EVCLIDIS MEGARENSIS MATHEMATICI CLARISSIMI ELEMENTORUM GEOMETRICORUM. LIB. XV.

Cum expositione THEONIS *in priores* XIII *à Bartholomæo Veneto Latinitate donata,* CAMPANI *in omnes, &* HYPSICLIS *Alexandrini in duos postremos.*

His adiecta sunt Phænomena, Catoptrica & Optica, deinde Protheoria Marini & Data,

Postremum uero, Opusculum de Leui & Ponderoso, hactenus non uisum, eiusdem autoris.

Ex Monasterij Sanctæ Praxedis de Urbe.

Monasterij S. Praxedis de Urbe

BASILEAE APVD IOHANNEM HERVAGIVM, MENSE AVGVSTO. ANNO M. D. XXXVII.

Cum priuilegio Cæsareo.

IOHANNES HERVAGIVS

Lectori S. D.

QVONIAM inhumanum est repugnare haud ita difficilia rogantibus amicis, non licuit amplius editionem latinam huius autoris in aliud tempus proferre, quod eò alacrius sumus persecuti, ne aditũ ad omnes disciplinas (ꝙ Plato testatur fieri neglecta Geometria, latine tantũ eruditis præcludere uelle uideamur. Collatũ est itaque exẽplar Iacobi Fabri Stapulensis ductu Parisijs ante aliquot annos excusum, ad fidem Græci exemplaris à doctiss. uiro Christanno Herlino Mathematicarum disciplinarum publico apud Argentinenses professore, cui acceptũ feras quicquid hic aut ad Græcum exemplar aut alioqui docte restitutũ uideris. Adiecimus Phænomena, Specularia, Protheoriã Marini, & Data, argumẽtorum similitudine inducti: cumq; eo ipso tẽpore, quo opus absolueretur, libellum, siue potius fragmentum (nam uidetur esse mutilus) mihi afferret quidam de Leui & Ponderoso, eum etiam addidimus, ut si quid hinc possit esse emolumenti boni consulas, sin minus, ne mea fide in studiosos desiderata, tuo commodo alicubi uidear non studuisse.

Vale.

ADOLESCENTIBVS. S. D.

NVLLVM aptius ornamentū uestibulo huius libri, qui aditum patefacit ad geometriā, addi posse statuebam, quam symbolum, quod Plato in foribus scholæ suæ pinxisse dicitur, uidelicet, ἀγεωμέτρητος οὐδεὶς εἰσίτω. Multorum autem coniecturas exercuit huius dicti interpratatio: Alij iudicant Platonem à Schola tanquam pollutos & prophanos arcere imperitos geometriæ, cuius elementa tunc omnibus qui liberaliter instituebātur, statim à teneris tradi solebant. Alij transferunt ad mores, & significatum putant philosophiæ studiosis, ut geometrica proportione mediocritatem atque æquabilitatem quandam in omnibus officijs conseruent, quemadmodum & in Gorgia cum reprehendit iniustam opinionem Callidis, inquit eum negligere geometriam. Etsi autem satis apparet ex scriptis Platonis, libenter eum exempla geometrica ad mores accōmodasse, tamen dubitari non potest, quin in hoc symbolo simul aliquid de ordine disciplinarū monuerit, & in geometria præparandos esse senserit eos, qui ad philosophiam accessuri eius essent. Eius sententiæ multæ grauissimæ caussæ sunt. Non enim tātum releganda est hæc ars, ad mechanicos, qui ædificia, uasa, aut alia exigua corpora metiuntur, etsi ea etiam exercitatio liberalē doctrinam cōtinet, & magnas ad uitā utilitates affert. Sed philosopho propter alias multas causas opus geometriæ scientia. Inde enim oriūtur initia physices. Et passim in omnibus partibus physices plurimæ demonstrationes ex hac arte sumuntur, quales sunt primæ illæ, quæ ostendunt, Mundū esse finitum, nō esse plures mundos, nullum esse corpus infinitū: sunt enim hæc uera physices exordia. Deinde cum demonstrationes geometricæ maxime sint illustres, nemo sine aliqua cognitione huius artis satis perspicit, quæ sit uis demonstrationum, nemo sine ea erit artifex methodi. Quare & Plato dixit, ob eam causam etiā discendam esse geometriā, quia eius cognitio conducat ad hoc, ut aliæ artes facilius, & rectius percipiantur. Sed maxime illustris utilitas est in metiēda magnitudine terræ, & cœlestium corporū ac spatiorum. Estque hæc summa laus geometriæ, quod non hæsit in exiguis & his inferioribus machinis, sed euolauit in cœlum, & humanas mentes humi abiectas rursus in illam cœlestem sedem subuexit, & admirandū mundi opificium, & gubernationem eius nobis mōstrauit. Deniq; exulantes animos, in patriam ac familiaritatem celestium, atque adeo ad agnitionem Dei traduxit. Magnam enim uim habet ad confirmandas honestas opiniones de Deo, in animis hominum, hæc ipsa doctrina, in qua mūdi opificium & gubernatio spectantur. Cum igitur fontes huius præstātissimæ partis philosophiæ de motibus cœlestibus, magna ex parte sint in geometr[illegible], satis grauis causa est, quare Plato monuerit accessuros ad philosophiam, ut geometriæ studium adderent. Hoc existimo Platonem illa inscriptione præcipue significasse, quam hic recitaui, ut cum adolescentes adhortari cuperem, ad expetendam hanc artem, qua utendū est duce ad multas philosophiæ partes, adderet aliquid ponderis, nostræ orationi, Platonis autoritas. Quoties igitur in manus accipient hunc libellum studiosi, & in fronte legent Platonicam inscriptionem, cogitabunt se admoneri uoce Platonis, sed uotis & iudicijs omnium eruditorum, ut maximarum utilitatum causa hanc artem expetant. Nec uero dubium est, quin naturas non distortas, delectet per sese Mensurarum ratio, ut natura capimur numerorum collatione aut concentu sonorum. Sed generosa & excelsa ingenia huius utilitatis magnitudo accendere ad hæc studia & inflāmare debet, quod hæc ars aditū patefacit ad illam præstantissimam philosophiam de rebus cœlestibus, quæ quātum habeat dignitatis, quā multipliciter prosit hominum uitæ, minime obscurum est, præsertim ijs, qui non omnino abhorrēt à ueræ ueterisque philosophiæ studijs. Scio has adhortatiōes apud eos qui sordidis ingenijs præditi sunt, nihil proficere, qui præstantium disciplinārum dignitatem non prospiciunt, aut sectantur quasdam uendibiliores artes, quæstus causa. Hos cum dupliciter sint ἀγεωμέτρητοι uel maxime excludit Plato. Nam & mentes habent monstrosas, & magno scelere turbant proportionem geometricam, cum non tribuūt suam artibus dignitatem. Sed recta ingenia, etiam mediocria, incitari possunt, ipsa artium admiratione, si admoneātur, deinde si accedat artifex, qui commode tradat. Ideo spero aliquorum studia commoueri posse. Vos adolescentes adhortor primum ut cogitetis aspirantibus ad ueram laudem, contendendum esse omnibus ingenij atque animi uiribus, ut solidam & perfectam doctrinā uobis comparetis, quæ sit usui reipub. Hanc ad rem opus est toto choro artium, quæ ita inter se deuinctæ copulatæque sint, ut in singulis multa sint ex alijs uicinis artibus assumenda. Hæ uero duæ Numerorum & Mensurarum scientia, cum in physicis magnos habent usus, tum uero totam doctrinam de rebus cœlestibus pepererunt. Aristippum ferunt, cum amissis naufragio fortunis omnibus, ipse tamē cum paucis ad littus Rhodium saluus peruenisset in tabula, ambulātem in littore, geometricas figuras in machinis quibusdam conspexisse. Quanquam autem mare & uiatico eos exuerat, & in loca eiecerat ignota, tamen conspectis illis figuris geometricis iussit socios bono animo esse, inquiens se uidisse hominum uestigia, gratulatusque est sibi & reliquis, quod nō in barbarum littus eiecti essent, confirmauitque humanitatem erga hospites ac naufragos non defuturā illis hominibus, apud quos harum artium studia colerentur. Vtinam

uero

uero hominum uestigia quæ ibi in littore miratus est Aristippus, in scholis etiam frequentiora essent. Iacent enim desertæ & neglectæ hæ artes, multis iam seculis. Nam proxima ætas iuuentutem ab hac uera philosophia ad insulsissimas cauillationes abduxerat. Nunc postquam hæ explosæ sunt è scholis annitendum erat, ut pura & natiua philosophia traderetur, quæ conduceret ad solidam doctrinam consequendam. Nam hæc nostra ætas satis commonefacit nos, quantum opus sit reipu. perfecta doctrina, quia multi passim tum inopia iudicij, tum quia diserte explicare nihil possunt, sparserunt, aut defendunt opiniones absurdas & confusaneas, ex quibus in Ecclesia magna certamina, magnę dissensiones extiterunt. Nec finis horum malorum erit ullus, nisi ad ueram & eruditam studiorum rationem iuuentus reuocata fuerit. Hanc ad rem conferre operam hi qui præsunt Ecclesiæ ac reipub, profecto debebant. Sed eadem cura ad nostrum officium pertinet, hoc est, ad eos qui docent, aut discunt in scholis. Nam & nostrum munus ad rempub. pertinet. Diuinitus in hac statione collocati sumus, ut doctrinam utilem generi humano cõseruemus & propagemus. Et flagitat hanc diligentiam Deus pariter à doctoribus & discipulis. Quare iuuenes cogitent se etiam Deo hoc officij debere, ut solidam & perfectam doctrinam expetant, profuturam Ecclesiæ ac reipub. Quos in templa animos afferimus, eosdem decet in scholam afferre, uidelicet, ut ibi res diuinas cognoscamus, & alijs patefaciamus. Si quis uenit in scholam tantum ut inde auferat particulam aliquam doctrinæ, quæ possit ad quæstum, aut ostentationem conferri, is sciat se polluere sanctissima doctrinæ templa. Itaque si munus suum intelligent adolescentes, si scient quo animo uersari in studijs debeant, facile impetrabimus ab ingenijs non monstrosis, ut recte atque ordine percipiant omnes artes, ut non inanem eruditionis umbram, sed ueram doctrinam auferre conentur. Quosdam deterret à mathematis difficultas, sed hi, quod est iniquissimum, ante pronunciant quàm inspiciunt, priusquam degustarunt elementa, abijciunt & damnant totũ studium. Certe initia sine magno negocio percipi possunt, quæ usum habent in uita, & in multis artibus. Hæc saltem prius cognosci oportuit, quàm pronũciarent de difficultate. Deinde ordo qui præsertim in geometricis est commodissimus, leuat laborem, & multum addit lucis. Postremo ubique traduntur demonstrationes, quæ etsi in artis extrema parte, quasi in fastigio, longius recedunt ab oculis & conspectu nostro, ut urbes, quas procul uidemus, tamen in cæteris partibus, quia magis obuiæ sunt oculis, multo minus habent difficultatis. Extrema ignauia est, prius abijcere studium, quàm periculum feceris. Et mollities animi iniusta est, nihil laboris uelle suscipere in discendo, cum quidem militia quædam sit, uersari in literis. Et respubli. nobis maximarum rerum curam & conseruationem commendauerit, quas tueri sine acerrima contentione animorũ non possumus. Quare exuscitent nos, & ipsa artium dignitas, & publica utilitas, & meminerimus his uirtutis studijs etiam fortitudinem adiungendã esse, quæ non sinat animos languescere pigricia, quæ per omnes difficultates, ut ita dicã, ui sibi uiã faciat. Ac generosæ & heroicæ naturę, quę ad illas summas artes de rebus cœlestibus diuino aliquo adflatu, & ἐνθουσιασμῷ incitantur, facile has artes arripiunt, perinde ut hi, qui natura ad carmẽ idonei sunt, cito percipiunt syllabarum & pedum mensuras. Multum tamẽ ut in cæteris artibus etiam mediocria ingenia studio & diligentia assequentur. Ac siqui non totos se huic studio dedent, tamen his ad iudicia formanda, & ad intelligendos multos locos, qui in Aristotele & alijs laudatis autoribus obuij sunt, opus est cognitione elementorum geometriæ. Aristoteles pulcherrime pingit iusticiam in quinto Ethicorum his geometricis figuris, & species eius eruditissime discernit collatas ad Arithmeticam & Geometricam proportionem. Et traduntur eo in loco præcepta necessaria ijs, qui erudite de legum causis iudicare cupiunt. His plurimum affert lucis collatio sumpta ab Arithmeticis & geometris. Sed quia interpretes, quorum quidem libri extant, non intellexerunt hanc collationem, non solum obscurarunt, sed plane corruperunt totam Aristotelis sententiam, non secus ac si aliquam excellentem Apellis picturam sordibus & cœno conspersissent atque obruissent. Porro non solum turpe est interpreti, sed etiam molestum alijs lectoribus in tali loco tanquam in luto hærere & fraudari sententia autoris. Aristoteles enim prudentissime duas iusticiæ species constituit, quarum altera personarum gradus in legendis magistratibus, in imperijs, in ciuitate, & in familijs ordinat. Altera gubernat non solum contractus, sed omnes compensationes rerum, ut mercedes, damna, iniurias, pœnas. Iam cum explicatur quare in compensationibus requiratur Arithmetica portio. In altera uero iustitia legente magistratus ualeat geometrica, causæ iustitiæ ualde fiunt illustres. Ac sumpsit hanc ipsam collationem Aristoteles à Platone, qui cum summa uenustate & grauitate disputat, æqualitatem in ciuitatibus efficiendam esse, quia æqualitas gignat mutuum amorem, ut dici solet ἴσον ἴσῳ φίλον. Sed æqualitatem arithmeticam ait in imperijs, in legendis magistratibus turbulentam esse, geometricam uero salutarem esse ciuitatibus. Nam Geometrica æqualitas est, cum gradus constituuntur & delectus adhibetur, ut pro proportione tribuantur summa imperia optimis & prudentissimis ciuibus, & singuli intelligant quam partem muneris publici sustineant, & in suo ordine manent, non conturbant proportionem. Hunc statum ita prædicat Plato, ut hanc geometriam diuinam esse dicat, ac tum demum beatas fieri ciuitates, cum

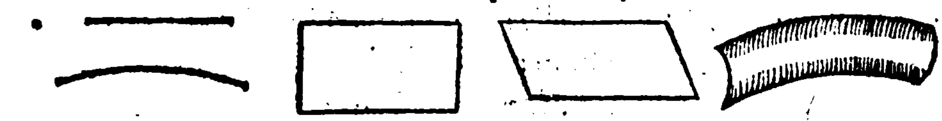
Deus

Deus particulam huius geometriæ eis impertit, denique addit, ab hac geometria proficisci, quicquid est boni in rebus humanis, ut si in Ecclesia, autoritas esset summa optimorum, ac doctissimorum, & per gradus suum officium singuli intelligerent, & facerent, & suam quisque Spartam, ut dicitur, ornaret, imperiti cederent sententijs eruditorum. Quid Ecclesia beatius esset, si hac geometrica proportione constituta esset, quæ & tyrannidem prohibet, & popularem licentiam. Nam in tyrannide gradus nulli sunt, sed pariter omnes boni opprimũtur. In democratia, dominatur æqualitas arithmetica, iuxta quam omnes infimi sine delectu consequuntur summa imperia, fitq́ status ille, quem maxime uituperat Achilles apud Homerum, cũ ait, nolle se in ea rep. esse in qua nullum sit discrimen bonorum & malorũ ciuium. ἐν δ' ἰῇ τιμῇ ἠμὲν κακὸς, ἠδὲ καὶ ἐσθλός. Quid bonis omnibus accidere posset optabilius quàm si geometrica proportio, quæ & tyrannidem & popularem licentiam prohibet gubernaret synodum Ecclesiasticam. Nec uero sine causa doctissimi homines delectati sunt geometricis similitudinibus, incurrunt enim in oculos, uelut picturę. Quare cum intelliguntur, ualde illustrãt disputationes, & multa monent admiratione digna. Inuitet igitur adolescentes & hæc causa ad elementa cognoscenda, quia magnos uiros uident amasse has figuras, & eorum scripta nõ posse intelligi nisi degustatis his artibus, etsi enim aliæ sunt multo maiores utilitates, de quib⁹ paulo ante dixi, tamen liberalibus ingenijs stimulum addit hoc quoq́, quod tales sentẽtias magnorum autorum & amãt, tanquã preciosissimas gẽmas, & uim earũ penitus perspicere cupiunt. Iã hæc ipsa exempla docẽt sententiam Platonicam, quam scripsit in uestibulo scholæ, nõ inepte ad mores accommodari, ἀγεωμέτρητος οὐδεὶς εἰσίτω. Excludit à scholis eos, qui cõturbant geometricã proportionem, qui gradus honestorũ officiorũ nec intelligunt nec tuentur, qui sine lege inęqualiter, qua fert impetus, ruunt. Verissimũ enim est illud Æschyli dictũ, alium hominẽ alteri ciuitati cõuenire, ἄλλον ἀλλῇ πρὸς πόλει τεταγμένον. Vt igitur illa fera & barbarica ingenia, nõ cõueniunt ciuitati philosophicę, quia neq́ mirãtur artes neq́ doceri possunt. Ita ecõtra præditi moderatis ingenijs, quia incitari possunt ad hæc optima studia colenda, cõueniunt philosophicæ ciuitati, Tales inuitat Platõ ac simul significat, quæ natura capax sit philosophię, quales mores apti sint his studijs, quæ ingenia ad amorẽ philosophiæ accendi possint, & quo doctrinę genere principio opus sit. Quare studiosi, cũ legẽt hãc Platonis inscriptionem ἀγεωμέτρητος οὐδεὶς εἰσίτω, meminerint se & geometricam æqualitatem in moribus præstare debere, & ad cæteras adiungere geometriæ studium. Vtrũq́ est ingens ornamẽtum, & propter multas causas expetendũ. Bene Valete. Vuittẽberge. Mense Augusto. Anno M. D. XXXVII.

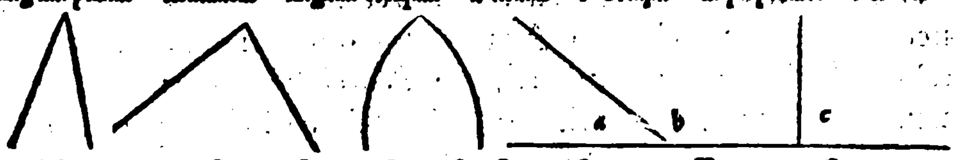
EVCLIDIS MEGAREN SIS CLARISSIMI PHILOSOPHI, MATHEMATICORVM facile principis: primum ex Campano, deinde ex Theone græco commentatore, interprete Bartholomæo Zamberto Veneto, Geometricorum elementorum liber primus.

Ex Campano: triplex principiorum genus.
Primum Diffinitiones.

PVnctus est, cuius pars non est. 2 Linea, est longitudo sine latitudine. 3 Cuius quidem extremitates, sunt duo puncta. 4 Linea recta, est ab uno puncto ad alium breuissima extensio, in extremitates suas eos recipiens.
5 Superficies, est quæ longitudinem & latitudinem tantum habet. 6 Cuius quidem termini, sunt lineæ. 7 Superficies plana, est ab una linea ad aliam breuissima extensio, in extremitates suas eas recipiens.



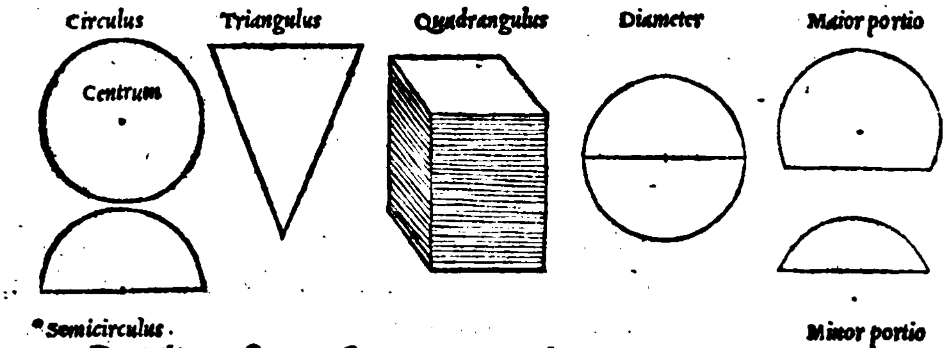
8 Angulus planus, est duarum linearum alternus contactus, quarum expansio est super superficiem, applicatioque non directa. 9 Quando autem angulũ continent duæ lineæ rectæ: rectilineus angulus nominatur.
10 Quando recta linea super rectam steterit, duoque anguli utrobique fuerint æquales, eorum uterque rectus erit, lineaque lineæ superstans, ei cui superstat, perpendicularis uocatur. 11 Angulus uero qui recto maior est, obtusus dicitur. 12 Angulus uero minor recto, acutus appellatur.



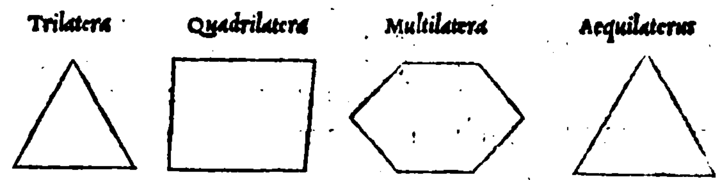
13 Terminus, est quod uniuscuiusque finis est. 14 Figura, est quæ termino uel terminis continetur. 15 Circulus, est figura plana una quidem linea contenta quæ circũferentia nominatur, in cuius medio punctus est, à quo omnes lineæ rectæ & ad circunferentiam exeuntes, sibi inuicem

ſunt æquales. 16 Et hic quidem punctus: centrum circuli dicitur.

17 Diameter circuli, eſt linea recta quæ ſuper eius centrum tranſiens, extremitatesq; ſuas circunferentiæ applicans, circulum in duo media diuidit. 18 Semicirculus, eſt figura plana diametro circuli & medietate circunferentiæ contenta. 19 Portio circuli, eſt figura plana recta linea & parte circunferentiæ contenta, ſemicirculo quidem aut maior aut minor.

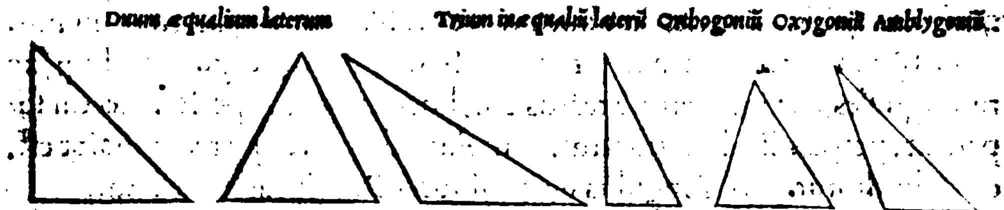


20 Rectilineæ figuræ, ſunt quæ rectis lineis continentur. 21 Quarum quædam trilateræ: quæ tribus rectis lineis. 22 Quædam quadrilateræ: quæ quatuor rectis lineis. 23 Quædã multilateræ, quæ pluribus q̃ quatuor rectis lineis continentur.

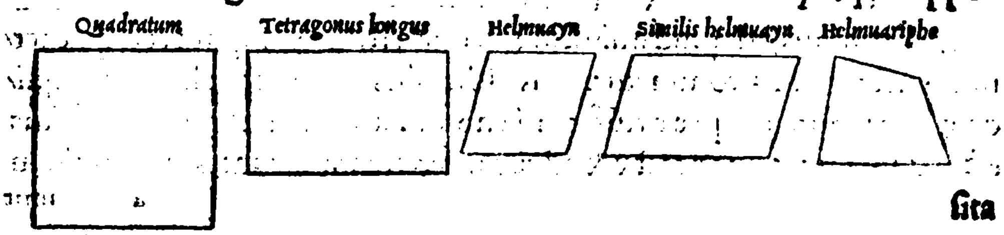


24 Figurarũ trilaterarũ, alia eſt triangulus, habẽs tria latera æqualia.

25 Alia, triangulus duo habens æqualia latera. 26 Alia, triangulus trium inæqualiũ laterũ. 27 Harum iterũ alia eſt orthogoniũ, unum, ſcilicet, rectum angulũ habens. 28 Alia eſt amblygoniũ, aliquẽ obtuſum angulum habens. 29 Alia eſt oxygoniũ, in qua tres anguli ſunt acuti.



30 Figurarũ autem quadrilaterarũ, alia eſt quadratum, quod eſt æquilaterum atq; rectangulũ. 31 Alia eſt tetragonus longus, quæ eſt figura rectangula, ſed æquilatera nõ eſt. 32 Alia eſt helmuayn, quæ eſt æquilatera, ſed rectangula non eſt. 33 Alia eſt ſimilis helmuayn, quæ oppo-



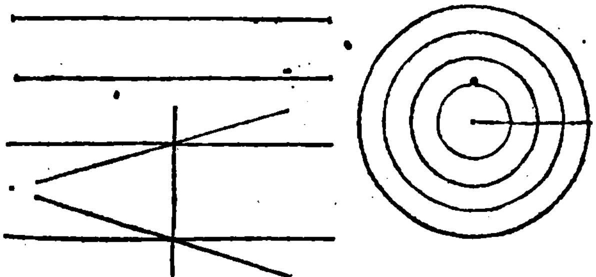
ſita

ſita latera habet æqualia atque oppoſitos angulos æquales, idem tamen nec rectis angulis nec æquis lateribus continetur. 34 Præter has autem omnes, quadrilateræ figuræ, helmuariphe nominantur.

35 Æquidiſtantes lineæ, ſunt quæ in eadem ſuperficie collocatæ, atq; in alterutram partem protractæ non conueniunt, etiam ſi in infinitũ protrahantur.

Secundum, Petitiones.

1 A quolibet puncto in quemlibet punctũ, rectam lineam ducere: atq; lineam definitam, in continuũ rectumq; quantum libet protrahere.



2 Super centrũ quodlibet, quantũlibet occupando ſpatium, circulum deſignare. 3 Omnes rectos angulos, ſibiinuicem eſſe æquales. 4 Si linea recta ſuper duas lineas rectas ceciderit, duoq; anguli ex una parte duobus rectis angulis minores fuerint, iſtas duas lineas in eandem partem protractas: proculdubio coniunctum iri 5 Duas lineas rectas, ſuperficiem nullam concludere.

Tertium Communes animi conceptiones.

1 Quæ uni & eidem ſunt æqualia, & ſibiinuicem ſunt æqualia. 2 Et ſi æqualibus æqualia addãtur, tota quoq; fient æqualia. 3 Et ſi ab æqualibus æqualia auferantur, quæ relinquũtur erunt æqualia. 4 Et ſi ab inæqualibus æqualia demas, quæ relinquũtur erunt inæqualia. 5 Et ſi inæqualibus æqualia addas, ipſa quoq; fient inæqualia. 6 Si fuerint duæ res uni duplices, ipſæ ſibiinuicem erunt æquales. 7 Si fuerint duæ res quarum utraq; unius eiuſdem fuerit dimidium, utraq; erit æqualis alteri.

8 Si aliqua res alicui ſuperponatur, applicetur q; ei, nec excedat altera alterã, illæ ſibiinuicẽ erunt æquales. 9 Omne totũ, eſt maius ſua parte.

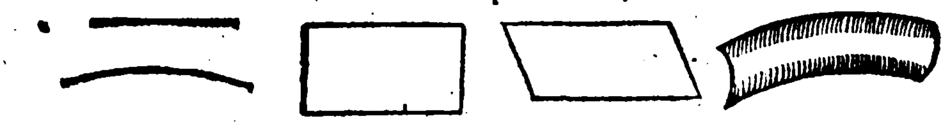
CAMPANVS. Sciendum eſt autem, quod præter has cõmunes animi conceptiones, ſiue cõmunes ſententias, multas alias quæ numero ſunt incõprehenſibiles, prætermiſit Euclides: quarum hæc eſt una. Si duæ quantitates æquales, ad quamlibet tertiam eiuſdem generis comparẽtur: ſimul erunt ambæ illa tertia, aut æque maiores, aut æque minores, aut ſimul æquales. Item alia. Quanta eſt aliqua quantitas ad quamlibet aliam eiuſdem generis, tantam eſſe quamlibet tertiam ad aliquã quartam eiuſdem generis. In quantitatibus continuis hoc uniuerſaliter uerum eſt, ſiue antecedentes maiores fuerint conſequentibus, ſiue minores: magnitudo enim decreſcit in infinitum: in numeris autem, non ſic. Sed ſi fuerit primus ſubmultiplex ſecundi, erit quilibet tertius æque ſubmultiplex alicuius quarti: quoniam numerus creſcit in infinitum, ſicut magnitudo in infinitum minuitur.

EVCLIDIS MEGARENSIS GRAECI PHILOSOPHI, BARTHOLOMAEO ZAMBERTO Veneto interprete: Triplex principiorum genus.

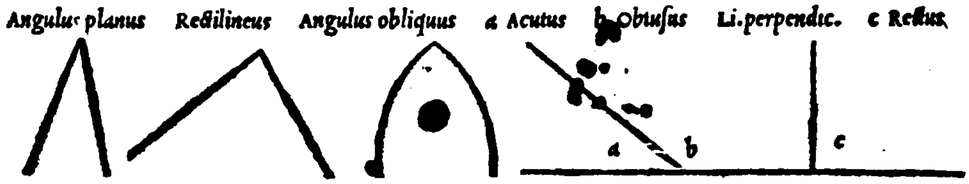
Primum Diffinitiones.

Signum, est cuius pars nulla. 2 Linea uero, longitudo illatabilis. 3 Lineæ autẽ limites, sunt signa. 4 Recta linea, est quæ ex æquali, sua interiacet signa. 5 Superficies, est quæ longitudinem latitudinemq; tantum habet.

6 Superficiei extrema, sunt lineæ. 7 Plana superficies, est quæ ex æquali, suas interiacet lineas. 8 Planus angulus, est duarum linearũ in plano sese tangentiũ & non in directo iacentiũ, ad alterutrã inclinatio.



9 Quando autem quæ angulum continent, rectæ lineæ fuerint, rectilineus angulus nuncupatur. 10 Cum uero recta linea super rectam consistens lineam, utrobiq; angulos æquales adinuicẽ fecerit, rectus est uterq; æqualiũ angulorũ: & quæ superstat recta linea, perpendicularis uocitatur, super quam steterit. 11 Obtusus angulus, maior est recto. 12 Acutus uero, minor est recto. 13 Terminus, est quod cuiusq; finis est.

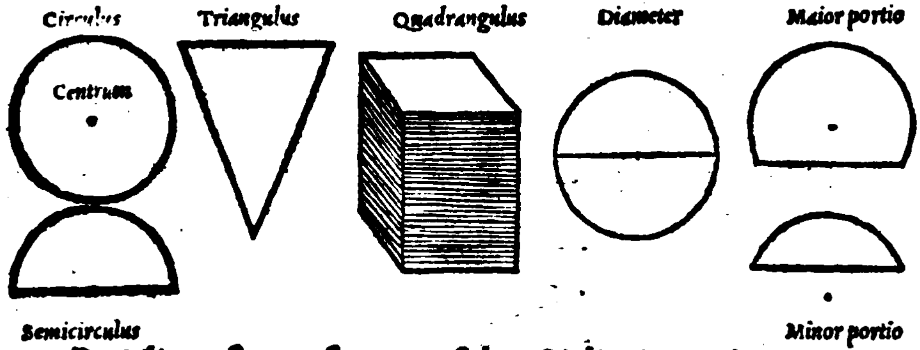


14 Figura est quæ sub aliquo, uel aliquibus terminis comprehenditur.

15 Circulus, est figura plana una linea contenta quæ circunferentia appellatur, ad quam ab uno signo introrsum existente omnes prodeuntes lineæ, ipsiusq; circuli circunferentiam incidentes, adinuicem sunt æquales.

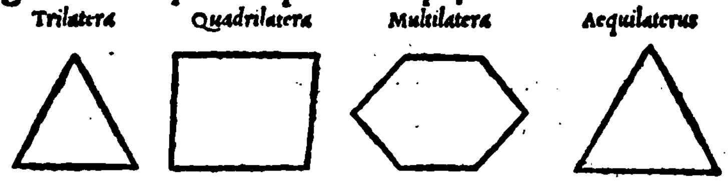
16 Centrum uero ipsius circuli id signum appellatur. 17 Dimetiens circuli, est recta quædam linea per centrum acta, & ex utraque parte in circuli circũferentiam terminata, quæ circulũ bifariam dispescit. 18 Semicirculus, est figura quæ sub dimetiente & ea quæ per ipsam circuli circunferentia

ferentia sublata est, continetur. 19 Sectio circuli, est figura quæ sub recta linea & circuli circũferentia aut maiore aut minore semicirculo continetur.



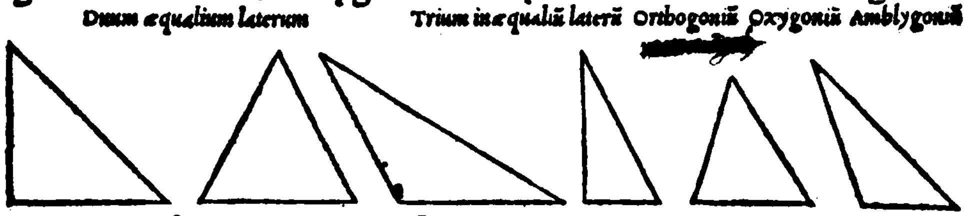
20 Rectilineæ figuræ, sunt quæ sub rectis lineis continentur. 21 Trilateræ figuræ, sunt quæ sub tribus rectis continentur lineis. 22 Quadrilateræ figuræ, sunt quæ sub quatuor comprehenduntur rectis lineis.

23 Multilateræ figuræ, sunt quæ sub pluribus quàm quatuor rectis lineis cõprehenduntur.



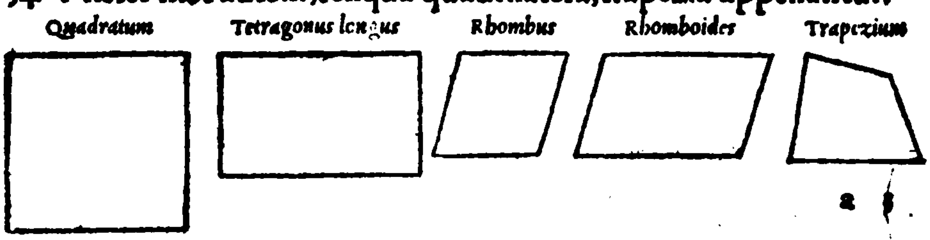
24 Trilaterarũ porrò figurarũ, æquilaterũ est triangulum, quod sub tribus æqualibus lateribus continetur.

25 Isosceles autem, est quod sub binis tantum æqualibus lateribus continetur. 26 Scalenum uero, est quod sub tribus inæqualibus lateribus continetur. 27 Amplius trilaterarũ figurarũ, rectangulum triangulũ est quod rectum angulum habet. 28 Amblygoniũ autem, quod obtusum angulum habet. 29 Oxygoniũ uero, quod tres habet acutos angulos.



30 Quadrilaterarum autem figurarum, quadratum quidem, est quod & æquilaterũ ac rectangulum est. 31 Altera parte longius, est quod rectangulum quidem, at æquilaterũ non est. 32 Rhombus, est quæ æquilatera, sed rectangula non est. 33 Rhomboides uero, est quæ ex opposito latera & angulos habens æquales, neq; æquilatera neq; rectangula est.

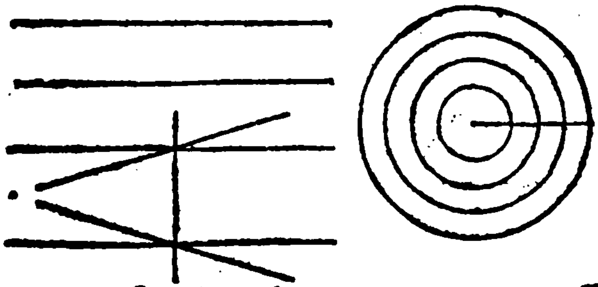
34 Præter hæc autem, reliqua quadrilatera, trapezia appellantur.



35 Parallelæ rectæ lineæ sunt, quæ in eodem existentes plano, & ex utraque parte in infinitum productæ, in nulla parte concurrunt.

Secundum, Postulata.

1 Ab omni signo in omne signum, rectam lineam ducere. 2 Rectam lineam terminatam, in continuum rectumq́ producere. 3 Omni centro & interuallo, circulum describere. 4 Omnes angulos rectos, adinuicem æquales esse. 5 Si in duas rectas lineas recta linea incidens, interiores & in eadē parte angulos duobus rectis minores fecerit, rectas lineas in infinitū productas concurrere necesse est ad eas partes in quibus anguli duobus rectis minores existunt.



Tertium Communes sententiæ.

1 Quæ eidem æqualia, & ad inuicem sunt æqualia. 2 Et si æqualibus æqualia adijciātur, tota erunt æqualia. 3 Et si ab æqualibus æqualia auferantur, quæ relinquuntur æqualia erunt. 4 Et si inæqualibus æqualia adiungantur, tota erunt inæqualia. 5 Et si ab inæqualibus æqualia auferantur, reliqua inæqualia erunt. 6 Quæ eiusdem duplicia sunt, ad inuicem sunt æqualia. 7 Et quæ eiusdem sunt dimidium, æqualia sunt adinuicem. 8 Et quæ sibimetipsis cōueniunt, æqualia sunt adinuicem.

χωρίον 9 Totum, est sua parte maius. 10 Duæ rectæ lineæ, * superficiem non concludunt.

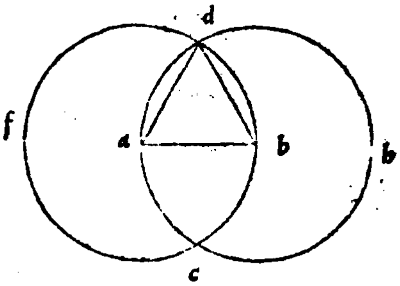
EVCLIDIS

EVCLIDIS MEGARENSIS GEOMETRICA ELEMENTA: EX CAMPANO.

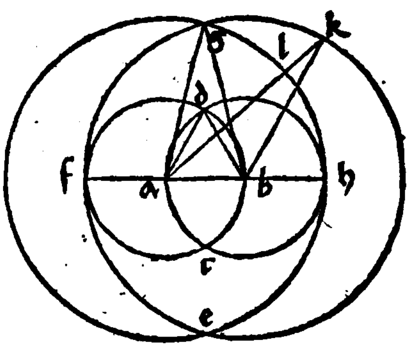
Primi libri propositio prima.

1 TRiangulum æquilaterum: supra datam lineam rectam collocare.

Esto data linea recta: a b. uolo: super ipsam, triangulum æquilaterum constituere. Super alteram eius extremitatẽ, scilicet, in puncto a, ponam pedem circini immobilem, & alterum pedem mobilem extendam usq; ad ad b: & describam secundum quantitatem ipsius lineæ datæ, per secundam petitionem circulum c b d f. Rursus alterã eius extremitatem, scilicet, punctum b faciam centrum: & per eandem petitionem & secundum eiusdem quantitatem, lineabo circulũ c a d h. qui circuli intersecabũt se in duobus punctis quæ sint c, d. Et alteram duarũ sectionũ sicut sectionem d, continuabo cum ambabus extremitatibus datæ lineæ: protractis lineis d a, d b per primam petitionẽ. Quia ergo à puncto a, quod est centrum circuli c b d, protractæ sunt lineæ a d & a b usque ad eius circunferentiam: ipsæ erunt æquales, per diffinitionem circuli. Similiter quoq; quia à puncto b quod est centrũ circuli c a d h, protractæ sunt lineæ b a & a d usq; ad eius circunferentiã, ipsæ erunt etiam æquales. Quia ergo utraq; duarum linearum a d, b d, æqualis est lineæ a b, ut probatũ est: ipsæ erunt æquales inter se, per primam cõmunem animi conceptionẽ. Ergo super datam rectam lineam: collocauimus triangulum æquilaterum, quod est propositum.



CAMPANI additio. Si autẽ super eandem lineam libeat collocare reliquas duas triangulorũ species, scilicet triangulum duûm æqualium laterum, & triangulũ trium inæqualiũ laterum: protrahatur linea a b, in utranq; partem, usq; quo occurret circũferentijs amborum circulorum super duo puncta f & h. Et posito centro in puncto a: lineetur circulus e h g, secũdum quantitatẽ lineæ a h. Item posito centro in puncto b: lineetur circulus e f g, secundum quantitatẽ lineæ b f. Hi autẽ circuli intersecabunt se in duobus punctis quæ sunt e, g. Coniungantur igitur extremitates datæ lineæ cum altera dictarũ sectionum: per duas lineas rectas quæ sint a g, b g. Et quia hæ lineæ a b, & a f, exeunt à centro circuli c d f, ad eius circũferentiã: ipsæ erunt æquales. Similiter quoq; a b & a h quia exeunt à centro circuli c a d h usque ad ipsius circunferentiã: ipsæ erunt æquales. Quia ergo utraq; duarum linearũ a f & b h æqualis est lineæ a b: ipsæ erunt inter se æquales, ergo posita a b cõmuni: erit b f æqualis a h. sed b f æqualis ipsi b g: quia ambæ exeũt à centro circuli e f g, ad eius circunferentiã. Similiter quoq; a h: est æqualis ipsi a g. & utraq; earum est maior a b: eò quòd utraq; duarum linearum b f & a h maior est a b. Quare super datam lineam: collocauimus triangulum duorum æqualium laterum. Triangulum etiam trium inæqualium laterum super eandem lineam collocabimus: si aliquod punctum existens in circunferentia alterutrius duorum maiorũ circulorum quod non sit in altera duarum sectionũ, & cui non obuiet f h, cum in utramlibet partem producta fuerit in continuum & directum, coniunxerimus per duas lineas rectas cum ambabus extremitatibus datæ lineæ. Sit enim punctus k signatus in circunferentia circuli e f g: & non sit in altera sectionum, nec occurrat ei f h, cum protraheretur in continuum & directum eius usq; ad circunferentiã: protraham ergo lineas a k & b k. & secabit linea a k: circũferentiã circuli e h g: secet ergo in puncto l, eritq; b k per 1 cõmunem animi conceptionem æqualis a l, quia b k per diffinitionẽ circuli est æqualis b g, & a l æqualis a g: qua-

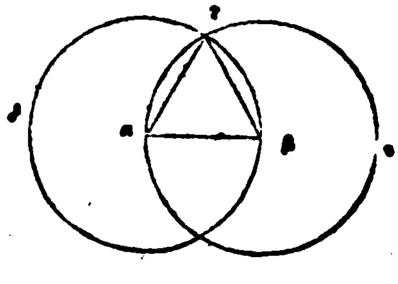


re à k, eſt maior b k. Sed & b k, eſt maior a b: triangulus ergo a b k, eſt trium inæqualiũ laterũ. Sic igitur ſuper datam lineã rectam, omnes triangulorũ ſpecies collocauimus.

Euclides ex Zamberto. *Problema 1.* *Propoſitio 1.*

Super data recta linea terminata: triangulũ æquilaterũ conſtituere. 1

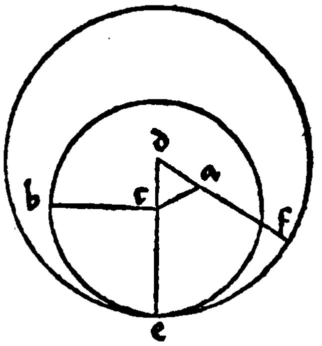
THEON *ex Zamberto.* *Sit data recta terminata linea: α β. Oportet ſuper α β: triangulum æquilaterum conſtituere. Centro quidem α, ſpatio uero α β, circulus deſcribatur β γ δ (per 3 poſtulatũ) & rurſus (per idem) centro quidem β, ſpatio uero β α, alter circulus deſcribatur α γ ε. Et (per 1 poſtulatũ) à ſigno γ, in quo ſe circuli adinuicẽ ſecant, ad α, β, ſigna connectantur rectæ lineæ γ α, γ β. Et quoniã α ſignũ, centrũ eſt circuli γ β δ, æqualis eſt (per 15 diffinitionẽ) α γ ipſi α β. Rurſus quoniã β ſignum, centrũ eſt circuli γ α ε, æqualis eſt β γ ipſi β α. (per 15 diffinitionẽ). At oſtenſa eſt linea α γ, ipſi α β æqualis: utraq; igitur & γ α & γ β, ipſi α β eſt æqualis. Quæ autẽ eidem æqualia, & ad inuicẽ ſunt æqualia (per 1 cõmunem ſententiã) & γ α igitur, ipſi γ β eſt æqualis. Tres igitur lineæ γ α, α β, β γ, æquales adinuicẽ ſunt. Aequilaterũ igitur eſt triangulum α β γ, & conſtitutum ſuper data recta linea terminata α β, quod feciſſe oportuit.*



Euclides ex Campano. *Propoſitio 1.*

A Dato puncto: cuilibet lineæ rectæ propoſitæ æquam rectam lineam ducere. 2

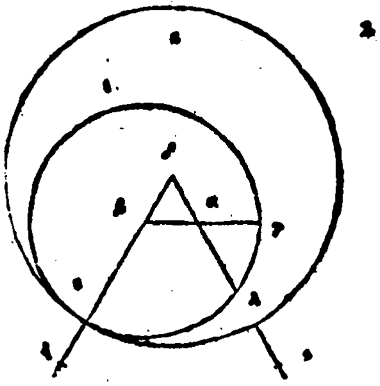
CAMPANVS. Sit a, punctus datus: & b c linea recta data. uolo à puncto a, ducere lineam unam æqualem lineæ b c: in quamcunq; partem contingat. Coniungam ergo punctum a, cum altera extremitate lineæ b c: cum qua uoluero: & coniungam ipſum a, cum extremitate c, per lineam a c: ſuper quam conſtituam triangulum æquilaterũ ſecundum doctrinã præcedentis. qui ſit a c d. & in illa extremitate lineæ datæ cum qua coniunxi punctum datum, a ſcilicet: in extremitate c ponam pedem circini immobilem, deſcribamq; ſuper ipſum (per 3 petitionem) circulum ſecũdum quantitatem ipſius datæ lineæ: qui ſit circulus e b. & latus trianguli æquilateri q̃d opponitur puncto dato, ſcilicet latus d c protraham per centrum circuli deſcripti uſq; ad eius circunferentiam: & ſit tota linea ſic protracta d c e. ſecundum cuius quantitatẽ, lineabo circulum, poſito centro in d: qui ſit circulus e f. Poſtea protraham latus d a uſque ad circunferentiam huius ultimi circuli: & occurrat circunferentiæ ipſius in puncto f. Dico igitur quod a f: eſt æqualis b c. nam b c, & c e ſunt æquales: quia exeunt à centro circuli e b, ad eius circunferentiam. Similiter quoq; d f & d e ſunt æquales: quia exeunt à centro circuli e f, ad circunferentiã. ſed d a & d c ſunt æquales: quia ſunt latera trianguli æquilateri. ergo ſi d a & d c demantur de d e & d f quæ ſunt æquales: erunt reſidua quæ ſunt a f & c e, æqualia. Quia ergo utraq; duarũ linearũ a f & c b eſt æqualis c e: ipſæ per 1 cõmunem animi conceptionẽ: adinuicem ſunt æquales. Quare à puncto a, protraximus lineam a f æqualẽ b c: quod eſt propoſitũ.



Eucli. ex Zamb. *Problema 2.* *Propoſitio 2.*

Ad datum ſignum, datæ rectæ lineæ æquam rectam lineam ponere. 2

THEON *ex Zamb.* *Sit datum ſignum, α: data autẽ recta linea, β γ. oportet ad ipſum α: ipſi β γ rectæ lineæ æquã rectam lineam ponere. Ducatur enim ab α, ſigno in β ſignum, recta linea α β, (per 1 poſtulatum) & conſtituatur ſuper ea (per 1 propoſitionem,) triangulum æquilaterum ſitq; illud, δ α β. & producantur (per 2 poſtulatum) in rectum ipſis, δ α, δ β lineæ α ε, β ζ & (per 3 poſtulatum) centro β, ſpatio uero β γ: circulus deſcribatur γ η θ. & rurſus (per idem) centro δ, ſpatio uero δ η, circulus deſcribatur η κ λ. Quoniam igitur β ſignum, centrũ eſt circuli γ η θ, æqualis eſt (per 15 diffinitionem) β γ ipſi β η: & quoniam δ ſignum centrum eſt circuli η κ λ: æqualis eſt (per eandem) δ λ ipſi δ η, quarum δ α ipſi δ β,*

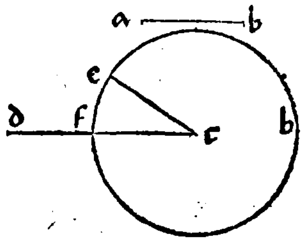


est æqualis (per præcedentem:) reliqua igitur α λ, reliquæ β κ (per 3 cõmunem sententiam) est æqualis. Ostensum est autem, quod β γ ipsi β κ est æqualis, utraq; igitur & α λ & β γ, ipsi β κ est æqualis. Quæ autem eidem æqualia, (per primam cõmunem sententiam) & adinuicem sunt æqualia, & linea α λ igitur, ipsi β γ est æqualis. Ad datum igitur signum, α, datæ rectæ lineæ β γ æqua recta linea collocata est α λ, quod fecisse oportuit.

Eucli. ex Camp. Propositio 3

3 PRopositis duabus lineis inæqualibus, de longiori earum, breuiori æqualem abscindere.

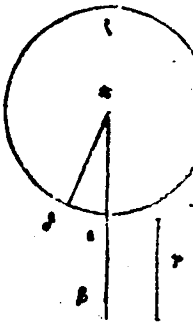
CAMPANVS. Sint duæ lineæ a b & c d, & sit a b minor: uolo ex c d abscindere unam, quæ sit æqualis a b. Duco primo à puncto c, unam lineam æqualem a b, secundum quod docuit præcedens, quæ sit c e: posito ergo centro in puncto c, describam circulum secundum quantitatem c e, qui secabit lineam c d: sit ergo ut secet eam in puncto f, eritq́ linea c f, æqualis lineæ c e, quia ambæ exeunt à centro eiusdem circuli ad circunferentiam, & quia utraque duarum linearũ a b & c f est æqualis c e, ipsæ per 1 cõmunem animi conceptionem sunt inter se æquales, quod est propositum.



Eucli. Ex Zamb. Problema 3. Propositio 3.

3 Duabus datis rectis lineis inæqualibus, à maiore, minori æqualem rectam lineam abscindere.

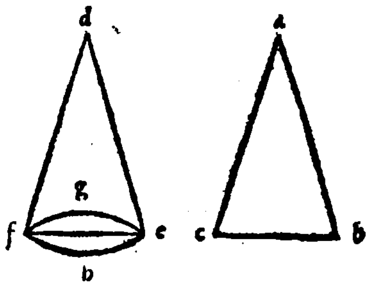
THEON ex Zamberto. *Sint datæ duæ rectæ lineæ inæquales, α β, γ, quarum maior sit α β: oportet ab ipsa α β maiore, ipsi γ minori æqualem rectam lineam abscindere. Ponatur (per secundam propositionẽ) ad signum α, lineæ (uero) rectæ γ, æqualis α δ, & centro quidem α, interuallo uero α δ, (per 3 postulatum) circulus describatur δ ε ζ. Et quoniam α signum, centrum est circuli δ ε ζ, æqualis est α ε ipsi α δ. At linea γ, ipsi α δ est æqualis: utraq; igitur & α ε, & γ, ipsi α δ est æqualis: quare & linea α ε, ipsi γ est æqualis. Duabus igitur datis rectis lineis inæqualibus α β, γ, ab ipsa α β maiore, ipsi γ minori æqualis abscisa est α ε, quod facere oportebat.*



Eucli. ex Camp. Propositio 4.

4 AMnium duorum triangulorũ quorum duo latera unius duobus lateribus alterius æqualia fuerint, duoq́ anguli eorum illis æquis lateribus contenti æquales fuerint alter alteri, latera quoq́ illorum reliqua sese respicientia æqualia, reliqui uero anguli unius reliquis angulis alterius æquales erunt, ac totus triangulus toti triangulo æqualis.

CAMPANVS. Sint duo trianguli a b c, d e f, sitq́ latus a b, æquale lateri d e, & latus a c, æquale lateri d f, & angulus a, æqualis angulo d. Tunc dico, quod basis b c, est æqualis basi e f, & angulus b, æqualis angulo e. Item angulus c, æqualis angulo f, & totus triangulus a b c, toti triangulo d e f, quod probatur. Superponam triangulũ a b c, triangulo d e f, ita quod angulus a, cadat super angulum d, & latus a b super latus d e, & latus a c super latus d f. Patet autem per penultimam conceptionẽ, quod nec anguli, nec latera sese excedent, eo quod angulus a, est æqualis angulo d, & latera superposita: ijs, quibus superponũtur, per hypothesin: puncta ergo b c, cadent super puncta e f. Si ergo linea b c, cadit super lineam e f, patet propositum, quia cum linea b c superposita lineæ e f, non excedat eam nec excedatur ab ea, est ei æqualis per conuersionem penultimæ cõceptionis. Eadem ratione erit angulus b, æqualis angulo e, & angulus c æqualis angulo f. Si autem linea b c non cadit super lineam e f, sed cadit intra triangulum sicut linea e g f, aut extra sicut linea e h f, tunc duæ lineæ recte concludunt superficiem, quod est contra ultimam petitionem.

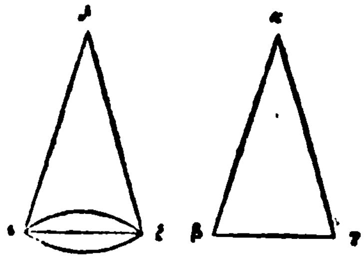


Euclidis

Eucli ex Zamb. *Theorema primum.* Propositio 4.

Si duo triangula duo latera duobus lateribus æqualia habuerint alterum alteri, & angulum angulo æqualem sub æqualibus rectis lineis contentum, & basin basi æqualem habebunt, & triangulum triangulo æquũ erit, ac reliqui anguli reliquis angulis æquales erunt alter alteri, sub quibus æqualia latera subtenduntur. 4

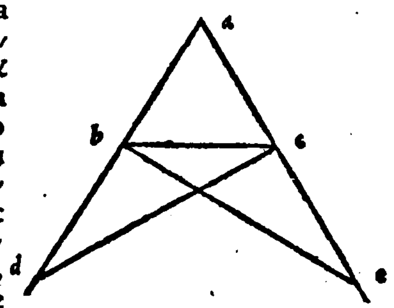
THEON ex Zamb. *Sint bina triangula α β γ, δ ε ζ, duo latera uidelicet α β, α γ, duobus lateribus, hoc est, δ ε, δ ζ, æqualia habentia alterum alteri, scilicet α β, ipsi δ ε, & α ε, ipsi δ ζ, & angulum β α γ, angulo ε δ ζ æqualem. Dico quod & basis β γ, basi ε ζ, est æqualis, & triangulũ α β γ, triangulo δ ε ζ, æquum erit: & reliqui anguli reliquis angulis æquales erunt alter alteri sub quibus æqualia latera subtenduntur, hoc est, α β γ ipsi δ ε ζ, & α γ β ipsi δ ζ ε. Congruente namq; triangulo α β γ ipsi δ ε ζ triangulo, ac posito signo α super δ, & α β recta linea super δ ε, congruit & signum β signo ε, ex eo quia linea α β ipsi δ ε est æqualis (per hypothesin). Et congruente linea α β ipsi lineæ δ ε, congruit & linea recta α γ ipsi lineæ δ ζ: quoniam angulus β α γ, angulo δ ε ζ est æqualis (per hypothesin). At quoniam linea recta α γ, ipsi δ ζ est æqualis (per hypothesin): signum igitur γ, ipsi signo ζ congruit. Rursus quoniam γ signum ipsi ζ signo congruit, at β signũ ipsi ε signo congruit: basis igitur β γ, basi ε ζ congruit. Si enim congruente β ipsi ε, & γ ipsi ζ, basis β γ, basi ε ζ non congruit: duæ rectæ lineæ superficiem concludunt, quod (per 10 communem sententiam) est impossibile. Congruit ergo basis β γ, basi ε ζ, & ei est æqualis. Quare totum triangulum α β γ, toti triangulo δ ε ζ congruit (per 8 communem sententiam), & ei est æquale. Et reliqui anguli (per eandem) reliquis angulis congruent, & eis erunt æquales, hoc est angulus α β γ, angulo δ ε ζ, & angulus α γ β angulo δ ζ ε. Cum igitur bina triangula duo latera duobus lateribus æqualia habuerint alterum alteri, & angulum angulo æquum sub æqualibus rectis lineis contentum: basin quoque basi æqualem habebunt, & triangulum triangulo æquum erit, & reliqui anguli reliquis angulis æquales erunt alter alteri, sub quibus æqualia latera subtenduntur. Quod oportuit demonstrasse.*



Eucli. ex Camp. Propositio 5.

Omnis trianguli duûm æqualiũ laterũ angulos qui super basin sunt, æquales esse necesse est. Quod si eius duo latera directe protrahantur, fient quoq; sub basi duo anguli inuicẽ æquales. 5

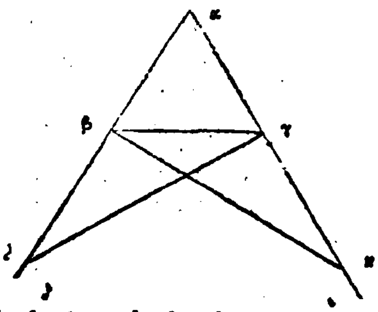
CAMPANVS. Sit triangulus a b c, cuius latus a b sit æquale lateri a c. Dico quod angulus a b c, est æqualis angulo a c b. Quod si protrahantur a b & a c usq; ad d & e, fiet angulus d b c æqualis angulo e c b. Quod sic probatur. Protractis a b & a c, ponam per tertiam propositionem, lineam a d æqualem lineæ a e, & protraham lineas e b, d c. Et intelligam duos triangulos a b e & a c d, quos probabo esse æquales, & adinuicem æquilateros & æquiangulos. Sunt enim duo latera a b & a e, trianguli a b e, æqualia duobus lateribus a c & a d, trianguli a c d, & angulus a, cõmunis utriq;: ergo per præmissam, basis b e est æqualis basi d c, & angulus e æqualis angulo d, & angulus a b e æqualis angulo a c d. Item intelligo duos triangulos d b c & e c b, quos similiter probabo esse æquilateros & æquiangulos. Nam duo latera b d & d c trianguli b d c, sunt æqualia duobus lateribus e c & e b trianguli c e b, & angulus d, angulo e: ergo per præmissam basis basi, & reliqui anguli reliquis angulis: ergo angulus d b c est æqualis angulo e c b. (Et est secundum propositum, scilicet, quod anguli sub basi sunt æquales) & angulus d c b, est æqualis angulo e b c. Sed totus angulus a b e, est æqualis toti a c d, ut probatum fuit supra: ergo angulus a b c residuus, est per 3 cõmunem animi conceptionem æqualis angulo a c b residuo, quorum uterque est supra basin. Et hoc est primum propositum.



Eucli. ex Zamb. Theorema 2. Propositio 5

5 Isoscelium triangulorũ qui ad basin sunt anguli, adinuicem sunt æqua-les. Et productis æqualibus rectis lineis, qui sub basi sunt anguli, adin-uicem æquales erunt.

THEON ex Zamberto. *Sit triangulũ isosceles αβγ, æquum habens latus αβ, lateri αγ, & producantur, (per 2 postulatũ) in rectum ipsis αβ, αγ, rectæ lineæ βδ. Dico quod angulus αβγ, angulo αγβ est æqualis: & an-gulus γβδ, angulo βγε. Capiatur in linea βδ. contingens signũ, sitq; illud ζ, & auferatur (per 3 propositionẽ) à li-nea αε maiore, ipsi αζ minori æqualis, sitq; illa αη, & connectantur ζγ & ηβ. Quoniam αζ, ipsi αη, & αβ, ipsi αγ, sunt æquales: duæ igitur ζα, αγ, duabus ηα, αβ, sunt æquales altera alteri, & cõmunem angulum cõcludunt: qui sub ζαη, cõtinetur. Basis igitur ζγ. basi ηβ (per 4 propositionẽ) est æqualis: & triangulũ αζγ, triangulo αηβ, erit æquale, & reliqui anguli reliquis angulis alter alteri æquales erunt, sub quibus latera æqualia explicantur: hoc est angulus αγζ, angulo αβη, & angulus αζγ, angulo αηβ. Et quoniã tota αζ, toti αη est æqualis, quarum linea αβ, lineæ αγ est æqualis: reliqua igitur βζ reliquæ γη (per 3 cõmunem sententiam) est æqua-lis. Ostensum est autem, quod ζγ ipsi βη est æqualis. Duæ autem βζ, ζγ, duabus γη, æquales sunt altera alteri: & angulus βζγ, angulo γηβ (per 4 propositionem) est æqualis: & βγ basis eorum, cõmunis est.*

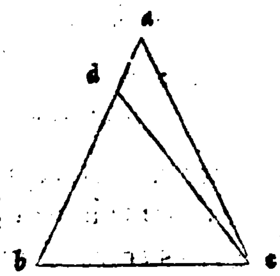


Triangulum igitur βζγ, triangulo γηβ, erit æquale: & reliqui anguli reliquis angulis alter alteri æquales erunt, sub quibus æqualia latera subtenduntur, (per eandem). Angulus igitur ζβγ, angulo ηγβ. & angulus βγζ angulo γβη sunt æquales. Quoniam igitur totus angulus αβη, toti angulo αγζ (ut ostensum est) æqualis est, quorũ γβη, angulo βγζ est æqualis: reliquus igitur angulus αβγ, reliquo angulo αγβ, (per 3 cõmunem sententiã) est æqua-lis, & ad basin sunt trianguli αβγ. Ostensum est autem, quod angulus ζβγ, angulo ηγβ, est æqualis, & sub basi existunt. Isoscelium igitur triangulorũ qui ad basin anguli sunt, æquales sunt adinuicem. Et productis æqualibus rectis lineis, anguli qui sub basi existunt, æquales erunt adinuicem, quod demonstrandum fuerat.

Eucli. ex Camp. Propositio 6.

6 SI duo anguli alicuius trianguli æquales fuerint, duo quoq; late-ra eius illos angulos respicientia æqualia erunt.

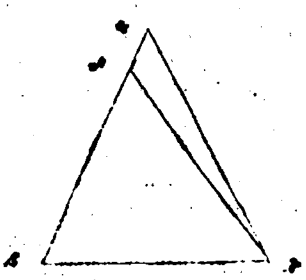
CAMPANVS. Hæc est conuersa præmissæ: quantũ ad primã partem ipsius. Sit enim triangulus a b c cuius duo anguli b & c sunt æquales. Di-co quod latus a b, est æquale lateri a c. Si enim non sunt æqualia, erit alterũ maius: sitq; a b maius, q̃d resecetur ad æqualitatem a c per 3 propositio-nem, ut superfluũ sit a d, ad partẽ a, & resecetur in puncto d, sitq; d b æqualis a c. Intelligo ergo duos triangulos a c b & b c, quos probabo esse æquilateros & æquiangulos. Sunt enim duo latera d b & b c trianguli d b c, æqualia duobus lateribus a c & c b trianguli a c b, & angulus b æqualis an-gulo c totali per hypothesin: ergo basis d c est æqualis basi a b per 4 propositionem: & angulus d c b æqualis angulo a b c. Sed angulus a c b, est æqualis angulo a b c per hypothe-sin: ergo angulus d c b, est æqualis angulo a c b, pars uideli-cet toti, quod est impossibile.



Eucli. ex Zamb. Theorema 3. Propositio 6.

6 Si trianguli duo anguli æquales adinuicẽ fuerint, æquales quoq; angu-los subtendentia latera æqualia adinuicẽ erunt.

THEON ex Zamberto. *Sit triangulum αβγ, æquum habens angulum αβγ, angulo αγβ. Dico quod & latus αβ, æquũ est lateri αγ. Si enim æquale non est latus αβ ipsi lateri αγ, alterũ eorum erit maius. Si maius αβ. Et auferatur (per 3 propositionem) ab ipso αβ, maiore, ipsi αγ minori linea æqualis: sitq; illa, δβ. protrahatur linea δγ, (per 1 po-stulatum). Igitur quoniam latus δβ est æquale lateri αβ, communis uero linea βγ: duo igitur δβ, βγ, latera duobus lateribus αγ & γβ sunt æqualia alterum alteri, & angulus δβγ, angulo αβγ, (per hypothesin).*



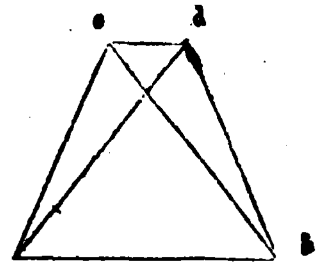
Basis

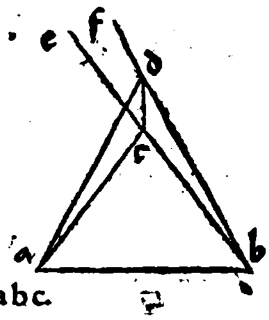
Basis igitur δ γ, (per 4 propositionem) basi α β, est æqualis: & triangulum δ β γ. (per eandem) triangulo α γ β æquum erit, minus scilicet maiori, quod est impossibile. Latus igitur α β: latere α γ non est inæquale: æquale igitur. Si trianguli ergo duo anguli æquales adinuicem fuerint: æquales quoque angulos subtendentia latera æqualia ad inuicem erunt: quod fuerat ostendendum.

Eucli. ex Cam. Propositio 7.

SI à duobus punctis aliquam lineã terminantibus, duæ lineę ad punctum unũ concurrentes exierint, ab eisdẽ punctis alias duas lineas singulas suis conterminalibus æquales qui ad alium punctũ concurrant, in eandem partem adduci est impossibile.

CAMPANVS. Sit linea a b: à cuius extremitatibus a & b, protrahantur duæ lineæ in partem unam quæ concurrant in eodem puncto. Vt sint lineæ a c & b c: quæ cõcurrant in puncto c. Dico quod in eandem partem non protrahentur aliæ duæ ab extremitatibus lineæ a b, quæ cõcurrant ad alium pũctum: ita quod illa quæ egredietur à puncto a sit æqualis a c, & quæ egredietur à pũcto b sit simul æqualis lineæ b c. quod si fuerit possibile, protrahãtur aliæ duæ lineæ in eandem partem, quæ concurrãt in pũcto d, & sit a d æqualis lineæ a c, & simul linea b d æqualis lineæ b c. Aut ergo punctus d cadet intra triangulum a b c: aut extra: nam in alterum laterum non cadet: quia tunc pars esset æqualis suo toti. Si ergo cadat extra, aut altera linearum a d & b d secabit alteram linearum a c & b c, aut neútra neutram. Et secet primo altera alteram, & protrahatur linea c d. Quia ergo trianguli a c d duo latera a c & a d sunt æqualia: erit angulus a c d æqualis angulo a dc (per 5 propositionẽ.) Similiter quia in triangulo b c d duo latera b c & b d sunt æqualia: erunt anguli b c d & b d c per eandem æquales. Et quia angulus b d c est maior angulo a d c, sequitur angulum b c d esse maiorem angulo a c d, partẽ s. toto, quod est impossibile. Si autẽ d cadat extra triãgulũ a b c, ita quod lineæ se nõ secẽt, protrahã lineam d c & producã, b d & b c sub basi usq; ad e & f. Et quia lineæ a c & a d sũt æquales, erũt anguli a c d & a d c æquales per 5, similiter quia b c & b d sunt æquales, erunt anguli sub basi qui sunt c d f & e c d, æquales per 2 partem eiusdẽ. Quia ergo angulus e c d minor est angulo a c d: sequitur angulum f d c esse minorem angulo a d c, quod est impossibile. Eodem modo ducetur aduersarius ad inconueniens: si d punctus cadat intra triangulum a b c.

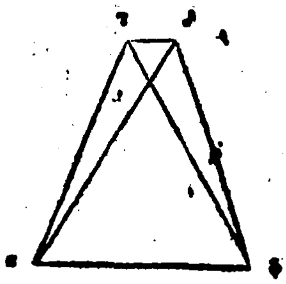




Eucli. Ex Zamb Theorema 4. Propositio 7.

Super eadem recta linea duabus eisdẽ rectis lineis aliæ duæ rectæ lineæ æquales altera alteri non constituentur, ad aliud atq; aliud signum, ad easdem partes, eosdem fines primis rectis lineis possidentes.

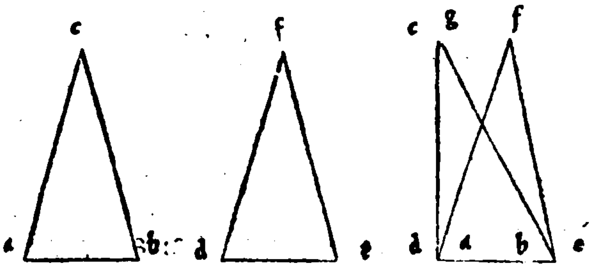
THEON ex Zamb. *Si enim est possibile, super eadem recta linea α β, duabus rectis lineis α γ, γ β, aliæ duæ rectæ lineæ α δ, δ β, æquales altera alteri constituantur ad aliud atq; aliud signum, hoc est, γ & δ, ad easdem partes scilicet γ δ, eosdem fines, hoc est, α β, possidentes, ut, æqualis sit γ α, ipsi δ α, eundem finem habens, hoc est, α, & γ β. ipsi δ β, eundẽ finẽ habens, hoc est, β: cõnectatur γ δ (per 1 postulatum). Quoniam igitur α γ æqualis est ipsi α δ: æqualis erit quoq; angulus α γ δ, angulo α δ γ. Minor igitur est angulus: γ δ, angulo β δ γ: multo minor igitur est angulus β γ δ angulo β δ γ. Rursus quoniã β γ, ipsi δ β est æqualis: æquus est igitur & angulus β γ δ, angulo γ δ β. Ostẽsum est autẽ quod admodũ minor, quod est impossibile. Super igitur eadẽ recta linea duabus eisdẽ rectis lineis aliæ duæ rectæ lineæ æquales altera alteri non constituentur ad aliud atq; aliud signum, ad easdem partes, eosdem fines rectis primis lineis possidentes, quod demonstrasse oportuit.*



Eucli. ex Camp. Propositio 8.

8 OMniũ duorũ triãgulorũ quorũ duo latera unius duobus lateribus alterius fuerit æqualia, basisq́ unius basi alteri æqualis duos angulos æquis lateribus contentos, æquales esse necesse est.

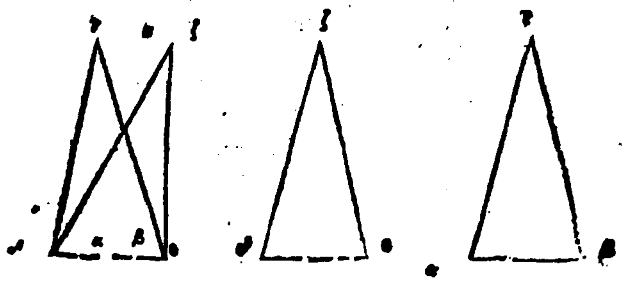
CAMPANVS. Sint duo triãguli a b c, d e f: sitq́ a c æqualis d f et b c æqualis e f, & a b æqualis d e. Dico ergo qđ angulus c est æqualis ãgulo f, & angulus a, angulo d, & angulus b angulo e. Superponã basin a b, basi d e quæ cũ sint æquales neutra excedit alteram per conuersionem penultimæ conceptionis. Aut ergo punctus c cadet super punctum f: aut nõ. Si sic, tunc quia angulus c superpositus est angulo f, & neuter excedit alterũ eo quòd a c super d f & b c super e f cadunt, ipsi sunt æquales per eandem conceptionem. Similiter argue reliquos angulos esse æquales. Si autem punctus c non cadat super f: cadat super quemlibet aliũ qui sit punctus g. quia e g est æqualis b c, imo eadẽ: itemq́ quia d g est æqualis a c: erit d g æqualis f, & e g æqualis e f, quod est impossibile per præcedentẽ.



Eucli. ex Zam. Theorema 5. Propositio 8

8 Si bina triangula duo latera duobus lateribus alterum alteri æqualia habuerint, & basin quoq; basi æqualẽ: angulum quoq; angulo suo æqualibus rectis lineis contentum æqualem habebunt.

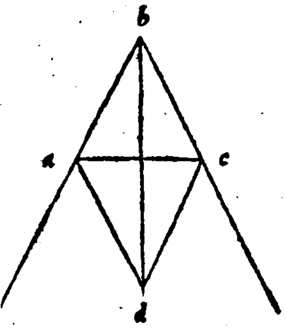
THEON ex Zamb. Sint bina triangula α β γ, δ ε ζ, duo latera α β, α γ duobus lateribus δ ε, δ ζ, æqualia habentia alterum alteri, hoc est α β ipsi δ ε & α γ ipsi δ ζ: habeantq́; basin β γ basi ε ζ æqualẽ. Dico quod angulus β α γ: angulo ε δ ζ est æqualis. Cõgruente enim triangulo α β γ ipsi triangulo δ ε ζ. & posito quidem β signo, super ε signum & recta linea β γ super ε ζ: congruit quoq; signũ γ ipsi ζ signo, quoniã β γ æqualis est ipsi ε ζ: Cõgruẽte uero b c ipsi ε ζ: congruũt quoq; & β α, α γ ipsis ε δ, δ ζ. Si enim basis β γ basi ε ζ cõgruit, at β α, α γ latera, lateribus ε δ, δ ζ, nõ congruent, sed different, sicut ε η, η ζ: constituentur super eadem recta linea duabus eisdem rectis lineis aliæ duæ rectæ lineæ æquales altera alteri, ad aliud & aliud signũ ad easdem partes, eosdemq́; fines possidentes. Non constituuntur aũt (per 7 propositionem.) Nõ igitur congruente basi β γ basi ε ζ. non cõgruunt quoquẽ, & β α, α γ. latera. ipsis ε δ, δ ζ lateribus, congruunt igitur. Quare & angulus β α γ, angulo ε δ ζ cõgruet: & eidem æqualis erit. Si bina igitur triangula duo latera duobus lateribus alterum alteri æqualia habuerint, basinq́; basi æqualem: angulum quoq; angulo sub æqualibus rectis lineis contentum æqualem habebunt. quod erat ostendendum.



Eucli. ex Camp. Propositio 9.

9 DAtum angulum: per æqualia secare.

CAMPANVS. Sit datus angulus quẽ oportet diuidere: angulus a b c. Lineas ipsum cõtinentes quæ sunt a b & b c, ponam æquales, per 3 propropositionem, & producã li neam a c: super quã constituam triangulum æquilaterũ, a d c per 1 propositionẽ, & protraham lineã b d. Dico quod ipsa diuidit datum angulũ per æqualia. Intelligo duos triangulos a b d & c b d, duo latera a b & b d trianguli a b d sunt æqualia duobus lateribus c b et b d trianguli c b d: & basis a d basi c d. ergo per præceden-

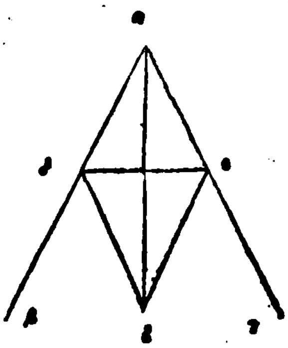


b tem

tem angulus a b d est æqualis angulo c b d, quod oportebat efficere.

Eucli. ex Zamb. Problema 4. Propositio 9.

9 Datum angulum rectilineum, bifariam secare.

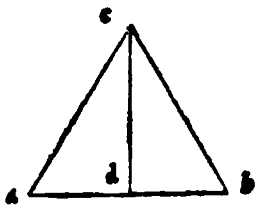


THEON. ex Zamberto. Sit datus rectilineus angulus β α γ. Oportet ipsum bifariam secare. Suscipiatur super linea α β cōtingens signum, sitq; illud δ. & à linea α γ (per 3 propositionem) auferatur α ε: ipsi α δ æqualis. & (per 1 postulatum connectatur linea δ ε: constituaturq; (per 1 propositionem) super δ ε, triangulum æquilaterum, sitq; illud δ ζ ε, & cōnectatur (per primum postulatum: linea α ζ, Dico quod angulus β α ε: à linea α ζ bifariam secatur. Quoniam α δ est æqualis ipsi α ε, cōmunis uerò α ζ: binæ igitur δ α, α ζ sunt altera alteri æquales. At basis δ ζ, basi ε ζ (per 1 propositionē) est æqualis: angulus igitur δ α ζ angulo, ζ α ε (per 8 propositionē) est æqualis. Datus igitur angulus rectilineus qui sub β α γ, bifariā sectus est à recta linea α ζ, quod fecisse oportuit.

Eucli. ex Camp. Propositio 10.

10 PRoposita recta linea: eam per æqualia diuidere.

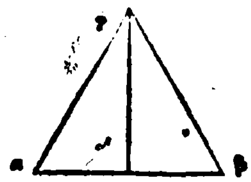
CAMPANVS. Sit proposita linea quā oportet diuidere per æqualia: linea a b, super ipsam cō stituam triangulum æquilaterū a b c, & angulum c diuido per æqualia secundum doctrinā præcedentis, per lineam c d. Dico quòd linea c d: diuidit datam lineā a b per æqualia. Intelligo enim duos triangulos: a c d & b c d, & argumentor sic: duo latera a c & c d trianguli a c d, sunt æqualia duobus lateribus b c & c d triāguli b c d, & angulus c unius angulo c alterius: ergo per 4. basis a d, basi b d qd' est ꝓpositū.



Euclidis ex Zamb. Problema 5. Propositio 10.

10 Datam rectam lineam terminatam: bifariam secare.

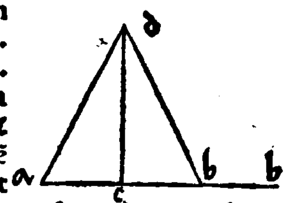
THEON. ex Zamberto. Sit data linea terminata α β oportet lineā α β bifariam secare. Constituatur (per 1 propositionem) super ea, triangulum æquilaterum α β γ. Et (per 9 propositionem) secetur angulus α γ β bifariam: à recta linea γ δ. Dico quod linea recta α β: bifariam secatur in signo δ Quoniam enim (per 1 propositionem) α γ ipsi γ β est æqualis, communis uero γ δ: duæ igitur α γ, γ δ. duabus β γ, γ δ sunt æquales altera alteri. & angulus α γ δ angulo β γ δ æquus est. basis igitur α δ, (per 4 propositionem) δ β est æqualis. Data igitur recta linea terminata α β, bifariam secta est in signo δ. quod faciendum fuerat.



Eucli. ex Camp. Propositio 11.

11 DAta linea recta, à puncto in ea signato perpendicularem extrahere duobus quidem angulis æqualibus ac rectis utrinque sub nixam.

CAMPANVS. Sit data linea a b: in qua sit datus punctus c, à quo oportet perpendicularem extrahere. Faciam ergo per 3 propositionem: lineam b c æqualem lineæ a c. & super totam a b constituo triangulum æquilaterum a b d. & protraho lineam c d. de qua dico quod ipsa est perpendicularis super lineam a b. Intelligo duos triangulos a c d & b c d. & quia duo latera a c & c d, trianguli a c d sunt æqualia duobus lateribus c b & c d, trianguli c b d, & basis a d basi b d: erit per 8 propositionē angulus a c d æqualis angulo b c d. quare uterque eorum erit rectus, per diffinitionem anguli recti: & linea c b perpendicularis super lineam a b, per diffinitionem lineæ perpendicularis. Quod est propositum.

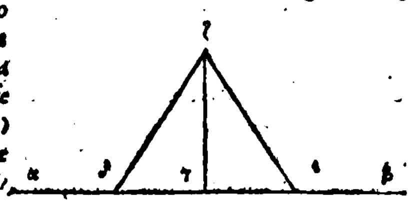


Eucli. ex Zamb. Problema 6. Propositio 11.

