucli. ex Camp. Propoſitio 2

2  I ex ductu alterius in alterũ tetragonus producatur, duo quilibet numeri ſunt ſuperficiales ſimiles.

CORRELARIVM.

Ex his itaq; patens eſt, quia ſi tetragonus in tetragonũ ducatur, qui ex eis producetur, tetragonũ eſſe. Si uero ex ductu tetragoni in numerum aliquem, tetragonus producatur, illum numerum aliquem eſſe tetragonũ. Itemq; ſi ex ductu tetragoni in numerum aliquem, non tetragonus producatur, eum numerum aliquem non tetragonum eſſe. Si uero tetragonus in numerum aliquem non tetragonum ducatur, qui inde producetur, non tetragonum eſſe neceſſe eſt.

CAMPANVS. Hæc eſt conuerſa prioris. Vt ſi ex a in b fiat c, fueritq; c quadratus, erunt a & b, ſuperficiales ſimiles. Sit enim d ex a in ſe, eritq; per 18 ſeptimi, d ad c, ſicut a ad b. Per 16 autẽ octaui, cum d & c ſint ſuperficiales ſimiles, eo q; ſunt ambo quadrati, erit inter eos unus numerus medius ſecundum continuam proportionem: per 8 itaq; eiuſdem erit etiam unus inter a & b, igitur per 17 eiuſdẽ, a & b ſunt ſuperficiales ſimiles, quod eſt propoſitũ.

c .....
.....
d ....
b .....
....
a ..

Prima pars correlarij patet per præmiſſam, ſunt enim omnes tetragoni, ſuperficiales ſimiles. Secũda patet ex hac, cum ſit ſolus tetragonus ſimilis tetragono. Tertia pars patet, ex prima ipſius correlarij parte, à deſtructione conſequẽtis. Quarta uero patet ex eiuſdem parte ſecunda, à deſtructione conſequentis.

Eucli. ex Zamb. Theorema 2 Propoſitio 2

2 Si bini numeri inuicem ſeſe multiplicantes, quadratum fecerint, ſimiles plani ſunt.

THEON ex Zamb. Bini enim numeri α,β,inuicem ſeſe multiplicantes,quadratũ efficiant γ.Dico quod & ipſi α,β,ſimiles plani ſunt numeri.Ipſe enim α ſeipſum multiplicãs,ipſum δ efficiat:δ igitur quadratus eſt. Et quoniã α ſeipſum quidem multiplicãs ipſum δ fecit,ipſum autem ε multiplicans ipſum γ fecit,eſt igitur (per 17 ſeptimi) ſicut α ad β,ſic δ ad γ:& quoniam δ quadratus eſt,ſed & γ,ipſi igitur δ,γ,ſimiles plani ſunt,proſorũ igitur δ,γ. (per 18 octaui) unus medius proportionalis eſt numerus,& eſt ut δ ad γ,ſic α ad β. Ipſorum igitur α,ε,(per 8 octaui) unus medius eſt proportionalis. Si autem binorum numerorũ unus medius proportionalis eſt numerus,(per 18 octaui,) ſimiles plani ſunt numeri:ipſi igitur α,β,ſimiles plani ſunt,quod oportuit demonſtraſſe.

γ .....
.....
δ .....
β .....
.....
α ...

Eucli. ex Camp. Propoſitio 3

3 SI numerus cubus in ſeipſum ducatur, qui inde producetur erit cubus. CAMPANVS. Sit a cubus,ex quo in ſe ducto fiat b,dico b eſſe cubum: ſit enim c latus cubicũ a,ex c uero in ſe,fiat d,patet itaq; q̃ ex c in d,fit a:ſunt igitur unitas, c, d, a, continue proportionales,quod ex 18 ſeptimi, & præſentibus hypotheſibus manifeſtũ eſt, & quia a eſt a ad b, ſicut unitas ad a. eo quod quoties unitas eſt in a toties a in b,erunt inter a & b,duo numeri mediĳ ſecundum proportionalitatẽ continuam per 8 octaui, cum igitur ex hypotheſi ſit a cubus, erit per 21 eiuſdem,b quoq; cubus,quod oportebat demonſtrare.

Eucli. ex Zamb. Theorema 3 Propoſitio 3

8 Si cubus numerus ſeipſum multiplicãs aliquẽ fecerit, factus cubus erit.

THEON ex Zamb. Cubus enim numerus α,ſeipſum multiplicans,ipſum efficiat ε. Dico quod β cubus eſt, accipiatur enim ipſius α,latus γ,& γ ſeipſum multiplicans,ipſum efficiat δ,manifeſtũ iam eſt,quod γ ipſum δ multiplicãs,ipſum effecit α:& quoniã γ ſeipſum multiplicãs,ipſum δ fecit,igitur γ ipſum δ metitur per eas quæ in ipſo ſunt unitates. Sed & unitas ipſum γ metitur,per eas quæ in ipſo ſunt unitates. Eſt igitur ſicut unitas ad γ,ſic γ ad δ Rurſus quoniam γ ipſum δ multiplicãs, ipſum effecit α,igitur ipſe δ ipſum α metitur per eas quæ in ipſo γ ſunt unitates. At unitas ipſum γ metitur per eas quæ in ipſo ſunt unitates. Eſt igitur ſicut unitas ad γ,ſic δ ad α Sed ſicut unitas ad γ,ſic γ ad δ,& (per 11 quinti) igitur ſicut unitas ad γ,ſic γ ad δ & δ ad α. Iſtius igitur unitatis & α, bini mediĳ ſunt continue proportionales numeri γ,δ. Rurſus quoniam α ſeipſum multiplicans,ipſum β fecit,igitur α ipſum β metitur per eas quæ in ſeipſo ſunt unitates. Metitur autem & unitas ipſum α per eas quæ in ipſo ſunt unitates. Eſt igitur ſicut unitas ad α,ſic α ad ε. Ipſius autẽ α & unitatis,bini mediĳ ſunt proportionales numeri. & ipſorũ igitur α ε,bini mediĳ proportionales ſunt numeri(per 8 octaui.) Si autem binorũ numerorũ bini mediĳ proportionales fuerint numeri,primus autem cubus fuerit,& quartus cubus erit (per 21 octaui:) eſt autẽ α cubus, & β igitur cubus eſt.quod oſtendere oportuit. Eucli.ex Camp. Propoſitio 4.

β .....
.....
.....
α .....
δ ....
γ ..
unitas .

4 SI cubus in alium cubũ ducatur,qui inde producetur erit cubus. CAMPANVS. Sint a & b cubi, fiatq; c ex a in b: dico c eſſe cubum, fiat enim d ex a in ſe, eritq; per præmiſſam d cubus, & quia per 18 ſeptimi, eſt a ad b,ſicut d ad c,conſtat ex 21 octaui,c eſſe cubum,quod eſt propoſitum.

Eucli.ex Zamb. Theorema 4 Propoſitio 4

4 Si cubus numerus cubum numerum multiplicans,aliquem fecerit,factus cubus erit.

THEON ex Zamb. Cubus enim numerus α,cubus numerũ β multiplicans,efficiat γ. Dico quod γ cubus eſt. Ipſe nanq; α ſeipſum multiplicans,ipſum efficiat δ. Igitur δ cubus eſt (per præcedentem.) Et quoniam α ſeipſum multiplicãs, ipſum δ fecit, ipſum autem β multiplicans,ipſum,fecit,eſt igitur(per 17 ſeptimi) ſicut α ad β,ſic δ ad γ. Et quoniam ipſi α cubi ſunt,ſimiles ſolidi ſunt ipſi α,ε. Iſdorum igitur α,β,) per 19 octaui) bini mediĳ ſunt proportionales numeri. Quare & (per 8 eiuſdem ipſorum) δ,γ,bini mediĳ proportionales ſunt numeri,eſt autem δ cubus, cubus igitur eſt & γ,quod demonſtrare oportebat.

α ——— 8 27
β ——— 64
γ ——— 216
δ ———

Eucli. ex

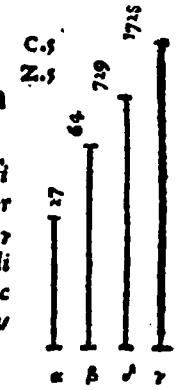
Eucli. ex Camp. Propoſitio 4

5 SI numerus cubus in numerũ alium ducatur, fueritq; productus cubus, in quem ductus eſt, numerũ cubum eſſe neceſſe eſt.

CORRELARIVM.

Vnde & manifeſtum eſt, quia ex ductu cubi in non cubum, producitur non cubus. Ductoq; cubo in numerum aliquem, ſi fuerit qui inde producitur non cubus, in quem ille ductus fuerit, neceſſe eſt eſſe non cubum.

CAMPANVS. Sit enim ex a cubo in b numerũ, productus c cubus, dico b eſſe cubum: fiat enim d ex a in ſe, qui per antepræmiſſam erit cubus, quia igitur eſt per 18 ſept. a ad b ſicut d ad c, eſtq; a cubus, ſed & d & c cubi, erit per 23 octaui, b cubus, quod eſt propoſitũ. Prima pars correlarij, patet ex hac quinta, à deſtructione conſequentis, ſecunda, per præmiſſam, ſimiliter à deſtructione conſequentis.



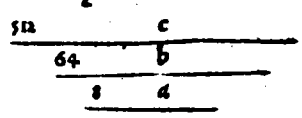
Eucli. ex Zamb. Theorema 5 Propoſitio 5

5 Si cubus numerus numerũ aliquem multiplicans, cubum fecerit, & multiplicatus cubus erit.

THEON ex Zamb. *Cubus enim numerus α numerũ aliquem ε multiplicans, cubum efficiat γ. Dico quod ε cubus eſt. Ipſe enim α ſeipſum multiplicãs, ipſum δ efficiat. Cubus igitur eſt (per 9 noni) & ipſe δ, & quoniã α ſeipſum multiplicãs ipſum δ fecit, ipſum autem ε multiplicãs ipſum γ fecit, eſt igitur (per 17 ſeptimi) ſicut α ad ε, ſic δ ad γ. & quoniam ipſi δ, γ, cubi ſunt, ſimiles ſolidi ſunt. Ipſorũ igitur δ, γ, (per 19 octaui) bini medij ſunt proportionales numeri. Eſtq; ſicut δ ad γ, ſic eſt α ad ε: & ipſorũ igitur α, ε, (per 8 eiuſdem) bini medij ſunt proportionales numeri, eſtq; α cubus: cubus igitur & ε, quod oportuit demonſtraſſe.*

Eucli. ex Camp. Propoſitio 6

6 SI ex ductu cuiuſdã numeri in ſeipſum cubus producatur, eum eſſe cubum neceſſario cõprobatur.



CAMPANVS. Sit ut ex a in ſe fiat b, ſitq; b cubus: dico ergo a eſſe cubũ. Fiat enim c ex a in b, critq; ex diffinitione, c cubus: & quoniã conſtat ex 18 ſepti. q; ſit a ad b, ſicut b ad c. cum ſint b & c cubi, ſequitur ex 23 octaui. a eſſe cubum, quod eſt propoſitũ. Eucli. ex Zamb. Theorema 6 Propoſitio 6

6 Si numerus ſeipſum multiplicans, cubum fecerit, & ipſe cubus erit.

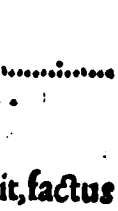
THEON ex Zamb. *Numerus enim α ſeipſum multiplicans, cubum efficiat ε. Dico quod α cubus eſt. Ipſe enim α ipſum ε multiplicãs, ipſum efficiat γ. Quoniã igitur α ſeipſum quidẽ multiplicans ipſum ε fecit, ipſum autem ε multiplicãs ipſum γ fecit, igitur γ (per 4 noni) cubus eſt. Et quoniã α ſeipſum multiplicãs ipſum β fecit, ipſum autem ε multiplicãs ipſum effecit γ, ſicut igitur (per 17 ſept.) α ad ε, ſic ε ad γ. Et quoniã ipſi ε, γ, cubi ſunt, ſimiles ſolidi ſunt, ipſorũ igitur ε, γ, (per 19 octaui) bini ſunt medij proportionales numeri, eſtq; ſicut ε ad γ, ſic α ad ε, & ipſorũ igitur α ε bini medij ſunt proportionales numeri (per eandem:) eſt autem ε cubus, cubus igitur eſt & α, quod oſtendere oportuit.*



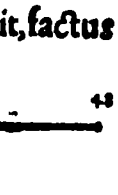
Eucli. ex Camp. Propoſitio 7

7 SI numerus compoſitus in numerũ quemlibet ducatur, qui inde producetur erit ſolidus.

CAMPANVS. Sit a numerus cõpoſitus, qui, lucatur in b, & proueniat c. dico c eſſe numerum ſolidum. Cum enim a ſit cõpoſitus, numeratur ab aliquo numero, qui ſit d, numeretq; eum ſecũdum e. Quia igitur ex e in d fit a, & ex a in b, c, erit ex diffinitione ſolidorũ c ſolidus, eiuſq; latera e, d, b, quod eſt propoſitũ. Eucli. ex Zamb. Theorema 7 Propoſitio 7



7 Si cõpoſitus numerus numerũ aliquem multiplicãs, aliquẽ fecerit, factus ſolidus erit. THEON ex Zamb. *Compoſitus enim numerus α numerũ aliquem ε multiplicans, ipſum γ efficiat. Dico quod γ ſolidus eſt. Quoniam enim α compoſitus eſt, eum aliquis numerus metietur (per diffinitionẽ) metiatur eum δ, & quoties δ ipſum α metitur, tot unitates ſint in ε. Igitur ε ipſum δ multiplicans, ipſum effecit α. Et quoniam α*

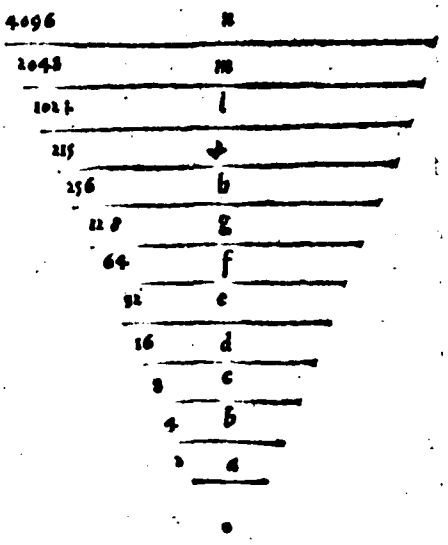


ε ipſum

ipſum β multiplicans, ipſum γ fecit, & α eſt ex δ, ε, qui igitur ex δ, ε, ipſum β multiplicans, ipſum effecit γ: & β igitur eum qui ex δ, γ, multiplicans, ipſum γ fecit. Igitur γ ſolidus eſt, latera autem ipſius, ſunt ipſi δ, ε, β, quod oſtendere oportuit.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 8

8 SI fuerint numeri ab unitate continue proportionales, tertius ab unitate erit quadratus, ac deinceps uno ſemper intermiſſo. Quartus uero ab unitate, cubus, ac deinceps duobus ſemper intermiſſis. Itemq; ſeptimus ab unitate, eſt quadratus cubicus, ac deinceps quinque ſemper intermiſſis quadratus cubicus continuo ſequitur.



CAMPANVS. Sint continue proportionales, unitas, a, b, c, d, e, f, g, h, k, l, m, n. Dico b eſſe quadratũ, & d, omiſſo, c. & ſic alios uno ſemper obmiſſo, unde ſimpliciter omnes exiſtentes in locis imparibus, ſunt quadrati, ut ſunt tertius, quintus & ſeptimus. Dico item c eſſe cubũ, & f, duobus obmiſſis, & ſic in cæteris. Omniſq; ſimpliciter eſt cubus, cuius ab unitate locus addit ſuper ternariũ, uel quemlibet multiplicẽ ipſius ternarij unitatẽ, ut ſunt quartus, ſeptimus, decimus, tertiuſdecimus & ſextuſdecimus: in hoc enim cõueniunt omnes qui duos tranſmittunt. Itemq; dico f ab unitate ſeptimũ, eſſe quadratũ cubicũ, & ſimiliter n, quinq; numeris intermiſſis, idemq; in cæteris. Simpliciter autem dico, cuius locus ac unitate addit ſuper ſenarium, uel quẽlibet multiplicẽ ipſius unitatẽ, ut ſunt ſeptimus, tertiuſdecimus, decimuſnonus, & uiceſimuſquintus, illum eſſe quadratũ cubicum, quadratũ quidem, quoniam eius locus impar, cubum autem quoniam ſuper multiplicẽ ternarij addit unitatem, quippe ſenarij multiplices, cũctos ternarij neceſſe eſt eſſe multiplices. Quæ autẽ propoſita ſunt, ſic conſtat. Eſt enim ex hypotheſi a in b, quoties unitas in a, itaq; b, ex diffinitione quadratus. Quia igitur b, c, d, ſunt continue proportionales, cũ b ſit quadratus, patet ex 17 uel 18 octaui, d eſſe quadratũ. Eadem ratione & f, quia d, e, f, ſunt continue proportionales, & d eſt quadratus. Idem in cæteris uno intermiſſo. Conſtat itaq; primum. Secundum ſic. Cum ſit b in c quoties a in b ex hypotheſi, ſequitur a diffinitione ut ex a in b ſuum quadratum fiat c, igitur ex diffinitione cubi, c eſt cubus. At quia c, d, e, f, ſunt cõtinue proportionales, ſed & f, g, h, k, eſt autẽ c cubus, neceſſe eſt per 19 uel 21 octaui, ut f quoq; ſit cubus, idcoq; & k. Idemq; in cæteris, duobus tranſmiſſis. Quare liquet ſecũdum. Quoniam autem in f ſeptimo, & in n tertiodecimo, cæterisq; quinq; medios obmittentibus, ſimpliciter uero & in omnibus quorum locus ſuper quemlibet multiplicẽ ſenarij addit unitatem, terminantur quadratorũ & cuborum computationes, in his quidem unius, in illis autem duorũ obmiſſione, ſequitur ipſos eſſe quadratos ex huius prima parte, & cubicos ex ſecunda, quare quadrati cubici. Conſtat exgo totum quod dicitur.

Eucli. ex Zam. Theorema 8 Propoſitio 8

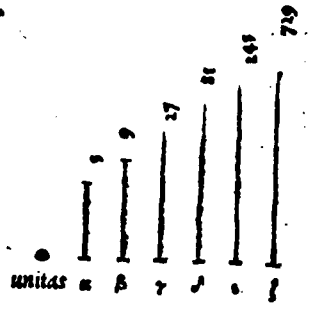
8 Si ab unitate quotcunq; numeri ordine proportionales fuerint, tertius ab unitate quadratus eſt, & unum relinquentes omnes, quartus autem cubus, & binos relinquentes omnes, ſeptimus uero cubus ſimul & quadratus, & quinque relinquentes omnes.

Quæ continue

THEON ex Zamberto. *Sint ab unitate quilibet * ordinatim proportionales numeri, α, β, γ, δ, ε, ζ. Dico quod tertius quidem ab unitate, ſcilicet, β, eſt quadratus, & unum relinquentes omnes, quartus autem γ eſt cubus, & binos relinquentes omnes, ſeptimus uero, cubus & ſimul quadratus, & quinq; relinquẽtes omnes. Quoniam enim eſt ſicut unitas ad α, ſic α ad β, æque igitur metitur unitas ipſum α numerum, & α ipſum β, at unitas ipſum α metitur*

per eas

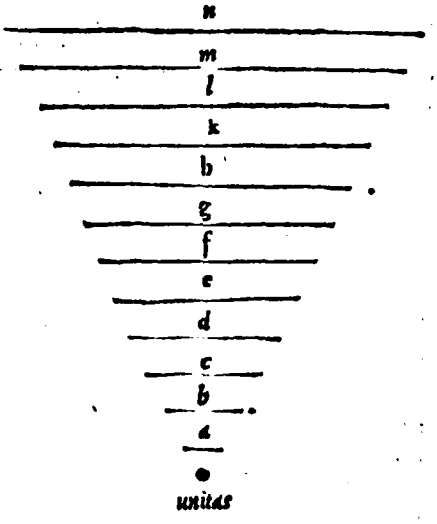
per eas quæ in α ſunt unitates, igitur & α ipſum β metitur per eas quæ in ipſo α ſunt unitates: & quoniam α ipſum β metitur per eas quæ in ipſo α ſunt unitates, igitur α ſeipſum multiplicans, ipſum effecit β, quadratus igitur eſt β. Et quoniam ipſi β, γ, δ, ordinatim ſunt proportionales, & β quadratus eſt, igitur (per 22 octaui) & δ quadratus eſt, & iam id propterea & ζ quadratus eſt. Similiter iam demonſtrabimus quod & unum relinquentes, quadrati ſunt omnes. Dico iam quod & quartus ab untiate, hoc eſt γ, cubus eſt, & binos relinquentes omnes. Quoniam enim eſt ſicut unitas ad α numerum ſic β ad γ, æque igitur unitas ipſum α numerum, & β ipſum γ metitur, at unitas ipſum α metitur per eas quæ in α ſunt unitates, igitur & β ipſum γ metitur per eas quæ in ipſo α ſunt unitates, & α igitur ipſum β multiplicans, ipſum effecit γ. Quoniam igitur α ſeipſum quidem multiplicans, ipſum effecit β, ipſum autem β multiplicans ipſum γ fecit, cubus igitur eſt ipſe γ. Et quoniam ipſi γ, δ, ε, ζ, ordinatum ſunt proportionales, ipſe autē γ cubus eſt, & ζ igitur (per 22 octaui) cubus eſt. Demonſtratū autem eſt, quod ζ ſeptimus ab unitate exiſtens, quadratus eſt. Igitur ζ cubus eſt & quadratus. Similiter iam oſtendemus quod & quinq; relinquentes cubi ſunt omnes & quadrati, quod oportuit demonſtraſſe.



Eucli. ex Camp. Propoſitio 9

9 SI numeris quotlibet ab unitate continua proportionalitate diſpoſitis, unitatem ſequens quadrarus fuerit, cæteri quoq; omnes erunt quadrati. Si uero qui unitatē ſequitur fuerit cubus, cæteri quoq; omnes erunt cubi.

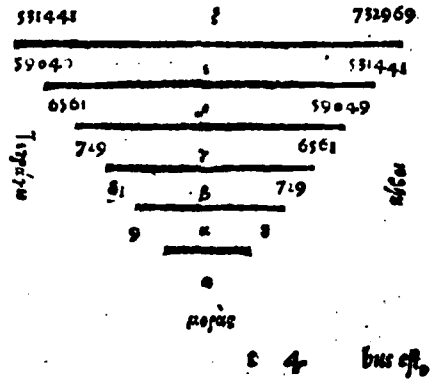
CAMPANVS. Sint qui prius continue proportionales ab unitate, ſitq; a quadratus, dico omnes eſſe quadratos. Aut ſit idem cubus, tunc quoq; dico omnes eſſe cubos, b enim conſtat eſſe quadratum per præmiſſam, quia ergo a ad b, ſicut b ad c, ex 22 octaui, ſequitur c eſſe quadratum, idem quoq; ex eiuſdem 17 uel 20 potes arguere. De ſequētibus autem idem eodemq; modo probabis, quare patet primum. Secūdum autem ſic. Cum b fiat ex a in ſe, ſi fuerit a cubus, erit per tertiam ipſe quoq; cubus, c uero conſtat eſſe cubum per præmiſſam, itaque per 23 octaui, d omnesq; ſequentes cubicos eſſe probabis, eſt enim a ad b, ſicut c ad d. Idem quoq; arguere potes ex 19 uel 21 eiuſdem, ſunt enim a, b, c, d, ſed & b, c, d, e, ſingulique quatuor continue ſumpti, continue proportionales.



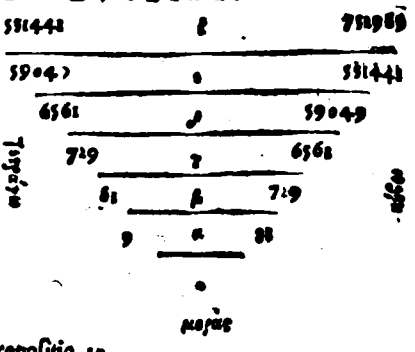
Eucli. ex Zamb. Theorema 9 Propoſitio 9

9 Si ab unitate quotcunq; numeri *conſequenter proportionales fuerint, qui uero poſt unitatem quadratus fuerit, & reliqui omnes quadrati erunt. Et ſi qui poſt unitatem cubus fuerit, & reliqui omnes cubi erunt.

THEON ex Zamberto. Sint ab unitate conſequenter proportionales, quotcunq; numeri α, β, γ, δ, ε, ζ, qui uero poſt unitatem, α ſit quadratus. Dico quod & reliqui omnes quadrati erunt. Quod quidem tertius ab unitate, ε ſit quadratus & unum relinquentes omnes, patet (ex præcedenti). Dico quod & reliqui omnes quadrati ſunt. Nam quoniam ipſi α, ε, γ, ordinati ſunt proportionales, & α eſt quadratus, igitur (per 22 octaui) & γ eſt quadratus. Rurſus quoniam ipſi ε, γ, δ, ordine ſunt proportionales, & β eſt quadratus, & δ igitur (per 22 octaui) eſt quadratus. Similiter iam oſtendemus quod & reliqui omnes quadrati ſunt. Sed iam eſto α cubus. Dico quod reliqui omnes cubi ſunt. Quod quidem quartus ab unitate, hoc eſt γ cubus eſt.



bus eſt, & binos relinquẽtes omnes, (ex præcedenti) patet. Dico iam quod & reliqui omnes cubi ſunt. Quoniam enim eſt ſicut unitas ad α, ſic α ad ε, æque igitur unitas ipſum α numerum metitur, & α ipſum ε metitur. Vnitas autem ipſum α metitur per eas quæ in ipſo ſunt unitates: & α igitur ipſum ε metitur per eas quæ in ipſo ſunt unitates. Igitur α ſeipſum multiplicãs, ipſum β fecit. Eſt autem & α cubus. Si autẽ cubus numerus ſeipſum multiplicans fecerit aliquẽ, factus cubus eſt (per 8 noni,) & β igitur cubus eſt. Et quoniã quatuor numeri ordine proportionales ſunt ipſi α, β, γ, δ, & α cubus eſt, & δ igitur (per 23 octaui) cubus eſt. Iam id propterea & ι cubus eſt, & ſimiliter reliqui omnes ſunt. Quod oportuit demonſtraſſe.



Eucli. ex Camp. Propoſitio 10

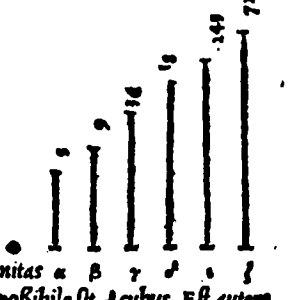
10 SI numeris quotlibet ab unitate continua proportionalitate diſpoſitis, unitatẽ ſequens non quadratus fuerit, non erit aliorũ quiſq; quadratus, exceptis ab unitate tertio & ijs qui deinceps uno ſemper intermiſſo reperiũtur tetragoni. Si uero ſecundus ab unitate non fuerit cubus, nullus cæterorũ erit cubus, exceptis ab unitate quarto & deinceps ijs qui duorũ ſemper intermiſſione formantur cubicis.

CAMPANVS. Hæc ex oppoſito ſubiecti præmiſſæ, infert partẽ oppoſitæ paſſionis. Dico autem partem, quoniam ex 8 conſtat omnes in locis imparibus conſtitutos eſſe quadratos, omnesq; quorũ locus ſuper ternarium uel quemlibet ipſius multiplicem addit unitatẽ, eſſe cubos. Sint itaq; qui prius ab unitate continue proportionales, non ſit autem a quadratus, ſed nec cubus, dico nullum ex omnibus eſſe quadratũ aut cubicum, niſi quos octaua proponit. Si enim quis alius ponatur quadratus, ſequitur per 11 octaui, a eſſe quadratũ. Quod ſi cubus, ſequitur per 23 eiuſdem, a eſſe cubum, quorum utrunq;, contrarium eſt hypotheſi. Conſtat ergo propoſitum.

Eucli. ex Zamb. Theorema 10 Propoſitio 10

10 Si ab unitate quotcunq; numeri ordinatim proportionales fuerint, qui uero poſt unitatem non fuerit quadratus, neq; alius ullus quadratus erit, exceptis tertio ab unitate & unum relinquentibus omnibus, & ſi qui poſt unitatem, cubus non fuerit, neq; alius ullus cubus erit exceptis quarto ab unitate & binos relinquentibus omnibus.

THEON ex Zamber. *Sint ab unitate ordinatim proportionales quilibet numeri α, β, γ, δ, ι, ſ, qui uero poſt unitatem α non ſit quadratus. Dico quod neq; alius ullus quadratus erit exceptis tertio ab unitate & unum relinquentibus omnibus. Si enim poſſibile, eſto γ quadratus, eſt autem & ε quadratus, ipſi igitur ε, γ, adinuicem rationem habent quam quadratus numerus ad quadratũ numerum. Eſtq; ſicut β ad γ, ſic α ad β, ipſi igitur α, β, adinuicẽ rationem habent, quam quadratus numerus ad quadratũ numerũ. quare (per 26 octaui) ipſi α, ε, ſimiles plani ſunt, & quadratus eſt ε, igitur α eſt quadratus, quod non ſuppoſitũ eſt. Igitur γ non eſt quadratus, neq; ullus alius eadem ratione, exceptis ab unitate tertio & unum relinquentibus omnibus. Sed iam α non ſit cubus. Dico quod neq; alius ullus cubus, erit exceptis ab unitate quarto & binos relinquentibus omnibus. Si enim eſt poſſibile ſit, δ cubus. Eſt autem & γ cubus (per 8 noni) quartus enim ab unitate. Eſtq; ſicut γ ad δ, ſic β ad γ, igitur β ad γ rationẽ habet quam cubus numerus ad cubum numerũ, quare (per 27 octaui) ipſi β, γ, ſimiles ſolidi ſunt, & cubus eſt γ, igitur β cubus eſt. Eſtq; ſicut unitas ad α, ſic α ad β. At unitas metitur ipſum α per eas quæ in ipſo ſunt unitates, igitur & α ipſum β metitur per eas quæ in ipſo ſunt unitates. Igitur α ſeipſum multiplicãs, ipſum ε cubum effecit. Si uero numerus ſeipſum multiplicans, cubum fecerit, & ipſe cubus erit (per 6 noni). Cubus igitur eſt & α, quod ſuppoſitũ non eſt. Igitur δ cubus non eſt. Similiter iam oſtendemus quod neq; alius ullus cubus eſt, præter quartũ ab unitate & binos relinquẽtes omnes, quod oſtendendũ fuerat.* Eucli. ex Camp. Propoſitio 11



11 SI numeris quotlibet ab unitate continua proportionalitate diſpoſitis aliquis numerus primus ultimum numeret, eum quoq; qui unitatem ſequitur numerare neceſſe eſt.

CAMPANVS

CAMPANVS. Sint uſq; ad d continue proportionales ab unitate: ſitq; e numerus primus, de quo ponatur, ipſum numerare d: dico quod idem numerabit a. Nam ſi non, erit ad ipſum primus per 32 ſeptimi, & quia ex a in ſe fit b, ſequitur ex 25 eiuſdem, ut ipſe quoq; ſit primus ad b, ſed & ad c & ad d, ſequitur ipſum eſſe primum per 25 eiuſdem, eo q; ex a in b fit c, & ex eodem in c, d, non ergo numerat d, cum ſit primus ad ipſum, quare accidit contrariū hypotheſi. Idem aliter.



Cum ſit e primus, ſi non numerat a, primus erit ad ipſum per 32 ſeptimi, itaq; per 32 eiuſdem, erunt minimi in ſua proportione: quia autē e ex hypotheſi numerat d, ſit ut ſecundum f, conſtat uero q; ex a in c, fiat d, ergo per ſecūdam partem 30 ſeptimi, erit a ad e, ſicut f ad c, quare per 21 eiuſdē, e numerabit c, & ſit ut ſecundū g, & quia ex a in b fit c, ſequitur quoq; per eaſdem & eodem modo ut e numeret b: eſto ergo q; ſecundū h, & quoniā rurſus ex a in ſe ſit b, neceſſe eſt iterum per eaſdem ut e numeret a, ſed poſitū erat non numerare, ergo accidit impoſſibile. Eucli. ex Camp. Propoſitio 12

11 IN numeris ab unitate continue proportionalibus, minor maiorem numerat, ſecundū aliquē in illa proportionalitate diſpoſitū.

CAMPANVS. Sint ab unitate uſq; ad f continue proportionales dico nullum ipſorū numerare f, niſi ſecūdum aliquem aliorū. Conſtat enim q; e numerat ipſum f ſecundum a, eſt enim e ad f, ut unitas ad a. Sed & d numerat eundem f ſecundū b, eſt nanq; per æquam proportionalitatem d ad f, ut unitas ad b. Dec quoq; patet eodem modo quod ſecūdum ſeipſum numeret eum. Econuerſo quoq; a numerat eum ſecundum e, eo q; ſicut unitas ad e, ita a ad f, b uero ſecūdum d, eſt enim ut unitas ad d, ita b ad f. uerū igitur eſt quod proponitur. Quippe quotus quiſq; qui proponitur ultimum numerare, fuerit ſub ultimo ſecūdum totum ſupra unitatem, numerare ipſum conuincitur per æquam proportionalitatem & diffinitionem.

f .....
e .....
d .....
c .....
b ....
a ..
unitas .

Sequentes duæ ex Zamberto Euclidis propoſitiones, duabus præcedentibus ex Campano ordine præpoſtero reſpondent.

Eucli. ex Zamb. Theorema 2 Propoſitio 11

11 Si ab unitate quotcunq; numeri cōtinue proportionales fuerint, minor maiorem metitur per aliquem præexiſtentē in proportionalibus numeris.

THEON ex Zamb. *Sint ab unitate α, quotcunq; numeri continue proportionales β, γ, δ, ε. Dico quod ipſorum β, γ, δ, ε, minor β, ipſum ε maiorem metitur per aliquem ipſorū γ, δ. Quoniam enim eſt ſicut α unitas ad β, ſic δ ad ε, æque igitur α unitas ipſum β numerū metitur, & δ ipſum ε: uiciſſim igitur (per 15 ſeptimi) æque α unitas ipſum δ metitur, & β ipſum ε. At α unitas ipſum δ metitur, per eas quæ in ipſo ſunt unitates; & β igitur ipſum ε metitur per eas quæ in ipſo δ ſunt unitates. Quare minor β ipſum ε maiorem metitur per aliquem numerum præexiſtentem in proportionalibus numeris, quod oſtendere oportuit.*

ε .....
δ .....
γ ....
β ..
α .

Eucli. ex Zamb. Theorema 12 Propoſitio 12

12 Si ab unitate quotlibet numeri cōtinue proportionales fuerint, quot primorū numerorū ultimū metientē, tot & cum qui apud unitatē eſt metiētur.

THEON ex Zamb. *Sint ab unitate quotlibet continue proportionales numeri α, β, γ, δ. Dico quod quot primorū numerorū ipſum δ metiuntur, tot quoq; & ipſum α metientur: metiatur enim ipſum δ numerus aliquis primus ε. Dico quod ε ipſum α metitur, non enim metiatur ε ipſum α, eſt autem ε primus, omnis autem numerus ad omnem numerū quem non metitur primus eſt (per 31 ſeptimi,) ipſi igitur α, ε, primi ſunt adinuicē. Et quoniam ε ipſum δ metitur, metiatur ipſum per ζ. Igitur ε ipſum ζ multiplicās, ipſum effecit δ. Rurſus quoniam α ipſum δ metitur per eas quæ in ipſo δ ſunt unitates, igitur α ipſum γ multiplicans, ipſum δ effecit. Sed & ε ipſum ζ multiplicans, ipſum δ*

effecit.

effecit. Igitur qui ex α,γ,ei qui ex ι,ξ,eſt æqualis. Eſt igitur ſicut α ad ι,ſic eſt ξ ad γ. At ipſi α,ι,primi,primi uero & minimi, minimi autem metiuntur eandem rationem habentes æqualiter (per 21 ſeptimi) antecedens antecedentem ſequens ſequẽtem: metitur igitur ι ipſum γ, metiatur ipſum per ν. Igitur ι ipſum ν multiplicans, ipſum effecit γ. Sed ne tollatur & α ipſum ε multiplicans, ipſum effecit γ: qui igitur ex α,ε,ei qui ex ι,ν,eſt æqualis. Eſt igitur ſicut α ad ι,ſic ν ad γ. Ipſi autem α,ι,primi,primi uero & minimi, minimi autem numeri, (per 21 ſeptimi) metiuntur eandem rationem habentes eis æqualiter, antecedens antecedentem, & ſequens ſequentem: metitur igitur ι ipſum ε, metiatur ipſum per θ, igitur ι ipſum θ multiplicans, ipſum β effecit. Sed & α ſeipſum multiplicans, ipſum effecit β, qui igitur ex ι,θ,ei qui ex α eſt æqualis, eſt igitur ſicut ι ad α, ſic α ad θ. At ipſi α,ι,primi, primi autẽ & minimi, minimi uero (per 21 ſeptimi) metiuntur eandem eis rationem habentes æqualiter, antecedens antecedentẽ & ſequens ſequentẽ. Igitur ι ipſum α metitur, ſed & non metitur, quod eſt impoſsibile. Ipſi igitur α, ι, non ſunt adinuicem primi. Compoſiti igitur. At cõpoſitos numeros, aliquis primus numerus metitur. Ipſi igitur α,ι, ſub alicuius numeri primi dimenſionem cadunt, & quoniam ι primus ſupponitur. At primus numerus ſubalterius numeri menſuram non cadit (per diffinitionẽ) quàm ſub ſuppoſitus, igitur ι ipſos α,ι, metitur, quare ι ipſum α metitur: metitur autem & δ. Igitur ι ipſos α,δ, metitur: ſimiliter iam demõſtrabimus quod quot numeri primi ipſum δ metiuntur, tot & ipſum α metiẽtur, quod oſtendere oportuit.



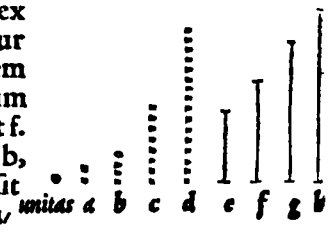
Eucli. ex Camp. Propoſitio 13

13 QVotlibet numeris ab unitate cõtinue proportionalibus, ſi qui unitatem ſequitur fuerit numerus primus, maximum eorum niſi de numeris in Illa proportionalitate diſpoſitis, nullus numerabit.

CAMPANVS. Sint ut prius uſq; ad d, continue proportionales ab unitate, ſitq; a numerus primus. Dico quod nullus numerabit ultimum, nec ſimpliciter aliquem eorum, niſi aliquis eorum qui antecedit ultimum, uel eum qui ponitur numerari. Sit enim (ſi poſſibile eſt) e diuerſus ab eis, qui numeret d, qui ſi fuerit primus, per 11 numerabit a: non igitur eſt a primus, quod eſt contra hypotheſin. Si autem ipſe fuerit compoſitus, neceſſe eſt per 31 ſeptimi. ut aliquis primus numeret eum, qui nõ erit niſi a. Nam ſi eſt alius ab a ut f. cum neceſſe ſit ipſum numerare d. arguetur etiã eundem numerare a per 11, ſic quoq; a non erit primus. Eſt igitur a primus, numerans e. Quoniam autem e numerat d, fit ut ſecundum g, eritq; per ſecundã partem 20 ſeptimi, a ad e. ſicut g ad c: fit enim d ex a in c. Quare cum a numeret e, & g numerabit c, ſitq; ut ſecundum h, ſequiturq; ut a uumeret g, ſicut ſequebatur ut numeraret e, alioqui ſi g quidẽ eſt primus, cum numeret c, ſequitur per 11 ipſum numerare a. Si autem compoſitus, per eandem ſequitur numerũ primum numerantẽ g, numerare a, quod eſt inconueniens. Itaq; a numerat eum. ſequitur ergo per ſecũdam partem 20 ſeptimi, ut h numeret quoq; b, eo q; tam ex g in h conſtat producti c, numeret h itaq; ipſum, ſecundum k. Conſtat autem (ut prius de g) quod a numeret h. Nam ſi non, nón erit a primus, itaq; per ſecũdam partem 20 ſeptimi, ſequitur ut k numeret a: fit enim tam ex a in ſe quàm ex h in k, b. Manifeſtum eſt autem k non eſſe a, nullus enim numerorũ g,h,k, eſt aliquis ex a,b,c,d: ſi enim g eſſet aliquis ex eis, cũ ipſe numeret d ſecundũ e, eſſet per præmiſſam, e quoq; aliquis ex eis. ſed non erat, igitur g. Similiter cum h numeret c ſecundũ g, non erit h aliquis ex a,b,c, nam eſſet per præmiſſam & g: oſtenſum eſt autẽ q; non, nec igitur h. Eadẽ ratione nec K, cum enim ipſe numeret b ſecundũ h, ſi ipſe eſſet a, cõuinceretur per præmiſſam, h quoq; eſſe a. At non erat, nec igitur K erit a. Numerat autẽ ipſum, non eſt itaq; a primus, quod eſt impoſſibile.



ALITER idem. Si e diuerſus ab a, b,c,d, numerat d, ſit ut ſecundum f. & quia a numerus primus numerat d productum ex e in f, ſequitur ex 33 ſeptimi, q; ipſe numeret e uel f, numeret ergo e: quia igitur tam ex a in c, quàm eſt e in f fit d, erit per ſecundam partem 20 ſeptimi, a ad e ſicut f ad c, numerat itaq; f, c, ſit ut ſecũdum g, eritq; per 33 ſeptimi, ut a quoq; numeret f uel g, ſitq; ut f. Sequiturq; per ſecundã partem 20 eiuſdem, ut g numeret b, ſitq; ut ſecundũ h. Vt prius igitur, a numerabit g uel h, & ſit ut nu-



ut numeret g, h ergo per ſecūdam partem 20 numerabit a. Si itaq; h non eſt æqualis a, non erit a primus. Quod eſt contra hypotheſin. Si autē æqualis, erit unuſquiſq; numerorū g, f, c, aliquis ex a, b, c, d, per præmiſſam quoties oportet aſſumptā. Non eſt igitur e diuerſus ab eis, quod eſt etiā contra hypotheſin. Itaq; conſtat uerum eſſe quod proponitur.

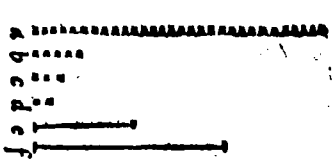
Eucli. ex Zamb. Theorema 13 Propoſitio 13

13 **Si ab unitate quotlibet numeri ordinatim proportionales fuerint, qui uero poſt unitatem primus fuerit, maximum nullus alius metietur præter præexiſtentes in proportionalibus numeris.**

THEON ex Zamberto. *Sint ab unitate quotlibet numeri continue proportionales α, β, γ, δ, qui uero poſt unitatem, ſit primus, hoc eſt α. Dico quod maximum eorum δ nullus alius metietur, præter ipſos α, β, γ. Si enim poſſibile, metiatur ipſum ε, & ε nulli ipſorum α, ζ, γ, δ, ſit idem, manifeſtum quod ε primus non eſt. Si enim ε primus eſt, & ipſum δ metitur, & ipſum α metietur primum exiſtentem, eidem non idem exiſtens, quod eſt impoſſibile. Igitur ε primus non eſt. Compoſitus igitur. Omnis autem compoſitus numerus, ſub alicuius primi menſuram cadit. Dico q̄d eum nullus alius metietur præter α. Si enim aliquis alius primus ipſum ε metitur, & ε ipſum δ metitur, & ipſe igitur ipſum δ metietur: quare & ipſum α metietur primum exiſtentem, cum ei non ſit idem, quod eſt impoſſibile. Igitur α ipſum ε metitur. Et quoniam ε ipſum δ metitur, metiatur ipſum per ζ. Dico quod ζ nulli ipſorum α, ζ, γ, eſt idem. Si enim ζ alicui ipſorum α, β, γ, eſt idem, & metitur ipſum δ per ε, unus igitur ipſorum α, ζ, γ, metitur ipſum δ per ε, ſed unus ipſorum α, ζ, γ, ipſum δ metitur per aliquem ipſorum α, ζ, γ, igitur ε uni ipſorum α, β, γ, eſt idem, quod non ſupponitur. Igitur ζ uni ipſorum α, ζ, γ, non eſt idem. Similiter iam oſtendemus quod α ipſum ζ metitur, oſtendentes rurſus quod ζ non eſt primus. Si enim eſt primus, & metitur ipſum δ, & ipſum α metitur primum exiſtentem non exiſtens ei idem, quod eſt impoſſibile. Igitur ζ non eſt primus. Compoſitus igitur, & perinde eum aliquis primus metietur. Dico quod eum nullus alius primus metietur præter α. Si enim aliquis alius primus ipſum ζ metitur, at ζ ipſum δ metitur, & ille igitur ipſum δ metietur, quare & ipſum α metietur primum exiſtentem, cum ei non ſit idem, quod eſt impoſſibile. Igitur α ipſum ζ metitur. Et quoniam ε ipſum δ metitur per ζ, ipſe igitur ε ipſum ζ multiplicans, ipſum effecit δ. Sed & α ipſum γ multiplicans, ipſum δ fecit: qui igitur ex α, γ, ei qui ex ε, ζ, eſt æqualis: proportionaliter igitur eſt ſicut α ad ε, ſic ζ ad γ. At α ipſum ε metitur, & ζ igitur ipſum γ metitur, metiatur ipſum per η, ſimiliter oſtendemus quod ipſe α nulli ipſorū α, ζ, eſt idem & quod eum metitur ipſe α. Et quoniam ζ ipſum γ metitur per η, igitur η ipſum ζ multiplicans ipſum fecit γ, ſed & α ipſum ζ multiplicās, ipſum fecit γ: qui igitur ex α, ζ, ei qui ex ζ, η, eſt æqualis: proportionaliter igitur eſt ſicut α ad ζ, ſic η ad ζ: metietur autem α ipſum ζ, metitur igitur & η ipſum β, metiatur ipſum per θ. Similiter iam oſtendemus quod ipſi α non eſt θ idem: & quoniam η ipſum ζ metitur per eas quæ in θ ſunt unitates, igitur η ipſum θ multiplicās ipſum effecit β. Sed & α ſeipſum multiplicans, ipſum β fecit. Qui ex θ, η, igitur, ei qui ex α quadrato eſt æqualis. Eſt igitur ſicut θ ad α, ſic α ad η, metitur autem α ipſum η, metitur igitur & θ ipſum α primum exiſtentem, non exiſtens ei idem, quod abſurdū eſt. Igitur ipſum δ maximū alter numerus non metietur præter ipſos α, ζ, γ, quod oportuit oſtendere.*

Eucli. ex Camp. Propoſitio 14.

14 **Si propoſitus fuerit numerus, minimus quem numerāt primi aſſignati, non numerabit eum aliquis numerus primus præter illos aſſignatos.**



CAMPANVS. Sit a minimus numerus numeratus a numeris primis qui ſunt b, c, d. Dico q̄ alius primus præter eos non numerabit a. Sin autem, ſit e primus numerans eum ſecundum f: quia ergo quilibet numerorū b, c, d, numerat a productum ex e in f, eſt autem quilibet eorum primus, ſequitur ex 13 ſeptimi, ut quilibet eorum numeret e uel f, ſed e nullus numerat cum ſit primus: quilibet ergo eorum numerat f, cum itaque ſit f minor a, utpote qui numerat eum ſecundum e, non erit a minimus numeratus ab illis, quod eſt inconueniens.

Eucli. ex

Eucli. ex Zamb. Theorema 14 Propoſitio 14

14 Si minimum numerum primi numeri menſi fuerint, nullus alius primus numerus ipſum metietur præter eos qui in principio metiuntur.

THEON ex Zamberto. *Minimus enim quem ipſi β,γ,δ, primi metiuntur, ſit α. Dico quod ipſum α nullus alius primus numerus metietur, præter β, γ, δ, ſi enim poſſibile, metiatur eum primus numerus ε, & nulli ipſorũ β,γ,δ, eſto idem.* α ....
Et quoniam ε ipſum α metitur, ipſum metiatur per ζ: ipſe igitur ε β . .
ipſum ζ multiplicans, ipſum effecit α. Et ipſum α, primi numeri β, γ . . .
γ,δ, metiuntur: ſi autem bini numeri ſeſe inuicem multiplicantes δ . . . . . .
fecerint aliquem, factum uero ex eis metiatur aliquis primus nu- ε ———————
merus, & unum eorum qui in principio metiuntur (per 32 ſeptimi) ζ ———————
ipſi igitur β,γ,δ, unum ipſorum ε, ζ, metientur. Ipſum autem ε non metientur, nam ε primus eſt, & nulli ipſorum ε,γ,δ, eſt idem: ipſum igitur ζ metiuntur minorem exiſtentem ipſo α, quod eſt impoſſibile. Nam α ſupponitur minimus quem ipſi β,γ,δ, metiuntur. Ipſum igitur α, numerus primus non metietur præter β, γ, δ, quod oportuit demonſtrare.

Hæc decimaquinta ſequens ex Campano propoſitio, nullam in Zamberto reſpondentem habet.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 15

15 SI quotlibet numeri continue proportionales ſecundum ſuam proportionem fuerint minimi, quicunq; aliquem illorum numerat, alteri termi norum illius proportionis erit cõmenſurabilis.

CAMPANVS. Sint a, b,c,d,e,cõtinue proportionales & minimi ſecundum proportionẽ f ad g qui ſint in ſua proportione minimi, & ponatur h numerare c. Dico q̃ h eſt cõmenſurabilis f uel g, ſumãtur enim in eadẽ proportione quatuor minimi, qui ſuut k,l,m,n, conſtat autem ex 2 octaui, q̃ ex f in m fit c, alioqui contingeret eſſe minus minimo, quod eſſe non poteſt. Itaq; per correlarium 35 ſeptimi, erit h cõmenſurabilis f uel m, quod ſi ſ conſtat propoſitum: ſi autem m, ſumantur in eadem proportione tres minimi qui ſint p,q,r, eritq; ex 2 octaui, ut m fiat ex f in r, ne minus minimo aliquid eſſe cogamur concedere: quare per prædictum correlarium h eſt cõmenſurabilis f uel r, ſed nõ erat f, ſic enim conſtabat propoſitũ: cõmenſurabilis igitur eſt r, qui cum ex 2 octaui, fiat ex g in ſe, ſequitur ex dicto correlario, ut h ſit cõmenſurabilis g, quod eſt propoſitum.

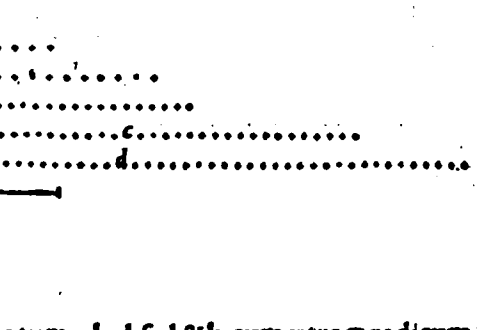
a .....
b .....
c .....
d .....
e .....
k . . . . . .
l . . . . . .
m . . . . . .
n . . . . . .
p . . . .
q . . . . . .
r . . . . . .
f . . g . . . b . . . . . .

Eucli. ex Camp. Propoſitio 16

16 SI fuerint numeri quotlibet continue proportionales in ſua proportione minimi, quilibet eorum ad compoſitum ex reliquis primus eſſe neceſſario comprobatur.

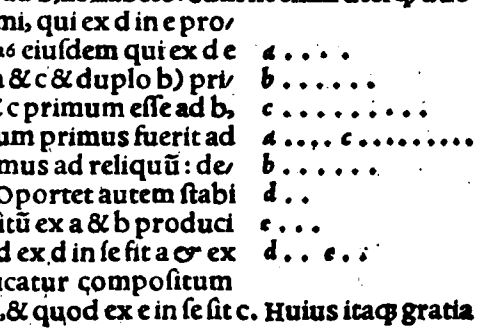
CAMPANVS. Sint a, b, c, continue proportionales & minimi: dico compoſitum ex a,b,c, primum eſſe ad d. Si enim non, aliquis numerus qui ſit e, compoſitum ex a,b,c, numerabit & d, per præmiſſam igitur erit e, cõmunicans alteri terminorum illius proportionis qui ſunt f & g, erit itaq; numerus aliquis numerans e, & alterũ duorum

duorũ f,g,qui ſit h: quia ergo h numerat e,numerabit d, & compoſitũ ex a,b,c,& quia numerat f uel g,quorum uterque numerat utrunq; mediorum,& ſimpliciter omnes ſi plures duobus ſint,ex 3 octa/ uij,ſequitur ut ipſe numeret b & c, ergo & a, quia numerat totum a,b, c, non ſunt igitur a & d cõtra ſe primi,quod eſt inconueniens per 3 octaui.

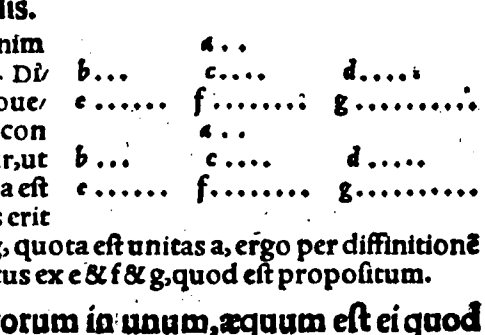


Similiter quoq; conſtabit, compoſitũ ex a,b,d,primum eſſe ad c. Si enim ut prius c numerat ambos, ſequitur per præmiſſam,ut aliquis numerus quia etiam ſit h, numeret e & alterum duorum f,g,itaq; h numerat c,& totum a,b,d.ſed & b,cum utraq; radicum numeret omnes medios:igitur & compoſitum ex a & d. Et quia neceſſario numerat alterum duorum a.d,cum numeret alterum duorum f, g, numerabit & reliquum. Non ſunt igitur a & d contra ſe primi, & ita idem ut prius.

CAMPANI annotationes. Demonſtrant autem idem aliter de tribus cõtinue proportionalibus & minimis ſine adminiculo præmiſſæ,probant enim ex quibuſq; duobus compoſitũ primum eſſe ad reliquum. Sint itaq; tres continue proportionales & minimi a, b,c,quorum termini d &e: dico tunc compoſitũ ex a & b,primum eſſe ad c,& compoſitum ex b & c,ad a,itemq; ex a & c,ad b. Manifeſtum enim eſt ex ſecũdo octaui,quod ex d in ſe,fit a,& in e,fit b,& ex e in ſe,c,& ex 11 ſeptimi,q; d & e ſunt contra ſe primi. Itaq; ex prima parte 19 eiuſdem,erit totus d e primus ad utrunq; eorum:quia igitur uterq; numerorum d & d e primus eſt ad e, erit per 15 eiuſdem qui ex d in d e producitur(& ipſe eſt compoſitus ex a & b) primus ad e: ſequitur ergo per 16 eiuſdem ut etiam cõpoſitus ex a & b ſit primus ad c, fit enim c ex e in ſe,ſimili quoq; demõſtratione probabis compoſitũ ex b & c primum eſſe ad a.



At uero compoſitum ex a & c,primum eſſe ad b,ſic habeto. Cum ſit enim uterq; duorum d & e primus ad totũ d e, erit per 15 ſeptimi, qui ex d in e producitur (& ipſe eſt b) primus ad d e,itaq; per 16 eiuſdem qui ex d e in ſe prouenit (& ipſe eſt qui componitur ex a & c & duplo b) primus erit ad b:ſequitur ergo compoſitũ ex a & c primum eſſe ad b, neceſſe enim eſt ut ex duobus compoſitus cum primus fuerit ad unum eorum ex quibus componitur, ſit primus ad reliquũ: demonſtratum autem eſt hoc ſupra 19 ſeptimi. Oportet autem ſtabilire ad robur iſtius demonſtrationis compoſitũ ex a & b produci ex d in compoſitum ex d & e, ſuppoſito quod ex d in ſe fit a & ex eodem in e, b, itemq; quod ex d e in ſe producatur compoſitum ex a & c & duplo b,ſuppoſito eo quod prius,& quod ex e in ſe ſit c. Huius itaq; gratia proponimus hæc demonſtranda.

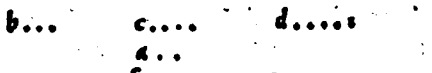


1 Quod fit ex ductu unius numeri in quotlibet, tantum eſt quantũ quod ex ductu eiuſdem in compoſitum ex illis.

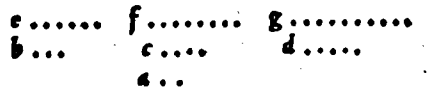
Idem proponit prima ſecũdi de lineis. Sit enim ut ex a in b & in c & in d,proueniant e & f & g. Dico quod ex a in compoſitum ex b & c & d,prouenit compoſitũ ex e & f & g. Sequitur enim ex conuerſione diffinitionis eius quod multiplicatur,ut tota pars ſit b, e, tota c, f, ſed & d tota g, quota eſt unitas a,per 5 itaque ſeptimi,tota quoq; pars erit compoſitus ex b & c & d, cõpoſiti ex e & f & g, quota eſt unitas a, ergo per diffinitionẽ ex a in compoſitum ex b & c & d,fit compoſitus ex e & f & g,quod eſt propoſitum.

2 Quod fit ex ductu quotlibet numerorum in unum, æquum eſt ei quod

fit ex compoſito eorum in eundem.



Hoc eſt conuerſum eius quod modo demonſtratum eſt. Vt ſi ex b & c & d in a, fiant e & f & g. fiet quoq; compoſitus ex his ex illorum compoſito in eundem, quod ex 17 ſeptimi, & præmonſtrato facile concluditur.



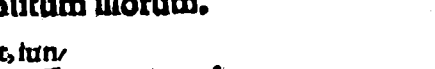
3 Quod fit ex ductu quotlibet numerorũ in quotlibet alios, æquum eſt ei quod fit ex compoſito horum in compoſitum illorum.

Vt ſi a,b,c,multiplicent d,e,f, quilibet quemlibet, iunganturq; producta,dico aggregatum ex productis eſſe æquale producto ex compoſito ex a & b & c,in compoſitum ex d & e & f. Eſt enim per præmiſſam quod fit ex compoſito ex a, b, c, in d, quantum quod ex ſingulis in illum d, ſic & in e & in f: ex compoſito autem horum a, b,c,in quemlibet illorum d,e,f,per ante præmiſſam fit quantum ex compoſito in compoſitum, itaq; conſtat propoſitum.



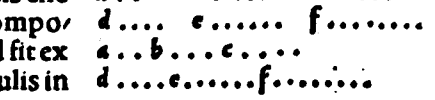
4 Numero in quotlibet partes diuiſo, tantũ eſt quod fit ex toto eo in ſe, quantum quod ex eo in omnes ſuas partes.

Idem proponit ſecunda ſecundi de lineis. Vt ſi a diuidatur in b, & c & d, dico quod tantum fit ex a in ſe, quantum in omnes illos b,c,d: poſito enim e æquali a,conſtat ex prima harum incidentiũ tantum fieri ex e in a, quantum in omnes partes a, ſed per conceptionem ex e in a fit quantum ex a in ſe, & ex e in partes a, quantum ex a in eaſdem. Manifeſtum ergo eſt, uerum eſſe quod dicitur.



5 Numero in duo diuiſo, quod fit ex toto in alterum diuidentiũ, tantum eſt quantum quod ex eodem in ſe & in alterum.

Idem proponit tertia ſecundi de lineis. Sit enim a diuiſus in b & c, dico tantum fieri ex a in c, quantum ex c in ſe & in b. Nam quod ex a in c, eſt quantum quod ex c in a, per 17 ſeptimi. Sumpto itaq; d æquali c, erit a in c, quantum d in a. At per primam harum, d in a, eſt quantũ in b & c. Quia ergo d in a & in b & in c, eſt quantum c in a & in b & in ſe propter æqualitatem c & d, conſtat propoſitum.



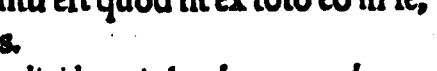
6 Numero in duo diuiſo, quod ex ductu totius in ſe, eſt quantum quod ex ductu utriuſq; diuidentium in ſe & alterius eorum bis in alterum.

Idem proponit quarta ſecundi de lineis. Vt ſi a diuidatur in b & c, dico tantum fieri ex a in ſe, quantum ex b in ſe & c in ſe, & ex b bis in c. Eſt enim per 4 harum, quod ex a in ſe, quantũ quod ex eo in b & in c: ex eo autẽ in b, per præmiſſam eſt quantũ ex b in ſe & in c, at ex a in c, per eandẽ eſt quantum ex c in ſe & in b. Et quia ex c in b tantum eſt, quantum ex b in c per 17 ſeptimi, liquet uerum eſſe quod proponitur.



7 Numero per duo æqualia duoq; inæqualia diuiſo, quod fit ex maiori inæqualium in minorem cum quadrato intermedij æquum eſt quadrato medietatis totius.

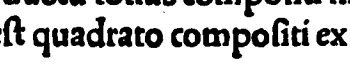
Idem proponit de lineis 5 ſecundi. Vt ſi a b diuidatur in duos numeros æquales, qui ſint a c & c b, itemq; in duos inæquales, quorum ſit maior a d, & minor d b, dico quod illud quod fit ex toto a d in d b cum quadrato c d, æquale eſt quadrato c b. Per præmiſſam enim, quadratum c b eſt æquale quadrato c d & quadrato d b & ei quod fit ex b d in c d bis. Sed ex b d in ſe & in c d tantum fit, quantum in c b per primam harum, & ideo quantum in a c. Itaq; ex b d in ſe & in c d bis, quantum ex ipſo b d in a d: per eandem igitur, quadratum c b ſuperat id quod fit ex b d in a d in quadrato c d, conſtat ergo propoſitum.



Cum

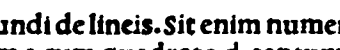
8 Cum fuerit numerus in duo æqualia diuiſus, eiq; alius numerus adiunctus, quod fit ex ductu totius compoſiti in adiunctum cum quadrato medietatis, æquum eſt quadrato compoſiti ex dimidio & adiuncto.

Idem proponit 6 ſecundi de lineis. Sit enim a b diuiſus in duos æquales numeros, qui ſint a c & c b, addaturq; ei numerus b d: dico illud quod fit ex toto a d in d b, cū quadrato b c, eſſe æquale quadrato c d. Eſt enim ex 6 harum, quadratum c d æquale quadrato d b & quadrato b c, & ei quod fit ex d b in b c bis. Sed per primam harum, ex b d in ſe & in b c bis, eſt quantum ex b d in d a. ſunt enim a c & c b, æquales. Itaq; quadratum c d ſuperat id quod fit ex b d in d a, in quadrato c b, quod eſt propoſitum.



9 Cum numerus in duo diuiditur, quod fit ex toto in ſe cum eo quod ex altero diuidentium in ſe, eſt æquum ei quod ex toto in eundem bis cum eo quod ex altero in ſe.

Idem proponit 7 ſecundi de lineis. Sit enim numerus a diuiſus in b & d: dico quadratum a cum quadrato d, tantum eſſe quantū quod fit ex a in d bis cum quadrato b. Conſtat quidem ex 6 harum quod quadratum a tantum eſt, quantum quadratum d & quadratum b & quod fit ex d in b bis. Itaq; quadratum a cum quadrato d, tantum eſt quantum quod ex d bis in ſe & bis in b cum quadrato b. Sed ex d bis in ſe & bis in b, fit quantum ex d bis in a, per primam harum: ergo quod fit ex d bis in a cum quadrato b, eſt quantum quadratum a cum quadrato d, quare patet propoſitum.



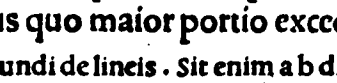
10 Cum fuerit numerus in duo diuiſus, eiq; additus æqualis uni diuidentium, quadratum totius compoſiti æquum eſt quadruplo eius quod fit ex priori in additum cum quadrato alterius.

Idem proponit 8 ſecundi de lineis. Sit numerus a b diuiſus in a c & c b, cui addatur b d, qui ponatur æqualis c b.
Dico quadratum a d tantum eſſe, quantū eſt id quod fit ex a b in b d quater cum quadrato a c. Eſt namq; ex 6 harum, quadratum a d, æquum quadrato a b & quadrato b d, & ei quod fit ex a b in b d bis. Et quia quadratum b d eſt æquale quadrato c b, erit quadratum a d æquale quadrato a b & quadrato c b, & ei quod fit ex a b in b d bis. Per præmiſſam autem, eſt quadratum a b cum quadrato c b, quantum quadratum a c cum eo quod fit ex a b in b c bis. Itaq; quadratum a d tantum eſt quantum quod ex a b in b d bis, & ex a b in b c bis, cum quadrato a c. Et quia ex a b in b c tantū fit quantum in b d, conſtat uerum eſſe quod propoſitum eſt.



11 Cum fuerit numerus in duo æqualia duoq; inæqualia diuiſus, quadrata amborum inæqualium pariter accepta, duplum ſunt quadrato medietatis & quadrato eius quo maior portio excedit minorem pariter acceptis.

Idem proponit 9 ſecundi de lineis. Sit enim a b diuiſus per duos æquales qui ſint a c & c b, & per duos inæquales qui ſint a d & d b. Dico quod quadrata duorum numerorum a d & d b pariter accepta, ſunt duplum duobus quadratis duorum numerorum a c & c d pariter acceptis. Eſt enim per 6 harum, quadratum a d, quantum quadratum a c & quadratum c d, & duplum eius quod fit ex a c in c d. Quia autem a c eſt æqualis c b, erit quadratum a d quantum quadratum b c & quadratū c d & duplum eius quod fit ex b c in c d. Itaq; quadratum a d cum quadrato b d, ſunt quantum quadratum b c & quadratum c d & duplum eius quod fit ex b c in c d, & quadratum b d. Duplum autem eius quod fit ex b c in c d cum quadrato b d. eſt æquale quadrato b c & quadrato c d per 9 harum. Ergo quadrata duorum numerorum a d & d b, ſunt quantum quadrata duorum numerorum b c & c d duplicata. Et quia b c & c a ſunt æquales, patet propoſitum.



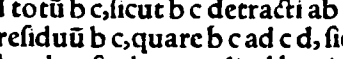
12 Cum fuerit numerus in duo æqua diuiſus, aliuſq; adiunctus, quadratum totius compoſiti cum quadrato adiuncti, duplum ſunt ad quadratū medietatis ipſius cum quadrato compoſiti ex medietate & adiuncto.

Idem proponit 10 ſecundi de lineis. Sit enim numerus a b diuiſus in duos æquales a c & c b, ſitq; ſibi adiunctus uumerus b d: dico quadratum a d cum quadrato b d, duplum eſſe ad quadratum a c cum quadrato c d. Cum ſit enim numerus c d in duo diuiſus, ſibiq; ſit a c additus æqualis uni diuidentium, erit per 10 harum, quadratum a d quantū quod fit ex c d in c a quater, cum quadrato b d. Quia uero a c eſt æqualis c b, erit quadratum a d quantū quod fit ex d c in c b quater, cum quadrato b d. Itaq; quadratum a d cum quadrato b d, erit quantū quod fit ex d c in c b quater, cum duplo quadrati b d. Hoc autem per 19 harum, duplum eſt ad quadratum c d cum quadrato c b. Cum igitur ſit quadratum c b æquale quadrato a c, conſtat propoſitum.



13 Numerum aliquem ita diuidere, ut quod ſub toto & una eius portione continetur æquum ſit quadrato alterius, eſt impoſſibile.

Quod 11 ſecundi proponit faciendum in lineis, demonſtrat hoc impoſſibile eſſe in numeris. Sit enim quilibet numerus, a b. Dico impoſſibile eſſe ipſum ſic diuidi, ut proponitur: ſic enim diuideretur ſecundum proportionē habentem medium & duo extrema, ut patet ex diffinitione & 20 ſeptimi. Si autem poteſt, diuidatur in c, ſitq; a b ad b c, ſicut b c ad c a: erit itaque a c minor c b, detrahatur igitur ab eo æqualis ſibi qui ſit c d, quia igitur eſt proportio totius a b ad totū b c, ſicut b c detracti ab a b ad c d detractū ab b c, erit eadem a c reſidui a b ad b d reſiduū b c, quare b c ad c d, ſicut c d ad d b, erit igitur c d, maior d b. Detracto itaq; d e de c d ut ſit d e æqualis d b, erit etiā proportio b c ad c d, ſicut c d ad d e, quare ſic d b reſidui e b. ad c e reſiduum c d: poteſt igitur c e detrahi ab e d, non erit itaque finis iſtius detractionis, quod eſt impoſſibile. Nunc ad propoſitum reuertamur.



Eucli. ex Zamb. Theorema 15 Propoſitio 15

15 Si tres numeri continue proportionales fuerint minimi, eandem eis habentium rationem, bini quilibet compoſiti ad reliquum primi erunt.

THEON ex Zamber. *Sint tres numeri continue proportionales, minimi eandem eis habentium rationem α, β, γ. Dico quod ipſorum α, β, γ, bini quilibet compoſiti, ad reliquum primi ſunt, ſcilicet α β ad γ, & β γ ad α, & α γ ad β. Aſſumantur (per 35 ſeptimi) bini minimi numeri eandem enim ipſis α, β, γ, habentium rationem, ſintq; δ ι, ι ζ, manifeſtum iam eſt quod δ ι ſeipſum multiplicans, ipſum effecit α, & ipſum ι ζ, multiplicans, ipſum ε fecit, & inſuper ι ζ ſeipſum multiplicans, ipſum effecit γ. Et quoniam ipſi δ ι, ι ζ, minimi ſunt, primi adinuicem ſunt (per 24 ſeptimi.) Si autem bini numeri primi adinuicem fuerint, & uterque ſimul ad alterum primus eſt (per 30 ſeptimi.) Igitur δ ζ, ad utrunque ipſorum δ ι, ι ζ, primus eſt. Sed & δ ι ad ι ζ primus eſt. Ipſi igitur δ ζ, δ ι, ad ipſum ι ζ primi ſunt, & qui ex δ ζ, δ ι, igitur, ad ι ζ (per 26 ſeptimi) primus eſt. Si uero bini numeri primi fuerint adinuicem, qui ex uno eorum gignitur ad reliquum primus eſt (per 27 ſeptimi) quare qui ex δ ζ, δ ι, ad eum qui eſt ex ι ζ, primus eſt. Sed qui ex ζ δ, δ ι, eſt qui ex δ ι una cum eo qui ex δ ι, ι ζ, (per 3 ſecundi.) Qui igitur ex δ ι una cum eo qui ex δ ι, ι ζ, ad eum qui ex ι ζ primus eſt. Eſt autē qui ex δ ι, ipſe α, qui uero ex δ ι, ι ζ, ipſe β, qui autē ex ι ζ, eſt γ. Ipſi α, β, igitur cōpoſiti, ad γ primi ſunt. Similiter oſtēdemus quod ipſi β, γ, ad α primi. Dico iam quod ipſi α, γ, ad β primi ſunt: nam quoniā δ ζ ad utrunq; ipſorū δ ι, ι ζ, primus eſt, & qui ergo ex δ ζ, ad eum qui ſub δ ι, ι ζ, primus eſt. Sed ei qui ex δ ζ, æquales ſunt qui ex δ ι, ι ζ, una cum eo qui bis eſt ſub δ ι, ι ζ. Si enim quæ ex δ ι una cum eo quæ ex ι ζ, & qui ſub δ ι, ι ζ, non eſſent primi, cum cōmunis dimenſio metiatur compoſitum, non erunt qui ex δ ι, ι ζ, una cum eo qui ſub δ ι, ι ζ, & qui ſub δ ι, ι ζ, primi. At iterum cum communis dimenſio metiatur & compoſitū, non erunt qui ex δ ι, ι ζ, una cum eo qui ſub δ ι, ι ζ bis, & qui ſub δ ι, ι ζ, adinuicem primi, cuius contrarium eſt oſtenſum.*



Et qui

Et qui ex ♂ 1, 2, igitur una cum ijs qui bis ſub ♂ 1, 2, ad eum qui ſub ♂ 1, 2, primi ſunt. Diuidendo quoq; qui ex ♂ 1, 2, una cum eo qui ſub ♂ 1, 2, primi ſunt ad eum qui ſub ♂ 1, 2. Inſuper diuidendo, qui ex ♂ 1, ♂ 2, ad eum qui ſub ♂ 1, 2, primi ſunt. Eſt autem qui ex ♂ 1, ipſe α, qui ex 1, 2, ipſe γ, qui uero ſub ♂ 1, 2, ipſe β. Ipſi ergo α, γ, compoſiti, ad β primi ſunt, quod oſtendere oportuit.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 17

17 SI fuerint duo numeri contra ſe primi, quantus eſt primus eorum ad ſecundum, tantum eſſe ſecundum ad tertium quemquam impoſſibile eſt.

CAMPANVS. Sint a & b contra ſe primi, dico impoſſibile eſſe, aliquem eis in continua proportionalitate adiungi. Si enim poteſt, ſit c, quia igitur a ad b, ſicut b ad c, ſunt autem a & b in ſua proportione minimi per 23 ſeptimi, ſequitur per 21 eiuſdem, ut a numeret b, qui cum etiam numeret ſe, non erunt a & b contra ſe primi, quod eſt contrarium poſitioni.

c ——————
b . . . . .
a . . .

Eucli. ex Zamb. Theorema 16 Propoſitio 16

16 Si bini numeri primi adinuicem fuerint, non erit ſicut primus ad ſecundum, ſic ſecundus ad aliquem alium.

THEON ex Zamber. Bini enim numeri α, β, primi ſint adinuicem. Dico quod non eſt ſicut α ad β, ſic β ad aliquem alium. Si enim poſsibile, ſit ſicut α ad β, ſic β ad γ. Ipſi autē α, β, primi ſunt: primi autem & minimi (per 23 ſeptimi) minimi uero, metiuntur eandem rationem habentes, æqualiter (per 21 ſeptimi) antecedens antecedentem & ſequens ſequentem: metitur igitur α ipſum β, antecedens antecedentem: metitur autem & ſeipſum, igitur α ipſos α, β, metitur primos adinuicem exiſtentes, quod eſt abſurdum, non eſt igitur ſicut α ad β, ſic β ad γ, quod oſtendere oportebat.

γ ——————
β . . . . . .
α . . . . .

Eucli. ex Camp. Propoſitio 18

18 SI quotlibet numerorū continue proportionalium duo extremi fuerint contra ſe primi, quantus eſt primus ad ſecundum, tantum eſſe ultimum ad aliquem alium eſt impoſſibile.

CAMPANVS. Sint a, b, c, continue proportionales, ſintq; a & c contra ſe primi: dico quod in eadem proportione non poteſt eis adiungi alius. Si enim poteſt, ſit d. Quia igitur eſt a ad b ſicut c ad d, erit permutatim a ad c, ſicut b ad d, ſunt autem a & c, in ſua proportione minimi, per 23 ſeptimi, itaq; per 21 eiuſdem a numerat b, quare etiam numerat c, numerorū enim continue proportionaliū, ſi primus numerat ſecundum, ipſe numerat omnes, & ſimpliciter quilibet præcedens quemlibet ſequentem, ac quia etiam numerat ſe, non erunt a & c contra ſe primi, quod eſt inconueniens.

d ——————
c . . . . . .
b . . . . . .
a . . . .

Eucli. ex Zamb. Theorema 17 Propoſitio 17

17 Si fuerint quotcunq; numeri continue proportionales, ipſorum autem extremi primi adinuicem fuerint, non erit ſicut primus ad ſecundum, ſic ultimus ad aliquem alium.

THEON ex Zamber. Sint quotcunq; numeri continue proportionales, α, β, γ, ♂, ipſorum autem extremi α β ſint primi adinuicē. Dico quod non eſt ſicut α ad ε, ſic ♂ ad aliquem alium. Si enim poſsibile, eſto ſicut α ad β, ſic ♂ ad 1: uicißim igitur (per 13 ſeptimi) eſt ſicut α ad ♂, ſic β ad 1. Ipſi autem α, ♂, primi ſunt, primi autem & minimi, minimi uero numeri, metiuntur eandem rationem habentes æqualiter (per 21 ſeptimi) antecedens antecedentē, & ſequens ſequentem: metitur igitur α ipſum β, eſtq; ſicut α ad β, ſic ε ad γ, & β igitur ipſum γ metitur, quare & α ipſum γ metitur: & quoniam eſt ſicut ε ad γ, ſic γ ad ♂, metitur autem ε ipſum γ, metitur igitur & γ ipſum ♂. Sed α ipſum γ metitur, quare & α ipſum ♂ metitur, metitur autem & ſeipſum. Igitur α, ipſos α, ♂, metitur primos inuicem exiſtentes, quod eſt impoſsibile. Non eſt igitur ſicut α ad β, ſic ♂ ad aliquem alium, quod oſtendere oportuit.

1 ——————
♂ . . . . . .
γ . . . . . .
β . . . . . .
α . . . . . .

Eucli. ex Camp. Propoſitio 19

19 PRopoſitis duobus numeris, an ſit eis tertius continue proportionalis, perſcrutari.

CAMPANVS. Sint a & b duo numeri propoſiti, uolo inquirere, an eis poſſit tertius ſub continua proportionalitate adiungi. Igitur ſi ipſi ſunt contra ſe primi, impoſſibile eſt per 17. ſi uero compoſiti, ducatur b in ſe, & proueniat c, quē ſi a numerat, erit, ſi uero non numerat, non erit. Numeret enim eum ſecundum d, qui erit quem quærimus per 2 partem 20 ſeptimi. Sit ergo ut non numeret eum, eſt tamen ut a ad b, ſic b ad d, itaque quia ex b in ſe fit c, ſequitur per primam partem 20 ſeptimi, ut ex a in d ſit idem: igitur a numerat c ſecundum d, ſed erat poſitum quod non, quare ſequitur impoſſibile.

c . . . . . d —— b . . . . a . . . . . c . . . . . d . . b . . . . a . . . .

Eucli. ex Zamb. Theorema 18 Propoſitio 18

18 Binis numeris datis, conſiderare ſi poſſibile eſt eis tertium proportionalem inuenire.

THEON ex Zamber. *Sint bini dati numeri α, β, γ . . . . . δ —— β . . . . α . . . . . γ . . . . . δ . . . . . β . . . . . α . . . . . β . . . . . α . . . .*

δεορ ἰσω ſκέψ opportunū ſcrutari, ſi eſt poſſibile eis tertium inuenire proportionalem. Iam ipſa α, β, aut ſunt primi adinuicē, aut non. Si quidem igitur primi ſunt adinuicem, patet (per 16 noni, quod impoſſibile eſt eis inuenire proportionalem tertium. Sed iam non ſunt ipſi α, β, primi adinuicē, & β ſeipſum multiplicās ipſum efficiat γ. Iam α aut ipſum γ metitur, aut nō metitur. Metiatur prius per δ. Ipſe igitur α ipſum δ multiplicans, ipſum effecit γ. Sed & β ſeipſum multiplicans, ipſum γ effecit. qui ex α, δ, igitur, ei qui ex β eſt æqualis. Eſt igitur ſicut α ad β, ſic β ad δ (per ſecundam partem 19 ſeptimi.) Ipſis igitur α β, tertius inuentus eſt δ. Sed iam non metiatur α ipſum γ. Dico quod ipſis α, β, impoſſibile eſt tertium inuenire proportionalem numerum. Si enim poſſibile, inueniatur δ. Igitur qui ex α, δ, ei eſt æquus qui ex β, qui autem ex β, eſt ipſe γ. Igitur qui ex α, δ, æquus eſt ipſi γ. Quare α ipſum δ multiplicans, ipſum effecit γ. Igitur α, ipſum γ metitur per δ. Sed ſupponitur etiam non metiri, quod eſt impoſſibile. Non eſt igitur poſſibile ipſis α, β, tertium proportionalem inuenire, quando α ipſum γ non metitur, quod oportuit oſtendere.*

Eucli. ex Camp. Propoſitio 20

20 DAtis tribus numeris continue proportionalibus, an ſit aliquis quartus eis continue proportionalis inquirere.

CAMPANVS. Sint continne proportionales a, b, c. Volo inquirere an alius eis ſub continua proportionalitate poſſit adiungi, igitur ſi a & c ſunt contra ſe primi, impoſſibile eſt per 18. Si autem cōpoſitus, ſit d qui prouenit ex b in c, quem ſi numerat a, erit, ſi uero non numerat, nō erit. Numeret enim eum ſecundum e, qui erit quem quærimus per ſecundam partem 20 ſeptimi. Sit ergo ut non numeret eum, eſt tamen ut a ad b, ſicut c ad e, itaq; quia ex b in c fit d, ſequitur per primam partem 20 ſeptimi, ut ex a in e ſit idem, ergo a numerat d ſecūdum e, ſed poſitum erat quod non. Idem potes perſcrutari, quotlibet continue proportionalibus propoſitis, ſi enim duo extremi ſint contra ſe primi, finem habet intentio per 18, ſi autem compoſiti, ducto ſecundo in ultimum, ſi productum numeret primus, is ſecundum quem eum numerat, eſt quem quærimus per ſecundā partem 20 ſeptimi, ſi autem primus productū non numerat, nullus

d —— e —— c . . . . . b . . . . . a . . . . . d —— e . . . . . c . . . . . b . . . . . a . . . .

erit,quotlibet enim poſito,per primam partem eiuſdem ſecundum ipſum poſitum numerabit primus productum,quod poſitum erat non numerare.

Eucli.ex Zamb. Theorema 19 Propoſitio 19

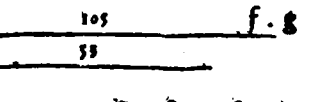
19 Tribus numeris datis,conſiderare ſi eſt poſſibile eis quartum inuenire proportionalem.

THEON ex Zamber. Sint dati tres numeri,α β,γ,ſitq; * opportunè coniectare,ſi poſsibile eſt eis quartum proportionalem inuenire. Iam ipſi α, β, γ, aut continue ſunt proportionales & eorum extremi α, γ, ſunt primi adinuicem,aut non ſunt continue proportionales & eorum extremi primi ſunt adinuicem,aut continue ſunt proportionales & eorum extremi non ſunt adinuicem primi, uel neq; ſunt continue proportionales neq; eorum extremi primi ſunt adinuicem. Si quidem igitur ipſi α,β,γ,continue ſunt proportionales, & eorum extremi α, γ, ſunt primi adinuicem, patet per 17 noni,quod eſt impoßibile eis quartum proportionalem inuenire numerum. Non ſint iam ipſi α,β,γ,continue proportionales,extremis rurſus primis exiſtentibus adinuicem. Dico quod & ſic quantum proportionalem inuenire, eſt impoßibile. Si enim poßibile,inueniatur δ. Vt ſit ſicut α ad β,ſic γ ad δ,fiatq; β ad γ,ſic δ ad ε. Et quoniam eſt ſicut quidem α ad β, ſic γ ad δ,ſicut autem β ad γ,ſic δ ad ε,ex æquali igitur (per 14 ſeptimi) eſt ſicut α ad γ,ſic γ ad ε. At α, γ,primi ſunt, primi autem & minimi,minimi uero metiuntur eandem rationem habentes,antecedens antecedentem,& ſequens ſequentem, (per 21 ſeptimi) metitur igitur α ipſum γ,antecedens antecedentem:metitur autem & ſeipſum. Igitur α ipſos α,γ, metitur primos adinuicem exiſtentes, quod eſt impoßibile: ipſis igitur α, β, γ, quartum proportionalem inuenire eſt impoßibile. Sed iam rurſus ſint ipſi α,β,γ,continue proportionales,at α, γ, non ſint primi adinuicem. Dico quod eis quartum proportionalem inuenire eſt poßibile. Nam β ipſum γ multiplicans, ipſum efficiat δ. Igitur α ipſum δ aut metitur,aut non metitur. Metiatur prius ipſum per ε. Igitur α ipſum ε multiplicans,ipſum effecit δ, ſed & β ipſum γ multiplicans ipſum δ effecit. Igitur qui ex α, ε, ei eſt æquus qui ex β,γ, proportionaliter igitur eſt ſicut α ad β,ſic γ ad ε. Ipſis igitur α,β,γ,inuentus eſt quartus proportionalis ε,ſcilicet. Sed iam non metiatur α ipſum δ: dico quod ipſis α,β,γ,quartum proportionalem inuenire eſt impoßibile. Si enim poßibile, inueniatur ε. Igitur qui ex α,ε,ei qui ex β,γ,eſt æqualis. Sed qui ex β,γ,eſt ipſe δ, & qui ex α,ε,igitur ipſi δ eſt æqualis. Igitur α ipſum ε multiplicãs,ipſum effecit δ. Igitur α ipſum δ metitur,ſed & non metitur,quod eſt impoßibile. Igitur ipſis α,β,γ,quartum proportionalẽ inuenire numerũ eſt impoßibile,quãdo α ipſum δ non metitur. Sed iam ipſi α, β, γ, neq; continue ſint proportionales neq; eorum extremi adinuicem ſint primi, & β ipſum γ multiplicans ipſum efficiat δ. Similiter oſtendetur quod ſi quidem α ipſum δ metitur,poßibile eſt eis proportionalẽ inuenire,ſi autem non metitur,eſt impoßibile,quod oſtendere oportebat.



Eucli.ex Camp. Propoſitio 21

21 DAtis quotlibet numeris primis,aliquem primum ab eis diuerſum eſſe neceſſe eſt.

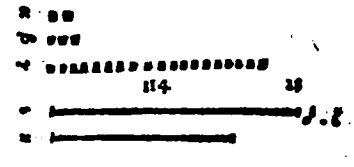


CAMPANVS. Nihil aliud intenditur, niſi q numeri primi ſint infiniti, demonſtrare. Sint enim a,b,c,numeri primi,dico eſſe aliquem primum diuerſum ab eis, ſit quidem d minimus quem numerant,cui addita unitate fiat d g. qui eſt primus aut cõpoſitus, ſi primus,conſtat propoſitum,ſi compoſitus, numerat eum aliquis primus,qui ſit h,quem non eſt poſſibile eſſe aliquem ex primis propoſitis. Si enim eſſet aliquis eorũ,cum quilibet ipſorum numeret d f, ipſe quoq; numeraret eundem, at quia numerat d g, oporteret ipſum numerare f g qui eſt unitas, quod eſt impoſſibile. Idem ſequitur poſito d f quotlibet numero quem numerant a.b.c,quare conſtat propoſitum.

Eucli.ex Zamb. Theorema 20 Propoſitio 20

20 Primi numeri,plures ſunt omni propoſita multitudine primorum numerorum.

THEON ex Zamb. Sint propoſiti primi numeri α,β,γ. Dico quod ipſis α,β,γ, plures ſunt primi numeri. Accipiatur enim (per 39 ſeptimi) minimus quem ipſi α,β,γ, metiũtur, ſitq; δ ε, addaturq; ipſi δ ε, unitas δ ζ, iam ε ζ aut eſt primus aut non, ſit prius primus, inuenti igitur ſunt primi numeri α, β, γ, ε, ζ, plures ipſis α,β,γ. Sed iam non ſit ε ζ primus: igitur eum aliquis numerus primus metitur (per 34 ſeptimi,) metiatur eum numerus primus η. Dico quod η nulli ipſorũ α,β,γ, eſt idem. Si enim η alicui ipſorũ α,β,γ, eſt idem, ipſi autem α,ε,γ, ipſum δ ε metiuntur, igitur & η, ipſum δ ε metietur, metitur autem & ε ζ, & reliquam δ ζ unitatem metietur η numerus exiſtens, quod eſt abſurdum: igitur η non eſt idem uni ipſorum α, ε, γ, ipſe autem ſupponitur & primus. Inuenti igitur ſunt primi numeri plures propoſita multitudine ipſorum α,ε,γ, ipſi α,ε,γ,η, quod oſtendere oportuit.



Eucli. ex Camp. Propoſitio 22

22 SI coaceruentur quotlibet numeri pares, totus quoq; ab eis coaceruatus erit par.

CAMPANVS. Sit quiſq; numerorũ a,b,c, par. a ... b .... c ..... Dico ex eis compoſitum, eſſe parem: habet enim ex conuerſione diffinitionis quiſq; eorum, medietatem: ſint ergo eorum medietates d,e,f, quia igitur ſicut a ad d, ſic b ad e, & c ad f, erit ex 13 ſeptimi, ſicut a ad d, ſic totus a b c ad totum d e f, itaq; d e f eſt medietas a b c, ergo per diffinitionem a b c, eſt par, quod eſt propoſitum.

Eucli. ex Zamb. Theorema 21 Propoſitio 21

21 Si pares numeri quotcunq; componantur, totus par eſt.

THEON ex Zamberto. Componantur enim numeri quilibet pares ipſi α ε, ε γ, γ δ, δ ϛ. Dico quod totus α ϛ par eſt. Nam quoniam unuſquiſque ipſorum α ε, ε γ, γ δ, δ ϛ, par eſt, partem habet dimidiam, quare & totus α ϛ habet partem dimidiam: numerus autem par eſt qui bifariam diuiditur (per diffinitionem,) igitur α ϛ par eſt, quod oſtendere oportuit.

α .... β ..... γ ..... δ ..... ϛ

Eucli. ex Camp. Propoſitio 23

23 SI numeri impares numero pares coaceruentur, totus quoq; ex eis coaceruatus erit par.

CAMPANVS. Sit quilibet numerorum a,b,c,d, impar: dico ex eis compoſitum, eſſe parem, dempta enim a quolibet unitate, conſtat reſiduos eſſe pares, & quia ille unitates, demptæ componunt parem, cum ſint numero pares, conſtat propoſitum per præmiſſam.

a ... b ..... c ..... d .....

Eucli. ex Zamb. Theorema 22 Propoſitio 22

22 Si impares numeri quotcunq; componantur, fuerit autem multitudo par, totus par erit.

THEON ex Zamberto. Componantur enim impares numeri quotcunq;, multitudine pares, α ε, ε γ, γ δ, δ ϛ. Dico quod totus α ϛ par eſt. Nam quoniam unuſquiſq; ipſorum α ε, ε γ, γ δ, δ ϛ, impar eſt, ablata unitate ab unoquoq;, unuſquiſq; reliquus par erit. Quare & compoſitus ex ipſis par erit (per 21 noni.) Eſt autem & unitatum multitudo par. Totus igitur α ϛ par eſt, quod oſtendere oportebat.

α ..... β ..... γ ..... δ ..... ϛ

Eucli. ex Camp. Propoſitio 24

24 SI numeri impares numero impares coaceruentur, totum quoq; ex eis coaceruatum imparem eſſe.

CAMPANVS. Sit quilibet numerorum a,b,c, impar. Dico totum ex eis compoſitum eſſe imparem. Erit enim per præmiſſam compoſitus ex a & b, par, & quia c, dempta unitate, eſt par, erit per antepræmiſſam totus a, b, c, dempta unitate, par. Per diffinitionem itaque conſtat totum eſſe imparem.

a ... b ..... c .....

Eucli. ex

Eucli. ex Zamb. Theorema 13 Propoſitio 13

13 Si impares numeri quotcunq; componantur, multitudo autem ipſorum fuerit impar, & totus impar erit.

THEON ex Zamberto. *Componantur enim quotcunq; impares numeri, quorum multitudo ſit impar, α β, β γ, γ δ. Dico quod totus α δ impar eſt. Auferatur ab ipſo γ δ, unitas δ ε, reliquus igitur γ ε par eſt: eſt autem & α γ par, & totus igitur α ε par eſt, eſt autem δ ε unitas, totus igitur α δ impar eſt, quod oſtendere oportuit.*

α . . . . . β . . . . . γ . . . . . ε . δ

Eucli. ex Camp. Propoſitio 15

15 SI à numero pari numerus par detrahatur, reliquus erit par.

CAMPANVS. Sit a totus par, à quo detrahatur b, qui quoq; ſit par, & reſiduus ſit c. Dico c eſſe parem, ſit enim d medietas a, e quoq; ſit medietas b, detracto; e de d, ſit reliquus f, erit per 15 ſeptimi, c ad f, ſicut a ad d, quare f eſt medietas, itaq; c eſt par, quod eſt propoſitum.

a
. . . . . d . . . . . f . . .
b c
. . . . . e . . . .

Eucli. ex Zamb. Theorema 14 Propoſitio 14

14 Si à pari numero par auferatur, reliquus par erit.

THEON ex Zamberto. *A pari enim α β, auferatur par γ. Dico quod reliquus α γ par eſt. Nam quoniam α β par eſt, habet partem dimidiam: iam id propterea & β γ, habet partem dimidiam, quare & reliquus γ α habet partem dimidiam: par igitur eſt α γ, quod oſtendere oportuit.*

α . . . . . γ . . . . β

Eucli. ex Camp. Propoſitio 16

16 SI de numero pari imparem tollas, qui relinquitur impar eſt.

CAMPANVS. Sit a b par, à quo tollatur a c, qui ſit impar. Dico c b reſiduum eſſe imparem, ſubtrahatur enim ab a c, unitas quæ ſit c d, eritq; a d par, itaq; per 15, d b quoq; erit par. Quia igitur d c eſt unitas, ſequitur c b eſſe imparem, quod eſt propoſitum.

α . . . . d . c . . . b

Eucli. ex Zamb. Theorema 15 Propoſitio 15

15 Si à pari numero impar auferatur, reliquus impar erit.

THEON ex Zamberto. *A pari nanq; numero α β, auferatur impar β γ. Dico quod reliquus γ β impar eſt. Auferatur ab ipſo β γ, unitas γ δ, igitur δ β, par eſt. Eſt autem α β quoq; par, & reliquus igitur α δ, par eſt, at γ δ eſt unitas, igitur α γ impar eſt, quod oſtendere oportuit.*

α . . . . . γ . δ . . . . β

Eucli. ex Camp. Propoſitio 17

17 SI à numero impari detrahatur impar, reliquus erit par.

CAMPANVS. Sit a b numerus impar, à quo detrahatur b c, qui etiam ſit impar: dico reliquum qui eſt a c, eſſe parem. Detrahatur enim ab utroq; duorum numerorum a b & b c, unitas quæ ſit b d, erit uterque duorum reſiduorum quæ ſunt a d & d c, par, per præmiſſam itaque conſtat a c eſſe parem, quod eſt propoſitum.

α . . . . . c . . . . d . b

Eucli. ex Zamb. Theorema 16 Propoſitio 16

16 Si ab impari numero impar auferatur, reliquus par erit.

THEON ex Zamberto. *Ab impari nanque α ε, impar auferatur ε γ. Dico quod reliquus γ α par eſt, nam quoniam α ε impar eſt, auferatur unitas ε δ: reliquus igitur α δ, par eſt. Iam id propterea & γ δ par eſt (per diffinitionẽ) quare & reliquus γ α par eſt, quod oſtendere oportuit.*

α . . . . γ . . . . . δ . β

Eucli. ex

Eucli. ex Camp. Propoſitio 28

28 SI à numero impari numerum parem ſubtrahas, qui relinquitur impar eſt.

CAMPANVS. Sit a b impar, à quo detra- a . . . . . c . . . . d . b
hatur a c qui ſit par. Dico b c reſiduũ eſſe impa-
parem. Sit enim b d unitas, eritq; a d par. Et quia a c eſt par, erit per 25 c
d par, cum itaq; ſit d b unitas, erit c b impar, quod eſt propoſitum.

Eucli. ex Zamb. Theorema 27 Propoſitio 27

27 Si ab impari numero par auferatur, reliquus impar erit.

THEON ex Zamberto. *Ab impari nanq; α β, par auferatur β γ. Dico quod α . δ . . . . γ . . . . β*
reliquus γ α impar eſt. Auferatur unitas α δ, igitur δ β par eſt: eſt autem β γ par, &
reliquus igitur γ δ, par eſt, eſt autem & unitas δ α, igitur γ α impar eſt, quod oſtendere oportuit.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 29

29 SI numerus impar in numerum parem ducatur, qui inde producetur erit par.

CAMPANVS. Ex 23 manifeſtum eſt quod dicitur.

Eucli. ex Zamb. Theorema 28 Propoſitio 28

28 Si impar numerus parem multiplicans, aliquem fecerit, qui gignitur par eſt.

THEON ex Zamberto. *Impar enim numerus α, parem β multiplicans, ipſum* γ . . . . . .
efficiat. Dico quod γ par eſt. Nam quoniam α ipſum ε multiplicans, ipſum γ fecit, igitur β . . . .
γ ex totidem ipſi β æqualibus quotæ ſunt in α unitates componitur: eſtq; β par, igitur γ α . . .
ex paribus componitur. Si uero numeri pares quotcunq; componantur, totus par eſt,
(per 21 noni) igitur γ par eſt, quod oſtendere oportuit.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 30

30 SI in imparem ducatur impar, qui producetur erit impar.

CAMPANVS. Hæc quoq; ex 24. manifeſta eſt.

Hæ ſequentes 2 ex Campano propoſitiones, nullas ſibi ex Zamberto reſpondentes habent.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 31

31 Si numerus impar numerum parem numeret, numero pari eum numerabit.

CAMPANVS. Si enim numero impari eum numeraret, ex impari in imparem fieret par, quod eſt inconueniens per præmiſſam.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 32

32 Si impar imparem numeret, impariter eum numerat.

CAMPANVS. Si enim pariter eum numeraret, ex numero impari in numerũ parem fieret impar, quod eſt inconueniens per 29.

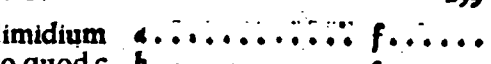
Eucli. ex Zamb. Theorema 29 Propoſitio 29

29 Si impar numerus imparem numerum multiplicans, fecerit aliquem, factus impar erit.

THEON ex Zamberto. *Impar enim numerus α, imparem numerum β* γ . . . . . .
multiplicans, ipſum efficiat γ. Dico quod γ impar eſt. Nam quoniam α ipſum β β . . . . .
multiplicans, ipſum fecit γ, igitur γ ex totidem ipſi β æqualibus quotæ ſunt in α α . . .
unitates, componitur. Eſt autem uterq; ipſorum α, β, impar. Igitur γ ex impari-
bus conflatur numeris, quorum multitudo impar eſt. Quare (per 23 noni) impar eſt, quod oſtendere oportuit.

Eucli. ex

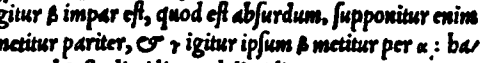
CAMPANVS. Sit a numerus par cuius dimidium b, ſitq; c numerus impar qui numeret a, dico quod c numerabit b, numeret enim a ſecũdum d, eritq; per 15, d numerus par. Eſto igitur eius dimidiũ, e, ducaturq; c in e, & proueniat f, eritq; per 18 ſeptimi, a ad f, ſicut d ad e, & quia etiam eſt a ad b, ſicut d ad e, ſequitur b & f eſſe æquales, cum itaq; c numeret f, idem numerabit b, quod eſt propoſitũ.



Eucli. ex Zamb. Theorema 30 Propoſitio 30

30 Si impar numerus parem numerum menſus fuerit, & eius dimidium metietur.

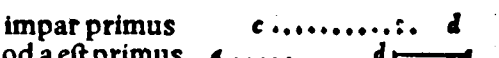
THEON ex Zamb. *Impar enim numerus α, parem numerum β metiatur. Dico quod & eius dimidium metietur. Nam quoniam α ipſum β metitur, ipſum metiatur per γ. Dico quod γ non eſt impar. Si enim poſsibile, ſit impar. Et quoniam α metitur ipſum β per γ, igitur α ipſum γ multiplicans, ipſum effecit β. Igitur β componitur ex imparibus numeris, quorum multitudo impar eſt. Igitur β impar eſt, quod eſt abſurdum, ſupponitur enim par. Igitur impar non eſt, par igitur eſt γ. Quare α ipſum β metitur pariter, & γ igitur ipſum β metitur per α: habet autem uterq; ipſorum γ, β, partem dimidiam, eſt igitur ſicut γ ad β, ſic dimidium ad dimidium: metitur autem γ ipſum β per α, & dimidium ipſius metietur ipſius ε dimidium per α, igitur α, dimidium multiplicans ipſius γ dimidium ipſius ε efficit. Igitur α ipſius β dimidium metitur, metiturq; per ipſius γ dimidium. Idq; propterea α ipſius dimidium metietur, quod oſtendere oportuit.*



Eucli. ex Camp. Propoſitio 34

34 SI numerus impar ad aliquem fuerit primus, idem ad eiuſdem duplum erit primus.

CAMPANVS. Sit a numerus impar primus ad b, cuius duplum ſit c. Dico quod a eſt primus ad c, ſin autem, numeret eos d. Cumq; a ſit impar, ſequitur d eſſe imparem, quicunq; enim impar parem numerat, pari numero eum numerabit per 31, per præmiſſam itaq; a numerabit b, non ſunt igitur a & b contra ſe primi, quod eſt contra hypotheſin.



Eucli. ex Zamb. Theorema 31 Propoſitio 31

31 Si impar numerus ad numerum aliquem primus fuerit, & ad ipſius duplum primus erit.

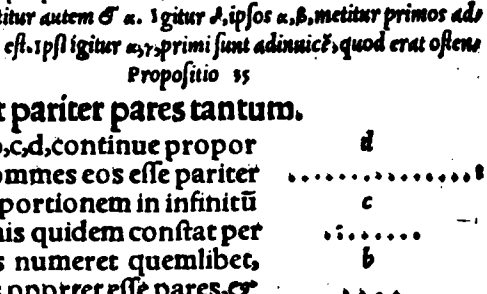
THEON ex Zamb. *Impar enim numerus α, ad numerum aliquem β, primus eſto, ipſius autem β, duplus eſto γ. Dico quod α ad γ primus eſt. Si autem α, γ, non ſunt primi, metitur eos aliquis numerus, metiatur, & eſto δ: eſt autem impar numerus, α, impar igitur & δ. Et quoniam δ impar exiſtens ipſum γ metitur, eſt autem & γ par, igitur δ metietur ipſius γ dimidium (per præcedentem) Dimidium autem ipſius γ, eſt β, igitur δ ipſum β metitur. metitur autem & α. Igitur δ, ipſos α, β, metitur primos ad inuicem exiſtentes, quod eſt abſurdum. Igitur α ad γ primus eſt. Ipſi igitur α, γ, primi ſunt adinuicẽ, quod erat oſtendendum.*



Eucli. ex Camp. Propoſitio 35

35 VNeri à duobus dupli, ſunt pariter pares tantum.

CAMPANVS. Sint unitas a, b, c, d, continue proportionales, ſitq; a binarius. Dico omnes eos eſſe pariter pares, eiſq; ſecundum hanc proportionem in infinitũ auctis, nullum alium eſſe pariter parem. De his quidem conſtat per diffinitionem, cum per 12 quilibet præcedens numeret quemlibet, ſequentem per aliquem eorum quos omnes oportet eſſe pares, & nullus alius numeret aliquem eorum per 13 eo quod a qui eſt binarius unitatem ſequens eſt primus. Quod autem nullus alius ab his ſit pariter par, cõſtat ſic. Poſito enim aliquo, diuidatur in duas medietates, eiuſq; medietas in duas, & hoc toties fiat, quouſque numerus aut unitas diuiſionem impediat, quod neceſſe eſt euenire per ultimam petitionem. Siquidem numerus hanc prohibeat, ipſe erit impar, qui cum numeret pariter parem poſitum, non erat pariter par, qui poſitus eſt pariter par. Si autem unitas, non erit is alius a continue duplis ab unitate.



Eucli. ex

Eucli.ex Zamb. Theorema 32 Propoſitio 32

32 A binario duplorum unuſquiſq;,pariter par eſt tantum.

THEON ex Zamberto. A binario enim α, duplicentur quotcunq; numeri β,γ,δ. Dico quod ipſi β,γ,δ,pariter pares ſunt tantum. Quod quidem unuſquiſq; pariter par eſt,manifeſtum eſt à binario enim eſt duplicatus. Dico quod & tantum. Exponatur unitas ε. Quoniam igitur ab unitate quotlibet numeri continue proportionales ſunt, qui autem poſt unitatem α primus eſt, maximum ipſorum α, β, γ, hoc eſt ipſum δ nullus metiuur præter ipſos α, β,γ. (per 13 noni.) Eſt autem unuſquiſq; ipſorum α,β, γ, pariter par. Igitur δ pariter par eſt tantum. Similiter iam oſtendemus, quod & unuſquiſque ipſorum α, β, γ, pariter par eſt tantum,quod oportuit oſtendere.

δ .....
γ .....
β ....
α ..
ε
unitas

Eucli. ex Camp. Propoſitio 36

36 NVmerus cuius medietas eſt impar,eſt pariter impar.

CAMPANVS. Sit a numerus,cuius medietas quæ ſit b,ſit impar. Dico a, eſſe pariter imparem. Sit enim c binarius, manifeſtum itaque, quoniam ex c in b fit a. Sit autem d quilibet numerus par numerans a, qui numeret eum ſecundũ e,eritq; per ſecundam partem 20 ſeptimi,e ad b,ſicut c ad d. Igitur e numerat b, quia c numerat d. Eritq; itaq; e numerus impart,erat enim & b,per diffinitionem igitur a eſt pariter impar.

a .....
b ..... b ...
c .. d .....

Eucli. ex Zamb. Theorema 33 Propoſitio 33

33 Si numerus dimidium imparem habuerit,pariter impar eſt tantum.

THEON ex Zamberto. Numerus enim α,dimidium habeat imparem. Dico quod α pariter impar eſt tantum. Quod quidem pariter impar,eſt manifeſtum: eius nanque dimidius impar exiſtens,eum pariter metitur (per diffinitionem.) Dico quod & tantum. Si enim α pariter par eſt, & eius dimidius par eſt (per diffinitionem:) metietur igitur eum par numerus,per parem numerum. Quare & dimidium eius metietur (per 29 numerus) par, impar exiſtens, quod eſt abſurdum. Igitur δ pariter impar eſt tantum,quod oportuit oſtendere.

α .....

Eucli. ex Camp. Propoſitio 37

37 OMnis numerus à duobus non duplus, cuius medietas eſt par, eſt pariter par & impariter.

CAMPANVS. Sit numerus a,non duplus a duobus, cuius medietas quæ ſit b, ponatur par: dico ipſum eſſe pariter parem & impariter. Sit enim c binarius, de quo manifeſtum eſt quod ipſe numerat a ſecũdum b: quia uero a non eſt duplus a duobus, neceſſe eſt ſi eius medietas quæ eſt b, in alias duas medietates diuidatur, medietatisq; medietas in alias duas, ut tandem occurrat numerus impediẽs diuiſionem, qui propter hoc quod diuiſionem non recipit, erit impar, ſitq; is in quo ſiſtit diuiſio, d. In numero quippe neceſſe eſt ſtare, quia ſi uſq; ad unitatem perueniret diuiſio, eſſet a de numeris duplis a binario,de quibus nõ eſt. de d uero manifeſtum eſt quod & ipſe numerat a per hanc cõmunem ſcientiã; Omnis numerus alium numerat omnem numeratũ ab illo. Numeret ergo eum ſecundum e, eritq; e,par, alioquin cum d ſit maior impar,ſequeretur per 30 a eſſe imparem. Quia igitur b numerus par numerat a ſecundũ c, qui quoq; eſt par (eſt enim binarius) at uero c numerus par numerat eundem ſecundum d qui eſt impar, conſtat ex diffinitione numerum a eſſe pariter parem & impariter,quod eſt propoſitum.

a .....
b ..... d ...
c .. e ....

Eucli.ex Zamb. Theorema 34 Propoſitio 34

34 Si numerus neq; à binario fuerit duplus,neq; dimidium imparem habuerit,pariter par eſt & pariter impar,

THEON ex Zamberto. Numerus enim α non ſit à binario duplus, neq; dimidium habeat imparem. Dico quod α pariter par eſt & pariter impar, quod quidem α pariter par eſt,manifeſtum eſt: dimidium namq; non habet imparem. Dico iam quod & pariter impar eſt. Si enim ipſum α bifariam ſecuerimus, idq; ſemper efficientes,in quendam numerum * deſinemus imparem,qui ipſum metietur α per parem numerum. Si enim non deſinemus in quendam imparem numerum, qui per parem numerum metiatur ipſum α: ad binarium enim ueniemus,eritq; ipſe α ex iis qui à binario duplicati ſunt, quod non ſupponitur.

α .....

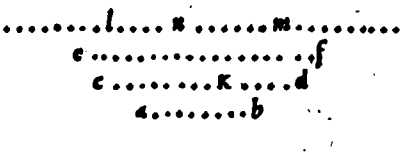
* καταντήσομεν incidemus

ponitur. Quære n, pariter impar est, patuit autē quod & pariter par. Igitur & pariter par & est pariter impar. Quod ostendere oportuit.

Eucli. ex Camp. Propositio 38

38 Si de secundo atque ultimo numerorum continue proportionalium, æquale primi dematur, quantum est reliquum secūdi ad primum tantum esse reliquum ultimi ad coaceruatum ex cunctis præcedentibus necessario comprobatur.

CAMPANVS Sint continue proportionales a b, c d, e f, g h, demanturq; de c d, æqualis a b, qui sit c k, & de g h, qui sit g l. Dico tunc quod proportio k d ad a b, est sicut l h ad compositum ex e f, c d & a b. Sumatur ex g h, æqualis e f, qui sit g m, & æqualis c d, qui sit g n, eritq; l n, æqualis k d. Manifestum autem per 11 septimi, quod cum sit g h ad g m sicut g m ad g n, erit h m residuum ad m n residuum, sicut g h ad g m, ideoq; sicut e f ad c d, simili quoque modo erit m n ad l n, sicut c d ad a b. Permutatim igitur erit h m ad e f, & m n ad c d, sicut n l ad a b, itaque coniuncti per 15 septimi, erit l h compositus ex h m, m n & l n, ad compositum ex e f, c d & a b, sicut l n a ad b, ideoq; sicut k d ad a b, quod est propositū.



Eucli. ex Zamb. Theorema 35 Propositio 35

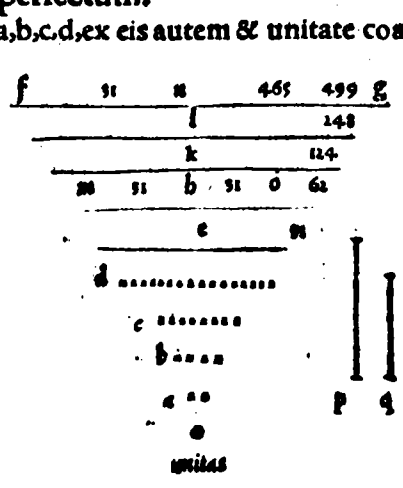
35 Si fuerint quotcunque numeri continue proportionales, auferantur autem à secundo & ultimo æquales ipsi primo, erit sicut secundi excessus ad primum, sic ultimi excessus ad omnes se præcedentes.

THEON ex Zamb. Sint quotcunque numeri continue proportionales α, β, γ, δ, ε, ζ, incipientes ab α minimo auferaturque ab ipsis β γ, & ε ζ, ipsi α æqualis uterque ipsorum γ, η, ζ, θ. Dico quod est sicut β, η, ad α, sic est ε ι, ad α, ε, ζ, δ. Ponatur enim ipsi quidem β, γ, æqualis ζ α, ipsi autem δ, æqualis ζ λ. Et quoniam ζ η ipsi γ β, est æqualis, quorum ζ θ, ipsi ε ι, est æqualis, reliquus igitur θ η, reliquo γ α .... ε est æqualis. Et quoniam est sicut ε ζ, ad δ sic est δ ad ε ε .... η .... γ γ & ε γ, ad α, æquus autem est δ, ipsi ζ λ, & β γ, ipsi ζ α δ ..... & η ipsi ζ θ, est igitur sicut ε ζ, ad ζ λ, sic λ ζ, ad ζ α, & α ε ..... λ ..... α .... θ .... ζ ζ ad ζ θ, diuidēdo ergo (per 17 quinti,) & sicut ε λ ad λ ζ, sic λ α ad ζ α, & ζ θ ζ, ad ζ θ. Est igitur & sicut unus antecedentiū ad unum sequentium, sic omnes antecedentes ad omnes sequentes. Est igitur sicut α θ ad ζ θ, sic ε λ, λ α. α θ, ad ipsos λ ζ, ζ α, ζ θ, æqualis autem est α θ, ipsi θ η, & ζ θ, ipsi α, ipsi autem ζ λ, ζ θ, ipsis δ, & γ, α, est igitur sicut ε α ad α, sic ε θ, ad δ, β, γ, α. Est igitur sicut secundi excessus ad primum, sic est ultimi excessus ad omnes seipsum præcedentes. Quod ostendere oportuit.

Eucli. ex Camp. Propositio 39

39 Cum coaptati fuerint numeri ab unitate continue dupli qui coniuncti faciant numerum primum, extremus eorum in aggregatū ex eis ductus producit numerum perfectum.

CAMPANVS. Sint ab unitate continue dupli a, b, c, d, ex eis autem & unitate coacruatus sit e: qui ponatur esse numerus primus in quem e multiplicetur d, & prouenient f g, dico f g esse numerum perfectum. Sumantur igitur h, k, l, continue dupli ad e, ut tot sint e, h, k, l, quot sint cōtinue dupli ad unitatē sumpti, eritq; per æquā proportionalitatē, ad e, sicut d ad a, quare per primā partem 10 septimi, ex a in l prouenit, f g, nam ipse f g prouenit ex d in e. Et quia a est binarius, est f g duplus ad l, sunt igitur e, h, k, l, & f, g: continue proportionales. Dematur igitur ex h, æqualis e qui sit m h, & residuus h o, qui erit etiam æqualis e, itemq; ex f g dematur eidem e æqualis qui sit f n, eritq; per præmissam n g. quātum aggregatum ex e & h & k & l. Sed & f n cum sit æqualis e, est quantum aggre



x ga-

gatum ex a & b & c & d & unitate, itemq; totus f g est quantus aggregatus ex omnibus his scilicet a, b, c, d & unitate & illis e, h, k, l, de quibus omnibus manifestum est, quod numerant eum scilicet f g, e quidem secundum h, & h secundum k, quod ex prima parte 20 septimi conuincitur, adiuuãte æqua proportionalitate sicubi opus fuerit. Est enim ut d ad c, sic k ad h, & ut d ad b, sic k ad e, per æquam proportionalitatem, quare & ex e in h, & ex b in k, necesse est prouenire f g, quem dudum produxerat d in e. Si igitur nullus alius ab his numerat f g, ipse erit per diffinitionem numerus perfectus. Quod autem nullus alius eum numeret, patet. Si enim hoc possibile est, sit p qui numeret eum secundũ q, eritq; per 11 septimi, ut e numeret alterũ eorũ, ponaturq; quod numeret p. Et quia per secundam partem 20 septimi, est q ad d sicut e ad p, sequitur ut q numeret d, quare cum a qui sequitur unitatẽ sit primus (est enim binarius) erit q per 11 huius aut a aut b aut c, quicunque autem horum fuerit, erit p, aut l, aut k aut h, si enim q fuerit a, constat quod p erit l, quod si fuerit b, p erit k, si autem c, p quoque erit h. non est igitur p diuersus ab illis ut fuerat positum, relinquitur ergo quod f g sit numerus perfectus. quod erat demonstrandum.

Euclid. ex Zamb. Theorema 36 Propositio 36

36 **Si ab unitate quotcũq; numeri continue exposĭti fuerint in duplici proportione, quoad totus compositus primus fuerit, & totus in ultimum multiplicatus aliquem fecerit, qui gignitur perfectus erit.**

THEON ex Zamb. *Ab unitate siquidem exponantur quotcunque numeri continue in duplici proportione, quoad totus cõpositus primus sit α, ϐ, γ, δ, & toti æquus esto ε, & ipsum δ multiplicãs, ipsum efficiat ζ. η. Dico quod ζ η. perfectus est. Quot enim sunt multitudine ipsi α, ϐ, γ, δ, totidem ab ε accipiantur in duplici proportione, hoc est θ, κ, λ, μ. Ex æquali igitur (per 13 septimi.) est sicut α ad δ, sic est ε ad μ. Igitur qui ex ε, δ, ei est æquus qui ex α, μ. est autem qui ex ε, δ, ipse ζ η. Igitur qui ex α, μ, ipsi ζ η, est æqualis. Igitur α, ipsum μ multiplicans, ipsum effecit ζ η, igitur μ, ipsum ζ η, metitur per eas quæ in α sunt unitates. Est autem binarius α, duplus ergo est ζ η ipsius μ. Sunt autem & μ, λ, θ, κ, ε, continue dupli ces adinuicem, igitur ε, ζ, κ, λ, μ, ζ. η, continue sunt proportionales in duplici proportione. Auferatur iam à secundo η θ, & ultimo ζ η, ipsi ε primo æqualis uterq; ipsorum θ ν, & ζ ξ. est igitur (per præcedentem,) sicut secundi numeri excessus ad primum, sic ultimi excessus ad omnes seipsum præcedentes, est igitur sicut ν η, ad ε, sic est ε η, ad ipsos μ, λ, κ, θ, ε. At est ν η, ipsi ε, æquus, & ζ η, igitur ipsis μ, λ, θ, κ, ε, est æquus. Est autem & ζ ξ, ipsi ε æqualis, at ε, ipsis α, ϐ, γ, δ, & unitati. Totus igitur ζ η, æquus est & ipsis ε, θ, κ, λ, μ, & ipsis α, ϐ, γ, δ, & unitati, & sub eorum dimensionem cadit. Dico quod ipsum ζ η. nullus alius metitur, præter ipsos α, ϐ, γ, δ, ε, κ, λ, μ, & unitatem. Si enim possibile metiatur ipsum ζ η ipse ο, & ο nulli ipsorum α, ϐ, γ, δ, ε, θ, κ, λ, μ, esto idem, & quoties ο ipsum ζ ο metitur, tot unitates sint in π. Igitur ο ipsum π multiplicans ipsum fecit ζ η. Sed & ε ipsum δ multiplicans, ipsum effecit ζ η, est igitur (per 19 septimi,) sicut ε ad ο, sic π ad δ, sumpsimus igitur (per 9 septimi,) sicut ε ad π, sic ο, ad δ. Et quoniam ab unitate continue proportiõales sunt ipsi α, ϐ, γ, δ, qui uero post unitatem α primus est, igitur δ nullus alius numerus metitur præter α, ϐ, γ, (per 13 noni.) Supponitur quæ nulli ipsorum α, ϐ, γ, ipse ο, idẽ, igitur ipsum δ ipse ο, non metitur. Sed sicut ο ad δ, sic ε ad π, neque ε igitur ipsum π metitur, est q; ε primus, omnis autem primus numerus ad omnem quem non metitur primus est (per 31 septimi: igitur ipsi ε, π, primi sunt adinuicem, primi autem & minimi, minimi uero metiuntur eandem rationem habentes æqualiter (per 21 septimi,) antecedens antecedentem, & sequens sequentem. Est q; sicut ε ad π, sic ο ad δ, æque igitur ε ipsum ο metitur, & π ipsum δ. Sed δ nullus alius metitur præter α, ϐ, γ, igitur π, uni ipsorum α, ϐ, γ, est idem. Sit π ipsi ϐ idẽ, & quot sunt ipsi ϐ, γ, δ, multitudine, totidem assumantur ab ipso ε, ipsi ε, θ, κ, λ, sunt autem ipsi ε, θ, κ, λ, ipsis ϐ, γ, δ, in eadem ratiõe, ex æquali ergo per 15, est sicut ϐ ad δ, sic ε, ad λ, igitur qui ex ϐ, λ, ei qui ex δ, ε, est æqualis. Sed qui ex δ, ε, ei qui ex π, ο, est æqualis, & qui ex π, ο, igitur, ei quiex ϐ, λ, est æqualis. Est igitur sicut π ad ϐ, sic λ ad ο, est que π, ipsi ϐ idem, & λ, igitur ipsi ο est idem, quod est impossibile. Nã ο nulli expositorũ supponitur idem: igitur ipsum ζ η, aliquis numerus non metitur præter α, ϐ, γ, δ, ε, θ, κ, λ, μ, & unitatem, & ostensum est quod ζ η, ipsis α, ϐ, γ, δ, ε, θ, κ, λ, μ, & unitati est æqualis, perfectus autem numerus est (per diffinitionem) qui suis partibus est æqualis, perfectus igitur est ζ η, quod ostendere oportuit.*



NONI LIBRI FINIS.

EVCLIDIS MEGARENSIS GRAECI PHILOSOPHI, GEOMETRICORVM ELEMENTORVM LIBER DECIMVS.

Ex Campano

Diffinitiones



Vantitates quibus fuerit una quantitas communis eas numerans, dicentur communicantes. 2 Quibus uero non fuerit una communis quãtitas eas numerans, dicentur incommensurabiles. 3 Lineæ in potentia communicantes dicuntur, quarum superficies quadratas una communis superficies numerat. 4 Lineæ incommensurabiles in potentia dicũtur, quarum superficies quadratas non numerat una communis superficies. Quæ cum ita sint, manifestum est quia omni lineæ positæ, multæ aliæ sunt incõmensurabiles, quædam in longitudine tantum, quædam in longitudine & potentia. 5 Omnis autem linea cum qua ratiocinamur posita, uocetur rationalis. 6 Lineæq; ei communicantes, dicuntur rationes. 7 Eidem autem incommunicantes, dicuntur irrationales siue surdæ. 8 Omnis uero quadrata superficies de qua per hypothesin rationamur, dicitur rationalis. 9 Superficies uero ei communicantes, dicuntur rationales. 10 Eidem autem incommensurabiles superficies, dicuntur irrationales siue surdæ. 11 Latera uero quæ in illas quadratas possunt, dicuntur irrationalia.

Eucli. ex Zamb.

Diffinitiones



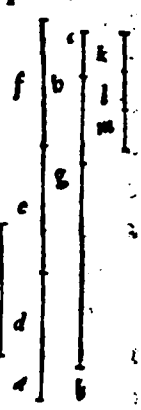
Ommensurabiles magnitudines dicuntur, quas eadẽ mensura dimetietur. 2 Incommensurabiles autem, quæ sub nullius communis mensuræ dimensionem cadunt. 3 Rectæ lineæ potentia commensurabiles sunt, quando quæ ab ipsis quadrata, eadem area dimetitur. 4 Incommẽsurabiles autem, quando nulla area communis mensura esse potest eorum quæ ex ipsis sunt quadratorũ. His expositis indicatur, quod proposita recta linea hoc est à qua & cubitales, & palmi, & digitales, ac pedales sumuntur mensuræ, ipsi sunt rectæ lineæ multitudine infinitæ commensurabiles & incommensurabiles. Commensurabiles quidem, aut potentia tantum, aut potentia & longitudine simul. Incommensurabiles uero, aut longitudine tantum, aut longitudine & potentia simul. 6 Vocatur igitur ipsa quidem proposita recta linea, rationalis. 7 Et quæ huic commensurabiles siue longitudine & potentia, siue potentia tantum, rationales. 8 Quæ autem incommensurabiles per utrunque, hoc est longitudine & potentia, irrationales appellantur. 9 Et quod quidem à proposita recta linea quadratum, rationale.

10 Et quæ huic commenſurabilia, rationalia. 11 Et quæ huic incõmenſurabilia, irrationalia dicuntur. 12 Et ipſorum (ſi quadrata fuerint latera, ſin autem, alia quæpiam rectilinea, ipſa potentes æqualiaq; ipſis quadrata deſcribentes, irrationales uocentur.

Eucli. ex Camp. *Propoſitio 1*

1 SI duabus quantitatibus inæqualibus propoſitis maius dimidio à maiori detrahatur, itemque de reliquo maius dimidio detrahatur, deinceps quoque eodem modo, neceſſe eſt ut tandem minore poſitarum minor quantitas relinquatur.

CAMPANVS Sint duæ quantitates inæquales a & b c, b c maior: dico quod toties poteſt maius dimidio detrahi ab ipſa b c uel, eius reſiduo, quod neceſſe erit reliqui quãtitatem minorẽ eſſe a, Multiplicetur enim a toties quouſque excedat b c, ſitq; eius multiplex d e f maius b c. Detrahatur itaq; ab ipſa b c, maius dimidio, quod ſit b d. itẽq; ex reſiduo quod eſt g e, maius dimidio, quod ſit g h, hoc quoque toties fiat, quouſque b c diuiſa ſit in tot partes quoties a continetur in d e f. Dico tunc quod ultimũ reſiduũ ut eſt hic h c, eſt minus a. Multiplicetur nãque h c, quoties eſt multiplicata a in d e f, ſitque eius multiplex k l m. Quia igitur una quæq; quantitatũ k. l, m, eſt æqualis h c, ſequitur ut & k ſit minor b g, ſed & l, minor g h, at quia m eſt æqualis h c, erit per conceptionem k l m minor b c, quare minor d e f. Cũ ſit ergo d e f ad a ſicut k l m ad h c, ſitque d e f maior k l m, ſequitur per 14 quinti, quod a ſit maior h e, quod eſt propoſitum. Idemq; ſequitur, ſi a maiori dimidium dematur itemq; de reliquo dimidium, fiatq; toties quouſque maior diuidatur in tot partes quoties continetur minor in quolibet ſuo multiplice maiorem poſitarum quantumlibet excedente.

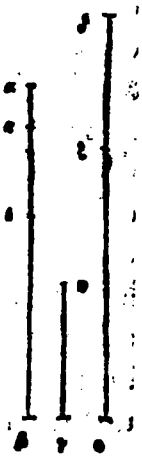


CAMPANI *annotatio.* Attendere autem oportet, quod huic propoſitioni uidetur decima quinta tertij contradicere, proponens angulum contingentiæ minorem fore quolibet angulo à duabus lineis rectis contento. Poſito enim angulo quolibet rectilineo, ſi ab ipſo maius dimidio dematur, itemq; de reſiduo maius dimidio, neceſſe uidetur hoc toties poſſe fieri quouſque angulus rectilineus minor angulo cõtingentiæ relinquatur, cuius oppoſitum 15 tertij ſyllogizat. Sed hi nõ ſunt uniuoce anguli, non enim eiuſdem ſunt generis ſimpliciter curuum & rectum. At uero nec angulum contingentiæ toties contingit ſumi, ut qualencunque rectilineum excedat, quod neceſſarium eſt (ut ex præhabita demonſtratione patet) ad hoc ut conſequens ex antecedente ſequatur. Planum ergo eſt etiam quemlibet angulum rectilineum, infinitis angulis contingentiæ eſſe maiorem.

Eucli. ex Zamb. *Theorema 1* *Propoſitio 1*

1 Duabus magnitudinibus inæqualibus expoſitis, ſi à maiore auferatur maius quàm dimidium, & eius quod relictum eſt maius quàm dimidium, idque ſemper fiat, relinquetur quædam magnitudo minor minore magnitudine expoſita.

THEON ex Zãb. *Sint binæ magnitudines inæquales α β, γ, quarũ maior ſit α β. Dico quod ſi ab ipſa α ε, auferatur maius quàm dimidium, & reliqui maius quàm dimidiũ, & hoc ſemper fiat, relinquetur quædam magnitudo minor minore magnitudine expoſita γ. Et quoniam minor eſt γ, igitur γ, multiplicata, maior tandem erit quàm α β, multiplicetur, & eſto δ ζ, ipſius quidem γ, multiplex, maior autem quàm α β. Diuidaturq; δ ζ, in æquales ipſi γ, hoc eſt δ ζ, ζ η, η ζ. Auferaturq; ab ipſa α β, maius quàm dimidium, ε θ, & ab ipſa α θ, maius quàm dimidiũ, hoc eſt θ κ, & hoc fiat ſemper, quoad quæ in α ε, ſunt diuiſiones æquales ſint multitudine eis quæ in ipſo δ ζ, ſunt diuiſionibus, ſintque igitur α κ, κ θ, & θ β, diuiſiones, æquales exiſtentes multitudine ipſi δ ζ, ζ η, & η ζ. Et quoniam maior eſt δ ζ, quàm α β, ablatumq; eſt ab ipſa δ ζ, minus, quàm dimidiũ hoc eſt ζ η, ab ipſa autem α ε, maius quàm dimidium ε θ, reliquum igitur θ δ, reliquo β α, maius eſt. Et quoniam maius eſt η δ, quàm θ α, ablatũq; ab ipſa η δ, dimidium hoc eſt η ζ, ex ipſa autem α θ, maius dimidio hoc eſt θ α, reliquum igitur*



δ ζ, reliquo α ν, maius eſt. Aequale autẽ eſt δ ζ, ipſi γ, & γ igitur, ipſo α ν, maius eſt, minus igitur eſt α ν, ipſo γ. Relinquitur igitur ex α β, magnitudine ipſa α ν magnitudo, minor exiſtẽs minore expoſita magnitudine γ, quod oportuit demõſtraſſe. Similiter quoque oſtendetur ſi dimidia ſublata fuerint.

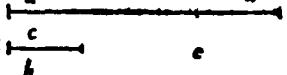
ALITER Idem oſtendere. Conſtent binæ magnitudines inæquales α, ε, γ. Sit autem γ minor. Et quoniam minor eſt γ, igitur γ multiplicata, maior erit tandem quàm α β, multiplicetur, & eſto ζ μ, ipſius γ multiplex. Diuidatur quæ ζ μ, in ipſi γ æqualia, hoc eſt μ θ, θ ν, ν ζ. Et ab ipſa α β, auferatur maius quàm dimidiũ β ι, & ex ipſa ι α, maius quàm dimidium, hoc eſt ι δ, & hoc fiat, quoad quæ in ipſa ζ μ, diuiſiones, æquales ſint ipſis quæ ſunt in α β, diuiſionibus, fiant autem ſicut ε ι, ι δ, & δ α. Et ipſi δ α, unaquæq; ipſarum α λ, λ ρ, & ζ ν, eſto æqualis, & hoc fiat, quoad diuiſiones quæ ſunt in α ζ, fiant æquales eis quæ ſunt in μ ζ. Et quoniam β ι, maior eſt quàm dimidium ipſius α β, ipſa ε ι, maior eſt quàm ι α, multo maior igitur eſt ε ι, quàm δ α. Sed ipſi δ α, æqualis eſt α λ, igitur β ι, maior eſt quàm ν ζ. Rurſus quoniã δ ι, maior eſt quàm dimidiũ ipſius ι α, ipſa igitur δ ι maior eſt quàm δ α, ſed ipſa δ α, æqualis eſt ipſi λ ρ, igitur ipſa δ ι, maior eſt quàm λ ρ. Tota igitur δ β, maior eſt quàm ζ λ. Sed ipſa δ α, æqualis eſt ipſi ρ α. Tota igitur α ε, maior eſt quàm α ζ. Sed ipſa α μ ζ, maior eſt quàm β α, multo maior igitur eſt μ ζ, quàm α ζ. Et quoniã ζ ν, λ α, & μ θ, θ ν, & ζ ν, ſibi inuicẽ ſunt æquales, & μ θ, θ ν, & ζ ν, ſibi inuicẽ ſunt æquales & æqualis eſt multitudo ipſarũ quæ in μ ζ, multitudini ipſarũ quæ in α ζ, eſt igitur ſicut α λ, ad ζ ν, ſic ε λ ρ, ad ν θ, & ζ ν, ad θ μ, igitur (per 12 quinti,) ſicut α λ, ad ζ ν, ſic ζ ν, ad ζ μ. Maior autẽ eſt ζ μ, quàm α ζ, maior igitur eſt & ζ ν, quàm λ α. At ζ ν, æqualis eſt ipſi ν λ, ipſi α δ. Igitur γ maior eſt quàm α δ. Quod oportuit demonſtrare.



Eucli. ex Camp. Propoſitio 2

2 SI fuerint duæ quantitates inæquales, detrahaturq; à maiori æquale minori donec minus eo ſuperſit, ac deinde à minori ipſius reliqui æquale dematur donec minus eo relinquatur, denuo quoq; reliquo primo æquale reliqui ſecundi donec minus eo ſuperſit auferatur. & in huiuſmodi continua detractione nullum reliquum quod ante relictum numeret inueniatur, eas duas quantitates incommenſurabiles eſſe neceſſe eſt.

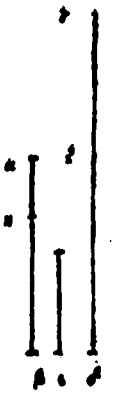
CAMPANVS Simile huic propoſuit prima ſeptimi in numeris. Sint duæ quantitates inæquales a & b maior a, quibus (ſi fiat reciproca quoad poteſt detractio) nõ occurrat (etiam ſi infinities fiat) aliqua quantitas detractionem impediens, ſiue ante relictum numerans, dico eas incommenſurabiles eſſe. Si autem ſint cõmenſurabiles, ſit cõmunis earum mẽſura c. Detrahatur igitur b, ex a quoties poteſt, ſitq; reſiduũ d, quod reſiduum detrahatur ex b quoties poteſt. & ſit reſiduum e. Fiatq; toties iſta detractio, quouſq; ex alterutra duarũ quãtitatũ a & b, remaneat minus c, hoc enim neceſſe eſt eſſe poſſibile per præcedentẽ, ſitq; hic e minus c. Cũ igitur c mẽſuret b detractam ab a. & etiam a, menſurabit per conceptionem, d reſiduum, ideoq; cum menſuret d detractum ab ipſo b, & etiã ipſum b, mẽſurabit e, reſiduum, ſed erat minus c, maior ergo quantitas, menſurat minorem, quod eſt impoſſibile.



Eucli. ex Zamb. Theorema 1 Propoſitio 2

2 Si duabus magnitudinibus inæqualibus expoſitis: ſublata ſemper minore à maiore reliqua minime metiatur præcedentem, incommẽſurabiles erunt ipſæ magnitudines.

THEON ex Zamb. Duabus enim magnitudinibus inæqualibus exiſtentibus α ε, γ δ, & exiſtente minore ipſa α β, ſublata ſemper minore ipſa α ε, à maiore γ δ, reliqua nequaquã metiatur præcedentem. Dico quod incommenſurabiles ſunt ipſæ α ε, γ δ, magnitudines. Si enim ſunt commenſurabiles metiatur (per 1 diffinitionem decimi,) eas aliqua magnitudo, metiatur ſi poßibile eſt, & eſto ι, & α β, ipſam δ ζ metiens, relinquat ſeipſa minorem γ ζ. At γ ζ ipſam β α metiẽs (per 1 decimi,) relinquat ſeipſa minorem α ν, & hoc ſemper fiat, quoad ſumpta fuerit quædã magnitudo quæ ſit minor quàm ι, fiat, & (per præcedentem) ſumatur α ν, minor quàm ι. Quoniam igitur ι ipſam α β metitur, ſed & ε ipſam δ ζ metitur igitur ι ipſam δ ζ, metietur, metitur autem & totam γ δ, igitur & reliquam γ ζ metietur. Sed γ ζ, ipſam β ν, metitur, & ι, igitur ipſam ε ν metitur, metitur autem & totam α β, & reliquam igitur α ν metietur, maior minorem, quod eſt impoſſibile. Ipſæ igitur α ε, γ δ, nulla metietur magnitu-



do. Incommenſurabiles igitur ſunt ipſæ α β, γ δ, magnitudines. Si binæ igitur magnitudines inæquales exponantur auferaturq; ſemper à maiore minor, & reliqua tamen præcedentem non metiatur, ipſæ magnitudines erunt incommenſurabiles, quod oportuit demonſtrare.

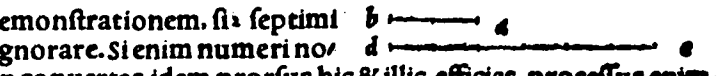
Eucli. ex Camp. Propoſitio 3

3 PRopoſitis duabus quantitatibus inæqualibus communicantibus, maximam quantitatem communiter eas numerantem inuenire.

CORRELARIVM

Ex hoc itaque manifeſtum eſt, quæ duas metitur quãtitates, maximam quoque communiter ambas metientem metiri.

CAMPANVS. Huius demonſtrationem, ſi ſeptimi non ignoras, non potes ignorare. Si enim numeri nomen in quantitatis nomen conuertas, idem prorſus hic & illic efficies, proceſſus enim utrobique idem erit.



Eucli. ex Zamb. Problema 1 Propoſitio 3

3 Duabus magnitudinibus commenſurabilibus datis, maximam earum communem inuenire menſuram.

THEON ex Zamb. *Sint datæ binæ magnitudines commenſurabiles α β, & γ δ, quarum minor ſit α β, oportet iam ipſarum α ζ, & γ δ, maximam communem inuenire menſuram. Igitur α β, aut metitur ipſam γ δ, aut nõ. Si enim metitur, metitur autem & ſeipſam, igitur α ζ, ipſarum α β, & γ δ communis eſt dimẽſio. Et manifeſtum eſt quod & maxima, maior namq; ipſa α ζ, magnitudine, ipſam α β, non metietur. Non metiatur autem α ζ, ipſam γ δ. Sublata igitur ſemper minore à maiore, id quod relinquitur metietur quandoq; præcedentem, eo quia ipſæ α ζ, γ δ, ſunt commenſurabiles, & α ζ, ipſam γ δ metiens relinquat ſe ipſa minorem γ ε, at γ ε, ipſam ζ ζ, metiens relinquat ſe ipſa minorem, hoc eſt ζ α, at ζ α, ipſam γ ε metiatur. Quoniam igitur α ζ, ipſam γ ε metitur, ſed γ ε, ipſam ζ β metitur, & α ζ, igitur ipſam ζ ζ metietur. Metitur autem & ſeipſam, & totam igitur α β metietur ipſa α ζ. Sed α ζ, ipſam δ ε metitur, igitur α ζ, ipſam ε δ metietur. Metitur autẽ & γ ε, & totam igitur γ δ metitur. Igitur α ζ, ipſas α β, & γ δ metietur, igitur α ζ, ipſarum α ζ, & γ δ, cõmunis eſt dimenſio. Aio quoque quod & maxima, ſi enim non erit aliqua magnitudo maior ipſa α ζ, quæ ipſas α β, & γ δ, metietur. Sitque, inquam, η. Quoniam igitur η ipſam α β, metitur, ſed α β ipſam ε δ metitur, & η igitur ipſam ε δ metietur. Metitur autem & totam γ δ, & reliquam igitur γ ε metietur ipſa η. Sed γ ε, ipſam ζ β, metitur, igitur & η, ipſum ζ ζ metietur, metitur autem & totam α ζ, & reliquã igitur α ζ metietur, maior minorem, quod eſt impoſsibile. Igitur maior aliqua magnitudo ipſa α ζ, ipſas α ζ & γ δ magnitudines non metietur. Igitur α ζ, ipſarum α β, & γ δ, maxima communis dimenſio eſt. Duabus igitur magnitudinibus commenſurabilibus datis α β, & γ δ, maxima communis dimenſio inuenta eſt α ζ, quod feciſſe oportuit.*



CORRELARIVM. *Ex hoc manifeſtum eſt, quod ſi magnitudo binas magnitudines mẽſa fuerit, & maximam earum communem dimenſionem metietur.*

Eucli. ex Camp. Propoſitio 4

4 PRopoſitis tribus quantitatibus communicãtibus, maximam eas communiter numerantem inuenire.

CAMPANVS Hæc ex tertia ſeptimi, ſic patet, ſicut præmiſſa ex ſecunda. Simulq; correlarium ex hac deduces, ut illic ex ſecunda deductũ eſt.

Eucli. ex Zamb. Problema 2 Propoſitio 4

4 Tribus magnitudinibus commenſurabilibus datis, maximam earum communem menſuram iuuenire.

THEON ex Zamb. *Sint datæ tres magnitudines commenſurabiles α, ε, γ, oportet iam ipſarum α, ε, γ, maximam communem menſuram inuenire. Sumatur enim (per 3 decimi, ipſarum duarum α, ε, maxima communis menſura, ſitq; illa δ. Igitur δ ipſam γ aut metitur, aut non metitur, metiatur primum. Quoniã igitur δ ipſam γ metitur, metitur autem & ipſas α ε, igitur δ ipſas α, ε, γ, metitur. Igitur δ, ipſarum α, β, γ, cõmunis dimenſio eſt. Et manifeſtum quod maxima, maior namq; quàm δ magnitudo, ipſas α, ε, γ, non metietur. Si enim poſsibile, metiatur ipſas, α, β, γ, magnitudine δ maior ipſa ζ. Et quoniam ζ, ipſas α, ε, γ metitur, metitur & ipſas α, ε, & ipſarum igitur α ε maximam communem menſuram metietur, hoc eſt ipſam δ, maior uidelicet minorem quod eſt impoſsibile.*



Non metiatur iam δ ipſam γ. Dico primum quod commenſurabiles ſunt ipſæ γ, δ. Quoniã enim α

commensurabiles sunt ipsæ ε,ζ,γ,metietur eas aliqua magnitudo,quæ uidelicet & ipsas ε,ζ,metietur,quare & ipsa rum α, ζ,maximam communem mensuram δ,metietur(per correlarium præcedentis,metitur autem & γ, quare dicta aliqua magnitudo metietur ipsas γ,δ.Cõmẽsurabiles igitur sunt ipsæ γ δ.Sumatur(per 3 decimi, earũ cõmunis maxima dimensio,sitq; ι.Quoniam igitur ι ipsam δ,metitur,sed δ ipsas α,ζ.metitur,& ι igitur α, β, metitur,metitur autem & γ,Igitur ι,ipsarum α,ζ,γ,communis est mensura. Dico quod & maxima.Si enim possibile,sit magnitudo ξ,minor quàm ι,metiaturq; ξ ipsas α,β,γ. Et quoniam ξ ipsas α,ζ,γ,metitur,metitur & ipsas α,ζ,& ipsarum igitur α,ζ,(per præcedens correlarium)maxi mam communem mensuram metietur. At ipsarum α,ζ,maxima communis mensura est δ, Igitur ξ ipsum δ,metitur,metitur autem & γ,igitur ξ ipsas γ,δ metitur,& ipsarum ergo γ,δ, maximam communem mensuram(per præcedens correlarium) metietur ξ,maxima uero communis men sura ipsarum γ δ,est ι,igitur ξ ipsam ι metitur maior minorem,quod est impossibile. Ipsa igitur magnitudine ι,maior aliqua magnitudo,ipsas α,ζ,γ,non metitur.Igitur ι,ipsarum α,ζ,γ,maxima communis est dimensio,si non metiatur δ ipsam γ.Si autem metiatur, ipsa est δ. Tribus igitur magnitudinibus commensurabilibus datis,maxima communis earum dimensio inuenta est,quod α β γ δ ι ξ



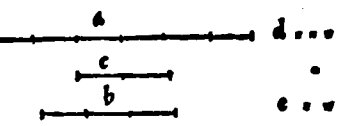
ecre oportebat.

CORRELARIVM. Ex hoc proinde manifestum est,quod si magnitudo tres magnitudines mensa fuerit,& maximam quoque earum communem dimensionem metietur.Similiterq; & in pluribus & communis maxima mẽ sura,& subinde correlarium,muenietur.

Eucli.ex Camp. Propositio 5

5 OMnium duarum quantitatum communicantium est proportio tanquam numeri ad numerum.

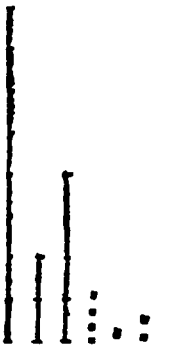
CAMPANVS Sint duæ quantitates a & b,communicantes.Dico quod earum proportio est sicut alicuius numeri ad alium numerum. Sit enim c maxima quantitas communiter mensurans a & b,re/perta ut docet secunda huius,quæ mensuret a secun/dum numerum d,& b secundum numerũ e,eritq; a ad c ut d ad unitatem,eo quod sicut a est multiplex c,ita d est multiplex unitatis,ac c ad b,ut unitas ad e,quoni am sicut c est submultiplex b,ita uuitas est sub multiplex e,igitur per æquam propor tionalitatem a ad b,ut d ad e,quod est propositum.



Eucli.ex Zamb. Theorema 9 Propositio 5

5 Commensurabiles magnitudines,adinuicem rationem habent quam numerus ad numerum.

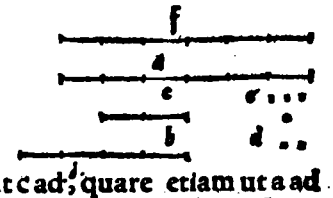
THEON ex Zamberto. Sint commensurabiles magnitudines α,ζ. Dico quod α ad ζ,rationem habet, quam numerus ad numerum.Quoniam enim commensurabiles sunt α,ζ, metietur eas aliqua magnitu do,metiatur,& esto γ, Et quoties γ ipsam α,metitur.tot unitates sint in δ,quoties autem γ ipsum ζ metitur,tot unitates sint in ι.Quoniam igitur γ ipsum α metitur per eas quæ in δ sunt unitates & unitas metitur ipsum δ per eas quæ in ipso sunt unitates,æque igitur unitas ipsum δ metitur numerum,& γ magnitudo ipsam α,est igitur sicut γ ad α,sic est unitas ad δ, contra igitur(per correlarium 4 quinti)sicut α ad γ,sic δ ad unitatem. Rursus quoniam γ ipsam ζ metitur per eas quæ in ι sunt unitates,metitur autẽ & unitas ipsum ι per eas quæ in eo sunt unitates,æque igi tur unitas ipsum ι metitur.& γ ipsum ζ, Est igitur(per idem)sicut γ ad β,sic est unitas ad ι.Pa/tuit autẽ quod & sicut α ad γ,sic δ ad unitatem,ex æquali igitur(per 11 quinti,)est sicut α ad β,sic est δ numerus ad ι numerum. Commensurabiles igitur magnitudines α,ζ,adinuicem rationẽ ha bent,quam numerus δ ad numerum ι,quod oportebat demonstrare.



Eucli.ex Camp. Propositio 6

6 SI fuerint duæ quãtitates quarũ sit proportio unius ad alterã tanquam numeri adnumerum,eas duas communicã/tes esse necesse est.

CAMPANVS. Hæc est conuersa prioris. Vt si sit a ad b sicut numerus e ad numerum d,erunt duæ quãtitates a & b cõmuuicantes. Sit enim e toties mensurans b, quo/ties est unitas in d,& toties mensurans f, quoties unitas in c. Cum sit igitur f ad e ut c ad unitatem, ac e ad b ut unitas ad d, erit per æquam proportionalitatem f ad b ut c ad d; quare etiam ut a ad b, Igitur per primam partem 9 quinti, f est æqualis a. Cum itaque e mensuret f, per



conceptionem mensurabit a, igitur a & b communicantes: mensurabat enim & b. quod est propositum. Eucli ex Zamb Theorema 4 Propositio 6

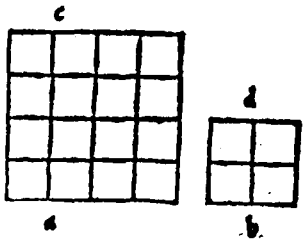
6 Si binæ magnitudines adinuicem rationem habuerint quam numerus ad numerum, commensurabiles erunt ipsæ magnitudines.

THEON ex Zamberto. Binæ enim magnitudines α, β, ad inuicem rationem habeant, quam numerus δ ad numerũ ε. Dico quod commẽsurabiles sunt ipsæ α, β, magnitudines. Quot enim sunt in ipso α unitates, in tot æquales diuidatur (per 9 sexti ipsa α, & uni earum æqualis esto γ. Quot autem unitates sunt in ε, ex totidẽ magnitudinibus ipsi γ æqualibus cõponatur ζ. Quoniã igitur quot sunt unitates in ipsa δ, tot magnitudines sunt & in ipsa α, æquales ipsi γ, qualis igitur pars est ι, unitas ipsius δ, talis pars est & γ ipsius α, est igitur sicut γ ad α sic ι, unitas ad ipsum δ. Metitur autem ι, unitas ipsum δ numerũ, metitur igitur & γ, ipsum, α. Et quoniã est sicut γ ad α, sic est ι unitas ad numerum δ, & contra (per correlarium 4 quinti,) sicut est α ad γ, sic est δ numerus ad ι unitatem. Rursus quoniam quot unitates sunt in ε, tot sunt & in ipsa ζ, æquales magnitudines ipsi γ, est igitur sicut γ ad ζ, sic ι unitas ad ζ numerum. Patuit autem & sicut α ad γ, sic est δ ad unitatem ι. Ex æquali igitur (per 22 quinti,) est sicut α ad ζ, sic est δ ad ε. Sed sicut δ ad ε, sic est α ad C. Igitur (per 11 quinti,) & sicut α ad β, sic est & α ad ζ. Igitur α, ad utrãq; ipsarũ β, ζ, eandem habet rationem, æqualis (per 9 quinti,) igitur est β, ipsi ζ, metitur aũt γ, ipsam ζ, metitur igitur & β, sed & ipsam α. Igitur γ, ipsas α, C, metitur. Cõmẽsurabilis igitur est α ipsi C. Si binæ igitur magnitudines adinuicem rationem habuerint quam numerus ad numerum, commensurabiles erunt ipsæ magnitudines, quod erat ostendendum.

CORRELARIVM. Ex hoc proinde manifestum est, si fuerint bini numeri δ, ε, & recta linea sicut α, quod datur & factu est possibile sicut numerus ad numerum sic recta linea ad rectam lineã. Si autem ut ipsarum α, ζ, media proportionalis sumpta fuerit, sicut β, erit sicut α ad ζ. sic quod ex ipsa α, ad id quod ex ipsa C, hoc est sicut prima α ad tertiam ζ, sic quod α prima ad id quod ex secũda simile similiterq; descriptum, (per correlariũ 19 sexti.) Sed sicut α ad ζ, sic est δ numerus ad ε, numerum, sic quod ex α, recta linea ad id quod ex β, recta linea.

ALITER idem ostendere. Binæ enim magnitudines α, β, adinuicem rationem habeant, quam numerus γ ad numerum δ, dico quod ipsæ magnitudines sunt commensurabiles. Quot enim sunt in ipso γ unitates, in tot æqualia diuidatur α, & uni earum æqualis esto ε. Est, igitur sicut unitas ad γ numerum, sic est ε ad α, est autem & sicut γ ad δ, sic α ad C, ex æquali igitur (per 22 quinti) est sicut unitas ad ipsum δ numerum, sic est ε ad C, metitur autem unitas ipsum δ metitur igitur ε ipsum C, metitur aũt & α, quoniam unitas ipsum ε. Igitur ε, utramq; ipsarum α, C, metitur. Ipsæ igitur α, β, commẽ α C ζ δ ε
surabiles sunt, & ε, ipsarum cõmunis est dimẽsio. Eucli. ex Camp. Propositio 6

6 OMnium duarũ superficierum quadratarum quarum latera in longitudine cõmunicant, est proportio unius ad alteram, tanquã numeri quadrati ad numerum quadratum. Si uero fuerit proportio superficiei quadratæ ad superficiẽ quadratam tanquã proportio numeri quadrati ad numerũ quadratũ, erũt latera earũ in lõgitudine cõmunicantia. Quod si fuerit proportio superficiei quadratæ ad superficiẽ quadratã, nõ ut lut numeri quadrati ad numerum quadratum, latera earum erunt in longitudine incommensurabilia.



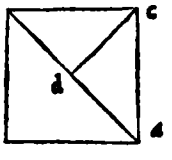
CAMPANVS. Sint a & b, duæ lineæ quadratæ, quarũ quadrata sint c & d. Dico quod si a & b cõmunicant in lõgitudine, erit proportio c ad d sicut numeri quadrati ad numerũ quadratũ, & econuerso. Si autem proportio c ad non sit sicut nũeri quadrati ad numerũ quadratũ, a & b erũt incõmẽsurabiles in lõgitudine, & ecõuerso. Verũtamẽ istud argumẽtũ quartũ nõ proponit. Primũ patet sic. Si a & b cõmunicant in longitudine, ipsæ per 5 erunt in proportione duorum numerorum qui sint e & f. quorũ quadrati sint g & h. Quia ergo est c ad d sicut a ad b proportio duplicata per 18 sexti, sequitur, ut sit etiam e ad d sicut e ad f duplicata, sed etiã est per 11 octa-

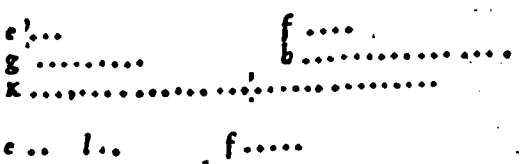


ui-

ut g ad h ut e ad f duplicata, ergo c ad d, ſicut g ad h, quod eſt primum. Secundum ſic. Sit c ad d, ſicut g numerus quadratus ad h numerum quadratum. dico quod a & b erũt in longitudine communicantes. Cum enim ſit c ad d ut a ad b, duplicata per 18 ſexti, & g ad h per 11 octaui ut e ad f duplicata, quare & ſimpla a ad b ſicut ſimpla e ad f: per 6 igitur ſunt a & b communicantes. quod eſt ſecundum. Tertium uero patet ex primo à deſtructione conſequentis. Similiter quartum patet ex ſecundo, à deſtructione conſequentis.

CAMPANI *annotatio.* Ex tertia parte huius, nota diametrum eſſe incommenſurabilem coſtæ. Cum enim ſit quadratum diametri duplum quadrato coſtæ, dupla uero proportio nõ ſit ſicut numerorum quadratorum, ſequitur diametrum eſſe incommenſurabilem coſtæ in longitudine. Alioqui cum quaternarius ſit numerus quadratus, eſſent omnes pariter pares, quadrati, etiã alij infiniti qui non ſunt quadrati. Ducit autem Ariſtoteles ad iſtud inconueniens, ſi diameter ponatur commenſurabilis coſtæ, quod impar numerus erit æqualis pari, quod ſic patet. Sit enim diameter a b commenſurabilis lateri a c. eritque per 5 a b ad a c, ſicut aliquis numerus ad alium. Sint ergo hi numeri e & f, qui ſint minimi in ſua proportione, eritque ob hoc, alter eorum impar. Si enim uterque par, non erunt minimi, quadrati quoque eorum ſint g & h, ſi ergo e eſt impar, erit quoq; ex 30 noni g impar, ſit itaq; k duplus ad h, eritque k ex diffinitione par. Quia igitur a b ad a c ut e ad f, erit per 8 ſexti, & 11 octaui quadratũ a b ad quadratum a c per penultimã primi. Et quia etiã k eſt duplus ad h, ſequitur per 9 quinti ut g nũerus impar ſit æqualis k nũero pari. Quod ſi e ſit par. & f impar, erit proportio f ad dimidium e quod ſit l, ſicut a c ad dimidium a b, quod ſit a d, & ideo erit proportio quadrati a c ad quadratũ a d, ſicut proportio numeri h qui eſt impar per 30 noni ad quadratũ nũeri l, qui ſit m, cui k ponatur eſſe duplus, eritq; k per diffinitionẽ, par. At quia quadratũ a c eſt duplũ ad quadratũ a d per penultimam primi, erit h duplus ad m, cũque k ſit etiam duplus ad m, erit per 9 quinti numerus impar b æqualis k numero pari, quod eſt propoſitum.



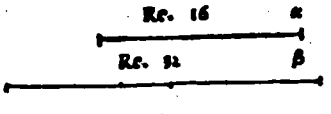


Sequentia duo ex Zamberto Theoremata. in Campano nihil reſpondens habent,

Eucli. ex Zamb. Theorema 5 Propoſitio 7 Converſa quintæ.

7 **Incommenſurabiles magnitudines adinuicem rationem non habent, quam numerus ad numerum.**

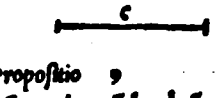
THEON ex Zamberto. *Sint incommenſurabiles magnitudines, α, β. Dico quod α, ad ϵ, rationem nõ habet quam numerus ad numerum. Si enim habet α ad β, eam rationem quam numerus ad numerum, commenſurabilis erit α ipſi β, (per ſextam decimi) Non eſt autem, igitur α ad ϵ rationem non habet, quam numerus ad numerum. Incommenſurabiles igitur magnitudines rationem non habent adinuicem, quam numerus ad numerum, quod oportuit demonſtraſſe.*



Eucli. ex Zamb. Theorema 16 Propoſitio 8 Converſa ſextæ

8 **Si binæ magnitudines adinuicem rationem non habuerint quam numerus ad numerum incommenſurabiles erunt ipſæ magnitudines.**

THEON ex Zamb. *Binæ enim magnitudines α, β, adinuicem non eam habeant rationem, quam numerus ad numerum. Dico quod ipſæ α, ϵ, magnitudines ſunt incommenſurabiles. Si enim commenſurabilis eſt α ipſi β, rationem habebit quam numerus ad numerum (per quintam decimi) non habet autẽ. Incõmenſurabiles igitur ſunt ipſæ α, ϵ, magnitudines. Si binæ igitur magnitudines, &c. quæ ſequuntur reliqua, quod erat oſtendendum.*

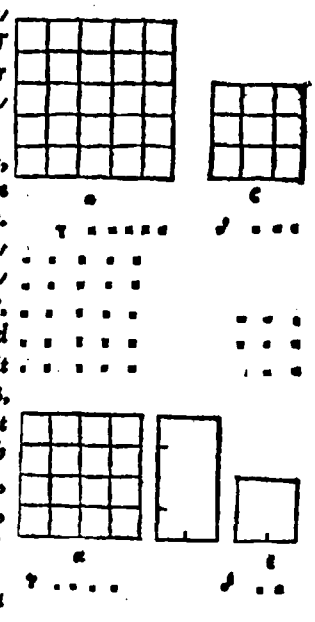


Eucli. ex Zamb. Theorema 7 Propoſitio 9

9 **A lõgitudine cõmẽſurabilib⁹ rectis lineis quadrata, adinuicẽ rationẽ habẽt quàm**

quàm quadratus numerus ad quadratum numerum. Et quadrata adinuicem rationem habentia quam quadratus numerus ad quadratum numerum, latera quoque habebunt longitudine cõmensurabilia. A longitudine uero in commensurabilibus rectis lineis quadrata, adinuicem rationẽ non habent quam quadratus numerus ad quadratum numerum. Et quadrata adinuicem rationem non habentia quã quadratus numerus ad quadratum numerum, neque latera habebunt longitudine commẽsurabilia.

1 THEON ex Zamberto. Sint enim α, ϛ, longitudine commensurabiles. Dico quod quadratum quod ex α, ad id quod ex β, quadratum rationem habet, quam quadratus numerus ad quadratum numerum. Quoniam enim commensurabilis est α, ipsi β, longitudine, igitur α ad ϛ, rationẽ habet quam numerus ad numerum (per 5 decimi,) habebit, inquam quam γ, ad δ. Quoniam igitur est sicut α ad ϛ, sic est γ numerus ad δ numerum, sed ipsius quidẽ α ad ϛ, rationis, dupla est ipsius α quadrati ad ipsius ϛ, quadratum ratio (similes namque figuræ (per 19 sexti & per correlarium primum 20 sexti,) in dupla sunt ratione similis rationis laterum) ipsius autem γ, numeri ad δ, numerum ratio, dupla est ratio ipsius γ quadrati ad ipsius δ quadratũ (Binorum etenim quadratorum numerorũ (per 11 octaui,) unus medius proportionalis est numerus. & quadratus ad quadratũ duplam rationem habet quam latus ad latus: est igitur sicut quadratum quod ex α, ad quadratum quod ex β, sic ex γ, numero quadratus numerus ad eum qui ex δ, numero quadratum numerum.



ALITER idem demonstrare. Quoniam enim commensurabilis est α, ipsi β, rationem habet (per 5 decimi,) quam numerus ad numerum, habeat autem quam γ ad δ, & γ, seipsum multiplicans, efficiat ζ, ipsum autem δ multiplicans efficiat ipsum ε, at δ, seipsum multiplicans, efficiat ipsum η. Quoniam igitur γ seipsum multiplicans ipsum effecit ζ, at multiplicans ipsum δ fecit ipsum ε, est igitur (per 17 septimi) sicut γ ad δ, hoc est sicut α, ad ϛ. sic est ζ ad ε. Sed sicut α ad ϛ, sic id quod ex α, ad id quod sub α, β, sic ζ ad ε. Rursus quoniã γ ipsum δ multiplicãs ipsum effecit ε, δ aũt multiplicans ipsum effecit ε, est igitur (per 17 septimi) sicut γ ad δ hoc est α ad β, sic est ε ad η. Sed sicut α ad β. sic est quod sub α, ϛ, ad id quod ex β, est igitur sicut id quod sub α, ϛ, ad id quod ex β, sic est ε ad η. Sed sicut quod ex α, ad id quod sub α, ϛ: sic ζ ad ε, ex æquali igitur (per 22 quinti,) sicut quod ex α ad id quod ex β, sic est ζ, ad η, est autem uterque ipsorum ζ, η, quadratus, ζ quidem ab ipso γ, at η, est ab ipso δ. Quod igitur ex α, ad id quod ex β, eam habet rationem quam quadratus numerus ad quadratum numerum, quod oportebat demonstrare.

2 Sed iam esto sicut quadratum quod ex α, ad id quod ex ϛ. sic qui ex γ, quadratus ad eum qui ex δ quadratum. Dico quod α, ipsi ϛ, commensurabilis est longitudine. Quoniam enim est sicut quadratum quod ex α ad id quadratum quod ex β, sic qui ex γ, quadratus ad eũ qui ex δ quadratum, sed ipsius quidem quadrati quod ex α, ad id quod ex ϛ, ratio, est dupla eius quæ est ipsius α ad β, quadrati autem qui ex γ numero, ad eum qui ex δ numero quadratum (per undecimã octaui) ratio, dupla est eius rationis quæ est ipsius γ numeri ad ipsum δ numerum, est igitur sicut α ab ϛ, sic est γ numerus ad δ numerum. Igitur α ad β, eam habet rationem quàm γ numerus ad numerum. Commensurabilis est igitur (per sextam decimi, α, ipsi β longitudine.

ALITER idem demonstrare. Sed habeat iam quod ex α, ad id quod ex ϛ, eam rationem quam quadratus numerus ζ, ad quadratum numerum η. Dico quod commensurabilis est α ipsi ϛ. Sit enim ipsius ζ, latus γ, ipsius autem η, sit δ, & γ, ipsum δ multiplicans, ipsum efficiat ε. Ipsi igitur ζ, ε, η, continue sunt proportionales, in ea quæ est ipsius γ ad δ ratione, (per 17 & 18 septimi,) Et quoniam eorum quæ ex α, & β, medium proportionale est id quod sub α ϛ, (per 17 sexti) & ipsorum ζ, η, ipse ε, est igitur sicut quod ex α, ad id quod sub α, β, sic ζ ad ε, sicut autem quod sub α, ϛ. ad id quod ex β. sic ε ad η. Sed sicut quod ex β ad id quod sub α, ϛ, sic est α, ad β. Igitur α, & ϛ, commensurabiles sunt, rationem etenim habent, quam numerus ζ ad numerum ε, hoc est γ ad δ. Quod oportebat demonstrare. Sed iam incommensurabilis esto α, ipsi β longitudine. Dico quod quadratum quod ex α ad quadratum quod est β eam non habet rationem, quam quadratus numerus ad quadratum numerum. Si enim quadratum quod ex α, ad id quadratum quod ex β, eam habet rationem quam numerus quadratus ad numerum quadratum, commẽsurabilis erit α ipsi ϛ, nõ est autem. Igitur quadratum quod ex α, ad id quadratum quod ex ϛ, (per præcedentẽ,) eã non habet rationem, quam quadratus numerus ad quadratum numerum.

α Re. 18 ϛ Re. 9

Rursus quadratum quod ex α ad id quadratum quod ex ϛ rationem non habeat, quam numerus quadratus ad

numerum

numerum quadratum. Dico quod incommenſurabilis eſt α ipſi β longitudine. Si enim fuerit commenſurabilis α ipſi β, quadratum quod ex α ad quadratum quod ex β, eam habebit rationem quam numerus quadratus ad numerum quadratum, non habet autem. Igitur commenſurabilis non eſt α ipſi β longitudine. Incommenſurabilis igitur eſt α, ipſi ε longitudine. A longitudine commenſurabilibus igitur quadrata, &c. quæ ſequuntur reliqua, quod demonſtrare ſe oportuit.

CORRELARIVM

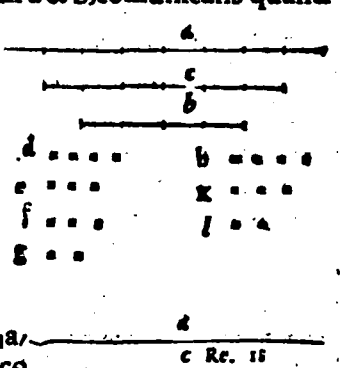
Et manifeſtũ eſt ex his, quod longitudine commenſurabiles rectæ lineæ, omnino ſunt potentia, quæ autem potentia, non omnino longitudine, longitudine uero incommenſurabiles, non omnino potentia, quæ autem potẽtia, omnino & longitudine.

Quoniam enim ex longitudine commenſurabilibus rectis lineis quadrata rationem habent quam quadratus numerus ad quadratum numerum, at quæ rationem habent quam numerus ad numerum, commenſurabilia ſunt (per 6 decimi,) longitudine igitur commenſurabiles rectæ lineæ, non ſolum longitudine ſunt commenſurabiles, ſed & potentia. Rurſus quoniam quæcunque quadrata rationem habent quam numerus ad numerum commenſurabilia ſunt (per 6 decimi.) at quatenus rationem habent quam quadratus numerus ad numerum quadratum eorum latera longitudine commenſurabilia ſunt, quæcunque igitur qudrata rationem non habent quam quadratus numerus ad quadratum numerum, ſed ſimpliciter quam aliquis numerus ad numerum, commenſurabilia potentia quidẽ habent latera, non autem & longitudine. Quare longitudine quidem commenſurabiles rectæ lineæ, omnino & potentia, quæ autem potentia, non omnino longitudine, niſi rationem habuerint eorum quadrata quàm quadratus numerus ad quadratum numerum. Dico iam quod & quæ longitudine incommenſurabiles, nõ omnino & potentia. Quandoquidem quadrata commenſurabilia, poſſunt rationem habere non quidem quam quadratus ad quadratũ, ſed ſimpliciter quam aliquis numerus ad numerum, & ob id potentia commenſurabilia latera habebunt, & longitudine incommenſurabilia. Quare quæ longitudine incommenſurabiles rectæ lineæ, non omnino & potentia. Sed longitudine exiſtentes incommenſurabiles poſſunt & potentia eſſe incommenſurabiles, ſi eorum quadrata ſunt incommenſurabilia. Quæ autem potẽtia incõmenſurabiles, omnino & longitudine incommenſurabiles. Si enim longitudine commenſurabiles fuerint, erunt quoque & potentia commenſurabiles. Supponuntur autem & incommenſurabiles, quod eſt abſurdum. Quæ igitur potentia incommenſurabiles, omnino & longitudine.

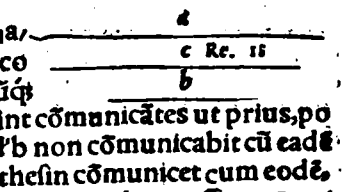
Eucli. ex Camp. Propoſitio 8

8 SI fuerint duæ quantitates uni quantitati cõmunicantes, ipſas quoq; inuicem commenſurabiles eſſe neceſſe eſt.

CAMPANVS Sit utraq; duarũ quantitatum a & b, cõmunicans quantitati c, dico a & b eſſe cõmẽſurabiles. Sit enim per 5, a ad c, ſicut numerus ad numerũ, ſimiliter quoq; per eãdẽ, c ad b, ſicut nũerus ad numerũ. Sit itaq; numerus d ad numerũ e, ſicut a ad c, nũeruſq; f ad nũerũ g ſicut c ad b. At proportiones quæ ſunt d ad e & f ad g. continentur in tribus terminis qui ſunt h, k, l, ut docet 4 octaui. erit q; per æquã proportionalitatẽ, a ad b, ſicut h numerus ad l numerũ, per 6 igitur ſunt a & b, cõmunicãtes, quod eſt propoſitũ.



CAMPANI *additio.* Ex hac quoq; ſequitur, quod ſi fuerint duæ quãtitates ſibi inuicẽ cõmunicãtes, cuicũq; una earũ cõmunicat, & reliqua, & cuicũq; una nõ cõmunicat, nec reliqua. Sint enim duæ quãtitates a & b cõmunicantes: ponaturq; quælibet quantitas quæ ſit c, cũ qua cõmunicet a, dico q; b cõmunicabit cũ eadẽ, qd' ex hac octaua patet cũ utrũq; earũ cõmunicet cũ a, ex hypotheſi. Quod ſi iterũ a & b ſint cõmunicãtes ut prius, ponatur c quælibet quãtitas cũ qua nõ cõmunicet a, dico qd' b non cõmunicabit cũ eadẽ. Si enim c communicaret cum b, quum a quoq; per hypotheſin cõmunicet cum eodẽ, b eſſent per hanc octauã a & c cõmunicantes, ſed poſitum erat, quod non eſſent. Quare conſtat quod diximus.



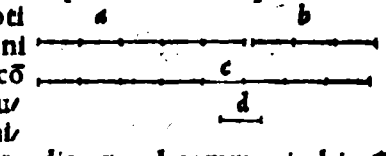
Eucli. ex Camp. Propoſitio 9

9 SI fuerint duæ quantitates communicantes, totum quoq; ex eis cõfectum utriq; earum erit communicans. Si uero fuerit totum utrique commenſurabile, eruut ambæ commenſurabiles.

CAMPANVS. Sint duæ quãtitates a & b cõmẽſurabiles, dico totũ ex eis compoſitũ quod ſit c, utrique earũ eſſe commenſurabile, & econuerſo. Adhuc quoq; ſi totũ ex eis cõpoſitũ uni earum cõmunicet, dico qd' cõmunicabit alteri, & ipſe ſimiliter inter ſe etiã

cõmu-

communicabunt. Idem quoque in contrario, si enim a & b sint incommunicãtes, dico quod c utrique earum erit incommunicans, & econuerso, si c alteri earum sit incõmunicant, erit quoque incõmunicans & alteri. & ipsæ etiam inter se. Sint itaque primum a & b communicantes, sitque earum communis mensura d, quæ cum utramq; earum numeret, per conceptiouem similem antepenultimæ septimi, numerabit & c. quare per diffinitionem c communicabit utrique earũ scilicet a & b. Ecõuerso quoq; si c cõmunicet utrique earum, sit omnium communis mẽsura d, constat itaque per diffinitionem, a & b communicantes esse. Sed communicet c cum altera earũ quæ sit a, dico quod communicabit cũ b. & a etiam & b communicabunt adinuicem: sit enim d communiter mensurans c & a. Quia igitur d mensurat totum & detractum, per conceptionem ipsa mensurabit residuum uidelicet b, per diffinitionem ergo, & c communicat cũ b, & a communicat quoque cum b.

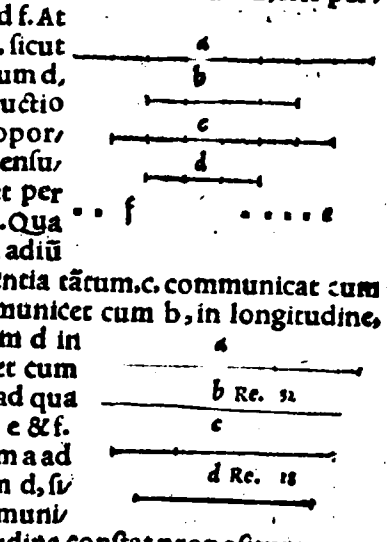


CAMPANI *additio.* Si autem a & b sint incommunicantes, erit c incommunicans utrique earũ. Si enim cum utraque seu etiam cum altera earum communicaret, & ipsæ communicarent adinuicem, quod est contra hypothesin. Similiter quoque econuerso sic est incommunicans utriq; earum seu etiam alteri earũ. erit quoque incommunicãs reliquæ, & ipsæ inter se, quod palam est ex prædemonstratis, à destructione cõsequentis. *Eucli. ex Camp.*

Propositio 10.

10 MNium quatuor quãtitatum proportionalium, si fuerit prima communicãs secundæ, tertia quoque erit communicãs quartæ. Si uero prima incommensurabilis fuerit secũdæ, tertia quoque incommensurabilis erit quartæ.

CAMPANVS. Sint quatuor quantitates proportionales, a, b, c, d: dico quod si a communicat cum b, c quoq; communicabit cum d, quod si a est incommensurabilis b, c quoq; erit incommensurabilis d. Et si a communicabit cum b in potentia tantum, c quoque communicabit cũ d in potentia tantũ, ueruntamẽ illud non proponit autor quia facile patet ex demonstratione priorum. Si enim a communicat cum b, erit per 5 a ad b sicut numerus ad numerum, sit ergo sicut c ad f. At quia est per hypothesin a ad b sicut c ad d. erit c ad d. sicut numerus e ad numerũ f, per 6 igitur est c cõmunicãs cum d, quod est primum. Secundum patet ex primo à destructione consequentis. Si enim a est incommensurabilis, oportet c esse incommensurabilem d. nam si esset ei commensurabilis, cum sit ut c ad d sic a ad b, per hypothesin, esset per primam partem a communicans cum b, sed non erat. Quare constat totum quod proponit autor. Quod autem adiũximus. uidelicet quod si a communicat cum b in potentia tãtum, c. communicat cum d in potentia tantum, sic patet. Cum enim a non communicet cum b, in longitudine, nec c quoq; ex parte secũda huius. communicabit cum d in longitudine. At uero cum quadratum a communicet cum quadrato b ex hypothesi. erit per 5, quadratũ lineæ a ad quadratum lineæ b, sicut numerus ad numerum qui sint e & f. Et quia quadratum c ad quadratũ d sicut quadratum a ad quadratum b, erit etiam quadratum c ad quadratum d, sicut numerus e ad numerum f, per 6 igitur c & d, communicant in potentia. & quia non communicant in longitudine. constat propositum.



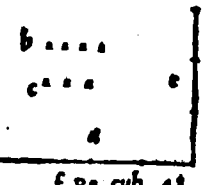
Eucli. ex Camp. *Propositio* 11.

11 PRoposita qualibet recta linea, duas ei incommensurabiles alteram in longitudine tantum, alteram in longitudine & potentia rectas lineas inuenire.

CAMPANVS Sit linea a proposita, uolo duas lineas reperire. quarum una communicet cum a in potentia tantum, altera uero sit incommensurabilis ei in longitudi

ne

ne & in potentia. Sumo itaque duos numeros nequaquam ſe habentes in proportione aliquorum numerorum quadratorum, ſintq; hi b & c, quos facile eſt ſumere, cū qui libet quadratus numerus ad quēlibet non quadratum eam habeat proportionē quā nequaquā habent aliqui numeri quadrati, confirmante hæc 11 octaui. Duobus talibus numeris ſumptis inuenio lineam d, ad cuius quadratum ſe habeat quadratum lineæ a ſicut numerus b ad numerum c. Hāc autem lineam ita reperio. Diuidó lineam a in tot partes æquales quot ſunt unitates in numero b, quod facile facio adiuuāte 11 uel 11 ſexti, dehinc ſuper extremitatem lineæ a, erigo lineam e perpēdiculariter, in qua toties cō tineatur una ex partibus a, quoties unitas eſt in c. Quia igitur ex prima ſexti proportiō quadrati lineæ a ad ſuperficiem quæ fit ex a in e eſt ſicut a ad e, & ideo ſicut numeri b ad numerum c: ponatur d medio loco proportionalis inter a & e ſicut docet 9 ſexti. Quia tunc per primam partem 6 eiuſdē quadratum erit æquale ſuperficiei productæ ex a in e, erit proportio quadrati lineæ a ad quadratū lineæ d, ſicut numeri b ad numerū c quare a & d, ſunt cōmēſurabiles in potentia ex diffinitione. & per ultimam partem, ipſe ſunt incommenſurabiles in longitudine, reperta eſt itaque d prima linea, quam propoſitum erat inquirere.



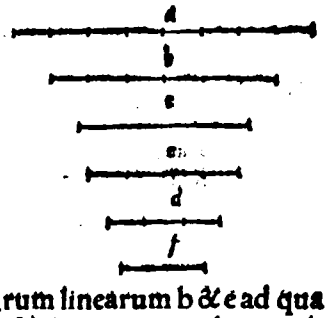
f Re. cub. 41
d Re. q. 11

Alteram ſic reperio Interpono ut docet 9 ſexti, lineam f medio loco proportionalem inter a & d, eritque per correlariū 17 ſexti quadratum a ad quadratum f, ſicut a ad d, itaque per ſecundam partē 10, quadratum a eſt incommenſurabile quadrato f, igitur linea f eſt incommenſurabilis lineæ a in potentia, quare & in longitudine. eſt itaque f ſecunda linea quam propoſitū erat reperire, Et ſic patet propoſitum.

Euclides ex Camp. *Propoſitio 11*

11 OMnium quatuor linearum proportionalium ſi prima tanto amplius poſſit ſecunda quantum eſt quadratum alicuius lineæ communicantis ſibi in longitudine, neceſſe eſt tertiam quoque tanto amplius poſſe quarta, quantum eſt quadratum alicuius lineæ communicantis ſibi in longitudine. Quod ſi fuerit prima potentior ſecunda quadrato alicuius lineæ incommenſurabilis ſibi in longitudine, erit quoque tertia potentior quarta quadrato alicuius lineæ ſibi incommenſurabilis in longitudine.

CAMPANVS Sint quatuor lineæ proportiōales a, b, c, d, ſitque a maior b, & c maior d, ſit quoque a potentior b, quadrato lineæ e: & c potētior d. quadrato lineæ f. dico quod ſi a communicet e in lōgitudine, c quoque cōmunicabit f in longitudine, quod ſi a non communicat e in longitudine, nec c communicabit f in longitudine. Quod & ſi a cōmunicāt e in potentia tantum, c quoque cōmunicabit f in potentia tantū. Verunta men iſtud ultimum non proponit autor, quia facile patet ex priorum demōſtratione. Cū ſit enim proportio a ad b ſicut c ad d, erit quadrati a ad quadratū b, ſicut quadrati c ad quadratū d. Et quia quadratū a eſt æquale quadratis duarum linearum b & e, ſimiliter quadratum c quadratis duarum linearum d & f, erit proportio quadratorum duarum linearum b & e ad quadratum e, ſicut quadratorum d & f ad quadratum f, ergo diſiūctim erit quadratum b ad quadratum e, ſicut quadratum d ad quadratum f, ergo b ad e ſicut d ad f, item per æquam proportionalitatem erit a ad e, ſicut c ad f, ergo per primā partem decimæ conſtat prima pars huius. & per ſecundam ſecunda. & per tertiam ibi adiunctam, tertia hic adiuncta.



Quinque præcedentes propoſitiones ex Campano cum ſuis additionibus, ſequētibus ſeptem ex Zamberto cū ſibi præmiſſis lemmatibus hoc ordine reſpondent. Octaua apud Campanum cū additione, duodecimæ

cimæ & decimætertiæ ex Zamberto propoſitionibus reſpondet. Nona apud Campanũ cum additione, decimæquintæ & decimæſextæ ex Zamberto propoſitionibus. Decima autem & undecima apud Campanũ, decimæ, & undecimæ ex Zãberto propoſitionibus præpoſtero reſpondent ordine. Duodecima uero apud campanum, decimæquartæ ex Zamberto propoſitioni reſpondet.

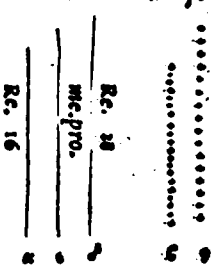
THEON Lemma.

Quoniam autem oſtenſum eſt in arithmeticis (ex 26 octaui) quod ſimiles plani numeri adinuicem rationem habent quam quadratus numerus ad quadratum numerum, & quod ſi bini numeri adinuicem rationem habuerint quam quadratus numerus ad quadratum numerum ſimiles ſunt ipſi plani numeri (per 24 eiuſdem) manifeſtum ex his quod diſſimiles plani numeri hoc eſt latera proportionalia non habentes, adinuicem rationem non habent quam quadratus numerus ad quadratum numerum. Si enim habebunt, ſimiles ipſi plani erunt, quod quidem non ſupponitur. Diſſimiles igitur plani numeri adinuicem rationem nõ habent, quam quadratus numerus ad quadratum numerum.

Eucli ex Zamb. Problema 9 Propoſitio 10

10 Propoſitæ rectæ lineæ binas rectas incommenſurabiles inuenire lineas, alteram quidem longitudine tantum, alteram autem & potentia.

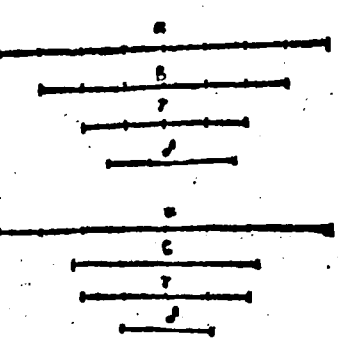
THEON ex Zamberto. Sit propoſita recta linea α, oportet iam ipſi α, binas rectas inuenire incommenſurabiles, alteram quidem longitudine tantum, alteram autem & potentia. Ponantur bini numeri β, δ, adinuicem rationem non habentes quã quadratus numerus ad quadratũ numerum, hoc eſt non ſimiles plani, & fiat ſicut ε ad γ, ſic quod ex α quadratum ad id quod ex δ, quadratum, commenſurabile igitur eſt quod ex α, ei quod ex δ, commenſurabilis igitur potentia eſt α ipſi δ, & quoniam ε, ad γ rationem non habet quam quadratus numerus ad quadratum numerum, neq; igitur quod ex α ad id quod ex δ rationem habet quã quadratus numerus ad quadratum numerũ, incommenſurabilis igitur eſt (per 9 decimi) α ipſi δ, lõgitudine. Capiatur (per 13 ſexti,) ipſarum α, δ, media proportionalis ζ, eſt igitur ſicut α ad δ, ſic quod ex α, quadratum ad id quod ex ζ, Incommẽſurabilis autem eſt α, ipſi δ longitudine, incommenſurabile igitur eſt & id quod ex α quadratum, ei quod ex ζ quadrato. Incommenſurabilis igitur eſt α, ipſi ζ, potentia. Propoſitæ igitur rectæ lineæ α, inuentæ ſunt binæ rectæ lineæ incommenſurabiles, longitudine, inquam, tantum ipſa δ, at ζ potentia & longitudine. Propoſitæ igitur rectæ lineæ rationali, à qua diximus menſuras capi, uidelicet ipſi α, inuenta eſt tantum potentia commenſurabilis δ, hoc eſt rationalis, potentia tantum commenſurabilis, irrationalis autem ζ, irrationales enim in uniuerſum appellat, longitudine & potentia ipſi rationali incommenſurabiles.



Eucli. ex Zamb. Theorema 8 Propoſitio 11

11 Si quatuor magnitudines proportionales fuerint, prima autem ſecundæ fuerit commenſurabilis, & tertia quartæ commenſurabilis erit, & ſi prima ſecundæ incommenſurabilis fuerit, & tertia quartæ incommenſurabilis erit.

THEON ex Zamb. Sint quatuor magnitudines proportionales α, β, γ, δ, ſicut α ad β, ſic γ ad δ, ſit autem α ipſi ε commenſurabilis. Dico, quod & γ ipſi λ eſt commenſurabilis. Quoniam enim commenſurabilis eſt α ipſi ε, rationem habet (per 5 decimi,) quam numerus ad numerum. Eſtq; ſicut α ad ε, ſic γ ad δ. Igitur & γ ad δ habet rationem, quam numerus ad numerum. Commenſurabilis igitur eſt γ ipſi λ. Sed iam α ipſi ε incommenſurabilis eſto. Dico quod & γ ipſi δ eſt incõmenſurabilis. Quoniã enim incommenſurabilis eſt α ipſi ε, igitur (per 7 quinti) α ad ε, non habet rationem quam numerus ad numerum, & eſt ſicut à ad ε, ſic γ ad δ. Igitur (per 8 decimi,) γ ad δ, non habet rationem quam numerus ad numerum. Incommenſurabilis eſt igitur γ ipſi δ. Si quatuor igitur magnitudines, & quæ ſequuntur reliqua, quod oportuit demonſtraſſe.



Eucli. ex Zamb. Theorema 9 Propoſitio 12

12 Quæ eidem magnitudini commenſurabiles, & adinuicem ſunt commenſurabiles.

THEON ex Zamb. Vtraque enim ipſarum α, ε, ipſi γ ſit cõmenſurabilis. Dico quod & α ipſi ε eſt commẽſurabilis.

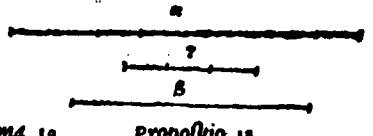
rabilis, Quoniam enim cõmenſurabilis eſt α ipſi γ, igitur (per 5 decimi,) α ad γ, habet rationem quam numerus ad numerum, habeat quam δ ad ε. Rurſus quoniam commenſurabilis eſt γ ipſi ζ, igitur (per eandem γ ad β habet ratio nem quam numerus ad numerum, habeat autẽ quam ζ ad η. Et ratiõi/ bus datis quibuſcunque, ea ſcilicet quam habet δ ad ε, & ζ ad η, capiã tur (per 4 octaui numeri continue proportionales in datis rationibus. ſintq; θ, κ, λ. ſicut α ad ε ſic θ ad κ, ſicutq; ζ ad η. ſic κ ad λ. Quoniã igitur eſt ſicut α ad γ ſic δ ad ε, ſed ſicut δ ad ε ſic θ ad κ, eſt igitur (per 11 quinti, ſicut α ad γ, ſic eſt θ ad κ. Rurſus quoniam eſt ſicut γ ad ζ, ſic ζ ad η, ſed ſicut ζ ad η ſic κ ad λ. & ſicut igitur γ ad ζ, ſic κ ad λ, eſt autem & ſicut α ad γ, ſic eſt θ ad κ, ex æquali igitur (per 22 quinti,) eſt ſicut α ad β, ſic eſt θ ad λ. Igitur α ad β rationem habet, quam numerus θ ad numerum λ. Commẽſurabi lis eſt igitur (per 6 decimi,) α ipſi β. Quæ eidem igitur magnitudini commenſurabiles, & adinuicem ſunt commen ſurabiles. Quod oportuit demonſtraſſe.



THEON Lemma.

Si fuerint binæ magnitudines, & altera quidem commenſurabilis fuerit eidem, altera uero incommenſurabilis, incommenſurabiles erunt ipſæ ma gnitudines.

Sint enim binæ magnitudines α, β, & alia quædam γ, & α ipſi qui dem γ eſto commenſurabilis: at β ipſi γ eſto incommenſurabilis. Di/ co quod & α, ipſi β eſt incõmenſurabilis. Si enim commenſurabilis eſt α ipſi ζ, eſt quoque & γ ipſi α, & γ igitur (per 12 decimi, ipſi β eſt commenſurabilis, quod non ſupponitur.



Eucli. ex Zamb. Theorema 10 Propoſitio 13

13 Si binæ magnitudines commenſurabiles fuerint, alteraq; earum ma/ gnitudini alicui incommenſurabilis fuerit, & reliqua eidem incommenſu/ rabilis erit.

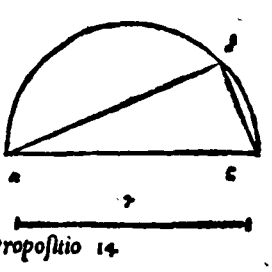
THEON ex Zamb. Sint binæ magnitudines commẽſura α ζ, earumq; altera uidelicet α, alicui hoc eſt γ ſit incommenſurabi lis. Dico quod & reliqua ζ, ipſi γ incõmenſurabilis eſt. Si enim cõ menſurabilis eſt ζ ipſi γ, iã α ipſi ζ commenſurabilis eſt, & α igitur (per 12 decimi) ipſi γ. cõmenſurabilis eſt, ſed & inconmenſurabilis, quod eſt impoſsibile. Igitur β & γ ſunt incommenſurabiles. Si binæ igitur magnitudines com menſurabiles fuerint, & quæ ſequuntur reliqua, quod erat oſtendendum.



THEON Lemma.

Duabus datis rectis lineis inæqualibus, inuenire quo maius poteſt ma ior minore.

THEON ex Zamb. Sint binæ datæ inæquales rectæ lineæ α β, γ, quarum ma ior ſit α ζ, oportet iã inuenire quo maius poteſt α ζ, quàm ipſa γ. Deſcribatur ſuper α β, ſe micirculus α δ ζ, & in ipſum (per 1 quarti,) coaptetur ipſi γ æqualis α δ, cõnecta turq; δ ζ, manifeſtum eſt iam quod angulus α δ β, rectus eſt, & quod α ζ, ipſa α δ, hoc eſt quàm ipſa γ maius poteſt ipſa δ ζ. Similiter autem & duabus datis rectis li/ neis, potens ipſas ſic inuenietur. Sint datæ binæ rectæ lineæ α δ, δ ζ, oporteatq; inue nire potentem ipſas. Ponantur enim, ut α δ, δ ζ comprehendãt rectum angulũ qui ſub α δ ζ, connectaturq; α β. Manifeſtum rurſus eſt (per 47 primi, quod ipſas α δ, δ β, po tens, eſt ipſa α β. Eucli, ex Zamb. Theorema 11 Propoſitio 14



14 Si quatuor rectæ lineæ proportionales fuerint, potueritq; prima ſecun da maius eo quod fit ab eidem longitudine commẽſurabili, & tertia quar ta maius poterit eo quod fit ab eidem longitudine commenſurabili. Et ſi prima ſecunda maius potuerit eo quod fit ab incommẽſurabili eidem lon gitudine, & tertia quarta maius poterit eo quod fit ab eidem longitudine incommenſurabili.

THEON ex Zamb. Sint quatuor rectæ lineæ proportionales β, β, γ, δ, ſicut α ad ζ, ſic γ ad δ, & α quidẽ, ipſa ζ, maius poſſit eo quod fit ex ε, γ uero, ipſa δ, eo quod fit ex ε. Dico quod ſi α ipſi ε eſt commenſurabilis, commen/

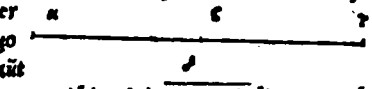
ſurabilis eſt quoque γ ipſi ε, ſed ſi α, ipſi ι, incommenſurabilis eſt, incommenſurabilis eſt quoq; γ ipſi ε. Quoniam enim eſt ſicut α ad β, ſic eſt γ ad δ, eſt igitur ſicut id quod ex α, ad id quod ex ϲ. ſic eſt id quod ex γ, ad id quod ex δ. Sed ei quidem quod fit ex α, æqua ſunt ea quæ fiũt ex ι, β, ei autem quod fit ex γ, æqua ſunt ea quæ fiunt ex δ, ε. Igitur) per 9 quinti) ſicut quæ ex ι, β, ad id quod ex β, ſic quæ ex δ, ε, ad id quod ex δ, diuidendo igitur eſt (per 17 quinti,) quod ſicut quod ex ι ad id quod ex ϲ. ſic eſt id quod ex ε ad id quod ex δ. Eſt igitur & ſicut ι ad ϲ, ſic eſt ε ad δ. Conuerſim igitur eſt (per 12 ſexti, & correlarium 4 quinti,) ſicut β ad ι, ſic eſt δ, ad ε, eſt autem & ſicut α ad β, ſic eſt γ ad δ, ex æquali igitur (per 12 quinti,) eſt ſicut α ad ι, ſic eſt γ ad ε. Si igitur commenſurabilis eſt α, ipſi ι, commenſurabilis eſt quoque (per 11 decimi γ ipſi ε, ſi uero incommenſurabilis eſt α ipſi ι, incommẽſurabilis eſt γ ipſi ε. Si quatuor igitur rectæ lineæ proportionales, & quæ ſequuntur reliqua, quod erat demonſtrandũ.



Eucli. ex Zamb. Theorema 12 Propoſitio 15

15 Si binæ magnitudines commenſurabiles, compoſitæ fuerint, & tota utrique ipſarum commenſurabilis erit. Et ſi tota uni earum commenſurabilis fuerit, & quæ in principio magnitudines commenſurabiles erunt.

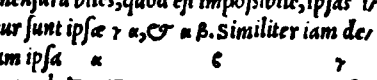
THEON ex Zamb. Cõponantur binæ magnitudines cõmenſurabiles α β, ϲ γ. Dico quod tota α γ, utriq; ipſarũ α β, β γ, commenſurabilis eſt. Quoniã enim cõmenſurabiles ſunt ipſæ α ϲ, β γ, ipſas aliqua magnitudo metietur (per primam diffinitionem decimi,) metiatur. & ſit δ. Quoniã igitur δ ipſas α ϲ, ϲ γ, metitur, & totã α γ metietur, metitur autem & ipſas α β, ϲ γ, igitur δ, ipſas α ϲ, β γ, & α γ, metietur. Commenſurabilis igitur eſt (per 12 decimi,) α γ, utriq; ipſarũ α ϲ, β γ. Sed iã α γ, uni ipſarum α ϲ, β γ, ſit commenſurabilis, ſitque ipſi α β. Dico quod α β, β γ, commenſurabiles ſunt. Quoniã enim cõmenſurabiles ſunt α ϲ, & α γ, metietur eas (per primam diffinitionem decimi.) aliqua magnitudo, metiatur, & eſto δ. Quoniã igitur δ ipſas α ϲ, β γ, metitur, & reliquã igitur metietur ϲ γ, metatur aũt & α ϲ, igitur δ, ipſas α β, ϲ γ, metietur. Cõmenſurabiles igitur ſunt, α β, & ϲ γ. Si binæ igitur magnitudines, & reliqua quæ ſequuntur, quod oportebat demõſtrare.



Eucli. ex Zamb. Theorema 13 Propoſitio 16 Præcedentis converſa.

Si binæ magnitudines incommenſurabiles compoſitæ fuerint, & tota utriq; ipſarum incõmenſurabilis erit. Et ſi tota uni ipſarum incommenſurabilis fuerit, & quæ in principio magnitudines, incommenſurabiles erunt.

THEON ex Zamb. Cõponantur enim binæ magnitudines incommenſurabiles α β, β γ. Dico quod tota α γ, utrique ipſarũ α ϲ, ϲ γ, incõmenſurabilis eſt. Si enim γ α, & α ϲ, incommenſurabiles nõ ſunt, ipſas aliqua metietur magnitudo (per 1 diffinitionẽ decimi,) metiatur ſi eſt poßibile: ſitq; δ. Quoniam igitur δ ipſas γ α, & α β, metitur, & reliquam ϲ γ metietur, metitur autem & α ϲ, igitur δ, ipſas α ϲ, & β γ, metietur. Commenſurabiles igitur (per 1 diffinitionem decimi,) ſunt ipſæ α ϲ, β γ. Supponuntur autem quod & incommenſurabiles, quod eſt impoßibile, ipſas igitur α ϲ, & α γ, aliqua magnitudo non metietur. Incommenſurabiles igitur ſunt ipſæ γ α, & α β. Similiter iam demonſtrabimus, quod & ipſæ α γ, & γ ϲ, incõmenſurabiles ſunt. Sed iam ipſa α γ, uni ipſarum α ϲ, & ϲ γ, incommẽſurabilis eſto, & primum ipſi α β. Dico quod & ipſæ α ϲ, ϲ γ, incommenſurabiles ſunt. Si enim ſunt cõmenſurabiles, metietur eas aliqua magnitudo (per eãdẽ) metiatur, ſitq; δ. Quoniã igitur δ ipſas α β, & ϲ γ metitur, & totã igitur α γ metietur metitur autem & α ϲ. Igitur δ, ipſas γ α, & α β metitur. Cõmenſurabiles igitur ſunt ipſæ γ α & α β. Suppoſitæ uero ſunt quod & incommenſurabiles, quod eſt impoßibile. Ipſas igitur α ϲ, & ϲ γ, aliqua magnitudo nõ metietur. Incommenſurabiles igitur ſunt ipſæ α ϲ, β γ. Similiter iam demonſtrabitur quod ipſa α γ, reliquæ ϲ γ, incommenſurabilis eſt. Si binæ igitur magnitudines, & quæ ſequuntur reliqua, quod erat oſtendendum.

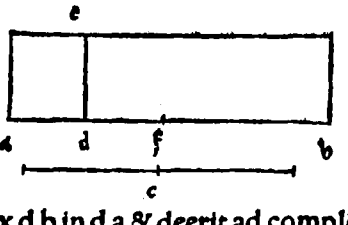


Eucli. ex Camp. Propoſitio 13

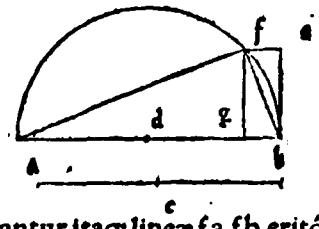
13 SI fuerint duæ lineæ inæquales quarum longiorẽ in duo cõmunicãtia diuidat ſuperficies ſibi adiũcta æqualis quartæ parti quadrati breuioris lineæ, cui adiunctæ ſuperficiei deſit ad complendam totam lineam ſuperficies quadrata, neceſſe eſt ipſam lineã longiorem linea breuiori tanto amplius poſſe, quantum eſt quadratum alicuius lineæ communicantis eidem longiori in longitudine. Si uero longior fuerit potentior breuiori, augmento quadrati lineæ communicantis ſibi in longitudine, eiq; adiungatur ſuperficies æqualis quartæ parti quadra-

ti breuioris lineæ, cui deſit quadrata ſuperficies, ſuperficiem ſibi adiunctam, eandem lineam longiorem in duas portiones commenſurabiles diuidere neceſſe eſt.

CAMPANVS Sint duæ lineæ inæquales a b & c, maior a b. & adiungatur ad lineam a b, quarta pars quadrati lineæ c, ita quod deſit ad complẽdam lineam a b, ſuperficies quadrata, hoc enim eſt poſſibile per 27 ſexti. Quod facile fiet hoc modo. Diuidatur a b in duas lineas a d & d b, ita quod inter eas cadat medietas lineæ e, cõtinue proportionalis. Hoc autem qualiter fiat, in fine demonſtrationis huius docebitur. Eritque ex 16 ſexti, ſuperficies b d in d a quæ ſit b e, æqualis quadrato medietatis lineæ ç. quare ex 4 ſecũdi erit eadẽ ſub quadrupla quadrati lineæ c, deeſt quoq; ad complendã lineã a b. ſuperficies quadrata. cum & a d ſit æqualis d e. Dico itaque quod ſi ſuperficies b e diuidat lineam a b in duo communicantia, erit linea a b potentior linea c in quadrato alicuius lineæ ſecum cõmunicantis in longitudine, & econuerſo. Cũ enim ſit linea a b maior linea c, non erit a d æqualis d b, ſic enim eſſet ſuperficies d e, quadrata. & quia ipſa eſt æqualis quadrato medietatis lineæ c, eſſet a d æqualis medietati c, & tota a b toti c, quod eſt contra hypotheſin. Non eſt igitur a d æqualis d b. Itaque de maiori earũ quæ ſit d b, abſcindatur d f. æqualis a d eritq; per 5 ſecundi quadratum totius a b, æquale iis quæ ſũt ex d b in d a quater & quadrato f b, quare linea a b, erit potẽtior linea c in quadrato lineæ f b, quã neceſſe eſt communicari toti a b, ſi linea a d eſt communicãs lineæ d b, ſi enim hoc fuerit, erit d b communicans d f eius æquali, quare per 9, b f cõmunicat cũ f d, & ideo toti a d & propter hoc cum tota a f. igitur & cum tota a b. Sicque patet primum. Conuerſum huius ſic patet. Sit a b potẽtior c in linea f b quæ communicet cum eo in lungitudine. Dico tunc quod quarta pars quadrati lineæ c addita ad lineam a b, ita quod deſit ſuperficies quadrata, diuidet lineam a b, in duo cõmunicãtia. Diuidatur enim f a per æqualia in d. & fiat ſuperficies b e ex d b in d a & deerit ad complẽdam lineam a b, ſuperficies quadrata, eritq; per 5 ſecũdi, quadratũ a b æquale quadruplo ſuperficiei b e cum quadrato f b: igitur quadruplum ſuperficiei b e eſt æquale quadrato c. cum ſuperficies d e ſit æqualis quartæ parti quadrati c. Dico igitur quod d b eſt communicans cum a d. cum ſit f b communicans cum a b. Si enim hoc fuerit ut qd a d ſit cõmunicans cum a b, erit etiam cõmunicans cum a f, per 9. quare & cum a d, ſed & cum d f. itaque & d b eſt communicãs cum a d. quod eſt ſecundum.



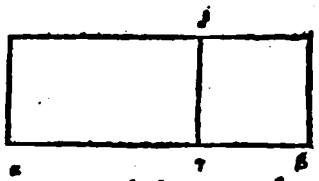
NVNC autem monſtrandum eſt qualiter linea a b (cum ipſa poſita fuerit maior linea a c) poſſit ſic diuidi ut inter partes eius cadat medietas lineæ c, cõtinue proportionalis. Cum enim ſic fuerit diuiſa. ſuperficies quæ fiet ex una in alterã, erit ſuperficies æqualis quadrato medietatis lineæ c, & ipſa erit ſuperficies æqualis quartæ parti quadrati lineæ c, adiuncta ad lineã a b, ita quod deſit ſuperficies quadrata, hoc enim ſic fiet. Diuiſa a b per æqualia in d, lineetur ſuper eam ſemicirculus a f b, & ſumatur b e perpendicularis ad a b, quæ ponatur æqualis medietati lineæ c. & ducatur e f æquidiſtans ad a b, uſq; quo ſecet circunferentiam ſemicirculi in puncto f. (neceſſe eſt enim ut ſecet eam, cũ linea a b ſit maior linea c.) & ducatur f g, perpendicularis ad a b, quæ cũ per 34 primi ſit æqualis lineæ e b, erit quoq; æqualis medietati lineæ c. Ducantur itaq; lineæ f a, f b, eritq; per primam partem 30 tertij, angulus a f b, rectus, & ideo per primã partem correlarij 8 ſexti, erit linea f g medio loco proportionalis inter a g & g b, quare medietas lineæ c, quæ eſt ſibi æqualis erit etiam proportionalis inter eaſdẽ, quod eſt noſtrũ propoſitũ.



THEON *Lemma.*

Si ad aliquam rectam lineam* comparetur parallelogrammum deficiẽs forma quadrata, ipſum comparatum æquũ eſt ei quod (continetur) ſub ſegmẽtis rectæ lineæ, quæ ex ipſa comparatione ſunt facta. * παραβληθῆ apponatur applicetur.

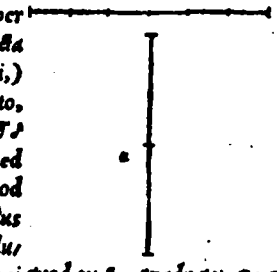
THEON ex Zamb. Ad aliquã rectã lineam α β. cõparetur parallelogrãmũ α δ, deficiens forma quadrata δ β. Dico quod α δ æquũ est ei quod sub α γ, γ β, & ex seipso manifestum est. Quoniam enim quadratum est δ ε, æqualis est δ γ, ipsi γ β, & α δ, est quod sub α γ, γ δ, hoc est quod sub α γ, & γ β. Si ad aliquam igitur rectam lineam, & quæ sequuntur reliqua, quod fuerat demonstrandum.



Eucli. ex Zamb. Theorema 14. Propositio 17

17 Si fuerint binæ rectæ lineæ inæquales, quartæ autem parti eius quod ex minore æquum ad maiorem comparatum fuerit deficiens forma quadrata, & in commẽsurabilia ipsam diuiserit longitudine, maior minore maius poterit eo quod ex sibi longitudine commẽsurabili. Et si maior minore maius poterit eo quod fit à sibi commensurabili longitudine, quartæ uero parti eius quod à minore æquale ad maiorem comparatũ deficiens forma quadrata, in commensurabilia longitudine ipsam distribuet.

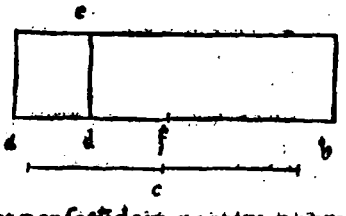
THEON ex Zamber. Sint binæ rectæ lineæ inæquales α, & β γ. quarum maior sit β γ, quartæ uero parti eius quod fit ex minore ipsa α, hoc est ei quod ex dimidio ipsius α, æquum ad ipsam ε γ, cõparetur (per 28 sexti, parallelogrammum deficiens forma quadrata, sitq; quod sub β δ, & δ γ, cõmensurabilis autem esto (per hypothesin.) ε δ ipsi δ γ longitudine. Dico quod ε γ, ipsa α maius potest, eo quod fit α sibi longitudine commensurabili. Secetur enim (per 10 primi,) β γ, bifariam in signo ζ, ponaturq; (per 9 primi,) ipsi δ ζ, æqualis ζ ξ, reliqua igitur δ γ, æqualis est ipsi ε ξ. Et quoniam recta linea β γ, secta est in æqualia in signo ζ, & in inæqualia in δ, igitur (per 5 secundi,) quod sub ε δ, & δ γ comprehenditur rectangulum una cum eo quod ex γ δ, quadrato, æquũ est ei quod ex ζ γ quadrato. Et ipsa quadruplicia, quod igitur quater sub β δ, & δ γ, una cũ eo quod ex ζ δ sumpto, æquũ est ei quod ex quater sumpto ζ γ quadrato. Sed ei quidẽ quod quater sub ε δ & δ γ, æquũ est id quod ex α quadratum, ei autẽ quod ex δ ζ, quater sumpto, æquũ est id quod ex δ ξ, quadratum, dupla enim est δ ξ, ipsius δ ζ. Ei autem quod ex ζ γ quater sumpto, æquum. est id quod ex ε γ, quadratum, dupla enim rursus est ε γ ad ipsam γ ζ. Quæ igitur ex α & δ ξ quadrata, æqualia sunt ei quod ex β γ quadrato. Quare id quod ex β γ, eo quod ex α maius est, eo quod ex δ ξ. Igitur β γ, ipsa α maius potest, ipsa δ ξ, ostendendum quod & commensurabilis est ε γ ipsi δ α. Quoniam enim commensurabilis est ε δ, ipsi δ γ longitudine, commensurabilis igitur est (per 15 decimi) & β γ, ipsi δ γ, sed γ δ, ipsis γ δ, & ε ξ, commensurabilis est longitudine, æqualis enim est γ δ ipsi β ξ, & β γ igitur, ipsis β ξ. & γ δ longitudine commensurabilis est (per 12 decimi.) igitur (per 15) & β γ ipsi ξ δ, commensurabilis est longitudine. Igitur β γ, quàm ipsa α maius potest, eo quod fit à sibi longitudine commensurabili. Sed iam ipsa ε γ, quàm α maius possit eo quod à sibi commensurabili in longitudine, quartæq; eius quod ex α æquale ad ipsam ε γ, comparetur deficiens forma quadrata, sitq; quod sub ε δ, & δ γ. Demonstrandum est quod cõmensurabilis est δ γ longitudine. Eisdem nãq; dispositis: similiter ostẽdemus quod ε γ quàm ipsa α maius potest, est eo quod ex ξ δ. potest autem ε γ, quàm ipsa α maius eo quod ex sibi commensurabili. Commensurabilis igitur est ε γ, ipsi ξ δ, longitudine. Quare & reliquæ utrique ipsarum ε ξ, & γ δ, simul commensurabilis longitudine est ε γ. Sed utraq; β ξ, & δ γ, simul commensurabilis est ipsi δ γ lõgitudine: æqualis enim est ε ξ ipsi δ γ, & ε γ, igitur cõmensurabilis est ipsi γ δ, lõgitudine Manifestũ est igitur quod β δ ipsi δ γ, est cõmensurabilis longitudine. Si fuerint igitur binæ magnitudines inæquales & reliqua, quod erat ostendendum. Eucli. ex Camp. Propositio 14.



14 SI fuerint duæ lineæ inæquales quarum longiorem diuidat in duas partes incõmensurabiles superficies æqualis quartæ parti quadrati breuioris sibi adiuncta, ita quod desit ad eius complectionem superficies quadrata, erit longior, potẽtior breuiori, augmento quadrati lineæ incommensurabilis ipsi longiori in longitudine. Si uero longior, potentior fuerit breuiori, quadrato lineæ incommensurabilis ipsi longiori in lõgitudine, adiũgaturq; ei superficies æqualis parti quartæ quadrati breuioris, defuerit q; longiori superficies quadrata, necesse est ut ipsa superficies sibi adiũcta eandẽ longiorem lineam in duas portiones in commensurabiles diuidat.

CAM

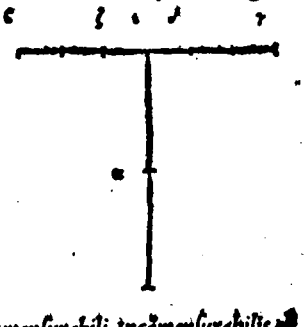
CAMPANVS Hæc 14 ex cõtrario antecedentis præmiſſæ infert contrarium conſequentis præmiſſæ,& non differt eius diſpoſitio à diſpoſitione illius,ſed & modus argumentandi utrobiq; idem. Si enim a d non cõmunicet cum d b,nec d f ſibi adæqualis communicabit cum eadem d b.itaq; per 9 d f non communicabit cum f b,quare neque a f,ſunt enim a f & d f communicãtes tanquã numerãs & numeratũ, ideo neq; a b cõmunicabit cum linea f b. Quod ſi hoc fuerit uidelicet ſi a b non communicet cũ f b,nõ cõmunicabit cum a f.quare neq; cum a d aut d f, neq; igitur a b cum d a. Poteſt quoq; hæc 14 demõſtrari per præmiſſam.prima pars huius ex ſecunda illius,& ſecũda ex prima,à deſtructiõe conſequentis. Si enim a d & d b nõ communicent,nec etiã a b & f b communicabunt,nam ſi a b & b f communicarent,oporteret per ſecũdam partem præmiſſæ ut a d communicaret cum d b,ſed poſitum eſt quod non.Eodem modo de ſecunda parte.ſi enim b a & b f non communicant,nec a d & d b communicabunt.nam ſi ſic, ſequitur per primam partem præmiſſæ,ut a b & b f communicent quæ non communicant: quare patet propoſitum.



Eucli.ex Zamb. Theorema 13 Propoſitio 18 Præcedentis conuerſa.

18 Si fuerint binæ rectæ lineæ inæquales.quartæ autem parti eius quod ex minore æquum ad maiorem comparetur deficiens forma quadrata, & in incommenſurabilia ipſam diuiſerit longitudine, maior minore maius poteſt eo quod ex ſibi incommenſurabili longitudine. Et ſi maior minor maius potuerit eo quod ex ſibi incommenſurabili,quartæ autem ipſius quod ex minore æquũ, ad maiorem comparatum fuerit deficiẽs forma quadrata,in incommenſurabilia longitudine ipſam diſpeſcit.

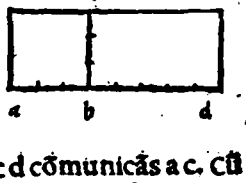
THEON ex Zãb. *Sint binæ rectæ lineæ inæquales α & ζ γ,quarũ maior ſit β γ,quartæ autem parti eius quod ex α,ad ipſam ζ γ,æquale comparetur deficiens forma quadrata,ſitq; quod ſub β δ, & δ γ. Incõmenſurabilis autem eſto ζ δ,ipſi δ γ.Dico quod ζ γ.quàm ipſa α maius poteſt,eo quod à ſibi incõmenſurabili. Ipſis nãq; diſpoſitis ut in præmiſſa.ſimiliter demõſtrabimus,quod ζ γ quàm ipſa α,maius poteſt eo quod ex δ ζ. Demonſtrãdum igitur quod incõmenſurabilis eſt β γ,ipſi δ ζ lõgitudine. Quoniã enim incommenſurabilis eſt ζ δ ipſi δ γ,incommenſurabilis igitur eſt(per 16 decimi,) β γ ipſi γ δ,longitudine. Sed ipſa δ γ commenſurabilis eſt utriq; ſ β ζ & δ γ ſimul,quia β ζ ipſi δ γ eſt æqualis, & ζ γ.igitur(per 13)ipſis β ζ & δ γ incommenſurabilis eſt, & perinde(per 16 decimi,) & reliquæ ζ δ,incommenſurabilis eſt β γ longitudine. Et ipſa ζ γ quàm α maius poteſt,eo quod ex ζ δ,igitur ipſa ζ γ, quàm α, maius poteſt eo quod à ſibi cõmenſurabili longitudiue. Poſsit iam rurſus β γ maius quàm α,eo quod à ſibi incõmẽſurabili,quartæ autẽ parti eius quod ex α,æquale ad ipſam β γ cõparetur deficiẽs forma quadrata,& eſto id quod ſub ζ δ & δ γ. Demonſtrãdũ quod incõmenſurabilis eſt ζ δ ipſi δ γ lõgitudine. Eiſdẽ namq; diſpoſitis,ſimiliter demõſtrabimus,quod ipſa β γ quàm α maius poteſt eo quod ex ζ δ. Sed iã(per hypotheſin.) ipſa ζ γ quàm α maius poteſt eo quod à ſibi incommenſurabili. Incõmenſurabilis eſt igitur β γ ipſi ζ δ longitudine. Quare (per 16 decimi,) & reliquæ ζ ζ & δ γ utriq;,incõmenſurabilis eſt ζ γ. Sed utraq; ζ ζ & δ γ,ipſi δ γ commenſurabilis eſt longitudine. Igitur(per 13 decimi,) β γ ipſi δ γ incõmenſurabilis eſt lõgitudine,quare & diuidendo, ζ δ,ipſi δ γ incõmẽſurabilis eſt lõgitudine. Si binæ igitur rectæ lineæ, & reliqua quæ ſequuntur,quod erat demonſtrandum.*



Eucli.ex Camp. Propoſitio 15

15 OMnis ſuperficies rectãgula quã continẽt duæ lineæ in lõgitudine rationales,rationalis eſſe probatur.

CAMPANVS Sint duæ lineæ a b & b c cõtinentes ſuperficiẽ rectãgulã a c,rationales in longitudine, dico ſuperficiẽ a c eſſe rationalẽ,deſcripto enim quadrato cuiuſuis earũ,ut c d lineæ b c,erit per primã ſexti c d ad a c, ſicut b d ad a b. Quia igitur b d cõmunica in longitudine cũ a b ex hypotheſi,eo quod b c ſua æqualis,erit per primã partẽ decimæ,c d cõmunicãs a c. cũ ſit itaque c d rationalis per diffinitionẽ,erit & a c rationalis,quod eſt propoſitũ.



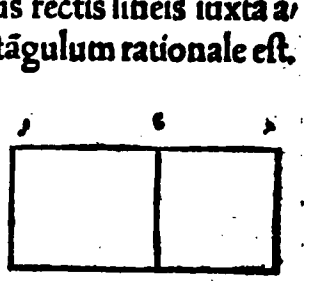
THEON Lemma.

Quoniam oſtenſum eſt quod quæ longitudine commẽſurabiles omnino etiam potentia ſunt commenſurabiles, quæ autem potentia non omnino etiam longitudine, ſed uidelicet, poſſunt & longitudine commenſurabiles eſſe & incommenſurabiles, manifeſtum quod ſi poſitæ rationali commenſurabilis aliqua fuerit longitudine, rationalis appellatur, & ei commenſurabilis non ſolum longitudine uerum & potentia, quæ enim lõgitudine commenſurabiles, omnino & potentia. Si autem poſitæ rationali commenſurabilis aliqua fuerit potentia, ſiquidem & longitudine dicitur, etiam rationalis & ei commenſurabilis longitudine & potentia. Quæ uero expoſitæ rurſus rationali commenſurabilis exiſtens potentia, longitudine fuerit et incommenſurabilis, dicitur ſic rationalis, potentia tantum commenſurabilis. Procli ſcholion. Rationales appellat, expoſitæ rationali longitudine & potentia commenſurabiles, aut potentia tantum. Sunt autem aliæ quoque rectæ lineæ quæ longitudine incommenſurabiles ſunt expoſitæ rationali, potentia uero tantum commenſurabiles, & id propterea rurſus appellantur rationales, commenſurabiles adinuicem quatenus rationales. Sed commenſurabiles adinuicem uel non ſolum potentia ueruntamen & longitudine, uel potentia tantum, & ſi longitudine quidem, & ipſæ rationales longitudine commenſurabiles, audito quod & potẽtia. Si uero potentia tantum adinuicem ſunt commẽſurabiles: appellantur & ipſæ rationales potentia tantum commenſurabiles. Quod autem rationales commẽſurabiles ſunt, hinc certum eſt. Quoniam enim rationales ſunt quæ expoſitæ rationali ſunt commenſurabiles, quæ uero eidem commenſurabiles & adinuicem ſunt commenſurabiles (per 12 decimi,) quæ rationales igitur, ſunt commenſurabiles.

Eucli. ex Zamb. Theorema 16 Propoſitio 19

19 Sub rationalibus longitudine commenſurabilibus rectis lineis iuxta aliquem prædictorum modorũ comprehenſum rectãgulum rationale eſt.

THEON ex Zãb. Sub ratiõalibus enim lõgitudine cõmenſurabilibus rectis lineis α β, & ϛ γ, rectangulum comprehendatur α γ. Dico quod α γ, rationale eſt. Deſcribatur enim (per 46 primi,) ex α ϛ, quadratũ α δ, ratiõale igitur eſt α λ. Et quoniã cõmenſurabilis eſt α ϛ, ipſi ϛ γ, longitudine, æqualis autẽ eſt α β, ipſi ϛ λ, commenſurabilis eſt igitur ϛ δ, ipſi ϛ γ longitudine, eſtque ſicut ϛ δ, ad ϛ γ, ſic eſt δ α ad α γ. Commenſurabilis autem eſt ϛ δ ipſi β γ, commenſurabile igitur & δ α, ipſi α γ: rationale autem δ α, rationale igitur (per 11 decimi, eſt & α γ. Quod ſub rationalibus commenſurabilibus igitur lõgitudine, & reliqua oportuit oſtendiße.



Eucli. ex Camp. Propoſitio 16

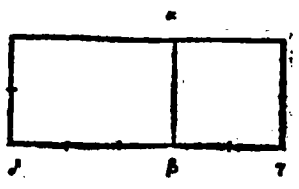
16 VM adiuncta fuerit lineæ in longitudine rationali ſuperficies rationalis rectangula, latus eius ſecundum erit in longitudine rationale, lateriq; primo in longitudine commenſurabile.

CAMPANVS Hæc eſt quaſi conuerſa prioris. Vt ſi ſuperficies a c ad iuncta ad lineam ab rationalẽ in longitudine, fuerit ratiõalis. dico quod latus eius ſecundum quod eſt b c erit etiam rationale in longitudine, & communicans inter primo. Sit enim a d quadratum a b, eritq; rationale ex diffinitione. & propter hoc erit communicãs cum ſuperficie a c rationali. Quia igitur per primam ſexti ſicut a d ad a c ita eſt etiam d b ad b c, comunicat autem d a cum a c, erit per primam partem decimæ b d communicans cum b c. ergo cum b a ſua æquali. Sed b a, rationalis eſt, quare per diffinitionem & b c. Conſtat itaque propoſitum.

Eucli. ex Zamb. Theorema 17 Propoſitio 20

20 Si rationale ad rationalem comparatum fuerit, latitudinem efficit rationalem, commenſurabilẽq; ei ad quam comparatur longitudine.

THEON ex Zamb. Rationale enim α γ, ad rationalẽ iuxta aliquẽ prædictorum modorũ α ϛ. comparetur, latitudinem efficiens β γ. Dico quod rationalis eſt ϛ γ. & cõmenſurabilis ipſi ϛ γ longitudine. Deſcribatur enim (per 46 primi) ex α β, quadratum α δ. Rationale igitur (per 9 diffinitionem decimi) eſt α δ, rationale autem & α γ, cõmenſurabile igitur (per cõuerſionem 10 diffinitionis eſt δ α, ipſi α γ. Eſtq; ſicut δ α ad α γ, ſic eſt δ β, ad ϛ γ commenſurabilis igitur eſt (per 11 decimi,) δ ϛ, ipſi β γ. Aequalis autem eſt δ ϛ, ipſi ϛ α, commenſurabilis igitur eſt α β. ipſi ϛ γ. Rationalis autẽ eſt α ϛ, rationalis igitur eſt (per conuerſionẽ 7 diffinitionis.) & ϛ γ, & commenſurabilis ipſi ϛ α, longitudine. Si rationale igitur ad rationalem comparatum fuerit, & quæ ſequũtur reliqua, quod erat oſtendendum.



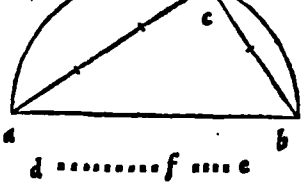
Subſe

Subſequentes ex Campano propoſitiones 17 ſcilicet & 18 reſpondent 29 & 30 ex Zamberto infra ſuo loco & ordine diſpoſitis.

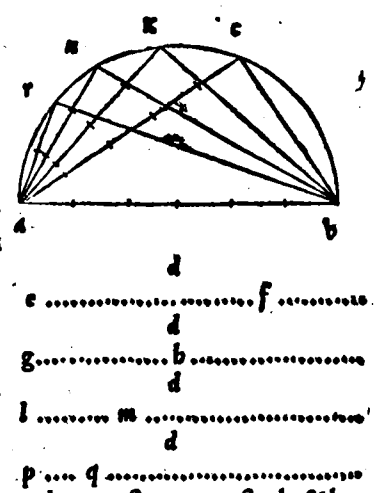
Eucli. ex Camp. Propoſitio 17

DVas lineas inuenire potentia tantum rationales commenſurabiles, quarum longior plus poſſit breuiori, quadrato lineæ ſibi commenſurabilis in longitudine.

CAMPANVS Propoſitum eſt inuenire duas lineas rationales potentia tantum cõmunicantes, quarum longior ſit potentior breuiori, quadrato lineæ ſibi communicantis in longitudine. Sumo itaque aliquam lineam rationalem quæ ſit a b, ſuper quam deſcribo ſemicirculum a c b, & ſumpto aliquo numero ut d e, diuido ipſum in duos numeros d f & f e, ita quod ſit proportio d e ad d f ſicut numeri quadrati ad numerum quadratum: non ſit autem proportio d e ad f e ut numeri quadrati ad numerum quadratum, talis autem numerus eſt quilibet quadratus diuiſibilis in quadratum & non quadratum, ut 9 qui diuiditur in 4 & 5, & omnes horum æque multiplices. Et inuenio lineã, a d ad cuius quadratũ ſe habeat quadratum lineæ a b, ſicut numerus d e ad numerũ d f, qualiter autem ipſa reperiatur, in demonſtratione 5 dictum eſt. Hãc lineam inuentam quæ neceſſario eſt minor a b, coapto per primam quarti intra ſemicirculum a c b, ſitque a c, & ſubtrahã lineã c b. Dico duas lineas a b & c b, eſſe quas quærimus. Erit enim primã partem 30 tertij, angulus c rectus, & ideo per penultimam primi, quadratũ a b æquale eſt quadratis duarum linearũ a c & c b. Et quia proportio quadrati lineæ a b ad quadratũ lineæ a c eſt ſicut d e ad f per hypotheſin, erit per euerſam proportionalitatem proportio quadrati lineæ a b ad quadratum lineæ c b, ſicut d e ad f e, ergo quadratum c b, communicat cum quadrato a b per 6 huius, erit igitur quadratum c b, rationale per diffinitionem, cum communicet rationali ſuperficiei. Et quia c b & a b ſunt incommenſurabiles per ultimam partem 7, conſtat duas lineas a b & c b eſſe rationales, potentia tantum communicantes. At quia linea a b eſt potentior linea c b in quadrato lineæ a c quæ per ſecundam partem ſeptimæ communicat ſecum in longitudine, cõſtat habitum eſſe propoſitum.



CAMPANI *annotatio* Si autem lineæ plures duabus potentia tantum rationales communicantes quarum una potentior longior ſit qualibet aliarũ in quadrato alicuius lineæ ſecũ cõmunicãtis in longitudine, reperire, ſit ut prius linea a b rationalis in lõgitudine, ſuper quã deſcribatur ſemicirculus a c b, ſumaturq; nũerus quadratus, qui ſit diuiſibilis in multos quadratos & nõ quadratos, quorũ nõ quadratorũ minime ſit, proportio ſicut aliquorum numerorum quadratorũ, tales autem numeri ultro ſe offerunt, ut 36, qui eſt diuiſibilis in 25 & 11, itemq; in 16 & 20, rurſuſq; in 9 & 27, ac iterum in 4 & 32, iſtorum uero non quadratorum qui ſunt 11, 20, 27, 32. adinuicem, nõ eſt proportio ſicut alicuius numeri quadrati ad alium numerũ quadratum. Eſto igitur ut nũerus d quadratus, diuidatur in e quadratum & f non quadratum. Sitq; quadratum lineæ a b ad quadratum lineæ a c, ſicut numerus d ad numerum e, ducatur linea c b, & conſtat propoſitum ut prius demonſtratum eſt a b & b c eſſe duas tales lineas quas inquirimus. Similiter quoq; diuidam d in g quadratum, & h non quadratum, ſitque quadratum lineæ a b ad quadratum lineæ a k, ſicut d ad g. & ducatur linea k b. eruntque ut prius duæ lineæ a b & k b, quales inquirimus. Eodem modo ſi rurſus diuidatur d in l quadratum & m non quadratum, & ponatur,



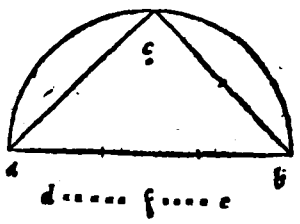
pro-

proportio quadrati lineæ a b ad quadratū lineæ a n ſicut d ad l,& producatur n b,erunt duæ lineæ a b & b n quales inquirimus. Quod ſi rurſus diuidatur d in p quadratum & in q nō quadratum,& fuerit proportio quadrati lineæ a b ad quadratū lineæ a r ſicut d ad p,& protracta fuerit linea r b,erūt etiam duæ a b & b r,quales inquirimus. Sunt itaque lineæ a b,b c,b k,b n,b r,potentia tantū rationales & in ea cōmunicantes, quarum una uidelicet a b eſt potentior qualibet aliarū in quadrato lineæ ſecū communicantis in longitudine. Si igitur quatuor linearum b c,b k,b n,b r, nulla communicat alij in longitudine,cōſtat propoſitum. Iſtud autē ſic probatur,patet enim ex præmiſſis,quod quadratū lineæ b c ad quadratū lineæ a b eſt ſicut numerus f ad numerū d,& quadratū lineæ a b ad quadratū lineæ b k eſt ſicut numerus f ad numerū d,& quadratū lineæ a b ad quadratū lineæ b k eſt ſicut numerus d ad numerū h,ergo per æquā proportionalitatē quadratū lineæ b c ad quadratum lineæ b k,eſt ſicut numerus f ad numerū h,ſed nullus quatuor numerorū f,h,m,k,ſe habet ex hypotheſi ad alium ſicut numerus quadratus ad numerum quadratum,quare per 9 partem ſeptimæ,duæ lineæ b c,b k,ſunt incommenſurabiles in longitudine. Eadem ratione quælibet duæ ex illis quatuor ſunt incommenſurabiles in longitudine. Liquet ergo quod uolumus.

Eucli. ex Camp. *Propoſitio 18*

18 DVas lineas in potentia tantum rationales communicantes quarum longior plus poſſit breuiori quantum quadratum lineæ ſibi incommenſurabilis in longitudine inuenire.

CAMPANVS In hac quoq; remaneat eadem diſpoſitio eædēq; hypotheſes quæ in præmiſſa,hoc ſolum mutato quod proportio numeri d e ad neutrum duorum numerorum d f & f e,ſit ſicut numeri quadrati ad numerum quadratū. hoc aūt facile fiet,poſito d,e quolibet nūero quadrato diuiſo in duos numeros nō quadratos,ut ſi d e ſit 9,& d f,6,& f e 3,argumētādo ut prius,hoc dūtaxat excepto qđ a b & a c ſint incōmēſurabiles in lōgitudine per ultimā partē 7.



CAMPANI *additio* Et ſciendū quod duæ lineæ quales hæc & præmiſſa docēt inuenire,cōponūt binomiū,& minori earum abſciſa de maiori,quæ reliqua eſt dicitur reſiduū. Nota etiam quod lineæ tantum potentia rationales communicantes,poſſunt eſſe una rationalis & alia irrationalis,ſicut latera tetragonica duarum ſuperficierum quarū una ſit 25 pedum & alia 24,ſunt rationalia potentia tantum communicantia,latus enim primæ ſuperficiei eſt 5 latus uero ſecundæ non numeratur. Et poſſunt eſſe ambæ irrationales,ut latera tetragonica duarum ſuperficierum quarum una ſit 24 pedum & alia 25,neutrius enim numeratur latus,ſuntq; in longitudine incommenſurabilia ex ultima parte ſeptimæ, Quod ſi libeat etiam inuenire plures lineas duabus potentia tantum rationales communicantes,quarum una ſit potentior qualibet aliarū in quadrato lineæ ſecum non cōmunicantis in longitudine,ſumatur talis numerus qui poſſit pluries ſic diuidi quod ipſius ad nullam ſuarum partium nec alicuius ad aliquā aliarum ſit proportio ut numeri quadrati ad numerū quadratū,ut 25,poteſt diuidi in 2 & 23,item in 5 & 20,& rurſus in 7 & 18. Et ſic proceſſus idem qui fuit in præmiſſa.

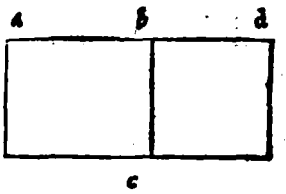
Eucli. ex Camp. *Propoſitio 19*

19 OMnis ſuperficies quam continent duæ lineæ potentialiter tātum rationales communicantes,eſt irrationalis, diciturq; ſuperficies medialis,eiuſque latus tetragonicum ſcilicet quod in eam poteſt, eſt irrationale,diciturq; linea medialis.

CAMPANVS Sint duæ lineæ a b,b c,continentes ſuperficiem a c,rationales potentia tantū communicantes,quæ qualiter reperiantur,ex præmiſſa & antepræmiſſam manifeſtum eſt,dico ſuperficiem a c eſſe irrationalem. Sit enim d c quadratum b c, eritque rationale per hypotheſin,eo quod linea b c eſt rationalis in potentia. Et quia ex prima ſexti a c ad c d ſicut a b ad b d,non communicat autem a b cum b d,quia ex hypotheſi non communicat cū ſua æquali, quæ eſt b c, ſequitur per ſecundam partem 10 ut etiam a c non cōmunicet cum c d,quare per diffinitionem,ſuperficies

a c

a c eſt irrationalis, ideoq; & ſuum latus tetragonicum eſt etiã irrationale. Dicitur autem hæc ſuperficies medialis, quoniã ipſa eſt medio loco proportionalis inter duas ſuperficies rationales, uidelicet inter quadrata duarum linearũ ipſam cõtinentium. Et lineam potens in ipſam dicitur medialis, quoniam ipſa quoque eſt medio loco proportiõalis inter duas lineas potentia tantum rationales communicantes, & hæ duæ lineæ, ſunt latera dictæ ſuperficiei. Et hoc eſt quod uolumus.



THEON Lemma.

Potens irrationalem aream, irrationalis eſt.

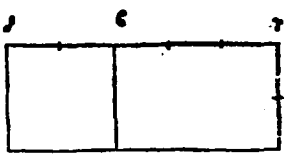
Poßit enim α, irrationalem aream, hoc eſt id quod ex α, quadratum æquale irrationale areæ. Dico quod α irrationalis eſt: ſi enim eſt rationalis, erit rationale quoq; id quod ex α quadratum, ſic enim in diffinitionibus, non eſt autem. Irrationalis igitur eſt α. Potens irrationalem igitur, & reliqua, quod erat demonſtrandum.



Eucli. ex Zamb. Theorema 81 Propoſitio 21

21 Sub rationalibus potentia tantũ commenſurabilibus rectis lineis comprehenſum rectangulum, irrationale eſt, illudq; potens irrationalis eſt, uoceturq; media.

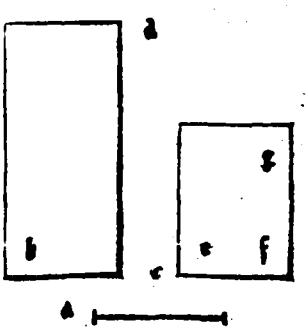
THEON ex Zamberto. *Sub rationalibus enim potentia tantum commenſurabilibus rectis lineis α c, & c γ comprehendatur rectangulum α γ, Dico quod α γ, irrationale eſt potensq; illud irrationalis eſt & media appellatur. Deſcribatur enim (per 46 primi) ex α β, quadratum α δ, rationale igitur eſt ipſum α δ. Et quoniam incommenſurabilis eſt α β, ipſi β γ, longitudine (potentia namq; tantum ſupponuntur cõmenſurabiles) æqualis autem eſt α c ipſi β δ, incommenſurabilis igitur eſt & c δ. ipſi c γ longitudine. Eſtq; ſicut δ c ad c γ, ſic eſt α δ, ad α γ, incommenſurabile igitur eſt (per 11 decimi) δ α, ipſi α γ. Rationale autem eſt δ α, irrationale igitur eſt α γ, quare & ipſum potens α γ, hoc eſt potens æquale ei quadratum, irrationalis eſt: uoceturq; media, eo quia ex ipſa quadratum, æquale eſt ei quod α c, β γ, & eo quia ipſa media (per ſecundam partem 17 ſexti,) proportionalis eſt ipſis α c, & c γ. Sub rationalibus igitur potentia tantum, & reliqua, quod oportuit demonſtraße.*



Eucli. ex Camp. Propoſitio 20

20  Vm adiuncta fuerit lineæ in longitudine rationali ſuperficies æqualis quadrato lineæ medialis, latus eius ſecundũ potẽtialiter tantũ erit ratiõale, lateríque primo in lõgitudine incõmẽſurabile.

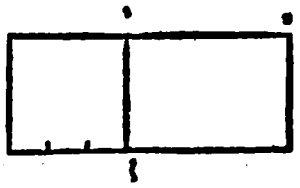
CAMPANVS Hæc eſt quaſi cõuerſa præmiſſæ. Sit a linea medialis, ſitq; linea b c ratiõalis in longitudine, cui adiungatur ſuperficies b d æqualis quadrato lineæ a. Quod hoc modo fiet. Subiũgatur duabus lineis b c & a, linea c d in continua proportionalitate ut docet 10 ſexti, eritq; ſuperficies ex b c in d æqualis quadrato lineæ a, per 16 eiuſdem, dico latus eius ſecundũ, quod eſt d c, eſſe rationale in potẽtia tantũ. & incõmenſurabile in lõgitudine lateri b c. Eritq; ex præmiſſa per diffinitionẽ lineæ medialis, ut linea a poſſit in aliquã ſuperficiẽ cõtentã à duabus lineis potẽtia tantũ rationalibus cõmunicãtibus, quæ ſit ſuperficies e g cuius latera e f & f g. Erũtq; duæ ſuperficies b d & e g per primam partem 15 ſexti laterum mutuorũ, propter hoc quod ipſæ ſunt æquales & rectãgulæ, proportio ergo b c ad e f, eſt ſicut f g ad c d. Quare per 10 cũ b c cõmunicet in potẽtia cũ e f. eo quod quadrata utriuſq; earum ſunt rationalia ex hypotheſi. f g cõmunicabit in potentia cũ c d. Cum igitur quadratum f g ſit rationale per hypotheſin, erit quoq; quadratũ c d rationale per diffinitionẽ. At quia ſuperficies b d eſt irratiõalis ſicut ſua æqualis e g. per præmiſſam, ſequitur ut quadratũ lineæ c d nõ communicet cũ ſuperficie b d. Et quia quadratum lineæ c d ad ſuperficiẽ b d eſt per primam ſexti ſicut c d ad c b, erit per ſecundã partem 10 ut c d non communicet cum b c. Quare cũ b c ſit rationalis in longitudine ex hypotheſi, erit c d irrationalis in longitudine. & potẽtia tantum rationalis. Patet ergo propoſita concluſio.



THEON Lemma.

Si fuerint binæ rectæ lineæ, est sicut prima ad secundam sic quod à prima ad id quod sub duabus rectis lineis.

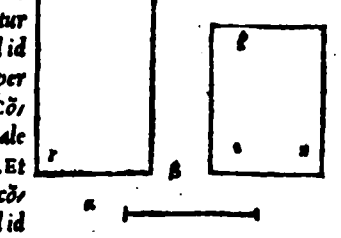
Sint binæ rectæ lineæ, ζ υ, υ ω. Dico quod est sicut ζ υ, ad υ ω, sic est quod ex ζ υ, ad id quod sub ζ υ, & υ ω. Describatur enim (per 46 primi ex ζ υ, quadratum δ υ, compleaturque ζ ω. Quoniam igitur est sicut ζ υ ad υ ω, sic est ζ δ, ad ζ ω, & est quidem ζ δ, id quod ex ζ υ, at ζ ω id est quod sub δ υ, & υ ω, hoc est quod sub ζ υ, & υ ω, est igitur sicut ζ υ, ad υ ω, sic quod ex ζ υ, ad id quod sub ζ υ, & υ ω, similiter quoq; & sicut quod sub ω υ, & υ ζ, ad id quod ex υ ζ, hoc est sicut ω ζ, ad δ ζ, sic ω υ, ad υ ζ.



Eucli. ex Zamb. Theorema 19 Propositio 22

22 ## Quod à media ad rationalem comparatum, latitudinem efficit rationalem, & ei ad quam comparatur longitudine incommensurabilem.

THEON ex Zamberto. *Sit (per 21 decimi) media quidem α, rationalis autem γ β, & ei quidem quod ex α, æqua ad β γ, comparetur (per 45 primi,) area rectangula β δ, latitudinem efficiens γ δ. Dico quod rationalis est γ δ, & incommensurabilis ipsi γ ε longitudine. Quoniã (per 21 decimi, α media est, δ aream potest comprehensam sub rationalibus potentia tantum commensurabilibus, posit ipsam ι ζ, potest autem & β δ, æqualis igitur est β δ, ipsi ι ζ, est autẽ & ei æquiangula. Æqualiũ autẽ & æquiangulorũ parallelogrãmorũ (per 14 sexti, reciproca sunt latera, quæ circũ æquales angulos, proportionaliter igitur est sicut ε γ ad ι υ, sic ι ζ ad γ δ, est igitur (per 21 sexti, & sicut id quod ex β γ ad id quod ex ι υ, sic est id quod ex ι ζ, ad id quod ex γ δ. Cõmensurabile autẽ est (per hypothesin,) quod ex β γ, ei quod ex ι υ. Rationalis enim est utraq; ipsarũ. Cõmensurabile igitur est (per 11 decimi,) & quod ex γ ζ ei quod ex γ δ. Rationale autem est quod ex ι ζ, rationale igitur & quod ex γ δ, rationalis igitur est γ δ. Et quoniã incommẽsurabilis est ι ζ, ipsi ι υ longitudine (potẽtia enim tantũ sunt cõmensurabiles) sicut autẽ ι ζ, ad ι υ, sic (per lemma præcedens) quod ex ι ζ, ad id quod sub ι ζ, & υ, incõmẽsurabile igitur est (per 11 decimi) quod ex ι ζ, ei quod sub ζ υ, & υ. Sed ei quidẽ quod ex ι ζ, commensurabile est id quod ex γ δ, rationales enim sunt potentia, ei autem quod sub ζ υ, & υ ω, commensurabile est id quod sub δ γ, & β, æqualia enim sunt ei quod ex α. Incõmensurabile igitur est (per 13 decimi) quod ex γ δ ei quod sub δ γ, & ε. Sicut autem quod ex γ δ, ad id quod sub δ γ, & ε, sic (per lẽma præcedens) est δ γ ad γ ε. Incõmensurabilis igitur est δ γ, ipsi γ β longitudine. Rationalis igitur est γ δ, & ipsi γ β longitudine commensurabilis. Quod erat demonstrandum.*

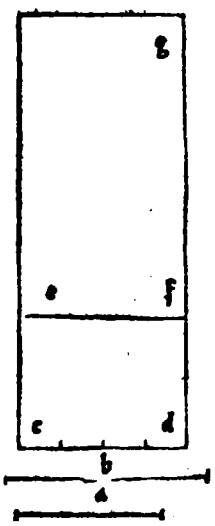


Eucli. ex Camp. Propositio 21



21 ## Omnis linea communicans mediali, est medialis.

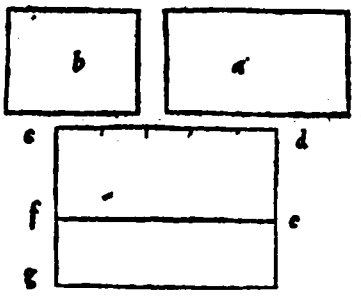
CAMPANVS. Sit linea a medialis, cui ponatur linea b esse communicans siue in longitudine siue in potentia tantum. Dico quod etiam linea b est medialis. Sit enim linea c d rationalis in lõgitudine, cui adiungatur superficies c f æqualis quadrato lineæ a, & item superficies e g æqualis quadrato lineæ b, hoc autem qualiter fiat, in præmissæ demõstratione dictum est. Eritq; per præmissam linea d f rationalis in potentia tantum, & incommensurabilis lineæ c d. Et quia per primam sexti e g ad c f sicut f g ad d f, communicat autem e g cum c f eo quod quadratum b communicat cum quadrato a per hypothesin, quibus quadratis dictæ superficies positæ sunt æquales, sequitur per primam partem decimæ ut linea f g communicet cum linea d f, quare f g est rationalis in potentia tãtum, sicut est d f, & incommensurabilis in longitudine lineæ e f, cum linea d f sibi communicans sit incommensurabilis eidem e f, eo quod suæ æquali. Hoc enim probatum est in 8, quod si fuerint duæ quantitates cõmunicantes, cuicunque una earum non communicat, nec reliqua. itaque per 19 erit superficies e g medialis, & eius latus tetragonicũ quod est b, mediale. Quod est propositum.



CAMPANI additio. Similiter quoq; omnis superficies communicans superficiei mediali, medialis esse cõuincitur. Si enim superfi-

cies

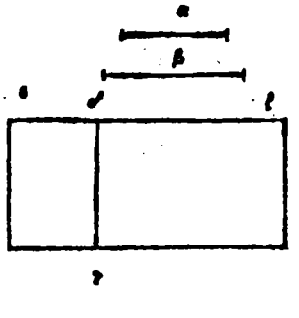
cies a medialis, cui ponatur ſuperficies b eſſe cõmunicans, dico ſuperficiem b eſſe medialem, quod ſic conſtabit. Sit linea c d rationalis in lõgitudine, adiungaturq; ei ſuperficies c e, quæ ſit æqualis ſuperficiei a, quod hoc modo fiet. Inueniatur linea c f ad quã ſic ſe habeat unũ ex lateribus ſuperficiei a, ſicut linea c d ſe habet ad reliquũ: hæc autẽ ſinea qualiter reperiatur, in 10 ſexti dictum eſt, eritq; ex 15 eiuſdem ſuperficies d f æqualis a. Itemq; eodem modo ad lineam e f adiũgatur ſuperficies e g, quæ ſit æqualis b: erit itaq; per 10 linea c f potentia tantum rationalis, erit quoq; lineæ c d in longitudine incommenſurabilis. Et quia a & b erant cõmunicantes ex hypotheſi, erunt quoq; c e & e g eis æquales cõmunicantes, itaq; per primam ſexti & per primã partem decimæ huius, erunt duæ lineæ c f & f g, cõmunicantes in longitudine. Eſt igitur linea f g rationalis in potentia tantum, & lineæ e f incõmenſurabilis in longitudine, quare per 19 ſuperficies e g erit mediqualis, cum linea e f ſit rationalis in longitudine ſicut c d ſibi æqualis. Cum ſit ergo b æqualis e g, erit quoq; b medialis, quod eſt propoſitum. Et nota quod omnes ſuperficies mediales communicantes, componunt ſuperficiem medialem. Vnde tota d g eſt medialis, quia cum duæ lineæ c f & f g ſint rationales in potentia tantum, & non cõmunicãtes in longitudine, ſequitur ut tota c g ſit rationalis in potentia tantum, & non cõmunicans c d in longitudine, itaq; per 19 d g eſt medialis. Eodemq; modo ſi ſint plures.



Eucli. ex Zamb. Theorema 20 Propoſitio 23

23 Quæ mediæ commenſurabilis, media eſt.

THEON ex Zamberto. *Sit media α, & ipſi α commenſurabilis eſto β. Dico quod & ε media eſt. Exponatur enim rationalis γ δ, & ei quod ex α ſit æquale ad γ δ comparetur area rectangula γ ϛ (per 45 primi), latitudinẽ efficiens ipſam ϛ δ. Rationalis igitur eſt (per præcedentem) ϛ δ, incommenſurabilisq; ipſi γ δ longitudine, ei autem quod ex ε æquale ad γ δ comparetur (per 44 primi) area rectangula γ ζ, latitudinem efficiens δ ζ. Quoniam igitur commenſurabilis eſt α ipſi ε, commenſurabile eſt quoq; id quod ex α ad id quod ex β. Sed ei quidem quod ex α, æquum eſt ϛ γ: ei autem quod ex β, æquum eſt γ ζ. Cõmenſurabile igitur eſt ipſi ϛ ζ, eſtq; ſicut ϛ γ ad γ ζ, ſic eſt ϛ δ ad δ ζ. Cõmenſurabilis igitur eſt (per 11 decimi) ϛ δ ipſi δ ζ longitudine. Rationalis autem eſt ϛ δ, & ipſi δ γ incommenſuralis longitudine. Rationalis igitur eſt & δ ζ & ipſi δ γ longitudine incõmenſurabilis. Igitur γ δ & δ ζ (per 19 decimi) rationales ſunt potentia tantum cõmenſurabiles. Quod autem ſub rationalibus potentia tantum cõmenſurabilibus rectis lineis comprehendatur rectangulum, irrationale eſt (per 21 decimi) & illud potens, irrationalis eſt, appellaturq; media potens igitur id quod ſub γ δ & δ ζ, media eſt, poteſtq; β quod ſub γ δ & δ ζ ſit, media igitur eſt β, quod erat oſtendendum.*



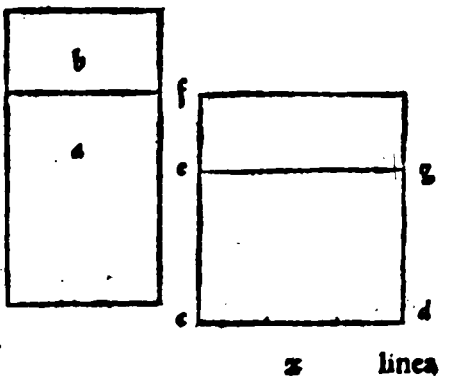
CORRELARIVM. *Hinc igitur eſt manifeſtum, quod mediæ areæ commenſurabilis media eſt, poſſunt enim eas rectæ lineæ quæ potentia ſunt commenſurabiles, quarum altera media, quare & reliqua media eſt. similiter autem eis quæ de rationalibus dicta ſunt, ſequitur & in mediis ut mediæ longitudine cõmenſurabilis, media appelletur, eiq; cõmenſurabilis non tantum longitudine ſed & potentia, quoniam in uniuerſali longitudine cõmenſurabiles omnino & potentia. Si uero mediæ commenſurabiles potentia tantum, dicuntur mediæ potentia tantum commenſurabiles.*

Eucli. ex Camp. Propoſitio 22

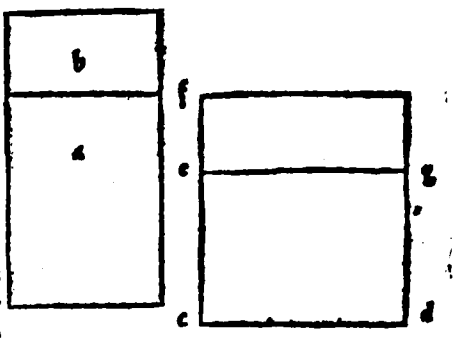


22 Omnis differentia qua abundat mediale à mediali, irrationalis eſſe probatur. Zamb. 26

CAMPANVS. Sit utraq; duarũ ſuperficierũ a b & a, medialis: dico quod ſuperficies b quæ eſt earum differentia, eſt irrationalis. Sit enim linea c d rationalis in longitudine, cui adiungatur ſuperficies d e æqualis ſuperficiei a, & ſuperficies d f æqualis totali ſuperficiei a b, hoc autẽ qualiter fiat in præmiſſa docuimus. Quia ergo d f eſt æqualis a b & d e æqualis a, erit per conceptionẽ g f æqualis b. Si itaq; ſuperficies b non eſt irrationalis ſed rationalis, erit & f g ſua æqualis rationalis. At cũ



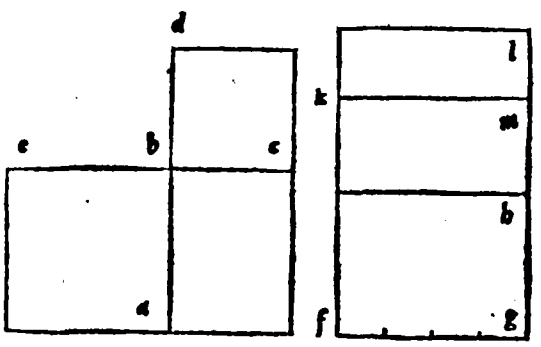
linea e g ſit rationalis in longitudine ſicut ſua æqualis c d, erit per 16 linea e f rationalis in longitudine & cõmunicans lineæ e g, per 2. autem eſt utraque duarum linearum c e & e f potẽtialiter tantũ rationalis, & lineæ c d incõmenſurabilis in longitudine, itaq; e f linea eſt incõmenſurabilis lineæ c e in lõgitudine. Et quia per primam ſexti quadratum lineæ e f ad ſuperficiem quæ fit ex e f in c e eſt, ſicut e f ad c e, ſequitur per ſecũdam partem decimæ ut quadratum lineæ e f ſit incõmenſurabile ſuperficiei factæ ex e f in c e, quare & ipſum quadratum erit incommenſurabile duplo ſuperficiei ex e f in c e, quadratũ uero c e cum ſit rationale, eſt cõmunicans quadrato e f, totum igitur ex ambobus cõpoſitum erit per 9 cõmunicans quadrato e f. Et ideo incõmenſurabile duplo ſuperficiei ex e f in c e. Et quia per 4. ſecundi quadratum lineæ c f eſt æquale duobus quadratis duarum linearum c e & e f, & duplo ſuperficiei ex c e in e f, & duplum ſuperficiei c e in e f eſt incommenſurabile aggregato ex duobus quadratis duarum linearum c e & e f, ſequitur per ea quæ addita ſunt in 5, ut quadratũ c f ſit incommenſurabile aggregato ex duobus quadratis duarum linearum c e & e f. At cum aggregatum ex his quadratis ſit rationale, ſequitur quadratnm lineæ c f non eſſe rationale, & ideo linea c f non eſt rationalis in potentia, & idcirco non erit ſuperficies d f medialis, neq; a b ſibi æqualis, quod eſt inconueniens, cum ſit contrarium poſitus. Relinquitur igitur quod ſuperficies b, eſt irrationalis, quod eſt propoſitum.



Eucli. ex Camp. *Propoſitio 23*

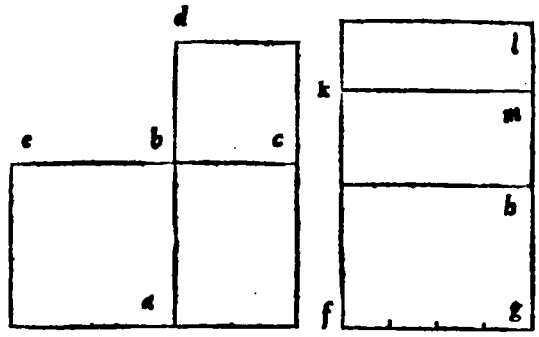
23 Omnis ſuperficies quam continent duæ lineæ mediales potentialiter tantum cõmunicantes, aut rationalis eſt aut medialis.

CAMPANVS. Sint duæ lineæ a b & b c mediales potentia tantũ communicantes, dico quod ſuperficies a c ab eis contenta aut eſt rationalis, aut medialis. Sint enim, c d quadratũ lineæ b c, & a e quadratum lineæ a b: erũtq; ex hypotheſi hæc duo quadrata communicantia, & erit per primam ſexti ſuperficies a c medialis medio loco proportionalis inter ipſa quadrata. Sumatur igitur linea f g quæ ſit rationalis in lõgitudine, cui adiungatur ſuperficies f h æqualis quadrato a e, & h k æqualis ſuperficiei a c, & k l æqualis quadrato d c, eruntq; hæ tres ſuperficies f h, h k, & k l continue proportionales, ſicut ſunt æquales a e, a c, & d c, quare per primam ſexti erunt etiam tres lineæ g h, h m, & m l, quæ ſunt baſes earum, continue proportionales. Et cum ſuperficies f h & k l ſint communicantes, ſicut duo quadrata a e & c d eis æqualia, ſequitur per primam ſexti & decimam huius, ut linea g h ſit cõmunicans cum l m, utraque autem earum eſt rationalis, in potentia per 2. huius: igitur ſuperficies unius earum in alteram eſt rationalis: omnis enim ſuperficies quam continent duæ lineæ rationales in potentia, cõmunicantes in longitudine, neceſſario eſt rationalis, ut patet ex prima ſexti & prima parte decimæ huius & ex diffinitione ſuperficierum rationalium. Et quia ex prima parte decimæ ſextæ quadratum lineæ l m eſt æquale ſuperficiei ex g h in m l, erit quadratũ lineæ h m rationale. Si ergo linea h m eſt rationalis in lõgitudine ſibi cõmunicans lineæ k m quæ eſt æqualis lineæ f g, erit per 15 ſuperficies h k rationalis, ideoq; & ſua æqualis a c. Si autem h m ſit irrationalis in longitudine ſiue incommenſurabilis lineæ k m quæ eſt æqualis lineæ f g, cum ipſa ſit rationalis ſaltem in potentia eo quod ſuum quadratum eſt rationale, erit ex 19 ſuperficies h k medialis, quare & ſua æqualis a c. Conſtat ergo propoſitum.



CAMPANI

CAMPANI annotatio. Et nota quod ſi duæ lineæ a b & b c eſſent mediales in longitudine cõmunicantes, eſſet ſuperficies a c medialis tantum, eſſet enim ſuperficies a c communicans utrique duorum quadratorum a e & c d per primam ſexti & per præſentem hypotheſin, & per 10 huius, & ideo ſuperficies h k æqualis a c, eſſet communicans utrique ſuperficiei f h & K l, igitur per primam ſexti, & 10 huius linea h m eſſet cõmunicans utrique duarum linearum g h & l m. Et quia hæ ambæ eſſent rationales in potentia tantum, non cõmunicantes in longitudine lineæ f g, eſſet quoq; h m rationalis in potentia tantum, non cõmunicans in longitudine lineæ f g, quare per 19 eſſet ſuperficies h k medialis tantum & ideo etiam a c ſibi æqualis. Si autem duæ lineæ a b & b c eſſent mediales, neque in longitudine neque in potentia communicantes, ſuperficies a c neque eſſet rationalis neque medialis, ſi enim ſic eſſet, ſcilicet, quod duæ lineæ a b & b c eſſent mediales neque in longitudine neque in potentia cõmunicantes, eſſent duo quadrata a e & c d incommunicantia, itaq; & duæ ſuperficies f h & K l eis æquales quoq; eſſent incommunicantes, quare & duæ lineæ g h & m l eſſent incommenſurabiles per primam ſexti. & per ſecundam partem decimi. Et quia utraque earum eſt rationalis tantum in potentia, per 20 eſſet ſuperficies unius earum ad alteram medialis per 19. Cum ergo quadratũ lineæ h m ſit æquale dictæ ſnperficiei quæ fit ex g h in m l, per primam partem 16 ſexti, eſſet per 19 linea h m linea medialis, per 15 ergo non eſſet ſuperficies h K rationalis, nec etiam per 20 medialis, quare nec ſua æqualis a c. Zamb.24

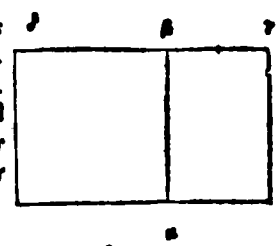


Præcedentes duæ ex Campano propoſitiones, ſcilicet, 22. & 23. tribus ex Zamberto ſequentibus, uidelicet, 24. 25. & 26. inuerſo ordine reſpondent, 22. namq; ex Campano, 26. ex Zamberto, 26. autem ex Campano, cum additione, 24. & 25. ex Zamberto reſpondent.

Eucli. ex Zamb. Theorema 21 Propoſitio 24

24 Sub mediis longitudine commenſurabilibus rectis lineis comprehenſum rectangulum, medium eſt.

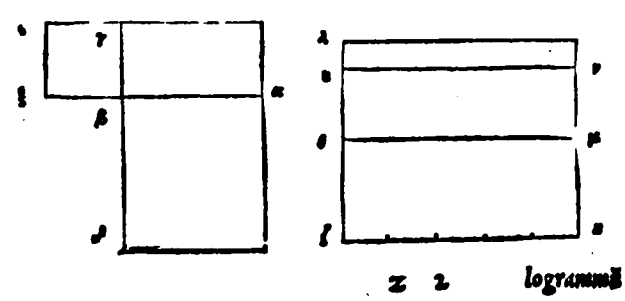
THEON ex Zamberto. *Sub mediis enim longitudine commenſurabilibus rectis lineis α β, β γ, comprehendatur rectangulum α γ, dico quod α γ medium eſt. Deſcribatur enim (per 49 primi) ex α β, quadratum α δ, medium igitur eſt α δ. Et quoniam cõmenſurabilis eſt α β ipſi β γ longitudine, æqualis autem eſt α β ipſi β δ, commenſurabilis igitur eſt δ β ipſi β γ longitudine. Quare & δ α ipſi α γ (per correlarium 23 decimi) commenſurabile eſt: medium autem eſt δ α, medium igitur eſt & α γ, quod oportebat oſtendere.*



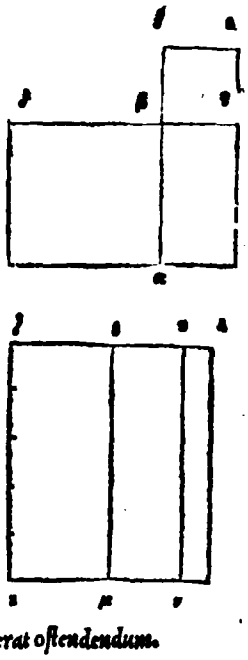
Eucli. ex Zamb. Theorema 22 Propoſitio 25

25 Sub mediis potentia tantum commenſurabilibus rectis lines comprehenſum rectangulum, aut rationale aut medium eſt.

THEON ex Zamberto. *Sub mediis potentia tantum cõmenſurabilibus rectis lineis α ζ, ζ γ, cõprehendatur rectangulũ α γ. Dico quod α γ, aut rationale, aut mediũ eſt. Deſcribantur enim (per 46 primi) ex α β & β γ, quadrata α δ & β ε, medium eſt igitur utrumq; ipſorũ α δ & β ε. Exponaturq; rationalis ζ η, ipſiq; α δ æquum ad ζ η comparetur (per 45 primi) rectangulũ paralle-*



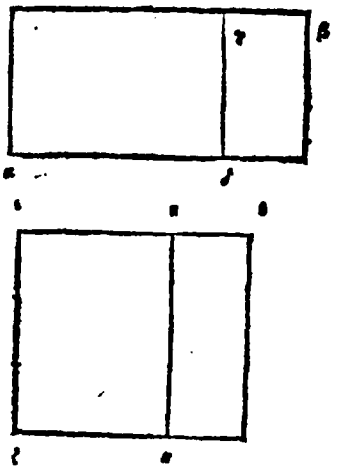
logrammũ ν θ, ipſam latitudinẽ efficiens ξ θ. Ipſi autem α γ ad θ μ æquum comparetur (per eandem) rectangulum parallelogrammũ μ ν, latitudinem efficiens θ ν. Et inſuper (per eandem) ϛ ι æquum ſimiliter ad ν ν comparetur ν λ, ipſam latitudinem efficiens ν λ. In rectas lineas igitur ſunt ξ θ, θ ν, & ν λ, & quoniam utrunq; ipſorum α δ & ϛ ι medium eſt, eſtq; æquale α δ, ipſi μ θ, & ϛ ι ipſi ν λ, medium igitur eſt & utrunq; ipſorum μ θ, ν λ, & ad rationalem ξ ν comparata ſunt. Rationalis igitur eſt (per 22 decimi) utraq; ipſarum ξ θ & ν λ, & incõmenſurabilis ipſi ξ ν longitudine. Quoniam igitur commenſurabile eſt α δ ipſi ϛ ι, cõmenſurabile igitur eſt (per 11 decimi) & ν θ ipſi ν λ, eſtq; ſicut ν θ ad ν λ, ſic (per primam ſexti) eſt ξ θ ad ν λ. Cõmenſurabilis igitur eſt (per eandem 11) ξ θ ipſi ν λ longitudine. Ipſæ igitur ξ θ, ν λ, rationales ſunt longitudine cõmenſurabiles. Rationale eſt igitur (per 19 decimi) quod ſub ξ θ, ν λ. Et quoniam æqualis eſt quidem δ β ipſi β α, & ξ ϛ ipſi β γ, eſt igitur ſicut δ β ad β γ, ſic eſt α β ad ϛ ξ. Sed ſicut quidem δ β ad β γ, ſic eſt (per primam ſexti, & per 11 quinti) δ α ad α γ, ſicut autem α ϛ ad ϛ ξ, ſic eſt α γ ad γ ξ, eſt igitur ſicut δ α ad α γ, ſic eſt α γ ad γ ξ, æquum autem eſt α δ ipſi ν θ, & α γ ipſi μ ν, & γ ξ ipſi ν λ, eſt igitur (per 17 ſexti) ſicut ν θ ad μ ν, ſic eſt μ ν ad ν λ, eſt igitur ſicut & ξ θ ad ipſam θ ν, ſic eſt θ ν ad ipſam ν λ. Igitur quod ſub ξ θ, ν λ, æquum eſt ei quod fit ſub θ ν. Rationale autem eſt quod ſub ξ θ, ξ λ, rationale igitur eſt & quod ex θ ν. Rationalis eſt igitur (per 19 decimi) ipſa θ ν, & ſiquidem commenſurabilis eſt ipſi θ μ, hoc eſt ipſi ξ ν longitudine, rationale eſt (per 22 decimi) ipſum ν θ. Si autem incommenſurabilis eſt ipſi ξ ν longitudine, ipſæ θ ν & θ μ rationales (per 22 decimi) potentia ſolum commenſurabiles, medium igitur eſt θ ν. Igitur θ ν aut rationale eſt aut medium, æquum autem eſt θ ν ipſi α γ, igitur α γ uel rationale uel medium eſt. Sub medys igitur potentia tantum cõmenſurabilibus, & quæ ſequuntur reliqua. Quod erat oſtendendum.



Eucli. ex Zamb. Theorema 25 Propoſitio 26

26 Medium, non excedit medium rationali.

THEON ex Zamberto. Si enim poſsibile, medium α ϛ, medium α γ excedat rationali δ β, ponaturq; rationalis ι ζ, ipſiq; α β æquum ad ι ξ comparetur (per 44 primi) parallelogrammũ rectangulum ξ θ, latitudinẽ efficiens ι θ: ipſi autem α γ æquum auferatur ξ ν, reliquum igitur β δ (per tertiam cõmunem ſententiam) reliquo ν θ eſt æquale. Rationale autem eſt δ ϛ, rationale igitur eſt & ν θ. Quoniam igitur medium eſt utrunq; ipſorum α β, α γ, eſtq; α ϛ ipſi ξ θ æquale (per correlarium 23 decimi) at α γ ipſi ξ ν, medium igitur eſt utrunq; ipſorũ ξ θ, ξ ν, & ad rationem ι ξ comparata ſunt. Igitur rationalis eſt utraq; ipſarum θ ι & ι ν, & incommenſurabilis ipſi ι ξ longitudine (per 22 decimi.) Et quoniam rationale eſt δ β, eſtq; ipſi ν θ æquale, rationale igitur eſt & ν θ, ad rationalemq; ι ξ comparatũ eſt, rationalis igitur eſt (per 20 decimi) ν θ, & ipſi ι ξ longitudine commenſurabilis. Sed ι ν rationalis eſt, & ipſi ι ξ longitudine incõmenſurabilis, incõmenſurabilis igitur eſt (per 13 decimi) ι ν ipſi ν θ longitudine, eſtq; ſicut ι ν ad ν θ, ſic quod ex ι ν ad id quod ι ν & ν θ. Incõmenſurabile igitur eſt (per 11 decimi & lemma 11 decimi) quod ex ι ν ei quod ſub ι ν & ν θ. Sed ipſi quidem quod ex ι ν, cõmenſurabilia ſunt quæ ex ι ν & ν θ quadrata, rationalia etenim utraq;, ei autem quod ſub ι ν & ν θ cõmenſurabile eſt (per 15 decimi) id quod bis ſub ι ν & ν θ, duplum nanq; eſt illius. Incõmenſurabilia igitur ſunt (per 16 decimi) quæ ex ι ν & ν θ, ei quod bis ſub ι ν & ν θ, & utraq; igitur ſimul quæ ex ι ν & ν θ, & quod bis ſub ι ν & ν θ quod eſt id quod ex ι θ (per 4 ſecundi) incõmenſurabile eſt eis quæ ex ι ν & ν θ. Rationalia autẽ ſunt quæ ex ι ν & ν θ (per diffinitionẽ.) Irrationale igitur eſt qđ ex ι θ, irrationalis igitur eſt ι θ, ſed & rationalis, quod eſt impoßibile: medium igitur mediũ non excedit rationali, quod erat oſtendendum.



Sequentes duæ ex Zamberto neutiquã in Campano reſpondentes habent.

Eucli. ex Zamb. Problema 4 Propoſitio 27

27 Medias inuenire potentia tantum cõmenſurabiles, rationale comprehendentes.

THEON ex Zamberto. Exponantur binæ rationales potentia tantum commenſurabiles α β, ſumanturq; (per 13 ſexti) ipſarum α, β, media proportionalis γ. Fiatq; (per 12 ſexti) ſicut α ad β, ſic γ ad δ. Et quoniam ipſæ α, β, rationales ſunt potentia tantum cõmenſurabiles, igitur quod ſub α, β, hoc eſt quod ex γ fit (per 21 decimi) medium eſt, media igitur eſt γ. Et quoniam eſt ſicut α ad β, ſic γ ad δ, ipſæ autem α, β, potentia tantum ſunt

commenſura-

cõmenſurabiles, & γ, δ, igitur (per 11 decimi) potentia tantum ſunt cõmenſurabiles, eſtq; γ media, media igitur eſt (per 23 decimi) & δ. Ipſæ igitur γ, δ, (per conſtructionem) mediæ ſunt potentia tantum cõmenſurabiles. Dico quod & rationale comprehendunt. Quoniam enim eſt ſicut α ad β, ſic eſt γ ad δ, uicißim igitur (per 16 quinti) eſt ſicut α ad γ, ſic eſt β ad δ. Sed ſicut α ad γ, ſic γ ad ε, & ſicut igitur (per 11 quinti) γ ad β, ſic β ad δ, igitur quod ſub γ, δ, æquum eſt ei quod ex β. Rationale autem eſt quod ex β. Rationale igitur eſt quod ſub γ, δ. Inuentæ igitur ſunt mediæ potentia tantum commenſurabiles, rationale comprehendentes, quod feciſſe oportuit.

α R. 9
γ R. R. 54
δ R. 6
δ R. R. 24

Eucli. ex Zamb. Problema 5 Propoſitio 28

28 Medias comperire potentia tantum cõmenſurabiles, medium comprehendentes.

THEON ex Zamb. Exponantur enim tres rationales potentia tantum cõmenſurabiles, α, β, γ, ſuſcipiaturq; (per 13 ſexti) ipſarum α, β, media proportionalis δ. Fiatq; (per 12 ſexti) ſicut β ad γ, ſic δ ad ε. Quoniam enim α, ε, rationales ſunt, potentia tantum cõmenſurabiles, igitur (per 21 decimi) quod ſub α β, hoc eſt id quod ex δ, medium eſt: media igitur eſt δ. Et quoniam β, γ, potentia ſolum ſunt cõmenſurabiles, eſtq; ſicut β ad γ, ſic eſt δ ad ε, ipſæ igitur δ, ε, (per 11 decimi) potentia tantũ ſunt cõmenſurabiles, media uero eſt δ, & igitur ε. Igitur ipſæ δ, γ, mediæ ſunt potentia tantum commenſurabiles. Dico quod & medium comprehendunt. Quoniam enim eſt ſicut β ad γ, ſic eſt δ ad ε, uicißim igitur (per 16 quinti) ſicut β ad δ, ſic eſt γ ad ε. Sicut autem β ad δ, ſic δ ad α. Et ſicut igitur (per 11 quinti) δ ad α, ſic γ ad ε. Quod igitur ſub α, γ, (per 16 ſexti) æquum eſt ei quod ſub δ, ε, medium autem quod ſub α, γ, medium igitur (per correlarium 23 decimi) quod ſub δ ε. Inuentæ igitur ſunt mediæ potentia tantum commenſurabiles, medium comprehendentes, quod feciſſe oportuit.

α R. 16
δ R. R. 128
β R. 8
γ R. 6
ε R. R. 72

THEON Lemma.

Comperire duos quadratos numeros, ut ex eis cõpoſitus ſit quadratus.

THEON ex Zamb. Exponantur bini numeri α β & β γ, ſintq; aut pares, aut impares. Et quoniam ſi à pari par auferatur, & ſi ab impari impar, (per 26 noni) reliquus erit par, ſi igitur ab α β pari par ε γ, aut ab impari α ε, impar ε γ auferatur, reliquus α γ par eſt. Secetur α γ bifariam in δ, ſint autem ipſi α β, β γ, aut ſimiles plani, aut quadrati, qui & ipſi ſimiles plani ſunt. Igitur qui ſub α β, β γ, una cum eo qui ex γ δ quadrato, æquus eſt (per 6 ſecundi) ei qui ex β δ quadrato, eſtq; quadratus qui ſub α β, ε γ, quoniam patuit (per primam noni) quod ſi bini ſimiles plani multiplicantes ſe adinuicem aliquem fecerint, factus quadratus eſt. Inuenti igitur ſunt bini quadrati numeri qui ſub α β, β γ, & qui ex γ δ, qui compoſiti, β δ quadratum conficiunt.

α ..... δ ..... γ ..... β

CORRELARIVM. Ac manifeſtũ quod inuenti ſunt rurſus bini quadrati, & qui ex β δ, & qui ex γ δ, ut & eorũ exceſſus qui ſub α β, β γ, eſt quadratus, quando ipſi α β, β γ, ſimiles fuerint plani. Quando autem non fuerint ſimiles plani, inuenti ſunt bini quadrati & qui ex β δ & qui ex δ γ, quorum exceſſus qui ſub α ε & ε γ non eſt quadratus.

Lemma præcedentis oppoſitum.

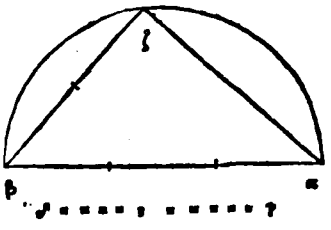
Inuenire binos quadratos numeros, ut ex eis compoſitus non ſit quadratus.

ſint enim α ε, ε γ, ſimiles plani ut qui ſub α ε, ε γ, (per primam noni) ſit quadratus, ſitq; par γ α, ſecetur q; γ α bifariam in δ. Manifeſtum iam eſt quod qui ſub α ε, ε γ, quadratus una cum eo quì ex γ δ quadrato, æquus eſt ei qui ex β δ quadrato. Auferatur autem unitas δ ε. Igitur qui ſub α ε & ε γ una cum eo qui ex γ ε, minor eſt eo qui ex β δ quadrato. Dico igitur quod qui ſub α ε, ε γ, quadratus una cum eo qui ex γ ε, non eſt quadratus. Si enim eſt quadratus, uel eſt æqualis ei qui ex ε ε, uel eo minor.* Maior autem non erit, cum qui ſub α ε, ε γ, quadratus una cum eo qui ex γ δ quadrato, hoc eſt qui ex β δ, primus ſit maiorum quadrato qui ex β ε, unitas enim non ſecatur: maior autem eſt eo qui ſub α β, ε γ, una cum eo qui ex γ ε, γ δ enim, ipſo γ ε unitate maior. Sit autem (ſi poßibile eſt) prius qui ſub α β, β γ, una cum eo qui ex γ ε, æqualis ei qui ex β ε, ſitq; ipſius δ ε unitatis, duplus α α. Quoniam igitur totus α γ totius γ δ duplus eſt, quorum α α ipſius δ ε eſt duplus, & reliquus igitur (per 7 ſeptimi) α γ reliqui ε γ duplus eſt, bifariam igitur ipſe γ α, diuiſus eſt in ε. Igitur qui ſub α ε & β γ, una cum eo qui ex γ ε, æquus eſt ei qui ex ε ε quadrato. Sed qui ſub α β, β γ, una cum eo qui ex γ ε, æquus ſupponitur ei qui ex ε ε quadrato. Qui ſub α ε, ε γ, igitur una cum eo qui ex γ ε, æquus ei eſt qui ſub α ε, ε γ, una cum eo qui ex γ ε. Cõmuni igitur ſublato eo qui ex γ ε,* ducitur α ε æqualis ipſi α ε, quod eſt impoßibile. Qui ſub α ε, ε γ, igitur una cum eo qui ex γ ε, colligitur æquus non eſt ei qui ex ε ε. Dico iam quod neque minor eo qui ex ε ε. Si enim poßibile, ſit ei qui ex β ζ æqualis, &

Græcus ſic habet. Maior autẽ non erit, ne ſcilicet ſecetur unitas, & ne qui ſub α ε, ε γ una cum eo qui ex γ δ, quadratus, æquus ſit ei qui ſub α ε, ε γ una cum eo qui ex γ ε.

συναχθήσεται colligetur

ipſius ♦ ζ duplus ponatur θ α. * Conducaturq; duplus rurſus θ γ ipſius γ ζ, & quod ipſe θ γ bifariam ſectus eſt in ζ, ac per hoc is qui ſub θ ε, ε γ, una cum eo qui ex ζ γ, æquus erit ei qui ex β ζ. Supponitur autem quod qui ſub α ε, β γ, una cum eo qui ex γ ι, eſt æqualis ei qui ex β ζ. Conducetur igitur qui ſub α β, β γ, una cum eo qui ex γ ι, æqualis ei qui ex θ ε & ε γ una cum eo qui ex γ ζ, quod abſurdũ eſt. Igitur qui ſub α β, β γ, una cum eo qui ex γ ι, æquus non eſt minori eo qui ex ε ι, patuit autem quod neq; ei qui ex ε ι, neq; eo maiori. Igitur qui ſub α β, β γ, una cum eo qui ex γ ι, quadratus non eſt. Cum autem ſit poſſibile & pluribus modis prædicta oſtendere, ſufficiant nobis tamen prædicta, ne materia longior exiſtens longius protrahatur.

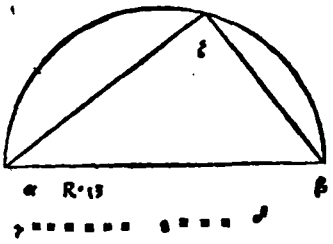


Eucli. ex Zamb. Problema 6 Propoſitio 29

29 Camp. 17

Comperire binas rationales potentia tantum cõmenſurabiles, ut maior minore maius poſſit eo quod ex cõmenſurabili ſibi longitudine.

THEON ex Zamb. Exponatur enim quædam rationalis α ε, & bini quadrati numeri γ ♦, ♦ ι, ut ipſorum reſiduus γ ι non ſit quadratus (per correlarium 1 lemmatis 28 decimi,) & ſuper α β deſcribatur ſemicirculus α ζ β. Fiatq; ſicut (per correlarium 6 decimi) ♦ γ ad γ ι, ſic quod ex β α quadratũ ad id quod ex α ζ quadratũ, connectaturq; ζ ε. Quoniam igitur eſt ſicut quod ex β α ad id quod eſt ex α ζ, ſic γ ♦ ad ♦ γ, igitur quod ex β α ad id quod ex α ζ, eam habet rationem quam numerus γ ♦ ad numerũ γ ι. Cõmenſurabile igitur eſt quod ex β α, ei quod ex α ζ. Rationale autem quod ex α β, rationale igitur & id quod ex α ζ. Rationalis igitur eſt & α ζ. Et quoniam ♦ γ ad γ ι rationem non habet quam quadratus numerus ad quadratum numerum, neq; quod ex α β igitur ad id quod ex α ζ rationem habet quam quadratus numerus ad quadratũ numerum. Igitur α β (per 9 decimi) ipſi α ζ longitudine incõmenſurabilis eſt. Ipſæ igitur α ζ, α β, rationales ſunt potentia tantum cõmenſurabiles. Et quoniam eſt ſicut ♦ γ ad γ ι, ſic eſt quod ex α β ad id quod ex α ζ, conuertendo igitur (per correlariũ 19 quinti) ſicut γ ♦ ad ♦ ι, ſic quod ex α ε ad id quod ex β ζ. At γ ♦ ad ♦ ι eam habet rationem quam quadratus numerus ad quadratũ numerum. Quod igitur ex α β ad id quod ex β ζ, eam habet rationem quam quadratus numerus ad quadratum numerum. Cõmenſurabilis igitur eſt (per 9 decimi) α β ad β ζ longitudine. Et quod ex α β (per 47 primi) æquũ eſt eis quæ ex α ζ & ζ β. Igitur α β ipſa α ζ maius poteſt ipſa β ζ ſibi cõmenſurabili. Inuentæ igitur ſunt binæ rationales potentia tantum cõmenſurabiles β α & α ζ, ut β maior ipſa α ζ maius poſſit eo quod ex ζ β ſibi longitudine cõmenſurabili. Quod facere oportebat.