11 Data recta linea, à signo in ea dato rectā lineā ad angulos rectos excitare.

THEON. ex Zamb. Sit data recta linea α β datū uero in ea signum sit γ. Oportet ab ipso signo γ, ipsius rectæ lineæ α β: ad angulos rectos rectā lineam excitare. Suscipiatur in ipsa α γ cōtingens signū, sitq; illud δ: & ponatur ipsi δ γ: (per 3 propositionem) æqualis linea γ ε, & super δ ε, (per 1 propositionē) cōstruatur triangulum æquilaterum

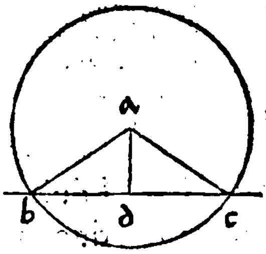
*laterum ζδε, & connectatur linea ζγ. Dico quod datæ rectæ lineæ αβ, à dato in ipsa signo quod est γ, ad rectos angulos, ζγ recta linea excitata est. Quoniam enim δγ æqualis est ipsi γε, cõmunis uero linea εζ, duæ igitur δγ, γζ, duabus εγ & εζ altera alteri sunt æquales: & basis δζ (per 1 propositionem) basi εζ est æqualis. Angulus igitur δεζ, angulo εγζ (per 8 propositionẽ) est æqualis, & sunt * utrobiq;. Cum autem recta linea super recta linea cõsistens, * utrobiq; angulos ad inuicem æquales fecerit, uterq; æqualium angulorum rectus est. (per 10 diffinitionem.) Igitur angulus δεζ, & angulus ζγε, sunt recti. Datæ igitur rectæ lineæ αβ, à dato in ea signo γ, ad rectos angulos recta linea εζ excitata est, quod fecisse oportuit.*



Eucli. ex Camp. Propositio 11.

11 A Puncto extra signato, ad datam lineam indefinitæ quantitatis, perpendicularem deducere.

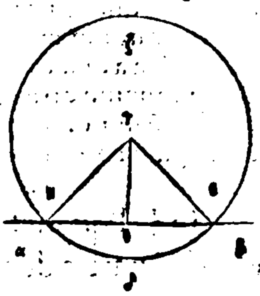
CAMPANVS. Sit a, punctus signatus extra lineã b c, à quo ad ipsam oportet deducere perpendicularem. Protraham ergo lineam b c in utranq; partem, quantum libuerit: & super punctum a, describã circulum b c, sic ut secet lineam datam in punctis b, c, & protraham lineas a b & a c, & diuidam angulũ b a c per æqualia, per lineam a d, per 9 propositionem. Dico q a d est perpendicularis super lineam b c. Intelligo duos triangulos, a b d & a c d, & quia duo latera a b & a d, trianguli a b d, sunt æqualia duobus lateribus a c & a d trianguli a c d, & angulus b a d æqualis angulo c a d, erit per 4 propositionẽ basis b d æqualis basi d c, & angulus a d b æqualis angulo a d c: quare uterq; eorum rectus, & linea a d perpendicularis super lineam b c, per diffinitionem anguli recti & lineæ perpendicularis, quod est propositum.



Eucli. ex Zamb. Problema 7. Propositio 11.

12 Super datam rectam lineam infinitã, à dato signo quod in ea non est, perpendicularem rectam lineam deducere.

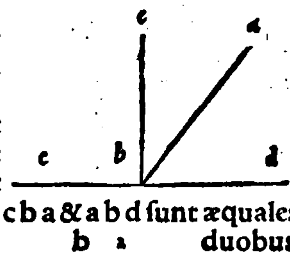
THEON ex Zamb. *Sit data recta linea infinita, sitq; illa αβ, datum uero signum quod in ea non est, sit γ: Oportet super datam rectam lineam infinitam αβ, à dato signo γ quod in ea non est, perpendicularẽ rectam lineam ducere. Suscipiatur enim in altera parte ipsius αβ rectæ lineæ contingens signum, sitq; illud δ, & centro quidem γ, interuallo uero γδ, (per 3 postulatum) circulus describatur εζη. Seceturq; (per 10 propositionem) εη bifariam, in signo θ, & connectantur (per 1 postulatum) rectæ lineæ γη, γθ, γε. Dico quod super datam rectam lineam infinitã αβ, à dato signo quod in ea nõ est, uidelicet, γ, perpendicularis ducta est recta linea γθ. Quoniã ηθ ipsi θε est æqualis, cõmunis uero θγ: duæ igitur ηθ, θγ, duabus εθ, θγ, sunt altera alteri æquales, & basis γη, basi γε (per 10 diffinitionẽ) est æqualis. Angulus igitur γθη, angulo εθγ (per 8 propositionẽ) est æqualis, suntq; * utrobiq;. Cum autem recta linea super rectam consistens lineam, angulos * utrobiq; adinuicem æquales fecerit, uterq; æqualium angulorũ rectus erit (per 10 diffinitionem) & superstans recta linea perpendicularis uocitatur. Super datam igitur rectam lineam infinitam αβ, à dato signo γ quod in ea non est, perpendicularis ducta est γθ, quod fecisse oportuit.*



Eucli. ex Camp. Propositio 13.

13 OMnis rectæ lineæ super rectam lineam stantis duo utrobiq; anguli, aut sunt recti, aut duobus rectis æquales.

CAMPANVS. Sit ut linea a b, superstet lineæ c d, quæ si fuerit super eam perpendicularis, faciet duos angulos rectos per conuersionẽ diffinitionis lineæ perpendicularis. Si autem nõ fuerit super eam perpẽdicularis, à puncto b ducatur b e perpendicularis super c d per 11, eruntq; duo anguli e b c & e b d recti per conuersionẽ dictæ diffinitionis. Quia ergo duo anguli d b a & a b e adæquãtur angulo d b e, ipsi cum angulo c b e, erunt æquales duobus rectis: quare tres anguli qui sunt d b a, a b e, & c b e, sunt æquales duobus rectis, sed angulus c b a, est æqualis duobus angulis c b e & e b a, ergo duo anguli c b a & a b d sunt æquales



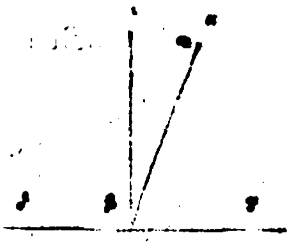
b a duobus

duobus rectis, quod est propositum. Ex quo patet totum spatium quod in qualibet superficie plana punctum quodlibet circumstat, quatuor rectis angulis esse æquale.

Eucli. ex Zamb. Theorema 6. Propositio 13.

13 Cum recta linea super rectam consistens lineam angulos fecerit, aut duos rectos, aut duobus rectis æquales efficiet.

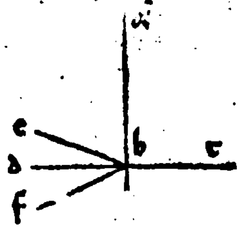
THEON *ex Zamb. Recta enim linea quædam α β, super rectam lineam γ δ consistens, angulos efficiat γ β α & α β δ. Dico quod γ β α & α β δ anguli, aut duo recti sunt, aut duobus rectis æquales. Quod si angulus γ β α, est æqualis angulo α β δ, iam duo recti sunt. At si non excitetur (per 11 propositionem) à dato signo β lineæ γ δ, ad angulos rectos linea β ε, anguli igitur γ β ε, ε β δ, (per 10 diffinitionẽ) sunt recti. At quoniã angulus γ β ε, duobus γ β α, α β ε angulis est æqualis, cõmunis ponatur angulus ε β δ: igitur anguli γ β ε, ε β δ, tribus angulis, hoc est γ β α, α β ε, ε β δ, sunt æquales. Rursus quoniã angulus δ β α duobus angulis δ β ε, ε β α est æqualis, cõmunis ponatur angulus α β γ. Igitur anguli δ β α, α β γ, tribus angulis δ β ε, ε β α, α β γ sunt æquales. Ostensum est autem quod anguli γ β ε, ε β δ, eisdem tribus sunt æquales: quæ autem eidem sunt æqualia, (per 1 cõmunem sententiam) & sibi inuicem sunt æqualia: anguli igitur γ β ε, ε β δ, angulis δ β α α β γ sunt æquales. At anguli γ β ε, ε β δ sunt duo recti, & anguli igitur δ β α, α β γ, duobus rectis sunt æquales. Cum igitur recta linea super rectam consistens lineam, angulos fecerit, aut duos rectos, aut duobus rectis æquales efficiet, quod demonstrasse oportuit.*



Eucli. ex Camp. Propositio 14.

14 SI duæ lineæ à puncto unius lineæ in diuersas partes exierint, duosq́ circa se angulos rectos, aut duobus rectis æquales fecerint, illæ duæ lineæ sibi directe coniunctæ sunt, & linea una.

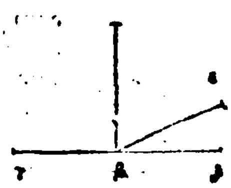
CAMPANVS. Sit ut à puncto b lineæ a b, exeant duæ lineæ in oppositas partes, quæ sint b c & b d, & faciant duos angulos qui sint c b a & d b a, æquales duobus rectis: tunc dico quod duæ lineæ c b & d b, sunt sibi inuicem directe cõiunctæ & linea una. Hæc est quasi conuersa prioris. Quod si non fuerint linea una, tũc protrahatur c b in continuũ & directũ, quæ quia non est linea una cum d b, transibit super eam ut b e, aut sub ea ut b f. Quia ergo super lineã rectam quæ est c b e, cadit linea a b, erũt anguli c b a & e b a æquales duobus rectis per præcedentẽ, & quia omnes recti sunt adinuicẽ æquales per 3 petitionẽ, anguli quoq; c b a & d b a sunt æquales duobus angulis rectis per hypothesin, erũt duo anguli c b a & e b a æquales duobus angulis c b a & d b a: ergo dempto cõmuni angulo c b a, erit angulus e b a æqualis ãgulo d b a, pars toti, q́d est impossibile. Similiter linea c b protracta probabis angulũ d b a esse æqualem angulo f b a, si forte diceret aduersarius lineam c b protractam cadere infra b d.



Eucli. ex Zamb. Theorema 7. Propositio 14.

14 Si ad aliquam rectam lineam adq; in ea signum duæ rectæ lineæ non ad easdẽ partes ductæ, * utrobiq; duobus rectis angulos æquales fecerint, ipsæ in directum rectæ lineæ adinuicem erunt. ipsæ

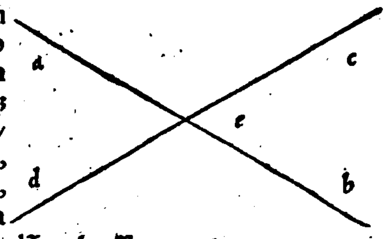
THEON *ex Zamb. Ad aliquam enim rectam lineam α β, signumq́; in ea β, duæ rectæ lineæ β γ, β δ non ad easdem partes ductæ, * utrobiq; angulos α β γ, α β δ duobus rectis æquos efficiant. Dico quod ipsi γ β, recta linea β δ in directum est constituta. Si enim ipsi γ β recta linea β δ non est in directum, sit ipsi γ β recta linea β ε in directum constituta. Quoniam igitur recta linea α β super rectam lineam γ β ε stetit, anguli igitur α β γ, α β ε duobus rectis sunt æquales (per 13 propositionẽ.) At anguli α β γ & α β δ, duobus rectis sunt æquales: anguli ergo γ β α, α β ε, angulis γ β α, α β δ sunt æquales. Communis auferatur angulus α β γ, reliquus igitur angulus α β ε, reliquo angulo α β δ est æqualis, minor maiori, quod est impossibile. Linea igitur β ε ipsi β γ in directum minime est. Similiter quoq; ostendemus, quod nec aliqua præter lineam β δ. In directum igitur est ipsi γ β, linea β δ. Si ad aliquam igitur rectam lineam, ad signumq́; eius duæ rectæ lineæ non ad easdem partes ductæ, utrobique angulos duobus rectis æquales fecerint, in directum ipsæ rectæ lineæ sibi inuicem erunt, quod demonstrasse oportuit.* ipsæ



Euclides

Eucli. ex Camp. Propositio 15.

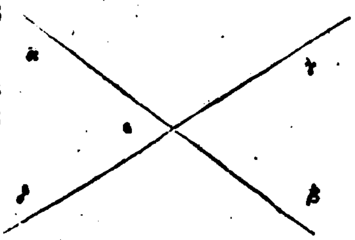
15 OMnium duarũ linearũ ſeinuicẽ ſecantiũ, omnes anguli cõtra ſe poſiti ſunt æquales. Vnde manifeſtũ eſt, cum duæ lineæ rectæ ſe inuicem ſecãt, quatuor qui fiunt angulos, quatuor rectis eſſe æquales.



CAMPANVS. Sint duæ lineæ a b & c d, ſe inuicẽ ſecantes in puncto e dico ꝙ angulus d e b eſt æqualis angulo a e c, & angulus b e c eſt æqualis angulo a e d. Erũt enim per 13 duo anguli a e c & c e b æquales duob. rectis, itẽq; duo anguli c e b & d e b æquales duobus rectis per candem, quare duo primi ſunt æquales duobus poſtremis, eo ꝙ omnes recti ſunt adinuicẽ æquales per 4 petitionẽ, dempto ergo cõmuni angulo qui eſt c e b, erit angulus a e c æqualis angulo d e b. Eodem modo probabitur, angulũ c e b eſſe æqualẽ angulo a e d, quod eſt propoſitũ.

Eucli. ex Zamb. Theorema 8. Propoſitio 15.

15 Si duæ rectę lineę ſe adinuicẽ ſecuerint, angulos qui circa uerticẽ ſunt æquos adinuicẽ efficient.

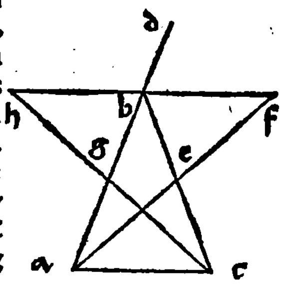


THEON ex Zamb. *Duæ rectæ lineæ α β & γ δ, ſe inuicem ſecent in ſigno ε. Dico quod angulus α ε γ, æqualis eſt angulo δ ε β. Quoniã enim recta linea α ε ſuper rectã lineã γ δ ſtetit, angulos efficiẽs γ ε α & α ε δ, igitur anguli γ α ε, α ε δ, duobus rectis ſunt æquales (per 13 propoſitionẽ.) Rurſus quoniã recta linea δ ε ſuper rectã lineam α β ſtetit, angulos efficiens α ε δ, δ ε β, igitur anguli α ε δ, δ ε β, duobus rectis ſunt æquales (per eandem 13 propoſitionẽ.) Oſtenſum autẽ eſt, quod anguli γ ε α, α ε δ, duobus rectis ſunt æquales: anguli igitur γ ε α, α ε δ, angulis α ε δ, δ ε β, ſunt æquales. Cõmunis auferatur α ε δ, reliquus igitur angulus γ ε α, reliquo angulo δ ε β, eſt æqualis. Similiterq; oſtendetur quod & anguli γ ε β, δ ε α, ſunt æquales. Si duæ igitur rectæ lineæ ſe adinuicẽ ſecuerint, angulos qui circa uerticẽ ſunt, adinuicẽ æquales efficient, quod oportuit demonſtraſſe.*

Eucli. ex Camp. Propoſitio 16.

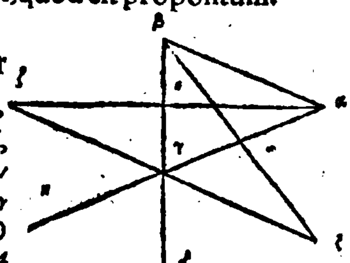
16 SI quodlibet laterũ trianguli directe protrahatur, faciet angulũ extrinſecũ utroq; angulo trianguli ſibi intrinſecus oppoſito maiorẽ.

CAMPANVS. Sit ut trianguli a b c, latus a b protrahatur uſq; ad d, dico ꝙ angulus d b c, maior eſt utroq; duorũ angulorũ intrinſecorũ ſibi oppoſitorum, qui ſunt b a c & b c a. Diuidam enim per 10 propoſitionẽ, lineam c b per æqualia in puncto e, & protrahã a e uſq; ad f, ita ut e f fiat æqualis a e, & protrahã lineam f b. Intelligo duos triangulos, c e a & b e f, & quia duo latera a e & e c trianguli a e c ſunt æqualia duobus lateribus f e & e b trianguli f e b, & angulus e unius eſt æqualis angulo e alterius per præmiſſam quia ſunt anguli cõtra ſe poſiti, erit per 4 propoſitionẽ angulus e c a, æqualis angulo e b f, & ideo angulus e b d, maior erit angulo b c a. Similiter quoq; probabitur q̃d eſt maior angulo c a b. Nam diuidam a b per æqualia in puncto g, per 10 propoſitionẽ: & protrahã lineam g h, æqualẽ lineæ c g per 3 propoſitionẽ, poſtea protrahã h b k, eruntq; duorũ triangulorũ qui ſunt a g c & b g h, duo latera a g & g c primi, æqualia duobus lateribus b g & b h ſecundi, & angulus g unius, angulo g alterius per 15: ergo per 4 angulus g c a, eſt æqualis angulo g b h, quare per 15 & angulo k b d. Et quia angulus c b d eſt maior angulo k b d, erit etiam maior angulo b a c, quod eſt propoſitum.



Eucli. ex Zamb. Theorema 9. Propoſitio 16.

16 Omnis trianguli uno latere producto, exterior angulus utroq; interiore & ex oppoſito, maior eſt.



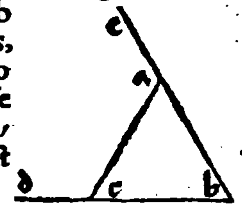
THEON. ex Zamb. *Sit triangulũ α β γ, & producatur ipſius latus unũ, ſitq; illud β γ uſq; in δ. Dico quod exterior angulus α γ δ, maior eſt utroq; interiore & ex oppoſito cõſtituto, hoc eſt angulo γ β α & β α γ. Secetur linea α γ bifariã (per 10 propoſitionẽ) in ſigno ε, & protracta linea β ε (per 2 poſtulatũ) extendatur in ſignũ ζ: colloceturq; ipſi β ε (per 2 propoſitionẽ) æqualis linea ε ζ, & cõnectatur (per 1 poſtulatũ) ζ γ & extendatur (per 2 poſtulatũ) linea α γ uſq; in η. Quoniam igitur α ε æqualis eſt ipſi ε γ, & β ε ipſi ε ζ, duæ igitur α ε & ε β, duabus γ ε & ε ζ ſunt æquales altera alteri, & angulus α ε β (per 15 propoſi-*

 tionem)

tionē) angulo ζ ε γ est æqualis, circa uerticem enim. Basis igitur α β, basi ζ γ (per 4 propositionē) est æqualis, & triangulū α β ε, triangulo ζ ε γ est æquale, & reliqui anguli reliquis angulis alter alteri sunt æquales, sub quibus æqualia latera subtendūtur. Angulus igitur β α ε, angulo ε γ ζ est æqualis. At angulus ε γ δ, angulo ε γ ζ maior est: maior igitur est angulus α γ δ, angulo β α ε. Similiter quoq; si secetur bifariā linea β γ, ostendetur & angulus β γ κ, hoc est α γ δ, maior angulo α β γ. Omnis igitur triāguli uno latere producto, exterior angulus utroq; interiore & ex opposito maior est, quod fuerat ostendendū. Eucli. ex Camp. Propositio 17.

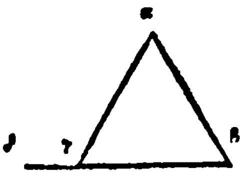
17 Omnis trianguli duo quilibet anguli, duobus rectis sunt minores.

CAMPANVS. Sit triāgulus a b c, dico q duo quilibet eius anguli, duobus rectis sunt minores, ptrahatur enim unū latus eius, ut b c, usq; ad d, eritq; per præcedentē, angulus c extrinsecus, maior a & maior b, sed c extrinsecus cū c intrinseco, est æqualis duobus rectis per 13, ergo anguli b & c intrinseci, siue anguli a & c intrinseci, sunt minores duob. rectis. Similiter si ptrahatur latus b a, probabitur quod duo anguli a & b sunt minores duobus rectis, quod est propositū. Eucli. ex Zamb. Theorema 10. Propositio 17.



17 Omnis triāguli duo anguli duob. rectis sunt minores, omnifariā sumpti.

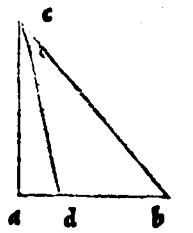
THEON ex Zamb. Sit triangulū α β γ, dico quod ipsius α β γ trianguli duo anguli, duobus rectis omnifariā sumpti, sunt minores. Producatur enim (per 2 postulatū) β γ, usq; in δ. Et quoniam trianguli α β γ (per præcedentē) exterior angulus qui est α γ δ, maior est angulo α β γ, interiore & ex aduerso cōmunis admittatur angulus α γ β. Anguli igitur α γ δ, α γ β, angulis α β γ, β γ α sunt maiores, sed anguli α γ δ, α γ β (per 13 propositionē) duobus rectis sunt æquales: anguli igitur α β γ, β γ α, duobus rectis sunt minores. Similiter quoq; ostendemus quod anguli β α γ, α γ β, duobus rectis sunt minores, & etiam anguli α γ β, α β γ. Omnis igitur trianguli duo anguli duobus rectis sunt minores, quomodocūq; assumpti. Quod demonstrasse oportuit. Eucli. ex Camp. Propositio 18.



18 Omnis trianguli longius latus, maiori angulo oppositum est.

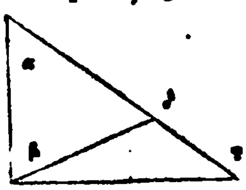
CAMPANVS. Sit ut in triāgulo a b c, angulus a sit maior angulo c, dico q latus c b, maius erit latere a b. Si enim sit æquale, erit per 5 angulus a æqualis angulo c, quod est contra hypothesin. Si autē a b sit maius resecetur ad æqualitatē a b, per 3, sitq; d b æquale c b, erit ergo per 5, angulus d c b, æqualis angulo b d c, sed b d c est maior angulo b a c per 16, ergo b c d, est maior b a c, quare multo fortius maior angulo a c b, pars toto, quod est impossibile.

Eucli. ex Zamb. Theorema 11. Propositio 18.



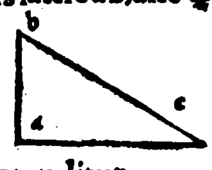
18 Omnis trianguli maius latus, maiori angulo subtenditur.

THEON ex Zamb. Sit enim triangulū α β γ, habens latus α γ, maius latere α β. Dico quod & angulus α β γ, angulo β γ α maior est. Quoniā α γ maius est α β, ponatur ipsi α β (per 3 propositionē) æqualis linea α δ, & connectatur (per 1 postulatū) linea β δ. Et quoniā trianguli β δ γ angulus exterior α δ β (per 16 propositionē) maior est interiore & opposito angulo δ γ β, æqualis autē est (per 5 propositionē) angulus α δ β angulo α β δ, quoniā latus α β ipsi α δ est æquale, maior est igitur angulus α β δ angulo α γ β, multo maior est igitur angulus α β γ angulo α γ β. Omnis igitur triāguli maius latus, maiori subtēditur angulo. Quod oportuit demōstrasse. Eucli. ex Camp. Propositio 19.



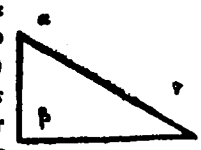
19 Omnis trianguli maior angulus, longiori lateri oppositus est.

CAMPANVS. Sit ut in triangulo a b c, latus b c sit maius latere a b, dico q angulus a, erit maior angulo c. Hæc est cōuersa præcedentis. Si enim sit æqualis, tunc per 6, latus a b est æquale lateri b c, q̄d est contra hypothesin. Si autē c sit maior, tunc per præcedentē, latus a b est maius latere b c, q̄d est cōtra hypothesin. Quare astruitur propositū. Eucli. ex Zamb. Theorema 12. Propositio 19.



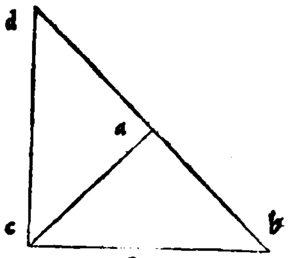
19 Omnis trianguli sub maiorem angulum, maius latus subtenditur.

THEON ex Zamb. Sit triangulū α β γ, maiorem habens angulum α β γ angulo β γ α. Dico quod latus α γ, maius est latere α β. Si autē non, aut est æquale latus α γ lateri α β, aut eo minus, æquale quidem minime est latus α γ, ipsi α β: æqualis nanq; esset (per 5 propositionē) angulus α β γ, angulo α γ β, non est autē: latus igitur α γ, lateri α β minime est æquale. At latus α γ, latere α β minus non est, nam angulus α β γ, angulo α γ β minor esset, at non est: latus igitur



α γ latere

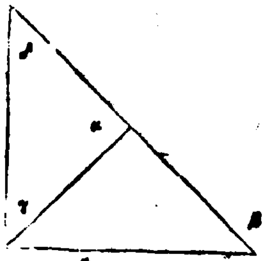
αγ latere αβ minus minime est. Maius igitur est latus αγ, latere αβ. Omnis igitur trianguli maior angulus à maiore latere subtenditur. Quod demonstrasse oportuit. Eucli. ex Camp. *Propositio 20.*



20 OMnis triãguli duo quælibet larera simul iuncta, reliquo sunt longiora.

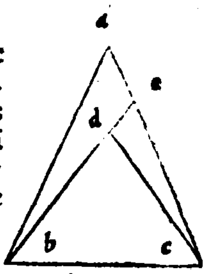
CAMPANVS. Sit triãgulus a b c, dico φ duo latera a b & a c, sunt lõgiora latere b c. Protrahatur linea b a usq; ad d, ita ut a d sit æqualis a c, & ptrahatur c d, per 5 propositionẽ erit angulus a c d, æqualis angulo d, quare angulus b c d est maior ãgulo d, ergo per 18 latus b d, est maius latere b c, sed b d, est æquale a b & a c, quare b a & a c simul iuncta, sunt maiora b c. Eucli. ex Zamb. *Theorema 15. Propositio 20.*

20 Omnis triãguli duo latera, reliquo sunt maiora quomodocũq; assumpta.



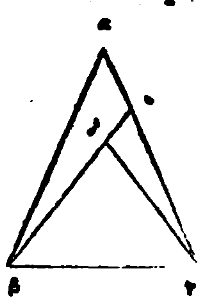
THEON ex Zamb. *Sit triangulũ αβγ. Aio ipsius αβγ trianguli bina latera, reliquo esse maiora quomodocunq; suscepta, hoc est βα, αγ, ipso βγ & αβ, βγ, ipso αγ & βγ, γα ipso αβ. Producatur nanq; (per 2 postulatũ) βα ad δ signum: & ponatur (per 2 propositionẽ) ipsi αγ æqualis αδ, connectaturq; δγ. Quoniã igitur δα ipsi αγ est æquale, angulus igitur αδγ (per 5 propositionẽ) angulo αγδ est æqualis. Sed angulus βγδ, angulo αγδ maior est: igitur angulus βγδ, angulo αδγ maior est. Et quoniã triangulũ est δγβ, maiorem habens angulum βγδ angulo αδγ, atq; maiorem angulũ maius latus subtendit (per 18 propositionem) ergo δβ ipso βγ maius est. Aequale autem est δβ ipsis αβ, αγ: maiora igitur sunt latera βα & αγ, latere βγ, æquale autem est δα ipsi αγ: maiora igitur sunt latera βα, αγ, ipso βγ. Similiter uero demõstrabimus quod etiam latera αβ & βγ, ipso γα sunt maiora. Sed βγ, γα, ipso αβ. Omnis igitur triãguli bina latera, reliquo maiora sunt, quoquo modo assumpta, quod demonstrasse oportuit.* Eucli. ex Camp. *Propositio 21.*

21 SI de duobus punctis terminalibus unius lateris trianguli duæ lineæ exeuntes, intra triangulum ipsum ad punctum unum conueniant, eædem duabus quidem reliquis trianguli lineis breuiores erũnt, & maiorem angulum continebunt.



CAMPANVS. Sit ut in triãgulo a b c, ab extremitatibus lateris b c concurrant duæ lineæ b d & c d, ad punctum d, intra triangulum a b c. Dico φ ipsæ lineæ b d & c d simul iunctæ, sunt breuiores duabus lineis a b & a c simul iunctis, & quod angulus d est maior angulo a. Protrahã enim b d, usquequo secet latus a c in puncto e, eruntq; per 20 propositionẽ b a & a e simul iunctæ, maiores b e, ergo b a & a c, sunt maiores b e & e c. At uero d e & e c simul iunctæ, per eandem sunt maiores d c, quare b e & e c sunt maiores b d & d c, & quia b a & a c sunt maiores b e & e c, ut probatũ est prius, erunt multo fortius b a & a c maiores b d & d c, quod est 1 propositũ. At quoniã angulus b d c est maior angulo d e c per 16 propositionẽ, & angulus d e c est maior angulo c a b per eandem, erit angulus b d c multo fortius maior angulo b a c, quod est 2 propositũ. Eucli. ex Zamb. *Theorema 14. Propositio 21.*

21 Si trianguli à limitibus unius lateris binæ rectæ lineæ introrsum constituantur, quæ constituuntur, reliquis trianguli binis lateribus minores quidem erunt, maiorem uero angulum continebunt.



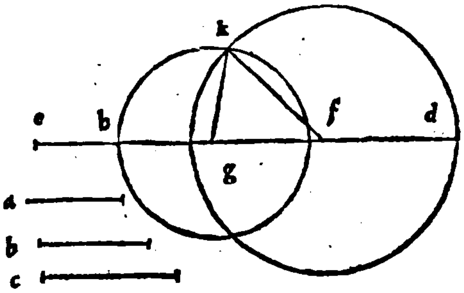
THEON ex Zamb. *Trianguli enim αβγ super latere βγ, à terminis ipsius βγ, duæ rectæ lineæ interius constituãtur βδ & γδ. Dico quod βδ & γδ, reliquis trianguli lateribus βα & αγ sunt minores, angulum uero βδγ maiorem, ipso αβγ comprehendunt. Producatur enim (per 2 postulatum) linea βδ ad ε. Et (per 20 propositionem) quoniam omnis trianguli bina latera reliquo sunt maiora: trianguli αβε (per 20 propositionẽ) duo latera αβ & αε ipso βε sunt maiora. Cõmunis ponatur linea εγ, lineæ igitur βα & αγ, lineis βε & εγ sunt maiores. Rursus quoniam (per eandem) trianguli γεδ bina latera γε & εδ ipso δγ sunt maiora, cõmunis ponatur δβ, lineæ igitur γε & εβ, lineis γδ & δβ sunt maiores. Sed ostensum est quod βα & αγ sunt maiores ipsis βε & εγ: longè igitur maiores sunt βα & αγ lineæ, ipsis βδ & δγ. Rursus quoniã (per 16 propositionẽ) omnis trianguli exterior angulus interiore & opposito maior est, trianguli ergo γδε, angulus βδγ exterior, maior est angulo γεδ, quare & trianguli αβε, angulus γεβ exterior, maior est*

 angulo

angulo β α γ. Sed ostensum est quod angulus β δ γ, eo qui sub γ ε ε, est maior: longe igitur maior est angulus β δ γ, angulo β α γ. Si trianguli ergo à limitibus unius lateris binæ rectæ lineæ introrsum constituantur, quæ constituentur, reliquis trianguli duobus lateribus minores quidem erunt, maiorē uero angulum continebunt, quod ostendere oportuit.

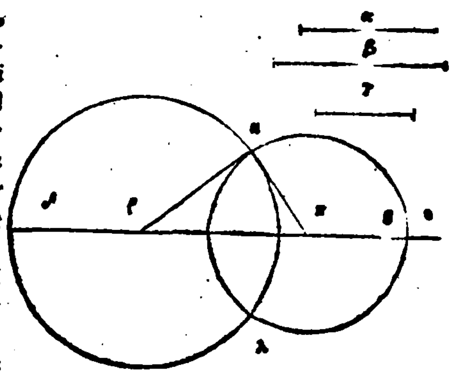
Eucli. ex Camp. Propositio 22.

22 PRopositis tribus lineis rectis quarũ duæ quælibet simul iunctæ reliqua sint longiores, de tribus alijs lineis illis æqualibus triangulũ constituere. CAMPANVS. Sint tres lineæ rectæ propositæ, a, b, c, & sint quælibet duæ simul iunctæ longiores reliqua, aliter enĩ ex illis tribus datis æqualibus, triangulus non posset constitui, per 20 propositionẽ. Cum ergo ex illis tribus prædictis uolo cõstituere triangulũ, sumo lineam rectam quæ sit d e, cui nõ pono à parte e determinatũ finẽ, de qua sumo per 3 propositionẽ, d f æqualem a & f g æqualẽ b, & g h æqualẽ c, factoq́ puncto f, centro, describo secũdum quantitatẽ lineæ f d, circulum d k, itemq́ facto g, centro, describo secundũ quantitatẽ lineæ g h, circulũ k h, qui circuli intersecabũt se in duobus punctis, quorũ unum sit k: alioquin sequeretur, unam dictarum linearũ esse æqualẽ alijs duabus iunctis, aut maiorẽ eis, quod est contrariũ positioni. Duco ergo lineã k f & k g, eritq́ triangulus k f g, constitutus ex tribus lineis æqualibus datis lineis a, b, c, sunt enim f d & f k æquales, quoniã sunt à centro ad circũferentiã, quare f k, est æqualis a. Similiterq́ g h & g k sunt æquales, quia exeunt à centro ad circũferentiã, quare g k, est æqualis c, & quia g f sumpta fuit æqualis b, patet propositũ manifeste.



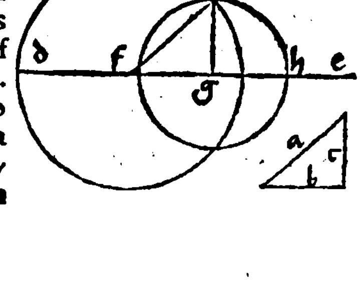
Eucli. ex Zamb. Problema 8. Propositio 22.

22 Ex tribus rectis lineis quæ sunt tribus datis rectis lineis æquales, triangulũ construere. Oportet autẽ duas lineas reliqua esse maiores quomodocũq; assumptas, quoniã omnis trianguli bina latera quomodocunq; assumpta, reliquo sunt maiora. THEON ex Zamb. *Sint datæ tres rectæ lineæ α, β, γ, quarũ duæ reliqua sint maiores quomodocunq; assumptæ, hoc est α, β, ipsa γ, & α, γ, ipsa β, & β, γ, ipsa α: oportet iam ex tribus lineis rectis, ipsis α, β, γ æqualibus, triangulũ cõstruere. Proponatur recta linea finita quidem ex parte δ, infinita uero ex parte ε, ponaturq́; (per 3 propositionẽ) ipsi α æqualis linea δ ζ, ipsi uero β, linea ζ η, ipsi uero γ, linea η θ. Et centro quidem ζ, spatio uero ζ δ (per 3 postulatũ) circulus describatur δ κ λ: rursus centro quidem η, spatio uero η θ (per idem) circulus describatur κ λ θ, & cõnectantur (per 1 postulatũ) κ ζ & κ η. Dico quod ex tribus rectis lineis æqualibus ipsis α, β, γ, triangulũ κ ζ η constitutũ est. Quoniã enim ζ signũ, centrũ est circuli δ κ λ, æqualis est (per 15 diffinitionẽ) ζ δ ipsi ζ κ. Sed α, ipsi ζ δ est æqualis, & κ ζ igitur (per 1 cõmunem sententiã) est ipsi α æqualis. Rursus quoniã η signũ, centrũ est circuli λ κ θ, æqualis est (per eandem diffinitionẽ) η κ ipsi η θ, sed γ ipsi η θ est æqualis, & η κ igitur (per 1 cõmunem sententiã) ipsi γ est æqualis. At ζ η ipsi β est æqualis (per hypothesin) tres igitur rectæ lineæ κ ζ, ζ η, η κ, ipsis tribus α, β, γ, sunt æquales. Ex tribus igitur rectis lineis, hoc est κ ζ, ζ η, η κ, quæ tribus datis rectis lineis, hoc est α, β, γ, sunt æquales, triangulũ κ ζ η constructũ est, quod fecisse oportuit.*



Eucli. ex Camp. Propositio 23.

23 DAta recta linea, super terminum eius, cuilibet angulo proposito æquum angulum designare. CAMPANVS. Sit data linea f e, quæ est in superiori figura, & sint lineæ b, a, continentes angulũ datum, cui subtendam basin c. Super punctum f lineæ e f, iuberem facere æqualem angulum angulo dato. Ad lineam e f adiungo f d æqualem lineæ a, & ex f e sumo f g æqualem b, & ex g e sumo g h æqualẽ c, & super puncta f & g describo duos circulos d k & k h secundum quantitatem

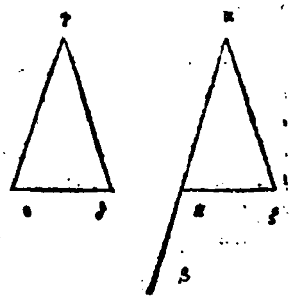


tatem duarum linearũ f d & g h, intersecantes se in puncto k sicut docuit præcedens. ductisq; lineis k f & k g, erunt æqualia duo latera k f & f g trianguli k g duobus lateribus a & b trianguli a b c, & basis g k æqualis basi c: ergo per 8 angulus k f g, æqualis erit angulo contento sub a & b, quod est propositum.

Euclidis ex Zamb. *Problema 9.* *Propositio 23.*

23 Ad datam rectam lineam, ad datumq; in ea signum, dato angulo rectilineo æqualem angulum rectilineum constituere.

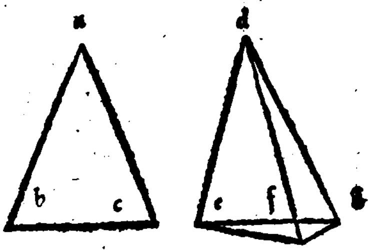
THEON ex Zamb. *Sit data recta linea α β, datumq́; in ea signum sit α: datus autem angulus rectilineus, sit δ γ ε. Oportet ad datam rectam lineam α β, ad datumq́; in ea signum α, dato angulo rectilineo δ γ ε, æqualem angulum rectilineum collocare. Sint in utrisq; lineis & γ δ & γ ε, contingentia signa sintq́; illa δ ε, & connectatur (per 1 postulatum) δ ε. Et ex tribus rectis lineis α ζ, ζ η, η α, quæ tribus datis rectis lineis, hoc est γ δ, δ ε, γ ε, sunt æquales, (per præcedentem) triangulũ construatur, sitq́; illud α ζ η. Ita ut linea γ δ æqualis sit α ζ, & γ ε ipsi α η, & insuper δ ε ipsi ζ η. Et quoniã duæ lineæ δ γ & γ ε duabus lineis, hoc est ζ α & α η sunt æquales altera alteri, & basis δ ε (per hypothesin) basi ζ η, angulus igitur δ γ ε, angulo ζ α η (per 8 propositionem) est æqualis. Ad datam igitur rectam lineam α β, ad datumq́; in ea signum α, dato angulo rectilineo δ γ ε, æqualis angulus rectilineus ζ α η collocatus est. Quod fecisse oportuit.*

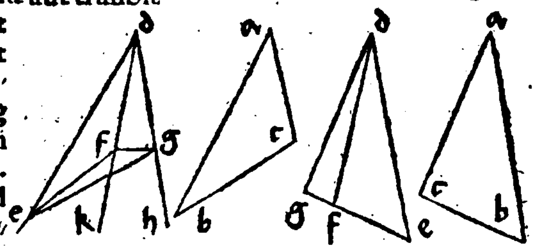


Eucli. ex Camp. *Propositio 24.*

24 OMnium duorum triangulorũ quorum duo latera unius, duobus lateribus alterius fuerint æqualia, si fuerit angulorum sub illis æquis lateribus contentorũ alter altero maior, basis quoq; eiusdem, basi alterius maior erit.

CAMPANVS. Sint duo trianguli a b c, & e d f, sintq; duo latera a b & a c, æqualia duobus lateribus d e & d f: & unumquodq; suo correlatiuo, dextrum, scilicet, dextro, sinistrumq; sinistro, sitq; angulus a, maior angulo d dato. Dico q; basis b c, maior erit basi e f. Faciã enim iuxta doctrinã præcedentis, angulũ e d g æqualem angulo a, eritq; angulus e d f, pars anguli e d g, & ponam d g æqualẽ a c, protrahã e g, quæ aut trãsibit supra e f, ut secet lineã d f, aut super e f, ut sit secum linea una, aut infra. Transeat ergo primo supra. Et quia a b & a c latera trianguli a b c sunt æqualia e d & d g lateribus trianguli e d g, & angulus a angulo d totali, erit per 4 propositionem. basis b c æqualis basi e g. At uero quia d g & d f sunt æquales (nam utraq; est æqualis a c) erit per 5 propositionẽ angulus d f g æqualis angulo d g f, quare d f g, maior erit f g e, ergo e f g multo fortius maior est eodem f g e: ergo per 18 propositionẽ latus e g maius est latere e f, quare & b c maior est e f, quod est propositũ. Si uero e g transeat super e f & sit secum linea una, tunc e f erit pars e g, per ultimã ergo conceptionẽ patet propositũ. Si uero e g transeat infra e f, protrahãtur duæ lineæ d f & d g quæ sunt æquales ut probatũ est, usq; ad k & ad h: fientq; per secũdam partẽ 5 propositionis sub basi f g, anguli k f g & f g h æquales: quare angulus e f g maior erit angulo f g e: ergo per 18 propositionẽ latus e g maius est latere e f, quare b c maior est e f, quod est propositũ. Istud ultimũ membrũ posset etiam probari per 21 propositionẽ: per ipsam enim erunt in dispositione tertia duæ lineæ d g & e g, maiores duabus lineis d f & f e, & quia d g est æqualis d f, propter hoc quod ambæ sunt æquales a c, erit e g maior e f, quare & b c maior e f, quod est propositũ. Melius tamen est demonstrare priori modo ut in omni dispositione arguatur per quintam.





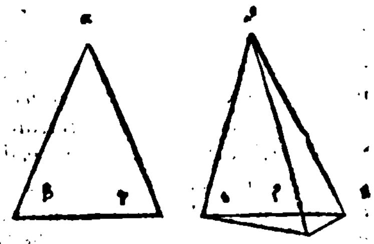
Eucli. ex Zamb. *Theorema 15.* *Propositio 24.*

24 Si bina triangula, duo latera duobus lateribus æqualia habuerint al-

terum

terum alteri, angulum uero angulo maiorem sub æquis rectis lineis contentum, basin quoq; basi maiorem habebunt.

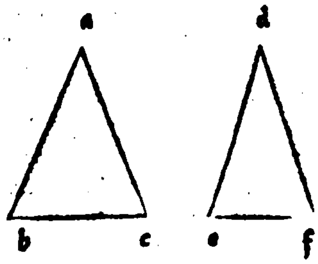
THEON ex Zamberto. *Sint bina triangula αβγ, δεζ, duo latera, hoc est αβ, αγ, duobus lateribus, hoc est δε, δζ, æqualia habentia, alterum alteri, hoc est latus αβ lateri δε, & latus αγ lateri δζ: angulus uero qui sub βαγ, angulo εδζ esto maior. Dico quod & basis βγ, basi εζ maior est. Quoniam enim angulus βαγ maior est angulo εδζ, collocetur (per 23 propositionem) ad rectam lineam δε, ad datumq; in ea signum δ, dato angulo βαγ æquus angulus εδη. Et ponatur alterutri, hoc est lineæ αγ uel δζ, æqualis ipsa δη: & connectantur (per 1 postulatum) ηε & ζη. Quoniam igitur αβ æqualis est ipsi δε, & αγ ipsi δη, binæ lineæ βα & αγ duabus lineis εδ & δη sunt æquales altera alteri, & angulus βαγ (per 23 propositionem) angulo εδη est æqualis: basis igitur βγ, (per 4 propositionẽ) basi εη est æqualis. Rursus quoniam æqualis est δη ipsi δζ: angulus igitur δηζ, angulo δζη est æqualis. Angulus igitur δζη, angulo εηζ maior est: longe maior igitur est angulus εζη, angulo εηζ. At quoniam triangulum est εζη habens angulum εζη maiorem angulo εηζ, maiorem autem angulum (per 18 propositionẽ) latus maius subtendit: maius igitur est latus εη latere εζ. Aequale autẽ est latus εη, lateri βγ: latus igitur βγ, maius est latere εζ. Si bina igitur triangula duo latera duobus lateribus æqualia habuerint, & quæ sequuntur reliqua ut in propositione, quod ostendere oportuit.*



Eucli. ex Camp. Propositio 25.

25 Omnium duorum triangulorũ quorum duo latera unius duobus lateribus alterius fuerint æqualia, basis uero unius basi alterius fuerit maior, erit quoq; angulus trianguli maioris basis illis æquis lateribus contentus, angulo alterius se respiciente maior.

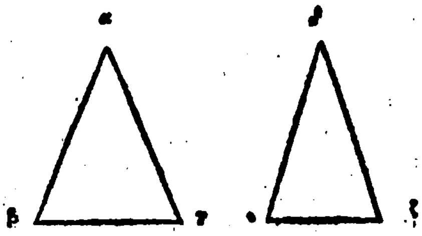
CAMPANVS. Sint duo triãguli a b c, d e f: sintq; duo latera a b & a c primi, æqualia duobus lateribus d e & d f secundi, unũquodq; suo correlatiuo: sitq; basis b c, maior basi e f: dico q̃d angulus a, maior erit angulo d. Hæc est cõuersa præcedentis. Aequalis quidem non erit. Sic enim esset per 4 basis, b c æqualis basi e f: quod est cõtra hypothesin. Sed nec minor, q̃a sic esset d maior: & ita per præcedentẽ basis e f, erit maior basi b c, q̃d est contrariũ positioni, quare maior erit. Sicq; propositũ astruitur.



Eucli. ex Zamb. Theorema 16. Propositio 25.

25 Si duo triangula duo latera duobus lateribus alterũ alteri æqualia habuerint, basin uero basi maiorem; angulum quoq; sub æqualibus rectis lineis contentum, angulo maiorem habebunt.

THEON ex Zamb. *Sint duo triangula βγα, δεζ, duo latera hoc est αβ, & αγ, duobus lateribus, hoc est δε & δζ æqualia habentia alterum alteri, αβ, scilicet, ipsi δε, & αγ ipsi δζ: basis autem βγ, basi εζ maior esto: dico quod angulus βαγ, maior est angulo εδζ. Si autem non, aut ei est æqualis, aut eo minor. Aequalis autem nõ est angulus βαγ, angulo εδζ: si enim æqualis esset, basis quoq; βγ (per 4 propositionẽ) basi εζ esset æqualis: at non est: angulus igitur βαγ, angulo εδζ æqualis minime est. Neq; etiam minor est angulus βαγ eo qui sub εδζ: nam β basis γ, basi εζ minor esset: at non est, minor igitur non est angulus βαγ, eo qui sub εδζ: ostensum autem est quod neq; æqualis: maior igitur est angulus βαγ, angulo εδζ. Si bina igitur triangula, duo latera duobus lateribus, & quæ sequuntur reliqua, ut theoremate. Quod ostendere oportuit.*

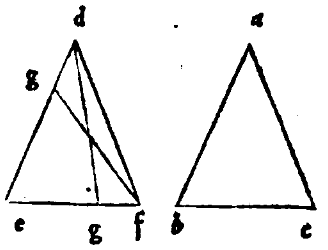


Eucli. ex Camp. Propositio 26.

26 Omnium duorum triangulorum quorum duo anguli unius duobus angulis alterius & uterque se respicienti æquales fuerint, latus quoque unius lateri alterius æquale, fueritq; latus illud

illud aut inter duos angulos æquales, aut uni eorum oppositum, erunt quoque duo unius reliqua latera duobus reliquis alterius trianguli lateribus, unumquodq; se respicienti æqualia, angulusq; reliquus unius angulo reliquo alterius æqualis.

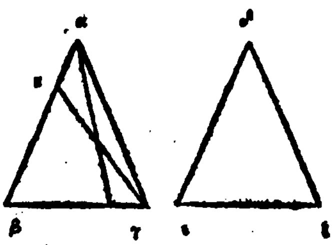
CAMPANVS. Sint duo trianguli a b c, d e f, sitq; angulus b, æqualis angulo e, & angulus c, æqualis angulo f, sitq; latus b c æquale lateri e f, aut alterum duorum laterum a b & a c, æquale alteri duorum laterum d e & d, f ita quod a b sit æquale d e, aut a c, d f. Dico quod reliqua duo latera unius, erunt æqualia reliquis duobus lateribus alterius, & reliquus angulus reliquo angulo æqualis, angulus, uidelicet, a angulo d. Ponam ergo primo ut latus b c, super quod iacent anguli b, c, sit æquale lateri e f, super quod iacent anguli e, f, qui positi sunt æquales angulis b, c. Tunc dico, q̃d latus a b est æquale lateri d e, & latus a c lateri d f, & angulus a angulo d. Si enim latus a b non sit æquale lateri d e, alterum erit maius: sit ergo maius d e, quod resecabo ad æqualitatem a b, sitq; g e æquale a b. Producam lineam g f, eritq; per 4 propositionem angulus g f e, æqualis angulo a c b, quare & angulo d f e, pars toti, quod est impossibile. Erit ergo d e, æquale a b, ergo per 4, d f æquale a c, & angulus d æqualis angulo a: quod est primũ membrum diuisionis propositæ. Sint rursus ut prius, duo anguli b & c, æquales duobus angulis e & f: sitq; latus a b quod opponitur angulo c, æquale lateri d e quod opponitur angulo f, cui positus est æqualis angulus c. Dico, q̃d latus b c erit æquale lateri e f, & latus a c lateri d f, & angulus a angulo d. Si enim latus e f non fuerit æquale lateri b c, erit alterum maius: sit ergo e f, maius: ponatur itaq; e g æquale b c, producam lineam d g: eritq; per 4 propositionem angulus d g e, æqualis angulo a c b: quare & angulo d f e, extrinsecus, uidelicet, intrinseco, quod est impossibile per 16 propositionem. Erit ergo e f æquale b c: ergo per 4 propositionem, latus d f æquale lateri a c, & angulus d totalis angulo a: quod est secundum membrum diuisionis propositæ. Quare totum manifeste patet.



Eucli. Ex Zamb. Theorema 17. Propositio 26.

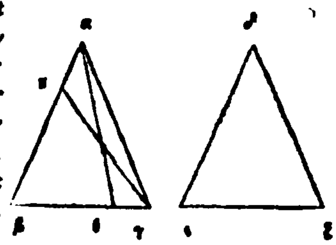
26 Si bina triangula duos angulos duobus angulis alterum alteri æquales habuerint, unumq; latus uni lateri æquale, aut quod æquis adiacet angulis, aut quod ab uno æqualium angulorum subtenditur, reliqua quoq; latera reliquis lateribus æqualia alterum alteri, & reliquum angulum reliquo angulo æqualem habebunt.

THEON ex Zamb. *Sint bina triangula α β γ, δ ε ζ: duos angulos, hoc est, α β γ & β γ α æquales habentia duobus angulis, hoc est δ ε ζ & ε ζ δ, alterum alteri, hoc est angulum α β γ, angulo δ ε ζ, & angulum: β γ α angulo ε ζ δ, unumq; latus uni lateri æquum: & primum id quod æquis adiacet angulis, hoc est latus β γ lateri ε ζ. Aio quod & reliqua latera reliquis lateribus æqualia habebunt: alterum alteri, hoc est latus α β, lateri δ ε, & latus α γ, lateri δ ζ: & reliquum angulum reliquo angulo æqualem, hoc est β α γ ipsi ε δ ζ. Si enim α β ipsi δ ε est non æqualis, earum altera maior est: esto maior α β, & * collocetur (per 3 propositionem) ipsi δ ε æqualis linea κ β, & connectatur κ γ. Quoniam igitur κ β æqualis est ipsi δ ε, & β γ ipsi ε ζ: duæ igitur lineæ κ β & β γ, duabus δ ε & ε ζ, altera alteri sunt æquales: & angulus κ β γ, angulo δ ε ζ æquus est: basis igitur κ γ (per 4 propositionem) basi δ ζ est æqualis, & triangulũ κ ε β triãgulo δ ε ζ æquũ est: & reliqui anguli reliquis angulis erunt æquales, sub quibus æqualia latera subtendũtur: æqualis igitur est angulus κ γ β, angulo δ ζ ε. Sed angulus δ ζ ε ipsi β γ α supponitur æqualis: angulus igitur β γ κ (per primam cõmunem sententiam) angulo β γ α est æqualis, minor maiori. Quod est impossibile. Inæqualis igitur nõ est α β, ipsi δ γ, æqualis igitur. Est autem & β γ, ipsi ε ζ æqualis: duæ iam α β & β γ, duabus δ ε & ε ζ sunt altera alteri æquales: & angulus qui sub α β γ, angulo qui sub δ ε ζ est æqualis. Basis igitur α γ (per 4 propositionem) basi δ ζ est æqualis: & reliquus angulus β α γ, reliquo angulo ε δ ζ est æqualis.* * uidelicet ponatur, sit.



Rursus

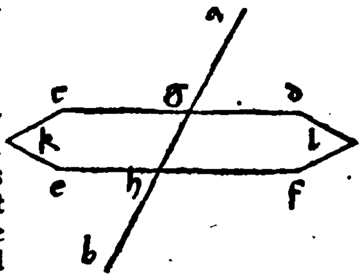
Rursus sint ad angulos æquos latera subtensa, æqualia, sintq; αβ & δε. Dico rursus quod reliqua latera reliquis lateribus æqualia erunt, hoc est latus αγ lateri δζ, & latus βγ lateri δζ: & insuper reliquus angulus βαγ, reliquo angulo εδζ æqualis erit. Si enim βγ ipsi εζ æquale non est, alterum eorum maius erit: sit igitur (si possibile est) maius latus βγ: & ponatur (per 3 propositionem) ipsi εζ æqualis linea βθ: & connectatur (per 1 postulatum) αθ. Et quoniam æqualis est βθ ipsi εζ, & αβ ipsi δε: duæ igitur αβ & βθ, duabus δε & εζ sunt æquales altera alteri, & angulos æquos continent. Basis igitur αθ, (per 4 propositionem) basi δζ est æqualis: & triangulum αβθ, triangulo δεζ est æquale: & reliqui anguli reliquis angulis sunt æquales, sub quibus æqualia subtenduntur latera: angulus igitur βθα, angulo εζδ est æqualis. Sed angulus εζδ, angulo βγα est æqualis. Angulus igitur βθα, angulo βγα est æqualis: trianguli igitur αθγ angulus exterior βθα, interiori angulo βγα est æqualis & opposito: quod (per 16 propositionem) est impossibile. Latus igitur εζ, ipsi βγ inæquale nõ est, æquale igitur. Est autem αβ, ipsi δε æqualis: duæ igitur αβ & βγ, duabus δε & εζ sunt æquales altera alteri, & angulos æquos continent. Basis igitur αγ (per 4 propositionem) basi δζ est æqualis: & triangulum αβγ, triangulo δεζ est æquale: & reliquus angulus βαγ, reliquo angulo εδζ est æqualis. Si duo igitur triangula duos angulos duobus angulis, & quæ sequuntur reliqua ut in theoremate, quod ostendere oportebat.



Eucli. ex Camp. Propositio 27.

SI recta linea super duas lineas rectas ceciderit, duosq; angulos coalternos sibi inuicem æquales fecerit, illæ duæ lineæ erunt æquidistantes. 27

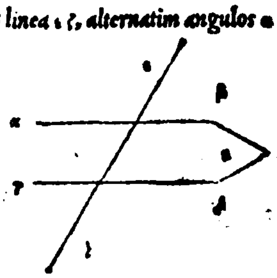
CAMPANVS. Sit ut linea a b cadat super duas lineas c d, e f, & secet lineam c d in puncto g, & lineam e f in puncto h: sitq; angulus d g h æqualis angulo e h g: dico quod lineæ c d & e f, sunt æquidistantes. Si enim non, concurrant aut ad partem c, e, super punctum k, aut ad partem d, f, super punctum l: & qualitercunq; fuerit, accidet impossibile, per 16, uidelicet, angulum extrinsecum, esse æqualem intrinseco & opposito: nam unus dictorum angulorum coalternorum qui positi sunt æquales, erit extrinsecus, & reliquus intrinsecus & oppositus. Quia igitur impossibile est eas cõcurrere, in alterutram partem protractas, ipsæ per ultimam diffinitionẽ erunt æquidistantes, quod est propositum.



Eucli. ex Zamb. Theorema 18. Propositio 27.

Si in binas rectas lineas recta incidens linea, alternatim angulos æquos adinuicem fecerit, parallelæ adinuicem ipsæ rectæ lineæ erunt. 27

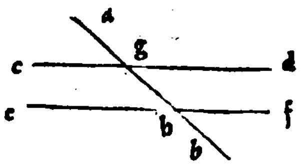
THEON ex Zamberto. *In binas enim rectas lineas αβ, γδ recta incidens linea εζ, alternatim angulos αεζ & εζδ æquales adinuicem efficiat, dico quod parallelus est αβ, ipsi γδ. Si autem non, productæ concurrunt aut ad partes β, δ aut ad α, γ: producantur igitur & concurrant ad partes β, δ, in signo η, si est possibile. Trianguli ergo ηεζ, angulus αεζ exterior, æqualis est angulo εζη interiore & opposito: quod (per 16 propositionem) est impossibile. Igitur αβ & γδ productæ, ad partes β, δ, minime concurrunt: similiter quoq; ostendetur, quod neq; ad partes α, γ. Quæ autem in nulla parte concurrunt, parallelæ sunt (per ultimam diffinitionem.) Parallelus igitur est αβ, ipsi γδ. Si in binas igitur rectas lineas & quæ sequuntur reliqua ut in theoremate. Quod erat ostendendum.*



Eucli. ex Camp. Propositio 28.

SI linea recta duabus lineis rectis superuenerit, fueritq; angulus eius intrinsecus angulo extrinseco sibi opposito æqualis, aut duo anguli intrinseci ex una parte duobus angulis rectis æquales, illæ duæ lineæ æquidistantes erunt. 28

CAMPANVS. Sit ut linea a b, secet duas lineas c d & e f, in punctis g & h: sitq; angulus g lus g extrinſecus, æqualis angulo h intrinſeco ex eadem parte ſumpto, aut duo anguli g & h intrinſeci ex eadem parte ſumpti, ſint æquales duobus angulis rectis. Dico ꝙ duæ lineæ c d & e f ſunt æquidiſtantes. Sit ergo primo angulus d g a, æqualis angulo f h g: erit quoqꝫ per 15 propoſitionẽ angulus c g h, æqualis eidem angulo f h g, quare per præmiſſam, c d & e f, ſunt æquidiſtantes. Sint rurſus duo anguli d g h & f h g, æquales duobus rectis: & quia per 13 propoſitionẽ duo anguli d g h & c g h ſunt ſimiliter

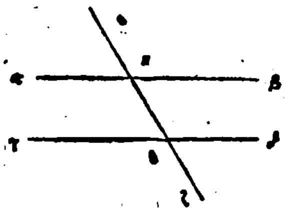


æquales duobus rectis, erit angulus c g h æqualis angulo f h g, quare per præmiſſam c d & e f, erunt æquidiſtantes, quod eſt propoſitum.

Eucli. ex Zamb. *Theorema 19.* *Propoſitio 28.*

28 **Si in binas rectas lineas recta incidens linea, exteriorẽ angulũ interiori & oppoſito ad eaſdem partes æqualẽ fecerit, aut interiores & ad eaſdẽ partes duobus rectis æquales, parallelæ erunt adinuicem ipſæ rectæ lineæ.**

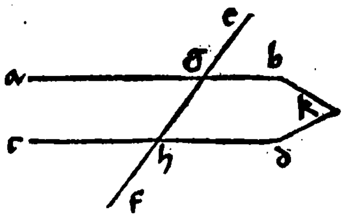
THEON *ex Zamb. In binas enim rectas lineas α β & γ δ, recta linea incidens ε ζ, angulum exteriorem ε η β, angulo interiori η θ δ & oppoſito, æqualem efficiat, aut interiores & ad eaſdem partes, hoc eſt β η θ, η θ δ, duobus rectis æquales. Dico quod parallelus eſt α β, ipſi γ δ. Quoniam angulus ε η β (per hypotheſin) æqualis eſt angulo η θ δ, & angulus ε η β (per 15) æqualis eſt angulo α η θ: angulus igitur α η θ æqualis eſt angulo η θ δ, & ſunt alterni, (per 27 propoſitionem) parallelus eſt igitur α β ipſi γ δ. Rurſus quoniã anguli β η θ & η θ δ (per hypotheſin) duobus rectis ſunt æquales, & anguli α η θ & β η θ (per 13 propoſitionem) duobus rectis ſunt æquales: anguli ergo α η θ & β η θ, angulis β η θ & η θ δ ſunt æquales. Cõmunis auferatur angulus β η θ: reliquus igitur α η θ, reliquo η θ δ eſt æqualis, & ſunt alterni. Parallelus igitur eſt α β, ipſi γ δ. Si recta igitur linea in duas incidens, & quæ ſequuntur reliqua, quod oſtendendum fuerat.*



Eucli. ex Camp. Propoſitio 29.

29 **SI duabus lineis æquidiſtantibus linea ſuperuenerit, duo anguli coalterni æquales erunt, anguluſqꝫ extrinſecus angulo intrinſeco ſibi oppoſito æqualis, itemqꝫ duo anguli intrinſeci ex alterutra parte conſtituti duobus rectis angulis æquales.**

CAMPANVS. Sint duæ lineæ a b & c d æquidiſtantes: ſuper quas cadat linea e f, ſecans eas in punctis g & h, dico ꝙ anguli g & h coalterni ſunt æquales, & quod angulus g extrinſecus eſt æqualis angulo h intrinſeco ſibi oppoſito ex eadem parte ſumpto, & q̊d anguli g & h intrinſeci ex eadem parte ſumpti ſunt æquales duobus rectis. Et hæc eſt conuerſa duarum præcedentium. Primum ſic patet. Si enim angulus b g h non eſt æqualis angulo c h g, alter eorum erit maior, ſit ergo maior angulus c h g, & quia duo anguli c h g & g h d ſunt æquales duobus rectis, ergo per 13 propoſitionem erunt duo anguli b g h & d h g minores duobus rectis, ergo per quartam petitionem, duæ lineæ a b & c d ſi protrahantur, concurrent in parte b & d, ad punctum aliquem, ut ad k: non ergo ſunt æquidiſtantes per ultimam diffinitionẽ, quod eſt contra hypotheſin, & quia hoc eſt impoſſibile, erunt duo anguli coalterni b g h & c h g æquales, quod eſt primum propoſitũ. Ex hoc patet ſecundum. Eſt enim per 15 propoſitionẽ angulus b g h æqualis angulo a g e, ergo angulus a g e, erit æqualis angulo c h g, extrinſecus, uidelicet, intrinſeco, quod eſt ſecundum propoſitũ.

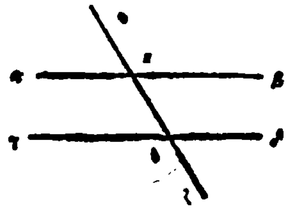


Ex hoc rurſus patet tertium. Sunt enim per 13 propoſitionẽ duo anguli a g e & a g h, æquales duobus rectis, ergo duo anguli a g h & c h g, erunt etiam æquales duobus rectis, qui ſunt duo intrinſeci ex eadem parte ſumpti, quod eſt 3 propoſitum.

Eucli. ex Zamb. *Theorema 20.* *Propoſitio 29.*

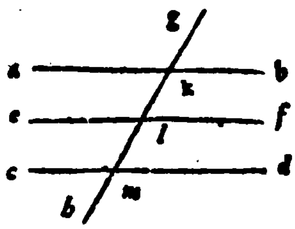
29 **In parallelos rectas lineas recta incidens linea, & alternatim angulos ad inuicem æquales, & exteriorẽ interiori & oppoſito & ad eaſdẽ partes æqualem, & interiores & ad eaſdem partes duobus rectis æquales efficit.**

THEON *ex Zamb.* *In parallelos enim rectas lineas α β & γ δ, recta incidat linea ε ζ. Dico quod & alternos angulos α η θ & η θ δ æquos efficit, & exteriorē angulum ε η β interiori & opposito & ad easdem partes, hoc est ipsi η θ δ æqualem, & interiores & ad easdem partes, hoc est β η θ & η θ δ duobus rectis æquales. Si enim æqualis nō est α η θ ipsi η θ δ, alter eorū maior est. Sit maior α η θ. Quoniam igitur α η θ, maior est ipso η θ δ, cōmunis ponatur angulus β η θ: anguli ergo α η θ & β η θ, maiores sunt ipsis β η θ & η θ δ. Sed anguli α η θ & θ η β (per 13 propositionē) duobus rectis sunt æquales: anguli igitur β η θ & η δ θ duobus rectis sunt minores: quæ autem à minoribus duobus rectis producūtur in infinitū, concurrunt (per 1 postulatū.) Rectæ igitur lineæ α β & γ δ, in infinitū productæ, concurrūt: non concurrunt autem, quoniam paralleli, per hypothesin. Angulus igitur α η θ, angulo η θ δ inæqualis nō est: æqualis igitur. Sed angulus α η θ, angulo ε η β (per 15 propositionē) est æqualis: angulus igitur ε η β (per 1 cōmunem sententiam) angulo η θ δ est æqualis, cōmunis ponatur β η θ, anguli ε η β & β η θ igitur, angulis ε η θ & η θ δ sunt æquales. Sed anguli ε η β & β η θ, duobus rectis sunt æquales (per 13 propositionem) & anguli β η θ & η θ δ, duobus rectis sunt æquales. In parallelos igitur rectas lineas & quæ sequuntur reliqua. Quod ostendere oportebat.*



Eucli. ex Camp. Propositio 30.

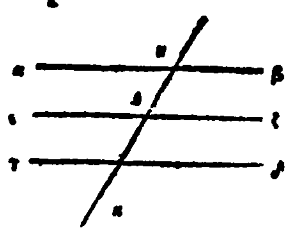
30 SI fuerint duæ lineæ uni æquidistantes, eædem sibi inuicem æquidistantes erunt. CAMPANVS. Sint duæ lineæ a b & c d, quarum utraque æquidistet lineæ e f. Dico illas duas, uidelicet, a b & c d, esse æquidistantes. Hoc autem est uniuersaliter uerum, siue duæ lineæ a b & c d sint in una superficie cum linea e f, siue non: hic tamen non intelligitur, nisi secūdum quod omnes sunt in superficie una, secundum enim quod sunt in diuersis superficiebus, probatur in 9 undecimi libri, quod sunt æquidistantes. Sint ergo omnes in superficie una: protraham autem lineam g h, secantē lineas a b, e f, & c d, in punctis k, l, m. Et quia a b æquidistat e f, erit angulus b k l æqualis angulo e l k per primā partē præcedentis, cum illi sint coalterni: at quia c d æquidistat e f, erit angulus k l e extrinsecus æqualis angulo l m c intrinseco, per secundā partem præcedentis, ergo angulus b k l, est æqualis angulo c m l, qui cum sint coalterni, erunt per 27, lineæ a b & c d æquidistantes. Quod est propositum.



Eucli. ex Zamb. *Theorema 21.* *Propositio 30.*

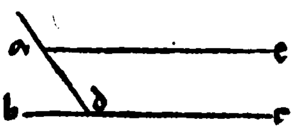
30 Quæ eidem rectæ lineæ paralleli, & adinuicem sunt paralleli.

THEON ex Zamb. *Sint α β & γ δ, ipsi ε ζ paralleli, dico quod α β, ipsi γ δ est parallelus. Incidat enim in eas recta linea η θ κ, & quoniā in parallelos rectas lineas α β & ε ζ, recta linea η θ κ incidit: æqualis est igitur angulus α η θ ipsi η θ ζ (per 29 propositionē.) Rursus quoniā in parallelos rectas lineas ε ζ & γ δ recta linea η κ incidit, (per eandē) æqualis est angulus η θ ζ, ipsi η κ δ: patuit autē quod α η θ ipsi η θ ζ est æqualis, & quod η κ δ æqualis est ipsi η θ ζ, & α η κ igitur, ipsi η κ δ est æqualis, & sunt alterni: parallelus igitur est α β ipsi γ δ. Quod ostendendū erat.*



Eucli. ex Camp. *Propositio 31.*

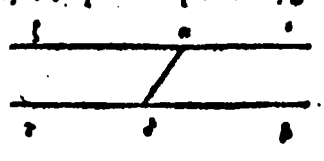
31 A Puncto extra lineam dato, lineæ propositæ æquidistantē ducere. CAMPANVS. Punctus extra lineā datus intelligitur, cum linea utrinque protracta, per ipsum non transit. Sit ergo punctus a, datus extra lineā b c, ab eodem pūcto a, à quo oportet protrahere lineā æquidistantē ipsi b c, protraho lineam a d lineæ b c superstantem qualitercūque contingat, & super punctū a qui est extremitas lineæ a d, constituo angulum e a d per doctrinā 23 propositionis, æqualem angulo b d a sibi coalterno, eritque a e æquidistans b c per 27 propositionē, quod est propositū.



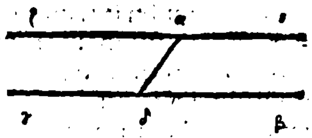
Eucli. ex Zamb. *Problema. 10.* *Propositio 31.*

31 Per datum signum, datæ rectæ lineæ parallelum rectam lineam ducere.

THEON ex Zamb. *Sit quidem datum signū α, data uero recta linea sit β γ. Oportet iam per datum signū α, ipsi β γ rectæ lineæ, parallelū rectam lineā ducere. Suscipiatur in ipsa β γ, contingens signum, sitque illud δ, & connectatur (per 1 postulatū) α δ, & constituatur (per 23 propositionē) ad datam rectam lineam α δ, ad datumque in ea signū α, dato angulo α δ γ, æqualis angulo δ α ε, & producatur (per 14 propositio-*

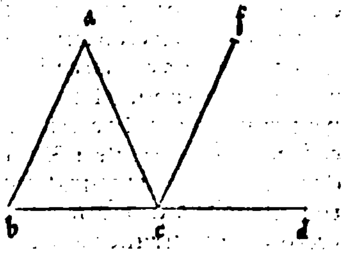


propositionẽ) in rectũ ipsi α ε, linea α ζ. Et quoniã in rectas lineas β γ & ε ζ, recta linea incidens α δ, alternos angulos ε α δ & α δ γ æquales adinuicẽ fecit, parallelus est igitur ε ζ ipsi β γ (per 27. propositionẽ.) Per datum ergo signum α, datæ rectæ lineæ β γ parallelus recta linea α ζ ducta est, quod fecisse oportuit.



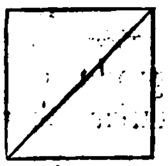
Eucli. ex Camp. Propositio 32.

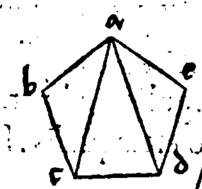
32 OMnis trianguli angulus extrinsecus, duobus intrinsecis sibi oppositis est æqualis. Omnes autem tres angulos eius, duobus rectis angulis æquos esse necesse est.

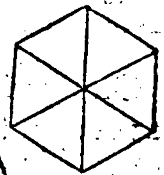


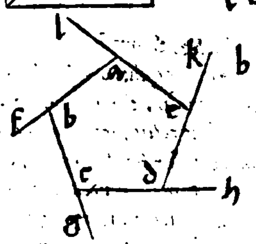
CAMPANVS. Sit triãgulus a b c, cuius latus b c protrahatur usq; ad d, dico quod angulus c extrinsecus, est æqualis duobus angulis a & b intrinsecis sibi oppositis simul iunctis: & q; tres anguli triãguli a b c simul iuncti, sunt æquales duobus rectis. A pũcto c protrahã c f æquidistantẽ a b, secũdum doctrinã præcedentis, eritq; angulus f c a æqualis angulo a, quia sunt coalterni per primã partem 29 ppositionis, & angulus f c d extrinsecus, æqualis angulo b intrinseco per secundã partem eiusdem, quare totus a c d extrinsecus, est æqualis duobus angulis a & b intrinsecis sibi oppositis, quod est primũ. Et quia duo anguli a c b & a c d sunt æquales duobus rectis per 13 propositionẽ; erunt tres anguli a, b, & c intrinseci æquales duobus rectis, quod est secundum propositum.

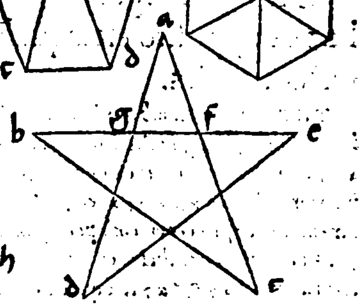
CAMPANI additio. Ex hac autẽ patet, quod omnis figuræ polygoniæ omnes anguli simul sumpti tot rectis angulis sunt æquales, quotus est numerus quo à prima destiterit, duplicatus: Verbi gratia, polygoniarũ figurarum, est triangula prima, quia si esset duarum linearũ, cum figura sit clausio linearũ, tunc duæ lineæ rectæ includerent superficiem; quod est impossibile per ultimã petitionẽ. Quadrilatera, secunda, pentagona, tertia. Similiter autem quælibet tota erit in ordine, quotus erit numerus laterũ aut angulorũ eius, inde dempto binario. Dico ergo q; triãgulæ (quæ est prima) omnes anguli sunt æquales duobus rectis, quadrilateræ (quæ est secũda) erũt æquales quatuor rectis: & pentagonæ (quæ est tertia) erunt æquales sex rectis. Hoc autẽ inde manifestum est, quoniam cum quælibet



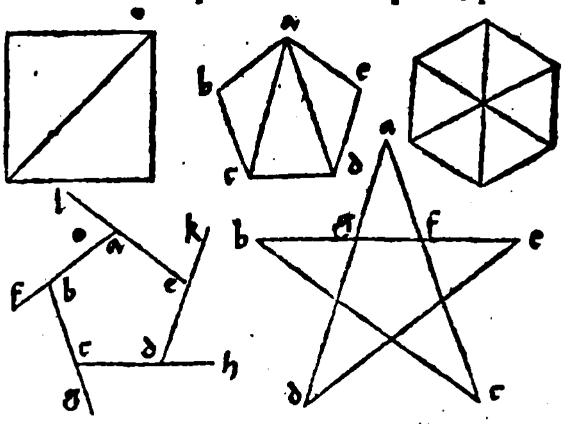








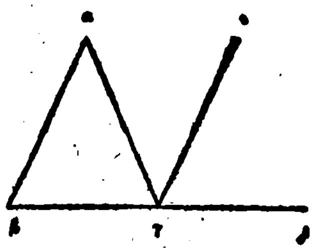
talis figura sit in tot triãgulos resolubilis, quota ipsa fuerit a prima ductis rectis lineis à quouis angulorũ eius ad omnes angulos oppositos, sintq; omes anguli omnis trianguli duobus rectis æquales, erunt omnis lateratæ figuræ omnes anguli bis tot rectis æquales, quota ipsa fuerit à prima, quod est propositũ. Sit enim exempli gratia, pentagonus a b c d e, à cuius angulo a, ducam lineas ad angulos c, d, ipsi oppositos, erit totus pentagonus resolutus in tres triangulos a b c, a c d, & a d e, quorum cum cuiuslibet sint anguli æquales duobus rectis, erunt pentagoni anguli æquales sex rectis, quod est duplum eius numeri quo à prima distat, siue duplum numeri angulorũ aut laterum eius, inde dempto binario. Possumus quoq; & sic idem proponere, dicẽtes quod omnis figuræ polygoniæ omnes anguli pariter accepti sunt tot rectis angulis æquales, quantus est numerus quem eius anguli duplicãt, inde demptis quatuor: puncto enim quouis intra figuram signato, & ab eo ad singulos angulos lineis protractis, erit ipsa figura in tot triangulos resoluta quot fuerint eius anguli, ideoq; omnes anguli omniũ illorũ triangulorũ pariter accepti, tot rectis angulis erunt æquales, quantus est numerus quem duplicãt anguli propositæ figuræ. Cum itaq; sint omnes anguli triangulorũ in quos ipsa resoluta est, punctum medium circunstantes, quatuor rectis æquales per 13 propositionẽ, manifestum constat propositũ. Similiter quoq; patet, quod omnis figuræ polygoniæ anguli omnes extrinseci, quatuor rectis angulis sunt æquales: sunt enim intrinseci & extrinseci bis tot rectis æquales, quot habuerit angulos, per 13 propositionem. Intrinseci autem sunt bis tot rectis æquales, quot habuerit angulos demptis inde quatuor: ergo extrinseci sunt quatuor rectis æquales, quod est propositum. Exempli gratia, propositi pentagoni latera protrahantur, ut fiat anguli extrinseci, a b quidem protrahatur usque ad f, b c usque ad g, c d usque ad h, d e usque ad k, e a usque ad l: eruntque per 13 propositionem duo anguli, a intrinsecus & a extrinsecus, æquales duobus rectis: eadem autem ratione, duo anguli b intrinsecus & b extrinsecus: sic & cæteri: quare a, b, c, d, e, anguli intrinseci & extrinseci, decem rectis æquantur, demptis igitur intrinsecis qui sunt æquales sex rectis, erunt extrinseci, uidelicet, b a l, c b f, d c g, e d h, & a e k, æquales quatuor rectis.



Patet etiam quod omnis pentagonus cuius unumquodque latus duo secat ex reliquis habet quinque angulos duobus rectis æquales. Sit qualis proponitur pentagonus a b c d e, & secet latus a c, latus b e in puncto g, & latus a d idem latus b e in puncto f, erit angulus a f g æqualis duobus angulis b & d, cum sit extrinsecus ad ipsos in traniglulo f d b. Itemque angulus f g a erit æqualis duobus angulis c & e, cum sit extrinsecus ad ipsos in triangulo g c e, sed duo anguli a f g & f g a cum angulo a, sunt æquales duobus rectis: ergo quatuor anguli b d & c e, sunt cum angulo a æquales duobus rectis, quod est propositum.

Eucli. ex Zamb. Theorema 21. Propositio 32.

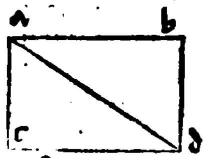
32 **Omnis trianguli uno latere producto, exterior angulus binis interioribus ex opposito est æqualis. Et trianguli tres interiores anguli, binis sunt rectis æquales.**



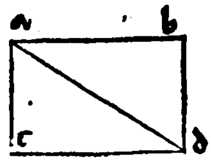
THEON *ex Zamb. Sit triangulum α β γ, & producatur unum illius latus (sitque β γ) usque in δ. Dico quod exterior angulus α γ δ, ipsis γ α β & α β γ duobus interioribus ex opposito, est æqualis, & trianguli tres anguli interiores, hoc est α β γ, β γ α, & γ α β, duobus rectis sunt æquales. Excitetur enim (per præcedentem) per signum γ, ipsi α β rectæ lineæ parallelus γ ε. Et quoniam parallelus est α β ipsi γ ε, & in ipsas incidit linea α γ, alterni anguli β α γ & α γ ε, æquales sunt adinuicem. Rursus quoniam parallelus est α β ipsi γ ε, & in eas incidit recta linea β δ, exterior angulus ε γ δ, (per uicesimamseptimam, uicesimamoctauam, & uicesimamnonam propositiones) æqualis est angulo α β γ interiori & opposito: patuit autem quod α γ ε ipsi β α γ est æqualis. Totus igitur exterior angulus α γ δ, æqualis est duobus interioribus & oppositis, hoc est ipsis β α γ & α β γ. Communis ponatur, α γ β angulus, igitur α γ δ & α γ β, tribus angulis α β γ, β γ α & β α γ, sunt æquales. Sed α γ δ & α γ β, duobus rectis (per 13 propositionem) sunt æquales, anguli α γ β & γ α β & γ β α igitur duobus rectis sunt æquales. Omnis igitur trianguli & quæ sequuntur reliqua ut in theoremate. Quod oportuit ostendere.*

Eucli. ex Camp. Propositio 33.

33 **SI in summitatibus duarum linearum æquidistantium & æqualis quantitatis, aliæ duæ lineæ coniungantur, ipsæ quoque æquales & æquidistantes erunt.**

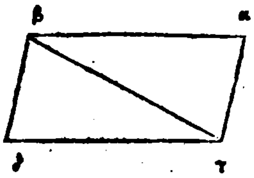


CAMPANVS. Sint duæ lineæ a b & c d, æquales & æquidistantes, quarum extremitates coniungam per lineas a c & b d. Quas dico esse æquales & æquidistantes: protraham enim lineam a d. Et quia lineæ a b & c d sunt æquidistantes, erit angulus b a d æqualis angulo a d c, per primam partem uicesimænonæ propositionis. Quare erunt duo latera a b & a d trianguli a b d, æqualia duobus lateribus d c & d a trianguli d c a, & angulus a primi æqualis angulo d secundi, ergo per quartam propositionem basis nem basis b d primi, est æqualis basi a c secundi, & anguli a d b primi, æqualis angulo d a c secundi. At quia ipsi anguli a d b & d a c sunt coalterni, erunt lineæ b d & a c æquidistantes, per uicesimam septimam. Et quia prius probatum est ipsas esse æquales, patet propositum utrumque.