Eucli. ex Zamb. Problema 7 Propoſitio 30

30 Camp. 18

Comperire binas rationales potentia tantum cõmenſurabiles, ut maior minore maius poſſit eo quod fit à ſibi longitudine incõmenſurabili.

THEON ex Zamb. Expõnatur rationalis α β, biniq; numeri quadrati γ ι & ♦, ut ex eis compoſitus γ ♦ non ſit quadratus (per lemma ſecundum 28 decimi.) Deſcribaturq; ſuper α β, ſemicirculus α ζ β, fiatq; (per correlariũ 6 decimi) ſicut ♦ γ ad γ ι, ſic quod ex α β ad id quod ex α ζ connectaturq; ζ β. Similiter iam oſtendemus ſicut in præcedenti, quod ipſæ ε α & α ζ rationales ſunt potentia tantum cõmenſurabiles. Et quoniam eſt ſicut ♦ γ ad γ ι, ſic eſt quod ex β α ad id quod ex α ζ, conuertendo igitur (per correlariũ 19 quinti) ſicut γ ♦ ad ♦ ι, ſic quod ex α β ad id quod ex ζ β. At γ ♦ ad ♦ ι rationem non habet quam quadratus numerus ad quadratum numerum, neq; igitur quod ex α β, ad id quod ex β ζ rationem habet quam numerus quadratus ad quadratũ numerum. Incõmenſurabilis igitur eſt α β ipſi β ζ longitudine, poteſtq; α β, quàm ipſa α ζ maius eo quod ex β ζ ſibi incommenſurabili. Ipſæ igitur α β, β ζ, rationales ſunt potentia tantum commenſurabiles & α β quàm ipſa α ζ maius poteſt eo quod ex ζ β ſibi longitudine incommenſurabili, quod feciſſe oportuit.

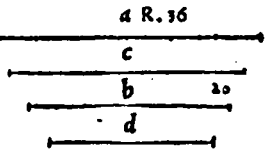
Eucli. ex Camp. Propoſitio 24.

24

DVas lineas mediales potentia tantum communicantes ſuperficiemq; rationalem continentes, quarum longior ſit potentior breuiore, augmento quadrati lineæ communicantis eidem longiori in longitudine, inuenire.

CAMPANVS. Cum omnes duæ lineæ mediales potentia tantum communicantes, contineãt ſuperficiem rationalem aut medialem, ut ex præmiſſa patet, docet inuenire eas duas quæ cõtinent ſuperficiem rationalem & eas quæ medialem. Vnde propoſitũ eſt inuenire duas lineas mediales potentia tantum communicantes, quarum longior poſſit

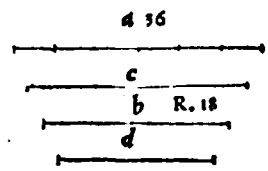
poſſit amplius breuiori in quadrato alicuius lineæ ſibi cõmunicantis in longitudine, quæ contineant ſuperficiem rationalem. Ad hoc ſecundum doctrinam 17 ſumo duas lineas a & b potentia tantum rationales cõmunicantes, quarum longior quæ ſit a, poſſit amplius breuiori quæ ſit b, in quadrato alicuius lineæ ſecum cõmunicantis in lõgitudine, & ponam lineam c ſecundum doctrinam 9 ſexti, medio loco proportionalẽ inter a & b, & ponam ut ſit proportio a ad b, ſicut c ad d, quod qualiter fiat, in 10 ſexti dictũ eſt. Dico tunc duas lineas c & d, eſſe quas quærimus. Patet enim ex 19, quod ſuperficies quam continent duæ lineæ a & b, eſt medialis. Et quia per primam partem 16 ſexti, quadratũ lineæ c eſt dictæ ſuperficiei æquale, erit igitur per 19 linea c medialis. Cum autẽ ſit a ad b, ſicut c ad d, & b communicet cum a in potentia tantum ex hypotheſi, quia tam a quàm b rationalis eſt in potentia, ſequitur per 10 quod c quoq; communicet cum d in potentia tantum. Itaq; per 11 cum c ſit linea medialis, erit etiam d medialis, & per primã partem 11, erit linea c potentior linea d, in quadrato lineæ ſibi communicantis in longitudine. Si ergo duæ lineæ c & d contineant ſuperficiem rationalem, ipſæ ſunt quales inquirimus. Eas autem continere ſuperficiem rationalem, ſic habeto. Cum ſit a ad b, ſicut c ad d, erit permutatim a ad c, ſicut b ad d, ſed erat a ad c, ſic c ad b. igitur eſt c ad b, ſicut b ad d, itaque per primam partem 16 ſexti, ſuperficies quam continent duæ lineæ c & d, eſt æqualis quadrato b, eſt autem quadratum b, rationale per hypotheſin, cum ipſa ſit rationalis in potentia. Superficies ergo quam continent duæ lineæ c & d, eſt rationalis. Quare conſtat propoſitum.



Eucli ex Camp. *Propoſitio 25*

25 DVas lineas mediales potentia tantum communicantes ſuperficiemq; rationalem continentes, quarum longior ſit potentior breuiori, quadrato lineæ eidem longiori in longitudine incommenſurabilis, inuenire.

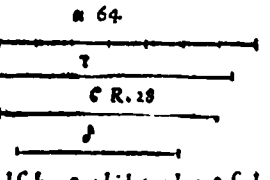
CAMPANVS. Poſitis duabus lineis a & b rationalibus potentia tantum cõmunicantibus, quarũ longior poſſit amplius breuiori in quadrato lineæ ſecum non communicantis in longitudine, quæ quidem reperiuntur ſecundum doctrinam 18, cæteriſq; poſitionibus manentibus ſicut in præmiſſa, argumentando modo conſimili patebit duas lineas c & d eſſe quales quærimus. Et nota quod duæ lineæ quas hæc & præmiſſa docent inuenire, componunt bimediale primum, & minori earum abſciſa de maiori, quæ reliqua eſt, dicitur reſiduum mediale primum.



Eucli. ex Zamb. *Problema 8* *Propoſitio 31*

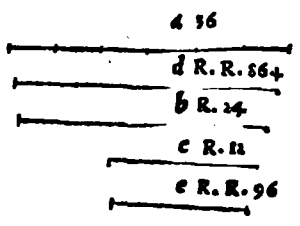
31 Comperire binas medias potentia tantum commenſurabiles rationale comprehendentes, ut maior minore maius poſſit eo quod ſit à ſibi longitudine commenſurabili. *Camp. 24*

THEON ex Zamb. Exponantur (per 29 decimi) binæ rationales potentia tantum commenſurabiles α, β, ut α maior exiſtens, ipſa β minore maius poſſit eo quod ex ſibi longitudine cõmenſurabili, & ei quod ſub α, β, comprehenditur æquum eſto id quod ex γ. Medium autem eſt quod ſub α, β, medium igitur eſt (per correlariũ 23 decimi) quod ſub γ, media igitur eſt γ (per 21 decimi.) Ei uero quod ex β, æquũ eſto quod ſub γ, δ. Rationale autẽ eſt quod ex ζ, rationale igitur & quod ſub γ, δ. Et quoniam (per 1 ſexti) eſt ſicut α ad δ, ſic eſt quod ſub α, β, ad id quod ex β, ſed ei quidem quod ſub α, β, æquum eſt id quod ex γ, ei autem quod ex β æquum eſt quod ſub γ, δ, ſicut igitur α ad β, ſic quod ex γ ad id quod ſub γ, δ. Sicut autẽ quod ex γ ad id quod ſub γ, δ, ſic eſt γ ad δ, & ſicut igitur α ad β, ſic γ ad δ. Cõmenſurabilis autem eſt (per hypotheſin) α, ipſi ζ potentia tantum: cõmenſurabilis igitur (per 11 decimi) & γ ipſi δ potentia tantum. At γ, media eſt, media igitur eſt (per 2 decimi) & δ. Et quoniam eſt ſicut α ad ζ & γ ad δ, at α ipſa ζ maius poteſt eo quod ex ſibi cõmenſurabili, & γ igitur ipſa δ maius poteſt eo quod ex ſibi cõmenſurabili. Inuentæ ſunt igitur binæ mediæ potentia tantum cõmenſurabiles γ, δ, rationale cõprehendentes, & γ ipſa δ maius poteſt eo quod ex ſibi longitudine cõmenſurabili. Similiter uero oſtendetur & id quod ex incõmenſurabili, quando α ipſa ζ maius potuerit eo quod ſit ex ſibi incommenſurabili. Quod facere oportuit. *Camp. 25*

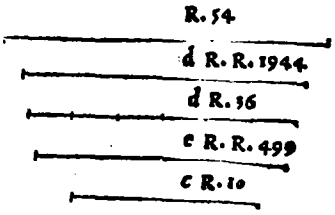


Eucli ex Camp. Propoſitio 26

26 DVas lineas mediales potentia tantum communicantes ſuperficiemq; medialem continentes, quarum longior breuiore tanto amplius poſſit quantum eſt quadratum alicuius lineæ incommenſurabilis ipſi longiori in longitudine, inuenire.



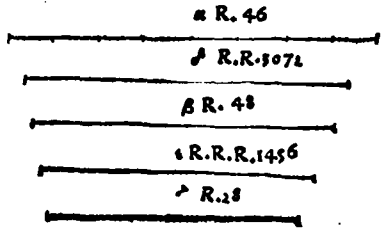
CAMPANVS. Cũ docuerit inuenire duas lineas mediales potentia tantũ cõmunicantes ſuperficiemq; rationalẽ continẽtes, quarũ longior plus poſſit breuiori in quadrato lineæ ſecum cõmunicantis in longitudine, & ſecum incõmenſurabilis in longitudine, nunc docet inuenire duas lineas mediales potentia tantum cõmunicantes, ſuperficiemq; medialem continentes quarum longior ſit potentior breuiori in quadrato lineæ non ſecum cõmenſurabilis, ſed ſolum ſibi incommenſurabilis in longitudine, illud enim facile habetur ex iſto. Sint itaq; tres lineæ ſumptæ ſecundum doctrinam 18 a,b,c, potentia tantum rationales & in ea ſolum cõmunicantes, ſitq; a potentior b & c, quadrato lineæ ſibi incommenſurabilis in longitudine, & ponatur d medio loco proportionalis inter a & b ut docet 9 ſexti, & ſit d ad e ſicut a ad c, dico duas lineas d & e eſſe quales inquirimus. Cum ſit enim quadratũ lineæ d æquale ſuperficiei quæ continetur ſub a & b per primam partem 16 ſexti, ſitq; ſuperficies contenta ſub a & b medialis ex 19 cum a & b ſint potentia tantum rationales cõmunicantes, erit ex eadem linea d medialis. At quia a ad c ſicut d ad e, communicat autem a cum c in potẽtia tantum ex hypotheſi, ſequitur ex 10 ut e quoq; communicet cum d in potentia tantum. Itaq; per 11 erit e linea medialis. Et etiam quia a eſt potentior c, quadrato lineæ ſibi incommenſurabilis in longitudine, erit quoq; per 11 d potentior e quadrato lineæ ſibi incõmenſurabilis in longitudine. Si igitur duæ lineæ d & e contineant ſuperficiem medialem, conſtat eas eſſe quales inquirimus. Eas autẽ continere ſuperficiẽ medialem, ſic habetur. Cum ſit ex hypotheſi a ad c ſicut d ad e, erit permutatim a ad d, ſicut c ad e. Sed a ad d eſt ſicut d ad b per hypotheſin, itaq; d ad b ſicut c ad e, igitur per primam partem 11 ſexti ſuperficies quam continent d & e, eſt æqualis ei quam continent c & b. Sed b & c continẽt ſuperficiem medialem per 19, cum ipſæ ſint rationales in potentia tantum communicantes ex hypotheſi, itaque d & e continent
Zamb. 32 ſuperficiem medialem. Quod eſt propoſitum.



CAMPANVS. Si autẽ cura eſſet inuenire duas lineas mediales potentia tantum cõmunicantes ſuperficiemq; medialem continentes, quarum longior eſſet potentior breuiori, quadrato lineæ ſecum cõmunicantis in longitudine. ſumeremus tres lineas ſecundum doctrinam 17, a,b,c, potentia tantum rationales & in ea ſolum communicantes, & poneremus lineam a eſſe potentiorẽ linea c, quadrato alicuius lineæ ſibi communicantis in longitudine, cætera uero manerẽt ut prius, & argumẽtatione conſimili concluderemus, duas lineas d & e eſſe quales proponitur inquirere. Et nota quod duæ lineæ quas hæc 26 docet iuuenire, componunt bimediale ſecundum, & minori earum abſciſa de maiori, quæ reliqua eſt, dicitur reſiduum mediale ſecundum.

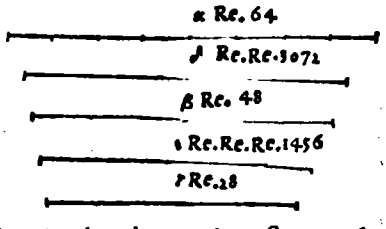
Eucli. ex Zamb. Problema 9 Propoſitio 32

32 Inuenire duas medias potentia tantum cõmenſurabiles medium comprehendentes, ut maior minore maius poſſit eo quod fit ex ſibi commenſurabili.



THEON ex Zamber. *Exponantur tres rationales potentia tantum cõmenſurabiles α,β,γ, ut α (per 29 decimi) ipſa γ maius poſſit eo quod ex ſibi cõmenſurabili, & ei quidem quod ſub α,β, æquum ſit (per 15 & 17 ſexti) quod ex δ, medium autẽ eſt quod ſub α β, medium igitur eſt (per eandẽ) quod ex δ, & δ igitur media eſt. Ei autẽ quod ſub β,γ, æquũ eſto quod ſub δ,ε. Et quoniã (per 1 ſexti & lemma 21 decimi) ſicut*

ſicut quod ſub α, β, ad id quod ſub β, γ, ſic eſt α ad γ, ſed ei quidem quod ſub α, β, æquum eſt id quod ex δ, ei autem quod ſub ε, γ, æquũ eſt id quod ſub δ, ι, eſt igitur (per 9 quinti) ſicut α ad γ, ſic quod ex δ ad id quod ſub δ ι. Sicut autem quod ex δ ad id quod ſub δ, ι, ſic eſt δ ad ι, & ſicut igitur (per 11 quinti) α ad γ, ſic δ ad ι. Cõmenſurabilis autem eſt α ipſi γ potentia tantum, commenſurabilis igitur eſt (per 11 decimi) & δ ipſi ι potentia tantum. Media autem eſt δ, media igitur (per 22 decimi) eſt & ι. Et quoniam eſt ſicut α ad γ, ſic eſt δ ad ι, & α quàm γ maius poteſt eo quod ex ſibi cõmenſurabili, & δ igitur quàm ι maius poterit eo quod ex ſibi commenſurabili (per 14 decimi.) Dico inſuper quod comprehenſum ſub δ, ι, medium eſt. Quoniam enim æquum eſt quod ſub ε, γ, ei quod ſub δ, ι, medium autem quod ſub ε, γ, medium igitur (per correlarium 22) & quod ſub δ, ι. Inuentæ ſunt igitur duæ

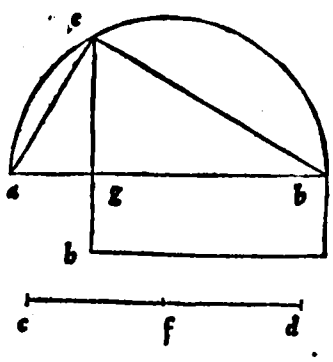


mediæ potentia tantum commenſurabiles δ, ι, medium comprehendentes, ut maior minore maius poſſit eo quod ex ſibi cõmenſurabili. Similiter iam rurſus oſtendetur & id quod ex incommenſurabili, quando α ipſa γ maius poterit eo quod ex ſibi incommenſurabili, quod facere oportuit.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 27

27 DVas lineas potentialiter incommenſurabiles ſuperficiemq; medialem continẽtes, quarum ambo quadrata pariter accepta ſint rationale, inuenire.

CAMPANVS. Propoſitum eſt inuenire duas lineas incommenſurabiles tam in potentia q̃ in longitudine, quæ contineant ſuperficiem medialem, & quadrata ambarum pariter accepta faciant ſuperficiem rationalem. Ad hæc autem ſumo per 18, duas lineas a b & c d potẽtia tantum rationales cõmunicantes, quarũ longior quæ ſit a b, ſit potẽtior c d, quadrato alicuius lineæ ſecum incõmenſurabilis in longitudine. Et ſuper lineam a b deſcribo ſemicirculũ a e b. Et diuido lineam c d per æqualia ad punctum f. Et diuido lineam a b ad punctum g, ita quod linea e f cadat in medio loco proportionalis inter a g & g b, & qualiter hoc fiat, in 13 dictum eſt. Et pono q̃ ſuperficies b h fiat ex a g in g b, eritq; ex prima parte 16 ſexti, quadratũ c f, æquale ſuperficiei b h. Et quia quadratũ c f eſt æquale quartæ parti quadrati c d ex quarta ſecũdi, & quia ſuperficiei b h deeſt ad complendam lineam a b, ſuperficies quadrata cum a g ſit æqualis g h, & quia linea a b potẽtior eſt linea c d, quadrato liueæ ſibi incõmenſurabilis in longitudine ex hypotheſi, erit ex ſecunda parte 14 linea a g incõmenſurabilis lineæ g b. Educo igitur à puncto g perpendicularrem ſuper lineam a b uſq; ad circumferentiam ſemicirculi, quæ ſit g e, & protraho lineas a e & e b. Quas dico eſſe quales quærimus, erit enim e g æqualis c f, eo quod utraq; cadit medio loco proportionalis inter a g & g b, prima quidem per primã partem correlarij 8 ſexti, ſecunda uero per hypotheſin, propter quod, quadratum utriuſq; earum per primam partem 16 ſexti eſt æquale ſuperficiei a g in g b, quæ eſt b h, ipſæ igitur ſunt æquales. At quia per quartã ſexti propoſitio a e ad e b eſt ſicut a g ad g e, ſunt autem a g & g e & g b cõtinue proportionales, erit a e ad e b duplicata, ſicut a g ad g b, quare per 18 ſexti, erit quadratũ lineæ a e ad quadratũ lineæ e b, ſicut a g ad g b. Cum ſit igitur a g incõmunicans g b, crit per ſecũdam partem 10 quadratũ a e incõmunicans quadrato e b, quare duæ lineæ a e & e b ſunt incõmenſurabiles in potentia. Et quia per penultimam primi quadratũ a b eſt æquale quadratis duarũ linearũ a e & e b pariter acceptis, quadratũ autem a b eſt rationale cum a b ſit rationalis in potentia per hypotheſin, erunt quoq; quadrata duarũ linearũ a e & e b pariter accepta, rationale. Si uero hæ duæ lineæ continent ſuperficiẽ medialem, habitũ eſt propoſitũ. Erat autẽ c d rationalis in potentia & in ea tantum cõmunicans lineæ a b, quare & c f, & ideo etiam g e ſibi æqualis erit potentia rationalis, & tantum in eadem cõmunicans cum a b, itaq; per 19 ſuperficies a b in g e eſt medialis. Quia igitur per 4 ſexti & per primã partem 15 eiuſdem ſuperficies a e in e b eſt ſuperficiei a b in g e æqualis, conſtat duas lineas a e & e b, eſſe quales uolumus.

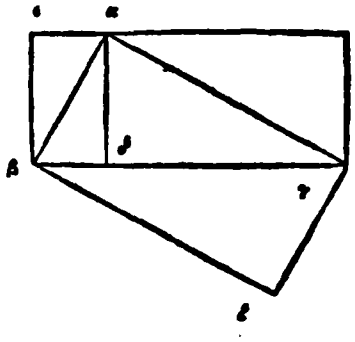


Et nota q̃ duæ lineæ quas docet hæc 27 inuenire, componunt lineam maiorem, & minori earum abſciſa de maiori, quæ reliqua eſt, dicitur linea minor.

THEON

THEON Lemma.

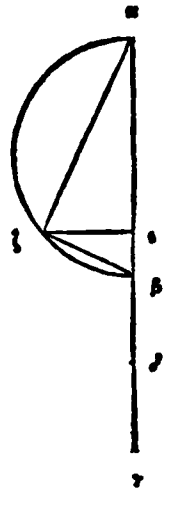
THEON ex Zamberto. Eſto triangulum rectangulum α β γ, rectum habens qui ſub β α γ, excitetuŕq; (per 11 primi) perpendicularis α δ. Dico quod ſub γ β & β δ, æquum eſt ei quod ex β α. quod uero ſub β γ, γ δ, ei quod ſub γ α: quod autem ſub δ β & δ γ, æquum eſt ei quod ex α δ: & inſuper id quod ſub β γ, α δ, æquum eſt ei quod ſub β α & α γ. In primis q́; quod id quod ſub γ β & β δ æquum eſt ei quod ex α β. Quoniam enim in rectangulo triangulo β α γ, ab angulo recto in baſin, perpendicularis ducta eſt α δ, igitur (per 8 ſexti) triangulũ α β δ & α δ γ, ſimilia ſunt toti α β γ. & ſibi inuicem. Et quoniam triangulum α β γ ſimile eſt triangulo α δ ε, eſt igitur ſicut γ β ad β α, ſic eſt α β ad β δ. Igitur quod ſub γ β & β δ, æquum eſt ei quod ex α β. Id propterea iam quod ſub β γ & γ δ, æquum eſt ei quod ex α γ. Et quoniam ſi in rectangulo triangulo ab angulo recto in baſin perpendicularis excitetur, excitata baſis ſegmentorum media proportionalis eſt (per correlarium 8 ſexti) eſt igitur ſicut β δ ad δ α, ſic eſt α δ ad δ γ. Igitur (per 17 ſexti) quod ſub β δ, δ γ, æquum eſt ei quod ex δ γ. Dico autem quod & id quod ſub β γ & α δ, æquum eſt ei quod ſub β α & α γ. Quoniã enim, ut diximus, α ε γ ſimile eſt ipſi α γ δ, eſt igitur ſicut β γ ad α γ, ſic β α ad α δ. Si fuerint autem quatuor rectæ lineæ proportionales, quod ſub extremis (per 16 ſexti) æquum eſt ei quod ſub medijs, quod igitur ſub β γ, α δ, æquum eſt ei quod ſub β α, α γ. Vel etiam quando deſcribemus 8 γ rectangulum parallelogrammum complebimus q́; α ζ, æquum erit (per 41 primi) 8 γ ipſi α ζ, utrunque enim eorum, ipſius α β γ trianguli duplum eſt, eſt q́; quod ex β α, α γ, id quod ſub β γ, α δ, ipſum autem α ζ eſt id quod ſub β α & α γ. Quod igitur ſub β γ, α δ, æquum eſt ei quod ſub β α & α γ.



Eucli. ex Zamb. Problema 10 Propoſitio 33

33 Inuenire binas rectas lineas potentia incõmenſurabiles, conficiẽtes conflatum ex quadratis quæ ab ipſis rationale, quod uero ſub ipſis medium.

THEON ex Zamberto. Exponantur (per 30 decimi) binæ rationales potentia tantum commenſurabiles α β, β γ, ut maior α β minore β γ maius poſſit eo quod ex ſibi incommenſurabili. Secetuŕq; (per 10 primi) β γ bifariam in δ, & ei quod ex altera ipſarum β δ, δ γ, (per 16 ſexti) æquum ad ipſam α β comparetur parallelogrammũ deficiens forma α quadrata, ſit́q; quod ſub α 8, 8 β. Deſcribatuŕq; ſuper α β ſemicirculus α ζ β, excitetuŕq; (per 11 primi) ipſi α β ad angulos rectos 8 ζ, connectantuŕq; α ζ & ζ β. Et quoniam binæ rectæ lineæ ſunt inæquales α β, β γ, & α β ipſa β γ maius poteſt eo quod α ſibi incommenſurabili, quartæ autem parti illius quod ab ipſa β γ minore, hoc eſt quod ab eius dimidio, æquum ad ipſam α β parallelogrammum comparatum eſt deficiens forma quadrata, efficit́q; id quod ſub α 8, 8 ε, incommenſurabilis igitur eſt (per ſecundam partem 10 decimi) α 8 ipſi 8 ε. Eſt́q; ſicut α 8 ad 8 ε, ſic quod ſub α β & ε 8. Ei autem quod ſub ε α, & α 8, æquum eſt id quod ex α ζ. Quod autem ſub α β & ε 8 (per lemma præcedentis) ei quod ex β ζ eſt æquale. Incommenſurabile igitur eſt quod ex α ζ, ei quod ex ζ β. Ipſæ igitur α ζ, ζ ε, potentia ſunt incommenſurabiles. Et quoniam α ε rationalis eſt, rationale igitur eſt (per 7 diffinitionem decimi) quod ex α ε, quare & compoſitum ex eis quæ ex α ζ, ζ ε, rationale eſt. Et quoniam rurſus quod ſub α 8, 8 ε, æquum eſt (per lemma præcedentis) ei quod ex 8 ζ, ſupponitur autem id quod ſub α 8, 8 ε, ipſi quod ex ε δ æquale, æqualis igitur eſt ζ 8 ipſi ε δ. Dupla igitur eſt ε γ, ipſius ζ 8. Quare & quod ſub α ε, ε γ, duplum eſt eius quod ſub α β, 8 ζ, medium autem eſt quod ſub α ε, ε γ, medium igitur & id quod ſub α β, 8 ζ, æquum autem eſt quod ſub α ε, 8 ζ, ei quod ſub α ζ, ζ ε, medium igitur & quod ſub α ζ, ζ β, patuit uero quod & rationale compoſitum ex eis quæ ab ipſis quadrata. Inuentæ igitur ſunt binæ rectæ lineæ potentia incommenſurabiles α ζ, ζ β, efficientes compoſitum ex eis quæ ab ipſis ſunt quadratis rationale, & quod ſub ipſis medium, quod erat agendum.

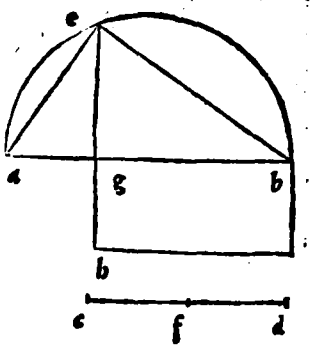


Eucli. ex Camp. Propoſitio 28

28 DVas lineas potentialiter incommenſurabiles ſuperficiemq́; rationalem continentes, quarum ambo quadrata pariter accepta ſint mediale, inuenire.

CAMPANVS. Sit hic prorſus eadem diſpoſitio quæ prius in præmiſſa. Sint autem duæ

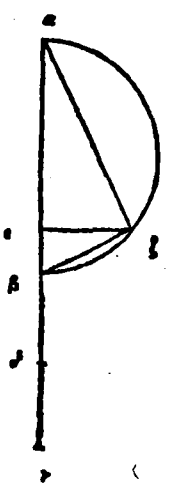
duæ lineæ a b & c d. quales proponit 15, eruntq; simili argumentatione præmissæ duæ lineæ a e & e b, quales hæc 18 proponit Cum sit enim a b linea medialis, erit eius quadratum mediale per 15, & ideo quadrata duarum linearum a e & e b, sunt mediale per penultimam primi. Et quia a b in c d continet superficiem rationalem, sequitur etiam ut a b in c f. & ideo in g e sibi æqualem, contineat superficiem rationalem, itaque & a e in e b. Patet ergo quod quæritur. Vnde duæ lineæ quas hæc 18 docet inuenire, componũt lineam potentem in rationale & mediale, & minori earum abscisa de maiori, quæ reliqua est, dicitur linea quæ iuncta cum rationali componit totum mediale.



Eucli. ex Zamb. Problema 11 Propositio 34

34 Binas rectas lineas potentia incommensurabiles efficientes compositum ex ijs quæ ab ipsis sunt quadrata medium, quod uero sub ipsis rationale, comperire.

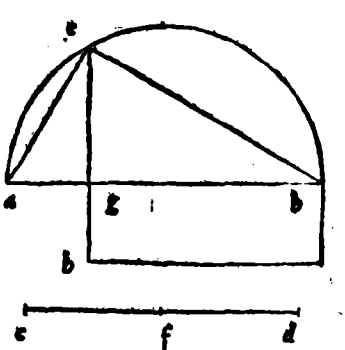
THEON ex Zamberto. *Exponantur binæ mediæ potentia tantum commensurabiles α β, β γ, rationale comprehendentes quod sub ipsis, ut α ε, ipsa ε γ maius possit eo quod α sibi incommensurabili. Describaturq; super ipsa α β, semicirculus α δ β, secenturq; (per 10 primi) ε γ, bifariam in ζ, comparaturq; (per 25 sexti) ad ipsam α ε, ei quod ex ε ζ, æquum parallelogrammũ forma deficiens α quadrata, sitq; quod sub α ζ, ζ β. Incommensurabilis igitur est α ζ ipsi ζ β longitudine. Excitenturq; (per 11 primi) ab ζ, ipsi α ε ad angulos rectos ζ δ, connectanturq; ipsæ α δ & δ β. Quoniam igitur incommensurabilis est α ζ ipsi ζ ε, incommensurabile est igitur & quod sub ε α & α ζ, ei quod sub α ε & ε ζ. Aequale autem est id quod sub β α & α ζ, ei quod ex α δ, quod autem sub α ε, ε ζ, ei quod ex δ ε, incommensurabile igitur est & id quod ex α δ, ei quod ex δ ε. Et quoniam medium est quod fit ex α ε, medium igitur est & compositum ex eis quæ ex α δ, δ ε. Et quoniam dupla est β γ ipsius δ ζ, duplum igitur est quod sub α ε, ε γ, eius quod sub α ε, ζ δ. Rationale autem est quod sub α ε, ε γ, supponitur enim: rationale igitur & quod sub α ε, ζ δ. Ei autem quod sub α ε, ζ δ, æquum est (per lemma 31 decimi) quod sub α δ, δ ε. Quare & quod sub α δ, δ ε, rationale est. Inuentæ sunt igitur binæ rectæ lineæ potentia incommensurabiles α δ, δ ε, efficientes compositum ex eis quæ ab ipsis sunt quadratis medium, quod uero sub ipsis rationale. Quod facere oportuit.*



Eucli. ex Camp. Propositio 29

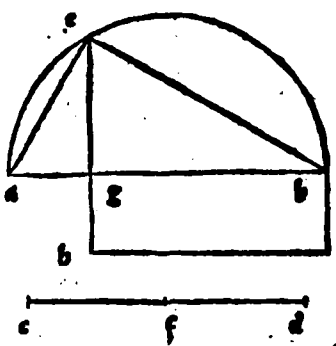
29 DVas lineas potentialiter incommensurabiles superficiemq; medialem continentes, quarum quadrata ambo pariter accepta sint mediale, duplo superficiei unius in alteram incommensurabile, inuenire. Zamb. 29

CAMPANVS. Huius quoq; dispositio, a duarũ præmissarũ dispositione non sit in quoquam diuersa. Sint autem lineæ duæ a b & c d, quales 16 proponit, eruntq; præmissa argumentatione duæ lineæ a e & e b, quas inquirimus. Cum enim a b sit linea medialis, erũt quadrata duarum linearum a e & e b pariter accepta mediale, at cum a b & c d cõtineant superficiem medialem, sequitur ut c b in e f, & ideo in e g sibi æqualẽ, contineat quoq; superficiem medialem, omnis enim superficies mediali cõmunicans, medialis esse conuincitur, quemadmodũ in 11 monstratum est: superficies igitur a e in e b medialis est, cum ipsa sit æqualis superficiei a b in g e. Quia uero linea a b est incõmensurabilis lineæ c d, erit etiam incõmensurabilis lineæ c f, quare & lineæ e g. Quare per primam partem sexti & secundam partem decimæ huius, superficies a b in e g quæ est æqualis superficiei a e in e b, erit incommensurabilis quadrato



lineæ

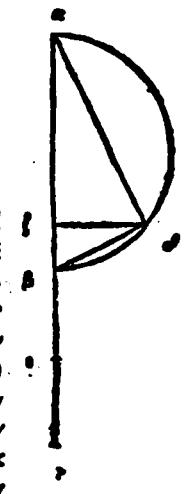
lineæ a b, itaq; & quadratis duarum linearum a e & e b pariter acceptis. Quod cum ita ſit, ſequitur quoque ut duplum ſuperficiei a e in e b ſit incommenſurabile quadratis prædictis duarum linearum a e & e b pariter acceptis. Et hoc erat demonſtrandum. Duæ lineæ quas hæc 29 docet inuenire, componunt lineam potentem in in duo medialia, & minori earum abſciſa de maiori, quæ reliqua eſt, dicitur linea quæ iuncta cum mediali facit totum mediale.



Eucli. ex Zamb. Problema 12. Propoſitio 35

35 Comperire binas rectas lineas potentia incõmenſurabiles, efficientes cõpoſitum ex earum quadratis medium, & quod ſub ipſis medium, & inſuper incõmenſurabile compoſito ex earum quadratis.

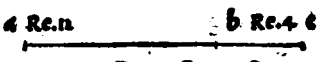
THEON ex Zamberto. *Exponantur (per 28 decimi) binæ mediæ potentia tantum incõmenſurabiles α β, β γ, medium comprehendentes, ut α β ipſa β γ maius poſſit eo quod ex ſibi incommenſurabili. Deſcribatur; ſuper α β, ſemicirculus α δ β, & reliqua fiant quemadmodum in ſuperioribus. Et quoniam (per ſecundam partem 18) incommenſurabilis eſt α ζ ipſi ζ β longitudine, incommenſurabilis eſt (per 11 decimi) & α δ ipſi δ β potentia. Et quoniam quod ex α β medium eſt, medium igitur eſt & compoſitum ex iis quæ ex α δ, δ β. Et quoniam quod ſub α ζ, ζ β, æquum eſt ei quod ex utraque ipſarum β ε, δ ζ, æqualis igitur eſt β ε ipſi δ ζ. Dupla igitur eſt β γ ipſius ζ δ, quare & quod ſub α β, β γ. duplum eſt eius quod ſub α β, ζ δ. Medium autem quod ſub α β, β γ, medium igitur & quod ſub α β, ζ δ, æquumq; eſt ei quod ſub α δ, δ β, medium igitur eſt (per correlarium 23 decimi & per lemma primum decimi) quod ſub α δ, δ β. Et quoniam incommenſurabilis eſt α β ipſi β γ longitudine, commenſurabilis autem eſt β γ ipſi β ε, incõmenſurabilis igitur eſt (per 23 decimi) & α β ipſi β ε longitudine. Quare & quod ex α β, ei quod ſub α β, β ε, incommenſurabile eſt. Sed ei quidem quod ex α β æqualia ſunt quæ ex α β, δ β, (per 47 primi,) ei autem quod ſub α β, β ε, æquum eſt id quod ſub α β, ζ δ, hoc eſt quod ſub α δ, δ β, incommenſurabile igitur eſt compoſitum ex iis quæ ex α δ, δ β, ei quod ſub α δ, δ β. Inuentæ igitur ſunt binæ rectæ lineæ α δ, δ β, potentia incommenſurabiles, efficientes compoſitum ex earum quadratis medium, & quod ſub ipſis medium, & inſuper compoſito ex earum quadratis incommenſurabile. Quod feciſſe oportuit.*



Eucli. ex Camp. Propoſitio 50

50 SI duæ lineæ potentialiter tantum rationales communicantes, in longum directumq; coniungantur, tota linea ex his compoſita erit irrationalis, diceturq; binomium.

CAMPANVS. Sint duæ lineæ a b & b c in continuum directumq; cõiunctæ rationales in potentia tantum communicantes, quas per 17 & 18 reperies, dico totam lineam a c ex eis compoſitam eſſe irrationalem, & ipſa uocatur binomium. Eſt enim per quartam ſecundi quadratum a c æquale quadratis duarum linearum a b & b c & duplo ſuperficiei unius earum in alteram, quadrata autem amba rum faciunt ſuperficiem rationalem ex hypotheſi, duplum uero ſuperficiei unius earum in alteram facit ſuperficiem medialem ex decimanona, itaq; quadrata ambarum pariter acceptarum faciunt ſuperficiem incommenſurabilem duplo ſuperficiei unius earum in alteram, erit igitur ex 9 quadratum a c incõmenſurabile duobus quadratis duarum linearum a b & b c pariter acceptis, quare irrationale per diffinitionem, cum duo illa quadrata faciãt ſuperficiem rationalem, ideoq; ſuum latus tetragonicũ quod eſt a c, irrationale quoq; per diffinitionem, conſtat ergo propoſitum.



Eucli. ex Zamb. Theorema 24. Propoſitio 56

36 Si binæ rationales potentia tantum commenſurabiles compoſitæ fuerint, tota irrationalis eſt, uoceturq; ex binis nominibus

THEON ex Zamberto. *Componantur enim binæ rationales potentia tantum commenſurabiles, α β, β γ.*

Dico

Dico quod α γ,irrationalis eſt. Quoniam enim incommenſurabilis eſt α β, ipſi β γ,longitudine,potentia enim tãtum ſunt commenſurabiles,ſicut autem α β ad β γ,ſic(per lemma 21 decimi,)quod ſub α β,β γ,ad id quod ex ϛ γ. Incommenſurabile(per 11 decimi)igitur eſt quod ſub α β,ϛ γ,ei quod ex β γ,ſed ei quod ſub α ϛ,ϛ γ,commẽſurabile quidẽ eſt quod bis ſub α ϛ,β γ. Ei autem quod ex ϛ γ,commenſurabilia ſunt quæ ex α β,β γ. Quare & quod bis ſub α β,β γ,eis quæ ex α ϛ,ϛ γ,incõmẽſurabile eſt,Cõponẽdoq́ (per 4 ſecũdi quod bis ſub α ϛ,ϛ γ,una cũ eis quæ ex α ϛ,ϛ γ,hoc ex quod eſt α γ,incommẽſurabile eſt com poſito ex ijs quæ ex α ϛ,ϛ γ rationale autem eſt compoſitum ex ijs quæ ex α ϛ,ϛ γ:irrationale igitur eſt(per diffinitionem decimi,)quod ex α γ. Quare & α γ irrationalis eſt,uocatur autẽ ex binis nominibus. Vocauit ſane ipſam ex binis nominibus,eo quia ipſa ex binis rationalibus conſtat,proprium nomen appellans,rationale quatenus rationale. Quod feciſſe oportuit.

α	20	ϛ	6	γ
ϛ	γ	Re.	Re.	640

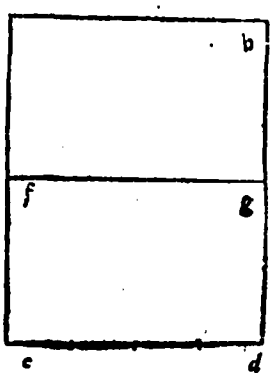
Eucli.ex Camp. Propoſitio 31

31 SI duæ lineæ mediales potentia tantũ communicantes ſuperficiẽm que rationalem continẽtes,directe coniungãtur,tota linea ex his compoſita erit irrationalis,diceturq́ bimediale primum.

CAMPANVS Sint duæ lineæ a b & b c,in continuum directumque coniunctæ quales proponuntur,quas per 24 & 25 reperies,dico totam lineam a c eſſe irrationalem, & ipſa uocatur bimediale primum. Eſt enim duplum ſuperficiei a b in b c rationale per hypotheſin,duoq́ quadrata duarũ linearũ a b & b c pariter accepta faciunt mediale, cum utrũq́ quadratum ſit mediale per hypotheſin,& unum eorũ cõmunicans alij,duplum igitur ſuperficiei unius earum in alteram eſt incommunicans duobus quadratis pariter acceptis,totũ ergo aggregatũ ex duplo ſuperficiei & duobus quadratis(& ipſum eſt quadratũ totius a c per 4 ſecundi)eſt incommenſurabile duplo ſuperficiei unius earũ in alteram per 9 huius. Cũ itaque duplum ſuperficiei ſit rationale,erit quadratum a c irrationale,ideoq́ & linea a c,quod eſt propoſitum.

4	Re.	Re.	54	Re.	Re.	24	ϛ

IDEM aliter. Sit linea d e,rationalis in longitudine,cui adiũgatur ſuperficies d f,æqualis duobus quadratis duarũ linearum a b & b ç,eritq́ ſuperficies hæc d f medialis. cũ utrunque quadratum ſit mediale per hypotheſin,& unũ eorũ communicans alij quare per 20 linea d g,eſt rationalis in potentia tantum,non cõmunicãs in longitudine lineæ d e. Rurſus ad lineam f g,quæ eſt æqualis d e,adiungatur ſuperficies f h æqualis duplo ſuperficiei a b in b c,eritq́ f h rationalis per hypotheſin,quare per 16 linea g h erit rationalis in lõgitudine:duæ itaque lineæ d g & g h ſunt potentialiter rationales,& in ea tãtum communicantes,ergo per 30 tota ex eis compoſita quæ eſt d h,eſt binomiũ & irrationalis,quare per 16 à deſtructione conſequentis ſuperficies e h eſt irrationalis. At quia per 4 ſecũdi latus eius tetragonicũ eſt linea a c,ipſa erit irrationalis per diffinitionem,quod oportuit demonſtrare.



Eucli.ex Zamb. Theorema 25 Propoſitio 37

37 Si binæ mediæ potentia tantum commenſurabiles compoſitæ fuerint rationale comprehendentes,tota irrationalis eſt,uocatur autẽ ex binis prima mediſs.

THEON ex Zãb. *Componantur enim binæ mediæ potentia tantum commenſurabiles α ϛ,β γ,rationale cõprehendentes. Dico quod α γ irrationalis eſt. Quoniam enim incommenſurabilis eſt α β,ipſi β γ,longitudine,& quæ ex α β,β γ,igitur ſunt incommenſurabilia ut quod bis ſub α ϛ,β γ. Componendo igitur quæ ex α ϛ,ϛ γ,una cum eo quod bis ſub α β,ϛ γ,hoc eſt illud quod ex α γ,incommenſurabile eſt ei quod ſub α ϛ,ϛ γ. Supponuntur autem ipſæ α ϛ,ϛ γ,rationale comprehendentes irrationale igitur eſt id quod ex α γ,irratiõalis igitur eſt α γ,uocatur ſane ex binis mediſs prima,* uocauit autẽ eam ex binis mediſs primam,quoniam rationale comprehendit,& conterit rationale.*

α	Re.	Re.	27	β	Re.	Re.	12	γ

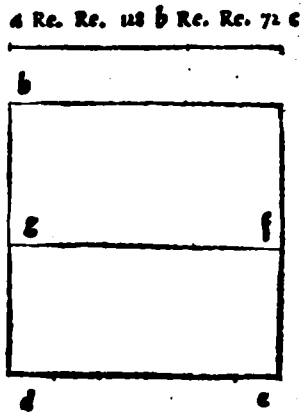
* Græcus non habet

32 Eucl.ex Camp. Propoſitio 32

SI duæ lineæ mediales potentialiter tantum communicantes ſuperficiemq́ medialem continentes directe coniungantur, tota

linea erit irrationalis dicetuŕq; bimediale ſecundum.

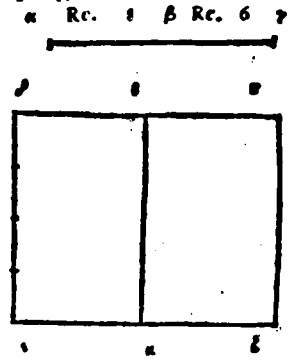
CAMPANVS Sint duæ lineæ a b & b c in continuũ directṹq; coniunctæ ut proponi tur, quas per 26 contingit reperiri, dico totã a c ex eis cõpoſi tam eſſe irrationalẽ. & ipſa uocatur bimediale ſecundũ. Eſto enim linea d e rationalis in longitudine, cui adiũgatur ſuper ficies d f æqualis duobus quadratis duarum linearũ a b & b c pariter acceptis. Et quia ex hypotheſi duo illa quadrata ſunt communicantia, & utrũque mediale. erit ſuperficies d f medialis. quare per 20 linea d g quæ eſt eius latus ſecundum. eſt ratiõalis in potẽtia tãtũ, & lineæ d e incõmẽſurabilis in lõ gitudine. Rurſus adiũgatur ad lineã g f quæ eſt æqualis lineæ d e, ſuperficies f h æqualis duplo ſuperficiei a b in b c. eritq; e/ tiã ſuperficies f h medialis, erat enim per hypotheſin ſuperfi cies a b in b c medialis, ergo duplũ ei9 cui eſt æqualis f h erit mediale, per 20 igitur eſt linea g h, rationalis in potẽtia tantũ & incommenſurabilis in longitudine lineæ g f. Quia uero a b & b c ſunt potentialiter tantum communicantes, erit per primam ſexti & per ſecundam partem 10 huius ſuperficies u nius in alteram, incommenſurabilis quadrato utriuſq;. At quia quadrata earum communicant per hypotheſin, erit dicta ſuperficies, quare & du plum eius, incommunicans duobus quadratis earũ pariter acreptis, duæ ergo ſuperfi cies d f & f h ſunt incõmunicantes: per primam itaque ſexti & ſecũdam partẽ 10 huius erit linea d g incommenſurabilis lineæ g h. quæ cum ſint rationales in potẽtia, erit per 30 tota linea d h binomiũ & irrationalis. Et quia latus eius tetragonicum per 4. ſecun di eſt linea c. ſequitur per diffinitionem quod linea a c ſit irrationalis, quod propoſitũ erat oſtendere.



Euclid. ex Zamb. Theorema 26 Propoſitio 38

38 Si binæ mediæ potentia tantum commenſurabiles compoſitæ fuerint medium comprehendentes, tota irrationalis eſt, uocatur autem ex binis ſe cunda mediis.

THEON ex Zamb. Componantur enim binæ mediæ potentia tantum commenſurabiles α ζ, ζ γ, medium comprehendentes. Dico quod irrationalis eſt α γ. Exponatur rationalis ♂ ι, ei autem quod ex α γ, (per 44 primi.) æquum ad ipſam ♂ ι comparetur ♂ ιζ, latitudinem efficiens ♂ ιβ. Et quoniam quod ex α γ, æquum eſt & eis quæ ex α ζ, β γ, & ei quod bis ſub α ζ, ζ γ. quod autem ex α γ, æquum eſt ipſi ♂ ιζ, igitur & ♂ ιζ, æquum eſt & eis quæ ex α β, β γ, & eis quod bis ſub α ζ, ζ γ. Comparetur (per eandem) iam eis quæ ex α β, β γ, ad ipſam ♂ ι, æquum ipſum ι θ, reliquum igitur θ ζ æquum eſt ei quod bis ſub α β, ζ γ. Et quoniam media eſt utraque ipſarum α ζ, ζ γ, media igitur ſunt & ea quæ ex α ζ, ζ γ, medium autem ſupponitur quod bis ſub α ζ, β γ, eis autem quæ ex α β, ζ γ, æquum eſt ι θ, ei uero quod bis ſub α β, β γ, æquum eſt ζ θ, medium igitur eſt utrunque ipſorum ι θ, θ ζ. & ad rationalem ♂ ι, compara/ ta ſunt. Rationalis igitur eſt utraque ipſarum ♂ θ, θ ιι, & ipſi ♂ ι, longitudine, incõ/ menſurabilis. Et quoniam incommenſurabilis eſt α ζ, ipſi β γ, longitudine. Eſtq; ſicut α ζ ad ζ γ, ſic quod ex α ζ ad id quod ſub α ζ, β γ, incommenſurabile igitur eſt ei quod ex α β, id quod ſub α ζ, ζ γ, at ei quidem quod ex α ζ commenſurabile eſt compoſitum ex ijs quæ ex α ζ, β γ, ſunt quadrata, ei uero quod ſub α ζ, ζ γ, incõ/ menſurabile eſt id quod bis ſub α β, ζ γ. Incõmenſurab.le igitur eſt compoſit ã ex ijs quæ ex α ζ, β γ, ei quod bis ſub α ζ, β γ, Sed eis quidem quæ ex α ζ, ζ γ. æquã eſt ι θ, ei autem quod bis ſub α β, ζ γ, æquum eſt ζ θ. Incommenſurabile igitur ζ θ, ipſi θ ζ. Quare & ♂ θ, ipſi θ ιι, eſt incommenſurabilis longitudine. Oſtenſum eſt autem quod rationales. ipſæ igitur ♂ θ, θ ιι, rationales ſunt potentia tantũ com/ menſurabiles. Quare ♂ ιι irrationalis eſt, rationalis autem ♂ ι. Quod autem ſub irrationali & rationali comprehen/ ſum rectangulũ, irrationale eſt (per 22 decimi.) igitur area ♂ ζ, irrationalis eſt, ipſamq; potens irrationalis eſt, ipſum autem ♂ ζ ipſa α γ, poteſt, irrationalis igitur eſt α γ, uocaturq; ex binis mediis ſecunda. Vocauit autem eam ex binis mediis ſecundam, quoniam medium comprehendit quod ſub ipſis, & non rationale, in ſecundo uero eſt loco mediũ rationale. Quod autem ſub rationali & irrationali comprehenſum rectangulum ſit irrationale, patet, ſi enim eſt ra tionale, comparatumq; eſt ad rationalem, erit aliud latus rationale, ſed & irrationale, quod eſt abſurdũ. Quod igitur ſub rationali & irrationale eſt. Quod oſtendere oportuit.

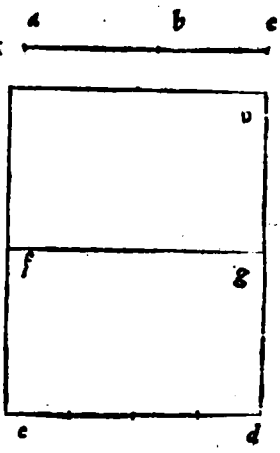


Euclid.

Eucli.ex Camp. Propoſitio 13

CVm coniunctæ fuerint duæ lineæ potentialiter incommenſurabiles ſuperficiem cõprehendentes medialem, quarũ ambo quadrata pariter accepta ſint rationale, tota linea erit irrationalis, diceturq; linea maior.

CAMPANVS Sint duæ lineæ a b & b c ſibi in continuum cõiunctæ ſicut proponitur, quas contingit ex 17 reperire. Dico a c ex eis compoſitam eſſe lineam irrationalem, & ipſa uocatur linea maior. Cum enim ambo quadrata pariter accepta ſint rationale, ſuperficies uero alterius in alterum (quare & eius duplum) medialis per hypotheſin, erit totũ ex duobus quadratis pariter acceptis incõmunicans duplo ſuperficiei unius in alteram, itaque totum aggregatum ex duobus quadratis & duplo ſuperficiei (& ipſum eſt æquale quadrato a c (per 4 ſecundi) erit per 9 huius incõmẽſurabile duobus quadratis a b & b c pariter acceptis. Per diffinitionẽ ergo eſt quadratum lineæ a c irrationale, & linea a c irrationalis, quod eſt propoſitum.

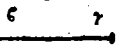


IDEM aliter. Sicut præmiſſis ad lineam d e quæ ſit rationalis in longitudine, adiungatur ſuperficies d f, quæ ſit æqualis duobus quadratis duarum linearum a b & b c pariter acceptis, eritq; rationalis per hypotheſin, quare per 16 latus eius ſecundum quod eſt d g, erit etiam rationale in longitudine & cõmmnicans lineæ d e. Rurſus ad lineã f g adiungatur ſuperficies f h æqualis duplo ſuperficiei a b in b c, eritq; medialis per hypotheſin, quare per 20 linea g h quæ eſt eius latus ſecundum eſt rationalis in potentia tantum: per 30 igitur eſt linea d h binomiũ & irrationalis, ideoq; per 16 à deſtructione conſequentis ſuperficies e h eſt irrationalis, quare latus eius tetragonicũ quod per 4 ſecundi eſt a c, eſt irrationale per diffinitionem, quod uolumus oſtendere.

Eucli. ex Zamb. Theorema 27 Propoſitio 39

39 Si binæ rectæ lineæ potentia incommenſurabiles compoſitæ fuerint cõficientes compoſitum ex quadratis quæ ab ipſis rationale, quod autem ſub ipſis medium, tota recta linea irrationalis eſt, uocatur autem maior.

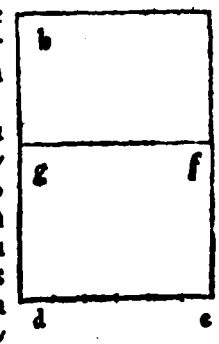
THEON ex Zamb. *Cõponantur enim binæ rectæ lineæ potentia incommẽſurabiles α ϛ, ϛ γ, efficientes ea quæ propoſita ſunt. Dico quod α γ, irrationalis eſt. Quoniam enim (per hypotheſin quod ſub α ϛ, ϛ γ, medium eſt, & quod bis igitur ſub α ϛ, ϛ γ, medium eſt. Compoſitum uero ex ijs quæ ex α ϛ, ϛ γ, rationale eſt, incommenſurabile igitur eſt quod bis ſub α β, β γ, compoſito ex ijs quæ ex α ϛ, ϛ γ. Quare & quæ ex α ϛ, ϛ γ, una cum eo quod bis ſub α ϛ, β γ, quod eſt id quod ex α γ, incommenſurabile eſt compoſito ex ijs quæ ex α β, ϛ γ.* Rationale autẽ eſt compoſitum ex ijs quæ ex α ϛ, ϛ γ. Irrationale igitur eſt quod ex α γ. Quare & α γ irrationalis eſt. Vocatur autem maior. Vocauit autem ipſam maiorem, tum quia quæ ex ex α ϛ, ϛ γ, rationalia maiora ſunt eo quod bis ſub α ϛ, ϛ γ, medio, tum quod conueniat ab ipſorum rationalium proprietate imponere nomen. Quod autem quæ ex α β, ϛ γ, maiora ſint eo quod bis ſub α ϛ, ϛ γ, ſic oſtendendum eſt. Manifeſtum quidem eſt quod inæquales ſunt ipſæ α β, ϛ γ. Si enim æquales eſſent, æqualia quoque eſſent (per 7 ſecundi,) & quæ ex α ϛ, ϛ γ, ei quod bis ſub α β, ϛ γ, eſſet quoque id quod ſub α β, ϛ γ, rationale. Quod non ſupponitur, inæquales igitur ſunt ipſæ α β, ϛ γ. Supponatur maior α ϛ, ponaturq; ipſi ϛ γ, æqualis ϛ δ. Quæ igitur ex α ϛ, ϛ δ, æqualia ſunt ei quod bis ſub α β, β δ, & ei quod bis ſub α ϛ, ϛ δ & ei quod ex α δ, æqualis autem eſt δ ϛ, ipſi ϛ γ. Quæ igitur ex α β, ϛ γ, a qua ſunt ei quod bis ſub α ϛ, β γ, & ei quod ex α δ. Quare quæ ex α β, β γ, maiora ſunt eo quod bis ſub α ϛ, ϛ γ, eo quod ex δ α, quod erat demonſtrandum.*



Eucli. ex Camp. Propoſitio 14

14 CVm coniunctæ fuerint duæ lineæ potentialiter incommenſurabiles ſuperficiem cõprehendentes rationalem, quarum ambo quadrata pariter accepta ſint mediale, tota linea erit irrationalis, diceturq; potens in rationale & mediale.

CAMPANVS Sint ut in præmiſſis duæ lineæ a b & b c in continuũ directum q̃ conſtãt quales proponitur, & ipſæ ſunt ex 13 ſumendæ. Dico quod tota linea a c ex eis compoſita erit irrationalis, & illa uocatur linea potens in rationale & mediale. Cum ſit enim ſuperficies a b in b c rationalis per hypotheſin, ideoque & duplũ eius, ac ambo quadrata pariter accepta ſint mediale, ſequitur per 4 ſecundi & 9 huius quemadmodum in præmiſſis, quod quadratum totius a c ſit incommunicãs duplo ſuperficiei a b in b c, per diffinitionẽ igitur ipſum eſt irrationale, & linea a c irrationalis, quod eſt propoſitum.



IDEM aliter. Sit ut in præmiſſis linea d e rationalis in longitudine, ſuperficiesq̃ d f ſibi adiuncta æqualis duobus quadratis pariter acceptis duarum linearum a b & b c, eritq̃ medialis per hypotheſin, per 10 igitur erit linea d g rationalis in potentia tantũ non cõmunicans in longitudine lineæ d e. Sitq̃ ſuperficies f h adiuncta ad lineã g f, æqualis duplo ſuperficiei a b in b c, eritque rationalis per hypotheſin, & ideo per 16 latus eius ſecundum, quod eſt g b, rationale in longitudine, quare per 30 linea d h eſt binomiũ & irrationalis, & ſuperficies e h per 16 à deſtructione cõſequentis eſt irrationalis. Cum itaque linea a c ſit eius latus tetragonicum per 4 ſecũdi, ſequitur ut a c ſit irrationalis per diffinitionẽ conſtat ergo propoſitũ. *Euclid. ex Zamb.* *Theorema 28 Propoſitio 40*

40 Si binæ rectæ lineæ potentia incommenſurabiles compoſitæ fuerint efficientes compoſitum quidem ex earum quadratis medium, quod uero ſub ipſis rationale, tota recta linea irrationalis eſt, uocatur autem rationale medium q̃ potens.

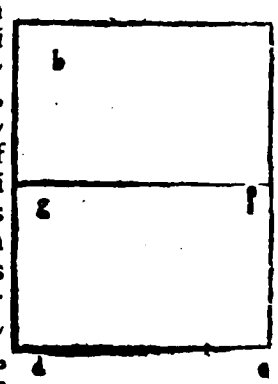
THEON ex Zãb. *Componantur enim binæ rectæ lineæ potentia incommenſurabiles α β, β γ, efficientes præcedentia. Dico quod irrationalis eſt α γ. Quoniam enim compoſitum ex ijs quæ ex α β, β γ, mediũ eſt, quod uero bis ſub α ϛ, ϛ γ, rationale, incommenſurabile igitur eſt compoſitum ex ijs quæ ex α ϛ, ϛ γ, ei quod bis ſub α ϛ, ϛ γ. Quare & componendo (per 16 decimi & 4 ſecundi,) quod ex α γ, incommenſurabile eſt ei quod bis ſub α ϛ, β γ. Rationale autem eſt quod ſub α β, ϛ γ, Irrationale igitur eſt quod ex α γ. Irrationalis igitur eſt α γ. Vocatur autem rationale medium q̃ potens. Rationale autem & medium potentẽ eam appellauit, eo quia binas poteſt areas unã quidem rationalem, alteram uero mediam, ac propter rationalis præexiſtentiam, primam rationalem appellauit, quod erat oſtendendum.*



Eucl. ex Camp. *Propoſitio 55*

55  Vm coniunctæ fuerint duæ lineæ potentialiter incommenſurabiles ſuperficiem q̃ medialem continentes, quarum ambo quadrata pariter accepta ſint mediale duplo ſuperficiei unius in alteram incommenſurabile, tota linea erit irrationalis, diceturq̃ potens in duo medialia.

CAMPANVS Sint quoque duæ lineæ hic a b & b c in continuũ directũ q̃ cõiunctæ ut proponitur, quæ ex 29 ſumendæ ſunt. Dico quod linea a c ex eis compoſita eſt irratiõalis ac ipſa dicitur, potens in duo medialia. Adiũgatur enim ad lineam d e quæ ſit rationalis in longitudine, ſuperficies d f æqualis duobus quadratis duarũ linearum a b & b c pariter acceptis, eritq̃ medialis per hypotheſin, quare per 10 linea d g erit rationalis in potentia tantũ, & incommenſurabilis d e lineæ rationali in longitudine. Rurſus ad lineam g f quæ eſt æqualis d e, adiungatur ſuperficies f h quæ ſit æqualis duplo ſuperficiei unius in alteram, erit etiã ex hypotheſi medialis, quare per 10 linea g h, erit rationalis in potentia tantum. At quia per hypotheſin ambo quadrata pariter accepta ſunt iucõmẽſurabile duplo ſuperficiei unius in alteram, ſequitur ut d f ſit ineõmenſurabilis f h, quare per primam ſexti & 2 partem 10 huius, linea d g eſt incommẽſurabilis g h, per 30 igitur eſt linea d h, binomium & irrationalis, itaq̃

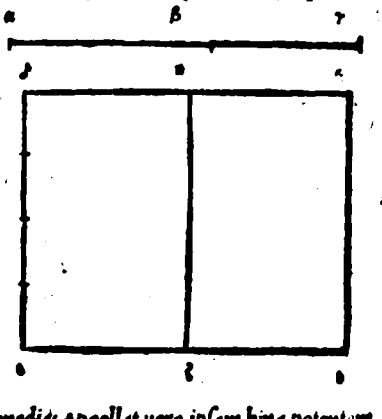


Itaque ſuperficies e eſt irrationalis,& eius latus tetragonicum quod eſt a c, ut in præmiſſis,quare conſtat propoſitum. Si autem duplũ ſuperficiei a b in b c non eſſet incommenſurabile ambobus quadratis pariter acceptis,eſſet rationalis in potentia tantum incõmenſurabilis in longitudine lineæ d e,per 19 igitur eſſet ſuperficies e h medialis,eiuſque latus tetragonicum quod eſt a c,linea medialis.

Euclid.ex Zamb. Theorema 29 Propoſitio 41

41 Si binæ rectæ lineæ potentia incommenſurabiles compoſitæ fuerint,efficientes compoſitum ex earum quadratis mediũ,quod uero ſub ipſis medium.& inſuper incommẽſurabile compoſito ex earum quadratis tota recta linea irrationalis eſt, uocatur autem bina potẽs media.

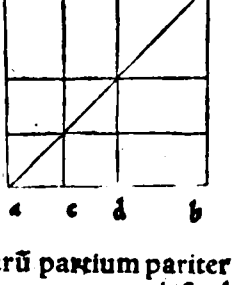
THEON ex Zamb. *Componantur enim binæ rectæ lineæ potẽtia incõmẽſurabiles α β,β γ,efficientes cõpoſitũ ex ijs quæ ex α β,β γ,quadratis,mediũ,quod ſub ipſis α β,β γ,mediũ,& inſuper incõmenſurabile cõpoſito ex ijs quæ ex α β,β γ,quadratis,Dico quod α γ irrationalis eſt. Exponatur ratiõalis* ♂ ζ,*cõparetur q; (per 44 primi,ad ipſam* ♂ ι,*ipſis quidem quæ ex α β, β γ,æquum* ♂ ζ,*ei uero quod bis ſub α β,β γ,æquum* ♂ θ,*totum igitur* ♂ θ *æquum eſt ei quod ex α γ quadrato. Et quoniam compoſitum ex ijs quæ ex α β,β γ, medium eſt,ac eſt æquale ipſi* ♂ ζ,*medium igitur eſt &* ♂ ζ,*& ad ipſam* ♂ ι *rationalem comparatur,rationalis igitur eſt* ♂ κ, *& ipſi* ♂ ι,*longitudine incõmenſurabilis. Ac (per 24 decimi (*♂ κ,*ratio nalis eſt & ipſi* ♂ ζ,*incommenſurabilis,hoc eſt ipſi* ♂ ι *longitudine. Et quoniam incommenſurabilia ſunt quæ ex α β,β γ,ei quod bis ſub α β, β γ,incommenſurabile eſt* ♂ ζ *ipſi* ♂ θ,*quare &* ♂ κ *ipſi* ♂ θ,*(per 1 ſexti & 11 decimi,) incõmenſurabilis eſt ſunt q; rationales,ipſæ igitur* ♂ κ,♂ ι,*rationales ſunt,potentia tãtum commenſurabiles. Irrationalis igitur eſt* ♂ κ,*(per 36 decimi,) appellata ex binis nominibus. Rationalis autem* ♂ ι,*irrationale igitur eſt* ♂ θ,*& illud potens irrationalis eſt,poteſt autem ipſum* ♂ θ.*ipſa α γ,irrationalis igitur eſt α γ,uocetur q; bina potẽs media. Appellat uero ipſam bina potentem mediũ,eo quia ipſa poteſt duas medias areas aliam compoſitam ex ijs quæ ex α β,β γ, & aliã quæ bis ſub ipſis α β, β γ,quod erat oſtendendum.*



CAMPANVS Vt autem facilior fiat doctrina ſequentium,præmonſtrãda arbitramur hoc loco duo quorum primum eſt.

1 Si aliqua linea per duo inæqualia diuidatur,quadratum ambarũ ſectionum pariter accepta tanto amplius ſunt duplo ſuperficiei unius earum in alteram,quãtũ eſt quadratum eius lineæ qua maior excedit minorem.

Sit enim linea a b d diuiſa per duo inæqualia in puncto c,ſitq; maior portio c b, de qua ſumatur c d æqualis a c. Dico quod quadrata duarũ linearũ a c & c b ſunt amplius duplo ſuperficiei unius in alterã. in quadrato lineæ d b.nam quod fit ex a c in c b bis,cũ quadratis duarũ linearũ a c & c b,eſt æquale ei quod fit ex a c in c b quater,cũ quadrato d b.eo quod utraque hæc æqualia ſunt quadrato lineæ a b,primũ quidem per quartã ſecũdi.ſecundũ uero per 5 eiuſdẽ. Dẽptis itaq; utrinq; æqualibus.uidelicet eo quod fit ex a c in c b bis erunt reſidua quæ ſunt de primo quidem quadrata duarũ linearũ a c & c b.de ſecũdo uero quod fit ex a c in c b bis cũ quadrato d b.æqualia,quare cõſtat propoſitũ Ex hoc ergo manifeſtum eſt quod ſi aliqua linea per duo inæqualia diuidatur,quadrata ambarũ partium pariter accepta plus ſunt duplo ſuperficiei uniuſcarũ in alterã. Et hoc eſt,propter quod iſtud præmiſimus.



2 Si aliqua linea per duo inæqualia,itẽque alia duo inæqualia diuidatur, quadrata magis inæqualium pariter accepta tanto ſunt amplius quadratis minus inæqualium pariter acceptis,quãtum eſt duplum quadrati illius lineæ quæ in utraſq; eſt ſectiones, & quadruplum eius quod fit ex eadem linea in eam quæ eſt inter punctum ſectionis minus inæqualium & pun

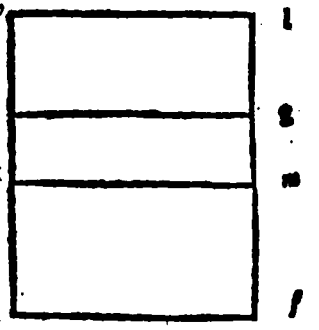
ctum quod diuidit totam lineam per æqualia.

Sit linea a b diuiſa per duo inæqualia in pũcto c, itemq; per alia minus inæqualia in pũcto d, rurſus per æqualia in e. Dico quo quadrata duarũ partiũ magis inæqualiũ quæ ſunt a c & c b, tãtũ ſunt amplius duobus quadratis duarũ linearũ minus inæqualiũ quæ ſunt a d & d b, quantũ eſt duplũ quadrati lineæ c d & quadruplũ eius quod fit ex c d in d e. Sunt enim per 9 ſecundi quadrata duarũ linearũ a c & c b, pariter accepta dupla quadratis duarũ linearũ b e & e c pariter acceptis. At per eandẽ 9 ſecũdi quadrata duarũ linearũ a d & d b pariter accepta, dupla ſunt quadratis duarũ linearũ b e & c d pariter acceptis. Itaque quadrata duarũ linearũ a c & c b pariter accepta excedunt quadrata duarũ linearũ a d & d b pariter accepta, in eo quo duplum quadrati lineæ c, excedit duplũ quadrati lineæ d e, hoc autem, per 4 ſecũdi eſt duplũ quadrati lineæ c d, & quadruplum eius quod fit ex e d in d c, quare conſtat propoſitum. Ex hoc manifeſtũ eſt quod quãto fuerint ſectiones alicuiꝰ lineæ magis inæquales, tãto erũt earũ quadrata pariter accepta, maiora. & hoc eſt, propter quod iſtud præmiſimus. Eucl. ex Camp. Propoſitio 56



56 IN alias duas lineas ſub earum termino ex quibus coniũctum & nominatum eſt binomium, diuidi impoſſibile eſt.

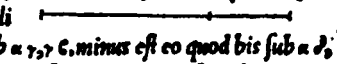
CAMPANVS Sit a b binomiũ, eritq; ex 36 cõpoſita ex duabus lineis in potẽtia tantũ rationalibus cõmunicantibus, quæ ſint a c & c b. Dico quod impoſſibile eſt eam diuidi in alias duas lineas ſub hac diffinitione uidelicet quod ipſi ſint potentia tantum rationales communicãtes. Si enim poteſt, diuidatur in a d & d b, quæ ſint potentia rationales tantũ cõmunicantes. Eſto quoq; linea e f rationalis in longitudine, cui adiũgatur ſuperficies e g quæ ſit æqualis quadratis duarum linearum a c & c b pariter acceptis, & ſuperficies f h quæ ſit æqualis quadrato lineæ a b. Eritq; ſuperficies c g, rationalis, eo quod utrumq; quadratorum linearũ a c & c b pariter acceptorum eſt ratiõale per hypotheſin & ſuperficies g h medialis per 23, quoniã ipſa eſt æqualis duplo ſuperficiei a c in c b per 4 ſecundi. Sit igitur rurſus ſuperficies f k æqualis quadratis duarũ linearũ a d & d b pariter acceptis quæ cũ ſint diuerſæ à duabus lineis a c & c b, erit per ſecũdum prædemõſtratorum antecedentiũ ſuperficies f k diuerſa a ſuperficie e g, earum ergo differẽtia ſit k g, eritq; per 4 ſecũdi exceſſus ſuperficiei f h, ſuper f k qui ſit k l, æqualis duplo eius quod fit ex a d in d b, & propter hoc erit etiã ſuperficies f k rationalis, & ſuperficies k l medialis. Itaq; ſuperficies k g cũ ipſa ſit differentia duarum ſuperficierum rationalium quæ ſunt e g & f k, erit rationalis. Nõ enim differt rationale à rationali, niſi in rationali. & hoc dico, diffinitione 8 huius hoc cõfirmantibus. Eadẽ quoq; cum ipſa ſit differentia duarum ſuperficierum medialium quæ ſunt g h & k l, erit irrationalis per 22, quod eſt impoſſibile.



Quod autẽ prædictæ irratiõales ſolummodo diuiduntur in eas rectas lineas ex quibus componuntur efficientibus propoſitas ſpecies, oſtendemus iam huiuſmodi proponentes lemmatium.

THEON Lemma.

Exponatur recta α ζ, ſecturq; tota in inæqualia in utrumque ſignorũ γ δ, ſupponaturq; maior α γ quàm δ β. Dico quod quæ ex α γ, ζ γ, maiora ſunt eis quæ ex α δ, δ ζ, Secetur enim (per 10 primi) α ζ, bifariã in ε, & quoniã maior eſt α γ, quã δ β, cõis auferatur δ γ. Reliqua igitur α δ, reliqua γ β, maior eſt, æqualis aũt eſt α ε, ipſi ε ζ, minor ẽgitur eſt δ ε, quã ε γ, igitur γ & δ ſigna, nõ æqualiter diſtãt à bifaria ſectiõe, Et quoniã (per 5 ſecũdi) quod ſub α γ, γ β, una cũ eo quod ex γ ε, æquum eſt ei quod ex ε ζ, at quod ſub α δ, δ ζ, una cum eo quod ex δ ε, æquum eſt ei quod ex ε β, igitur quod ſub α γ, γ ζ, una cum eo quod ex ε γ, æquũ eſt ei quod ſub α δ, δ β, una cum eo quod ex δ ε, quorũ quod ex δ ε, minus eſt eo quod ex ε γ, & reliquũ igitur quod ſub α γ, γ ζ, minus eſt eo quod ſub α δ, δ ζ. Quare & quod bis ſub α γ, γ ζ, minus eſt eo quod bis ſub α δ, δ ζ. & reliquũ igitur cõpoſitũ ex ijs quæ ex α γ, γ β, maius eſt compoſito ex ijs quæ fiunt ex α δ, δ β, ſiquidem utraq; æqualia ſunt ei quod ex α ζ, quod oſtendere oportuit. Eucli. ex Zãb. Theorema 30 Propoſitio 44



Quæ ex binis nominibus, ad unũ duntaxat ſignũ diuiditur in nomina.

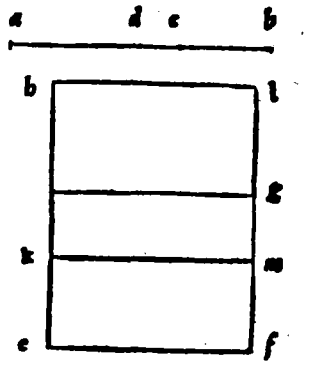
THEON ex Zamber. *Sit ex binis nominibus α β, diuiſa in nomina in ζ, igitur ipſæ α γ, γ β, rationales ſunt*

potentiã

potentia tantum cõmenſurabiles. Dico quod ipſa α β, ad aliud ſignum nõ diuiditur in binas rationales potentia tantum cõmenſurabiles. Si enim poſsibile, diuidatur in δ, ut ipſæ α δ, δ β, ſint rationales potentia tantum cõmenſurabiles, manifeſtũ iam quod α γ, ipſi β δ non eſt eadem. Si enim fieri poteſt, eſto, erit iam & α δ, ipſi β γ eadem, eritq; ſicut α γ ad γ ϛ, ſic β δ ad δ α, eritq; α β in eadem qua γ diuiſione, diuiſa & in δ, quod poſitum non eſt. Ipſa igitur α γ ipſi δ β non eſt eadem. Ac per hoc etiam & ſigna γ, δ, non æquidiſtant α β ſecundum ſectionem. Quo itaq; differunt quæ ex α γ, γ ϛ, ab eis quæ ex α δ, δ β, eo etiam differt & quod bis ſub α δ, δ β, ab eo quod bis ſub α γ, γ ϛ, eo quod tum quæ ex α γ, γ ϛ, una cum eo quod bis ſub α γ, γ ϛ, tum quæ ex α δ, δ β, una cum eo quod bis ſub α δ, δ β, ſunt æqualia ei quod ex α β. Sed quæ ex α γ, γ ϛ, ab eis quæ ex α δ, δ β, rationali differunt, utraque enim rationalia (per 21 decimi) quod bis igitur ſub α δ, δ β, ab eo quod bis ſub α γ, γ ϛ, differunt rationali, quæ media exiſtunt: medium autem, medium non excedit rationali (per 26 decimi.) Ex binis igitur nominibus, ad aliud & aliud ſignum non diuiditur, ad unum duntaxat igitur. Quod erat oſtendendum.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 47

47 Bimediali primo ſecundum terminum ſuum in duas lineas mediales diuiſo, ſub earum termino in alias duas lineas mediales idem diuidi eſt impoſſibile.



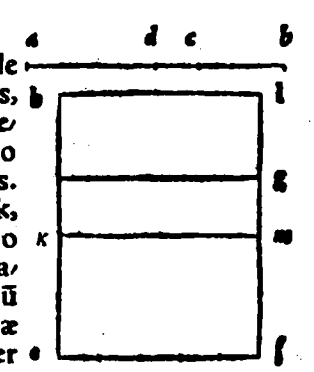
CAMPANVS. Sit quoq; hic linea a b, bimediale primũ, diuiſa in duas lineas mediales potentia tantum cõmunicantes ſuperficiemq; rationalem continentes, ex quibus 31 aſſerit eam componi, quæ ſint a c & c b. Dico quod impoſſibile eſt eam diuidi in alias duas lineas ſub earum diffinitione. Quod ſi poſſibile fuerit, diuidam eam in puncto d, aſſumptaq; linea rationali e f, adiungatur ei e g æqualis duobus quadratis duarum linearũ a c & c b, & ſuperficies f h æqualis quadrato a b, & ſuperficies f k æqualis quadratis duarũ linearum a d & d b, eritq; per quartam ſecundi g h æqualis duplo ſuperficiei a c in c b, & per eandem erit k l æqualis duplo ſuperficiei a d in d b, propter hypotheſin quoq; erit utraq; duarũ ſuperficierũ e g & k f medialis, & utraq; duarum linearũ g h & k l rationalis, hoc autem impoſſibile, eſſet enim per primũ ſuperficies k g, irrationalis ex 21, per ſecundam autem eadem eſſet rationalis ex diffinitione & 9. Quod eſt inconueniẽs. Eucli. ex Zamb. Theorema 31 Propoſitio 43

43 Ex binis mediis prima, ad unũ duntaxat ſignum diuiditur in nomina.

THEON ex Zamb. Eſto ex binis prima mediis α β diuiſa in γ, ut ipſæ α γ, γ ϛ, mediæ ſint potentia tantum cõmenſurabiles rationale cõprehendentes. Dico quod ipſa α β, ad aliud ſignum nõ diſcinditur. Si enim poſsibile, diuidatur in δ, ut α δ & δ β ſint potentia mediæ tantum cõmenſurabiles rationale cõprehendentes. Quoniam igitur quo differt qd bis ſub α δ, δ β, ab eo quod bis ſub α γ, γ ϛ, differũt quæ ex α γ, γ ϛ, ab eis quæ ex α δ, δ β, rationali autem differt quod bis ſub α δ, δ β, ab eo quod bis ſub α γ, γ β, rationalia enim utraq;. Rationali igitur differunt & quæ ex α γ, γ ϛ, ab eis quæ ex α β, δ β, media exiſtentia, quod eſt impoſsibile. Ex binis igitur mediis prima, ad aliud & aliud ſignum non diuiditur in nomina, ad unum duntaxat igitur, quod erat demonſtrandũ.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 48

48 Bimediale ſecũdum, niſi in duas lineas tantum ſub termino ſuo diuidi non poteſt.



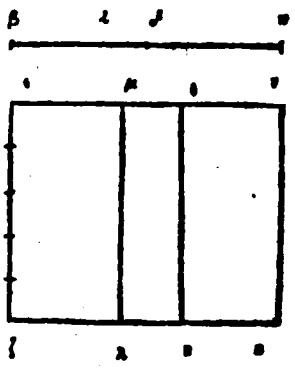
CAMPANVS. Sit ut prius linea a b bimediale ſecũdum, diuiſa in duas lineas a c & c b mediales, potentia tantum cõmunicantes ſuperficiẽq; medialem continẽtes, ex quibus 23 proponit eam componi. Dico q; impoſſibile eſt eam diuidi ſub earũ diffinitiõe in alias duas. Sin autẽ, diuidatur in d, ſintq; ut prius ſuperficies e g, f h, & f k, adiunctæ ad lineam rationalem e f, eritq; per præſentes hypotheſes, utraq; ſuperficies e g, & g h, medialis, quare per 10 utraque duarum linearũ f g & g l erit rationalis in potentia tantũ non communicans in longitudine lineg e f. At quia duæ lineæ a c, & c b, erunt incõmenſurabiles in longitudine, ſequitur per primã ſexti & per ſecundã partem 10 huius q; utrunq; quadra

torum linearũ a c & c b ſit incõmenſurabile ſuperficiei unius in alteram. Cumq; dicta quadrata cõmunicent ex hypotheſi, ſequitur ut ambo quadrata pariter accepta ſint incõmenſurabile ſuperficiei unius in alteram, ideoq; & eius duplo. Quare ſuperficies e g incõmenſurabilis eſt ſuperficiei g h. & linea g f, lineæ g l per primam ſexti & ſecũdam partem 10 huius. Itaq; per 10 linea f l eſt binomium, diuiſa ſecundum ſuum terminũ in puncto g. Eodemq; modo probabitur ipſam binomium eſſe, mediantibus ſuperficiebus e m & m h, diuiſam ſecundum ſuum terminum in puncto m, quod eſt impoſſibile per 36. Non enim poteſt dici, q linea f l diuiſa ſit ad puncta g & m in partes conſimiles, ſic enim eſſet linea f m æqualis g l, ſed ipſa eſt maior linea m l, ut patet ex primo præmiſſorum antecedentiũ huius & prima ſexti, cum e m ſuperficies ſit maior h m ſuperficie. Huius autem demõſtrationis modus poteſt eſſe cõmunis 17 cæteriſq; eam ſequẽtibus.

Euc. li ex Zamb. Theorema 42 Propoſitio 44.

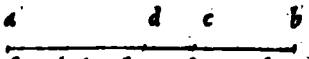
44 Ex binis ſecunda mediis, ad unũ duntaxat ſignũ diuiditur in nomina.

THEON ex Zamberto. *Sit ex binis mediis ſecunda α β, diuiſa in γ, ut α γ, γ ϛ, mediæ ſint potentia tantum commenſurabiles medium comprehendentes, manifeſtum iam eſt quod γ non eſt in diuidua ſectione, quandoquidem non ſunt longitudine cõmenſurabiles. Dico quod ipſa α β, ad aliud ſignum nõ diuiditur. Si enim poſſibile, diuidatur in δ ut α γ ipſi δ β non ſit eadem, ſed per hypotheſin ſit maior α γ, manifeſtum quod ea quæ ex α γ, γ β, maiora ſunt eis quæ ex α δ, δ β, ſicut ſupra demõſtrauimus. Et quod ipſæ α δ, δ β, mediæ ſunt potentia tantũ cõmenſurabiles, medium comprehendentes. Exponatur q; rationalis ϛ ξ, & ei quidem quod ex α β æquum, ad ipſam ϛ ξ comparetur (per 44 primi) ϛ ν, eis autem quæ ex α γ, γ ϛ, æquum auferatur ϛ ν, reliquũ igitur θ ν æquum eſt ei quod bis ſub α ϛ, γ ϛ. Rurſus iam eis quæ ex α δ, δ β, quæ minora ſunt eis quæ ex α γ, γ β, æquum auferatur ϛ ξ, & reliquũ igitur μ ν, æquum eſt ei quod bis ſub α δ, δ β. Et quoniam media ſunt quæ ex α γ, γ ϛ, medium igitur eſt & ϛ ν. Et ad rationalem ϛ ξ comparatur: rationalis igitur eſt ϛ θ, & incõmenſurabilis ipſi ϛ ξ longitudine. Ac per hoc etiam θ ν rationalis eſt & ipſi ϛ ξ longitudine incommenſurabilis. Et quoniam ipſæ α γ, γ ϛ, mediæ ſunt potentia tantum commenſurabiles, incommenſurabilis eſt igitur α γ ipſi γ ϛ longitudine, ſicut autem α γ ad γ ϛ, ſic quod ex α γ ad id quod ſub α γ, γ β. Incommẽſurabile igitur eſt quod ex α γ, ei quod ſub α γ, γ ϛ. Sed ei quidem quod ex α γ cõmenſurabilia ſunt quæ ex α γ, γ ϛ, potentia enim ſunt cõmenſurabiles ipſæ α γ, γ ϛ, ei autem quod ſub α γ, γ ϛ, commenſurabile eſt quod bis ſub α γ, γ β, & quæ ex α γ, γ ϛ, igitur, incõmenſurabilia ſunt ei quod bis α γ, γ ϛ. Sed eis quidem quæ ex α γ, γ β, æquum eſt ϛ ν, ei autem quod bis ſub α γ, γ ϛ, æquum eſt θ ν. Incõmenſurabile igitur eſt ϛ ν ipſi θ ν, quare & ipſa ϛ θ ipſi θ ν, eſt longitudine incõmenſurabilis. Et ipſæ ϛ θ & θ ν ſunt rationales, igitur rationales ſunt potentia tantum commenſurabiles. Si uero binæ rationales potentia tantum cõmenſurabiles compoſitæ fuerint, tota irrationalis eſt, uocatur q; ex binis nominibus (per 36 decimi) ipſa igitur ϛ ν ex binis nominibus, eſt diuiſa in θ. Per eadem iam oſtendentur & ipſæ ϛ μ, μ ν, rationales potentia tantum cõmenſurabiles. Igitur ipſa ϛ ν ex binis nominibus per aliud ſignũ & aliud diuiſa eſt in θ & in μ, nec eſt ϛ θ ipſi μ ν eadem, quãdoquidem quæ ex α γ, γ ϛ, maiora ſunt eis quæ ex δ β, α δ, ſed quæ ex α δ, δ β, maiora ſunt eo quod bis ſub α δ, δ β, multo igitur magis quæ ex α γ, γ ϛ, hoc eſt ϛ ν, maius eſt eo quod bis ſub α δ, δ β, hoc eſt μ ν. Quare & ϛ θ, ipſa μ ν maior eſt. Igitur ϛ θ, ipſi μ ν non eſt eadem. Ex binis igitur nominibus in alio & alio ſigno diuiditur, quod eſt abſurdũ. Ex binis ſecũda mediis igitur, in alio & alio ſigno non diuiditur, in uno igitur tantũ ſigno diuiditur. Quod erat oſtendendũ.*



Eucli. ex Camp. Propoſitio 39

39 Linea maior, niſi in duas lineas tantum ex quibus conſtat ſub earum termino diuidi non poteſt.



CAMPANVS. *Sit quoq; hæc linea maior a b diuiſa ad punctũ c, in duas lineas potentialiter incõmenſurabiles ſuperficiemq; medialem continentes, quarum ambo quadrata pariter accepta ſint rationale, ex talibus enim cõponitur, ut affirmat 33. Dico q impoſſibile eſt ad alium punctum in alias duas lineas ſub hac diffinitione ipſam diuidi. Quod ſi poteſt, ſit hic ad d, maneantq; ſub his eadem figura eædemq; hypotheſes quæ prius, & argue quemadmodum in 36 ſuperficiem g k eſſe rationalem & irrationalem, quod eſt impoſſibile.*

Eucli. ex Zamb. Theorema 33 Propoſitio 45

Maior, ad unum duntaxat ſignum diuiditur in nomina.

THEON ex Zãb. *Sit maior α β, diuiſa in γ, ut (per 34 decimi) α γ, γ β, potẽtia nõ ſint cõmenſurabiles, effi cĩtes cõpoſitũ ex ijs quæ ex α γ, γ β, quadratis ratiõale, quodq; ſub ipſis α γ, γ β, medĩũ. Dico quod ipſa α β, ad aliud*

ſignum

ſignum non diuiditur Si enim poßibile, diuidatur in ♂, ut ipſæ α ♂, ♂ ϛ, potentia ſint incommenſurabiles. efficientes quidem compoſitum ex quadratis quæ ex α ♂, ♂ ϛ, rationale, quodq; ſub ipſis medium (per 39 decimi. Et quoniam quo differunt quæ ex α γ, γ ϛ, eis quæ ex α ♂, ♂ β, hoc differt & quod bis ſub α ♂, ♂ ϛ, ab eo quod bis ſub α γ, γ ϛ, ſed quæ ex α γ, γ ϛ, ea quæ ex α ♂, ♂ ϛ, excedunt rationali (rationalia enim utra/ que) & quod bis ſub α ♂, ♂ β igitur id quod bis ſub α γ, γ β, excedit rationali, media exiſtentia. quod eſt impoßibile. Maior igitur, ad aliud & aliud ſignum non diuiditur, per idem igitur unũ tan tum ſignum, quod demonſtrare oportebat.

α ♂ γ β

Euclì. ex Camp. Propoſitio 40

40 **Linea potens in rationale & mediale, niſi in ſuas duas lineas tan/ tum ſub termino non diuiditur.**

CAMPANVS Hæc quoque 40, manentibus prioribus figura & poſitio/ nibus (excepto quod ipſa linea a b diuidatur in punctum c, in illas duas lineas ex quibus 31 dicit eam componi) probabitur, quemadmodũ 37. Si autem aliter fuerit quàm proponat, erit ſuperficies k g rationalis & irrationalis, quod eſſe non poteſt.

Euclì, ex Zamb. Theorema 34 Propoſitio 46

46 **Rationale medium q̃ potens, ad unum duntaxat ſignum diſcin ditur in nomina.**

THEON ex Zamb. Eſto rationale mediũq; potẽs α ϛ. diuiſa in γ, ut ipſæ α γ, γ ϛ, potẽtia ſint incõmẽſurabiles effi cientes cõpoſitũ ex ijs quæ ex α γ, γ ϛ, mediũ quod aũt ſub α γ, γ ϛ, ratiõale, dico quod ad aliud ſignũ ipſa α β nõ diuidi tur. Si enim poßibile eſt, diuidatur & in ♂, & ut α ♂, ♂ ϛ, potẽtia ſint incõmẽſurabiles efficiẽtes cõpoſitũ ex α ♂, ♂ γ. me diũ, quod uero ſub ipſis α ♂, ♂ β, ratiõale (per 40 decimi.) Quoniã enim quo α ♂ γ ϛ differt quod bis ſub α γ, γ β, ab eo quod bis ſub α ♂, ♂ β, cõ differũt & quæ ex α ♂, ♂ ϛ, eis quæ ex α γ, γ ϛ, quod aũt ſub α γ, γ ϛ, id quod bis ſub α ♂, ♂ β, rationali excedit, & quæ ex α ♂, ♂ β, igitur ea quæ ex α γ, γ β, rationali excedunt, cũ media exiſtant, quod eſt impoßibile eſt, Rationale mediumq; potens igitur ad aliud potens ad aliudq; ſignum non diuiditur, ad unũ igitur ſignum diuiditur. quod oportuit demonſtrare.

Euclì. ex Camp. Propoſitio 41

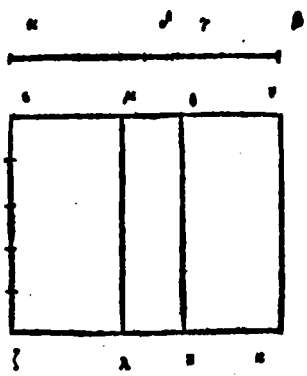
41 **Linea potẽs in duo medialia nequit diuidi in alias duas ſub termi no earum ex quibus coniuncta eſt, ſed in ſuas tantum duas ex quibus componitur eſt diuiſibilis.**

CAMPANVS Hæc enim 41 diuiſa linea a b ad punctum c in eas ex quibus 35 aſſerit eã componi, cæteriſq; ut ſupra tam figura quàm poſitionibus manentibus. probatur ſi/ cut 38. nam dato oppoſito propoſiti, ſequitur oppoſitum 36, quod eſt impoſſibile.

Euclì. ex Zamb. Theorema 35 Propoſitio 47

47 **Bina potens media, ad unum duntaxat ſignum diuiditur in nomina.**

THEON ex Zamb. Sit bina potens media α ϛ diuiſa in γ, ut ipſæ α γ, γ ϛ, potentia ſint incommenſurabiles effi/ cientes (per 35 decimi compoſitum ex eis quæ ex α γ, γ ϛ, medium, quod uero ſub α γ, γ ϛ, mediũ. & inſuper incom/ menſurabile cõpoſito ex ijs quæ ab ipſis ſunt quadratis. Dico quod ipſa α ϛ in alio ſigno non diuiditur, efficiẽs ea quæ propoſita ſunt. Si enim poſſibile, diui datur in ♂, ut uidelicet ipſa α γ ipſi ♂ β, non ſit eadem, ſed maior per hypotheſin ſit α γ, ponaturq; rationalis ϛ ζ, compareturque (per 45 primi ad ipſam ϛ ζ. eis quæ ex α γ, γ β, æquum ϛ υ, ei autẽ quod bis ſub α γ, γ ϛ, æquum ϛ κ. Totum igi/ tur ϛ κ, æquum eſt ei quod ex α ϛ quadrato. Rurſus comparetur ad ipſam ϛ ζ, eis quæ ex α ♂, ♂ β, æquum ϛ λ, reliquum igitur quod bis ſub α ♂, ♂ ϛ, reliquo μ κ eſt æquale. At quoniam medium ſupponitur compoſitum ex ijs quæ ex α γ, γ ϛ, medium igitur eſt & ϛ ζ, & ad rationalẽ ϛ ζ comparatur. Rationalis igitur eſt (per 26 decimi. (θ ϛ, & ipſi ϛ ζ longitudine incõmenſurabilis Id propterea etiam θ ν, rationalis eſt, & ipſi θ κ longitudine incommenſurabilis. Et quoniã cõpoſitũ ex ijs quæ ex α γ, γ ϛ, incommenſurabile ex eo quod bis ſub α γ, γ ϛ, igitur ϛ κ, ipſi θ κ eſt incommenſurabile. Quare & ϛ ipſi θ ν, eſt incõmenſu bilis, ſuntq; rationales. Ipſæ igitur ϛ θ, θ ν, rationales ſunt poteutia tantũ commen ſurabiles, ipſa igitur ϛ ν ex binis nominibus eſt, diuiſa in θ. Similiter iã demõſtra/ bimus quod & in μ diuiſa, & quod ϛ θ ipſi μ ν eſt eadem. Ex binis igitur nominibus in alio & alio ſigno diuiditur quod eſt abſurdum. Bina potens media igitur in alio & alio ſigno non diuiditur: in uno igitur tantum ſigno diuidi tur, quod erat oſtendendum.



Euclì.

Eucli.ex Camp. Binomiorum diffinitions.

1 Si fuerit binomij longior portio breuiore potentior augmento quadrati lineæ communicãtis eidem longiori in longitudine, fueritque eadem longior lineæ positæ rationali communicãs, ipsum uocabitur binomium primum. 2 Si uero breuior positæ rationali communicet, dicetur binomium secundum. 3 Quod si neutra portionum eius positæ rationali communicet, appellabitur binomium tertium. 4 Item si longior breuiore tanto amplius possit quantum est quadratum alicuius lineæ ipsi longiori incommensurabilis in longitudine, fueritq; longior portionum positæ lineæ rationali communicans in longitudine, ipsum nuncupabitur binomium quartum. 5 Si uero breuior, positæ rationali communicet in longitudine, quintum nominabitur. 6 Si autem neutra portionum eius positæ rationali communicet in longitudine, erit binomium sextum.

Eucli.ex Zamb. Binum nominum Diffinitiones.

1 Proposita rationali & ea quæ ex binis diuisa in nomina, cuius nomẽ maius minore maius possit eo quod ex sibi longitudine commensurabili, si maius nomen longitudine commensurabile expositæ rationali, tota uocetur ex binis nominibus prima. 2 Si uero nomen minus longitudine commensurabile fuerit expositæ rationali, uocatur ex binis nominibus secunda. 3 Si autem neutrum ipsorum nominum commẽsurabile longitudine fuerit expositæ rationali, uocatur ex binis nominibus tertia.

4 Rursus iam si maius nomen, minore maius possit eo quod à sibi longitudine incommensurabili, si quidem maius nomen expositæ rationali longitudine commensurabile fuerit, uocatur ex binis nominibus quarta.

5 Si uero minus, quinta, 6 Si uero neutrum, sexta.

Sex igitur existẽtibus sic sumptis rectis lineis, primas ordine facit, tres primas in quibus maior minore maius potest eo quod ex sibi commensurabili, secundas ordine uero reliqua tres, quarum maior minore maius possit eo quod ex sibi incommensurabili, eo quia præstantius est commensurabile incommensurabili. Et insuper primam, in qua maius nomen expositæ rationali commensurabile est. Secundam autem in qua minus, quoniã rursus præstantius est maius minore dum continet minus. Tertiam uero, cuius neutrum nominum expositæ rationali est commensurabile. Et in tribus sequentibus similiter primam prædicti secundi ordinis quartam appellans, secundam uero quintam, ac tertiam sextam.

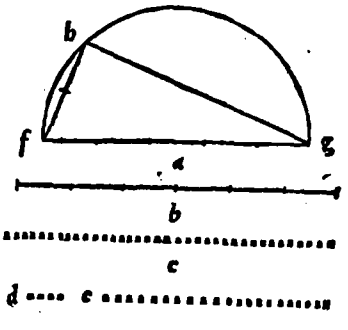
Eucli.ex Camp. Propositio 42

42 BInomium primum inuenire,

CAMPANVS Sit a linea rationalis posita sumanturq; duo numeri quadrati b & c, quorũ e sit diuisibilis in quadratum qui sit d, & in non quadratum qui sit e, ponaturque proportio quadrati lineæ a ad quadratũ lineæ f g, sicut numeri b ad numerum c, eritque ex secunda parte 7 linea f g cõmunicans lineæ

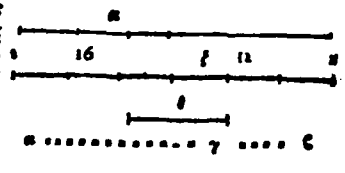
a

a rationali posita in longitudine. Super eam igitur lineetur f g h semicirculus, sitq; proportio quadrati lineæ f g ad quadratū lineæ f h, sicut c ad d, & ducatur linea g h, dico ergo duas lineas f g & g h directe coniunctas, cōponere binomium primum. Est enim linea f g quæ est longior, potētiorq; linea g h quæ est breuior, in quadrato lineæ f h per 10 tertij & penultimā primi, cōmunicat autem linea f h lineæ f g in longitudine per 2 partem 7, cum proportio quadratorū ipsarū f g & f h sit sicut numerorū quadratorū qui sunt c & d. Linea uero g h, conuincitur esse rationalis in potētia tantū non cōmunicans lineæ f g in longitudine, ideoq; neq; lineæ a rationali positæ: cum sit enim quadratū lineæ f g ad quadratū lineæ f h, sicut numerus c ad numerū d, erit per euersam proportionalitatem quadratū lineæ f g ad quadratū lineæ g h, sicut numerus c ad numerū e. Cum itaq; c sit numerus quadratus, sequitur per ultimā partē 7, ut linea g h sit incōmensurabilis lineæ f g longitudine, relinquitur igitur ipsam g h esse rationalē in potentia tantū, & a diuisione lineas f g & g h cōponere binomium primū, quod erat inueniendū. Eucli. ex Zamb. Problema 15 Propositio 48



28 ## Inuenire ex binis nominibus primam.

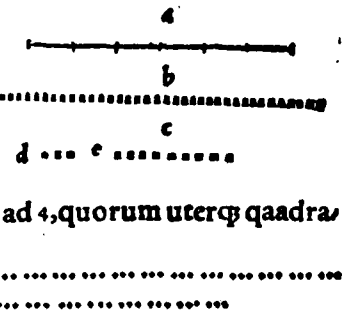
THEON ex Zamb. *Exponantur bini numeri α γ, γ β, ut compositus ex ipsis α β ad β γ rationem habeat quam quadratus numerus ad quadratū numerū, ad ipsum aūt γ α rationē non habeat quam quadratus numerus ad quadratū numerū: exponaturq; quædam rationalis δ, ac ipsi δ cōmensurabilis esto (per correlariū 6 decimi) longitudine ipsa ι ζ, rationalis igitur est ι ζ, fiatq; (per 9 decimi) sicut ε α numerus ad α γ, sic quod ex ι ζ ad id quod ex ζ ι. At α β ad α γ rationē habet quam numerus ad numerū. Igitur & quod ex ι ζ ad id quod ex ζ ι rationem habet quam numerus ad numerū. Quare quod ex ι ζ, ei quod ex ζ ι est cōmensurabile. Est autem rationalis ι ζ, rationalis igitur est & ζ ι. Et quoniam α β ad α γ rationem non habet quam quadratus numerus ad quadratum numerū, neq; quod ex ι ζ ad id quod ex ζ ι rationem habet quam quadratus numerus ad quadratum numerū: incōmensurabilis igitur est ι ζ, ipsi ζ ι lōgitudine. Ipsæ igitur ι ζ, ζ ι, rationales sunt potentia tantum cōmensurabiles, ex binis igitur nominibus est ipsa ι ι. Dico quod & prima. Quoniam enim est sicut β α numerus ad α γ, ita quod ex ι ζ ad id quod ex ζ ι, maior autem est ipse β α ipso α γ, maius igitur est & quod ex ι ζ eo quod ex ζ ι, esto igitur ei quod ex ι ζ æqualia quæ ex ζ ι, θ. Et quoniam est sicut β α ad α γ, sic quod ex ι ζ ad id quod ex ζ ι, conuertendo igitur (per correlar. ū 19 quinti) est sicut α β ad β γ, sic quod ex ι ζ ad id quod ex θ. At α β ad β γ rationem habet quam quadratus numerus ad quadratum numerū, & quod ex ι ζ igitur ad id quod ex θ rationem habet quam quadratus numerus ad quadratū numerū. Commensurabilis igitur est ι ζ ipsi θ longitudine. Ipsa igitur ι ζ quàm ζ ι, maius potest eo quod ex sibi commensurabili. Ipsæq; ι ζ, ζ ι, rationales sunt. Commensurabilisq; est ι ζ ipsi δ longitudine, ipsa igitur ι ι ex binis nominibus prima est, quod erat ostendendum.*



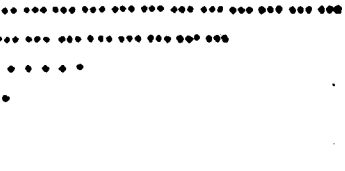
Eucli. ex Camp. Propositio 48

43 ## Binomium secundum reperire.

CAMPANVS. Sit ut prius a rationalis linea posita, b uero numerus quadratus, c uero sit numerus non quadratus diuisibilis in d non quadratū & e quadratū, ita tamen quod proportio totius c qui est nō quadratus ad d qui est etiam non quadratus, sit sicut numerorū quadratorū: talis autem numerus est 12 & 48, diuisibilis enim est 12 in 9 quadratum numerū, & 3 non quadratū, estq; proportio 12 ad 3, sicut 16 ad 4, quorum uterq; qaadratus, eodem modo 48 diuisibilis est in 36 & 12.

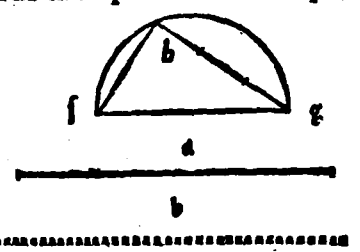


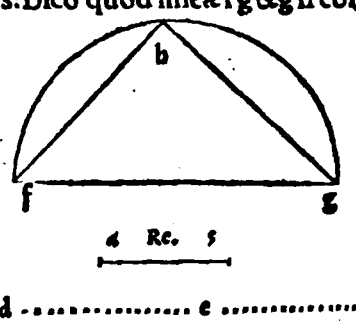
Tales autem numeros sic reperies. Sit a numerus quadratus, b quoque sit unitate minor, cuius quadratū sit c, at uero d proueniat ex b in a, eritq; ex prima incidentiū noni, b, differentia d ad c, ducatur idem a in c, & proueniat e, eritq; e quadratus ex prima parte correlarij 2 noni, eo quod uterque numerorum a & c est quadratus per hypothesin. Fiat rursus f ex a in d, eritq; f



qualem

qualẽ quærimus. Eſt enim ex ultima parte prædicti correlarij numerus f non quadratus. eo quod d numerus ſit nõ quadratus. Si enim d nũerus eſſet quadratus, eſſet quoque b quadratus ex 2 parte eiuſdẽ correlarij 2 noni & ex 22 octaui. & quia a eſt quadratus, eſſet per 16 eiuſdem, tertius continue proportionalis inter a & b, quod eſt impoſſibile, cum ſint ſola unitate diſtantes, non eſt igitur d quadratus, quare nec f, eſt enim f æqualis d & e. quoniam cum b ſit differentia d ad c, ut patet ex præmiſſis. erit per primã incidentiũ noni quod fit ex a in d, æquũ ijs quæ fiunt ex a in b & in c. & quia ex a in b fit d. & in c fit e, ſequitur ut d ſit differentia f ad e, & quia per 18 ſeptimi eſt f ad e ſicut d ad c, erit permutatim f ad d ſicut e ad c. Cumq; uterque duorũ numerorum e & c ſit quadratus, manifeſtum eſt numerum f eſſe qualem uolumus, eſt enim non quadratus diuiſibilis in d non quadratum & e quadratũ, cuius proportio ad d eſt ſicut quadrati ad quadratum uidelicet e ad c. Cætera omnia ſint ut prius: Dico quod lineæ f g & g h componunt binomium ſecũdum. Cum enim ſit a quadratum f g ſicut b ad c, rurſuſque quadratum f g ad quadratum g h ſicut c ad e, erit per æquã proportionalitatem quadratũ a ad quadratũ g h, ſicut b ad e. Cum igitur uterque duorum numerorũ b & e ſit quadratus, erit per 2 partem 7, linea g h cõmunicans in longitudine lineæ a rationali poſitæ, de linea uero f g cõſtat quod ipſa ſit rationalis in potentia tantum non communicans lineæ a rationali poſitæ in longitudine per ultimã partẽ 7, quæ cũ ſit potentior linea g h in linea f h per 10 tertij & penultimam primi, cõmunicet autem linea f h lineæ f g in longitudine per ſecundã partẽ 7, eo quod eorum quadrata ſunt in proportione numerorum c & d quorum eſt proportio ſicut uumerorum quadratorum per hypotheſin, conſtat propoſitum. Aliter quoque idem. Eſto linea g h, cõmunicans a rationali poſitæ in longitudine, quã facile eſt inuenire, ſitq; c numerus quadratus diuiſibilis in quadratum d, & non quadratum e, ſitque proportio quadrati lineæ g h ad quadratum lineæ f g, ſicut numerus e ad numerum c eritq; f incommenſurabilis lineæ g h in longitudine per ultimam partem 7. & potentior ea in quadrato lineæ f h, cui communicat in longitudinẽ primo per conuerſam deinde per euerſam proportionalitatem, & per ſecundam partem 7, ex diffinitione igitur, lineæ f g & g h, componunt binomium ſecundum.

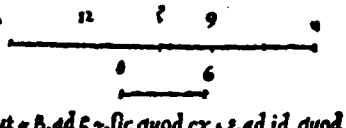




Eucli ex Zamb. Problema 44 Propoſitio 49

49 Comperire ex binis nominibus ſecundam.

THEON ex Zamb. *Explicẽtur bini numeri à 7, 7 β, ut ex ipſis compoſitus α ϵ, ad ϵ 7, rationem habeat quã quadratus numerus ad quadratũ numerũ, ad ipſum autẽ 7 α rationem non habeat quã quadratus numerus ad quadratum numerum. Exponaturq; rationalis δ, ipſiq; δ commenſurabilis eſto longitudine ζ ι, ipſa igitur ζ ι rationalis eſt. Fiat et am (per correlarium 6 decimi,) & ſicut 7 α numerus ad α β, ſic quod ex ι ζ, ad id quod ex ζ ϛ, cõmenſurabile igitur eſt id quod ex ι ζ, ei quod ex ζ ϛ, rationalis igitur eſt & ζ ϛ. Et quoniã 7 α, nũerus ad α ϵ, rationẽ nõ habet quam quadratus numerus ad quadratũ numerũ, neq; igitur quod ex ι ζ, ad id quod ex ζ ϛ, rationem habet quam quadratus numerus ad quadratũ numerum. Incommenſurabilis igitur eſt ι ζ, ipſi ζ ϛ longitudine. Ipſæ igitur ι ζ ζ ι, rationales ſunt potentia tantum commenſurabiles, ex binis igitur nominibus eſt ipſa ϛ ι. Oſtendendum uero quod & ſecunda. Quoniam rurſus eſt ſicut ϵ α, numerus ad α 7 ſic quod ex ϛ ζ ad id quod ex ζ ι, maior autem eſt ϵ α, ipſo α 7, maius igitur & quod ex ϛ ζ, eo quod ζ ι, eſto autem ei quod ex ϛ ζ, æqualia quæ ex ι ζ, ϑ. Conuertẽdo igitur (per correlarium 19 quinti) eſt ſicut α β, ad ϵ 7, ſic quod ex ϛ ζ, ad id quod ex ϑ. At α ϵ ad β 7, rationẽ habet quam quadratus numerus ad quadratum numerũ, & quod ex ϛ ζ, igitur ad id quod ex ϑ, rationẽ habet quam quadratus numerus ad quadratum numerum. Commenſurabilis igitur eſt ϛ ζ, ipſi ϑ, longitudine (per 9 decimi.) Quare ϛ ζ, ipſa ζ ι, maius poteſt, eo quod fit ex ſibi commenſurabili, & ipſæ ϛ ζ, ζ ι, rationales ſunt potentia tantum commenſurabiles, & ζ ι, nomen minus commenſurabile eſt longitudine ipſi δ rationali expoſitæ, ipſa igitur ϛ ι, ex binis nominibus eſt ſecunda, quod erat faciendum.*

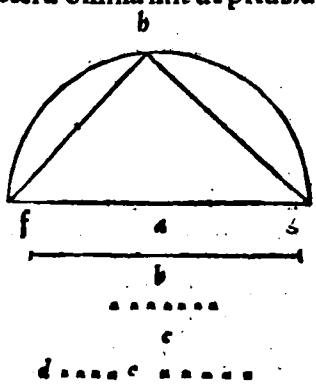


Eucli.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 44

44 # Binomium tertium inueſtigare.

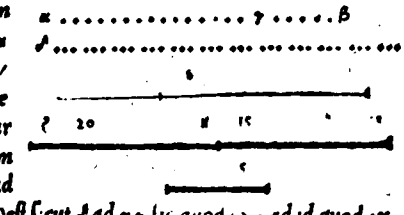
CAMPANVS Binomium quoque tertium ſic reperitur. Poſita ut prius li
nea a rationali in longitudine, ſit b numerus primus c uero quadratus, di/
uiſibilis in quadratum d, & non quadratũ e, Cætera omnia ſint ut prius, di/
co quod duæ lineæ f g & g h cõponunt binomium ter/
tiũ: neutra enim earum eſt commenſurabilis in longitu
dine lineæ a rationali poſitæ. ſed utraque incommenſu
rabilis, f g quidẽ, per ultimã partẽ 7, h g uero, per æquã
proportionalitatem & ultimam partem 7. Eſt enim per
æquam proportionalitatem quadratũ lineæ a ad qua/
dratum lineæ g h ſicut numerus b ad numerũ e, median
tibus hinc quidem quadrato lineæ f g, inde uero nume
ro c, numeri autem b & e non ſunt in proportione ali/
quorum quadratorũ, cũ b ſit numerus primus. ſi enim
eſſent in proportione numerorum quadratorũ neceſ/
ſe eſſet per 16 octaui & octauã eiuſdẽ tertiũ eis in cõtinua
proportionalitate intereſſe, eſſet igitur per 17 eiuſdẽ nu
merus b ſuperficialis, quod eſt impoſſibile, cum ſit pri/
mus per hypotheſin, incommenſurabilis eſt itaq; linea g h, lineæ a rationali poſitæ, ex
ultima parte 7. Quia ergo linea f g potẽtior eſt linea g h in quadrato lineæ f h ex 30 ter
tij & penultima primi. quæ cõmunicat ei in longitudine ex ſecunda parte 7, ex diffini/
tione binomij tertij patet noſtra intentio.



Eucli. ex Zamb. Theorema 15 Propoſitio 50

50 # Inuenire ex binis nominibus tertiam.

THEON ex Zamb. *Exponantur bini numeri α γ, γ β, ut ex ipſis compoſitus α ε, ad ε γ, rationẽ habeat q uã quadratus numerus ad quadratũ numerũ, ad ipſum autẽ α γ rationem non habeat quã quadratus numerus ad qua/
dratũ numerũ. Expliceturq; aliquis etiam alius numerus nõ quadratus δ & ad utrũque ipſorũ ε α, α γ, rationem nõ
habeat quã quadratus numerus ad quadratũ numerũ. Exponaturq; aliqua ratiõalis recta linea quæ ſit ζ. Fiatq; ſi/
cut δ ad α β, ſic quod ex ζ ad id quod ex ζ η. Commenſurabile igitur eſt quod ex ζ, ei quod ex ζ η. Eſt autem ζ,
rationalis, rationalis igitur eſt & ζ η, (per diffinitionẽ,) Et quoniam δ ad α β, rationẽ non habet quã quadratus nu
merus ad quadratũ numerũ, neque quod ex ζ ad id quod ex ζ η, rationẽ habet quã quadratus numerus ad quadratũ
numerũ. Incõmenſurabilis igitur eſt ζ, ipſi ζ η, longitudine (per 9 decimi. Fiat iã rurſus ſicut α ε numerus ad α γ, ſic
quod ex ζ η, ad id quod ex η θ. Commenſurabile igitur eſt quod ex ζ η, ei quod ex η θ. Rationalis autem eſt ζ η, ratio/
nalis igitur & η θ. Et quoniam β α, ad α γ, rationem non habet quam
quadratus numerus ad quadratum numerum, neque quod ex ζ η
ad id quod ex θ η rationẽ habet quã quadratus numerus ad quadra/
tum numerum. Incõmenſurabilis igitur eſt ζ η, ipſi η θ lõgitudine. Ipſæ
igitur ζ η & η θ, rationales ſunt potentia tantũ cõmenſurabiles. Igitur
ipſa ζ θ ex binis nominibus eſt. Aio etiã quod & tertia. Quoniã enim
eſt ſicut δ ad α ε, ſic eſt id quod ex ζ ad id quod ex ζ η, ſicut autẽ β α, ad
α γ, ſic quod ex ζ η ad id quod ex η θ, ex æquali igitur (per 22 quinti,) eſt ſicut δ ad α γ, ſic quod ex ζ η ad id quod ex η
θ. At δ ad α γ, rationẽ non habet quã quadratus numerus ad quadratũ numerũ, neq; quod ex ζ igitur ad id quod ex
η θ, rationem habet quã quadratus numerus ad quadratũ numerũ, incõmenſurabilis eſt igitur ζ ipſi η θ longitudine.
Et quoniã eſt ſicut β α, ad α γ, ſic quod ex ζ η, ad id quod ex η θ, maius igitur eſt quod ex ζ η eo quod ex η θ. Eſto igi/
tur ei quod ex ζ η, æqualia quæ ex η θ, κ. Conuertendo igitur (per 29 quinti & eius correlarium) eſt ſicut α ε ad ε γ,
ſic quod ex ζ η ad id quod ex κ. At α ε, ad ε γ rationẽ habet quã quadratus numerus ad quadratũ numerũ, & quod
ex ζ η igitur, ad id quod ex κ, rationem habet quam quadratus numerus ad quadratum numerũ. Commẽſurabilis
igitur eſt ζ η, ipſi κ lõgitudine. Ipſa igitur ζ η, ipſa η θ maius poteſt eo quod ex ſibi lõgitudine cõmẽſurabili. ipſæq; ζ
η, η θ, rationales ſunt potentia tantum commenſurabiles. Ac neutra ipſarum commenſurabilis eſt ipſi ζ longitudine
ipſa igitur ζ θ, ex binis nominibus tertia eſt, quod inuenire oportebat.*



Eucli. ex Camp. Propoſitio 45

45 # Binomium quartum ſcrutari.

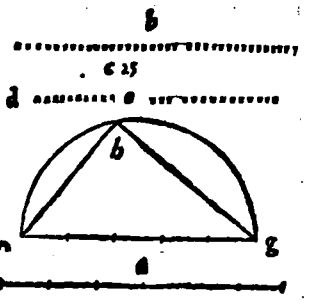
CAMPANVS. In inuentione binomij quarti eodem modo proce/
dendum eſt ſicut in inuentione primi. excepto quod quadratus nume/

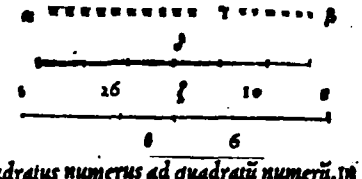
rus c diuidatur in duos non quadratos qui sunt d &c. Cætera omnia negotianda sunt hic ex diffinitione binomij quarti, sicut ibi ex diffinitione binomij primi.

Eucli. ex Zãb. Problema 16 Propositio 51

51 Inuenire ex binis nominibus quartam.

THEON ex Zamb. Exponãtur bini numeri α γ, γ β, ut α β, ad utrũq; ipsorum rationem non habeat quam quadratus numerus ad quadratum numerum, exponanturq; rationalis δ. Ipsiq; δ cõmensurabilis esto longitudine ipsa ι ζ. Rationalis igitur est ipsa ι ζ, Fiatq; sicut ε α numerus ad α γ, sic quod ex ι ζ ad id quod ex ζ ι. cõmensurabile igitur est per diffinitionem quod ex ι ζ, quod ex ζ ι. Rationalis autẽ est (per correlarium 6 decimi,) ι ζ. Rationalis igitur est) per 6 decimi & ζ ι. Et quoniam β α ad α γ rationem non habet quam quadratus numerus ad quadratũ numerũ, neque quod ex ι ζ, igitur ad id quod ex ζ ι, rationẽ habet quã quadratus numerus ad quadratũ numerũ. Incommẽsurabilis igitur est ι ζ, ipsi ζ ι longitudine. Ipsæ igitur ι ζ, ζ ι, rationales sunt potentia tantum commensurabiles. Quare ipsa ι θ, ex binis nominibus est. Dico iam quod & quarta. Quoniam enim est sicut ε α, ad α γ, sic quod ex ι ζ, ad id quod ex ζ ι, maior autẽ est ε α ipso α γ, maius igitur & quod ι ζ, eo quod ex ζ ι, estq; nempe ei quod ex ι ζ, æqualia quæ ex ζ ι, ζ. Cõuertẽdo igitur (per 19 quinti & eius correlariũ sicut α ε, nũerus ad β γ, sic quod ex ι ζ, ad id quod ex θ. Ipse uero α ε, ad ε γ, rationem non habet quã quadratus nũerus ad quadratũ numerũ, neq; igitur quod ex ι ζ ad id quod ex θ, rationẽ non habet quã quadratus numerus ad quadratũ numerũ. Incommensurabilis igitur est (per 9 decimi,) ι ζ, ipsi θ longitudine. Ipsa igitur ι ζ, ipsa ι ζ, maius potest eo quod ex sibi incõmensurabili, & ipsæ ι ζ ι, rationales sunt potentia tantum commensurabiles, & ι ζ, ipsi δ cõmẽsurabilis est longitudine. Ipsa igitur ι ι, ex binis nominibus est quarta, quod erat inueniendum.

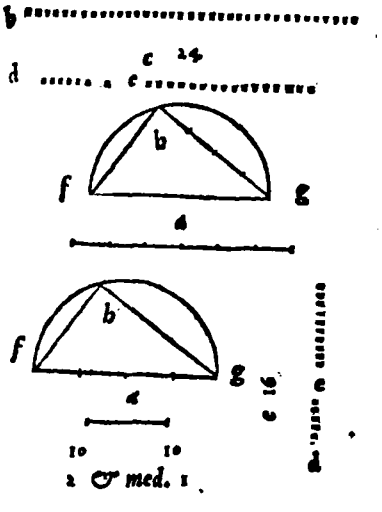




Eucli. ex Camp. Propositio 46

46 Binomium quintum quærere.

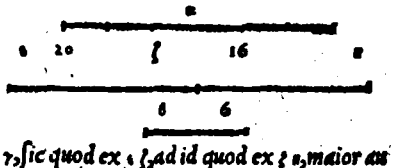
CAMPANVS Huius inuentio sic est sicut binomij secundi exeepto quod numerus c non quadratus diuidetur in d non quadratũ & e quadratũ, ita tamẽ quod proportio c ad d, nõ sit sicut numeri quadrati ad numerũ quadratũ. Cætera omnia sunt hic perquirenda ex diffinitione binomij quinti, sicut ibi quæsita sunt ex diffinitione binomij secundi. Vel pone quod linea g h sit communicans lineæ à rationali positæ in longitudine, & pone numerum c quadratum diuisum in duos non quadratos qui sunt d & e. Pone itaq; proportionem quadrati lineæ g h ad quadratum f g, sicut numeri c ad numerum c, deinde astrue propositum ex ultima parte 7, & præsentibus hypothesibus & cõuersa & euersa proportionibus 7. & iterũ ex ultima parte 7. & diffinitione binomij quinti.



Eucli. ex Zamb. Problema 17 Problema 52

52 Inuenire ex binis nominibus quintam.

THEON ex Zamb. Explicentur bini numeri α γ, γ ε, ut α β, ad utrunque ipsorũ rationem non habeat quam quadratus numerus ad quadratũ numerũ. Exponaturq; aliqua rationalis recta linea δ ac ipsi δ commensurabilis esto (per diffinitionem) longitudine ζ ι, rationalis igitur ipsa ζ ι. Fiatq; sicut γ α ad α ε, sic quod ex ι ζ, ad id quod ex ζ ι. Commensurabile igitur est quod fit ex ι ζ, ei quod ex ζ ι. Rationalis igitur est (per 6 decimi, & ζ ι. Et quoniam γ α ad α β, rationem nõ habet quã quadratus numerus ad quadratũ numerum, neque quod ex ι ζ, igitur ad id quod ex ζ ι, rationem habet quam quadratus numerus ad quadratum numerum. Incommensurabilis igitur est (per 9 decimi) ι ζ, ipsi ζ ι longitudine. Igitur ι ζ. ζ ι, rationes sunt potentia cõmensurabiles, tãtum ex binis igitur nominibus est ipsa ι ι, (per 36 decimi.) Dico iam quod & quinta. Quoniã enim est sicut γ α, ad α β, sic quod ex ι ζ, ad id quod ex ζ ι, * rursus sicut ε α ad α γ, sic quod ex ι ζ, ad id quod ex ζ ι, maior autem est β α ipso α γ, maius igitur est quod ex ι ζ eo quod ex ζ ι. Esto nempe ei quod ex ι ζ, æqualia quæ ex ι ζ, θ.

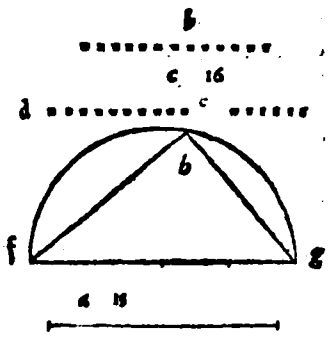


Conuer-

Conuertendo igitur (per 19 quinti & eius correlarium, est sicut α β numerus ad β γ, sic quod ex ε ζ ad id quod ex θ. At α ϛ, ad β γ, rationem non habet quã quadratus numerus ad quadratũ numerum, neque igitur quod ex ε ζ. ad id quod ex θ rationem habet quam quadratus numerus ad quadratum numerũ. Incommensurabilis igitur est (per 9 decimi.) ε ζ, ipsi θ longitudine. Quare ε ζ ipsa ζ κ maius potest eo quod sibi ex incõmensurabili. Suntq; rationales potentia tantum commensurabiles, & ζ κ, nomen minus commensurabile est expositæ rationali δ longitudine. Ipsa igitur ε κ, (per 48 decimi.) quinta est ex binis nominibus, quod erat inueniendum.

47 Eucli. ex Camp. Propositio 47

IN binomio sexto demum oportet insistere.

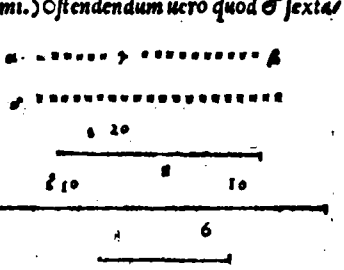


CAMPANVS. Binomium sextum sicut tertium scrutãdum est. & tamen erit hic numerus c diuisus in duos nõ quadratos d & e. Cætera ut ibi, eritq; ex diffinitione binomij 6 linea quam componunt f g & g h sibi inuicem directe coniunctæ binomiũ sextum, quod est propositum inuenire.

53 Eucl. ex Zamb. Problema 18 Propositio 53

Inuenire ex binis nominibus sextam.

THEON ex Zamb. Explicentur bini numeri α γ, γ ϛ, ut α β, ad utrunq; ipsorum rationem nõ habeat quam quadratus numerus ad quadratũ numerũ. Sitq; etiã alius numerus δ non existens quadratus, qui ad utrunque ipsorũ β α, α γ, rationem nõ habet quã quadratus numerus ad quadratum numerum. Exponaturq; aliqua recta linea rationalis quæ sit ε, fiatq; (per diffinitionẽ) sicut δ ad α ϛ, sic quod ex ε ad id quod ex ζ κ. Commensurabilis igitur est (per 6 decimi.) ε ipsi ζ κ, potentia, estq; rationalis ε, rationalis igitur est & ζ κ. Et quoniam δ ad α ϛ, rationem non habet quam quadratus numerus ad quadratum numerum, neque quod ex ε, igitur ad id quod ex ζ κ, rationẽ habet quam quadratus numerus ad quadratũ numerum. Incõmensurabilis igitur est ε, ipsi ζ κ longitudine. Fiat rursus sicut ϛ α ad α γ, sic quod ex ζ κ, ad id quod ex κ θ, Cõmẽsurabile igitur est (per 6 decimi) quod ex ζ κ, ei quod ex κ θ. Ratiõale aũt est quod ex ζ κ, rationale igitur est & quod ex κ θ, ratiõalis igitur κ θ. Et quoniã β α ad α γ rationẽ nõ habet quã quadratus numerus ad quadratũ numerũ, neq; igitur est quod ex ζ κ ad id quod ex κ θ, rationẽ habet quã quadratus numerus ad quadratum numerum. Incõmensurabilis igitur ex ζ κ ipsi κ θ lõgitudine. Ipsæ igitur ζ κ, κ θ, rationales sunt potentia tãtum, ex binis igitur nominibus est ζ θ, (per 36 decimi.) Ostendendum uero quod & sexta. Quoniã enim est sicut δ ad α ϛ, sic quod ex ε, ad id quod est ζ κ, est autem & sicut ϛ α ad α γ, sic quod ex ζ κ ad id quod ex κ θ, ex æquali igitur (per 22 quinti,) est sicut δ ad α γ, sic quod ex ε ad id quod ex κ θ. At δ ad α γ, rationem non habet quam quadratus numerus ad quadratum numerum, neque igitur quod ex ε, ad id quod ex κ θ, rationem habet quam quadratus numerus ad quadratum numerum. Incõmensurabilis igitur est ε ipsi θ κ, longitudine, patuit autem quod & ipsi ζ κ. Incõmẽsurabilis est igitur utraque ipsarum ζ κ, & κ θ, ipsi ε longitudine. Et quoniam est sicut β α, ad α γ, sic est quod ex ζ κ, ad id quod ex κ θ, maius igitur est quod ex ζ κ eo quod ex κ θ. Esto igitur ei quod ex ζ κ æqualia, quæ ex κ θ. λ. Conuertendo igitur (per 19 quinti & correlarium eiusdem) sicut α ϛ ad ϛ γ, sic quod ex ζ κ ad id quod ex λ. At α ϛ, ad ϛ γ, rationẽ non habet quã quadratus numerus ad quadratum numerum. Quare neque quod ex ζ κ, ad id quod ex λ, rationẽ habet quam quadratus numerus ad quadratũ numerũ. Incõmensurabilis igitur est ζ κ ipsi λ lõgitudine, ipsa igitur ζ κ, ipsa κ θ maius potest eo quod ex sibi incommensurabili. Suntq; ipsæ ζ κ, κ θ, rationales, potẽtia tantũ cõmẽsurabiles. Ac ipsarũ ζ κ, neutra commensurabilis est longitudine ipsi ε expositæ rationali, ipsa igitur ζ θ, ex binis nominibus est sexta, quod erat inueniendum.

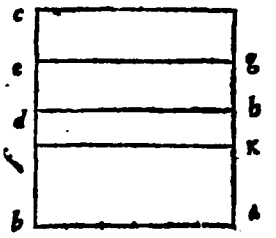


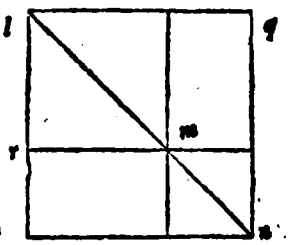
Eucli. ex Camp. Propositio 48

48 SI fuerit superficies binomio primo lineaq; rationali contenta, latus quod super eam potest binomium esse necesse est.

CAMPANVS Sit superficies a c, cõtenta linea ratiõali a b, & binomio primo quod sit b c. Dico quod latus tetragonicum superficiei a c est binomiũ Sit enim punctus d communis terminus duarũ portionũ binomij primi in b c, cuius maior portio sit b d, eritq; rationalis in longitudine ex diffinitione, & commensurabilis lineæ a b rationali positæ. Diuidatur item minor portio quæ est d c per æqualia ad punctũ e, lineaq; d b diuidatur sub ea conditione ad punctũ f. quod inter partes eius quæ sunt b f, & f d, cadat d e medio loco proportiõalis, quod qualiter fiat in 13 dictũ est.

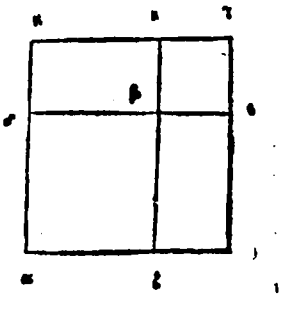
ducantur autẽ lineæ e g, d h, f k, æquidistãtes lineæ a b. Et quia ex diffinitione binomij primi linea d b est potẽtior linea d c in quadrato lineæ sibi cõmunicãtis in lõgitudine, sequitur ex secũda parte 13 quod duæ lineæ b f & f d sint cõmu cantes, per 9 igitur est utraque earũ cõmunicãs toti lineæ b d. quare per diffinitionẽ ambæ sunt ratiõales in longitudine. i/ deoq; per 15 utraq; earũ cõmunicãs toti lineæ b d, quare per 15 utraq; duarũ superficierũ a f & f h. est ratiõalis. Describatur itaq; quadratũ l m cuius latus l r, æquale superficiei a f. cui cir componatur gnomo protracta diagonali l m n, ad eam quan titatẽ, qd ipsius gnomonis quadratũ quod sit m n, sit æquale superficiei f h. duoq; eius supplemẽta sint p m & m q. quæ ne cesse est esse æqualia duabus superficiebꝰ d g & g c. Quod sic collige. Cũ enim sit linea d e medio loco ꝓportiõalis inter li neas b f & f d erit superficies d g, ex 1 sexti medio loco ꝓpor tionalis inter superficies a f & f h, quare & inter quadrata l m & m n. Et quia supplementũ p m est etiã medio loco pro/ portionale inter quadrata dicta ex prima sexti, sequitur ut p m sit æqualis d g, ideoq; m q, g c, igitur linea l p. est latus te tragonicũ superficiei a c. Hanc lineã dico esse binomiũ. Cũ sint enim ambo quadrata l m. & m n, rationalia, erũt ex dif finitione duæ lineæ l r & r p potentialiter rationales. Est au tem per primam sexti a f ad d g, sicut b f ad d e: sed b f est in/ cõmẽsurabilis d e, scilicet, quia b f est rationalis simpliciter, ut probatũ est, d e uero quia cõmunicat in lõgitudine d c rationali in potentia tantũ. erit etiã ipsa rationalis in potẽ tia tantũ per 15, qd ex præmissis hypothesibus manifestũ est. Itaq; per 2 partẽ 10, superfi ciesa f. est incõmẽsurabilis superficiei d g, igitur & quadratũ l m, supplemẽto p m, quare per primã sexti & secũdã partẽ 10 linea l r. est incommẽsura/ bilis lineæ r p. Ex 30 igitur constat lineã l p esse binomiũ, quod erat monstrandũ.

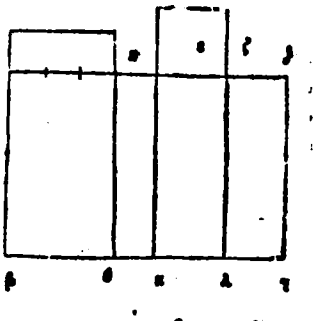




THEON *Lemma.*

Sint bina quadrata α β, β γ, *ponaturq;* (per 14 primi. *ut* ♪ β, *ipsi* ϵ 1, *sit in re/ ctas lineas. In rectas lineas igitur est* ♂ ζ ϵ, *ipsi* ϵ 2. *Cõpleaturq; parallelogram/ mum* α γ, *Dico quod* α γ, *quadratum est,* ♂ *quod* ♪ 2, *ipsorum* α ϵ, β γ, *medium est proportionale,* ♂ *insuper* ♪ γ, *ipsorum* α γ, γ β, *medium proportionale est. Quoniam enim* ♪ β, *ipsi* ϵ ζ *est æqualis,* ♂ β 1 *ipsi* β 2, *tota igitur* ♪ 1 *toti* ζ 2 *est æ qualis. Sed* ♪ 2, *utriq; ipsarum* α θ, 2 γ *est æqualis. Igitur* (per 33 primi (*parallelo grammum* α γ, *æquilaterum est, est quoque* ♂ *rectangulum, quadratum igi/ tur est* α γ, (per 46 primi) *Et quoniam est sicut* ζ β *ad* ϵ 2, *sic* ♪ ϵ, *ad* ϵ 1, *sed si/ cut quidẽ* ζ ϵ, *ad* ϵ 2, *sic* (per primam sexti, α ϵ, *ad* ♪ 2, *sicut uero* ♪ ϵ, *ad* β γ, *sic* ♪ 2, *ad* ϵ γ, ♂ *sicut igitur* α β *ad* ♪ 2, *sic* ♪ 2 *ad* ϵ γ. *Igitur* ♪ 2, *ipsorũ* α ϵ, β γ, *mediũ proportionale est. Dico iam* ♂ *quod* ♂ ♪ γ, *ipsorũ* α γ, γ β, *medium proportionale est. Quoniã enim est sicut* α ♪ *ad* ♪ 2, *sic est* 2 *ad* 2 γ, (*æqua/ lis est enim altera alteri*) ♂ *cõponẽdo* (per 16 quinti) *sicut* α 2 *ad* 2 ♪. *sic* 2 γ. *ad* γ 2, *sed sicut* α 2, *ad* 2 ♪, *sic* α γ, *ad* γ ♪, *sicut autẽ* 2 γ *ad* γ 2, *sic* (per *primã sexti* ♪ γ, *ad* γ ϵ, *igitur* ♪ γ, *ipsorum* α γ, γ ϵ, *medium* ♂ *proportionale est.*





Eucl. ex Zamb. Problema 16 Propositio 54

54 Si areola comprehendatur sub rationali ac ex binis nominibus prima, quæ areolam potest ir/ rationalis est, ex binis nominibus uocata.

THEON ex Zamb. *Areola etenim* α ϵ γ ♪, *cõprehẽdatur sub rationali* α β, ♂ *ex prima ex duobus nominibus* α ♪. *Dico quod ipsam* α γ *areolã po tens irratiõalis est, ex binis uocata nominibus. Quoniã enim ex binis nomi nibus est prima ipsa* α ♪, *diuidatur* (per 42 decimi *in nomina in* 1, *sitque ma ius nomẽ* α 1. *Manifestũ iam. quod ipsæ* α 1, 1 ♪, *ratiõales sunt potentia tantũ cõmensurabiles,* ♂ α 1, *ipsa* 1 ♪, *maius potest eo quod ex sibi cõmensurabi li* ♂ α γ, per 48 decimi) *cõmensurabilis est expositæ rationali* α ϵ *lõgitudi ne. Secetur iã* (per 10 primi 1 ♪, *bifariã in signo* ζ. *Et quoniã* α 1, *ipsa* 1 ♪, *ma ius potest eo quod ex sibi commensurabili, si quartæ igitur parti eius quod*

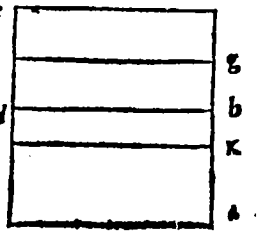
ex

ex minore hoc eſt ei quod ex ι ξ,æquũ ad maiorẽ α ι cõparatũ fuerit deficiens forma quadrata,in cõmẽſurabilia di ſtribuit (per 17 decimi. Cõparetur (per 28 ſexti) igitur ad ipſam α ι,ei quod ex ι ξ,æquũ quod ſub α υ.υ ι, cõmenſu bilis igitur eſt α υ,ipſi υ ι lõgitudine. Excitẽturq; (per 31 primi) per ipſa υ,ι.ξ,utriq; ipſarũ α ϛ,ϑ γ,paralleli υ ϑ,ι ϰ,ξ λ. Et ipſi quidẽ α ϑ parallelogrãmo,æquũ (per.14 ſecũdi quadratũ cõſtituatur σ ν,ipſi autẽ υ α,ν π. Ponãturq; (per.14 primi) ſicut in rectas lineas μ ν,ipſi ν ξ,in rectas igitur lineas eſt & ρ ν,ipſi ν ο. Cõpleaturq; ipſum σ π.parallelogram mũ,quadratũ igitur eſt σ π. Et quoniam quod ſub α υ,υ ι,æquum eſt ei quod ι ξ,eſt igitur (per cõſtructionem) ſicut α υ,ad ι ξ,ſic ξ ι,ad ι υ. & ſicut igitur (per 1 ſexti,) α ϑ,ad ι λ,ſic ι λ,ad α υ. Ipſorum igitur α ϑ,υ υ, mediũ ι λ proportio nale eſt. Sed α ϑ,quidẽ,æquũ eſt ipſi ζ ν,& υ υ,æquũ eſt ipſi ν π. Ipſorũ igitur σ ν,ν π,mediũ ι λ,proportiõale eſt. Eſt aũt ipſorũ σ ν,ν π,mediũ μ ρ proportiõale,(per præoſtẽſum lẽma,æquũ eſt igitur μ ρ,ipſi ι λ. Sed μ ρ,quidẽ,ipſi ο ξ, æquũ eſt,& ι λ,ipſi ξ γ,totũ igitur ι γ,ipſis μ γ,ο ξ,eſt æquale. Sũt aũt & ipſa α ϑ.υ υ,ipſis σ ν,ν π,æqualia,(per 44 pri mi,)totũ igitur α γ,æquũ eſt toti σ π,hoc eſt ei quod ex μ ξ,quadrato,igitur ipſa μ ξ,ipſum poteſt α γ. Dico iã quod & ipſa μ ξ,ex binis nominibus eſt. Quoniã enim cõmẽſurabilis eſt (per 17 decimi,) α υ ipſi ι υ,cõmẽſurabilis igitur eſt (per 12 decimi,& diffinitionẽ,& α ι,utriq; ipſarũ α υ,υ ι. Supponitur aũt (per diffinitionẽ primæ) α ι ipſi ι β,cõmẽ ſurabilis,& ipſæ igitur α υ,υ ι,ipſi α ϛ,ſũt cõmẽſurabiles. Ratiõalis uero eſt α ϛ,ratiõalis igitur eſt & utraq; ipſarũ α υ,υ ι. Ratiõale igitur eſt & utrũq; ipſorũ α ϑ,υ κ. Cõmẽſurabile aũt eſt (per 1 ſexti & 11 decimi) ϐ ϑ ipſi υ κ. Sed α ϑ, ipſi quidẽ σ ν eſt æquale,ipſum uero υ κ,ipſi ν π,& ipſa igitur σ ν,ν π,hoc eſt quod ex μ ν.ν ξ. ratiõalia ſunt & cõmẽſurabi lia. Et quoniã incõmẽſurabilis eſt α ι,ipſi ι ♂ lõgitudine,ſed ipſa qdẽ α ι ipſi α υ,eſt cõmẽſurabilis,ipſa aũt ♂ ι ipſi ι ξ cõmẽſurabilis (per 13 decimi) incõmẽſurabilis igitur eſt & α υ,ipſi ι ξ. Quare & α ϑ,ipſi ι λ,incõmẽſurabile eſt. Sed α ϑ,quidẽ ipſi σ ν,eſt æquale,ipſum uero ι λ,ipſi μ ρ,& σ ν,igitur ipſi μ ρ.incõmẽſurabile eſt. Sed ſicut σ ν ad μ ρ,ſic & ο ν ad ν ρ,incõmẽſurabilis igitur eſt ο ν ipſi ν ρ. Aequalis aũt eſt ο ν ipſi μ ν,& ν ρ ipſi ν ξ,incõmẽſurabilis igitur eſt μ ν, ipſi ν ξ. Et quod ex μ ν,cõmẽſurabile eſt ei quod ex ν ξ,& utrũq; ratiõale. Ipſæ igitur μ ν,ν ξ,ratiõales ſunt potẽtia tã tũ cõmenſurabiles,ipſa igitur μ ξ,ex binis nominibus eſt ipſumq; α γ.poteſt quod erat oſtendendum.

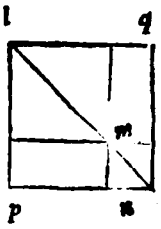
Eucli.ex Camp.

Propoſitio 49

49 SI fuerit ſuperficies linea ratiõali binomioq; ſecũdo contenta, la tus eius tetragonicũ erit bimediale primũ.



CAMPA. Sit eadẽ figura eædẽq; hypotheſes quæ in præmiſ ſa,eritq; ex diffinitiõe binomij ſecũdi,linea d c.rõnalis in lõgi tudine,quare per 15 utraq; duarũ ſuperficierũ d g et g c,(ideo que & duo ſupplemẽta p m,m q) erit ratiõalis,linea uero b d erit ratiõalis in põtẽtia tãtũ,& diuiſa in duas lineas cõmuni cãtes f d & b f,ex diffinitione binomij ſecũdi & præmiſſis hy potheſibus,& ſecũda parte 13 per 9 igitur erit utraq; duarũ ſu perficierũ a f & f h ,(ideoq; & utrunq; quadratorũ l m & m n) medialis,itaq; ambæ lineæ l r & r p,ſũt mediales in potẽtia quoq; cõmu nicãtes,nam cũ linea b f cõmunicet lineæ f d,ſequitur ut a f cõmunicet f h. quare quadratũ l m,quadrato m n,ideoq; & linea l r,lineæ r p in po tẽtia,in lõgitudine aũt nõ cõmunicãt,qm̃ per 1 ſexti una earũ ad alterã eſt ſitut l m ad m p. Cũ igitur l m nõ cõmunicet m p:eo quod altera me dialis uidelicet l m,altera uero ratiõalis uidelicet m p,ſequitur ut l r nõ communicet in lõgitudine r p. Quia igitur ipſæ cõtinẽt ſuperficiẽ ratio nalẽ quæ eſt m p,conſtat lineam l p ex 31 huius,eſſe bimediale primum.



Eucli.ex Zamb. Theorema 37 Propoſitio 55

55 Si areola comprehenſa fuerit ſub rationali,& ex binis nominibus ſecun da,areolam potens irrationalis eſt, uocaturq; ex binis mediis prima.

THEON ex Zãb. Cõprehẽdatur areola α β γ ♂.ſub rationali α ϛ,ac ex binis nominibus ſecũda α ♂. Dico quod α γ areã potens,ex binis mediis eſt prima. Quoniã enim ex binis nominibus ſecũda eſt α ♂,diuidatur in nomina in ſigno ι,ut maius nomẽ ſit α ι,ipſæ igitur α ι,ι ♂,(per 49 decimi) rationales ſunt potẽtia tantũ cõmẽſurabiles,& α ι, ipſa ι ♂ maius poteſt eo quod ex ſibi commenſurabili,ac nomẽ minus ι ♂ commenſurabile eſt ipſi α ϛ longitudine. Secetur (per 10 primi,) ipſa ι ♂ bifariam in ſigno ξ.& ei quod ex ι ξ,æquum ad ipſam α ι comparetur (per 28 ſexti, deficiẽs forma quadrata quod ſub α υ,υ ι,commẽſurabilis igitur eſt (per 17 decimi) α υ,ipſi υ ι lõgitudine. Et per ipſa υ,ι,ξ,ſigna excitẽtur (per 31 primi) paralleli ipſis α β,γ ♂,ſintq; υ ϑ,ι υ,ξ λ. Ac ei quidẽ quod eſt α ϑ,paralle logrãmo cõſtruatur (per 14 ſecũdi) æquũ quadratũ σ ν,ipſi autẽ υ υ,æquũ quadratũ ν π. Ponãturq; per 14 primi,ſic in rectas lineas,μ ν,ipſi ν ξ,in rectas lineas igitur eſt & ρ ν,ipſi ν ο. Cõpleaturq; σ π quadratũ. Manifeſtũ iã eſt,ex præ oſtenſo lẽmate quod μ ρ mediũ proportionale eſt ipſorũ σ ν,ν π,& per præcedẽs theorema æquũ ipſi ι λ,& quod α γ areã poteſt μ ξ. Oſtẽdendũ iam quod μ ξ,ex binis mediis eſt prima. Quoniã α ι,ipſi ι ♂ eſt incõmenſurabilis lõgi tudine,cõmẽſurabilis autẽ eſt (per 49 decimi,ι ♂,ipſi α β,incõmenſurabilis igitur per 13 decimi,eſt α ι,ipſi α ϛ,longi

tudine. Et quoniã cõmẽſurabilis eſt α ι, ipſi ι ι, cõmẽſurabilis eſt & α ι, utriq; ipſa rũ α ι, ι ι. Et α ι, ratiõalis eſt, ratiõalis igitur & utraq; ipſarũ α ι, ι ι, per cõparationẽ. Et quoniã incõmẽſurabilis eſt α ι, ipſi α β, cõmẽſurabilis autẽ eſt α ι, utriq; ipſarũ α ι, ι ι, & ipſæ α ι, ι ι, igitur incõmẽſurabiles ſunt ipſi α ϛ. Ipſæ ϛ α, α ι, ι ι, igitur (per 13 decimi,) ratiõales ſunt potẽtia tantũ cõmenſurabiles. Quare (per 21 decimi,) utrũq; ipſorũ α θ, ι ι, mediũ eſt, quare & utrũq; ipſorũ σ ν, ν π, mediũ eſt, & ipſæ μ ν, ν ξ, igitur mediæ ſunt (per 21 decimi.) Et quoniã cõmenſurabilis eſt α ι ipſi ι ι lõgitudine, commẽſurabile eſt & α θ ipſi ι ι, hoc eſt σ ν ipſi ν π, hoc eſt quod ex μ ν ei quod ex ν ξ. quare & ipſæ μ ν, ν ξ, potentia ſunt commenſurabiles. Et quoniã incommẽſurabilis eſt α ι, ipſi ι δ, lõgitudine, ſed ipſa quidem α ι cõmenſurabilis eſt ipſi α ι, & ι δ, ipſi ι ξ, incõmenſurabilis igitur eſt (per 13 decimi) α ι ipſi ι ξ. Quare (per 1 ſexti, & 11 decimi & α θ, ipſi ι λ incõmenſurabile eſt, hoc eſt σ ν, ipſi μ ρ, hoc eſt ο ν, ipſi ν ρ, hoc eſt μ ν, ipſi ν ξ, incõmẽſurabilis lõgitudine eſt. Oſtenſum autẽ eſt quod ipſæ μ ν, ν ξ, mediæ exiſtẽtes, potẽtia ſunt cõmenſurabiles. Ipſæ igitur μ ν, ν ξ, mediæ ſunt potẽtia tantũ cõmenſurabiles. Dico iã quod & ratiõale cõprehẽdunt. Quoniã enim δ ι ſupponitur utriq; ipſarũ α β, ι ξ cõmenſurabilis, commenſurabilis igitur (per 12 decimi) eſt & ξ ι ipſi ι ι. Et utraq; ipſarũ rationalis, rationale igitur eſt ι λ, hoc eſt μ ρ. Sed μ ρ, eſt quod ſub μ ν, & ν ξ. Si uero (per 37 decimi) binæ mediæ potentia tantũ cõmenſurabiles, compoſitæ fuerint rationale cõprehẽdentes, tota irrationalis eſt, uocaturq; ex binis prima medijs. Igitur ipſa μ ξ, ex binis eſt prima medijs. Quod erat oſtendendum.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 50

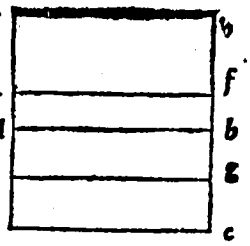
50 Si binomio tertio ac linea rõnali ſupficies cõtineat, linea in eã potẽs erit bimediale ſecũdm CAMPA. Diſpoſitio & hypotheſes maneãt ut ſupra. Eritq; ex his hypotheſibus & diffinitiõe binomij tertij & 19, unaquæq; quatuor ſuperficierũ in quas diuiſa eſt ſuperficies a c, medialis, quare utrũq; duorũ quadratorũ l m, m n, & utrũq; ſupplemẽtorũ p m & m q, erit etiã mediale, utraq; igitur duarũ linearũ l r & r p, erit medialis. Et cũ duæ ſuperficies a f & f h ſint cõmunicãtes, eo quod duæ lineæ b f & f d ſint cõmunicãtes, per ſecundã partẽ 15 erunt duæ lineæ l r & r p cõicantes in potẽtia, in lõgitudine uero, non quia ſuperficies l m nõ cõmunicat cũ ſuperficie m p, eo quod neq; a f cõmunicat cũ d g. Nã linea b f non cõicat cũ d e, cũ igitur ipſæ contineant ſuperficiẽ quæ eſt p m, cõſtat ex 32 lineã l p eſſe mediale ſecũdũ. Quod eſt propoſitũ. Eucli. ex Zãb. Theorema 28 Propoſitio 56

56 Si ſuperficies ſub ratiõali, & ex binis nominibus tertia cõprehẽſa fuerit, ſuperficiem potẽs irrationalis eſt, appellaturq; ex binis ſecũda medijs.

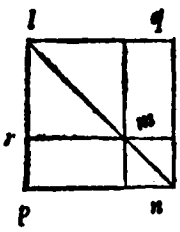
THEON ex Zamb. Areola nãq; α β γ δ, cõprehẽdatur ſub rõnali α ϛ, ac ex binis noĩbus tertia α δ diuiſa in noĩa in ι, quorum maius ſit α ι. Dico quod areolã α γ, potẽs irrõnalis eſt, uocaturq; ex binis ſecũda medijs. Conſtruãtur nãq; cadẽ quæ prius. Et quoniã α δ, ex binis eſt tertia noĩbus, ipſæ igitur α ι, ι δ, rationales ſunt potentia tantũ cõmẽſurabiles, & ipſæ α ι, ipſa ι δ, maius poteſt eo quod ex ſibi cõmẽſurabili, & ipſarũ α ι, ι δ, neutra ipſi α ϛ, eſt cõmẽſurabilis lõgitudine. Similiter iã ex ijs quæ prius ſunt oſtẽſa, demonſtrabimus, quod ipſæ μ ν, ν ξ, mediæ ſunt potẽtia tantum cõmenſurabiles. Quare μ ξ, ex binis eſt medijs. Oſtendendũ etiã quod & ſecũda, Quoniã incõmenſurabilis eſt (per 50 decimi,) δ ι, ipſi α β, lõgitudine, hoc eſt ipſi ι ι, atqui δ ι cõmẽſurabilis eſt ipſi ι ξ, incõmẽſurabilis igitur eſt per 13 decimi ι ξ, ipſi ι ι lõgitudine. Sũtq; rõnales, ipſæ ξ ι, ι ι, igitur rõnales ſunt potentia tãtũ cõmẽſurabiles. Mediũ igitur (per 21 decimi eſt ι λ, hoc eſt μ ρ, cõprehẽditurq; ſub μ ν, ν ξ, mediũ igitur eſt quod ſub μ ν, ν ξ, Ipſa igitur μ ν ξ, ex binis eſt ſecũda medijs, Quod fuerat oſtendẽdũ. Eucl. ex Cãp Propoſitio 51

51 Si linea rationali binomioq; quarto ſuperficies cõtineatur, quæ in eam ſuperficiem poteſt eſt linea maior.

CAM

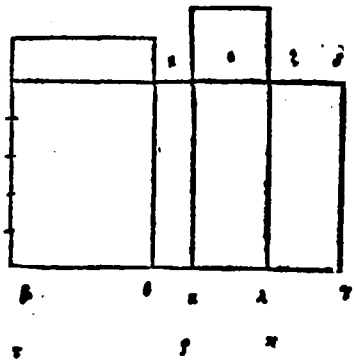


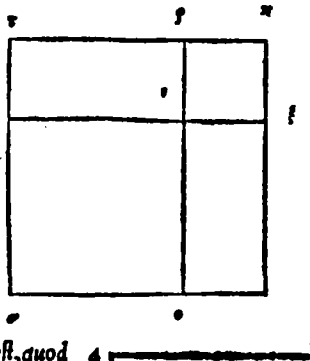
CAMP. Cũctis ut in præmiſſis manẽtibus, erit ex hypotheſi & diffinitione binomij 4 & 19 utraq; duarũ ſuperficierũ d g & g c (quare & utraq; duarũ p m & m q) medialis, duoq; quadrata l m & m n pariter accepta, ratiõale eo q; ſuperficies a d eſt rõnalis per diffinitionẽ binomij quarti & 15. Et quia d b diuidi-
tur in pũcto f in duo incõicãtia per ſecũdã partẽ 14, erit ſuperficies a f incõmẽſurabilis ſuperficiei f h, ideoq; & quadratũ l m. quadrato m n. Duæ igitur lineæ l r & r p, ſunt incõmẽſurabiles in potẽtia quæ cũ cõtineant ſuperficiẽ me dialẽ p m & earũ quadrata ambo pariter accepta ſint rõnale, cõſta t per 39 lineã l p eſſe lineã maiorem. Quod erat demõſtrãdũ. Eucl. ex Zãb. Theorema 39 Propoſitio 57



57 **Si areola ſub rationali ac ex binis quarta noibus cõprehẽſa fuerit ipſam areolã potẽs irrõnalis eſt, uocaturq; maior.**

THEON ex Zãb. *Areola nãq; α γ, cõprehẽdatur ſub rõnali α β, & ex binis quarta nomibus α δ diuiſa in noĩa in ι, quorũ maius eſto α ι. Dico quod areolã α γ, potẽs irrationalis eſt appellata maior. Quoniã enim α δ ex binis eſt quarta noibus, ipſæ igitur α ι, ι δ, rõnales ſũt potẽtia tantũ cõmẽſurabiles, & α ι, ipſa ι δ maius poteſt eo quod ex ſibi incõmẽſurabili, & α ι, ipſi α ε, lõgitudine cõmenſurabilis eſt Secetur (per 10 primi) δ ι, bifariã in ζ, & ei quod ex ι ζ, æquũ, ad μ ι, cõparetur (per 44 primi) parallelogrãmũ quod ſub α ι, ι ι. Incõmẽſurabilis igitur eſt (per 18 decimi, α ι, ipſi ι ι lõgitudĩe, excitẽtur (per 31 primi) parallelι ipſi α ε, ſintq; ι θ, ι κ, ζ λ. Fiãtq; reliqua eadẽ ſicut in præcedẽti, Manifeſtũ iã eſt quod μ ξ, eſt potẽs ipſam α γ. Oſtẽdẽdũ uero quod μ ξ irrõnalis eſt, appellata maior. Quoniã incõmẽſurabilis eſt α ι ipſi ι ι lõgitudine, incõmẽſurabile (per 1 ſexti & 11 decimi,) eſt & α θ ipſi ι ι, hoc eſt σ ν ipſi ν κ. Ipſæ igitur μ ν, ν ξ, potẽtia ſunt incõmẽſurabiles Et quoniã cõmẽſurabilis eſt ι ι, ipſi α ε lõgitudine, rõnale eſt α ι. Et æquũ eſt eis quæ ex μ ν, ν ξ, rationale igitur eſt, cõſtatũ ex ijs quæ ex μ ν, ν ξ. Et quoniã (per 34 decimi) incõmẽſurabilis eſt δ ι ipſi α β lõgitudine, hoc eſt ipſi ι ι, ſed (per 19 decimi δ ι cõmẽſurabilis eſt ipſi ι ξ, incõmẽſurabilis igitur eſt ι ζ, ipſi ι ι lõgitudine. Ipſæ igitur ι ι, ι ζ, rationales ſunt potẽtia tantũ commenſurabiles. Mediũ (per 21 decimi) igitur eſt λ ι, hoc eſt μ ρ. Cõprehenditurq; ſub μ ν, ν ξ, mediũ igitur eſt quod ſub μ ν, ν ξ. Et cõpoſitũ ex ijs, quæ ex μ ν, ν ξ, ratiõale, & μ ν, ipſi ν ξ potẽtia incõmẽſurabilis eſt. Si autẽ (per 39 decimi duæ lineæ potẽtia incõmẽſurabiles cõpoſitæ fuerint efficiẽtes cõpoſitũ ex ijs quæ ex ipſis ſunt quadratis ratiõale, quod uero ſub ipſis mediũ, tota irrationalis eſt, appellatur aũt maior. Ipſa igi-*



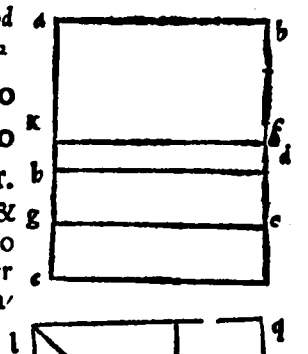


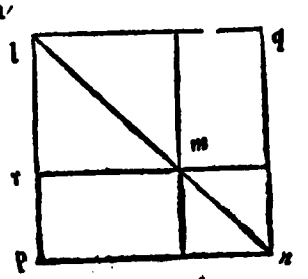
tur μ ξ irrõnalis eſt, uocata maior ipſam q; α γ areolã poteſt, quod erat oſtendendũ. Eucli. ex Camp. Propoſitio 52



52 **I fuerit ſupficies linea rõnali atq; binomio quinto cõtẽta, quæcũq; in eã linea põt, potẽs in rõnale & mediale eſſe, ex neceſſitate cõuincitur.**

CAMP. Nec in hac quoq; eſt aliquid ex priorũ diſpoſitiõe & poſitiõibus mætãdum, eis enim manentibus erit ex ijs quæ poſita ſunt in diffinitiõe binomij quinti & 15. utraq; duarũ ſuperficierũ d g & g e quare utraq; duarũ p m & m q, ratiõalis tota-
que a d quare & duo quadrata l m m n pariter aicepta, medialis ex 19. Cũq; ex ſecũda parte 14 ſit linea f b incommenſurabilis lineæ f d, ideoq; ſuperficies a f ſuperficiei f h, & quadrato m n, erit linea l r incõmenſurabilis in potẽtia lineæ r p. At quia ipſæ cõtinent ſuperficiẽ rõnalẽ p m, & earũ quadrata ambo pariter accepta ſunt mediale, cõclude ex trigeſimaquarta lineã l p eſſe potẽtẽ in rationale & mediale. Qđ promiſſum eſt. Eucl. ex Zãb. Theorema 40 Propoſitio 58

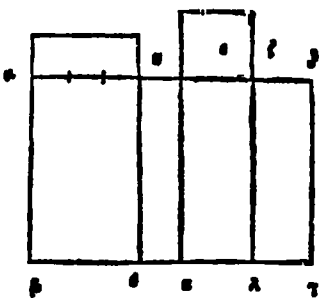


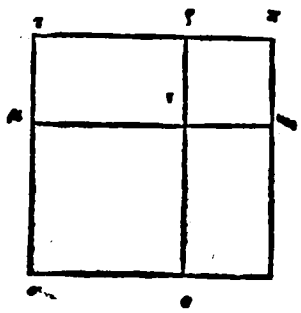


58 **Si areola cõprehendatur ſub rationali, ac ex binis quinta nominibus, areo**

lam potens irrationalis eſt, appellata rationale mediumq́ potens.

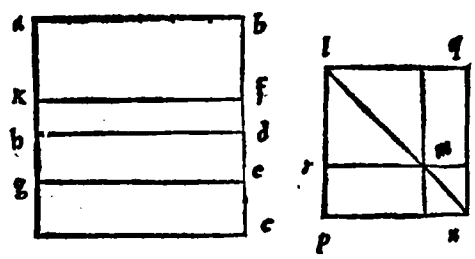
THEON ex Zãb. Areola etenim α γ, cõprehẽdatur ſub ratiõali α β, ac ex binis quinta noĩbus α δ diſtũcta in noĩa in ε, ut maius nomẽ ſit α ε. Dico quod ipſam α γ, areolã potẽs irrõnalis eſt, appellata ratiõale mediũq́ potẽs. Cõſtruãtur enim ea quæ ſuperius demõſtrata ſũt. Nõ dubiũ quod α γ areolã potẽs, eſt μ ξ. Oſtẽdendũ iã, quod μ ξ eſt rõnale mediũq́ potẽs. Quoniã enim incõmẽſurabilis eſt α ξ, ipſi α ε, incõmẽſurabile igitur eſt (per 1 ſexti, & 11 decimi & α θ, ipſi θ ε, hoc eſt quod ex μ ν ei quod ex ν ξ. Ipſæ igitur μ ν, ν ξ, potẽtia ſunt incõmẽſurabiles. Et quoniã α δ, ex binis eſt quinta noĩbus, ac eiusmodi ſegmẽtũ eſt ε δ, cõmẽſurabilis igitur eſt ε δ ipſi α β lõgitũdine. Sed α ε, ipſi ε δ, eſt incõmẽſurabilis, & α ε, igitur (per 13 decimi) ipſi α ε, eſt incõmẽſurabilis lõgitudine. Ipſæ igitur α ε, α ε, ratiõales ſunt, potẽtia tantũ cõmenſurabiles, mediũ igitur eſt (per 21 decimi) α κ, hoc eſt cõſtatũ ex ĩjs quæ ex μ ν, ν ξ. Et quoniã cõmẽſurabilis eſt λ ε, ipſi α ε, lõgitudine hoc eſt ε κ, ſed δ ε, ipſi ε ξ, cõmenſurabilis eſt, & ε ζ igitur (per 12 decimi) ipſi ε κ cõmenſurabilis eſt. Ratiõalis aũt ε κ. rõnale igitur (per 19 decimi, & ε λ, hoc eſt μ ρ, hoc eſt quod ſub μ ν, ν ξ. Ipſæ igitur μ ν, ν ξ, (per 40 decimi) potẽtia incõmẽſurabiles ſunt, efficiẽtes conflatum ex ipſarum quadratis mediũ, & quod ſub ipſis rationale, ipſa igitur μ ξ, eſt ratiõale mediũq́ potẽs, ipſamq́ poteſt aream α γ. Quod fuerat demonſtrandũ. Eucli. ex Camp. Propoſitio 55





53 Si binomio ſexto lineaq́ rationali ſuperficies contineatur, linea quæ in eam poteſt, in duo medialia potẽs eſſe ꝓbat.

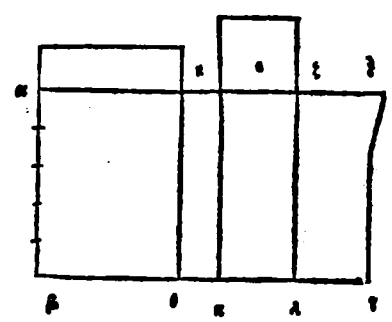
CAMP. Hæc 55, adhuc te ſuſtinet ociari a pingẽdis figuris, cõtẽta enim eſt præmiſſis diſpoſitiõe & poſitiõibus. Quibus ſtãtibus, neceſſe eſt ex ipſis poſitis & diſpoſitiõe id eſt diffinitiõe binomij poſtremi & 19, quãlibet ex ſuperficiebus a d & d g & g c, ꝓpter q́ & ambo quadrata l m & m n pariter accepta & p m & m q) eſſe medialẽ. Cũq́ b f & f d (propter quod a f & f h, ideoq́ l m & m n) ſint incõmẽſurabiles erũt duæ lineæ b c & r p incõmẽſurabiles in potẽtia. At quia ipſæ cõtinẽt ſuperficiẽ medialẽ p m earũq́ ambo quadrata pariter accepta ſunt medialẽ, qd eſt duplo ſuperficiei unius in alterã incõmenſurabile, quod ex eo probatur q́ ſuperficies b h eſt incõmẽſurabilis ſuperficiei h c, propter hoc quod linea d b eſt incõmenſurabilis lineæ d c, ſequitur ex 55 lineã l p eſſe, quæ poteſt in duo medialia.

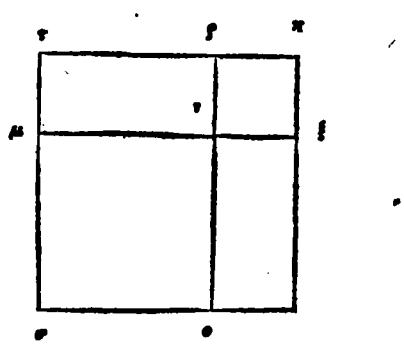


Eucli. ex Zamb. Theorema 41 Propoſitio 59

Si areola cõprehẽdatur ſub ratiõali, & ex bi-
59 nis ſexta nominibus areolã potẽs irrationalis eſt, appellata bina potẽs media.

THEON ex Zãb. Areola nãq́ α β γ δ, cõprehẽdatur ſub ratiõali α β, & ex binis noĩbus α δ, diuiſa in noĩa in ε, ut maius nomẽ ſit α ε. Dico quod ipſam α γ, potẽs, irrõnalis eſt, appellata bina potẽs media. Cõſtruãtur enim quæ & poſtẽſis. Nõ dubiũ quod μ ξ eſt potẽs ipſam α γ, & quod incõmẽſurabilis eſt μ ν, ipſi ν ξ, potentia. Et quoniã incõmẽſurabilis eſt α ε, ipſi α ε longitudine, ipſæ igitur α ε, α β, rationales ſunt potẽtia tantũ cõmenſurabiles, mediũ igitur eſt (per 21 decimi,) α κ, hoc eſt cõpoſitũ ex ĩjs quæ ex μ ν, ν ξ. Rurſus quoniã incõmẽſurabilis eſt ε δ, ipſi α ε lõgitudine, incõmẽſurabilis igitur eſt & ε ξ ipſi ε κ. Et ξ ε, ε κ, igitur rationales ſunt potẽtia tãtum cõmenſurabiles, mediũ igitur eſt (per eandẽ,) ε λ, hoc eſt μ ρ, hoc eſt quod ſub μ ν, ν ξ. Et quoniam incõmenſurabilis eſt α ε ipſi ε ξ, & α κ ipſi ε λ incõmenſurabile eſt. Sed α κ quidẽ eſt cõſtatum ex ĩjs quæ ex μ ν, ν ξ, & ε λ eſt quod ſub



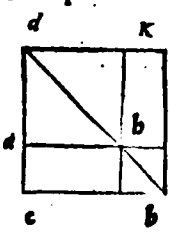


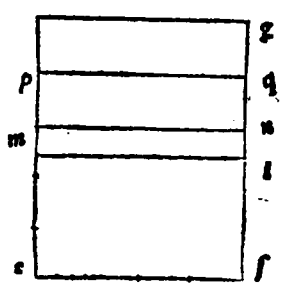
μ ν, ν ξ

μ ν,ν ξ,incõmẽſurabile igitur eſt (per 1 ſexti & 11 decimi,) cõpoſitũ ex ijs quæ ex μ ν,ν ξ,ei quod ſub μ ν,ν ξ,& ipſorũ utrũq; mediũ eſt. Ipſæ igitur μ ν,ν ξ,potentia ſunt incõmẽſurabiles. Ipſa igitur μ ξ bina potens eſt media (per 41 decimi,) & ipſam potẽſt α γ,quod oſtendere oportebat. Eucli. ex Camp. Propoſitio 54.

54 Si linea rationali æquũ quadrato binomĩ rectangulum adiunga tur, latus eius ſecundum binomium primum eſſe conueniet.

CAMPANVS. Hæ ſex ſequentes, cõuerſæ ſunt ſex præcedẽtium per ordinẽ. Huius aũt eſt hæc intẽtio ſit linea a b binomiũ, diuiſa ad punctũ c indu as lineas a c & c b, ſecũdũ ſuã diffinitionẽ aut terminũ, eiuſq; a b quadratũ ſit b d, ſitq; li nea e f, ratiõalis in lõgitudine, cui adiũgatur ſuperficies e g æqualis quadrato b d. Dico quod latus ſecũdũ huiꝰ ſuperficiei. qđ eſt linea f g, eſt binomiũ primũ. Diuidatur enim quadratũ b d in duo quadrata b h & h d, quæ ſint quadrata duarũ linearũ portionũ binomĩ, & in duo ſupplemẽta a h & h κ, quorũ utrũq; cõtinetur ſub duabus portioni bus binomĩ, eritq; ex diffinitione binomĩ quæ habetur per 36, utrũq; iſtorũ quadrato rũ rationale, & per 19 utrũq; ſupplemẽtũ mediale. Ex ſuperficie igitur e g abſcindatur ſuperficies e l æqualis quadrato d h, & l m æqualis qua drato h b. & n p æqualis uni duorũ ſupplemẽtorũ a h uel h κ, eritq; p g reſidua, æqualis reliquo ſupplemẽto: quare per 1 ſexti linea n q, eſt æ qualis lineæ q g. Ex præmiſſis aũt manifeſtũ eſt q; utraq; duarũ ſuperfi cierũ e l & l m (& ideo tota ſuperficies e n) eſt ratiõalis. Et utraq; duarũ æqualiũ n p & p g (& ideo tota m g) medialis. quare per 16 utraq; duarũ linearũ f l & l n. & tota linea f n, ratiõalis in lõgitudine. & lineæ e f ratio nali poſitæ cõmẽſurabilis. & per 10 utraq; duarũ n q & q g, & tota n g, ratiõalis in potẽtia tãtũ, incõmẽſurabilis lineæ m n (& ideo lineæ e f ſibi, æquali, & per cõſequẽs & lineæ f n) in lõ gitudine. Si igitur linea f n, quæ eſt maior linea n g ut ex primo duorũ antecedentiũ 35 demõſtratiõi ſubiũctorũ & prima ſe xti apparet, fuerit potẽtior linea n g minori in quadrato li neæ ſecũ cõmunicãtis in lõgitudine, tũc ex diffinitione bino mĩ primi manifeſtũ eſt lineã f g eſſe binomiũ per primũ. Hoc au tem ita eſſe ſic habeto. Cum inter duo quadrata d h & h b, ſit (per primã ſexti) ſuperficies a h medio loco ꝓportiõalis, conuincitur ex prioribus hypotheſibus ſuperficiem m q eſſe inter ſuperficies e l & l m medio loco proportionalis, quare (per primã) ſexti li nea n q quæ eſt medietas lineæ n g eſt medio loco proportionalis inter duas lineas f l & l n. Quod igitur fit ex f in l n, eſt quãtũ quod ex n q in ſe per 16 ſexti, ideoq; per 4 ſecũ di quantũ quarta pars quadrati lineæ n g. Itaq; per primã partẽ 13 cũ linea f n diuida tur a ſuperficie ſibi adiũcta æquali quartæ parti quadrati breuioris lineæ n g, ita quod ad complendã totã lineã f n deſit ſuperficies quadrata in duo cũmunicãtia ad punctũ l, erit f n potentior n g in quadrato lineæ ſibi communicãtis in longitudine. Conſtat er go propoſitum. THEON Lemma.





Si recta linea ſecetur in inæqualia, quæ ab inæqualibus quadrata, ma iora ſunt eo quod bis ſub inæqualibus comprehenſum eſt rectangulum.

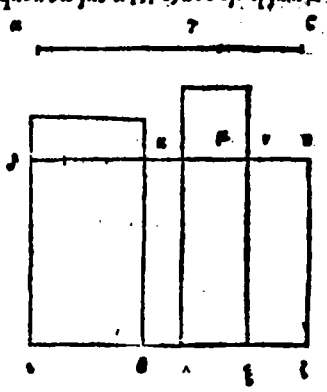
Sit recta linea α ε, ſecetuŕq; in inæqualia in γ, ſitq; maior α γ. Dico quod quæ ex α γ, γ ε, maiora ſunt eo quod bis ſub α γ, γ β, ſecetur enim (per 10 primi) α β, bifariã in δ. Quoniã igitur recta linea ſecta eſt in æqualia in δ, & in inæ qualia in γ, igitur (per 5 ſecũdi) quod ſub α γ, γ β, una cũ eo quod ex γ δ, æquũ α δ γ ε eſt ei quod ex α δ, & perinde quod ex ſub α γ, γ ε, minus eſt eo quod α δ. Quod igitur bis ſub α γ, γ ε, eſt minus quã duplũ eius quod ex α δ, Sed quæ ex α γ, γ ε, dupla ſunt eorũ quæ ex α δ, δ γ, er go quæ ex α γ, γ ε, maiora ſunt eo quod bis ſub α γ, γ ε, quod erat oſtendendũ.

Eucli. ex Zãb. Theorema 42 Propoſitio 60.

60 Quod ex ea quæ ex binis nominibus ad rationalem comparatũ latitu dinem efficit, ex binis nominibus primam.

THEON ex Zamb. Eſto ex binis nominibus α β, diuiſa in nomina in γ, ut maius nomen ſit α γ. exponatuŕq; rationalis δ ε, & ei quod ex α ε, æquum ad ipſam δ ε, comparetur (per 44 primi δ ε ζ η, latitudinem efficiens δ η, Dico quod δ η ex binis eſt primæ nominibus. Comparetur enim (per 44 primi,) ad δ ε, ei quidem quod ex α γ æ quum δ θ, ei autem quod ex β γ, æquum ε λ. Reliquum igitur quod bis ſub α γ, γ β (per 4 ſecundi,) æquum eſt ipſi κ ζ. Secetur (per decimã primi) ipſa μ η bifariam in ν, exciteturq; (per 31 primi) parallelus ν ξ utrique ipſarum μ λ, η ζ

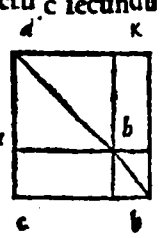
λ,ν ζ. Vtrũq; igitur ipſorũ μ ξ,ν ζ, æquum eſt ei quod ſub α γ,γ β, Et quoniã α ϛ, ex binis nominibus eſt diuiſa in nomina in γ, ipſæ igitur α γ,γ β, rationales ſunt potẽtia tantũ commenſurabiles. Quæ igitur ex α γ,γ ϛ rationalia, ſunt ſibi inuicem commẽſurabilia. Quare (per 15 decimi, & conflatum ex ijs quæ ex α γ,γ ϛ, commẽſurabile eſt eis quæ ex α γ,γ β, rationale igitur eſt compoſitum ex ijs quæ ex α γ,γ ϛ. Et ipſi ♢ λ, eſt æquale, rationale igitur eſt ♢ λ. Et ad ipſam ♢ ι comparatur, rationalis igitur (per 20 decimi ♢ μ, & ipſi ♢ ι, lõgitudine commenſurabilis. Rurſus quoniã α γ,γ ϛ, rationales ſunt potentia tantum commenſurabiles, medium igitur eſt quod bis ſub α γ,γ ϛ, hoc eſt ipſum μ ν, & ad ipſam cõparatur μ λ rationalem, rationalis igitur eſt & μ ν, ipſi λ μ incõmẽſurabilis (hoc eſt ipſi ♢ ι,) lõgitudine, eſt aũt & μ ♢ rationalis, & ipſi ♢ ι lõgitudine cõmẽſurabilis, incõmẽſurabilis igitur eſt (per 13 decimi) ♢ μ, ipſi μ ν longitudine. Suntq; ipſæ igitur ♢ μ, μ ν, rationales, potẽtia tantum commenſurabiles, ex binis nominibus igitur eſt. (per 36 decimi ♢ ν. Oſtendendum quod & prima. Quoniam enim (per lemma præcedens 54. decimi) eorum quæ ex α γ,γ ϛ, medium proportionale eſt quod ſub α γ,γ ϛ & ipſorum igitur ♢ θ, α λ. medium proportionale eſt μ ξ. Eſt igitur (per conſtructionem ſicut ♢ θ ad μ ξ, ſic μ ξ, ad α λ, boc eſt ſicut ♢ α ad μ ν, ſic μ ν, ad μ α, quod igitur ſub ♢ α, μ μ, æquum eſt ei quod ex μ ν. Et quoniam commenſurabile eſt quod ex α γ, ipſi quod ex ϛ γ, cõmenſurabile eſt & ♢ θ, ipſi α λ, quare (per 1 ſexti & 11 decimi) & ♢ α ipſi α μ commenſurabilis eſt. Et quoniam maiora ſuut quæ ex α γ,γ ϛ, eo quod bis ſub α γ,γ ϛ, maius igitur eſt & ♢ λ ipſo μ ξ. Quare (per lemma præcedens & per primã ſexti,) & ♢ μ, ipſa μ ν maior eſt, & æquale quod ſub ♢ α, μ μ, ei quod ex ν α, boc eſt quartæ parti eius quod ex μ α, & cõmenſurabilis eſt ♢ α, ipſi α μ. Si uero (per 17 decimi,) fuerint binæ rectæ lineæ inæquales, quartæ autẽ parti eius quod ex minore æquum, ad maiorem cõparetur deficiens forma quadrata, & in commenſurabilia ipſam diuiſerit, maior minore maius poteſt eo quod ex ſibi commenſurabili. Ipſa igitur ♢ μ, ipſa μ ν maius poteſt eo quod ex ſibi commenſurabili. ipſa igiturigitur ♢ μ, ipſa μ ν maius poteſt eo quod ex ſibi commenſurabili. Suntq; rationales ipſæ ♢ μ, μ ν, & ♢ μ nomẽ maius exiſtens, comenſurabilis eſt longitudine ipſi ♢ ι expoſitæ rationali, ipſa igitur ♢ ν, ex binis nominibus eſt prima, quod oportuit demonſtraſſe.

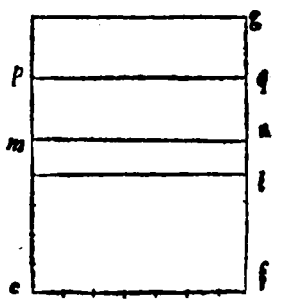


Eucli. ex Camp. Propoſitio 55

55 
Il lineæ rationali æqua ſuperficies quadrato bimedialis primi adiungatur, latus eius reliquum binomium ſecundũ eſſe oportebit.

CAMPANVS Sit lnea a b bimediale primũ, diuiſa ad punctũ c ſecundũ ſuũ terminum, cætera autem ſint ut prius. Dico lineã f g eſſe binomiũ ſecundũ. Erit enim ſuperficies m g rationalis, eo quod partes bimedialis primi continent ſuperficiem rationalem, & ſuperficies tres e l, l m. & tota e n. mediales communicantes, eo quod portiones bimedialis primi ſunt lineæ mediales potentia tantum communicantes ex 31. Per 16 igitur erit linea n g rationalis in longitudine, commenſurabilis lineæ e f rationali poſitæ, & per 10 linea f n rationalis in potentia tantũ quæ cum ſit maior linea n g ex primo duorum antecedentium demonſtrationi 21 adiunctorum & 1 ſexti, eaque potentior quadrato lineæ communicantis ſecum in lõgitudine ex prima parte 13, erit à diffinitione linea f g binomium ſecundum, quod eſt propoſitum.



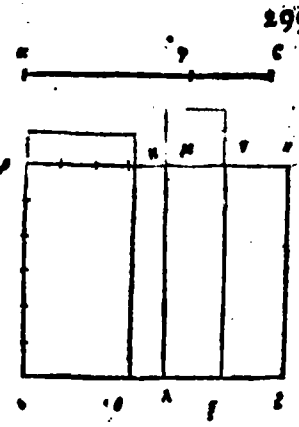


Eucli. ex Zãb. Theorema 43 Propoſitio 61

61 Quod ex ea quæ ex binis mediſs prima ad rationalẽ cõparatũ latitudinẽ, efficit ex binis noibus ſecũdã.

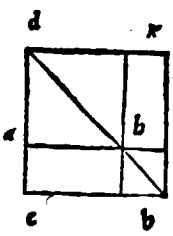
THEON ex Zãb. Eſto (per 43 decimi,) ex binis mediſs prima α ϛ, diuiſa in medias in γ, quarũ α γ maior ſit, exponatuŕq; rationalis ♢ ι. Comparetuŕq; per 44 primi) ad ipſam ♢ ι, ei quod ex α ζ æquũ parallelogrammũ ♢ ζ, latitudinem efficiẽs ♢ ν, Dico quod ipſa ♢ ν, ex binis eſt ſecũda nominibus. Cõſtruantur enim eadem quæ & in præcedenti. Et quoniam α ϛ, ex binis mediſs eſt prima diuiſa in γ, ipſæ α γ,γ β, igitur (per 37 decimi,) mediæ ſunt potentia tantũ cõmenſurabiles rationale cõprehendentes. Quare (per 24 decimi & quæ ex α γ,γ ϛ, media ſũt mediũ igitur (per correlariũ 23 decimi, eſt ♢ λ. Et adipſam ♢ ι cõparatur, ratiõalis igitur eſt (per 12 decimi μ ♢, & ipſi ♢ ι longitudine incommenſurabilis. Rurſus quoniã rationale eſt quod bis ſub α γ,γ β, rationale eſt & μ ξ, ad ipſamq; μ λ, rationalem comparatur, rationalis igitur eſt (per 20 decimi) μ ν, & lõgitudine commenſurabilis ipſi μ λ, boc eſt ipſi ♢ ι. Incommenſurabilis igitur eſt ♢ μ, ipſi μ ν longitudine. Suntque rationales ipſæ ι igitur

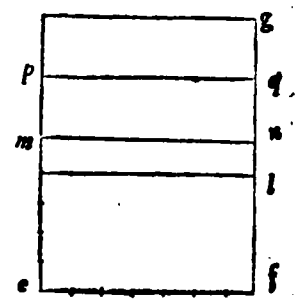
igitur ♪ μ,μ ν,rationales ſunt potentia tantum commenſurabiles,ex binis igitur nominibus eſt (per 36 decimi ♪ ν. Oſtendēdū iam quod & ſecunda. Quoniā enim quæ ex α γ,γ β,maiora ſunt eo quod bis ſub α γ,γ ϛ,maius eſt igitur & ♪ λ ipſo μ ξ,quare (per primam ſexti,) & ♪ μ ipſa μ ν. Et quoniam commenſurabile eſt quod eſt ex α γ,ei quod ex γ ϛ,commenſurabile eſt & ♪ θ ipſi ν λ. Quare & ♪ ν,ipſi α μ,commenſurabilis eſt,& id quod ſub ♪ ν,ν μ,æquū eſt ei quod ex γ ν. Ipſa igitur ♪ μ,ipſa μ ν,maius poteſt eo quod ex ſibi commenſurabili,& μ ν, ipſi ♪ ι longitudine commenſurabilis eſt,ipſa igitur ♪ ν,ex binis nominibus eſt ſecunda, quod erat oſtendendū. Eucli.ex Camp. Propoſitio 56



56 CVm adiūcta fuerit lineæ in lōgitudine rationali ſuperficies rectāgula æqualis quadraco bimedialis ſecundi, latus eius ſecūdum binomium tertium eſſe neceſſe eſt.

CAMPANVS Si fuerit linea a b bimediale ſecūdum diuiſa per terminū ſuū ad pūctū c, reliqua uero omnia fuerint ut prius, erit linea f g binomiū tertiū Erit enim ex 32 & noſtris poſitionibus utraq; ſuperficierū e n & m g, medialis, quare per 30 utraq; duarū linearū f m & n g erit rationalis in potentia tantum. lineæ e f rationali potentia commenſurabilis At quia bimedialis ſecundi partes ſunt communicantes in potentia tantum, erit ſuperficies e l communicans ſuperficiei l m, & ideo linea f l lineæ l n, potentior ergo eſt per primam partem 13 f n quàm ſit n g, in quadrato lineæ ſibi communicantis in lōgitudine. Cūq; ſint ſuperficies a h & quadratū h b incōmēſurabilia, eo quod lineæ a c b incōmenſurabiles, ideoq; & ambo quadrata pariter accepta ambobus ſupplemētis pariter acceptis eo quod quadrata ſibi inuicem communicant ex hypotheſi. ſupplementa quoque cum ſibi inuicem ſint æqualia, ſequitur ut ſuperficies e n ſit incommenſurabilis ſuperficiei m g, & ideo linea f n, lineæ n g, per diffinitionem igitur eſt linea f g, binomium tertium. Quod eſt propoſitum.

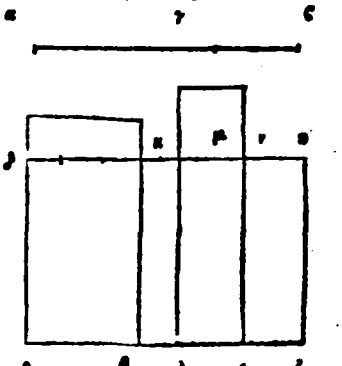




Eucli.ex Zamb. Theorema 44 Propoſitio 62

62 Quod ex ea quæ ex binis ſecunda medȝs ad rationalem comparatum latitudinem efficit, ex binis uominibus tertiam.

THEON ex Zāb. Eſto (per 44 decimi) ex binis medȝs ſecunda α ϛ. diuiſa in medias in γ, ut maius ſegmentū ſit α γ rationalis autem eſto ♪ ι, & ad ipſam ♪ ι, ei quod ex α β æquū parallelogrammū cōparetur (per 44 primi ♪ ξ, latitudinē efficiens ♪ ν. Dico quod ♪ ν eſt ex binis nominibus tertia. Cōſtruantur eadē quæ in præcedētibus. Et quoniā α ϛ ex binis eſt ſecūda medȝs diuiſa in γ, ipſæ igitur α γ, γ ϛ. (per 38 decimi mediæ ſunt potētia tātū cōmēſurabiles mediū cōprehēdētes, quare & cōflatū ex ijs quæ ex α γ, γ ϛ, mediū eſt, & eſt æquale ipſi ♪ λ mediū igitur eſt & ♪ λ, cōparaturq; ad rationalē ♪ ι. Rationalis igitur eſt (per 22 decimi μ ♪, & ipſi ♪ ι lōgitudine incōmēſurabilis. Id propterea etiā μ ν ratiōalis eſt & ipſi μ λ incōmēſurabilis (hoc eſt ipſi λ ι) longitudine. Ratiōalis igitur eſt utraque ipſarum ♪ μ, μ ν, & ipſi ♪ ι longitudine incommenſurabilis Et quoniā α γ ipſi γ β lōgitudine eſt incōmenſurabilis, ſicut autem (per lēma præcedēs 22 decimi) α γ ad γ β, ſic quod ex α γ, ad id quod ſub α γ, γ ϛ, incōmēſurabile igitur eſt & quod ex α γ, ei quod ſub α γ, γ ϛ. Quare & cōflatū ex ijs quæ ex α γ, γ β, ei quod bis ſub α γ, γ ϛ, incōmēſurabile eſt, hoc eſt ♪ λ ipſi μ ξ. Quare (per 1 ſexti, & 11 decimi.) & ♪ μ ipſi μ ν incōmenſurabilis eſt. Sūtq; ratiōales. Ipſa igitur ♪ ν, ex binis nominibus eſt. Oſtendendū iā quod & tertia. Similiter iā ſicut in præcedētibus ratiocinabimur quod

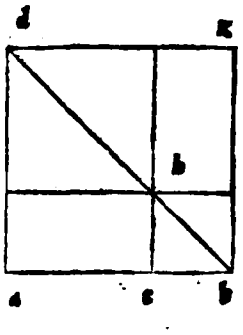


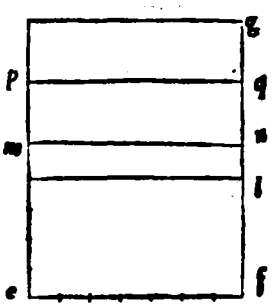
maior eſt ♪ μ ipſa μ ν. & quod ♪ ν ipſi α μ cōmēſurabilis eſt. Eſtq; quod ſub ♪ ν, ν μ, æquū ei quod ex μ ν. Ipſa igitur ♪ ν, ipſa μ ν, maius poteſt eo quod ex ſibi cōmēſurabili, & neutra ipſarū ♪ μ, μ ν, cōmēſurabilis eſt ipſi ♪ ι, lōgitudine, ipſa igitur ♪ ν, ex binis eſt tertia nominibus, quod erat oſtendēdū. Eucli.ex Cāp. Propoſitio 57

57 SI lineæ rationali rectangulū æquū quadrato lineæ maioris adiūgatur, alterum ſe cōtinentiū laterum erit binomium quartum.

CAM

CAMPANVS. Si hæc quoque fuerit linea a b linea maior diuiſa ſecundum terminum ſuũ ad punctum c, cunctaq; reliqua nõ fuerint aliter quam prius, erit linea f g binomium quartũ. Cum enim ſint ambo quadrata portionum lineæ maioris pariter accepta rationale, erit ſuperficies e n rationalis, ideoq; per 16 linea f n rationalis in longitudine, communicans lineæ e f rationali poſitæ, ſuperficies uero m g erit medialis, propter illud quod portiones lineæ maioris cõtinent ſuperficiem medialem, itaque per 20 linea n g eſt in potentia rationalis tantum, & quia etiam portiones præfatæ lineæ a b ſunt potentialiter incommenſurabiles, ſuperficies e l incommenſurabilis erit l m. ideoque linea f l, lineæ l n, igitur per primam partem 14 linea f n eſt potentior linea n g, in quadrato lineæ ſibi incommenſurabilis. Ex diffinitione igitur eſt linea f g binomium quartum, quod erat propoſitum.

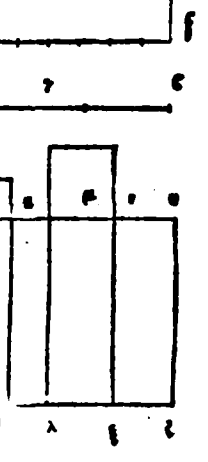




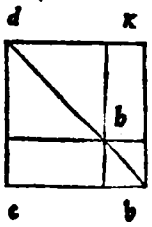
Eucli. ex Zãb. Theorema 45 Propoſitio 63

63 Quod ex maiore ad rationalem comparatum latitudinem efficit ex binis quartam nominibus.

THEON ex Zamb. *Sit maior α β, diuiſa in γ, ut maior ſit α γ, ipſa γ ϛ, Rationalis uero eſto δ γ, & ei quod ex α ϛ, æquum adipſam δ ϛ, comparetur (per 45 primi,) δ ζ, parallelogrammum, latitudinem efficiens δ υ. Dico quod δ υ, ex binis eſt quarta nominibus. Conſtruantur eadem quæ in præoſtenſis. Et quoniam (per 59 decimi) maior eſt α β. diuiſa in γ, ipſæ α γ, γ β, potentia ſunt incommenſurabiles efficientes conflatum ex ijs quæ ex ipſis fiũt quadrata rationale, quod uero ſub ipſis medium. Quoniã igitur rationale eſt conflatũ ex ijs quæ ex α γ, γ β, rationale igitur eſt δ λ, rationalis igitur eſt & μ δ, & ipſi δ ϛ longitudine commenſurabilis. Rurſus quoniam medium eſt quod bis ſub α γ, γ ϛ, hoc eſt μ ζ, & ad rationalem comparatur μ λ, rationalis igitur (per 22 decimi) eſt & μ υ, & ipſi δ ϛ, longitudine incõmenſurabilis. Incommenſurabilis igitur eſt (per 13 decimi,) & δ μ, ipſi μ υ, lõgitudine. Ipſæ igitur δ μ, μ υ, rationales ſunt potentia tantum commenſurabiles, ex binis igitur nominibus eſt δ υ. Oſtendendũ iam quod & quarta. Similiter iam ſicut & in præcedentibus rationabimur quod maior eſt δ μ ipſa μ θ. & quotquot ſub δ υ, μ μ, æquum eſt ei quod ex γ υ. Quoniam igitur incommenſurabile eſt quod ex α γ, ei quod ex γ ϛ, incommenſurabile igitur eſt & δ θ ipſi υ λ. Quare (per primam ſexti & 11 decimi,) & δ υ. ipſi α μ incommenſurabilis eſt. Si autem fuerint binæ rectæ lineæ inæquales, quartæ autem parti eius quod ex minore (per 17 decimi) æquum comparatum fuerit parallelogrammum ad maiorem forma quadrata deficiens, & in incõmenſurabilia ipſam diuiſerit, maior minore maius poteſt eo quod à ſibi incommẽſurabili in longitudine, ipſa igitur δ μ, ipſa μ υ maius poteſt eo quod à ſibi incommenſurabili, ſunt & ipſæ δ μ, μ υ, rationales potentia tantum commenſurabiles. & δ μ, commenſurabilis eſt ipſi expoſitæ rationali δ ι, ipſa igitur δ υ, ex binis nominibus eſt quarta, quod erat oſtendendum.*

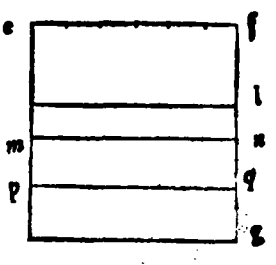


Eucli. ex Camp. Propoſitio 58



58 Si lineæ rationali quadrato lineæ potẽtis ſupra rationale & mediale æqualis parte altera longior forma adiungatur, alterum latus eius, binomium quintũ eſſe neceſſe eſt.

CAMPANVS Propoſita linea a b ea quæ poteſt ſupra mediale & rationale diuiſa ſecundum eius diffinitionem ad punctum c. nihil immutetur de reliquis, ſequiturq; lineam f g eſſe binomium quintum, Cum enim partes huius lineæ a b contineãt rationalem ſuperficiem neceſſe eſt ut ſuperficies g m, ideoque per 16 linea n g) ſit rationalis. Cumque ambo quadrata partium huius lineæ pariter accepta ſint mediale, erit ſuperficies e n medialis, & per 20 linea f n rationalis in potentia tantum lineæ f e potentia rationali communicans. At quia portiones præ-

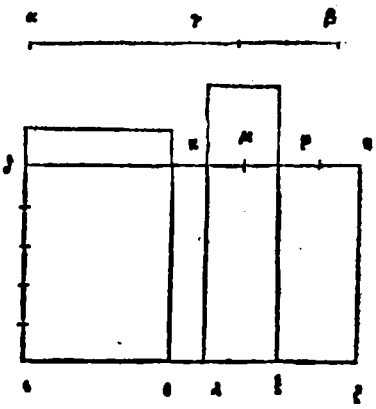


prædictæ lineæ ſunt incõmenſurabiles in potentia, erit ſuperficies e l incõmenſurabilis ſuperficiei m l. ideoq; & linea f l, lineæ l n: potentior igitur eſt per primam partem 10 li/nea f n linea n g, in quadrato lineæ ſibi incommenſurabilis. Per diffinitionem itaq; bi/nomij quinti, conclude propoſitum.

Eucli. ex Zamb. Theorema 46 Propoſitio 64

64 Quod ex ea quæ rationale mediumq; poteſt ad rationalem compara/tum, latitudinem efficit ex binis quintam nominibus.

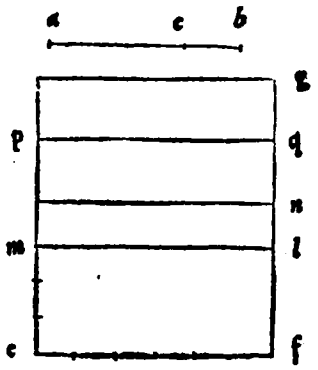
THEON ex Zamber. *Sit rationale mediumq; potens α β, diuiſa in rectas lineas in γ, ut ſit maior α γ, exponaturq; rationalis δ ζ, & ei quod ex α β, æquum ad δ ζ comparetur δ ξ (per 44 primi) latitudinem efficiens δ ν. Dico quod δ ν ex binis eſt quinta nomini/bus. Conſtruantur eadem quæ in præcedentibus. Et quoniam α β eſt rationale mediumq; potens diuiſa in γ, ipſæ igitur α γ, γ β, poten/tia ſunt incõmenſurabiles efficientes conflatum ex earum quadra/tis medium, quod uero ſub ipſis rationale. Quoniã igitur conflatum ex ijs quæ ex α γ, γ β, medium eſt, medium igitur eſt δ λ. Quare ra/tionalis eſt δ μ, & ipſi δ ζ longitudine incommenſurabilis. Rurſus quoniam rationale eſt quod bis ſub α β, β γ, hoc eſt μ ξ, rationalis igi tur eſt μ ν, & ipſi δ ζ longitudine commenſurabilis. Incommenſura bilis igitur eſt δ μ, ipſi μ ν. Ipſæ igitur δ μ, μ ν, rationales ſunt poten tia tantum commenſurabiles, ex binis igitur nominibus eſt δ ν. Dico quod & quinta. Similiter nanq; oſtendetur quòd quod ſub δ ν, ν μ, æquũ eſt ei quod ex ν ν, & quod δ ν ipſi ν μ longitudine incõmenſurabilis eſt. ipſa igitur δ μ, ipſa μ ν maius poteſt eo quod ex ſibi incõmenſurabili, & ipſæ δ μ, μ ν, rationales ſunt potentia tantum cõmenſurabiles, & minor μ ν, com/menſurabilis eſt ipſi δ ζ longitudine. Ipſa igitur δ μ, ex binis eſt quinta nominibus. Quod erat oſtendendum.*



Eucli. ex Camp. Propoſitio 59

59 SVoties adiuncta fuerit lineæ rationali ſuperficies rectangula æqualis quadra/to lineæ potentis in duo medialia, eiuſ/dem ſuperficiei latus ſecundũ, binomium ſextum eſſe conuincitur.

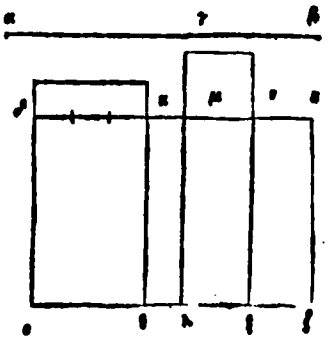
CAMPANVS. In hac 59 ſit linea a b linea potens ſupra duo medialia, quæ autem præter hæc ſunt, ſicut ſupra, ma neant, & erit tunc linea f g binomium ſextum, quod igno/rare non poteris, ſi præmiſſorũ eiuſq; quod 55 proponit, immemor non fueris, & ſic patet in hac, noſtra intentio.



Eucli. ex Zamb. Theorema 47 Propoſitio 65

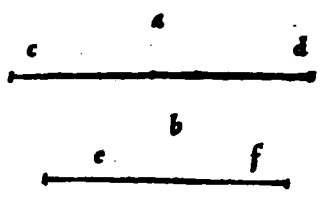
65 Quod ex bina media potente ad rationalem comparatum latitudinem efficit ex binis nominibus ſextam.

THEON ex Zamber. *Eſto (per 47 decimi) bina potens media α β, diuiſa in γ, rationalis autẽ eſto δ ζ, & ad ipſam rationalem δ ζ, ei quod ex α β æquum compareatur (per 44 primi) δ ξ, latitudinem efficiens δ ν. Dico quod ipſa δ ν, ex binis nominibus eſt ſexta. Conſtruantur etenim eadem quæ & in præcedentibus. Et quoniam α β bina media potens, eſt diuiſa in γ, ipſæ igitur (per 41 decimi) α γ, γ β, potentia ſunt incommenſurabiles efficientes compo/ſitum ex earum quadratis medium, & quod ſub ipſis medium & inſuper in/commenſurabile compoſito ex earum quadratis. Quare per ea quæ oſtenſa ſunt, medium eſt utrumq; ipſorum δ λ, μ ξ. Et ad rationalem δ ζ comparatur, rationalis igitur eſt (per 22 decimi) utraq; ipſarum δ μ, μ ν, & ipſi δ ζ longitu/dine incommenſurabilis. Et quoniam conflatum ex ijs quæ ex α γ, γ β, incom/menſurabile eſt ei quod bis ſub α γ, γ β, incommenſurabile igitur eſt (per ſecundam partem 11 decimi) δ λ ipſi μ ξ. Incommenſurabilis igitur eſt (per primam ſexti & 11 decimi) & δ μ ipſi μ ν. Ipſæ igitur δ μ, μ ν, rationales ſunt po/tentia tantum cõmenſurabiles, ex binis igitur nominibus eſt δ ν. Dico quod & ſexta. Similiter nanq; rurſus ut prius demonſtrabimus, quia quod ſub δ ν, ν μ, æquum eſt ei quod ex ν ν, & quod δ ν ipſi ν μ longitudine incommenſura/bilis eſt.*



bilis eſt, ac id propterea ☌ μ ipſa μ ν maius poteſt eo quod ex ſibi longitudine cõmenſurabili, & neutra ipſarum ☌ μ, μ ν, cõmenſurabilis eſt expoſitæ rationali ☌ ι lõgitudine. Ipſa igitur ☌ ν (per ſecundas diffinitiones) ex binis eſt ſexta nominibus, quod erat oſtendendũ. Eucli. ex Camp. Propoſitio 60.

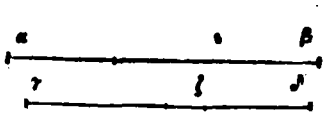
60 OMnis linea cuilibet binomiorum cõmunicans, ſub eadem ſpecie binomium eſſe probatur.



CAMPANVS. Sit linea a binomium cuiuſuis ſpeciei, ſitq; linea b ei cõmunicans in longitudine. Dico lineam b eſſe binomium eiuſdem ſpeciei cuius a, ſint enim binomiales portiones a, c & d, eruntq; ambæ rationales in potentia tãtum communicantes per 50. linea uero b diuidatur per 11 ſexti ſecũdũ proportionem c ad d, in e & f, eritq; per coniunctam & euerſam & permutatam proportionalitatem c ad e, & d ad f, ſicut a ad b. Cum ſint igitur a & b communicantes, erunt etiam per primam partem 10 c & e, itemq; d & f, cõmunicantes. Si igitur fuſrit c rationalis in potentia tantũ, erit & e, ſi autẽ in lõgitudine, & e. Eodemq; modo ſi d eſt rationalis in potentia tantum uel etiam in lõgitudine, erit quoq; & f ſimiliter, & ex 11 ſi potentior eſt c, d, in quadrato lineæ ſibi cõmenſurabilis in lõgitudine, uel ſi forte incõmenſurabilis, erit & e potentior f in quadrato lineæ ſibi cõmenſurabilis uel etiam incõmenſurabilis, neceſſe eſt ex diffinitionibus ſex ſpecierum binomiorũ, ut eiuſdem ſpeciei binomij ſint a & b. Si autem linea d cõmunicet binomio a in potentia tantum erit etiam & ſic linea b. Binomiũ autem eiuſdem eſſe ſpeciei non eſt neceſſarium, immo impoſſibile eſt ut ambæ ſimul cadant ſub prima ſpecie binomiorũ uel ſub ſecũda, quarta uel quinta, ſed neceſſe eſt ut ambo cadãt ſub primis tribus aut ambo ſub tribus poſtremis, unum enim eorum eſſe in aliqua ex tribus primis ſpeciebus, & aliud in aliqua ex tribus poſtremis, eſt impoſſibile. Cum enim a cõmunicet cum b in potentia tantum c quoq; cum e, & d cum f communicabit tãtum in potentia ex 10. Si igitur alterutra duarum linearum c & d fuerit rationalis in longitudine, non erit ſua compar ex lineis e & f rationalis in lõgitudine. Non eſt itaq; poſſibile ut a & b cadant ſimul ſub aliqua ex illis ſpeciebus binomiorũ, in quibus altera duarum portionum binomij eſt rationalis in longitudine, hæ autem ſpecies ſunt, prima & ſecũda, quarta & quinta. At uero quia per 11 duæ lineæ c & e ſimul potentiores ſunt duabus lineis d & f in quadratis duarum linearum ſibi in longitudine communicantium aut incommunicantium, neceſſe eſt ut ambo binomia a & b ſimul cadant ſub primis tribus ſpeciebus binomiorum aut ſimul ſub tribus poſtremis ex diffinitione ipſarum ſpecierum. Lineam antem b quid dubitas eſſe binomium? cum ſint enim c & e communicantes in potentia tantum, ſimiliter quoq; d & f, ſint autem c & d rationales in potentia, conuincitur e & f eſſe rationales in potentia tantum, quæ quia non communicant in longitudine ſicut nec eis proportionales c & d, ipſæ componunt indubitanter binomium per 50 huius.

Eucli. ex Zamb. Theorema 6 Propoſitio 29

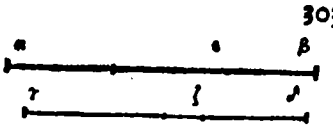
66 Ei quæ ex binis nominibus longitudine commenſurabilis, ipſa quoq; ex binis nominibus eſt ac in ordine eadem.



THEON ex Zamb. Eſto ex binis nominibus α β & ipſi α β longitudine cõmenſurabilis eſto γ δ. Dico quod ipſa γ δ ex binis nominibus eſt, & in ordine ipſi α β eadem. Quoniam enim (per 42 decimi) ex binis nominibus eſt α β, diuidatur in nomina in ι, ſit maius nomen α ι. Ipſæ igitur α ι, ι β, rationales ſunt potentia tantum cõmenſurabiles. Fiatq; ſicut α β ad γ δ, ſic α ι ad γ ζ. Et reliqua igitur ι β, ad reliquam ζ δ, (per 19 quinti) eſt ſicut α β ad γ δ. Commenſurabilis autem eſt (per hypotheſin) α β ipſi γ δ longitudine. Cõmenſurabilis igitur eſt (per 11 decimi) & ipſa α ι ipſi ι ζ, & ι β ipſi ζ δ. Suntq; rationales ipſæ α ι & ι β, rationales igitur ſunt (per 11 decimi) & ipſæ γ ζ, ζ δ. Et quoniã eſt ſicut α ι ad γ ζ, ſic eſt ι β ad ζ δ, uicißim igitur (per 16 quinti) ſicut α ι ad ι β, ſic eſt γ ζ ad ζ δ. Ipſæ autem α ι, ι β, tantum potentia ſunt cõmenſurabiles, & ipſæ γ ζ, ζ δ, igitur potentia tantum ſunt cõmenſurabiles, ſuntq; rationales ex binis igitur nominibus eſt ipſa γ δ. Dico iam quod in ordine eſt eadem ipſi α β. Ipſa α ι, ipſa ι β aut maius poteſt eo quod ex ſibi cõmenſurabili, uel eo quod ex ſibi incõmenſurabili. Si uero α ι, ipſa ι β maius poteſt eo quod ex ſibi cõmenſurabili, & γ ζ ipſa ζ δ (per 14 decimi) maius poterit eo quod ex ſibi commenſurabili. Et ſi α ι expoſitæ rationali cõmenſurabilis fuerit, & γ ζ eidem commenſurabilis erit (per 12 decimi.) Idq; propterea utraq; ipſarum α β, γ δ, ex binis nominibus eſt prima, hoc eſt in ordine eadem. Si uero ι β commenſurabilis eſt ipſi expoſitæ rationali, & ζ δ eidem commenſurabilis eſt. Ac per hoc rurſus in ordine eadem eſt

ipſi α β

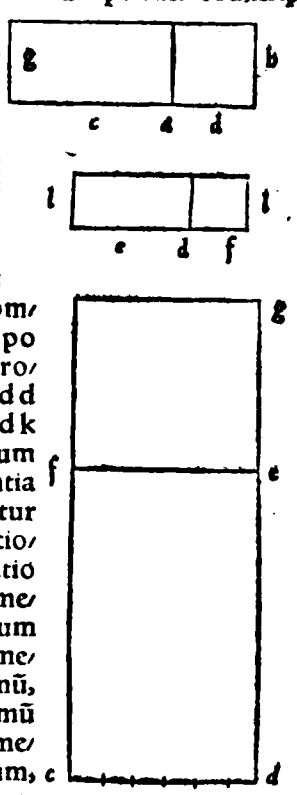
ipſi α β, utraq; enim ipſarũ eſt ex binis nominibus ſecunda. Si uero neutra ipſarum α ι, ι ϛ, cõmenſurabilis eſt expoſitæ rationali, neutra etiam ipſarũ γ ζ, ζ δ, eidem erit commenſurabilis, & utraq; tertia eſt. Si autem α ι ipſa ι ϛ mai ꝛ poteſt eo quod ex ſibi incommenſurabili, & γ ζ, ipſa ζ δ maius pote/ rit eo quod ex ſibi incommenſurabili, & ſi α ι expoſitæ rationali commenſurabilis eſt, & γ ζ eidem cõmenſurabilis eſt, & utraq; erit quarta. Si autem ι ϛ, & ζ δ, & erit utraq; quinta. Si uero neutra ipſarum α ι, ι ϛ, & ipſarum γ ζ, ζ δ neutra commenſurabilis eſt expoſitæ rationali, eritq; utraque ſexta. Quare ei quæ ex binis nominibus longitudine commenſurabilis, ex binis nominibus eſt, & in ordine eadem, quod erat oſtendendum.



Eucli. ex Camp. Propoſitio 61

61 OMnis linea alterutri bimedialium commenſurabilis, ſub eadem ſpecie bimedialis eſſe ex neceſſitate conuincitur.

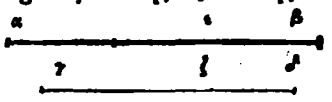
CAMPANVS. Veritatem habet quod dicitur, ſiue in longitudine, ſiue etiam in potentia tantum cõmunicet aliqua linea alterutri bimedialium. Sint enim duæ lineæ cõmunicantes a & b quouis duorum modorum prædictorũ, ſitq; a bimediale primum uel ſecundum, dico quod etiam b eſt bimediale primum uel ſecundum, prout fuerit a. Diuiſo enim a bimediali in ſuas bimediales portiones ex quibus componitur per 31 & 32 quæ ſint c & d, b quoq; diuiſa in e & f ſecundum proportionẽ c ad d ut docet 12 ſexti, poſitaq; g ſuperficie contenta ſub c & d, & k ſub e & f, & poſito h quadrato d, & l, f, erit per coniunctã & euerſam & permutatam proportionalitatẽ quemadmodũ in præmiſſa c ad e & d ad f, ſicut a ad b: ſicut igitur ex poſitione a & b ſunt cõmunicantes, ſiue hoc ſit in longitudine ſiue in potentia, ſic c & e, itemq; d & f, ſimiliter erunt cõmunicantes. At quia c & d ſunt mediales potentia tantũ communicantes, ſequitur ex 12 ut e & f ſint etiam mediales, & ex 10 potentia tantum cõmunicantes, cum ipſæ per hypotheſin ſint proportionales c & d. Cumq; ſit per primam ſexti g ad h, ſicut c ad d & k ad l ſicut e ad f, erit g ad h ſicut k ad l, & permutatim g ad k ſicut h ad l. Quia igitur h eſt cõmunicans l, eo quod duo eorum latera quæ ſunt d & f cõmunicant in longitudine uel in potentia ſecundum quod a & b in alterutro eorum cõmunicant, ſequitur ex 10 ut g & k quoq; ſubinuicem cõmunicent: erit igitur K rationalis aut medialis prout fuerit g, ex diffinitione ſuperficiei rationalis aut 21. In hoc enim tantum differt bimediale primũ a bimediali ſecũdo, quod portiones bimedialis primi in quas ſecũdum ſuum terminũ diuiditur, continent ſuperficiẽ rationalem, bimedialis autẽ ſecundi, medialem. Si igitur a fuerit bimediale primũ, erit ſuperficies g rationalis, quare & K, & ideo b bimediale primũ per 31. Quod ſi a fuerit bimediale ſecũdum, erit ſuperficies g medialis, ob hoc etiam & K, b itaq; per 32 erit bimediale ſecundum, quare conſtat propoſitũ. Idem aliter. Ad lineam rationalem c d (poſita a alterutro bimedialium, & b ſibi in longitudine uel potentia cõmunicante) adiungatur ſuperficies c e æqualis quadrato a, & f g æqualis quadrato b, eruntq; ſuperficies c e & f g cõmunicantes, eo quod quadrata eis æqualia quæ ſunt quadrata linearum a & b ſunt cõmunicantia ex hypotheſi: ex prima igitur ſexti & decima huius, neceſſe eſt duas lineas d e & e g eſſe cõmunicantes. Et quia ſi a fuerit bimediale primum, linea d e erit binomium ſecũdum per 55, ideoq; e g etiam binomium ſecundum per præmiſſam, quare latus tetragonicũ ſuperficiei f g (& ipſum eſt b) bimediale primũ per 49, at uero ſi a fuerit bimediale ſecũdum linea d e erit binomium tertium per 56, ideo e g eſt binomium tertium pet præmiſſam, quare & latus tetragonicũ ſuperficiei f g (& ipſum eſt b) bimediale ſecundum per 50, manifeſtũ eſt igitur uerum eſſe quod proponitur.



Eucli. ex Zamb. Theorema 49 Propoſitio 67

67 Ei quæ ex binis mediis longitudine cõmenſurabilis, & ipſa ex binis eſt mediis, & in ordine eadem. THEON ex Zamb. *Eſto ex binis mediis α β, & ipſi α β cõmenſurabilis eſto longitudine γ δ. Dico quod γ δ ex binis eſt mediis, & in ordine ipſi α β eadem. Quoniam enim α β ex binis mediis eſt diuiſa in medias in ι, ipſæ igitur α ι, ι ϛ (per 97 & 98 decimi) mediæ ſunt potentia tantum cõmenſu/*

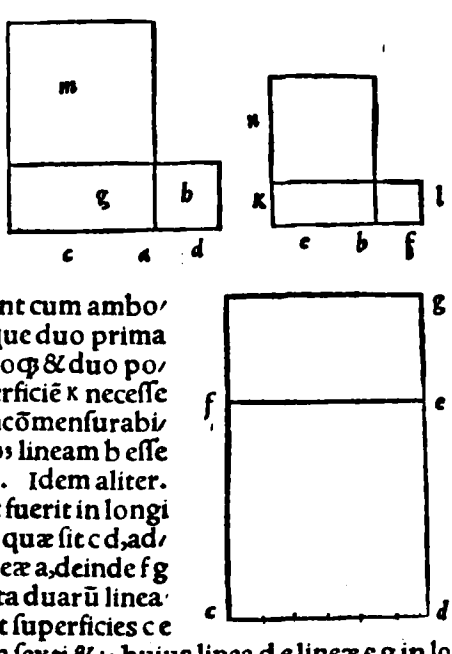
rabiles. Fiatq; (per 11 ſexti) ſicut α β ad γ δ, ſic α ι ad γ ζ, & reliqua igitur ι ϛ ad ζ δ, reliquæ (per 19 quinti) eſt ſicut α β ad γ δ. Cõmenſurabilis autem eſt α β ipſi γ δ longitudine, cõmenſurabilis igitur eſt & α ι ipſi γ ζ, & ι β ipſi ζ δ, ſuntq; mediæ ipſæ α ι, ι ϛ, mediæ igitur ſunt & ι ζ, ζ δ. Et quoniam eſt ſicut α ι ad ι ϛ & γ ζ ad ζ δ, ipſæ autem α ι, ι ϛ, potentia tantum ſunt cõmenſurabiles, & ipſæ igitur γ ζ, ζ δ, potentia tantum ſunt cõmenſurabiles. Oſtenſum autem quod mediæ. Ipſa igitur γ δ, ex binis eſt medijs. Dico quod & in ordine eadem eſt ipſi α β. Quoniam enim eſt ſicut α ι ad ι ϛ, ſic eſt γ ζ ad ζ δ, & ſicut igitur quod ex α ι ad id quod ſub α ι, ι ϛ, ſic quod ex γ ζ ad id quod ſub γ ζ, ζ δ. Viciſſim igitur (per 16 quinti) ſicut quod ex α ι ad id quod ex γ ζ, ſic quod ſub α ι, ι ϛ, ad id quod ſub γ ζ, ζ δ. Commenſurabile autem eſt quod ex α ι ei quod ex γ ζ. Cõmenſurabile igitur & quod ſub α ι, ι ϛ, ei quod ſub γ ζ, ζ δ. Si igitur rationale eſt quod ſub α ι, ι ϛ, & quod ſub γ ζ, ζ δ, rationale eſt, ac per hoc eſt ex binis medijs prima. Si autem medium fuerit quod ſub α ι, ι ϛ, medium erit & quod γ ζ, ζ δ, & utraq; eſt ſecunda, ac per hoc & γ δ erit ipſi α ϛ in ordine eadem. Quod erat oſtendendum.



Euclides Camp. Propoſitio 62

62 **OMnis linea communicans lineæ maiori, eſt linea maior.**

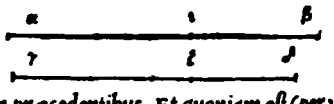
CAMPANVS. Et hæc quoq; ueritatẽ habet, ſi utrolibet modo cõmunicans fuerit aliqua linea lineæ maiori. Eſto enim a linea maior, b uero quouis ſibi cõmunicans modo, erit b linea maior. Diuiſa nanq; a in eas portiones ex quibus conſtat per 33 quæ ſunt c & d, & b ſecundum earum proportionẽ in e & f, poſitoq; quod g ſit ſuperficies contenta ſub c & e, & K ſub e & f, & m & h ſint quadrata c & d, at n & l, e & f, erit m ad h ſicut n ad l, per ſecundam partem 18 ſexti, & coniunctim m & h ad h, ſicut n & l ad l, & permutatim m & h ad n & l, ſicut h ad l. quia ergo h cõmunicat cum l eo q; d communicat cum f, aut in lõgitudine aut in potentia prout a cõmunicat cum b, ſequitur ut ambo quadrata m & h pariter accepta cõmunicent cum ambobus quadratis n & l pariter acceptis. Cum itaque duo prima pariter accepta ſint rationale per 33, erunt quoq; & duo poſtrema rationale per diffinitionẽ. At quia ſuperficiẽ K neceſſe eſt eſſe medialẽ ſicut g ex 21, lineasq; e & f eſſe incõmenſurabiles in potentia ſicut c & d ex 10, cõcluditur per 33 lineam b eſſe lineam quæ dicitur maior, quod eſt propoſitũ. Idem aliter. Cum ſit a linea maior cui b cõmunicat ſiue hoc fuerit in longitudine ſiue in potentia, ſumpta linea rationali quæ ſit c d, adiũgatur ſuperficies ei c e, æqualis quadrato lineæ a, deinde f g æqualis quadrato lineæ b. Cum igitur quadrata duarũ linearum a & b ſint cõmunicantia ex hypotheſi, erit ſuperficies c e cõmunicans ſuperficiei f g, ideoq; per primam ſexti & 10 huius linea d e lineæ e g in longitudine. At quia ex 57 linea d e eſt binomiũ quartum, erit quoq; per 60 linea e g binomium quartum. igitur ex 51 linea b potens in ſuperficiem f g, eſt linea maior.



Euclid. ex Zamb. Theorema 50 Propoſitio 68

68 **Maiori commenſurabilis, eadem quoq; maior.**

THEON ex Zamb. Eſto maior α β, & ipſi α β cõmenſurabilis eſto γ δ. Dico quod & γ δ maior eſt. Diuidatur α β in ι. Ipſæ igitur α ι, ι β (per 39 decimi) potentia ſunt incõmenſurabiles, efficientes quidem conflatum ex earum quadratis rationale, quod uero ſub ipſis medium. Fiantq; eadem quæ in præcedentibus. Et quoniam eſt (per 1 ſexti) ſicut α β ad γ δ, ſic eſt α ι ad γ ζ & ι ϛ ad ζ δ, cõmenſurabilis autem eſt α β ipſi γ δ, cõmenſurabilis igitur eſt & utraq; ipſarũ α ι, ι ϛ, utriq; ipſarũ γ ζ, ζ δ. Et quoniam eſt ſicut α ι ad γ ζ, ſic ι β ad ζ δ, & uiciſſim (per 16 quinti) ſicut α ι ad ι ϛ, ſic eſt γ ζ ad ζ δ. Et componendo igitur (per 18 quinti) ſicut α β ad ι ϛ, ſic γ δ ad ζ δ, & ſicut igitur (per 11 ſexti) quod ex α β ad id quod ex ι ϛ, ſic quod ex γ δ ad id quod ex ζ δ. Similiter iam demonſtrabimus quod & ſicut quod ex α ϛ ad id quod ex α ι, ſic quod ex γ δ ad id quod ex γ ζ. Et ſicut igitur (per 11 quinti) quod ex α ϛ ad ea quæ ex α ι, ι ϛ, ſic quod ex γ δ, ad ea quæ ex γ ζ, ζ δ. Et uiciſſim igitur (per 16 quinti) ſicut quod ex α β ad id quod ex γ δ, ſic quæ ex α ι, ι ϛ, ad ea quæ ex γ ζ, ζ δ. Commenſurabile autem eſt id quod ex α β, ei quod ex γ δ. Cõmenſurabilia ſunt igitur & quæ ex α ι, ι ϛ, eis quæ ex γ ζ, ζ δ. Suntq; quæ ex α ι, ι ϛ, ſimul, rationale, & quæ ex γ ζ, ζ δ, ſimul, rationale. Similiter autem & quod bis ſub α ι, ι ϛ, commenſurabile eſt ei quod bis ſub γ ζ, ζ δ. At quod bis ſub α ι, ι ϛ, medium eſt: medium igitur eſt & quod bis ſub γ ζ, ζ δ. Ipſæ igitur γ ζ, ζ δ, potentia ſunt incõmenſurabiles, efficientes



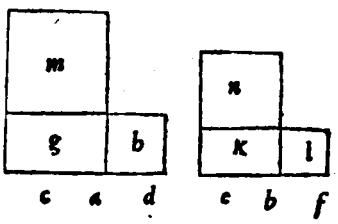
conflatum

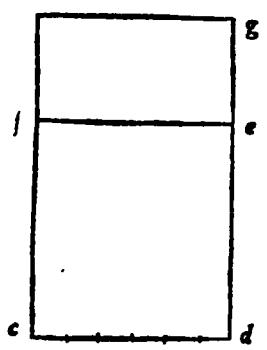
conflatum ex earum quadratis ſimul rationale, & quod bis ſub ipſis medium. Tota igitur γ δ (per 57 decimi) irrationalis eſt, maior appellata. Maiori igitur cõmenſurabilis, & eadem maior eſt, quod oſtendendũ fuerat.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 63

63 SI qua linea lineæ potenti in rationale & mediale cõmunicet, ipſa in rationale & mediale potens eſſe comprobatur.

CAMPANVS. Verum quoq; eſt, q; qualitercũq; linea aliqua ſit cõmunicans potenti in rationale & mediale ſiue in longitudine ſiue in potentia tantũ, ipſa etiam eſt potens in rationale & mediale, quod ſicut prius duplici modo probatur, neceſſe eſt autem quantũ ad primum modum, q; ſicut duæ lineæ c & d ſunt in potẽtia incõmenſurabiles, ita ſint etiam e & f per 10, & q; quẽadmodum g eſt ſuperficies rationalis (nam talem continẽt portiones lineæ potentis in rationale & mediale) ita etiã per diffinitionẽ ſit K rationalis, & quemadmodũ duo quadrata m & h pariter accepta ſunt mediale, ſic etiam per 11 duo quadrata m & l pariter accepta erunt mediale, igitur ex 54 b eſt potẽs in rationale & mediale. Quantum autem ad ſecundum modum, neceſſe eſt ex 58, ut linea d e ſit binomium quintũ, ideoq; & per 60 linea e g eſt binomium qnintũ, quare per 52 latus tetragonicũ ſuperficiei f g, quod eſt b, erit linea potens in rationale & mediale, quod eſt propoſitum.

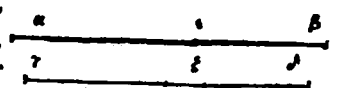




Eucli. ex Zamb. Theorema 51 Propoſitio 69

69 Rationale ac medium potenti cõmenſurabilis, & eadem rationale ac medium potens eſt.

THEON ex Zamb. *Eſto rationale medium q; potens α ε, & ipſi α ε cõmenſurabilis eſto γ δ. Oſtendendũ quod & γ δ rationale ac mediũ potens eſt. Diſtribuatur (per 46 decimi) α ε in rectas lineas in ζ. Ipſæ igitur α ζ, ζ ε, (per 40 decimi) potentia ſunt incõmenſurabiles, efficientes quidem compoſitũ ex earũ quadratis medium, quod uero ſub ipſis rationale, & eadem conſtruantur quæ in præcedentibus. Similiter iam demonſtrabimus quod γ ζ, ζ δ, potentia ſunt incõmenſurabiles, & cõmenſurabile eſt conflatũ ex ijs quæ ex α ζ, ζ ε, conflato ex ijs quæ ex γ ζ, ζ δ, quod autem ſub α ζ, ζ ε, ei quod ſub γ ζ, ζ δ. Quare & conflatũ ex ijs quæ ex γ ζ, ζ δ, quadratis, medium eſt, quod uero ſub γ ζ, ζ δ, rationale. Rationale igitur eſt ac medium potens, ipſa γ δ. Quod erat oſtendendum.*

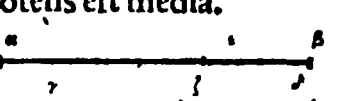


Eucli ex Camp. Propoſitio 64

64 OMnis linea cõmunicans potenti in duo medialia, ipſa quoq; potens eſt in duo medialia. CAMPANVS. Hæc quoq; manẽtibus eiſdem diſpoſitione & poſitiõibus, eo duplici modo quo præmiſſæ probabitur uera eſſe, ſiue in lõgitudine ſiue in potentia cõmunicet linea b cum linea a potente in duo medialia. Quantũ enim ad primum argumẽtationis modum erit per 35 ſuperficies g medialis, ideoq; & k per 21, cum cõmunicet ei, duo quoq; quadrata m & h pariter accepta erunt ex eadem 35 mediale, ideoq; duo n & l pariter accepta per 21. At quia duo quadrata m & h pariter accepta ex prædicta 35 ſunt incõmenſurabile duplo ſuperficiei g ſequitur per 10 & noſtras poſitiones ut duo quoq; l & n pariter accepta ſint incõmenſurabile duplo ſuperficiei K, cum itaq; ſint e & f incõmenſurabiles in potentia quemadmodum c & d, erit ex 35 linea b potens in duo medialia. Quantũ autem ad ſecũdum ſolitæ argumẽtationis modum erit per 59 d e binomiũ ſextũ. ideoq; etiã per 60 linea e g erit binomiũ ſextũ, quare per 53 latus tetragonicũ ſuperficiei f g quod eſt b, erit potens in duo medialia. Quod eſt propoſitũ. Eucli. ex Zamb. Theorema 52 Propoſitio 70

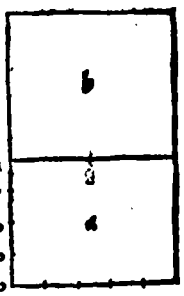
70 Bina potenti media commenſurabilis, bina potens eſt media.

THEON ex Zamb. *Eſto bina potens media α β, & ipſi α β cõmenſurabilis eſto γ δ. Oſtendendũ quod & γ δ, bina potẽs eſt media. Quoniã enim bina potens eſt media α β, diſtribuatur (per 47 decimi) in rectas lineas in ζ, igitur α ζ, ζ ε, (per 41 decimi) potentia ſunt incõmenſurabiles, efficientes conflatum ex ipſarũ quadratis medium, & quod ſub ipſis medium, & incõmenſurabile eſt conflatũ ex ipſarũ α ζ, ζ ε, quadratis, ei quod ſub α ζ, ζ ε. Conſtruatur eadem quæ in præcedentibus. Similiter iam demonſtrabimus quod & ipſæ γ ζ, ζ δ, potentia ſunt incõmenſurabiles, & compoſitũ ex ijs quæ ex α ζ, ζ ε, compoſito ex ijs quæ ex γ ζ, ζ δ, cõmenſurabile eſt: quod autem ſub α ζ, ζ ε, ei quod*

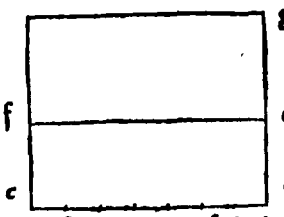


ſub γ ζ,ζ δ,quare & conflatũ ex ipſarũ γ ζ,ζ δ,quadratis medium eſt,& quod ſub ipſis γ ζ,ζ δ medium,& inſuper ipſi cõmenſurabile eſt conflatũ ex ipſarũ γ ζ,ζ δ,quadratis,ei quod ſub γ ζ,ζ δ. Ipſa igitur γ δ,bina potẽs eſt media,quod oſtendere oportuit. Eucli.ex Camp. Propoſitio 65

65 SI duæ ſuperficies quarum altera rationalis altera uero medialis, coniungãtur, linea potens in totam ſuperficiem inde compoſitã aliqua erit quatuor irrationaliũ linearũ,uidelicet aut binomium, aut bimediale primũ,aut linea maior,aut potens in rationale & mediale.

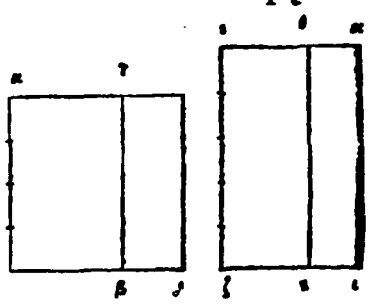


CAMPANVS. Vt ſi a ſit rationalis ſuperficies,& b medialis,erit linea potens in totã a b,aliqua præmiſſarũ quatuor. Sit enim linea c d rationalis,cui adiũgatur c e æqualis a,& f g æqualis b,eritq; ex 16 linea d e rationalis in longitudine, cõmunicans lineæ c d rationali poſitæ, & ex 20 linea e g rationalis in potentia tantũ,& ex 30 linea d g binomium,cuius cum altera binomialiũ portionũ quæ eſt d e, ſit rationalis in longitudine cõmunicans lineæ rationali poſitæ quæ eſt c d, ipſum erit ex diffinitione ſpecierũ binomij aut binomiũ primum,aut ſecundũ,aut quartũ, aut quintũ: tertiũ autem aut ſextum nõ erit ex diffinitione, itaq; ex 44, 49,51,& 52,linea potens in totam c g quæ eſt æqualis duabus ſimul a & b, erit aut binomiũ,aut bimediale primum,aut linea maior, aut potens in rationale & mediale,quod eſt propoſitũ. Bimediale uero ſecundũ, aut potẽs in duo medialia nõ erit, quoniã ſi eſſet bimediale ſecundũ,eſſet ex 56 linea d g binomium tertiũ,q; ſi eſſet potens in duo medialia,eſſet ex 59 linea d g binomiũ ſextũ,ſed neutrũ erat. Vnde patet noſtra intentio. Eucli.ex Zamb. Theorema 55 Propoſitio 71



71 Rationali ac medio cõpoſitis,quatuor fiunt irrationales,quæ ex binis nominibus,quæ ex binis prima medijs,maior,ac rationale mediumq; potẽs.

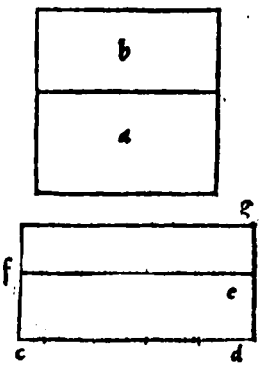
THEON ex Zamb. Sit rationale α ζ,mediũ autẽ γ δ. Dico quod ipſam α δ areolam potẽs, aut ex binis nominibus eſt,aut ex duobus prima medijs, aut maior, aut rationale mediumq; potens. Ipſa etenim α β, ipſa γ δ aut maior aut minor eſt. Eſto prius maior,exponaturq; rationalis ε ζ, cõparaturq; (per 44 primi) ad ipſam ε ζ ipſi α ζ æqua areola ε η, latitudinẽ efficiens ε θ. Ipſi autẽ δ γ æquũ ad ε ζ,hoc eſt θ η,cõparetur θ ι latitudinẽ efficiens θ η. Et quoniã rationale eſt α ζ,& æquale eſt ipſi ε η, rationale igitur eſt & ε η. Et ad ipſam rationalẽ ε ζ cõparatur,latitudinẽ efficiens ε θ,rationalis igitur eſt ε θ,& cõmenſurabilis eſt ipſi ε ζ longitudine. Rurſus quoniã medium eſt γ δ,& æquũ eſt ipſi θ ι,mediũ igitur eſt & θ ι. Et ad rationalẽ ε ζ cõparatur,hoc eſt ad ipſam θ η,latitudinẽ efficiens θ η,rationalis igitur eſt θ η,& ipſi ε ζ lõgitudine incõmenſurabilis. Et quoniã medium eſt γ δ,rationale autẽ α ζ, incõmenſurabile igitur eſt α ζ ipſi γ δ,quare & ε η incõmenſurabile eſt ipſi θ ι. Sicut aũt η ε ad θ ι,ſic(per 1 ſexti)eſt ε θ ad θ η. Incõmenſurabilis igitur eſt(per 11 decimi) & ε θ,ipſi θ η longitudine. Et ambæ ſunt rationales,ipſæ igitur ε θ, θ η,rationales ſunt,potẽtia tantũ cõmenſurabiles,ex binis igitur nominibus eſt ε η,diuiſa in θ. Et quoniã maius eſt α ζ ipſo γ δ,æquũ autẽ eſt α ζ ipſi ε η,& γ δ ipſi θ ι,maius igitur eſt ε η ipſo θ ι,& ε θ igitur maior eſt ipſa θ η. Igitur ε θ,ipſa θ η maius poteſt,aut eo quod ex ſibi longitudine cõmenſurabili,aut eo quod ex ſibi incõmenſurabili. Poſſit prius maius eo quod ex ſibi cõmenſurabili. Eſtq; maior ε θ cõmenſurabilis expoſitæ rationali ε ζ. Ipſa igitur ε η(per ſecũdas diffinitiones) ex binis nominibus eſt prima. Rationalis autẽ eſt ε ζ. Si areola uero cõprehendatur ſub rationali & ex binis nominibus prima,quæ areolam poteſt,ex binis nominibus eſt (per 54 decimi.) Igitur quæ ipſum ε ι poteſt,ex binis nominibus eſt. Quare & ipſum α δ potens,ex binis nominibus eſt. Poſſit uero ε θ ipſa θ η,maius eo quod ex ſibi incõmenſurabili,eſtq; maior ε θ,cõmenſurabilis ipſi ε ζ expoſitæ rationali lõgitudine. Ipſa igitur ε η,ex binis nominibus eſt quarta. Rationalis aũt eſt ε ζ. Si uero areola cõprehendatur ſub rationali ac ex binis quarta nominibus,quæ areolam poteſt,irrationalis eſt appellata maior(per 57 decimi.) Igitur quæ ipſam ε ι poteſt areolã,maior eſt. Quare & ipſam α δ potens maior eſt. Sed iam eſto minus α ζ ipſo γ δ,& η ε igitur,ipſo θ ι minus eſt, quare & ε θ,minor eſt ipſa θ η. At θ η ipſa ε θ maius poteſt,aut eo quod ex ſibi cõmenſurabili,aut eo qđ ex ſibi incõmenſurabili. Poſſit prius maius eo quod ex ſibi cõmenſurabili longitudine,& minor ε θ eſt,cõmenſurabilis longitudine ipſi ε ζ expoſitæ rationali,ipſa igitur ε η,ex binis nominibus eſt ſecũda. Rationalis autẽ eſt ε ζ. Si uero areola cõprehendatur ſub rationali, & ex binis ſecũda nominibus,quæ areolã poteſt,ex binis eſt prima medijs(per 55 decimi)quæ igitur ipſam ε ι poteſt areolam,ex binis eſt prima medijs. Quare & quæ ipſam α δ areolam poteſt,ex binis medijs eſt prima. Atqui θ η,ipſa ε θ maius poſſit,eo quod ex ſibi incõmenſurabili,& minor ε θ eſt,cõmenſurabilis expoſitæ rationali ε ζ. Ipſa igitur ε η, ex



u, eſt binis nominibus eſt quinta. Rationalis autẽ eſt ſ. Si uero areola cõprehendatur ſub rationali & ex binis nominibus quinta, quæ arcolam poteſt, rationale ac medium potens eſt (per 58 decimi.) Quæ igitur ipſam ſ ι areolam poteſt, rationale ac medium poteſt, quare & ipſam α ♪ areolam potens, rationale ac medium poteſt. Rationali igitur ac medio cõpoſitis, quatuor irrationales fiunt, quæ ex binis nominibus, quæ ex binis prima mediꝭs, maior, & rationale mediumq; potens, quod demonſtraſſe oportuit. Eucli. ex Camp. Propoſitio 66

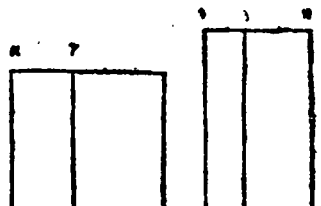
66 VM cõiunctæ fuerint duæ ſuperficies mediales incõmenſurabiles linea potẽs in totam ſuperficiẽ alterutra erit duarũ irrationaliũ linearũ, uidelicet aut bimediale ſecũdũ, aut potẽs in duo medialia.

CAMPANVS. Vt ſit a & b ſint duæ ſupficies mediales incõmenſurabiles (ſi enim eſſent cõmenſurabiles, eſſet cõpoſita ex eis medialis ex 9 & 15, quare & linea potẽs in eã, medialis ex 19) dico q̃ linea potens in cõpoſitam ex ambabus, erit aut bimediale ſecundũ, aut potens in duo medialia. Sit quidẽ linea c d, rationalis, ſupficies uero ſibi adiuncta c e æqualis a, & ſuperficies f g æqualis b, eritq; ex 20 linea d e, ſimiliter quoq; linea e g, rationalis in potẽtia tantũ. Cumq; ſupficies c e & f g, ſint incõmenſurabiles ſicut a & b eis æquales, ideoq; lineæ d e & e g ex prima ſexti & 10 huius, erit ex 30 linea d g binomiũ. Cuius cum utraq; binomialiũ portionũ quæ ſunt d e & e g, ſit incõmenſurabilis lineæ rationali poſitæ quæ eſt c d, ipſum erit ex diffinitione binomiũ tertiũ aut ſextũ. Linea ergo potens in totã c g æqualem cõpoſitæ ex a & b, erit ex 50 & 55, aut bimediale ſecundũ, aut potẽs in duo medialia. Quod eſt propoſitũ. Eucli. ex Zamb. Theorema 54 Propoſitio 72



72 Binis mediꝭs adinuicem incõmenſurabilibus cõpoſitis, reliquæ duæ irrationales fiunt, quæ ex binis ſecunda mediꝭs, & quæ bina potens eſt media.

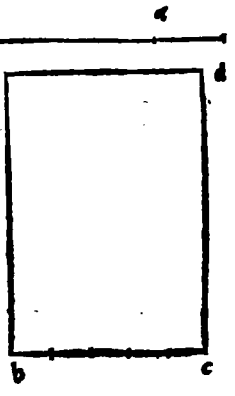
THEON ex Zamb. *Cõponantur etenim bina media adinuicẽ incommenſurabilia α C, γ ♪. Dico quod α ♪ areolã potens, aut ex binis eſt ſecũda mediꝭ, aut bina potẽs eſt media. Ipſum nanq; α C ipſo γ ♪ aut maius eſt aut minus. Sit prius maius α C ipſo γ ♪, exponaturq; rationalis ſ ξ, & ipſi α C æquũ ad ipſam ſ ξ (per 45 primi) cõparetur ſ υ, latitudinẽ efficiens ſ θ. ipſi autẽ γ ♪, æquũ θ ι, latitudinẽ efficiens θ κ. Et quoniã utrunq; ipſorũ α C, γ ♪, mediũ eſt, & utriq; igitur ipſorũ ſ υ, θ ι, mediũ eſt. Et ad ipſam ſ ξ rationalẽ cõparatur, latitudinẽ efficiẽs ipſas ſ θ, θ κ, utraq; igitur ipſarũ ſ θ, θ κ, rationalis eſt (per 22 decimi) & ipſi ſ ξ lõgitudine incõmenſurabilis. Et quoniam α C ipſi γ ♪ incõmenſurabile eſt, & æquũ eſt α C quidẽ ipſi ſ υ, & γ ♪ ipſi θ ι, incõmenſurabile igitur eſt & ſ υ ipſi θ ι. Sicut aũt (per 1 ſexti) ſ υ ad θ ι, ſic eſt ſ θ ad θ κ, incõmenſurabilis igitur eſt (per 11 decimi) ſ θ ipſi θ κ lõgitudine. Ipſæ igitur ſ θ, θ κ, rationales ſunt, potẽtia tantum cõmenſurabiles. Ipſa igitur ſ κ, ex binis nominibus eſt. Ipſa autẽ ſ θ ipſa θ κ aut maius poteſt eo quod ex ſibi cõmenſurabili, aut eo quod ex ſibi incõmenſurabili. Poßit prius maius eo q̃d ex ſibi cõmenſurabili longitudine, & neutra ipſarũ ſ θ, θ κ, cõmenſurabilis eſt longitudine ipſi ſ ξ expoſitæ rationali. Ipſa igitur ſ κ (per 30 decimi) ex binis eſt tertia nominibus. Rationalis aũt eſt ſ ξ. Si uero areola cõprehendatur ſub rationali & ex binis nominibus tertia, quæ areolam poteſt, ex binis eſt ſecũda mediꝭs (per 56 decimi.) Quæ areolam igitur ſ ι, hoc eſt α ♪ poteſt, ex binis eſt ſecũda mediꝭs. Sed iam ſ θ ipſa θ κ, maius poßit, eo quod ex ſibi lõgitudine incõmenſurabili. Et quoniã incõmenſurabilis eſt utraq; ipſarũ ſ θ, θ κ, ipſi ſ ξ lõgitudine, ipſa igitur ſ κ ex binis eſt ſexta nominibus (per 33 decimi.) Si uero ſub rationali & ex binis ſexta nominibus arcola cõprehendatur, quæ areolã poteſt, bina potẽs eſt media (per 59 decimi.) Quare & quæ α ♪ poteſt areolã, bina potens eſt media. Similiter iam oſtendemus, q̃d & ſi minor fuerit α C ipſa γ ♪, quæ ipſam α ♪ areolã poteſt, aut ex binis eſt ſecũda mediꝭs, aut bina potẽs eſt media. Binis igitur mediꝭ inuicẽ incõmenſurabilibus cõpoſitis, reliquæ irrationales fiũt, quæ ex binis ſecũda mediꝭ & quæ bina potens eſt media. Quod erat oſtendendũ.* Eucli ex Camp. Propoſitio 67



67 VM poſita fuerit linea binomialis cæteræq; irrationales ſequentes eam, non erit earum aliqua ſub termino alterius.

CAMPANVS. Vult quod ſi linea aliqua ut a, fuerit aliqua ex ſex præhabitis lineis irrationalibus quæ ſunt binomium & eius quinq; comites, ipſa nõ erit aliqua aliarũ. Si enim quadrato eius æqualis ſuperficiẽs adiungatur ad lineam rationalem b c quæ ſit b d, ſi quidem a fuerit binomiũ, erit ex 54 linea c d binomiũ primum. Quæ ſi fuerit bimediale primum, erit c d ex 55 binomium ſecundum. Si autem bimediale ſecũdum, erit c d ex 56 binomium tertium. Et ſi linea maior, erit c d ex 57 binomium quartũ. At ſi potens in rationale & mediale, aut ſi potens in duo medialia, erit

ex 58 c d binomium quintum, aut ex 59 binomiũ ſextum. Et quia impoſſibile eſt c d eſſe ſimul ſub diuerſis ſpeciebus binomiorũ a diffinitione, eſt impoſſibile a eſſe ſimul ſub diuerſis ſpeciebus ſex præhabitarũ linearum irrationaliũ. De linea autẽ mediali conſtat quod ipſa quoq; non ſit aliqua ſex ſequentiũ, uidelicet neq; binomium, neq; aliqua ex ipſius comitibus. Cum enim ſuperficies æqualis quadrato lineæ medialis adiungitur ad lineam rationalem, latus eius ſecundum eſt rationale in potentia ex 10. Cum autẽ ſuperficies æqualis quadrato binomij, aut alicuius ſuarum comitũ, latus eius ſecundum eſt binomium, aut primum, aut ſecundum, & ſic de cæteris per 54 quinq; eam ſequentes. Quare ipſum eſt irrationale & in longitudine & in potentia per 10. Cum igitur ſit impoſſibile eandem lineã eſſe rationalẽ in potẽtia, & irrationalẽ tam in longitudine q̃ in potentia, nimirũ impoſſibile lineã medialẽ eſſe binomialẽ, aut aliquã ex quinq; ſuis comitibus.



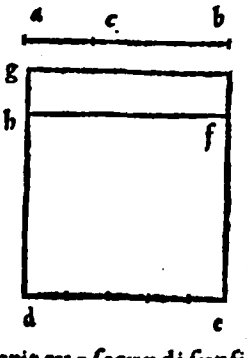
THEON

Quæ ex binis nominibus, & poſt ipſam irrationales, neq; mediæ, neq; inuicem ſunt eædem. Quod enim ex media ad rationalem comparatũ, latitudinem efficit rationalem, & ei longitudine incõmenſurabilem ad quam comparatur (per 11 decimi.) Quod ex ea quæ ex binis nominibus ad rationalem comparatũ, latitudinẽ efficit ex binis nomiuibus primam (per 60 decimi.) Quod ex ea uero quæ ex binis prima mediꝰ ad rationalẽ comparatũ, latitudinẽ efficit ex binis nominibus ſecundam (per 61 decimi.) Quod ex ea autem quæ ex binis ſecunda mediꝰ ad rationalem comparatũ, latitudinẽ efficit ex binis nominibus tertiam (per 62 decimi.) Verum quod ex maiore ad rationalẽ comparatũ, latitudinẽ efficit ex binis nominibus quartam (per 63 decimi.) Sed quod ex rationale ac medium potente ad rationalem comparatum, latitudinem efficit ex binis nominibus ſextam (per 65 decimi.)

Quoniam prædictæ latitudines differunt & à prima & adinuicem, à prima quoniam rationalis eſt, adinuicem uero quia in ordine non ſunt eædem, manifeſtum eſt quod & ipſæ irrationales adinuicem differunt.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 68

68 SI linea de linea abſcindatur, fuerintq; ambæ potentialiter tantũ rationales cõmunicãtes, reliqua linea erit irrationalis, dicaturq; reſiduũ. CAMPANVS. Sit linea b c, abſciſa ex a b, ſintq; ambæ rationales tantum potentia cõmunicãtes, quales docuit inuenire 17 & 18, & hæ ſunt quæ cõponunt binomium. Dico q̃ a c reliqua eſt irrationalis & ipſa uocatur reſiduũ. Conſtat enim ex 7 ſecundi, quod quadrata duarũ linearũ a b & b c pariter accepta, quæ cõponunt ſuperficiẽ rationalem ex hypotheſi & diffnitione rationalis ſuperficiei & 9 huius, tantũ ſunt quantũ duplum ſuperficiei a b & b c cum quadrato a c. Cumq; ex 19 ſuperficies a b in b c ſit medialis, ideoq; & duplũ eius mediale per 21, & ideo irrationale per 19, ſequitur ut ambo quadrata duarũ linearũ a b & b c pariter accepta ſint incõmenſurabile duplo ſuperficiei unius earũ in alterã, quare per 9, & quadrato lineæ a c. Ex diffinitione igitur quadratũ lineæ a c eſt irrationale, cum ipſum ſit incõmenſurabile rationali, uidelicet, duobus quadratis duarũ linearũ a b & b c pariter acceptis, itaq; etiã ex diffinitiõe linea a c eſt irrationalis, quod eſt propoſitũ. Exẽplariter in figura, eſto ſupficies e g æqualis duob. quadratis duarũ linearũ a b & b c pariter acceptis, eritq; rationalis, itemq; ſit ſupficies d f æqualis duplo ſuperficiei unius in alterã, eritq; ex 19 medialis, & erit ex 7 ſecundi ſupficies f g æqualis quadrato lineæ a c. Cumq; ſupficies e g ſit incõmenſurabilis ſupficiei d f, eadẽ erit ex 9 incõmenſurabilis f g, quare f g irrationalis, & eius tetragonicũ latus a c.



Incipiunt hexades per aphæreſin, hoc eſt per abſciſionem.

Eucli. ex Zamb. Theorema 55 Propoſitio 75

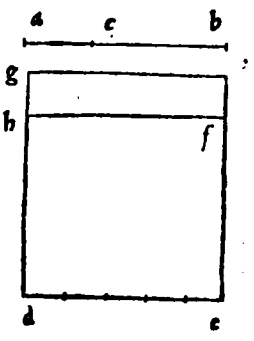
75 Si à rationali rationalis auferatur, potentia tantum cõmenſurabilis exiſtens toti, reliqua irrationalis eſt, uocatur autem apotome.

THEON ex Zamb. *A rationali nanq; α β, rationalis auferatur β γ, potentia tantum toti cõmenſurabilis exiſtens. Dico quod reliqua α γ irrationalis eſt, apotome appellata. Quoniam α β ipſi β γ longitudine eſt incõmenſurabilis, eſtq; (per lemma 21 decimi) ſicut α β ad β γ ſic quod ex α β ad id quod ſub α β, β γ, incõmenſurabile igitur eſt (per 11 decimi) quod ex α β, ei quod ſub α β, β γ. Sed ei quidem quod ex α β, incõmenſurabilia ſunt quæ ex α β, β γ, quadrata, ei autem quod ſub α β, β γ, com-*

mensurabile est quod bis sub α β.β γ. Quæ igitur ex α β,β γ, incõmensurabilia sunt ei quod bis sub α ϛ,ϛ γ, & reliquo igitur quod ex α γ, incõmensurabilia sunt ei quæ ex α β,β γ, quoniam (per 5 secũdi) & quæ ex α β,β γ, æqua sunt ei quod bis sub α ϛ,ϛ γ, una cum eo quod ex γ α. Rationalia autẽ sunt ea quæ ex α ϛ,ϛ γ, quadrata, irrationalis igiur est linea α γ, uocatur autẽ ipsa, apotome. Eucli. ex Camp. Propositio 69

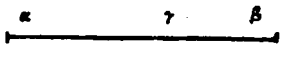
69 SI fuerit linea de linea absciſa, fuerintq; ambæ mediales potentialiter tantum cõmunicantes superficiemq; rationalẽ continentes, reliqua linea erit irrationalis, diceturq; reſiduũ mediale primũ.

CAMPANVS. Sit linea b c, abſciſa ex linea a b, ſintq; ambæ quales proponitur, quas ex 24 & 25 reperies, & hæ ſunt quæ cõiungunt bimediale primum. Dico quod reliqua linea a c erit irrationalis, & ipſa dicitur reſiduũ mediale primum. Erunt enim ambo earum quadrata pariter accepta, mediale, duplum uero ſuperficiei unius in alteram, rationale, itaq; ambo quadrata pariter accepta, incõmenſurabile ſunt duplo ſuperficiei unius in alterã. Quia itaq; ambo quadrata pariter accepta componũtur ex duplo ſuperficiei unius in alterã & quadrato lineæ a c, ſequitur per 9 ut quadratũ lineæ a c ſit incõmenſurabile duplo ſuperficiei unius in alterã, quare tam ipſum quadratũ quàm latus eius a c, eſt irrationale per diffinitionẽ, conſtat ergo propoſitum. Quod (quemadmodũ in præmiſſo) ſi libet potes declarare exemplariter in figura. Aliter idem ſic. Sit linea d e rationalis in longitudine, cui adiungatur ſuperficies d f, æqualis duplo ſuperficiei unius in alterã, & ſuperficies g e æqualis ambobus quadratis pariter acceptis, eritq; per 7 ſecundi ſuperficies f g, æqualis quadrato lineæ a c. Cum itaq; per hypotheſin ſit ſuperficies e g medialis erit per 20 linea d g rationalis in potentia tantũ. Cum uero ſit ſuperficies e h rationalis per hypotheſin, erit ex 16 linea d h rationalis in longitudine. Itaq; per 68, linea g h eſt reſiduũ, & irrationalis: ideoq; per 16 à deſtructione conſequẽtis ſuperficies f g eſt irrationalis, & eius latus tetragonicũ quod eſt a c, eſt irrationale. Et ſic patet propoſitũ.



Eucli. ex Zamb. Theorema 56 Propoſitio 74

74 SI à media auferatur media potentia tantum toti ſubſiſtens commenſurabilis, cum tota uero rationale comprehendens, reliqua irrationalis eſt, uocetur uero mediæ apotome prima.



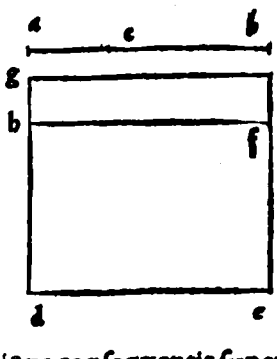
THEON ex Zamb. *A media nanq; α β, media auferatur β γ potentia tantum cõmenſurabilis ſubſiſtens toti α β, & cum ipſa α β rationale cõprehendens quod ſub α β,β γ. Dico quod reliqua α γ irrationalis eſt, appellaturq; mediæ apotome prima. Quoniam enim α β. β γ, mediæ ſunt, media quoq; ſunt quæ ex α β,β γ. Rationale autẽ quod bis ſub α β,β γ, incõmenſurabilia igitur ſunt quæ ex α β,β γ, ei quod bis ſub α β,β γ: & reliquo igitur ei quod ex α γ (per 16 decimi) incõmenſurabile eſt quod bis ſub α β.β γ, quoniam & ſi tota uni carũ incõmenſurabilis fuerit, & quæ in principio magnitudines, incõmenſurabiles erunt (per 16 decimi.) Rationale autẽ eſt quod bis ſub α β,β γ, irrationale igitur qđ ex α γ. Irrationalis igitur eſt α γ, uocatur ſane mediæ apotome prima. Quod fuerat oſtendendũ.* Eucli. ex Camp. Propoſitio 70

70 SI linea de linea ſecetur, fuerintq; ambæ mediales potentialiter tantum cõmunicantes, continentesq; mediale, reliqua linea erit irrationalis, diceturq; reſiduum mediale ſecundum.

CAMPANVS. Sit hic quoq; linea b c, abſciſa ex linea a b, utraq; autẽ a b & b c, ſint ut ponitur, & ipſæ per 26 reperiũtur, & ſunt quæ cõponunt bimediale ſecundum. Dico q; linea reliqua quæ eſt a c, eſt irrationalis, & ipſa dicitur reſiduũ mediale ſecundũ. Sunt enim ex hypotheſi & 21 ambo quadrata duarũ linearũ a b & b c pariter accepta mediale. ſimiliter quoq; duplum ſuperficiei unius in alterã, eſt mediale. Cum itaq; ex 21 mediale non differat à mediali niſi irrationali, erit quadratũ lineæ a c in quo per 7 ſecundi duo quadrata a b & b c pariter accepta excedunt duplum ſuperficiei unius in alterã irrationale, quare & linea a c irrationalis. Figurali quoq; exẽplo patefieri poteſt iſtud ut prius. Si enim ſit e g æqualis ambobus quadratis a b & b c, ſimiliter & d f duplo ſupficiei unius in alterã, erit f g per 7 ſecundi æqualis quadrato a c, quæ cum ſit differẽtia ſuperficiei unius medialis e g ad ſuperficiẽ mediãlẽ d f, ipſa eſt irrationalis per 21, & eius tetragonicũ latus a c irrationale.

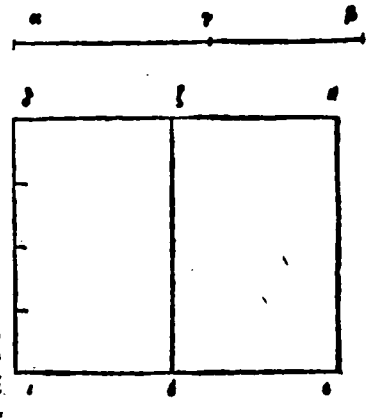
IDEM

IDEM aliter. Sit linea d e rationalis, cui adiungatur ſuperficies d f æqualis duplo ſuperficiei unius in alterã, & e g æqualis ambobus quadratis pariter acceptis, erit per 7 ſecundi f g, æqualis quadrato a c. Quia uero e g eſt medialis, erit ex 10 linea d g in potentia tantũ rationalis. Similiter quoq; cum e h ſit medialis, erit ex eadem, linea d h rationalis ſimiliter in potentia tantũ. Et quoniam a b & b c ſunt incõmenſurabiles in longitudine, ideoq; quadratũ utriuſq; earũ ſuperficiei unius in alteram, & propter hoc ambo quadrata pariter accepta (cum ipſa ex hypotheſi cõmunicent) ſunt quoq; incõmenſurabilia duplo ſuperficiei unius in alterã, ſequitur ut e g ſit incõmenſurabilis h c, quapropter linea d g, lineæ d h, igitur ex 68, linea g h eſt reſiduũ, & irrationalis: ideoq; per 16 à deſtructione conſequentis ſuperficies f g irrationalis, & eius latus tetragonicum a c irrationale.



Eucli. ex Zamb. Theorema 57 Propoſitio 75

75 Si à media media auferatur potentia tantum toti cõmenſurabilis ſubſiſtens, & cum tota medium comprehendens, reliqua irrationalis eſt, uocetur autem mediæ ſecunda apotome.

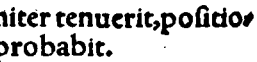


THEON ex Zamb. A media nanq; α β, media auferatur γ ε potentia tantum toti α ε cõmenſurabilis ſubſiſtens, unaq; cum ipſa tota α ε medium cõprehendens quod ſub α ε, ε γ. Dico quod reliqua α γ irrationalis eſt, appellatur autem mediæ ſecunda apotome. Exponatur enim rationalis δ ι. Et ipſis quidem quæ ex α β, β γ, æquũ ad δ ι comparetur (per 44 primi) δ ια, latitudinẽ efficiens δ ιβ, ei uero quod bis ſub α ε, ε γ, æquũ ad ipſam δ ι cõparetur (per 44 primi) δ ιθ, latitudinẽ efficiẽs δ ιζ. Reliquũ igitur ζ ια, æquũ eſt ei quod ex α γ. Et quoniam ea quæ ex α β, ε γ, media ſunt, medium igitur eſt & δ ια, & ad ipſam rationalem δ ι comparatur, latitudinẽ efficiens δ ιβ: rationalis igitur eſt (per 22 decimi) δ ιβ, & ipſi δ ι longitudine incõmenſurabilis. Rurſus quoniam quod ſub α ε, ε γ, medium eſt, & quod bis igitur ſub α ε, ε γ, medium eſt, & eſt æquale ipſi δ ιθ, & δ ιθ igitur medium eſt, & ad ipſam δ ι rationalem comparatũ eſt, latitudinẽ efficiens δ ιζ, rationalis igitur eſt δ ιζ, & ipſi δ ι longitudine incõmenſurabilis. Et quoniam α β, β γ, potentia tantum ſunt cõmenſurabiles, incõmenſurabilis eſt igitur α β ipſi β γ longitudine. Incõmenſurabile igitur (per lemma 21 decimi & 11 decimi) & quod ex α ε quadratũ, ei quod ſub α ε, ε γ. Sed ei quidem quod ex α ε, cõmenſurabilia ſunt quæ ex α β, β γ, ei autem quod ſub α β, β γ, cõmenſurabile eſt quod bis ſub α β, β γ. Incõmenſurabilia igitur ſunt quæ ex α β, β γ, ei quod bis ſub α β, β γ. Sed eis quidem quæ ex α β, β γ, æquum eſt δ ι, ei autem quod bis ſub α β, β γ, æquum eſt δ ιθ. Incõmenſurabile igitur eſt δ ι, ipſi δ ιθ. Sicut autem δ ι ad δ ιθ, ſic α δ ad δ ιζ. Incommenſurabilis igitur eſt α δ, ipſi δ ιζ longitudine. Et utræq; rationales. Ipſæ igitur α δ, δ ιζ (per 11 decimi) rationales ſunt potentia tantum commenſurabiles. Ipſa igitur ζ α, apotome eſt. Rationalis autem δ ι. Quod autem ſub rationali & irrationali comprehenſum, irrationale eſt (per lemma 20 decimi,) & quæ illud poteſt irrationalis eſt. Ipſum autem ζ α, poteſt ipſa α γ, ipſa igitur α γ irrationalis eſt, appellatur autem mediæ ſecunda apotome.

Eucli ex Camp. Propoſitio 71

71 SI linea de linea detrahat, fuerintq; ambæ potentialiter incõmenſurabiles, continentesq; mediale, quadrataq; earũ ambo pariter accepta rationale, reliq̃ linea erit irrationalis, uocaturq; minor.

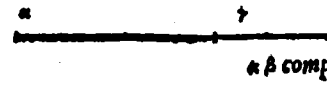
CAMPANVS. Si ſint a b & b c quales proponitur, quæ per 17 reperiuntur & cõponunt lineam maiorem, erit linea a c irrationalis, & ipſa eſt quæ dicitur linea minor. Quod qui præmiſſa firmiter tenuerit, poſitiones q; diligenter attenderit, duplici modo ut antecedentes facile probabit.



Eucli. ex Zamb. Theorema 61 Propoſitio 76

Si à recta linea recta linea auferatur potentia toti ſubſiſtens incõmenſurabilis, cum tota uero efficiens quod ab eis ſimul rationale, quod uero ſub ipſis medium, reliqua irrationalis eſt, appellaturq; minor.

THEON ex Zamb. A recta nanq; linea α β, auferatur recta linea β γ, potentia toti ſubſiſtens incommenſurabilis, efficiens cum tota quidem



α β compo-

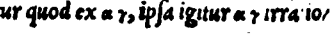
α,β compoſitum ex ijs quæ ex α β, β γ, ſimul rationale, quod uero bis ſub ipſis α β, β γ, ſimul medium. Dico quod reliqua α γ irrationalis eſt, appellata minor. Quoniam nanque compoſitum quidem ex ijs quæ ex α β, β γ, quadratis rationale eſt, quod uero ſub ipſis α β, β γ, medium, incommenſurabilia igitur ſunt quæ ex α β, β γ, ei quod bis ſub α β, β γ. Et conuertendo igitur (per correlarium 19 quinti) incommenſurabilia ſunt quæ ex α β, β γ, ei quod ex α γ. Rationale autem eſt, conflatum ex ijs quæ ex α β, β γ, irrationale igitur quod ex α γ, ipſa igitur α γ irrationalis eſt, appellatur autem minor.



Eucli ex Camp. Propoſitio 72

72 SI linea de linea dematur, fuerintq; ambæ potentialiter incommenſurabiles, ſuperficiemq; rationalem continẽtes, quadrataq; earum ambo pariter accepta mediale, linea reliqua erit irrationalis, diceturq; iuncta cum rationali componens totum mediale.

CAMPANVS. Et hoc quoq; neſcire non poteſt qui priora nouerit, niſi a memoria exciderint: quin poſitis lineis a b & b c (quales proponitur, quæ & per 18 reperiuntur, & lineam potentem in rationale & mediale componunt, ſit a c reliqua, irrationales. & ipſa dicitur quæ iuncta cum rationali componit totum mediale.



Eucli. ex Zamb. Theorema 59 Propoſitio 77

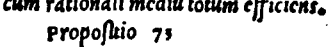
77 Si à recta linea recta linea auferatur potentia toti ſubſiſtens incõmenſurabilis, & cum tota efficiens conflatum quidem ex ipſarum quadratis medium, quod uero bis ſub ipſis rationale, reliqua irrationalis eſt, uocatur autem cum rationali medium totum efficiens.

THEON ex Zamb. A recta enim linea α β, recta linea auferatur β γ, toti α β potentia ſubſiſtens incõmenſurabilis, efficiens conflatum quidem ex ipſarũ α β, β γ, quadratis medium, quod uero bis ſub ipſis rationale. Dico quod reliqua α γ irrationalis eſt, uocatur autem cum rationali medium totum efficiens. Quoniam enim conflatum ex ipſarum α β, β γ, quadratis medium eſt, quod uero bis ſub ipſis α β, β γ, rationale, incõmenſurabilia igitur ſunt quæ ex α β, β γ, quadrata ei quod bis ſub α β, β γ, & reliquũ igitur quod ex α γ, incõmenſurabile eſt ei quod bis ſub α β, β γ. Quod uero bis ſub α β, β γ, rationale eſt, quod igitur ex α γ, irrationale eſt. Irrationalis igitur eſt ipſa α γ, uocatur autẽ cum rationali mediũ totum efficiens. Quod erat oſtendendũ. Eucli. ex Camp. Propoſitio 73



73 SI linea à linea detrahatur, fuerintq; ambæ potentialiter incommenſurabiles, ſuperficiemq; medialem continentes, quadrataq; earum ambo pariter accepta mediale duplo ſuperficiei alterius in alteram incõmenſurabile, reliqua linea erit irrationalis, diceturq; iuncta cum mediali faciens totum mediale.

CAMPANVS. Sint etiam hic a b & b c quales proponitur, quæ per 19 reperiuntur, & ipſæ ſunt quæ cõponunt lineam potentẽ in duo medialia, eritq; a c reliqua irrationalis dicta, quæ iuncta cum mediali componit totum mediale. Quod ut facile (ſicut præmiſſa) duplici argumentatione concludes, proceſſum 70 moneo diligenter attendas.



Eucli. ex Zamb. Theorema 60 Propoſitio 78

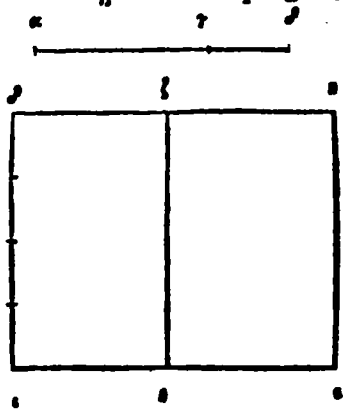
78 Si à recta linea recta linea ſublata fuerit potentia toti ſubſiſtens incommenſurabilis, & cum tota efficiens conflatum ex ipſarũ quadratis medium, quod uero bis ſub ipſis medium, inſuper ipſarum quadrata incommenſurabilia ei quod bis ſub ipſis, reliqua irrationalis eſt, appellatur autem cum medio medium totum efficiens.

THEON ex Zamb. A recta nanq; linea α β, recta linea auferatur β γ potentia incõmenſurabilis ſubſiſtens toti, efficiens compoſitum ex ipſarum α β, β γ, quadratis medium, quod uero ſub ipſis α β, β γ, medium, inſuper ipſarum α β, β γ, quadrata incommenſurabilia ei quod bis ſub α β, β γ. Dico quod reliqua α γ irrationalis eſt, uocatur autem cum medio medium totum efficiens.



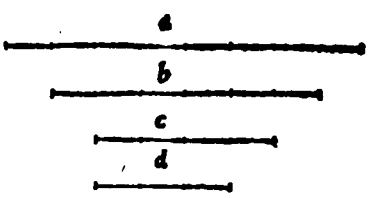
Exponatur

Exponatur rationalis ♂ 1, & eis quidem quæ ex α β, & γ, æquum ad ipſam ♂ 1 comparetur (per 44 primi) ♂ ι, latitudinem efficiens ♂ ιι, ei autem quod bis ſub α β, & γ, æquum auferatur ♂ θ, latitudinem efficiens ♂ ζ, reliquũ igitur ζ ι, æquum eſt ei quod ex α γ, quare α γ poteſt ipſum ζ ι. Et quoniam compoſitum ex ipſarũ α β, & γ, quadratis medium eſt, & ipſi ♂ ι eſt æquale, ipſum igitur ♂ ι medium eſt. Et ad ipſam ♂ 1 rationalem comparatur, latitudinem efficiens ♂ ιι, rationalis igitur eſt (per 22 decimi) ♂ ιι, & ipſi ♂ 1 longitudine incommenſurabilis. Rurſus quoniam quod bis ſub α β, β γ, medium eſt, & ipſi ♂ θ æquale, igitur ♂ θ medium eſt. Et ad ipſam ♂ 1 rationalem comparatur, latitudinem efficiens ♂ ζ, rationalis igitur eſt ♂ ζ, & ipſi ♂ 1 longitudine incommenſurabilis. Et quoniam incommenſurabilia ſunt quæ ex α β, & γ, ei quod bis ſub α β, & γ, incommenſurabile igitur eſt & ♂ ι ipſi ♂ θ. Sicut autem (per primã ſexti) ♂ ι ad ♂ θ, ſic eſt & ♂ ιι ad ♂ ζ. Incommenſurabilis igitur eſt ιι ♂ ipſi ♂ ζ, & utræq; ſunt rationales. Ipſæ igitur ιι ♂, ♂ ζ, rationales ſunt potentia tantum commenſurabiles. Apotome igitur eſt ζ ιι, rationalis autem eſt ζ θ. Quod uero ſub rationali & apotome comprehenſum rectangulum, irrationale eſt & illud potens irrationalis eſt (per 75 decimi.) Ipſum autem ζ ι, poteſt ipſa γ α irrationalis eſt, appellatur ſane cum medio medium totum efficiens. Quod erat oſtendendũ.



CAMPANVS Eſt autem præmittendum hic antecedens neceſſarium ad demonſtrationes ſequentium.

Si fuerint quatuor quantitates quarum differentia primæ ad ſecundam ſit ſicut tertiæ ad quartam, erit permutatim differentia primæ ad tertiam ſicut ſecundæ ad quartam.

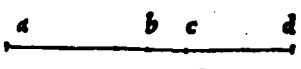


Intelligendũ eſt hoc de quãtitatibus eodem modo relatis, ut cum prima maior fuerit ſecunda, ſit quoq; tertia maior quarta, cum uero minor, & minor. Exempli gratia ſit differentia a ad b, ſicut c ad d, dico quod erit a ad c ſic b ad d, eſt enim (per hanc cõmunem animi conceptionem differentia extremorũ, compoſita eſt ex differentijs ipſorũ ad media) differentia a, ad c, compoſita eſt ex ea quæ eſt a ad b, & ea quæ eſt b ad c. At ea quæ eſt b ad d, per eandem conceptionem componitur ex ea quæ eſt b ad c, & ea quæ eſt c ad d. Et quia ex hypotheſi differentia a ad b, ſicut c ad d, ea uero quæ eſt b ad c eſt cõmunis, ſequitur per communem ſcientiam ut ſit a ad c, ſicut b ad d. Quod eſt propoſitum.

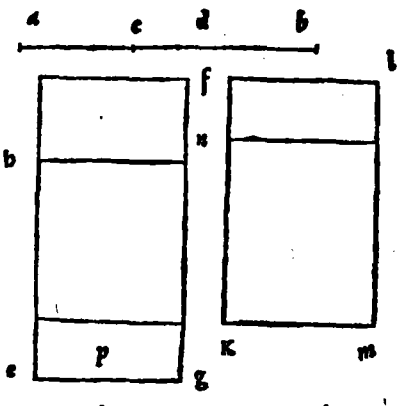
Eucli. ex Camp. *Propoſitio 74.*

74. **Vlla linea niſi una tantũ reſiduo coniungi poteſt, ut ſint ambæ ſub termino earum quæ erant ante ſeparationem.**

CAMPANVS. Sit linea a c reſiduũ, quæ fuerit reliqua, abſciſa b c ex a b, eruntq; a b & b c, rationales tantum potentia communicantes ex 61. Dico quod ipſa a c, nulli alij lineæ quàm b c poterit componi ſub hac diffinitione. neq; maiori b c neq; minori b c. Si autem poteſt, componatur cum c d, indifferenter maiori aut minori quàm b c, eruntq; ob hoc ambæ lineæ a d & d c, rationales in potentia tantum communicantes. Quare ergo ex 7 ſecundi quadrata ambarum linearum a b & b c pariter accepta excedunt duplum ſuperficiei unius earum in alteram in quadrato a c, ſimiliter quoq; quadrata duarum linearũ a d & d c pariter accepta, excedunt duplum ſuperficiei unius ipſarum in alteram in quadrato eiuſdem a c, ſequitur ex præmiſſo antecedente ut differentia duorum quadratorũ duarum linearũ a b & b c pariter acceptorũ ad duo quadrata duarum linearum a d & c d pariter accepta, ſit ſicut differentia dupli ſuperficiei a b in b c ad duplum ſuperficiei a d in d c. Cum autẽ ſint duo quadrata utriuſq; ſectionis pariter accepta rationale ex hypotheſi, duplum uero ſuperficiei unius in alteram portionum utriuſq; ſectionis mediale per hypotheſin, & 19, erit una & eadem differentia duarum ſuperficierũ rationalium & duarum medialium, hoc autem eſt impoſſibile, rationales enim ſuperficies non differunt niſi in rationali ſuperficie, ut patet per diffinitionem rationalis ſuperficiei & per 9, medialis autem, non differt a mediali niſi



niſi irrationali ſuperficie per u. Hoc autem fit manifeſtius in figura, ſic. Sit enim ſuperficies e f. adiũcta ad lineã e g, æqualis ambobus quadratis duarum ſuperficierum a b & b c pariter acceptis, at g h ſit æqualis duplo ſuperficiei unius in alteram. Eritq; f h, æqualis quadrato lineæ a c ex 7 ſecũdi. Similiter quoque ſit K l, adiuncta ad lineã K m, æqualis duobus quadratis duarũ linearum a d & d c pariter acceptis, & m n, ſit æqualis duplo ſuperficiei unius in alteram, eritq; ex 7 ſecundi n l æqualis quadrato lineæ a c ideoq; etiam æqualis h f. Eſt itaq; differẽtia e f ad g h, ſicut K l ad m n. Quare per antecedens præmiſſum, erit permutatim differentia e f ad k l (& ipſa ſit p) ſicut g h ad m n.



Et quia utraque duarum ſuperficierum e f & K l eſt rationalis, utraque uero duarum ſuperficierum g h & m n medialis, ſequitur impoſſibile, uidelicet, ſuperficiem p eſſe rationalem & irrationalem.

Eucli. ex Zamb. Theorema 61 Propoſitio 79

79 **Apotome una tantum congruit recta linea rationalis, potentia tantũ toti ſubſiſtens commenſurabilis.**

THEON ex Zãb. *Sit apotome a c, cõgruẽs aũt ei ſit b γ, ipſæ igitur a γ, γ b, potentia tantũ ſunt cõmenſurabiles. Dico quod ipſi a c, altera non congruit rationalis potẽtia tantũ ſubſiſtens toti cõmenſurabilis. Si enim poſſibile, cõgruat, ſitq; c δ. Ipſæ igitur a δ, δ b, potẽtia tãtũ ſunt cõmẽſurabiles. Et quoniã (per 7 ſecũdi) quo excedũt ea quæ ex a δ, δ c, id quod bis ſub a δ, δ b, hoc excedũt & quæ ex a γ, γ b, id quod bis ſub a γ, γ c, (eodẽ nãq; id eſt quod ex a c, utraq; excedũt) uicißim igitur (per 16 quinti) quo excedunt quæ ex a δ, δ b, ea quæ ex a γ, γ c eo excedit & id quod bis ſub a δ, δ c, id quod bis ſub a γ, γ b. Sed quæ ex a c, b δ, ea quæ ex a γ, γ c, excedũt ratiõali, utraq; nãq; rationalia ſunt, & quod bis igitur ſub a δ, δ b, id quod bis ſub a γ, γ b, ratiõali excedit, quod eſt impoßibile. Vtraq; nãq; media ſunt, & (per 22 decimi) medium nõ excedit rationali. Ipſi igitur a c, altera non congruit ratiõalis potentia tantũ cõmenſurabilis exiſtẽs toti. Vna igitur tantũ ipſi apotomæ cõgruit, rationalis potentia tantũ toti ſubſiſtens cõmenſurabilis. Quod erat oſtendendũ.* Eucli. ex Camp. Propoſitio 75

75  Vlla linea niſi una tantum reſiduo mediali primo coniungi poteſt, ut ſint ambæ ſub termino earum quæ erant ante ſeparationem.

CAMPANVS Hæc quoque probabis ſimili modo. Sint enim in utraq; ſectione ambo quadrata pariter accepta, mediale, duplũ uero ſuperficiei unius in alterã ratiõale. Et quia ut prius eadẽ differentia quadratorũ unius ſectionis ad quadrata altius, quæ eſt dupli ſuperficiei unius ad duplum ſuperficiei alterius, erit una & eadẽ ſuperficies differentia duarũ medialium & duarum rationalium. Quod eſt impoſſibile.

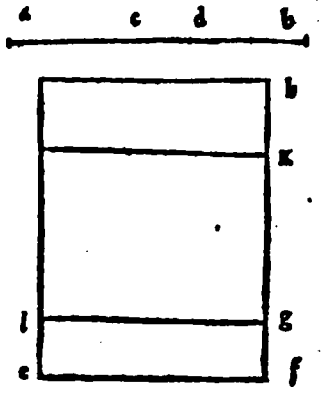
Eucli. ex Zamb. Theorema 62 Propoſitio 80

80 **Mediæ apotomæ primæ una tantum congruit recta linea media, potentia tantum toti ſubſiſtens commenſurabilis, & cum tota rationale comprehendens.**

THEON ex Zãb. *Eſto namq; media apotome prima a β, & ipſi a c, cõgruat c γ, ipſæ igitur a γ, γ β, mediæ ſunt potentia tantũ cõmenſurabiles, rõnale cõprehẽdẽtes duo quod ſub a γ, γ c. Dico quod ipſi a β, altera nõ congruit media, toti potẽtia tantũ ſubſiſtẽs cõmẽſurabilis, & cũ tota ratiõale cõprehendẽs. Si enim poßibile, cõgruat & δ β, ipſæ igitur a δ, δ c, mediæ ſunt potẽtia tantũ cõmenſurabiles, ratiõale cõprehẽdentes quod ſub a δ, δ c. Et quoniã (per 7 ſecũdi) quo excedũt ea quæ ex a δ, δ c, id quod bis ſub a δ, δ β, hoc excedũt & quæ ex a γ, γ β, id quod bis ſub a γ, γ β, (eodẽ etenim rurſus excedũt, id eſt quod ex a c) uicißim igitur (per 16 quinti) quo excedũt quæ ex a δ, δ c, ea quæ ex a γ, γ c, eo excedit & id quod bis ſub a δ, δ β, id quod bis ſub a γ, γ c. At quod bis ſub a δ, δ c, id quod bis ſub a γ, γ c, excedit rationali, utraque nẽpe rationalia. Et quæ ex a δ, δ c, igitur quadrata, quæ ex a γ, γ c, excedunt rationali. Quod eſt impoſſibile. Media etenim utraq; & (per 26 decimi,) mediũ ſane mediũ nõ excedit rationali. Mediæ igitur apotomæ primæ una cõgruit recta linea media, potentia tantũ toti ſubſiſtẽs cõmenſurabilis, & cum tota rationale cõprehendens. Quod oportuit demonſtrare.*

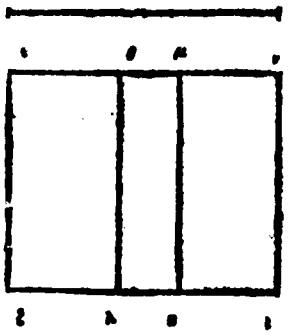
Eucli.ex Camp. Propoſitio 76

76 NVlla linea reſiduo mediali ſcd̃o cõiũgibilis eſt, ut ſub termino ea rũ fiãt, niſi tm̃ quæ ab ea ante ſepata erat



CAMP. Sit em̃ a c reſiduũ mediale ſcd̃m, quæ fuit reſidua, aſciſa b c ex a b, erũtq; ex 70. duæ lineæ a b & b c, mediales potẽtia tãtũ cõicãtes mediale cõtinẽtes. Dico qd̃ ipſa a c, nulli lineæ alĩ q̃ c b, ſub hac diffinitione cõiũgi poteſt. Sin aũt, cõiũgatur lineæ c d. Sitq; linea e f rõnalis in lõgitudine, ad q̃ cõmiũgatur ſupficies e h, æqualis quadratis duarũ linearũ a b & b c pariter acceptis, & e k æqualis quadratis linearũ a d & d c pariter acceptis, à qua abſcida tur e g, æqualis quadrato lineæ a c, eritq; per 7 ſcd̃i ſupficies l h æqualis duplo ſupficiei a b in b c, & l k p eãdẽ æqualis duplo ſupficiei a d in d c. Quia ergo quadrata ambarũ partiũ primæ ſectiõis ſũt mediale. & duplũ etiã ſuperficiei mediale incõmẽſurabile duob9 quadratis pariter acceptis (quæ neſcire diligẽs Geometra nõ poterit qui poſitiões diligẽter ſeruauerit) erit ſupficies e h medialis, cũ ipſa ſit æqualis duob9 quadratis pariter acceptis, & ſupficies l h medialis cũ ipſa ſit æqualis duplo ſupficiei uni9 in alterã, per 20 igitur eſt utraq; duarũ linearũ f h & g h. rõnalis in potẽtia tm̃. Et quia una eſt incõmẽſurabilis alĩ, eo q̃ ſuperficies e h eſt incõmẽſurabilis ſuperficiei h l ſicut duo quadrata duplo ſuperficiei, erit ex 68 linea f g reſiduũ. Quare linea f g quæ eſt reſiduũ, cõponitur lineæ g h. ut ſint ambæ ſub termino earũ quæ erãt ante ſeparationẽ. Similiter quoq; pbabis eandẽ f g cũ linea g k cõponi eadẽ cõditione, mediãtibus ſuperficieb9 e k & k l, quarũ prima eſt æqualis quadratis duarũ linearũ a d & d c. pariter acceptis, & ſecũda duplo ſuperficiei unius in alterã. quod eſt impoſſibile per 74. Et hic modus demõſtrationis poteſt eſſe cõmunis 75 cæteriſq; quatuor eã ſequentibus. Eucli.ex Zamb. Theorema 62. Propoſitio 81

81 Mediæ apotomæ ſecũdæ una tãtũ cõgruit recta linea media potẽtia tm̃ toti commẽſurabilis & cũ tota mediũ cõprehẽdẽs.



THEON ex Zãb. *Eſto media apotome ſecũda α β, & ipſi α ε, cõgruẽs ſit ε γ. Ipſæ igitur α γ, γ ε, mediæ ſũt potẽtia tãtũ cõmẽſurabiles, mediũ cõprehẽdẽtes quod ſub α γ, γ β. Dico quod ipſi α β, alia nõ cõgruit recta linea media, potẽtia tãtũ toti ſubſiſtẽs cõmẽſurabilis & cũ tota mediũ cõphẽdẽs. Si enim poſſibile cõueniat ε δ, igitur α δ, & δ β, mediæ ſũt potẽtia tãtũ cõmẽſurabiles, mediũ cõprehẽdẽtes quod ſub α δ, δ β. Exponaturq; rõnalis ϛ ξ. Et eis qdẽ quæ ex α γ, γ ε, æquũ ad ipſam ϛ cõparetur (per 44 primi,) ϛ ν, latitudinẽ efficiẽs ϛ μ. ei uero quod ſub α γ, γ ε, æquũ auferatur θ ν latitudinẽ efficiẽs θ μ. Reliquũ igitur ϛ λ, (p 7 ſecũdi) æquũ eſt ei quod ex α ε. Quare α ε, ipſum põt ϛ λ. Rurſus iã eis quæ ex α δ, δ ε, æquũ ad ipſam ϛ ξ cõparetur (per 44 primi,) ϛ ι, latitudinẽ efficiẽs ϛ ν. Eſt aũt & ϛ λ. æquũ ei quod ex α β, quadrato, reliquũ igitur θ ν, (per 7 ſecũdi) æquũ eſt ei quod bis ſub α δ, δ ε. Et quoniã ipſæ α γ, γ ε, mediæ ſũt, media igitur ſũt & quæ ex α γ, γ β. & æqualia ſunt ipſi ϛ ν, mediũ igitur (per 16 decimi & correlariũ 23) eſt ϛ ν. Et ad ipſam rationalẽ ϛ ξ apponitur, latitudinẽ efficiẽs ϛ μ, rõnalis igitur eſt (per 22 decimi,) ϛ μ, & ipſi ϛ ξ lõgitudine incõmẽſurabilis, rurſus quoniã quod ſub α γ, γ ε, mediũ eſt, & quod bis ſub α γ, γ ε, mediũ eſt (per correlariũ 23 decimi) & æquũ eſt ipſi θ ν, & θ ν. igitur mediũ eſt. Ad ipſam q̃ ϛ ξ rõnalẽ apponitur, latitudinẽ efficiẽs θ μ, rõnalis igitur eſt θ μ (per 22 decimi,) & ipſi ϛ ξ, lõgitudine incõmẽſurabilis. Et quoniã α γ, γ ε, potẽtia tãtũ ſũt cõmẽſurabiles, incõmẽſurabilis igitur eſt α γ, ipſi γ ε, lõgitudine. Sicut aũt α γ, ipſi γ ε, ſic eſt (per lẽma 21 decimi) quod ex α γ ad id quod ſub α γ, γ ε. Incommẽſurabile igitur eſt (per 11 decimi, quod ex α γ, ei quod ſub α γ, γ ε. Sed ei quod ex α γ, cõmẽſurabilia ſũt quæ ex α γ, γ ε. Et aũt quod ſub α γ, γ ε. cõmẽſurabile eſt quod bis ſub α γ, γ β. Incõmẽſurabilia igitur ſunt q̃ ex α γ, γ ε. ei quod bis ſub α γ, γ β. Eis aũt quæ ex α γ, γ β, æquũ eſt ϛ ν, ei uero quod bis ſub α γ, γ ε, æquũ eſt ϛ θ. Incõmẽſurabile igitur eſt ϛ ν, ipſi θ ν. Sicut aũt ϛ ν, ad θ ν, ſic eſt ϛ μ, ad θ μ. Incõmẽſurabilis igitur eſt ϛ μ, ipſi θ μ lõgitudine. Et utræq; ſunt rõnales. Ipſæ igitur ϛ μ, θ μ, rõnales ſunt potẽtia tãtũ cõmẽſurabiles. apotome igitur eſt ϛ θ, cõgruẽs aũt ei eſt θ μ. Similiter oſtẽdemus quod & θ ν, ei cõgruit. Apotome igitur, alia & alia cõgruit recta linea, potẽtia tantũ toti ſubſiſtẽs cõmẽſurabilis, quod (per 79 decimi,) eſt impoſſibile. Mediæ igitur apotomæ ſecũdæ una tantũ cõgruit recta linea potẽtia tantũ toti ſubſiſtẽs cõmenſurabilis & cũ tota mediũ cõprehẽdẽs quod erat oſtẽdendũ.* Eucl. ex Cãp. Propoſitio 77

77 NVlla linea minori coniungibilis eſt ut ſub termino ſuo fiant niſi tantum quæ ante ſibi abſciſionẽ cõiungebatur.

CAM-

CAMPANVS Intellige quid ſit linea minor quod ſi oblitus es,cõſule 11.& ſine obiectione concludes propoſitum.ſi quemadmodũ in 74 proceſſeris, poteriſque ſi libuerit,quemadmodum in 76 procedere.

Eucl.ex Zãb. Theorema 64 Propoſitio 82

82 Minori unã tantum congruit recta linea potentia toti incommenſurabilis ſubſiſtens,efficiens cum tota compoſitum ex earum quadratis rationale.quod uero bis ſub ipſis medium.

THEON ex Zamb. *Eſto minor α β,& ipſi α β congruens eſto β γ, ipſæ igitur β γ,γ ε, potentia ſunt incommenſurabiles,efficientes conflatũ quidẽ ipſarũ quadratis rationale,quod uero bis ſub ipſis mediũ.Dico quod ipſi α ε,alia recta linea non congruit efficiens eadem.Si enim poſſibile,congruat ε δ,& igitur α δ,δ ε,potentia ſunt incõmenſurabiles efficientes quæ ex δ,δ β,quadrata ſimul rationale,quod autẽ bis ſub ipſis α δ δ ε,medium.Et quoniã quo excedunt quæ ex α δ,δ ε,ea quæ ex α γ,γ ε,eo excedit & id quod bis α ε γ δ ſub α δ,δ β,quod bis ſub α γ,γ ε,quæ aũt ex α δ,δ β,quadrata,ea quadrata quæ ex α γ,γ ε,rationali excedunt,utraque enim rationalia,& quod bis igitur ſub α δ,δ β,id quod bis ſub α γ,γ ε, rationali excedit,quod (per 26 decimi) eſt impoßibile,utraq; nanque media ſunt. Minori igitur una tantum congruit recta linea potentia toti ſubſiſtens incommenſurabilis,efficiens quæ ex ipſis quadratis ſimul rationale, quod uero bis ſub ipſis medium,quod oſtendere oportebat.*

Eucli.ex Camp. Propoſitio 78

78  Inea quæ coniuncta cum rationali facit totum mediale,niſi uni tantum componi non poteſt ut ſub earum termino fiant quæ erant ante ſeparationem.

CAMPANVS Quid ſit linea quæ proponitur,ex 72 didiciſti.Cum ergo de ea uolueris quod per hanc 78 dicitur demonſtrare,à proceſſu 75,in,quo quã non deuies,ſed ſicut in 76,ſi te delectauerit,ingenio duce poteris procedere.

Eucli.ex Zamb. Theorema 65 Propoſitio 83

83 Efficienti cum rationali medium totum una tantum congruit recta linea potentia toti incommenſurabilis ſubſiſtens, & cum tota efficiens conflatum quidem ex ipſarũ quadratis medium,quod uero bis ſub ipſis rationale.

THEON ex Zamberto. *Sit cum rationali medium totum efficiens α β,& ipſi α ε congruat ε γ. Ipſæ igitur α γ γ ε,potentia ſunt incommenſurabiles,efficientes conflatum quidem ex ipſarum α γ,γ ε, quadratis mediũ,quod uero bis ſub ipſis α γ,γ ε,rationale.Dico quod ipſi α β,alia non congruit eadem efficiens.Si enim poßibile,congruat ε δ, & ipſæ igitur α δ,δ ε,rectæ lineæ,potẽtia ſunt incõmenſurabiles,efficiẽtes conflatũ ex ipſarũ α δ,δ ε,quadratis mediũ,quod uero bis ſub ipſis α δ,δ ε,ratiõale . Quoniã igitur quo excedunt α β γ δ quæ ex α δ,δ ε,ea quæ ex α γ,γ ε,eo excedit & quod bis ſub α δ,δ ε,id quod bis ſub α γ,γ ε,cõſequẽter ut in præcedẽtibus,quod uero bis ſub α δ,δ β,id quod bis ſub α γ,γ ε,excedit rõnali,rationalia namq; utraque & quæ ex α δ,δ ε,igitur ea quæ ex α γ,γ β,excedunt rationali,quod eſt (per 26) impoßibile,utraque enim media ſunt(per 77 decimi.) Ipſi igitur α ε,alia non congruit recta linea potentia toti ſubſiſtens incommenſurabilis,& cum tota efficiens conflatum ex ipſarum quadratis medium,quod autem bis ſub ipſis rationale.Efficienti ergo cum rationali medium totum una tantum congruit recta linea,& quæ ſequuntur reliqua. Quod erat demonſtrandum.*

Eucli.ex Camp. Propoſitio 79

79  Ineæ quæ iuncta cum mediali facit totũ mediale,niſi una linea tantum iungi nequit ut ſub earum termino fiant quæ erant ante ſeparationem.

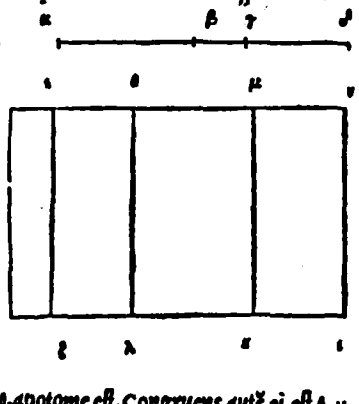
CAMPANVS Huius lineæ quæ iuncta cum mediali componit totũ mediale,magiſtra eſt 75.De qua quod hæc 79 enuntiat concludere cogeris,ſicut de reſiduo mediali ſecundo(quod per 76 enuntiatum eſt)concluſiſti.

Eucli.ex Zamb. Theorema 66 Propoſitio 84

84 Efficienti cum medio medium totum,una tantum congruit recta linea

potentia incommenſurabilis toti ſubſiſtens,& cum tota efficiens conflatũ ex ipſarum quadratis medium,& quod bis ſub ipſis medium, & inſuper incommenſurabile conflatum ex ijs quæ ab ipſis,ei quod bis ſub ipſis.

THEON ex Zãb. Eſto cũ medio mediũ totũ efficiens α ε,congruẽs autem illi ſit ε γ,ipſæ igitur α γ,γ β.potentia ſunt incommenſurabiles,efficientes conflatũ ex ipſarũ quadratis mediũ,& quod bis ſub ipſis α γ,γ ε,mediũ,inſuper & quæ ex α γ,γ ε,quadrata,incõmenſurabilia ei quod bis ſub α γ,γ ε.Dico quod alia ipſi α β, nõ cõgruit,cũ tota efficiẽs propoſita.Quod ſi poßibile eſt,congruat β δ,ut & α δ,δ β,potẽtia ſint incõmenſurabiles efficiẽtes quæ ex α δ,δ ε,quadratis ſimul mediũ,& quod bis ſub ipſis α δ,δ ε,mediũ,& inſuper quæ ex α δ,δ ε,incõmẽſurabilia ei quod bis ſub α δ,δ β.Exponatur& ratiõalis ϛ ζ.Et eis quidẽ quæ ex α γ,γ ε.æquũ ad ipſam ϛ ζ,cõparetur (per 45 primi,) ϛ ι,latitudinẽ efficiẽs ϛ μ,ei aũt quod bis ſub β γ,γ ε,æquũ auferatur (per 44 primi) ϛ ι,latitudinẽ efficiens ϛ μ. Reliquũ igitur quod ex α β, (per 7 ſecũdi) æquũ eſt ipſi ϛ λ,ipſa igitur α ε,ipſum ϛ λ poteſt.Rurſus eis quæ ex α δ,δ ε, æquũ ad ipſam ϛ ζ cõparetur per 44 primi,) ϛ ι,latitudinem efficiens ϛ ν.Eſt autem quod ex α ε, æquum ipſi ϛ λ.Reliquum igitur quod bis ſub α δ,δ ε, æquum eſt ipſi ϛ ι. Et quoniã conflatum ex ijs quæ ex α γ ε,medium eſt,ac ipſi ϛ ι,æquale, medium igitur eſt & ϛ ι,Et ad rationalem comparatur ϛ ζ, latitudinem efficiens ϛ μ,rationalis igitur eſt (per 22 decimi ϛ μ,& ipſi ϛ ζ,lõgitudine incommenſurabilis.Rurſus quoniam quod bis ſub α γ,γ ε,mediũ eſt & ipſi ϛ ι æquale,medium igitur eſt ϛ ι.Et ad ipſam rationalẽ ϛ ζ apponitur,latitudinem efficiẽs ϛ μ,rationalis igitur eſt ϛ μ,& ipſi ϛ ζ longitudine incommenſurabilis.Et quoniã incõmenſurabilia ſunt quæ ex α γ, γ ε,ei quod bis ſub α γ,γ ε,incommenſurabile igitur eſt ϛ ι,ipſi ϛ ι,incommenſurabilis igitur eſt & ϛ μ,ipſi μ ϛ longitudine,& ambæ rationales



ſunt.Ipſæ igitur ϛ μ,μ ϛ,potentia tantũ ſunt cõmenſurabiles.Igitur ipſa ϛ ϛ,apotome eſt.Congruens autẽ ei,eſt ϛ μ.Similiter iam oſtendemus quod ϛ ϛ,rurſus apotome eſt.congruens autem ei eſt ϛ μ.Apotomæ igitur ipſi alia & alia cõgruit potentia tantum toti ſubſiſtens commenſurabilis,quod (per 79 decimi) impoßibile eſſe oſtendimus. Ipſi igitur α β,alia recta linea non congruit.Ipſi igitur α ε,una recta linea tantum congruit,potentia tantum toti ſubſiſtens incommenſurabilis,& cum tota efficiens quæ ex ipſis quadratis ſimul medium,& quod bis ſub ipſis. Efficiẽti igitur cum medio medium totum,& quæ ſequuntur reliqua.Quod erat oſtendendum.

Ex Campano. Reſiduorum diffinitones.

1 Si fuerit idem totũ poſitæ rationali lineæ in lõgitudine commenſurabile,quod poſitum erat,dicetur reſiduum primum.

2 Si uero linea adiuncta, poſitæ rationali communicet in longitudine,dicetur reſiduum ſecundũ. 3 Quod ſi fuerit utraq; rationali poſitæ in longitudine incommenſurabilis,uocabitur reſiduum tertium. 4 Si eadem tota poſitæ rationali cõmunicet in longitudine,nũcupabitur reſiduum quartum. 5 Si uero linea adiuncta,poſitæ rationali,communicet in longitudine,uocabitur reſiduum quintum. 6 Quod ſi fuerit utraque rationali poſitæ in longitudine incommenſurabilis,appellatur reſiduũ ſextum.

Commune initium trium priorum diffinitionum.

Poſitis duabus lineis altera rationali altera reſiduo,adiectaq; ipſi reſiduo ſecundũ eius terminum,ſi fuerit totum compoſitũ potentius linea adiecta,in quadrato lineæ ipſi toti cõmunicantis in longitudine.

Commune initium trium poſterio rum diffinitionum.

Poſitis duabus lineis altera rationali,altera reſiduo,adiectaq; ipſi reſiduo ſecundũ eius terminum, ſi fuerit totum compoſitũ potentius linea adiecta,in quadrato lineæ ipſi toti incommẽſurabilis in longitudine.

Ex Zam

Ex Zamberto. *Apotomarum Diffinitiones.*

1 Siquidem tota expoſitæ rationali longitudine cõmenſurabilis fuerit, appellatur apotome prima. 2 Si uero congruens commenſurabilis fuerit, longitudine expoſitæ rationali, ſecunda appellatur apotome. 3 Si autem neutra commenſurabilis fuerit expoſitæ rationali longitudine, tertia appellatur apotome. 4 Siquidem tota commenſurabilis fuerit expoſitæ rationali longitudine, appellatur apotome quarta. 5 Si uero congruens, quinta.

6 Si autem neutra, ſexta.

Commune initium triũ priorum diffinitionũ.

Suppoſita rationali & apotomæ, ſiquidem tota, congruente maius potuerit eo quod fit ex ſibi lõgitudine cõmẽſurabili

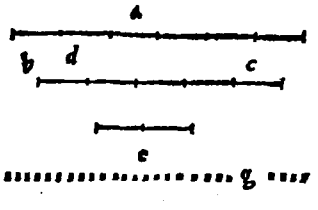
Commune trium initium poſteriorum diffinitionum.

Rurſus ſuppoſita rationali & apotomæ, ſi tota maius potuerit cõgruente eo quod fit ex ſibi longitudine incommenſurabili.

Eucli. ex Camp. *Propoſitio 80.*

RESIDUUM primum inueſtigare.

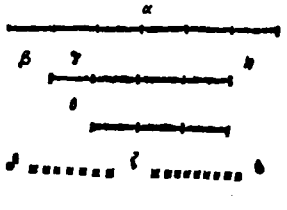
80 CAMPANVS Ab inuentione omniũ ſpecierum reſidui, facile nos abſoluat inuentio per ordinem omnium ſpecierum binomij. Nam in qualibet ſpecie binomiorũ ſi minor portio abſcindatur de maiori, linea reliqua erit reſiduum ſimilis ſpeciei ut patet ex diffinitionibus tam binomiorum quàm reſiduorum. Proprijs tamen inuentionibus reſiduorum inſiſtentes: ſic inquiramus primum. Sit linea a rationalis poſita, cui commenſurabilis in longitudine ſumatur b c, ſitq; e numerus quadratus diuiſus in f non quadratum & in quadratum g. ſitque proportio quadrati lineæ b c ad quadratum lineæ c d, ſicut e ad f, eritq; per ultimam partem ſeptimæ, c d rationalis in potentia tantum. Cum itaque ſit c b potentior c d in quadrato lineæ ſibi communicantis id longitudine quod patet in explanatione binomij primi, conſtat ex diffinitione lineam b d eſſe reſiduum primum.



Eucli. ex Zamb. *Problema 19* *Propoſitio 85.*

Inuenire primam apotomen.

85 THEON ex Zãb. Exponatur rationalis α, & ipſi α longitudine commenſurabilis eſto ε α, rationalis igitur eſt β α. Exponanturq; bini quadrati numeri ♂ ι, ι ζ, quorum exceſſus ♂ ζ non ſit quadratus. Igitur (per correlariũ 1 lem matis 28 decimi.) ι ♂, ad ♂ ζ, rationem non habet quam numerus quadratus ad quadratũ numerum. Fiatq; (per correlariũ 6 decimi) ſicut ι ♂, ad ♂ ζ, ſic quod ex ε α quadratũ ad id quod ex α γ, quadratũ, cõmẽſurabile igitur eſt quod ex ε α, ei quod ex α γ. Rõnale aũt quod ex β α, rationale igitur & quod ex α γ. Rationalis igitur eſt (per diffinitionem, & α γ. Et quoniã ι ♂ ad ♂ ζ rõnem nõ habet quã quadratus nũerus ad quadratũ nũerũ. neq; igitur quod ex ε α, ad α γ rationẽ habet quã quadratus numerus ad quadratũ numerum, incommenſurabilis igitur eſt ε α ipſi α γ longitudine, utræque autem ſunt rationales. Ipſæ igitur β γ, α γ, (per 9 decimi) rationales ſunt potentia commenſurabiles. Igitur ipſa β γ, apotome eſt (per 73 decimi. Dico quod & prima,



Quo namque maius eſt quod ex ε α, eo quod ex α γ, ſit quod ex δ. Et quoniam ſicut ι ♂ ad ♂ ζ, ſic eſt quod ex ε α, ad id quod ex α γ, conuertendo igitur (per correlarium 15 quinti) ſicut ♂ ι, ad ι ζ, ſic quod ex α ε ad id quod ex δ, At ♂ ι ad ι ζ, rationẽ habet, quã quadratus nũerus ad quadratũ numerũ, uterq; enim quadratus eſt. Quod igitur ex α β, ad id quod ex δ, rationem habet quam quadratus numerus ad quadratum numerum, commẽſurabilis igitur eſt ε α ipſi δ longitudine, & ε α ipſa α γ maius poteſt, eo quod ex δ, ipſa igitur ε α ipſa α γ maius poteſt eo quod ex ſibi longitu-

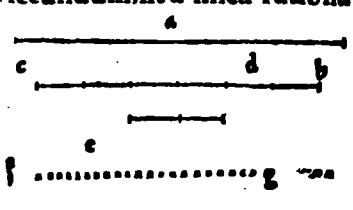
dine commenſurabili, eſtque tota β ν, ipſi α expoſitæ rationali commenſurabilis. Igitur (per tertias diffinitiones.) β γ apotome eſt prima. Inuenta igitur eſt prima apotome ε γ. quod erat agendum.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 81

81 # Reſiduum ſecundum patefacere,



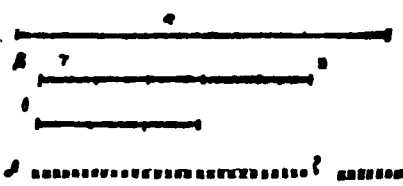
CAMPANVS Ad habendum reſiduum ſecundum, ſit a linea rationalis poſita, eique communicans in longitudine c d, & ſit quadratum c d ad quadratum b c, ſicut f ad e, eritq; b d reſiduum ſecundum ex diffinitione. Si dubitas, aut poſitas non ſeruas hypotheſes, aut binomij ſecundi repetitione indiges.



Eucli. ex Zãb. Problema 19 Propoſitio 86

86 # Inuenire ſecundam apotomen.

THEON ex Zamb. Exponatur rationalis α, & ipſi α longitudine commenſurabilis eſto ν γ. Rationalis igitur eſt ν γ. Et exponantur bini numeri quadrati ✓ ι, & ✓ ζ, quorum exceſſus ✓ ζ non ſit quadratus. Fiatq; (per correrium 1 lẽmatis 28 decimi) ſicut ✓ ζ ad ✓ ι, ſic quadratũ quod ex ν γ, ad quadratum quod ex ν ε, cõmenſurabile igitur eſt (per 11 decimi,) quod ex ν γ quadratũ, ei quod ex ν ε, quadrato. Rationale autem eſt quod ex γ ν, rationale igitur eſt quod ex ν β. Rationalis igitur eſt ε ν. Et quoniã quod ex ν γ quadratũ ad id quod ex ν β, rationem non habet quã quadratus numerus ad quadratũ numerũ, incõmenſurabilis igitur eſt (per 19 decimi γ ν. ipſi ν β longitudine, & am bæ ſunt rõnales. Ipſæ igitur γ ν, ν ε, rõnales ſunt potẽtia tantũ cõmẽſurabiles. Igitur (per 73) ε γ apotome eſt. Dico quod & ſecũda. Quo etenim maius eſt quod ex β ν, eo quod ex ν γ, eſto quod ex θ. Quoniam igitur eſt (per correlariũ 6 decimi,) ſicut quod ex ε ν, ad id quod ex ν γ, ſic eſt θ ✓ numerus ad ✓ ζ, numerum, conuertendo igitur (per correlariũ 19 quinti.) eſt ſicut quod ex β ν, ad id quod ex θ, ſic eſt ✓ ι, ad ✓ ζ, & uterque ipſorum ✓ ι, ζ, quadratus eſt, quod igitur ex β ν, ad id quod ex θ, per 9 decimi,) rationem habet quam quadratus numerus ad quadratum numerum, commenſurabilis igitur eſt ε ν, ipſi θ, & β ν, ipſa ν γ, maius poteſt, eo quod ex θ. Igitur ε ν, ipſa ν γ, maius poteſt eo quod ex ſibi longitudine commenſurabili. Et congruens eſt γ ν, commenſurabilis longitudine ipſi α expoſitæ rationali. Ipſa igitur β γ per tertias diffinitiones) ſecunda eſt apotome. Inuenta eſt igitur ſecunda apotome ε γ. Quod facere oportebat.

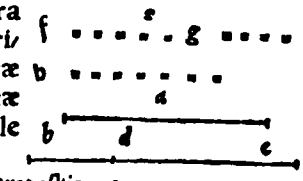


Eucli. ex Camp. Propoſitio 82

82 # Reſiduum tertium perſcrutari.



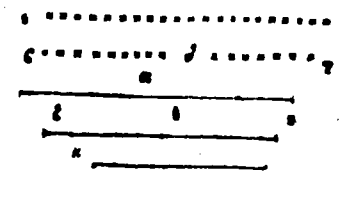
CAMPANVS Reſiduum tertium ſic habetur. Poſita ut prius a rationali numeróque e quadrato diuiſo in f non quadratum & g quadratũ, aſſumptoq; h numero primo, ſit quadratum lineæ a ad quadratum lineæ b c, ſicut h ad e, ſitq; quadratum lineæ b c ad quadratũ lineæ c d, ſicut e ad f. eritq; ex diffinitione (de quo ſi hæſitas conſule binomium tertium) linea d b, reſiduum tertium.



Eucli. ex Zamb. Problema 20 Propoſitio 87

87 # Inuenire tertiam apotomen,

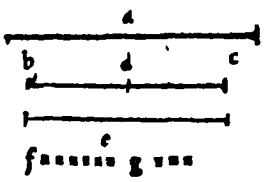
THEON ex Zamb. Exponatur rationalis α, explicentur tres numeri ι, ε γ, γ ✓, rationem adinuicem nõ habentes quam quadratus numerus ad quadratum numerum. Ipſe autẽ ε γ, ad ✓ ε rationem habeat, quam quadratus numerus ad quadratũ numerũ. Fiatq; (per correlariũ 6 decimi,) ſicut ι ad ε γ, ſic quod ex α quadratũ ad id quod ex ζ ν, quadratũ, ſicut uero ε γ ad γ ✓, ſic quod ex ζ ν. quadratũ ad id quod ex ν θ. Quoniam igitur eſt ſicut ι ad ε γ, ſic quod ex α, quadratũ ad id quod ex ζ ν quadratũ, quod igitur ex α, quadratũ ei quod ex ζ ν quadrato eſt cõmenſurabile. Quadratũ autẽ ex α, ratiõale eſt. rationale igitur eſt & quod ex ζ ν, rationalis igitur eſt ζ ν. Et quoniã ι, ad β γ, rationem non habet quam quadratus numerus ad quadratum numerũ, neque igitur quod ex α, quadratũ, ad id quod ex ζ ν, quadratum rationẽ habet quam quadratus numerus ad quadratum numerũ. Incõmenſurabilis igitur eſt (per 9 decimi) α, ipſi ζ ν longitudine. Rurſus quoniã eſt ſicut β γ ad γ ✓ ſic quod ex ζ ν, quadratũ ad id quod ex ν θ, cõmenſurabile igitur eſt quod ex ζ ν, ei quod ex ν θ. Rationale autem eſt quod ex ζ ν. rationale igitur quod ex ν θ, rationalis igitur eſt ν θ. Et quoniam ε γ, ad γ ✓, rationẽ non habet quam quadratus numerus ad quadratum numerum, neq; igitur quod ex ζ ν, ad id quod ex ν θ, rationẽ habet quã quadratus nũerus ad quadratũ numerũ. Incõmenſurabilis igitur eſt ζ ν, ipſi ν θ lõgitudine. Et utræq; ſunt rationales, ipſæ igitur ζ ν, ν θ, rationales ſunt, potentia tantũ cõmenſurabiles. Apotome igitur eſt



ζ θ

ζ ϐ(per 7ã decimi.) Dico quod & tertia. Quoniã enim enim eſt ſicut ϛ ad ϐ γ,ſic quod ex α,quadratũ ad id quod ex ζ ν quadratũ,ſicut aũt ϐ γ,ad γ δ,ſic quod ex ζ ν ad id quod ex ν ϐ,ex æquali igitur(per 22 quinti,)ſicut ϛ ad γ δ,ſic quod ex α ad id quod ex ϐ ν. Sed ϛ ad γ δ rationẽ nõ habet quã quadratus nũerus ad quadratũ numerũ. Neq; igitur quod ex α,ad id quod ex ν ϐ rationẽ habet quã quadratus numerus ad quadratũ numerũ. Incõmẽſurabilis igitur eſt α ipſi ν ϐ lõgitudine. Neutra igitur ipſarum ζ ν,ν ϐ,cõmenſurabilis eſt longitudine ipſi α expoſitæ rationali. Quo nõ/pe maius eſt quod ex ζ ν eo quod ex ν ϐ,eſto id quod ex ν. Quoniã igitur eſt ſicut ϐ γ ad γ δ,ſic eſt quod ex ζ ν,ad id quod ex ν ϐ,conuertendo igitur(per correlariũ 19 quinti)eſt ſicut ϛ γ ad ϐ δ,ſic eſt quod ex ζ ν. quadratũ ad id quod ex ν. At ϛ γ,ad ϛ δ rationem habet quã quadratus numerus ad quadratũ numerũ, & quod ex ζ ν,igitur ad id quod ex ν rationem habet quã quadratus numerus ad quadratũ numerũ,commenſurabilis igitur eſt ζ ν,ipſi ν longitudine Et ζ ν,ipſa ν ϐ maius poteſt,eo quod ex ν,ipſa igitur ζ ν,ipſa ν ϐ,maius poteſt,eo quod ex ſibi commenſurabili. Et neutra ipſarum ζ ν,ν ϐ,cõmenſurabilis eſt lõgitudine ipſi α expoſitæ rationali. Igitur(per 5 diffinitiões ζ ϐ,apotome eſt tertia. Inuenta igitur eſt tertia apotome,quod erat agendũ. Eucli.ex Camp. Propoſitio 88

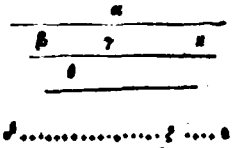
83 Reſiduum quartum inuenire.
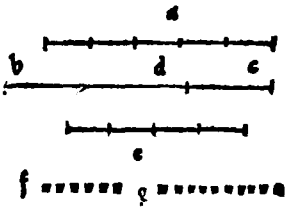


CAMPANVS Hic(ſicut in inuentione reſidui primi)ſit linea b c,cõmu/cans lineæ a ratiõali poſitæ, numerus autẽ e quadratus,ſit diuiſus in f & g,quorũ ſit uterque nõ quadratus,ſitq; quadratũ lineæ b c,quadratũ lineæ d e,ſicut e ad f,& ſcies ex diffinitione,lineam d b eſſe reſiduum quartũ,ſi eorũ quæ in inuentione binomij quarti didice/ras,oblitus nõ fueris. Eucl.ex Zãb. Problema 21 Propoſitio 88

88 Inuenire quartam apotomen.

THEON ex Zãb. Exponatur rõnalis α,& ei lõgitudine cõmẽſurabilis eſto ϛ ν,rõnalis igitur eſt & ϛ ν. Exponatur q; (per lẽma fecũdũ 18 decimi) bini nũeri δ ζ,ζ ϛ,ut totus δ ϛ ad utrũq; ipſorũ δ ζ,ζ ϛ,rõnem nõ habeat quã quadratus nũerus ad quadratũ numerũ. Fiatq; (per correlariũ 6 (ſicut δ ϛ ad ϛ ζ,ſic quod ex ϛ ν quadratũ,cõmẽſurabile igitur eſt(per correlariũ 11 decimi) quod ex ϛ ν,ei quod ex ν γ. Rõnale aũt eſt id quod ex ϐ ν,rõnale igitur & quod ex ν γ. rõnalis igitur eſt (per 7 diffinitionẽ decimi,) & ν ϛ. Et quoniã δ ϛ ad ϛ ζ,rõnem nõ habet quã quadratus numerus ad quadratũ numerũ,neq; igitur quod ex ϛ ν ad id quod ex ν γ rationẽ habet,quã quadratus numerus ad quadratũ numerũ. Incõmẽſurabilis igitur eſt(per 9 decimi,) ϐ ν,ipſi ν γ lõgitudine. Et utræq; rõnales ſunt. Ipſæ igitur ϛ ν,ν γ. rõnales ſunt potẽtia tantũ cõmenſurabiles. Apotome igitur eſt ϛ γ. Dico quod & quarta. Quo nempe maius eſt quod ex ϛ ν,eo quod ex ν γ,eſto(per lẽma 13 decimi.) quod ex δ. Quoniã igitur eſt ſicut δ ϛ,ad ϛ ζ,ſic eſt quod ex ϐ ν,ad id quod ex ν γ,& cõuertẽdo igitur(per correlariũ 12 quinti,)ſicut ϛ δ,ad δ ζ,ſic quod ex ν ϛ,ad id quod ex δ. Sed ϛ δ,ad δ ζ,rationẽ nõ habet quã quadratus nũerus ad quadratũ nũerũ,neq; igitur quod ex ν ϛ ad id quod ex δ,rationẽ habet quã quadratus numerus ad quadratũ numerũ. Incommẽſurabilis igitur eſt(per 9 decimi) ϛ ν,ipſi ϛ lõgitudine,& ϐ,ipſa ν γ,maius poteſt, eo quod ex δ,ipſe igitur ϛ ν,ipſa ν γ maius poteſt,eo quod ex ſibi incõmenſurabili,eſtq; tota ϐ ν,cõmenſurabilis lõgitudine ipſi α rationali expoſitæ. Ipſa igitur ϛ γ,(per 5 diffinitiones apotome eſt quarta. Inuenta igitur eſt quarta apotome,quod facikaũ erat. Eucl.ex Cãp. Propoſitio 84

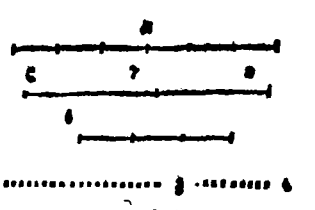


84 Reſiduum quintum demonſtrare.



CAMPANVS Cum reſiduũ quintũ inuenire libuerit,erit linea c d communicans lineæ a rationali poſitæ in lõgitudine,ſicut erat in inquiſitione ſecũdi,& erit quadratus numerus e diuiſus in f & e,quorum neuter quadratus ſicut in præmiſſa,erit quadratũ lineæ c d ad quadratũ b c,ſicut f ad e, ex quibus à diffinitione cõcludere licet(habita ſufficiẽti notitia binomij quinti)lineã d b eſſe reſiduũ quintũ. Eucli.ex Zãb. Theorema 22 Propoſitio 89

89 Inuenire quintam apotomen.



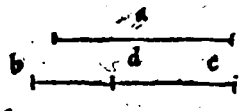
THEON ex Zamb Exponatur ratiõalis α,& ipſi α lõgitudine cõmenſurabilis eſto γ ν,rõnalis igitur eſt γ ν. Exponaturq; (per ſecundũ lemma 18 decimi,) bini numeri δ ζ,ζ ϛ,ut δ ϛ ad utrũq; ipſorũ δ ζ,ζ ϛ,rationẽ rurſus non habeat quã quadratus numerus ad quadratũ numerũ. Fiatq; (per correlariũ 6 decimi) ſicut ζ ϛ,ad ϛ δ, ſic quod ex ν γ ad id quod ex ν ϛ,cõmenſurabile(per 11 decimi,) igitur eſt quod ex γ ν,ei quod ex ϐ ν. Rationale autem eſt quod ex γ ν,rationale & quod ex ν ϛ,rationalis igitur eſt ϛ ν. Et quoniam eſt ſicut δ ϛ,ad ϛ ζ,ſic eſt quod ex ϛ ν ad id quod ex ν γ,at δ ϛ,ad ϛ ζ,rationẽ nõ habet quã nũerus quadratus ad quadratum numerũ,neq; igitur quod ex ϐ ν ad id quod ex ν γ rationẽ habet quã quadratus numerus ad quadratũ numerũ,incõmenſurabilis igitur eſt(per 9 decimi) ϛ ν ipſi ν γ,lõgitudine. Et utræq; ſunt rõnales. Ipſæ

igitur β u,u γ,rationales ſunt potentia tantum cõmẽſurabiles. Igitur ϛ γ,apotome eſt per 73 decimi. Dico quod & quinta. Quo nãque maius eſt id quod ex β u,eo quod ex u γ,eſto id quod ex θ. Quoniã igitur eſt ſicut quod ex ϛ u. ad id quod ex u γ ſic eſt ♂ ϛ ad ϛ ζ,cõuertẽdo igitur (per correlariũ 18 quinti) eſt ſicut ϛ ♂,ad ♂ ζ,ſic quod ex β u,ad id quod ex θ. At ϛ ♂,ad ♂ ζ,rationẽ nõ habet quãm quadratus numerus ad quadratũ numerum,neque igitur quod ex ϛ u,ad id quod ex u θ,rationem habet quam quadratus numerus ad quadratum numerum. Incõmenſurabilis (igiturper 9 decimi) ϛ u,ipſi θ,longitudine. Ipſaq; u ϛ, ipſa u γ,maius poteſt eo quod ex θ. Ipſa igitur u ϛ,ipſa u γ maius poteſt,eo quod ex ſibi longitudine incommenſurabili, & congruens eſt longitudine commenſurabilis ipſi u expoſitæ rationali. Ipſa igitur β γ,apotome eſt quinta. Inuenta igitur eſt apotome quinta. Quod oſtendendum fuerat.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 85

85 **RESiduum ſextum demum præſto ſit reperire.**

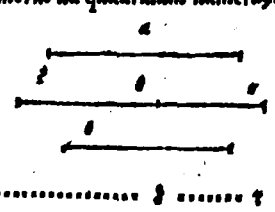
CAMPANVS. Reſiduum ſextum ſic reperitur. Erit ut prius linea a rationalis poſita,& c numerus quadratus diuiſus in f & g non quadratos. & erit h numerus primus. Et quadratũ lineæ a ad quadratum lineæ b c, ſicut h ad e, at uero quadratũ lineæ b c, quadratũ c d, ut e ad f, eritq; ex diffinitione linea d b. reſiduum ſextum. Cui ſi non plane animus tuus aſſenſerit, exerceri te conuenit in inuentione binomij ſexti.



90 **Inuenire ſextam apotomen.**



THEON ex Zamb. Exponatur rationalis α, & tres numeri ϛ, ϛ γ, γ ♂, rationem non habentes adinuicem quã quadratus numerus ad quadratum. Inſuperq; & β γ,ad β ♂ rationem non habeat quam quadratus numerus ad quadratum numerum. Fiatq; (per correlarium 6 decimi) ſicut ϛ ad ϛ γ,ſic quod ex α ad id quod ex ζ u,ſicut autẽ β γ ad γ ♂,ſic quod ex ζ u ad id quod ex u θ. Quoniam igitur eſt ſicut ϛ ad ϛ γ,ſic eſt quod ex α ad id quod ex ζ u,cõmenſurabile igitur eſt (per 6 decimi,) quod ex α ei quod ex ζ u,rationale autẽ quod ex α rationale igitur eſt & id quod ex ζ u,rationalis igitur eſt & ζ u. Et quoniã ϛ ad β γ rationẽ nõ habet quã quadratus numerus ad quadratũ numerũ,neq; igitur quod ex α ad id quod ex ζ u,rationẽ nõ habet quã quadratus nũerus ad quadratũ numerũ. Incõmẽſurabilis igitur eſt (per 9 decimi) α ipſi ζ u longitudine. Rurſus quoniã eſt ſicut ϛ γ,ad γ ♂,ſic quod ex ζ u ad id quod ex u θ,commenſurabile igitur eſt (per 6 decimi) quod ex ζ u,ei quod ex u θ,rationale autẽ eſt quod ex ζ u,ratiõale igitur eſt, & quod ex u θ,rationalis igitur & u θ. Et quoniã ϛ γ ad γ ♂ rationẽ non habet quã quadratus numerus ad quadratum numerũ,neque igitur quod ex ζ u,ad id quod ex u θ,rationem habet quã quadratus numerus ad quadratum numerum,incõmẽſurabilis igitur eſt (per 9 decimi,) ζ u,ipſi u θ longitudine. Et utræq; rationales. Ipſæ igitur ζ u,u θ,rationales ſunt potentia tantum eõmenſurabiles. Igitur ζ θ apotome eſt. Dico iam quod & ſexta. Quoniam enim eſt ſicut ϛ ad β γ ſic quod ex α ad id quod ex ζ u, ſicutq; ϛ γ ad γ ♂ ſic quod ex ζ u ad id quod ex u θ,ex æquali igitur (per 22 quinti) eſt ſicut ϛ ad γ ♂,ſic quod ex α ad id quod ex u θ. At ϛ ad γ ♂ rationem non habet quam quadratus numerus ad quadratum numerum. Neque igitur quod ex α,ad id quod ex θ u,rationẽ habet quã quadratus numerus ad quadratũ numerũ. Incõmenſurabilis igitur eſt (per 9 decimi) α,ipſi u θ lõgitudine, & neutra ipſarũ ζ u,u θ,cõmenſurabilis eſt longitudine ipſi α expoſitæ rationali. Quo nempe maius eſt quod ex ζ u,eo quod ex ζ θ,eſto quod ex u. Quoniam enim eſt ſicut ϛ γ ad γ ♂,ſic quod ex ζ u ad id quod ex u θ,conuertẽdo igitur (per correlarium 18 quinti) eſt ſicut β γ ad ϛ ♂ ſic eſt quod ex ζ u,ad id quod ex u. At γ β,ad β ♂ rationem non habet quam quadratus numerus ad quadratum numerum,neque igitur quod ex ζ u,ad id quod ex u rationem habet quam quadratus uumerus ad quadratum numerũ. Incõmenſurabilis igitur eſt ζ u ipſi u longitudine. Et ζ u,ipſa u θ maius poteſt,eo quod ex u. Igitur ζ u,ipſa u θ maius poteſt eo quod eſt ſibi longitudine incõmenſurabili, & utraque ipſarũ ζ u,u θ,incommenſurabilis eſt lõgitudine ipſi α expoſitæ rationali. Ipſa igitur ζ θ,apotome eſt ſexta. Inuenta igitur eſt apotome ſexta ζ θ, quod erat agendum. Sit prædictarum ſex apotomarum inuentionis oſtenſio conciſior. Deturq; ut inueniatur prima. Exponatur ex binis nominibus prima α γ,cuius maius nomen ſit α ϛ, & ab ipſa quidem α ϛ, auferatur ipſi quidem ϛ γ, æqualis ϛ ♂. Ipſæ igitur α β, ϛ γ, hoc eſt α β, ϛ ♂, rationales ſunt potentia tantum commenſurabiles, & α β, ipſa ϛ γ, hoc eſt ipſa ϛ ♂, maius poteſt, eo, quod ex ſibi incommenſurabili. & α ϛ commenſurabilis eſt expoſitæ rationali longitudine. Igitur α ♂ prima eſt apotome. Similiter iam & reliquas apotomas inueniemus eas quæ ex binis nominibus *in numeros exponentes.



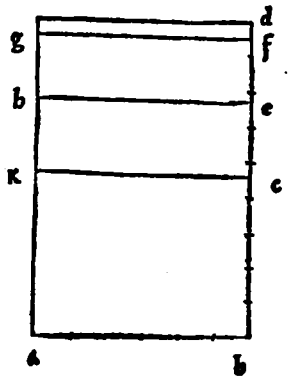
*ἐν ἀριθμοῖς pari numero, id eſt eiuſdem ordinis

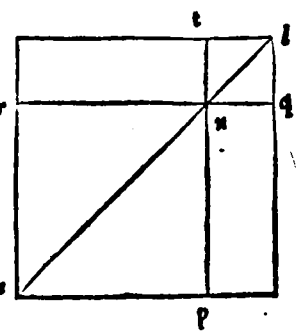
Eucli. ex Camp. Propoſitio 86

86 **SI fuerit ſuperficies linea rationali reſiduo primo contenta. latus eius tetragonicum neceſſe eſt eſſe reſiduum.**

CAMPANVS. Sit ſuperficies a c contenta linea rationali a b & reſiduo primo

mo b c,dico latus tetragonicum ſuperficiei a c,eſſe reſiduum. Adiungatur enim ad lineam b c,linea c d.ſitq; illa cuius detractione b c fuit reſiduum primum. Eritq; ex diffinitione.b d rationalis ex longitudine,& c d in potentia tãtum,b d quoque erit potẽtior d c.in quadrato lineæ ſecum cõmunicantis in longitudine. Diuidatur igitur d c per æqualia in e,& tota b d diuidatur ea conditione in f, quod inter b f & f d ſit e d medio loco proportionalis,eritq; ex ſecunda pàrte 15 b f communicans in longitudine f d,per 9 igitur utraque earum cõmunicat cũ tota linea b d.quare per diffinitionẽ ambæ ſunt rationales in longitudine. Ducantur itaq; lineæ f g, e h. & c k,æquidiſtantes a b,eritq; per 15 utraque duarum ſuperficierum a f & g d,rationalis. Sit quadratũ ergo l m,æquale ſuperficiei a f.eritq; rationale.& latus eius rationale in potentia. In tra illud quadratũ protracta diagonali linea l m,deſcribatur quadratum l n,æquale ſuperficiei g d.erit que ipſum rationale,& eius latus ratiõale in potẽtia. protrahantur autem duæ lineæ m p,q n.æquidiſtanter lateribus totalis quadrati. Dico ergo quadratũ p r eſſe æquale ſuperficiei a c,& eius latus quod eſt n p eſt reſiduum. Cum enim linea d e ſit ex hypotheſi medio loco proportionalis inter b f & f d.erit ex prima ſexti ſuperficies h d medio loco proportionalis inter duas ſuperficies a f & g d,ideoq; & inter duo quadrata l m & n l. Cũq; ex prima ſexti ſit ſuperficies l p medio loco proportionalis inter eadem duo quadrata.erit l p æqualis d h,& etiam h c. Et quia quadratum l n eſt æquale g d,erit t r æquale g e, totus itaque gnomo circũſcriptus quadrato m n,eſt æqualis c g. Et quia l m erat æquale a f.relinquitur m n æquale a c. Quod autem n p latus quadrati m n ſit reſiduũ,ſic collige. Eſt enim utraque duarũ p t & t n rationalis in potentia,eo quod utrunque quadratum l m & n l eſt rationale.unáque earum eſt incommenſurabilis alij per primam ſexti & 10 huius. eo quod quadratum l m eſt incommenſurabile l r ſuperficiei,ſicut ſuperficies a f ſuperficiei h d. De quibus manifeſtum eſt quod ipſæ ſunt incommenſurabiles,eſt enim per primã ſexti una earum ad alteram,ſicut linea b f quæ eſt rationalis in longitudine ad lineam d e quæ eſt rationalis in potentia tantum,ex 45 igitur linea p n,quæ poteſt in ſuperficiem a c,eſt reſiduum. Et hoc eſt quod intendimus.



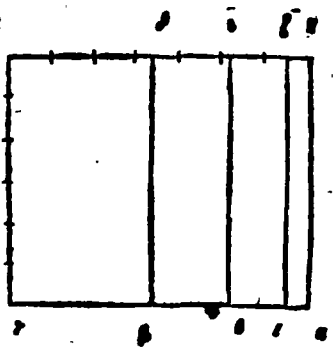


Euclid.ex Zamb. Theorema 67 Propoſitio 91

91 **Si areola comprehendatur ſub rationali & apotome prima, quæ areolã poteſt apotome eſt.**

THEON ex Zamb. *Cõprehendatur etenim areola α β,ſub rationali α γ,& apotome prima α δ. Dico quod ipſam α β areolã potens,apotome eſt. Quoniã apotome eſt α δ,eſto eidẽ cõgruens (per 79 decimi δ ν. Ipſæ igitur α ν, δ ν,rationales ſunt potentia tantũ commenſurabiles. & tota α ν,(per 3 diffinitiones) commenſurabilis eſt ipſi α γ, expoſitæ rationali,& α ν,ipſa ν δ,(per 73 decimi,)maius poteſt eo quod ex ſibi lõgitudine commenſurabili. Si igitur (per 28 ſexti) quartæ parti eius quod ex δ ν æquũ ad ipſam α ν cõparetur deficiẽs forma quadrata,in cõmẽſurabilia ipſam (per 17 decimi) diuiſerit. Secetur (per 10 primi) δ ν bifariã in ο,& ei quod ex ο ν,æquũ ad ipſam α ν cõparetur (per 28 ſexti,) deficiẽs forma quadrata,ſitq; quod ſub α ξ,ξ ν,cõmẽſurabilis igitur eſt α ξ,ipſi ξ ν. Et per ο,ξ, ν,ſigna, (per 31 primi) ipſi α γ,paralleli excitẽtur ο θ,ξ ι,ν κ. Et quoniã cõmenſurabilis eſt α ν ipſi ξ ν,longitudine,& α ν igitur utriq; ipſarũ α ξ,ξ ν,cõmenſurabilis eſt lõgitudine. Sed α ν cõmenſurabilis eſt ipſi α γ,& utraque igitur ipſarum α ξ,ξ ν,commenſurabilis eſt longitudine ipſi α γ,& rationalis eſt α γ,rationalis igitur eſt & utraq; ipſarum α ξ,ξ ν,quare & utrunque ipſorum α ι,ξ ν,rationale eſt. Et quoniam commenſurabilis eſt δ ο,ipſi ο ν, & δ ν, igitur utriq; ipſarũ δ ο.ο ν,lõgitudine cõmenſurabilis eſt. Rationalis aũt eſt δ ν,& ipſi α γ lõgitudine incõmenſurabilis, ratiõalis igitur eſt & utraq; ipſarũ δ ο,ο ν. & ipſi α γ,lõgitudine incõmenſurabilis,utrũq; igitur ipſorũ δ θ.ο ν, mediũ eſt. Apponatur iã,ipſi quidẽ α ι,æquũ quadratũ λ μ,ipſi autẽ ξ ν,æquum auferatur communẽ ipſi λ μ angulum habẽs eũ qui ſub λ ο,ο ν,ſitq; ο ξ,circa eundem igitur dimetientẽ ſunt (per 26 ſexti,) ipſa λ μ,ν ξ,quadrata,ſit eorũ dimetiens ο ξ,ac deſcribatur figura. Quoniã certe rectangulum cõprehenſum ſub α ξ,ξ ν,æquum eſt ei quod ex ν ι, quadrato,*

eſt



eſt igitur (per 17 ſexti) ſicut α ζ ad ϛ ν, ſic ϛ ν ad ξ ν. Sed ſicut quidem α ξ, ad ϛ ν, ſic (per 1 ſexti,) α ι, ad α ϛ ν, ſicut autẽ ϛ ν ad ζ ν, ſic eſt ϛ ν, ad ν ξ. Ipſorum igitur α ι, ν ξ, medium proportionale eſt ϛ ν, eſt autem ipſorum λ μ, ν ξ, medium proportionale, ν μ. ſicut in præcedentibus patuit (per lemma 53 decimi.) & α ι, ipſi quidem λ μ quadrato æquum eſt, at ν ξ, ipſi ν ξ, & ϛ ν igitur, ipſi μ ν eſt æquale, Sed ϛ ν, (per 36 primi) ipſi ϑ ϛ eſt æquale, & μ ν, ipſi λ ξ. Igitur ϑ ν. æquum eſt ipſi ν φ χ, gnomoni, & ipſi ν ξ. Eſt autẽ & α ν æquũ ipſis λ μ, ν ξ, quadratis. Reliquũ igitur α ϛ, (per 45 primi) æquũ eſt ipſi σ τ, hoc eſt ei quod ex λ ν quadrato, Quod igitur ex λ ν quadratũ, ipſi α β, æquũ eſt. Ipſa igitur λ ν. ipſam α β areolam poteſt. Dico quod & λ ν apotome eſt. Quoniã enim rõnalia ſunt α ι, ζ ν, & æqualia ſunt ipſis λ μ, ν ξ, & utrũq; igitur ipſorũ λ μ, ν ξ, ratiõale eſt, hoc eſt quod ex utraq; ipſarũ λ ϑ, ϑ ν, & utraq; igitur ipſarũ λ ϑ, ϑ ν, rõnalis eſt. Rurſus quoniã ϑ ϑ mediũ eſt, & ipſi λ ξ, eſt æquale mediũ igitur eſt λ ξ. Et quoniã λ ξ mediũ eſt, & ν ξ rõnale, incõmẽſurabile igitur eſt λ ξ, ipſi ν ξ. Sicut autẽ λ ξ ad ν ξ, ſic eſt λ ϑ ad ϑ ν. Incõmẽſurabilis igitur eſt (per 11 decimi) λ ϑ, ipſi ϑ ν longitudine. Et utræq; rationales, ipſæ igitur λ ϑ, ϑ ν, rationales ſunt potentia tantum commenſurabiles. Apotome igitur eſt (per 73 decimi.) λ ν & ipſam α ϛ areolam poteſt. Quæ igitur ipſam α ϛ areolam poteſt apotome eſt. Si areola igitur cõprehẽdatur ſub rationali & apotome prima, quæ areolam poteſt apotome eſt. Quod erat oſtendendum.

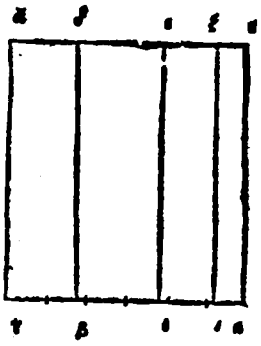
Eucl. ex Zamb. Propoſitio 87

SI ſuperficies aliqua linea rationali reſiduoq; ſecundo continea/tur, linea in eandem potens erit reſiduum mediale primum.

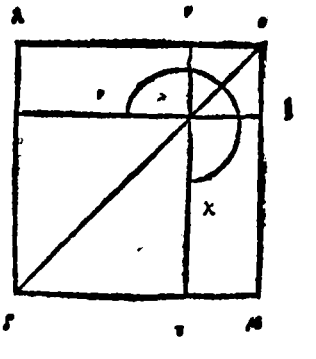
CAMPANVS In hac quoque argue ſicut in præmiſſa ex diffinitione reſidui ſecundi & ſecunda parte 15 & nona & decimanona & 15 & 69.

Eucl. ex Zãb. Theorema 68 Propoſitio 92

92 Si areola comprehenſa fuerit ſub rationali & apotome ſecunda quæ areolam poteſt mediæ apotomæ eſt prima.



THEON ex Zamb. Areola namque α ϛ, cõprehendatur ſub rationali α γ, & ſecunda apotomæ α δ. Dico quod quæ α ϛ, areolam poteſt, mediæ apotome eſt prima. Eſto enim (per 79 decimi) ipſi α δ congruens δ ν. Ipſæ igitur α ν, ν δ, rationales ſunt potentia tantũ commenſurabilis (per 3 diffinitiones,) & ipſa δ ν, congruens, cõmenſurabilis eſt ipſi α γ, expoſitæ rationali, ipſa uero α ν tota ipſa congruente ν δ maius poteſt eo quod ex ſibi commẽſurabili, Quoniã igitur ipſa α, ν plus quàm ν δ poteſt eo quod ex ſibi commenſurabili longitudine. Si igitur quartæ parti eius quod ex ν δ, æquũ ad ipſam α ν. cõparetur (per 28 ſexti) forma deficiens quadrata, ipſam dirimet in commenſurabilia (per 17 decimi. Secetur (per 10 primi) nẽpe δ ν, bifariam in ϑ, & ei quod ex ϑ ν, æquum ad ipſam α ν, cõparetur forma deficiẽs à quadrata, ſitq; quod ſub α ξ, ξ ν, commenſurabilis igitur eſt α ξ, ipſi ξ ν, longiudine. Et per ipſa ϑ, ξ, ν, ſigna, (per 31 primi) ipſi α γ, parallelli excitentur ϑ ο, ξ ι, ν κ. Et quoniam (per 15 decimi,) α ξ ipſi ξ ν, longitudine commenſurabilis eſt, & α ν igitur utriq; ipſarum α ζ, ξ ν, longitudine cõmenſurabilis eſt. Rationalis autem eſt α ν, & ipſi α γ, longitudine incõmẽſurabilis, & utraq; igitur ipſarũ α ζ, ζ ν, ratiõalis eſt, & ipſi α γ lõgitudine incommenſurabilis, utrũq; igitur ipſorũ α ι, ξ ν, medium eſt. Rurſus quoniam commenſurabilis eſt δ ϑ ipſi ϑ λ, & δ ν, igitur (per 6 decimi, & per 15 decimi) utrique ipſarũ δ ϑ, ϑ ν, cõmenſurabilis eſt. Sed δ ϑ, ipſi α γ longitudine commenſurabilis eſt. Rationalis igitur eſt utraque ipſarũ δ ϑ, ϑ ν, & ipſi α γ lõgitudine cõmenſurabilis, igitur & utrũq; ipſorum δ ϑ, ϑ ν, (per 19 decimi, rationale eſt. Conſtituatur ergo (per 14 ſecundi) ipſi quidẽ α ι æquum quadratum λ μ, ipſi autẽ ξ ν æquũ auferatur ν ξ, circa eundẽ exiſtens angulũ ipſi λ μ qui ſub λ ο μ. Circa cũdem igitur dimetientem ſunt ipſa λ μ, ν ξ, quadrata. Eſto (per 26 ſexti) ipſorum dimetiens ο ρ, & deſcribatur figura. Quoniã nempe ipſa α ι, ξ ν, media ſunt, & adinuicem cõmenſurabilia, & eis quæ ex λ ο, ο ν, ſunt æqualia. & quæ igitur ex λ ο, ο ν. media ſunt, & ipſæ λ ο, ο ν, igitur mediæ ſunt potentia tantũ commenſurabiles. Et quoniam quod ſub α ξ, ζ ν,



æquum

æquã eſt ei quod ex ι θ,eſt igitur ſicut α ξ,ad ι ν,ſic ι ν,ad ξ ν. Sed ſicut quidẽ α ξ ad ι ν,ſic α ι,ad ι ν,ſicut aũt ι ν,ad ξ ν,ſic ι ν,ad ξ ν. Ipſorũ igitur α ι,ξ ν. mediũ proportioale eſt ι ν. Sed ipſorũ λ μ,ν ξ,quadratorũ,mediũ proportioale eſt (per lẽma 53 decimi,) μ ν,& α ι quidẽ æquũ eſt ipſi λ μ,& ξ ν ipſi ν ξ. Igitur μ ν,ipſi ι ν,æquũ eſt, Sed ipſi quidẽ ι ν,æquũ eſt ♂ θ,at μ ν,ipſi λ ξ (per 36 primi) eſt æquale. Totũ igitur ♂ ν. æquũ eſt ipſi ν φ χ,gnomoni & ipſi ν ξ. Quoniã ergo totũ α ν,æquũ eſt ipſis λ μ,ν ξ,quorũ ♂ ν æquũ eſt ipſi ν φ χ gnomoni & ipſi ν ξ,reliquũ igitur α β ipſi σ τ,eſt æquale. Hoc eſt,ei quod ex λ ν: quod igitur ex λ ν,ipſi α ϛ,areolæ æquum eſt,ipſam igitur α β areolam, ipſa λ ν poteſt. Dico quod λ ν mediæ apotomæ eſt prima. Quoniã enim ι ν rationale eſt,& ipſi ν μ æquale hoc eſt ipſi λ ξ,rationale igitur eſt λ ξ,hoc eſt id quod ſub λ ο,ο ν,(per conſtructionem.) Oſtenſum autem eſt,quod ν ξ medium eſt. Igitur λ ξ. ipſi ν ξ, eſt incommenſurabile. Sicut autẽ λ ξ ad ν ξ,ſic λ ο,ad ο ν. Ipſæ igitur λ ο,ο ν,lõgitudine ſunt incõmenſurabiles. Ipſæ igitur λ ο,ο ν,mediæ ſunt potentia tantum commenſurabiles,rationale comprehendentes. Ipſa igitur λ ν. mediæ apotomæ eſt prima (per 74 decimi.) Et ipſam α β poteſt areolã. Igitur quæ ipſam α ϛ areolã poteſt,mediæ apotomæ eſt prima. Si areola igitur comprehenſa fuerit,& quæ ſequuntur reliqua,quod erat oſtendendum.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 88

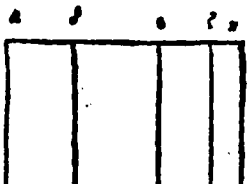
88 Si linea rationali reſiduo cõtertio ſuperficies contineatur,erit linea ſuper eam potens reſiduum mediale ſecundum.

CAMPANVS Priori demonſtrationi inſiſte. & facile concludes propoſitũ ex diffinitione reſidui tertij & ſecunda parte 18 & 9 & 19 & 70.

Eucli. ex Zamb. Theorema 69 Propoſitio 93

93 Si areola comprehendatur ſub rationali & apotome tertia, quæ areolã poteſt mediæ apotomæ eſt ſecunda.

THEON ex Zamb. Areola enim α ϛ,comprehendatur ſub rationali α γ,& apotome tertiã α ♂. Dico quod quæ ipſam α ϛ,areolã poteſt,mediæ apotomæ eſt ſecunda. Eſto enim (per 79 decimi,) ipſi α ♂ congruens ♂ ι: ipſæ igitur α ι. ι ♂,rationales ſunt potentia tantũ cõmenſurabiles,& neutra ipſarum α ι,ι ♂,ipſi α γ,expoſitæ rationali cõmenſurabilis eſt longitudine. At (per 87 decimi,tota α ι,ipſa ♂ ι,cõgruente maius poteſt,eo quod ex ſibi commenſurabili. Si igitur quartæ parti eius quod ex ♂ ι,æquũ ad ipſam α ι,apponatur forma deficiens quadrata,in incommẽſurabilia (per 18 decimi) ipſam diuiſerit,ſecetur (per 10 primi.) nẽpe ♂ ι bifariã in ε,& (per 18 ſexti) ei quod ex ι ι, æquũ ad ipſam α ι,cõparetur forma deficiens quadrata,ſitq; quod ſub α ξ,ξ ν. Excitẽturq; (per 31 primi) per ι,ξ,ν, ſigna,ipſi α γ,paralleli ι θ,ξ ι,ν ι,cõmenſurabiles igitur ſunt α ξ,ξ ν,cõmenſurabile igitur eſt & α ι ipſi ξ ν. Et quoniã α ξ,ξ ν,cõmẽſurabiles ſunt lõgitudine,& α ι,igitur (per parabolẽ) utriq; ipſarũ α ξ,ξ ν,cõmenſurabilis eſt lõgitudine. Rationalis autẽ eſt α ι,& ipſi α γ,longitudine incommenſurabilis,& utraque igitur ipſarũ α ξ,ξ ν,rationalis eſt,& ipſi α γ,lõgitudine incommenſurabilis,& utrũque igitur ipſorũ α ι,ξ ι,(per 21 decimi,) medium eſt. Rurſus quoniam cõmenſurabilis eſt ♂ ι ipſi ι ν,lõgitudine,& ♂ ι,igitur utriq; ipſarũ ♂ ι,ι ν,lõgitudine cõmẽſurabilis eſt (per 16 decimi.) Rationalis autẽ eſt ι ♂,& ipſi α γ,lõgitudine incõmẽſurabilis,rationalis igitur eſt & utraq; ipſarũ ♂ ι,ι ν,& ipſi α γ,lõgitudine incõmenſurabilis. Vtrũq; igitur ipſorũ ♂ θ, ι ν,(per 21 decimi,) mediũ eſt. Et quoniã α ν,ι ♂ potentia tantum ſunt cõmenſurabiles, incõmenſurabilis igitur eſt longitudine α ν,ipſi ι ♂. Sed α ν,ipſi quidẽ α ξ longitudine cõmenſurabilis eſt,& ♂ ι,ipſi ι ν,incõmenſurabilis igitur eſt α ξ,ipſi ι ν longitudine. Sicut aũt α ξ,ad ι ν,ſic α ι ad ι ν,incõmẽſurabile igitur eſt α ι,ipſi ι ν. Cõſtituatur igitur (per 14 ſecũdi,) ipſi quidẽ α ι æquũ quadratũ λ μ,ipſi aũt ξ ν. æquũ auferatur ν ξ,circa eundẽ exiſtẽs angulũ cũ μ λ. Circa igitur eundẽ dimetientẽ,ſunt λ μ,& ν ξ,eſto (per 26 ſexti) ipſorũ dimetiens ο ρ,deſcribaturq; figura. Quoniam igitur quod ſub α ξ,ξ ν,æquũ eſt ei quod ex ι ν. eſt igitur (per 17 ſexti) ſicut α ξ,ad ι ν,ſic ι ν ad ξ ν. Sed ſicut quidem α ξ ad ι ν,ſic eſt α ι ad ι ν,ſicut autem ι ν ad ξ ν,ſic eſt ι ν,ad ξ ν,& ſicut igitur α ι ad ι ν,ita ι ν ad ξ ν. Ipſorũ igitur α ι,ξ ν,mediũ proportionale eſt ι ν,eſt autẽ (per lẽma 53 decimi,) ipſorũ λ μ,ν ξ,quadratorũ,mediũ proportionale μ ν,& α ι, æquũ eſt ipſi λ μ,& ξ ν,ipſi ν ξ. Et ι ν igitur,æquũ eſt ipſi μ ν. Sed μ ν. ipſi λ ξ,eſt æquale,& ι ν,ipſi ♂ θ,æquum eſt (per 26 primi,) & totũ igitur,♂ ν. æquũ eſt ipſi ν φ χ,gnomoni & ipſi ν ξ. Eſt aũt & α ν. æquũ ipſis λ μ,ν ξ, reliquũ igitur α ϛ,æquũ eſt ipſi σ τ,hoc eſt ei quod ex λ ν quadrato. Igitur ipſa λ ν,ipſam α β,areolã poteſt. Dico iam quod λ ν mediæ apotomæ eſt ſecũda. Quoniã enim oſtẽſum eſt quod α ι,ξ ν,media ſũt & æqualia eis quæ ex λ ο,ο ν,mediũ igitur eſt (per correlarium 23 decimi,) & utrũq; ipſorũ quæ ex λ ο,ο ν,media igitur eſt utraq; ipſarũ λ ο,ο ν. Et quoniam α ι ipſi ξ ν,cõmẽſurabile eſt,igitur quod ex λ ο,ei quod ex ο ν,cõmẽſurabile eſt. Rurſus quoniã oſtẽſum eſt quod α ι,ipſi ι ν incõmẽſurabile eſt,incõmẽſurabile igitur eſt λ μ ipſi μ ν,hoc eſt quod ex λ ο,ei quod ſub λ ο,ο ν,quare & λ ο,incõmẽſurabilis eſt lõgitudine ipſi ο ν. Ipſæ igitur λ ο,ο ν,mediæ ſunt potẽtia tantũ cõmẽſurabiles. Dico iã quod & mediũ cõprehẽdunt. Quoniã patuit quod ι ν,mediũ eſt,& ei eſt æquale quod ſub λ ο,ο ν,mediũ igitur (per correlariũ 23 decimi,) eſt & quod ſub λ ο,ο ν. Quare ipſæ λ ο,ο ν,mediæ ſunt potentia tantũ commenſurabiles medium comprehendentes. Ipſa igitur λ ν mediæ apotomæ eſt ſecunda (per 75 decimi,) & ipſam poteſt α ϛ. Quæ igitur ipſam α β, areolam poteſt,mediæ apotomæ eſt ſecũda. Quod oſtendere oportuit.



Eucli.

Eucli.ex Camp. Propoſitio 89

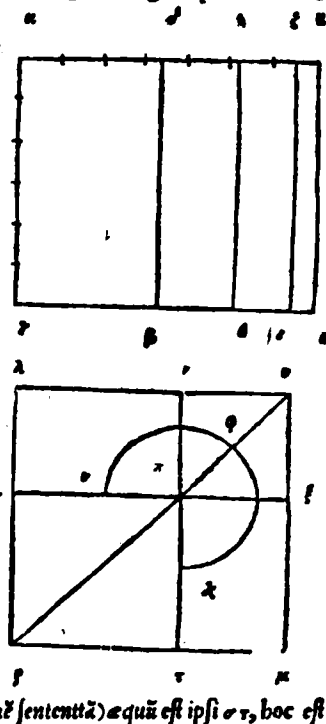
89 SI fuerit ſuperficies linea rationali reſiduoq; quarto contenta, linea ſuper eam potens erit linea minor.

CAMPANVS In hac quoq; nõ aliter procedas quàm prius, facile erit ibi propoſitum concludere, ſi præmiſſam non deſpicis. ex diffinitione reſidui quarti & ſecunda parte 14 & 9 & 19 & 15 & 71, & ſic patebit propoſitum.

Eucli.ex Zamb. Theorema 70 Propoſitio 94.

94 Si areola comprehendatur ſub rationali & quarta apotome, quæ areolam poteſt minor eſt.

THEON ex Zãb. Arcola nãque α ε, comprehendatur ſub rationali α γ, & quarta apotome α δ. Dico quod quæ α β areolã poteſt, minor eſt. Sit enim (per 80 decimi,) ipſi α δ congruens δ ν, ipſæ igitur α ν, ν δ, rationales ſunt potentia tantum commenſurabiles, & α ν, ipſi α γ, expoſitæ rationali longitudine commenſurabilis eſt, & tota α ν, ipſa δ ν congruente maius poteſt eo quod ex ſibi longitudine incommenſurabili. Quoniam igitur (per 51 decimi) α ν ipſa ν δ maius poteſt eo quod ex ſibi lõgitudine incommẽſurabili, ſi igitur quartæ parti eius quod ex δ ν, æquum ad ipſam α ν, comparetur (per 28 ſexti,) forma deficiens quadrata, in incommenſurabilia (per 18 decimi,) ipſam diuiſerit. Secetur (per 10 primi) igitur δ ν, bifariam in ι, & ei quod ex ι ν, (per 25 ſexti,) æquum ad ipſam α ν cõparetur forma deficiens quadrata, ſitq; quod ſub α ξ, ξ ν, incommenſurabilis igitur eſt longitudine α ξ, ipſi ξ ν. Excitentur igitur (per 31 primi) per ι, ξ, ν, ſigna. paralleli ipſis α γ, β δ, ſintq; ι θ, ξ ι, ν κ. Quoniã igitur rationalis eſt α ν, & ipſi α γ, longitudine commenſurabilis, rationale igitur eſt totum α ν. Rurſus quoniã commenſurabilis eſt δ ν ipſi α γ longitudine, & utræq; ſunt rationales, mediũ igitur eſt δ ν, (per 21 decimi.) Rurſus quoniã incommenſurabilis eſt α ξ, ipſi ξ ν longitudine, incommenſurabile igitur eſt (per 9 decimi) & α ι ipſi ξ ν. Conſtituatur igitur (per 14 ſecundi) ipſi quidem α ι æquum quadratũ λ μ, ipſi autem ξ ν, æquum auferatur ν ξ. Ad eundem exiſtens ipſi λ μ, angulum qui ſub λ ο μ, circa igitur eundem dimetientem ſunt, (per 26 ſexti,) ipſa λ μ ν ξ, quadrata. Sit ipſorũ dimetiens ο ρ, deſcribaturq; figura. Quoniã igitur quod ſub α ξ, ξ ν, æquũ eſt ei quod ex ι ν, proportionaliter igitur eſt (per 17 ſexti) ſicut α ξ, ad ι ν, ſic ι ν, ad ξ ν. Sed ſicut quidem α ξ ad ι ν, ſic α ι ad ι α, ſicut autem (per 1 ſexti) ι ξ, ad ξ ν, ſic ι ν, ad ξ ν. Ipſorũ igitur α ι, ξ ν, medium proportionale eſt ι ν. Ipſorũ autẽ λ μ, ν ξ, quadratorũ (per lẽma 59 decimi medium proportionale eſt μ ν, & α ι, æquum eſt ipſi λ μ, & ξ α, ipſi ν ξ, & ι ν, igitur, ipſi μ ν eſt æquale. Sed ipſi quidem ι ν, æquũ eſt δ θ, ipſi autem μ ν, æquum eſt λ ξ. Totum igitur δ ν, æquũ eſt ipſi ν φ χ, gnomoni, & ipſi ν ξ. Quoniã igitur α ν, totum æquũ eſt ipſis λ μ, ν ξ, quadratis, quorũ δ ν, æquũ eſt ipſi ν φ χ, gnomoni & ipſi ν ξ quadrato, reliquum igitur α ε, (per 2 cõmunẽ ſententiã) æquũ eſt ipſi σ τ, hoc eſt ei quod ex λ ν, quadrato. Igitur λ ν, ipſam α ε, areolam poteſt. Dico quod λ ν irrationalis eſt, appellata minor. Quoniã enim α ν rationale eſt, & eis eſt æquale quæ ex λ ο, ο ν, ſunt quadratis, conflatum igitur ex ijs quæ ex λ ο, ο ν, rationale eſt (per diffinitionẽ.) Rurſus quoniã δ ν mediũ eſt, & δ θ, æquũ eſt ei quod bis ſub λ ο, ο ν, quod igitur bis ſub λ ο, ο ν, medium eſt. Et quoniã patuit quod α ι, ipſi ξ ν, eſt incommenſurabile: incõmenſurabile igitur eſt (per 11 decimi) quadratum quod ex λ ο, ei quod ex ο ν quadrato. Ipſæ igitur λ ο, ο ν, (per 76 decimi) potentia ſunt incõmenſurabiles, efficientes conflatum quidem earum quadratis rationale, quod uero bis ſub ipſis medium. Ipſa igitur λ ν, irrationalis eſt appellata minor, & ipſam areolam α ε poteſt. Quæ igitur ipſam α β areolam poteſt minor eſt. Quod erat oſtendendum.



Eucli.ex Camp. Propoſitio 90

90 SI fuerit linea rationali reſiduoq; quinto ſuperficies contẽta, latus eius tetragonicũ, erit cũ rationali componens mediale.

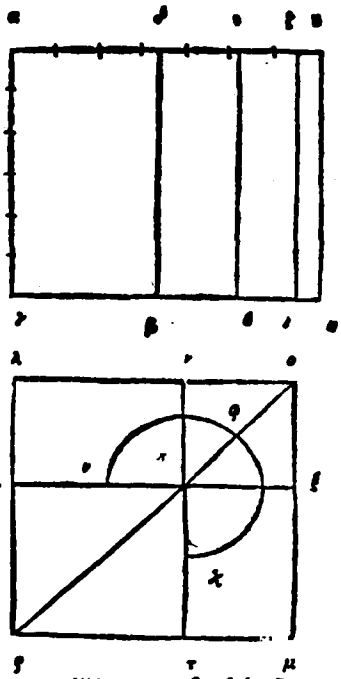
CAMPANVS Nitere præmiſſa argumentatiõe ex diffinitione reſidui quinti & ſecunda parte 14 & 9 & 19 & 15 & 72, quod propoſitũ eſt concludere.

Eucli.ex Zamb. Theorema 71 Propoſitio 95

95 Si areola comprehendatur ſub rationali & quinta apotome, quæ areolam poteſt, eſt quæ cum rationali medium totum conficit.

THEON ex Zamb. Areola etenim α ε, comprehendatur ſub rationali α γ, & quinta apotome α δ. Dico quod quæ

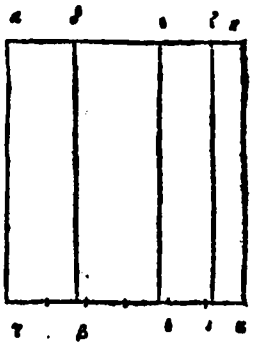
quæ ipſam areolam α β poteſt, eſt quæ cum rationali medium totum conficit. Sit nãq; (per 79 decimi) ipſi α ♂ congruens ♂ ν, ipſæ igitur α ν, ν ♂, (per 80 decimi.) rationales ſunt potentia tantum commenſurabiles, & cõgruens ν ♂, cõmenſurabilis eſt longitudine ipſi α γ, expoſitæ rationali. Et tota α ν, congruente ♂ ν maius poteſt eo quod ex ſibi incommenſurabili. Si igitur (per 25 ſexti) quartæ parti eius quod ex ♂ ν, æquũ ad ipſam α ν, (per 17 decimi) comparetur deficiens forma quadrata, in incommenſurabilia ipſam diuidet. Secetur igitur (per 10 primi,) ♂ ν, bifariã in ι ſigno, & ei quod ex ι ν, (per 13 decimi, æquum ad α ν, cõparetur forma deficiens quadrata, ſitq; quod ſub α ξ, ξ ν. Incommenſurabilis igitur eſt (per 9 & 34 decimi) α ξ, ipſi ξ ν longitudine. Excitenturq; (per 31 primi) per ι, ξ, ν, ſigna ipſi α γ paralleli ι ϑ, ξ ι, ν κ. Et quoniã α ν ipſi α γ longitudine eſt incõmenſurabilis, & utræq; ſunt ratiõales, mediũ igitur eſt α κ. Rurſus quoniã ♂ ν eſt ratiõalis, & ipſi α γ lõgitudine cõmẽſurabilis, rationale igitur eſt ♂ κ. Conſtituatur igitur (per 14 ſecundi, ipſi quidẽ α ι æquũ quadratũ λ μ, ipſi autẽ ξ ν, æquũ quadratũ auferatur ν ξ. Ad eundem angulũ qui ſub λ. & ϑ, μ, ſunt ipſa λ μ, & ν ξ, ad eãdem igitur diametrũ, ſunt λ μ, ν ξ quadrata. Sit (per (per 26 ſexti) ipſorũ dimetiens ϑ ρ, deſcribaturq; figura. Similiter iam oſtendemus, quod λ ν, poteſt ipſam α ϵ, areolam, dico quod ipſa λ ν, eſt quæ cum rationali mediũ totũ cõficit. Quoniã enim oſtẽſum quod α ν mediũ eſt, & ei ſunt æqua quæ ex λ ϑ, ο ν, cõflatũ igitur ex eis quæ ex λ ϑ, ο ν, mediũ eſt, (per correlariũ 23 decimi.) Rurſus quoniã ♂ ν ratiõale eſt, & ei eſt æquum quod bis ſub λ ϑ, ϑ ν, & quod bis igitur ſub λ ϑ, ϑ ν, rationale eſt. Et quoniã incommenſurabile eſt α ι ipſi ξ ν, incommenſurabile igitur eſt quod ex λ ϑ, ei quod ex ϑ ν. Ipſæ igitur λ ϑ, ϑ ν, potenti ι ſunt incõmenſurabiles efficiẽtes conflatum ex ipſarum quadratis mediũ, quod autẽ bis ſub ipſis rationales. reliqua igitur λ ν, (per 77 decimi) irrationalis eſt appellata cũ rationali mediũ totum efficiens. Et ipſam α ϵ, areolam poteſt, quæ igitur ipſam α β, areolam poteſt, eſt quæ cum rationali medium totum efficit. Quod oportuit demonſtrare.



Eucli. ex Camp. Propoſitio 91

91 Si linea rationali reſiduoq; ſexto ſuperficies contineatur, latus tetragonicum quod ſuper eam poteſt cum mediali conſtituens totum mediale eſſe comprobatur.

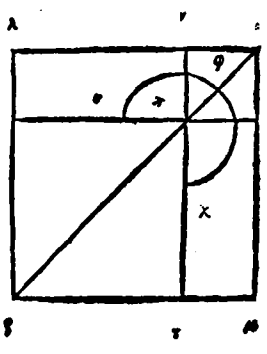
CAMPANVS Nunc quoque ultimo quod per hanc dicitur præmiſſo modo ſatage concludere ex diffinitione reſidui ſexti, & ſecunda parte 14 & 9 & 19 & 73. In his autẽ omnibus proceſſum tuum nihil offendere poterit, ſi primam earum & perfecte didiceris & memoriter tenueris. & quid quoq; ſupponet ſolerter attenderis. Quod ſi forſan de aliquo in quadrato l m te dubitare cõtigerit. ad ſuum æquale in ſuperficie a d tibi recurrendũ erit, & patebunt tuo ingenio.



Eucl. ex Zamb. Theorema 62 Propoſitio 96

96 Si areola cõprehendatur ſub rationali & apotome ſexta, quæ areolã poteſt, eſt quæ cum medio medium totum efficit.

THEON ex Zamb. Areola namque α β, cõprehendatur ſub rationali α γ & apotome ſexta α ♂. Dico quod quæ α ϵ areolam poteſt, eſt quæ cũ medio medium totum efficit. Eſto enim (per 79 decimi,) ipſi α ♂ congruens ♂ ν, ipſæ igitur α ν, ν ♂, (per 90 decimi) rationales ſunt potentia tantũ cõmenſurabiles Et neutra ipſarũ α ν, ν ♂, (per 5 diffinitiones) cõmenſurabilis eſt ipſi α γ expoſitæ rõnali longitudine, & tota α ν ipſa ♂ ν cõgruente maius poteſt eo quod ex ſibi longitudine incommenſurabili. Quoniã igitur α ν ipſa ν ♂, maius poteſt eo quod ex ſibi. lõgitudine incõmẽſurabili, ſi igitur (per 28 ſexti,) quartæ parti eius quod ex ♂ ν, æquũ ad ipſam α ν cõparetur forma deficiẽs quadrata in incõmẽſurabilia ipſam (per 17 decimi) diuidet. Secetur igitur (per 10 primi) α ν, bifariã in ſigno ι, & ei quod ex ι ν, (per 28 ſexti,) æquũ ad ipſam α ν, comparetur forma deficiens quadrata, ſitq; quod ſub α ξ, ξ ν. Incommenſura

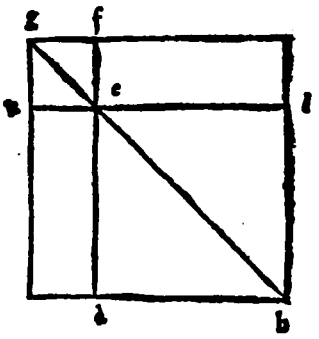


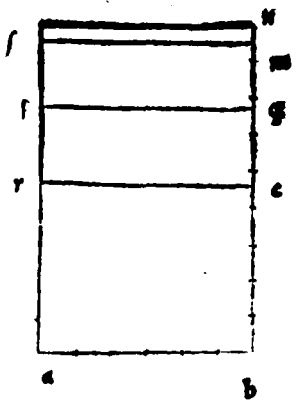
bilis igitur eſt (per 18 decimi α ζ,ipſi ζ ν,longitudine. Sicut autem (per 1 ſexti) α ζ,ad ζ ν,ſic α ι ad ζ ν,incommenſura bile igitur eſt (per 9 decimi,(α ι ipſi ζ ν,Et quoniam ipſæ α ν,ν γ,rationales ſunt potentia tantum commenſurabiles, medium eſt α ν. Et quoniam ipſæ α γ,δ ν,rationales ſunt longitudine incõmenſurabiles,mediũ eſt & δ ν, (per 21 decimi.) Quoniam igitur ipſæ α ν,ν δ,potentia tantum ſunt commenſurabiles,igitur α ν,ipſi δ ν longitudine eſt incõmenſurabilis. Sicut autem,α ν ad ν δ,ſic eſt α ν,ad δ ν,incommenſurabile igitur eſt α ν,ipſi δ. Cõſtituatur igitur (per 14 ſecundi,) ipſi α ι,æquũ quadratũ λ μ,ipſi autem ζ ν,æquum auferatur ν ξ,ad eundem angulum ipſi λ μ,circa eũdem dimetientem igitur (per 26 ſexti) ſunt ipſa λ μ,ν ξ,quadrata,eſto ipſorum dimetiẽs ο ρ. deſcribaturq; figura. Similiter iam ex præcedentibus oſtendemus,quod λ ν eſt quæ cum medio medium totum efficit. Quoniam nãq; patuit quod α ν mediũ eſt & eis eſt æquale quæ ex λ ο,ο ν. conflatum igitur ex ijs quæ ex λ ο,ο ν, medium eſt (per correlarium 25 decimi.) Rurſus quoniam patuit quod δ ν mediũ eſt, & ei æquale quod bis ſub λ ο,ο ν, mediũ eſt. Et quoniam patuit quod α ν,ipſi δ ν eſt incommenſurabile,incommenſurabilia igitur ſunt & quæ ex λ ο,ο ν, ſunt quadrata ei quod bis ſub λ ο,ο ν. Et quoniam α ι,ipſi ζ ν. eſt incõmenſurabile,incõmenſurabile eſt igitur & quod ex λ ο,ei quod ex ο ν. Ipſa λ ο,ο ν,igitur (per 73 decimi) potentia ſunt incommenſurabiles, efficientes conflatũ ex ipſarum quadratis medium, & quod bis ſub ipſis medium inſuper quæ ex ipſis quadrata incommenſurabilia ei, quod bis ſub ipſis. Ipſa igitur λ ν,irrationalis eſt,appellata cum medio medium totum efficiens. Quod erat demonſtrandũ. Eucli. ex Camp.

Propoſitio 92

92 Si ad lineam rationalẽ ſuperficies æqualis quadrato reſidui applicetur, alterum latus reſiduum primum eſſe neceſſe eſt.

CAMPANVS Hæ ſex ſequentes, ſunt conuerſæ ſex præcedentium per ordinem. Huius autem primæ hæc eſt intentio, quod ſi ſit ſuperficies a c adiuncta ad lineam ratiõalem a b, æqualis quadrato reſidui quod ſit d e, erit eius latus ſecundum quod eſt b c neceſſario reſiduum primum. Adijciatur enim lineæ d e quæ proponitur eſſe reſiduum, linea per cuius abſciſionem ipſa d e fuerit reſiduum, ſitq; ei adiuncta e f, eritq; ex 68 utraq; duarũ linearum d f & f e, rationalis in potentia, & una earum incommenſurabilis alij. Deſcribatur ergo quadratum lineæ f e, quod ſit e g, & quadratũ d e quæ poſita eſt eſſe reſiduũ, quod ſit e h, & adijcianſ ſupplementa d k & f l, eritq; quadratũ g h, tãquam quadratum lineæ d f, & quadratum e h erit ſicut ſuperficies a c. Erit etiam utrũq; quadratorũ g h & g e, rationale. Sit igitur ſuperficies a m adiuncta ad lineã a b, æqualis quadrato g h, eritq; ob hoc ratiõalis, quare per 16 linea m n eſt rationalis in lõgitudine, ſuperficies uero p n fit æqualis quadrato e g, quæ propter hoc erit rõnalis. & per 16 linea m n rõnalis in lõgitudine, itaq; tota linea b n eſt rationalis per 9. Diuidatur autem c n per æqualia in q, & ducatur q r æquidiſtans a b, eritq; ex prima ſexti c r æqualis r n. Manifeſtum uero eſt quod cum tota ſuperficies a n ſit æqualis duobus quadratis g h & e g pariter acceptis quæ ſunt quadrata duarum linearum d f & f e, & ſuperficies a c ſit æqualis quadrato lineæ d e quod eſt e h, erit per 7 ſecũdi ſuperficies reſidua ex a n quæ eſt c ſ æqualis duplo ſuperficiei ex d f in f e, quare & horũ dimidia quæ ſunt r n & d g, neceſſe eſt eſſe æqualia. Cũq; igitur ex prima ſexti ſit ſuperficies d g medio loco proportiõalis inter duo quadrata g h & g e, erit quoq; ſuperficies r n medio loco proportionalis inter duas ſuperficies a m & p n, ideoq; per primam ſexti erit etiam q n medio loco proportionalis inter duas lineas b m & m n. Cũq; ſit q n dimidiũ lineæ n c, & linea q n diuiſa per punctum m in duo communicantia inter quæ cadit q n medio loco proportionalis, ſequitur ex prima parte 13 quod linea b n ſit potentior linea n c in quadrato lineæ ſecum communicantis in longitudine. Quia ergo ſuperficies d g eſt medialis ex 19, ex hypotheſi autẽ ſuperficies c r ſibi æqualis medialis, & linea c q rationalis in potentia tantum per 20, ideoq; etiam duplum eius quod eſt linea n c eſt rationalis tantum in potentia. quia ergo b n eſt rationalis in longitudine communicantis lineæ a b poſitæ rationali. & potentior n c in quadrato lineæ ſibi communicantis in longitudi-





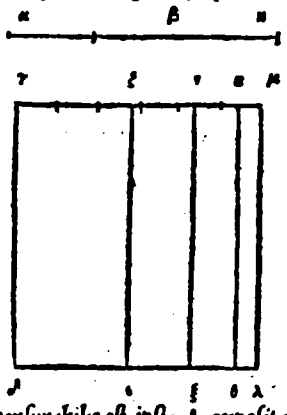
ne

ne.sequitur ex diffinitione lineam b c esse residuum primum. Quod est propositum.

Eucli.ex Zamb. Theorema 73 Propositio 97

97 Quod ex apotome ad rationalem comparatum latitudinem primam efficit apotomen.

THEON ex Zãb. Sit apotome α ζ,rationalis autem sit γ δ,& ei quod ex α β.æquum ad ipsam γ δ,comparetur γ ε,latitudinem efficiens γ ζ.Dico quod ε ζ,est prima apotome. Esto enim (per 79 decimi) ipsi α β cõgruens ζ η, ipsæ igitur α η,η β.(per 80 decimi) rationales sunt potentia tantum commensurabiles. Et ei quidẽ quod ex α η,(per 44 primi) æquum,ad ipsam γ δ,cõparetur γ θ,ei autẽ quod ex β η,comparetur κ λ. Totũ igitur γ λ,æquũ est eis quæ ex α η,η ζ,quorũ γ ε æquum est ei quod ex α ζ,reliquum igitur ζ λ,æquum est ei quod bis sub α η,η ζ. Secetur (per 10. primi) ζ μ bifariã in signo ν,& excitetur (per 31 primi) per ν,ipsi γ δ parallelus ν ξ. Vtrũque igitur ipsorum ζ ξ, λ ν, æquum est ei quod sub α η,η β. Et quoniam quæ ex α η,η ζ,rationalia sunt,& eis quæ ex α η,η ζ,æquũ est δ μ,rationale igitur est (per diffinitionẽ decimi,) δ μ. Et ad rationalem apponitur γ δ.latitudinẽ efficiẽs γ μ,rationalis igitur est γ μ,(per 19 decimi,) & ipsi γ δ longitudine commensurabilis. Rursus quoniam quod bis sub α η,η ζ,medium est (per 21 decimi,) & ei quod bis sub α η.η ζ,æquũ est ζ λ.mediũ igitur est ζ λ. Et ad ipsam γ δ rationalẽ apponitur.latitudinem efficiens ζ μ,rationalis igitur est ζ μ,& ipsi γ δ longitudine incommensurabilis. Et quoniã quæ ex α η,η ζ,rationalia sunt,quod autẽ bis sub α η,η ζ,medium est,incommensurabilia igitur sunt quæ ex α η,η ζ,ei quod bis sub α η,η β. Et eis quidẽ quæ ex α η.η ζ,æquum est γ λ,ei aũt quod bis sub α η,η ζ,æquum est ζ λ,incõmẽsurabile igitur est (per 9 decimi,) δ μ ipsi ζ λ. Sicut autem (per 1 sexti,) δ μ,ad ζ λ, sic est γ μ,ad ζ μ,incommensurabilis igitur est (per 13 decimi,) γ μ ipsi ζ μ,lõgitudine. Et utræq; sunt rationales,igitur γ μ,μ ζ,(per 11 decimi) rationales sunt potentia tantum commensurabiles. Igitur γ ζ apotome est.



Dico insuper quod & prima. Quoniam nempe eorum quæ ex α η,η β,mediũ proportionale est quod sub α η,η β,& quod ex α η,æquum est ipsi γ θ,ipsi autem quod sub α η,η ζ,est ν λ,ei autem quod ex ζ η,æquũ est κ λ,& ipsorũ igitur γ θ,κ λ, mediũ proportionale est ν λ. Est igitur (per 1 sexti,) sicut γ θ ad ν λ,sic est ν λ,ad κ λ. Sed sicut quidẽ γ θ ad ν λ,sic est γ κ ad ν μ,sicut aũt ν λ ad κ λ,sic est ν μ ad κ μ,& sicut igitur (per 11 quinti) γ κ ad ν μ,sic ν μ,ad κ μ. Quod igitur sub γ κ,κ μ, (per 17 decimi) æquũ est ei quod ex ν μ,hoc est quartæ parti eius quod ex ζ μ. Et quoniã quod ex α η,ei quod ex η ζ est incommensurabile,commensurabile est γ θ ipsi κ λ. Sicut autem γ θ ad κ λ.sic γ κ,ad κ μ,cõmensurabilis est igitur (per 11 decimi) γ κ ipsi κ μ. Quoniam igitur binæ rectæ lineæ sunt inæquales scilicet γ μ,μ ζ,& quartæ parti eius quod ex ζ μ æquum ad ipsam γ μ apponitur forma deficiens quadrata quod scilicet sub γ κ,κ μ,& γ κ ipsi κ μ commensurabilis est, ipsa, igitur μ γ,ipsa μ ζ maius potest eo quod ex sibi longitudine commensurabilis. Et γ μ, commensurabilis est ipsi γ δ, expositæ rationali longitudine. Ipsa igitur γ ζ,(per 85 decimi,) apotome est prima. Quod igitur ex apotome ad rationalem comparatum latitudinem efficit primam apotomen. Quod erat ostendendum.

Eucli.ex Camp. Propositio 93

93 CVm adiuncta fuerit superficies æqualis quadrato residui medialis primi ad lineam rationem, alterum latus eius erit residuum secundum.

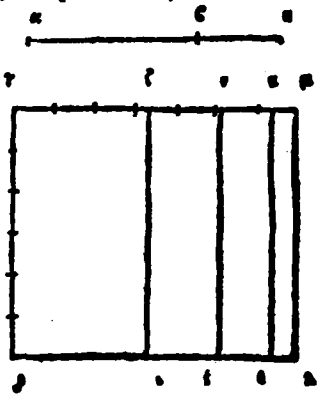
CAMPANVS Hic erit linea d e residuum mediale primum,& linea e f erit linea illa per cuius abscisionem d e fuerat residuum mediale primum. Dico quod b c erit residuũ secundum. Quod nescire non poteris,si demonstrationi præmissæ (quousque eam solt do amplectaris habitu) insisteris,& quales lineas oporteat esse d f & f e uigilanter attenderis.de quo si dubitas,69 requirenda erit.

Eucli.ex Zamb. Theorema 74 Propositio 98

98 Quod ex mediæ apotomæ prima ad rationalem comparatum latitudinem secundam efficit apotomen.

THEON ex Zamb. Sit mediæ apotomæ prima α β,rationalis autem esto γ δ,& ei quod ex α ζ,(per 44 primi,) æquum ad ipsam γ δ,apponatur γ ε,latitudinem efficiens γ ζ. Dico quod γ ζ apotome est secunda, esto namque ipsi α ζ congruens ζ η,ipsæ igitur α η,η ζ,mediæ sunt potentia tantum commensurabiles,rationale comprehendentes. Et ei quidem quod ex α η æquum ad ipsam γ δ comparetur (per 44 primi,) γ θ,latitudinẽ efficiens γ κ, ei autem quod ex η ζ,æquum ad ipsam κ θ comparetur κ λ,latitndinem efficiens κ μ. Totum igitur γ λ,æquum est eis quæ ex α η,η ζ,medium igitur est & γ λ. Et ad ipsam γ δ rationalem comparatur,latitudinem efficiens γ μ. rationalis igitur est & γ μ,& ipsi γ δ in longitudine incommensurabilis (per 22 decimi.) Et quoniam γ λ æquum est eis quæ ex α η,η ζ,quadratis. quorum quod ex α ζ,æquum est ipsi γ ε,reliquum igitur quod bis sub α η,η ζ,æquum est ipsi ζ λ. Rationale au-

tem eſt quod bis ſub α ν,ν β.comprehenditur,rationale igitur & ζ λ.Et ad ζ ν,rationalem comparatur, latitudinem efficiens ζ μ,rationalis igitur eſt (per 20 decimi,) & ζ μ,& ipſi γ δ longitudine commenſurabilis.Quoniam igitur quæ ex α ν,ν β,hoc eſt ipſum γ λ,medium eſt,quod autem bis ſub α ν,ν ϛ,hoc eſt ipſum ζ λ,rationale, incõmenſurabile igitur eſt (per 9 decimi,) γ λ ipſi ζ λ.Sicut autem γ λ,ad ζ λ,ſic eſt γ μ,ad ζ μ,incommẽſurabilis igitur γ μ,ipſi ζ μ longitudine,& utræq; ſunt rationales.Ipſæ igitur γ μ,μ ζ,rationales ſunt potentia tantum commenſurabiles,ipſa igitur γ ζ,apotome eſt (per 73 decimi,) Dico etiam quod & ſecũda.Secetur namq; (per 10 primi) ζ μ bifariam in ν. Exciſ et urq; (per 31 primi,) per ν,ipſi γ δ,parallelus ν ξ,utriuſq; igitur ipſorum ζ ξ, ν λ,æquum eſt ei quod ſub α ν,ν ϛ,Et quoniã (per lẽma 53 decimi) ipſorum quæ ex α ν,ν β,quadratorum medium proportionale eſt quod ſub α ν,ν ϛ,& quod ex α ν,æquum eſt ipſi γ θ,quod uero ſub α ν,ν ϛ,ipſi ν λ, quod autẽ ex β ν ipſi α λ,& ipſorũ igitur γ θ,μ λ,medium proportionale eſt ν λ (per idem lemma.) Eſt igitur ſicut γ θ ad ν λ,ſic ν λ,ad α λ,ſed ſicut quidem γ θ ad ν λ, ſic eſt γ θ ad ν μ,ſicut aũt ν λ,ad α λ.ſic eſt ν μ ad μ α.Sicut igitur (per 11 quinti γ α ad ν μ,ſic eſt ν μ, ad α μ.Igitur quod ſub γ α,α μ,(per 17 decimi) ei eſt æquũ quod ex ν μ,hoc eſt quartæ parti eius quod ex ζ μ.Et quoniã quod ex α α,commenſurabile eſt ei quod ex β α,commenſurabile eſt (per 1 ſexti & 11 decimi) & γ θ ipſi α λ,hoc eſt γ α,ipſi α μ.Quoniã igitur binæ rectæ lineæ inæquales ſunt γ μ,& μ ζ,quartæ autem parti eius quod ex μ ζ (per 17 decimi,) æquum ad maiorem γ μ apponitur deficiens forma quadrata,quod ſcieet ſub γ α.α μ.& ipſam in commenſurabilia deſpeſcit,ipſa igitur γ μ ipſa μ ζ,(per eandem) maius poteſt eo quod ex ſibi longitudine commenſurabili



Et congruens ζ μ,(per 85 decimi) eſt commenſurabilis longitudine ipſi γ δ expoſitæ rationali.Ipſa igitur γ ζ, apotome eſt ſecunda,(per 5 diffinitiones.Quod igitur à mediæ apotomæ prima ad rationalẽ comparatum latitudinem ſecundam efficit apotomen.Quod erat oſtendendum.

Eucli.ex Camp. Propoſitio 94.

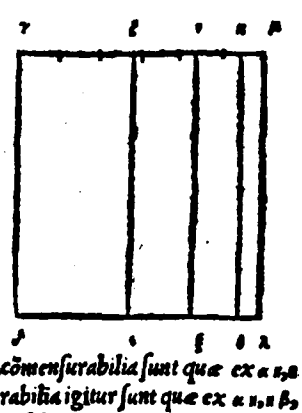
94 Si ſuperficies æqualis quadrato reſidui medialis ſecundi applicata fuerit ad lineam rationalem,alterum latus eius reſiduum tertium eſſe conueniet.

CAMPANVS. Hic etiam erit d e reſiduũ mediale ſecundum,& ſequetur ut ſit c b reſiduum tertium.Quod ut facile concludas,primæ demonſtrationi inſiſtas,& quales lineas conueniat eſſe d f & f e.ex 70,collige.

Eucli.ex Zamb. Theorema 75 Propoſitio 99

99 Quod ex mediæ apotomæ ſecunda ad rationalem comparatum latitudinem tertiam apotomen conficit.

THEON ex Zamb. Eſto mediæ apotomæ ſecunda α ϛ,rationalis autem eſto γ δ,& ei quod ex α β. (per 44 primi) æquum ad ipſam γ δ apponatur γ ε,latitudinem efficiens γ ζ.Dico quod γ ζ eſt apotome tertia.Sit namq; α β congruens β ν,ipſæ igitur α ν,ν β,(per 21 decimi.) mediæ ſunt potentia tantum commenſurabiles medium comprehendentes. Et ei quidem quod ex α ν.(per 44 primi,) æquum ad ipſam γ δ,cõparetur γ θ,latitudinem efficiens γ ν,ei autem quod ex ϛ ν,(per eãdem) æquum ad ipſam α θ comparetur α λ,latitudinem efficiens α μ. Totum igitur γ λ,æquum eſt eis quæ ex α ν,ν ϛ. Et eæ quæ ex α ν,ν ϛ,media ſunt,medium igitur eſt & γ λ. Et ad ipſam γ δ apponitur,latitudinem efficiens γ μ.Rationalis igitur eſt γ μ,& ipſi γ δ longitudine incõmenſurabilis,Et quoniam totũ γ λ,æquum eſt eis quæ ex α ν,ν ϛ,quorum γ ε æquum eſt ei quod ex α β.reliquum igitur λ ζ (per 7 ſecundi,) æquum eſt ei quod bis ſub α ν,ν ϛ.Secetur igitur(per 10 primi) ζ μ,biſariam in ν,ſigno,& ipſi γ δ,(per 31 primi) parallelus excitetur ν ξ,utriuſq; igitur ipſorum ζ ξ,ν λ,æquũ eſt ei quod ſub α ν,ν β.Mediũ autem eſt quod ſub α ν,ν ϛ, medium igitur eſt & λ ζ.Et ad ipſam ε ζ rationalem comparatur,latitudinem efficiens ζ μ,rationalis igitur eſt (per 22 decimi) ζ μ,& ipſi γ δ,longitudine incommenſprabilis.Et quoniam ipſæ α ν,ν ϛ,potentia tantum ſunt commenſurabiles, incommenſurabilis igitur eſt (per 9 decimi,) α ν,ipſi ν β longitudine.Incommẽ



ſurabile igitur eſt & quod ex α ν,ei quod ſub α ν,ν β. Sed ei quidem quod ex α ν,cõmenſurabilia ſunt quæ ex α ν,α b,ei autem quod ſub α ν,ν ϛ,commenſurabile eſt quod bis ſub α ν,ν β.Incommenſurabilia igitur ſunt quæ ex α ν,ν β, ei quod bis ſub α ν, ν ϛ.Sed eis quidẽ quæ ex α ν,ν ϛ,æquum eſt γ λ ei autem quod bis ſub α ν,ν β,æquũ eſt ζ λ.Incõmẽ ſurabile igitur eſt γ λ,ipſi ζ λ.Sicut autem γ λ ad ζ λ.ſic eſt per 1 ſexti,& 11 decimi) γ μ ad ζ μ,incommenſurabilis igi-

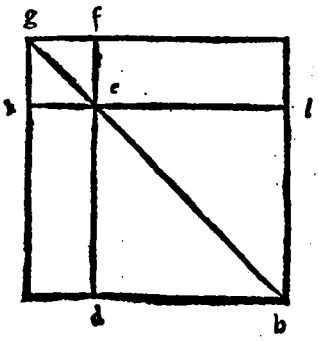
tur

tur eſt γ μ,ipſi ζ μ longitudine. Et utræque ſunt rationales. Ipſæ igitur γ μ,μ ζ,rationales ſunt potentia tantum commenſurabiles. Apotome igitur eſt γ ζ. Dico quod & tertia. Quoniã enim quod ex α ν commenſurabile eſt ei quod ex ε ν,cõmenſurabile igitur eſt γ θ ipſi ν λ,quare & γ ν,ipſi α μ. Et quoniã eorũ quæ ex α ν,ν ε,(per lẽma 53 decimi) medium proportionale eſt quod ſub α ν,ν ε,& ei quidem quod ex α ν æquum eſt γ θ,ei autem quod ex ν β æquum eſt ν λ ei autem quod ſub α ν,ν ε,æquum eſt ν λ,& ipſorum γ θ,ν λ,igitur (per lemma 53 decimi) medium proportionale eſt ν λ. Eſt igitur ſicut γ θ ad ν λ.ſic eſt ν λ ad ν λ,Sed ſicut γ θ ad ν λ,ſic (per 1 ſexti) eſt γ ν ad ν μ,ſicut autem ν λ.ad ν λ. ſic eſt ν μ,ad ν μ. Sicut igitur γ ν,ad ν μ,ſic eſt ν μ,ad ν μ,quod igitur ſub γ ν,ν μ,æquum eſt ei quod ex μ ν,hoc eſt quartæ parti eius quod ex ζ μ. Quoniam igitur binæ rectæ lineæ inæquales ſunt γ μ,μ ζ,& quartæ parti eius quod ex ζ μ. (per 17 decimi,) æquum ad ipſam γ μ apponitur forma deficiẽs quadrata,& in commenſurabilia ipſam diuidit,igitur γ μ ipſa μ ζ maius poteſt eo quod ex ſibi commenſurabili. Et ipſarum γ μ,μ ζ,neutra commẽſurabilis eſt longitudine ipſi γ δ expoſitæ rationali. Ipſa igitur γ ζ,(per 95 decimi apotome eſt tertia. Quod igitur ex mediæ apotomæ ſecundæ ad rationalem cõparatũ latitudinem,efficit tertiam apotomen,quod erat oſtendendum.

Eucli.ex Camp. Propoſitio 95

95 CVm adiuncta fuerit lineæ rationali ſuperficies æqualis quadrato lineæ minoris, latus eius ſecundum erit reſiduum quartum.

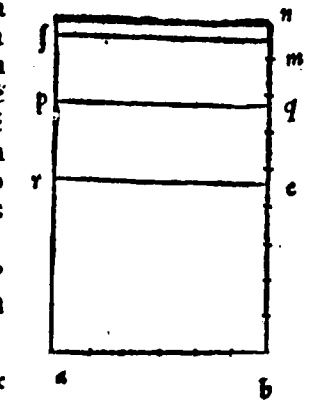
CAMPANVS Si fuerit d e linea minor,aſſerit hæc 95 q p b c erit reſiduũ quartũ. Eſt autẽ ſumendũ ex 71 quales lineas eſſe neceſſe ſit d f & f e, cũ d e fuerit linea minor,& eſt aſtruendum propoſitum præmiſſo modo excepto quod in hac & duabus ſequentibus neceſſe eſt lineam b n diuidi ad punctum m in duo incommenſurabilia,quæ in tribus præmiſſis diuidebatur neceſſario duo commẽſurabilla. nam in tribus præmiſſis fuerant duæ lineæ d f & f e communicantes in potentia tantum & ideo earum quadrata cõicantia, propter quod & ſuperficies a m & p n quadratis earum æquales communicantes,quapropter etiã & duæ lineæ h m & m n,ideoq; fuit in tribus præmiſſis linea b n potentior linea n c,in quadrato lineæ ſecum cõmunicantis in longitudine ex prima parte 13. In hac autem & duabus ſequentibus ſunt duæ lineæ d f & f e incommenſurabiles in potentia,ut apparet ex 71 & 72 & 73,& ideo earum quadrata,propter quod & ſuperficies a m & p n incõmẽſurabiles. propter quod et duæ lineæ b m et m n incõmẽſurabiles ideoq; per primam partem 14 tam in hac quàm in duabus ſequentibus neceſſe eſt lineam b n eſſe potẽtiorem linea n c,in quadrato lineæ ſibi incommenſurabilis in longitudine. Cætera perqui re ut prius.

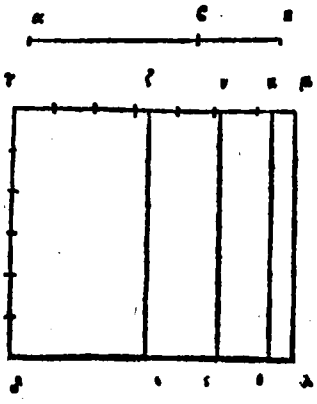


Eucli.ex Zamb. Theorema 76 Propoſitio 100

100 Quod ex minori ad rationalem comparatum latitudinem efficit quartam apotomen.

THEON ex Zãb. *Sit minor α ε,rationalis autẽ eſto γ δ,& ei quod ex α β,(per 44 primi) æquum ad ipſam γ δ comparetur γ ν,latitudinem efficiẽs γ ζ. Dico quod γ ζ apotome eſt quarta. Sit (per 79 decimi) ipſi α ε, cõgruẽs ε ν,Ipſæ igitur α ν,ν ε,(per 80 decimi) potentia ſunt incommẽſurabiles,efficiẽtes conſlatũ ex ijs quæ ex α ν,ν ε,quadrata rationale,quod autẽ bis ſub α ν,ν β,medium. Et ei quidem quod ex α ν,(per 18 ſexti æquũ) ad ipſam γ δ cõparetur γ θ,latitudinẽ efficiens γ ν,ei autem quod ex β ν æquũ ad ipſam ν θ cõparetur ν λ.latitudinẽ efficiens ν μ. Totũ igitur γ λ.æquũ eſt eis quod ex α ν,ν β,& cõflatũ ex ijs quæ ex α ν,ν ε,rationale eſt,ratõale igitur eſt & γ λ,& ad rationalẽ γ δ cõparatur,latitudinẽ efficiẽs γ μ,rationalis igitur eſt (per 20 decimi) γ μ,& ipſi γ δ logitudine cõmenſurabilis. Et quoniã totum γ λ æquũ eſt eis quæ ex α ν,ν ε,quorũ γ ν,æquũ eſt ei quod ex α ε, reliquum igitur ζ λ (per 7 ſecũdi) æquũ eſt ei quod bis ſub α ν,ν ε. Secetur (per 10 primi) ζ μ,bifariam in ν ſigno. Exciteturq; (per 31 primi) per ν ſignũ, utriq; ipſarũ γ δ,μ λ,parallelus ν ξ,utrũq; igitur ipſorũ ζ ξ,ν λ,æquũ eſt ei quod ſub α ν,ν ε. Et quoniã quod bis ſub α ν,ν ε,mediũ eſt & ipſi ζ λ æquale,medium igitur eſt & ζ λ. Et ad ipſam ζ ν rationalẽ cõparatur: latitudinẽ efficiẽs ζ μ,*





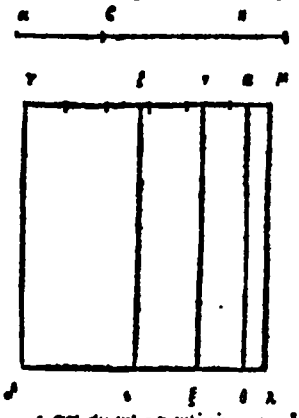
rationalis igitur eſt ζ μ,& ipſi γ δ,longitudine incommenſurabilis. Et quoniã conflatum quidem ex ijs quæ ex α ν, ν ϛ,ratiõale eſt,quod aũt bis ſub α ν,ν ϛ,mediũ. incõmẽſurabilia igitur ſunt quæ ex α ν,ν ϛ.ei quod bis ſub α ν,ν ϛ. At γ λ.æquũ eſt eis quæ ex α ν,ν ϛ,ei autẽ quod bis ſub α ν,ν ϛ,æquũ eſt ζ λ.Incõmẽſurabile igitur eſt (per 9 decimi,)γ λ. ipſi ζ λ. Sicut autẽ γ λ,ad ζ λ,(per 1 ſexti & 11 decimi)ſic eſt γ μ ad μ ζ. Incõmenſurabilis igitur eſt γ μ,ipſi ζ μ lõgitudi ne. Et utræq; ſunt rõnales. Ipſæ igitur γ μ,μ ζ,(per 73 decimi)rõnales ſunt potẽtia tãtũ cõmẽſurabiles. Apotome igi tur eſt γ ζ. Dico quod & quarta. Quoniã enim ipſæ α ν,ν ϛ,potẽtia ſunt incõmẽſurabiles, incõmẽſurabile eſt igitur & quod ex α ν,ei quod x ν β. Et ei quidẽ quod ex α ν,æquũ eſt γ θ,ei aũt quod ex ν β,æquũ eſt & ν λ. Incõmẽſurabile igi tur eſt γ θ,ipſi ν λ. Sicut aũt γ θ ad ν λ,ſic eſt γ ν ad ν μ,incõmẽſurabilis igitur eſt (per 9 decimi,)γ ν ipſi ν μ lõgitudine. Et quoniã ipſorũ quæ ex α ν, ν β mediũ proportionale eſt (per lẽma 53 decimi) quod ſub α ν,ν ϛ,& id quod ex α ν, æquũ eſt ipſi γ θ,quod autẽ ex ν ϛ æquũ eſt ipſi ν λ,quod uero ſub α ν,ν ϛ,æquũ eſt ipſi ν λ,ipſorũ igitur γ θ,ν λ,mediũ proportiõale eſt (per idẽ lẽma ν λ. Eſt igitur ſicut γ θ ad ν λ,ſic eſt ν λ ad ν λ. Sed ſicut quidẽ γ θ ad ν λ,ſic (per 1 ſexti,) eſt γ ν ad ν μ,ſicut autẽ ν λ ad ν λ,ſic eſt ν μ ad ν μ,& ſicut igitur (per 11 quinti)γ ν ad μ ν,ſic eſt μ ν ad ν μ. Quod igitur ſub γ ν,ν μ. æquũ eſt ei quod ex μ ν,hoc eſt quartæ parti eius quod ex ζ μ. Quoniã igitur binæ rectæ lineæ inæqua les ſũt γ μ & μ ζ,& quartæ parti eius quod ex μ ζ,(per 17 decimi,) ad ipſam γ μ apponitur forma deficiens quadra ta,quod ſcilicet ſub γ ν,ν μ,& in incõmẽſurabilia ipſam diuidit,ipſa igitur γ μ,ipſa μ ζ maius poteſt eo quod ex ſibi in cõmenſurabili,& tota γ μ,ipſi γ δ,expoſitæ rationali cõmenſurabilis eſt lõgitudine. Ipſa igitur γ ζ,apotome eſt quar ta (per 83 decimi)quod ex minori ad rationalẽ igitur comparatũ latitudinẽ. quartam efficit apotomen. quod erat oſtendendum. Eucl.ex Camp. Propoſitio 96

96 SI ad lineã rõnalẽ quadrato lineæ cũ rõnali cõſtituẽtis mediale æqualis ſupficies adiũgatur,latus eius,ſecũdũ erit reſiduũ qntũ.

CAMPANVS Pone ſimiliter hic lineã d e eſſe illã quæ iũcta cũ rõnali cõ ponat totũ mediale.& attẽde ex 72 quales lineas oporteat eſſe d f & f e,& cõcludes ſine offendiculo,ſi prius habitæ demõſtrationi oportune inſtiteris, lineã b c eſſe reſid uum quintum. Eucli.ex Zamb. Theorema 77 Propoſitio 101

101 Quod ex ca quæ cũ rationali medium totum efficit,ad rationalem com paratum latitudinem quintam efficit apotomen.

THEON ex Zãb. Sit cũ rõnali mediũ totũ efficiẽs α ϛ.ratiõalis autẽ eſto γ δ.& ei quod ex α ϛ,(per 44 primi,) æquũ ad ipſam γ δ,cõparetur γ ν,latitudinẽ efficiẽs γ ζ,Dico quod ζ γ,apotome eſt quinta. Sit enim (per 77 decimi) ipſi α β,cõgruẽs β ν. Ipſæ igitur α ν,ν β. rectæ lineæ potentia tantũ,ſunt incõmenſurabiles,efficiẽtes cõflatũ quidẽ ex ijſarũ quadratis mediũ,quod autẽ bis ſub ipſis ratiõale Et ei quidẽ quod ex α ν,(per 44 primi) æquũ ad ipſam γ δ cõparetur γ θ,ei autẽ quod ex ν β,æquũ eſto ν λ. Totũ igitur γ λ,æquum eſt eis quæ ex α ν,ν β. Quod autẽ conflatũ ex ijs quæ ex α ν,ν ϛ,ſimul,mediũ eſt,mediũ igitur eſt (per 22 decimi γ λ. Et ad ipſam rationalẽ γ δ,apponitur,latitudinẽ efficiẽs γ μ,rationalis igitur eſt γ μ,& ipſi γ δ,incõmenſurabilis. Et quoniã totũ γ λ,æquũ eſt ijs quæ ex α ν,ν ϛ, quo rum γ θ,æquũ eſt ei quod ex α ϛ,reliquũ igitur ζ λ,æquũ eſt ei quod bis ſub α ν,ν ϛ. Secetur inquã (per 10 primi) ζ μ,bifariã in ν,exciteturq; (per 11 per 31 primi, utriq; ipſarũ γ δ,μ λ,parallelus ν ξ. Vtrũq; igitur ipſorũ ζ ξ,ν λ,æquũ eſt ei quod ſub α ν,ν ϛ. Et quoniã quod bis ſub α ν,ν ϛ,rationale eſt & ipſi ζ λ eſt æquale,ra tiõale igitur eſt ζ λ. Et ad rationalẽ ϛ ζ,cõparatur,latitudinẽ efficiẽs ζ μ, rõnalis igitur eſt (per 20 decimi) ζ μ,& ipſi γ δ lõgitudine cõmẽſurabilis. Et quoniam γ λ quidẽ mediũ eſt,at ζ λ,rationale,igitur γ λ ipſi ζ λ eſt incõmenſurabile. Sicut autẽ γ λ ad ζ λ,ſic γ μ,ad μ ζ,incommenſurabilis igitur eſt γ μ,ipſi μ ζ lõgitudi ne. Et utræq; ſunt rationales, ipſæ igitur γ μ,μ ζ, (per 73 decimi,) rationales ſunt potẽtia tãtũ cõmẽſurabiles. Igitur γ ζ,apotome eſt,Dico quod & quãta. Simi liter nãque oſtendemus quod ſub γ ν,ν μ,æquũ eſt ei quod ex ν μ,hoc eſt quartæ parti eius quod ex ζ μ, Et quoniã quod ex α ν ei quod ex ν β eſt incõmenſurabi le, quod uero ex α ν æquũ eſt ipſi γ θ,quod autẽ ex ν β ipſi ν λ, incõmenſurabile igitur eſt ϛ θ,ipſi ν λ. Sicut autẽ γ θ ad ν λ,ſic eſt γ ν,ad ν μ. Igitur γ ν,ipſi ν μ lõgi tudine eſt incommenſurabilis. Quoniã igitur binæ rectæ lineæ inæquales ſunt γ μ,μ ζ,& quartæ parti eius quod ex ζ μ,(per 17 decimi) æquũ ad ipſam γ μ apponitur forma deficiẽs quadrata,& in incõmẽſurabilia ipſam diuidit, igitur (per 85 decimi,) γ μ,ipſa μ ζ,maius poteſt eo quod ex ſibi longitudine incommẽſurabili. Et congruens ζ μ,ipſi γ δ rationali expoſitæ eſt cõmenſurabilis. Igitur γ ζ,eſt apotome quinta. Quod ex ea igitur quæ cum rationali me dium totum,& reliqua quæ ſequũtur. Quod fuerat oſtendendũ. Eucli.ex Camp. Propoſitio 97

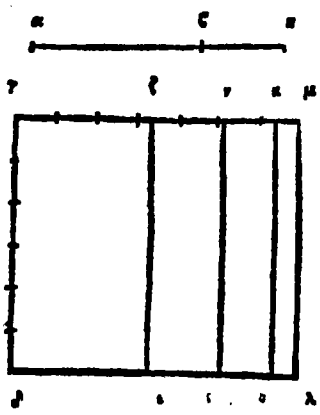


SI ad lineam rationalem ſuperficies æqualis quadrato lineæ cũ me diali componentis mediale adiungatur,latus eius alterum erit re ſiduum ſextum.

CAM,

CAMPANVS. Nunc ultimo conuenit lineã d e eſſe illam, quæ iuncta cũ mediali componit totũ mediale cui adiuncta linea e f (quæ uidelicet ſit illa per cuius abſciſionẽ linea d e fuerat quæ proponitur) ſi quales lineas d f & f e eſſe oporteat ex 73 didiceris, priorẽ que argumentationẽ firma mente tenueris, ſine obice quoquã lineã b c eſſe reſiduum ſextũ concludere poteris. Si autẽ fortaſſis in aliquo te hæſitare contigerit, quicquid illud fuerit de quadrato g h ad ſibi æqualẽ ſuperficiem a n conferendũ erit, & ſic patebit propoſitum noſtrũ. Eucli. ex Zamb. Theorema 78 Propoſitio 102

102 ## Quod ex ea quæ cum medio medium totum efficit, ad rationalem comparatum latitudinem efficit ſextam apotomen.

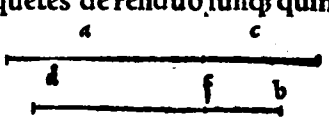


THEON ex Zamb. Sit cum medio medium totum efficiens α ε, rationalis autem eſto γ δ, & ei quidẽ quod ex α β (per 44 primi) æquũ ad ipſam γ δ, cõparetur γ ι, latitudinẽ efficiẽs γ ζ. Dico quod γ ζ ſexta eſt apotome. Sit inquã (per 84 decimi) ipſi α ε cõgruens ε ν, ipſæ igitur α ν, ν β, potẽtia ſunt incõmenſurabiles, efficientes conflatum quidẽ ex ijs quæ ab ipſis ſunt quadratis medium, & quod bis ſub α ν, ν ε, medium, inſuper incommenſurabile eis quæ ex α ν, ν ε, ei quod bis ſub α ν, ν β. Cõparetur inquam ad ipſam γ δ, ei quidẽ quod ex α ν, æquũ γ θ, latitudinem efficiens γ κ, ei autẽ quod ex ε ν, ſit κ λ. Totũ igitur γ λ, æquũ eſt eis quæ ex α ν, ν ε. Igitur γ λ, medium eſt. Et ad rationalẽ γ δ, comparatur latitudinem efficiens γ μ. rationalis igitur eſt (per 22 decimi) γ μ, & ipſi γ δ longitudine incommenſurabilis. Quoniã igitur γ λ æquum eſt eis quæ ex α ν, ν ε, quorũ γ θ æquum eſt ei quod ex α ε, reliquum igitur ζ λ æquũ eſt ei quod bis ſub α ν, ν ε. Et quod bis ſub α ν, ν ε, medium eſt, & ζ λ igitur medium eſt. Et ad ipſam ζ ι, comparatur latitudinem efficiens ζ μ, rationalis igitur eſt (per 22 decimi) ζ μ, & ipſi γ δ, longitudine incõmenſurabilis. Et quoniam quæ ex α ν, ν β, incommenſurabilia ſunt ei quod bis ſub α ν, ν β, & eis quidẽ quæ ex α ν, ν β, æquũ eſt γ λ, ei uero quod bis ſub α ν, ν β. æquum eſt ζ λ, incommenſurabile igitur eſt γ λ ipſi ζ λ. Sicut autem γ λ ad ζ λ. ſic eſt γ μ, ad ζ μ, incommenſurabilis igitur eſt (per 9 decimi,) γ μ ipſi μ ζ longitudine. Et utræq; ſunt rationales, ipſæ igitur γ μ, μ ζ, rationales ſunt potentia tantũ cõmenſurabiles. Apotome igitur eſt γ ζ (per 73 decimi,) Dico quod & ſexta. Quoniã ζ λ, æquũ eſt ei quod bis ſub α ν, ν β, ſecetur (per 10 primi) in ν ipſa ζ μ, bifariã, exciteturq; (per 31 primi) per ν ad ipſam γ δ, parallelus ν ξ. Vtrũq; igitur ipſorũ ζ ξ, ν λ, æquũ eſt ei quod ſub α ν, ν ε. Et quoniã ipſæ α ν, ν β, potentia ſunt incommenſurabiles, incommenſurabile igitur eſt quod ex α ν, ei quod ex ν β. Sed ei quidem quod ex α ν, æquum eſt γ θ, ei autem quod ex ν ε, æquum eſt κ λ, incommenſurabile igitur eſt γ θ, ipſi κ λ. Sicut autem γ θ, ad κ λ, ſic eſt γ κ. ad κ μ, incommenſurabilis igitur eſt (per 9 decimi) γ κ, ipſi κ μ. Et quoniã eorum quæ ex α ν, ν ε, mediũ proportionale eſt (per lemma 53 decimi.) quod ſub α ν, ν ε, & quod ex α ν, æquum eſt ipſi γ θ, ei autem quod ex ν ε, æquum eſt κ λ, ei uero quod ſub α ν, ν β, æquũ eſt ν λ, ipſorũ igitur γ θ, ν λ, mediũ eſt proportionale ν λ. Eſt igitur ſicut γ θ ad ν λ, ſic eſt ν λ, ad κ λ, & id propterea iam (per 85 decimi) γ μ, ipſa μ ζ maius poteſt eo quod ex ſibi incõmenſurabili, & ipſarum neutra ipſi γ δ, expoſitæ rationali eſt commenſurabilis, ipſa igitur γ ζ, ſexta eſt apotome. Quod ex ea igitur quæ cum medio, & quæ ſequuntur reliqua. Quod erat oſtendendum.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 98

98  mnis linea reſiduo commẽſurabilis, ipſa quoque in termino & ordine eſt idem reſiduum.

CAMPANVS Quod 60 & quatuor eã ſequẽtes de binomio eiuſq; comitibus quinq; ppoſuerũt, hæc 98 & quatuor eã ſequẽtes de reſiduo ſuiſq; quinque comitibus uerũ eſſe proponunt, quibus qui uſq; ad ſolitum habitũ inſtiterit, has ignorare non poterit. Quid quid autẽ in illis de communicãtia in longitudine & potẽtia tantum dictum eſt, in his quoque idem oportet intelligi. nam omnis linea reſiduo communicans in longitudine, ſiue in potentia tantum, ipſa etiam eſt reſiduum. Sed ſi communicat in longitudine, non ſolum eſt ipſa reſiduum, ſed etiam eiuſdem ſpeciei reſiduum, uerbi gratia, linea cõmunicans in longitudine reſiduo primo, eſt reſiduũ primũ, & ſecundo cõmunicans eſt ſecundũ, ſic quoq; in cæteris. Quod autẽ linea cõmunicat reſiduo in potẽtia tantũ, ipſam quoq; neceſſe eſt eſſe reſiduum, ſed non eiuſdem ſpeciei immo impoſſibile eſt, ut linea cõicãs in potẽtia tantũ reſiduo primo aut ſecũdo aut tertio aut quarto aut quin cadat ſimul cũ eo ſub eadẽ ſpecie. ſed neceſſe eſt ut ambo cadãt ſimul ſub tribus primis ſpeciebus, aut ambo ſimul ſub tribus poſtremis. Sit itaq; exẽpli gratia, à reſiduum: cui

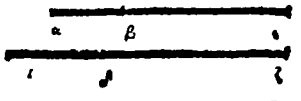


communicet b in longitudine,dico quod b erit reſiduum eiuſdem ſpeciei cum a. Adiũgatur enim linea c ad lineam a.& c illa ſit per cuius abſciſionẽ a fuit reſiduum. Et ad b adiungatur alia quæ ſit d,ad quã ſic ſe habeat b ſicut a ad c,ſitq; cõpoſita ex a & c e, cõpoſita uero ex b & d,ſit f,eritq; ex permutata proportionalitate a ad b,ſicut c ad d, & per 15 quinti erit e ad f,ſicut a ad b,uel ſicut c ad d. Cum itaque a cõmunicet cum b, erit per 20 c cõmunicans cum d & e communicans cum f. Et quia etiam eſt neceſſario ex permutata proportionalitate e ad c ſicut f ad d,ſequitur per 11 ut ſi fuerit e potentior c in quadrato lineæ ſibi communicantis in longitudine uel ſi forte incommenſurabilis, ſit ſimiliter f potẽtior d. At quoniam omnis linea cõmunicans in longitudine lineæ rationali eſt ſimiliter illi rationalis (ſimiliter dico, quia ambæ erũt rationales in longitudine, uel ambæ in potẽtia tantum) ſequitur ex diffinitionibus reſiduorum ut b ſit reſiduũ eiuſdẽ ſpeciei cum a. Si autẽ b cõmunicat in potentia cum a,ipſa quoq; erit reſiduũ, nõ tamen eiuſdem ſpeciei neceſſario, ſed quemadmodũ dictum eſt, cuius demõſtratio ex ijs quæ in 60 de binomijs dicta ſunt, colligenda eſt.

Eucli. ex Zamb. Theorema 79 Propoſitio 101

101 Quæ ipſi apotomæ longitudine eſt commenſurabilis, apotome eſt & in ordine eadem.

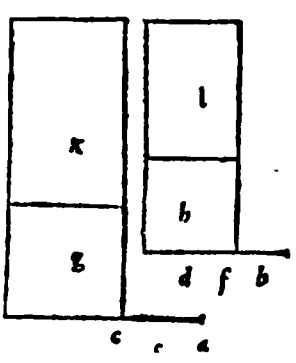
THEON ex Zamberto. *Sit apotome α β, & ipſi α ζ, longitudine cõmenſurabilis eſto ζ δ. Dico quod & γ δ apotome eſt, & in eadem. Quoniã enim α ζ apotome eſt, ſit ei congruens (per 79 decimi,) ζ ι. Ipſæ igitur α ι, ι ζ, (per eandẽ,) rationales ſunt potẽtia tantũ cõmenſurabiles. Et ipſius α β ad γ δ, rationi eadem fiat ratio ipſius β ι, ad δ ζ. Et igitur ſicut (per 12 quinti,) unum ad unũ, omnia ſunt ad omnia, eſt igitur & ſicut tota α ι, ad totam γ ζ, ſic eſt α ζ. ad γ δ. Commenſurabilis autem eſt α ζ, ipſi γ δ longitudine, commenſurabilis igitur eſt (per 11 decimi) & α ι, ipſi γ ζ, & ζ ι ipſi δ ζ. Et ipſæ α ι, ι ζ, rationales ſunt potentia tantum commenſurabiles, & ipſæ igitur γ ζ, ζ δ, rationales ſunt potẽtia tantũ cõmẽſurabiles. Apotome igitur eſt γ δ. Dico etiã quod in ordine eadẽ ipſi α ζ. Quoniã eſt ſicut α ι. ad γ ζ, ſic eſt ζ ι, ad δ ζ, uicißim igitur (per 16 quinti,) eſt ſicut α ι, ad ι ζ, ſic eſt γ ζ, ad δ ζ. Iam ipſa α ι, ipſa ι ζ, aut maius poteſt eo quod ex ſibi commenſurabili, aut eo quod ex ſibi incommenſurabili. Si quidem α ι, ipſa ι ζ maius poteſt eo quod ex ſibi cõmẽſurabili, & ι ζ, ipſa ζ δ, (per 14 decimi) maius poterit eo quod ex ſibi cõmẽſurabili. Et ſiquidẽ cõmẽſurabilis eſt α ζ ipſi expoſitæ rationali lõgitudine, & (per 13 decimi) γ ζ, quoque, ſi uero ζ ι. & δ ζ, etiam, ſi autem neutra ipſarum α ι, ι β, & neutra ipſarum γ ζ, ζ δ. Si uero α ι, ipſa ι β, maius poterit eo quod ex ſibi incommenſurabili, & γ ζ, ipſa ζ δ maius poterit eo quod ex ſibi incommenſurabili. Et ſi α ι, ipſi expoſitæ rationali commenſurabilis eſt lõgitudine, & γ ζ, (per 13 decimi,) ſi autem ζ ι. & δ ζ, etiã, ſi uero neutra ipſarum α ι, ζ, neutra etiam ipſarum γ ζ, ζ δ. Igitur γ δ apotome eſt, & ipſi α β. in ordine eadem. Quæ ipſi igitur apotomæ, & reliqua quæ ſequuntur, quod erat oſtendendum.*



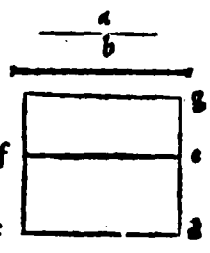
Eucli. ex Camp. Propoſitio 99

99 OMnis linea utrilibet reſiduo mediali communicans, eſt ſub ipſius termino & ordine reſiduum mediale.

CAMPANVS Verum eſt quod dicitur, ſiue cõmunicet linea cum utroli bet reſiduo mediali in longitudine, ſiue in potentia. Sit enim a utrumlibet reſiduum mediale, cui b communicet in lõgitudine uel potentia. Dico quod b eſt etiam reſiduum mediale, quale fuerit a. Adiungatur enim linea c ad lineam a.& ſit c per cuius abſciſionem a fuit reſiduũ mediale. Et ad b adiũgatur alia quæ ſit d,ſitq; b ad d,ſicut a ad c, totaq; cõpoſita ex a & c, ſit e & ex b,d,ſit f. Deſcribantur igitur quadrata c & d, quæ ſint g & h, & ſuperficies e in c, ſit k, & f in d, ſit l. Et quia eſt ut prius e ad f & c ad d ſicut a ad b, ſunt autẽ & c mediales potentia tãtum cõicantes ex 69 & 70, ſequitur ex 21 ut f & d eis cõmunicantes ſint etiã mediales potẽtia tantũ cõicantes. Conſtat autẽ ex prima ſexti, quod ſit k ad g ſicut e ad c, & l ad h ſicut f ad d. Et quia eſt e ad c ſicut f ad d, ſequitur ut ſit k ad g, ſicut l ad h. Et permutatim k ad l, ſicut g ad h. Cum ergo g cõmunicet cum h, ſequitur ut k cõmunicet cum l. Si igitur k eſt rationale (quod eſt in reſiduo mediali primo) erit etiã per diffinitionem rationalis. quare per 69 b etiam eſt reſiduũ mediale primum. Si autẽ k ſit medialis (quod eſt in reſiduo mediali ſecundo) etit per 21 etiam l medialis, ideoque b per 70 reſiduum mediale ſecundum. Quare conſtat propoſitum.



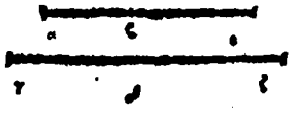
IDEM aliter Si linea b communicat cum linea a (quæ eſt utrũlibet reſiduum mediale) in longitudine uel in potentia, ſit ſuperficies c e adiũcta ad lineã rationalẽ c d. æqualis quadrato a, & f g æqualis quadrato b, erũtq; ob hoc c e & f g communicantes, quemadmodũ & quadrata linearum a & b eis æqualia, ideoq; per primam ſexti & 10 huius, d e & e g ſunt communicantes in longitudine. Et quia ſi a eſt reſiduum mediale primum linea d e eſt reſiduum ſecundum per 91, & ſi a eſt reſiduum mediale ſecundum linea d e eſt reſiduum tertium per 94, at cum d e eſt reſiduum ſecũdum, linea e g eſt etiã reſiduum ſecundũ, & cum illa tertium ſimiliter, & hæc eſt tertium per 91, ſequitur ita que ex 87 & 88 ut b ſit reſiduum mediale primum aut ſecũdum, prout fuerit a. Et ſic patet quod intendimus.



Eucli. ex Zamb. Theorema 80 Propoſitio 104.

104 Mediæ apotomæ commenſurabilis, mediæ apotome eſt, & in ordine eadem.

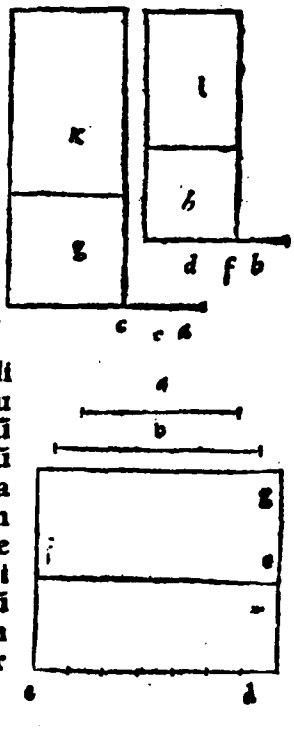
THEON ex Zãb. *Sit mediæ apotomæ α ϛ, & ipſi α β commenſurabilis eſto γ δ. Dico quod & γ δ mediæ apotomæ eſt, & in ordine eadem ipſi α ϛ. Quoniam enim mediæ apotomæ eſt α ϛ, eſto ei congruens (per 80 decimi,) ipſa ϛ ϛ, ipſæ igitur α ϛ, ϛ ϛ, mediæ ſunt potẽtia tantũ cõmenſurabiles, fiatq; (per 12 ſexti) ſicut α ϛ, ad γ δ. ſic β ϛ, ad δ ζ commẽſurabilis igitur eſt (per 6 decimi,) & α ϛ, ipſi γ ζ, & ϛ ϛ, ipſi δ ζ. Ipſæ autẽ α ϛ, ϛ ϛ, mediæ ſunt potentia tantũ cõmenſurabiles. Ipſæ igitur γ ζ, ζ δ, mediæ ſunt in potentia tantum commẽſurabiles, mediæ igitur apotome eſt (per 74 & 75 decimi,) γ δ. Oſtendendum eſt quod & in ordine eadem eſt ipſi α β. Quoniã enim eſt ſicut α ϛ ad ϛ ϛ, ſic γ ζ, ad ζ δ ſed ſicut quidem α ϛ, ad ϛ ϛ, ſic quod ex α ϛ, ad id quod ſub α ϛ, ϛ ϛ. ſicut autẽ γ ζ, ad ζ δ, ſic quod ex γ ζ ad id quod ſub γ ζ, ζ δ, eſt igitur (per 11 quinti,) & ſicut quod ex α ϛ, ad id quod ſub α ϛ, ϛ ϛ, ſic quod ex γ ζ ad id quod ſub γ ζ, ζ δ. Et uicißim (per 16 quinti,) ſicut quod ex γ δ ad id quod ex ζ γ, ſic quod ſub α ϛ, ϛ β, ad id quod ſub γ ζ, ζ δ. Commenſurabile autem eſt quod ex α ϛ, ei quod ex γ ζ cõmenſurabile igitur eſt & quod ſub α ϛ, ϛ β, ei quod ſub γ ζ, ζ δ. Si quidem igitur quod ſub α ϛ, ϛ ϛ, rationale eſt, rationale eſt & quod ſub γ ζ, ζ δ. Si autem medium eſt quod ſub α ϛ, ϛ ϛ, medium eſt & quod ſub γ ζ, ζ δ, mediæ igitur apotomæ eſt γ δ. & ipſi α β, in ordine eadem. Quod erat oſtendendum.*



Eucl. ex Camp. Propoſitio 100

100 Si linea aliqua lineæ minori communicet, ipſa quoq; erit linea minor.

CAMPANVS Facile eſt hanc probare dupli ci modo ſicut præmiſſam. ſiue cõmunicet linea aliqua cũ linea minori in lõgitudine, ſiue in potentia. Hoc autem appoſito, quantum ad primum modum quod cum ſit f ad d ſicut e ad c, erit ex ſecunda parte 18 ſexti quadratũ f ad quadratum d ſicut quadratũ e ad quadratum c, & conſunctim quadrata duarũ linearum f & d ad quadratũ d, ſicut quadrata duarũ linearũ e & c ad quadratũ c. & permutatim quadrata duarũ linearũ f & d ad quadrata duarũ linearũ e & b, ſicut quadratũ d ad quadratũ c. Cõmunicat autem quadratũ d, cũ quadrato c, ergo duo quadrata duarũ linearũ f & d pariter accepta cõmunicãt cũ duobus duarũ linearum e & c pariter acceptis. Et quia ex 71 quadrata duarũ linearum e & c pariter accepta ſunt rationale: erit etiam per diffinitionẽ & duo duarum linearum f & d pariter accepta ratiõale. Cumq; ſit ſuperficies k medialis, erit etiã l ſibi cõmunicãs medialis. igitur ex 74 b eſt linea minor. Quãtũ autẽ ad ſecundum modum erit per 91 linea d e reſiduum quartum. ideoq; per 98 & linea e g erit etiã reſiduum quartum. ideoq; etiã per 89 linea b eſt linea minor.

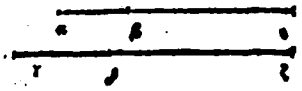


Eucl. ex Zãb. Theorema 81 Propoſitio 105

105 Minori commenſurabilis, minor eſt,

THEON ex Zãb. *Sit minor α ϛ, & ipſi α β, cõmenſurabilis eſto γ δ. Dico quod γ δ, minor eſt. Fiant inquã ſuprædicta. Et quoniam ipſæ α ϛ, β. potentia ſunt incõmenſurabiles, & ipſæ γ ζ, δ, potentia ſunt incõmenſurabiles*

les. Quoniam igitur eſt ſicut α 1,ad 1 β,ſic eſt γ ζ ad ζ δ,eſt igitur (per 22 ſexti,) & ſicut quod ex α 1 ad id quod ex 1 β, ſic quod ex γ ζ ad id quod ex ζ δ. Componendo igitur (per 18 quinti,) eſt ſicut quod ex α 1,& β, ad id quod ex 1 β, ſic eſt quod ex γ ζ,ζ δ,ad id quod ex ζ δ,& uiciſſim (per 16 quinti. Commenſurabile autem eſt (per 6 decimi, quod ex β & ei quod ex δ ζ,commenſurabile igitur eſt & cõflatum ex ipſarũ α 1,& β,quadratis, conflato ex ipſarũ γ ζ. ζ δ, quadratis. Rationale autẽ eſt (per 22 decimi) conflatũ ex ipſarum α 1,& β,quadratis, rationale igitur eſt (per correlariũ 25 decimi & 11 quinti,) & conflatũ ex ipſarũ γ ζ,ζ δ,quadratis. Rurſus quoniam eſt ſicut quod ex α 1 ad id quod ſub α 1,& β, ſic quod ex γ ζ,ad id quod ſub γ ζ. ζ δ, & uiciſſim cõmenſurabile autem eſt (per 6 decimi) quod ex α 1 quadratum ei quod ex γ ζ,quadrato, cõmenſurabile igitur eſt quod ſub α 1,& ε,ei quod ſub γ ζ, ζ δ. Mediũ autem quod ſub α 1 & ε, medium itidem quod ſub γ ζ,ζ δ, ipſæ igitur γ ζ. ζ δ, (per 82 decimi) ſunt incommenſurabiles, ſunt efficientes quidem conflatum ex ipſarum quadratis rationale, quod uero ſub ipſis medium. Ipſa igitur γ δ, minor eſt. Minori commenſurabilis igitur, & quæ ſequuntur. Quod erat oſtendendum.



Eucli. ex Camp. Propoſitio 101

101 OMnis linea communicans lineæ cum rationali componenti mediale, eſt cum rationali componens mediale.

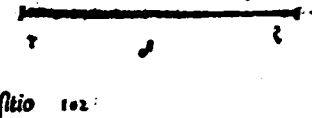
Figura propoſitionis 100

CAMPANVS Hanc quoque duplici prædicto modo non eſt difficile probare, ſiue de communicantia in lõgitudine ſiue in cõmunicantia in potẽtia tantum intelligatur. Sed quantũ ad primum modũ, erunt duo quadrata duarũ linearum f & d pariter accepta mediale per 21, quemadmodũ ſunt duo quadrata duarum linearum e & c pariter accepta ex 72, quibus ipſa cõmunicant, & ſuperficies l erit rationalis, per diffinitionem, quemadmodum eſt ſuperficies k ex 72 cui ipſa cõmunicat. Igitur ex 72 b eſt cum rationali cõponens mediale. Quantum ad ſecundum modum, erit d e reſiduum quintum ex 69, ideoq; & e g ex 98. quare b eſt cum rationali componens mediale per 90.

Eucli. ex Zamb. Theorema 82 Propoſitio 106

106 Cum rationali medium totum efficienti commenſurabilis, & eadem cũ rationali medium totum efficiens eſt.

THEON ex Zamb. Eſto cum rationali medium totum efficiens α ε, & ipſi α ε cõmenſurabilis eſto γ δ. Dico quod γ δ eſt cũ rationali mediũ totũ efficiẽs. Sit inquã (per 79 decimi) ipſi α ε cõgruẽs β 1. Ipſæ igitur α 1,& β. (per 80 decimi, potentia ſunt incommenſurabiles, efficientes quidẽ ex ipſarũ quadratis mediũ, quod autem ſub ipſis rationale & eadem cõſtruãtur. Similiter iam oſtendemus ex præcedẽtibus, quod ipſæ γ ζ,ζ δ, in eadẽ ſunt ratiõe ipſis α 1,& β, & conflatum quidẽ ex ipſarum α 1,& ε, quadratis, commenſurabile eſt conflato ex ijs quæ ex γ ζ,ζ δ, quadratis, quod autem ſub α 1,& ε, ei quod ſub 1 ζ,ζ δ. Quare & ipſæ γ ζ,ζ δ, potentia ſunt incommẽſurabiles, efficientes conflatum quidẽ ex ipſarũ γ ζ,ζ δ, quadratis medium, quod autem ſub ipſis rationale. Ipſa igitur γ δ. eſt cum rationali totum efficiens medium. Cum rationali ergo medium totũ efficienti, & quæ ſequuntur reliqua. Quod oſtendere oportebat.



Eucli. ex Camp. Propoſitio 102

102 OMnis linea commenſurabilis lineæ cum mediali conſtituẽs mediale, eſt cum mediali conſtituens mediale.

Figura eadẽ

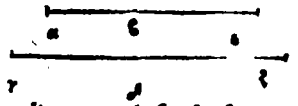
CAMPANVS Hic quoque pone lineam aliquam communicare cum ea quæ cum mediali componit mediale, indifferenter in longitudine uel potentia tantum prout uolueris, & duplici modo præmiſſo ſine difficultate cõcludes eam quoque cum mediali componere mediale. Erit etiam quantum ad primum modum, ſuperficies l medialis quemadmodum & k, & duo quoque quadrata duarum linearum f d pariter accepta mediale, ſicut & duo quadrata duarum e & c. Et quia duo quoque duarum linearum e & c ad k ſicut duo duarum f & d ad l, cum duo prima non communicent cum dupſo k ex 73, neque duo ſecunda communicabunt cum duplo l ex 10. Igitur ex 73 b eſt cum mediali cõponens mediale. Quantum autem ad ſecundum modum, erit d e reſiduum ſextum ex 97, ideoq; & e g ex 98. Quare b eſt cum mediali cõponens mediale ex 91.

Eucl. ex Zamb. Theorema 83 Propoſitio 107

107 Cum medio medium totum efficienti commenſurabilis, & eadem cum medio medium totum efficiens eſt.

THEON

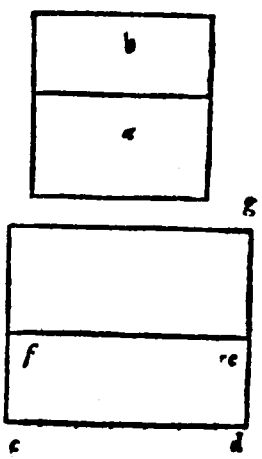
THEON ex Zab. Esto cum medio mediũ,totũ efficiẽs α ε,& ipsi α ε,cõmensurabilis esto γ δ. Dico quod γ δ cũ medio mediũ totũ efficiẽs est. Sit(per 78 decimi)ipsi α β,cõgruẽs β ι,& eadẽ cõstruantur. Ipsæ igitur α ι,ι ε.(per eandem potẽtia sunt incõmensurabiles,efficientes conflatũ ex ipsarũ quadratis mediũ,& quod sub ipsis medium,& insuper incommensurabile conflatum quidem ex ipsarum quadratis ei quod sub ipsis. Sunt, sicut ostensum est,ipsæ α ι,ι β, commensurabiles ipsis, ι ζ, ζ δ, conflatum ex ipsarum, α ι, ι ε, quadratis conflato ex iis quæ ex γ ζ,ζ δ,quod autem sub α ι:ι ε,ei quod sub γ ζ, ζ δ. Et ipsæ igitur γ ζ,ζ δ,potentia sunt incommensurabiles,efficientes conflatũ ex ipsarum quadratis mediũ,& quod sub ipsis mediũ,& insuper incommẽsurabile conflatũ ex ipsarum quadratis ei quod sub ipsis. Igitur γ δ. cum medio medium totum efficiens est. Cum medio medium totum igitur,& quæ sequuntur reliqua. Quod ostendendum erat.



Eucli.ex Camp. Propositio 103

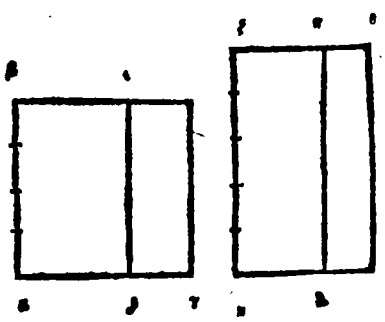
103 SI de superficie rationali superficies medialis abscindatur, linea in reliquam superficiem potẽs, erit alterutra duarum irrationalium aut residuum, aut linea minor.

CAMPANVS Sit enim tota superficies constãs ex a & b,rationalis.a qua detrahatur b quæ sit medialis. Dico quod linea potens in a reliquũ,aut est residuum aut linea minor. Esto namq; linea c d rationalis.superficieq; c e sibi adiuncta sit tanquã a.& f g tanquã b.& tota c g sicut tota a b,eritq; c g rationalis,ideoq; per 15 linea d g rationalis.in longitudine,& f g medialis ideoq; per 20 c g rationalis in potentia tantum,est igitur ex diffinitione linea d e.residuũ primum aut quartũ,ergo per 86 & 89 linea potens in superficiem c e,& ideo in superficiem a sibi æqualem est residuũ aut linea minor. Quod est propositũ. Eucli.ex Zamb. Theorema 84. Propositio 105



108 A rationali,media ablata,reliquã areolam potens una duarum irrationalium est, uel apotome uel minor.

THEON ex Zamb. A rõnali enim β γ,auferatur media ε δ. Dico quod quæ reliquam areolam ι γ potest,una duarum irrationalium est,uel apotome uel minor. Exponatur enim rationalis ζ κ, & ipsi (per 44 primi,) æquum ad ipsam ζ κ,comparetur rectangulum parellogrammum κ θ. Ipsi autem δ ε,æquũ auferatur κ κ,reliquum igitur ι γ,(per 3 communem sententiam) æquum est ipsi λ θ. Quoniam igitur ε γ rationale est,medium autem β δ,æquum uero β γ ipsi κ θ,& β δ,ipsi κ κ,rationale igitur est κ θ,medium autem κ κ. Et ad ipsam ζ κ comparatur,rationalis igitur est (per 20 decimi) ζ θ,& ipsi ζ κ,cõmensurabilis longitudine,rationalis autem (per 12 decimi,) ζ κ. & incommensurabilis longitudine ipsi ζ κ. Incommensurabilis igitur est (per lẽma 12 decimi,) ζ θ ipsi ζ κ longitudine. Et utræq; rationales,ipsæ igitur ζ θ,ζ κ,rationales sunt potentia tantum commensurabiles. Apotome igitur est ζ κ,congruens autem ei est κ θ,At ζ θ,ipsa κ ζ aut maius potest eo quod ex sibi commensurabili,aut eo quod ex sibi incommensurabili. Possit prius eo quod ex sibi commensurabili, & tota θ ζ,cõmensurabilis est ipsi ζ κ,expositæ rationali lõgitudine, apotome igitur prima est κ θ, (per 3 diffinitiones & 85 decimi.) Areolam aũt sub rationali & apotome prima cõprehensam potens: apotome est (per 91 decimi.) Quæ igitur λ θ,hoc est ι γ potest,apotome est. Si autem θ ζ,ipsa ζ κ maius potest eo quod ex sibi incõmensurabili,& tota ζ θ commensurabilis est longitudine expositæ rationali ζ κ apotome quarta est κ θ. Areolam autem sub rationali & apotome quarta comprehensam potens,minor est (per 94 decimi.) A rationali media ablata igitur,reliquam,& quæ sequuntur reliqua. Quod erat ostẽdendum.

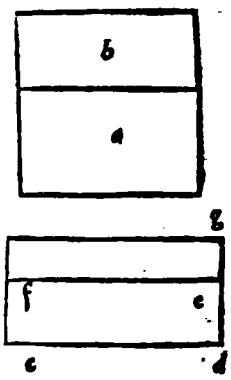


Eucli.ex Camp. Propositio 104

104 SI de superficie mediali superficies rationalis detrahatur, linea in reliquam superficiem potens erit alterutra duarum irrationalium linearum,aut residuum mediale primum,aut cum rationali componens mediale.

CAM

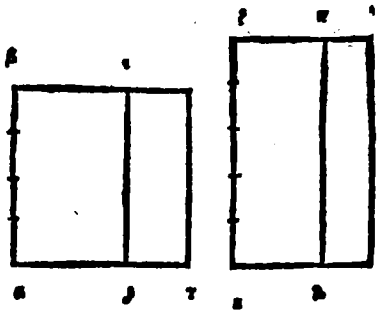
CAMPANVS Hæc quoq; ſicut præmiſſa probatur. Erit enim tota a b medialis, b autẽ rationalis, & tũc dico quod in a reliquũ poteſt, aut eſt reſiduum mediale primum, aut cũ rationali componens mediale. Cũ enim c g æqualis ſit a b, erit per 20 linea d g rationalis in potentia tantum, & cũ ſit f g æqualis b, erit per 16 linea e g rationalis in longitudine, ergo à diffinitione erit linea d e, reſiduũ ſecundum aut quintum, quare per 87 & 90 latus tetragonicum ſuperficiei c e, & ideo ſuperficiei a, eſt reſiduum mediale primũ, aut cum rationali componẽs mediale. Quod eſt propoſitum noſtrũ.



Eucli. ex Zamb. Theorema 85 Propoſitio 109

109 A medio, rationali ſublato, aliæ duæ irrationales fiũt, uel mediæ apotomæ prima, uel cum rationali medium totum efficiens.

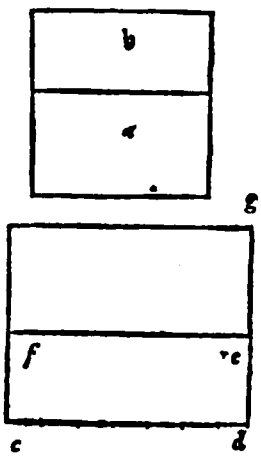
THEON ex Zãb. *A medio ζ γ, rationale auferatur ζ δ. Dico quod quæ reliquum poteſt ι γ, una duarũ irrationaliũ eſt, aut mediæ apotomæ prima, aut cum rationali medium totum efficiẽs. Exponatur enim rationalis ξ κ, & cõparentur ſimiliter areolæ. Conſequenter eſt autem rationalis quidẽ ξ θ, & ipſi ξ κ lõgitudine incommenſurabilis. Rationalis autem eſt (per 22 decimi) κ ζ, & ipſi ξ κ, longitudine commenſurabilis. Ipſæ igitur ξ θ, ξ κ, (per 20 decimi) rationales ſunt potentia tantum commenſurabiles, Apotome igitur eſt ipſa κ θ. Cõgruens aũt eſt ξ κ. At ξ θ, ipſa ξ κ, uel maius poteſt eo quod ex ſibi commenſurabili, Si quidem θ ζ, ipſa ξ κ, maius poteſt eo quod ex ſibi cõmẽſurabili & eſt cõgruens (per 80 decimi) ξ κ commenſurabilis ipſi ξ κ expoſitæ rationali longitudine, ipſa κ θ apotome eſt ſecunda (per 3 diffinitiones,) Rationalis autẽ eſt ξ κ. Quæ autẽ poteſt quod ſub rationali & apotome ſecũda, mediæ apotomæ eſt prima (per 92 decimi.) Quare λ θ, hoc eſt γ κ. potens, mediæ apotomæ eſt prima. Si autẽ θ ζ, ipſa ξ κ maius poteſt eo quod ex ſibi incommenſurabili, & ξ κ congruens eſt commenſurabilis longitudine ipſi ξ κ. expoſitæ rationali, apotome quinta eſt κ θ. Quare ipſam ι γ potens, (per 95 cum rationali medium totũ efficiens eſt. A medio igitur, rationali ſublato, & quæ ſequuntur reliqua. Quod erat oſtendendum.*



Eucli. eſt Camp. Propoſitio 105

105 SI ſuperficies medialis de ſuperficie mediali detrahatur, fueritq; reliqua toti incommenſurabilis, quæ in ipſam reliquam poteſt alterutra erit duarum ir rationalium, uidelicet aut reſiduũ mediale ſecundum, aut cum mediali componens mediale.

CAMPANVS. Si a duarum præmiſſarum demonſtratione non deuias, cõcludes ſine difficultate propoſitũ. Sint enim tota a b & b mediales, & ſit a reliqua incommenſurabilis toti (aliter enim eſſet a medialis ex 21, & eius latus tetragonicũ mediale ex 19) tũc dico quod linea potẽs in a, eſt reſiduũ mediale ſecundũ, aut cũ mediali cõponens mediale. Nã cũ ſit c g æqualis a b, erit per 20 linea d g rõnalis in potentia tantũ, per eandẽ quoq; cũ ſit f g æqualis b, erit etiã e g rationalis in potẽtia tantum, & cum ſit a incommmenſurabilis toti a b. erit etiam f g incommenſurabilis c g. ideoq; per primã ſexti & 10 huius erit etiam e g incommenſurabilis d g. igitur à diffinitione linea d e, erit reſiduum tertium, aut ſextum, quare per 88 & 91 latus tetragonicum ſuperficiei c e. & ideo ſuperficiei a, eſt reſiduũ mediale ſecundum, aut cum mediali componens mediale.

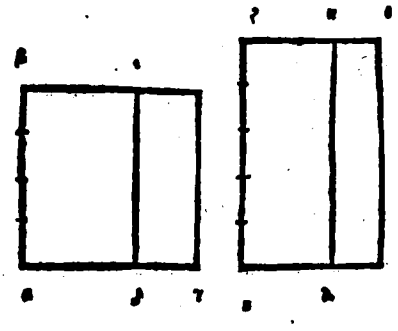


Eucli. ex Zamb. Theorema 86 Propoſitio 110

110 A medio, medio ablato incommenſurabili toti, reliquæ duæ irrationales fiunt, uel mediæ apotomæ ſecunda, uel cum medio medium efficiens.

THEON

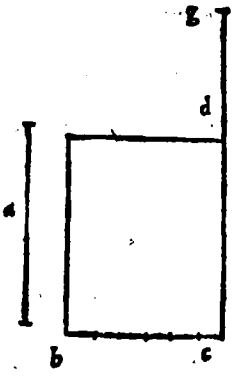
THEON ex Zamb. *Auferatur enim ſicut in præcedentibus deſcriptionibus, à medio β γ, medium ε δ, incõmenſurabile toti. Dico quod quæ α γ, poteſt, una eſt duarum irrationalium, aut mediæ apotomæ ſecundæ, uel cum medio medium totum efficiens. Quoniam enim medium eſt (per 22 decimi) utrũque ipſorũ, ε γ, β δ, & β γ, ipſi β δ, eſt incommenſurabile, erit per cõſequẽs rationalis utraq; ipſarũ ε θ, ε κ, & ipſi ε κ longitudine incommenſurabilis. Et quoniã incommenſurabilis eſt ε γ, ipſi β δ, boc eſt κ θ ipſi κ κ, incommenſurabilis eſt (per 1 ſexti & 11 decimi,) & ε θ, ipſi ε κ, & ipſæ igitur θ ε, ε κ, (per 73) rationales ſunt potentia tantum commenſurabiles. Apotome igitur eſt κ θ, cõgruens autem eſt ε κ. At θ ε, ipſa ε κ maius poteſt aut eo quod ex ſibi comenſurabili, aut eo quod ex ſibi incommenſurabili. Si q uidẽ igitur θ ε, ipſa ε κ, maius poteſt eo quod ex ſibi cõmenſurabili, & neutra ipſarũ θ ε, ε κ. cõmenſurabilis eſt ipſis ζ κ, expoſitæ rationali lõgitudine, apotome tertia eſt ipſa κ θ. Rationalis autẽ κ λ. Quod autẽ ſub rationali & apotome tertia cõprehenſum reſtangulum, irrationale eſt, & quæ illud poteſt irrationalis eſt, appellaturq; mediæ apotomæ ſecũdæ (per 93 decimi,) quare λ θ, boc eſt ε γ, potens, mediæ eſt apotomæ ſecũdæ. Si autem θ ε, ε κ, maius poteſt eo quod ex ſibi incommenſurabili longitudine, & neutra ipſarum θ ε, ε κ, ipſi ζ κ, longitudine eſt cõmenſurabilis, apotome ſexta eſt θ κ. Quæ autem poteſt id quod ſub rationali & apotome ſexta, eſt cum medio medium totum efficiens, quare quæ ipſum λ θ, boc eſt ε γ poteſt, cum medio medium totum efficiens eſt (per 96 decimi.) A medio igitur, medio ablato, & quæ ſequuntur reliqua, Quod erat oſtendendum.*



Eucli. ex Camp. Propoſitio 106

106 LInearum irrationalium quæ ſunt reſiduum & poſt ipſam ſubſecutæ, ullam, aliꝫ termino & ordine ſubeſſe impoſſibile eſt, reſiduo quoque, binomiꝫ terminum uel ordine conuenire, non eſt poſſibile.

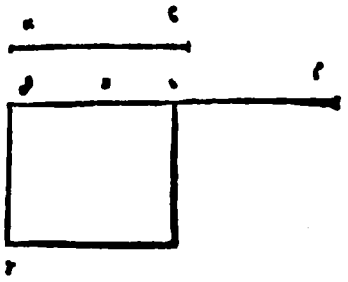
CAMPANVS Vult autem per hanc 106, quod reſiduum, & aliæ quinque lineæ irrationales eã ſequentes differũt ſpecie & diffinitione adinuicẽ, & nulla linea una poteſt eſſe ſub duabus neque ſub pluribus ſpeciebus harũ ſex linearũ irrationaliũ quæ ſunt reſiduũ. & eius quinq; comites. & quod omnes ſpecies reſidui differunt ab omnibus ſpeciebus binomiꝫ, nec eſt poſſibile liueã unã ſimul eſſe reſiduũ & binomiũ cuiuſcunq; ſpeciei reſidui uel binomiꝫ. Pars prima ſic cõſtat, quoniã ſuperficies æquales quadratis reſidui & ſuarũ quinq; comitũ cum adiunguntur ad lineã rationalẽ habent ſecunda latera neceſſario diuerſa abinuicem ex 92 & quinque eam ſequẽtibus. ſunt autẽ ſecunda latera reſiduũ primum & ſecundum & deinceps uſque ad ſextum. Secunda pars cõſtat hoc modo. Si eadẽ linea poteſt eſſe ſimul reſiduum & binomiũ, ſit a cuius quadrato ſuperficies æqualis adiungatur ad rationalem lineã b c. ſitq; b d, eritq; ex 54 linea c d binomium primum, & ex 92 reſiduum primum. Inquantum ergo binomium primũ, diuidatur in ſuas binomiales portiones ad punctum e, ſitq; maior portio c e quæ erat rationalis in longitudine per diffinitionẽ. inquantũ autẽ eſt reſiduum primũ, ei adiungatur d g, per cuius abſciſionem fuerat reſiduum primum, eritq; etiam ex diffinitione c g rationalis in longitudine Cũ itaq; ſit utraq; duarũ linearũ c g & c e rationalis in longitudine, erit etiã per 9 linea e g rationalis in longitudine. At quia linea d e eſt rationalis in potẽtia tantum cum ipſa ſit per hypotheſin minor portio binomiꝫ primi, erit per 68 linea d g reſiduum, & quia ipſa erat rationalis in potentia tantum. cum per eius abſciſionem eſſet linea c d reſiduum. ſequitur impoſſibile per 68. Quod ut clarius pateat, eſto ſuperficies b d adiuncta ad lineam rationalem b c. æqualis quadrato lineæ d g. Cum itaque linea d g ſit rationalis in potentia. erit per 16 linea c d rationalis in longitudine. At cum etiam linea d g ſit reſiduum. erit ex 92 linea c d reſiduum primũ. quod eſſe non poteſt, cũ linea quæ dicitur reſiduum. ſit irrationalis per 68.



Eucli. ex Zamb. Theorema 87 Propoſitio 111

111 Apotome non eſt eadem ei quæ ex binis nominibus.

THEON ex Zab. *Eſto apotome α ζ. Dico quod α ζ non eſt eadem ei quæ ex binis nominibus, Si enim poſſibile eſto, exponatur rationalis δ γ. Et ei quod ex α β, (per 45 primi,) æquũ ad ipſam γ δ. cõparetur rectangulũ γ ε, latitudinẽ efficiẽs δ ε. Quoniã igitur apotome eſt α β, apotome igitur eſt (per 93 decimi) prima ipſa δ ε. Eſto ei (per 79 decimi) congruẽs ε ζ, ipſæ igitur δ ζ, ζ ε, ratiõales ſunt potẽtia tantũ cõmenſurabiles. & δ ζ, ipſa ζ ε maius poteſt eo quod ex ſibi incommenſurabili, & δ ζ, commenſurabilis eſt ipſi δ γ expoſitæ rationali longitudine. Rurſus quoniã ex binis nominibus eſt α β, ex binis igitur nominibus eſt prima (per 60 decimi) ipſa δ ε. Diuidatur (per 42 decimi) in nomina in ε, ſitq; maius nomẽ δ ε, ipſæ igitur δ ε, & ε ε, rationales ſunt potentia tantum commenſurabiles, & δ ε, ipſa ε ε maius poteſt eo quod ex ſibi commenſurabili, & δ ε, commenſurabilis eſt longitudine ipſi δ γ expoſitæ ratiõali, & δ ζ igitur ipſi δ ε lõgitudine eſt commenſurabilis. & reliquæ igitur ε ζ, (per 16 decimi) cõmenſurabilis eſt longitudine ipſæ δ ζ. Quoniã igitur δ ζ, ipſi ε ζ, eſt commẽſurabilis irratiõalis autem eſt δ ζ, rationalis igitur eſt & ε ζ. Quoniam igitur commenſurabilis eſt δ ζ ipſi ε ζ, incõmenſurabilis autem eſt δ ε, ipſi ζ ε, incommenſurabilis igitur eſt longitudine ζ ε ipſi ζ ε, & ſunt rationales. Ipſæ igitur ε ζ, ζ ε, rationales ſunt potentia tantum commenſurabiles, Apotome igitur eſt (per 73 decimi) ε ε, ſed & rationalis, quod eſt impoſſibile. Igitur apotome non eſt eadem ei quæ ex binis nominibus. Quod erat oſtendendum.*

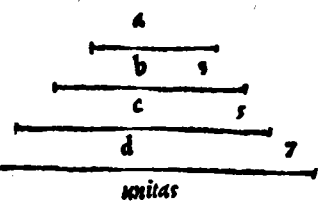


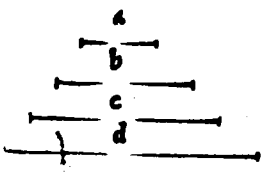
107 Euclid. ex Camp. Propoſitio 107

LInea quæ reſiduũ dicitur, ullaue irrationaliũ, quæ poſt eam ſunt nequit eſſe ſub termino binomij, aut ſub termino & ordine ullius cæterarum linearum irrationalium quæ binomium ſubſequuntur. Cum autem poſſibile ſit linearum irrationalium ſeriem in infinitum produci, non eſt poſſibile ullam earum cum ea quæ præceſſerit in termino ordine conuenire.

CAMPANVS Vult per hanc ultimam libri decimi. q; tredecim irrationales lineæ de quibus in hoc decimo demõſtratũ eſt (& ipſæ ſunt linea medialis, binomiũ & eius quinque comites reſiduũ & eius quinq; comites) ſint abinuicẽ ſingulæ à ſingulis ſpecie differentes. & q; nulla linea una poteſt eſſe ſimul ſub duabus aut pluribus ſpeciebus earum, & quod ſpecies linearũ irrationaliũ poſſunt in infinitũ produci, quarũ nulla cũ alia cõuenit in diffinitiõe & ordine. Quod aũt hæ tredecim lineæ, uidelicet medialis. binomiũ & eius quinque comites reſiduũ & eius quinq; comites, ſint irrationales, demonſtratũ eſſe ſuperius memẽto, de mediali quidẽ, ex 19, de binomio aũt & eius quinq; comitibus, ex 30 & quinque eam ſequentibus, at uero de reſiduo ſuiſq; quinq; comitibus. ex 61 & quinque eã ſequentibus Nullam autẽ harum tredecim linearũ irrationalium poſſe cõuenire in ſpecie cũ aliqua aliarũ. ſic collige. Eſto enim ut ad unã eandemq; lineã rationalem in longitudine adiungantur ſuperficies æquales quadratis prædictarũ tredecim linearũ irrationaliũ, ſecundũ q; ordine ſe inuicem ſequũtur, eritq; ex 20 ſecũdũ latus primæ iſtarũ tredecim ſuperficierũ & quinque eam ſequentiũ. rationale in potentia tãtũ. Secunda autẽ latera ſecundæ iſtarum tredecim ſuperficierũ & quinque eam ſequentiũ eſſe omnes ſpecies binomiorũ per ordinẽ. uidelicet binomiũ primum, ſecundũ, & deinceps uſque ad ſextũ, ex 54 & quinque eã ſequentibus demonſtratũ eſſe memineris. Secũda uero latera octauæ ſuperficiei & quinq; eã ſequentiũ, ſunt ſpecies reſiduorũ in ordine, uidelicet reſiduum primum & reſiduum ſecundũ, & deinceps uſque ad ſextũ. quod ex 92 & quinq; eam ſequentibus didiciſti. Cũ igitur ipſa linea rationalis in potentia tantum non conueniat cum aliqua ſpecie binomiorum aut cum aliqua reſiduorum. quoniam omne binomium per 30 & omne reſiduum per 68 eſt linea irrationalis & in longitudine & in potentia. & cum nulla ſpecies reſiduorũ conueniat cum aliqua ſpecie binomiorum ex ſecunda parte penultimæ huius decimi. ſequitur ut omnia ſecunda latera harum tredecim ſuperficierũ ſint abinuicem diuerſa. ideoq; per primã ſexti & ipſæ tredecim ſuperficies ſunt diuerſæ. cum earum omnium altitudo ſit una, quare etiã hæ tredecim lineæ irrationales propoſitæ, ſunt ſingulæ à ſingulis diuerſæ. Poſſunt autẽ harum tredecim linearũ irrationalium ſpecies, in infinitũ produci, infinitæ enim ſunt ſpecies linearũ medialium infinitæ quoque binomiorum, & ſic de ſingulis. Quod hoc modo conſtat. Eſto linea a, medialis, ſumaturq; unitas & quotlibet numeri primi ut 3, 5, & 7,

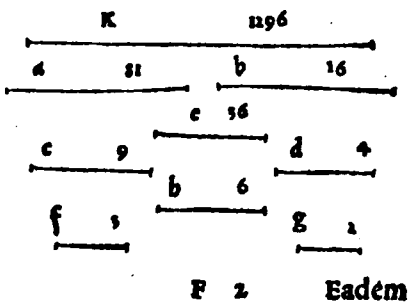
5,& 7,& ſint totidē lineæ b,c,d,quot ſunt ſumpti numeri primi,ſintque quadrata iſtarū linearum b,c,d,ad quadratum a,ſicut hi numeri primi ad unitatē,eruntq; lineæ b,c,d, mediales ex 21,quoniā ipſæ cōmunicant in potētia cū linea a mediali. Omnes autem erunt diuerſæ in longitudine ab a,& a ſeinuicē per ultimā partē 7: quoniam nullius iſtorum numerorum ad unitatē nec alicuius eorum ad alterū per 16 & 8 & correlariū ſecundæ octaui & præſentis hypotheſis eſt proportio ſicut numeri quadrati ad numerū quadratum,erit ergo a,& oēs ſibi cōicantes in longitudine,ſub prima ſpecie linearū medialium,b uero & omnes ſibi cōicantes in lōgitudine,ſub ſecunda,c autem & oēs eidē cōicantes uel cōmenſurabiles,ſub tertia,d quoque & omnes ſibi cōicantes in longitudine,ſub quarta. Et quia numeri primi ſunt infiniti ut ex 21 noni didiciſti,neceſſe eſt ſpecies linearum medialium eſſe infinitas. Quod autē eſt dictum de linea mediali: intellige de binomio ſuiſque qninq; comitibus,& reſiduo ſuiſq; quinque comitibus,nam ſicut omnis linea cōmunicans mediali eſt medialis,ſiue cōmunicet ei in lōgitudine ſiue in potētia ut probatū eſt in 21,ita etiā omnis linea cōicans binomio aut alicui ſuarum quinq; comitum,uel etiā reſiduo aut alicui ſuarum quinq; comitum in longitudine uel in potentia,eſt ſecū ſub eadē ſpecie,ut probatum eſt in 60 & quatuor eam ſequentibus,& 98 & quatuor eā ſequentibus. Sūt igitur ſpecies harum tredecimi linearum irrationalium infinitæ,quarum nulla conueniet cum præcedenti in ordine uel diffinitione. Conuenit quoque aliter demonſtrare,ſpecies linearum irrationaliū eſſe infinitas. Nam omne latus tetragonicum ſuperficiei dictæ à numero nō quadrato,eſt irrationale per ultimam partem 7 & per diffinitionem. Cum itaque tales numeri ſint infiniti,erunt etiam ſpecies harū linearum irrationalium infinitæ. Tertio modo contingit ſecundam partem huius ultimæ concluſionis libri decimi ſic exponi,ut dicamus ab unaquaque linea rationali in potentia tantum,infinitas linearum irrationalium ſpecies produci,quarū nullā cum aliqua earum quæ ipſam præceſſerint. poſſibile eſt in diffinitione & ordine conuenire. Verbi gratia. Sumatur aliqua ſuperficies rationalis dicta à numero non quadrato ut 5,eritq; latus eius tetragonicum irrationale in longitudine,quoniā ipſum eſt incōmēſurabile lateri tetragonico ſuperficiei rationalis dictæ à numero quadrato ex ultima parte 7. Dico ergo quod huius lateris latus,itēq; ſecundi lateris latus,& rurſus huius tertij lateris latus,& ſic in infinitū,ſunt lineæ irrationales tam in longitudine quam in potētia,& quod nulla earum conuenit diffinitione uel ſpecie cum aliqua quæ eam præceſſerit in ordine: eſtque latus tetragonicum præmiſſæ ſuperficiei quæcunque dicta fuerit à numero non quadrato earum omnium ſicut radix & principium,& quælibet ipſarum eſt principium omniū ipſam ſequentiū,& quæcunque ab aliquo tetragonico latere cuiuſq; talis ſuperficiei proficiſcūtur,diuerſæ ſunt in longitudine & potentia ab omnibus quæ à quoquā alio tetragonico lateris talis ſuperficiei generātur. Et hoc dico,cum ipſarum ſuperficierū non fuerit proportio ſicut numerorū quadratorū. Hæc autem ut poſſimus firma demonſtratiōe colligere,antecedēs ad ipſa præmittere oportet. Sitque iſtud,



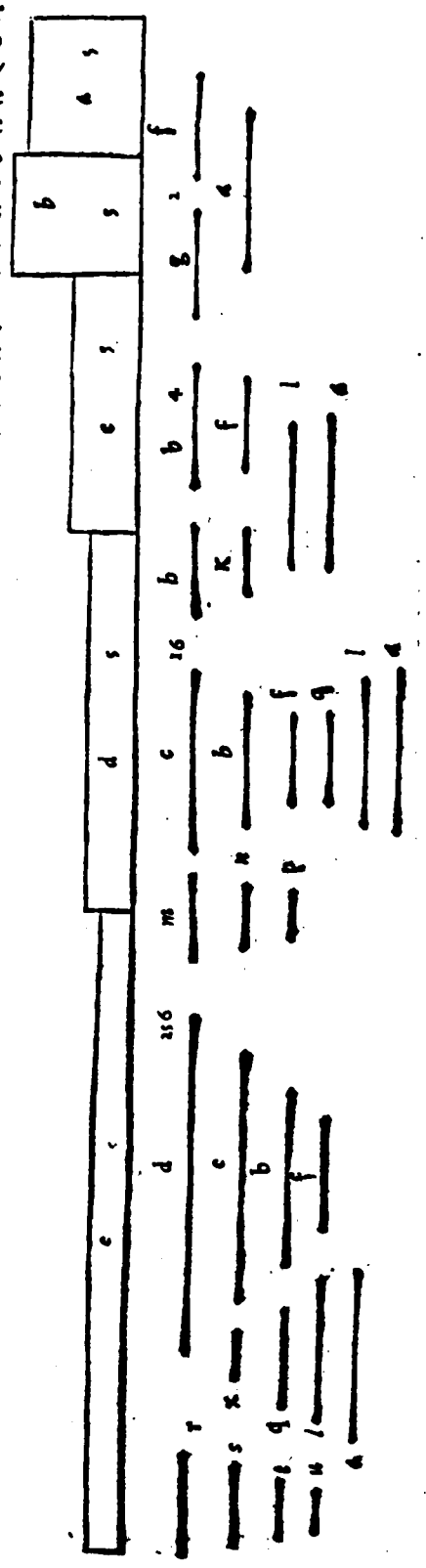


Quibuslibet duobus inuicem ductis ſi quid licet producatur, quota latera tetragonica duorum præcedētium inuicem duces, totum tetragonicum latus ipſius producti produces.

Verbi gratia. Sit ut ex a in b ſit k: at c d ſint latera tetragonica a & b: fiat autē e, ex c in d: ſintq; iterum f & g latera tetragonica c & d,& fiat h ex f in g. Dico quod h eſt latus tetragonicū e,& quod e rurſus eſt latus tetragonicū k. Cum enim ex f in ſe & in g fiant c & h,erit c ad h ſicut f ad g,ſed & ſit h ad g, ſicut f ad g,eo quod ex g in f & in ſe fiunt h & d, ſūt igitur c,h,d,cōtinue proportionales. Itaq; ex h in ſe,quātū ex c in d,quare h,eſt latus tetragonicū e.



Eadem quoque ratiõe cũ ex c in ſe ſit a,& in d ſit e,& ex d in ſe ſit b,erunt etiã a,e,b,cõtinue proportionales in proportione c ad d. Cũ igitur ex a in b ſit k,ſequitur etiã ut ex e in ſe ſit K, quare e eſt latus tetragonicũ k. Cõſtat itaque quod dicitur. Reſtat itaque demõſtrare quod propoſitũ eſt. Sit igitur ſuperficies a,rationalis,dicta à numero non quadrato ut 5 ,ſitq; linea a,eius tetragonicũ latus,& ſumantur quotlibet lineæ rationales in lõgitudine quæ ſint b,c,d,e. Sintq; dictæ à nũeris quorũ quiſque præcedẽs ſit tetragonicũ latus proximo ſequẽtis, ut ſi b ſit 2,c 4,d 16,e uero 256,ad has aũt lineas rationales in lõgitudine,adiũgatur ſuperficies æqualis a,erũtq; ſecũda latera ſingularũ rõnalia in lõgitudine per 16:ut ſecundũ latus b,2 & dimidiũ,ſecũdũ c,unũ & quarta,ſecundũ uero d,una quarta & una 16,at uero ſuperficiei c ſecũdũ latus,erit una 64 & una 256. Sit ergo f tetragonicũ latus b:g,uero ſit tetragonicũ latus ſcdi lateris ſupficiei b,eritq; per præmiſſam antecedẽs ut ex f in g ſit a. Rurſus ſit h tetragonicũ latus ſcdi lateris c,k quoq; ſit tetragonicũ latus h,eritq; p prædictũ antecedẽs ut ex b in h ſit a,& ex f in K ſit tetragonicũ latus a,q; ſit l. Sit iterũ m tetragonicũ latus ſcdi lateris ſuperficiei d, ſed cũ n ſit tetragonicũ latus m,& p tetragonicũ n, eritq; per prædictũ antecedẽs ut ex c in m fiat a,& ex b in n l,& ex f in p tetragonicũ latus l quod ſit q. Amplius aũt ſit r,tetragonicũ latus lateris ſcdi ſuperficiei e,ſit quoque ſ tetragonicũ r & t ſ,ſit & u tetragonicũ t,ſeq;turq; per dictũ añcedẽs, ut ex d in r fiat a,& ex c in fl,& ex b in t,ſit q,& etiã ex f in u,tetragonicũ latus q,qd' ſit x,& ſic in infinitũ. Dico ergo has lineas a.l,q,x,quarũ a eſt tãq; radicale principiũ,eſſe irrõnales,a quidẽ in lõgitudine tm̃, cæteræ uero in lõgitudine & in potẽtia, & dico q; nulla earũ cõuenit cũ alia in diffinitiõe uel ordine. Cũ enim ex f in g & k fiant a & l:erit a ad l,ſicut g K. Et quia ut patet ex dictis hypotheſibus g & K ſunt incommenſurabiles in longitudine & in potentia,ſequitur etiam ut a & l ſint incommẽſurabiles in longitudine & in potentia. Eadem ratione a & q,eſt enim a ad q,ſicut g ad p. Et,ppter eandẽ cauſam etiã a & x,cũ ſint ſicut g & u. Et hac uia quoq; neceſſe eſt,ut l & q ſint ſimpliciter incõmẽſurabiles tã in lõgitudine q; in potẽtia,cũ enim ex f in k & p,fiãt l & q,erit l ad q,ut K ad p. At k & p nec cõmẽſurabiles ſunt in lõgitudine nec in potentia. Si enim ſint,erũt h & n cõmẽſurabiles,ſed nõ ſunt,at uero l & x oportet eſſe utroq; modo incõmẽſurabiles,eſt enim l ad x:ſicut k ad u,eo q; ex f in K & u fiũt l & x. Sũt autẽ K & u,utroq; modo incõmẽſurabiles, ſin aũt accidet d & h eſſe cõmẽſurabiles,q; eſt incõueniẽs,q uero & x qd' ſint quoq; incõmẽſurabiles, potẽtia & lõgitudine,ex eo patet,q; eſt q ad x ſicut p ad q:cõſtat autẽ qd' p & u ſunt incommenſurabiles,nã ſi non,erũt n & c cõmẽſurabiles, ideoq; m & ſ,ſed nõ ſunt. Manifeſtũ eſt itaq; infinitas lineas irrõnales in lõgitudine & in potentia incõmenſurabiles,& ideo diffinitiõe & ſpecie differentes,produci ex linea a rõnali in potẽtia tantũ.



Re/

Reſtat aũt nũc oſtẽdere qđ quæcũq; irratiõales lineæ ab aliqua linea rationali in poten tia tantum hac uia generantur, diuerſæ ſunt ab omnibus tã in lõgitudine quã in potẽ tia quæ à qualibet alia linea ratiõali in potẽtia tantum quadratũ cuius ad quadratum prioris nõ ſit ſicut nũeri quadrati ad numerũ quadratũ, hac eadẽ uia egrediuntur, hoc quoq; ſic cõſtat, Sint a & b rõnales in potẽtia tãtũ ſiue tetragonica latera duarũ ſuperfi cierũ dictarũ à numeris nõ quadratis. ſitq; ut illi numeri nõ ſint in proportiõe aliquo/ rũ numerorũ quadratorũ, lineæ quoq; quæ, pcedũt hac uia ab a ſint c, d, e, & a b, pcedãt f, g, h. Dico quod nulla ex lineis c, d, e, cõicat in lõgitudine uel potẽtia cũ aliqua ex lineis f, g, h. cũ enim ſint c & f tetragonica latera a & b, at d & g tetragonica latera c & f, & e & h, tetragonica latera d & g, nõ eſt poſſibile ut aliqua ex c, d, e. cõicet cum ſua cõpari ex f, g h, uel longitudine uel potentia. Si enim alterutro modo cõmunicet e cũ h. ſequitur ut d cõmunicet cum g, & c cũ f, quare & a cum b etiã in lõgitudine, quod eſt cõtra hypothe ſin. Vniuerſaliter autẽ uerũ eſt dicere quãlibet harũ eſſe utroq; modo incõmẽſurabilẽ cuilibet iſtarũ. Dato nãq; quod d cõicet cũ h etiã in potẽtia tantũ, ſequitur ut c quoq; cõmunicet cũ g, & a cum f, quod non eſt poſſibile. Attendere autẽ oportet, quod cũ di/ co latus lateris, nihil aliud intelligo q̃ latus ſuperficiei denominatæ à latere priori, un de tetragonicũ latus lineæ a, uoco lineã illam quæ poteſt in ſuperficiẽ dictã à linea a, ta lis autem ſuperficies eſt q̃ cõtinet linea a & linea rõnalis in lõgitudine dicta ab uno. Si ergo libet inuenire tetragonicũ latus cuiuslibet lineæ ſit linea a, cuius tetragonicũ la/ tus uolo inuenire, b uero ſit linea rationalis in lõgitudine dicta ab unitate, & ipſa eſt mi nima omniũ linearũ rationaliũ numeratarũ ab integris. medio loco proportionalis inter eas ſit c, eſt igitur per 16 ſexti c tetragonicũ lat9 a. idẽ enim fit ex a in b & ex c in ſe. At uero ex a in b fit ſuperficies dicta ab a. Quicquid enim à quolibet in unũ ducto pro ducitur, ab eo quod unũ multiplicat denominatur. Et nota quod cũ c fuerit latus tetra gonicum lineæ a, indifferenter contingit lineam c eſſe maiorẽ linea a & minorem, prout b etiã fuerit maior aut minor. THEON ex Zamberto.

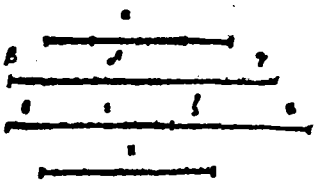
Apotome & quæ poſt eã irrationales, neque mediæ, neque adinuicẽ ſunt eædẽ. Quod ex media nãq; ad ratio/ nalẽ cõparatũ latitudinẽ efficit rõnalẽ & ei ad quã apponitur lõgitudine incõmẽſurabilẽ (per 12 decimi.) Quod uero ex apotome ad rationalẽ cõparatũ latitudinẽ primã efficit apotomen (per 97 decimi.) Quod aũt ex mediæ apotomæ prima ad rationalem appoſitũ latitudinẽ, ſecũdam efficit apotomen (per 98 decimi.) Quod ex mediæ ſecunda apotomæ ad rationalẽ appoſitũ latitudinẽ, tertiam efficit apotomẽ (per 99 decimi.) Quod ex minori ad rationalẽ appoſitũ latitudinẽ quartã efficit apotomen (per 100 decimi.) Quod ex efficiẽte cũ rationali mediũ to tum ad rationalẽ appoſitũ latitudinẽ efficit quintã aptomen (per 101 decimi.) Quod ex efficiẽti uero cũ medio me dium totũ ad rationalem cõparatũ latitudinem, ſextam efficit apotomen, (per 102 decimi.) Quoniam igitur præ dictæ latitudines à prima & adinuicem differunt (à prima quidẽ quoniã rationalis eſt, adinuicem uero quia in ordi ne non ſunt eædem) patet quod & ipſæ irrationales differunt adinuicẽ. Et quoniã oſtenſum eſt (per 111 decimi) quod apotome non eſt eadẽ ei quæ ex binis nominibus, ad rationalem aũt appoſitæ latitudinẽ efficiant, quæ ſane poſt apo tomen apotomas, conſequen ter unaquæq; quæ in ordine circa eandẽ, quæ uero poſt eas quæ ex binis nominibus, eas quæ ex binis nominibus, & eaſdem, ordine conſequenter, aliæ igitur ſunt quæ poſt apotomen & aliæ quæ poſt eam quæ ex binis nominibus, ut omnes irrationales ſint tredecim hæ uidelicet.

1 Media. 2 Ex binis nominibus 3 Ex binis prima, mediis. 4 Ex binis ſecũda mediis. 5 Ma/ ior. 6 Rationale mediũ potens. 7 Bina potens media. 8 Apotome. 9 Mediæ prima apotome. 10 Mediæ ſecũda apotome. 11 Minor. 12 Cũ rõnali mediũ totũ efficiẽs. 13 Cũ medio mediũ totũ efficiẽs.

Eucli. ex Zamb. Theorema 88 Propoſitio 111

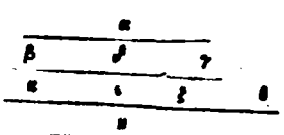
m Quod ex rationali ad irrationalem eam quæ ex binis nominibus appo ſitum latitudinem efficit apotomen cuius nomina cõmenſurabilia ſunt no minibus eius quæ ex binis nominibus eſt, & in eadem ratione, & inſuper apotome quæ gignitur eundem habebit ordinem ei quæ ex binis nomi/ nibus eſt.

THEON ex Zamb. *Sit rõnalis quidẽ a, ex binis uero nominibus ſit β γ, cuius maius nomen eſto δ γ, & ei quod ex a æquũ eſto id quod ſub ζ γ, ε ζ. Dico quod ipſa ε ζ apotome eſt, cuius noĩa cõmẽſurabilia ſunt ipſis γ δ, δ β, & in eadẽ ratione, & inſuper ε ζ eundem ordinẽ habet ipſi ζ γ. Sit enim rurſus ei quod ex a. æquũ id quod ſub ζ δ, η. Quoniã igi tur quod ſub ζ γ, ζ ſ, æquum eſt ei quod ſub ζ δ, δ η, eſt igitur (per 14 quinti) ſicut γ ζ, & β δ, ſic eſt η ad ε ζ, maior autẽ eſt γ β, ipſa ζ δ, maior igitur & η ipſa ε ζ. Eſto ipſi η æqualis ε θ. Eſt igitur (per 7 & 11 quinti) ſicut γ δ ad ζ δ, ſic eſt θ ζ ad ζ ε. diuidẽdo igitur eſt (per 17 quinti,) quod ſicut γ δ, ad β δ, ſic eſt θ ζ ad ζ ε. Fiat ſicut θ ζ, ad ζ ε. ſic ζ η, ad η ι, &*



tota igitur θκ,(per 12 ḡnti)ad totã κζ,eſt ſicut ζκ ad κε. Sicut enim unũ an tecedentiũ ad unũ cõſequẽtiũ,ſic oĩa añcedẽtia ad oĩa ſequẽtia. Sicut autẽ (per 12 quinti)ζκ ad κε,ſic eſt γδ ad δϛ,& ſicut igitur (per 11 quinti)θκ,ad κζ,ſic γδ,ad δβ,cõmẽſurabile aũt eſt (per 11 decimi) quod ex γδ,ei quod ex ϛδ,cõmẽſurabile igitur eſt & quod ex θκ,ei quod ex ζκ. Et eſt ſicut (per 22 ſexti) quod ex θκ,ad id quod ex κζ,ſic eſt θκ,ad κε. Et quoniã ipſæ tres θκ,κζ,κε,ſunt proportiõales cõmẽſurabilis igitur eſt (per 11 decimi) θκ,ipſi κζ lõgitudine,quare & θε,ipſi εκ lõgitudine eſt cõmẽſurabilis. Et quoniã (per correlariũ 20 ſexti.) quod ex κ æquũ eſt ei quod ſub ε θ,β δ,rõnale aũt eſt id quod ex κ,rõnale igitur eſt & id quod ſub θε,ϛδ. Et ad ipſam ϛδ,rõnalẽ apponitur,rõnalis igitur eſt & θε,& ipſi βδ lõgitudine cõmẽſurabilis,quare & ei cõmẽ ſurabilis εκ,rõnalis eſt,& ipſi ϛδ,lõgitudine cõmẽſurabilis. Quoniã igitur eſt ſicut γδ,ad δϛ,ſic ζκ ad κε,ipſæ autẽ γδ,δϛ,potẽtia tantũ cõmẽſurabiles,& ipſæ igitur ζκ,κε,(per 11 decimi) potẽtia tãtũ ſunt cõmẽſurabiles. Rõnalis aũt eſt κε,& ipſi βδ lõgitudine cõmẽſurabilis. Rõnalis igitur eſt & ζκ. & ipſi γδ lõgitudine cõmẽſurabilis. Ipſæ igitur ζκ κε,rõnales ſunt potẽtia tãtũ cõmẽſurabiles (per 11 decimi.) Igitur ζε apotome eſt. Verũ γδ,ipſa δϛ,aut maius põt eo quod ex ſibi cõmẽſurabili,aut quod ex ſibi incõmẽſurabili. Si quidẽ γδ,ipſa δβ,maius poteſt eo quod ex ſibi cõmẽſurabili,& ζκ (per 13 decimi) ipſa κε maius poteſt eo quod ex ſibi cõmẽſurabili. Et ſi γδ,ipſi expoſitæ rõnali cõmẽſurabilis eſt lõgitudine,& ζκ. ſi autẽ δβ,& κε,ſi uero neutra ipſarũ γδ,δϛ,& neutra ipſarũ ζκ,κε. Si aũt γδ,ipſa βδ maius poteſt eo quod ex ſibi incõmẽſurabili,& ζκ,ipſa κε,maius poteſt eo quod ex ſibi incõmẽſurabili. Et ſi quidẽ γδ cõmẽſurabilis eſt ipſi expoſitæ rõnali lõgitudine,& ζκ,ſi aũt βδ,& κε,ſi uero neutra ipſarũ γδ,δϛ,& neutra ipſarum ζκ,κε. Quare ipſa ζε apotome eſt,cuius nomina ζκ,κε,cõmẽſurabilia ſunt eis noĩbus quæ ſunt ex ea quæ ex binis nominibus hoc eſt ipſis γδ,ϛδ,& in eadẽ rõne,& eundẽ habet ordinẽ ipſi βγ. A rõnali igitur & reliqua. Quod erat oſtendendum. Eucli. ex Zamb. Theorema 89. Propoſitio 113

113 Quod ex rõnali ad apotomẽ cõparatũ latitudinẽ efficit eã quæ ex binis noĩbus cuius noĩa cõmẽſurabilia ſunt ipſius apotomes noĩbus, & in eadẽ rõne,& inſup quæ gignit ex binis noĩbꝰ,ipſi apotomæ eũdẽ obtinet ordinẽ

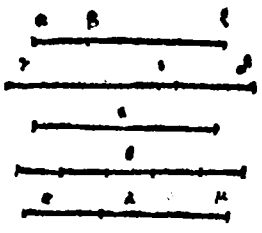


THEON ex Zãb. Eſto rõnalis quidẽ α,apotome aũt ſit βδ,& ei quidẽ quod ex α,æquũ eſto quod ſub ϛδκ θ,ut quod ex α ratiõali ad ipſam ϛδ apotomẽ cõparatũ latitudinẽ efficiat ipſam κθ. Dico quod κθ ex binis noĩbus eſt,cuius noĩa cõmẽſurabilia ſunt eis quæ ipſius βδ,ſunt noĩbus,& in eadẽ rõne,& ꝙ ipſa κθ,eũdẽ habebit ordinẽ ipſi ϛδ. Sit,inquã,(per 80 decimi) ipſi βδ cõgruẽs δγ. Ipſæ igitur ϛγ,γδ,(per 80 decimi,) rõnales ſunt potẽtia tantũ cõmẽſurabiles. Et ei quod ex α,æquũ eſto id quod ſub βγκ,rõnale aũt eſt quod ex α,rõnale igitur & quod ſub ϛγκ,& ad rõnalẽ ϛγ cõparatũ,rõnalis igitur eſt (per diffinitionẽ decimi,) ipſi κ,& ipſi βγ lõgitudine cõmẽſurabilis. Quoniã igitur (per 20 decimi) quod ſub ϛγκ,æquũ eſt ei quod ſub ϛδκ θ,proportiõaliter igitur eſt (per 16 ſexti) ſicut ϛγ,ad βδ,ſic eſt κθ ad κ,maior autẽ eſt ϛγ,ipſa ϛδ,maior igitur eſt & κθ, quàm κ,Ponatur (per 2 primi) ipſi κ,æqualis κε. Cõmẽſurabilis (per 12 decimi) igitur eſt κε ipſi ϛγ,lõgitudĩe. Et quoniã eſt ſicut γϛ ad ϛδ,ſic eſt θκ,ad κε. cõuertẽdo igitur eſt (per correlariũ 15 ḡnti) ſicut ϛγ ad γδ,ſic eſt κθ ad θε. Fiat (per 12 quinti) ſicut κθ,ad θε,ſic θζ,ad ζ,& reliqua igitur κζ,ad θζ,eſt ſicut κθ,ad θε,hoc eſt ſicut ϛγ,ad γδ,Ipſæ aũt βγ,γδ,potẽtia tãtũ ſunt cõmẽſurabiles,& ipſæ igitur κζ,ζθ,(per 11 decimi) potẽtia tãtũ ſunt cõmẽſurabiles. Et quoniã eſt ſicut κθ ad θε,ſic κζ,ad ζθ. ſed ſicut κθ,ad θε,ſic θζ,ad ζ,& ſicut igitur (per 11 quinti) κζ ad ζθ,ſic κζ ad ζε. Quare (per correlariũ 19 ſexti) & ſicut prima ad tertiã,ſic quod ex prima ad id quod ex ſecũda,& ſicut igitur (per 11 quinti) κζ,ad ζε,ſic quod ex κζ,ad id quod ex ζθ,cõmẽſurabile autẽ eſt (per 9 decimi,) quod ex κζ,ei quod ex ζθ. Ipſæ κζ,ζθ,potẽtia ſunt cõmẽſurabiles,cõmẽſurabilis igitur eſt κζ,ipſi ζε,lõgitudine,quare & κε,ipſi ζθ,lõgitudine cõmẽſurabilis eſt. Rõnalis aũt eſt κε,& ipſi ϛγ lõgitudine cõmẽſurabilis: rõnalis igitur eſt,(per 12 decimi κζ,& ipſi βγ lõgitudine cõmẽſurabilis. Et quoniã eſt ſicut ϛγ ad γδ,ſic κζ,ad ζθ,uiciſſim quoq; (per 16 quinti,) & ſicut βγ ad κζ, ſic δγ,ad ζθ,cõmẽſurabilis aũt eſt βγ,ipſi κζ: cõmẽſurabilis igitur eſt & ζθ,ipſi γδ. Ipſæ aũt ϛγ,γδ,rõnales ſũt potẽtia tantũ cõmẽſurabiles,& ipſæ igitur κζ,ζθ,rõnales ſunt potẽtia cõmẽſurabiles. Ex binis igitur noĩbus eſt κθ. Si quidẽ igitur ϛγ,ipſa γδ,maius poteſt eo quod ex ſibi cõmẽſurabili,& ζκ,ipſa ζθ,maius poteſt eo quod ex ſibi cõmẽſurabili. Et ſi ϛγ,cõmẽſurabilis eſt lõgitudine ipſi expoſitæ rõnali,& ζκ quoq; Si aũt γδ cõmẽſurabilis eſt lõgitudine ipſi expoſitæ rõnali,& ζθ quoq; ſi aũt neutra ipſarũ βγ,γδ,& neutra ipſarũ κζ,ζθ. Si uero ϛγ,ipſa γδ maius poteſt eo quod ex ſibi incõmẽſurabili,& κζ,ipſa ζθ maius poterit eo quod ex ſibi incõmẽſurabili. Et ſi ϛγ ipſi expoſitæ rõnali cõmẽſurabilis eſt lõgitudine,& κζ,ſi aũt γδ,& ζθ,ſi uero neutra ipſarũ βγ,γδ,& neutra ipſarũ κζ,ζθ. Ex binis noĩbus igitur eſt κθ,cuius noĩa κζ,ζθ,cõmẽſurabilia ſunt ipſis βγ,γδ noĩbus ipſius apotomes & in eadẽ rõne,& inſuper κθ,ipſi ϛγ eũdẽ habebit ordinẽ. Quod erat oſtendendũ.

Eucli. ex Zamb. Theorema 90 Propoſitio 114.

114 Si areola comprehẽdatur ſub apotome & ea quæ ex binis nominibus cuius nomina cõmenſurabilia ſunt ipſius apotomes nominibus,& in eadem ratione quæ areolam poteſt rationalis eſt.

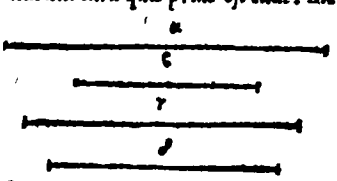
THEON



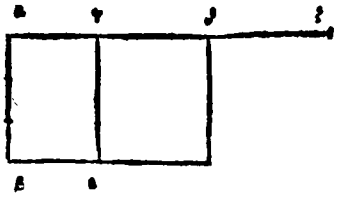
THEON ex Zãb. Cõprehẽdatur areola ſub apotome α ϛ, & ea quæ ex binis nominibus γ δ, cuius maius nomẽ γ ε, ſintq; eius quæ ex binis noïbus noïa γ ε, ε δ. (per 113 decimi) cõmẽſurabilia ipſius apotomes noibus α ζ, ζ ϛ, & in eadẽ rõne. Sitq; potẽs id quod ſub α β, γ δ, ipſa ι. Dico quod ipſa ι rõnalis eſt. Exponatur enim rõnalis θ, & ei quod ex θ, æquũ ad ipſam γ δ cõparetur, latitudinẽ efficiens α λ, igitur ipſa α λ, apotome eſt (per 113 decimi) cuius noïa ſint α μ, μ λ, cõmẽſurabilia noïbus eius quæ ex binis noïbus hoc eſt ipſis γ ε, ε δ. & in eadẽ rõne. Iã & ipſæ γ ε, ε δ (per 12 decimi) cõmẽſurabiles ſunt ipſis α ζ, ζ ϛ, & in eadẽ rõne, eſt igitur ſicut α ζ, ad ζ β. ſic eſt α μ, ad μ λ, uicißim igitur (per 16 quinti) eſt ſicut α ζ, ad α μ, ſic eſt ϛ ζ ad λ μ, & reliqua igitur α ϛ, (per 12 quinti) ad reliquã α λ eſt, ſicut α ζ, ad α μ. Cõmenſurabilis aũt eſt α ζ, ipſi α μ. cõmẽſurabilis igitur eſt (per 9 decimi) & α ϛ ipſi α λ. Eſtq; (per cõſtructionẽ) ſicut α β ad α λ, ſic eſt quod ſub γ δ, α ϛ, ad id quod ſub γ δ, α λ. Cõmẽſurabile igitur eſt & quod ſub γ δ, α ϛ, ei quod ſub γ δ, α λ. Aequũ autẽ eſt id quod ſub γ δ, α λ, ei quod ex θ, cõmẽſurabile igitur eſt quod ſub γ δ, α ϛ, ei quod ex θ. Quod aũt ſub γ δ, α ϛ, æquũ eſt ei quod ex ι, cõmẽſurabile igitur eſt & quod ι, ei quod ex θ. Ratiõale autẽ eſt id quod ex θ, rõnale igitur eſt & id quod ex ι, Ratiõalis igitur eſt (per diffinitionẽ decimi) ι, & ipſam poteſt areolã quæ ſub γ δ, α ϛ. Si areola igitur cõprehendatur ſub apotome. & quæ ſequuntur reliqua. Quod erat oſtendendum.

COROLARIVM. Fitq; nobis & id propterea manifeſtũ, quod poßibile eſt rõnalem areolam ſub irrationalibus rectis lineis contineri. Eucli. ex Zamb. Theorema 91 Propoſitio 115

115 A media infinitæ irrõnales fiũt, neq; ulla ulli earũ quæ prius eſt eadem.

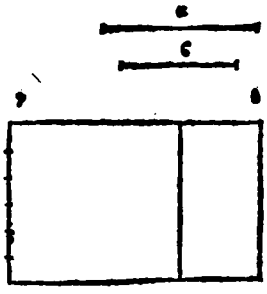


THEON ex Zãb. Eſto media α. Dico quod ab α infinitæ irrõnales fiũt neq; ulla ulli earũ quæ prius eſt eadẽ. Exponatur rõnalis ϛ, & ei quod ſub ϛ α (per 14 ſecũdi) æquũ eſto id quod ex γ. Igitur γ irrõnalis eſt. Quod enim ſub irrõnali & rõnali (per lẽma 38 decimi) irrationale eſt, & nulli earũ quæ prius eſt eadẽ. Nõ enim q̃ ex ulla earũ quæ prius ad rõnalẽ appoſitũ latitudinẽ efficit mediã. Rurſus iã ei quod ſub ϛ γ. æquum eſto id quod ex δ. Irrõnale igitur eſt id quod ex δ, irrõnalis igitur δ, & nulli earũ quæ prius eadẽ eſt, Nõ enim quod ex ulla earũ quæ prius ad rõnalẽ appoſitũ latitudinẽ efficit γ. Similiter quoq; iã & huiuſmodi ordo ſequetur, ſi in infinitũ extendas, manifeſtũ eſt igitur q̃ ẽ media infinitæ fiunt irratiõales, neque ulla ulli earũ quæ prius eadem,



ALITER. Eſto media α γ. Dico q̃ ab α γ, infinitæ ſunt irrõnales, neq; ulla ulli earũ quæ prius eſt eadẽ. Excitetur (per 11 primi) ipſi α γ ad angulos rectos α β, ſit rõnalis α ϛ, cõpleaturq; ϛ γ, irrõnale igitur eſt (per 11 decimi) & ipſum potẽs irrõnalis eſt. Poßit aũt (per lẽma 35 decimi,) ipſum γ δ, igitur γ δ eſt irrõnalis & nulli earũ quæ prius eadẽ eſt, Nõ enim quod ex ulla earũ quæ prius ad ratiõalẽ appoſitũ latitudinẽ efficit mediã. Rurſus cõpleatur ε δ, irrõnale igitur eſt ε δ, & ipſum potẽs irrationalis eſt, poßit aũt ipſum δ ζ, irrõnalis igitur eſt δ ζ, & nulli earũ quæ prius eadem. Nõ enim quod ex ulla ipſarũ quæ prius ad rõnalẽ appoſitum latitudinẽ efficit γ δ, à media igitur infinitæ irrõnales, & quæ ſequũtur reliqua. Quod erat oſtẽdendũ. Eucli. ex Zãb. Theorema 92 Propoſitio 116.

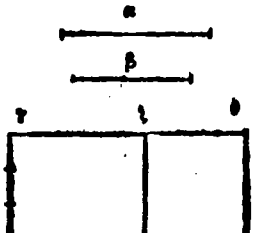
116 Minori commenſurabilis, minor eſt.



THEON ex Zãb. Eſto minor α, & ipſi α cõmẽſurabilis eſto (per 11 decimi) ϛ. Dico q̃ β minor eſt. Exponatur γ δ rõnalis, & ei q̃ ex α (per 44 primi,) æquũ ad ipſam γ δ cõparetur γ ε, latitudinẽ efficiẽs γ ζ. Apotome igitur eſt quarta γ ζ. Ei aũt quod ex β, (per eandẽ) æquũ ad ipſam ζ ε cõparetur ζ η, latitudinẽ efficiẽs ζ θ Quoniã igitur cõmẽſurabilis eſt α ipſi ϛ, cõmẽſurabile igitur eſt & quod ex α, ei quod ex ϛ. Sed ei quidẽ quod ex α, æquũ eſt γ ε, ei autẽ quod ex β. æquũ eſt ζ η, cõmenſurabile igitur eſt γ ε, ipſi ζ η. Sicut autẽ γ ε, ad ζ η, ſic eſt γ ζ, ad ζ θ. Cõmenſurabilis igitur eſt γ ζ, ipſi ζ θ lõgitudine. Apotome aũt quarta eſt (per 100 decimi) ipſa γ ζ. Igitur & ζ θ, quarta eſt apotome. Rõnalis aũt eſt ζ ε. Si uero areola cõprehẽdatur ſub rationali & quarta apotome, quæ areolã poteſt minor eſt (per 64 decimi.) Ipſam autem ζ η areolam, ipſa β poteſt, ergo α minor eſt. Quod erat oſtendendum.

Eucli. ex Zamb. Theorema 93 Propoſitio 117

117 Cũ rationali mediũ totũ efficienti cõmẽſurabilis, cum rationali medium totum efficiens eſt.

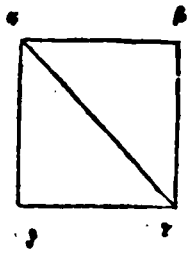


THEON ex Zamb. Sit cũ rõnali mediũ totũ efficiẽs α, cõmẽſurabilis aũt ei eſto ϛ. Dico q̃ ϛ cũ rationali mediũ totũ efficiẽs eſt. Exponatur rõnalis γ δ, & ei quidẽ quod ex α æquũ ad ipſam γ δ cõparetur γ ε, latitudinẽ efficiẽs γ ζ. Apotome igitur eſt quinta ipſa γ ζ (per 102 decimi) Ei aũt q̃ ex ϛ (per 44 primi) æquũ ad ipſam ζ η cõpa-

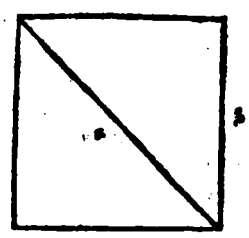
retur ζ u,latitudinẽ efficiẽs ζ θ.Quoniã igitur cõmẽſurabilis eſt α ipſi β.cõmẽſurabile igitur eſt id quod ex α ei quod ex ϛ.Sed ei quidẽ quod ex α,æquũ eſt γ ι,ei uero quod ex β,æquũ eſt ζ u.Igitur γ ι,ipſi ζ u,eſt cõmẽſurabile.Cõmẽſurabilis igitur eſt γ ζ,ipſi ζ θ,longitudine.Quinta autem apotome eſt γ ζ. Apotome igitur quinta eſt, & ζ θ. Rationalis autẽ ζ ι.Si uero areola cõprehẽdatur ſub rationali & apotome quinta,quæ areolã poteſt cũ rationali mediũ totum efficiẽs eſt (per 95 decimi.) Poteſt aũt ipſum ζ u,ipſa ϛ.Igitur β.cũ rationali mediũ totũ efficiẽs eſt. Quod erat oſtendendum. Eucli.ex Zamb. Theorema 94 Propoſitio 118

118 Propoſitum nobis ſit oſtendere,quod in quadratis figuris incommenſurabilis eſt dimetiens lateri longitudine.

THEON ex Zamb. Eſto quadratũ α β γ δ,dimetiẽs uero illius ſit α,γ.Dico quod α γ,ipſi α ϛ,lõgitudine eſt incõmenſurabilis.Si enim poſſibile,ſit cõmẽſurabilis.Dico quod eueniet,quod idem nũerus erit par & impar.Manifeſtũ quidẽ igitur (per 47 primi) quod id quod ex α γ duplũ eſt eius quod ex α ϛ.Et quoniã α γ ipſi α β cõmẽſurabilis eſt,igitur α γ,ad α ϛ rõnẽ habet quã nũerus ad numerũ (per 5 decimi) habeat aũt.quã ι ζ ad u.Sintq; ι ζ,u,minimi eidẽ rõnẽ habentiũ eis.Igitur ι ζ nõ eſt unitas.Si enim ι ζ,eſt unitas,& rationem habet ad u,quam α γ ad α ϛ.& maior eſt α γ ipſa α ϛ,maior igitur eſt ι ζ unitas ipſo u nũero,quod eſt impoßibile.Igitur ι ζ,nõ eſt unitas,nũerus igitur. Et quoniã eſt ſicut α γ ad β,ſic eſt ι ζ ad u,& ſicut igitur (per 15 quinti) quod ex γ α,ad id quod ex α β,ſic qui ex ι ζ,ad eũ qui ex u.Duplũ aũt eſt quod ex γ α eius quod ex α β.Duplus igitur eſt & qui ex ι ζ,eius qui ex u,par igitur eſt qui eſt ex ι ζ,quare & ipſe ι ζ,par eſt.Si enim impar eſſet,& qui ex eo quadratus impar eſſet (per 29 noni,) quippe quoniã ſi quilibet nũeri impares cõpoſiti fuerint,multitudoq; fuerit impar,& totus impar eſt.Igitur ι ζ,par eſt.Secetur (per 10 primi) ι ζ,bifariã in θ.Et quoniã ipſi ι ζ,u,numeri,minimi ſunt eãdẽ eis habentiũ rõnẽ,primi ſunt adinuicẽ (per 24 ſeptimi,) & ι ζ,par eſt.Impar igitur eſt u.Si enim eßet par,ipſos ι ζ metiretur binarius,(omnis etenim par,habet partẽ dimidiã) primos adinuicẽ exiſtentes, quod eſt impoßibile.Igitur u nõ eſt par.Et quoniã ipſius ι θ,duplus eſt ι ζ,quadruplus igitur eſt qui ex ι ζ.eius quod ex ι θ,Duplus aũt qui ex ι ζ,eius qui ex u.duplus igitur qui ex u,eius qui ex ι θ.Igitur qui ex u par eſt,& par igitur eſt u per ea quæ dicta ſunt,ſed & impar,quod eſt impoßibile.Igitur α γ,ipſi α β longitudine nõ eſt cõmenſurabilis,incõmenſurabilis igitur.



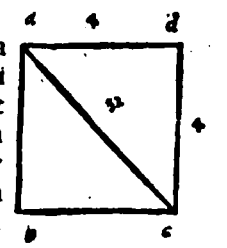
Oſtendendũ & aliter,quod incõmẽſurabilis eſt quadrati dimetiens lateri.Sit enim pro dimetiente,α pro latere uero,ſit ϛ.Dico quod α,ipſi β lõgitudine eſt incõmẽſurabilis.Si enim poßibile,ſit cõmenſurabilis.Fiat que rurſus ſicut α ad ϛ,ſic ι ζ,ad u.ſintq; minimi eandẽ eiſdẽ habẽtiũ rõnẽ,ipſi ι ζ,u. Igitur ipſi ι ζ,u,primi ſunt adinuicẽ.Dico primũ quod u nõ eſt unitas.Si enim poßibile,eſto unitas.Et quoniã eſt ſicut α ad ϛ,ſic eſt ι ζ,ad u,& ſicut igitur (per 11 & 15 quinti) quod ex α ad id quod ex ϛ,ſic qui ex ι ζ,ad eũ qui ex u.Duplũ aũt eſt id quod ex α,eius quod ex ϛ.Duplus igitur & qui ex ι ζ,eius qui ex u.Et u unitas eſt.Igitur ι ζ binarius eſt quadratus.Quod eſt impoſſibile.Igitur u non eſt unitas,numerus igitur.Et quoniã eſt ſicut quod ex α ad id quod ex ϛ,ſic qui ex ι ζ,ad eum qui ex u,& rurſus ſicut quod ex ϛ,ad id quod ex α,ſic qui ex u ad eũ qui ex ι ζ,metitur aũt quod ex β,id quod ex α,metitur igitur & qui ex u quadratus eũ qui ex ι ζ,quare & latus idem u ipſum ι ζ metitur,metitur autem & ſeipſum u,igitur u ipſos ι ζ,u,metitur qui primi ſunt adinuicem.Quod eſt impoßibile.Igitur α,ipſi ϛ non eſt commenſurabilis, incommenſurabilis igitur.Quod oſtendere oportuit.



Priorum dilucidior explanatio.

Græcus non habet

Sit quadratum a b c d,dimetiẽs uero ipſius ſit a c.Manifeſtũ eſt quod iſoceles eſt triãgulũ c d a.æquum habẽs d a ipſi d c.ſimiliterq; triãgulum iſoceles eſt a b c.Sit igitur d a unitatũ 4 ſiue pedum:ſicq; & c d.quatuor,quare manifeſtum eſt quod ex d a quadratum eſt unitatũ ſiue pedũ 16 ſic etiã & quod ex c d.16 eſt unitatũ ſiue pedũ. At quoniã id quod ex a c æquũ eſt eis quæ ſunt ex d a,c d,quẽadmodũ ex 47 primi perſpicuũ eſt,manifeſtũ eſt quod id q̃ ex a c eſt duplũ eius quod ex d a. At id quod ex d a,eſt unitatũ 16, id igitur quod ex dimetiente,32 erit,in dupla,quidem: At quoniam longitudine commenſurabiles lineæ ſunt quas aliqua magnitudo metitur earũq; quadrata rationẽ habent quam numerus quadratus ad numerũ quadratũ,at efficiẽs 32 per latus aliqua magnitudo non metitur,neque quæ ex eis quadrata ſunt rationẽ habẽt quam numerus quadratus ad numerũ quadratũ (nullum enim quadratum alterius quadratũ duplũ eſt) incõmẽſurabilis igitur eſt longitudine dimetiẽs lateri,efficiens enim 32 ſiue latus eſt unitatum 1 & minutorum 59,quæ 1,59:ac 4,nullam habent communem menſuram 32 ad 16 ſicut dictum eſt rationẽ nõ habet qualem quadratus



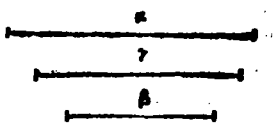
dratus numerus ad quadratum numerum.

Inuentis iam longitudine incommenſurabilibus rectis ut α,β,& plures aliæ magnitudines ex binis diuiſionibus comperiuntur (plana intelligo) adinuicem incommenſurabiles. Quoniam ſi ipſarum α,β, linearum rectarum mediam proportionalem ſuſceperimus γ, erit igitur ſicut α ad β, ſic quæ ex α ſpecies ad eam quæ ex γ ſimilẽ ſimiliterq; deſcriptam* ſpeciem, ſiue quadrata, ſiue aliæ rectilineæ ſimiles deſcriptæ fuerint, ſiue etiam circuli circa dimetientes α γ, quippe quoniam circuli adinuicem ſunt ſicut ea quæ ex dimetientibus ſunt quadrata. Inueniuntur igitur & areolæ planæ adinuicem incommenſurabiles. Cum oſtenderimus quod ex binis interuallis diuerſæ areolæ incõmenſurabiles, oſtendemus eas quæ ex ſolidis ſpeculationes, qualiter ſunt ſolida commenſurabilia & incõmenſurabilia adinuicẽ. Si enim in ijs quæ ex α,ε, quadratis aut eis æqualibus rectilineis figuris cõſtituamus altitudine æqualia ſolida parallelepipeda, uel pyramides, uel priſmata, erũt ipſa cõſtituta adinuicem ſicut baſes & ſi quidem baſes ſint commenſurabiles, commenſurabilia erunt ipſa ſolida. Si uero incommenſurabiles, incommenſurabilia. Sed & ſi duobus expoſitis circulis α β, ipſis conos uel cylindros altitudine æquales deſcribemus, erũt adinuicẽ ſicut baſes hoc eſt ſicut ipſi circuli. Et ſi ipſi circuli ſunt cõmenſurabiles & ipſi coni & cylindri cõmenſurabiles erunt. Si uero ipſi circuli erũt incommenſurabiles, ipſi coni & cylindri erũt incãmenſurabiles, Et nobis fit manifeſtũ, quod non ſolũ in lineis & ſuperficiebus ſunt cõmenſurabile & incommenſurabile ſed in ſolidis quoq; figuris hoc reperitur.*

* Διαστάσεων

interuallis

ſolidæ figura



DECIMI LIBRI FINIS.

EVCLIDIS MEGARENSIS GRAECI PHILOSOPHI GEOMETRICORVM ELEMENTORVM. LIBER VNDECIMVS,

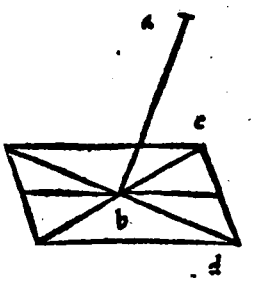
Eucli. ex Campano

Diffinitiones.



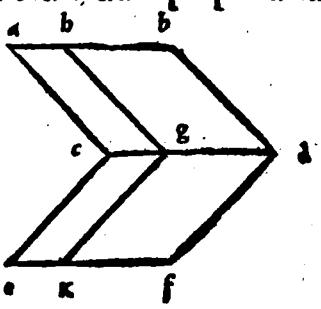
Corpus, eſt quod longitudinem latitudinem, & altitudinem habet. Cuius termini, ſunt ſuperficies.

Linea erecta ſupra ſuperficiem, eſt quæ cum ſingulis ſibi conterminalibus lineis in ea ſuperficie expaſſis angulos rectos facit. Linea autem hæc ſupra eam ſuperficiem perpendicularis eſſe, & ad eandem orthogonaliter inſiſtere dicitur.



Intelligatur enim linea a b exurgere ſupra planũ, ita quod pũctus a imaginetur in aëre, & b in plano. & à puncto b ducantur plures lineæ in eodẽ plano: ut b c, b d, & quotlibet aliæ. Si igitur ita fuerit quod linea a b cum linea b c, & cum linea b d, & cum qualibet alia linea protracta a puncto b in plano illo angulum rectum contineat, ipſa dicetur eſſe perpẽdicularis ad illã ſuperficiem in qua protractæ ſunt hæ lineæ, uidelicet b c & b d, & aliæ cum quibus ipſa ponitur continere angulum rectum.

Superficies autem erecta ſuper ſuperficiem eſt, quoties puncto uno eodẽ lineæ quæ eſt communis terminus illarum ſuperficierum duæ perpendiculares conterminales ſuperſtant, quæ rectum continentes angulum in eiſdẽ ſuperficiebus ſitæ ſunt.



Verbi gratia, imaginemur ſuperficiẽ a b c d exurgere, ſuperficiem uero c d e f facere. & intelligamus lineam c d eſſe cõmunem terminum ambarum. In ea itaq; ſignetur punctus g. a quo ad lineã c d extrahantur duæ lineæ perpendiculares, una uidelicet in ſuperficie c d e f, quæ ſit g k & alia in ſuperficie a b c d quæ ſit g h. Si igitur angulus quem

quem continent hæ duæ lineæ perpendiculares uidelicet g h & g k, erit rectus: superficies a b c d dicitur orthogonaliter erecta super superficiem c d e f.

4 Superficies æquidistantes sunt quæ in utramlibet partem protractæ nō concurrent, etsi in infinitum producantur.

Intellectum est quod dicitur. Scire tamen debes, quod omnes planæ superficies, aut sunt æquidistantes abinuicem, aut in omnem partem protractæ concurrent alicubi & super rectam lineam se secabunt. Lineas autem rectas nō est necessariū uel esse æquidistantes uel in utrãque partem protractas concurrere, quippe quæ in eadem superficie non sunt nec æquidistant ab inuicem, nec tamen quantumlibet protractæ concurrent.

5 Aequa corpora sunt atque similia, quorum terminales superficies numero ac quantitate æquales unius creationis sint atque similes.

6 Similia corpora, sunt quæ similibus superficiebus numero æqualibus cō tinentur.

Si has duas diffinitiones de corporibus æqualibus & similibus, non intelligis, ad diffinitionem similium superficierum positam in principio sexti recurre.

7 Corpus serratile, dicitur quod quinque superficiebus quarum tres parallelogrammæ sunt, duæ uero triangulæ, continetur,

Domui quatuor parietes æquidistantes habenti, tectū unico fastigio supremis duorum parietum lateribus æquali & æquidistanti superpositū. serratilis corporis expressam similitudinem gerit.

8 Sphæra, est transitus arcus circunferētiæ dimidij circuli quoties sumpto uel supremo semicirculo lineáque diametri fixa donec ad locum suum redeat, arcus ipse circunducitur.

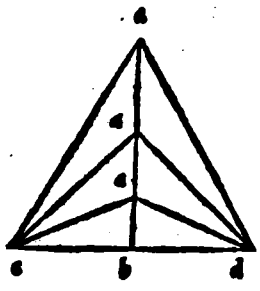
Super quamlibet lineam semicirculo descripto, si linea illa fixa semicirculus tota reuolutione circunducatur. corpus quod describitur, sphæra nominatur. Cuius centrū, constat esse centrum semicirculi circunducti.

9 Pyramis laterata, est figura corporea quam continent superficies à quarum una reliquæ sunt ad unum oppositum punctum sursum erectæ.

In omni laterata pyramide cunctæ superficies ipsam ambiētes, ab ipsius basi ad unū punctum subleuantur, qui conus pyramidis dicitur: suntque oēs hæ laterales superficies, triangulæ, basis uero frequenter non est triangula.

10 Pyramis rotunda, est figura solida, estq; transitus trianguli rectanguli alterutro suorum laterum rectum angulum continentium fixo, donec usq; ad locum unde moueri cœpit redeat triangulo ipso circūducto. Si igitur latus fixum lateri circunducto fuerit æquale, erit figura rectangula. Si autem longius, acutiangula. Si uero breuius, obtusiangula erit. Axis autem ipsius figuræ, est latus fixū. Basisq; sua, circulus. Dicitur autē figura hæc pyramis columnæ rotundæ.

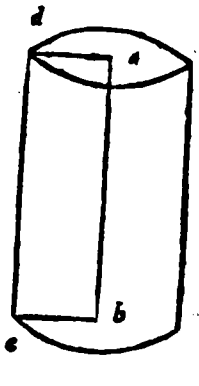
Sit trigonus a b c, rectum angulum habēs qui sit b, figaturq; alterū duorū laterum ambiētiū rectū angulū b, sitq; latus quod figitur, a b, quo fixo, circunducatur trigonus quousq; ad locū unde moueri cœperit redeat. Corporea ergo figura quæ huius trigoni motu describitur, rotunda pyramis appellatur. Cuius tres sunt differentiæ. Alia enim est rectangula, alia acutiangula, tertia obtusiangula. Et prima quidem est, quando latus a b lateri b c fuerit æquale. Esto enim ut linea b c, quum rotatu trigoni peruenerit ad sitū lineæ b d, ita q; punctus c cadat super punctū d, fiat linea una, hoc est ut ipsa tūc cōiūgatur situi à quo mo-

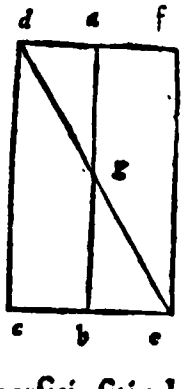


moueri cœpit ſecundum rectitudinem, eritq; linea hæc quaſi b c d. Et quia (ex 11 primi & 7 eiuſdem) angulus c a b eſt medietas recti, erit angulus c a d rectus, ideoq; pyramis hæc dicitur rectangula. Si autem latus a b ſit lõgius latere b c, erit acutiãgula. Erit enim tũc (ex 11 primi & 19) eiuſdẽ angulus c a b, minor medietate recti, ideoq; totus angulus c a d, eſt minor recto & acutus, quare pyramis acutiãgula. Quod ſi latus a b fuerit breuius latere b c, erit angulus c a d maior medietate recti (ex 11 primi & 19 eiuſdẽ) & totus c a d, qui eſt duplus ad ipſum c a b, maior recto & obtuſus, igitur & pyramis conuenienter tunc dicitur obtuſiangula. Axis autẽ huius pyramidis, dicitur linea a b Baſis uero eius, circulus quem deſcribit linea c b ſuper cẽtrum b. Dicitur quoque hæc pyramis columnæ rotundæ, illius uidelicet quam motu ſuo deſcriberet parallelogrãmum proueniens ex a b & b c, latere a b manente fixo.

11 Figura corporea rotunda cuius baſes ſunt circuli duo plani extremitatibus & craſſitudine id eſt altitudine æquales, eſt tranſitus parallelogrammi rectanguli latere rectum angulum continente fixo, ipſáque ſuperficie donec ad locum ſuum redeat circunducta. Diciturq; hæc figura, columna rotunda. Columnæ itaque rotundæ atque ſphæræ circuli que, unum atque idem eſt centrum.

Sit parallelogrammum rectãgulum a b c d, figaturque latus a b, & eo fixo totum parallelogrammũ quouſq; ad locũ ſuũ cadat uel redeat circũducatur. Corporea ergo figura huius parallelogrammi motu deſcripta, rotũda colũna nominatur, cuius baſes ſunt duo circuli, & eſt unus eorum. circulus quem deſcribit motu ſuo linea b c, cuius circuli centrum eſt punctus b, alter uero eſt, quem motu ſuo deſignat linea d a & eius centrum eſt punctus a. Axis autem huius columnæ, dicitur linea a b quæ manet fixa in motu parallelogrãmi. Quod ſi imaginati fuerimus parallelogrammũ a b c d cum peruenerit rotatu ſuo ad ſitum a b e f, coniungi ſitui à quo moueri cœpit ſecũdum continuitatem ſuperficiei planæ, ut ſcilicet totum ſit unum parallelogrãmum d c, e f, & protraxerimus in eo diametrum d e, erit quoque diameter d e diameter columnæ. Quod autem dicitur columnæ & ſphæræ & circuli idẽ eſſe centrum, intelligi debet cum horũ una eſt eadẽq; diameter. Verbi gratia, diximus enim quod d e eſt diameter iſtius colũnæ. Sphærã igitur atque circulũ quorũ diameter eſt linea d e, neceſſe eſt idem centrũ habere cum centro propoſitæ columnæ. Sit enim ut linea d e ſecet lineá a b in puncto g, eritq; g centrum colũnæ. diuidit enim axẽ colũnæ per æqualia, quod patet per 15 primi, nã anguli qui ſunt ad g ſũt æquales ex 15 primi, & anguli qui ſũt ad a & b, recti ex hypotheſi, linea quoq; a d, eſt æqualis lineæ b e, itaq; d g eſt æqualis e g, & a g æqualis g b. Cunque anguli c & f ſint recti, ſi ſuper punctum g ſecundũ ſpatium d g, ac ſuper lineã d e circulus deſcribatur, tranſibit ex conuerſa primæ partis 10 tertij per puncta c & f, itaque punctum g eſt centrum circuli cuius diameter eſt diameter colũnæ ideoq; & ſphæræ. Quare manifeſtum eſt omni parallelogrammo rectangulo circulum, omnique columnæ rotundæ ſphæram eſſe circunſcriptibiles. Sicq; patet quod uoluit iſtud theorema.





12 Angulus corporeus ſiue ſolidus, eſt quem cõtinent anguli plani plures quàm duo, qui haudquaquam in una ſuperficie ſitũ ad unum punctum angulatem conueniunt.

Duo anguli plani angulum ſolidũ perficere nequeũt: ſicut nec duæ rectæ lineæ nequeunt ſuperficiem claudere. Angulos quoque planos ſolidum angulum continentes in eadem ſuperficie non cõuenit eſſe ſitos, ſed in diuerſis, quemadmodum duas rectas lineas planum perficientes angulum, non conuenit ſibi inuicem ſecundum ſitum rectitudinis applicari.

Similes

13 Similes ſunt figuræ corporeæ rotundæ, ſiue ſint colũnæ ſiue earũ pyramides, quarũ axes diametris ſuarum baſium ſunt proportionales.

Propoſitis enim duabus pyramidibus rotundis aut duabus columnis rotundis. ſi fuerit proportio axis unius earũ ad diametrum ſuæ baſis ſcut axis alterius ad diame ſuæ baſis, illæ duæ columnæ aut pyramides ſimiles adinuicem eſſe dicuntur.

Ex Translatione Zamberti. Diffinitiones



Olidum, eſt quod lõgitudinem, latitudinem, & craſſitudinem habet. Solidi uero terminus, ſuperficies eſt. 2 Recta linea ad planum recta eſt, quando ad omnes contingẽtes ipſam rectas lineas & in ſubiecto plano exiſtentes, rectos efficit angulos. 3 Planum ad planum rectũ eſt, quando communi ſegmento ipſorũ planorum ad angulos rectos ductæ rectæ lineæ in uno ipſorũ planorũ, reliquo plano ad angulos rectos fuerint. Rectæ lineę ad planũ indinatio eſt, quãdo à termino ſublimi rectæ lineæ in planũ ducta perpẽdiculari, à ſigno facto & à termino lineæ in plano, recta cõiũcta fuerit, angulus acutus qui ſub ducta linea & ſtante cõtinetur. 4 Plani ad planũ indinatio, eſt angulus acutus comprehenſus ſub ijs quæ ad angulos rectos cõmuni ſegmento ducuntur ad idẽ ſignum in utroque ipſorum planorũ. 5 Planum ad planum ſimiliter indinari dicitur & alterum ad alterum, quãdo prædicti indinationum anguli ſibi iuuicem æquales fuerint. 6 Parallella plana. ſunt quæ contactum non admittũt. 7 Similes ſolidæ figuræ, ſunt quæ ſub ſimilibus planis, æqualibus multitudine comprehẽdũtur.

8 Similes ſolidæ figuræ & æquales, ſunt quæ ſub ſimilbus planis, multitudine & magnitudine æqualibus, cõprehẽduntur. 9 Angulus ſolidus eſt ſub pluribus duabus lineis ſeſe adinuicẽ tangentibus & nõ exiſtẽtibus in eadem ſuperficie ad omneſ lineas inclinatio. Aliter

Solidus angulus, eſt qui ſub pluribus duobus planis angulis comprehenditur non exiſtentibus in eodem plano ad unum ſignum conſtitutis.

10 Pyramis, eſt figura ſolida planis comprehenſa ab uno plano ad unum ſignum conſtituta. 11 Priſma, eſt figura ſolida planis comprehenſa, quorũ duo quæ ex oppoſito æqualia & ſimilia & parallela ſunt, reliqua uero parallelogrãma. 12 Sphæra, eſt quando ſemicirculi manente dimetiente circũductus ſemicirculus in ſeipſum rurſus reuoluitur unde incepit, circumaſſumpta figura. 13 Axis ſphæræ, eſt manens recta linea quã circum ſemicirculus uertitur. 1 Centrum ſphæræ, eſt illud quod & ſemicirculi. 15 Dimetiens ſphæræ, eſt recta quædam linea per centrum acta & terminata ex utraque parte ſub ipſius ſphæræ ſuperficie.

16 Conus, eſt quando rectanguli trianguli manente uno eorũ quæ circa rectum angulum latere, circũductũ triangulum in idem rurſus unde ſumpſerat exordium circunuoluitur, ea aſſumpta figura. Et ſi manens

recta

recta linea æqua fuerit reliquæ quæ circum rectum circumductæ, rectangulus erit conus. Si uero minor, amblygonius. Si autem maior, oxygonius.

17 Axis coni, est manens quædam recta linea quam circum triangulū uertitur. Basis autem, est circulus sub circumducta recta linea descriptus.

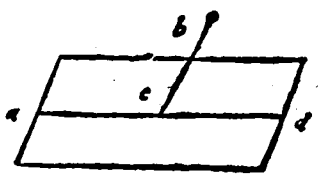
18 Cylindrus, est quando rectanguli parallelogrammi manente uno eorum quæ circum rectum angulum latere circumductum parallelogrammum in idem unde sumpsit exordium steterit, ea assumpta figura.

19 Axis cylindri, est manens quædam recta linea quam circum parallelogrammū uertitur. Basis autem, circuli qui sub ijs quæ ex opposito circumductis lateribus sunt descripti. 20 Similes coni & cylindri, sunt quorū axes & dimetientes basium, sunt proportionales. 21 Cubus, est figura solida sub sex quadratis contenta lateribus. 22 Octaedrum, est figura solida sub octo æqualibus & æquilateris contenta triangulis. 23 Dodecaedrum, est figura solida sub duodecim quinquangulis æqualibus & æquilateris & æquiangulis comprehensa. 24 Icosaedrum, est figura solida sub uiginti triangulis æqualibus & æquilateris comprehensa.

Eucli. ex Camp. Propositio 1

1 Lineæ rectæ partem esse in plano & partem in sublimi, est impossibile.

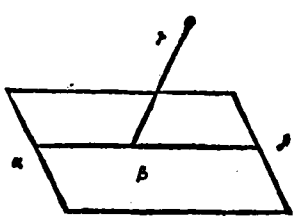
CAMPANVS. Sit linea a b recta. Dico ꝙ non est possibile, ut pars eius sit in plano, & pars sursum eleuata. Si enim est possibile, sit pars eius quæ est a c sita in plano, & pars eius quæ est c b in sublimi posita, & protrahatur directe a c in plano in quo ipsa sita est, usque ad d, eritq́ ut uni eidemq́ lineæ quæ est linea a c, duæ lineæ penitus diuersæ quæ sunt lineæ c b & c d ex eadem parte directe adiscian tur: Quod est impossibile ex 13 primi.



Eucli. ex Zamb. Theorema 1 Propositio 1

1 Rectæ lineæ partem in subiecto plano, partem uero in sublimi esse, est impossibile.

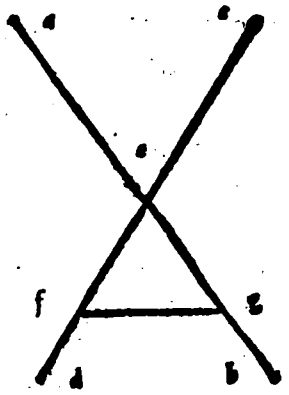
THEON ex Zamberto. *Si enim possibile, rectæ lineæ α β γ, pars quidem α β esto in plano, pars autem β γ esto in sublimi, erit iam quædam ipsi α β continua recta linea in rectum in supposito plano, sit β δ. Igitur binis datis rectis lineis α β γ, α β δ, commune segmentum est α β, quod est impossibile. Recta linea namque cum recta linea non concurrit in pluribus signis uno, si adinuicem ipsæ rectæ lineæ congruentes non fuerint. Rectæ igitur lineæ partem in subiecto plano, partem autem in sublimi esse, est impossibile. Quod fuerat ostendendum.*



Eucli. ex Camp. Propositio 2

2 Omnes lineæ duæ quarum altera alteram secat, in una superficie sitæ sunt, omnisq́ triangulus, in una superficie totus consistit. CAMPANVS. Sint duæ lineæ rectæ a b & c d, se inuicē secantes in puncto c. Dico eas esse in superficie una, & omnem triangulū dico esse in superficie una totum. Signetur enim punctus f, in linea c d, & punctus g, in linea

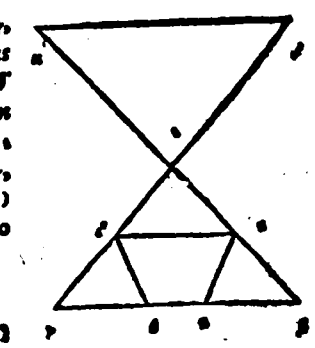
a b, & ducatur linea f g. Quia igitur impoſſibile eſt partẽ trianguli e f g eſſe in plano & partem in ſublimi, quinetiã ſuarum terminalium linearum unius aut plurium pars ſimiliter ſit in plano & pars ſimiliter in ſublimi. cum de lineis hoc ſit impoſſibile per præmiſſam, erit quoq; impoſſibile de triangulo. Itaq; totus triãgulus e f g, eſt in ſuperficie una. Ex hac igitur ſecunda parte & præmiſſa, conſtat prima pars huius ſecundæ propoſitionis.



Eucli. ex Zamb. Theorema 2 Propoſitio 2

2 Si binæ rectæ lineæ ſe adinuicẽ ſecuerint, in uno ſunt plano, & omne triangulũ in uno plano eſt.

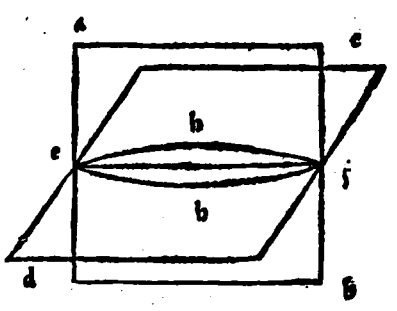
THEON ex Zamberto. Binæ, inquam, rectæ lineæ α β, γ δ, ſe adinuicem ſecent in ſigno ι. Dico quod ipſæ α β, γ δ, in uno conſiſtunt plano, & omne triangulũ in uno eſt plano. Aſſumantur in ipſis ι γ, ι ε, ſigna utcunq; ſint ζ, η, connectanturq; ε γ, ζ η, extendanturq; ζ θ, η κ, dico primum quod triangulum ι ε γ in uno eſt plano. Si ipſius nanq; trianguli ι γ ε pars, aut ζ γ θ, aut η ε κ in ſubiecto plano eſt, reliquum uero in alio, erit etiam uniuſ ipſarum ι γ, ι ε, rectarum linearum pars in ſubiecto plano, pars autem in alio. Si autem ipſius ι γ ε trianguli, ζ γ β η, pars fuerit in ſubiecto plano, reliquum uero in alio, erit & ambarum ι γ, ι ε, rectarum linearum pars quidem in ſubiecto plano, & pars in alio, quod (per 1 undecimi) impoſsibile eſſe oſtenſum eſt. Igitur triangulum ε γ ι in uno eſt plano. In quo enim eſt triangulum β γ ι, in eo eſt & utraq; ipſarum ι γ, ι ε. In quo autem eſt utraq; ipſarũ ι γ, ι ε, in eodem ſunt & α β, γ δ, (per eandem.) Ipſæ igitur α β, γ δ, rectæ lineæ, in uno exiſtunt plano, & omne triangulũ in uno eſt plano, quod erat oſtendendum.



Eucli. ex Camp. Propoſitio 3

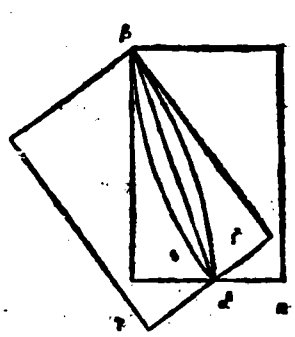
3 OMnium duarum ſuperficierũ ſeinuicem ſecantium, communis ſectio eſt linea recta.

CAMPANVS. De planis ſuperficiebus intellige, & uerum erit quod dicitur. Sint itaq; duæ ſuperficies planæ a b & c d, ſeinuicẽ ſecantes. Dico quod earum cõmunis ſectio, erit linea recta. Eſto enim duo puncta e & f termini cõmunis ſectionis earum quæ continẽtur per lineam rectam quæ ſit e f. Si igitur linea e f eſt in utraq; duarum ſuperficierũ a b & c d, conſtat propoſitum. At uero ſi in neutra, aut ſi non in altera, cum ambo puncta e & f ſint in utraq; ſuperficierũ a b & c d, in ea ſuperficie in qua ipſa non fuerit, protrahatur linea recta quæ ſit e h f, erunt igitur duæ rectæ lineæ e f & e h f, habẽtes duos terminos cõmunes. Quod eſt impoſſibile. Sic enim duæ rectæ lineæ includerent ſuperficiem, quod eſt contra petitionem ultimã primi libri. Eucli. ex Zamb. Theorema 3 Propoſitio 3



3 Si bina plana ſe adinuicẽ ſecuerint, cõmunis eorũ ſectio recta linea eſt.

THEON ex Zamb. Bina etenim plana α β, ε γ, ſe adinuicem diſpeſcant, cõmunis autem ſectio ſit linea δ β. Dico quod δ β linea recta eſt. Si autẽ non, connectantur δ β in ipſo α β plano, recta linea δ ι β, & in ipſo β γ plano, recta linea δ ζ β, erunt nempe duarum rectarum linearum δ ι β, δ ζ β, ẏdem fines, & perinde areolam cõprehendent, quod (per ultimam cõmunem ſententiam) eſt impoſsibile. Ipſæ igitur δ ι ε, δ ζ ε, rectæ lineæ nõ ſunt. Similiter quoq; oſtendemus, quod neq; ulla alia ex δ in β ducta recta linea eſt, præter ipſam δ β cõmunem ſectionem ipſorum α β, β γ, planorũ. Si bina igitur plana ſe adinuicem ſecuerint, ipſorũ communis ſectio recta linea eſt. Quod erat oſtendendum.

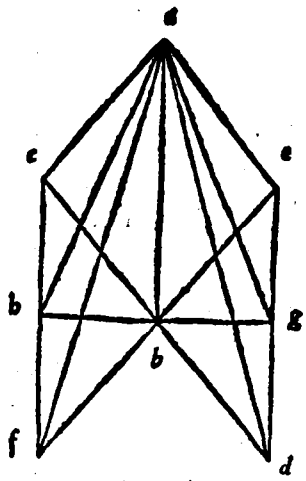


Eucli. ex Camp. Propoſitio 4

4 IF fuerit linea orthogonaliter ab inciſione duarum linearum erecta interſecantiũ ſe, ipſa ad earundem ſuperficiem

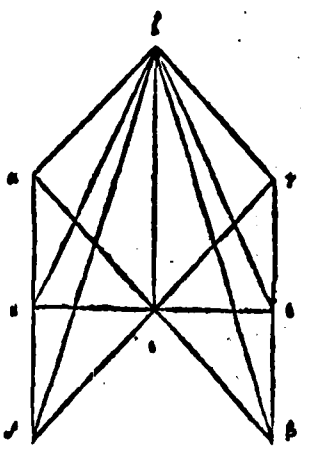
perficiem perpendicularis erit.

CAMPANVS. Sit linea a b orthogonaliter erecta ſuper inciſionē duarum linearū c d & e f ſecantiū ſe in puncto b, de quibus conſtat per ante præmiſſam q̄ ipſæ ſunt ſitæ in una ſuperficie. Dico q̄ linea a b, perpendicularis eſt ad ipſarū ſuperficiem. Sint enim c b & b d, æquales, at uero f b & b e æquales, & protrahantur lineæ e d & c f, quæ erunt æquales per 4 primi, & æquidiſtātes per 17 eiuſdem. Signato itaq̄ puncto aliquo in linea e d, qui ſit g, ducatur linea g b h, eritq̄ ex 26 primi e g, æqualis f h, igitur a pūcto a, uel quouis puncto lineæ a b, demittantur hypothenuſaliter lineæ a c, a d, a e, a f, a g, a h. Eritq̄ ex 4 primi a c, æqualis a d & a e æqualis a f. Itemq̄ per 8 eiuſdē æqualis erit angulus a e d, æqualis angulo a f c, ergo per 4 ipſius erit a g æqualis a h, & ideo per 8 eiuſdē erit angulus a b g, æqualis angulo a b h, quare ex diffinitiōe uterq̄ eſt rectus, & linea a b perpendicularis ad lineam g h. Simili quoq̄ modo probabis eandem eſſe perpendicularē ad omnes lineas protractas à puncto b in ſuperficie duarum lienarū c d & e f, igitur ex diffinitione conſtat, lineam a b eſſe perpendicularē ad ſuperficiē in qua ſitæ ſunt duæ lineæ c d & e f ſeinuicem ſecantes. Quod eſt propoſitū.



Eucli. ex Zamb. Theorema 4 Propoſitio 4

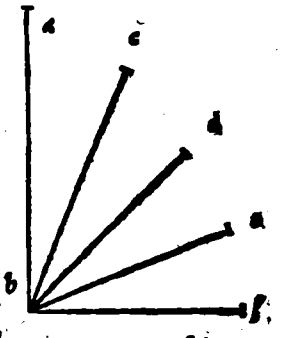
4 Si recta linea duabus rectis lineis ſe adinuicē diſpeſcentibus in cōmuni ſectione ad rectos angulos ſteterit, & ad earūdem planū ad angulos rectos erit. THEON ex Zamb. *Recta enim linea quædam ι ξ, duabus rectis lineis α β, γ δ, ſeinuicem diſpeſcentibus in ι ſigno, ex ι ad angulos rectos conſtituatur. Dico quod ι ξ etiam ad ipſarū α β γ δ planum ad angulos eſt rectos. Aſſumantur nanq̄ ipſæ α ι, ι ε, γ ι, ι δ, ſibi inucem æquales. Extendaturq̄ quædam recta linea per ι utcunq̄, ſitq̄ ι θ, cōnectanturq̄ ipſæ ξ α, ξ ι, ξ δ, ξ γ, ξ θ, ξ ε. Et quoniam binæ α ι, ι δ, duabus γ ι, ι ε, ſunt æquales, & æquales comprehendunt angulos (per 15 primi) igitur (per 4 primi) baſis α δ æqualis eſt baſi γ ε, & triangulū α ι δ ipſi γ ι ε triangulo æquū eſt, quare & angulus qui ſub δ α ι angulo qui ſub ι ε γ eſt æqualis. Eſt autē & qui ſub α ι ι angulus, ei qui ſub ε ι θ æqualis: bina igitur ſunt triangula (per 26 primi) α ι ι, ε ξ θ, binos angulos binis angulis æqualia habentia alterū alteri, & unum latus uni lateri æquū ad æquos angulos, α ι ipſi ι ε, & reliqua igitur latera, reliquis lateribus æqualia habebunt: æqualis igitur eſt ι ι ipſi ι θ, & α β ipſi ε θ. Et quoniā æqualis eſt α ι ipſi ι ε, cōmunis autem & ad angulos rectos ξ ι, baſis igitur ξ α (per 7 primi) baſi ξ ε, eſt æqualis. Id propterea & ξ γ ipſi ξ δ eſt æqualis. Et quoniā æqualis eſt α δ ipſi γ β, eſt autem & ξ α ipſi ξ ε æqualis, duæ igitur ξ α, α δ, duabus ξ ε, γ ε, æquales ſunt altera alteri, & baſis ξ δ, baſi ξ β eſt æqualis: & angulus igitur qui ſub ξ α δ, angulo qui ſub ξ ε γ eſt æqualis. Et quoniā rurſus oſtenſum quod α ι ipſæ ε θ eſt æqualis, ſed ξ α ipſi ξ ε eſt æqualis, binæ iam ξ α, α ι, duabus ξ ε, ε θ, ſunt æquales, & angulus qui ſub ξ α ι, oſtenſus eſt æqualis ei qui ſub ξ γ θ, baſis igitur ξ ι (per 4 primi) baſi ξ θ eſt æqualis. Et quoniā rurſus æqua eſt oſtenſa ι ι ipſi ι θ, cōmunis autem ι ξ, duæ igitur ι ι, ι ξ, duabus θ ι, ι ξ ſunt æquales & baſis ξ θ, baſi ξ ι eſt æqualis: angulus igitur qui ſub ι ι ξ, angulo qui ſub θ ι ξ eſt æqualis, uterq; igitur ipſorū ι ι ξ, θ ι ξ, angulorū, rectus eſt. Ipſa igitur ξ ι, ad ipſam ι θ contingēter per ι ductam, recta eſt. Similiter iam demōſtrabimus, quod ξ ι ad omnes eam tangētes rectas lineas & in ſubiecto exiſtentes plano, rectos efficiet angulos. Recta enim linea ad planū (per 2 diffinitionē 11) recta eſt, quando ad omnes eam tangentes rectas lineas & in eodem exiſtentes plano, rectos efficit angulos. Igitur ipſa ξ ι in ſubiecto plano, eſt ad angulos rectos. Subiectū autem planū, eſt quod fit per ipſas α β, γ δ, rectas lineas. Ipſa igitur ξ ι ad angulos rectos eſt ei quod per α β, γ δ, eſt plano. Si recta igitur linea duabus rectis lineis, & quæ ſequuntur reliqua. Quod erat oſtendendum.*



Eucli. ex Camp. Propoſitio 5

5  I ſuper tres lineas conterminales cōmuni earum termino erecta linea quædam orthogonaliter inſiſtat, eædem tres lineæ in una ſuperficie ſitæ erunt. CAMPANVS. Sit linea a b orthogonaliter erecta ſuper cōmunem terminū trium linearū b c, b d, b e, angulariter ſe contingentiū in puncto b, quarū nulla aliſ directe applicetur, quod idem eſt ac ſi ſeinuicem ſecent in

puncto e, protractæ enī ſe ſecabūt. Dico q̄ tres lineæ b c, b d, b e ſunt in una ſuperficie ſitæ. Conſtat autē de quibuſcq̄ earū duabus q̄ ipſæ ſunt in una ſuperficie ſitæ, per 2 huius uel per primā partē ſecundæ huius. Si igitur linea b d non fuerit in ſuperficie duarū linearū b c & b e, ſed illæ duæ in plano, hæc autē in ſublimi, erit ut hæc ſuperficies in qua ſitæ ſunt duæ lineæ a b & b d, ſi protrahatur & per illud q̄d notū eſt ſuper quartā, ſecet illam in qua ſitæ ſunt b c & b e, eritq̄ per 3 huius cōmunis earū ſectio linea recta, & ipſa ſit b f. Quia igitur ex præmiſſa, linea a b eſt perpēdicularis ad ſuperficiē duarū linearū b c & b e, ſequtur ex diffinitiōe ut ipſa ſit perpēdicularis ad lineā b f, quare angulus a b f, eſt rectus. Cūq̄ etiā angulus a b d ſit rectus ex hypotheſi, ſequitur impoſſibile, uidelicet partē ſuo toti eſſe æqualē. Eucli. ex Zamb. Theorema 5 Propoſitio 5



5 Si recta linea tribus rectis lineis ſe adinuicē tangentibus, ad angulos rectos in cōmuni contactu extiterit, ipſæ tres rectæ lineæ in uno ſunt plano.

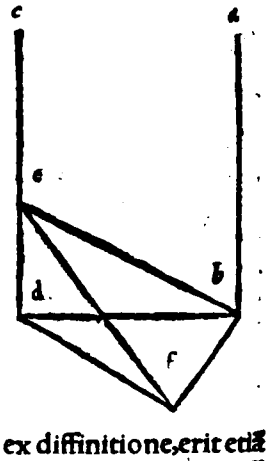
THEON ex Zamb Recta enim linea quædam α β, tribus rectis lineis β γ, β δ, ε ζ, ad rectos angulos cōmuni contactui β conſtituatur. Dico quod ipſæ β γ, β δ, β ζ, in uno ſunt plano. Non enim, ſed ſi poſſibile eſt. Sint ipſæ quidē ε δ, ε ζ, in ſubiecto plano, ipſa autē β γ in ſublimi, protendaturq̄ per ipſas α β, β γ, planū. Cōmunem ſectionem, inquam, faciet in ſubiecto plano, & rectam efficiet lineā (per 3 undecimi) β ξ. In uno igitur ſunt plano deducto per ipſas α β, ε γ, ipſæ tres rectæ lineæ α β, ε γ, β ξ. Et quoniam α β recta eſt ad utranq̄ ipſarū β δ, ε ζ, & ei igitur quod per β δ, ε ζ, plano recta eſt ipſa α β. Subiectū autem planū, id eſt quod per β δ, ε ζ. Ipſa igitur α β, recta eſt ad ſubiectū planū, quare (per 2 diffinitionē undecimi) ad omnes eam tangentes rectas lineas & in ſubiecto plano exiſtentes, rectos efficit angulos ipſa α β. Tangit autē ipſam β ξ exiſtens in ſubiecto plano. Angulus igitur qui ſub α ε ξ, rectus eſt. Supponitur autē qui ſub α β γ, rectus, æqualis igitur eſt & qui ſub α β ξ, angulus, ei qui ſub α ε γ, & in uno ſunt plano. Quod eſt impoſſibile. Ipſa igitur ε γ recta linea in altiori plano non eſt. Tres igitur rectæ lineæ β γ, β δ, β ε, in uno ſunt plano (per 2 undecimi.) Si recta linea igitur tribus rectis lineis ſeſe adinuicē tangentibus in contactu ad rectos angulos extiterit, ipſæ tres rectæ lineæ in uno ſunt plano. Quod erat oſtendendū. Eucli. ex Camp. Propoſitio 6



6 Si fuerint duæ lineæ ſuper unam ſuperficiē perpendiculares, eas æquediſtantes eſſe neceſſe eſt.



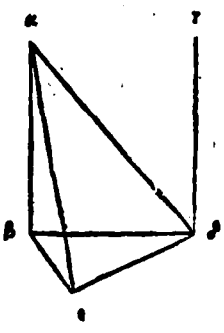
CAMPANVS. Sint duæ lineæ a b & c d, perpendiculares ad unā ſuperficiē. Dico eas eſſe æquidiſtantes. Protrahatur enī linea b d, eruntq̄ ex diffinitione, duo anguli a b d & c d b, recti. Si igitur duæ lineæ a b & c d ſint in ſuperficie una, ipſæ ſunt æquidiſtantes per ſecūdam partē 28 primi. Ipſas aūt eſſe in ſuperficie una, ſic collige. A puncto b, ſuper lineā b d, in plano cui perpēdiculariter inſiſtūt a b & c d, protrahe orthogonaliter lineā b f, & ex linea c d, ſume d e æqualē b f, & protrahe lineas e b & e f. Erunt igitur duo latera e d & d b, triāguli e d b, æqualia duobus lateribus f b & d b, trianguli f b d, & angulus e d b æqualis angulo f b d, cū uterq̄ ſit rectus, itaq̄ per 4 primi linea b e, eſt æqualis lineæ d f. Itemq̄ cū duo latera e b & b f triāguli e b f ſint æqualia duobus lateribus f d & d e triāguli f d e, & baſis e f cōmunis, erit (per 8 primi) angulus e b f æqualis angulo f d e. Quia igitur angulus f d e eſt rectus ex diffinitione, erit etiā angulus e b f rectus, itaq̄ linea f b, perpēdiculariter eſt erecta ſuper cōmunem terminū trium linearū b a, b d, b e, ſe contingentiū angulariter in pūcto b, quare per præmiſſam ipſæ ſunt in ſuperficie una. Cum igitur ex ſecūda parte ſecundæ huius linea c d ſit in eadem ſuperficie cum utraq̄ linearū e b & b d, ſequitur a b & c d eſſe in ſupficie una. Conſtat ergo propoſitū. Eucli. ex Zamb. Theorema 6 Propoſitio 6



6 Si binæ rectæ lineæ eidem plano ad angulos rectos fuerint, parallelæ erunt ipſæ rectæ lineæ. THEON ex Zamb. Binæ, inquam, rectæ lineæ α ε, γ δ, ſubiecto cuidā plano ſint ad angulos rectos. Dico quod parallelus eſt α β, ipſi γ δ. Concurrāt enim in ſignis ſubiecto plano β, δ, connectanturq̄ β, δ. Et (per 11 primi) ipſi β δ ad angulos rectos in ſubiecto plano excitetur δ ζ, ponaturq̄ (per 2 primi) ipſi α β æqualis δ ζ, cōnectanturq̄ β ζ, α ζ, δ. Et quoniā recta α β linea eſt ad ſubiectū planū, & ad omnes igitur eam tangentes

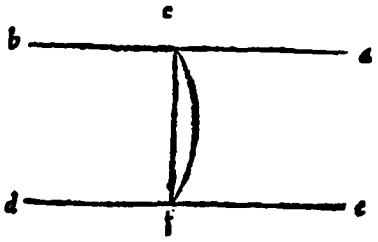
tangentes

tangentes rectas lineas (per 2 diffinitionẽ undecimi) & in ſubiecto plano exiſtentes, rectos efficiet angulos ipſa α β. Tangit autẽ ipſam α β, utraq; ipſarũ β δ, β ε, exiſtens in ſubiecto plano, rectus igitur eſt uterq; ipſorũ angulorũ α β δ, α β ε, id propterea etiã uterq; ipſorũ γ δ β, γ δ ε, rectus eſt. Et quoniã α β ipſi δ ε eſt æqualis, cõmunis autem β δ, duæ igitur α β, β δ, duabus ε δ, δ β, ſunt æquales, & rectos cõprehendũt angulos: baſis igitur α δ (per 4 primi) baſi β ε eſt æqualis. Et quoniã æqualis eſt α β ipſi δ ε, ſed & α δ ipſi β ε, duæ igitur α β, β ε, duabus ε δ, δ α, ſunt æquales, & ipſorũ cõmunis baſis eſt α ε, angulus igitur qui ſub α β ε, (per 8 primi) angulo qui ſub ε δ α eſt æqualis: rectus autem qui ſub α β ε, rectus igitur & qui ſub ε δ α. Igitur ε δ, ad ipſam δ α, recta eſt, eſt autẽ & ad utranq; ipſarũ β δ, δ γ, recta. Igitur ε δ, tribus rectis lineis β δ, δ α, δ γ, ad angulos rectos in contactu ſtetit. Igitur ipſæ tres rectæ lineæ β δ, δ α, δ γ, (per 5 decimi) in uno ſunt plano, & in quo ſunt ipſæ β δ, δ α, in eodem & α β: omne enim triangulum in uno eſt plano (per 2 undecimi.) Ipſæ igitur α β, β δ, δ γ, rectæ lineæ, in uno ſunt plano. Et uterq; ipſorũ α β δ, β δ γ, angulorũ, rectus eſt: parallelus igitur eſt α β, ipſi γ δ (per 28 primi.) Si duæ igitur rectæ lineæ eidem plano ad angulos fuerint rectos, parallelæ erunt ipſæ rectæ lineæ. Quod oſtendendũ fuerat. Eucli. ex Camp.



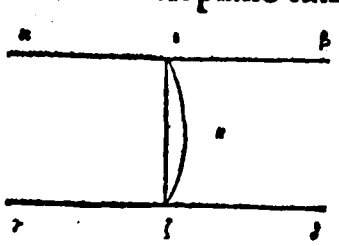
Propoſitio 7

7 SI in duabus lineis æquediſtantibus, duobus punctis ſignatis, ab altero ad alterum recta linea ducatur, in qua ſuperficie illæ duæ lineæ ſitæ ſunt, eam quoq; in eandem ſitam eſſe neceſſario comprobatur.

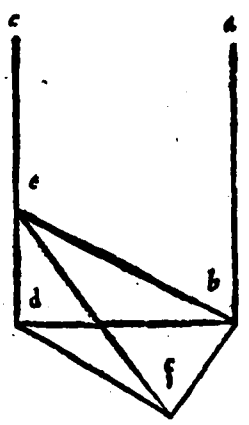


CAMPANVS. Sint duæ lineæ a b & d c æquidiſtantes, de quibus conſtat per diffinitionẽ q ipſæ ſunt in ſupficie una, in eis autẽ ſignentur duo puncta e & f, & p ducatur linea recta e f. Dico itaq; lineã e f, eſſe ſitam in ſuperficie linearũ a b & c d. Sin autẽ ſit e f in alia ſupficie ut in ſublimi, depẽdens quoq; ſupficies ſi p trahatur, ſecabit neceſſario ſuperficiẽ in qua ſitæ ſunt duæ lineæ a b & c d, eritq; per 3 huius, cõmunis ſectio earum, linea recta eiſdem punctis terminata. Quod eſt impoſſibile. ſic enim duæ rectæ lineæ concluderẽt ſuperficiem. Eucli. ex Zamb. Theorema 7 Propoſitio 7

7 Si fuerint binæ rectæ lineæ parallelæ, aſſumãturq; in ipſarũ utraq; contingentia ſigna, ad ipſa ſigna connexa recta linea in eodem eſt plano cum ipſis parallelis. THEON ex Zamb. Sint binæ rectæ lineæ parallelæ α β, γ δ, ſumanturq; in ipſarũ utraq; utcunq; ſigna ε, ζ. Dico quod ad ipſa ε, ζ, ſigna, *adiecta recta linea, in eodẽ eſt plano cum ipſis parallelis. Non enim, ſed ſi poſſibile, eſto in ſublimiori ſicut ε η ζ, * excitetur q per ε η ζ, planũ, ſectionẽ iam faciet in ſuppoſito plano rectam lineã, efficiat (per 3 undecimi) ε ζ. Binæ igitur rectæ lineæ ε η ζ, ε ζ, areolã cõprehendũt. Quod eſt impoßibile (per ultimã cõmunem ſententiã.) Igitur quæ ex ε in ζ adiecta recta linea, in ſublimiori plano nõ eſt. In eo igitur (in quo & α β & γ δ parallelæ) eſt plano, quæ ex ε in ζ adiũcta eſt recta linea. Si fuerint igitur binæ rectæ lineæ parallelæ, aſſumãturq; in ipſarũ utraq; utcunq; ſigna, ad ipſa ſigna adiecta recta linea, in eodẽ eſt cum ipſis parallelis plano. Quod oſtẽdere oportebat. Eucli. ex Cãp. Propoſitio 8

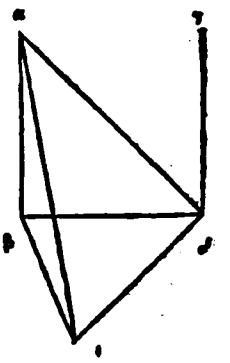


8 SI in idẽ planũ duæ rectę lineę æquediſtanter erigãtur, altera uero earũ orthogonaliter ſiſtat, reliquã quoq; ad idẽ planũ perpendiculariter eſſe cõueniet. CAMPANVS. Hæc eſt quaſi converſa ſextæ. Sint enim duæ lineæ a b & c d æquidiſtantes, & ſit earũ altera ut c d erecta perpẽdiculariter ſuper ſupficiem quã libet. Dico reliquã earũ quæ eſt a b, eſſe perpendiculariter ad eandem ſuperficiẽ. Fiat enĩ prorſus eadẽ diſpoſitio quæ eſt ſexta, eritq; ut ibi uterq; duorũ angulorũ f b e, & f d e, erectus: primo quidẽ, per poſitionẽ, ſecũdus autẽ, per 8 primi, quare per 4 huius, linea f b, eſt perpẽdiculariter erecta ſuper ſuperficiẽ in qua ſunt duæ lineæ b d & b e. Cumq; per præmiſſam duæ lineæ a b & c d ſint in eadem ſuperficie cum duabus lineis b d & b e, ſequitur lineã f b eſſe perpendicu-



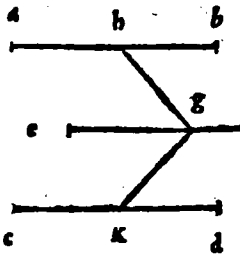
dicularitèr erectã ſupra ſuperficiẽ in qua eſt linea b a. A diffinitione igitur erit angulus f b a, rectus. Et quia etiam angulus d b a eſt rectus per ultimã partem 19 primi, ſequitur per 4 huius, lineã a b eſſe perpendicularẽ ad ſuperficiẽ in qua ſitæ ſunt duæ lineæ b d & b f. Quare conſtat propoſitũ. Eucli. ex Zamb. Theorema 8 Propoſitio 8

8 Si fuerint binæ rectæ lineæ parallelæ, altera autẽ ipſarũ plano alicui ad angulos fuerit rectos, & reliqua eidem plano ad angulos rectes erit.



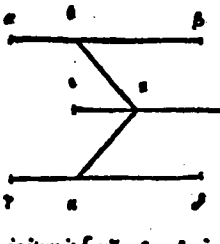
THEON ex Zamb Sint binæ rectæ lineæ parallelæ α β, γ δ, altera autẽ ipſarũ, hoc eſt α β, in ſubiecto plano ad angulos ſit rectos. Dico quod reliqua γ δ, eidem plano ad angulos rectos erit. Concurrãt enim ipſæ α β, γ δ, in ſubiecto plano in ſignis β, δ, connectanturq; (per primũ poſtulatũ) β, δ. Igitur ipſæ α β, γ d, β δ, in uno ſunt plano. Excitenturq; (per 11 primi) ipſi β δ ad angulos rectos in ſubiecto plano δ ε, ponaturq; (per 2 primi) ipſi α β æqualis δ ε, cõnectanturq; β ε, α δ. Et quoniã α β recta eſt ad ſubiectũ planũ, & ad omnes igitur eam tangentes rectas lineas & in ſubiecto plano exiſtentes (per 2 undecimi diffinitionẽ) recta eſt ipſa α ε. Igitur uterq; ipſorũ α ε δ, α ε ε, angulorũ rectus eſt. Et quoniam in parallelos α β, γ δ, recta linea incidit β δ, igitur ipſi anguli α β δ, γ δ β, duobus rectis ſunt æquales (per 29 primi) rectus autem eſt qui ſub α β δ, rectus igitur & qui ſub γ δ β, igitur γ δ, ad β δ recta eſt. Et quoniã α β ipſi δ ε eſt æqualis, cõmunis autẽ β δ, duæ igitur α β, β δ, duabus ε δ, δ β, ſunt æquales, & angulus qui ſub α β δ, angulo qui ſub ε δ α eſt æqualis, rectus enim uterq; baſis igitur α δ (per 4 primi) baſi ε ε eſt æqualis. Et quoniã α β ipſi δ ε eſt æqualis, & ε ipſi α δ, binæ igitur α ε, ε ε, binis α δ, δ ε, ſunt æquales altera alteri, & cõmunis ipſarũ baſis α ε. Angulus igitur qui ſub α ε ε, angulo qui ſub ε δ α eſt æqualis (per 8 primi.) Rectus autẽ eſt qui ſub α ε ε, rectus igitur & qui ſub ε δ α. Igitur ε δ, ad α δ recta eſt, ſed recta eſt etiam ad ipſam δ β, igitur ε δ, ad id quod per β δ, δ α, planũ recta eſt, & ad omnes igitur eam tangẽtes rectas lineas & exiſtentes in eo quod per β δ, α β, plano, rectos efficiet angulos ipſa ε δ (per 1 undecimi diffinitionẽ.) In eo autẽ quod per ε δ, δ α, plano eſt ipſa δ γ. Quoniã igitur in eo quod per ε δ, δ α, plano ſunt ipſæ α β, β δ, in quo autẽ ipſæ α ε, ε δ, in eodem eſt & δ ε, igitur ε δ ipſi δ γ ad angulos eſt rectos. Quare & γ δ, ipſi δ ε ad rectos angulos eſt. Eſt autẽ & γ δ ipſi δ β ad angulos rectos. Igitur ipſa γ δ, duabus rectis lineis ſe adinuicẽ diſpeſcentibus δ ε, δ β, ab ipſa δ ſectione ad angulos rectos ſtetit. Quare ipſa γ δ, in eo quod per δ ε, δ β, plano ad angulos rectos eſt (per 4 undecimi.) Subiectũ autẽ planũ eſt, quod per δ ε, δ β. Igitur ipſa γ δ in ſubiecto plano ad angulos eſt rectos. Si igitur fuerint duæ rectæ lineæ paralelæ, altera autẽ ipſarũ plano alicui ad angulos fuerit rectos, & reliqua eidẽ plano ad angulos rectos erit. Quod oſtendiſſe oportuit. Eucli. ex Camp. Propoſitio 9

9 Si duæ lineæ uni non in una ſuperficie æquidiſtant, eas quoq; ſibi inuicem æquidiſtare neceſſe eſt.



CAMPANVS. Sit utraq; duarũ linearũ a b & c d æquidiſtans lineæ e f, nec ſint omnes in ſuperficie una. Dico q̃ eædem quoq; ſibi inuicẽ ſunt æquidiſtãtes. De iſs quidẽ quæ ſunt omnes in ſuperficie una, probatũ eſt per 30 primi. At uero de iſs quæ in una ſuperficie non ſunt, ut eſt hic e f quæ intelligatur ſurſum erecta in ſublimi, reſtat hoc loco probandum. Signetur itaq; in ea punctus g, à quo educantur duæ perpendiculares ad duas lineas a b & c d, quæ ſint g h & g k, eritq; per 4 huius linea e f, perpẽdicularis ad ſuperficiẽ, uidelicet, illam in qua ſunt ſitæ duæ lineæ g h & g k. Itaq; per præmiſſam bis aſſumptã utraq; illarũ duarũ linearũ a b & c d, perpendicularis eſt ad eandẽ ſuperficiẽ uidelicet ad illam in qua ſitæ ſunt dictæ duæ lineæ g h & g k, per 6 huius igitur ipſæ ſunt ſibi inuicẽ æquidiſtãtes. Quod eſt propoſitũ. Eucli. ex Zamb. Theorema 9 Propoſitio 9

9 Quæ eidem rectæ lineæ parallelæ nec eidem in eodem exiſtentes plano, adinuicem ſunt parallelæ.

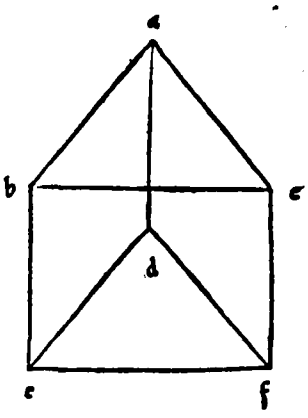


THEON ex Zamb. Sit enim utraq; ipſarũ α ε, γ δ, ipſi ε ζ parallelus, nõ exiſtẽs eidem in eodẽ plano. Dico quod parallelus eſt α β ipſi γ δ. Sumatur enim in ipſa ε ζ, utcũq; ſignũ η. Et ab ipſo η, ipſi ε ζ in eo quod per ε ζ, α β, plano ad angulos rectos excitetur η θ (per 11 primi) in eo autẽ quod per ζ θ, γ δ, ipſi ε ζ rurſus ad angulos excitetur rectos η ι. Et quoniã ε ζ ad utranq; ipſarũ η θ, η ι, recta eſt, igitur (per 4 undecimi) ε ζ ad id quod per η θ, η ι, planũ ad angulos eſt rectos, & ε ζ ipſi α β parallelus eſt, & α β igitur ei quod per η θ, η ι, plano ad angulos eſt rectos. Et id propterea ipſa γ δ ei quod per η θ, η ι, plano ad angulos eſt rectos. Vtraq; igitur ipſarũ α β, γ δ, ei quod per

ſibi inuicem, plano ad angulos eſt rectos. Si autē binæ rectæ lineæ eidem plano ad rectos fuerint angulos, parallelæ erunt ipſæ rectæ lineæ (per 6 undecimi.) Parallelus igitur eſt α β ipſi γ δ. Quod erat oſtendendum.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 10

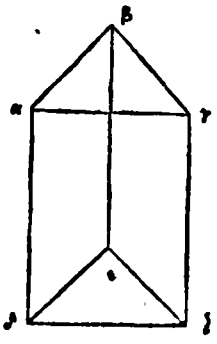
10 SI duæ lineæ ſe angulariter contingẽtes, duabus alijs ſe contingentibus eis oppoſitis æquidiſtantes fuerint, non autem in ſuperficie una, qui ab eis fiunt duo anguli æquales ſibi inuicem eſſe comprobantur.