Eucli. ex Zamb. Theorema 33. Propositio 33.

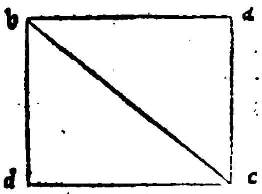
33 Aequas & parallelos ad easdem partes, rectæ lineæ cõiungentes, & ipsæ æquales & parallelæ sunt.



THEON ex Zamb. Sint æquales rectæ lineæ & paralleli, α β, & γ δ, & ipsas coniungant ad easdem partes, rectæ lineæ α γ & β δ, dico quod α γ & β δ, æquales & paralleli sunt. Connectatur enim (per primum postulatum) β γ. Quoniam parallelus est α β ipsi γ δ, & in eas incidit β γ, alterni anguli α β γ & β γ δ adinuicem sunt æquales, (per uicesimamnonam propositionem.) Et quoniam æqualis est α β ipsi γ δ, communis autem β γ, duæ igitur α β & β γ, duabus β γ & γ δ sunt æquales, & angulus α β γ, angulo β γ δ est æqualis. Basis igitur β δ (per quartam propositionẽ) basi α γ est æqualis, & triangulum α β γ, triangulo (ei quod sub) β γ δ, æquum est, & reliqui anguli reliquis angulis sunt æquales alter alteri, sub quibus æqualia latera subtenduntur. Angulus igitur α γ β, æqualis est ei qui sub γ β δ, & angulus β α γ, ei qui sub β δ γ. Et quoniam in duas rectas lineas α γ & β δ, recta linea incidit β γ, alternos angulos, hoc est α γ β & γ β δ æquales adinuicem efficiens, parallelus igitur est α γ ipsi β δ, (per uicesimamseptimam propositionem.) Ostensum autem est, quod & ei æqualis est. Aequales igitur & parallelos ad easdem partes coniungentes lineæ rectæ, & ipsæ æquales & paralleli sunt. Quod oportuit demonstrasse.

Eucli. ex Camp. Propositio 34.

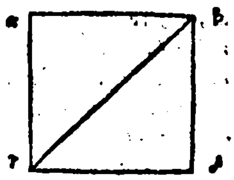
43 OMnis superficies æquidistantibus contenta lateribus, lineas atque angulos ex aduerso collocatos habet æquales, diametro diuidente eam per medium.



CAMPANVS. Sit superficies a b c d æquidistantiũ laterum, ita quod linea a b æquidistet c d, & a c ipsi b d. Dico duas lineas a b & c d, item duas lineas a c & b d, esse æquales: similiter dico angulum a esse æqualem angulo d, & angulũ b angulo c. Protraham diametrũ a d, quæ etiam diuidet superficiem illam per medium. Cum a b & c d sint æquidistantes, erunt anguli b a d & c d a, qui sunt coalterni, æquales per uicesimamnonam. At quia etiam a c & d b sunt æquidistantes, erunt anguli c a d & b d a, qui sunt coalterni æquales per eandem. Intelligo enim duos triangulos a d b & d a c, & quia duo anguli a & d trianguli a d b, sunt æquales duobus angulis d & a trianguli d a c, & latus a d super quod iacent illi anguli in utroque triangulo, est commune, erit per uicesimamsextam propositionem latus a b æquale lateri c d, & latus a c lateri b d, & angulus b angulo c. Et quia angulum a totalem patet esse æqualem angulo d totali per secundam communem animi conceptionem, totum propositum cum correlario liquet.

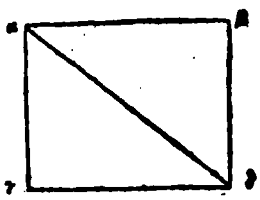
Eucli. ex Zamb. Theorema 34. Propositio 34.

34 Parallelogrammorũ * locorum latera quæ ex opposito, & anguli, æqualia sunt adinuicem, & dimetiens ea bifariam secat. χωρίων



THEON ex Zamber. Sit parallelogrammus locus α γ δ β, dimetiensque illius esto β γ. Dico quod parallelogrammi α γ δ β latera & anguli ex opposito, adinuicem sunt æqualia, & illud β γ dimetiens bifariam secat. Quoniam enim parallelus est α β ipsi γ δ, & in eas incidit recta linea β γ (per 29 propositionem) alterni anguli α β γ & β γ δ sunt adinuicem æquales. Rursus quoniam parallelus est α γ ipsi β δ, & in eas incidit recta linea β γ, anguli alterni, hoc est α γ β & γ β δ æquales sunt adinuicem. Bina igitur triangula sunt α β γ & β γ δ, duos angulos qui sub α β γ & α γ β, duobus angulis β γ δ & γ β δ æquales habentia alterum alteri & unum latus uni lateri æquale ad angulos æquos, & commune eorum β γ, & reliqua latera igitur (per 26 propositionem) reliquis lateribus æqualia erunt alterum alteri, & reliquus angulus reliquo angulo æqualis: latus igitur α β est æquale lateri γ δ, & α γ ipsi β δ, & angulus β α γ angulo β δ γ est æqualis. Et quoniam angulus α β γ æqualis est angulo β γ δ, & angulus γ β δ ei qui sub α γ β, *totus igitur angulus α β δ toti angulo α γ δ, (per 2 cõmunem sententiam) est æqualis. Ostensum est autem, quod angulus β α γ angulo γ δ β est æqualis. Parallelogrammum igitur* locorum anguli & latera ex opposito, adinuicem sunt æqualia. Dico etiam, quod dimetiens ea bifariam secat. Quoniam enim α β æquum est ipsi γ δ, & β γ communis est, duæ igitur α β & β γ, duabus β γ & γ δ sunt altera alteri æquales: & angulus α β γ angulo β γ δ est æqualis: basis igitur α γ. (per 4 propositionẽ) basi β δ est æqualis, & triangulũ α β γ triangulo β γ δ est æquale. Dimetiens igitur β γ, bifariam secat pallelogrammum α β γ δ. Quod erat ostendendum.*

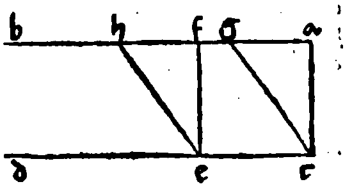
* χωρίων

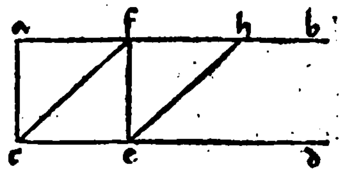


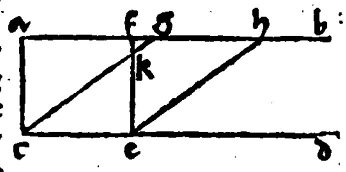
Eucli. ex Camp. Propositio 35.

35 OMnes superficies æquidistantiũ laterum super unam basin atque in eisdem alternis lineis constitutæ, æquales esse probantur.

CAMPANVS. Sint duæ lineæ a b & c d æquidistantes, inter quas fiat a c f e superficies æquidistantiũ laterum super basin c e, & super eandem basin, & inter easdem lineas fiat alia superficies g c h e, similiter æquidistantium laterum: dico duas prædictas superficies, esse æquales. Quod sic probatur. Aut enim linea c g secabit lineã a b in aliquo puncto lineæ a f, aut in puncto f, aut in aliquo puncto lineæ b f. Secet ergo primo in aliquo puncto lineæ a f, ut in prima figuratione apparet. Et quia utraque duarum linearum a f & g h est æqualis lineæ c e per præcedentem, una earum erit æqualis alteri, dempta ergo linea f g communi, remanebit a g æqualis f h. Et quia per præcedentem iterum est a c æqualis f e, & angulus h f e angulo g a c per secũdam partem 29, uidelicet, extrinsecus intrinseco, erit per 4 triãgulus a c g æqualis triangulo f e h. Ergo irregulari figura quadrilatera quæ est g c f e, addita utrique, erit superficies a c f e æqualis superficiei g c h e, quod est propositum. Secet secundo modo linea c g lineam a b in puncto f, ut in secunda figuratione apparet, eruntque simili argumentatione priori, duo trianguli a c f & f c h, æquales, quare utrobique addito triangulo f c e, patet propositum. Secet tertio modo linea c g lineam a b inter duo puncta, f, b, ut in tertia figuratione apparet, secabitque lineam f e, sit ut in puncto k, & quia simili argumẽtatione priori, linea a f est æqualis lineæ g h, facta communi linea g f, erit c g æqualis f h, & triangulus a g c, æqualis triangulo f e h. Addito ergo utrique, triangulo c k e, & detracto ab utroque triangulo f h g, erit superficies a c f e æqualis superficiei g c h e, quod est propositum.



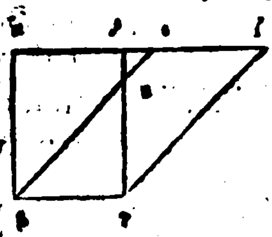




Eucli. ex Zamb. Theorema 25. Propositio 35.

35 Parallelogramma in eadem basi & in eisdem parallelis existentia, adinuicem sunt æqualia.

THEON ex Zamb. Sint parallelogramma α β γ δ & ε β γ ζ, in eadem basi existentia, (hoc est) β γ. & in eisdem parallelis (hoc est) α ζ & β γ. Dico quod parallelogrammum α β γ δ, æquale est parallelogrammo ε β γ ζ. Quoniam enim parallelogrammũ est α β γ δ, æqualis est α δ ipsi β γ (per 34 propositionem.) & id propterea etiam ε ζ ipsi β γ est æqualis: quare & α δ ipsi ε ζ est æqualis, & communis δ ε: tota igitur α ε, toti δ ζ est æqualis. At α β ipsi δ γ est æqualis, duæ igitur ε α & α β, duabus ζ δ & δ γ sunt altera alteri æquales, & angulus ζ δ γ, angulo ε α β est æqualis, exterior interiori. Basis igitur ε β. (per quartam propositionem) basi ζ γ est æqualis, & triangulum ε α β, triangulo ζ δ γ est æquale. Cõmune auferatur triangulum δ η ε, reliquum igitur trapezium α β η δ, trapezio ε η γ ζ est æquale. Commune autem ponatur triangulum η β γ: totum igitur parallelogrammum α β γ δ, toti parallelogrãmo ε β γ ζ est æquale. Parallelogrãma igitur & quæ sequuntur reliqua, quod ostendere oportuit.

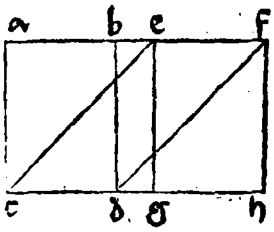


Eucli. ex Camp. Propositio 36.

36 OMnia parallelogramma in basibus æqualibus atque in eisdem lineis constituta, æqualia esse necesse est.

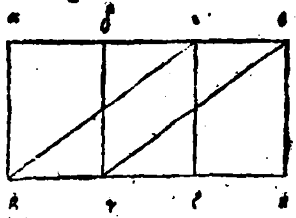
CAMPANVS. Parallelogrammum, dicitur superficies æquidistantium

tium laterum. Sint duæ superficies a b c d & e f g h, æquidistantium laterum, constitutæ inter duas lineas æquidistantes quæ sunt a f & c h, & super æquales bases quæ sunt c d & g h, dico eas esse æquales, nam protraham duas lineas c e & d f, eritq per 33, superficies c d e f, æquidistantium laterum, propter hoc quod e f est æqualis & æquidistans c d, nam utraque earum est æqualis g h. Quia ergo per præmissam utraq duarum superficierum a b c d & e f g h est æqualis superficiei c d e f, ipsæ erunt sibi inuicem æquales, quod est propositum.



Eucli. ex Zamb. Theorema 26. Propositio 36.

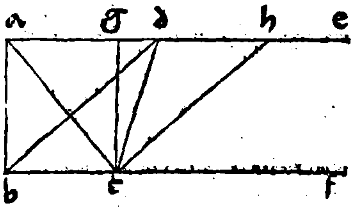
36 Parallelogramma in æqualibus basibus & in eisdem parallelis existentia, adinuicem sunt æqualia.



THEON ex Zamb. Sint parallelogramma α β γ δ & ε ζ η θ, in æqualibus basibus constituta, hoc est β γ & ζ η, & in eisdem parallelis, hoc est α θ & β η. Dico quod parallelogrammum α β γ δ est æquale parallelogrammo ε ζ η θ. Connectantur enim β ε & γ θ. Quoniam æqualis est β γ ipsi ζ η, sed ζ η æqualis est ipsi ε θ, & β γ igitur ipsi ε θ est æqualis: sunt autem paralleli, & coniungunt eas β ε & γ θ: æquales autem & parallelos, coniungẽtes lineæ, æquales & paralleli sunt (per 33 propositionem.) Igitur ε β & γ θ, æquales & paralleli sunt. Parallelogrammum igitur est ε β γ θ, & est æquale parallelogrammo α β γ δ: basin enim eandem habet, hoc est β γ, & in eisdem est parallelis, hoc est β γ & ε θ: ac per hoc etiam ε ζ η θ, ipsi ε β γ θ est æquale. Quare parallelogrammũ α β γ δ parallelogrammo ε ζ η θ est æquale. Parallelogramma igitur & quæ sequuntur reliqua ut theoremate. Quod erat ostendendum.

Eucli. ex Camp. Propositio 37.

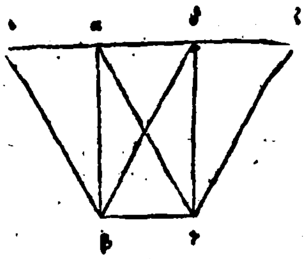
37 AEquales sunt sibi cuncti trianguli, qui super eandem basin, atq inter duas lineas æquidistantes sunt constituti.



CAMPANVS. Sint duo trianguli a b c & d b c, constituti super basin b c, inter duas lineas a e & b f, quæ sint æquidistantes, dico eos esse æquales. Protraham enim c g æquidistantem a b, & c h æquidistantem d b per 31, eruntq duæ superficies a b c g & d b c h, æquales per 35. Et quia dicti trianguli sunt earum dimidia per correlarium 34 propositionis, ipsi erunt æquales per cõmunem scientiam quæ est, quorum tota sunt æqualia, & dimidia, sicq patet propositum.

Eucli. ex Zamb. Theorema 27. Propositio 37.

37 Triangula in eadem basi & in eisdem parallelis constituta, adinuicem sunt æqualia.

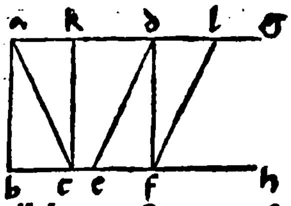


THEON ex Zamb. Sint triangula α β γ & δ β γ, in eadem basi β γ, & in eisdem parallelis α δ & β γ constituta. Dico quod triangulum α β γ, est æquale triangulo δ β γ. Producatur (per 2 postulatum) α δ ex utraq parte, in ε & ζ, & per β, ipsi γ α (per 31 propositionem) excitetur parallelus β ε, & per γ, ipsi β δ (per eandem) parallelus excitetur γ ζ. Parallelogrãma igitur sunt ε β γ α & δ β γ ζ, & parallelogrammum ε β γ α, (per 35 propositionem) æquale est ipsi δ β γ ζ parallelogrammo: in eadem enim sunt basi β γ, & in eisdem parallelis β γ & ε ζ. At parallelogrammi ε β γ α, triangulum α β γ, dimidium est (per 34 propositionem) nam α β dimetiens, illud bifariam secat, parallelogrammi uero δ β γ ζ (per eandem) triangulum δ β γ dimidium est, nam β ε dimetiens illud bifariam secat: at quæ æqualium sunt dimidium, adinuicem sunt æqualia (per septimam cõmunem sententiam:) triangulum igitur α β γ, triangulo δ β γ est æquale. Triangula igitur & quæ sequuntur reliqua ut in theoremate, quod erat ostendendum.

Eucli. ex Camp. Propositio 38.

38 SI duo trianguli super bases æquales atq inter duas lineas æquidistantes ceciderint, æquales eos esse necesse est.

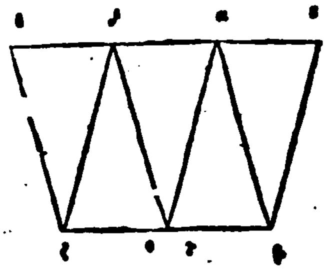
CAMPANVS. Sint duo trianguli a b c & d e f, constituti super bases



b c & e f æquales, & inter lineas a g & b h æquidistantes, dico eos esse æquales. Protraham enim c k æquidistantem a b, & f l æquidistantem e d, eruntq; duæ superficies a b c k & d e f æquales per 36, & quia dicti trianguli sunt earum dimidia per correlarium 34 propositionis, ipsi erunt æquales per antedictam communem scientiam.

Eucli. ex Zamb. Theorema 28. Propositio 38.

38 **Triangula in æqualibus basibus & in eisdem parallelis constituta, ad inuicem sunt æqualia.**

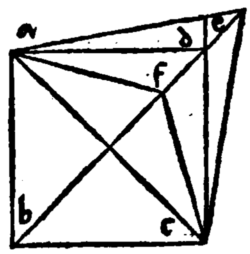


THEON ex Zamb. *Sint triangula α β γ & δ ε ζ, in æqualibus basibus constituta, hoc est β γ & ε ζ, & in eisdem parallelis, hoc est β ζ & α δ. Dico quod triangulum α β γ, æquum est triangulo δ ε ζ. Producatur enim (per secundum postulatum) α δ, ex utraq; parte in η, θ, & per β, ipsi γ α (per 31 propositionem) parallelus excitetur β η, & per ζ, ipsi δ ε parallelus excitetur ζ θ (per eandem.) Parallelogrammum igitur est, & η β γ α & δ ε ζ θ. At parallelogrammũ η β γ α, (per 36) æquum est ipsi δ ε ζ θ parallelogrammo: in æqualibus enim sunt basibus, hoc est β γ & ε ζ, & in eisdem parallelis, hoc est β ζ & η θ. At parallelogrammi η β γ α (per 34. propositionem) triangulum α β γ, medietas est, α β enim dimetiens, illud bifariam secat: & triangulum δ ε ζ, parallelogrammi δ ε ζ θ, medietas est (per eandem), nam dimetiens ζ δ, illud secat bifariam. Aequalium uero ea quæ sunt dimidium, sibi inuicem sunt æqualia, (per 7 cõmunem sententiam.) Triangulum igitur α β γ, triangulo δ ε ζ est æquale. Triangula igitur in æqualibus basibus & in eisdem parallelis constituta, sibi inuicem sunt æqualia. Quod oportuit demonstrasse.*

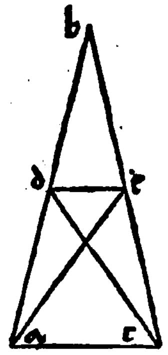
Eucli. ex Camp. Propositio 39.

39 **OMnes duo trianguli æquales, si in eandem basin & ex eadem parte ceciderint, inter duas lineas æquidistantes erunt.**

CAMPANVS. Sint duo trianguli a b c & d b c, constituti super basin b c ex una eademq; parte, sintq; æquales: dico eos esse inter lineas æquidistantes. Et hæc est conuersa 37. A puncto a, protraham lineam æquidistantem lineæ b c, quæ si pertransierit per punctum d, liquet propositum. Sin autem, pertransibit supra aut infra. Transeat primo supra, & sit a e, producam b d, usquequo secet lineam a e in puncto e, & protraham lineam e c. Et quia triangulus e b c est æqualis triangulo a b c per 37, & triangulus d b c positus est æqualis triangulo a b c, erit triãgulus d b c æqualis triangulo e b c, pars toti, quod est impossibile. Non igitur pertransibit linea quæ à puncto a ducitur æquedistanter b c, supra d. Transeat ergo infra, & sit a f, secans lineam d b in puncto f. Protraham ergo lineam f c, & quia per 37, trangulus f b c est æqualis triangulo a b c, ipse etiam erit æqualis triangulo d b c, pars toti, quod est impossibile. Quia ergo à puncto a, æquidistans b c non transit nisi per punctum d, patet propositum.



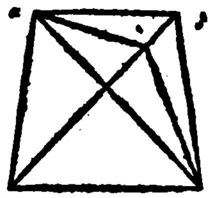
CAMPANI additio. Ex hac autem & præmissa, nota quod si aliqua linea recta duo alicuius trianguli latera per æqua secet uel secuerit, ipsa erit tertio æquidistans, quod sic probatur. Sit triangulus a b c, cuius duo latera quæ sunt a b & b c, secet linea d e per æqualia, a b quidem in pũcto d, & b c in puncto e, dico quod linea d e est æquidistans a c. Protraham enim in quadrilatero a c e d, diametros a e & d c. Ductaq; per 31 à puncto e ipsi a b æquidistante, erit per 38 triangulus à e d æqualis triangulo d e b, propter id quod linea a d basis triãguli a e d posita est æqualis lineæ d b basi triãguli d e b. Rursus quia ducta à puncto d per 31 ipsi b c æquidistante, per eandem triãgulus c e d erit æqualis eidem triangulo d e b, propter id quod linea c e posita est æqualis lineæ e b, triangulus a e d est æqualis triangulo c e d. Quia ergo ipsi sunt constituti super eandem basin, uidelicet, lineam e d, & ex eadẽ parte, ipsi erunt per hanc 39 inter lineas æquedistantes, ergo linea d e, est æquidistans lineæ a c. Quod quidem propositum, ad quintam quarti tibi ualebit.



Euclides

Eucli. ex Zamb. Theorema 29. Propositio 39.

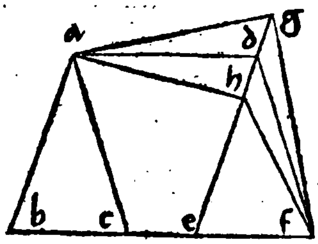
39 Triangula æqualia in eadem basi & ad easdem partes constituta, in eisdem sunt parallelis.



THEON ex Zamb. Sint bina triangula α β γ & δ γ β, constituta in eadem basi β γ. & ad easdem partes. dico quod & in eisdẽ sunt parallelis. Connectatur α δ. Dico quod α δ ipsi β γ est parallelus. Si autem non, excitetur (per 31 propositionẽ) per α signum, ipsi β γ rectæ lineæ parallelus α ε, & connectatur ε γ. Triangulum igitur ε β γ (per 37 propositionẽ) æquale est triangulo α β γ: in eadem enim sunt basi β γ. in eisdemq́; parallelis α ε & β γ. At triangulũ igitur δ β γ, ipsi triãgulo α β γ est æquale (per hypothesin. Triangulũ igitur δ β γ, triangulo ε β γ est æquale, maius, uidelicet, minori, quod est impossibile: parallelus igitur minime est α ε ipsi β γ. Similiterq́; ostendmeus quod nulla alia præter α δ parallelus igitur est α δ ipsi β γ. Triangula igitur æqualia, & quæ sequuntur reliqua. Quod erat ostendendum.

Eucli. ex Camp. Propositio 40.

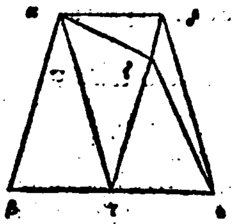
40 SI duo trianguli æquales super æquales bases unius eiusdemq́; lineæ ex eadẽ parte fuerint constituti, eos inter duas lineas æquedistantes necesse est contineri.



CAMPANVS. Sint duo trianguli a b c, d e f æquales. constituti super duas bases quæ sunt b c & e f, & ex eadem parte: dico eos esse inter duas lineas æquidistantes, & hæc est cõuersa 38. Et, pbatur per ipsam, sicut præcedens per 37. A puncto a, ducatur linea æquidistãs lineæ b f, quæ si transierit per punctum d, patet propositũ: sin autem, pertranseat supra ut a g, & producatur e d usq; ad ipsum g, ut sit e g, & ducatur linea g f. Erit per 38 triãgulus a b c, æqualis triangulo g e f, quare & triangulus d e f, erit æqualis triangulo g e f, pars toti, quod est impossibile: non ergo transibit supra. Transeat ergo infra, secetq́; lineam d e in puncto h, & ducatur linea f h, erit per 38 triãgulus h e f, æqualis triangulo a b c, quare & triãgulo d e f, pars toti, quod est impossibile. Quia ergo non transibit nisi per punctum d, patet ppositũ.

Eucli. ex Zamb. Theorema 30. Propositio 40.

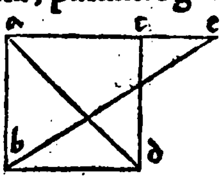
40 Triangula æqualia in æqualibus basibus & ad easdem partes constituta, in eisdem sunt parallelis.

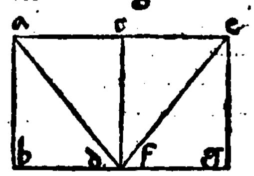


THEON ex Zamb. Sint triangula æqualia α β γ & γ δ ε, in æqualibus basibus constituta, hoc est β γ & γ ε, & ad easdem partes α. Dico quod & in eisdem sunt parallelis. Connectatur (per 1 postulatũ) α δ. Dico quod α δ ipsi β ε est parallelus. Si autem non, excitetur (per 31 propositionẽ) per α ipsi β ε parallelus α ζ, & connectatur ζ ε. Triangulum igitur α β γ, triãgulo γ ζ ε est æquale: (per 38) in æqualibus enim sunt basibus constituta β γ & γ ε, & in eisdem parallelis β ε & α ζ, sed triangulũ α β γ, triangulo δ γ ε est æquale. Triangulũ igitur δ γ ε, æquũ est triãgulo ζ γ ε, maius minori, quod est impossibile: parallelus igitur minime est α ζ ipsi β ε. Similiterq́; ostendemus quod nulla præter α δ. Parallelus igitur est α δ ipsi β ε. Quod ostendere oportebat.

Eucli. ex Camp. Propositio 41.

41 SI parallelogrammũ triangulusq́; in eadem basi atq; in eisdem alternis lineis fuerint constituta, parallelogrammũ triangulo duplum esse conuenient.





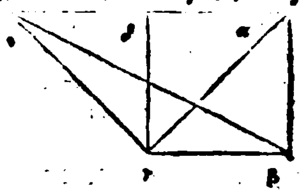
CAMPANVS. Sit parallelogrãmmũ a b c d, & triãgulus e b d super basim b d, & inter lineas a e & b d quæ sint æquidistantes. Dico parallelogrammũ, duplum esse triangulo. Protraham in parallelogrãmo diametrum a d, erit triangulus a b d, dimidium parallelogrammi per correlarium 34, & quia triangulus e b d est æqualis triangulo a b d per 37, patet triangulũ e b d, esse dimidiũ parallelogrammi a b c d, quod est propositum. Similiter quoq; potest probari, quod si parallelogrammũ triangulusq́; in æqualibus basibus atq; inter lineas æquidistantes fuerint constituta, parallelogrammũ duplum erit triãgulo. Quod ideo non posuit Euclides.

des,quia leuiter patet ex hac præcedente correlariũ & 33,diuiso parallelogrammo per diametrũ in duo triangulos,uel super basin parallelogrãmi inter easdem lineas æque distantes triangulo constituto,ad quem duplum erit parallelogrammũ per hanc præcedentem,& ipse æqualis alteri dato triangulo per 35.

Eucli. ex Zamb. Theorema 31. Propositio 41.

41 **Si parallelogrammũ & triangulũ eandem basin habuerint,in eisdemq́ fuerint parallelis, trianguli parallelogrammũ duplum erit.**

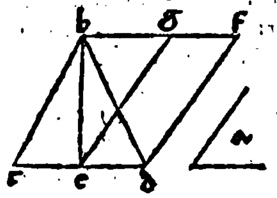
THEON ex Zamb. *Parallelogrammũ enim α β γ δ,& triangulum ε β γ, eandem habeant basin β γ, in eisdemq́; sint parallelis β γ & α ε. Dico quod parallelogrammũ α β γ d,trianguli β ε γ duplum est. Connectatur enim (per 1 postulatũ) α γ. Triangulũ igitur α β γ (per 37) æquale est triangulo ε β γ,: in eadem enim sunt basi β γ,& in eisdem parallelis β γ & α ε. Sed parallelogrammũ α β γ δ, duplum est ipsius trianguli α β γ (per 34 propositionem) etenim dimetiens α γ, illud bifariam secat. Quare parallelogrammũ α β γ δ, ipsius trianguli ε β γ duplum est. Si parallelogrammum & triangulũ igitur,& quod sequitur reliquum. Quod erat ostendendum.*



Eucli. ex Camp. Propositio 42.

42 **AEquidistantiũ laterum superficiem designare, cuius angulus sit angulo assignato æqualis, ipsa uero superficies triangulo assignato æqualis.**

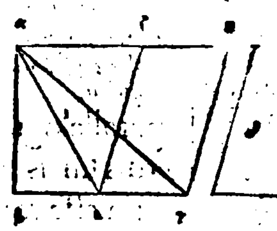
CAMPANVS. Sit assignatus angulus a,& assignatus triangulus b c d, uolo describere superficiem æquidistantiũ laterum æqualem triangulo b c d, cuius uterq; duorum angulorũ ex aduerso positorũ sit æqualis a. Diuido basin c d per dimidium in puncto e,& protraho lineam b e,& à puncto b duco b f æquidistantẽ c d,eritq; per 38 triangulus b e d,æqualis triangulo b e c,quare triãgulus b e d,est dimidiũ totalis trianguli b c d. Igitur super punctum e lineæ d e,constituo per 23 angulũ d e g,æqualem angulo a,& perficio parallelogrammũ g e d f, quod etiam quia per præcedentẽ est duplum triangulũ b e d, erit etiam æquale triangulo b c d,per hanc cõmunem scientiam,quorũ dimidia sunt æqualia,ipsa quoq; sunt æqualia;est enim triangulus b e d,utriusq; dimidium. Quare descripsimus parallelogrammũ g e d f æquale triangulo b c d,cuius uterq; duorũ angulorũ g e d & d f g ex aduerso positorum est æqualis angulo a,quod fuit propositum.



Euclidis ex Zamb. Problema 11. Propositio 42.

42 **Dato triangulo æquale parallelogrammũ constituere, in dato angulo rectilineo.**

THEON ex Zamb. *Sit datum triangulũ α β γ, datus uero angulus rectilineus sit δ, oportet iam ipsi triangulo α β γ æquale parallelogrammum construere in angulo rectilineo æquali ipsi δ. Secetur (per 10 propositionẽ) linea β γ bifariam, in signo ε,& connectatur (per 1 postulatum) α ε. Constituaturq́; (per 23 propositionẽ) ad datam rectam lineam ε γ, ad datumq́; in ea signum ε, ipsi angulo δ, æqualis angulus γ ε ζ. Et (per 31 propositionem) per α, ipsi ε γ excitetur parallelus α η,& (per eandem) per γ ipsi ε ζ, parallelus excitetur γ η: parallelogrammũ igitur est ζ ε γ η. Et quoniam æqualis est β ε ipsi ε γ, triangulũ α β ε (per 38) triangulo α ε γ est æquale: in æqualibus enim sunt basibus β ε & ε γ,& in eisdem parallelis β γ & α η. Duplum igitur est triangulũ α β γ, trianguli α ε γ. Parallelogrammũ autem ζ ε γ η (per 41) duplum est trianguli α ε γ: basin enim eandem habet, in eisdemq́; parallelis est, parallelogrammũ igitur ζ ε γ η æquũ est ipsi triãgulo α β γ,& habet angulũ γ ε ζ æqualem dato angulo δ. Dato igitur triãgulo α β γ, æquale constitutũ est parallelogrammũ ζ ε γ η, in angulo γ ε ζ qui æqualis est ipsi δ, quod fecisse oportuit.*

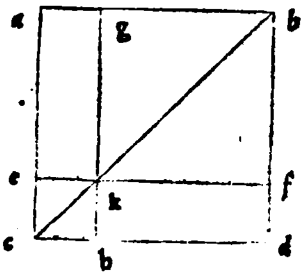


Eucli. ex Camp. Propositio 43.

43 **OMnis parallelogrãmi spatij, eorum quæ circa diametrũ sunt parallelogrammorũ supplementa, æqua sibi inuicẽ esse necesse est.**

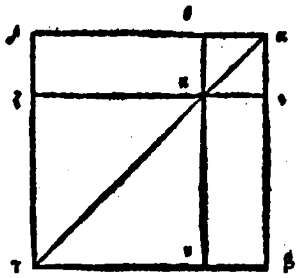
CAMPANVS. Sit parallelogrammũ a b c d, in quo protrahã diametrũ b c,& protraham e f æquidistantẽ utriq; duorũ laterũ a b & c d, quæ secet diametrũ in puncto k, à quo ducam k g æquidistantẽ utriq; duorũ laterũ a c & b d,& producã eam quousq;

fecet utrunq; latus a b & c d, sitq; tota g k h. Erit totum parallelogrammũ a b c d diuisum in quatuor parallelogrãma, quorũ duo, scilicet, e c k h & g k b f dicuntur cõsistere circa c b, eo q; diameter transit per medium eorũ, & ideo sunt circa diametrũ, reliqua duo, scilicet, a e g k & k h f d: dicũtur suppleměta. Hæc duo suppleměta, dicũtur esse æqualia, sunt enim duo trianguli a b c & c d b, æquales per correl. 34 propositionis, similiter quoq; duo triãguli g k b & f k b, sunt æquales per idem correlariũ: at duo triãguli c e k & k h c, similiter sunt æquales per idem correlariũ. Demptis igitur duobus triãgulis b g k & k c e de totali triãgulo a b c, ac duobus triãgulis reliquis b f k & k c h de totali triãgulo reliquo c d b, erunt per 3 cõmunẽ animi conceptionẽ residua quæ sunt duo dicta supplemẽta æqualia, q̃d est ꝓpositũ.



Eucli. ex Zamb. Theorema 32. Propositio 43.

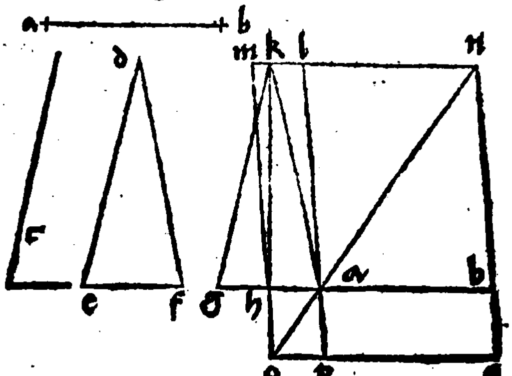
43 Omnis parallelogrãmi eorum quæ circa dimetientẽ sunt parallelogrãmorũ supplementa, sibi inuicem sunt æqualia.



THEON ex Zamb. *Sit parallelogrammũ α β γ δ, dimetiens uero illius sit α γ, circa uero α γ, sint parallelogramma ε θ & η ζ, supplementa uero sint β κ & κ δ. Dico quod supplementũ β κ, æquale est supplemento κ δ. Quoniam enim parallelogrammũ est α β γ δ, dimetiens uero illius est α γ, triangulum α β γ (per 34 propositionẽ) æquum est triangulo α δ γ. Rursus quoniam parallelogrammũ est α ε κ θ, dimetiens uero illius est α κ, triangulum igitur α ε κ (per eandem) æquum est triangulo α θ κ, ac per hoc etiam triangulũ κ ζ γ, æquũ est triangulo κ η γ. At quoniam triangulũ α ε κ triangulo α θ κ est æquale, & triangulũ κ ζ γ triangulo κ η γ est æquale, triãgula igitur α ε κ & κ η γ, triangulis α θ κ & κ ζ γ sunt æqualia: est autẽ totum triangulũ α β γ, toti triangulo α δ γ æquale: reliquũ igitur supplementũ β κ (per 3 cõmunem sententiam) reliquo supplemento κ δ est æquale. Omnis parallelogrammi ergo, & quod sequitur reliquum, quod oportuit demonstrasse.*

Eucli. ex Camp. Propositio 44.

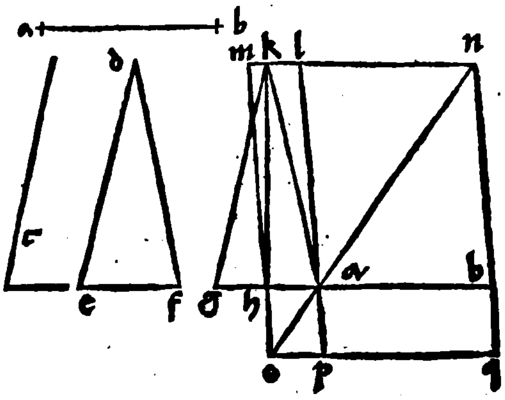
44 PRoposita linea recta, super eam, superficiem æquidistantiũ laterum cuius angulus sit angulo assignato æqualis, ipsa uero superficies triangulo assignato æqualis designare.



CAMPANVS. Designare superficiẽ æquidistantiũ laterũ super lineam aliquã, est lineam ipsam facere latus unũ ipsius superficiei. Sit ergo data linea a b, & datus angulus c, & datus triãgulus d e f. Super lineam a b uolo designare superficiẽ unam æquidistantiũ laterũ, ita q; linea a b sit unũ ex lateribus eius, cuius uterq; duorũ angulorũ ex aduerso positorum sit æqualis angulo c, & ipsa totalis superficies sit æqualis triãgulo d e f. Differt autẽ hæc a 42, quia hic datur latus unius superficiei describendæ, scilicet, linea a b, ibi autẽ nullũ. Cum ergo hoc uoluero facere, adiungo lineam a g lineæ a b secundũ rectitudinẽ, quam pono æqualẽ lineæ e f basi triãguli dati, super quam cõstituo triangulum unum dato triangulo æqualem, & eidem æquilaterum, quod hoc modo facio. Constituo angulum a k g æqualem angulo e, & angulũ g a k æqualem angulo f, per 23, & quia g a posita fuerat æqualis e f, erit per 26 triangulus g a k æqualis & æquilaterus triangulo c f d. Diuidam ergo g a per æqualia in puncto h, & protraham k h, & producam a puncto k, lineam m k n æquidistantẽ lineæ g b, eritq; per 38 triangulus a h k, æqualis triangulo g h k. Tunc super punctum a lineæ g a faciam angulum g a l per 23 æqualem angulo c dato, & complebo super basin a h, & inter lineas g b & m n æquidistantes, superficiem æquidistantium laterum m l h a, quæ per 41 dupla erit ad triangulum h k a: æqualis igitur totali triangulo k g a, quare & triangulo d e f proposito,

Protraham

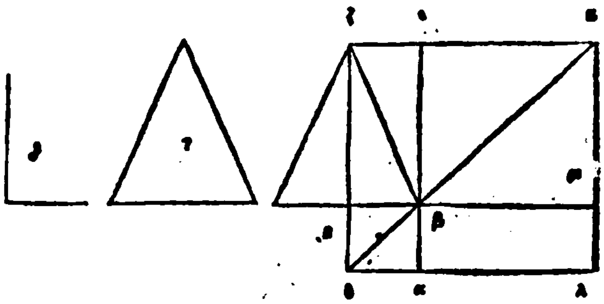
Protraham ergo b n æquidistantem a l, & producam diametrū n a, quam protraham quousq; concurrat cum m h producta in puncto o, & complebo superficiem æquidistantium laterum m o n q, & protraham l a usq; ad p punctum lineæ o q, eritq; per præcedentem, supplementū a b p q, æquale supplemento m l h a, quare & triangulo d e f, & quia per 15 angulus l a h est æqualis angulo b a p, & ideo angulus b a p est æqualis angulo c, patet super datam lineam a b descriptam esse superficiem æquidistantium laterum a b p q æqualem dato triangulo d e f, cuius uterque duorum angulorum ex aduerso positorum qui sunt a & q, est æqualis dato angulo c, quod fuit propositum.



Eucli. ex Zamb. Problema 12. Propositio 44.

44 Ad datam rectam lineam, dato triangulo æquale parallelogrammum παραβαλεῖν * construere in dato angulo rectilineo.

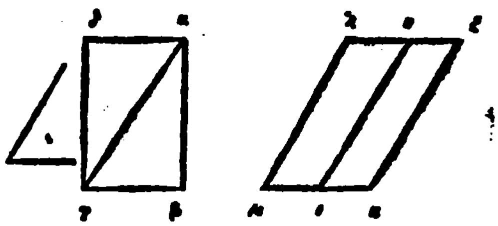
THEON ex Zamb. Sit quidem data recta linea α β, datum uero triangulū, sit γ, datus autem angulus rectilineus sit δ: oportet iam ad datam rectam lineam α β, dato triangulo γ æquale parallelogrammum * prætendere παραβαλεῖν in angulo qui æqualis δ. Constituatur (per 42) ipsi γ triangulo æquale parallelogrammū β ε ζ η, in angulo ε β η qui ipsi δ est æqualis. Et (per 2 postulatū) ponatur ut β ε sit in rectum ipsi α β, & extendatur ζ η in θ, & per α (per 31 propositionem) utrisque & β η & ε ζ parallelus excitetur α θ, & connectatur (per 1 postulatum) θ β. Et quoniam in parallelos α θ & ε ζ recta linea incidit θ ζ, anguli ergo α θ ζ, θ ζ ε, (per 29 propositionem) duobus rectis rectis sunt æquales: anguli uero β θ η & η ζ ε, duobus rectis sunt minores, quæ autem à minoribus duobus rectis in infinitum producuntur, (per 5 postulatum) concurrunt. Lineæ igitur θ β & ζ ε, in infinitum productæ concurrunt: producantur igitur, & concurrant in κ. Et (per 31 propositionem) per κ signum utrisq; ε α & ζ θ parallelus excitetur κ λ, & producantur (per 2 postulatum) lineæ θ α & η β ad λ, μ, signa. Parallelogrammum igitur est θ λ κ ζ, illiusq; dimetiens est θ κ. circa uero ipsum dimetientem θ κ parallelogramma sunt α η & μ ε, supplementa uero λ β & β ζ. Igitur (per 43) λ β ipsi β ζ est æquale, sed β ζ (per 42) ipsi triangulo γ est æquale, igitur & λ β, ipsi γ est æquale. Et quoniam angulus η β ε (per 15) angulo α β μ est æqualis, sed angulus η β ε, ipsi δ est æqualis, angulus igitur α β μ, ipsi δ est æqualis. Ad datam igitur rectam lineam α β, dato triangulo γ æquale parallelogrammum * prætenditur λ β, in angulo α β μ qui ipsi δ est æqualis, quod fecisse oportuit. παραβέβληται



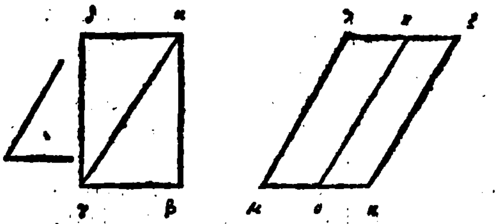
Euclidis ex Zamb. Problema 13. Propositio 45.

45 DAto rectilineo, æquale parallelogrammum constituere in dato angulo rectilineo.

THEON ex Zamb. Sit datum rectilineum α β γ δ, datus uero angulus rectilineus sit ε, oportet iam ipsi α β γ δ rectilineo æquale construere parallelogrammum in dato angulo rectilineo. Connectatur enim (per 1 postulatum) δ β, & constituatur (per 42) triangulo α β δ æquale parallelogrammum ζ θ, in angulo θ κ ζ, qui ipsi ε est æqualis, & * prætendatur (per 44) ad rectam lineam η θ, triangulo δ β γ æquale parallelogrammū η μ, in angulo η θ μ qui ipsi ε est æqualis. παραβεβλήσθω Et quoniam angulo ε, angulus θ κ ζ, & angulus η θ μ est æqualis, angulus igitur θ κ ζ, angulo η θ μ æqualis. Cōmunis ponatur angulus κ θ η, anguli ergo ζ κ θ & κ θ η, angulis κ θ η & η θ μ sunt æquales. Sed anguli ζ κ θ & κ θ η (per 29 propositionē) duobus rectis sunt æquales: anguli igitur κ θ η & η θ μ, duobus rectis sunt æquales. Ad aliquam igitur rectam lineam η θ (per 14 propositionem) ad aliquodq;



quodq; in ea signum θ, binæ rectæ lineæ κ θ & θ μ non in eisdem partibus existentes, * utrobiq; angulos binis rectis æquales efficiunt. In rectum igitur est κ θ ipsi θ μ. At quoniam in parallelos κ μ & ζ κ recta linea incidit θ κ, alterni anguli μ θ κ & θ κ ζ (per 29 propositionem) sibi inuicem sunt æquales. Communis ponatur angulus θ κ λ. Anguli ergo μ θ κ & θ κ λ, angulis θ κ ζ & θ κ λ sunt æquales. Sed anguli μ θ κ & θ κ λ (per eandem) duobus rectis sunt æquales, anguli igitur θ κ ζ & θ κ λ duobus rectis sunt æquales. In rectum est igitur linea ζ κ, lineæ κ λ. At quoniam κ ζ ipsi θ κ (per 34) æqualis est & parallelus, & ipsi θ κ ipsa μ λ, igitur (per 1 cõmunem sententiam) ζ κ ipsi γ λ æqualis est, & parallelus (per 30 propositionẽ.)

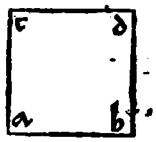


Sed eas coniungunt rectæ lineæ κ μ & ζ λ, lineæ igitur κ μ & ζ λ (quæ per 33 propositionem) æquales & paralleli sunt: parallelogrammũ igitur est κ ζ λ μ. Et quoniam (per 42) triangulum α β δ parallelogrammo ζ θ est æquale, & triangulum δ β γ parallelogrammo κ μ, totum igitur α β γ δ rectilineum, toti κ ζ λ μ parallelogrãmo est æquale. Dato igitur rectilineo α β γ δ, æquũ parallelogrammũ constitutũ est κ ζ λ μ, in angulo ζ κ μ ipsi ε dato æquali, quod fecisse oportuit.

Eucli. ex Camp. Propositio 45.

45 **I**X data linea, quadratum describere.

CAMPANVS. Sit data linea a b, ex qua uolo quadratum describere. A punctis a & b lineæ a b educo per 11 lineas a c & b d perpẽdiculares ad lineam a b, quæ erunt æquidistantes per ultimã partem 28, & pono utramq; earũ, eidem a b per 3 æqualem, & protraho lineam c d, eritq; ipsa æqualis & æquidistans lineæ a b per 33. Et quia uterq; duorũ angulorũ a & b est rectus, erit uterq; duorum c & d rectus per ultimam partem 29, ergo per diffinitionem quadrati, a b c d est quadratum, quod est propositum.

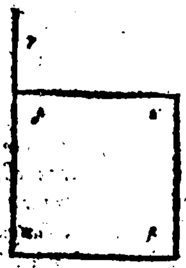


Idem aliter ostendere. Sit a c perpendicularis super lineam a b per 11, & sit ei æqualis ut prius, & à puncto c per 31 ducatur c d æquidistans a b, & ponatur æqualis ei, & ducatur linea d b, quæ per 33 erit æqualis & æquidistãs a c, & omnes anguli recti, per ultimam partem 29, quare per diffinitionẽ quadrati habemus propositũ.

Eucli. ex Zamb. Problema 14. Propositio 46.

46 Ex data recta linea, quadratum describere.

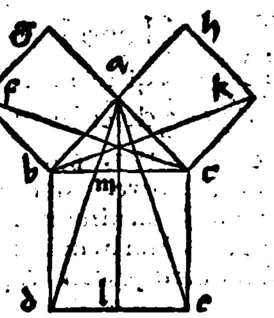
THEON ex Zamb. Sit data recta linea α β, oportet ex α β recta linea, quadratum describere. Excitetur (per 11 propositionem) ipsi, rectæ lineæ α β, à dato signo α ad angulos rectos α β, & ponatur (per 3 propositionem) ipsi α β æqualis α δ. Et (per 31 propositionem) per signum δ, ipsi α β parallelus excitetur δ ε, & (per eandem) per signum β, ipsi α δ excitetur parallelus β ε: parallelogrammũ igitur est ipsum α δ ε β, æqualis igitur est α β ipsi δ ε, & α δ ipsi β ε. Sed α β ipsi α δ est æqualis: quatuor igitur β α, α δ, δ ε, & ε β, sibi inuicem sunt æquales: æquilaterũ igitur est α δ ε β parallelogrammũ. Dico quod etiam rectangulum est. Quoniã enim in parallelos α β & δ ε, recta linea incidit α δ, anguli igitur β α δ & α δ ε, (per 29 propositionem) duobus rectis sunt æquales: angulus autem β α δ est rectus, angulus igitur α δ ε est etiam rectus, parallelogrammorũ * locorum autem latera & anguli ex opposito, sibi inuicem sunt æqualia (per 34 propositionẽ) χωρίων Ex opposito igitur ambo & α β ε & β ε δ anguli, sunt recti. Rectangulum igitur est α β ε δ, ostensum autem est quod & æquilaterũ. Quadratum igitur est, atq; ex data recta linea α β descriptum, quod facere oportebat.



Eucli. ex Camp. Propositio 46.

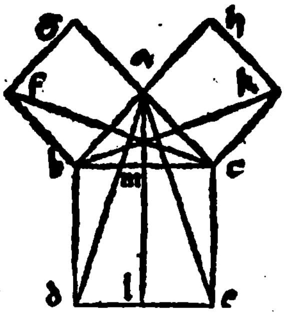
46 **I**N omni triangulo rectangulo, quadratum quod à latere recto angulo opposito in semetipso ducto describitur, æquũ est duobus quadratis quæ ex duobus reliquis lateribus conscribuntur.

CAMPANVS. Sit triangulus a b c, cuius angulus a sit rectus. Dico quod quadratum lateris b c, æquũ est quadrato lateris a b & quadrato lateris a c simul sumptis. Quadrabo ergo hæc tria latera, secũdum doctrinã præcedentis, sitq; quadratũ b c, superficies b c d e, & quadratum b a, superficies b f g a, & quadratũ a c, superficies a c h k. Ab angulo a, recto, ducam ad basin d e basin maximi quadrati, tres lineas, scilicet, a l æquidistantem utriq; lateri b d & c e, quæ secet b c in puncto m, & hypothenusas a d



d &a e.

& a e. Itemq̃ à duobus reliquis angulis trianguli, qui sunt b & c, ducam ad duos angulos duorum quadratorum minorum, duas lineas se intersecantes intra ipsum triangulum, quæ sunt b k & c f. Et quia uterq; duorum angulorum b a c & b a g, est rectus, per 14 erit g c linea una: eadem ratione erit b h, linea una, quia uterque duorum angulorũ c a b & c a h est rectus. Quia ergo super basin b f, & inter duas lineas æquidistantes quæ sunt c g & b f, constituta sunt parallelogrammum b f g a & triangulo b f c, erit per 41 parallelogrammũ b f g a duplum triangulus b f c, sed triangulus b f c est æqualis triangulo b a d per 4, quia f b & b c latera primi sunt æqualia a b & b d lateribus postremi, & angulus b primi est æqualis angulo b postremi, eo quod uterq; constat ex angulo recto & angulo a b c cõmuni: ergo parallelogrammum b f g a, est duplum ad triangulum a b d. Sed parallelogrammũ b d l m est duplum ad eundem triangulum per 41, quia constituti sunt super eandem basin, scilicet b d, & inter lineas æquidistantes quæ sunt b d & a l, ergo per cõmunem scientiam quadratum a b f g, & parallelogrammum b d l m sunt æqualia, quia eorum dimidia, uidelicet, prædicti trianguli sunt æqualia. Eodem modo & per easdem propositiones mediantibus triangulis k b c & a e c probabimus quadratũ a c h k esse æquale parallelogrammo c e l m. Quare patet propositum.

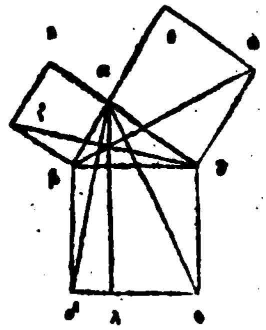


Eucli. ex Zamb. Theorema 33. Propositio 47.

47 In rectangulis triangulis quadratum quod à latere rectum angulũ subtendente fit, æquum est quadratis quæ fiunt ex lateribus rectum angulũ continentibus.

THEON ex Zamb. *Sit triangulũ rectangulum α β γ, rectum habens qui sub β α γ angulum. Dico quod quadratũ quod fit ex β γ, æquum est quadratis quæ fiunt ex β α & α γ. Describatur enim (per 46) ex β γ, quadratum β δ γ ε, & (per eandem) ex β α & α γ, quadrata η β & θ γ. Et per α, ipsis β δ & γ ε, (per 31 propositionem) parallelus excitetur α λ, & connectantur (per 1 postulatum) α δ & γ ζ. Et quoniam anguli β α γ & β α η sunt recti, ad aliquam igitur rectam lineam β α ad datumq; in ea signum α, duæ rectæ lineæ α γ & α η non in easdem partes proiectæ, angulos *utrobiq; duobus rectis æquos efficiunt (per 14 propositionem) in rectum igitur est α γ ipsi α η. Ac per hoc & β α ipsi α θ est in rectum. Et quoniam angulus δ β γ æqualis est angulo ζ β α, rectus enim uterque est, communis ponatur angulus α β γ: totus igitur δ β α, toti ζ β γ est æqualis. Et quoniam duæ δ β & β α duabus β ζ & β γ sunt altera alteri æquales, & angulus δ β α angulo ζ β γ est æqualis, basis igitur α δ basi ζ γ (per 4 propositionem) est æqualis, & triangulum α β δ triangulo ζ β γ est æquale. Trianguli uero α β δ (per 41) parallelogrammum β λ duplum est: basim enim habet eandem, hoc est β δ, in eisdemq; est parallelis, hoc est β δ & α λ. Et trianguli quoq; ζ β γ (per eandem) quadratum η β duplum est, basim namq; eandem habet, hoc est β ζ, & in eisdem est parallelis, hoc est ζ β & η γ. Quæ autem æqualium dupla sunt (per 6 cõmunem sententiam) adinuicem sunt æqualia: parallelogrammũ igitur β λ æquum est quadrato η β. Similiterq; si connectantur (per 1 postulatum) α ε & β κ, ostendetur parallelogrammũ γ λ, æquale esse quadrato θ γ. Totum igitur quadratum β δ ε γ, duobus η β & θ γ quadratis æquum est. Et quadratum β δ ε γ, est descriptum ex β γ: at quadrata η β & θ γ, sunt descripta ex β α & α γ. Quadratum igitur quod ex β γ latere, æquũ est quadratis quæ fiunt ex lateribus β α & α γ. In rectangulis igitur triangulis, quadratũ quod ex rectum angulum subtendente latere fit, & quæ sequuntur reliqua ut in theoremate. Quod erat ostendendum.*

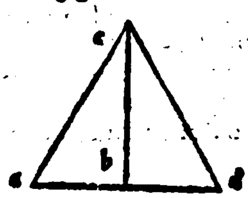
Ipsi sit



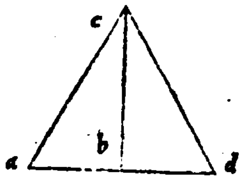
Eucli. ex Camp. Propositio 47.

47 SI quod ab uno trianguli latere in seipsum ducto producitur, æquum fuerit duobus quadratis quæ à duobus reliquis lateribus describuntur, rectus est angulus cui latus illud opponitur.

CAMPANVS. Lineam in seipsam ducere, est eius quadratum describere. Sit triangulus a b c, sitq; quadratũ lateris a c, æquale quadratis duorũ laterum a b & b c simul iunctis, dico angulum b cui latus a c opponitur, esse rectum. Et hæc est conuersa prioris. A puncto b extraho lineam b d per 11 perpen-

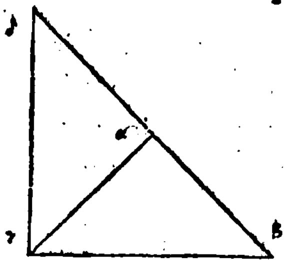


perpendicularem super lineam b c, quam pono æqualem a b, & produco lineam d c, erit per præcedentem, quadratum d c, æquale duobus quadratis duarum linearum d b & b c, & quia b d posita est æqualis b a, erunt per communem scientiam quæ est linearum æqualium æqualia esse quadrata, quadrata duarum linearum a b & b d æqualia: quapropter erit quadratum d c, æquale quadrato a c, ergo per aliam cõmunem scientiam quæ est conuersa prioris, scilicet, lineas, quarum quadrata sunt æqualia, esse æquales, erit d c æqualis a c, quare per 8 angulus b trianguli a b c, est rectus, quod est propositum.



Eucli. ex Zamb. Theorema 34. Propositio 48.

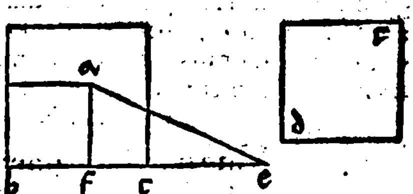
48 Si trianguli quod ab uno laterum quadratum, æquale fuerit eis quæ ex reliquis trianguli lateribus quadratis, angulus comprehensus sub reliquis trianguli duobus lateribus, rectus erit.



THEON ex Zamb. Trianguli namq; α β γ, quod ex uno latere β γ quadratum, æquum sit eis quæ ex β α, α γ lateribus, quadratis. Dico quod angulus β α γ, rectus est. Excitetur enim (per 11 propositionem) ab α, signo, ipsi α γ rectæ lineæ ad angulos rectos α δ. Et (per 3 propositionem) ponatur ipsi α β, æqualis α δ, & (per 1 postulatum) connectatur δ γ. Et quoniam æqualis est δ α ipsi α β, quadratum quod ex δ α, æquum est quadrato quod ex α β. Commune apponatur quadratum quod ex α γ, quadrata igitur quæ ex δ α & α γ, æqualia sunt eis quæ ex β α & α γ quadratis. At (per præcedentem) quadratis quæ ex δ α & α γ, æquum est quadratum quod ex δ γ. Rectus enim est angulus δ α γ. Quadratis autem ex α β & α γ (per hypothesin) æquum est quadratum quod ex β γ, nam id receptum est. Quadratum igitur quod ex δ γ, æquum est quadrato quod ex β γ. Quare latus δ γ, lateri β γ est æquale: & quoniam α δ, ipsi α β est æquale, communis autem α γ, duæ igitur δ α & α γ, duabus β α & α γ sunt æquales, & basis δ γ, basi β γ æqualis. Angulus igitur δ α γ angulo β α γ (per 8 propositionem) est æqualis. At angulus δ α γ, rectus est: rectus igitur est & angulus β α γ. Si trianguli ergo quod ab uno laterum quadratum, æquum fuerit eis quæ à reliquis trianguli duobus lateribus, quadratis, angulus comprehensus sub reliquis duobus trianguli lateribus, rectus erit. Quod erat ostendendum.

CAMPANI additio.

Propositis quibuscunq; quadratis, alteri illorum gnomonem reliquo æqualem describere.



Proponantur ergo duo quadrata, scilicet, a b & c d, & sit propositum producere gnomonem circa quadratum a b, æqualem c d quadrato. Protrahatur itaq; unum latus quadrati a b ad æqualitatem unius lateris quadrati c d in continuum, & directum, & sit f e, ita quod f e sit æquale uni laterum quadrati c d, & ex e ducam lineam rectam ad a: fit ergo triangulus orthogonius, quia f est angulus rectus. Nectatur ergo sic argumentũ secundum penultimam primi, quadratum e a est tantum, quantum quadratum e f & quadratum f a, sed quadratum e f est æquale quadrato c d, & quadratum f a est æquale quadrato a b, ergo quadratum a e, est æquale quadratis a b & c d. Item e f a, est triangulus, ergo e f & f a latera, sunt longiora a e latere, secundum 20 primi, sed f a est æquale f b ratione quadraturæ, ergo e f & f b sunt longiora a e, ergo illa totalis linea, scilicet, e b, est maior a e: resecetur ergo b e ad æqualitatem a e, ad punctum c, ita quod b c sit æquale a e, ergo quadratum b c est æquale quadrato a e, sed quadratum a e, ut prius probatũ fuit, est æquale quadratis a b & c d, ergo quadratum b c est æquale eisdem. Sed quadratum b c addit supra quadratum a b, gnomonem illum quem uides, ergo gnomo ille, est quadrato c d æqualis, quod erat probandum.

LIBRI PRIMI FINIS.

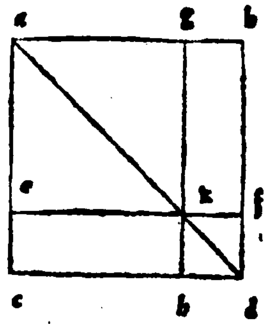
EVCLIDIS MEGARENSIS GRAECI PHILOSOPHI, GEOMETRICORVM ELEMENTORVM LIBER SECVNDVS.

Euclides ex Campano.

OMne parallelogrammũ rectangulum, sub duabus lineis angulũ rectum ambientibus dicitur contineri.

CAMPANVS. Parallelogrammum, est superficies æquidistantium laterum. Parallelogrammum rectangulum, est superficies æquidistantium laterum habens omnes angulos rectos, & producitur ex uno duorum laterum eius ambientium unum ex suis angulis, ducto in reliquum, & ideo sub illis dicitur contineri.

Omnis parallelogrammi spatij ea quidem quæ diameter secat per medium parallelogrãma, circa eandem diametrũ consistere dicuntur. Eorum uero parallelogrammorũ quæ circa eandem diametrum consistunt, quodlibet una cum supplementis duobus, gnomo nominatur.



CAMPANVS. Quæ parallelogrãma dicuntur consistere circa diametrũ. & quæ sunt supplementa, expositum est supra in demonstratione 41 primi. Sit enim parallelogrammum a b c d, cuius diametrũ a d diuidant duæ e f, g h, ductæ lineæ æquidistanter lateribus oppositis dicti parallelogrammi secantes se super diametrũ a d, in puncto k, erit ipsum parallelogrammum diuisum in 4 parallelogramma. Et unumquodq; duorum parallelogrammorũ quæ sunt a g e k & k f h d, quæ diameter secat per medium, dicitur consistere circa diametrum. Reliqua duo quæ diameter non secat, dicuntur supplementa cum utroque dictorum parallelogrammorũ consistentium circa diametrum componunt figuram quandam qui gnomo appellatur, cui deest ad complementum parallelogrammi, parallelogrammũ unum reliquum circa diametrum consistens, quod si addatur, supra diametrum totalis compositi consistet, eritq; simile totali. Vnde parallelogrammum addito gnomone quamuis crescat, minime tamen alteratur, quemadmodum dixit Aristoteles in prædicamentis.

Eucli. ex Zamb. *Parallelogrammum rectangulum.*

OMne parallelogrammũ rectangulum, sub duabus rectum angulum comprehendentibus rectis lineis dicitur contineri.

Quid gnomon.

Omnis parallelogrammi* loci eorum quæ circa dimetientẽ illius sunt parallelogrammorũ unumquodq; cum binis supplementis gnomon uocetur.

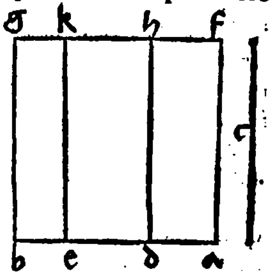
Eucli. ex Camp. *Propositio 1.*

1 SI fuerint duæ lineæ quarum una in quotlibet partes diuidatur, illud quod ex ductu alterius in alteram fiet, æquum erit ijs quæ ex ductu lineæ indiuisæ in unamquamq; partem lineæ particulatim diuisæ rectangula producentur.

CAMPANVS. Lineam in aliam lineam ducere, est supra terminos unius earum duas lineas orthogonaliter alij æquales erigere, & superficiem æquidistantiũ laterum rectangulam complere, quæ sub illis duabus lineis per diffinitionẽ dicitur contineri.

Sint duæ

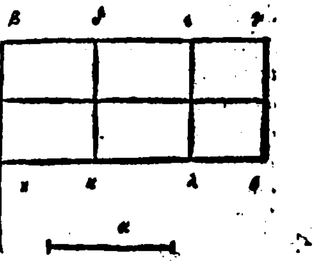
Sint duæ lineæ a b & c, quarũ una ſcilicet a b, in quotlibet partes diuidatur quæ ſint a d & d e & e b: dico ꝙ illud quod fit ex ductu c in totum a b, æquum eſt illis parallelogrãmis rectangulis ſimul iunctis quæ fiunt ex c in a d & in d e & in e b. Super puncta a, b, erigam lineas a f & b g perpendiculares ſuper lineam a b, quarũ utraq; ſit æqualis lineæ c, & complebo rectangulã ſuperficiẽ a f b g, ducta linea f g, quæ per diffinitionem producitur ex c in a b, & ſub illis dicitur cõtineri. Protraham quoq; per 31 primi a punctis d & e, lineas d h & e k æquidiſtãtes lateribus a f & b g, eritq; utraq; earum æqualis c per 34 primi, quoniã utraq; earũ eſt æqualis a f: per diffinitionem igitur rectangulũ a d f h producitur ex c in a d, & ſub illis dicitur contineri, & rectaugulũ d h e k, ex c in d e, & rectangulũ e k b g, ex c in e b. Et quia hæc rectangula ſimul iuncta ſunt æqualia totali rectãgulo a f b g, patet uerũ eſſe propoſitũ.



Eucli. ex Zamb. Theorema 1 Propoſitio 1

1 Si fuerint binæ rectæ lineæ, ſeceturq; ipſarũ altera in quotcunq; ſegmentã, rectangulũ comprehenſum ſub duabus rectis lineis, æquum eſt eis quæ ab inſecta & quolibet ſegmento rectangulis comprehenduntur.

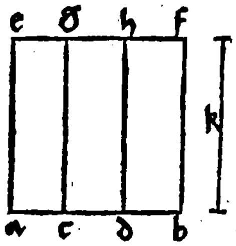
THEON ex Zamb. Sint binæ rectæ lineæ α & βγ, ſeceturq; earũ altera βγ utcunq; in δ, ſcilicet, & ε ſignis. Dico quod rectangulũ cõprehenſum ſub α & βγ æquũ eſt rectangulo cõprehenſo ſub α & βδ, & ei quod ſub α & δε, & etiã ei quod ſub α & εγ. Excitetur nanq; (per 11 propoſitionẽ primi) ex β, ipſi βγ ad angulos rectos βζ: ponatur quoq; (per 3 primi) ipſi α æqualis βη & per η, ipſi βγ (per 31 primi) parallelus excitetur ηθ, & (per eandem) per δ, ε, γ, ipſi βη excitentur paralleli δκ, ελ, γθ. Aequũ eſt iam βθ ipſis βκ, δλ, & εθ, & βθ ei quod ſub α & βγ: cõprehenditur enim ſub ηβ & βγ, æqualis autẽ eſt βη ipſi α. At βκ ei quod ex α & βδ: comprehenditur nanq; ſub ηβ & βδ, æqualis autẽ eſt βη ipſi α. At δλ ei quod ſub α & δε: æqualis nanq; eſt δκ, hoc eſt βη ipſi α. Et inſuper ſimiliter εθ ei quod ſub α & εγ. Quod igitur ſub α & βγ cõprehenditur, æquum eſt ei quod ſub α & βδ, & ei quod ſub α & δε, & ei inſuper quod ſub α & εγ. Si fuerint ergo binæ rectæ lineæ, ſeceturq; earũ altera, & quæ ſequũtur reliqua, quod erat oſtendendũ.



Eucli. ex Camp. Propoſitio 2.

2 SI fuerit linea in partes diuiſa, illud quod ex ductu totius lineæ in ſeipſam fit, æquũ erit ĳs quæ ex ductu eiuſdẽ in omnes ſuas ptes.

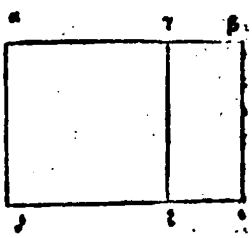
CAMPANVS. Sit linea a b diuiſa in a c & c d & d b, dico ꝙ illud quod fit ex ductu totius a b in ſe q̃d ſit a e b f, æquũ eſt ĳs quæ fiunt ex ipſa tota in unamquamq; dictarũ partium, quod palàm patebit, ductis e g & d h æquidiſtanter a c & b f. Aliter. Sumatur k æqualis a b, eritq; per præmiſſam q̃d fit ex ductu k in totã a b, æquũ ei quod fit ex ductu k in omnes partes a b. Et quia ex k in a b tantũ fit quantũ ex a b in ſe, & ex k in omnes partes a b quantũ ex a b in omnes partes eiuſdẽ, propter id ꝙ k & a b ſunt æquales, patet uerum eſſe propoſitũ.



Eucli. ex Zamb. Theorema 2 Propoſitio 2

2 Si recta linea ſecetur utcunq;, quæ ſub tota & quolibet ſegmentorũ rectaugula cõprehenduntur, æqualia ſunt ei quod ex toto eſt quadrato.

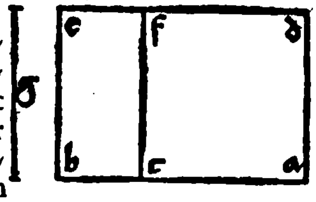
THEON ex Zamb. Recta enim linea αβ, ſecetur utcunq; in ſigno γ. Dico quod rectangulũ comprehenſum ſub αβ & βγ, cum rectangulo cõprehenſo ſub βα & αγ, æquũ eſt quadrato quod ex αβ. Deſcribatur enim (per 46 primi) ex αβ, quadratũ αβδε, excitetur q; (per 31 primi) per γ, utriq; & αδ & βε parallelus γζ, æquũ eſt igitur αε ipſis αζ & γε, eſt autẽ αε ex αβ quadratũ. Et αζ ſub βα & αγ rectangulũ contentũ, comprehenditur enim ſub δα & αγ, æqualis autẽ eſt αδ ipſi αβ. Et γε ei quod ſub αβ, βγ: æqualis enim eſt βε ipſi αβ. Quod igitur ſub βα & αγ cum eo quod ſub αβ & βγ, æquũ eſt quadrato quod ex αβ. Si recta igitur linea, & quæ ſequuntur reliqua ut in theoremate, quod oſtendere oportuit.



Eucli. ex Camp. Propoſitio 3.

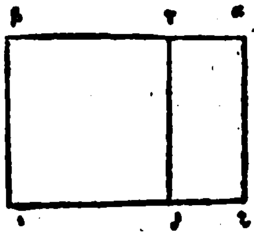
3 SI fuerit linea in duas partes diuiſa illud quod fiet ex ductu totius in alterutrã partem, æquũ erit ĳs quæ ex ductu eiuſdem partis in

seipsam & alterius in alteram.



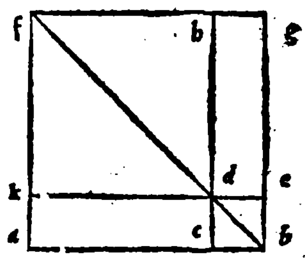
CAMPANVS. Sit linea a b diuisa in a c & b c, dico quod illud quod fit ex tota a b in eius partem a c, æquū est quadrato eiusdem a c partis, & ei quod fit ex eadem parte a c in b c. Fiat quadratū lineæ a c quod sit a c d f, & perficiatur superficies a b d e, patebitque propositū. Aliter. Sumatur g æqualis a c. Et quia b a in a c tantū est quantū a c in a b & ecōuerso, & a c in a b, item & in c b & in seipsam quantū g in easdem, at g in totā a b quantū in a c & in c b per primā huius, patet propositū, scilicet, quod tantū erit a c in a b quantū in se & in c b. Quare ecōuerso a b in a c quantū a c in se & in c b. Quod uolumus demōstrare. *Eucli. ex Zamb.* *Theorema 3* *Propositio 3*

3 Si recta linea secetur utcunque, rectangulū sub tota & uno segmentorū comprehensum, æquum est ei quod sub segmentis cōprehenditur rectangulo, & ei quod ex prædicto segmento fit quadrato.



THEON *ex Zamb. Recta enim linea α ϐ, secetur utcunque in signo γ. Dico quod rectangulū comprehensum sub α β & β γ, æquū est rectangulo cōprehenso sub α γ & γ β, cum quadrato quod ex β γ. Describatur enim (per 46 primi) ex ϐ γ, quadratū γ δ ε ϐ, & extendatur ε δ in ζ, (per 2 postulatū.) Et per α, utrique γ δ & β ε (per 31 primi) parallelus excitetur α ζ. Aequū iam est α ε, ipsis α δ & γ ε, estque α ε rectangulum cōprehensum sub α β & ϐ γ, cōprehenditur etenim sub α ϐ & β ε, & æqualis est ϐ ε ipsi ϐ γ. Et α δ est quod sub α γ & γ ϐ, æqualis enim est δ γ ipsi γ ϐ, at δ ϐ quadratū est quod fit ex γ ϐ. Rectangulū igitur contentū sub α β & ϐ γ, æquū est rectangulo cōprehenso sub α γ & γ ϐ cum quadrato quod ex ϐ γ. Si recta igitur linea secetur & quæ sequuntur reliqua ut in theoremate Quod demōstrasse oportuit.* *Eucli. ex Camp.* *Propositio 4*

4 SI fuerit linea in duas partes diuisa, illud quod ex ductu totius in seipsam fit, æquū est ijs quæ ex ductu utriusque partis in seipsam & alterius in alterā bis. Ex hoc manifestū est quod in omni quadrato duæ superficies quas diameter secat per mediū, sunt ambæ quadratæ.

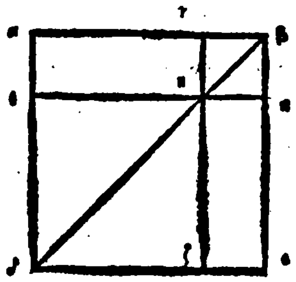


CAMPANVS. Sit linea a b diuisa in a c & b c, dico quod quadratū totius a b, æquū est duob. quadratis duarū linearū a c & b c & duplo eius quod fit ex ductu unius earū in alterā. Describā quadratū alterius partium, sitque c d b e, quadratū lineæ c b, cui adiungam gnomonē secundū ductum directiuū lineæ alterius, scilicet a c, quem faciā hoc modo. In quadrato descripto protrahā diametrū b d, & à pūcto a e ducā perpendicularē super lineam a b, quæ sit a k, quā a k & diametrū b d, producā usquequo per penultimā petitionē concurrant in puncto f, & à puncto f, producā f h æquidistantē lineæ a b, quam f h & b e, producā usquequo concurrāt in puncto g, & producā c d usque ad h, & e d usque ad k. Et quia duo latera d e & e b, trianguli d e b sunt æqualia, erunt per 5 primi, duo anguli e d b & e b d æquales, & quia angulus e est rectus, erit per 32 primi uterque eorū medietas recti, eadem ratione uterque duorū angulorū c d b & c b d, erit medietas recti. Quare per secūdam partē 29 primi, & 15 eiusdē, erit unusquisque quatuor angulorū qui sunt h f d & h d f & k f d & k d f, medietas recti: ergo per 6 primi, f g & g h sunt æquales, similiter quoque f a & a b, pari ratione f h & h d, itemque f k & k d, quare utraque duarū superficierū a b g f & k d h f, est quadrata. Et quia totale quadratū a b f g quod est quadratū lineæ a b, constat ex duobus quadratis quæ consistunt circa diametrū quæ sunt quadrata duarū linearū a c & c b, & ex duobus supplemētis quorū unumquodque producitur ex a c in b c, patet propositū nostrū. Aliter. Sit linea a b, ut prius diuisa in a c & c b, eritque per 2 huius quod fit ex tota a b in se, æquū ei quod fit ex ipsa in a c & c b, sed ex ipsa in a c tantum fit quantū ex a c in se & ex a c in b c, per 3 huius. Itemque ex ipsa a b tota in b c tantum fit quantum ex c b in se & ex c b in a c per eandem, ergo quod fit ex tota a b in se, æquum est ei quod fit ex a c in se & in c b, & ex c b in se & in a c, quod est propositū. Sed hac uia non patet correlarium, sicut uia præcedenti patet, unde prima est autori magis consona.

Eucli. ex Zamb. *Theorema 4* *Propositio 4*

Si recta

4 Si recta linea secetur utcunq;, quadratū quod fit ex tota, æquū est quadratis quæ fiunt ex segmentis, & ei quod bis sub segmentis cóprehenditur rectangulo.



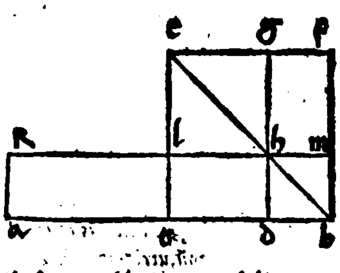
THEON ex Zamb. *Recta enim linea αβ, secetur utcunq; in signo γ. Dico quod quadratū αβ, æquum est quadratis quæ fiunt ex αγ & γβ, & bis sub αγ & γβ cōtento rectāgulo. Describatur enim (per 46 primi) ex αβ, quadratū αδεβ, & cōnectatur βδ, & (per 31 primi) per γ, utrisq; αδ & βε parallelus excitetur γζ, dispescens diametrū βδ in η signo, (& per eandem) per η, utrisq; αβ & δε parallelus excitetur θκ. Et quoniā parallelus est γζ ipsi αδ, & in eas incidit βδ (per 28 & 29 primi) angulus exterior γηβ æqualis est interiori & opposito αδβ. Sed angulus αδβ, ei qui sub αβδ (per 5 primi) est æqualis, quoniā latus βα, lateri αδ est æquale. Igitur angulus γηβ, angulo ηβγ est æqualis: quare (per 6 primi) & latus βγ, lateri γη est æquale. Sed γβ ipsi ηκ est æquale, & γη, ipsi κβ: igitur ηκ ipsi κβ est æquale. Aequilaterū igitur est, γηκβ. Dico etiam quod rectangulū. Quoniā parallelus est γη ipsi βκ, & in eas incidit linea γβ, anguli igitur κβγ & ηγβ (per 29 primi) duobus rectis sunt æquales, angulus autē αβγ rectus est: rectus igitur est & angulus βγη. Quare (per 34 primi) & ex opposito anguli γηκ & ηκβ sunt recti. Rectangulū igitur est γηκβ. Ostensum autē est quod & æquilaterū, quadratum igitur est, estq; ex βγ, ac per hoc etiam θζ quadratū est, & est ex θη, hoc est αγ. Quadrata igitur θζ & γκ, sunt ex lineis αγ & γβ. Et quoniam αη æquū est ipsi ηε, estq; αη id quod sub αγ & γβ, æqualis nāq; est ηγ ipsi γβ, igitur ηε (per 43 primi) æquū est ei quod sub αγ & γβ. Igitur & αη & ηε, æqualia sunt ei quod bis est sub αγ & γβ. Quadrata aūt θζ & γκ, sunt ex αγ & γβ. Quatuor igitur θζ, γκ, αη & ηε, sunt eis æqualia quæ fiunt ex αγ & γβ quadratis, & ei quod fit bis sub αγ & γβ rectāgulo. Sed θζ, γκ, αη, & ηε, sunt totū αδεβ, quod est quadratū quod ex αβ. Quadratū igitur quod fit ex αβ, æquū est eis quæ fiunt ex αγ, & γβ quadratis, & ei quod bis sub αγ & γβ cōprehenditur rectāgulo. Si recta igitur linea secetur utcūq; quadratū quod fit ex tota æquū est eis quæ ex sectionibus fiunt quadratis, & ei quod bis cōprehenditur sub sectionibus rectāgulo, q̃d demōstrasse oportuit.*

ALITER *idem ostendere. Dico quod quadratū αβ, æquū est eis quæ fiunt ex αγ & γβ quadratis, & ei quod bis sub αγ & γβ cōprehenditur rectangulo. In eadē enim descriptione, quoniā æquale est αβ ipsi αδ, æqualis est angulus αβδ ei qui sub αδβ, (per 5 primi.) Et quoniā omnis trianguli tres anguli duobus rectis sunt æquales (per 32 primi) trianguli αβδ tres anguli αδβ, δβα, & βαδ, duobus rectis sunt æquales (per eandē.) Rectus autē est angulus βαδ, reliqui ergo anguli αβδ, & αδβ, uni recto sunt æquales, & sunt æquales alter alteri, uterq; igitur αβδ & αδβ, dimidiū est recti. Angulus autē βγη, rectus est, æquus enim est ei qui ex opposito ad α (per 29 primi.) Reliquus igitur angulus γηβ, dimidiū est recti. Angulus igitur γηβ, angulo γβη est æqualis, quare & latus βγ, æquale est ipsi γη, sed βγ ipsi ηκ est æquale, & γη ipsi βκ est æquale. Aequilaterū igitur est γκ, habet autē & angulū γβκ, rectū: quadratū est igitur γκ, & est ex βγ, & ob id etiā θζ quadratū est, & æquū est ei quod ex αγ: igitur γκ & θζ, sunt quadrata, & æqualia sunt eis quæ ex αγ & γβ fiunt quadratis. Et quoniā æquū est αη ipsi ηε, estq; αη id quod sub αγ & γβ æqualis enim est ηγ ipsi γβ, & ηε igitur æquū est ei quod sub αγ & γβ: igitur αη & ηε, sunt æqualia ei quod bis fit sub αγ & γβ. Sunt autē γκ & θζ, æqualia eis quæ fiunt ex αγ & γβ quadratis. Igitur γκ, θζ, αη, & ηε, sunt æqualia eis quæ ex αγ & γβ, & ei quod bis est sub αγ & γβ, sed γκ, θζ, αη, & ηε, totum sunt αε quadratū quod fit ex αβ. Quadratū igitur quod fit ex αβ, æquū est quadratis quæ fiunt ex αγ & γβ, & ei rectangulo quod bis cōprehenditur sub αγ & βγ, quod ostendere oportuit.*

CORRELARIVM. *Ex hoc manifestū est, quod in quadratis * arcis parallelogrāma quæ circa dimetientē, quadrata sunt.* χωρίων

Euclides ex Campano. Propositio 5

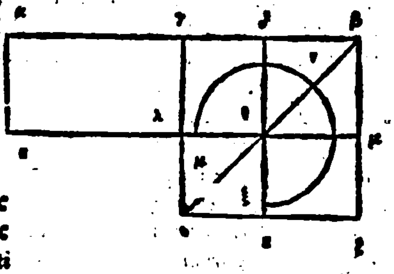
5 Si linea recta per duo æqualia duoq; inæqualia secetur, quod sub inæqualibus totius sectionis rectangulū continetur cum eo quadrato quod ab ea quæ inter utrasq; est sectiões describitur, æquū est ei quadrato quod à dimidio totius lineæ in se ducto describitur.