CAMPANVS. Sint duæ lineæ a b & a c, ſe angulariter contingentes in puncto a, æquidiſtantes alijs duabus quæ ſunt d e & d f, ſe quoq; angulariter contingentibus in puncto d, nec ſint cum eis in ſuperficie una. Dico angulũ a, eſſe æqualẽ angulo d. Eſto enī linea d c æqualis lineæ a b, cui ipſa poſita eſt eſſe æquidiſtans. & d f æqualis a c, cui etiam ipſa æquidiſtare ponitur, & ducantur lineæ d a & e b & f c, eritq; ex 33 primi bis aſſumpta, utraq; duarum linearũ b e & e f, æqualis & æquidiſtans lineæ a d: per conceptionẽ igitur & præmiſſam, eædem ſunt æquales & æquidiſtãtes ſibi inuicẽ, & itaq; per 33 primi denuo repetitã duæ lineæ b c & e f, ſunt etiam æquales & æquidiſtantes. Igitur per 8 primi conſtat propoſitũ.

Eucli. ex Zamb. Theorema 10 Propoſitio 10

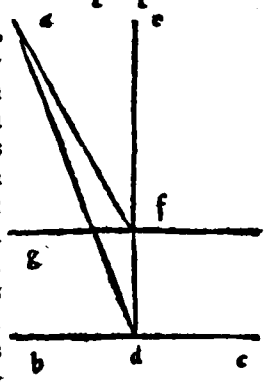
10 SI binæ rectæ lineæ ſeſe inuicem tangentes, ad binas rectas lineas ſeſe inuicem tangentes parallelæ, in eodem non fuerint plano, æquales angulos comprehendent. THEON ex Zamb. *Binæ, inquam, rectæ lineæ ſeſe inuicem tangentes α β, β γ, ad binas rectas lineas δ ι, ι ζ, ſeſe inuicẽ tangentes parallelæ ſint, non tamen in eodem plano. Dico quod angulus qui ſub α β γ, æquus eſt angulo δ ι ζ.* Suſcipiantur enim ipſæ β α, β γ, ι δ, ι ζ, ſibi inuicem æquales, cõnectanturq; α δ, γ ζ, β ι, α γ, δ ζ. Et quoniam β α ipſi ι δ æqualis & parallelus eſt, & α δ igitur ipſi β ι æqualis & parallelus eſt. Idq; propterea ipſa γ ζ, ipſi β ι eſt æqualis & parallelus. Vtraq; igitur ipſarũ α δ, γ ζ, ipſi ι β eſt æqualis & parallelus (per 33 primi.) Quæ autem eidem rectæ lineæ parallelæ, & in eodem plano non exiſtentes, & adinuicẽ ſunt parallelæ (per 9 undecimi,) parallelus igitur eſt α δ ipſi γ ζ, & æquales eidem. Et ipſas connectunt, ipſæ α γ, δ ζ. Igitur (per 33 primi) & α γ ipſi δ ζ eſt æqualis, & parallelus. Et quoniã binæ α β, β γ, duabus δ ι, ι ζ, ſunt æquales, & baſis etiã α γ baſi δ ζ eſt æqualis, angulus igitur qui ſub α β γ, (per 8 primi) angulo qui ſub δ ι ζ eſt æqualis. Si igitur duæ rectæ lineæ inuicem ſeſe tangentes, fuerint ad binas rectas lines inuicem ſeſe tangentes parallelæ, non in eodem plano, æquos angulos comprehendent. Quod erat oſtendendum.*



ἀπολέλειπται γὰρ

Eucli. ex Camp. Propoſitio 11

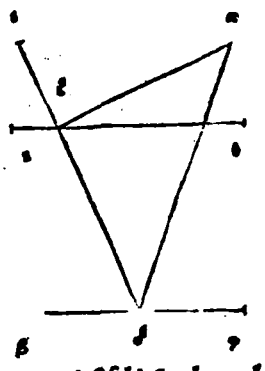
11 PVncto in aëre aſſignato, ab eo ad datam ſuperficiẽ, perpendicularem ducere. CAMPANVS. Sit punctus a, ſurſum in aere, à quo uolumus ad ſuperficiem ſubiacentem, perpendicularẽ ducere. Ducatur igitur in plano illo linea b c utcunq; cõtigerit, ad quam ab ipſo puncto a ducatur perpẽdicularis a d, ſecundũ doctrinã 12 primi. Rurſusq; à puncto d, in plano illo ad quod ducenda eſt perpendicularis à puncto a, extrahatur linea d e quæ ſit perpẽdicularis ad lineam b c, ut docet 11 primi. Ad hãc quoq; lineam d e, ducatur alia linea perpẽdicularis à puncto a, quæ ſit a f. Hanc dico eſſe eam quam intendimus. Sit enĩ linea f g æquidiſtans lineæ b c. Et quia uterq; duorũ angulorũ b d a & b d f eſt rectus, erit ex 4 huius, linea b d perpẽdicularis ad ſuperficiem in qua eſt triangulus a d f, ideoq; etiam per 8 huius erit linea g f perpẽdicularis ad eandem ſuperficiem. Igitur à diffinitione erit angulus g f a, rectus. Cumq; etiã angulus d f a, ſit rectus, ſequitur ex 4 huius, lineam a f eſſe perpendicularẽ ad ſuperficiẽ in qua ſunt duæ lineæ d f & f g. Quod eſt propoſitũ.



Eucli. ex Zamb. Problema 1 Propoſitio 11

11 A dato ſigno in ſublimi, ad ſubiectũ planũ perpendicularẽ lineã ducere.

THEON ex Zamb. Sit datum quidem ſignũ in ſublimi α, datũ autem planũ ſuppoſitũ. Oportet iam ab ipſo α ſ.ιχθω ſigno, in ſubiectũ planũ perpendicularẽ rectã lineam ducere.* Extendatur enim quædã in ſubiecto plano recta linea utcunq; ſitq; ε γ, excitetur q; (per 12 primi) ab ipſo α ſigno, in ipſam ε γ, perpendicularis α δ. Si igitur α δ perpendicularis eſt ad ſubiectũ planũ, factũ iam eſt quod quæritur. Si autẽ non, excitetur (per 11 primi) ab ipſo δ ſigno ipſi ε in γ ſubiecto plano ad angulos rectos δ ζ. Excitetur q; (per 11 primi) ab ipſo α, in ipſam δ ζ, perpendicularis α ξ, & per ξ ſignum ipſi ε γ parallelus excitetur (per 31 primi) ξ θ. Et quoniã ε γ utriq; ipſarũ δ α, δ ζ, ad angulos eſt rectos, igitur (per 4 undecimi) ε γ ad id quod per ζ δ α planũ ad angulos eſt rectos. Et ei parallelus eſt ξ θ. Si autẽ fuerint binæ rectæ lineæ parallelæ, altera uero ipſarũ plano alicui ad angulos fuerit rectos, & reliqua ad idem planũ ad angulos erit rectos (per 8 undecimi) linea igitur ξ θ ei quod per ζ δ, δ α, plano ad angulos eſt rectos, & ad omnes rectas lineas eam tangentes, & in eo quod per ζ δ, δ α, plano exiſtentes, ipſa ξ θ recta eſt (per conuerſionẽ diffinitionis 2 undecimi.) Tangit autẽ ipſam, ipſa α ξ exiſtens in eo quod per ζ δ, δ α, plano. Igitur ξ θ, ad ipſam ξ α recta eſt (per 2 undecimi.) Quare & ξ α, recta eſt ad ipſam ξ θ. Eſt autẽ & ξ ad ipſam δ ζ recta, igitur ξ ad utrãq; ipſarũ θ ξ, δ ζ, recta eſt. Si autẽ recta linea (per 4 undecimi) duabus rectis lineis inuicẽ ſe tangẽtibus in contactu ad angulos rectos ſteterit, & ad id quod per ipſa planũ ad angulos rectos erit. Igitur ξ α ad id quod ſub ζ δ, ξ θ, planũ ad angulos rectos eſt. Quod autẽ per ζ δ, ξ θ, planũ eſt ſubiectũ. Ipſa igitur α ξ, ipſi ſubiecto plano ad angulos rectos eſt. A dato igitur ſigno in ſublimi α, in ſubiectum planũ perpendicularis recta linea acta eſt. Quod facere oportebat. Eucli. ex Camp.



Propoſitio 12

12 **VPerficie propoſita, puncto q; in ea aſſignato, ab eo puncto ad datam ſuperficiem, lineam orthogonaliter erigere.**

CAMPANVS. Cum à pũcto quolibet in ſuperficie propoſita aſſignato, perpendicularẽ educere libuerit, à quolibet puncto ſurſum in aere ad libitum poſito, ad eandem ſuperficiẽ perpendicularẽ (quemadmodũ præmiſſa docuit) demitte, quæ ſi aſſignatũ punctũ ceciderit, ipſa eſt quã quæris. Sin autẽ, ab ipſa aſſignato pũcto ad demiſſam perpendicularẽ, æquidiſtantẽ ducito, eamq; per 8 huius probabis eſſe quam quæris. Eucli. ex Zamb. Problema 2 Propoſitio 12

12 **Ad datũ planũ, à dato in eo ſigno, ad angulos rectos rectã lineã conſtituere.** THEON ex Zamb. Sit datũ planũ ſuppoſitũ, ſignũ autẽ in eo ſit α. Oportet ab ipſo α ſigno, ipſi ſuppoſito plano ad angulos rectos rectam lineã conſtituere. Intelligatur ſignũ quoddã in ſublimi, ſitq; β, & ab ipſo β (per 11 undecimi) ad ſubiectum planũ perpendicularis excitetur β γ, excitetur q; (per 11 primi) ab ipſo α ſigno, ad angulos rectos α δ. Quoniam igitur binæ rectæ lineæ parallelæ ſunt α δ, γ β, altera autem ipſarũ β γ ad ſubiectũ planũ ad rectos eſt angulos, reliqua igitur α δ ad ſubiectũ ad angulos eſt rectos (per 8 undecimi:) ad datum igitur planũ, à ſigno in eo dato α, ad rectos angulos conſtituta eſt α δ. Quod facere oportebat. Eucli ex Camp. Propoſitio 13



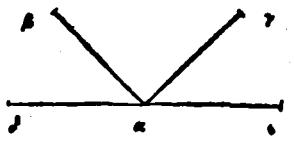
13 **VAs lineas ſuper punctum unum ad ſuperficiem unam orthogonaliter inſiſtere, impoſſibile eſt.**

CAMPANVS. Si enim poſſibile eſt ut duæ lineæ uni eidemq; ſuperficiei ſuper punctũ unum perpẽdiculariter inſiſtant, ſuperficies in qua ipſæ perpẽdiculares ſitæ ſunt intelligatur ꝓduci quouſq; ſecet in ſuperficiẽ, cui dictæ lineæ perpẽdiculariter inſiſtunt, eritq; per 3 huius, cõmunis earũ ſectio linea recta. Et quia ex diffinitione utraq; illarũ duarũ perpendiculariũ cum cõmuni ſectione continet angulum rectũ, ſequitur ut angulus rectus ſit pars anguli recti. Quod eſt impoſſibile. Quemadmodũ autem demonſtratũ eſt impoſſibile eſſe ab uno eodemq; puncto extra ſuperficiem duas lineas ſuper punctũ unũ ad eandem ſuperficiẽ eſſe perpẽdiculares, ita etiã demõſtrabimus impoſſibile eſſe duas lineas ab uno eodemq; puncto extra ſuperficiẽ ſignato ad eandem ſuperficiẽ protractas ad ipſam eſſe perpẽdiculares. Si enim hoc fuerit, ipſæ erunt æquidiſtãtes ex 6 huius. Quod eſt impoſſibile ex diffinitiõe linearũ æquidiſtantiũ. Conſtat igitur ex hac, q; ſi aliqua ſuperficies plana aliam planã ſuperficiẽ orthogonaliter ſecet, & ab aliquo puncto ſecantis ſupficiei ad ſuperficiẽ ſectam perpẽdicularis ducatur, in cõmuni earũ ſectione eam cadere neceſſe eſt. Alioqui ab eodem pũcto ſecãtis ſuperficiei ad cõmunem earũ ſectionẽ perpẽdicularis ꝓtrahatur, ut docet 11 primi, & à puncto in quo incidit cum cõmuni ſectione, alia perpẽdicularis ad eandem cõmunẽ ſectionẽ in ſuperficie ſecta educatur ut docet 11 primi. Eritq; ex diffinitione ſuperficiei ſuper aliam ſuperficiem orthogonaliter erectæ angulus quem continent hæ duæ lineæ perpẽdiculares, rectus: quare per 4 huius prima harum duarũ perpendiculariũ

etiam

eũ eſt perpendicularis ad ſuperficiẽ ſectam. Ergo ab uno puncto protractæ ſunt duæ lineæ perpẽdiculares ad eandem ſuperficiẽ, quod eſt impoſſibile, relinquitur itaq; propoſitũ noſtrum. *Eucli. ex Zamb.* *Theorema* 11 *Propoſitio* 13

13 **Ab eodem ſigno, ad idem planum binæ rectæ lineæ ad angulos rectos non conſtituentur ad eaſdem partes.**



*THEON ex Zamb. Si enim poßibile, ab eodem ſigno α, ad idem planum binæ rectæ lineæ α β, α γ, ad angulos rectos conſtituãtur ad eaſdẽ partes. *Extendatur q; per β α, α γ, planũ. Quod iam efficiet ſectionẽ per α in ſubiecto plano lineam rectam, efficiat lineã δ α ε. Ipſæ igitur α β, α γ, δ α ε, in uno ſunt plano (per 3 undecimi.) Et quoniam γ α ad ſubiectũ planum ad angulos rectos eſt, & ad omnes igitur rectas lineas eam tangentes & in ſubiecto plano exiſtentes, rectos efficiet angulos (per 2 undecimi diffinitionẽ.) Ipſam autẽ tangit δ α ε in ſubiecto exiſtẽs plano. Igitur angulus qui ſub γ α ε, rectus eſt, & id propterea angulus qui ſub β α ε, rectus eſt. Aequalis igitur eſt angulus qui ſub γ α ε ei qui ſub β α ε, & in uno ſunt plano. Quod eſt impoßibile. Ab eodem igitur ſigno, ad idem planũ binæ rectæ lineæ ad angulos rectos non conſtituẽtur ad eaſdem partes. Quod demonſtraſſe oportuit.* *Eucli. ex Camp.* *Propoſitio* 14.

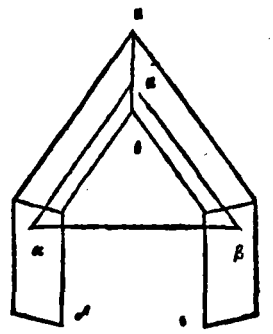
14 **Si linea una ſuper duas ſuperficies aſſignatas orthogonaliter inſiſtat, illæ duæ ſuperficies ſi etiam in infinitũ in quamcunq; partem protrahantur, nunquam concurrent.**

CAMPANVS. Poſita enim una linea duabus ſupficiebus orthogonaliter inſiſtere, ſi impoſſibile eſt ſupficies illas cõcurrere, in earũ cõmuni ſectione quæ per 3 huius, erit linea recta, pũctus quocũq; modo ſignetur, à quo duæ lineæ in illis duabus ſupficiebus ad lineã illã quæ ipſis perpẽdiculariter ſuperſtat protrahatur, eritq; cõſtitutus triãgulus ex his duabus lineis & perpendiculari. Huius itaq; triãguli uterq; duorũ angulorũ q ſuper perpendicularẽ conſiſtũt, eſt rectus, ut patet ex diffinitione lineæ ſup ſuperficiẽ perpẽdiculariter ſtantis, hoc aũt eſt impoſſibile per 32 primi. Ecõuerſo quoq;, uidelicet.

Si ſuper duas ſuperficies æquidiſtãtes linea recta ceciderit quæ ad alterã earum perpendicularis ſit, ipſa quoq; perpendicularis erit ad reliquam.

Poſitis enim duabus ſuperficiebus æquidiſtãtibus, intelligatur linea recta ambas penetrãs quæ alteri earũ perpẽdiculariter ſuperſtat. Dico q; eadem linea reliquæ ſuperficiei perpẽdiculariter ſuperſtat. Sit enim ſuperficies una ſecans poſitas ſupficies æquidiſtantes, ſuper lineã eas penetrantẽ, eritq; cõmunis ſectio huius ſuperficiei & alterius ſectarũ uidelicet illius cui linea penetrãs ponitur perpẽdiculariter inſiſtere, continẽs angulũ rectũ cum ipſa linea penetrãte ex diffinitione lineæ perpẽdicularis ad ſuperficiẽ. Si igitur alia cõmunis ſectio ipſius ſupficiei ſecantis & reliquæ duarũ ſectarũ cum eadẽ linea penetrãte non contineat angulũ rectũ, erit ex ultima petitione primi, ut illæ duæ cõmunes ſectiones in alterutrã partem protractæ neceſſario concurrãt, quare & ſupficies quæ poſitæ ſunt æquidiſtantes, neceſſario concurrẽt. Et qa hoc eſt impoſſibile, erit ille angulus rectus. Eodemq; modo erit de qualibet alia ſuperficie eaſdẽ ſupficies æquidiſtantes ſecante ſuper eandẽ lineã, igitur ex quarta huius & ex iſta 14, conſtat uerũ eſſe quod diximus. *Eucli. ex Zamb.* *Theorema* 12 *Propoſitio* 14.

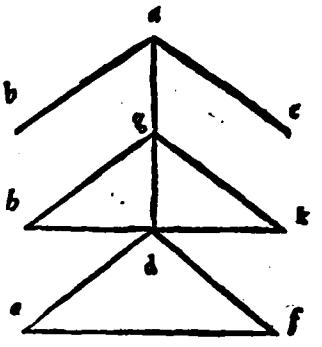
14 **Ad quæ plana eadem recta linea recta eſt, parallela ſuut ipſa plana.**



*THEON ex Zamb. Recta enim quædam linea α ε, ad utrunq; γ δ, ε ζ, planorũ, ſit ad angulos rectos. Dico quod parallela ſunt ipſa plana. Si autẽ non, *extenſa concurrunt. Concurrant. Efficient iam cõmunem ſectionem lineam rectam, efficiant η θ (per 3 undecimi,) aſſumaturq; in ipſa η θ, utcunq; ſignũ η, cõnectãturq; α η, ε η. Et quoniã α ε recta eſt ad ipſum ε ζ planũ, & ad ipſam igitur ε η rectã lineã exiſtentẽ in ipſo ε ζ extenſo plano, recta eſt ipſa α β. Igitur angulus qui ſub α ε η, rectus eſt. Et id propterea etiã angulus qui ſub β α η, rectus eſt. Triãguli igitur α ε η, anguli qui ſub α ε η, β α η, duobus rectis ſunt æquales. Quod eſt impoßibile (per 17 primi.) Igitur ipſa γ δ, ε ζ, plana, extenſa nõ concurrũt, parallela igitur ſunt ipſa γ δ, ε ζ, plana. Plana igitur ad quæ eadem recta linea recta eſt, parallela ſunt. Quod oportebat demõſtrare.* *Eucli. ex Camp.* *Propoſitio* 15

15 **Si fuerint duæ lineæ ſe contingentes angulariter, æquidiſtantes alijs duabus ſe contingentibus, non autem in ſuperficie una, ab eiſdem**

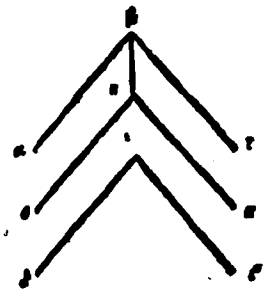
eiſdem lineis contentæ duæ ſuperficies in nulla parte quantumcunq; producantur poſſunt concurrere.



CAMPANVS. Sint duæ lineæ a b & a c, ſe angulariter contingentes in puncto a, æquidiſtantes duabus lineis d e & d f, ſe angulariter contingẽtibus in puncto d, & nõ ſint in ſuperficie una, dico earũ ſuperficies in quãcunq; partem & quantũcunq; protrahãtur, nunq; concurrere. Protrahatur etenim à põcto d, prout docet 5 huius, perpẽdicularis ad ſuperficiẽ duarum linearũ a b & a c, ſitq; d g, & à puncto g, ducatur g h æquidiſtãs a b, & g k, æquidiſtãs a c, eritq; ex diffinitione uterq; duorũ angulorũ d g h, d g k, rectus, & per 9 erit linea d f æquidiſtans lineæ g k, & linea d e æquidiſtans lineæ g h, quare per ultimã partem 29 primi, uterq; duorũ angulorũ e d g, f d g erit rectus, ideoq; per 4 huius linea d g, erit perpendicularis ad ſuperficiem duarum linearũ d e & d f. Cumq; ipſa eadem ſit etiam ex hypotheſi perpendicularis ad ſuperficiẽ duarum linearũ a b & a c, ex præmiſſa liquet quod eſt propoſitum.

Eucli. ex Zamb. Theorema 15 Propoſitio 15

15 Si binæ rectæ lineæ ſeinuicem tangentes ad binas rectas lineas ſeinuicẽ tangentes fuerint parallelæ, non tamen in eodem plano exiſtentes, parallela ſunt quæ per ipſas plana.



THEON ex Zamb. *Binæ, inquam, rectæ lineæ ſeſe inuicem tangentes α ζ, ζ γ, ad binas rectas lineas ſeſe inuicem tangentes δ ι, ι ξ, ſint parallelæ, ſed non in* ἐπιπέδοις *eodem exiſtentes plano. Dico quod * eductæ quæ per α β, β γ & δ ι, ι ξ, plana, non* συμπίπτουσι *concurrunt adinuicem. Excitetur, inquam, (per 11 undecimi) ab ipſo β ſigno, in id quod per δ ι, ι ξ, planum perpendicularis ζ κ, & * extendatur in planũ per α ſignũ. Et per κ, ipſi quidem ι δ parallelus excitetur (per 31 primi) κ θ, ipſi autẽ ι ξ, ipſa κ ι. Et quoniam ζ κ ad id quod per δ ι, ι ξ, planũ recta eſt, & ad omnes igitur eam tangentes rectas lineas (per 2 undecimi diffinitionẽ) & in eodem quod per δ ι, ι ξ, plano exiſtentes, rectos efficiet angulos. Tangit autem ipſam utraq; ipſarũ κ θ, κ ι, exiſtens in eo quod per δ ι, ι ξ, plano, rectus igitur eſt (per 4 undecimi) uterq; ipſorũ qui ſub ζ κ θ, ζ κ ι, angulorũ. Et quoniam parallelus eſt β α ipſi κ θ, ipſi igitur ſub κ β α, β κ γ, anguli (per 29 primi) duobus rectis ſunt æquales, ſed rectus eſt qui ſub β κ θ, rectus igitur eſt qui ſub κ ζ α, igitur ipſa κ ζ, ipſi ζ α ad angulos rectos eſt. Id propterea etiam ζ κ, ipſi β γ ad angulos rectos eſt. Quoniã igitur recta linea β κ duabus rectis lineis β α, β γ, ſeſe inuicem tangentibus ad angulos rectos ſtetit, igitur (per 4 undecimi) ζ κ & ad id quod per β α, β γ, planũ ad rectos angulos eſt. Eſt autem & ei quod per κ θ, κ ι, plano, recta quod uero per κ θ, κ ι planũ, id eſt quod per δ ι, ι ξ, ipſa igitur β κ ei quod per δ ι, ι ξ plano recta eſt. Igitur β κ ad utrunq; eorũ quæ per α β γ, δ ι, ι ξ, planorũ, recta eſt. Plana autẽ ad quæ eadem recta linea recta eſt, parallela ſunt (per 14 undecimi.) Parallelũ igitur eſt quod per α β, β γ, planum, ad id quod per δ ι, ι ξ. Si binæ igitur rectæ lineæ ſeſe inuicẽ tangentes, ad binas rectas lineas ſeſe inuicem tangentes fuerint parallelæ, ſed non in eodem plano, parallela ſunt quæ per ipſas plana. Quod oſtendendum erat.*

Eucli ex Camp. Propoſitio 16

16 SI duas ſuperficies æquidiſtantes una ſuperficies ſecet, cõmunes earum ſectiones æquidiſtantes erunt.

CAMPANVS. Conſtat equidẽ ex tertia, q̃ una ſuperficie quaſcũq; duas ſuperficies æquidiſtantes ſecante, cõmunes earum ſectiones erunt duæ lineæ rectæ. Quæ cum ſint ambæ ſitæ in ſuperficie ſecante, ſi ipſæ non fuerint æquidiſtantes, ponãtur ad quodlibet unum punctũ concurrere, erit itaq; ut unus atq; idem punctus ſit in utraq; illarũ duarũ ſectionũ cõmunium. Cumq; una illarũ cõmunium ſectionum ſit in una duarũ ſuperficierũ ſectarũ & reliqua in altera, ſequitur ſuperficies illas quæ poſitæ ſunt eſſe æquidiſtantes concurrere, hoc autem impoſſibile eſt. Erunt igitur cõmunes earum ſectiones æquidiſtantes. Quod eſt propoſitum.

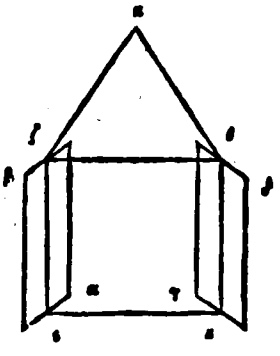
CAMPANVS. Ex hac & præmiſſa potes elicere concluſionẽ unam ſimilem 30 primi, uidelicet iſtam. Si fuerint duæ ſuperficies unt æquidiſtantes, ipſæ quoq; erunt adinuicẽ æquidiſtantes. Poſitis enim tribus ſuperficiebus quarum utraq; duarum extremarũ æquidiſtat mediæ, dico q̃ neceſſe eſt ipſas extremas æquidiſtare adinuicem. Secentur omnes illæ tres ſuperficies duabus ſuperficiebus ſe quoq; inuicem ſecantibus, eruntq;

ex hac

ex hac 16 cõmunes ſectiones duarum extremarũ ſuperficierũ, æquidiſtãtes ſectionibus mediæ. Quare ex 30 primi ipſæ etiam ſectiones duarum extremarũ ſuperficierũ, erunt æquidiſtantes adinuicem. Et quia ipſæ contingunt ſe in cõmuni ſectione duarũ ſuperficierũ tres poſitas ſuperficies ſecantium, ex præmiſſa euidenter conſtat quod diximus.

Eucli. ex Zamb. Theorema 14 Propoſitio 16

16 **Si bina plana parallela à plano aliquo diſſecta fuerint, cõmunes ipſorum ſectiones parallelæ ſunt.**



THEON ex Zamb. *Bina, inquam, plana parallela α β, γ δ, à plano ε ζ η θ ſecentur, cõmunes autem ipſorum ſectiones, ſint ε ζ, η θ. Dico quod parallelus eſt ε ζ, ipſi η θ. Si autẽ non, productæ ipſæ ε ζ, η θ, uel ad partes ζ θ, uel ad ε η concurrunt. Producantur primum ad ζ θ partes, & concurrant in κ. Et quoniam ε ζ κ eſt in plano α β, & omnia igitur quæ in ipſa ε ζ κ ſigna in ipſo α β ſunt plano (per 1 undecimi.) Vnum autem eorum quæ in ε ζ κ recta linea ſignorũ, eſt κ, igitur κ, in ipſo eſt α β plano, & id propterea etiam κ, in ipſo γ δ eſt plano. Igitur α β, γ δ, plana, producta concurrunt. Non concurrunt autem per hypotheſin, quoniam parallela ſupponuntur. Igitur ipſæ ε ζ, η θ, rectæ lineæ productæ ad partes ζ θ, non concurrunt. Similiter quoq; oſtendemus, quod ipſæ ε ζ, η θ, rectæ lineæ neq; ad partes ε η productæ concurrunt. Quæ autem in nulla parte concurrunt (per ultimam diffinitionem primi) parallelæ ſunt: parallelus igitur eſt ε ζ, ipſi η θ Si bina igitur plana, & quæ ſequuntur reliqua. Quod erat oſtendendum.*

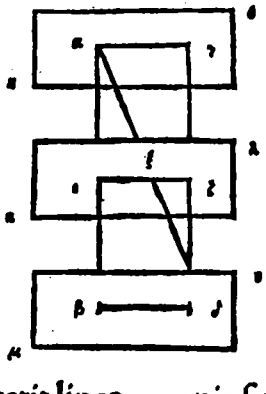
Eucli. ex Camp. Propoſitio 17

17 **Si ſuperficies tres uel plures æquidiſtantes duas rectas lineas ſe inuicem contingẽtes uel æquidiſtantes ſecent, illarum linearũ portiones proportionales eſſe probantur.**

CAMPANVS. Intelligantur enim duæ rectæ lineæ penetrantes qualitercunq; conti gerit tres ſuperficies æquidiſtantes, aut etiam plures tribus: dico itaq; duas portiones illarum linearũ inter quaslibet duas ſuperficies interceptas, proportionales eſſe qui busq; duabus inter alias duas ex illis æquidiſtantibus ſuperficiebus interceptis. Con iungantur enim duæ extremitates illarum duarum linearũ, ducta inter eas linea una diagonaliter, eritq; hæc diagonalis, cum utraq; illarũ duarum linearũ penetrantiũ ſu perficies poſitas, in ſuperficie una illas æquidiſtantes ſuperficies poſitas ſecante. Si ergo harum ſuperficierũ communes ſectiones quæ per præmiſſam erunt æquidiſtan tes, cogitatione protraxeris, ex prima parte ſecundæ ſexti conſtabit propoſitum.

Eucli. ex Zamb. Theorema 15 Propoſitio 17

17 **Si binæ rectæ lineæ à planis parallelis ſecentur, in eaſdem rationes ſecabuntur.**



THEON ex Zamb. *Binæ, inquam, rectæ lineæ α β, γ δ, à planis parallelis η θ, κ λ, μ ν, ſecẽtur in α, ε, ζ, γ, ξ, δ, ſignis. Dico quod eſt ſicut α ε recta linea ad ε ζ, ſic eſt γ ξ ad ξ δ. Connectantur α γ, β δ, & concurrat α δ ipſi κ λ plano in ξ ſigno, cõnectantur q; ε ξ, ξ ζ. Et quoniam bina plana parallela κ λ, μ ν, à plano ε ζ, δ ξ, ſecantur, ipſorum cõmunes ſectiones ε ξ, β δ, parallelæ ſunt (per 16 undecimi.) Idq; propterea quoniam bina plana parallela η θ, κ λ, à plano α ξ, γ ν, ſecantur, cõmunes ipſorum ſectiones α γ, ξ ζ, parallelæ ſunt (per 16 undecimi.) Et quoniam lateri β δ trianguli α β δ, recta linea parallelus ducta eſt ε ξ, proportionaliter igitur ſicut α ε ad ε ζ, ſic eſt α ξ ad ξ δ. Rurſus quoniam lateri α γ trianguli α δ γ, recta linea parallelus ducta eſt ξ ξ, proportionaliter igitur ſicut α ξ ad ξ δ, ſic γ ξ ad ξ δ, patuit autẽ & ſicut α ξ ad ξ δ, ſic α ε ad ε ζ, & ſicut igitur (per 11 quinti) α ε ad ε ζ, ſic γ ξ ad ξ δ. Si binæ igitur rectæ lineæ à planis parallelis ſecentur, & reliqua. Quod erat oſtendendũ.*

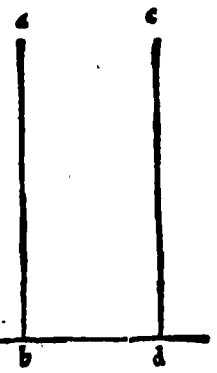
Eucli. ex Camp. Propoſitio 18

18 **Si in ſuperficie aſſignata orthogonaliter ſteterit linea, omnis ſuperficies à linea illa quorſumlibet ducta, ad eandem aſſignatam ſuperficiem erit orthogonaliter erecta.**

CAMPANVS. Sit enim linea a b erecta perpendiculariter ſuper aſſignatam ſuperficiem, & à linea a b producatur ſuperficies quorſum libuerit. Quam dico ſuper propoſitam ſuperficiem eſſe perendiculariter erectam. Cum enim ipſa ſecet ſuperfi

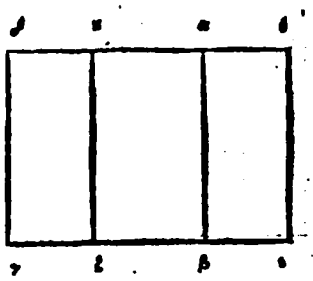
ciem

ciem assignatã, erit earũ cõmunis sectio linea recta ex 3 huius, sitq; b d. In hac ergo communi sectione signato puncto quolibet qui sit d, extrahatur ab eo in superficie quæ producta est à linea a b, linea quædam perpendicularis ad lineam b d, quæ sit d c. Eritq; ex secunda parte 28 primi, linea c d, æquidistans lineæ a b, ideoq; ex 8 huius, linea c d, est etiam perpendicularis ad superficiem propositam. Quia ergo hoc modo quælibet linea protracta orthogonaliter à quolibet puncto lineæ b d, ad ipsam lineã b d, in ipsa superficie quæ producta est à linea a b, est perpendicularis ad propositam superficiem, ex diffinitione superficiei supra superficiẽ orthogonaliter erectæ, constat uerum esse quod propositũ est.



Eucli. ex Zamb. Theorema 16 Propositio 18

18 **Si recta linea plano alicui ad angulos fuerit rectos, & omnia quæ per ipsam plana ad idem planum ad angulos rectos erunt.**

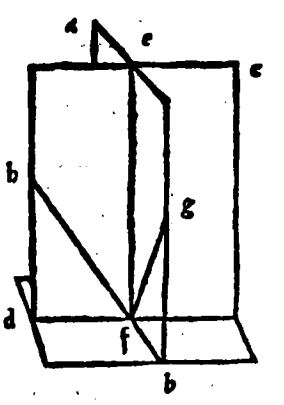


THEON ex Zamber. *Recta enim linea α β, subiecto plano ad angulos rectos esto. Dico quod & omnia quæ per α β plana, ad subiectum planum ad angulos rectos sunt. Extendatur, inquam, per α β, planũ δ ε, sitq; (per 3 undecimi) communis sectio ipsius δ ε lineæ plani, & subiecti, γ ε, & sumatur in γ ε, contingens signum ξ, & ab ipso ξ, (per 12 undecimi) ipsi γ ε ad angulos rectos excitetur in δ ε plano ipsa ξ ν. Et quoniam α β ad subiectum planum recta est, & ad omnes igitur ipsam tangentes rectas lineas & in subiecto plano existentes recta est ipsa α β (per 2 undecimi diffinitionem.) quare & ad γ ε recta est. Igitur angulus qui sub α ξ ε, rectus, est autem qui sub ν ξ ε, rectus, igitur (per 28 primi) α β, ipsi ξ ν parallelus est. Ipsa autẽ α β, ad subiectum planum ad angulos rectos est, & ξ ν igitur ad subiectum planum ad angulos rectos est. Et quoniam (per 3 diffinitionẽ undecimi) planum ad planum rectum est quando quæ communi sectioni planorum ad angulos rectos ductæ rectæ lineæ in uno planorum, ad reliquũ planum ad angulos fuerint rectos, & ipsi γ ε sectioni planorum cõmuni, in uno planorum δ ε, scilicet ad angulos rectos ducta ξ ν, ostensa est supposito plano ad angulos rectos esse, igitur planum δ ε rectum est ad suppositum planum. Similiter iam ostendetur quod omnia quæ per α β plana, recta sunt ad subiectum planum. Si recta igitur linea plano alicui ad angulos fuerit rectos, & omnia quæ per ipsam plana ad idem planum ad angulos rectos erunt. Quod oportuit demonstrasse.*

Eucli. ex Camp. Propositio 19

19 **Si duæ superficies seinuicem secantes, supra unam superficiem erectæ fuerint orthogonaliter, cõmunis earum sectio ad eandem superficiem perpendicularis erit.**

CAMPANVS. Sint duæ superficies a b & c d seinuicem secantes, erectæ orthogonaliter super assignatam superficiem, sitq; cõmunis earum sectio linea recta e f. Hanc dico esse perpẽdicularem ad assignatam superficiem. Alioqui à puncto f qui est communis terminus sectionum duarum superficierũ secantium & tertiæ superficiei sectæ, producatur una linea recta quæ sit f g, in superficie a b, perpendicularis ad superficiem assignatam, itemq; ab eodem puncto ducatur alia perpendicularis ad eandem superficiem, quæ sita sit in superficie c d, & ipsa sit f h, eruntq; duæ lineæ f g & f h, orthogonaliter insistentes super punctum unum ad superficiem assignatã. Hoc autẽ, impossibile est per 13 huius. Tales autem lineas posse protrahi à puncto f in utraque duarum superficierũ a b & c d, cum e f non fuerit perpendicularis ad assignatam superficiem, dubitare non conuenit. Intelligatur quidem linea f b cõmunis sectio superficiei a b & superficiei assignatæ, & linea f d, superficiei c d & superficiei assignatæ. Si igitur linea e f fuerit perpendicularis ad utranq; duarum linearũ f b & f d, ipsa etiam erit perpendicularis ad superficiem assignatam ex quarta huius. Si autẽ ad neutram, sit f g perpendicularis ad f b, & f h perpendicularis ad f d. Deinde à puncto f protrahe in superficie assignata unam lineam perpendicularẽ ad lineam f b,

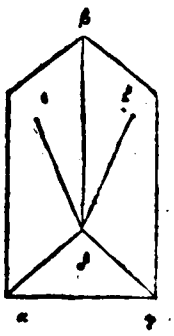


quæ ex

quæ ex diffinitione ſuperficiei ſuper aliam ſuperficiē orthogonaliter erectæ, cùm linea f g continebit angulum rectum: per quartā igitur huius erit linea f g, perpendicularis ad ſuperficiem aſſignatā. Eodem quoq; modo protracta alia linea à puncto f in ſuperficie aſſignata, quæ ſit perpendicularis ad lineam f d, ſequetur ex diffinitione prædicta & ex quarta huius, lineam f h eſſe perpendicularem ad ſuperficiem aſſignatam, quod eſt impoſſibile per 13 huius. Quod ſi confiteare lineam e f eſſe perpendicularē ad lineam f b, ſed non ad lineam f d, ſequetur modo conſimili duas lineas e f & f h eſſe perpendiculares ad ſuperficiem aſſignatam. Quod nihil minus eſt impoſſibile.

Eucli. ex Zamb. Theorema 17 Propoſitio 19

19 Si bina plana ſeſe inuicem diſpeſcentia, plano alicui ad angulos rectos fuerint, & ipſorū cōmunis ſectio ad idem planum ad angulos rectos erit.

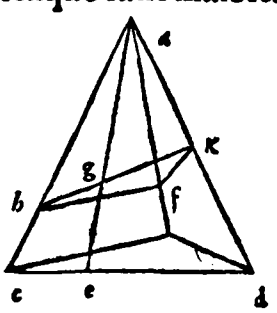


THEON ex Zamber. *Bina etenim plana α β, β γ, ſubiecto plano ad angulos ſint rectos, communis autem ipſorum ſectio ſit β δ. Dico quod ipſa β δ, ad ſubiectum planum ad angulos eſt rectos. Non ſit. Et excitentur (per 12 undecimi) ab ipſo δ ſigno in plano quidē α β, ipſi α δ rectæ lineæ, ad angulos rectos ipſa δ ε, in plano autem β γ, ipſi γ δ ad angulos rectos δ ζ. Et quoniam planum α β ad ſubiectum planum rectum eſt, & cōmuni ipſorū ſectioni α δ ad angulos rectos α δ in ipſo α β plano excitatur δ ε, igitur δ ε ad ſubiectum planum recta eſt. Similiter iam demōſtrabimus, quod & δ ζ ad ſubiectum planum recta eſt. Ab eodem igitur ſigno δ, ad ſubiectum planum binæ rectæ lineæ ad angulos rectos conſtitutæ ſunt ad eaſdem partes. Quod eſt impoſſibile. Igitur ad ſubiectum planum, α ſigno δ ad angulos rectos non conſtituetur alia, præter δ β communem ſectionem, ipſorum β α, β γ, planorū. Si bina igitur plana inuicem ſeſe diſpeſcentia ad planum aliquod ad angulos fuerint rectos, & communis ipſorum ſectio ad idem planum ad angulos rectos erit. Quod oſtendere oportebat.*

Eucli. ex Camp. Propoſitio 20

20 

I tres anguli ſuperficiales ſolidum angulum contineāt, illorum trium angulorū quiq; duo pariter accepti reliquo ſunt maiores.



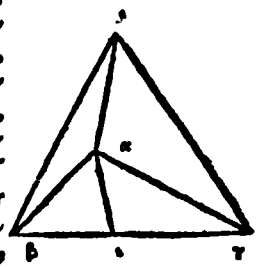
CAMPANVS. Sint tres lineæ a b, a c, a d, pyramidaliter erectæ ſupra ſuperficiem b c d, continentes tres ſuperficiales angulos, ex quibus ſolidus perficitur angulus in puncto a. Dico quoslibet duos ex ipſis ſuperficialibus angulis ſolidum angulum in puncto a conſtituentibus, pariter acceptos, tertio eſſe maiores. Si enim hi tres anguli ſuperficiales fuerint ſibi inuicem æquales, aut ſi duo tantū æquales exiſtente tertio minore utrolibet duorum æqualium, conſtat per communem ſcientiam uerum eſſe quod dicitur. Quod ſi eorum unus utrolibet duorum reliquorū maior fuerit ſiue illi duo ponantur æquales ſiue non æquales, adhuc conſtat illum maiorem & utrumlibet duorum reliquorū pariter acceptos, tertio eſſe maiores. Sed & illos duos minores pariter acceptos hoc tertio quimaior utrolibet ponitur, eſſe maiores, ſic collige. Eſto enim trium propoſitorū angulorum ſuperficialiū angulus c a d, maior utrolibet reliquorū duorum. Ex ipſo ergo abſcindam angulum e a d æqualem angulo b a d, protracta linea a e. Et ſumam ex hac linea a e, lineam a g, & ex linea a b, lineam a f, quas ponam eſſe æquales. Et protraham lineam à puncto g qualitercunq; contingat, in ſuperficie duarum linearū a c & a d, quouſq; ſecet a c in puncto h, & a d in puncto k, & ipſa ſit h g k. Et producam lineas f h & f k. Cum ſit igitur a f æqualis a g, poſita a k cōmuni, erit per 4 primi f k æqualis k g. Et quia ex 20 primi duæ lineæ h f & f k ſunt maiores linea h k, erit per conceptionem h f maior h g. Ideoq; per 25 primi cum ſit linea a f æqualis lineæ a g, erit angulus f a l, maior angulo h a g. Per conceptionem igitur conſtat duos angulos h a f, f a k, pariter acceptos, eſſe maiores angulo h a k. Quod erat demonſtrandum.

Eucli. ex Zamb. Theorema 18 Propoſitio 20

20 Si ſolidus angulus ſub tribus angulis planis comprehendatur, quiuis duo reliquo maiores ſunt quomodocunq; ſuſcepti.

THEON ex Zamb. *Solidus angulus qui ad α, ſub tribus planis, hoc eſt β α γ, γ α δ, δ α β, comprehendatur. Dico quod bini quomodocunq; ſuſcepti, reliquo ſunt maiores. Si quidem ipſi qui ſub β α γ, γ α δ, δ α β, anguli ſunt*

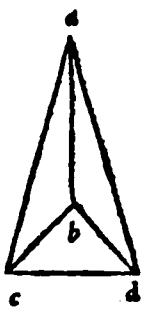
inuicem æquales, manifestũ est quod bini reliquo, quomodocunq; sumpti sint maiores. Si autem non, sit maior qui sub β α γ, constituaturq; (per 23 primi) ad α β rectam lineam, & ad signum in ea α, angulo qui sub δ α β, in eo quod per β α γ plano, æqualis angulus β α ι, ponaturq; (per 2 primi) ipsi α δ æqualis α ι, & per ι signũ ducta β ι γ linea, dissecet ipsas α β, α γ, rectas lineas in signis β, γ, conuectanturq; δ β, δ γ. Et quoniã δ α ipsi α ι est æqualis, cõmunis autem α β, duæ δ α, α β duabus δ α, α ι, sunt æquales, & angulus qui sub δ α β, angulo qui sub β α ι est æqualis: basis igitur δ β (per 4 primi) basi β ι est æqualis. Et quoniam duæ δ β, δ γ, ipsa β γ sunt maiores, quarum δ β ipsi β ι ostensa est æqualis, reliqua igitur δ γ, reliqua ι γ maior est. Et quoniam ipsa δ α ipsi α ι æqualis, communis autem α γ, & basis δ γ basi ι γ maior est, angulus igitur qui sub δ α γ, angulo qut sub ι α γ maior est. Ostensum autem est, quod & qui sub δ α β, est æqualis ei qui sub β α ι. Ipsi igitur qui sub δ α β, δ α γ, eo qui sub β α γ sunt maiores. Si solidus igitur angulus sub tribus angulis planis comprehendatur, duo quomodocunq; assumpti sunt maiores reliquo. Quòd erat ostendendum. Eucli. ex Camp.



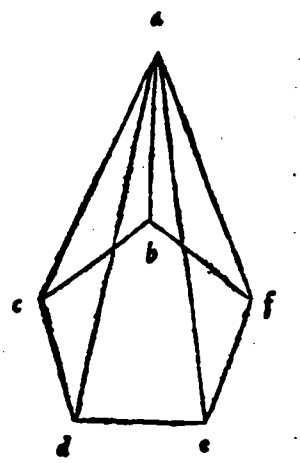
Propositio 21

21 

Mnis angulus solidus quatuor rectis angulis minor esse probatur. CAMPANVS. Anguli solidi quantitas, ex angulorũ superficialium ipsum solidum continentiũ quantitate determinatur. Hac ergo 21 propositione id etiam proponitur, quoslibet superficiales angulos solidum quẽlibet continẽtes pariter acceptos, quatuor rectis angulis esse minores. Sit enĩ triãgula pyramisa a b c d, cuius supremus angulus cum possit esse quilibet suorum angulorũ, hic tamen sit a, de quo dico, quod tres superficiales anguli ipsum a continentes, sunt minores quatuor rectis. Constat enĩ ex 21 primi, nouem angulos trium triangulorũ hanc pyramidem circumstantium (& ipsi sunt a b c, a c d, a d b) esse æquales sex angulis rectis, de tribus autem angulis basis eius quæ est triangulus b c d, constat quoq; per eandem, q ipsi sunt æquales duobus rectis. Cum igitur sex anguli trium triangulorũ prædictorũ hanc nostram pyramidem (de cuius supremo angulo disputamus) circundantium, qui inquam sex anguli cum tribus angulis basis reliquos tres angulos solidos pyramidis continent, sint ex præmissa ter assumpta maiores tribus angulis basis, sequitur ipsos sex angulos esse maiores duobus rectis, ex nouem igitur angulis trium triangulorũ pyramidem circundantiũ his sex angulis demptis erunt ex cõmuni scientia reliqui tres (& ipsi sunt qui constituũt solidum angulum a) minores 4 rectis.



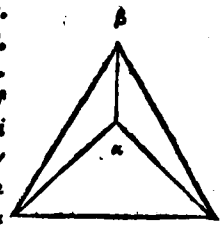
Si autẽ angulus a supremus in assumpta pyramide pluribus angulis superficialibus quàm tribus cõtineatur quod erit secundum multitudinẽ angulorũ suæ basis, cum igitur omnes anguli omnium triangulorũ ipsam pyramdem circundantiũ pariter accepti sint ex 21 primi, tot rectis angulis æquales quantus est numerus angulorũ suæ basis duplicatus eo q tot necesse est esse triangulos pyramidem circumdantes quot fuerint anguli suæ basis, cumq; omnes anguli suæ basis sint tot rectis angulis æquales quantus est numerus angulorũ suorũ duplicatus, demptis inde 4 ut in 21 primi demonstratum est, cumq; igitur omnes anguli triangulorũ pyramidem circũdantiũ qui super latera basis ipsius pyramidis consistunt pariter accepti sint maiores omnibus angulis basis pariter acceptis, ut euidenter constat ex præmissa toties quot angulos basis habuerit repetita, adhuc necessario sequitur ex communi scientia superficiales angulos solidum angulum a continentes pariter acceptos esse minores quatuor rectis, eo inquam minores quo omnes anguli trigonorũ pyramidem circũdantium qui super latera basis statutæ pyramidis consistunt, excedunt omnes angulos basis pariter acceptos.



Eucli. ex Zamb. Theoréma 19 Propositio 21

21 Omnis solidus angulus, sub paucioribus, quàm quatuor rectis angulis planis cõprehenditur. THEON ex Zamb. Sit solidus angulus qui ad a, comprehensus sub planis

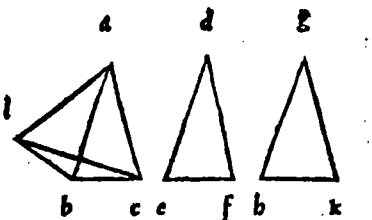
planis angulis qui ſub β α γ, δ α γ, δ α β. Dico quod ipſi β α γ, δ α γ, δ α β, anguli, quatuor rectis ſunt minores. Aſſumatur, inquam, in unaquaq; ipſarũ α γ, α β, α δ, rectarũ linearũ ſigna utcunq; ſtnt; β, γ, δ, cõnectantur; ę γ, γ δ, δ ę. Et quoniã ſolidus angulus eſt qui ad ę ſub tribus enim planis angulis cõprehenditur, hoc eſt ſub ijs qui ſub γ ę α, α β δ & γ β δ (per 20 undecimi) bini utcũq; ſumpti reliquo ſunt maiores. Igitur qui ſub γ ę α, α β δ, eo qui ſub γ β δ ſunt maiores. Et id propterea qui ſub β γ α, α γ δ, eo qui ſub β γ δ ſunt maiores, & inſuper qui ſub γ δ α, α δ β, eo qui ſub γ δ β ſunt maiores. Igitur ſex anguli γ ę α, α β δ, β γ α, α γ δ, γ δ α, α δ β, tribus, hoc eſt eis qui ſub γ β δ, β γ δ, γ δ β, ſunt maiores. Sed ipſi tres qui ſub γ β δ, β δ γ, β γ δ, duobus rectis ſunt æquales, igitur qui ſub γ ę α, α β δ, β γ α, α γ δ, γ δ α, α δ β, ſex anguli, duobus rectis ſunt maiores. Et quoniã uniuſcuiuſq; ipſorũ α ę γ, α β δ, α γ δ, triangulorũ tres anguli duobus rectis ſunt æquales (per 32 primi,) trium igitur triangulorũ anguli nouem qui ſub γ β α, α γ β, β α γ, α γ δ, δ α γ, γ δ α, α δ ę, δ ę α, ę α δ, ſex rectis ſunt æquales. Quorũ qui ſub α β γ, β γ α, α γ δ, γ δ α, α δ β, δ β α, ſex anguli, duobus rectis ſunt maiores: reliqui igitur qui ſub β α γ, γ α δ, δ α β, tres anguli, cõprehendentes ſolidum angulum, quatuor rectis ſunt minores. Omnis igitur ſolidus angulus ſub minus quatuor rectis angulis planis cõprehenditur. Quod erat oſtendendũ. Eucli. ex Camp.

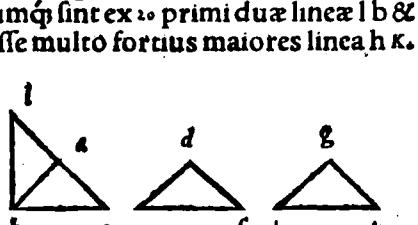


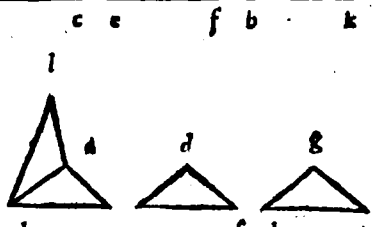
Propoſitio 22

22 SI tres anguli ſuperficiales quorũ quiq; duo pariter accepti tertio ſint maiores, cunctis ſibi inuicem æquis lineis contineãtur, de tribus baſibus angulos illos ab ipſarũ linearũ æqualium terminis ſubtendentibus, triangulũ ſubſtitui uel conſtitui poſſibile eſt.

CAMPANVS. Sint tres ſuperficiales anguli b a c, e d f, h g k, ut proponitur, tales uidelicet ut quiq; duo eorũ tertio ſint maiores, ſintq; ſex latera eos cõtinentia, æqualia, quæ ſint a b, a c, d e, d f, g h, g k, & ſubtendantur eis tres baſes quæ ſint b c, e f, h k. Ex his ergo tribus baſibus, triangulũ aio conſtitui poſſe. Eſto enĩ angulus b a l æqualis angulo d, & linea a l lineæ d e, & protrahãtur l b, l c, eritq; ex 4 primi, linea l b, æqualis lineæ e f. Ex hypotheſi uero conſtat, totalem angulũ a eſſe maiorẽ angulo g, erant enim quiq; duo ex tribus angulis b a c, d & g, tertio maiores. Igitur ex 24 primi, linea l c, linea h k eſt maior. Cumq; ſint ex 20 primi duæ lineæ l b & b c maiores linea l c, ſequitur duas lineas l b & b c eſſe multo fortius maiores linea h k. Quia igitur l b eſt æqualis e f, erũt duæ lineæ b c & e f maiores linea h k. Cõſtat itaq; hoc modo, quaſque duas lineas ex tribus lineis b c, e f, h k, eſſe longiores tertia. Igitur ex 21 primi conſtat uerum eſſe quod dicitur. Hoc dũtaxat addito, ꝙ ſi duo anguli b a c & d pariter accepti ſint æquales duobus rectis, erũt duæ lineæ l a & a c ex 14 primi linea una, quæ cũ ſit æqualis ex hypotheſi duabus lineis g h & g k quæ ex 20 primi longiores ſunt linea h k, cumq; ex eadem lineæ duæ l b & b c ſint lõgiores, linea l c, ſequitur ut prius b c & e f pariter acceptas eſſe longiores h k. At uero ſi duo prædicti anguli ſunt maiores duobus rectis, erunt ex 21 primi duæ lineæ a l & a c (ideoq; & duæ g h & g k) breuiores duab. quæ ſunt l b & b c. Quare ut prius, b c & e f pariter acceptæ ſunt longiores linea h k.





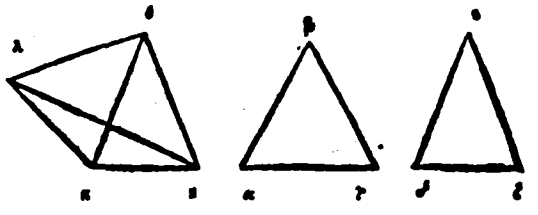


Eucli. ex Zamb. Theorema 20 Propoſitio 22

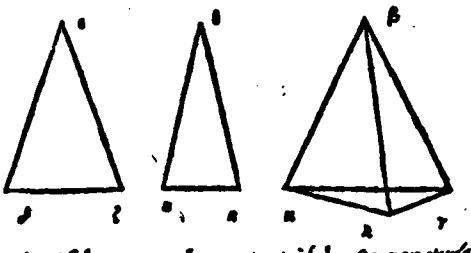
22 Si fuerint tres anguli plani quorũ bini reliquo ſint maiores quomodocunq; aſſumpti, comprehendant autem ipſos æquales rectæ lineæ, ex connectentibus æquales rectas lineas triangulũ conſtitui eſt poſſibile.

THEON ex Zamb. Sint tres anguli plani qui ſub α β γ, δ ι ζ, & ν θ ν, quorũ bini reliquo ſint maiores quomodocunq; ſumpti, hoc eſt α β γ, δ ι ζ, ipſo ν θ ν, ipſi autẽ quĩ ſub δ ι ζ, ν θ ν, ipſo α β γ, & inſuper qui ſub ν θ ν, α β γ, eo qui ſub δ ι ζ, ſintq; æquales α ę, ę γ, δ ι, ι ζ, ν θ, θ ν, rectæ lineæ, cõnectantur q; α γ, δ ζ, ν ν. Dico quod ex æqualibus ipſis α γ, δ ζ, ν ν, triangulũ conſtituere eſt poſſibile, hoc eſt quod ipſarũ α γ, δ ζ, ν ν, binæ quomodocũq; ſumptæ reliqua ſunt maiores. Siquidem qui ſub α β γ, δ ι ζ, ν θ ν, anguli inuicem ſunt æquales, manifeſtũ quod & ipſis α γ, δ ζ, ν ν, æqualibus adinuicẽ factis, eſt poſſibile ex æqualibus ipſis α γ, δ ζ, ν ν, triangulũ conſtrui. Si autẽ non, ſint inæquales. Conſtituatur ꝙ

turq; (per 23 primi) ad ipſam θ ν rectã lineã, & ad ſignũ in ea θ, angulo qui ſub α Ć γ, æqualis angulus qui ſub ν θ λ, & ponatur (per 2 primi) uni ipſarũ α β, β γ, ϐ ι, ι ξ, ν θ, θ ν, æqualis θ λ, cõnectanturq; ν λ, ν λ. Et quoniã bin æ α Ć, Ć γ, duabus ν θ, θ λ, ſunt æquales, & angulus qui ad β angulo q ſub ν θ λ eſt æqualis, baſis igitur α γ (per 4 primi) baſi ν λ eſt æqualis. Et quoniã qui ſub α Ć γ, ν θ ν eo qui ſub ϐ ι ξ ſunt maiores, æqualis autẽ qui ſub ν θ λ eis qui ſub α Ć γ, & ν θ ν, qui igitur ſub ν θ λ eo qui ſub ϐ ι ξ maior eſt. Et quoniã duæ ν θ, θ λ, duab. ϐ ι, ι ξ ſunt æquales, & angulus qui ſub ν θ λ angulo qui ſub ϐ ι ξ maior eſt, baſis igitur ν λ (per 24 primi) baſi ϐ ξ maior eſt. Sed ipſæ ν ν, ν λ, ipſa ν λ ſunt maiores, multo magis igitur ν ν, ν λ, ipſa ϐ ξ ſunt maiores. Aequalis autẽ eſt ν λ, ipſi α γ: ipſæ igitur α γ, ν ν, reliquæ ϐ ξ ſunt maiores. Similiter iam oſtẽdemus, qđ & ipſæ quidẽ α γ, ϐ ξ, ipſa ν ν ſunt maiores, & ν ν, ϐ ξ, ipſa α γ. Poſſibile igitur eſt, ex æqualibus ipſis α γ, ϐ ξ, ν ν, triangulũ conſtrui. Quod oſtẽdendũ erat.

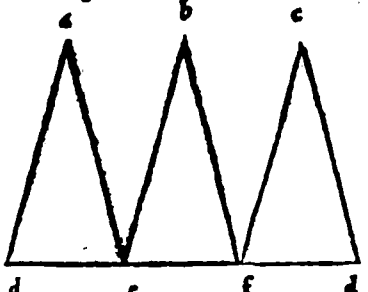


ALITER. Sint dati tres anguli plani qui ſub α Ć γ, ϐ ι ξ, ν θ ν, quorũ duo reliquo ſint maiores quomodocũq; aſſumpti. Cõprehendãt autẽ ipſos æquales rectæ lineæ α Ć, Ć γ, ϐ ι, ι ξ, ν θ, θ ν. Cõnectanturq; ipſæ α γ, ϐ ξ, ν ν. Dico qđ ex æqualibus ipſis α γ, ϐ ξ, ν ν, triangulũ conſtrui eſt poſſibile, hoc eſt rurſus quod duæ reliquæ ſunt maiores quomodocũq; aſſumptæ. Si quidem rurſus qui ad Ć, ι, θ, ſigna anguli ſunt æquales, erunt quoq; ipſæ α γ, ϐ ξ, ν ν æquales, & duæ reliquæ erunt maiores. Si autẽ non, ſint inæquales qui ad ipſa β, ι, ν, ſigna anguli, ſtq; maior angulus qui ad β, utroq; ipſorũ ι, θ: maior igitur eſt (per 24 primi) & α γ recta linea, utraq; ipſarũ ϐ ξ, ν ν, & manifeſtũ, quod α γ cũ utraq; ipſarũ ϐ ξ, ν ν, reliquæ maior eſt. Dico quod & ϐ ξ, ν ν, reliquæ α γ ſunt maiores. Conſtituatur (per 23 primi) ad α β rectã lineã ad ſignumq; in ea β, ei qui ſub ν θ ν angulo æquus qui ſub α Ć λ, ponaturq; (per 2 primi) uni ipſarũ α Ć, Ć γ, ϐ ι, ι ξ, ν θ, θ ν, æqualis Ć λ: cõnectanturq; α λ, λ γ. Et quoniã duæ α Ć, Ć λ, duabus ι θ, θ ν, ſunt æquales altera alteri, & æquos angulos cõprehendũt: baſis igitur α λ (per 4 primi) baſi ν ν eſt æqualis. Et quoniã qui ad ι, θ, ſigna anguli, eo qui ſub α Ć γ ſunt maiores, quorũ qui ſub ν θ ν, ei qui ſub α Ć λ eſt æqualis, reliquus igitur qui ad ι angulus, eo qui ſub λ Ć γ maior eſt, & quoniã duæ λ Ć, Ć γ, duabus ϐ ι, ι ξ, ſunt æquales altera alteri, & angulus qui ſub ϐ ι ξ angulo qui ſub λ Ć γ maior eſt, baſis igitur ϐ ξ (per 24 primi) baſi λ γ maior eſt. Oſtenſum autẽ eſt qđ æqualis eſt ν ν ipſi α λ. Ipſæ igitur ϐ ξ, ν ν, ipſis α λ, λ γ, ſunt maiores, Sed ipſæ α λ, λ γ, ipſa α γ ſunt maiores, multo magis igitur ϐ ξ & ν ν, ipſa α γ ſunt maiores. Ipſarũ igitur α γ, ϐ ξ, ν ν, rectarũ linearũ duæ reliquæ ſunt maiores, quocunq; aſſumptæ. Poſſibile igitur eſt ex æqualibus ipſis α γ, ϐ ξ, ν ν, triangulũ conſtrui. Quod oportuit oſtendere.



Euclid. ex Camp. Propoſitio 23

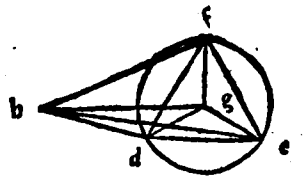
23 RIbus angulis ſuperficialibus propoſitis, quorũ quicq; duo pariter accepti tertio ſunt maiores omẽs, & tres ſimul quatuor rectis angulis minores, ex tribus illis æqualibus qualeſcunq; ſint, ſolidum angulum conſtituere.



CAMPANVS. Sint propoſiti tres anguli ſuperficiales qui ſunt a, b, c, de tribus illis æqualibus uolumus unũ ſolidum angulũ cõſtituere. Oportet igitur ex 20 huius, ut quicq; duo eorũ pariter accepti tertio ſint maiores, & ex 17 huius, ut omnes pariter accepti quatuor rectis angulis ſint minores. Ex ipſis itaq; ſint hæc poſita. Latera uero eos continẽtia cuncta adinuicẽ ſint æqualia, eisq; ſubtendantur tres baſes, & ipſæ ſint d e, e f, & f d, eritq; ex præmiſſa poſſibile, de tribus lineis his baſibus æqualibus triangulũ cõſtitui. Sit igitur ex eis ſecundũ doctrinã 22 primi, triãgulus d e f, cõſtitutus, cui ſicut docuit 5 quarti, circũſcribatur circulus d e f ſupra centrũ g, & protrahatur g d, g e, g f. Quæ cum ſint adinuicẽ æquales ex diffinitiõe circuli, lateraq; tres propoſitos angulos ambiẽtia æqualia ex hypotheſi, neceſſe eſt ut earũ quælibet quolibet illorũ laterũ ſit minor, æqualẽ autẽ aut maiorẽ eſſe eſt impoſſibile. Si enim linea exiens à centro g, circũferentiã circuli d e f eſſet æqualis alicui laterũ a d, a e, b e, b f, c f, c d, ſequeretur propter ea quæ poſita ſunt, annuente 8 primi, tres angulos a, b, c, propoſitos, eſſe æquales tribus angulis d g e, e g f, f g d. Cumq; hi tres ſint æquales quatuor rectis angulis, ut facile patet ex 13 primi, protracta pauliſper una linearũ exeuntiũ à cẽtro ad circũferentiã in continuũ & directũ, eſſent etiã tres anguli a, b, c, æquales etiã quatuor rectis.

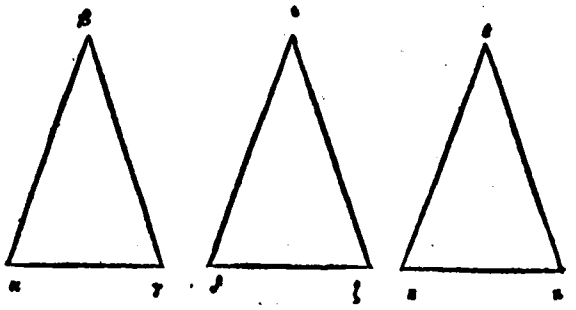
Quod

Quod eſt contra poſita. Quod ſi eſſet maior ſuperpoſitis tribus triangulis quorũ ſunt anguli a,b,c, tribus triãgulis diuidẽtibus triangulũ d e f unoquoq; illi cum quo cõmunicat in baſi, ita q; baſes ſuperponãtur baſibus æquales uidelicet æqualibus, & anguli a b c cadant ad partẽ puncti g. ſequeretur ex 21 primi tres angulos a,b,c, eſſe maiores tribus qui ſunt d g e, e f g, f g d. Eſſent itaq; maiores quatuor rectis. Quod eſt amplius contrariũ poſitis. Relinquitur itaq; unũ quodq; ex ſex lateribus tres propoſitos angulos ambiẽtibus, maius eſſe linea egrediente à centro g, ad circumferentiã d e f, ideoq; etiam potentius.

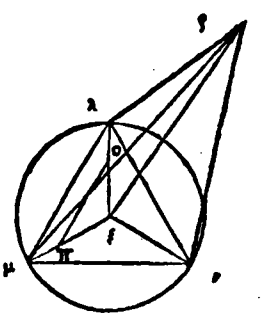


Sit igitur potẽtius in linea g h, quæ ſit ſecundũ a huius orthogonaliter erecta ſuper ſuperficiẽ anguli uel circuli d e f, demittãturq; tres hypothenuſæ h d, h e, h f, quas dico cõtinere angulos tres ſupficiales æquales tribus ꝓpoſitis, conſtituentes angulũ ſolidũ in pũcto h. Cum enim quadratũ lineæ a d ſit æquale duobus quadratis duarũ linearũ d g & g h ex hypotheſi, at quadratũ lineæ d h ſit æquale eiſdẽ ex penultima primi, neceſſe eſt lineã a d eſſe æqualẽ lineæ d h. Eodemq; modo & lineã a e, lineæ e h. Igitur ex 8 primi cum baſes etiã ſint æquales, erit ãgulus a æqualis angulo d h e. Simili quoq; modo erit angulus b æqualis augulo e h f, & angulus c æqualis angulo f h d. Quare conſtat factũ eſſe ꝙd facere diſpoſuimus. *Eucli. ex Zamb.* *Theorema* 3 *Propoſitio* 23

23 Ex tribus angulis planis quorũ duo quomodocũq; ſumpti ſint reliquo maiores, ſolidum angulũ conficere, oportet uero ipſos tres, quatuor rectis eſſe minores.

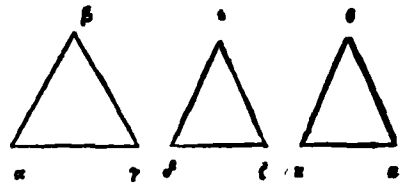


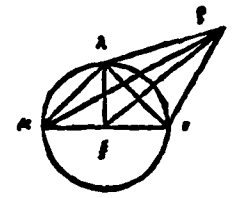
THEON ex Zamb. *Sint dati tres anguli plani qui ſub α β γ, δ ε ζ, π ϑ ρ, quorũ duo quomodocũq; aſſumpti reliquo ſint maiores, inſuper ipſi tres quatuor rectis minores, oportet iam ex æqualibus eis qui ſub α β γ, δ ε ζ, π ϑ ρ, ſoliãũ cõſtituere angulũ. Aſſumãtur æquales α β, ϛ γ, δ ε, ζ, π ϑ, ϑ ρ, cõnectanturq; α γ, δ ζ, π ρ. Igitur (per 21 undecimi) ex æqualibus ipſis α γ, δ ζ, π ρ, triangulũ confici eſt poſsibile. Conſtruatur, ſitq; λ μ ν, ſic ut α γ æqua ſit ipſi λ μ, & δ ζ ipſi μ ν, & π ρ ipſi λ ν. Circumſcribatur autem (per 5 quarti) ipſi λ μ ν triangulo, circulus λ μ ν, ſumaturq; (per 1 tertij) ipſius centrum, quod quidem erit aut intra triangulum λ μ ν, aut in uno laterum ipſius, aut extra, ſit prius intra triangulum, ſitq; ξ, connectanturq; λ ξ, μ ξ, ν ξ.* Dico quod α β, ipſa λ ξ maior eſt. *Si autem non, aut α β ipſi λ ξ eſt æqualis, aut ϛ minor. Sit primum æqualis. Et quoniam α ϛ ipſi λ ξ eſt æqualis, ſed α ϛ ipſi β γ eſt æqualis, igitur λ ξ ipſi β γ eſt æqualis. Ipſa autem λ ξ ipſi ξ μ (per 15 diffinitionem primi.) Duæ iam α β, β γ, duabus λ ξ, ξ μ, ſunt æquales altera alteri, & baſis α ϛ, baſi λ μ ſupponitur æqualis, angulus igitur qui ſub α β γ (per 8 primi) angulo qui ſub λ ξ μ eſt æqualis. Id propterea etiam & qui ſub δ ε ζ, ei qui ſub μ ξ ν eſt æqualis, & præterea qui ſub π ϑ ρ, ipſi qui ſub ν ξ λ. Ipſi igitur qui ſub α β γ, δ ε ζ, π ϑ ρ, anguli, ipſis tribus qui ſub λ ξ μ, μ ξ ν, ν ξ λ, ſunt æquales. Sed tres qui ſub λ ξ μ, μ ξ ν, ν ξ λ, quatuor rectis ſunt æquales, & tres igitur qui ſub α β γ, δ ε ζ, π ϑ ρ, quatuor rectis ſunt æquales. Supponũtur & quatuor rectis minores. Quod eſt impoßibile. Igitur α β ipſi λ ξ æqualis non eſt.* Dico etiam quod nec minor eſt α β, ipſa λ ξ. *Si enim poßibile, eſto, ponaturq; (per 2 primi) ipſi α β æqualis ξ ο, ipſi autẽ β γ æqualis ξ π, connectaturq; ο π. Et quoniã æqualis eſt α β ipſi β γ, æqualis eſt & ο ipſi ξ π: quare & reliqua ο λ, reliquæ π μ eſt æqualis. Parallelus igitur eſt (per 2 ſexti) λ μ ipſi ο π, & æquiangulũ eſt λ μ ξ ipſi ο π ξ, quemadmodũ igitur ξ λ ad ipſam λ μ, ſic eſt ξ ο ad ο π: uiciſsim igitur (per 16 quinti) ſicut λ ξ ad ξ ο, ſic λ μ ad ο π. Maior autẽ eſt λ ξ ipſa ξ ο, maior igitur eſt & λ μ, ipſa ο π. Sed ipſa λ μ, poſita eſt ipſi α γ æqualis, & α γ igitur, ipſa ο π maior eſt. Quoniam igitur binæ rectæ lineæ α β, β γ, duabus ο ξ, ξ π, ſunt æquales, & baſis α β baſi ο π maior eſt, angulus igitur qui ſub α β γ, angulo qui ſub ο ξ π maior eſt (per 25 primi.) Similiter iam oſtendemus, quod & qui ſub δ ε ζ, eo qui ſub μ ξ ν maior eſt, & qui ſub π ϑ ρ eo qui ſub ν ξ λ. Ipſi igitur tres anguli qui ſub α β γ, δ ε ζ, π ϑ ρ, tribus qui ſub λ ξ μ, μ ξ ν, ν ξ λ ſunt maiores. Sed qui ſub α β γ, δ ε ζ, π ϑ ρ, quatuor rectis ſupponũtur minores: multo igitur magis qui ſub λ ξ μ, μ ξ ν, ν ξ λ, quatuor rectis ſunt minores. Sed & æquales. Quod eſt impoßibile. Nõ igitur α β minor eſt quàm λ ξ. Oſtenſum autẽ eſt, quod nec æqualis, maior igitur eſt α β quàm λ ξ.*

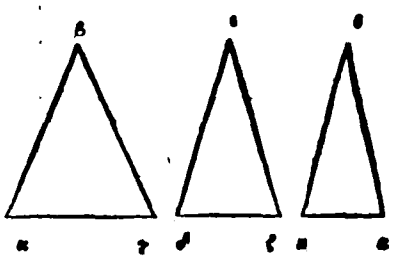


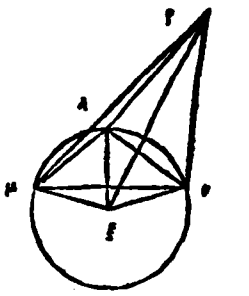
Conſtituatur iam à ſigno ξ ipſius λ μ ν circuli plano ad angulos rectos ξ ρ (per 12 undecimi.) Et quo maius eſt quadratũ quod ex α β, eo quod ex λ ξ, ei æquum eſto quod ex ξ ρ, cõnectanturq; ρ λ, ρ μ, ρ ν. Et quoniam ρ ξ recta eſt, & ad

ipſius λ μ ν circuli planum, & ad undanquamq; igitur ipſarũ λ ξ, μ ξ, ν ξ (per conuerſionẽ 2 diffinitionis undecimi) re-cta eſt ipſa ρ ξ. Et quoniam æqualis eſt λ ξ ipſi ξ μ, cõmunis autem & ad angulos rectos eſt ξ ρ, baſis igitur ρ λ (per 4. primi) baſi ρ μ eſt æqualis. Iam id propterea & ρ ν, utriq; ipſarũ ρ λ, ρ μ, eſt æqualis. Ipſæ igitur tres ρ λ, ρ μ, ρ ν, ſibi invicem ſunt æquales. Et quoniam quo maius eſt quod ex α β eo quod ex λ ξ, ei ſupponitur æquum quod ex ξ ρ, quod ex α β igitur æquũ eſt eis quæ ex λ ξ, ρ ξ. Eis autem quæ ex λ ξ, ξ ρ, æquum eſt (per 47 primi) quod ex λ τ, rectus enim eſt qui ſub λ ξ ρ. Quod igitur ex α β, æquũ eſt ei quod ex ρ λ. Aequalis igitur eſt α ϛ ipſi ρ λ. Sed ipſi quidem α ϛ, æqua-lis eſt unaquæq; ipſarũ β γ, δ ϛ, ϛ ξ, π θ, θ π, ipſi autem ρ λ, æqualis eſt utraq; ipſarũ ρ μ, ρ ν. Vnaquæq; igitur ipſarũ α β, ϛ γ, δ ϛ, ϛ ξ, π θ, θ π, unicuiq; ipſarũ ρ λ, ρ μ, ρ ν, eſt æqualis. Et quoniam duæ λ ρ, ρ μ, duabus α β, β γ, ſunt æquales, & baſis λ μ baſi α γ ſup-ponitur æqualis, angulus igitur qui ſub λ ρ μ (per 8 primi) ei qui ſub α β γ eſt æqualis. Id propterea & qui ſub μ ρ ν, ei qui ſub δ ϛ ξ eſt æ-qualis, & qui ſub λ ρ ν, ei qui ſub π θ π. Ex tribus igitur angulis pla-nis qui ſub λ ρ μ, μ ρ ν, λ ρ ν, qui ſunt æquales tribus datis ſcilicet eis qui ſub α β γ, δ ϛ ξ, π θ π, ſolidus angulus cõſtruitur qui ad ρ, cõpreben-ſus ſub λ ρ μ, μ ρ ν, & λ ρ ν angulis. Quod facere oportebat. Sed iam eſto centrũ circuli in uno laterum trianguli, ſitq; in μ ν, eſtoq; ξ. Connectanturq; λ ξ. Dico rurſus quod maior eſt α β quàm λ ξ. Si autẽ non, aut α ϛ eſt æqualis ipſi λ ξ, aut ea minor. Sit primum æqualis. Duæ iam α β, β γ, hoc eſt δ ϛ, ϛ ξ, duabus μ ξ, ξ λ, hoc eſt ipſi μ ν ſunt æquales. Sed ipſa quidẽ μ ν, ipſi δ ξ ſupponitur æqualis, & ipſæ igitur δ ϛ, ϛ ξ, ipſi δ ξ ſunt æquales. Quod eſt impoßibile. Igitur α β, ipſi λ ξ, æqualis non eſt. Similiter iam oſtendemus, quod neq; minor, igitur ipſa α β, maior eſt quàm λ ξ. Et ſi ſimiliter quo maius eſt quod ex α β eo quod ex λ ξ, ei æquũ & ad angulos rectos ad circuli planum conſtituemus ſicut quod ex ρ ξ, cõſtituetur problema. Sed iam eſto centrum circuli extra trian-gulum λ μ ν, ſitq; ξ. Connectantur q; λ ξ, μ ξ, ν ξ. Dico quod & ſic maior eſt β β quàm λ ξ. Si autem non, aut æqualis eſt aut minor. Sit prius æqualis. Duæ igitur α ϛ, ϛ γ, duabus μ ξ, ξ λ, ſunt æquales altera alteri, & baſis α γ baſi μ λ eſt æqualis, angulus igi-tur qui ſub α β γ (per 8 primi) angulo qui ſub μ ξ λ eſt æqualis. Id-q; propterea etiã qui ſub π θ π, ei qui ſub λ ξ ν eſt æqualis. Totus igitur qui ſub μ ξ ν, duobus qui ſub α β γ, π θ π, eſt æqualis. Sed qui ſub α β γ, π θ π, ipſo qui ſub δ ϛ ξ ſunt maiores. Et qui ſub μ ξ ν igitur, eo qui ſub δ ϛ ξ maior eſt. Et quoniã duæ δ ϛ, ϛ ξ, duabus μ ξ, ν ξ, ſunt æqua-les, & baſis δ ξ baſi μ ν eſt æqualis, angulus igitur qui ſub μ ξ ν (per 8 primi) ei qui ſub δ ϛ ξ eſt æqualis. Patuit autem quod & maior. Quod eſt abſurdũ. Igitur α β, ipſi λ ξ non eſt æqualis. Itidemq; oſten-demus quod neq; minor. Igitur ipſa α β, maior eſt quàm λ ξ. Et ſi etiam ad angulos rectos in circuli plano rurſus conſtituamus ipſam ξ ρ, & ipſi æqualem ponamus eam quæ poteſt id quo maius eſt quod ex α β eo quod ex λ ξ, conſtituetur problema.

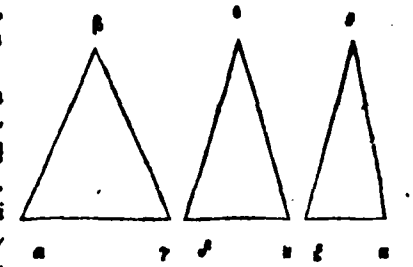




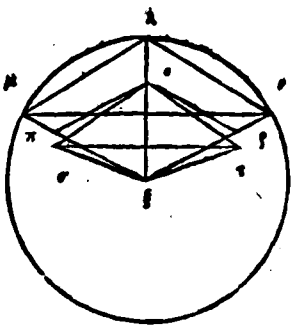


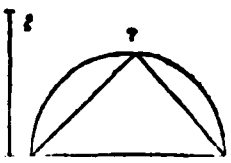


Dico inſuper quod α β non eſt minor quàm λ ξ. Si enim poßibile, eſto. Ponaturq; (per 2 primi) ipſi quidem α β æqualis ξ ο, ipſi autem β γ æqualis ξ π. Connectaturq; ο π. Et quoniam æqualis eſt α β ipſi β γ, æqualis eſt ξ ο ipſi ξ π, quare & reliqua ο λ, reliquæ μ π, eſt æqualis. Parallelus igitur eſt (per 2 ſexti) λ μ ipſi π ο, & æquiangulũ eſt triangulũ λ ξ μ ipſi triangulo π ξ ο. Eſt igitur (per 6 ſexti) ſicut λ ξ ad λ μ, ſic ξ ο ad ο π, & uicißim (per 16 quinti) ſicut λ ξ ad ξ ο, ſic λ μ ad ο π. Maior autem eſt λ ξ, quàm ξ ο, maior igitur eſt & λ μ, quàm ο π. Sed λ μ, ipſi α γ eſt æqualis, igitur & α γ, quàm ο π maior eſt (per 14 quinti.) Quoniã igitur duæ α β, β γ, duabus ο ξ, ξ π, ſunt æquales altera alteri, & baſis α γ baſi ο π maior eſt, angulus igitur qui ſub α β γ (per 25 primi) angulo qui ſub ο ξ π maior eſt. Similiter iam & ſi ipſam ξ ρ æqualem utriq; ipſarũ ξ ο, ξ π, aſſumamus, & connectamus ipſam ο ρ, oſtende-mus quod & qui ſub π θ π angulus eo qui ο ξ ρ maior eſt. Conſtituatur iam (per 23 primi) ad ipſam λ ξ rectam lineam, ad ſignumq; in ea ξ, ei quidem qui ſub α ϛ γ angulo æquus angulus qui ſub λ ξ ξ, ei autem qui ſub π θ π æqualis qui ſub λ ξ τ, ponaturq; (per 2 primi) utraq; ipſarũ ξ σ, ξ τ, ipſi ο ξ æqualis, & connectantur ο σ, ο τ, σ τ. Et quoniam binæ α β, β γ, binis ο ξ, ξ σ, ſunt æquales, & angulus qui ſub α β γ an-gulo qui ſub ο ξ σ eſt æqualis, baſis igitur α γ (per 4 primi) hoc eſt λ μ, baſi ο σ eſt æqualis. Id-q; propterea etiam λ ν, ipſi ο τ eſt æqualis. Et quoniã duæ λ μ, λ ν, duabus σ ο, ο τ, ſunt æquales, & angulus qui ſub μ λ ν angulo qui ſub σ ο τ maior eſt, baſis igitur μ ν (per 25 pri-mi) baſi σ τ maior eſt. Sed ipſa quidẽ μ ν, ipſi δ ξ eſt æqualis: & ipſa igitur δ ξ quàm σ τ maior eſt. Quoniam igitur duæ δ ο, ο ξ, duabus σ ξ, ξ τ, ſunt æquales, & baſis δ ξ baſi σ τ maior eſt, angulus



eſt, angulus igitur qui ſub ♢ ι ξ (per 21 primi) angulo qui ſub σ ξ τ maior eſt. Aequalis autē υſt qui ſub σ ξ τ, eis qui ſub α β γ, π θ κ. Igitur qui ſub ♢ ι ξ, eis qui ſub α β γ, π θ κ, maior eſt. Sed & minor. Quod eſt impoſsibile. Quomodo autem id quod ex ρ ξ. æquum ſumatur ei quo quod ex α β maius eſt eo quod ex λ ξ, ſic oſtendemus. Exponantur α β & λ ξ rectæ lineæ, ſitq; maior α β, deſcribaturq; ſuper ipſa ſemicirculus α γ β, & in ſemicirculo α γ β * annectatur ipſi λ ξ rectæ lineæ æqualis ipſa α γ, connectanturq; γ β. Quoniam igitur in ſemicirculo α γ β angulus eſt qui ſub α γ β, rectus igitur eſt qui ſub α γ β (per 31 tertij.) Quod igitur ex α β (per 47 primi) æquum eſt eis quæ ex α γ, γ β, quare id quod ex α β, maius eſt eo quod ex α γ, eo quod ex γ β, æqualis autem eſt α γ ipſi λ ξ: quod igitur ex α β, maius eſt eo quod ex λ ξ, eo quod ex γ β. Si ipſi igitur γ β æqualem ξ ρ aſſumamus, quod ex α β maius eſt quàm id quod ex λ ξ, eo quod ex ξ ρ. Quod facere propoſueramus.

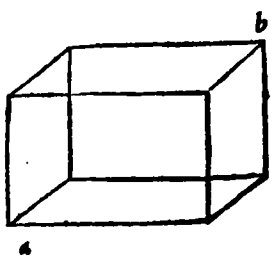




Eucli. ex Camp. Propoſitio 24.

24 SI ſuperficiebus æquidiſtātibus ſolidum contineatur, eius oppoſitæ ſuperficies ſibi inuicē æquales ſunt & æquidiſtantium laterum.

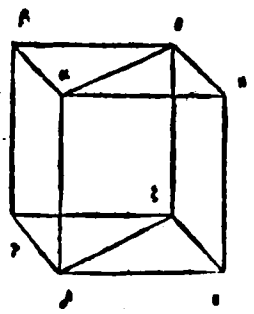
CAMPANVS. Quicquid dicant alij, ſolidum æquidiſtantibus ſuperficiebus contentum, ſuperficiebus paribus neceſſe eſt contineri, quæ ſicut eſſe non poſſunt pauciores ſex, ita poſſunt eſſe in omni numero pari ſenarium excedente. Conſtat enim columnā hexagonam, poſſe octo ſuperficiebus quæ binæ & binæ oppoſitæ ſibi inuicē æquidiſtant, contineri. Sic quoq; octogonam 10, & decagonam 12, & ad iſtarum ſimilitudinem, in infinitum. Sed horum omnium ſolidorū æquidiſtantibus ſuperficiebus contentorum quæ infinita eſſe pronuntio, ſolum illud dicitur parallelogrammū, cuius omnes ſuperficies ipſum ambiētes parallelogrāmæ ſunt, & iſtud ſex ſuperficiebus duntaxat neceſſe eſt ambiri. De tali itaq; quod ſex tantum ſuperficiebus ambitur, dico debere intelligi quod hæc 24 proponit. Sit igitur tale ſolidū, corpus a b, cuius omnino ſuperficies ſac ut ſolido habitu mente cōprehendas, patebitq; tibi unamquāq; earum quatuor ex reliquis ſecare eius quatuor latera, cum ſint communes ſectiones ipſius ſecantis & quatuor ſectarum. Sint autem illæ quatuor ſectæ binæ & binæ ſecundum quod adinuicem opponuntur, æquidiſtantes ex hypotheſi, ſequitur ex 10 bis aſſumpta, ut quatuor latera huius ſuperficiei ſecantis & quatuor ſectarum ſint adinuicem bina & bina æquidiſtantia. Conſtat itaq; ſecundum. At uero ex 24 primi manifeſtum eſt, omnia latera oppoſita iſtarū ſex ſuperficierū eſſe æqualia, erunt igitur bina latera angulum planum continētia cuiuſq; earum, æqualia binis lateribus angulum planum in ſuperficie ſibi oppoſita continentibus, anguli quoq; ab illis binis lateribus contenti, æquales per 13 huius. Igitur, ex conuerſa penultimæ cōmunis ſcientiæ in primo libro poſitæ, neceſſe eſt quaſque duas ſuperficies in ſolido a b oppoſitas, eſſe ſibi inuicem æquales. Quod eſt propoſitum.



Eucli. ex Zamb. Theorema 21 Propoſitio 24.

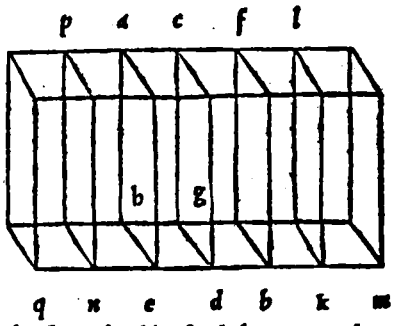
24 Si ſolidum ſub parallelis planis cōprehendatur, quæ ex oppoſito ipſius plana, æqualia & parallelogramma ſunt.

THEON ex Zamb. Solidum, inquam, γ ♢ π θ, ſub parallelis planis α γ, π ζ, α θ, ♢ ξ, ξ β, κ ι, cōprehendatur. Dico quod quæ ex oppoſito ipſius plana, æqualia & parallelogramma ſunt. Quoniam enim bina plana parallela, hoc eſt β π, γ ι, à plano α γ ſecantur, cōmunes ipſorum ſectiones parallelæ ſunt (per 16 undecimi,) parallelus igitur eſt α ε, ipſi γ ♢. Rurſus quoniam planum α γ diſpeſcit plana bina parallela β ξ, α ι, cōmunes ipſorum ſectiones parallelæ ſunt (per eandem,) parallelus igitur eſt α ♢, ipſi β γ. Patuit autē quod & α β ipſi ♢ γ eſt parallelus: parallelogrammū igitur eſt α γ. Similiter iam oſtendemus, quod & unumquodq; ipſorū ♢ ξ, ξ π, π ε, ε ι, α ι, parallelogrammū eſt. Connectantur α θ, ♢ ζ. Et quoniam parallelus eſt α β ipſi ♢ γ, & ε θ ipſi γ ξ, binæ iam α β, ε θ, ſeſe inuicē tangentes, binis rectis lineis ♢ γ, γ ξ, ſeſe inuicē tangentibus parallelæ ſunt, nō tamen in eodē plano, igitur æquales cōprehendūt angulos (per 10 undecimi.) Angulus igitur qui ſub α ε θ, angulo q; ſub ♢ ι ξ, eſt æqualis.

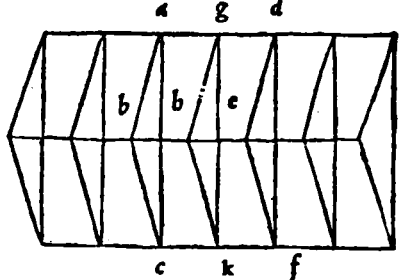


Et quoniã binæ α β, β θ, duabus δ γ, γ ζ, ſunt æquales, & angulus qui ſub α ε θ, angulo qui ſub δ γ ζ eſt æqualis, baſis igitur α θ (per 4 primi) baſi δ ζ, eſt æqualis, & triangulũ α ε θ triãgulo δ γ ζ eſt æquale. Et quoniã ipſius quidẽ α ε θ, duplum (per 41 primi) eſt β ν parallelogrammũ, ipſius uero δ γ ζ dupũl eſt ipſum γ ο parallelogrammũ, æquũ igitur eſt parallelogrammũ ε ν, parallelogrãmo ο γ. Similiter iam oſtendemus, quod & α γ ipſi ν ζ eſt æquale, & α ο ipſi β ζ. Si planũ igitur ſub parallelis planis cõprehendatur, quæ ex oppoſito eius plana, æqualia & parallelogrãma ſunt. Quod eſt propoſitum. Eucli. ex Camp. Propoſitio 25

25 Si ſuperficies quædam ſecet ſolidũ parallelogrammũ æquidiſtanter duabus ipſius ſolidi ſupficiebus oppoſitis, duo partialia corpora quæ ad illam ſecantem ſuperficiem uelut ad cõmunem terminum copulantur, ſuis baſibus ſunt proportionalia.



CAMPANVS. Sit corpus a b, ſolidũ parallelogrammũ, & ſecet ipſum ſupficies c d æquidiſtãter duabus eius oppoſitis ſuperficiebus quæ ſunt a e & f b. Et ſit ſuperficies g b, baſis ipſius ſolidi a b, de qua conſtat per præmiſſam ꝙ ipſa ſit æquidiſtantiũ laterũ. Et ſit cõmunis ſectio duarũ ſuperficierũ c d & g b, linea h d, de qua cõſtat per 9 huius, ꝙ ipſa ſit linea recta, & per 16 huius, ꝙ ipſa ſit æquidiſtãs g e. Ideoq; ſunt duæ ſuperficies g d & h b æquidiſtantiũ laterũ, & ipſæ ſunt baſes duorũ partialiũ corporũ in quæ ſupficies c d diuidit ſolidum a b. Dico itaq; ꝙ ꝓportio ſolidi a d ad ſolidũ b c, eſt ſicut baſis g d ad baſin h b. Protrahantur enim utrinq; quantũ libuerit, quatuor lineæ penetrãtes ſuperficiẽ c d ſuper eius angulos, & ipſæ ſunt a f & e b cum duabus reliquis ſibi æquidiſtãtibus. Sumãturq; ex eis omnibus portiones ex parte puncti b, quot libuerit, quæ ponãtur ſingulæ æquales lineæ b d, & ex parte puncti e, aliæ ſimiliter quot libuerit, quæ ponantur æquales lineæ e d. Super quas utrinq; conſtituantur ſolida parallelogrãma ſecũdum longitudinẽ exigentiã, ſintq; ex parte puncti b, ſolida f k & l m, & ex parte pũcti e, ſolida a n & p q. Eritq; ex diffinitiõe corporũ æqualiũ atq; ſimiliũ, unũquodq; ſolidorũ f k & l m æquale ſolido c d, & unũquodq; a n & p q æquale a d. Fiat igitur argumentũ quemadmodũ in prima ſexti. Eſt enim ſolidũ c m ita multiplex ſolidi b c, ſicut baſis h m, baſis h b, & ſolidũ q c ita multiplex ſolidi a d, ſicut baſis q h, baſis g d. Et ſi baſis h m eſt æqualis baſi q h, ſolidum e m eſt æquale ſolido q c ex diffinitione corporũ æqualiũ atq; ſimiliũ, & ſi baſis eſt minor baſi, & ſolidũ eſt minus ſolido, & ſi maior, maius, quod patet ex diffinitiõe eadẽ, reſecata maiori baſi ad æqualitatẽ minoris, & deſcripto ſuper eam ſolido parallelogrãmo. Itaq; ex diffinitione incõtinue ꝓportionalitatis proportio ſolidi a d ad ſolidũ c b, ſicut baſis g d ad baſin h b. Quod eſt propoſitũ.



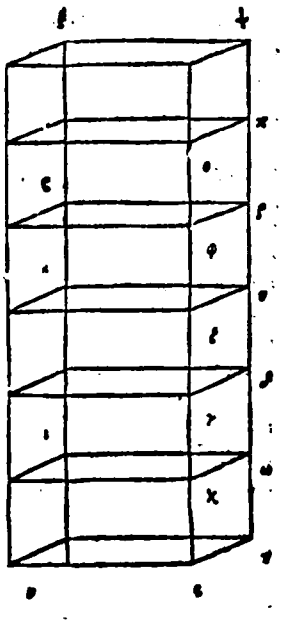
CAMPANVS. Quod ſi ſuperficies aliqua ſecet corpus ſerratile æquidiſtãter duobus eius triangularibus ſuperficiebus oppoſitis. duo partialia corpora quæ ad illam ſecantẽ ſuperficiẽ uelut ad cõmunem terminũ copulantur, ſuis baſibus erũt ꝓportionalia. Sit enim a f corpus ſerratile, cuius ſint duæ trigonæ ſuperficies a b c, d e f. Conſtat igitur ex diffinitione ſerratilis, unãquamq; trium ſuperficierũ quæ ſunt a b d e, b c e f, a c d f, eſſe parallelogrammũ. Secet igitur ſuperficies g h k, iſtud ſerratile æquidiſtãter duabus eius oppoſitis ſuperficiebus quæ ſunt a b c, d e f. Dico ꝙ proportio ſerratilis a k ad ſerratile g f, eſt ſicut baſis a k ad baſin g f. Quod ſicut de ſolidis parallelogrãmis ꝓbatur. Protractis enim in utranq; partẽ lineis a d, b e, c f, factisq; inter eas ex parte pũcti e ſerratilibus æqualibus ſerratili g f, & ex parte pũcti b aliis æqualibus ſerratili a k utrinq; quouis numero, ex diffinitione incõtinuæ ꝓportionalitatis (ſi cuncta uigili mente perluſtres) nõ erit tibi difficile cõcludere ꝗd diximus. *Eucli. ex Zamb. Theorema 22 Propoſitio 25*

25 Si ſolidum parallelepipedũ plano ſecetur, parallelo exiſtente eis quæ ex oppoſito planis, erit ſicut baſis ad baſin ſic ſolidum ad ſolidum.

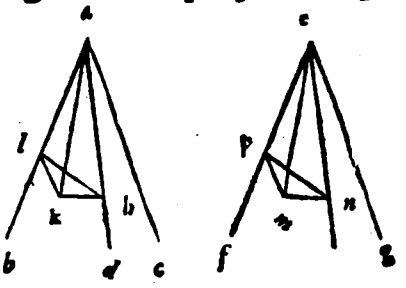
THEON *ex Zãb. ſolidũ, inquã, parallelepipedũ α β γ δ ſecetur à plano ν ο parallelo exiſtẽte eis quæ ex oppoſito planis ſcilicet ipſis ρ α & δ β. Dico ꝙ ẽſt ſicut α ο ζ θ baſis ad ο θ γ ζ baſin, ſic eſt α ζ ν ſolidũ ad ο ν γ δ ſolidũ.*

Extendatur

Extẽ datur enĩ α θ ex utraq; parte, ponãturq; ipſi qdẽ ι θ æquales quotcũq;, θ μ, μ ν, ipſi aũt α ι æquales, α ξ, ξ λ, cõpleantur q; ipſa λ ο, ξ φ, θ χ, μ σ, parallelogrãma, & ipſa λ π, ξ ρ, δ μ, μ τ, ſolida. Et quoniã ipſæ λ ξ, ξ α, ξ ι, rectæ lineæ inuicẽ ſunt æquales, æqualia quoq; ſunt ipſa λ ο, ξ φ, ξ ε, parallelogrãma ſibiinuicẽ (per 1 ſexti,) & ipſa quoq; ξ ε, ξ ϲ, ξ ι, ſibi inuicẽ (p eandẽ) ſunt æqualia. Et ſimiliter ipſa λ ↓, ξ π, ξ ρ, ſibi inuicẽ (per 24 undecimi) ſunt æqualia, ex oppoſito enim. Idq; propterea etiã ipſa quidem ι γ, θ χ, μ σ, parallelogrãma adinuicẽ ſunt æqualia (per 1 ſexti,) ipſa quoq; θ ι, θ ι, μ ν, ſibi inuicem (per eandẽ) ſunt æqualia. Et inſuper ipſa δ θ, μ ω, ν τ, (per 24 undecimi) ſunt æqualia (ex oppoſito enim.) Tria igitur plana ipſorũ λ π, ξ ρ, α ν, ſolidorũ, tribus reliquorũ planis ſunt æqualia (idq; propterea & ipſorũ ι δ, δ μ, μ τ, ſolidorũ.) Sed tria, tribus quæ ex oppoſito (per 24 undecimi) ſunt æqualia. Ipſa igitur tria ſolida λ π, ξ ρ, α ν, inuicẽ ſunt æqualia (per 8 undecimi diffinitionẽ) id propterea etiã tria ſolida ι δ, δ μ, μ θ, inuicẽ ſunt æqualia. Quotuplex igitur eſt λ ζ baſis ipſius α ζ baſis, totuplex eſt & λ ν ſolidũ ipſius α ν ſolidi, & iam id propterea quotuplex eſt ν ζ baſis ipſius ζ θ baſis, totuplex eſt & ν ν ſolidũ ipſius θ ν ſolidi, & ſi æqualis eſt λ ζ baſis ipſi ν ζ baſi, æquũ eſt & λ ν ſolidũ ipſi ν ν ſolido. & ſi excedit λ ζ baſis ipſam ν ζ baſin, excedit quo ζ ipſum λ ν ſolidũ ipſum ν ν ſolidũ, & ſi deficit, deficit (per 1 & 14 quinti.) Quatuor iam exiſtentibus magnitudinibus, binis quidẽ baſibus α ζ, ζ θ, duobus autẽ ſolidis α ν, ν θ, aſſumũtur æque multiplicia, ipſius quidẽ α ζ baſis & α ν ſolidi, ipſa λ ζ baſis & λ ν ſolidũ, ipſius autẽ θ ζ baſis & θ ν ſolidi, ipſa ν ζ baſis & ipſum ν ν ſolidũ. Oſtenſum eſt, quod ſi λ ζ baſis excedit baſin ν ζ, excedit quoq; & λ ν ſolidũ, ipſum ν ν ſolidum, & ſi æquale, æquale, & ſi deficit, deficit (per diffinitionẽ 6 quinti.) In eadẽ autẽ ratione magnitudines eſſe dicũtur, & reliqua. Eſt igitur ſicut α ζ baſis ad ι θ baſin, ſic eſt α ν ſolidum ad θ ν ſolidum. Quod erat oſtendendum. Eucli. ex Camp. Propoſitio 26

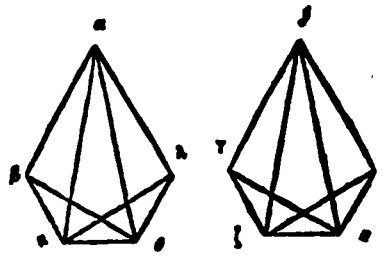


26 # Vper datum punctũ datæ lineæ, angulo ſolido propoſito æqualem angulũ ſolidum conſtituere.



CAMPANVS. Solidus angulus propoſitus ſit a, qui contineatur tribus lineis a b, a c, a d, tres ſuperficiales angulos ipſum ſolidum perficientes continẽtibus, cui ſuper punctũ e lineæ e f propoſitæ quæ ad libitũ proponentis iaceat aut in ſublimi conſurgat, iubemur æqualẽ angulum ſolidum conſtituere. Qualiſcunq; ſit ſitus lineæ e f, à puncto g ubicunq; uolueris ſignato, producito lineã g e, eruntq; (ex 2 huius) duæ lineæ e f & g e, in ſuperficie una. In hac itaq; ſuperficie ſuper punctũ e datũ in aſſignata linea ſecundum conſiliũ 23 primi conſtitue angulũ æqualẽ angulo b a c, & ipſæ ſit f e g, dehinc ex linea a d abſcinde lineã a h ſicut uolueris, & à pũcto h producito perpendicularẽ h k ad ſuperficiẽ in qua ſunt duæ lineæ a b & a c. Quod qualiter faciendum ſit, 11 huius docuit. Nec ſit igitur tibi cura de puncto k. Nihil enim refert, utrum perpẽdicularis h k occurrat ſuperficiei in qua ſunt duæ lineæ a b & a c, inter ipſas lineas, aut extra aut in earũ altera, ducito tamen lineã a k. Poſitoq; puncto in linea a b ubicunq; uolueris, protrahe lineas k l & l h, & pone angulũ f e m in ſuperficie linearũ e f & e g, æqualẽ angulo b a k, & lineã e m æqualẽ lineæ a k, & ex linea e f, ſume lineã e p æqualẽ lineæ a l, & à puncto m educ lineã m n perpendicularẽ ad ſuperficiẽ in qua ſunt duæ lineæ e f & e g, & pone eam æqualẽ h k, & protrahe lineas e n, n p, & p m. Dico igitur tres lineas e f, e g, e n, continere angulũ ſolidũ in pũcto e, æqualẽ angulo a propoſito. Cum ſint enim ex hypotheſi duo latera a k & k h, trianguli a k h æqualia duobus lateribus e m & m n trianguli e m n, & anguli qui ſunt ad k & ad m recti ex diffinitione lineæ perpẽdiculariter erectæ ſupra ſuperficiẽ, erunt ex 4 primi duæ lineæ a h & e n, æquales, per eandem quoq; erunt duæ lineæ k l & m p, æquales: idcoq; etiã per candẽ, h l & n p æquales, cum ſint h k & k l æquales m n & m p, & anguli h k l & m n p, recti: per 8 igitur primi, erit angulus n e p, æqualis angulo h a l. Simili quoq; modo probabis, angulũ g e n eſſe æqualẽ angulo c a d. Conſtat itaq; nos effeciſſe quod uolumus. Huic ſi ſtudioſus inſtiteris, quotcunq; lateribus ſolidus angulus propoſitus cõtineatur, quod à te petitur ſine offendiculo perficere poteris. Eucli ex Zamb. Problema 4 Propoſitio 26

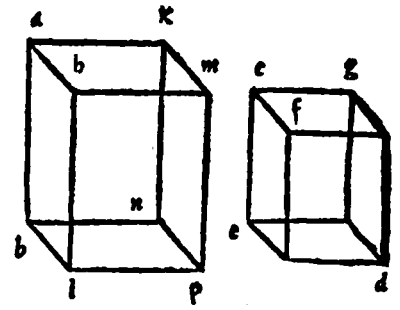
26 # Ad datam rectam lineam, ad ſignumq; in ea, dato ſolido angulo æquũ ſolidum angulum conſtituere.



THEON ex Zamb. Sit quidē data recta linea α β, datumq; in ea ſignū ſit α, datus angulus ſolidus ſit qui ad δ, cōprehēſus ſub ε δ γ, ε δ ζ, ζ δ γ, angulis planis. Oportet iam ad ipſam α ϛ rectā lineā, & ad ſignū in ea α, ei q ad δ ſolido angulo æquū ſolidū angulū cōſtituere. Sumatur in ipſa δ ζ, cōtingens ſignū ζ, excitenturq; (per 14. undecimi) ab ipſo ζ, ad id quod per ε δ, δ γ, planū perpēdicularis ζ η, & occurrat plano in η, cōnectanturq; δ η, cōſtituanturq; (per 23 primi) ad ipſam α β, & ad ſignū in ea α, ei qui ſub ε δ γ angulo æqualis angulus qui ſub ϛ α λ, ei aūt qui ſub ε δ η, æqualis qui ſub β α μ, ponaturq; (per 2 primi) ipſi δ η æqualis α ν, conſtituaturq; (per 19 undecimi) ab ipſo ν ſigno, ei quod per β α λ plano ad angulos rectos ν θ, ponaturq; (per 2 primi) ν θ ipſi η ζ æqualis, cōnectanturq; θ α. Dico quod angulus ſolidus qui ad α, cōprehenſus ſub β α λ, ϛ α θ, θ α λ, angulis, æquus eſt ei qui ad δ ſolido angulo, cōprehenſo ſub ε δ γ, ε δ ζ, ζ δ γ, angulis. Auferantur enim æquales α ϛ, δ ε, cōnectanturq; θ ϛ, ν ϛ, ε ν. Et quoniā ζ ν recta eſt ad ſubiectū planū, & (per 2 diffinitionē undecimi) ad omnes igitur tangētes eā rectas lineas & in ſubiecto exiſtētes plano, rectos efficiet angulos. Rectus eſt igitur uterq; ipſorū qui ſub ζ ν δ, ζ ν ε, angulorū, & iam id propterea uterq; ipſorū θ ν α, θ ν ϛ, angulorū, rectus eſt. Et quoniā binæ α ν, ν ϛ, duabus η δ, δ ε, ſunt æquales altera alteri, & æquales cōprehendunt angulos, baſis igitur α ϛ (per 4 primi) baſi ε ϛ eſt æqualis. Eſt autē & α θ ipſi η ζ æqualis, & rectos cōprehendunt angulos: æqualis igitur eſt & ϛ θ, ipſi ζ ε. Rurſus quoniā duæ α ν, ν θ, duabus δ η, η ζ, ſunt æquales, & rectos angulos cōprehendunt, baſis igitur α θ (per 4 primi) ipſi δ ζ eſt æqualis. Eſt autē & α ϛ, ipſi δ ε æqualis, binæ igitur θ α, α ϛ, duabus ζ δ, δ ε, ſunt æquales, & baſis θ ϛ, ipſi ζ ε eſt æqualis. Angulus igitur qui ſub ϛ α θ, (per 8 primi) angulo qui ſub ε δ ζ eſt æqualis. Iam id propterea & qui ſub θ α λ ei qui ſub ζ η γ eſt æqualis. Quoniā ſi aſſumamus æquales α λ, δ γ, cōnectamusq; ipſas α λ, θ λ, η γ, ζ γ, quoniā totus qui ſub ϛ α λ, toti qui ſub ε δ γ eſt æqualis, quorū qui ſub ϛ α ν, ei qui ſub ε δ η ſupponitur æqualis, reliquus igitur qui ſub ν α λ, reliquo qui ſub η δ γ eſt æqualis. Et quoniā binæ ν α, α λ, duabus η δ, δ γ, ſunt æquales, & rectos cōprehendunt angulos, baſis igitur α λ (per 4 primi) baſi η γ eſt æqualis. Eſt aūt & α θ, ipſi ν ζ æqualis, binæ iam λ ν, ν θ, binis γ η, η ζ ſunt æquales, & angulos rectos cōprehendunt: baſis igitur θ λ (per 4 primi) baſi ζ γ eſt æqualis. Et quoniā binæ θ α, α λ, duabus ζ δ, δ γ, ſunt æquales, & baſis θ λ baſi ζ γ eſt æqualis, & angulus igitur qui ſub θ α λ (per 8 primi) angulo qui ſub ζ δ γ eſt æqualis. Eſt autē & qui ſub ϛ α λ, ei qui ſub ε δ γ æqualis. Ad datam igitur rectā lineā α ϛ, ad datumq; in ea ſignum α, dato angulo ſolido qui ad δ æqualis angulus ſolidus conſtitutus eſt. Quod erat agendum.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 27

27 Vper aſſignatam lineam, dato ſolido æquidiſtantiū ſuperficierū ſimile ſolidum conſtituere.



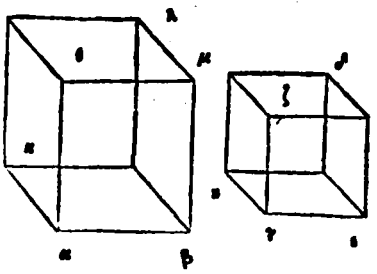
CAMPANVS. Sit aſſignata linea a b, d e cuius ſitu utrū in plano iaceat uēl ſurſum exurgat, nil curetur, ſitq; aſſignatū parallelogrammū ſolidum, corpus c d, cui ſuper lineam a b, iubemur ſimile ſolidum fabricare. Sint igitur tres lineæ continentes ſupficiales angulos, ex qbus cōponitur ſolidus angulus c, inſcriptæ literis c e, c f, c g. At ſecundū præcepta præmiſſæ ſuper punctū a lineæ a b, cōſtituatur angulus ſolidus æqualis c, quem contineāt tres lineæ a b, a h a k, & auxilio 10 ſexti ſit proportio c e ad a b, & e f ad a h, & g c ad a k, proportio una. Deinde à tribus punctis b, h, k, protrahantur ſex lineæ h l æquidiſtātes lineæ a b, & h m æquidiſtans lineæ a k, iterū b l æquidiſtās lineæ a h, & b n æquidiſtās lineæ a k, rurſus quoq; k n æquidiſtās a b, & k m æquidiſtans a h, amplius autem protrahātur, m p æquidiſtās h l, & p l æquidiſtans h m, protrahatur quoq; & linea p n. Eritq; completū ſolidum parallelogrammū a p, quod dico eſſe ſimile ſolido c d. Hoc autem ex diffinitione ſimilium ſuperficierū & diffinitione ſimilium corporū ſi earum memineris, facile concludes.

Eucli. ex Zamb. Problema 5 Propoſitio 27

27 Ex data recta linea, dato ſolido parallelepipedo ſimile & ſimiliter poſitum ſolidum parallelepipedum deſcribere.

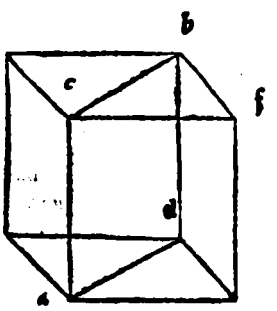
THEON ex Zamb. Eſto quidem data recta linea α ϛ, datum autem ſolidum parallelepipedū eſto γ δ. Oportet iam ex data recta linea α β, ipſi γ δ ſolido parallelepipedo dato ſimile ſimiliterq; poſitū ſolidū parallelepipedū deſcribere. Conſtituatur enim (per 26 undecimi) ad ipſam α β rectam lineā, ad ſignumq; in ea α, ei qui ad γ ſolido angulo æqualis qui ſub β α θ, θ α ν, ν α β, cōprehēditur ut æqualis ſit qui ſub β α θ ei qui ſub ε γ ζ, qui uero ſub β α ν ei qui ſub ε γ η, & inſuper qui ſub ν α β ei qui ſub η γ ζ. Fiatq; ſicut ε γ ad γ η, ſic β α ad α ν, ſicut autē η γ ad γ ζ, ſic ν α ad α θ, & ex æquali igitur (per 22 quinti) ſicut ε γ ad γ ζ, ſic β α ad α θ. Cōpleaturq; ipſum θ β parallelogrammū, & ipſum α λ ſolidum. Et

dum. Et quoniã eſt ſicut ι γ ad γ ν, ſic β α ad α υ, & quæ circũ æquos angulos qui ſub ι γ ν, β α ι, latera ſunt proportionalia, igitur parallelogrammum ν ι ipſi α ϛ parallelogrammo eſt ſimile (per diffinitionẽ ſexti.) Idq; propterea & α ι parallelogrammũ ipſi ν ξ parallelogrammo eſt ſimile, & inſuper ipſum ξ ι ipſi ι ϛ. Tria igitur parallelogrãma ipſius γ ο ſolidi, tribus parallelogrãmis ipſius α λ ſolidi ſunt ſimilia. Sed tria, tribus quæ ex oppoſito æqualia & ſimilia ſunt. Totum igitur γ ο ſolidum, toti α λ ſolido ſimile eſt. A data igitur recta linea α β, dato ſolido parallelepipedo γ ο ſimile & ſimiliter poſitum deſcriptũ eſt α λ. Quod feciſſe oportuit.



Eucli. ex Camp. Propoſitio 28

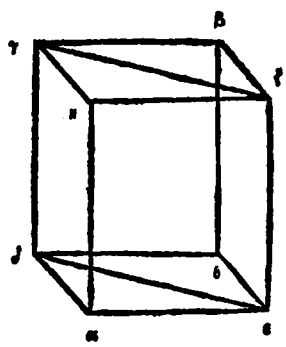
28 SI ſuperficies aliqua ſolidum parallelogrammũ ſuper duas quaſlibet oppoſitas ſuperficies eius terminales & ſuper earum duas diametros ſecet, eandem ſuperficiem corpus illud per æqualia ſecare neceſſe eſt. CAMPANVS. Sit corpus a b ſolidum parallelogrammũ, de quo ſit poſitum ꝙ ſuperficies a b c d ſecet ipſum ſuper diametros duarum ſuperficierũ oppoſitarũ ipſum terminantiũ quæ ſint a d & c b. Dico quod ipſa diuidit iſtud ſolidum propoſitũ, per æqualia. Conſtat enim ꝙ ipſa diuidit illud ſolidum in duo ſerratilia, quorũ ſuperficies quadrilateras binas & binas adinuicẽ relatas ſecũdum ꝙ ipſæ ſunt oppoſita latera ſolidi propoſiti. manifeſtum eſt ex 24 huius eſſe æquales, cum ſolidum de quo loquimur, poſitum ſit eſſe parallelogrammũ. Ex eadem quoq; & 41 primi conſtat, trilateras ſupficies dictorũ ſerratiliũ eſſe æquales. Igitur à diffinitiõe ſolidorũ æqualiũ, liquet q̃d ꝓpoſitũ eſt.



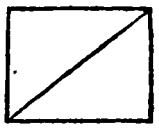
Eucli. ex Zamb. Problema 23 Propoſitio 28

28 Si ſolidum parallelepipedum plano ſecetur per diagonios eorum quæ ex oppoſito planorũ, ipſum ſolidum ſecabitur ab ipſo plano bifariam.

THEON ex Zamberto. Solidum enim parallelepipedum α β, plano γ ο ι ξ ſecetur per diagonios eorum quæ ex oppoſito planorum γ ξ, ο ι. Dico quod ipſum α β ſolidum, ab ipſo γ ο ι ξ plano bifariam ſecabitur. Quoniam enim (per 34 primi) γ ν ξ triangulum æquum eſt triangulo γ β ξ, & triangulum α ο ι ipſi ο ι θ, eſt autem γ α parallelogrammum ipſi β ι æquale, ex oppoſito enim, ipſum autem ν ι ipſi γ θ, & (per 21 undecimi) priſma igitur comprehenſum ſub duobus triangulis γ ν ξ, α ο ι, & tribus parallelogrammis, hoc eſt ν ι, α γ, γ ι, æquum eſt priſmati comprehenſo ſub duobus triangulis γ ξ β, ο ι θ, & tribus parallelogrammis, hoc eſt γ θ, β ι, γ ι. Sub æqualibus enim planis & multitudine & magnitudine comprehenduntur (per diffinitionem undecimi.) Quare totum α β ſolidum bifariam ſcinditur ab ipſo γ ο, ι ξ, plano. Quod erat oſtendendum.

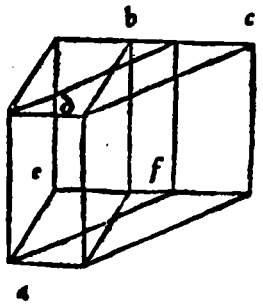


ZAMBERTVS. Diagonius, linea recta eſt quæ in figuris angularibus ab uno angulo inſurgit, & ſeſe in alium extendit angulum. Vt in hac figura patet.



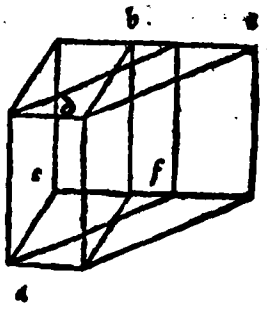
Eucli ex Camp. Propoſitio 29

29 VNcta ſolida æquidiſtantiũ ſuperficierũ æque alta atq; in eadem baſi ſuper unam lineam cõſtituta, probãtur eſſe æqualia.



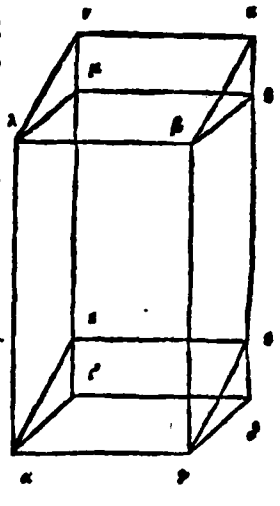
CAMPANVS. Verum eſt quod ſolida æquidiſtantiũ laterum æque alta, ſiue inter ſuperficies æquidiſtantes ſuper unam & eadem baſin conſtituta ſunt adinuicem æqualia, ſicut de ſuperficiebus æquidiſtantium laterum ſuper unam baſin & inter lineas æquidiſtantes conſtitutis in 35 primi demonſtratum eſt. Sed talium ſolidorũ quædam dicũtur conſtitui ſuper lineam unam, & ſunt illa quorum ſupremarũ ſuperficierum duo oppoſita latera ſunt ſecundum rectitudinem protracta, linea una, & de talibus hæc 29 proponit demon-

demonſtrandum, ipſa omnia eſſe æqualia adinuicem. Sunt autem eorũ alia quæ non dicũtur conſtituta ſuper lineam unam, & ſunt illa quorum ſupremarũ ſuperficierũ duo latera oppoſita quæcunq; ſumantur ſecũdum rectitudinem protracta, non ſunt linea una, & de talibus ſequens demonſtrandum proponet, ipſa quoq; omnia eſſe adinuicẽ æqualia. Sint itaq; duo ſolida parallelogrãma æque alta ſiue inter ſuperficies æquidiſtantes a b & a c, conſtituta ſuper unam baſin quæ ſit a d, quorũ ſupremæ ſuperficies ſunt e b & b c, ſintq; harum ſupremarũ ſuperficierũ duo latera oppoſita, cum ſecundum rectitudinẽ protrahantur, linea una, & ipſa ſunt c f & b c. Dico itaq; quod ſolida a b & a c, ſunt æqualia. Hoc autem (ſi figura eius ſecundum quod oportet, actu uel cogitatione fabricaueris, & quemadmodũ in 35 primi proceſſeris, idem faciens hic de ſerratilibus quod ibi de triangulis) facile cõcludere poteris, occurruntq; tibi hic eædem diuerſitates in ſolidis, quæ ibi in ſuperficiebus occurriſſe nouiſti.



Eucli. ex Zamb. Theorema 14. Propoſitio 29

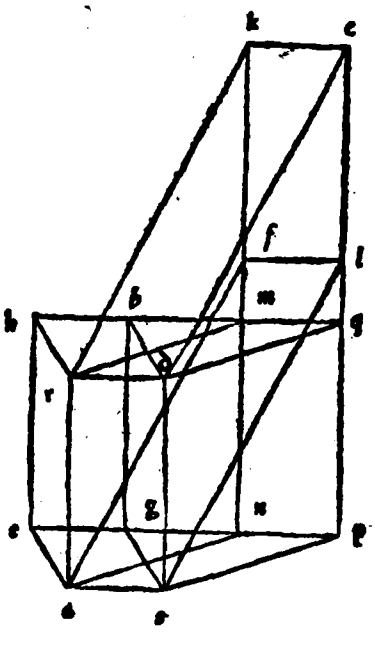
19 **Super eadem baſi & ſub eadem altitudine ſolida parallelepipeda conſiſtentia, quorum ſtantes ſuper eiſdem ſunt rectis lineis, inuicem ſunt æqualia.**



THEON ex Zamb. *Sint ſuper eadem baſi α β, ſolida parallelepipeda γ μ, γ ν, ſub eadem altitudine, quorum ſtantes, hoc eſt α ζ, α ϖ, λ μ, λ ν, γ δ, γ ι, ϛ θ, & ϛ κ, ſuper eiſdem ſint rectis lineis ipſi ζ ν & α plano. Dico quod ſolidum γ μ, æquum eſt ipſi γ ν ſolido. Quoniam enim parallelogrammũ eſt utrunq; ipſorũ γ θ, γ κ, æqualis eſt (per 34 primi) γ ϛ utriq; ipſarũ δ θ, ι κ. Quare & δ θ, ipſi ι κ eſt æqualis. Cõmunis auferatur ι θ, reliqua igitur δ ι, reliquæ θ κ eſt æqualis. Quare & ipſum quidem δ γ ι triangulũ ipſi θ ι ϛ triangulo eſt æquale, & δ ι ϖ parallelogrammũ ipſi θ ν parallelogrãmo, & id propterea triangulũ α ϖ ζ, triangulo μ λ ν eſt æquale. Eſt autem & ipſum quidẽ γ ζ parallelogrammũ, ipſi β μ parallelogrãmo æquum, & γ κ, ipſi β ν, ex oppoſito nanq;. Igitur & priſma cõprehenſum ſub duobus quidem triãgulis ζ α ϖ, δ γ ι, tribuśq; parallelogrãmis α δ, δ ϖ, γ κ, æquũ eſt priſmati cõprehenſo ſub duobus quidẽ triangulis μ λ ν, θ ϛ κ, & tribus parallelogrãmis, hoc eſt β μ, ν θ, ϛ ν. Commune apponatur ſolidũ, cuius baſis quidem ſit parallelogrammũ α β, ex oppoſito autẽ ϖ ι θ μ. Totum igitur γ μ ſolidum parallelepipedũ, toti γ ν ſolido parallelepipedo eſt æquale. Super eadem igitur baſi exiſtẽtia ſolida parallelepipeda & ſub eadem altitudine, quorũ ſtantes ſuper eiſdem ſunt rectis lineis, ſunt inuicẽ æqualia. Quod oportuit oſtendere.*

Eucli. ex Camp. Propoſitio 30

20 **CVncta ſolida æquidiſtantium ſuperficierũ æque alta, quæ in eadem baſi non autem ſuper unam lineam fuerint cõſtituta, probantur eſſe æqualia.**



CAMPANVS. Sint nũc duo ſolida parallelogrãma æque alta ſiue inter ſuperficies æquidiſtantes, ſintq; ſuper unam & eandem baſin, ſed non ſuper lineã unam conſtituta. Dico iterum ea eſſe æqualia. Eſto enim duo ſolida parallelogrãma a b & a c æque alta ſiue inter ſuperficies æquidiſtantes, cõſtituta ſuper unam baſin quæ ſit a d, ſed non ſuper unam lineam, ſintq; eorũ ſupremæ ſuperficies e b & f c, quarum oppoſita latera ſecundum rectitudinem protracta, non erunt linea una. Cumq; ipſa ex hypotheſi ſint in una ſupficie eo q; ſolida propoſita ſunt inter ſuperficies æquidiſtantes, neceſſe eſt ut duo latera unius earum protracta ſecundum

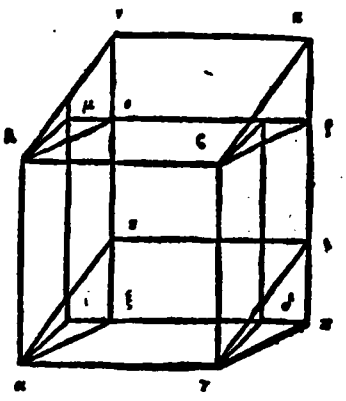
ſecundum rectitudinem,ſecent duo alterius earum protracta ſecũdum rectitudinem. Protrahantur itaque duo oppoſita latera ſuperficiei e b.quæ ſint e g & h b,& duo oppoſita ſuperficiei f c,quæ ſint k f & c l, & ſecent ſuper quatuor puncta m,n, p, q, erit/que ſuperficies m n p q, æquidiſtantium laterum æqualis unicuique trium ſuperfi/cierum,quarum una eſt baſis propoſitis ſolidis communis,& ipſa eſt a d, & duæ reli/quæ ſunt ſupremæ ſuperficies eorundem ſolidorum,& ipſæ ſunt e b & c f. Ductis itaq; lineis à quatuor punctis m,n,p,q,ad quatuor angulos baſis a d ſibi ſecundũ directam habitudinem relatos,quæ ſit n a,m r,p ſ,q d,perfectum erit ſolidum parallelogrammũ a q in eadem baſi cum utroq; duorũ priorũ,& æque altum,& ſuper lineã unã cũ utro/que ipſorum. Per præmiſſam igitur utrunlibet duorum ſolidorum propoſitorũ quæ ſunt a b & a c,eſt æquale ſolido a q,per conceptionem ergo eſt ſolidum a b, æquale ſoli/do a c. Quare cõſtat propoſitum.

CAMPANVS Potes quoque cõuerſas huius & præmiſſæ probare ſi libet. ducendo ad impoſſibile. Pones enim quælibet duo ſolida parallelogramma eſſe æqualia & con/ſtituta ſuper eandem baſin æquidiſtantia,& demonſtrabis ea eſſe æque alta. Eruntq; hæc & præmiſſa. tuæ demonſtrationis medium. Impoſſibile autem ad quod du/ces, erit partem ſuo toti eſſe æqualem. Quod euidenter patebit. ſi de illo ſolido (quod altius eſſe mentitur aduerſarius,cum tamen ambo poſita ſint æqualia & ſuper eandem baſin conſtituta) unum ſolidum parallelogrammum æque altum demiſſiori abſcideris. Hoc aũt abſciſum æquale eſſe demiſſiori cõuinces ex hac & præmiſſa,ideoq; & toti illi a quo ipſum abſcideris ex communi ſcientia.

Eucli. ex Zamb. Theorema 25 Propoſitio 30.

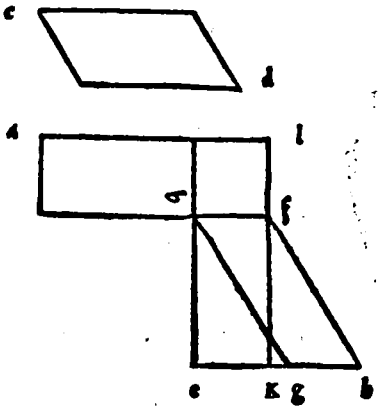
30 Super eadem baſi exiſtentia ſolida parallelepipeda & ſub eadẽ altitudine, quorũ ſtantes nõ ſunt ſuper eiſdẽ rectis lineis, inuicem ſunt æqualia.

THEON ex Zamb. *Sint ſuper eadem baſi α β ſolida parallelepipeda γ μ, γ ν, ſub eadẽ altitudine, quorũ ſtantes α ξ, α ν, λ μ, λ ν, γ ο, γ π, ζ θ, β ρ, non ſint ſuper eiſdẽ rectis lineis. Dico quod ſolidum γ μ, æquũ eſt ipſi γ ν ſolido. Extendãtur, inquam, ipſæ ν ρ, π ο, inſuper & ipſæ μ θ, ξ σ, concurrantq; adinuicẽ in ο ρ, π. ξ, ſignis, connectanturq; α ξ, λ ο, γ π, β ρ. Aequum iam eſt (per 29 undecimi) ipſum γ μ ſolidum, cuius baſis eſt α γ ζ λ, parallelogrammum: ex oppoſito uero ξ σ ζ μ, ipſi γ ο ſolido, cuius quidem baſis α γ ζ λ, parallelogrammum, ex oppoſito autem ξ π ρ ο, ſuper eadem enim baſi ſunt α γ ζ λ, quorum ſtantes α ξ, α ξ, λ μ, λ ο, γ σ, γ π. β θ, ζ γ, ſuper eiſdem ſunt rectis lineis ξ π, μ ρ. Sed ſolidum γ ο, cuius baſis quidem eſt α γ β λ parallelogrammũ, ex oppoſito autem ξ π ρ ο, æquum eſt ipſi γ ν ſolido, cuius baſis quidem α γ ζ λ, parallelogrammum, ex oppoſito autem ν ο α ν, ſuper enim eadem ſunt baſi α γ ζ λ, & ipſorum ſtantes α ν, α ξ, γ ο, π γ. λ ν, λ ο, β ν, ζ ρ, ſuper eiſdem ſunt rectis lineis ν ξ, π ν. Quare & γ μ ſolidum, æquum eſt ipſi γ ν ſolido. Super æqualibus igitur baſibus exiſtentia ſolida parallelepipeda & ſub eadẽ altitudine quorum ſtantes non ſunt ſuper eiſdem rectis lineis, ſunt inuicem æqualia. Quod erat oſtendendum.*



Eucli. ex Camp. Propoſitio 31

31 
Olida æquidiſtantium ſuperficierum in baſibus æquis conſti/tuta, ſi fuerint æque alta, lineæq; eorum angulares ſupra baſes orthogonaliter ſteterint, erunt æ/qualia.



CAMPANVS Et hoc quoq; uerum eſt qđ omnia ſolida parallelogramma in æquis baſibus atq; inter ſuperficies æquidiſtãtes, ſiue æque alta cõſtituta ſunt adinuicem æqualia, ſicut de ſuperficiebus æquidiſtan tium laterũ ſuper æquales baſes & inter lineas æqui diſtantes conſtitutis in 36 primi probatum eſt. At ta/lium ſolidorum, alia ſunt quorum angulares lineæ ſu per ſuas baſes orthogonaliter eriguntur, de quibus hæc 31 proponit demonſtrãdum eſſe ea eſſe æqualia. Alia uero ſunt quorum angulares lineæ ſuper ſuas ba ſes nõ ſunt orthogonaliter erectæ, de quibus ſequẽs

demonſtrandum proponit ea eſſe æqualia, Intelligantur itaq; ſuper duas baſes a b & c d, quæ ſint æquales & æquidiſtantiũ laterum nõ tamẽ unius creationis, ſed ſit a b tetragonus lõgus & c diſſimile helmuayn, duo ſolida æquidiſtantium laterum conſtituta æque alta, ſintq; lineæ erectæ ſuper angulos propoſitarum baſium, perpẽdiculares ad ipſas. Dico hæc duo ſolida adinuicẽ eſſe æqualia. Protrahantur itaque duo latera baſis a b, & ſint illa quæ cõtinent angulũ b, uſque ad f & e, & fiat angulus f b g, æqualis angulo c baſis c d & ſumãtur duæ lineæ b f & b g, æquales duobus lateribus baſis, quæ cõtinent, angulũ c & perficiatur ſuperficies æquidiſtãtiũ laterũ b h, quæ erit æqualis & ſimilis baſi c d. Dehinc protrahatur h e æquidiſtans b f, & f k æquidiſtans b e, eritq; quadrilatera ſuperficies b κ æquidiſtãtiũ laterum, æqualis b h ex 5 primi. Cũq; b h ſit æqualis c d, erit per conceptionẽ b k æqualis a b. Cõpleatur itaq; ſuperficies æquidiſtantiũ laterũ b l, protracta linea κ f quouſq; concurrat cum uno ex lateribus continentibus angulũ a in puncto l. Age ergo ſuper tres ſuperficies æquidiſtantium laterũ quæ ſunt b h, b k, b l, cõſtituãtur æque alta ſolida ſolido cõſtituto ſuper baſin a b, ſintq; lineæ omnium ſolidorũ iſtorum erectæ ſuper baſes perpẽdicularis ad ipſas & appellẽtur baſes, & ſolida ſuper eas conſtituta eiſdem nominibus. Manifeſtum eſt ergo ex diffinitione ſolidorum æqualiũ atq; ſimiliũ, quod duo ſolida b h & c d, æqualia atq; ſimilia ſunt, de ſolidis autem b h & b κ, cõſtat ex 29 quod ipſa ſunt æqualia, ſunt enim eque alta & conſtituta ſuper unam & eandẽ baſin & ipſa eſt ſuperficies erecta ſuper lineam b f & ſuper lineam unã. eſt autem per 25 proportio ſolidi a b ad ſolidum b l, ſicut baſis a b ad baſin b l, & per eandem ſolidi b κ, ad ſolidum b l, ſicut baſis b κ ad baſin b l. Cumq; ſit utriuſq; duarũ baſiũ a b & b κ ad baſin b l una ꝓportio (ex prĩa parte 7 ꝙnti) erit utriuſq; duorum ſolidorũ a b & b κ ad ſolidũ b l proportio una, igitur ex prima parte nonæ quinti erunt duo ſolida a b & b κ æqualia. At quia ſolidum b k eſt æquale ſolido b h, ſolidũq; b h ſolido c d, ſequitur ex communi ſcientia ſolidum a b eſſe æquale ſolido c d. Quod eſt propoſitum.

32 

I ſolida æquidiſtantium ſuperficierũ in æquis baſibus conſtituta æque alta fuerint, lineæ autem angulares ſupra baſes orthogonaliter non ſteterint. ipſa eſſe æqualia neceſſe eſt.

CAMPANVS Fabricatis duobus corporibus, ut proponitur, uidelicet quæ ſint æquidiſtantium terminorum & æque alta & ſuper baſes æquas perpendiculariter, nõ autẽ ſuper baſes ſuas erecta ſed ambo ſuper eas inclinata, ſi autem à quatuor angulis ſupremarum ſuperficierum ipſorum ad baſes ſuas perpendiculares ducantur quæ ex ſexta erunt ſingulæ æquidiſtantes & etiam ex hypotheſi ſingulæ ſingulis æquales (ipſæ enim ſolidorum propoſitorum altitudinem diffiniunt) & ſi inter eas ſolida æquidiſtantium laterum perficiantur, conſtabit ex præmiſſa hæc duo ſolida ultimo cõſtituta eſſe adinuicem æqualia. Cũq; duorum priorũ & duorũ poſteriorũ ſint eadẽ baſes, uidelicet eorum ſuperficies ſupremæ, cõſtat ex 19 uel 30 & hac cõmuni ſcientia, quæcũq; æqualibus ſunt æqualia ſibi inuicem ſunt æqualia, uerum eſſe quod propoſitum eſt. Ex his poteſt cõuerſas huius & præmiſſæ eiſdem mediantibus indirecte demonſtrare ſi libet, eodem modo & ad idem inconueniens ſicut in conuerſis duarum iſtas antecedentiũ deducendo. pones enim duo ſolida parallelogramma eſſe æqualia & ſuper æquales baſes, & conuinces ea eſſe æque alta, uel pones ea eſſe ea æque alta & æqualia, & conuinces ea eſſe ſuper baſes æquales.

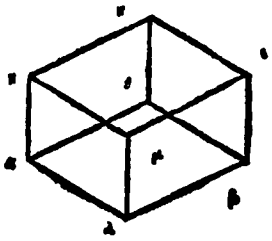
Eucli. ex Zãb. Theorema 16 Propoſitio 31

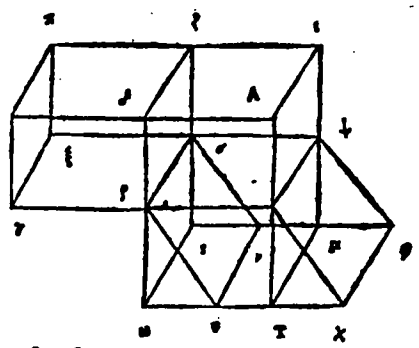
31 Super æqualibus baſibus ſolida parallelepipeda exiſtentia, & ſub eadem altitudine, inuicem ſunt æqualia.

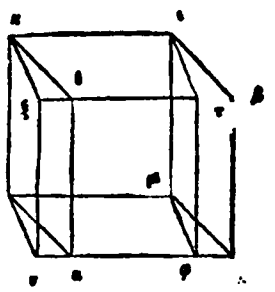
THEON ex Zãb. *Sint ſuper æqualibus baſibus α ς, γ δ, ſolida parallelepipeda α ι, θ γ ξ, ſub eodem faſtigio. Dico quod ſolidũ α ι, æquũ eſt ipſi γ ξ. ſolido. Sint primum ſtantes ipſæ ι α, ς ι, π α, λ μ, ο π, δ ſ, γ ξ, θ ρ σ, ad angulos rectos ipſis α β γ δ, baſibus, & angulus qui ſub α λ ς, æqualis non ſit angulo qui ſub γ ρ δ. Extendatúr; in rectam lineam γ ρ, ipſi ρ τ. Conſtituatúr; (per 23 primi) ad ipſam ρ τ rectã lineam, ad ſignumq; in ea ρ, ipſi α λ β, angulo æqualis angulus qui ſub τ ρ υ, ponatúr; (per 9 primi,) ipſi quidem α λ, æqualis ρ τ. ipſi autẽ λ ς æqualis ρ υ, (per 31 primi,) ipſi ρ τ parallelus excitetur χ υ, compleatúr; baſis ρ χ, & ſolidũ ↓ υ. Et quoniam binæ τ γ, ρ υ, binis α λ, λ ς, ſunt æquales, & æquos angulos comprehendunt, æquum igitur eſt & ſimile ρ χ, parallelogrãmũ ipſi α ς, parallelogrãmo. Et quoniam rurſus æqualis eſt α λ, quidem ipſi ρ τ, λ μ, uero ipſi ρ σ, & angulos rectos comprehẽdunt, æquum igi-*

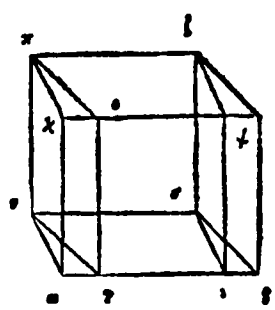
ur

tur & ſimile eſt ρ ⊥ parallelogrammũ ipſi α μ parallelogrãmo. Iam idq; propter ea & λ ι, ipſi σ υ, eſt æquale & ſimile. Tria igitur parallelogrãma ipſius α ι, ſolidi, tribus parallelogrãmis ipſius ⊥ υ, ſolidi æqua ſunt & ſimilia. Sed tria. tribus ijs quæ ex oppoſito æqua ſunt & ſimilia. Totũ igitur ſolidũ α ι parallelepipedũ, toti ⊥ υ, ſolido parallelepipedo æquum eſt. Extendãtur (per 2 poſtulatum) ipſæ ♂ ρ & χ υ, quæ ueniant in congreſſum in ω, & per τ (per 31 primi) ipſi ρ ω parallelus excitetur τ Τ, extendaturq; τ Τ & ο ♂ quæ ueniãt in congreſſum in Α, cõpleantur q; ipſa ω ⊥, & ρ ι, ſolida. Aequũ iam eſt ⊥ ω, ſolidum cuius baſis quidem eſt ρ ⊥, parallelogrammũ, ex oppoſito uero ω ιβ, ipſi ⊥ υ, ſolido cuius quidem baſis eſt ρ ⊥ parallelogrammũ ex oppoſito uero υ φ. In eadem ſiquidem ſunt baſi ρ ⊥, ſub eodẽq; faſtigio, & ſtantes ρ ω, ρ υ, τ Τ, τ χ, & ι, & σ υ, ⊥ υ, & ⊥ φ, ſuper eiſdem ſunt rectis lineis ω χ, & τ φ. Sed ſolidum ⊥ φ, ipſi α ι, ſolido æquũ eſt, & ſolidũ igitur ⊥ ω, ipſi α ι ſolido æquũ eſt. Quoniã autẽ ipſum ρ υ, χ τ, parallelogrammũ ipſi ω τ parallelogrãmo (per 35 primi) æquũ eſt, æquũ eſt autẽ & α β, parallelogrammum ipſi ρ χ. parallelogrammo, æquũ igitur eſt & ω τ ipſi α β. Aequũ autẽ eſt & γ ♂ ipſi α β, æquũ igitur eſt & ω τ ipſi γ ♂. Eſt autẽ aliud ♂ τ, eſt igitur (per 7 quinti,) ſicut γ ♂, baſis ad ♂ τ baſin, ſic ω τ baſis ad ♂ τ baſin. Et quoniã parallelepipedum γ ι, plano ρ ξ ſecatur, parallelo exiſtente eis quæ ex oppoſito planis, eſt igitur ſicut γ ♂ baſis ad ♂ τ baſm, ſic γ ξ, ſolidum ad ρ ι ſolidum. Idque propterea iam quoniã ſolidum parallelepipedum ω ι, plano ρ ⊥, ſecatur parallelo exiſtente eis quæ ex oppoſito planis: eſt igitur ſicut ω τ baſis ad ♂ τ, baſin, ſic ω ⊥ ſolidũ ad ρ ι ſolidum. Sed ſicut γ ♂ baſis ad ♂ τ baſin, ſic ω τ. ad τ ♂ & ſicut igitur (per 11 quinti,) γ ξ, ſolidũ ad ρ ι ſolidũ, ſic ω ⊥ ſolidũ ad ρ ι. Vtrũq; igitur ipſorũ γ ξ, ω ⊥, ſolidorũ, ad ρ ι ſolidũ eandẽ habet rationẽ. Aequũ igitur eſt γ ξ ſolidũ, ipſi ω ⊥ ſolido. Sed oſtenſum eſt, quod ω ⊥, ipſi α ι, æquũ eſt, & γ ξ, igitur ipſi α ι æquũ eſt. Non ſint iam ſtantes α ν, δ ιι, ε ο, λ μ, γ υ, ο π, ♂ ξ, ρ σ, ad angulos rectos, ipſis α β, γ ♂, baſibus. Dico quod rurſus ſolidum α ι. æquum eſt ipſi γ ξ. ſolido. Excitentur (per 11 undecimi) ab ipſis α ι, ν μ, π ξ, υ σ, ιι ſigniſ, ad ſuppoſitum planum, π ξ, ι τ, ιι υ, μ φ, π χ, ⊥, υ ω, σ ι, perpendiculares, & connectantur ξ τ, υ φ, ξ υ, τ φ, χ ⊥, χ ω, ω ι, ⊥ ι. Aequũ iam eſt (per 31 undecimi) ν φ, ſolidũ ipſi π ι ſolido, in æqualibus ſiquidẽ ſunt baſibus α μ, π σ, & ſub eodẽ faſtigio quorum ſtantes ad angulos rectos ſunt ipſis baſibus. Sed ipſum quidẽ α φ ſolidũ, ipſi α ι, ſolido (per 30 undecimi) eſt æquale, & π ι ipſi γ ξ, in eadẽ ſiquidẽ ſunt baſi & ſub eodem faſtigio, quorum ſtantes non ſunt in eiſdem rectis lineis. Et α ι ſolidum igitur, ipſi γ ξ ſolido æquum eſt. Super æqualibus igitur baſibus exiſtentia ſolida parallelepipeda & ſub eodem faſtigio, inuicem ſunt æqualia. Quod demonſtrare oportebat.





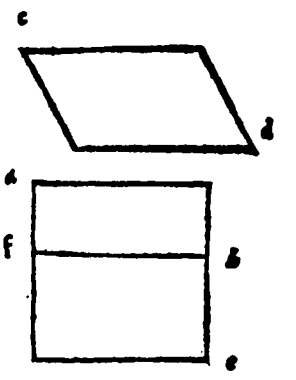




Eucl. ex Camp. Propoſitio 33

Mnia ſolida æquidiſtãtium ſuperficierũ. æque alta ſuis baſibus ſunt ꝓportiõalia.

CAMPANVS Sint duo ſolida æquidiſtantiũ ſuperficierũ æque alta, cõſtituta ſuper duas baſes a b & c d. Dico quod proportio illorũ duorũ ſolidorum unius ad alterũ, eſt ſicut proportio ſuarũ baſiũ quæ ſunt a b & c d. unius ad alterã. Conſtat quidẽ ex 24, utrãq; harũ duarũ baſium eſſe æquidiſtãtium laterũ, duo igitur latera oppoſita & æquidiſtantia, in ſuperficie a b protrahantur, & inter ea fiat ſuperficies æquidiſtantiũ laterum quæ ſit f e, æqualis c d. Dehinc ſupra ſuperficiẽ f e, cõpleatur ſolidũ parallelogrammũ æque altũ ei quod cõſtitutũ eſt ſuper baſin a b, ſitq; amborũ cõmunis terminis illa ſuperficies quæ exurgit ſuper lineam b f, hæc autem ſolida & ſuæ baſes, eiſdem nũcupentur nominibus. Quia igitur baſis f e eſt æqualis baſi c d. erit ex 31 uel 32 ſolidũ f e æquale ſolido c d. At quia totale ſolidũ a e ſecat ſuperficies, exur-

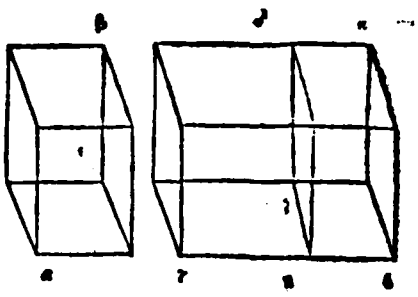


gēs ſuper lineā b f æquidiſtāter duobus lateribus oppoſitis, erit ex 25 pportio ſolidi fe ad ſolidū a b, ſicut baſis f e ad baſin a b, Cūq; ſint c d & f e tam baſes quam ſolida æqualia, baſes quidem ex hypotheſi, ſolida aūt ex 31 uel 32, ſequitur ex 7 quinti bis aſſumpta ſemel pro baſibus & ſemel pro ſolidis, q; ſolidorū a b & c d baſium q; a b & c d ſit proportio una. Quod demōſtrare uoluimus. Huius quoq; conuerſam ipſa eadē mediā te demonſtrare quemadmodū cōuerſas præcedentiū, non eſt difficile. Pones enim duo ſolida parallelogrāma eſſe ſuis baſibus proportionalia, & conuinces ea eſſe æque alta. Abſciſo q; ab eo quod altius mentietur aduerſarius uno ſolido parallelogrāmo æque alto demiſſiori erunt abſciſum & demiſſius ſuis baſibus proportionalia ex hypotheſi & ex hac 31. Cum q; etiā eſſent totale altius à quo partiale abſcidiſti, & ipſum demiſſius eiſdē baſibus proportionalia ex hypotheſi, ſequitur (ex prima parte 9 quinti) totale aduerſarius dicit altius, & partiale quod ab eo abſcidiſti, eſſe æqualia.

Eucl. ex Zamb. Theorema 27 Propoſitio 32

32 Sub eadem altitudine exiſtentia ſolida parallelepipeda, adinuicem ſunt ſicut baſes.

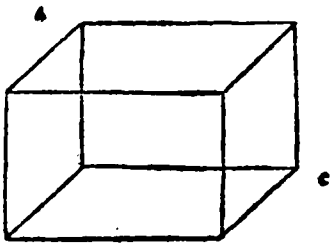
THEON ex Zamb. *Sint ſub eadem altitudine ſolida parallelepipeda, α β, γ δ. Dico quod ipſa α β, γ δ, ſolida parallelepipeda adinuicē ſunt ſicut baſes hoc eſt quod ſicut α ε, baſis ad γ ζ, baſin, ſic eſt α ϛ ſolidum ad γ δ ſolidum. Prætendatur enim (per 45 primi) ad ipſam ζ ε, ipſi α ε æquū ζ θ, & à baſi quidē ζ θ, altitudine autē ipſius γ δ, ſolidū parallelepipedū compleatur ε κ. Aequum tam eſt (per 31 undecimi) α β ſolidū, ipſi ε κ ſolido, in æqualibus enim ſunt baſibus α ε, ε θ, & ſub eadem altitudine. Et quoniam ſolidum parallelepipedum γ κ, à plano δ θ, ſecatur parallelo exſtenti eis quæ ex oppoſito planis, eſt igitur (per 25 undecimi) ſicut θ ζ, baſis ad ζ γ, baſin, ſic eſt β δ, ad ipſum κ δ, ſolidum. Aequalis uero eſt ipſa quidem ζ θ, baſis ipſi α ε baſi, & ε κ ſolidum ipſi α ϛ ſolido, eſt igitur & ſicut α ε, baſis ad γ ζ, baſin, ſic α ϛ ſolidum ad δ ſolidum. Sub eadem igitur altitudine exiſtentia ſolida parallelepipeda, & reliqua ut ſupra, quod erat oſtendendum.*

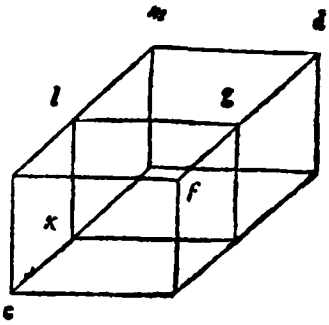


Eucli. ex Camp. Propoſitio 34

34  I duo ſolida æquidiſtantium ſuperficierum lineis altitudinum ſuper baſes orthogonaliter erectis fuerint æqualia, eorum baſes eorundem altitudinibus mutuas eſſe. Si uero fuerint duæ baſes ſuis altitudinibus mutuæ, ipſa ſolida ſibi inuicem æqualia eſſe neceſſe eſt.

CAMPANVS. Quæcunque ſint duo ſolida æquidiſtantium ſuperficierum æqualia, eorum baſes & altitudines neceſſe eſt eſſe mutekeſias, & e conuerſo, quēadmodū de ſuperficiebus æquidiſtātium laterū æquiangulis 15 ſexti propoſuit. Attamē hac 34 iſtud demonſtrādum proponitur de illis ſolidis parallelogrāmis, in quibus lineæ altitudinum ſuis baſibus parallelogrāmis orthogonaliter inſiſtūt, ea uero quæ ſequitur, proponit idē de cæteris. Sint ergo nūc duo ſolida parallelogrāma a b & c d æqualia, quorū baſes ſint a e & c f. lineæq; altitudinum ipſorum ſint ſuper has baſes orthogonaliter erectæ, & ſit altitudo ſolidi a b, linea e b, & ſolidi c d linea f d. Si igitur fuerint duæ lineæ e b & f d determinātes ipſorum ſolidorū altitudines, æquales adinuicem, cū ipſa quoque ſolida ſint ex hypotheſi æqualia, erūt ex conuerſa 31 baſes eorum quæ ſunt a e & c f, æquales, ideoq; baſes & altitudines erunt mutuæ, ſicq; cōſtabit propoſiti prima pars. Econuerſo cōſtabit ſecunda. Vt ſi altitudines & baſes ſint mutuæ, ponantur altitudines æquales, erunt quoq; baſes æquales: ideoq; per 31 & ſolida æqualia & ſic conſtat ſecunda pars. At uero ſi lineæ





neæ b & f d nõ fuerint æquales, ſit f d maior, ex ea reſecetur f g ad æqualitatẽ e b, tribuſque cæteris lineis quæ ſunt altitudinis ſolidi c d ad eandẽ mẽſurã in pũctis b, k, l, reſectis perficiatur ſolidum parallelogrammum c g æque altum ſolido a b, eritq; ex præmiſſa, a b ad c g, ſicut a e ad c f. Cum itaq; c d ſit æquale a b, erit (ex prima parte 7 quinti) c d ad c g, ſicut a e ad c f. Per præmiſſam autem eſt proportio c d ad c g, ſicut m f ad f l, quod patet. ſi una ex lateralibus ſuperficiebus ſolidi c d (& ipſa ſit f m) intelligatur baſis ipſius. At (per primã ſexti) f m ad f l, ſicut d f ad f g. ideoq; per 7 quinti ſicut d f ad b e. Igitur a e ad d f, ſicut d f ad b e. Cõſtat itaq; prima pars. Secundã partem cũ ſit cõuerſa primæ, cõuerſo modo probabis. ſit enim eadẽ diſpoſitiõe manẽte, proportio a e ad c f, ſicut d f ad e b. Dico tũc ſolida a b & c d eſſe æqualia. Erit enim ex 7 quinti d f ad f g, ſicut a e ad c f. Sed ex præmiſſa eſt a b ad c g, ſicut a e ad c f. Igitur eſt a b ad c g, ſicut d f ad f g. ex prima aũt ſexti eſt d f ad f g, ſicut m f, ad f l, & ex præmiſſa c d ad c g ſicut m f ad f l. Itaque c d ad g c, ſicut a b ad c g. Igitur ex 9 quinti a b & c d ſunt æqualia, quod eſt propoſitum.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 35

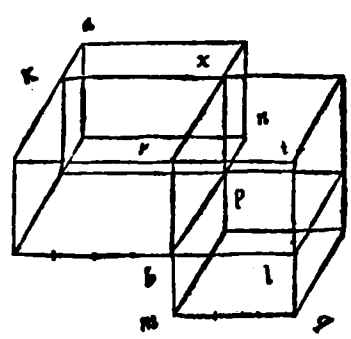
35 SI duo ſolida æquidiſtantiũ terminorum fuerint æqualia, eorũ baſes eorundem altitudinibus erunt mutuæ. Si uero baſes ſuæ altitudinibus ſuis mutuæ fuerint, quælibet duo corpora æquidiſtantium ſuperficierum probantur eſſe æqualia.

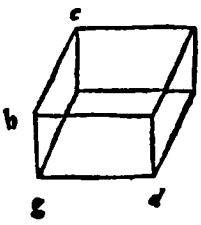
CAMPANVS Quod præmia propoſuit de ſolidis parallelogrãmis quorũ lineæ altitudinũ ſup baſes ſuas orthogonaliter exurgũt, hæc 35 pponit indiſtincte de omnibus. Demõſtrare aũt cõuenit hãc ex præmiſſa, quẽadmodũ demõſtrauimus 32 & 33 Fabricatis enim duobus ſolidis æquidiſtãtiũ laterũ quibuſcũq;, ſi lineæ altitudinum ſuis baſibus orthogonaliter inſiſtunt, cõſtat uerũ eſſe q̃d dicitur ex præmiſſa. Si nautẽ à quatuor angularibus punctis ſupremarũ ſuperficierũ in utroq; ſolido quaternæ lineæ demittantur perpendiculariter ad baſes, uel à pũctis angularibus infimarum ſuperficierum quaternæ erigantur, inter quas duo ſolida parallelogramma perficiantur æque alta ſolidis prioribus, erũtq; ex 29 & 30 hæc duo ſolida duobus prioribus ſolidis æqualia. Cum igitur horum & eorum ſint eædem baſes & eadẽ altitudines, ſit autem ex præmiſſa de poſterioribus uerum quod hæc 35 proponit, uerum erit idem etiam de prioribus.

Eucl. ex Camp. Propoſitio 36

36 SI duo ſolida æquidiſtantium ſuperficierũ fuerint ſimilia, proportio erit utriuſq; ad alterum tanquã cuiuslibet ſui lateris ad ſuum relatiuum latus alterius proportio triplicata.

CAMPANVS Sint enim duo ſolida a b & c d parallelogrãma & ſimilia. Dico q̃ pportio unius eorum ad alterũ eſt ſicut unius lateris eius ad unũ latus alterius quod ſibi refertur, proportio duplicata, quẽadmodũ duarum ſuperficierum ſimilium proportio eſt ſicut ſuorum relatiuorũ proportio duplicata, ut in 18 ſexti demõſtratum eſt Nã ſi ſolida a b & c d fuerint æqualia, cũ ponantur ſimilia erunt ex diffinitionibus ſimilium corporum & ſimilium ſuperficierum cuncta latera unius æqualia ſuis relatiuis lateribus alterius. Ideo que cum duarum quãtitatũ æqualium proportio triplicata aut quotieslibet ſumpta nõ efficiat niſi æqualitatis proportionẽ, cõſtat in hoc caſu uerum eſſe quod proponitur. Si autẽ inæqualia, ſit a b maius, cuius lõgitudo ſit b e. latitudo e f, altitudo f a. baſis e r. & ſuprema ſuperficies a n, ſolidi uero c d, ſit longitudo d g, latitudo g h, altitudo h c. Conſtat itaq; ex diffinitiõibus ſimilium corporum & ſimilium ſuperficierum & præſenti hypotheſi quod proportio a f ad c h, & f e ad h g, & e b, ad g d, ſit proportio una. Sumatur igitur ex linea a f quã manifeſtum eſſe maiorem c h, linea f k, æqualis h c, cæteraq; tres determinantes altitudinem ſolidi a b, reſecentur ad qualitatem eius et





inter eas cõpleatur ſolidũ parallelogrãmũ k b æque altũ ſolido c d. Et ꝓtrahãtur duæ lineæ baſis c b, uſq; ad l, & r b uſq; ad m, ſitq; b l æqualis g d, & b m æqualis h g & ꝓficiatur ſupficies æqdiſtãtiũ laterũ m l, quæ erit æqualis & ſimilis h d. Sup eã igitur erigatur ſolidũ parallelogrãmũ p q ſecundũ altitudinẽ pr æſciſam ex altitudine ſolidi a b, eritq; p q æquale & ſimile ſolido c d. Rurſusq; inter lineas r b & b l perficiatur ſuperficies æqui diſtãtiũ laterũ b t, ſuper quã quoq; erigatur ſolidũ parallelogrãmũ x l æque altũ utriq; duorũ ſolidorũ k b & p q, replẽdo alterutrũ duorũ angulorũ hiãtiũ inter e a. Cum aũt duo ſolida a b, p q, ſint ſimilia, eo qd ambo poſita ſint ſimilia ſolido c d, corpora uero u/ ni & eidẽ corpori ſimilia inter ſe ſunt ſimilia, ut patet ex diffinitione ſimiliũ corporũ & 20 ſexti, manifeſtũ eſt ex 25 ter aſſumpta q; inter duo ſolida a b & p q, ſcd'm cõtinuã pro portiõalitatẽ cadũt duo ſolida k b & x l. Opportune ergo cõſtituta uel cõſtructa figura hypotheſibus q; memoriæ firme cõmendatis, ex prima ſexti facile cõcludes propoſitũ. Excute torporẽ & diligẽter attende. ſcieſq; ex 25 huius proportionẽ ſolidi a b ad ſolidũ k b eſſe ſicut ſuperficiei a r ad ſuperficiẽ k r, ideoq; ex prima ſexti ſicut lineæ a f ad lineã k f, & ꝓportionẽ ſolidi k b ad ſolidũ x l ſicut ſuperficiei k r ad ſuperficiẽ x t. ideoq; ſicut lineæ f r ad lineã r t, & proportionẽ ſolidi x l ad ſolidũ p q, ſicut ſuperficiei r l ad ſuperfi ciem l m. ideoq; ſicut r b ad lineã b m. Ex hypotheſi uero liquet, quod proportio lineæ f r ad lineã r t, & lineæ r b ad lineã b m, eſt ſicut lineæ a f ad lineã k f. Itaq; ex diffinitione proportiõis triplicatæ poſita in procœmio quinti, cõſtat quod proportio ſolidi a b ad ſolidũ p q, ideoq; etiã ad ſolidum c d, eſt ſicut lineæ a f ad lineam k f triplicata. Et quia li/ nea k f poſita eſt æqualis lineæ c a, patet uerum eſſe quod dicitur

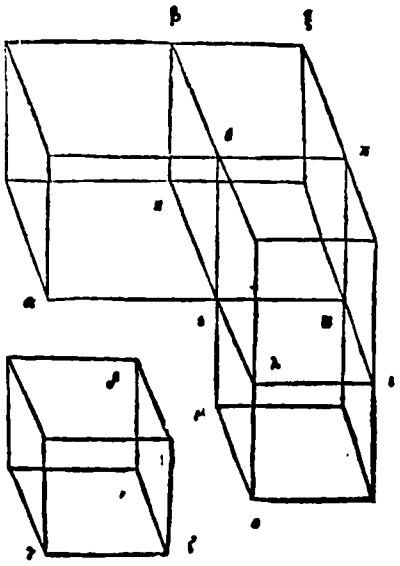
CAMPANVS Scire aũt oportet. quod quicquid per hãc 36 & per ſeptẽ eã cõtinue præ cedẽtes demõſtratũ eſt de ſolidis parallelogrãmis, idẽ quoq; uerũ eſt de ſeratilibus quo rũ baſes cõmuniter ſunt trigonæ aut cõmuniter tetragonæ. Hoc autẽ, ex 16 & hac 36 & ſeptẽ eã cõtinue præcedẽtibus cõſtabit ingenioſo inſpectori. Si enim fuerint ſeratilia quælibet æquæ alta ſuper eãdẽ baſin uel ſuper baſes æquales, cõiter tñ trigonas aut cõi/ ter tetragonas, cũ ipſa ſint dimidia ſolidorũ parallelogrãmorũ ſuarũ altitudinũ ex 22, ipſa erũt æqualia ex 29 & tribus eã ſequẽtibus. ex his enim cõſtat, ſolida parallelogrãma ipſis ſeratilibus dupla, eſſe æqualia. Similiter quoq; ſi fuerint duo ſeratilia ſuper ba ſes cõiter ttigonas aut cõiter tetragonas æque alta, ipſa erunt ſuis baſibus proportio nalia quẽadmodũ de ſolidis parallelogrãmis ex 33 habetur. Ipſa enim ſũt ex 28 dimidia ſolidorũ parallelogrãmorũ ſuæ altitudinis, ſolidorũ aũt parallelogrãmorũ ſuæ altitu dinis ſuarũq; baſiũ eſt una ꝓportio ex 33. Cũ itaq; ſit ſolidorũ parallelogrãmorũ pro/ portio ſicut ſeratiliũ (quia ſicut ſimplũ ad ſimplum, ſic duplũ ad duplũ ex 15 quinti, at/ que baſium ſolidorũ parallelogrãmorũ eſt proportio ſicut baſiũ ſeratiliũ (Aut enim eædem erũt baſes ſeratiliũ & ſolidorũ parallelogrãmorũ, & hoc quidẽ erit cũ baſes ſe/ ratiliũ fuerint tetragonæ, tũc enim ex ſeratilibus ſuper eaſdẽ baſes erũt ſolida paralle/ logrãma cõplenda. Aut baſes ſeratiliũ erunt ſub duplæ ad baſes ſolidorũ parallelogrã morũ, & hoc quidẽ erit cum baſes ſeratiliũ fuerĩt cõiter trigonæ, tũc enim erũt ex ſerati libus ſolida parallelogrãma cõplẽda adiũctis ad baſes ſeratiliũ ſuperficiebus trigonis, ut fiant baſes ſeratiliũ cũ trigonis adiunctis ſuperficiebus, ſuperficies æquidiſtãtiũ late rũ) ſequetur ut ſit proportio ſeratiliũ ſicut ſuarum baſiũ. Eodẽq; modo ſi ſeratilia fue rint æqualia, fuerintq; cõiter ſuper baſes trigonas uel cõiter ſuper baſes eorum altitu dinibus ipſorum mutuæ erunt. Quod ſi baſes eorũ ſuis altitudinibus fuerint mutuæ, ipſa ſeratilia erunt æqualia quẽadmodum de ſolidis parallelogrammis 34 & 35 propo nunt. Hoc autẽ facile patet ex ijs quæ dcta ſunt in 35. Si uero ſeratilia fuerĩt adinuicẽ ſi milia, erit proportio unius ad alterum ſicut proportio lateris unius ad ſuũ reliquũ la tus alterius ꝓportio triplicata, quẽadmodum de ſolidis parallelogrãmis 36 ꝓponit. Quod ex eadẽ 36 facile tibi patebit. ſi ex illis ſeratilibus ſimilibus ſolidis parallelogrã/ mis cõpletis ſolida ipſa probaueris eſſe ſimilia. Quod ex diffinitiõe ſimiliũ corporum & ſimilium ſuperficierum, & hoc quod ſeratilia ponuntur adinuicem ſimilia. ex 34 p ri mi leue eſt negociari. *Eucli. ex Zamb.* *Theorema 28* *Propoſitio 33*

Silia ſolida parallelepipeda, adiuicẽ in triplici rõne ſũt ciuſdẽ rõnis latex

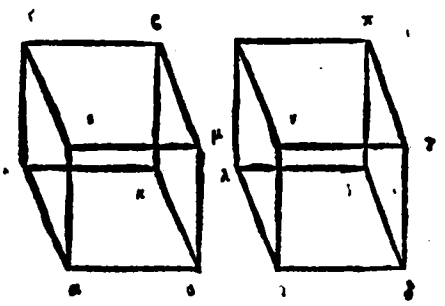
33 THEON ex Zãb. *Sint ſimilia ſolida parallelepipeda α β, γ δ, ſimilis aũt rõnis eſto α ι, ipſi γ ζ. Dico quod ſolidũ α ε ad γ δ ſolidũ triplicẽ habet rõnẽ, quã α ι, ad γ ζ. Extendãtur enim in rectas lineas ipſis α ι, ε θ ι, ipſæ α κ, ι λ, θ μ, ponaturq; (per 2 primi) ipſi quidẽ γ ζ æqualis ι ν, ipſi aũt ζ ξ æqualis ι λ, & inſuper ipſi ζ ρ ipſa ι μ. & cõpleatur α λ pa rallelogrãmũ, & α ο ſolidũ. Et quoniã duæ ι ν, ι λ, duabus γ ζ, ζ ξ, ſũt æquales, ſed & angulus qui ſub α ι λ, ipſi qui ſub γ ζ ξ, eſt æqualis, quoniã & q ſub α ι ζ, ei qui ſub γ ζ ν, eſt æqualis propter ſimilitudinẽ ipſorũ α ε, γ δ, ſolidorũ, æquũ igi tur eſt & ſimile (per 14 ſexti,) ipſum α λ parallelogrãmũ ipſi γ ν parallelogrãmo, & iã id propterea & α μ parallelogrãmũ*

æquum

æquũ eſt & ſimile ipſi γ ρ parallelogrãmo, & inſuper ο ϛ, ipſi ζ δ. Tria igitur parallelogrãma ipſius κ ο ſolidi, tribus parallelogrãmis ipſius γ δ ſolidi ſimilia & æqualia ſũt, ſed ipſa qdẽ tria tribus ijs quæ ex oppoſito, ſũt æqualia & ſimilia, totũ igitur κ ο ſolidũ, toti γ δ ſolido ſimile eſt & æquale (per diffinitionẽ undecimi.) Cõpleatur κ π parallelogrãmũ, & à baſibus quidẽ κ π, μ λ, parallelogrãmis, altitudine aũt ipſius α ϵ, ſolida cõpleantur ο ξ, λ π. Et quoniã propter ipſorũ α ϵ, γ δ, ſolidorũ ſimilitudinẽ eſt ſicut α ο ad γ ζ ſic κ ο ad ζ ν, & ο θ, ad ζ ρ, æqualis aũt eſt γ ζ, ipſi ο κ, & ζ ν, ipſi ο λ, & ζ ρ ipſi ο μ, eſt igitur (per cõuerſionẽ diffinitionis ſecundæ) ſic ut κ ο ad ο κ, ſic eſt κ ο, ad ο λ, & θ ο, ad ο μ. Sed ſicut quidẽ α ο, ad ο κ, ſic eſt κ π parallelogrammũ ad κ π, parallelogrammum, ſicut aũt κ ο ad ο λ, ſi κ π, ad κ λ, ſicut uero (per 1 ſexti) θ ο ad ο μ, ſic π ο ad π μ, & ſicut igitur (per 11 quinti) α π, parallelogrãmũ ad κ π, parallelogrammum ſic κ π, ad κ λ, & π ο, ad π μ. Sed ſicut quidẽ α π ad κ π, ſic eſt α ϵ ſolidũ ad ο ξ, ſolidũ, ſicut autẽ κ π ad κ λ, ſic ξ ο, ſolidũ ad π λ ſolidũ, ſicut & π ο, ad π μ, ſicut π λ, ſolidũ ad π ο ſolidum. Et ſicut igitur α ϵ ſolidum ad ο ξ. ſolidum, ſic ξ, ad π λ, & π λ ad π ο. Si uero quatuor magnitudines cõtinue fuerint proportionales, prima ad quartã (per 10 diffinitionẽ quinti) triplicẽ rationẽ habet quã ad ſecundã. Igitur α ϵ ſolidũ ad π ο ſolidũ triplicem rõnẽ habet, quã α β ad ο ξ. Sed ſicut α ϵ ad ο ξ, ſic eſt α π, parallelogrãmũ ad κ π, & π ο, recta linea ad ο π, quare & α β ſolidũ ad π ο, ſolidũ triplicẽ rõnẽ habet, quã π ο ad ο π. Aequũ aũt eſt ipſum quidẽ π ο ſolidũ ipſi γ δ ſolido, & ο π recta linea ipſi γ ζ, & α ϵ igitur ſolidũ ad γ δ ſolidũ triplicẽ rationẽ habet, quàm ſimilis rationis latus hoc eſt α ο, ad ſimilis rationis latus hoc eſt ad γ ζ. Similia igitur ſolida parallelepipeda, in triplici ſunt ratione ſimilis rationis laterũ Quod oſtendere oportebat.



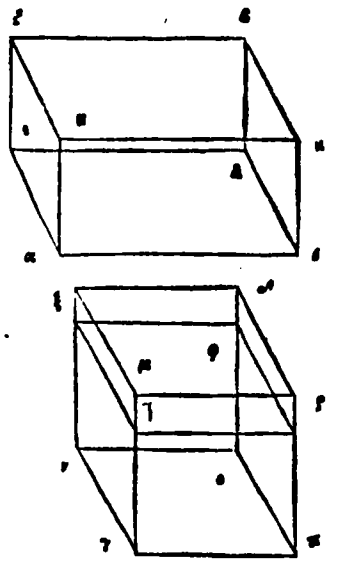
CORRELARIVM. Ex hoc, inquã, manifeſtũ eſt, q̃ ſi quatuor rectæ lineæ proportiõales fuerint, erit ſicut prima ad quartã, ſic quod ex prima ſolidũ parallelepipedũ ad id quod ex ſecũda ſimile ſimiliterq̃ deſcriptũ, quãdoquidem prima ad quartã triplicem rationẽ habet, quàm ad ſecundam.



Eucl. ex Zamb. Theorema 29 Propoſitio 34.

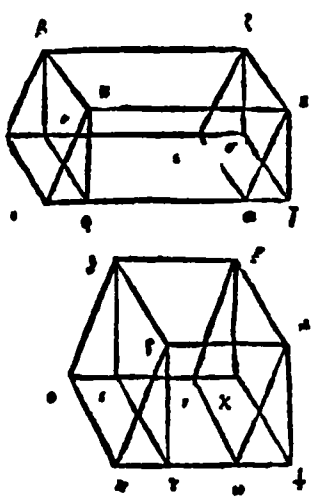
34 Aequaliũ ſolidorũ parallelepipedorũ, reciprocæ ſunt baſes altitudinibus. Et ſolida parallelepipeda quorum baſes altitudinibus ſunt reciprocæ, ſunt æqualia.

THEON ex Zãb. Sint æqualia ſolida parallelepipeda, α ϵ, γ δ. Dico q̃ ipſorũ α ϵ, γ δ, ſolidorũ parallelepipedorũ reciprocæ ſũt baſes altitudinibꝰ eſtq̃ ſicut ο θ, baſis ad ν π baſin, ſic eſt ipſius γ δ, ſolidi altitudo ad ipſius α ϵ ſolidi altitudinẽ. Sint enim primũ ſlãtes α κ, ο ξ, λ ϵ, θ κ, γ μ, ν ξ, ο δ, π ρ, in ipſis baſibus ad angulos rectos. Dico q̃ eſt ſicut ο θ baſis ad ν π baſin, ſic eſt γ μ ad α κ. Si qdẽ igitur æqualis eſt ο θ baſis ipſi ν π baſi, eſt aũt & α ϵ ſolidũ æquũ ipſi γ δ ſolido, & γ μ ipſi α κ eſt æqualis. Si enim ipſius ο θ, π, baſibus æqualibus exiſtẽtibus, æquales nõ fuerint ipſæ α κ, γ μ, altitudines, neq̃ igitur ſolidũ α β, æquũ erit ipſi γ δ, ſupponitur aũt æquale. Igitur altitudo γ μ altitudini α κ inæqualis nõ eſt, æqualis igitur. Eritq̃ ſicut baſis ο θ ad baſin ν π, ſic γ μ ad α κ, & manifeſtũ, q̃ ipſorũ α ϵ, γ δ, ſolidorũ parallelepipedorũ reciprocæ ſũt baſes ipſis altitudinibus. Nõ ſit iã æqualis ο θ baſis ipſi ν π, baſi, ſed eſto maior ο θ. Eſt aũt ſolicũ α ϵ, ipſi γ δ ſolido æquũ, maior igitur eſt & γ μ, ipſa α κ. Si aũt nõ, neq̃ igitur rurſus ipſa α β, γ δ, ſolida ſũt æqualia, ſupponũtur aũt æqualia. Ponatur igitur (per 2 primi) ipſi α κ, æqualis γ τ, cõpleaturq̃ ex baſi quidẽ ν π, altitudine aũt γ τ, ſolidũ parallelepipedũ γ φ Et quoniã ſolidũ α β æquũ eſt ipſi γ δ ſolido, aliud aũt eſt ipſum φ γ, ad idẽ aũt æqualia cãdẽ rõnẽ habẽt (per 7 quinti,) eſt igitur ſicut α ϵ ſolidũ ad γ φ ſolidũ, ſic eſt γ δ ſolidũ, ad γ φ ſolidũ. Sed ſicut quidẽ ſolidum α ϵ ad ſolidũ γ φ, ſic ο θ baſis ad ν π, baſin (per 32 undecimi,) ſub æquali enim ſunt altitudine, ipſa α ϵ, γ φ. ſolida. Sicut aũt ſolidum γ δ ad ſolidum γ φ, ſic eſt μ π, baſis ad π τ baſin, & μ γ ad γ τ, & ſicut igitur (per 11 quinti,) ο θ, baſis ad ν π baſin, ſic μ γ ad γ τ. Aequalis aũt eſt γ τ, ipſi α κ, & ſicut



ſicut igitur (per 9 quinti) ϛ θ baſis ad ν π, baſin, ſic μ γ ad α κ. Ipſorũ igitur α β, γ ♢, ſolidorũ parallelepipedorum recti procæ ſunt baſes altitudinibus. Rurſus ipſorum α ϵ, γ ♢, ſolidorũ parallelepipedorũ, reciprocæ ſint baſes altitudinibus, ſitq; ſicut ϛ θ baſis ad ν π baſin, ſic ipſius γ ♢ ſolidi altitudo ad ipſius α β ſolidi altitudinẽ. Dico quod ſolidũ α ϵ, æquum eſt ipſi γ ♢ ſolido. Sint enim rurſus ſtantes, ad angulos rectos ipſis baſibus. Et ſi quidem æqualis eſt ϛ θ, baſis ipſi ν π, baſi eſtq; ſicut ϛ θ baſis ad ν π baſin ſic ipſius γ ♢ ſolidi altitudo ad ipſius α β ſolidi altitudinem, æqua igitur eſt ipſius γ ♢ ſolidi altitudo, altitudini ipſius α ϵ ſolidi. Super æqualibus autem baſibus exiſtentia ſolida parallelepipeda & ſub eadem altitudine, inuicem ſunt æqualia (per 31 undecimi. Igitur ſolidũ α β, æquũ eſt ipſi γ ♢ ſolido.

Non ſit iam ϛ θ baſis ipſi ν π baſi æqualis, ſed eſto maior ϛ θ. maior igitur eſt & ipſius γ ♢, ſolidi altitudo, ipſius α ϵ ſolidi altitudine, hoc eſt γ μ, maior quàm α κ. Ponatur (per 2 primi,) ipſi α κ, rurſus æqualis γ τ, & cõpleatur γ φ ſolidum. Quoniã eſt ſicut ϛ θ baſis ad ν π baſin, ſic μ γ ad α κ, æqualis autẽ eſt α κ ipſi γ τ, eſt igitur ſicut ϛ θ baſis ad ν π baſin ſic γ μ ad γ τ, reciproca enim ſupponuntur. Sed ſicut quidẽ ϛ θ baſis ad ν π baſin, ſic (per 32 undecimi,) α β ſolidũ ad γ φ ſolidũ, ſub æquali enim ſunt altitudine, ipſa α ϵ, γ φ ſolida. Sicut autem γ μ ad γ τ, ſic (per 1 ſexti) μ π, baſis ad π τ baſin & (per 32 undecimi) γ ♢ ſolidũ ad γ φ ſolidũ, & ſicut igitur (per 11 & 9 quinti) α ϵ ſolidũ ad γ φ ſolidũ, ſic γ ♢ ſolidũ ad γ φ ſolidũ. Vtrũq; igitur ipſorum α ϵ, γ ♢, ad ipſum γ φ eandem rationẽ habet. Aequũ igitur eſt (per cõuerſionem 7 quinti) α ϵ, ſolidũ, ipſi γ ♢ ſolido. Quod oportuit oſtendere. Non ſint autẽ ſtantes ξ ϛ, ϵ λ, ϖ κ, θ ϰ, ν ξ, ♢ ο, μ γ, ρ π, ad angulos rectos baſibus eorum, excitenturq; (per 15 undecimi) ab ipſis ξ, ϰ, ϵ, κ, ξ, μ, ♢, ρ, ſignis, in ipſorum ϛ θ, ν π, baſium planis, perpendiculares, cõcurrãtq; planis ad ſigna σ τ, υ, φ, χ, ↓, ω, ϟ, compleanturq; ipſa ξ φ, ξ ω ſolida. Dico quod & ſic æqualibus exiſtentibus ipſis α β, γ ♢, ſolidis, reciprocæ ſunt baſes ipſis altitudinibus, eſtq; ſicut ϛ θ, baſis ad ν ϖ baſin, ſic eſt ipſius γ ♢ ſolidi altitudo, ad ipſius α ϵ, ſolidi altitudinẽ. Quoniã enim α ϵ ſolidũ æquũ eſt ipſi γ ♢ ſolido, ſed α ϵ, quidem ipſi β τ (per 31 undecimi) eſt æquale (ſuper eadẽ enim ſunt baſi ξ κ. & ſub eadem altitudine, quorum ſtantes non ſunt ſuper eiſdem rectis lineis) at γ ♢ ſolidum (per 31 undecimi) ipſi ♢ ↓ ſolido eſt æquale (ſuper eadem namq; ſunt baſi ξ ρ, & ſub eadẽ altitudine, quorum ſtantes non ſunt ſuper eiſdẽ rectis lineis) igitur ſolidũ ϵ τ ipſi ♢ ↓ ſolido æquũ eſt. Aequaliũ autem ſolidorũ parallelepipedorũ quorũ altitudines ad angulos rectos ipſis eorũ baſibus ſũt reciprocæ ſunt baſes ipſis altitudinibus. Eſt igitur ſicut ξ κ, baſis ad ξ ρ baſin, ſic ipſius ♢ ↓ ſolidi altitudo ad ipſius ϵ τ ſolidi altitudinem. Aequalis autẽ eſt ξ κ baſis ipſi ϛ θ baſi, & ξ ρ baſis ipſi ν π baſi. eſt igitur ſicut ϛ θ baſis ad ν π baſin, ſic eſt ipſius ♢ ↓ ſolidi altitudo ad ipſius β τ ſolidi altitudinẽ. Eædẽ uero altitudines ſunt, ipſorũ ♢ ↓ & β τ ſolidorum. & ipſorũ ♢ γ & β α. Eſt igitur ſicut ϛ θ baſis ad ν π baſin, ſic ipſius γ ♢, ſolidi altitudo ad ipſius α ϵ, ſolidi altitudinẽ. Ipſorũ igitur α ϵ, γ ♢, ſolidorũ parallelepipedorũ, reciprocæ ſũt baſes altitudinibus. Rurſus iam ipſorũ α ϵ, γ ♢, ſolidorũ parallelepipedorũ, reciprocæ ſint baſes altitudinibus, ſitq; ſicut ϛ θ, baſis ad ν π baſin, ſic ipſius γ ♢ ſolidi altitudo ad ipſius α ϵ ſolidi altitudinẽ. Dico quod ſolidum α ϵ, æquũ eſt ipſi γ ♢ ſolido. Eiſdẽ nãq; diſpoſitis, quoniã eſt ſicut ϛ θ baſis ad ν π baſin, ſic ipſius γ ♢ ſolidi altitudo ad ipſius α β, ſolidi altitudinem, æqualis aũt eſt baſis ϛ θ, ipſi ξ κ & ν π, ipſi ξ ρ, eſt igitur ſicut ξ κ baſis ad ξ ρ baſin, ſic ipſius γ ♢ ſolidi altitudo ad ipſius α ϵ, ſolidi altitudinem. Eædẽ autẽ ipſorũ α ϵ, γ ♢, & ϵ τ, ♢ ↓, ſolidorũ, ſunt altitudines. Eſt igitur ſicut ξ κ baſis ad ξ ρ baſin, ſic ipſius ♢ γ ſolidi altitudo ad ipſius ϵ τ ſolidi altitudinẽ. Ipſorũ igitur ϵ τ, ♢ ↓, ſolidorũ parallelepipedorũ, reciprocæ ſunt baſes altitudinibus Solida uero parallelepipeda quorũ altitudines ad angulos rectos ſunt baſibus eorum, & reciprocæ ſunt baſes altitudinibus, æqualia ſunt (per 31 undecimi. Igitur ſolidũ β τ, æquũ eſt ipſi ♢ ↓ ſolido. Sed ipſum quidẽ ϵ τ, ipſi ϵ α, æquũ eſt (per 29 undecimi, ſuper eadem namq; ſunt baſi ξ κ, & ſub eadem altitudine, quorũ ſtãtes ſunt ſuper eiſdem rectis lineis. Solidũ autẽ ♢ ↓ ipſi ♢ γ, ſolido æquum eſt, ſuper eadẽ namque ſunt baſi ξ ρ, & ſub eadẽ altitudine, quorum ſtantes ſunt ſuper eiſdem rectis lineis. Igitur & α ϵ ſolidũ, ipſi γ ♢, ſolido æquũ eſt. Quod demonſtrare oportebat

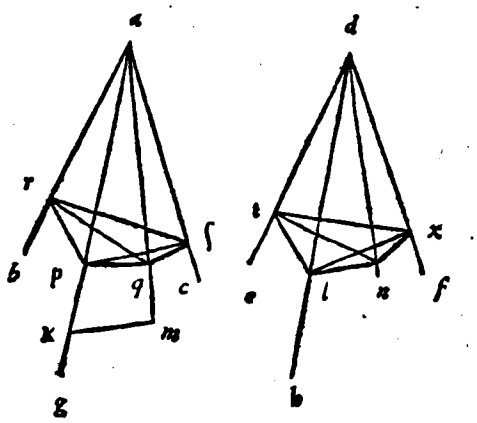


Eucli. ex Camp. Propoſitio 37

37 SI fuerint duo anguli plani æquales ſuper quos duæ hypothenuſæ in aëre ſtatuantur cũ lateribus angulorũ ſubiacẽtiũ ſingulos ſingulis æquos angulos cõtinentes, atque in illis hypothenuſis duo pũcta ſignẽtur à quibus pũctis duæ perpẽdiculares ad ſuperficies angulorũ propoſitorũ demittant, à pũctis aũt ſuper quæ ꝓpendiculares ceciderint ad eoſdẽ duos angulos planos duæ rectæ lineæ ducant, duo anguli q ab illis duab⁹ lineis atq; duab⁹ hypothenuſis cõtinent, æqui ſibi iuicẽ eẽ ꝓbant

CAMPANVS Sint duo anguli plani a & d æquales contẽti lineis a b & a c & d e & d f &

d f & ſuper eos erigantur duæ lineæ hypothenuſa liter a g & d b, ſitque angulus g a c æqualis angulo h d f, & angulus g a b æqualis angulo h d e, atque in duabus hypothenuſis a g & d h, ſignentur quomodolibet duo puncta k & l, à quibus ſecundum præcepta 11 huius demittantur ad ſuperficies angulorum a & d, duæ perpendiculares quæ ſint k, m & l n, & protrahantur duæ lineæ a m & d n. Dico igitur angulum g a m, eſſe æqualem angulo h d n. Si linea a k eſt æqualis d l, bene quidē. Sin autē, ex linea a d ſumatur a p, æqualis d l, & à puncto p demittatur perpendicularis ad ſuperficiē anguli a, linea quæ ſit p. Manifeſtum eſt igitur, punctum, quod q eſt in linea a m, quod ex 6 huius & diffinitione linearum æquidiſtantium quas neceſſe eſſe in ſuperficie una, facile cōſtat ſtudioſe intuenti. Dehinc à pūcto q ducantur ꝓpēdiculares duæ, una ad lineā a b quæ ſit q r, & alia ad lineā a c quæ ſit q ſ. Similiter quoq; à pūcto n ducantur duæ aliæ perpendiculares, una ad lineā d e quæ ſit n t. & alia ad lineā d e quæ ſit n x, & ꝓtrahātur r ſ & t x. Iterūq; à pūctis p & l, demittātur hypothenuſæ p q, p r, p ſ, & l n, l t, l x. His itaq; poſitis, figuraq; prudēter diſpoſita, demōſtrationē propoſiti ſic colligе. Cōſtat ex penultima primi quod quadratū lineæ a p eſt æquale quadratis duarum linearū a q, & p q, ac ex eadem quod quadratū a q eſt æquale quadratis duarū linearū a ſ & ſ q, itaq; quadratū a p, eſt æquale quadratū triū linearū a ſ, ſ q, & q p. Sed ex eadē, quadratū ſ p, eſt æquale quadratis duarū linearū ſ q & p q, ergo quadratum a p, eſt æquale quadratis duarum linearum a ſ & ſ p, ideoq; ex ultima primi angulus a ſ p eſt rectus. Similiq; modo probabis, unūquenq; triū angulorū d x l, a r d, p t l, eſſe rectū. Cū igitur ex hypotheſi ſit angulus ſ a p æqualis angulo x d l, & linea a p lineæ d l, erit ex 16 primi linea d x æqualis a ſ, & x l æqualis ſ p. Eodē quoq; modo cū ex hypotheſi ſit angulus r a p æqualis angulo e d l, erit ex eadē linea a r æqualis d t, & r p æqualis t l. Quare per 4 primi linea r ſ erit æqualis lineæ t x & angulus a r ſ æqualis angulo d t x, & angulus a ſ r angulo d x t, eſt enim ex hypotheſi angulus a, æqualis angulo d. A conceptione igitur erit angulus ſ r q æqualis angulo x t n, & angulus r ſ q angulo t x n, ſunt enim reſidui duorum rectorū demptis æqualibus. Neceſſe eſt itaq; ex 16 primi, ut linea r q ſit æqualis t n, & q ſ æqualis n x. Cūq; ex penultima primi quadratū lineæ r p ſit æquale quadratis duarū linearū r q & q p, & quadratū lineæ t l æquale quadratis duarū linearū t n & l n, ſint aūt duæ lineæ r p & t l æquales, duæ quoq; quæ ſūt r q & t n æquales ſequitur ex cōi ſciētia duas quæ ſunt p q & l n eſſe æquales. Eodē modo cū quadratū lineæ a p ſit æquale quadratis duarū linearū quæ ſunt a q & q p, ſimiliter quadratum lineæ d l quadratis duarū linearū quæ ſunt d n & n l, ſit autē a p æqualis d l, & p q æqualis l n, ſequitur ex cōi ſcientia a q eſſe æqualem d n. Ex 8 igitur primi concludo propoſitū, uidelicet, angulū p a m eſſe æqualē angulo l n d.



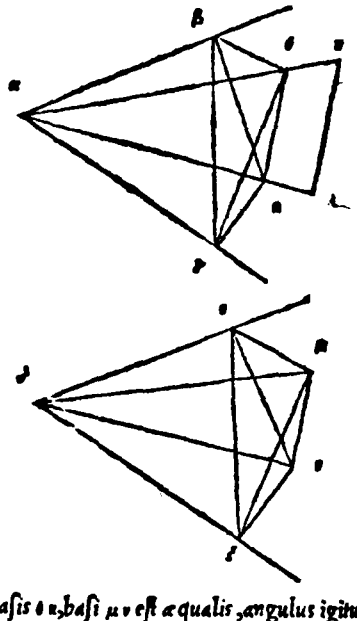
Euclex Zamb. Theorema 50 Propoſitio 35

35 Si fuerint bini anguli plani æquales, ſuper quorum uerticibus ſublimes rectæ lineæ ſteterint, æquales angulos comprehendentes cū ijs quæ in principio rectis lineis, alterum alteri, in ſublimibus autem ſumpta fuerint contingentia ſigna, & ab eiſdem ad plana in quibus ſunt qui in principio anguli, perpendiculares actæ fuerint à ſignis autē quæ in planis à perpendicularibus fiunt ad eos qui in principio angulos coniunctæ fuerint rectæ lineæ æquos angulos cum ſublimibus comprehendent.

THEON ex Zāb. *Sint bini anguli rectilinei æquales plani qui ſub* ϵ α γ, ϛ δ ζ, *à ſignis autem* α, δ, *ſublimes excitentur rectæ lineæ* α η, δ μ, *æquos comprehendentes angulos cū ijs quæ in principio rectis lineis alterū alteri; hoc eſt angulū* μ δ ϛ *angulo ei qui ſub* η α ϵ, *cum autem qui ſub* μ δ ζ, *ei qui ſub* η α γ, *ſumanturq; in ipſis* α η, δ μ, *contingē-*

tia

Camp. 31 tia ſigna ν,μ, excitenturq́; (per 11 undecimi) ab ipſis ν,μ, ſignis ad ea quæ per ϛ α γ, ♢ ι, ξ, plana perpendiculares ν λ, μ ν, coincidantq́; ipſis planis in ν λ, cõnectanturq́; ipſæ λ α, ν ♢. Dico quod angulus qui ſub ν α λ, æquus eſt angulo μ ♢ ν. Ponatur (per 2 primi) ipſi ♢ μ æqualis α θ, excitenturq́; (per 11 primi (per ſignũ θ, ipſi ν λ parallelus θ α. At ν λ, perpẽdicularis eſt ad id quod per ϛ α γ planum. Igitur & θ ν, perpẽdicularis eſt ad id quod per ϛ α γ, planũ. Excitentur (per 11 primi) ab ipſis α ν, ſignis ad ipſas α ϛ, α γ, ♢ ξ, ♢ ι. rectas lineas, perpendiculares ν γ, ν ξ, ν ϛ, connectanturq́; ipſæ θ γ, γ β, μ ξ, ξ ι. Et quoniam quod ex θ α. (per 47 primi.) æquum eſt eis quæ ex θ ν, ν α, ei autem quod ex ν α, α ι qualia ſunt quæ ex ν γ, γ α, igitur quod ex θ α æquum eſt eis quæ ex θ ν, ν γ, γ α, eis uero quæ ex θ ν, ν γ, æquum eſt id quod ex θ γ, quod igitur ex θ α, (per 47 primi) æquum eſt eis quæ ex θ γ, γ α. rectus eſt igitur qui ſub θ γ α, angulus. Idq́; propterea & qui ſub ♢ ξ μ angulus, rectus eſt. æqualis igitur eſt qui ſub θ γ α angulus, ei qui ſub ♢ ξ μ angulo. Eſt autem & qui ſub α γ θ, æqualis ei qui ſub ♢ ξ μ. Bina igitur triangula ſunt ♢ ξ μ & θ α γ, duos angulos duobus angulis æquos habentia alterũ alteri & unum latus uni lateri æquum, quod unum æqualium angulorum ſubtendit, hoc eſt, θ α, ipſi ♢ μ, & reliqua igitur latera, (per 26 primi) reliquis lateribus æqualia habebunt alterum alteri. æqualis igitur eſt α γ ipſi ♢ ξ. Similiter oſtendemus, q♣ & α β ipſi ♢ ι eſt æqualis. Connectantur θ ϛ, & μ ι. Et quoniã q♣ ex α ϛ, (per 47 primi) æquũ eſt eis quæ ex α ν, ν θ, ei autem quod ex α ν (per eandem) æqua ſunt quæ ex α ϛ, ϛ ν, quæ igitur ex α ϛ, ϛ ν, ν θ, ſunt æqualia ei quod ex α θ. Sed eis quæ ex ϛ ν, ν θ, æquum eſt id quod ex ϛ θ, rectus enim eſt qui ſub θ ν β angulus, quoniam θ ν perpendicularis eſt ad ſubiectum planum, igitur quod ex ν θ, æquum eſt eis quæ ex ν β, β θ, rectus igitur eſt qui ſub ν ϛ θ angulus, & id propterea qui ſub ι ♢ μ angulus, rectus eſt. Eſt autẽ & qui ſub ϛ α θ, angulus, ei qui ſub ι ♢ μ æqualis: ſupponitur namq́; eſt q́ ipſa ι α θ, ipſi ♢ μ æqualis, æqualis igitur eſt (per 26 primi,) α β, ipſi ♢ ι. Quoniã igitur æqualis eſt α γ, ipſi ♢ ξ, & α ϛ, ipſi ♢ ι, binæ igitur γ α, α ϛ, duabus ξ ♢, ♢ ι, ſunt æquales, ſed & angulus qui ſub γ α β, ei qui ſub ξ ♢ ι, eſt æqualis. Baſis igitur β γ, (per 4 primi,) baſi ι ξ, eſt æqualis, & triangulum triangulo. & reliqui anguli reliquis angulis. Aequalis eſt igitur qui ſub α γ ϛ angulus, ei qui ſub ♢ ξ ι. Rectus autem & qui ſub α γ ν, recto qui ſub ♢ ξ ν eſt æqualis, & reliquus igitur qui ſub β γ ν, reliquo qui ſub ι ξ ν eſt æqualis. Et id propterea qui ſub γ ϛ ν, ei qui ſub ξ ι ν, eſt æqualis. Bina igitur triãgula ſũt (per 8 primi) β γ ν, ξ ι ν, binos angulos duobus angulis æquos habentia alterum alteri, & unum latus uni lateri æquum, quod ad æquos angulos, hoc eſt ϛ γ ipſi ι ξ & reliqua igitur latera, reliquis lateribus æqualia habebunt. Aequalis igitur eſt γ θ, ipſi ξ ν eſt autem & α γ, ipſi ♢ ξ æqualis. Binæ igitur α γ, γ ν, duabus ♢ ξ, ξ ν, ſunt æquales, & æquos comprehẽdunt angulos, baſis igitur α ν, (per 4 primi) baſi ♢ ν eſt æqualis. Et quoniam æqualis eſt α θ, ipſi ♢ μ, æquum eſt quod ex α θ ei quod ex ♢ γ, (per 47 primi) æqualia ſunt quæ ex α ν, ν θ, rectus enim eſt qui ſub α ν θ. Ei autẽ quod ex ♢ μ, æqua ſunt quæ ex ♢ ν, ν μ, rectus enim eſt qui ſub ♢ ν μ. Igitur quæ ex α ν, ν θ, ſũt eis æqualia quæ ex ♢ ν, ν μ. quorũ quod ex α ν, æquũ eſt ei quod ex ♢ ν. Reliquum igitur quod ex ν θ, æquum eſt ei quod ex ν μ. Aequalis igitur eſt θ ν, ipſi μ ν. Et quoniam binæ θ α, α ν, duabus μ ♢, ♢ ν, ſunt æquales altera alteri, & baſis θ ν, baſi μ ν eſt æqualis, angulus igitur qui ſub θ α ν, (per 8 primi) angulo qui ſub μ ♢ ν eſt æqualis. Si fuerint igitur bini anguli plani æquales, & quæ ſequuntur reliqua. Quod oſtendere oportebat.



CORRELARIVM. Ex hoc nempe manifeſtũ, quod ſi fuerint bini anguli plani rectilinei æquales, ſteterintq́; ſuper ipſis ſublimes rectæ lineæ æquales æquos angulos cõprehendentes, cum ijs quæ in principio rectis lineis alterum alteri, quæ ex ipſis perpendiculares ductæ ad plana in quibus ſunt qui principio anguli, ſunt æquales.

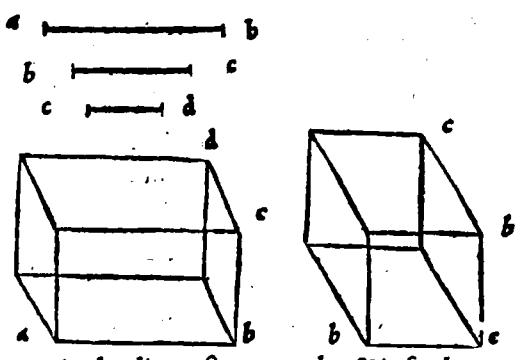
Eucli. ex Camp. Propoſitio 38

38 SOlidum tribus lineis proportionalibus contentum, æquum erit ſolido quod à mediæ lineæ æquis lateribus continetur, ſi anguli ſui amborum ſibi inuicem æquales fuerint.

CAMPANVS De ſolidis parallelogrãmis intelligatur. de his enim qualiacunq́ ſint dum tamen æquiangula, uerum eſt, quod contentum à tribus lineis proportionalibus æquale eſt ei quod à media earũ continetur, quẽadmodũ de ſuperficiebus rectangulis probatũ eſt in 15 ſexti, & de non rectangulis elicitur euidenter ex ſecunda parte 15 eiuſdem. Sint igitur tres lineæ a b, b c, & c d, cõtinue proportionales, fiatq́; ex eis unus angulus ſolidus ad libitum, & perficiatur ſolidũ æquidiſtantiũ laterũ cuius linea a b ſit longitudo. b c uero altitudo, ſed c d latitudo, & ipſum ſolidum dicatur e d. Sũpta quoq́ alia linea qualibet æquali b c quæ etiam uocetur b c, ſuper ipſius extremitatẽ quæ eſt b

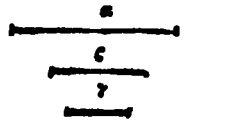
con

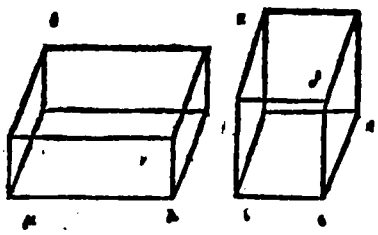
cõſtituatur angulus ſolidus æqualis angulo ſolido a, ſecundũ quod docet 16 lineæq; cæteræ ſolidũ angulum b cõtinentes reſecẽtur ad æqualitatem lineæ b c, & perficiatur ſolidum æquidiſtãtiũ ſuperficierũ cuius lõgitudo, latitudo, & altitudo ſit linea b c, & ipſum appelletur b c. Dico itaque duo ſolida a d & b c eſſe æqualia. Manifeſtũ eſt enim, quod cũctæ ſuperficies unius ſunt æquiãgulæ ſuis relatiuis ſuperficiebus alterius. Quod ex 24 primi patere poteſt, nã cũ ſolidus angulus b ponatur æqualis ſolido angulo a, neceſſe eſt ut unus angulus uniuſcuiuſque ſuperficiei ſolidi a d ſit æqualis uni angulo ſuæ relatiuæ ſuperficiei in ſolido b c. itaque per 24 primi eorũ oppoſiti, erũt æquales. At quia uniuſcuiuſque ſuperficiei quadrilateræ omnes anguli ſũt æquales quatuor reliquis ex 32 primi, neceſſe eſt duos reliquos unius eſſe æquales duobus reliquis ſuæ relatiuæ. Cũq; ipſi duo reliqui in qualibet ſint etiã adinuicẽ æquales, conuincitur neceſſario ut unaquæq; ex ſuperficiebus ſolidi a d ſit æquiangula ſuæ relatiuæ in ſolido b c, quare ex ſecunda parte 13 ſexti baſes duorũ ſolidũ propoſitorũ erunt æquales: ſunt enim æquiãgulæ & laterũ mutuorũ. Si itaque lineæ altitudinum ſuper baſes ipſorũ orthogonaliter inſiſtunt, conſtat ex 31 ipſa eſſe æqualia, cum enim hæ lineæ ſint æquales & ipſæ determinent altitudinẽ ſolidorũ, erunt ſolida æque alta. At ſi lineæ altitudinum ipſorum non inſiſtunt ſuis baſibus orthogonaliter, ab ipſarum ſummitatibus ad baſes perpendicularibus demiſſis, erũt ex præmiſſa hæ perpendiculares adinuicem æquales, ipſæ enim erunt, ſicut erant & in præmiſſæ demonſtratiõis figura duæ lineæ p q & l n, quas demõſtrauimus oportere eſſe æquales. Quia igitur omnium ſolidorũ altitudo ex perpendicularibus à ſũmitatibus ipſorũ ad ſuas baſes deſcẽdentibus diffinitur, erũt ex 31 duo ſolida a d & c b æqualia. Conuerſam quoq; huius poſſumus, ſi delectat, cõuerſo modo probare. Vt ſi parallelogrãmũ corpus a d ſit æquale & æquiangulũ corpori parallelogrãmo b c, & corpus b c cõtineatur à media triũ linearũ cõtinentiũ corpus a d. erunt tres lineæ cõtinentes corpus a b cõtinue proportionales. Cum enim duo ſolida parallelogramma a d & c b ſint æqualia & æque alta, ex hypotheſi ipſa erunt ſuper baſes æquales per conuerſas 31 & 32. Et quia ipſæ baſes eorum ſunt æquiãgulæ, ſequitur ex prima parte 13 ſexti quod ipſæ ſunt mutuorum laterum. Itaque proportio a b ad b c, ſicut b c ad c d. Quare conſtat propoſitum.



Eucli. ex Zamb. *Theorema 32* *Propoſitio 36*

36 Si tres rectæ lineæ proportionales fuerint, ex ipſis tribus rectis lineis ſolidũ parallelepipedũ æquũ eſt ei qd ex media fit ſolido parallelepipedo æquilatero quidem, æquiangulo autẽ prædicto.





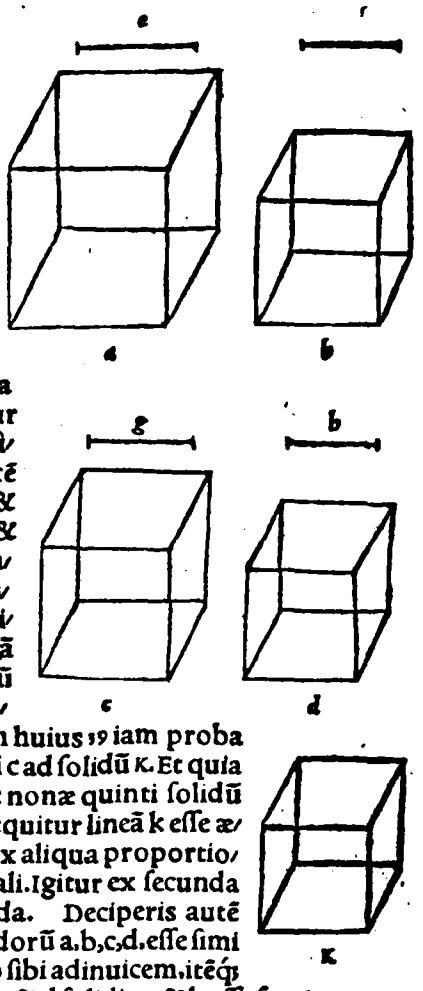
THEON ex Zamb. *Sint tres rectæ lineæ proportionales α, β, γ ſicut α, ad ε, ſic ε ad γ. Dico quod ex α, ε, γ, ſolidum, æquũ eſt ei quod ex ε ſolido æquilatero quidẽ æquiangulo autẽ prædicto. Exponatur (per 23 undecimi) ſolidus angulus qui ad ι. comprehenſus ſub tribus angulis planis hoc eſt ∠ ι, ι ξ, ξ ι ∠, ponaturq; (per 2 primi,) ipſi quidẽ ε, æqualis unaquæq; ipſarum ∠ ι, ι ξ, ξ ι ∠, compleaturq; ipſum ι, ſolidum. Ipſi autẽ α, æqualis eſto (per eandem 14 μ), cõſtituaturq; (per 26 undecimi) ad ipſam λ μ rectam lineam ad ſignũq; in ea λ, ipſi qui ad ι ſolido angulo æquus comprehenſus ſub γ λ ξ, ξ λ μ, γ λ μ, ponaturq; (per 2 primi) ipſi quidem β æqualis λ ξ, ipſi autẽ γ æqualis λ ν. Et quoniam eſt ſicut α ad ε, ſic eſt β ad γ, æqualis autem eſt α ipſi λ μ, & β unicuiq; ipſarum λ ξ, ξ ι, ι ∠, & γ ipſi λ ν, eſt igitur λ μ ad ι ξ, ſic eſt ∠ ι ad λ ν, & circũ æquos angulos qui ſub μ λ ν ∠ ι ξ. latera ſunt reciproca. Igitur parallelogrammum μ ν, æquum eſt ipſi ∠ ξ, parallelogrammo (per 14 ſexti. Et quoniã bini anguli plani rectilinei æquales ſunt, qui ſub ∠ ι, ν λ μ, ſuper ipſis ſublimes rectæ lineæ ſunt cõſtitutæ λ ξ, ι ι, inuicẽ æquales (per præcedentẽ,) æquos angulos cõprehẽdentes.*

ter cum ijs quæ in principio rectis lineis alterum alteri. ipſæ igitur quæ ex κ,ξ. ſignis perpendiculares ductæ ad eã quæ per ν λ μ,ρ ſ ξ,plana,(per corollariũ præcedentis) inuicem ſunt æquales. Quare λ θ,ſ κ,ſolida, ſub eadem ſunt altitudine. Super æqualibus autẽ baſibus & ſub eiſdẽ altitudinis conſtituta ſolida parallelepipeda, inuicem ſunt æqualia(per 31 undecimi.) Igitur ſolidum θ λ,ſolido ſ κ eſt æquale. At λ θ,ſolidũ,eſt ex ipſis α.β,γ,& ſ κ,ſolidũ eſt ex β. Igitur quod ex α,β γ,ſolidum parallelepipedum,æquum eſt ei quod ex β ſolido æquilatero quidem, ſed æquiangulo prædicto. Quod erat oſtendendum.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 39

39 SI fuerint quotlibet lineæ proportionales, ſolida quoque ſua æquidiſtantium atque ſimilium uniuſcuiuſque creationis ſuperficierũ erunt proportionalia. Si uero ſolida æquidiſtantium atque ſimilium uniuſcuiuſque creationis ſuperficierum fuerint proportionalia, lineæ quoque à quibus ipſa ſolida continentur, erunt proportionales.

CAMPANVS Simile proponit uigeſima prima ſexti de ſuperficiebus. Sint itaq; quatuor lineæ a,b,& c,d, proportionales,& ſuper has fabricentur quatuor ſolida parallelogramma eiſdẽ nominibus dicta, quæ ſint expreſſe ſimilia, duobus enim ad libitum fabricatis ſuper duas lineas a & c, cætera ſecũdum præcepta 17 conſtituenda erũt. Dico hæc 4 ſolida eſſe proportionalia. Et econuerſo. Subiũgantur enim duabus lineis a & b: in cõtinua proportiõe duæ quæ ſunt e & f, quemadmodũ docet 10 ſexti, & duabus lineis c & d, aliæ duæ quæ ſint g & h. Cõſtat igitur ex 36 & ex diffinitione proportionis triplicatæ quæ poſita eſt in principio quinti. & ex hac hypotheſi q; ſolida a & b ſibi inuicẽ & ſolida c & d ſibi adinuicẽ ſunt expreſſe ſimilia: q; ꝓportio ſolidi a ad ſolidum b eſt ſicut ꝓportio lineæ a ad lineã f: ſolidi quoq; c ad ſolidũ d, ſicut lineæ c ad lineã h. Et quia ꝑ 11 quinti ꝓportio lineæ a ad lineã f eſt ſicut lineæ c ad lineã h, erit ex 11 quinti ſolidũ a ad ſolidũ b, ſicut ſolidũ c ad ſolidũ d. Cõſtat igitur prima pars. Secunda ſic. Sint duo ſolida a & b ſibi adinuicẽ, duoq; alia quæ ſint c & d, ſibi adinuicẽ expreſſe ſimilia, ſintq; cuncta parallelogramma, & ponantur proportionalia. Dico quod lineæ a,b,& c,d, ſuper quas ſunt conſtituta, ſunt proportionales. Sit enim ex 10 ſexti ſicut linea a ad lineã b, ita linea c ad lineam k. Et fiat ſecundũ 17 huius ſuper lineam k ſolidum expreſſe ſimile ſolido d, quod etiã dicatur k. Eritq; ex diffinitionibus ſimiliũ corporũ & ſimilium ſuperficierum, & 20 ſexti, corpus k expreſſe ſimile corpori c, ideoq; per primam partem huius 39 iam probatam erit proportio ſolidi a ad ſolidũ b, ſicut ſolidi c ad ſolidũ k. Et quia eadẽ erat ſolidi c ad ſolidũ d, erit ex ſecunda parte nonæ quinti ſolidũ k æquale ſolido d. Cũq; eſſet ſibi expreſſe ſimile, ſequitur lineã k eſſe æqualem lineæ d. Aequalitas enim nõ producitur ex aliqua proportione triplicata uel quotieslibet ſumpta, niſi ex æquali. Igitur ex ſecunda parte 7 quinti conſtat etiã huiuſmodi pars ſecunda. Deciperis autẽ ſi arbitraris oportere unumquodq; quatuor ſolidorũ a,b,c,d, eſſe ſimile cuilibet aliorũ. Neceſſe eſt enim duo ſolida a & b ſibi adinuicem, itẽq; duo c & d ſibi adinuicem eſſe ſimilia. ſolida autem c & d ſolidis a & b eſſe ſimilia contingens eſt, neceſſariũ autem non. Idem ex hac 39 de ſerratilibus facile poteris concludere.



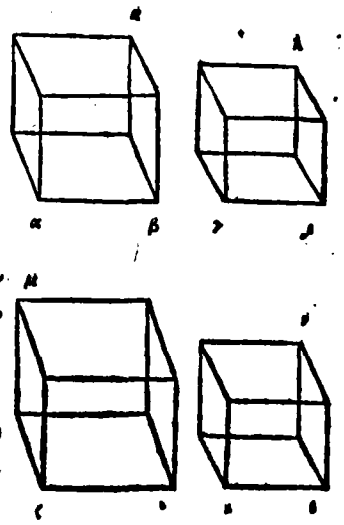
Eucli. ex Zamb. Theorema 32 Propoſitio 37

37 Si quatuor rectæ lineæ proportionales fuerint, & quæ ex ipſis ſolida parallelepipeda ſimilia ſimiliterq; deſcripta proportionalia erunt. Et ſi quæ ex

ipſis

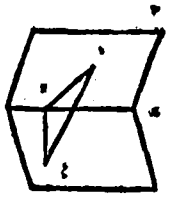
ipſis ſolida parallelepipeda ſimilia ſimiliterq; deſcripta proportionalia fue rint, & ipſæ quoq; rectæ lineæ proportionales erunt.

THEON ex Zamb. Sint quatuor rectæ lineæ proportionales α β, γ δ, ε ζ, ϰ θ, ſicut α β ad γ δ, ſic ε ζ ad ϰ θ, & deſcribantur ab ipſis α β, γ δ, ε ζ, ϰ θ, ſimilia ſimiliterq; iacentia ſolida parallelepipeda λ α, λ γ, μ ε, ν ϰ. Dico quod eſt ſicut λ α ad λ γ, ſic eſt μ ε ad ν ϰ. Quoniam enim ſolidum λ α parallelepipedum ipſi λ γ ſimile eſt, igitur (per 33 undecimi) λ α ad λ γ triplicem rationem habet quam α β ad γ δ, & id propterea μ ε ad ν ϰ triplam habet rationem quam ε ζ ad ϰ θ. Et ſicut igitur (per 11 quinti) λ α ad λ γ, ſic μ ε ad ν ϰ. Sed iam eſto ſicut λ α ſolidum ad λ γ ſolidum, ſic μ ε ſolidum ad ν ϰ ſolidum. Dico quod eſt ſicut α β recta linea ad ipſam γ δ, ſic eſt ε ζ ad ϰ θ. Quoniam enim rurſus λ α ad λ γ triplam rationem habet quam α β ad γ δ, habet autem & μ ε ad ν ϰ triplam rationem quam ε ζ ad ϰ θ, eſtq; ſicut λ α ad λ γ, ſic μ ε ad ν ϰ, & ſicut igitur α β ad γ δ, ſic ε ζ ad ϰ θ. Si quatuor igitur rectæ lineæ proportionales fuerint, & quæ ſequũtur reliqua. Quod erat oſtendendũ.



Eucli. ex Zamb. Theorema 33 Propoſitio 38

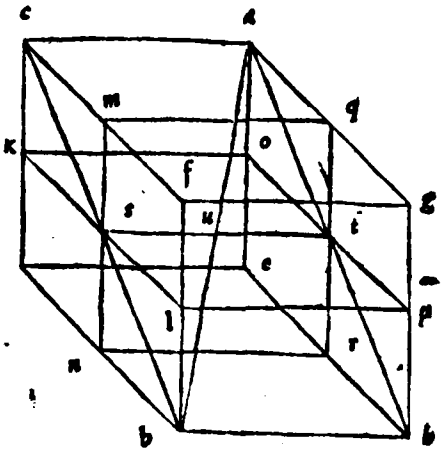
38 Si planum ad planum rectum fuerit, à ſigno autem in altero planorũ exiſtente in alterum planum perpẽdicularis ducta fuerit, in cõmunem ipſorum planorum ſectionem cadit ipſa perpendicularis.



THEON ex Zamb. Planum enim γ δ, ad planum α β, rectum eſto, cõmunis autem ipſorũ ſectio ſit δ α, ſumaturq; in ipſo γ δ plano, contingens ſignum ε. Dico quod ab ipſo ε in α β planũ perpẽdicularis ducta, in ipſam δ α cadit. Non enim, ſed ſi poßibile eſt, cadat extra ſicut ε ζ, & concurrat ipſi α β plano in ζ ſigno, & ab ipſo ζ, in ipſam δ α, in plano α β (per 11 undecimi) perpendicularis excitetur ζ ν, quæ & ipſi γ δ plano ad angulos rectos eſt. Conuertanturq; ε ν. Quoniam igitur ζ ν ipſi γ δ plano ad angulos rectos eſt, tangit autem ipſam ipſa ε ν exiſtens in ipſo γ δ plano, igitur angulus qui ſub ζ ν ε, rectus eſt. Sed & ε ζ, ipſi α β plano ad angulos eſt rectos: angulus igitur qui ſub ε ζ ν, rectus eſt. Trianguli iam ipſius ε ζ ν bini anguli, duobus rectis ſunt æquales, quod (per 17 primi) eſt impoßibile. Igitur ab ε in α β planum perpẽdicularis ducta, non cadit extra ipſam δ α, in ipſam igitur α δ cadit. Quod erat oſtendendum.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 40

40 SI inſciſa fuerint latera duarum oppoſitarum ſuperficierum cubi unumquodq; in duo media, exierintq; à punctis ſectionũ duæ ſuperficies ſe uiciſſim ſecantes & cubum, cõmunem earum ſectionem diametrum cubi per æqualia ſecare, & ab ipſa diametro uerſa uice per æqualia ſecari neceſſe eſt.



CAMPANVS. Statue cubum qui ſit a b, de quo conſtat per diffinitionẽ quod omnes lineæ ipſum continẽtes ſint æquales, & eius ſuperficies rectangulæ, tale enim corpus, cubũ dicimus. Huius igitur baſis ſit eius ſupficies a c d e, ſuperficies uero eius ſuprema b f g h, dextra uero eius ſuperficies ſit a e g h, ſiniſtra autem ſuperficies b f c d, citerior quoq; ſit d e b h, ſed ulterior a, c g f, eiusq; diameter ſit a b. Diuidantur itaq; omnia latera duarum quarumlibet ſuperficierũ oppoſitarum eius per æqualia, & ſint nunc ſuperficies quarũ latera diuidantur, dextra atq; ſiniſtra. Diuidantur, inquam, quatuor latera dextræ quidẽ ſuper quatuor puncta quæ ſunt o, p, q, r, ſiniſtræ uero ſuper quatuor quæ ſint k, l, m, n, & coniungantur puncta in his ſuperficiebus oppoſita, ductis lineis o p & q r quæ ſecent ſe in pũcto t, itemq; k l & m n quæ ſecent ſe in puncto ſ, & perficiãtur duæ ſuperficies ſecantes ſe inuicem & cubum, protractis item lineis

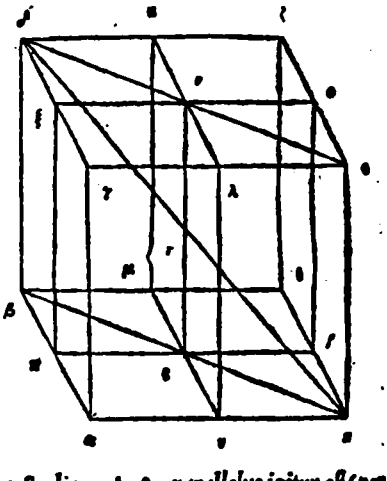
o k & p l, q m & r n, ſitq; harum duarum ſuperficierum communis ſectio linea s t. Dico igitur quod linea s t diuidit diametrum a b, & diuiditur ab eadem diametro per æqualia. Quod patet, utraq; enim earum tranſit per centrum cubi.

ALITER uero conuenit quod propoſitum eſt demonſtrare. Producantur enim duæ lineæ t a & t h, & item duæ s c, s b, eritq; ex 4 primi a t æqualis t h, & s c æqualis s b. Conſtat autem ex prima parte 29 primi, quod angulus p t q eſt æqualis angulo a q t, & ex 4 primi angulus h t p eſt æqualis angulo t a q. Itaq; ex 32 primi totus angulus h t q cum angulo q t a, ualet duos rectos, quare ex 14 primi linea a h erit linea una, ſimiliter quoq; linea a b erit linea una. At quia ex nona huius linea a c eſt æquidiſtans lineæ b h (utraq; enim eſt æquidiſtans lineæ d c) cumq; ipſæ ſint æquales quia latera cubi, ſequitur ex 33 primi duas lineas a h & c b eſſe æquales & æquidiſtantes: ideoq; per conceptionem, earum medietates quæ ſunt a t & b s, erunt æquales. Ex 7 autem huius manifeſtū eſt, quod linea s c eſt in ſuperficie duarum linearū a h & b c, & ex eadem, linea a b quæ eſt diameter cubi, eſt etiam diameter ſuperficiei parallelogrammæ a c b h. Itaq; linea s t ſecat diametrum a b. Secet ergo ipſam in puncto u. Dico ergo lineam s u eſſe æqualem lineæ u t, & lineam etiam a u lineæ u b. Intelligantur duo triangula a t u, b s u, quorum anguli qui ſunt ad t & s ſunt æquales adinuicē, ſimiliter anguli eorundem qui ſunt ad a & b æquales adinuicem ex prima parte 29 primi, propter id quod linea a t æquidiſtat lineæ s b. Et quia etiam ipſæ ſunt adinuicem æquales, ſequitur ex 26 primi, quod propoſitum eſt. Idem quoq; eodem modo concluditur, & ſi ſolidum a b non ſit cubus, ſed ſolidum corpus parallelogrammum ſiue æqualibus lineis ſiue non æqualibus contentum fuerit, ſiue quoque ſuper baſin orthogonaliter erectum ſiue etiam & ſuper ipſam inclinatum. Vnde ampliatur in hac 40 figuratio cubi, ad omnes figuras parallelogrammas ſolidas.

Eucli. ex Zamb. Theorema 34. Propoſitio 39.

39 Si ſolidi parallelepipedi eorū quæ ex oppoſito planorū latera bifariam ſecta fuerint, extēſaq; fuerint per ſectiones plana, cōmunis ipſorū planorū ſectio, & ſolidi parallelepipedi dimetiens bifariam ſe adinuicē diſpeſcent.

ALITER. **Si cubi eorum quæ ex oppoſito planorū latera, & reliqua quæ ſequuntur ut ſupra.**



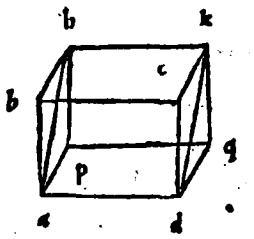
THEON ex Zamb. *Solidi, inquam, parallelepipedi α ξ, eorum quæ ex oppoſito planorū γ ξ, α ι, latera bifariā diſpeſcantur per κ, λ, μ, ν, & ξ, π, ο, ρ, ſignis, & per ſectiones protendantur plana κ ν, ξ ρ. cōmunis autem planorū ipſorum ſectio eſto ν σ, ipſius autem α β, ſolidi parallelepipedi diagonius eſto δ κ. Dico iam quod & ipſæ ν σ, δ κ, ſeſe inuicem diſpeſcūt, hoc eſt quod ν τ ipſi τ σ eſt æqualis. & δ τ ipſi τ κ. Cōnectantur enim δ ν, ν ι, β σ, σ κ. Et quoniam δ ξ parallelus eſt ipſi ο ι, anguli alternatim poſiti (per 29 primi) qui ſub δ ξ ν, ν ο ι, inuicem ſunt æquales. Et quoniam æqualis eſt δ ξ ipſi ο ι, & ξ ν ipſi ν ο, & æquos angulos comprehendunt, baſis igitur δ ν (per 4 primi) ipſi ν ι eſt æqualis. & triangulum δ ξ ν ipſi ν ο ι triāgulo eſt æquale, & reliqui anguli reliquis angulis. Igitur angulus qui ſub ξ ν δ, æquus eſt ei qui ſub ο ν ι angulo, ac per hoc recta linea eſt ipſa δ ν ζ, & per eadem etiā β σ κ recta linea eſt, eſt & æqualis β σ ipſi σ κ. Et quoniā γ α ipſi δ β eſt æqualis & eſt parallela, ſed γ α ipſi κ ι eſt æqualis & parallela, & δ ζ igitur ipſi ι κ eſt æqualis & parallela (per primam cōmunem ſententiam) & ipſas connectunt rectæ lineæ δ ι, β κ. parallelus igitur eſt (per 33 primi) δ ι, ipſi β κ, & ſuſcipiuntur in utriſq; contingentia ſigna, hoc eſt δ, ν, κ, σ, cōnectanturq; δ κ, ν σ. in uno igitur ſunt plano (per 17 undecimi) ipſæ δ κ, ν σ. Et quoniam parallela eſt δ ι ipſi β κ, æqualis igitur eſt (per 29 primi) qui ſub ι δ τ angulus ei qui ſub β κ τ angulo: uicißim enim & qui ſub δ τ ν ei qui ſub κ τ σ. Bina iam triangula ſunt, hoc eſt δ τ ν & κ τ σ, duos angulos duobus angulis æquos habentia, & unum latus uni lateri æquum, quod ſubtendit autem æqualium angulorum, hoc eſt δ ν ipſi κ σ, dimidiæ nanq; ipſarum δ ι, β κ, & reliqua igitur latera reliquis lateribus æqualia habebunt. Aequalis igitur eſt δ τ ipſi τ κ, & ν τ ipſi τ σ. Si ſolidi igitur parallelepipedi eorum quæ ex oppoſito planorum latera bifariam ſecta fuerint, extenſaq; fuerint per ſectiones plana, cōmunis ipſorum planorum ſectio & ſolidi parallelepipedi dimetiens bifariam ſe adinuicem diſpeſcent. Quod erat oſtendendum.*

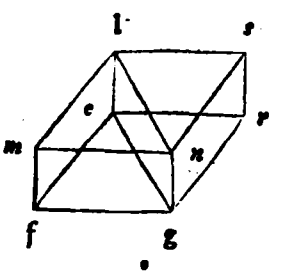
Eucli. ex

Eucli. ex Camp. Propoſitio 41

41 Si duo corpora ſeratilia quorũ alterũ baſin triangulam, alterũ uero baſin habeat æquidiſtantiũ laterũ ipſi baſi triãgulæ duplam, æque alta fuerint, illa duo corpora neceſſe eſt eſſe æqualia.

CAMPANVS. Sit ſuperficies a b d æquidiſtantiũ laterum dupla trilateræ ſuperficiei e f g, & ſuper has duas ſuperficies fiant duo corpora ſeratilia æque alta. Sitq; ſeratile quod eſt ſupra baſin quadrãgulam a b c d, a b h d c k, cuius baſis eſt ſuperficies æquidiſtantiũ laterum propoſita a b c d, alia eius ſuperficies æquidiſtantiũ laterum eſt a h d k, tertia uero eſt b h c k, duæ autem eſt eius triangulares ſuperficies, ſunt altera quidem triãgulus a b h, reliqua uero triangulus d c k. Seratile autem quod eſt ſuper baſin triãgulam e f g, ſit e f g l m n, cuius altera duarum trilaterarũ ſuperficierũ eſt baſis prædicta, reliqua uero triangulus l m n, trium autem ſuperficierũ eius æquidiſtantium laterum prima quidem eſt e f l m, ſecunda uero e g l n, tertia uero f g m n. Dico itaq; hæc duo ſeratilia propoſita, eſſe adinuicẽ æqualia. Perficiantur enim duo ſolida parallelogramma, adiungendo utriq; duorum propoſitorũ ſeratilium aliud ſeratile ſibi æquale. Primo quidem ſeratili ſuper eandem baſin ſit adiunctũ ſeratile a p h d q k, cuius duæ trilateræ ſuperficies ſint a p h, d q k, tres autem quadrilateræ, prima quidem a h d k quæ eſt terminus communis ſibi & ei cui adiungitur, ſecunda uero a d p q, tertia quoq; p q h k. Secundo autẽ ſeratili adiungatur aliud ſeratile ſibi æquale hoc modo. Adiungatur primo triangulo e f g alius triangulus æqualis qui e g r. ita quod tota ſuperficies e f g r ſit æquidiſtantiũ laterum, & ſuper hunc triangulum fiat ſeratile e g l r l n s, quod cum illo cui adiungitur perficiat corpus parallelogrammum huius ſeratilis adiuncti, duæ trilateræ ſuperficies ſunt e g r, l n s, tres autem parallelogrammæ ſunt, prima quidem c l r s, ſecunda e l g n quæ eſt cõmunis terminus ſibi & ei cui adiungitur, tertia uero g r n s. Manifeſtum igitur ex diffinitione ſolidorũ æqualium atq; ſimilium, q̃ duo ſeratilia parallelogrammũ componentia ſolidum a k, ſibi inuicem, itemq; cõponentia ſolidum parallelogrammũ e n, ſibi adinuicem ſunt æqualia. At uero ex 31 uel ex 32 huius, duo ſolida a k & e n ſunt ſibi inuicem æqualia. Quia ergo horum ſolidorũ mediętates ſunt ſeratilia propoſita, per cõmunem ſcientiam conſtat ea eſſe æqualia, quæcũq; enim fuerint æqualia, eorum mediętates neceſſe eſt eſſe æquales. Liquet itaq; quod propoſitum eſt.

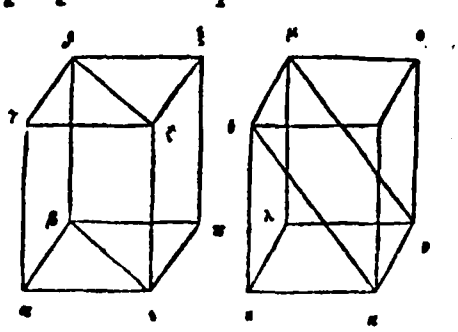




Eucli. ex Zamb. Theorema 35 Propoſitio 40

40 Si fuerint bina priſmata ſub æquis altitudinibus, & alterũ quidem baſin parallelogrammũ habuerit, alterum autem triangulũ, duplum autem fuerit parallelogrammũ ipſius trianguli, ipſa priſmata æqualia erunt.

THEON ex Zamber. *Sint bina priſmata α β γ δ ∘ ζ, ϰ θ ϰ λ μ ν, & alterũ quidem habeat baſin α ζ parallelogrammũ, alterũ uero ϰ θ ϰ triangulum, duplum uero ſit α ζ parallelogrãmum, ipſius ϰ θ ϰ trianguli. Dico quod priſma α β γ δ ∘ ζ, æquũ eſt ipſi θ ϰ λ μ ν priſmati. Cõpleantur, inquam, ipſa α ξ, ν ο, ſolida. Et quoniam α ζ parallelogrammũ ipſius ϰ θ ϰ triãguli duplum eſt, eſtq; θ ϰ parallelogrammũ (per 41 primi) duplum ipſius ϰ θ ϰ trianguli, æquũ igitur eſt α ζ parallelogrammũ ipſi θ ϰ parallelogrãmo. Super æqualibus autem baſibus exiſtentia ſolida parallelepipeda & ſub eadem altitudine, inuicẽ ſunt æqualia (per 31 undecimi). Igitur ſolidũ α ξ, æquũ eſt ipſi ϰ ο ſolido & ipſius quidem α ξ ſolidi, dimidiũ eſt ipſum α β γ δ ∘ ζ priſma, ipſius autẽ ϰ ο ſolidi, dimidiũ eſt ipſum ϰ θ ϰ λ μ ν priſma. Igitur priſma α ζ γ δ ∘ ζ, ipſi ϰ θ ϰ λ μ ν priſmati eſt æquũ. Si fuerint igitur bina priſmata ſub æquali altitudine, & alterũ quidem habuerit baſin parallelogrammũ, alterũ autem triangulũ, duplum autem fuerit parallelogrammũ ipſius trianguli, æqualia ſunt ipſa priſmata. Quod erat oſtendendũ.*

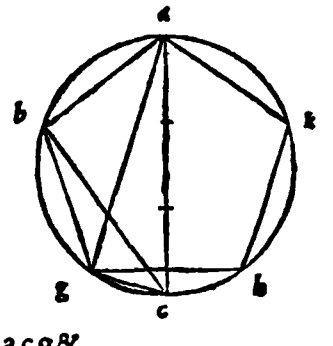


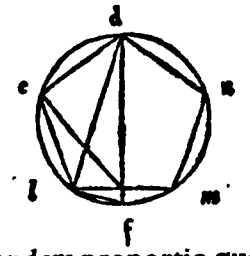
EVCLIDIS MEGARENSIS GRAECI PHILOSOPHI GEOMETRICORVM ELEMENTORVM. LIBER DVODECIMVS,

Eucli. ex Camp. Propoſitio 1

OMnium duarum ſuperficierum ſimilium multiangularũ inter duos circulos deſcriptarũ eſt proportio alterius ad alteram, tanquam proportio quadratorũ quæ ex diametris circulorum eas circunſcribentium proueniunt.

CAMPANVS. Sint duo circuli a b c, d e f, quibus inſcribantur duæ quælibet figuræ polygoniæ quæ ponantur adinuicem ſimiles, ſintq; nunc, pentagonæ inſcriptæ ut docet 11 quarti, & ipſæ ſint a b g h k, d e l m n, diametri quoq; circulorũ ſint a c & d f. Dico itaq; quod proportio pentagoni a b g h k ad pentagonũ d e l m n, eſt ſicut quadratũ diametri a c ad quadratũ diametri d f. Protrahãtur enim in utroq; circulo duæ lineæ ab extremitate diametri, ad extremitatẽ unius lateris pentagoni diametro non cõterminalis, ſeinuicem cancellantes infra ipſum pentagonum: in hoc quidem, a g & c b, in illo autem d l & f e. Eritq; ex 6 ſexti triangulus a b g, æquiangulus triãgulo d e l. Nam cum pentagoni ponantur adinuicem ſimiles, erunt ex diffinitione ſimilium ſuperficierũ angulus a b g æqualis angulo d e l, & latera ipſos continẽtia proportionalia, uidelicet, proportio a b ad d e, ſicut b g ad e l. Cum ſint autem ex 29 tertij duo anguli a c g & a g b ſibi inuicẽ æquales, itemq; duo alij d f e & d l e ſibi inuicem æquales, erunt duo qui ſunt c & f adinuicẽ æquales ex hac communi ſciẽtia, quæ æqualibus ſunt æqualia, ſibi quoq; æqua eſſe neceſſe eſt. Et quia ex prima parte 30 tertij uterq; duorũ angulorum a b c, d e f, eſt rectus, ſequitur ex 32 primi duos triãgulos a b c, d e f, eſſe æquiangulos. Quare per 4 ſexti proportio diametri a c ad diametrũ d f, eſt ſicut lateris a b ad latus d e. Cum itaq; ex ſecunda parte 18 ſexti, proportio duorũ pentagonorũ eſt ſicut proportio lateris a b ad latus d e proportio duplicata, & per eandem proportio quadrati diametri a c ad quadratũ diametri d f, ſit ſicut diametri a c ad diametrũ d f duplicata, per hanc cõmunem ſcientiam quorũ dimidia ſunt æqualia, ipſa quoq; adinuicem eſſe æqualia, manifeſtum eſt quod propoſitum eſt.



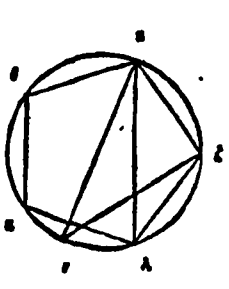


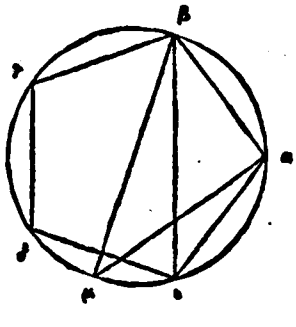
Eucli. ex Zamb. Theorema 1 Propoſitio 1

OMnes in circulis ſimiles multangulæ figuræ, adinuicem ſe habent ſicut quæ ex dimetientibus quadrata.

THEON ex Zamb.

Sint circuli α β γ δ, ζ η θ κ λ, & in eis ſint ſimiles figuræ multangulæ α ϵ γ δ, ζ η θ κ λ, dimetientes autem circulorũ, ſint β μ, η ν. Dico q͡d eſt ſicut quadratũ quod ex β μ ad id quod ex η ν quadratum, ſic eſt multangulũ α β γ δ ad multangulũ ζ η θ κ λ. Connectantur enim β α, α μ, η κ, ζ ν. Et quoniã multangulum α ϵ γ δ ipſi ζ η θ κ λ multangulo ſimile eſt, æquus eſt & qui ſub ϵ α δ, angulus ei qui ſub η ζ λ, eſtq; ſicut ϵ α ad α δ, ſic η ζ ad ζ λ. Bina iam triangula ſunt β α δ & η ζ λ, unum angulũ uni angulo



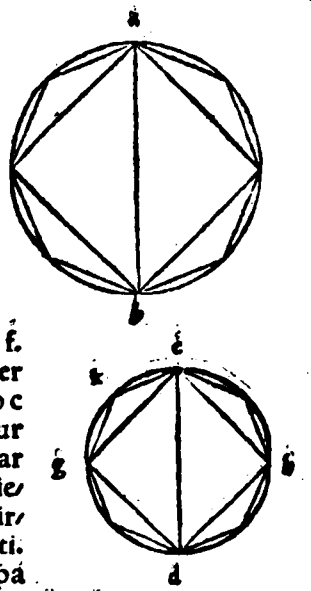


æquum

æquã habentiã, qui ſub β α ι ei qui ſub ν ξ λ, circa autẽ æquos angulos latera proportionalia: æquiangulũ igitur eſt (per 1 diffinitionẽ ſexti) α ϵ ι triangulũ, ipſi ξ ν λ triangulo: æqualis igitur eſt angulus qui ſub α ι ϵ, ei qui ſub ξ λ ν. Sed qui (per 21 tertij) ſub α ι ϵ ei qui ſub α μ β eſt æqualis (in eandem nanq; circũferentiam ierunt) qui autẽ ſub ξ λ ν ei qui ſub ξ ν ν, & qui ſub α μ β igitur ei qui ſub ξ ν ν eſt æqualis. Eſt autẽ & rectus qui ſub β α μ, ei qui ſub ν ξ reſto (per 4 poſtulatũ) æqualis: reliquus igitur, reliquo eſt æqualis (per 3 cõmunem ſententiã.) Æquiangulũ igitur eſt triangulũ α μ β, ipſi ξ ν ν triangulo. Proportionaliter igitur eſt ſicut β μ ad ν ν, ſic β α ad ν ξ. Sed ipſius quidẽ β μ ad ν ν rationis, dupla eſt ea quæ ipſius β μ quadrati ad id quod ex ν ν quadratũ. Ipſius autẽ β α ad ν ξ, dupla eſt ipſius α β γ δ multanguli ratio ad ipſum ξ ν θ ν λ multangulũ: & ſicut igitur (per 11 quinti) quod ex β μ quadratũ ad id quod ex ν ν quadratũ, ſic eſt multangulũ α ϵ γ δ ad multangulũ ξ ν θ ν λ. In circulis igitur ſimilia multangula, ſeſe adinuicem habẽt ſicut quæ ex dimetientibus quadrata. Quod erat oſtendendũ. Euclid. ex Camp. Propoſitio 2

2 OMnium duorũ circulorũ eſt proportio alterius ad alterũ, tanq; proportio quadrati ſuæ diametri ad quadratũ diametri alterius.

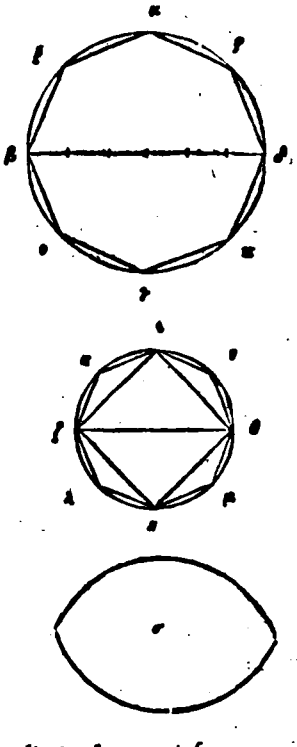
CAMPANVS. Sint duo circuli a b & c d, quorum diametri quoq; dicãtur a b & c d. Dico itaq; q; porportio circuli a b ad circulum c d, eſt ſicut quadrati diametri a b ad quadratũ diametri c d. Manifeſtũ enim eſt ex hac cõmuni ſcientia, ſcilicet, quanta eſt quælibet magnitudo ad aliquã ſecundã, tantam neceſſe eſt eſſe quãlibet tertiam ad aliquã quartã, q; proportio quadrati diametri a b ad quadratũ diametri c d, eſt ſicut circuli a b ad ſuperficiẽ aliquã quæ ſit e, cuiuſcũq; figuræ aut formæ ponatur. Hanc autẽ impoſſibile eſt maiorem eſſe aut minorem circulo c d. Si enim eſt poſſibile ipſam eſſe minorem circulo c d, ſit itaq; minor in ſuperficie f. Itaq; circulus c d, ſit æqualis duabus ſupficiebus e & f pariter acceptis. Conſtat igitur ex 1 decimi, q; toties poſſit ex circulo c d, ſuiſq; reſiduis ſubtrahi maius dimidio, quouſq; reliquatur quãtitas aliqua minor f. Inſcribatur ergo ſibi ut docet 6 quarti, quadratũ c d g h, de quo conſtat q; ipſum ſit maius medietate circuli: quadratũ enim quod eſt duplum ad ipſum, eſt circulum circũſcribens, ut patet ex penultima primi & 7 quarti. Si igitur portiones circuli exiſtentes ſuper latera quadrati pariter acceptæ, fuerint minus ſuperficie f, ſufficit. Sin autẽ quatuor arcus exiſtẽtes ſuper dicta latera per æqualia diuidantur, & puncta ipſos arcus diuidentia cum extremitatib. laterũ continuẽtur per lineas rectas. Verbi gratia, arcus c g diuidatur per æqualia in puncto k, & protrahãtur lineæ k c, k g, ſicq; de cæteris. Eritq; quilibet triangulorũ deſcriptorũ ſuper latera quadrati, maior medietate portionis in qua exiſtit, eo q; omnis triangulus iſoſceles eſt medietas parallelogrãmi ſuæ baſis per 41 primi, quodquidem parallelogrammũ maius erit ſuperficie ipſo arcu chordaq; contenta. Sint itaq; portiones exiſtentes ſuper latera octogonĩ inſcripti pariter acceptæ, minus ſuperficie f. Si enim nondũ hoc eſſet, nõ ceſſarem diuidere arcus (quorũ latera ultimæ deſcriptæ figuræ ſunt chordæ) per æqualia, & inſcribere figurã æquilaterã duplo plurium laterũ primæ, ſemper ſubtrahendo ab ipſis circuli portionibus, maius dimidio, quouſq; per 1 decimi, portiones ſuper latera alicuius talis figuræ circulo inſcriptæ exiſtentes pariter acceptæ, erunt minus ſuperficie f. Sint ergo nunc quæ dictæ ſunt, eritq; ex cõceptione octogonũ c d, maius ſupficie e. In circulo igitur a b, eadẽ uia inſcribatur ſimile octogonũ quod dicatur a b, ſitq; ex præmiſſa porportio octogoni a b ad octogonũ c d, ſicut quadrati diametri a b ad quadratũ diametri c d, ideoq; per 11 quinti ſicut proportio circuli a b ad ſuperficiem e, itaq; pmutatim polygonĩ a b ad circulũ a b, ſicut polygonĩ c d ad ſuperficiẽ e. Cumq; ſit polygoniũ c d maius ſupficie e, erit polygoniũ a b maius circulo a b. hoc autem impoſſibile. Non eſt ergo ſuperficies e, minor, circulo c d. Sed nec maior. Eſto enim ſi poſſibile ſit. Cum igitur ſit proportio quadrati diametri a b ad quadratũ diametri c d, ſicut circuli a b ad ſuperficiẽ e, erit econuerſo quadrati diametri c d ad quadratũ diametri a b, ſicut ſuperficiei e ad circulũ a b. Et conſtat ex cõmuni ſcientia in principio huius demõſtrationis poſita, q; eadem eſt circuli c d ad aliquã ſuperficiẽ quæ ſit f, eritq; ex 14 quinti ſuperficies f, minor circulo a b. Itaq; proportio quadrati diametri c d ad qua-



dratū dlametri a b: erit ſicut circuli c d ad ſuperficiē f minorē circulo a b. Sed ex hoc demonſtrauimus pauloante ſequi impoſſibile, uidelicet, polygoniū inſcriptū circulo maius eſſe circulo. Sicut ergo ſuperficies e non poteſt eſſe minor circulo c d, ita nec maior, erit ergo neceſſario æqualis. Quare per ſecūdam partem 7 quinti, liquet quod propoſitum eſt. Eucli. ex Zamb. Theorema 2 Propoſitio 2

2 Circuli ſeſe adinuicem habent, ſicut quæ ex dimetientibus quadrata.

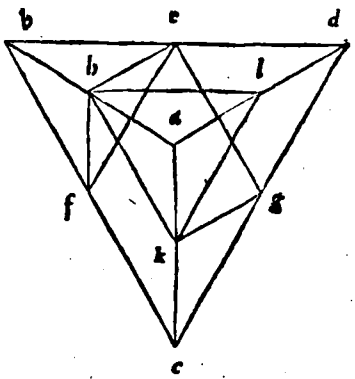
THEON ex Zamb. Sint circuli α β γ δ, ε ζ η θ, dimetientes autem eorum ſint δ β, ζ θ. Dico quod eſt ſicut quod ex β δ quadratū ad id quod ex ζ θ quadratum, ſic eſt α β γ δ circulus ad ε ζ η θ circulū. Si enim nō eſt ſicut quod ex β δ quadratū ad id quod ex ζ θ quadratū, ſic α β γ δ circulus ad ε ζ η θ circulū, erit ſicut quod ex β δ ad id quod ex ζ θ, ſic α β γ δ circulus uel ad minorem ipſo ε ζ η θ circulo aream, uel ad maiorē. Sit prius ad minorē σ. Deſcribaturq; (per 6 quarti) in circulo ε ζ η θ, quadratū ε ζ η θ. Iam deſcriptū quadratū, maius eſt quàm dimidium ipſius ε ζ η θ circuli, quoniam ſi per ſigna ε, ζ, η, θ, tangentes circulum rectas lineas ducamus, circū circulum deſcripti quadrati dimidium eſt ε ζ η θ quadratum, ipſo autem circūſcripto quadrato minor eſt circulus, quare ε ζ η θ inſcriptū quadratū, maius eſt quàm dimidiū ipſius ε ζ η θ circuli. Secentur bifariam ipſæ ε ζ, ζ η, η θ, θ ε, circūferentiæ in ſignis κ, λ, μ, ν, cōnectanturq; ε κ, κ ζ, ζ λ, λ η, η μ, μ θ, θ ν, ν ε. Et unumquodq; igitur ipſorū ε κ ζ, ζ λ η, η μ θ, θ ν ε, triangulorū, maius eſt quàm dimidiū eius quod circum ipſum eſt circuli ſegmenti: quoniam ſi per κ, λ, μ, ν, ſigna circulum tangentes ducamus, & cōpleamus quæ in ε ζ, ζ η, η θ, θ ε, rectis lineis parallelogrāma, unumquodq; ipſorū ε κ ζ, ζ λ η, η μ θ, θ ν ε, triangulorū, dimidium eſt eius quod circum ipſum parallelogrāmi, ſed circum ipſum ſegmentum, minus eſt parallelogrāmo, quare unumquodq; ipſorum ε κ ζ, ζ λ η, η μ θ, θ ν ε, triangulorū, maius eſt dimidio eius quod circum ſeipſum ſegmēti circuli. Diſpeſcentes iam (per 30 tertij) reliquas circūferentias bifariam, cōnectentesq; rectas lineas, & hoc ſemper efficientes (per 1 decimi) relinquemus quædam circuli ſegmenta quæ minora erunt exceſſu quo excedit circulus ε ζ η θ, aream σ. Oſtenſum etenim eſt in primo decimi uoluminis theoremate, quod binis magnitudinibus inæqualibus expoſitis, ſi à maiori auferatur maius q; dimidium, & reliquæ maius q; dimidium, hoc q; ſemper fiat, quædam relinquetur magnitudo quæ minore magnitudine expoſita, minor erit. Relinquantur igitur, ſintq; quæ in ipſis ε κ, κ ζ, ζ λ, λ η, η μ, μ θ, θ ν, ν ε, ſegmenta ipſius ε ζ η θ circuli, minora exceſſu quo excedit circulus ε ζ η θ ipſam σ aream. Reliquū igitur ε κ ζ λ η μ θ ν multangulū, maius eſt ipſa area σ. Inſcribatur in circulum α β γ δ, ipſi ε κ ζ λ η μ θ ν multangulo ſimile multangulū α ξ β ο γ π δ ρ. Eſt igitur (per præcedentem) ſicut quod ex β δ quadratū ad id quod ex ζ θ quadratū, ſic eſt multangulū α ξ β ο γ π δ ρ ad ε κ ζ λ η μ θ ν multangulū. Sed ſicut quod ex β δ quadratū ad id quod ex ζ θ quadratū, ſic circulus α β γ δ ad aream σ: & ſicut igitur (per 11 quinti) α β γ δ circulus ad σ aream, ſic multangulum α ξ β ο γ π δ ρ ad ipſum ε κ ζ λ η μ θ ν multangulū. Viciſſim igitur (per 16 quinti) ſicut circulus α β γ δ ad id quod in ipſo multangulū, ſic σ area ad multangulū ε κ ζ λ η μ θ ν. Maior autem eſt α β γ δ circulus, eo quod in ſe eſt multangulo: maior igitur eſt & area σ, ipſo ε κ ζ λ η μ θ ν multangulo, ſed & minor, quod eſt impoßibile. Non eſt igitur ſicut quod ex β δ quadratū ad id quod ex ζ θ quadratū, ſic circulus α β γ δ ad aliquā aream ipſo ε ζ η θ circulo minorem. Similiter iam demonſtrabimus, quod neq; ſicut quod ex ζ θ ad id quod ex β δ, ſic circulus ε ζ η θ ad aliquā aream minorem ipſo α β γ δ circulo. Dico nempe quod neq; ſicut quod ex β δ ad id quod ex ζ θ, ſic circulus α β γ δ ad aliquam aream maiorem ipſo ε ζ η θ circulo. Si enim poßibile, ſit ad maiorem σ. Conuerſim igitur eſt ſicut quod ex ζ θ quadratū ad id quod ex β δ, ſic eſt σ area ad α β γ δ circulum. Sed ſicut σ area ad α β γ δ circulū, ſic eſt circulus ε ζ η θ ad aliquam aream minorem ipſo α β γ δ circulo. & ſicut igitur (per 11 quinti) quod ex ζ θ ad id quod ex β δ, ſic ε ζ η θ circulus ad aliquā aream minorem ipſo α β γ δ circulo, quod impoßibile eſſe demonſtratū eſt. Non eſt igitur ſicut quod ex β δ quadratū ad id quod ex ζ θ, ſic circulus α β γ δ ad maiorem aliquam aream ipſo ε ζ η θ circulo. Oſtenſum autem eſt, quod neq; ad minorem. Eſt igitur ſicut quod ex β δ quadratū ad id quod ex ζ θ quadratū, ſic circulus α β γ δ ad circulū ε ζ η θ. Circuli ergo adinuicem ſeſe habent, ſicut quæ ex dimetientibus quadrata. Quod erat oſtendendum. Dico iam quod σ area maiore ſubſiſtente ipſo ε ζ η θ circulo, eſt ſicut area σ ad α β γ δ circulū, ſic ε ζ η θ circulus ad aliquam aream minorē ipſo α β γ δ circulo. Fiat enim ſicut σ area ad α β γ δ circulū, ſic ε ζ η θ circulus ad aream τ. Dico quod area τ, minor eſt ipſo α β γ δ circulo. Quoniam enim eſt ſicut σ area ad α β γ δ circulū, ſic eſt ε ζ η θ circulus ad aream τ, uiciſſim (per 16 quinti) eſt ſicut



ipſi ſicut σ area ad ϛ ξ ϰ θ circulum, ſic eſt α β γ δ circulus ad τ aream. Maior autem eſt σ area ipſo ϛ ξ ϰ θ circulo, maior igitur eſt & α β γ δ circulus, ipſa area τ, quare eſt ſicut σ area ad α β γ δ circulum, ſic eſt ϛ ξ ϰ θ circulus ad minorem aliquam aream ipſo α β γ δ circulo, quod oportuit demonſtraſſe.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 5

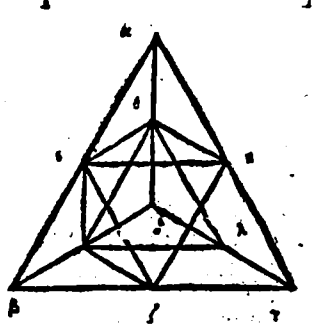
5 OMnis pyramis cuius baſis triangula, ſcindi poteſt in duas æquas pyramides ſibi inuicem totiq; pyramidi ſimiles, unaq; in duo ſeratilia quæ ambo pariter accepta dimidio totius pyramidis neceſſe eſt eſſe maiora.



CAMPANVS. Sit pyramis a b c d ſuper baſin triangulam b c d, eiuſq; uertex ſolidus angulus a, à quo demittãtur tres hypothenuſæ a b, a c, a d, ad tres angulos baſis, & diuidãtur omnia latera baſis per æqualia in tribus punctis e, f, g, tres quoq; hypothenuſæ per æqualia in tribus punctis h, k, l, & protrahãtur in baſi duæ lineæ e f & e g. Eritq; baſis eius diuiſa in tres ſuperficies, quarum duæ ſunt duo trianguli b e f, e g d, quos ex ſecunda parte 2 ſexti, & diffinitiõe ſimilium ſuperficierũ conſtat eſſe ſimiles ſibi inuicem & toti baſi, & æquales adinuicẽ ex 5 primi, tertia eſt tetragona parallelogramma & ipſa eſt e f g c, quam conſtat eſſe duplam ad triãgulum e g d ex 40 & 41 primi. Demittãtur ergo rurſus à puncto h duæ hypothenuſæ h e, h f, & à puncto k l hypothenuſa k g, & protrahãtur lineæ h k, k l & l h. Diuiſa eſt itaq; tota pyramis a b c d in duas pyramides quæ ſint h b e f & a h k l, & duo ſeratilia quorũ unum eſt e h f g k c & eſt ſuper baſin quadrangulã c f g e, & aliud eſt e g d h k l & eſt ſuper baſin triangulam e g d. De duabus autem pyramidibus h b e f, a h k l, quod ipſæ ſunt æquales adinuicem, ſibiq; & toti pyramidi a b c d ſimiles, conſtat ex diffinitione corporum æqualium & ſimilium & ex 10 undecimi & ex ſecunda parte 2 ſexti. De duobus autem ſeratilibus quod ipſa ſint æqualia, conſtat ex ultima undecimi. Quod uero ambo ſeratilia pariter accepta ſint maius medietate totius pyramidis, ex hoc manifeſtum eſt q; utrunq; illorũ diuiſibile eſt in duas pyramides quarũ altera triangula æqualis uni duarum, in quas & ſeratilia totalis pyramis diuiditur: altera uero quadrangula, quæ dupla eſt ad reliquã, quare patet ambo ſeratilia pariter accepta tres quartas eſſe totalis pyramidis diuiſæ. Ac proportionẽ ſi ſcire deſideras, ſextam huius duodecimi conſule. Sed ſufficit tibi ſcire (quantũ ad propoſitũ) illa duo ſeratilia pariter accepta duas partiales pyramides in quas & ſeratilia totalis diuiditur pariter acceptas, quantalibet quantitate excedere.

Eucli. ex Zamb. Theorema 5 Propoſitio 5

3 Omnis pyramis triangularẽ baſin habẽs, diuiditur in binas pyramides æquas & ſimiles inuicem, triãgulares baſes habẽtes, & ſimiles toti, & in bina priſmata æqualia, & ipſa bina priſmata maiora ſunt quàm dimidium totius pyramidis.



THEON ex Zamb. Sit pyramis cuius baſis quidem ſit triangulũ α β γ, faſtigium uero ſit ſignum δ. Dico quod pyramis α β γ δ diuiditur in pyramides binas æquas adinuicem triangulares baſes habẽtes & toti ſimiles, & in bina priſmata æqualia, & bina priſmata maiora ſunt quàm totius pyramidis dimidiũ. Secentur (per 10 primi) α β, β γ, γ α, α δ, δ β, δ γ, bifariam in ſignis ϛ, ξ, ϰ, θ, κ, λ, cõnectanturq; ϛ θ, ϛ ϰ, ϰ θ, θ κ, ϰ λ, λ θ, ϛ κ, κ ξ, ξ ϰ. Et quoniã α ϛ eſt æqualis ipſi ϛ C, & α θ ipſi θ δ, parallelus igitur eſt ϛ θ ipſi δ β. Idq; propterea etiam θ κ, ipſi α β parallelus eſt: parallelogrammũ igitur eſt ϛ θ ϰ β, æqualis igitur eſt ipſa θ ϰ ipſi ϛ C. Sed ϛ C ipſi α ϛ eſt æqualis, & α ϛ igitur ipſi θ ϰ eſt æqualis. Eſt autẽ & α θ ipſi θ δ æqualis. Duæ iam α ϛ, α θ, duabus ϰ θ, θ δ, ſunt æquales altera alteri, & angulus qui ſub ϛ α θ (per 25 primi) ei qui ſub ϰ θ δ eſt æqualis: baſis igitur ϛ θ (per 4 primi) baſi ϰ δ eſt æqualis. Igitur triangulũ α ϛ θ, æquum & ſimile eſt ipſi θ ϰ δ triangulo. Et id propterea etiam triangulũ α θ ϰ, ipſi θ λ δ triangulo æquũ & ſimile eſt. Et quoniã binæ rectæ tangentes ſe adinuicem ϛ θ, θ ϰ, *ad binas rectas lineas ſeſe inuicem tangentes α δ, δ λ, ſunt, non tamen in eodem plano exiſtentes, æquos angulos cõprehendunt: æqualis igitur eſt (per 10 undecimi) angulus qui ſub ϛ θ ϰ, ei qui ſub α δ λ, angulo. Et quoniã binæ paralellæ

*παρὰ δύο

rectæ lineæ ι θ,θ κ, duabus, κ ♂, ♂ λ, ſunt æquales altera alteri, & angulus qui ſub ι θ κ (per 10 undecimi) angulo quì ſub κ ♂ λ, eſt æqualis, baſis igitur ι κ (per 4 primi) baſi κ λ eſt æqualis. Triangulũ igitur ι θ κ, æquum eſt ei triangulo quod ſub κ ♂ λ & ſimile, & id propterea triangulũ α ι κ, ipſi θ κ λ triangulo æquum & ſimile eſt. Pyramis igitur cuius baſis α ι κ triangulũ, faſtigium autem ♂ ſignum, æqualis & ſimilis eſt pyramidi cuius baſis quidem eſt θ κ λ triangulũ & uertex ♂ ſignum. Et quoniam triãguli α ♂ β (per 2 ſexti)* ad unum latus κ β, excitata eſt θ κ, æquiangulũ eſt α ♂ β triangulũ ipſi ♂ κ θ triangulo, & latera habent proportionalia. Igitur triangulã α ♂ β, ſimile eſt ipſi triangulo ♂ θ κ. Idq; propterea & triangulũ quidẽ ♂ β γ ſimile eſt ipſi triãgulo ♂ κ λ, α & ♂ γ triangulũ ipſi ♂ θ λ triangulo. Et quoniã (per 10 undecimi) binæ rectæ lineæ ſeſe inuicẽ tangẽtes β α, α γ, *ad binas rectas lineas ſeſe inuicem tangentes κ θ, θ λ, ſunt, non tamen in eodem plano, æquos cõprehendunt angulos. Angulus igitur q ſub β α γ, æquus eſt ipſi angulo q ſub κ θ λ. Eſtq; ſicut ι α ad α γ, ſic κ θ ad θ λ. Triangulũ igitur α ι γ, ipſi β κ λ triãgulo ſimile eſt. Et pyramis igitur cuius baſis quidem eſt triangulũ α β γ, uertex autem ♂ ſignũ, ſimilis eſt pyramidi cuius baſis quidem eſt θ κ λ triangulũ, uertex autẽ ♂ ſignũ. Sed pyramis cuius baſis eſt triangulũ θ κ λ, uertex autem ♂ ſignum, oſtenſa eſt ſimilis pyramidi cuius baſis quidem eſt α ι κ triangulum uertex uero θ ſignum. Quare & pyramis cuius quidem baſis eſt triangulũ α ι γ, uertex uero ♂ ſignum, ſimilis eſt pyramidi cuius baſis quidem eſt α ι κ triangulũ, & uertex θ ſignum: utraq; igitur ipſarũ α ι κ θ, θ κ λ ♂, pyramidũ, ſimilis eſt toti α β γ ♂ pyramidi. Et quoniam β ζ æqualis eſt ipſi ζ γ, parallelogrammũ ι ζ ζ κ, ipſius ι ζ γ trianguli duplum eſt (per 41 primi.) Et quoniam ſi fuerint bina priſmata æque alta, & alterũ quidem habuerit baſin parallelogrammũ, alterũ autem triangulũ, duplum autem fuerit parallelogrammũ ipſius trianguli, ipſa priſmata ſunt æqualia (per 40 undecimi) priſma igitur comprehenſum ſub binis triangulis β κ ζ, λ θ κ, tribus q; parallelogrãmis ι β ζ κ, ι ζ κ θ, κ θ ζ κ, priſmati comprehenſo ſub binis triangulis κ ζ γ, θ κ λ, tribus q; parallelogrãmis κ ζ γ λ, λ γ κ θ, θ κ ζ κ, eſt æquale. Manifeſtum autẽ quod utrunq; ipſorũ priſmatũ cuius baſis ι ζ ζ κ parallelogrammũ, ex oppoſito autem θ κ recta linea, & cuius baſis κ ζ γ triangulũ, ex oppoſito autem κ λ θ triangulũ, maius eſt utraq; ipſarũ pyramidum quarũ baſes quidem ſunt triangula α ι κ & θ κ λ, uertices autem θ, ♂, ſigna. Quoniam ſi cõnectamus ι ζ, θ κ, rectas lineas, priſma cuius baſis ι ζ ζ κ parallelogrammũ, ex oppoſito autem κ θ recta linea, maius eſt pyramide cuius baſis ι β ζ triangulũ, & uertex α ſignũ. Sed pyramis cuius baſis ι ζ ζ triangulũ, uertex autem eſt α ſignũ, æqua eſt pyramidi cuius baſis eſt α ι κ triangulũ, & uertex eſt θ ſignũ: ſub æquis enim & ſimilibus planis cõprehenduntur. Quare & priſma cuius baſis quidem ι ζ ζ κ parallelogrammũ, ex oppoſito autem θ κ recta linea, maius eſt pyramide cuius baſis α ι κ triangulũ, uertex autem θ ſignum. Priſma uero cuius baſis ι ζ ζ κ parallelogrammũ, ex oppoſito autem θ κ recta linea, æquũ eſt priſmati cuius baſis κ ζ γ triangulũ, ex oppoſito autem triangulũ θ κ λ. Pyramis autẽ cuius baſis quidem α ι κ triangulũ, uertex autem ſignũ θ, æqua eſt pyramidi cuius baſis θ κ λ triangulũ, uertex autem eſt ♂ ſignũ. Prædicta igitur bina priſmata, maiora ſunt prædictis duabus pyramidibus quarũ baſes ſunt ipſa α ι κ, θ κ λ, triangula, uertices autem ſunt θ, ♂, ſigna. Tota igitur pyramis cuius baſis eſt triangulũ α ι γ, uertex autẽ ſignũ ♂, diuiditur in binas pyramides ſibi inuicẽ æquas & ſimiles toti, & in bina priſmata æqualia, & bina priſmata maiora ſunt quam totius pyramidis dimidium. Quod erat oſtendendum.

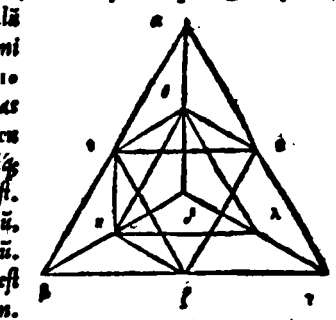
manifeſtũ, id eſt æquidiſtãter

*ad binas

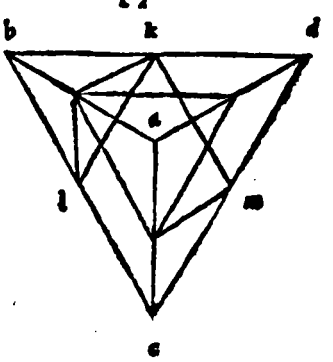
Euclid. ex Camp.

Propoſitio 4

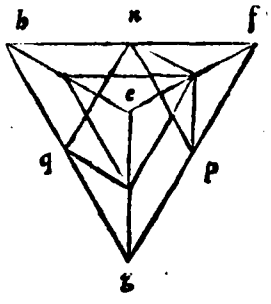
SI duæ pyramides æque altæ quarum baſes triangulæ ſingulæ in binas pyramides æquales ſibi inuicem ac toti ſimiles, binaq; ſeratilia æqualia diuidantur, erit proportio baſis unius ad baſin alterius tanq; proportio duorũ ſeratiliũ ſuorũ ad duo ſeratilia alterius. Eritq; palàm, omnia ſeratilia quæ fuerint in utralibet illarum pyramidum pariter accepta ad cuncta ſeratilia quæ in altera pyramide fuerint, eandem habere proportionẽ quam baſis eius pyramidis ad baſin alterius pyramidis.



CAMPANVS. Sint duæ pyramides quarũ baſes triangulæ, æque altæ: hæc quidẽ a b c d, cuius conus punctus a, baſis triãgulus b c d, hypothenuſæ a b, a c, a d, illa uero e f g h, cuius conus punctus e, baſis triãgulus f g h, hypothenuſæ e f, e g, e h: hæ autẽ duæ pyramides diuidantur, ſicut in præmiſſa. Sintq; baſes earũ diuiſæ. Hæc quidẽ, protractis lineis lãtera baſis ipſius per æqualia diuidentibus, quæ ſint k l & k m: illa uero protractis lineis quæ ſint n p, n q. Dico ergo q proportio baſis b c d ad baſin f g h, eſt ſicut duorũ ſeratiliũ pyramidis a pariter acceptorũ ad duo ſeratilia pyramidis e pariter accepta. Manifeſtũ eſt autẽ ex 15 ſexti parte ſecũda, q proportio



portio trianguli b c d ad triangulũ k m d, eſt ſicut lineæ b d ad lineam k d duplicata, per eandem quoq; eſt proportio trianguli f g h ad triangulũ n q h, ſicut lineæ f h ad lineam n h duplicata. Cumq; ſit linea b d ad lineam k d, ſicut linea f h ad lineam n h (utrobiq; enim eſt dupla proportio) erit triangulus b c d ad triangulũ k m d, ſicut triãgulus f g h ad triangulũ n q h, & permutatim triangulus b c d ad triangulũ f g h, ſicut triangulus k m d ad triangulum n q h. Triangulus autem k m d ad triangulum n q h, eſt ſicut ſeratile exiſtens ſuper ipſum ad ſeratile exiſtens ſuper illum per 33 undecimi. Huius quoq; ſeratilis ad illud, eſt ſicut amborũ ſeratiliũ pyramidis a pariter acceptorũ ad ambo ſeratilia pyramidis e pariter accepta ex 15 quinti: neceſſe eſt enim ut ſit duplum ad duplum, quemadmodũ ſimplum ad ſimplum. Itaq; concludẽ ex 11 quinti, quod propoſitũ eſt. Dormitas autẽ ſi dubitas ſeratilia unius harum pyramidũ, æque alta eſſe ſeratilibus pyramidis alterius. Cũ enim ſint pyramides æque altæ, ſit quoq; utraq; earũ diuiſa in duas pyramides æquales ſibi totiq; ſimiles & in duo ſeratilia æqualia, & ſint duæ partiales pyramides æque altæ, eo q; ſimiles & æquales (q̃d facile patebit demiſſis à uerticibus partialiũ pyramidũ perpẽdicularibus ad baſes ipſarũ, de quibus perpẽdicularibus ex 37 undecimi conſtat eſſe æquales) cumq; altitudines harũ partialiũ pyramidũ pariter acceptæ cõponunt altitudinẽ totalis pyramidis diuiſæ, ſintq; ambo ſeratilia æque alta uni partialiũ pyramidũ ei, uidelicet, quæ ſuper partialẽ triangulũ baſis totalis pyramidis cõponitur, non eſt fas ambigere ſeratilia unius earũ pyramidũ eſſe æque alta ſeratilibus alterius earũ. Correlariũ uero ex eo manifeſtũ eſt, q; ſimiliter baſes partialiũ pyramidũ ſic ſe habeant adinuicẽ, ſicut bina ſeratilia unius ad bina ſeratilia alterius. Et quia baſes partialiũ ſic ſe habent adinuicẽ, ſicut baſes totaliũ ex ſecũda parte 15 ſexti, & permutata proportione, conſtat ex 15 quinti uerum eſſe quod correlariũ proponit.

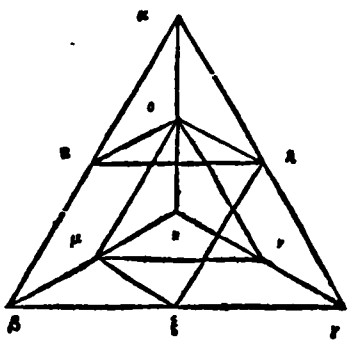


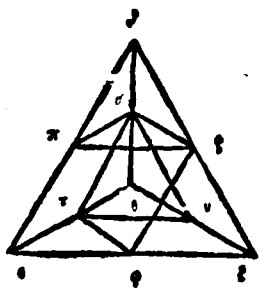
Eucli. ex Zamb. Theorema 4 Propoſitio 4

4 Si fuerint binæ pyramides ſub eadem altitudine, triangulares baſes habentes, diuiſa uero fuerit utraq; ipſarũ in binas pyramides adinuicẽ æquales & ſimiles toti & in bina priſmata æqualia, & in utraq; factarum pyramidum is modus ſemper ſeruetur, erit ſicut unius pyramidis baſis ad alterius pyramidis baſin, ſic quæ in una pyramide priſmata omnia ad ea quæ in altera pyramide priſmata * æque multiplicia.

* ἰσοπλαθῆ, id eſt pari multitudine ſumpta

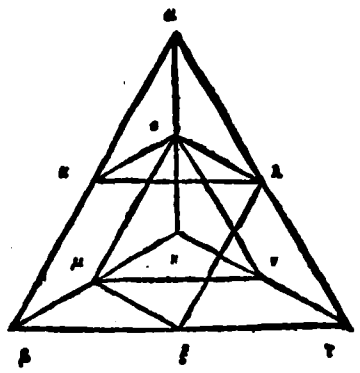
Sint binæ pyramides ſub eadem altitudine, triãgulares baſes habentes, hoc eſt α β γ, ω ξ, & faſtigia π, ρ, ſigna. Diuidatur q; ipſarũ utraq;, in binas pyramides inuicẽ æquas & toti ſimiles, & in bina priſmata æqualia. Ipſarumq; factarum pyramidum utraq;, itidem intelligatur diuiſa, & hoc ſemper fiat. Dico quod eſt ſicut α β γ baſis ad ω ξ baſin, ſic ſunt omnia priſmata quæ in ipſa α ε γ π pyramide, ad ea quæ in ω ξ ρ pyramide priſmata æque multiplicia. Quoniam enim β ξ ipſi ξ γ, & α λ ipſi λ γ eſt æqualis, parallelus igitur eſt ξ λ ipſi α β, & α β γ triangulum ipſi λ ξ γ triangulo ſimile eſt, & id propterea iam triãgulum ω ξ, ſimile eſt ipſi ρ φ ξ triangulo. Et quoniam β γ ipſius γ ξ dupla eſt, & ε ζ ipſius ξ φ, eſt igitur ſicut ε γ ad γ ξ, ſic eſt ε ζ ad ζ φ. Deſcriptæ q; ſunt ab ipſis quidem β γ, γ ξ, ſimiles ſimiliterq; poſitæ rectilineæ figuræ α ε γ, λ ξ γ, ab ipſis autem ε ζ, ζ φ, ſimiles ſimiliterq; poſitæ rectilineæ figuræ ω ξ, ρ φ ζ. Si autem quatuor rectæ lineæ proportionales fuerint, & quæ ab ipſis rectilineæ figuræ ſimiles ſimiliterq; poſitæ, proportionales erunt. Eſt igitur ſicut α β γ triangulũ ad λ ξ γ triangulũ, ſic eſt ω ξ triangulum ad ρ φ ξ triangulũ, uiciſſim igitur (per 16 quinti) eſt ſicut α β γ triangulum ad ω ξ triangulum, ſic eſt λ ξ γ triangulum ad ρ φ ξ triangulum. Sed ſicut λ ξ γ triangulum ad ρ φ ξ triangulum, ſic priſma cuius baſis quidem eſt λ ξ γ triangulũ, ex oppoſito autem σ μ τ, ad priſma cuius baſis eſt quidem ρ φ ξ triangulum, ex oppoſito autem ξ τ υ, & ſicut igitur (per 11 quinti) α β γ triangulum ad ω ξ ζ triangulum, ſic eſt priſma cuius baſis quidem eſt λ ξ γ triangulũ, ex oppoſito uero σ μ τ, ad priſma cuius baſis eſt ρ φ ξ triangulum, ex oppoſito autem σ τ υ. Et quoniam bina



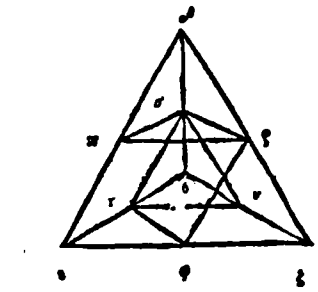


priſmata

prismata existentia in ipsa α ζ γ ν pyramide inuicem sunt æqualia, & quia bina prismata existentia in ipsa δ ϛ ξ θ pyramide inuicem sunt æqualia, est igitur sicut prisma cuius basis est ζ ν λ ξ parallelogrammũ, ex opposito uero μ ο recta linea, ad prisma cuius basis est λ ξ γ triangulum ex opposito autem ο μ ν sic prisma cuius basis π ϛ ρ φ, ex opposito uero σ τ, ad prisma cuius basis ρ φ ξ, ex opposito autem σ τ υ. Componendo igitur (per 18 quinti) est sicut α β ξ λ μ ο, λ ξ γ μ ν ο prismata, ad λ ξ γ μ ν ο prisma, sic π ϛ φ ρ σ τ, ρ φ ξ σ τ υ, prismata ad ρ φ ξ σ τ υ prisma: uicissim igitur (per 16 quinti) est sicut α β ξ λ ο μ, λ ξ γ ο μ ν, ad ipsa π ϛ φ ρ σ τ, ρ φ ξ σ τ υ prismata, sic prisma λ ξ γ μ ν ο ad ρ φ ξ σ τ υ prisma. Sicut autẽ λ ξ γ μ ν ο prisma ad ρ φ ξ σ τ υ prisma, sic ostensum est esse basin λ ξ γ ad ipsam ρ φ ξ. & basin α ζ γ ad basin δ ϛ ξ, & sicut igitur (per 11 quinti) triangulũ α β γ ad triangulũ δ ϛ ξ, sic bina prismata quæ sunt in α ζ γ ν pyramide ad ea bina prismata quæ sunt in δ ϛ ξ θ pyramide



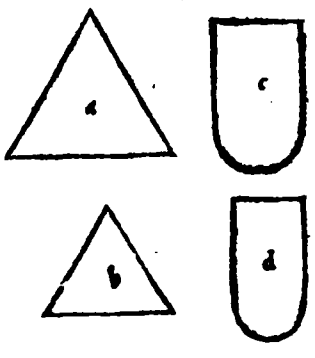
Ἀνώμων διωίσεται Similiter uero si & reliquas pyramides eodem modo * trabemus, uidelicet ο μ ν κ, σ τ υ θ, erit sicut basis ο μ ν ad σ τ υ basin, sic bina prismata existentia in ipsa ο μ ν κ pyramide ad bina prismata existentia in σ τ υ θ pyramide. Sed sicut ο μ ν basis ad σ τ υ basin, sic α β γ basis ad δ ϛ ξ basin, & sicut igitur (per 11 quinti) α ζ γ basis ad δ ϛ ξ basin, sic & bina prismata existentia in ipsa α β γ ν pyramide ad bina prismata existẽtia in δ ϛ ξ θ pyramide, & bina prismata existẽtia in ο μ ν κ pyramide ad bina prismata existentia in ipsa σ τ υ θ pyramide, & quatuor ad quatuor. Et eadem quoq; ostendentur in prismatibus factis ex ipsarũ κ ν λ ο & δ π ρ σ pyramidum diuisione, & omnium simpliciter æque multiplicium. Quod autem sit sicut λ ξ γ triangulum ad ρ φ ξ triangulum, sic prisma cuius basis λ ξ γ triangulum, ex opposito autem ο μ ν, ad prisma cuius basis quidem est ρ φ ξ triangulum, ex opposito σ τ υ, sic ostendendum est. in eadem enim descriptione intelligantur ab ipsis κ, θ. perpendiculares in ipsa α β γ, δ ϛ ξ, triangula plana, æquales autem ipsæ erunt, quoniam æque sublimes ipsæ supponuntur pyramides. Et quoniam binæ rectæ lineæ κ γ & quæ ex κ perpendicularis, à parallelis planis, hoc est α β γ, ο μ ν, secantur in eisdem rationibus secabuntur (per 17 undecimi) & κ γ bifariam secatur à plano ο μ ν, in signo ν, & perpendicularis igitur quæ ex κ, in triangulum α β γ planum bifariam secatur à plano ο μ ν, & id propterea & perpendicularis quæ ex θ in δ ϛ ξ planum, bifariam secatur ab ipso σ τ υ plano. Et ipsæ quæ ex κ, θ, perpendiculares in ipsa α β γ, δ ϛ ξ, plana, sunt æquales. Igitur & quæ ex ο μ ν, σ τ υ, triangulis in ipsa α β γ, δ ϛ ξ, plana perpendiculares, sunt æquales. Prismata igitur quorum bases sunt λ ξ γ & ρ φ ξ triangula, ex opposito autem ο μ ν, σ τ υ, æque sunt alta. Quare & solida parallelepipeda quæ à prædictis prismatibus describuntur æque alta, adinuicem sunt sicut bases, & dimidia igitur erunt sicut λ ξ γ basis ad ρ φ ξ basin, sic prædicta prismata adinuicem. Si binæ igitur pyramides sub eadem fuerint altitudine, & quæ sequũtur reliqua. Quod erat ostendendum. Eucli. ex Camp.



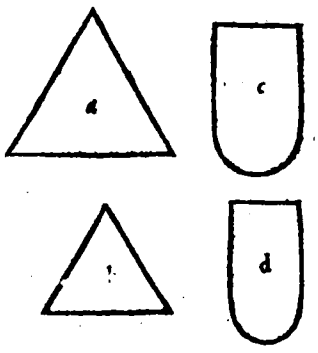
Propositio 5

5 OMnes duæ pyramides æque altæ quarũ bases triangulæ, suis basibus sunt proportionales.

CAMPANVS. Quod 11 undecimi proposuit de solidis parallelogrãmis & in fine 16 undecimi uerum esse demõstrauimus de seratilibus, hæc 5 duodecimi proponit de pyramidibus triangulis. Intelligantur enim duæ pyramides æque altæ, quarũ bases sunt duo trigoni a & b, dico quod proportio pyramidis a ad pyramidem b, est sicut basis a ad basin b, quod eodem demonstrationis uel argumẽtationis genere demõstrandum est, quo secundam huius demõstrauimus. Sit enim ut basis a ad basin b, ita pyramis a ad corpus c, de quo dico, quod ipsum nõ erit minus neq; maius pyramide b. Nam si possibile est ut sit minus, esto minus in solido d, ut pyramis b sit æqualis duobus corporibus c & d pariter acceptis. Diuisa itaq; pyramide b ut proponit 9 huius, detrahantur ab ea duo seratilia quæ ex præmissa sunt maius medietate pyramidis ipsius, itemq; ex utraq; duarũ partialium residuarũ pyramidum, duo earum prædicto modo diuisarũ seratilia demantur, & fiat hoc toties, quousq; ex pyramide b cogatur aduersarius per 1 decimi confiteri relinqui minus solido d, eruntq; ex cõmuni scientia, seratilia detracta, maius c. Fiat igitur à pyramide a, similis seratilium detractio, & intelligamus



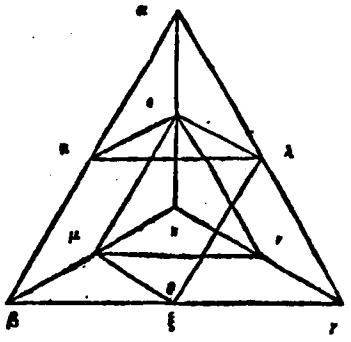
telligamus tot ſeratilia detracta eſſe ex pyramide a, quot detraximus ex pyramide b, eritq; ex correlario præmiſſæ ſicut baſis a ad baſin b, ita ſeratilia detracta à pyramide a ad ſeratilia detracta à pyramide b, ſed ſic erat pyramis a ad corpus c, itaq; ſeratilia pyramidis a ad ſeratilia pyramidis b, ſicut pyramis a ad corpus c, & permutatim ſeratilia pyramidis a ad pyramidē a, ſicut ſeratilia pyramidis b ad corpus c. Cumq; ſint ſeratilia pyramidis b, maius corpore c, erūt ſeratilia pyramidis a, maius pyramide a. Et quia hoc eſt impoſſibile, non erit corpus c, minus pyramide b. Sed nec maius. Hoc enim poſito, cum ſit proportio baſis a ad baſin b, ſicut pyramidis a ad corpus c, erit econuerſo baſis b ad baſin a, ſicut corporis c ad pyramidē a, eritq; eadem ex cōmuni ſcientia, pyramidis b ad aliq̄d corpus quod ſit d, ſequeturq; ex 14 quinti, quod corpus d ſit minus pyramide a, eo q̄d pyramis b ponitur minor corpore c. Erit igitur baſis b ad baſin a, ſicut pyramis b ad corpus minus pyramide a. Ex hoc autem demonſtratum eſt ſequi impoſſibile, uidelicet ſeratilia detracta ab aliqua pyramide, maius eſſe ea pyramide à qua detrahuntur. Ideoq; relinquitur corpus c eſſe æquale pyramidi b, cum nec minus ea poſſit eſſe nec maius, & proportionem pyramidis a ad pyramidem b eſſe ſicut baſis a ad baſin b. Hoc autem erat demonſtrandum.

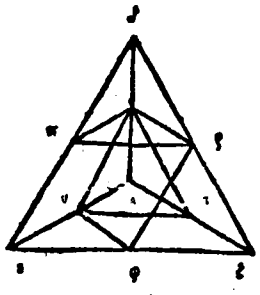


Eucli. ex Zamb. Theorema 5 Propoſitio 5

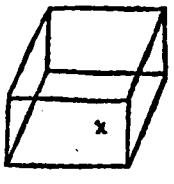
5 Sub eodem faſtigio pyramides ſubſiſtentes, triāgulares q̄ baſes habentes, adinuicem ſeſe habent ſicut baſes.

THEON ex Zamb. *Sint ſub eadem altitudine pyramides, quarū baſes quidem ſint α β γ, δ ε ζ, triāgula, faſtigia uero η, θ, ſigna. Dico quod eſt ſicut α β γ baſis ad δ ε ζ baſin, ſic eſt α β γ η pyramis ad δ ε ζ θ pyramida. Si autem non eſt ſicut α β γ baſis ad δ ε ζ baſin, ſic α β γ η pyramis ad δ ε ζ θ pyramida, erit ſicut α β γ baſis ad δ ε ζ baſin, ſic α β γ η pyramis uel ad ſolidum aliquod minus ipſa δ ε ζ θ pyramide, uel ad maius. Sitq; prius ad minus aliquod, ſitq; χ. Diuidaturq; (per 3 duodecimi) ipſa δ ε ζ θ pyramis, in binas pyramides æquas & toti ſimiles, & in bina priſmata æqualia: iam bina priſmata, maiora ſunt quàm totius pyramidis dimidium, & rurſus (per eandem) quæ fiunt ex diuiſione pyramides, ſimiliter diuidantur, & hoc ſemper fiat, quo ad amplius non ſuperſint aliquæ pyramides ex ipſa δ ε ζ θ pyramide, quin ſint minores exceſſu quo excedit δ ε ζ θ pyramis ipſum χ ſolidum. Accipiantur, ſintq; * rationis cauſa, ipſæ δ π ρ σ & σ τ υ θ, reliqua igitur priſmata exiſtentia in ipſa δ ε ζ β pyramide, maiora ſunt ipſo χ ſolido. Diuidaturq; (per præcedentem) ipſa α β γ η pyramis, ſimiliter & æque multipliciter ipſi δ ε ζ θ pyramidi. Eſt igitur ſicut α β γ baſis ad δ ε ζ baſin, ſic (per præcedentē) quæ in α β γ η pyramide priſmata ad ea quæ in δ ε ζ θ pyramide priſmata. Sed & ſicut α β γ baſis ad δ ε ζ baſin, ſic α β γ η pyramis ad χ ſolidū. Et ſicut igitur (per 11 quinti) α β γ η pyramis ad χ ſolidum, ſic priſmata quæ in α β γ η pyramide ad ea priſmata quæ in δ ε ζ θ pyramide: uicißim igitur (per 16 quinti) ſicut α β γ η pyramis ad ea quæ in ipſa priſmata, ſic eſt χ ſolidum ad ea quæ in δ ε ζ θ pyramide priſmata. Maior autem eſt pyramis α β γ η, eis quæ in ſeipſa priſmatibus. Igitur & ſolidū χ, maius eſt eis quæ in pyramide δ ε ζ θ ſunt priſmatibus, ſed & minus. Quod eſt impoſſibile. Igitur non eſt ſicut α β γ baſis ad δ ε ζ baſin, ſic α β γ η pyramis ad aliquod ipſa δ ε ζ θ pyramide ſolidum minus. Similiter iam oſtendetur, quod neq; ſicut baſis δ ε ζ ad baſin α β γ, ſic δ ε ζ θ pyramis ad minus aliquod ſolidū ipſa α β γ η pyramide. Dico iam, quod neq; eſt ſicut α β γ baſis ad δ ε ζ baſin, ſic α β γ η pyramis ad maius aliquod ſolidum ipſa δ ε ζ θ pyramide. Si enim poßibile, eſto ad maius χ ſolidum. Conuerſim igitur eſt ſicut δ ε ζ baſis ad α β γ baſin, ſic χ ſolidum ad α β γ η pyramidē. Sed ſicut χ ſolidū ad α β γ η pyramidem, ſic δ ε ζ θ pyramis ad minus aliquod ipſa α β γ η pyramide, ſicut ante oſtenſum eſt. Et ſicut igitur (per 11 quinti) baſis δ ε ζ ad baſin α β γ, ſic δ ε ζ θ pyramis ad minus aliquod ipſa α β γ η pyramide, quod abſurdum eſſe patuit. Non eſt igitur ſicut α β γ baſis ad δ ε ζ baſin, ſic α β γ η pyramis ad maius aliquod ſolidum ipſa pyramide δ ε ζ θ. Patuit autem quod neq; ad minus. Eſt igitur ſicut α β γ baſis ad δ ε ζ baſin, ſic α β γ η pyramis ad δ ε ζ θ pyramidē. Sub eodem igitur faſtigio, & quæ ſequuntur reliqua. Quod oſtendere oportuit.*





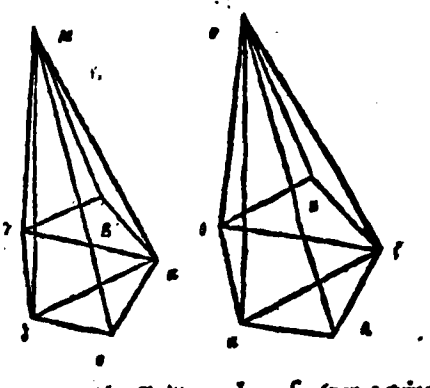
λόγου ἕνεκα
uerbi cauſa



Eucli. ex

Eucli. ex Zamb. Theorema 6 Propoſitio 6

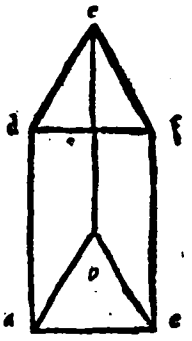
Sub eadem altitudine pyramides exiſtentes, multangulasq; baſes habentes, adinuicem ſeſe habent ſicut baſes.



THEON ex Zamb. Sint ſub eadem altitudine pyramides, multangulas baſes habentes, hoc eſt α β γ δ, ζ η θ κ λ, faſtigia uero μ, ν, ſigna. Dico quod eſt ſicut α β γ δ baſis ad ζ η θ κ λ baſin, ſic eſt α β γ δ μ, pyramis ad ζ η θ κ ν pyramida. Diuidatur enim ipſa α β γ δ baſis in triangula α β γ, α γ δ, α δ & ζ η θ κ λ in ζ η θ, ζ θ κ, ζ κ λ triangula. Intelligantur q; ab unoquoq; triangulo, pyramides æquales altæ eis quæ in principio pyramidibus. Et quoniã eſt ſicut α β γ triangulum ad α γ δ triangulũ, ſic eſt α β γ μ pyramis ad α γ δ μ pyramida, & componendo (per 18 quinti) ſicut α β γ δ trapezeium ad α γ δ triangulum, ſic α β γ δ μ pyramis ad α γ δ μ pyramida. ſed & ſicut α γ δ triangulum ad α δ ε triangulum ſic α γ δ μ pyramis ad α δ ε μ pyramida, ex æquali igiuur (per 22 quinti) eſt ſicut α β γ δ baſis ad α δ ε baſin, ſic α β γ δ μ pyramis ad ipſam α δ ε μ pyramida: & cõponendo rurſus (per 18 quinti) ſicut α β γ δ ε baſis ad ipſam α δ ε, ſic α β γ ε μ pyramis ad α δ ε μ pyramida. id q; propterea etiam ſicut ζ η θ κ λ baſis ad ζ κ λ baſin, ſic & ζ κ λ ν pyramis ad ζ κ λ ν pyramida. Et quoniã binæ pyramides ſunt α δ ε μ, ζ κ λ ν, triangulas habẽtes baſes ac ſub eadem altitudine, eſt igitur (per 5 duodecimi) ſicut α δ ε baſis ad ζ κ λ baſin, ſic α δ ε μ pyramis ad ipſam ζ κ λ ν pyramida. Quoniam igitur ſicut α β γ δ ε baſis ad α δ ε baſin, ſic α β γ δ ε μ pyramis ad α δ ε μ pyramida, ſicut autẽ α δ ε baſis ad ζ κ λ baſin, ſic α δ ε μ pyramis ad ζ κ λ ν pyramida, ex æquali igitur (per 22 quinti) & ſicut α β γ δ ε baſis ad ζ κ λ baſin, ſic α β γ δ ε μ pyramis ad ζ κ λ ν pyramida. Sed & ſicut ζ κ λ baſis ad ζ η θ κ λ baſin, ſic erat & ζ κ λ ν pyramis ad ζ η θ κ λ ν pyramida: & ex æquali rurſus (per 22 quinti) eſt ſicut α β γ δ ε baſis ad ζ η θ κ λ baſin, ſic α β γ δ μ pyramis ad ζ η θ κ λ pyramida. Sub eadem altitudine igitur, & quæ ſequuntur reliqua. Quod erat oſtendendum.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 6

Omne corpus ſeratile, in tres pyramides æquales baſesq; triangulas habentes eſt diuiſibile.



CAMPANVS. Sit ſeratile a b c d e f, ipſum dico eſſe diuiſibile in tres pyramides triangulas æquales, protrahatur enim in unaquaq; ſuarũ trium ſuperficierũ parallelogrammarũ linea diagonalis, ita quod una earum diagonalium ſit cõterminalis reliquis duabus. Vt ſi protrahas lineas b d, b f, & f a, quas propter confuſionem protrahere contempſi, eritq; totum ſeratile in tres triangulas pyramides diuiſum, quas ex præmiſſa bis aſſumpta facile conſtat eſſe æquales.

CAMPANI additiones. Quoniam autem Euclides nihil demonſtrandum proponit de pyramidibus lateratis, exceptis ſolis quarũ ſunt baſes triangulæ, ut omnium cognitionem ex elementis quæ ponit ſufficienter elicere poſſimus, quædam arbitramur non inutile demonſtrationibus hic poſitis adiungere. Solis enim elementis contentus Euclides, multa prætermiſit, quæ quamuis ex eis conſequantur, non tamen ſine difficultate patent ſtudentibus. Horum primum eſt hoc.

Si duo ſolida (quorum alterum ſeratile, alterũ uero pyramis cuius baſis triãgula) ſuper eandem baſin aut ſuper æquales trigonas, aut ſeratile ſuper quadrangulam, pyramis uero ſuper trigonam quæ quadrangulæ baſis ſeratilis ſit dimidium, conſtituta fuerint æque alta, ſeratile pyramidi triplum eſſe conueniet.

Si ſeratile propoſitũ fuerit ſuper baſin trigonam, tunc ex pyramide propoſita ſuper propriã baſin perficiatur ſeratile pyramidi propoſitæ æque altum. Si uero ſeratile fuerit ſuper baſin quadrangulã, tunc baſi pyramidis adiiciatur triangulus, ex quo & baſi pyramidis perficiatur ſuperficies æquidiſtantiũ laterum, ſuper quam ex ipſa pyramide cõpleatur ſeratile pyramidi æque altum. Quia igitur iſtud ſeratile ſeratili priori eſt æque altum, & utrorumq; baſes ſunt æquales ex hypotheſi, ſequitur ipſa eſſe æqualia, hoc enim demonſtratum eſt in 16 undecimi. At quoniam ex 6 huius ſeratile ſecundum

triplum

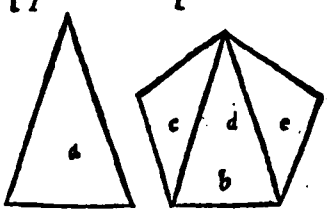
triplum eſt ad pyramidem propoſitã, nam ipſa eſt una ex tribus pyramidibus in quas ipſum ſeratile diuiditur, erit quoq; per communem ſcientiam propoſitum ſeratile triplum ad propoſitam pyramidem.

2 Si quotlibet pyramides quarũ baſes triangulæ, ſuper unam eandemq; baſin ſiue ſuper æquales conſtitutæ fuerint æque altæ, eas eſſe adinuicem æquales neceſſe eſt.

Fabricato enim uero ſeratili, æque alto pyramidibus propoſitis, ſuper baſin triangulam æqualem baſibus propoſitarum pyramidum, aut ſuper baſin quadrangulam duplam baſibus earũdem, erit ipſum ſeratile triplum ad pyramides ſingulas: hoc enim conſtat ex præmiſſa addita ſiue interpoſita. Igitur ex communi ſcientia cunctæ propoſitæ pyramides, ſunt, ut diximus, adinuicem æquales.

3 Omnes pyramides quarũ baſes triangulæ, æque altæ, ſuis baſibus ſunt proportionales. Fiant ſuper baſes propoſitarum pyramidum, aut ſuper alias trigonas æquales, aut ſuper parallelogrammas duplas, ſeratilia ipſis pyramidibus æque alta, erunt ob hoc ſeratilia ſibi adinuicem æque alta. Et quia ipſa ſeratilia ſuis baſibus ſunt proportionalia ut probatũ eſt in 16 undecimi 33 ipſius mediante, cumq; ex prima harum additarũ manifeſtũ ſit hæc ſeratilia tripla eſſe ad propoſitas pyramides, unumquodq;, uidelicet, ad ſuam relatiuam, baſesq; ipſorum æquales, aut duplas eſſe baſibus ipſarũ, ſicut autẽ ex 33 quinti, triplum ad triplum ita ſimplum ad ſimplum, erunt quoq; propoſitæ pyramides ſuis baſibus proportionales.

4 Si fuerint duæ quælibet pyramides æque altæ, fueritq; alterius baſis trigona, reliquæ autem tetragona aut plurilatera, pyramides ipſas ſuis baſibus proportionales eſſe conueniet.



Exempli gratia. Intelligantur duæ pyramides æque altæ, ſuper duas baſes a & b, ſitq; baſis a trigula, b uero pentagona. Et dicantur hæ pyramides, a & b. Itaq; dico proportionẽ pyramidum a & b, eſſe ſicut baſium a & b. Diſtinguatur quidem pentagonus b, in tres triangulos c, d, e, eritq; tota pyramis b, diſtincta in tres pyramides æque altas, quarum baſes ſunt trianguli c, d, e, quæ etiam dicantur nominibus ſuarum baſium. Quia igitur ex præmiſſa interpoſita, proportio pyramidis c ad pyramidem a, eſt ſicut trigoni c ad trigonum a, & pyramidis d ad pyramidem a, ſicut trigoni d ad trigonum a, itemq; pyramis e ad pyramidem a, ſicut trigoni e ad trigonum a, ex 24 quinti bis aſſumpta, ſequitur quod ſit proportio aggregati ex omnibus pyramidibus c, d, e, (& ipſum eſt pyramis b) ad pyramidem a, ſicut aggregati ex omnibus trigonis c, d, e, (& ipſum eſt pentagonus b) ad trigonum a. Conſtat igitur quod uolumus.

5 Omnes lateraræ pyramides æque altæ, ſuis baſibus proportionales eſſe probantur. Zamb. 6

Si altera earum fuerit ſuper baſin trigonam, ex præmiſſa interpoſita conſtat quod dicitur. Si autem baſis utriuſque fuerit polygonia, utralibet ipſarum baſium reſoluta in triangulos, & ipſa pyramide in pyramides triãgulas, erit ex præmiſſa interpoſita proportio uniuſcuiuſq; harum triangularũ pyramidũ, in quas altera propoſitarũ diuiditur, ad reliquã, ſicut ſuæ baſis ad baſin alterius. Itaq; per 24 quinti quotiens oportet aſſumptam, conſtat uerum eſſe quod diximus.

Eucli. ex Zamb. Theorema 7 Propoſitio 7

7 Omne priſma triangularẽ baſin habens, diuiditur in tres pyramides ſibiinuicem æquas, triãgulares baſes habentes.



THEON ex Zamb. *Sit priſma α β γ δ ε ζ, cuius quidem baſis ſit α β γ triangulum, ex oppoſito autem δ ε ζ. Dico quod ipſum α β γ δ ε ζ priſma, diuiditur in tres pyramides ſibi inuicem æquas, triãgulares baſes habentes. Connectantur enim β δ, β γ, γ δ. Et quoniam α β ε δ parallelogrammũ eſt, cuius autem dimetiens eſt β δ, triangulũ igitur α β δ ipſi ε δ β triangulo æquũ eſt, & pyramis igitur cuius baſis quidem eſt α β δ triangulũ, faſtigium autem γ ſignũ, æqualis eſt pyramidi cuius baſis eſt triangulũ ε δ β, & uertex eſt ſignũ γ. Sed pyramis cuius baſis quidem eſt ε δ β triangulũ, uertex autem γ ſignum, eadem eſt ipſi pyramidi cuius baſis*

quidem eſt triangulũ α β γ, & uertex δ ſignum, ab eiſdem enim planis cõprehenduntur. Et pyramis igitur cuius baſis quidem eſt triangulũ α ε δ, faſtigiũ autem ſignum γ, æqualis eſt ipſi pyramidi cuius baſis quidem eſt α ε γ triangulũ, faſtigium autem δ ſignũ. Rurſus quoniam ζ γ ε parallelogrammũ eſt, dimetiens uero ipſius eſt ε γ, triangulũ ε γ ζ æquum eſt ipſi γ ε α triangulo, & pyramis igitur cuius baſis quidem eſt triangulũ β ε γ, faſtigium autem δ ſignum, eſt æqualis pyramidi cuius baſis quidem eſt triangulũ ε γ ζ, uertex uero δ ſignum. Pyramis autẽ cuius baſis quidem eſt β ε γ triangulũ, uertex autem δ ſignum, oſtenſa eſt æqualis pyramidi cuius baſis quidem eſt α β δ triangulũ, uertex autem ſignum γ, & pyramis igitur cuius quidem baſis eſt γ ε ζ triangulũ, uertex autẽ δ ſignũ æqua eſt pyramidi cuius baſis quidem eſt α β δ triangulũ, uertex autem γ ſignum. Igitur α β γ δ ε ζ priſma, in tres pyramides æquas ſibi inuicem diuiſum eſt, triãgulares baſes habentes. Et quoniã pyramis cuius baſis quidem eſt triangulũ α β δ, faſtigium autẽ γ ſignũ, eadem eſt ipſi pyramidi cuius baſis quidem eſt triangulũ γ α β, uertex autẽ ſignum δ (ſub eiſdem nanq; planis cõprehenduntur) pyramis autem cuius baſis eſt triangulũ α β δ, uertex autẽ ſignum γ, tertiũ eſſe priſmatis oſtenſum eſt cuius baſis eſt triangulũ α ε γ, ex oppoſito autẽ δ ε ζ, & pyramis igitur cuius baſis eſt α ε γ triangulũ, uertex autẽ δ ſignũ, tertium eſt priſmatis cuius baſis eſt triangulũ α ε γ, ex oppoſito autẽ δ ε ζ. Omne igitur priſma, & quæ ſequũtur reliqua. Quod oportebat demõſtrare.

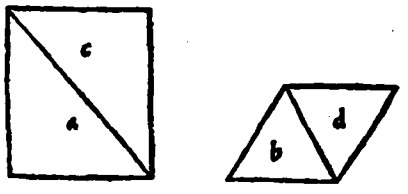


CORRELARIVM. Ex hoc iam eſt manifeſtũ, quod omnis pyramis, tertia pars eſt priſmatis eandem eidem baſin habentis & altitudinem æquam. Quoniam & ſi aliam quampiam figuram rectilineam habuerit baſe priſmatis & eandem ex oppoſito diuiditur in priſmata triangulares baſes habentia, & ea quæ ex oppoſito.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 7

7 SI duæ pyramides triangularũ baſium fuerint æquales, earũ baſes earundẽ altitudinibus mutuæ erunt. Si uero baſes & altitudines fuerint mutuæ, eaſdem pyramides ſibi inuicem eſſe æquales neceſſe eſt.

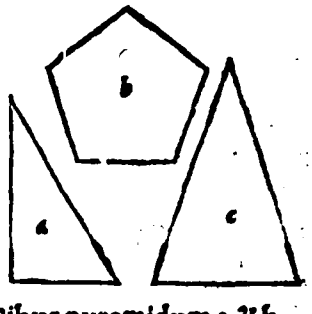
CAMPANVS. Quod 34 & 35 undecimi propoſuerũt de ſolidis parallelogrammis, & nos in 36 eiuſdem demonſtrauimus de ſeratilibus, hæc 7 duodecimi proponit de pyramidibus habentibus baſes triangulas. Intelligantur enim duæ pyramides æquales ſuper duos trigonos uel triangulos a & b, quæ dicantur a & b. Dico itaq; ꝙ proportio baſis a ad baſin b, eſt ſicut proportio altitudinis pyramidis b ad altitudinẽ pyramidis a. Et ſi hoc fuerit. dico pyramides a & b eſſe æquales. Adhibeantur quidem duobus trigonis a & b, duo alij qui ſunt c & d ut fiant ambæ ſuperficies a c & b d æquidiſtantiũ laterũ, & ex ipſis pyramidibus ſuper baſes a c & b d, cõpleantur ſolida parallelogrãma pyramidibus propoſitis æque alta quæ ſimiliter dicãtur a c & b d. Manifeſtũ igitur eſt ex ſexta huius ꝝ, ꝙ pyramis a eſt ſexta pars ſolidi a c, & pyramis b ſexta ſolidi b d. Itaq; ex 35 undecimi argue propoſitũ, primam quidem partem ex prima, ſecũdam autem ex ſecunda.



CAMPANI additio.

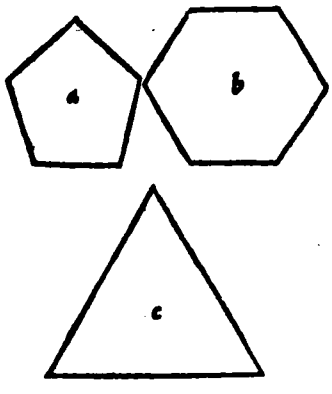
Quod ſi duæ quælibet pyramides lateratæ fuerint æquales, earum baſes earundem altitudinibus mutuæ erunt. Si uero baſes earum altitudinibus ipſarum mutuæ fuerint, eadem pyramides æquales eſſe oportet.

Si baſes utrarũq; fuerint triãgulæ, demoſtratũ eſt uerum eſſe ꝗd diximus. Si altera tantum, ſit igitur a, baſiſq; alterius pyramidis ſit b, & ſumatur trigonus c æqualis polygonio b, fiatq; ſuper c, pyramis æque alta pyramidi quæ eſt ſuper b, & ſint a, b, c, æquiuoca nomina pyramidum & baſium. Quia igitur ex hypotheſi duæ pyramides a & b ſunt æquales, & ex ultima interpoſitarũ ad ſextam huius duæ pyramides b & c ſunt æquales, ideoq; ex cõmuni ſcientia duæ pyramides a & c æquales, igitur baſes earũ ſunt mutuæ ad altitudines earum ex prima parte 7 huius. Cumq; baſes b & c ſint æquales, altitudines quoq; pyramidum b & c æquales erunt, ex prima parte & ſecunda 7 quinti, baſes a & b mutuæ altitudinibus pyramidum a & b.



Secunda pars conuerſo modo probatur. Nam ſi fuerit baſis a ad baſin b, ut altitudo pyramidis b ad altitudinẽ pyramidis a, erit ex ſecunda parte & prima 7 quinti, baſis a ad baſin

ad baſin c,ſicut altitudo pyramidis b ad altitudinẽ pyramidis a,itaq; ex ſecunda parte huius 7 duæ pyramides a & c,ſunt æquales, quare per cõmunem ſcientiam duæ quoq; pyramides a & b, ſunt æquales.



Si uero neutra propoſitarũ pyramidum fuerit trigona,ſed utraq; polygonia (uerbi gratia altera pentagona,altera hexagona) quæ adhuc dicantur a & b, ſumatur ſimiliter triãgulus c æqualis hexagono b,ſuper quẽ fiat pyramis æque alta pyramidi b, erũtq; duæ pyramides b & c æquales, ideoq; duæ quæ ſunt a & c etiã per conceptionẽ æquales,quare baſis a ad baſin c,ſicut altitudo pyramidis c ad altitudinem pyramidis a, hoc enĩ nuper demonſtratũ eſt. Eſt ergo ex 7 quinti baſis a ad baſin b, ſicut altitudo pyramidis b ad altitudinẽ pyramidis a. Conuerſa conuerſo modo patet. Si enim baſis a ad baſin b fuerit, ut altitudo pyramidis b ad altitudinẽ pyramidis a, erit quoq; ex 7 quinti baſis a ad baſin c, ut altitudo pyramidis c ad altitudinẽ pyramidis a,ideoq; (ut patet ex prioribus) erunt duæ pyramides a & c æquales,quare ex communi ſcientia & duæ quæ ſunt a & b,erunt etiam æquales. Et hoc eſt propoſitũ.

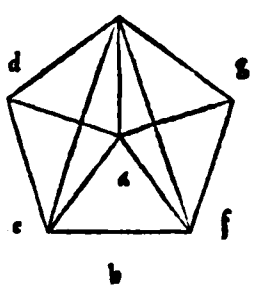
Euclid. ex Camp. *Propoſitio 8*

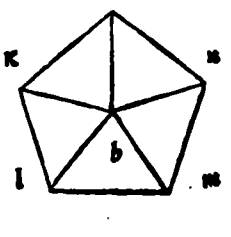
8 OMnium duarum pyramidum ſimilium quarum baſes triangulæ,eſt proportio alterius ad alteram, tanquã lateris ad latus eius relatiuum proportio triplicata.

CAMPANVS. Propoſitis duabus pyramidibus ſimilibus baſes triangulas habentibus,ex ipſis perfice duo ſolida parallelogrãma,quemadmodũ dictum eſt in demõſtratione præmiſſæ, eruntq; hæc duo ſolida parallelogramma ſimilia, eo q; pyramides ponuntur ſimiles adinuicẽ,nam duo ſolidi anguli qui ſunt cõmunes pyramidibus & ſolidis parallelogrãmis, ſuperficialibus angulis numero & quantitate æqualibus cõtinentur, & latera quoq; illos angulos ſuperficiales continẽtia,ſunt proportionalia. Quare ex 14 primi tres ſuperficies ſolidorũ parallelogrãmorũ cõmunes angulos ſolidos conſtituẽtes,ſunt æquiangulæ & laterũ proportionaliũ.ideoq; ſimiles ex diffinitione ſimilium ſuperficierũ: quare ex 14 & 15 quinti cunctæ ſex ſuperficies horum duorũ ſolidorũ parallelogrãmorũ,ſunt ſimiles adinuicẽ. Igitur à diffinitione corporũ ſimilium, erunt ipſa ſolida ſimilia. Quare cũ proportio ſolidorũ & pyramidũ ſit una ex 15 quinti (nam ſolida ſunt ſexcupla pyramidibus ex 6 huius) cumq; ſit proportio ſolidorũ una ſicut ſuorũ relatiuorũ laterum triplicata ex 36 undecimi libri,ſunt autem latera ſolidorũ eadem lateribus pyramidum, erit quoq; ex 11 quinti proportio propoſitarũ pyramidũ ſicut ſuorum relatiuorũ laterum proportio triplicata,quod eſt propoſitum.

CAMPANI additiones.

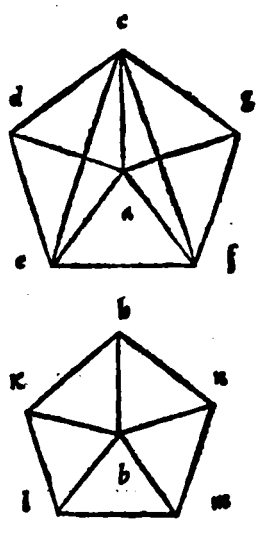
Quod ſi fuerint duæ quælibet pyramides lateratæ ſimiles,erit proportio alterius ad alterã ſicut ſui lateris ad ſibi relatiuũ latus alterius proportio triplicata.





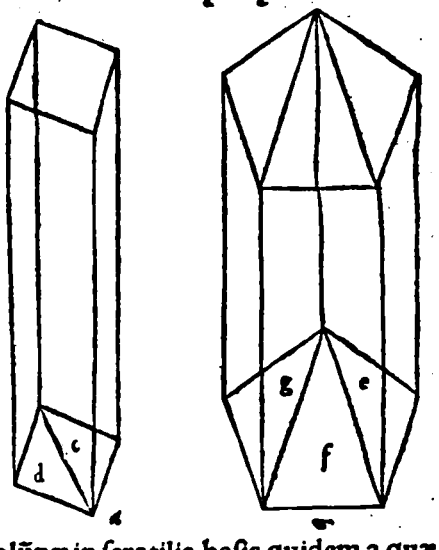
Sint duæ lateratæ pyramides, quarum coni a & b,ſimiles, ſintq; ſuper baſes pentagonas quæ ſunt c d e f g,h k l m n. Dico quod proportio earum,eſt ſicut ſuorũ relatiuorũ laterum triplicata. Conſtat enim ex diffinitione ſimilium ſuperficierũ & corporũ, quod pentagoni qui ſunt baſes propoſitarũ pyramidum,ſibi adinuicẽ,cunctiq; relatiui trianguli ipſas ambientes ſibi inuicẽ, ſunt ſimiles. Diuidantur itaq; baſes ambarũ in triãgulos ſimiles & numero æquales prout 15 ſexti proponit eſſe poſſibile,protractis in hac quidem lineis c e & c f,in illa uero h l & h m. Dico igitur iſtas pyramides eſſe diuiſas in pyramides triãgulas ſimiles & numero æquales. Conferãtur enim adinuicẽ duæ pyramides a c d e,b h k l, quarũ coni ſunt a & b. Conſtat autem ex hypotheſi triangulũ c a d eſſe ſimilem trian

gulo b h κ,& triangulũ d a e triãgulo k b l. Et quia etiam ex hypotheſi angulus d eſt æqualis angulo k,& latera c d & d e continẽtia angulũ d ſunt proportionalia lateribus h κ & κ l continentibus angulum k, erunt ex 6 ſexti duo triãguli c d e & h k l æquianguli, ideoq; per 4 ſexti erit proportio c d ad h k,ſicut c e ad κ l. Cumq; ex hypotheſi ſit proportio c a ad h b, & etiam a e ad b l, ſicut c d ad h k, erit ex 11 quinti c a ad h b, & a e ad b l, ſicut c e ad h l. Igitur ex 5 ſexti & diffinitione ſimilium ſuperficierũ, triangulus c a e erit ſimilis triangulo h b l. Manifeſtũ eſt itaq; ex diffinitione ſimilium corporũ, q; pyramis a c d e eſt ſimilis pyramidi b h κ l, ſimiliter quoq; conſtat pyramidẽ a c e f eſſe ſimilem pyramidi b h l m,& pyramidẽ a c f g, pyramidi b h m n. Quia ergo ex hac 8 proportio pyramidis a c d e ad pyramidẽ b h κ l eſt ſicut lateris c d ad latus h κ triplicata, etiam pyramidis a c e f ad ad pyramidẽ b h l m, ſicut e f ad l m triplicata ac etiam pyramidis a c f g ad pyramidẽ b h m n, ſicut c g ad h n triplicata, cũ ſit ex hypotheſi proportio e f ad l m,& c g ad h n, ſicut c d ad h κ, ſequitur ex 11 quinti ut proportio totaliũ pyramidum a & b ſit ſicut unius harum partialiũ ad aliam unam. Igitur ex hac 8 & 11 quinti conſtat uerum eſſe quod diximus.



Omnes columnæ lateratæ æque altæ, ſuis baſibus ſunt proportionales.

Verum eſt quod dicitur, ſuper qualeſcũq; baſes polygonias ſint colũnæ. Columnas autẽ lateratas, uocamus ſolida corpora laterata quorũ baſes & ſupficies ſupremæ ſunt ſimiles & æquales, cunctæ uero reliquæ ſupficies ipſa ſolida circunſtãtes ſunt æquidiſtantiũ laterũ. Talium autem ſolidorũ prima ſpecies eſt ſeratile, quando ſuper unam ſuarũ trilaterarũ ſuperficierũ intelligitur eſſe ſtatutũ, ſecunda uero ſpecies eſt columna, cuius baſis ſit quadrilatera quam ex duobus ſeratilibus neceſſe eſt eſſe compoſitã, & tertia eſt cuius baſis eſt pentagona, & ipſa ex tribus ſeratilibus perficitur. Simpliciter autem dico q; omnis laterata columna in tot corpora ſeratilia poteſt diſtingui, in quot triãgulos ſua baſis. Intelligantur itaq; duæ colũnæ lateratæ a & b, conſtitutæ ſuper duas baſes a & b, æque altæ, dico q; ꝓportio columnarũ a & b, eſt ſicut baſium a & b



Diſtinguãtur nanq; hæ baſes in triãgulos, & hæ colũnæ in ſeratilia, baſis quidem a quæ ponatur eſſe quadrãgula, in duos trigonos ſcilicet c & d, & columna a, in duo ſeratilia c & d, baſis uero quæ ſit pentagona, diſtinguatur in tres trigonos e, f, g, & colũna b in tria ſeratilia quæ ſimiliter uocentur e, f, g. Manifeſtũ eſt igitur ex iis quæ in 16 undecimi dicta ſunt, q; proportio ſeratilis c ad ſeratile e, eſt ſicut baſis c ad baſin e, & iterũ ſeratilis d ad ſeratile e, ſicut baſis d ad baſin e, quare per 14 quinti erit colũnæ a ad ſeratile e, ſicut baſis a ad baſin e. Eadem ratione erit columna a ad ſeratile f, ſicut baſis a ad baſin f. At rurſus columnæ a ad ſeratile g, ſicut baſis a ad baſin g. Igitur ex 14 quinti, quoties neceſſe fuerit aſſumpta facile cõcludes propoſitũ. Conſtat itaq; ex hoc, q; omnes colũnæ lateratæ ſuper eandem baſin uel ſuper æquales conſtitutæ ſi fuerint æque altæ, erunt æquales. Cum enim (ut proximo probatũ eſt) æque altæ columnæ lateratæ ſint ſuis baſibus proportionales, ponantur autem baſes eſſe aut eædem aut æquales, neceſſe eſt ex 14 quinti ut etiam columnæ ſint æquales. Conſtat quoq; quod ſi fuerint quælibet ſolida parallelogrãma ſeratilia & lateratæ columnæ æque alta, ipſa quoq; ſuis baſibus proportionalia eſſe neceſſario cõprobantur. Omnia enim hæc, ſpecies ſunt lateratarũ columnarum, de quibus paulo ante uniuerſaliter probatum eſt uerum eſſe quod dicitur.

Omnis laterata columna, tripla eſt ad ſuam pyramidem.

Diſtinguatur baſis columnæ in triangulos, & ſecundum numerũ triangulorũ illorũ diſtinguatur cõlumna in ſeratilia, & pyramis colũnæ in pyramides habẽtes baſes trian

gulas

gulas quæ,uidelicet,ſunt baſes ſeratiliũ. Conſtat itaq; unũquodq; ſeratile ad eam pyramidẽ quæ ſuper eandem baſin cum ipſo ſeratili conſiſtit,triplum eſſe:hoc enim demonſtratũ eſt in 6 huius duodecimi libri. Igitur ex 11 quinti omnia ſeratilia pariter accepta, ad omnes pyramides pariter acceptas neceſſe eſt eſſe triplum. Cumq; ex oñibus ſeratilibus pariter acceptis columna, & ex omnibus pyramidibus pariter acceptis pyramis columnæ perficiantur,conſtat ueram eſſe hanc noſtram propoſitionem.

Si fuerint duæ quælibet columnæ lateratæ æquales,earum baſes earundem altitudinibus mutuæ erunt. Si uero baſes earũ & altitudines mutuæ fuerint,eaſdem columnas æquales eſſe neceſſe eſt.

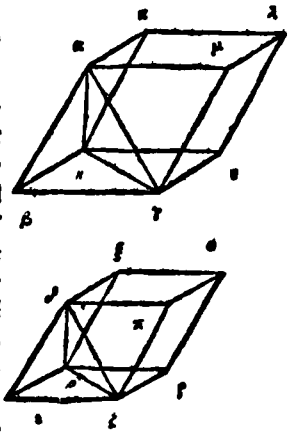
si enim columnæ ſint æquales, earũ pyramides erunt æquales, eo q̃ omnis laterata columna eſt tripla ad ſuam pyramidẽ. Si autem pyramides fuerint æquales, ſuæ baſes ſuis altitudinibus mutuæ erũt. quemadmodũ demonſtratũ eſt in 7 huius. Quia igitur columnarũ ſuarumq; pyramidũ eædem ſunt baſes, & altitudines ſunt eædem, conſtat prima pars propoſiti.. Sint igitur & altitudines propoſitarũ columnarũ lateratarũ mutuæ. Dico q̃ colũnæ erunt æquales. Cum enim eædẽ ſint baſes eædemq; altitudines columnarũ ſuarũ pyramidũ,erunt baſes & altitudines pyramidũ propoſitarũ columnarũ mutuæ. Si hoc ut poſitum eſt,uerum fuerit de columnis,erunt quoq; pyramides æquales,prout in 7 huius demonſtratũ eſt,igitur & columnæ æquales,cum ipſæ triplæ ſint ad ſuas pyramides. Quare patet ſecunda pars eius quod propoſitum eſt.

Omnium duarũ columnarũ lateratarũ ſimilium eſt proportio alterius ad alteram,tanq̃ lateris ad ſuum relatiuũ latus proportio triplicata.

Si columnæ fuerint ſimiles,erunt ex diffinitione ſimilium corporũ, baſes earũ cæteraq; ſuperficies eas ambientes ſimiles. Diuidantur itaq; baſes earũ in triãgulos ſimiles & numero æquales,quemadmodũ 11 ſexti proponit eſſe poſſibile, & ipſæ colũnæ diuidantur in ſeratilia ſuper hos triãgulos exiſtentia. Stude igitur probare ſeratilia unius, ſuis relatiuis ſeratilibus alterius eſſe ſimilia,quod facile probabis ex hypotheſi & 6 & 4 & 5 ſexti, & ex diffinitione ſimilium ſuperficierũ & diffinitione ſimilium corporũ. Hoc autem probato,erit ex 36 undecimi proportio uniuſcuiuſq; ſeratilis unius ad ſuum relatiuũ ſeratile alterius,ſicut ſui lateris ad latus illius proportio triplicata. Et quia omniũ laterũ eſt proportio una, cum cuncta ſeratilia unius ſint ſimilia ſuis relatiuis ſeratilibus alterius, ſequitur ex 11 quinti ut cunctorũ ſeratiliũ unius ad ſua relatiua ſeratilia alterius ſit proportio una. Quare per 11 quinti quæ eſt proportio unius ſeratilis ad ſuũ ſeratile relatiuũ alterius, eadẽ eſt omniũ pariter acceptorũ ad omnia pariter accepta. Et quia utrobiq; omnia ſeratilia pariter accepta cõponunt columnas,& relatiua latera ſeratilium ſunt relatiua latera columnarũ, neceſſe eſt ex 11 quinti ut proportio columnarũ ſit ſicut ſuorũ relatiuorũ laterum proportio triplicata. Quod eſt propoſitũ.

Eucli.ex Zamb. Theorema 8 Propoſitio 8

8 Simſles pyramides,triãgulares baſes habentes,in triplici ſunt ratione eiuſdem rationis laterum.



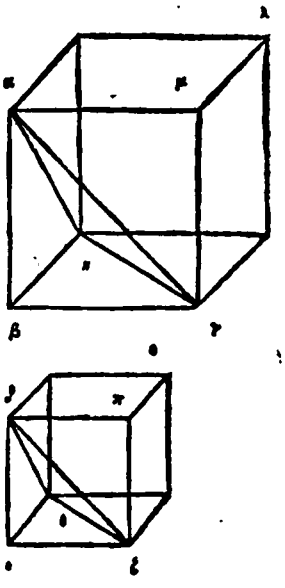
THEON ex Zamb. *Sint ſimiles & ſimiliter poſitæ pyramides,quarũ baſes quidẽ ſint α ς γ, δ ι ζ, triãgula, faſtigia uero ipſarũ ſint π ι ſigna. Dico quod α ς γ π pyramis ad δ ι ζ θ pyramidẽ,triplam habet rationẽ, q̃ ς γ ad ι ζ. Cõpleantur enim ς π μ λ, ι θ π ο, ſolida parallelepipeda. Et quoniã pyramis α ς γ π ſimilis eſt ipſi δ ι ζ θ pyramidi, æqualis igitur eſt angulus qui ſub α ς γ ei qui ſub δ ι ζ angulo, & qui ſub π ς γ ei qui ſub θ ι ζ, & qui ſub α ς π ei qui ſub δ ι θ, eſtq; ſicut α ς ad δ ι, ſic eſt ς γ ad ι ζ, & ς π ad ι θ. Et quoniã eſt ſicut α ς ad δ ι, ſic β γ ad ι ζ, & circũ æquos angulos latera ſunt proportionalia, igitur β μ parallelogrammũ ipſi ι π, ſimile eſt parallelogrãmo: & id propterea & β ρ ipſi ι ρ ſimile eſt, & β π ipſi ι ζ. Tria igitur β μ, π β, ς ρ, tribus ι π, ι ζ, ι ρ, ſunt ſimilia. Sed tria quidẽ μ β, ς π, β ρ, tribus quæ ex oppoſito æqualia ſunt ſimilia, & tria ι π, ι ζ, ι ρ, æqua & ſimilia ſunt tribus quæ ex oppoſito: ipſa igitur β π μ λ, ι θ π ο, ſolida parallelepipeda, ſub ſimilibus planis æque multiplicibus cõprehendũtur. igitur ς π μ λ, ipſi ι θ π ο ſolido ſimile eſt. Similia autẽ ſolida parallelepipeda, in triplicata ſunt ratione eiuſdẽ ratiõis laterũ (per 33 undecimi). Igitur ς π μ λ ſolidũ ad ι θ π ο ſolidũ triplã habet rationẽ, q̃ eiuſdẽ ratiõis latus ς γ ad eiuſdẽ rationis latus ι ζ. Sicut aũt ς π μ λ ſolidũ ad ι θ π ο ſolidũ, ſic α ς γ π pyramis ad δ ι ζ θ pyramida, quoniã pyramis ſexta pars eſt ſolidi, eo quod & priſma dimidiũ exiſtens ſolidi parallelepipedi, triplũ eſt ipſius pyramidis, & α ς γ π igitur pyramis ad δ ι ζ θ pyramida triplam rationẽ habet, q̃ ς γ ad ι ζ. Quod demõſtraſſe oportuit.*

CORRELARIVM. *Ex hoc nempe eſt manifeſtũ, quod & multangulas baſes habẽtes ſimiles pyramides, adinuicẽ in triplici ſunt ratione eiuſdẽ rationis laterũ. Diuiſis enim ipſis in ipſas pyramides, triãgulares baſes habentes (quia ſimilia polygona baſium in ſimilia triangula diuiduntur, & in æque multiplicia, & eiuſdem rationis totis) erit ſicut in altera una pyramis triangularẽ habens baſin ad unam baſin triangularẽ habentem in altera pyramide, ſic & omnes pyramides in altera pyramide triãgulares baſes habẽtes, ad pyramides exiſtentes in altera pyramide, & habentes triãgulares baſes. Hoc eſt, Pyramis ipſa polygonã baſin habens ad pyramida baſin polygonã habentẽ. Pyramis autẽ triangularẽ baſin habens ad pyramida triangularẽ baſin habentẽ, in triplici eſt ratione eiuſdẽ rationis laterũ. Et polygonã igitur baſin habens, ad ſimilem baſin habentẽ, triplam habet rationẽ quàm latus ad latus.*

Euclid. ex Zamb. Theorema 9 Propoſitio 9

9 Camp. 7

Aequalium pyramidum & triangulares baſes habentiũ, reciprocæ ſunt baſes altitudinibus. Et pyramides triangulares baſes habentes, quarũ reciprocæ ſunt baſes uerticibus, ſunt æquales.



THEON ex Zamb. *Sint enim æque pyramides α ς γ ν, δ ι ζ θ, triãgulares baſes habẽtes α β γ, δ ι ζ, faſtigia uero ν, θ, ſigna. Dico quod ipſarũ α β γ ν, δ ι ζ θ, pyramidũ reciprocæ ſunt baſes altitudinibus, & eſt ſicut baſis α β γ ad baſin δ ι ζ, ſic eſt ipſius δ ι ζ θ pyramidis altitudo ad ipſius α β γ ν pyramis altitudinẽ. Cõpleantur enim ipſa β ν μ λ, ι θ π ο, ſolida parallelepipeda. Et quoniã pyramis α β γ ν æqualis eſt ipſi δ ι ζ θ pyramidi, eſtq; ipſius quidẽ α ς γ ν pyramidis ſexcuplũ ipſum β ν μ λ ſolidũ, ipſius autẽ δ ι ζ θ ſolidũ ι θ ο π ſexcuplũ eſt, igitur ſolidum β ν μ λ, ipſi ι θ ο π ſolido æquũ eſt. Aequaliũ autem ſolidorũ parallelepipedorũ reciprocæ ſunt baſes altitudinibus (per 34 undecimi.) Eſt igitur ſicut β μ baſis ad ι π baſin, ſic eſt ipſius ι θ ο π ſolidi faſtigium ad ipſius β ν μ λ ſolidi faſtigium. Sed ſicut quidẽ β μ baſis ad ι π baſin, ſic α β γ triangulũ ad δ ι ζ triangulum. Et ſicut igitur (per 11 quinti) triangulũ α β ad triangulũ δ ι ζ, ſic ipſius ι θ π ο ſolidi altitudo, ad ipſius β ν μ λ ſolidi altitudinem. Sed ipſius ι θ π ο ſolidi altitudo, eadem eſt ipſi ipſius δ ι ζ θ pyramidis altitudini, & ipſius ς ν μ λ ſolidi altitudo, eadem eſt ipſius α ς γ ν pyramidis altitudini. Eſt igitur ſicut α ς γ baſis ad δ ι ζ baſin, ſic ipſius δ ι ζ θ pyramidis altitudo ad ipſius α β γ ν pyramidis altitudiuẽ. Ipſarũ igitur α β γ ν, δ ι ζ θ, pyramidũ, reciprocæ ſunt baſes altitudinibus.*

Sed iam ipſarũ α β γ ν, δ ι ζ θ, pyramidum reciprocæ ſint baſes altitudinibus, eſtoq; ſicut α β γ baſis ad δ ι ζ baſin, ſic ipſius δ ι ζ θ pyramidis faſtigiũ ad ipſius α β γ ν pyramidis faſtigiũ. Dico quod pyramis α β γ ν, æqualis eſt ipſi δ ι ζ θ pyramidi. Eiſdem nanq; diſpoſitis, quoniã eſt ſicut α β γ baſis ad δ ι ζ baſin, ſic eſt ipſius δ ι ζ θ pyramidis uertex ad ipſius α β γ ν pyramidis uerticem, ſed ſicut α β γ baſis ad ipſam δ ι ζ baſin, ſic β μ parallelogrammũ ad ι π parallelogrammũ, & ſicut igitur (per 11 quinti) β μ parallelogrammũ ad ι π parallelogrammũ, ſic eſt ipſius δ ι ζ θ pyramidis faſtigiũ ad ipſius α β γ ν pyramidis faſtigiũ. Sed ipſius quidẽ δ ι ζ θ pyramidis uertex, eſt idem ipſius ι θ π ο parallelepipedi uertici, & faſtigiũ ipſius α β γ ν pyramidis, idem eſt ipſius β ν μ λ parallelepipedi altitudini: eſt igitur ſicut β μ baſis ad ι π baſin, ſic ipſius ι θ π ο parallelepipedi altitudo ad ipſius ς ν μ λ parallelepipedi altitudinẽ. Solida uero parallelepipeda quorũ reciprocæ ſunt baſes altitudinibus, ſunt æqualia (per 34 undecimi.) Igitur ſolidum parallelepipedũ β ν μ λ, ipſi ι θ π ο ſolido parallelepipedo eſt æquale. Eſtq; ipſius quidẽ β ν μ λ parallelepipedi, pyramis α β γ ν ſexta pars, ipſius autẽ ι θ π ο parallelepipedi, ſexta pars eſt pyramis δ ι ζ θ. Igitur pyramis α β γ ν, ipſi δ ι ζ θ pyramidi eſt æqualis. Aequalium igitur pyramidũ & triangulares baſes habentiũ, reciprocæ ſunt baſes altitudinibus. Et pyramides triangulares baſes habentes quarũ baſes uerticibus ſunt reciprocæ, ſunt æquales. Quod oſtendendum fuerat.

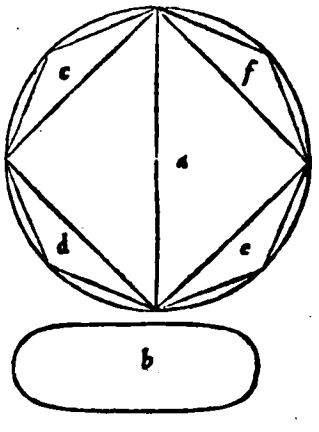
Euclid. ex Camp. Propoſitio 9

9

Omnis columna rotunda, pyramidi ſuæ tripla eſſe cõprobatur.

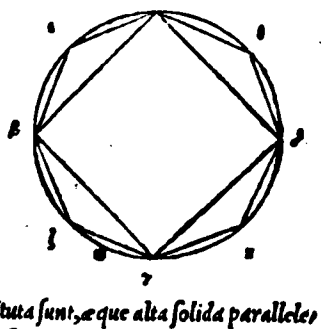
CAMPANVS. Supra circulum a, intelligantur una columna & una pyramis, ſecũdum eandem ſuam altitudinẽ erectæ, dicanturq; æquiuoce ipſa pyramis & columna & circulus, nomine uno ſcilicet a. Dico itaq; quod columna a, eſt tripla ad pyramidẽ a. Cuius probatio eſt. Quia neq; maior neq; minor poteſt eſſe, q̃ tripla. Sit enim primũ (ſi poſſibile eſt) maior q̃ tripla, quantitate corporis b, ita q̃ ſi b corpus demat̃ de columna a, erit reſiduũ eius triplum ad pyramidem a. Inſcribatur ergo quadratũ circulo a, ſuper quod erigantur duo ſeratilia æque alta columnæ a, de quibus duobus ſeratilibus pariter acceptis conſtat, quod ipſa ſunt plus medietate columnæ a, quemadmodũ ipſum quadratũ cõſtat eſſe plus medietate circuli a, ſi enim ex ipſis ſeratilibus perficiantur ſolida parallelogrãma, quorũ ipſa ſunt medietates, erit ipſa columna pars ipſorũ duorum ſolidorũ pariter acceptorũ. Deinde ſuper latera quadrati inſcripti perficiam quatuor triangulos duum æqualium laterũ in portionibus

tionibus circuli, quarũ portionũ latera quadrati ſunt chordæ, diuiſis arcubus illarum portionũ per æqualia, & ſint illi trianguli c,d,e,f, ſuper quos etiam erige ſeratilia ad altitudinẽ columnæ a. Et manifeſtũ eſt quod hæc ſeratilia ſunt maius medietate portionũ columnæ ſuper portiones circuli conſiſtentiũ, quemadmodũ & ipſi trianguli ſunt maius medietate portionũ circuli. Fiat autem hoc toties, quouſq; per primam 10 cogatur aduerſarius confiteri portiones columnæ pariter acceptas eſſe minus corpore b. Erit igitur columna laterata octogona, quam cõponunt omnia ſeratilia pariter accepta, quorũ baſes ſunt trianguli diuidentes polygonium inſcriptum circulo a, maius triplo pyramidis rotũdæ a. Et quia ipſa laterata columna eſt tripla ad ſuam pyramidem, ſicut demõſtratum eſt in eis quæ præmiſſa ſunt, ſequitur ex ſecunda parte 10 quinti libri, ut rotunda pyramis a ſit minor laterata pyramide lateratæ columnæ cuius baſis eſt inſcriptũ polygoniũ baſi rotundæ pyramidis a, quod eſt impoſſibile: eſt ẽnĩ pyramis laterata, pars ipſius pyramidis rotundæ. Non eſt igitur pyramis a, minus tertia parte ſuæ columnæ. Sed nec plus tertia. Si enim poſſibile eſt, ſit pyramis a, plus tertia parte columnæ a, quantitate corporis b, ita q̃ detracto corpore b de pyramide a, ſit reſiduũ ipſius pyramidis tertia pars columnæ a. Igitur quemadmodũ prius ex pyramide a, intelligatur detrahi pyramis laterata ſibi æque alta cuius baſis ſit quadratũ circulo a inſcriptum, quam lateratam pyramidem conſtat eſſe plus dimidio pyramidis rotundæ. Item de reſiduo pyramidis a, rurſus intelligãtur detrahi pyramides æque altæ, ſtatutæ ſuper triangulos c,d,e,f, qui ſunt in portionibus baſis, & hoc toties fiat, ut ex prima decimi relinquatur ex pyramide a, minus corpore b. Eritq; itaq; pyramis laterata inſcripto polygonio ſuperſtans, quam componunt lateratæ pyramides ex rotunda pyramide detractæ, maius tertia parte rotundæ columnæ a. Et quia ut probatum eſt in præcedentibus, hæc pyramis laterata eſt tertia pars ſuæ columnæ lateratæ a, ſequitur denuo ex ſecũda parte 10 quinti columnã rotundam a eſſe minorem columna laterata eiuſdem altitudinis, cuius baſis eſt polygonium baſi rotundæ pyramidis inſcriptũ. Hoc autem impoſſibile, nam hæc columna laterata, pars eſt columnæ rotundæ. Cum igitur columna rotunda non poſſit eſſe minus triplo ſuæ pyramidis, neq; maius, erit neceſſario tripla ad eam. Quod demonſtrare uolumus.

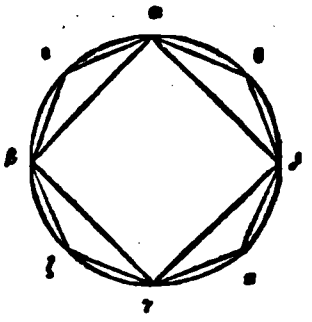


Euclí ex Zamb. *Theorema* 10 *Propoſitio* 10

10 **Omnis conus, cylindri tertia pars eſt eandem eidem baſin habentis & æquale faſtigium.**



THEON *ex Zamb.* *Habeat enim conus, cylindro baſin eandẽ, hoc eſt circulũ α ζ γ δ, & æquale faſtigium. Dico q̃d conus, cylindri tertia pars eſt, hoc eſt quod cylindrus, coni triplus eſt. Si autẽ cylindrus, coni non eſt triplus, erit cylindrus, cono aut maior q̃ triplus, aut minor. Sit prius maior q̃ triplus. Et deſcribatur (per 6 quarti) in circulo α β γ δ, quadratũ α β γ δ. Iam quadratũ α β γ δ, maius eſt q̃ dimidiũ ipſius circuli α β γ δ. Conſtituatur ab ipſo α β γ δ quadrato, priſma æque altũ ipſi cylindro. Iam conſtitutũ priſma, maius eſt q̃ ipſius cylindri dimidiũ, quoniam & ſi ipſi circulo α β γ δ, quadratũ circũſcribamus, quadratũ in ꝓſo orbe α β γ δ deſcriptũ, circũſcripti dimidiũ eſt, & ab ipſis conſtituta ſunt, æque alta ſolida parallelepipeda priſmata: priſmata igitur ipſa, adinuicẽ ſunt ſicut baſes. Et priſma igitur ſtans in ipſo α β γ δ quadrato, dimidium eſt eius priſmatis quod cõſtituitur à quadrato ipſi circulo α β γ δ circũſcripto. Et cylindrus ipſo priſmate quod ſit à quadrato circũſcripto ipſi circulo α β γ δ, minor eſt. Igitur priſma à quadrato α β γ δ conſtitutũ, tpſi cylindro æque altũ, maius eſt dimidio ipſius cylindri. Secentur (per 30 tertij) ipſæ α β, β γ, γ δ, δ α, circũferentiæ bifariã in ι, ζ, ε, θ, ſignis, & cõnectantur ipſæ α ι, ι β, β ζ, ζ γ, γ ε, ε δ, δ θ, α, & unũquodq; igitur ipſorũ α ι ζ, β ζ γ, γ ε δ, δ θ α, triangulorũ, maius eſt q̃ dimidiũ eius quod circũ ſeipſum ipſius α β γ δ circuli ſegmenti, ſicut ante oſtendimus. Conſtituatur ab unoquoq; ipſorũ α ι β, β ζ γ, γ ε δ, δ θ α, triangulorũ, priſmata æque alta ipſi cylindro, & unũquodq; igitur ipſorũ conſtitutorũ priſmatũ, maius eſt q̃ dimidia pars circũ ſeſe ipſius ſegmenti circuli, quoniã ſi per ι, ζ, ε, θ, ſigna parallelos ipſis α β, ζ γ, γ δ, δ α, ducamus, cõpleamusq; quæ in ipſis α β, ζ γ, γ δ, δ α, parallelogrãma, & ab ipſis cõſtituamus ſolida parallelepipeda ipſi cylindro æque alta, uniuſcuiuſq; conſtitutorũ dimidia ſunt priſmata quæ in α ι ζ, β ζ γ, γ ε δ, δ θ α, triãgulis & ſunt ipſius cylindri ſegmẽta, minores ipſis ſolidis parallelepipedis conſtitutis. Itaq; etiã quæ in α ι ζ, β ζ γ, γ ε δ, δ θ α, triãgulis priſmata, maiora ſunt q̃ dimidiũ circũ ſeſe cylindri ſegmentorũ. Diſpeſcẽtes iam (per 30*



tertij)reliquas circũferentias diuidue,& cõnectentes rectas lineas,excitãtesq; ab unoquoq; ipsorũ triangulorũ prismata æqualis fastigij ipsi cylindro,& hoc semper efficientes,relinquemus quasdã segmẽta ipsius cylindri quæ erunt minores excessu quo excedit cylindrus triplũ coni. Relinquãtur,sintq; α ι,ι ϵ,ϵ ζ,ζ γ,γ ν, ν δ,δ θ,θ α. Reliquũ igitur prisma cuius basis quidẽ est α ι ϵ ζ γ ν δ θ multãgulũ, fastigiũ aũt idẽ cũ cylindro,maius est q̃ triplũ coni. Sed prisma cuius basis qdẽ est α ι ϵ ζ γ ν δ θ multangulũ,fastigiũ autẽ idem cum cylindro,pyramidis tripli est cuius basis quidẽ est α ι β ζ γ ν δ θ multãgulũ,fastigiũ uero idẽ quod & conoꝰ & pyramis igitur cuius basis qdẽ est α ι ϵ ζ γ ν δ θ multangulũ, uertex aũt idẽ q̃ cono,maior est cono habẽte basin circulũ α ϵ γ δ. Sed & minor,cõprehẽditur etenim ab ipso. Quod est ipossibile. Nõ est igitur cylindrus,cono maior q̃ triplus.

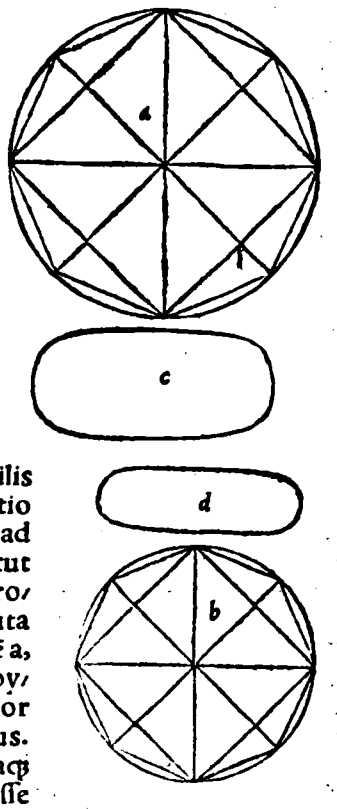
Dico insuper quod neq; minor q̃ triplus est cylindrus cono. Si enim possibile,sit minor q̃ triplus,cylindrus cono. Cõuersim igitur conus cylindri maior est q̃ tertia pars. Describatur iam(per 6 quarti)in circulo α ϵ γ δ,quadratũ α β γ δ. Igitur quadratũ α β γ δ,maius est q̃ dimidiũ ipsius α β γ δ circuli. Cõstituatur ab ipso α β γ δ quadrato pyramis, idem ipsi cono habens fastigiũ. Igitur pyramis constituta,maior est q̃ dimidiũ coni, quoniã (sicut ante ostendimus) quãdo ipsi circulo quadratũ circũscribimus,quadratũ α β γ δ,circũscripti dimidiũ est, & si à quadratis solida parallelepipeda cõstituamus æque alta ipsi cono,quæ & prismata appellantur,erit constitutũ ab ipso α β γ δ quadrato,dimidiũ eius quod cõstituitur à circũscripto quadrato,adinuicẽ enim sunt ut bases. Quare & tertiæ partes. Et pyramis igitur cuius basis α β γ δ quadratũ,dimidiũ est pyramidis constitutæ ad quadratũ ipsi orbi circũscriptũ, & pyramis cõstituta à circa circulũ quadrato, cono quem cõprehendit maior est. Pyramis igitur cuius basis α ϵ γ δ quadratũ,fastigiũ autẽ idem quod & cono, maior est q̃ coni dimidiũ. Secentur(per 30 tertij)α ϵ,ϵ γ,γ δ,δ α,circũferentiæ bifariam in ι,ζ,ν,θ,signis, & cõnectantur α ι,ι ϵ,β ζ,ζ γ,γ ν,ν δ,δ θ,θ α. Vnumquodq; igitur ipsorũ α ι β,β ζ γ,γ ν δ,δ θ α,triangulorũ, maius est q̃ pars dimidia circũ sese segmẽti circuli α β γ δ. Constituãtur nempe ab uno quoq; ipsorũ α ι ϵ,ϵ ζ γ,γ ν δ,δ θ α,triangulorũ,pyramides idem ipsi cono habẽtes fastigiũ: & unaquæq; igitur constitutarũ pyramidũ eodem modo, maior est q̃ dimidia pars circũ sese segmenti ipsius coni. Secantes iam(per 30 tertij)reliquas circũferentias diuidue,& cõnectentes rectas lineas,& excitantes ab unoquoq; triangulorũ pyramida idem ipsi cono fastigiũ habentẽ & hoc semper efficientes,relinquemus quædã coni segmenta quæ erunt minora excessu quo excedit conus tertiã partem cylindri. Relinquãtur & sint α ι,ι ϵ,β ζ,ζ γ,γ ν,ν δ,δ θ,θ α. Reliqua igitur pyramis cuius quidẽ basis est α ι ϵ ζ γ ν δ θ multangulũ,uertex autẽ idem qui cono,maior est q̃ tertia pars cylindri. Sed pyramis cuius basis quidem est α ι ϵ ζ γ ν δ θ multangulũ,uertex autẽ idem qui cono,tertia est pars prismatis cuius basis quidẽ est α ι ϵ ζ γ ν δ θ multangulũ,fastigiũ autẽ idem quod & cylindro. Igitur prisma cuius basis quidẽ est α ι ϵ ζ γ ν δ θ multangulũ,fastigiũ autẽ idem ipsi cylindro,maius est cylindro cuius quidẽ basis est α ϵ γ δ. Sed & minus,cõprehẽditur nanq; ab eo,quod est impossibile. Cylindrus igitur cono minor nõ est q̃ triplus. Patuit autẽ quod neq; maior q̃ triplus: triplus igitur est cylindrus coni. Quare conus cylindri tertia pars est. Omnis igitur conus cylindri tertia pars est eandẽ eidem basin habentis & æquale fastigiũ. Quod fuerat ostendendum.

Eucli. ex Camp. Propositio 10

10 OMnium duarũ rotundarũ pyramidũ similium, columnarumue rotundarũ similiũ est proportio alterius ad alterã, tanq̃ diametri suæ basis diametrũ basis alterius proportio triplicata.

CAMPANVS. Sint duo circuli a & b, super quos constituantur duæ rotundæ pyramides similes, duæq; columnæ rotundæ similes, & dicantur circuli & pyramides & columnæ & diametri circulorũ, his nominibus a & b æquiuoce. Dico itaq; q̃ proportio duarũ pyramidũ a & b, duarumq; columnarũ a & b, est sicut duarũ diametrorũ a & b proportio triplicata. Hoc autẽ si de pyramidibus constiterit, de columnis quoq; constabit ex 15 quinti, cum omnis columna rotũda sit ex præmissa, tripla ad suam pyramidem. De pyramidibus autem constabit hac demõstratione ducente ad impossibile. Est enim per cõmunem scientiã positam in principio secundæ demonstrationis huius 12 libri, quæ proportio diametri a ad diametrũ b triplicata, eadẽ pyramidis a ad aliquod corpus. Illud igitur corpus sit c, de quo dico q̃ ipsum nõ potest esse minus neq; maius pyramide b. Sit primo minus (si fuerit possibile) quantitate corporis d, ita q̃ duo corpora c & d pariter accepta sint quantũ pyramis b. Itaq; quemadmodũ in secũda parte præmissæ, ex pyramide b detrahatur laterata pyramis sibi æque alta, cuius basis sit quadratũ inscriptũ circulo b, & ex residuo eius detrahãtur pyramides eiusdem altitudinis consistentes super trigonos portionũ circuli b, fiat itaq; hoc toties quousq; cogẽte prima 10,

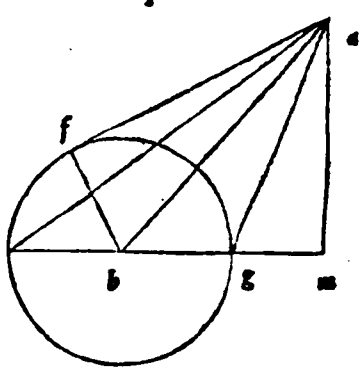
ma 10, ſit reſiduũ pyramidis b minus corpore d, eritq; ex cõmuni ſcientia, laterata pyramis detracta, quã componũt partiales pyramides detractæ, maius corpore c. Inſcribatur itaq; circulo a, polygoniũ ſimile illi, q̃d eſt baſis lateratæ pyramidis detractæ à pyramide b, & ad angulos huius polygonij inſcripti circulo a, demitte lineas à cono pyramidis a, perficiens ſuper illud polygoniũ, lateratã pyramidẽ æque altam rotundæ pyramidi a. Hanc igitur ſtudeas demõſtrare eſſe ſimilem lateratæ pyramidi detractæ à rotunda pyramide b, quod hoc modo facies. In utraq; pyramide erige axem ipſius qui erit ex diffinitione linea cõtinuans uerticem pyramidis cum centro baſis, & erit perpendicularis ad baſin, de hinc à centris baſium, protrahas in utroq; circulo ſemidiametros, ad omnes angulos utriuſq; polygonij inſcripti. Cumq; ex diffinitione ſimiliũ pyramidũ rotundarũ ſit proportio axis unius ad axem alterius, ſicut diametri baſis unius ad diametrũ baſis alterius, ideo etiã ex 15 quinti & æqua proportionalitate, ſicut ſemidiametri ad ſemidiametrũ, ſint aũt utrobiq; omnes anguli quos axes cum ſemidiametris continẽt recti, neceſſe eſt ex 6 propoſitione ſexti libri & 4 eiuſdem & diffinitione ſimilium ſuperficierũ & ſimilium corporũ diffinitiõe, ut laterata pyramis a ſit ſimilis lateratæ pyramidi b, quare per additã ad 8 huius, proportio lateratæ pyramidis a ad lateratã b, eſt ſicut lateris unius ad ſuũ relatiuũ latus alterius, ꝓportio triplicata, ideoq; & ſicut diametri a, ad diametrũ b triplicata: igitur quoq; ſicut rotundæ pyramidis a, ad corpus c ex 11 quinti, quare permutatim ꝓportio lateratæ pyramidis a ad rotũdam pyramidẽ a, ſicut lateratæ pyramidis b ad corpus c. Et quia laterata pyramis b, maior eſt corpore c, erit laterata pyramis a, maior rotũda pyramide a. Quod eſt impoſſibile, cum ſit pars eius. Nõ eſt ergo corpus c, minus rotũda pyramide b. Reſtat itaq; probandũ, q̃ nec maius. Si enĩ aduerſarius dicat ipſum eſſe maius, tunc arguatur ex conuerſa proportionalitate proportionẽ diametri b ad diametrũ a triplicatã eſſe, ſicut corporis c ad rotundã pyramidẽ a. Sed ex conceptione, eadem eſt rotũdæ pyramidis b, ad aliquod corpus aliud quod ſit d. Et quia ex hypotheſi corpus c maius eſt rotunda pyramide b, ſequitur ex 14 quinti, q̃ rotunda pyramis a ſit maior corpore d. Itaq; proportio rotundæ pyramidis b ad corpus quod eſt minus rotunda pyramide a, uidelicet, ad d, eſt ſicut ſuæ diametri b ad diametrũ alterius proportio triplicata. Hoc autẽ eſt impoſſibile. Nam ex hoc demonſtrauimus ſequi, quod pars ſit maior ſuo toto. Cũ ergo corpus c non poſſit minus eſſe neq; maius rotũda pyramide b, erit neceſſario ſibi æquale, ideoq; ex ſecunda parte 7 quinti conſtat propoſitũ.

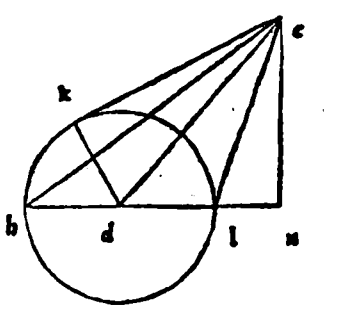


CAMPANI annotatio. Non lateat autem nos, huius demonſtrationis proceſſum ad eas duntaxat columnas & pyramides rotundas coartari, quarũ axes ſuis baſibus perpẽdiculariter inſiſtunt, tales enim diffinitæ fuerunt in principio undecimi. Cum tamen paſſio hic demonſtrata, cõmuniter conueniat omnibus columnis rotundis ſimilibus pyramidibusq; rotundis ſimilibus ſiue earũ axes ſuper baſes ſuas fuerint orthogonaliter erectæ, ſiue ſuper eas fuerint inclinatæ (& appellentur differẽtiæ cauſa hæ rotundæ columnæ & pyramides, quarũ baſibus axes orthogonaliter ſuperſtant erectæ, reliquæ uero dicãtur inclinatæ) & quia in principio 11 non ſunt diffinitæ columnæ aut pyramides rotundæ niſi illæ tantũ quas erectas uocamus, hæ quidem per motum parallelogrãmi rectanguli, illæ uero per motum trigoni rectanguli, ideo cõueniens arbitramur diffinire columnas & pyramides rotundas diffinitionibus cõmuniter & uniuoce cõuenientibus erectis & inclinatis columnis & pyramidibus rotũdis. Cum igitur extra ſuperficiẽ alicuius circuli deſcripti, ſignatur pũctus qui cum circũferentia ipſius circuli per lineam rectam cõtinuatur, ſi linea ipſa ſignato puncto manente fixo deſcripto circulo quouſque ad locum unde moueri inceperit circũducatur corpus, quod a curua ſuperficie quam motu ſuo deſcribit hæc linea, & ab ipſo circulo cui circũducitur cõtinetur uoco pyramidẽ rotundam. Et circulũ cui linea hæc circũducitur, uoco baſin ipſius pyramidis. Fixum autẽ punctũ extra circuli ſuperficiẽ ſignatũ, uoco conum pyramidis

ramidis. Lineamq; rectã continuantẽ centrũ baſis cum cono pyramidis, appello axem ſeu ſagittã pyramidis. Cumq; hæc ſagitta fuerit perpendicularis ad baſin, dico pyramidem eſſe rectam. Cum uero inclinata, dico eſſe pyramidẽ inclinatã. Cum autem fuerint duo circuli æquales deſcripti in ſuperficiebus æquidiſtantibus, quos una plana ſuperficies per eorũ centra tranſiens ſecuerit, fuerintq; cõtinuatæ per lineã rectam duæ relatiuæ ſectiones duarũ circũferentiarũ ipſorũ circulorũ, ſi linea hæc in circũferentijs ipſorũ circulorũ æquidiſtanter ſitui à quo moueri inceperit quouſq; ad locum ſuum redeat circũducatur, corpus quod à curua ſuperficie quam motu ſuo deſcribit hæc linea & à duobus propoſitis circulis cõtinetur, uoco columnã rotundam. Cum axis ſiue ſagitta, eſt linea recta, centra duorũ circulorũ continuans. Et cum hæc ſagitta fuerit perpendicularis ad ſuperficiẽ utriuſq; duorũ circulorũ, dico columnã eſſe erectã. Cum uero fuerit ſuper baſin inclinatæ, dico columnã eſſe inclinatã. Cumq; fuerint duæ rotũdæ pyramides aut columnæ (à quarũ axibus egrediãtur duæ ſuperficies ſuper baſes earũ orthogonaliter erectæ) fuerintq; anguli (quos axes & cõmunes ſectiones harũ ſuperficierũ & baſium continẽt) adinuicẽ æquales, & fuerit proportio axis unius ad axem alterius ſicut ſemidiametri baſis unius ad ſemidiametrũ baſis alterius, tunc illas duas pyramides adinuicẽ, aut illas duas columnas adinuicẽ, dico ſimiles eſſe. His diffinitiõibus poſitis, demonſtrandũ eſt, q; omnium duarũ rotundarũ pyramidũ ſimilium, columnarumue rotundarũ ſimiliũ, ſiue erectæ ſiue inclinatæ fuerint, eſt proportio unius ad alteram ſicut diametri baſis unius ad diametrũ baſis alterius proportio triplicata. Quod de ſolis erectis demonſtratũ eſt. Ad hoc autẽ præmittimus antecedens neceſſariũ.

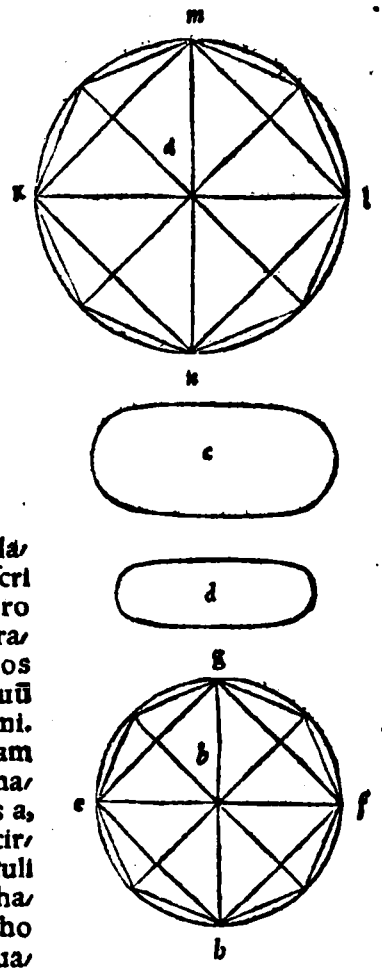
Si fuerint duæ rotundæ pyramides adinuicem ſimiles quarum utranq; duæ planæ ſuperficies ſuper axem ſecent, fueritq; harum duarum ſuperficierum altera in utraq; pyramide ſuper baſin eius orthogonaliter erecta, & arcus baſium inter illas duas ſuperficies contenti, ſimiles, erũt anguli quos axes & cõmunes ſectiones baſium & earũ ſuperficierũ quæ ſuper baſes nõ ponuntur orthogonaliter erectæ continent, adinuicem æquales.





Sint duæ rotundæ pyramides a b & c d, quarũ baſes ſunt circuli e f g & h k l, & axes duæ lineæ a b & c d, & diametri baſium e g & h l, centra baſium ſunt duo puncta b & d, coni pyramidũ a & c, ſimiles adinuicẽ, & ab earum conis ad ſuperficiẽ baſium protrahãtur ut docet 11 undecimi libri, duæ perpendiculares quæ ſunt a m & c n, & continuẽtur puncta m & n cum centris baſium, protractis lineis b m & d n, eritq; ex 18 undecimi ſuperficies a b m quæ egreditur ab axe a b, erecta ſuper baſin pyramidis a b orthogonaliter. Eodem modo ſupficies c d n, quæ egreditur ab axe c d, erit erecta ſuper baſin pyramidis c d orthogonaliter. Sint itaq; duo arcus f g & k l, ſimiles, & intelligantur duæ ſuperficies a b f, c d k, egredi ab axibus, & ſecare pyramides a b & c d ſimiles. Dico igitur duos angulos a b f, c d k, eſſe adinuicem æquales. Protrahãtur enim duæ lineæ f m & k n. Quia igitur duæ pyramides a b & c d ſunt ſimiles, & duæ ſuperficies a b m, c d n, ſtantes orthogonaliter ſuper baſes, egrediũtur ab earum axibus, erit ex diffinitiõe ſimilium pyramidũ, angulus a b m æqualis angulo c d n. Et qa ex diffinitione lineæ ſupra ſuperficiẽ perpẽdiculariter erectæ, uterq; duorũ angulorũ a m b, c n d, eſt rectus, erũt ex 33 primi & 4 ſexti, duo primi trianguli a b m & c d n, alterũ proportionaliũ. Vt proportio lineæ a b ad lineam c d, ſicut b m ad d n, & ſicut a m ad c n. Et quia ex diffinitione ſimilium pyramidũ, proportio axis a b ad axem c d eſt ſicut ſemidiametri b f ad ſemidiametrũ d k, erit ex 11 quinti, proportio b f ad d k ſicut b m ad d n. Cumq; ſint duo anguli f b m & k d n æquales, eo q; duo arcus f g & k l ſunt ſimiles ex hypotheſi, erit ex 6 & 4 ſexti,

4 ſexti, proportio f m ad k n, ſicut b m ad d n, ideoq; ſicut a m ad c n. Et quia iterũ ex diffinitione lineæ ſuper ſuperficiẽ perpendiculariter erectæ uterq; duorũ angulorũ a m f, c n k, eſt rectus, erit ex 6 & 4 ſexti, proportio a f ad c k, ſicut a m ad c n, ideo per 11 quinti, ſicut a b ad c d, & ſicut b f ad d k. Igitur ex 5 ſexti, duo anguli a b f & c d k, ſunt adinuicẽ æquales. Quod eſt propoſitũ. Idem probabis leuiter de rotundis colũnis ſimilibus.

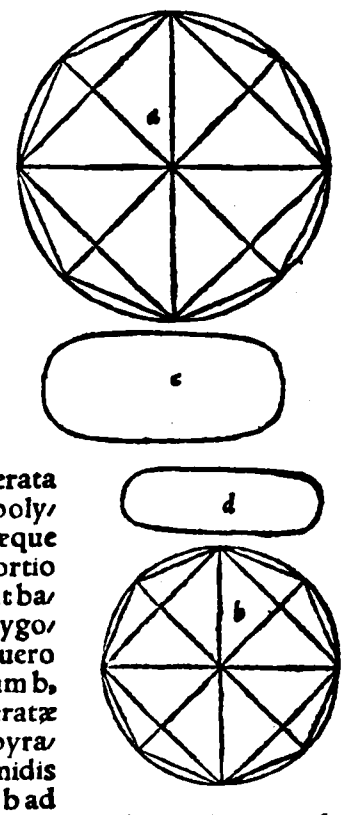


Hoc itaq; demonſtrato, dico quod omnium duarũ rotundarũ pyramidũ ſimiliũquæcunq; fuerint ſiue erectæ ſiue inclinatæ eſt proportio unius earum ad alterã, ſicut diametri ſuæ baſis ad diametrũ alterius baſis proportio triplicata. Sint enim ut prius duæ rotundæ pyramides a & b, quarũ baſes ſunt circuli a & b, & horum circulorũ diametri ſint etiam a & b: ſitq; proportio pyramidis a ad corpus c, ſicut diametri a ad diametrũ b proportio triplicata. Nõ erit igitur corpus c, minus neq; maius rotũda pyramide b. Sit enim primo (ſi poſſibile eſt) minus, quantitate corporis d, ita q; duo corpora c & d pariter accepta ſint quantũ rotũda pyramis b. Ab axe igitur pyramidis b, prodeat ſuperficies quæ ſit orthogonaliter erecta ſuper circulum b, ſitq; cõmunis ſectio huius ſupficiei & circuli b, linea e f tranſiens per centrum b, quæ erit diameter circuli b, & protrahatur in circulo b, alia diameter ſecans hanc orthogonaliter, quæ ſit g h, ſicq; inſcribatur circulo b, quadratũ e g f h, & a rotunda pyramide b, intelligatur detrahi laterata pyramis, cuius baſis eſt quadratũ circulo b inſcriptum, quæ (ut probatũ eſt ſupra) maius erit dimidio rotundæ pyramidis, & ex reſiduo eius detrahantur pyramides eiuſdem altitudinis, conſiſtentes ſuper trigonos portionũ circuli b, fiatq; hoc totiens, quouſq; reſiduũ rotundæ pyramidis b ſit minus corpore d ex 1 decimi. Eritq; ex conceptione laterata pyramis detracta quam cõponunt lateratæ partiales pyramides detractæ, maius corpore c. Tunc ergo prodeat ex axe pyramidis a, ſuperficies alia quæ ſit orthogonaliter erecta ſuper circulum a, & ſit cõmunis ſectio huius ſuperficiei & circuli a, linea k l, quæ ob hoc erit diameter circuli a, protrahatur autem in circulo a, alia diameter ſecans hanc orthogonaliter, quæ ſit m n, ſicq; inſcribatur in circulo a, quadratũ k m l n, & diuidẽdo arcus portionũ circuli a per æqualia, perficiatur in circulo a, polygoniũ ſimile illi quod eſt inſcriptũ circulo b, & ad ſingulos angulos huius polygonij demitte lineas rectas a cono pyramidis a, perficiens ſuper illud polygoniũ lateratã pyramidẽ æque altam pyramidi a. Hanc autem lateratã pyramidẽ, probabis eſſe ſimilem lateratæ pyramidi detractæ à rotunda pyramide b, quod hoc modo facies. Duces axes cogitatiõe uel actu utriuſq; in utriſq; pyramidibus a & b, & à centris baſium protrahas lineas rectas ad omnes angulos inſcriptorũ polygoniorũ. Erũtq; ex præmiſſo antecedẽte omnes anguli quos continet axis pyramidis a, cum ſingulis lineis ductis a centro circuli a, ad angulos polygonij ſibi inſcripti, æquales ſuis relatiuis angulis quos continet axis pyramidis b, cum ſingulis lineis ductis a centro circuli b, ad angulos polygonij ſibi inſcripti. Et quia ex diffinitione rotundarũ pyramidũ ſimilium, proportio axis pyramidis a ad axem pyramidis b, eſt ſicut ſemidiametri circuli a ad ſemidiametrũ circuli b, ſequitur ex 6 & 4 ſexti & diffinitionibus ſimilium ſuperficierũ & ſimilium corporũ q; duæ lateratæ pyramides a & b ſint ſimiles. Cætera argue ſicut prius in decima. Conſtat itaq; de omnibus rotundis pyramidibus ſimilibus, q; proportio earũ ſit ſicut diametrorũ ſuarum baſium triplicata. Et quia omnis columna rotunda eſt tripla ad ſuam pyramidem (hoc enim ſufficienter eſt demonſtratũ ſiue columnæ & ſuæ pyramides fuerint erectæ ſiue inclinatæ) ſequitur ex 15 quinti ut etiam quarũlibet columnarũ rotundarũ ſimilium ſit proportio ſicut ſuarum diametrorũ triplicata.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 11

11 OMnes duas rotundas pyramides ſiue columnas, æque altas, ſuis baſibus proportionales eſſe neceſſe eſt.

CAMPANVS. Supra duos circulos a & b, ſtatuantur ut prius duæ rotundæ pyramides æquæ altæ quæ dicantur ſimiliter a & b, & duæ rotundæ columnæ æque altæ eiſdem literis aſcriptæ a & b. Dico itaq; quod proportio duarũ pyramidum a & b, duarumq; columnarum a & b, eſt ſicut duorum circulorum a & b. Quod de columnis manifeſtum erit, ſi hoc prius de pyramidibus demõſtrabitur: omnis enim rotunda columna, tripla eſt ad ſuam pyramidem. De pyramidibus autem conſtabit indirecta demonſtratione hoc modo. Eſt enim ex cõmuni ſcientia, proportio rotundæ pyramidis a ad aliquod corpus, ſicut circuli a ad circulum b, illud corpus ſit c. Dico itaq; q̃ corpus c, nõ poteſt eſſe maius neq; minus rotunda pyramide b. Sit enim primo minus, quantitate corporis d. Igitur circulo b inſcribatur quadratũ, & detrahatur a rotũda pyramide b, pyramis laterata, cuius ſit baſis quadratũ circulo b inſcriptũ, & ex portionibus pyramidalibus detrahantur pyramides ſuper trigonos portionũ circuli conſiſtentes, fiatq; hoc totiens, quouſq; ſit ex pyramide b, reſiduũ minus corpore d, eritq; laterata pyramis detracta, quam componunt partiales pyramides detractæ, maior corpore c. Inſcribatur ergo circulo a, polygoniũ ſimile illi polygonio quod eſt baſis lateratæ pyramidis b, & perficiatur ſuper ipſum pyramis laterata ductis lineis à uertice pyramidis lateratæ a, ad ãgulos polygonij inſcripti. Eruntq; duæ lateratæ pyramides a & b, æque altæ. Hoc enim eſt propoſitũ de rotundis. Quare proportio lateratæ pyramidis a ad lateratã pyramidem b, eſt ſicut baſis eius ad baſin illius, uidelicet, ſicut polygonij a ad polygonium b. Hoc enim demõſtratum eſt in ſexta huius. At uero polygonij a ad polygoniũ b, eſt ſicut circuli a ad circulum b, quod manifeſtũ eſt ex prima & ſecunda huius. Itaq; lateratæ pyramidis a ad lateratã pyramidem b, ſicut rotundæ pyramidis a ad corpus c, quare permutatim lateratæ pyramidis a ad rotundam pyramidem a, ſicut lateratæ pyramidis b ad corpus c. Cumq; ſit laterata pyramis b maior corpore c, ſequitur lateratã pyramidem a eſſe maiorẽ rotunda pyramide a. Hoc autem impoſſibile, eſt enim pars eius. Non erit ergo corpus c, minus rotunda pyramide b. Si uero ponat aduerſarius quod ſit maius, demõſtrabimus rurſum idem impoſſibile conſequi. Erit enim per conuerſam proportionalitatẽ proportio corporis c ad rotundam pyramidem a, ſicut circuli b ad circulum a. Sit quoq; eadem rotundæ pyramidis b, ad aliquod corpus quod ſit d. Cum igitur corpus c ſit maius rotunda pyramide b per hypotheſin, erit ex 14 quinti rotũda pyramis a maior corpore d. Itaq; proportio circuli ad circulum a, erit ſicut rotundæ pyramidis b ad quoddam corpus minus rotunda pyramide a. Sed hoc demonſtratũ eſt prius, eſſe impoſſibile, ſic enim ſequitur quod pars ſit maior ſuo toto. Nõ eſt igitur corpus c, neq; minus neq; maius rotunda pyramide b, ſed tantum æquale. Itaq; ex ſecunda parte 7 quinti concludẽ propoſitũ. Vt autem facilius inconcuſſiusq; demonſtraretur quod ſequitur, ad ipſam eſt antecedens utile præmittendum, quod eſt,



Zamb. 13 Si ſuperficies quædam rotundam columnam æquidiſtanter baſi eius ſecuerit, erunt duo partialia corpora quæ ad illam ſecantem ſuperficiem terminantur, portionibus axis columnæ proportionalia.

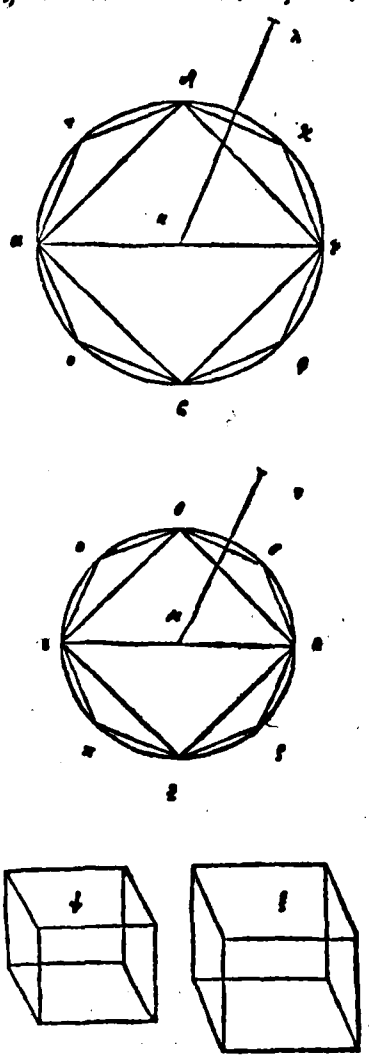
Simile eſt hoc, ei quod propoſuit 15 undecimi libri de ſolidis parallelogrammis. Nec ſolum uerũ eſt hoc de columnis rotundis, immo ſimpliciter de omnibus columnis ſiue lateratæ fuerint ſiue rotundæ. Quod qui argumentationẽ primæ ſexti uel 15 undecimi firmiter tenuerit, facile demonſtrare poterit: hic enim non aliter quàm ibi ex diffinitione

tione incontinuæ proportionalitatis quæ posita est in procœmio quinti libri arguẽdũ est propositum. Attendere aũt colũnã oportet, quod quæcũq; superficies secat æquidistanter basi ipsius, secat etiam eam æquidistãter superficiei basis eius oppositæ, nã quæcunque superficies uni superficiei sunt æquidistantes, ipsæ quoq; sunt æquidistãtes adinuicẽ, ut ex ijs quæ dicta sunt ex 17 undecimi didicisti. Quare manifestũ est, quod omnes rotundæ colũnæ quarum sunt bases æquales, altitudinibus suis sunt proportionales. Idem quoque de lateratis. Idem quoque de pyramidibus rotũdis & etiã de lateratis, quod de pyramidibus constabit, si prius de colũnis probetur. Est enim omnis columna tripla ad suam pyramidẽ, rotunda quidem, ex nona huius, laterata uero ex ijs quæ supra in octaua demonstrata sunt.

Eucli. ex Zamb. Theorema 11. Propositio 11

11 Sub eodem fastigio existentes coni & cylindri, adinuicem sese habent sicut bases.

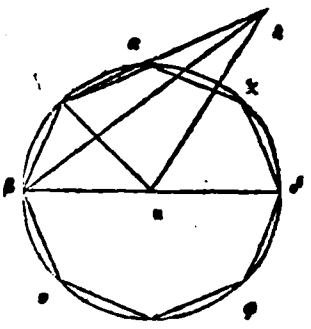
THEON ex Zãb. Sint sub eadẽ altitudine coni & cylindri, quorũ bases quidẽ sunt α ϛ γ δ, ϛ ξ η θ, circuli, axes autem sint α λ, μ ν, dimetientes uero basium sint α γ, ϛ π. Dico quod est sicut α ϛ γ δ circulus ad ϛ ξ η θ, circulum, sic est α λ conus ad conum ϛ ν. Si autẽ non est sicut α ϛ γ δ circulus ad ϛ ξ η θ circulum, sic α λ conus ad ϛ ν conum, erit sicut α β γ δ, circulus ad ϛ ξ η θ, circulum, sic α λ conus ad aliquod solidũ, minus ipso ϛ ν, cono, uel ad maius. Sit prius ad minus, hoc est ad ξ. Et quo minus est ξ solidũ ipso ϛ ν cono, ei æquũ esto ↓ solidũ, igitur conus ϛ ν, æquus est ipsis ξ. ↓. solidis. Describatur (per 6 quarti) in circulo ϛ ξ η θ, quadratum ϛ ξ η θ, quadratum igitur, maius est quàm dimidium circuli. Excitetur ab ipso ϛ ξ η θ quadrato, pyramis æque alta ipsi cono. Igitur ipsa pyramis excitata, maior est quàm dimidium ipsius coni, quoniã si circunscribamus ipsi orbi quadratũ, & ab ipso excitemus pyramida cono æque altam, inscripta pyramis dimidium est circunscriptæ, adinuicem enim sunt sicut bases, Conus autẽ minor est pyramide circunscripta. Pyramis igitur cuius basis est ϛ ξ η θ quadratum, uertex autem idem ipsi cono, maior quàm dimidiũ coni. Secentur (per 30 tertij) ϛ ξ, ξ η, η θ, θ ϛ, circũferentiæ diuidue in signis ϛ, π, ρ, σ, connectanturq; ipsæ θ ο, ϛ π, π ξ, ξ ρ, ρ η, η σ, σ θ. Vnum quodq; igitur ipsorũ θ ο ϛ, ϛ π ξ, ξ ρ η, η σ θ, triangulorum, maius est quàm dimidium apud sese segmenti ipsius circuli. Excitetur ab unoquoq; ipsorum θ ο ϛ, ϛ π ζ, ζ ρ η, η σ θ, triangulorũ, pyramis æque alta ipsi cono. Vnaquæq; igitur excitatarũ pyramidũ, maior est quàm dimidia pars apud sese segmenti coni. Secãtes igitur (per 30 tertij) reliquas circunferentias diuidue, cõnectentes q; rectas lineas, & excitantes ab unoquoq; triãgulorũ pyramides ipsi æque altas cono, & hoc semper facientes relinquemus quædam coni segmenta quæ erunt minora ipso ↓ solido. Relinquantur, sintq; quæ in θ ο ϛ, ϛ π ξ, ξ ρ η, η σ θ. Reliqua igitur pyramis cuius basis quidem est θ ο ϛ π ξ ρ η σ, multangulum, fastigium idem quod cono, maior est ipso ξ solido. Inscribatur & in circulo α ϛ γ δ, ipsi θ ο ϛ π ξ ρ η σ, multangulo simile & similiter positum multangulum δ τ α υ ϛ φ γ χ, excitetur que ab ipso pyramis æque alta ipsi α λ cono. Quoniã igitur est sicut quod ex α γ ad id quod ex ϛ η sic δ τ α υ ϛ φ γ χ multangulum ad ipsum θ ο ϛ π ξ ρ η σ multãgulũ, sicut aũt quod ex α γ ad id quod ex ϛ η, sic α β γ δ orbis ad ϛ ξ η θ orbẽ, & sicut igitur (per 11 quinti) α ϛ γ δ, orbis ad ϛ ξ η θ, orbẽ sic δ τ α υ β φ γ χ, multãgulũ θ ο ϛ π ξ ρ η σ, multãgulũ. Sicut aũt orbis ad ϛ ξ η θ, orbẽ, sic α λ conus ad ξ solidũ. Sicut autẽ δ τ α υ β φ γ χ, multangulũ ad θ ο ϛ π ξ ρ η σ, multãgulũ, sic pyramis cuius basis est δ τ α υ β φ γ χ, multangulũ, uertex autẽ λ signũ, ad pyramida cuius basis quidẽ est θ ο ϛ π ξ ρ η σ, multangulum, fastigium autẽ ν signum. Et sicut igitur (per 11 quinti) α λ conus ad ξ solidũ, sic pyramis cuius basis quidẽ δ τ α υ ϛ φ γ χ multangulum, uertex autẽ λ signũ, ad pyramida cuius basis quidem est θ ο ϛ π ξ ρ η σ, multangulũ, uertex autẽ ν signũ. Viciβim igitur (per 16 quinti) est sicut α λ conus ad eam quæ in se ipso pyramida, sic ξ solidum ad eã quæ in ϛ ν cono pyramida. Maior autẽ est α λ conus, ea quæ in se ipso pyramide, maius igitur est & ξ solidũ, ea quæ in ϛ ν. cono pyramide, sed & minus. quod absurdũ est. Nõ igitur est sicut α ϛ γ δ circulus ad ϛ ξ η θ, circulum, sic α λ conus ad aliquod solidum minus ipso ϛ ν cono Similiter iam demonstrabimus, quod neque sicut ϛ ξ η θ, orbis ad α β γ δ, orbẽ



ſ orbē,ſic ϛ v conus ad ſolidum aliquod maius ipſo α λ cono. Dico iam quod neque eſt ſicut α ϲ γ ſ orbis ad ϛ ξ π θ, orbē,ſic ϲ minus α λ ad aliquod ſolidū maius ipſo ϛ v cono. Si enim poſſibile,eſto ad maius ξ. Conuerſim igitur eſt ſicut ϛ ξ π θ,orbis ad α ϲ γ ſ orbē,ſic eſt ξ ſolidum ad α λ conū. Sed ſicut ξ ſolidū ad α λ conū ſic eſt ϛ v conus ad aliquod ſolidum minus ipſo α λ cono. Et ſicut igitur (per 11 quinti) ϛ ξ π θ circulus ad α ϲ γ ſ circulum,ſic conus ϛ v, ad aliquod ſolidum minus ipſo α λ cono,quod abſurſum eſſe patuit. Non eſt igitur α ϲ γ ſ orbis ad ϛ ξ π θ orbem,ſic α λ conus ad ſolidum aliquod maius ipſo ϛ v cono. Patuit autem quod neque ad minus. Eſt igitur ſicut α ϲ γ ſ orbis ad ϛ ξ π θ orbē, ſic α λ conus ad ϛ v conum. Sed ſicut conus ad conum,ſic cylindrus ad cylindrum,triplus enim eſt alter alterius. Et ſicut igitur (per 11 quinti) α β γ ſ orbis ad ϛ ξ π θ,orbem,ſic qui in ipſis cylindri æque alti ad conos. Sub eodē igitur faſtigio ſubſiſtentes coni & cylindri,ſe adinuicem habent ſicut baſes. Quod erat oſtendendum.

Eucli.ex Zamb. Theorema 12 Propoſitio 12

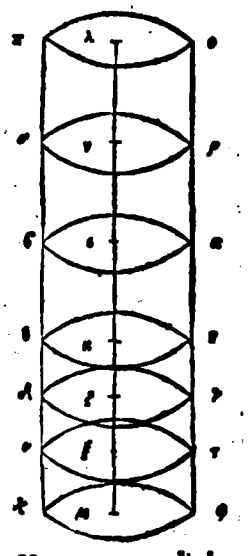
12 Similes coni & cylindri,ad ſe inuicem in tripla ſunt ratione dimetiētium quæ in baſibus.



THEON ex Zāb. Sint ſimiles coni & cylindri,quorum baſes quidem α ϲ γ ſ, ξ π θ,orbes dimetiētes uero baſiū ſint ϲ ſ ξ θ,& axes conorū ſiue cylindrorū ſint α λ. μ ν. Dico q̄ conus cuius baſis qdē eſt α ϲ γ ſ,circulus,faſtigium autē λ ſignū,ad conū cuius quidē baſis eſt ϛ ξ π θ,uertex autē ν ſignū, triplā habet rōnē quàm ϲ ſ ad ξ θ. Si autē α β γ ſ λ conus ad ϛ ξ π θ ν,conum triplā rōnē non habet quàm β ſ ad ξ θ,habebit conus α ϲ γ ſ λ,uel ad ſolidū aliquod minus ipſo ϛ ξ π θ ν,cono triplā rōnē,uel ad maius. Habeat prius ad minus ξ. Deſcribaturq; (per 6 quarti) in circulo ϛ ξ π θ,quadratū ϛ ξ π θ. Igitur ϛ ξ π θ quadratū,maius eſt quàm dimidiū circuli ϛ ξ π θ. Excitetur ab ipſo ϛ ξ π θ quadrato,pyramis æque alta ipſi cono. Igitur pyramis excitata, maior eſt quàm dimidia pars coni. Secentur iam (per 30 tertij) ipſæ ϛ ξ, ξ π, π θ, θ ϛ, circūferētiæ diuidue,in ο,ρ,σ,ſignis,cōnectāturq; ϛ ο, ο ξ, ξ ρ, ρ π, π σ, σ θ, θ σ, σ ϛ. Vnūquodque igitur ipſorū ϛ ο ξ, ξ ρ π, π σ θ, θ σ ϛ,triangulorū,maius eſt quàm dimidia pars,quæ apud ſeſe ſegmenti circuli ϛ ξ π θ. Conſtituatur ab unoquoque ipſorum ϛ ο ξ, ξ ρ π, π σ θ, θ σ ϛ, triangulorum,pyramis idē habens faſtigiū ipſi cono,unaquæque igitur ipſarum excitatarum pyramidū,maior eſt quàm dimidium eius quod apud ſeſe ſegmenti circuli. Secantes igitur (per 30 tertij) reliquas circūferentias diuidue,& connectentes rectas lineas, excitantesque ab unoquoque triangulorum pyramides faſtigium ipſi cono habentes,idem,& hoc ſemper efficientes,relinquemus quædam coni ſegmenta quæ erunt minores exceſſu quo excedit ϛ ξ π θ ν,conus ipſum ξ ſolidū,relinquātur,& ſint in ϛ ο, ξ, ξ π, π, π ρ, ρ θ, θ σ, σ ϛ, reliqua igitur pyramis cuius baſis quidē eſt ϛ ο ξ π ρ θ σ, multangulum,uertex autē ν ſignū,maior eſt ipſo ξ ſolido. Deſcribatur in circulo α ϲ γ ſ, ipſi ϛ ο ξ π ρ θ σ, multangulo ſimile ſimiliterq; poſitum multangulum α τ β υ γ φ ſ χ, & excitetur ab ipſo pyramis, idē habēs ipſi cono faſtigiū. Et cōprehendatur ipſam pyramida cuius baſis quidē eſt α τ ϲ υ γ φ ſ χ, multangulū, uertex autē λ ſignum, unum triāgulum eſto λ ϲ τ, cōprehendentiū autem pyramida cuius baſis quidē ϛ ο ξ π ρ θ σ, multangulū, faſtigiū autem ν ſignū unū triangulum eſto ν ξ ο, & connectatur α τ, μ ο. Et quoniā α β γ ſ λ conus ſimilis eſt ipſi ϛ ξ π θ ν cono, eſt igitur (per 20 undecimi diffinitionē) ſicut β ſ ad ξ θ, ſic α λ axis ad μ ν axē. Sicut autē ϲ ſ ad ξ θ, ſic (per 15 quinti) ϲ α ad ξ μ, & ſicut igitur (per 11 quinti) ϲ α ad ξ μ, ſic α λ ad μ ν, & uiciſſim (per 16 quinti) ſicut ϲ α ad α λ, ſic ξ μ, ad μ ν. Et circum æquos angulos ϲ α λ, ξ μ ν, latera ſunt proportionalia. Igitur (per 1 ſexti diffinitionē) triangulum ϲ α λ, ſimile eſt ipſi ξ μ ν triāgulo. Rurſus quoniā eſt ſicut ϲ α, μ τ ſic ξ μ, ad μ ο, & circū æquos angulos ϲ α τ, ξ μ ο, quoniam qualis pars eſt angulus ϲ α τ eorum qui ad α centrum quatuor rectorum, talis pars eſt & angulus ξ μ ο, eorum qui ad μ centrum quatuor rectorū, quoniā igitur circum æquos angulos latera ſunt proportionalia, igitur triangulum β α ν ſimile eſt ipſi ξ μ ε triangulo. Rurſus quoniā patuit ſicut β α ad α λ ſic ξ μ ad ν μ, α qual. s autem eſt β α ipſi α τ, & ξ μ ipſi μ ο, eſt igitur ſicut τ α ad α λ, ſic ο μ ad μ ν. Et circū æquos angulos τ α λ, ο μ ν, recta latera (recti enim) ſūt proportionalia. Igitur λ α τ, triangulū, ipſi μ ν ο, triangulo ſimile eſt. Et quoniam (per 6 ſexti propter ſimilitudinem ipſorū λ α ϲ, ν μ ξ, triangulorum eſt ſicut λ β, ad ϲ α, ſic ν ξ ad ξ μ, & propter ſimilitudinem ipſorum β α τ, ξ μ ο, triangulorum eſt ſicut

eſt ſicut α β ad β τ ſic μ ξ ad ξ ο, ex æquali igitur (per 22 quinti) ſicut λ ς ad ς τ, ſic ν ξ ad ξ ο. Rurſus quoniã ob ſimilitudinẽ ipſorum λ τ α, ν ο μ, triangulorũ eſt (per 6 ſexti) ſicut λ τ ad τ α, ſic ν ο ad ο μ, propter autẽ ſimilitudinẽ ipſorum τ α β, ο μ ξ, triangulorũ eſt ſicut α τ ad τ ς, ſic μ ο, ad ο ξ, ex æquali igitur (per 22 quinti) ſicut λ τ, ad τ β, ſic ν ο ad ο ξ. Patuit autẽ & ſicut τ ς ad ς λ, ſic ο ξ ad ξ ν, ex æquali ergo (per 22 quinti) ſicut τ λ ad λ ς, ſic ο ν ad ν ξ. Igitur ipſorum λ τ ς, ν ο ξ, triãgulorũ, proportionalia ſunt latera. Ipſa igitur λ τ ς, ν ο ξ, triãgula. æquiangula ſunt, quare & ſimilia (per 5 ſexti.) Et pyramis igitur cuius baſis quidem eſt ς α τ triangulũ, uertex autẽ λ ſignũ, ſimilis eſt pyramidi cuius baſis quidẽ eſt ξ μ ο triangulum, uertex autem ν ſignũ, ſub ſimilibus enim planis æque multiplicibus comprehendun tur. Similes autem pyramides, triãgulares baſes habentes, in triplici ſunt ratione eiuſdem rationis laterũ (per 8 duo decimi,) pyramis igitur β α τ λ, ad ξ μ ο ν pyramida, triplam rationem habet, quàm ς α ad ξ μ. Similiter iam connectẽtes ab ipſis α, χ, σ, φ, γ, ν, in α rectas lineas, & ab ipſis ι, σ, θ, ρ, π, κ, in μ, excitãtes q; in triangulis pyramides eadem habentes faſtigia ipſis conis, oſtendemus quod & unaquæ q; ipſarum eiuſdem ordinis pyramidum ad unãquanq; eiuſdem ordinis pyramida, triplã habet rationẽ quàm ς α eiuſdẽ rationis latus ad ξ μ eiuſdẽ rationis latus, hoc eſt quàm ς σ ad ξ θ. Sed ſicut unum antecedentium ad unum ſequentium, ſic omnia antecedentia ad omnia ſequentia. Eſt igitur & ſicut β α τ λ pyramis ad ξ μ ν ο, pyramida, ſic eſt tota pyramis cuius baſis α τ β υ γ φ σ χ multangulum, uertex autem λ ſignum, ad totam pyramidem cuius quidem baſis eſt ι ο ξ π α ρ θ σ, multãgulũ, uertex uero ν ſignũ, Quare & pyramis cuius baſis quidem eſt α τ β υ γ φ σ χ, multangulũ, faſtigium autem λ ſignum, ad pyramida cuius quidem baſis ι ο ξ π α ρ θ σ, multangulum, faſtigium autẽ ν ſignum, triplam habet rationẽ quàm β σ ad ξ θ. Supponitur autem & conus cuius baſis quidem α β γ σ orbis, faſtigium autem λ ſignum, ad ξ ſolidum, triplam rationem habens quàm ς σ, ad ξ θ, eſt igitur ſicut conus cuius baſis quidẽ α β γ σ circulus, uertex autem λ ſignum ad ξ ſolidum, ſic pyramis cuius quidem baſis eſt α τ β υ γ φ σ χ multangulum, uertex autem λ ad pyramida cuius baſis quidem eſt ι ο ξ π α ρ θ σ, multangulum, uertex autem ν ſignum. Vicißim igitur (per 16 quinti) ſicut conus cuius baſis quidẽ eſt α β γ σ orbis, uertex autem λ ſignũ ad eã quæ in ſe pyramida cuius baſis eſt α τ ς υ γ φ σ χ multangulũ, uertex autem λ ſignũ, ſic ſolidũ ξ ad pyramida cuius baſis quidem eſt ι ο ξ π α ρ θ σ, multãgulũ, uertex autem ν ſignum. Maior aũt eſt prædictus conus ea quæ in ſe ipſo pyramide, ipſam enim continet. Igitur ξ ſolidũ, maius eſt ipſa pyramide cuius baſis quidem eſt ι ο ξ π α ρ θ σ multangulum, uertex autem ν ſignum. Supponebatur autẽ quod & minus, quod eſt abſurdũ. Nõ igitur conus α ς γ σ λ, ad aliquod corpus minus ipſo ι ξ π θ ν, cono triplã rationẽ habebit, quàm ς σ ad ξ π. Similiter iam demõſtrabimus, quod neq; ι ξ π θ ν conus ad ſolidũ aliquod minus ipſo α ς γ σ λ cono, triplã rationẽ habet, quàm ξ θ ad ς σ. Dico iam quod neque α β γ σ λ conus, ad aliquod ſolidum maius ipſo ι ξ π θ ν cono, triplam habet rationẽ, quàm β σ ad ξ θ. Si enim poßibile, habeat ad maius ξ. Conuerſim igitur ξ ſolidũ, ad α ς γ σ λ conũ, triplã habet rationẽ, quàm ξ θ ad ς σ. Sicut aũt ξ ſolidum ad α ς γ σ λ conũ, ſic ι ξ π θ ν conus ad aliquod ſolidũ minus ipſo α ς γ σ λ cono, & ι ξ π θ ν igitur conus, ad ſolidũ aliquod minus ipſo α ς γ σ λ, cono, triplã rõnẽ habet, quã ξ θ ad ς σ, quod impoßibile eße putaui. Igitur α β γ σ λ conus, ad ſolidum aliquod maius ipſo ι ξ π θ ν cono, triplam rõnẽ non habet, quàm σ ad ξ θ, putauit aũt q; neq; ad minus. Conus igitur α β γ σ λ, ad conum ι ξ π θ ν, triplã rationẽ habet, q; ς σ ad ξ θ, (per 15 quinti,) ſicut aũt conus ad conũ, ſic cylindrus ad cylindrum, triplus enim eſt cylindrus, ipſius coni qui in eadẽ eſt baſi & ſub æquali faſtigio ipſi cono. Oſtenſum eſt autẽ, (in 10 duodecimi,) quod omnis conus, cylindri tertia pars eſt eandem ei dem baſim habentis (per 10 duodecimi) & æquale faſtigium. Et cylindrus igitur, ad cylindrũ triplã habet rationem quàm ς σ ad ξ θ. Similes igitur coni & cylindri, adinuicẽ in triplici ſunt ratione dimetientiũ quæ in baſibus. Quod oſtendere oportuit. Eucli. ex Zamb. Theorema 15 Propoſitio 13

13 Si cylindrus plano ſecetur, parallelo exiſtenti eis quæ ex oppoſito planis, erit ſicut cylindrus ad cylindrum ſic axis ad axem.



THEON ex Zamb. Cylindrus enim α σ, plano π θ ſecetur, parallelo exiſtente eis quæ ex oppoſito planis, hoc eſt ipſis α ς γ σ. Dico quod eſt ſicut ς π cylindrus ad π σ cylindrum, ſic eſt ι π axis ad α ξ axem. Extẽdatur axis ι ξ ex utraque parte, in λ μ, ſigna, exponanturq; ipſi ι π axi æquales quilibet utcũq; ι ν, ν λ, ipſi autẽ ξ π, quilibet utcũq; ξ ξ, ξ μ, & extẽdantur per λ, ν, ξ, μ, ſigna: plana parallela α ς, γ σ, & intelligãtur in ipſis per λ, ν, ξ, μ, planis circũ centra λ, ν, ξ, μ, circuli ο π, ρ σ, τ υ, φ ψ. æquales ipſis α β, γ σ, & intelligantur cylindri, π ρ, ρ ς, σ τ, χ. Et quoniã ipſi λ ν, ν ι, ι π, axes adinuicem ſunt æquales, ipſi igitur π ρ, ρ ς, β π, cylindri adinuicem ſunt ſicut baſes (per 11 duodecimi.) Baſes autẽ ſunt æquales. Igitur & ipſi π ρ, ρ ς, ς π, cylindri, ſunt æquales. Quoniam igitur ipſi λ ν, ν ι, ι π, axes adinuicem ſunt æquales, ſunt autem & ipſi π ρ, ρ β, ς π, cylindri adinuicem æquales, & multitudo ipſorum λ ν, ν ι, ι π, æqualis eſt multitudini ipſorum π ρ, ρ ς, ς π, quotuplex igitur eſt π λ axis ipſius ι π axis, totuplex erit & π π cylindrus ipſius β π cylindri. Et iam id propterea quotuplex eſt μ π axis ipſius π ξ axis, totuplex eſt & cylindrus χ π ipſius π σ cylindri, Et ſi π λ axis æqualis eſt ipſi π μ axi, æquus eſt & cylindrus π π ipſi π χ cylindro. Si autẽ axis π λ maior eſt ipſo π μ axe, maior erit & π π

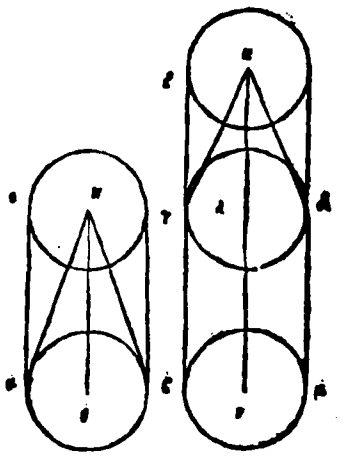
cylindrus ipſo ꝫ χ cylindro. Et ſi minor, minor (per 1 quinti. Quatuor iã exiſtẽtibus magnitudinibus, exibus quidẽ, ω, ꝫ, cylindris aũt ϛ ꝫ, ϟ accepta (per diffinitionẽ 6 quinti) ſunt æque multiplicia ipſius quidẽ ω axis & ϛ ꝫ cylindri, ipſe axis ꝫ λ, & π ꝫ cylindrus. Ipſius autẽ ꝫ ϛ axis, & ꝫ ϟ cylindri, ꝫ μ axis & ꝫ χ cylindrus. Et patuit quod ſi ꝫ λ, axis excedit ꝫ μ axẽ, & π ꝫ cylindrus ipſum excedit ꝫ χ cylindrũ, & ſi æqualis, æqualis, & ſi minor, minor. Eſt igitur (per 6 diffinitionẽ quinti) ſicut ω ꝫ axis ad ꝫ ϛ axẽ, ſic β ꝫ cylindrus ad ϟ cylindrũ. Quod oſtendere oportuit.

Eucli. ex Zamb. Theorema 14 Propoſitio 14.

In æqualibus baſibus exiſtentes coni & cylindri, adinuicem ſeſe habent ſicut faſtigia.

14

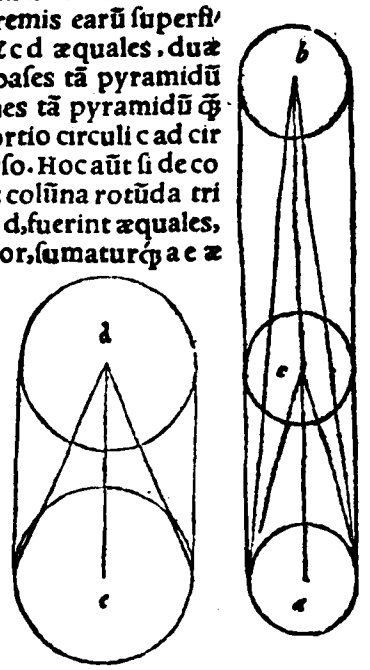
THEON ex Zamb. Sint enim in æqualibus baſibus ꝫ ϛ, γ ϟ, cylindri ϛ ϟ, ω ϛ. Dico qđ eſt ſicut cylindrus ω ϛ ad cylindrũ ϛ ϟ, ſic eſt ꝫ ὁ axis ad ꝫ λ axẽ, extẽdatur enim ꝫ λ axis in v ſignũ, ponaturq; ipſi ꝫ ὁ axi æqualis λ ν, & circũ axem λ ν, intelligatur cylindrus γ μ. Quoniã igitur ω ϛ, γ μ cylindri ſub eodẽ ſunt faſtigioa, dinuicẽ ſũt ſicut baſes (per 11 duodecimi) Baſes autem inuicẽ ſunt æquales, igitur & cylindri ω β, γ μ, ſunt æquales. Et quoniã cylindrus ϛ μ, plano quodam ſecatur γ ϟ, parallelo exiſtẽte eis quæ ex oppoſito planis, eſt igitur (per 15 duodecimi) ſicut γ μ cylindrus ad ϛ ϟ cylindrum, ſic eſt λ ν axis ad ꝫ λ axẽ, æqualis autẽ eſt γ μ cylindrus ipſi ω β cylindro, & λ ν axis ipſi ꝫ ὁ axi. Eſt igitur ſicut ω ϛ cylindrus ad ϛ ϟ cylindrum, ſic eſt ꝫ ὁ axis ad ꝫ λ axẽ. Sicut autem ω β cylindrus ad ϛ ϟ cylindrum, ſic ꝫ β conus ad γ ϟ ꝫ conũ. Tripli enim ſunt cylindri ipſorũ coorum (per 10 duodecimi,) & ſicut igitur (per 11 quinti) ꝫ ὁ axis ad ꝫ λ axem, ſic ꝫ ϛ ꝫ, conus ad γ ϟ ꝫ, conũ, & β cylindrus ad ϛ ϟ cylindrũ Quod erat oſtẽdendũ. Eucli. ex Camp. Propoſitio 12



Si duæ pyramides rotũdæ ſiue colũnæ fuerint æquales, ſuæ baſes & altitudines erunt mutuæ. Si uero ſuæ baſes & altitudines mutuæ fuerint, ipſas pyramides ſiue columnas æquales eſſe neceſſe eſt.

12

CAMPANVS. Altitudinẽ pyramidũ, determinant lineæ a conis ad baſes perpẽdiculariter deſcendẽtes, columnarum autẽ, à ſupremis earũ ſuperficiebus ad baſes. Sint itaq; duæ rotũdæ pyramides a b & c d æquales, duæque rotũdæ colũnæ a b & c d æquales, ſintq; cõmunes baſes tã pyramidũ quàm colũnarũ duo circuli a & c, cões quoq; altitudines tã pyramidũ q̃ colũnarũ determinatæ per lineas a b & c d. Dico q̃ portio circuli c ad circulũ a, eſt ſicut altitudinis a b ad altitudinẽ c d, & ecõuerſo. Hoc aũt ſi de colũnis, pbatũ fuerit, de pyramidibꝰ certũ erit, quoniã oĩs colũna rotũda tripla eſt ad ſuã pyramidẽ. Si itaq; duæ altitudines a b & c d, fuerint æquales, ex præmiſſa cõſtat, ꝓpoſitũ. Si aũt inæquales, ſit a b maior, ſumaturq; a e æqualis a d, & ſecetur colũna a b, à ſuperficie e æquidiſtãter baſi eius à, eritq; ex præmiſſo antecedẽte, colũna a b ad colũnã a e, ſicut altitudo a b ad altitudinẽ a e, ideoq; ex prĩa ꝑte 7 ꝙnti colũnã c d ad colũnã a e ſicut altitudo a b ad altitudinẽ a c, quare per ſecũdã partẽ 7 ꝙnti, ſicut altitudo a b ad altitudinẽ c d, ex præmiſſa autẽ eſt colũna c d ad colũnã a e, ſicut circulus c ad circulũ a, itaq; per 11 quinti eſt altitudo a b ad altitudinẽ c d, ſicut baſis c ad baſin a. Cõſtat igitur prima pars. Secunda conuerſo modo cõſtabit, eadẽ diſpoſitione manente. Sit enim ut baſis c ad baſin a, ſic altitudo a b ad altitudinẽ c d. Dico quod duæ columnæ a b & c d ſũt æquales: erit enim ex ſcda parte 7 quinti altitudo a b ad altitudinem a e, ſicut baſis c ad baſin a. Et quia ex præmiſſa, columna c d ad colũnam a e eſt ſicut baſis c ad baſin a, & ex præmiſſa antecedẽte columna a b ad columnam a e, ſicut altitudo a b ad altitudinem a e, ſequitur ex 11 quinti ut columna c d ad columnam a e ſit ſicut columna a b ad eandem a e. Igitur ex prima parte 9 quinti duæ columnæ a b & c d, ſunt æquales. Quare conſtat etiam ſecunda pars.

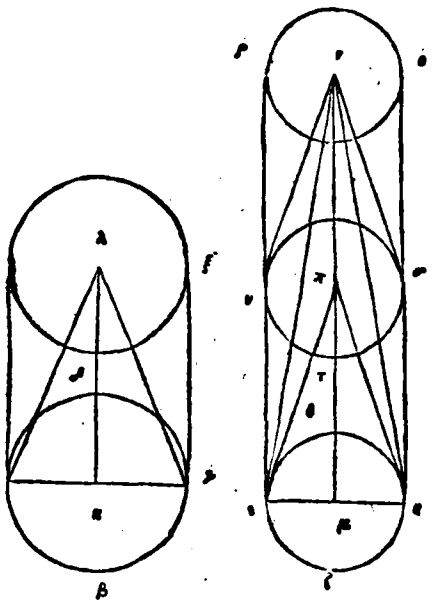


Eucli.

Eucl.ex Zamb. Theorema 15 Propoſitio 15

15 Aequalium conorum & cylindrorum, reciprocæ ſunt baſes uerticibus. Et coni & cylindri quorum reciprocæ ſunt baſes uerticibus, ſunt æquales.

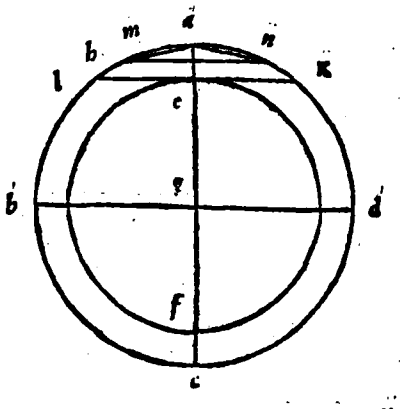
THEON ex Zamb. Sint æquales coni & cylindri, quorũ baſes quidẽ α ϵ γ δ, ϛ ξ π θ, orbes, dimetientes autem ipſorum α γ, ϛ π, axes autem α λ, μ ν, qui & altitudines ſunt conorum & cylindrorum. Et compleantur ipſi α ξ, ϛ ο, cylindri. Dico quod ipſorũ α ξ, ϛ ο, cylindrorũ, reciprocæ ſunt baſes uerticibus, hoc eſt quod eſt ſicut α ϵ γ δ baſis ad ϛ ξ π θ baſin, ſic eſt μ ν uertex ad π λ uerticẽ. Faſtigiũ enim π λ, ipſi μ ν, faſtigio aut eſt æquale, aut nõ, ſit prius æquale. Eſt autẽ & α ξ cylindrus, ipſi ϛ ο cylindro æqualis, ſub eodẽ autẽ faſtigio exiſtẽtes coni & cylindri, ádinuicẽ ſunt ſicut baſes (per 11 duo decimi.) Aequalis eſt igitur α ϵ γ δ baſis, ipſi ϛ ξ π θ baſi. Quæ ꝛc & reciprocæ ſunt, ſicut α β γ δ baſis ad ϛ ξ π θ baſin, ſic μ ν faſtigiũ ad π λ faſtigiũ. Sed iam non ſit uertex λ π ipſi μ ν æqualis, ſed eſto maior μ ν, & auferatur (per 3 primi) ab ipſa μ ν altitudine, ipſi π λ æqualis π μ, ponaturq́ (per 2 primi) ipſi λ π uertici æqualis π μ, & per π ſignum ſecetur (per 13 duodecimi) cylindrus ϛ ο, plano τ υ σ parallelo exiſtẽte eis quæ ex oppoſito planis, hoc eſt ϛ π θ, ρ ο, circulorũ. Et à baſi quidẽ ipſius ϛ ξ π θ circuli, faſtigio uero μ π, cylindrus intelligatur ϛ σ. Et quoniam α ξ cylindrus æquus eſt ipſi ϛ ο cylindro, alius autẽ ϛ σ cylindrus, eſt igitur (per 7 quinti) ſicut α ξ, cylindrus ad ϛ ξ cylindrum, ſic eſt ϛ ο cylindrus ad ϛ σ cylindrum. Sed ſicut quidẽ α ξ cylindrus ad ϛ σ cylindrum, ſic eſt α β γ δ baſis ad ϛ ζ π θ baſin. Sub eadem enim ſunt altitudine, ipſi α ξ, ϛ ζ, cylindri. Sicut autem cylindrus ϛ ο ad cylindrum ϛ σ, ſic μ ν altitudo ad μ π altitudinem, cylindri namque in æqualibus baſibus exiſtentes, ſic habent ſicut faſtigia. Eſt igitur ſicut α ϵ γ δ baſis ad ϛ ζ π θ baſin, ſic eſt μ ν uertex ad μ π uerticem. Aequalis aũt eſt π μ uertex, ipſi π λ uertici. Eſt igitur ſicut α ϵ γ δ baſis ad ϛ ξ π θ baſin, ſic eſt μ ν altitudo ad π λ altitudinem. Aequaliũ igitur α ξ, ϛ ο, cylindrorũ, reciprocæ ſunt baſes altitudinibus. Sed iam ipſorum α ξ ϛ ο. cylindrorum reciprocæ ſint baſes altitudinibus, eſtóq; ſicut α ϵ γ δ baſis ad ϛ ξ π θ baſin, ſic uertex μ ν ad uerticem π λ. Dico quod α ξ cylindrus, æqualis eſt ipſi ϛ ο cylindro. Eiſdem namque diſpoſitis, quoniam eſt ſicut α β γ δ baſis ad ϛ ξ π θ baſin, ſic μ ν faſtigium, ad π λ faſtigium, æqualis autem eſt π λ uertex ipſi π μ uertici, eſt igitur ſicut α ϵ γ δ, baſis ad ϛ ξ π θ baſin, ſic μ ν uertex ad π μ uerticem. Sed ſicut quidem α ϵ γ δ, baſis ad ϛ ξ π θ. baſin, ſic cylindrus α ξ ad ϛ σ cylindrum, ſub eodem namque eſt faſtigio. Sicut autem μ ν (per 14. duodecimi) uertex ad π μ uerticem, ſic ϛ ο cylindrus ad ϛ σ cylindrũ. Eſt igitur ſicut α ξ cylindrus ad ϛ σ cylindrum, ſic eſt ϛ ο cylindrus ad ϛ σ, cylindrum. Aequalis igitur eſt α ξ cylindrus, ipſi ϛ ο cylindro. Sic etiã & in conis. Aequalium igitur conorum & cylindrorum, & quæ ſequuntur reliqua. Quod oſtendere oportuit.



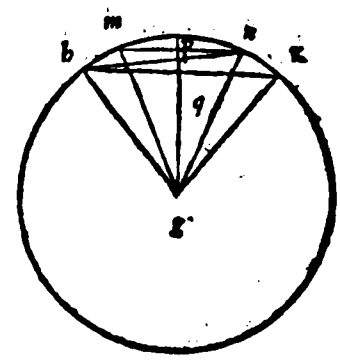
Eucli.ex Camp. Propoſitio 13

13 VIm propoſiti fuerint duo circuli ab uno centro circunducti, ſuperficiem multiangulam æqualiũ laterũ circulũ minorẽ minimè tangentium, intra circulum maiorem deſcribere.

CAMPANVS Sint duo circuli a b c d & e f, ab uno communi centro quod ſit g, circũducti, dico quod intra maiorem qui ſit a b c d, poſſibile eſt unum polygonium quod ſit æquilaterũ, deſcribi, minorẽ circulum qui eſt e f. nullo ſuorum laterũ tãgens. Quadrentur enim, id eſt in quadrantes diuidantur hi duo circuli duabus diametris ſuper centrum ipſorum orthogonaliter ſe inuicẽ ſecantibus, quæ ſint a c & b d, ſitq́ e f diameter minoris, pars diametri a c quæ eſt diameter maioris. Sicq́ igitur à puncto e. ducatur utrinque uſque ad circunferentiam maioris lineæ orthogonaliter ſuper diametrum e f, quæ óccurrat circunferentiæ maioris, hinc quidẽ, in pũcto h inde uero, in puncto k, erit ex correlario 15 ter



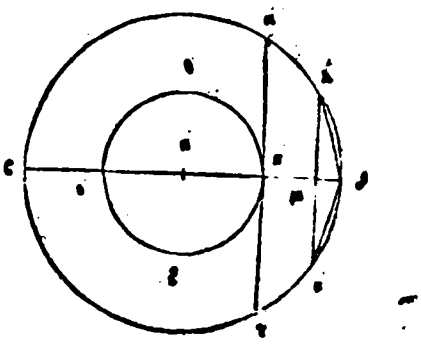
tij. linea h e κ, contingens circulũ minorem. Postea uero quadrantẽ à b maioris circuli diuidẽ per æqualia in pũcto l, secũdũ doctrinã 29 tertij, dehinc rursus arcũ a l per æqualia ad punctũ m. Cũq; hoc pluries feceris, necessario tãdem deuenies ad arcũ qui minor erit arcu a h, sitq; hic a m. Hoc autẽ idcirco necessarium est, quia cum fuerint duæ quãtitates inæquales, si à maiori earũ dematur eius dimidiũ, itẽq; à residuo dimidiũ, possibile est hoc totiẽs fieri quousq; tandẽ minor minore earũ relinquetur, quemadmodũ in 1 decimi demonstratũ est. Cum igitur sic diuidẽdo, ad arcũ quãtuluncunq; minorem a h, fuerit deuentum, cuiusmodi est hic arcus a m, sumatur arcus a n, æqualis arcui a m, ducãturq; duæ lineæ a m & n m. Quia igitur arcus a κ est æqualis arcui a h, quod ex secunda parte tertiæ tertij & quarta primi & 28 tertij manifestum est, & quia arcus a n est æqualis arcui a m, erit ex cõi scientia, arcus h κ æqualis arcui m h. Ergo duæ lineæ m n & k h, sũt æquidistãtes, ergo linea m n, nõ poterit tangere circulũ e f, quare multo fortius neque linea a m, potest ipsum tãgere. Quoniã igitur cõstat circulũ a b c d diuisibilẽ esse per arcus æquales arcui a m, ideoq; per 28 tertij simul cõstat intra ipsum circulũ posse chordulas æquales chordulæ a m cõtinue coaptari circulũ ipsum polygoniæ chordãtes, manifestũ est intra circulũ maiorẽ posse unum polygonium æquilaterum cuius unum latus est linea a m, inscribi. Et quia linea a m nõ cõtingit circulũ minorẽ, patet ex prima parte 16 tertij & diffinitiõe linearũ à cẽtro circuli æqualiter æquidistantiũ, quod inscriptũ polygoniũ nullo laterũ suorũ tangit circulũ minorẽ. Quod est propositũ. At quid dubitas, duas lineas m n & k h, esse æqdistãtes, cũ sint duo arcus n k & m h æquales? Hoc aũt incõcussam ueritatẽ sortium est, quod duæ lineæ circulũ unũ non autẽ se inuicẽ secantes, si ex circunferentia æquales arcus hinc inde lineis ipsis intersint, erũt æquidistãtes. Duc quidẽ à cẽtro g, lineam g p perpẽdicularẽ ad lineã m n, quæ secet lineã h κ in pũcto q, & protrahe lineas g m, g n, g k, g h, & duobus arcubus n κ & m d, subtende duas chordas quæ etiã dicantur n κ & m h. erũtq; ex 28 tertij hæ chordæ æquales n κ & m h, eo quod arcus æquales, & per secũdã partẽ 3 eiusdẽ tertij erit linea n p, æqualis lineæ m p. Cũ igitur uterq; duorũ angulorũ qui sunt ad p, sit rectus ex diffinitione perpendicularis, erit ex 4 primi angulus n p g æqualis angulo p g m. At uero per 8 primi angulus κ g n est æqualis angulo h g m. Itaque per cõmunem scientiã (quæ est, si æqualibus æqualia addas, tota erunt æqualia) erit angulus κ g q æqualis angulo q g h, ideoq; per 4 primi linea κ q, erit æqualis lineæ q h, quare per primã partẽ 3 tertij, linea g q erit perpendicularis ad lineã κ h. Igitur ex prima parte 28 primi duæ lineæ n m & k h, sunt æquidistantes. Et hoc est qđ dubitare conquestus es. Hoc enim idẽ aliter demonstrare est possibile. Ducatur enim linea n h, eritq; ex ultima sexti angulus h n m, æqualis angulo n h κ, eo eo quod arcus h m est æqualis arcui n κ, ideo ex 27 primi linea m n, æquidistans lineæ h k. Conuersam quoque si libuerit, conuerso modo probabis. Si enim linea m n est æquidistãs lineæ h k, erit arcus n κ æqualis arcui m h. Erunt enim ex prima parte 29 primi, duo anguli h n m & n h k æquales. Ideoq; ex ultima sexti duo arcus n k & m h: erunt etiã æquales.



Euclid. ex Zamb. Theorema 1 Propositio 16

16 Binis orbibus circum idem centrum existẽtibus, in maiori orbe multãgulũ æquilaterũ & parilaterũ inscribere, non tangens orbẽ minorẽ in superficie.

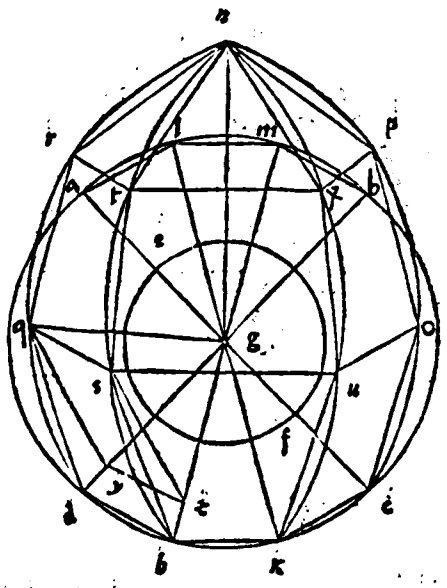
THEON ex Zamb. Sint bini orbes α β γ δ, ζ η θ, circũ idem cẽtrum α. Oportet in maiori circulo α ε γ δ, multãgulũ æquilaterũ & parilaterũ inscribere, nõ tangens ipsum ζ η θ, circulũ. Excitetur per α centrũ, recta linea ε δ, & à signo η ipsi δ β rectæ lineæ ad angulos rectos excitetur (per 12 primi) α η, & extendatur in γ. Igitur α γ tangit ipsum ζ η θ orbem. Secantes iam (per 30 tertij) ipsam ε α δ circunferentiam diuidue, & ipsius dimidium bifariã, & hoc semper efficientes (per 1 decimi) relinquemus quandam circunferentiã minorẽ ipsa α δ, relinquatur, & esto λ δ, & ab ipso λ in ε δ, perpendicularis excitetur (per 12 primi) λ μ, extendaturq; in ν, & connectantur ipsæ χ δ, δ ν, χ γ. Igitur λ δ, ipsi δ ν, est æqualis. Et quoniã parallelus est α γ ipsi λ ν, sed α γ tangit ipsum ζ η θ, orbem: igitur λ μ non tangit ipsum orbem ζ η θ, mul-



α θ, multo minus igitur ipſæ λ ♂, ♂ ν, tãgunt ipſum ϛ ζ ϖ θ, orbẽ. Si igitur ipſi λ ♂, rectæ lineæ æquales in cõtinuũ aptabimus in orbe α C γ ♂, deſcribetur in orbe α β γ ♂, multangulũ æquilaterum & parilaterum nõ tangens ipſum orbẽ ϛ ζ ϖ θ, minorem. Quod facere oportuit.

CORRELARIVM. *Et inde eſt manifeſtum, quod perpendicularis quæ ex λ in β ♂, unum circulum non tangit.* Euclid. ex Camp. Propoſitio 14.

14 DVabus ſphæris unũ centrũ habẽtibus propoſitis, intra maiorẽ earũ ſolidũ multarũ baſiũ ſuperficiẽ minoris ſphæræ minime tãgẽtiũ figuraliter cõſtituere. Quo cõſtituto ſi in miori ſphæra ſiue in qualibet alia ſphæra ſimile corpꝰ intelligibiliter cõſtituatur. erit proportio corpis multarũ baſiũ intra maiorẽ ſphærã cõſtituti ad corpꝰ multarũ baſiũ intra minorẽ ſphærã uel aliã cõſtitutũ, ſicut diametri maioris ſphæræ ad diametrũ minoris uel alteriꝰ ꝓportio tripli cata.



CAMP. Sint ꝓpoſitæ duæ ſphæræ, a b c d & e f, unũ atque idẽ centrũ quod ſit g, habentes. & ſit maior earũ ſphæra a b c d, minor uero ſphæra e f, uolumus autẽ intra maiorem earũ unũ corpus multarũ baſiũ conſtituere, de quibus nõ intẽdimus quod ipſæ baſes ſint æquales aut ſimiles, ſed quod nulla earum non tangat ſuperficiẽ minoris ſphæræ. Cũ igitur hoc uoluerimus facere, ſecabimus ſimul utrãq; ꝓpoſitarũ ſphærarũ una plana ſuperficie per cõe cẽtrũ earũ trãſeũte, erũtq; ex diffinitione ſphæræ & diffinitiõe circuli, cõmunes ſectiones huius ſecantis ſuperficiei & ſuperficierũ ſphærarũ propoſitarũ, lineæ cõtinentes circulos. Sint itaq; duo circuli a b c d & e f, quorũ centrũ eſt centrũ ſphæræ de quo ꝓpoſitũ eſt quod ipſum ſit g. Quadrabimus igitur hos duos circulos duabus diametris ſe ſupra cõe centrũ eorũ orthogonaliter ſecãtibus, quæ ſint a c & d b, poſtea maiori circulo ſecundũ præcepta præmiſſæ inſcribemus unũ polygoniũ æquilaterũ, nullo ſuorũ latorũ tãgẽs minorẽ circulũ. Et ſufficiat exẽpli cauſa inſcripſiſſe dodecagonũ æqlaterũ, itaq; in quadrãte ipſius maioris circuli q eſt c d, ſint tria latera huiꝰ dodecagoni quæ ſint chordæ d h, h k, & k c, quæ cũ ſint æquales, erũt quoq; ex prima ꝑte 27 tertij arcus earũ æquales. Dehinc à duobus pũctis h & k quæ ſunt extremitates mediæ chordæ, producemus duas diametros quæ ſunt h m & k l, & ſuper cẽtrũ g erigemus lineã g n perpẽdicularẽ ad ſuperficiẽ circuli a b c d, quã, producemus quouſq; obuiet ſuꝑficiei ſphæræ maioris ſuper pũctũ n. Deinde intelligã quatuor ſuperficies ſecãtes ſphæras propoſitas, quarũ unaquæq; ſecet eas ſuper lineã g n, ſcilicet pria earũ, ſupra lineã g n & diametrũ d b. ſecũda, ſuper lineã g n & diametrũ h m. tertia uero ſuper lineã g n & diametrũ k l, quarta aũt, ſuper lineã g n & diametrũ c a, erũtq; ex diffinitiõibꝰ ſphæræ & circuli, cõmunes ſectiões harũ ſuperficierũ & ſuperficiei ſphæræ maioris, lineæ cõtinẽtes circulos, & erũt portiões inſcriptæ ut inter punctũ n & quatuor pũcta quæ ſunt d, h, k, c, quadrantes horũ circulorũ, qui quadrãtes ſunt d n, h n, k n, & c n. Hoc autẽ ideo euenit, qꝺ oẽs anguli quos cõtinet linea g n cũ unaquaq; diametrorũ protractarũ in ſuperficie circuli a b c d, ſunt recti ex diffinitione lineæ perpẽdicularis ad ſuperficiẽ, recti uero anguli in centro o, quartæ circunferẽtiæ ſubtendãtur, quod ex ultima ſexti euidenter apparet. Ex diffinitiõe aũt circulorũ æqualiũ manifeſtũ eſt, q; unuſq; ſq; horũ quatuor circulorũ eſt æqualis circulo a b c d, nã diameter omniũ ipſorũ, eſt diameter ſphæræ maioris. Igitur per 15 quinti. quadrãtes eorũ, ſunt æquales. Quare q; arcus qui ſũt d n, h n, k n, c n, & d c, ſũt æquales. In unoquoq; ergo quatuor quadrãtiũ circulorũ erectorũ coaptẽtur hypothenuſales chordæ quarũ quælibet ſit æqualis chordæ circuli ꝓſtrati, quæ ſũt latera polygoniꝰ ſibi inſcripti & eſt una earũ chorda d h, ſintq; in prio qdẽ d q, q r, & r n,

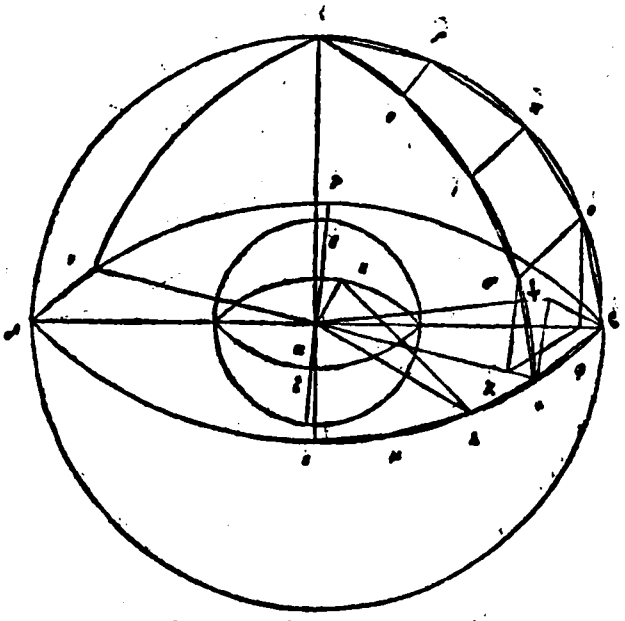
in ſecundo uero,h ſ,ſ t,& t n,in tertio autem,k u,u x,& x n,& in quarto, ſint c o,o p,& p n. Et protrahantur corauſti coniũgentes capita hypothenuſalium chordarũ quæ ſint q ſ,ſ u,u o,& r t,t x,x p. Vides igitur quartæ parti ſupioris hemiſphærij maioris ſphæræ quæ quidẽ quarta pars eſt d n c.inſcriptum eſſe corpus 9 baſiũ,quarũ tres quæ coẽ unt in puncto n.ſunt triangulæ,cæteræ autem ſunt quadrangulæ,ſuntq; harũ quadrãgularum ſuperficierum hypothenuſalia latera æqualia,ſed non æquidiſtantia. Corauſti autẽ inter quoſq; duos circulos intercepti,ſunt æquidiſtantes adinuicem & chordæ circuli proſtrati,ſed non ſunt adinuicem æquales. Hoc autẽ ſcies,ſi perpẽdiculares à corauſtorum extremitatibus ad ſuperficiẽ circuli iacẽtis dimiſeris,de quibus cõſtat quod ipſæ cadent ſuper diametros circulorũ quos corauſti cõtinuant,quod ex demõſtratis in 11 undecimi facile deprehendes. Verbi gratia. Sint à duobus terminis corauſti q ſ,demiſſæ duæ perpendiculares q y & ſ z,cadentes in diametris d b & h m,& protrahantur lineæ q g & y z,eruntq; ex quarta ſexti duo trianguli q y d & ſ z h,ſimiles:quare proportio duarum perpendicularium q y & ſ z,erit ſicut duarum chordarum q d & ſ h. Cumq; ſint chordæ æquales,erunt etiã & perpendiculares æquales. At ipſæ ſunt æquidiſtãtes ex 6 undecimi,ergo ex 11 primi corauſtus q ſ,eſt æqualis & æquidiſtans lineæ y z. Et quia ex ſecunda parte ſecundæ ſexti linea y z eſt æquidiſtãs chordæ d h,& ideo minor ea,ſequitur ex 9 undecimi ut corauſtus q ſ,ſit etiam æquidiſtans chordæ d h,& minor ea ex conceptione. Cum itaque chordæ quæ ſunt latera polygonij inſcripti in circulo iacenti (& ipſæ ſunt omnes æquales chordæ d h) non tangant ſphærã minorem,neceſſe eſt ut nullum latus harum baſium corporis inſcripti ſiue quadrãgulæ ſint ſiu trigonæ,tangat eandem minorem ſphæram. cũ omnia hæc latera ſint ipſis chordis æqualia aut minora. Simpliciter autem dico quod nulla etiam harũ baſium de quibus omnibus manifeſtũ eſt ex ſecunda parte 11 undecimi quod ipſæ ſunt totæ in ſuperficie una,poteſt aliquo ſui puncto contingere minorem ſphærã,eo quod omnis linea recta ducta ſuper quẽlibet punctũ cuiuſq; earũ æquidiſtãter corauſto,minor eſt neceſſario chorda proſtrati circuli. Si igitur conuexitates aliarũ quartarũ maioris ſphæræ tam ſuperioris hemiſphærij quam inferioris ad eius ſimilitudinem quadrilateris trilateriſque ſuperficiebus ſubtexãtur,erit maiori ſphæræ corpus 72 baſium ſuperficiem minoris ſphæræ minime tangentium quemadmodum propoſitum fuerat inſcriptũ. Dico inſuper quod ſi in alia qualibet ſphæra ſimile corpus ſtatuatur, erit proportio unius ad alterũ ſicut diametri unius ſphæræ ad diametrũ alterius triplicata. Erunt enim ex 72 baſes utriuſque corporis,baſes totidem lateratarum pyramidum,quarum omniũ uertices erunt in centris ipſarũ ſphærarũ. Has autem pyramides perficies,ſi à ſingulis angulis inſcriptorum corporum quæ ſunt extremitates chordarum & corauſtorum lineas ad centra ſphærarum produxeris,Stude itaque. ex diffinitione ſimilium corporum probare cũctas pyramides unius,eſſe ſimiles ſuis relatiuis pyramidibus alterius. Quo probato erit ex 8 huius proportio unſuſcuiuſque earum unius ad ſuam relatiuã alterius,ſicut proportio ſemidiametrorum ſphærarum ipſarum triplicata,ſunt enim ſemidiametri ſphærarum,latera cunctarum pyramidum. At quia ſemidiametrorũ eſt ex 15 quinti una proportio,ex 11 eiuſdem facile concludes propoſitum.

Euclid. ex Zamb. Theorema 2 Propoſitio 17

17 Binis ſphæris circum idem centrum exiſtentibus, in maiori ſphæra ſolidum polyhedrum inſcribere non tangens ſphæram minorem in ſupficie.

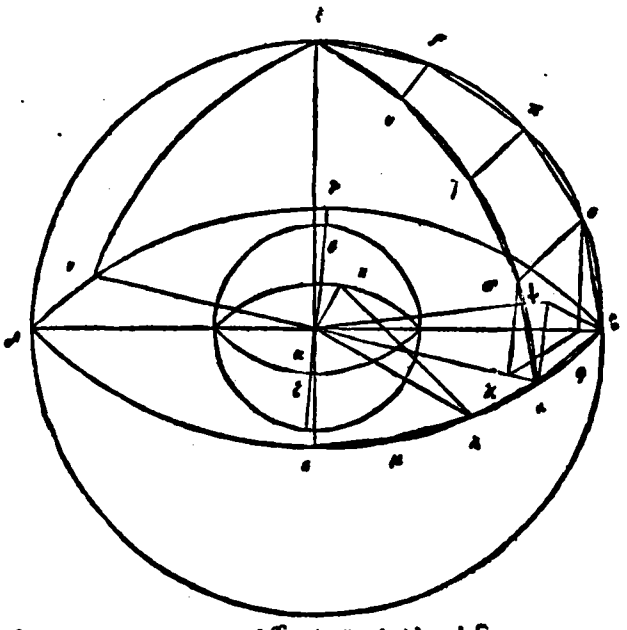
THEON ex Zamb. *Intelligantur binæ ſphæræ circum idem centrum α. Oportet iam in maiori ſphæra ſolidum polyhedrum inſcribere,non tangens ſphæram minorem in ſuperficie. Secentur ſphæræ,plano aliquo per centrum,erunt igitur ſectiones,circuli:quoniã (per 12 diffinitionem undecimi) manente diametro & circunducto ſemicirculo facta eſt ſphæra. Quare in qualicunque poſitione intelligamus hemicyclium, quod per ipſum eductum planum,efficiet in ſuperficie ſphæræ circulum,& manifeſtum quod & maximum,quoniã ſphæræ diameter quæ etiam eſt hemicycli diameter,& perinde circuli,maior eſt (per 15 tertij) omnibus in circulo uel ſphæra ductis rectis lineis. Eſto igitur in maiori quidem ſphæra circulus ε γ δ ζ,in minori aũt circulus η ϑ ι,excitenturq; ipſorũ diametri ad angulos rectos ſibi inuicem ε δ,γ ζ,& binis orbibus circa idem centrum exiſtentibus hoc eſt ε γ δ ζ,η ϑ ι. in maiori circulo ε γ δ ζ,multiangulum æquilaterum & parilaterum deſcribatur (per præcedentem) nõ tangens ſphæram minorẽ η ϑ ι,cuius latera ſint in ε ζ quarta parte,ε κ,κ λ.λ μ,μ ζ,& connexa κ α recta linea,extendatur in ν,& excitetur (per 12 undecimi). ab ipſo α ſigno,ipſi ipſius ε γ δ ζ circuli plano ad angulos rectos α ξ,& incidat ipſi ſuperficiei ſphæræ in ν & per α ξ,& per utranque ipſarum β δ,κ ν,plana producantur. Facient iam per prædicta in ipſius ſphæræ ſuperficie*

ſuperficie maximos orbes,efficiãt,quorũ hemicyclia ſint in ⊂ ♂,α μ,diametris,ipſa ⊂ ξ ♂,χ ξ ν,Et quoniã ξ α recta eſt ad ipſius ⊂ γ ♂ ι planũ.& omnia igitur quæ per ξ α,plana,recta ſunt ad ipſius α ⊂ γ ♂ ι circuli planũ, quare & ⊂ ξ ♂, α ξ ν, hemicycl.a,recta ſunt ad ipſius β γ ♂ ι circuli planum, Et quoniam hemicyclia,ξ ι ♂, ⊂ ξ ♂,α ξ ν,ſunt æqualia,in æqualibus namque ſunt diametris ⊂ ♂,α ν,& ⊂ ι,ξ ξ,α ξ,quartæ partes inter ſe ſunt æquales. Quot igitur latera multãguli ſunt in β ι quarta parte,tot quoque ſunt in ipſis β ξ,α ξ, quartis partibus ipſis α ⊂,α λ,λ μ,μ ι,rectis lineis æquales, Deſcribãtur,& ſint ⊂ ο,ο π,π ρ, ρ ξ,α σ,σ τ,τ υ,υ ξ.& cõnectantur ipſæ σ ο,τ π,υ ρ. Et ab ipſis ο,σ,in ipſius ⊂ γ ♂ ι circuli planũ perpẽdiculares excitentur, Cadũt,inquã,in cões ſectiones planorũ ⊂ ♂,α ν,quoniã & ipſorũ ⊂ ξ ♂, α ξ ν,plana recta ſunt ad ipſius ⊂ γ ♂ ι circuli planũ,cadãt,& ſint ο φ,σ χ.& cõnectãtur φ χ. Et quoniã in æqualibus hemicyclijs ⊂ ξ ♂,α ξ ν,æquales rectæ lineæ ſunt ⊂ ο,α σ,& perpendiculares ductæ ſunt ο φ,σ χ, æqualis igitur eſt ο φ ipſi σ χ,& β φ,ipſi α χ, eſt autem & tota ⊂ α,toti α a æqualis,& reliqua igitur φ α,reliquæ χ α eſt æqualis. Eſt igitur ſicut β φ ad φ α, ſic eſt α χ ad χ α,parallelus igitur eſt φ χ, ipſi α ⊂, Et quoniã utraque ipſarum ο φ,σ χ recta eſt ad ipſius ⊂ γ ♂ ι circuli planum,parallelus igitur eſt ο φ ipſi σ χ:patuit aũt,quod & ipſi æqualis,ipſæ χ φ,σ ο,igitur,æquales & paralleli ſunt. Et quoniam χ φ,ipſi σ ο parallelus eſt,ſed φ χ,ipſi α ⊂ parallelus eſt, & σ ο igitur ipſi α β parallelus eſt,& ipſas cõnectũt,ipſæ β ο,α σ,igitur ⊂ ο,α σ,quadrilaterũ,in uno eſt plano. Quoniã (per 7 undecimi) ſi fuerint binæ rectæ lineæ parallelæ,& in utraque ipſarũ accipiantur contingentia ſigna,& ad ipſa ſigna annexa recta linea,in eodẽ eſt cũ ipſis parallelis plano. Idq; propterea & unũquodq; ipſorũ σ ο π τ,τ π ρ υ,quadrilaterorũ,in uno eſt plano. Eſt autẽ triãgulũ υ ρ ξ,in uno plano. Si uero intelligamus ab ipſis ο,σ,π,τ,ρ,υ, ſignis in α connexas rectas lineas,cõſtituetur quædã figura ſolida polybedra inter β ξ,α ξ,circũferẽtias,ex pyramidibus cõpoſita;quarũ baſes quidẽ ſunt α β ο σ,σ ο π τ,τ π ρ υ,quadrilatera,& υ ρ ξ triãgulũ,uertex aũt α ſignũ. Si aũt & in unoquoq; ipſorũ α λ,λ μ,μ ι,laterũ,ſicut in ⊂ α eadẽ cõſtruamus,& inſuper in reliquis tribus quartis partibus,& in reliquo hemiſphærio,cõſtituetur figura ſolida polybedra deſcripta in ſphæra,contẽta ex pyramidibus quarũ baſes ſunt prædicta quadrilatera & triãgulũ υ ρ ξ,& quæ in eodẽ ordine eis,uertex aũt α ſignũ. Dico quod prædicta polybedra nõ tãget minorẽ ſphærã in ſuperficie,in qua eſt circulus ξ α ι. Excitetur (per 11 undecimi) ab ipſo α ſigno in ipſius α ⊂ ο σ quadrilateri planũ,perpẽdicularis α ↓,& incidat ipſi plano in ↓ ſigno,& connectãtur β ↓,↓ α. Et quoniã α ↓ recta eſt ad ipſius ⊂ α ο σ planũ,& ad omnes igitur ipſam tangentes rectas lineas & exiſtẽtes in ipſius quadrilateri plano recta eſt α ↓ (per 2 diffinitionẽ undecimi.) Igitur α ↓,recta eſt ad utrãq; ipſarũ β ↓,↓ α. Et quoniã (per 15 diffinitionẽ primi) α ⊂ ipſi α α eſt æqualis,æquã eſt & φ ex α ⊂,ei quod ex α α. Et ipſi quidẽ quod ex α β, æqualia ſunt (per 47 primi) ea quæ ex α ↓,↓ β,rectus enim,qui ad ↓. Ipſi aũt quod ex α α,æqualia ſunt quæ ex α ↓,↓ α. Quæ igitur ex α ↓,↓ β,æqua ſunt eis quæ ex α ↓,↓ α. Cõe auferatur φ ex α ↓,reliquũ igitur quod ex ⊂ ↓,reliquo φ ex ↓ α eſt æquale,æqualis igitur eſt ⊂ ↓,ipſi ↓ α. Similiter iã demõſtrabimus qđ & quæ ab ↓ ad ο σ cõnexæ rectæ lineæ, æquales ſũt utriq; ipſarũ β ↓,↓ α. Cẽtro igitur ↓,& ſpacio altero ipſorũ ⊂ ↓,↓ α,circulus deſcriptus,ibit etiã per ο,σ, & quadrilaterũ α ⊂ ο σ,erit in circulo. Et quoniã α β maior eſt ipſa χ φ,æqualis autẽ eſt χ φ ipſi σ ο,maior igitur eſt ⊂ α ipſo σ ο. Aequalis aũt eſt α ⊂,utriq; ipſarũ α σ,⊂ ο,& utraq; igitur ipſarũ α σ,⊂ ο,ipſa σ ο maior eſt. Et quoniã in circulo quadrilaterũ eſt α ⊂ ο σ,& β α, ⊂ ο,α σ,æquales,& minor σ ο,& ex cẽtro circuli eſt β ↓,igitur quod ex α ⊂, eo quod ex ⊂ ↓ maius eſt q̃dupliũ. Excitetur (per 12 primi) ab ipſo α,in ⊂ φ perpẽdicularis α ω. Et quoniã β ♂ ipſa ♂ ω minor eſt q̃ dupla,eſtq; ſicut ⊂ ♂ ad ♂ ω ſic φ ex ♂ β. ⊂ ω,ad id φ ſub ♂ ω,ω ⊂,deſcripto aũt ab ipſa ⊂ ω quadrato, cõpletoq; φ in parallelogrãmo,& quod ſub ♂ β,β ω, igitur eo quod ſub ♂ ω,ω β, minus eſt quàm duplum,& connexa α β,quod ſub ♂ ⊂,β ω. æquum eſt ei quod ex ⊂ α,quod uero ſub ♂ ω,ω ⊂,æquũ eſt ei quod ex α ω. Igitur quod ex α β,eo quod ex α ω minus quàm duplũ. Sed quod ex α ⊂,eo quod ex ⊂ ↓ maius eſt quàm duplũ,maius igitur eſt quod ex α ω,eo quod ex ⊂ ↓. Et quoniã (per 15 diffinitionem primi ⊂ α,ipſi α α eſt æqualis,æquũ eſt & quod ex ⊂ α ei quod ex α α. Ei autem quod autẽ ex α ⊂,(per 47 primi) æqualia ſunt quæ ex ⊂ ↓,↓ α. Ei aũt quod ex α α,(per 47 primi) æqua ſunt quæ ex α ω,ω α. Quæ igitur ex β ↓,↓ ω,æqualia ſunt eis quæ ex ω ω,ω α. quorũ quod eſt α ω maius eſt eo quod ex β ↓. Reliquũ igitur φ ex ω α,minus eſt eo quod ex ↓ α. Maior igitur eſt α ↓,ipſa α ω,multo igitur maior eſt α ↓, ipſa α α, Eſtq; ipſa

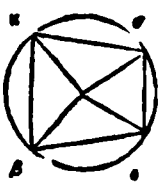




ſa α ↓ in unã ipſius polybedri baſin, & α ν in minoris ſphæræ ſuperficiem. Quare & polybedrũ nõ tangit ſphærã in ſuperficie. Quod facere oportebat.



Oſtẽdẽdũ iã & aliter ac expeditius quod maior eſt α ↓, ipſa α ν. Excitetur (per 11 primi) ab ipſo ν ipſi α ν ad angulos rectos ν, & cõnectãtur α λ. Secãtes iã (per 30 tertij) ipſam γ ϛ circũferẽtiam duidue, & dimidiũ ipſius diuidue, & hoc ſemper faciẽtes, relinquemus quãdam circunferentiã quæ eſt minor quã circunferẽtia ϛ γ ♂ circuli quæ ſubtenditur ab æquali ipſi ν λ, relinquatur, & eſto ν ϛ circũferẽtia. Minor igitur eſt ♂ ν ϛ rectã linea, ipſa ν λ. Et quoniã in circulo eſt ϛ ν σ quadrilaterum, & æquales ſunt ο β, ϛ ν, ν ι, & minor eſt ο σ, angulus igitur qui ſub β ↓ ν obtuſus eſt, maior igitur eſt ϛ ν, ipſa β ↓. Sed ipſa ν ϛ maior, eſt quàm ipſa ν λ, multo maior igitur eſt ν λ, ipſa ϛ ↓, maius igitur eſt ♂ quod ex ν λ, eo quod ex β ↓. Et quoniã (per 15 diffinitionẽ primi,) α λ ipſi α β eſt æqualis, & quod ex α λ, igitur ei eſt æquũ quod ex α ϛ. Sed ei quod ex α λ, æqua ſunt quæ ex α ν, ν λ: ei uero quod ex α ϛ æqua ſunt quæ ex ϛ ↓, ↓ α. Quæ igitur ex α ν, ν λ, æqualia ſunt eis quæ ex ϛ ↓, ↓ α. Quorũ quod ex ϛ ↓, minus eſt eo quod ex ν λ, & reliquũ igitur quod ex ↓ α, maius eſt eo quod ex α ν. Maior igitur eſt α ↓, ipſa α ν. Binis igitur ſphæris circũ idẽ centrum exiſtentibus, in maiori ſphæra ſolidũ polybedrum deſcriptũ eſt non tangẽs minorem ſphæram in ſuperficie. Quod facere oportuit.



CORRELARIVM. Si uero & in altera ſphæra ei quod in ϛ γ ♂ ι, ſphæra, ſolido polybedro, ſimile ſolidũ polybedrũ inſcribatur, in ipſa ϛ γ ♂ ι ſphæra ſolidũ polybedrũ ad id quod in altera ſphæra ſolidum polybedrũ triplã habet rationẽ, quàm ipſius ϛ γ ♂ ι ſphæræ dimetiẽs ad ipſius alterius ſphæræ dimetientẽ. Diſtributis nãq; ſolidis in numero æquales & æqualis ordinis pyramidas, pyramides ſimiles erũt. Similes uero pyramides, (per 8 duodecimi) adinuicẽ in tripla ſunt rõne eiuſdẽ rõnis laterũ. Pyramis igitur cuius baſis quidẽ eſt ν ϛ σ quadrilaterũ, uertex aũt α ſigniũ, ad eã quæ in altera ſphæra ſimilis ordinis pyramida triplã habet rõnẽ, q̃ ſimilis rõnis latus ad ſimilis rõnis latus, hoc eſt quàm α β quæ ex cẽtro eius eſt ſphæræ quæ circũ α centrũ, ad eã quæ ex centro alterius ſphæræ. Similiter & unaquæq; pyramis quæ in ſphæra quæ circũ centrũ α, ad quãlibet pyramida eiuſdẽ ordinis in altera ſphæra triplã habebit rõnẽ quàm α ϛ ad eã quæ ex cẽtro alterius ſphæræ. Et ſicut unũ antecedentiũ ad unũ ſequentiũ, ſic nia õantecedentia ad õnia ſequẽtia. Quare totũ ſoliũ polybedrũ quod in ſphæra quæ circũ centrũ α, ad totũ ſolydum polybedrum quod in altera ſphæra triplam rationem habebit quàm α ϛ ad eã quæ ex centro alterius ſphæræ, hoc eſt quàm ϛ ♂ diameter ad alterius ſphæræ diametrum. Quod oſtendere oportuit.

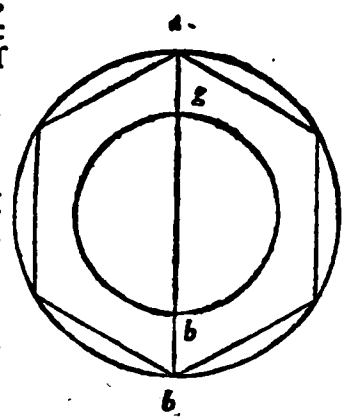
Euclid. ex Camp. Propoſitio 15

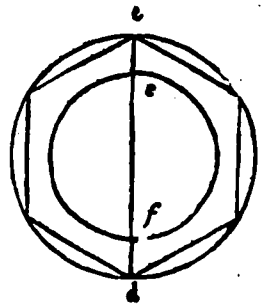
15 OMnium duarum ſphærarum eſt proportio alterius ad alteram, tanquam ſuæ diametri ad diametrũ alterius proportio triplicata.

CAMPANVS Sint duæ ſphæræ a b & c d, quarum diametri ſint a b & c d. Dico quod proportio earum, eſt ſicut ſuarũ diametrorum proportio triplicata. Cuius demõſtratio eſt. Quoniam neque ad minorem ſphæram quàm ſit ſphæra c d neque ad maiorẽ eſt, proportio ſphæræ a b, ſicut diametri a b ad diametrum c d triplicata. Eſto quidem proportio ſphæræ a b ad ſphæram e f, ſicut diametri a b ſphæræ a b, ad diametrũ c d triplicata. Demonſtrabo itaque, quod ſphæra e f nõ poteſt eſſe minor neque maior quàm ſphæra c d. Si enim affirmet aduerſarius eã eſſe minorem, imaginabor eã includi a ſphæra c d, & circunduci ab eodem centro, & inſcribam ſphæræ c d iuxta præcepta præmiſſæ, unum corpus multarum baſium non tangentium ſuperficiem ſphæræ e f, minoris. dicaturque iſtud corpus nomine ſphæræ cui inſcribitur, c d. Poſtea ſimile corpus multarum baſium inſcribam ſphæræ a b, quod etiam nomine ſuæ ſphæræ dicatur a b: conſtat itaq; ex ſecunda parte præmiſſæ & undecimi quinti. quod proportio ſphæræ a b ad ſphærã e f. eſt ſicut corporis multarum baſium quod eſt a b, ad

corpus

corpus multarum baſium quod eſt c d, utraque enim, eſt ſicut diameter a b ad diametrum c d triplicata. Hæc autem, ex hypotheſi, illa uero, ex ſecunda parte præmiſſæ. Quare permutatim proportio ſpheræ a b ad corpꝰ multarũ baſiũ a b, eſt ſicut ſphæra e f ad corpus multarum baſium c d. Cum igitur ſphæra a b ſit maior corpore multarum baſium a b, erit etiã ſphæra e f maior corpore multarum baſium c d. Hoc autẽ eſt impoſſibile, nã ipſa eſt pars eius. Non eſt ergo ſphæra e f minor ſphæra c d. Si autẽ dicat aduerſarius eam eſſe maiorem, confurabimus ipſum hoc modo. Erit enim per conuerſam proportionalitatem ſphæra e f ad ſphærã a b, ſicut diameter c d ad diametrum a b triplicata. Sit itaque eadem ſphæra c d. ad ſphæram g h. eritq; ex 14 quinti ſphæra g h, minor ſphæra a b. eo qđ ſphæra c d poſita eſt minor ſphæra e f. Quare proportio ſphæræ c d ad aliquam ſphæram minorem ſphæra a b, eſt ſicut diametri c d ad diametrum a b triplicata. At hoc eſt impoſſibile, nã ex hoc ſequitur, quod pars ſit maior ſuo toto ut demonſtratum eſt prius. Itaque ſphæra e f, non eſt maior neq; minor quàm ſphæra c d. Igitur (ex 7 quinti) concludẽ, ppoſitã cõcluſionẽ, quæ imponit finẽ libro duodecimo.

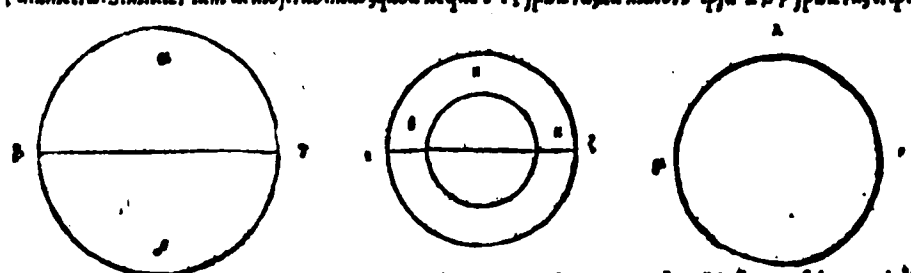




Eucli. ex Zamb. Theorema 16 Propoſitio 18

18 Sphæræ adinuicem, in triplici ſunt ratione proprio rum dimetientium.

THEON ex Zãb. Intelligãtur ſphæræ α ϛ γ, ♂ ϛ ζ, diametri uero ipſarũ ſint ϛ γ, ϛ ζ, dico quod ſphæra α ϛ γ ad ſphæram ♂ ϛ ζ, triplã habet rationẽ quàm β γ ad ϛ ζ. Si aũt nõ habebit igitur α β γ ſphæra ad minorẽ aliquã ipſa ♂ ϛ ζ, ſphæra, triplã rationẽ, uel ad maiorẽ, quàm β γ ad ϛ ζ. Habeat prius ad minorẽ ϛ θ α, & intelligatur ♂ ϛ ſphæra, ipſi ϛ θ α, circũ idẽ centrũ, deſcribaturq; (per præcedentẽ) in ſphæra maiori ♂ ϛ ζ, ſolidũ polybedrũ non tangẽs minorẽ ſphærã ϛ θ α in ſuperficie. Deſcribatur autẽ (per eandẽ, & in α ϛ γ ſphæra, ei quod in ♂ ϛ ζ, ſolido polybedro ſimile ſolidũ polybedrũ. Igitur (per correlariũ eiuſdem) ſolidũ polybedrũ quod in ſphæra α ϛ γ, ad id ſolidũ polybedrũ quod in ♂ ϛ ζ, triplã habet rõnẽ quã ϛ γ ad ϛ ζ. Habet autẽ & α ϛ γ ſphæra, ad ϛ θ α ſphæram, triplã rationẽ quàm ϛ γ ad ϛ ζ, eſt igitur ſicut ſphæra α ϛ γ ad ſphæram ϛ θ α, ſic ſolidum polybedrũ quod in α ϛ γ ſphæra, ad ſolidũ polybedrũ quod in ♂ ϛ ζ, ſphæra. Vicißim igitur (per 16 quinti,) ſicut α β γ ſphæra ad id quod in ipſa polybedrũ, ſic ϛ θ α, ſphæra ad id quod in ♂ ϛ ζ ſphæra ſolidũ polybedrũ. Maior autẽ eſt α ϛ γ ſphæra, ϛ θ α in ſe polybedro. Maior igitur & ϛ θ α ſphæra, eo quod in ♂ ϛ ζ, ſphæra polybedro. Sed & minor, ab ipſo namq; cõprehenditur, quod eſt impoßibile. Sphæra igitur α ϛ γ, ad minorẽ ipſa ♂ ϛ ζ ſpherã, triplã rationẽ non habet quàm ϛ γ, diameter ad ♂ ζ diametrũ. Similiter iam demõſtrabimus, quod neque ♂ ϛ ζ ſphæra, ad minorẽ ipſa α β γ ſphæra, triplam



habet rõnem quàm ϛ ζ ad ϛ γ. Dico iam quod neque ſphæra α ϛ γ, ad maiorem aliquã ipſa ♂ ϛ ζ ſphæra triplã habet rationẽ quàm β γ ad ϛ ζ. Si enim poßibile habeat ad maiorẽ λ μ ν. Conuerſim igitur ſphæra λ μ ν ad ſphæram α ϛ γ triplã habet rationẽ, quàm diameter ϛ ζ ad diametrũ ϛ γ. Sicut autẽ λ μ ν ſphæra ad α β γ, ſphæram, ſic ♂ ϛ ζ ſphæra ad minorẽ aliquã ipſa α β γ ſphæra, ſicut antea patuit, quoniam maior eſt λ μ ν ipſa ♂ ϛ ζ. & ſphæra ♂ ϛ ζ ad minorem ipſa α ϛ γ, ſphæra triplam habet rationem quàm ϛ ζ ad ϛ γ, quod eſt impoßibile. Igitur ſphæra α ϛ γ, ad maiorem ipſa ♂ ϛ ζ ſphæra, triplam rationẽ non habet quàm β ϛ ad ϛ ζ. Patuit autẽ quod neque ad minorem, ipſa igitur α β γ ſphæra, ad ♂ ϛ ζ ſphæram, triplam habet rationem, quàm ϛ γ ad ϛ ζ. Quod oſtendendum fuerat.

DVODECIMI LIBRI FINIS.

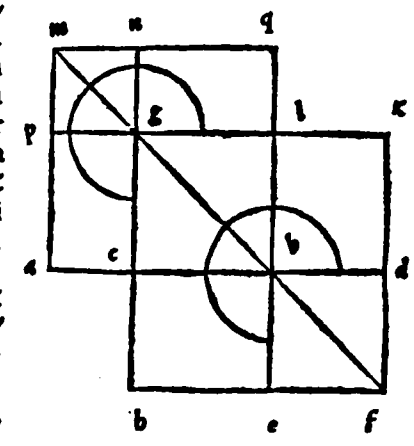
EVCLI

EVCLIDIS MEGARENSIS GRAECI PHILOSOPHI GEOMETRICORVM ELEMENTORVM. LIBER TERTIVSDECIMVS.

Euclides ex Campano. Propoſitio 1

1 VM diuiſa fuerit linea ſecundum proportionem habentem medium duo´que extrema, ſi maiori portioni linea in longum addatur æqualis dimidio ipſius lineæ proportionaliter diuiſæ, quadratum lineæ ex eis duabus compoſitæ quadrati me dietatis eiuſdem lineæ diuiſæ quintuplum eſſe neceſſe eſt.

CAMPANVS Sit linea a b diuiſa in puncto c, prout docet 29 texti, & ſit maior portio eius, linea b c, cui b c directe adiungatur linea b d, quæ ſit æqualis medietati totius a b. Dico quod quadratum lineæ c d, erit quintuplũ ad quadratũ lineæ b d. Quadrabo enim lineam b d, & ſit eius quadratum d e, & circũponam huic quadrato gnomonem ſecũdum quantitatem lineæ b c, protracta diametro f b g, ſitq; circũpoſitus gnomo e g d, eritq; ex 11 ſexti ſuperficies inde compoſita, quæ ſit h k, tanquã quadratum lineæ c d. Dico igitur quadratũ h k, quintuplum eſſe ad quadratũ d e. Sit igitur c l quadratum circumpoſiti gnomonis, ſibiq; circũponatur alius gnomo ad quantitatem lineæ a c, protracta diametro f b uſque ad m, ſitq; hic gnomo c m l, & protrahantur lineæ c n & p l æquidiſtanter lateribus oppoſitis, ſecantes ſe ſuper diametrũ f m in puncto g. Manifeſtũ eſt autem ex 11 ſexti, quod cõpoſitũ ex hoc ſecũdo gnomone & quadrato c l (& ipſum quadratũ ſit a q) eſt quadratũ lineæ a b, qd' ex quarta ſcdi neceſſe eſt eſſe quadruplũ ad quadratũ d e, eo qd' linea b d eſt medietas lineæ a b. Cumque ſit ex prima parte 16 ſexti ſuperficies a n, ideoque per 43 primi ſuperficies m l, æqualis quadrato c l (prouenit enim a n, ideoq; & m l, ex b a in a c, & c l prouenit ex c b in ſe, & cum ex prima ſexti ſit a l dupla ad l d, ideoq; æqualis l d & c e pariter acceptus ex 43 primi, erit ex hac communi ſcientia (ſi æqualibus æqualia addas tota fient æqualia) quadratũ a q æquale gnomoni e g d. Hic ergo gnomo quadruplus eſt ad quadratum d e, quemadmodum erat quadratum a q. Itaq; totum quadratum h k, cum ipſum conſtet ex ſimplo & quadruplo, erit ex communi ſciẽtia quintuplum ad idẽ. Quod eſt propoſitum.



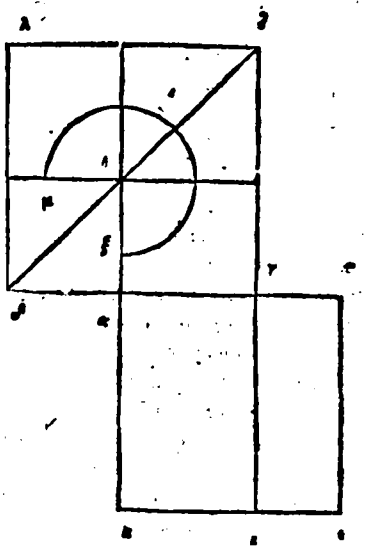
IDEM aliter. Ex quarta ſecundi conſtat, quod quadratum lineæ a b, eſt quadruplũ ad quadratum lineæ b d. At per ſecundam eiuſdem quod fit ex a b in b c & in a c, eſt æquale quadrato a b. quod autem ex a b in b c, æquũ eſt ei quod ex b d bis in b c, quod ex prima ſecundi manifeſtum eſt, cũ a b ſit dupla ad b d. At uero quod ex a b in a c eſt ex prima parte 16 ſexti, æquale quadrato b c. Itaque per communem ſcientiam quod fit ex b d, bis in b c, quod ex b c in ſe, eſt æquale quadrato a b, & ideo eſt quadruplum ad quadratum b d. Quare ſuperaddito quadrato b d, erit totum aggregatum, quintuplum. uidelicet illud quod fit ex b d bis in b c cum quadrato b c & quadrato b d. At quia ex quarta ſecundi hoc totũ eſt æquale quadrato c d, conſtat uerũ eſſe quod dixi-mus.

Eucl. ex Zamb. Theorema 1 Propoſitio 1

1 SI recta linea extrema & media ratione ſecetur maius ſegmentum admittens totius dimidiam, quintuplum poteſt eius quod ex totius dimidia.

THEOR

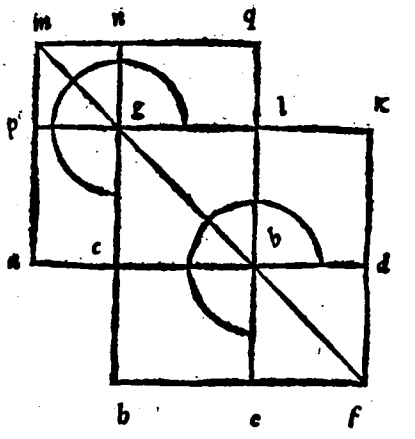
THEON ex 22b. *Recta enim linea α β extrema & media rõne secetur in γ signo, & sit maius segmentũ α γ, & extendatur in rectam lineam γ α, α δ: & ponatur ipsius α β, dimidia α δ. Dico quod ex γ δ, eius quod ex δ α, quincuplũ potest. Describantur enim (per 46 primi) ab ipsis α ζ, δ γ, quadrata α ε, δ ζ, & in δ ζ describatur figura, extendaturq; ζ γ in η. Et quoniam α β, extrema & media ratiõe diuisa est in γ, igitur quod sub α β, ς γ, æquũ est ei quod ex α γ. Est autẽ id quod sub α β, β γ, ipsum γ ι, quod autem ex α γ, ipsum ζ θ. Igitur γ ι, ipsi ζ θ est æquale. Et quoniã β α ipsius α δ dupla est, æqualis ãũ est ς α ipsi α ι, igitur & ι α, ipsius α θ dupla est. Sicut autẽ ι α ad α θ, sic γ α ad γ θ. Duplum igitur est γ α, ipsius γ θ. Sũt autem & ipsa λ θ, θ γ, dupla ipsius γ θ, (supplemẽta nãq; adinuicẽ sunt æqualia per 43 primi,) igitur γ α, ipsis λ θ, θ γ, est æquale, demonstratũ autem est, quod & γ ι, ipsi ζ θ est æquale, totum igitur α ι quadratum, æquũ est ipsi μ ν ξ gnomoni. Et quoniã ς α ipsius α δ dupla est, quadruplũ est quod ex β α eius quod ex α δ, hoc est α ι ipsius δ θ. Est autẽ α ι, ipsi μ ν ξ gnomoni æquale. & μ ν ξ, igitur gnomon, quadruplus est ipsius δ θ. Totũ igitur δ ξ, quincuplũ est ipsius δ θ. Est autẽ δ ξ, quod ex γ δ, & δ θ, quod ex δ α: quod ex γ δ igitur, quincuplum est eius quod ex δ α. Si recta igitur linea extrema & media ratione secetur. maius segmentum totius admittens dimidiam, quincuplum est suæ potẽs eius quod ex dimidia quadrati. Quod erat ostendendum.*



Euclid. ex Camp. Propositio 2

SI cuilibet lineæ bipartitæ cuius quadratum quadrati alterius suarum portionum sit quintuplum, in longum sibi linea addatur donec eidem portioni reliqua portio cum addita linea fiat duplex, eadem duplex linea secundum proportionem habentem medium duoq; extrema diuisa erit, maiorq; portio eius erit linea media.

CAMPANVS Hæc est conuersa præmissæ, duplici quoque modo sicut illa demonstrabitur uia retrograda, eadẽ prorsus manente dispositione. Verbi gratia, sit quadratum h k quintuplum ad quadratum d e, & linea a b dupla ad lineam b d. Dico quod linea a b diuisa est in puncto c secundum proportionem habentem medium & duo extrema, & maior portio eius est linea media ut est c b. Constat autẽ ex 4 secundi, ꝙ quadratum a q est quadruplũ ad quadratum d e. Itaque gnomo d g e, æqualis est quadrato a q. Cumq; duo supplementa l d & c e pariter accepta sint quantum gnomo c m l, atque eadẽ supplemẽta pariter accepta sint ex 1 sexti quãtũ a l, ideoq; quantum c q, sequitur ꝙ c q sit æqualis gnomoni c m l. Dempta igitur ab utroque, superficie l n, erit quadratum c l æquale superficiei a n. Cum igitur fiat superficies a n ex a b in a c, sit autẽ quadratum c l quadratum lineæ c b, erit ex secunda parte 16 sexti proportio a b ad b c, sicut b c ad c a. Ex diffinitione ergo lineæ secundum proportionem habentem medium & duo extrema diuisæ, posita in principio sexti libri concludo propositum.



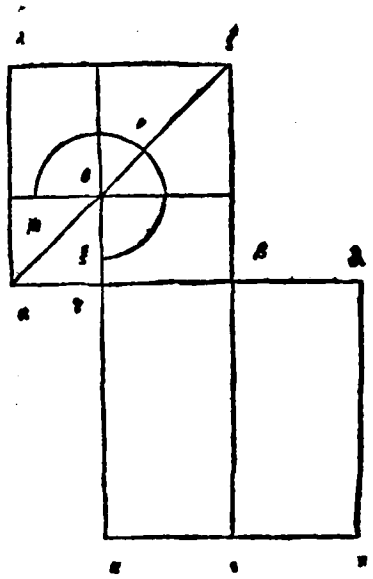
IDEM aliter. Cum quadratum c d sit ex hypothesi quintuplum ad quadratum b d quadratum uero a b sit ex quarta secundi quadruplum ad idem, at quadratum c d sit ex eadem æquale quadrato c b & quadrato b d & ei quod sit ex b d bis in c b, sequitur ut illud quod fit ex b d bis in c b cum quadrato c b, sit æquale quadrato a b. Sed ex b d bis in c b. tantum est quantum quod ex a b in b c, eo quód a b dupla est ad b d. Ergo ꝙ fit ex a b in b c cum quadrato b c, est æquale quadrato a b. Et quia ex secunda secundi quod fit ex a b in b c & a in a c est æquale quadrato a b, sequitur ex communi scientia

ut quadratum lineæ q c sit æquale ei quod fit ex a b in a c. Igitur ex secunda parte 16 sexti & diffinitione, constat propositum.

Eucli. ex Zamb. Theorema 2 Propositio 2

2 Si recta linea sui ipsius segmento quincuplum potuerit, dupla prædicti segmenti extrema & media ratione dissecta, maius segmentum reliqua est pars eius quæ in principio rectæ lineæ.

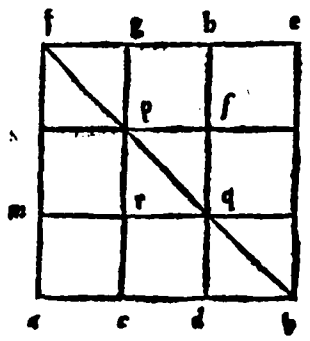
THEON ex Zãb. Recta enim linea α β, sui ipsius segmẽto α γ quincuplum possit, ipsius autẽ α γ dupla sit γ δ. Dico quod ipsa γ δ extrema & media ratione diuisa, maius segmentũ est γ ε. Describantur enim ex utraque ipsarũ α ε, γ δ, quadrata α ζ, γ η, & describatur in ipso α ζ, figura, & extẽdatur β ζ in θ. Et quoniã α ζ ipsius α θ quincuplum est, quadruplus igitur est μ ν ξ gnomon, ipsius α θ. Et quoniã δ γ ipsius γ α dupla est, quadruplum igitur est quod ex δ γ eius quod ex γ α hoc est γ ι ipsius α θ. Patuit aũt, ꝙ μ ν ξ gnomõ ipsius α θ quadruplus est. Aequus igitur est μ ν ξ gnomõ ipsi γ ι. Et quoniã δ γ ipsius γ α dupla est, æqualis aũt est δ γ ipsi γ ι, & α γ ipsi γ θ, dupla igitur est & α γ, ipsius γ θ, duplũ igitur est & α β, ipsius ε θ. Sunt autem & λ θ, θ ε, dupla ipsius ε θ. Igitur α ε, ipsis λ θ, θ ε, est æquale. Ostẽsum autẽ est, ꝙ & totus μ ν ξ gnomon toti γ ι est æqualis, & reliquũ igitur θ ζ, ipsi ε ι, est æquale. Estꝙ ipsum ε ι. id quod sub γ δ, δ ε, æqualis enim est γ δ ipsi δ ι, & θ ζ ipsum quod ex γ ε. Igitur quod sub γ δ, δ ε, æquũ est ei quod ex γ ε. Est igitur sicut δ γ ad γ ε, sic γ β ad ε δ. Maior aũt est δ γ, ipsa γ ε, maior igitur est & γ ε ipsa ε δ. Igitur γ δ recta linea extrema & media ratione diuisa maius segmentum est γ ε. Si recta igitur linea sui ipsius segmento quincuplum potuerit, dupla dicti segmenti extrema & media ratione dissecta, maius segmentũ reliqua pars eius quæ in principio rectæ lineæ. Quod autem dupla ipsius α γ maior sit quàm ipsa ε γ, sic ostendendum est. Si autem non, esto (si possibile est) β γ dupla ipsius γ α, quadruplum igitur est quod ex ε γ, eius quod ex γ α, quæ igitur ex β γ, γ α, eius quod ex γ α, quincupla sunt. Supponitur autem & quod ex ε α, quincuplum eius quod ex γ α. Quod ex ε α igitur, æquũ est eis quæ ex β γ, γ α quod est impossibile. Igitur β γ, ipsius α γ dupla non est. Similiter iam ostendemus, quod neque minor quàm ipsa ε γ, est dupla ipsius α γ, multo enim absurdius. Ipsius igitur α γ, dupla, maior est ipsa ε γ. Quod demonstrasse oportuit.



Eucli. ex Camp. Propositio 3

3 CVm diuisa fuerit linea secundum proportionem habentem medium & duo extrema, si minori portioni tãquã dimidium maioris directe iũgatur, erit ut quadratum lineæ inde compositæ quintuplum sit quadrati quod ex ipsa maioris medietate portionis describitur.

CAMPANVS Sit linea a b diuisa in puncto c, secundum proportionẽ habentem medium & duo extrema, sitque eius maior portio linea c b, quæ diuidatur per æqualia in d. Dico quod quadratum lineæ a d, est quintuplum ad quadratũ lineæ c d. Describatur enim quadratum a b, quod sit a e, in quo protrahantur diameter b f & lineæ g c & d h. itẽq; k l & m n, æquidistanter lateribus oppositis, secãtes se inuicem super diametrũ in duobus punctis p & q. & extra diametrũ in duobus alijs locis r & s. Manifestũ igitur est ex 43 sexti uel ex correlario 4 secũdi, ꝙ oẽs superficies existentes in quadrato a e, quas diameter diuidit per mediũ sunt quadratæ. Quatuor aũt superficies quæ sunt a r, m p, p h, & s e, cõstãt ex 43 primi & pria sexti esse adinuicẽ æquales nã duæ postremæ p h & s e, sũt adinuicẽ æquales ex 1 sexti. Quoniã igitur ex præsenti hypothesi & diffinitiõe lineæ scdm qd proponitur diuisæ & prima parte 16 sexti quadratũ c l est æquale supficiei a g ideoq; & gnomoni r f s propter id qd superficies a r est æqualis superficiei p h, & quoniã ex 4 secũdi quadratũ c l est quadruplũ ad quadratum r s quod est tãquã quadratũ lineæ c d, sequitur ex cõmuni scientia quod quadratũ m h

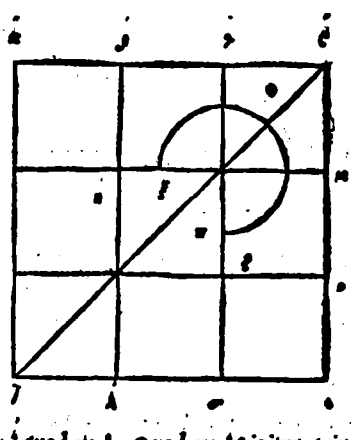


ſit quintuplũ quadrati r ſ. Conſtat enim ex gnomone quadruplo, & r ſ ſimplo. Hoc autem eſt propoſitum. IDEM aliter. Cum ſit linea b c diuiſa per æqualia in puncto d. & addita eſt ei linea a c, erit ex 6 ſecundi quod fit ex a b in a c, cum quadrato c d interiacẽtis, æquale quadrato à d. At quia quod fit ex a b in a c eſt æquale quadrato c b ex prima parte 16 ſexti, hoc autẽ eſt quadruplũ ad quadratũ c d, manifeſte patet ueritas eius quod dicitur. Potes quoq; ſi libet, duplici modo ex conſequente huiusſuũ antecedens concludere proceſſu retrogrado. Sit enim (eadem diſpoſitione manente) quadratũ m h quintuplũ ad quadratum r f, eritq; gnomo r f ſ. æquale quadrato c l. Vtrũq; enim eſt quadruplũ ad quadratum r ſ. At quia ſuperficies a g eſt æqualis gnomoni prædicto, neceſſe eſt ut ſuperficies eadem ſit æqualis quadrato prædicto. Quare ex ſecunda parte 16 ſexti & diffinitione linea a b eſt diuiſa in puncto c ſecundum proportionem habentem medium & duo extrema, & maior portio eius eſt linea c d.

IDEM aliter. Cum ſit ex hypotheſi quadratum lineæ a d quintuplum ad quadratũ lineæ c d, & ex 6 ſecundi idem ipſum quadratum ſit æquale ei quod fit ex a b in a c cum quadrato c d, ſequitur ut id quod fit ex a b in a c cũ quadrato c d, ſit quintuplũ ad idẽ quadratum c d. Ideoq; eo dẽpto, erit reſiduum uidelicet quod fit ex a b in a c, quadruplum ad ipſum. Et quia etiam ex 4. ſecundi quadratum lineæ c b eſt quadruplum ad idem, neceſſe eſt ut quod fit ex a b in a c, ſit æquale quadrato c b. Quare iterũ ex ſecunda parte 16 ſexti & diffinitione, linea a b eſt diuiſa ſecundum proportionẽ habẽtem mediũ & duo extrema in puncto c, & maior portio eſt linea c b.

Eucli. ex Zamb. Theorema 3 Propoſitio 3

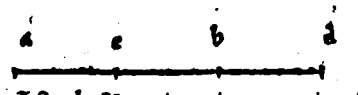
3 Si recta linea media & extrema ratione ſecetur, minus ſegmentum admittens dimidiam maioris ſegmenti, quincuplum poteſt eius quod à media maioris ſegmenti fit quadrati.



THEON ex Zamb. Recta enim quædã linea α ε, media & extrema ratione ſecetur in γ ſigno, ſitq; maius ſegmẽtũ α γ, ſecenturq; (per 10 primi) α γ biſariã in δ. Dico quod ex ε δ, quincuplum poteſt eius q; δ γ. Deſcribatur (per 46 primi) ex α ε, quadratũ α ι, & deſcribatur figura. Et quoniã α γ, dupla eſt ipſius δ γ, quadruplum igitur eſt quod ex α γ eius quod ex δ γ, hoc eſt ρ σ ipſius ζ κ. Et quoniã quod ſub α ε, ε γ, æquum eſt ei quod ex α γ, eſtq; quod ſub α β, ε γ, ipſum γ ι, & quod ex α ζ id quod ρ σ, igitur γ ι ipſi ρ σ, eſt æquale. Quadruplum autem eſt ρ σ, ipſius ζ κ, quadruplũ igitur eſt & γ ι, ipſius ζ κ. Rurſus quoniã æqualis eſt α δ ipſi δ ι, æqualis eſt & θ κ ipſi α ζ. quare & θ κ, ζ. quadratum, æquum eſt ipſi θ λ quadrato, æqualis igitur eſt κ ν ipſi α λ. hoc eſt μ ν ipſi ν ι, quare & μ ζ, ipſi ζ ι eſt æquale. Sed μ ζ, ipſi γ κ eſt æquale, & γ κ igitur, ipſi ζ ι eſt æquale. Commune apponatur γ ι. Igitur ζ ο gnomon, æquus eſt ipſi γ ι. Sed γ ι, quadruplum oſtenſum eſt eſſe ipſius α ζ, & ζ ο π, igitur gnomon, ipſius α ζ, quadruplus eſt. Igitur quadratum δ ν, quincuplum eſt ipſius ζ κ quadrati, eſtq; δ ν id quod ex δ ε, & κ ζ quod ex δ γ. Quod ex δ ε igitur, quincuplum poteſt eius quod ex δ γ. Quod oſtendere oportuit.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 4

4 SI ſecundum proportionem habẽtem medium & duo extrema quælibet linea fuerit diuiſa, eiq; in longum directe tanquã maior ſectio adiiciatur, erit totam lineam inde compoſitam ſecundum proportionem habentem medium & duo extrema diuiſam eſſe, & erit eius maior portio linea prima.



CAMPANVS. Sit linea a b diuiſa qua ſupponitur proportione in puncto c. & ſit eius maior portio c b totiq; a b adiiciatur directe linea b d quæ ſit æqualis c b. Dico quod tota a d eadem proportiõe diuiſa eſt in pũcto b, & maior eius portio eſt linea a b quæ eſt linea prima. Eſt enim ex diffinitione, a b ad b c, ſicut b c ad c a. At quia ex 7 quinti a b ad b d, ſicut ad b c. igitur ex undecima eiuſdẽ a b ad b d, ſicut b c ad c a. quare per conuerſam proportionalitatem b d ad b a ſicut a c ad c b, & coniunctim d a

ad a b,ſicut a b ad b c. Cūq; ſit ex 7 quinti a b ad b c,ſicut ad b d,erit ex undecima eiuſdē d a ad a b,ſicut a b ad b d. Itaq; ex diffinitione linea a d diuiſa eſt in puncto b ſecūdum proportionem habentem mediū & duo extrema,& maior portio eius eſt linea a b. Qd eſt propoſitum. Eodem quoq; modo ſi ex maiori portione cuiuslibet lineæ ſecūdū prædictā proportionē diuiſæ tāquā minor portio detrahatur,erit maior ipſa portio ſecundum eandem proportionem diuiſa,eritq; maior portio eius linea detracta. Verbi gratia a b ſicut proponitur in pūcto c diuiſa,ſitq; maior portio a c,à qua detrahatur c d æqualis c b. Dico quod a c eſt diuiſa ſecundū proportionē eandē in pūcto d,& quod maior portio eius eſt linea d c. Cū enim ſit ex diffinitiōe,b a ad a c,ſicut ac ad c b,at ex 7 quinti a c ad c b ſicut ad c d,erit ex undecima eiuſdē b a ad a c,ſicut a c ad c d. ideoq; per 19 quinti ſicut c b reſiduū ad d a reſiduum. Sed ex ſeptima eiuſdē,c b ad d a,ſicut c d ad a,itaq; a c ad c d,ſicut c d,ad d a. Ex diffinitione ergo cōſtat quod diximus. Nec igitur ea quam auctor proponit additio,nec ea quam ex oppoſito proponimus detractio,quātuncunq; utralibet in prolixum tendat,à proprietate diuiſiōis lineæ primitiuæ diſcordat. Eucli. ex Camp. Propoſitio 5



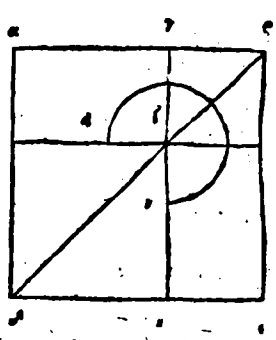
5 Si ſecundum proportionem habentem medium & duo extrema quælibet linea fuerit diuiſa,quod ex tota linea quodq; ex minori portione producitur ambo quadrata pariter accepta, triplū ſunt eius quod ex maiore portiōe quadratū deſcribitur. 2B.4

CAMPANVS. Sit linea a b,diuiſa per ſæpe dictam proportionē in puncto c,ſitq; maior portio eius linea c b. Dico quod quadrata duarū linearū a b & c a pariter accepta,triplum ſunt ad quadratum lineæ c b. Hæc enim duo quadrata pariter accepta,ſunt ex 7 ſecundi quātū quadratum c b,& duplū eius quod fit ex a b in a c. Itēq; quia quod fit ex a b in a c eſt æquale quadrato c b ex diffinitiōe & prima parte 16 ſexti manifeſtum eſt propoſitum. Eucli. ex Zamb. Theorema 4 Propoſitio 4



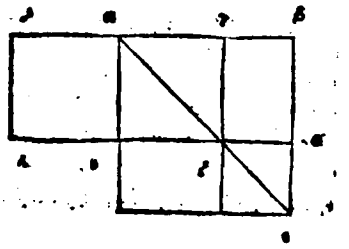
4 Si recta linea extrema mediaq; rōne ſecetur,quod ex tota & q; ex minori ſegmēto utraq; quadrata tripla ſūt eius q; à maiori ſegmēto fit quadratū. Camp.5

THEON ex Zamb. Sit recta linea α β,ſecteturq; extrema & media ratione in γ,ſitq; maius ſegmentū α γ. Dico quod quæ ex α β,β γ,tripla ſunt eius quod ex ipſa α γ, Deſcribatur (per 46 primi) ab ipſa α β quadratū α δ, ε,& deſcribatur figura. Quoniā igitur α ε extrema & media rōne ſecta eſt in γ,& maius ſegmentū eſt α γ,quod igitur ſub α β,β γ,æquū eſt ei quod ex α γ,eſtq; id quod ſub α β,ε γ,id quod α ν,quod autem ex α γ,id quod θ ν, æquum igitur eſt α ν ipſi θ ν. Sed α ξ,ipſi ξ ν,æquū eſt,apponatur cōmune γ ν, totū igitur α ν,toti γ ξ eſt æquale. Igitur γ ξ,α ν,ipſius α ν dupla ſunt. Sed α ν γ ξ,ſunt id quod λ μ ν gnomon,& γ ν quadratum. Igitur λ μ ν gnomon & γ ν quadratum,dupla ſunt ipſius α ν. Sed quod α ν,ipſi θ ν ſit æquale oſtēſum eſt. Igitur λ μ ν gnomon & γ ν quadratum dupla ſunt ipſius θ ν, quare λ μ ν gnomon & γ ν,θ ν,quadrata,tripla ſunt ipſius θ ν,quadrati. Et λ μ ν gnomō & γ ν,θ ν,quadrata,ſunt totū α ν,& γ ν,quæ ſunt ex α β,ε γ,quadrata & ν θ ipſum quod ex α γ,quadratum,quæ igitur ex α ε,ε γ,quadrata,tripla ſunt eius quod ex α γ quadrati. Quod oſtendere oportuit.



Eucli. ex Zamb. Theorema 5 Propoſitio 5.

5 Si recta linea extrema & media ratione ſecetur,apponatur quæ eidem æqualis maiori ſegmento,tota recta linea extrema & media ratiōe ſecatur, & maius ſegmētū eſt ea quæ in principio recta linea. Cap.4



THEON ex Zāb. Recta enim quædā linea α ε extrema & media ratiōe ſecetur in γ ſigno,& ſit maius ſegmentū α γ,& ipſi α γ æqualis ponatur α δ. Dico quod δ ε recta linea extrema & media rōne ſecatur in α,& maius ſegmentū eſt ipſa quæ in principio recta linea α ε. Deſcribatur enim (per 46 primi) ex α β,quadratū α ν,& deſcribatur figura. Quoniā enim α β,extrema & media ratiōe ſecatur in γ,quod ſub α β,ε γ: æquū eſt ei q; ex α γ,eſtq;

γ,estq; quod sub α β,β γ,id quod γ ι,& id quod ex α γ,ipsum γ θ,æquũ igitur est γ ι,ipsi γ ϑ,sed quidem γ ι,æquũ est ϑ ι,ipsi autem γ θ,æquum est δ θ:& δ θ, igitur ipsi ϑ ι est æquale. Commune adijciatur θ δ,totũ igitur δ α,toti α ι est æquale,estq; δ α id quod sub β δ,δ α. æqualis enim est α δ,ipsi δ λ,& α ι,ei quod ex α β:quod igitur sub β δ,δ α æquum est ei quod ex α β. Est igitur sicut δ ζ ad ζ α,sic ζ α ad α δ. Maior autem est δ β,ipsa β α,maior igitur & ζ α, ipsa α δ,ipsa igitur ζ δ,extrema & media ratione secatur in α,& maius segmẽtũ est α β. Quod erat ostendendum.

Quid sit resolutio.

RESOLVTIO, est assumptio quæsiti tanquam concessi per ea quæ sequuntur in uerum aliquod cõcessum.

Quid sit compositio.

COMPOSITIO uero, est assumptio cõcessi per ea quæ sequũtur in quæsiti terminationẽ siue occupationem.

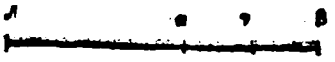
1 RESOLVTIO primi theorematis. Recta enim quædã linea α ζ extrema & media rõne secetur in γ, sitq; maius segmẽtũ α γ, & dimidiũ ipsius α β, æqualis apponatur α δ, Dico q̃ ex γ δ, eius quod ex α δ



quincuplũ est. Quoniã enim q̃ ex γ δ eius quod ex δ α quincuplũ est, at quod ex γ δ est, ea quæ ex γ α, α δ, una cũ eo quod bis sub γ α. α δ, quæ igitur ex γ α, α δ, una cũ eo quod bis sub γ α, α δ, quincuplũ est eius quod ex α δ, diuidẽdo igitur quod ex γ α. una cũ eo quod bis sub γ α, α δ, quadruplũ est eius quod ex α δ. Sed ei quod bis sub γ α, α δ, æquũ est id quod sub γ α, α ζ, dupla enim est β α ipsius α δ. Ei autẽ quod ex α γ, æquũ est quod sub α ζ, ζ γ, ipsa enim α ζ, extrema & media ratiõe secatur, quod igitur sub ζ α, α ζ, una cũ eo quod sub α ζ. ζ γ, quadruplũ est eius quod fit ex α δ. Sed quod ex α ζ, quadruplũ est eius quod fit ex α δ. sed quod sub ζ α, α γ, una cum eo quod sub α β, β γ, est id quod ex α ζ, Quod igitur ex α ζ, eius quod ex α δ quadruplum est, est uero: dupla enim est α ζ ipsius α δ.

COMPOSITIO primi theorematis. Quoniã igitur quod ex β α, eius quod ex α δ quadruplũ est. sed quod ex β α, est id quod sub ζ α, α γ, una cũ eo quod sub α ζ, ζ γ, quod igitur sub ζ α, α γ, una cũ eo quod sub α ζ, ζ γ. quadruplũ est eius quod ex α δ. Sed quod sub ζ α, α γ, æquũ est ei quod bis sub δ α, α γ, quod autẽ sub α ζ, ζ γ, ei est æquũ quod ex α γ, quod igitur ex α γ una cũ eo quod bis sub δ α, α γ, quadruplũ est eius quod ex δ α. Quare quod ex δ α, α γ, una cũ eo quod bis sub δ α, α γ, quintuplum est eius quod ex δ α. Quæ aũt ex δ α, α γ, una cum eo quod bis sub δ α, α γ, est id quod ex γ δ, quod igitur ex γ δ, quincuplũ est eius quod ex δ α. Quod ostendere oportuit.

2 RESOLVTIO secundi theorematis Recta enim quædã linea γ δ, sui ipsius segmẽto δ α, quincuplũ posit, ipsius autẽ δ α, dupla sit α β.



Dico quod α β extrema & media rõne secatur in γ signo, & maius segmentũ est α γ quæ est reliqua pars eius quæ in principio rectæ lineæ. Quoniã enim α β extrema & media ratiõe secatur in γ, & maius segmentũ est α γ. quod igitur sub α β, ζ γ, æquũ est ei quod ex α γ. Est autẽ & quod sub ζ α, α γ, æquum est ei quod bis sub δ α, α γ, dupla enim est ζ α. ipsius α δ. Quod igitur sub α β, ζ γ, una cum eo quod sub ζ α, α γ, quod est id quod ex α ζ, æquũ est ei quod bis sub δ α, α γ, una cũ eo quod ex α γ. Quod autẽ ex α ζ, eius quod ex δ α quadruplũ est: quadruplũ igitur est & quod bis sub δ α, α γ, una cũ eo q̃ ex α γ, eius quod ex α δ. Quare quæ ex δ α, α γ, una cũ eo quod bis sub δ α, α γ, quod est id q̃ ex γ δ quincuplũ sunt eius q̃ ex δ α: sunt uero, propter hypothesin.

COMPOSITIO secũdi theorematis. Quoniã igitur quod ex γ δ quincuplũ est eius quod ex δ α, quod autẽ ex γ δ est id quod ex δ α. α γ, una cũ eo quod bis sub δ α, α γ, quæ igitur ex δ α. α γ, una cũ eo quod bis sub δ α, α γ quincupla sunt eius quod ex δ α, diuidẽdo igitur, quod bis sub δ α, α γ, una cũ eo quod ex γ α, quadruplũ est eius quod ex α δ, est uero & quod ex α ζ quadruplum eius quod ex α δ, quod igitur bis sub δ α, α γ, quod est id quod sub ζ α, α γ semel una cũ eo quod ex α γ, æquum est ei quod ex α ζ. Sed quod ex α ζ, est id quod sub α ζ, ζ γ, una cũ eo quod sub ζ α, α γ, quod igitur sub ζ α, α γ, una cum eo quod ex α γ, & sublato cõmuni, eo quod sub ζ α, α γ, reliquũ igitur quod sub α ζ, ζ γ, æquũ est ei quod ex α γ, Est igitur sicut β α, ad α γ sic α γ ad γ ζ. Maior autẽ est β α, ipsa α γ. maior igitur est & α γ, ipsa γ β. Igitur α ζ, extrema & media ratione secatur in γ, & maius segmentum est α γ. Quod erat ostendendum.

3 RESOLVTIO tertij theorematis. Recta enim quædã linea α ζ,



extrema & media ratione secetur in γ signo, sitq; maius segmentũ α γ, & ipsius α γ, dimidia esto γ δ. Dico quod ex ζ δ ipsius γ δ quincuplum est. Quoniã enim quod ex β δ, eius quod ex γ δ quincuplũ est quod autem ex δ β, est id quod sub α ζ, ζ γ, una cum eo quod ex δ γ, quod igitur sub α β, ζ γ, una cum eo quod ex δ γ. quincuplum est eius quod ex δ γ, diuidendo igitur quod sub α ζ, β γ, quadruplũ est eius quod ex δ γ. Ei aũt quod sub α β, ζ γ, æquũ est id quod ex α γ, ipsa enim α β, extrema & media ratione secatur in γ, quod igitur ex α γ, quadruplũ est eius quod ex δ γ, est uero, ipsa enim α γ est dupla ipsius δ γ.

COMPOSITIO tertij theorematis. Quoniam igitur α γ ipsius δ γ dupla est, quadruplũ est quod ex α γ, eius quod ex δ γ, Sed ei quod ex α γ, æquũ est quod sub α ζ, ζ γ, quod igitur sub α ζ, β γ, eius quod ex δ γ quadruplum est. Cõponendo igitur (per 18 quinti) quod sub α β, ζ γ, una cũ eo quod ex δ γ, quod est id quod ex δ ζ, quincuplũ est eius quod ex δ γ, quod ostendere oportuit.

4 RESOLVTIO quarti theorematis. Recta enim linea α ζ, extrema ac media ratione secetur in γ, & sit maius segmẽtũ α γ. Dico quod



quæ ex α ζ, β γ, tripla sunt eius quod ex α γ. Quoniã enim quæ ex α ζ, β γ, tripla sunt eius quod ex α γ, sed quæ ex α ζ, β γ, sunt id quod bis sub α β, ζ γ, una cũ eo quod ex α γ, quod igitur bis

ſub α ϵ, ϵ γ, una cum eo quod ex α γ, triplum eſt eius quod ex α γ, diuidendo igitur quod bis ſub α ϵ, ϵ γ, eius quod ex α γ duplũ eſt. Quare quod ſemel ſub α β, β γ, æquũ eſt ei quod ex α γ: eſt uero. Ipſa enim α ϵ, extrema & media ratione ſecta eſt in γ.

COMPOSITIO. Quoniã igitur α β, extrema & media rõne in γ, ſecatur maiuſq; ſegmẽtũ eſt α γ, ꝙ igitur ſub α ϵ, ϵ γ, ei eſt æquũ quod ex α γ. ꝙ bis igitur ſub α β, β γ, duplũ eſt eius ꝙ ex α γ. Cõponẽdo (per 18 quinti) ꝙ igitur bis ſub α ϵ, β γ, una cũ eo quod ex α γ, triplũ eſt eius quod ex α γ. Sed quod bis ſub α ϵ, ϵ, γ, una cũ eo quod ex α γ, eſt ea quæ ex α β, ϵ γ, ſunt quadrata. Quæ igitur ex α ϵ, β γ, quadrata, tripla ſunt eius quod ex α γ. Quod oſtendere oportuit.

RESOLVTIO quinti theorematis. Rectã enim quædã linea α ϵ, extrema & media ratiõe ſecetur in γ ſitq; maius ſegmentũ α γ, & ipſi α γ æqualis ponatur α δ. Dico ꝙ δ β, extrema & media rõne ſecatur in α, & maius ſegmẽtũ eſt α ϵ. Quoniã enim δ ϵ extrema & media ratiõe ſecatur in α, & maius ſegmẽtũ eſt α β, eſt igitur ſicut δ ϵ ad ϵ α, ſic ϵ α ad α δ. Aequalis aũt eſt α δ, ipſi α γ. Eſt igitur ſicut δ β ad ϵ α, ſic eſt ϵ α, ad α γ. Cõuertẽdo igitur ſicut ϵ δ ad δ α, ſic α ϵ, ad ϵ γ. diuidẽdo igitur & ſicut ϵ α ad α δ, ſic α γ ad γ β. Aequalis autem eſt α δ, ipſi α γ, eſt igitur ſicut ϵ α ad α γ. ſic α γ ad γ ϵ, eſt uero: ipſa enim α β, extrema & media ratione ſecta eſt in γ.

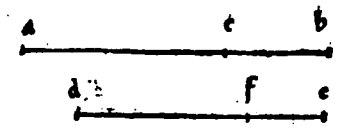


COMPOSITIO Quoniã α ϵ, extrema & media ratione in γ ſecatur, eſt igitur ſicut β α ad α γ, ſic α γ, ad γ β Aequalis autẽ eſt α γ, ipſi α δ, eſt igitur ſicut ϵ α ad α δ, ſic α γ, ad γ ϵ, cõponẽdo (per 18 quinti) ſicut β δ, ad δ α, ſic α β ad ϵ γ. Cõuertẽdo, ſicut δ β ad ϵ α, ſic ϵ α ad α γ. Aequalis autẽ eſt α γ, ipſi α δ, eſt igitur ſicut δ β ad ϵ α, ſic ϵ α, ad α δ. Ipſa igitur δ β, extrema & media ratione ſecatur in α, & maius ſegmentum eſt α β. Quod oſtendere oportuit.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 6

6 OMnis rationalis lineæ ſecundum proportionem habẽtem mediũ & duo extrema diuiſæ, utrãq; portionẽ reſiduum eſſe neceſſe eſt.

CAMPANVS. Sit linea a b ſecundũ ſolitã proportionẽ diuiſa in pũcto c, rationalis, dico quod utraq; portio eius eſt reſiduum. Sit enim maior eius portio a c, cui directe adiũgatur a d æqualis dimidio totius a b, eritq; etiã d a rationalis ex 6 decimi libri & diffinitione. Cõſtat autẽ ex prima huius, quod quadratũ lineæ d c, quintuplũ eſt ad quadrãtũ lineæ d a. Igitur linea d c, eſt cõmunicãs lineæ d a in potẽtia ex diffinitione, ſed nõ in lõgitudine ex ultima parte 7 decimi, quare per 68 decimi linea a c eſt reſiduũ, cũ duæ lineæ c d & d a ſint ambæ rõnales potentialiter tantũ cõicantes. Et quia iterũ ſi ad lineã rationalẽ a b adiũgatur ſuperficies æqualis quadrato lineæ a c quæ eſt reſiduũ, erit latus eius ſecũdũ linea c b ex prima parte 16 ſexti, neceſſe eſt ex 52 decimi ut linea c b ſit reſiduũ primũ, quare cõſtat propoſitũ. Amplius autẽ ſi lineæ ſic diuiſæ ut proponitur maior portio fuerit ratiõalis, erit minor reſiduũ. Verbi gratia, ſit ut prius, a b diuiſa in c, ſecũdũ dictã proportionẽ, & maior eius portio quæ eſt a c, ſit rationalis, quæ diuidatur per æqualia in d, eritq; ex tertia huius quadratum d b, quintuplũ ad quadratũ d c. At quia d c eſt ratiõalis cum ipſa ſit dimidiũ a c, ſequitur ut duæ lineæ d b & d c ſint ratiõales potẽtialiter tantũ cõicãtes. Quare ut prius, linea & b eſt reſiduũ. At uero ſi linea rationalis in potẽtia tantũ ſecũ dũ proportionẽ habentẽ mediũ & duo extrema diuidatur, adhuc neceſſe eſt ut utraq; portio eius ſit reſiduũ. Sit enim a b rõnalis in potẽtia tantũ diuiſa ſicut ꝓponitur in pũcto c, & ſumatur alia rõnalis in lõgitudine quæ ſit d e, quæ etiã diuidatur in f ſecundũ prædictã proportionẽ, manifeſtũ eſt igitur ex 2 quartidecimi quæ ſine adminiculo alicuius eorũ quæ ſequũtur, incõcuſſa demonſtratiõe robora tur ꝙ proportio a b ad d e, eſt ſicut a c ad d f, & ſicut c b ad f e. Cũ ergo a b cõmunicet cũ d e in potẽtia, ſequitur ex prima parte 10 decimi ꝙ a c cõicet cũ d f, & c b tũ f e. in potentia. Et quia utraq; portio lineæ d e eſt reſiduũ, ut patet ex prædictis, ſequitur ex 98 decimi ut utraq; portio lineæ a b ſit etiam reſiduũ, ſed nõ eiuſdẽ ſpeciei, ut ibidẽ demonſtratum eſt. Quare cõſtat, quod omnis lineæ rationalis in lõgitudine uel in potẽtia tantũ, ſecundũ proportionẽ habentẽ mediũ & duo extrema diuiſæ utraq; portio eſt reſiduũ.



CAMPANI annotatio. Et nota, quod prima pars præſentis demõſtrationis qua demonſtratur quod maior portio lineæ diuiſæ ſecũdũ proportionẽ habentẽ medium & duo extrema ſit reſiduũ, ſi tota linea ſit rationalis, procedit ex ſufficientibus ſiue tota linea ponatur ratiõalis in lõgitudine, ſiue in potẽtia tãtũ. Secũda uero pars qua demonſtratur hoc de minori portione quod ipſa quoq; ſit reſiduum ſi tota eſt rationalis, nõ procedit ex ſufficiẽtibus, niſi tota ſit rationalis in longitudine. Tertia autẽ pars qua probatur quod minor portio eſt reſiduũ, ſufficienter procedit, ſiue maior portio ſit ratiõalis

in lon

in longitudine ſiue in potẽtia tantũ. Ad concludẽdũ igitur de maiori portiõne lineæ prædicto modo diuiſæ quod ipſa ſit reſiduũ, ſufficit ponere totã lineã diuiſam eſſe rationalem in potẽtia tantũ, ſed ad concludendũ quoq; hoc de minori portione mediãte maiore, ſufficit ponere portionẽ maiorẽ ſimiliter rationẽ in potẽtia tantũ: ad cõcludendũ autẽ hoc de minori portione mediãte tota, neceſſe eſt ponere totam lineã eſſe rationalẽ in longitudine, aut utendũ eſt 2 quartidecimi quemadmodum dictum eſt.

Eucli. ex Zamb. Theorema 6 Propoſitio 6

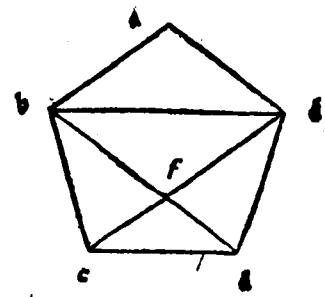
6 **Si recta linea rationalis, extrema & media ratione ſecta fuerit, utrunquẽ ſegmentorum irrationalis eſt ea quæ appellatur apotome.**

THEON ex Zãb. Sit recta linea ratiõalis α β, ſecetuŕq; extrema & media ratiõe in γ, ſitq; maius ſegmentũ α γ. Dico q̃ utraq; ipſarũ α γ, γ β, irrõnalis eſt ea quæ appellatur apotome. Extẽdatur enim α β, & ponatur ipſius β α. dimidia α δ. Quoniã igitur recta linea α ε, extrema & media rõne ſecatur in γ, maioriq; ſegmẽto α γ apponitur α δ dimidia exiſtẽs ipſius α β, q̃ igitur ex γ δ, eius quod ex δ α quincuplũ eſt (per 1 decimitertij.) Quod ex γ δ igitur, ad id quod ex δ α, rationem habet quam numerus ad numerum. Quod igitur ex γ δ, ei quod ex δ α, commẽſurabile eſt. Quod aũt ex δ α, rõnale eſt, ipſa enim δ α, rõnalis eſt, dimidiũ exiſtẽs ipſius α ε rationalis exiſtentis. Rõnale igitur eſt & q̃ ex γ δ, rationalis igitur & γ δ. Et quoniã q̃ ad id quod ex δ α rõnẽ non habet quam quadratus numerus ad quadratũ numerũ, incõmẽſurabilis igitur eſt γ δ ipſi δ α lõgitudine. Ipſæ igitur γ δ, δ α, rationales ſunt potẽtia tantũ cõmẽſurabiles. Igitur α γ, apotome eſt. Rurſus quoniã α β extrema & media ratione ſecatur, & maius ſegmentũ eſt α γ, igitur quod ſub α ε, ε γ ei quod ex α γ æquũ eſt. Igitur ex α apotome ad α β rationalẽ cõparatã latitudinẽ primã efficit ε γ, quod ex apotome uerb ad rationalẽ cõparatã latitudinẽ primam efficit apotomen. Igitur γ ε, prima eſt apotome (per 97 decimi.) Oſtenſum autẽ eſt, quod & α γ apotome eſt. Si recta igitur linea, & quæ ſequũtur reliqua quod oportuit oſtendere. Eucl. ex Camp. Propoſitio 7



7 **Si quis pentagonus tres æquos angulos habens, fuerit æquilaterus, æquiangulus quoque idem pentagonus eſſe probatur.**

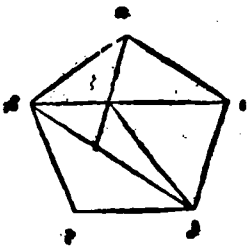
CAMPA. Sit pẽtagonus a b c d e. æquilaterus, ſintq; quilibet tres eius anguli, ſiue cõtinuẽ ſiue incõtinue ſumãtur, adinuicẽ æquales, & ſint prius incõtinue ſumpti, ſintq; anguli a, c, d. illi tres qui ponũtur adinuicẽ æquales. Dico totũ pentagonum eſſe æquiangulũ. His angulis ſubtendantur chordæ b e b d, & e c, & totus pentagonus diuidatur in trigonũ, & quadrilaterum cuiusduæ diagonales ſint chordæ duorũ proximorũ æqualiũ angulorum ſecantes ſe intra quadrilaterũ ipſum in puncto f, eritq; per 4 primi baſis b e æqualis baſi b d, & angulus a e b æqualis angulo c d b. Cũq; per 5 primi angulus b e d ſit æqualis angulo b d e. eo quod duo latera b e & b d ſunt æqualia, erit ex cõmuni ſcientia totalis angulus e æqualis totali angulo d. Similiter, pbabis, totalẽ angulũ b eſſe æqualẽ angulo totali c, eſt enim p 4 primi baſis b e æqualis baſi c e, & angulus a b e æqualis angulo d c e, per quintã autẽ eiuſdẽ ſcilicet primi eſt angulus e b c æqualis angulo e c b, igitur ex cõmuni ſcientia totalis angulus b, eſt æqualis totali angulo c. Sintq; itaq; tres anguli b, c, d, cõtinue ſumpti, æquales: & ſic quoq; erit pẽtagonus æquiangulus. Erit enim ex 4 primi baſis b d æqualis baſi c e, & angulus c b d angulo d e c, & angulus b d c angulo e c d, quare per 5 primi duæ lineæ c f & f d erũt æquales, cum duo anguli trianguli f c d qui ſunt ad baſin c d, ſint æquales. igitur ex cõmuni ſciẽtia erit linea f b, æqualis lineæ f e, erat enim tota b d, æqualis toti c e, ideoq; per 5 primi erit angulus f b e æqualis angulo f e b. Per eandẽ autẽ eſt angulus a b e, æqualis angulo a e b. Itaq; per cõmunẽ ſcientiã angulus b totalis, eſt æqualis angulo e totali. tres enim partiales anguli cõponentes unũ, ſunt æquales tribus partialibus cõponentibus aliũ, unuſquiſq; ſuo relatiuo. Manifeſtum eſt igitur, quod tres anguli e, b, c, non continue ſumpti in propoſito pentagono ſunt æquales. Cũ autem ſic: demonſtratũ eſt totũ pẽtagonũ eſſe æquiangulũ, utrolibet ergo modo cõſtat propoſitũ. Eucli. ex Zamb. Theorema 7 Propoſitio 7



7 **Si quinquanguli æquilateri tres anguli ordinatim, aut non ordinatim, æquales fuerint, æquiangulum erit ipſum quinquangulum.**

THEON ex Zamb. Quinquãguli æquilateri α β γ δ ε, tres anguli prius ordinatim qui ad a, ε, γ, ſigna, inuicem ſint æquales. Dico quod quinquangulũ α ε γ δ ε, æquiangulũ eſt. Cõnectantur enim â γ, ε ε, & δ ε. Et quoniã bina α γ ε, ε α, duabus ε α, α ε, ſunt æquales altera alteri, & angulus qui ſub γ ε α ei qui ſub ε α γ eſt æqualis, baſis igitur α γ, (per 4

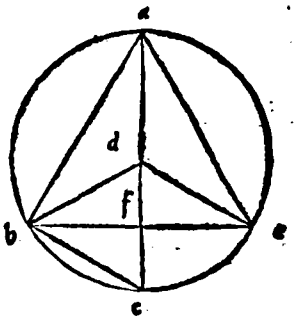
primi) baſi β ε eſt æqualis, & triãgulũ α ζ γ, triãgulo α ζ ε, eſt æquale, & reliqui anguli reliquis angulis æquales erũt ſub quibus æqualia latera ſubtenduntur, qui ſub ζ γ α ei qui ſub β γ α, qui autẽ ſub α ζ ε, ei qui ſub γ α ζ. Quare & latus α ζ, ipſi β ζ lateri eſt æquale, patuit autẽ quod & tota α γ, toti ζ ε eſt æqualis & reliqua igitur ζ γ, reliquæ ζ ε eſt æqualis. Eſt autẽ & γ δ, ipſi δ ε æqualis. Binæ iã ζ γ, γ δ, duabus ζ ε, ε δ, ſunt æquales, & cõmunis ipſorũ baſis, eſt ζ δ. Angulus igitur qui ſub ζ γ δ, angulo qui ſub ζ ε δ eſt æqualis. Patuit autẽ quod & qui ſub ζ γ α, ei qui ſub α ε β, eſt æqualis, totus igitur qui ſub β γ δ, toti qui ſub α ε δ eſt æqualis. Sed qui ſub β γ δ, æqualis ſupponitur eis qui ad α, ζ & qui ſub α ε δ, igitur, eis qui ad α, ζ, angulis eſt æqualis. Similiter iam oſtẽdemus, quod & qui ſub γ δ ε angulus, eis eſt æquus qui ad α, ζ, angulis. Aequiangulũ igitur eſt, α ζ γ δ ε quinquangulũ. Sed iam nõ ſint æquales ordinatim ipſi anguli, ſed ſint æquales qui ad α, γ δ, ſigna. Dico q̃ & ſic quinquangulũ α ζ γ δ ε æquiangulum eſt. Cõnectãtur enim β, δ. Et quoniã binæ ζ α, α ε, duabus ζ γ, γ δ, ſunt æquales, & æquos cõprehendunt angulos, baſis igitur β ε (per 4 primi) baſi ζ δ, eſt æqualis, & triãgulũ α ζ ε, triãgulo ζ δ γ, eſt æquale, & reliqui anguli reliquis angulis erunt æquales, ſub quibus æqualia latera ſubtendũtur. Aequalis igitur eſt angulus qui ſub α ε β, ei qui ſub γ δ β. Eſt autem & qui ſub β ε δ angulus, ei qui ſub β δ ε æqualis, quoniam & latus β ε, lateri ζ δ eſt æquale. Totus igitur qui ſub α ε δ angulus, toti qui ſub γ δ ε eſt æqualis. Sed qui ſub γ δ ε, eis qui ad α, γ, angulis ſupponitur æquus, & angulus igitur qui ſub α ε δ, eis eſt æquus qui ad α γ. Iam id propterea & qui ſub α ζ γ, æqualis eis qui ad α γ δ, angulis. Aequiangulum igitur eſt, & ipſum α β γ δ ε quinquangulum. Quod oſtendere oportuit.



Eucli. ex Camp. Propoſitio 8

8 OMnis trianguli æquilateri quod à latere ſuo quadratum, deſcribitur, triplum eſt quadrato dimidiæ diametri circuli à quo triãgulus ipſe circunſcribitur. 12. 4

CAMPANVS. Sit triangulus a b c æquilaterus, cui circũſcribatur circulus a b c ſupra centrum d, quemadmodum docet 5 quarti, & protrahatur in eo diameter a d e. Dico ergo q̃d quadratũ lineæ a b triplũ eſt ad quadratũ ſemidiametri a d. Ducantur enim duæ lineæ b d & d c, & arcui b e, ſubtẽdatur chorda b e, eritq; ex 5 primi angulus b a d, æqualis angulo c a d, quare per ultimã ſexti arcus b e, eſt æqualis arcui e c. Et quia ex 17 tertij tres arcus a b, b c, & c a, ſunt adinuicẽ æquales, eo quod eorũ chordæ quæ ſunt latera trigoni, ſunt æquales ex hypotheſi, erit arcus b e ſexta pars circũferentiæ, ideoq; chorda b e, erit latus hexagoni æquilateri ipſi circulo inſcripti. quare per correlarium 15 quarti, linea b e, eſt æqualis ſemidiametro a d. Manifeſtum eſt autem ex prima parte 30 tertij, quod angulus a b e eſt rectus, ideoq; quadratũ lineæ a e, eſt æquale quadratis duarũ linearũ a b & b e pariter acceptis. ex penultima primi. At uero quadratũ a e, quadruplũ eſt ad quadratum b e ex 4 ſecũdi, cũ linea a e ſit dupla b e, relinquitur ergo, quadratũ a b triplũ eſſe ad quadratũ b e, & ideo ad quadratũ a d. Quod eſt propoſitũ. Non lateat autem nos, quod linea b c quæ eſt latus trigoni diuidat ſemidiametrum d e, per æqualia. Eſto quidẽ punctus diuiſionis, f. Conſtat igitur ex 4 primi, quod b f eſt æqualis f c, ideoq; per primã partẽ 3 tertij, oẽs anguli qui ſunt ad f, ſunt recti, quare ex penultima primi quadratũ b d, eſt æquale quadratis duarũ linearũ quæ ſunt b f & f e. Et quia b d eſt æqualis b e. erũt ex cõi ſcientia duo quadrata duarũ linearũ b f & f d pariter accepta æqualia duobus quadratis duarũ linearũ b f & f e pariter acceptis. Dempto igitur utrinq; quadrato b f, erit ex cõi ſciẽtia quadratum f d reſiduum, æquale quadrato f e reſiduo, quare & linea f d, lineæ f e, ex hac cõmuni ſcientia. quarum quadratũ ſunt æqualia eas lineas eſſe æquales. Ex hoc itaq; manifeſtum eſt, quod perpendicularis ducta à cẽtro circuli ad latus trigoni æquilateri ſibi inſcripti, æqualis eſt dimidio lineæ ductæ à centro eiuſdem circuli ad ipſius circunferentiam.



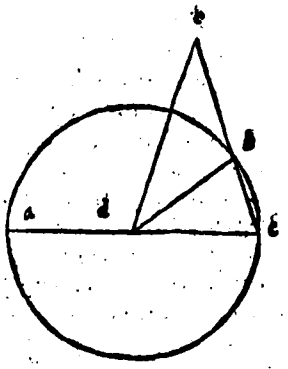
Eucli. exC amp. Propoſitio 9

9 SI latus hexagoni æquilateri, latusq; decagoni æquilateri, quos ambos unus ideq; circulus circũſcribit, ſibi inuicẽ in longũ directũq; 10. 4

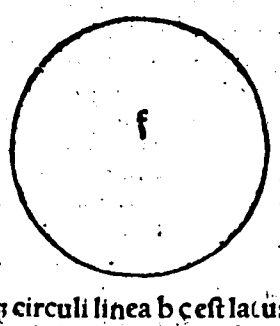
conius

cõiungantur, tota linea ex eis compoſita ſecundum proportionem habẽ
tem mediũ & duo extrema diuiſa erit, maiorq; eius portio latus hexagoni.

CAMP. Sit circulus a b c, cuius cẽtrum d, & diameter a d c, ſitq; arcus c b quinta pars arcus ſemicirculi a b c. cui ſubtendatur chorda c b, quam conſtat eſſe latus decagoni æquilateri, ppoſito circulo inſcripti, adiungaturq; lineæ c b in continuũ & directũ linea b e, quæ ponatur eſſe æqualis lateri hexagoni æquilateri prædicto circulo inſcripti. Dico totam lineam c e, diuiſam eſſe in puncto b ſecundum proportionẽ habẽtem mediũ & duo extrema, & maiorẽ eius portionẽ dico eſſe lineã b e quæ eſt latus hexagoni. Ducantur enim in centrũ, duæ lineæ e d & b d, eritq; angulus e æqualis angulo b d e ex 5 primi, propter hoc quod linea e b eſt æqualis lineæ b d ex correlario 15 quarti, angulus quoq; d b c, eſt æqualis angulo c ex 5 primi, quare ex 32 primi angulus a d b, erit duplus ad angulũ d b c. Et qa per eandẽ angulus d b c eſt duplus ad angulũ e, ſequitur ut angulus a d b ſit quadruplus ad angulũ e, eſt enim ex cõi ſcientia quadruplum, quicqd fuerit duplũ dupli. Cũq; ſit etiã idẽ angulus a d b quadruplus ad angulũ b d c ex ultima ſexti, eo quod arcus a b eſt quadruplus ad arcũ b c, neceſſe eſt ex cõi ſcientia ut angulus e ſit æqualis angulo b d c. Si igitur intelligãtur duo trianguli, d e c totalis, & b d c partialis, cũ angulus e totalis triãguli ſit æqualis angulo b d c partialis, & angulus c ſit cõis utriuſq; neceſſe eſt ex 32 primi ut ipſi ſint æquianguli, quare per 4 ſexti proportio duorũ laterũ e c & c d cõtinẽtiũ angulũ c in totali triangulo, eſt ſicut duorũ laterũ d c & c b cõtinentiũ eundẽ angulũ in partiali triangulo. Quia ergo proportio e c ad c d eſt ſicut ad e b ex ſecunda parte 7 quinti, & d c ad c b eſt ſicut e b ad eandẽ ex prima parte eiuſdẽ, ſequitur ex 11 quinti ut ſit proportio c e ad e b, ſicut e b ad b c. Igitur à diffinitione cõclude propoſitum, lineã e c eſſe diuiſam ſecũdum proportionem habentem medium & duo extrema, & maiorem portionem eius eſſe latus hexagoni. Quod oportuit nos demonſtrare.



CAMPANVS Conuerſam quoq; demõſtrare cõuenit, quod facile fiet, uia retrograda, eã enim aſſumit Ptolomæus capitulo 9 primæ dictiõis Almageſti, ad demõſtrãdũ quãtitatẽ chordarũ arcuũ circuli. Dico itaq; q; ſi linea quælibet ſecũdũ proportionẽ habentẽ mediũ & duo extrema diuidatur, cuius circuli maior portio fuerit latus hexagoni, eiuſdẽ minor erit latus decagoni, at uero cuius minor erit latus decagoni, eiuſdẽ maior erit latus hexagoni. Sit enim (priori diſpoſitiõe manente) linea e c diuiſa in pũcto b ſecũdm prædictã proportionẽ, & maior eius portio ſit e b, dico q; cuiuſcũq; circuli linea e b eſt latus hexagoni. eiuſdẽ eſt linea b c latus decagoni, & cuiuſcũq; circuli linea b c eſt latus decagoni, eiuſdẽ eſt linea e b latus hexagoni. Intelligo autẽ hoc de hexagonis & decagonis æqlateris. Si enim ſit e b latus hexagoni circulo a b c inſcripti, erit p correlariũ 15 quarti e b æqualis d c. Et qa proportio c e ad e b eſt ſicut e b ad b c ex hypotheſi, erit ex 7 quinti c e ad d c, ſicut d c ad c b. Igitur ex 4 ſexti duo triãguli e d c & d c b, ſunt æquianguli: angulus ergo e, eſt æqualis angulo b d c, ipſos enim latera ꝓportionalia reſpiciũt. Cũq; ſit angulus a d b quadruplus ad angulũ e ex 32 primi bis aſſumpta. & quinta eiuſdem bis, ſequitur ut etiã idẽ angulus a d b ſit quadruplus ad angulũ b d c. Ideoq; ex ultima ſexti, arcus a b, quadruplus eſt ad arcũ b c. Linea igitur b c, eſt latus decagoni circulo a b c inſcripti. Qd ſi linea b c fuerit latus decagoni circuli a b c, erit e b latus hexagoni eiuſdẽ. Sit enim e b latus hexagoni circuli f, eritq; ex prædictis, b c, latus decagoni eiuſdẽ. Intelligantur igitur inſcripti eſſe decagoni æquilateri duobus circulis a b c & f, quorũ omnia latera erũt æqualia lineæ b c. Et quia omnis figura æquilatera circulo inſcripta eſt æquiãgula ut probatũ eſt in 15 quarti libri, ſeqtur utroſq; decagonos eſſe æquiangulos. Cũq; oẽs anguli unius pariter accepti ſint æquales oĩbus angulis alterius pariter acceptis, ſicut euidẽter apparet ex demõſtratis in 32 primi, neceſſe eſt ex hac cõi ſciẽtia (quorũlibet æqualiũ decimas aut quotaslibet partes eiuſdẽ denominatiõis, eſſe æquales) ut unus horũ decagonorũ ſit æquiangulus alij, ideoq; ſimilis ex diffinitiõe ſimiliũ ſuperficierũ. Et qa ſi duæ figuræ ſimiles duob9 circulis inſcribãtur, erit ꝓportio



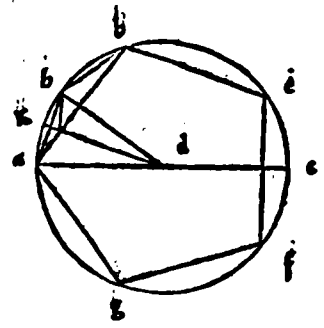
duæ

duorum relatiuorum laterum illarum figurarum ſicut duarum diametrorum illorū circulorum, ut apparet ex correlario 15 ſexti libri & 1 duodecimi, cum latera decagonorum ſimilium inſcriptorum duobus circulis a b c & f, ſint æqualia, ſequitur ut diametri eorum ſint æquales. ideoq; & ſemidiametri etiam æquales. Sūt autem ſemidiametri & latus hexagoni, æqualia ex correlario 15 quarti. Erit ergo linea e b latus hexagoni circulo a b c inſcripti ſicut ipſa eſt latus hexagoni circuli f ſibi æqualis. Hoc autem eſt, quod demonſtrare uoluimus. Ex hac autem nona huius decimitertij noueris ortam eſſe 10 quarti libri, quæ duum æqualium laterum proponit trigonum deſcribēdum, cuius uterque duorum angulorum quos baſis obtinet, ad tertiū duplus exiſtat, talis enim eſt uterque triangulorum e d c & d c b, & ſimpliciter omnis, cuius duo latera ſunt æqualia maiori portioni alicuius lineæ diuiſe ſcd'm proportionem habentem medium duoq; extrema & tertium quod eſt baſis eſt æquale minori portioni lineæ eiusdem, uel cuius duo latera ſunt æqualia lateri hexagoni æquilateri alicui in circulo inſcripti, baſis uero eſt æqualis lateri decagoni æquilateri eidem circulo inſcripti. Quod eſt propoſitum.

Euclid. ex Camp. Propoſitio 10.

10 OMne latus pentagoni æquilateri tanto potentius eſt latere hexagoni æquilateri quantum poteſt latus decagoni æquilateri, ſi ſint in eodem circulo ambo inſcripti.

CAMP. Sit circulus a b c, cuius centrū d, & diameter a d c, inſcribaturq; ei pētagonus æquilaterus, qui ſit a b e f g, & à centro d protrahatur perpendicularis ad latus a b, quæ producatur uſquequo obuiet circunferentiæ in puncto h. ſitque d h, & protrahātur duæ chordæ a h & h b, quæ erunt æquales adinuicem ex ſecūda parte 3 tertij & 4 primi, ideoq; etiā duo arcus a h & h b, æquales adinuicē ex 27 tertij. Eſt igitur utraque duarū chordarū a h & h b, latus decagoni æquilateri propoſito circulo inſcripti. Dico itaq; quod quadratū lineæ a b quæ eſt latus pentagoni, eſt æquale duobus quadratis duarum linearū b d & a h pariter acceptis, quarū prima eſt æqualis lateri hexagoni ex correlario 15 quarti, & ſecunda eſt latus decagoni, protrahatur enim à centro d, perpendicularis à linea a h quæ eſt latus decagoni, quæ producatur uſque ad circunferentiam, ſitq; d k quæ ſecet lineam a b quæ eſt latus pentagoni in puncto l, & protrahatur linea h l. Conſtat autem ex ſecunda parte 3 tertij & 4 primi & 27 tertij, quod linea d k quæ eſt perpendicularis ad chordā a h, ſimul diuidit per æqualia chordam & arcum, ideoq; arcus a k eſt æqualis arcui k h quare ex ultima ſexti angulus a d l, eſt æqualis angulo l d h, ideoq; ex 4 primi baſis a l, baſi l h, igitur ex 5 primi angulus l a h, æqualis eſt angulo l h a. cūq; etiā ſit ex eadē angul. h a b æqualis angulo h b a, ſequitur ut angulus l h a ſit æqualis angulo h b a ergo ex trigeſimaſecunda primi duo triāguli b a h & a h l, ſunt æquiāguli, eſt enim angulus b, maioris, æqualis angulo h, minoris, & angulus a, communis eſt utriq; Itaq; p 4 ſexti ꝓportio b a ad a h, eſt ſicut a h ad l a: quare ex prima parte 16 ſexti quod prouenit ex b a in a l, eſt æquale quadrato lineæ a h quæ eſt latus decagoni. Cū ſit autem ſemicirculus a e c æqualis ſemicirculo a f c, & arcus a e arcui a f erit arcus e c reſiduus æqualis arcui f reſiduo, quare arcus e c, eſt medietas arcus e f, ideoq; æqualis arcui a h, & duplus ad arcū h k. Et quia arcus e b eſt duplus ad arcū b h, erit ex 15 quinti totꝰ arcus c e b duplus ad totum arcum b h k. ideoq; ex ultima ſexti angulus c d b, eſt duplus ad angulum b d l Cumq; ettam angulus c d b duplus ſit ad angulum b a d ex 32 & 5 primi, ſunt enim duo latera d a & d b æqualia, erit angulus b d l æqualis angulo b a d. Itaq; per 32 primi erit triangulus b d l, æquiangulus triangulo b a d, eſt enim angulus d, minoris, æqualis angulo a, maioris, & angulus b eſt communis utriq;, ergo per 4 ſexti proportio a b ad b d, eſt ſicut b d ad l b, quare per primā partem 16 ſexti quod prouenit ex a b in b l, eſt æquale quadrato d b. At uero probatum eſt priùs, quod illud quod prouenit ex a b in l a eſt æquale quadrato a h. Itaq; quod prouenit ex a b in a l & in l b, eſt æquale duobus quadratis duarū linearū a h & b d. Et quia ex ſecunda ſecundi quod prouenit ex



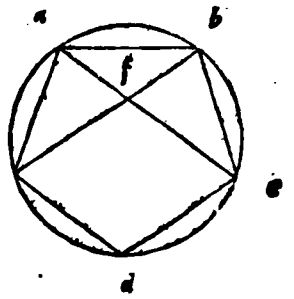
a b in

a b in l a & in l b eſt æquale quadrato lineæ a b: eſt autem linea a b latus pentagoni æquilateri ꝓpoſito circulo inſcripti, linea uero a h eſt latus decagoni æquilateri, & linea b eſt ex correlario 15 quarti æqualis lateris hexagoni æquilateri propoſito circulo inſcriptorum, inconcuſſa demonſtratione aſtruitur hoc quod dicitur.

Eucli. ex Camp. *Propoſitio* 11

11 SI duobus propinquis angulis pentagoni æquilateri intra circulum deſcripti, à terminis ſuorum laterum duæ rectæ lineæ ſubtẽ dãtur, utraq; alterã ſecundum proportionem habentẽ mediũ duoq; extrema ſecabit, maiorq; ipſius portio lateri ipſius pentagoni æqualis erit.

CAMPANVS. Sit pentagonus æquilaterus a b c d e, inſcriptus circulo eiſdẽ literis ſignato, & duobus eius propinquis angulis qui ſunt a & b, ſubtẽdãtur duæ rectæ lineæ a c & c b e, ſecantes ſe inuicem in puncto f. Dico itaque utrãque harũ eſſe diuiſam in pũcto f, ſecundũ proportionẽ habentẽ mediũ duoq; extrema, & q̃ maior portio utriuſq; eſt æqualis lateri pentagoni. Manifeſtũ eſt enim ex 27 tertij, q̃ quinq; arcus circuli pentagonũ propoſitũ circunſcribẽtis, quorũ latera ipſius pẽtagoni ſunt chordæ, ſũt adinuicẽ æquales, ideoq; ex ultima 6 quatuor anguli a e b, a b e, b a c, & b c a, ſunt adinuicẽ æquales, nã arcus a b a e, & b c, ſunt adinuicẽ æquales. Cumq; ſit arcus c d e duplus ad arcũ b c, erit quoq; ex ultima ſexti angulus c a e duplus ad angulũ c a b. At uero ex 27 primi angulus a f e, duplus eſt ad angulũ f a b. Igitur angulꝰ a f e, eſt æqualis angulo f a e, quare per 6 primi linea a e, eſt æqualis lineæ f e. Sunt autem duo triãguli a b e & a f b, æquiangu-



li, per ea quæ dicta ſunt & per 32 primi, eſt enim angulus e, maioris, æqualis angulo a minoris, & angulus b, cõis utriq;, igitur per 4 ſexti proportio e b ad b a, ſicut b a ad f b, Cũq; ſit e f, æqualis a b, eo quod ipſa (ut probatũ) eſt æqualis a e, ſequitur ex 7 quinti ut ſit ꝓportio b e ad e f, ſicut e f ad f b. Quare ꝑ diffinitionem linea e b eſt diuiſa ſecũdm ꝓportionẽ habentẽ mediũ duoq; extrema, & eius maior portio eſt æqualis lateri ipſius pentagoni. Si autẽ hoc eſt uerũ de linea e b erit quoq; ex 7 quinti & quinta eiuſdẽ & diffinitione idẽ uerũ de linea a c: nã tota b e eſt æqualis toti a c ex 4 primi, & portiones portionibus ex 6 primi & cõi ſcientia, portiões enim a f & b f, ſunt æquales ex 6 primi, ideoq; f e & f c reſiduæ, erũt adinuicẽ æquales ex cõceptiõe. Vel potes ſi libet & facilius, de linea a c demonſtrare propoſitum, negociando circa ipſum, ut prius circa lineã e b.

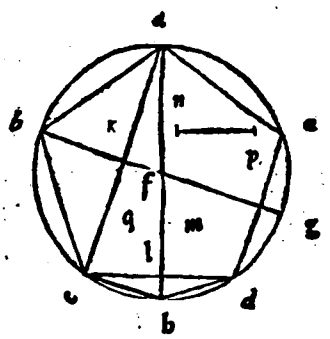
Eucli. ex Camp. *Propoſitio* 12

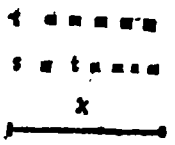
12 SI circuli pentagonum æquilaterum circũſcribentis, diameter fuerit rationalis, eius latus pentagoni erit linea irrationalis, ea ſcilicet quæ dicitur minor.

CAMPANVS Sit pentagonus æquilaterus a b c d e inſcriptus circulo eiſdem literis aſcripto, cuius centrum f, & duæ diametri b g & a h, ſitq; utraque harum diametrorum linea rationis in longitudine. Dico tunc quod latus pentagoni inſcripti, erit linea irrationalis, illa uidelicet quæ dicitur minor. Protrahatur enim linea a c, quæ ſecet diametrum b, in puncto K, eritq; ex ultima ſexti & 4 primi linea a c, diuiſa à diametro b g orthogonaliter & per æqualia in puncto K, quia cum ſemicirculus b a g ſit æqualis ſemicirculo b c g, & arcus b a arcui b c, ſicut conſtat ex 27 tertij, erit arcus a g reſiduus, æqualis arcui c g reſiduo, ideóque ex ultima ſexti angulus a b g, æqualis etiam anguo c b g. Cum itaque duo latera a b & b K trianguli a b K ſint æqualia duobus lateribus c b & b K trianguli c b K, & angulus b unius angulo b alterius, erit ex 4 primi baſis a K æqualis baſi k c. & omnes anguli qui ſunt e d K, ſunt recti ex prima parte 3 tertij. Diameter autem a h, ſecet latus pentagoni c d, in puncto l. Eritque linea c d diuiſa à diametro a h orthogonaliter, & per æqualia in puncto l. Cum enim ſint duo arcus a d, h & a c h æquales, & arcus a c, ſit æqualis arcui a d, erunt duo reſidui ſemicirculorum

qui

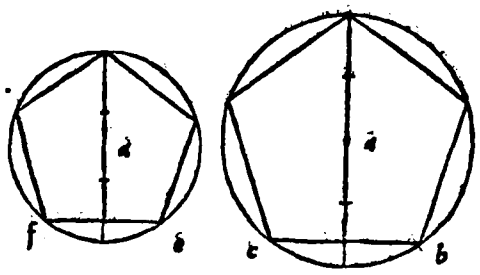
qui ſunt c h & d h, æquales, quibus ſi ſubtendantur duæ chordæ quæ ſunt c h & d h, ipſæ quoq; ex 11 tertij erũt æquales. Et quia arcus a c eſt æqualis arcui a d, erit ex ultima ſexti angulus c h l æqualis angulo d h l, ideoq; per 4 primi baſis c l eſt æqualis baſi d l, & omnes anguli qui ſunt ad l, recti ex prima parte 3 tertij, itaque duo trianguli a c l & a f k ſunt æquiãguli ex 11 primi. Eſt enim angulus l, maioris, æqualis angulo k, minoris, eo quod uterq; eſt rectus, & angulus a eſt communis utriq;, quare 4 ſexti proportio l c ad c a, eſt ſicut k f ad f a. Sumatur igitur ex diametro b g, linea f m æqualis quartæ parti ſemidiametri, eritq; per æquã proportionalitatẽ proportio c l ad quartã partem lineæ a c quæ ſit c q, ſicut k f ad quartã partẽ lineæ f a quæ eſt f m. Et quia per 15 quinti, proportio c d ad c k eſt ſicut c l ad c q (ſic enim eſt duplũ ad duplũ ſicut ſimplũ ad ſimplũ) erit per 11 quinti d c ad c k, ſicut k f ad f m, & cõiũctim lineæ cõſtãtis ex d c & c k, ad k c, ſicut k m ad m f, & ideo per primã partẽ 11 ſexti proportio quadrati lineæ cõpoſitæ ex d c & c k, ad quadratum lineæ c k, ſicut quadrati lineæ k m ad quadratum lineæ m f. Conſtat autem ex præmiſſa, quod ſi linea a c diuidatur ſecundum proportionem habentem medium duóque extrema, maior portio eius erit æqualis lineæ d c, igitur linea cõſtans ex d c & c k, cõponitur ex maiori portione diuiſæ ſecũdũ proportionẽ habentẽ medium duoq; extrema, & ex medietate totius lineæ ſic diuiſæ, eſt enim c k, medietas a c. Itaq; p primã iſtius 11 libri quadratũ lineæ cõpoſitæ ex d c, & c k, quintuplũ quoque eſt ad quadratũ lineæ c k, ideoq; quadratũ lineæ k m, quintuplũ quoq; eſt ad quadratũ lineæ m f, cum ſit horũ quadratorũ & illorũ una proportio. Eſt autẽ linea b m, quintupla ad lineã m f, erat enim m f, quarta pars ſemidiametri propoſiti circuli. Ergo quadratũ lineæ k m ad quadratũ lineæ m f, eſt ſicut linea b m ad lineam m f. Et quia ex ſecũda parte 18 ſexti quadratum lineæ k m ad quadratũ lineæ m f, eſt ſicut lineæ, k m ad lineã m f duplicata, erit ex 11 quinti linea b m ad lineam m f, ſicut linea k m ad lineam m f duplicata. Igitur linea k m, eſt medio loco proportionalis inter duas lineas b m & m f. Quod ſic conſtat. Sit enim linea n p medio loco proportionalis inter eas, ſumpta ſecundũ doctrinam 9 ſexti eritq; ex diffinitione proportionis duplicatæ quæ poſita eſt in principio quinti, proportio b m ad m f, ſicut b m ad n p duplicata. Et quia b m ad n p, ſicut n p ad m f, erit etiam ex 11 quinti proportio b m ad m f, ſicut n p ad m f duplicata, igitur ex prima parte 9 quinti, duæ lineæ k m & n p, ſunt æquales, ideoq; ex prima parte 7 quinti, ex ſecunda parte eiuſdem linea k m, eſt medio loco proportionalis inter b m & m f. Quare ex correlario 5 ſexti, proportio quadrati lineæ b m ad quadratum lineæ m k, eſt ſicut lineæ b m ad lineam m f. Et quia linea b m eſt quintupla ad lineã m f, erit quadratum lineæ b m, quintuplum ad quadratũ lineæ m k. Linea aũt b m, eſt rationalis in lõgitudine, ergo per ultimã partem 9 decimi, linea m k eſt rationalis in potentia tantum. Et quia linea b m eſt potentior linea m k, in quadrato lineæ ſibi incommẽſurabilis in longitudine, ut in continuo probabitur, erit linea b k reſiduũ quartum ex diffinitione reſidui quarti. Quod autem probãdum aſſumpſimus, ſic patet: Sit numerus r quintuplus ad numerũ ſ, ſintq; t & ſ quantum r, ac ſi eſſet r quinque, ſ unũ, t quatuor, & ſit linea b m, potentior linea m k in quadrato lineæ x. Cum igitur ſit quadratũ lineæ b m ad quadratum lineæ m k ſicut numerus r ad numerũ ſ, erit per euerſam proportionalitatẽ quadratum lineæ b m ad quadratum lineæ x, ſicut numerus r ad numerum t, quare per ultimam partẽ 7 decimi, lineas, eſt incommenſurabilis lineæ b m in lõgitudine, non eſt ergo dubiũ, quin b k ſit reſiduũ quartum. Manifeſtum uero eſt ex 14 tertij, quod illud quod fit ex b k in k g, eſt æquale ei quod fit ex a k in k c, ideoq; etiã ipſum eſt æquale quadrato k c, eo quod a k eſt æqualis k c, ergo quadrato b k addito utrique, erit ex penultima primi quod fit ex b k in ſe & in k g, æquale quadrato b c. Et quia ex 1 ſecũdi q; fit ex b k in g b, erit linea b c latus tetragonicum ſuperficiei cõtentæ à duabus lineis g b & k b. Et quia linea g b eſt ratiõalis, linea uero b k eſt reſiduũ quartũ, & quia linea potẽs in ſuperficiẽ linea rationali reſt duoq; quarto cõtentam eſt linea minor ut conſtat ex 59 decimi libri, neceſſe eſt lineã b c quæ eſt latus pentagoni æquilateri propoſito circulo inſcripti, eſſe lineam minorem





quod

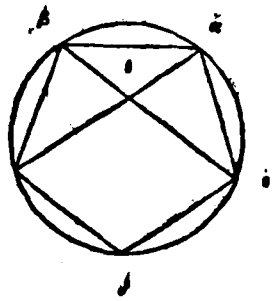
quod erat ex principio demonſtrandum. Hoc ergo modo ſequitur, quod latus pentagoni æquilateri circulo inſcripti ſit linea minor, ſi diameter circuli cui inſcribatur, fuerit rationalis in longitudine. At uero ſi diameter circuli fuerit rationalis in potentia tantũ, adhuc neceſſe eſt ut latus pentagoni æquilateri ſibi inſcripti ſit linea minor. Eſto enĩ linea a, rationalis in potentia tantum, ſupra quã deſcribatur circulus, eiq; deſcripto inſcribatur pentagonus æquilaterus, cuius unum latus ſit b c, dicanturq; pentagonus & circulus, a. Dico q linea b c eſt linea minor. Sumatur enĩ aliqua linea rationalis in lõgitudine, quæ ſit d, & ſuper eam lineetur circulus cui inſcribatur pentagonus æquilaterus, & ſit unum latus ipſius linea e f, dicanturq; pentagonus & circulus, d. Conſtat igitur ex hac 11, q c f eſt linea minor, cum diameter d ſit rationalis in longitudine. Quoniam uero proportio pentagoni a ad pentagonũ d eſt ſicut quadrati lineæ b c ad quadratum lineæ e f (utraq; enim eſt ex ſecũda parte 18 ſexti, ſicut lineæ b c ad lineam e f duplicata) pentagoni autem a ad pentagonũ d, eſt ſicut quadrati diametri a ad quadratũ diametri d ex prima 12, erit ex 11 quinti quadratũ lineæ c b ad quadratũ lineæ e f, ſicut quadratũ diametri a ad quadratum diametri d. Cumq; quadrata duarum diametrorũ a & d ſint cõmunicantia, quia ambo ſunt rationalia ex hypotheſi, erũt quoq; ex prima parte 10 decimi quadrata duarum linearũ b c & e f, cõmunicantia: ergo linea b c cõmunicat in potentia cum linea e f. Et quia linea e f eſt minor, ſequitur ex 100 decimi q etiã b c ſit linea minor, quod eſt propoſitum. Siue ergo diameter alicuius circuli ſit rationalis in longitudine, ſiue in potentia tantum, neceſſe eſt ut latus pentagoni æquilateri ſibi inſcripti, ſit linea minor.



Eucli. ex Zamb. Theorema 8 Propoſitio 8

8 Si quinquanguli æquilateri & æquianguli binos ordinatim angulos rectæ lineæ * explicĩunt, extrema & media ratione ſeſe inuicem diſpeſcunt, & maiora earum ſegmenta ipſius quinquanguli lateri ſunt æqualia. Camp. ii. ὑποτείνουσιν ſubtendant

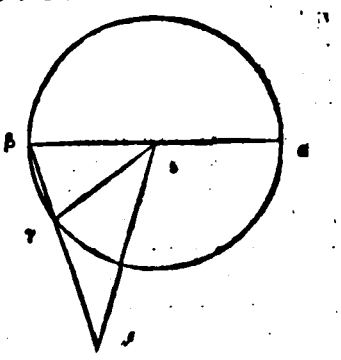
THEON ex Zamb. Quinquanguli enim æquilateri & æquianguli α ζ γ δ ε, binos ordinatim angulos qui ad α, β, rectæ lineæ α γ, ζ ε, *explicẽt, ſeſe inuicem in η ſigno diſpeſcentes. Dico quod ipſarum utraq; extrema & media ratione ſecatur in η ſigno, & earum maiora ſegmenta ſunt æqualia ipſius quinquanguli lateri. Circunſcribatur (per 14 quarti) ipſi quinquangulo α β γ δ ε, circulus α β γ δ ε. Et quoniam binæ rectæ lineæ ε α, α ζ, duabus α β, β γ, ſunt æquales, & angulos æquales comprehendunt, baſes igitur ζ ε (per 4 primi) baſi α γ eſt æqualis, & triangulũ α ζ ε ipſi triangulo α ζ γ eſt æquale, & reliqui anguli reliquis angulis erunt æquales alter alteri ſub quibus æqualia latera ſubtendũtur. Angulus igitur qui ſub β α γ, ei qui ſub α β ε eſt æqualis. Duplus igitur eſt qui ſub α η ε, eius qui ſub β α η anguli: extra enim eſt ipſum α β η triangulum. Eſt autem & qui ſub ε α γ, eius qui ſub β α γ duplus, quoniam & circũferentiã ε δ γ, ipſius γ β circũferentiæ eſt dupla. Angulus igitur qui ſub η α ε, ei qui ſub α η ε eſt æqualis. Quare & η ε recta linea, ipſi ε α, hoc eſt ipſi α β eſt æqualis. Et quoniam β α recta linea ipſi α ε eſt æqualis, æqualis eſt & angulus qui ſub α β ε ei qui ſub α ε β. Sed qui ſub α β ε, ei qui ſub β α η, patuit quod æqualis: qui igitur ſub ζ ε α, ei qui ſub β α η eſt æqualis. Et ipſorum duorum triangulorũ α β ε, & α β η, cõmunis eſt angulus qui ſub α β ε, reliquus igitur qui ſub β α ε angulus, reliquo qui ſub α η β eſt æqualis. Triangulum igitur α β ε, ipſi α β η triangulo æquiangulum eſt: proportionaliter igitur eſt ſicut ε ζ ad ζ α, ſic α β ad β η. Æqualis autem eſt β α, ipſi ε η. Sicut igitur β ε ad ε η, ſic ε η ad η ζ, maior autem eſt β ε, ipſa β α, maior igitur eſt ε η, ipſa η β. Ipſa igitur β ε, extrema & media ratione in η ſecatur, & maius ſegmentum ε η æquum eſt ipſius quinquanguli lateri. Similiter iam oſtendemus, quod α γ extrema & media ratione in η ſecatur, & ipſius maius ſegmentum γ η ipſius quinquanguli lateri eſt æquale. Quod oſtendere oportuit. ὑποτείνουσιν ſubtendant



Eucli. ex Zamb. Theorema 9 Propoſitio 9

9 Si ſexanguli & decagoni latus in eodem circulo deſcriptorũ componatur, tota recta linea extrema & media ratione ſecatur, & maius ſegmentum eſt ipſius ſexanguli latus.

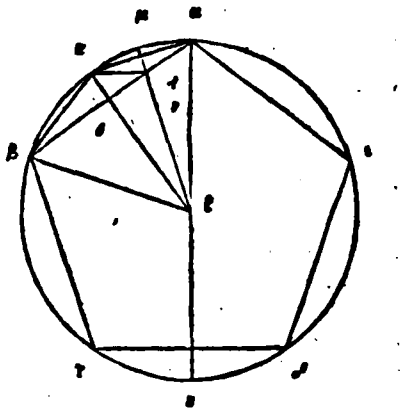
THEON ex Zamberto. Sit circulus α β γ, & in ipſo circulo α β γ, deſcriptarũ figurarũ decagoni quidem latus eſto ζ γ, & ſexanguli γ δ, ſint in rectas lineas. Dico quod tota β δ, extrema & media ratione ſecatur in γ. & maius ipſius ſegmentũ eſt γ δ. Aſſumatur enim (per 1 tertij) centrũ circuli, ſignũ ε, & cõnectantur ε β, ε γ, ε δ, & extendatur β ε in α. Et quoniã decagoni æquilateri latus eſt β γ, quincupla igitur eſt α γ β circũferentia ipſius γ ζ circũferentiæ. Quadrupla igitur eſt α γ circũferentia, ipſius γ β: ſicut autẽ α γ circũferentia ad γ β, ſic angulus qui ſub α ε γ ad angulum qui ſub γ ε β: quadruplus igitur eſt q ſub α ε γ, eius qui ſub γ ε ζ. Et quoniã qui ſub ε ζ γ angulus ei qui ſub ε γ β angulo eſt æqualis, qui igitur ſub α ε γ angulus, duplus eſt eius qui ſub ε γ β. Et quoniam ε γ recta linea æqualis eſt ipſi γ δ, utraq; enim ipſarum æqualis eſt ipſius ſexanguli lateri in α ζ γ circulo deſcripti, & angulus qui ſub γ ε δ, angulo qui ſub ε γ δ eſt æqualis, igitur angulus q ſub ε γ β, duplus eſt eius qui ſub ε δ γ. Sed eius qui ſub ε γ β, duplum eſſe demonſtratum eſt eum qui ſub α ε γ. Igitur qui ſub α ε γ, quadruplus eſt eius qui ſub ε δ γ. Oſtenſum eſt autem quod & eius qui ſub ζ ε γ, quadruplus eſt qui ſub α ε γ, æqualis igitur eſt qui ſub ε δ γ, ei qui ſub β ε γ. Cõmunis autem ipſorũ binorum triangulorũ, hoc eſt β ε γ & β ε δ, eſt angulus qui ſub ε β δ, & reliquus igitur qui ſub β ε δ, ei qui ſub ε γ β eſt æqualis. Aequianguli igitur eſt triangulum ε β δ, ipſi ε β γ triangulo: proportionaliter igitur eſt ſicut β δ ad β ε, ſic ε β ad β γ. Aequalis autem eſt ε β, ipſi γ δ. Eſt igitur ſicut β δ ad δ γ, ſic δ γ ad γ β. Maior autem eſt β δ, ipſa δ γ, maior igitur eſt & δ γ, ipſa γ β. Igitur ipſa β δ, rectæ lineæ extremæ & mediæ ratione ſecatur in γ ſigno, & maius ſegmentum eſt δ γ. Quod oſtendere oportuit.



Eucli. ex Zamb. Theorema 10 Propoſitio 10

10 Si in circulo quinquangulũ æquilaterũ deſcriptũ fuerit, ipſius quinquanguli latus poteſt & ſexanguli & decagoni latus in eodẽ circulo deſcriptorũ.

THEON ex Zamb. Sit circulus α β γ δ ε, & in ipſo α ζ γ δ ε (per 11 quarti) quinquangulũ deſcribatur α β γ δ ε. Dico quod ipſius α β γ δ ε quinquanguli latus, poteſt & ſexanguli & decagoni latus in ipſo α β γ δ ε circulo deſcriptorũ. Aſſumatur (per 1 tertij) centrum circuli, & ſit ζ, & connexa α ζ, extendatur in η ſignum, & connectatur ζ θ, & ab ipſo ζ in α ζ perpendicularis excitetur (per 12 primi) ζ θ, & extendatur in κ, & connectantur α κ, κ ζ, & rurſus ab ipſo ζ, in α κ excitetur (per 12 primi) perpendicularis ζ λ, & extendatur in μ, & connectatur κ ν. Et quoniam circũferentia α ζ γ κ ipſi α ε δ κ circũferentiæ eſt æqualis, quarũ α ζ γ ipſi α ε δ eſt æqualis, reliqua igitur γ κ circũferentia reliquæ δ κ circũferentiæ eſt æqualis. Quinquãguli autem γ δ, & decagoni igitur γ κ. Et quoniam ζ α ipſi ζ ζ (per 15 diffinitionem primi) eſt æqualis, & perpendicularis eſt ζ θ, igitur angulus qui ſub α ζ κ, ei qui ſub κ ζ β eſt æqualis: quare & circũferentia α κ, ipſi κ ζ eſt æqualis. Dupla igitur eſt α β circunferentia, ipſius ζ κ circũferentiæ, decagoni latus igitur, eſt recta linea α κ, & id propterea & α κ, ipſius κ μ eſt dupla. Et quoniam dupla eſt circũferentia α β ipſius circũferentiæ β κ, æqualis autem eſt γ δ circũferentia ipſi α β circunferentiæ, dupla igitur eſt γ δ circũferentia ipſius β α circũferentiæ. Eſt autem γ δ circũferentia, ipſius γ κ dupla: igitur circũferentia γ κ, ipſi ζ κ circũferentiæ eſt æqualis. Sed β κ ipſius κ μ dupla eſt, quoniam & κ α, & γ κ, igitur, ipſius κ μ eſt dupla. Sed & γ ζ circũferentia, ipſius ζ κ circũferentiæ dupla eſt: æqualis enim eſt γ β circũferentiæ, ipſi β α. & tota igitur κ β circũferentia, totius β μ eſt dupla. Quare & angulus qui ſub κ ζ β, anguli qui ſub β ζ μ duplus eſt. Eſt autem qui ſub κ ζ β, eius qui ſub ζ α β duplus. Aequalis enim eſt qui ſub ζ α β, ei qui ſub α β ζ. Qui ſub β ζ ν igitur, ei eſt æquus qui ſub ζ α β. Binorum autem triangulorũ α β ζ & β ζ ν, cõmunis angulus eſt qui ſub α β ζ. Reliquus igitur qui ſub α ζ β, reliquo qui ſub β ν ζ eſt æqualis. Triangulum igitur α ζ ζ, ipſi β ζ ν triangulo æquiangulũ eſt, proportionaliter igitur eſt ſicut α β recta linea ad β ζ, ſic ζ β ad β ν, quod igitur ſub α β, β ν, ei quod ex β ζ eſt æquale. Rurſus quoniam æqualis eſt α λ ipſi λ κ, cõmunis autem & ad angulos rectos λ ν, baſis igitur κ ν (per 4 primi) baſi α ν eſt æqualis, & angulus igitur qui ſub λ κ ν, ei qui ſub λ α ν eſt æqualis. Sed qui ſub λ κ ν, ei qui ſub κ β ν eſt æqualis, & qui ſub λ κ ν igitur, ei qui ſub κ β ν eſt æqualis, & ipſorum triangulorũ binorum α κ ζ & α κ ν, cõmune eſt quod ſub ν α κ. Reliquum igitur quod ſub α κ ζ, reliquo quod ſub κ ν α eſt æquale. Aequiangulũ igitur eſt triangulum α ζ κ, ipſi κ ν α triangulo: proportionaliter igitur eſt ſicut β α recta linea ad α κ, ſic κ α ad α ν. Quod igitur ſub β α, α ν, æquũ eſt ei quod ex α κ. Oſtenſum eſt autem quòd quod ſub α ζ, ζ ν, æquum eſt ei quod ex β ζ. Quod igitur ſub α β, β ν, una cum eo quod ſub β α, α ν, quod eſt id quod ex β α, ei eſt æquum quod ex β ζ una cum eo quod ex α κ, & β α quidem eſt latus ipſius quinquanguli, & β ζ ſexanguli, & α κ decagoni. Quinquanguli ergo latus poteſt & ſexanguli & decagoni latus in eodem circulo deſcriptorum. Quod oſtendere oportuit.

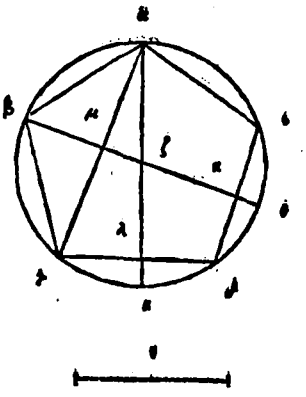


Eucli. ex

Eucli. ex Zamb. Theorema 11 Propoſitio 11

11 S in circulo rationalem habente diametrum, quinquangulũ æquilaterũ inſcribatur, quinquanguli latus irrationalis eſt ea quæ appellatur minor. Camp. 11

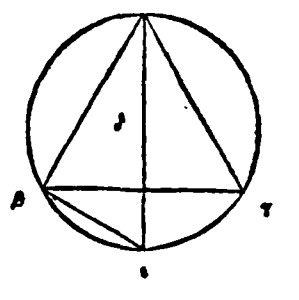
THEON ex Zamb. In circulo enim α β γ δ ε, rationalem habente diametrum, quinquangulũ inſcribatur α β γ δ ε. Dico quod ipſius α β γ δ ε quinquanguli latus α β irrationalis eſt ea quæ appellatur minor. Aſſumatur enim (per 1 tertij) circuli centrum ζ ſignum, & connectantur α ζ, ζ β, & extendantur in η, θ, ſigna, & connectatur α γ, ponaturq; ipſius α ζ, quarta pars ζ η. Rationalis autem α ζ, rationalis igitur & ζ η. Eſt autem & β ζ rationalis. Tota igitur β η rationalis eſt. Et quoniam circũferentia α γ η ipſi α δ η circũferentiæ eſt æqualis, quarũ α β γ æqualis eſt & ipſi α ε δ, reliqua igitur γ η reliquæ η δ eſt æqualis. Et ſi cõnectamus α δ, ducuntur recti qui ad λ anguli, & dupla eſt γ δ ipſius γ λ, & id propterea & qui ad μ recti ſunt, & dupla eſt α γ ipſius γ μ. Quoniam igitur angulus qui ſub α λ γ ei eſt æquus qui ſub α μ ζ, cõmunis autem ipſorũ triangulorũ binorũ α λ γ, α μ ζ, eſt qui ſub λ α γ, reliquus igitur qui ſub α γ λ ei eſt æqualis qui ſub μ ζ α, æquiangulũ igitur eſt triangulum α γ λ, ipſi α μ ζ triangulo: proportionaliter igitur eſt ſicut λ γ ad γ α, ſic μ ζ ad ζ α, & antecedentiũ duplicia. Sicut igitur dupla ipſius λ γ ad γ α, ſic ipſius μ ζ dupla ad ζ α. Sed ſicut ipſius μ ζ dupla ad ζ α, ſic μ ζ ad ipſius ζ α dimidiam. Sicut igitur ipſius λ γ dupla, ad γ α, ſic eſt μ ζ ad dimidiam ipſius ζ α, & ſequentiũ dimidia. Sicut igitur ipſius λ γ dupla ad ipſius γ α dimidiam, ſic μ ζ ad quartã partem ipſius ζ α, & ipſius λ γ dupla eſt δ γ, ipſius uero γ α, dimidia eſt γ μ, ipſius autem ζ α, quarta pars eſt ζ η. Eſt igitur ſicut δ γ ad γ μ, ſic μ ζ ad ζ η. Cõponendo (per 18 quinti) & ſicut utraq; δ γ μ ad γ μ, ſic μ γ ad ζ η: & ſicut igitur (per 11 quinti) quod ex utraq; ipſarũ δ γ μ, ad id quod ex γ μ, ſic quod ex μ η ad id quod ex η ζ. Et quoniã (per 8 decimitertij) ea quæ ſub duobus lateribus pentagoni ſubtenſa ut α γ, extrema & media ratione ſecta, maius ſegmentũ eſt æquale ipſius pentagoni lateri hoc eſt ipſi δ γ, maius autem ſegmentũ totius admittens dimidiũ quincuplum poteſt eo quod ex totius dimidia (per 1 decimitertij) & totius α γ dimidia eſt γ μ, quod igitur ex δ γ μ tanquã ex una, quincuplũ eſt eius quod ex γ μ. Sicut autem quod ex δ γ μ ſicut una, ad id quod ex γ μ, ſic oſtenſum eſt eſſe id quod ex μ η ad id quod ex η ζ, quincuplũ igitur eſt quod ex μ η, eius quod ex η ζ, rationale autẽ quod ex η ζ, rationalis enim eſt diameter. Rationale igitur eſt & quod ex μ η. Rationalis igitur eſt μ η, rationẽ enim habet quam numerus ad numerũ quod ex μ η, ad id quod ex η ζ. Et quoniã quadrupla eſt β ζ ipſius ζ η, quincupla igitur eſt β η ipſius η ζ. Vigintiquincuplex igitur eſt quod ex ζ η, eius quod ex η ζ. Quincuplũ autem eſt id quod ex μ η, eius quod ex η ζ, quincuplũ igitur eſt quod ex ζ η, eius quod ex η μ. Quod igitur ex ζ η, ad id quod ex η μ rationẽ non habet quam quadratus numerus ad quadratũ numerũ. Incõmenſurabilis igitur eſt (per 9 decimi) ζ η, ipſius μ in longitudine, & ipſarũ utraq; rationalis eſt. Ipſæ igitur β η, η μ, rationales ſunt potentia tantum cõmenſurabiles. Si autem à rationali rationalis auferatur potentia tantum cõmenſurabilis ſubſiſtens toti, reliqua irrationalis eſt, uocatur autẽ apotome (per 63 decimi,) igitur μ β apotome eſt. Congruens autẽ ei eſt μ η. Dico quod & quarta. Quo enim maius eſt id quod ex ζ η eo quod ex η μ, ei æquũ eſto quod ex ν. Igitur ipſa ζ η, ipſa η μ maius poteſt ipſo ν. Et quoniam (per 16 decimi) cõmenſurabilis eſt η ζ ipſi ζ β, & cõponendo (per 16 decimi) cõmenſurabilis eſt η ζ ipſi ζ θ longitudine eſt cõmenſurabilis, & ζ η igitur ipſi ζ θ cõmenſurabilis eſt. Et quoniam quod ex β η eius quod η μ quincuplũ eſt, quod igitur ex ζ η, ad id quod ex η μ rationẽ habet quam quinq; ad unũ. Conuertẽdo igitur (per correlariũ 18 quinti) quod ex β η ad id quod ex ν, rationẽ habet quam (quinq; ad quatuor) non quam quadratus numerus ad quadratũ numerũ. Incõmenſurabilis igitur eſt ζ η, ipſi ν. Igitur ζ η, ipſi η μ maius poteſt eo quod ex ſibi incõmenſurabili. Quoniã igitur tota ζ η, ipſa η μ congruente maius poteſt eo quod ex ſibi incõmenſurabili, & tota β η, ipſi β θ rationali expoſitæ cõmenſurabilis eſt. Apotome igitur quarta eſt ipſa μ β. Quod autẽ ſub rationali & apotome quarta cõprehenſum rectangulũ, irrationale eſt & ipſum potens irrationalis eſt, minorq; appellatur (per 94 decimi.) Poteſt autẽ quod ſub θ ζ, β μ, ipſa α β, quoniam ꝓpter cõnexionẽ ipſius α θ, triangulũ α ζ θ æquangulũ fit ipſi α ζ μ. Et eſt ſicut ζ θ ad ζ α, ſic eſt α ζ ad ζ μ, ipſa igitur α β quinquãguli latus, irrationalis eſt minor appellata. Quod erat oſtendendũ.