CAMPANVS. Sit linea a b diuisa per æqualia in puncto c, & per inæqualia in puncto d, dico quadratū c b, esse æquale ei quod fit ex a d in d b, & quadrato c d. Describam quadratū c b, quod sit c b f e, in quo protrahā diametrū e b, & ducā d g æquidistantē b f, quæ secet diametrū e b in puncto h, & à puncto h educā æquidistantem lineæ a b, quæ sit h k, secans lineā b f in puncto m, & lineam c e in puncto l, & protrahā a k, æquidistantē c e. Eritq; per correlariū præmissæ, utraq; duarū supficierū l g & d m, quadrata, & per 43 primi, duo suppleméta c h & h f, æqualia. Ergo addito quadrato d m, utriq;, erit parallelogrammū c m æquale parallelogrāmo d f, & quia a l est æquale c m per 36 primi. erit a h æquale gnomoni qui circūstat quadrato l g, ergo ad/dito utriq;, quadrato l g, erit a h cum quadrato l g æquale quadrato e f, quod est pro/positū.

Eucli. ex Zamb. Theorema 5 Propositio 5

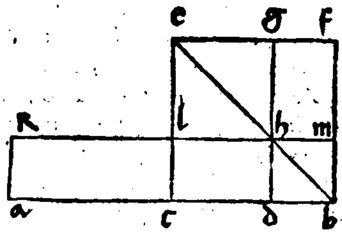
5 Si recta linea secetur in æqualia & nō æqualia, rectangulū comprehen/sum sub æqualibus segmētis totius, una cum quadrato eius quæ media est sectionū, æquum est ei quod à dimidia fit quadrato.



THEON ex Zamb. Recta enim linea quædā α β secetur quidem in æqualia in γ, & in non æqualia in δ. Dico quod rectangulū cōprehensum sub α δ & δ β una cum quadrato quod ex γ δ, æquū est ei quod fit ex γ β quadrato. Describatur enim (per 46 primi) ex γ β, quadratū γ ε ζ β, & (per primū postulatū) cōnectatur β ε, & (per 31 primi) per δ, utrisq; & γ ε & β ζ parallelus excitetur δ η, secans β ε in puncto θ, & rursus (per eandē) per θ, utrisq; α β & ε ζ parallelus excitetur κ μ æqualis ipsi α β: & rursus (per eandē) per α, utrisq; γ λ & β μ parallelus excitetur α κ. Et quoniā (per 43 primi) supplementū γ θ æquū est supplemento θ ζ, cōmune ponatur δ μ: totum igitur γ μ, toti δ ζ est æquale. Sed γ μ ipsi α λ est æquale, quoniam α γ ipsi γ β est æqualis, & α λ igitur ipsi δ ζ est æquale. Cōmune ponatur γ θ, totum igitur α θ ipsis δ λ & δ ζ est æquale. Sed α θ æquū est ei quod sub α δ & δ β, æqualis enim est δ θ ipsi δ β, & ζ δ λ est μ ν ξ gnomon. Gnomon igitur μ ν ξ, æqualis est ei quod sub α δ & δ β. Commune ponatur κ λ quod æquū est ei quod fit sub γ δ: gnomon igitur μ ν ξ & λ κ, sunt æqualia rectangulo cōprehenso sub α δ & δ β, & ei quod fit ex γ δ quadrato (per 36 primi. Sed gnomon μ ν ξ & λ κ, totum sunt quadratū γ ε ζ β quod est ex β γ. Rectan/gulum igitur cōprehensum sub α δ & δ β una cum quadrato quod ex γ δ fit, æquū est ei quadrato quod fit ex γ β. Si recta igitur linea & quæ sequuntur reliqua ut in theoremate, quod oportuit demonstrasse.

Eucli. ex Camp. Propositio 6

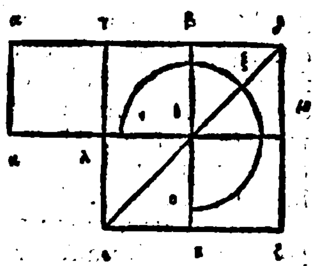
6 SI recta linea in duo æqualia diuidatur, alia uero ei linea in longū addatur, quod ex ductu totius iam cōpositæ in eam quæ iam ad/iecta est, cum eo quod ex ductu dimidiæ in seipsam, æquū est ei quadrato quod ab ea quæ constat ex adiecta & dimidia in seipsam ducta describitur.



CAMPANVS. Sit linea a b diuisa per æqualia in puncto c, eiq; addatur linea b d: dico φ qua/dratū c d, quod sit c d e f, æquale est ei quod fit ex tota a d in b d & quadrato c b. Producam in quadrato prædicto e d, diametrū d e, & ducam lineam b g æquidistantē d f, quæ secet diametrū d e in puncto h, à quo h, produ/cam æquidistantē lineæ a b, quæ sit h k, secans d f in puncto m, & c e in puncto l, & producam a k, æquidistantē e l, eritq; per 36 primi, a l, æquale c h. At c h, erit æquale h f, p 43 primi, quare a l, est æquale h f. Ergo addito c m utrobiq;, erit a m æquale toti gnomoni circūstanti l g, quare l g addito utrobiq;, erit a m cū l g, æquale toti quadrato c f. Et quia utraq; duarū superficierū l g & b m est quadrata per correl. 4 huius patet pro/positū.

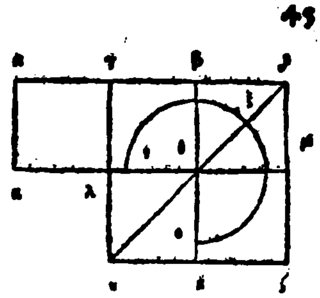
Eucli. ex Zamb. Theorema 6. Propositio 6.

6 Si recta linea bifariam secetur, adijciaturq; ei aliqua recta linea in rectū, rectangulū comprehensum sub tota cum apposita & apposita, una cum quadrato quod fit à dimidia, æquū est ei quod fit ex coniuncta ex dimidia & apposita tanq; ex una descripto quadrato.



THEON ex Zamb. Recta enim linea α β secetur bifariā in signo γ, apponaturq; ei aliqua recta linea in rectum β δ. Dico quod rectangulum cōprehensum sub α δ & δ β, una cum quadrato quod fit ex β γ, æquū est ei quod fit ex δ γ, quadrato. Describatur (per 46 primi) ex γ δ quadratū γ ε ζ δ, & (per 1 postulatū) connectatur δ ε, & (per 31 primi) per β signum, utriq; earū ε γ & δ ζ parallelus excitetur β η, secans β ε in puncto θ, & (per eandem) per θ signū, utriq; ipsarū α δ & ε ζ, parallelus excitetur κ μ, & rur/super (per eandem) per α, utriq; earum γ λ & δ μ, parallelus excitetur α κ. Quoniam igitur (per 36 primi) æqualis est α γ ipsi γ β, æquū est α λ ipsi γ θ. Sed (per 43 primi) γ θ æquū est ipsi θ ζ. Igitur & α λ ipsi θ ζ (per eandem) est æquale, commune apponatur γ μ, totum igitur α μ, gnomoni ν ξ ο est æquale.

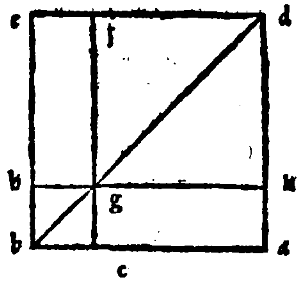
Sed α μ



Sed α μ est id quod fit sub α δ & δ β, æqualis enim est δ μ ipsi δ β: & gnomon igitur ν ξ ο, æqualis est rectangulo comprehenso sub α δ & δ β. Commune apponatur λ θ, quod æquũ est quadrato quod fit ex γ β. Rectangulũ igitur comprehensum sub α δ & δ β, una cum eo quod ex β γ quadrato, æquum est ipsi ν ξ ο gnomoni, & ipsi λ θ, sed gnomon ν ξ ο & λ θ, totum sunt γ ε ζ δ quadratũ, quod fit ex γ δ. Rectangulũ igitur comprehensum sub α δ & δ β, una cum quadrato quod ex β γ, æquũ est quadrato quod ex γ δ. Si recta igitur linea & quæ sequũtur reliqua. Quod ostendere oportuit.

Eucli. ex Camp. Propositio 7.

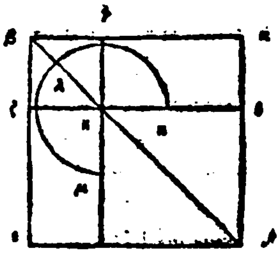
7 SI linea in duas partes diuidatur, quod fit ex ductu totius in seipsam cũ eo quod est ex ductu alterius partis in seipsam, æquũ est eis quæ ex ductu totius lineæ in eandem partem bis & ex ductu alterius partis in seipsam.



CAMPANVS. Sit linea a b diuisa in duas partes in puncto c, dico quod quadratũ totius a b cũ quadrato b c, æquũ est ei quod fit ex a b in b c bis cum quadrato a c. Describatur quadratũ totius, quod sit a b d e, & ducatur diameter b d, & c f æquidistans, b e, secans diametrũ in puncto g, & ducatur k g h æquidistãs a b. Et quia quadratũ a e cũ quadrato c h tantũ sunt quantũ quadratũ k f cum duabus superficiebus a h & c e patet propositũ.

Eucli. ex Zamb. Theorema 7. Propositio 7.

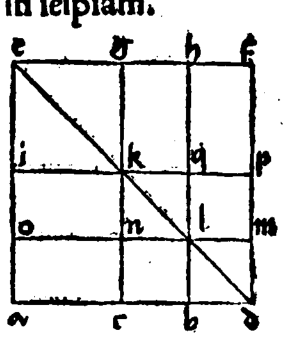
7 Si recta linea secetur utcunq;, & quod ex tota & q̃d ex uno segmentorũ utraq; quadrata, æqualia sunt rectangulo cõprehenso bis sub tota & dicto segmento, & ei quod à reliquo segmẽto fit quadrato.



THEON ex Zamb. Recta enim linea α β, secetur utcunq; in signo γ, dicõ quod quadrata ex α β & β γ, æqua sunt rectangulo contento bis sub α β & β γ, & ei quod fit ex α γ, quadrato. Describatur enim (per 46 primi) ex α ϐ, quadratũ α δ ε β, describaturq; figura. Quoniam (per 43 primi) æquũ est α κ ipsi κ ε, cõmune apponatur ε ζ: totum igitur α ζ, toti γ ε est æquale. Igitur α ζ & γ ε, duplum est ipsius α ζ. Sed α ζ & γ ε, sunt κ λ μ gnomon, & ε ζ quadratũ, & κ λ μ: igitur gnomon & α ζ. Est autẽ ipsius α ζ duplum, etiam id quod bis sub α β & β γ, fit æqualis enim est β ζ ipsi β γ, ergo κ λ μ gnomon & quadratũ γ ζ, æquũ est rectangulo contento bis sub α β & β γ, cõmune apponatur δ κ, quod est quadratũ ex α γ: gnomon igitur κ λ μ, & ϛ κ & κ δ quadrata, æqualia sunt & ei quod bis sub α β & β γ rectangulo continetur, & ei quod ex α γ fit quadrato. Sed κ λ μ gnomon, & quadrata β κ & δ κ, totum sunt β ε δ ι & ι ζ, quæ sunt ex α β & β γ quadrata: quadrata igitur ex α β, β γ, æqualia sunt rectãgulo bis sub α β & β γ comprehenso, cum eo quod fit ex α γ quadrato. Si recta igitur linea, & quæ sequũtur reliqua ut in theoremate, quod demonstrasse oportuit.

Eucl. ex Camp. Propositio 8.

SI linea in duas partes diuidatur, eiq; in longum æqualis uni diuidentium adiungatur, quod ex ductu totius iam compositæ in seipsam fiet, æquũ erit ijs quæ ex ductu prioris lineæ in eam adiectam quater, & ei quod ex ductu alterius diuidentis in seipsam.

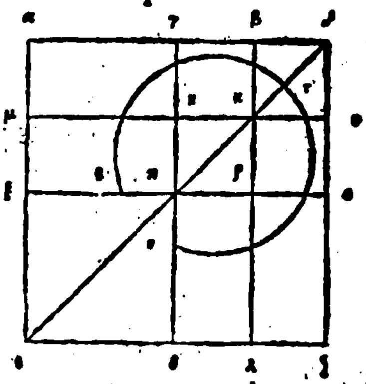


CAMPANVS. Sit a b diuisa in puncto c, qualitercunq; contingat, cui addatur b d æqualis c b, dico q quadratũ totius a d quod sit a d e f, est æquale ei quod fit ex a b in b d quater cũ quadrato a c. Hoc autẽ patebit, ducta diametro d e, & lineis c g & b h æquidistantibus lineæ d f, & secantibus diametrũ in punctis k, l, per quæ puncta ducantur p q k r, & m l n o, æquidistantes a d. Erit enim per correl. 4 huius, unaquæq; superficierũ r g, n q, & b m, quadrata. Et quia c b posita est æqualis b d, erit utraq; superficierũ c l & l p, quadrata. Eruntq; quatuor quadrata diuidentia quadratum c p, æqualia, & quia totus gnomo circũstans quadrato r g, est per 36 & 34 quadruplus ei quod ex a b in b d, quia quadruplus ad superficiem a l, patet propositum.

Euclidis

Eucli. ex Zamb. Theorema 8. Propositio 8.

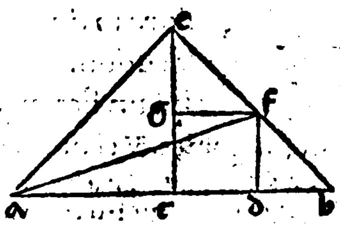
8 Si recta linea secetur utcunque, rectangulum comprehensum quater sub tota & uno segmentorũ cum eo quod ex reliquo segmento est quadrato, æquum est ei quod fit ex tota & prædicto segmento tanquam ab una descripto quadrato.



THEON ex Zamb. Recta enim linea quædã α β secetur utcunque in signo γ: dico quod quater sub α β & β γ cõprehensum rectangulum, una cum eo quod ex α γ quadrato, æquũ est ei quod fit ex α β & β γ tanquam ab una descripto quadrato. Producatur enim (per 6 secundi) in rectam lineam ipsi α β recta linea β δ, & ponatur ipsi γ β æqualis β δ (per 3 primi.) Et (per 46 primi) ex α δ describatur quadratum α ε ξ δ, & describatur dupla figura. Quoniam igitur æqualis est γ β ipsi β δ, sed γ β ipsi η κ, est æqualis, & β δ (per 34 primi) ipsi κ ν est æqualis, & η κ igitur ipsi κ ν est æqualis, & perinde π ρ ipsi ρ ο est æqualis. Et quoniam æqualis est β γ ipsi β δ, & η κ ipsi κ ν, æquũ est igitur γ κ ipsi κ δ, & η ρ ipsi ρ ν. (per 36 primi.) Sed (per 43 primi) γ κ ipsi ρ ν est æquale: supplementa enim sunt parallelogrammi γ ο, & κ δ, igitur ipsi ν ρ est æquale. Igitur δ κ, γ κ, η ρ, & ρ ν, sibi inuicem sunt æqualia: ipsa quatuor igitur quadruplicata sunt ipsius γ κ. Rursus quoniam æqualis est γ β ipsi β δ, sed β δ quidem ipsi β κ, hoc est ipsi γ η est æqualis, & γ β ipsi η κ, hoc est ipsi η π est æqualis: & γ η igitur ipsi η π est æqualis. Et quoniã æqualis est γ η ipsi η π, & π ρ ipsi ρ ο, æquũ est α η ipsi μ π, & π λ ipsi ρ ξ, sed μ π ipsi π λ (per 43 primi) est æquale: supplementa enim sunt pallelogrammi μ λ & α η igitur ipsi ρ ξ (per 43 eiusdem) est æquale. Quatuor igitur α η, μ π, π λ, & ρ ξ, sibi inuicem sunt æqualia: quatuor igitur quadruplicata sunt ipsius α η. Ostensum autem est quod quatuor γ κ, κ δ, η ρ, & ρ ν ipsius γ κ quadruplicata: octo igitur quæ gnomonem σ τ υ complectuntur, quadruplicata sunt ipsius α κ. Et quoniam α κ est quod sub α β & β δ, æqualis enim est β κ ipsi β δ, quod igitur quater est sub α β & β δ, quadruplicatũ est ipsius α κ: ostensum est autem quod ipsius α κ, quadruplicatum, est gnomon σ τ υ. Igitur id quod quater est sub α β & β δ, gnomoni σ τ υ æquum est. Cõmune apponatur ξ ο, quod æquum est quadrato quod ex α γ. Rectangulũ igitur quater sub α β & β δ comprehensum, cum quadrato quod ex α γ, æquum est gnomoni σ τ υ & (ei quod est) ξ ο. Sed σ τ υ gnomon & ξ ο, totum sunt α ε ξ δ quadratum quod est ex α δ, quod igitur quater sub α β & β δ, una cum eo quod fit ex α γ, æquum est ei quod fit ex α δ quadrato: æqualis autem est β δ ipsi β γ. Rectangulũ igitur comprehensum quater sub α β & β γ, una cum eo quod fit ex α γ quadrato, æquum est ei quod fit ex α δ, hoc est ei quod ex α β & β γ tanquã ab una descriptum est quadrato. Si recta igitur linea, & quæ sequuntur reliqua, quod erat ostendendum.

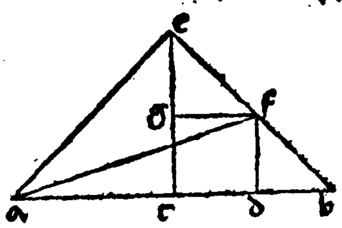
Eucli. ex Camp. Propositio 9.

9 SI linea in duo æqualia duoque inæqualia diuiditur, quæ fiunt ex ductu utriusque inæqualiũ sectionum in seipsam pariter accepta, duplum sunt utrisque pariter acceptis, quæ quidem ex dimidia eaque quæ utrique sectioni interiacet quadratis describuntur.



CAMPANVS. Sit linea a b diuisa per æqualia in c, & per inæqualia in d. Dico quod quadratum a d & quadratũ d b simul iuncta, dupla sunt quadrato a c & quadrato c d simul iunctis. Super lineam a b, erigo lineam c e, perpendicularẽ & æqualem utrique earum linearũ a c & c b, & produco e a & e b, eritque per 32 primi, uterque angulorũ a & b, & uterque angulorũ partialium qui sunt ad e, medietas recti, totusque e, rectus. Et produco d f, æquidistantem c e, & perpendicularẽ super lineam a b, eritque uterque angulorũ d, rectus, & angulus d f b, medietas recti per 32 primi siue per secundam partem 29 primi. Quare per 6 primi d f & d b sunt æqualia. A puncto f duco f g, æquidistantem a b, eritque per secundem partem 29 primi & per 32 eiusdem, uterque angulorũ g, rectus, & angulus e f g per 32 medietas recti, quare per 6 eiusdem, latera e g & g f, sunt æqualia. Et quia per penultimã eiusdem quadratũ e f est æquale quadrato e g & quadrato g f, ipsum erit duplum ad quadratũ g f, quare ad quadratum c d. Item quia per eandem quadratũ e a est æquale quadrato a c & quadrato c e, ipsum erit duplum ad quadraum a c, & quia quadratum a f æquale quadrato e f & a e per eandem, ipsum erit duplum ad quadratũ a c & ad quadratũ c d.

Sed quadra-

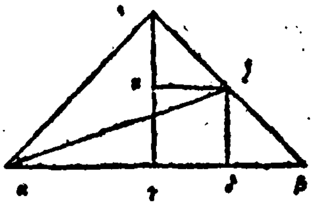


Sed quadratum a f, est iterum æquale per eandem quadrato a d quadrato d f, ergo quadratū a d & quadratū d f, dupla sunt ad quadratum a c & ad quadratum c d. Et quia quadratum d f est æquale quadrato d b, erunt quadrata duarum linearum a d & d b, dupla quadratis duarum linearū quæ sunt a c & c d, quod est propositū.

Eucli. ex Zamb. Theorema 9. Propositio 9.

9 Si recta linea secetur inæqualia & non æqualia, quæ ab inæqualibus totius segmentis fiunt quadrata, dupla sunt eius quod à dimidia & eius quod ab ea quæ media est sectionum fit quadratorum.

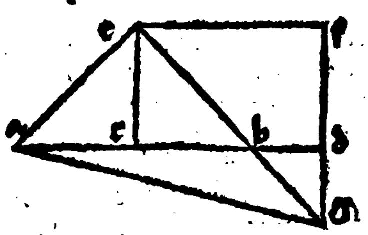
THEON ex Zamb. *Recta enim linea quædam α β, secetur in æqualia in signo γ, & in non æqualia in δ. Dico quod quadrata ex α δ & δ β, dupla sunt eorum quæ ex α γ & γ δ sunt quadratorum. Excitetur enim (per 11 primi) ex γ signo ipsi α β, ad angulos rectos γ ε, & ponatur (per 3 primi) æqualis utrique ipsarum α γ & γ β, & (per 1 postulatū) connectantur α ε & ε β. Et (per 31 primi) per δ ipsi ε γ, parallelus excitetur δ ζ, & (per eandem) per ζ ipsi α β, parallelus excitetur ζ η, & (per 1 postulatum) connectatur α ζ.*



Et quoniam æqualis est α γ ipsi γ ε, æqualis est (per 5 primi) angulus ε α γ angulo γ ε α. Et quoniam rectus est angulus qui ad γ, reliqui igitur anguli ε α γ & α ε γ, uni recto sunt æquales: uterque igitur eorum qui sub α ε γ & ε α γ, recti dimidius est. Ob id quoque & uterque ipsorum ε β γ & γ ε β, recti dimidius est. Totus igitur α ε β, rectus est. Et quoniam qui sub η ε ζ recti dimidius est, rectus autem qui sub ε η ζ, æqualis enim interiori est opposito (per 29 primi) hoc est ipsi ε γ β, reliquus igitur qui sub ε ζ η, recti dimidius est. Aequus igitur est (per 6 cōmunem sententiam) qui sub η ε ζ, ei qui sub ε ζ η: quare (per 6 primi) & latus ε η, lateri ζ η est æquale. Rursus quoniam angulus qui ad β, recti dimidius est, rectus autem est qui sub ζ δ β, æqualis enim rursus est interiori & opposito ipsi ε γ β (per 29 primi) reliquus igitur qui sub β ζ δ, recti dimidius est. Aequalis igitur est angulus qui ad β ipsi δ ζ β. Quare (per 6 primi) & latus δ ζ, lateri δ β est æquale. Et quoniam α γ æqualis est ipsi γ ε, & æquum est quod ex α γ ei quod ex γ ε: quadrata igitur quæ sunt ex α γ & γ ε, eius sunt dupla quod est ex α γ. At (per 47 primi) eis quæ sunt ex α γ & γ ε, æquum est quod ex ε α fit quadratū: angulus enim qui sub α γ ε, rectus est. Igitur quod ex α ε fit, eius quod est ex α γ, duplum est. Rursus quoniam æqualis est ε η ipsi η ζ, æquum est id quod ex ε η, ei quod ex η ζ: quadrata igitur quæ sunt ex ε η & η ζ, dupla sunt quadrati quod ex η ζ. Quadratis autem quæ fiunt ex ε η & η ζ, æquum est id quod ex ε ζ (per 47 primi) quadratum igitur quod ex ε ζ, duplum est eius quod ex η ζ. Aequalis autem est η ζ ipsi γ δ: igitur quod ex ε ζ, duplum est eius quod ex γ δ. Est autem & id quod ex α ε, duplum eius quod fit ex α γ. Quadrata igitur quæ ex α ε & ε ζ quadratorū quæ fiunt ex α γ & γ δ dupla sunt. Eis autem quæ fiunt ex α ε & ε ζ, æquum est id quod ex α ζ fit quadratum (per 47 primi.) Rectus enim est angulus qui sub α ε ζ. Quadratū igitur ex α ζ, eorum quæ ex α γ & γ δ fiunt, duplum est. Ei autem quod fit ex α ζ, æqualia sunt ea quæ fiunt ex α δ & δ ζ, (per 47 primi) rectus enim est angulus qui ad δ. Ea igitur quæ ex α δ & δ ζ, dupla sunt eorum quæ ex α γ & γ δ fiunt, quadratorū. Aequalis autem est δ ζ ipsi δ β, quadrata igitur quæ ex α δ & δ β fiunt, dupla sunt eorum quæ ex α γ & γ δ fiunt, quadratorū. Si recta igitur linea secetur in partes æquales & inæquales, quæ ab inæqualibus totius segmentis fiunt quadrata, dupla sunt eius quod ex dimidia, & eius quod ex medio segmentorū fit, quadratorū, quod oportuit demonstrasse.

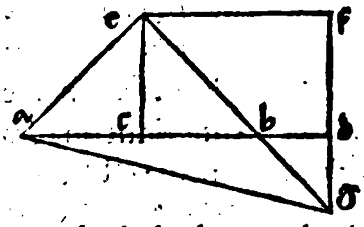
Eucli. ex Camp. Propositio 10.

10 SI linea in duo æqualia diuidatur, eique in longum alia addatur, quadratum quod describitur à tota cum addita, & quadratum quod ab ea quæ addita est utraque quadrata pariter accepta, ei quadrato quod à dimidia eique quod ab ea producitur quæ ex dimidia adiectaque consistit, utrisque quadratis pariter acceptis dupla esse necesse est.



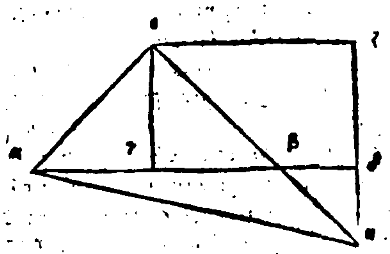
CAMPANVS. Sit linea a b diuisa per æqualia in c, & addita sibi linea b d, dico quod duo quadrata duarum linearū a d & b d, pariter accepta, dupla sunt duobus quadratis duarum linearum a c & c d, pariter acceptis. Erigo c e perpendicularem super lineam a b, & æqualem utrique linearū a c & c b, & perficio triangulum a e b, ductis lineis a e & e b, eritque ut in præmissa uterque angulorū a & b, & uterque eorum qui sunt ad e, medietas recti per 32 primi, totusque e est rectus. A puncto e, produco e f, æqualem & æquidistantem

ſtantem c d, & produco f d & e b, quouſq; concurrant in puncto g, & produco lineam a g. Eritq; per ultimã partem 29 primi, angulus c e f, rectus, ſed angulus c e b, eſt medietas recti, ergo angulus b e f, eſt ſimiliter medietas recti, & quia per 31 primi, f d eſt æquidiſtans c e, erit per 34 eiuſdem, angulus f rectus, ergo per 32 eiuſdẽ, erit angulus e g f medietas recti: item per eandem, angulus d b g ſimiliter medietas recti, propter id q angulus b d g eſt rectus, ergo per 6 eiuſdẽ, duo latera e f & f g ſunt æqualia, item duo latera d b & d g ſunt æqualia. Ergo per penultimã eiuſdem, quadratum e g, duplum eſt ad quadratum e f: quare ad quadratum c d. Itemq; per eandem, quadratum a e, duplum eſt ad quadratũ a c. Et quia quadratũ a g eſt per eandem æquale quadratis a e & e g, ſimiliter quoq; & quadratis a d & d g, at quia quadratum d g eſt æquale quadrato b d, erunt duo quadrata duarum linearum a d & b d pariter accepta, dupla duobus quadratis duarum linearũ a c & c d pariter acceptis, quod eſt propoſitum. Hæc autem & omnes præmiſſæ, ueritatem habent in numeris ſicut in lineis.



Eucli. ex Zamb. Theorema 10. Propoſitio 10.

10 Si recta linea ſecetur bifariam, apponatur autẽ ei quæpiam recta linea in rectum, quod ex tota cum appoſita & quod ex appoſita utraque quadrata, dupla ſunt eius quod ex dimidia & eius quod ex compoſita ex dimidia & adiuncta tanquam ex una deſcriptorum quadratorum.

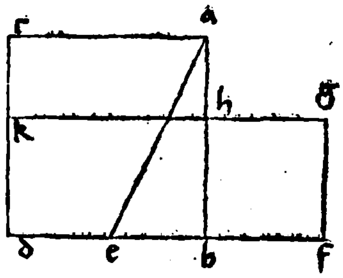


THEON ex Zamb. *Recta enim quædam linea α β, ſecetur bifariam in γ, apponaturq; ei quæpiam recta linea in rectum, β δ. Dico quod quadrata quæ ex α δ & δ β, dupla ſunt quadratorũ quæ fiunt ex α γ & γ δ. Excitetur (per 11 primi) ab ipſo γ ſigno, ipſi α β ad angulos rectos γ ε, & ponatur (per 3 primi) æqualis utriq; ipſarum α γ & γ β, & (per 1 poſtulatum) connectantur ε α & ε β. Et (per 31 primi) per ε, ipſi α δ parallelus excitetur ε ζ, & (per eandem) per δ, ipſi δ ε parallelus excitetur δ ζ. Et quoniam in parallelos rectas lineas γ ε & δ ζ, recta quædam linea incidit ε ζ, anguli igitur γ ε ζ & ε ζ δ, (per 29 primi) duobus rectis ſunt æquales. Anguli igitur ζ ε β & ε ζ δ, duobus rectis ſunt minores, (per eandem.) Quæ autem à minoribus duobus rectis producuntur (per 5 poſtulatum) coincidunt: igitur ε β & ζ δ productæ ad partes β, δ, coincidunt, producantur, & coincidant in η, & (per 1 poſtulatum) connectatur α η. Et quoniam æqualis eſt α γ ipſi γ ε, angulus quoq; α ε γ angulo ε α γ eſt æqualis (per 5 primi) & rectus eſt qui ad γ; dimidius ergo recti, eſt uterq; qui ſub ε α γ & α ε γ. Et propterea uterq; etiam qui ſub γ ε β & ε β γ, recti dimidius eſt: rectus igitur eſt qui ſub α ε β. Et quoniam angulus ε β γ recti dimidius eſt, & (per 15 primi) angulus igitur δ β η recti dimidius eſt. Angulus autem β δ η, rectus eſt, æqualis enim eſt ei qui ſub δ γ ε, alterni enim, reliquus igitur angulus δ η β, recti dimidius eſt. Igitur (per 6 cõmunem ſententiam primi) angulus δ η β, ei qui ſub δ β η eſt æqualis. Quare (per 6 primi) & latus β δ, lateri η δ æquum eſt. Rurſus quoniam angulus ε η ζ, recti dimidius eſt, rectus autem qui ad ζ, æqualis enim (per 34 primi) ex oppoſito ei qui α δ γ, reliquus igitur angulus ζ ε η, recti dimidius eſt. Angulus igitur ε η ζ, angulo ζ ε η eſt æqualis: Quare (per 6 primi) & latus ζ ε, lateri ζ η eſt æquale. Et quoniam æqualis eſt ε γ ipſi γ α, quadratum quoq; quod ex ε γ, ei quod eſt ex α γ quadrato æquum eſt: quadrata igitur quæ ſunt ex γ ε & γ α, dupla ſunt eius quod fit ex α γ quadrati. Eis autem quæ fiunt ex ε γ & γ α (per 47 primi) æquum eſt id quod ex ε α: Quadratum igitur quod ex ε α, duplum eſt eius quod fit ex α γ. Rurſus quoniam æqualis eſt η ζ ipſi ε ζ, quadratum quod fit ex η ζ, æquum eſt ei, quod fit ex ε ζ quadrato: quadrata igitur quæ ex η ζ & ε ζ fiunt, eius quod fit ex ε ζ, dupla ſunt. Eis autem quæ fiunt ex η ζ & ε ζ (per 47 primi) æquum eſt id quadratum quod fit ex ε η: id igitur quod fit ex ε η, duplum eſt eius quod fit ex ε ζ. Aequalis autem eſt ε ζ ipſi γ δ: id igitur quod fit ex ε η, duplum eſt eius quod fit ex γ δ. Patuit autem quod & id quod fit ex ε α, duplum eſt eius quod fit ex α γ. Quadrata igitur quæ fiunt ex α ε & ε η, eorum quæ fiunt ex α γ & γ δ quadratorum, dupla ſunt. Quadratis autem quæ fiunt ex α ε & ε η, æquum eſt id quod fit ex α η quadratum (per 47 primi.) Quadratum igitur quod fit ex α η, eorum quæ fiunt ex α γ & γ δ, duplum eſt. Ei autem quod fit ex α η, æqualia ſunt quadrata quæ fiunt ex α δ & δ η. Quadrata igitur quæ fiunt ex α δ & δ η, dupla ſunt eorum quæ ex α γ & γ δ fiunt, quadratorum: æqualis autem eſt δ η ipſi δ β. Quadrata igitur quæ fiunt ex α δ & δ β, dupla ſunt eorum quæ fiunt ex α γ & γ δ quadratorũ. Si recta igitur linea ſecetur bifariam, & quæ ſequuntur reliqua ut in theoremate, quod oſtendere oportebat.*

Eucli. ex Camp. Propositio 11.

11 DAtam lineam sic secare, ut quod sub tota & una portione rectan gulum cõtinetur, æquum sit ei quod fit ex reliqua sectione qua dratum.

CAMPANVS. Sit linea data a b, quã uolumus sic diuidere: ut quod ex tota & una eius portione producitur, æquũ sit quadrato alterius. Describo quadratũ ipsius a b, quod sit a b c d. Latus b d diuido per æqualia in e, & produco a e: & e b produco usq; ad f ita q́d e f sit æqualis a e. Et ex b f portione extrinseca, describo quadratũ quod ex latere a b resecat portionem æqualẽ b f, quæ sit b h: & quadratũ descriptũ sit b f h g. Dico quod a b sic est diuisa in puncto h: quod illud quod fit ex tota a b in eius portionem h a, est æquale quadrato h b.

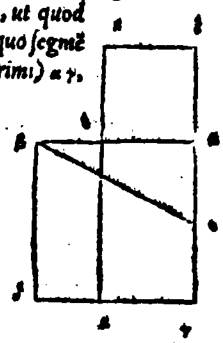


Produco g h usque ad k: quæ erit æquidistans a c. Quia ergo linea d b diuisa est per æqualia in e, & est sibi addita linea b f: erit per 6 huius quod fit ex d f in b f cum quadrato e b, æquale quadrato e f: quare & quadrato e a: quare per penultimam primi, quadratis duarum linearum e b & b a. Ergo dempto ab utrisque quadrato lineæ e b: erit quod fit ex d f in b f & ipsum est superficies d g, æquale quadrato lineæ a b. Ergo dempto ab utrisque parallelogrãmo h d: erit quadratum h f æquale parallelogrãmo h c. Et quia quadratum h f est quadratum lineæ h b, & parallelogrammum h c producitur ex c a quæ est æqualis a b, in a h, patet factum esse propositum. ¶ Ad hoc autem faciendum in numeris, non labores, quia impossibile est numerum sic diuidi, ut hic undecima proponit, sicut scies, sexti 16 te docente.

Eucli. ex Zamb. Problema 1. Propositio 11.

11 Datam rectã lineã secare: ut quod sub tota & altero segmẽto cõprehensum rectangulum, æquum sit ei quod fit ex reliquo segmento, quadrato.

THEON ex Zamb. *Sit data recta linea α β: oportet autem ipsam α β secare, ut quod sub tota & altero segmento comprehensum rectangulum, equum sit ei quod fit ex reliquo segmẽto, quadrato. Describatur (per 46 primi) ex α β, quadratum α β γ δ, & secetur (per 10 primi) α γ, bifariam, in ε, signo, & cõnectatur β ε. Et extendatur (per 2 postulatum) γ α, in ζ, & ponatur (per 3 primi) ipsi β ε, æqualis ε ζ. (Et per 46 primi) ex α ζ describatur quadratum ζ η α θ, & extendatur (per 2 postulatum,) η θ, in κ. Dico quod α β, secatur in θ, ut quod ex α β, & β θ, comprehensum rectangulum, æquum sit ei quod fit ex α θ, quadrato. Quoniam enim recta linea α γ secta est bifariam in ε, adiacet autem ei α ζ, igitur (per 6 secundi) rectangulum comprehensum sub γ ζ, & ζ α, una cum eo quod fit ex α ε, quadrato, æquum est ei quod fit ex ε ζ, quadrato, æqualis autem est ε ζ: rectangulum igitur comprehensum sub γ ζ, & ζ α, una cum eo quod fit ex α ε, quadrato: æquum est ei quod fit ex ε β, quadrato. Sed ei quod fit ex ε β, æqualia sunt (per 47 primi) ea quæ fiunt ex β α, & α ε, quadrata: rectus enim est angulus qui ad α. Quod igitur est sub γ ζ, & ζ α, cum eo quod fit ex α ε, æquum est eis quæ fiunt ex β α, & α ε. Commune auferatur id quod ex α ε, reliquum igitur rectangulum comprehẽnsum sub γ ζ, & ζ α: æquum est ei quod fit ex α β, quadrato. Et id quidem quod sub γ ζ, & ζ α, est ipsum ζ κ, æqualis enim est ζ α, ipsi ζ η. Id autem quod fit ex α β, est ipsum α δ. Igitur ζ κ, æquum est ipsi α δ. Cõmune auferatur α κ. reliquum igitur ζ θ, ipsi θ δ, est æquale. Est autem θ δ, id quod sub α β, & β θ, æqualis enim est α β, ipsi β δ. At ζ θ, id est quod ex α θ. Rectangulum igitur comprehensum sub α β & β θ, æquum est ei quod fit ex θ α, quadrato. Data igitur recta linea α β, in θ, dissecta est, ut rectangulum sub α β, & β θ, comprehensum, æquum sit ei quod ex α θ, sit quadrato, quod fecisse oportuit.*

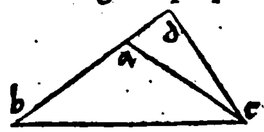


Eucli. ex Camp. Propositio 12.

12 IN his triangulis qui obtusum habent angulum, tanto ea quæ obtusum subtendit angulum, ambobus reliquis lateribus quæ obtusum continent angulum amplius potest, quãtum est quod continetur bis sub uno eorum atque ea quæ ei directe iuncta ad obtusum angulum, à perpendiculari extra deprehenditur.

Eucli.

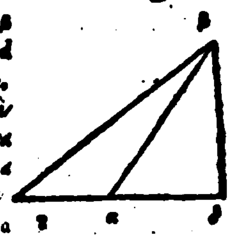
CAMPANVS. Sit triangulus a b c, habens angulum a, obtusum. A pūcto c, ducatur linea perpendicularis ad lineam b a, quæ necessario cadet extra triangulum a b c: alioqui angulus obtusus esset rectus aut minor recto per 16 primi: sit ergo c d perpendicularis super lineam a b productam usque ad d. Dico ꝙ quadratum lateris b c quod subtenditur angulo obtuso, tāto maius est duobus quadratis duarum linearum a b & a c ambientibus ipsum angulum obtusum, quantum est illud quod fit ex b a in a d bis. (Potētia enim lineæ, respectu quadrati sui est, unde tantum dicitur posse linea quælibet: quātum in se ducta producit.) Erit enim per 4 huius, quadratum b d, æquale duobus quadratis duarum linearum b a & a d, & duplo eius quod fit ex b a in a d. Et quia quadratum b c per penultimam primi est æquale quadrato b d & quadrato d c: ipsum erit æquale quadratis triū linearū b a, a d, & d c, & duplo eius quod fit ex b a in a d. Sed per eādem, quadratū a c, est æquale quadratis a d & d c. ergo quadratum b c, est æquale quadratis duarum linearum b a & c a: & duplo eius: quod fit ex b a in a d. Quare b c tanto amplius potest duabus lineis b a, a c, quantum est duplum eius quod fit ex b a in a d. Iam enim diximus quod tantum dicitur posse linea quælibet: quantum in se ducta, producit, quod est propositum.



Eucli. ex Zamb. Theorema 11. Propositio 12.

12 In obtusiangulis triangulis quod ab obtusum angulum subtendente latere fit quadratum, maius est eis quæ fiunt ab obtusum angulum comprehendentibus lateribus, quadratis, comprehenso bis sub uno eorum quæ sunt circa obtusum angulum in quod protractum cadit perpendicularis, & assumpto extrinsecus sub perpendiculari ab obtusum angulum

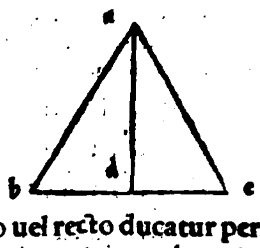
THEON ex Zamb. Sit obtusi anguli triangulū α β γ, obtusum habēs angulū β α γ. & ducatur ex β signo, in γ α, productā (per 12 primi) perpēdicularis β δ. Dico quod quadratum quod ex β γ. maius est eis quæ fiunt ex β α, & α γ, quadratis: bis sub γ α, & α δ, comprehenso rectangulo. Quoniam enim recta linea γ δ, secta est utcūq; in α, signo: igitur (per 4 secundi) quod fit ex γ δ æquum est eis quæ fiunt ex γ α, & α δ, quadratis, & bis sub γ α & α δ comprehenso rectangulo. Commune ponatur id quod ex δ β. Ea igitur quæ sunt ex γ δ, & δ β, æqua sunt eis quæ fiunt ex γ α, & α δ, & δ β, quadratis, & bis sub γ α & α δ, comprehenso rectangulo. Sed eis quæ sunt ex γ δ & δ β: æquum est id quod ex γ β, (per 47 primi) rectus enim est angulus qui ad δ. Eis autem quæ fiunt ex α δ, & δ β, (per eandem) æquum est id quod fit ex α β. Quadratum igitur quod fit ex γ β, æquum est eis quæ fiunt ex γ α & α β, quadratis (per eandem) & bis sub γ α, & α δ, comprehenso rectangulo. Quare quadratum quod fit ex γ β, eis quæ fiunt ex γ α, & α β, maius est: bis sub γ α, & α δ, comprehenso rectangulo. In amblygonijs igitur triāgulis quod ab obtusum angulum subtendente latere fit quadratū: maius est & quæ sequuntur reliqua: quod ostendere oportuit.



Eucli. ex Camp. Propositio 13.

13 OMnis oxygonij tanto ea quæ acutum respicit angulum ambobus lateribus angulum acutum continentibus minus potest: quantum est quod bis continetur sub uno eorum cui perpendicularis intra superstat, eaq; sui parte quæ perpendiculari anguloq; acuto interiacet.

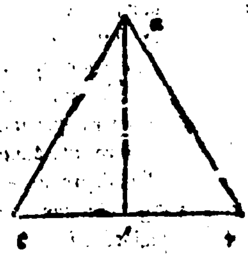
CAMPANVS. Quod hic proponitur de latere subtenso alicui angulo acuto, in triangulo oxygonio: ueritatem habet de latere subtenso cuilibet angulo acuto in omni triangulo, siue fiat orthogonius, siue amblygonius, siue oxygonius. Sit ergo in triangulo a b c, quicunque triangulus fuerit: angulus c acutus, qui si fuerit oxygonius; ducatur perpendicularis ab quouis angulorum a uel b, ad quamuis basin b c uel a c: quia cum sic fuerit: semper cadet perpendicularis intra triāgulum. Si autem sit amblygonius aut orthogonius: ab angulo obtuso uel recto ducatur perpendicularis ad latus oppositum, quam manifestum est cadere intra triangulum. Et, ut simpliciter dicam, cum in omni triāgulo sint duo acuti anguli, necessario erit alter reli-



reliquorum angulorum qui sunt a & b, acutus. Ducam igitur perpendicularem, ad li neam illam quæ duobus acutis interiacet. Sit ergo ut trianguli a b c: angulus b etiam sit acutus: ducam ergo ad b c: perpendicularem quæ sit a d, quæ (ut dictum est) cadet intra triangulum. Dico itaque quod quadratum lateris a b quod subtēditur angulo acuto c, tanto minus est duobus quadratis duarum linearū a c & c b, quātū duplum eius quod fit ex b c in dc. Vel dico quod quadratum a c quod etiam subtenditur angu lo b quem posuimus acutum (quicquid fuerit de angulo a) tanto minus est duobus quadratis duarū linearū a b, & b c, quantum est duplum eius quod fit ex c b in b d. Erit enim per 7 huius, quadratū b c cū quadrato d c, æquale ei quod fit ex b c in d c bis, & quadrato alterius partis scilicet a b, addito utrique quadrato a d, erit quadratum b c cum quadratis duarum linearum a d & d c, æquale quadratis duarum linearum a d & d b, & duplo eius quod fit ex c b in c d. At quia per penultimam primi, quadratū a c est æquale quadratis duarum linearum a d & d c: erit quadratum b c cum quadrato a c, æquale quadratis duarum linearum a d & b d, & duplo eius quod fit ex b c in c d. Sed per eandem penultimam primi, quadratum a b, æquum est quadratis duarum linearum a d & b d: ergo quadratum b c cum quadrato a c, æquum est quadrato a b: & duplo eius quod fit ex b c in c d: quare tanto minus potest a b duobus lateribus b c & a c: quantum est duplum eius quod fit ex b c in c d, quod est propositum. Simili modo probabis, latus a c quod subtenditur angulo b acuto, posse tanto minus duobus lateribus a b & b c: quantum est duplum eius quod fit ex c b in b d. ¶ Notandum autem per hanc & præcedētem & penultimam primi, quod cognitis lateribus omnis trianguli: cognoscitur area ipsius, & auxiliantibus tabulis de chorda & arcu, cognoscitur omnis eius angulus.

Eucli. ex Zamb. Theorema 11. Propositio 13.

13 **In oxygoniis triangulis, quod ex acutum angulum subtendente fit quadratum, minus est eis quæ ex acutum angulum comprehendentibus lateribus fiunt quadratis: cōprehenso bis sub uno eorum quæ sunt circa acutum angulum quod perpendicularis cadit, & sumpto intus sub perpendiculari ad acutum angulum.**

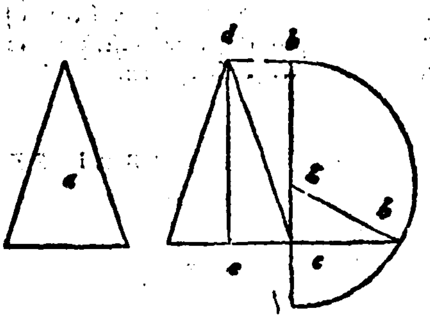


THEON ex Zamberto. *Sit oxygonium triangulum α β γ, acutum habens angulum qui ad β, & (per 12 primi) ducatur ab α, signo, in β γ, perpendicularis α δ. Dico quod quadratum ex α γ, minus est quadratis quæ fiunt ex γ β, & β α comprehenso bis rectangulo sub γ δ, & β β. Quoniam enim recta linea β γ disecta est utcunque in δ igitur (per 7 secundi) quadrata quæ ex γ β, & β δ, æqualia sunt bis sub γ β, & β δ, cōprehenso rectāgulo, & ei quod fit ex γ ε, quadrato. Cōmune apponatur quadratum quod ex δ α. Igitur quadrata quæ ex γ ε, & β δ, & δ α, (per 7 secundi) æqualia sunt rectangulo comprehenso bis sub γ β, & β δ, & eis quæ fiunt ex α δ, & δ γ, quadratis. Sed eis quæ fiunt ex β δ, & δ α, æquum est id quod fit ex α β, angulus enim qui ad δ, rectus est. Eis autē quæ fiūt ex α δ, & δ γ, æquū est id quod ex α γ, (per 47 primi) ea igitur quæ fiunt ex γ β, & β α, æqualia sunt ei quod fit ex α γ, & ei quod bis fit sub γ β, & β δ. Quare solum quod fit ex α γ, minus est eis quæ fiunt ex γ β, & β α, quadratis: eo quod est bis sub γ β, & β δ, comprehenso rectangulo. In oxygoniis igitur triangulis: & quæ sequuntur reliqua: quod ostendere oportebat.*

Eucli. ex Camp. Propositio 14.

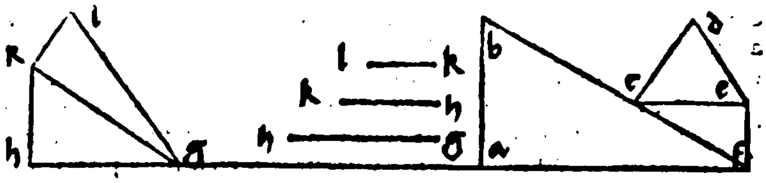
14 **DAto trigono: æquum quadratum describere.**

CAMPANVS. Sit datus trigonus a: cui nos uolumus æquum quadratum describere. Designabo superficiem æquidistantium laterum & rectorū angulorum æqualem trigono dato, secūdum quod docet 42 primi: sitque superficies illa b c d e: cuius si latera fuerint æqualia: habemus qđ quærimus: ipsa enim erit quadrata per diffinitionem. Si autem latera sint inæqualia: tunc adiungam minus ipsorum laterum maiori, secundum rectitudinem: sitq; linea c f, æqualis minori duo



rum laterum quod est c e, adiuncta maiori quod est b c, secundum rectitudinem. Totam b f diuidam per æqualia, in puncto g, & facto g centro, super lineam b f secundum quantitatē lineæ g b: describam semicirculū b h, & latus e c producā: usquequo secet circūferentiā in pūcto h. Dico quod quadratum lineæ c h: est æquale trigono dato. Producā lineā g h. Et quia linea b f diuisa est per æqualia in g, & per inæqualia in c: erit per 5 huius, qđ fit ex ductu b c in c f cū quadrato c g, æquale quadrato g f, quare & quadrato g h, quare per penultimā primi, & duobus quadratis duarum linearum g c & c h. Ergo dempto utrinque quadrato c g, erit quod fit ex b c in c f, qđ est æquale superficiei b e, eo quod c f est æquale quadrato lineæ c h, quare quadratū lineæ c h, est æquale trigono a, quod est propositum.

CAMPANI *additio.* Et nota quod per hoc inuenitur latus tetragonicum cuiuslibet altera parte lõgioris. & simpliciter omnis figuræ rectis lineis cōtētæ: quæcunque fuerit, quoniam omnē figurā talem in triāgulos

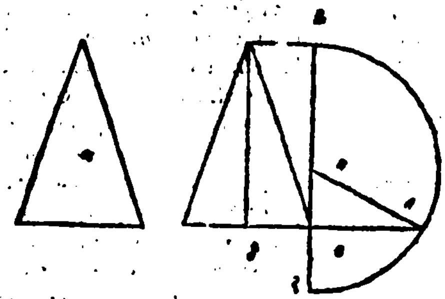


resoluemus: & cuiuslibet illorum triangulorū inueniemus tetragonicum latus secundum doctrinam istius, & inueniemus per penultimam primi, lineam unam, quæ possit in omnia latera tetragonica inuenta. Verbi gratia, uolo inuenire latus tetragonicū rectilineæ figuræ irregularis a b c d e f, Resoluo eā in tres triangulos qui sunt a b f, & c d e & f c e. Inuenio quoque secundum doctrinā istius: tria latera tetragonica istorū triū triangulorum, quæ sunt g h, h k, & k l, & erigo h k: perpēdiculariter super g h, & produco g k, eritque per penultimam primi, quadratum g k, æquale quadratis duarum linearum g h, & h k. & tertium latus k l, erigo perpendiculariter super lineam g k, & produco lineam g l, eritque per penultimam primi, g l latus tetragonicum totius figuræ rectilineæ propositæ.

Eucli. ex Zamb. *Problema 2.* *Propositio 14.*

14 Dato rectilineo, æquum quadratum constituere.

THEON *ex Zamb.* *Sit datum rectililineum α. oportet ei rectilineo æquum quadratum constituere: constituatur (per 45 primi) ipsi α, rectilineo: æquum parallelogrammum rectangulum β γ δ ε. Si æqualis est β ε, ipsi ε δ: factū iam est problema, constituitur enim ipsi α, rectilineo: æquum quadratum β δ. Si autem non, ipsarum β ε, & ε δ, altera, maior est. Sit maior β ε, & producatur in ζ, & ponatur ipsi ε δ, æqualis ε ζ, (per 3 primi,) & (per 10 primi) secetur β ζ bifariā in η. Et cētro quidē η, spatio uero aut η β, aut η ζ, semicirculus describatur β θ ζ, & (per 2 postulatū producatur δ ε, in θ, & (per 1 postulatū) cōnectatur η θ. Qu[illegible] igitur recta linea ζ β, secta est in æqualia in η, & in inæqualia in ε, igitur (per 5 secundi) rectangulū comprehēsum sub β ε, & ε ζ, cū quadrato quod fit ex ε η, æquū est ei quod ex η ζ, quadrato. Aequalis autem est η ζ, ipsi η θ: rectangulum igitur cōprehensum sub β ε, & ε ζ, (per 5 secūdi cū eo quod ex η ε, fit quadrato, æquum est ei quod fit ex η θ, ei autem quod fit ex η θ, æqualia sunt ea quæ ex θ ε, & η ε, fiunt quadrato, (per 47 primi.) Quod igitur fit sub β ε, & ε ζ, cum eo quod fit ex η ε: æquum est eis quæ fiunt ex θ ε, & η ε, commune auferatur quadratum quod ex ε η, reliquum igitur rectangulum comprehensum sub β ε, & ε ζ, æquum est ei quod fit ex ε θ, quadrato. Sed id quod sub β ε, & ε ζ, est quod ipsum β δ, æqualis enim est ε ζ, ipsi ε δ, parallelogrammum igitur β δ, æquum est ei quod fit ex θ ε, quadrato, Sed β δ, æquum est ipsi α, rectilineo, & α: igitur rectilineum æquum est quadrato descripto ex ε θ. Dato igitur rectilineo α, æquum quadratum constitutum est, ex ε θ, descriptum, quod fecisse oportuit.*



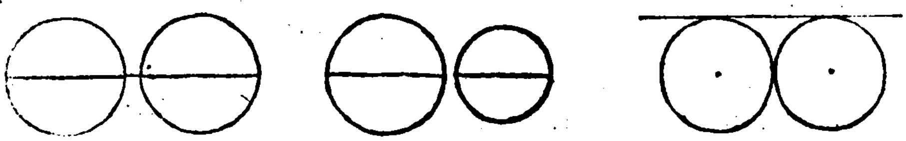
LIBRI SECVNDI FINIS.

EVCLIDIS MEGARENSIS GRAECI PHILOSOPHI, GEOMETRICORVM ELEMENTORVM LIBER SECVNDVS.

Ex Campano. Diffinitiones.

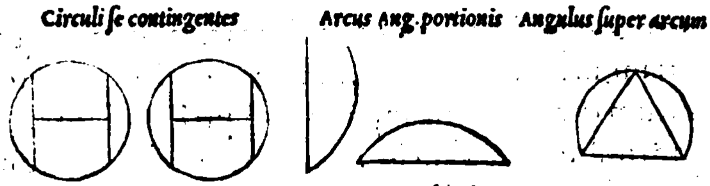
QVorum diametri sunt æquales, ipsos circulos æquales esse. Maiores autem, quorum maiores. Et minores, quorum minores. 1 Circulum linea contingere dicitur: quæ cum circulum tangat, in utramq; partem eiecta circulum non secat. 3 Circuli sese contingere dicuntur: qui se tãgentes, seinuicem non secant.

Circuli æquales Maior Minor Linea circulum contingens



4 Rectæ lineæ in circulo æqualiter distare dicũtur à centro: cum à centro ad ipsas ductæ perpendiculares, fuerint æquales. 5 Plus uero distare à centro dicitur, in quam perpendicularis longior cadit. 6 Recta linea portionem circuli continẽs, chorda nominatur. 7 Portio uero circunferentiæ, arcus nuncupatur. 8 Angulus autem portionis, dicitur qui à chorda & arcu continetur. 9 Supra arcum angulus consistere dicitur, qui à quolibet puncto arcus ad chordæ terminos duabus rectis lineis exeuntibus cõtinetur.

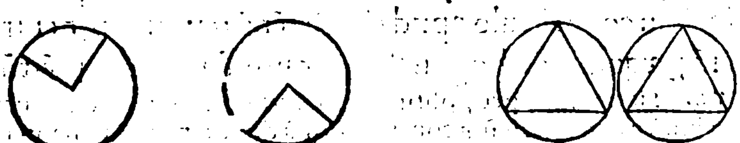
Circuli se contingentes Arcus Ang. portionis Angulus super arcum consistens



chorda

10 Sector circuli, est figura quæ sub duabus à cẽtro ductis lineis & sub arcu qui ab eis cõprehenditur cõtinetur. 11 Angulus autẽ qui ab eis lineis ambitur, supra centrum consistere dicitur. 12 Similes circulorum portiones dicuntur, in quibus qui supra arcum consistunt anguli sibi inuicem sunt æquales. 13 Arcus quoque similes sunt qui æquos angulos prædicto modo suscipiunt.

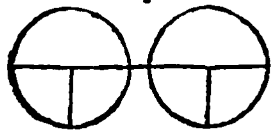
Sector circuli. Ang. super centrum cõsistẽs Similes cir. portiões & similes arcus



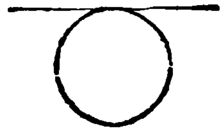
Ex Zamberto. Diffinitiones.

Æquales circuli, sunt quorum dimetientes sunt æquales, uel quorum quæ ex centris sunt æquales. 2 Recta linea circulum tangere dicitur, quæ circulum tangens & eiecta, circulum non secat. 3 Circuli sese tangere adinuicē dicūtur, qui sese inuicē tangentes non inuicē secant.

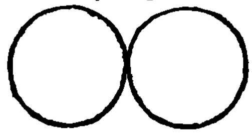
Circuli æquales



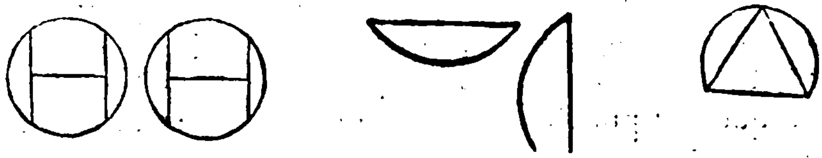
Linea cir. tangens.



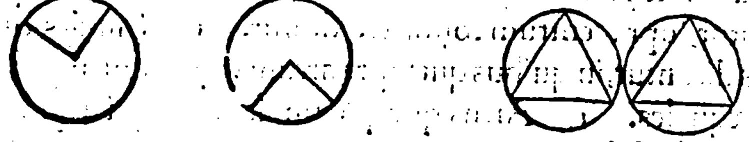
Circuli se tangentes



4 In circulo æqualiter distare à centro rectæ lineæ dicuntur, cū à centro in eas perpendiculares ductæ sunt æquales. Magis autē distare dicitur, in quā maior perpendicularis cadit. 5 Segmentum circuli, est figura comprehensa sub recta linea, & circuli circunferentia. 6 Segmenti angulus, est qui sub recta linea & circuli circunferentia comprehenditur. 7 In segmēto autem angulus est, cum in circunferentia segmēti sumitur aliquod signum, & ab eo in rectæ lineæ fines quæ basis est segmenti rectæ lineæ coniunguntur, angulus qui continetur, sub coniunctis rectis lineis.



8 Cum uero comprehendentes angulum rectæ lineæ aliquam suscipiūt circunferentiam, in illa angulus esse dicitur. 9 Sector autem circuli, est, cum ad centrum circuli steterit angulus, comprehēsa figura sub angulum comprehendentibus rectis lineis, & assumpta sub eis circunferentia. 10 Similia segmenta circuli, sunt quæ angulos æquos suscipiunt: uel in quibus anguli sibi inuicem sunt æquales.



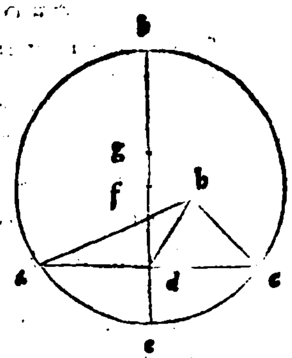
Eucli. ex Camp. Propositio 1.

Circuli propositi, cētrū inuenire. Vñ manifestū est q̃ duabus rectis lineis in eodē circulo apud circūferētiā terminatis, neutra illarū alterā p̄ æqualia orthogonaliter secat: nisi ipsa super cētrū trāsierit.

CAMPANVS. Sit circulus propositus a b c, cuius uolumus centrū inuenire. Duco in ipso circulo lineā a c, qualitercūq; contingat, quā diuido per æqualia in puncto d, a quo duco perpendicularē ad lineā a c, quā applico circunferētiæ ex utraq; parte: sitq; e d b, quā rursus diuido per æqualia in puncto f, quē dico esse centrum circuli. Si enim nō est, erit autē alibi aut in linea e b, aut extra. In linea e b, nō. Si eñ fuerit in ea ut in pū

cto

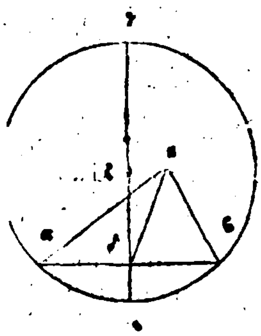
cto g,erit linea e f,maior linea e g,pars uidelicet toto,quod est impossibile. Quod si fuerit extra lineã e b,ut in pũcto h, ducãtur lineæ h a,h d,h c. Et quia latera h d,& d a triãguli h d a sunt æqualia lateribus h d & d c triãguli h d c. & basis h a basi h c,erit per 8 primi,angulus a d h æqualis angulo c d h,quare uterq; rectus,&quia angulus a d b fuit etiã rectus, erit a d h æqualis a d b per 3 petitionẽ primi,pars uidelicet toti,quod est impossibile. Nõ est ergo centrũ dati circuli alicubi q̃ in puncto f,quod est propositum.



Eucl. ex Zamb. *Problema 2.* *Propositio 1*

1 Dati circuli,centrum inuenire.

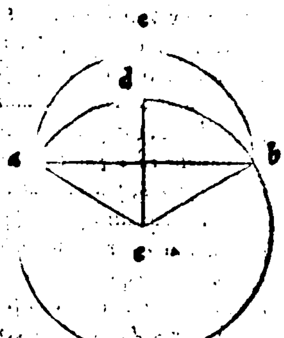
THEON *ex Zamb.* *Sit datus circulus α β γ,oportet ipsius circuli α β γ, centrũ inuenire. Excitetur in eo linea quædã recta utcũq;, sitq; α β. Et (per 10 primi,)secetur bifariã in δ,& (per 11 eiusdẽ) ab ipso δ,ipsi α β,excitetur δ γ ad angulos rectos,& (per postulatũ secundũ extẽdatur in ε,seceturq; (per 10 primi,) γ ε, bifariã in ζ. Dico quod ζ,centrũ est circuli α β γ. Non enim,sed si poßibile est,sit η,& (per 1 postulatũ) cõnectantur η α,η δ,η β. Et quoniã æqualis est α δ,ipsi δ β,cõmunis autẽ δ η,duæ igitur α δ,& δ η,duabus η δ,& δ β,sunt æquales altera alteri,& (per 15 diffinitionẽ primi,basis η α,basi η β,est æqualis:ex cẽtro enim igitur (per 8 primi,)angulus α δ η,angulo β δ η,est æqualis. Cũ aũt recta linea super rectã cõsistẽs lineã,utrobiq; angulos æquos adinuicẽ fecerit,eorũ angulorũ uterq;(per 10 primi diffinitionẽ,)rectus erit. Angulus igitur β δ η,rectus est:at angulus ζ δ β,rectus est. Angulus igitur ζ δ β,angulo β δ η, (per 4 postulatũ) æqualis , maior minori, quod est impossibile. Igitur η,nõ est centrũ circuli α β γ. Similiter ostẽdemus,quod nullũ aliud præter ζ. Igitur ζ, centrum est circuli α β γ,quod fecisse oportuit.*



CORRELARIVM *Hinc est manifestũ,quod si in circulo recta linea aliqua aliquã rectã lineã bifariam, & ad angulos rectos dispescit in dispescente est centrum circuli.* *Eucli. ex Camp.* *Propositio 2*

2 SI per circuli circunferentiam duobus punctis signatis,lineam rectam ductam ab altero ad alterum circulum secare necesse est.

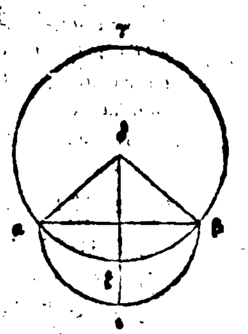
CAMPANVS Sit ut in circũferẽtia circuli a b, cuius centrũ sit c. signata sunt duo puncta, quæ sunt a & b, Dico quod linea recta cõiungẽs unũ cũ altero, secabit circulũ. Alioqui cadet extra circulũ,sitq; a e b. linea recta:si possibile est. Producã lineas c a & c b,eruntq; per 5 primi,angulus c a b & c b a æquales:protrahã itẽ lineã c e,quæ secet circũferentiã in puncto d,eritq; per 16 primi,angulus a e c maior angulo c b e,quare maior angulo c a e,quare per per 19 eiusdẽ,latus a c,maius latere c e,& quia est æqualis c a, erit c d,maior c e,pars toto,quod est impossibile. Quia ergo linea coniũgens duo puncta a b, non transibit extra circulum: secabit ipsum quod est propositum.



Eucli.ex Zamb. *Theorema 1.* *Proppositio 2*

2 Si in circuli circũferẽtia duo fuerit signa utcunq; sumpta , ea signa connectens recta linea intra ipsum circulum cadit.

THEON. *ex Zamb.* *Sit circulus α β γ,& in eius circũferentia sint utcũq; bina signa α β. Dico quod recta linea applicata ex α in β, intra ipsum circulũ α β γ,cadit. Nõ enim,sed si poßibile est,cadat extra α ε β. Et cõtingat siue accipiatur cẽtrũ circuli,α β γ,sitq; illud (per præcedẽtẽ,)δ,& (per 1 postulatũ) cõnectãtur δ α,δ β,& extẽdatur δ ζ, ad ε. Quoniã igitur æqualis est (per 15 diffinitionẽ primi,) δ α,ipsi δ β, æqualis est angulus δ α ε,angulo δ β ε. Et quoniã trianguli δ α ε, unũ latus producitur α ε β, igitur (per 16 primi) angulus δ ε β,angulo δ α ε,maior est. Aequalis autem est angulus δ α ε, ei qui sub δ β γ. Maior igitur est angulus δ ε β,angulo δ β ε, maiori autem angulo, maius latus subtenditur (per 18 primi,) maior igitur est δ β,quàm δ ε. Aequalis autem est (per 15 diffinitionem primi) δ β, quàm δ ζ, maior igitur est δ ζ, quàm δ ε, minor maiore, quod est impoßibile. Recta igitur linea ex α, in β, extra ipsum circulum non cadit. Similiter etiam demonstrabimus quod neque in*

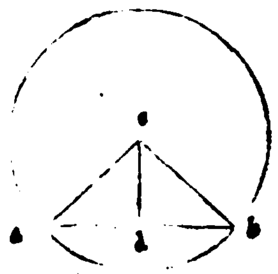


ipſam circumferentiam, intra igitur. Si in circuli circumferentia igitur, & quæ ſequuntur reliqua ut in theoremate quod demonſtraſſe oportuit.

Eucli. ex Camp. *Propoſitio 3.*

3 SI lineam intra circulum præter centrum collocatam alia à centro ueniens per æqua ſecet: orthogonaliter ſuper eam inſiſtere. & ſi in eam orthogonaliter ſteterit, eam per æqualia diuidere neceſſe eſt.

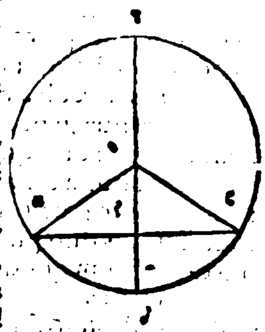
CAMPANVS. Sit ut lineam a b collocatam intra circulum a b, cuius centrũ ſit c, linea c d ueniens à centro, diuidat per æqualia. Dico qđ diuidit eã orthogonaliter, & ecõuerſo, uidelicet ſi diuidit eã orthogonaliter, diuidit eã per æqualia. Producã lineas c a & c b, & ponã primo quod diuidat eã per æqualia, erunt ergo duo latera c d & d a, triãguli c d a: æqualia duobus lateribus c d, & d b, triãguli c d b, & baſis c a baſi c b: ergo per 8 primi, angulus d unius, eſt æqualis angulo d alterius: uterque igitur eſt rectus. Quare c d, eſt perpendicularis ſuper a b quod eſt propoſitum. Ponam iterum quod c d ſit perpẽdicularis ſuper a b, & oſtendam quod ipſa diuidit a b, per æqualia, erit enim propter hanc poſitionem: uterque angulorum qui ſunt, ad d, rectus: quare unus æqualis alteri. At quia per 5 primi angulus c a d, eſt æqualis angulo c b d, & latus c a æquale lateri c b, per 26 primi erit linea a d, æqualis lineæ d b, quod eſt propoſitum.



Eucli. ex Zamb. *Theorema 1.* *Propoſitio 3*

3 Si in circulo recta linea quædam per centrum extenſa, quandam non per centrum extenſam rectam lineam bifariam ſecuerit, & ad angulos rectos ipſam ſecabit. Et ſi ad angulos rectos ipſam ſeuerit, bifariam quoque ipſam ſecabit.

THEON ex Zamberto. *Sit circulus α β γ, & in eo recta quædam linea per centrum extenſa γ δ. rectam lineam quandam non extenſam per centrum α β, bifariam ſecet in ſigno ζ. Dico quod & ad angulos rectos eam ſecat. Contingat ſiue accipiatur centrum circuli α β γ, (per primam tertij,) ſitque illud ε, & (per primum poſtulatum connectantur ε α, & ε β. Et quoniam æqualis eſt α ζ, ipſi ζ β, communis autem ζ ε, duæ igitur ε ζ, & ζ α, duabus ε ζ, & ζ β, ſunt æquales. Et baſis ε α, baſi ε β, (per 15 diffinitionem primi) eſt æqualis. Igitur (per 8 primi) angulus α ζ ε, angulo β ζ ε, eſt æqualis. Cum autem recta linea ſuper rectam lineam conſiſtens, utrobique angulos ſibi inuicem æquos fecerit, (per 10 diffinitionem primi,) uterque ipſorum angulorum rectus erit, uterque igitur eorum qui ſunt ſub α ζ ε, & β ζ ε, rectus eſt. Igitur γ δ, quæ per centrum ſecans, ipſam α β, non per centrum extenſam bifariam, & ad angulos rectos ſecat. Sed ſecet γ δ, ipſam α β, ad angulos rectos. Aio quod bifariam ipſam ſecat, hoc eſt quod æqualis eſt α ζ, ipſi ζ β. Eiſdẽ nanq; diſpoſitis & conſtructis, quoniam æqualis eſt ε α, ipſi ε β, (per 15 diffinitionem primi,) æqualis eſt angulus ε α ζ angulo ε β ζ. Et angulus α ζ ε, rectus: æqualis eſt (per quartum poſtulatum,) angulo recto qui eſt ſub β ζ ε. Duo igitur triangula ſunt ε α ζ, & ε β ζ, duos angulos duobus angulis æquales habentia, & unum latus uni lateri æquale ε ζ, ſcilicet quod (per 26 primi,) cõmune ipſis eſt ſubtendens unum æqualium angulorum, & reliqua igitur latera reliquis lateribus habebunt æqualia: æqualis igitur eſt α ζ ipſi ζ β. Si recta igitur linea, & quæ ſequuntur reliqua ut in theoremate, quod demonſtraſſe oportuit.*



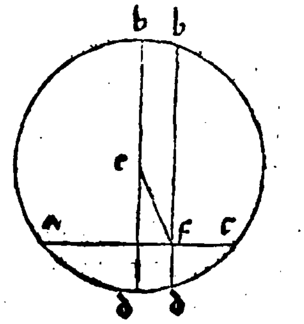
Eucli. ex Camp. *Propoſitio 4.*

4 SI intra circulum duæ lineæ ſe inuicem ſecent, & ſuper centrum nõ tranſeant, non per æqualia eas ſecari neceſſe eſt.

CAMPANVS. Sit ut in circulo a b c d, cuius centrum ſit e, duæ lineæ a c, & b d, ſecent ſe in puncto f, & utraque earũ uel altera nõ tranſeat per centrũ. Dico ꝙ ipſe nõ diuidũt ſeſe per æqualia ita ꝙ utraq; per æqualia diuidatur ab

utraque

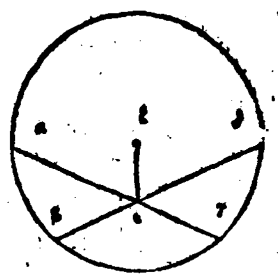
utraque. Quod si fuerit hoc possibile: ponatur, & sit primo, ut neutra transeat per centrum. A centro e producam lineam e f, eritque per primam partem præmissæ, unusquisque quatuor angulorũ qui sunt a f e, e f c, b f e & e f d, rectus, quod est impossibile, sic enim rectus esset minor recto. Sit igitur ut altera earum trãseat per centrũ, adhuc dico quod nõ diuidũt sese per æqualia. Quod si sic: tunc per primam partem præmissæ, cũ b d ducta à centro diuidat a c per æqualia, diuidet eã orthogonaliter, quare etiam a c diuidet b d orthogonaliter. Et quia diuidit a c ipsam b d per æqualia ut ponit aduersarius: ipsa trãsibit per centrum, per correlarium primæ huius. Quare ambæ transeunt per centrum, quod est contra hypothesin.



Eucli. ex Zamb. Theorema 3. Propositio 4.

4 **Si in circulo binæ rectæ lineæ sese inuicem secuerint non per centrum extensæ, sese inuicem bifariam non secabunt.**

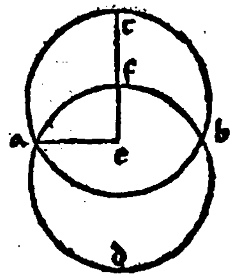
THEON ex Zamb. *Sit circulus α β γ δ, & in eo binæ rectæ lineæ α γ, & β δ, sese inuicem secent in ε, non per centrum extensæ. Dico quod bifariam non secãt. Si enim est possibile: sese inuicẽ secent bifariã ita ut æqualis sit ipsi α ε, & β ε ipsi ε δ, sumatur centrum circuli α β γ δ, sitq; illud (per primam tertij) ζ, & (per primum postulatum) connectatur ζ ε. Quoniam igitur recta linea quædam per centrum extensa ζ ε, rectam aliquam lineam non per centrum extensam α γ, bifariam secat, & ad angulos rectos ipsam (per 3 tertij) secat. Igitur angulus ζ ε α, rectus est. Rursus quoniam recta linea quædam ζ ε, rectam quandam lineam non per centrum extensam β δ, etiam bifariam secat: & (per 3 tertij) ad angulos rectos eam secat. Angulus igitur ζ ε β, rectus est, patuit autem quod angulus ζ ε α, rectus est. Angulus igitur ζ ε α, (per quartũ postulatum) angulo ζ ε β, est æqualis, minor maiori, quod est impossibile. Rectæ igitur lineæ α γ, & β δ, se seinuicem bifariam minime secant. Si in circulo igitur, & quæ sequuntur reliqua quod demonstrasse oportuit.*



Eucli. ex Camp. Propositio 5.

5 **CIrculorum se inuicem secantium, centra diuersa esse.**

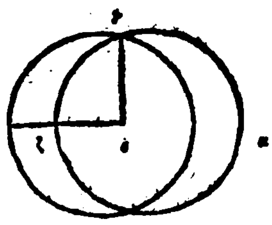
CAMPANVS. Sint duo circuli a c b, a d b, secantes se super duo puncta a & b. Dico quod eorum sunt diuersa centra. Si enim haberẽt idem centrum: ipsum esset per diffinitionem, in portione utrique circulo communi, sitque illud e, & ducantur lineæ e a & e f c, eruntq; per diffinitionẽ circuli duæ lineæ e a & e f, æquales. Itemq; per eandẽ diffinitionẽ duæ lineæ e a & e c, æquales, quare e f est æqualis e c, cũ utraq; earũ sit æqualis e a, pars uidelicet toti, quod est impossibile.



Eucli. ex Zamb. Theorema 4. Propositio 5.

5 **Si bini circuli sese inuicem secuerint, non erit eorum idem centrum.**

THEON ex Zamberto. *Duo inquam circuli α β γ, & γ β η, sese inuicem secent in signis γ, & β. Dico quod eorum non est idem centrum. Si enim possibile: esto ε, & (per primum postulatum) connectatur ε γ, & ducatur ε ζ η, utcunque. Et quoniam ε, signum, centrum est circuli α β γ, æqualis est ε γ, ipsi ε ζ, (per 15 diffinitionem primi.) Rursus quoniam ε signum, centrum est circuli γ β η, æqualis est (per eandem diffinitionem) ε γ, ipsi ε η. ostensum est autem: quod ε γ, ipsi ε ζ, est æqualis, & ε ζ, igitur: ipsi ε η, est æqualis, maiori, quod est impossibile. Igitur ε, signum: centrum non est circulorum α β γ, & γ β η. Si duo igitur circuli: & reliqua quæ sequuntur quod demonstrare oportebat.*

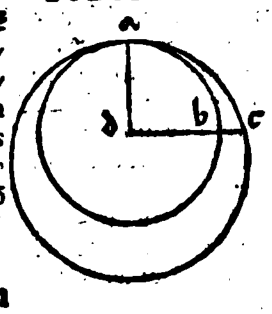


Eucli. ex Camp. Propositio 6

6 **CIrculorũ sese contingentium, non idem centrum esse necesse est.**

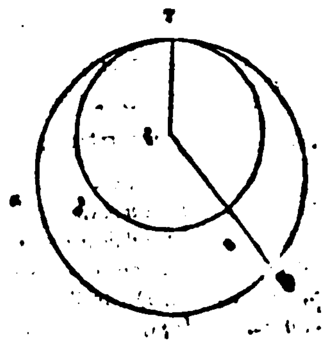
CAMPANVS. Sint duo circuli a b & a c, contingentes se in puncto a. Dico

Dico quod eorum sunt diuersa centra. Si enim habuerint idē centrum: erit per diffinitionem, inter minorem eorum cū minor positus fuerit intra maiorem, sitq; ipsum d, & ducantur linea d a & d b c, eritque per diffinitionem circuli, utraque duarum d b & d a, æqualis a d, quod est impossibile. ¶ De circulis autem se cōtingentibus extra, quorum scilicet unus est extra alterum, manifestum est per diffinitionem centri, quod ipsi nō habent idem centrum.



Eucli. ex Zamb. *Theorema 5.* *Propositio 6.*

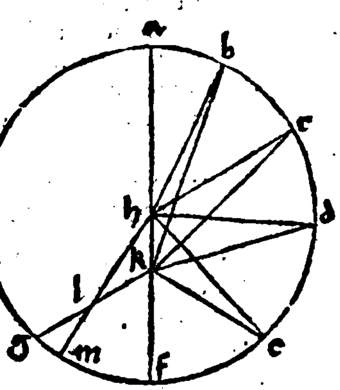
6 Si duo circuli se adinuicem tetigerint, eorum non est idem centrum.



THEON *ex Zamb.* *Duo enim circuli α β γ, & γ δ ε, sese inuicem tangant in γ signo. Dico quod eorum non est idem centrum. Si enim possibile, sit ζ, & (per primum postulatum) connectatur ζ γ, & ducatur utcunque ζ ε β. Quoniam igitur ζ signum, centrum est circuli α β γ, æqualis est (per 15 primi diffinitionem) ζ γ ipsi ζ β. Rursus quoniam ζ signū, centrū est circuli γ δ ε, æqualis est ζ γ, ipsi ζ ε, (per eandem diffinitionem.) Patuit autem quod ζ γ, ipsi ζ β, est æqualis. igitur ζ ε, ipsi ζ β, est æqualis, minor maiori, quod est impossibile. Igitur ζ signum, non est centrum α β γ, & γ δ ε. Si bini igitur circuli se adinuicem tetigerint, & quæ sequuntur reliqua ut in theoremate, quod erat ostendendum.*

Eucli. ex Camp. *Propositio 7.*

7 Si in diametro circuli punctus præter centrum signetur, & ab eo ad circunferentiam lineæ plurimæ ducantur, quæ super centrum transierit, omnium erit longissima. Quæ uero diametrum perficit, omnium erit breuissima. Quæ autem centro proximæ, cæteris longiores. Quanto uero à centro remotiores: tanto breuiores esse conueniet. Duas quoque æquidistantes lineæ breuissimæ collaterales æquales esse necesse est.



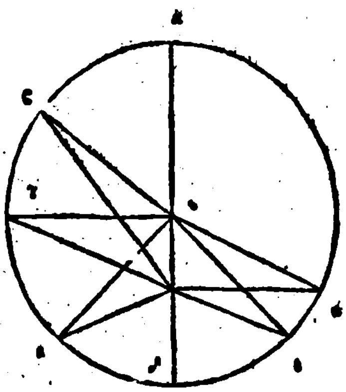
CAMPANVS. Sicut in diametro a f, circuli a b c cuius centrum sit h: sit signatus punctus k præter centrum. à quo ducātur plurimæ lineæ quæ sunt k a, k b, k c, k d, k e, k f, k g, ad circunferentiam, & trāseat a k per centrum h: & k f sit complementum diametri, sitque ut k e & k g æquidistent k f: hoc est dicere, ut angulus e k f, sit æqualis angulo f k g. Dico quod k a, est omnium longissima, & k f: omnium breuissima. Aliæ uero tanto longiores: quanto centro propinquiores, ut k b: est longior k c: & k c: est longior k d, & k d: lōgior k e. Et k e & k g: sunt æquales. Quia enim in triangulo b k h, duo latera b h & h k per 20 primi sunt maiora latere b k, & ipsa sunt æqualia lineæ a k: erit a k maior b k, & eadē ratione, maior omnibus aliis, & hoc est primū. Itē quia in triangulo e h k, duo latera h k & k e per eandem sunt maiora latere h e quod est æquale lineæ h f: ipsa erunt maiora linea h f: ergo dempta communi linea quæ est h k: remanebit k e maior k f, eadem ratione: quælibet aliarum erit maior ipsa, & hoc est secundum. Itemque quia duo latera b h & h k, trianguli b h k sunt æqualia duobus lateribus c h & h k, trianguli c h k, & angulus b h k est maior angulo c h k: erit per uicesimam quartam primi, basis b k maior basi k c, eadem ratione: k c, maior erit k d, & k d, maior k e: & hoc est tertium. Quòd si duæ lineæ k g & k e non sunt æquales, erit altera maior, sitq; k g, de qua sumam k l: æqualem k e: & producam h l: quousq; secet circūferentiā in puncto m. Et quia per hypothesin angulus g k

fest

fest æqualis angulo f k e: erit per decimamtertiam primi angulus k h æqualis angu lo e k h, & duo latera l k & k h, trianguli l k g, sunt æqualia duobus lateribus e k & k h, trianguli e k h, ergo per 4 primi, basis h l, est æqualis basi h e: & quia h m est æqualis h e, erit h m æqualis h l, quod est impossibile. Sũt ergo duæ lineæ k g & k e, æquales, quod est nostrum propositum quartũ.   Eucli. ex Zamb.   Theorema 6.   Propositio 7.

7 Si in diametro circuli aliquod sumatur signum quod minime circuli centrum sit, ab eoque signo in circulum quædam rectæ lineæ procidant: maxima erit in qua centrum, minima uero, reliqua: aliarum uero semper propinquior ei quæ per centrum extenditur: remotiore maior est. Duæ autem solum rectæ lineæ æquales: ab eodem signo in circulum cadunt ad utrasque partes minimæ.

THEON ex Zamb.   *Sit circulus αβγδ, ciusq; dimetiens sit αδ, & in ipsa αδ, suscipiatur signum aliquod, sitque illud ζ, quod ipsius circuli centrũ non sit. Centrũ autẽ circuli, sit (per primã tertij) ε. Et ab ipso ζ, in ipsum αβγδ, circulũ procidant quædam rectæ lineæ ζβ, ζγ, ζη. Dico quod ζα maxima est: minima uero ζδ, aliarũ autẽ ζβ, quàm ζγ, maior est, & ζγ, quàm ζη. Connectatur (per primum postulatum) βε, γε, & ηε. Et quoniã (per 20 primi) omnis trianguli duo latera reliquo sunt maiora: igitur εβ & εζ, reliquo ζβ, sunt maiora. Aequalis autem est αε, ipsi βε, (per 15 diffinitionem primi). Igitur βε, & εζ, ipsi αζ sunt æquales. maior igitur est αζ, quàm βζ. Rursus quoniam æqualis est βε ipsi γε, (per 15 diffinitionem primi) communis autem ζε, duæ igitur βε & εζ, duabus γε, & εζ, sunt æquales. Sed angulus βεζ, angulo γεζ, maior est, basis igitur βζ, (per 24 primi, basi γζ maior est, & ob id γζ, maior est quàm ζη. Rursus quoniam ηζ, & ζε, ipsa εη (per 20 primi sunt maiores, æqualis autem est (per 15 diffinitionẽ primi) εη ipsi εδ, igitur ηζ & ζε, ipsa εδ, sunt maiores, communis auferatur εζ, reliqua igitur ηζ, reliqua ζδ, maior est. Maxima igitur est ζα, minima uero ζδ, maior est autem ζβ, quàm ζγ, & ζγ, quàm ζη: dico etiã quod à signo ζ, duæ tantũ rectæ lineæ, æquales in ipsum circulum αβγδ, cadũt ad utrasq; partes ipsius ζδ, minimæ. Constituatur enim (per 23 primi) ad datam rectam lineã εζ, ad datumq; in ea signũ ε, ei qui sub ηεζ, angulo æqualis angulus ζεθ. & (per primum postulatum) connectatur ζθ. Quoniam igitur æqualis est (per 15 diffinitionem primi) ηε, ipsi εθ, communis autem εζ, duæ igitur ηε, & εζ, duabus θε, & εζ, sunt æquales, & (per 8 primi) angulus ηεζ, angulo θεζ, est æqualis. Igitur (per 4 primi) basis ζη, basi ζθ, est æqualis.   Dico insuper, quod ipsi ζη, alia nulla æqualis, cadit in ipsum circulũ à signo ζ. Si enim possibile: cadat ζκ. Et quoniam ζκ, ipsi ζη, est æqualis, sed ζθ, ipsi ζη, est æqualis: igitur ζκ, ipsi ζθ, est æqualis. Quæ igitur propinquior est ei quæ per centrũ extenditur: remotiori est æqualis, quod per prius ostẽsum est impossibile.   Vel etiam sic, (per primũ postulatũ) cõnectatur εκ, & quoniã (per 15 diffinitionẽ primi) æqualis est ηε, ipsi εκ, cõmunis autẽ ζε, & basis ηζ, basi ζκ est æqualis: igitur (per 8 primi) angulus ηεζ, angulo κεζ, est æqualis. Sed angulus ηεζ, ei qui sub θεζ, est æqualis. Igitur (per primã cõmunẽ sententiã) angulus θεζ, ei qui sub κεζ, est æqualis, minor maiori: quod est impossibile. Igitur ab ipso ζ, signo, nulla alia cadit in ipsum circulũ ipsi ηζ, æqualis: una igitur sola. Si in dimetiẽte igitur circuli & quæ sequũtur reliqua ut in theoremate. Quod erat ostendendum.*



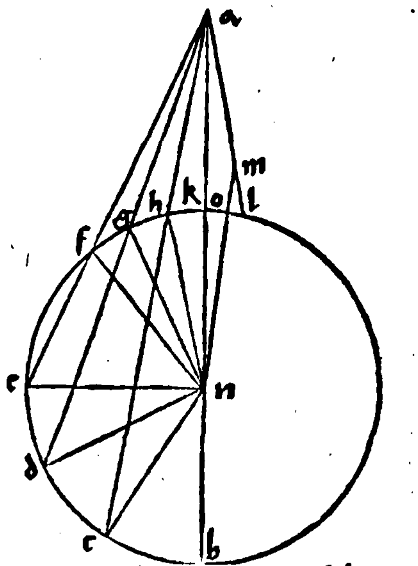
Eucli. ex Camp.   Propositio 8.

8 SI extra circulum puncto signato, ab eo ad circunferentiam lineæ plurimæ ducantur circulum secando: quæ super centrum transierit, omnium erit longissima. Centro autem propinquiores: cæteris remotioribus longiores. Linearum uero partialium ad circunferentiam extrinsecus applicatarum, ea quidem quæ diametro in directum adiacet, omnium est minima. Eique propinquiores: remotioribus breuiores. Duæ uero quæ lineæ breuissimæ utrinque æque propinquant, æquales sunt.

CAMPANVS.   Sit ut à puncto a, assignato extra circulum b c d, cuius centrum sit n, ducantur plurimæ lineæ ad circunferentiam, secando circulum, quæ sint a k n b, a h c, a g d, & a f e. Dico quod a b transiens per centrum, omnium erit longissima. Et quod a c, est maior a d, & a d, maior a e. Et quod a k, est omniũ breuissima extrinsecarũ

Et

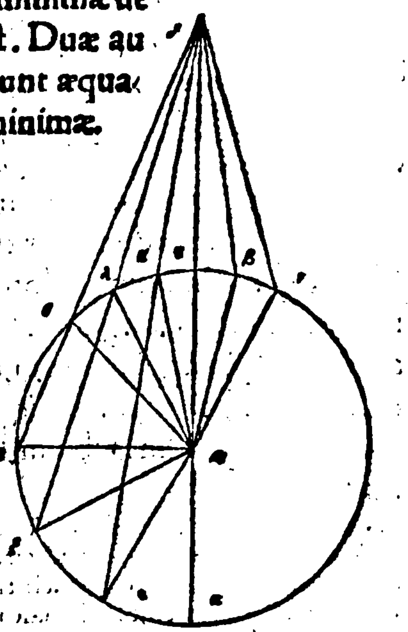
Et quod a h, est minor a g, & a g, minor a f. Et dico quod si ducatur a l, ita quod ipsa & a h æqualiter distent ab a k, hoc est quod angulus k a h sit æqualis angulo l a k, ipsæ erũt æquales. Producã enim à cẽtro n, lineas n c, n d, n e, n f, n g, & n h, eruntq; per 20 primi, duo latera a n & n c, trianguli a n c, maiora a c: & quia ipsa sũt æqualia lineæ a b, erit a b, maior a c, eadẽ ratione erit maior omnibus aliis, quod est primũ. Et quia duo latera a n & n c, triãguli a n c sunt æqualia duobus lateribus a n & n d, trianguli a n d, & angulus a n c est maior angulo a n d, erit per 24 primi, basis a c maior basi a d: & eadẽ ratione erit a d, maior a e, quod est secundum.



Itẽq; quia in triãgulo a n h, duo latera a h & n h sunt maiora a n per 20 primi, & h n est æqualis n k, erit per communẽ scientiã, a h maior a k: eadẽ ratione quælibet extrinsecus applicatũ, maior erit a k, quod est tertium. Item quia per 21 primi, duæ lineæ a h & h n sunt minores duabus lineis a g & g n, & h n est æqualis g n, erit per communẽ scientiã, a g maior a h, eadem ratiõe erit a f, maior a g, quod est quartum. Quod si a l non sit æqualis a h, cum ipsæ sint æqualiter distantes ab a k, erit altera maior, sitq; a l. Ponam ergo a m æqualem a h, & producam n o m. Quia ergo duo latera m a & a n, triãguli m a n sunt æqualia duobus lateribus h a, & a n, triãguli h a n, & angulus m a n est æqualis angulo h a n, erit per 4 primi, basis m n æqualis basi n h, & quia n o est æqualis n h, erit n o æqualis n m, pars uidelicet toti, quod est impossibile, & hoc est quintum.

Eucli. ex Zamb. Theorema 7. Propositio 8.

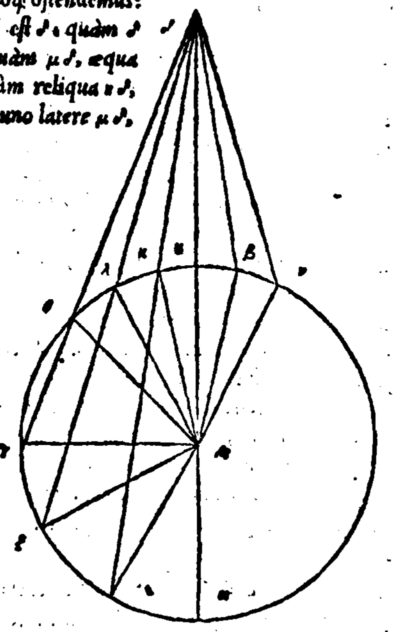
8 Si extra circulum suscipiatur aliquod signum, ab eóque signo ad circulum deducantur rectæ lineæ aliquæ, quarum quidem una per centrum extendatur, reliquæ uero utcunque, in cauam circunferentiam cadentium rectarum linearum maxima est quæ per centrũ ducta est, aliarum autem semper ei quæ per centrum transit propinquior: remotiore maior est. In conuexam uero circunferentiam cadentium rectarum linearum minima est, quæ inter signum & dimetientem iacet, minimæ uero propinquior semper remotiore minor est. Duæ autem tantum rectæ lineæ: ab eo signo cadunt æquales in ipsum circulum, ad utrasque partes minimæ.



THEON ex Zamberto. Sit circulus α β γ, & extra ipsum α β γ, suscipiatur signũ δ, & ab eodẽ ducãtur rectæ lineæ aliquæ in ipsum circulũ, sintq; δ α, δ ε, δ ζ, δ γ sit autem δ α, per cẽtrum extẽsa. Dico quod in α ε ζ γ cauam circunferentiã cadentiũ rectarum linearum maxima est: quæ per centrum transit, hoc est δ α, minima uero: quæ inter δ signum, & diametrum α η, iacet: maior uero est δ ε quàm δ ζ, & δ ζ quàm δ γ, Cadentium uero rectarum linearum in θ λ κ η conuexã circunferentiam semper ipsi δ η minimæ propinquior, remotiore minor est, hoc est δ κ quàm δ λ, & δ λ quàm δ θ. Suscipiatur (per primam tertii) centrum, circuli α β γ, sitq; illud μ, & (per 1 postulatum) connectantur μ ε, μ ζ, μ γ, μ θ, μ λ, & μ κ: Et quoniam (per 15 diffinitionem primi) æqualis est α μ, ipsi ε μ, communis apponatur μ δ. igitur α δ, ipsis ε μ, & μ δ, est æqualis, sed ε μ, & μ δ, ipsa ε δ (per 20 primi) sunt maiores, & α δ, igitur, maior est quam ε δ. Rursus quoniam (per 15 diffinitionem primi) æqualis est μ ε, ipsi μ ζ, com

munis

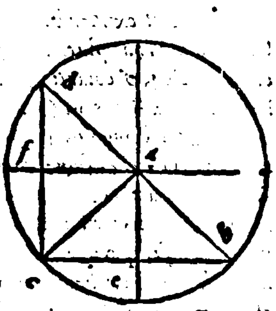
munis apponatur μ δ. Igitur ε μ, & μ δ: ipsis ζ μ, & μ δ, sunt æquales, & angulus sub ε μ δ, angulo qui sub ζ μ δ, maior est. Igitur (per 24 primi) basis ε δ, basi ζ δ, maior est. Similiter quoque ostendemus: quod ζ δ, maior est quàm γ δ. Maxima quidē igitur est δ α, maior autē est δ ε quàm δ ζ, & δ ζ, quàm δ γ. Et quoniā (per 20 primi) μ κ, & κ δ, sunt maiores quàm μ δ, æqualis autē est (per 15 diffinitionē primi) μ κ, ipsi μ η, reliqua igitur κ δ, quàm reliqua η δ, maior est. quare η δ, minor est quàm κ δ. Et quoniā trianguli μ λ δ, in uno latere μ δ, duæ rectæ lineæ introrsum cōstiterūt μ κ, & κ δ, igitur (per 21 primi) μ κ & κ δ, ipsis μ λ, & λ δ, sunt minores, quarum μ κ, æqualis est ipsi μ λ, reliqua igitur δ κ, minor est quàm reliqua δ λ. Similiter iam ostendemus: quod & δ λ, minor est quàm δ θ, minima igitur est δ η, ipsa uero δ κ, quàm δ λ, & δ λ, quàm δ θ, minor est. Dico etiam quod duæ tantum æquales à signo δ, in ipsum circulum cadunt: ad utrasque partes ipsius δ η, minimæ. Constituatur (per 23 primi) ad rectam lineam μ δ, & ad signum in ea μ, angulo κ μ δ, æqualis angulus δ μ β, & (per primum postulatum) connectatur δ β. Et quoniam (per 15 diffinitionem primi) æqualis est μ β, ipsi μ κ, communis autem μ δ, duæ igitur μ κ, & μ δ, duabus β μ, & μ δ, sunt æquales altera alteri. & angulus κ μ δ (per 23 primi) angulo β μ δ, est æqualis. Igitur (per 4 primi) basis δ κ, basi δ β, est æqualis. Dico iā quod rectæ lineæ δ β, alia æqualis non cadit in ipsum circulum, à signo δ. Si enim possibile: cadat, & sit δ ν. Quoniam igitur ipsi δ κ, δ ν, est æqualis, sed ipsi δ κ, δ β, est æqualis: & δ β, igitur (per primam communem sentētiam) ipsi δ ν, est æqualis: propinquior igitur igitur ipsi δ η minimæ: remotiori est æqualis. quod iam ostensum est impossibile. Vel etiam aliter. Connectatur (per primum postulatum) μ ν. Quoniam (per 15 diffinitionem primi) æqualis est κ μ, ipsi μ ν, communis aūt μ δ, & basis δ κ, basi δ ν, est æqualis (per hypothesim): igitur (per octauā primi) angulus κ μ δ, angulo δ μ ν, est æqualis. Sed angulus qui sub κ μ δ, ei qui sub β μ δ, est æqualis, & qui sub β μ δ, ei qui sub ν μ δ, est æqualis, minor scilicet maiori, quod est impossibile. Igitur plures duabus rectis lineis, æquales in circulū α β γ, ab ipso δ, signo ad utrasque partes ipsius δ η, minimæ non cadunt. Si extra circulū igitur suscipiatur signū, & quæ sequūtur reliqua ut in theoremate, quod ostendere oportuit.



Eucli. ex Camp. Propositio 9.

9 SI intra circulum puncto signato, ab eo plures quàm duæ lineæ ductæ ad circūferentiam, fuerint æquales, punctum illud, centrū circuli esse necesse est.

CAMPANVS Sit ut à puncto a, signato intra circulum b c d, ductæ sint tres lineæ à b, a c, a d, ad circunferentiam: quas pono esse æquales. Dico punctum a, esse centrum circuli. Producam enim duas lineas c b & d c: & diuidam utramque earum per æqualia c b quidē in puncto e: & d c in puncto f. Et producantur e a & f a, quas applico circunferētiæ ex utraque parte, eritque per 8 primi, uterque angulorum qui sunt ad e, æqualis alteri: igitur per diffinitionem anguli recti, uterque erit rectus. Similiter quoque per eandem uterque angulorū qui sunt ad f: rectus: ergo per correlarium primæ huius, quia a e diuidit c b per æqualia & orthogonaliter: ipsa transit per centrum: similiter quoque a f transit per centrū: quia diuidit d c per æqualia & orthogonaliter: quare a est centrum, quod est propositum.

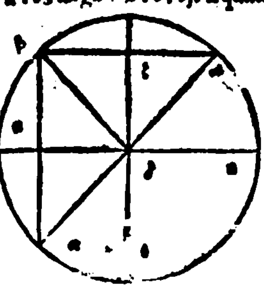


Eucli. ex Zamb. Theorema 8. Propositio 9.

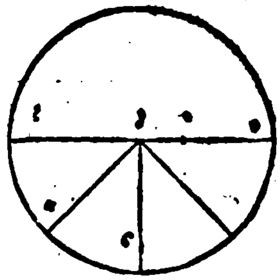
9 Si in circulo suscipiatur signum aliquod, & ab eo signo ad circulum cadant plures quàm duæ rectæ lineæ æquales: susceptum signum centrum ipsius est circuli.

THEON ex Zamb. Sit circulus α β γ, intra ipsum: signum sit δ, & ab ipso δ, in ipsum α β γ, circulum cadant plures quàm duæ rectæ lineæ æquales, hoc est δ α, δ β, δ γ. Aio quod δ signum, centrum est circuli α β γ. Coniungantur enim (per primum postulatum) α β, & β γ, secenturque (per 10 primi) bifariam in signis ε, & ζ, uidelicet α β, per ε, & β γ, per ζ, & coniunctæ ε δ, & ζ δ, (per secundum postulatum) extendātur utrobique in η κ, & θ λ, signa.

Quoniam igitur æqualis est α ε, ipsi ε β, communis uero ε δ, duo igitur latera α ε, & ε δ, duobus lateribus β ε, & ε δ sunt æqualia, & (per hypothesim) basis δ α, basi δ β, est æqualis. Angulus igitur α ε δ, angulo β ε δ, est æqualis. (per 8 primi,) uterque igitur angulorum α ε δ, & β ε δ, rectus est. Igitur η α, ipsam α β, bifariam secat & ad angulos rectos (per 3 tertij.) Et quoniam si in circulo recta linea quædam, rectam lineam quandam bifariã & ad angulos rectos secet, (per correlarium primæ tertij) in secante est centrum circuli: igitur in η α, (per idẽ correlarium) est centrum ipsius circuli α β γ. Ac per hoc etiam in θ λ, est centrum circuli α β γ, & nullũ aliud habent commune η α, & θ λ, rectæ lineæ præter δ, signum. Igitur δ signum, centrum est circuli α β γ. Si intra circulum igitur sumatur signum aliquod, à signo autem ad circulum incidant plures quàm duæ rectæ lineæ æquales: aßumptũ signũ, centrũ est circuli, quod ostendere oportebat.



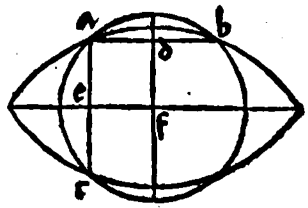
ALITER idem ostendere. Intra circulum enim α β γ, suscipiatur signũ δ. & ab ipso δ, in circulũ cadant plures quàm binæ rectæ lineæ æquales, δ α, δ β. & δ γ. Dico quod aßumptum signum δ, centrum est circuli α β γ. Non enim, sed si possibile est: sit ε. & connexa δ ε, extendatur in ζ η, signa. Igitur ζ η, dimetiens est ipsius α β γ, circuli. Quoniam igitur circuli α β γ, in dimetiente ζ η, aßumptum est signum δ, quod ipsius circuli centrum non est, maxima quidem est δ η, (per 7 tertij,) maior autem est δ γ, ipsa δ β. & δ β, ipsa δ α. Sed & æqualis (per hypothesin) quod est impoßibile. Igitur ε, non est centrum circuli α β γ. Similiter ostendemus quod aliud nullum præter δ. Igitur δ, signum, centrum est circuli α β γ.



Eucli. ex Camp. Propositio 10.

10 SI circulus circulum secet, in duobus tantum locis secare necesse est.

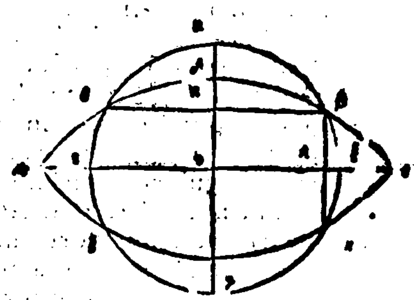
CAMPANVS Sint si possibile est, duo circuli, secãtes se in pluribus quàm in duobus locis, super tria ponctа a b c, producam lineas a b & a c, quas diuidam per æqualia in pũctis d & e, & producam a puncto e, lineam e f, perpendicularem super lineam a c, & à puncto d, lineæ d f, perpendicularem super lineam a b, & secent se duæ lineæ e f, d f, in puncto f, eritq́ per correlarium primæ huius, pũctum f, centrũ circuli utriusq́ quod est impoßibile per 5 huius.



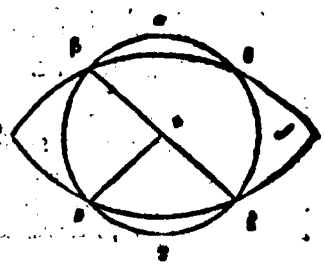
Eucli. ex Zamb. Theorema 9. Propositio 10.

10 Circulus circulum in pluribus duobus signis non secat.

THEON ex Zamb. Si enim poßibile: circulus α β γ, circulũ δ ε ζ, in pluribus signis quàm duobus secet hoc est in β η, & θ ζ, & cõiunctæ β η, β θ, bifariã (per 10 primi) secentur in κ λ, signis. Et (per 11 primi,) ab ipsis κ λ, ipsis β η & β θ, & ad angulos rectos excitatæ κ γ, & λ μ ν, extendantur in α, & ξ ε, signa. Quoniam igitur in circulo α β γ, rectam lineam quandam β θ, bifariam & ad angulos rectos secat (per 3 tertij,) in ipsa igitur α γ, centrum est circuli α β γ. Rursus quoniam in eodem circulo α β γ, recta linea ν ξ, hoc est μ ν, rectam lineam quandam β η, bifariã & ad angulos rectos (per 3 tertij) secat: igitur in ipsa ν ξ centrũ est circuli α β γ (per eandẽ.) Ostensum autẽ est quod & in α γ. Et circa nullũ aliud cõcurrunt rectæ lineæ α γ & ν ξ, inuicem, nisi circa ο. Igitur ο, centrum est circuli α β γ. Similiter quoque ostendemus quod & circuli δ ε ζ, centrum est ipsum ο. Duorum igitur circulorum sese adinuicem secantium α β γ, & δ ε ζ, idem est centrum. quod (per 5 tertij) est impoßibile. Circulus igitur circulum in pluribus duobus signis non secat, quod erat ostendendum.



ALITER idem ostendere. Circulus enim rursus α β γ, circulum δ, η ζ, secet in pluribus quàm in duobus signis hoc est in β ζ, & ζ θ, & (per primam tertij) suscipiatur centrum circuli α β γ, sitque illud, κ. Et connectantur κ ε, κ η, & κ ζ. Quoniam igitur intra circulum δ ε ζ, suscipitur signum quoddam κ, in ipsum à quo δ ε ζ, circulum plures duabus æquales rectæ incidunt lineæ κ β, κ η, & κ ζ, igitur (per 9 tertij,) κ, signum, centrum est circuli δ ε ζ. At circuli



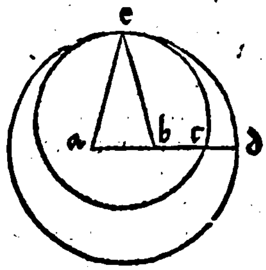
α β γ.

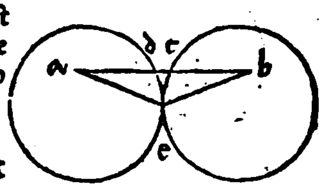
α β γ, centrum est ipsum η. Duorum igitur circulorum sese inuicem secantium idem est centrum η. quod (per 5 tertij) est impossibile. Circulus igitur circulum in pluribus quàm duobus signis non secat, quod fuerat ostendendum.

Eucli. ex Camp. Propositio 11

11 SI circulus circulum contingat, lineaque per centra eorum transeat, ad punctum contactus eorum applicari necesse est.

CAMPANUS Si enim linea transiens per centra duorum circulorum c e & d e sese contingentium intra uel extra, non uadit ad locum contactus, secet circunferentiam utriusque, sitque a, per primam huius, centrum circuli e d, & b, centrum circuli e c, & ducatur linea recta a b c d, secans circunferentiã utriusque, & ducatur lineæ a puncto e qui sit locus contactus, ad centra, quæ sint e a, e b, erũtque in contactu interiori, per 20 primi duæ lineæ e b & b a, longiores e, a, quare lõgiores a d, est enim a, centrum circuli e d, & quoniam b c est æqualis e b, quoniam b est centrum circuli e c, erit c a longior a d, quod est impossibile. In contactu uero exteriori erũt duæ lineæ a e, & e b, lõgiores a b, quare a d & c b, maius erũt quàm tota a b, quod est falsum.



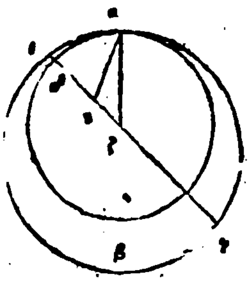


Eucli. ex Zamb. Theorema 10. Propositio 11.

11 Si bini circuli se introrsum adinuicem tetigerint suscipiãturque eorum centra, recta linea coniũgens eorum centra & eiecta, in contactum circulorum cadit.

THEON ex Zamberto. Bini inquam circuli α β γ, & α δ ε, sese adinuicem tangant introrsum in signo α, suscipiaturque (per primam tertij) centrum circuli α β γ, sitque illud ζ, circuli autem α δ ε, sit η. Dico quod recta linea ducta ex ζ, in η, & eiecta in ipsum α, signum cadit. Non enim, sed si possibile est, cadat sicut ζ η δ θ, & connectantur α ζ η. Quoniam igitur α η, & η ζ, ipsa ζ α, hoc est ipsa ζ θ, (per 20 primi) sunt maiores: communis auferatur η ζ, reliqua igitur α η, maior est, quàm reliqua η θ. Aequalis autem est δ η, ipsi η α, (per 15 diffinitionem primi.) & η δ, ipsa η θ, igitur maior est, minor maiore, quod est impossibile. Recta igitur linea ducta ex η, in η, signum, extra ipsum contactus non cadit, in ipsum contactum igitur. Si bini circuli igitur sese inuicem introrsum tetigerint sumanturque eorum centra, recta linea eorum centra coniungens & in eorum cadit contactum, quod demonstrasse oportuit

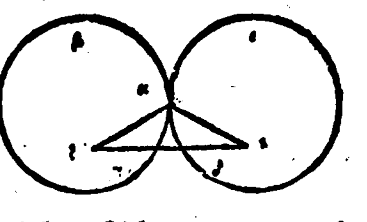
ALITER idem ostendere. Sed iam cadat sicut η ζ γ. & extendatur in rectum linea, γ ζ η. in θ, signum, & coniungantur α η, & α ζ. Quoniam igitur α η, & η ζ maior sunt ipsa α ζ, (per 20 primi,) sed α ζ, æqualis est ipsi γ ζ, hoc est ipsi ζ θ, communis auferatur ζ η, reliqua igitur α ζ, reliqua η θ, maior est, hoc est η δ, quàm η θ, maiore minor, quod est impossibile. Similiter & si extra circulum paruum fuerit centrum maioris circuli, ostendemus impossibile.



Eucli. ex Zamb. Theorema 11. Propositio 12.

12 Si duo circuli sese adinuicem exterius tetigerint, centra eorum coniungens recta linea, per contactum transibit.

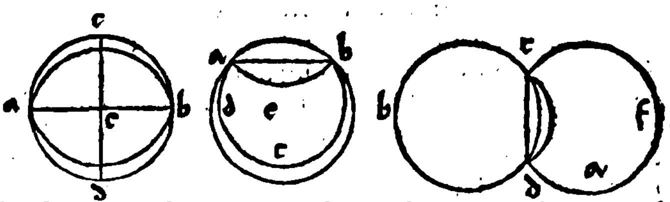
THEON ex Zamberto. Duo enim circuli α β γ, & α δ ε, sese adinuicem exterius tangunt in signo α. Sumaturque (per primam tertij) centrum circuli α β γ, sitque illud ζ, & circuli α δ ε, sit η. Dico quod ex ζ, in η, ducta, recta linea, per ipsum α contactum transit. Non enim, sed si possibile est transeat sicut ζ γ, & δ η. Et coniungantur α ζ α η. Quoniam igitur ζ, signum, centrum est circuli α β γ, æqualis est ζ α, ipsi ζ γ. Rursus quoniam η signum, centrum est circuli α δ ε, æqualis est α η, ipsi δ η. Ostensum autem est quod ζ α ipsi ζ γ, est æqualis, Igitur ζ α, & α η, ipsis ζ γ, & η δ, sunt æquales, quare tota ζ η, ipsis ζ α, & α η, maior est, sed & minor, (per 20 primi) quod est impossibile. Igitur quæ α in η, ducitur, recta linea, per ipsum α, contactũ transit. Si duo circuli igitur sese adinuicem exterius tetigerint, eorum centra coniungens recta linea per contactum ueniet.



Eucli.ex Camp. Propositio 12

12 SI circulus circulum cõtingat, siue intrinsecus siue extrinsecus, in uno tantum loco contingere necesse est.

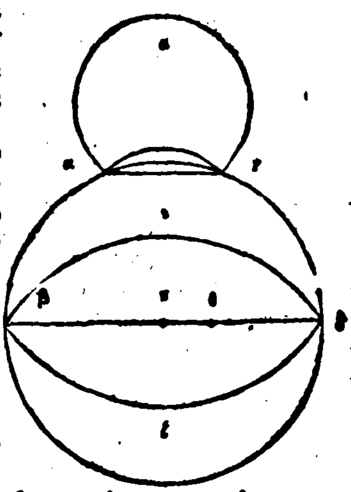
CAMPANVS. Si enim fuerit possibile, ut circulus circulũ cõtingat in duobus locis intra uel extra, cõtingat circulũ a b c d, circulus a b e interius in duobus pũctis a b, uel exterius, circulus c d f, i duobus pũctis c d. Cũ ergo ducemus lineã rectam ab a, ad b, si ipsa cadat extra circulũ a b e, interiorẽ, accidet contrariũ secundæ huius. Quod si ipsa cadat intra ipsum, cum diuiserimus ipsam per æqualia, & eduxerimus à puncto diuisionis perpendicularem ad ipsam, fueritq; applicata circunferentiæ ex utraque parte, ipsa transibit per centrũ amborum circulorum, quare accidet contrariũ præmissæ.



In circulo uero contingẽte exterius in punctis c d, si ducamus lineam rectam a puncto c ad punctũ d, necesse est accidere contrariũ secũdæ huius. Quare utrũque impossibile.

Eucli.ex Zamb. Theorema 12. Propositio 13

13 Circulus circulum non tangit in pluribus signis uno, etsi extra, etsi intus tangat,



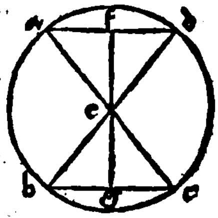
THEON ex Zamb. Si enim possibile, circulus α β γ δ, circulũ ε β ζ δ, tangat primũ introrsum in pluribus quàm uno signis, hoc est in δ β, & sumatur quidem centrum ipsius circuli α β γ δ, sitq; illud η. (per primam tertij.) circuli autem ε β ζ δ, sit θ. Igitur (per 11 eiusdem) recta linea ducta ex η, in θ. cadit in signa β δ, cadat sicut β η θ δ. Et quoniam η. signum centrum est circuli α β γ δ, æqualis (per diffinitionem 15 primi) est β η, ipsi δ η. Maior igitur est β η, quàm θ δ, multo maior igitur β θ, quàm θ δ. Rursus quoniam θ, signum, centrũ est circuli ε β ζ δ, æqualis est (per eandẽ,) β θ, ipsi θ δ. patuit autem quod ea multo maior, quod est impoßibile: igitur circulus circulum introrsum non tangit, in pluribus quàm uno signis.

Dico etiam quod nec exterius. Si enim est poßibile: circulus α γ κ. circulum α β γ δ, tangat exterius in pluribus quàm uno signis, uidelicet in α γ, & coniũgatur (per primum postulatum,) α γ, Quoniam igitur in circunferentia utrorumque circulorum α β γ δ, & α γ κ, suscepta sunt duo contingentia signa α, & γ, coniungens ea signa recta linea, (per 2 tertij) intra utrunque cadit, Sed cadit intra ipsum circulum α β γ δ & extra circulum α γ κ, quod absurdum est. Circulus igitur circulum exterius non tanget, in pluribus signis quàm uno, ostensum autem est quod neque introrsum. Circulus igitur circulum non tanget in pluribus signis quàm uno, etsi exterius, etsi interius tangat, quod demonstraße oportuit.

Eucli.ex Camp. Propositio 13

13 REctæ lineæ in circulo si fuerint æquales, eas à centro æquidistare, & si à centro æquidistiterint, æquales esse necesse est.

CAMPANVS Sit ut in circulo a b c d, cuius centrum, sit e, duæ lineæ a d & b c sint æquales, dico quod ipsæ æquidistant à centro, & econuerso. Producantur enim à centro e, lineæ e f & e g, perpendiculares ad a d & b c, eritque per 2 partẽ tertiæ huius, a d, diuisa per æqualia in f, & b c in g. Quia ergo duo latera e d, & d a trianguli e d a sunt æqualia duobus lateribus e c & c b trianguli e c b, & basis e a basi e b, erit per 8 primi angulus d æqualis angulo c. Et quia duo latera, e d & d f, trianguli e d f sunt æqualia duobus lateribus e c, & c g, triãguli e c g, nam d f, est æqualis c g, eo quod tota a d posita est æqualis b c, & angulus d est æqualis angulo c, erit per 4 primi, basis e f, æqualis basi e g. Et quia istæ sunt perpendiculares uenientes ad eas à centro, patet per 4 diffinitionem siue 4 propositionem huius, ipsas æqualiter



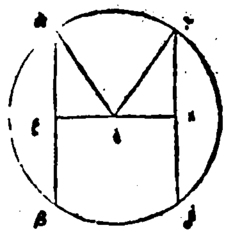
distare

distare à centro. Aliter idem. Quadratum enim e d, per penultimã primi, ualet quadrata duarum linearum e f & f d, & quadratum e c, quadrata duarum linearum quæ sunt e g, & c g, & quia quadratum e est æquale quadrato e c, & quadratum d f, quadrato g c, erit quadratum d f, æquale quadrato e g, quare e f, est æquale e g, sicq́ patet idem. Sit ergo e f, æqualis e g, quod est eas, a d. scilicet & b c, æqualiter distare à centro. Dico tunc quod a d, est æqualis b c. Quadratis enim duarũ linearum e d, & æqualibus, demptisque quadratis duarũ linearum e f, & e g, æqualibus, remanẽt per penultimam primi, quadrata duarum linearum f d, & g c, quæ per tertiam communem sententiam necesse est esse æqualia, quare f d, est æqualis g c, ergo duplum f d, quod est a d, est æquale duplo g c, quod est b c. Et hæc est secunda pars propositi.

Eucli. ex Zamb. Theorema. 13. Propositio 14.

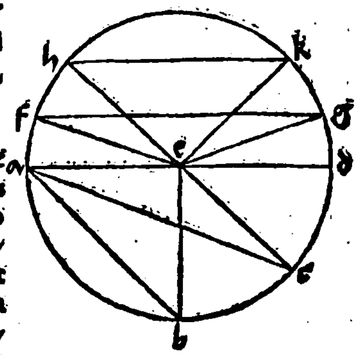
14 **In circulo rectæ lineæ sunt æquales, quæ æqualiter distant à cẽtro. Et quæ æqualiter distant à centro, æquales adinuicem sunt.**

THEON ex Zamberto. *Sit circulus α β γ δ, & in eo, sint æquales rectæ lineæ α β, & γ δ. Dico quod æqualiter distant à centro. Suscipiatur enim (per primam tertij,) centrum circuli α β γ δ, sitque illud ε. Et ab ipso ε in ipsas α β, & γ δ, (per duodecimam primi) perpendiculares excitentur ε ζ, & ε η, & coniungantur (per primum postulatum) α ε, & ε γ. Quoniam igitur (per tertiam tertij) recta linea quædam per centrum extensa ε ζ, rectam lineam quandam non extensam per centrum α β, ad angulos rectos & bifariam dispescit, æqualis est igitur α ζ, ipsi ζ β, dupla igitur est α β, ipsius α ζ, & ob id etiam γ δ, ipsius γ η, dupla est. Et est æqualis α β, ipsi γ δ: æqualis igitur est α ζ, ipsi γ η. Et quoniam æqualis est α ε, ipsi ε γ, ex centro enim in circunferentiam, æquum est quadratum quod fit ex ε γ, ei quod fit ex α ε, quadrato. Sed et quod fit ex α ε, quadrato, (per 47 primi), æqua sunt ea quæ fiunt ex α ζ, & ζ ε, quadrata, rectus enim est angulus qui ad ζ. Ei autem quod fit ex ε γ, (per eandem,) æqua sunt ea quæ fiunt ex ε η, & η γ. rectus enim est angulus qui ad η. Ea igitur quæ fiunt ex α ζ, & ζ ε, quadrata, æqualia sunt eis quæ fiunt ex γ η, & η ε, quadratis, quorum id quod fit ex α ζ, æquum est ei quod fit ex γ η, æqualis enim est α ζ, ipsi γ η. Reliquum igitur quod fit ex ζ ε reliquo quod fit ε η, (per tertiam communem sententiam) est æquale. Aequalis igitur est ε ζ, ipsi ε η. In circulo autem æqualiter rectæ lineæ distare dicuntur à centro quando à centris in ipsas perpendiculares ductæ sunt æquales (per diffinitionem 4 tertij.) Igitur α β, & γ δ, æqualiter distant à centro. Sed iam α β, & γ δ, rectæ lineæ æqualiter distent à centro, hoc est æqualis sit ε ζ, ipsi ε η. Dico quod æqualis est α β, ipsi γ δ. Eisdem enim constructis, similiter ostendemus quod α β, dupla est ipsius α η, & γ δ, ipsius γ η. Et quoniam æqualis est α ε, ipsi γ ε, ex centro enim in circunferentiam, æquum est, quadratum quod fit ex α ε, ei quod fit ex γ ε, quadrato, Sed ei quod fit ex α ε, quadrato: æqualia sunt (per 45 primi,) quæ fiunt ex ε ζ, & ζ α, quadrata. Ei autem quod fit ex γ ε, æqualia sunt (per eandem) ea quæ fiunt ex ε η, & η γ. Ea igitur quæ fiunt ex ε ζ, & ζ α, quadrata, æqualia sunt eis quæ fiunt ex ε η, & η γ, quadratis. Quorum quod fit ex ε η, ei quod fit ex ε ζ, est æquale, æqualis enim est ε ζ, ipsi ε η. Reliquum igitur quod fit ex α ζ, (per 3 communem sententiam) æquum est ei quod fit ex γ η, æqualis igitur est α η, ipsi γ η. At ipsius α ζ, dupla est ipsa α β, ipsius uero γ η, dupla est ipsa γ δ. Aequalis igitur est α β, ipsi γ δ. In circulo igitur rectæ lineæ sunt æquales, quæ æqualiter distant à centro. & quæ æqualiter distant à centro, sibi inuicem sunt æquales, quod erat demonstrandum.*

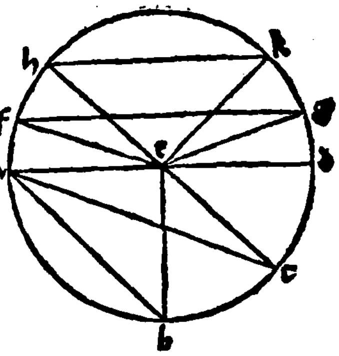


Eucli. ex Camp. Propositio 14

14 **SI intra circulum plurimæ rectæ lineæ ceciderint, diametrum eius omnium longissimam, eiq́ propinquiores remotioribus longiores esse necesse est.**



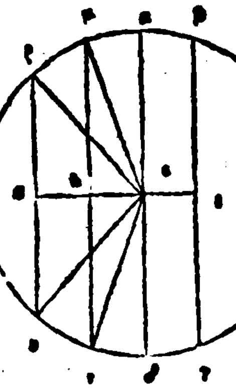
CAMPANVS Sit ut in circulo a b e cuius centrum e, cadant plurimæ lineæ quæ sint a b. a c. a d. f g. h k, sitq́ a e d, diameter. Dico ipsam esse longissimam, & alias tãto maiores quanto sunt ipsi propinquiores. Ducantur enim à centro e, lineæ ad extremitates omnium, quæ sint e b, e c, e f, e g: e h, & e k, eruntque per 20 primi, duo latera e f, & e g, trianguli e f g, longiora f g. & quia ipsa sunt æqualia a d. erit a d, maior f g. Eadem ratione maior erit quàm a c, quia a & e c, sunt maiora a c, æqualia a d, ergo a d maior est a c. Sic quoque est maior h k, & maior etiã quàm a b. Quod autem f g sit maior h k, & a c, quàm a b, patet, quia cum duo latera f e, & e g, trianguli f e g, sint æqualia duobus lateribus h e & e k trianguli h e k, & angulus f e g, maior angulo h e k, erit per 24 primi basis f g, maior basi h k. Similiter quoque quia a e, & e c, sunt æqualia a e, & e b, & angulus a e c, maior angulo a e b, erit basis a c, per eandem maior basi a b, & sic est propositũ



Eucli. ex Zamb. *Theorema 14.* *Propositio 15*

15 **In circulo, maxima, quidem est dimetiens, aliarum autem semper propinquior centro, remotiore maior.**

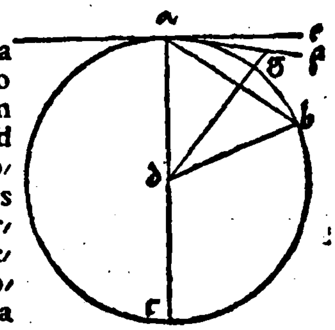
THEON *ex Zamberto.* *Sit circulus α β γ δ, dimetiens uero illius sit α δ, centrum autem sit ε. Et propinquior ipsi α δ, dimetienti sit β γ. remotior autem sit ζ η. Dico quod α δ, maxima est, maior autem β γ, quàm ζ η. Excitetur (per 12 primi) ab ε, centro in ipsas β γ, & ζ η, perpendiculares ε θ, & ε κ. Et quoniam propinquior quidem centro est β γ, remotior autem ζ η, maior est (per 4 diffinitionem) igitur ε κ, ipsa ε θ. Ponatur autem (per 4 tertij) æqualis ε λ, ipsi ε θ, & (per undecimam primi) per λ, ipsi ε κ ad rectos angulos excitata λ μ, extendatur in ν. Et (per primum postulatum) coniungantur ε μ, ε ν, ε ζ, & ε η. Et quoniam æqualis est ε θ, ipsi ε λ, æqualis est (per quartam tertij & diffinitionem quartam eiusdem) β γ, ipsi μ ν. Rursus quoniam æqualis est α ε, ipsi ε μ, & ε δ, ipsi ε ν, igitur α δ, ipsis μ ε, & ε ν, est æqualis. Sed μ ε, & ε ν, (per 20 primi) ipsa μ ν, maiores sunt. Igitur α δ, maior est quàm μ ν. Et quoniam duæ μ ε, & ε ν, duabus ζ ε, & ε η, sunt æquales (per 15 diffinitionem primi) ex centro enim in circunferentiam, & angulus qui sub μ ε ν, angulo qui sub ζ ε η, maior est, basis igitur μ ν, (per 24 primi basi ζ η, maior est. Sed μ ν, ipsi β γ, ostensa est æqualis, & β γ, igitur, quàm ζ η, maior est. Maxima igitur est α δ, dimetiens, maior autem β γ, ipsa ζ η. In circulo igitur dimetiens maxima est: aliarum autem semper propinquior centro; remotiore maior est, quod demonstrasse oportuit.*



Eucli. ex Camp. *Propositio 15*

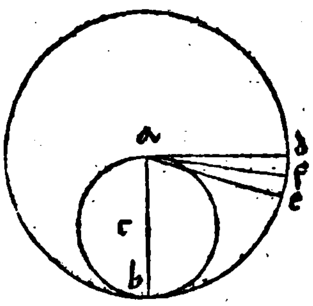
15 **S**I ab altero terminorum diametri cuiuslibet circuli orthogonaliter linea recta ducatur, extra circulum eam cadere necesse est. Atque inter illam & circulum, aliam lineam rectam capi impossibile est. Angulum autem ab illa & circunferentia contentum, omnium acutorum angulorum esse angustissimum. Angulum uero intrinsecum à diametro & circunferentia contentum: omnium angulorum acutorum esse amplissimum necesse est. Vnde etiam manifestum est, omnem lineam rectam à termino diametri cuiuslibet circuli orthogonaliter ductam, circulum ipsum contingere.

CAMPANVS Sit ut à termino a, diametri a c, circuli a b c, cuius centrum d, ducatur linea orthogonaliter, dico quod ipsa cadit extra circulum, & quod inter lineam illam & circunferentiã, nulla alia recta linea intercipitur. & quod angulus quem ipsa & circunferentia continet, est minor omni angulo rectilineo, qui uidelicet à duobus rectis lineis continetur, & quod angulus contentus à diametro & circunferentia, est maior omni angulo rectilineo acuto. Si enim linea ducta ab a, orthogonaliter super a c lineam, potest cadere intra circulum, sit illa linea a b, & ducatur linea d b, eritque per 5 primi, angulus d a b, æqualis angulo d b a

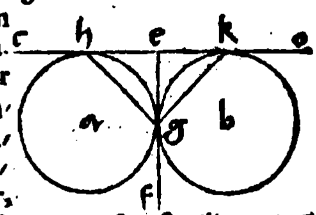


& quia

& quia angulus d a b, est rectus per hypothesin, habebit triangulus a b d, duos angulos rectos, quod est impossibile per 32 primi. Cadet ergo extra, sitque a e, quod si inter ipsam & circunferentiam potest linea recta intercipi, sit illa a f, ad quam ducatur perpendicularis d g, & quia angulus d g a, est rectus, erit per 19 primi linea a d, lõgior linea d g, quod est impossibile: quare inter ipsam, & circunferentiam, nulla linea recta intercipietur. Propter quod patet quod angulus contentus ab a c, & circunferentia, qui dicitur angulus contingentiæ, est minor omni angulo à duobus rectis lineis contento. Si enim aliquis rectilineus angulus esset angulo contingentiæ æqualis, aut eo minor: cum omnis talis possit per æqualia diuidi secundum doctrinam 9 primi, inter lineam a e, & circunferentiã, posset linea recta intercipi, quod monstrauimus esse non posse. Per quod patet angulum contentum à diametro & circunferentia, omnium acutorum rectilineorum esse maiorem, quia non differt a recto: nisi angulo contingentiæ quem monstrauimus esse minorem omni rectilineo. Correlarium patet per primã partem. Cum enim linea a e, in utranque partem eiecta non secet circulum, & tangat ipsum in puncto a, ipsa est contingens per diffinitionem.



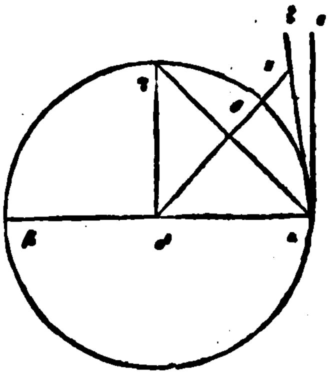
CAMPANI *additio*. Ex hoc notandum, quod non ualet ista argumentatio, hoc transit à minori ad maius & per omnia media: ergo per æquale. Nec ista: Contingit reperire maius hoc, & minus eodem: ergo contingit reperire æquale. hoc autem sic patet. Sit circulus a b, super centrum c, cuius diameter a c b, & ducatur ab eius termino a, linea a d orthogonaliter, eritque contingens circulum per correlariũ huius. Describatur iterum super punctum a secundũ quantitatem diametri a b, circulus b e d, & imaginetur linea a b, moueri super punctum a, per circunferentiam arcus b e d, ita quod punctum b numeret omnia puncta arcus b e d, quousque perueniat ad lineam a d, & cooperiat ipsam. Et quia angulus b a d, est rectus: erit ut non sit sumere aliquem angulum acutum cui æqualem non fecerit linea a b cum diametro a c b, minoris circuli, quia transiuit ad angulum rectum: dinumerans situm omnium angulorum acutorum, quorum manifestum est quosdam esse minores angulo semicirculi: contento a semicircunferentia a b, & diametro a c b, & angulum rectum manifestum est esse maiorem eodem. Dico quod nullus in transitu ab acutis minoribus ad rectum maiorem intermedius: fuit ei æqualis. Si enim fuerit aliquis, sit ut illum fecerit linea a b, cum punctus b, fuit in puncto e, arcus b e d. Quia ergo angulus e a b est æqualis angulo semicirculi prædicto, angulus autem semicirculi est amplissimus omnium acutorum per ultimam partem huius, erit angulus e a b, amplissimus omnium acutorum. Diuidatur ergo angulus e a d, sicut proposuit 9 primi, per æqualia, ducta linea a f, eritque (per 9 conceptionem,) angulus f a b, amplior angulo e a b, quare erit aliquid: amplius amplissimo. quod est impossibile. Vel sic. Cum angulus e a b, sit æqualis angulo semicirculi sicut ponitur, at angulus semicirculi cum angulo contingentiæ est æqualis uni recto, similiter quoque angulus e a b cum angulo e a d est æqualis uni recto, erit angulus e a d: æqualis angulo contingentiæ: & quia angulus contingentiæ est angustissimus omnium acutorum per 3 partem huius: erit similiter angulus e a d, ei æqualis: angustissimus omnium acutorum. sed angulus e a f: est eo angustior: per conceptionem: erit ergo aliquid angustius angustissimo: quod est impossibile. Non ergo erit angulus rectilineus: æqualis angulo semicirculi. Et quia transitur à minori ad maius & non per æquale: item quia est reperire minorem eo & maiorem: patet instantia contra utranque argumentationem prædictam. Vnde per interemptionem ad illud est respondendum.



Posset probari quod angulus contingentiæ est diuisibilis secundum lineam rectam ut cõstat per figurationem hic a latere positam. Certum est quod angulus qui causatur ex contactu duorum circulorum uel sphærarum, est angulus contingentiæ: & talis diuidatur per lineam e g, quia hic habetur triangulus h g k, cuius basis h k, diuidatur per æqualia in puncto e: & protrahatur uersus g, contactum: & arguitur per 4 primi: deinde per 26 huius. & patet propositum.

16 **Quæ à diametri circuli extremitate ad angulos rectos ducitur, extra ipsum circulum cadit, & in locum inter ipsam rectam lineam & circunferentiam, altera recta linea non cadet, & semicirculi angulus, omni angulo acuto rectilineo maior est, reliquus autem minor.**

THEON ex Zamberto. *Sit circulus α β γ, circa centrum δ, & dimetientem α β. Dico quod quæ ex α, ipsi α β, ab angulos rectos ducitur, extra ipsum circulum cadit. Non enim, sed si possibile est, cadat interius sicut α γ, & coniungatur δ γ. Et quoniam æqualis est δ α, ipsi δ γ, (per 15 diffinitionem primi) ex centro enim in circunferentiam, æqualis est & angulus δ α γ, angulo α γ δ. Angulus autem δ α γ, rectus est, rectus igitur est & qui sub α γ δ. Anguli igitur qui sub δ α γ, & α γ δ, duobus rectis sunt æquales, quod (per 17 primi,) est impossibile. Igitur ab α signo, ipsi α β, ad angulos rectos ducta, intra ipsum circulum non cadit. Similiter quoque ostendemus, quod neque in ipsam circunferentiam, extra igitur cadit sicut α ε. Dico quod in locum inter α ε, rectam lineam, & γ β α, circunferentiam: alia recta linea non cadit. Si enim possibile est, cadat sicut ζ α, & excitetur (per 12 primi) à δ, signo, in ipsam ζ α, perpendicularis δ η. Et quoniam rectus est angulus α η δ, minor recto autem qui sub δ α η, maior igitur est α δ, quàm δ η. Aequalis autem est δ α ipsi δ θ, ex centro enim in circunferentiam, maior (per 19 primi,) igitur est δ θ, ipsa δ η, minor maiore, quod est impossibile. In locum igitur inter rectam lineam & circunferentiam, altera recta linea non cadet. Dico quod & semicirculi angulus contentus sub α β, recta linea & γ θ α, circunferentia, omni angulo acuto rectilineo maior est. Reliquus autem contentus sub γ θ α, circunferentia & α ε, recta linea, omni acuto angulo rectilineo minor est. Si enim aliquis est angulus rectilineus maior eo qui sub β α, recta linea & γ θ α, circunferentia continetur, minor uero eo qui sub γ θ α, circunferentia & α ε, recta linea continetur, in locum inter γ θ α, circunferentiam & α ε, rectam lineam recta linea cadet, quæ efficiet maiorem quidem angulum contentum sub rectis lineis eo qui sub β α, recta linea & γ θ α, circunferentia continetur, minorem autem eo qui sub γ θ α, circunferentia & α ε, recta linea continetur, non cadit autem. Igitur angulo cõtento sub β α recta linea, & γ θ α, circunferentia, angulus acutus sub rectis lineis contentus maior non est, neque etiã minor contento sub γ θ α, circunferentia & α ε, recta linea.*

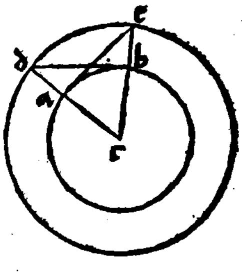


CORRELARIVM. *Hinc manifestum est, quod à diametri circuli extremitate ad angulos rectos ducta ipsum circulum tangit, & quod recta linea circulum in uno signo tantum tangit, quoniam ostensum est (per 2 tertij,) quod quæ in duobus illis signis incidit, intra ipsum cadit, quod demonstrasse oportuit.*

Eucli. ex Camp. Propositio 16

15 **A Dato puncto, ad datum circulum lineam contingentem ducere.**

CAMPANVS. Sit circulus datus a b cuius centrum c, punctusque datus d, uolo ergo à puncto d, ducere lineam contingentem circulum a b. Produco lineam d c, secantem circunferentiam circuli a b, in puncto a, super quam describo circulum d e, secundum quantitatem lineæ d c, concentricum circulo a b, & à puncto a. produco lineam a e, perpendicularem ad lineam d c, quæ secet circunferentiam circuli d e, in puncto e. & produco lineam e c, secantem circunferentiam circuli a b in puncto b. Deinde produco lineam d b, quæ erit contingens circulum a b. Quia enim duo latera a c & c e, triãguli a c e sunt æqualia duobus lateribus b c & c d trianguli b c d, & angulus c est communis utrique, erit per 4 primi angulus e a c, æqualis angulo d b c, angulus autẽ e a c, est rectus, quare angulus d b c, est rectus. Per correlarium ergo præcedentis erit linea d b, contingens circulum a b, quod est propositum.

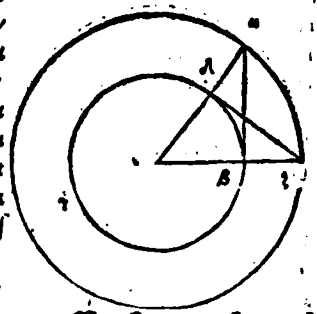


Eucli. ex Zamb. Problema 2 Propositio 17

17 **A dato signo, dato circulo contingentem rectam lineam ducere.**

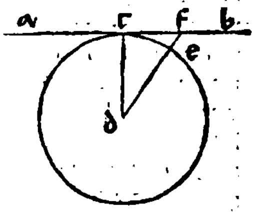
THEON ex Zamberto. *Sit quidem datum signum α, datus autem circulus sit β γ δ, oportet iam à dato signo α, dato circulo β γ δ, contingentem rectam lineam ducere. Suscipiatur enim (per 1 tertij,) centrum circuli, sitque illud ε, & coniũgatur (per primũ postulatum) α δ ε. Et centro quidem ε, spatio uero ε α, (per tertium postulatũ) circulus describatur α ζ η, & ab ipso δ, ipsi ε α, ad angulos rectos excitetur δ ζ. (per 11 primi) & coniũgantur (per primũ postulatum) ε β ζ, & α β. Dico quod ab α, signo, circulo β γ δ, contingens ducta est α β. Quoniam enim ε, signum, centrum*

centrum est circulorum ε γ δ, & α ζ η, æqualis est ε α, ipsi ε ζ, & ε δ, ipsi ε β: ex cẽtro enim in circunferentiam. Duæ igitur α ε, & ε β, duabus ε ζ, & ε δ, sunt æquales, & angulum communem habent qui ad ε, basis igitur δ ζ, (per 4 primi) basi α β, est æqualis, & triangulum δ ε ζ, triangulo ε β α, est æquale, & reliqui anguli reliquis angulis, æqualis igitur est angulus ε δ ζ, angulo ε β α, rectus est autem qui sub ε δ ζ, rectus igitur est & qui sub ε β α, & est ε β, ex centro. Quæ autem ex diametri circuli extremitate ad angulos rectos ducitur, ipsum tangit circulum, (per correlarium 16 tertij. Igitur α β, ipsum circulũ β γ δ, tangit. A dato igitur signo α, dato circulo β γ δ, cõtingẽs recta linea ducta est α β, quod fecisse oportuit.



Eucli. ex Camp. Propositio 17

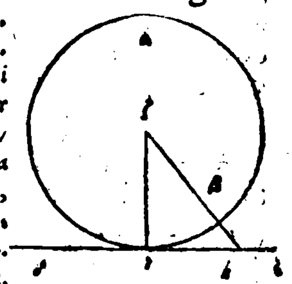
17 SI circulum linea recta contingat, à contactu uero ad centrum linea recta ducatur, necesse est eam super lineam contingentem esse perpendicularem.



CAMPANVS. Sit linea a b, cõtingens circulum c e, cuius centrum sit d, in puncto c, qui iungatur cum centro per lineam c d. Dico hanc esse perpendicularem super lineam contingentem. Si enim non est perpendicularis ad ipsam, sit ergo d f perpendicularis ad eandem, quæ secet circunferentiam circuli in puncto e, eritque uterq; angulorum qui sunt ad f, rectus, igitur per 18 primi, linea c d, est maior lineà d f, quod est impossibile. Constat itaq; d c esse perpendicularem super a b: quod est propositum.

Eucli, ex Zamb. Theorema 16. Propositio 18.

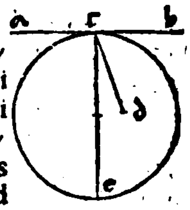
18 Si circulum tetigerit aliqua recta linea, à centro autem in contactum ducta fuerit aliqua recta linea, ipsa ducta, perpendicularis erit contingenti.



THEON ex Zamb. *Circulum enim α β γ, tangat recta linea quædam δ ε, in γ, signo, & sumatur (per 1 tertij.) centrum circuli α β γ, sitque illud ζ. Et a ζ, in γ, ducatur (per primum postulatum) ζ γ. Dico quod ζ γ, perpendicularis est ipsi δ ε. Si enim non, ducatur (per 12 primi) à ζ, in ipsam δ ε, perpendicularis ζ η. Quoniã igitur angulus ζ η γ, rectus est, angulus igitur qui sub η γ ζ, est acutus, maior igitur est angulus ζ η γ, angulo ζ γ η, maiori autẽ angulo (per 19 primi) maius latus subtẽditur, maior igitur est ζ γ, quàm ζ η. Aequalis autem est ζ β, ex centro enim in circũferentiam, maior igitur est ζ β, quàm ζ η, minor maiore, quod est impossibile. Igitur ζ η, ipsi δ ε non est perpendicularis. Similiter quoque ostendemus, quod nulla alia præter ζ γ. Igitur ζ γ, perpendicularis est ipsi δ ε. Si circulum igitur tetigerit aliqua recta linea, & quæ sequuntur reliqua, quod demonstrasse oportuit.*

Eucli. ex Camp. Propositio 18

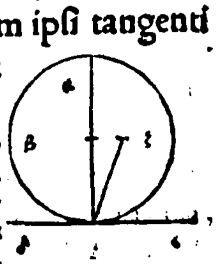
18 SI circulum linea recta contingat, & à contactu in circulum linea quædam orthogonaliter ducatur, in eadem centrum esse necesse est.



CAMPANVS. Sit ut prius linea a b contingens circulum c e: in pũcto c, & contactu ducatur linea intra circulum, c e, perpendicularis ad lineam a b. Dico quod centrum circuli est in linea c e. Hæc est cõuersa prioris. Si enim non fuerit centrum in linea c e, sit alibi ubicunque contingat, sitq; d, & producatur d c, eritq; d c, per præmissam perpendicularis ad lineam a b, quod est impossibile, cum e c, posita sit perpẽdicularis ad ipsam.

Eucli. ex Zamb. Theorema 17. Propositio 19.

19 Si circulum tetigerit aliqua recta linea, à contactu autem ipsi tangenti ad angulos rectos recta linea quædam excitetur, in excitata erit centrum circuli.

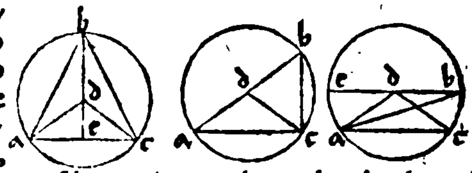


THEON ex Zamberto. *Circulũ enim α β γ, tangat recta linea quædã δ ε, in signo γ, & ab ipso γ, ipsi δ ε, (per 11 primi) excitetur ad angulos rectos γ α. Dico quod in ipsa γ α, est centrum circuli. Non enim, sed si possibile est, sit ζ, & per (per primum postulatum) coniungatur ε ζ, Quoniã igitur circulũ α β γ, recta linea quædam δ ε, tangit, à cẽtro autẽ in cõtactũ ducta est ζ γ, igitur ζ γ, (per 18 perpendicularis) est ipsi δ ε, Rectus igitur est angulus ζ γ ε,* *at angulus α γ ε, rectus est, æqualis igitur est angulus ζ γ ε, ei qui sub α γ ε, minor maiori, quod est impossibile. Igitur ζ, centrum circuli α β γ, non est. Similiter quoque ostendemus, quod nec alibi preter quàm in α γ. Si circulum igitur aliqua recta linea tetigerit, à contactu autem ipsi tangenti ad angulos rectos recta linea excitetur, in excitata erit centrum circuli quod demonstraße oportuit.*

Eucli. ex Camp. Propositio 19.

19 Si intra circulum angulus supra centrum consistat, alius uero angulus supra circunferentiam consistens eãdem basin habeat: interior superiori duplus erit.

CAMPANVS Sit ut in circulo a b c, cuius cẽtrum d, fiat angulus a d c, supra cẽtrũ, & angulus a b c super circunferentiam, sitq; utriusque anguli eadem basis quæ sit arcus a c. Dico angulum a d c, duplum esse ad angulũ a b c. Quod sic probatur. Aut enim duæ lineæ a b, & c b includunt duas lineas a d, & d c, aut altera earum sit linea una cum altera reliquarum, aut etiam altera primarum secat alteram postremarum. Sit ergo primo ut includant eas ut in prima figuratione apparet, & producatur linea b d e, eritque per 32 primi, angulus a d e, extrinsecus, æqualis duobus intrinsecis qui sunt b a d & a b d, anguli. Et quia ipsi sunt æquales per quintam eiusdem, erit angulus a d e, duplus ad angulum a b d. Simili quoque modo erit angulus e d c, duplus ad angulum d b c, quare totus angulus a d c, duplus erit ad totum angulum a b c, quod est propositum.

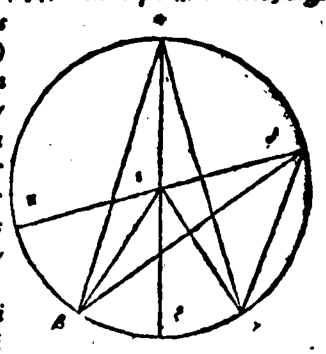


Quod si altera duarum linearum a b & b c, fuerit linea una cum altera duarum quæ sunt a d & b d, ut in secunda figuratione apparet, per easdem per quas prius & simili modo liquet propositum. Quod si altera duarum linearum primarum secet alterã duarum postremarum, ut in tertia figuratione apparet ubi linea a b secat lineam d c, producatur linea b d e. Erit per easdem quas à principio assumpsimus & simili modo e d a, duplus ad angulum d b a, & totus angulus e d c, duplus ad totũ angulum d b c, quare angulus a d c, duplus est ad angulum a b c. Quod est propositum.

Eucli. ex Zamb. Theorema 18. Propositio 20.

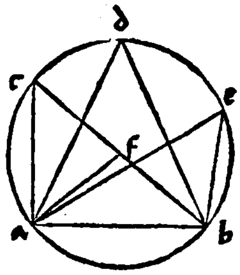
20 In circulo angulus qui ad centrum, duplus est eius qui ad circunferentiam, quando anguli eandem circunferentiam habuerint basin.

THEON ex Zamb. *Sit circulus α β γ, & ad eius centrum, sit angulus β ε γ, ad circunferentiam uero, angulus β α γ, habeant autem eãdem basin, circunferentiam β γ Dico quod duplus est angulus β ε γ, anguli β α γ. ducta enim α ε, (per secundum postulatum) extendatur in ζ. Quoniam enim æqualis est α ε, ipsi ε β, ex centro enim in circunferentiam: æqualis est angulus ε α β, ei qui sub ε β α. Anguli igitur ε α β, & ε β α. (per 5 primi,) eius qui est sub ε α β dupli sunt, æqualis autem est qui sub β ε ζ. (per 32 eiusdem) eis qui sub ε α β. & ε β α. Angulus igitur β ε ζ. ipsius ε α β, duplus est. Et perinde angulus ζ ε γ, eius qui sub ε α γ, (per eandem) duplus est. Totus igitur β ε γ, totus qui sub β α γ, est anguli, duplus est. Rursus constituatur, & sit alter angulus β δ γ, & ducatur (per 1 postulatum) δ ε, extendaturque (per 2 postulatum) in η. Similiter quoque ostendemus quod duplus est η ε γ, angulus eius qui sub ε δ γ, est anguli. Quorum qui sub η ε β, duplus est eius qui sub ε δ β. Reliquus igitur qui sub β ε γ, eius qui est sub β δ γ, duplus est. In circulo igitur angulus qui ad centrum, duplus est eius qui ad circunferentiam, quando eandem circunferentiam basin habuerint ipsi anguli, quod oportuit demõstraße.*



Eucli. ex Camp. Propositio 20.

20 Si in una circuli portione, anguli super arcũ consistant, angulos quoslibet æquales esse necesse est.



CAMPANVS Sit in portiõe a d b, circuli a b c, cuius centrum sit f, consistant quodlibet anguli super arcũ a d b, qui sunt e d c. Dico eos esse æquales, Protrahatur enim chorda a b, & ab eius extremitatibus ducãtur in centrũ, lineæ a f & b f, eritq; per præmissam angulus f consistens supra centrum, ad unumquenq; eorũ duplus. Quare ipsi sunt æquales, quod est propositum.

Eucli. ex Zamb. Theorema 19. Propositio 21.

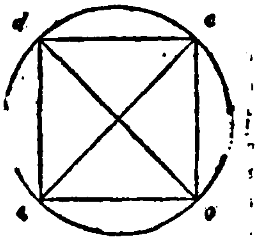
21 In circulo, qui in eodem segmento sunt anguli, sibi inuicem sunt æquales.

THEON ex Zamberto. *Sint in segmento β α ε δ, circuli α β γ δ, anguli qui sub β α δ, & β ε δ. Dico quod anguli β α δ, & β ε δ, sibi inuicẽ sunt æquales. Suscipiatur enim (per primam tertij) centrum circuli α β γ δ, sitque illud ζ. Et ducantur (per primum postulatum) β ζ, ζ δ. Et quoniam angulus β ζ δ, est ad centrum, angulus autem qui sub β α δ, ad circunferentiam, & eãdem habent basin circũferentiam β γ δ, angulus igitur β ζ δ, (per præcedentem) duplus est eius qui sub β α δ, & per hoc angulus β ζ δ, duplus est etiam eius qui sub β ε δ. Aequalis igitur (est per communem sententiam dicentem quæ eiusdem sunt dimidium, adinuicem sunt æqualia,) angulus β α δ, angulo β ε δ. In circulo igitur, qui in eodem segmento sunt anguli: sibi inuicẽ sunt æquales, quod demonstrasse oportuit.*

Eucli. ex Camp. Propositio 21.

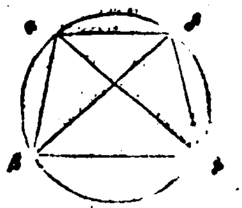
21 SI intra circulũ quadrilaterum describatur, quoslibet eius duos angulos ex aduerso collocatos, duobus rectis angulis æquos esse necesse est.

CAMPANVS. Sit quadrilaterũ a b c d, inscriptum circulo a b c d. Dico quosq; eius duos angulos oppositos, esse æquales duobus rectis. Protrahantur in quadrilatero, diametri a c, b d, eritque per præmissam, angulus c b d æqualis angulo c a d, & angulus a b d æqualis angulo a c d, quare totus a b c, æqualis erit duobus angulis qui sunt a c d, & c a d. Et quia ipsi cum angulo a d c sunt æquales duobus rectis per 32 primi, erunt & anguli b totalis & d, totalis, æquales duobus rectis, quod est propositum. Similiter quoque probabo angulos a & c totales, esse æquales duobus rectis.



Eucli. ex Zamb. Theorema 20. Propositio 22.

22 In circulis quadrilaterorum existentium anguli qui ex opposito, duobus rectis sunt æquales.

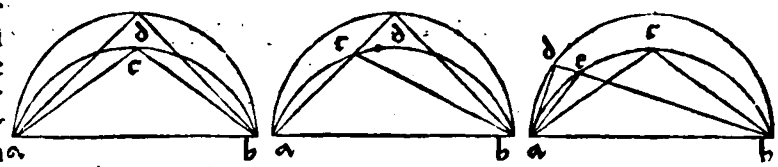


THEON ex Zamberto. *Sit circulus α β γ δ & in eo quadrilaterum sit α β γ δ. Dico quod anguli qui ex opposito, duobus rectis sunt æquales. Coniungantur (per primum postulatum,) α γ, & β δ. Quoniam igitur (per 32 primi, omnis trianguli tres anguli γ α β, α β γ, & β γ α, duobus rectis sunt æquales. Angulus autem γ α β, angulo β δ γ est æqualis (per 21 tertij) in eodem enim sunt segmento β α δ γ. Angulus uero α γ β, (per eandem) angulo α δ β, in eodem enim sunt segmẽto α δ γ β. Totus igitur qui sub α δ γ, eis qui sub β α γ, & α γ β est æqualis. Communis apponatur angulus α β γ. Anguli igitur qui sub α β γ, β α γ, & α γ β, eis qui sunt sub α β γ, & α δ γ, sunt æquales. Sed qui sub α β γ, β α γ, & α γ β, duobus rectis sunt æquales. Anguli igitur α β γ, & α δ γ, duobus rectis sunt æquales. Similiter iam ostendemus, quod etiam anguli β α δ, & δ γ β, duobus rectis sunt æquales. In circulis igitur quadrilaterorum existentium anguli ex opposito, duobus rectis sunt æquales, quod demonstrare oportebat.*

Eucli. ex Camp. Propositio 22.

22 DVas similes circuli portiones inæquales, supra unam rectam lineam assignatam ex eadem parte cadere impossibile est.

CAMPANVS. Sit recta linea a b, super quam fiat portio circuli, a c b. Dico quod super eãdem lineam ex eadem parte non fiet alia portio quæ sit similis huic, & ea maior aut minor. Quod si fuerit possibile, fiat ergo portio a d b, maior ea, quæ cũ sit similis ei, stat ergo angulus a c b in portiõe minori, & angulus a d b in maiori. Erit ergo ut lineæ a d, & d b, includãt lineas a c & c b, ut in figuratiõe pria apparet. Aut altera primarũ: una fiat cũ altera postremarũ, ut in secũda. Aut ut altera secet alterã, ut in tertia. Qđ si fuerit primo modo erit per 21 primi angulus c maior angulo d, non d,non ergo portiones similes per d diffinitionē. Quod si secundo modo,erit adhuc angulus c,maior angulo d ,per decimamsextam primi,non igitur erūt portiones similes. Si autem tertio modo:sit ut linea b d,secet lineam a c,& secet circunferentiā portionis minoris in



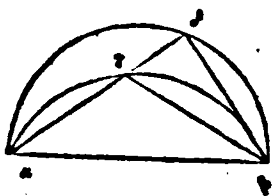
puncto e,& ducatur linea e a. Eritq́ per eandem decimamsextam primi,angulus a e b,consistens in portione a c b,maior angulo d,quare nullo modo sunt portiones similes. ¶ Simili quoque modo probabis,quod super eandem lineam non fiet portio similis portioni a c b,minor ea: posito c,in loco d,& d in loco c,in figura cū omnibus præ dictis,erit enim per præmissas & per 21 primi,& per 16 eiusdē & præmisso modo angulus d omnium figurationum, maior angulo c, quare portiones non erunt similes.

Et nota,quod licet proponatur super lineam unam non posse fieri portiones similes inæquales ex eadem parte:uerum est tamē quod neq; ex diuersis partibus. Quod libet probare,minore quæ est ex una parte superposita maiori quæ est ex altera. Necesse enim erit per communem scientiam,ipsam à maiori excedi,non ergo sunt similes per hanc 22.

Eucli. ex Zamb. Theorema 21. Propositio 22.

22 **Super eadem recta linea,duo segmēta circulorum similia, & inæqualia non constituentur ad easdem partes.**

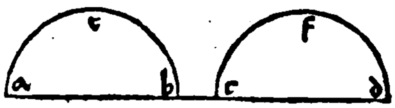
THEON ex Zamb. *Si enim poßibile: super eandem recta linea α β, duo circulorum segmenta similia & inæqualia constituantur ad easdem partes α γ β, & α δ β, & ducatur (per primū postulatum) α γ δ, & coniungantur (per 2 postulatū) γ β & δ β. Quoniā igitur segmentū α γ β, simile est segmēto α δ β, similiaq́; circulorū segmēta sunt quæ æquales angulos suscipiūt, (per diffinitionē 10 tertij) angulus igitur α γ β, angulo α δ β, est æqualis, exterior interiori. quod (per 16 primi) est impoßibile. Super eadē igitur recta linea: duo circulorū segmēta similia & inæqualia nō constituentur ad easdē partes, quod oportuit demonstrasse.*



Eucli. ex Camp. Propositio 23.

23 **DI circulorum similes portiones supra lineas æquas fuerint, ipsas portiones æquas esse oportet.**

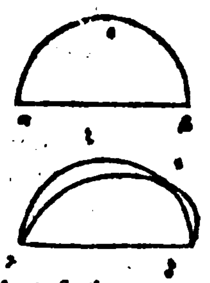
CAMPANVS. Sint duæ lineæ a b & c d æquales, super quas sunt duæ portiones circulorum a c b, c f d, quæ sunt similes. Dico quod ipsæ sunt æquales, Si enim non sunt æquales, altera earum superposita alteri, excedet maior minorem. sed linea a b, non excedet lineā c b, nec excedetur ab ea: cū sint æquales. Quare accidet contrarium præmissæ, quod est impossibile. Erit enim a b & c d linea una.



Eucli. ex Zamb. Theorema 22. Propositio 24.