Eucli. ex Zamb. Theorema 12 Propoſitio 12

12 Si in circulo triangulũ æquilaterũ deſcriptũ fuerit, ipſius trianguli latus potentia triplum eſt eius quæ ex centro circuli. Camp. 8

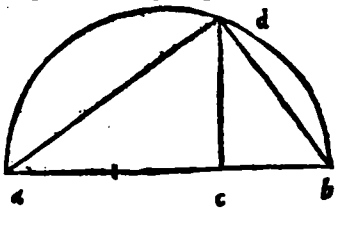
THEON ex Zamb. Sit circulus α β γ, & in eo triangulũ æquilaterũ deſcribatur α ζ γ. Dico quod ipſius α ζ γ triãguli latus potentia triplũ eſt eius quæ ex centro ipſius circuli α ζ γ. Aſſumatur enim (per 1 tertij) centrum ipſius circuli δ, & connexa α δ extendatur in ε, & cõnectatur ζ ε. Et quoniã triangulũ α ζ γ æquilaterũ eſt, igitur β ε γ circũferentia tertia pars eſt ipſius circuli α β γ circũferentiæ: igitur β ε circũferentia, ſexta pars eſt circũferentiæ ipſius



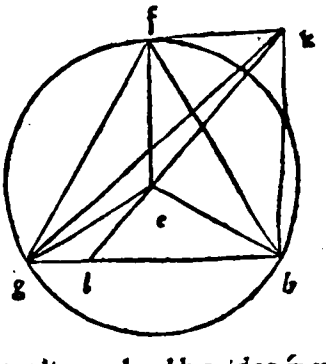
ſius circuli, bexagoni igitur latus eſt ipſa ϵ ζ recta linea, æqualis igitur eſt ei qui ex centro, hoc eſt ipſi ϑ ζ. Et quoniã α γ ipſius ϑ ζ dupla eſt, quadruplũ eſt quod ex α ζ eius quod ex ϑ ζ, hoc eſt eius quod ex ϵ ζ. Aequũ autem eſt id quod ex α ζ, eis quæ ex α β, ϵ ζ, quæ igitur ex α ϵ, ϵ ζ, quadrupla ſunt eius quæ ex ϵ ζ: diuidendo igitur quòd quod ex α β, triplum eſt eius quod ex ϵ ζ. Aequalis autem eſt ϵ ζ, ipſi ϑ ζ, quod ex α β igitur triplum eſt eius quod ex ϑ ζ. Trianguli ergo latus potentia triplum eſt eius quæ ex centro circuli. Quod oſtendere oportuit.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 15

15 PYramidem quatuor baſium triangulariũ & æquilaterarũ ab aſſignata ſphæra circunſcriptibilem fabricare. Huius ergo ſphæræ diametros, ad latus ipſius pyramidis ſeſquialterã proportionem potentialiter habere probatur.



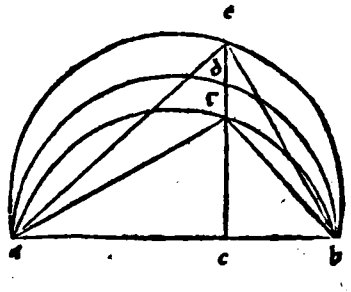
CAMPANVS. Sit linea a b diameter aſſignatæ ſphæræ, quæ diuidatur in pũcto c, ita ꝙ a c ſit dupla ad b c, & linecetur ſuper eam ſemicirculus a d b, & producatur linea c d orthogonaliter ſuper lineã a b, & producãtur lineæ b d & d a. Poſtea fiat circulus f g h ſuper centrũ e, cuius ſemidiameter ſit æqualis lineæ c d, cui ex 2 quarti libri inſcribatur triangulus æquilaterus qui ſit f g h, ad cuius angulos protrahãtur à centro, lineæ e f, e g, e h, deinde ſuper centrum e, erigatur (ſecundũ ꝙ docet 12 undecimi) linea e k quæ ponatur æqualis a c, perpendicularis ad ſuperficiẽ circuli f g h, & demittãtur à puncto k hypothenuſæ k f, k g, k h, eritq; completa pyramis quatuor baſium triangulariũ & æquilaterarũ, quam dico eſſe ab aſſignata ſphæra circũſcriptibilẽ, & dico quadratũ diametri propoſitæ ſphæræ, ſeſquialterũ eſſe ad quadratũ lateris fabricatæ pyamidis. Conſtat enim ex prima parte correlarij 8 ſexti, ꝙ linea c d eſt medio loco ꝓportionalis inter a c & c b, quare ex correlario 16 eiuſdẽ, quadratũ lineæ a c ad quadratũ lineæ c d, eſt ſicut linea a c ad c b, ergo coniunctim quadratũ a c & quadratũ c d, ad quadratũ c d, ſicut linea a b ad b c, ideoq; ex penultima primi quadratũ a d ad quadratũ d c, ſicut a b ad b c. Cum ergo linea a b ſit tripla ad b c, erat enim a c dupla ad eam, erit quoq; quadratũ a d triplum ad quadratũ d c. Eſt autẽ ex 8 huius, quadratũ f g, triplum ad quadratũ e f, quare cum ex hypotheſi d c ſit æqualis e f, erit ex cõmuni ſcientia a d æqualis f g. Et quia ex diffinitiõe lineæ perpendicularis ad ſuperficiẽ, linea e k continet cũ ſingulis lineis e f, e g, e h, angulos rectos, quarũ quælibet eſt æqualis lineæ c d, & quia ipſa eadem eſt æqualis lineæ a c, & angulus c eſt rectus, erit per 4 primi unaquæq; trium linearũ k f, k g, k h, æqualis lineæ a d. Manifeſtum eſt igitur fabricatã pyramidẽ eſſe quatuor baſium triangulariũ æquilaterarũ.



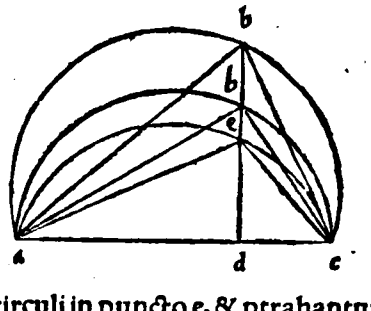
Ipſam autẽ eſſe circũſcriptibilem ab aſſignata ſphæra, ſic habeto. Lineæ e k intelligatur adiici ſecũdum rectitudinẽ lineæ e l æqualis lineæ c b, ut tota k l ſit æqualis a b quæ eſt diameter aſſignatæ ſphæræ. Hanc autẽ lineam, inquã, e l imagineris eſſe ſub circulo f g h, perpendicularẽ quoq; ad ipſius ſuperficiẽ ex parte inferiori, ſicut eſt e k ex parte ſuperiori, eritq; unaquæq; trium linearũ e f, e g, e h, & ſimpliciter quælibet ſemidiameter circuli f g h, medio loco ꝓportionalis inter k e & e l, quemadmodũ eſt d c inter a c & c b, nam hæ ſunt æquales illis, unaquæq; ſuæ relatiuæ. Si igitur ſuper lineã l k deſcribatur ſemicirculus, circũducaturq; quouſq; ad locũ unde moueri cœperat redeat, erit ex diffinitione ſphærarũ æqualiũ, ſphæra deſcripta motu huius ſemicirculi, æqualis ſphæræ aſſignatæ: ſunt enim ſphæræ æquales, quarũ ſunt æquales diametri, quemadmodũ de circulis in principio tertij dictum eſt. Hunc uero ſemicirculũ neceſſe eſt trãſire per tria puncta f, g, h, quæ ſunt anguli ſolidæ pyramidis fabricatæ. Similiter autẽ dico ꝙ ſemicirculus hic quoniã ſuper lineam k l fuerit deſcriptus, ſi circũducatur quouſq; ad locũ reuertatur unde moueri cœperat, continget circulũ f g h ſuper omnia puncta circũferentiæ ipſius. Quod ex hac uetuſta ueritate probatur. Si linea recta ſuper lineã rectã perpẽdiculariter ſteterit, quæ inter partes eius cui ſuperſtat uel circũſtat medio loco ꝓportionalis ponatur, fueritq; ſuper eam lineã cui ꝓpendicularis ſuperſtat, ſemicirculus deſcriptus, circũferentia ipſius per extremitatẽ lineæ medio loco ꝓportionalis poſitæ perpẽdiculariter neceſſario tranſibit. Cum igitur cũctæ ſemidiametri circuli f g h ſint perpendiculares

diculares ad lineã k l,& medio loco ꝓportionales inter partes ipſius quæ ſunt k e & e l, ſequitur ut ſemicirculus deſcriptus ſuper k l,ſi circũducatur trãſeat per omnia puncta circũferẽtiæ f g h,& per omnes ſolidos angulos pyramidis fabricatæ. Itaq; à diffinitiõe eius quod eſt figurã inſcribi figuræ, pyramis fabricata eſt inſcriptibilis illi ſphæræ quã ſemicirculus per lineã k l lineatus motu ſuo deſcribit. Et quia hæc ſphæra deſcripta,eſt aſſignatæ ſphæræ æqualis per diffinitionẽ æqualiũ ſphærarũ,ſequitur ex cõmuni ſcientia ut hæc pyramis fabricata,ſit ab aſſignata ſphæra circũſcriptibilis. Qd̃ eſt ꝓpoſitũ.

CORRELARIVM autem patet ſic. Cum enim a b ſit tripla ad b c,per euerſam proportionalitatẽ erit a b ſeſquialtera ad a c,ideoq; ex ſecũda parte correlarij 3 ſexti & correlario 17 eiuſdem, quadratũ lineæ a b erit etiam ſeſquialterũ ad quadratũ lineæ a d. Et quia linea a d eſt æqualis lateri fabricatæ pyramidis, at uero a b eſt diameter ſphæræ, conſtat uerũ eſſe qd̃ per correlariũ dicitur. Ne autem quicq; de uetuſta ueritate propoſita hæſitare cõtingat, eam uolumus hoc modo demõſtratione firmare. Sit igitur ſuper lineam a b,linea c d perpẽdicularis, quæ ponatur medio loco ꝓportionalis inter partes lineæ a b,quæ ſint a c & c b, ita q; ſit proportio a c ad c d,ſicut c d ad c b. Et ſuper lineam a b,deſcribatur ſemicirculus a e b. Dico q; huius ſemicirculi circũferẽtia tranſibit per punctum d,qui eſt extremitas perpẽdicularis. Sin autem aut ſecabit lineam c d,aut ſupertrãſibit eam totam ipſam tranſiens & includens & non cõtingens. Secet ergo primo eam in puncto e,& ducãtur lineæ e b & e a,eritq; ex prima parte 30 tertij totalis angulus a e b rectus,itaq; ex prima parte correlarij 8 ſexti proportio eſt a c ad c e, ſicut c e ad c b, at uero ex ſecunda parte 8 quinti proportio a c ad c e, eſt maior q̃ a c ad c d, eo q; c e eſt minor q̃ c d. Cum igitur ſit c e ad c b,ſicut a c ad c e, & c d ad c b,ſicut a c ad c d, erit per 11 quinti e c ad c b, maior q̃ c d ad c b: ideoq; per primam partem 10 quinti e c eſt maior q̃ d c, pars, uidelicet, q̃ ſuum totũ, quod eſt impoſſibile. Non ergo ſecabit circũferẽtia ſemicirculi lineam c d. Supertrãſeat igitur & producatur c d uſq; ad circũferentiã,ſitq; tota c e,& protrahãtur lineæ e b & e a,ſequeturq; ut prius lineam c d eſſe maiorẽ q̃ ſit linea c e,quod eſt etiã impoſſibile. Conſtat ergo propoſitũ.



Similiter autẽ dicimus, q; ſi fuerit aliquis angulus rectus cui baſis ſubtendatur ſuper quã ſemicirculus lineetur, ipſius circũferentiã per angulũ rectũ tranſire neceſſe eſt. Conuerſam huius ꝓponit prima pars 30 tertij. Quod autẽ dicimus,ſic conſtat. Sit enim angulus a b c rectus, cui ſubtendatur baſis a c, & ſuper eam lineetur ſemicirculus, dico q; ipſius circũferẽtia tranſibit per punctũ b,in quo coeunt lineæ cõtinentes angulũ rectum. Cuius demõſtratio eſt,quod neq; tranſibit ſupra neq; infra. Sin autem tranſeat primo infra,ſitq; a e c,& ab angulo b ꝓducatur linea b d perpendicularis ad baſin a c,quæ ſecet circũferentiã ſemicirculi in puncto e, & ꝓtrahantur lineæ e a & e c,eritq; angulus a e c,rectus ex prima parte 30 tertij, at ipſe eſt maior angulo a b c per 11 primi,hoc autẽ eſt impoſſibile ex tertia petitione,cum uterq; ſit rectus,hic quidem ex hypotheſi,ille uero ex prima parte 30 tertij. Non ergo tranſibit circũferẽtia ſemicirculi,infra angulũ b. Tranſeat itaq; ſupra,& ſit a f c,producatur autẽ perpẽdicularis d b,quouſq; obuiet circũferentiæ ſemicirculi a f e in puncto f, & producãtur lineæ f a,f c,eritq; ex prima parte 30 tertij angulus a f c rectus. Cumq; etiam eſſet ex hypotheſi angulus a b c rectus,ſequitur impoſſibile per 11 primi,ſicut in principio. Relinqtur ergo quod diximus. Hoc autem neceſſariũ eſt ad cognitionẽ eorum quæ ſequũtur.

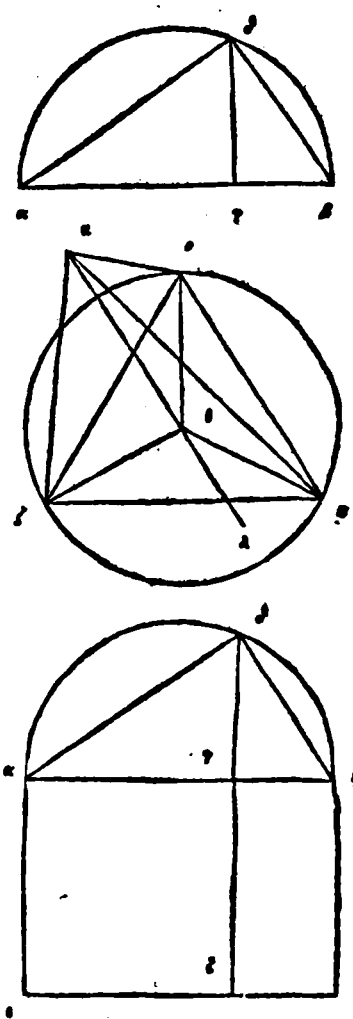


Eucli. ex Zamb. Problema 1 Propoſitio 13

13 Pyramidem conſtituere, & data ſphæra cõprehendere, & demõſtrare q; ipſius ſphæræ dimetiens potentia ſeſqualter eſt lateris ipſius pyramidis.

THEON ex Zamb. *Exponatur data ſphæræ dimetiens α β, ſecetuŕq; in γ ſigno, ut α γ ipſius β γ dupla ſit. Deſcribatuŕq; ſuper α β, ſemicirculus α δ β, excitetuŕq; (per 11 primi) ab ipſo γ ſigno ad angulos rectos, γ δ, & cõnectatur δ α, exponatuŕq; circulus ε ζ ϑ, æquam habens eam quæ ex centro ipſi δ γ, deſcribatuŕq; in ipſo ε ζ ϑ circulo trianguli æquilateri ε ζ ϑ, & accipiatur (per 1 tertij) centrũ circuli, ſitq; ε ſignũ, & cõnectatur ε ϑ, ϑ ζ, & ϑ ε. Et conſtituatur*

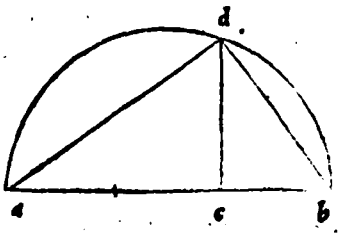
(per 11 undecimi) ab ipso signo ipsius ε ζ ꝛ circuli plano ad angulos rectos recta θ ꝛ, & ponatur ipsa θ ꝛ ipsi α γ rectæ lineæ æqualis, & cõnectãtur ꝛ ε, ꝛ ζ, ꝛ ꝩ. Et quoniã ꝛ θ recta est ad ipsius ε ζ ꝛ circuli planũ, & ad omnes igitur ipsam tangẽtes rectas lineas, & in eodem ipsius ε ζ ꝛ circuli plano existentes rectos efficit angulos (per 2 undecimi diffinitionẽ.) Tangit autem ipsam unaquæq; ipsarũ θ ε, θ ζ, θ ꝩ, recta est. Et quoniã æqualis est α γ ipsi θ ꝛ & γ δ ipsi θ ε, & rectos cõprehendũt ãgulos, basis igitur δ α (per 4 primi) basi ꝛ ε est æqualis, & id propterea & utraq; ipsarũ θ ζ, ꝛ ꝩ, ipsi δ α est æqualis. Tres igitur α ε, α ζ, α ꝩ, inuicẽ sunt æquales. Et quoniã dupla est α γ ipsius γ ϛ, tripla igitur est α ϛ ipsius ϛ γ. Sicut autẽ α ϛ ad ϛ γ, sic quod ex α δ ad id qđ ex δ γ sicut ostendetur. Quoniã enim est sicut β α ad α γ, sic quod ex δ α ad id quod ex α γ, cõuertendo (per correlariũ 19 quinti) sicut α β ad β γ, sic quod ex ex α δ. ad id qđ ex α γ. Sicut demonstrabitur. Triplũ igitur est quod ex α δ, eius quod ex δ γ. Est autẽ & quod ex ζ ε, eius quod ex ε θ triplũ, & æqualis est δ γ ipsi ε θ, æqualis igitur est δ α ipsi θ ζ. Sed δ α unicuiq; ipsarũ ε ε, ꝛ ζ, ꝛ ꝩ ostensa est æqualis. Vnaquæq; igitur ipsarũ ε ζ, ζ ꝩ, ꝩ ε, unicuiq; ipsarũ ꝛ ε, ꝛ ζ, ꝛ ꝩ, est æqualis: æquilatera igitur sunt ipsa quatuor triangula, hoc est ε ζ ꝩ, ε ζ ꝩ, ꝛ ꝩ θ. Pyramis igitur cõstituta est ex quatuor triangulis æqualibus & æquilateris, cuius basis est ε ζ ꝩ triangulũ, fastigium uero est signũ ꝛ. Oportet iam ipsam data sphæra cõprehendere, ostendereq; q̃ ipsius sphæræ diameter potentia lateris ipsius pyramidis sesqualtera est. Extendatur enim in rectas lineas ipsi ꝛ θ, recta linea θ λ, & ipsi ϛ γ æqualis ponatur θ λ. Et quoniam est sicut α γ ad γ δ, sic γ δ ad γ ϛ, æqualis autẽ est ipsa quidẽ α γ ipsi ꝛ θ, & γ δ ipsi θ ε, & γ ϛ ipsi θ λ, est igitur sicut ꝛ θ ad θ ε, sic ε θ ad θ λ: quod igitur sub ipsis ꝛ θ, θ λ, æquũ est ei quod ex ε θ. Et rectus est uterq; ipsorũ ꝛ θ ε, ε θ λ, angulorũ. Igitur semicirculus descriptus super ꝩ λ, ueniet & per ε, quoniam si cõnectamus ε λ, rectus fit qui sub λ ε ꝩ angulus, eo q̃ triangulũ ε λ ꝩ utriq; ipsorũ ε λ θ, ε ꝩ ꝛ, triangulorũ æquiangulũ fit. Si iam manẽte ꝩ λ circũducatur semicirculus, & in idem unde duci incœpit rursus fleterit, ueniet & per signa ζ, ꝩ, connexis ipsis ζ λ, λ ꝩ, & rectis similiter factis ijs qui ad ζ, ꝩ, angulis, pyramis data sphæra cõprehensa erit, ipsã enim ꝩ λ sphæræ dimetiens, æqualis est ipsi α ϛ datæ sphæræ diametro, quoniam ipsi quidem α γ æqualis ponitur ꝛ θ, ipsi autẽ γ β ipsa θ λ.



Dico iam q̃ ipsius sphæræ dimetiẽs, lateris ipsius pyramidis potentia sesqualter est. Quoniã etenim dupla est α γ ipsius γ ϛ, tripla igitur est α ϛ ipsius ϛ γ. Cõuertendo igitur (per correlariũ 18 quinti) ſ. sesqualtera est α ϛ ipsius α γ. Sicut autẽ β α ad α γ, sic quod ex β α ad id quod ex α δ, quoniã connexæ ipsæ ϛ δ, est sicut ϛ δ ad α δ, sic δ α ad α γ, propter ipsorũ δ α ϛ, δ α γ, triangulorũ similitudinẽ, & eo quia est sicut prima ad tertiã sic quod ex prima ad id quod ex secunda. Sesqualterũ igitur est quod ex β α, eius quod ex α δ. Et β α quidẽ est ipsius datæ sphæræ diameter, & α δ æqualis est lateri ipsius pyramidis, ipsius igitur sphæræ diameter, ipsius pyramidis lateris sesqualtera est. Quod erat ostendendũ. Ostendendũ iam q̃ est sicut α ϛ ad ϛ γ, sic quod ex α δ ad id quod ex δ γ. Exponatur ipsius semicirculi descriptio, & ab ipsa α γ describatur (per 46 primi) quadratũ ε γ, & cõpleatur γ ϛ parallelogrammũ. Quoniã igitur triangulũ δ α β ipsi δ α γ triãgulo æquiangulũ est, est sicut β α ad α δ, sic est δ α ad α γ. Igitur q̃ sub β α, α γ, æquũ est ei quod ex α δ. Et quoniã est sicut α ϛ ad ϛ γ, sic ε θ ad ϛ ζ, & est quidẽ ipsum ε ϛ id quod sub ϛ α, α γ (æqualis enim est ε α ipsi α γ, & ϛ ζ, id est quod sub α γ, γ ϛ) sicut igitur α ϛ ad ϛ γ, sic quod sub ipsis ϛ α, α γ, ad id quod sub ipsis α γ, γ ϛ. Et quod sub ϛ α, α γ, æquũ est ei quod ex α δ, quod autẽ sub α γ, γ ϛ, æquũ est ei q̃ ex δ γ, ipsa enim δ γ ꝓpendicularis, basis segmẽtorũ α γ, γ ϛ, media est ꝓportionalis, quoniã qui sub α δ ϛ rectus est. Sicut igitur α ϛ ad ϛ γ, sic q̃ ex α δ ad id q̃ ex δ γ. Quod ostẽdere oportuit. Eucli. ex Camp. Propositio 14.

14 Camb. 15

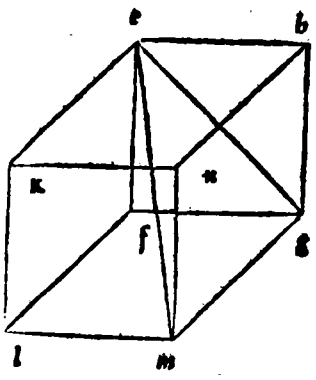
A Bassignata sphæra circũscriptibilẽ cubum constituere. Eiusdem autem sphæræ diametrum lateri ipsius cubi potentialiter triplicem esse manifestum erit.



CAMPANVS. Assignatæ sphæræ diameter sit a b, supq̃ linea tur semicirculus a d b, diuidaturq; diameter in pũcto c, prorsus secundũ conditionẽ præmissæ, uidelicet ut linea a c sit dupla ad lineam c b & producatur c d perpendicularis ad a b, & protrahãtur d b & d a. Postea fiat unũ quadratũ cuius omnia latera sint æqualia lineæ b d, sitq; e f g h, super cuius quatuor angulos erigãtur, ut docet ꝩ

undecimi,

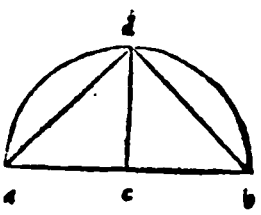
undecimi, quatuor lineæ perpẽdiculares ad ſuperficiẽ ipſius quadrati, quarũ quælibet ponatur etiã æqualis lineæ b d, ſintq́ e k, f l, g m, h n, eruntq́ hæ quatuor perpẽdiculares, ſingulæ ſingulis æquidiſtantes ex 6 undecimi, & anguli quos continẽt cum lateribus quadrati, recti ex diffinitiõe lineæ perpẽdicularis ad ſuperficiẽ. Deinde cõiungãtur extremitates iſtarũ perpendicularium, protractis lineis k l, l m m n, n k, eritq́ cõpletus cubus, ſex ſupficiebus quadratis cõtentus, conſtat ex 14 primi, q́ quatuor ſuperficies ipſum ambiẽtes (& ipſæ ſunt quarũ oppoſita latera ſũt quatuor perpẽdiculares) ſunt oẽs quadratæ, de baſi autẽ, hoc poſitũ eſt, at uero de ſuprema eius ſupficie quæ eſt k l m n, q́ ipſa quoq́ ſit quadrata, conſtat ex 34 primi & 10 undecimi, ideoq́ ex 4 undecimi manifeſtũ eſt, ſingula latera eiuſdẽ cubi duabus ipſius oppoſitis ſupficiebus orhogonaliter inſiſtere.

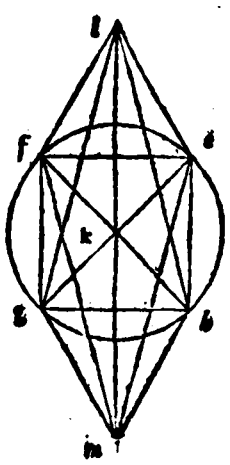


Vt autẽ cubũ hũc ab aſſignata ſphæra circũſcriptibilẽ eſſe demõſtremus, in una ſuarũ ſupficierũ ꝓtrahatur diagonalis, uerbi gratia in baſi eius, ſitq́ e g, & ab huius diagonalis altera extremitate, ꝓtrahatur diameter cubi e m, eritq́ ex penult. primi quadratũ e g, duplũ ad quadratũ f g, ideoq́ & ad quadratũ g m, eo q́ g m eſt æqualis f g, ſunt enĩ omnia latera cubi ad inuicẽ æqualia. Et quia rurſus ex penul. primi, quadratũ e m eſt æquale quadratis duarũ linearũ e g & g m, ꝓpter hoc q́ angulus e g m eſt rectus ex diffinitiõe lineæ perpẽdicularis ad ſuperficiẽ, erit quadratũ e m triplũ ad quadratũ m g, conſtat enĩ ex duplo & ſimplo. Cumq́ ex ſecũda parte correlarij 8 ſexti & ex correlario 17 eiuſdẽ quadratũ quoq́ a b ſit triplũ ad quadratũ b d, eo q́ linea a b tripla eſt ad lineã b c, ſit aũt b d æqualis f g, ſequ̇tur ex cõmuni ſcientia ut c m quæ eſt diameter cubi ſit æqualis a b quæ eſt diameter ſphæræ. Itaq́ ſi ſup e m lineetur ſemicirculus circũducaturq́ quouſq́ ad locũ unde fuit initiũ motus, redeat: ſphæra deſcripta, erit ex diffinitiõe ſphærarũ æqualiũ æq̃lis ſphæræ aſſignatæ. At uero qa hic ſemicirculus tranſitũ faciet per punctũ g, eo q́ angulus e g m eſt rectus, eadẽq́ ratione per cæteros ſingulos rectos angulos cubi, q̃d ex antecedẽte ante hãc 14 ĩmediate præmiſſo manifeſtũ eſt, cõſtat cõſtitutũ cubũ ab aſſignata ſphæra (eo q́ à ſua æquali) circũſcriptibilẽ eſſe. Quod demõſtrare oportebat. Correlarij uero demõſtratio in iſtius demõſtrationis proceſſu præpatuit. *Eucli. ex Camp. Propoſitio 15*

15 Corpus octo baſium triangulariũ & æquilaterarũ à ſphæra propoſita circũſcriptibile, cõponere. Eritq́ palàm eiuſdem ſphæræ diametrum lateri ipſius corporis duplicem eſſe potentialiter. *Zamb. 14*

CAMPANVS. Diameter ſphæræ propoſitæ ſit a b, quæ diuidatur per æqualia in pũcto c, & ſuper eam lineetur ſemicirculus a d b, & ꝓducatur c d ꝓpendicularis ad a b, & iungatur punctus d cum a & cum b, deſcribaturq́ unum quadratũ cuius ſingula latera ſint æqualia lineæ b d, ſitq́ quadratũ hoc e f g h, in quo protrahãtur diametri duæ e g & f h, ſecantes ſeinuicẽ in puncto k. Cõſtat igitur ex 4 primi, q́ utraq́ iſtarũ diametrorũ ſit æqualis lineæ a b quæ eſt diameter ſphæræ, cum angulus d ſit rectus ex prima parte 30 tertij, & ſinguli quoq́ anguli e, f, g, h, recti ex diffinitiõe quadrati. Cõſtat rurſus, q́ eædem diametri e g & f h diuidunt ſeinuicẽ per æqualia in puncto k. Hoc autẽ ex 5 primi & 31 & 6 eiuſdẽ facile eſt elicere. Erigatur itaq́ ſuper punctũ k, linea k l perpẽdicularis ad ſuperficiẽ quadrati, quæ ponatur æqualis medietati diametri e g uel f h, & demittantur hypothenuſæ l e, l f, l g, l h, eruntq́ ex his quæ poſita ſunt, & penult. primi; quoties oportuerit repetita, ſingulæ harũ hypothenuſarũ æquales ſibij inuicẽ & æquales lateribus quadrati. Habes ergo pyramidem quatuor æquilaterarũ triangulariũq́ baſium, ſuper quadratũ conſtitutã. Huic itaq́ ſub ipſo quadrato ſimilem pyamidẽ, hoc modo appone. Lineã l k producas, perforãdo quadratũ, uſq́ ad m, ita q́ k m exiſtẽs ſub quadrato, ſit æqualis l k exiſtẽti ſupra, & iunge punctũ m cũ ſingulis angulis quadrati, ꝓducendo 4 alias hypothenuſas quæ ſunt m e, m f, m g, m h, de quibus quoq́ manifeſtum eſt ex penult. primi, quemadmodũ de alijs quæ ſunt in ſu-

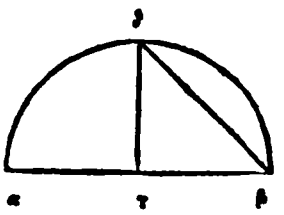




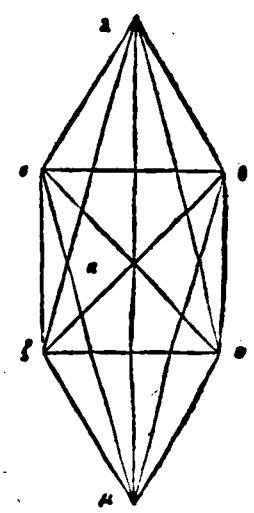
periori parte, ꝙ ipſæ ſint æquales adinuicē & lateribus quadrati. Cōpleuimꝰ igitur corpus ex baſibus triangulariū & æquilaterarū. Hoc autē ab aſſignata ſphæra circūſcriptibile eſſe, ſic habeto. Conſtat enim ꝙ linea l m eſt æqualis diametro aſſignatæ ſphæræ, nam utraq; earū eſt æqualis diametro quadrati. Igitur ſi ſuper l m lineetur ſemicirculus qui circūuoluatur quouſq; ad locū ſuū redeat, ſphæra quā motu ſuo deſcribet, erit æqualis aſſignatæ ſphæræ, ut ex diffinitiōe æqualiū ſphærarū colligitur. Hic uero ſemicirculus trāſibit per quatuor angulos quadrati, & ſimpliciter per omnia pūcta circūferētiæ circuli circūſcribētis quadratū, eo ꝙ ſemidiameter quadrati ut linea f k, & portiōes lineæ l m quæ ſunt l k & k m, ſunt adinuicē æquales, quare ex diffinitiōe eius q̄d eſt figurā unā alij figuræ inſcribi, fabricatū corpus inſcriptibile eſt ſphæræ motu huius ſemicirculi deſcriptæ. Itaq; & ſphæræ aſſignatæ ex cōceptione, cum ipſæ ſint adinuicē æquales ex diffinitiōe. Correlariū uero manifeſte conſtat, ſunt enī duæ lineæ d b & d a ex penult. primi, latus autem fabricati corporis, eſt æquale lineæ b d. Verum eſt ergo correlariū.

Eucli. ex Zamb. Problema 2 Propoſitio 14

14 Octahedrū conſtruere, & data ſphæra cōprehendere ea, qua pyramidē, oſtendereq; ꝙ ipſius ſphæræ dimetiēs potentia lateris ipſius octahedri duplus eſt.

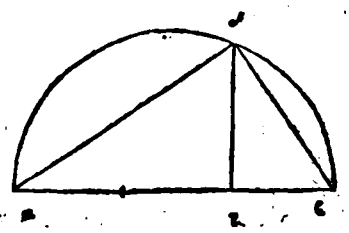


THEON ex Zamb. Exponatur datæ ſphæræ diameter α β, ſecetuŕq; (per 10 primi) diuidue γ, & deſcribatur ſuper α β ſemicirculus α δ β. Excitetuŕq; (per 11 primi) ab ipſo γ ipſi α β ad rectos angulos γ δ, & cōnectatur δ β. Exponatuŕq; quadratū ε ζ η θ, æquum habens unūquodq; latus ipſi β δ, & cōnectantur ζ θ, ε η. Excitetuŕq; (per 12 undecimi) ab ipſo κ ſigno ad ipſius ε ζ η θ quadrati planū ad angulos rectos recta linea κ λ, & extē datur in altera partē plani λ μ ut ipſa κ μ, auferatuŕq; ab utraq; ipſarū κ λ, κ μ, uni ipſarū κ ε, κ ζ, κ η, κ θ, æqualis utraq; ipſarū κ λ, κ μ, & cōnectantur λ ε, λ ζ, λ η, λ θ, μ ε, μ ζ, μ η, μ θ. Et quoniā κ ε ipſi κ θ eſt æqualis, & angulus qui ſub ε κ θ rectus eſt, igitur q̄d ex θ ε duplum eſt eius quod ex ε κ. Rurſus quoniā λ κ ipſi κ ε eſt æqualis, & angulus qui ſub λ κ ε rectus eſt, quod igitur ex ε λ, duplum eſt eius quod ex ε κ. Oſtenſum autē eſt quòd & quod ex θ ε, duplum eſt eius quod ex ε κ. Igitur quod ex λ ε, ei quod ex ε θ eſt æquale. Ipſa igitur λ ε ipſi ε θ eſt æqualis. Idq; propterea iam & λ θ, ipſi θ ε eſt æqualis. Triangulum igitur λ ε θ æquilaterū eſt. Similiter iam demonſtrabimus quod unumquodq; reliquorū triangulorū quorū baſes quidem ſunt ipſa ε ζ η θ quadrati latera, faſtigia uero λ, μ, ſigna, æquilaterū eſt. Octahedrū igitur conſtitutū eſt, ſub octo triangulis æqualia habentibus latera cōprehenſum. Oportet iam & illud ſphæræ data cōprehendere, oſtendereq; quod ipſius ſphæræ dimetiens potentia duplus eſt lateris ipſius octahedri. Quoniā enim ipſæ tres λ κ, κ μ, κ ε, inuicē ſunt æquales, ſuper λ μ igitur deſcriptus ſemicirculus ueniet & per ε, & id propterea ſi manente λ μ, circūducatur ſemicirculus, & in idem unde circūduci cœpit fleterit, ueniet & per ζ, η, θ, ſigna, & octahedrū ſphæræ erit cōprehenſum. Dico quod & data. Quoniā nanq; æqualis eſt λ κ ipſi κ μ, cōmunis autē κ ε, & angulos rectos cōprehendunt, baſis igitur λ ε (per 4 primi) baſi ε μ eſt æqualis. Et quoniam angulus qui ſub λ ε μ rectus eſt, in ſemicirculo enim, quod igitur ex λ μ, duplū eſt eius quod ex λ ε. Rurſus quoniam α γ ipſi γ β eſt æqualis, dupla eſt α β ipſius β γ. Sicut autem α β ad β γ, ſic quod ex α β ad id quod ex β δ. Duplum igitur eſt quod ex α δ. Oſtenſum eſt autē quòd & quod ex λ μ duplū eſt eius quod ex λ ε, & quod ex β δ, ei eſt æquū quod ex λ ε, æqualis enim ponitur ε θ, ipſi δ β. Quod igitur ex α β, ei quod ex λ μ eſt æquale, ipſa igitur α β ipſi λ μ eſt æqualis, eſt́q; α β datæ ſphæræ dimetiens, ipſa igitur λ μ, æqualis eſt datæ ſphæræ diametro. Comprehenſum eſt igitur octahedrum data ſphæra, & ſimul oſtenſum eſt quod ipſius ſphæræ diameter potentia dupla eſt ipſius octahedri lateris. Quod facere & oſtendere oportebat.



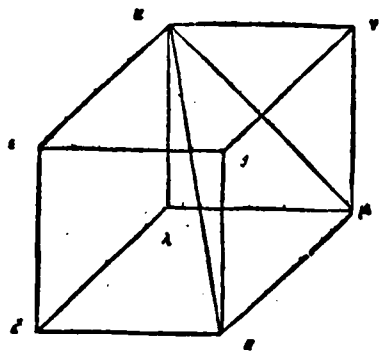
Eucli. ex Zamb. Problema 3 Propoſitio 15

15 Cubum conſtruere & data ſphæra cōprehendere ea, qua priora, oſtendereq; ꝙ ipſius ſphæræ dimetiens potentia triplus eſt lateris ipſius cubi.



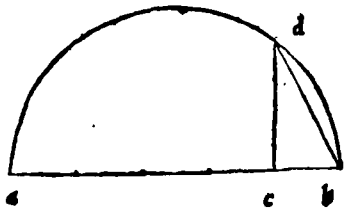
THEON ex Zamb. Exponatur datæ ſphæræ diameter α β, ſecetuŕq; in γ, ut α γ dupla ſit ipſius γ β. Deſcribatuŕq; ſuper α β, ſemicirculus α δ β, & ab ipſo γ ipſi α β (per 11 primi) ad angulos rectos excitetur γ δ, & connectatur δ β. Exponatuŕq; quadratū ε ζ η θ, æquū habens unūquodq; latus ipſi δ β, & ab ipſis ε, ζ, η, θ, ſignis, ad ipſius ε ζ η θ quadrati planum ad angulos rectos excitentur (per 12 undecimi) ε κ, ζ λ, η μ, θ ν, & auferatur ab unaquaq; ipſarū ε κ, ζ λ, η μ, θ ν, uni ipſarū ε ζ, ζ η, η θ, θ ε, æqualis unaquæq; ipſa

sum ε κ, ... β ... ζ ... ε

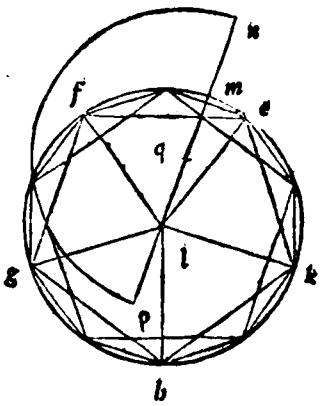


ρπ ϛ m, ϛ λ, π μ, θ ν, cõnectãturq; ipſæ π λ, λ μ, μ ν, ν π : cubus igitur ξ ν, cõſtructus eſt ſub ſex quadratis æqualibus cõprehenſus. Oportet iam ſphæra data cõprehendere, & oſtẽdere quod ipſius ſphæræ dimetiẽs potẽtia triplex eſt ipſius cubi lateris. Cõnectantur enim ipſæ π ν, ϛ π. Et quoniã angulus qui ſub π ϛ π rectus eſt, eo qa π ϛ recta eſt ad planũ ϛ π, uidelicet, & ad rectã lineã ϛ π, igitur ſuper π π deſcriptus ſemicirculus ueniet & per ϛ π ſigna. Rurſus quoniã ξ π recta eſt ad utranq; ipſarũ ξ λ, ξ ϛ, & ad ξ π: igitur planũ recta eſt ipſa ξ π. Quare & ſi cõnectamus ipſam ξ π, ipſa π ξ recta erit ad ipſam ξ π, ac per hoc rurſus ſuper π π deſcriptus ſemicirculus, tranſiet & per ξ, ſimiliter & per reliqua ſigna ipſius cubi ueniet. Si iam manente ipſa π π, circũductus ſemicirculus in idem ſteterit unde circũduci cœpit, cubus ſphæra cõprehenſus erit. Dico iam quod & data. Quoniã enim æqualis eſt π ξ ipſi ξ ϛ, & angulus qui ad ξ rectus eſt, quod igitur ex ϛ π, duplũ eſt eius qd ex ϛ ξ. Æqualis autẽ eſt ϛ ξ ipſi ϛ π, quod igitur ex ϛ π, duplũ eſt eius quod ex ϛ ξ. Quare quod ex π ϛ, ϛ π, triplũ eſt eius quod ex ϛ π. Et quoniã α β ipſius β γ triplex eſt, ſicut autẽ α β ad β γ, ſic quod ex α β ad id quod ex β δ, triplũ igitur eſt quod ex α β, eius quod ex β δ, patuit autẽ quõd & quod ex π π, triplũ eſt eius quod ex π ϛ, & æqualis poſita eſt π ϛ, ipſi β δ, æqualis igitur eſt & π π, ipſi α β. Et α β eſt datæ ſphæræ dimetiens, & π π igitur æqualis eſt ipſi datæ ſphæræ diametro. Data igitur ſphæra cõprehenditur cubus, & una oſtenditur quod ſphæræ diameter potẽtia tripla eſt ipſius cubi lateris. Quod facere & oſtendere oportebat. Eucli. ex Camp. Propoſitio 16

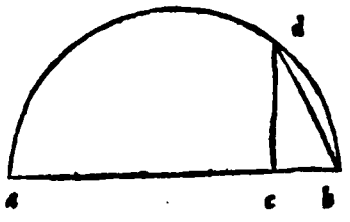
16 CORpus uiginti baſium triangularium atque æquilaterarũ à data ſphæra diametrũ rationalem habente circũſcriptibile, fabricare. Eritq; palàm, latus eiuſdem corporis eſſe lineam irrationalem, eam ſcilicet quæ dicitur minor.



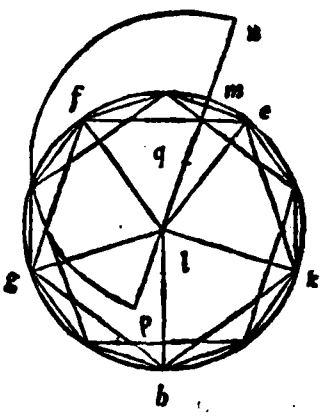
CAMPAN. Sit hic quoq; diameter aſſignatæ ſphæræ a b, quæ ponatur eſſe rationalis ſiue in lõgitudine. ſiue in potentia tantũ, & diuidatur in puncto c, ita ꝙ a c ſit quadrupla ad c b, & lineetur ſuper eam ſemicirculus a d b, & producatur c d perpendicularis ad a b, & ꝓtrahatur linea d b, deinde ſecundũ quantitatẽ lineæ d b lineetur circulus e f g h k ſupra centrũ l, cui inſcribatur pentagonus æquilaterus eiſdem literis annotatus, ad cuius angulos à centro l ducãtur lineæ l e, l f, l g l h, l k. Rurſus in eodẽ circulo inſcribatur decagonus æquilaterus, diuidãtur enim cuncti arcus quorũ chordæ ſunt latera pentagoni per æqualia, & à punctis mediis ad extremitates cunctorũ laterum inſcripti pentagoni lineæ rectæ dirigantur. Itemq; ſuper ſingulos angulos pentagoni erigatur cathetus ſecũdum ꝙ docet 11 undecimi, quorũ quilibet ſit etiam æqualis lineæ b d & continuẽtur extremitates horũ quinq; cathetorũ, quinq; corauſtis, eruntq; ex 6 undecimi quinq; catheti erecti, adinuicẽ æquidiſtantes, cumq; ipſi ſint æquales erunt quoq; ex 33 primi quinq; corauſti eorũ extremitates iungẽtes æquales lateribus pentagoni. Demitte igitur à ſummitatibus ſingulis ſingulorũ cathetorũ, binas & binas hypothenuſas ad duos circũſtantes angulos inſcripti decagoni, & harũ decẽ hypothenuſarũ à quinq; extremitatibus cathetorũ ad quinq; puncta quæ ſunt ſinguli anguli mediĳ inſcripti decagoni, deſcendentiũ extremitates continua, alium pentagonũ rurſus ipſi circulo inſcribẽdo, qui quoq; erit æquilaterus ex 33 tertĳ. Cũ hoc itaq; feceris, uidebis te ꝓfeciſſe decem triangulos, quorũ latera ſunt decem hypothenuſæ & quinq; corauſti & quinq; latera huius ſecũdi pentagoni inſcripti. Hos ergo decem triãgulos, æquilateros eſſe, ſic collige. Cum enim tam ſemidiameter deſcripti circuli ꝙ quilibet erectorũ cathetorũ ſit æqualis lineæ b d ex hypotheſi, erit ex correlario 33 quarti, quilibet cathetorũ æqualis lateri hexagoni æquilateri circulo cuius ſemidiameter eſt æqualis lineæ b d inſcripti. Quia uero ex penultima primi unaquæq; decẽ hypothenuſarũ tanto eſt potẽtior catheto quantũ poteſt latus decagoni, at uero ex 10 huius, latus quoq; pentagoni eſt tanto potẽtius eodem quantũ



poteſt idem latus decagoni, erit ex cõmuni ſcientia unaquæq; harum hypothenuſarũ æqualis lateri pentagoni. De corauſtis autem iam patuit, quod ipſi ſint æquales lateribus pentagoni. Itaq; cuncta latera horũ decem triangulorũ, aut ſunt latera pentagoni æquilateri ſecũda uice circulo inſcripti, aut illis æqualia, ſunt igitur æquilateri triãguli.



Amplius autẽ ſuper centrũ circuli quod eſt pũctum l, erige aliũ cathetũ æqualẽ prioribus qui ſit l m, eiusq; ſuperiorem extremitatẽ quæ eſt m, iunge cum ſingulis extremitatib. priorũ, per quinq; corauſtos, eritq; ex 6 undecimi, hic centralis cathetus, ſingulis cathetorũ angulariũ æquidiſtãs, ideoq; ex 33 primi, hi quinq; corauſti erũt ſemidiametro circuli æquales, & ex correlario 5 quarti, quælibet eorum tanq; latus hexagoni. Centrali ergo catheto ex utraq; pte adiſciatur linea una æqualis lateri decagoni, ſupra quidẽ adiſciatur ei m n, deorſum autẽ ſub circulo adiſciatur ſibi à centro circuli p, poſtea demittãtur à puncto n, 5 hypothenuſæ ad 5 ſuperiores angulos decem triangulorũ, qui ſunt in circuitu, & à puncto p, aliæ 5 ad alios 5 inferiores. Erunt hæ decem hypothenuſæ æquales adinuicem lateribus inſcripti pentagoni ex penultima primi & 10 huius, quẽadmodũ de aliis decem prius demonſtratũ eſt. Habes ergo corpus 20 baſium triangulariũ atq; æquilaterarũ cuius cuncta latera ſunt æqualia lateribus pentagoni, eius uero diameter eſt linea n p, horũ autem 20 triangulorũ decem conſiſtunt in circuitu ſupra circulũ, quinq; autẽ conſurgũt ſurſum ad punctũ n concurrẽtes, atq; quinq; reliqui deorſum emergunt ſuper punctũ p coeuntes.



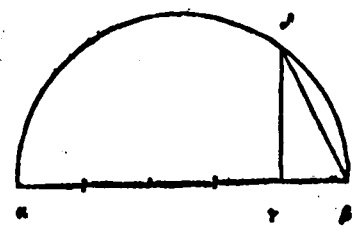
Hoc autem icoſedron corpus à data ſphæra circũſcriptibile eſſe, ſic erit manifeſtũ. Cum linea l m ſit æqualis lateri hexagoni, & m n lateri decagoni æquilaterorũ quos circulus e f g circũſcribit, tota l n erit ex 9 huius diuiſa ſecũdum proportionẽ habentẽ medium & duo extrema in puncto m, & maior portio eius erit linea l m. Diuidatur itaq; l m per æqualia in q, eritq; ex cõmuni ſcientia p q, æqualis q n, nam p l poſita eſt æqualis lateri decagoni, quemadmodũ m n, quare q n eſt medietas n p, quemadmodũ eſt q m medietas m l. Cum ergo quadratũ n q ſi ex 5 huius quintuplum ad quadratũ q m, erit quoq; ex 15 quinti quadratũ p n quintuplũ ad quadratũ l m, eſt enim ex 4 ſecundi quadratũ p m, quadruplũ ad quadratũ q n, quadratũ quoq; l m, quadruplũ ad quadratũ q m ex eadem, quadruplũ autem ad quadruplũ, eſt ut ſimplum ad ſimplũ, teſte 15 quinti, at uero quadratũ a b, quintuplũ eſt ad quadratũ b d ex ſecunda parte correlarij 5 ſexti & ex correlario 17 eiuſdẽ, eſt etiam a b, quintupla ad b c, eo q; a c fuit ad eandẽ quadrupla. Quia ergo l m eſt ex hypotheſi æqualis b d, erit ex cõmuni ſcientia a b æqualis n p. Itaq; ſi ſuper lineã n p ſemicirculus deſcribatur qui tandiu q; locũ primũ repetat circũuoluatur, ſphæra ipſius motu deſcripta, erit à diffinitione ſphærarũ æqualiũ, æqualis ſphæræ propoſitæ. Et quoniã linea l m eſt medio loco ꝓportionalis inter l n & n m, ideoq; inter l n & p l, erit quoq; quælibet ſemidiameter circuli, medio loco ꝓportionalis inter l n & l p. Et cũ l m ſit æqualis ſemidiametro circuli, itaq; ſemicirculus ſuper p n deſcriptus tranſibit per omnia puncta circũferentiæ circuli e f g, ideoq; & per ſingulos angulos ſolidi fabricati, in illa circũferentia conſiſtentes. Et quia eadẽ ratione ſinguli corauſti cõtinuantes extremitates angulariũ cathetorũ cum extremitate centralis, ſunt medio loco ꝓportionales inter p m & m n, eo q; quilibet eorum eſt æqualis l m, ſequitur ut idem ſemicirculus tranſeat etiam per reliquos angulos figuræ icoſedræ ſtitutæ. Eſt igitur corpus hoc inſcriptibile ſphæræ cuius diameter p n, ideoq; & ſphæræ cuius diameter a b. Latus autẽ huius ſolidæ figuræ dico eſſe lineam minorẽ. Conſtat enim q; linea b d eſt rationalis in potentia, cum eius quadratũ ſit ſubquincuplũ ad quadratũ lineæ a b quæ poſita eſt rationalis ſiue in lõgitudine ſiue in potentia tantũ. Itaq; ſemidiameter atq; diameter circuli e f g eſt etiam rationalis in potentia, nam eius ſemidiameter eſt æqualis b d. Igitur ex 11 huius latus pentagoni æquilateri huic circulo inſcripti eſt linea minor: at uero (ſicut in huius demõſtrationis proceſſu patuit) latus huius figuræ eſt quantũ latus pẽtagoni, ergo latus huius figuræ 20 alchadarum id eſt baſium eſt linea minor, quemadmodum proponitur.

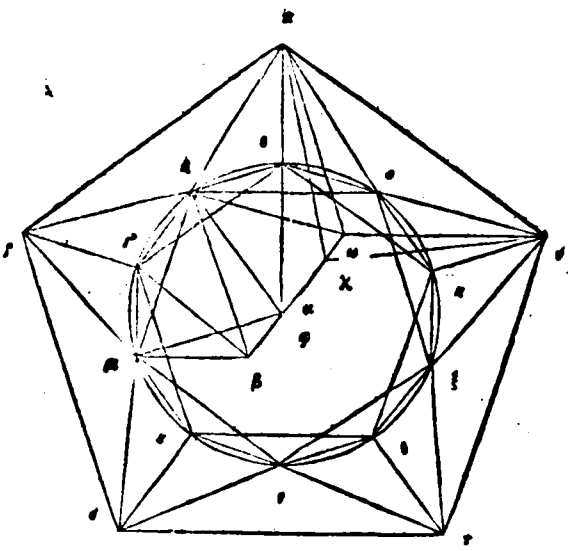
Euclid. ex

Eucli.ex Zamb. Problema 4 Propoſitio 16

16 # Icoſahedrum conſtruere, & data ſphæra comprehendere, qua & dictas figuras, oſtendereq; quod ipſius icoſahedri latus irrationalis eſt ea quæ appellatur minor.

THEON ex Zamb. Exponatur datæ ſphæræ diameter α β, ſecetuŕq; in γ, ut α γ quadrupla ſit ipſius γ β, & deſcribatur ſuper α β ſemicirculus α δ β, & excitetur (per 11 primi) ab ipſo γ, ipſi α β ad angulos rectos recta linea γ δ, cõnectatuŕq; δ β, ponatuŕq; circulus ϛ ζ η θ ι, cuius quæ ex centro, æqualis eſto ipſi δ β, & in ipſo ϛ ζ η θ ι circulo deſcribatur (per 11 quarti) quinquangulũ æquilaterũ & æquiangulum ϛ ζ η θ ι. Et ſecentur ϛ ζ, ζ η, η θ, θ ι, ι ϛ, circũferentiæ bifariam in ſignis, λ, μ, ν, ξ, ο, cõnectantuŕq; λ μ, μ ν, ν ξ, ξ ο, ο λ, ϛ ο, æquilaterũ igitur eſt quinquangulũ λ μ ν ξ ο, & decagoni latus eſt ϛ ο recta linea. Conſtituantur (per 12 undecimi) ab ipſis ϛ, ζ, η, θ, ι, ſignis ad ipſius circuli planum ad rectos angulos rectæ lineæ ϛ π, ζ ρ, η σ, θ τ, ι υ, æquales exiſtentes ei quæ ex centro ipſius ϛ ζ η θ ι circuli, & cõnectantur ipſæ π ρ, ρ σ, σ τ, τ υ, υ π, π λ, λ ρ, ρ μ, μ σ, σ ν, ν τ, τ ξ, ξ υ, υ ο, ο π. Et quoniam utraq; ipſarũ ϛ π, ι υ, eidem plano ad angulos eſt rectos, parallelus igitur eſt (per 6 undecimi) ϛ π ipſi ι υ, eſt autem & ei æqualis, æquales autem & parallelos cõnectentes ad eaſdem partes rectæ lineæ, æquales & parallelæ (per 33 primi) ſunt. Igitur π υ ipſi ϛ ι æqualis & parallelus eſt, pentagoni autẽ æquilateri latus eſt ipſa ϛ ι, pentagoni ergo æquilateri eſt & π υ, in ϛ ζ η θ ι circulo deſcripti, & iam id propterea, & unaquæq; ipſarũ π ρ, ρ σ, σ τ, τ υ, pentagoni eſt æquilateri in circulo ϛ ζ η θ ι deſcripti, pentagonũ igitur π ρ σ τ υ æquilaterũ eſt. Et quoniã π ϛ hexagoni eſt, decagoni autem ϛ ο. & angulus qui ſub π ϛ ο rectus eſt, pentagoni igitur eſt π ο, pentagoni enim latus poteſt & hexagoni & decagoni in eodem circulo deſcriptorum latus (per 10 decimitertij.) Iam id propterea & ο υ pentagoni latus eſt, eſt etiam π υ pentagoni latus. Aequilaterum igitur eſt π ο υ triangulum. Iam id propterea & unumquodq; ipſorum π λ ρ, ρ μ σ, σ ν τ, τ ξ υ, æquilaterũ eſt. Et quoniam oſtenſum eſt utranq; & π λ & π ο pentagoni eſſe, eſt autem & λ ο pentagoni, æquilaterum igitur eſt π λ ο triangulum. Iam id propterea & unumquodq; ipſorum λ ρ μ, μ σ ν, ν τ ξ, ξ υ ο triangulorũ, æquilaterũ eſt. Aſſumatur (per 1 tertij) centrum circuli ϛ ζ η θ ι, & ſit φ ſignum, & ab ipſo φ ad ipſius circuli planum ad rectos angulos (per 12 undecimi) excitetur φ ω, extendaturq; ex utraq; parte ut φ ↓, & auferatur ipſius quidem hexagoni φ χ, decagoni autem utrunq; ipſorum φ ↓, χ ω, & connectantur π ω, π χ, υ ω, υ χ, ϛ φ, λ φ, λ ↓, ↓ μ. Et quoniam utraq; ipſarum φ χ π ϛ, ad circuli planum ad rectos angulos eſt, parallelus igitur eſt φ χ ipſi π ϛ. Sunt autem æquales & ipſæ igitur ϛ φ, π χ, æquales & parallelæ ſunt. Hexagoni autem eſt ϛ φ, hexagoni ergo & π χ. Et quoniam hexagoni quidem eſt π χ, decagoni uero χ ω, & rectus eſt qui ſub π χ ω angulus, pentagoni igitur eſt π ω, iam id propterea & υ ω, pentagoni eſt. Quoniam ſi connectamus ipſas φ ν, χ υ, æquales & ex oppoſito erunt. Eſt autem ipſa φ ν ex centro exiſtens, hexagoni: hexagoni igitur eſt & ipſa χ υ. Decagoni autem & χ ω, & qui ſub υ χ ω rectus eſt, pentagoni igitur eſt ipſa υ ω. Eſt autem & π υ, pentagoni. Igitur triangulum π υ ω æquilaterum eſt. Iam id propterea & unumquodq; reliquorũ triangulorũ quorum baſes ſunt π ρ, ρ σ, σ τ, τ υ, rectæ lineæ, faſtigium uero ω ſignum, æquilaterum eſt. Rurſus quoniam hexagoni quidem eſt ipſa φ λ, decagoni autem ipſa φ ↓, & rectus eſt qui ſub λ φ ↓ angulus, pentagoni igitur eſt λ ↓ Iam id propterea ſi connectamus ipſam μ φ quæ eſt hexagoni, * ducetuŕq; ipſa μ ↓ pentagoni, eſt autem & λ μ pentagoni, triangulum igitur λ μ ↓ æquilaterũ eſt. Similiter iam oſtendetur quod unumquodq; reliquorum triangulorum quorum baſes ſunt μ ν, ν ξ, ξ ω, ω λ, faſtigium autem ↓ ſignum, æquilaterum eſt. Conſtructum igitur eſt icoſahedrum, ſub uiginti triangulis æqualia latera habentibus comprehenſum. Oportet iam illud quoque data ſphæra comprehendere, ac demonſtrare quod latus icoſahedri eſt irrationalis ea quæ appellatur minor. Quoniam enim hexagoni eſt ipſa φ χ, decagoni autem ipſa χ ω, ipſa igitur φ ω extrema & media ratione ſecatur in χ, & ipſius maius ſegmentum eſt φ χ. Eſt igitur ſicut ω φ ad φ χ, ſic φ χ ad χ ω: æqualis autem eſt & φ χ ipſi φ λ, & χ ω ipſi φ ↓, eſt igitur ſicut ω φ ad φ λ, ſic φ λ ad φ ↓, & recti ſunt anguli, qui ſub ω φ λ, λ φ ↓. Si connectamus igitur ipſam λ ω rectam lineam, rectus erit angulus qui ſub ↓ χ ω, propter ipſorum ↓ λ ω, φ λ ω, triangulorum ſimilitudinem.

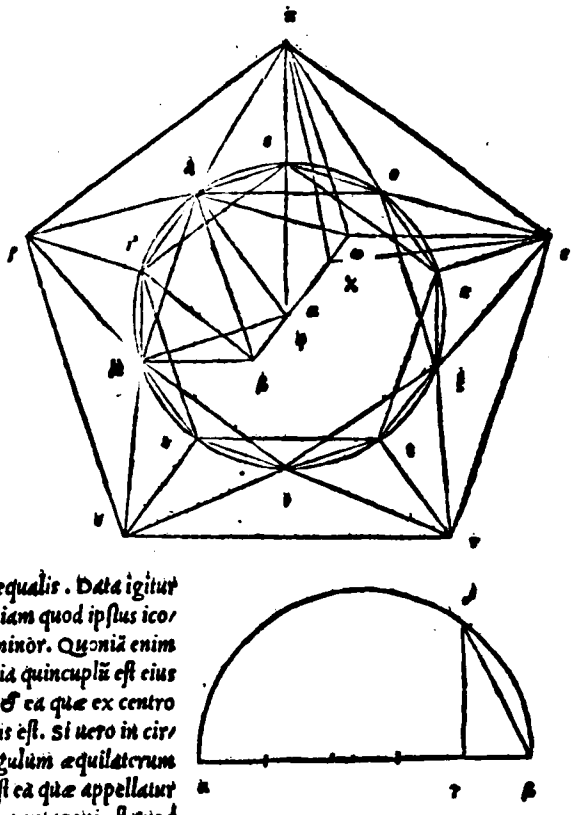




* συναγόμενος colligitur

Semicir-

Semicirculus igitur ſuper ↓ ω deſcriptus, ueniet & per λ iam id propterea quoniam eſt ſicut ω φ ad φ χ, ſic φ χ ad χ ω, æqualis autem ipſa quidem ω φ ipſi ↓ χ, & φ χ ipſi χ π, eſt igitur ſicut ↓ χ ad χ π, ſic π χ ad χ ω. Ac per hoc rurſus ſi cõnectamus ipſam π ↓, rectus erit qui ad π angulus. Igitur ſuper χ ω deſcriptus ſemicirculus, ueniet & per π, & ſi manente ↓ ω, circũducitur ſemicirculus in illud idem unde circũduci cœpit & ceciderit, ueniet & per π, & per reliqua ipſius icoſahedri ſigna, & ſphæra comprehenſum erit ipſum icoſahedrum. Dicõ quod & data. Secetur (per 10 primi) φ χ diuidue in æ. Et quoniã recta linea φ ω extrema & media ratione ſecatur in χ, & minus ſegmentum illius eſt ω χ. ipſa igitur ω χ admittens dimidium maioris ſegmenti χ æ, quincuplum poteſt eius quod ex dimidia maioris ſegmenti (per 5 huius.) Quincuplũ igitur eſt quod ex ω æ, eius quod ex æ χ. Ipſius autem ω æ, dupla eſt ω ↓, ipſius autẽ æ χ, dupla eſt χ φ. Quod igitur ex ω ↓, quincuplum eſt eius quæ ex φ χ. Et quoniã æ γ ipſius γ β eſt quadrupla, quincupla igitur eſt æ β ipſius β γ. Sicut autem æ β ad β γ, ſic quod ex æ β ad id quod ex β δ, quincuplũ igitur eſt quod ex æ β, eius quod ex β δ. Patuit autem quòd quod ex ω ↓, quincuplũ eſt eius quod ex φ χ. Et δ β æqualis eſt ipſi φ χ, utraq; enim ipſarum, æqualis eſt ei quæ ex centro ipſius ζ π θ circuli, æqualis igitur eſt & æ β ipſi ↓ ω. Et æ β eſt ipſius datæ ſphæræ diameter, & ↓ ω igitur datæ ſphæræ diametro eſt æqualis. Data igitur ſphæra, icoſahedrum cõprehenſum eſt. Dico iam quod ipſius icoſahedri latus irrationalis eſt ea quæ appellatur minor. Quoniã enim rationalis eſt ipſius ſphæræ diameter, & potentia quincuplũ eſt eius quæ ex centro circuli ζ π θ, rationalis igitur eſt & ea quæ ex centro circuli ζ π θ. Quare & diameter illius, rationalis eſt. Si uero in circulo rationalem habente diametrum, quinquangulum æquilaterum deſcriptum fuerit, latus pentagoni irrationalis eſt ea quæ appellatur minor (per 11 huius.) Latus autem ipſius ζ π θ pentagoni, eſt quod & icoſahedri. Icoſahedri ergo latus, irrationale eſt, minor appellatum. Quod facere & oſtendere oportebat.



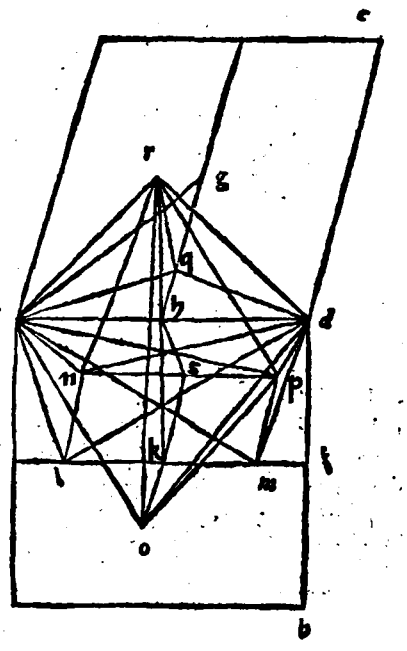
COROLARIVM. Ex hoc igitur eſt manifeſtum, quod ſphæræ diameter potentia quincuplum eſt eius quæ ex centro circuli à quo icoſahedrum deſcribitur, & quod ſphæræ diameter componitur & ex ſexanguli & ex binis decagoni in eodem circulo deſcriptorum lateribus.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 17

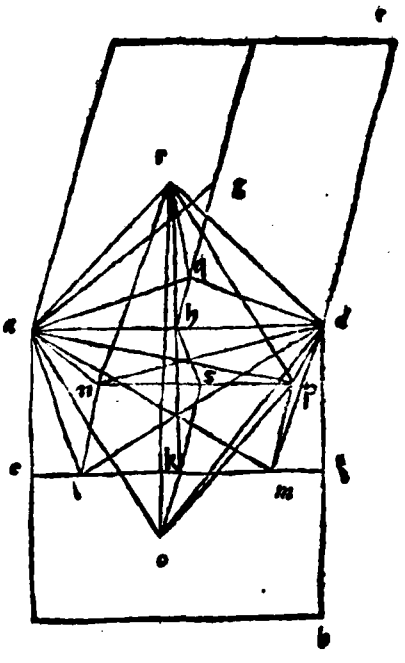
17 CORpus duodecim baſium pentagonarum æquilaterarum atq; æquiangularium ab aſſignata ſphæra circunſcriptibile, conſtituere. Eritq; palàm, latus eiuſdem corporis irrationale eſſe, id quod reſiduum dicitur.

CAMPANVS. Fiat cubus ſecundum quod docet 14 huius, circunſcriptibilis ab aſſignata ſphæra, ſintq; huius cubi duæ ſuperficies a b & a c, imaginemur autẽ nunc, quod a b ſit ſuprema ſuperficies cubi, & à c ſit una ex lateralibus, ſitq; linea a d, cõmunis iſtis duabus ſuperficiebus. Diuidantur itaq; in ſuperficie a b duo oppoſita latera per æqualia, uidelicet, d b & latus ei oppoſitum, & puncta diuiſionis continuẽtur per lineam e f, latus quoq; a d, & illud quod ſibi opponitur in ſuperficie a c, diuidantur per æqualia, & puncta diuiſionis continuẽtur linea recta cuius medietas ſit g h, ſitq; punctus h, medius punctus lineæ a d, ſimiliter linea e f diuidatur per æqualia in k, & protrahatur h k. Quamlibet igitur trium linearum e k, k f, & g h, diuide ſecundum proportionẽ habentem medium & duo extrema in tribus punctis l, m, q, ſintq; maiores portiones earum, l k, k m, & g q, quas manifeſtum eſt eſſe æquales, cum totæ lineæ diuiſæ ſint æquales, uidelicet, quælibet earũ medietati lateris cubi. Deindè à duobus punctis l & m, erige perpendiculares ut docet 11 undecimi, ad ſuperficiem a b, quarũ utranq; ponas æqualem lineæ k l, ſintq; l n & m p, ſimiliter à puncto q, erige perpendiculariter q r ad ſuperficiem a c.

etiam a c,quam ponas æqualem g q,protrahe itaq; lineas a l,a n,a m a p,d m,d p,d l,d n a ꝑa q,d r,d q. Manifestū est igitur ex quinta huius,quod duæ lineæ k e & e l potentialiter sunt triplū ad lineam k l,ideoq; etiā ad lineam l n.cū k l & l n sint æquales. At uero k e,est æqualis e a,igitur duæ lineæ a & e, & e l,sunt potētia triplū ad lineā l n. Quare ex penultima primi a l,est potētia tripla ad l n,ideoq; per eādē a n,est potentia quadrupla ad l n. Cūq; omnis linea sit potētia quadrupla ad medietatem sui. sequitur ex cōmuni scientia quod a n sit dupla in lōgitudine ad l n. Et qꝛa l m dupla est ad l k:at k l,& l n,sunt æquales,erit a n æqualis l m,sunt enim earum dimidia,æqualia. Et quia ex ꝛꝛ primi,l m est æqualis n p,erit a n,æqualis n p. Eodem modo probabis tres lineas p d,d r,& r a esse æquales sibi inuicē & duabus prædictis. Habemus itaq; ex his ꝛ lineis,pētagonū æqlaterū q est a n p d r. Sed fortasse dices ipsum nō esse pētagonū,qa nec forsan est totꝰ in superficie una,quod esset necessariū ad hoc ut esset pentagonus. Quod ergo sit totus in superficie una,sic habeto. Prodeat equidē à puncto k lineæ k ſ,ꝓpēdicularis ad supficiē a b,quæ sit æqualis l k,eritq; ob hoc,æqualis utriq; duarū l n & m p. Cumq; ipsa sit æquidistās utriq; earum ex sexta undecimi,ideoq; cū ambabus in eadē superficie ex diffinitione linearū æquidistantium,necesse est ut punctus ſ sit in linea n p,& quod diuidat eam per duo æqualia. Protrahantur igitur duæ lineæ r h & h ſ,sunt itaque duo triāguli k ſ h & q r h super unum angulum uidelicet k h q constituti,& est proportio k h. ad q r,sicut k ſ ad q h, nā ut g h ad q r sic k h ad q r ex 7 qnti,& ut r q ad q h, sic k ſ ad q h ex eadē,sed g h ad q r,ut q r ad q h,eo q̄ q r est æqualis g q, ergo ꝓ 5ꝰ sexti linea r h ſ,est linea una. Quare ex ſcḋa undecimi, totꝰ pētagonus de quo disputamus,est in supficie una. Ipsum quoq; dico esse æquiangulū. Cū enim e k sit diuisa ſcḋm proportionem habentem mediū duoq; extrema,& k m sit æqualis maiori portioni eius,erit quoq; ex 4 punctis tota e m diuisa secūdū ꝓportionē habētē mediū duoq; extrema,maior quoq; portio eius linea e k,ideoq; (per 5) duæ lineæ e m & m k (ideoq; duæ e m & m p,nā m p est æqualis m k) sunt potētia triplū ad lineā a e,nā a est æqualis e k. Itaque tres lineæ a e,e m,& m p,sunt potētia quadruplum ad lineam a e. Constat autem per penultimā primi his assumptā,quod linea a p est potentia æqualis tribus lineis a e, e m,& m p,itaq; a p,est potētia quadrupla ad lineā a e. Latus uero cubi cum sit duplum ad lineā a e,est potentia quoq; quadruplū ad ipsam ex 4 secundi,igitur ex cōi scientia a p,est lateri cubi æqualis. cūq; a d sit unū ex lateribus cubi erit a p æqualis a d. Ideoq; ex 8 primi angulus a r d,est æqualis angulo a n p. Eodem modo probabis angulum d p n esse æqualem angulo d r a. quia probabis lineā d n esse potentialiter quadruplū ad medietatem lateris cubi. Cum igitur ex his,pentagonus sit æquilaterus,& habeat tres angulos æquales,ipse erit æquiangulus ex septima præsentis libri. Si itaq; hac uia ratione que consimili,& super unumquodq; reliquorum laterū cubi pentagonū æquilaterum & æquiangulum fabricemus, perficietur solidū ex superficiebus pentagonis æquilateris & æquiangulis contentū,cubus enim habet ex latera. Reliquū autem est demōstrare,solidū hoc esse à data sphæra circūscriptibile. Protrahantur igitur à linea ſ k duæ superficies secantes cubum,quarum una secet ipsum super lineam h k,& alia super lineā e ſ,eritq; ex 40 undecimi,ut cōmunis sectio harū duarū superficierū secet diametrū cubi,& secetur uiceuersa ab ipsa diametro per æqualia. Sit ergo cōis sectio earum usq; ad diametrū cubi linea k o,ita quod o sit centrum cubi,& ducantur lineæ o a,o n,o p,o d: o r. Constat autem,quod utraque duarum linearum o a & o d est semidiameter cubi, ideoque æquales,de linea autem o k,constat ex 40 undecimi quōd ipsa est æqualis e k, uidelicet medietati lateris cubi. Et quia k ſ est æqualis k m,erit o ſ diuisa in puncto k, secundum proportionem habentem mediū duoq; extrema,& maior portio eius erit linea o k quæ est æqualis e k. Itaque per 5 huius erunt duæ lineæ o ſ & ſ k (ideoq; o ſ & ſ p



quod ſp, (ad quos hæc demonſtratio non extenditur) eſt æqualis κ ſtriplum in potentia ad lineam o κ, & ideo ad medietatem lateris cubi. Quare per penultimam primi linea o p, eſt potẽtia tripla ad medietatẽ lateris cubi. Ex correlario aũt 14 huius cõſtat, qđ ſemidiameter ſphæræ tripla eſt in potentia ad medietatem lateris cubi quem circunſcribit eadem ſphera. Itaque o p, eſt quanta ſemidiater ſphæræ circunſcribentis cubum propoſitum. Eadem ratione, cunctæ lineæ ductæ à puncto o, ad angulos ſingulos pẽtagonorũ oĩm ſuper latera cubi deſcriptorũ ad ſingulos angulos inquã, quippriſ ſũt pẽtagonis, non autem communes eis & ſuperficiebus cubi, quales ſunt in pentagono ſtatuto tres anguli n, o, r de illis autem lineis quæ ueniũt à pũcto o ad angulos ſingulos pentagonorũ qui ſunt cõmunes pentagonis & ſuperficiebus cubi, quales ſunt in pentagono præſenti duo anguli a & d conſtat qđ ipſæ ſunt æquales ſemidiametro ſphæræ circunſcribentis cubum, ipſæ enim ſunt ſemidiametri cubi ex 40 undecimi, at uero ſemidiameter cubi, eſt tãquam ſemidiameter ſphæræ ipſum circũſcribẽtis quẽadmodũ ex rõne 14 apparet. Igitur oẽs aliæ ductæ à pũcto o ad ſingulos angulos dodecedri, ſũt æquales adinuicẽ & ſemidiametro ſphæræ ſemicirculus itaq; ſuper totã diametrũ ſphæræ uel cubi lineatus, ſic circũducatur, trãſibit per oẽs angulos eius. Quare p diffinitionẽ ipſum eſt ab aſſignata ſphæra circũſcriptibile. Dico iterũ quod latus huius figuræ eſt linea irratiõalis, iſta uidelicet quæ reſiduũ dicitur, ſi diameter ſphæræ ipſum circunſcribentis fuerit rationalis in longitudine uel in potentia. Cum enim diameter ſphæræ ſit ex 14 huius tripla in potentia ad latus cubi, erit latus cubi ratiõale in potentia, ſi diameter ſphæræ fuerit rationalis in longitudine uel in potentia. Conſtat autem ex 11, quod linea r p diuidit lineã a d quæ eſt latus cubi, ſecundum proportionẽ habentem medium duoq; extrema, & quod portio eius maior æqualis eſt lateri pentagoni. Et quia maior eius portio eſt reſiduum, ex ſexta huius, manifeſtum eſt latus figuræ duodecim baſium, eſſe reſiduũ. Quod demonſtrare uoluimus.



CAMPANVS. Fabricata ſunt igitur per 13 & quatuor eam ſequentes, qninque corpora æquilatera atque æquiangula, quorum unumquodque eſt circunſcriptibile ab aſſignata ſphæra. Sunt autem hæc ſolida, primum quidem quatuor baſium triangularium, & dicitur tetrachedon. Secundum eſt ſex baſium quadratarum & dicitur cubus ſiue hexaedron. Tertium octo baſium triangularium, & dicitur octoedron. Quartum autem eſt ſolidum icoſedron, & eſt uiginti baſium triangularium. Quintum uero ex 12 baſibus pentagonis cõſiſtit, diciturq; dodecedron. Hæc autẽ quinq; ſolida, regularia dicũtur, regularia dicũtur, quoniam ipſa æquiangula ſunt atq; æquilatera. & à ſphæra atq; abinuicẽ circũſcriptibilia. plura uero his quinq;, æquilatera quæ ſunt æquiangula eſſe eſt impoſſibile. Ad cõſtitutionem cuiuslibet anguli ſolidi, neceſſe eſt ad minus tres ſuperficiales angulos concurrere. Ex duobus enim ſolis ſuperficialibus, nequit ſolidus angulus compleri. Quia ergo tres anguli cuiuslibet hexagoni æquilateri & æquianguli ſunt æquales quatuor angulis rectis. at uero heptagoni & cuiuslibet pluriũ laterũ figuræ æquilateræ atq; æquiãgulæ tres anguli ſunt maiores quatuor angulis rectis quẽ admodũ ex 21 primi euidenter dicitur, omnis autem angulus ſolidus quatuor rectis angulis minor eſt teſte 21 undecimi, impoſſibile eſt tres angulos hexagoni atque heptagoni & ſimpliciter omnis plurilateræ figuræ æquilateræ tamen atque æquiangulæ, ſolidũ angulum conſtituere. Ideo nulla ſolida figura æquilatera atque æquiangula, poteſt ex ſuperficiebus hexagonalibus aut plurium laterum conſtitui. Si enim tres anguli hexagoni æquilateri atq; æquianguli quenq; ſolidum angulum excedũt quatuor, & plures multo fortius eundẽ excedũt. Tres autem angulos pẽtagoni æquilateri atq; æquanguli minores eſſe quatuor rectis angulis manifeſtũ eſt, & quatuor eſſe maiores quare ex tribus angulis pẽtagoni æquilateri atq; æquanguli poſſibile eſt ſolidũ angulum cõ-

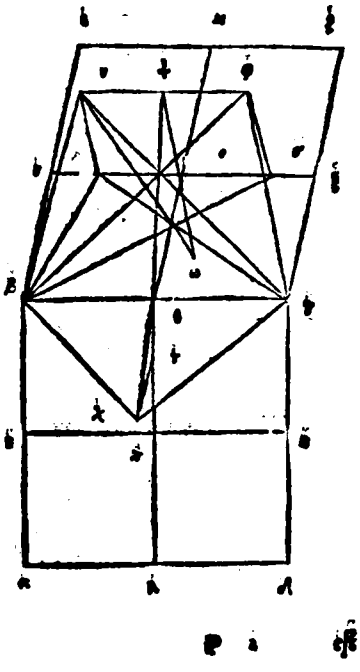
ſtitui

ſtitui, ex quatuor aũt aut ex pluribus impoſſibile ideóque unum duntaxat ſolidum ex pentagonis æquilateris atque æquiangulis conſtitutum eſt illud uidelicet quod dodecedron dicitur, in quo anguli pentagonorum trini & trini ſolidos angulos perficiunt. Eadem quoque eſt ratio in quadrilateris figuris æquilateris & æquiangulis, quæ in pentagonis, omnis enim quadrilatera figura ſi æquilatera æquiangulaque fuerit, ipſa erit quadrata à diffinitione. nam omnes eius anguli erunt recti per 32 primi. Ex tribus igitur angulis talis ſuperficialis figuræ, poſſibile eſt ſolidum angulum conſtitui, ex quatuor autem aut ex pluribus impoſſibile eſt: propterea quòd ex talibus figuris ſuperficialibus (quæ cum quadrilateræ ſint ipſæ æquilateræ atque æquiangulæ) unicũ ſolidum quod cubum dicimus fabricatum eſt. Triangulorum autem æquilaterorũ ſex anguli ſunt æquales quatuor rectis ex 32 primi, pauciores ergo minores, & plures, maiores, igitur ex ſex angulis talium trigonorum aut ex pluribus impoſſibile eſt angulũ ſolidum fieri, ex quinque & ex quatuor & ex tribus poſſibile. Cum itaq; tres anguli trigoni æquilateri efficiũt angulum ſolidum, perficitur ex triangulis æquilateris corpus quatuor baſium triangularium atque æquilaterarum. Cum uero quatuor cõſurgũt: corpus octo baſium, quod octoedron diximus. At uero ſi quinque triangulorum æquilaterorum anguli ſolidum angulum contineant, fiet corpus icoſedron uiginti baſium triangulariũ & æquilaterarũ. Quare ergo tot & talia ſunt ſolida regularia, & quare plura his non ſint dictum eſt.

Eucli. ex Zamb. Problema 5 Propoſitio 17

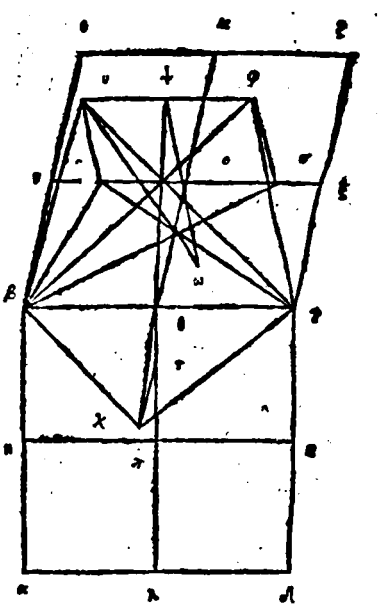
17 Dodecahedrum conſtruere & data ſphæra comprehendere qua & prædictas figuras, oſtendereq; quòd dodecahedri latus irrationalis eſt ea quæ appellatur apotome.

THEON ex Zamb. Exponantur prædicti cui bina plana inuicem ad angulos rectos, α ζ γ δ, γ ζ ι ξ, ſecetur q; (per 11 primi) unũ quod q; ipſorum laterum α ζ, ξ γ, γ δ, δ α, ι ξ, ι ζ, ξ γ. diuidue in π, θ, ρ, λ, μ, ν, ξ, & cõnectãtur ipſæ θ π, θ λ, ſeſe ſecantes in ſigno ο & μ θ, ν ξ ſeinuicem ſecantes in ſigno κ. ſecetur q; unaquæq; ipſarum ν ο, ο ξ, θ κ. extrema & media ratiõe in ρ, τ, σ ſignis, ſintque ipſarum maiora ſegmenta ρ ο, ο σ, τ, κ, & cõſtituantur (per 11 undecimi) ab ipſis ρ, σ, τ, ſigni s ad ipſius cubi plana ad angulos rectos ad exteriores partes ipſius cubi ipſæ ρ υ, σ φ, τ χ, exponãturque æquales ipſis ρ ὸ, ο σ, τ ϗ, cõnectanturq; ipſæ υ ζ, β χ, χ γ, φ υ. Dico quod υ ζ χ γ φ pentagonum, æquilaterũ eſt, & in uno plano, & inſuper æquiangulum. Cõnectãtur enim ρ β, σ β, φ β. Et quoniã recta linea ν ο extrema & media ratione ſecatur in ρ, & maius ſegmẽtũ eſt ρ ὸ. quæ igitur ex ν ὸ, ρ, tripla ſũt eius quod ex ρ ὸ, Aequalis autem eſt ὸ ν ipſi ν ζ, & ὸ ρ ipſi ρ υ. Quæ igitur ex ζ ν, ρ ν, tripla ſũt eius quod ex ρ ν. Eis aũt quæ ex ζ ν, ρ ν æquũ eſt ei id quod ex β ρ, quod igitur ex ζ ρ, triplum eſt eius quod ex ρ ν, quare quæ ex ζ ρ, ρ ν, quadruplum ſunt eius quod ex ρ ν. Eis uero quæ ex β ρ, ρ ν, æquum eſt id quod ex ζ ν, quod igitur ex ζ ν. quadruplum eſt eius quod ex ν ρ. Dupla igitur eſt ζ ν, ipſius ρ ν. Eſt aũt & φ υ dupla ipſius ν ρ, quoniã & φ υ dupla ipſius ν ρ, quoniã & σ ρ ipſius ὸ ρ hoc eſt ipſius ρ ν dupla eſt. Aequalis igitur eſt β ν, ipſi ν φ. Similiter iam oſtendetur, quod & una quæq; ipſarum β χ, χ γ, γ φ, utrique ipſarum β ν, ν φ, eſt æqualis, quinquangulũ igitur ζ υ φ γ χ, æquilaterum eſt. Dico quod & in uno eſt plano. Excitetur enim (per 31 primi) ab ipſo ὸ, utriq; ipſarũ ρ ν, σ φ, parallelus ad exteriores partes, cubi, ὸ ↓, & connectãtur ↓ θ, ↓ χ. Dico quod ipſa ↓ θ χ recta linea eſt. Quoniã enim θ κ, extrema & media ratione ſecatur in τ & maius ſegmentum eſt κ τ, eſt igitur ſicut θ κ, ad κ τ, ſic κ τ ad τ θ, æqualis autem eſt θ κ ipſi θ ὸ, & κ τ utriq; ipſarum τ χ, ὸ ↓, eſt igitur ſicut θ ὸ, ad ὸ ↓, ſic χ τ, ad τ θ, & eſt parallelus quidẽ θ ὸ ipſi τ χ, utraq; enim ipſi β ὸ plano ad angulos rectos eſt, & ipſa τ θ parallellus eſt ipſi ὸ ↓, utraque enim ipſarum plano ad angulos rectos eſt. Quando autem bina triangula compoſita fuerint ad unum angulum (ut ſunt ipſa ↓ ὸ θ & θ τ χ,) binã latera binis proportionalia habentia, ut ipſorum eiuſdem rationis latera ſint parallela, reliquæ rectæ lineæ in rectas lineas erunt (per 32 ſexti.) Igitur ↓ θ, ipſi θ χ in rectã lineam eſt. Ois aũt recta linea, in uno eſt plano. In uno igitur plano eſt ipſum ν β χ γ φ. quinquãgulũ. Dico iã quod & æquiangulũ eſt. Quoniam enim recta linea ν ὸ extrema & media rõne ſecatur in ρ, & maius ſegmentũ eſt ὸ ρ, eſt igitur ſicut utraque ν ὸ, ὸ ρ, ſimul ad ὸ ν, ſic ὸ ν ad ὸ ρ Aequalis autem eſt ὸ ρ, ipſi ὸ σ. Eſt igitur ſicut σ ν ad ν ὸ, ſic ν ὸ ad ὸ σ. ipſa igitur σ ν, extrema & media ratione ſecatur in ὸ, & maius ſegmentũ



eſt

est ν α, quæ igitur ex ν σ, σ θ, tripla sunt eius quod ex ν θ. Æqualis aũt est ν θ. ipsi γ ζ, & σ θ ipsi σ φ, quæ igitur ex ν σ, σ φ, quadrata tripla sunt eius quod ex ν β, quare quæ ex φ σ, σ ν, ν ζ, quadrupla sunt eius quod ex ν ζ. Eis aũt quæ ex σ ν, ν β, æquale est (per 47 primi) id quod ex σ ζ, quæ igitur ex ζ σ, σ φ, hoc est φ ex ζ φ (rectus enim est qui sub φ σ β angulus) quadruplum est eius quod ex ν ζ, dupla igitur est ζ φ, ipsius β ν. Est autem & ζ ι, ipsius ζ ν dupla, æqualis igitur est ζ φ, ipsi ζ γ. Et quoniam binæ ζ ν, ν φ, duabus β χ, χ γ, sunt æquales, & basis β φ basi ζ γ est æqualis, angulus igitur qui sub ζ ν φ, angulo qui sub ζ χ γ (per 8 primi) est æqualis. Similiter iam demonstrabimus, quod & angulus qui sub ν φ γ, æqualis est ei qui sub β χ γ. Tres igitur anguli qui sub β χ γ, β ν φ, ν φ γ, inuicem sunt æquales. Si autem quinquanguli æquilateri tres anguli æquales inuicem fuerint, æquiangulum erit (per 7 decimitertij) quinquangulum. Quinquangulum igitur ζ ν φ χ γ, æquiangulum est. Patuit autem, quod & æquilaterum. Igitur pentagonũ β ν φ γ φ æquilaterum & æquiangulũ est, estq; super ζ γ uno cubi latere. Si igitur ab unoquoque ipsius cubi duodecim laterum eadem cõstruamus, constituetur figura quædam solida cõprehensa sub duodecim quinquangulis æqualia habentibus latera & angulos æquos. Oportet iam ipsum sphæra data cõprehẽdere, & demonstrare quod dodecahedri latus irratiõalis est ea quæ appellatur apotome. Extendatur ↓ θ, & sit ↓ ω coincidit igitur ↓ ω, ipsi cubi diametro & bifariã se inuicem dispescunt, hoc enim patuit in penultimo undecimi theoremate, secentur in ω. Igitur ω centrum est sphæræ cubum comprehendentis, & dimidia est ↓ ω lateris cubi. Cõnectantur autem ν ω. Et quoniam recta linea ν σ extrema & media ratione secatur in θ, & maius illius segmentum est ν θ, quæ igitur ex ν σ, σ θ, tripla sunt eius quæ ex ν θ. Æqualis autem est ν σ, ipsi ↓ ω. quoniã & ipsa ν θ, ipsi θ ω est æqualis, & ↓ θ. ipsi θ σ, sed θ σ ipsi ↓ ν, quoniã & φ θ, quæ igitur ex ω ↓, ↓ ν, tripla sunt eius quod ex ν θ. Eis aũt quæ ex ω ↓ ↓ ν, æquum est (per 47 primi) quod ex ν ω. Quod igitur ex ν ω, triplũ est eius quod ex ν θ. Est aũt & quæ ex centro sphæræ cubũ ipsum cõprehẽdentis potentia triplex dimidij ipsius cubi lateris, antea enim ostẽsum est cubũ construere, ac sphæra cõprehendere, ac demõstrare quod sphæræ dimetiens potentia triplex est lateris cubi (in 15 decimitertij) Si autem tota totius, & dimidia dimidiæ. Et ν θ, dimidia est lateris cubi. Ipsa igitur ν ω æqualis est ei quæ ex centro sphæræ cubum cõprehendentis. Sphæræ autem cubũ cõprehendentis centrũ est ω. Igitur ν signum, ad superficiem est ipsius sphæræ. Similiter iam ostendemus, quod & unusquisque reliquorum ipsius dodecahedri angulorum, est ad ipsius sphæræ superficiẽ Igitur dodecahedrum, data sphæra comprehensum est. Dico iam & ipsius dodecahedri latus irratiõalis est ea quæ appellatur apotome. Quoniam enim ipsa ν θ extrema & media ratione diuisa maius segmentũ est φ θ, ipsa aũt θ ξ, extrema & media rõne diuisa maius segmẽtũ est θ σ, tota igitur ν ξ extrema & media ratione diuisa, maius segmẽtũ est φ σ. Et quoniam est sicut θ ν ad θ ρ, & θ ρ ad ν ρ, & duplicia (partes enim æque multiplicium eandẽ habẽt rationẽ,) sicut igitur ν ξ, ad ρ σ, sic ρ σ ad utranq; ipsarum ν ρ, σ ξ, simul. Maior autem est ν ξ, ipsa ρ σ, utraque ipsarum ν ρ, σ ξ. simul. Igitur ν ξ. extrema & media ratione diuiditur, & maius segmẽtum est ρ σ. Æqualis aũt est ρ σ, ipsi ν φ. Ipsa igitur ν ξ, extrema & media ratione diuisa, maius segmentum est ν φ. Et quoniam rationalis est ipsius sphæræ diameter, potentia q; triplex est ipsius cubi lateris, rationalis igitur est ν ξ, latus cubi existens. Si aũt rationalis linea extrema & media ratione secta fuerit, utrũq; segmentorũ, irrationalis est ea quæ appellatur apotome (per 6 decimitertij.) Igitur ν φ, latus existens dodecahedri, irrõnalis est ea quæ apotome appellatur. Quod ostendere oportuit: & fieri postulabatur.



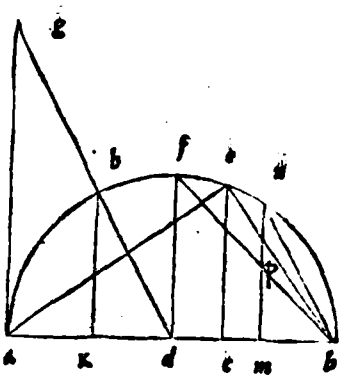
CORRELARIVM. Ex hoc, inquã, est manifestum. quod cubi latere extrema & media ratione diuiso, maius segmentum est dodecahedri latus. qnod erat ostendendum.

Eucli. ex Camp. Propositio 18

18 LAtera quinque corporum præmissorum ab eadem sphæra circũscriptibiliũ, cuius sphæræ sola diametros nobis proposita fuerit, per ipsam propositam diametrum inuenire.

CAMPANVS. Sit a b diameter alicuius sphæræ, nobis proposita. ex qua iubemur latera quinq; præmissorum corporum elicere. Diuidamus igitur hanc diametrũ in c, ita quod a c sit dupla ad c b, & per æqualia in d. & lineemus super eam semicirculum a f b, ad cuius circunferentiã protrahantur duæ lineæ perpendiculares ad lineã a b, quæ sint c e & d f. & iungamus e cum a & cum b & f cum b. Manifestum ergo est ex demonstratione 15 quod a e est latus figuræ quatuor basium triangularium & æquilaterarũ, & ex demon

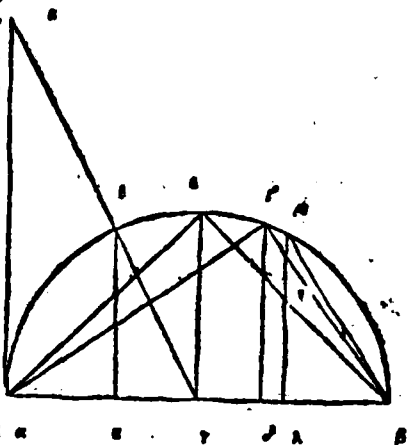
mõstratione 14, quod e b est latus cubi & ex demõstratione 15, quod f b est latus figuræ octo basium triangularium & æquilaterarũ. Prodeat itaq; a puncto a, linea a g perpẽdicularis ad a b. & æqualis eidem a b, & iungatur g cum d, sitq; h punctus in quo g d secat circũferentiam semicirculi. & ducatur h k perpendicularis ad a b. Et quia g a est dupla ad a d, erit ex quarta sexti h k dupla ad k d: sunt enim duo triãguli g a d & h k d æquiãguli ex 15 primi, eo quod angulus a, maioris, est æqualis angulo k minoris, nã uterq; rectus, & angulus d, est cõis utriq;: igitur ex 4 secũdi b k est potentia quadrupla ad k c, ergo ex penultima primi h d, est potẽtia qncupla ad k d. Cũq; d b sit æqualis h d est enim d centrum semicirculi, erit quoq; d b potentia quincupla ad k d. At uero cum tota a b sit dupla ad totã b d, quẽadmodũ a c detracta ex prima a b est dupla ad c b detractã ex secunda b d, erit ex 19 quinti b c residua primæ, dupla ad c d residuam secundæ, ideoq; tota b d, est tripla ad d c. Igitur quadratũ b d. est nonecuplum ad quadratũ d c. Et quia ipsum erat quincuplũ tantũ ad quadratũ k d, erit ex secũda parte decimæ quinti, quadratum d c minus quadrato k d. ideoq; d c, minor k d. Sit g d m æqualis k d, & prodeat m n usq; ad circũferẽtiã, quæ sit perpendicularis ad a b & iungatur n cũ b. Cum igitur d k & d m sunt æquales, erũt (ex diffinitiõe eius quod est aliquas lineas a centro æquidistare) duæ lineæ h k & m n æqualiter distantes a cẽtro: ideoq; æquales ad inuicem ex secũda parte 15 tertij & ex secunda parte tertiæ eiusdẽ. Itaq; m n est æqualis m k, nã h k erat æqualis ei. At quia a b dupla est ad b d, & k m dupla est ad d k. & quadratũ b d quincuplum ad quadratum d k erit ex 15 quinti quadratum a b similiter qncuplũ ad quadratũ k m, est enim quadratũ dupli ad quadratũ dupli, sicut quadratũ simpliad quadratũ simpli. Ex demõstratione aũt 16 manifestũ est, q; diameter sphæræ est potẽtialiter quincupla ad latus hexagoni circuli figuræ 20 basiũ. ergo k m est æqualis lateri hexagoni circuli figuræ 20 basium, nã diameter sphæræ quæ est a b, est potentialiter quincupla tam ad latus hexagoni circuli illius figuræ, quam ad k m. Rursus quoq; ex demonstratione eiusdem manifestum est, quod diameter sphæræ cõstat ex latere hexagoni & duplici lateri decagoni circuli figuræ 20 basium. Cũ ergo k m sit tanquã latus hexagoni, at uero a k sit æqualis m b, nã ipsa sunt residua æqualiũ dẽptis æqualibus, erit m b tanquam latus decagoni. Quia igitur m n est tanquam latus hexagoni, nam ipsa est æqualis k m, erit ex penultima primi & 10 huius, n b tanquã latus pentagoni figuræ circuli 20 basium. Et quia ex demõstratione 16 apparet quod latus pentagoni circuli figuræ 20 basium est latus eiusdem figuræ 20 basium. cõstat lineã n b esse latus istius figuræ. Diuidatur itaq; e b quæ est latus cubi, ab assignata sphæra circũscriptibilis, secundũ proportionẽ habentem mediũ duoq; extrema in pũcto d, sitq; maior portio eius p b. Constat igitur ex demõstratiõe præmissæ, quod p b est latus figuræ 13 basiũ Inuenta ergo sunt latera 5 præmissorũ corporũ ex diametro sphæræ nobis proposita: est enim a æ latus pyramidis 4 basiũ e b latus cubi. f b, latus octoedri. at uero n b. latus icosedri linea aut p b, latus dodecedri. Quæ autẽ hæ rũ laterũ sint maiora alijs, sic habetur constat enim, quod a est maior f b, nã arcus a e, est maior arcu f b. Itẽ f b, est maior e b, & e b maior quam n b, at uero n b. dico etiã esse maiorẽ quàm p b. Cũ enim sit a c dupla ad c b, erit ex 4 secũdi quadratũ a c quadruplũ ad quadratũ c b. Cõstat aũt ex scda ptẽ correlarij 5 sexti & ex correlario 17 eiusdẽ, q; quadratum a b triplũ est ad quadratũ b c. Sed per 22 sexti quadratũ a b ad quadratũ b c, est sicut quadratũ b e ad quadratũ c b, ex eo quod proportio a b ad b e, est sicut b e ad b c ex secũda parte correlarij 5 sexti. Itaque per 1 quinti quadratũ b e, triplũ est ad quadratũ c b. Et quia quadratũ a c quadruplũ est ad idẽ quadratũ ut ostẽsum est, ut ex prima partẽ 10 quinti quadratũ a c minus quadrato b e. ideoq; linea a c maior est linea b e. ideoq; a m, multo maior b e. Manifestũ uero ex 9 huius, quod si linea a m diuisa fuerit secundum proportionem habentẽ mediũ duoq; extrema, erit maior portio eius linea k m quæ est æqualis m n. At uero cũ b c diuiditur secundum eandem proportionẽ uidelicet habentẽ mediũ duoq; extrema, maior eius portio est linea p b. Cum itaque a m tota sit maior tota b e, erit m n quæ est æqualis maiori portioni a m, maior quã p b quæ est maior portio b e. Hoc autem manifestum



festum est ex 1 decimiquarti quæ sine auxilio alicuius earum quæ sequuntur firmade monstratione solidatur: ergo per 19 primi à fortiori n b, maior est quam p b. Quare patet latera horum 5 corporum præmissorum fere eo ordine quo corpora seinuicem sequuntur, seinuicem excedere. In cubo enim dũtaxat & octoedro habet hic instantias, nam latus octoedri excedit latus cubi, quamuis cubus antecedat octoedron. Cubum autem præmittunt idcirco octoedro, quia eadẽ diuisione diametri, assignatæ sphæræ, latus pyramidis + bases triangulas habentis, & latus cubi inuenitur. Est igitur a e latus pyramidis maius lateribus cæterorum corporũ, post ipsum autẽ, est f b latus octoedri maius sequentium corporũ lateribus. Tertio ordine sequitur in magnitudine e b. latus cubi. Quarto uero loco est n b latus icosedri. Minimũ autem est omniũ p b, latus dodecedri. Eucli. ex Zamb. Problema 6 Propositio 18

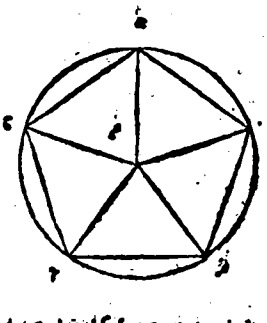
18 Latera quinque figurarum exponere, & adinuicem comparare.

THEON ex Zamb. Exponatur data sphæræ diameter α β, secetuŕq; in γ, ut α γ ipsi γ ζ, sit æqualis, & in δ, ut α δ ipsius δ β dupla sit, & super α ζ describatur semicirculus α η ζ, & ab ipsis γ, δ, ipsi α ζ, (per 11 primi) ad angulos rectos excitẽtur γ η, δ ε, & cõnectãtur α ε, ε ζ, ζ η. Et quoniã dupla est α δ ipsi 9 δ ζ, tripla igitur est α β ipsius δ β: cõuertẽdo igitur (per correlariũ 18 quinti) sesqualtera est β α ipsius α δ. Sicut aũt β α ad α δ, sic quod ex ζ α, ad id quod ex α ζ, æquiangulum enim est α ε ζ triangulũ, ipsi α ε ζ 11 triangulo, sesqualterum igitur est quod ex β α, eius quod ex α ζ. Latus pyramidis. Est autem & ipsius sphæræ diameter, potentia sesquãtera lateris pyramidis, & α ζ, ipsius sphæræ diameter est. Latus cubi. Igitur α ζ æqualis est lateri ipsius pyramidis. Rursus quoniam dupla est α δ, ipsius δ ζ, tripla igitur est α ζ, ipsius β δ. Sicut autẽ α ζ ad β δ, sic quod ex α β ad id quod ex ζ ζ. triplũ igitur est quod ex α ζ, eius quod ex ζ ζ. Est autem & ipsius sphæræ diameter, potẽtia tripla lateris ipsius cubi (per 15 decimitertij,) & sphæræ diameter, est α ζ, igitur β ε, cubi est latus. Latus octabedri. Et quoniã æqualis est α γ ipsi γ β, dupla igitur est α ε ipsius γ ζ. Sicut autẽ α β ad γ ζ, sic quod ex α β. ad id quod ex ζ ε. Duplũ igitur est quod ex α ε, eius quod ex ζ ε. Est aũt & ipsius sphæræ diameter, potentia dupla lateris ipsius octabedri, & α ζ datæ sphæræ diameter est. Igitur ζ ε, octabedri est latus. Excitetur iã (per 11 primi) ab ipso α signo ipsi α β rectæ lineæ ad angulos rectos, α κ. Ponatuŕq; ipsa α κ æqualis ipsi α ζ, & cõnectatur κ γ, secetq; κ γ circũferentiã semicirculi in signo θ, & ab ipso θ, in ipsam α ζ (per 12 primi) perpẽdicularis excitetur θ κ. Et quoniã dupla est κ α, ipsius α γ) æqualis enim est κ α ipsi α ζ) sicut aũt κ α ad α γ sic θ κ, ad κ γ, dupla igitur est & θ κ ipsius κ γ. Quadruplũ igitur est quod ex θ κ, eius quod ex κ γ. Quæ igitur ex θ α, κ γ, quæ idẽ sũt ei quod ex θ γ, quincuplũ est eius quod ex κ γ. Aequalis aũt est θ γ, ipsi γ ζ, quincuplũ igitur est quod ex β γ, eius quod ex γ κ. Et quoniã dupla est α ζ, ipsius ζ γ. quarũ α δ ipsius δ β dupla est, reliqua igitur ζ δ, reliquæ δ γ est dupla. Tripla igitur est ζ γ, ipsius γ δ, nonicuplũ igitur est quod ex β γ, eius quod ex γ δ, quincuplum autẽ est quod ex ζ γ, eius quod ex γ κ, maius igitur est quod ex γ κ, eo quod ex γ δ, maior igitur est γ κ, ipsa γ δ, ponatur (per 2 primi) ipsi γ κ æqualis γ λ, & ab ipso λ ipsi α β ad angulos rectos excitetur λ μ, & cõnectatur μ ζ. Et quoniã quod ex γ ζ eius quod ex γ κ quincuplũ est, & ipsius ζ γ dupla est α ζ, ipsius aũt γ κ dupla est κ λ, quincuplum igitur est quod ex α ζ eius quod ex κ λ. Est autem sphæræ diameter potentia quincupla, eius quæ ex centro ipsius circuli à quo icosahedrũ describitur, est́q; α ζ, ipsius sphæræ diameter, ipsa α κ igitur κ λ ex cẽtro est circuli à quo icosahedrũ describitur. Ipsa igitur κ λ, hexagoni est latus dicti circuli. Et quoniã sphæræ diameter cõponitur ex hexagoni & binis decagoni in dicto circulo describtorũ lateribus (per correlariũ 16 decimitertij,) est́q; ipsa q.dẽ α β, ipsius sphæræ diameter, & κ λ hexagoni latus, & æqualis est κ α ipsi λ β, utraq; igitur ipsarũ α κ, λ θ, decagoni latus est descripti in circulo à quo icosahedrũ describitur. Et quoniã decagoni quidem λ ζ, hexagoni autẽ μ λ (æqualis enim est ipsi κ λ, quoniã & ipsi κ θ, æqualiter enim distãt à centro) & utraq; ipsarũ θ κ, κ λ, dupla est ipsius κ γ, quinquanguli igitur est μ ζ. Quod aũt pentagoni est, & icosahedri. Icosahedri ergo est μ β. Et quoniam ζ ζ est latus cubi, secetur extrema & media ratione in ν sit́q; maius segmẽtũ ν ζ. Igitur ν ζ, dodecahedri est latus. Latus dodecahedri. Et quoniã ostẽsum est q; ipsius sphæræ diameter potẽtia est sesqualtera ipsius α ζ lateris pyramidis, ipsius autem ζ ε lateris octabedri potẽtia dupla, ipsius aũt ζ β, cubi potentia tripla: qualiũ igitur sphæræ diameter potẽtia sex talium ipsius quidẽ pyramidis latus quatuor, octabedri uero latus triũ, cubi uero duorũ. Latus igitur ipsius pyramidis, lateris octabedri potentia est epitritũ. Cubi aũt lateris, potentia est duplũ. Octabedri aũt latus lateris, cubi potẽtia est bemioliũ. Ipsa quidẽ igitur p̃dicta triũ figurarũ latera, hoc est pyramidis & octabedri & cubi adinuicẽ, in rõnibus rõnalibus subsistunt. Reliqua uero duo & icosahedri & dodecahedri, neq; adinuicẽ, neq; ad prædicta in rõnibus rõnalibus existunt, irratiõalia sunt etenim, hoc est mihor & apotome. Quod autẽ maius est icosahedri latus μ ζ. dodecahedri latere ν β, sic ostendemus, Quoniã triangulum ζ δ ζ. ipsi triangulo ζ α β æquiangulum est, proportionaliter est sicut β δ, ad ζ ζ, sic α ζ ad ζ α. Et quoniã tres rectæ lineæ proportionales sunt, est igitur sicut prima ad tertiã, sic quod ex



prima

prima ad id quod ex ſecũda. Eſt igitur ſicut ♂ β ad β α, ſic quod ex ♂ β ad id quod ex ϛ ζ, Conuerſim igitur ſicut α β ad ϛ ♂, ſic quod ex ζ ϛ ad id quod ex β ♂. Tripla autẽ eſt α ϛ, ipſius β ♂, triplum igitur quod ex ζ ϛ, eius quod ex ϛ ♂, Eſt autẽ & quod ex α ♂, eius quod ex ♂ ϛ, quadruplum, dupla enim eſt α ♂, ipſius ♂ β. Maius igitur eſt quod ex α ♂, eo quod ex ζ β, & maior igitur eſt α ♂, ipſa ζ β, multo igitur maior eſt α λ, ipſa ζ ϛ. Et ipſa quidẽ α λ, extrema & media ratione diuiſa, maius ſegmentũ eſt α ϛ, quoniã ipſa quidẽ λ α hexagoni eſt, & α α decagoni, ipſa aũt ζ ϛ extrema & media ratione diuiſa maius ſegmentũ eſt ν ϛ. Maior igitur eſt α λ, ipſa ν ϛ. Aequalis autẽ eſt α λ, ipſi λ μ, maior igitur eſt λ μ, ipſa ν ϛ. Ipſa autẽ λ μ, maior eſt μ ϛ, multo igitur maior eſt μ β latus exiſtẽs icoſahedri, ipſa ν ϛ latere exiſtẽte ipſius dodecahedri. Quod facere & oſtendere oportuit. Aliter, quod maior eſt μ ϛ ipſa ν ϛ. Quoniã enim dupla eſt α ♂ ipſius ♂ β, tripla igitur eſt α ϛ ipſius ♂ β. Sicut autẽ α ϛ ad ϛ ♂, ſic quod ex α β ad id quod ex β ζ, quoniã tri angulũ ζ α β ipſi ζ ♂ ϛ triãgulo æquangulũ eſt, quod igitur ex α ϛ, eius quod ex β ζ triplũ eſt. Patuit aũt quod ex α ϛ eius quod eſt ex α λ, quincuplũ. Quinque igitur quæ ex α λ, tribus quæ ex ζ ϛ, ſunt æqualia. Sed tria quæ ex ζ β, ſex quæ ex ν β, ſunt maiora, & quinq; igitur quæ ex α λ ſex quæ ex ν β ſunt maiora. Quare & unũ quod ex λ α, uno quod ex ν ϛ maius eſt, maior igitur eſt α λ, ipſa ν β, æqualis aũt eſt α λ, ipſi λ μ, maior igitur eſt & λ μ, ipſa ν ϛ, multo igitur maior μ β, ipſa ν β, quod oſtẽdere oportuit. Quod aũt tria quæ ex ζ ϛ, ſex quæ ex ν β ſint maiora, ſic oſtẽdemus. Quoniã enim maior eſt ϛ ν ipſa ν ζ, quod igitur ſub ϛ ζ, ϛ ν maius eſt eo quod ex ϛ ζ, ζ ν, quod igitur ſub ϛ ζ, ϛ ν, una cũ eo quod ſub ϛ ζ, ζ ν, maius eſt quod ſub ϛ ζ, ζ ν. Sed quod ſub ϛ ζ, ϛ ν, una cũ eo quod ſub β ζ, ζ ν, id eſt quod ex ϛ ζ, quod uero ſub ϛ ζ, ζ ν, æquũ eſt ei quod ex ν β. extrema nãq; & media rõne ſecatur ipſa ϛ ζ in ν, & quod ſub extremis æquũ eſt ei quod à media (per 17 ſexti.) Quod igitur ex ζ ϛ, eo quod ex ϛ ν maius eſt quã duplũ, unũ igitur quod ex ζ ϛ, duobꝰ quæ ex ϛ ν maius eſt, quare & tria quæ ζ β, ſex quæ ex ϛ ν, ſunt maiora. Quod oſtẽdere oportuit. Dico iam quod præter prædictas quinque figuras, non cõſtruetur alia figura cõphẽſa ſub æqlateris & æqangulis inuicẽ æqualibus. Sub binis nãq; triãgulis, neq; ſub duo bus alijs planis, ſolidus angulus nõ cõſtruitur. Sub tribus triãgulis, q̃ pyramis, ſub quatuor, quæ octahedri, ſub quinq; quæ icoſahedri. Sub ſex triãgulis æqlateris & æqangulis ad unũ ſigniũ cõſtitutis, nõ erit ſolidus angulus, exiſtente nãq; æquilateri triãguli angulo duarũ partiũ recti, erũt ſex quatuor rectis æquales. Quod eſt impoſſibile. Oĩs namq; ſolidus angulus, ſub paucioribus q̃ quatuor rectis cõphẽditur (per 21 undecimi) id id propterea, neque ſub pluribus q̃ ſex planis angulis ſolidus cõſtruitur angulus. Sub quadratis tribus, cubi angulus cõphẽditur. Sub quatuor eſt im poſſibile, erũt enim rurſus quatuor recti. Sub pẽtagonis æqlateris & æquiangulis tribus, dodecahedri. At ſub quatuor, impoſſibile, exiſtẽte nãq; unoquoq; angulo recto & quarto, erũt quatuor anguli quatuor rectis maiores, quod eſt impoſſibile. Nec; ſub polygonis alijs figuris comprehẽdetur ſolidus angulus, quoniã abſurdũ eſſet. Igitur præter prædictas quinq; figuras alia figura ſolida nõ cõſtruetur ſub æq lateris & æqãgulis cõprehẽſa, qd erat oſtendendũ. Quod aũt æqlateri & æquianguli quinquãguli angulus rectus eſt & quintũ, ſic oſtẽdẽdũ. Sit enim quinquangulũ æquilaterũ & æquiãgulũ α ϛ γ ♂ ν, & circũſcribatur (per 14 quartidecimi) ei circulus α β γ ♂ ν, & accipiatur (per 1 tertij) illius cẽtrũ, ſitq; ζ, cõnectãtur q̃ ζ α, ζ β, ζ γ, ζ ♂, ζ ν. Bifariã igitur ſecãt ipſius pẽtagoni angulos ad ipſam α β, γ, ♂, ν, ſigna. Et quoniã quinq; anguli qui ad ζ, quatuor rectis ſunt æquales, & ſunt æquales, igitur unus ipſorũ (ſicut qui ſub α ζ ϛ,) unius recti eſt, † quaſi quintã reliqui igitur qui ſub ζ α ϛ, α ϛ ζ, unio ſunt recti & quintũ. Aequalis aũt eſt qui ſub ζ α ϛ et qui ſub ζ ϛ γ, totus igitur qui ſub α ϛ γ pẽtagoni angulus, unius recti eſt & quintũ. Quod oſtẽdere oportuit.



FINIS.

† περὶ πλείστου pro tanti quintũ, id eſt quinta parte minor recto.

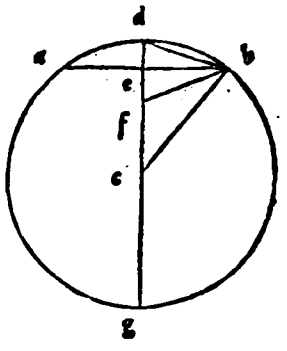
EVCLIDI MEGARENSI CLARISSIMO PHILOSOPHO MATHEMATICORVMQVE facile principi deputatus liber de regularium corporũ proportione Campano cõmentatore, qui in ordine eſt decimuſquartus.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 1



Omnis perpendicularis à centro circuli ducta ad latus pentagoni intra circulũ ipſum deſcripti dimidium, lateris decãgoni atque dimidio lateris hexagoni intra circulum eundẽ deſcriptorũ ambobus dimidijs in longũ directũq; cõiunctis æqualis eſſe probatur. Patet igitur quod perpẽdicularis ducta à centro circuli ad latus pẽtagoni, eſt æqualis perpendiculari ductæ à centro ad latus triãguli dimidioq; lateris decagoni intra eundem circulum deſcripti directe coniunctis.

CAMPA. Sit linea a b latus pẽtagoni æquilateri inſcripti circulo cuius centrũ c.& ducatur à centro c.perpendicularis ad lineã a b,quæ per ſecundã partẽ tertiæ tertij diuidet ipſam per æqualia,&arcũ eius etiã per æqualia ex 4 primi &27 tertij,ſitq; hæc perpẽdicularis linea c d,ſecãs a b in pũcto e.&arcũ eius in pũcto d.Eſt igitur ut diximus linea a e,æqualis lineæ e b,& arcus a d,arcui d b,protrahaturq; linea d b,de qua cõſtat q ipſa eſt latus decagoni æqlateri,ꝓpoſito circulo inſcripti,cũ ipſa ſubtẽdatur medietati quinti totius circũferẽtiæ.Dico itaq; q linea e c,eſt æqualis medietati lineæ c d & medietati lineæ d b,in longũ directũq; cõiunctis.Cõpleatur quidẽ diameter d c,ſitq; d c g, & ſit e f æqualis e d,& protrahatur b f. eritq; ex 4 primi b f æqualis b d,ideoq; per 5 primi angulus b d f erit æqualis angulo b f d.Cõſtat autẽ ex ultima ſexti,qd angulus g c b, quaduplus eſt ad angulũ b c d,eo quod arcus g b quadruplus eſt ad arcũ b d:at uero angulus g c b per 32 primi duplus eſt ad angulũ b d c.nã ipſe eſt extrinſecus duobus qui ſunt b d c & d b c,at ipſi ſunt æquales ex 5 primi:igitur angulus b d c, duplꝰ eſt ad angulũ b c d,quare angulus quoq; b f d, duplus eſt ad angulũ b c f. Sed angulꝰ b f d, duplus eſt ad angulũ b c f.Sed angulus b f d,eſt æqualis duobus intrinſecis q ſunt b c f & c b f per 32 primi.Itaq; duo anguli b c f & c b f.ſunt æquales,ideoq; per 6 primi c f eſt æqualis b f.ideoque etiam c f. eſt æqualis b d & nam b d & b f. ſunt æquales adinuicem. Quare dimidiũ c d cum dimidio b d.eſt quãtum dimidium c d cum dimidio c f,at uero dimidiũ c d cũ dimidio c f,eſt quãtũ dimidiũ c f bis cũ dimidio f d,dimidiũ autem c f bis.eſt quantum c f,& dimidiũ f d.eſt quãtũ e f. Itaq; e c.eſt quãtũ dimidiũ c d cũ dimidio c b & d b quod eſt propoſitũ. Correlariũ autẽ ſic cõſtat. Manifeſtũ eſt enim ex 8 trede cimi libri q uod perpẽdicularis ducta à cẽtro circuli ad latus triãguli ſibi inſcripti eſt æqualis dimidio lineæ ductæ à centro ad circunferẽtiã Hoc quidẽ ibi demõſtratũ eſt,& quaſi correlariũ cõcluſum. Cum igitur ex hac prima iſtius 13 libri pateat quod perpendicularis ducta à cẽtro circuli ad latus pẽtagoni ſit æqualis dimidio lineæ ductæ à centro ad circũferentiã & dimidio lateris decagoni,ſequtur q perpẽdicularis ducta a cẽtro circuli ad latus pẽtagoni ſit æqualis perpẽdiculari ductæ à cẽtro ad latus triãguli dimidioq; lateris decagoni intra eũdẽ circulũ deſcripti Et hoc eſt q ex correlario ꝓponitur



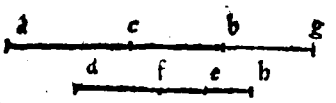
CAMPANI annotatio Nũc ergo explicãdũ eſt quod ait Ariſtæus in libro intitulato. Expoſitio ſciẽtiæ quinq; corporũ necnõ & Apollonius in dono ſecũdo in proportionalitate figuræ 12 baſiũ ad figurã 20 baſiũ,dicẽs quod proportio ſuperficierũ figuræ habentis 12 baſes ad ſuperficies figuræ habẽtis 20 baſes eſt tanquã proportio corporis 12 baſiũ ad corpus 20 baſiũ,linea etenim ducta à centro circuli pẽtagoni figuræ 12 baſiũ dodecedri ad circũferẽtiã eius eſt quaſi linea prodiẽs à cẽtro circuli triãguli figuræ uiginti baſium icoſedri ad circũferentiã eius. Hæc ſunt ipſius magni Apollonij uerba.Intelligẽda aũt ſunt de figura 12 & 20 baſiũ ab una eadẽq; ſphæra circũſcriptibiliũ.Eſt enim proportiocorporis dodecedri ad corpus icoſedron,cũ ambo una eadẽq; ſphæra circunſcribit ſicut proportio omnium ſuperficierũ dodecedri pariter acceptarũ,ad oẽs ſuperficies icoſedri pariter acceptas.quẽadmodũ Apollonius præmiſſorũ uerborũ prima parte cõmemorat, quod & 10 huius,decimiquarti libri ſolida demõſtratione ſtabilitur. Et eſt circulus circũſcribẽs pẽtagonũ dodecedri æqualis circulo circũſcribẽti trigonũ icoſedri.cum dodecedrõ & icoſedrõ eadẽ ſphæra circunſcribit,quamadmodum ipſe Apollonius ſecunda parte præmiſſorũ uerborum commemorat, quod etiam 5 huius libri demõſtratione firmatur.Præmittẽda ſunt igitur anteceedẽtia,ad tantorũ uirorum eloquia,inconcuſſa ueritate corroboranda.

Eucl.ex Camp. Propoſitio 2

2 VIcquid accidit uni lineæ diuiſæ ſecũdũ proportionẽ habentẽ mediũ & duo extrema,omni lineæ ſimiliter diuiſæ ꝓbatur accidere.

CAMPANVS Sit utraq; duarũ linearũ a b & d e diuiſa ſcd'm proportionẽ habẽtẽ mediũ duoq; extrema,hæc qdẽ in c,illa uero in f ſintq; maiores portiões huius quidẽ a c,illius autẽ d f. Dico itaq; q ambarũ ad ſui maiores portiones eſt una proportio.itẽq; ambarũ ad ſui minores portiones eſt proportio una.at quoq; maiorũ portionum ad maiores una,& ecõtrario & ꝑmutatim & cõiũctim & diſiũctim & euerſim,nihil enim aliud eſt,quicquid,unꝰ earum accidit idẽ quoq; alij accidere,cõſtat enim ex diffinitione

tione lineæ ſecundum proportionem medium duoq; extrema diuiſæ & ea parte 16 ſexti quod illud quod fit ex a b in b c, eſt æquale quadrato a c, eodēq; modo quod fit ex d e in e f, eſt æquale quadrato d f. ideoq; proportio eius quod fit ex a b in b c, ad quadratum a c eſt ſicut eius quod fit ex d e in e f ad quadratum d f, utraque enim eſt ꝓportio æqualitatis. Igitur quadruplū eius quod fit ex a b in b c ad quadratum a c, ſicut quadruplum eius quod fit ex d e in e f ad quadratū d f, quod ex 15 quinti & permutata & æqua proportionalitate manifeſtū eſt. Quare coniunctim quadruplum eius quod fit ex a b in b c cū quadrato a c, ad quadratū a c, ſicut quadruplū eius quod fit ex d e, in e f cū quadrato d f, ad quadratū d f. Adiūgatur autē ſecundū rectitudinē ad lineam a b, una linea quæ ſit æqualis b c, quæ dicatur b g, & ad d e adiungatur æqualis e f, quæ dicatur e h.

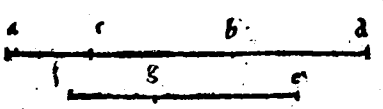


Manifeſtū eſt igitur ex octaua ſecundi, quod quadruplū eius quod fit ex a b in b g cum quadrato a e, eſt æquale quadrato lineæ a g. At uero ſimiliter quadruplū eius quod fit ex d e in c h cū quadrato d f, eſt æquale quadrato d h. At uero ex communi ſcientia quadruplū eiusq; fit ex a b in b c æquū eſt quadruplo eiusq; fit ex a b in b g, eoq; b c & b g ſūt æquales, ſimiliter quoq; quadruplū eius q; fit ex d e in e f, æquū eſt quadruplo eius qđ fit ex d e in e h, eo quod e f & e h ſunt etiā æquales. Igitur ex prīa parte 7 quinti & ex 11 quinti quadratū a g ad quadratū a c, ſicut quadratum d h ad quadratum d f. Quare ex ſecunda parte 11 ſexti, proportio lineæ a g ad lineā a c eſt ſicut lineæ d h ad lineā d f, & coniunctim a g & a c ad a c, ſicut d h & d f ad d f. At uero a g cum a c, ſunt taquam duplum a b, & d cum d f, tāquam duplum d e. Quare dupla a b ad a c, ſicut duplū d e ad d f & permutatim duplum a b ad duplum d e ſicut a c ad d f. Sed duplum a b ad duplum d e, ſicut a b ad d e ex 15 quinti. Igitur a b ad d e, ſicut a c ad d f. Itaque permutatim & euerſim & conuerſim & diſiunctim & coniunctim. Quod oportebat oſtendere.

Eucl. ex Camp. Propoſitio 3

DIuiſo latere hexagoni ſecundum proportionem habentem mediū duoq; extrema, maior eius portio erit latus decagoni circumſcripti à circulo ipſum hexagonum circunſcribente.

CAMPANVS Sit linea a b latus hexagoni alicuius circuli diuiſa ſecundū proportionē habente mediū duoq; extrema in puncto c, ſitq; maior proportio eius b c. Dico qđ cuiuſcūq; circuli a b eſt latus hexagōi, eiuſdē, b c erit latus decagoni. Adiūgatur enim ad lineā a b, linea d b, quæ ſit latus decagoni illius circuli cuius a b eſt latus hexagoni, erit que ex 9 tredecimi, linea a d diuiſa ſecundū ꝓportionē habentē mediū duoq; extrema & maior portio eius erit linea b. Cū igitur utraq; duarū linearū a b & a d ſit diuiſa ſecūdum proportionē habentē medium duoq; extrema, igitur erit per præmiſſam ambarum ipſarū ad ſui maiores portiones una proportio. Itaq; d a ad a b quæ eſt eius maior portio, ſicut a b ad b c quæ eſt etiam eius maior portio, ſed d a ad a b, ſicut a b ad b d ex diffinitiōe lineæ diuiſæ ſecundū proportionē habentem mediū duoq; extrema, & maior portio eius igitur ex undecima quinti a b ad b d, ſicut a b ad b c. Quare per ſecundā partē 9 quinti b d & b c, ſunt æquales. Cū ergo d b ſit latus decagoni, erit quoq; ex cōmuni ſcientia b c latus decagoni. Vel aliter. Ad lineā a b adiūgatur b d æqualis b c, eritq; ex 4 tredecimi tota a d diuiſa ſecundū proportionem habētē mediū duoq; extrema, & maior portio eius linea a b. Itaq; per cōuerſam 9 tredecimi quā cōtinue poſt ipſam demōſtrauimus circuli linea a b eſt latus hexagoni, eiuſdē linea b d (ideoq; linea b c ſibi æqualis) eſt latus decagoni. Poſſumus iterū idem alia uia (ſi libet) demōſtrare. Sit enim e f æqualis a b, quæ etiā diuidatur in g ſecundū proportionē habentē mediū duoq; extrema, & ſit maior portio, eius linea f g. Cōſtat igitur ex præmiſſa q; quēadmodū a b eſt æqualis e f, ſic a c eſt æqualis e g, & c b æqualis g f. Cūq; fuerit b d adiūcta ad a b latus decagōi illius circuli cuius a b eſt latus hexagoni, erit (ſicut prius dictū eſt) ex 9 tredecimi tota a d diuiſa ſcđm ꝓportionē habētē mediū duoq; extrema, & maior eius portio erit linea a b. Itaq; p præmiſſā a b ad b d, ſicut f g ad g e, quare p primā partē 15 ſexti q; fit ex a b in g g, æquum eſt ei quod fit ex b d in f g. cūq; a b ſit æqualis e f, & erit quod fit ex e f in g e



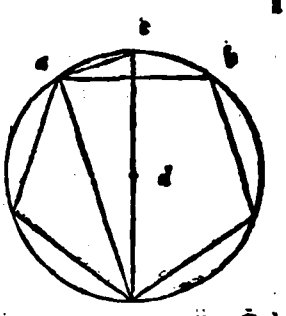
æquum

æquum ei quod fit ex b d in f g. Sed quod fit ex e f, in g e, æquum est quadrato f ex diffinitione lineæ diuisæ secundū proportionem habentem medium duo q̄ extrema, & ex prima parte 16 sexti, igitur q̄ fit ex b p in f g est æquale quadrato f g, ideoq̄ ex pria sexti linea b d, æqualis f g. Et quia f g est æqualis c b, erit quoq̄ c b æqualis b d, & latus decagoni. Quod oportebat ostendere.

Eucli. ex Camp. Propositio 4

4 QVadratum lateris pētagoni intrā circulum descripti. quadratūq̄ lineæ quæ illus pentagoni angulo subtenditur, ambo hæc quadrata pariter accepta, quadrati medietatis diametri eiusdem circuli quincuplum esse pronuncio,

CAMPANVS Sit in circulo a b c cuius centrum d, inscriptus unus pentagonus æquilaterus cuius unū latus sit a b, & protrahatur diameter c d e. diuidens lineā a b & eius arcū per æqualia. Est igitur arcus a e medietas quintæ partis circunferentiæ illius circuli, quare arcus a c est duæ quintæ totius circunferentiæ. Protrahantur itaque duæ lineæ a e & a c, eritque a e latus decagoni æquilateri, eo quod eius arcus est medietas quintæ partis circunferentiæ, linea uero a c, erit quæ subtēditur uni ex angulis pentagoni prædicti, eo quod arcus a c est duæ quintæ partes circunferentiæ circuli. Dico itaque quod quadrata duarum linearum a b & a c pariter accepta, quincuplum sunt ad quadratum lineæ d e. Est enim ex 4 secūdi quadrātum lineæ c e, quadruplū ad quadratum lineæ d e. Cum aūt angulus c a e sit rectus ex prima parte 10 tertij, erūtque ex penultima primi quadrata duarū linearū c a & a e quadruplum ad quadratū d e, igitur quadrata trium linearū c a & a e & d e, quincuplum sunt ad quadratū lineæ d e. Et quia ex 10 tredecimi quadratum a b est æquale quadratis duarū linearū a e & d e, sequitur ut quadrata duarū linearū a b & e a sint quincuplum ad quadratū d e, quod est propositum.



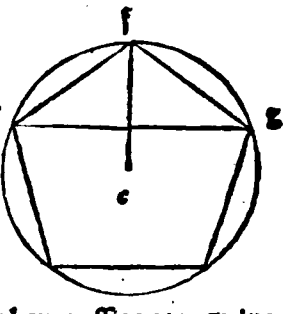
CORRELARIVM. Manifestum est ergo quod quadratum lateris cubi atque quadratum lateris figuræ duodecim basium, cū cubum & figurā duodecim basiū eadem sphæra circunscribit, ambo quadrata pariter accepta quincuplum sunt quadrati medietatis diametri circuli qui circunscribit pentagonum eiusdem figuræ duodecim basium.

Istud correlarium uere manifestum est, constat enim ex demōstratione 17 tredecimi quod latus cubi subtenditur angulo pētagoni dodecedri, cum cubum & dodecedron una eadēq̄ sphæra circunscribit, itaque per hanc 4 sine obice constat correlarium.

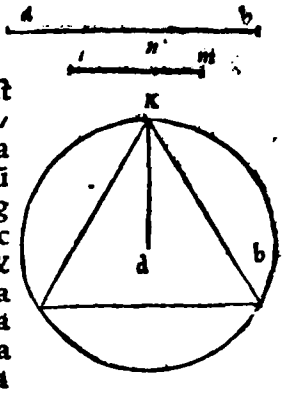
Eucli. ex Camp. Propositio 5

5 PEntagonus figuræ duodecim basium, triangulusq̄ figuræ uiginti basium, quos eadem sphæra circunscribit, uno eodemq̄ circulo circunscribuntur.

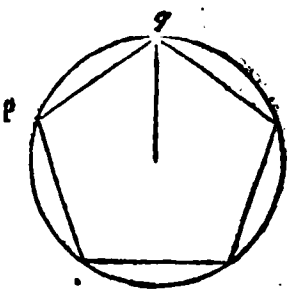
CAMPANVS. Sit sphæra cuius diameter a b, circunscribens duas solidas figuras, ut delicet dodecedron cuius unus ex duodecim pentagonis sit c, & icosedron cuius unus ex 20 triangulis sit d, pētagono autem c, & trigono d, super duo centra d & c, circunscribantur duo circuli, huic quidem f c ex 14 quarti, illi uero f d, ex 5 eiusdem. Dico itaque q̄ hi duo circuli sphæræ propositæ, quorum alter circunscribit pentagonū c, alter uero trigonū d, sunt æquales. Signentur enim duo latera pentagoni c, unū ex suis angulis continentia, literis e f & f g & protrahantur, linea e g quæ subtendat angulū f, & semidiameter circuli quæ sit c f. Vnum quoque ex lateribus trigoni d, signetur literis k h, & protrahatur semidiameter sui circuli quæ sit d k. Deinde sumatur linea l m, ad quā sit linea a b quæ est diameter sphæræ assignatæ. quincupla in potentia quæ quidem l m diuidatur in n secundum proportionē habentem medium



dium duoꝝ extrema. ſitꝫ maior portio eius linea l n. & ſecũdũ quantitatẽ totius l m lineetur circulus p q. Itaꝫ ſemidiameter circuli p q, erit æqualis lineæ l m. eritꝫ ex correlario 15 quarti, linea l m. tãquã latus hexagoni æquilateri circulo p q inſcripti, ideoꝫ per tertiã huius, linea l n. erit tãquã latus decagoni æquilateri eidẽ circulo inſcripti. Igitur ex 11 quarti inſcribatur pẽtagonus æquilaterus circulo p q. cuius unũ latus ſit p q. eritꝫ ex 10 tredecimi libri quadratũ lineæ p q, æquale quadratis duarũ linearũ l m & l n pariter acceptis. Cõſtat autẽ ex demõſtratiõe 15 tredecimi, quod n k eſt æqualis p q, ergo quadratũ h k, eſt æquale quadratis duarũ linearũ l m & l n pariter acceptis. At uero ex demõſtratione 17 tredecimi, manifeſtũ eſt ꝙ e g latus cubi ab eadẽ ſphæra circunſcriptibilis. quare per correlariũ 14 tredecimi a b quæ eſt diameter ſphæræ, potentialiter eſt tripla a d e g quæ eſt latus cubi.



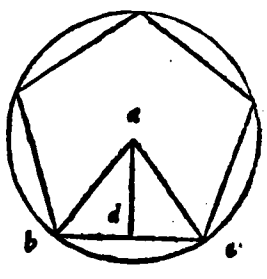
Si autẽ e g diuidatur ſecundũ pportionẽ habẽtẽ mediũ duo mque extrema, patet ex demõſtratione tredecimi quod e f eſt tãquã maior portio eius, igitur ex ſecunda huius. e g ad l m, ſicut e f ad l n, nã ut tota ad totã, ſic maior portio ad maiorẽ. Itaque per 11 ſexti quadratũ e g ad quadratũ l m, ſicut quadratũ e f ad quadratũ. In quare p 15 qnti, quadrata duarũ linearũ e g & e f piter accepta, ad quadrata duarũ linearũ l m & l n, ꝑiter accepta, ſicut quadratũ e g ad quadratũ l m. Ergo per 15 quinti & permutatã proportiõalitatẽ, & æquã, triplũ duorum quadratorũ duarũ linearũ e g & e f pariter acceptorum ad quadrata duarũ linearũ l m & l n, pariter accepta. ſicut triplũ quadrati e g ad quadratũ l m. Triplũ aũt quadrati e g, eſt tanquã quadratũ a b ex correlario 14 tredecimi, at quadratum a b, eſt per hypotheſin quincuplũ ad quadratũ l m. ergo triplum quadrati e g, quincuplũ quoꝫ eſt quadrati l m. Quare etiã triplũ quadratorũ duarũ linearũ e g & e f pariter acceptorum, eſt quincuplũ ad quadrata duarũ linearum l m & l n pariter accepta. Et quia probatũ eſt quod quadratum h k eſt æquale e quadratis duarum linearum l m & l n pariter acceptis, ſequitur ex cõi ſcientia ut triplũ quadratorum e g & e f ſit quincuplũ ad quadratum h k. cõſtat autẽ ex 8 tredecimi, quod quincuplum quadrati h k eſt quindecuplũ ad quadratũ d k, nã ſimplum eſt triplũ. Et ex quarta huius cõſtat, quod triplũ quadratorũ e g & e f, eſt quindecuplũ quadrati e f, nã ſimplum eſt quincuplum. Itaꝫ quindecuplũ quadrati e f eſt æquale quindecuplo quadrati d k, ideoꝫ per 15 quinti quadratum e f, eſt æquale quadrato d k, quare etiã linea e f, eſt æqualis lineæ d k. Ergo ex diffinitiõe circulorũ æqualium, circulus circunſcribẽs pẽtagonum c, eſt æqualis circulo circũſcribenti trigonum, nã ſemidiametri hõrum circulorum ſunt æquales, uidelicet e f & d k quod erat ex principio demonſtrandum.



Eucli. ex Camp. *Propoſitio 6*

QVadratum quoꝫ quod eſt triangulum alias trigincuplum tetragoni qui ſub perpẽdiculari ducta à centro circuli circunſcribentis pentagonũ figuræ duodecim baſiũ ad latus pentagoni, atꝫ ſub latere ipſius pentagoni cõtinetur, oĩbus ſuperficiebus corpis duodecim baſiũ piter acceptis eſſe æquale ex neceſſitate cõuincit.

CAMP. Sit pẽtagonus a. una ex 12 baſib9 figuræ dodecedri, & unũ ex eius lateribus ſit b c, ſibiꝫ ex 14 quarti circũſcribatur circulus ſupra cẽtrũ a & ꝓtrahãtur lineæ a b & a c & a d ppẽdicularis ad b c. Dico ergo ꝙ trigincuplũ eius ꝙ fit ex a d in b c, eſt æquale oĩbus ſupficiebus dodecedri piter acce Cõſtat enim pẽtagonũ d eſſe diuiſibilẽ in ꝙnꝙ triãgulos æquales triãgulo a b c ex 8 primi. Itaꝫ oẽs 12 pẽtagoni dodecedri (cũ oẽs ſint æquales & ſimiles pẽtagono a) diuiſibiles ſũt in 60 triãgulos, quorũ ꝙſꝙ ꝑ 8 primi eſt æqualis triãgulo a b c. Quod aũt fit ex a d in b c eſt duplũ per 41 primi, ad triãgulũ a b c. Ergo trigincuplum

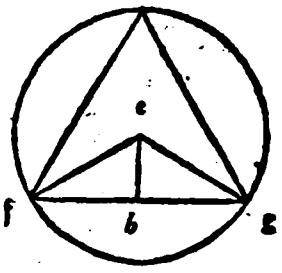


plum eius quod fit ex a d in b c,eſt ſexagincuplum ad triangulum a b c,nam ut ſimpli ſic duplum ad duplum. Cum itaque omnes dodecedri ſuperficies pariter acceptæ ſint etiam ſexagincuplum ad triangulum a b c,ſequitur ut trigincuplum eius quod fit ex a d in b c,ſit æquale omnibus ſuperficiebus dodecedri pariter acceptis. Quod eſt propoſitum.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 7

7 QVadratum quoque quod eſt triangulum,alias trigincuplum tetragoni qui ſub perpendiculari ducta à centro circuli ad latus ſibi inſcripti trianguli figuræ uiginti baſium,atque ſub ipſo latere trianguli continetur,æquale eſt omnibus ſuperficiebus figuræ uiginti baſiũ pariter acceptis.

CAMPANVS. Eſto enim hic trigonus e,una ex 20 baſibus figuræ icoſedri,& unũ ex eius lateribus ſit f g,ſibiq; ex 5 quarti circunſcribatur circulus ſuper centrum e,& protrahantur lineæ e f, e g,& e h perpendicularis ad f g. Dico igitur quod trigincuplum eius quod fit ex e h in f g,eſt æquale omnibus icoſedri pariter acceptis. Conſtat enim trigonum eſſe diuiſibilẽ in tres trigonos quorum quilibet per octauam primi,eſt æqualis trigono e f g. Itaque omnes 20 trigoni icoſedri pariter accepti,(cum cuncti ſint æquales & ſimiles trigono e)ſunt tãquam ſexagincuplum trigoni e f g. Et quia per 41 primi ꝙ fit ex e h in f g eſt duplum trigoni e f g,ideoque trigincuplũ huius eſt æquale ſexagincuplo illius,ſequitur ut trigincuplum e h in e f ſit æquale omnibus ſuperficiebus icoſedri pariter acceptis. Quod erat demonſtrandum.



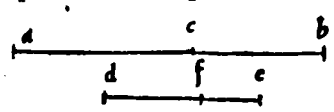
CORRELARIVM. Manifeſtum igitur eſt,quod proportio ſuperficierum figuræ duodecim baſium in aliqua ſphæra contentæ ad ſuperficies figuræ uiginti baſium in eadẽ ſphæra concluſæ,eſt tanquã proportio tetragoni contenti ſub latere pentagoni ipſius figuræ duodecim baſium & ſub perpendiculari ducta à centro ſui circuli ad ipſum latus pentagoni ad tetragonum contentum ſub latere trianguli ipſius figuræ uiginti baſium & perpendiculari ducta à centro ſui circuli ad ipſum latus trianguli corporis uiginti alchaidarum. Quod per illud correlarium concluditur uerum eſſe, ſiue figura duodecim baſium & figura uiginti baſium ſint ab eadem ſphæra circunſcriptibiles ut proponitur,ſiue etiam fuerint circunſcriptibiles à diuerſis ſphæris, proponitur autem prout hæ figuræ ſunt circunſcriptibiles ab eadem ſphæra,quoniã hoc modo ualet & ſufficit ad propoſitum. Eius ergo communis ueritas ſic patet. Conſtat enim ex 6 huius quod trigincuplum a d in b c,æquũ eſt omnibus dodecedri pariter acceptis cuius pentagonus a eſt una ex 12 ſuperficiebus. Et ex hac 7 conſtat ſimiliter qđ trigincuplũ e h in f g,æquũ eſt oĩbus ſuperficiebus icoſedri pariter acceptis,cuius trigonus e eſt una ex 20 baſibus ſiue illud dodecedron & iſtud icoſedron eadem ſphæra circunſcribat,ſiue diuerſe, itaque proportio trigincupli a d in b c ad omnes ſuperficies illius dodecedri pariter acceptas,eſt ſicut trigincupli e h in f g ad omnes ſuperficies icoſedri pariter acceptas,utrobiq; enim eſt proportio æqualitatis. Quare permutatim trigincuplum a d in b c ad trigincuplũ e h in f g,ſicut oẽs illius dodecedri ad omnes ſuperficies huius icoſedri,& per 15 quinti trigincupli ad trigincuplum,eſt ſicut ſimpli ad ſimplum. Conſtat igitur per 11 quinti quod proportio omnium ſuperficierum illius dodecedri ad omnes ſupficies huius icoſedri,eſt eius quod fit ex a d in b c,ad id quod fit ex e h in f g. Et hoc eſt quod ex correlario proponitur.

8 Eucli. ex Camp. Propoſitio 8

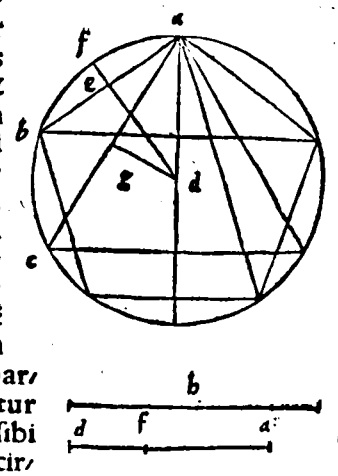
PRoportio cunctarum ſuperficierum corporis duodecim baſium pariter acceptarum ad cunctas ſuperficies corporis uiginti baſiũ pariter acceptas,quæ ab una ſphæra ambo circunſcribuntur, eſt tanquam proportio lateris cubi quem circunſcribit eadem ſphæra, ad latus trianguli ipſius corporis uiginti baſium.

CAMP.

CAMPANVS. Vt ab huius octauæ demonſtrationis 14 libri proceſſu ambiguitas omnis abſcedat, iſtud præſcire oportet. Quod ſi aliqua linea ſecundum proportionẽ habẽtem medium duoq; extrema fuerit diuiſa, & ex medietate eius tanquã dimidium ſuæ maioris portionis detrahatur, ipſa quoq; medietas ſecundum proportionem habentem medium duoq; extrema diuiſa erit, & eius maior portio eſt tanquã dimidium maioris ſuæ duplæ. Verbi gratia. Sit a b diuiſa ſecũdum proportionem habentem medium duoq; extrema, in c, & maior eius portio ſit a c, & ſit d e tanquam dimidium a b, & d f tanquam dimidium a c. Dico ergo quod d e diuiſa eſt in f ſecũdum proportionẽ habentem medium duoq; extrema, & maior portio eius eſt d f, conſtat enim ex 15 quinti quod proportio a b ad a c, eſt ſicut d e ad d f, uidelicet, duplum ad duplum tanquã ſimplum ad ſimplum. Quare permutatim a b ad d e, ſicut a c ad d f, igitur per 19 quinti c b ad f e, ſicut a b ad d e. Eſtq; c b, dupla ad f e, ſic enim eſt a b ad d e. Cum igitur tota a b ſit dupla ad totã d e, & ſingulæ partes a b ad ſingulas partes d e, erit ex 15 quinti & prima eiuſdem & diffinitione lineæ diuiſæ ſecundũ proportionẽ habentẽ medium duoq; extrema, linea de diuiſa in f, quemadmodũ proponitur.



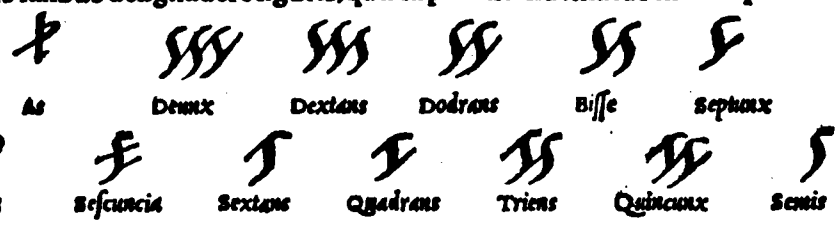
Nunc igitur demonſtrationi eius quod propoſitũ inſiſtamus. Ad cuius exemplum ſit a b c circulus cuius centrum d, circũſcribens pentagonum dodecedri & trigonum icoſedri, quæ ambo pariter eadem ſphæra circumſcribit & concludit, nam ex 3 huius manifeſtum eſt, quod idem circulus huius pentagonũ & illius trigonum circũſcribit. Sit autem linea a b, latus pentagoni, & linea a c, trigoni, ſitq; linea h, tanquã latus cubi ab eadem ſphæra circũſcripti. Dico itaq; quod proportio omnium ſuperficierũ dodecedri pariter acceptarũ ad omnes ſuperficies icoſedri pariter acceptas, eſt ſicut linea h ad lineam a c. producatur quidem à centro d, perpendicularis ad a b, quæ tranſeat uſq; ad circũferentiam, ſecans a b in puncto e, & arcum eius in puncto f, hanc autẽ perpendicularẽ conſtat diuidere per æqualia tam lineam a b quàm eius arcum, chordã quidem a b per ſecundã partem 3 tertij, arcum uero eius per 4 primi & 27 tertij. Eſt igitur arcus f a decima pars circũferentiæ. Subtendatur itaq; ſibi chorda a f, quæ erit latus decagoni æquilateri eiuſdem circuli, erit igitur ex 9 tredecimi linea conſtans ex d f, f a, diuiſa ſecundum proportionem habẽtem medium duoq; extrema, & maior portio eius erit linea d f. At uero ex prima huius, d e, eſt æqualis dimidio d f, dimidioq; f a in longum directumq; cõiunctis. Sit igitur d g perpẽdicularis ad a c, eritq; ex correlario 8 tredecimi, g d, tanquã dimidium d f. Itaq; ſi à linea d e quæ eſt tanquã dimidium d f a, cum d f & f a ſit linea una, detrahatur æqualis d g quæ eſt tanquam dimidium d f, erit per illud quod ante hoc probatum eſt, linea d e diuiſa ſecundum proportionem habentem medium duoq; extrema, & maior portio erit tanquam g d. Ex demõſtratione autem 17 tredecimi conſtat, quod ſi linea h quæ eſt latus cubi diuidatur ſecundum proportionem habentem medium duoq; extrema, maior portio eius erit tanquam a b quæ eſt latus pentagoni figuræ 12 baſium. Itaque per 2 huius, proportio h ad a b, eſt ſicut d e ad g d, quare per primam partem 16 ſexti, quod prouenit ex h in g d, æquum eſt ei quod fit ex a b in d e. Ex correlario autem præmiſſæ manifeſtum eſt, quod proportio omnium ſuperficierũ dodecedri cuius latus a b pariter acceptarũ ad omnes ſuperficies icoſedri, cuius latus a c, pariter acceptas, eſt ſicut eius quod fit ex a b in d e, ad illud q̃d fit ex a c in g d. Igitur ex prima parte 7 quinti & 11 eiuſdẽ, proportio eius quod prouenit ex h in g d, ad illud quod prouenit ex a c in g d, eſt ſicut omnium ſuperficierum illius dodecedri ad omnes huius icoſedri. At uero eius quod prouenit ex h in g d, ad illud quod prouenit ex a c in g d, eſt per 1 ſexti, ſicut h ad a c. Itaq; per 11 quinti proportio omnium ſuperficierũ illius dodecedri ad omnes huius icoſedri, eſt ſicut h ad a c, quod eſt propoſitũ. Hoc ipſum aliter probare poterimus, ſi ad ipſum huius antecedens neceſſarium præmiſerimus, quod eſt.



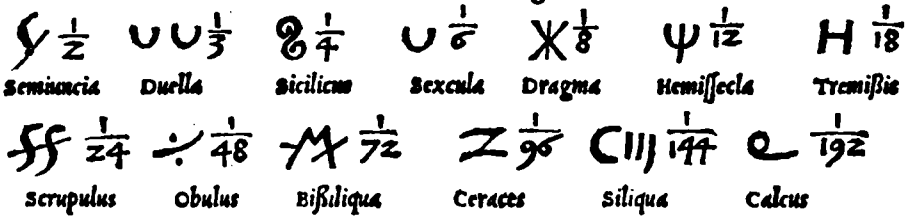
Si circulo cuilibet pentagonus æquilaterus inſcribatur, rectangulum quod ſub dodrante diametri ipſius circuli & ſub dextante ipſius lineæ angulum

gulum ipſius pentagoni ſubtendentis continetur, eidem pentagono æquũ eſſe ex neceſſitate oportet.

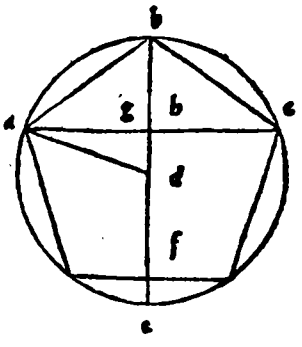
Maiores noſtri unũquodq; integrum in .ii. partes æquales intellectu & ratione diuiſerunt, omnesq; eas ſimul hoc eſt ipſum totum, aſſem uocauerunt, undecim uero earũ dixerũt deuncem: decem autem, dextantem, nouem, dodrantem, octo uero, biſſe, at ſeptem, ſeptantem uel ſeptuncem, ſex autẽ ſemis, quinq;, quincuncẽ, quatuor, trientem: tres autem, quadrantẽ, duas uero ſextantem, unam autem appellauerũt unciam, easq; per ordinẽ talibus deſignauere figuris, quæ ſæpiſſime inueniũtur in antiquis libris.



Vnciam quoq; quam duodecimã partem aſſis fore diximus, in alias rurſus .ii. fractiones, ſed alia uia diuiſerunt, nam medietatem unciæ, dixerunt ſemiunciam, tertiam uero duellam, quartam ſicilicum, ſextam ſexculam, octauam dragmam, duodecimã ſemiſſiclam, decimamoctauã tremiſſem, uigeſimamquartã ſcrupulum, quadrageſimãoctauã obulum, ſeptuageſimãſecundam biſſiliquã nonageſimãſextam, ceracem. Vltimam uero quæ eſt centeſima quadrageſimaquarta pars ipſius unciæ, ſiliquam nominauerũt. His autem .ii. fractionibus unciæ poſteriores adiunxere calcum, eſt autem calcus centeſima nonageſimaſecunda pars unciæ. Cuius additionis cauſa fuit, ut uſque ad minimũ extremũ diateſſeron & diapente ſymphoniarũ tonorum ſemitonorumq; interuallis diſtinctarum, harum fractionum denominatio conſcenderet uel contenderet. & ipſas omnes ſecundum ordinem talibus annotauere figuris.

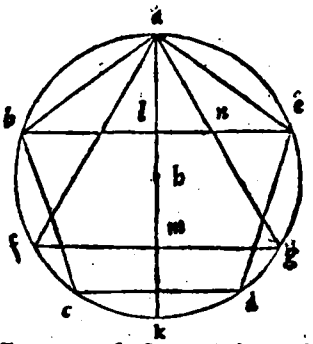


Eius ergo quod dicitur, ſenſus eſt. Quod ſi in aliquo circulo pentagonus æquilaterus inſcribatur, illud quod fit ex tribus quartis diametri circuli in quinq; ſextas lineæ ſubtẽdentis unum ex angulis inſcripti pentagoni, æquale eſt pentagono. Verbi gratia. Sit circulus a b c ſicut centrum d, eiq; ex .ii. quarti inſcribatur pentagonus æquilaterus, cuius duo latera unũ ex ſuis angulis continẽtia ſint a b & b c, & angulo b ſubtendatur linea a c, & protrahatur diameter b d e ſecans lineam a c per æqualia in pũcto g, ſitq; d f medietas d e, & g h dupla ad h c, eritq; b f dodrans diametri, eſt enim tres quartæ ipſius, & a h erit dextans uel ſextãs a c, eſt enim .s. ſextæ eius, protrahatur autẽ linea a d: dico q; illud quod prouenit ex b f in a h, eſt æquale pentagono inſcripto circulo. Cum enĩ a g ſit perpendicularis ad b d, erit ex .xi. primi & illud quod prouenit ex b d in a g, duplum ad triangulũ a b d, ideoq; quod prouenit ex b f in a g, triplum erit ad eundem triangulũ, & quod prouenit ex b f in h g, duplum, & ex b f in totam a h, quincuplum. Cum itaq; totus pentagonus quintuplus ſit ad eundẽ triangulũ, conſtat q; iſtud quod fit ex b f in a h, eſt æquale pentagono. Et illud erat demõſtrandum. Quod igitur ex principio propoſitum eſt, nunc alia uia (ſicut promiſimus) demonſtremus. Sint itaq; circulo cuius centrũ h, inſcripti, pentagonus figuræ .ii. baſium & trigonus figuræ .xv. baſium, quas eadem ſphæra circũſcribit. Conſtat enim ex .s. huius, quod huius dodecedri pentagonus, & illius icoſedri trigonus, ab eodem circulo circũducentur, ſitq; pentagonus a b c d e, & trigonus a f g, & angulo a pentagoni ſubtendatur linea b e, quæ ex



demonſtra-

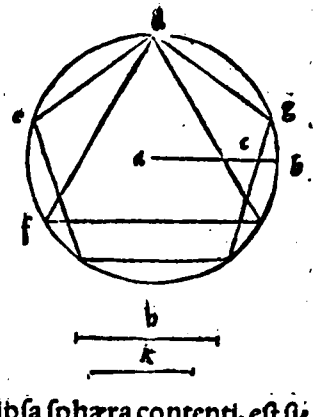
demõstratione 17 tredecimi erit latus cubi quem eadem ſphæra cõcludit, protrahatur itaq; diameter a h K, ſecans orthogonaliter & per æqualia utranq; duarũ linearũ b e & f g, hanc quidem in puncto l, illam uero in puncto m. Dico ergo q; proportio omnium ſuperficierũ dodecedri ad omnes icoſedri, quorũ pentagonus & trigonus propoſito circulo ſunt inſcripti, eſt ſicut lineæ b e, quæ eſt latus cubi ab eadem ſphæra concluſi, ad lineam f g quæ eſt latus trigoni icoſedri. Conſtat enim ex correlario 8 tredecimi, q; linea h m eſt dimidiũ lineæ a h, ideoq; a n erit dodrans diametri a K, eſt enĩ eius tres quartæ. Sit ergo l n dupla ad n e, eritq; b n dextans b e, eſt enim quinq; eius ſextæ. Itaq; per præmiſſum antecedens, quod prouenit ex a m in b n, erit æquale pentagono a b c d e, qđ autẽ prouenit ex a m in m f, eſt æquale triangulo a f g. Igitur ex 1 ſexti, proportio pẽtagoni ad trigonũ, eſt ſicut b n ad m f, quare duo decupli illius pentagoni ad uigincuplũ iſtius trigoni, ſicut duodecupli lineæ b n ad uigincuplũ lineæ m f, quod ex 15 quinti & æqua ꝓportionalitate manifeſtum eſt. Duodecuplũ autem b n, eſt tanq; decuplũ b e, nam 11 dextantes, coæquãt 10 aſſes, hoc eſt 10 totã: uigincuplũ uero m f, eſt tanq; decuplũ f g, nam f g eſt dupla ad m f. Igitur duodecupli iſtius pentagoni ad uigincuplũ iſtius trigoni, eſt ſicut decupli b e ad decuplum f g. Et quia duodecuplũ illius pentagoni eſt omnes ſuperficies dodecedri, uigincuplũ autem huius trigoni eſt omnes ſupficies icoſedri, & quia per 15 quinti decupli b e ad decuplũ f g, ſicut b e ſimplæ ad f g ſimplam, erit per 11 quinti, proportio omniũ ſuperficierũ dodecedri pariter acceptarũ ad omnes ſuperficies icoſedri pariter acceptas, ſicut b e ad f g. Et hoc eſt quod oportuit nos demõſtrare.



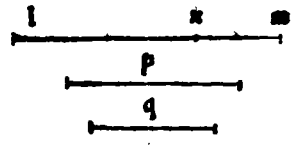
Euclides Camp. Propoſitio 9

9 DIuiſa qualibet linea ſecundum proportionẽ habentem medium duoq; extrema, erit proportio lineæ potentis ſupra totam lineã eiusq; maiorem portionẽ ad lineam potentem ſupra totam eiuſdemq; minorem portionẽ, tanq; ꝓportio lateris cubi ad latus trianguli corporis uiginti baſium una cum cubo ipſo in eadem ſphæra contenti.

CAMPANVS. Sit linea a b diuiſa ſecũdum proportionẽ habẽtem medium duoq; extrema, & maior portio ſit linea a c, & ſuper centrũ a ſecundũ quantitatẽ lineæ a b deſcribatur circulus d b ẽ, eiq; inſcribatur ex 11 quarti pentagonus æquilaterus cuius unũ latus ſit d e, & ex ſecũda eiuſdem trianguli æquilateri cuius unũ latus ſit d f, & uni ex angulis pentagoni qui ſit d, ſubtendatur linea e g. Conſtat igitur ex 5 huius, q; ſphæra circũſcribẽs dodecedron cuius pentagoni latus eſt d e, circũſcribit ſimul icoſedron cuius triãguli latus eſt d f, & ex demõſtratione 17 tredecimi manifeſtũ eſt, q; eadem ſphæra circũſcribit cubum cuius latus eſt e g. Sumatur ergo linea h potens ſuper totam a b & eius maiorem portionẽ a c, & ſumatur k potẽs ſuper totam a b & minorẽ eius portionẽ b c. Dico itaq; q; proportio e g ad d f, hoc eſt lateris cubi ad latus triãguli icoſedri una cum ipſo cubo ab ipſa ſphæra contenti, eſt ſicut h ad k. Conſtat quidem quod ex correlario 15 quarti, q; a b eſt tanq; latus hexagoni æquilateri circulo b d e inſcripti. Igitur ex 5 huius, a c eſt tanq; latus decagoni eiuſdem circuli. Itaq; per 10 tredecimi, d e potens eſt ſuper totam a b & eius maiorẽ portionẽ a c, quare d e eſt æqualis h, nam quadratũ utriuſq; earũ, tantũ eſt quantũ quadrata duarũ linearũ a b & a c pariter accepta. Patet autẽ ex 5 tredecimi, q; d f eſt tripla potentialiter ad a b, at uero ex 5 eiuſdẽ patet, q; K quoq; tripla eſt potentialiter ad a c. Ergo ex ſecũda parte 11 ſexti, proportio d f ad a b, eſt ſicut K ad a c, quarẽ permutatim d f ad K, ſicut a b ad a c. Et quia ex demõſtratione 17 tredecimi, manifeſtũ eſt q; ſi e g diuidatur ſecundum proportionẽ habentẽ medium duoq; extrema, maior portio eius erit tanq; d e, erit per ſecũda, huius ꝓportio e g ad d e, ſicut a b ad a c, quare per 11 quinti erit quoq; e g ad d e, ſicut d f ad K, & permutatim e g ad d f, ſicut d e ad K. Et quia per primã partem 7 quinti, d e ad K, ſicut h ad K, eo q; d e & h ſunt æquales, erit per 11 quinti e g ad d f, ſicut h ad K.

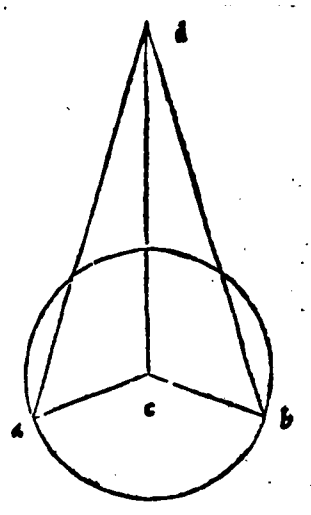


Quod eſt propoſitũ. Non ſolum autẽ eſt proportio e g lateris cubi ad d ſ latus triangu li icoſedri ſicut h ad k, immo ſimpliciter ſicut quarũlibet duarũ linearũ unius ad alteram, quarũ altera poteſt ſuper totam quãlibet lineam diuiſam ſecũdum proportionẽ habentẽ medium duoq; extrema & ſuper eius maiorem portionẽ, altera uero ſuper totam & eius minorẽ portionẽ, nam ſingularũ linearũ talium eſt proportio una. Verbi gratia, maneãt priores hypotheſes circa lineas a b, h, & k, & ſumatur quoq; quælibet alia linea quæ ſit l m, diuiſa ſecundum proportionẽ habentẽ medium duoq; extrema in n, & portio maior ſit l n, ſitq; linea p potens ſuper totam l m & eius maiorẽ portionẽ l n, & linea q ſit potens ſuper totam l m & eius minorẽ portionẽ m n. Dico ergo q; proportio p ad q, eſt ſicut h ad k. Conſtat enim ex 2 huius, q; b a ad a c, eſt ſicut l m ad l n, ergo per primam partem 11 ſexti, quadrati b a ad quadratũ a c, eſt ſicut quadrati m l ad quadratũ n l, quare coniunctim quadrati h ad quadratũ a c, ſicut quadrati p ad quadratũ l n, & permutatim quadrati h ad quadratũ p, ſicut quadrati a c ad quadratũ l n. Eodem argumẽtationis genere ſequitur q; proportio quadrati k ad quadratũ q, eſt ſicut quadrati c b ad quadratũ n m. Et quia ex 2 huius & prima parte 11 ſexti, quadratũ a c ad quadratum l n, ſicut quadratũ c b ad quadratũ m n, erit ex 11 quinti quadratũ h ad quadratũ p, ſicut quadratũ k ad quadratũ q, quare per ſecũdam partẽ 11 ſexti h ad p, ſicut k ad q. Et permutatim h ad k, ſicut p ad q. Quod erat demonſtrandũ. Et ne quiſquã dubitationis locus ea quæ demõſtranda reſtant obfuſcet, præmittenda adhuc duximus quædam, quibus ſequentia firmo demonſtrationis robore inconcuſſa permaneant.



Si aliqua plana ſuperficies ſphærã quãlibet ſecet, cõmunis ſectio planæ ſupficiei ſecantis & curuæ ſupficiei ſphæræ erit circũferẽtia continẽs circulũ.

Sit igitur aliqua plana ſuperficies ſecans ſpherã, & ſit linea a b cõmunis ſectio ſuperficiei ſecantis & ſuperficiei ſphæræ, dico q; linea a b eſt circũferẽtia circuli. Aut enim centrũ ſphæræ eſt in plana ſuperficie ſecante, aut extra. Quod ſi fuerit in ea, ponatur ubicunq; contigerit, & ſit c. Quia ergo tota linea a b eſt in ſuperficie ſphæræ, & quia omnes lineæ ductæ à centro ſphæræ ad ipſius circũferentiam ſunt æquales quemadmodũ conſtat ex diffinitione ſphæræ, ſequitur ut omnes lineæ ductæ à puncto c ad lineam a b ſint æquales. Eſt igitur ex diffinitione circuli ſuperficies quam continet linea a b, circulus, & eius centrũ eſt c, uidelicet, idem quod centrũ ſphæræ. Si autẽ centrũ ſphæræ fuerit extra ſuperficiẽ ſecantẽ, ponatur ergo ubilibet quod ſit d, à quo ſecũdum doctrinã 11 undecimi, ducatur linea d c ppendicularis ad ſupficiem ſecantẽ, & protrahãtur ab eodem centro d, duæ lineæ rectæ quomodocunq; cõtingat ad lineam a b, quæ ſint d a & d b, & iungatur c cum a & cum b, erũtq; duæ lineæ d a & d b æquales, eo q; ipſæ ſunt à centro ſphæræ ad ſuperficiẽ eius. Ex diffinitione autẽ lineæ perpẽdicularis ad ſuperficiẽ manifeſtum eſt, q; anguli d c a ad d c b ſunt recti, ideoq; ex penultima primi, & iſta cõmuni ſcientia (quæ æqualibus ſunt æqualia inter ſe ſunt æqualia) erunt quadrata duarũ linearũ c d & c a pariter accepta, æqualia quadratis duarũ linearũ d c & c b pariter acceptis, dempto itaq; utrinq; quadrato d c, erit quadratũ c a æquale quadrato c b, quare & linea c a, lineæ c b. Eodem argumẽtationis genere neceſſe eſt omnes lineas ductas à puncto c ad lineam a b, eſſe æquales. Ergo ex diffinitione circuli, ſuperficies quam continet linea a b, eſt circulus, & eius centrum eſt c, quod eſt propoſitũ.

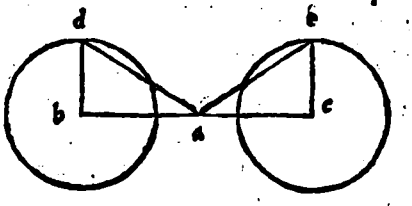


Ex hoc itaq; manifeſtũ eſt, q; cum ſuperficies ſecat ſphæram ſuper centrũ eius, ſector proueniẽs in ſuperficie ſphæræ eſt linea continẽs circulũ, cuius centrũ eſt centrũ ſphæræ. Cum autẽ ſuperficies ſecat ſphærã non ſuper centrũ eius, ſector quoq; proueniẽs in ſuperficie ſphæræ, eſt linea continẽs circulũ cuius centrũ eſt punctus ille in quo incidit perpẽdicularis ducta à centro ſphæræ ad ſuperficiẽ ſecantẽ. Amplius autem dico

Si in ſphæra aliqua fuerint circuli æquales, perpẽdiculares ductæ à centro ſphæræ ad ſuperficies illorum circulorũ erunt adinuicem æquales.

Sint in ſphæra cuius centrum a, ſiqnati duo circuli b & c æqualus, quorũ ſuperficies protra-

protrahãtur à centro ſphæræ,uidelicet,à puncto a, ꝓpendiculares, ſecundũ ꝙ docet 11 undecimi,ad hũc quidẽ a b, ad illum autẽ a c. Dico ꝙ duæ lineæ a b & a c ſunt æquales. Protrahãtur enim à punctis b & c ſingulæ lineæ rectæ ad circũferẽtias illorũ circulorũ prout libuerit,in hoc quidẽ b d,in illo autẽ c e,& iungatur a cum d & cũ e,eritq; ex diffinitiõe lineæ ſupra ſuperficiẽ perpẽdiculariter ſtantis,uterq; duorũ angulorũ a b d,a c e rectus. At uero ex ſecũda parte præmiſſi correlarij manifeſtũ eſt, ꝙ duo pũcta b & c ſunt centra circulorũ b, c, ideoq; duæ lineæ b d & c e ſunt ſemidiametri eorũ,qui circuli cũ ponãtur æquales, ſequitur ex diffinitiõe æqualiũ circulorũ has ſemidiametros eſſe æquales. Et quia duæ lineæ a d & ae ſunt æquales,quia ſunt ductæ à centro ſphæræ ad eius ſuperficiẽ,erũt ex penult. primi duæ perpendiculares a b & a c æquales. Quod oportebat demonſtrare. Nunc igitur ad propoſitũ redeamus. *Eucli.ex Camp.*



Propoſitio 10.

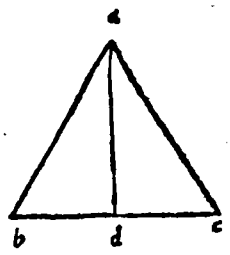
10 PRoportio corporis dodecedri ad corpus icoſedri,quæ ambo unà eademq; ſphæra includit,eſt ſicut omnium ſuperficierũ eius patiter acceptarũ ad omnes ſuperficies illius patiter acceptas.

CAMPANVS. Hoc eſt quod ſuperius poſt demonſtrationẽ huius,auctoritate Ariſtei & Apollonij cõmemorauimus,cuius demõſtratio ex iis quæ præmiſſa ſunt, euidenter elicitur. Ex 5 quidẽ huius manifeſtũ eſt, ꝙ circuli quorũ alter circũſcribit pentagonũ dodecedri,reliquus uero trigonũ icoſedri,quæ ambo corpora ſphæra una coercet,ſunt adinuicẽ æquales. Itaq; erunt perpendiculares à centro ſphæræ ad ſupficies omniũ circulorũ circũſcribentiũ pentagonos huius dodecedri & trigonos illius icoſedri in eorũ centra cadẽtes, adinuicẽ æquales, ſicut ex præmiſſis manifeſtũ eſt,nam omẽs hi circuli, teſte 5 huius ſicut dictũ eſt,æquales ſunt ſibi adinuicẽ. Pyramides igitur quarũ ſunt baſes pẽtagoni dodecedri,& coni earũ ſimiliter centrũ ſphæræ,ac pyramides quarũ baſes ſunt trigoni icoſedri & coni earũ ſimiliter centrũ ſphæræ,ſunt æque altæ. Cuncta rũ quidem pyramidũ altitudinẽ,menſurãt uel determinãt à conis ad baſes perpẽdiculares cadẽtes. Pyramides autẽ æque altas,ſuis baſibus ꝓportionales eſſe oportet,quẽadmodũ in 6 duodecimi probatũ eſt. Itaq; ꝓportio pyramidis cuius pentagonus dodecedri,ad pyramidẽ cuius baſis trigonus icoſedri,eſt ſicut iſtius pẽtagoni ad hũc trigonũ,ideoq; per 14 quinti,ꝓportio duodecupli illius pyramidis cuius baſis pentagonus dodecedri ad pyramidẽ cuius baſis trigonus icoſedri,ſicut duodecupli illius pẽtagoni ad hũc trigonũ,hæ autẽ 11 pyramides quarũ ſunt baſes 11 pentagoni dodecedri,ſunt tanq; totum corpus ipſius dodecedri,at 11 pẽtagoni tanq; omnes ſupficies eius,itaq; ꝓportio corporis dodecedri ad pyramidẽ cuius baſis eſt trigonus icoſedri, eſt ſicut ꝓportio omniũ ſuperficierũ dodecedri ad trigonũ icoſedri. Quare rurſus ex 14 quinti,ꝓportio corporis dodecedri ad uigincuplũ illius pyramidis cuius baſis eſt trigonus icoſedri,eſt ſicut omnium ſupficierũ dodecedri ad uigincuplũ trigoni icoſedri. Cũ igitur uigincuplũ huius pyramidis ſit tanq; totũ corpus icoſedri,at uigincuplũ iſtius trigoni tanq; omnes ſupficies ipſius icoſedri,erit ꝓportio corpis dodecedri ad corpus icoſedri, quæ ambo una eademq; ſphæra cõcludit, ſicut ꝓportio omniũ ſupficierũ corporis dodecedri pariter acceptarũ ad omnes ſupficies corporis icoſedri pariter acceptas. Hoc autem eſt prædictorũ philoſophorũ de ꝓportione horũ duorũ corporũ ſentẽtia,fixa ſolidaq; demonſtratiõe roborata. Cui quoq; adijciendũ eſt hoc, nam cum ꝓportio lateris cubi ad latus trianguli corporis icoſedri una cum ipſo cubo ab eadẽ ſphæra cõcluſi,ſit ſicut ꝓportio omniũ ſupficierũ corporis dodecedri pariter acceptarũ ad omnes ſupficies ipſius icoſedri in eadem ſphæra cõcluſi,ſicut ex 8 huius demonſtratũ eſt,erit ex 11 quinti ꝓportio corporis dodecedri ad corpus icoſedri quæ ambo ſphæra una circũuoluit,tanq; ꝓportio lateris cubi eidemq; ſphæræ inſcriptibilis ad latus ipſius trigoni icoſedri. Amplius autẽ quia diuiſa qualibet linea ſecundũ proportionẽ habentẽ medium duoq; extrema eſt ꝓportio lineæ potentis ſuper totam & eius maiorẽ portionẽ,ſicut lateris cubi alicui ſphæræ inſcripti ad latus trigoni corporis icoſedri ab eadem ſphæra circũducti, ſicut ex 9 huius demonſtratũ eſt, erit etiã ex 11 quinti, ut diuiſa qualibet linea ſecũdum ꝓportionẽ habentẽ medium duoq; extrema ſit ꝓportio lineæ potentis ſuper totam & eius maiorẽ portionẽ ad lineam potentẽ ſuper totam & eius minorẽ portionẽ, ueluti proportio corporis dodecedri ad corpus icoſedri quæ ambo una atq; eadẽ ſphæra circũſcribit. Ex dictis igitur manifeſtũ eſt ꝙ proportio lateris cubi alicui ſphæræ inſcripti ad

latus trigoni icoſedri ab eadem ſphæra circũſcripti, item proportio cunctarũ ſuperficierũ dodecedri ad cunctas ſuperficies icoſedri quæ ambo eadem ſphæra circũſcribit. & rurſus proportio lineæ potentis ſuper quamlibet lineam diuiſam ſecundũ proportionẽ habentẽ medium duoq; extrema, & ſuper eius maiorem portionẽ ad lineam potentem ſuper eandem & ſuper eius minorẽ portionẽ, itaq; iterum proportio corporis dodecedri ad corpus icoſedron quæ ambo una eademq; ſphæra coercet, eſt proportio una. Mirabilis itaq; eſt potentia lineæ ſecundũ ꝓportionẽ habentem medium duoq; extrema diuiſæ. Cui cum plurima philoſophantiũ admiratione digna cõueniant, hoc principiũ uel præcipuũ ex ſuperiorũ principiorũ inuariabili procedit natura, ut tam diuerſa ſolida tum magnitudine tum baſium numero tum etiã figura, irrationali quadam ſymphonia rationabiliter conciliet. Quippe demonſtratũ eſt q; proportio dodecedri corporis ad icoſedron corpus quæ ambo ſphæra una coambit, eſt quaſi proportio lineæ potentis ſuper quamlibet lineam ſecundũ præfatam proportionẽ diuiſam & ſuper eius maiorẽ partem, ad quamlibet lineam potentẽ ſuper eandem & eius minorẽ partem. Quoniam uero de tribus cæteris corporibus regularibus nihil adhuc diximus, ſtudeamus de ipſis aliquid dicere. *Eucli. ex Camp.* *Propoſitio 11*

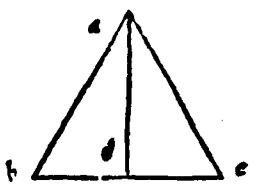
11 IN omni triangulo æquilatero ſi ab uno angulorũ eius perpendicularis ad baſin ducatur, latus eiuſdem trianguli ad ipſam perpendicularẽ potentialiter ſeſquitertiũ eſſe conuenient.

CAMPANVS. Sit enim triãgulus æquilaterus a b c, ducaturq; ab angulo a, linea a d, perpendicularis ad baſin. Dico q; a b eſt potentialiter ſeſquitertiũ ad a d. Sunt quidem ex 5 primi, duo anguli b & c æquales. Et quia anguli ad d ſunt recti, erit per 16 primi, linea b c diuiſa per æqualia in puncto d. Itaq; ex 4 ſecũdi quadratũ b c, quadruplũ ad quadratũ b d, ideoq; etiam quadratũ a b, q̃druplũ eſt ad quadratũ b d, eſt enim triangulus æquilaterus. Quare per penult. primi, quadrata duarũ linearũ a d & b d pariter accepta, quadruplũ ſunt ad quadratũ b d. Itaq; quadratũ a d, triplũ eſt ad quadratũ b d. Conſtat ergo propoſitũ. *Eucli. ex Camp.* *Propoſitio 12*



12 OMnis trigonus æquilaterus cuius eſt latus rationale, ſuperficies medialis eſſe probatur.

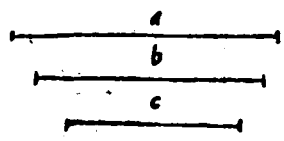
CAMP. Sit ut prius, triangulus a b æquilaterus, & ſit latus eius a b rationale ſiue in longitudine ſiue in potentia tantum. Dico itaq; q; ipſe triangulus eſt ſuperficies medialis. Ducatur enim perpẽdicularis ad a b, angulo a, ad baſin, eritq; ex præmiſſa & ex 6 decimi, & diffinitiõe ſupficiei rationalis, quadratũ lineæ a d rationale, & linea a d rationalis in potentia. Ipſa autẽ ex ultima parte decimæ mediante præmiſſa erit incõmenſurabilis lineæ a b, ideoq; & linea b d, quæ eſt tanq; eius dimidiũ. Sunt itaq; duæ lineæ a d & b d rationales, potẽtialiter tantum cõmunicantes, igitur ex 19 decimi, ſuperficies unius earũ in alterã eſt medialis. Cumq; ſuperficies unius earũ in alterã ſit æqualis trigono a b c, conſtat uerũ eſſe quod diximus. *Eucli. ex Camp.* *Propoſitio 13*



13 CVnctæ ſuperficies utriuſlibet duorum ſolidorũ, quorũ alterũ eſt pyramis quatuor baſium triangulariũ & æquilaterarũ, reliquum uero eſt corpus octo baſium triangulariũ & æquilaterarũ pariter acceptæ, ſi diameter ſphæræ ea circũſcribentis rationalis fuerit, componũt ſuperficiem medialem. CAMPANVS. Nam ſi diameter ſphæræ alterum duorum propoſitorũ corporum circũſcribentis fuerit rationalis ſiue in longitudine ſiue in potentia tantum, erit ex correlario 15 tredecimi libri, latus pyramidis rationale in potentia, & ex correlario eiuſdem 15, latus quoq; corporis octo baſium rationale in potentia, quare per præmiſſam, trianguli qui ſunt baſes utriuslibet corporis, erunt ſuperficies mediales. Et quia trianguli utriuslibet eorum ſibi ad inuicem ſunt æquales, erunt ex 11 decimi, omnes ſuperficies utriuslibet eorum pariter acceptæ componentes ſuperficiem medialem, quemadmodum proponitur.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 14

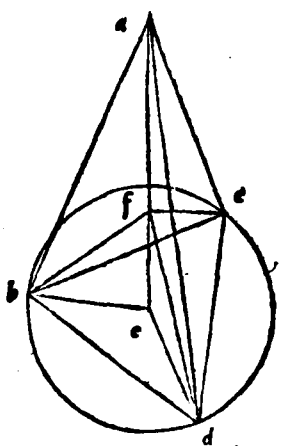
14 SI tetrachedron & octoedron una eademq; ſphæra circũſcribat, erit una ex baſibus tetrachedri ſeſquitertia ad unam ex baſibus octoedri. Omnes autẽ baſes octoedri pariter acceptas ad omnes baſes tetrachedri pariter acceptas, ſeſquialterã proportionẽ habere neceſſe eſt. CAMPANVS. Sit aliqua ſphæra cuius diameter a, circũſcribens pyramidẽ cuius latus b, & octoedron cuius latus c. Dico itaq; quod triãgulus æquilaterus cuius latus b, ſeſquitertius eſt ad triangulũ æquilaterũ cuius latus c, & quod ſuperficies quã componunt octo trianguli æquilateri cuiuſq; quorum eſt latus c, ſeſquialtera eſt ad ſuperficiem quam componunt quatuor trianguli æquilateri cuiuſq; quorũ eſt latus b. Conſtat enim ex correlario 13 tre decimi, quod quadratũ a ad quadratũ b, eſt ſicut 6 ad 4, igitur econuerſo quadratum b ad quadratum a, ſicut 4 ad 6. Ex correlario uero 11 eiuſdem manifeſtũ eſt, quod quadratum a ad quadratũ c, ſicut 6 ad 3. Itaq; per æquam proportionalitatẽ quadratum b ad quadratum c, ſicut 4 ad 3. Quadratũ autem b ad quadratum c, eſt ſicut trigonus æquilaterus cuius latus b, ad trigonum æquilaterum cuius latus c, utrobiq; enim eſt ſicut b ad c proportio duplicata ex ſecunda parte 18 ſexti, igitur trigonus æquilaterus cuius latus b, ad trigonum æquilaterũ cuius latus c, ſicut 4 ad 3. Quare conſtat prima pars propoſiti. Ex quo euidenter elicitur ſecũda. Erit enim per conuerſam proportionalitatẽ trigonus æquilaterus cuius latus c, ad trigonum æquilaterum cuius latus b, ſicut tria ad quatuor, ideoq; octuplum trigoni æquilateri cuius latus c, ad quadruplum trigoni æquilateri cuius latus b, eſt ſicut octuplum ternarii ad quadruplũ quaternarij. hoc autem ſicut 24 ad 16. Et quia octuplum trigoni æquilateri cuius latus c, eſt omnes baſes octoedri cuius latus c, & quadruplum trigoni æquilateri cuius latus b, eſt omnes baſes pyramidis cuius latus b, & quia proportio 24 ad 16 eſt ſeſquialtera, ſequitur ut ſuperficies quam componunt omnes baſes octoedri cuius latus c, ad ſuperficiem quam componunt omnes baſes pyramidis cuius latus b, ſeſquialtera (ſicut diximus) in proportione reſpiciat.



Eucli. ex Camp. Propoſitio 15

15 PYramide quatuor baſium triangulariũ atq; æquilaterarũ intra ſphæram quamlibet collocata, ſi à quolibet angulorum eius per centrum ſphæræ recta linea ad baſin ducatur, in centrum circuli baſin circũſcribentis eam cadere, atque eidem baſin perpendiculariter inſiſtere neceſſario comprobatur.

CAMPANVS. Sit pyramis a b c d, quatuor baſium triangulariũ atq; æquilaterarũ, intra ſphæram aliquam cuius centrũ ſit f, collocata, & cum quilibet quatuor angulorum iſtius pyramidis poſſit eſſe conus eius, & quilibet quatuor triangulorũ eſſe baſis, imaginemur nũc eius ſolidum angulũ a eſſe conũ, & triangulũ b c d imaginemur eſſe baſin, atq; huic baſi intelligamus circũſcriptũ eſſe circulum b c d, dehinc à pũcto a quem imaginati ſumus conum pyramidis, ducamus ad baſin b c d, lineam rectam tranſeuntẽ per punctum f, qui eſt centrum ſphæræ circũſcribentis pyramidẽ de qua diſputamus, & occurrat hæc linea ſuperficiei b c d quam imaginati ſumus baſin pyramidis, ſuper punctũ e. Dico igitur q; punctũ e eſt centrũ circuli b c d, & q; linea a f e eſt perpendicularis ad ſuperficiem b c d. Producã enim lineas f b, f c, f d. Et quia quatuor puncta a, b, c, d, ſunt in ſuperficie ſphæræ cuius centrum f, propter hoc q; illam ſphæram poſitum eſt circũſcribere hanc pyramidẽ, erunt omnes quatuor lineæ f a, f b, f c, f d, adinuicẽ æquales, ſunt enim ductæ à centro ſphæræ ad eius ſuperficiem. Ergo quia duo latera a f & f b triãguli a f b,

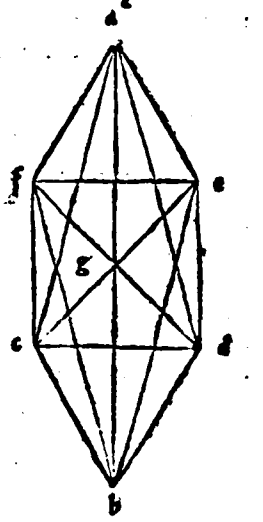


ſunt æqualia duobus lateribus a f & f c trianguli a f c, & baſis a b baſi a e, nam pyramis poſita eſt æquilatera, erit ex 8 primi angulus a f b æqualis angulo a f e, ideoq; per 11 primi, angulus quoq; b f e, erit æqualis angulo c f e. Eodem modo probabis angulum d f e eſſe æqualē angulo c f e, neceſſe eſt enim ex 8 primi, ut angulus a f d ſit æqualis angulo a f c. Quare per 11 primi angulus quoq; c f e, erit æqualis angulo d f e. Sunt igitur tres anguli c f e, d f e, adinuicē æquales. Protractis igitur lineis e b, e c, & e d, ſequitur ex 4 primi bis aſſumpta eas eſſe adinuicem æquales, ideoq; per 9 tertij punctus e, eſt centrum circuli b c d. Et quia perpēdicularis ducta à centro ſphæræ ad ſuperficiē cuiuslibet circuli eam ſecantis, cadit ſuper centrū eiuſdem circuli, ſicut ex iſs quæ præmiſſa ſunt uidelicet ex iſs quæ 10 huius immediatè præcedunt didiciſti, conuincitur lineam a f eſſe perpendicularē ad ſuperficiem circuli a b c, quēadmodum proponitur. Sint autem, erunt eiuſdem circuli duo centra, quod natura tanquam impoſſibile exhorruit.

Eucli. ex Camp. *Propoſitio 16*

16 SOlidum octo baſium triangulariū atq; æquilaterarū quod ab aliqua ſphæra circūſcribitur, diuiſibile eſt in duas pyramides æque altas quarū altitudo æqualis eſt ſemidiametro ſphæræ, baſis autem utriuſq; quadratū quod eſt ſubduplum quadrato diametri ſphæræ.

CAMPANVS. Eſto corpus octo baſium triangulariū atque æquilaterarū cuius ſexanguli ſint a, b, c, d, e, f, circūſcripta à ſphæra cuius centrū g. Conſtat itaq; q ſex puncta a, b, c, d, e, f, ſunt in ſuperficie ſphæræ cuius centrum g. Si igitur centrū g iungatur cum quolibet horum ſex punctorū, erunt duæ lineæ iungentes ipſum eis adinuicem æquales, cum ipſæ ſint à centro ſphæræ ad ſuperficiē. Cum aūt ex correlario 13 tredecimi, ſit diameter ſphæræ potētialiter dupla ad latus huius corporis, erit ex 4 ſecundi latus huius corporis potētialiter duplū ad ſemidiametrū ſphæræ. Quadratū ergo e f, duplum eſt ad quadratū ipſius c e, ideoq; æquale duobus quadratis duarū linearū e g & g f, itaq; per penultimā primi angulus c g f, eſt rectus, eadem ratione quiſq; angulorū f g d, d g e, & e g c, eſt rectus, quare per 14 primi, & c g d, & f g e, eſt linea una, igitur ex 2 undecimi quinq; puncta c, f, d, e, g, ſunt in ſuperficie una. Manifeſtū eſt autem ex 5 primi & 11 eiuſdē q; quilibet quatuor angulorū c, e, d, e, f, eſt rectus, igitur ex diffinitione quadrati, ſupficies c e d f eſt quadrata. Et quia latus eius eſt latus propoſiti corporis, conſtat ex correlario 13 tredecimi, iſtud quadratū eſſe ſubduplum quadrato diametri ſphæræ. Conſimili quoq; ratiocinatione conſtat utranq; duarum linearū a g & g b, cum qualibet quatuor linearū c g, f g, d g, e g, continere angulum rectum, ideoq; ex 4 undecimi utranq; earum eſſe perpendiculārē ad ſuperficiē c e d f, & ambas ſcilicet à g & g b per 14 primi cōponere lineā unam. Diuiſum eſt igitur propoſitū corpus in pyramidem a c f d e cuius baſis quadratū c e d f quod eſt ſubduplū quadrato diametri ſphæræ, & etiam altitudo linea a g quæ eſt ſemidiameter ſphæræ, & in pyramidem b c f d e cuius baſis eſt prædictum quadratū, & eius altitudo linea g b quæ eſt ſemidiameter ſphæræ. Et hoc eſt quod oportebat oſtendere.



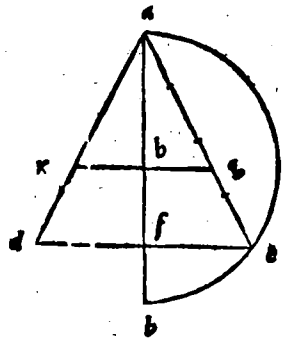
Eucli. ex Camp. *Propoſitio 17*

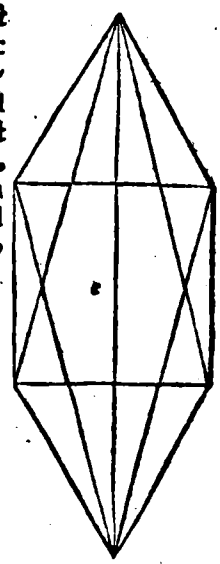
17 PYramidē quatuor baſium triangulariū atq; æquilaterarū ſphæra aliqua circūſcribente, erit pportio tetragoni qui ſub linea potentialiter ſubſeſquitertia ad dodrantē lateris ipſius pyramidis & ſub linea ſuperquincupartiente uiceſimaſeptimas eius dodrantis cōtinetur, ad quadratū diametri ſphæræ, ſicut corporis ipſius pyramidis ad corpus octo baſiū triangulariū atq; æquilaterarū, quæ ambo eadē ſphæra circūducant.

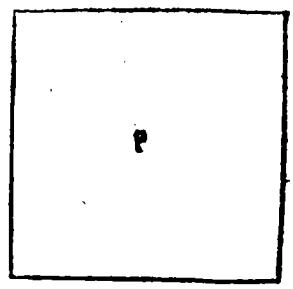
CAMPANVS. Sit ſphæra cuius diameter a b & centrū h, circūſcribens pyramidem quatuor baſium triangulariū atq; æquilaterarū a c d, & corpus octo baſium triangulariū atq; æquilaterarū quod ſit e, ſitq; linea l m potētialiter ſubſeſquitertia ad dodrantē lineæ a c quæ eſt latus pyramidis, & linea m n contineat dodrantem prædictum & eius

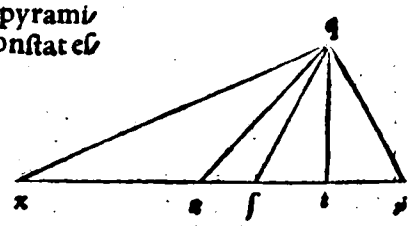
quinq

quinq; uicesimas septimas, sit p quadratū diametri a b. Dico itaq; q̄ proportio pyramidis a c d ad octoedron e, est sicut superficiei l m in m n, ad quadratū p. Imaginemur enim solidum angulū a esse conum pyramidis, & basin pyramidis cuius unū latus est d c, secare diametrū sphæræ in puncto f, eritq; (quemadmodū ex ratiocinatione 13 tredecimi manifestū est) a f dupla ad f b. Cumq; etiā a b sit dupla ad b h, erit ex 19 quinti b f dupla ad h f, ideoq; a f, quadrupla ad f h. Imaginemur igitur superficiē secantem pyramidē a c d, super centrū sphæræ æquidistanter basi ipsius, sitq; linea g k cōmunis sectio huius superficiei & triāguli a c d, eritq; ex 17 undecimi proportio c a ad a g, sicut f a ad a h. igitur c a ad a g, sicut 4 ad 3, sic enim est ex euersa ꝓportionalitate f a ad a h. Constat etiam ex secūda parte 19 primi, & 16 undecimi, & 10 eiusdem, & prima parte 2 sexti, & diffinitione similium superficierū & similium corporū, q̄ pyramis a g k est similis pyramidi a c d, ideoq; ex 8 duodecimi ꝓportio pyramidis a c d ad pyramidē a g k, est sicut c a ad a g triplicata, quare sicut 4 ad 3 triplicata. Constat autem ex 2 octaui, q̄ proportio 4 ad 3 triplicata, est sicut 64 ad 27. Itaq; proportio pyramidis a c d ad pyramidem a g k, est sicut 64 ad 27. Fiat ergo triāgulus æquilaterus q r s ex linea æquali a g, quam constat esse dodrantē lineæ a c, & producatur linea q t perpendicularis ad r s, erit ex 11 huius linea q t potētialiter subsesquitertia ad lineā q r, ideoq; æqualis l m. Adsciatur quoq; lineæ r s linea s x, ita q̄ ꝓportio r x ad r s, sit sicut 64 ad 27, diuidaturq; r x per æqualia in u, ut sit r u 37 de partibus illis de quibus r s est 27, aut r x 64, eritq; r u æqualis m n. Et ducātur lineæ q u & q x, eritq; ex 1 sexti, proporio trianguli q r x ad triangulū q r s, sicut 64 ad 27. Cumq; per eandem triangulus q r x sit duplus ad triangulū q r u, at ex 41 primi quod fit ex q t in r u, duplum quoq; sit ad triangulū q r u, erit quod fit ex q t in r u (& ipsum est æquale superficiei l n) æquale triāgulo q r x, quare proportio superficiei l n ad triangulū q r s, est sicut 64 ad 27: ideoq; sicut & pyramidis a c d ad pyramidē a g k. Manifestū est autem ex 15 huius, q̄ linea a f est perpēdicularis ad basin pyramidis a c d, ideoq; per 19 undecimi linea a h, est etiam perpendicularis ad basin pyramidis a g k. Igitur altitudo a g k pyramidis, est semidiameter sphæræ. Diuidatur itaq; octoedron e, quemadmodū proponit præmissa, erit itaq; utraq; duarū pyramidū in quas ipsum e diuiditur, æque alta pyramidi a g k, nam singularū altitudo, est semidiameter sphæræ. Quia igitur omnes lateratæ pyramides æque altæ, suis basibus sunt ꝓportionales, ut in 6 duodecimi demonstratū est, erit proportio pyramidis a g k ad utranq; earū in quas diuiditur octoedron e, sicut basis eius ad bases earū. Quare per 14 quinti ꝓportio pyramidis a g k ad totū octoedron e, est sicut suæ basis quā constat esse æqualē triangulo q r s, ad bases ambarū pyramidū in quas diuiditur e pariter acceptas, quas cōstat esse æquales quadrato diametri sphæræ per præmissam, uidelicet p. Quoniā ergo ꝓportio pyramidis a c d ad pyramidē a g k, est sicut ipsius tetragoni l n ad trigonū q r s, uidelicet 64 ad 27, & pyramidis a g k ad octoedrō e, sicut trigoni q r s ad quadratū p, erit per æquā ꝓportionalitatē ꝓportio pyramidis a c d ad octoedron e, sicut tetragoni l n ad quadratū p. Et hoc erat demōstrandū.



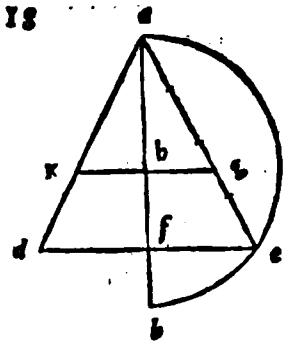






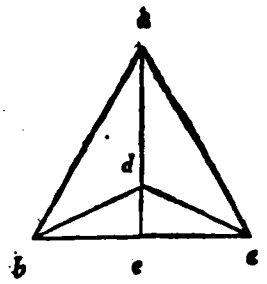
CORRELARIVM. Ex præmissis igitur manifestum est, quod perpendicularis ueniens à centro sphæræ ad pyramidem quatuor basium triangulariū atq; æquilaterarū circūscribentis ad quamlibet basin ipsius pyramidis, æqualis est sextæ parti diametri sphæræ.

Cum



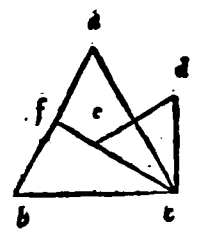
Cum enim cuncti triangulipyramidē ambientes ſint ſimiles & æquales, erūt quotꝫ circuli ipſos circūſcribentes æquales, ideoꝙ perdendicularēs à centro ſphæræ ad eoſdem circulos in eorū centra, erunt etiam æquales, perpendiculares autē cadentes ad circulos, ſunt perpēdiculares ad baſes pyramidis, itaꝙ perpendiculares ad baſes, ſunt adinuicē æquales. Linea autē h f, eſt perpēdicularis ad baſin pyramidis à c d, quā h f quia conſtat ex prædictis eſſe ſextā partem diametri a b, relinqtur ergo eſſe uerū quod per correlariū cōcluditur. Idem aliter demōſtrare contingit, ſi prius hoc antecedēs fuerit ſtabili ratiōe firmatū.

In omni triangulo æquilatero linea deſcendens ab uno angulorū eius orthogonaliter ſupra baſin, tripla eſt ad perpendiculare quæ à centro circuli trigonū ipſum circūſcribentis ad quodlibet latus eius protrahitur.



Sit enim triāgulus a b c, æquilaterus, ſitꝙ d centrū circuli ipſum circūſcribentis, à quo ducantur lineæ ad ſingulos angulos, quas manifeſtū eſt eſſe æquales, cum ſint à centro circuli æd circūferentiam. Sint enim tria puncta a, b, c, in circūferentia circuli ipſum trigonū circūſcribentis, protrahatur autē a d in continuū & directum, quouſqꝫ obuiet lateri b c ſuper punctū e. Conſtat igitur ex 8 primi, ꝙ angulus a d b eſt æqualis angulo a d c, ideoꝙ ex 13 primi angulus b d e, eſt æqualis angulo c d e. Quare per 4 primi, b e eſt æqualis e c, & anguli qui ſunt ad e, recti. Itaꝙ d e perpēdicularis eſt ad b c, ueniens à centro circuli circūſcribentis trigonū a b c, & a e perpēdicularis eſt etiam ad b c, ueniens ab uno angulorū prædicti trigoni. Dico ergo ꝙ a e tripla eſt ad e d. Conſtat enim ꝙ tetragonus qui fit ex d e in e b, æqualis eſt trigono b d c, tetragonus quoꝙ qui fit ex a e in e b, æqualis eſt trigono a b c. At quia trigonus a b c triplus eſt ad trigonum d b c, eritꝙ tetragonus qui fit ex a e in e b, triplus ad eum qui fit ex d e in e b. Cum igitur ex 1 ſexti ſit proportio tetragoni a e in e b ad trigonū d e in e b, ſicut a e ad e d, erit a e tripla ad e d. Quemadmodum proponitur.

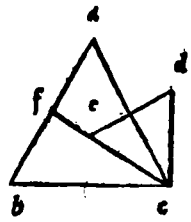
Neceſſe eſt ergo ut perpendicularis cadens ab aliquo angulo alicuius trigoni æquilateri ſuper latus oppoſitum, tranſeat per centrum circuli trigonum ipſum circunſcribentis.



Nunc itaꝙ quod promiſimus abſoluamus. Ad hoc autem imaginemur pyramidem quatuor baſium triangulariū atꝙ æquilaterarū cuius una ex quatuor baſibus eius ſit trigonus a b c, circunſcriptam eſſe à ſphæra cuius centrum d, & protrahatur linea d e perpendicularis ad ſuperficiem trianguli a b c, quam conſtat cadere in centrum circuli dictum trigonum circūſcribentis. Dico igitur lineam d e, eſſe ſextam partem diametri ſphæræ propoſitam pyramidem circūſcribentis: producam enim lineam d c, & lineam c f perpendicularem ad lineam a b, quam c f ex proximo correlario conſtat tranſire per punctum e, & ex præmiſſo antecedente triplam eſſe ad e f. Conſtat autem ex 4 ſecundi quod ſecūdum quod quadratum diametri ſphæræ cuius centrum d, eſt 36, & quadratum ſemidiametri d c, 9, ex correlario autem 13 tredecimi eſt quadratum b c, 24. & per 11 huius quadratum c f, 18. & per præmiſſam antecedens, quadratum c e, 6. Quia igitur ex penultima primi quadratum d c eſt æquale quadratis duarum linearum d e & e c, eſt autem quadratū d c 9, & quadratum c e 6 prout quadratum diametri ſphæræ eſt 36, relinquitur quadratum d e unum, prout quadratum diametri ſphæræ eſt 36: itaque linea e d eſt unum, prout diameter ſphæræ eſt 6, quod oportebat probare. Eodem demonſtrationis genere demonſtrabitur nobis quod ſemidiameter ſphæræ circunſcribentis corpus 8 baſium triangularium atꝙ æquilaterarū tripla eſt in potentia ad perpendicularem à centro ſphæræ circunſcribentis ipſum, ad quamlibet ſuarum baſium deſcendentem. Conſtat quidem quemadmodū dictum eſt prius, quod cum omnes baſes huius corporis ſint æquales & ſimiles, erunt circuli ipſas circūſcribentes æquales, ideoꝙ perpendiculares à centro ſphæræ in ipſorum circulorū centra cadentes, erūt adinuicem æquales.

Cumꝙ

cumq; perpendiculares ad circulos baſium, ſint quoq; perpẽdiculares ad baſes, ſequitur ut perpendiculares à centro ſphæræ ad ſingulas baſes, adinuicem ſint æquales. Si ergo quod dicimus de perpẽdiculari ad unam ſuarũ baſium probetur, relinquetur uerum eſſe quod proponitur. Sit itaq; ut prius triangulus a b c una ex baſibus octoedri circunſcripti à ſphæra cuius centrum d, & cætera quoq; fiant ut prius. Cum igitur ex correlario 15 tredecimi, diameter ſphæræ ſit potẽtialiter dupla ad latus octoedri, ſequitur ut latus octoedri ſit potẽtialiter duplum ad ſemidiametrũ ſphæræ, ideoq; cum quadratum lineæ b c eſt 12, quadratum lineæ d c quæ eſt ſemidiameter ſphæræ 6, ex 11 autem huius cum quadratũ b c eſt 12, quadratũ c f eſt 9. Et ex præmiſſo antecedẽte, quadratũ c e eſt 4. Itaq; cum quadratũ d c quæ eſt ſemidiameter ſphæræ eſt 6, quadratũ c e eſt 4. Et quia ex penultima primi quadratũ d c eſt æquale quadratis duarum linearũ c e & e d, ſequitur ut quadratũ e d ſit duo, prout quadratũ d e eſt 6. Conſtat ergo quod diximus.



Euclid. ex Camp. *Propoſitio 18*

18 DVplum quadrati quod ex diametro ſphæræ cubum circunſcribentis deſcribitur, æquum eſt omnibus ſuperficiebus ipſius cubi pariter acceptis. Perpendicularis quoq; quæ à centro ſphæræ ad quamlibet ex ſuperficiebus cubi producitur, medietati lateris cubi eiuſdem æqualis eſſe ex neceſſitate conuincitur.

CAMPANVS. Manifeſtum eſt enim ex correlario 14 tredecimi, quod diameter ſphæræ cubum includentis, tripla eſt in potentia ad latus cubi. Cum igitur quadratum diametri ſphæræ triplum ſit ad quadratũ lateris cubi, duplum quadrati diametri ſphæræ æquũ erit ſexcuplo quadrati lateris cubi. Sunt autem omnes ſuperficies cubi, ſex quadrata quæ ex latere cubi in ſe producuntur, itaq; duplum quadrati diametri ſphæræ, æquum eſt omnibus ſuperficiebus cubi. Conſtat igitur prima pars. Secundam autem partem, ex 18 & 19 & 40 undecimi libri facile probabis.

CORRELARIVM. Ex his ergo euenire neceſſe eſt, ut ex medietate lateris cubi in biſſe quadrati producti ex diametro ſphæræ ipſum cubum ambientis cubi ſolidit as producatur.

FINIS.

EVCLIDIS MEGARENSIS GRAECI PHILOSOPHI GEOMETRICORVM ELEMENtorum, deputatus liber de regularium corporum proportione, traditore Hypſide Alexandrino, ac Bartholomæo Zamberto Veneto interprete, qui in ordine eſt decimuſquartus.

Proœmium.



BAſilides Tyrius Protarche cum Alexandriam petiſſet, patricq; noſtro ob Mathematicas diſciplinas familiaris ſubſtitiſſet, cum eo, ipſo peſtilentiæ tempore diu uerſatus eſt. Et quandoq; diſcutiendo id quod ab Apollonio ſcriptum eſt de dodecahedri & icoſahedri in eadem ſphæra deſcriptorũ cõparatione, & quam inter ſe figuræ huiuſmodi habeant rationem, uidebatur nanq; Apollonius hæc rectæ minime conſcripſiſſe, ipſi uero enucleantes (quemadmodũ pater meus dicebat) perſcripſerant. Ego uero poſterius alium competi librum ab

Apollonio

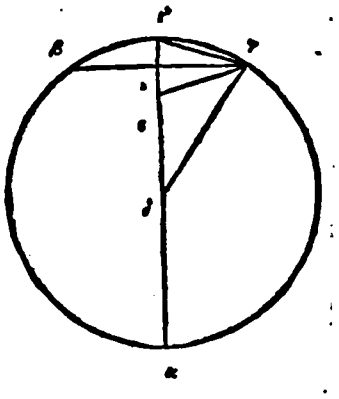
Apollonio conſcriptum, qui recte complectebatur eius quod obiiciebatur demonſtrationẽ, gauiſi ſunt inquam illi ualde, in problematis indagatione. Ab Apollonio nanq; æditum uidetur cõmuniter conſiderare, nam ſic circumfertur. Quod uero à nobis rurſus laborioſe conſcriptum uiſum eſt, ea quæ ex cõmendatione deprehendi, tibi* diſcutienda eſſe cenſui, propter eam quæ in omnibus diſciplinis, & in Geometria præcipue promotionem, ut prompte ea quæ dicentur poſſis iudicare, tum propter beneuolentiam erga patrem, tum ob amorem erga nos. Benigne igitur audies ea quæ tibi trademus. Sed tempus iam eſto procœmio ſuperſedere, & conſtructionem exordiri.

προοιμίου dedicare

Eucli. ex Zamb. Theorema 1 Propoſitio 1

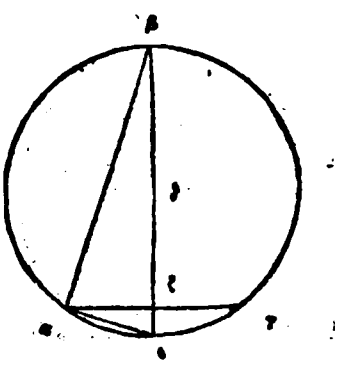
1 Quæ ex centro alicuius circuli in pentagoni latus in eodem circulo deſcripti perpẽdicularis acta, dimidia eſt ſimul utriuſq; & eius quæ ex centro, & eius quæ decagoni in eodem circulo deſcripti.

Camp. 1



HYPSICLES ex Zamber. *Sit circulus α β γ, & in ipſo α β γ circulo latus pentagoni æquilateri ſit β γ, aſſumaturq; (per 1 tertij) centrum ipſius circuli, ſitq; δ, & in ipſam β γ (per 12 primi) perpendicularis excitetur δ ε, extenduturq; in rectas lineas ipſi δ ε recta linea α ε. Dico quod ipſa δ ε dimidia eſt & hexagoni & decagoni laterum in eodem circulo deſcriptorũ. Connectantur enim δ γ, γ ζ, & ponatur ipſi ε ζ æqualis α ε, & ab ipſo α in γ connectatur α γ. Quoniam quincupla eſt totius circuli circũferentia ipſius β ζ γ circũferentiæ, & totius quidem circunferentiæ circuli dimidia eſt circunferentia α γ ζ, ipſius autem β γ ζ dimidia eſt ζ γ, igitur & circũferentia α γ ζ ipſius ζ γ circũferentiæ quincupla eſt. Quadrupla igitur eſt α γ ipſius ζ γ. Sicut autẽ α γ ad ζ γ, ſic qui ſub α δ γ angulus ad eum qui ſub ζ δ γ angulum: quadruplus igitur eſt qui ſub α δ γ, eius qui ſub ζ δ γ. Duplus autẽ qui ſub α δ γ, eius qui ſub ε ζ γ, duplus igitur eſt qui ſub ε ζ γ, eius qui ſub α δ ε. Eſt autem qui ſub ε ζ γ, ei æquus qui ſub ε α γ, duplus eſt igitur is qui ſub ε α γ, eius qui ſub α δ γ, æqualis igitur eſt δ α, ipſi α γ. Sed α γ ipſi ζ γ eſt æqualis: æqualis igitur eſt δ α ipſi ζ γ. Eſt autem α ε ipſi ε ζ æqualis: æqualis igitur eſt & ipſa δ ε, ſimul utriq; ε ζ γ. Cõmunis autem apponatur & ipſa δ ε. Vtraq; ſimul δ ζ γ, dupla eſt ipſius δ ε. Eſt autẽ δ ζ, æqualis quidem ipſius hexagoni lateri. At ζ γ æqualis ei quod decagoni. Igitur δ ε dimidia eſt & eius quod hexagoni & eius quod decagoni, in eodem circulo deſcriptorũ. Manifeſtum nempe eſt ex ijs quæ in tertiodecimo libro theorematibus, quod ex centro circuli in latus triãguli æquilateri perpẽdicularis acta, dimidia eſt eius quæ ex centro circuli.* Eucli. ex Zamb. Theorema 2 Propoſitio 2

2 Idem circulus cõprehendit & dodecahedri quinquangulũ, & icoſahedri triangulum in eadem ſphæra deſcriptorũ.

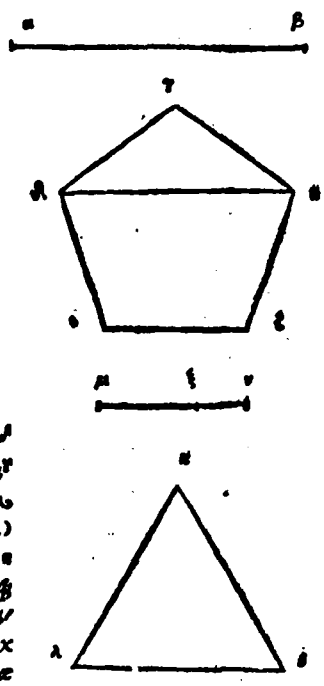


HYPSICLES ex Zamb. *Hoc, inquam, ab Ariſteo deſcribitur in eo libro cuius index eſt quinq; figurarũ comparatio, ab Apollonio autem in ſecunda* traditione comparationis dodecahedri ad icoſahedrum, quod eſt ſicut dodecahedri ſuperficies ad icoſahedri ſuperficiem, ſic & ipſum dodecahedrum ad ipſum icoſahedrũ, quoniam ex centro ſphæræ in dodecahedri pentagonũ & in icoſahedri triangulum perpendicularis acta eadem eſt.* Deſcribendũ quoq; à nobis eſt, quod idem circulus comprehendit & dodecahedri pentagonũ & icoſahedri triangulũ in eadem ſphæra deſcriptorũ.* Hoc* deſcripto, ſi in circulo quinquangulũ æquilaterũ deſcriptum fuerit, quod ex latere pentagoni & quod ab ea quæ ſub binis pentagoni lateribus ſubtenſa eſt recta linea, quincuplum erit eius quod fit ex ea quæ ex centro circuli. Sit circulus α β γ, & in ipſo α β γ circulo ſit latus pentagoni α γ, aſſumaturq; (per 1 tertij) ipſius circuli centrum & ſit δ, & in ipſam α γ (per 12 primi) perpendicularis excitetur δ ε, & extendatur in β, ε, & connectatur α β. Dico quod quæ ex β α, α γ, quadratæ, quincupla ſunt eius quod ex δ ε quadrati. Connectatur α ε, igitur α ε decagoni eſt. Et quoniã β ε, ipſius δ ε dupla eſt, quadruplum

ἐκδόσει editione

προχαράττω

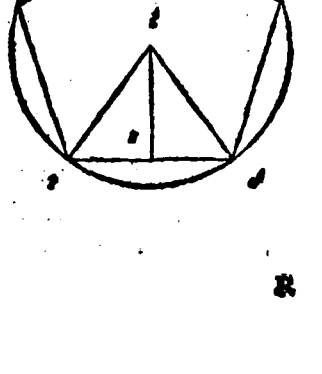
quadruplum Igitur eſt quod ex β ι, eius quod ex ♂ ι. Ei aũt quod ex β ι, æqua ſunt quæ ex ϵ α, α ι, quadrupla igitur ſunt quæ ex ϵ α, α ι, cuius φ ex ♂ ι, quincupla igitur ſunt quæ ex α ϵ, α ι, & ♂ ι, eius quod ex ♂ ι, quæ autẽ ex ♂ ι α, æqualia ei quod ex α γ, quincupla igitur ſunt quæ ex ϵ a, quod ex ♂ ι. Hoc oſtenſo, demonſtrandum eſt quod circulus idem comprehendit & dodecahedri pentagonũ, & icoſahedri pentagonum, & icoſahedri triangulum, in eadem ſphæra deſcriptorum. Exponatur ipſius ſphæræ diameter α β, & in eadem ſphæra deſcribatur dodecahedrum & icoſahedrũ. & ſit unũ quidẽ dodecahedri pentagonũ, γ ♂ ι ζ π, icoſahedri uero triãgulũ, eſto α λ θ. Dico quod quæ ex cẽtris circulorum qui circum ipſa, ſunt æquales, hoc eſt quod idem circulus cõprehẽdit & quinquangulum γ ♂ ι ξ π, & ipſum α λ θ triangulum. Connectatur ♂ π. Cubi igitur latus eſt ♂ π, (per 17 decimitertij & eius correlarium.) Exponatur autẽ quædã recta linea μ ν, ut quincuplum ſit quod ex α β, eius quod ex μ ν. Eſt autem & ipſius ſphæræ diameter, potẽtia quincupla eius quæ ex centro circuli à quo icoſahedrũ deſcribitur, eſt igitur μ ν, ea quæ ex cẽtro circuli à quo icoſahedrũ deſcribitur. Secetur (per 30 ſexti) μ ν extrema & media rõne in ξ, ſitq; maius ſegmentum μ ξ. decagoni igitur ipſius circuli eſt ipſa μ ξ (per 9 decimitertij,) Et quoniã quod ex α β, eius quod ex μ ν quincuplum eſt, triplum autem quod ex ϵ α eius quod ex ♂ π (per correlarium 15 decimitertij, tria igitur quæ ex ♂ π æqua ſunt quinque quæ ex μ ν. Sicut aũt tria quæ ex ♂ π ad quinq; quæ ex μ ν, ſic tria quæ ex γ π, ad quinque quæ ex μ ξ, tria igitur quæ ex γ π, quinque quæ ex μ ξ ſunt æqualia. Quinque autem quæ ex π λ, quinq; quæ ex μ ν & quinq; quæ ex μ ξ, ſunt æqualia (per 10 decimitertij.) Quinque igitur quæ ex π λ, æqua ſunt tribus quæ ex ♂ π, & tribus quæ ex γ π. Sed tria quidem quæ ex ♂ π, & tria quæ ex γ π, ſunt æqualia decẽ & quinq; eis quæ ex ea quæ ex centro circuli ipſi γ ♂ ι ζ π, pẽtagono circũſcripti, patuit namque, quod ex ♂ π una cũ eo quod ex γ π, quincuplum eſt eius quod ex ea quæ ex centro circũſcripti ipſi γ ♂ ι ζ π pentagono. Quinque autem quæ ex π λ, æqualia ſunt decẽ & quinq; eis quæ ex ea quæ ex cẽtro circuli ipſi π θ λ triãgulo circunſcripti, patuit æquidem (per 12 decimitertij) φ quod ex π λ, triplum eſt eius quod ex ea quæ ex centro circuli ipſi π λ θ triangulo circũſcripti. Quindecim igitur quæ ex ea quæ ex centro, æqua ſunt eis quindecim quæ ex ea quæ ex centro, unum igitur φ ex ea quæ ex centro, æquũ eſt uni eorũ quod ex ea quæ ex centro, dimetiens igitur, ipſi diametro eſt æqualis. Idem igitur circulus comprehendit & ipſius dodecahedri, quinquangulum, & ipſius icoſahedri triangulum in eadem ſphæra deſcriptorum.



Eucli. ex Zamb. Theorema 9 Propoſitio 3

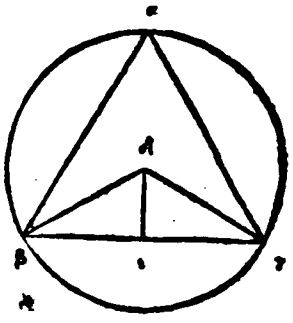
3 Si fuerit pentagonum æquilaterum & æquiangulum, & circum ipſum circulus, & ex centro perpendicularis in unum latus acta fuerit, quod trigeſies ſub uno laterum & perpendiculari, æquum eſt ipſius dodecahedri ſuperficiei.

HYPSICLES ex Zamb. Eſto pentagonum æquilaterum & æquiangulum α ϵ γ ♂ ι. & circũ quinquangulum ſit (per 14 quarti circulus) & capiatur (per 1 tertij centrũ) ſitq; ζ, & ab ipſo ζ, in γ ♂, perpendicularis agatur (per 12 primi) ζ π. Dico φ quod ſub γ ♂, π ξ, trigeſies, æquũ eſt duodecim pẽtagonis quæ α β γ ♂ ι. Connectantur γ ξ, ξ ♂. Quoniã quod ſub γ ♂, θ ξ, duplũ eſt ipſius triãguli γ ♂ ξ, quod igitur quinquies ſub γ ♂, ξ π, decem triangula ſunt æqualia. Decem uero triangula, bina ſunt quinquangula, & omnia ſexies, quod igitur trigeſies ſub γ ♂, π ξ, decem quinquangulis æquũ eſt. Duodecim autem quinquangula ſunt ipſius dodecahedri ſuperficies. Quod igitur trigeſies ſub γ ♂, ξ π, æquũ eſt ipſius dodecahedri ſuperficiei. Similiter quoque demonſtrabimus quod & ſi fuerit triãgulum æquilaterum ſicut α ϵ γ, & circum ipſum circulus, & centrũ circuli ♂, perpendicularis uero ♂ ι, quod trigeſies ſub ϵ γ, ♂ ι, æquum eſt ipſius icoſahedri ſuperficiei. Quoniam enim rurſus quod ſub ♂ ι, β γ, duplum eſt ipſius ♂ β ξ, bina igitur triangula æqua ſunt ei quod ſub ♂ ι, β γ, & omnia ter. Sex igitur triãgula ♂ ϵ γ, æqua ſunt tribus eis quæ ſub ♂ ι, ϵ γ. Sex autem triangula ♂ β γ, æquã ſunt binis α ϵ γ, Tria igitur quæ ſub ♂ ι, ϵ γ, æqualia ſunt duobus



R

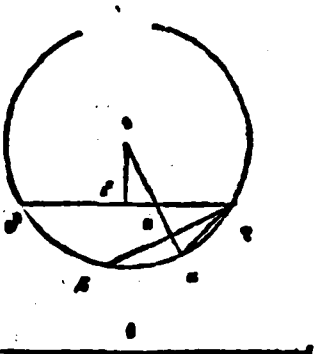
α ζ γ. Et omnia decies. Quod igitur trigeſies ſub δ ι, ζ γ, æquã eſt uiginti triangulis α ζ γ. hoc eſt ipſius icoſahedri ſuperficiei. Quare erit ſicut dodecahedri ſuperficies ad icoſahedri ſuperficiẽ, ſic quod ſub γ δ, ζ ι, ad id quod ſub ζ γ, δ ι.



CORRELARIVM. Ex hoc nempe manifeſtum eſt, quod ſicut ipſius dodecahedri ſuperficies ad ipſius icoſahedri ſuperficiẽ, ſic quod ſub latere pentagoni & ſub ea quæ ex centro circa quinquangulum circuli, in ipſam perpendiculari acta, ad id quod ſub latere icoſahedri & ſub ea quæ ex centro circa triangulum circuli, in ipſam perpendiculari acta, in eadem ſphæra deſcriptorum icoſahedri & dodecahedri.

Camp.s Eucl. ex Zamb. Theorema 4 Propoſitio 4

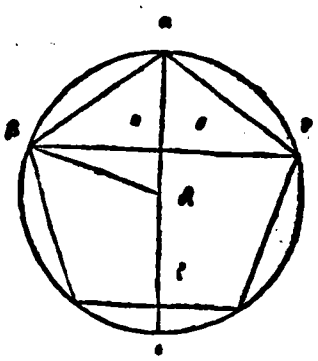
4 Hoc demonſtrato oſtẽdendum eſt, quod erit ut dodecahedri ſuperficies ad icoſahedri ſuperficiem, ſic cubi latus ad icoſahedri latus.



HYPSICLES ex Zamb. Exponatur (per 2 theorema) circulus cõprehendens & dodecahedri quinquangulum & icoſahedri triangulum in eadem ſphæra deſcriptorũ, ſitq; δ β γ, & in ipſo δ β γ, deſcribatur triangulum æquilateri latus γ δ, quinquanguli uero α γ, & aſſumatur (per 1 tertij) centrum circuli, & ſit ι, & ab ipſo ι, in ipſas δ γ, γ α, perpendiculares excitentur ι ζ, ι ν, & extendatur in rectas lineas ipſi ι ν recta linea ν ε, & cõnectatur β γ, ponaturq; cubi latus ν θ. Dico quod eſt ſicut dodecahedri ſuperficies ad icoſahedri ſuperficiẽ, ſic eſt θ, ad γ δ. Quoniam enim utraque ſimul ι ζ γ extrema & media ratione diuiſa, maius ſegmentum eſt ζ ι, (per 9 decimitertij.) & eſt quidem utriuſque ſimul ι ζ γ dimidia ι ν. (per 1 decimiquarti,) ipſius autẽ β ι dimidia eſt ι ζ, & ipſa igitur ι ν extrema & media ratione diuiſa, maius ſegmentum eſt ι ζ. Eſt autẽ & ipſius θ extrema & media ratione diuiſæ maius ſegmentum γ α, ſicut in dodecahedro oſtẽſum eſt, ſicut igitur θ ad γ α, ſic ι ν ad ι ζ, æquã igitur eſt quod ſub θ, ζ ι, ei quod ſub γ α, ν ι. Et quoniã eſt ſicut θ ad γ δ, ſic quod ſub θ, ι ζ, ad id quod ſub γ δ, ζ ι, ei autem quod ſub θ, ι ζ, æquã eſt quod ſub γ α, ν ι, & ſicut igitur (per 11 quinti) θ ad γ δ, ſic quod ſub γ α, ν ι. & ad id quod ſub γ δ, ζ ι, hoc eſt ſicut dodecahedri ſuperficies ad icoſahedri ſuperficiem, ſic θ ad γ δ.

Camp.s

Aliter oſtendere, quod eſt ſicut dodecahedri ſuperficies ad icoſahedri ſuperficiem, ſic eſt cubi latus ad icoſahedri latus ſic deſcripti,



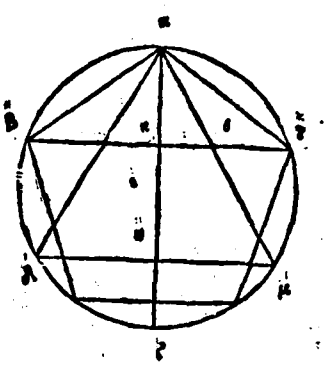
Eſto circulus α ζ γ, & in ipſo circulo α β γ, deſcribantur quinquanguli æquilateri latera α β, α γ, & cõnectatur ζ γ, aſſumaturq; (per 1 tertij) centrum ipſius circuli, & ſit δ, & ab ipſo α in δ cõnectatur recta linea α δ, & extendatur in rectas lineas ipſi α δ recta linea δ ι, ponaturq; ipſius α δ, rectæ lineæ dimidia δ ζ, & ν γ, ipſius ι θ, eſto tripla. Dico quod ſub α ζ, β θ, æquum eſt ipſi quinquangulo. Ab ipſo enim ζ, in δ connectatur β δ. Quoniam dupla eſt α δ, ipſius δ ζ, hemiolia igitur eſt α ζ ipſius α δ. Rurſus quoniam tripla eſt ν γ ipſius γ θ, dupla eſt ν θ ipſius θ γ, hemiolia igitur eſt ν γ, ipſius θ ν. Sicut igitur ζ α ad α δ, ſic γ ν ad ν θ, æquum igitur eſt quod ſub α ζ θ ν, ei quod ſub δ α, γ ν. Ipſa autẽ γ ν, ipſi ζ ν eſt æqualis, q̃ igitur ſub α δ, ζ ν, æquum eſt ei quod ſub α ζ, θ ν. Quod autem ſub α δ, β ν, bina ſunt triãgula ſicut α ζ δ, & quod igitur ſub α ζ, ν θ, bina ſũt α ζ δ, quinq; igitur quæ ſub α ζ, ν θ, decem ſunt triãgula. Decẽ uero triangula, bina ſunt pentagona, quinq; igitur quæ ſub α ζ, ν θ, binis pentagonis ſunt æqualia. Et quoniam dupla eſt ν θ ipſius θ γ, quod ſub α ζ ν θ, duplum eſt eius quod ſub α ζ, θ γ. Duo igitur quæ ſub α ζ, γ θ, æqua ſunt uni quod ſub α ζ, θ ν. Et omnia quinquies, decem igitur quæ ſub α ζ θ γ, æqualia ſunt quinquæ quæ ſub α ζ, ν θ, hoc eſt binis pentagonis, quare quinq; quæ ſub α ζ, θ γ, æqua ſunt uni quinquangulo. Quinquies autem quæ ſub α ζ, θ γ, æqua ſunt ei quod ſub α ζ, θ ε, quoniam quincupla eſt θ β ipſius θ γ, & commune faſtigium eſt α ζ, quod ſub α ζ, β θ, igitur æquum eſt uni pentagono.

Hoc demonſtrato, nunc exponatur circulus comprehendens & dodecagoni pentagonum & icoſahedri triangulum, in eadẽ ſphæra deſcriptorũ.

Deſcribantur in ipſo circulo α ζ γ, pentagoni æquilateri latera, β α, α γ, & connectatur ζ γ, & aſſumatur centrum

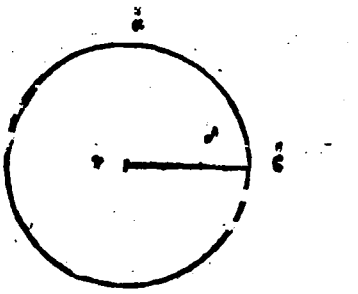
circuli

circuli, & ſit ϛ, & ab ipſo α in ϛ connectatur α ϛ, & extendatur α ϛ in ζ. Et ſit α ϛ, ipſius ϛ ν dupla. tripla autem α γ, ipſius γ θ. Et ab ipſo ν, ipſi α ζ ad angulos rectos excitetur (per 11 primi) ν μ, & extẽdatur in rectas lineas ν δ ipſi ν μ, triãguli ergo æqlateri eſt δ μ. Cõnectãtur ipſæ α δ, α μ, æquilaterũ igitur eſt ipſum α δ μ triãgulũ. Et quoniã quod ſub α ν, θ ϛ, æquũ eſt ipſi quinquãgulo, quod autem ſub α ν δ, æquum eſt ipſi α δ μ triãgulo, eſt igitur ſicut quod ſub α ν, θ ϛ, ad id quod ſub δ θ α, ſic quinquangulũ ad triangulũ. Sicut autem quod ſub ϛ θ α ν, ad id quod ſub δ ν α, ſic. ϛ θ ad δ ν. Et ſicut igitur (per 11 quinti,) duodecim β θ, ad uiginti δ ν, ſic duodecim quinquangula ad uiginti triãgula, hoc eſt dodecahedri ſuperficies ad icoſahedri ſuperficiem. Et duodecim quidẽ ϛ ι, ſunt decem b γ. nã ipſa β θ, ipſius α γ, quincupla eſt, & ϛ γ ipſius γ θ ſexcupla eſt. Sex igitur β θ, ſunt æquales quinque β γ, & duplicia, uiginti uero δ ν, decem ſunt δ μ, dupla namq; eſt δ μ, ipſius δ ν. Sicut igitur decem β γ ad decẽ δ μ, hoc eſt ſicut ϛ γ ad δ μ, ſic dodecahedri ſuperficies ad icoſahedri, ſuperficiẽ, & β γ, quidẽ cubi eſt latus δ μ ipſius icoſahedri, & ſicut igitur (per 11 quinti) dodecahedri ſuperficies ad icoſahedri ſuperficiem, ſic β γ ad δ μ, hoc eſt cubi latus ad icoſahedri latus.



Oſtendendum iam, quod (recta linea ſexta extrema & media ratione) qualem rationem habet potens quod à tota & quod à maiori ſegmẽto, ad potentem quod à tota & minori ſegmento, talem habet rationem cubi latus ad icoſahedri latus.

Eſto circulus α β comprehendens & dodecahedri pentagonum & icoſahedri triangulum in eadem ſphæra deſcriptorum, capiaturq; (per 1 tertij) centrũ circuli & ſit γ, & extẽdatur quædam ab ipſo γ utcũq; recta linea β γ, ſecetur; q; (per 30 ſexti) extrema & media ratione in δ, & maius ſegmentũ ſit γ δ. Decagoni igitur eſt latus ipſa γ δ, in eodẽ circulo deſcripti. Exponatur icoſahedri latus & ſit ϛ, dodecahedri uero, & ſit ζ, cubi autẽ, & ſit ν, igitur ϛ triãguli latus eſt æquilateri, & ζ, pẽtagoni in eodem circulo deſcripti, & ζ ipſius ν, extrema & media ratione diuiſæ maius eſt ſegmentũ. Et quoniam ϛ æqualis eſt ipſi æquilateri trianguli lateri, trianguli autem æquilateri latus (per 12 decimiterti) potẽtia ipſius ϛ γ, triplum eſt: triplũ igitur eſt quod ex ϛ, eius quod ex ϛ γ. Sunt autem & quæ ex β γ, β δ, eius quod ex γ δ tripla. Sicut igitur quod ex ϛ, ad id quod ex γ ϛ, ſic ſunt quæ ex γ β, ϛ δ ad id quod ex γ δ, & uicißim (per 16 quinti) ſicut igitur quod ex ϛ ad ea quæ ex γ ϛ, ϛ δ, ſic q; ex γ ϛ, ad id quod ex γ δ. Sicut autẽ quod ex ϛ γ ad id quod ex γ δ, ſic eſt q; ex ν ad id quod ex ζ, maius, nãq; eſt ſegmentũ ζ, ipſius ν. Et ſicut igitur (per 11 quinti) quod ex ϛ ad ea quæ ex γ ϛ, ϛ δ, ſic quod ex ν ad id quod ex ζ, & uicißim (per 16 quinti.) Ac conuerſim, ſicut igitur quod ex ν ad id quod ex ϛ, ſic quod ex ζ, ad ea quæ ex γ ϛ, ϛ δ. Ei autem q; ex ζ. æqua ſunt quæ ex ϛ γ δ, quinquanguli nãque latus (per 16 decimiterti) poteſt & hexagoni & decagoni latus. Sicut igitur quod ex ν ad id quod ex ϛ, ſic quæ ex β γ, γ δ, ad ea quæ ex γ δ ϛ. Sicut autẽ quæ ex ϛ γ δ ad ea quæ ex γ δ ϛ, ſic (recta linea extrema & media ratione diuiſa quacunq;) potens quod ex tota & ex maiori ſegmẽto, ad potentem quod ex tota & ex minori ſegmento. & ſicut igitur (per 11 quinti) quod ex ν ad id quod ex ϛ, ſic (recta linea quacũque extrema & media ratione diuiſa) potens id quod ex tota, & ex maiori ſegmento, ad potentem id quod ex tota & minori ſegmento. Eſt autem ν, latus cubi, & ϛ icoſahedri. Si recta igitur linea extrema & media ratione ſecta fuerit, erit ſicut potens totam & maius ſegmentum ad potentem totam & minus ſegmentũ, ſic cubi latus ad icoſahedri latus in eadem ſphæra deſcriptorum.



ϛ cubi latus
ζ dodecahedri
ν icoſahedri

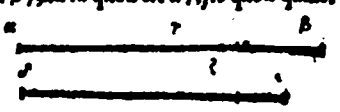
Oſtendendum iam nunc eſt, quod ſicut cubi latus ad icoſahedri latus, ſic dodecahedri ſolidum ad icoſahedri ſolidum.

Quoniam enim æquales circuli comprehendunt & dodecahedri quinquangulum & icoſahedri triangulum in eadem ſphæra deſcriptorum, in ſphæris autem æquales circuli æqualiter diſtãt à cẽtro (à cẽtro nãq; ſphæræ ad circulorum plana perpendiculares ductæ æquales ſunt, & in centra circulorum cadunt) quare à centro ſphæræ in centrum circuli comprehendentis & icoſahedri triangulum & dodecahedri pentagonum æquales ſunt, perpendiculares, inquã: æqualiter igitur faſtigiatæ ſunt pyramides habentes baſes dodecahedri pentagona, & baſes habẽtes icoſahedri triangula. Æqualis autem faſtigij pyramides, adinuicem ſunt ſicut baſes (per 5 duodecimi) Sicut igitur quinquangulum

quangulum ad triangulum, ſic pyramis cuius baſis quidem eſt dodecahedri pentagonum, uertex autem centrum ſphæræ, ad pyramida baſin quidem habentem triangulum, uerticem autem centrum ſphæræ. Et ſicut igitur (per undecimam duodecimi pentagona ad uiginti triangula, ſic duodecim pyramides pentagona baſes habẽtes, ad uiginti pyramides triangula baſes habentes. Et duodecim pentagona, ſunt dodecahedri ſuperficies, & uiginti triangula, icoſahedri ſunt ſuperficies. Eſt igitur ſicut dodecahedri ſuperficies ad icoſahedri ſuperficiẽ, ſic duodecim pyramides pẽtagona baſes habentes, ad uiginti pyramides triangula baſes habẽtes. Suntq; duodecim quidẽ pyramides pentagona baſes habentes, ſolidũ ipſius dodecahedri, uiginti autem pyramides triangula baſes habentes, ſolidum ſunt icoſahedri. Et ſicut igitur (per 11 quinti) dodecahedri ſuperficies ad icoſahedri ſuperficiem, ſic ſolidum dodecahedri, ad ſolidum icoſahedri. Sicut autem ſuperficies dodecahedri ad ſolidum icoſahedri, ſic patuit eſſe cubi latus ad icoſahedri latus Et ſicut igitur (per 11 quinti) cubi latus ad icoſahedri latus, ſic ſolidum dodecahedri ad ſolidum icoſahedri & quæ ſequuntur.

Quod ſi binæ rectæ lineæ extrema & media ratione ſectæ fuerint, in proportione ſunt ſubiecta, ſic oſtendemus.

Secetur enim (per 30 ſexti) α ζ, recta extrema & media ratione in γ, maius autem ſegmentum eius ſit α γ, ſimiliter quoq; & δ ε (per 30 ſexti) extrema & media ratione ſecetur in ζ, & maius ſegmentum eius eſto δ ζ. Dico quod eſt ſicut tota α β ad maius ſegmentum ipſius α γ, ſic tota δ ε ad maius ſegmentum ipſius δ ζ. Quoniam etenim quod ſub α β γ æquum eſt ei quod ex α γ, quod aũt ſub δ ε ζ æquũ eſt ei quod ex δ ζ, eſt igitur ſicut quod ſub α ζ, β ζ. ad id quod ex α γ, ſic quod ſub δ ε, ε ζ, ad id quod ex δ ζ. Et ſicut quod quater igitur ſub α β γ, ad id quod ex α γ, ſic quod quater ſub δ ε ζ, ad id quod ex δ ζ, Et componendo (per 18 quinti) ſicut quod quater ſub α β γ una cum eo quod ex α γ, ad id quod ex α γ, ſic quod quater ſub δ ε ζ, una cum eo quod ex δ ζ, ad id quod ex δ ζ. Quare & ſicut quod ex utraque ipſius δ ε ζ, ſimul ad id quod ex δ ζ, & longitudine, ſicut utraq; ſimul α ζ γ ad α γ, ſic utraque ſimul δ ε ζ ad δ ζ. Componendo (per 18 quinti,) ſicut utraque α ζ γ, una cum α γ ad α γ, ſic utraque δ ε ζ, una cum δ ζ ad ipſam δ ζ, hoc eſt binæ δ ε ad δ ζ, & antecedentium dimidia, hoc eſt ſicut α ζ ad α γ, ſic δ ε ad δ ζ. In antiquiſſimo codice ſic. Quare & ſicut quod ex utraque ſimul α ζ γ ad id quod ex α γ, ſic quod ex utraque ſimul δ ε ζ ad id quod ex δ ζ. & longitudine ſicut utraque ſimul α ζ γ una cum α γ hoc eſt binæ α β ad α γ ſic utraque ſimul δ ε ζ, una cum δ ζ, hoc eſt binæ δ ε ad δ ζ, & dimidia ſicut α ζ ad α γ, ſic δ ε ad δ ζ.



Hoc demonſtrato quod (recta linea quacunque extrema & media ratione diuiſa) qualem rationem habet potens quod ex tota & ex maiore ſegmento, ad potentem quod ex tota & ex minori ſegmento, talem habet rationem cubi latus ad icoſahedri latus, hoc etiã demõſtrato quod ſicut cubi latus ad icoſahedri latus, ſic dodecahedri ſuperficies ad icoſahedri ſuperficiẽ in eadem ſphæra deſcriptorum, & hoc quoque percepto quod ſicut dodecahedri ſuperficies ad icoſahedri ſuperficiem, ſic ipſum dodecahedrum ad icoſahedrum, eo quia ab eodem circulo comprehenduntur & ipſius dodecahedri pentagonum & icoſahedri triangulum, manifeſtum eſt quod ſi in eadem ſphæra dodecahedrum & icoſahadrum fuerint deſcripta rationem habebunt (recta linea quacunque extrema & media ratione diuiſa) ſicut potens quod ex tota & quod ex maiori ſegmento, ad potentem quod ex tota & minori ſegmento. His omnibus nobis notis, patet quod ſi in eadem ſphæra dodecahedrum & icoſahedrum inſcripta fuerint, rationẽ habebunt, ſicut (recta linea diuiſa extrema & media ratione) potens totam & maius ſegmentum, ad potentem totam & minus ſegmentum. Quoniam enim eſt ſicut dodecahedrum ad icoſahedrum, ſic dodecahedri ſuperficies ad icoſahedri ſuperficiem, hoc eſt cubi latus ad icoſahedri latus, ſicut autem cubi latus ad icoſahedri latus, ſic (recta linea quacunque extrema & media ratione diuiſa) potens totam & maius ſegmentum, ad potentẽ totã & minus ſegmẽtum, ſicut igitur dodecahedrum ad icoſahedrum in eadem ſphæra deſcriptũ, ſic (recta linea quacũq; extrema & media ratione diuiſa) potens totam & maius ſegmentum ad potentem totam & minus ſegmentum.

DECIMIQVARTI LIBRI FINIS.

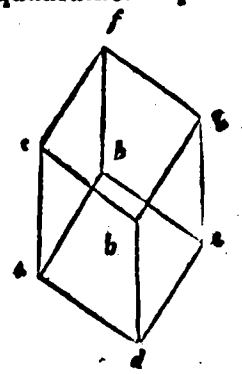
EVCLIDIS MEGARENSIS CLARISSIMI PHILOSOPHI MATHEMATICORVMQVE facile principis, ex traditione Campani, Geometricorum Elementorum Liber decimusquintus.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 1

1 

Ntra propoſitum cubum, corpus habẽs quatuor baſes triangulas æqualiũ laterum deſignare.

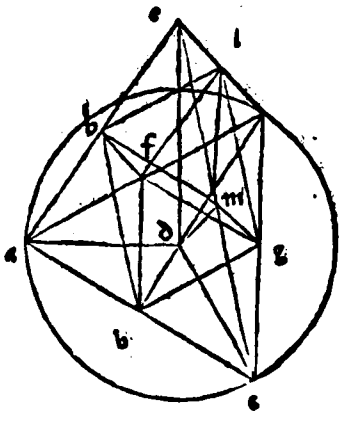
CAMP. Sit cubus cuius baſis eſt quadratũ a b c d, ſuprema uero eius ſuperficies quadratũ e f g h. Ipſum autẽ hac arte fabricare cõueniet. Quadrato baſis ſecũdũ quãlibet lineã ex 45 primi deſcripto, ſuper ſingulos angulos eius ex 11 undecimi catheti ſecundũ mẽſurã lateris ipſius quadrati erigãtur, quos ex 6 undecimi cõſtat eſſe æquidiſtantes. Quinq; ergo eorũ bini & bini corauſto eis impoſit æqui diſtãter lateribꝰ quadrati cõtinuẽtur, Cõſtat igitur eſſe cõpoſitũ cubũ. ná quatuor eius laterales ſuperficies ſunt quadratæ ex 11 primi & ex 14 eiuſdẽ & diffinitione quadrati: de ſuprema aũt ſuperficie mánifeſtũ eſt quoq; q ipſa eſt quadrata ex 10 immo 14 undecimi, & hac cõi ſciẽtia quæ æqualibus ſunt æqualia ſibi quoq; ſunt æqualia, & ex diffinitione quadrati. Si itaq; huic cubo libeat corpus quatuor baſiũ triãgulariũ & æqlaterarũ inſcribere, in baſi & eius ſuperficie ſuprema protrahãtur duæ diametri quarũ una cõtinuet duas extremitates infimas duorũ cathetorũ, & alia cõtinuet ſupremas aliorum duorum quas animo intelliges eſſe a c & h f, dehinc à duobus punctis h & f terminãtibus diametrũ ſuperficiei ſupremæ. demitte hypothenuſaliter binas & binas diametros quæ quatuor laterales ſupficies diuidant, quas imaginaberis eſſe a h quidẽ a h & h c, at uero ab f f a & f c. Has aũt diametros in hac plana figura protrahere contempſi, ne multitudo linearũ confunderet intellectũ. Si igitur figurã hanc ut oportet, actu uel animo cõpleueris, uidebis ex ſex diagonalibus lineis ſex ſuperficies ipſius cubi diuidẽtibus, pyramidẽ quatuor baſiũ triangulariũ eſſe perfectã, quam cubo propoſito ex diffinitione conſtat eſſe inſcriptam, huius autem pyramidis baſes æquilateras eſſe cõſtat, eo quod ex 4 primi omnes iſtæ ſex diagonales ſunt adinuicem æquales.



Eucli. ex Camp. Propoſitio 2

2 Ntra datum corpus habens quatuor baſes triangulas atque æquilateras, corpus octo baſium triangularium æqualium laterum diſtinguere

CAMP. Si intra pyramidẽ quatuor baſium triangularium & æquilaterarum, octoedrõ libeat inſcribere, prius cõuenit pyramidem ipſam fabricare quæ ratione certa hoc modo componitur. Statuatur ſecundum cuiuslibet lineæ quantitatem trigonus æquilaterus qui ſit a b c, cui circunſcribatur circulus ſupra centrũ d. & exeat d e perpendicularis ad ſuperficiẽ ipſius trigoni ex 12 undecimi, quæ ponatur dupla eſſe in potentia ad ſemidiametrum circuli circunſcribentis trigonum a b c. & à puncto cadant tres hypothenuſæ ſuper tria pũcta a, b, c. Eſt itaque completa pyramis quatuor baſium trilaterarũ & æquilaterarũ, protrahatur enim



d a,d b,d c. Cum igitur anguli quos cõtinet linea e d cum ſingulis lineis d a,d b,d c. ſint recti ex diffinitiõe perpendicularis ad ſuperficiẽ,cũq; quadratũ lineæ e d ſit ex hypotheſi duplũ ad quadratum ſemidiametri circuli a b c,erit ex penultima primi quadratum uniuſcuiuſq; trium hypothenuſarũ linearũ e a,e b,e c,triplũ ad quadratũ ſemidiametri circuli a b c. Sed ex 5 tredecimi quadratum quoq; cuiuſq; triũ laterum triãguli a b c,triplũ eſt ad quadratũ ſemidiametri eiuſdẽ circuli,igitur omnia latera ſtatutæ pyramidis ſunt adinuicẽ æqualia,quare ipſa eſt æquilaterarũ baſiũ. Cũ itaq; ſibi octoedron includere uoluerimus,diuidemus unũquodq; ſex laterũ eius in duo medio æqualia,& cõtinuabimus mediũ punctũ cuiuſq; laterum mediis pũctis cũctorũ reliquorũ laterũ cũ quibus ipſum cõtinet & angulũ ſuperficialẽ:uerbi gratia,diuidã latera baſis in punctis f,g,h,& hypothenuſas cadẽtes ab e,in pũctis k,l,m,& cõtinuabo pũctũ f: cũ pũcto g & cũ h & cũ k & cũ l,pũctũq; m,cũ eiſdem g,h,k,l,& g,cũ l,& k,cum eiſdẽ h & l. Ecce itaque perfectum eſt corpus octo baſium triangularium iis duodecim lineis media punctа laterum fabricatæ pyramidis iungentibus contentũ. Has autẽ octo baſes ex 4 primi quoties oportet repetita æquilateras eſſe manifeſtum eſt,ipſum quoq; corpus ſtatutæ pyramidi ex diffinitione inſcriptum,quemadmodum iuſſi eramus efficere.

Eucl. ex Camp. Propoſitio 3

3 INtra cubum aſſignatum figuram octo baſium triãgularium æqualium laterum conſtituere.

CAMPA. Cubo intẽdimus inſcribere octoedron. Qualiter autẽ cubũ componere oporteat in prima huius ſufficiẽter dictũ eſt. Igitur fabricato cubo pyramis quatuor baſiũ triãgulariũ & æqualiũ laterũ in eo ex prima huius deſignetur ac intra ipſam pyramidẽ ex præmiſſa octoedrõ diſtiguatur,quo facto, ſimul etiã factũ erit q̃ uoluimus. Cõſtat enim ex ratiocinatiõe primæ,latera cũcta ipſius inſcriptæ pyramidis eſſe diagonos baſiũ cubi,& ex ratiocinatiõe præmiſſæ liquet cũctos ãgulos octoedri in hac pyramide diſtincti eſſe in lateribus ipſius pyramidis,quare manifeſtũ eſt omnia angularia pũcta huiꝰ octoedri eſſe in baſibus aſſignati cubi. Igitur ex diffinitione habemus,ꝓpoſitũ. Aliter idẽ. Cẽtris cũctarũ baſiũ cubi quẽadmodũ in 9 quarti fit, repertis,à cẽtro ſupremæ ſuperficiei eius ad cẽtra quatuor lateraliũ ſuperficierũ quatuor hypothenuſas demitte,& à cẽtro infimitæ & ad earũdẽ lateraliũ ſuperficierũ cẽtra quatuor alias hypothenuſas eleua,cẽtra quoq; quatuor lateraliũ quatuor rectis lineis cõtinua,ita uidelicet q̃ cẽtra earũ tãtũ quæ inuicẽ ſecãt cõtinues. Verbi gratia,iũges cẽtrũ anteriorũ cũ cẽtro dextræ & cũ cẽtro ſiniſtræ,cẽtrũ quoq; ultimæ iũges cũ eiſdẽ,hoc eſt cũ cẽtro dextræ & cũ cẽtro ſiniſtræ. Habes itaq; corpꝰ octo baſiũ triãgulariũ. iis 12 lineis quæ cẽtra ſuperficierũ cubi cõtinuãt. cõplexũ. Si igitur has baſes æqlateras eſſe,ꝓbare uoluerit,à centris baſiũ cubi ad cũcta perpẽdiculares,ꝓtrahe,quas neceſſariũ eſt omnia latera ipſius cubi per æqualia diuidere ex ſecunda parte 3 tertij. Quod plannm erit. Si unicuique baſium cubi circulũ circunſcripſeris,atque ideo binas & binas ſuper idẽ pũctum in lateribus baſium cubi conſtat concurre,eaſque ex ſecunda parte 11 tertij patet adinuicẽ eſſe æquales,& æquidiſtãtes lateribus cubi ex ſecũda parte 16 primi,ideoq; etiã ſingulas eſſe æquales dimidio lateris cubi. Igitur ex 10 undecimi manifeſtũ eſt binas & binas earũ ſuper idẽ latus cubi in medio eius pũcto cõcurrẽtes rectum angulũ continere,eo q̃ oẽs ſuperficies cubi ſunt quadratæ. Quia igitur illæ 12 lineæ cẽtra ſuperficierũ cubi cõtinuãtes quæ & angulis quos hæc lineæ ſuper media puncta laterũ cubi cõcurrẽtes binæ & binæ cõtinẽt ſubtẽduntur,ipſæ erũt ex 4 primi uel etiã ſi maius ex penultima primi adinuicẽ æquales. Ergo eſt in propoſito cubo deſignatũ corpus octo baſiũ triãgulariũ & æquilaterarũ,quod oportebat facere. Eucli. ex Camp. Propoſitio 4

4 INtra datum corpus octo baſium triangularium atque æquilaterarum cubum figurare.

CAMP. Nõ dubites quin corpus octo baſiũ triãgulariũ atq; æquilaterarũ certo dogmate fabricabis hoc modo. Qualibet recta linea ſup aliquod planum ſurſum orthogonaliter erecta eã per æqualia diuide & à pũcto eius medio duas lineas hincinde perpendiculares extrahe,quæ cõponant lineã unã,eruntq; hæ duæ lineæ ſeinuicẽ ſecãtes uidelicet prima quæ ſuper poſitũ planũ eſt orthogonaliter erecta, & alia quæ ipſam ſuper eius mediũ pũctũ orthogonaliter ſecat in eadẽ ſuperficie ſitæ ſunt per primã partẽ 11 undecimi. Ad ſuperficiẽ igitur in qua ipſæ ſitæ ſunt ſuper cõem

punctũ

punctũ ſectiõis earũ (quẽadmodũ 11 docet undecimi) ppẽdicularẽ erige, quã facias eãdẽ ſuperficiẽ in utrãq; partẽ penetrare, & pone cunctas ſex portiões harũ triũ linearum à pũcto in quo ſeinuicẽ ſecãt æquales, ſic enim quælibet quãlibet per æqualia & orthogonaliter diuidet, ita q; cũ ſint tres quæq; duæ earũ, ſalutiferæ crucis uenerãdũ ſignum ad angulos rectos cõtinebũt. A ſupremo igitur erectæ lineæ ſuper poſitũ planum puncto quatuor hypothenuſas ad extremitates duarũ linearũ ipſam ſecantiũ demitte. deinde ab infimo eiuſdẽ erectæ pũcto, quatuor alias hypothenuſas ad eaſdẽ duarũ ſecantiũ linearũ extremitates eleua. poſtremo quoq; harũ hypothenuſarum extremitates quatuor rectis lineis quadratũ cõmentibus cõtinua. Erũt enim hæ duodecim lineæ uidelicet quatuor hypothenuſæ à ſupremo pũcto erectæ perpendicularis deſcendentes quatuorq; poſtremæ ab eius infimo puncto ſurſum eleuatæ, & reliquæ quatuor lineæ harũ hypothenuſarũ extremitates cõtinuãtes, ex penultima primi ſine nugatiõis peccato pluries repetita adinuicẽ æquales quare cõſtat corpus ab eiſdem terminatũ octo baſibus triangularibus æquilateriſq; cõtineri. Si igitur huic corpori cubũ inſcribere delectat, cẽtra octo triãgulorũ ipſum ambientiũ inuenire ex 5 quarti labora, eaq; reperta 11 lineis rectis hac lege cõtinua, ut centrũ cuiuſq; horũ triãgulorũ cũ centro cuiuſq; triũ ad ipſius latera terminatorũ, per rectã lineã copuletur. Nõ eſt autẽ huius rei idoneũ figurã in plano depingere. ideoq; reſtat, ut quod dicitur mẽte cõcipias, ipſumq; ſi placet actu & opere cõpleas. Videbis enim 11 lineas horũ triãgulorũ cẽtra poſita lege cõtinuãtes cubũ cõtinere. quẽ reſtat ut æquilateris rectãgulisq; ſuperficiebus demõſtres eſſe cõcluſum, non enim erit cubus, niſi oẽs eius ſuperficies ſint quadratæ. Ducito ergo à quolibet angulo trigonarum ſuperficierũ octoedri, perpendicularẽ ad latus illi angulo oppoſitũ, has autẽ perpẽdiculares ex 11 quartidecimi cõſtat adinuicẽ æquales, & diuidere latera quibus ppẽdiculariter inſiſtũt, per æqualia, ideoq; binas & binas ſuper idẽ punctum lateris cui ſuperſtãt cõuenire. Eaſdẽq; cõſtat ex hisquæ in 17 quartidecimi demonſtrata ſunt trãſire per cẽtra triãgulorũ. ideoq; per extremitates laterũ incluſi corporis trãſire, ac eorum portiones quæ intra cẽtra trigonorum & latera ipſorũ intercipiũtur ex iſs etiam quæ in eadẽ demõſtrata ſunt cõſtat eſſe æquales, angulos quoq; ab iſs perpendicularibus binis coeuntibus cõtẽtos: ex 8 primi patet eſſe æquales. Et quia hæ perpendiculares, ſuæq; portiões inter cẽtra & latera interceptæ eoſdẽ angulos ambiũt, erunt quoq; anguli quos lineæ a cẽtris trigonorũ ad latera perpẽdiculariter cadẽtes binæ & binæ cõtinẽt adinuicẽ æquales. Cumq; latera illius corporis de quo diſputamus, hos angulos ſubtẽdunt, ſequitur ex 4 primi frequẽter ſumpta corpus incluſum eſſe æquilaterum. At quoq; rectãgulũ. Protrahãtur enim diagoni in ſingulis ſuperficiebus, hos diagonos ex 4 primi oẽs adinuicẽ æquales eſſe cõuinces mediãtibus angulis à duabus perpẽdicularibus per ipſarum diagonorum extremitates trãſeuntibus cõtentis, ſi prius hos angulos ex 8 primi æquales ſibi inuicẽ eſſe probaueris. Cum igitur diameter tetragonarum baſiũ corporis huius ſint adinuicẽ æquales, latera quoq; earundẽ baſiũ æqualia, neceſſe eſt ex 8 primi multoties repetita ipſas tetragonas baſes eſſe æquiãgulas. At quia ex 11 primi oẽs ãguli cuiuſq; earũ ſunt æquales quatuor rectis, ſequitur eas eſſe rectãgulas. itaq; ex diffinitiõe quadrati ipſæ ſunt quadratæ. Igitur inſcriptum corpus manifeſtũ eſſe cubum, ſicut intẽdimus. *Eucli. ex Camp.* *Propoſitio 5*

5 PYramidem quatuor baſium triangularium atque æquilaterarũ, aſſignato corpori octo baſiũ triãgulariũ quoq; atq; æquilaterarũ inſcribere. CAMP. Aſſignato corpori octo baſium inſcribe ſecũm præcepta præmiſſæ cubum, cuboq; inſcripto inſcribe (ut docet prima huius) pyramidẽ qualis proponitur. Cum igitur huius pyramidis anguli ſint etiã anguli cubi, quemadmodũ ex demõſtratione primæ manifeſtum eſt: cuncti autẽ anguli cubi ſint ex præmiſſa in ſuperficiebus aſſignati octoedri erunt quoq; cuncti anguli pyramidis huius in ſuperficiebus corporis octo baſium cui eam iubemur inſcribere, quare ex diffinitione manifeſtum eſt nos feciſſe quod quæritur. *Eucli. ex Camp.* *Propoſitio 6*

6 INtra datum corpus uiginti baſium & æqualium laterum, corpus duodecim baſium pentagonalium æqualium laterum atq; æqualium angulorum figuraliter componere.

CAMPA. Corpus 20 baſium non docemus hic fabricare, quoniam ex 16 tredecimi quæ conueniunt arte hoc fieri, ſatis euidens eſt. Eo igitur ut ibi docetur compoſito ut ſibi

corpus 11 baſium penta gonarum atque æquilaterarum includere delectat,hac uia procedendum eſt. Manifeſtum enim eſt 20 triãgulos.60 ſuperficiales angulos habere,& quia ad conſtitutionẽ uniuſcuiuſq; ſolidi anguli corporis icoſedri quinque ſuperficiales cõ ueniunt,ſicut ex demonſtratione 16 tredecimi colligitur,cõſtat illud corpus duodecim ſolidis angulis cõpleri Inuentis igitur ut in antepræmiſſa.cẽtris cunctorum triangulorum totum icoſedron terminantiũ.ea 30 rectis lineis cõtinua,ita ꝙ cuiuſq; cẽtrũ centris omniũ circuniacentiũ cum quibus cõmunicat in latere per rectas lineas iũgas. Cũ ergo hoc feceris.uidebis ex illis 30 in eis duodecim pẽtagonos cõſtitui 11 angulis ſolidis dati icoſedri oppoſitos.hos itaq; pẽtagonos quẽadmodũ in antepræmiſſa feciſti de baſibus cubi,æquilateros eſſe probabis. Neceſſe eſt enim,ut quorũlibet triangulorum duorũ idem latus habentiũ,centra eodẽ ſpatio diſtent,reſtat ergo ut eos etiã æquiãgulos eſſe ſyllogiſes. Manifeſtũ eſt autem ex ratiocinatione 16 tredecimi,datum corpus uiginti baſium ab eadem ſphæra cuius diameter eſt tanquam diameter huius corporis uidelicet linea quæ duos eius angulos oppoſitos cõtinuat,eſſe circunſcriptile. Si igitur hæc diameter per mediũ ſecetur,pũctus ſectiõis erit centrum ſphæræ circunſcribẽtis. Ab eo itaque ad ſuperficies cunctorum pentagonorum perpendiculares ex 11 undecimi ducito, & à puncto in quo ſingulis pentagonis obuiauerint, ad ſingulos eorum angulos rectas lineas dirigito,deinde centrum ſphæræ cum ſingulis angulis ipſorum pentagonorũ cõtinuato. Age ergo eos proba eſſe æquiãgulos hoc modo. Cũ enim oẽcirculi circũſcribentes trigonos icoſedri ſunt æquales,erunt oẽs perpẽdiculares à cẽtro ſphæræ ad ipſos ueniẽtes & in eorum centra cadẽtes,æquales.omnes ergo lineæ à centro ſphæræ ad angulos cuiuslibet pentagoni ueniẽtes,ſunt æquales.nã anguli pentagonorũ ſunt centra circulorum trigonos ipſos icoſedri circunſcribentium ex hypotheſi. Igitur ex penultima primi eodẽ argumẽtationis genere quo ſuperius in 14 ſyllogiſauimus ſectorem prouenientẽ in ſuperficie ſphæræ cum aliqua plana ſuperficies ſphæram ſecat non ſuper centrum eius,eſſe circunferentiam continentem circulum,neceſſe eſt quinq; lineas uenientes à cõcurſu perpendicularis ductæ à cẽtro ſphæræ ad ſuperficies omnium pentagonorum ad quinque angulos cuiuſcunq; pentagoni,eſſe adinuicẽ æquales: itaque omnibus duodecim pentagonis eſt circulus circunſcriptibilis. Cum igitur ipſi ſint æquilateri,conuincitur eos eſſe etiã æquiangulos quod oportebat oſtendere.

Eucli. ex Camp. *Propoſitio 7*

7 INtra datum corpus duodecim baſium pentagonatum æquilaterarum atque æquiangularum,corpus uiginti baſium triangulatorum atque æquilaterarum fabricare.

CAMP. Qualiter corpus duodecim baſium pentagonarum æquilaterarum atque æquiangularium componere oporteat.ex 17 tredecimi require. Sed qualiter corpus uiginti baſium triãgularium æquilaterarũ ſibi conueniat inſcribi,hic addiſcẽ. Suorũ pẽtagonorum centris(ut in 14 quarti fit)repertis,ea adinuicẽ 30 lineis hac lege cõtinua,ut uniuſcuiuſq; pentagoni centro cuiuſq; pentagoni ſecum in latere cõicantis iungatur, ita uidelicet,quod unuſcuiuſq; pentagoni centrum centris quinq; pentagonorum terminantium uel circuniacentium continuetur. Cum igitur hoc feceris,obuiẽt tibi uiginti trianguli ab iſis 30 lineis centra pentagonorum continuantibus cõtenti,eruntq; ij uiginti trianguli uiginti ſolidis angulis ipſius dodecedri oppoſiti, amplectentes corpus uiginti baſium triangularium,quas æquilateras eſſe demonſtrabimus,& erunt 11 ſolidi anguli huius corporis 20 baſium in centris 11 pentagonorum corpus dati dodecedri terminãtium. Hos itaque 20 triangulos æquilateros eſſe ſic proba. A centris pentagonorum ducito perpendiculares ad latera,eruntq; omnes perpendiculares æquales. Binas ergo & binas probabis ex octaua primi æquos angulos cõtinere. Et quia lineæ cõtinuantes centra pentagonorum his angulis à binis & binis perpendicularibus contẽtis ſubtenduntur, cum omnes perpẽdiculares ſint æquales,erunt ex quarta primi oẽs lineæ cõtinuantes centra pentagonorum æquales. Quod eſt propoſitũ. Perpendiculares autem binas & binas æquales angulos cõtinere,& omnes eas adinuicẽ eſſe æquales,ſic collige. Ex 5 primi & 17 eiuſdem conſtat ſingulas earum diuidere latera pentagonorum ſuper quæ cadunt,per æqualia eaſq; eſſe adinuicem æquales ductis lineis à cẽtris pentagonorum ad ſingulos angulos eorum. Quare binæ & binæ ſuper idem latus cadentes in eodem ipſius lateris puncto coibunt,eo quod utraque diuidit illud latus

duo

duobus pentagonis à quorum centris ueniunt cõmune per æqualia. Has igitur perpendiculares binas & binas uſq; ad angulos quibus cõe latus in quo coeunt oppoſitũ per centra pentagonorũ producito,& eiſdẽ angulis duas lineas ſubtẽdito,quas ex demonſtratione 17 tredecimi manifeſtum eſt eſſe tanquam latus cubi ab eadem ſphæra cũ propoſito dodecedro circunſcriptibili,ideoq; patet eas eſſe æquales,eo quod omnia latera cubi ſint æqualia eaſdẽq; liquet ex nona undecimi eſſe æquidiſtantes:propter hoc quod ambæ æquidiſtãt cõmuni lateri in quo binæ & binæ perpendiculares cõueniunt. At uero ipſas eaſdẽ cõſtat ex his perpendicularibus per æqualia diuidi. Itaque per 33 primi cunctæ lineæ cõtinuantes puncta in quibus binæ & binæ perpendiculares ſuper has lineas quas tãquã cubi latera fore diximus,cõcurrunt ſunt adinuicẽ æquales:nam omnes ſunt tanquã latus cubi. Igitur ex octaua primi,anguli contenti à binis perpendicularibus,ſũt æquales. Quare per 4 eiuſdẽ,lineæ quoq; cõtinuantes centra pentagonorum ſunt ſibi inuicem æquales:inſcriptũ ergo eſt propoſito dodecedro corpus uiginti baſium triangularium & æqualium laterum ſicut iuſſi eramus.

Eucl. ex Camp. *Propoſitio 8*

8 SOlido duodecim baſium pentagonarum atque æquilateratum propoſito, intra ipſum cubum diſtinguere.

CAMPANVS. Cum dodecedron ſuper cubi latera fabricetur ut cõſtat ex 17 tredecimi,nimirum eo fabricato ſibi cõuenit cubũ inſcribi,nam cum duodecim ſint pẽtagoni,ſi unius cuiuſq; eorũ uni angulo (prout cubi figuram uidebis exigere)chordã unã ſubtẽderis,ex iſs duodecim chordis ſex æquilateras rectãgulasq; ſuperficies cubi & corpus amplectentes ſuperficies. Aequilateras quidẽ eas eſſe, conſtat ex quarta primi,rectãgulas autẽ,eodẽ argumentationis genere quo in ſexta huius baſes dodecedri dato icoſedro inſcripti demõſtrauimus eſſe æquiangulas, conſtat quidẽ ex 17 tredecimi,propoſitum dodecedron ſphæræ eſſe inſcriptibile. Ergo à centro illius ſphæræ ad omnes has quadrilateras ſuperficies,perpendiculares,ut docet 11 undecimi protrahe,& à puncto concurſus ad ſingulos angulos illarũ quadrilaterarũ ſuperficierum rectas lineas dirige,ac eoſdem angulos quadrilaterarũ ſuperficierum cũ centro ſphæræ iunge,eruntq; hæ lineæ centrum ſphæræ cum angulis quadrilaterarum ſuperficierum cõtinuantes: ſemidiametri ſphæræ,de quarum quadratis (quia dempto quadrato perpendicularis,remanẽt ex penultima primi quadrata linearũ continuantium punctum concurſus perpendicularium cum angulis quadrilaterarũ ſuperficierũ) neceſſe eſt omnibus his quadrilateris ſuperficiebus circulos eſſe circũſcriptibiles, ideoq; neceſſe eſt eas eſſe æquiangulas,cum ſint æquilaterę. Et quia ex 13 primi anguli cuiuſq; earum pariter accepti ſunt æquales quatuor rectis angulis,ſequitur eas eſſe rectangulas: nihil ergo deeſt incripto corpori de ratione cubi.

Eucli. ex Camp. *Propoſitio 9*

9 DAto dodecedro, ſibi demum octoedron includere.

CAMPANVS Cõpoſito dodecedro ut in 17 tertiſdecimi,ſex latera ſuarum ſuperficierũ ea uidelicet quæ cathetos ſup ſex lineas oppoſita latera ſuperficierum cubi per æqualia ſecãtes erectos tanquã eorũ corauſti iungũt per æqualia diuide, eaq; bina & bina adinuicẽ cõpoſitã cõtinua per tres lineas,quæ ſeinuicem ſuper medium punctum diametri cubi ex 44 undecimi per æqualia ſecabunt, eritq;,ut quæq; duæ earum trium ſeinuicem quoq; ad angulos rectos diuidãt. Si igitur harum triũ linearum extremitates per 11 lineas rectas continuaueris, proueniet tibi corpus octo baſium triangularium & æquilaterarum ex 4 primi,uel ſi mauis ex penultima primi. Quod oportebat oſtendere.

Eucl. ex Camp. *Propoſitio 10*

10 INtra aſſignatum dodecedron, pyramidem quatuor baſium triangularium atq; æquilaterarum adhuc reſtat diſtinguere.

CAMPANVS Aſſignato dodecedro inſcribe cubũ ex 8 huius,cuboq; pyramidem ex prima. Cum igitur anguli pyramidis ſint in angulis cubi ut patet ex ratiocinatione primæ,& anguli cubi in angulis dodecedri ex ratiocinatione octauæ: erũt quoque anguli pyramidis in angulis dodecedri,itaque cõſtat q; uolumus.

Eucli.

Eucli.ex Camp. Propoſitio 11

11 PRopoſito icoſedro,in eodem cubum figurare.

CAMPANVS Icoſedro inſcribe dodecedron ex ſexta,ac dodecedro cubū ex octaua. Conſtat autem ex demōſtratione ſextæ,quod omnes anguli dodecedri cadunt ſuper centrum baſium icoſedri,& anguli cubi ſunt in angulis dodecedri:itaque anguli cubi ſunt in centris baſium icoſedri. Habemus ergo propoſitum. Eucli.ex Camp. Propoſitio 12

12 ICoſedron datum,pyramidē quatuor baſium triangularium atq; æquilaterarum ſibi poſtulat inſcribi.

CAMPANVS. Si in dato icoſedro ex præmiſſa cubum inſcripſeris,cuboque ex prima pyramidem incluſeris,quin poſtulationi icoſedri ſatisfeceris hæſitandum non erit. Scire autem oportet quod cum ſint quinque regularia corpora de quorum mutua abinuicem inſcriptione in hoc 13 libro determinetur,ſi unūquodque eorum cuilibet cæterorum eſſet inſcriptibile,20 eorundē inſcriptiones acciderent. Quippe cuilibet eorū quinq;,eſſent cætera quatuor inſcriptibilia.ideoq; quater quinque inſcriptiones quod eſt 20,neceſſario prouenirent. At uero pyramidi ſolū octoedrō cōueniens eſt inſcribi,nō enim ſunt in pyramide baſes aut anguli aut latera,in quibus anguli cubi aut icoſedri aut etiā dodecedri poſſint extrema ipſius pyramidis contingere. Cubus quoque ſolius pyramidis & octoedri,& octoedron ſolius pyramidis & cubi,receptioni ſunt apta,qualiter enim in eorum alterutro 8 angulos icoſedri,aut 20 angulos dodecedri,ita ut ſinguli in eorum ſingulis cadant collocabis? Icoſedron autem cum cætera conuenienti ambitione poſſit complecti,ſolius octoedri nequit eſſe receptaculum, nam octoedri ſex anguli ſemidiametrali ſeinuicem bini & bini oppoſitione reſpiciunt,lineæq; eos continuantes ſeſe per æqualia orthogonaliter diuidunt.ita q; illud glorioſum ſignū ad cuius intuitum cōſternātur dæmones,ſub rectis angulis tripli catū reddāt. hos itaq; triāgulos,neq; baſes neq; anguli neq; latera icoſedri poſſunt ſub ſuo ſitu recipere, neq; enim in eo reperies ſex baſes aut ſex angulos aut ſex latera,hac diametrali orthogonaliq; oppoſitione ſe contuentes. Dodecedron autē nulli cæterorū ſuæ ambitiōis denegauit hoſpitiū,immo cūctorū receptoriū exiſtit. Vnde non incōueniēter dodecedri figurā antiqui Platōis diſcipuli aſcripſere cœlo , quēadmodū pyramidis formā tribuerunt igni,eo q; ſurſum ſub pyramidali figura euolet. Ac octoedri,aeri, qppe ſicut aer ignē motus puitate ſequitur.ſic octoedri forma,pyramidis formā ad motū babilitate comitatur. Viginti uero baſiū figurā aquæ dictauerūt,nā cū ipſa baſiū plu ralitate plus cæteris circuletur in ſphærā,fluētis rei motui magis quàm ſcādētis cōueni re uiſa eſt. Cubū uero figurā,quidā dedere terræ: quid enim in figuris maiori ad motū. uiolentia indiget quàm teſſeraſat in elementis quid fixius cōſtātiusq; reperitur terra. Si igitur ex 20 inſcriptionibus,tres quaē pyramis nō ſuſtinet, binasq; à quibus natura cubi & octoedri aliena eſt.rurſusq; unā cui repugnat icoſedri figura,reieceris, erūt reliquæ tantum 12 inſcriptiones,pyramidis quidem,ſola,cubi uero octoedriq; binæ, icoſedri autē,tres,dodecedri autē quatuor,de quibus omnibus ut arbitror ſufficienter aliās diſputatū eſt. Eucli.ex Camp. Propoſitio 13

13 TAbricato quouis quinque regularium corporum ſibi ſphæram inſcribere,

CAMP. Ex tertiodecimo libro itaq; manifeſtū eſt unūquodq; quinq; horū corporū eſſe ſphæræ inſcriptibile. Nūc itaq; cōſtabit uiceuerſa ſphærā uni cuique ipſorū eſſe inſcriptibilē. À circūſcribētis enim ſphæræ cētro ad baſes uniuerſas cuiuslibet eorū perpēdiculares exeāt,quas intra centra circulorum baſes ipſas circūſcribentiū cadere neceſſe eſt. Cūq; oēs circuli eas circūſcribentes ſint æquales , eruntq; hæc perpendiculares æquales. Itaq; ſi ſecundū quantitatē unius earū circulū ſuper centrū circūſcribētis ſphæræ deſcripſeris,eiusq; ſemicirculū quouſq; ad locū unde moueri cœperit redeat circūduxeris,quia ipſum per extremitates cūctarū perpendicularium neceſſe eſt trāſire cōuinces ex correlario 15 tertij ſphærā iſtius ſemicirculi motu deſcriptam uniuerſas baſes aſſignati corporis in concurſibus perpendicularium cōtingere. Nō enim plus poteſt,ſphæra de baſibus corporis cōtingere q; circūducta ſemicirculus (dū mouebatur)cōtingit. Quare aſſignato corpori cōſtat nos ſphærā quemadmodū propoſitum erat inſcripſiſſe. FINIS.

EVCLIDIS MEGARENSIS CLARISSIMI PHILOSOPHI MATHEMATICORVMQVE facile principis, ex Hypſiclis Alexandrini, Græci philoſophi traditione, Geometricorum Elementorum Liber decimusquintus,

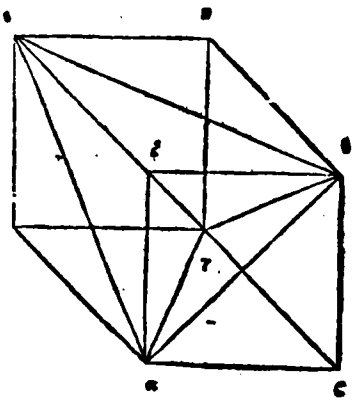
Eucli.ex Zamb. Problema 1 Propoſitio 1

Cap.1. 1

IN dato cubo pyramida deſcribere.



HYPSICLES ex Zãb. Eſto datus cubus α C γ ♢ ε ζ ϖ θ, in quo oportet pyramida inſcribere, connectãtur α γ, γ ε, α ε, α θ, ε θ γ. Manifeſtũ id, q ipſa α ε γ, α θ ϖ, α θ γ, γ θ ε, triãgula æqlatera ſũt. quadratorũ enim diametri ſunt latera. Pyramis igitur igitur eſt ipſa α ε γ θ, & deſcribitur in dato cubo quod facere oportebat.

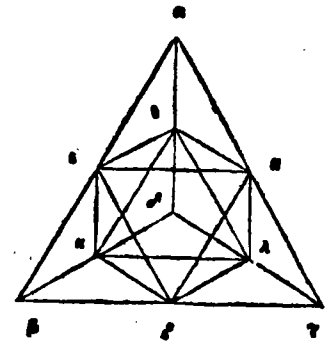


Eucli,ex Zãb. Problema 2 Propoſitio 2

Cap.2 2

In data pyramide octahedrũ deſcribere.

HYPSIC.ex Zamb. Eſto data pyramis ε C γ ♢, ſecenturq; bifariã ipſis ε ζ, ϖ, θ, κ, λ, ſignis: & connectantur ipſæ θ ϖ, θ λ, ε ζ, ε ϖ, & reliquæ. Et quoniam α β, dupla eſt utriuſq; ipſarũ θ ϖ, ϖ ζ, æqualis igitur eſt θ ϖ, ipſi ϖ ζ, & parallelus, ſimiliter & θ ϖ, ipſi ζ ϖ eſt æqualis & parallelus, æquilaterũ igitur eſt θ ϖ ζ. Dico quod & rectãg. ulũ. Si enim ab ipſa ϖ λ, perpẽdiculares agãtur ad plana ε ζ C, ε ζ ϖ, ε ζ θ, θ ϖ ζ, ſimiliter oſtendemus quæ in ipſius θ ϖ ζ, quadrati æquilatera: Quod facere oportebat.

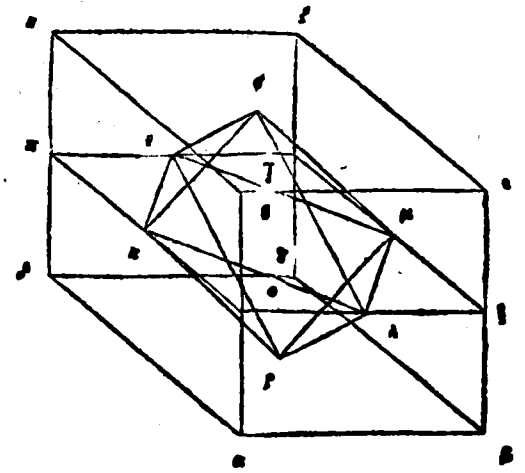


Eucli.ex Zamb. Probleme 3 Propoſitio 3

Cap.3 3

In dato cubo octahedrum deſcribere.