24 **Super æqualibus rectis lineis similia circulorū segmenta constituta sibi inuicem sunt æqualia.**

THEON ex Zamberto. *Super æqualibus, inquam, rectis lineis α β, & γ δ, similia circulorum segmenta α ε β, & γ ζ δ, constituantur. Dico quod æquum est segmentum α ε β, segmento γ ζ δ. Congruente namque segmento α ε β, ipsi γ ζ δ, segmento, & posito signo α, super signo γ, recta uero linea α β, ipsi rectæ lineæ γ δ, congruente, & β, signum congruet ipsi δ, signo, quoniam æqualis est α β, ipsi γ δ. Congruente autem α β, recta linee ipsi γ δ, congruit α ε β, segmentum ipsi ε γ δ. Si enim α β, recta linea ipsi γ δ, congruit, segmentum autem α ε β, ipsi γ ζ δ, non congruit, sed differt sicut γ η δ, circulus autem circulum (per uicesimam tertij) non secat in pluribus signis duobus. Sed γ η δ, ipsum γ ζ δ, in pluribus quàm duobus signis hoc est γ η δ secat, quod (per eandem) est impoßibile. Non igitur, congruente α β, recta linea ipsi γ δ, non congruit quoque & segmentum α ε β, segmento γ ζ β. Congruit igitur & ei est æquale. Super æqualibus igitur rectis lineis similia circulorum segmenta constituta: sibi inuicem sunt æqualia, quod erat demonstrandum.*

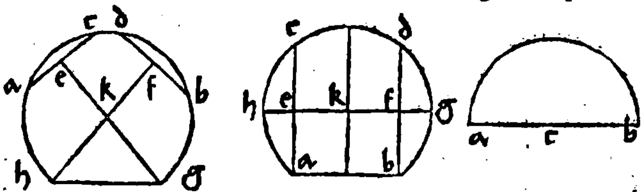


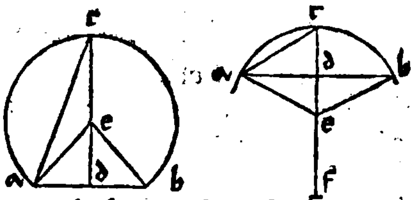
Eucli.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 24.

24 DAti ſemicirculi, ſiue ſemicirculo maioris ſiue minoris portionis: circulum perficere.

CAMPANVS. Intentio per hanc concluſionem, eſt ex omni arcu dato ſiue ex omni circuli portione data, circulum perficere. Sit ergo a b quilibet arcus: ex quo uolo perficere circulum. Protrabam in eo duas lineas qualitercunque contingat, quæ ſint a c, & b d: quas diuidā per æqualia, a c quidem in puncto e: & b d in puncto f. Et protraham e g perpendicularē ad a c, & f h perpendicularem ad b d: quæ ſecent ſe in puncto k. Eritq; per correllarium primæ huius, centrum circuli in utraq; linearum e g & f h. Quare cētrum eſt punctum k. Si autem e g non ſecet f h, ſed ſint linea una, quemadmodum erit ſi duæ lineæ a c & b d ſint æquidiſtantes: tunc ipſa applicabitur circunferentiæ dati arcus ex utraq; parte, ipſa igitur diuiſa per medium in puncto k: erit ibi centrum circuli per idem correllarium. Aequidiſtantes autē non erunt e g & f h, quia cum in utraq; ſit centrū circuli per dictum correllarium eſſent eiuſdē circuli duo centra. Sic poteſt de omni arcu ſiue de omni portione communiter demonſtrari: qualiter inde circulus perficiatur. Quia tamē auctor uidetur hanc concluſionem uariare ſecundū diuerſas ſpecies arcuum, omnium portionum enumerando ſpecies: demōſtrabimus diuiſim per ſpecies, qualiter ex omni portione data circulus perficiatur. Sit ergo primū a b portio data: ſemicirculus, eritque per diffinitionem ſemicirculi, linea a b diameter, ea igitur diuiſa per medium in puncto c: erit c centrum circuli. Sit rurſus portio a c b ſemicirculo maior, cuius chorda ſit a b, quam diuido per æqualia in pūcto d, a quo duco d c perpendicularem ad ipſam: quæ tranſibit per centrum, per correllarium primæ huius: & protraho lineam a c. Et quia linea a b eſt minor diametro, cum ſit a c b portio maior ſemicirculo: erit a d minor ſemidiametro, ſed d c eſt maior ſemidiametro, ergo d c eſt maior quam a d: ergo per 19 primi angulus c a d eſt maior angulo a c d. Fiat itaq; per 23 primi, angulus c a e æqualis angulo a c d: producta linea a e quæ ſecet lineam c d in puncto e, eritq; per ſextā primi, linea a e æqualis lineæ e c: producatur igitur linea e b, eritq; per 4 primi, linea e b æqualis lineæ a e, quare tres lineæ e a, e b, e c ſunt æquales, ergo per 6 huius e eſt centrum circuli. Sit iterum a c b portio minor ſemicirculo: cuius chorda ſit a c quam diuido per æqualia in puncto d, a quo produco lineam c d e perpendicularem ad lineam a b: quæ ſecet circunferentiam in puncto c, hanc manifeſtum eſt tranſire per centrum per correllarium primæ huius. Produco iterum lineam a c: eritq; angulus a c d maior angulo c a d. Si eſt æqualis: erit portio a c b ſemicirculus, & ſi minor, erit maior ſemicirculo: poſitum eſt autem quod ſit minor. Produco igitur lineam a e. quæ cum linea a c faciat: angulum æqualem angulo c, & ſecet lineam c f in puncto e, & manifeſtum eſt quod punctum e, cadat extra datam portionem, & produco lineam e b & quia angulus a totalis eſt æqualis angulo c, erit per 6 primi, linea e a æqualis lineæ e c, & quia per 4 primi, linea e b eſt æqualis lineæ e a: erit per 9 huius punctum e, centrum circuli, quare patet propoſitum: ſecundum omnes ſpecies portionum circuli.

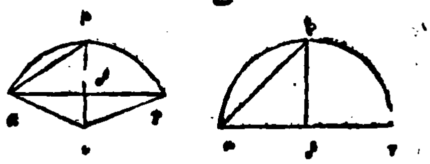




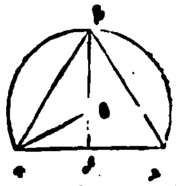
Eucli. ex Zamb. Problema 3. Propoſitio 25.

25 Circuli ſegmento dato, deſcribere circulum cuius eſt ſegmentum.

THEON ex Zamberto. *Sit datum ſegmentum circuli α β γ. Oportet iam ſegmenti α β γ, circulum cuius eſt ſegmentum deſcribere. Secetur enim (per 10 primi) α γ, bifariam in δ. Excitetur que (per 11 eiuſdem) à ſigno δ, ipſi α γ, ad angulos rectos β δ, & coniungatur (per primum poſtulatum) α β. Angulus igitur α β δ, angulo β α δ, comparatus aut eo eſt maior, aut ei æqualis*



aut eo minor, Sit prius maior, & constituatur (per 23 eiusdem) ad ipsam β α, rectam lineam ad signumq; in ea α, ipsi angulo α β δ, æqualis angulus β α ε. Et extendatur (per 2 postulatum) β δ, in ε. Et coniungatur (per 1 postulatum) ε γ, quoniam igitur angulus α β ε, æqualis est angulo β β ε, æqualis igitur est (per 6 primi, recta linea ε β, ipsi α ε. Et quoniam æqualis est α δ, ipsi δ γ, communis autem δ ε, duæ igitur α δ, & δ ε, duabus γ δ, & δ ε, sunt æquales altera alteri. Et angulus α δ ε, (per quartum postulatum) angulo γ δ ε, est æqualis, rectus enim uterque. Et basis igitur α ε, (per quartam primi,) basi γ ε, est æqualis. Sed α ε. ipsi ε ε, ostensa æqualis est. Igitur β ε, ipsi γ ε, est æqualis. Tres igitur α ε, ε β, & ε γ, sibi inuicem sunt æquales, Centro igitur ε, spatio autem (per 3 postulatum) aut α ε, aut ε β, aut ε γ. circulus descriptus per reliqua signa ueniet & descriptus erit. Circuli igitur segmento dato, circulus descriptus est, & manifestum est, quod segmentum α β γ. minus est semicirculo, quoniam ε, centrum extra ipsum cadit. Similiter quoque ostendemus, & si angulus α β δ, æqualis fuerit angulo β α δ, ipsa α δ, æquali existente utrique ipsarum β δ, & δ γ, tres igitur δ α, δ β, & β γ, sibi inuicem sunt æquales. Et erit ipsum centrum δ, completi circuli, ipsum erit quoque semicirculus α β γ.

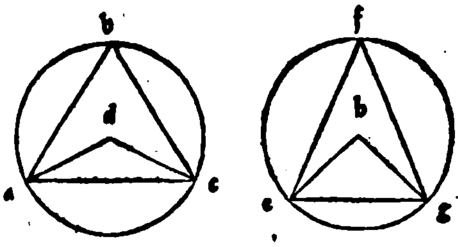


Si autem α β δ, minor fuerit β α δ, constituemus (per 23 primi) ad β α, rectam lineam & ad signum in ea α, angulo α β δ, æqualem intra α β γ, segmentum. Segmenti centrum cadet super δ β, & erit, uidelicet, segmentum α β γ, maius semicirculo. Dato igitur segmento, describitur circulus cuius est segmentum. Quod fecisse oportuit.

Eucli. ex Camp. Propositio 25.

25 SI in æquis circulis seu super centra, seu super circunferentias, æquales anguli consistant, super æquos arcus eos cadere necesse est.

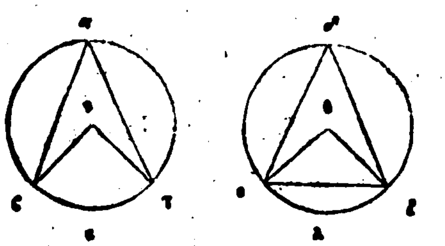
CAMPANVS Sint duo circuli æquales a b c cuius centrum d, & e f g, cuius centrum h, & fiant supra centra eorum, duo anguli a d c & e h g, qui ponantur æquales. Dico duos arcus a b c, & e f g, esse æquales, Protrahantur duæ lineæ a c & e g, & fiant duo anguli in circunferentijs ipsorum, consistentes, supra prædictos arcus, qui sint angulus a b c & angulus e f g. Quia ergo circuli sunt æquales, erunt per diffinitionem æqualium circulorum semidiametri æquales, & quia duo anguli d & h sunt æquales per 4 primi, linea a c æqualis lineæ e g, & per 19 huius, erit angulus, b, æqualis angulo f, cum d angulus sit æqualis angulo h. Ergo per diffinitionem similium portionum duæ portiones a b c & e f g, sunt similes, & quia ipsæ sunt super lineas a c & e g æquales: ipsæ erunt æquales per 23 huius, quare arcus a b c & e f g, sunt æquales. Quod si anguli b & f qui sunt in circunferentia, ponantur æquales, erũt per diffinitionem, portiones similes, & anguli d & h æquales per 19 huius. Et quia circuli sunt æquales per positionem, erunt per 4 primi, duæ lineæ a c & e g æquales, quare ut prius, portiones æquales per 23 huius: cum sint similes & super æquales lineas igitur & arcus æquales. Quod est propositum.



Eucli. ex Zamb. Theorema 25. Propositio 26.

26 In æqualibus circulis æquales anguli æqualibus circunferentijs insistũt siue si ad centra siue si ad circunferentias consistunt.

THEON ex Zamb. *Sint æquales circuli: α β γ, & δ ε ζ. & in eis sint anguli æquales ad centra quidem, qui sub β η γ, & ε θ ζ, ad circunferentias autem, qui sub β α γ, & ε δ ζ. Dico quod circunferentia β η γ, æqualis est circunferentiæ ε λ ζ. Coniunguntur (per primum postulatum) β γ, & ε ζ. Et quoniam circuli α β γ & δ ε ζ, sunt æquales, etiam quæ ex centris, sunt æquales (per primam diffinitionem tertij). Duæ igitur β η, & η γ, duabus ε θ, & θ ζ, sunt æquales. Et angulus qui ad η, angulo qui ad θ est æqualis, Basis igitur β γ (per 4 primi) basi ε ζ, est æqualis Et quoniam angulus qui ad α. æqualis est angulo qui ad δ, segmentum igitur β α γ, (per 24 tertij simile est segmento ε δ ζ, & sunt in æqualibus rectis lineis β γ, & ε ζ. Super æqualibus autem rectis lineis (per 24 eandem) similia circulorum segmenta existentia, inuicem sunt æqualia. Segmentũ igitur β α γ. æquale est ipsi ε δ ζ segmẽto. Est autẽ totus circulus α β γ, æqualis toti circulo δ ε ζ.*

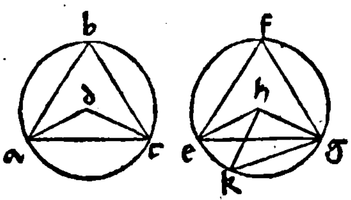


Reliqua

Reliqua igitur $\beta\,\eta\,\gamma$ circunferentia (per 3 cõmunem sententiam) reliquæ $\epsilon\,\lambda\,\zeta$: circunferentiæ est æqualis. In æqualibus igitur circulis æquales anguli æqualibus circunferentijs insistunt: siue si ad circunferentias, siue si ad centra consistant, quod demonstrasse oportuit.

Eucli ex Camp. *Propositio 26.*

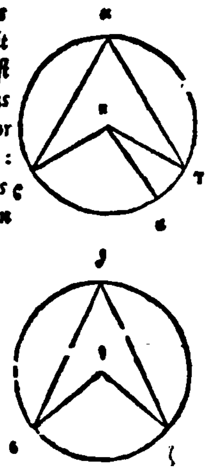
26 **S**I in æquis circulis æqui sumãtur arcus, infra illos, formatos angulos qui supra centra eorum seu supra circunferentias constituantur, æquos esse necesse est.



CAMPANVS. Sint ut prius duo circuli æquales: a b c cuius centrum d, & e f g cuius centrũ h: sintq́ue duo arcus a b c & e f g æquales: fiantq́ue super ipsos arcus, duo anguli in centro qui sint d & h: ductis a d, c d, e h, g h. Itemq́ue super eosdẽ arcus fiant duo alij anguli in circunferentia, qui sint b & f: ductis lineis a b, c b, e f & g f. Dico duos angulos d & h, ad inuicem esse æquales: itemq́ue duos b & f: adinuicem esse æquales. Et est hæc cõuersa prioris. Si enim non sunt d & h anguli ad inuicem æquales: sit ergo h maior, à quo abscindatur angulus k h g, qui sit æqualis angulo d, eritq́ue per præmissam, arcus k e f g, æqualis arcui a b c. Sed duo arcus a b c & e f g, positi sunt æquales: accidet ergo partem esse æqualem toti: quod est impossibile. Quare anguli d & h totales, sunt æquales. Simili quoq́ue modo probabis angulos b & f, esse æquales: uel si mauis, probato quod anguli d & h sint æquales: sequitur b & f esse æquales per 19 huius, & è conuerso.

Eucli. ex Zamb. Theorema. 21. *Propositio. 26.* *Conuersa præcedentis.*

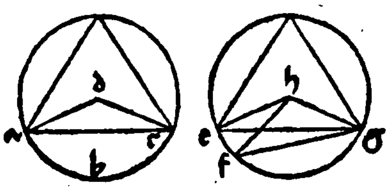
26 **In æqualibus circulis anguli qui æqualibus circunferentijs insistunt, sibi inuicem sunt æquales: siue si ad centra, siue si ad circunferẽtias fuerint constituti.**



THEON ex Zamberto. *In æqualibus enim circulis $\alpha\,\beta\,\gamma$, & $\delta\,\epsilon\,\zeta$, super æqualibus circunferẽtijs $\beta\,\gamma$ & $\epsilon\,\zeta$, ad centra $\eta\,\theta$: anguli consistant $\beta\,\eta\,\gamma$ & $\epsilon\,\theta\,\zeta$: ad circunferentias autẽ $\beta\,\alpha\,\gamma$ & $\epsilon\,\delta\,\zeta$. Dico quod angulus $\beta\,\eta\,\gamma$ æqualis est angulo $\epsilon\,\theta\,\zeta$: & angulus $\beta\,\alpha\,\gamma$ æquus est angulo $\epsilon\,\delta\,\zeta$. Siquidem angulus $\beta\,\eta\,\gamma$ æquus est angulo $\epsilon\,\theta\,\zeta$: manifestum est quod angulus etiam $\beta\,\alpha\,\gamma$ æquus est angulo $\epsilon\,\delta\,\zeta$ per 20 tertij. Si uero non: alter eorum maior est: sit maior angulus $\beta\,\eta\,\gamma$: & constituatur per 23 primi, ad lectam lineam $\beta\,\eta$, ad datumq́ue in ea signum η: angulo $\epsilon\,\theta\,\zeta$ æqualis angulus $\beta\,\eta\,\kappa$. Anguli autem æquales super æqualibus circunferentijs consistunt, per 26 tertij, quando ad centra fuerint: æqualis igitur est circunferẽtia $\beta\,\kappa$: circunferentiæ $\epsilon\,\zeta$. Sed $\epsilon\,\zeta$, ipsi $\beta\,\gamma$ est æqualis: & $\beta\,\kappa$ igitur, ipsi $\beta\,\gamma$ est æqualis: minor maiori, quod est impossibile. Angulus igitur $\beta\,\eta\,\gamma$, angulo $\epsilon\,\theta\,\zeta$ inæqualis non est: æqualis igitur. Et est ipsius quidem anguli $\beta\,\eta\,\gamma$ dimidius angulus qui ad α, per 20 tertij. Ipsius autẽ $\epsilon\,\theta\,\zeta$ dimidius angulus qui ad δ per eandem. Aequalis igitur est angulus qui ad α, angulo qui ad δ. In æqualibus igitur circulis anguli super æqualibus circunferentijs consistentes, sibi inuicem sunt æquales: siue si ad centra, siue si ad circunferentias fuerint constituti, quod demonstrasse oportuit.*

Eucli. ex Camp. *Propositio. 27.*

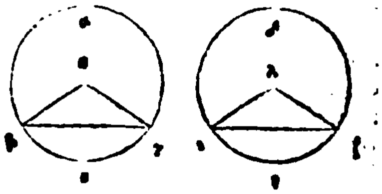
27 **S**I in circulis æqualibus æquæ lineæ arcus resecent, arcus quoq́ue æquos esse: si autem lineæ inæquales fuerint, arcus quoq́ue inæquales, & à maiore linea maiorem arcum, à minore uero minorem abscindi necessarium est.



CAMPANVS. Sint duo circuli æquales, a b c cuius centrum d, & e f g cuius centrum h: sitq́ue corda a c æqualis chordæ e g. Dico duos arcus a b c & e f g, quos prædictæ chordæ ex prædictis circulis resecãt, esse æquales. Quod si chorda e g ponatur maior chorda a c: dico arcum e f g esse maiorem arcu a b c. Primum quidem sic probatur. Ducantur à centris lineæ ad extremitates chordarum: quæ sint d a, d c, h e, h g: & quia circuli positi sunt fore æquales: erunt hæ semidiametri æquales: & quia linea a c posita est æqualis lineæ e g, erit per 8 primi, angulus d æqualis angulo h totali: quare per 25 huius, erit arcus a b c, æqualis arcui e f g: sicq; patet primum. Secundum sic. Sit e g maior a c: eritq; per 25 primi, angulus h maior angulo d. Fiat ergo angulus f h g æqualis angulo d: eritq; per 25 huius, arcus f g, æqualis arcui a b c. Quare arcus e f g, est maior arcu a b c, quod est secundum propositum.

Eucli. ex Zamb. Theorema 25. Propositio 28.

28 In æqualibus circulis æquales rectæ lineæ æquales circunferentias auferunt, maiorem maiori, minorem autem minori.

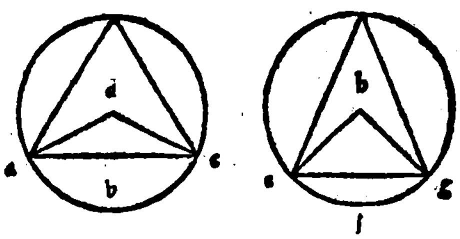


THEON ex Zamberto. Sint æquales circuli αβγ & δεζ, & in eis sint æquales rectæ lineæ βγ & εζ: circunferentias βαγ & εδζ maiores auferentes, circunferentias autem βηγ & εθζ minores. Dico quod circunferentia βαγ maior, æqualis est circunferentiæ εδζ maiori: circunferentia uero βηγ minor, æqualis est circunferẽtiæ εθζ minori. Suscipiantur enim circulorum centra (per primã tertij): sintq; κ λ, & coniungantur κβ, κγ, ελ & λζ. Et quoniam circuli sunt æquales, æquales quoq; sunt quæ ex centris (per primam diffinitionem tertij). Duæ igitur βκ & κγ, duabus ελ & λζ sunt æquales. Et basis βγ (per hypothesin) basi εζ est æqualis: angulus igitur βκγ (per 8 primi) angulo ελζ est æqualis: æquales autem anguli (per 26 tertij) in æqualibus circunferentijs insistunt: etiam quando ad centra fuerint constituti. Circunferentia igitur βηγ, æqualis est circunferentiæ εθζ: est autem totus circulus αβγ, toti circulo δεζ æqualis. Reliqua igitur circunferentia βαγ (per 3 communem sententiam) reliquæ circunferentiæ εδζ est æqualis. In circulis æqualibus igitur æquales rectæ lineæ, æquales circunferentias auferunt: maiorem maiori, minorem autem minori, quod demonstrasse oportuit.

Eucli. ex Camp Propositio 28.

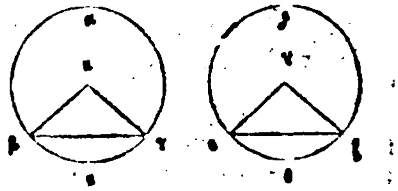
28 CIrculorum æqualium æquos arcus, æquas chordas habere necesse est.

CAMPANVS. Sint duo circuli æquales a b c, cuius centrum d, & e f g cuius centrum h: sitq; arcus a b c æqualis arcui e f g. Dico quod chorda a c, est æqualis chordæ e g. Et est est hæc cõuersa primæ partis præmissæ. Ducantur lineæ d a, d c, h e, h g: eruntq; per 26 huius, anguli d & h æquales. Quare per quartam primi, erit a c, æqualis e g, quod est propositũ. Quæcunq; autem probatæ sunt passiones de diuersis circulis æqualibus: intellige multo fortius ueras esse de eodem.



Eucli. ex Zamb. Theorema 26. Propositio 29. Conuersa præcedentis.

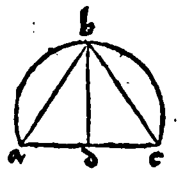
29 In æqualibus circulis, sub æqualibus circunferentijs æquales rectæ lineæ subtenduntur.



THEON ex Zamberto. Sint æquales circuli αβγ & δεζ, & in eis æquales sumantur circumferentiæ βηγ & εθζ, coniunganturq; βγ & εζ rectæ lineæ. Dico quod æqualis est recta linea βγ ipsi εζ rectæ lineæ. Sumantur enim (per 1 tertij) circulorum centra: sintq; κ & λ, & coniungantur βκ & κγ, ελ & λζ. Et quoniam circunferentia βηγ æqualis est ipsi εθζ circunferentiæ: æqualis est angulus βκγ angulo ελζ (per 10 diffinitionem tertij). Et quoniã circuli αβγ & δεζ sunt æquales: & quæ ex centris quoq; sunt æquales (per 1 eiusdem diffinitonem. Duæ igitur βκ & κγ, duabus ελ & λζ sunt æquales, & angulos comprehendunt æquales. Basis igitur βγ (per 4 primi) basi εζ est æqualis. In æqualibus igitur circulis, æqualibus circunferentijs æquales rectæ lineæ subtenduntur, quod demonstrasse oportuit.

Eucli. ex Camp. Propositio 29.

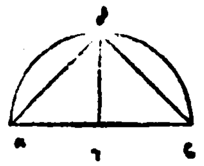
29 DAtum arcum per æqualia diuidere.



CAMPANVS. Sit datus arcus a b c cui subtendatur chorda a c, quæ diuidatur per æqualia in puncto d, à quo ducatur perpendicularis ad ipsam, quæ sit d b: secans circunferentiam dati arcus in puncto b: quam dico diuidere datum arcum per æqualia. Ducantur enim lineæ b a, b c, quæ erunt æquales per 4 primi. Quare per primam partem 27 huius, arcus a b, erit æqualis arcui b c, quod est propositum.

Eucli. ex Zamb. Problema 4. Propositio 30.

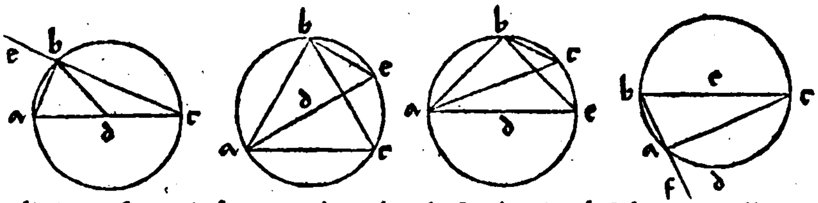
Datam circunferentiam, bifariam secare.



THEON ex Zamberto. Sit data circunferentia α δ β, oportet iam ipsam circunferentiam α δ c, bifariam secare. Coniungatur α c, seceturq; (per 10 primi) bifariam in γ signo: & ab ipso γ, ipsi α c recta linea (per 11 primi) ad angulos rectos excitetur γ δ, & coniungantur α δ & δ β. Et quoniam æqualis est α γ ipsi γ β, communis autem γ δ: duæ igitur α γ & γ δ, duabus c γ & γ δ sunt æquales: & angulus α γ δ (per 4 postulatum) angulo c γ δ est æqualis: rectus enim uterq; est. Basis igitur α δ (per 4 primi) basi δ c est æqualis. Aequales autem rectæ lineæ: æquales circunferentias auferunt, maiorē maiori, minorem autem minori (per 28 tertij. Et utraq; ipsarum circunferentiarum α δ & δ c: semicirculo minor est: æqualis igitur est circunferentia α δ, ipsi δ c circunferentiæ. Data igitur circunferentia, bifariam secta est, quod fecisse oportuit.

Eucli. ex Camp. Propositio 30.

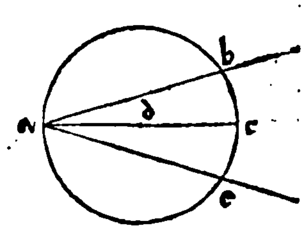
30 SI rectilineus angulus in semicirculo supra arcum consistat, rectus est. Si uero in portione semicirculo minore, recto maior. Si autem in portione semicirculo maiore, recto minor. Itemq; omnis portionis angulus semicirculo maioris, recto maior, minoris uero, recto minor de necessitate erit,



CAMPANVS. Sit in circulo a b c cuius centrū d & diameter a d c, semicirculus a b c, in cuius semicirculi circunferentia fiat angulus a b c, ductis lineis a b & b c. Dico illum angulum esse rectum. Protrahatur ab ipso angulo in centrum, linea b d: eritq; per 5 primi, angulus a b d, æqualis angulo a: & angulus d b c, æqualis angulo c. Et quia angulus c d b est æqualis duobus angulis d b a, & a per 32 primi: ipse erit duplus ad angulū d b a. Eadē ratione angulus a d b, duplus erit ad angulum d b c: ergo duo anguli c d b & a d b: dupli sunt ad totalem angulum a b c: sed ipsi sunt æquales duobus rectis per 13 primi: erit igitur angulus a b c totalis, medietas duorum rectorum, quare rectus: quod est primum propositum.

IDEM aliter. Protrahatur c b usq; ad e, eritq; per 32 primi, angulus a b e, æqualis duobus augulis a & c, & quia angulus a est æqualis angulo a b d, & angulus c angulo c b d: erit angulus a b e æqualis totali angulo a b c: ergo uterq; eorum est rectus per diffinitionem. Secundum sic patet. Sit in circulo a b c cuius centrum d, portio a b c cuius chorda a c, maior semicirculo: & fiat super eius circunferentiā angulus a b c, ductis lineis b a & b c. Dico illum angulum esse minorem recto. Producantur enim diameter a d e & linea e b: eritq; per primā partem huius b totalis: rectus, quare angulus a b c, erit minor recto per 9 communem scientiam, cum sit pars eius, sicq; patet secundum. Tertium sic. Sit rursus in circulo a b c cuius centrū d, portio a b c cuius chorda a c, quæ sit semicirculo minor. & fiat super eius circunferentiam angulus a b c, ductis lineis b a & b c. Dico hunc angulum esse maiorem recto. Producātur enim diameter a d e & linea b e, eritq; per primã partẽ huius, angulus a b e rectus, quare angulus a b c erit maior recto, quod est tertiũ propositũ. Quartum & quintum sic. Sint in circulo a b c d cuius centrũ e, portio a b c, cuius chorda a c maior semicirculo: & portio a d c cuius eadem chorda a c minor semicirculo. Dico angulũ contentũ ab arcu c b a & chorda a c, esse maiorẽ recto: & angulum contentũ ab arcu c d a & chorda a c, esse minorem recto. Producatur diameter c e b, & linea b a, usq; ad f, eritq; per primã partem huius, angulus b a c, rectus, quare p 13 primi, angulus f a c, est similiter rectus. Quia igitur angulus rectus est pars primi, & secundus pars recti: euidenter patet utrunq;, quare tota liquet hæc pentamembris conclusio.

CAMPANI additio. Ex istis duabus ultimis partibus, nota instantiam contra illas duas argumẽtationes: ad quas tulimus instantiã in 15 huius. Transitur enĩ ab angulo portionis semicirculo minoris qui est minor recto per ultimã partem huius, ad angulum portionis semicirculo maioris qui est maior recto per penultimam partem huius, non tamen per æquale. Cum enim omnis portio circuli sit aut semicirculus, aut maior semicirculo aut minor, sit autem tam angulus semicirculi per secundam partem 15 quã angulus portionis minoris per ultimã partem huius minor recto, portionis uero maioris sit maior recto: non tamẽ erit alicuius portionis angulus, nec simpliciter aliquis contentus à circunferentia & linea recta, aut rectus aut æqualis recto. Quod ut clarius pateat: sit in circulo a b c cuius centrũ d, linea a b cui non sit determinatus finis ex parte b, secãs ex ipso b portionẽ semicirculo minorẽ: eritq; per ultimã partem huius, minor recto. Huius circuli sit diameter a d c, & imaginetur linea a b: moueri ad partẽ c super punctum a: quæ quãdiu fuerit citra c, uel in ipso c, cooperiẽs diametrũ a d c: faciet cum arcu angulum minorẽ recto. In omni autẽ puncto ultra c, uelut in e: faciet per penultimã partem huius, angnlum maiorem recto. Transitur ergo a minori ad maius, non per æquale. Et sicut in rectilineis angulis est reperire maiorẽ angulo semicirculi & minorẽ, non tamẽ æqualem ut demonstratũ est in 15 huius: sic in angulis portionis est reperire maiorẽ recto & minorẽ, non tñ æqualẽ, ut patet ex ista demonstratione.



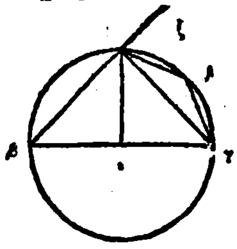
Eucli. ex Zamb. *Theorema. 27.* *Propositio. 31.*

31 In circulo angulus qui in semicirculo est, rectus est: qui aũt in maiore segmento, minor recto: qui uero in minore segmento, maior est recto. Et insuper angulus maioris segmenti, recto quidem maior est: minoris autem segmenti angulus, minor est recto.

THEON ex Zamberto. *Sit circulus α β γ δ: dimetiens aũt eius sit β γ, centrũ uero ε. Sumaturq; in semicirculo signũ utcũq;, sitq; illud δ & coniungãtur β α, α γ, α δ & δ γ. Dico quod angulus in β α γ semicirculo, rectus est. Angulus aũt in α β γ segmento maiore semicirculo, qui est sub α β γ, recto minor est. Angulus uero in α δ γ minore semicirculo segmento, qui est sub α δ γ, recto maior est. Coniungantur α ε, & extendatur β α in ζ. Et quoniã æqualis est β ε ipsi ε α, ex centro enim in circunferentiã: æqualis est angulus ε α β angulo ε ϛ α (per 5 primi) Rursus quoniam æqualis est α ε ipsi ε γ, æqualis est per eandẽ, angulus qui sub α γ ε ei qui sub γ α ε. Totus igitur angulus ϛ α γ duobus angulis α β γ & α γ ϛ est æqualis. Angulus aũt qui sub ζ α γ extra ipsum triangulum α β γ: duobus angulis α ϛ γ & α γ ϛ est æqualis, per 32 primi. Aequalis igitur est angulus ϛ α γ, angulo ζ α γ: rectus igitur uterq; est. In semicirculo igitur β α γ, angulus qui sub β α γ, rectus est. Et quoniã trianguli α ϛ γ, duo anguli α β γ & β α γ (per 17 primi) duobus rectis sunt minores, angulus aũt ϛ α γ rectus est: angulus igitur qui sub α β γ, recto minor est, & est in segmento α ϛ γ, maiore semicirculo. Et quoniã in circulo inest quadrilaterũ α β γ δ, in circulis aũt quadrilaterorũ cõsistentiũ (per 22 tertij) anguli qui ex opposito duobus rectis sunt æquales: anguli igitur α β γ & α δ ε, per eandem duobus rectis sunt æquales. At angulus α β γ recto minor est. Reliquus igitur angulus α δ β, maior est recto, & in segmẽto minore semicirculo est: Dico iam etiã quod angulus segmẽti maioris, cõprehensus sub α β γ circũferentia & α γ recta linea, recto maior est: angulus autẽ minoris segmenti comprehensus sub α δ γ circunferentia & α γ recta linea, recto est minor, manifestumq; illinc est. Quoniam enim angulus comprehensus sub β α & α γ rectis lineis, rectus est: angulus igitur cõprehensus sub α β γ circũferentia & α γ recta linea, maior est recto: quoniã totũ sua parte maius est (per 9 cõmuniũ sentent ã). Rursus quoniã angulus cõprehensus sub α γ & α ζ rectis lineis, rectus est: angulus igitur γ α recta linea & α δ γ circũferẽtia cõprehensus, recto minor est. In circulo igitur angulus in semicirculo existens, rectus est: qui uero in maiore segmento, recto est minor, in minori autem, recto est maior. Et insuper angulus*

lus

lus maioris segmenti, maior est recto: minoris autem segmenti, recto minor, quod demonstrasse oportuit.

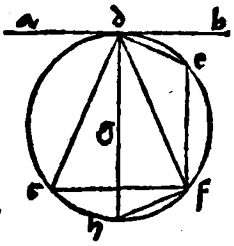


ALIA ostensio, quod angulus qui sub β α γ rectus est. Quoniã angulus α ε γ, eius qui sub β α ε duplus est (per 32 primi) aequalis nanq; est duobus interioribus ex opposito interiores aut (per 5) sunt aequales: angulus aũt α ε ϲ eius qui sub ε α γ duplus est: anguli igitur α ε β & α ε γ, ipsius β α γ dupli sunt. Sed anguli α ε β & α ε γ: duobus rectis sunt aequales. Angulus igitur q sub β α γ, rectus est qđ erat demonstrãdum.

CORRELARIVM. Hinc manifestum est, quod si trianguli angulus unus, reliquis duobus aequalis fuerit, rectus est: eo quod illi contiguus (qui scilicet producto latere extra triangulum fit) eisdem est aequalis, sed quãdo utrobiq; aequales fuerint, recti sunt.

Eucli. ex Camp. Propositio 31.

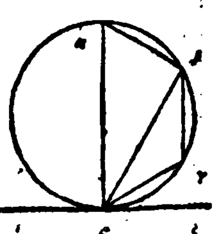
31 SI circulum linea recta contingat, & à cõtactu in circulum quaedam circulum secans recta linea, praeter centrum ducatur, quousq; duos angulos cũ cõtingẽte facit, duobus angulis qui in alternatis circuli super arcus cõsistũt portionibus, aequales sunt. 19



CAMPANVS. Si recta linea a b, contingens circulum c d e f, cuius centrum g, in puncto d: à quo ducatur in circulum praeter centrum, linea d f: secans ipsum: fiantq; angulus d c f consistens super arcum portionis d c f, ductis lineis c d & c f: & angulus d e f consistens super arcum portionis d c f, ductis lineis e d & e f. Dico angulo c esse aequalem angulum b d f: & angulo e, angulum a d f. Ducantur enim, diameter d g h & linea f h: eritq; per 17 huius, d h, perpendicularis super a b: & per primã partem praemissae, angulus d f h, rectus. Quare duo anguli a d h & d f h, sunt aequales. Posito ergo communi angulo h d f: erit angulus a d f, aequalis duobus angulis qui sunt d f h, & h d f: sed hi duo cum angulo h, sunt aequales duobus rectis per 32 primi: ergo angulus a d f cum angulo h, aequales duobus rectis. Sed angulus a d f cum angulo b d f: aequiualet duobus rectis per 13 primi: ergo angulus b d f, est aequalis angulo h: ergo & angulo c, per 20 huius: & hoc est primum. Et quia duo anguli c & e sunt aequales duobus rectis per 21 huius: erit angulus e aequalis angulo a d f: quod est secundum. Vel illud secundũ sic. Angulus a d f cum angulo h aequiualet duobus rectis, ut praemonstratum est: sed angulus e cũ angulo h, aequiualet duobus rectis per 21 huius: ergo angulus e est aequalis angulo a d f, quod est propositum.

Eucli. ex Zamb. Theorema 28. Propositio 32.

32 Si circulum tetigerit aliqua recta lines, à contactu autem ducta fuerit quaedam recta linea, circulum secans: anguli quos efficit ad tangentẽ, aequales sunt eis qui in alternis circuli segmentis consistunt angulis.

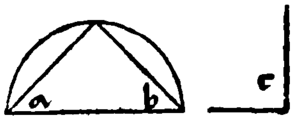
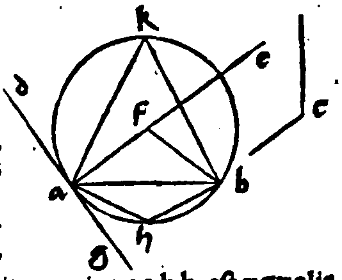


THEON ex Zamberto. Circulum enim α β γ δ, tangat recta linea quaedam ε ζ in ϲ signo: & à signo ϲ, ducatur recta linea quaedam in circulum α β γ δ, eum secãs, sitq; β δ. Aio quod anguli quos ϲ δ simul cum ε ζ tangente conficit: angulis qui sunt in alternis segmentis circuli sunt aequales: hoc est quod angulus ζ β δ: aequalis est angulo existenti in ϲ α δ segmento: & angulus ε ϲ δ, aequalis est angulo existenti in β ε δ segmento. Excitetur enim (per 11 primi) ab ipso ϲ, ipsi ε ζ ad rectos angulos β α. Sumaturq; in ϲ δ circunferentia, signum utcunq; sitq; illud γ, & connectatur α γ, δ γ & γ β. Et quoniam circulum α β γ δ, quaedam recta linea tangit ε ζ in ϲ, & ex ϲ contactu ducta est ipsi cõtingenti ad angulos rectos β α: in ipsa ϲ α igitur centrum est circuli α ϲ γ δ (per 19 tertij). Angulus igitur α δ ϲ in semicirculo existens (per 31 tertij) rectus est. Reliqui igitur anguli β α δ & α ϲ δ, uni recto sunt aequales. Angulus autem α ϲ ζ, rectus est. Angulus igitur qui sub α ϲ ζ, est aequalis eis qui sunt sub ϲ α δ & α ϲ δ angulis. Communis auferatur angulus α ϲ δ. Reliquus igitur angulus δ ϲ ζ, aequalis est angulo ϲ α δ existenti in alterno segmento circuli. Et quoniã in circulo quadrilaterum est α ϲ γ δ, eius anguli ex opposito duobus rectis sunt aequales (per 22 tertij) anguli igitur δ ϲ ζ & δ β ε, eis qui sunt sub ϲ α δ & ϲ γ δ anguli sunt aequales. Quorũ angulus ϲ α δ, ostensum est qđ aequalis est ipsi δ β ζ angulo. Reliquus igitur angulus qui sub δ β ε, angulo δ γ β. in alterno segmento δ γ β existenti est aequalis. Si circulum igitur tetigerit aliqua recta linea, à contactu autem in circulum ducta fuerit aliqua recta linea circulum secans, anguli quos efficit ad tangentem, ijs qui in alternis circuli segmentis consistunt angulis aequales: quod erat demonstrandum.

Eucli. ex Camp. Propositio 32.

32 **SVper datã lineã, circuli portionem describere: capientẽ angulũ dato angulo æqualẽ, seu rectũ, seu maiorẽ, seu minorẽ recto.**

CAMPANVS. Sit a b linea data, & c datus angulus. Super lineã a b uolo describere unã circuli portionẽ, recipientẽ in circũferẽtia rectilineũ angulũ æqualẽ angulo c. Si igitur fuerit angulus c, rectus: diuisa a b per mediũ, describã sup̱ eam semicirculũ, factumq́ʒ erit propositum, per primam partem 30 huius. Si autem sit obtusus: ducam lineam d a cum linea b a, continentem æqualem angulum angulo c: & à puncto a ducam lineam a e, perpendicularem super lineam a d. Et super punctum b faciam angulum per 23 primi æqualem angulo e a b, in quo obtusus excedit rectum, ducta linea b f usq́ʒ ad perpendicularem a e: eruntq́ʒ per 6 primi, lineæ f a & f b æquales. Facto itaq́ʒ puncto f centro circuli, describam secundum quantitatem lineæ f a circulum a h b: eritq́ʒ per correlarium 15 huius, linea a d, contingens circulum: quare per præmissam, angulus qui fit in portione a h b, est æqualis d a b, quare & angulo c, quod est propositum. Si aũt angulus c sit acutus: producã lineã a g, cõtinentem cum linea a b, continentẽ angulũ æqualẽ angulo c, & à puncto a ducam a e, perpendicularem ad lineam a g: & super punctum b faciam angulũ æqualem angulo e a b, in quo rectus excedit acutum, ducta linea b f usq́ʒ ad perpendicularẽ a e, erũtq́ʒ per 6 primi, lineæ f a & f b æquales. Facto itaq́ʒ puncto f, centro circuli, describam secundum quantitatem lineæ f a, circulum a k b: eritq́ʒ per correlarium 15 huius, linea a g cõtingens circulũ: quare per præmissam, angulus qui fit in portione a k b, est æqualis angulo g a b, quare & angulo c, quod est propositum.

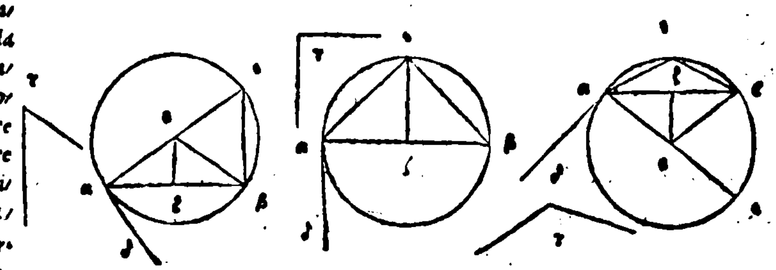



Eucli. ex Zamb. *Problema 5.* *Propositio 33.*

33 **Super data recta linea, describere segmentum circuli capiens angulum æqualem dato angulo rectilineo.**

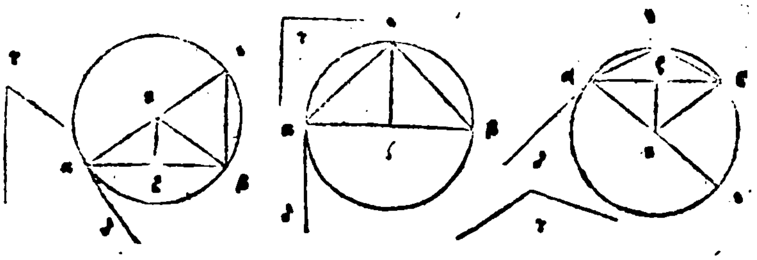
THEON ex Zamberto. *Sit data recta linea α β, datus uero angulus rectilineus sit γ: oportet iam super data recta linea α β: describere segmentum circuli suscipiens angulum æqualẽ ipsi angulo qui ad γ. Angulus igitur qui ad γ, aut est acutus, aut rectus, aut obtusus. Sit primum acutus, sicut in prima descriptione, & constituatur (per 23 primi) ad α β rectam lineam & ad in ea signum α, ipsi angulo γ æqualis angulus δ α β. Angulus igitur δ α β, acutus est. Excitetur (per 11 eiusdem: igitur ipsi α δ ad angulos rectos α ε, seceturq́ʒ per 10 primi, bifariã α β, in signo ζ. Et à signo ζ, ipsi α β ad angulos rectos excitetur ζ η (per 11 eiusdem) & connectatur η β. Et quoniam æqualis est α ζ ipsi ζ β, communis autem ζ η: duæ igitur α ζ & ζ η, duabus ζ β & ζ η sunt æquales, & angulus qui sub α ζ η (per 4 primi) æqualis est ei qui sub η ζ. Basis igitur α η (per 4 eiusdem) basi η β est æqualis. Centro igitur η, spatio uero η α (per 3 postulatum, circulus descriptus: ueniat etiam per β, describatur, & sit α β ε, & connectatur ε β. Quoniam igitur ab extremitate ipsius α ε diametri, ab α signo ipsi α ε ad angulos rectos est α δ: igitur α δ tangit circulũ α β ε (per correlariũ 16 tertij. Et quoniam circulũ α θ ε tangit quædam recta linea α δ, & ab α contactu in ipsum circulum α θ ε ducta est recta linea quædam α β: angulus igitur δ α θ (per 32 eiusdem) angulo α ε β existenti in alterno circuli segmento est æqualis. Sed angulus δ α β, ei qui est ad γ angulo est æqualis. Angulus igitur qui ad γ: æqualis est ei qui sub α ε β est angulo. Super data igitur recta linea α β, segmentũ circuli descriptũ est suspiciens angulũ α ε β æqualem dato angulo qui ad γ. Sed iam rectus sit angulus qui ad γ, & † opportunum sit: rursus super α β describere segmẽtum circuli suscipiens angulũ æqualem ei qui est ad γ recto. Constituatur enim rursus ad ipsam α β rectã lineã, ad signumq́ʒ in ea α: dato angulo rectilineo γ æqualis angulus qui sub θ α δ (per 23 primi) sicut in secũda habetur descriptiõe. Seceturq́ʒ (per 10 primi) α β, bifariã in ζ, & centro ζ, spatio uero ζ α aut ζ β: circulus describatur α ε θ (per 3 postulatũ) Tangit igitur recta linea α δ, circulũ α ε θ: quoniã angulus qui ad α, rectus est. Et angulus β α δ*

† δίορισμ



æqualis

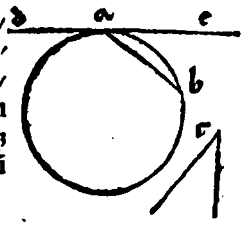
æqualis est angulo qui est in segmento α ε β: rectus etenim & ipse est qui in semicirculo existit (per 31 tertij. Sed angulus β α δ, ei qui ad γ est angulo æqualis est. Descriptum est igitur iterum super α β: segmentum circuli α ε β, capiens angulum æqualẽ ei qui ad γ est angulo.



Sed iam esto angulus qui ad γ, obtusus, & constituatur ei iterum ad α β rectam lineam & ad α signum: æqualis angulus β α δ (per 23 primi) sicut habet tertia descriptio, & ipsi α δ: ad angulos rectos (per 11 eiusdem) excitetur α ε, seceturq; rursus α β bifariam in signo ζ (per 10 eiusdem) & ipsi α β ad angulos rectos excitetur ζ η (per 11 eiusdem) & connectatur η β. Et rursus quoniam æqualis est α ζ ipsi ζ β, & communis ζ η: duæ igitur α ζ & ζ η, duabus β ζ & ζ η sunt æquales: & angulus α ζ η (per 4 postulatum) angulo β ζ η est æqualis: basis igitur α η (per 4 eiusdem) basi β η est æqualis. Centro igitur η, spatio autem η α (per 3 postulatum) circulus descriptus, transibit per β, transeat sicut α β ε. Et quoniam ab extremitate α ε dimetientis, ad angulos rectos excitata est α δ: igitur (per correlarium 16 tertij) α δ tangit ipsum circulum α ε β & à contactu α extenditur α β. Angulus igitur β α δ (per 32 eiusdem) æqualis est angulo α θ β existenti in alterno segmento circuli. Sed angulus β α δ, ei qui est ad γ est æqualis. Igitur angulus qui est in α θ β segmẽto æqualis est ei qui est ad γ angulo. Super data igitur recta linea α β, descriptum est segmentum circuli α θ β capiens angulum æqualem ei qui ad γ est angulo, quod fecisse oportuit.

33 Eucli. ex Camp. Propositio 33.

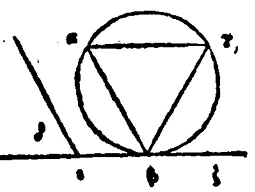
A dato circulo, dato angulo æquum angulum capientem portionẽ abscindere.



CAMPANVS. Sit a b datus circulus, & c datus angulus, uolo ergo à circulo a b, abscindere portionẽ unam capientem æqualem angulum angulo c. Produco lineam d a e, cõtingentem datum circulum in puncto a, à quo duco in circulum lineam a b, continentem cum linea a e, angulum æqualem angulo c: eritq; per 31 huius, portio a b existens à parte lineæ a d: recipiens angulũ æqualem angulo c, quod est propositum.

34 Eucli. ex Zamb. Problema. 6. Propositio. 34.

A dato circulo, segmentum abscindere capiens angulum æqualem dato angulo rectilineo.



THEON ex Zamberto. Esto datus circulus α β γ: datus uero angulus rectilineus qui ad δ: oportet iam ab α β γ circulo, segmẽtum abscindere capiens angulum æqualem ei qui ad δ est angulo. Excitetur enim (per 17 tertij. linea tangens circulũ sitq; illa ε ζ, & tangat in β signo. Et constituatur (per 23 primi) ipsi ε ζ rectæ lineæ & in ea signo β, angulo qui ad δ, æqualis angulus ζ β γ. Quoniam igitur circulum α β γ tangit quædam recta linea ε ζ & in β, & à contactu β ducta est β γ: angulus igitur ζ β γ (per 32 tertij) æqualis est angulo β α γ consistenti in alterno segmento. Sed angulus ζ β γ: ei qui est ad δ est æqualis. Igitur angulus existens in β α γ segmento, æqualis est ei qui est ad δ angulo. A dato igitur circulo α β γ segmentum abscissum est β α γ, capiens angulum æqualem dato angulo rectilineo, quod fecisse oportuit.

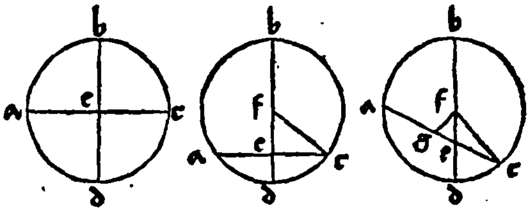
34 Eucli. ex Camp. Propositio. 34.

SI intra circulum duæ rectæ lineæ sese inuicem secent, quod sub duabus partibus unius earum procedit, æquum est ei rectangulo quod sub duabus alterius lineæ partibus continetur.

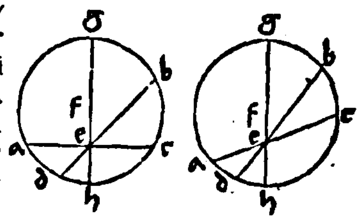
CAMPANVS. Sint duæ lineæ a c & b d, secãtes se in circulo a b c d, super punctum e. Dico quod illud rectangulum quod fit ex a e in e c: æquũ est ei quod fit ex b e in e d. Aut enim ambæ lineæ a c & b d transibunt per centrũ circuli: aut altera tantũ, aut neutra. Quod si ambæ transeãt per centrũ, erit e centrũ circuli, omnesq; quatuor lineæ æquales, quare liquet propositũ. Quod si altera earũ tantũ trãsit per centrũ, sit illa b d, centrũq; circuli sit f. Aut ergo b d secabit a c per æqualia

aut

aut per inæqualia. Secet ergo primo per æqualia: eritq́ per primam partem tertij huius, secãs eam orthogonaliter. Ducatur itaq́ linea f c: eritq́ per 5 secundi, quod fit ex b e in e d cum quadrato e f: æquale quadrato lineæ f d: quare & quadrato lineæ f c: ergo per penultimã primi, & quadratis duarum linearum f e & e c. Dempto ergo utrinq́ quadrato e f: erit quod fit ex b e in e d, æquale quadrato lineæ e c: & quia e c est æqualis a e, per 46 primi patet propositum. Quod si b d transiens per centrum, secat a c per inæqualia, à centro f ducatur f g perpendicularis ad a c: eritq́ per secundam partem tertij huius, a g, æqualis g c: & ducatur linea f c. Eritq́ per 5 secundi, quod fit ex b e in e d cum quadrato e f (& ideo per penultimã primi cum quadratis duarum linearum f g & g e, propter id quod angulus f g e est rectus) æquale quadrato lineæ d f, & ideo lineæ f c, propter quod per penultimam primi & quadratis duarum linearũ f g & g c. Dempto ergo utrinq́ quadrato lineæ f g, erit quod fit ex b e in e d cum quadrato lineæ g e, æquale quadrato lineæ g c: sed per 5 secundi, quod fit ex a e in e c cum quadrato lineæ g e: est æquũ ei quod fit ex g c quadrato. Dempto igitur utrinq́ quadrato lineæ g e, erit quod fit ex b e in e d, æquale ei quod fit ex a e in e c, quod est propositum.



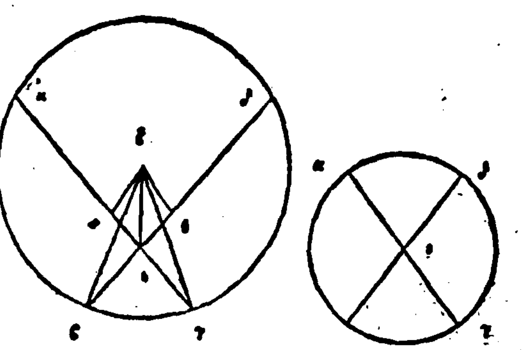
Quod si neutra earũ transit per centrum, siue altera diuidat alteram per æqualia siue per inæqualia: producam lineam g f e h diametrum circuli transeuntem per punctum sectionis earum. Et si altera diuidat alteram per æqualia ut b d ipsam a c, tunc g h diuidit etiam a c per æqualia: ergo orthogonaliter per tertiam huius: ergo per secundum modum huius conclusionis, quod fit ex g e in e h: æquum est ei quod fit ex a e in e c: & per tertium modum huius quod fit ex g e in e h, æquum est ei quod fit ex b e in e d: ergo quod fit ex a e in e c, æquum est ei quod fit ex b e in e d, quod est propositum. At si neutra diuidat alteram per æqualia, erit per tertium modum huius conclusionis, quod fit ex g e in e h, æquale utriq́ eorum quæ fiunt ex a e in e c & b e in e d. Quare unum eorum erit æquale alteri, quod est propositum.



Eucli. ex Zamb. *Theorema. 29.* *Propositio. 35.*

35 Si in circulo duæ rectæ lineæ se ad inuicem secuerint: rectangulum comprehensum sub segmentis unius, æquum est ei quod sub segmẽtis alterius comprehenditur rectangulo.

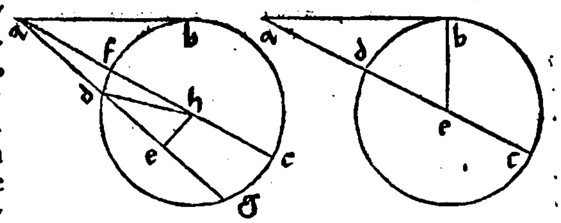
THEON *ex Zamberto. In circulo enim α β γ δ: duæ rectæ lineæ α γ & β δ sese inuicem secent in signo ε. Dico quod rectangulum comprehensum sub α ε & ε γ: æquum est rectangulo comprehenso sub δ ε & ε β. Si enim α γ & β δ per centrũ sunt, ut ε centrum sit circuli α β γ δ: manifestum est quod cum α ε, ε γ, δ ε & ε β sunt æquales, rectangulũ comprehensum sub α ε & ε γ æquum est ei quod comprehenditur sub δ ε & ε β rectangulo. Sint iam α γ, & δ β: non extensæ per centrum: & sumatur centrum circuli α β γ δ: sitq́ illud ζ (per primam tertij) & α β ζ in α γ & δ β rectas lineas: ducantur (per 12 primi) perpendiculares ζ η & ζ θ: & connectantur ζ β, ζ γ, & ζ ε. Et quoniam (per 3 tertij) recta linea quædam per centrum extensa ζ η, quandam rectam lineam non per centrum transeuntem α γ ad angulos rectos secat: etiam bifariam eam secabit: æqualis igitur est α η ipsi η γ. Et quoniam recta linea α γ dissecta est in æqualia in η, in inæqualia autem in ε: rectangulum igitur comprehensum sub α ε & ε γ una cum eo quod fit ex ε η (per 5 secundi) quadrato, æquum est ei quod fit ex η γ. Cõmune apponatur id quod fit ex η ζ. Quod igitur sub α ε & ε γ una cum ijs quæ fiunt ex ε η & η ζ, æquum est eis quæ fiunt ex γ η & η ζ. Sed eis*



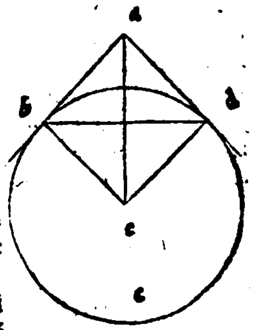
quæ fiunt ex ε ι, & ι ζ, æquũ est id quod fit ex ζ ε, (per 47 primi, eis autẽ quæ fiunt ex γ ι & ι ζ, æquũ est d quod fit ex ζ γ. (per eandem.) Quod igitur continetur sub α ι, & ι γ, una cum eo quod fit ex ζ ι, æquum est ei quod fit ex ζ γ. Aequalis autem est ζ γ, ipsi ζ β. Ex centro enim in circunferentiam. Quod continetur igitur sub α ι, & ι γ, una cum eo quod fit ex ι ζ, æquum est ei quod fit ex ζ β. Et per hoc quod continetur sub δ ι, & ι β, una cum eo quod fit ex ζ ι, æquum est ei quod fit ex ζ β. Ostensum autem continetur sub α ι, & ι γ, una cum eo quod fit ex ζ ι, æquum est ei quod fit ex ζ β. Quod cõtinetur igitur sub α ι, & ι γ, una cũ eo quod fit ex ζ ι, æquũ est ei quod continetur, sub δ ι, & ι β, una cum eo quod fit ex ζ ι. Commune auferatur id quod fit ex ζ ι. Reliquum igitur rectangulum comprehensum sub α ι, & ι γ, æquum est rectangulo comprehenso sub δ ι, & ι β. Si in circulo igitur duæ rectæ lineæ se adinuicem secuerint, rectangulum comprehensum sub segmentis unius, æquum est rectangulo comprehenso sub segmentis alterius, quod demonstraße oportuit.

Eucli. ex Camp. Propositio 35

35 SI extra circulum punctus signetur, ab eo autem ad circulum alia linea secans, alia contingens duæ rectæ lineæ ducãtur, quod sub tota secante atque parte sui extrinseca continetur, æquũ est ei quadrato quod ex contingente linea describitur.



CAMPANVS. Sit a punctus signatus extra circulum b c d, cuius cẽtrum e, à quo ducantur ad circulum, duæ rectæ lineæ a b contingens & a d c, secans. Dico quod illud quod fit ex a c in d a, æquum est quadrato lineæ a b. Aut enim a d c, trãsit per centrum, aut nõ. Transeat ergo primo per centrum quod est e, & ducatur linea e b, quæ per 17 huius perpendicularis erit super lineam a b. Et quia linea d c diuisa est per æqualia in puncto e, & est ei addita linea d a, erit per sextam secundi, quod fit ex c a & a d cum quadrato lineæ e d, & ideo cum quadrato lineæ e b, æquale quadrato lineæ e a, & ideo per penultimam primi, æquale quadratis duarum linearum e b, & b a, propter id quod angulus b, est rectus. Dempto ergo utrinq; quadrato e b, erit quod fit ex c a, in a d, æquale lineæ a b, quod est propositum. Quod si linea a d c non transit per centrum: sumatur a f e g, transiens per centrum, & ducantur lineæ e d & e h, & sit e h, perpendicularis ad a d c, eritque per 3 huius, d h, æqualis h c. Quia ergo linea d c diuisa est per æqualia in puncto h, & addita sibi linea a d, erit per 6 secundi, quod fit ex c a, in a d, cum quadrato d h: æquale quadrato lineæ a h. Ergo addito utrinque quadrato h e, erit quod fit ex c a in a d, cum quadratis duarum linearum d h & h e, & ideo per penultimam primi cum quadrato d e, propter id quod angulus h, est rectus, & ideo cum quadrato e f, propter id quod e d & e f sunt æquales, æquale quadratis duarum linearũ a h, & h e, & ideo per penultimam primi quadrato lineæ a e. Sed per sextam secundi, quod fit ex g a, in a f, cum quadrato f e, æquale est quadrato lineæ a e. Quia ergo utrumque eorum quæ fiunt ex c a, in a d & ex g a in a f, cum quadrato lineæ f e, est æquale quadrato lineæ a e, ipsa erunt inter se æqualia. Dempto ergo utrinque quadrato lineæ e f, erit quod fit ex c a in a d, æquale ei quod fit ex g in a f, est æquale quadrato lineæ a b, per præmissum modum huius. Ergo quod fit ex c a, in a d est æquale quadrato lineæ a b. Quod est propositum.

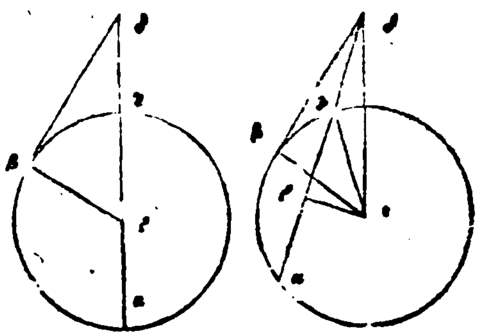


CAMPANI *additio.* Et ex hac nota, quod puncto extra circulum signato, si ab ipso ad circulum quodlibet secantes lineæ ducantur, rectangula quæ continentur sub totis & earum portionibus extrinsecis, adinuicem sunt æqualia, quoniam omnia sunt æqualia quadrato lineæ contingentis. Nota etiam quod si a quolibet puncto extra circulum signato duæ lineæ contingentes ad circulum ipsum ducantur, ipsæ erunt adinuicem æquales, Erit enim quadratum utriusque earum, æquale ei quod fit ex linea secante ab ipso puncto ducta in circulũ in partẽ eius extrinsecã. Hoc autẽ euidentius patet per penultimã primi.

Sit

Sit a punctus signatus extra circulum b c d, cuius centrum e, & ab ipso a ducantur duæ lineæ a b & a d, contingẽtes circulum in punctis b, d. Dico ipsas esse æquales. Producam enim lineas e a, e b, & e d. eritque per 17 huius uterque angulorũ b & d, rectus. Quare per penultimam primi, quadratum a e, erit æquale duobus quadratis duarũ linearum a b, & b e, similiter quoque & duobus duarũ a d & d e. Quare quadrata duarum linearum a b & b e, sunt æqualia quadratis duarũ a d & d e. Et quia quadrata duarum quæ sunt b e & e d sunt æqualia, erunt quadrata duarũ quæ sunt a b & a d, æqualia: ergo est a b, æqualis a d. quod est propositum. Aliter etiam. Ducatur linea b d, eritq́ per 5 primi, angulus e b d, æqualis angulo e b d, propter id quod linea e b, est æqualis lineæ e d. Et quia uterque duorum angulorum b & d est rectus, erit per communem scientiã angulus a b d residuus, æqualis angulo a d b residuo. per sextã ergo primi: est linea a b, æqualis lineæ a d. Eucli. ex Zamb. Theorema 30. Propositio 36.

36 Si extra circulum sumatur signum aliquod, ab eoq́ in circulum cadant duæ rectæ lineæ, & earũ altera circulum dispescat, altera uero tangat, quod sub tota dispescente & extrinsecus sumpta inter signum & curuam circunferentiam comprehenditur rectangulum, æquum est ei quod fit ex tangẽte quadrato.



THEON ex Zamb. *Extra enim circulum α β γ, sumatur signũ aliquod, sitq́ illud δ, & ab ipso δ, in circulum α β γ, cadant duæ rectæ lineæ δ γ α, & δ β, secet autem circulum α β γ, recta linea δ γ α, & β δ, tangat. Dico quod rectangulum comprehensum sub α δ. & δ γ. æquum est ei quod fit ex β δ, quadrato. Recta linea δ γ α, aut est per centrum extensa, aut non. Sit primũ extensa per centrum, sitq́ (per primam tertij) ζ, centrum circuli α β γ, & coniũgatur ζ β. Angulus igitur ζ β δ, rectus est. Et quoniam recta linea α γ bifariam dissecta est in ζ, adiacetq́ ei recta linea γ δ, quod continetur igitur (per 6 secundi) sub α δ & δ γ, una cum eo quod fit ex ζ γ, æquũ est ei quod fit ex ζ δ. Aequalis autem est ζ γ, ipsi ζ β, ex centro enim in circunferentiam, Quod continetur igitur sub α δ, & δ γ, una cum eo quod fit ex ζ β, æquum est ei quod fit ex ζ δ. Aequum autem est id quod fit ex ζ δ, eis quæ fiunt ex ζ β, & β δ, per 47 primi, rectus enim est angulus qui est sub ζ β δ. Quod igitur continetur sub α δ, & δ γ, una cum eo quod fit ex ζ β, æquum est eis quæ fiunt ex ζ β, & β δ. Commune auferatur id quod fit ex ζ β. Reliquum igitur quod sub α δ, & δ γ, æquum est ei quod fit ex δ β, tangente. Sed recta linea δ γ α, non sit extensa per centrum circuli α β γ. Sitque (per primam tertij) centrũ circuli α β γ, & ab ε, in α γ, (per 12 primi) perpendicularis ducatur ε ζ, & connectantur ε β, ε γ, & ε δ, rectus igitur est angulus ε ζ δ. Et quoniam recta linea quædam per centrum extensa ε ζ, (per 3 tertij) rectam lineam quandam non extensam per centrum α γ, ad angulos rectos secat, etiam bifariam eam secat. Igitur α ζ, ipsi ζ γ, est æqualis. Et quoniam recta linea α γ, bifariam diuiditur in ζ signo, adiacet autem ei γ δ, quod igitur continetur sub α δ, & δ γ, una cum eo quod fit sub ζ γ, æquũ est ei quod fit ex ζ δ, (per 6 secũdi). Commune apponatur quod fit ex ζ ε. Quod igitur cõtinetur sub δ α, & δ γ, una cum eis quæ fiunt ex ε ζ, & æqualia sunt eis quæ fiunt ex ζ δ. & ζ ε. Eis autẽ quæ fiunt ex ζ δ. & ζ ε, æquum est id quod fit ex ε δ, (per 47, primi) angulus namque qui est sub ε ζ δ, rectus est. Eis uero quæ fiunt ex γ ζ, & ζ ε. (per eandem, æquum est id quod fit ex γ ε. Quod igitur continetur sub α δ, & δ γ, una cum eo quod fit ex, ε γ, æquum est ei quod ex ε δ. Aequalis autem est ε γ, ipsi ε β, ex centro enim in circumferentiam. Quod igitur continetur sub α δ, & δ γ, una cum eo quod fit ex ε β, æquum est ei quod fit ex ε δ. Ei autem quod fit ex ε δ, (per 47 primi) æqualia sunt quæ fiunt ex ε β, & β δ, angulus enim qui sub ε β δ, rectus est. Quod igitur continetur sub α δ, & δ γ, una cum eo quod fit ex ε β, æquum est eis quæ fiunt ex ε β, & β δ. Commune auferatur quod fit ex ε β. reliquum igitur quod continetur sub α δ & δ γ, æquum est ei quod fit ex δ β, Si extra circulum igitur sumatur signũ aliquod, & quæ sequuntur reliqua, quod demonstrasse oportuit.*

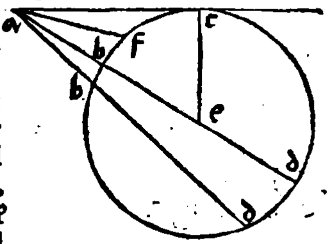
Eucli ex Camp. Propositio 36

36 SI fuerit punctus extra circulum signatus à quo duæ lineæ ad circunferentiam ducantur altera secans, altera circunferentiæ applicata, fueritq́ quod ex ductu totius secantis in partẽ sui extrinsecã

æquum

æquum ei quod ex ductu applicatæ in seipsam fit, erit linea applicata ex necessitate circulum contingens.

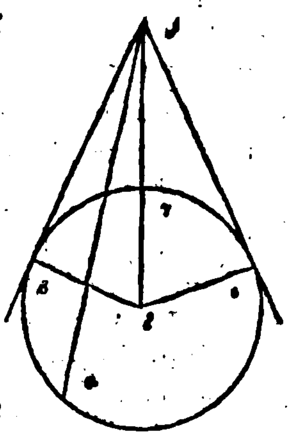
CAMPANVS. Sit a punctus signatus extra circulum b c d, cuius cētrum e, à quo ducatur ad circulum linea a b d, secans ipsum, & linea a c, applicata circunferentiæ, & esto ut quod fit ex d a in a b, sit æquale quadrato a c. Dico lineam a c, esse contingentē. Et est hæc conuersa prioris. Si enim non est contingens, sit ergo contingens linea a f, eritq́ per præmissam quod fit ex d a in a b, æquale quadrato lineæ a f. quare quadratū lineæ a f, est æquale quadrato lineæ a c, ergo a c, est æqualis a f, quod est impossibile per 8 huius. Erit ergo a c, contingens, quod est propositum. Idem ostensiue probabitur. Maneat prior dispositio & hypothesis. Et si linea a b d, transit per centrum ducatur linea c e, erit per 6 secundi, quod fit ex d a in a b, cum quadrato e b, & ideo cum quadrato e c, æquale quadrato a e. Sed quod fit ex d a in a b, positū est æquale quadrato a c: ergo quadratum a c, cum quadrato c e, est æquale quadrato a e: ergo per ultimam primi, angulus c est rectus. Ergo per correlarium 15 huius, linea a c, est contingens circulum, quod est propositum. Si autem a b d, non transit per centrum, ducatur à puncto a, linea transiens per cētrum. Et quia qđ fit ex hac tota in eius partē extrinsecam, est æquale ei quod fit ex d a, in a b, per præmissam, ipsum erit æquale quadrato lineæ a c, quare ut prius a c, erit contingens circulum.



Eucli. ex Zamb. *Theorema 31.* *Propositio 37.* *Conuersa præcedentis.*

37 Si extra circulum sumatur signum aliquod, & ab eo signo in circulum duæ rectæ lineæ inciderint, & earum altera circulum secet, altera uero incidat, sit autem quod fit sub tota secāte, & extrinsecus sumpta inter signum & curuam circunferentiam æquale ei quod fit ex incidente, incidens circulum tanget.

THEON ex Zamberto. *Extra circulum igitur α β γ, sumatur signū sitq́ illud δ, & ab ipso δ, in circulum α β γ, incidant duæ rectæ lineæ δ γ α, & δ β, & δ γ α, quidem circulū secet, & δ β, incidat. Sit autē quod cōtinetur sub α δ, & δ γ æquum ei quod fit ex δ β. Dico quod δ β, ipsum tangit circulū α β γ. excitetur enim (per 17 tertij) recta linea contingens circulum α β γ, sitq́ illa δ ε. Sitq́ (per primam eiusdem) ζ, centrum circuli α β γ, & connectantur ζ ε, ζ β, & ζ δ. Angulus igitur ζ ε δ, rectus est. Et quoniam recta linea δ ε, ipsum circulum α β γ, tāgit, & recta linea δ γ α, secat: quod cōtinetur igitur sub α δ, & δ γ, æquum est ei quod fit ex δ ε. Ponitur autem quod id quod continetur sub α δ, & δ γ, æquum sit ei quod fit ex δ β. Quod igitur fit ex δ ε, æquum est ei quod fit ex δ β. Aequalis igitur est δ ε, ipsi δ β. Est autem & ζ ε, æqualis ipsi ζ β, ex centro enim in circunferentiam. Duæ iam δ ε, & ε ζ, duabus δ β, & β ζ, sunt æquales, & basis communis est ζ δ. Angulus igitur δ ε ζ, (per 8 primi) angulo δ β ζ, est æqualis. Rectus autem est angulus δ ε ζ, rectus igitur est, & qui sub δ β ζ. Et ζ β, eiecta dimetiens est, quæ autem ab extremitate diametri circuli ad angulos rectos ducitur: circulum tangit (per 16 tertij. Recta linea igitur δ β, circulum α β γ, tangit. Similiterq́ ostēdetur, si centrum super α γ, fuerit. Si extra circulum igitur sumatur signum aliquod, & reliqua quæ sequūtur, quod demonstrasse oportuit.*



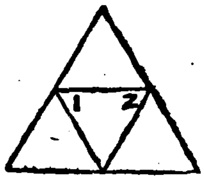
h

TERTII LIBRI FINIS

EVCLIDIS MEGARENSIS GRAECI PHILOSOPHI, GEOMETRICORVM ELEMENTORVM LIBER QVARTVS

Ex Campano. Diffinitiones

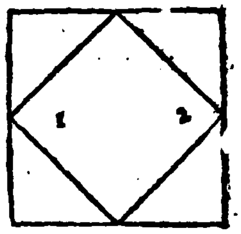
Figura intra figuram dicitur inscribi, quando ea quæ inscribitur eius in qua inscribitur latera unoquoque suorum angulorum ab interiore parte contingit.



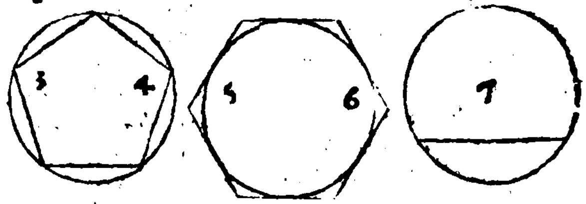
2 Circunscribi uero figura figuræ perhibetur, quoties ea quidem figura eius cui circunscribitur omnibus omnes angulos contingit.

Ex Zamberto. Diffinitiones.

Figura rectilinea in figura rectilinea describi dicitur, quando unusquisque inscriptæ figuræ angulus, unumquodque latus eius in quadescribitur tangit. 2 Figura autem similiter circa figuram describi dicitur, quando unumquodque latus circunscriptæ, unumquenque angulum eius circum quē describitur tangit. 3 Figura rectilinea in circulo describi dicitur, quādo unusquisque angulus inscriptæ circuli circunferentiam tangit.



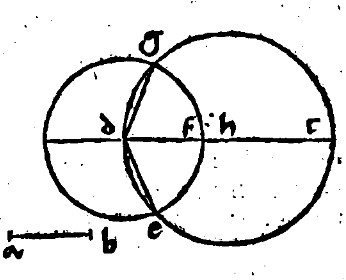
4 Circulus uero circa figuram rectilineam describi dicitur, quando circuli circunferētia unumquenque eius circum quam describitur, angulum tangit. 5 Circulus autem in figura rectilinea describi dicitur, quando circuli circunferentia unumquodque latus eius in qua describitur tangit. 6 Figura uero rectilinea circa circulum describi dicitur, quando unumquodque latus circūscriptæ circunferentiā tangit. 7 Recta linea in circulū coaptari dicitur, quando eius extrema in circuli circunferentiam cadunt.



Eucli. ex Camp. Propositio 1.

1 Intra datum circulum, datæ lineæ rectæ quæ diametro minime maior existat, æquam rectam lineam coaptare.

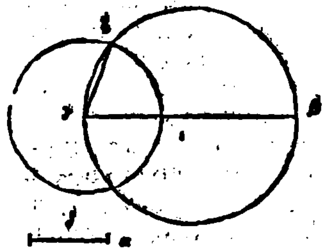
CAMPANVS. Sit linea data a b, circulúsque datus c d e, cuius diameter c d, qua non est maior linea a b, uolo intra datum circulum, coaptare lineam æqualem a b, quæ si fuerit æqualis diametro, constat propositum. Si autem minor, ex diametro sumatur d f, ei æqualis, & super punctum d, secundum quanti quantitatem lineæ d f, describatur circulus f e g, secans datum circulum in punctis g & e. ad alterũ quorũ ducatur linea à puncto d, ut d e, uel d g, eritq; utralibet earum æqualis lineæ a b, eo quod utraque earum est æqualis lineæ d f, per diffinitionem circuli. quare habemus propositum.



Eucli. ex Zamb. Problema 1. Propositio 1

1 **In datum circulum, duæ rectę lineæ quæ circuli diametro maior non est, æqualem rectam lineam coaptare.**

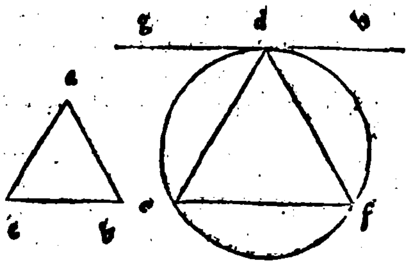
THEON ex Zamb. *Esto datus circulus α β γ, data uero recta linea nõ maior circuli diametro, esto δ, oportet iam in datũ circulum α β γ, ipsi δ, rectæ lineæ æqualem rectam lineam coaptare. Excitetur circuli α β γ, dimetiens, sitque β γ. Si β γ, æqualis est ipsi δ, iam factum est id quod proponitur, in datum enim circulum α β γ, coaptata est, recta linea β γ, æqualis ipsi δ. Si autem nõ maior est β γ, quàm δ, ponatur (per 2 primi, ipsi δ, æqualis γ ε. Et centro quidẽ γ, spatio uero γ ε, (per 3 postulatum) circulus describatur ε α ζ, & connectatur γ α. Quoniam igitur centrum circuli ε α ζ, est signum γ, (per 15 diffinitionẽ primi) æqualis est γ α, ipsi γ ε. Sed ipsi δ, æqualis est ipsa γ ε. Igitur (per primam communem sententiam & δ, æqualis est ipsi α γ. In datum circulum igitur α β γ, datæ rectæ lineæ δ, æqualis aptata est γ α, quod oportebat facere.*



Eucli. ex Camp. Propositio 2

2 **INtra assignatum circulum, triangulum triangulo assignato æquiangulum collocare.**

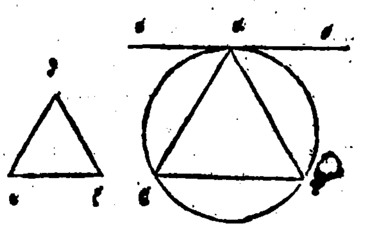
CAMPANVS Sit assignatus trangulus a b c. assignatusq; circulus d e f. Volo intra hunc circulum, collocare unum triangulum æquiangulum triãgulo a b c, æquilaterum enim non est necessarium esse, sed est possibile. Produco g d h, contingẽtem circulum in puncto d, super quem facio angulum h d f, ducta linea d f, æqualem angulo c, & angulum g d e, ducta linea d e, æqualẽ angulo b, & protraho lineam e f, eritque per 31 tertij, angulus e, æqualis angulo c, quia uterque est æqualis angulo h d f c. quidem, per positionem. e uero per 31 tertij. Eadem ratione erit angulus f, æqualis angulo b: quare per 32 primi, d tertius, erit æqualis a, tertio, quare habemus propositum.