HYPSICLES ex Zamb. Eſto datus cubus α β γ ♢ ε ζ ϖ. Et capiantur centra* inſidentium quadratorum, κ, λ, μ, ν. Dico quod κ λ μ ν. quadratum eſt. Excitentur per ipſa κ λ. paralleli (per 31 primi) ζ ο, ϖ ε. Quoniã igitur dupla eſt π ο ipſius ο κ, & ζ ο ipſius ο λ, id propterea quod ex ο κ igitur ei eſt æquum quod ex λ θ, & per hoc & ο κ, ipſi ο λ eſt æqualis. Quod igitur ex κ λ, duplum eſt eius quod ex ο λ. Ac per hoc: & quod ex μ λ duplũ eſt eius quod ex λ ζ, quod igitur ex κ λ, æquũ eſt ei quod ex μ λ. Aequilaterũ igitur eſt κ λ μ ν, manifeſtum eſt, quod & rectangulum. Aſſumantur ipſi C ♢ ε, bina quadrata, & centra ρ, σ, & connectantur ρ λ, ρ μ, ρ ν, ρ κ, σ λ, σ ν, σ μ, manifeſtum eſt quod triãgula efficientia octahedrũ æquilatera ſunt eadem nãq; oſtendemus ratione.



Cap.4 Eucl.ex Zãb. Problema 4 Propoſitio 4

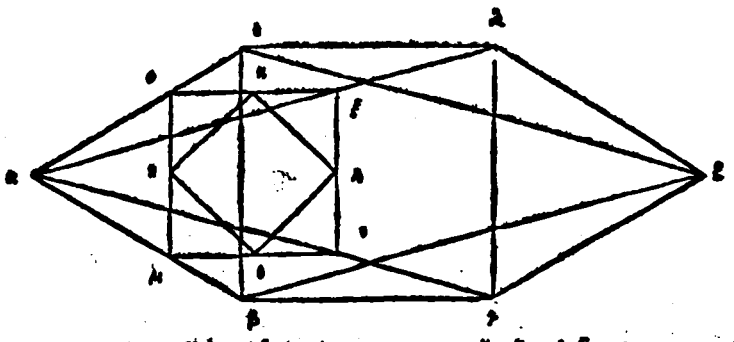
4

In dato octahedro, cubum deſcribere.

HYPSICLES ex Zamb. Capiãtur (per primã tertij) eorũ qui circũ α C γ, α γ ♢, ε C ε, α ♢ ε, triangula, circulorũ centra ϖ, θ, ϖ, κ, λ, & connectantur ϖ θ, ϖ κ, κ λ, λ θ. Dico quod ϖ θ κ λ eſt quadratum. Excitentur (per 31 primi) per ipſa ϖ, θ, κ, λ, ipſis C γ, C ε, γ ♢, ♢ ε, paralleli, μ ν, μ ο, ν ζ, ζ ο. Quoniam igitur æquilaterũ eſt α C γ triãgulum, quæ ex α in θ centrum, eius qui circũ α C γ triãgulum circuli, bifariã diſpeſcit eũ q ad α ipſius α C γ triãguli, æqualis igitur eſt ν θ ipſi θ μ. Ac per hoc iam & μ ϖ ipſi ϖ ν: & ο ϖ ipſi ϖ ζ eſt æqualis. Quoniam autem ipſa μ ν, ipſi

μο

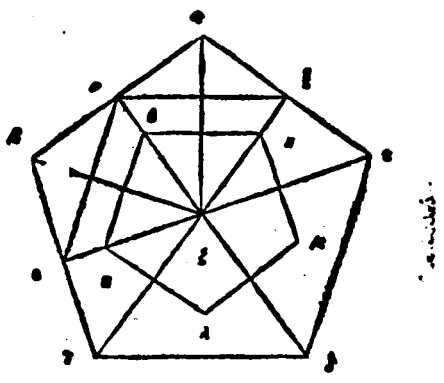
μ ο, & μ ὁ, ipſi ο ξ eſt æqualis, æqualis igitur & ν ὁ, ipſi μ π, & ὁ μ, ipſi π ὁ, & μ π, ipſi ο π, qui autem ſub ὁ μ π & π ὁ ρ, illi ex quo manifeſtum eſt. quod ὁ ν æqualis eſt ipſi π π, Et id propterea iam & reliquæ, Quoniã igitur π ὁ π λ parallelogrammum eſt in uno eſt plano. Et quoniam dimidium eſt uterque ipſorũ qui ſub μ π ὁ, ο π π, reſti reliquus igitur qui ſub ὁ π π, rectus eſt. Similiter & reliqui. Quadratum igitur eſt π ὁ π λ. Poſſibile autem eſt quæ in principio aſſũpta π, ὁ, π, λ, centra & parallelos cõficientia μ ν, ν ξ, ξ ο. ο μ, cõnectere ipſas π ὁ, ὁ λ, λ π, π π, & dicere ipſum π ὁ π λ quadratum. Si uero aſſumamus & reliquorum triangulorum centra connectamus q; eadem, oſtendemus reliqua, quadrata, habebimus q; in dato octahedro cubum deſcriptum, quod agendum fuerat.



Euclid. ex Zamb. Theorema 5. Propoſitio 5

5 In dato icoſahedro dodecahedrum inſcribere.

HYPSICLES ex Zamb. Exponatur quinquangulum ipſius icoſahedri ὰ ϛ γ ϗ ϙ, & centra circulorum qui circã α ξ ι, α ξ ϛ, ϛ γ, γ ϗ, ϗ ϙ, ϙ ι, triangula, ſintq; π, ὁ, μ, λ, ρ, connectantur q; π ὁ, ὁ π, μ λ, λ ρ, ρ μ, μ π. Et rurſus connexæ α ξ π ὁ, ξ ρ π, extendãtur in ξ, ν, ι, bifariam nempe ipſæ ι π, α β, ϛ γ, ſecabuntur in ipſis ξ, ν, ο, ſignis. Et ſicut ν ξ ad ν ι, ſic π ὁ ad ὁ α, æqualis igitur eſt ὁ ν ipſi π ο. Similiter iam & reliqua ipſius π ὁ π λ μ, pentagoni latera, æqualia demonſtrabuntur. Dico quod & æquiangula. Quoniam enim duæ ν ξ, ν ο, *ad binas π ὁ, ὁ π, æquos comprehẽdũt angulos & reliqua manifeſta ſunt. Intelligatur ab ipſo ξ ad ipſius α ϛ γ ϗ ϙ pentagoni planum perpendicularis alla quæ cadit in centrum eius qui circũ pentagonum circuli. Si uero ab ipſo ν in ſignũ in quod concurrit quæ ex ξ perpendicularis connectamus, ac per ὁ, parallelum agemus ad eam, manifeſtum quod concurrit ei quæ ex ξ perpendiculari, & quæ ab ipſo ι parallelus rectum comprehẽdit angulum una cum ea quæ ex ξ perpendiculari. Rurſus ſi connectamus ab ipſis ξ, π, in centrum eius qui circum α ϛ γ ϗ ϙ pentagonũ circuli, & in ſignũ in φ cõcurrit quæ ex ὁ, ei quæ ex π connexa recta quo cum eadem comprehendet. Ex quo manifeſtum eſt quod quinquangulum π ὁ π λ μ in uno eſt plano.



* παρὰ δύο, id eſt paralleli

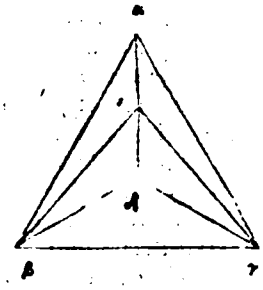
Nos uero ſcire oportet, quod ſi quis nos interroget quot latera habet icoſahedrum, ſic dicemus. Manifeſtum quod icoſahedrum, ſub uiginti triangulis comprehenditur, & quod unumquodq; triangulum tribus rectis lineis conſtat. Oportet igitur nos multiplicare uiginti triangula in ipſa trianguli latera, fiunt ſexaginta, quorum medietas ſunt triginta. Similiterque & in dodecahedro, Rurſus quoniam duodecim quinquangula dodecahedrum conficiunt, & unumquodque quinquangulum quinque continet rectas lineas, efficiemus duodecies quinque, & fiunt ſexaginta: rurſus eorum medietas ſunt triginta. Cur autem dimidium efficiamus e quia quodlibet latus etiam ſi fuerit triangulum ſiue quinquangulum ſiue quadratum ut in cubo, † ex ſecundo capitur. Itidem eadem diſciplina in cubo & in pyramide, & in octahedro eadem efficiens, latera comperies. Si uero uelis rurſus uniuſcuiuſque figurarũ angulorũ numerum inuenire, rurſus eadem efficiens diuide per plana comprehendentia unum angulum ſolidi. † Et quoniam icoſahedri angulum quinque triangula cõprehẽdunt, diuide per quinque, fiunt duodecim icoſahedri anguli. In dodecahedro, tria pentagona angulum comprehendunt, diuide per tria, & uiginti habebis dodecahedri angulos. Similiter aũt & in reliquis angulos inuenies. Quæſitũ eſt quomodo ab una quaq; quinq; ſolidarum figurarũ uno plano cõprehendentium quomodocunq; dato, inuenitur & inclinatio, in quam adinuicem inclinantur comprehendentia plana unamquamque figurarum. Inuentio autem (ſicut Iſidorus noſter magnus magiſter enarrabat) hunc habet modum.

† Rurſus, id eſt repetitus oſtor, πε

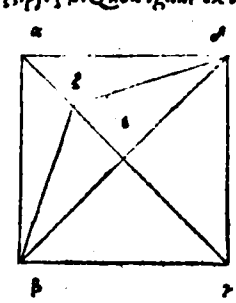
περιφέρειαι τῶν κλίσεων εἰς δύο ὁρᾶς. id eſt compreheñdẽt cũ quo quæ ſita inclinatio à duobus rectis deficit.

Quod quidem in cubo per rectũ angulum diſpeſcunt ipſum comprehendentia plana adinuicem manifeſtum. In pyramide uero expoſito uno triangulo, centris terminis unius lateris, ſpacio uero à uertice in baſin perpendiculari alla. † ambitiones deſcriptæ inuicem ſe ſecent, & ab ipſa ſectione ad centra connexæ rectæ lineæ comprehendent inclinationem planorum pyramidem comprehendentium. In octahedro uero à latere trianguli deſcripto quadrato, centris terminis diagonij, interuallo autem itidem trianguli perpendiculari, deſcribantur circunferentiæ, & rurſus à cõmuni ſectione ad centra connexæ rectæ lineæ comprehendent † deſinentem in binas rectas quæſtæ inclinationis. In icoſahedro porro, à latere trianguli deſcripto pentagono connectatur ſub binis lateribus ſubtenſa recta linea, & centris terminis eiuſdem, interuallo autem ipſius trianguli perpendiculari deſcriptis, circunferentijs, quæ ex communi ſectione

ctione ad centra connexæ, comprehendent desinentem similiter in binas rectas inclinationis icosahedri planorum. In dodecahedro uero expositio uno quinquangulo, connexa similiter sub binis lateribus subtensa recta linea, centris terminis eiusdem, interuallo autem alta perpendiculari à bifaria sectione ipsius in parallelum ei latus pentagoni, ut supra describantur circumferentiæ & quæ à signo in quod inuicem concurrunt ad centra connexæ, similiter comprehendent* desinentem in binas rectas inclinationis planorum dodecahedri. Sic quidem clarissimus ille uir de prædictis disseruit, claram putans in quouis demonstrationem. Sed ut manifesta fiat illorum demonstratio, uisum est uerba ipsius declarare, primumq; in pyramide. Intelligatur pyramis sub quatuor æquilateris triangulis comprehensa α β γ δ, basi α ε γ, fastigio uero δ, & sectio ipso a δ latere (per 10 primi) bifariam in ι, connectantur ε ι, ι γ. Et quoniã α δ ε, α δ γ, triangula æquilatera sunt, & α δ bifariam secatur, ipsæ igitur α ι, ι γ, perpendiculares sunt in ipsam α δ. Dico quod angulus qui sub β ι γ, est acutus. Quoniam enim dupla est α γ ipsius α ι, quadruplũ est quod ex α γ eius quod ex α ι. Sed quod ex α γ, æquũ est eis quæ ex α ι, ι γ, (per 47 primi) quorum quod ex α γ ad id quod ex γ ι rationem habet quam 4 ad 3, & est æqualis γ ι ipsi ι β: quod igitur ex ε γ, minus est eis quæ ex ε ι, ι γ: acutus igitur est qui sub β ι γ. Quoniam igitur binorum planorum α ε δ, α δ γ, communis sectio est α δ, & cõmuni sectioni ad angulos rectos sunt rectæ lineæ in utroque ipsorum planorum altæ β ι, ι γ, & acutum angulum comprehendunt, angulus igitur qui sub β ι γ inclinatio est planorum, & est datus, data enim ε γ latus existens trianguli, & utraque ipsarum β ι, ι γ, perpendicularis, subsistens æquilateri trianguli, centris nimirum ε, γ, hoc est terminis unius lateris, interuallo uero triãguli perpendiculari descripti* ambitus, sese inuicem in ι signo dispescunt. Et quæ ab ipso in ipsa ε γ connexæ rectæ lineæ, comprehendunt planorum inclinationem id autem erat dictum. Et quod centris quidem ε γ, interuallo autem triangulι perpendiculari, descripti circuli adinuicem se secent, perspicuum est, utraque enim ipsarum ε ι, ι γ, maior est dimidia ipsius β γ, centris autem β γ, interuallo aũt dimidia ipsius ε γ descripti circuli, sese inuicem tangunt. Si uero minor fuerit, neque se tangunt neq; dispescunt, si uero maior, omnino secant & sic in pyramide hæc consequens aperte apparet ratio. Intelligatur rursus in quadrato α ε γ δ, pyramis uerticem habens ι, & ipsam comprehendentia* bifariam basis triãgula æquilatera, erit autem α ε γ δ ι pyramis: dimidium octahedri, secetur (per 10 primi) unum latus unius trianguli α ι bifariam in ξ, & connectantur β ξ, δ ξ, æquales igitur sunt ε ξ, δ ξ, & perpendiculares in α ι. Dico quod angulus qui sub ε ξ δ, obtusus est, connectatur enim ε δ. Et quoniã quadratum est α γ, dimetiens autem ε δ, quod ex ε δ, duplum est eius quod ex δ α. Quod autem ex δ α, ad id quod ex δ ξ rationem habet (sicut in præcedenti dictum est) quam 4 ad 3. & quod ex δ β igitur ad id quod ex δ ξ, rationem habet quam octo ad tria, æqualis autem est δ ξ, ipsi ξ β. Quod igitur ex δ ε, cis quæ ex β ξ, ξ δ, maius est. Obtusus igitur est qui sub β ξ δ. Et quoniam bnis planis se inuicem secantibus, hoc est α ε ι, α δ ι, communis sectio est α ι, & ad rectos angulos ei in utroque ipsorum planorum altæ sunt, ipsæ, ε ξ, δ ξ, obtusum comprehendentes, qui igitur sub ε ξ δ, angulus* desinit in binas rectas inclinationis ipsorum α β ι, α δ ι planorum. Si datus fuerit igitur qui sub ε ξ δ, datur quoq; dicta inclinatio. Quoniam igitur datur triangulum octahedri & unum latus octahedri est α δ, & ab ipsa quadratum describitur α γ, datáq; ε δ, dimetiens existens ipsius quadrati. Sed & β ξ, ξ δ, ipsius trianguli perpendiculares. Quare & qui sub β ξ ι angulus datur. De scripto igitur quadrato ex latere trianguli sicut α γ, & connexa diametro sicut ε δ si centris ι δ, interuallo autem trianguli perpendiculari, circulos describamus, se inuicem in ξ dispescent. Et quæ ex ξ in centra connexæ rectæ lineæ, comprehendunt inclinationem eam quæ sub β ξ δ,* quæ desinit in binas rectas (sicut dictum est) ipsorum planorum inclinationis. Et hic perspicuũ est quidem sicut utraq; ipsarũ β ξ, ξ δ, est dimidia ipsius ε δ maior, ac per hoc in organica cõstructione circulos sese inuicẽ dispescere necesse est. Et ex demõstratione manifestũ fit sicut β δ ad δ ξ, potẽtia rationẽ habet quã octo ad tria, dimidiæ uero ipsius β δ potentia quadrupla est, & proinde maior est utraq; ipsarum ε ξ, ξ δ, dimidia ipsius β δ, & hæc quidem de octahedro. In icosahedro autem intelligatur pentagonum æquilaterum α ε γ δ ι, & in eo pyramis uerticem habens ξ, ut triangula ipsam comprehendentia æquilatera sint, erit iam ipsa α ε γ δ ι pyramis pars icosahedræ figuræ. Secetur unum latus unius trianguli ξ γ bifariam in κ, & connectantur β κ, κ δ, æquales existentes & perpẽdiculares factæ in ipsum ξ γ. Dico quod qui sub β κ δ angulus obtusus est, & ibidem manifestum est, nam connexa recta linea ε δ, obtusum quidẽ explicat eum qui sub β γ δ ipsius pẽtagoni angulum, hoc autem maior qui sub β κ δ, ipsæ nãq; ε κ, κ δ, ipsis β γ, γ δ, sunt minores: similiter iam ut in præcedenti, quod qui sub ε κ δ angulus desinit in binas inclinationis ipsorum ε ξ γ, γ ξ δ, triangulorum, hoc dato, data erit & inclinatio ipsius icosahedri planorum. A latere namq; trianguli icosahedri descripto quinquangulo cõnexa sub binis lateribus subtensa pentagoni, sicut in ipsa descriptione ε δ data, similiter autem

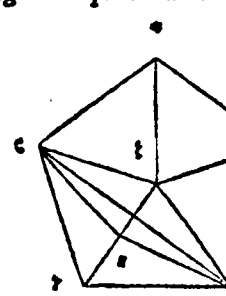


πυραμίδι



δίχα τῆς ἐφεστώσης

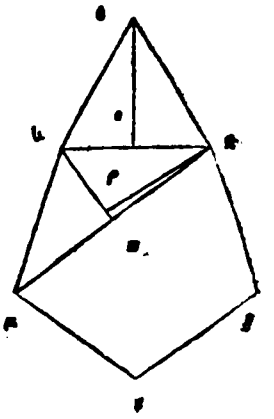
Est quo deficit à duobus rectis inclinatio

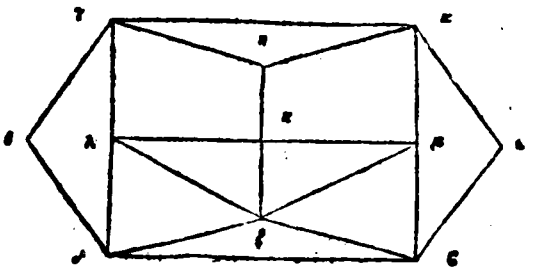


ut supra

ἐκτὸς ὑπὸ τὴν

& ipſis ϛ ν, μ δ perpendicularibus triangulorum, datur & qui ſub ϛ ν δ. Si enim centris limitibus eius quæ ſub binis lateribus ſubtenſa pentagoni, ſicut ϛ δ interuallo autem ipſius trianguli perpendicularis, circuli deſcribantur, ſecabunt ſe inuicem ſicut in ν, & quæ ex ν ad ipſa ϛ δ connexæ rectæ lineæ, comprehendent deſinentem ſub binis rectis ipſorũ planorũ inclinatiõis, & hic quidẽ ex deſcriptione manifeſtũ eſt, quod utraq; ipſarũ β ν, ν δ maior eſt dimidia ipſius β δ. Inſtrumentali quoque fabrica eſt oſtẽdere. Intelligatur ſeparatim æquilaterum quidem triangulum θ ν λ, ab ipſo autem ν λ quinquangulum deſcribatur ν μ ρ ξ λ, & connectatur μ λ, excitetuŕq; (per 12 primi) perpendicularis ipſius θ ν λ trianguli, θ ο. Dico quod ipſa ϛ ο maior eſt dimidia ipſius μ λ ſubtendentis inclinationem planorũ. Alia ab ipſo ν in ipſam μ λ, perpendicularis ipſa ν π, quoniam qui ſub ν λ π maior eſt tertio recti, hoc eſt eo qui ſub ν θ ο, conſtituatur ei qui ſub ν θ ο æquus qui ſub π λ ρ, ipſa igitur π λ, perpendicularis eſt æquilateri triãguli cuius eſt latus ρ λ, quare quod eſt ex ρ λ, ad id quod ex λ π, rationem habet quàm 4 ad 5, maior autem eſt ν λ, ipſa λ ρ. Quod igitur ex ν λ, ad id quod ex λ ο, maiorem rationem habet quàm 4 ad 5, habet autem & ad id quod ex θ ο, quã 4 ad 5. Ipſa igitur ν λ, ad λ π maiorẽ rationẽ habet quàm ad θ ο, maior igitur eſt θ ο ipſa λ π. In dodecahedro ſic intelligatur unũ quadratũ cubi à quo dodecahedrũ deſcribitur, & ſit α β γ δ, & bina plana dodecahedri, hoc eſt α ϛ ξ ν, ν δ θ γ ξ. Dico iam & hic datã eſſe, binorũ quinquãgulorũ inclinationẽ. Secetur (per 10 primi) ξ ν bifariã in ν, & ab ipſo ν ipſi ξ ν (per 11 primi) ad angulos rectos excitẽtur in utroq; planorũ ν λ, ν μ, & cõnectatur μ λ. Aio primũ & q ſub μ ν λ, angulus obtuſus eſt. Oſtenſum autem eſt in decimotertio elemẽtorum, molimine ſiue ſtatu dodecahedri, quod quæ ex ν perpendicularis ducta in α β γ δ, quadratum dimidia eſt lateris pentagoni, quæ minor eſt dimidia ipſius μ λ, & id propterea qui ſub μ ν λ angulus obtuſus eſt. Simulq; oſtenſum eſt in eodem theoremate quod & quod quidem ex ν λ, æquum eſt ei quod ex dimidio lateris cubi & ei quod ex dimidio lateris pentagoni, quare eadem ν λ & ν μ ſunt æquales, & maiores ſunt dimidia ipſius μ λ: dato igitur angulo ſub μ λ ν, deſinens in binas rectas inclinatio erit planorum, uidelicet data. Quoniam igitur latus α ϛ δ, quadrati ſubtendens eſt bina latera pentagoni datурque & pentagonum, datur ergo & μ λ. Datur autem & utraque ipſarum μ ν, ν λ, perpendicularium enim ſunt à bifaria ſectione α β ſub binis ſubtenſa lateribus in parallelum eidem latus pentagoni ut ξ ν. Datur igitur qui ſub λ ν μ deſinens (ſicut dictum eſt) in binas rectas quæſitæ inclinationis. Bene igitur in inſtrumentali fabrica dixit quod oportet dato pentagono, connectere ſubtenſam ſub binis lateribus quæ æqualis ſit ipſius cubi lateri, & centris limitibus ipſius, interuallo uero ab ipſa bifaria ſectione acta perpendiculari in parallelum eidem pentagoni latus, ſicut in deſcriptione ν λ, ν μ, deſcriptæ circunferentiæ, & ab ipſo commiſſuræ circunferentiarum ſigno ad centra connectere rectas lineas comprehendentes deſinentem in binas rectas inclinationis ipſorum planorum, quod enim ipſa ν λ, perpendicularis maior eſt dimidia ipſius μ λ, dictum eſt, ſicut in elementis ſimul etiam eſt oſtenſum.





DECIMIQVINTI LIBRI FINIS

BARTOLOMAEVS ZAMBERTVS VENETVS
Clariſſimo uiro Paulo Piſano patritio Veneto
equiti lurato grauiſſimoq; ſenatori
Fœlicitatem perpetuam.



ICET Mathematicæ diſciplinæ quæ primum certitudinis faſtigium uno omniũ philoſophantium iudicio obtinent. Paule Piſane uir grauiſſime, à priſcis illis philoſophantibus ſemper excultæ fuerint, tamen aſtrologiam cæteris lõge præſtare cenſuerim: & hoc ſane binis adductus rationibus, nam longe clariora & excellentiora ſunt quæ ab aſtrologis in cœleſtium globorum conuerſione, aſtrorumq; reuolutione, traduntur, hac ſiquidem diſciplina cœleſtia quæ his inferioribus lõge ſunt præſtãtiora homines intuentur, aſtra fixa errãtiaq; pariter, diſtãtias, ſoliſq; & lunæ defectus cõiectãt, quæ deus opti. max. mira ſapiẽtia cõſtruxit. Illud quoq; accedit quod hæc diſciplina reliquas tres in ſeſe cõtinet: nã cũ in aſtrologicis theorematibus ſpectãtur circuli, anguli, quadrata quæ ex cœleſtiũ globorũ cõuerſione fiunt, tunc geometria eſt opus, cũ uero numeri adhibẽtur ut ſupputatiões accõmodatius fieri poſſint tam minutorũ quã ſecũdorũ & reliquarũ particularũ, ſicut in magna cõſtructiõe Mathematica Claudius tradit Ptolomæus, quã imperiti almageſtũ neſcio quo beluoſo nomine appellãt, tũc auxiliatur arithmetica, ſi autẽ globorũ motꝰ alios celeriores, at alios tardiores iuuenis ubi eos ſimul cõpataueris, proportionibus ſeſe mutuo correſpõdere cõperies quas muſica diſciplina oſtẽdit. Pythagoreus nãq; Nicomachus in globorũ cœleſtiũ reuolutionibus Harmoniã ſonoſq; gigni in muſicis tradit. Cuius diſciplinæ primordia quæ Phænomena ſunt hoc eſt apparentia, cum Euclides Megarenſis clariſſimus mathematicus mira indagatione cõſcripſerit, opuſculũ illud ijs qui aſtrologiæ diſciplinã ſibi uendicare cõtendunt utile & ſcitu iucũdum cũ fortaſſe hiſce diebus ad noſtras manus peruenijſſet, ne tãta utilitate ſtudẽtes caretẽt, illud latinũ fecimus. Quod opus qm̃ latinis hucuſq; ignotũ extitit, uoluimus ut ſub tuo nomine è Græcia in Italiã migraret ſeſeq; latinis præberet legendũ, ut licet ex ſeſe auctoritatẽ uel maximã habeat: nã nõ recte ſentiũt qui Euclidi plurimũ non tribuũt, tua auctoritate, maior exiſtimatio & auctoritas ei accederet. Tũ ut licet te pater meus noſq; omnes ſemper excoluerimus, tuaq; uetuſtiſſima fuerimus mãcipia, hãc obſeruationẽ noſtrã nullã eſſe cẽſerẽ, niſi ea tibi hoc munere certior fieret. Quod opꝰ tibi abs te cõprobatũ fuiſſe cognoſcã cõi utilitati conſulens, conabor ut aliorum præclariſſima mathematicorũ opera in lucem ueniãt, tu uero Vale æternũ, noſtriq; uotis da facilẽ curſum. In Ædibus patrijs xij. Kal. Octobris in xi. IIVI. & XIX. Elemento à reconciliata diuinitate.

EVCLIDIS MEGARENSIS CLARIS SIMI PHILOSOPHI PLATONICI MATHEMATICIQ; PRÆSTÃTISSIMI Phænomena, ex traditione Theonis Bartholomæo Zamberto Veneto interprete.



QVONIAM aſtra non errantia ex eodem oriri loco, in eũdemq; locum occidere ſpectantur, quæq; ſimul oriũtur, ſimul ſemper oriri, & quæ ſimul occidunt ſemper ſimul occidere. Ab ortuq; in occaſum uergentia eiſdem inuicẽ interuallis diſtare, ueluti Orionis, id quod obtigit à cingulo ad pedes uſque idem ſemper eſt interuallum. Id, inquam, fit in ijs ſolis quæ in gyrum feruntur, quoniam ulſus omnino à circunferentia æque diſtat, quemadmodũ in opticis oſtenditur. Receptum ſiquidem eſſe oportet aſtra circuloſe ferri: in unoq; corpore reuinciri, uiſumq; à circunferẽtijs æque diſtare, ſpectatur ſiquidem ſtella aliqua inter ſublimes loco, locum ex loco non permutans, ſed in qua eſt regione in eadem reuoluta. Quandoquidem ita ad circulorum circunferentias in quibus reliqua aſtra feruntur, ubique æque diſtare uidetur. Admittendũ eſt ſane circulos omnes parallelos eſſe, & id propterea aſtra non errantia per parallelos ferri polum habentes iã dictam ſtellã. Horũ aũt nõnulla neq; orientia neq; occidẽtia ſpectãtur, eo quia in ſublimioribus circulis ferũtur, quos ſemp apparẽtes appellãt. Hæc ſiqdẽ ſunt aſtra quæ polum apparentem ſequuntur uſque ad circulum arcticum, & quæ polo propinquiora minimo circulo feruntur, maximo uero quæ longius abſunt. At quæ in arctico circulo exiſtunt horizontem radere uidentur. Quæ uero ad meridiem omnia & oriri & occidere ſpectantur, eo quia eorum circuli non ſunt toti ſupra terram, ſed eorum pars ſupra, at reliqua ſub terra. Eorũ uero ſegmentorũ quæ ſupra terram unũquodq; quo propius ad ſemper apparentium circulum maximum acceſſerit, magis apparet, eorũ uero quæ ſub terra quo propius ad dictũ circulũ accedit, minus ſpectatur. Eo quia aſtra in ſegmento orbis quod ſub terra exiſtunt inuehuntur tẽpore minimo, quæ uero in eo quod ſupra terram maiori feruntur. Quæ uero ab ijs longius abſunt ſemper ſupra terram tempus obtinent minus: quæ uero ſub terra maius, minimum uero tempus habebunt quæ ſupra terram ferũtur ea quæ in meridiem uergunt. quæ uero infra terram maius. Qui uero inter hos medij ſunt æquale tempus habent ei quæ ſub terra eſt parti. Quare orbem huiuſmodi æquinoctialem appellamus. Qui uero ab æquinoctiali circulo æqualiter diſterit, æquali tempore. & ſegmentis uiciſſim æqualibus inuehuntur, ſicut quæ ſupra terram in ſeptentrionem uergunt eis quæ ſub terra in meridiem tendunt. Quæ uero ſupra terrã in meridiem tendunt, eis quæ infra terram ad ſeptentrionem comeãt, utriuſq; enim circuli & eius qui ſupra terram, & qui ſub terra in continuum tendit idem tẽpus, apparet præterea lacteus circulus & zodiacus in parallelos obliqui exiſtentes circulos, ſeſeq; inuicẽ in circunuectione diſpeſcẽtes, ſemper hemicyclia ſuper terram habere uidentur. Iã ex his omnibus quæ dicta ſunt mundus ſphæricæ ſpeciei eſſe ſupponitur. Si enim cylindroides aut conoides eſſet. Quæ in obliquis circulis æquinoctialeq; bifariã ſecãtibus ſtellæ cõprehenſæ in ambitu, neutiquam ſemper in æqualibus ſemicirculis prouehi apparerẽt: ſed quãdoq; in maiori ſemicirculi ſegmẽto, & quandoq; in minori. Si enim conus aut cylindrus plano ſecetur, non aũt ad baſim, ſectio fit oxygoni coni quæ clypeo ſimilis eſt. Manifeſtũ igitur qđ huiuſmodi figura in medium ſecta & in longum & in latum diſſimilia ſegmenta efficiet. Manifeſtum autem quod & ſi oblique per medium ſecta fuerit, & ſic diſſimilia efficiet ſegmenta. Quod in mundo nequaquam fieri deprehenditur. hijs igitur omnibus mundus eſt ſphæricus. æqualiterq; circa axẽ uoluitur. Cuius unus quidem eſt polus ſupra terram apparens, alter uero infra terram occultus. Horizon uero uocetur per planum noſtrũ procidens in mundo circulus finiensq; ſupra terram ſpectatum hemiſphæriũ, ſi ſphæra nãque plano ſecta fuerit ſectio circulus eſt. Meridianus porro circulus appelletur,

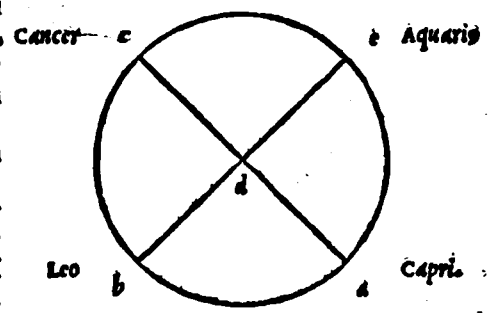
qui

qui per ſphæræ polos & recte ad horizõtẽ,puenit. Tropici uero ſunt quos per mediũ zodiacus orbis tangit,qui eoſdem cum ſphæra polos habent,ſed qui per medium curit zodiacus circulus & æquinoctialis maximi ſunt,bifariã enim inuicem ſeſe diſpeſcũt in principio arietis & libræ,ſunt namq; in diametro,& in æquinoctiali exiſtentes, coniugate oriuntur & occidunt, inter ipſos habentes ♑ ſignorum ſex ſigna, æquinoctialis uero circuli binos ſemicirculos,quandoquidem utrunque principium in æquinoctiali orbe exiſtens in eodem feratur tempore,& quæ ſupra & que infra terram eſt pars. Si enim ſphæra circa ſuũ æqualiter axẽ euoluta fuerit,omnia in ipſius ſphæræ circunferentia cõſiſtentia ſigna in æquali tempore ſimiles circunferẽtias circulorum per quos feruntur tranſibunt.ſimiles igitur æquinoctialis circuli circũferentias tranſibũt, eam ſcilicet quæ ſupra terram,& eam quæ infra:circunferentiæ igitur ſunt æquales:ſemicirculus enim utraq; eſt. Nam ab oriente in ortum,ſiue ab occidente in occaſum totus circulus eſt. Id propterea animalium circulus & æquinoctialis inuicem ſeſe bifariam diſpeſcunt. Si uero in ſphæra bini circuli ſeſe inuicem bifariam ſecuerint,uterque ſecãtium maximus eſt. Igitur zodiacus orbis.& æquinoctialis maximi ſunt,& horizon quoque maximus eſt,zodiacum enim & æquinoctionalem orbem maximos exiſtẽtes ſemper bifariam diſpeſcit,Duodecim uero animalium ſex ſemper ſupra terram, & æquinoctialis circuli ſemper ſuperne ſemicirculum habent:quæq; in eo ſunt aſtra ſimul & orientia & occidentia in eodem tempore aduenium,alterum ſiquidem ab ortu in occaſum,alterum uero ab occaſu in ortum. Ex his igitur oſtenſis manifeſtum eſt quod æquinoctialis circuli ſemicirculus in horizonte eſt. Si uero in ſphæra manens circulus bifariam maximorum aliquem ſecuerit ſemper delatum,& ſecans quoque maximus eſt,horizon igitur maximus eſt.

Theorema 1 *Apparens* 1

TErra in medio mundo eſt,centricq; ordinem obtinet ad mũdum.

Sit in mundo horizon a b,terra autem ſit uiſus noſter qui ſit ad d, ſintq; orientales partes c,occiduæ uero ſint a.ſpecteturque per dioptram iacentem ad d,ſignum cancer oriens in c ſigno,ſpectabitur igitur eadem dioptra capricornus occiduus,ſpectetur per a ſignũ & quoniã ſigna a d c.per dioptram ſpectãtur, recta igitur eſt linea quæ p a d c eſto a d c. manifeſtum iam eſt quod a d c dimetiens eſt non errantium ſphæræ & zodiaci, quandoquidẽ zodiaci ſuper horizontem ſex animalia diſcindit. Rurſus iam moto zodiaco & dioptra ſpectetur leo oriens in b ſigno: ſpectabit igitur eadem dioptra aquarius occidens, ſpectetur in e ſigno,& quoniam e d b ſigna per dioptrã ſpectantur,recta eſt linea quæ per e d b,ſit e d.



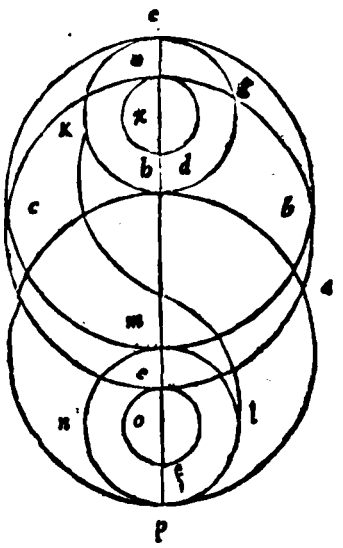
Igitur ipſa e d b diametros eſt,& non errantium ſphæræ & zodiaci circuli.patuit autẽ quod & a d c. Igitur d ſignum centrum eſt non errantium ſphæræ, eſtq; ad terrã. ſimiliter iam oſtendemus quod ſi illud ſignum,in terra aſſumatur centrum eſt mundi, terra igitur in medio mundo eſt, centrique ordinem ad mundum obtinet.

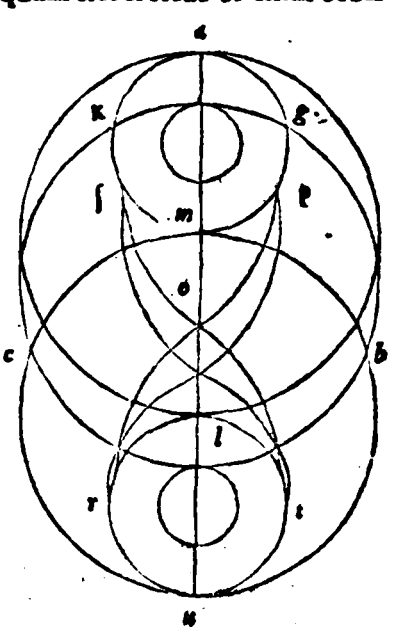
Theorema 2 *Apparens* 2

IN uno mundi ambitu,qui per polos ſphæræ circulus bis erit rectus ad horizontem,zodiacus uero circulus ad meridianum bis erit rectus, ad horizontem uero minime quando polus horizõtis fuerit inter æſtiuum tropicum circulum,ſi uero in aliquo tropicorum fuerit polus horizontis,zodiacus circulus omnino ad horizontem rectus erit, quando autem polus horizontis inter tropicos circulos fuerit,zodiacus circulus ad horizontem bis erit rectus.

Eſto horizon circulus b e c.& maximus ſemper apparentium circulorum eſto ꝛ d. maximus uero ſemper non apparentium eſto e f,æſtiuus uero tropicus ſit g h ĸ,hyber

nus autem tropicus ſit l m n, zodiacus porro circulus poſitionem habeat ſicut κ l, poſt autē ſphæræ ſint x o, ſigna, deſcribaturq; per x maximus circulus a x e o. Dico quod in uno ſphæræ ambitu, qui per polos ſphæræ circulus bis erit rectus ad horizontem, zodiacus autem circulus ad meridianum bis erit rectus, ad horizontem uero minime, quando polus horizontis inter g h κ, & d, fuerit, quod quidem qui per polos ſphæræ ad b e c, horizontem bis eſt rectus oſtēditur. Dico iam quod κ l, ad a o, meridianum bis erit rectus. Quoniam enim in ſphæra bini circuli, b c, g h k, ſeſe inuicem diſpeſcunt, perque polos eorum deſcribitur circulus maximus a h o, æqualis igitur eſt circunferentia k h, ipſi h κ, & l p, ipſi, p n, eſtque æqualis circunferentia g h κ, ipſi circunferentiæ l p n, æqualis igitur eſt l p, circunferentia ipſi k h, circunferentiæ. In quo igitur tempore κ ſignum ab ipſo exordiens k, ipſam κ h, percurrens circunferētiam in h, peruenit, in eo & l ſignum ambitum l p, percurrens in p ſignum ſtabit, & zodiacus circulus poſitionem habebit ſicut h b, p c. Nā quoniam in ſphæra bini orbes a g h κ, b h p c, ſeſe inuicem tangunt, ac per unius polum & contactum maximus deſcribitur circulus x h o b. Igitur ipſe x h o ꝙ, orbis ueniet & per ipſius h b p c, orbis polos, ad eumq; rectus erit, quare & h b p c, orbis ad ipſum x h o p, orbē rectus eſt. Rurſus quoniam a d circunferentia ipſi m n, circunferentiæ ſimilis eſt, in quo igitur tēpore a ad d, peruenit, in eodē & n ad m, & zodiacus circulus poſitionem habebit ſicut a b m c, nam quoniam in ſphæra bini orbes a b m c, a h ſeſe inuicem tangunt, perq; unius polum & contactum maximus deſcribitur circulus a x o h, rectus igitur eſt, a x h o ad a b m c, orbem, quare & a b m c, orbis ad a x h o, orbem rectus eſt. Rurſus quoniam a k circunferentia ipſi l m, circunferentiæ ſimilis eſt, in quo igitur tempore a, peruenit ad κ, in eodem & m ad l, uenit zodiacuſque circulus poſitionem habebit ſicut k l: in quo igitur tēpore κ incipiens a κ, ipſamq; κ h, percurrens circūferentiā ad h, peruenit, q temporis interuallum eſt unius ſphæræ ambitus, ipſe κ l, orbis ad b e c, orbem, bis erit ad angulos rectos. Eiſdē expoſitis ſit polus ipſius b e c κ, inter ſigna d x. Dico quod k l, circulus zodiacus ad b e c κ, horizontem neutiquam erit erectus. Si enim orbis κ l rectus eſt ad orbem, b e c κ, ipſum per polos diſpeſcit, tranſietq; per polum exiſtentem inter d x, ſecabit quoque ipſum g h κ, tropicum quod eſt impoſſile, idq; propterea k l zodiacus nō erit rectus ad b e c κ, horizontem. Sit autem horizōtis polus in l m n, in m, ſigno. Dico quod omnino orbis κ l, ad horizontem rectus erit. Nam quoniam κ m, circunferentia ipſi l n circunferentiæ, eſt æqualis. In quo igitur tempore k, ipſam k m, percurrens circunferentiam ad m, peruenit, in eodem l in n, erit & zodiacus circulus poſitionem habebit ſicut b k c. Quoniam igitur b m, ipſum n b c, horizontē per polos ſecat ipſumq; bifariam ſecat & ad angulos rectos. Rectus igitur eſt zodiacus circulus ad horizontē. Eſto aūt polus horizōtis inter tropicos ſitque o ſignū. Dico q k l circulus ad horizontē bis erit rectus, deſcribātur p polū o maximi orbes ſ o t, p o r, tangentes ipſum a g m k. tanget iam & ipſum t n r, & quoniam orbis p o r, ipſum g e k. per polos ſecat bifariam & ad angulos rectos ipſum ſecat, rectus ergo eſt circulus p o r, ad g e k. Idque proprerea iā orbis ſ o t, ad g k e, rectus eſt. Et quoniam qui ex k ſemicirculus ſicut ad k l partes contactum non admittit ipſū ſ ſemicirculus ſicut ad ſ t partes, ſimilis & κ ſ, circūferentia ipſi l t, cir-



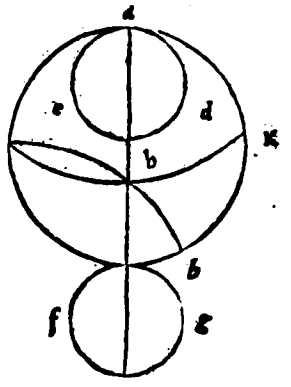


l t,circunferentiæ:in quo igitur tempore k in ſperuenit in eodem & l in t,& k l,circulus coheret in ipſo f t,circulo a t,ſt,circulus ad g e k rectus eſt:& k l,igitur ad e k,rectus eſt. Rurſus quoniam ſm p,circunferentia ipſi t n r,eſt ſimilis:in quo igitur tempore ſ in p, in eodem quoque & t in r uenit,& circulus zodiacus conuenit in circulo p o r,& p r,ad g e k, rectus eſt,& zodiacus circulus rectus eſt ad g e k,horizontem,bis igitur zodiacus circulus ad horizontem rectus eſt.

Theorema 3 *Apparentis 3*

ASTrorum non errantium,ortus occaſuſq; efficientium unūquodque iuxta eadem horizontis ſigna oritur & occidit.

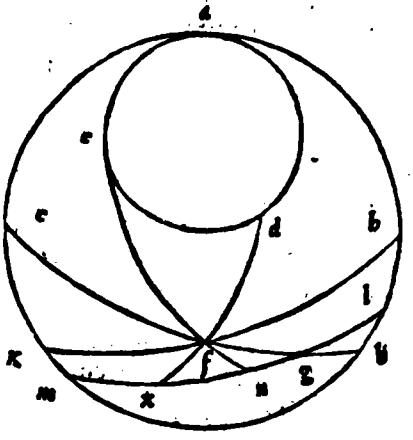
Sit in mundo horizon a b c maximus autem ſemper apparētium eſto circulus a d e,non apparentium uero maximus eſto b g ſ,aſſumanturq; ſignum h ortus & occaſus facientiū. ſintq; orientales partes c,occiduæ uero ſint k. Dico quod h ſignum ſemper iuxta eadem horizontis ſigna oritur,& occidit euoluta ſphæra,ſit orbis per quem ſignum h cōuertitur ſitq; k h c,igitur orbis k h c, ipſum horizontem ſecat eſtque rectus ad ipſius ſphæræ axem.Ipſi autem axi ad angulos rectos exiſtentes circuli,horizontemq; diſpeſcentes, ortus & occaſus per eadem horizōtis ſigna efficiunt,orbis igitur k h c,per c ſignum oritur,& per k occidit, fertur aūt h ſignum in circunferentia ipſius k h c circuli,& h igitur ſignum per ſignū c oritur,& per k occidit.



Theorema 4 *Apparens 4*

ASTrorum in maximi circuli ambitu exiſtētiū,maximūq; ſemper apparentiū non tangētis,neq; ſecātis quæ prius oriuntur,prius & occidūt & qui prius occidūt prius oriūtur.

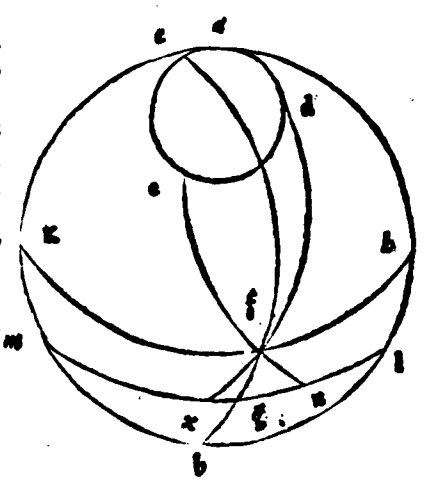
Sit in mundo horizon a b c. maximus autem ſemper apparentium ſit a d e, alius autem maximus orbis eſto e f b. non ſecans circulum a d e, neque ipſum tangens. Aſſumanturq; in ipſius c f b,circuli circunferentia bina contingētia ſigna ſintq; f g. Dico quod ipſorum f g ſignorum,quod prius oritur prius & occidit,& prius occidens,prius oritur. Sint autem orientales partes c,occiduæ uero ſint b, ſintque paralleli circuli per quos ſigna f g,inuehuntur h k.l m & per f maximus deſcribatur circulus n f e, ipſum a d e.circulum tangens ut tamen non tangat ſemicirculum qui ex e ſicut ad partes e f n.ei qui ex a ſemicirculo ad a c:partes ſimilis igitur eſt k f,circunferentia, ipſi m n, circunferentiæ, reliqua igitur f h, circunferentia & continua ei ſub terram uſque ad k, ſignum ſimilis eſt ipſi n l,circunferentiæ & ei continuæ ſub terram uſque ad m ſignum. In æquali igitur tempore f n, ſigna ipſas f h,n l,& eis continuas uſque ad k m, ſigna circunferentias pertranſeunt. Ipſa igitur f n, ſigna ſimul oriuntur & g ipſo n prius oritur, & g igitur ipſo f, prius oritur. Dico quod & prius occidit, deſcribatur per f ſignum maximus circulus x f d, ipſum a d e, circulum tangens, ut a b d, ſemicirculus ad partes d f x, ipſi a. ſemicirculo ad partes a h, non concurrat.ſimilis igitur eſt f h, circunferentia ipſi x l. In æquali igitur tempore f, ſignum ipſam f h, circunferentiam tranſit,& x ſignum ipſam n l circunferentiam. Igitur f ſigno in h ducto. & x, in l, ſtabit. Ipſa igitur f x, ſigna ſimul occidunt: & g, ipſo x, prius occidit,& g ipſo igitur f, prius occidit: ſimiliter iam demonſtrabimus quod & prius occidens prius & oritur.



Theorema 5 *Apparens 5*

ASTRORVM in maximi orbis ambitu qui maximum ſemper apparẽtium ſecat, exiſtentium, quæ in ſeptentrione ſunt prius oriuntur poſterius uero occidũt.

Eſto in mũdo horizon a b c, maximus autẽ ſemper apparẽtiũ ſit a d e, alius autẽ maximus circulus eſto c f b, ipſum a d e, circulum diſpeſcens. Aſſumanturque in ipſius c f b, orbis ambitu bina contingentia ſigna. ſitq; f, ſignum ad ſeptẽtrionem. Dico quod f, ſignum ipſo g prius quidem oritur, poſterius autem occidit. Sint orientales quidẽ partes c, occiduæ uero ſint b ſintque circuli paralleli per quos f g, ſigna inuehũtur h k, l m, deſcribaturq; per f ſignum maximus circulus n f e, ipſum a d e, circulum tangens, ut non tangat eũ qui ex a, ſemicirculũ ad partes f g, et qui ex a ſemicirculo, ſicut ad a c k, partes. Similis ergo eſt f k, circunferentia ipſi n m circunferentiæ. Reliqua igitur h f, circunferentia & continua ei ſub terram uſque ad k ſignum ſimilis erit ipſi n l, circunferentiæ & ei cõtinuæ ſub terrã uſq; ad m ſignũ. In æquali igitur tẽpore ipſa f n, ſigna ipſas f h. n l, circũferentias, & eis continuas uſq; ad k m, ſigna percurrẽt. Igitur ipſa f n, ſigna ſimul oriũtur. Ipſum autẽ n ipſo f prius oritur, & f ipſo g igitur prius oritur.

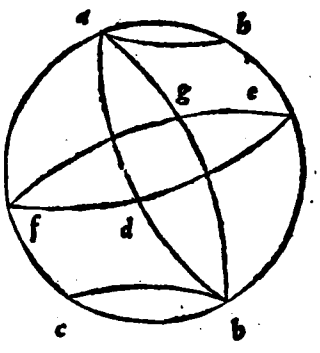


Dico quod & poſterius occidit. deſcribatur per x ſignum maximus circulus f d, ipſum a d e, circulum tangens, ut non tangat eum qui ex d, ſemicirculum ſicut ad partes d f, ei qui ex a ſemicirculo, ſicut ad a h partes. Similis igitur eſt f h, ambitus ipſi x l, ambitui. In æquali igitur tempore f, ipſum f h, ambitum, & x ipſum x l, perficit. Ipſo igitur f in h ſigno exiſtente, & x in l ſtabit. ipſa igitur x f, ſigna ſimul occidunt. Ipſum autem g prius ipſo x occidit. Igitur & g ipſo f prius occidit. quare & x ipſo g poſterius occidit, patuit autem quod & prius oritur. Igitur ipſum f ipſo g prius oritur, poſterius autem occidit.

Theorema 6 *Apparens 6*

IN zodiaco circulo aſtra conſiſtentia in diametro coniugate oriũtur & occidunt, ſimiliter & qui in æquinoctiali.

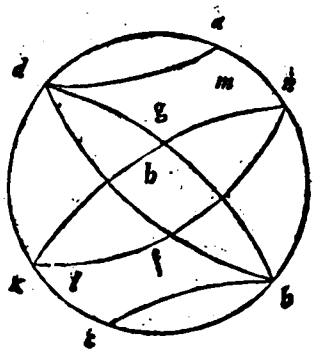
Sit in mundo horizon a b c, zodiacus autẽ circulꝰ poſitionẽ habeat a d b, æquinoctialis aũt eſto e f d, ſintque ipſorum quidem ſegmẽta ſuper terram a g b, e g f, in diametro igitur eſt a, ſignum ipſi b ſigno, & e ipſi f. Dico quod ipſa a b & e f, ſigna coniugate oriuntur & occidunt. Sint orientes partes a, occiduæ uero b, & ſint paralleli circuli per quos ſigna a b, inuehuntur a h, b c, ſitq; ſegmẽtum a h ſuper terram, at b c infra terram. Quoniam a ipſi b & e ipſi f eſt in diametro, æqualis igitur eſt circunferentia, e b ipſi a f, circunferentiæ. Sed e b, ipſi f c, eſt æqualis. & a f igitur ipſi f c, eſt æqualis, éſtque maximus parallelorum e f d, æquus igitur eſt orbis a h ipſi b c, orbi, ſuntq; ipſorũ ſegmenta quæ uiciſſim a h, b c, æqualis igitur eſt a h, circunferentia ipſi b c circunferentiæ. In æquali igitur tempore a ſignũ ipſum a h, ambitum tranſiens in h ueniet, & b ipſam b c, circũferentiam perficiens ueniet in c. Sed a ipſam a h, percurrens in h proueniens occidit. at b ipſam b c, currens in c, quod proueniens, oritur. Ipſo igitur a occidente, ipſum b oritur, ſimiliter demonſtrabimus quod & a oriente b occidit. Rurſus quoniã uterq; ipſorum e g f, f d e, ſemicirculus eſt, æqualis eſt ambitus f g e. ipſi f d e. ambitui. In æquali igi-



tur tempore f.ſignum ipſam f g e,circunferentiã efficiens in e,ueniet & e ipſum efficiens ambitum e d f in f ueniet. Sed f quidem per f g e,circunferentiam ductus in e,quod proueniens occidit. At e,per e d f,ambitum inuectus in f,quod perueniens oritur. Ipſo igitur f occidente e,oritur,ſimiliter iam demonſtrabimus quod f ipſo oriente ipſum e occidit. Similiter autẽ & omnia in zodiaco & æquinoctionali aſtra conſiſtẽtia in diametro coniugate oriuntur & occidunt.

Aliter ex impoßibili.

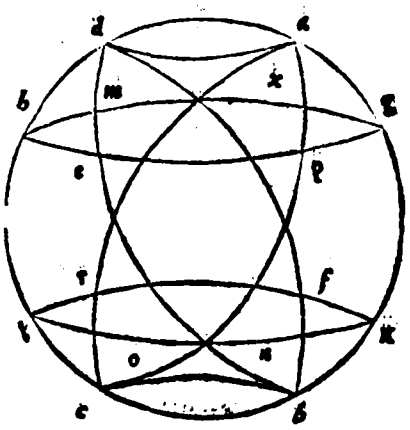
Sit horizon circulus a b c d,æſtiuus autem tropicus ſit a d, hybernus uero b c zodiacus porro poſitionem habeat ſicut d g b f,ſintque in d g b f in diametro ſigna f g, dico quod ipſo f oriente, ipſum g, occidit. Si autem eſt poſſibile, non occidat, ſed eſto h, occidens & per f h, paralleli deſcribantur circuli n h,f k. quare f ſigno oriẽte per k ipſum h,occidet per n,& zodiacus circulus poſitionẽ habebit ſicut m n l k,& quoniam unuſquiſq; ipſorum a b c d, m n,l k, maximus eſt:in diametro igitur eſt k ipſi n, ſed & k ipſi f,eſt idem, & n ipſi h,igitur f ipſi h.eſt in diametro, ſed & g, quod eſt impoſſibile. Igitur oriente ipſo f, ipſum g occidit.



Theorema 7 *Apparens 7*

ZOdiacus circulus per omnem horizontis locum inter circulos tropicos oritur & occidit quando maximus ſemper apparentium maior fuerit circulo tropico, conuerſionesq; contrarias fecerit tranſmutatus, quando enim ortus ad meridiem cum ipſo ad ſeptentrionem occaſu immutatus fuerit, tranſmutatus apparet, quãdo uero ortus ſeptentrionalis cum ortu meridiano immutatus fuerit: tranſmutatus apparet, & quandoq; aliter ſupra nos ſtabit.

Sit in mundo horizon a b c d, æſtiuus quidem tropicus ſit a d, hybernus uero tropicus b c, zodiacus circulus poſitionem habeat d e b, ſitque d e b, ſegmentũ infra terrã at, d f b ſupra terram. Dico quod zodiacus circulus per omnẽ horizontis locũ inter tropicos oritur & occidit, conuerſionesq; efficit oppoſite tranſmutatus: quãdo enim ortu meridiano eo qui ad ſeptentrionem immutatus fuerit, tranſmutatus apparet, & quãdoq; aliter ſupra nos ſtabit. Sint quidem partes oriẽtales d c occiduæ uero a b, quod igitur zodiacus quidem circulus per omnem horizontis inter tropicos locum oritur & occidit, manifeſtũ eſt. quandoquidem maximos tangit orbes; fuerit autem unus eorum quem tangit horizon. Dico autem quod & conuerſiones oppoſitæ immutatus efficit, aſſumãtur æquales & ex oppoſito circunferentiæ, d e, b f, deſcribanturque paralleli circuli per quos ſigna e f, g h, k f l. Quoniam circũferentia d e ipſi b f, circunferentiæ eſt æqualis, communis apponatur e b, tota igitur d e b, toti e b f: eſt æqualis, ſemicirculus autem eſt d e b, ſemicirculus igitur eſt & e b f: in diametro igitur eſt per præcedentem e ſignum ipſi f ſigno, & quoniam circunferentia e d, ipſi d m, circunferentiæ eſt æqualis. & b f ipſi b n. Sed d e ipſi b f eſt æqualis. & d m igitur ipſi b n eſt æqualis. Communis apponatur m b. tota igitur d m b toti m b n eſt æqualis. ſemicirculus autem eſt d m b, ſemicirculus igitur eſt m b n, igitur per præcedentem in diametro eſt m ſignũ ipſi n ſigno, & quoniam per præcedẽtem zodiaci circuli in diametro ſigna exiſtentia coniugate oriuntur & occidunt. Ipſo igitur d ſigno oriẽte per ſignum d ipſum b, quod ei eſt in diametro ſignum occidit, & ipſo igitur e oriente per h ſignum f, quod

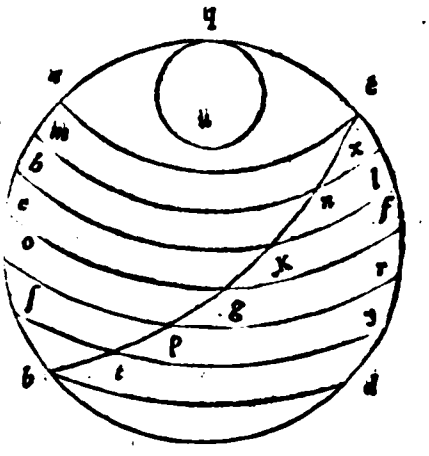


f,quod ei eſt in diametro occidit per k ſignum,& ipſo n ſigno oriente per l,ſignum ipſum m,quod ei eſt in diametro ſignum per g. ſignum occidit & inſuper ipſo b, ſigno per c oriente,ipſum d,quod ei eſt in diametro per a occidit. Quando igitur zodiacus circulus ortu meridiano cum occaſu ſeptentrionali immutatus fuerit, tranſmutatus apparet. Dico quod & quando ortu qui ad ſeptentrionem,occaſu eo qui ad meridiem permutatus fuerit immutatus apparet. Oriente ſiquidem d e b,ſemicirculo, zodiacus circulus poſitionem habebit a x c. Similiterq; oſtendemus quod in diametro eſt ipſum quidem x ſignum ipſi o ſigno & r ipſi p. Et quoniã ſigno c oriente per c.quod in diametro ipſi c,eſt a,ſignum occidit per a. Ipſo autem o,per l.ſignum oriente,ipſum x, quod eſt ei in diametro per g ſignum occidit. Ipſo autem p ſigno per h,oriente ipſum r,quod ei eſt in diametro per k occidit. Et inſuper ipſo a ſigno,per d oriente, ipſum c, quod ei eſt in diametro per b occidit. Quãdo igitur zodiacus circulus ortu ſeptentrionali eo qui ad meridiem immutatus fuerit,permutatus apparet, patuit autẽ quod & quãdo ortu meridiano occaſu ſeptentrionali immutatus fuerit,permutatus apparet, & manifeſtũ quod quandoq; aliter ſupra nos ſtabit,Quãdo enim zodiaci circuli contactus fuerit in bifaria ſectione ſegmenti quod ſupra terram tropici æſtiui ad nos erit rectus: quando uero in bifaria ſectiõe ſegmenti quod infra terram æſtiui tropici humilior ad nos erit,ſemperque longius factus à bifaria ſectione ſegmenti circuli quod ſupra terram æſtiui tropici ualde erit proclinatus,ſimiliter autem erit inclinatus æque diſtans ab utraque bifaria ſectione.

Theorema 8 *Apparens 8*

SIgna in inæqualibus horizontis ſegmentis oriũtur, & occidunt, & in maximis quæ ad æquinoctialem, in minoribus autem quæ hæc ſequuntur, in minimis uero quæ ad tropicos, in æqualibus quæ ab æquinoctiali circulo æque diſtant.

Sit horizon circulus a b c d,tropici autem a c,b d,maximus uero ſemper apparentium ſit q u,zodiacus porro circulus poſitionẽ habeat c b,æquinoctialis circulus ſit e f. Secẽturq; uterq; ipſarum c g,g b,in tria æqualia per n k,p t. ſigna. Dico quod ipſæ c n,n k,k g,g p,p t,t b,circumferentiæ in æqualibus horizontis ſegmentis oriuntur & occidunt. In maximis ipſæ k g,g p,in minoribus autem,k n,p t,in minimis uero c n,b t,in æqualibus k g,ipſi g p,& k g,ipſi p t,& n c,ipſi t b. Sint per quos inuehuntur ipſa.n k,p t,ſigna paralleli circuli m x,h l,o r,ſ y. Quoniam ipſæ g k,k n,n c, ſunt adinuicẽ æquales:ipſæ igitur,f l,l x,x c, adinuicem ſunt maiores incipientes à maxima f l. Idq; propterea ipſæ quidem e h,h m,m a.inuicem ſunt maiores incipientes à maxima e h,& inſuper ipſæ quidem f r,r y y d,ab ipſa f r,maxima incipientes inuicem ſunt maiores,& inſuper ipſæ e o,o ſ,ſ b,ab ipſa e o, maxima incipientes inuicem ſunt maiores,& quoniã ipſæ c n.n k.k g,g p,p t,t b. oriũtur quidẽ per c x,x l, l f.f r,r y.y d circunferentias.occidunt autem per a m,m h.h e,e o,o ſ.ſ b.quare in inæqualibus horizontis ſegmentis oriuntur & occidunt. Et quoniam in ſphæra, paralleli circuli,h l,o r,maximi alicuius circuli circunferentias ipſius c b,hoc eſt p g,g k, æquas auferunt ad maximum parallelorum e f, æqualis igitur eſt circulus h l, ipſi o r circulo. Quoniã igitur in ſphæra æquales & paralleli circuli h l,o r.maximi alicuius circuli circunferentias ipſius a b c d,ipſas l f,f r,auferunt ad maximum parallelorum e f. æqualis eſt circunferentia l f.ipſi f r.circunferentiæ. Similiter autem oſtendemus, quod circunferentia f x.ipſi f y,circunferentiæ eſt æqualis. Reliqua igitur x l, reliquæ r x, per tertiam communem ſententiam eſt æqualis. Iam id propterea & c x, ipſi y d. Signa igitur in inæqualibus horizontis ſegmentis oriuntur & occidunt: in maximis quidẽ quæ ad æquinoctialem,in minori quæ ea ſequuntur.in minimis uero quæ ad tropicos,in æqualibus porro quæ ab æquinoctiali circulo æqualiter diſtant.

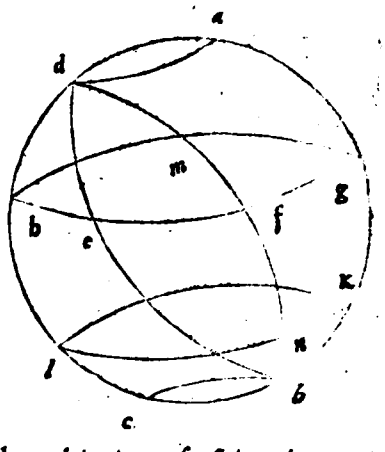


Theo

Theorema 9 Apparens 9

SIgnorum circuli ſemicirculi qui exordium in eodem parallelo nõ habuerint inæquali tempore oriuntur toti, & in pluri qui cũ cancro, in minori autem qui ſubſequuntur, in minimis uero qui cum capricorno, quicunq; autem exordium in eodem habuerint, parallelo in æqualibus temporibus oriuntur.

Sit in mũdo horizon a b c d, æſtiuus autem tropicus ſit b c, zodiacus uero circulus poſitionem habeat d e b f, ſintque orientales partes quidem c d, occiduæ uero a b & d e b, ſit qui poſt cancrum ſemicirculus, at b f d, ſit qui poſt capricornum. Dico quod ipſius zodiaci circuli ſemicirculi qui exordium in eodem non habent parallelo inæquali tempore oriuntur & in pluri quidem qui cum ipſo cancro d e b, in minori qui hunc ſubſequuntur, in minimo autem qui cum capricorno b f d, quicunque uero exordium in eodem parallelo habuerint æquali tempore oriuntur, auferantur æquales circunferentiæ d e, b f. Deſcribanturq; paralleli circuli g e h m, k f l n, per quos inuehuntur ipſa, e f ſigna. Sintque eorum quæ ſupra terram ſegmenta g m h, k f l. Similiter iam oſtendemus, ſicut in præcedentibus quod in diametro eſt e ſignum p̃i f ſigno, & m ipſi n. Et quoniam ipſa a d circunferentia, ipſa m h, circunferentia eſt maior aut ei ſimilis. Ipſa autem g m h, ipſa k f l, & inſuper k f l, ipſa b c. In maiori igitur tempore d ſignum, incipiens a, d, ipſam d a, circunferentiã ambit: quam e incipiens ab h, ipſam h m g, circunferentiã ambit. Et e ab ipſo h incipiẽs in maiori tempore ipſam h m ambit, quàm n incipiens ab l ipſam l f k ambit circunferentiam, & n ab ipſo l inciptens in maiori tempore ipſam f k ambit quàm b ab ipſo c incipiens ipſam c b ambit circunferentiam. Sed in quo quidẽ tempore d ſignum ipſam d a, ambit circunferentiam, in eo & ei exiſtens in diametro b ſignum ipſam b c ambit c rcunferẽtiam, & ſemicirculus d e b, oritur. In quo autem tempore e incipiens ab ipſo h ipſam h m g ambit circunferentiam in eo f, ei in diametro exiſtens incipiens a k, ipſam k n l, ambit circunferentiam, & ſemicirculus e b f, oritur. In quo uero tempore n incipiẽs ab ipſo l ipſam l f k, ambit circunferẽtiam, in eo m & in diametro exiſtens incipiens ab ipſo g, ipſam g e h, ambit, & ſemicirculus n b m oritur. In quo uero tempore b incipiens ab ipſo c, ipſam c b ambit, in eo ipſum d ei exiſtens in diametro incipiens ab a, ipſam a d ambit: & ſemicirculus b f d, oritur. In maiori igitur tempore ſemicirculus qui cum cãcro oritur, hoc eſt ipſe d e b, minore uero eo quod in d e b ipſe e b f, & inſuper ipſe n b m, in minori ipſo e b f, in minimo demum qui capricorno. Dico inſuper quod quæcunque, exordium in eodem parallelo humerini æquali tempore oriuntur, habeant enim ipſi m d n, e b f, ſemicirculi exordium in eodẽ parallelo, dico quod æquali tempore ipſi m d n, e b f, ſemicirculo oriuntur: quoniam in æquali tempore m ſignum incipiens ab h, ipſam h m g, ambit circunferentiam. & e incipiens ab h, ipſam h m g, ambit circunferentiam, ſed in quo tempore m ſignum incipiens ab h ipſam h m g ambit, in eodẽ quod ei eſt in diametro n incipiens a k ipſam k n l, ambit circunferentiam, & ſemicirculus m d n oritur. In quo autem tempore e ſignum incipiens ab h ſigno ipſam h m g ambit circunferentiam, in eodem quod ei eſt in diametro f incipiens ab ipſo k ipſam k n l, ambit circunferentiam, & ſemicirculus e b f, oritur. In æquali igitur tempore ipſi m d n, e b f, ſemicirculi oriuntur.



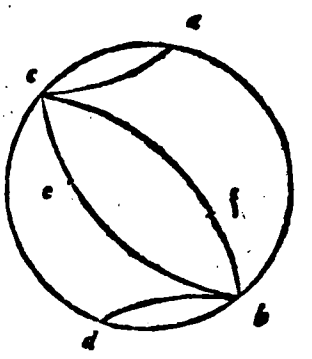
Theorema 10 Apparens 10

SI zodiaci circuli bini ſemicirculi cõmunem quandã habentes circũferentiam inæquali tempore orti fuerint, & ex oppoſito circunferentiæ inæquali tempore oriuntur, & eædem erunt differentiæ

tẽpore

tempore in quibus ſemicirculi & circunferentia quæ ex oppoſito oriuntur, & ſi zodiaci circuli bini ſemicirculi æquali tempore communem quandam habentes circunferentiam orti fuerint, & quæ ex oppoſito circũferentiæ æqualibus temporibus orientur.

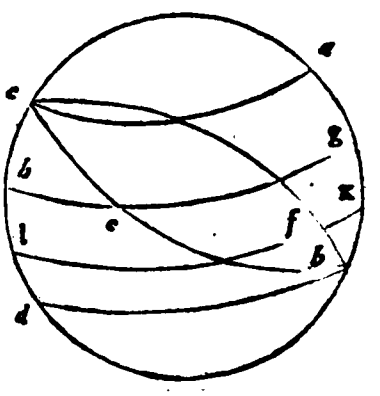
Sit horizon circulus a b c d, tropicus uero æſtiuus ſit a c, hybernus aũt ſit b d, zodiacus porro ſit b c. Aſſumanturq; æquales circunferentiæ c e, b f, ipſi igitur ſemicirculi c e b, e b f, inæquali tempore oriũtur. Dico quod & ipſæ c e, b f, circunferentiæ in æquali tempore oriuntur. Nam quoniam c e b, ipſo e b f, in maiori oritur tempore communis auferatur ipſius e f, circunferentiæ ortus tempus: ipſa enim a b, circunferentia eadem ſed in æquali oritur. Reliqua igitur c e, ipſa b f in maiori tẽpore oritur. & manifeſtũ quod eodem ſunt differentiæ tẽpore in quibus ipſi c e b, e b f, ſemicirculi oriuntur. & quæ ex oppoſito circunferentiæ c e, b f. Manifeſtum autem quod ſi ſemicirculi aliqui æquali tempore orti fuerint, & quæ ex oppoſito circunferentiæ æquali tempore orientur.

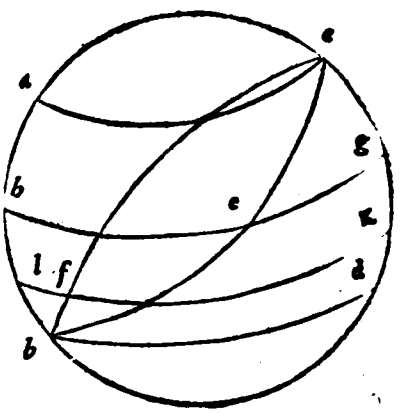


Theorema 11 *Apparens* 11

11 SOdiaci circuli æqualium & ex oppoſito circunferẽtiarum in quo tempore altera oritur, & altera occidit, & in quo altera occidit altera oritur.

Sit horizon circulus a b c d, tropicus autem æſtiuus ſit a c, hybernus autem b d, zodiacus ſit c b, aſſumanturque in ipſo æquales circunferentiæ ex oppoſito c e, b f. Dico quod in quo tempore c e, oritur b f, occidit. Sint per quos inuehuntur e f, ſigna paralleli circuli g h k l, & quoniam aſtra in zodiaco in diametro exiſtentia per 6 theorema coniugate oriuntur & occidunt. Ipſo igitur e oriente f occidit. In quo igitur tempore e, incipiens a b e, ipſam e h, ambiens circunferẽtiam uenit in h, in eodem & f ab ipſo f incipiens f k ambiens ad k uenit, Sed quando e ipſam e h ambiens ad h uenit, circũferentia e c, oritur: quando uero f ipſam f k ambiẽs ad k uenit, occidit b f circunferentia. In quo igitur tempore c e, circunferentia oritur in eodem f b, circunferẽtia occidit. Dicoq; & in quo tẽpore b f oritur, occidit ipſa c e. Immutetur enim in b a, caſu zodiacus circulus, habeatq; poſitionem ſicut c e b. Dico quod in quo tempore b f oritur, ipſa c e, occidit. Quoniam f ipſi e ſigno in diametro eſt, ipſo igitur f oriente, ipſum e, occidit. In quo igitur tempore f ipſam f l, ambiens circunferentiam ad l uenit. In eodem & e ipſam e g, circunferentiam percurrens ad g, uenit. Sed quãdo f ipſam f l, circunferentiam ambiens peruenit ad l. ipſa b f oritur. Quando uero e ipſam e g ambiẽs ad g uenit ipſa c e occidit. In quo igitur tẽpore b f, ambitus oritur, in eodem & c e, ambitus occidit.



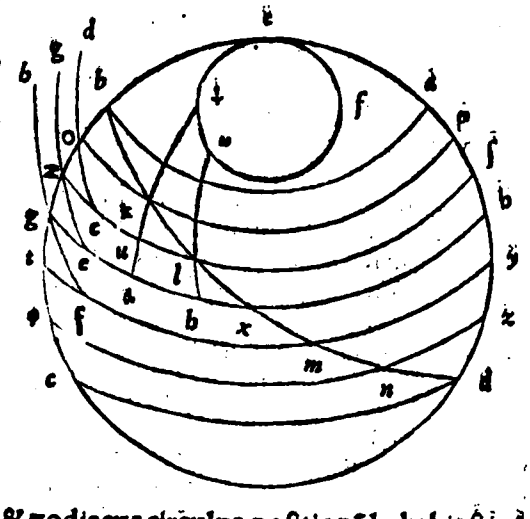


Theorema 12 *Apparens* 12

12 SEmicirculi qui cum cancro æquales circunferentiæ inæqualibus temporibus occidũt, & in maiori quæ ſũt ad

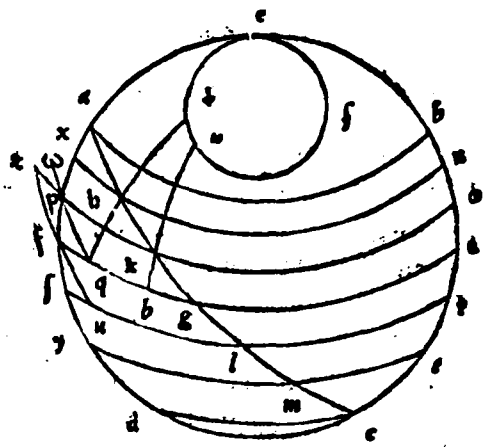
ad tropicorum contactus, in minori autem quæ has ſubſequũtur, in minimis uero quæ ad æquinoctialẽ, æqualibus porro qui æqualiter diſtant ab æquinoctiali circulo & occidunt & oriuntur.

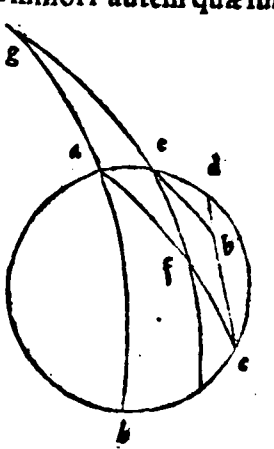
Eſto horizon circulus a b c d, maximus autem ſemper apparentiũ ſit e f, tropicus uero æſtiuus ſit a b, hybernus ſit c d, ſit porrò cum cancro ſemicirculus qui ſuper terram b d, æquinoctialis circulus ſit h g. Secetuŕq; utraq; ipſarum b x, d x, in tria æqualia per ſigna κ l, m n. Dico quod ipſæ b κ, κ l, l x, x m, m n, n d, in æqualibus tẽporibus occidunt & in maiori quidem ipſæ b κ, n d, in minoribus ipſæ κ l, m n, in minimis uero ipſæ l x, x m, in æqualibus porrò ipſa quidẽ l x, ipſi x m, ipſa κ l, ipſi m n, & b κ ipſi n d. Sint per quos inuehũtur ipſa k l, m n, ſigna paralleli circuli p o, ſ r, y t, z φ. Deſcribantur per κ l, maximi orbes ♄ a, ♃ b, ipſum tãgentes circulum e f. Quoniam ipſæ b κ, κ l, l x, adinuicẽ ſunt æquales, ipſæ igitur g a, a b, b x, ſunt adinuicẽ maiores incipientes ab ipſa g a maxima. Quoniam igitur g a ipſa a b maior eſt, ſed g a ipſi o k eſt ſimilis, & a b ipſi u l & o κ, igitur ipſa u l maior eſt uel ei ſimilis. Ipſa autem l r maior fuerit uel ſimilis o κ. Sit ipſi o k ſimilis l c. In quo igitur tempore k, ſignum incipiẽs ab ipſo κ, ipſam κ o, ambiens circũferentiam ad ipſum uſq; peruenit o. In eodẽ & l, incipiens ab ipſo l, ipſam l c ambiens perueniet ad c, & zodiacus circulus poſitionẽ habebit ſicuẽ c o d. Quoniam igitur o κ circunferentia ipſi l c ſimilis eſt, ſed o κ ipſi r u eſt ſimilis, & r u igitur ipſi l c eſt ſimilis, ſuntq; eiuſdem circuli. Aequalis igitur eſt r u ipſi c l, cõmunis auferatur c u. Reliqua igitur r c ipſi u l eſt æqualis, & o κ ipſa u l eſt maior aut ei ſimilis, & o κ igitur ipſa r c maior eſt aut ſimilis ei, in pluri ergo tempore κ ipſam κ o circũferentiam ambiens peruenit ad o q̃ c, incipiens a c ipſam c r ambiens circũferentiam ueniat ad r. Sed in quo quidem tempore κ ipſam κ o ambiens circũferentiam, uenit ad o, ipſa b k cirũferentiã occidit: in quo autem tempore c ipſam c r ambiens circũferentiã, peruenit ad r, occidit circũferentia κ l. In maiori igitur tẽpore occidit b κ q̃ κ l. Rurſus quoniam minor eſt a b ipſa b x, ſed a b ipſi u l eſt ſimilis, & ipſa igitur u l ipſa b x, maior eſt uel ei ſimilis, multo igitur maior eſt r l ipſa b x, uel ei ſimilis. Ipſa autem g x minor, uel ei ſimilis, ſit ipſi r l ſimilis x e. In quo igitur tempore x ipſam x e, circũferentiam ambiens ad e, uenit in eodem & l ipſam l r, circũferentiam ambiens ad r, uenit & zodiacus circulus poſitionem habebit ſicut e r g. Quoniam igitur circunferentia r l ipſi e x ſimilis eſt, ſed r l ipſi g b eſt ſimilis, & g b igitur ipſi e x eſt ſimilis, & ſunt eiuſdem circuli, æqualis igitur eſt g b ipſi e x circũferentiæ, cõmunis auferatur e b: reliqua igitur g e, reliquæ b x eſt æqualis. Et quoniam u l ipſa b x, maior eſt aut ſimilis ei, æqualis autem eſt ipſa quidem u l ipſi r c, & b x ipſi g e, & r c igitur ipſa g e, maior eſt aut ei ſimilis. In maiori igitur tempore c ipſam c r, circũferentiã ambiens ad r uenit q̃ e, ipſam e g percurrens ad g ueniat. Sed in quo tempore c ipſam c r, circũferentiam ambiens ad r uenit, ipſa c o circũferentia occidit, hoc eſt ipſa κ l circũferentia occidit. In quo igitur tempore e ipſam e g, circũferentiam ambiens ad g peruenit, ipſa e r, hoc eſt l x circũferentiã occidit. In pluri ergo tẽpore k l occidit quàm l x. Rurſus quoniam t m ipſa n x, maior eſt aut ei ſimilis ſit ipſi g x, ſimilis m x. In quo igitur tempore x, incipiens ab ipſo x ipſam x g, ambiens circumferentiam ad g peruenit. In eodem & m ipſam m x, ambiens circũferentiam perueniet ad x, & zodiacus circulus poſitionem habebit ſicut x g h. Et quoniam in ſphæra paralleli circuli t y, r l, maximi cuiuſdam circuli ambitus ipſius b d, ipſos l x, x m, æquos auferunt ad maximũ parallelorũ orbem g h, æquus eſt r ſ ipſi t y. Quoniam igitur in ſphæra æquales & paralleli circuli r ſ, y t, maximi cuiuſdam circuli ambitus a b, c d, ad maximum parallelorũ g h auferunt, æqualis eſt t g ipſi g r, eſt autem & x n ipſi g h æqualis. Quoniam l x ipſi x m eſt æqualis: æqualis igitur eſt & quæ ab h in r ei quæ ab t in f. Eſtq; orbis r ſ ipſi t y orbi æqualis, æqualis igitur eſt circũferentia h r ipſi t f, circumferentiæ.



T Sed

Sed ipſa quidem h r ipſi g e, ambitui eſt ſimilis, & ipſa g e igitur ipſi t f eſt ſimilis. In quo igitur tempore e, incipiens ab ipſo e ipſam e g, circũferentiã ambiens ad g peruenit. In eodem & f ipſam f t, ambiẽs ad t peruenit. Sed in quo quidem tempore e ad g peruenit, occidit g r ambitus, hoc eſt l x circũferentia. In quo autem tempore f ad t peruenit, occidit f g ambitus, hoc eſt x m. Igitur l x ambitus ipſi x m, circũferentiæ in æquali tempore occidit. Similiter iam oſtendemus ϕ & k x ipſi x n, in æquali occidit tempore quarũ l x ipſi x m, in æquali tempore occidit. Reliqua igitur k l ipſi m n, in æquali occidit tẽpore. Similiter iam oſtendemus ϕ & b k ipſi n d, in æquali occidit tempore. Et quoniã in pluri tempore b k occidit c̃ k l, & k l c̃ l x. Sed in quo tempore b k occidit in eodem & d n. In quo igitur tẽpore k l in eodem & m n. In quo autẽ l x in eodem x m, & ipſa quidem d n, igitur ipſa n m in maiori occidit tẽpore, & n m ipſa m x. Dico ϕ & ipſa l x ipſa x m, in æquali tempore oritur, & k l ipſa m n, & b k ipſa n d, inſpiciãturq; ea quæ in ſecunda deſcriptione dicta ſunt, ſitq; cum cancro ſemicirculus q ſub a c, diuidaturq; utraq; ipſarũ a g, g c, in tria æqualia per h k l m, ſigna, paralleli autẽ circuli ſint n x, o p, ſ r, t y, quoniam f g ipſa k p, maior eſt uel ei ſimilis. Sit ipſi k p ſimilis g q. In quo igitur tempore k, incipiens ab ipſo k ipſam k p, ambiẽs ad p, peruenit in eodem & g, incipiens ab ipſo g, ambiens ipſam g q, circũferentiã erit in q. Et zodiacus circulus poſitionem habebit, ſicut q p z. Rurſus quoniam l ſ ipſa g f, maior eſt aut ei ſimilis. Sit ipſi g f ſimilis l u. In quo igitur tempore g ipſam g f, ambiẽs peruenit ad f. In eodem & l ipſam l u, ambiẽs peruenit ad u. & zodiacus circulus poſitionẽ habebit, ſicut u f ω. Et quoniam in ſphæra paralleli circuli o p, r ſ, maximi cuiuſdam orbis circũferentias ipſius, ac ipſas l n, g k, æquas auferunt ad maximũ parallelorũ e f, æqualis eſt o p ipſi r ſ. Quoniam igitur in ſphæra æquales & paralleli circuli o p, r ſ, maximi cuiuſdã orbis circũferentias ipſius a b c d, auferũt ipſas ſ f, f p, ad maximũ parallelorũ e f, æqualis eſt ſ f ipſi f p, eſt autem & u f ipſi f ω æqualis, æqualis igitur eſt & quæ ex p in ω, ei quæ ex u in ſ, eſtq; orbis o p ipſi r ſ orbi æqualis, æqualis igitur eſt ipſa p ω ipſi u ſ circũferentiæ. Quoniã autem ſemicirculus z, nõ coincidit ſicut ad partes z p ipſi ω ſemicirculo, ſicut ad partes ω f, ſimilis eſt circũferentia p ω ipſi q f circunferentiæ. Sed p ω ipſi u ſ, eſt æqualis ipſis circulis æqualibus exiſtentibus. Similis eſt & q f, ipſi igitur u ſ. In quo igitur tempore q ipſam q f, ambiens circũferentiã ad f, peruenit in eodem, & u ipſam u ſ percurrens, ad ſ perueniet. Sed quando u ad f peruenit, oritur p q circũferentia, hoc eſt k g circũferentia, quando uero u ad ſ uenit, oritur u f circũferentia, hoc eſt l g & k g, igitur ipſi l g, in æquali tempore oritur, & a h ipſi m c, in æquali tempore oritur, cum cancro igitur ſemicirculi æquales circũferentiæ in æquali tẽpore occidunt, & in pluri quidem quæ ad tropicorũ contactus, in minori autem quæ ſubſequũtur, in minimis porrò quæ ad æquinoctialẽ, in æqualibus quæ æqualiter ab æquinoctiali circulo diſtant & occidũt & oriuntur. Aliter idem. Eadem manente deſcriptiõe. Dico ϕ ipſa a b ipſi a c, in æquali occidit tempore, nam quoniam c d ipſa b e maior eſt. uel ei ſimilis ponatur ipſi b e. ſimilis c f. & zodiacus circulus poſitionẽ habeat f e g. Et quoniã æqualis eſt a b ipſi b c. æqualis eſt circulus a h ipſi c d circulo, æqualis igitur eſt a e ipſi e d, eſt autem & f e ipſi e g æqualis. Et quoniã c b ipſi b a eſt æqualis. eſt autẽ & quæ ex g in a. ei quæ ex d in f, æqualis igitur eſt & a g, circũferentia ipſi d f circũferentiæ. Sed ipſa a g ipſi e b eſt ſimilis, & e b igitur ipſi d f eſt ſimilis. In quo igitur tempore b, incipiens ab ipſo b, ipſam b e ambiens circũferentiam peruenit ad e in eodem & f, incipiẽs ab f, ipſam q; f d ambiens circũferentiam, peruenit ad d. Sed quãdo ipſum b ad e peruenit, occidit b a, quãdo autem f peruenit

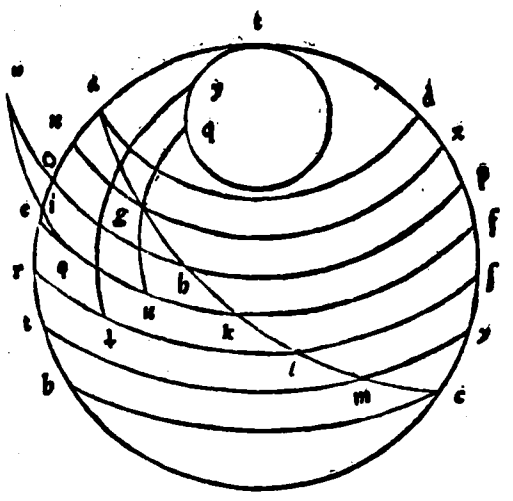




uenit ad d,occidit fe,hoc eſt c b.Igitur ipſa a b ipſi c b.in æquali occidit tempore.

Aliter xij eadem & manifeſtior.

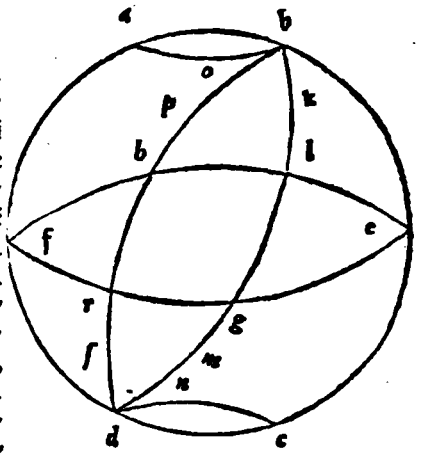
Semicirculi qui cum cancro æquales circũferentiæ inæquali tempore occidunt,& in pluri quidem quæ ad tropicorũ contactus, in minori autem quæ ſubſequũtur has,in minimis uero quæ ad æquinoctialem, in æqualibus porrò quæ æqualiter ab æquinoctiali circulo diſtant & occidunt & oriuntur. Sit in mũdo horizon a b c d,æſtiuus uero tropicus ſit a d, hybernus autem tropicus ſit b c, zodiaci porrò ſemicirculus qui cum cancro ſit ſupra terram a c,ſintq; partes orientales d c,occiduæ uero a b,æquinoctialis circulus autẽ ſit e f. Secetur q; a c ſemicirculus in ea quæ in ipſo ſigna per g h k l m,ſigna, deſcribanturq; paralleli circuli n g x,o h p,r l ſ,& t m y,per quos inuehũtur ipſa g h l m ſigna. Dico q; in pluri tempore ipſæ a g,m c,circũferentiæ occidunt,in minori autẽ ipſæ g h,l m,in minimo porrò ipſæ h k,l k,in æquali autẽ quæ ab æquinoctiali æque diſtant. Sit maximus ſemper apparentiũ t y q. Deſcribanturq; per g h,maximi circuli y ϕ,q g u ipſum orbem t y q tangẽtes,ut non coincidant ſemicirculi qui ab ipſis y q,ſicut ad partes u & ϕ ϕ,ei qui ex t a ſemicirculo,ſicut ad partes t a. Similis igitur eſt g n,circũferentia utriq; ipſarũ ω o,u e,a r,h ω,ipſi u z. In æquali igitur tẽpore g ipſam g n, ambit circunferẽtiam, & ω ipſam ω o. Sed tempus in quo g ipſam n g,circũferentiã ambit,id eſt in quo circũferentia g a occidit,& tempus igitur in quo ω ipſam ω o,ambit,idẽ eſt tempori in quo ipſa g a, circũferentia occidit. Rurſus quoniam tempus in quo h ipſam h o ambit, id eſt in quo ipſa h a occidit. A quibus aufertur tempus in quo ω ipſam ω o ambit, idem exiſtẽs tempori in quo ipſa h a occidit circũferẽtia. Reliquũ igitur tempus in quo h ipſam h ω ambit,idem eſt tempori in quo ipſa g h occidit circũferentia. Similis autem eſt ipſa quidem o ω ipſi u e,& ω h ipſi u ϕ,& tempus igitur in quo u ipſam u e ambit,id eſt in quo ipſa g a occidit circunferentia,tempus autem in quo ϕ ipſam ϕ ũ ambit,id eſt in quo ipſa h g circũferentia occidit. Atq; id ꝓpterea iam & tempus in quo ipſum k ipſam k ϕ tranſit,id eſt in quo ipſa k h circũferentia occidit. Et quoniã in ſphæra maximus orbis a b c, quendam tangit circulum parallelum t y q, & ipſum a b c maximi orbes ſecant e f,a c, quorũ e f maximus eſt parallelorũ, & a c obliquus ad parallelos, & aſſumptæ ſunt circũferentiæ a g,g h,h k,in obliqui circuli circũferentia, æquales conſequenter ad eaſdem partes maximi parallelorũ,& per g h ſigna deſcripti ſunt maximi orbes y ϕ,q g u,ipſum orbem t y q tangentes,maior eſt ipſa quidem e u circũferentia,ipſa u ϕ circũferẽtia, & u ϕ ipſa ϕ k, in pluri igitur tempore u,ipſam u e tranſit,quàm ϕ ipſam ϕ u,& u ϕ ipſam ϕ u,pluri tempore ambit quàm k ipſam k ϕ. Sed tempus in quo u ipſam u e tranſit, id eſt in quo g ipſam g n, circũferentiam perficit, hoc eſt in quo ipſa a g occidit circũferentia, tempus autem in quo ϕ ipſam ϕ u ambit, id eſt in quo h ipſam h ω perficit,hoc eſt id in quo ipſa g h circũferentia occidit, tempus autẽ in quo k ipſam k u tranſit,id eſt in quo k h circũferentia occidit. In pluri ergo tempore ipſa a g circumferentia occidit,ipſa g h circũferentia,& g h ipſa h k. Dico iam quod in æqualibus temporibus quæ æque diſtant ab æquinoctiali occidunt. Exiſtente iam k ſigno in e,zodiacus orbis poſitionem habeat ω i ϕ, & quoniam æqualis eſt ω e,circũferentia ipſi e ϕ circũferentiæ,parallelorũ autem maximus eſt e f: æquus igitur eſt h p,orbis ipſi r l ſ,orbi: æqualis igitur eſt o c, circũferentia ipſi e r ,circũferentiæ: eſt autem & ω e ipſi e t, æqualis igitur eſt & quæ ex ω in o, ei quæ ex r in l ſuntq; æquales circuli ipſi ω h p,r l ſ, ſimilis igitur eſt ω o,circũferentia ipſi r ϕ circũferẽtiæ. In æquali ergo tempore r ſignum,ipſam ϕ r perficit,& o ipſum o ω. Sed tempus quidem in quo ϕ ipſam ϕ r perficit, id eſt in quo ipſa r e circũferentia occidit, tempus uero in quo o ipſam o ω perficit, ei eſt æquũ tempori in quo e ω circũferentia occidit. In æquali ergo tempore ipſæ ϕ e, e ω, circũferentiæ occidunt,æqualis autẽ eſt ϕ e ipſi l k,& e ω ipſi k h. Ipſæ igitur l k,k h,in æquali tempore occidunt. Similiter autem demõſtrabimus q; & ipſæ m k, k g,in æquali tempore occidunt,



quarum ipſæ l k.k h,in æquali tempore occidunt. Reliqua igitur m l,h k in æquali tempore occidunt. Similiter iam oſtendemus ꝙ & ipſæ m c,a g,circũferentiæ tẽpori æquali occidunt. Et quoniã in pluri tẽpore a g,circũferentia occidit c̃ꝑ g h,& g h c̃ꝑ h k.in pluri ergo tempore occidit c m,circũferentia c̃ꝑ m l, & m l. c̃ꝑ l k. In pluri igitur tempore ipſæ a g,m c.circũferentiæ,occidunt in minori autem ipſæ g h,l m, in minimo uero h k,k l,in æquali autem quæ æqualiter ab æquinoctiali diſtant occidunt & oriũtur, eadem enim manente deſcriptione,ſi conuertamus zodiacum, efficiamus a c ſemicirculum zodiaci infra terram,eadem demonſtratio eueniet, demonſtrabiturq; æque reſtantes ab æquinoctiali æquali tempore oriri & occidere.

Theorema 13 *Apparens* 13

SEmicirculi qui cum capricorno æquales circũferentiæ tẽporibus inæqualibus oriuntur, in maiori quidem quæ ad tropicorũ contactus,in minori autem quæ has ſubſequuntur,in minimis uero quæ ad æquinoctialem, in æquali porro quæ ab æquinoctiali circulo æque diſtant oriuntur & occidunt.



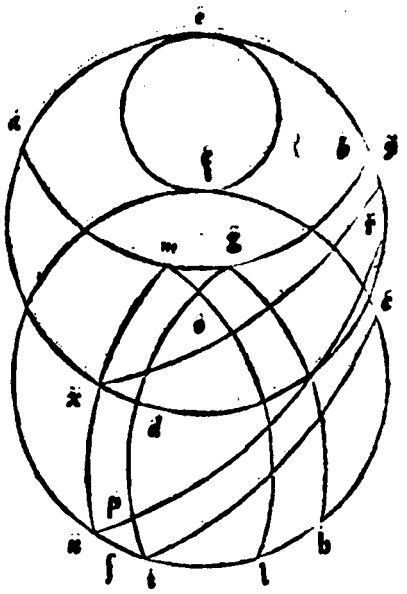
Sit horizõ circulus a b cd, æſtiuus uero tropicus ſit a b,hybernus autem tropicus ſit c d,ſitq; cum capricorno ſemicirculus q ſub terra d g, æquinoctialis uero circulus ſit e h f g. Diuidantur utraq; ipſarũ b g, g d, in tria æqualia p k l,m n, ſigna. Dico ꝙ ipſæ b k,k l,l g,g m,m n,n d, tẽporibus inæqualibus oriuntur,& in pluri quidẽ ipſæ b k,n d, in minori autẽ ipſæ k l,m n,in minimis autem ipſæ l g,g m, in æquali porro ipſa b k,ipſi n d,& k l, ipſi m n, & l g,ipſi n m oritur. Sit enim cum cancro ſemicirculus ſuper terram b h d, ſeceturq; utraq; ipſarũ b h, h d,in tria æqualia in p r ſ. Quoniã in pluri tempore b o occidit, c̃ꝑ o p, ſed in quo tẽpore b o occidit, ipſa d g oritur. In quo autẽ tempore o p occidit,n m oritur. In pluri ergo tempore ipſa n d oritur c̃ꝑ n m. Rurſus quoniam o p in maiori tẽpore occidit c̃ꝑ p h. Sed in quo tempore o p occidit,oritur ipſa n m. In quo autem tempore p h occidit, oritur n m. In pluri igitur tẽpore n m oritur quàm m g. Iam id propterea & ipſa quidem b k,ipſa k l, in maiori tẽpore oritur,& k l ipſa l g,& quoniam in quo tempore p h occidit,in eodem & h r. Sed in quo p h occidit,ipſa m g oritur. In quo autẽ tempore h r occidit,& g l oritur,& m g igitur ipſa g l,in æquali tẽpore oritur. Iamq; id propterea & ipſa quidem k l, ipſi m g, inæquali tempore oritur,& b k ipſi d n. Rurſus quoniam in quo tempore p h oritur.in eodem h r. Sed in quo tempore p h oritur, occidit m g, in quo autem tẽpore h r oritur,ipſa g l occidit. Igitur l g ipſi g m, æquali temore occidit. Iam id propterea,& ipſa quidem k l,ipſi m n,in æquali tempore occidit,& b k ipſi g d.

Theorema 14 *Apparens* 14.

NOdiaci circuli æquales circũferentiæ inæqualibus tẽporibus permutant apparens hemiſphæriũ, ſed in pluri tempore quæ prope contactũ æſtiui tropici ea quæ longius diſtat, quãdo polus horizontis inter arcticum circulum & æſtiuum tropicum fuerit.

Sit horizon circulus a b c d,maximus autem ſemper apparentiũ ſit e f, æſtiuus uero tropicus ſit b a, ſitq; ipſius a b c d,polus inter e f,b a, zodiacus autẽ circulus quandoq; poſitionẽ habeat ſicut h g k, quandoq; uero ſicut l m n.aſſumaturq; n k m,maior ſemicirculo. Deſcribaturq; per k ſignum circulus maximus k n f, tangens e f. Quoniam in ſphæra maximus orbis a b c d,quendam orbem e f,tangit alium uero huic parallelum ſecat a b, eſtq; ipſius a b c d, orbis polus inter a b & e f, deſcriptiq; ſunt maximi orbes h g k, l m n,ipſum b a tangẽtes.maior eſt m x circũferentia,ipſa o d circũferentia. Rurſus quoniam in ſphæra maximus orbis a b c d, circulum quendam e f tangit,alium autem huic parallelum b a ſecat,eſtq; ipſius a b c d,circuli polus inter b a,e f. Deſcribiturq; maximus

ximus orbis f n k, ipſum e f tangens; & ipſius f n k igitur circuli polus eſt inter b a & e f. Alius igitur polus ipſius eſt inter æquos & parallelos ipſis e f & b a, maior igitur eſt ipſa k o, ipſa o m, quorũ x m o ipſa o d maior eſt. Reliqua igitur d k, ipſa x n, maior eſt, ponatur ipſi n x æqualis d p. Sintq; per quos inuenti ipſa n p ſigna paralleli circuli n r, c p ſ. Quoniam non coincidit ei qui ex e ſemicirculo, ſicut ad partes e r, ei qui ex f ſemicirculo, ſicut ad partes f n. Similis eſt r n circũferentiæ, ipſi c ſ circũferentiæ. Igitur n r, ipſa c p maior eſt uel ſimilis ei. In pluri ergo tempore n, incipiens ab n, ipſam n r perficiens circũferentiã, peruenit ad r cũ p, incipiẽs ab ipſo p, ipſam p c ambiens circũferentiã, peruenit ad c. Sed in quo tempore n ipſam n r, circũferentiã ambiens, ad r uenit. Ipſa n x, permutat hemiſphæriũ apparẽs. In quo autem tẽpore p incipiens à p, ipſamq; p c ambit circunferentiã, & peruenit ad c. Ipſa p d permutat apparens hemiſphæriũ. In pluri ergo tẽpore ipſa x n, permutat apparens hemiſphæriũ cũ d p. Dico q; & propior eſt ipſa x n, contactui æſtiui tropici cũ p d.



Deſcribatur per x parallelus x y, æqualis igitur eſt x m, circũferentia ipſi d k, maior igitur eſt d g, ipſa m x & x n, igitur propior eſt contactui tropici æſtiui quàm ipſa p d.

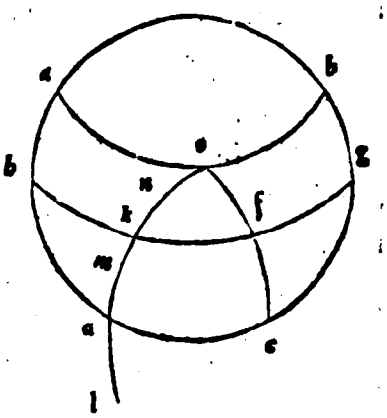
Theorema 15 *Apparens 15*

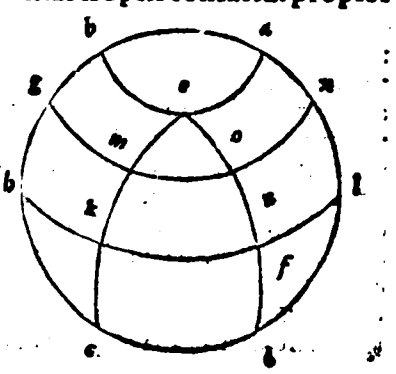
SImiliter autem & in altero ſemicirculo, æquales circũferentiæ in inæqualibus temporibus permutant apparens hemiſphæriũ, & in pluri quidem quæ propiores ſunt contactui æſtiui tropici ea quæ longius diſtat, in æquali uero quæ æqualiter diſtant ab æſtiuo tropico in utroq; ſemicirculo.

Sit horizon circulus a b c d, maximus autẽ ſemper apparentium e f, æſtiuus uero tropicus ſit b g a, zodiacus autem circulus poſitionem habeat c g d. Dico q; in altero ſemicirculo qui ad g c partes, æquales circũferentiæ non permutãt æquali tempore apparens hemiſphærium, ſed in pluri quæ propiores contactui æſtiui tropici ea quæ longius diſtat, in æquali uero quæ æque ab æſtiuo tropico diſtant in utroq; ſemicirculo. Deſcribatur per aſſumptionem parallelus circulus d h, æqualis igitur eſt k g ipſi g d permuteturq; zodiacus circulus, habeatq; poſitionem ſicut h l r. Quoniam k g, g d, à contactu æſtiui tropici æquæ diſtant, in quo igitur tẽpore d g oritur, in eodem k g occidit, hoc eſt k l. Sed tempus quidem in quo d g oritur, id eſt in quo g incipiẽs ab ipſo a, ipſam a g, ambiens circũferentiã ad ipſum g uenit. Tempus autem in quo h occidit, id eſt in quo l incipiens ab ipſo l, ipſam l b ambiens circunferentiã ad ipſum uenit b. In quo igitur tempore g, ipſam a g ambiens, ad g peruenit. In eodem & l ipſam l b circũferentiam ambiens, ad ipſum uenit b. Cõmune apponatur tempus in quo d, incipiens ab ipſo d, ipſam d k h ambiens circunferentiã, peruenit ad h, tempus igitur in quo g, incipiens ab ipſo a, ipſam a g ambiens circũferentiam, ad ipſum g uenit. cum tempore in quo d incipiẽs ab ipſo d, ipſam d h ambiens circũferentiam, ad ipſum uenit h, æquale eſt tẽpori in quo l, incipiens ab ipſo l, ipſam l b ambiens circũferentiã, ad b uenit cum tẽpore in quo h, incipiens ab ipſo d, ipſam d k b, ambiens circũferentiã in h uenit. Sed tempus quidem in quo g incipiens ab a, ipſam a g ambiens circũferentiã ad g uenit, cum tempore in quo d, incipiens ab ipſo d, ipſam d h, ambiens circũferentiã ad h uenit. Idem eſt in quo g d, circũferentia apparens hemiſphæriũ permutat. Tempus uero in quo l, incipiens ab ipſo l, ipſam l b, circũferentiam ambiens ad ipſum uenit b, cum tempore in quo h incipiens ab ipſo d, ipſam d r h, ambiens circũfe-

rentiã ad h uenit, id eſt in quo ipſa l h apparẽs hemiſphæriũ permutat, hoc eſt ipſa k g. In quo igitur tempore k g, circũferentia apparens hemiſphæriũ permutat, in eodem & g d. Aſſumatur iam quoddam ſignũ m, ut g d ipſi d m ſit æqualis. Sitq; per quem inuehatur m, ſignũ parallelus circulus m x n o. Aequalis igitur eſt d m ipſi k p. Et ipſæ d m, k p, à contactu æſtiui tropici æque diſtant. In quo igitur tẽpore d m circũferẽtia oritur, in eodem ipſa p k occidit, hoc eſt ipſa h o occidit. Sed tempus quidẽ in quo d m oritur, idem eſt in quo m incipiẽs ab ipſo m ipſam m x, ambiens circũferentiã ad x uenit. Tempus autem in qno h o occidit, id eſt in quo o, incipiens ab n, ipſam n o, ambiens circũferentiam ad o uenit. Tempus igitur in quo m incipiens ab ipſo m, ipſam m x, ambiẽs circunferentiã ad x uenit, idem eſt tempori in quo ipſum n, incipiens ab n ipſam n o ambiens circũferentiam ad ipſum peruenit o. Cõmune apponatur tempus in quo x incipiens ab x ipſam x n. circũferentiã ambiẽs ad ipſum n peruenit. Tempus igitur in quo m, incipiẽs ab ipſo m ipſam m n, circũferentiã ambiens ad ipſum n uenit, æquũ eſt tempori in quo o incipiẽs ab ipſo x, ipſam x o ambiens circũferentiã ad ipſum peruenit o. Sed tempus quidem in quo m, incipiens ab ipſo m ipſam m n, ambiens circũferentiam ad n uenit, id eſt in quo ipſa d m, circũferentia permutat apparẽs hemiſphæriũ. At tempus in quo ipſum o incipiẽs ab ipſo x, ipſam x o ambiẽs circũferentiã ad o uenit, id eſt in quo ipſa o h, hoc eſt ipſa k p, pmutat apparens hemiſphæriũ. In quo igitur tẽpore d m, permutat apparẽs hemiſphæriũ. in eodem & k p. & in maiori tempore ipſa g d, permutat apparens hemiſphæriũ quam d m. Sed in quo quidem tempore g d, permutat apparẽs hemiſphæriũ. In eodem & g k, permutat apparẽs hemiſphæriũ. In quo autem d m, in eodem & k p. In pluri ergo tempore g k, permutat apparẽs hemiſphæriũ q̃ k p.

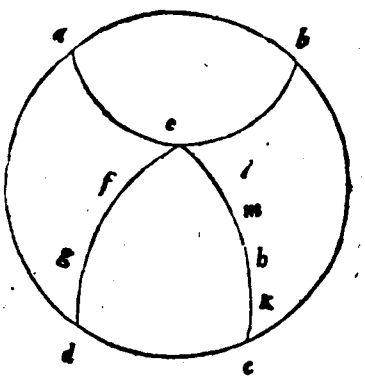
Aliter idem. Eiſdem expoſitis aſſumatur e f, non maior exiſtens quarta parte, eſtoq; per quem fertur f ſignum, ipſe f k h orbis, æqualis igitur eſt e f, ipſi e k, ponatur ipſi e k, æqualis k l, tota igitur f e k toti e l eſt æqualis. Dico q̃ ſi quarta pars eſt e f, ipſæ f e k. e k l, æquali tempore permutãt apparens hemiſphæriũ. Si autem minor eſt quarta parte ipſa e f. In pluri tempore f e k, pmutat apparens hemiſphæriũ, q̃ ipſa e l. Eſto prius quarta pars e f & e k, ipſa quarta pars eſt, æquinoctialis igitur eſt g f h, & quoniam ipſæ e k, k l, æqualiter diſtant ab æquinoctiali, in quo igitur tempore ipſa e k occidit, in eodem & k l. In quo autẽ tempore ipſa e k occidit, in eodem e f oritur, & in quo igitur tempore e f oritur, ipſa k l occidit, cõmune apponatur tempus in quo ipſa e k, permutat apparẽs hemiſphæriũ: tempus igitur in quo k l occidit, cum tempore in quo ipſa e k, permutat apparens hemiſphæriũ, æquũ eſt tempori in quo e f oritur, & ipſa e k permutat apparẽs hemiſphæriũ. Sed tempus quidem in quo k l occidit, & ipſa k e permutat apparẽs hemiſphæriũ, tempus eſt in quo ipſa e l, permutat apparens hemiſphæriũ. Tempus uero in quo e f oritur, cum tẽpore in quo e k, permutat apparẽs hemiſphæriũ. tempus eſt in quo f e k, permutat apparẽs hemiſphæriũ. Igitur ipſæ f e & k l, in æquali tẽpore apparens hemiſphæriũ permutãt. Sed eſto e f circũferentia minor quarta parte, & ipſa e k igitur quarta parte minor eſt, ponatur quarta pars e m, ponaturq; ipſi m k, æqualis k n. Reliqua igitur e n reliquæ m l eſt æqualis, & e n ipſius æſtiui tropici contactui propior eſt q̃ m l, in pluri ergo tẽpore ipſa e n occidit, q̃ m l. Idq; ppterea & n k, in pluri tempore occidit q̃ k m, & ipſa igitur e k, ipſa k l pluri tẽpore occidit. In quo autem tempore e k occidit, ipſa e f oritur: in pluri ergo tpe ipſa e f oritur, q̃ k l occidit. Cõmune apponatur tẽpus in quo e k, permutat apparẽs hemiſphæriũ, in pluri ergo tpe f e k, pmutat apparẽs hemiſphæriũ q̃ ipſa e l. Eiſdem ſuppoſitis aſſumatur e f, nõ maior quarta parte aſſumaturq; cõtingens ſignum n, ſitq; per quẽ inuehatur n, ſignum parallelus circulus h k n l, ponaturq; ipſi f n, æqualis k m, æqualis igitur eſt & k e n ipſi m e f. Dico q̃ in pluri tẽpore ipſa k e n circunferentia





cunferẽtia permutat apparẽs hemiſphæriũ, cũ ipſa m e f. Sit per quẽ fertur m ſignũ parallelus circulus g m x, æqualis igitur eſt k m ipſi o n, & quoniã o n contactui æſtiui tropici propinquior eſt cũ n f, in pluri igitur tẽpore o n occidit cũ n f. In quo autẽ tempore o n occidit, ipſa m κ oritur. In pluri igitur tẽpore m g oritur cũ n f occidit. Cõmune apponatur tẽpus in quo ipſa m e n, permutat apparens hemiſphæriũ. In pluri ergo tẽpore ipſa κ e n permutat apparẽs hemiſphæriũ cũ ipſa m e f.

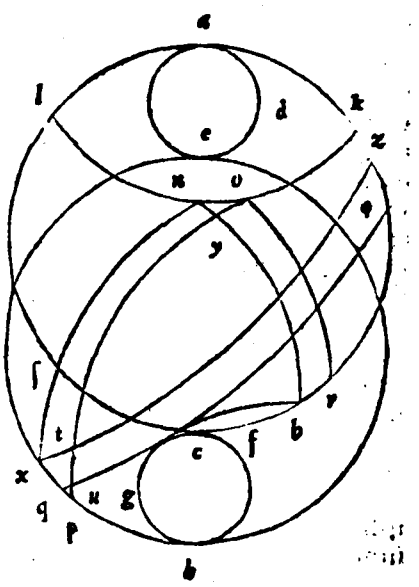
Eiſdem expoſitis aſſumãtur æquales, & ex oppoſito circũferentiæ f g, h κ, ſitq; f g propior contactui ipſius æſtiui tropici cũ h κ. Dico q; in pluri tẽpore f g permutat apparẽs hemiſphæriũ, cũ h κ. Quoniã enim f g, propior eſt contactui ipſius æſtiui tropici, cũ h κ, maior eſt h e ipſa e f, ponatur ipſi quidem f e, æqualis e l, ipſi autẽ f g æqualis l m. Quoniã igitur ipſæ l m, f g æque diſtant à contactu æſtiui tropici, in quo tẽpore l m permutat apparens hemiſphæriũ, in eodem & f g, in pluri autem tempore l m, permutat apparens hemiſphæriũ, cũ h κ, in pluri ergo tempore & f g permutat apparens hemiſphærium, quàm h k.



Altera traditio ſuper 14 Propoſitionem.

ZOdiaci circuli æquales circũferentiæ tempore in æquali permutãt apparẽs hemiſphæriũ, in pluri quæ propius contactui æſtiui tropici, ea quæ longius diſtat, quãdo polus horizontis inter arcticũ circulum & æſtiuũ tropicum fuerit.

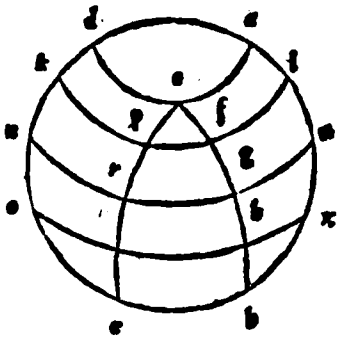
Sit in mũdo horizon a b c, & maximus ſemper apparentiũ ſit a d e, maximus autem ſemper non apparentiũ f g h, tropicus autẽ æſtiuus ſit k l, hybernus uero tropicus ſit b c. Sitq; ipſius a b c circuli polus inter a d e, & k l circulos. Sintq; partes orientales l, occiduæ uero b, zodiaci uero poſitiones ſint ſemicirculi qui cum cancro n x, o p. Aſſumaturq; o p circũferentia non minor exiſtens ſemicirculo, deſcribaturq; per p maximus circulus tangens ipſum a d e, tanget igitur & ipſum f g h. Iam aut per o ſignum, ſiue ſupra o ſignum cadit, deſcribatur ſitq; e h p, ut nõ coincidat qui ex h ſemicirculus, ſicut ad partes ex p, ei qui ex a ſemicirculo, ſicut ad partes a k r. Cõpleanturq; ipſi x n b, p o r, circuli. Quoniam in ſphæra maximus circulus eſt a b c, & bini maximi circuli ſeſe inuicem diſpeſcunt ipſi b n ſ, r o t p, & ipſius a b c, circuli polus eſt inter a d e & k l circũferentias: maior igitur eſt ſ n y, circũferentia ipſa y t circũferẽtia. Ipſa igitur t y, circũferentia ipſa y n ſ minor eſt. Et quoniam in ſphæra bini maximi circuli a b c, e h p, eundem circulum a d e tangunt, & ipſi a d e, ipſum k l parallelum exiſtentem ſecant, & ĩpſius a b c, polus eſt inter ipſos a d e, & k l circulos, & ipſius e h p, igitur polus eſt inter ipſos a d e, & k l orbes. Alter igitur eius polus eſt inter ipſos f g h, & b c circulos. Quoniã igitur in ſphæra maximus orbis eſt e h p & ipſum e h p, ſecant bini maximi circuli r o p, b n x, & ipſius e h p, polus eſt inter ipſos b c & f g h, orbes, maior eſt p y, circũferentia ipſa y n x, circũferentia. Quarum y t, ipſa y n ſ, minor eſt, reliqua igitur t p, ipſa ſ x, maior eſt, ponatur ipſi ſ x, circũferentiæ æqualis circunferentia t u. Deſcribanturq; paralleli circuli per quos inuehuntur ipſa u x, ſigna, ipſi x z, q φ. Similis igitur eſt x z, circunferentia ipſi q φ, circunferentiæ. Ipſa igitur x z, ipſa u φ, maior eſt uel ei ſimilis. In pluri ergo tempore x, ſignum, ipſam x z, circunferentiam tranſit, quàm u, ipſam u φ. Sed tempus in quo x ſignum, ipſam x z, circũferentiam ambit, id eſt in quo ſ x, circunferentia permutat apparens hemiſphærium.



Tempus autem in quo u ſignum ipſam u φ circũferentiam perficit, id eſt in quo ipſa t u permutat apparens hemiſphæriũ. In pluri ergo tempore ipſa ſ x, permutat apparens hemiſphæriũ q̃ t u, & eſt ipſa ſ x, propior ipſi æſtiuo tropico q̃ t u. In pluri ergo tẽpore permutat apparens hemiſphæriũ, ꝓpinquior æſtiuo tropico, ea quæ longius diſtat.

Alia traditio in 15 Theorema.

SImiliter autẽ & in eo qui cũ capricorno ſemicirculo æquales circũferẽtiæ inæqualibus tẽporibus permutãt apparẽs hemiſphæriũ, & in pluri quæ tropico æſtiuo ꝓpinquior ea quæ lõgius diſtat, in æquali autẽ quæ æque diſtãt ab utroq; cõtactu.



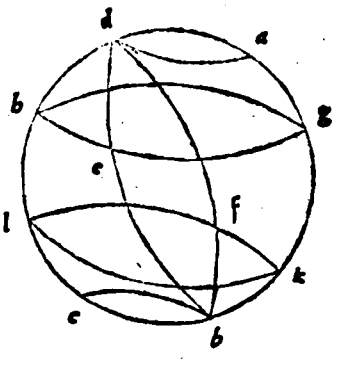
Sit in mũdo horizon a b c d, tropicus uero æſtiuus ſit a d, zodiacus circulus autem poſitionẽ habeat b e c. Sitq; ipſa quidem b e circũferentia in ſemicirculo, qui cum capricorno & e c, ſit in eo qui cum cancro. Sintq; oriẽtales partes d, occiduæ uero b. Aſſumãturq; æquales circũferentiæ f g, g h. Dico q̃ f g in pluri tẽpore permutat apparens hemiſphæriũ q̃ g h. Deſcribantur paralleli circuli k l, m n, x o, per quos inuehãtur ipſa f g h ſigna, æqualis igitur eſt f g, circũferentia ipſi p r, circũferentiæ, & g h ipſi r ſ. Sed f g ipſi g h eſt æqualis, & p r igitur ipſi r ſ eſt æqualis. Et quoniã in quo tẽpore p r, occidit ipſa f g oritur. Cõmune apponatur tempus in quo p ſignum ipſam k l, circũferentiũ perficit, æquum exiſtens tẽpori. In quo f ſignum ipſam k l circũferentiã tranſit. Tempus igitur in quo p ſignum ipſam k l, ambit circumferentiã, & p r occidit, æquũ eſt tempori in quo f g circũferentia oritur, & f ſignũ ipſam k l, circũferentiã perficit. Sed tempus quidem in quo p ſignum ipſam k l, circũferentiã ambit, & p r occidit. id eſt in quo ipſa p r, permutat apparẽs hemiſphæriũ. Tempus autem in quo f g oritur, & f ſignum ipſam k l, ambit circũferentiã, id eſt in quo f g, permutat apparens hemiſphæriũ. Ipſæ igitur f g, p r, in æquali tempore apparens hemiſphærium permutant. Similiter iam oſtendemus quod ipſæ g h, r ſ, in æquali tempore permutant apparens hemiſphæriũ, & p r ipſa r ſ, pluri tempore permutat apparens hemiſphæriũ, & oſtenſæ ſunt ipſæ f g, p r, æquali tempore apparens hemiſphærium permutare, & f g igitur in pluri tempore permutat apparens hemiſphæriũ quam g h: zodiaci ergo circuli æquales circũferentiæ, inæquali tempore permutat apparens hemiſphærium. Sed in pluri quæ propinquior æſtiuo tropico ea quæ longius diſtat, & ſimul oſtenſum eſt quod æque diſtantes æquali tempore permutant.

Aduerte. Vniuerſaliter ſcire oportet. quod præcedẽtibus ſignis ſuper horizonte exiſtentibus circũferentia neq; oritur neq; occidit, ſubſequentibus autem ſignis ſuper horizonte exiſtentibus, tota oritur & tota occidit, præcedẽtia nanq; ſigna prius oriuntur & prius occidunt per 5 theorema. Ipſius igitur p r circũferentiæ ſignum præcedens eſt p, ipſius autem g f præcedens eſt g: accipiẽs igitur ipſam p r occidentem, ipſam uero g f orientem, neceſſario permutationes earum quærens, eas in ſemper apparẽtu hemiſphærio accepit. Ipſius autem p r occaſum, ipſius uero g f, ortum quãdo enim p ad ipſum l uenit, ipſa p r nequaq; occidit, ſed adhuc ſuper terram eſt quare accepit eius occaſum, ipſum enim p r, per k in oriente exiſtente, tota p r ſub terra eſt, motaq; ſphæra tota ſuperfertur. Quare in quo p ab ipſo k ad l. uenit cum occaſu ipſius p r, id eſt tempus in quo p r permutat apparens hemiſphæriũ. Rurſus ipſo f per k, in oriente exiſtente, ipſa g f tota prius oritur. Quare accepit eius ortum. Facto autem f per l tota g f occidit. Quere in quo f ab ipſo k in l, uenit cum ortu ipſius g f, tempus eſt in quo g f, permutat apparens hemiſphæriũ. Si autem ſicut habetur in alia traditione ipſius quidem p r ortum ipſius g f occaſum, nequaq; accipient ipſa p f ſigna, ſed ipſa r g, & tempus in quo ipſum r ipſam r g & n ipſam n m, perficit.

Theorema 16 *Apparent 16*

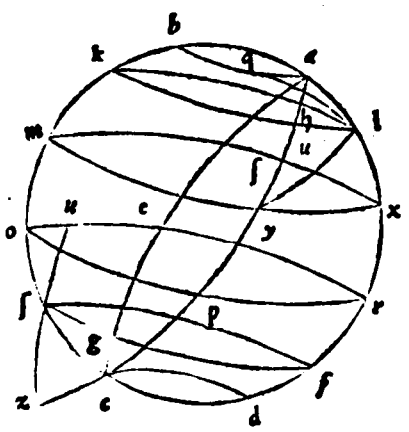
ZOdiaci circuli æqualiũ & ex oppoſito circũferentiarũ in quo tempore permutat altera apparẽs hemiſphæriũ, altera non apparẽs, & in quo tempore altera non apparens, altera apparens.

Sit in



Sit in mundo horizon a b c d, æſtiuus quidem tropicus ſit a d, hybernus uero tropicus ſit b c, zodiacus porro circulus poſitionē habeat d e b f, ſitq; d e b ſemicirculus qui cum cancro ſub terra, at b f d ſit qui cum capricorno ſuper terram. Sintq; orientales partes d, occiduæ uero ſint b, aſſumanturq; binæ æquales & ex oppoſito circūferentiæ d e, b f. Dico q̄ in quo tēpore d e permutat apparēs hemiſphæriū, in eodem f b non apparens, & in quo tēpore d e non apparens, b f apparens. Deſcribantur paralleli circuli g e h, k f l, per quos inuehuntur ipſa e f ſigna. Et quoniam in zodiaco circulo aſtra in diametro exiſtentia coniugate oriuntur & occidunt. Ipſo igitur e ſigno occidente per g ſignū, ipſum f quod ei eſt in diametro oritur per l ſignū. Sed ipſum quidem e, ipſam e h perficiens occidit, ipſum autem f, ipſam f k l ambiens oritur. In quo igitur tempore e, ipſam e h g ambit circūferentiā, & f ipſam f k l. Sed tempus quidem in quo e ipſam e h g tranſit, id eſt in quo d e permutat apparens hemiſphærium. At tempus in quo f ipſam f k l tranſit, id eſt in quo ipſa f b, permutat non apparēs hemiſphæriū. In æquali igitur tempore d e permutat apparens hemiſphæriū, & f b non apparens, ſimiliter oſtendemus q̄ & in quo tēpore ipſa d e permutat non apparens hemiſphæriū ipſa f b apparens.

Aliter idem. Sit horizon circulus a b c d. æſtiuus autem tropicus ſit b a, hybernus uero ſit c d, zodiacus circulus poſitionē habeat ſicut a e, c f. Aſſumāturq; æquales & ex oppoſito circūferentiæ e g, f h. Dico q̄ in quo tempore f h, permutat apparens hemiſphæriū ipſa e g non apparens. Sint per quos inuehuntur ipſa f h, e g, ſigna paralleli circuli k h l. m n x f, e o p r, ſ g t, permuteturq; zodiacus circulus, & hic habeat poſitionem y l q, at alius ipſam u ſ z. Et quoniam ipſæ f h. e g, ciuc ūferentiæ æquales ſunt & ex oppoſito, æquales ſunt & ipſi m n x, o p r, circuli, æqualiū autem & parallelorū circulorū ſectiones, quæ per uices adinuicē ſunt æquales. Ipſius igitur m n x f, circuli ſegmentū m n x ſupra terrā. æquū eſt ei quod ſub terra ipſius o e p r, circuli o p r. Rurſus quoniā ipſæ f h, e g, æquales ſunt & ex oppoſito in quo tempore f h oritur. in eodem e g occidit. Sed tēpus in quo h f oritur, hoc eſt ipſa y l, tempus eſt in quo y ſignū incipiēs ab ipſo y ipſam y x, ambiens circūferentiā ad ipſum x, uenit tempus autē in quo e g occidit, hoc eſt ipſa u ſ, tēpus eſt in quo u incipiēs ab ipſo u ipſam u o, ambiens circūferentiam ad o uenit: tempus autem in quo y incipiēs ab ipſo y, ipſam y x, ambiēs circūferentiā ad x, uenit æquū



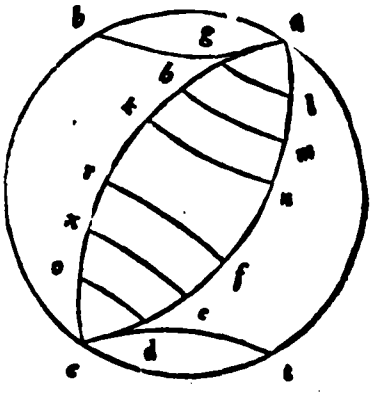
eſt tempori in quo u incipiens ab ipſo u, ipſam u o ambiens circūferentiam ad o uenit. Cōmune apponatur tempus in quo y incipiens ab ipſo x, ipſam x n m, circūferentiam ambiens ad ipſum m, uenit æquū exiſtens tempori in quo u incipiens ab ipſo u, ipſam u o, circūferentiā ambiens ad r uenit. Tempus igitur in quo y incipiens ab ipſo y, ipſam y x n m, circūferentiā ambiens ad m uenit, æquū eſt tēpori in quo u, incipiens ab ipſo u ipſam u o p r, ambiens circūferentiā ad r uenit. Sed tempus quidē in quo y, incipiēs ab ipſo y, ipſam y x n m, ambiēs circūferentiā ad ipſum m uenit, id eſt in quo y l permutat apparens hemiſphæriū, hoc eſt h f. Tempus autē in quo u, incipiēs ab ipſo u ipſam u o, p r, circūferentiā ambiens ad r uenit, tempus eſt in quo u ſ, permutat non apparēs hemiſphæriū, hoc eſt ipſa e g. In quo igitur tēpore h f, permutat apparēs hemiſphæriū, in eodem ipſa e g. non apparens. Theorema 17 Apparens 17



Odiaci circuli æquales circūferentiæ æquali tempore non permutant non apparēs hemiſphæriū, ſed in pluri tempore quæ propinquior eſt tropico ea quæ longius diſtat, in æquali uero quæ ab utroq; contactu æque diſtant.

Sit in

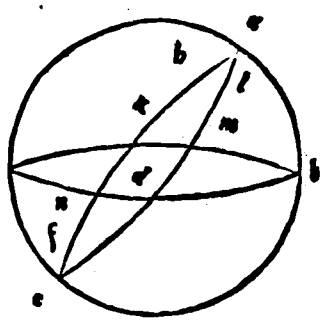
Sit in mundo horizon a b c, æſtiuus quidem tropicus ſit a b, hybernus uero ſit c t, zodiacus uero circulus poſitionẽ habeat a c e, aſſumanturq; æquales circũferentiæ d e, e f. Dico q ipſæ d e, e f, æquali tempore non permutãt non apparens hemiſphærium. Sed in pluri tempore ipſa d e q̃ e f. Aſſumantur ipſis d e, e f, circũferentijs æquales, & ex oppoſito circũferentiæ g h, h k. Ipſæ igitur g h, h k, circũferẽtiæ æquali tempore non permutant apparens hemiſphæriũ. Sed in pluri g h q̃ h k. Sed in quo tempore g h permutat apparẽs hemiſphæriũ, permutat ipſa f e non apparens. Ipſæ igitur d e, e f, circũferẽtiæ, æquali tempore non permutant non apparẽs hemiſphærium. Sed in pluri d e, ipſa e f. Dico q & in æquali tempore quæ æque diſtant ab utroq; cõtactu tropicorũ, ſint n per quos inuehantur ipſa d e f g h k, ſigna circuli paralleli d o, e x, f r, l g, h m, n k. Ipſæ h k, l m, igitur circũferentiæ in æquali tempote permutãt apparens hemiſphæriũ. Sed in quo tẽpore h k apparens hemiſphæriũ permutat, ipſa d e non apparens permutat. In quo autem l m apparens, hemiſphæriũ permutat, ipſa x o non apparẽs permutat. Ipſæ igitur e d, o x, circũferentiæ æquali tempore non permutãt non apparens hemiſphærium.



Theorema 18 Apparens 18

TArum quæ in utraq; parte æquinoctialis circunferentiarũ æqualium, & ab æquinoctiali æqualiter diſtantiũ, in quo tẽpore altera permutat apparens hemiſphæriũ, altera non apparẽs. & in quo tempore altera permutat non apparens hemiſphæriũ, altera apparens.

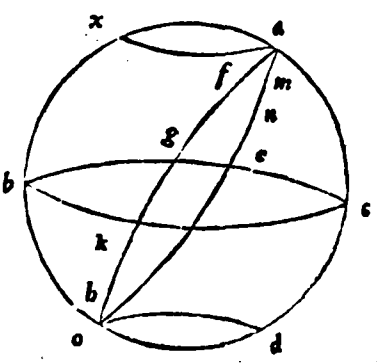
Sit in mũdo horizon a b c, æquinoctialis autem circulus ſit b d c, zodiacus autem circulus poſitionem habeat ſicut a e h, & ipſius b c d, æquinoctialis ex utraq; parte æquales & æque diſtantes circũferẽtiæ ſint h k, f n. Dico q in quo tẽpore h k permutat apparens hemiſphæriũ, ipſa f n non apparens, ponatur enim ipſi f n, æqualis & ex oppoſito m l circũferentia. Ipſæ igitur m l, h k, circũferentiæ permutãt apparens hemiſphæriũ. Sed in quo tẽpore l m apparens hemiſphæriũ permutat, ipſa f n non apparens permutat, & in quo igitur tempore h k, circũferentia permutat apparens hemiſphæriũ, ipſa n f circũferentia non apparens permutat. Idq; ꝓpterea iam & in quo tempore h k, circũferentia permutat non apparens hemiſphærium, ipſa f n non apparens permutat.



Theorema 19 Apparens 19

IN ſemicirculo aſſumpto ſub æquinoctiali ad æſtiuum tropicum æqualium circũferentiarũ exiſtentium, in pluri tempore altera earum permutat apparens hemiſphæriũ quàm reliqua non apparens, & contingens contingente.

Eſto in mundo horizon a b c, æſtiuus quidem tropicus eſto a x, hybernus uero ſit d o, æquinoctialis autẽ circulus ſit b e c, zodiacus porrò circulus poſitionem habeat a e o, & in ipſo a o, ſemicirculo æquales circũferentiæ ſint f g, h k. Sit autem ꝓpinquior æſtiuo tropico f g. Dico quod in pluri tempore g f, permutat apparens hemiſphæriũ q̃ h k, non apparens & contingens ipſo contigente ponatur n ipſi h k, circũferentiæ æqualis & ex oppoſito circũferentia m n, ꝓpinquior igitur eſt f g, æſtiuo tropico q̃ m n, in pluri igitur tempore f g, permutat



permutat apparens hemiſphæriū quàm m n, non apparens. Sed in quo tempore m n, circūferentia permutat apparens hemiſphærium, ipſa h κ non apparēs. Similiter iam demonſtrabimus ϙ & contingens contingente, in pluri tempore permutat apparens hemiſphærium quàm reliqua non apparens. Similiter autem & earum quæ in altero ſemicirculo aſſumpto, ſub æquinoctiali ad hybernum tropicum æqualium circūferentiarū in pluri tempore altera permutat, non apparens hemiſphærium quàm reliqua apparens, & contingens contingente.

PHAENOMENA FINIVNT.

BARTHOLOMAEVS ZAMBERTVS VENETVS Lodouico Mocenico patritio Veneto equiti iurato, Senatorij ordinis, ac oratori facundiſſimo, gaudere & bene rem gerere.

VIrtus, doctrina, morumq; ſingularium tuorum claritudo Lodouice uir integerrime, quibus in homine ſplendidius aut rutilantius nihil eſſe ſapientiſſimi græcorū dicere conſueuerunt, ea ſemper in te extitit, ut omnes de te nil niſi clarum aliquid, nil niſi perſpicuū, nil niſi omni ex parte glorioſum ſemper conciperēt, aut ſperarent. Idq; propterea ego quoq; quem tibi deſtinatum tu te ſcis ſemper habuiſſe mancipiū præclaras animi tui dotes, probitatemq; ſingularem conijectans animoq; perpendens, nil de te inquā aliud mihi perſuadere ſolebam, niſi quod tibi tuæq; familiæ præclariſſimæ immortalem gloriam & laudem afferre poſſet. Quod, inquam, ut aſſequaris iam tibi uirtute, quæ, ſola ex omnibus poſſeſſionibus, Iſocratica ſententia mortalitati minimè obnoxia eſt ādytus comparaſti. Factum eſt enim ut huiuſce inclytæ Reipub. ſenatores ingenij tui peracuti uires, facundiamq; ſingularē (habes enim ut ingrati mancipij ſuſpicionem fugiam in orando neſcio quid uiuæ uocis, ac latentis energiæ tibi naturæ benignitate conceſſæ) uel magni æſtimantes, te oratorem Maximiliano cæſari, germaniæq; principibus deſtinauerint. Quam legationem ita egiſti, ita tractaſti, ut ſenatorem optimum par eſt facere, & adeo ut Regi gratus, ſed huic grauiſſimo ſenatui gratiſſimus extiteris. Illud, inquam, munera equeſtria tibi à rege donata, hoc uero ſenatorius ordo quem tibi comitia contulerūt exactiſſime comprobant. Neq; id mirum, quippe quoniam omnia adſunt bona quem penes eſt uirtus (ut eo utar Plauti familiaris noſtri) hac etenim ductrice tibi nec legationes, nec præturæ, uec cæteri magiſtratus deerunt, modo Dei opt. maxi. munere tibi uita ſuperſtes. Verum quid illud fuerit quod eam fidem, eam obſeruantiā quam erga te (licet exilis ſeruus) ſemper maximam habui, idq; gaudij, quod ex dignitatibus tibi collatis concepi hucuſque, ſi ſcire cupis, tibi non aperuerim, illud, inquam, fuit quod hoc à me fieri oportere cenſebam aliquo argumento, & eo ſane quo tibi hæc fieri poſſent explicatiora. Cumq; id propterea ſapientium Græcorum uolumina reuoluerem, ſeſe Catoptrica Euclidis Megarenſis præſtantiſſimi mathematici obtulerunt, opuſculum certe arduum, rariſſimum, & latinis hucuſque aut ex toto, aut magna ex parte ignotum, ſpeculari nanque & indagare uoluit ſapientiſſimus philoſophus quæ in ſpeculis imagines, quas mirabili quadam diſciplina patefacit, dum humanū uiſum, & oculi potentiam accōmodat. Quod opus ſic reliqua Euclidis opuſcula excellit, ſicut cæteros humanos ſenſus uiſus, qui rationi & intellectui in eo quod ſub ſenſu cadit obſequitur, exuperare cognoſcitur. Taceo de elementis, nam ex opere illo quod non minoribus uigilijs quàm laboribus quos per multos dies ei accommodauimus, una cum Theonis acutiſſimi mathematici traditione latinum fecimus, nec minus Euclidi qui illa compegit, quemadmodum Proclus (inquit) Diadochus, quàm eorum inuentoribus tribuo, licet uetus ſit adagium inuentis addere facillimum eſſe. Sed quibus aut inuentoribus, aut ipſi Euclidi, ſiue etiam interpretibus magis tribuendum ſit, bonam hominum partem ignorare crediderim. Id igitur opuſculi quod Catoptrica nuncupatur, à me latinum faciendum eſſe cenſui, tuoq; nomini deſtinandum, ut ex eo tanquam ex planis, conuexis, cauiſq; ſpeculis Bartholomæi Zamberti tui, & quidem ueterrimi mancipij, fidem inſpicias; obſer-

obſeruantiã ſpectes, amoris erga te ſui magnitudinẽ uideas, & demum beneuolentiam in te maximam intuearis. At fortaſſe diceres quid ſic id uis mathematicis huiuſmodi diſciplinis aperire? Ne id propterea mireris uelim, ob id ſcias Lodouice uir grauiſſime, à me id conſulto factũ fuiſſe. Nam cum mihi ſit compertũ te diſciplinas ſemper amaſſe, & coluiſſe, earumq; amatorem extitiſſe, facile propterea mihi perſuaſerim te eas in primis diligere, & colere quæ primum certitudinis omnium philoſophantiũ decreto gradum obtineant. Hæc, inquam, ſunt mathematicæ diſciplinæ, quæ uno eodemq; modo ſemper ſeſe habent, quemadmodum Ammonius interpres Ariſtotelicus, philoſophiæ diffinitionẽ Ariſtotelicam interpretans nos docuit. Has certe diſciplinas naturales ſequũtur, ſicut Auerrois peripateticus Ariſtotelem nobis aperiẽs ſenſiſſe uidetur. Quas qui ignorãt ſicut Euclidis interpres Proclus Lycius, inquit, ieiunas uoluptates capiũt. Hoc igitur argumẽto amorem erga te meum tibi eſſe explicandum ſum arbitratus. In qua interpretatione licet Flaccus noſter Horatius dixerit. Nec uerbum uerbo curabis reddere fidus interpres, nihil tamen ex noſtra officina adiunximus, at etiam nihil ſubſecuimus, ſed ſicut lectio ſeſe habet græca, ſic ueritatem colentes, nuda, pura, ſyncera, & fideli ſumus interpretatione interpretati. Noluimus enim eos immutari qui ex auctoribus aliqua decerpũt, aliqua omittunt & aliqua permutant, & ſic hinc & inde ſumpta conglutinant, ut nec pes nec caput uni reddatur formæ, & perinde cum ſic auctorũ illorum ueterum quos uetuſtas ueritatis indagatrix mira quadam religione coluit, famæ & fidei plurimum detraxerint, falſam & furto comparatam ſibi gloriam uendicare ſtudeant. Sed hiſ tandem ſunt quos unuſquiſq; poſſit deridere. Nam ſi forte ſuas repetitum uenerit olim grex auium plumas, moueat cornicula riſum, Furtiuis nudata coloribus. Stulti ſunt qui aliena pluma ſeſe obtegere quærunt. Accipias igitur uir clariſſime opuſculum huiuſmodi iam in nulla ſede receptum, ut tuo nomine in lucem prodeat, quod obſecro legere uelis ubi quid tibi ocij ſuperfuerit, uidebis etenim quanto fuerit ingenio præditus is philoſophus, cuius ſi id opuſculi tibi placuiſſe cognoſcam, ſunt in manibus illius & alia opera. Phænomena quidem optica & Data, quæ quãdoq; me interprete è Græcia in Italiam uenient, & ſic ſe latinis legenda tradent, & is auctor priſcam auctoritatẽ penè amiſſam philoſophantium ſcholas petens ſibi comparabit. Verum ne pluribus quàm par eſt uerbis tecum agere uidear, ſupereſt iam ut ipſum audias Euclidem de ſpeculorum imaginibus, ſic per nos latine loquentem. Vale æternum noſtri memor, equeſtris ordinis rariſſimum ornamentũ, & hiſs audacibus annue cœptis. Venetiis XI Calendas Octobris, in IXII. IIIVII. & XIX. Elemento, reconciliatæ diuinitatis.

EVCLIDIS MEGARENSIS CLARISSIMI PHILOSOPHI PLATONICI MATHEMATICIQ; PRÆSTANTISSIMI Specularia, Bartholomæo Zamberto Veneto interprete.



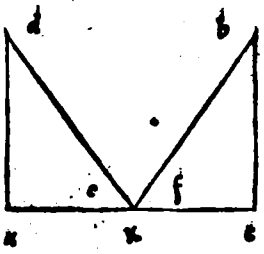
ISVM lineam rectã eſſe qua media cuncta extremis correſpondent, quæq; uidentur per rectam ſpectari lineam, planũ ac receptũ eſſe oportet. Speculo in plano collocato, inſpectoq; aliquo ſublimi, quod & ipſi plano ad angulos rectos exiſtat, fiant proportionalia, ut inter ſpeculũ & ſpectantẽ recta linea ad eam quæ inter ſpeculum & id quod ad angulos rectos faſtigium, ſic aſpecti faſtigij ad id quod ad angulos rectos in plano faſtigium obiectum eſt. In planis nanq; ſpeculis loco aſſumpto, in quẽ ab inſpecto perpendicularis cadit, non amplius ſpectatur uiſibile. Incõuexis uero ſpeculis aſſumpto loco per quem ab inſpecto in centrum ſphæræ ducitur, uiſibile non amplius ſpectatur, id quoq; in cauis euenit. Si in uas enim quidpiam proiectum ſit, acceperitq; interuallum ut minime uideatur, eodem exiſtente interuallo, ſi aqua infundatur, iniectum ſpectabitur.

Theorema

Theorema primum.

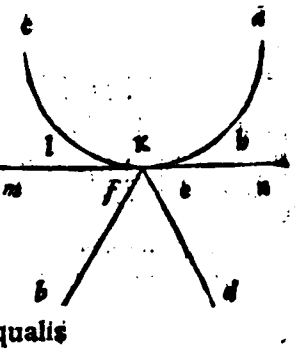
A Planis, conuexis, cauiſq; ſpeculis uiſus inæqualibus angulis refringuntur.

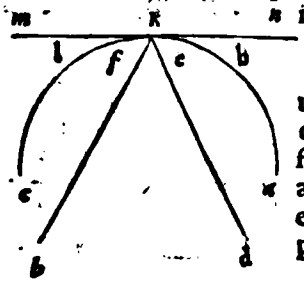
Sit oculus b ſpeculum autem planum ſit a c, uiſus uero feratur b k & refringatur in d. Dico quod angulus e ipſi angulo f eſt æqualis. Excitētur per 11 primi elementorum perpendiculares in ſpeculum b c, d a eſt igitur ſicut b c ad c k, ſic eſt d a ad a k. hoc, inquã, in diffinitionibus patuit. Simile igitur eſt triangulum b c k triangulo d a k, per diffinitionem primam 6 elementorum. Igitur angulus e angulo f eſt æqualis, nam quæ ſimilia æquiangula ſunt.



In conuexis.

Sit iam conuexum ſpeculum a k c, uiſus uero ſit b k, refractus in d. Dico quod angulus e h, æqualis eſt angulo f l, appoſui planum ſpeculum n m, æqualis eſt angulus e angulo ſ per precedentem. Sed & h ipſi l: connectitur namque m k, totus igitur e h, toti l f eſt æqualis.





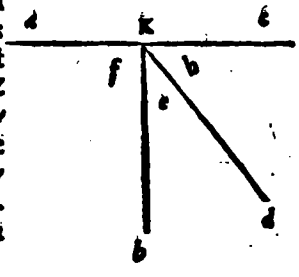
In cauis.

Sit rurſus cauum ſpeculum a k c uiſus autem b k refractus in d. Dico quod angulus e, æquus eſt angulo f, collocato enim plano ſpeculo m n æqualis eſt per primam angulus h e angulo f l. Aequalis autem eſt h ipſi l: reliquus igitur e reliquo f eſt æqualis.

Theorema ſecundum.

IN qualiacunq; ſpecula inciderit uiſus æquos efficiens angulos, ipſe per ſeſe refringetur.

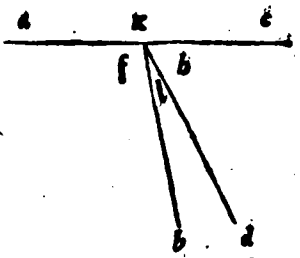
Sit planum ſpeculum a k c oculus autem ſit b. uiſus uero ſit b k, cadatq; æquos efficiēs angulos f h. Dico quod b k refractus in ſeipſum. hoc eſt in b reuertetur. Non enim ſed ſi poſſibile eſt agatur in d & quoniam per primam uiſus in æqualibus angulis refringuntur, angulus e æquus eſt ipſi angulo h oſtenſum quoque eſt quod e f angulus ipſi h eſt æqualis, & angulus igitur e f, ipſi e angulo erit æquus maior minori, quod eſt impoſſibile. Igitur b k in ſe ipſum refringetur, eadem quoque demõſtratio in conuexis, & in cauis ſpeculis conueniet.



Theorema tertium.

IN qualecunque ſpeculum procidens uiſus inæquales efficiens angulos, in ſe ipſum non refringetur neque in minori etiam angulo.

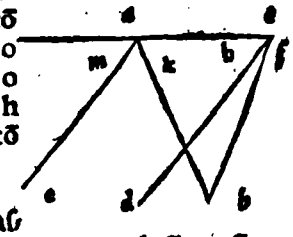
Sit planum ſpeculum a k c, uiſus autem b k procidat maiorem efficiens angulum f ipſo h l. Dico quod b k, refractus, non refringetur in ſeſe, neque in angulo h l, ſi enim ueniet in b k angulus f ipſi h l. eſt æqualis. quod eſt impoſſibile, maior enim ſupponitur. Igitur b k in maiori refringetur angulo f. a maiori namque minori æquale abſcindi eſt poſſibile per 3 primi elementorum, eademq; demonſtratio eſt & in conuexis, & in cauis.



Theorema quartum.

VIſus in planis ſpeculis, & cõuexis refracti, neque concurrunt adinuicem, neque ſunt paralleli.

Sit planum ſpeculũ a c,oculus ſit b,uiſus uero refracti ſint. b c d,b a e. Dico quod c d,& a e,neque paralleli ſunt,neque cõ currunt in d e. Nam quoniam angulus f æqualis eſt angulo h & k ipſi m, maior autem eſt per 16 primi elemẽ. f ipſo k,quo niam eſt extra ipſum triangulum b k c. maior autem fuerit h quàm m. Igitur c d ipſi a e,parallelus non eſt. neque in e d, cõ currunt.

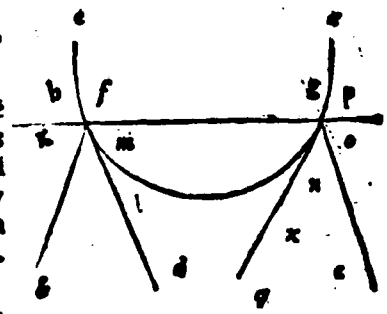


In conuexis.

Sit rurſus conuexum ſpeculum a g f c, oculus uero ſit b, aſ pectus autem refractus ſint b f d b g e. Dico quod ipſi f d, g e. neque in e d cõcurrũt. neq; ſunt paralleli, & cõnectatur enim g f, recta linea, extendaturq; ex uteraque parte, quo niã æqualis eſt k h, ipſi l, eo quia in æquis angulis refringitur. maior fuerit quoque l m ipſo k & k ipſo n x eſt maior. ſed n x ipſo p o maior eſt. Rurſus x, æqualis eſt ipſi o p, ma ior igitur eſt l m ipſo o p, multo igitur maior eſt l m ipſo o: non concurrunt igitur ipſæ f d, g e, rectæ lineæ. neque ſunt paralleli.

Theorema quintum.

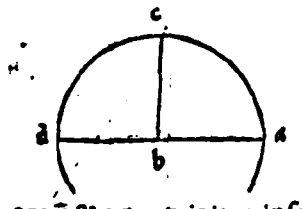
IN cauis ſpeculis ſi ad centrum, ſiue ad circunferentiam, ſiue extra circũferentiam oculus extiterit, hoc eſt inter centrum & circunferentiã, uiſus refracti concurrent.

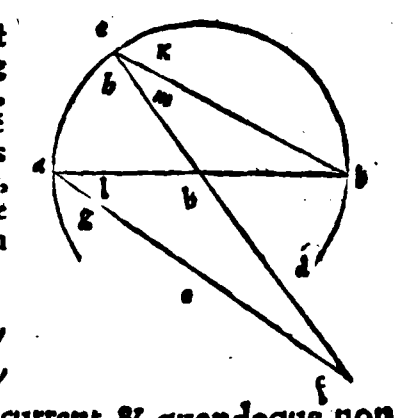


Sit cauum ſpeculum a c d, centrum autem ſphæræ ſit b ponaturque oculus in b & procidant ex b uiſus in circunferentiam b a, b c, b d, æquales igitur ſunt qui ad ſigna a c d, ſunt anguli, ſemicirculi enim ſunt per 17 tertij elemẽ. uiſus igitur refracti per ſe ipſos refringen tur b a, b c, b d, hoc autem patet quod in b cõcurrunt.

Oculus in circunferentia.

Sit rurſus cauum ſpeculum a b c, oculus autẽ eſto, b ponaturq; in eius circun ferentia, & ab ipſo b, incidãt uiſus b c, b a, refracti in d e ſignis. Quoniam maius eſt a c b ſegmẽtum ipſo b c, ſeg mento, maior eſt angulus f, angulo h per 21 tertij elemẽ torũ & g per a igitur ipſo k, maior. Ipſi igitur f k, ipſis h k, ſunt maiores. Reliquus igitur l reliquo m minor, multo magis igitur: quæ enim cõcurrunt igitur ipſæ c d a e, in f ſimiliter oſtendetur, & ſi extra circunferen tiam ceciderit oculus, ſicut in ſequenti theoremate.





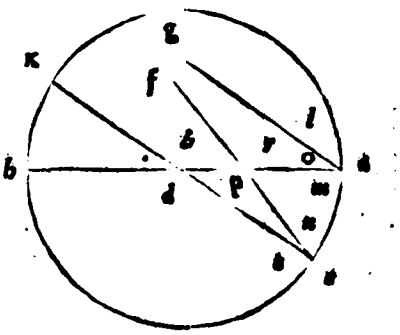
Theorema ſextum.

IN cauis ſpeculis, ſi ad medium cen tri & circunferentiæ poſitus fuerit o culus, quandoque uiſus refracti concurrent, & quandoque non concurrent.

Sit ſpeculum cauum a c, centrum autem ſit d, oculus uero ponitur b, intra centri me dium & circunferentiæ, uiſuſ autem b a, b c. refringantur in g f, extendanturque uiſus uſque ad ſpeculum a h, c k. Ipſa a h, iam ipſa c k, aut maior eſt, aut ei æqualis, aut ea mi nor. Siquidẽ uiſus, a h æqualis eſt ipſi c k, æqualis eſt & a c h, circũferentia ipſi c h k, cir cunferentiæ. Quare & m angulus ipſi x angulo, æqualium circunferẽtiarum anguli in uicem ſunt æquales per 27 tertij elementorum, & anguli m l. igitur ipſis n x. ſunt æqua les per refractionem per primum theorema. & reliquus igitur angulus o angulo p eſt æqualis: maior igitur eſt angulus r ipſo angulo o. Quoniam enim per 16 primi elemen

torum

corũ angulus r,ipſo p maior eſt quia exterior eſt. Et angulus p ipſi o, angulũ eſt æquà lis. Igitur angulus r,ipſo angulo o maior eſt, cõmu nis apponatur qui ſub o r f,igitur ipſæ c f,a g, cõcur runt ſicut ad g f. Idem quoque erit & ſi maior ſit ui ſus a h,ipſo c k,maiores enim erunt ipſi l m anguli i pſis n x,& angulus p angulo o maior eſt,& r ipſo o. Si uero a h recta linea minor fuerit ipſa c k, id pro pterea maior erit angulus o angulo p: eſt autem & angulus r ipſo p maior. Nihil enim prohibet angu lum r ipſi o eſſe æqualem uel ipſo o minorem,& nõ concurrere a g ipſi f. Manifeſtum eſt autem quod & ſi maior fuerit a h, circũferẽtia ipſa c k. Sitque æqua lis coincidentia refractionum, neque in circuli circũ ferentia, neque extra utique fiet, ſed intus tantum.

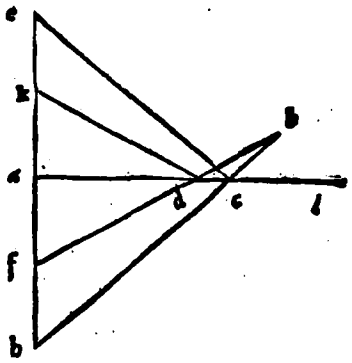


Theorema ſeptimum.

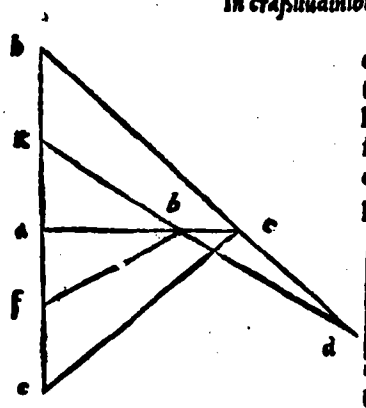


Elſitudines & craſſitudines à planis ſpeculis conuerſæ uidentur.

Sit faſtigium quidem a e, ſpeculum autẽ planum ſit a l, oculus uero ſit b, uiſus porro ſint b c, b d, refracti, in e k. Igitur oportet deductis uiſi bus in rectam lineam e, quidem ſupra eſſe, ipſo h, infra exiſtente, & k infra exiſtens in f, quod ſupra eſt, ac per inde conuerſa ſunt in phantaſia.



In craßitudinibus.

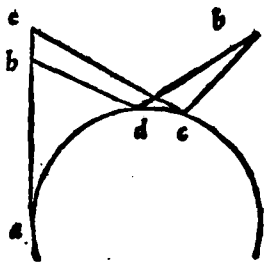


Sit rurſus craſſitudo quidem e a, ſpeculũ au tem planum ſit a c, ocu lus uero ſit d, uiſus porro ſint d c, d b refracti in e f, ſi militer eductis uiſibus ad h k, apparet quidem e infra exiſtens ſuper h ſuperius exiſtente, & f, ſupra exiſtẽs ſu per k infra exiſtente.

Theorema octauum.



Aſtigia & craſſi tudines à conue xis ſpeculis con uerſa uidentur.



Sit celſitudo a e, ſpeculum autem conuexum ſit a d c, uiſus ue ro ſint b d, b c, refracti in e h, patet quod non concurrunt, re liqua uero ſicut, & in planis.

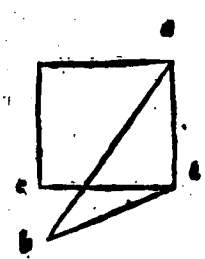
In craßitudinibus.

Sit rurſus craſſitudo a e, ſpeculum uero conuexum ſit a d c. oculus autem ſit b uiſus autem refracti in e h, ſint b c e, b d h, reliqua uero ſicut & in planis.

Theorema nonum.



Bliquæ longitudines à planis ſpeculis ſicut ſe ha bent, ſic & uidentur.



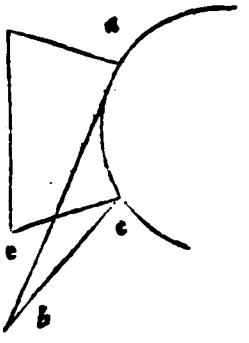
Sit oculus b longitudo autem obliqua ſit d e, ſpecu lum uero ſit a c, igitur refractis uiſibus uidetur quidẽ d in a & e, ſuper c ſicq; ſe habet in phantaſia, ſicut uero ſe habet, propius propius, & remotius remotius.

Theorema decimum.



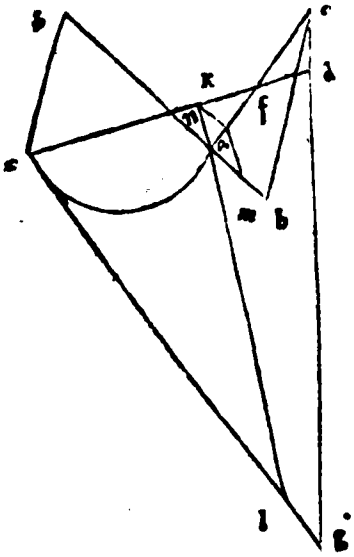
Bliquæ longitudines à conuexis ſpeculis ſicut ſunt uere, ſic ſpectantur.

Sit longitudo e d, oculus autem b, ſpeculum uero conuexum a c, aſpectus porro refracti in e d. ſint b a, b c, reliqua uero eadem.



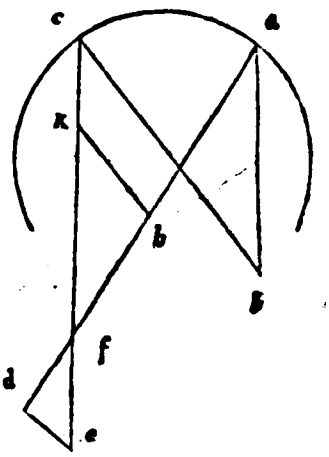
Theorema undecimum.

ELſitudines & craſſitudines à cauis ſpeculis quæcunq; ſunt intra coincidentiam uiſuum conuerſa uidẽtur, quemadmodum in planis & conuexis ſpeculis, quæcunque autem extra coincidentiam ſicut ſunt, ſic & ſpectãtur.



Sit cauum ſpeculum a c, oculus aut ſit b, uiſus uero refracti ſint b a, b c, eorum coincidẽtia: porro ſit f celſitudo ſit d e, & k n, & k n quidẽ intra f coincidẽtiã ſit at, d e ſit extra coincidentiã: igitur productis uiſibus ſicut in planis & conuexis ſpeculis apparet k ſuper m, & n ſuper l: quare conuerſæ uidẽtur, rurſus ſuper exteriorem coincidẽtiam celſitudinis apparet quidem d ſuper g, & e ſuper h, ſicut ſe habet ſic ſpectatur.

In craſſitudinibus.



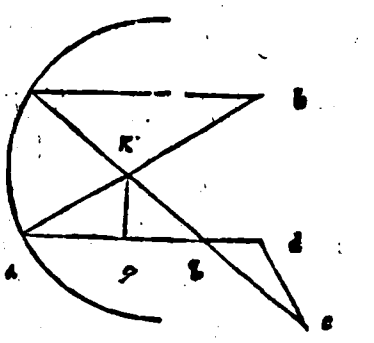
Rurſus craſſitudo quidem ſit d e. & k h, cauũ autem ſpeculum ſit a c, oculus uero ſit b, uiſus autem refracti ſint & cõcurrẽtes in f b a, b c. igitur productis uiſibus ſimiliter k h, cõuerſæ apparent, k quidem per c & h p a. Sicut eſt in planis & conuexis ſpeculis ad d e, ſicut ipſum quidem e. infra per a & d ſuper c.

Theorema duodecimum.

OBliquæ longitudines à cauis ſpeculis quæcunque intra coincidentiam uiſuum iacent, ut ſunt ſic ſpectantur, quæcunque uero extra, conuerſæ.



Sint inquam, longitudines obliquæ e d, h k. cauum uero ſpeculum ſit a c. oculus autem ſit b. uiſus refracti & concurrentes in g ſint b a d, b c e, & ipſa quidem h k, obliqua longitudo ſit intra. Igitur h k iuxta naturam apparet. ſicut & in planis & conuexis ſpeculis. Sed e d. conuerſa, nam ipſum quidem d, ſuper a apparet & e ſuper c.

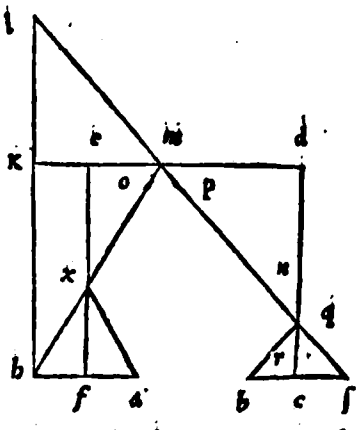


Theorema decimumtertium.

IDem ſpectare pluribus planis ſpeculis eſt poſſibile.

Sit quod uidendum eſt a, oculus uero ſit b. ſpecula autem tria ſint c d,

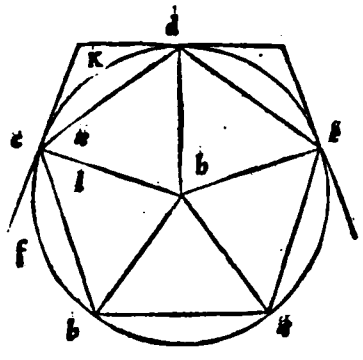
dere f, excitetur per 11 primi elementorum perpendicularis ab ipso h in c d ſpeculum b c, æqualis autem ſit b c, ipſi c ſ, & rurſus per eandem ab ipſo a in e f, perpendicularis excitetur a f & ipſi a f, æqualis eſto f h. & per eandem ab ipſo h, in ſpeculum d e, perpendicularis excitetur h k, ſitq; ipſi h k, æqualis k l, & ab ipſo l in ſ cõnectantur l m x ſ, ab ipſo aũt m in h cõnectatur m r h. Cõnectãtur autem & a r & b x. Quoniam igitur æqualis eſt b c ipſi c ſ & qui ad c, anguli recti ſunt: binæ igitur b c, c q, ipſis binis ſ c, c q ſunt altera alteri æquales, & angulus qui ſub b c q, rectus exiſtens, angulo qui ſub ſ c q, recto exiſtẽti eſt æqualis per 4 poſtulatũ, & reliqui anguli reliquis angulis erunt æquales ſub quibus æqualia latera ſubtenduntur per quartam primi elementorum. Angulus quidem qui ad b angulo qui ad ſ, & angulus x angulo t. Sed t ipſi n eſt æqualis per 15 primi elementorum ad uerticem enim. Quare & angulus n angulo x. Igitur uiſus b x in m refringitur. Rurſus quoniam æqualis eſt h k, ipſi k l, & qui ad k recti ſunt, angulus o æqualis eſt ipſi p. Refringitur ergo idem uiſus b x m in r. & id propterea iam & in a, quia æqualis eſt qui ſub f r a, angulo ei qui ſub e r m, ſimiliter & in reliquis demonſtrationibus. Inſpice igitur ab ipſo b oculo uiſus a, per tria ſpecula plana exiſtentia c d, d e, e f.



Theorema decimumquartum.

IStautem & in quibuslibet ſiquis conſtituat ſpeculis idem inſpicere, oportet autem iuxtà ſpeculorum numerum polygonum æquilaterum & æquiangulum conſtituere binis lateribus excedẽs ſpecula.

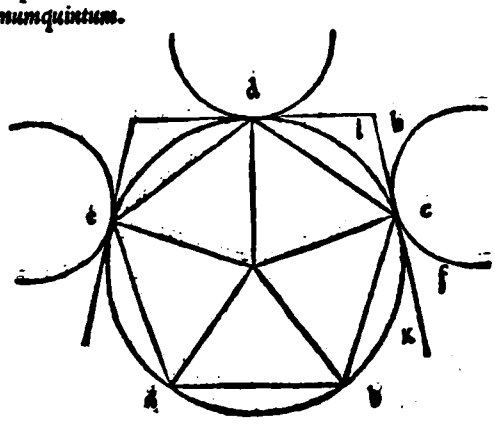
Eſtó enim quod ſpectari debeat a. oculus autem ſit b & connectatur a b & ab ipſo a b, deſcribatur polygonum æquilaterum, & æquiãgulum binis lateribus excedens ipſa ſpecula, & ſit a b d polygonum. & ſumatur per 1 tertij elementorum centrum circuli ipſi polygono circunſcripti. & ſit h, & ab ipſo connectantur, h c, h e, h d, h b, h a, in angulis, & proponantur ſpecula plana ad angulos rectos ipſis conuexis. Quoniam igitur per quartum poſtulatum æqualis eſt f l, angulus ipſi n k angulo: uterque enim rectus eſt, quorum n ipſi l eſt æqualis, reliquus igitur f, ipſi k eſt æqualis. Quare refractio ipſius b uiſus erit in d, per æquos enim angulos refractiones fiunt per primum theorema. Similiter iã oſtendetur quod qui ad d e ſigna ad omnia ſpecula uenient in a.



Theorema decimumquintum.

ILlud idem quoque & in conuexis & in cauis ſpeculis uideri poteſt.

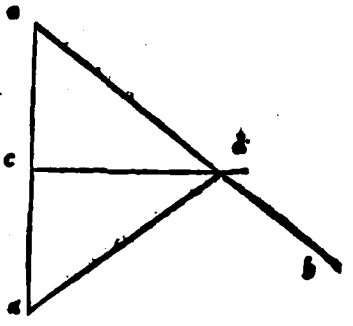
Sit namque ſpectare oportet a oculus uero ſit b, & ſimiliter deſcribatur polygonum æquilaterum & æquiangulum a b c d e, & ad ſigna c d e, ſint ſpecula plana à quibus ſpectatur a, ſicut oſtenſum eſt. adijciãtur his ſpecula aut cauа aut cõuexa ad uiſuum contactus. Igitur æqualis eſt f ipſi h, & k ipſi l, totus igitur k f, æqualis eſt ipſi l h refringetur ergo uiſus à ſpeculo conue



xó c in d,& ab ipſo d in e.& ab ipſo e in a:manifeſtum igitur eſt quod conuexis aut cauis exiſtentibus omnibus & mixtis illud idem uideri poteſt.

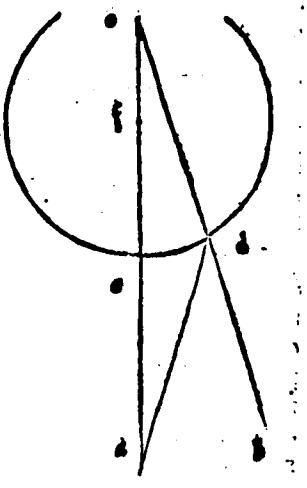
Theorema decimumſextum

IN planis ſpeculis unumquodque eorum quæ ſub aſpectum cadunt per illius quod ſub aſpectum cadit perpendicularem uidetur.



Sit ſpeculum planum c d,oculus autem ſit b, res uero uiſa ſit a ſitq; perpendicularis к re uiſa in ſpeculum a c:igitur quoniam ſupponitur in phænomænisquod aſſumpto loco c ipſum a nõ uidetur,ergo a uidebitur in linea recta a e.Sed & in rectas lineas ipſi b d,uiſus per e igitur:poſitum namque eſt nobis rectum cuius medium extremis correſpondet.Quare a e & b e recta linea erit.

Theorema decimumſeptimum.

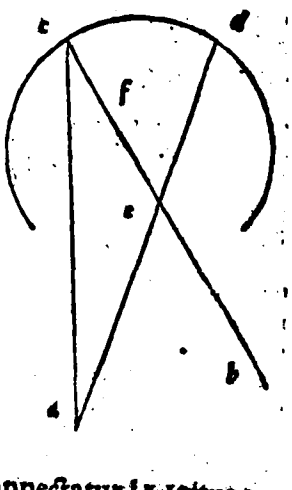


IN ſpeculis conuexis,ununquodque eorum quæ ſub aſpectum cadunt per eam quæ à re uiſa in ſphæræ centrum deducitur rectam lineam ſpectatur.

Eſto cõuexum ſpeculum c d,oculus autem ſit b, uiſus uero ſit b d.refractus in a,aſpiciaturque a,centrum autẽ ſphæræ ſit f,& connectatur a f extendaturq; b d in e: igitur quoniam ſupponitur in phænomenis quod aſſumpto c ipſum a non uidetur,uidebitur igitur in rectam lineam a c,per id quod euenit ex b d,uiſu,& ab ipſo a c in e,ſicut & in planis.

Theorema decimumoctauum

IN cauis ſpeculis unumquodque eorum quæ ſub aſpectum cadunt per eam quæ à re uiſa in cẽtrum ſphæræ ducitur rectam lineam ſpectatur.



Sit cauũ ſpeculum c d.aſpectus autem refractus ſit b c, in a uiſum,centrum autem ſphæræ ſit e connectatur recta linea & extendatur igitur quoniam in phænomenis deprehenditur quod aſſumpto loco d ipſum a non uidetur: quare agetur in rectam lineam a e,aſpicietur ergo per congreſſum ipſius a d rectæ lineæ & b c uiſus per f.

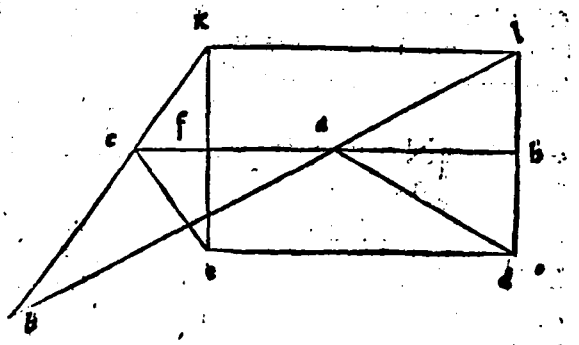
Theorema decimumnonum.

IN planis ſpeculis quæ dextra ſunt ſiniſtra apparent, & quæ ſiniſtra dextra,& ſimulacrum æquum eſt rei uiſæ & diſtantia à ſpeculo æqualis eſt.

Sit planum ſpeculum a c,oculus autem b, uiſus uero ſint b a.b c,refracti in d e,quod autem ſpectatur ſit,d e, & ab ipſis e d,per duodecimam primi elementorum in ſpeculum perpendiculares excitentur e f.d h & extendantur. Extendanturque & b c,b a,uiſus & concurrant parallelis in к l.& connectatur l к.igitur ap

paret

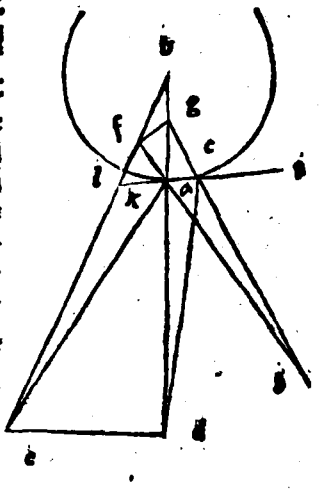
paret ſuper k & d ſuper l. hoc enim prius oſtenſum eſt, ergo ſiniſtra dextra apparent, & dextra ſiniſtra, & quoniam æqualis eſt qui ſub k c f, angulus ei qui ſub f c e angulo, & recti ſunt qui ad f, æqua igitur etiam fuerit f k ipſi f e. Idcirco propterea & d h, ipſi h l, æquum eſt igitur interuallum quod abeſt à ſpeculo e d, ipſi a abeſt ſimulacrum k l & æquũ eſt uiſum e d ſimulacro k l, quoniam æqualis eſt e f ipſi f k, & d h ipſi h l. communis autem & ad rectos angulos ipſa h f.



Theorema uigeſimum.

NI conuexis ſpeculis ſiniſtra dextra, & dextra ſiniſtra ſpectantur, & interuallum à ſpeculo ſimulacro minus abeſt

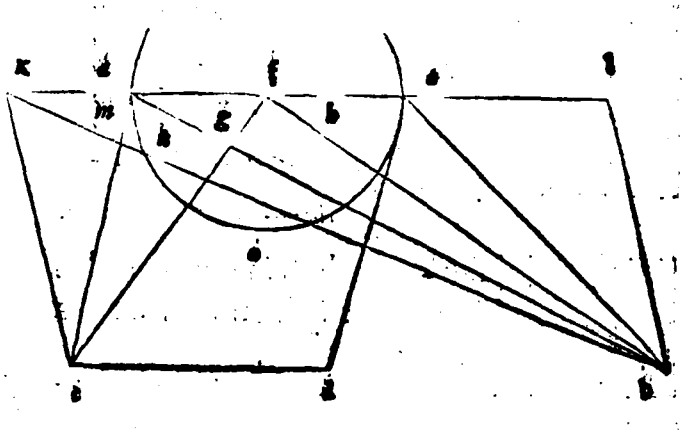
Sit ſpeculum conuexum a c, centrum autem ſphæræ ſit h, oculus porro ſit b, uiſus autem ſint b a, b c, refracti in d e, quod ſpectatur ſit d e, & ab ipſo h centro excitentur in d e ipſæ h d, h e, & extendãtur uiſus ad f g, & connectatur f g ſimulacrum. Igitur ipſum quidem d appareat ſuper g, & e ſuper f dextra igitur ſiniſtra, & ſiniſtra dextra ſpectantur. Dico quod maior eſt e l ipſa l f. excitetur per a ipſam tangens circunferentiam r a k. quoniam igitur b a, a e, ad ipſam circunferentiam æquos efficiunt angulos, propter refractionem tangit ipſa k a r, bifariam fuerit ſectus qui ſub e a f angulus. & obtuſus eſt angulus k. maior igitur eſt e k, ipſa k f multo maior igitur e l ipſa l f: minus igitur abeſt ſimulacrum f g à ſpeculo: magis autem quod ſpectatur e d, ſicut in ſequenti patet.



Theorema uigeſimumprimum.

NI conuexis ſpeculis ſimulacrum ſpectatis minus eſt.

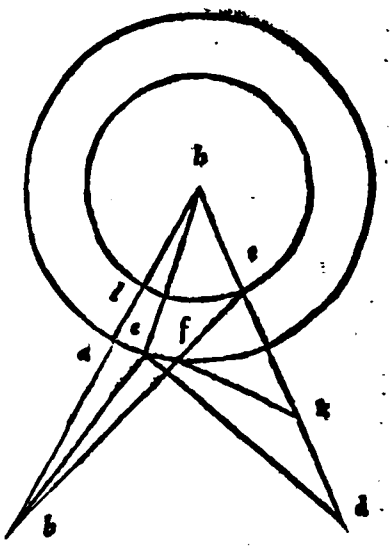
Sit ſpeculum conuexum a c, oculus autem ſit b. uiſus uero refracti ſint b a, b c, in d e, igitur à conuexo ſpeculo aſpicitur e d in angulo qui ſub a c b; apponatur iam ſpeculum planum a c tangens, uiſus in a c. Igitur uiſus uiſus e à plano ſpeculo non eſt b a e, non enim æquos efficit angulos ad planum ſpeculum, neque refringetur intra a c, refringatur ſi poſſibile eſt, & eſto b f. uiſus, æqualis igitur eſt angulus g angulo h propter refractionem. & h, maior eſt ipſo n & m ipſo g: quare & m ipſo n maior eſt, quod eſt impoſſibile. Ipſe nãq; n ipſo m maior eſt. Aequalis enim eſt totus ei q ad circũferẽtiã: extra igitur ipſum m a refringatur, refringatur eſto b k e. Similiter aũt



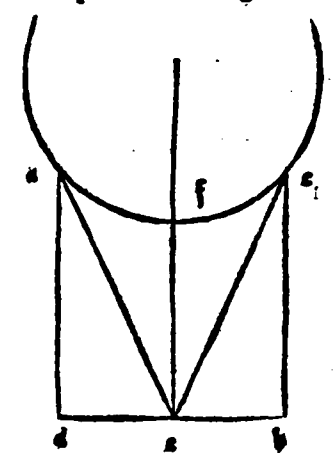
& b c d,extra cadit.Igitur e d in maiori angulo ſpectatur à ſpeculo plano comprehẽſo ſub k b l,quæ à conuexo,æquum autem patuit apparens in plano, manifeſtum igitur quod à conuexo ſpeculo ſimulacrum minus apparet re uiſa.

Theorema uigeſimum ſecundum.

IN conuexis ſpeculis,à minoribus ſpeculis minora ſimulacra ſpectantur.



Sit ſphera maior a c minor uero e l, circa idem centrũ h,oculus uero ſit b & connectatur b a h,& ab ipſa ſphæra refringatur uiſus b c d,dico quòd uiſus refractus à minori ſphæra in d. neque per c,neque extra ipſum c cadit.Cadat enim prius ſi poſſibile eſt per c & refringatur à minori ſphæra in d,& ſit b e d,& connectatur ab h in c & refringatur in k. Igitur h c k,bifariam ſecat eũ qui ſub b c d,angulum:quoniam ipſos b c d angulos æquos ad circunferentiam propter refractionem efficit. Id que propterea iam quæ ab h in e cõnexa recta linea & extenſa angulum ſub b e d bifariam ſecat. Secet ſitque h g f.Quoniam angulus compreh. nſus ſub b c d,angulo comprehenſo ſub b e d.maior eſt.& dimidius dimidio maior eſt qui ſub b e k.eo qui ſub b e f eſt autem & minor quod eſt impoſſibile: uiſus ergo à minori ſphæra refractus per ipſum c minime ueniet. Supponantur rurſus eadem,& à minori ſphæra refractus uiſus b e d,extra ipſum c cadat. & b e ſecet maiorem ſphæram in f. Viſus iam ab ipſo f,refractus in b f k,non coincidet ipſis c d,hoc,inquam,patet.Ipſi igitur e d,coincidat in k.Igitur b f k,uiſus refractus à maiori ſpeculo ipſum aſpicit k & ipſe b e k:refractus à maiori ſpeculo ipſum aſpicit k.hoc,inquam,ſuperius impoſſibile patuit.Intra igitur c a, cadit uiſus refractus a maiori ſpeculo in d. Similiter quoque oſtendetur, & quæ ab altera parte idem efficiens. Sub minori igitur angulo ſpectatur eo qui ad b facto à minori ſpeculo quàm à maiori,minus igitur apparet ſimulacrum à minori ſpeculo.



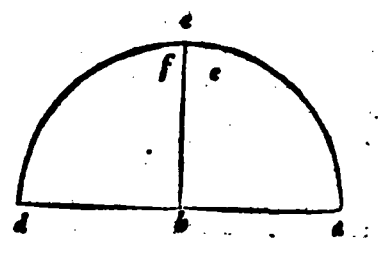
Theorema uigeſimum tertium.

IN curuis ſpeculis ſimulacra conuexa ſpectantur.

Sit curuum ſpeculum a c,oculus autem ſit e uiſus uero refracti e a,e c.in d b at f e,ſit in ſeipſum refractus,hoc eſt in e.Igitur uiſus iam maiores ſunt qui longiores:minimi uero qui circa medium hoc eſt f e ſpectatur igitur propius a ſpeculo magis e, longius uero b,& d.quare totum curuum ſpectatur.

Theorema uigeſimum quartum.

IN cauis ſpeculis ſi in centro oculus poſitus fuerit ipſe tantum oculus ſpectatur.

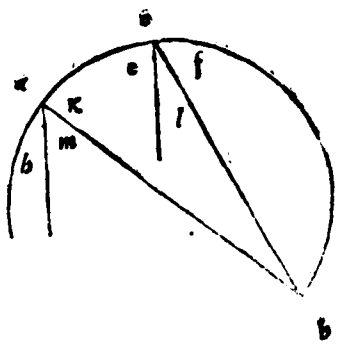


Eſto cauum ſpeculũ a c d.centrum aũt ipſius ſit b.uiſus uero ſint b a.b c,b d.Igitur angulus e æqualis eſt ipſi f,igitur uiſus b c refractus ueniet in b:ſimiliter quoque & reliqui,ipſum igitur tantum b,ſpectatur.

Theore

Theorema uigeſimum quintum

IN cauis ſpeculis ſi in circunferentia aut extra circunferẽtiam oculus poſitus fuerit, oculus non ſpectatur.

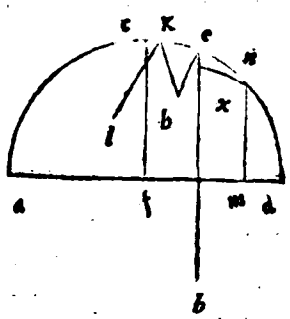


Eſto cauum ſpeculum, a c b, & oculus ponatur in circunferentia ipſius & ſit b, aſpectus aũt procidant b a, b c & refringantur igitur angulus m b angulo k maior eſt, & e l ipſo f. Quare non refringuntur, b a, b c uiſus in b oculum. Si in oculum refringũtur, anguli æqut ad ipſa à c, ſigna. Oſtendetur autem & quod ſi extra circunferentiam ſit oculus idem eueniet. ſcilicet quod non ſpectabitur oculus, quippe quoniam in ipſum non fiunt refractiones.

Theorema uigeſimum ſextum.

IN cauis ſpeculis ſi extendatur dimetiens ſphæræ, ex centróque ad angũlos rectos ducatur, & in altera parte poſitus fuerit oculus nihil eorum quæ in ſunt parte in aqua oculus ſpectabitur, hoc eſt neque eorum quæ ad diametrum, neque eorum quæ extra diametrum neque eorum quæ in diametro.

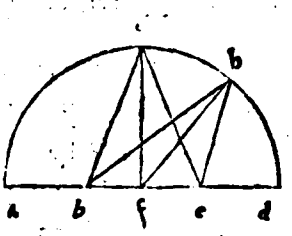
Sit cauum ſpeculum a c d, dimetiens autem eſto ipſius ſphæræ a d & ipſi a d ad angulos excitetur rectos ab ipſo f ipſa f c, oculus autem eſto b extra ipſum diametrum, uiſus autem ſit b e. Igitur uiſus b e, refractus non ueniet in b, neque in f. In æqualibus namque angulis refringitur. Veniet igitur ſicut e h Similiter quoque & ſi introrſum cadat oculus ſicut h ſiue in diametro, ſicut m, refracti autem uiſus ſicut h k, m n. uenient enim ſicut k l, n x. Igitur eorum quæ in ea ſunt parte in qua oculus ſpectatur nihil, neque eorum quæ in diametro, neque eorum quæ extra diametrum, neque eorum quæ introrſum.



Theorema uigeſimum octauum.

IN cauis ſpeculis ſi in dimetiente ponantur oculi æqualiter diſtantes à centro, nullus ipſorum oculorum ſpectabitur.

Sit cauum ſpeculum a c d, dimetiens uero ſit a d centrum autem ſit f ad rectos angulos ſit f c. oculi porro ſint b é à centro æqualiter diſtãtes, uiſus autem b c. igitur refractus ueniet in e: in æqualibus enim angulis refringitur, alius autẽ nullus ibit ut b h. Connectantur h e, h f. igitur angulus qui ſub b h e bifariam ſecabitur ab ipſa f h. & proportionale erit ſicut b h ad h e, ſic b f ad f e, quod eſt impoſſibile. Nã b h, ipſo h e, maior eſt, & b f, ipſi f e eſt æqualis, nullus igitur refractus ueniet ex b in e, unus igitur uiſus refringetur in utroque oculorũ. & ipſe non ſpectabitur. Nam b c. extenſa ipſi b d. non cõcurrit ad partes c d, apparebat autem unumquodque propter ſpectatorũ congreſſum neque ec, ipſi e a ad partes c a. concurrit. In cauis neq; ſpeculis unũquodq; ſpectatorũ per ex ſpectato in centrum ſphæræ ductã rectam lineam ſpectatur.

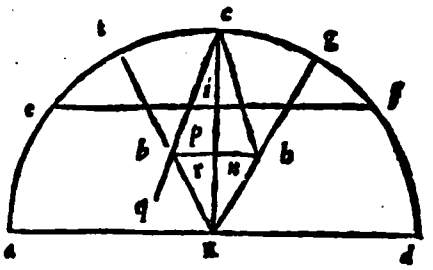


Theorema 28

IN cauis ſpeculis ſi eam quæ ex centro bifariam ſecans, & ad angulos rectos educens quis ponat oculos æque diſtantes in ea quæ ex centro, ponatur autem uel per medium diametri & eius quæ ad rectos angulos, uel in ipſa quæ ad rectos angulos, ipſorum oculorum nullus ſpectabitur.

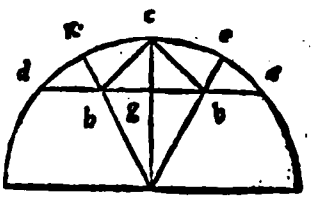
Eſto

Esto cauum ſpeculum a c d. dimetiens autem ſit a d cētrum ſit k, & quæ ad rectos angulos, k c. ſecetur per 10 primi elemētorum biſariā in p, ſuper e a uero ad angulos rectos eſto e p f. & oculi intra diametrum a d & e f, ſint b h, in parallelis e f, b h. æque diſtantes ipſi k c. uiſus uero eſto b c refractus in h: æquos igitur efficit angulos ad circunferentiā, quippe quoniam f e, ipſi b h parallelus eſt. & b n ipſi n h, eſt æqualis. & connexæ k b, k h, extēdantur, extendatur autem & c b in q. & quoniam b c maior eſt ipſa b k maior eſt angulus r angulo i. Quare & qui ſub c b h, maior eſt eo qui ſub h b k hoc eſt eo qui ſub h b k, igitur b c, ipſi k h. non concurrit. Igitur ipſe h non ſpectabitur: propter congreſſum namque ipſorum b c, k h, ſpectatur.



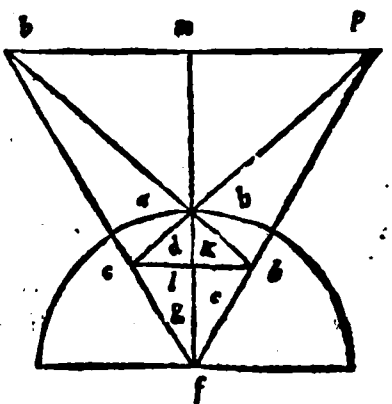
Aliter.

Sint rurſus eadem qui ſupra, ſed b h oculi ſint in biſaria, & ad angulos rectos ſecta ea quæ ex centro a d: quoniam igitur æqualis quidem eſt b c, ipſi b f & e h ipſi f h. parallelus igitur eſt b c, ipſi f h. Igitur b c. uiſus non cōcurrit ei quæ ex cētro in ſpectatū, hoc eſt ipſi f h ad partes, h c: quare oculus h non ſpectatur, ſpectabitur namque propter ipſorum b c f h, congreſſum.



Aliter.

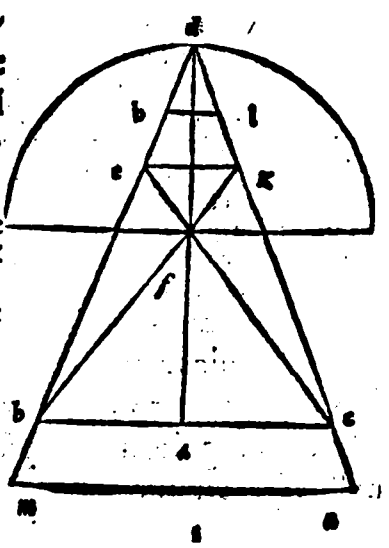
Sunto rurſus eadem, in ſuperiori uero ipſius biſariæ ſectionis ponantur oculi b c. æque diſtantes ab ea quæ ex centro hoc eſt f a. Dico iam b c, ipſos ſpectari, & ea quæ ſunt dextra ſiniſtra, & quæ ſunt ſiniſtra dextra, & ſimulacrum maius ore & interuallū à ſpeculo maius habens ſimulacrum: eſto enim b a, uiſus refractus & connectantur à centro f ad b c ipſæ f b, f c, & extendatur b a. Quoniam igitur biſaria ſectio eſt g maior eſt b f ipſa b a, & angulus k angulo e: æqualis autē eſt k ipſi d: maior igitur eſt & d ipſo e: coincidunt igitur ipſæ f b, c a. extenſæ coincidāt in p. Id propterea iam b a, f c concurrunt in h, ſpectabitur igitur ipſæ quidem c, in h, & b in p & dextra quidem ſiniſtra, & ſiniſtra dextra apparent. Sed maior eſto h p ipſa b c, paralleli enim ſunt: ſimulacrum igitur maius apparet, & magis à ſpeculo diſtans. maior eſt enim m a ipſa a l.



Theorema uigeſimum nonum.

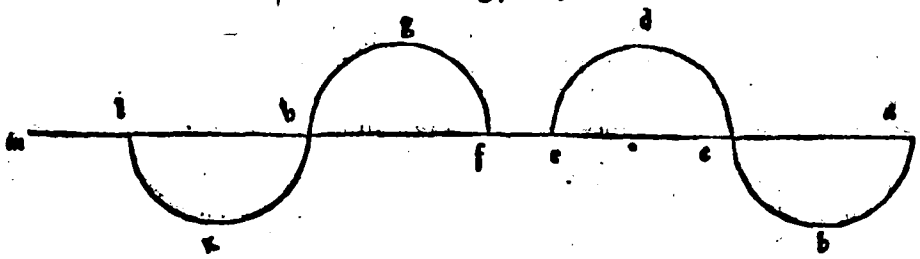
SI uero extra diametrum ponantur oculi, ea quæ dextra ſunt dextra, & quæ ſiniſtra ſpectantur, & ſimulacrum minus ſpectato, & in eo quod medium inter ſpectatum & ſpeculum.

Eſto, inquam, oculi b c, cētrum autem ſit f. ipſius ſpeculi: & ipſi diametro ad angulos rectos eſto a f d, & huic ad angulos rectos b c & ipſi b a, æqualis eſto a c. & uiſus ſit b d, refractus in c & per centrum ipſæ b f k, c f e, & ab ipſis e k, connectatur e k, igitur b in k apparet & c in e. Igitur quæ dextra ſunt dextra, & quæ ſiniſtra ſunt ſiniſtra ſpectantur, & ſimulacrum e k, minus eſt ipſo b c, ſpectato, parallelus namque eſt e k ipſi b c, & circa medium ſpeculi. & ſpectate apparet ſimulacrum. Deducto autem ſpectato, & eo minus apparet ſimulacrum



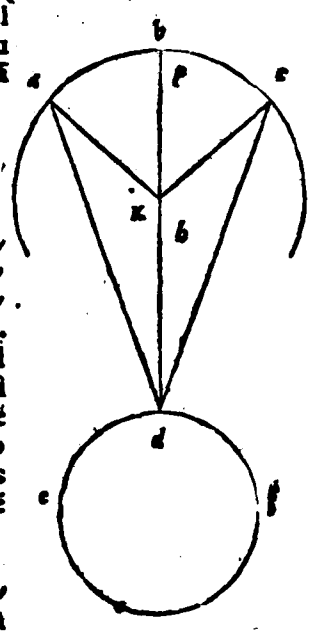
crum ſepoſitum ab ipſo b c,poſitum.ſimiliter igitur ab ipſo m in f, centrum connexa & extenſa ſuperius cadit in k ſicut l.quæ uero ab n in f ſuperius in e,uſque h.igitur m ti ſpectatur ſicut h l & minus eſt h l,ipſo e k & ſpeculo propinquius.

Theorema trigeſimum,



SPeculum conſtruere eſt poſſibile,ut in ipſo ſpectentur plures facies,& maiores,& minores,& aliquæ propius,& aliquæ ſogius, & aliæ dexteræ,& aliæ ſiniſtræ.

Sit enim planum a m,igitur in hoc fieri poſſunt conuexa ſpecula ſicut a b c,h k l.Cauua autem qualia ſunt c d e,f g h.plana porro qualia ſunt e f.l m.poſita uero facie ſicut g ſpectantur à planis æqualia ſimulacra æque diſtantia,à conuexis uero minora & minus diſtãtia,à cauis porro omnino ſicut manifeſtum eſt.



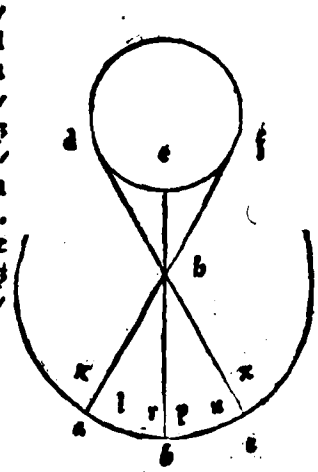
Theorema trigeſimum primum.

IN cauis ſpeculis ad ſolem poſitis ignis accenditur.

Eſto cauum ſpeculum a b c,ſol autem ſit e f, centrum autem ſpeculi ſit h.& à quodam ſigno d cõnexa quidem in h centrum d h,extendatur in b. Incidat autem d c acta & refracta in k.refringetur autem ſuper h cẽtrũ. Angulus enim qui ad p,circunferẽtiam minor eſt eo qui ad circunferentiã ſub b c d,& ſit a b circunferentia æqualis ipſi b c,& ab ipſo d aliaacta cadat d a,manifeſtum igitur quod refracta à d acta cadit in k,quippe quoniam circũferentia a b æqualis eſt ipſi b c, ſimiliter autem oſtendetur quod omnes ab ipſo d incidentes in ſpeculum & æquos ſuſcipiẽtes in idẽ coincidunt ipſi b k ſuper ipſo h.

Aliter.

Eſto rurſus cauum ſpeculum a b c,ſol autem ſit d e f & à ſigno quoddam e per h centrum ſit e h b & a b d f,ſint d h c,f h a.Igitur demonſtraui quidem quod quæ ex e actæ concurrunt in ſe ipſas per p r,angulos æquos exiſtentes, diametri enim ſunt.Quæ uero ab f in h a,per k l angulos.Quæ uero a b d in h c,quoniam n x anguli ſunt æquales,quod autem omnes in ſe ipſas refringuntur,manifeſtum.ex centro namq; exiſtentes ſemicirculos faciunt.qui uero in ſemicirculis anguli ſunt æqualis per 27 tertij elemẽtorum,per æquos enim angulos fiunt refractiones,in ſe ipſos igitur refringuntur. omnes igitur coincidunt quæ ab omnibus ſignis in eas quæ per centrum & in centro agũtur.hiſs igitur actis.calefacti iſq; circa centrum ignis colligitur, quare ibi ſtupa appoſita accendetur.



Catoptrices hoc eſt de imaginibus quæ in ſpeculis opuſculi Euclidis Megarenſis præſtantiſſimi mathematici, FINIS. Bartholomæo Zamberto Veneto interprete.

BARTHOLOMAEVS ZAMBERTVS VENETVS Ioanni Zamberto Veneto fratri humaniſſimo ſalutem perpetuam.

QVVM me iam pluribus annis hiſce mathematicis diſciplinis mirum in modum delectari tibi exploratiſſimum eſſet Ioannes frater chariſſime, cumq; ſæpius, me quaſi ad pugnam prouocans aliqua abs te mechanico artificio ſtructa oſtenderes, quæ optices hoc eſt perſpectiuæ ſpeculationibus compacta pluribus lineis ſeſe inuicem diſpeſcẽtibus, multiplicibusq; angulis, mirandam ingenij tui ſolertiã altamq; indaginem preferrent, efficere non poteram quin eam theoremata maxime non comprobarem, quandoquidem niteris lineis & angulis efficere ut ea quæ plana ſunt quandoque conuexa, at quandoque ſeſe in intima penetralia extendere, aliquando uero ſolida & tribus dimenſionibus conſtare uideãtur. Cuius quidem diſciplinæ rationem quãdoq; cum apud Socraticum Euclidem in uetuſtiſſimis & tineis ac carie contritis græcis codicibus legerem, quodam ſtupore perfuſus, hominis ingenium arduum & ſublime inde dijudicans, opus illud mira ſolertia ſed maximo ſtudio non legi ſed relegi tranſcripſiq; pariter, ut tanta doctrina quoque inter noſtros codices ſumma uenerationẽ ſeruata reperiri poſſet. Quod quidem opuſculum cum quandoque tibi demonſtraſſem, auidiſſime, ut qui hiantibus faucibus ſitibundi fontis frigidam aquam æſtiuis ardoribus ingurgitãt, petijſti, ut illud tibi latinũ efficerem, exiſtimans eſſe aliquid cæteros homines quos diuerſa inutilia oblectamenta iuuant diſciplinis excellere. Quod ſane ut tuis uotis frater chariſſime ſatisfactum eſſet: quaſi ocio deditus ex Euclidea interpretatione illa laboris plena, ſedulo curaui opusq; ipſum ſublimi, & mirando iudicio ab Euclide ipſo exquiſitum latinum feci. ut tibi ſatisfaciendo, communi quoque ſtudentium utilitati conſulerem. Quod ſane opuſculum tibi id propterea deſtino, ut tibi neceſſitudinis noſtræ amoriſq; & beneuolẽtiæ ſit exploratiſſimum pignus, tum quia hiſce ſtudijs & ſpeculationibus delectaris, idque propterea iure quodam tibi id opus deſtinari debet, quandoquidem ea illis ſunt dedenda, qui eorũ peritiam tenẽt. Sub tuo igitur nomine perſpectiua Euclidis in lucẽ uenict, ex grecorum illis diſciplinarum ingeniorum & doctrinæ mundæ & caſtigatæ plenis ſcrinijs eruta. Cæterum tu frater chariſſime hæc legẽs, uidebisq; quantum fuerit Euclidis iudicium, quantum ingenij, quanta doctrina, ut hæc optica theoremata eo examine ſtruxerit, ut eorũ nullũ recte ſentientes negare poſſimus, in quibus ſi quid fortaſſe cõperies minus obuium & tibi notum, teſtatim ad elementorum ſpecularia & apparentium Euclidis doctrinam conferes, inde nãq; omnia tibi plana fient, & luce meridiana clariora, uerũ ne me criſpini ſcrinia lippi compilaſſe putes, uerbum nõ amplius addam. Vale. XI.IV.XIX. clemento conciliatæ diuinitatis. Vene. VI. Kalen. octobris.

EVCLIDIS MEGARENSIS CLARISSIMI PHILOSOPHI PLATONICI INSIGNISQVE mathematici incipiunt optica ex traditione Theonis Bartholomæo Zamberto Veneto interprete.

OSTENDENS ea quæ per uiſum conſolationis gratia non nullos induxerunt, ratiocinatus eſt, quod omne lumen in rectas lineas protenditur, reique huiuſmodi argumentum uel maximum eſſe ex corporibus umbras eductas. deque foraminibus & aſpectibus lucem delatam. Horum enim unumquodq; neutiquam fieret ſicut & nunc factũ ſpectatur, niſi à ſole delati radij in rectas lineas extenderẽtur. Itidem quoque ex ignibus noſtris emiſſam inquit lucem cauſam eſſe, qua corporum adiacentium aliqua illuſtrantur, indeq; umbræ educuntur, aliquæ quidem ſubiectis æquales corporibus. Aliæ uero maiores. Aliæ porro ſuppo-

ſuppoſitis corporibus minores. Aequales quidem emittunt umbras quæcunque lucẽ tibus illuſtrantibuſq; ignibus ſunt æqualia, extremi nãq; radij in hijs in parallelis cõue niunt, fitq; ut umbræ neque cõcurrentes imminuant, neque hijs umbræ creſcant, ſed ſi cut ſe habet offenſio corporis, talem quoque umbræ cõmenſurationẽ obtineat. Mino res uero corporibus umbræ ſunt, quando illuſtrantes ignes maiores fuerint, extremi namque radij in ipſis concurrunt, idq; propterea umbras imminuunt. Maiores porro corporibus umbræ ſunt, quando illuminantes ignes minores fuerint: extremos nãq; radios in his rotundi contingit inumbratamq; maiorem partem perficere. Id minime fieret niſi ab igne delati radij in rectas lineas protenderentur. Clarius quoque hoc ex a/lijs effectibus deprehendi contingit. Lucerna enim utcunq; iacente ſi appoſita fuerit portula ſubtilem habens rimulã ut ſeræ. proueniatque rimula ex oppoſito lucernæ. Ipſi autem portulæ in alteram partem propior apponatur portula, in quam, per rimu lam lux delata procidat, omnino procidentem lucem in ipſam portulam rectis contẽ/tam lineis inueniemus connectentemq; interuallum medium inter rimulam portu/lamq; in eandem rectam lineam exiſtere. Cum igitur manifeſtum ſit quod omne lu/men in rectam lineam protẽditur, & omnibus cõſtat in recti aſpectũ euenire, ab ipſo erũpentes radios, eiuſdem eſſe rationis hoc eſt per rectas protẽdi lineas hoſq; in inter uallis, idque propterea ea quæ ſpectantur, ſimul tota aſpici non poſſe, præceptionẽ at/tulit huiuſmodi. Acu ſiquidem ſiue alio huiuſmodi corpuſculo ſepius in pauimentum delapſo aliquibuſq; accuratius inquirentibus, locumq; ipſum ſepius nullo corpuſcu/lum quæſitum prohibente tangentibus, deinde rurſus uiſum proijcientibus ad locum in quo erat corpuſculum, acum perſpexerunt. Manifeſtum nempe quod id quod in/uentum eſt, neque etiam locus in quo erat uidebatur, proinde quæſito ſub aſpectũ ex poſito, loci partes omnes non ſpectantur. Si enim uideretur, & quæſitum quoque aſpi ceretur, non aſpicitur autem. Itidem quoque eos qui libris accurate aſſiſtunt neque o/mnes literas in margine exiſtentes intueri poſſe dixit. Sepius namq; coactos oſtẽdere raro deſcriptas literas, minime ipſas oſtendere poſſe, eo quia ad omnes literas uiſus nõ efferuntur, ſed per interualla ipſos exiſtere, ac perinde ordine expoſitarum literarum plures percipi nõ poſſunt: proinde manifeſtum eſt quod neque totus marginis locus aſpicitur, itidem quoque in alijs ſpectaculis euenit, quare quæcunque ſpectãtur ſimul tota non ſpectantur, uidentur tamen aſpici ob nimiam uiſuum celeritatẽ, nihilq; relin quentium, hoc eſt in cõtinuũ delatorũ, minimeq; ſalientiũ. Sub uiſum namq; cadit ſpe ctatæ rei imago, ut inde motus uiſus rem uiſam percipiat, cauſaſq; has attulit. In quæſi to namq; corpore, & in eo qui accurate libro ſtudet, dubiũ ſumitur ut dicatur. Si ima/ginibus procidentibus paſſio uiſiua gignitur, & ſi ab omni corpore cõtinue imagines profluunt quæ noſtros ſenſus cõmouent, qua de cauſa fit ut quærẽs acum, itidemq; li brum accurate legens omnes literas non perſpicit. Eo quia quandoque intellectu ele/uantur nihil minus ratiocinantes quærunt, ſed omnino non inueniunt: ſepius autẽ cũ alijs ratiocinantes, intellectuque atrahentes, celerius inueniunt. Sed non omnes imagi nes per aſpectũ iudicantur, & qui nam cauſa iudicata permanent, dixerũt, inquã. natu ram eſſe iuxta animalia. Eorum uero quæ ſenſus habent aliqua ad receptaculũ recta li nea ſunt conſtructa, aliqua uero non. auditum enim & guſtum & olfactum conuexa cõſtruxit intrinſecus. ut extrinſecus procideutia corpora eiſdẽ ſenſus huiuſmodi mo uerent, auditui ſiquidem uox procidens locũ aptum inuenire debet ut permaneat ac ne ut obtigerit è ueſtigio tranſiliat, ſed ſenſum immobilem ſeruet, ac delatam uocẽ con fundat. Similiter quoque & olfactũ, at de guſtu aliquid dicere oportet, & maxime quo modo ipſi ſenſus conuexi & in ſpeluncæ ſimilitudinem ſint conſtructi ad hoc ut pro/cidentia corpora plurimo tempore permaneãt, & in uiſu quoque igitur ſi extrinſecus eidem ceciderint ipſum corpora mouentia, & non ab ipſo in eadẽ aliquid ſit emiſſum. illius conſtructionem conuexam beneq; cõpoſitam ad receptaculum corporũ præce dentium eſſe oportuit, nunc autem ſpectatur hoc non ſic ſeſe habẽs. ſed potius ſphæri cus uiſus apparet, fidemq; huiuſmodi efficiunt in præſentia radij effuſi paſſionemq; ui ſuam mouentes. At de huiuſmodi ſatis dictum uidetur. Cur autem uiſui in eodem exi ſtenti plano ſuperficies iacentes in rectam lineam appareant, hæc aſſeruit: quippe quo niam in eodem plano exiſtens uiſus rei uiſæ idem eſt, neque ſublimior, neque humili or eo quia in eodem ſitus eſt plano, ſi igitur neque ſublimior, neque humilior eſt uiſus in eodem exiſtente plano circunferẽtia. In partes aliquas ſublimiores. & in partes ali/quas humiliores radios minime transfundit. Sed omnibus circunferentiæ partibus

æquos per planum delatos radios trãsmittit. Quare hac de causa fit ut planum rectas per phantasiam lineas relinquat, & in plano descriptam circunferentiam: planum etenim in rectas uisui lineas iacens, inuisibile siquidem est eo quia in illud nullus ab uisu emissorum radiorum cadit, at illius finis spectatur, quæ linea est. Inquit enim quod eo quia in uisu linea manet, quæ reliquis plani partibus adiecta inuisibile planum efficit. Eadem quoque causa asseritur de plano in rectas lineas posito ad oculum, efficit nãq; rectas lineas relinquere phantasiam, circunferentiarũq; in eodẽ plano ad oculum expositarum apparere, ut maior pars appareat quando plures uisus emittuntur, æquales uero quando æquales, minor autẽ quando minores, fiunt uisibus sicut anguli quidem ad oculum.

Suppositio prima.

Supponatur ab oculo uisus emissos in rectas lineas ferri, interuallũq; quoddã inuicem efficientes, & sub uisibus figuram comprehensam esse conum uerticem habentem ad oculum, basim uero ad fines rerum uisarum.

Suppositio secunda.

Ea uidentur ad quæ uisus perueniunt.

Suppositio tertia.

Ad quæ uisus non perueniunt, ea non spectant ur.

Suppositio quarta.

Sub maiori angulo spectata: maiora apparent.

Suppositio quinta.

Sub minori angulo minora uidentur.

Suppositio sexta.

Aequalia uero uidentur quæ æqualibus angulis spectantur.

Suppositio septima.

Quæ sub sublimioribus radijs spectantur: sublimiora apparent.

Suppositio octaua.

Quæ uero sub humilioribus radijs uidentur, humiliora apparent.

Suppositio nona.

Et similiter quæ sub dexterioribus spectantur radijs, dexteriora apparent.

Suppositio decima.

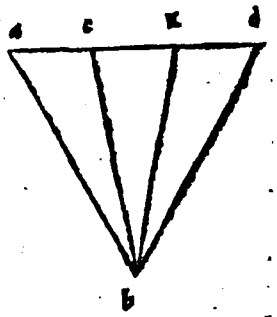
Quæ uero sub sinisterioribus radijs spectantur: sinisteriora uidentur.

Suppositio undecima.

Quæ sub pluribus angulis spectantur: expeditius uidentur.

Theorema primum.

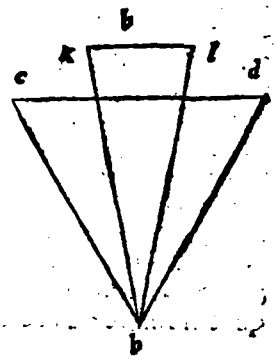
Orum quæ sub aspectum cadunt quicquã simul totum aspici minime potest.



Sit nãq; uisile quoduis a d. oculus uero sit b, à quo procidant uisus b a, b c, b k, b d. Igitur quoniam interuallo feruntur procidentes uisus non prociderent continui ad a d, quare fient quoque & ad a d. interualla, ad quæ uisus non ueniunt ea non spectantur per 1 suppositionem: totũ igitur a d. simul minime spectabitur uidetur autem simul spectari uisibus celerrime delatis.

Theorema secundum.

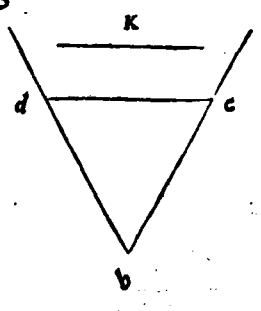
Aequalibus magnitudinibus interuallo positis, propius positæ euidentius spectantur.



Sit oculus b, quod autẽ spectatur sit c d, & k l oportet, inquã, ipsa æqualia & parallela esse, propius uero sit c d, procidantq; uisus b c, b d, b k, & b l, non utique dicerimus quod ab ipso b. oculo ad ipsam k l procidentes uisus ueniant per c d, signa, fuerit namque trianguli. b k l, & b c d. ipsum k l, maius quàm ipsum c d. atqui positum est quod & æquale, igitur sub pluribus uisibus spectatur c d, quàm k l, euidentius igitur apparebit c d, quàm k l.

Theorema tertium.

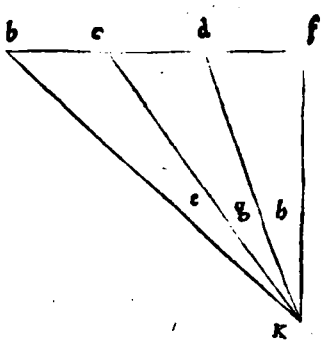
TOrum quæ ſpectantur unumquodque longitudinem interualli habet aliquam, qua aduentante, non amplius ſpectatur.



Sit, inquam, oculus n. ſpectatū uero c d, ſitq; in aliqua diſtantia, nō amplius ſpectabitur, fiat nāq; c d, inter uiſuū interuallū in quo K igitur ad k nullus ab ipſo b uiſus procidet, id uero ad quod uiſus non addunt non ſpectatur. Eorū igitur quæ ſpectantur unūquodq; longitudinem diſtantiæ habet nō aliquam, qua aduentante, amplius ſpectatur.

Theorema quartum.

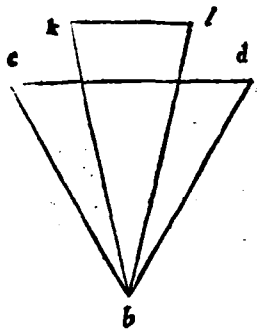
AEqualibus interuallis, in eadē recta linea exiſtētibus, quæ ex pluri diſtantia ſpectantur minora apparent.



Sint, inquam, æqualia b c, c d, d f, oculus uero ſit k, ex quo procidāt uiſus k b. k c, k d. & k f. & K b, ad rectos ſubſiſtat angulos ipſi b f: quoniam igitur in rectāgulo K b f, æquales ſunt b c, c d: d f, maior eſt quidem angulus e angulo g & g angulo ipſo angulo h: maius igitur apparet b c ipſo c d & c d, ipſo d f.

Theorema quintum.

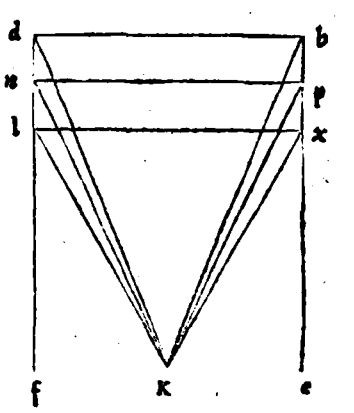
AEquales magnitudines inæqualiter expoſitæ inæquales apparent, & maior ſemper ea quæ propius oculum adiacet.



Sit æqualis c d ipſi k l. oculus uero ſit b a. quo procidant uiſus b c, b k, b l, & b d. igitur, d c, ſub maiori ſpectatur angulo quam ipſa k l: maior igitur apparet c p ipſa k l.

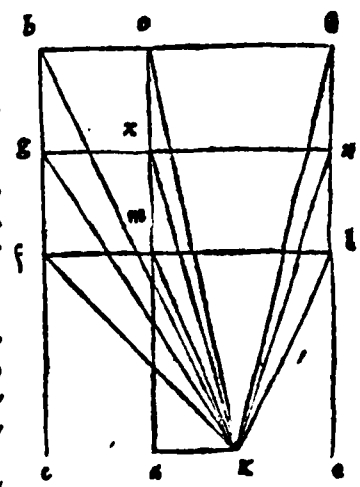
Theorema ſextum.

PArallela interuallo in diſtantia ſpectata inæqualis latitudinis apparent.



Sit, inquam, b c ipſi d f parallelū interuallum, oculus uero ſit K. Dico quod b c, & d f inæquali latitudine apparet, & maius, inquam, propius interuallum remotiore, procidant nempe radij k x. k p, k b, k d, k n, & k l. & connectantur rectæ lineæ x l, p n, & p d. Quoniam igitur angulus q ſub x k l, maior eſt eo angulo qui ſub p k n, maius igitur apparet ipſum x l ipſo p n, atq; id propterea n p, recta linea maior apparet ipſa b d, recta linea non amplius ſpectabuntur parallela interualla, ſed minora, & inæqualis latitudinis, parallela igitur interuallorum ex diſtantia ſi ſpectentur inæqualis latitudinis apparent. Sic nempe in eodem plano ſpectato fuerit oculus ſic, eſto enim k, & excitetur per undecimam undecimi elementorum, ab ipſo k ad ſubiectum planum perpendicularis k a: ab ipſo autem a in f l, ipſa a m, per duodecimam primi elementorum: & extendatur per ſecundum poſtulatum in o, procidantque radij k b. k g, K f, K d K n, & k l, & connectantur, per primum poſtulatum k m, K x, & K o. Quoniam igitur ab ipſo k, ſublimi in ipſum m annectitur k m, perpendicularis igitur eſt in ipſam m l, per duodecimam primi elementorum: ſimiliter iam & k x, in ipſa g n, & ipſa K o, in ipſa b d. Igitur triāgula k m l, K x n: K o d, rectāgula ſunt, & æqua-

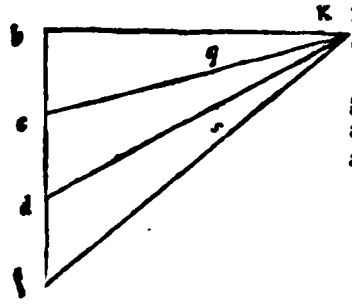
lis eſt ipſa quidem x n ipſi m l, parallelogrammum, in quam, eſt ipſum m n, utraq; ipſarum x k, k n, maior eſt utraque ipſarum m k, k l, maior igitur eſt & angulus qui ſub m k l, eo qui ſub x k n. Quare & tota f l, tota g n maior apparet. idque propterea & l ſ, ipſa b d, inæqua lis igitur latitudinis ipſæ magnitudines apparent.



Theorema ſeptimum

IN eadem recta linea æquales magnitudines remotius inuicem poſitæ inæquales apparent.

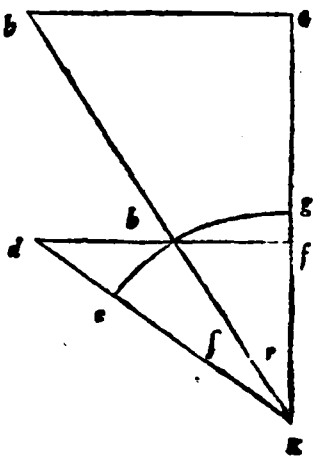
Sint æquæ magnitudines b c, & d f oculus uero ſit k, & ab ipſo κ, oculo procidant uiſus k b, k c, κ d, k f, rectus uero ſit angulus qui ſub k f b, igitur angulus ſ angulo q maior eſt, quare & d f ipſa c b, maior apparet. Igitur ipſæ d f & b c magnitudines inæquales apparent.



Theorema octauum.

AEquales magnitudines inæqualiter expoſitæ interuallis proportionaliter minime ſpectantur.

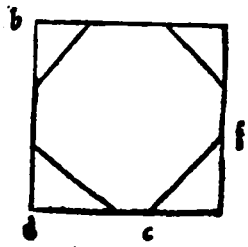
Eſto enim b c ipſi d f, æqualis. & ei parallelus apponatur. k oculus, & ab ipſo procidant radij, k f c: κ h b, k f, & κ e d. Quorum k c, ipſi b c, eſto ad angulos rectos. Dico iam q ipſæ b c, & d f magnitudines ipſis c k, & k f, interuallis proportiõaliter minime apparent. Quoniam enim angulus qui ſub d f κ, rectus eſt, acutus igitur eſt angulus qui ſub f k h, quare & ipſa h k ipſa k f maior eſt, centro igitur k, interuallo uero κ h per tertium poſtulatũ circulus deſcriptus extra ipſam k f cadit, deſcribatur & eſto e h g: & quoniam h d k, triangulum maiorem habet rationem ad h κ e, ſectorem, quàm f h k, triangulum ad g h κ, ſectorem: uicissim igitur h d k, triangulum ad f h κ, triangulum maiorem habet rationẽ, quam e h k, ſector, ad g h k ſectorem. Componendo igitur per decimamoctauam quinti elemẽtorum triangulum f d k, triangulum f h k, maiorem habet rationem, quã e g κ, ſector ad g h k, ſectorem, ſed ſicut f d k, triangulum ad f h k triangulum, ſic d f ad f k, ſicut autem g e κ, ſector ad g h κ, ſectorem, ſic qui ſub d κ f angulus ad eum qui ſub h κ f angulum. In maiori ergo ratione eſt d f ad f h, quàm ſ r angulus ad r angulum. Sicut autem d f ad f h, ſic c κ, ad k f, & k c. igitur ad κ f, in maiori eſt ratione quàm ſ r angulus ad r angulum, at ex angulo ſ r, ſpectatur d f: ex r uero angulo ſpectatur b c. Igitur magnitudines interuallis proportionaliter minime ſpectantur.



Theorema nonum.

REctangulæ magnitudines ex interuallo ſpectatæ circunductæ apparent.

Sit rectangula magnitudo, b c ex interuallo ſpectata, igitur eorum quæ ſpectantur unumquodq; lõgitudinẽ habet aliquã interualli, qua aduentante nõ amplius ſpe-

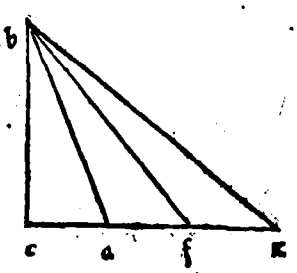


ſpectatur ſicut per 9 theorema apparet, igitur angulus c non ſpectatur. At ſigna d f, ſolum apparent. Similiter etiã & in unoquoque reliquorum angulorũ hoc eueniet, quare totum circũductum apparebit.

Theorema decimum.

SVb oculo poſitorũ planorum quæ remotiora ſublimiora apparent.

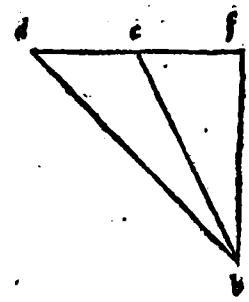
Sit, inquam, oculus b ſuper ipſo c K, plano, à quo oculo procidant radij, b c, b d: b f, & b K, perpendicularis autem eſto per 11 undecimi elementorum b k ad ſubiectum planum. Dico quòd c d ipſo d f ſublimius apparet. Igitur ipſo quidem c d ipſo d f, ſublimius apparet, & f d ipſo f k. quæ uero ſub ſublimioribus radijs ſpectantur ſublimiora uidentur, ſicut per ſuppoſitionem ſeptimam perſpectiuæ apparet.



Theorema undecimum.

PLanorum ſuper oculo poſitorum quæ remotiora humiliora apparent.

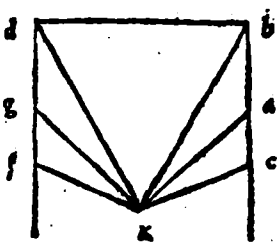
Sit oculus b ſub ipſo d f plano poſitus. à quo exeuntes radij procidant ut b c, b d: & b f humilima omnium quæ ex b ad ipſum d f prodũt, planum eſt ipſa b d. & b c etiam ipſo b f humilior eſt. Sed per b d. & b c, radios ſpectatur ipſum d c, & per b c & b f, ſpectatur ipſum c f, ipſum igitur d c humilius ipſo c f ſpectatur.



Theorema duodecimum

QVæ obijciuntur longitudinem habentium quæ ſunt in dextris, in ſiniſtra procedere uidentur, quæ uero in ſiniſtris in dextra.

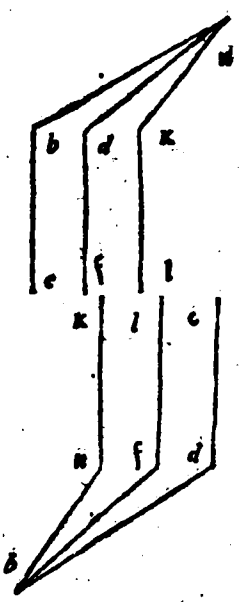
Sint enim ſpectata b c, d f. oculus uero ſit K: à quo procidant uiſus k c, k a, k b. k f, K g, & K d. Igitur ipſum d in ſiniſtrã magis quàm g, ſimiliter quoque b dextrorſum magis quàm a uidetur procedere. Quare quæ obijciuntur longitudinem habentium quæ in dextris ſiniſtrorſum & quæ in ſiniſtris dextrorſum uidentur procedere.



Theorema decimumtertium.

AEqualium magnitudinum ſub oculum poſitorum quæ longe poſitæ ſunt ſublimiores apparent.

Sint enim æquæ magnitudines b c, d f, K l, ſub oculum n poſitæ & ab ipſo n oculo procident radij n b. n d, n K, igitur ſublimior eſt n b, reliquis radijs, quare & b ſignum. Igitur b c ipſa d f: ſublimior apparet & d f ipſa k l: æqualium igitur magnitudinum ſub oculum poſitorum, quæ longe poſitæ ſunt ſublimiores apparent.



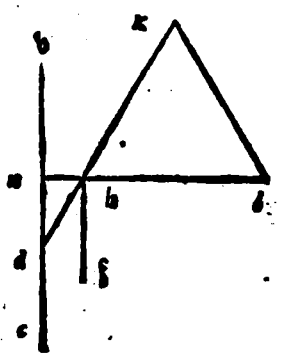
Theorema decimumquartum.

AEqualium magnitudinum ſupra oculum poſitorum quæ longe poſitæ ſunt humiliores apparent.

Sint æquæ magnitudines k n, l f, c d, ſuper oculũ poſitæ. qui ſit b & ab ipſo b oculo procidant radij b n, b f & b d. Igitur humilima eſt b d. quare & d ſignum. Ac per hoc c d, humilior apparet ipſa l f, & l f, ipſa K n.

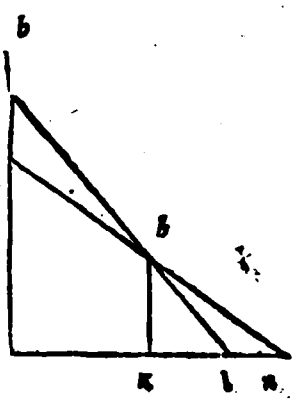
Theorema decimumquintum.

EOrum quæ ſub oculum poſita ſunt, quæ ſeſe inuicem excedunt adhærente oculo maiore ſupra ſpectatũ maius apparet, recedente uero minore minus.



Sit nempe maius b c ipſo h f, ponaturq; ut oculus ſit k, ſuper ipſa b c, & h f, procidatq; radius per h, ſitq; k d. igitur b c ipſo h f maius apparet ipſo b d, æquum enim apparebat h f ipſi d c, quoniam iam ſub eodem oculo k & radio k d aſpiciebatur. Rurſus iam permutetur oculus k, ſitq; oculus in l & p h, procidat radius l n, igitur rurſus b c ipſo h f maius apparet ipſo b n minore, igitur ipſum b c, ipſum h f. uidetur excedere abeunte oculo que adhærente.

Theorema decimumſextum

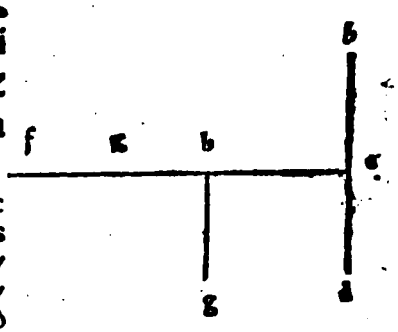


QVæ ſeſe inuicem excedunt inferius oculo poſito, adhærente oculo minore minus ſuper ſpectatum apparet, recedente uero maius maiore.

Eſto, inquam, maius b f ipſo h k, & oculo l inferius poſito cadat radius l c. per h. igitur b f ipſo h k maius apparet ipſo c b. Immutetur iam l oculus ſitq; oculus n cadatq; radius n d, per h igitur rurſus b f ipſo h k maius ipſo b d apparet. Adhærente igitur oculo minore maius. & recedente maiore ipſum b f, ipſum h k uidetur excedere.

Theorema decimumſeptimum.

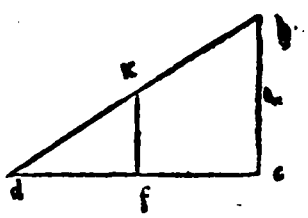
QVæcunque ſeſe inuicem excedunt, oculo poſito in recta linea minori magnitudine exiſtente, adhærẽte & recedente oculi æquali ſemper ſuperius ſpectatum minus uidebitur excedere.



Excedat, inquam, b d ipſum h g ipſo b c & connexa c h per 2 poſtulatum extẽdatur, ſitq; oculus in f. Igitus ab ipſo f radius procidens per f c, annectetur. Rurſus iam permutetur oculus in k, igitur per hoc ab ipſo k oculo radius procidens per k c annectetur, eõdem igitur excedet b d, ipſum h g & adhærente & recedente oculo.

Theorema decimumoctauum.

DAtam altitudinem cognoſcere quanta ſit.



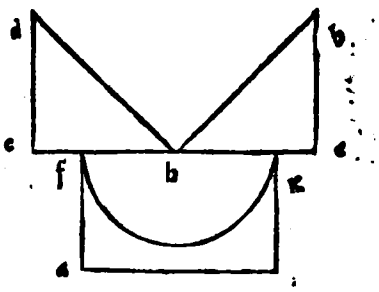
Sit, inquam, quã oportet cognoſcere, quanta ſit data altitudo b c, cadatq; radius ſolis ab ipſo b ut b d. igitur umbra erit ut c d, cape magnitudinem quampiam notam ſitque k f annectáſque per trigeſimamprimam primi elemẽtorum ſub angulo d, parallelũ b c. Igitur eſt ſicut d c ad c b, ſic d f, ad f k. & nota eſt ratio ipſius d f. ad ipſam f k, nota igitur eſt ipſius d c ad c b ratio. Sed d c umbra non eſt ipſa igitur c b altitudo nota eſt.

Theorema decimumnonum.

SOle non apparente datam altitudinem quanta ſit cognoſcere.

Sit

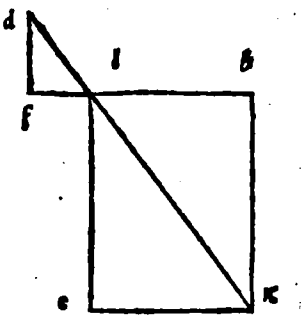
Sit quam cognoſcere conuenit quãta ſit data altitudo b c, exponaturque ſpeculum k a, oculus uero ſit d & ab ipſo procidat radius d h, refringaturq; ut h b, ſimiens. & ab ipſo d oculo perpendicularis d f agatur per duodecimam primi elementorum. Igitur anguli qui ad h ſunt æquales adinuicem, hoc enim oſtenſum eſt per primum theorema ſpecularię, ſed angulus ad c, eo qui ad f, eſt æqualis per 4 poſtulatum, rectus enim eſt eorum uterque. Reliquus igitur angulus qui ad b, reliquo qui ad d eſt æqualis. Quare triangulum b c h, ipſi d h f, triangulo ſimile eſt per primam diffinitionem 6i elementorum. Eſt igitur ſicut h c ad c b ſic h f ad f d. Ipſius autem f h. ad f d ratio nota eſt, & ipſi ſigitur h c ad c b, ratio nota eſt: at nota eſt c h nota igitur & c b altitudo.



Theorema uigeſimum

DAtam profunditatem quanta ſit cognoſcere.

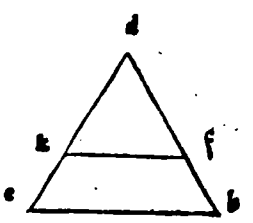
Eſto, inquam, profunditas quam oportet quãta ſit cognoſcere b k, ponaturque oculus d, procidatq; radius d l k in deiectum, excitenturq; per 31 primi elementorum ab ipſo d ad ipſam b k ipſa d f, quoniam parallelus eſt b k ipſi d f. procidit q; d k, angulos igitur per uigeſimamnonam primi elementorum b k l, & l d f. inuicem efficit æquales: ſunt autem qui ad l ad uerticem inuicem æquales per decimamquintam primi elemẽtorum, reliquus igitur angulus reliquo angulo eſt æqualis, æquiangulum igitur eſt b k l triangulum ipſi l d f, triangulo, eſt igitur ſicut l f, ad f d, ſic l b ad b k. Data autem eſt ratio ipſius l f ad f d. Data igitur eſt ratio & ipſius l b ad b k. Data autẽ eſt l b. Data quoque eſt ipſa b k.



Theorema uigeſimumprimum.

DAtam longitudinem quanta ſit cognoſcere.

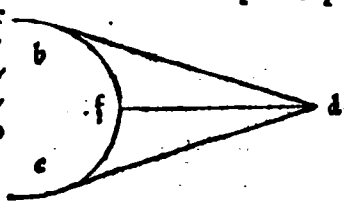
Eſto enim quam quãta ſit cognoſcere oportet data longitudo b c ponatur oculus d à quo procidant radij d b. d c, & ab ipſo f. excitetur per trigeſimamprimam primi elementorum ad ipſam b c. ipſa f k igitur eſt ſicut f k, ad k d, ſic b c ad c d nota autem eſt ratio ipſius f k ad k d: nota igitur & ipſius b c ad c d ratio, & nota eſt c d, nota igitur eſt & c b.



Theorema uigeſimumſecundum.

SI in eodem plano, in quo & oculus, circuli ambitus poſitus fuerit, recta linea ipſius circuli ambitus apparebit.

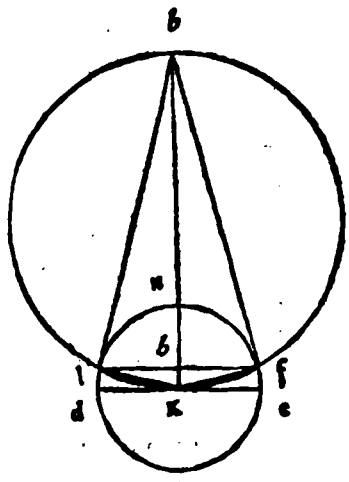
Eſto, inquam, ambitus b c, oculus uero ſit d. In eodem exiſtens plano ipſi b c à quo procidant radij d b. d f & d c. Igitur quoniam per primum theorema eorum ſub proſpectum cadunt nihil ſimul ſpectatur nequaquam apparebit f b, ambitus ipſa igitur f b, ſigna in rectam eſſe lineam uidebuntur, ſimiliter quoque & f c, tota igitur b c circunferentia recta linea uidebitur.



Theorema uigeſimumtertium.

SPhæra utcunque inſpecta ab uno oculo minus ſemper hemiſphærio cernetur, ipſum uero ſpectatum ſub ſphæræ circulo comprehenſum apparet.

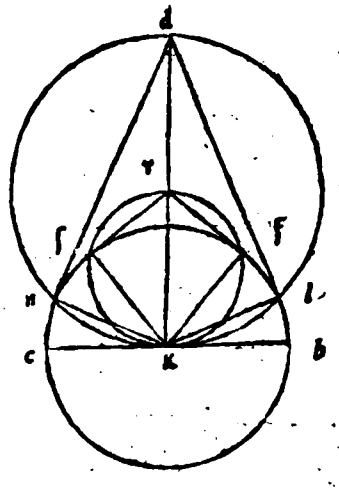
Sit enim ſphæra cuius cẽtrum ſit k, oculus autem ſit b, & connectatur per primum poſtulatum b k, & per 11 primi ele. et ad angulos excitetur rectos per k ipſa c k d & extendatur per b k, planum c k d, efficiet, inquã, in ſphæra circulum, efficiat iam ipſum c d l n f, circum uero k b dimetientem circulus deſcribatur, & per primũ poſtulatũ connectantur k f, f b, b l. l k, & l f, igitur quoniam per 31 tertij elementorum anguli qui ſub k f b. b l k, recti ſunt, quoniam in ſemicirculis ſunt. & ex centro K f & K l in uno ſigno tangunt b l, b f, ipſam ſphæram. Igitur ab ipſo b oculo procidẽtes radij in ipſas b f, b l, procidunt. Et quoniam uterque qui ad h. ſunt angulorum rectus eſt eo quia c d, ipſi f l. parallelus eſt, & f h, ipſi h l, eſt æqualis per tertiam tertij elementorũ, ſi iã manẽte ipſa h b ipſum h f b. triangulum circũducatur in idem rurſus reuoluetur unde cœperat circunduci. At b f, circumacta in uno ſigno ſphæræ ambitum tangit per corrolarium 16 tertij elemẽtorum. Hoc eſt in f, & circulus erit deſcriptus per f l ſigna, quare ſub circulo id ſphæræ quod ſpectatur contentũ, uidetur & minus hemiſphærio: ipſum namque f n l: minus eſt hæmiſphærio. Quare & ab oculo ſpectatum minus eſt hemiſphærio.



Theorema uigeſimum quartum.

OCulo ad ſphæram propius accedẽte, ſpectatum minus eſt, putabitur autem maius uideri.

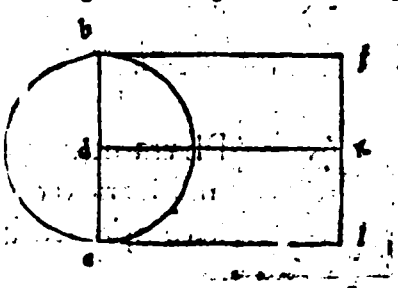
Eſto enim ſphæra cuius centrum ſit K. & ab oculo d in centrum connectatur d K. & per K, per undecimã primi elemẽtorum excitetur, b c, circũ uero d K circulus deſcribatur, per 3 poſtulatum, & per ſecundum poſtulatum connectãtur d n, n k, d l. l k, igitur recti ſunt qui ad l n, anguli: quoniam in ſemicirculus ſunt per 31 tertij elementorum. In unũ igitur contactum tangunt ipſæ d l, d n, ipſam ſphærã per correlarium 16 tertij elementorum. Ipſi igitur ab ipſo d, oculo procidentes radij per d l & d n cadunt. Rurſus remoueatur oculus & ſit in r & circum ipſum r, per 3 poſtulatũ circulus deſcribatur, & per ſecundum poſtulatum connectãtur r f, f K, r ſ, ſ k, igitur ipſo r f, r ſ, in uno ſigno ipſam tangunt ſphæram per correlarium 16 tertij elementorum, & ab ipſo r oculo procidentes radij ut r f, r ſ cadunt. Quare ſub angulo r ipſum f ſ, & ſub angulo d ipſum n f l, ſpectatur. ſed f n ſ l, ipſo f ſ, maius eſt, apparet autem minus, angulus enim qui ad r maior eſt: eo qui ad d eſt angulo per 16 tertij elementorum, quæ uero ſub maiori ſpectantur angulo per 4 ſuppoſitionem optices maiora uidẽtur, maius ergo apparet f ſ, ipſo n f l, eſt autem minus.



Theorema uigeſimum quintum.

SPhæra binis ſpectata oculis, ſi dimetiens ſphæræ æquus fuerit rectæ lineæ diſtãti ab oculis, ipſius hemiſphærium ſpectabitur.

Sit ſphæra cuius dimetiens ſit b c. & ab ipſo b c per 11 primi elemento. excitentur ad angulos rectos b f, c l & ab ipſo f ad ipſam b c, per 31 primi elementorum excitetur f l, & ponatur oculus unus in f. alter uero in l. ab ipſo uero centro d per 31 primi elementorum ad ipſam b f parallelo d K, igitur ſi manẽte d k ipſum b K parallelogrammum circumagatur in idem rur

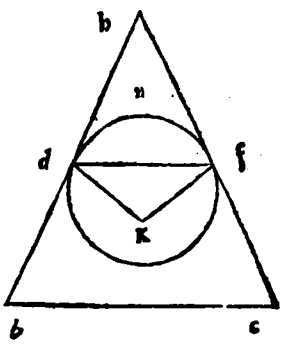


ſus

ſus unde cœpit agi conſiſtet,& circunſcripta ab ipſa b d,figura circulus erit,qui per centrum erit ipſius ſphæræ. Quare hemiſphærium tantum ipſius ſphæræ ſpectabitur ſub fl oculis.

Theorema uigeſimumſextum.

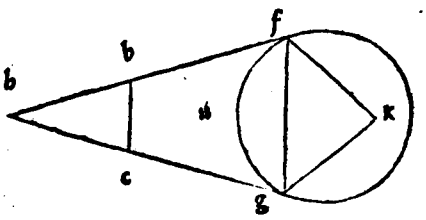
CVm oculorum diſtantia ſphæræ diametro maior fuerit hemiſphærio,maius id quod ipſius ſphæræ ſpectabitur apparebit.



Eſto enim ſphæra cuius centrum ſit k,oculorum uero interuallum maius eſto ipſius ſphæræ diametro,& per K & b c,extendatur planum efficiatque in ſphæra circulum d f n. procidantque radij b d,c f,in uno ſigno tangentes.igitur producti inuicem congrediuntur.Quoniam b c ipſius ſphæræ diametro maior eſt.congrediantur iam in h ſignum.igitur quoniam ab ipſo ſigno h ipſæ h f,h d.per unum ſignum tangentes cadunt.minor eſt ipſe f n d,ambitus ſemicirculo per uigeſimumtertium theorema.anguli enim h f K,h d k,ſunt rectæ. Ipſius uero ſphæræ reliquum ſphæræ hemiſphærio maius ſpectatur ſub b d c f.

Theorema uigeſimumſeptimum.

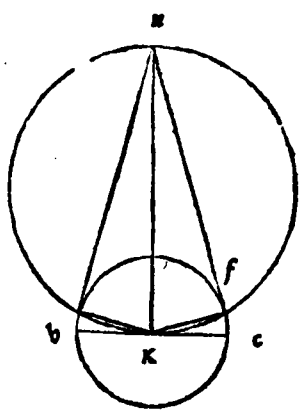
SI oculorum interuallũ minus fuerit ſphæræ diametro,id ſphæræ quod ſpectatur hemiſphærio minus ſpectabitur.



Eſto, inquam,ſphæra cuius centrum ſit k oculorum interuallum ſit b c minus exiſtens ipſius ſphæræ diametro: & per k,& b c, extendatur planum efficiatque in ſphæra circulum f g n,excitentur autem per decimamſeptimam tertij elementorum ab ipſis b c oculis in uno ſigno tãgentes b f,& c g,quæ in h inuicem congrediãtur. Quoniam b c, & ipſius ſphæræ diameter ſunt inæquales.Igitur ab ipſo h ſigno procidentes in ipſam ſphæram minorem hemiſphærio ambitum capient,per uigeſimumtertiũ theorema.igitur ambitus f g n, hemiſphærio minor eſt.Quare ſub b c oculis ſpectatum, hemiſphærio minus erit.

Theorema uigeſimumoctauum

CYlindro utcunque inſpecto ab oculo uno, minus hemicylindro ſpectabitur.

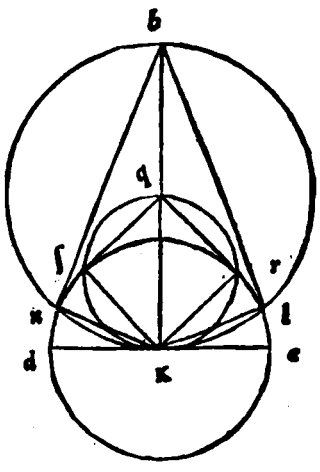


Eſto namque cylindri circa baſim circuli centrum K, ab ipſo n,oculo excitetur ad K ipſa n k.per primum poſtulatum,& per K:per ſecundam primi elementorum excitetur b c,& circum k n. deſcribatur circulus, connectanturque n f,f K,n d,d K.Igitur qui ad f d,recti ſunt. In uno igitur ſigno f n,n d,tangunt per correlarium decimãſextamtertij elementorum.ipſi igitur ab ipſo n oculo educti radij per n f,n d procidunt, quare ipſi ambitus f l d,tantũ ſpectabitur:ſed f l d,minor eſt ipſo c l b, ſemicirculo. Igitur f l d.ſemicirculo minor uidebitur,hoc eſt cylindrus. Similiter enim baſi per omnem ſuperficiem cylindri demõſtrabimus.quare totius cylindri dimidio minus ſpectabitur

Theorema uigeſimumnonum

CVlo propius ad cylindrum poſito, minus quidem erit aſſumptum cylindri ſub ipſis aſpectibus,uidebitur autem maius aſpici.

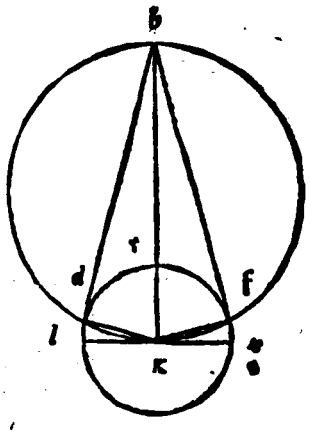
Eſto enim cylindri circa baſim circuli centrum κ,& ab ipſo k oculo in κ centrum per 1 poſtulatum connectatur b κ,& per κ, per 11 primi elementorum ad angulos excitetur rectos c d,& circum k b circulus deſcribatur,per 3 poſtulatũ & cõnectantur b n. n k. b l,l k: iam per ea quæ prædicta ſunt l f n,minus eſt ſemicirculo,& ſimiliter baſi cylindri minus eſt,& dimidium ſpectabitur. Sed propius excitetur oculus,ſitq; q & circũ f k, per 3 poſtulatũ circulus deſcribatur cõnectãturq; q r, r k,k ſ,& ſ q. Igitur qui ab ipſo q radij ꝓcidẽtes per q r. & q ſ, cadunt. q uero ab ipſo b ſcatẽt,cadũt per b l. b n,maior igitur ambitus r f l,ambitu r ſ,uidetur. aut minor r f ſ,ipſo n f l,maior enim eſt angulus,q angulo b,per 20 tertij elementorum. quare cylindri minor pars ſpectabitur, uidetur autem maior aſpici.



Theorema trigeſimum

CONo circulum baſim habente ſub uno oculo perſpecto, minus hemiconio ſpectabitur.

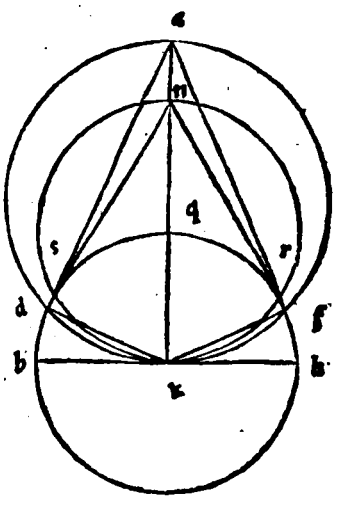
Eſto enim coni baſis circulus cuius centrum ſit k, & ab ipſo b oculo excitetur in centrum per primum poſtulatum b k,& per κ, per 11 primi elementorum, ad angulos rectos ipſi k b excitetur n l,circum uero κ b,per 3 poſtulatum deſcribatur circulus. Connectanturq; per 2 poſtulatum b f,f k,b d,d k. Igitur anguli qui ad f d,recti ſunt per 31 tertij elemẽtorum. Igitur ipſæ b d,b f in uno ſigno tangunt per correlarium 6 tertij elementorum.& radij qui ex b per b d,b f,procidunt,igitur ambitus f r d, perſpectus minor exiſtens ipſo n r l. At n r l, ſemicirculus eſt. Igitur ambitus f r d ſemicirculo minor eſt. Quare & coni quod ſpectatur minus eſt hemiconio: ſimiliter enim & in reliquorum circulorum ipſius coni ſuperficie oſtendemus.



Theorema trigeſimumprimum.

OCulo propius poſito in eodem plano minor,inquam.erit uiſibus aſſumpta pars at maior perſpicij uidebitur.

Eſto coni baſis circulus cuius centrum ſit k.oculus uero ſit a & ab ipſo a per primum poſtulatum in κ connectatur a κ. Et per undecimam primi elementorum, ad angulos rectos excitetur per κ ipſa h b. Deſcribaturq; per tertium poſtulatum circum a κ circulus,& per primum poſtulatum connectantur a f,f k,ad d k,permuteturque oculus a in n, & circum k n, per tertium poſtulatum circulus deſcribatur,connectanturque n r, r k,n ſ,ſ k. Igitur qui ex a oculo radij ſcatent,per a d,a f,cadunt. Quare ambitus f q d apparet. Idque propterea & qui ab ipſo n,oculo radij ſcatent per n r,n ſ cadunt, ſpectabitur igitur ambitus r q ſ. Sed maior f q d ipſo r q ſ. At minor apparet, maior enim eſt angulus n eo qui ad a e ſt angulo.



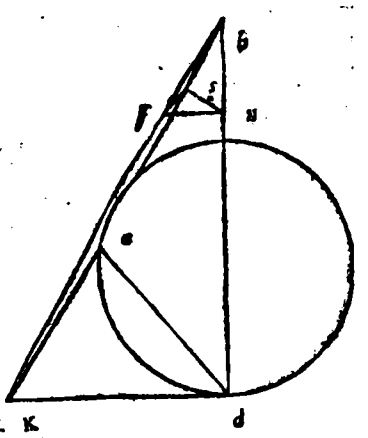
Theorema trigeſimumſecundum

CONo circulum baſim habente, ſi à contactibus qui ab oculo in coni baſim procidẽtibus radijs rectæ lineæ deducãtur per ſuperficiẽ

coni

coni ad uerticem eius perq; deductas, & eis quæ ab oculo in baſim coni procidentibus plana educta fuerint, in communique planorum ſectione oculus poſitus fuerit, id quod ſpectatur coni, omnifariam æquum ſpectabitur uiſu in plano propoſito exiſtenti.

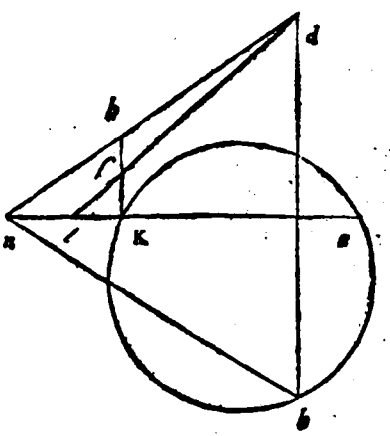
Sit conus cuius baſis quidē ſit circulus c d, uertex autem ſit b ſignum, oculus uero ſit K à quo procidant radij k d, k c, tangentes in c d, connectaturq; ab ipſis d c, ſignis in uerticem coni d b, & c b, & per c b, & c K, quidem planum extendatur quod eſt ipſorum d b, d K, Similiterq; alterum protenditur planum, igitur ipſi plani ueniunt in congreſſum, nam ipſæ c d b, concurrunt, & c K, d k, cōcurrunt, ueniant in congreſſum igitur ipſa plana. & ſit eorū communis ſectiò b K. Dico quod ubi in b k, poſitus fuerit oculus, quo ſpectatur coni, æquū eſt, ponatur in b k oculus ſitq; f, excitenturq; per 31 primi ele. per f ad ipſam quidē K d, ipſa f n, ad ipſam autem c k ipſa f ſ, igitur ipſæ f n, f ſ, coni ſuperficiem in ſignis f ſ, tangunt. In ipſa enim coni ſuper æquidiſtantium circulorum ſegmenta ſunt ſimilia. igitur in ipſa b d c, coni ſuperficie interualla ſpectata æqualia apparent. Quoniam æqualis eſt quem ipſæ f ſ, f n cōprehēdunt angulus ei qui ſub K c, c d, cōprehēditur angulo, æquum apparuerit igitur, ſ n, interuallum ipſi d c interuallo. Quare quando oculus in K b, recta linea poſitus fuerit, æquū ſemper ſpectatum apparet.



Theorema trigeſimumtertium

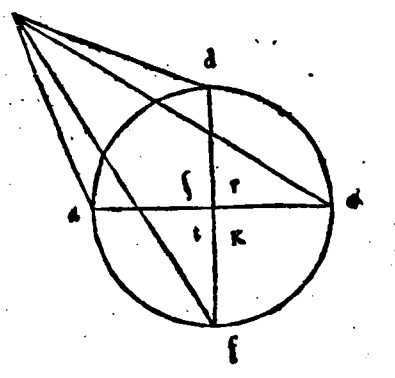
AEqualiter autem ſemper oculo à cono diſtante, ſublimius quidem oculo poſito minus apparet coni ſpectatum, humilius uero maius.

Eſto coni uertex quidem ad d ſignum, baſis autē circulus, exciteturque per 31 primi elementorum k h, ipſi b d, ponaturque oculus in h. Dico iam quod id quod ſpectatur coni oculo poſito in h minus ſpectabitur quàm in ſ. Connectātur, inquam, per primum poſtulatum ab ipſo d ſigno in h ſ ſigna ipſæ h d, d ſ, & per ſecundum poſtulatum extendantur in n l. igitur in n & l, ſigno poſito oculo ſpectata coni æqualia apparebunt, & minus quidem apparebit quod ad n, maius autem id quod ad l. æquū uero id quod ad n, ei quod ad h. Id autem quod ad l ei quod ad ſ, ſicut in præcedēti patuit: oculo igitur in h, ſigno exiſtente ſpectatū coni minus apparet quàm in ſ ſigno,



Theorema trigeſimumquartum.

IN circulo ſi à centro ad angulos rectos quædam agatur recta linea ipſius circuli plano, & in ipſa apponatur oculus circuli dimetientes æquales apparent.

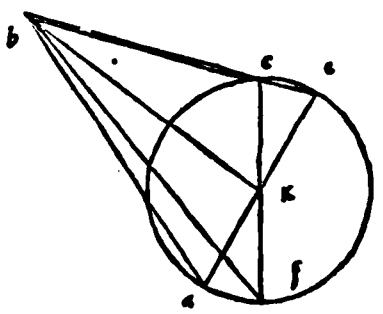


Eſto enim circulus cuius centrum ſit k, & ab ipſo k. per 11 undecimi ele. ad angulos rectos excitetur ipſi plano circuli ipſa k b, oculus uero ſit in b: excitēturq; diametri c a, & d f. Dico iam ipſum a c ipſi d f, æqualem apparere cōnectantur enim ipſæ b a, b f, b c, b d. per primum poſtulatum. Igitur binæ b K, k f, binis b k, K c, ſunt alterā alteri

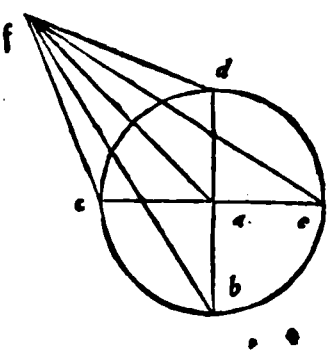
teri æquales,eſt autem & angulus r angulo ſ æqualis,æqualis igitur eſt per 4 primi ele/ mẽtorũ baſis b f,baſi b c.Idcꝫ propterea iam & b d ipſi b a eſt æqualis,binæ iam d b,b f, binis c b,b a,ſunt æquales,eſt autẽ & d f ipſi c a,æqualis:angulus igitur qui ſub d b f. an gulo qui ſub c b a,eſt æqualis.Sed ea quæ ſub æqualibus ſpectantur angulis æqualia apparent:æqualis igitur per ſuppoſitionem 6 c a,ipſi d f apparet.

Theorema trigeſimumquintum

IT ſi quæ ex centro excitatur non fuerit ad angulos rectos ipſi pla no,æqualis autem fuerit ei quæ ex centro,dimetientes ipſi æqua/ les apparent.



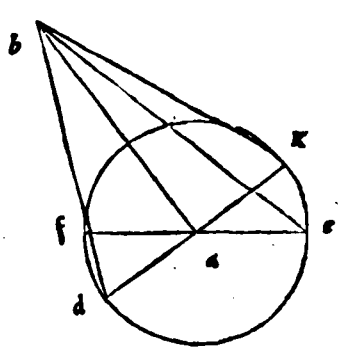
Sit circulus cuius centrum k,& ab ipſo k, excite/ tur non ad angulos rectos ipſi plano ipſa k b, æqua lis autem eſto ei quæ ex centro circuli. & per primũ poſtulatum cõnectantur ab ipſo b ſigno eæ, quæ pri us: quoniã igitur ipſæ d k,k b,k f,inuicem ſunt æqua les,rectus eſt angulus contentus ſub f b d. Idque pro pterea iam & qui ſub a b c,angulus rectus eſt. æqua/ les igitur ſunt ipſi adinuicem per 4 poſtulatum. Sed quæ ſub æqualibus ſpectantur angulis æqualia ap/ parent per ſuppoſitionem 6:æqualis igitur apparet d f ipſi a c. Sed iam a f,neque ſit æqualis ei quæ ex cen tro,neqꝫ ſit ad angulos rectos ipſi circuli plano,æqua les uero efficiat angulos ſub d a f,f a c,& e a f& f a b. Di co quod & ſic dimetiẽtes ipſi æquales apparent.Quo niam enim æqualis eſt d a,ipſi a c,per 15 diffinitionem primi: ele.communis autem a f,& æquos comprehẽ dunt angulos. Baſis igitur d f,per 4 primi elemẽ.baſi c f,eſt æqualis,& angulus d f a angulo a f c, eſt æqua lis.similiter iam oſtẽdemus quod & angulus e f a. an gulo a f b eſt æqualis.totus angulus igitur qui ſub d f b,toti angulo ſub e f c,eſt æqualis:quare per ſuppo ſitionem 6 perſpectiuæ ipſæ diametri æquales ap parebunt.



Theorema trigeſimumſextum.

SI uero quæ ab oculo ad centrum procidẽs circuli,neque ad an gulos fuerit rectos ipſius circulo plano,neque etiã eiꝫ ex cen/ tro fuerit æqualis,neqꝫ æquos cum his quæ ex centro compre hendet angulos,ſed aut maior aut minor ea quæ ex centro fue rit,di ametri ipſę inæquales apparebunt.

Sit enim circulus cuius cẽtrum ſit a,& ab ipſo b oculo in cẽtrum circuli excitetur recta linea b a. ſit autem neque a f angulos rectos ipſi plano,neque ei quæ ex circuli cẽ tro æqualis,neque etiam cum his quæ ex centro æquos comprehendat angulos. Dico quod ipſæ diametri cir culi inæquales apparebunt, excitetur. inquam,c f. dime tiens ad angulos ſubſiſtens rectos ipſi a b. Et d k inæqua les efficiens angulos ipſi a b,& per primum poſtulatum connectantur b c,b d,b f.& b k. Sit. inquam, prius b a ipſa a k maior:igitur maior eſt angulus comprehenſus ſub c b f,eo qui comprehẽſus eſt ſub k b d, ſicut in theo rematibus oſtenſum eſt. Quæ uero ſub maiori angulo

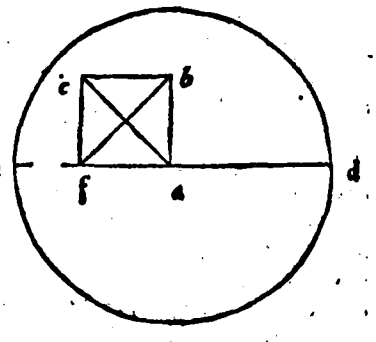


ſpectãtur maiora apparẽt.igitur c f ipſa d k maior apparet.

Theorema trigeſimumſeptimum.

SI autem b a,ipſa a k,minor fuerit,maior apparet d k ipſa c f.

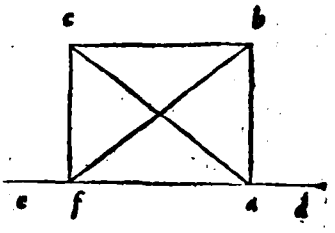
Eſto circulus cuius centrum ſit a, oculus uero ſit b, à quo in circulum perpẽdicularis acta nõ cadat in a, ſed exterius, ſitq; b c, connectaturq; per primum poſtulatũ ex c in a, ipſi c a, inſuper ab a in b, ipſa a b per idem poſtulatũ. Dico quod omnium per a actarũ rectarum linearũ, ad ipſamq; b a angulos efficientium minimus eſt qui ſub c a b, excitetur enim recta linea d a, & ab ipſo c per xi. xi. ele. in d e perpendicularis agatur ipſi plano c f, cõnectaturq; b f, per primum poſtulatum: igitur ipſa b f, ſuper d e perpẽdicularis eſt. Quoniam igitur angulus c f a rectus eſt, qui ſub a c f, igitur minor eſt recto, maius igitur eſt per 18 primi elementorum latus a c, latere a f. Igitur b a, ad ipſam a f, maiorem habet rationem, quàm ad a c, ſed angulus a c b, & qui ſub b f a recti ſunt, & c a, & a f, ſunt inæquales, & reliquus igitur qui ſub f a b, eo qui ſub c a b maior eſt, ſimiliter autem oſtendetur q; & omnium per a, actarũ rectarũ linearũ ad ipſam a b, rectam lineam angulum efficientium minimus eſt qui ſub c a b.



Theorema trigeſimumoctauum.

Ed q; f b ipſi d e ad angulos rectos exiſtat ſic oſtendemus.

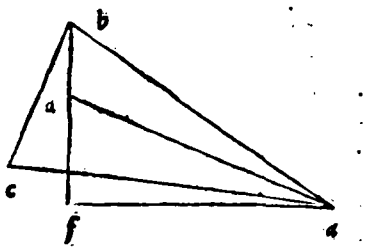
Quoniã b c, ipſi circuli plano ad angulos eſt rectos, & omnia igitur per b c, plana producta ipſi circuli plano per 3 diffinitionem 11 element. ad angulos rectos exiſtunt. Vnum autem eorum quæ per b c, extendũtur planorũ eſt ipſum b e f, triangulum. Igitur triãgulum b e f, ipſius circuli plano ad angulos rectos exiſtit. Quoniã igitur bina plana, hoc eſt & id quod ipſius e d, circuli, & id quod ipſius b c f, triãguli adinuicem ſeſe diſpeſcunt, & ipſi e f, quæ ipſorum cõmunis eſt ſectio ad angulos rectos eſt ipſa f d, in ipſius circuli plano: perpẽdicularis nanq; agitur c f, in e d, & f d igitur ipſius b c f, trianguli plano ad angulos rectos eſt. Quare per 3 diffinitionẽ 11 elementorũ, ad omnes ipſum tangentes rectas lineas, & in ipſo trianguli e f b, plano exiſtentes ad angulos rectos ſubſiſtit. Igitur d f, ipſi b f, ad angulos rectos eſt.



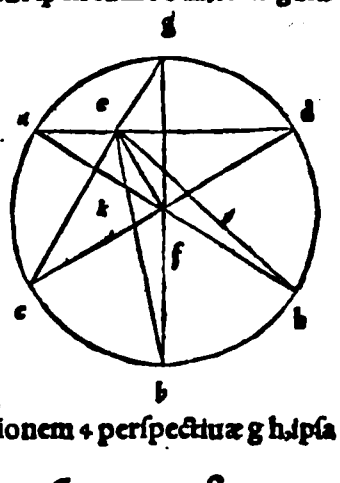
Theorema trigeſimumnonum.

Vrſus igitur b f ipſi e f d, dimetienti ad angulos rectos eſt.

Eſto bina triangula b c a, & b f a, rectos habẽtia eos qui ad c f, angulos, & b a, ad f a, maiorem habeat rationẽ quàm ad c a. Dico q; angulus f a b, eo qui ſub c a b, eſt angulo maior eſt. Quoniam enim b a, ad a f, maiorem habet rationem quàm ad c a: & rurſus igitur f a ad a b, minorẽ habet rationem quàm c a, ad a b, quare c a, ad a b, maiorem habet rationẽ quàm f a, ad a b. Fiat igitur ſicut c a, ad a b, ſic f a, ad minorem ipſa a b, hoc eſt ad ipſam a d, æquiangula igitur ſunt triangula b c a, & d f a, quare angulus c a b, angulo f a d, eſt æqualis. Igitur angulus f a b, angulo c a b, maior eſt. Eſto circulus a b c d, excitẽturq; binæ diametri a b, c d, ſeſe inuicẽ ad angulos rectos diſpeſcentes, oculus uero eſto e, à quo in centrum connexa e f, ad angulos quidẽ rectos eſto ipſi c d, ad ipſam autem a b, contingentẽ angulum comprehendat, eſtoq; e f, utraq; ipſarũ quæ ex centro maior. Quoniam igitur c d, utriq; ipſarũ a b & e f, ad angulos eſt rectos, & omnia igitur plana per c d, proiecta ei quod per e f & a b, plano ad angulos rectos ſubſiſtunt. Excitetur perpdicularis igitur ab ipſo e, ſigno ad ſubiectum planum per 11 undecimi elemen. in cõmunem igitur planorum ſectionem a b cadit. Cadat igitur & ſit e k, extendaturq; dimetiens g h, ponatnrq; ipſi dimetienti circuli æqualis l m, ſecenturq; per 10 primi elementorũ, bifariam in n, & ab ipſo n, ipſi l m, per 11 eiuſdem excitetur ad angulos rectos in ſublimi recta linea n x, ſitq; ipſa n x, ipſi e f æqualis. Segmentum igitur circum l m, deſcriptum, tranſiensq; per 10 ſemicirculo maius erit. Quoniam n x, maior eſt utraq; ipſarum l n, n m, ſit ipſum l x m. Cõnectanturq; ipſæ x l, & x m, angulus igitur qui ad x comprehenſus ſub l x m, ei eſt æquus qui ad e, ſignum, cõprehenſo ſub continẽtibus ipſum



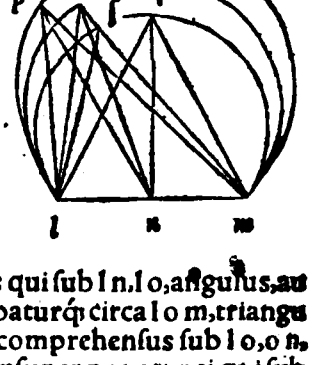
e,& c d,ſigna. Inſuper ponatur ei qui ſub e f,& f g,æquus qui ſub l n,n o,auferaturq; ipſa e f,æqualis ipſi n o,cõnectanturq; ipſæ l o,m o,deſcribaturq; circum l o m,triangulũ ſegmentũ circuli cõprehẽſum ſub l o,o m,hoc eſt ipſum l o m. Erit iam qui ad o,ſignũ angulus cõprehenſus ſub l o m æquus ei qui ſub g e h. Inſuper ponatur ei qui ſub e f g, æqualis qui ſub l p n,auferaturq; e f,æqualis ipſi n p,connectanturq; ipſæ l p, p m, deſcribaturq; circum ipſum triangulum ſegmentũ circuli,erit iam angulus qui ad p,ſignum angulo comprehenſo ſub a e,& e b,æqualis. Quoniam igitur angulus x,angulo o,maior eſt, ſed angulus x,ãgulo ſ, eſt æqualis,& qui ad ſ,per 21 primi elemẽt. maior eſt eo qui ad o,extra enim triangulũ eſt l ſ o,& qui ad x igitur eo qui ad o maior eſt,& qui ad x,ei eſt æqualis qui ſub c e d,& qui ad o,ei qui ſub g e h,igitur per 4 ſuppoſitionẽ perſpectiuæ c d,ipſa g h,maior apparebit. Rurſus angulus ſ, angulo g e h,eſt æqualis,& qui ad p,ei qui ſub a e b: maior autem eſt angulus o,angulo p,maior igitur apparebit per ſuppoſitionem 4 perſpectiuæ g h,ipſa a b recta linea.



Theorema quadrageſimum.

ON ſit autem maior quæ ab oculo in centrũ annexa eſt ea quæ ex centro,ſed minor,erit iam circa diametros contrariũ: nam ipſorũ dimetientiũ maior,minor,& minor,maior,apparebit.

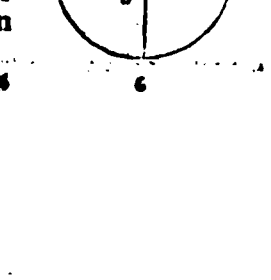
Eſto circulus a b c d,extendanturq; bini dimetientes a b, c d,ſeſe inuicẽ ad rectos angulos ſecantes, altera uero quæpiam extendatur n h,oculus uero ſit e, à quo in centrum f, connexa eſto e f, minor exiſtens utraq; earum quæ ex centro,ad angulos uero rectos eſto e f,ipſi c d,ponaturq; circuli diametro æqualis l m, quæ per 10 primi element. ſecetur bifariam in n, exciteturq; per 11 eiuſdem ad angulos rectos ipſi l m,ipſa n x. Deſcribaturq; circum l x m,ſegmentum circuli,ſitq; l x m. Erit iam minus ſemicirculo, quoniã n x, minor eſt ea quæ ex centro,eſto,inquam,l x m,cõnectanturq; per primum poſtulatũ ipſæ x l, x m, igitur angulus qui ad x,comprehenſus ſub l x,x m, æquus eſt ei qui ad e,comprehenſo ſub c e,& e d. Inſuper ponatur ei qui ſub e f,f g,æqualis qui ſub l n,l o,angulus,auferaturq; e f,ipſi n o,æqualis,connectanturq; l o,m o. Deſcribaturq; circa l o m,triangulum ſegmentum circuli l o m. Iam angulus qui ad o,ſignum comprehenſus ſub l o,o n, rectis lineis æqualis erit ei qui ad e,comprehenſo ſub h e n. Inſuper ponatur ei qui ſub a f,f e,æquus qui ſub l p,p n,auferaturq; n p,ipſi e f,æqualis connectanturq; l p,p m,deſcribaturq; circum l p m,triãgulum ſegmentum circuli,ſitq; l p m,erit iam angulus qui ad p, ſignum comprehenſus ſub l p, p m, æqualis ei qui ad e,angulo comprehenſo ſub a e & e b. Quoniam igitur angulus qui ad x, eo qui ad o, minor eſt, æqualis autem eſt angulus qui ad o, ei qui ad e. comprehenſo ſub h e,e n, & qui ad x, ei qui ad e, comprehenſo ſub c e d, minor igitur apparebit e d, ipſa n h. Rurſus quoniam angulus qui ad e, comprehenſus ſub h e n, minor eſt eo qui comprehẽſus eſt ſub l e b, minor igitur per ſuppoſitionem 5 ſpecularię apparebit & n h, ipſa a b.



Theorema quadrageſimumprimum.

CVruũ rotæ quandoq; circulares,& quãdoq; contractæ apparẽt.

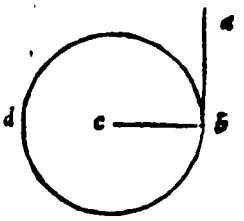
Eſto enim rota cuius dimetientes ſint d f,& b c. Igitur quandoq; ab oculo in centrũ agitur, ad angulos fuerit rectos, ipſi plano uel æqua fuerit ei quæ ex centro,æquales diametri apparẽt,ſicut in præcedenti theoremate oſtenſum eſt. Quare rota currus hijs exiſtentibus circulares apparet,producto uero curru & eo qui ab oculo in centrum actus eſt,ad rectos angulos non ſubſiſtente radio ipſius rotæ plano, neque æquali ei quæ ex ipſius centro, dimetientes inæquales apparẽt, quod ſimiliter in præcedenti oſtenſum eſt,quare rota contracta apparebit.



Theorema

Theorema quadrageſimum ſecundum.

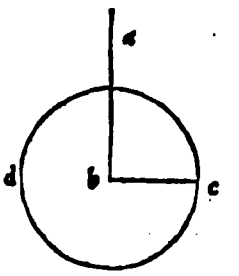
SI magnitudo quæpiam ſublimis ad ſubiectum planum ad angulos rectos extiterit, poſitusq; fuerit oculus in aliquo ſigno ipſius plani, & permutatum fuerit uiſile in circuli circunferentia, uiſile ſemper æqualiter ſpectabitur.



Eſto, inquam, ſpectata aliqua magnitudo a b, ſublimior plano, oculus autem eſto c, connectaturq; b c, & centro c, ſpacio uero c b, per 3 poſtulatum circulus deſcribatur b d. Dico quod ſi in circuli circunferentia permutabitur ipſa a b, ab ipſo c, oculo æqualiter ſpectabitur. Quoniam enim a b, recta eſt & ad ipſam b c, angulum efficit rectum: omnes igitur quæ ex centro c, ad ipſam a b, magnitudinem procidentes inuicem æquos efficiunt angulos, per ſecũdam diffinitionem 11 element. æqualiter igitur uiſile ſpectabitur, ſimiliter quoq; & ſi à centro c, ſublimis excitetur recta linea, & in ipſa poſitus fuerit oculus in parallelum exiſtens ſpectatæ magnitudini, commotaq; fuerit magnitudo, ſpectatum æqualiter ſemper apparet.

Theorema quadrageſimum tertium.

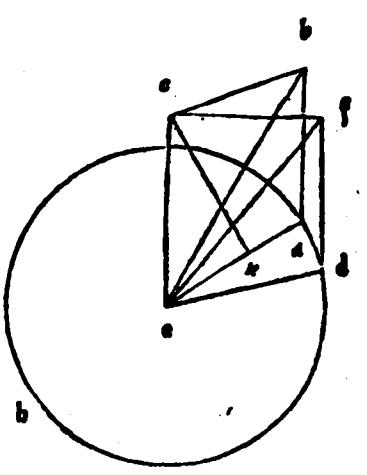
SI uero uiſile ad ſubiectũ planum ad angulos fuerit rectos, permutatus autem fuerit oculus in circuli circunferentia centrum habente ſignum circum quod conuertitur magnitudo ipſi plano, uiſile ſemper æqualiter apparebit.



Sit, inquam, ſpectata magnitudo a b, ſublimis & ad angulos rectos exiſtens ad ſubiectum planum, oculus uero ſit c, & centro quidem b, ſpacio uero b c, per 3 poſtulatum circulus deſcribatur c d. Dico quod ſi c, permutetur in circuli circunferentia ipſa a b, magnitudo æqualiter ſemper apparebit, hoc, inquam, eſt manifeſtum, omnes enim ab ipſo c ſigno ad a b, cadentes radij ad æquos angulos procidunt. Quoniã angulus qui ad b rectus eſt. Aequaliter igitur ſpectata magnitudo apparebit.

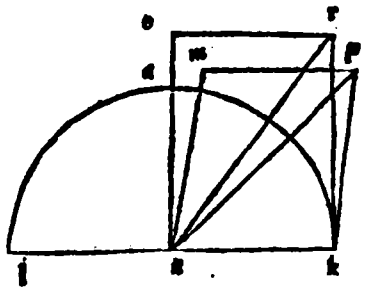
Theorema quadrageſimum quartum.

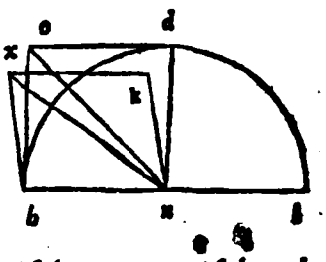
SI autem ſpectata, à magnitudo ad ſubiectum planum neutiquã ad angulos rectos fuerit, mutatũq; fuerit uiſile in circuli circunferentia, inæqualiter ſemper ſpectabitur.

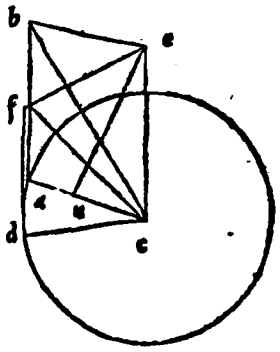


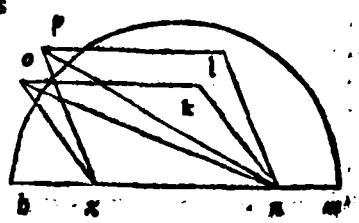
Eſto circulus a h, & ſuſcipiatur in ipſius circũferentia ſignum, ſitq; illud d, & cõſtituatur non ad rectos angulos ipſi circulo ipſa d f, oculus uero ſit e. Dico quod ipſa d f, ſi in ipſius circuli circũferentia permutabitur quandoq; maior, & quandoq; minor apparebit. Iam ipſa d f, uel eſt maior ea quæ ex centro, uel ei æqualis, uel minor: ſit in primis maior, excitetur q; per 11 primi element. per e, centrum ipſi d f, parallelus e c, ſitq; æqualis d f, ipſi c e. Excitetur q; per 11 undecimi element. ab ipſo c, ſignum ad ſubiectũ planum perpendicularis c n, & cadat ipſi plano in n, ſignum, & connexa e n, per 2 poſtulatum extendatur & procidat in circuli circunferentia in a, & per a. per 11 primi element. ipſi c e, parallelus excitetur a b, ipſi d f, æqualis: dicq; quod a b, omnibus in circuli circũferentia ſtantibus rectis lineis minor apparebit. Connectantur enim per primum poſtulatum c f, e f, b c, & e b: habuimus autẽ in præterito 16 theoremate quod omnium per e, ſignum ductarum rectarum linearum, efficientiumq; a d, c c, angu-

e c, angulum, minimus eſt qui ſub c e a. Quoniam igitur c e, ipſi a b, parallelus eſt, ſed & æqualis, & ea igitur ipſi c b, æqualis eſt & parallelus, parallelogrammum igitur eſt b e, idq; propterea iam & f e, parallelogrammum eſt. Et quoniam oportet oſtendere quod minor apparet a b, ipſa d f, manifeſtum eſt quod prius oſtendere oportet quod angulus qui ſub b e a, minor eſt angulo qui ſub f e d. Quoniã igitur oſtenſum eſt quod omnium per e, ſignum actarum rectarum linearũ ad c e, angulosq; efficientium minimus eſt qui ſub c e a, minor igitur eſt & ipſo c e d, is qui ſub c e a. Exponatur circuli ſemicirculo, æquum ſegmentum k a l, accipiaturq; illius centrum & ſit n, ponaturq; ei angulo qui ſub c e a, æqualis angulus qui ſub k n m, ei aũt qui ſub c e d, æqualis qui ſub k n o, ponaturq; ipſi d f, utraq; ipſarum o n, m n, æqualis per 2 primi elementorũ, & per m ipſi k n, æqualis & parallelus excitetur m p, per 31 primi ele. Connectaturq; per primum poſtulatum p k, parallelogrammũ igitur eſt n p, & æquum & ſimile ipſi b e. Rurſus per o ipſi k n, per 31 primi element. excitetur o r, & connectatur r k. Igitur r n, parallelogrammum æquum eſt & ſimile ipſi f e. Connectanturq; diagonij r n, p n. Quare angulus qui ſub k n p, eo qui ſub k n r, minor eſt. Eſtq; qui ſub k n p, ei æqualis qui ſub a e b, & qui ſub k n r, ei eſt æqualis qui ſub d e f, minor igitur eſt qui ſub a e b, angulus eo qui ſub d e f. Quare & magnitudo a b, magnitudine d f, minor apparebit. Similiter iam oſtendemus quod b a, ipſa f d, minor eſt ipſa f d, minore exiſtente & æquali ei quæ ex centro. Sed iam eſto d e, ei quæ ex centro æqualis, conſtruanturq; omnia eadem quæ ſuper, ponaturq; circuli ſemicirculo æqualis ſemicirculus h d l, accipiaturq; illius centrum, & ſit n, & quoniam d o, æqualis ſupponitur ei quæ ex centro, æqualis igitur eſt d o, ipſi h n, ponatur, inquam, ei qui ſub c e a, angulo, æqualis angulus qui ſub h n k, exciteturq; ipſi h n, parallelogrammũ n x, & ipſi h n, auferatur æqualis k x, connectaturq; x h, ei autem qui ſub c e d, æqualis ponatur qui ſub h n d, & ipſi h n, parallelus per 31 primi element. excitetur d o, ipſiq; h n, æqualis auferatur d o, connectaturq; o h: parallelogrammũ igitur eſt utrunq; ipſorũ h d, h k, & ſunt æqualia & ſimilia ipſis e f, e b, quare & qui ſub m d, angulus ei eſt æqualis qui ſub c e d. & qui ſub h n k, eſt æqualis ei qui ſub c e a, minor autem eſt qui ſub c e a, eo qui ſub c e d, minor igitur eſt & qui ſub h n k, eo qui ſub h n d, connectanturq; diagonij x n, o n, minor igitur eſt & qui ſub h n x, eo qui ſub h n o. æqualis autẽ eſt qui ſub h n x, ei qui ſub a e b, ipſo d e f, minor igitur & qui ſub a e b, eo qui ſub d e f, minor igitur ſpectabitur a b, magnitudo, ipſa d f, magnitudine, quod oſtẽdere oportebat. Sed iam eſto d f, minor ea quæ ex centro circuli, conſtruanturq; eadem quæ ſupra, ponaturq; circuli ſemicirculo æqualis ſemicirculus ſitq; h m, accipiaturq; centrum illius ſitq; n, auferaturq; ab ipſa h n, ipſi d f æqualis n x, ponaturq; ei angulo qui ſub c e a, æqualis angulus qui ſub h n k, ei aũtem qui ſub c e d, æqualis qui ſub h n l. Sit autem utraq; ipſarum n k, n l, æqualis ipſi d f, exciteturq; per k, ipſi n x, per 31 primi element. æqualis & parallelus k o, connectanturq; o x, & per l, ipſi x n, per eandem parallelus excitetur l p, connectaturq; p x, parallelogrammũ igitur eſt utrunq; ipſorũ k x, x l, & eſt quidẽ ipſum k x, ipſi e b, ſimile & æquale & x l, ipſi e f. Quare & angulus qui ſub h n k, æquus eſt ei qui ſub c e a, & qui ſub h n l, ei qui ſub c e d, maior autem eſt angulus qui ſub c e d, eo q; ſub c e a. maior igitur eſt angulus qui ſub h n l, eo qui ſub h n k, connectantur n o, n p. Angulus igitur qui ſub x n o, eo qui ſub x n p, minor eſt, æqualis autem eſt qui ſub x n o, ei qui ſub a e b, & qui ſub x n p, ei qui ſub d e f, minor igitur eſt qui ſub a e b, angulus eo qui ſub d e f, perſpicitur autẽ ſub a e b, magnitudo





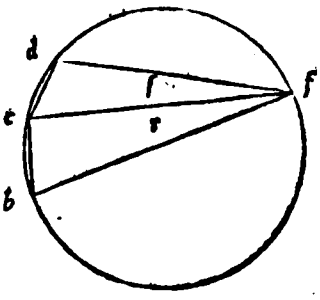




gnitudo a b, at ſub angulo d e f, magnitudo d f: minor igitur ſpectabitur magnitudo a b, magnitudine d f, quod oportebat oſtendere.