Eucli. ex Zamb. Problema 2 Propositio 2

2 **In daro circulo, dato triangulo æquiangulum triangulum describere.**

THEON ex Zamb. *Sit datus circulus α β γ, datum autem triangulum δ ε ζ, oportet iam in dato circulo α β γ, ipsi δ ε ζ, triangulo æquiangulum triangulum describere. Excitetur enim (per 17 tertij,) recta linea tangens ipsum circulum α β γ, sitq; η α θ, & tangat in α, & constituatur (per 23 primi,) ad rectam lineam α θ, & ad signum in ea α, angulo qui est sub δ ε ζ, æqualis angulus θ α γ, ad rectam uero lineam α η, & ad signum in ea α, ei qui est sub δ ζ ε, angulo, æqualis angulus η α β, (per eandem,) & coniungantur β γ. Quoniam igitur circulum α β γ, tangit quædam recta linea η α θ, & ab α contactu in circulum ducitur recta linea α γ, angulus igitur est sub θ α γ, (per 32 tertij,) æqualis angulo qui in alterno est circuli segmento, α β γ. Sed angulus θ α γ, ei qui sub δ ε ζ, est æqualis, angulus igitur α β γ, ei qui sub δ ε ζ, est angulo est æqualis. Et per hoc, angulus α γ β, ei qui est sub δ ζ ε, angulo, est æqualis. Et reliquus igitur angulus β α γ, reliquo ε δ ζ, est æqualis. Aequiangulum igitur est triangulum α β γ, ipsi δ ε ζ, triangulo, & descriptum est, in dato circulo α β γ. In dato igitur circulo, dato triangulo æquiangulum triangulum descriptum est, quod facere oportebat.*

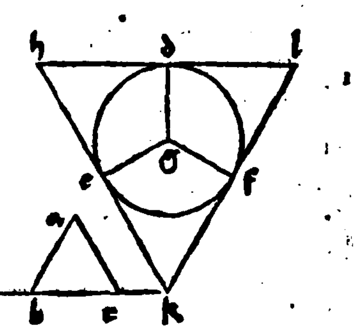


Eucli. ex Camp. Propositio 3

h 2 Circa

3 CIrca assignatum circulum, assignato triangulo triāgulum æquiangulum describere.

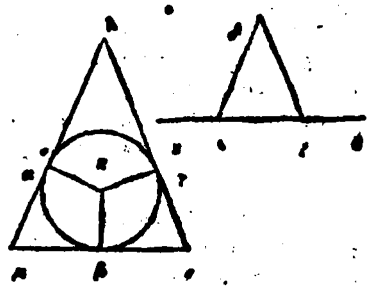
CAMPANVS. Sint ut prius: assignatus triangulus a b c: assignatus circulus d e f, cuius centrum g, circa hunc circulum, uolo describere unum triangulum æquiangulum, triangulo a b c, æquilaterum enim non est necessarium, sed est possibile, Producam basin b c: in utramque partem, ut fiant duo anguli extrinseci, & à centro g producam lineam g d ad circumferentiam & constituam angulum d g e, ducta linea g e, æqualem angulo b, extrinseco, & d g f, ducta linea g f: æqualē c extrinseco, & à punctis d e f, producam in utrāque partē lineas orthogonaliter, quæ per correlarium 15 tertij erunt contingentes circulum, quas protraham quousque concurrant in punctis h k l. Necesse est enim ipsas concurrere, cum enim uterq; angulorū qui sunt ad d, & uterq; eorum qui sunt ad e, sit rectus, si intelligatur protrahi linea d e, erunt duo anguli qui sunt ad partem h minores duobus rectis, quare per penultimam petitionē, in partē illā protractæ: concurrent lineæ l d h. k e h. Eadem ratione concurrent duæ lineæ h d l, k f l: cum uterque angulorum qui sunt ad f: sit etiam rectus. Quia ergo in quadrilatero h d e g duo anguli d & e, sunt recti: erunt duo anguli g & h æquales duobus rectis: cuiuslibet enim quadrilateri quatuor anguli: sunt æquales quatuor rectis: ut monstratum est supra 32 primi. Et quia duo anguli b intrinsecus & extrinsecus sunt similiter æquales duobus rectis per 13 primi, at uero b, extrinsecus positus est æqualis d g e, erit intrinsecus b, æqualis h. Simili quoque ratiōe erit c, intrinsecus, æqualis l. Et quia duo anguli b & c, intrinseci sunt minores duobus rectis per 17 primi: erunt similiter duo anguli h & l, minores duobus rectis: quare per penultimā petitionem, duæ lineæ h e & l f protractæ: concurrent in puncto k, fietq; triangulus h k l: & quia angulus h est æqualis angulo b intrinseco, & angulus l, angulo c: intrinseco, erit per 32 primi: angulus k æqualis angulo a: quare habemus propositum.



3 *Eucli ex Zamb.* *Problema 3.* *Propositio 3.*

Circa datū circulū, dato triangulo æquiangulū triangulum describere.

THEON *ex Zamberto.* *Sit datus circulus α β γ, datum autem triangulum sit δ ε ζ, oportet circa α β γ, circulū, ipsi δ ε ζ, triangulo æquiangulum triāgulū describere. Extēdatur ε ζ, ex utraq; parte, in η θ, signa. Et sumatur (per 1 tertij) centrū circuli α β γ: sitq; illud κ. Et ducatur utcūq; recta linea κ β. Et constituatur (per 23 primi,) ad κ β, rectā lineam, ad signūq; in ea κ, angulo qui est sub δ ε η, æqualis angulus β κ α, angulo autem δ ζ θ, æqualis angulus β κ γ. Et per signa α β γ, (per 17 tertij) excitentur rectæ lineæ tangentes circulū α β γ, sintq; λ α μ, μ β ν, ν γ λ. Et quoniā rectæ lineæ λ μ, μ ν, & ν λ, tangunt circulum α β γ, in signis α β γ. & a centro κ, in α β γ, signa coniunctæ sunt κ α, κ β, & κ γ, anguli igitur qui sunt ad signā α β γ, recti sunt, Et quoniam quadrilateri α μ β κ, quatuor anguli quatuor rectis sunt æquales quoniā quadrilaterū α μ β κ, in duo triangula diuiditur quorū anguli κ α μ & κ β μ, duo recti sunt: reliqui igitur anguli α κ β, & α μ β, duobus rectis sunt æquales. Anguli autem δ ε η, & δ ε ζ, (per 13 primi,) duobus rectis sunt æquales. Anguli igitur α κ β, & α μ β, anguli δ ε η, & δ ε ζ, sunt æquales, quorū angulus α κ β: angulo δ ε η, est æqualis: reliquus igitur angulus α μ β, reliquo angulo δ ε ζ, est æqualis. Similiter quoque ostendetur, quod & angulus λ ν μ, angulo δ ζ ε, est æqualis, & reliquus igitur angulus μ λ ν, reliquo angulo ε δ ζ, est æqualis: æquiangulum igitur est triangulum λ μ ν ipsi δ ε ζ, triangulo: & descriptum circa circulum α β γ. Circa circulum igitur datum: dato triangulo æquiangulum descriptum est, quod facere oportebat.*

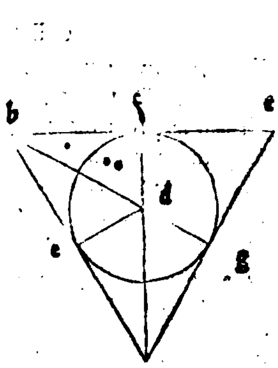


Eucli ex Camp. *Propositio 4.*

4 INtra datum triangulum, circulum describere.

CAMPANVS. Sit assignatus triangulus a b c. Volo intra ipsum, circulum describere. Hæc est quasi conuersa secundæ. Diuido enim duos eius angulos a & b, per æqualia a quidē: ducta linea a d b. uero ducta linea b d, quæ

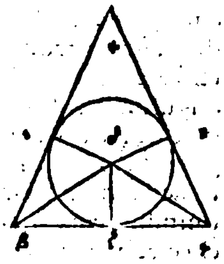
quæ concurrent in puncto d, a quo ducam perpendiculares ad tria latera ipsius trianguli d e, quidem, ad a b d f, ad a b c, & d g, ad a c. Et quia duorum triangulorum e a d. & g a d, angulus a unius, est æqualis angulo a alterius, & uterqꝫ angulorũ e & g. rectus, & latus a d, cõmune. erit per 26 primi. linea d e æqualis lineæ d g. Eadem ratione cũ duorũ triangulorũ e b d, & f b d, angulus b, unius, sit æqualis angulo b alterius; & uterque angulorũ e & f, rectus, latus quoqꝫ d b cõmune, erit per eandẽ, linea e d æqualis lineæ d f, quare tres lineæ d e. d f. d g, sunt æquales. Posito ergo cẽtro in d, descriptus circulus secũdũ quãtitatem unius earũ trãsibit per 9 tertij per reliquarũ duarũ extremitates. Et quia per correlarium 15 tertij, unaquæqꝫ linearum a b, b c, c a, erit contingens circulum: patet perfectum esse propositum.



Eucli. ex Zamb. Problema 4 Propositio 4

4 In dato triangulo, circulum describere.

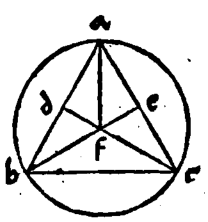
THEON ex Zamb. *Sit datum triangulum α β γ. oportet iam in triangulo α β γ. circulum describere. Secentur (per 9 primi. anguli α β γ. & α γ β, bifariam, per rectas lineas β δ. & γ δ. quæ concurrant adinuicem in signo δ. Excitenturq́; (per 12 primi) ab ipso δ. in ipsas α β, β γ. & γ α. rectas lineas: perpendiculares δ ε. δ ζ. & δ η. Et quoniam æqualis est angulus α β δ. angulo γ β δ. & angulus β ε δ. rectus æqualis est angulo β ζ δ. recto: duo iam triangula sunt ε β δ. δ ζ β. duos angulos duobus angulis habẽtia æquales. & unũ latus uni lateri æquale β δ. scilicet quod commune ipsis est æqualium angulorum subtendẽs unũ, & reliqua igitur latera (per 26 primi) reliquis lateribus æqualia habebunt, æqualis igitur est δ ε. ipsi δ ζ. & per hoc etiam δ η. ipsi δ ζ. est æqualis, quare & δ ε. ipsi δ η. est æqualis, tres igitur δ ε. δ ζ. & δ η. sibi inuicem sunt æquales (per 1 cõmunem sententiam.) Cẽtro igitur δ. spatio uero aut δ ε. aut δ ζ. aut δ η. circulus descriptus, per reliqua signa transibit, & tanget rectas lineas α β. β γ. & γ α. quoniam anguli ad ε ζ η. signa existentes, recti sunt. Si enim eas secat, erit ab extremitate diametri circuli ad angulos rectos excitata, in circulum cadens, quod esse impossibile. patuit (per 16 tertij.) Circulus igitur descriptus centro δ. spatio uero aut δ ε. aut δ ζ. aut δ η. rectas lineas α β. β γ. & γ α. non secat, tanget igitur, & erit circulus descriptus in triangulo α β γ. In dato triãgulo igitur α β γ. circulus descriptus est ε ζ η. Quod facere oportebat.*

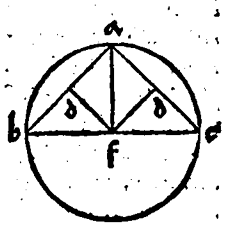


Eucli. ex Camp. Propositio 5

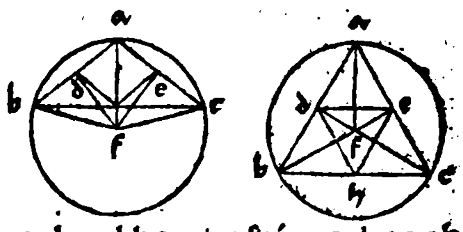
5 Circa trigonum assignatum, siue illud sit orthogonium, siue amblygonium, siue oxygonium: circulum describere.

CAMPANVS. Sit trigonus assignatus a b c. Volo circa ipsum describere circulum. Hæc est quasi conuersa terræ. Diuido duo eius latera a b & a c, per æqualia a b. quidem, in puncto d & a c, in puncto e, à quibus productis produco perpendiculares ad lineas a b & a c, quas protraho quousque cõcurrant in puncto f, sintqꝫ d f. & e f. Concurrent enim, quoniam cũ uterqꝫ angulorum d & e sit rectus, si intelligatur protrahi linea d e, fient duo anguli ad partem in quam protrahuntur, minores duobus rectis, quare concurrent per penultimam petitionẽ, igitur à puncto f, qui est punctus concursus, quẽ dico esse cẽtrum circuli quæsiti protraho lineas ad singulos angulos, quæ sunt f a, f b, f c. Et quia in triangulo a d f. duo latera a d & d f. sunt [illegible]alia duobus lateribus b d & d f. trianguli b d f, & angulus d unius angulo d alter[illegible]uia uterque rectus: erit per 4 primi f a, æqualis f b. Eadem ratione erit f a, æquali[illegible]omparatis lateribus angulis duorum triãgulorum a c f. & c e f. ergo per 9 tertij. p[illegible]ctũ f, erit centrum circuli quæsiti. Hæc est uniuersalis demonstratio ad omnes species trigoni. Quia tamen auctor uidetur uelle medium uariare distinguendo inter orthogonium, amblygonium & oxygonium, de quolibet eorũ sigillatim est demonstrãdũ. Sit ergo trigonus propositus orthogonus, sitqꝫ angulus a, rectus. Latus b c a, respiciens hunc angulum rectum, diuido per æqualia in f, à quo puncto quem di





co esse centrum circuli,ad medium punctum utriusque duorũ reliquorum laterũ qui sit d,duco lineã f d. Et quia linea f d,diuidit duo latera a b & b c triãguli a b c per æqualia ipsa erit æquidistans tertio uidelicet lineæ a c,hoc enim demonstratũ est supra 29 primi. Et quia angulus a positus est rectus,erit per secundam partem & per tertiã 29 primi, uterque angulorũ qui sunt ad d,rectus. Ducatur igitur linea f a,eritq́ per 4 primi linea a f æqualis lineæ b f,comparatis adinuicem lateribus & angulis triãgulorum a d f,b d f Et quia linea b f est æqualis lineæ c f,erunt tres lineæ b f.a f.c f,adinuicem æquales,quare per 9 tertij, erit f,centrũ circuli quæsiti.



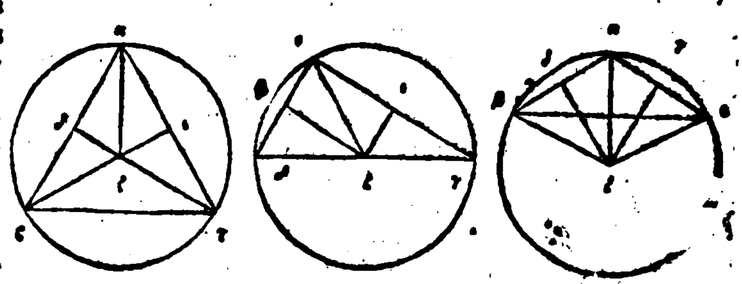
Sit rursus trigonus a b,amblygonius,sitq́ angulus a,obtusus. Latus b c respiciens hunc angulum obtusum,diuido per æqualia in puncto h,a quo ad media puncta duorum reliquorum laterum,quæ sunt d & e,duco lineas h d & h e,eritq́ d h æquidistans a c,& e h æquidistans a b, propter id quod demonstratum est supra 29 primi,uidelicet quod linea secans duo latera alicuius triãguli per æqualia tertio est æquidistans,quare per secundam partem 29 primi,erit uterque duorũ angulorũ b d h & c e h,æqualis angulo a,& ideo uterque obtusus. Ductis igitur perpendicularibus d f,ad lineam a b,& e f,ad lineam a c,quousque concurrant in pũcto f quem dico esse centrum,circuli(manifestũ est enim eas concurrere,propter causam prius dictam)secabit utraque earum,lineam b c quæ respicit obtusum,& concurrent extra triangulum a b c. Igitur a puncto f qui est punctus concursus earũ, produco lineas f a,f b,f c,quæ per 4 primi bis assumptam erunt æquales comparatis primo lateribus & angulis duorum triangulorum a d f.b d f,deinde aliorum duorũ a e f,c e f,quare per 9 tertij f,est centrum circuli quæsiti. Esto iterum ut trigonus a b c, sit oxygonius. Diuisis omnibus eius lateribus per æqualia,uidelicet latere a b,in puncto d, & latere a c,in pũcto e,& b c in pũcto h, protraho lineas d e.d h.& e h.eritq́ d h,æquidistãs a c.& e h ipsi a b.propter id quod demõstratum est super trigesimam nonam primi,quare per secũdam partem 29 primi,uterque anguloum b d h.c e h.erit æqualis angulo a.& ideo acutus. Ductis igitur perpẽdicularibus d f ad lineã a b.& e f.ad lineam a c,manifestum est eas concurrere intra triangulum a b c,sitque punctus concursus f,quem dico esse centrum circuli,produco enim lineas f a,f b,f c:quæ per 4 primi bis assumptam ut prius erunt æquales. quare per 9 tertij. erit f,centrum circuli quæsiti.

CORRELARIVM Per prædicta patet quod si triangulus fuerit orthogonius,centrũ circuli circunscribẽdi cadet in medio lateris quod opponitur angulo recto si fuerit amblygonius. centrum cadet extra triangulum. Si autem fuerit oxygonius, cadet intra triangulum.

Eucli. ex Zamb. *Problema 5* *Propositio 5*

5 Circa datum triangulum,circulum describere.

THEON *ex Zamb.* *Sit datum triangulum α ϐ γ,oportet iam circa datum triãgulum α ϐ γ,circulum describere. Secetur enim (per 10 primi) α ϐ,& α γ,rectæ lineæ bifariam,in δ,& ε,signis, & ab ipsis δ ε,signis,ipsis α ϐ,& α γ, (per 11 primi) ad angulos rectos excitentur δ ζ,& ε ζ. Concurrãt aũt,aut intra ipsum triangulũ α ϐ γ,aut in ipsa recta linea β γ, aut extra rectam lineam β γ. Concurrant igitur*



primũ intra ipsum triangulũ,in ζ, signo:cõnectanturq́ (per 1 postulatũ ζ β, ζ γ, & ζ α. Et quoniã [illegible] *lis est α δ, ipsi δ ϐ,cõmunis autẽ δ ζ,& ad angulos rectos,basis igitur α ζ,(per 4 primi)basi ζ ϐ,est æqualis,S*[illegible] *iã ostẽdemus quod etiã γ ζ,ipsi α ζ,est æqualis,quare ζ ϐ,ipsi ζ γ,est æqualis. Tres igitur ζ α, ζ β, & ζ γ, sibi in*[illegible]*nt æquales. Cẽtro igitur ζ,spatio uero aut ζ α,aut ζ ϐ,aut ζ γ,circulus descriptus,trãsibit per reliqua signa & e*[illegible]*ulus descriptus circa triangulum α β γ,describatur iam sicut α β γ. Sed rectæ lineæ δ ζ,& ε ζ, cõcurrunt super β γ,recta linea in signo ζ,sicut secunda habet descriptio,& cõnectatur α ζ,similiter quoq́ ostẽdemus quod ζ,signũ centrũ est circuli descripti circa α β γ,triãguli. Sed iam δ ζ,& ε ζ,rectæ lineæ,cõcurrãt extra ipsum triãgulũ α β γ,in signo ζ. Rursus sicut habet tertia descriptio,coniungantur α ζ, ζ β,& ζ γ,rectæ lineæ,& quoniã rursus æqualis est α δ, ipsi*

δ ϐ

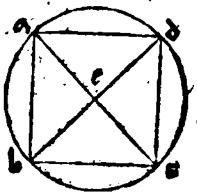
δ β, cõmunis autẽ & ad angulos rectos δ ζ, basis igitur α ζ, (per 4 primi) basi β ζ, est æqualis. Similiter quoque ostendemus, quod & γ ζ, ipsi ... ζ, est æqualis. Centro rursus igitur ζ, spatio uero aut ζ α, aut ζ β, aut ζ γ, circulus descriptus transibit per reliqua signa, & erit descriptus circa α β γ, triangulum, describatur sicut α β γ. Circa datum igitur triangulum descriptus circulus est, quod facere oportebat.

CORRELARIVM. Et manifestum est quod quando introrsum trianguli, cadit centrum circuli, angulus β α γ, existens in maiore circuli segmento, recto minor est. Quando autẽ in β γ, rectã lineam, in semicirculo existẽs angulus, rectus est. Quãdo uero extra ipsam ε γ, rectã lineã centrũ cadit, angulus ε α γ. existẽs in minore circuli segmẽto, recto maior est. Quare & quãdo minor recto fuerit datus angulus, introrsum ipsius trianguli concurrũt δ ζ, & ε ζ, rectæ lineæ. Quando autẽ rectus: super ε γ. Quando uero maior recto: extra ipsam β γ, quod fecisse oportuit.

Eucli. ex Camp. Propositio 6.

6 INtra datum circulum quadratum describere.

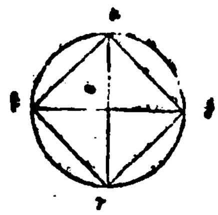
CAMPANVS Sit datus circulus a b c d, cuius cẽtrũ e: uolo intra ipsum describere quadratũ. Protraho in ipso duas diametros a c & b d. secantes se orthogonaliter supra centrũ e, quarũ extremitates cõiungo, protractis lineis a b, b c, c d, & d a, quas dico continere quadratũ quæsitũ, ipsæ enim erunt æquales adinuicem per 4 primi ter assumptã, propter id quod quatuor lineæ e a: e b, e c, & e d. sunt æquales, & quatuor anguli qui sunt ad e, recti: sed unusquisque quatuor angulorũ a b c & d. est rectus, per primam partem 30 tertij, propter id quod quilibet eorum est in semicirculo erit igitur a b c d: quadratũ per diffinitionẽ. Quod est propositũ.



Eucli. ex Zamb. Problema 6 Propositio 6

6 In dato circulo, quadratum describere.

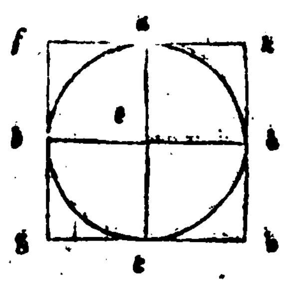
THEON ex Zamberto. Sit datus circulus α β γ δ oportet iam in circulo α β γ δ quadratum describere. Excitentur enim ipsius circuli α β γ δ, diametri ad angulos rectos adinuicem, sintque α γ & β δ. & contingãtur α β, β γ, γ δ & δ α. Et quoniã æqualis est β ε, ipsi ε δ, (per diffinitionẽ 15 primi) centrũ enim est ε, cõmunis autẽ & ad angulos rectos ε α, basis igitur α β, (per 4 primi) basi α δ est æqualis: & per hoc etiã utraque ipsarum β γ, & γ δ, utrique ipsarum α β & α δ est æqualis: æquilaterum igitur est quadrilaterum α β γ δ. Dico quod etiam rectangulum quoniã enim recta linea β δ, dimetiens est circuli α β γ δ: semicirculus igitur est β α δ rectus igitur est angulus β α δ (per 31 tertij) & per hoc etiam unusquisque angulorum contentorum sub α β γ, β γ δ: & γ δ α, rectus est. Rectangulum igitur est quadrilaterum α β γ δ, ostensum autem est quod & æquilaterũ: quadratum igitur est (per 30 diffinitionem primi) & descriptum in circulo α β γ δ quod fecisse oportuit.



Eucli. ex Camp. Propositio 7

7 CIrca propositum circulum quadratum describere.

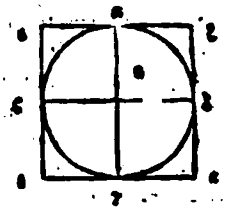
CAMPANVS Sit propositus circulus a b c d: cuius centrũ e, uolo circa ipsum describere quadratum. Protraho in ipso duas diametros a c & b d: secantes se orthogonaliter super centrum e, à quarum extremitatibus duco in utrãque partẽ lineas orthogonaliter, quousque quælibet earũ concurrat cũ duabus lateralibus: sintque puncta cõcursus earũ f g h k, eritque per correlariũ 15 tertij, uterque angulorũ qui sunt ad unũquẽque quatuor punctorũ b c d, rectus: quia ergo in quadrilatero a f b e tres ãguli a b & e sunt recti, erit quartus angulus qui est f, rectus: habet enim quodlibet quadrilaterũ, quatuor angulos æquales quatuor rectis ut demonstratum est supra 32 primi. Eadẽ ratione quilibet angulorum g h k, erit rectus: ergo per secundam partẽ 28 primi duæ lineæ f g & k h, itemque duæ f k & g h, sunt æquidistantes, ergo per 34 primi f k est æqualis g h, & f g, ipsi k h. Et quia per eandem f k est æqualis b d, & f g ipsi a c: at uero a b d est æqualis a c: erunt quatuor lineæ f k, & g h, & k h. æquales. Sed & quatuor anguli f g k h sunt recti: ut probatum est prius. ergo f g k h, est quadratum per diffinitionẽ. Quod est propositum.



Eucli. ex Zamb. Problema 7. Propositio 7.

7 Circa datum circulum, quadratum describere.

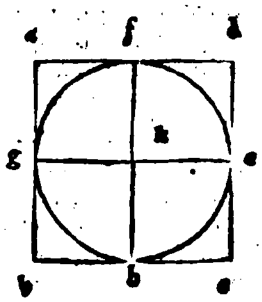
THEON ex Zamberto. Sit datus circulus α β γ δ. Oportet iam circa ipsum α β γ δ circulũ: quadratum describere. Excitentur ipsius circuli α β γ δ duæ diametri ad angulos rectos adinuicẽ sintque α γ & β δ: & per signa α, β, γ, δ, excitentur (per 17 tertij) rectæ lineæ tangentes circulum α β γ δ, sintque ζ κ, κ θ, & θ ζ. Quoniam igitur recta linea ζ κ, ipsum circulum α β γ δ, tangit in signo α, & ab ε, centro in ipsum α, contactum coniungitur recta linea ε α, anguli igitur qui sunt ad α, sunt recti (per 18 tertij) & ob id etiam anguli qui ad β γ δ, signa: sunt recti. Et quoniam angulus α ε β, rectus est, & angulus qui sub ε β κ, quoque rectus est: parallelus igitur est κ θ, ipsi α γ, (per 28 primi.) & ob id quoque, α γ, ipsi ζ κ, parallelus est. Similiter quoque iam ostendemus, quod & utraque ipsarum κ ζ, & θ κ, ipsi β ε δ, parallelus est, parallelogramma igitur sunt κ δ, κ γ, α κ, ζ β, & β κ, æqualis igitur est κ ζ, ipsi θ κ, & κ θ, ipsi ζ κ (per 34 primi. Et quoniam æqualis est α γ, ipsi β δ, sed α γ, utrique ipsarum κ θ & ζ κ, est æqualis, & β δ, utrisque ipsarum κ ζ, & θ κ, est æqualis utraque igitur ipsarum κ θ, & ζ κ, utrique ipsarum κ ζ, & θ κ, est æqualis, æquilaterum igitur est ζ κ θ κ, quadrilaterum. Dico quod & rectangulum. Quoniam enim parallelogrammum est κ β ε α, & angulus α ε β, rectus igitur est & qui sub α κ β, est angulus, (per 34 primi. similiter quoque ostendemus quod & qui ad θ κ ζ, anguli consistunt recti sunt. Rectangulum igitur est, ipsum ζ κ θ κ quadrilaterum, demonstratum uero quod & æquilaterum, quadratum igitur est, & circa α β γ δ, circulum: descriptum est. Circa datum igitur circulum, quadratum descriptum est, quod oportebat facere.



8 Eucli. ex Camp. Propositio 8

INtra quadratum assignatum circulum describere.

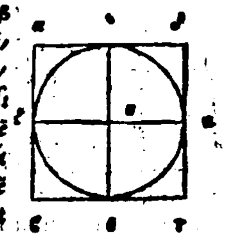
CAMPANVS Sit quadratum assignatum a b c d. Volo intra ipsum: describere circulum. Hæc est quasi conuersa 6. Diuido unũquodque latus eius per æqualia: a d quidem in puncto f, b a in puncto g, c b in puncto h, & d c in puncto e, & produco lineas e g & f h, secantes se in puncto k: quem dico esse centrum circuli: erit enim f h æquidistans & æqualis a b, per 33 primi, propter id quod a f, & b h sunt æquales & æquidistantes. Similiter per eandem & d c, ipsi a b, & quia omnes medietates quatuor laterum ipsius quadrati sunt adinuicem æquales, erunt per 34 primi quatuor lineæ k e, k f, k g, & k h: æquales: ergo per 9 tertij k: est centrum circuli quæsiti.



Eucli. ex Zamb. Problema 8. Propositio 8

8 In dato quadrato, circulum describere.

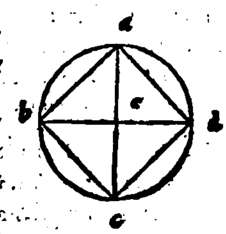
THEON ex Zamb. Esto datum quadratum α β γ δ. Oportet iam in α β γ δ, quadrato, circulum describere. Secetur (per 10 primi) utraque ipsarum α β & α δ, bifariam in ε ζ, signis, & per ε, utrique ipsarum α β, & δ γ (per 31 primi) parallelus excitetur ε θ, & per ζ utrique ipsarum α δ, & β γ. (per 31 primi,) parallelus excitetur ζ κ. Parallelogrammum igitur est unumquodque ipsorum α κ, κ β, α θ, θ δ, α κ, κ γ, β κ, & κ δ, & eorum latera, uidelicet quæ ex opposito, sunt æqualia (per 34 primi,) & quoniã æqualis est α δ, ipsi α β, & ipsius α δ. dimidiũ est α ε, & ipsius α β, dimidium est α ζ, æqualis igitur est α ε, ipsi α ζ, quare & quæ ex opposito (per candẽ sunt æquales, æqualis igitur est ζ κ, ipsi ε κ. Similiter quoq; ostendemus quod & utraq; ipsarũ κ θ, & κ κ, utrique ipsarũ ζ κ, & κ ε, est æqualis. Quatuor igitur κ ε, κ ζ, κ θ, & κ κ: sibi inuicẽ sunt æquales, (per 1 communem scientiam.) Centro igitur κ, spatio uero aut κ ε, aut κ ζ, aut κ θ, aut κ κ, circulus descriptus, trãsibit etiam per reliqua signa, & tanget α β, β γ, γ δ, & δ α, rectas lineas: quoniam anguli qui sunt ad signa ε ζ θ κ recti sunt. Si enim circulus rectas lineas α β, β γ, γ δ, & δ α, secat: quæ ab diametri circuli extremitate ducitur ad angulos rectos, introrsum ipsius circuli cadit, quod est impossibile (per 16 tertij.) Centro igitur κ, spatio autem aut κ ε, aut κ ζ, aut ζ θ, aut ζ κ circulus descriptus, ipsas rectas lineas α β, β γ, γ δ, & α δ non secat: tangit igitur ea: & in quadrato α β γ δ, descriptus est. In dato quadrato igitur, & reliqua quæ sequũtur, quod facere oportebat.



Eucli. ex Camp. Propositio 9

9 CIrca assignatum quadratũ circulũ describere.

CAMPANVS. Sit quadratum a b c d. Volo circa ipsum circulum describere. Hæc est quasi conuersa 7. Protraho in ipso duas diametros a c & b d, secantes se in puncto e, quem dico esse centrum circuli. Cum enim lineæ a d, & a b, sint æquales: erunt per 5 primi anguli a d b, & a b d, æquales: & quia angulus totalis est rectus: erit (per 32 primi) uterque eorum medietas recti: simili



quoq;

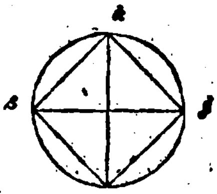
33

quocꝫ modo probabitur quælibet partialiũ angulorũ à prædictis diametris & lateri/bus quadrati propositi contentorũ, esse medietatẽ recti. Quia igitur angulus e a d, est æqualis angulo e d a, erit per 6 primi, linea e a, æqualis lineæ e d. Eadem ratione erit e a æqualis e b, & e c, æqualis e d, quare: quia quatuor lineæ e a, e b, e c, e d, sunt æquales, erit per 9 tertij, e centrum circuli quæsiti, quod est propositum.

Eucli, ex Zamb. Problema 9 Propositio 9

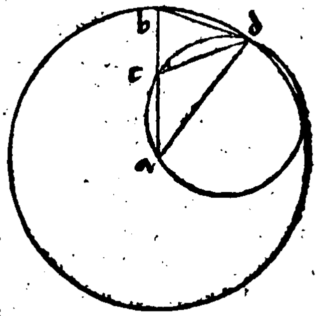
9 Circa datum quadratum, circulum describere.

THEON ex Zamberto. *Sit datum quadratum α β γ δ, oportet iam circa α β γ δ, quadratum, circulum describere. Coniunctæ rectæ lineæ α γ, & δ β, sese inuicem secent in ε. Et quoniam æqualis est δ α ipsi α β, communis autem α γ, duæ igitur δ α, & α γ, duabus β α, & α γ, sunt æquales, altera alteri, & basis δ γ, (per 4 primi, basi β γ, est æqualis angulus igitur δ α γ, (per 8 primi) ei qui sub β α γ, est angulo æqualis est. Angulus igitur δ α β, bifariam diuisus est, per lineam α γ. Similiter iam ostendemus quod & unusquisqꝫ angulorum qui sunt sub α β γ, β γ δ, & γ δ α, bifariam diuisus est per α γ, & δ β, rectas lineas. Et quoniam angulus δ α β, æqualis est angulo α β γ, & anguli δ α β, angulus ε α β, dimidium est, & anguli α β γ, dimidium est angulus ε β α, angulus igitur ε α β, angulo ε β α, est æqualis, quare (per 6 primi,) & latus ε α, lateri ε β, est æquale. Similiter iam ostendemus quod & utraqꝫ ipsarum ε γ & ε δ, rectarum linearum, utrique ipsarum ε α, & ε β, est æqualis. Quatuor igitur ε α, ε β, ε γ, & ε δ, sibi inuicem sunt æquales. Cẽtro igitur ε, spatio uero aut ε α, aut ε β aut ε γ, aut ε δ, circulus descriptus, trãsibit per reliqua signa & erit descriptus circa α β γ δ, quadratum, describatur sicut α β γ δ. Circa datum igitur quadratum, circulus descriptus est, quod fecisse oportuit.*

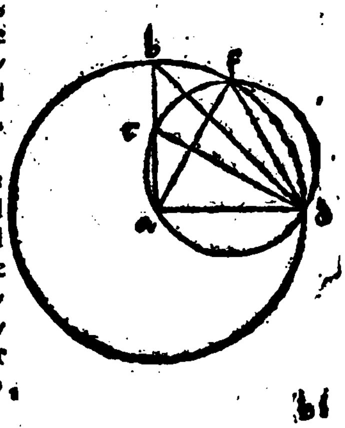


Eucli, ex Camp. Propositio 10

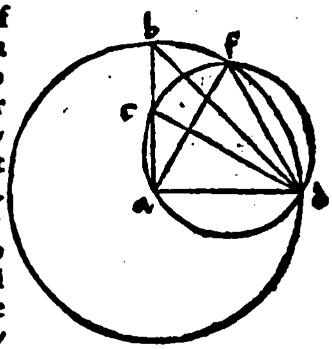
10 DVũm æqualium laterum triangulum designare cuius uterque duorum angulorum quos basis obtinet reliquo duplus existat.

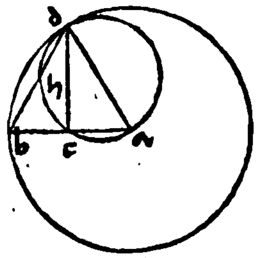


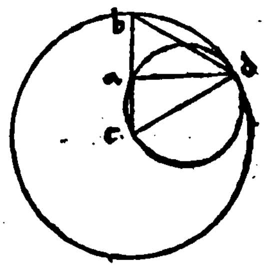
CAMPANVS Intentio est describere unum triangulũ duum æqualium laterũ & tertij inæqualis, cuius uterque angulorum qui superlatus quod est reliquis inequale, exi/stunt, ad tertium duplus existat. Ad hoc autem faciendum sumatur linea quælibet quæ sit a b, quæ diuidatur secun/dum quod docet 11 secundi, in pũcto c, ita quod illud quod fit ex a b, in b c sit æquale quadrato a c. Factoque puncto à centro, secundum ipsius quantitatem describatur circulus b d e, intra quem per primam huius coaptetur linea b d, æ/qualis lineæ a c, & producantur duæ lineæ d a, d c, Dico tri angulum a b d, esse qualis proponitur. Circunscribatur circulus qui sit d c a, per 5 hu ius: triangulo d c a. Quia ergo linea d b, est æqualis lineæ a c, erit quod fit ex a b, in b c, æquale quadrato lineæ b d. quare per ultimam tertij b d, linea, est contingens circulum d c a, & per 31 eiusdem, angulus c d b, est æqualis angulo c a d. Posito ergo communi an gulo c d a, erit totus angulus b d a, æqualis duobus angulis c a d, c d a, sed per 32 primi, angulus b c d est æqualis eisdem, quia extrinsecus ad ipsos, ergo b d a, est æqualis angu lo b c d, & quia angulus a d b, est æqualis angulo a b d, per 5 primi, eo quod latera a b, & a d sunt æqualia: erit angulus b c d, æqualis angulo c b d, ergo per 6 primi, linea c d, est æqualis lineæ b d, quare & lineæ c a, ergo per 5 primi, angulus c a d, est æqualis angulo c d a. Quia ergo uterque angulorum c d b, & c d a, est æqualis angulo c a d, erit to/tus angulus b d a, duplus ad angulum d a b, & ideo angu lus a b d, sibi æqualis, duplus est etiam ad angulum b a d, quod est propositum.

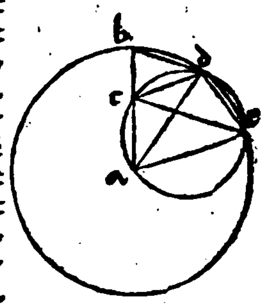


CAMPANI additio. Forsan dicet aduersarius circulum d c a, circunscriptum trigono partiali, secare circulum b d e in aliquo pũcto arcus b d: ita qꝫ simul secabit lineam b d unde ipsa nõ erit circulo applicata sicut in demõstratione supponitur, sed ipsum secãs. Sit ergo si possibile est, ut po/nit aduersarius, & à puncto b, ducatur ad ipsum circu/lũ minorẽ, cõtingens b f, & ducatur lineæ f a, f d, eritqꝫ per penultimã tertij, quod fit ex a b, in b c, æquale quadrato b f,ergo b f,est æqualis b d,quare per 5 primi, angulus b f d,est æqualis angulo b d f,& quia per 21 tertij,angulus b f a est æqualis angulo a d f,erit angulus b d f, maior angulo a d f.quod est impossibile:cum ipse sit pars eius. Aliter possumus illud refellere,& ostendere quod ille minor circulus nullo modo secabit lineam b d.Forsan enim diceret quod secaret eam.non secando arcũ d b, maioris circuli. Si enim possibile est quod secet eam,sit hoc in puncto h,eritque quod fit ex a b in b c,æquale ei quod fit ex d b,in b h.Monstratum est enim.supra penultimam tertij quod si ab aliquo puncto extra circulum signato quotlibet lineæ secantes ad circulum ducantur,quæ sub totis & earũ portionibus extrinsecis continẽtur:æqualia sunt adinuicẽ.& quia quod fit ex a b,in b c,est æquale quadrato d b,quod est impossibile,per 2 secundi,quare constat propositũ. Et nota quod minor circulus necessario secabit maiorem,& abscindet ab eo arcum unũ æqualẽ arcui b d, maior abscindet similiter ab eodem unũ arcum æqualem arcui d c. Quod sic probatur. Si enim minor nõ secat maiorem,contingit ergo ipsum in puncto d.Et quia per 11 tertij circulorũ se contingentium centra & punctus contactus sunt in linea una,erit centrum minoris circuli in linea a d,propter hoc quod in ea est centrum maioris,& punctus contactus,ergo per 10 tertij angulus a c d,est rectus,quare & angulus a d b,est rectus,similiter & angulus a b d,sibi æqualis:est rectus,quod est impossibile per 32 primi. Secet ergo ipsum in punctis e d. dico arcum e d maioris.esse æqualem arcui d b.& arcũ e d minoris.esse æqualem arcui d c.Produco lineas d e,c e,& e a, eritque per 26 tertij,unusquisque quatuor angulorum qui sunt d e c,c e a,d a c,& a d c,æqualis alij,ppter id quod duo arcus d c,& c a,sunt æquales per 27 eiusdem.quare totalis angulus a e g,duplus est ad angulum b a d,& ideo æqualis utriq; angulorũ a b d & a d b. Et quia angulus a e d est æqualis angulo a d e, per 5 primi, propter id qđ a e & a d,sunt æquales,à cẽtro enim ad circũferentiã, erũt duo anguli e d,triãguli a e d æquales duobus angulis d & b,triãguli a d b:ergo per 32 primi,reliquus angulus a unius,est æqualis reliquo angulo a,alterius.Ergo per 25 tertij,arcus e d,maioris,est æqualis arcui d b,& per eãdẽ,arcus e d,minoris, est æqualis arcui d c,& hoc est quod proposuimus.









Eucli ex Zamb. Problema 10 Propositio 10

10 Isosceles triangulum constituere,habens unumquenq; eorum qui ad basin sunt angulorum duplum reliqui.

THEON ex Zamb. Ponatur quædã recta linea α β,seceturq; (per 11 secũdi) in γ,signo ut sub α β,& β γ.cõprehensum rectãgulũ æquũ sit ei quod fit ex γ α,quadrato,& cẽtro α,spatio uero α β,(per 3 postulatũ) circulus describatur β δ ε.Applicetur q; in circulũ β δ ε,ipsi α γ,rectæ lineæ quæ diametro ipsius β δ ε,maior nõ est circuli β δ ε,æqualis recta linea β δ,(per 1 quarti,)& cõnectãtur α δ,& δ γ,describaturq; (per 5 quarti)circa α γ δ,triangulũ,circulus α γ δ ζ.Et quoniã cõtinetur sub α β,& β γ,rectangulũ æquũ est ei quod fit ex α γ,quadrato,æqualis autẽ est α γ,ipsi β δ,quod igitur continetur sub α β,& β γ,æquum est ei quod fit ex β δ.Et quoniam extra circulum α γ δ ζ,suscipitur signũ aliquod β,& ab ipso β,in circulũ α γ δ ζ, ceciderint duæ rectæ lineæ β γ α,& β δ,& earũ una secat & altera incidit,& id quod cõtinetur sub α β,& β γ,æquũ est ei quod fit ex β δ,igitur (per 37 tertij.) β δ,tãgit circulũ α γ δ ζ.Quoniã igitur β δ,tangit in δ,signo,ab ipso autẽ δ,contactu ducta est δ γ,angulus igitur β δ γ,(per 32 tertij,æqualis est ei qui in alterno est circuli segmẽto,angulo qui sub δ α γ.Quoniam igitur æqualis est angulus β δ γ angulo δ α γ, cõmunis apponatur angulus γ δ α. Totus igitur angulus æqualis est duobus qui sub γ δ α,& δ α γ,sunt angulis. Sed eis qui sunt sub γ δ α,& δ α γ,æqualis est angulus exterior β γ δ,(per 32 primi,& angulus igitur β δ α, æquus est angulo β γ δ. Sed angulus β δ α,ei qui sub γ β δ,

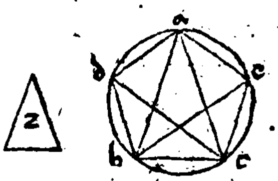
per

(per 5 primi) est æqualis, quoniam latus α δ, (per 15 diffinitionem primi) lateri α δ, est æquale, quare & angulus δ β α, (per 1 communem sententiam,) angulo β γ δ, est æqualis. Tres igitur anguli β δ α, δ β α, & β γ δ, sibi inuicē sunt æquales. Et quoniam æqualis est angulus δ β γ, angulo α γ δ, æquale est & latus β δ, lateri δ γ. Sed β δ, ipsi γ α, est æqualis per hypothesin, & α γ, igitur, ipsi γ δ, est æqualis. Quare & angulus γ δ α, (per 5 primi) angulo δ α γ, est æqualis. Igitur anguli qui sunt sub γ δ α & δ α γ, eius qui sunt sub γ α δ, dupli sunt. Angulus autem sub ε γ δ, angulis qui sunt sub γ δ α, & δ α γ, est æqualis. Et angulus igitur β γ δ, eius qui est sub γ α δ, anguli duplus est. Aequalis autem est angulus β γ δ, utrique ipsorum sub β δ α, & δ ε α, angulorū. Et uterque igitur eorū qui sunt sub β δ α, & δ β α, angulorum, eius qui est sub δ α β, duplus est. Isosceles igitur triangulum constitutum est α β δ, habens unū quemque eorum qui ad basin δ ε, sunt angulorum, duplicem reliqui, quod fecisse oportuit.

Eucli. ex Camp. Propositio 11

11 INtra datum circulum: æquilaterum atque æquiangulum pentagonum describere.

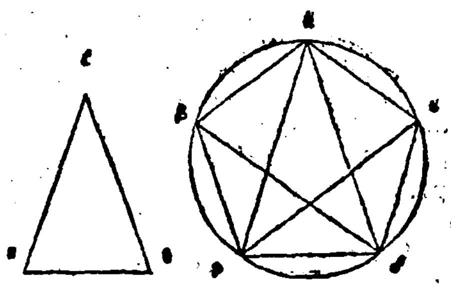
CAMPANVS Sit datus circulus a b c. Volo intra ipsum describere pentagonum unum æquilaterum atque æquiangulum. Designo triangulum unum qualem præmissa proponit. qui sit z, cui alium æquiangulum intra datum circulum describo sicut docet 2 huius, qui sit a b c. sitque uterque angulorū a b c & a c b, duplus ad angulum c a b. Vtrumque eorum diuido per æqualia, ductis lineis b e, & c d, eruntque per 25 tertij, quinque puncta a d b c e, diuidunt circulum, adinuicem æquales, propter id quod quinque anguli qui in dictos arcus cadunt, sunt adinuicem æquales. Continuatis igitur illis quinque punctis per lineas rectas quæ sunt a d, d b, b c, c e, & e a, erit pentagonus a d b c e, inscriptus dato circulo qualis proponitur. Est enim æquilaterus per 28 tertij, cum quinque arcus quorum eius quinque latera sunt chordæ, sint adinuicem æquales. Et etiam æquiangulus per 26 eiusdem, eo quod quinque arcus d a e, a e c, e c b, c b d & b d a, in quos anguli ipsius pentagoni cadunt, sunt adinuicem æquales. Sicque constat propositum.



Eucli. ex Zamb. Problema 11 Propositio 11

11 In dato circulo, pentagonum æquilaterum & æquiangulum describere.

THEON ex Zamberto. Sit datus circulus α β γ δ ε, oportet iam in α β γ δ ε, circulo, pentagonū æquilaterū & æquiangulū describere. Sumatur, (per 14) triangulū isosceles sitque illud ζ η θ, duplum habens unumquenq; eorū qui sunt ad η θ, angulorum, reliqui; hoc est eius qui est ad ζ. Et describatur (per 2 quarti) in circulo α β γ δ ε, triangulo ζ η θ, æquiangulū triangulū α γ δ. Ita ut angulo qui ad ζ, angulus qui sub γ α δ, fiat æqualis, & uterq; eorū qui sub α γ δ & γ δ α, sunt angulorū, utriq; eorū angulorū qui ad η, & θ fiat æqualis, & uterq; igitur eorū qui sunt sub α γ δ, & γ δ α, eius qui est sub γ α δ, duplus est. Secetur (per 9 primi, uterque eorū qui sunt sub α γ δ, & γ δ α, angulorum, bifariam per γ ε, δ β, rectas lineas, & coniungantur α β, β γ, γ δ, δ ε, & ε α. Quoniam igitur uterque angulorum qui sunt sub α γ δ, & γ δ α, eius qui sub γ α δ, est anguli duplus est, & dissecti sunt bifariam per rectas lineas γ ε, & δ β, quinq; igitur anguli qui sunt sub δ α γ, α γ ε, ε γ δ, γ δ β, & β δ α, sibi inuicem sunt æquales. Sed anguli æquales, in æqualibus circunferentijs consistunt (per 26 tertij) quinque igitur circunferentiæ α β, β γ, γ δ, δ ε, & ε α, sibi inuicem sunt æquales. Sed æqualibus circūferentijs, (per 29 eiusdem) æquales rectæ lineæ subtenduntur, quinque igitur rectæ lineæ α β, β γ, γ δ, δ ε, & ε α, sibi inuicem sunt æquales. æquilaterum igitur est pentagonum α β γ δ ε. Dico iam quod & æquiangulum. Quoniam enim circunferentia α β, circunferentiæ δ ε, est æqualis, communis apponatur β γ δ, tota igitur circunferentia α β γ δ, toti circunferentiæ ε δ γ β, est æqualis. & consistit quidem super α β γ δ, circunferentia, angulus α ε δ, & super ε δ γ β, circunferentia, consistit angulus β α ε, & angulus igitur qui sub β α ε: qui sub α ε δ, est angulo, æqualis est, & ob id unusquisq; eorū qui sunt sub α β γ, & β γ δ, & γ δ ε, angulorum, unicuique eorum qui sunt sub β α ε, & α ε δ, angulorum est æqualis. Aequiangulum igitur est pentagonum α β γ δ ε: ostensum autem est quod & æquilaterum. In dato circulo igitur pentagonum æquilaterum & æquiangulum descriptum est, quod facere oportebat.

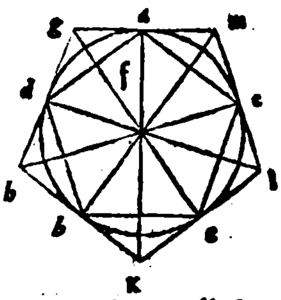


Eucli. ex Camp. Propositio 12

Circa

Circa propositum circulum, pentagonum æquilaterum atque æquiangulum designare.

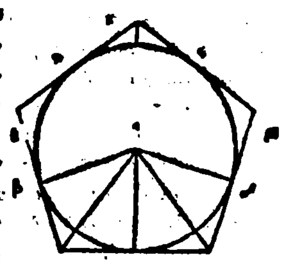
CAMPANVS. Sit propositus circulus a b c, cuius centrum f. Volo circa ipsum designare pentagonum, æquilaterum atque æquiangulum. Supra circunferentiam ipsius circuli (quasi secundum doctrinā præmissæ sibi inscripsissem pentagonum) quinque puncta angularia notabo, quæ sint a d b c e, ad quæ à centro ducam lineas f a, f d, f b, f c, f e, & ab eisdem punctis educam perpendiculares ad istas lineas in utranque partem, quousque concurrant in punctis g h k l m, eruntq́ hæ lineæ contingentes circulum, per correlarium 15 tertij. Et ad ista puncta concursus, ducam à centro lineas f g, f h, f k, f l, f m. Et quia monstratum est super penultimam tertij, quod si ab aliquo puncto extra circulum signato duæ lineæ contingentes ad ipsum circulum ducantur, quod ipsæ erunt æquales, erit linea g a, æqualis lineæ g d, & h d, ipsi h b, & sic de cæteris. At quoniam quinque arcus in quos quinque puncta a d b c e, diuidunt circulū, sunt adinuicē æquales, erūt per 26 tertij, quinque anguli a f d, d f b, b f c, c f e, e f a, consistentes super hos arcus in centro f, sibi inuicem æquales. Sūt aūt duo latera a g, & f a, triāguli f g a, æqualia duobus lateribus d g & f d, triāguli f g d, & latus g f: cōmune ergo per 8 primi, duo anguli eorum qui sunt ad f, itemq́ duo anguli qui sunt ad g, sunt adinuicem æquales: eadem ratione duo anguli qui sunt ad f, in triāgulis d f h, & h f b, itemq́ duo qui sunt ad h, sunt adinuicem æquales. Similiter quoque singuli trium reliquorū angulorum qui sunt b f c, c f e, e f a: & singuli trium qui sunt k l m, diuidantur per æqualia, primi quidem: per lineam f k, secūdi per lineam f l, tertij uero per lineā f m. Et quia hi tres anguli qui sunt b f c, c f e, e f a, sunt sibi inuicem æquales, & alijs duobus qui sunt a f d, & d f b, æquales: erunt eorum dimidia quæ sunt decem anguli facti in centro f, adinuicem æqualia. Quia igitur duo anguli a, & f, trianguli g a f, sunt æquales duobus angulis a & f, trianguli m a f, & latus a f, cōmune, erit per 26 primi angulus g, unius æqualis angulo m, alterius, & latus g a, æquale lateri a m. Eadem ratione erit angulus g m, triangulo g f d, æqualis angulo h, in triangulo d f h, & latus g d, æquale lateri d h. Quare, quia g a, est dimidium g m, & g d, dimidium b h, & g a, & g d, sunt æqualia, erunt per communem sciētiam g m, & g h, eorum dupla, æqualia. Similiter quoque probabimus g m, esse equale m l, & m l, ipsi l k, & l k, ipsi k h, quare pentagonus g h k l m est æquilaterus. Sed & æquiangulus. Cum enim duo anguli qui sunt ad g, sint adinuicem æquales, & duo qui sunt ad m, similiter adinuicem æquales, & g, partialis, sit æqualis m, partiali (utrunque enim probatum est prius) erit per eandem communem scientiam g, totalis æqualis m, totali, & eadem ratione probabis æqualitatem in cæteris angulis, quare est æquiangulus. Sicque constat propositum.



Eucli. ex Zamb. Problema 12 Propositio 12

12 Circa datum circulum, pentagonum æquilaterum & æquiangulum describere.

THEON ex Zamb. *Sit datus circulus α β γ δ ε, oportet iam circa α β γ δ ε, circulum, pentagonum æquilaterum & æquiangulum describere. Intelligantur descripti (per 11 quarti,) pentagoni angulorum signa α β γ δ ε, ita ut (per præcedentem α β, β γ, γ δ, δ ε, & ε α, circunferentiæ sint æquales, & per α β γ δ ε, excitatæ sint (per 17 tertij, ipsum circulum tangentes rectæ lineæ, η θ, θ κ, κ λ, λ μ, & μ η. Sumatur centrum circuli α β γ δ ε, sitq́; (per primam tertij,) ζ, & contendantur rectæ lineæ ζ β, ζ κ, ζ γ, ζ λ, & ζ δ. Et quoniam κ λ, recta linea circulum ipsum α β γ δ ε, tangit in signo γ, & à centro ζ, in ipsum γ, contactū ducta est ζ γ, igitur, (per 18 tertij,) ζ γ, super κ λ, perpēdicularis est, rectus igitur est uterque eorum qui ad γ sunt angulorū. Et per hoc, anguli qui sunt ad δ β, signa, recti sunt. Et quoniam angulus qui sub ζ γ κ, rectus est, quod fit igitur ex ζ κ, æquum est eis quæ fiunt ex ζ γ, & γ κ, (per 47 primi, & per hoc eis etiam quæ fiunt ex ζ β, & β κ, æquū est id quod fit ex ζ κ, (per eādē.) Quæ sunt igitur ex ζ γ, & γ κ, eis quæ fiūt ex ζ β, & β κ, sunt æqualia, quorum quod fit ex ζ γ, æquum est ei quod fit ex ζ β. Reliquum igitur quod fit ex γ κ, reliquo quod fit ex β κ est æquale, æqualis igitur est β κ, ipsi γ κ. Et quoniam æqualis est ζ β, ipsi ζ γ, & communis ζ κ.*



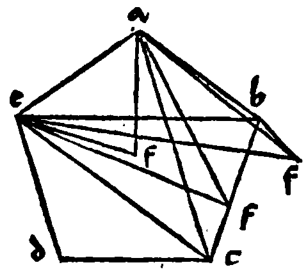
duæ

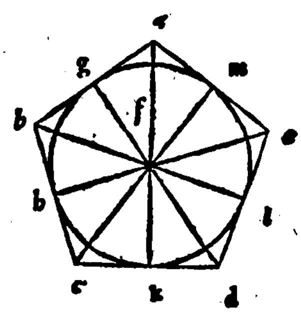
duæ igitur β κ & ζ κ, duabus ε ζ & ζ κ sunt æquales. Et basis β κ, basi ε κ est æqualis. Angulus igitur β ζ κ (per 8 primi) angulo κ ζ γ est æqualis: & angulus β κ ζ (per 4 primi) angulo ζ κ γ. Duplus igitur est angulus β ζ γ, eius qui sub κ ζ γ est anguli, & angulus β κ γ, eius qui est sub ζ κ γ. Et ob id etiã & angulus ε ζ δ, eius qui est sub γ ζ λ duplus est: & angulus γ λ δ, eius qui sub γ λ ζ. Et quoniam circumferentia β γ æqualis est circumferentiæ γ δ, æqualis est (per 27 tertij) angulus β ζ γ angulo γ ζ δ: & angulus quidẽ β ζ γ, eius qui est sub κ ζ γ duplus est: & qui sub δ ζ γ, eius qui sub λ ζ γ: angulus igitur κ ζ γ, angulo λ ζ γ est æqualis. Duo igitur iam triãgula sunt ζ κ γ & ζ λ γ: duos angulos duobus angulis æquales habentia, & unum latus uni lateri æquale (per 26 primi) & eorum cõmune ζ γ, scilicet quod commune ipsis est: & reliqua igitur latera, reliquis lateribus æqualia habebunt, & reliquum angulum reliquo angulo. Aequalis igitur est κ γ recta linea ipsi γ λ, & angulus ζ κ γ, angulo ζ λ γ. Et quoniam æqualis est κ γ ipsi γ λ: dupla igitur est κ λ ipsius κ γ: & per hoc etiam ostendetur, quod θ κ, ipsius β κ dupla est. Et quoniam ostensum est, quod β κ ipsi κ γ est æqualis, & κ λ ipsius β γ dupla est, & θ κ ipsius β κ: igitur θ κ ipsi κ λ est æqualis. Similiter iam ostendetur, quod unaquæq; ipsarum η θ, η μ, & μ λ, unicuiq; ipsarum θ κ & κ λ est æqualis: æquilaterum igitur est pentagonum η θ κ λ μ. Aio etiam quod & æquiangulum: quoniã æqualis est angulus ζ κ γ angulo ζ λ γ, & ostensum est ipsius quidem anguli ζ κ γ duplũ eum esse qui est sub θ κ λ, eius autem qui est sub ζ λ γ duplum eum esse qui est sub κ λ μ: angulus igitur qui est sub θ κ λ, angulo qui est sub κ λ μ est æqualis. Similiter iam ostendetur etiam quod unusquisq; eorum qui sunt sub η θ κ, & θ η μ, & η μ λ, unicuiq; eorũ qui sunt sub θ κ λ, & κ λ μ est æqualis. Quinq; igitur anguli qui sunt sub η θ κ, θ κ λ, κ λ μ, λ μ η, & μ η θ, sibi inuicẽ sunt æquales. Aequiangulũ igitur est pentagonum η θ κ λ μ: ostensum autem est quod & æquilaterum: & descriptum est circa circulum α β γ δ ε: quod fecisse oportuit.

Eucli. ex Camp. Propositio. 13.

13 INtra æquilaterum atq; æquiangulum pentagonum assignatũ, circulum describere.

CAMPANVS. Sit assignatus pentagonus æquilaterus atq; æquiangulus (quia de alijs non est necessarium hoc esse possibile) a b c d e. Volo ei inscribere circulum. Hæc est quasi cõuersa 12. Duos eius propinquos angulos qui sunt a & e diuido per æqualia: ductis lineis a f & e f, donec cõcurrant in puncto f intra ipsum pentagonum, quem dico centrum esse circuli. Concurrẽt enim propter id quod dimidium totalis anguli a & similiter totalis anguli e, minus est angulo recto. Si enim intra pentagonum non cõcurrent, aut extra ipsum pentagonũ, aut in latere pentagoni, aut in eius angulo qui utriq; angulorum diuersorum opponitur. Concurrant ergo primo extra in puncto f: & ducatur linea b f. Et quia duo latera e a, & a f, trianguli e a f sunt æqualia duobus lateribus b a & a f trianguli b a f, & angulus a unius angulo a alterius, erit per 4 primi, basis e f æqualis basi f b, & quia angulus a partialis est æqualis angulo e partiali, propter id quod a totalis e totali: erit per 6 primi, f a æqualis f e: quare f a est æqualis f b: ergo per 6 primi, duo anguli b totalis & a partialis, sunt æquales. Quare a partialis est æqualis uel maior a totali, quod est impossibile. Cõcurrant ergo in puncto f super latus b c: eritq; arguendo per præmissas, & præmisso modo, angulus a partialis, æqualis angulo a totali, quod est impossibile. Qđ si forsan cõcurrãt in angulo c: erit per easdẽ & eodem modo c b æqualis c a, & ideo adhuc ut prius angulus a partialis: æqualis angulo a totali. Quod quia esse nõ potest: sit ergo punctus concursus qui est f, intra pentagonũ: à quo duco quinq; perpendiculares ad eius quinq; latera quæ sint f g, f h, f k, f l, f m: & ad duos eius angulos propinquos altrinsecus angulis per æqualia diuisis, qui sunt b & d: duco lineas f b, f d. Et quia duo anguli a & m, trianguli a f m sunt æquales duobus angulis a & g trianguli a f g, & latus a f commune: erit per 26 primi, f m æqualis f g. Per eandem quoq; probabis f l æqualẽ f m: sumptis duobus triangulis e f m & e f l. Quia iterum duo latera a f & a b trianguli a f b sunt æqualia duobus lateribus a f & a e trianguli a f e & angulus a unius angulo a alterius: erit per 4 primi, angulus b partialis, æqualis angulo e partiali: & quia b totalis æqualis est e totali, & e totalis diuisus est per æqualia erit etiã b totalis diuisus per æqualia. Eodẽ modo probabis d totalẽ diuisum per æqualia, propter æqualitatẽ d partialis & a partialis: sumptis triangulis e a f & e d f.

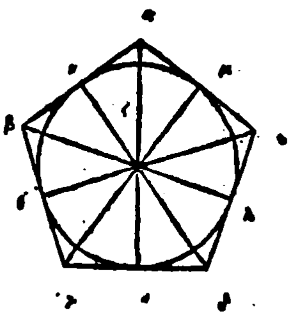




Quia ergo duo anguli g & b trianguli g f b sunt æquales duobus angulis h & b trianguli h f b, & latus f b commune, erit per 26 primi, f h æqualis f g. Eodem modo probabis f k, æqualem f l: sumptis triangulis l f d, k f d. Quoniã igitur quinq; lineæ f g, f h, f k, f l, & f m sunt æquales: erit f, centrum circuli per 9 tertij. Quem circulum describemus secundum quantitatem unius earum: & tanget omnia latera pentagoni, propter æqualitatem linearum: & nullum eorum secabit: per primam partem 15 tertij: sicq; constat propositum.

Eucli. ex Zamb. Problema 13. Propositio 13.

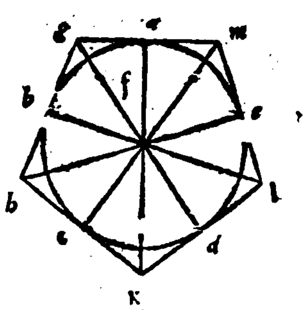
13 In dato pentagono æquilatero & æquiangulo, circulum describere.



THEON ex Zamberto. *Sit datum pentagonum æquilaterum & æquiangulum αβγδε: oportet iam in pentagono αβγδε: circulum describere. Secetur (per 9 primi) uterq; eorum qui sunt sub βγδ & γδε angulorum bifariam, per rectas lineas γζ & ζδ: & ab ζ signo in quo concurrunt ad inuicem ipsæ rectæ lineæ γζ & δζ: coniungantur rectæ lineæ ζβ, ζα, & ζε. Et quoniã æqualis est βγ ipsi γδ, communis autem γζ: duæ iam βγ & γζ, duabus δγ & γζ sunt æquales: & angulus βγζ, angulo δγζ est æqualis: basis igitur βζ (per 4 primi) basi δζ est æqualis: & triangulum βγζ triangulo δγζ æquale: & reliqui anguli reliquis angulis sunt æquales: sub quibus æqualia latera subtenduntur. Aequalis igitur est angulus γβζ, angulo γδζ. Et quoniam angulus γδε, eius qui sub γδζ est anguli, duplus est: æqualis autem est angulus γδε ei qui sub αβγ est angulo, & angulus γδζ angulo γβζ: angulus igitur γβα: anguli γβζ duplus est: æqualis igitur est angulus αβζ, angulo ζβγ. Angulus igitur αβγ, bifariam diuisus est per βζ rectam lineam. Similiter quoq; ostendetur quod & uterq; eorum qui sunt sub βαε & αεδ angulorum, bifariam diuisus est per utrãq; rectarum linearum ζα & ζε. Excitentur (per 12 primi) ab ζ signo in αβ, βγ, γδ, δε, & εα rectas lineas perpendiculares ζη, ζθ, ζκ, ζλ, & ζμ. Et quoniã æqualis est angulus θγζ angulo κγζ: est aũt angulus ζθγ rectus, angulo ζκγ recto æqualis: duo iam sunt triangula ζθγ & ζκγ duos angulos duobus angulis æquales habentia alterum alteri, & unum latus uni lateri æquum: commune enim eorum ζγ subtensum sub uno æqualium angulorum: & reliqua igitur latera reliquis lateribus (per 26 primi) æqualia habebunt: æqualis igitur est perpendicularis ζθ: ipsi ζκ perpendiculari. Similiter quoq; ostendetur, quod & unaquæq; ipsarum ζλ, ζμ & ζη, unicuiq; ipsarum ζθ & ζκ est æqualis. Quinq; igitur rectæ lineæ ζη, ζθ, ζκ, ζλ, & ζμ, sibynuicem sunt æquales. Centro igitur ζ, spatio uero aut ζη aut ζθ aut ζκ aut ζλ aut ζμ, circulus descriptus: per reliqua quoq; ueniet signa. Et tanget rectas lineas αβ, βγ, γδ, δε, & εα (per correlarium 16 tertij: quoniam anguli qui sunt ad η, θ, κ, λ, μ, signa recti sunt. Si enim non tanget eas, sed secabit: continget quod à diametri circuli extremitate ad angulos rectos ducta intra ipsum circulum cadet: quod esse impossibile ostensum est (per 16 tertij. Igitur centro ζ, spatio uero uno ipsorum η, θ, κ, λ, μ, signorum descriptus circulus, rectas lineas αβ, βγ, γδ, δε, & εα minime secabit: tanget igitur eas (per correlarium 16 tertij) describatur sicut ηθκλμ. In dato igitur pentagono æquilatero & æquiangulo: circulus descriptus est, quod facere oportebat.*

Eucli. ex Camp. Propositio 14.

14 Circa datum pentagonum quod sit æquilaterum atq; æquiangulum, circulum describere.

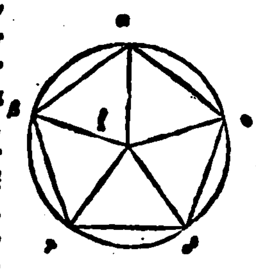


CAMPANVS. Sit ut prius datus pentagonus, æquilaterus atq; æquiangulus (quia de alijs non est necessarium hoc esse possibile) a b c d e: uolo circa ipsum, describere circulum. Hæc est quasi conuersa 13. Duos eius propinquos angulos qui sunt a & e, diuido per æqualia, ductis lineis a f & f e quousq; concurrãt intra ipsum pentagonum in puncto f: cõcurrent enim & intra pentagonũ, ut probatum est in præmissa. Et à puncto concursus, duco ad reliquos angulos, lineas quæ sint f b, f c, f d: & quia duo latera a f & a b triãguli a f b sunt æqualia duobus lateribus a f & a e trianguli a f e, & angulus a unius angulo a alterius: erit per 4 primi, f a æqualis f e, & angulus b partialis angulo e partiali. Et quia b totalis est æqualis a totali, & e totalis diuisus est per æqualia: erit similiter b totalis diuisus per æqualia. Hoc quoq; modo probabis utrunq; angulorum c & d, diuisum esse per æqualia: & quinq; lineas f a, f b, f c, f d, f e, esse æquales: quare per 9 tertij erit centrũ circuli. Sicq; patet propositum.

Eucli.

14 Circa datum pentagonum æquilaterum & æquiangulum, circulum describere.

THEON ex Zamberto. Sit datum pentagogonum æquilaterum & æquiangulum α β γ δ ε: oportet iam circa pentagonum α β γ δ ε, circulum describere. Secetur iam (per 9 primi) uterque eorum qui sunt sub β γ δ & γ δ ε angulorum bifariam, per utramque ipsarum γ ζ & δ ζ. Et à ζ signo in quo concurrunt ipsæ rectæ lineæ, ad signa β, α, ε, coniungantur rectæ lineæ ζ β, ζ α & ζ ε. Similiter præcedenti ostendetur, quod & unusquisque eorũ qui sunt sub γ β α, β α ε & α ε δ angulorum, bifariam secatur per unamquamque ipsarum ζ β, ζ α, & ζ ε rectarum linearum. Et quoniam æqualis est angulus β γ δ angulo γ δ ε, & anguli β γ δ dimidium est angulus ζ γ δ: anguli autem γ δ ε dimidiũ est angulus γ δ ζ: & angulus ζ γ δ igitur angulo ζ δ γ est æqualis. Quare & latus ζ γ, lateri ζ δ est æquale. Similiter iam ostendetur, quod & unaquæque ipsarum ζ β, ζ α, ζ ε, utrique ipsarum ζ γ & ζ δ est æqualis. Quinque igitur rectæ lineæ ζ α, ζ β, ζ γ, ζ δ & ζ ε sibijnuicem sunt æquales. Centro igitur ζ, & spatio aut ζ α aut ζ β aut ζ γ aut ζ δ aut ζ ε, circulus descriptus: ueniet per reliqua signa, & descriptus erit circa α β γ δ ε pentagonum quod æquilaterum & æquiangulum est. Describatur & sit α β γ δ ε. Circa datum igitur pentagonum quod est æquiangulum & æquilaterum, circulus descriptus est, quod facere oportebat.

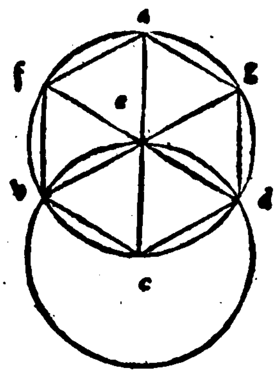


Eucli. ex Camp. Propositio 15.

15 INtra propositum circulum, hexagonum æquilaterum atque æquiangulum describere.

Ex hoc itaque manifestum est quod latus hexagoni, æquũ est dimidio diametri circuli qui inscribitur.

CAMPANVS. Sit propositus circulus a b c d: cuius centrum e: uolo sibi inscribere hexagonum æquilaterum atque æquiangulum. Produco diametrũ a e c, & secundum quantitatem semidiametri e c, facto centro puncto c, describo circulum e b d, secantẽ priorem in duobus punctis b, d: à quibus produco duas diametros in circulo primo, quæ sint b e g, d e f. Trium ergo diametrorum extremitates coniungo sex lineis quæ sunt a f, f b, b c, c d, d g, & g a: quas dico continere hexagonum quæsitum. Erit enim ut demonstrat prima primi, uterque triangulorum b e c, c e d, æquilaterus: quare & æquiangulus per 5 eiusdem: ergo per 32 primi, duo anguli b e c & c e d, cum uno æquali uni eorum, sunt æquales duobus rectis: propter id quod quisque eorũ est tertia duorum rectorũ: sed ipsi per 13 eiusdem, cum angulo d e g, sunt æquales duobus rectis: ergo angulus d e g, est æqualis utrique eorum, quare per 15 eiusdem, sex anguli qui sunt ad e sunt adinuicem æquales: ergo per 25 tertij, arcus in quos cadunt, sunt æquales: quare & eorũ chordæ per 28 eiusdem, quæ sunt latera ipsius hexagoni. Aequilaterus igitur est. Sed & æquiangulus per 26 tertij, propter id quod sex arcus in quos angularis puncta hexagoni diuidunt circulum: bini & bini sumpti sunt adinuicẽ æquales, ut arcus a f b, arcui f b c: & ideo angulus f qui consistit in primo, est æqualis angulo b qui consistit in secundo, idem in cæteris, quare constat propositũ.

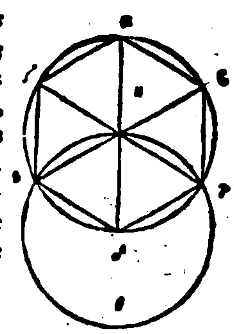


Correlarium ex hoc patet, quod dimidiũ diametri & latus hexagoni, sunt latera eiusdem trianguli æquilateri, ut e c & c b & c d.

CAAMPANI additio. Et nota quod non proponitur circa propositum circulum hexagonum æquilaterum & æquiangulum designare. Nec intra talem hexagonũ aut circa talem circulum describere quemadmodum fecit de triangulo, quadrato, & pentagono: non quia non sit necessarium hoc esse possibile: sed quia hæc tria per eadem præcepta fiunt in pentagono æquilatero & æquiangulo, & in omni figura æquilatera atque æquiangula quæcunque fuerit. Vnde quamcunque figuram æquilateram & æquiangulam scimus circulo inscribere: eandem circulo, extra & circulum sibi intra & extra, ijsdem medijs, per quæ hoc in pentagono fecimus: describemus. Nota etiam quod omnis figura æquilatera circulo inscripta aut circunscripta est etiam necessario æquiangula: de inscripta patet per 27 & 26 tertij sumptis arcubus circuli: quibus latera inscriptæ figuræ chordæ sunt, binis & binis. In hos enim arcus ipsius figuræ anguli cadunt. De circumscripta autem ductis à circuli centro lineis ad omnes eius angulos, & ad loca contactus, facile probabis, si plene intellectæ demonstrationi 11 huius diligens intellectus accesserit: erit enim, ut omnes ipsius figuræ angulos, lineæ à centro uenientes per æqualia diuidant: sumptis itaq; quibuslibet duobus eius proximis lateribus cum linea ad angulum ab eis contentũ, & cum duobus ad eorum extremitates à centro uenientibus: duos triangulos ab eis contentos, æquiangulos adinuicem per 4 primi esse probabis. Sicq; faciendo de omnibus, patebit eos esse æquiangulos per hanc communem scientiam, quorum dimidia sunt æqualia tota quoq; esse æqualia.

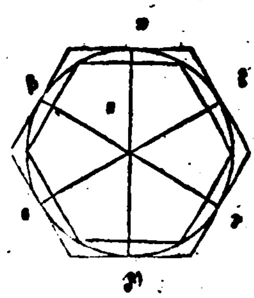
15 Eucli. ex Zamb. *Problema 15.* *Propositio 15.*

In dato circulo, hexagonum æquilaterum & æquiangulum describere.



THEON ex Zamberto. *Sit datus circulus α β γ δ ε ζ: oportet iam in dato circulo α β γ δ ε ζ: hexagonum æquilaterum æquiangulumq; describere. Erigatur ipsius α β γ δ ε ζ circuli dimetiens, sitq; α δ. Sumaturq; (per 1 tertij) centrum circuli: sitq; illud η, & centro δ, spatio uero δ η (per tertium postulatũ) circulus describatur γ η ε θ: & coniunctæ rectæ ε η & γ η extendantur in β, ζ signa. & connectantur α β, β γ, γ δ, δ ε, ε ζ, ζ α. Dico quod α β γ δ ε ζ hexagonum æquilaterum est & æquiangulum. Quoniam enim η signum, centrum est circuli α β γ δ ε ζ, æqualis est (per diffinitionem 15 primi) η ε ipsi η δ. Rursus quoniam δ signum, centrum est circuli ζ η γ θ: æqualis est (per eandem) δ ε ipsi δ η. Sed η ε ipsi η δ ostensum est quod est æqualis. Igitur η ε, ipsi ε δ est æqualis (per primam communem sententiam. Aequilaterum igitur est ε η δ triangulum: & tres igitur eius anguli, ε η δ, scilicet, η δ ε & δ ε η, sibiinuicem sunt æquales. Quoniam per 5 primi isoscelium triangulorum anguli qui ad basin sibiinuicem sunt æquales, & trianguli tres anguli duobus rectis sunt æquales (per 32 primi: angulus igitur ε η δ, duorum rectorum tertium est. Similiter quoq; ostendemus, quod & angulus δ η γ, duorum rectorum tertium est. Et quoniam recta linea γ η super ε β stans (per 13 primi) † utrobiq; angulos ε η γ & γ η β duobus rectis æquos efficit: & reliquus igitur angulus γ η β, tertium est duorum rectorum: anguli igitur ε η δ, δ η γ & γ η β, sibiinuicem sunt æquales. Quare anguli qui ad uerticẽ, hoc est, β η α, α η ζ & ζ η ε, eisdem ε η δ, δ η γ & γ η β sunt æquales (per 15 primi). Sex igitur anguli ε η δ, δ η γ, γ η β, β η α, α η ζ, & ζ η ε, sibiinuicem sunt æquales. Aequales autem anguli, super æqualibus circunferentijs consistunt (per 26 tertij). Sex igitur circunferentiæ α β, β γ, γ δ, δ ε, ε ζ, & ζ α, sibiinuicem sunt æquales. At sub æqualibus circunferentijs æquales rectæ lineæ subtenduntur (per 29 eiusdem), sex igitur rectæ lineæ α β, β γ, γ δ, δ ε, ε ζ, & ζ α, sibiinuicem sunt æquales: æquilaterum igitur est α β γ δ ε ζ hexagonum. Aio quoq; quod & æquiangulum. Quoniam enim circunferentia α ζ æqualis est circunferentiæ ε δ: communis apponatur circunferentia α β γ δ. Tota igitur ζ α β γ δ, toti ε δ γ β α est æqualis. Et super circunferentia ζ α β γ δ, consistit angulus ζ ε δ: super autem ε δ γ β α circunferentia, consistit angulus α ζ ε. Aequalis igitur est angulus α ζ ε, angulo δ ε ζ. Similiter quoq; ostendetur quod & reliqui anguli ipsius α β γ δ ε ζ hexagoni, hoc est, unusquisq; eorum qui sunt sub ζ α β, α β γ, β γ δ, & γ δ ε, unicuiq; eorum qui sunt sub α ε ζ & ζ ε δ angulorũ, sunt æquales. Aequiangulum igitur est hexagonum α β γ δ ε ζ. Ostensum autem est quod & æquilaterum, & descriptum est in circulo α β γ δ ε ζ. In dato circulo igitur α β γ δ ε ζ: hexagonum æquilaterum & æquiangulum descriptũ est: quod facere oportebat.*

† ipsis sic



CORRELARIVM. *Hic manifestum est quod hexagoni latus ei qui est ex centro circuli est æquale: & si per signa α, β, γ, δ, ε, ζ, circulum tangentes ducamus rectas lineas: describetur circa circulum, hexagonum æquilaterum & æquiangulum consequenter ex prædictis in pentagono. Et insuper per ea quæ similiter in pentagono dicta sunt, in dato hexagono circulum describemus & circunscribemus, quod facere oportebat.*

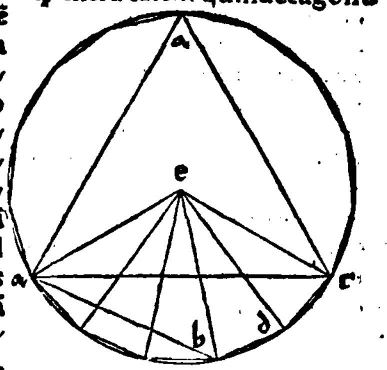
Eucli. ex Camp. *Propositio 16.*

16 Intra datũ circulum, quindecagonũ æquilaterum atq; æquiangulum designare.

Deinde circa quemlibet circulum assignatum, qui decagonũ æquilaterum atq; æquiangulum, atque intra datum quindecanonum, circulum describere.

CAMPANVS.

CAMPANVS. Sit datus circulus a b c uolo sibi inscribere quindecagonum æquilaterum & æquiangulum, deinde etiam circunscribere, atque intra talem quindecagonū propositum, circulum describere. Non proponit autē circa talem quindecagonū, circulum describere: quia hoc satis dat intelligere per alia quæ proponit. In dato circulo iuxta doctrinam secundæ huius, protraho latus trianguli æquilateri, quod sit a c, & iuxta doctrinam 11 huius latus pentagoni æquilateri atque æquianguli, quod sit a b. Et quia arcus a c, est totius circunferentiæ tertia, cuius arcus a b est quinta: erit superfluū inter eos quod est arcus b c, duæ tertiæ arcus a b, uel duæ quintæ arcus a c, siue duæ quintædecimæ totius circunferētiæ. Nam in omni toto excedit tertia quintā in duabus tertijs ipsius quintæ, uel in duabus quintis ipsius tertiæ, siue in duabus quintisdecimis totius.



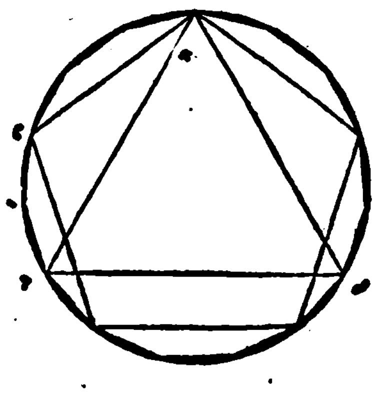
Hoc enim patet in quinta & tertia primi numeri habentis quintam & tertiam qui est 15: eius enim tertia quæ est 5, excedit eius quintam quæ est 3 in duabus unitatibus quæ sunt duæ tertiæ ipsius ternarij qui est quinta, uel duæ quintæ ipsius quinarij qui est tertia, siue duæ quintædecimæ ipsius 15 qui est totū. Diuiso igitur arcu b c per æqualia in d, patet utrunque duorum arcuū c d, & d b, esse tertiā arcus a b, uel quintam arcus a c, siue quintamdecimam totius circunferentiæ. Subtensis igitur eis, chordis c d, & d b, coaptatisque cōtinue intra datum circulum sibi æqualibus per primam huius, complebitur figura proposita. Cætera uero duo quæ proponit cū tertio quod dat intelligere, uidelicet quindecagonū circulo circunscribere, ac circulum quindecagono inscribere, ac etiam circunscribere: ex 12, 13 & 14 huius plene intellectis facile perficies.