Theorema quadrageſimumquintum.

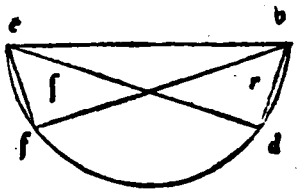
SI aliquis locus in quo oculo manente uiſile, quæ permutato, æquum ſemper uiſile apparet.



Sit, inquã, ſpectata magnitudo b c, oculus autẽ ſit f, à quo procidant radij f b, f c, ſuſcipiaturq; triangulum f b c, in circulo d b f. Dico quod b c, magnitudo ꝓmutata in deſcripti circuli circunferentia æqualiter ſemper apparebit, permutetur enim b c, in c d, connectaturq; d f. igitur circũferentia b c, æqua eſt circunferentiæ c d, igitur per 27 tertij elementorũ, æqualis eſt angulus r, angulo ſ, quæ uero ſub æqualibus ſpectantur angulis per 6 ſuppoſitionem opticæs, æqualia apparent æqualis igitur apparet b c, ipſi c d.

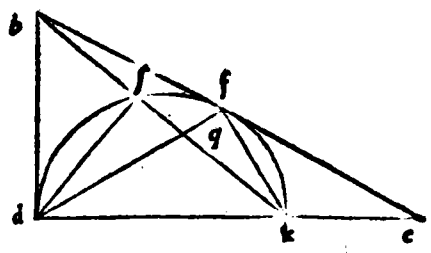
Theorema quadrageſimumſextum conuerſum præcedentis.

SI aliquis locus in quo oculo permutato, uiſile uero manente, æqualiter ſemper uiſile apparet.



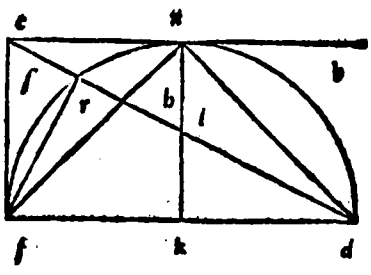
Eſto, inquam, quod ſpectatur b c, oculus autem ſit f, à quo procidant radij f b, f c, & accipiatur b f c, triangulũ in ipſius circuli b f c, ſegmento, permuteturq; oculus f, ſitq; in d, procidatq; radij d b, d c. Igitur per 21 tertij angulus r, angulo ſ, eſt æqualis: in eodem enim ſunt circuli ſegmento, quæ uero ſpectantur ſub æqualibus angulis æqualia apparent, æqualiter igitur ſemper b c, apparet: permutato oculo in b d c, circunferentia. *Theorema quadrageſimumſeptimum.*

SI aliquis locus in quo oculo permutato & uiſile permanente, inæqualiter uiſile apparet.



Sit, inquam, uiſile k d, recta autem linea b c, in ipſam k d, procidens, accipiaturq; per 11 ſexti elementorũ, angulo ſ, in eodem nanq; eſt ſegmento, & angulus ſ, angulo b, maior eſt, & angulus q, igitur angulo b, maior eſt, oculo igitur in f, exiſtente, maior apparet k d. cũ ſi oculus in b poſitus fuerit. *Theorema quadrageſimumoctauum.*

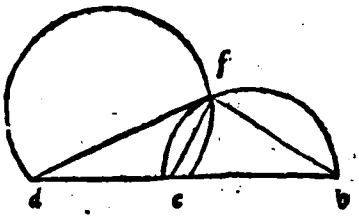
EDem continget & ſi parallelus fuerit linea ipſi ſpectatæ magnitudini, in qua oculus permutatur.



Eſto enim parallelus b c, ipſi ſpectato d f, ſeceturq; per 10 primi element. d f, bifariam in k, excitenturq; per 11 eiuſdem ad angulos rectos k n, ponatur igitur oculus in n, connectaturq; n d, n f, & circum d f, deſcribatur ſegmentum quod ſuſcipiet angulum q l. Quoniam igitur dimetiẽs eſt k n, & ad rectos angulos ab extremitate excitatur k n, ipſi b c. Igitur per correlarium 16. 3. element. b c, ipſum d n f, ſegmentũ tangit, permutetur autem oculus in c, extendaturq; c f, c d, connectaturq; r f. Igitur angulus q l, ipſi angulo r, eſt æqualis. Sed angulus r, angulo c, maior eſt: igitur & angulus q l, angulo ſ, maior eſt. At quæ ſub maiori ſpectantur angulo maiora apparent.

Igitur magnitudo d f,maior apparet oculo in n,exiſtente quàm in c,oculo igitur in b, permutato parallelo exiſtenti ipſi d f,ſpectatum inæquale apparet.

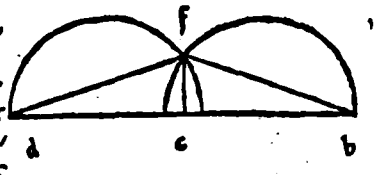
Theorema quadrageſimumnonum.



ESt aliquis locus,in quo æquales magnitudines inæquales apparent.

Sit,nanq; æqualis b c ipſi c d,& circum quidē b c, ſemicirculus deſcribatur b f c, circum uero d,deſcribatur ſegmentū maius ſemicirculo. Connectatur f b,f c, f d, igitur angulus qui in ſemicirculo per 31 tertij element. maior eſt eo qui eſt in maiori ſegmēto,at quæ ſub maiori ſpectantur angulo per 4 ſuppoſitionē opticæ maiora apparēt,oculo uero poſito in f, maior igitur apparet b c,ipſa c d, erat autem & æqualis: eſt igitur cōmunis locus in quo æquales inæquales apparent magnitudines.

Theorema quinquageſimum conuerſum præcedentis.

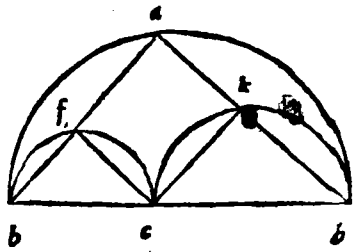


ESt aliqs locus cōmunis à q̄ inæquales magnitudines æquales apparēt.

Eſto, inquā, maior b c,ipſa c d, & ſuper b c,maius ſemicirculo ſegmentum deſcribatur,& ſuper c d,ſimile ei quod ſuper b c hoc eſt ſuſcipiēs angulū æqualē ei qui in b f c,cōnectantur autē f b,f c,f d: igitur quoniā per 27 tertij element. in ſimilibus ſegmētis anguli cōſtituti inuicē ſunt æquales,æquales quoq; ſunt & in b f c,c f d,ſegmētis anguli ſibi inuicē. Quæ uero ſub æquis ſpectātur angulis æqualia apparēt,per 6 ſuppoſitionē opticæ,oculo igitur poſito in f,ſigno æqualis apparet,b c ipſi c d,eſt autē maior. Eſt igitur locus quidam cōmunis ex quo inæquales magnitudines æquales apparent.

Theorema quinquageſimumprimum.

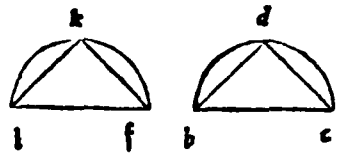
ALiqui ſunt loci in q̄bus binæ magnitudines inæquales in idem compoſitæ utriq; inæqualium æquales apparent.



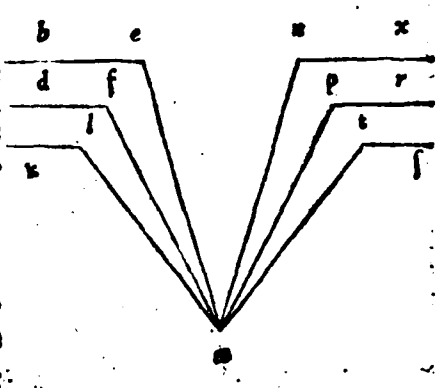
Eſto nempe maior b c, ipſa c d, & ſuper ipſis b c & c d,ſemicirculi deſcribātur. ſuperq; tota b d. Igitur per 31 tertij element. angulus qui in ſemicirculo b a d,æqualis eſt ei q in b k c, uterq; enim ipſorū rectus eſt. Igitur b c ipſi b d,æqualis apparet,itidem quoq; & b d ipſi c d,oculis in b a d,b k c, c f d,ſemicirculis poſitis. Sunt igitur aliqui loci in q̄bus binæ inæquales magnitudines in idem cōpoſitæ æquales utriq; inæqualium apparent.

Problema primum *Propoſitio 52*

LOcos inuenire à quibus æqualis magnitudo dimidiū apparet, ſiue quarta pars,& uniuerſaliter in data ratione in qua & angulus ſecatur.



Sit enim recta linea l f,& ſuper l f,deſcribatur ſegmentū contingēs,& inſcribatur in eo angulus k. Ipſi autē l f,æqualis eſto b c,& ſup b c, deſcribatur ſegmentū quod ſuſcipiet angulū ipſius k, anguli dimidiū, igitur angulus k,ipſius d,anguli duplus eſt,dupla igitur apparet l f,ipſius b c,oculis in l k f, & b d c,circunferentijs iacentibus.



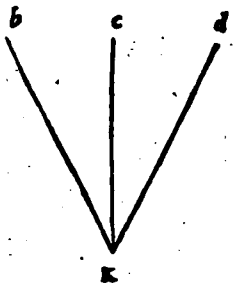
Theorema 52 *Propoſitio 53*

AEquali celeritate delatorū, in eademq; recta linea exiſtentium, propinquū oculo poſtremum præire

præire putabitur, permutatis autem præcedens ſubſequi, & ſubſequens præcedere putabitur.

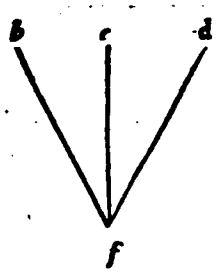
Deferantur æquiceleriter b c,d f,k l,& ab oculo m,procidãt radij m c,m f,& m l,igitur ſublimior & dexterior omniũ ab m,oculo radiorũ erumpentiũ eſt ipſe m c. Igitur b c, præcedere putabitur,permutatis autem b c,d f,& k l,in n x,p r,ſ t,quæ poſitis procidãt radij m n,m p,& m ſ,omniũ igitur ab m,oculo radiorũ erũpentiũ dexterior eſt ipſe m ſ. Siniſterior uero m n,quare & ſ t præcedere putabitur,ſubſequi uero n x. Igitur b c præcedens in n x,poſitũ ſubſequi & l k, ſubſequẽs in ſ t,poſitũ præcedere putabitur.

Theorema 53 *Propoſitio* 54



SI aliquibus delatis,& pluribus celeritate inæquali, cõferatur uero ad eadẽ & oculus,oculo quidẽ æquiceleriter delata ſtare,quæ uero tardius in contrariũ ferri,quæ autẽ celerius,præcedere exiſtimabuntur.

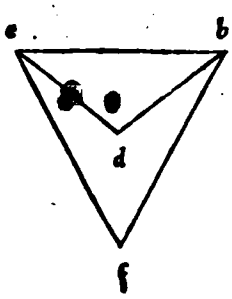
Ferantur inæquali celeritate b c d, tardius uero feratur b, ſed c æquiceleriter oculo k & d, celerius ipſo c,ab oculo uero k, procidant radij k b.k c,k d,igitur oculo ipſos b c d,inſequẽte. Semper c per c delatum ſtare putabitur. At b derelictum in contrarium ferri, & d celerius ipſo c uidebitur præcedere, plus nanq; ab ipſo c diſtat.



Theorema 54 *Propoſitio* 55

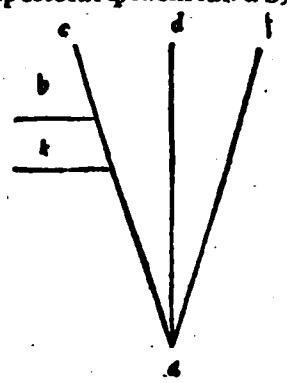
SI aliqbus delatis differat quippiã aliquid non delatũ,non delatũ in contrariũ ferri putabit.

Ferrantur nanq; b,d,maneat autem c,& ab oculo f, procidant radij f b,f c,f d. Igitur b quidem delatũ prius erit q̃ c. At d diſcedere longius; proinde c in contrariũ ferri putabitur.



Theorema 55 *Propoſitio* 56

OCulo prope ſpectatum accedente,ſpectatũ augeri putabitur. Spectetur,inquã,b c,oculo in f, poſito ſub f b,f c,radijs, permuteturq; oculus ut prius ſit ipſi b c. ſitq; in d, ſpecteturq; idem ſub d b,& d c radijs. Igitur angulus d,angulo f, maior eſt. Sed quæ ſub maioribus angulis ſpectantur per ſuppoſitionem 4 opticæ maiora apparent. Igitur b c, oculo exiſtente in d, augeri putabitur potius quàm in f.



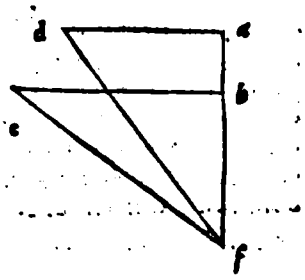
Theorema 56 *Propoſitio* 57

AEquali celeritate delatorũ, quæ longius diſtant tardius ferri uidentur.

Ferantur enim æquiceleriter b,k, ſicut ad partes f, & ab oculo a, radij excitentur a c,a d,a f. Igitur k minores habet ab ipſo oculo radios productos,quàm b, minus igitur tranſibit interuallum, & prius permutans a f, uiſum celerius ferri putabitur.

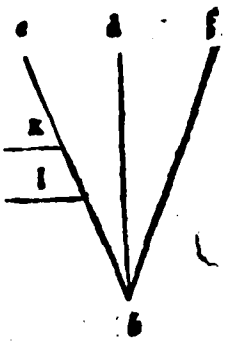
Aliter.

Ferantur bina ſigna a b, in parallelos rectas lineas ad b e, æqualiter æque cito & æquali tempore procedent, ſint igitur æquales a d,b e, procidantq; radij ab f, oculo f. a,f d,f e. Quoniam angulus qui ſub d f b,minor eſt eo qui ſub b f e, minus igitur a d, interuallum, uidebitur q̃ b e. Quare a tardius quàm b ferri purabitur.



Theorema 57 Propoſitio 58

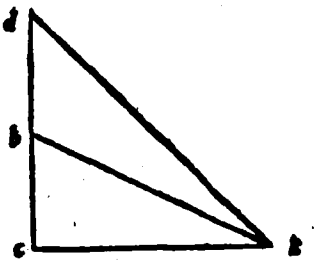
QVlo translato quæ longius ſpectantur, deſtitui uidentur.



Sit, inquã, oculus b, à quo excitentur radij b c, b d, b f, ſpectentur uero k & l, igitur oculo tranſlato ad partes c, celerius tranſibunt uiſus k q̃ l, putabitur igitur k, deſtitui, & l, in contrarium ferri, hoc eſt ad partes f.

Theorema 58 Propoſitio 59

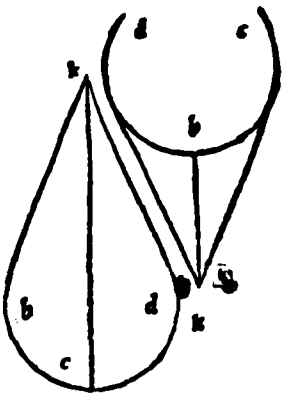
AVctæ magnitudines, propius oculo produci putantur.



Sit ſpectatũ b c, ſub k b, k c, radijs augeatur q̃ b c, ipſa b d, & ab ipſo k, oculo procidat radius k d. Igitur angulus qui ſub d k c, maior eſt angulo qui ſub b k c, qui uero ſub maiori ſpectantur angulo, per 4 ſuppoſitionem opticæ maiora apparent, maior igitur apparet. maior igitur apparet c d, ipſo c b, & ea quæ oculo putantur maiora, augeri putantur, & auctæ igitur magnitudines ad oculum prouehi putantur.

Theorema 59 Propoſitio 60

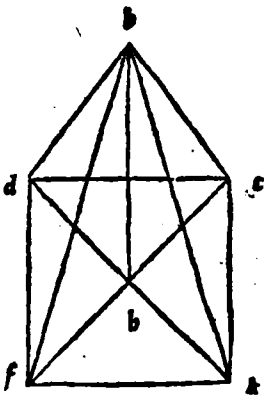
QVæcunq; in eodem non iacent interuallo, neq; parallela in extremis poſita, neque inuicem poſita mediis, neque in rectas exiſtentia lineas totam figuram quandoq; manentem conuexam, quandoq; uero curuam efficiunt.



Spectentur nanq; b c d, oculo in k poſito, procidantq; radij k b, k c, k d, igitur tota figura cõuexa eſſe putabitur, permutetur iam rurſus ſpectatum, ponaturq; propius ad oculum. Igitur d b c, curuum eſſe putabitur.

Theorema 60 Propoſitio 61

QVadrato exiſtente, ſi à contactu dimetientiũ ad angulos rectos quædam excitata fuerit ad ipſius quadrati planũ, in ipſaq; poſitus fuerit oculus, latera & dimetientes ipſius quadrati æquales apparent.



Eſto, inquam, quadratum c f, excitenturq; dimetientes c f, k d, & a b h, ad angulos rectos, excitetur per 11 undecimi elementorũ h b, oculus uero ponatur in b, procidantq; radij b k, b d, b c, b f: igitur duæ f h, h b, duabus c h, h b, ſunt æquales, & æquales ſunt anguli qui ſub ipſis cõprehendũtur, hoc eſt anguli qui ad h. Aequalis igitur eſt per 4 primi element. f b, baſis ipſi b c, baſi. Idq; propterea & k b, ipſi b d, eſt æqualis. Binæ iam f b, b c, binis k b, b d, ſunt altera alteri æquales. Et diametri ſunt æquales, quare & anguli qui ad b, erunt æquales. Quæ uero ſub æqualibus angulis ſpectãtur æqualia apparent. Diametri igitur & altera quadrati æqualia apparent, ea uero quæ ab oculis in dimetientiũ contactum ad angulos rectos ipſi plano exiſtente, neq; æquali utriq; eorũ quæ à contactu ad angulos quadrati ductæ ſunt, neq; angulos cõprehendente æquos cum ipſis, diametri inæquales apparent, ſimiliter enim oſtendemus cotingentiã, quemadmodum & in circulis.

doctiſſimo phyſiologo Antonio Abioſio Rauennati artium, ac Medicinæ doctori eximio ſocero patricíq; humaniſſimo fœlicitatẽ perpetuã.

PHiloſophãtes illi ueteres Antoni uir clariſſime eorum opera, aut magnis, aut doctiſſimis uiris deſtinare conſueuerũt, aut quia inde eorum operibus maximã inuehi poſſe auctoritatẽ cenſebant, aut quoniam eis eorum obſeruantiã explicatiorẽ fieri poſſe arbitrabãtur, aut q̃ ab illis aliquid aſſequi poſſe expeditius exiſtimabãt. Idq̃ propterea nos qui cum aliquid ocij ſupereſt illud omne græcorũ operibus ſapiẽtium ſtudendis accõmodauimus, & maxime hijs mathematicis quæ tute ſcis qualẽ nam gradum certitudinis obtineãt, ex hijſq̃ ſtudijs pinguibus & multiplici diſciplina ſcatentibus noſtris laboribus, ut ſcis, eduximus illius Megarenſis Euclidis mathematici præſtantiſſimi elementa, optica, phænomena, catoptrica, & data. Quæ opera eo ſunt iudicio & arte ab inſigni illo Socratico philoſopho ſtructa & cõpacta, ut ſtudentes eis miro quoddã ſtupore detineant. Scalam enim quandã uenerandus ille uir cõpegit qua ad omnes mathematicas diſciplinas percipiẽdas aſcendere poſſimus, qua ſine ad eas nõ ſit acceſſus, quæ opera cum à me nõnullis emancipata fuerint, ueterem, ſincerã ac puram illam beneuolentiã tuam qua patrem meum noſtramq; familiã iam pluribus annis cõplexus es, & quam poſtea inuicem ſanximus cõciliauimusq; cum Luciam filiã tuam mihi dicaueris, fraudẽ facillime perpeti poſſe cenſerem, niſi aliquo noſtrorũ ſtudiorũ munere amoris noſtri mutui ac beneuolẽtiæ defecatæ fructũ reportaret. Quam cum tibi uellem fieri explicatiorem, cunq; nollem Euclidis opera in lucem uenire, niſi tuũ quoq; nomen aliquã eius partẽ ſibi uendicaret, cunq; ad manus noſtras fortaſſe ex bibliotheca ſenatoria Marini philoſophi ac dialecticj præſtantiſſimi protheoria in data Euclidis cõſtructa peruenijſſet, eam à me latinã eſſe cenſui faciendã, tibiq; dedendam, non ut abs te aliquid mihi id propterea dari uelim, nam tute ſcis te & nos iam unum eſſe, ſed ut eam tua auctoritate ſtudentes cumulatius exiſtimẽt, & tu obſeruantiã amoremq; noſtrũ ſingularẽ perpendas, ac ut beneuolẽtiæ tuæ erga nos pari lance correſpondeã. Futurũ etenim ſcias, q̃ ſi hos labores noſtros tibi placuiſſe, gratosq; fuiſſe perſpexerimꝰ, conabimur efficere ut noſtris uigilijs aliqua in intimis græcorũ penetralibus recondita, ſcitu iucũda & utilia latinã ueſtem induere non aſpernẽtur, nam quid poſſum agere melius cum ociũ ſupeſt q̃ illud omne ad linguã latinã illuſtrãdam cõuertere, & inde curare ut uiui poſt mortẽ noſtræ poſſimus intereſſe poſteritati, ſed iam ipſius Marini protheoriã doctiſſime inſpicito philoſophe æternumq; Valeas, in. XI. IV. XIX. elemento ſalutis, nonis Octobrib.

IN LIBRVM DATORVM EVCLIDIS PHILOSOPHI PLATONICI, AC PRAEſtantiſſimi mathematici, protheoriæ ex uoce Marini philoſophi, Bartholomæo Zamberto Veneto interprete. Caput primum.

IN primis quid ſit datum ponere oportet, poſtmodum quænam huius ex tractatu utilitas dicendũ eſt, tertium uero ad quam diſciplinã deducitur. Diffiniunt nempe datum multipliciter aliter quidem antiquiores, & aliter iuniores: idq̃ propterea obtigit, ut eius uera aſſignatio difficilis ſit. Nonnulli ſiquidem nullam ipſius diffinitionem tradunt, propriam nanq; dati inuentionem tentauerunt. Alij uero quæ ab illis iamdiu dicta ſunt compli cantes, ipſum diffinire auſi ſunt. neque hij cum illis congrue. Videntur ſiquidem omnes ex una eademq; ſententia, ac perceptione excitati, de eo aliquid dicere: aſſumptum enim quid datum eſſe perceperunt, ac per hoc ſimpliciori, ac una quadam diffe

rentia

rentia datum deſcribere proponentibus illis,hīſ quidem ordinatum ut Apollonius in libro inclinationum,& in uniuerſali tractatu. Notum ſicut Diodorus,ſic etenim rectas lineas,& angulos dari inquit,& quicquid, & ſi rationale minime fuerit,in cognitionem aliquam uenit. Nonnulli uero ipſum rationale eſſe dixerunt,quemadmodum uidetur Ptolemæus,data illa appellans, quorum menſura nota eſt ad certitudinem uel prope. In ſuppoſitione autem à proponente propoſitum, datum nonnulli eſſe contenderūt. Inquiunt autem,& alio modo in primis elementarijs datum,& datam rectam lineam, hoc eſt qualem quis diffiniat, detq; rectam lineam. Omnia uero huiuſmodi perceptionem quandam ſignificare uolunt,unde maxime illæ diffinitiones comprobantur,quæ à nobis aſſumptum manifeſte oſtendunt. In præſentia uero ipſius dati naturā non ſolum tenui,& uno aliquo aſſignantium, qualem uero diffinitionem efficientium, differentias exponemus id capitulatim cum horum modi bene enumerati ſint. Alij nanq; ordinatum & porimon datum eſſe diffiniunt. Alij uero ordinatū ſimul & notum. Nonnulli porro ordinatum ſimul & porimon. Hīſ ſiquidem omnes apprehenſionem, ſiue perceptionem & inuentionem ipſius dati reſpicere uidentur,ac perinde prædicto modo diffinire. Vt autem eorum huiuſmodi ſententiam oſtendamus,inſuperq; ut ueram propoſitæ diffinitionis ex multis propoſitis cōprehendamus inquirendum prius eſt ſimplicis uniuſcuiuſq;, & ei oppoſitum ſignificatum, inordinati quidem dico,ignoti,& apori,& irrationalis. Extenduntur ſiquidem hæc ad præſentaneam geometricam materiam, necnon & ad res naturales, ac ad alias mathematicas diſciplinas. Deſcribunt ſiquidem ordinatum,quod idem obſeruat, per quod ordinari dicitur, aut per magnitudinem, uel ſpeciem, ſiue aliud quidpiam huiuſmodi. Vel aliter quod aliter fieri non comprehenditur, ſed tantummodo in diffinito aliquo eſt loco, ut ſi dicatur. per bina ſigna exiſtentia deſcripta recta linea ordinari dicitur, eo quia aliter & inordinate minime fit. Inordinatus eſt qui per bina angulus, multipliciter ſiquidem & inordinate deſcribitur maioris, ſcilicet, & minoris circuli infinities deſcriptorum per bina ſigna. Rurſus ordinatus eſt qui per tria ſigna angulus. Sunt autem & hæc ordinata, ſicut ſuper data recta linea triangulum æquilaterum conſtituere, ſed ex utraque rectæ lineæ parte tantummodo,& præter coincidentiam. Et datam rectam lineam in datam rationem diſpeſcere, tantummodo ſiquidem hoc fieret,in utraque bifaria ſectione. Inordinata ſunt quæ hīſ contrario ſeſe habent, ſicut ſcalenum conſtituere, & rectam lineam infinities ſecare: adiacet autem diffinitioni id ex quo ordinatur,quādoquidem unum quid & idem exiſtens quandoq; ordinatum, aliter autem inordinatum eſſe poteſt. ſicut æquilaterum triangulum, ſiquidem æquilaterū eſt,ordinatur: magnitudine uero non omnino diffinitur. Notum autem eſt quod cognitum eſt, ſicut nobis manifeſtum & perceptum, ignotum uero quod neutiquam notum, neque à nobis perceptum eſt. ſicut quadrati longitudo nota eſſe dicitur, quæ percipitur quotnam ſit ſtadiorum, & quod trianguli tres anguli binis ſunt rectis æquales. & quod quæ ex binis nominibus irrationalis eſt,inſuperq; & talia nota dicuntur, ut unam tantum eſſe ab exterius dato ſigno curuam tangentem ad utraſq; partes: ſi enim & alia fuerit,binæ rectæ lineæ areolam comprehendent, quod abſurdum eſt. Ignota uero irrationalia non ſunt,ſed quæ non ſunt nota,neq; à nobis percepta. Porimon autem eſt quod neq; efficere,neq; conſtruere, hoc eſt in opinionem ducere non poſſumus, aliter uero rurſus porimon diffiniunt, uel quod per demonſtrationē exhibetur, uel quando quidpiam abſq; demonſtratione manifeſtum fuerit, ſicut centro & interuallo circulum deſcribere, & triangulum conſtituere non ſolum æquilaterum,ſed & ſcalenum,& eam quæ ex binis nominibus inuenire, & rectas lineas rationales potentia tantum cōmenſurabiles indagare,& alia quæ infinities fiunt porimata ſunt, ſicut per bina ſigna circulum deſcribere. Aporon uero eſt quod porimo ipſi ſeſe contrario habet. ſicut circuli tetragoniſmus: nondum enim in uia eſt,& ſi illum exhiberi poſſe putent: at ſcire eum poſſumus,eius ſiquidem eſt diſciplina,nōdum tamen percepta. In præſentia uero iam de eo quod in uia eſt ratio aſſignatur, quare & proprie porimon id appellant, quod nondum in diſciplinæ uia eſt, quod autem perceptum exhiberi poteſt poriſton proprie appellant. Aporon autem,ut dictum eſt, quod ipſi porimo contrariū eſt, hoc eſt cuius inquiſitio dīudicata non eſt. Rationale eſt,de quo dicendū eſt,magnitudo,uel ſpecies,ſiue poſitio,ſed diffinitio huiuſmodi quidem cōmunior eſt, proprie uero & ex ſeipſo rationale eſt, quod per aliquam dimenſionem poſitione cognoſcimus, aut palæſta ſiue cubito,aut digito.

Hīſ ſic

Hijs ſic diffinitis,quod reliquum ſuper eſt facile eſt, eorum quæ dicta ſunt cõmunicantiam,& differentiã coniectare. In primisq; quomodo ordinatum ad notum,& hijs oppoſita ſeſe inuicem habent. Eorum quæ connectuntur eadem non ſunt, neq; eorum in quibus alterum altero plus eſt. Et ſi eis plura cõmunia exiſtant ſicut per bina ſigna rectam lineam ſcribere,ac per tres circulos triangulum æquilaterum conſtruere. Sed circulum quadrare ordinatũ quidem, ignotum uero eſt,& quod una tantum recta linea curuaturam ab uno ſigno tangit. Ordinatorum & minime perceptorũ aliter ſe habere eſt: ſiquidem & illius demonſtratio & conſtructio cognoſcitur. Rurſus quæ in infinitũ fit ſectio,& ſcaleni conſtructio cognoſcitur quidem,ſed nondum ordinatur. Quare manifeſtum eſt,quod ipſius ordinati, aliud quidem notum,aliud uero ignotum,& rurſus ipſius noti, aliud ordinatum, at aliud inordinatum eſt, & ſic ſe hæc habent adinuicem ſicut rationale,& quod incedit neq; huiuſmodi coæquant ſeſe, neque alterum alterum excedit. Similiter ordinatum,& inordinatum ſeſe habet, ac porimon & aporon. Communicant ſiquidem hæc plurimum, differuntq; ut dictum eſt. Curuatura ſiquidem ordinatur, ſed hijs qui Archimedem præceſſerunt in uia erat,& alia quæ infinities fiunt, & inordinate,porima quidem ſunt. ſi quis eorum conſtructionem, ac conſtitutionem intelligat,non tamen etiam ordinata,ut ſcalenum triangulũ intelligere,in ipſiusq; conſtructionem intelligentiam ducere ab æquilatero. nec difficile id eſt,ſed in promptu,& quicquid inordinatum & infinitum. Sic autem ad rationale & irrationale, ordinatum & inordinatum ſeſe habet: cõmunicant ſiquidem inuicem admodum,differuntq; modo prædicto: hæc autem inuicem minime ſunt æqualia,neq; alterum altero percipitur, nam quæ ex binis nominibus,& ſic aſſumptæ irrationales, ordinatæ quidem ſunt, ſed neutiquam rationales,& quæ dimetientis ad coſtam quadrati eſt ratio. Rationalium quidem plura inordinata ſunt, ſicut quæ multipliciter, indeterminateq; fiunt: poſſumus enim & ſcalenum triangulũ menſura diffinita rationali propoſita metiri. & ſiquidem inordinatum fuerit, noti autem ad porimon ſimilitudinem omnino inſpicere facile eſt, differentiam uero elicere difficile: natura nanque prope ſunt adinuicem, quare ſeſe inuicem coæquare uidentur, tamen hæc certe intuentibus quædam ineſſe uidebitur differentia. Quod quidem una ſit inflexionem ab uno ſigno tangens, manifeſtum ac notum eſt. Non tamen id propterea iam id problema porimon eſt, nondum enim perceptum, quare omne notum non omnino porimon eſt: porimon ſiquidem omne notum eſt. Maius igitur eſt notum ipſo porimo. Rurſus notum porimon & rationale, quandoq; cõmunicant, at quandoq; inuicem differunt modo iam dicto. Nam quæ irrationales dicũtur notæ ſunt, non tamen rationales, numerus enim omnis rationalis quidem eſt, non tamen omnis notus eſt. Et rationale ex ſuijpſius more ſimiliter rationale eſt,nec ſic rationalis erit longitudo,in idem ſiquidem deducunt dimenſionẽ, nota ſiquidem eſt longitudo,at quandoq; minime,& ſi in eadem fuerint conſuetudine. Fortaſſe autem & inuenire difficile eſt. Rationali quidem,at ignotum,uidetur ſiquidem & rationali notum eſſe aliquid plus. Quod autem porimon & aporon. à rationali & irrationali differunt, ex hijs eſt manifeſtum: porima enim eſſe poſſunt & irrationalium aliqua. At rationaliũ irrationale nullum. affinitas autem horum ſicut & aliorum omnino manifeſta,hæc adinuicem ſic ſe habẽt, quare porimon rationali plus eſſe uidetur, opere etiam pretium eſt & prædictorũ differentiã coniectare. Rationale quidem & irrationale per dimẽſionis relationẽ, dicuntur ad cognitionẽ noſtram minime ueniẽtis, poteſt enim qdpiam rationale exiſtens nobis minime notum eſſe, quatenus rationale eſt,neq; percipi quod rationale ſit. Ordinatũ uero & inordinatũ,non per idem,& iuxta propriã ſpeculati naturam eſt,& ſi à nobis minime percipiatur, plura igitur ordinata natura poſterius Archimedes ex Serini ſermonibus, quod ordinantur demonſtrauit. Notum autem & ignotum quo ad noſtram relationẽ dicitur, quare prædicta inuicem differunt. Siquidem hoc ad nos habet relationẽ, illud uero quo ad naturã,hoc autem ad dimenſionẽ. Cum iam præpoſitorũ ſocietas & differentia diffinita ſit,reliquũ ſuperfuerit,quidnam ſit datum indagare. Quicunq; in præſentia à,pponente quid per hypotheſim datum,id datum eſſe putant à quæſito aberrant,elementa nanq; datorũ omnia ſimul ordinantur, & non de eo quod per hypotheſim, ſicuti ex hijs quæ in eorum tractatu ſunt licet intueri. Quare perceptionẽ huiuſmodi nos negligentes,aliter diffinientium rationes ordinare oportet. Erit autẽ quod per hypotheſim datum,id quod poſt principia ſpeculatur, diffiniunt iam nominatiuis diffinitionibus utentes, uno aliquo dictorũ illud charactere pingentes. Sicut in principio dictum eſt,omnes autem ferme

ut com-

ut cõmunem ſententiam de dato retinere uideantur, perceptum enim quid illud eſſe aſſumpſerũt, quemadmodũ & ipſius dati nomen oſtendit, & in primis illi qui per hypotheſim datum deſcribunt. Nonnulli uero conceſſionẽ reſpexerunt. Nos autem quoq; utentes prædicta tanquam canone & foro, ipſius dati perfectam diffinitionẽ inuenire poterimus. Manifeſtũ autem quod coæquatione aut cõuerſione ipſum indiget ad diffinitum, & hoc ſubſiſtere oportet eis quæ recte datæ ſunt diffinitionibus, eſt & propoſiti hæc in illis diffitionibus quæ ſimplicius dictæ ſunt, quæ porimon diffinlet, in complicatis autem notum ſimul & porimon: reliquæ uero omnes imperfectæ ſunt, neq; enim ordinatum diffiniens eueſtigio ad dati comprehenſionẽ extenditur eo quia neq; in totum, neq; ſolum ordinatũ perceptũ eſt, ſed inordinatorũ nonnulla ſicut oſtenſum eſt. Neq; illa idonea eſt quæ notum ipſum diffinit, neq; enim hoc totum perceptum eſt, & ſi tantum ignotũ enim nequaq; fuerit perceptum, neq; ipſum rationale diffiniens diffinitio, perfecta erit, nam hoc ſolum perceptũ non eſt, quoniam & irrationaliũ aliqua forſitan autem neq; omne omne rationale perceptũ eſt, ſicut & hoc diffinitũ eſt prius. Deficit iam in nominatiue aſſignatis porimon, quare uidetur maxime perceptionẽ oſtendere, nam omne porimon percipi poteſt & ſolum, huiuſmodi autem diffinitione uſus eſt Euclides ſpecies omnes dati deſcribens. Compoſitarũ diffinitionũ perfecta eſt quæ notum ſimul & porimon datum eſſe diffinit, genere quidem, pportionale habẽs ipſum notum, differẽtia uero porimon. Ordinat~ autem ſimul & porimon dicens imperfecta eſt, nam non ſolum huiuſmodi data ſunt ꝛ qui datum, & rationale ſimiliter defectiue datum cõprehendit. Quæ uero notum ſimul & ordinatũ, eo quia propoſitũ excedit, neq; ſana eſt, neq; enim omne huiuſmodi datum eſt. Soli iam reliquũ dati ſententiæ attingere uidentur, qui illum notum eſſe dixerũt, nam tale omne percipi poteſt & ſolum, bina autem hæc ſubſiſtere oportet in diſciplinaribus diffinitionibus datis. Hijs autem prope ſunt compoſitæ & ſic. Datum eſt cui exhibere poſſumus æquũ per ea quæ à nobis in primis prioribuſq; ſuppoſitionibus dicta ſunt, prædictis autem Euclides ubiq; in exhibẽdo utens, notum prætermittit, tanquam porimon iuxta ſequens. Accuſaret autem quiſpiam ipſum rationabiliter, tanquam prius cõmuniter datum minime diffinientem, ſed immediate unamquanq; ipſius ſpeciem. At qui in geometria elementari prius ſimplicem lineam quàm liueæ ſpecies, & alia huiuſmodi diffiniuiſſe uidetur.

Quænam utilitas ex datorum tractatu, Caput ſecundum.

Cum forſitan quoad præſentaneũ uſum ipſum datum dijudicatũ ſit, ſubſequens fuerit ipſius tractatus utilitatẽ præbere: eſt ſiquidem hoc ad aliud habentiũ reductionẽ, ad locum enim qui reſolutus dicitur neceſſaria eſt admodum huius cognitio. Quantã nanq; potentiã habeãt in mathematicis diſciplinis, & alijs eiuſdem generis, ſicut perſpectiua & canonica locus reſolutus in alijs diffinitũ eſt, & q demõſtrationis eſt inuentio ipſa reſolutio, & q ad inuentionẽ demonſtrationis ſimilium nobis confert. Et q maius eſt reſolutiuã potentiam obtinere, quàm plures particulares demõſtrationes habere.

Ad quam diſciplinam reducatur datorum tractatus, Caput tertium.

Ad omnes ſiquidem huiuſmodi diſciplinas, cum datorũ ſpeculatio utilis ſit, quãdoquidem ad reſolutionẽ plurimum confert, opportunũ neutiquã fuerit ipſam reduci ad aliquam unam diſciplinam dicere. Sed ad eam quæ in uniuerſali mathematica dicitur, ea ſiquidem eſt quæ ſeſe habet circa multitudines, tempora, & celeritates, huiuſmodiq; omnia, inquantum iam circa rationes, proportiones, & ubiq; medietates negociatur. Huiuſmodi ergo datorum diſciplinari perceptione utilima exiſtente, datorum uolumen Euclides elaborauit, quem proprie & elementarem appellauerũt. Totius enim ferme mathematicæ diſciplinæ elementa, & tanquã introductoria ordinauit, ſicut geometriæ quidem totius in tredecim uoluminibus. & aſtronomiæ in phænomenis, muſicesq; & perſpectiuæ ſimiliter elementa præbuit. At dati tractatus in propoſito libro elementarem reſolutiuam fecit. Geometricus enim exiſtens ipſe uir diuiſim cõmunes ipſius dati rationes proprie conglutinauit. Sicut in uniuerſalibus rationibus fecit, ut in magnitudinibus eas proprie operatus in quinto de plano uolumine. Communiter quidem quid ſit datum dictum eſt, & ad quam diſciplinam reducatur, ac q eius ſpeculatio utilima eſt hijs iam quæ dicta ſunt, adijciatur quoq; ipſius deſcriptio diſciplinæ. erit ea ſiquidem, ſicuti ex prædictis eſt manifeſtum, datorum perceptio iuxta omnem locum, & eorum quæ eis eueniunt: proprie uero & ſicut ex propoſito uolumine dicatur eſſe methodus totius datorum diſciplinæ elementa cõprehendens, habebit autem & ipſa conſequẽter utilitatem & alia iuxta relationem ad ipſum datum. Diuiditur autem ipſum

tem ipſum uolumen in dati ſpecies,& in primis. primum ſegmentum ea quæ ratione data ſunt comprehendit,ſecundum autem ea quæ poſitione,& demum ea quæ ſpecie. Simplex enim erat quæ de magnitudine datis:diſſeminauit autem & hæc particulatim in aliis,& maxime in his quæ ſpecie data ſunt. Orſus autem eſt ab his quæ ratione & poſitione data ſunt: quandoquidem ex his quæ ſpecie dantur conſtant. Alter facta etiam ipſius libri diuiſio.in uniuerſales magnitudines in lineas & plana, & cyclica theo remata:ſimili namque ordine & in diffinitionibus ſiue uoluminis ſuppoſitiõibus uſus eſt. Secutus autem eſt modum doctrinæ non per compoſitionem, ſed per reſolutionẽ, quemadmodum & Pappus ſatis in libri huius commentationibus demonſtrauit.

In Librum Datorum Euclidis philoſophi Platonici Marini philoſophi præſtantiſſimi Protheoriæ finis. Bartholomæo Zamberto Veneto interprete.

BARTHOLOMAEVS ZAMBERTVS VENETVS clariſſimo uiro Marino Georgio patritio Veneto,artium ac ſacræ Theologiæ doctori eximio, Brixienſiumque præfecto deſignato S.

PLVRES hominum maxima tenet admiratio Marine Georgi philoſophe doctiſſime,quòd in humanis ita ſit comparatum homines abſque diſſidijs,contumelijs,iurgijs, tumultibus,belliſq; atrocibus quaſi uiuere neſciant. Ac ſi eorum miſera conditio foret. ſi amore paceque mutua ſibi inuicem correſponderent. Idque magis mirũ uideri ſolet,cum hij qui ab humanitate nomen ſibi uendicarũt. nõ niſi inhumaniter uitã agere curẽt. Quod quidẽ uir clariſſime nobis enucleatiſſime conſtat: nam ſi uelimus ueterum memorias altius recenſere,quam ætatem bellorum uacuam comperiemus: nullam. Sed ne à memoria noſtra longe diſtãtia repetamus,quid de noſtra ætate,quam uidimus,nec apud autores legimus in qua ea obtigerunt,quæ ſi à nobis ſic ſicut uiſa ſunt legerentur,procul dubio ſomnia & phãtaſtica machinamenta eſſe putarentur. Nam decem autem aut undecim annorum inter uallo quot,quantaq; ac qualia euerſa immutata,ſubuoluta,radicitúſque conuulſa noſtris oculis conſpeximus? Tu optime noſti qui ob ſingularem doctrinam tuam, erga patriamq; uel maximam fidem.à ſenatu legatus miſſus hos turbines uidiſti,& ingenij tui libramine ponderaſti. Teſtis heu teſtis eſt Neapolitana ciuitas quæ plures ſtrages perpeſſa,uno anno,rem nullis ſeculis auditam regale ſceptrum quinquies commutauit. Teſtis heu teſtis eſt illa Roma quæ cum alias ſubacta Italia:ferociſſimas infreneſq; nationes domuerit.longe lateq; fines imperij propagauerit,ſæpius in præſentia nõ in Italia ſed apud urbis muros:non apud muros urbis,ſed in ipſa urbe: non hominum tumultus,ſed enſes euaginatos,non enſes euaginatos ſed multas cædes.& funera paſſa eſt. Teſtes heu teſtes ſunt fluentinorum,felſinenſiumq; agri toties à militibus diſſipati. Teſtis demum tota Italia tranſpadana toties bellis,atrocibus, cædibus miſeratidis. ignibus maximis cõquaſſata: Sed quid de illa quæ citra padũ eſt Italiæ regiõe dicemus? nil niſi laborioſum,nil niſi flebile.nil niſi illachrymabile,& quod potius ſilentio trãſeũdum ſit,quàm ea quæ obtigerunt connumerare. Nam ſi Tarrenſes agri uocem attollere poſſent,ſe hominum cæde uel maxima contabuiſſe,humaniq; ſanguinis copia aſſatim effuſi inundaſſe quererentur. Si tota Italia loqui poſſet,eam ad funeſtum deploràbilemque ſtatũ peruenìſſe intelligeremus. Sed hæc in præſentia miſſa faciamus:quãdo quidem in præſentia hyſtoriam non conſcribimus,& quæ apud poſteros,non paruam, ſed nullam fidem ob rei magnitudinem ſit habitatura. Quæ omnia licet quodãmodo nictu oculi obtigerint.non eſt tamen quod perinde nos mirari oporteat.nam ſi à cauſis exordiri atque ad huiuſmodi effectus nos ipſos deuoluere uelimus, ſiue etiã ab his effectibus incipientes cauſas altius repetere uoluerimus,bella huiuſmodi ex contrarijs igni uoluntatibus comperiemus,quæ ab appetitu diuerſo oriuntur,quẽ diuerſa hominum ſortita eſt qualitas,quam illi quatuor humores efficiunt,qui cum ab illis

elemẽtis toties celebratis ſcateãt, iuxta temporũ qualitatẽ. ſtellarũq; in humana huiuſ modi uires ſuas transfundentiũ motum & influxus, augentur, attollũtur, imminuũtur ac deprimi ſolent. Fitq; nimirũ ut uniuſcuiuſq; loci & regionis exigit diſpoſitio, quẽadmodum in aphoriſmis medicorum princeps nos docet Hyppocrates. Alij namq; ſunt influxus in ſeptentrionalẽ plagã uergentibus, at alij hijs qui auſtralẽ inhabitãt, itidẽq; alij orientalẽ regionẽ colentibus. At alijs aliter ſeſe habet, & ſic ſicut regio ſepoſita fuerit. Quare cũ ea quæ inuicẽ non conueniunt nõ ſint æqualia ſed diſſideant. ſicut in elementis præſtantiſſimus ille Mathematicus nos docet Euclides: at aduerſæ hominũ uolũtates cũ inuicẽ non conueniant, ſed mira quadã diſcrepãtia diſſideãt, ſupereſt igitur ut cõtrariæ remaneant. Quod cum ita ſeſe habeat. ſi priſcis illis tẽporibus ſacrorũ uatũ monumenta multa bella, & funera facta fuiſſe commemorant. Si aſſyriorũ. Perſarũ, ac aliarũ nationũ horrendos tumultus Dionyſius Halicarnaſſæus, Diodoruſq; ſiculus, ac Iuſtinus narrant. Si Thucydides Atheniẽſium. ſi T. Liuius Romanorum illa denique miranda facinora & non ſine magna copia ſanguinis, & non niſi totius mundi tremen tibus quaſi cardinibus. explanant: ſi Quintus curtius Alexandri macedonis in Perſarum Darium delicatiſſimum regẽ expeditionẽ terribilẽ, expugnationemq; ac victoriã ſubactis Perſis explicat: ſi ille quoq; dicat quod fraterno primi maduerunt ſanguine muri: ſi demũ quoq; noſtra tẽpeſtate priſcis illis tẽporibus exorta bella, ac nõ extincta, ſed uſque in id temporis propagata in præſentia horrendis tumultibus, magnis cædibus, ardentibuſq; occulte odijs ferueant, non eſt id propterea clariſſime philoſophe quod mirari debeamus. Dolendũ potius eſt ingemiſcendũq; plurimũ, quando quidem bella quæ inter eos qui ſub Chriſti glorioſi uexillo uiuunt tam atrociter hũt. non externa ſed ciuilia ſunt, ac ſi in præcordijs. in inteſtinis. ac in intimis cordis penetralibꝰ gererentur. Illud, inquam, uir doctiſſime poſſumus dicere, Quis furor o ciues, quæ tanta licẽtia ferri. gentibus inuiſis Latium præbere cruorem. Cúmque ſuperba foret Babylon ſpoliãda trophæis Auſonijs, umbraque errarit Craſſus inulta. Bella geri placuit nullos habitura triumphos. Heu quãtum terræ potuit pelagiq; parari Hoc quem ciuiles auxerunt ſanguine dextræ, unde uenit titan & nox ubi ſidera condit. Quaq; dies medius flagrantibus æſtuat horis. Et qua bruma rigẽs ac neſcia uere remitti. Aſtringit ſcythicum glaciali frigore pontũ. Subiuga iã Seres, iã barbarus iſſet Araxes. Et gens ſi qua manet naſcenti conſcia Nilo. Tũ illud accedit. quòd hijs bellis noui emergunt ritus, noui mores, nã nũc prætextatos referũt artaxata mores, & ſi quid uſpiam eſt bonarũ literarũ illud interit. Nã adſunt adhuc in Italia illa fœdiſſima Vãdalorũ Gothorũque ueſtigia. qui poſtea quàm Italiã flãma, ferro, cæde, rapinis. & alijs huiuſmodi ſæuiẽtiũ beluarũ peruerſis moribus fœdarũt, maximas bonis literis tenebras obiecerũt. & adeo ut ipſæ contremiſcentes pluribus annis inuiſæ, ritu ferino uiuẽtibus deliteſcerẽt. Quibus beluis in uniuerſum ſæuiẽtibus multa priſcorũ illorũ ueterũ preclara opera interierũt, multa obcæcata & ſubuerſa, multa fœdiſſima barbarie obſita in lucẽ exierũt. Petijt, inquã, tũc perijt illa priſca mathematice diſerendi cõſuetudo. & adeo ut quæ priſcis illis tpibus adoleſcẽtulis plana & facillima ac in prõptu erãt, in præſentia uelut alta caligine demerſa, difficillima nimiſq; recondita eruditiſſimis uiris etiam eſſe uideantur. neq; id mirũ. Euclides namq; Megarẽſis Mathematicus præclariſſimus, qui omniũ mathematicarũ diſciplinarũ unus eſt qui nobis fores reſerat. in primis nimis peruerſe interpretatus ſtudentiũ animos pluribus annis ambiguos tenuit. Nã cũ illud quod illius eſſe aſſeritur uolumen ſtudẽtes legerent, miris laruis. ſomnijs. & phãtaſmatibus quibus ille interpres barbariſſimus illud referſit. offenſi neq; autori fidẽ adhibebãt, neq; illi detrahere audebãt. Quare cũ nos hijs diſciplinis operã per plures annos accõmodauerimus, uolẽtesq; noſtris laboribus ſtudentium cõi utilitati cõſulere, ipſius Euclidis elemẽtorum uolumina tredecim ex Theonis traditione nõ minoribus uigilijs quàm laboribus quibus per ſeptẽniũ inſudauimus, ex Græcia in Italiam deduximus, quibus laboribus tandẽ uoto ſuperatis, decreueramus. ut qui ex fluctuãti procelloſoq; mari, portũ quietũ cupit, nos alicui amœno ſtudio emãcipare, animumq; hijs ſtudijs feſſum ad humaniora conuertere. Cupiebamus etenim illã ſublimis Homeri poeſim uidere. uim Demoſthenis ſuſpicere, ſuauitatẽ Iſocratis mira quadã ſanctitudine mixtã guſtare. Pyndaricos fontes libare: Tũ illa ruſticana Theocriti in præſentia in aliqua grata umbra æſtuanti corpori relegere. Quãdo quidẽ ut optime noſti in præſentia ſol domũ eſt leoninã ingreſſus, radijque ad rectos angulos procidũt, idq; propterea inferiora hæc uehemẽtius incendũt. Tamen habitus qui aut nunquam, aut difficulter à ſubiecto conuelli po-

teſt

eest.diſpoſitionē huiuſmodi diffluit.factum nāq; eſt ut cū me accingerē ut ipſius Euclidis opera ſeponerē,ecce ut euenire ſolet,ad manus ipſius Euclidis data peruenerūt.opus ſane præter id quod iucūdum ſtudentibus etiam neceſſariū,quādoquidē ex eo facillime datur intelligi,quod toties Euclides ipſe in elementis datum appellat.Quod opus quoniā pulchrū.utile,neceſſariū,ſcitu iucundū.& quia ex hijs laqueis mathematicis me eximere.neſcio,tum quoniam hucuſq; latinis ignotū extitit.latinū id à me propterea faciendum eſſe cenſui,tuoq; nomini humaniſſime philoſophe deſtinandum.Eo ſane argumento ut meā erga te obſeruātiam,amorēq; ſingularē inde cognoſceres. Tū quoniā cū hiſce diebus triūuiratū.Rei.pu.patrocinatoriū ageres.magiſtratum ſane in ciuitate grauiſſimū,à quo ſicut uirtutes benigniſſime fouentur,ſic uitia & ſcelera ſeueriſſime uindicātur,quē cū per pauculos dies mira integritate,ſed miranda te adeuntiū ſatisfactione exercueris,& adeo ut Brixienſiū præfectus omnium pene comititiorū ſuffragijs deſignatus extiteris,tu te meo patri neſcio qualiberalitate te me uel libenter cognoſcere uelle dixiſti. Cognoſces igitur me,& quid tui uetuſtiſſimū mācipiū,quale uero quis neſcit,ineruditū,indoctū.incultū,philoſophū tamē,& eū qui diuini Platonis decreta auidiſſime ſequi cupiat.ita tamē ut quādoq; uelut trāſfuga & explorator caſtra philoſophātiū petat.Sed quoniā ſi uelis binas lōge inæquales magnitudines cōponere: id,inquā.haud facile factu tibi fuerit,niſi medius quidā ſit,ppoſitus limes quo analogico medio extrema cōueniant,coaleſcant,ſeq; mutuo pulſent.Nā ſi ſexdecim ad quaternariū cōparare uolueris quippe quoniā lōge diſtāt.medio indigent:octonario ſane,ad quē eā ſexdecim habēt,quā ipſe ad quatuor habitudinē.duplā quidē.Sed quoniā bini dupli quaternariū cōficiūt,ex ea igitur analogia ipſorū ſexdecim,ad octo,& octo ad quatuor,ea ſcatet rō quadrupla qua & ſexdecim,& quatuor reuinciūtur.Quod cū ita ſeſe habeat,cū mea paruitas tuæ magnitudini nulla ex parte cohereat,fuit igitur medium adhibendū,quo tibi uir clariſſime fuiſſet ſatisfactū.& id ſane q tuæ illi rariſſimæ doctrinæ correſpōderet.Data igitur ipſius Euclidis ea erūt quibus me cognoſces, quibus meā erga te fidē,& obſeruātiæ magnitudinem intueberis.Quæ cū in præſentia græca ueſte repoſita,latina induta ſint, te petūt, te adeūt, te uir doctiſſime uidere geſtiunt,tuoq; ſublimi iudicio comprobata,ſub tuo nomine in manus ſtudentiū uenire cupiunt.Tantū igitur hoſpitem philoſophe præſtantiſſime hilari fronte ſerenoq; uultu accipies,& eo ſane quo uiros doctos aſpicere,& tibi beneuolentia deuincire ſoles. Verū quoniā priſcorū fuit cōſuetudo ut maximos uiros abſque munere adire nulli liceret,id propterea,tibi nō orientaliū gēmas: non Arabū munera uulgo prætioſa,non id quod plures hominū preclariſſimū bonū exiſtimāt,aurū ſcilicet,nō id demū quod paruo tēporis interuallo exiguo nutu fortunæ euaneſcit afferimus.Id quoniā tibi tradere conamur quod rariſſimum ſit,idq; propterea omni theſauro fœliciſq; Arabiæ ditiſſimis muneribus lōge precioſius.lōgeq; preclarius,hæc igitur noſtra tibi erūt tradita munera,quæ ſi talia fuerint.quæ tua excellēs doctrina amplexetur.tuū illud ferax ingeniū benigne foueat.Curabimus noſtris laboribus,præclaris illorum ueterū operibus,& huic noſtræ ætati ignotis nomen tuū illuſtrare,ut tu multis annis etiā poſt mortē uiuere poſſis.Sed hoc iam ſatis eſt,hoc libello,iam peruenimus uſq; ad umbilicū,lōgaq; nimis ac inculta oratione,quæ ne quā par eſt prolixior euadat.iam te ad ſublimē datorum doctrinā philoſophe doctiſſime tranſmittā.Valeas æternū philoſophantiū exemplar rariſſimū.Venetijs. M. D. V. VIII. ID.Sextilis.

EVCLIDIS MEGARENSIS PHILOSOPHI PLATONICI mathematiciq; præſtantiſſimi Incipit liber Datorum ex traditione Pappi Bartholomæo Zamberto Veneto interprete.

Diffinitio prima.

DATA magnitudine dicūtur areæ lineæ,& anguli quibus æqualia poſſumus exhibere.

Diffinitio ſecunda.

Ratio dati dicitur cui eandem poſſumus exhibere.

Diffinitio tertia.

Rectilineæ figuræ ſpecie dati dicuntur;quarū anguli dati ſunt ad unum,& laterum rationes adinuicem datæ.

Diffinitio quarta.

Poſitione dari dicuntur ſigna, lineæ, & anguli, quæ eundē ſemper locum obtinent.

Diffinitio quinta.

Circulus magnitudine dari dicitur, cuius quæ ex centro magnitudine datur.

Diffinitio ſexta.

Poſitione magnitudineq; circulus dari dicitur, cuius centrū poſitiōe datur, ea quæq; ex centro magnitudine.

Diffinitio ſeptima.

Segmenta circuli magnitudine dari dicūtur, in quibus anguli dati ſunt, & ſegmento rum baſes magnitudine.

Diffinitio octaua.

Poſitione & magnitudine ſegmenta dari dicuntur, in quibus & anguli dati ſunt ma gnitudine, & baſes ſegmentorum poſitione & magnitudine.

Diffinitio nona.

Magnitudo magnitudine dato maior eſt, quando ſublato dato, reliquū eidē æquū fuerit.

Diffinitio decima

Magnitudo magnitudine dato minor eſt, quando adiecto dato, totū eidem æquum fuerit.

Diffinitio undecima.

Magnitudo magnitudine dato maior eſt quā in ratione, quādo ablato dato reliquū ad idem rationem datam habuerit.

Diffinitio duodecima.

Magnitudo magnitudine dato minor eſt quàm in ratione, quādo appoſito dato re liquum ad idem rationem habuerit datam.

Diffinitio decimatertia.

Producta eſt quæ à dato ſigno in poſitione rectam lineam acta recta linea in datum angulum, uel in datum ſignum.

Diffinitio decimaquarta.

Reducta quæ à dato ſigno ad poſitionē rectam lineā, recta linea in angulo dato acta eſt.

Diffinitio decimaquinta.

Appoſitione eſt quæ per datum ſignum poſitione rectæ lineæ parallelus acta eſt.

Interpres

Quoniam in eo uolumine ex quo Data huiuſmodi tranſcripſimus, in latinumq; co uertimus, quod ſane uetuſtiſſimū eſt, nōnullas adiectiōes cōperimus, quæ licet breues & cōciſæ ſint, quoniā ad datorū intelligentiá plurimū conferunt, ut ſeſe habēt ſic eas ſu mus interpretati, ſtudētes uero iudicabūt. Apud græcos id obſeruatum, inquā, inueni mus, ut nō omnes interpretatiōes autorū ſcribant aut cōficiant, ſed hiſ tantū qui inter autores nominari poſſint, ut fuerunt homerici & pyndarici interpretes, & aliſ plures uiri ſane grauiſſimi in diſciplinis humanioribus. Itidē quoq; in phyſiologicis ut ſunt in terpretes Ariſtotelici, Ammonius, Alexander, Ioannes grā. Themiſtius, & Platonici, ſic etiā in mathematicis, ut Theon, Hypſicles, Pappus, Heron Alexandrinus, Proclus Ly cius qui in Euclidē ſcripſerūt, factūq; eſt id propterea ut apud Græcos nō uideamus iſta immenſa nugarū uolumina, quorū nos latini pleni ſumus. Videmus enim unūquē que autorē tribus & quatuor cōmentationibus eſſe nō interpretatū, ſed laceratum, & adeo ut crebro ſtudentes neſciāt ubi nā ſit incipiendū, quippe quoniā ſunt adeo nugis & laruis neſcio quibus obſiti, ut cæcutiētes in tenebris ambulent, illud, inquā, Horatia nū ſi unquā nūc mirū in modū uerū eſt. nā ſcribimus indocti doctiq; poëmata paſſim, nolim tamen detrahere famæ & autoritati. Seruiſ, Acronis, Porphyriſ, Donati, Lactan tiſ grauiſſimorum autorū, qui linguā latinam illuſtrarūt, de illis uero aliſs quid dicen dum ſuperſit ignoramus. Ecce etiā plurima uideas opuſcula in grāmaticis compoſita quæ in eū creuerunt numerū ut ſtudentes ſuperauerint. Miramur plurimum quod in hac noſtra ætate tāta ſit audacia, ut quaſi Priſcianus, Diomedes, Agretius, Phocas, Do natus, & aliſ autores grauiſſimi non ſatis exquiſite ea quæ in grāmaticis erant dicenda conſcripſerint, neſcio qui inſurrexerint conantes ut ſuæ nugæ neglectis autoribus bo nis legantur, & hiſs aſſueſcant adoleſcentes, qui hiſs nugis cura præceptorum iudicio carentium ſtudentes ſcholis ignorantiſſimi exeunt, ſed hos iam miſſos faciamus cū cui libet audēdi ſemper æqua fuerit poteſtas, redeamusq; ad rem noſtram. Vbicūq; igitur in datorum theorematibus lector humaniſſime uidebis aliqua dicta per Scholium, ea omnia ex græcis adiectionibus ſumpta eſſe cenſeto. Ea enim à græcis ſcholia nuncupā tur, quæ à nobis latine poſtilla dicuntur.

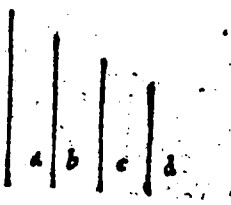
Scholium

Datorum aliqua poſitione:at alia magnitudine data ſunt. Datum ſiquidem quadrupliciter dicetur,aut enim magnitudine,aut ſpecie,aut ratione,aut poſitione dari dicitur:, quid uero horū unūquodq; ſignificet,ipſe Euclides docet. Cōiter aūt dicitur datum, cui idem inuenire & exhibere eſt poſſibile. Datorum uerō traditionem in plano uno poſitā accipimus,ſicut in ſex prioribus libris elementorum. Data ſunt definita. hoc eſt quorū finis datur aūt intellectu aut ſenſu,hiſs enim æqua poſſumus exhibere,ſimiliter autem ſiue intelligentia,ſiue ſenſu,poteſt autem rationale & irrationale datum eſſe.ut inquit Pappus in principio eorum quæ in Euclidem ſcripſit,rationale namq; Datum eſt: ſed non omnino Datum rationale eſt,ſed has tres diffinitiōes ultimas de magnitudinibus aiunt eſſe Apollonij.

Theorema 1 Propoſitio 1

DAtarum magnitudinum ratio adinuicem datur.

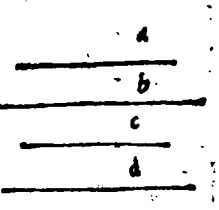
Sint datæ magnitudines a,b,dico quod ipſius a ad b, ratio data eſt. Quoniam enim datur a,poſſibile eſt per primam diffinitionē ei æquam exhibere; exhibeatur & eſto c. Rurſus quoniam data eſt b poſſibile eſt per eandem eidē æquam,exhibere.exhibeatur & eſto d:quoniam igitur a eſt æqualis ipſi c,& b ipſi d:eſt igitur ſicut a ad c.ſic eſt b ad d,uiciſſim per 16 quinti elementorum ſicut a ad b, ſic c ad d. ipſius igitur a ad b ratio data eſt,eadem namque eidem exhibetur ipſius c ad ipſam d.



Theorema 2 Propoſitio 2

SI magnitudo data ad aliam aliquam magnitudinem rationem datam habuerit,& eadem magnitudine datur.

Data,inquam,magnitudo a ad quampiam aliam magnitudinem b rationem habeat datam. Dico quod ipſa b magnitudine datur. Quoniā enim datur a poſſibile eſt eidem per primam diffinitionem eandem exhibere, exhibeatur a et eſto c. Et quoniam ratio ipſius a ad b datur,ſic enim ſupponitur,& ei æqualem per 2 diffinitionem exhibere eſt poſſibile,exhibeatur, eſtoq; ipſius c ad ipſam d ratio,& quoniam eſt ſicut a ad b ſic eſt c ad d:uiciſſim igitur per 16 quinti element. eſt ſicut a ad c, ſic b ad d:æqualis autem eſt a ipſi c:æqualis igitur eſt & b ipſi d. Datur igitur per primam diffinitionem ipſa b magnitudo,æqualis ſiquidē ei exhibetur d.



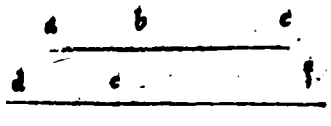
Scholium

Hoc precedētis conuerſum eſt quodammodo, ſed non uniuerſaliter id eſſe conuerſum dicendum eſt, eſſet enim uniuerſaliter id precedentis cōuerſum ſi magnitudines inuicē rationem haberent datam, dantur magnitudine, nonnulli autem aggrediuntur ut oſtendant eſſe conuerſum precedentis. inquiuntq; quod ſi magnitudines aliquæ rationem adinuicem datam habuerint dantur magnitudine.

Theorema 3 Propoſitio 3

SI datæ magnitudines quæcunque compoſitæ fuerint, & ex ipſis compoſitum datum erit.

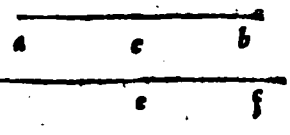
Componantur enim quælibet datæ magnitudines a b,b c. Dico quod & quod ex a b,b c hoc eſt ipſum a c conflatū datum eſt. Quoniam enim datur a b poſſibile eſt per primam diffinitionem æqualē eidem exhibere: exhibeatur per eandem ſitq; d e. Rurſus quoniam datur b c.poſſibileq; eſt eidem eandem exhibere,exhibeatur per eandem & ſit e f. Quoniā igitur æqualis quidem eſt a b ipſi d e & b c ipſi e f. Tota igitur a c toti d f, eſt æqualis: per 2 communem ſententiam. Datur igitur ipſa a c:eidem ſiquidem in eadē exhibetur d f,



Theorema 4 Propoſitio 4

SI à data magnitudine, data magnitudo auferatur, reliqua data erit.

A data ſiquidem magnitudine a b data auferatur magnitudo a c. Dico quod reliqua c b, data eſt. Quoniam enim datur a b, poſſibile eſt eidem æqualem exhibere, exhibeatur per primam diffinitionẽ & ſit d f. Rurſus quoniam data eſt a c, poſſibile eſt ei æquam exhibere, exhibeatur per eãdem & ſit d e. Quoniam æqualis eſt a b ipſi d f, & a c ipſi d e, reliqua igitur b c, reliquæ e f, eſt æqualis per tertiam cõmunem ſententiam. Datur igitur b c, æqualis enim eidem exhibetur ẽ f.



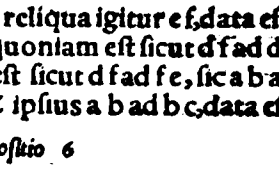
Scholium.

Et id theorema præcedentis quod minime eſt conuerſum, proprie ſiquidem eſſet cõuerſum, ſi data magnitudo in quaſcũq; diuiſa fuerit, & unaquæq; earũ in quas diuiditur data eſt, quæ eidẽ eædẽ & adinuicem ſunt eædẽ, hoc, inquã, patet in .ij. quinti elemẽtorũ.

Theorema 5 Propoſitio 5

SI magnitudo ad ſui partem aliquam rationem habuerit datã, & ad reliquam rationem habebit datam.

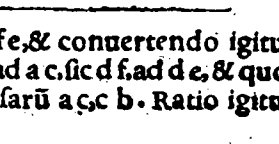
Magnitudo ſiquidem a b ad aliquam ſui partem a c, rationem habeat datam, dico quod & ad reliquam b c, rationem habet datã, ponatur ſiquidem data magnitudo d f, & quoniam per primam propoſitionem ipſius b a ad a c, ratio data eſt, eadem eidem per .i. diffinitionẽ exhibeatur, ut ipſius d e ad d f, poſſibile enim eſt tribus datis magnitudinibus quartã proportionalem inuenire per .ij. ſexti elementorum. Ipſius igitur f d, ratio data eſt, data igitur eſt & f d. Igitur & d e, data eſt, & reliqua igitur e f, data eſt. Eſt autem & d f data. Ratio igitur ipſius d f, ad f e, data eſt. Et quoniam eſt ſicut d f ad d e, ſic a b ad a c. Conuertendo igitur per corre. .v. quinti elemen. eſt ſicut d f ad f e, ſic a b ad b c. Ratio aũt ipſius d f ad f e, data eſt ut patuit. Ratio igitur & ipſius a b ad b c, data eſt.



Theorema 6 Propoſitio 6

SI binæ magnitudines compoſitæ fuerint adinuicem rationem habentes datam, & tota ad ipſarum utranque rationem habebit datam.

Componantur enim binæ magnitudines a c, c b adinuicem datam rationem habentes. Dico quod tota a b ad utranque ipſarum a c, c b rationem datã habet, exponatur enim data magnitudo d e, & quoniã per primam propoſitionem ratio ipſius a c, ad c b data eſt, eadem fiat quæ ipſius d e ad e f ratio: data eſt autẽ utraque ipſarũ d e, e f data. Ratio igitur ipſius d e ad utrãq; ipſarũ d e, e f, data eſt. Et quoniã eſt ſicut a c ad c b ſic eſt d e ad e f. Cõponẽdo igitur per .ij. quinti elementorum ſicut a b ad b c, ſic d f ad f e, & conuertendo igitur per correlariũ, decimæoctauæ quinti elementorum ſicut b a ad a c, ſic d f, ad d e, & quoniam ſicut d f, ad utranque ipſarum d e, e f. ſic a b, ad utrãq; ipſarũ a c, c b. Ratio igitur & ipſius a b ad utranque ipſarum a c, c b data eſt.



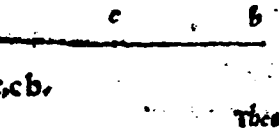
Scholium.

Datarum ſiquidem magnitudinum ratio inuicem datur, æquã enim ipſius d f, ad f e, exhibemus rationem.

Theorema 7 Propoſitio 7

SI data magnitudo in datam rationem diuiſa fuerit, utrunq; ſegmentum datum eſt.

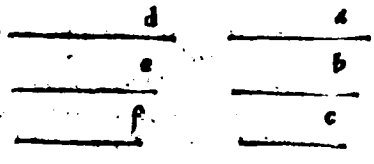
Data enim magnitudo a b, in datam rationem ipſius a c ad c b, diuidatur. Dico quod utrunq; ſegmẽtum & a c & c b datũ eſt: quoniam enim ratio ipſius a c ad c b data eſt, ratio igitur ipſius a b ad utrãque ipſarũ a c, c b data eſt. Data eſt a b data igitur utraque ipſarum a c, c b.



Theorema 8 Propoſitio 8

EAdem ad idem rationem datam habentia, & adinuicem ratio nem datam habebunt.

Habeat ſiquidē utraq; ipſarū a.c ad b rationē datā. Dico quod & a ad c, ra tionē habebit datā. Sit inquā data magnitudo d, & quoniā ratio ipſius a b data eſt. eadē eidē fiat quæ ipſius d ad e, Data, inquā, eſt d, data igitur & e. Rurſus quo niā ratio ipſius b ad c data eſt, eadē eidē fiat quæ ipſi/ us e ad f, data eſt e, data igitur eſt & f. Eſt autē & d. da ta. Ratio igitur ipſius d ad f, eſt data. Et quoniā eſt ſi/ cut d ad e, ſic a ad b, & ſicut b ad c, ſic eſt e ad f, ſed ratio ipſius d ad f, data eſt. ratio igitur & ipſius a ad c data eſt.



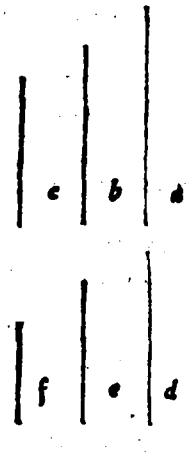
Scholium

Aequa eſt ratio ſicut in 17 diffinitiōe & 11 propoſitiōe 5 ele. patet.

Theorema 9 Propoſitio 9

SI binæ aut plures magnitudines inuicē rationē habuerint da tam, habuerint autē eædē magnitudines inuicē ad alias quaſ dam magnitudines rationes datas, neque eaſdem, & ipſæ ma gnitudines inuicem rationem datam habebunt.

Binæ, inquā, ſiue plures magnitudines a, b, c adin uicem rationē habeāt datā, habeant aūt ipſæ a, b, c magnitudines ad alias quaſdā magnitudines d, e, f, datas rationes. nō aūt eaſdē. Dico quod & ipſæ d, e, f magnitudines ad inuicē rationē datā ha/ bebunt. Quoniā ipſius a ad b, ratio eſt data, & ipſius a ad d, ratio eſt data, & ipſius igitur d ad b ratio eſt data. Sed ipſius b ad e ratio eſt data, & ipſius igitur d ad e, ratio eſt data. Rurſus quoniā ipſius b ad c ratio eſt data, ipſius autem b ad e. ratio eſt data, & ipſius igi tur e ad c ratio data eſt. Ipſius autem c ad f ratio eſt data, & ipſius igitur e ad f ratio eſt data, ipſæ igitur d, e, f, adinuicē rationem da/ tam habent.



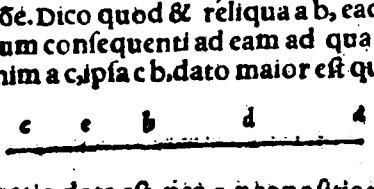
Scholium

Si enim de ſubſtantia ſe habet oſtenſio quando hoc fuit eadē, uel ratio propoſitarum ad aliquas contingentes magnitudines ea dem, uel quod contingentes rationē habebūt datā, in hoc exerce/ tur problema.

Theorema 10 Propoſitio 10

SI magnitudo magnitudine dato maior fue/ rit quàm in ratione, & utraque eadem dato maior erit quàm in ratione, & ſi utraq; eadē dato maior fuerit quàm in ratione, & reliqua eadē uel dato maior eſt quàm in ratione, uel reliqua cū conſequenti ad quā altera rationem habet datam, data eſt:

Magnitudo, inquā, a b magnitudine b c dato maior eſto quàm in ratione, dico quod & utraque a c, eadē c b, dato maior eſt quàm in ratione. Quoniā enim a b, ipſa b c, dato maior eſt quàm in ratione auferatur data magnitudo a d. Reliquæ igitur d b, ad b c, per 4 propoſitionem ratio eſt data, & cōponēdo per 18 quinti ele. & 1 datorū ipſius d c ad b c, rō data eſt, & eſt data a d igitur ipſa d a ipſa c d dato maior eſt quàm in rōne. Rurſus iam a c, ipſa c b, dato maior eſto quàm in ratiōe. Dico quod & reliqua a b, eadē b c, aut dato maior erit quæ in ratione, uel ipſa a b cum conſequenti ad eam ad quam ipſa b c, rationem datam habet, data eſt. Quoniam enim a c, ipſa c b, dato maior eſt quā in ratione, auferatur data magnitudo. Data iam aut ipſa a b, minor, aut maior eſt. Sit prius minor, ſitq; a d. reliquæ igitur d c ad c b, ratio per 4 propoſitionē data eſt. Diſtribuendo igitur quod ipſius d b ad b c, ratio data eſt, per 7 propoſitionē eſtq; data ipſa a d. Igitur a b ipſa b c dato maior eſt cū in ratione. Sed iam data maior eſto ipſa a b, ponaturq; per diffinitionem primam datorum eidem æqualis a e. Ratio



igitur reliquæ e c ad c b data est. Quare & econtra ipsius b c, ad c e, ratio data est, & conuertendo per correlarium 18 quinti elementorum ipsius b c ad b e, ratio data est, & est c b, cum ipsa b a, data. Tota enim a e, data est. Igitur b a, cum consequenti ad quam b, rationem datam habet, data est.

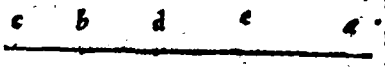
Scholium.

Hoc est componendo maior est quàm in ratione, sicut magnitudo 10 & altera magnitudo 11 data autem sit 3 & utraque 11, & ipsa 10 in ipsa c d, est data quàm in ratione. Auferantur sicut à data cap. 10 ad 10 data sicut nunc in secunda ratione & sicut in diffinitionibus dictum est, sicut magnitudo a b, per hyypothesim 11 magnitudine b c, existente per hypothesim 10 dato maior esto quàm in ratione. Sitq; data ad 11, si igitur ab ipsa a b, abscindis datũ a d, hoc est 10 reliqua d c 10 ad b c 10 rationẽ habet datã. patuit autem in diffinitionibus. dato enim maior est quàm in ratiõe hoc patet, & manifestum quod & reliqua est, & tota a c, maior est dato quàm in ratione. Si enim æqualis extiterit data a b reliqua b c ad eandẽ b c, rursus datã habet rationem, possum siquidẽ eandẽ eidem exhibere sicut in diffinitionibus. Datur siquidem e c, per 4 theorema, & quoniã datur uterque ipsarum c a, a e, & ipsarum adinuicem ratio datur, per primum theorema & ipsius a c ad c e. Sed ipsius a c, ad c b, sic ipsius b c ad c e. Quoniam enim est sicut a d ad d e, sic c d ad d b, & uicissim, per 16 quinti elemẽ. sicut a d ad d c sic e d ad d b. Et cõponẽdo igitur 15 quinti element. sicut a c ad c d, sic e b, ad d b, & uicissim per 16 quinti element. sicut a c ad e b, sic, c d ad d b: datur autem ipsius a d, ad d b, ratio. Datur igitur & ipsius a c ad e b, ratio. Sed potius cõcisius dicẽdum est sicut unũ antecedentiũ ad unũ sequentiũ, hoc est sicut c d ad d b, sic omnia antecedentia, ad omnia sequentia, hoc est a c ad e b.

Theorema 11 Propositio 11

Si magnitudo magnitudine dato maior fuerit quàm in ratione eadem, & utraque dato maior erit quàm in ratione, & si eadem & utraque dato maior fuerit, quàm in ratione, eadẽ & reliqua dato maior igitur erit quàm in ratione.

Magnitudo enim a b ipsa b c dato maior sit quàm in rõne. Dico quod & ipsa a c, dato maior est quam in ratione. Quoniam enim a b ipsa b c, dato maior est quam in ratione auferatur data magnitudo a d. Reliquæ igitur d b ad d c, ratio est data & econtra & componendo per 18 quinti elemen. & 4 datorum. Eadẽ eidem fiat, ipsius a d ad d e. Ratio igitur ipsius a d ad d e data est. Data est, a d, data igitur & d e. Quare per quartã propositionem reliqua e a data est. Est autem totius a c ad totam ratio, quare & ipsius e b ad a c, ratio est data & a e, data est. Igitur b a ipsa a c, dato maior est quàm in ratione. Dico quod eadem a b reliqua b c, dato maior est igitur quàm in ratione. Quoniam enim ab ipsa a c dato maior est quam in ratione. auferatur data magnitudo a e, reliquæ igitur e b ad a c, ratio data est. Quare & ipsius a c hoc est econtra a d, e b, ratio est data. Eadem eidem fiat, ipsius a d ad e d, & ipsius d a igitur ad e d, ratio est data. Et conuertendo per correlariũ 18 quinti ele. ipsius d a ad a e ratio est data, & econtra ipsius e a ad a d ratio est data & data est a e, data igitur & tota a d. Et quoniam tota a c ad totam e b, ratio data est quarum ipsius a d ad d e, ratio data est, erit & per 19 quinti elementorum reliquæ c d ad reliquã d b ratio data. Et distribuendo per 7 propositionẽ ipsius c b ad b d, ratio est data. Quare & ipsius d b, ad b c, ratio est data. Ipsa enim d a data est, igitur a b ipsa b c maior est dato, quam minor.



Scholium.

Quoniam enim est sicut a c ad e b, sic ablata a b ad ablatam d e, & reliqua igitur c d ad a d reliquam d b est sicut a c ad e b, per 19 quinti elementorum: data autem est ipsius a c ad e b, ratio data igitur & ipsius c d ad d b.

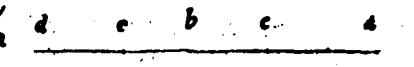
Theorema 12 Propositio 12

Si fuerint tres magnitudines, & prima cum secunda data fuerit, fuerit autem & secunda cum tertia data, prima tertiæ aut est æqualis uel altera dato maior est.

Sint tres magnitudines a b, b c, c d, & a b cum b c, data sit ut a c, At b cum c d, data sit ut

d b

d b. Dico quod a b ipſi c d, aut eſt æqualis, uel altera altera dato maior eſt. Quoniã enim data eſt utraque ipſarũ a c, b d. Data iam aut ſunt æqualia aut inæqualia. Sint primũ æqualia. æqualis igitur eſt a c ipſi b d, communis auferatur e b. reliqua igitur a b reliquæ c d eſt æqualis. Non ſint autem æqualia, ſed eſto maior a c, ipſa b d & ipſi b d. exhibeatur æqualis c e, per 3 primi elemen. Ipſa b d. data eſt, data igitur eſt & c e. eſt autem & tota a c. data, & reliqua a e. data eſt. Et quoniam æqualis eſt e c ipſi b d, communis auferatur b c: reliqua igitur b e, reliquæ c d eſt æqualis. Eſt aũt data a e. Igitur a b ipſa c d, dato maior eſt.



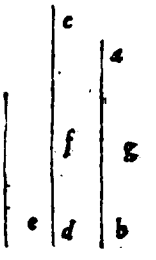
Scholium.

Si autem maior fuerit b d ipſa a c dato a c æquum aũt quod ex b & eadem efficiẽtes demõſtrabimus, quod c d ipſa a b dato maior eſt, hoc enim patuit in prima, uel altera. altera dato maior eſt.

Theorema 13 Propoſitio 13

f Si fuerint tres magnitudines, & prima ad ſecundam rationẽ habuerit datam, ſecunda uero tertia dato maior fuerit quàm in ratione, & prima tertia dato maior erit quæ in ratione.

Sint tres magnitudines a b, c d, e & ipſa quidem a b. ad c b. rationem habeat datam, at c d ipſa e dato maior ſit quàm in ratione. Dico quod & a b ipſa e dato maior eſt quàm in ratione. Nam quoniã c d ipſa e dato maior eſt quàm in ratione: auferatur data magnitudo c f. Reliquæ igitur d f, ad e ratio data eſt, & quoniam ipſius a b ad c d, ratio data eſt, eadẽ eidem fiat quæ ipſius a g ad c f, data. Data eſt c f, data igitur. & a g & reliquæ g b ad reliquam f d, ratio data eſt, & ipſius d f ad e. ratio data eſt. & ipſius g b ad e igitur ratio data eſt. Eſt autem data a g. Igitur ipſa e dato maior eſt quã in ratione.



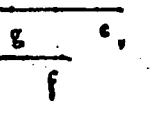
Scholium.

Si enim fuerit ſicut totum ad totum, ſic ablatum ad ablatum. & reliquũ ad reliquũ erit ſicut totum ad totum, ſicut patet per 19 quinti elemen. & in diffinitionibus, componitur enim dato quod maior ſit quàm in ratione.

Theorema 14 Propoſitio 14

f Binæ magnitudines adinuicem rationem datam habuerint, appoſitaq; fuerit earum utrique data magnitudo, totæ adinuicem aut rationem datam habebunt, aut altera altera maior eſt quàm in ratione.

Binæ ſiquidem magnitudines a b, c d, adinuicẽ rationẽ habeant datam, & apponatur earũ utrique data magnitudo hoc eſt a e, & c f. Dico quod totæ e b. f d: adinuicẽ aut rationem habent datam, uel altera altera, dato maior eſt quàm in ratione. Nam quoniam data eſt utraque ipſarum e a, c f. Ratio igitur ipſius e a ad c f, data eſt, & ſiquidem eadem quæ ipſius a b ad c d igitur & totius e b ad totam f d, ratio eſt data. Non autem ſit eadem. Fi atque ſicut a b ad c d. ſic g a ad c f. Ratio igitur & ipſius g a ad c f, data eſt. Data aũt eſt f c. data igitur & g a & ipſius f c ad g a, ratio data eſt. Et reliqua igitur e g, data eſt. Eſtq; ſicut a b ad c d, ſic g a ad f c. Ratio igitur ipſius g a ad f c eſt data. Data autem & f c. Data igitur eſt & g a. Eſt autem & e a data. & reliqua igitur e g, data eſt. Et quoniã ſicut a b ad c d, ſic g a ad f c, ratio igitur ipſius g b ad f d, data eſt. Eſt autẽ data & e g. Igitur e b ipſa f d, maior eſt dato quàm in ratione.



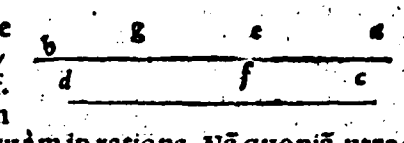
Scholium

Si uero efficiemus ſicut a b ad c d, ſic a e. ad id quod ex c, ſicut in 7 inuenietur f d ipſa e b. dato maior quàm in ratione.

Theorema 15 Propoſitio 15

S Binæ magnitudines adinuicem rationem datam habuerint, & auferatur ab earũ utraq; data magnitudo, reliquæ adinuicẽ aut rationẽ

rationem datam habebunt, uel altera altera dato maior erit quàm in ratione.



Binæ nāq; magnitudines a b,c d,adinuicē rōnē habeant datā,auferaturq; ab earū utraq; data magnitudo: ab ipſa,inquā,a b ipſa a e,ab ipſa uero c d ipſa c f. Dico quod & reliquæ e b,f d,adinuicē aut rationem habebunt datam,uel altera,altera dato maior eſt quàm in ratione. Nā quoniā utraq; a e,c f,data eſt,ratio igitur ipſius a e ad c f,data eſt,per primā propoſitionē. Et ſiquidem eadem eſt ei quæ ipſius a b ad c d,erit & reliquæ e b,ad reliquā f d ratio data. Non ſit autem eadē fiatque ſicut a b ad c d,ſic a g ad c f. Ratio autē ipſius a b,a d c d,data eſt. Ratio ipſius igitur a g,ad c f data eſt. Data igitur eſt & a g. Eſt aūt & a e,data. Et reliqua igitur e g data eſt. Et quoniā eſt ſicut a b ad,c d,ſic eſt a g,ad c f. Reliquæ igitur g b,ad reliquā, f d ratio data eſt. Eſt autē data e g. Igitur e b,ipſa f c,dato maior eſt quàm in ratione.

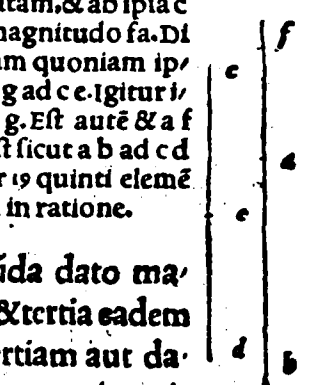
Scholium.

Hoc conuerſum eſt quodammodo præcedentis,oſtendens,q; ſi appoſitæ fuerint datæ magnitudines,eis datam habent rationem,nunc uero auferatur eadem ab eiſdem idem oſtendit.

Theorema 16 Propoſitio 16

SI binæ magnitudines inuicem rationem habuerint datam,& ſub una earum data magnitudo auferatur,alteri uero earum data magnitudo appoſita fuerit, tota dato maior eſt quàm in ratione.

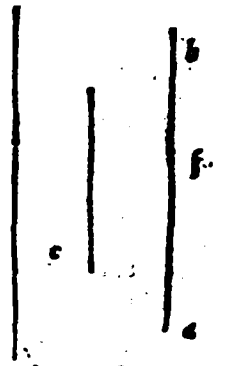
Binæ ſiquidem magnitudines a b,c d rationem habeant datam,& ab ipſa c d data auferatur magnitudo,ipſi uero a b data apponatur magnitudo fa. Dico quod tota f b tota e d,dato maior eſt quàm in ratione. Nam quoniam ipſius a b ad c d,ratio data eſt,eadem eidem fiat hoc eſt ipſius a g ad c e. Igitur ipſius a g ad c e ratio data eſt. Data autē eſt c e,data igitur & a g. Eſt autē & a f data. Tota igitur f g,data eſt per 5 propoſitionē. Et quoniā eſt ſicut a b ad c d ſic eſt a g ad c e,& reliquæ g b,ad reliquā e d,ratio eſt data per 19 quinti elemētorum. Et g f data eſt. Igitur f b ipſa e d dato maior eſt quàm in ratione.



Theorema 17 Propoſitio 17

SI fuerint tres magnitudines,& prima ſecūda dato maior fuerint quàm in ratione, fuerit autem & tertia eadem dato maior quàm in ratione, prima ad tertiam aut datam rationem habebit,uel altera altera dato maior erit quàm in ratione.

Sint tres magnitudines a b,c,d e,& utraque ipſarum a b,d e,ipſa c dato maior eſto quàm in ratione. Dico quod ipſæ a b,d e, aut adinuicem datam habent rationē, uel altera altera dato maior eſt quàm in ratiōe. Auferatur data magnitudo d g. Reliquæ igitur g e ad c,ratio eſt data. Id propterea iam & ipſius f b ad c,ratio eſt data. & ipſius f b ad g e,igitur rō eſt data,& eis apponuntur datæ magnitudines a f,d g. Totæ igitur a b,d e,adinuicem uel rationē habēt datam,uel altera altera dato maior eſt quàm in ratione.

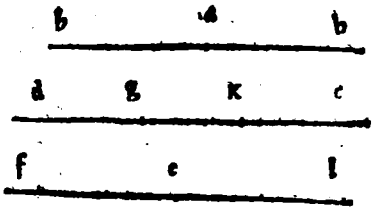


Theorema 18 Propoſitio 18

SI fuerint tres magnitudines, una autem earum utraque reliquarum dato maior fuerit quam in ratione, binæ reliquæ adinuicem aut rationem datam habebunt,uel altera altera dato maior erit quam in ratione.

Sint tres magnitudines a b,c d,e f,earum uero una c d,utraque reliquarum a b,e f,dato

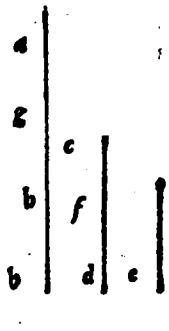
to maior ſit quàm in rõne. Dico q̃ ipſa a b, ad e f, aut rationem habet datam, uel altera altera dato maior eſt quàm in ratione. Nam quoniam c d ipſa a b, dato maior eſt, quàm in ratione, auferatur data magnitudo c g. Reliquæ igitur g d ad a b, ratio eſt data, eadem eidem fiat quæ ipſius c g ad a h. Ratio igitur ipſius c g ad a h data eſt. Data autem eſt c g: data igitur, & a h & totius c d ad totam h b, ratio eſt data. Rurſus quoniam c d ipſa e f, dato maior eſt quàm in ratione, auferatur data magnitudo c k. Reliquæ igitur k d ad e f ratio data eſt, eadẽ eidem exhibeatur quæ ipſius c k ad l e. Ratio igitur & ipſius c k, ad l e, data eſt. Data autem c k, data igitur & l e, & totius c d ad totum l f ratio eſt data. Ipſius autem c d ad h b, ratio eſt data. Et ipſius h b, igitur ad l f, ratio eſt data. Et ab ipſis datæ auferuntur magnitudines h a, l e. Ipſæ igitur a b, e f, aut adinuicem rationẽ habebũt datam, aut altera altera dato maior erit quàm in ratione.



Theorema 19 Propoſitio 19

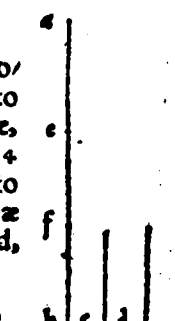
SI fuerint tres magnitudines, & prima ſecunda dato maior fuerit quàm in ratione, fuerit autem & ſecunda tertia dato maior quam in ratione, & prima tertia dato maior igitur erit quã in ratione.

Sí tres magnitudines a b, c d, e, & ab ipſa c d, dato maior eſto quàm in ratione, & c d, ipſa e dato maior eſto quàm in ratione. Dico quod & a b ipſa e dato maior eſt quàm in ratione: nam quoniam c d, ipſa e, dato maior eſt quàm in ratione, auferatur data magnitudo c f. Reliquæ igitur f d ad e, ratio eſt data. Rurſus quoniam a b ipſa c d, dato maior eſt quàm in ratione, auferatur data magnitudo a g. Reliquæ igitur g b, ad c d, ratio eſt data, eadem eidem fiat quæ ipſius g h ad c f. Ratio igitur ipſius g h ad c f data eſt. Data autem eſt c f, data igitur eſt & g h, eſt autem & g h data, & tota igitur h a, data eſt. Et quoniã eſt ſicut g b ad c d, ſic eſt, g h, ad c f, & reliquæ h b ad reliquam, f d ratio data eſt. Ipſius aũt f d, ad e, ratio eſt data, & ipſius h b, igitur ad e, ratio eſt data, & data eſt h a. Igitur b a ipſa e, dato maior eſt quàm in ratione.



Aliter.

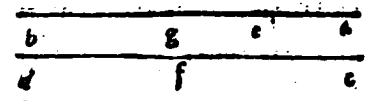
Sint tres magnitudines a b, c, d, & a b ipſa c dato maior ſit quàm in ratione. & c ipſa d, dato maior ſit quã in ratione. Dico quod & a b ipſa d, dato maior eſt quã in ratione. Quoniã a b ipſa c dato maior eſt quã in ratione, auferatur data magnitudo a e. Reliquæ igitur e b ad c ratio eſt data per 4 ppoſitionẽ. At c ipſa d, dato maior eſt q̃ in ratiõe, & e b igitur ipſa d, dato maior eſt quàm in ratione. Auferatur igitur data magnitudo e f. Reliquæ igitur f b ad d, ratio eſt data per eandem, At a f, data eſt, & a b igitur ipſa d, dato maior eſt quàm in ratione.



Theorema 20 Propoſitio 20

SI fuerint binæ magnitudines datæ ab eiſdemq̃ ablatæ fuerint magnitudines adinuicem rationem datam habentes, reliquæ adinuicẽ aut datã rõnẽ habebunt, uel altera altera dato maior erit quàm in ratione.

Sint binæ magnitudines datæ a b, c d, & ab ipſis a b, c d auferãtur magnitudines a e, c f, rationẽ adinuicẽ habẽtes datã. dico q̃ ipſæ e b, f d, adinuicẽ rõnẽ datã habẽt, uel altera altera dato maior eſt q̃ in rõne. Nã quoniã utraq; ipſarũ a b, c d, data eſt. Ratio igitur ipſius a b ad c d, data eſt, & ſiquidẽ eadẽ eſt ei quæ ipſius a e, ad c f, erit & reliquæ e b ad reliquã f d, ratio data. Non ſit iam eadem, fiatq̃ ſicut e a, ad c f, ſic a g, ad ẽ d. Ratio autem ipſius a e ad c f, eſt data. Ratio igitur ipſius a g ad c d, data eſt. Data autem c d, data igitur & a g. Eſt autem & a b recta linea data, & reliqua igi-



tur g b.data est,& quoniam est sicut a e ad c f,sic est a g ad c d,& reliquæ g e,ad reliquã f d ratio est data.Data autem est g b,igitur e b,ipsa f d,dato maior est quàm in ratione.

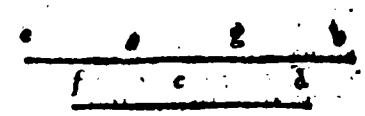
Scholium

Quoniam enim est sicut a e ad c f,sic est a g.ad c d.manifestum quod & reliquæ e g ad reliquam. f d,ratio data per 19 quinti elementorum & in alijs eiusmodi per scholiũ maxime decimi theorematis.

Theorema 21 Propositio 21

SI fuerint binæ magnitudines datæ,eisdemq; appositæ fuerint magnitudines adinuicem rationem datam habentes, totæ adinuicem aut rationem datam habebunt, aut altera altera dato maior erit quàm in ratione.

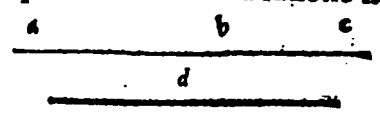
Sint binæ magnitudines datæ a b,c d,apponanturque eisdem magnitudines.e a,c f, rationem habentes datam adinuicem.Dico quod & totæ e b.f d. adinuicem rationem habebunt datã:uel altera dato maior est quàm in ratiõe.Quoniã enim data est utraq; ipsarum a b,c d. Ratio igitur ipsius a b ad c d,per primam propositionem data est & si quidem eadem est ei quæ ipsius a e ad c f erit.& totius e b ad totam f d ratio data est. Si autem nõ fiat sicut a e, ad c f,sic g a ad c d. Ratio igi ipsius g a,ad c d,data est.Data autẽ est c d,data igitur est & g a.Est autem & a b data.& reliqua igitur g b data est.Et quoniam est sicut e a,ad c f,sic est a g, ad c d,& totus e g,ad totam f d.ratio est data.& data est g b,igitur e b,ipsa f d,dato maior est quàm in ratione.



Theorema 22 Propositio 22

SI binæ magnitudines ad aliquam magnitudinem rationem datam habuerint, & utraque ad eandem rationem habebit datam.

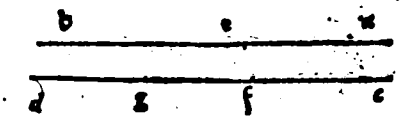
Binæ siquidem magnitudines a b.b c,ad aliquam magnitudinem d rationem habeant datam.Dico quod & utraque a c ad eandem d rationẽ habet datam.Quoniam utraq; ipsarum a b,b c.ad d, rationem habet datam:ratio igitur & ipsius a b ad b c data est.Et componendo per 17 quinti elementorum ipsius a c ad c b.ratio est data:ipsius autem b c ad d ratio est data,& ipsius a c.igitur ad d ratio data est.



Theorema 23 Propositio 23

SI totum ad totum rationem habuerit datam, habuerint autem partes ad partes rationes datas, non autem easdem,& omnia ad omnia rationes datas habebunt.

Habeat enim totum a b ad totum,c d.datam rationem, habeant autẽ & a e,e b. partes ad c f,f d,partes datas rationes.nõ autem easdem.Dico quod & omnia ad omnia rationes habebunt datas. Quoniam enim ipsius, a e. ad c f,ratio data est,eadem eidem fiat ipsius a b ad c g.Ratio igitur & ipsius rectæ lineæ a b,ad c g. rectã lineam data est. Erit & reliquæ e b,ad reliquam f g, ratio data.Ipsius aũt e b ad f d,ratio data est. Et ipsius f d ad f g,ratio data est per 19 quinti elemẽtorum,& conuertendo per correlarium eiusdem ipsius f d,ad d g, ratio data est.Et quoniam ratio ipsius b a ad utrunque ipsorum d c,c g.data est,& ipsius d c,igitur ad c g ratio est data.& conuertendo per idem correlarium & ipsius c d,ad d g,ratio est data.Sed ipsius d c ad d f.ratio est data,& ipsius c d,igitur ad d f,ratio est data: quare & ipsius c f,ad f d,ratio est data.Sed ipsius quidem c f ad a e,ratio est data,ipsius autem f d,ad b e ratio est data.Quare e omnium ad omnia ratio data est.



Scholium

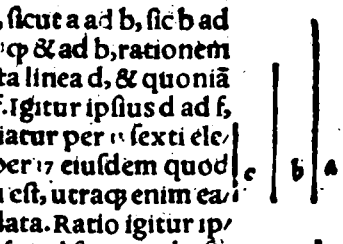
Receptum siquidem est quod ipsius c f ad f d,ratio data est, ponitur autem & ipsius e b ad f d:

ad f d, ratio data, & ipſius igitur c f, ad e b, ratio eſt data per 8 propoſitionẽ. Rurſus quoniam ipſius a e, ad e b, ratio data demonſtratur, ponitur autem & ipſius e b, ad f d, ratio data, & ipſius igitur e a, ad f d, ratio eſt data, per 8 propoſitionẽ, & quoniam a e, e b, adinuicem rationem habent datam, & totum a b, ad utrunq; ipſorum a e, e b, rationem habet datam. Quare & ſimiliter & c, ad utranq; ipſarum e f, f d, rationem habet datam. Et quoniam a b, ad c d, rationem habet datam: habet autem & c d, ad utranq; ipſarum c f, f d, rationem datam & a b, igitur ad utranque ipſarum c f, c d, rationem habet datam. Quare omnia ad omnia rationes habẽt datas.

Theorema 24 Propoſitio 24

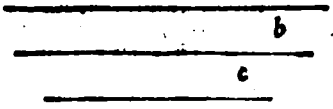
SI tres rectæ lineæ proportionales fuerint, prima uero ad tertiam rationẽ habuerit datam, & ad ſecundã rationẽ habebit datam.

Sint tres rectæ lineæ pportionales a b c, ſicut a ad b, ſic b ad c. At a ad c, rationem datam habeat. Dico q̃ & ad b, rationem habebit datam. extendatur enim data recta linea d, & quoniã ratio ipſius a ad c, data eſt. Eadem eidem fiat ipſius d ad f. Igitur ipſius d ad f, ratio data eſt. Data autem eſt d, data igitur eſt & f, accipiatur per 12 ſexti elementorũ ipſorum d f, media proportionalis e. Igitur per 17 eiuſdem quod ſub d f, æquum eſt ei quod ex e. Sed quod ſub d f, datum eſt, utraq; enim earum data eſt. Datum igitur & quod ex e. Eſt autem & d data. Ratio igitur ipſius d ad e, data eſt. Et quoniam eſt ſicut a ad c, ſic eſt d ad f. Sed ſicut a ad c, ſic quod ex a ad id quod ſub a c, ſicut autẽ d ad f, ſic quod ex d ad id quod ſub d f. Sicut igitur quod ex a, ad id quod ſub a c, ſic quod ex d, ad id quod ſub d f. Sed et quidem quod ſub a c, æquum eſt id quod ex b per 17 ſexti element. ipſæ a b c, ſunt proportionales. Et autẽ quod ſub d f, æquũ eſt id quod ex e per eandem. Sicut igitur id quod ex a, ad id quod ex b, ſic quod ex d, ad id quod ex e, & ſicut igitur a ad b, ſic d ad e. Ratio autem ipſius d ad e data eſt. Ratio igitur ipſius a ad b data eſt.



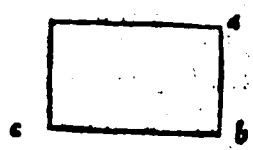
Aliter idem.

Quoniam ratio ipſius a ad c data eſt, ſicut autem a ad c, ſic quod ex a ad id quod ſub a e. Ratio igitur ipſius a ad id quod ſub a c data eſt. Et autẽ quod ſub a c æquum eſt id quod ex b. Ratio igitur eius quod ex a, ad id quod ex b data eſt. Quare & ipſius a ad b, ratio data eſt: utriq; ſiquidem ipſarũ a b, æquas exhibuimus in proprio cuilibet quadrato.



Scholium.

Quoniam didicimus in diffinitiõibus, rectilineas figuras ſpecie dari, quarum anguli dati ſunt, & laterũ rationes adinuicem ſunt datæ, ſi efficimus parallelogrammũ a b c d, rectangulum æquum habens d, ipſis a b. habemus ſiquidem angulorum unumquenq; datum, quoniam recti ſunt, omnis enim rectus angulus datur, rectus ſiquidem à recto non differt, ſicut patet per quartum poſtulatum, & manifeſtum quod rationes laterũ ſunt datæ. Ratio ſiquidem ipſius a b, ad b c, datur. Quoniam & ipſius d ad f, ratio datur, ac per hoc quod ſub d f, datur.



Theorema 25 Propoſitio 25

SI binæ rectæ lineæ poſitione datæ ſeſe inuicem ſecuerint, ſignũ in quo ſeſe inuicem diſpeſcunt poſitione datur.

Binæ, inquam, lineæ poſitione datæ a b, c d, ſeſe inuicem ſecent in e, dico quod datum eſt e, ſignum. Si autem non intercidet e, ſignũ: intercidet igitur & unius ipſarũ a b, c d, poſitio, non intercidit autem. Datum igitur eſt ſignum e.

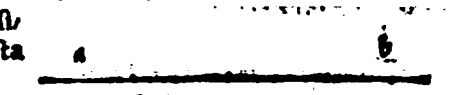


Theorema 26 Propoſitio 26

SI rectæ lineæ fines fuerint dati poſitione, datur ipſa recta linea poſitione & magnitudine.

Rectæ ſiquidem lineæ a b fines a b dati ſint poſitione. Dico quod ipſa a b poſitiõe & magnitudine datur. Si enim manẽte a intercidet ipſius a b rectæ

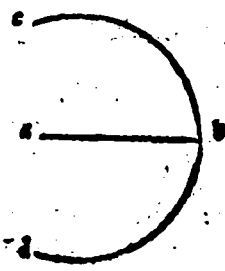
lineæ aut poſitio, aut magnitudo. Intercidet & b ſignum, nõ intercidit autem. Datur igitur a b, recta linea poſitione & magnitudine.



Theorema 17 Propoſitio 17

SI rectæ lineæ poſitione & magnitudine datæ unum extremum datum fuerit, & alterum dabitur.

Rectæ ſiquidem lineæ a b poſitione & magnitudine datæ unum extremum a datum ſit. Dico quod & b datum eſt. Si enim manente a ſigno intercidit ſignum b, incidit igitur & ipſius a b rectæ lineæ aut poſitio aut magnitudo, non intercidit autem. Datum igitur eſt b ſignum, & centro a, interuallo uero a b, per tertiũ poſtulatum circunferentia deſcribatur c b d, poſitione igitur eſt ipſa c b d, poſitiõe autem & ipſa a b, recta linea. Datum igitur eſt & b ſignum.



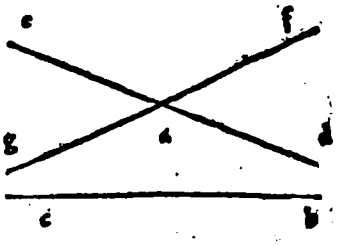
Scholium.

Siquidẽ enim b ſignũ aut introrſum aut exterius intercidit, igitur recta linea magnitudine data non eſt, ſi autem intercidit, aut ſupra aut infra nec poſitione data eſt igitur.

Theorema 18 Propoſitio 18

SI per datum ſignum ad poſitione datam rectam lineam linea recta fuerit datur quæ acta eſt poſitione.

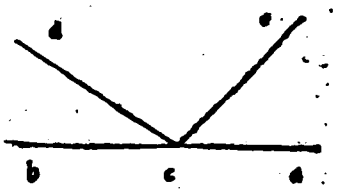
Per ſiquidem datum ſignum a ad poſitione datam rectam lineam b c, recta linea agatur d a e. Dico quod ipſa d a e, poſitione datur. ſi autem non manente ſigno a intercidit ipſius d a e, poſitio permanente b c parallelo. Intercidat, & eſto f a g, parallelus igitur eſt c b ipſi f a g, ſed b c ipſi d a e, eſt parallelo, & d a e igitur ipſi f a g parallelus eſt. Sed eſt coincidens quod eſt abſurdum. Ipſius igitur d a e, poſitio non intercidit, poſitione igitur eſt ipſa d a e.



Theorema 19 Propoſitio 19

SI additione data recta linea fuerit, ad ſignumque in ea datum recta linea acta fuerit, datum efficiens angulum, acta poſitione datur.

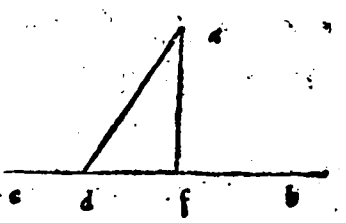
Additione ſiquidẽ recta linea a b, & ad ſignũ ad eam datum c, recta excitetur linea c d angulum datum efficiens eum qui ſub b c d. Dico quod ipſa c d, eſt poſitione data. Si autem non manẽte ſigno c intercidit ipſius c d poſitio ſeruans ipſius b c d, anguli magnitudinem. Intercidat & ſit c e, æquus igitur eſt angulus qui ſub d c b, ei qui ſub e c b, minor maiori quod eſt abſurdum. Nõ intercidit ergo ipſius d c, poſitio, poſitione igitur eſt ipſa c d.



Theorema 20 Propoſitio 20

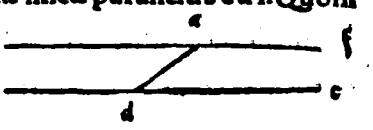
SI à dato ſigno in poſitione datam rectam lineam, linea acta fuerit datum efficiens angulum acta poſitione datur.

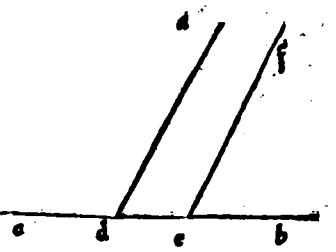
A dato enim ſigno a in poſitione datam rectam lineam b c, recta agatur linea a d, datũ efficiens angulum ſub a d c. Dico quod poſitione eſt ipſa a d, Si autem non, manẽte a ſigno intercidit ipſius a d, poſitio, ſeruãs ipſius a d c anguli magnitudinem, intercidat & eſto a f. Aequus igitur eſt qui ſub a d c angulus ei qui ſub a f c maior minori, quod eſt alienũ. Non intercidit igitur ipſius a d, poſitio, poſitione igitur eſt ipſa a d.



Aliter idem.

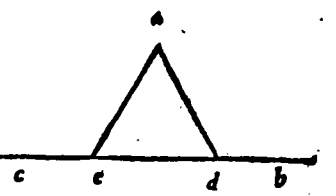
Excitetur per 31 primi elemen. ab a ſigno ipſi b d e, rectæ lineæ parallelus e a f. Quoniam igitur per datum ſignum a ad poſitione datã rectam lineam b d c, recta linea acta eſt e a f, igitur per 28 propoſitionem ipſa e a f. poſitione datur, & quoniam parallelus eſt e a f, ipſi b d c, & in eas incidit d a: æqualis igitur eſt per 29 primi elementorum angulus e a d angulo a d c. Datus igitur eſt & qui ſub e a d. Quoniam igitur additione data recta linea e a f, & ad ſignum in ea datũ à recta excitatur linea a d, datum efficiens angulũ, igitur per uigeſimãnonã propoſitionẽ poſitione eſt ipſa a d. Aſſumatur in ipſa b c, datum ſignum e & per e ſignũ ipſi a d, per 31 primi elementorum parallelus excitetur e f. quoniam parallelus eſt f e, ipſi a d, & in eas incidit b e d, Aequus igitur eſt per 29 primi elementorum qui ſub f e d, angulus ei qui ſub a d c. Datus igitur eſt & qui ſub f e c. Quoniam igitur additione data recta linea b c & ad datũ in ea ſignum e linea excitata eſt e f, datum efficiens angulũ f e c, igitur per 29 propoſitionem poſitione data eſt ipſa e f. Quoniam per datũ ſignum a ad poſitione datam rectam lineã d c linea excitatur a d: igitur per 28 propoſitionem poſitione eſt ipſa a d.





Aliter.

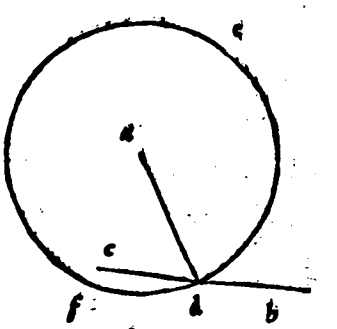
Aſſumatur in b c, contingens ſignum e. cõnectaturque e a, quoniam a ſignum: datum eſt igitur per 16 propoſitionem ipſa a e poſitione data eſt, poſitione autem & b c. Quoniam enim utraque ipſarũ a e, b c. rectarũ linearũ poſitiõe datur. Datur qui ſub a e d, angulus magnitudine, ſicut in diffinitionibus, poſſumus enim eidem æquum exhibere. Datus igitur eſt qui ſub a e d angulus, eſt aũt & qui ſub a d e angulus datus, & reliquus igitur qui e a d, datus eſt. Quoniã igitur additione data recta linea e a & ad ſignũ in ea a, recta excitatur linea a d datum efficiens angulum eũ qui ſub a e d, poſitione igitur eſt per 29 propoſitionem ipſa a d.



Theorema 31 Propoſitio 31

Si à dato ſigno in poſitiõe datam rectam lineam, recta linea producta fuerit data magnitudine, datur etiam poſitione.

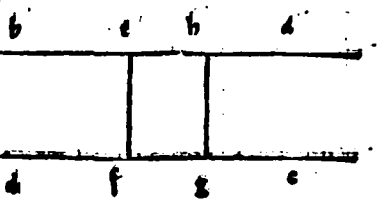
A dato enim ſigno a in poſitiõe datam rectam lineam b c recta excitetur linea d a. data magnitudine. Dico quod etiam poſitione datur. Centro ſiquidem a interuallo uero a d. per 3 poſtulatũ circulus deſcribatur e d f. poſitiõe igitur eſt. per 6 diffinitionẽ ipſe circulus d f. Datur ſiquidem a cẽtrũ poſitione, & quæ ex centro a d magnitudine, poſitione autẽ & b c. recta linea. Si uero binæ lineæ poſitiõe datæ ſeſe inuicem ſecuerint, datur per 28 propoſitionem ſignum in quo ſe diſpeſcũt poſitione. Eſt autem & a datum, igitur per 26 propoſitionẽ poſitione datur ipſa a d.



Theorema 32 Propoſitio 32

Si in parallelas poſitione datas rectas lineas recta linea acta fuerit, datos efficiens angulos, acta magnitudine datur.

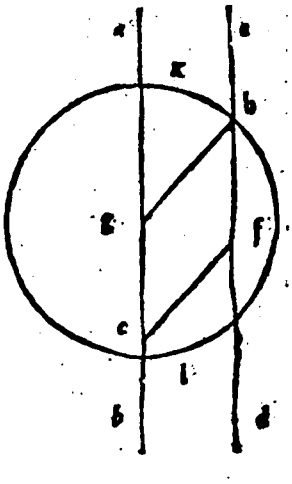
In parallellas enim poſitiõe datas rectas lineas a b c d, recta a gatur linea e f, datos efficiens angulos ſub b e f, & e f d. Dico quod ipſa e f, magnitudine datur. Aſſumatur enim in c d, datum ſignum g, & per g ipſi e f, per 31 primi elemento. parallelus excitetur g h. Quoniam igitur parallelus eſt g h ipſi f e, & in eas recta cecidit linea c d, æquus eſt igitur per 29 primi elementorum angulus e f d, angulo h g d. Datus autem eſt qui ſub e f d



datus igitur eſt & qui ſub h g d. Quoniam igitur additiõe data recta linea c d, & ad in ea datum ſignum g recta linea excitatur g h datum efficiens angulũ h g f. Igitur per 29 pro poſitionem ipſa g h poſitione datur, poſitione autem & a b. Datum igitur eſt h ſignum, eſt autem & g. Data igitur eſt g h, magnitudine per 16 propoſitionem, & ipſi e f eſt æqualis. Data igitur eſt e f magnitudine.

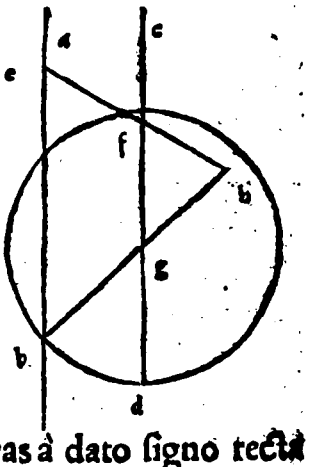
Theorema 53 Propoſitio 53

SI in parallelos poſitione dãtas rectas lineas recta linea acta fuerit magnitudine data, angulos efficiet datos.



Si in parallelos enim poſitione datas rectas lineas a b, c d, recta linea excitetur e f magnitudine data. Dico quod angulos datos efficiet ſub b e f, e f d, aſſumatur enim in ipſa a b datum ſignũ g, & per g ipſi e f, per 31 primi ele. parallelus excitetur g h, æqualis igitur eſt e f ipſi g h. Data autem eſt e f magnitudine. Data igitur eſt & g h. Eſtq; g datũ. Cẽtro igitur g, interuallo uero g h, circulus deſcriptus erit poſitiõe. Deſcribatur ſitq; k h l, poſitiõe igitur eſt circulus k h l, poſitiõe aũt & c d, datũ igitur & h ſignum, eſt aũt & g datum poſitione, igitur eſt ipſa g h, per 26 propoſitionem, poſitiõe autem & c d. Datus igitur eſt qui ſub g h d angulus & ei eſt æquus qui ſub e f d. Datus igitur eſt & qui ſub e f d, & reliquus igitur qui ſub f e b, datus eſt.

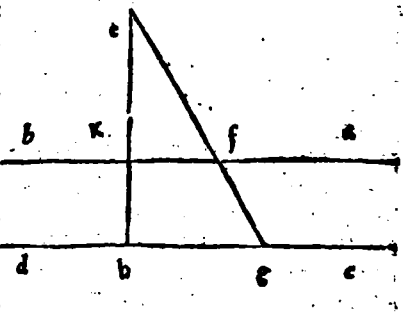
Aliter.



Aſſumatur in c d datum ſignum g ponaturq; per 2 primi elemen. ipſi e f, æqualis g d, & centro quidem g ſpacio uero g d, per 3 poſtulatum circulus deſcribatur d b, poſitiõe igitur eſt ipſe b d circulus. Datur ſiquidem eius cẽtrũ poſitione & quæ ex centro magnitudine, poſitione autem & a b. Datum igitur eſt b ſignum, eſt autem & g datum poſitione igitur eſt ipſa b g, per 26 propoſitionem, poſitiõe autem & c d. Datus igitur eſt qui ſub b g d angulus. Et ſiquidem parallelus eſt e f, ipſi g b erit, & qui ſub e f g, angulus dato: quare & reliquus qui ſub f e b angulus datus eſt. Si autem non concurrunt ipſæ e f, b g in h. Quoniam æqualis eſt e f ipſi d g hoc eſt ipſi g b & parallelus eſt e b ipſi f g, æqualis igitur eſt f h ipſi h g. Quare & angulus qui ſub h g f, ei qui ſub h f g eſt æqualis. Datus autẽ qui ſub h g f. Datus igitur & qui ſub g f h. quare & conſequens qui ſub g f e, datus eſt, & reliquus qui ſub f e b, datus eſt.

Theorema 54 Propoſitio 54

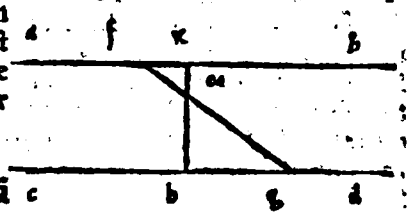
SI in parallelos poſitione datas rectas lineas à dato ſigno recta linea acta fuerit, in datam rationem ſecabitur.



In parellelos enim poſitione datas rectas lineas a b, c d, à dato ſigno e, recta excitetur linea e f g. Dico quod ratio ipſius e f ad f g, data eſt, excitetur enim per 12 primi elemento, ab ipſo e ſigno in c d perpendicularis e k h. Quoniam à dato ſigno e in poſitione datam rectam lineam c d, recta linea excitata eſt e h, datum efficiẽs angulum ſub e h g. Igitur per 31 propoſitionem ipſa e h poſitione datur, poſitione autem & utraque ipſarum a b, c d. Datum igitur eſt utrunque ipſorum k h. Eſt autem & e datum. Data igitur eſt utraque ipſarum e k, k h. Ratio igitur ipſius e k ad k h, per primã propoſitionem data eſt. Eſtque ſicut e k, ad k h ſic e f ad f g. Ratio igitur ipſius e f ad f g data eſt.

Aliter.

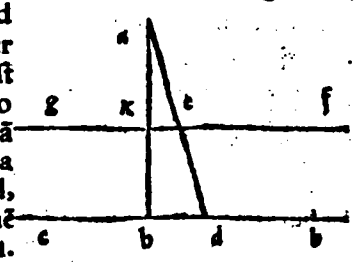
In parallelos ſiquidem poſitione datas a b, c d, à dato ſigno e, recta linea agatur f e g. Dico quod ipſius g e ad e f ratio data eſt: excitetur ſiquidem ab e ſigno per duodecimam primi elementorum in ipſam c d, perpendicularis e h, & extendatur in k. Quoniam à dato ſigno e, in poſitione datam rectam lineam c d, recta linea excitatur e h, datũ efficiens angulum qui ſub e h g, poſitione igitur eſt ipſe h e a, poſitione autem & utraq; ipſarum a b, c d. Datum igitur eſt utrunque ipſorum h k. ſignorum, eſt autem & e datum. Data igitur eſt utràque ipſarum h e, e k. Ratio igitur ipſius h e ad e k data: ſicut autem h e, ad e k, ſic g e, ad e f. Ratio igitur & ipſius g e ad e f data eſt.



Theorema 55 Propoſitio 55

Si à dato ſigno in poſitione datã rectam lineam, recta linea acta fuerit & ſecta fuerit in datam rationem, & per ſectionem ad poſitionem datam rectã lineam recta linea acta fuerit, datur acta poſitione.

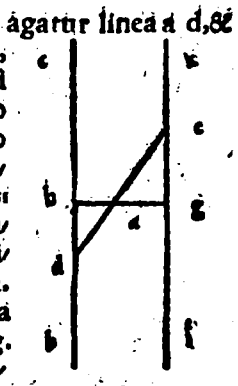
A dato ſiquidem ſigno a in poſitione datam rectam lineam c b, recta linea agatur a d ſeceturq; per præcedentem in datam rationem ipſius d e, e a. Excitenturq; per trigeſimamprimã primi elemen. per c ſignum ipſi b c parallelus f e g. Dico quod poſitione eſt ipſa f e g. Excitetur enim per duodecimam primi elemẽto rum ab ipſo a in ipſam b c, perpendicularis a h, quoniã à dato ſigno a in poſitiõe datam rectam lineam b c, recta excitatur linea a h. datũ efficiens angulum qui ſub a h d, poſitione igitur eſt per trigeſimamprimam propoſitionẽ ipſa a h, poſitione autem & b c. Datum igitur h ſignum. Eſt autem & a datum. Data igitur eſt per uigeſimamſextam propoſitionẽ & a h. Et quoniam ratio ipſius d e ad e a, data eſt: ſicut autem d e ad e a, ſic h k ad k a. Ratio igitur & ipſius h k ad k a, data eſt. Componendo igitur per decimamoctauã quinti elementorũ: ratio ipſius h a ad a k, data eſt, data autem ipſa h a, data igitur & a k. Sed & poſitione, eſtq; a datum, datum igitur & k. Quoniã igitur per datum ſignum k, ad poſitione datam rectam lineam b c, recta linea excitatur f g, poſitione igitur eſt & f g.



Theorema 56 Propoſitio 56

Si à dato ſigno in poſitione datam rectam lineam recta linea acta fuerit, proiectáque fuerit eidem aliqua recta linea rationem habens ad eandem datam, ac per proiectæ finem ad poſitione datam rectam lineã linea acta fuerit, datur acta poſitione.

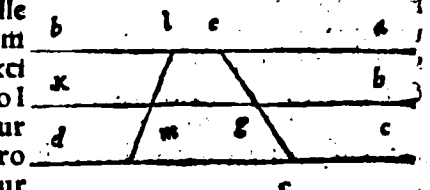
A dato enim ſigno a in poſitione datam rectam lineam b c, recta agatur linea a d, & apponatur ipſi a d, ipſa a e, rationem habens ad a d datam, ac per e, per 31 primi elemen. ipſi b c parallelus excitetur f k. Dico quod poſitione eſt ipſa f k, excitetur per duodecimam primi elementorum ab ipſo a in b c, perpẽdicularis a h, extendaturq; in g. Quoniã à dato ſigno a in poſitione datam rectam lineam b c, recta excitata eſt linea a h, datum efficiens angulum a h c. poſitione igitur datur per 31 propoſitionem h a g, poſitione autem & b c. Datum igitur eſt h ſignum, eſt autem & a datum. Data igitur eſt ipſa a h per 16 propoſitionem. Et quoniam ratio ipſius d a ad a e, data eſt, ſicut autem d a. e, ſic h a, ad a g. Ratio igitur & ipſius h a ad g, data eſt, data autem h a Data igitur & a g, ſed & poſitione, eſtq; a datum, datum igitur & g. Quoniam igitur per datum ſignum g ad poſitiõe datã rectam lineam b c, recta excitatur linea f g k, poſitione igitur eſt per 31 propoſitionem ipſa f g k.



Theorema 57 Propoſitio 57

SI in parallelos poſitiõe datas rectas lineas recta linea acta fuerit, ſectaq; fuerit in ratiõe data, ac per ſectionẽ ad poſitiõe datas rectas lineas recta linea acta fuerit, datur acta poſitione.

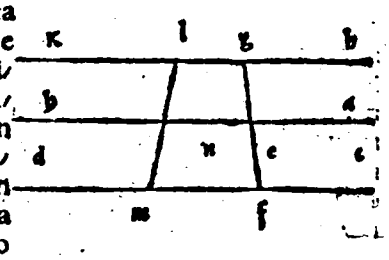
In parallelos enim poſitiõe datas rectas lineas a b, c d, recta excitetur linea e f. & ſecetur per 34 propoſitionẽ in datã rõnẽ ipſius f g ad g e. Excitetur p 31 primi ele. per g utriq; ipſarũ a b, c d parallelus h k. Dico q; poſitiõe eſt ipſa h k. Aſſumatur enim in ipſa a b, datũ ſignũ l & per 31 primi ele. ab ipſo l excitetur in c d perpẽdicularis l n. Quoniã à dato ſigno l in poſitiõe datã rectã lineam c d, recta linea excitatur l n, datũ efficiẽs angulũ l n d, poſitiõe igitur per 28 propoſitionẽ eſt ipſa l n, poſitiõe aũt & c d. Datum igitur n ſignũ. Eſt autẽ & l datũ. Data igitur eſt ipſa l n. per 26 propoſitionẽ. Et quoniã ratio ipſius f g ad g e data eſt: ſicut autem f g ad g e, ſic n m ad m l. Ratio igitur ipſius n m ad m l data eſt. Quare & ipſius n l ad m l componendo per 18 quinti ele. ratio data eſt. Daũta at n l, data igitur & l m, ſed & poſitione, eſtq; l datum. Datum igitur & m. Quoniam igitur per datum ſignũ m ad poſitione datam rectam lineã c d, recta linea acta eſt h k, poſitione igitur eſt h k, per 28 propoſitionem.



Theorema 58 Propoſitio 58

SI in parallelos poſitione datas rectas lineas recta linea acta fuerit, proiectaq; fuerit aliqua eidem recta linea rationem habẽs ad eandem datam. Ac per extremum ad poſitione datas parallelus recta linea acta fuerit acta poſitione datur.

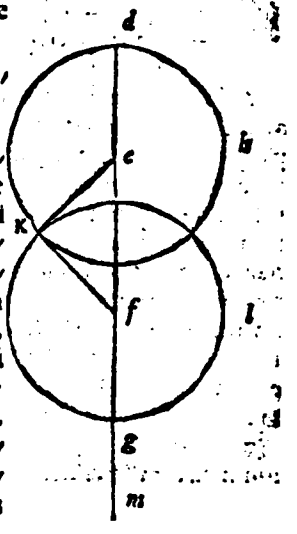
In parallelos poſitione datas, inquã lineas a b, c d recta excitetur linea e f. apponaturq; eidẽ aliqua recta linea e g rõnẽ habẽs ad e f. datã a c p g per 31 primi ele. utriq; ipſarũ a b, c d, rectarũ linearũ recta agatur linea h k. Dico q; poſitiõe eſt h k, aſſumatur enim in a b datũ ſignũ n excitetur q; per 11 primi ele. ab ipſo n, in c d perpendicularis n m extendaturque in l. Quoniam à dato ſigno n in poſitione datã rectã lineam c d, recta linea c d, recta acta eſt n m, datũ efficiẽs angulũ n m d. Igitur per 30 propoſitionem poſitione data eſt ipſa l m, poſitione autem & c d. Datum igitur eſt m ſignum, eſt autem & n datum. Igitur per 26 propoſitionem poſitione datur n m. Et quoniã ratio ipſius f e ad e g, data eſt. Sicut aũt f e ad e g, ſic m n ad n l. Ratio igitur & ipſius m n ad n l data eſt. Data autem & n m, data igitur & n l. Sed & poſitione datum eſt n, datum igitur eſt & l. Quoniam igitur per datũ ſignum l ad poſitione datam rectam lineã a b recta linea acta eſt h k poſitione eſt ipſa h k.



Theorema 59 Propoſitio 59

SI trianguli unumquodq; latus datum magnitudine fuerit, datur triangulum ſpecie.

Trianguli enim a b c unumquodq; latus eſto magnitudine datũ. Dico quod & triangulum a b c, ſpecie datur, exponatur enim recta linea poſitione data d m, terminata quidem in d infinita uero in reliquum, ponaturq; per ſecundam primi elementorum. ipſi quidem a b æqualis d e. Data autem a b, data igitur eſt & d e. Sed & poſitione, eſtq; datum ipſum d. datũ igitur & e. Ipſi autem b c æqualis e f data eſt b c, data igitur & e f, ſed & poſitiõe. datũ eſt e. datũ igitur eſt & f. ipſi autem a c æqualis f g. Data eſt a c. Data igitur & f g ſed & poſitione. Eſt autem datum f. datum igitur & g & centro quidem e, interuallo autem e d, per tertium poſtulatum circulus deſcribatur d k h. poſitione igitur eſt ipſe d k h. circulus per 6 diffinitionem



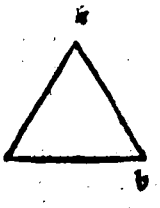
nem datorum. Rurſus centro quidem f interuallo uero f g, per idem poſtulatum circulus deſcribatur g k l, poſitione igitur eſt ipſe g k l circulus per eãdem diffinitionem, poſitione autem & circulus d k h. Datum igitur eſt & k, ſignum eſt autem & utrunque ipſorum e f datum. Data igitur eſt unaquęq; ipſarũ k e, e f, f k poſitione & magnitudine. Datur igitur k e f triangulum ſpecie. & æquum ac ſimile eſt ipſi a b c. Datur igitur a b c triãgulum ſpeciẽ.

Scholium.

Quoniam igitur datæ ſunt ipſæ k e, e f earum adinuicem ratio data eſt per primũ theorema datorum, ſimiliter autem & ipſarum e f, f k ratio data eſt. eſtque ipſarum f k, k e ratio data. Rurſus quoniam ipſæ k e, e f, datæ ſunt poſitione, eundem igitur ſemper locũ obtinent, ac per hoc qui ſub k e f magnitudine datur, ſimiliter autem & qui ſub e f k, datur magnitudine, & inſuper qui ſub f k e, datur magnitudine.

Theorema 40 Propoſitio 40

Si trianguli unuſquiſque angulus datus fuerit magnitudine, datur triangulum ſpecie.



Trianguli enim a b c unuſquiſque angulus datus ſit magnitudine. Dico quod a b c triangulum ſpecie datur. exponatur enim poſitione & magnitudine data recta linea d e, & conſtruatur ad d e, ad ſignaque in ea d e, per uigeſimamtertiã primi elemen. ei qui ſub c b a, angulo æquus rectilineus angulus qui ſub e d f, ei aũt qui ſub b c a, æquus qui ſub d e f. Reliquus igitur qui ſub b a c, reliquo ei qui ſub d f e, eſt æqualis. Datus autem unuſquiſq; eorũ qui ad a b c ſigna. Datus igitur & unuſquiſque eorum qui ad d e f. Quoniã igitur additione data recta linea d e, & ad ſignum in ea datũ d recta excitatur linea d f, datum efficiens angulum d. Igitur per 29 propoſitionem d f poſitione eſt, idque propterea iam & e, f poſitione eſt. Datum igitur eſt f ſignum. eſt autem & utrũq; ipſorum d e datum. Data igitur eſt unaquæq; ipſarũ d f, d e, e f, poſitiõe & magnitudine, datum igitur d f e triãgulum ſpecie, & ſimile eſt ipſi a b c triangulo. Datur igitur & a b c triangulũ ſpecie.



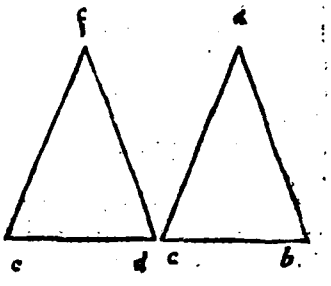
Scholium.

Quoniam igitur datur utraque ipſarum d e, e f, datur & earum adinuicem ratio per primum theorema. Similiter iam & ipſarum e f, f d, ratio datur, & inſuper ipſorum f d, d e, datur ratio. Inſuper & unuſquiſque ipſorum d e f angulorũ datus eſt magnitudine. Datur igitur d e f triangulum ſpecie ſicut in diffinitionibus.



Theorema 41 Propoſitio 41

Si triangulum unum angulum datum habuerit, circum uero datum angulum latera adinuicem rationem habuerint datam, datur triãgulum ſpecie.



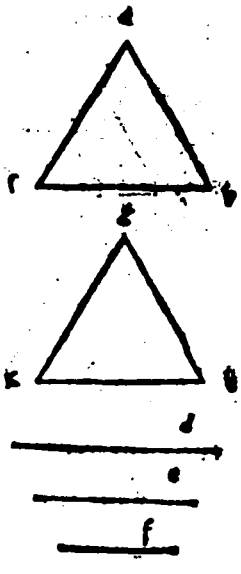
Habeat enim triangulum a b c, unum angulum datũ eũ qui ſub b a c, circum uero b a c, latera b a, a c, adinuicem rationem habeant datam. Dico quod a b c, triangulum ſpecies datur. Exponatur enim in poſitione data recta linea d f, conſtituaturque per uigeſimamtertiã primi elementorum ad ipſam d f, rectam lineã, ad ſignũq; in ea f, ei qui ſub b a c angulo æqualis angulus qui ſub d f e. Datus autem qui ſub b a c, datus igitur & qui ſub d f e. Quoniam igitur additione data recta linea d f, & ad ſignũ datum in ea f, recta linea acta eſt f e, datum efficiens angulum d f e. Igitur per 29 propoſitionem ipſa f e poſitione eſt. Et quoniam ratio ipſius b a ad a c data eſt, eadem eidem fiat, quæ ipſius d f ad f e, & connectatur d e. Ratio igitur & ipſius d f ad f e data eſt. Data autem d f, data igitur & f e. Sed & poſitione. & f datum eſt, datum igitur & e, eſt autem & utrumque ipſorum d f, datum. Data igitur eſt unaquæque ipſarum d f, f e, d e, poſitione &

magnitudine datur igitur d f e triangulum ſpecie. Et quoniam bina triangula a b c, d e f unum angulum uni angulo æquum habent eum ſcilicet qui ſub b a c, ei qui ſub d f e, ea uero quæ circum eos qui ſub b a c, d f e, angulos latera proportionalia, ſimile igitur eſt & æquale per primam diffinitionem & 6 propoſitionem ſexti elementorum triangulū a b c ipſi d e f triangulo. Datur autem d f e, ſpecie, datur igitur & a b c triangulum ſpecie

Theorema 41 Propoſitio 41

SI trianguli latera adinuicem rationem habuerint datam, datur triangulum ſpecie.

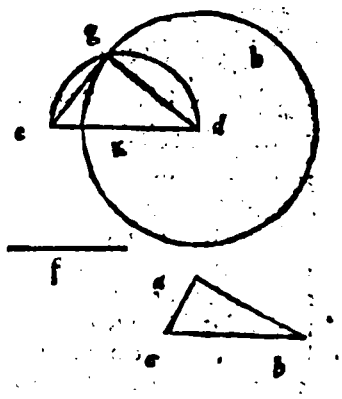
Triāguli enim a b c, latera adinuicem rationem habeant datam. Dico quod ipſum a b c, triangulū datur ſpecie: exponatur enim data magnitudine recta linea d, & quoniā ratio ipſius a b, ad b c data eſt. Eadem eidem fiat ipſius d ad e. Data autem d. Data igitur & e. Rurſus quoniā ratio ipſius b c, ad a b data eſt, eadem eidem fiat ipſius e ad f. Data autē e data igitur & f, & ex tribus rectis lineis quæ æquales ſunt tribus datis d e f, quarum binæ reliqua quomodocunque aſſumptæ ſunt maiores, per 22 primi elementorum triangulum conſtituatur g h k. Quoniam æqualis eſt d ipſi g h, & e ipſi h k & f ipſi g k. Data autem unaquæq; ipſarum d e f. Data igitur & unaqueque ipſarum g h, h k, k g magnitudine. Datur igitur triangulū g h k, ſpecie, & quoniam eſt ſicut a b ad b c, ſic eſt d ad e. Aequalis autē eſt d ipſi g h, & e ipſi h k: eſt igitur ſicut a b ad b c, ſic g h ad h k. Rurſus quoniam eſt ſicut b c ad c a ſic e ad f. Aequalis autem eſt e ipſi h k: & f ipſi g k. Eſt igitur ſicut b c ad c a ſic h k ad k g. Oſtenſum autem eſt ſicut a b ad b c, ſic g h ad h k, ex æquali igitur per 22 quinti elemētorum, ſicut b a ad a c, ſic g h ad g k. Simile igitur eſt per primam diffinitionem 6 elementorum a b c triangulum ipſi g h k triangulo. Datur autem g h k triangulum ſpecie. Datur igitur & a b c triangulum ſpecie.



Theorema 42 Propoſitio 42

SI trianguli rectanguli circa unum acutorum angulorum latera adinuicem rationem habuerint datam, datur triangulum ſpecie.

Trianguli enim rectanguli a b c, rectum habentis eum qui ſub b a c, angulum, circa unum acutorum eiuſdem angulorū qui ſub a b c latera c b, b a, adinuicem rationem habeāt datam. Dico quod ipſum a b c, triangulum datur ſpecie. Exponatur enim poſitione & magnitudine data recta linea d e. Deſcribaturq; ſuper d e ſemicirculus d g e, poſitione igitur eſt d g e ſemicirculus, & quoniam ratio ipſius c b ad b a, data eſt, eadem eidem fiat ipſius d e ad f. Ratio igitur ipſius d e ad f data eſt Data autem d e, data igitur & f & quoniam maior eſt c b ipſa b a, maior igitur eſt & e d, ipſa f. Congruat ipſi f per primam quarti elementorum, d g, connectaturque g e & centro quidem d, interuallo autem d g, per tertium poſtulatum circulus deſcribatur h g k, poſitione igitur eſt circulus h g k. Datur enim ipſius centrū poſitiōe, & quæ ex centro magnitudine, poſitione autem & d g e, ſemicirculus datū igitur eſt & g ſignum, eſt autem utrunque ipſorum d e, datum. Data igitur eſt, per uigeſimamſextam propoſitionem unaquæque ipſarum g d, d e, e g, poſitione & magnitudine. Datur igitur triangulum g d e ſpecie. Quoniam igitur bina triangula ſunt a b c, d e g unum angulum uni angulo æquum habentia, eum ſcilicet qui ſub b a c, ei qui ſub d g e. Circum uero alios angulos qui ſub c b a, e d g, latera proportionalia. Reliquorum autem qui ſub b c a, d e g, utrumque ſimul minorem recto. Simile igitur eſt per ſeptimam ſexti elemen. triāgulum a b c ipſi d e g, triāgulo



lo. Datur autem d e g, triangulum ſpecie, datur igitur & a b c, triangulum ſpecie.

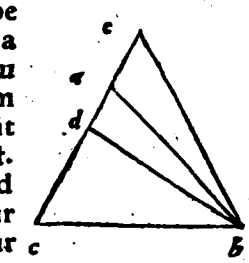
Scholium.

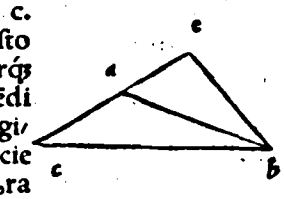
Quoniam enim ponitur d e, poſitione & magnitudine data, manifeſtum quod ſi circulus bifariam ſecetur eſt centrum circuli poſitione. Dimidia uero, hoc eſt quæ excentro datur poſitione & magnitudine ſicut & circulus, per diffinitionem.

Theorema 44 *Propoſitio 44*

SI triangulum unum habuerit angulum datum, circum autem alium angulum latera adinuicem rationem habuerint datam, datur triangulum ſpecie.

Sit triangulum a b c unum habens angulum datum eum qui ſub b a c, circum autē alium angulum eum qui ſub a b c latera a b, b c, rationem habeant adinuicem datam. Dico quod triangulum a b c, ſpecie datur. Nō ſit autem qui ſub b a c, angulus rectus. Sed ſit prius acutus. Excitetuŕq; per 11 primi elemento. ab ipſo b ſigno in ipſam a c perpendicularis b d. Quoniā angulus b d a, datus eſt, eſt aūt & qui ſub b a d, datus. & reliquus igitur qui ſub a b d, datus eſt. Datur igitur triangulum a b d, ſpecie. Ratio igitur ipſius b a ad b d data eſt, ſed ipſius a b ad b c, ratio data eſt, & ipſius b d igitur ad b c, ratio data eſt. Rectus autē eſt qui ſub b d c. Datur igitur triangulum b d c, ſpecie. Datus igitur eſt qui ſub b c d angulus. Eſt autem & qui ſub b a c, datus, & reliquus igitur qui ſub a b c. datus eſt. Datur igitur & a b c. triangulum ſpecie. Sed iam eſto qui ſub b a c angulus obtuſus. extēdaturq; c a in e. Excitetuŕq; per 11 primi elementorum ab ipſo b ſigno in ipſam a e perpēdicularis b e. Quoniam angulus b a c datus eſt, & conſequēs igitur qui ſub b a e. datus eſt. Datur igitur triangulum e b a, ſpecie Ratio igitur ipſius e b ad b a, data eſt. ipſius autem a b ad b c, ratio data eſt. & ipſius igitur e b ad b c ratio eſt data. Et qui ſub b e c, rectus eſt angulus. Datur igitur triāgulum e b c ſpecie. Datus igitur eſt qui ſub b c e, eſt autem & qui ſub b a c. angulus datus. & reliquus igitur qui ſub a b c angulus datus eſt. Datur igitur triangulum ab c, ſpecie.

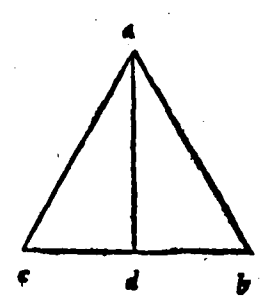


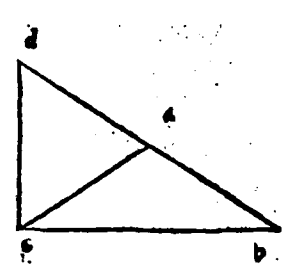


Theorema 45 *Propoſitio 45*

SI triangulum unum habuerint angulum datum, circū uero datū angulum latera utraque ſicut unum ad reliquum rationem habuerint datam, datur triangulum ſpecie.

Eſto triāgulum a b c, unum habens angulum datum qui ſub b a c, at quæ circum b a c, angulū latera utraque hoc eſt b a c tanquam unum ad c b rationem habeāt datam. Dico quod a b c, triangulum ſpecie datur. Secetur per tertiam primi elementorum angulus b a c, bifariam à recta linea a d. Datus igitur eſt qui ſub b a d, angulus, & quoniā eſt ſicut b a ad a c, ſic b d ad d c. uiciſſim etiam per 16 quinti elementorum, ſicut a b ad b d, ſic a c ad c d. Ratio utriuſque b a c ad b c, data eſt. Ratio igitur ipſius b a ad b d, data eſt. Eſtq; datus qui ſub b a d angulus. Datur igitur a b d triangulum ſpecie. Datus igitur eſt qui ſub a b d. angulus, eſt autem & qui ſub b a c, angulus datus. & reliquus igitur qui ſub a c b datus eſt. Datur igitur triangulum a b c ſpecie.





Scholium.

Sicut enim unum antecedentium ad unū ſequentium ſic omnia antecedentia ad omnia ſequentia per 12 quinti elementorum.

Aliter

Extendatur b a in rectas lineas in d, & ipſi a c, ponatur æqualis a d & connectatur d c. Etenim ipſius b d ad b c. ratio data eſt. Et qui ſub a d c, datus eſt, dimidius ſiquidē eius qui ſub b a c. Datur igitur triangulū b c d ſpecie. Da-

tus

tus igitur eſt qui ſub a b c, angulus eſt autem qui ſub b a c, datus. & reliquus qui ſub a c b datus eſt. Datur igitur a b c, triangulum ſpecie.

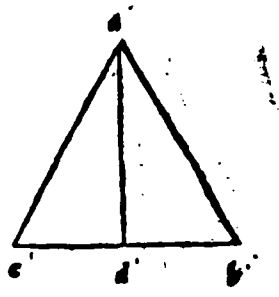
Scholium

Quoniam enim angulus qui ad a datus eſt. & qui ad a eis qui ad d c, angulis exterior binis interioribus eſt æqualis. & oppoſito per 32 pri elemen. & anguli d h, quare & anguli a c, dati ſunt.

Theorema 46 Propoſitio 46

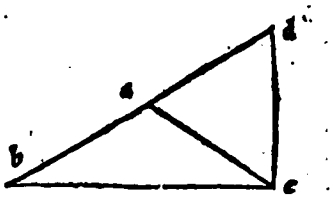
SI triangulum unum habuerit angulum datum, circum uero aliũ angulum latera utraque ſicut unum ad reliquum rationem data habuerint, datur triangulum ſpecie.

Eſto triangulum a b c, unum habens angulum datum qui ſub a b c, circulum uero alium angulum b a c, latera utraq; hoc eſt b a c ad b c, rationem habeant datam. Dico quod ipſum a b c, triangulum ſpecie datur. Secetur enim per 9 primi elementorũ angulus b a c, biſariã à recta linea a d. Eſt igitur utrũque b a c ad c b. ſicut a b ad b d. Ratio autem utriuſque b a c ad c b data eſt. Ratio igitur & ipſius a b ad b d. data eſt. Eſtq; datus qui ſub a b d, angulus. Datur igitur triangulũ ſpecie. Datus igitur eſt qui ſub a b d, angulus, eſt autem duplus eius qui ſub b a c. Datus igitur eſt & qui ſub b a c. Eſt autẽ & qui ſub a b c, datus, & reliquus igitur qui ſub a c b datus eſt. Datur igitur a b c triangulũ ſpecie.



Aliter

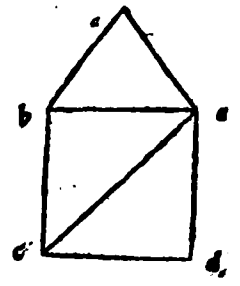
Ponatur ipſi c a, æqualis d a, & connectatur d c. Quoniã ratio utriuſque b a c ad c b data eſt. Aequalis autem eſt c a ipſi a d. Ratio igitur & ipſius d b ad, b c data eſt. Et qui ſub d b c angulus datus eſt. Datur igitur triãgulũ d b c ſpecie. Datus igitur eſt qui ſub b d c angulus. Et eius eſt duplus qui ſub b a c. Qui ſub b a c, angulus igitur datus eſt. Datur igitur a b c triangulum ſpecie.



Theorema 47 Propoſitio 47

DAta rectilinea ſpecie, in data triangula ſpecie diuiduntur.

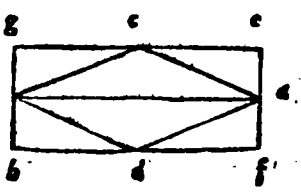
Eſto datum rectilineum ſpecie a b c d e, Dico quod ipſum a b c d e, rectilineum in data triangula ſpecie diuiditur. Connectantur enim a e, e c. Quoniam rectilineũ a b c d e, ſpecie datur. Igitur angulus q ſub b a e, datus eſt. & ratio data eſt. Quoniam igitur angulus b a e, datus eſt, & ratio ipſius b a ad e a, data eſt. Datur igitur triangulũ b a e ſpecie. Datus igitur eſt qui ſub a b e, angulus. Eſt autem & totus qui ſub a b c, angulus datus. & reliquus igitur qui ſub e b c datus eſt. Eſtq; ratio ipſius a b ad b e data, ipſius autem a b ad b c, ratio data eſt. & ipſius igitur e b ad b c, ratio data eſt, & datus eſt qui ſub c b e angulus. Datur igitur b c e triangulum ſpecie. Ac per hoc iam & c d e, triangulũ ſpecie datur. Data igitur rectilinea ſpecie in data triangula ſpecie diuiduntur.



Theorema 48 Propoſitio 48

SI ab eadem recta linea deſcripta fuerint triangula ſpecie data adinuicem rationem habebunt datam.

Ab eadem enim recta linea a b bina triangula ſpecie data deſcribantur a b c, & a b d. Dico quod ratio ipſius a b c ad a b d, data eſt. Excitentur per undecimam primi elementorum ab ipſis a b, ſignis ipſi a b, rectæ lineæ ad angulos rectos a e. b g. Extendanturq; in f h, ac per c d ſigna per 31 primi elementorum ipſi a b parallelli excitẽtur e c, d h. Quoniam datur a b c, triangulũ ſpecie. Ratio ipſius a c ad

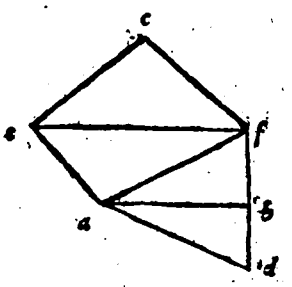


b a,data eſt. Quoniam igitur angulus qui ſub c a b,datus eſt,eſt autē & qui ſub e a b,datus. Reliquus igitur qui ſub e a c,datus eſt,datur igitur triāgulū a e c ſpecie. Ratio igitur ipſius e a ad a c,data eſt,ipſius autem c a ad a b,ratio eſt data & ipſius e a ad a c igitur ratio data eſt. Idque propterea & ipſius f a, ad a b ratio eſt data, eſtque ſicut a e, ad a f,ſic b g ad b h. Quare & ipſius b g ad b h ratio eſt data. Eſt quæ ipſius quidē a g,dimidium triangulū a b c,per 41 primi ele. Ipſius autem a h, per eandem dimidium eſt triangulum a b d,& ipſius igitur a b c ad a d b,ratio eſt data.

Theorema 49 *Propoſitio 49*

SI ab eadem recta linea bina rectilinea utcunque data ſpecie deſcripta fuerint,adinuicem rationem datam habebunt.

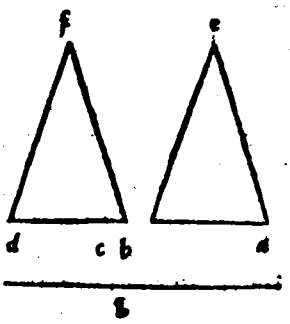
Ab eadem enim recta linea a b,bina rectilinea utcunque ſpecie data deſcribantur a e c f b & a d b. Dico q̄ ratio ipſius a e c f b, ad a d b. eſt data. Connectantur a f,f e. Datur igitur unumquodq̄ ipſorū e c f,e f a,f a b,triāgulorum ſpecie. Et quoniam ab eadem recta linea e f,bina triangula ſpecie data e f c,& e f a,deſcribūtur. Ratio igitur ipſius c f e ad f e a, data eſt per præcedentem,& componendo igitur per 18 quinti elemēto rum ratio ipſius c e a f data eſt. Ipſius autem f e a ad f a b,ratio eſt data. Quoniam ab eadem recta linea a f, deſcribitur. Et ipſius f c e,e a f,igitur & a f b,ratio eſt data,& componendo igitur per 18 quinti ele. ipſius c e a b f ad b f a. rō eſt data. Ipſius autem f b a,ad a d b,ratio eſt data. & ipſius igitur c e a b f,ad a d b,ratio eſt data.



Theorema 50 *Propoſitio 50*

SI binæ rectæ lineæ adinuicem rationē habuerint datam,& ab ipſis rectilinea ſimilia,ſimiliterq̄ deſcripta adinuicem rationem datam habebunt.

Binæ ſiquidē rectæ lineæ a b,c d,adinuicē rōnē habeant datā, deſcribāturq̄ ab ipſis a b,c d, ſimilia ſimiliterq̄ poſita rectilinea e f. Dico q̄ earū ratio data eſt. Aſſumatur enim ipſis a b,c d,per 12 ſexti elementorum tertia proportionalis g. Eſt igitur ſicut a b ad c d,ſic c d ad g. Ratio autem ipſius a b ad c d data, ratio igitur & ipſius c d ad g data. Quare & ipſius a b ad g ratio eſt data. Sicut autē a b ad g,ſic e ad f. Ratio igitur ipſius e ad f data eſt.

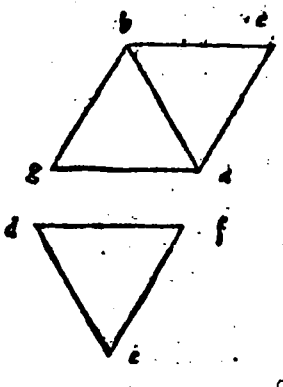


Scholium.

Quoniam enim ipſius a b ad c d, ratio eſt data, eſt autem & ipſius c d ad g, ratio data, manifeſtum eſt quod & compoſita ex binis datis rationibus ratio data eſt, uel & per octauum theorema quod & melius eſt.

Theorema 51 *Propoſitio 51*

SI binæ rectæ lineæ adinuicem rationem habuerint datam,& ab ipſis rectilinea utcunque deſcripta ſpecie data rationē adinuicem datam habebunt.



Binæ enim rectæ lineæ a b,c d,adinuicem rationem habeant datam, deſcribanturque ab ipſis a b,b c, rectilinea utcunque ſpecie data e f. Dico que,& ipſius e ad f ratio eſt data. Deſcribatur enim per uigeſimā quintā ſexti elemento. ab ipſa a b ipſi f,ſimile ſimiliterq̄ poſitum rectilineum a g b. Datur autem f ſpecie, datur igitur & a g b ſpecie. Sed & c, ſpe

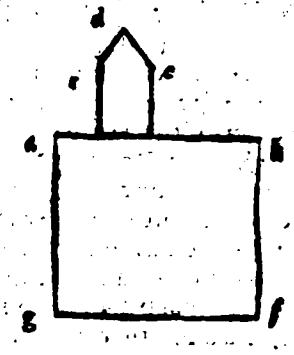
cie

cie datur & ab eadem describitur recta linea a b. Ratio igitur ipsius e ad a g b, data est. Et quoniam ratio ipsius a b ad c d, data est. Describunturq; ab ipsis a b, c d, similia similiterq; posita a b g, f ratio igitur ipsius a g b, ad f data est. Ipsius aũt a g b, ad e, ratio est data. Et ipsius igitur e ad f, ratio est data.

Theorema 52 Propositio 52

SI à data recta linea magnitudine data specie species descripta fuerit datur quæ descripta est magnitudine.

A data enim recta linea magnitudine a b data specie species describatur a c d e b, dico quod a c, d e b, datur magnitudine. Describatur enim ab ipsa a b, per 46 primi elemen. quadratũ a f. Datur igitur a f, specie & magnitudine. & quoniam ab eadem recta linea a b, bina rectilinea describuntur specie data a c d e b, & a f, igitur per 49 propositionem ipsius a c d e b ad a f, ratio data est. Datur igitur & ipsum a c d e b, magnitudine.



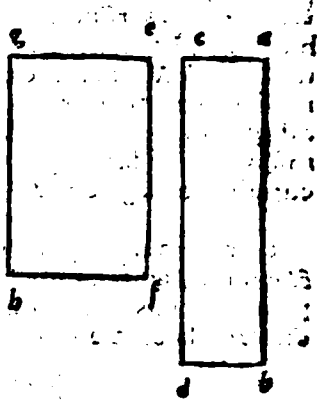
Scholium.

Omne enim quadratũ datum est specie quandoquidem ipsius anguli dãtur, omnes enim sunt recti, & rationes quoque laterũ, omnia enim sunt æqualia. & enim non solum inæqualium est ratio, sed, & æqualium. Et quoniam exponitur quadratum: describitur enim possum & eidẽ exhibere idem, ac per hoc datur & magnitudine idem quadratum, & eius unumquodq; latus.

Theorema 53 Propositio 53

SI binæ species specie datæ fuerint, & unum latus unius ad unum latus alterius rationem datam habuerit, & reliqua latera ad reliqua latera rationem datam habebunt.

Sint binæ species specie datæ, a d, e h, ratio aũt ipsius b d ad f h, est data. Dico quod & reliquorũ laterũ ad reliqua latera ratio est data. Nã quoniã ipsius d b ad f h, ratio est data, ipsius aũt d b ad b a, ratio est data, & ipsius igitur d b ad f h, ratio data est, ipsius aũt f h, ad f e, ratio est data, & ipsius a b, igitur ad e f, ratio est data. Idq; propterea iam & reliquorũ laterũ ad reliqua latera ratio est data.



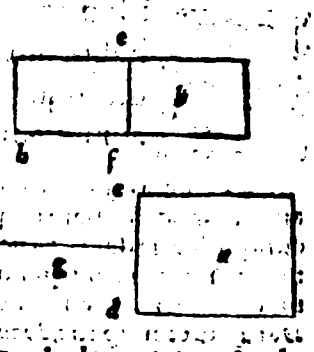
Scholium

Ostensum est in scholio 10 propositionis quod si a ad b, rationem habet datam: fuerit autẽ & c, datũ, & fiat sicut a ad b sic e ad aliud quid ut puta d, non tamen & uicissim rationẽ habebunt datam, quoniã & hic non per uices est eorum rationem datam inuenire, sed aliter sicut nunc.

Theorema 54 Propositio 54

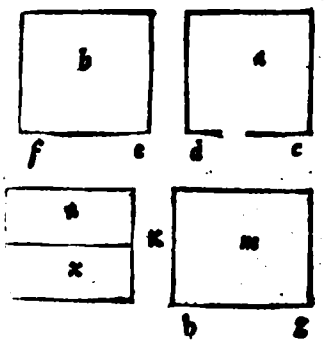
SI binæ species specie datæ adinuicẽ rationem eam datam habuerint, & eorum latera adinuicem rationem habebũt datam.

Binæ, inquã, species specie datæ a, b adinuicem rationem habeant datam. Dico quod & eorũ latera adinuicem rationẽ habẽt datam. Ipsum enim a ipsi b aut est simile, aut non, sit prius simile. Accipiaturq; per 11 quinti ele. ipsorum c d, e f, tertia proportionalis g: est igitur sicut c d ad g, sic est a ad b. Ipsius autem a ad b ratio data est. Ratio quoque igitur c d ad g data est, & sunt c d, e f, g, proportiõales, & ipsius c d igitur ad e f, ratio est data. Simileq; est a ipsi b, & reliqua igitur latera ad reliqua latera per præcedentem rationẽ data habebunt. Non sit autem simile a ipsi b, & describatur a h, e f, per 25 sexti elementorum ipsi a, simile similiterq; positum e h, datur igitur & e h, specie.



ſpecie. Datur autem & b. Ratio igitur ipſius b ad e h, data eſt. ipſius autem b ad a, ratio eſt data & ipſius a ad e h. igitur ratio eſt data. & ſimile eſt a ipſi e h. Ratio igitur ipſius c d ad e f. data eſt. Idque propterea iam & reliquorum laterum ad reliqua latera per præcedentem ratio eſt data. Aliter.

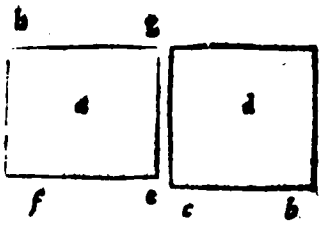
Exponatur recta linea g h iã d ipſi b, aut eſt ſimile aut nõ. Sit priꝰ ſimile fiatq; ſicut c d ad e f, ſic g h ad k l. Deſcribãturq; per 25 ſexti ele. ab ipſis g h, k l ipſis a b, ſimiles ſimiliterq; poſitæ m, n. ſpẽs. Et quoniã eſt ſicut c d ad e f, ſic eſt g h ad k l. Deſcribunturque ab ipſis c d e f, g h, k l, ſimilia ſimiliterq; poſita rectilinea a, b, m, n, eſt igitur ſicut a ad b ſic m ad n. Ratio autẽ ipſius a ad b data eſt. Ratio igitur ipſius m ad n data. Datũ autem m per 25 propoſitionẽ, à data ſiquidem magnitudine rectilinea deſcribitur ſpecies. Datum igitur eſt & n. Deſcribatur iam per 46 primi elemen. ex ipſa k l quadratum x. Datur igitur ipſum x ſpecie. Ratio igitur ipſius n ad x data, datũ aũt ipſum n, datum igitur & x. Data igitur eſt k l, eſt aũt & g h data. Rõ igitur ipſius g h ad k l data eſt, eſtq; ſicut g h ad k l, ſic c d ad e f. Ratio igitur ipſius c d ad e f. data eſt. Simile eſtq; a ipſi b & latera quoque reliqua ad reliqua latera per præcedentem rationem habebunt datam, non ſit autem ſimile, conſequenter iam priori oſtenditur demonſtratione.



Theorema 55 Propoſitio 55

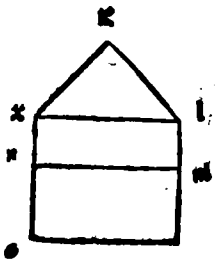
SI areola ſpecie & magnitudine data fuerit, & eius latera magnitudine data erũt.

Sit areola ſpecie & magnitudine data a. Dico quod & ipſius latera magnitudine data recta ſunt, exponatur ſiquidem poſitione & magnitudine data recta linea b c deſcribaturq; per 25 ſexti elemen. ex ipſa b c ipſi a ſimile ſimiliterque poſitum d. Datur iam ipſum d ſpecie, datur igitur & d magnitudine. Datur autem & a, ratio igitur ipſius a ad d, data. Simileq; eſt a ipſi d, ratio igitur ipſius e f ad b c data. Data autem & b c data, igitur & e f. Et ipſius f e ad e g data eſt ratio, data igitur e g. Idque propterea iam & unumquodque ipſorum magnitudine datur.



Aliter.

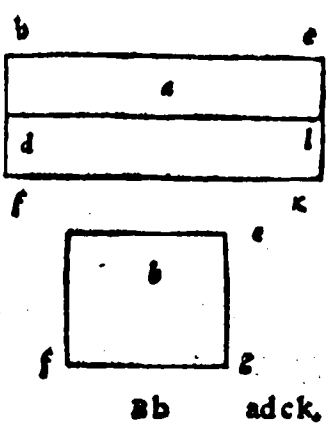
Eſto areola k l m n x, ſpecie data & magnitudine, dico quod & latera eius data ſunt ſpecie. Deſcribatur per 46 primi elementorum, ex m n, quadratum m o. Datur igitur ſpecie. Sed & l n. Ratio igitur ipſius l n ad m o data eſt. Data autem l n magnitudine. Data igitur & m o, magnitudine, eſtque quadratum ex m n. Datum igitur eſt quod ex m n. Data igitur eſt m n magnitudine. Idque propterea iam & unumquodque ipſorum m l, l k, k x, x n, data eſt magnitudine.



Theorema 56 Propoſitio 56

SI bina æquiangula parallelogramma, adinuicem rationem habuerint datã, erit ſicut primi latus ad ſecundi latus, ſic reliquum ſecundi latus ad quod alterum primi rationem habet datam, quam parallelogrammum ad parallelogrammum.

Bina enim æquiangula parallelogramma a, b, adinuicem rationem habeant datam. Dico quod eſt ſicut c d ad e f, ſic eſt e g ad id quod ipſa c h rationem habet datam. quã parallelogrammum a ad parallelogrammum b extendatur in rectas lineas ipſi c h, ipſa c k, fiatque ſicut c d ad e f, ſic e g



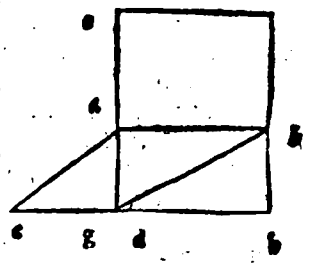
Bb ad ck.

ad c k. Compleatur ꝙ c l parallelogrammum. Quoniam igitur eſt ſicut ç d ad e f, ſic e g ad c κ, æqualis autem eſt c d ipſi κ l. Eſt igitur ſicut k l ad e f, ſic e g ad c k, circum æquales angulos qui ſunt ſub c κ l, g e f, latera ſunt reciproca, æquum igitur eſt per 14 ſexti ele. κ d ipſi g f. Et quoniam ratio ipſius a ad b eſt data, eſt aũt æquale b ipſi c l. Ratio igitur ipſius h d ad c l data eſt. At ſicut h d ad c l, ſic h c ad c k. Et ipſius igitur h c ad ç k ratio eſt data: & quoniam eſt ſicut c d ad e f, ſic e g ad c κ, at ipſa c h ad c k rationem habet datam, quam area a ad ipſam b: eſt igitur ſicut c d ad e f, ſic eſt e g ad quod h c, rationem habet quam areola a ad areolam b.

Theorema 57 Propoſitio 57

SI datum ad datam comparatum fuerit in angulo dato, datur latitudo exceſſus.

Datum enim a g ad datam b a, proiectum ſit in angulo dato qui ſub c a b. Dico quod ipſa c a data eſt. Deſcribatur per 46 primi ele. ex a b quadratum e b. Datũ igitur eſt e b excitentur e a, f b, c g ad ipſa d h: & quoniam utrũque ipſorum e b, a g datum eſt. Ratio igitur ipſius e b ad a g data eſt, æquum autem eſt e b ipſi a h. Ratio igitur & ipſius e b ad a h, data eſt. Quare & ipſius e a ad a d ratio eſt data, æqualis autem eſt e a ipſi a b. Ratio igitur ipſius b a ad a d, data eſt, & quoniam qui ſub c a b datus eſt & qui ſub d a b datus eſt. Reliquus igitur qui ſub a c d datus eſt. Datur igitur triangulũ a ç d ſpecie. Rõ igitur ipſius c a ad a d data eſt, ipſius autem d a ad a b ratio eſt data, & ipſius c a ad a b. igitur ratio eſt data, eſtque data ipſa b a. Data igitur & a c, & latitudo ipſius comparatiõis.



Scholium.

Quoniam binæ ſpecies e a, a d ſpecie datæ ſunt, adinuicem rationem habẽt datam & ipſarum latera adinuicem rationem datam habebunt.

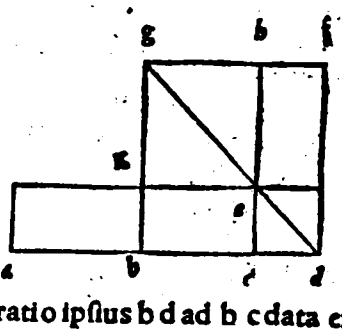
Scholium.

Ipſius, inquam, a g b latitudo parallelus eſt. & a h ad rectam exiſtẽs ipſi a b. ipſius autem a c g b comparationis ut in quatuor rectis lineis a b, b g, g c. c a, longitudine exiſtẽte ipſa a b latitudo erit ipſa a c: in quatuor ſiquidẽ propoſitis rectis lineis latitudinem quærit, non autem ueræ areæ latitudo alia eſt præter quatuor ſicut a e.

Theorema 58 Propoſitio 58

SI datum ad datam proiectum fuerit ſpecie deficiens à dato ſpecie, dantur latitudines defectus.

Datum enim a c ad datam a d proiectum ſit ſpecie deficiens à dato d c. Dico quod utraque ipſarum b c, b d data eſt. Secetur enim per decimã primi elemen. ipſa a d bifariam in e ſigno: data igitur eſt e d. Deſcribatur ab ipſa e d per 25 ſexti ele. ipſi c d ſimile, ſimiliterque poſitum rectilineũ e f. Deſcribaturque e f. Datur igitur e f ſpecie. Et quoniam à data recta linea e d data ſpecie ſpecies deſcribitur e f. datur igitur ipſum ç k magnitudine, & æquum eſt ipſis a c κ h. Dantur igitur, ipſa a c κ h magnitudine. eſt autem a c datum magnitudine. ſupponitur enim. Reliquum igitur κ h, datum eſt magnitudine, eſt autem & ſpecie datum ſimile, ſiquidẽ eſt ipſi c d. Ipſius h k, ergo latera data ſunt, datum igitur k c, & eſt æquum ipſi e b. Ipſa igitur e b data eſt. Eſt autem & e d. data, & reliqua igitur b d data eſt, & ratio ipſius b d ad b c data eſt. Data igitur eſt & b c.

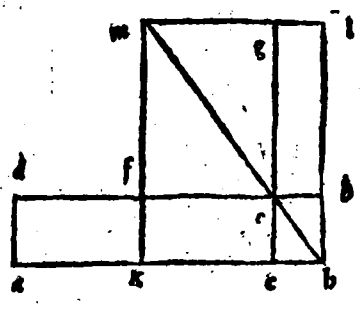


Theorema 59 Propoſitio 59

SI datum ad datam proiectum fuerit excedens ſpecie dato ſpecie, dantur latitudines exceſſus.

Datum

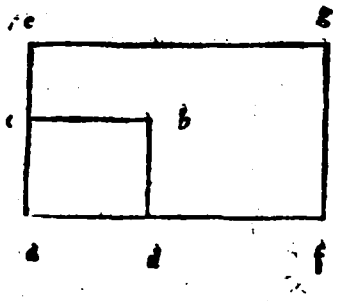
Datū ſiquidē a b ad datā a c proiectū ſit excedens ſpecie data c b. dico quod utraq; ipſa rū h c, c e data eſt. Secetur enim per 10 primi ele. ipſa d e biſariā in f ſigno. Deſcribaturq; per 25 ſexti ele. ex e f ipſi c b ſimile ſimiliterq; poſitum f g. Circa igitur eundē dimetientē eſt f g ipſi c b. excitē/tur per 26 ſexti ele. eorū dimetiēs h e m, deſcribaturq; figura. Et quoniā c b ipſi f g eſt ſimile. Datur autem c b ſpecie. Datur igitur & f g ſpecie, & deſcribitur à data re cta linea f e. Data igitur ſunt a b, f g & ipſi k a, ſūt æqua lia. Datum igitur eſt b c. Ipſius ergo k a latera ſunt da/ta, data igitur eſt K h, & K c data eſt, & ipſi e f æqualis, re liqua igitur c h, data eſt. & ad h b rationem habet da/tam. Data igitur eſt & h b.



Theorema 60 Propoſitio 60

Si parallelogrammum ſpecie & magnitudine datū dato gnomo ne auctum aut imminutū fuerit. Dātur latitudines gnomonis.

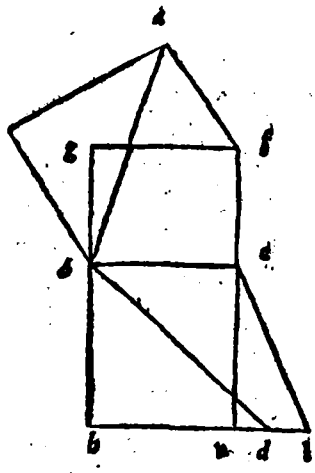
Parallelogrammum enim a b datum ſpecie & magnitudine augeatur pri us dato, gnomone e c b d f g. Dico quod datæ ſunt utræq; ipſarum c e, d f. Nam quoniam a b datū eſt, eſt autem d f g gnomon datus. & totū igitur a g datū eſt. Sed & ſpe/cie, ſimile enim eſt ipſi a b. Igitur ipſius a g latera data ſunt. Data igitur eſt utraque ipſarum a e, a f. eſt autem utraque ipſarum c a, a d data, reliqua igitur utraque ipſarum c e, d f data eſt. Rurſus iam parallelogrāmū a g, datū ſpecie & magnitudine minuatur dato gnomo ne e c b d f g. Dico quod utraque ipſarum c e, d f, data eſt. Quoniā igitur datū eſt a g cuius gnomō e c b d f g, datus eſt. Reliquum igitur a b datū eſt. Sed & ſpecie. Ip ſius igitur a b latera data ſunt. Data igitur eſt utraque ipſarum c a, a d, eſt autē & utraque ipſarum e a, a f, data. Et reliqua utraque igitur ipſa/rum e c, d f data eſt.



Theorema 61 Propoſitio 61

Si data ſpecie ſpecie, ad unum latus parallelogrāma area proie/cta fuerit in dato angulo, habeat autem ſpecies ad parallelogrā/mum rationem datam. Datur parallelogrammum ſpecie.

Data enim ſpecie ſpecie a f c b, ad unum latus c b parallelogramma areola proiecta ſit c d in dato angulo l c b. Ratio autem ſit ipſius a c ſpeciei ad c d parallelogrāmū data. Dico q datur c d ſpecie, excitetur enim ſiquidē per 31 primi ele. ipſi f c parallelus b g, & per f ip ſi b c, parallelus f g extēdāturq; f c g h, in h K ſigna. Quoniā datus eſt qui ſub f c b angulus. Et ipſius f c ad c b ratio da/ta eſt. Datū eſt igitur ipſum f p parallelogrammum ſpecie. Datur autē ſpecie a f c b ſpecies, & deſcribitur eadem recta linea c b. Ipſius igitur a b ſpeciei ad f b, parallelogrāmū per 49 propoſitionē ratio data eſt. Ipſius autem f b ad c d, ratio eſt data, quoniā iam ipſius a b, ad ſupponitur. Aequum au tem eſt c d, ipſi k b, per 31 primi elementorum. ratio igitur i/pſius K b ad c g, eſt data. Quare & ipſius f c ad c k, ratio eſt data, ipſius autem f g ad c b, ratio eſt data, ipſius igitur b c ratio data eſt. Et quoniā angulus qui ſub b c k datꝰ eſt & qui ſub b c l datus eſt, & reliquus igitur qui ſub l c k da/tus eſt. Eſt autē & qui ſub l k c, datus angulus, æquus ei qui ſub k c b. Reliquus igitur qui ſub c l K datus eſt. Datur igi/tur l c k triangulum ſpecie. Ratio ipſius igitur l c ad c k da/ta eſt. Ipſius autem c K ad b c ratio eſt data. Et ipſius igitur l c ad c b ratio eſt data. & qui ſub l c b angulus datus eſt. Datur igitur c d, parallogrammū ſpecie. Scholium



Datur f b, parallelogrammū manifeſtē, quoniā angulus f c b datur. Datur igitur & c f g

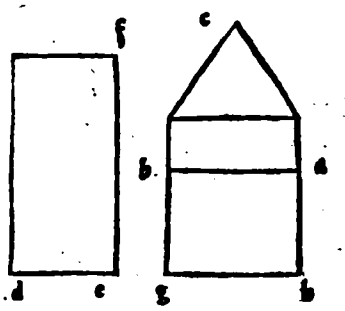
angulus,in parallelos enim f g,c b recta cecidit linea c f,efficiens interiores & ad eaſdē partes binis rectis æquales.Quorū qui ſub f c b,datur:& reliquus qui ſub c f g datur. Quare & reliqui dati ſunt & qm̄ datur ratio c f ad c b,æqualis aūt ipſa g b ipſi c f & c b ipſi f g,quare & laterū ratio datur.

Scholium.

Quoniam enim ipſius f b parallelogrāmi ad a f c b,ſpeciē ratio eſt data,ipſius autē a f c b,ſpeciei ad c d,ratiō eſt data.& ex æquali per 11 quinti ele.ipſius b f ad c d,ratio eſt data.

Theorema 62 Propoſitio 62

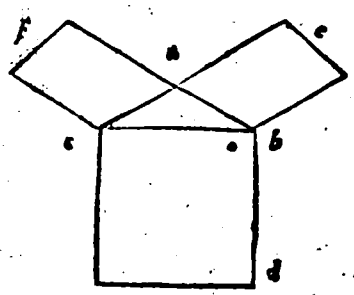
SI binæ rectæ lineæ adinuicem rationem habuerint datā. Deſcriptáque fuerit ab una quidem data ſpecie ſpecies, altera uero area parallelogramma in angulo dato, habuerit aūt ſpecies ad parallelogrammū rationē datā.Datur parallelogrāmū ſpecie.



Binæ enim rectæ lineæ a b,c d,adinuicē rationē habeāt datā,& deſcribatur ab ipſa quidē a b,data ſpecie ſpecies a e b & ab ipſa c d, parallelogrammū f d in dato angulo f c d.Rō autē ſit ipſius a e b ſpeciei ad f d parallelogrammū data.Dico q̄ datur d f. parallelogrāmū ſpecie.Deſcribatur enim ab ipſa a b ipſi d f,per 18 ſexti ele. ſimile ſimiliterq̄ poſitū a g.Quoniam ratio ipſius a b ad c d data eſt.Deſcribāturq̄ ab ipſis a b c d ſimilia ſimiliterq̄ poſita rectilinea a g,f d.Ratio igitur ipſius a g ad f d,data eſt.Ipſius autē f d ad e b ratio eſt data,& ipſius e b igitur ad a g,ratio data eſt,& angulo qui ſub b a h,datus eſt,æquales enim ei qui ſub f c d.Quoniā igitur data ſpecie:ſpecie e b ad unum latus a b proiectū eſt a g in dato angulo h a b.& ratio ipſius e b ſpeciei ad a g.parallelogrammum data eſt.Datur igitur a g ſpecie, eſtq̄ ſimilis ipſi f d,datur igitur f d ſpecie.

Theorema 63 Propoſitio 63

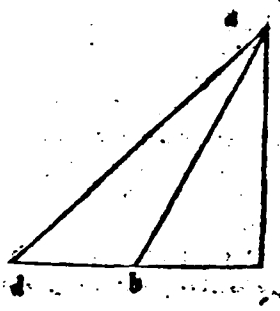
SI triangulum ſpecie datum fuerit,quod ex uno quoq̄ latere ipſius,quadratum ad triangulum rationem datam habebit.



Eſto triangulū ſpecie datū a b c.Deſcribaturq̄ ex unoquoq̄ ipſius latere quadratū e b,c d.c f.Dico quod unūquodq̄ ipſorū e b.c d,c f ad a b c,triāgulum rationē datā habebit.Nam quoniā ab eadē recta linea b e,rectilinea data ſpecie deſcribūtur utcunq̄ a b c d. Igitur per 49 propoſitionē.ratio ipſius a b c ad c d data eſt. Idq̄ propterea iam,& utriuſq̄ ipſorum e b & c f ad a b c,triangulū ratio eſt data.

Theorema 64 Propoſitio 64

SI triangulum obtuſum habuerit angulum datū qua maius quod obtuſum angulū ſubtendit latus,area lateribus obtuſum angulū cō prehendentibus ad triangulum, rationem datam habebit.

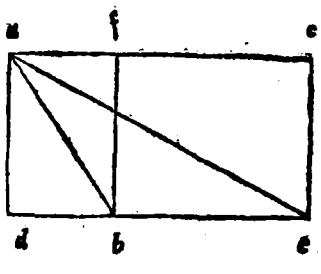


Sit triangulum obtuſum habens angulum eum qui ſub a b c.datum,extendaturq̄ in rectas lineas ipſius b c,recta linea b d.excitetur que per duodecimam primi elementorum ab ipſo a in c d.perpendicularis a d. Dico quod quo maius eſt quod ex a c eis quæ ex a b,b c.hoc eſt quod bis ſub d b. b c, ea area ad a b c.triangulū datam rationem habebit.Quoniā nāq̄ angulus qui ſub a b c,per hypotheſim datus eſt, & qui ſub a b d,datus eſt,eſt aūt & qui ſub a d.d b,datus. Reliquus

igitur

igitur qui ſub d a b, datus eſt. Datur igitur d a b triãgulum ſpecie. Ratio igitur ipſius a d ad d b, data eſt, eſtq; ſicut a d ad d b, ſic quod ſub a d, b c ad id quod d b, b c, quare & ipſius d a, b c, ad id quod ſub d b, b c, ratio data eſt. Et eius quod bis ſub d b, b c, igitur ad id quod ſub a d, b c, ratio data eſt. Sed eius quod ſub d a, b c ad a c b triangulum ratio eſt data, & eius igitur quod bis ſub d b, b c ad a b c, triãgulum ratio eſt data, eſtq; quod bis ſub d b, b c. quo maius eſt quod a c, eis quæ ex a b, b c, ipſa igitur area ad a b c, triangulum rationem datam habet. Scholium.

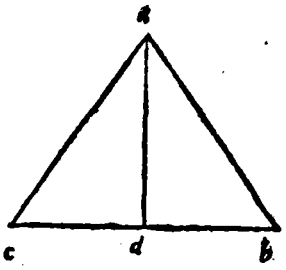
Excitetur ad angulos rectos ab ipſo b ſigno ipſi a d per 31 primi ele. æqua & parallelus b f, & ab ipſo a ſigno ipſi d c, per eandem æqua & parallelus excitetur d c, & connectatur e c, & quoniã per 31 primi elementorum parallelogrammum b e ipſius b a c trianguli duplum eſt, ſuper namq; eadem baſi, & in eiſdem eſt parallelis, comprehẽditurque parallelogrãmum ſub f e, e c, æqualis autem eſt e c, ipſi a d & f e ipſi b c. Quoniam parallelogrammum ad triangulum ratio nẽ habet, quare & parallelogrammũ ad triãgulũ ratio eſt etiam dupla. Quod uero bis ſub a d, c b, rationẽ habet datam, ad triangulum quadruplam, eſt enim ſub d c, c b ſicut in 2 elementorum.



Theorema 65 Propoſitio 65

SI triangulum acutum habuerit angulum datum, qua minus poteſt angulum acutum ſubtendens latus comprehendentibus lateribus acutum angulum, illa areola ad triangulum rationem habebit datam.

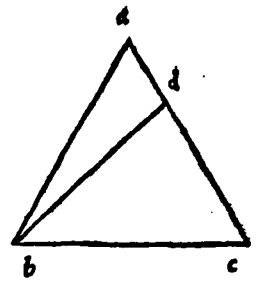
Eſto triangulum acutum habens angulum a b c. Excitetur q; ab ipſo a per 12 primi elemẽtorum perpendicularis a d. Dico quod qua minus eſt quod ex d c, eis quæ ex a b, b c, hoc eſt quod bis ſub c b, b d ad a b c triangulum rationẽ habet datam. Nam quoniam angulus a b d datus eſt & qui ſub a d b, datus eſt. Reliquus igitur q ſub b a d datus eſt. Datur igitur a b d, triãgulum ſpecie. Ratio igitur ipſius b d ad d a data eſt. Quare & eius qui ſub c b d, ad id quod ſub c b, ratio data eſt, & eius quod bis ſub c b, b d igitur. Sed eiꝰ quod ſub c b, b d ad ea quæ ex a b, b c, quo igitur minus eſt quod ex a c eis quæ ex a b, b e, ea area ad a b c, triãgulum rationem habet datam.



Theorema 66 Propoſitio 66

SI triangulum datum habuerit angulum, rectangulum ſub datum angulum comprehendentibus rectis lineis ad triangulum rationẽ habebit datam.

Eſto triangulum a b c, datum habens angulum eum qui ad a. Dico q; quod ſub b a c ad a b c, triangulum rationẽ habet datam, excitetur enim per duodecimam primi elementorum ab ipſo b in ipſam a c perpendicularis b d. Quoniam igitur angulus b a c, datus eſt. Eſt autem & qui ſub a d b, angulus datus. Et reliquus igitur qui ſub a b d angulus datur. Datur igitur a b d, triangulum ſpecie. Ratio igitur ipſius a b ad b d data eſt. Sicut autem a b ad b d, ſic quod ſub b a c ad id quod ſub b d a c. Quare & eius qui ſub b a c, ad id quod ſub b d a c ratio eſt data. Eius autem quod ſub a c, b d ad a b c, triangulum ratio eſt data. Et eius qui ſub b a c, igitur ad a b c, trianguli ratio eſt data.

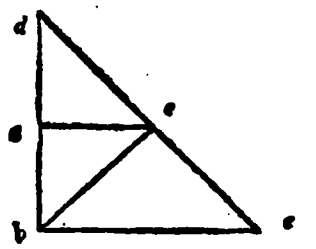


Theorema 67 Propoſitio 67

SI triangulum datum habuerit angulum, qua maius poſſint datum angulum comprehendentia latera ut unum, ea quæ ex reli-

quo, area ad triangulum rationem habebit datam.

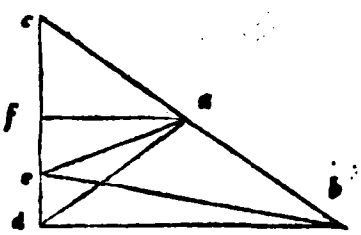
Esto triangulum a b c, datum habens angulum b a c. Dico quod quo maius est quod ex utraque b a c, eo quod ex b c, ea area ad a b c, triangulum rationē habet datam. Extendatur enim in rectas lineas ipsius a b ipsa a d ponaturq; ipsa a c æqualis ipsi a d per 2 primi elementorum & connexa recta linea d c extendatur in e, excitetur q; per 31 primi elementorum ab ipso b ipsi a c parallelus b e. Et quoniam æqualis est a d ipsi a c æqualis igitur est & d b ipsi b e. extenditur q; quædam b c. Quod igitur sub d c e, una cum eo quod ex b c, æquum est ei quod ex b d, æqualis autem est d a ipsi a c. Quod igitur ex utroque b a c, æquum est ei quod sub d c e, una cum eo quod ex b c. Quare quod ex utroque b a c, eo quod ex b c maius est eo quod sub d c e.



Dico iam quod eius quod sub d c e ad a b c triāgulum ratio est data. Quoniam enim angulus b a c, datus est, & cō sequens igitur qui sub d a c, datus est, est autem & uterque ipsorum a b c, d e a datus. Dimidia namque sunt eius qui sub b a c. Datur enim qui sub b a c, datur igitur triangulum d a c specie. Ratio igitur ipsius d a ad d c, data est. Quare & eius quod ex a d ad id quod ex d c ratio data est Et quoniam est sicut b a ad a d, sic est e c ad c d, sed sicut quidem b a ad a d, sic quod sub b a ad id quod ex a d. Sicut autem e c ad c d, sic quod sub e c, c d ad id quod ex c d, & sicut igitur per undecimam quinti elemētorum, quod sub b a ad id quod ex d a, sic quod sub e c d, ad id quod ex c d. Et uicissim igitur per decimamsextam quinti elementorum quod sub b a d ad id quod sub e c d, sic quod ex a d id quod ex d c. Ratio autem eius quod ex a d ad id quod ex d c data est. Ratio igitur & eius quod sub b a d ad id quod sub e c d data est. Aequalis autem est d a ipsi a c. Ratio igitur eius quod sub b a c, ad id quod sub e c d, data est, eius autem quod sub b a c, trianguli ratio est data, eo quia angulus qui sub b a c datus est. Et eius qui sub d c e, igitur ad a b c ratio est data. Estq; quod sub d c e, eo maius quod est ex utraque b a c, eo quod ex b c. Quo uero maius est quod ex utroque b a c, eo quod ex b c ea area ad triāgulum rationem datam habebit.

Aliter.

Constituantur enim eadem quæ prius, excitetur q; per duodecimam primi elementorum ab ipso a in e c perpendicularis a f, connectatur que a d, & quoniam datus est angulus b a c & eius dimidium est angulus a c f. est autem & angulus a f c, datus. Datur igitur triangulum a f c specie. Ratio igitur ipsius a f ad f c, data est, ipsius autem f c ad c e, ratio data est Dupla siquidem eius est. & ipsius igitur e c, ad a f ratio data est. Quare & eius qui sub e c d ad eū qui sub a f c d ratio data est. Quare & eius qui sub e c d, ad eum qui sub a f c d, ratio data est. Duplum siquidem illius est & eius qui sub e c d, igitur ad eum qui sub a c d, ratio data est, æquum autem est a c d, triangulum ipsi a b c triangulo per trigesimamseptimam primi elementorum. in eadem siquidem basi a c, & in eisdem sunt parallelis a c, b d, & eius qui sub e c d, igitur ad a b c, triangulum ratio est data, estque quæ sub e c d, qua maius est quod ex utroque b a c, ea quæ ex b c, qua maius est quod ex utroque, b a, a c, ea quæ ex c b area ad triangulum rationem habet datam.

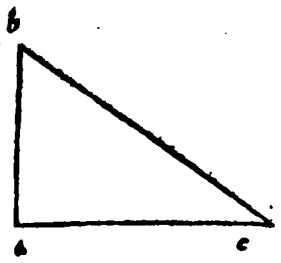


Aliter

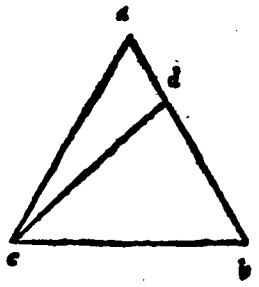
Angulus a aut est rectus, aut acutus, aut obtusus, sit prius rectus, quod igitur ab utroque b a c, id quod ex b c excedit eo quod bis sub b a c & eius quod bis sub b a c ad a b c triangulum ratio data est. Esto autem acutus qui sub b a c exciteturque per duodecimam primi elementorum ab ipso c in ipsam a b perpendicularis c d, quoniam triangulum a b c, oxygonium est. & excitatur perpendicularis c d. Quæ igitur ex b a c, æqua sunt & ei quod ex b c, & eis quod bis sub b a d. Commune adiungatur quod bis sub b a c. Quæ igitur ex b a c, una cum eo quod bis sub b a c, quod est ex utroque b a c, æqua sunt ei quod ex b c & ei quod bis sub b a d, & insuper ei quod bis sub b a c, hoc

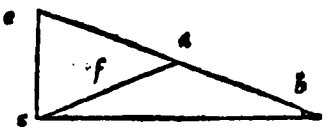
est

est ei quod bis sub utroque e c d & a b. Quare quod ex utroq; b a c maius est eo quod ex b c, eo quod bis sub utroq; c a d & a b. Quare quod ab utroque b a c maius est eo q; ex b c, eo quod bis sub utroq; d a c & b a, & quoniam angulus b a c datus est, & qui sub a d c quoque datus est. Et reliquus igitur qui sub d c a datus est. Datur igitur triangulum a d c, specie. Ratio igitur ipsius a d ad a c, data est, quare & utriusque d a c ad a c, ratio est data. Et eius igitur quod sub utroque d a c, & a b ad id quod sub b a c, ratio est data. Et eius quod bis sub utroque d a c & a b ad id quod sub b a c ratio est data. Eo quia qui sub b a c, angulus datus est. & eius quod bis sub utroque d a c, & a b igitur ad a b c triangulum ratio data est. Sed iam esto angulus qui sub b a c obtusus, & producta b a in eam per duodecimam primi elementorum perpēdicularis agatur c e, & ponatur per secundam primi elementorum ipsi a e æqualis a f.



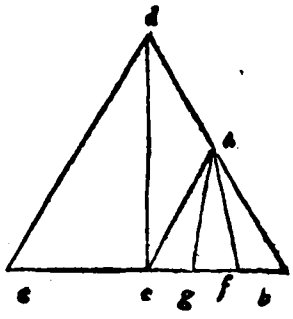
Quoniã igitur angulus b a c, est obtusus excitatur q; perpendicularis c e, quæ igitur ex b a, a c una cum eo quod bis sub b a e, hoc est bis sub b a f, æqua sunt ei quod ex b c. Cõmune proiectum sit quod bis sub b a c. Quæ igitur ex b a, a c unà cum eo quod bis sub b a c, hoc est, ex utroque b a c, una cum eo quod bis sub b a f. æqua sunt ei quod ex b c, una cum eo quod bis sub b a c. Cõmune auferatur quod bis sub b a f, quod igitur ab utroque b a c æquũ est ei quod ex b c, & ei q; bis sub b a c f. Quare quæ ex utroque b a c. id quod ex b c. excedit eo quod bis sub b a e f. & quoniam angulus b a c. datus est. & qui sub e a c, igitur datus est. Sed & qui sub c e a, datus est. & reliquus igitur qui sub a c e. datus est. Datur igitur a e c triãgulum specie. Ratio igitur ipsius c a ad a e, data est. hoc est ad a f. Quare & ipsius a c ad c f, ratio est data. Ipsius autem a c ad c e ratio est data, & ipsius e c ad c f igitur ratio est data. Quare & eius q; sub e c, a b ad id quod sub c f a b ratio est data. Ipsius autẽ q; ex a b, c e ad a b c, triãgulum ratio est data: quare & eius quod sub c f, b a ad b c triangulum ratio est data. estque quod bis sub f c b a, quo maius est quod ex b c: eo igitur maius est quod ex utroque b a c eo quod ex b c, ea area ad triangulum rationem habet datam.





Aliter.

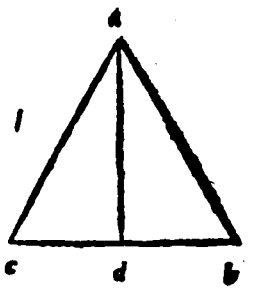
Excitetur b a & ipsi a c æqualis ponatur d a connectatur que d c. Quoniam igitur angulus a b c datus est. & eius uterque qui sub a d c, a c d, dimidium est. Datur ergo uterque eorum qui sub a d c, a c d. & reliquus igitur qui sub d a c, datus est. Datur ergo triangulum a c d specie. Ratio igitur ipsius a c ad c d, data est. Et quoniam qui sub a d c, datus est, excitetur eidem æquus uterque eorum qui sub d e c, a f c, per uigesimamsecundam primi elementorum. Et quoniam angulus b d c, ipsi d e c æquus est. Cõmunis autem qui sub a b c, ipsius d b e trianguli existens, & ipsius d b c. Reliquus igitur angulus d b e, reliquo angulo b c d est æqualis, æquiangulum igitur est b d e, triangulum ipsi d b c triangulo. Est igitur sicut e b ad b d, sic est d b ad c b. Quod igitur sub e b, b c, hoc est quod sub e c b, una cum eo quod ex c b ei æquum est quod ex b d, hoc est ei quod ex utroque b a c, æqualis enim est d a ipsi a c. Quod igitur sub e c b, una cum eo quod ex c b, æquum est ei quod ex utroque b a c. Quod igitur ex utroq; b a c, id q; ex b c excedit eo q; sub b c e. Dico igitur quod ratio ipsius qui sub b c e ad a b c, triangulũ data est. Quoniã æqualis est angulus b d e, angulo b c d, quorũ qui sub a d c, ei qui sub a c d, est æqualis. Reliquus ergo qui sub c d e, reliquo qui sub a c b est æqualis. Est autem & qui sub d e c, ei qui sub a f c, æqualis: reliquus ergo qui sub c a f, reliquo qui sub d c e, est æqualis, æquiangulum igitur est triangulum a c f, triangulo d e c. Est igitur sicut c a ad a f, sic d c ad c e: & uicissim igitur per decimãsextam quinti

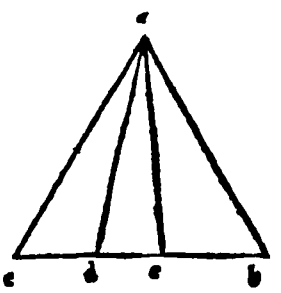


elementorum ſicut c a ad d c, ſic a f ad c e. Ratio autem ipſius a c ad c d, data eſt. Ratio igitur ipſius a f ad c e, data. Excitetur per duodecimam primi elementorum, ab ipſo a in b c perpendicularis a g, & quoniam angulus a f c datus eſt, eſt autem & qui ſub a g f, datus, & reliquus ergo qui ſub g a f, datus eſt. Datur ergo a g f triangulũ ſpecie. Ratio igitur ipſius f a ad a g, data eſt, ipſius autẽ f a, a c, c e ratio data eſt. Quare & quod ſub a g b c ad id quod ſub b c, c e, ratio data eſt. Eius autẽ quod ſub a g, b c, ad id quod ſub a b c, triangulum ratio eſt data, & eius quod ſub b c, c e, ad a b c ratio eſt data. Eſt autem quod ſub b c, c e, qua maius eſt quod ex utroque b a c eo quod ex b c. Qua igitur maius eſt quod ex utroque b a c eo quod ex d c, ea area ad triangulum rationẽ habet datam.

Scholium ſuper prima demonſtratione 6 propoſitionis.

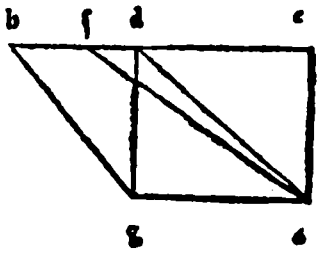
Si in triangulo iſoſcele acta fuerit aliqua recta linea utcunque in baſim, quod ex acta una cum eo quod ſub baſis ſegmentis, æquum eſt ei quod ex uno laterum æqualiũ gignitur. Sit nempe iſoceles triangulum a b c, æquum habens latus a b lateri a c, & ab ipſo a in b c agatur quædã recta linea utcũq; a d. Dico quòd quod ex a d una cum eo quod ſub b d c, æquũ eſt ei quod ex a c. Ipſa a d in b c, aut perpendicularis eſt aut non. Sit prius perpendicularis, & quoniã recta linea aliqua b c ſecatur bifariam in d. Quod igitur ſub c d b: æquum eſt ei quod ex b d, cõmune apponatur quod ex a d, quod igitur ſub c d b una cum eo quod ex a d, æquum ei eſt quod ex a d, d b. At eis quæ ex a d, d b æquum eſt quod ex a b. Quod uero ſub d b una cum eo quod ex a d, æquum eſt ei quod ex a b. Sed iam non ſit perpendicularis a d, excitetur que ab ipſo a, in b c perpendicularis a e. Et quoniam recta quædam linea ſecatur in æqualia in e, & in inæqualia in d. Igitur per nonam ſecundi elementorum quod ſub c d b, una cum eo quod ex d e, ei eſt æquum quod ex b e commune apponatur quod ex a e, igitur quod ſub c d b una cum eo quod ſub a e, e d, æquum eſt ei quod ex a e, e b, æquum eſt autem eis quæ ex a e, e d, id quod ex a d. Quod igitur ſub c d b, unà cum eo quod ex a d, eis eſt æquum quod ex a d b, & eis quæ ex a d b, id quod ex a b, eſt æquum, quod autẽ ſub c d b, una cum eo quod ex a d ei quod ex a b.





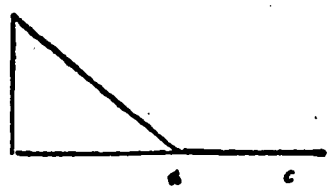
Scholium in ſecundam demonſtrationem.

Quoniam autem quod ſub a f c d, trianguli duplũ ſit ſic demonſtrabimus, excitetur per a ipſi c d, parallelus per trigeſimam primi elementorum, ipſa a g, & per eandem ipſi a f, per g parallelus excitetur g h. Bina igitur ſunt parallelogramma ipſa a h, a d, ſupponitur autem a c ipſi d g parallelus ſuper eadem baſi a g exiſtentes & in eiſdem parallelis a g, c h, parallelogrammum igitur a h per trigeſimamquintam primi elementorum, ipſi a d parallelogrammo æquum eſt, & quoniam quod ſub a f, a g, eſt ipſum a h, æqualis autẽ eſt a g ipſi c d & quod igitur ſub a f, c d, eſt & a h. Duplum autem eſt a h ipſius a c d triãguli per 41 primi elemẽtorum: quoniam & a d. Quod igitur ſub a f, c d, duplum eſt ipſius a c d trianguli.



Item ſcholium.

Si enim efficiemus in rectas lineas d a ipſi a c, ſicut d a c, & per d ipſi d c, per undecimam primi elementorum ad angulos rectos excitemus d b. Manifeſtũ quod manente quidem æquali d a ipſi d c ipſa autem d c ipſi a c, ipſa uero b a ipſi d a, manifeſtum erit quod dictum eſt. Quoniam enim ſicut ſe habent baſes, ſic & parallelogrãma ſub eodem faſtigio exiſtentia.



Super tertia demonſtratione ſcholium.

Eſto recta linea d e, & ipſi quidem d e, ponatur d a, ipſi autem a c, ipſa a c, & ab ipſo a ipſi d c per undecimam primi elementorum ad angulos excitetur rectos a b & ipſi a b æqualis

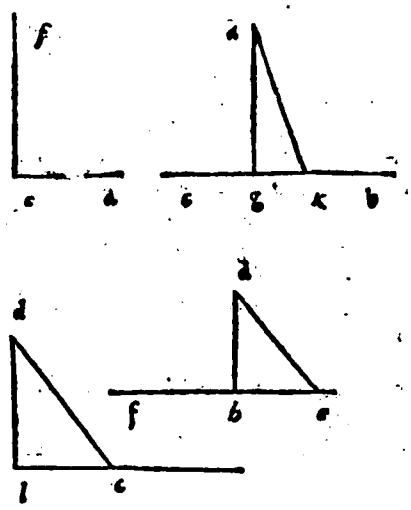
qualis eſto d c. Quoniam igitur ipſius d a c ad c a, ratio data eſt, ſicut autem d a c, ad c a, ſic quòd ſub d a c, a b, ad id quod ſub c a, a b, & eius quod ſub d a c, a b, ad id quod ſub c a, a b, igitur ratio eſt data: eſt autem & eius quod ſub c a, a b ad a b c, triangulum ratio data per 66 theorema, & quod ſub d a c, a b. igitur ad id quod ex a b c triangulum ratio eſt data per 1 theorema.

Super eadem ubi agitur de angulo obtuſo.

Si enim per c ipſi e b: per 31 primi elementorum agamus parallelos, & per eandem per a b ipſi e c, agamus parallelos, manifeſtum enim quòd quod ſub e c, a b eſt ipſum a b & a g ipſius a b c, trianguli duplum eſt, ac per hoc & a b c, triangulum rationem data tam habet: ſi enim per c ipſi e b, & per a b ipſi e c, per eandem parallelos agamus, manifeſtum igitur, quæ enim ex a ipſi e c, eſt æqualis, ſicut in ſuperiori ſcholio habetur.

Super quarta demonſtratione 67.

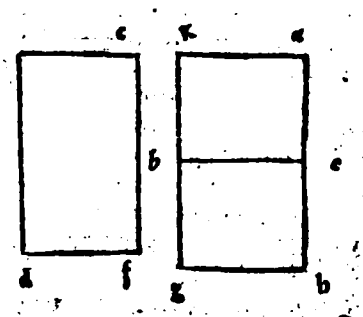
Quoniam autem ipſam d e c, ipſi a d c, æqualem conſtituere poſſimus: ſeorſum ab Apollonio ſic demonſtrabimus, quoniam enim angulus a c d æquus eſt angulo a d c, maior eſt qui ſub b̂ c d. eo qui ſub a d c: ponatur, inquam, ipſi b c d, æquus angulus qui ſub b d e, & extendatur b c, eſt autem angulus qui a d b, communis & ipſius d b c, & ipſius d b e, trianguli. Reliquus ergo qui ſub b d c, reliquo qui ſub d e c eſt æqualis. Quoniam autem uniuerſaliter ſit poſſibile à dato ſigno ſicut a, in datam rectam lineam b c, deducere rectã lineã æquũ efficientẽ angulũ dato angulo d e f, ſic oſtẽdemus. Angulus enim d e f, aut eſt rectus, aut acutus, aut obtuſus. Siquidẽ igitur rectus eſt, manifeſtũ, ago enim ab ipſo a perpẽdicularẽ a g, æquus igitur eſt angulus e ipſi g. Sed iã eſto angulus d e f, acutus excitetuŕq; per duodecimã primi elementorum ab ipſo d in e f, perpendicularis d h, ab ipſo autem a in b c ipſa a g, conſtituaturque ad ipſam a g rectam lineam ad ſignumque in ea a ipſi e d h, per 23 primi elementorum, æquus angulus g a k. Reliquus igitur qui ſub d e f, ei eſt æquus qui ſub a k g. Sed iam eſto obtuſus angulus qui ſub d e f, extenſa igitur d e, in l: acutus igitur qui ſub f e l, perpendicularis excitetur per duodecimam primi elementorum d l, & ipſi l d e. æqualis ponatur g a k. Sic igitur qui ſub d e l, ei eſt æquus qui ſub a k g. Quare & ex conſequẽti qui ſub d e f, ei qui ſub a k b eſt æqualis.



Theorema 68 Propoſitio 68

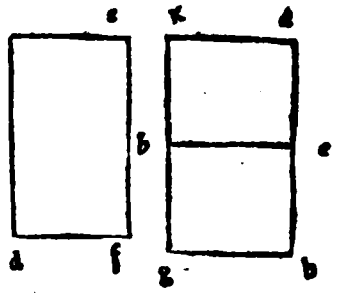
SI bina æquiangula parallelogramma adinuicem rationem data habuerint, & unum latus ad unum latus rationem habuerit datam, & reliquum latus, ad reliquum latus rationem habebit datam.

Bina ſiquidem parallelogrãma a b, c d adinuicem rationem habeant datam, habeat autem & unum latus ad unum latus rationem datam, ſit autem ipſius b e ad f d, ratio data. Dico quod & ipſius a e ad f c, ratio eſt data comparetur enim ad ipſam e b, parallelogrammum æquum ipſi c d, ſitque per uigeſimamquintam ſexti elementorum e g, ponaturque ut a e ipſi e h, ſit in rectas lineas, in rectas igitur lineas eſt k b ipſi b g. Quoniam igitur ipſius a b ad c d ratio eſt data, æquum eſt autem c d ipſi e g. Ratio igitur ipſius a b ad e g, eſt data: quare & ipſius a e ad e h, ratio eſt data. Et quoniam æquũ eſt e g,



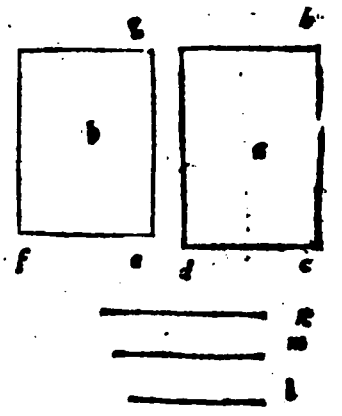
ipſi

ipſi c d,eſt autem & æquiangulum. Igitur per 14 ſexti elementorum latera quæ circum æquos angulos ſunt reciproca,eſt igitur ſicut e b ad f d,ſic eſt c f ad e h. Ratio autē ipſius e b ad f d data,& ipſius igitur c f ad e h. ratio eſt data,ipſius autem e h ad a e,ratio eſt data,& ipſius igitur a e ad c f,ratio eſt data.



Aliter.

Exponatur data recta linea k,& quoniam ratio ipſius a ad b data eſt,eadem eidem fiat quæ ipſius k ad l. Ratio autē ipſius a ad b data,& ipſius igitur k ad l ratio eſt data. Data autem eſt k,data igitur & l per cōuerſionem. primæ diffinitionis. Rurſus quoniam ipſius c d ad e f,ratio eſt data,eadem eidem fiat quæ ipſius k ad m. Igitur ratio ipſius k ad m data eſt. Data autem & k. data igitur & m, eſt autem & l data. Ratio igitur & ipſius l ad m data eſt,& quoniam æquiangulum eſt a ipſi b,igitur a ad b rationē habet ex lateribus cōpoſitam,per 23 ſexti ele. hoc eſt ex ea ratione quam habet c d ad e f,& h c ad e g. Sed & k ad l rationem habet cōpoſitā ex ea quam habet k ad m. & m ad l. Ratio igitur compoſita ex ea quam habet c d ad e f,& h c ad g e eadem eſt compoſitæ rationi ex ea quam habet k ad m,& m ad l. Quarū ipſius c d ad e f,ratio eadē eſt ei quæ eſt ipſius k ad m ratiōi,reliqua ergo quæ ipſius h c ad g e,ratio eadē eſt ei quæ eſt ipſius m ad l. ipſius autē m ad l ratio eſt data. Igitur & ipſius h c ad e g, ratio eſt data.



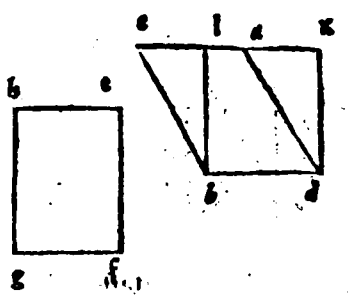
Scholium.

Si fuerint binæ rectæ lineæ,aſſumaturq; quædam una recta linea,una priorum ad alteram rationem habet cōpoſitam ex ea quam habet prima ad extrinſecus utcunq; ſumptam,& quam aſſumpta ad alteram.

Theorema 69 Propoſitio 69

SI bina parallelogramma datos angulos habuerint, habuerint autem & ad inuicem rationem datam, unumq; latus uni lateri rationem habuerit datam, & reliquum latus ad reliquum latus rationem datam habebit,

Bina ſiquidem parallelogramma a b,g e,datos habētia angulos,eos qui ad d f,adinuicem rationē datā habeant. Ipſius autem d b ad f g,ratio ſit data Dico quod & ipſius a d ad e f ratio data eſt. Siquidem igitur æquiangulum eſt a b parallelogrammum ipſi e g,parallelogrammo,manifeſtū eſt. Si autē non. Cōſtituatur per 23 primi elemen ad ipſam d b ad ſignumq; in ea d ei qui ſub e f g,æqualis angulus b d k. Compleaturq; d l. parallelogrammum. Quoniã uterq; ipſorū d a c,a k d,angulorum datus eſt,& reliquus igitur qui ſub a d k, datus eſt. Datur igitur triangulum a d k ſpecie. Igitur ipſius a d ad d k, ratio data eſt. Et qm̃ ipſius d c ad f h ratio eſt data,ſupponitur enim & eſt æquū d c ipſi d l. per 34 primi ele. Ratio igitur ipſius d l ad f h data eſt. Et æquiangulum eſt d l ipſi f h,& ratio ipſius d l ad f h data eſt. Eſtq; ipſius d l ad e g,ratio data,& inſuper ipſius d b ad f g id enim eſt receptum. Ratio igitur & ipſius d k ad e f data eſt,& ipſius d k ad d a ratio eſt data,& ipſius igitur a d ad e f,ratio eſt data.



Scholium.

In uniuerſum enim ſi parallelogrammi unus angulus datus fuerit,& reliqui dati erunt,uno enim dato neceſſario & conſequentes dabuntur, quare & econuerſo.

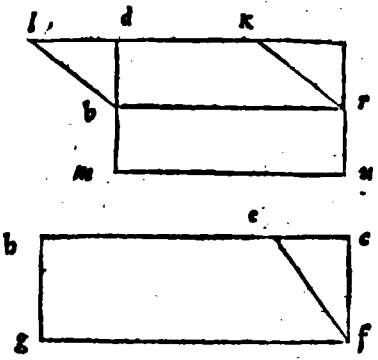
Theorema 70 Propoſitio 70

SI binorum parallelogrammorum quæ circum æquales angulos

uel

uel inæquales datos tamen latera adinuicem rationem datam habuerint, & ipſa parallelogramma adinuicem rationem datam habebunt.

Binorum ſiquidem parallelogrammorum a b, e g, quæ circum angulos qui ad f c, aut æquos aut inæquales datos tamen latera adinuicem rationem habeant datam, hoc eſt ſit ratio ipſius quidem a c ad e f, data itidemque ipſius b c ad f g. Dico quod & ipſius c d, ad f h, ratio eſt data, eſto enim æquiangulum c d ipſi f h. Compareturq; per uigeſimam quintã ſexti elemen. ad c b, rectam lineam ipſi f h, parallelogrammo æquũ parallelogrãmum c m, ponaturq; ut a c ipſi c n, ſit in rectã lineam. Igitur & d b ipſi b m, erit in rectam lineam. Et æquum eſt b n ipſi f h, eſt autem & æquiãgulũ. Igitur per decimamquartã ſexti elementorum ipſorum b n, h f, latera quæ circum æquos angulos ſunt reciproca. Eſt igitur c b ad f g ſic f e ad c n. Ratio aũt ipſius e b ad f g data eſt. Rõ igitur & ipſius e f ad c n data eſt, ipſius aũt e f ad a c rõ eſt data: & ipſius igitur a c ad c n rõ eſt data. Quare & ipſius c d ad c m, rõ eſt data: eſt aũt c m ipſi f h, æquale. Rõ igitur & ipſius c d ad e g, data. Non ſit iam æquiangulũ a b ipſi f h. Conſtruaturq; per 23 primi elemẽtorũ ad ipſam b c, rectã lineam, ad ſignumq; in ea c ei qui ſub e f g, angulo æqualis angulus b c k, compleaturque parallelogrammum c l. Et quoniam angulus a c b datus eſt, & reliquus igitur qui ſub a k c, datus eſt, eſt autem & qui ſub c a k datus, & reliquus igitur qui ſub a k c datus eſt. Datur ergo triangulũ a c k ſpecie. Ratio igitur ipſius a c ad e k eſt data, ipſius autem a c ad e f, ratio eſt data. ipſius aũt a c ad e f, rõ eſt data, & ipſius c k, igitur ad e f, ratio eſt data, eſt autem & ipſius c b ad f g, ratio data, æquũ aũt eſt c l ipſi c d. Ratio ipſi c d. Ratio igitur ipſius c d ad f h, data eſt.



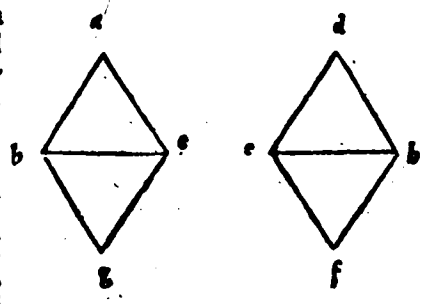
Scholium.

Nam quoniam æquiangulum eſt a b ipſi e g, æqualis eſt qui ſub a c b ei qui ad g & qui ad f exterior interiori, & alius igitur ad g ei qui ad f eſt æqualis, ſimiliter quoque & alij a c b, in rectum igitur eſt d b ipſi b m. Quoniam enim parallelus eſt a g ipſi d m anguli qui ſub d b c, b c n, inuicem ſunt æquales. Rurſus quoniã parallelus eſt m b ipſi a c, qui ſub m b c, a c b ſunt inuicẽ æquales, qui ſub a c b, b c n, eis qui ſub d b c, c b l ſunt æquales. Recti enim duo, qui ſub a c b, b c n, & qui ſub d b c, c b m. Si autem ad aliquam rectã lineam & ad ſignum & quæ ſequuntur ut in 23 primi elementorum.

Theorema 71 Propoſitio 71

SI binorum triangulorum quæ circum æquos angulos, uel inæquales, datos tamen, latera rationem habuerint datam, & eadem triangula adinuicem rationem datam habebunt.

Duorum, inquam, triangulorum a b c, & d e h. quæ circum æquos angulos, aut inæquales datos tamen, latera adinuicem rationem habeant datam. Sitque ipſius b a ad d e, ratio data, & ipſius a c ad d h. Dico quod & ipſius a b c trianguli ad d e h triangulum ratio eſt data. Compleantur enim a g, d f, parallelogramma: quoniam igitur binorum parallelogrammorum a g, d f, quæ circum æquos angulos, uel inæquales datos tamen, eos qui ad a d latera adinuicem rationem habent datam, & parallelogramma per præcedentem rationẽ datã habebunt. Ratio igitur ipſius a g ad d f data eſt, ipſius autem a g dimidium eſt per conuerſionẽ quadrageſimamprimam primi elementorum. triangulum a b c, ipſius autem d f, per eandem ipſum d e h. Ratio igitur a b c trianguli ad d e h triangulum data eſt.

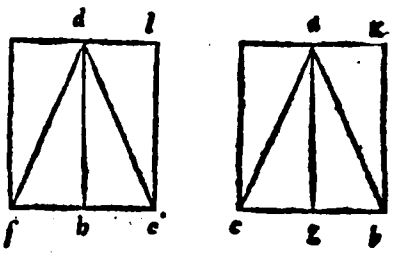


Theore

Theorema 72 *Propoſitio* 72

SI duorum triangulorum baſes in data ratione fuerint, & quæ in ipſas ductæ ab angulis aut æquos aut inæquales angulos efficiẽtes, datos tamen, eos qui ad baſim, adinuicem rationem habuerint datam, & eadem triangula adinuicem rationem habebunt.

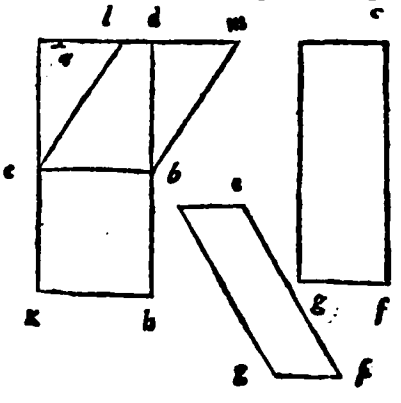
Sint bina triangula a b c, d e f, excitẽturq; a g, d h, aut æquos angulos efficiẽtes a g c, d h f, uel inæquales: datos tamen. Eſtoq; ratio ipſius quidẽ b c ad e f data ipſius aũt a g, ad d h, itidem data. Dico q; & ipſius a b c triãguli ad d e f, triangulum ratio data eſt. Cõpleantur enim ipſa k c, l f, parallelogramma, & quoniam anguli a g c, d h f, aut æquales, aut inæquales ſunt, dati tñ, æqualis aũt eſt angulꝰ a g c, angulo k b c, & q ſub d h f, ei qui ſub l e f. Et qui ad b e, igitur anguli aut æquales aut inæquales ſunt, tamẽ dati. Et quoniã ratio ipſius a g ad d h data eſt, æqualis autem eſt a g ipſi k b & d h, ipſi l e. Ratio igitur ipſius k b ad l e, data eſt: eſt autem & ipſius b c ad e f, ratio data, & qui ad b e, ſigna anguli aut æquales, aut inæquales ſunt, dati tamen. Et ipſius igitur c k, parallelogrammi ad l f, parallelogrammum ratio eſt data. Quare & ipſius a b c triãguli ad d e f, triangulum ratio eſt data.



Theorema 73 *Propoſitio* 73

SI binorum parallelogrammorum quæ circũ æquos aut inæquales angulos, datos tamen, latera ſic ſe habuerint ſicut latus ad aliquid aliud, habuerit autem & reliquum primi latus ad idem rationẽ datam & ipſa parallelogramma adinuicem rationẽ datã habebunt.

Binorum, inquam, parallelogrammorũ a b, e g, quæ circũ æquales aut inæquales angulos, datos tamen, eos qui ad c f, latera ſic adinuicem ſe habeãt, ut ſit ſicut c b ad f g, ſic e f ad c k. Ipſius autem a c ad c k ratio eſto data. Dico quod & ipſius c d, parallelogrammi a e g parallelogrammũ ratio eſt data. Sit enim prius a b ipſi e g, æquiangulum, compareturque per 29 ſexti elementorum ad ipſam c b, rectam lineam ipſi e g parallelogrammo æquum c h, ponaturque ut a c ipſi c k, ſit in rectam lineam. In rectã igitur eſt linea & d b: ipſi b h, & quoniã c h, ipſi e g eſt æquale, eſt autem & æquiãgulum c h ipſi e g. Ipſorum igitur c h e g, latera quæ circũ æquales angulos per 14 ſexti elemẽtorum ſunt reciproca: eſt igitur ſicut b c ad f g, ſic eſt f e ad c k. Sicut autẽ c b ad f g, ſic e f, ad quã a c, rõnẽ habet datã. Ad a c uerbi gratia ad d aut quãpiã aliã rõnẽ habet datã Ratio igitur ipſius a c ad c k eſt data. Quare & ipſius a b ad c h, hoc eſt e g, ratio data eſt. Non ſit autem æquiangulum. Cõſtituaturque per 23 primi elementorum ad ipſam c b rectam lineam, ad ſignaque ad ipſam c ei qui ſub e f g, angulo, æquus angulus qui ſub b c l, cõpleaturque c m parallelogrammũ. Quoniam uterq; qui ſub a c b, l c b angulorum datus eſt, & reliquus igitur q; ſub a c l eſt datus. Datur autem & qui ſub c a l, & reliquus ergo qui ſub c l a datur. Quare triãgulum a c l ſpecie datur. Ratio igitur ipſius a c ad c l data eſt. Et quoniã eſt ſicut b c ad f g, ſic eſt e f, a d, quam ipſa a c, rationem habet datã. Ipſius autẽ a c ad c l, ratio eſt data: eſt igitur ſicut c b ad f g, ſic f e ad c l. Eſtque æqualis angulus l c m, angulo e f g. Ratio igitur ipſius c m parallelogrammi ad e g, parallelogrammũ data eſt. Aequum autem eſt c m ipſi c d. Ratio igitur ipſius c d ad h g data eſt.

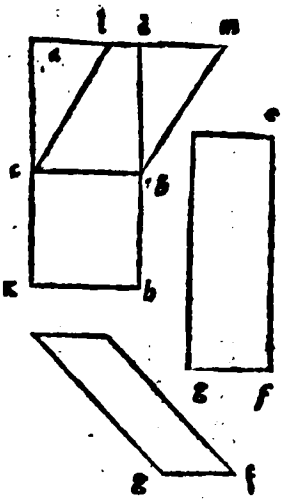


Theorema 74 *Propoſitio* 74

SI bina parallelogramma rationem adinuicem datam habuerint, aut in angulis æqualibus, aut inæqualibus datis tamẽ, erit ſicut

ſicut primi latus ad ſecundi latus, ſic alterum ſecundi latus ad quod reliquū primi rationem habet datam.

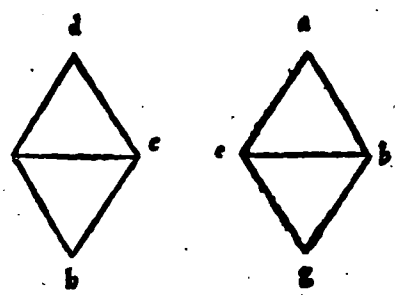
Bina ſiquidem parallelogramma a b, e g, adinuicē rationē habeant datā, aut in æqualibus aut in inæqualibus angulis datis tamen eis qui ad c f. Dico quod eſt ſicut c b ad f g, ſic eſt e f ad quod a c, rationem habet datam. Ipſum, inquam, a b. ipſi e g, aut eſt æquiangulum aut non. Sit prius æquiangulū, cōpareturq; ad rectā lineā c b ipſi e g, parallelogrāmo per 45 ſexti elemētorū æquū parallelogrāmū c h, ponaturq; ut a c ipſi c k, ſit in rectam lineā. In rectā igitur eſt lineā d b ipſi b h, & quoniā ipſius a b ad e g, ratio eſt data, æquum autem eſt e g ipſi c h: ratio igitur ipſius a b ad c h, data eſt. quare & ipſius a c ad c k ratio eſt data. Et quoniam æquū eſt c h. ipſi e g, eſt aūt & æquiāgulum. Ipſorū igitur c h, e g, per 14 ſexti ele. latera quæ circum æquos angulos ſunt reciproca. Eſt igitur ſicut c b ad f g, ſic e f, ad quod a c, rationē datam habet. Non ſit autem æquiangulum conſtituaturq; per 45 primi ele. ad ipſam c b rectam lineā ad ſignumq; in ea c ei qui ſub e f g, angulo, æqualis angulus l c b. Compleaturq; c m parallelogrammum. Quoniam igitur ipſius c m ad e g, ratio eſt data. æquū eſt autem c d ipſi c m. Ratio igitur ipſius c m ad e g data eſt, eſt autem angulus l c b, angulo e f g, æqualis, eſt igitur ſicut b c ad f g, ſic e f ad quod c l rationem habet datam, ipſius autem c a ad c l, ratio eſt data, eſt igitur ſicut c b ad f g, ſic e f ad quod a c, rationem habet datam.



Theorema 75 *Propoſitio* 75

SI bina triangula adinuicem rationem habuerint datam, aut in æqualibus angulis autē in inæqualibus, datis tam, erit ſicut primi latus ad ſecundi latus, ſic alterum ſecundi latus ad quod reliquum primi rationem habet datam.

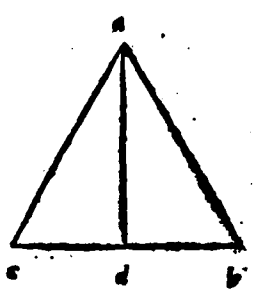
Sint bina triangula a b c, d e f, adinuicem rationem datā habentia, ſintque anguli qui ad a d aut æquales aut inæquales, dati tamen. Dico quod eſt ſicut a b ad d e, ſic eſt d f ad quod a c, rationem habet datam. Compleantur enim a g d h parallelogramma, & quoniam trianguli a b c ad d e f, triāgulum ratio eſt data. Ratio igitur & ipſius a g. parallelogrammi a d. d h parallelogrammum data eſt. Quoniā igitur bina parallelogramma a g, d h adinuicem rationē habēt datā aut in æqualibꝰ, aut in inæqualibus angulis, datis tamen. Eſt igitur per præcedentem ſicut a b ad d e, ſic d f ad quod a c rationē habet datam



Theorema 76 *Propoſitio* 76

SI à uertice triāguli ſpecie dati in baſim perpēdicularis acta fuerit, acta ad baſim rationē habet datā.

Sit ſpecie datū triāgulum a b c, excitetur q; ab ipſo a in b c, perpendicularis a d. Dico quod ratio ipſius a d ad b c, data eſt. Quoniam enim triangulum a b c datum eſt ſpecie, datus igitur eſt & qui ſub a b d, angulus eſt autem & qui ſub b d a, datus: & reliquus igitur qui ſub b a d, datus eſt: datur ergo triangulum a b d ſpecie. Ratio igitur ipſius a b ad b c data eſt. & ipſius igitur a d ad c b ratio eſt data.

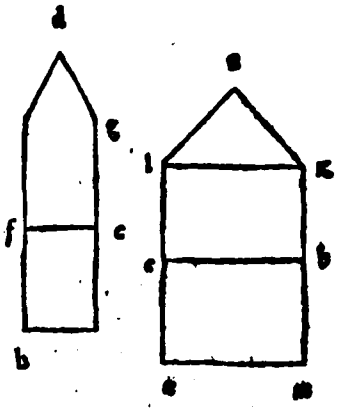


Theorema 77 *Propoſitio* 77

SI binæ ſpecies ſpecie datæ adinuicem ra-

tionem datam habuerint, & unumquoduis unius latus ſpeciei ad quoduis alterius rationem datam habebit.

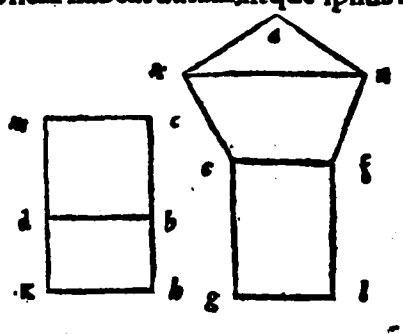
Binæ, inquam, ſpecies a b c, d e f, ſpecie datæ adinuicē rationē habeant datam. Dico quod & unum quoduis latus ipſius a b c ad unum quoduis latus ipſius d e f, rationem habet datam. Deſcribantur per 46 primi elemētorum ex b c, e f quadrata b n, e h. Quoniam ab eadem recta linea b c, binæ ſpecies deſcribuntur quæ utcunq; ſpecie ſunt datæ ſcilicet a b c & b n. Igitur per 49 propoſitionē ratio ipſius a b c ad b n. data eſt. Idq; propterea iam rurſus & ipſius d e f ad e g, ratio eſt data. Quoniā igitur ipſius a b c ad d e f, ratio eſt data, ſed ipſius quidē a b c ad b n, ratio eſt data, quare & ipſius b c ad e f ratio eſt data.



Theorema 78 Propoſitio 78

Si data ſpecies ad rectangulum aliquod rationem habuerit datam, & unum latus ad unum latus rationem habuerit datam, datur rectangulum ſpecie.

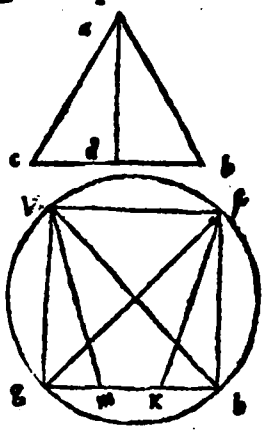
Data enim ſpecies a f b ad rectangulum c d, rationem habeat datam, ſitque ipſius f b ad c d, ratio data. Dico quod c d ſpecie datur. Deſcribatur per 46 primi ele. ex f b, quadratū f g. Cōpareturq; per 25 ſexti ele. ad ipſam e d ipſi f g, æquum parallelogrammum e k ponaturque ut c e ipſi e h, ſit in rectam lineam, in rectā igitur lineā eſt & m d ipſi d k. Et quoniā ab eadem recta linea f b bina rectilinea quæ utcūque ſpecie data ſunt deſcribuntur a f b, f g. Ratio igitur ipſius a f b ad f g per 49 propoſitionem data eſt. Ipſius autē a f b ad c d ratio eſt data. & ipſius ergo f g ad c d, ratio eſt data. Sed f h ipſi e k eſt æquale, & ipſius c d ergo ad e k, ratio eſt data. Quare & ipſius c e ad e h ratio eſt data. Et quoniā f g ipſi e k, æquum & æquiāgulū eſt, eſt autē & rectāgulū. Igitur per 14 ſexti el. ipſorū latera reciproca ſunt, eſtque ſicut f b ad e d, ſic e h ad f l. Ratio autē ipſius f b ad e d, ſupponitur data. Ratio igitur & ipſius e h ad f l data eſt. Ipſius autem e h ad c e, ratio eſt data, & ipſius ergo c e ad f l ratio eſt data, æqualis autem eſt f l ipſi f b, quadrati enim. Ipſius ergo l f ad e d, ratio eſt data componatur enim, & ipſius igitur c e ad e d, ratio eſt data, & angulus qui ad e rectus eſt. Datur ergo c d ſpecie.



Theorema 79 Propoſitio 79.

Si bina triangula unum angulum uni angulo æqualem habuerint, & ab æqualibus angulis in baſes perpēdiculares rectæ lineæ actæ fuerint fuerit aūt ſicut primi triāguli baſis ad perpendicularem, ſic alterius triāguli baſes ad perpendicularem, æquiangula erūt ipſa triangula.

Sint bina triāgula a b c, h f g, æquos habētia angulos qui ad f b, excitenturque qer 11 primi ele. ab ipſis f b, perpēdiculares b d, f k, ſit autē ſicut a c ad b d, ſic g h ad f k. Dico quod æquiangulum eſt b c triangulum ipſi h f g triangulo. Deſcribatur per 5 quarti ele. circū triāgulū f g h circulus, cuius ſegmētum ſit h f g. Cōſtituaturque per 23 primi ele. ad ipſam h g rectā lineā ad ſignūque in ea h ei qui ſub b a c angulo æquus an-

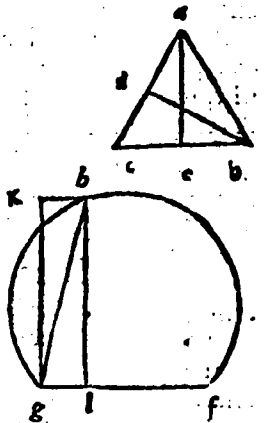


angulus qui ſub g h l. Connectãturq́ ipſe f l, l g excitenturq́ per 11 primi ele. perpendicularis l m. Et qm̃ angulus b a d angulo l h g eſt æqualis, & qui ſub h l g ei qui ſub a b c, & reliquus igitur qui ſub b c a reliquo qui ſub h g l, eſt æqualis. Simile igitur eſt triangulũ b c a ipſi h l g triãgulo & perpẽdiculares ductæ ſunt b d, l m, eſt igitur ſicut a c ad b d, ſic h g ad l m per 76 propoſitionẽ. Erat autẽ ſicut a c ad b d ſic h g ad f k, ſupponitur enim. Et ſicut igitur per 11 quinti ele. h g ad m l. Sic h g ad f k, æqualis igitur eſt f k ipſi l m, eſt autem & parallelus & f l ipſi h g, eſt æqualis & parallelus. Aequalis igitur eſt angulus f l h ipſi l h g angulo. Sed qui ſub l h g ipſi b a c eſt æqualis, qui uero ſub f l h ipſi f g h eſt æqualis. Et qui ſub b a c igitur ei qui ſub f g h eſt æqualis, eſt autem & qui ſub a b c ei qui ſub f h g, æqualis. Reliquus igitur qui ſub b c a, reliquo qui ſub f h g eſt æqualis, æquiangulum igitur eſt a b c triãgulum ipſi f h g triangulo.

Theorema 80. Propoſitio 80.

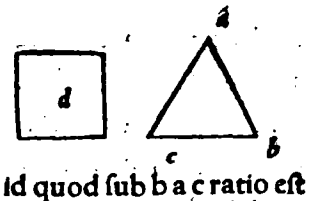
SI triangulum unum habuerit angulũ datum, & quod ſub datum angulum comprehendentibus rectis lineis, ad id quod ex reliquo latere quadratum rationem habuerit datam; datur triangulum ſpecie.

Eſto triangulum a b c datum habens angulum qui ad a, & quod ſub b a c ad id quod ex b c rationem habeat datã. Dico quod ipſum a b c triãgulum ſpecie datur, excitentur enim per 11 primi elemẽtorum ab ipſis a b in ipſas b c, c a, perpẽdicularis b d, a e. Quoniã igitur angulus b a d datus eſt, eſt aũt & qui ſub a d b datus. Datur ergo triangulũ a d b ſpecie, ratio igitur ipſius a b ad b d, data eſt, quare & eius quod ſub a c b d, ratio eſt data. Et autẽ quod ſub a c, b d, æquũ eſt id quod ſub b c, a e, utrũque enim eorum ipſius a b c triãguli duplũ eſt. Ratio igitur & eius quod ſub b a c ad id quod ſub b c, a e data eſt. Eius autem quod ſub b a c ad id quod ex b c ratio eſt data, & eius q́ ſub b c, a e, igitur ad id quod ex b c ratio eſt data, & ipſius b c ad a e, ratio eſt data, exponatur poſitione, & magnitudine data recta linea f g. Deſcribaturq́ ſuper ipſa f g ſegmentum f h g per 33 tertij ele. datũ habẽs angulũ æquũ ipſi b a c. Datus autẽ eſt qui ſub b a c angulus, datus igitur & qui in f h g, ſegmẽto angulus, poſitione igitur eſt ſegmentũ f h g excitetur per 11 primi ele. ab ipſo g ipſi f g ad angulos rectos g k, poſitiõe igitur eſt g k fiatq́ ſicut b c ad a e, ſic f g ad g k. Ratio autem ipſius b c ad a e data eſt. Ratio igitur & ipſius f g ad g k data eſt. Data autem eſt f g, data igitur & g k, ſed & poſitione, eſtq́ datũ ipſum g, datũ igitur & k excitetur per 31 primi ele. per ipſum k ipſi f g, parallelus k h poſitiõe igitur eſt k h, poſitione autẽ ipſum f h g. Datũ igitur eſt ſignũ h. Cõnectatur f h, h g, excitenturq́ per 11 primi ele. ppẽdicularis h l. Data igitur eſt h l, eſt autẽ & h ſignũ datũ. Et utrũq́ ipſorũ f g. Datur igitur unaquæq́ ipſarũ h f, f g, g h, poſitiõe & magnitudine datur ergo f h g, triangulum ſpecie. Et quoniã eſt ſicut b c ad a e, ſic f g, ad g k, æqualis autem eſt g k, ipſi h l, eſt igitur ſicut b c ad a e, ſic f g ad h l eſtq́ æqualis angulus b a c angulo f h g, æquiangulum igitur eſt per præcedentem a b c, triangulũ ipſi h f g triangulo. Datur aũt h f g triangulũ ſpecie, datur igitur & a b c triangulum ſpecie.



Aliter.

Sit triangulum a b c, datum habẽs angulum qui ad a, ſit autem eius quod ſub b a, a c, ad id q́ ex c b ratio data. Dico quod triangulum a b c ſpecie datur. Nam quoniã angulus b a c datus eſt, quã igitur maius eſt quod ex utroq; ipſius b a c, eo quod eo b c, ea area ad b a c triãgulum rationẽ habet datã, qua autẽ eſt maius quod ex utroque ipſius b a c eo quod ex b c ſit area d. Ratio igitur ipſius d areæ ad a b c, triangulum data eſt, ipſius aũt a b c ad id quod ſub b a c ratio eſt data, eo quia angulus qui ſub b a c datus eſt. Et ipſius igitur d areæ ad id quod ſub b a c ad id quod ex b c ratio eſt data, & ipſius igitur d ad id quod ex b c ratio eſt data, & cõponendo igitur per 11 quinti elemen. ipſius d areæ una cum ea quod ex b c, ad id quod

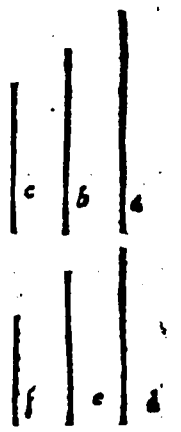


ex b c,ratio eſt data. Sed area d una cũ ea quæ ex b c eſt id quod ex utraque b a c. Ratio enim eius quod ex utraq; b a c ad id quod ex b c data eſt,quare & utriuſque b a c ad b c ratio data eſt,eſtq; angulus qui ſub b a c,datus:datur igitur triangulũ a b c ſpecie.

Theorema 81 *Propoſitio 81*

SI tres rectæ lineæ proportionales, exiſtẽtes tribus rectis lineis pportionalibus exiſtẽtibus,extremas in rõne data habuerint, medias in data ratione habebunt & ſi extrema ad extremam rationem datam habuerit,& media ad mediam reliqua ad reliquam extremam rationem datam habebit.

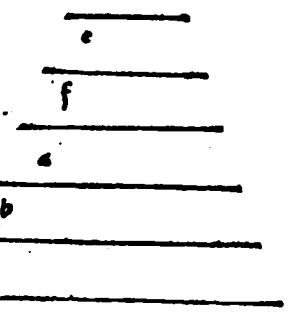
Tres,inquam,rectæ lineæ proportionales exiſtentes a,b,c,tribus rectis lineis proportiõalibus exiſtẽtibus d e f,extremas in data rõne habeãt,ſitq; ipſius quidẽ a ad d ratio data,ipſius autem c ad f,ratio quoq; data. Dico quod ipſius b ad e,rõ eſt data:nã qm̃ ipſius a ad d ratio qdẽ data eſt,ipſius aũt c ad f,rõ quoq; eſt data. Rõ igitur eius quod ſub a c ad id q; ſub d f, data eſt. Sed ei quidẽ quod ſub a c,æquũ eſt id q; ex b,per 17 ſexti ele. ei autem quod ſub d f per eandẽ:æquũ eſt id qd̃ ex e,ratio igitur eius quod ex b ad id quod ex e data eſt,quare & ipſius b ad e,ratio data eſt. Eſto iã rurſus ipſius quidẽ a ad d ratio data,ipſiuſq; b ad e,ratio eſt data. Dico qd̃ & ipſius c ad f ratio eſt data. Nam quoniã ratio ipſius a ad d eſt data,ipſius autẽ b ad e,ratio eſt data:rõ quoq; eius quod ex b ad id quod ex e data. Sed ei quidẽ qd̃ ex b æquũ eſt id quod ex a c per 17 ſexti ele. Ei aũt quod ex e,per eandẽ æquũ eſt id quod ſub d f:ratio igitur eius quod ſub a c ad id quod ſub d f eſt data,& unius lateris a ad unum latus d ratio eſt data. & reliqui igitur c ad reliquum f ratio eſt data.



Theorema 82 *Propoſitio 82*

SI quatuor rectæ lineæ proportionales fuerint, erit ſicut prima ad quam ſecunda rationem habet datam, ſic tertia ad quam quarta rationem habet datam.

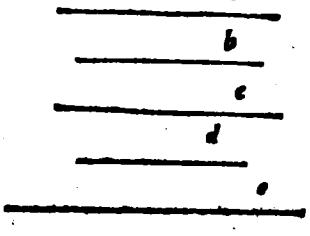
Sint quatuor rectæ lineæ proportiõales a.b,c,d, ſicut a ad b ſic c ad d. Dico quod eſt ſicut a ad quã b rationẽ habet datã. Sic c ad quã d rationẽ habet datã:eſto enim ad quã b rõnẽ habet datã e,fiatq; ſicut b ad e, ſic d ad f. Ratio aũt ipſius b ad e data, ratio igitur ipſius d ad f data. Et qm̃ eſt ſicut a ad b,ſic c ad d. Eſt autẽ & ſicut b ad e,ſic d ad f,ex æquali igitur per uigeſimãſecundam quinti elemẽ. ſicut a ad e,ſic e ad f. Eſtq; e ad quam b rationẽ habet datam & f ad quã d:eſt igitur ſicut a ad quã b rationẽ habet datã,ſic c ad quam d rationẽ habet datã.



Theorema 83 *Propoſitio 83*

SI quatuor rectæ lineæ ſic ſe adinuicem habuerint,ſicut tribus aſſumptis ex ipſis quomodocũq;, & quarta eiſdẽ proportiõali aſſumpta ad quã reliqua earũ quæ in principio quatuor linearum rectarũ rõnẽ habet datã, proportionales gigni ipſas quatuor rectas lineas, erit ſicut quarta ad tertiã, ſic ſecũda ad quam prima rationem habet datam.

Sint quatuor rectæ lineæ a.b,c,d,ſic ſe habentes adinuicẽ ut tribus ex ipſis quomodocũq; aſſumptis,& quarta eiſdem hoc eſt e ad quã d rationẽ habet datã proportionales fieri ipſas a b c e,rectas lineas. Dico qd̃ eſt ſicut d ad e,



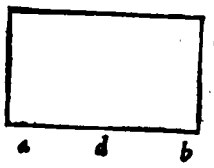
ac b

ſic b ad quam a rationem habet datam. Nam quoniã eſt ſicut a ad b, ſic c ad e. Quod igitur ſub a e, ei eſt æquum quod ſub b c, per 16 ſexti ele. Et quoniã ratio ipſius e ad d, data eſt. Ratio igitur ipſius quod ſub a d ad id quod ſub a e data eſt. Quod autem ſub a e, ei eſt æquum quod ſub b c. Ratio igitur eius quod ſub a d ad id quod ſub b c data eſt, igitur ſicut d ad c ſic b ad quam a rationem habet datam.

Theorema 84 *Propoſitio 84*

SI binæ rectæ lineę datam areolam comprehẽderint in dato angulo, & altera altera data maior fuerit, & ipſarum utraque data erit.

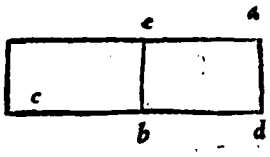
Binæ, inquam, rectæ lineæ a b, b c areolam comprehendant a c in angulo ſub a b c. At c b ipſa b a dato maior ſit. Dico q̃ utraq; ipſarũ a b. b c. data eſt. Nã quoniã c b ipſa b a dato maior eſt. Sit data d c. Reliqua igitur d b ipſi a b, eſt æqualis: cõpleatur a c. Et quoniã æqualis eſt a b ipſi b d. Ratio igitur ipſius a b ad b d data eſt. Datus autem eſt angulus a b d. Datur igitur a d ſpecie. Quoniã igitur a c data eſt, ad datam d c adiũgitur excedẽs ſpecie dato a d. Datur igitur exceſſus per 59 datorũ. Data igitur eſt b d. Sed & d c. Igitur tota b c data eſt, eſt autem & a b data, utraque igitur a b, b c data eſt.



Theorema 85 *Propoſitio 85*

SI binæ rectæ lineæ datam areolam comprehenderint in dato angulo, fuerit aũt & utraque ſimul data, & ipſarũ utraque data erit.

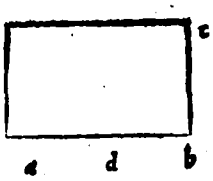
Binæ, inquam, rectæ lineæ a b, b c, datã areolam comprehendant a c in dato angulo a b c data. Dico quod & utraq; ipſarũ a b. b c, data erit. Extendatur c b in d ponaturq; per 1 primi ele. ipſi a b æqualis b d, & per 31 primi ele. per d ipſi b a parallelus excitetur d e. Compleaturq; a d. & quoniam æqualis eſt d b ipſi b a. Et angulus a b c datus eſt, qm̃ & qui ex utraque parte datus eſt, datur igitur e b. ſpecie. Et qm̃ a b c, ſimul data eſt, æqualis autẽ eſt & a b ipſi d b. Data igitur eſt d c. Quoniã igitur a c data eſt, ad datam d c comparatur deficiẽs ſpecie dato e b, igitur per 55 datorum dantur latitudines defectus. Datæ igitur ſunt ipſæ a b, b d. Sed & utraq; ſimul a b c, data eſt. Data igitur eſt utraq; ipſarũ a b, b c.



Theorema 86 *Propoſitio 86*

SI binę rectę lineæ datam areolam comprehenderint in dato angulo, potuerit autem utraque utráque dato maius quàm in ratione, & ipſarum utraque data erit.

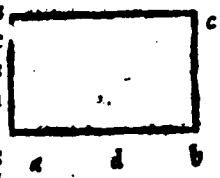
Binæ, inquã, rectæ lineæ a b, b c datam areã cõprehendant a c, in dato angulo a b c, quod autẽ ex b c eo quod ex a b dato maius ſit quàm in ratione. Dico quod & utraque ipſarũ a b, b c, data eſt. Nã qm̃ quod ex c b eo quod ex b a dato maius eſt q̃ in ratione. Auferatur datum, ſitq; quod ſub c b, b d. Reliqui igitur quod ſub c d. c b ad id quod ex a b ratio data eſt. Et quoniã quod ſub a b. b c, datũ eſt, eſt aũt quod ſub c b. b d datũ. Ratio igitur eius quod ſub a b. b c ad id quod ſub c b. b d, data eſt. Sicut autẽ qd ſub a b. b c, ad id quod ſub c b, b d: Sic a b ad b d. Quare & ipſius a b ad b d ratio eſt data. Quare & eius quod ex a b ad id quod ex b d ratio eſt data. Eius aũt quod ex a b, ad id quod ſub b c. c d ratio eſt data, & eius quod ſub b c, c d igitur ad id quod ex d b ratio eſt data. Quare & eius quod quater ſub b c, c d ad id quod ex b d ratio eſt data. Et eius igitur quod quater ſub b c, c d una cum eo quod ex b d ad id quod ex b d ratio eſt data. Sed id quod quater ſub b c, c d una cum eo quod ex b d id eſt quod ex utroq; ſimul eſt ipſius b c, c d. Ratio igitur utriuſq; ſimul quod ex b c, c d ad id quod ex b d data eſt. Quare & utriuſq; b c, c d, ad b d, ratio data eſt. Et componendo igitur per 18 quinti ele. binarum b c ad b d, ratio eſt data. Quare unius c b ad b d ratio eſt data. Sicut autem c b ad b d, ſic quod ſub c b. b d ad id quod ex b d. Et eius quod ſub c b, b d igitur ad id quod ex b d ratio eſt data. Datum autem quod ſub c b d. datum igitur & quod ex b d. Data igitur eſt b d. quare & b c, data eſt. ipſius enim c b ad b d ratio eſt data: & da-



tur b d. Datur igitur & b c, eſt aũt & a c, datũ, & angulus a b c datus. Data igitur eſt a b, utraq; igitur ipſarum a b, b c, data eſt. Theorema 87 Propoſitio 87

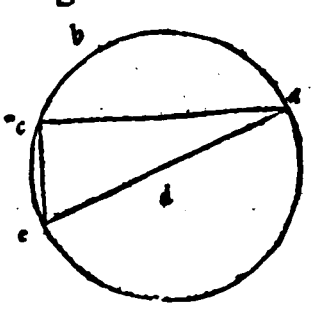
SI binæ rectæ lineæ areolam comprehenderint datã in dato angulo, quod à maiori uero minore dato maius fuerit, & ipſarum ω traque data erit.

Binæ, inq;, rectæ lineæ a b, b c datã areã cõprehẽdant a c in dato angulo a b c, quod aũt ex a b dato maius eſto, eo q̃ ex b c, dico q̃ utraq; ipſarũ a b, b c data eſt. Nã qm̃ quod ex a b, eo quod ex b, dato maius eſt. Auferatur datũ ſitq; quod ſub a b, b d. Reliquũ igitur quod ſub b a, a d, æquum eſt ei quod ex b c. Et quoniã quod ſub a b, b c, datũ eſt, eſt aũt & quod ſub a b, b d datum. Ratio igitur eius quod ſub a b, b d ad id q̃ ſub a b, b c data eſt. Eſtq; ſicut quod ſub a b, b d ad id quod ſub a b, b c, ſic d b ad b c. Ratio igitur ipſius d b ad b c, data eſt. Ratio igitur & eius quod ex d b, ad id quod ex b c data eſt. Et autem quod ex b c, æquũ eſt id quod ſub b a, a d. Ratio igitur eius quod ſub b a, a d, ad id qđ ex d b, data eſt. Et eius igitur quod quater ſub b a, a d una cũ eo quod ex d b ad id qđ ex d b ratio eſt data. Sed quod quater ſub b a, a d una cum eo quod ex b d, id eſt quod ex utraq; ſimul ipſarũ b a, a d. Ratio igitur & eius quod ex utraq; ſimul b a, a d, ad id quod ex d b data eſt. Ratio igitur & utriuſque ſimul b a ad d b data eſt. Et cõponẽdo igitur p 18 qnti ele. utriuſq; ſimul b a, a d una cũ ipſa d b hoc eſt binarũ a b ad b d, ratio eſt data, & unius igitur a b ad d b, rõ eſt data. Ipſius autẽ d b ad b c, ratio eſt data. Et ipſius igitur a b ad b c, ratio eſt data. Et qm̃ ipſius a b ad b d ratio eſt data, eſtq; ſicut a b ad b d, ſic quod ex a b ad id quod ſub a b, b d. Ratio igitur & eius quod ex a b ad id quod ſub a b, b d data eſt. Datũ aũt eſt q̃ ſub a b, b d. Sic enim datũ aufertur. Datũ igitur eſt & qđ ex a b. Data igitur eſt a b, eſtq; ratio ipſius a b ad b d data. Data igitur eſt & b c. Theorema 88 Propoſitio 88



I in circulo magnitudine dato, recta linea acta fuerit aſſumens ſegmẽtũ capiẽs angulũ datũ, datur acta magnitudine.

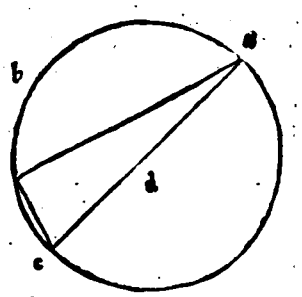
In circulo enim a b c magnitudine dato, excitetur a c aſſumẽs ſegmẽtũ a e c, accipiẽs angulũ datũ. Dico quod a c datur magnitudine. Aſſumatur enim per 1 tertij ele. centrũ circuli ſitq; illud d, & cõnexa a d & extẽdatur in e & cõnectatur c e. Datus igitur eſt qui ſub a c e, rectus enim eſt, eſt aũt & q̃ ſub a e c, datus, & reliquus igitur qui ſub c a e, datus eſt, datur igitur triãgulũ a e c ſpecie. Ratio igitur eſt ipſius a e ad a c data, data autem eſt ea magnitudine, quoniã & circulus datur magnitudine. Data igitur eſt a c magnitudine.



Theorema 89 Propoſitio 89

SI in circulo magnitudine dato, recta linea acta fuerit data magnitudine, relinquetur ſegmẽtũ capiens angulũ datum.

In circulo eĩm magnitudine dato a b c, recta linea excitetur a c data magnitudine. Dico quod relinquetur ſegmẽtũ capiens angulũ datũ. Accipiatur enim per 1 tertij ele. cẽtrũ circuli ſitq; illud d & cõnexa a d extẽdatur in e, & qm̃ utraq; ipſarũ e a, a c eſt data. Rõ igitur ipſius e a ad a c, data eſt. Et angulus qui ſub a c e, rectus eſt. Datur igitur a c e triãgulũ ſpecie. Datꝰ igitur eſt angulus a e c. Theorema 90 Propoſitio 90

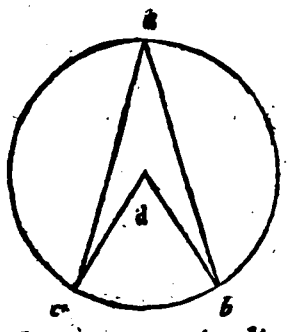


SI in circuli poſitione dati circunferentia aſſumptũ fuerit ſignũ datũ, ab hoc autẽ ad circuli circunferentiã infringatur aliqua recta linea datum angulum efficiens, datur alter finis refractæ.

Circuli enim poſitione dati a b c in circũferẽtia accipiatur datũ ſignũ b, ab ipſo aũt b refringatur recta linea b a c, datũ efficiẽs angulũ b a c. Dico quod c ſignũ datur. Aſſuma

tur

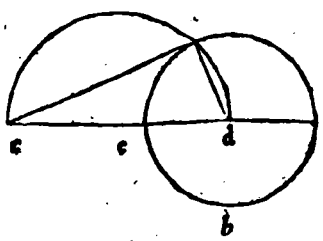
tur per 1 tertij elementorũ./ipſius circuli centrũ d & cõnectãtur b d,d c. Et qm̃ utrũq; ipſorũ b d,datũ eſt poſitione igitur eſt ipſa b d. Et qm̃ angulus b a c,datus eſt. Datus igitur eſt angulus b d c. Quoniã igitur ad poſitionẽ rectam lineã b d ad ſignũq; d recta linea excitatur d c datũ efficiẽs angulũ b d c. Data igitur ipſa d c poſitiõe, datus eſt aũt & circulus a b c. Datũ igitur eſt c ſignum.



Theorema 91 Propoſitio 91

SI à dato ſigno, poſitiõe datũ circulũ tãgẽs recta linea acta fuerit, datur acta põne & magnitudine.

A dato enim ſigno c poſitiõe datũ circulũ a b tãgẽs recta linea excitetur c a. Dico q̃ ç a recta linea datur poſitiõe & magnitudine. Accipiatur enim p̃ 1 tertij el. ipſius circuli cẽtrũ d, & cõnectatur d a, & qm̃ datũ eſt utrũq; ipſorũ d c, data eſt igitur d c. eſtq; ãgulus d a c, datus igitur ſup c d, deſcriptus ſemicirculus ueniet p̃ a, ueniat ſitq; d a c, poſitiõe igitur eſt d a c, poſitiõe aũt eſt a b circul9. Igitur a datũ eſt. Sed & c datũ eſt. Data igitur eſt a c põne & magnitudine.



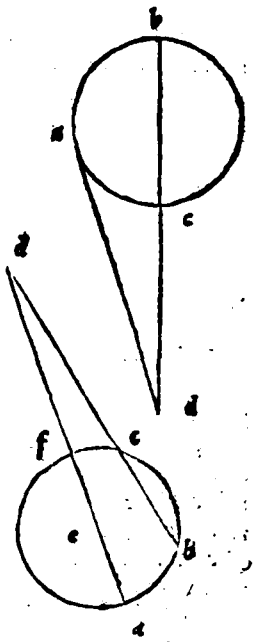
Theorema 92 Propõ 92

SI extra circulũ poſitiõe datũ aſſumptũ fuerit aliquod datũ ſignũ ab ipſo aũt ſigno in circulũ acta fuerit aliqua recta linea, quod ſub acta & ea quæ inter ipſum ſignũ & curuã circũferentiam comprehẽſum rectangulum datum.

Extra enim circulũ poſitiõe datũ a b c aſſumatur ſignũ aliquod d, ab ipſo aũt d ſigno extẽdatur recta linea d b ſecãs circulũ. Dico q̃ quod ſub b d,d c datũ eſt, excitetur enim ab ipſo d ſigno ipſum a b c, circulũ tãgẽs, recta linea d a per 17 tertij ele. Data igitur eſt d a poſitiõe & magnitudie. Qm̃ igitur data eſt a d, datũ igitur eſt & quod ex a d, & eſt æquale ei quod ſub b d,d c, per 36 tertij el. Datũ igitur eſt quod ſub b d,d c.

Aliter.

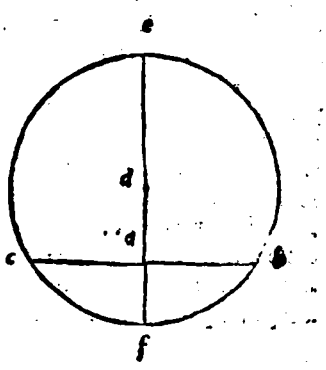
Aſſumatur per 1 tertij ele. ipſius circuli cẽtrũ e, & cõnectatur d e, extẽdatur in a & quoniã datũ eſt utrũq; ipſorũ e d. Data igitur eſt e d poſitiõe Datur autẽ & a b f circulus, datũ igitur eſt utrũq; ipſorũ a f, eſt aũt ipſum d datũ. Data igitur eſt utraque ipſarũ a f, f d. Datũ igitur eſt quod ſub a d,d f & ei eſt æquũ quod ſub b d,d c ei quod ſub a d,d f. Datum igitur eſt quod ſub b d,d c.



Theorema 93 Propoſitio 93

SI in circulo poſitione dato, aſſumptũ fuerit aliquod datũ, ac per ſignũ illud acta fuerit aliqua recta linea in ipſo circulo, quod ſub actæ ſectionibus comprehenſum rectangulũ datũ eſt.

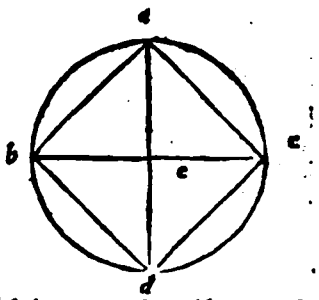
In circulo enim dato poſitione b c accipiatur ſignum aliquod datum a, ac per a excitetur quædam recta linea b c. Dico quod quod ſub b a,a c datum eſt. Aſſumatur enim per primam tertij elemen. ipſius circuli centrum ſitque d & connexa a d extendatur ad f e. Quoniam igitur utrũq; ipſorum d a, datum eſt, poſitione igitur eſt d a, poſitiõe autem & c b f circulus. Datum igitur eſt utrunque ipſorum f e, eſt autem & a datum. Data igitur eſt utraque ipſarum f a, a e. Datum igitur quod ſub f a,a e, & ei eſt æquũ quod ſub b a,a c, datum igitur eſt quod ſub b a,b c.



Theorema 94 Propoſitio 94

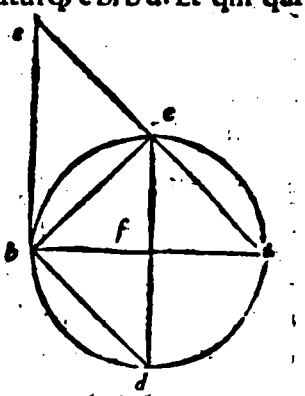
SI in circulo magnitudine dato recta linea acta fuerit, aſſumens ſegmentum capiens angulum datum, & qui in ſegmento angulus bifariam ſectus fuerit, utraque ſimul angulum datum comprehendens ad ſecantem angulum bifariam rationem habebit datam, & quod ſub utraque ſimul angulum datum comprehendente recta linea, & infra aſſumpta ab ea quæ angulum bifariam ad circunferentiam diſpeſcit datum erit.

In circulo enim magnitudine dato a b c recta excitetur linea b c aſſumens ſegmentū capiens angulum datum qui ſub b a c, ſeceturq; ipſe b a c per 9 primi elementorum bifariam recta linea a d. Dico quod ratio utriuſq; ſimul b a c ad a d, data eſt: & etiá quod datū eſt id ſub utraq; ſimul b a c, & e d. Connectatur b d & quoniã in circulo magnitudine dato d a c. excitatur b c aſſumẽs ſegmentū b a c, capiens angulū datū b a c. Data igitur eſt b c magnitudine. Idq; propterea iam & b d, data eſt magnitudine. Ratio igitur ipſius b c ad b d data eſt. Et quoniam angulus b a c, bifariam ſecatur à linea recta a d eſt igitur ſicut b a ad a c, ſic b e ad e c, uiciſſim igitur per 16 quinti ele. ſicut a b ad b e, ſic a c ad c e, & ſicut utraq; ſimul b a c ad b c, ſic a c ad c e. Et quoniã angulus b a e angulo e a c, eſt æqualis, eſt autem & qui ſub a c e, ei qui ſub b d e æqualis. Reliquus igitur qui ſub a e c, reliquo qui ſub a b d, eſt æqualis, æquiangulum igitur eſt a e c triangulum ipſi a b d triangulo. Eſt igitur ſicut a c ad c e. Sic a d ad b d. Sed ſicut a c ad c e, ſic utraque ſimul b a c ad b c, & ſicut igitur per 11 quinti ele. utraq; ſimul b a c ad b c, ſic a d ad d b. uiciſſim igitur per 16 qninti el. ſicut utraq; ſimul b a c ad a d, ſic b c ad b d. Ratio autẽ ipſius b c ad b d data eſt. Ratio igitur & utriuſq; ſimul b a c ad a d data eſt. Dico quod & quod ſub utraq; ſimul b a c, & d e datum eſt: nã quoniã æquiangulum eſt triangulum a e c ipſi d e b, triãgulo, eſt igitur ſicut b d ad d e, ſic a e ad c e. Si cut autem a c ad c e, ſic eſt utraq; ſimul b a c ad b c. & ſicut igitur per 11 quinti ele. utraque ſimul b a c ad b c, ſic eſt b d ad b e. Igitur quod ſub utraque ſimul b a c & d e æquum eſt ei quod ſub c b & b d. Datum eſt quod ſub c b, & b d datum igitur & quod ſub utraque ſimul b a c, & e d.



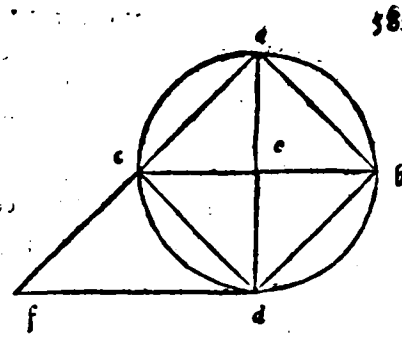
Aliter idem.

Extendatur a c. in e, ponaturq; ipſi c b æqualis c e, connectãturq; e b, b d. Et qm̃ qui ſub a c b, duplus eſt utriuſq; ipſorum a c d, c e b, æqualis igitur eſt qui ſub c b e angulus ei qui ſub a c d, hoc eſt ei qui ſub a b d. Cõis põatur qui ſub a b c. Totꝰ igitur qui ſub d b c, toti qui ſub f b e. eſt æqualis eſt aũt & qui ſub c a b, ei qui ſub c d b, æqualis. Reliquus igitur angulus qui ſub c e b, reliquo ãgulo qui ſub d c b eſt æqualis, æquiãgulũ igitur eſt e d b triãgulũ ipſi c d b triãgulo. Eſt igitur ſicut e a ad a b Sic c d ad d b. Ipſa aũt utraq; d e eſt ipſa a c b, & ſicut igitur utraq; ipſarũ ſimul a c b ad a b, ſic c d ad b d. Et uiciſſim igitur per 16 quinti ele. ſicut utraque ſimul a c b ad c d. Sic a b ad b d. Ratio autem eſt ipſius a b ad d b data: utraq; enim ipſarum data eſt. Ratio igitur & utriuſq; ſimul a c b ad c d data eſt. Et qm̃ æquiangulũ eſt triangulũ e a b triangulo f b d: eſt igitur ſicut e a ad a b, ſic b d ad d f. Ipſa autem e a, utraq; eſt a c b. & ſicut igitur utraq; a c b ad a b, ſic b d ad d f. Igitur quod ſub utraq; ſimul a c b & f d æquũ eſt ei quod ſub a b, b d. Datũ eſt aũt q; ſub a b, b d. Data igitur ipſarũ utraq;. Datũ igitur eſt & quod ſub utraq; ſimul a c b & f d.



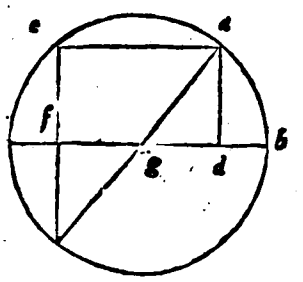
Aliter idem.

Extẽdatur a c. in f ponaturq; ipſi b a æqualis c f. Cõnectãturq; b d, d c, d f, & qm̃ æqualis eſt b a ipſi c f. & d b ipſi d c. Binæ iã a b, b d binis f c, c d, ſunt æquales altera alteri, & angulus q; ſub a b d, angulo q; ſub d c f, eſt æqualis. qñ quidẽ a b c d, quadratũ eſt. baſis igitur a d per 4 primi ele. baſi d f, eſt æqualis, & triãgulũ a b d, triangulo c d f. eſt æquale, & reliqui



liqui anguli.reliquis angulis æquales erũt, quos æqualia latera ſubtendunt. Igitur angulus b a d. angulo d f c eſt æqualis: datus autẽ eſt angulus b a d. datus igitur eſt & qui ſub d f c angulus: eſt aũt & qui ſub d a f, angulus datus. Datur igitur trian gulum a d f ſpecie. Rõ igitur ipſius f a ad a d, data eſt. At a f, utraque eſt ſimul b a c. eo quia æqualis eſt c f, ipſi b a. Ratio igitur utriuſque ſimul b a c ad a d, data eſt, & ſimiliter ſicut prius demon ſtrabimus quod id quod ſub utraque b a c, & e d datum eſt. *Theorema 95 Propoſitio 95*

SI in circuli poſitione dati diametro datũ ſignum aſſumptũ fue rit, ab ipſo aũt ſigno ad ipſum circulũ proiecta fuerit aliqua re cta linea, & à ſectione ad rectos angulos acta fuerit ipſi excita ta, à ſigno aũt in quod cõcurrit quæ ad rectos angulos ipſi circu li circunferẽtia parallelus acta fuerit excitatæ. Datũ eſt ſignũ q̃ concurrit pa rallelus diametro, & quod ſub parallelis comprehẽſum rectãgulũ datũ erit.



In circuli enim a b c, poſitione dati. diametro b c aſſum ptum ſit datũ ſignũ d ac per ipſum d ad circulũ produca tur quædã utcũq; recta linea d a, ab ipſo autẽ a ipſi d a an gulus excitetur rectus a e, ac per e ipſi a d, per 31 primi ele. parallelus excitetur e f. Dico quod f datum eſt. & quod ea quæ ſub a d, e f, area data eſt extẽdatur e f in h, & cõnecta tur a h. Quoniam angulus h e a, rectus eſt, & h a dime tiẽs eſt circuli a b c, eſt autẽ & b c dimetiẽs. Igitur g centrũ eſt circuli a b c. Datũ igitur eſt ſignũ g, eſt aũt & d datũ. Da ta igitur eſt d g, magnitudine: & quoniã a d ipſi e h. paral lelus eſt. Et æqualis eſt h g ipſi g a, per 15 diffinitionẽ primi el. & d g ipſi g f & a d, f h. Data igitur d g. Data igitur eſt & f g. Sed & poſitione. Vtraq; igitur ipſarũ g f, g d data eſt, & g datũ eſt. Datũ igitur & f, & quoniã in circulo a b c poſitiõe dato, aſſumitur ſignũ f datũ, & extenditur e f h. Datũ igitur eſt per 93 datorũ, quod ſub e f, f h. æqualis aũt eſt h f ipſi d a. Datum igitur eſt quod ſub a d, e f. *Finis Datorum.*

EVCLIDIS DE LEVI ET PONDEROSO FRAGMENTVM.

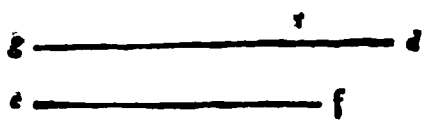
Diffini tiones. 1 Æqua magnitudine corpora ſunt, quæ loca replent æqua, 2 Di uerſa magnitudine corpora ſunt, quæ loca replent non æqua. 3 Grãdio ra magnitudine dicũtur corpora, quæ loco ſunt ampliore. 4 Æqua po tentia corpora ſunt, quorũ & tempore & aëre aquáue media æqualibus & per æqualia interualla æquales ſunt motus. 5 Diuerſa potentia corpo ra ſunt, quorum tẽpore diuerſo motus ſunt æquales. 6 Diuerſorũ potẽ tia corporum, maius id potentia dicitur, quod mouendo temporis inſum pſit minus: minus autem potẽtia, quod temporis amplius. 7 Generis eiuſdem corpora ſunt, quæ cum æqua magnitudine ſint, etiam ſunt poten tia. 8 Diuerſa genere corpora ſunt, quæ cum æqua magnitudine ſint, potentia non ſunt, per idem licet medium moueãtur. 9 Diuerſorum genere corporum, potentius id dicitur, quod eſt ſolidius.

Theorema primum

Theore mata DIuerſorum potentia corporum, quod ſpatium amplius moue tur, habet amplius potentiæ.

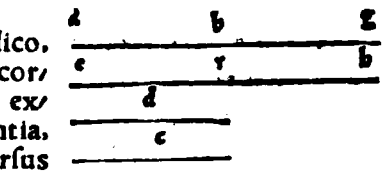
Sint

Sint a & b corpora duo, ſint g d & e f ſpatia duo, g d maius per quod a, e f, minus per quod b mouetur reſecabo à ſpatio g d, g r ſpatium, ſic ut ſit e f ſpatio ſpatiũ g r æquale. Cætera ſponte patent.



Theorema secundum

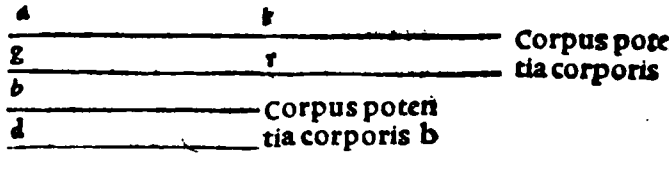
IOrundem genere corporũ ſi ipſa inter ſe erunt multiplicia, erunt æque ipſorum potentiæ multiplices.



Sit corpus a g, eodem genere corpori d, duplum, dico, etiam potentia duplum eſſe. Sit enim a g, quidem corporis potentia e h, d uero & a g iuxta multiplicis exceſſum in a b & b g, diuidatur, ſic ut utriuſque potentia, ipſius d corporis potẽtiæ quæ erat c æqualis, fiat rurſus ut a g corpus in partes a b, b g corpori d æquas diuiſimus. ſic e h, potentiam in partes e r & r h, æquas c potentia diuidamus. Liquidum eſt e h potentiã duplum potentiæ c euadere.

Theorema tertium

IOrundẽ genere corporũ, proportio & magnitudinis, & potentia eſt eadem.



Sit à corpus corporis eodem genere b duplum, dico ut a corpus ad b corpus eſt, ſic corporis a potẽtia g ad corporis b potentiam d eſſe. Patet ſi ut corpora ſic potentias æque utrinque multipliciter diuidamus.

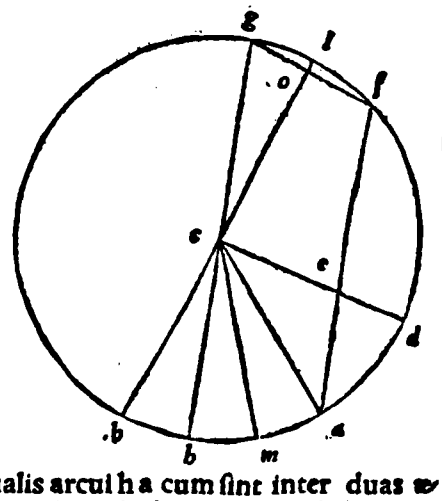
Theorema quartum

QVæ corpora, æqua potentia eiuſdem generis corpori ſunt, eiuſdẽ ſunt inter ſe generis, ablatis enim æqualibus illi tertio, erũt ipſorum uirtutes æquales, quia potentiæ tertij æquales.

Quorũ corporũ & magnitudo & potentia proportio una eſt, ipſa generis eiuſdẽ erunt. Sit ut a corpus ad corpus b, ſic corporis a potentia ad corporis b potentiã d, dico a, b, corpora generis eiuſdẽ eſſe. Statuamus. n. a corpus, æquale corpori cuius potentia ſit r. Erunt igitur ut b ad a, ſic r ad potentiam ipſius a quæ eſt g. Reliqua patẽt.

Ad finem quarti libri hæc à Campano adiecta ſunt.

DAtum triangulum in tria æqualia diuidere.

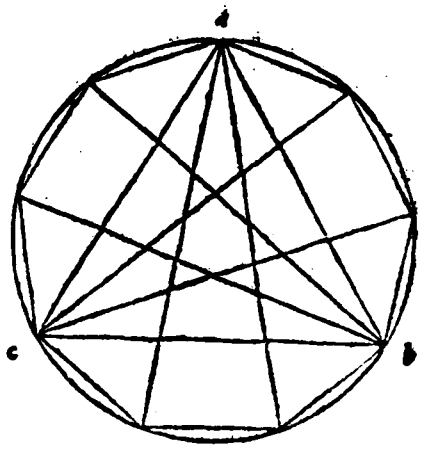


Sit angulus datus c, uolo ipſum diuidere in tres æquales angulos ꝙ ſic facio. Pono primo c, cẽtrũ circuli deſcribendo circulũ uſq; quo ſecẽt circũferẽtiã in pũctis a & b, tũ a pũcto c ꝙ eſt centrũ circuli, duco lineã c d perpẽdiculariter ad lineã c b & in linea c d aſſignabo pũctũ e. a quo duco lineã ad æqualitatẽ c b uſq; quo ſecet circũferẽtiã circuli in pũcto f. & produco uſq; ad a. deinde ptraho lineã g h æquidiſtãtẽ f a quæ. ſ. g h trãſeat per cẽtrũ, & duco lineã f g æquidiſtãtẽ lineæ e c & protraho lineã c b in cõtinuũ & directũ uſq; ad l quæ ſecat lineã f g orthogonaliter in puncto o & per æqualia, dico ergo quod arcus l g eſt æqualis arcui h b, propter hoc quod angulus l c g eſt æqualis angulo h c b cũ ſint cõtra ſe poſiti. Cum igitur arcus f g ſit duplus arcui l g erit duplus arcui h b, ſed arcus f g eſt æqualis arcui h a cum ſint inter duas æquidiſtantes lineas quæ ſunt f a & g h ergo arcus h a eſt duplus arcui h b, ergo

& an

& angulus a c h est duplus angulo h c b, diuidã ergo angulum c h per æqualia per lineam c ut patet propositum.

INtra datum circulum nõ angulũ æquilaterũ atque æquiangulum designare. Quod sic fieri potest, iuxta doctrinã secundæ huius inscribo circulo assignato triangulũ æquilaterum atq; æquiangulum qui sit a b c, & unumquemque angulum eius diuidam per tria æqualia & protraham lineas diuidentes angulos usque ad circunferentiam & tunc quia nouem anguli locati in circulo sunt æquales. de necessitate arcus suppositi ipsis angulis sunt æquales protraham enim cordas subtractas singulis arcubus & habebo intentum.



REGESTVM.

† a b c d e f g h i k l m n o p q r s t u x y z.
A B C D E F G H I K L M N O P Q R S T V X Y Z.
Aa Bb Cc. Omnes sunt terniones
præter † qui est duernio.

BASILEAE APVD IOHANNEM
HERVAGIVM, ANNO
M. D. XXXVII.
MENSE AVGV/
STO.