CAMPANI additio. Et nota quod quamcunque figuram æquilateram circulo scimus inscribere: duplo plurium laterum circulo scimus inscribere & circunscribere, & ipsi circulum. Diuisis enim arcubus quibus latera eius quæ scitur inscribi subtenduntur, per æqualia, & à punctis medijs ad extremitates laterū ipsius figuræ ductis lineis, fiet intra circulū figura duplo pluriū laterū quæ erit æquilatera per 28 tertij: ergo & æquiangula. Hoc enī demonstratū est, supra 15 huius, quod omnis figura æquilatera circulo inscripta est etiam æquiangula. Et quia hanc circulo scimus inscribere: sciemus cætera tria per 12, 13 14 huius. Quia igitur scimus inscribere triangulum æquilaterum: sciemus per hoc & hexagonum, & per hexagonum, dodecagonū, ac per dodecagonum figuram 24 laterum, & sic in infinitum duplando. Et licet per triangulū possit, ut diximus, inscribi hexagonus: posuit tamen huius propriam demonstrationem ex qua sequitur potissimum perutile. Et similiter quia scimus & inscribere quadratum sciemus per hoc inscribere omnem figuram cuius laterum numerus est pariter par: per pentagonum quoque sciemus decagonum & figuram 20 laterum: sicque continue duplando. Idem quoque intellige de quindecagono, per ipsum enim scientur figuræ 30 & 60, & omnium continue duplatorum laterum. Cæterarum autem figurarum de quibus ista nō docet, uel quæ per has non habentur: difficilis est scientia & parum utilis, ut sunt heptagona, ennagona, hendecagona. Quod si sciemus triangulum duum æqualium laterum designare, cuius uterque angulorum ad basin triplus esset ad reliquum: sciremus heptagonum, ut supra pentagonum circulo inscribere: quod si uterque quadruplus esset ad reliquum, sciremus nonagonum: & si quintuplus, hendecagonum. Idemque in cæteris figuris imparium laterum, posito utroque angulorum ad basin multiplici ad reliquum per eum numerum qui est medietas maximi paris sub impari numero laterum ipsius figuræ contenti.

Eucli. ex Zamb. *Problema 16.* *Propositio 16.*

16 In dato circulo, quintidecagonum æquilaterum & æquiangulum describere.

THEON ex Zamberto. *Sit datus circulus α β γ δ: oportet iam in α β γ δ circulo, quintidecagonū æquilaterum & æquiangulum describere. Describatur in circulo α β γ δ, trianguli æquilateri latus α γ, pentagoni uero æquilateri latus α β in arcu α γ. Qualium igitur est circulus α β γ δ, æqualium segmentorum quindecim: talium quidem circunferentia α β γ, tertium existens ipsius circuli: erit quinque. Circunferentia autem α β, existens quintum cir* *culi, erit trium: reliqua igitur ε γ, duorum æqualiũ. Secetur (per 30 tertij) β γ, bifariam in ι: utraq; igitur ipsarum β ι, & ι γ, circunferentiarum, quintumdecimum erit ipsius α ε γ δ, circuli. Si igitur coniungentes rectas lineas β ι, & ι γ, ipsis æquales in cõtinuum rectas lineas (per 1 quarti) coaptemus in circulum α ε γ δ: erit in eo descriptum quintidecagonum æquilaterum & æquiangulum, quod facere oportebat. Similiter autem ut in pentagono si per circuli diuisionem, tangentes circulum ducemus: describetur circa circulum, quintidecagonum æquilaterum & æquiangulum: & per ostensionem similiter in pentagonis, & in dato quintidecagono æquilatero & æquiangulo, circulum describemus & circunscribemus.*



QVARTI LIBRI FINIS.

EVCLIDIS MEGARENSIS GRAECI PHILOSOPHI, GEOMETRICORVM ELEMENTORVM LIBER QVINTVS.

Euclides ex Campano. *Diffinitiones.*

α Pars, est quantitas quantitatis minor maioris, cum minor maiorem numerat.

CAMPANVS. Pars, quandoq; sumitur proprie: & hæc est quæ aliquoties sumpta, suum totum præcise constituit: sine diminutione uel augmento: & dicitur suum totum numerare per illum numerũ, secundum quem sumitur ad ipsius totius constitutionem: talem autem partem quam multiplicatiuam dicimus, hic diffinit. Quandoq; sumitur communiter: & hæc est quælibet quãtitas minor, quæ quotiescunq; sumpta, suo toto minus aut maius constituit, quam aggregatiuam dicimus: eo quod cum alia quantitate diuersa totum suum constituat, per se autem quotiescunq; sumpta fuerit, non producat.

β Multiplex, est maior minoris quando eam minor metitur.

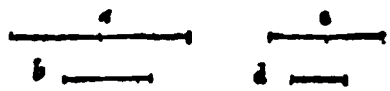
CAMPANVS. Pars, relatiue dicitur ad totum, & in istis duobus extremis, consistit eorum adinuicem relatio: & ideo diffinito minori extremo: diffinit hic maius: uocat autem

autem ipsum, multiplex: propter hoc quod minus aliquoties sumptum, ipsum constituat: erunt igitur relatiue dicta adinuicem, pars & multiplex. Nam omnis pars, submultiplex: ut patet per eius diffinitionem.

3 Proportio, est habitudo duarum quantæcunque sint eiusdem generis quantitatum, certa alterius ad alteram habitudo.

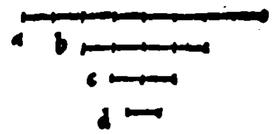
CAMPANVS. Proportio est habitudo duarum rerum eiusdem generis adinuicē, in eo quod earum altera maior aut minor est reliqua uel sibi æqualis. Nō enim solum in quantitatibus reperitur proportio, sed in ponderibus, potentijs & sonis. In ponderibus quidem & potentijs, uult Plato in Timæo esse proportionem: ubi elemētorum numerum ostendit. In sonis autem esse proportionem, liquet ex musica. Nam (ut uult Boetius in quarto) si quilibet neruus in duas inæquales partes diuidatur: erit ipsarum partium suorumque sonorum, eadem conuerso modo proportio. Sed in quibuscunque proportio reperitur: ea participant naturam proprietatemque quantitatis: non enim reperitur in aliquibus rebus duabus, nisi in eo quod earum una est reliqua maior, aut minor, aut ei æqualis. Quantitatis autem proprium, est secundum ipsam æquale uel inæquale dici, ut uult Aristoteles in prædicamentis: unde liquet proportionem primo in quantitate reperiri, & per ipsam in omnibus alijs: nec esse in aliquibus rebus proportionem, cui similis non sit in aliquibus quantitatibus: propter quod bene dixit Euclides, proportionem simpliciter esse in quantitate: cum eam diffiniuit per habitudinem duarum quantitatum eiusdem generis adinuicem. Cuius diffinitionis intellectus est, quod proportio est habitudo duarum quātitatum adinuicem, quæ attenditur in eo quod una earum est maior aut minor alia, uel æqualis ei: per quod patet quod oportet eas esse eiusdem generis, ut duos numeros, aut duas lineas, aut duas superficies, aut duo corpora, aut duo loca, aut duo tempora. Non enim potest dici linea: maior aut minor superficie, aut corpore: nec tempus, loco: sed linea, linea, & superficies, superficie. Sola enim uniuoca, comparabilia sunt. Quod autem dicit certa habitudo, non sic intelligas quasi nota uel scita, sed quasi determinata, ut sit sensus. Proportio est determinata habitudo duarum quantitatum: ita, inquam, determinata: quod hæc & non alia. Non enim est necessarium, ut omnis habitudo duarum quantitatum sit scita à nobis, nec etiam à natura. Nam proportio quædam est discretorum, ut numerorum: quædam autem continuorum. In numeris autem, minor: est pars aut partes maioris, ut demonstratur in septimo: quare & in eis omnibus est habitudo certa & nota. At uero in continuis, est proportio magis larga: est enim in ea, ubi minor quantitas est, pars aut partes maioris: & talium omnium: mediantibus numeris est proportio nota, quæ & rationalis dicitur. Dicunturque omnes tales quantitates, commmunicantes, quia eas una & eadem necessario metitur: unde & omnes numeri sunt communicantes: omnes enim ipsos metitur unitas. Est etiam, ubi minor non est pars aut partes maioris: & in talibus non est nota proportio nec nobis nec naturæ. Diciturque hæc proportio irrationalis, & hæ quantitates, incōmunicantes: unde fit ut quæcunque portio reperitur in uumeris, reperiatur in omni genere continuorū, ut in lineis, superficiebus, corporibus & temporibus: nō aūt è conuerso: infinitæ eñ sunt proportiones in cōtinuis repertæ: quas numerorū natura nō sustinet. Sed quæcūque proportio reperitur in uno genere continuorū: eadē reperitur in omnibus alijs. Nam qualitercūque se habet aliqua linea ad quamlibet aliam: sic se habet quælibet superficies ad aliquā aliā, & quodlibet corpus ad aliquod aliud, similiter & tēpus: sed nō sic: quilibet uumerus ad aliquē alium: unde magis est larga proportio in cōtinuis, quàm in discretis. Ex quo manifestum est proportionē geometricam esse maioris abstractionis, quàm proportionem arithmeticā: omnis enim proportio circa quam arithmetica uersatur, rationalis est: geometria uero, rationales & irrationales æquilateras considerat.

4 **Proportionalitas, est similitudo proportionum.**

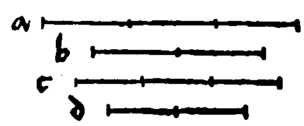


CAMPANVS. Vt si dicamus quod quæ est proportio a ad b, ea est etiam c ad d: proportio quæ est inter a & b, similis est illi quæ est inter c & d. Hæc autem similitudo quæ ex istis proportionibus resultat: dicitur proportionalitas.

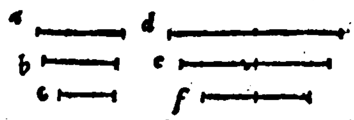
5 **Quantitates autem quæ dicuntur continuam habere proportionalitatem, sunt quarum æque multiplicia aut æqua sunt, aut æque sibi sine interruptione addunt aut minuunt.**



CAMPANVS. Supposita diuisione proportionalitatis per cōtinuam & discontinuam: diffinit membra diuidentia, & primo continuam. Immo (ut uerius dicam) supposita diuisione proportionalium per cōtinue proportionalia & incontinue: diffinit non continuam proportionalitatem nec continuam, sed continue proportionalia & incontinue: diffinitio autem continuæ proportionalitatis & incontinuæ, satis patet per diffinitionem continue prooortionalium & incontinue. Continua autem proportionalitas, est cum quotlibet quantitatum eiusdem generis, in qua proportione prima antecedit secundam, in eadem quælibet aliarum antecedit proximo consequentem: ut cum dicimus, sicut se habet a ad b, ita b ad c, & c ad d: eritq́ quælibet earum, antecedens & consequēs: excepta prima quæ est solum antecedēs, & ultima quæ est tantum consequens. Et in hac quidem proportionalitate necesse est omnes quantitates esse eiusdem generis propter continuationem proportionum, eo quod non sit proportio inter quantitates quæ sunt generum diuersorum: & hæc erit ad minus in tribus terminis constituta. Incontinua autem proportionalitas, est cum quatuor quātitatum siue omnes fuerint eiusdem generis, siue duæ primæ unius, & duæ postremæ alterius, in qua proportione prima antecedit secundam in eadem tertia antecedit quartam: ut cum dicimus, sicut se habet a ad b: ita c ad d: eritq́ earum quælibet, aut tantum antecedens aut tantum consequēs: nec est necesse ut sint omnes quatuor eiusdem generis sicut erat in proportionalitate continua: eo qđ consequēs primæ proportionis non cōtinuatur antecedenti secūdæ, sed possibile est ut sint eiusdem generis: & possibile est, ut sint diuersorum. Sicut enim contingit lineam reperiri duplam ad lineam, aut triplam: ita superficiem ad superficiem, & corpus ad corpus, & tempus ad tempus, & numerum ad numerum.

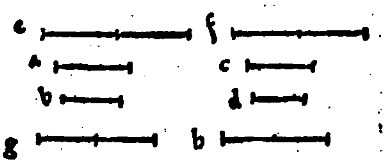


Viso quid sit cōtinua proportionalitas, & quid incontinua, explanemus diffinitionem continue proportionalium præmissam. Quantitates (inquit) proportionales continue, sunt quarū æque multiplicia aut sibi sunt æqualia, aut æque sibi sine interruptione addūt aut minuūt: uerbi gratia. Sint tres quantitates eiusdem generis a, b, c: ad quas sumātur d, e, f: æque multiplicia, ut sicut d est multiplex ad a, ita e sit multiplex ad b, & f ad c: eruntq́ omnes in eodem genere: multiplicia enim & submultiplicia, in eodem sunt genere: sitq́ ut d, e, f aut sint æqualia adinuicem: aut similiter se habeant in addendo aut minuendo: ita φ sicut d addit super e aut minuit ab ipso: ita e addat super f aut minuat ab ipso. Cū hæc, inquam, multiplicia sic se habuerint: erunt tres quantitates a, b, c, continue proportionales. Multiplicia autem non intelligas similiter sic se habere in addendo aut minuendo, quantum ad quantitatem excessus, sed quantum ad proportionem: aliter enim diffinitio esset falsa. Nam quarumlibet quantitatum eiusdem generis æquis se differentijs excedentium: æque multiplia accepta æquis etiam differentijs se exce-



excedunt. Vnde similiter se habent in addendo & minuendo quantum ad quantitatẽ excessus, nec tamen priores quantitates sunt continne proportionales: immo minorum est semper maior proportio. Hoc autem ideo euenit, quoniam earum multiplicia non similiter se excedunt, quantum ad proportionem, sed solum quantũ ad quantitatem excessus, est enim & ibi in minoribus multiplicicibus maior proportio: uerbi gratia. Sumantur tres numeri æquis differentijs se excedentes, in medietate uidelicet arithmetica, ut 2, 3, 4: horum trium omnes æque multiplices æqualiter se excedunt: dupli quidem binario, tripli ternario, & sic de cæteris: non tamen sunt 2, 3, 4 continue proportionalia: immo minorum est maior proportio: est enim ipsorum proportio sesquialtera & maiorum sesquitertia, quia ergo inter eos non est similitudo proportionum: non erit inter eos proportionalitas: & ideo neque contiuna nec incontinua. Patet ergo similitudinem illam additionis aut diminutionis, non intelligi quantum ad quantitatem excessus, sed quantum ad proportiooem: erit itaq sensus diffinitionis præmissæ. Continue proportionalia, sunt quorum omnia multiplieia æqualia sunt continue proportionalia. Sed noluit ipsam diffinitionem proponere sub hac forma: quia tunc diffiniret idem per idem, apertæ tamen rei est istud cum sua diffinitione conuertibile. Tres autem quantitates a, b, c oportet esse eiusdem generis: ad hoc ut earum multiplicia sibijnuicem æqualia sint, aut similiter se habeant in addendo aut minuendo, Si enim a, & b essent diuersorum generũ, essent etiam d & e ipsarum a & b mul tiplicia, eorundem diuersorum generum, propter hoc quod multiplicia & submultiplicia eiusdem sunt generis: quare d non esset æqualis e: nec ea maior aut minor: nam quantitates diuersorum generum, non sunt adinuicem comparabiles.

6 **Quantitates quæ dicuntur esse secundum proportionem unam, prima ad secundam & tertia ad quartam, sunt quarum primæ & tertiæ multiplices æquales, multiplicibus secundæ & quartæ æqualibus fuerint similes, uel additione, uel diminutione, uel æqualitate eodem ordine sumptæ.**



CAMPANVS. Posita superius diffinitione quantitatum conitnue proportionalium: hic ponit diffinitionem incontinue proportionalium: & est quod quarumlibet 4 quantitatum quarum primæ & tertiæ æque multiplicia sumpta fuerint, itemq secundæ & quartæ æque multiplicia, fueritq multiplex primæ, sic se habens ad multiplex secundæ quantum ad additionem aut diminutionem aut æqualitatem sicut multiplex tertiæ ad multiplex quartæ: erit proportio primæ earum ad secundam, sicut tertiæ ad quartam: uerbi gratia. Sint quatuor quantitates a, b, c, d: sumanturq ad primam & ad tertiam quæ sunt a & c: æque multiplicia utpote dupla quæ sint e & f. Itemq ad secundam & quartam quæ sunt b & d: sumantur alia æque multiplicia utpote tripla, quæ sint g & h: sitq ut hæc 4 multiplicia sic sumpta comparata adijnuicem secundum ordinem primarum quatuor quantitatum, ita, uidelicet, quod e comparetur ad g, & f ad h, non autem e ad f aut g ad h: sint similia in additione, diminutione & æqualitate: uidelicet quod si e addit supra g & similiter f adddat supra h, aut si e minuit à g, & f similiter minuat ab h: aut si e est æqualis g, & similiter f sit æqualis h: tunc proportio a ad b est sicut c ad d: similitudo autem in addendo aut diminuendo, intelligatur hic sicut in diffinitione continue proportionaliũ, uidelicet nõ quantum ad quantitatem excessus, sed quantum ad proportionem. Quod autem dicit eodem ordine sumptæ, intelligatur sicut expositum est: uidelicet ut multiplicia nõ referantur adinuicem secundum ordinem earum quantitatum, quibus æque multiplicia assumuntur, ut multiplex primæ non referatur ad multiplex tertiæ, aut multiplex secundæ ad multiplex quartæ, sed referatur secundum primum ordinem ipsarnm 4 quantitatum, uidelicet multiplex primæ ad multiplex secũdæ, & multiplex tertiæ ad multiplex quartæ. Erit itaque sensus istius diffinitionis. Incontinue proportionales: sunt quatuor quantitates, & proportio primæ ad secundam est sicut tertiæ ad quartam: cum sumptis æque multiplicibus ad primam & tertiam, itemq æque mul-

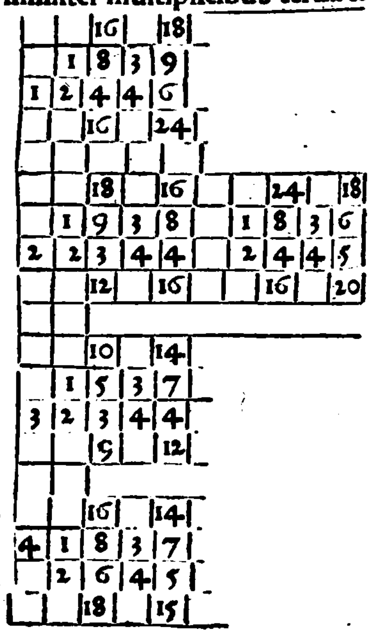
multiplicibus ad secundam & quartam: erit proportio multiplicis primæ ad multiplex secundæ, sicut multiplicis tertiæ ad multiplex quartæ. Sed non diffiniuit sub hac forma, propter causam prædictam: licet à parte rei idem sit. Non est autem necessariũ ut quatuor quãtitates a,b,c,d sint eiusdem generis, eo quod b non cõtinuatur in proportione cum c: sed possunt esse duæ primæ unius generis, & duæ sequentes alterius. Per quod patet quod necesse est referri multiplex primæ ad multiplex secũdæ, & multiplex tertiæ ad multiplex quartæ: non autem multiplex primæ ad multiplex tertiæ, aut multiplex secundæ ad multiplex quartæ: quia non semper sunt eiusdem generis multiplex primæ & tertiæ, nec multiplex secundæ & quartæ: fuit autem necesse sumere æque multiplices ad primã & tertiã, itemq́ue æque multiplices ad secundã & quartã, & non æque multiplices ad primam & secũdam, & item non æque ad tertiam & quartam: quia nisi per multiplicium sumptionem continuentur termini primæ proportionis cum terminis secundæ, non erit per quid sit proportio a ad b sicut c ad d.

7 **Quantitates quarum proportio est una, proportionales nominantur.**

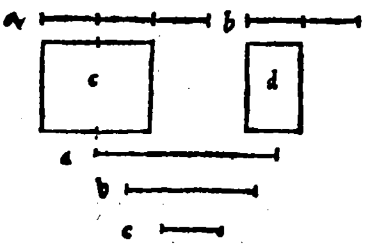
CAMPANVS. Postquam diffiniuit quantitates continue proportionales & incõtinue: diffinit quantitates proportionales simpliciter, & patet diffinitio.

8 **Cum fuerint primæ & tertiæ æque multiplices, itemq́ue secundæ & quartæ æque multiplices, addetq́ue multiplex primæ super multiplicem secundę, non addet autem multiplex tertiæ super multiplicem quartæ, dicetur prima maioris proportionis ad secundam, quàm tertia ad quartam.**

CAMPANVS. Diffinitis quantitatibus proportionalibus, diffinit quantitates improportionales. Sunt autẽ improportionales, inter quas non est similitudo proportionum, quod contingit dupliciter, aut quia maior est proportio primæ ad secundam quàm tertiæ ad quartam: aut quia minor: & ideo eius sunt duæ species. Prima, quando maior est proportio primi ad secundum, quàm tertij ad quartum: & dicitur hoc, maior improportionalitas. Secunda uero, quãdo minor est proportio primi ad secundum, quàm tertij ad quartum: & dicitur minor improportionalitas: diffinit ergo eas inter quas est maior proportio primæ ad secundam quàm tertiæ ad quartam: quæ est maior improportionalitas: diffinitionem autem earum inter quas est minor proportio primæ ad secundam quàm tertiæ ad quartam, non ponit, quia ipsa patet ex alia. Cum igitur fuerint quatuor quantitates ad quarum primam & tertiam sumpta sint æque multiplicia, & ad secundam & quartam æque multiplicia, & multiplicia primæ & secundæ relata adinuicem non se habebunt similiter multiplicibus tertiæ & quartæ relatis adinuicem in additione, diminutione & æqualitate: illæ quatuor quantitates: erunt improportionales. Quod si ita fuerit quod multiplex primæ sit æquale multiplici secundæ, multiplex uero tertiæ sit minus multiplici quartæ: aut quod multiplex primæ sit maius multiplici secundæ, & similiter multiplex tertiæ multiplici quartæ: ueruntamen plus excedit quantum ad proportionem non quantum ad quantitatem excessus multiplex primæ multiplex secundæ, quàm multiplex tertiæ multipilex quartæ: aut quod multiplex primæ sit minus multiplici secundæ, & similiter multiplex tertiæ multiplici quartæ, ueruntamen minus minuit quantũ ad proportionẽ non quantũ ad quantitatem excessus, multiplex primæ multiplici secũdæ, q̃ multiplex tertiæ à multiplici quartæ: erit quolibet istorum



istorum 4 modorum maior proportio primæ ad secundam, quàm tertiæ ad quartã. Quatuor aũt modis istis oppositis erit minor proportio primæ ad secundam, quàm tertiæ ad quartam. Exempla autem istorum omnium euidenter sumẽtur ex numeris. Additio ergo illa multiplicis primæ super multiplex secundæ, non autem multiplicis tertiæ super multiplex quartæ, de qua loquitur auctor in diffinitione, latitudinẽ habet ad istos 4 modos prædictos, & ipsos cõprehendit. Vnde sensus istius diffinitionis est: cum sumptis sic multiplicibus ut proponit, fuerit maior proportio multiplicis primæ ad multiplex secundæ, quàm multiplicis tertiæ ad multiplex quartæ: erit maior proportio primæ ad secũdam quàm tertiæ ad quartam, non diffiniuit autem sub hac forma. propter communem causam prius dictam. Vel possumus dicere, quòd additio multiplicis primæ super multiplex secundæ, & non multiplicis tertiæ super multiplex quartæ, de qua loquitur in præmissa diffinitione maioris improportionalitatis, proprie accipitur prout uerba diffinitionis sonant: & non se extendit nisi ad secundum quatuor prædictorum modorum: licet reuera quolibet illorum quatuor modorum sit maior proportio primæ ad secundam quàm tertiæ ad quartam: unde sensus illius diffinitionis est: cum sumptis sic multiplicibus ut proponit, si multiplici primæ existente maiori multiplici secundæ, non sit necessarium quod multiplex tertiæ sit maius multiplici quartæ: tunc erit maior proportio primæ ad secũdam quàm tertiæ ad quartam: propter hoc autem nõ posuit reliquos tres additionis modos in prædicta diffinitione, quia iste est illis omnibus magis planus, & ad dictam diffinitionem sufficiens. Nusquam enim est maior proportio primæ 4 quatuor quantitatũ ad secundã quam tertiæ ad quartam: quin cõtingat aliqua æque multiplicia ad primam & tertiã reperiri: quæ cum relata fuerint ad aliqua æque multiplicia secundæ & quartæ, inuenietur multiplex primæ addere super multiplex secũdæ, non autem multiplex tertiæ super multiplex quartæ. Nec usquam contingit hoc reperire, quin sit maior proportio primæ ad secundam quàm tertiæ ad quartã, ut demonstrabimus infra supra decimam huius. Possunt autem esse hæ quantitates improportionales diuersorum generum, sicut & quantitates incontinue proportionales si intra eas fuerit incontinua improportionalitas, ut si dicatur maior est proportio a ad b, quam c ad d. Si autem fuerit continua improportionalitas: erunt omnes eiusdem generis necessario sicut sunt in continua proportionalitate, ut si dicatur maior est proportio a ad b, quàm b ad c.



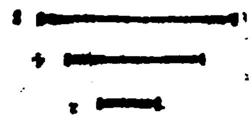
9 Est autem proportionalitas, ad minus inter tres terminos constituta.

CAMPANVS. Postquam auctor diffiniuit proportionem, proportionalitatem, & quantitates proportionales & improportionales: ostendit quis sit minimus numerus terminorum inter quos proportionalitas potest consistere: maximum autem nõ ponit, quia illum non contingit sumere: potest enim proportio quælibet continuari in terminis infinitis, siue fuerit rationalis proportio siue irrationalis. Ad proportionalitatem autem exiguntur ad minus duæ proportiones similes, eo quod proportionalitas sit similitudo proportionum. Quælibet autẽ proportio habet antecedens & consequẽs: ergo quælibet proportionalitas habet ad minus duo antecedentia & duo consequẽtia: hoc est, impossibile fieri in paucioribus quàm tribus terminis, in quibus medius eorum anteedens est & consequens, & ideo proportionalitas erit continua: quare in tribus terminis ad minus erit continua proportionalitas constituta. Incontinua autem non erit in paucioribus quàm in 4, eo quod in ipsa quilibet terminus est tantum antecedens aut tantum consequens: idem intellige de minori numero terminorum improportionalitatis. si enim fuerit continua, erit ad minus inter tres terminos. Si incontinua, ad minus inter quatuor.

10 Si fuerint tres quantitates continue proportionales: dicetur proportio primæ ad tertiam, proportio primæ ad secundam duplicatam.

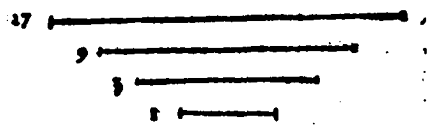
CAMPANVS. Diffinit proportionẽ quæ est inter extremos terminos cõtinuæ proportionalitatis in tribus terminis constitutæ, & dicit quod si fuerit proportio primi ad secun-

secundum, sicut secundi ad tertium: erit proportio primi ad tertium sicut primi ad secundum duplicata, hoc est, ex duabus talibus composita: siue (quod idem est) erit proportio primi ad tertium sicut primi ad secũdum duplicata, hoc est, in se multiplicata: uerbi gratia in numeris. Sint tres numeri continue proportionales, sintq; continue dupli, ut 2, 4, 8: proportio autem primi ad tertium, erit sicut proportio primi ad secundum in se multiplicata: proportio autem primi ad secundũ est dupla: dupla uero in se multiplicata, producit quadruplam: unde proportio extremorum est quadrupla, uidelicet duplum dupli: uel secundum priorem expositionem, proportio extremorũ est sicut proportio primi ad secundum duplicata, quia quadrupla constat ex duabus duplis.

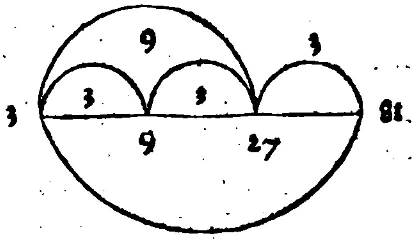


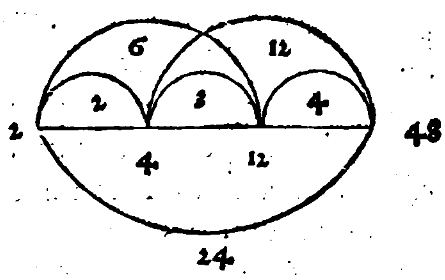
11 **Cum fuerint quatuor quantitates continue proportionales, proportio primæ ad quartam, dicetur proportio primæ ad secundam triplicata.**

CAMPANVS. Diffinit proportionem quæ est inter extremos continuæ proportionalitatis in quatuor terminis constitutæ: & dicit si fuerint quatuor quãtitates continue proportionales: erit proportio primæ ad quartã, sicut proportio primæ ad secundam triplicata, hoc est, ex tribus talibus composita, quoniam tres tales inueniuntur in ea: siue (quod idem est) erit proportio primæ ad quartam, sicut primæ ad secundam triplicata, hoc est in se, postea in productũ multiplicata: uerbi gratia in numeris: Sint quatuor numeri continue proportionales, sintq; continue tripli, ut sint 1. 3. 9. 27: proportio primi ad quartum erit sicut proportio primi ad secundum in se, postea in productũ multiplicata: proportio autem primi ad secũdum, est tripla: tripla uero in se multiplicata: producit noncuplam, & tripla in noncuplam, producit uigincuplamseptuplã: erit itaq; proportio extremorum uigincuplaseptupla, quod est triplum tripli. Vel secundum priorem expositionem. proportio extremorum est sicut proportio primi ad secũdum triplicata, quia uigincuplaseptupla constat ex tribus triplis. Non diffinit autem proportionem extremorum continuæ proportionalitatis inter plures quam quatuor terminos constitutæ, propter id quod dimensiones in rebus naturalibus repertæ, non excedunt ternarium. Denominatio autem proportionis duarum quantitatũ quibus nullum interponitur medium, habet naturam lineæ. Earum uero quibus interponitur unum medium in continua proportionalitate: habet naturam superficiei, eo quod fit ex multiplicatione denominationis duarum primarũ in se. Omne autẽ quod ex multiplicatione lineæ in lineã producitur, naturam habet superficiei: si in se quidem, quadrati: si uero in alteram, parte altera longioris. Sed proportionis earum quãtitatum denominatio quibus in continua proportione duo media interponuntur: naturam habet solidi: quia prouenit ex multiplicatione denominationis duarum primarũ primo in se: ex qua multiplicatione producitur superficies: deinde in productum, ex qua multiplicatione prouenit solidum siue corpus: omne etenim qđ ex multiplicatione lineæ in superficiẽ producitur, crescit in solidũ. Est ergo ac si diceret: proportio duarum quantitatum, est simplex interuallum, & habens naturam simplicis dimensionis ut lineæ: proportionalitas autem trium, est duplex interuallum, & habens naturam duplicis dimensionis ut superficiei: proportionalitas autem quatuor, est triplex interuallum, & habens naturam trinæ dimensionis aut solidi. Et quia dimensiones ulterius non procedunt: ideo non diffiniuit proportionem contentã inter extremos proportionalitatis in quinq; terminis, aut pluribus constitutæ: uel non diffiniuit poportionem in his, quia earum proportio habetur ex prædictis diffinitionibus. Si enim in tribus terminis proportio extremorum constat ex proportione primorum duplicata, & in quatuor terminis constat, ex eadem triplicata, in quinq; terminis constat ex eadem quadruplicata, & in sex ex eadem quincuplicata: unde quemadmodũ in tribus terminis continue proportionalibus proportio extremorum continet proportionẽ primorũ bis, & in 4 terminis ter: sic in quinq; terminis cõtinebit quater, & in sex quinquies, & ita deinceps: ut semper proportio extremorum in terminis cõtinue proportionalibus toties contineat proportionem primorum: quot sunt omnes termini, minus



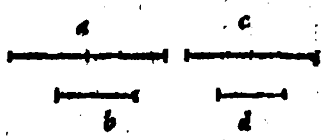
nus uno. Similiter quoque si proportio extremorum continuæ proportionalitatis in tribus terminis constitutæ, est ea quæ producitur ex proportione primorum in se semel multiplicata, & in quatuor in se bis multiplicata. in quinque terminis ea quæ producitur ex proportione primorum in se ter multiplicata, & in sex terminis quater, & sic semper termini fuerint duobus plures multiplicationibus, siue ut multiplicationes sint æquales medijs extremis interpositis. Et nota quod etiam in proportionalitate cõtinua extremorũ, proportio producitur ex omnibus proportionibus intermedijs, ut ex prædictis apparet, & quod proportio extremorum continuæ proportionalitatis in tribus terminis constitutæ denominatur à quadrato, in quatuor uero terminis cõstitutæ denominatur à cubo, quorum quidem quadrati & cubi latus est denominatio proportionis primi ad secundum, uerbi gratia in numeris. Sint quatuor numeri continuæ proportionales qui sint continue tripli 3, 9, 27, 81, proportio primi ad secundum denominatur à ternario, est enim tripla, primi uero ad tertium, à nouenario qui est quadratus ternarij, nã ipsa est nõcupla. At uero proportio primi ad quartũ: denominatur à 27 qui est cubus denominationis proportionis primi ad secũdũ uidelicet ternarij, ipsa enim est uigincupla septupla. Et proportio extremorum improportionalitatis continuæ in tribus terminis constitutæ, denominatur à superficiali nõ quadrato, cuius latera sunt denominationes ipsarũ proportionum, in quatuor uero terminis cõstitutæ: denominatur à solido nõ cubo, cuius tria latera sunt denomationes trium proportionum, quod etiam patet in numeris. Sint quatuor numeri continuæ improportionales, qui sint 2, 4, 12, 48: in quibus proportio primi ad secundum est dupla, secũdi ad tertium tripla. & ideo primi ad tertium sexcupla, tertij uero ad quartum quadrupla. & Senarius ergo qui est denominatio proportionis primi ad tertium, est superficialis, cuius latera sunt 2 & 3 quæ sunt denominationes duarum primarum proportionum. 24 uero qui est denominatio proportionis primi ad quartum, est solidus cuius latera sunt 2, 3, & 4, quæ sunt denominationes trium proportionum inter illos quatuor terminos existentium.





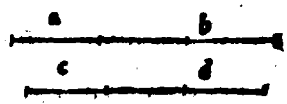
12 **Quantitates quæ sunt in proportione una, antecedens ad consequentem & antecedens ad consequentem, dicetur econtrario sicut consequens ad antecedentem, sic consequens ad antecedentem. Itemque permutatim sicut antecedens ad antecedentem, sic etiam consequens ad consequentem.**

CAMPANVS. Diffinit species proportionalitatis, quæ sunt sex. uidelicet conuersa, permutata, disiuncta, euersa, & æqua. Sũt autem hæ species, quasi quidam modi arguendi. Diffinit ergo primo conuersam proportionalitatem & permutatam. in quibus manent antecedentia & consequentia eadem secundum substantiam (quod non est in disiuncta, coniuncta, aut euersa) & in quibus nihil extra sumitur ut inequa. Vocat autem antecedens, primũ extremum proportionis: consequens uero uocat secundum. Vult itaque per hanc diffinitionẽ, quod si fuerit proportio a ad b sicut c ad d. & ex hoc ergo concludam ergo b ad a sicut d ad c, uidelicet ut faciam de antecedentibus consequentia, & de consequentibus antecedentia: quod iste modus arguendi uocetur proportionalitas ecõtrario siue conuersa. Si autem sic arguam a ad b sicut c ad d. ergo a ad c sicut b ad d. uidelicet ut ambo extrema primæ proportionis fiant antecedentia, ambo extrema secundæ, consequentia: uult quod iste modus arguendi uocetur proportionalitas per-



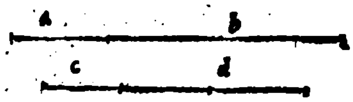
mutata;& in isto modo arguendi fit antecedens secundæ proportionis, consequens primæ,& consequens primæ, antecedens secundæ.

13 **Coniuncta uero proportionalitas dicitur, quoties sicut antecedens cũ consequente ad consequens, sic etiam antecedens cum consequente ad cõsequens.**



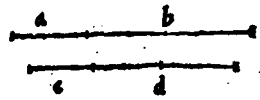
CAMPANVS. Diffinit coniunctam, disiunctam, & euersam, in quibus etiam nihil extra sumitur, sed termini non manent in ipsis ijdem secundum substantiam,& uult quod si ita fuerit ut sit a ad b, sicut c ad d,& ego ex hoc cõcludam ergo totius a b ad d b sicut totius c d ad d, quod iste modus arguendi dicatur proportionalitas coniuncta.

14 **Disiuncta uero proportionalitas, dicitur augmentorum antecedentiũ supra consequentia æqua comparatio.**



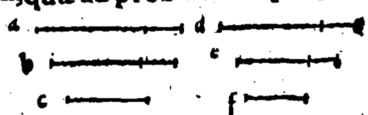
CAMPANVS. Vult quod si fuerit proportio totius a b ad b sicut totis c d ad d,& ex hoc ego concludam ergo a ad b sicut c ad d, quod iste modus arguendi uocetur disiuncta proportionalitas.

15 **Euersa proportionalitas, dicitur quorumlibet antecedentiũ ad augmẽta sui supra consequentia sua similitudo proportionũ.**

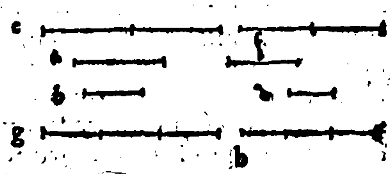


CAMPANVS Vult quod si fuerit a b ad b, sicut c d ad d,& ex hoc ego cõcludam ergo a b ad a sicut c d ad c, quod iste modus arguendi dicatur euersa proportionalitas.

16 **Aequa proportionalitas dicitur, quantitatibus plurimis propositis, alijsque secundum eundem numerum in una proportione applicatis mediorum æquali numero remoto, utrorumque summorum similitudo proportionum.**



CAMPANVS. Diffinit æquam proportionalitatem, quæ ad probandum propositum ad extra sumitur,& uult quod si sumãtur quotlibet quantitates, ut a b c, itemq; totidem aliæ, siue sint eiusdem generis cum primis siue alterius ut d e f, fuerintq; secundæ in proportione primarum siue eodem ordine ut si dicatur a ad b sicut d ad e,& b ad c sicut e ad f, siue ordine conuerso ut si dicatur a ad b, sicut e ad b,& b ad c sicut d ad e,& ex hoc concludatur ergo a ad c sicut d ad f, quod iste modus arguendi uocetur æqua proportionalitas. Horum autem sex modorum arguendi qui dicuntur species proportionalitatis, quatuor probat autor in litera infra in isto quinto. Permutatam quidem proportionalitatẽ, probat in 16 huius, disiunctam uero in 17, coniunctam in 18, æquam uero proportionalitatem, demonstrat in 22 & 23, sed in 22, cum quantitates duorum ordinum eodem ordine sunt proportionales, in 23 uero: cum & sunt proportionales ordine conuerso. Conuersam uero proportionalitatem aut euersam non demonstrat, eo quod conuersa patet ex diffinitione quantitatum incontinue proportionalium. Euersa autem patet ex permutata adiuuante 19 ut super eandem 19 sumus dicturi. Qualiter autem cõuersa proportionalitas ex diuisione quantitatum incontinue proportionalium manifesta sit, demonstremus nũc. Sit ergo proportio a ad b, sicut c ad d, uolo ergo demõstrare q̃d erit b a d a, sicut d ad c. Sumãtur e ad a,& f ad c, æque multiplicia, similiter quoque g ad b,& h ad d, æque



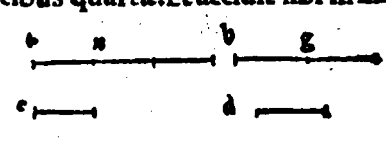
multiplicia, eritque per conuersionẽ diffinitionis quãtitatum incontinue proportionalium, ut e,& g itemque f & h similiter se habeant in additione diminutione & æqualitate: intelligo tunc b primum, a secundũ, d tertium, c quartum, sumptaq; sunt ad primum & tertiũ, g & h æque multiplicia. Item que ad secundũ & quartũ, e & f, æque multiplicia. Et quia multiplicia primi & secundi quæ sunt g & e similiter se habent multi-

plici-

plicibus tertij,& quarti quæ sunt h & f, adinuicem in additione, diminutione & æqualitate, erit per dictã diffinitionẽ proportio b primi ad a secundũ, sicut c tertij ad d, quartum, quod est propositũ. Cõstat itaq; modus arguendi qui dicitur conuersa proportionalitas. Huius autem quinti libri principia plurimis difficillima esse uidentur, & quibusdam conclusionibus quas ex ipsis demonstrat, magis ab intellectu distantia. Nihil enim uidetur intellectui immediatius adhærere, quàm quod duarum quarũlibet quantitatum æqualium sit ad tertiam quamlibet una proportio, quod tamen huius quinti septima demonstrat, ex diffinitione incontinuæ proportionalitatis, quæ ab intellectu primo uidetur quamplurimum esse remota, quis enim nõ facilius duarũ quãtitatũ æqualiũ ad aliquã tertiã, eãdem esse proportionẽ cõcedat: quàm quatuor quãtitatum si multiplicia primæ & tertiæ æqualiter sumpta multiplicibus secũdæ & quartæ æqualiter sumptis similiter se habuerint in additione, diminutione & æqualitate, esse proportionẽ primæ ad secundã sicut tertiæ ad quartam? Verũ si subtiliter intuemur liquido constabit non posse uniri intellectui quod proportio duarum quantitatum æqualiũ ad tertiã sit una, nisi per quid est esse proportionẽ unam, si enim quis ignoret quid est esse proportionẽ unã eandẽ proportionẽ alteri, quomodo cognoscet duarũ quantitatũ æqualiũ esse eandẽ proportionẽ ad tertiã? Indiget igitur proculdubio intellectus antequam illam quæ uidebatur cõceptibilis propositio, apprehendat, huius rei quæ per ipsius diffinitionẽ habebitur cognitione, postmodũ utrũ ea diffinitio duabus quantitatibus æqualibus ad tertiam comparatis cõueniat pertractatione, quod si diffinitio inuenta fuerit illis quantitatibus conuenire, concludetur propositum, sin autem oppositum. Nõ est igitur immediata propositio, quàm superficialis apprehensio immediata iudicauit. Similiter quoque immediatius iudicat prima apprehensio adhærere intellectui quod duarũ quantitatũ inæqualium maior est proportio maioris earum ad aliã quàm minoris ad eandem, quàm demonstrat 8 huius, quàm quod 4 quantitatum sit maior proportio primæ ad secundam quam tertiæ ad quartam, cum multiplicibus ad primam & tertiã æqualiter sumptis, itemq; alijs ad secundã & quartam æqualiter: multiplex primæ addit super multiplex secundæ, & multiplex tertiæ non addit super multiplex quartæ, ex quo quæ prædicta est propositio demõstratur, sed similiter nec ipsa potest intelligi nisi per quid est esse proportionem maiorem. Igitur oportuit Euclidẽ: quæ quantitates dicũtur proportionales, & quæ improportionales diffinire. Proportionales autem, sunt quarũ proportio una est, & improportionales, quarum proportiones diuersæ. Itaque diffiniuit quantitates quarũ proportio una est, & eas in quibus connectuntur extrema non dissociatis medijs, quas uocauit continue proportionales. & dixit hanc proportionalitatem, in tribus terminis ad minus existere, propter hoc quod unum saltem bis sumendum est medium, & eas in quibus accidit interruptio mediorum, & hæc sunt incõtinue proportionales, & hæc proportionalitas ad minus exigit quatuor terminos, propter alterius medij sumptionẽ. Et diffiniuit etiã quãtitates quæ sunt improportionales, quarũ est maior una proportio quã sit alia. Et si esset omnis proportio scita siue rationalis, tũc facile esset intellectu cognoscere quæ proportiones essent una & quæ diuersæ. Quæ enim haberent unam denominationẽ, essent una: quæ autẽ diuersas, diuersæ. hæc autem facilitas manifesta est ex arithmetica, quoniã omniũ numerorũ proportio scita & ratiõalis est. Vnde Iordanus in secũdo arithmeticæ suæ diffiniens quæ proportiones sunt eædem & quæ diuersæ, dicit easdem esse quæ eandem denominationem recipiunt. Maiorem uero, quæ maiorem, & minorẽ, quæ minorẽ. Sed infinitæ sunt proportiones irrationales, quarum denominatio scibilis non est, quare cum Euclides consideret in hoc libro suo proportionalia communiter non contrahendo ad rationales uel irrationales quoniam considerat proportionem repertam in continuis quæ communis est ad istas, non potuit diffinire identitatẽ proportionũ, idẽtitatẽ denominationũ, sicut arithmeticus, eo quod multarũ proportionum (ut dictũ est) sunt denominationes simpliciter ignotæ, diffinitionẽ autem oportet fieri ex notis, unde malitia proportionũ irrationaliũ, coegit Euclidẽ tales diffinitiones ponere. Quia ergo nõ potuit (ut patet ex præmissis) diffinire proportionalitatem siue identitatem proportionum per identitatem habitudinum siue denominationum ipsorum terminorum propter irrationalitatem habitudinum & inconuenientiam terminorum: coactus est refugere ad terminorũ multiplicia, ut ex illorũ habitudinibus quantum ad excessum & æqualitatem consideratis æquis numerositatibus sumptorũ, per quod ad naturam irrationalitatis reducũtur, propositā diffinitionē uehetur, nihil enim in quocūq; inæqualitatis genere, terminis magis idē, ꝙ eorū multiplicia, nec terminorū habitudinibus, quā multipliciū habitudo. Et quia proportio est duarū quātitatū eiusdē generis certa habitudo cōsiderata in eo ꝙ sunt æquales, aut altera maior, ideo idētitas proportionū existentium inter primam 4 quantitatum ad secundam, & tertiam ad quartam, est similis æqualitas primæ ad secundam, & tertiæ ad quartam aut similis maioritas, aut similis minoritas hæc autem similis æqualitas, aut similis maioritas, aut similis minoritas tunc est inter quatuor quaslibet quantitates, cum est inter omnes earum æqualiter multiplices.

Quod ergo dicit in quinta diffinitione, quātitates quæ dicūtur cōtinuā proportionalitatē habere, sunt quarū æque multiplicia aut æqua sunt aut æque sibi sine interruptione addūt aut minuūt: est ac si diceret, omnes illas quantitates uoco continue proportionales (qđ est eas similiter esse æquales cōtinue, & similiter cōtinue esse maiores, & similiter cōtinue esse minores) quarū omnes æque multiplices, aut sibi inuicē sunt, similiter cōtinue æquales, uel similiter cōtinue maiores, uel similiter cōtinue minores quod est etiā ipsas multiplices esse cōtinue proportionales, quod si hoc alicubi in multiplicibus dissonat, eas dico nō esse cōtinue proportiōales. Quod autē dicit in sexta diffinitiōe. Quātitates quæ dicūtur esse secundū proportionē unā prima ad secundā & tertia ad quartā &c. est ac si diceret omnes 4 quātiitates uoco incontinue proportionales, & se habere primā ad secundā, sicut tertia se habet ad quartā (quod est primā ad secundā, & tertiā ad quartā similiter se habere in æquando aut addēdo aut minuendo) quarū omnes æque multiplices primæ & tertiæ ad omnes æque multiplices secundæ & quartæ similiter se habent aut in æquando aut addendo aut minuēdo, quod est etiam multiplices primæ in eadē proportione se habere ad multiplices secūdæ, in qua multiplices tertiæ se habēt ad multiplices quartæ, quod si hoc alicubi dissonat in multiplicibus, dico non esse proportionē primæ ad secundā sicut tertiæ ad quartā. Quod autem dicit in 8 diffinitione, est ac si diceret, maiorē proportionē uoco 4 quātitatū primæ ad secundā quàm tertiæ ad quartā (quod est primā magis excedere secūdā quàm tertia excedat quartā) quarū aliqua ex multiplicibus primæ addit super aliquam ex multiplicibus secūdæ, aliqua ex multiplicibus tertiæ sumpta secundū numerationem multiplicis primæ, non addente super aliquē ex multiplicibus quartæ sumpta secūdū numerationem multiplicis secundæ, quod est esse maiorem proportionē multiplicis primæ ad multiplicem secūdæ, quàm multiplicis tertiæ ad multiplicem quartæ.

Diffinitiones autē istas nisi sunt aliqui demonstrare, quorū Ametus filius Ioseph tentauit eas demōstrare in epistola sua quā de proportiōe & proportionalitate cōposuit, & accepit tria per modū positionis tanquā principia, quæ dicit esse per se nota & probatiōe nōn indigere. Quorū primū est qđ si fuerint 4 quantitates, quarū sit proportio primæ ad secundā sicut tertiæ ad quartā, erit econuerso proportio secūdæ ad primā sicut quartæ ad tertiā: & hic est modus arguēdi, quē uocauit superi9 Euclides cōuersam proportionalitatē. Et errauit, quoniā dixit propositionē esse per se notā: cuius tamen antecedens & consequens sunt ignota. Ignotum est enim quid sit esse proportionē primæ quātitatis ad secūdam sicut tertiæ ad quartam, quare hoc ignoto posito, impossibile est intelligere quid ex ipso sequatur. Similiter quoque quia consequens est ignotum, impossibile est intelligere quid ad ipsam antecedat. Secundum principium eius fuit, quod si fuerint 4 quantitates quarum sit proportio primæ ad secundam sicut tertiæ ad quartam, si prima sit maior secunda, erit tertia maior quarta, & si minor, minor, & si æqualis, æqualis. Tertium fuit quod si fuerint 4 quātitates quarum sit proportio primæ ad secundam sicut tertiæ ad quartā, erit primæ ad quodlibet multiplex secundæ, sicut tertiæ ad æque multiplex ex multiplicibus quartæ. Et accidit sibi in istis duobus principijs idem peccatum, quod accidebat in primo, accepit enim in omnibus ignota similiter tanquam nota: quare non demonstrauit. peccauit etiam in secunda demonstratione & in quinta, in quarum qualibet arguit ex 8 uel ex 10 huius quæ probantur ex diffinitione incōtinuæ proportionalitatis. Arguit enim sic, si proportio a b ad e est maior quàm g ad d, sit ergo ut n b partis a b ad e, sicut g ad d, per quod apparet ipsum supponere quod duarum quantitatum a b & n b inæqualium relatarum ad e maior maiorem & minor minorem ad ipsam obtinet proportionem, uel quod quantitas quæ ad e habebit minorem proportionem quā habeat a b, erit minor



nor a b,quorum primum demonstrat 8 huius,& secundum 10. Nam cum uult is sume
re quantitatem quæ se habeat ad e in proportione g ad d,dabo tibi maiorem aut mi
norem aut æqualem a b indifferenter sicut uoluero. quare aut non demonstrat aut ac
cidit sibi circulus,& principia esse ignotiora conclusionibus. Supponen
da sunt igitur cum Euclide principia tanquam nota,& non
ipsa ex conclusionibus,sed cõclusiones ex ipsis
demonstrandæ sunt.

EVCLIDIS MEGARENSIS GRAECI PHILOSOPHI, GEOMETRICORVM ELEMENTORVM LIBER QVINTVS.

Euclides ex Zamberto. *Diffinitiones.*

PArs est magnitudo magnitudinis minor maio
ris quando minor metitur maiorẽ. 2 Mul
tiplex autẽ,maior minori,quãdo eã metitur mi
nor. 3 Ratio,est duarũ magnitudinũ eiusdem *κατὰ πηλικό
generis* aliquatenus adinuicem quædã habitu τητα,id est quod
do, 4 Proportio uero est rationũ* identitas ad quantitatem
quod ad quanti
tatem pertinet
5 Rationem habere adinuicem magnitudi *ὁμοιότης
nes dicũtur,quæ possunt multiplicatæ inuicem
excedere. 6 In eadem ratione magnitudines dicuntur esse,prima ad se
cundam,& tertia ad quartam:quãdo primæ tertiæ æque multiplices, secun
dæ & quartæ æque multiplices,iuxta quãuis multiplicationẽ utraq; utrãq;
uel una excedũt,uel una æquales sunt,uel una deficiũt sumptæ adinuicem.
7 Eandẽ autẽ habentes rationem magnitudines,proportionales uocẽ
tur. 8 Quando uero æque multiplicium multiplex primæ excesserit multi
plicem secundæ,multiplex autem tertiæ nõ excesserit multiplicem quartæ,
tunc prima ad secundam maiorem rationẽ habere dicetur, quàm tertia ad
quartã. 9 Proportio autẽ in tribus terminis,*minima est. 10 Quã *ad minus
do tres magnitudines proportionales fuerint,prima ad tertiam duplicem
rationẽ habere dicetur quàm ad secundam. Quando autẽ quatuor magni
tudines proportionales fuerint,prima ad quartam triplicẽ rationẽ habere
dicetur quàm ad secundã. Et semper deinceps una plus,quo ad proportio
fuerit. 11 *Similis rationis magnitudines dicuntur,antecedentes antece *ὁμόλογα
dentibus & consequentes consequentibus. 12 Permutata ratio,est acce
ptio antecedẽtis ad antecedẽs,& cõsequentis ad consequens, 13 *Cõuer *ἀνάπαλιν λόγος
sa ratio,est acceptio cõsequentis tanquã antecedẽtis ad antecedẽs tanquam econtra uertit,
ad consequẽs. 14 Cõpositio rationis,est acceptio antecedẽtis cũ cõsequẽ alibi
te,sicut unius,ad ipsum consequẽs. 15 Diuisio rationis,est acceptio ex
cessus quo excedit antecedẽs ipsum cõsequẽs,ad ipsum cõsequẽs. 16 Cõ
uersio rationis, est acceptio antecedentis ad excessum quo excedit antece *ἀναστροφὴ λό
dens ipsum cõsequens. 17 Aequa ratio, est pluribus existentibus ma γου

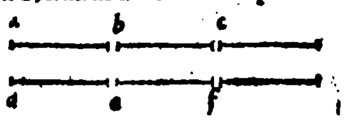
Pro. H.i.binis gnitudinibus & alijs eis æqualibus multitudine* una sumptis & in eadem ratione quando fuerit sicut in primis magnitudinibus prima ad ultimam, sic in secundis magnitudinibus prima ad ultimam. Vel aliter. Acceptio extremarum per subtractionem mediarum. 18 Ordinata proportio, est cum fuerit antecedens ad consequens, sicut antecedēs ad cōsequēs & consequens ad rem aliam, sicut cōsequens ad rem aliā. 19 Inordinata proportio, est cū fuerit antecedēs ad cōsequens sicut antecedēs ad cōsequēs, & cōsequens ad rem aliam sicut res alia ad antecedēs. 20 Extēsa proportio, est quādo fuerit sicut antecedēs ad cōsequens sic antecedens ad consequens, fuerit autem & sicut consequens ad rem aliam, sic consequens ad rem aliam.

21 Perturbata autem proportio, est quando tribus existentibus magnitudinibus & alijs eis æqualibus multitudine, fit sicut quidem in primis magnitudinibus antecedens ad consequens sic in secundis magnitudinibus antecedens ad consequens, sicut autem in primis magnitudinibus cōsequens ad rem aliam, sic in secundis res alia ad antecedens.

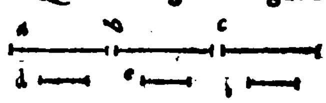
Eucli. ex Camp. Propositio 1

1 SI fuerint quotlibet quantitates aliarum totidem æquæ multiplices, aut singulæ singulis æquales, necesse est quemadmodum una illarum ad sui comparem, totum quoque ex his aggregatum ad omnes illas pariter acceptas similiter se habere.

CAMPANVS Sint quotlibet quantitates quæ sint a b, c, aliarū totidem quæ sint d e f, æque multiplices, unaquæque ad sui comparem, aut singulæ sint singulis æquales, ita uidelicet quod sicut a est multiplex d, ita b est multiplex e, & c, multiplex f, uel si a est æqualis d, quod similiter b sit æqualis e, & c æqualis f, dico quod sicut se habet a ad d, ita se habet aggregatum ex omnibus quæ sunt a b c, ad aggregatum ex omnibus quæ sunt d e f.



Quod si singulæ singulis sint æquales, patet propositum per hanc commuuem scientiam, si æqualibus æqualia addantur, tota quoque erūt æqualia. Si autem sint omnes suis cōparibus æque multiplices, diuisis eis secundum quantitatem suarum submultiplicium, erit aggregatum ex prima parte a & prima b, & prima c, æquale aggregato ex d e f, per prædictam communem scientiam adiuuante hac, quæ eidem sunt æqualia inter se sunt æqualia. Similiter quoque aggregatū ex secundis partibus quantitatum a b, erit æquale aggregato ex d e f, sicque de cæteris, & quia hoc poterit totiens fieri quotiens d continetur in a, erit ut æquale aggregatum ex d e f, totiens cōtineatur in aggregato ex a b c, quotiens d, continetur in a. Quia ergo quotiens d numerat a, totiens aggregatum ex d e f, numerat aggregatum ex a b c, patet quod sicut a est multiplex ad d, ita aggregatum ex a b c, aggregati ex d e f, quod est propositum.



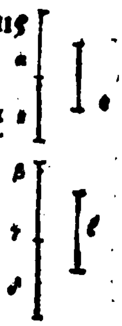
Eucli. ex Zamb. Theorema 1 Propositio 1

1 Si fuerint quotcunque magnitudines quotcunque magnitudinum æqualium numero singulæ singularum æque multiplices, quotuplex est unius una magnitudo, totuplices erunt & omnes omnium.

THEON ex Zamb. *Sint quodcunque magnitudines α β, γ δ, quotcunque magnitudinū ε, ζ, æqualiū numero, æque multiplices, singulæ singularū. Dico quod quotuplex est α ε, ipsius ε, totuplices erunt α ε, & γ δ, ipsarū ε, ζ*

Quo-

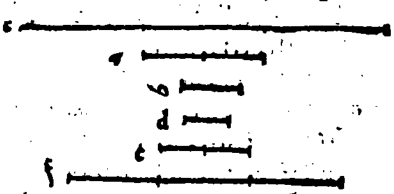
Quoniã enim æque multiplex est α β, ipsius ε, & γ δ, ipsius ζ, quotcũque igitur magnitudines sunt in α β. æquales ipsi ε, totidẽ & in γ δ. sunt æquales ipsi ζ. Dirimatur quidẽ α β. in magnitudines æquales ipsi ε, hoc est α η, & η β, & γ δ, ipsi ζ, æquales magnitudines. hoc est γ θ, & θ δ. Erit nimirũ multitudo ipsarum γ θ, & θ δ, multitudini ipsarum α η, & η β, æqualis. Et quoniam æqualis est α η, ipsi ε, & γ θ, ipsi ζ, & α η, & γ θ, ipsis ε ζ, sunt æquales, & per hoc quoniam æqualis est η β, ipsi ε, & θ δ, ipsi ζ, & γ β, & θ δ, ipsis ε ζ. Quotcunque igitur sunt in α β. æquales ipsi ε, tot & in ipsis α β, & γ δ, sunt æquales ipsis ε ζ, quotuplex igitur est α β, ipsius ε, totuplices sunt α β, & γ δ, ipsarũ ε ζ. Si fuerint igitur quotcunque magnitudines quotcũque magnitudinum æqualiũ numero singulæ singularum æque multiplices, quotuplex est una magnitudo unius, totuplices erunt & omnes omnium, quod demonstraſſe oportuit.



Eucli. ex Camp. Propositio 2

2 SI fuerint sex quantitates quarum prima ad secũdam atque tertia ad quartam æque mulriplices, quinta uero ad secundam atque sexta ad quartam æque multiplices, totum primæ & quintæ ad secundam totumque tertiæ & sextæ ad quartam æque multiplicia esse conueniet.

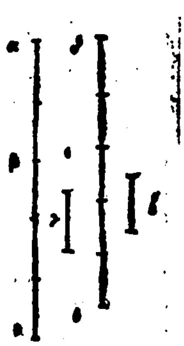
CAMPANVS Sint sex quantitates. a prima. b secunda. c tertia. d quarta e quinta. f sexta. Sintq́ a & c, æque multiplices ad b, & d. Itẽque e, & f. sint æque multiplices ad easdẽ. Dico q̃d sicut totum aggregatũ ex a. & e, est multiplex ad quantitatem b, ita totum aggregatum ex c & f, est multiplex ad quantitatem d. Nam quia numerus secundum quem b continetur in a. est æqualis numero secundum quem d continetur in c. similiter quoque numerus secundũ quem b continetur in e, est æqualis numero secundum quẽ d continetur in f, erit per communẽ scientiam quæ est si æqualibus æqualia addãtur & tota quoque erunt æqualia, numerus secũdum quẽ d continetur in aggregato ex a & e, æqualis numero secundum quem d continetur in aggregato ex c & f, quare sicut aggregatũ ex a & e, est multiplex ad b, ita aggregatum ex c & f, est multiplex ad d, quod est propositum.



Eucli. ex Zamb. Theorema 2 Propositio 2

2 Si prima secundæ æque fuerit multiplex, & tertia quartæ, fuerit autem & quinta secũdæ æque multiplex & sexta quartæ, & cõposita prima & quinta, secundæ æque multiplex erit, & tertia & sexta quartæ.

THEON ex Zamb. Prima enim α β, secundæ γ, æque multiplex esto, & tertia δ ε, ipsius ζ, quartæ, sit autẽ & quinta β η, secundæ γ, æque multiplex, & sexta ε θ. ipsius ζ, quartæ. Dico quod composita prima & quinta α η, ipsius γ, secundæ æque multiplex erit, & tertia & sexta δ θ, ipsius ζ, quartæ. Quoniam enim æque multiplex est α β, ipsius γ, δ ε, ipsius ζ, quot magnitudines igitur sunt in α β, æquales ipsi γ, totidem magnitudines sunt & in δ ε. æquales ipsi ζ. ac per hoc, & quot sunt in β η, æquales ipsi γ, tot etiam sunt in ε θ, æquales ipsi ζ. Quot igitur sunt in tota α η, æquales ipsi γ. tot sunt in tota δ θ, æquales ipsi ζ. Quotuplex igitur est α η, ipsius γ, totuplex est δ θ, ipsius ζ. Et composita igitur prima & quinta α η, ipsius γ, secundæ æque erit multiplex & tertia & sexta δ θ: ipsius ζ, quartæ. Si prima igitur secundæ æque fuerit multiplex & tertia quartæ, fuerit autem & quinta secũdæ æque multiplex & sexta quartæ, etiam composita prima & quinta, secundæ æque multiplex erit, & tertia & sexta quartæ, quod demõstraſſe oportuit.

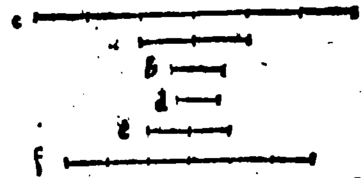


Eucli. ex Camp. Propositio 3

3 SI fuerint primum secundi & tertiũ quarti æque multiplicia, ad primum uero & tertium multiplices sumantur æquales, erunt multiplex primi ad secundum, atque multiplex tertij ad quartum æque multiplicia.

CAMP. Sit sex quãtitates, a priã, b scdã, c tertia, d quarta, e quĩta, f sexta, sintq́ a ad b & c ad d, itẽq́ e ad a & f ad c, æque multiplices. Dico q̃ sicut e est multiplex ad b, ita f ad d

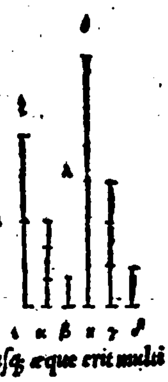
Diuidatur enim e secundū quantitatem a sui multiplicis, & f secundum quantitatem c, eritq; propter æqualitatem partium e ad a, & partium f ad c, ut quælibet partium e sit ita multiplex ad b, sicut quælibet partium f ad d. Quia ergo sicut prima pars c est multiplex ad b ita prima pars est multiplex ad d, itemque sicut secunda pars e est multiplex ad b, ita secunda f ad d, ergo erit per præmissam ut aggregatum ex duabus primis partibus e sit ita multiplex ad b, sicut aggregatum ex duabus primis partibus e f ad d. Et quia rursus tertia pars e (si sit aliqua tertia pars) est ita multiplex ad b sicut tertia f ad d, erit per eandem ut totū aggregatū ex tribus primis partibus e sit ita multiplex ad b, sicut totum aggregatum ex tribus primis partibus f ad d. Sicq; (si plures fuerint partes e & f) componendo semper sequentem cum aggregato ex prioribus, concludes quod sicut e est multiplex ad b ita f ad d per præmissam totiens sumptā quot fuerint partes in e aut in f, minus una, sicq; patet propositum.



Eucli. ex Zamb. Theorema 3 Propositio 3

3 Si primum secundi æque fuerit multiplex & tertium quarti, sumantur autem æque multiplicia primi & tertij, etiam ex æquo eorum quæ sumpta sunt utrunque utriusque æque erit multiplex, alterum quidem secundi, alterum autem quarti.

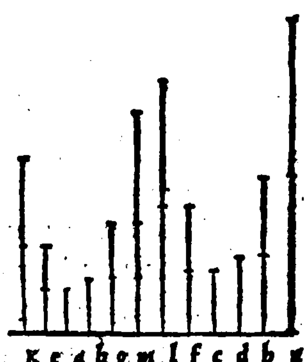
THEON ex Zamb. *Primum enim α secūdi β, æque sit multiplex, & tertiū γ, ipsius δ, quarti, sumanturq; ipsorū α γ, æque multiplicia ε ζ, & η θ. Dico quod æque multiplex est ε ζ, ipsius β, & η θ, ipsius δ. Quoniā enim æque multiplex est ε ζ, ipsius α, & η θ, ipsius γ, quot igitur sunt magnitudines æquales in ε ζ, ipsi α, tot etiā sunt magnitudines in η θ, æquales ipsi γ. Dirimatur quidē ε ζ in magnitudines æquales ipsi α, hoc est ε κ & κ ζ, & η θ, in æquales ipsi γ, hoc est η λ, & λ θ, erit utiq; æqualis multitudo ipsorū ε κ, & κ ζ, multitudini ipsorū η λ, & λ θ. Et quoniā æque multiplex est α, ipsius β, & γ, ipsius δ, æqualis autē est ε κ, ipsi α, & η λ, ipsi γ, æque igitur est multiplex ε κ, ipsius β, & η λ, ipsius δ. Ac per hoc iam æque multiplex est κ ζ, ipsius β, & λ θ, ipsius δ. Quoniā igitur primū ε κ, ipsius β, secundi æque est multiplex & tertiū η λ, ipsius δ, quarti: est autem & quintū κ ζ, ipsius β, secundi æque multiplex & sextū λ θ, ipsius δ, quarti, & compositū igitur (per 2 quinti) primum & quintū ε ζ, ipsius β, secundi æque est multiplex, & tertium & sextum η θ, ipsius δ quarti. Si primum igitur secundi æque fuerit multiplex & tertiū quarti, sumanturq; primi & tertij æque multiplicia, etiā ex æquo eorum quæ sumpta sunt utrunq; utriusq; æque erit multiplex, alterum secundi, alterum autem quarti, quod oportebat demonstrare.*



Eucli. ex Camp. Propositio 4

4 SI fuerit proportio primi ad secundum sicut tertij ad quartum, ad primum autem & tertium æque multiplicia assignētur itemque ad secundum & quartum multiplices æquales, erunt assignatæ multiplices eodem ordine proportionales.

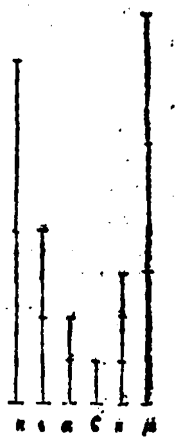
CAMPANVS. Sit proportio a primi ad b secundū, sicut c tertij ad d quartū, sumanturq; e ad a, & f ad c, æque multiplicia: itēque g ad b, & h ad d, æque multiplicia. Dico quod proportio e ad g, est sicut f ad h. Sumam k ad e, & l ad f, æque multiplicia, itemque m ad g: & n ad ad h, æque multiplicia. Et quia e & f, sunt æque multiplicia ad a, & c, itemq; k & l æque multiplicia ad e & f. erunt per præmissam k & l, æque multiplicia ad a & c, per eandem quoq; erunt m & n, æque multiplicia ad b, & d. Quare per cōuersionem diffinitionis incōtinuæ proportionalitatis, k ad m, & l ad n, similiter se habebunt in addendo, diminuendo & æquādo. Quia ergo k & l sunt æque multiplicia ad e & f, itemq; m & n, æque multiplicia ad g & h, erit per diffinitionem incontinuæ proportionalitatis proportio e ad g, sicut f ad h, quod est propositum.



Eucli. ex Zamb. Theorema 4 Propositio 4

4 Si primum ad secundum eandem habuerit ratione͂, & tertium ad quartum, etiam æque multiplicia primi & tertij ad æque multiplicia secundi & quarti iuxta quamuis multiplicationem, eandem habebunt ratione͂ sumpta adinuicem.

THEON ex Zamb. *Primum enim α, ad secundum β, eandem habeat rationem, quam tertiu͂ γ, ad quartu͂ δ. Et sumantur quide͂ ipsoru͂ α γ, æque multiplicia ε ζ, & ipsoru͂ β δ, alia utcu͂q; multiplicia η θ. Dico quod sicut se habet ε, ad ipsum η, sic se habebit ζ, ad ipsum θ. Sumantur enim ipsoru͂ ε ζ, æque multiplicia κ & λ, & ipsorum η θ, alia quomodocu͂q; æque multiplicia, hoc est μ, & ν. Et quoniam æque multiplex est ε, ipsius α, & ζ, ipsius γ, & sumpta sunt ipsoru͂ ε ζ, æque multiplicia κ & λ, igitur κ. (per 3 quinti) æque multiplex est ipsius α, & ζ, ipsius γ, & propterea, æque multiplex est quoq; μ, ipsius β, & ν, ipsius δ. Et quoniam est ut α, ad β, sic γ, ad δ, & sumpta sunt ipsoru͂ α γ, æque multiplicia κ λ, ipsorum autem β δ, alia quomodocu͂q; æque multiplicia, hoc est μ, ν, si igitur excedit κ, ipsum μ, excedit & λ, ipsum ν, & si æquale, æquale, & si minus, minus, (per 6 diffinitionem tertij) Sunt autem κ λ, ipsorum ε ζ, æque multiplicia, & μ ν, ipsoru͂ η θ, alia quomodocu͂q; æque multiplicia. Est igitur ut ε, ad η, sic ζ, ad θ. Si primum igitur ad secundum eandem habuerit rationem & tertiu͂ ad quartum, etiam æque multiplicia primi & tertij ad æque multiplicia secundi & quarti iuxta quamuis multiplicationem eandem ratione͂ habebunt sumpta adinuicem, (per 6 diffinitionem quinti. Quod oportebat demonstrare.*

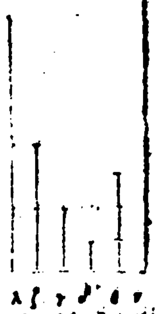


LEMMA *siue assumptio.* *Quonia͂ igitur demo͂stratu͂ est quod si excedit κ, ipsum μ excedit quoq; & λ, ipsum ν, & si æqualis, æque: & si minus, minus: manifestu͂ est quod si μ, ipsum κ, excedit & ν, excedit ipsum λ: & si æquale, æquale: & si minus, ac per hoc erit ut η, ad ε, sic θ, ad ζ.*

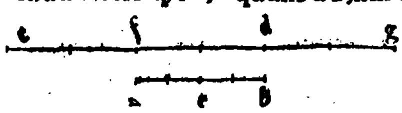
CORRELARIVM *Hinc manifestu͂ est quod si quatuor magnitudines proportionales fuerint, & contra quoque proportionales erunt.*

Eucli. ex Camp. *Propositio 5*

5 SI fuerint duæ quantitates quarum una sit pars alterius, minuaturque ab utraque ipsarum ipsa pars, erit reliquu͂ reliquo atque totum toti æque multiplex, Vel sic, minuaturq; ab utraque ipsarum ipsa pars aliquot a, erit reliquum reliqui tota pars, quota totum totius.

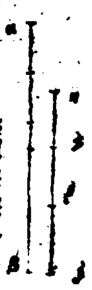


CAMPANVS Sit quantitas a b tota pars quantitatis c d, quota est e b ipsius a b, minuaturq; a b ex qua͂titate c d, & sit residuu͂ f c, eritq; f d, æqualis a b, similiter quoq; minuatur e b ex qua͂titate a b, sitq; residuum e a. Dico quod quota pars est qua͂titas a b quantitatis c d tota est quantitas a e quantitatis c f. Cu͂ enim f d sit æqualis a b, erit f d, ita multiplex e b, sicut c d est multiplex a b, pona͂ itaq; d g ita multiplice͂ a e, sicut f d, est multiplex e b eritq; ex prima huius qua͂titas f g, ita multiplex a b, sicut f d, est multiplex e b, & quia sic fuit c d, multiplex a b, sicut f d, fuit multiplex e b erit utraque duaru͂ quantitatu͂ c d f, g, æque multiplex qua͂titatis a b, quare per co͂munem scientiam, c d & f g sunt æquales adinuicem, dempta igitur ab utraq; earu͂, qua͂titate f d, erit c f æqualis d g. Et quia d g fuit ita multiplex a e sicut f d, e b, & ideo sicut a b, e b, quare & sicut c d, a b, erit c f, ita multiplex a e, sicut tota c d totius a b, quod est propositum.



Eucli. ex Zamb. *Theorema 5* *Propositio 5*

5 Si magnitudo magnitudinis æque fuerit multiplex, & ablata ablatæ, & reliqua reliquæ, ita erit multiplex ut tota totius est.



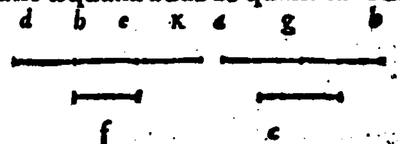
THEON ex Zamb. *Magnitudo etenim α β, magnitudinis γ δ, æque multiplex esto, atque & ablata α ε, ablatæ γ ζ. Dico quod & reliqua ε β, reliquæ δ ζ, æque erit multiplex atq; tota α β, totius γ δ, est multiplex. Quotuplex est α ε, ipsius γ ζ, totuplex fiat ε β, ipsius γ η. Et quonia͂ (per 1 quinti, æque multiplex est α ε, ipsius γ ζ, & α β, ipsius η ζ, ponitur aute͂ æque multiplex α ε, ipsius γ ζ, & α β, ipsius γ δ, æque igitur est multiplex α β, utriusq; ipsoru͂ η ζ, & γ δ, æqualis igitur est η ζ, ipsi γ δ. Co͂munis auferatur γ ζ, reliqua igitur η γ, reliquæ δ ζ, est æqualis. Et quonia͂ æque multiplex est α ε, ipsius γ ζ, & ε β, ipsius η γ, æqualis autem est η γ, ipsi δ ζ, æque igitur est multiplex α ε, ipsius γ ζ, & ε β, ipsius ζ δ. Aeque autem ponitur multiplex*

tiplex αε, ipsius γζ, & αβ, ipsius γδ, æque igitur est multiplex εβ, ipsius ζδ, & αβ, ipsius γδ. Et reliqua igitur εβ, reliquæ ζδ, æque multiplex erit: quotuplex est tota αβ, totius γδ. Si magnitudo igitur magnitudinis æque fuerit multiplex & ablata ablatæ: & reliqua reliquæ æque multiplex erit, quotuplex est tota totius. Quod demonstrasse oportuit.

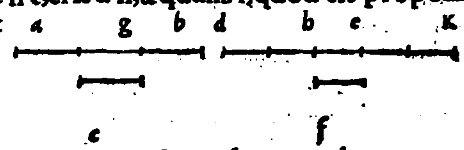
Eucli. ex Camp. Propositio 6

6 SI fuerint duæ quantitates ad alias duas æque multiplices duæq́ minores à duabus maioribus utraque à sua multiplice subtrahantur, erunt duo reliqua earundem partium æque multiplicia, aut eis æqualia.

CAMPANVS Sint quantitates a b ad c. & d e ad f, æque multiplices, subtrahanturque c ex a b, & f ex d e, & sint residua ex a b quidem a g, ex d e, d h, eritq́ g b. æqualis c. & h e æqualis f, dico quod duo residua a g & d h erunt æqualia duabus quantitatibus c f, aut eis æque multiplicia. Sit ergo primo a g, æqualis c. dico quod d h est æqualis f. Sumam enim quantitatẽ e k, equalẽ f, eritque per præmissas hypotheses, ut toties f sit in h K, quoties c in a b. quare sicut a b est multiplex c. ita h k, est multiplex f, sed sic etiam d e, erat multiplex eiusdem f, erit igitur per communẽ scientiam, h K æqualis d e, dẽpta igitur cõmuni earum quãtitate h e, erit d h, æqualis f, quod est propositũ.



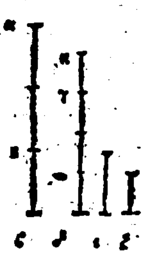
Si autẽ a g sit multiplex c, ponam ut e K sit æque multiplex f, eritque ut prius, ut toties f sit in h K, quoties c in a b, sed toties erat etiã in d e, erit igitur ut prius, d e æqualis h k, & d h, e k, quare sicut a g est multiplex c, ita d h est multiplex f, quod est propositum. Aliter idem. Cum secundum eundem numerũ contineat quantitas a b quantitatem c. secundũ quem quantitas d e quantitatẽ f, demptáque ab eo unitate remaneat unitas uel numerus secundum quem a g, continet c, & secundũ quem d h, continet f, patet quantitates a g, & d h, esse æquales aut æque multiplices quantitatibus c & f.



Eucli. ex Zamb. Theorema 6 Propositio 6

6 Si duæ magnitudines duarum magnitudinum æque fuerint multiplices, & ablatæ aliquæ earundem æque fuerint multiplices, etiam reliquæ eisdem uel æquales, sunt, uel æque ipsarum multiplices.

THEON ex Zamb. Duæ enim magnitudines αβ γδ, duarum magnitudinũ ε, & ζ, æque multiplices, & ablatæ aliquæ αη, & γθ, earundem ε, & ζ, æque sint etiam multiplices. Dico quod & reliquæ ηβ, & θδ, eisdem ε, & ζ aut sunt æquales, aut earum æque multiplices. Sit enim primum, ηβ, ipsi ε, æquale. Dico quod & θδ, ipsi ζ, est æquale. Ponatur enim ipsi ζ, æqualis γκ. Et quoniam æque multiplex est αη, ipsius ε, & γθ, ipsius ζ, æqualis autem est ηβ, ipsi ε, & κγ, ipsi ζ, æque igitur est multiplex αβ, ipsius ε, & κθ, ipsius ζ. Aeque autem ponitur multiplex αβ, ipsius ε, & γδ, ipsius ζ. Aeque igitur est multiplex κθ, ipsius ζ, & γδ, ipsius ζ. Quoniam igitur utraque ipsarũ κθ, & γδ, ipsius ζ, æque est multiplex, æqualis igitur (per 1 cõmunem sententiã.) est κθ, ipsi γδ. Cõmunis auferatur γθ, reliqua igitur κγ, reliquæ θδ, est æqualis. Sed ζ, ipsi κγ, est æqualis. θδ, igitur, ζ, est æqualis. Quare si ηβ, æqualis est ipsi ε, & δθ, ipsi ζ, erit æqualis. Similiter quoq; ostendemus quod & si multiplex fuerit ηβ, ipsius ε, tam multiplex erit & θδ, ipsius ζ. Si duæ igitur magnitudines duarũ magnitudinum æque fuerint multiplices, & ablatæ aliquæ earũdẽ æque fuerint multiplices, & reliquæ eisdẽ aut æquales, aut earũ æque multiplices erunt. Quod demũstrare oportebat.



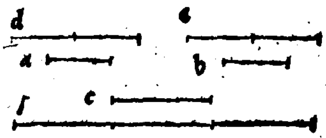
Eucli. ex Camp. Propositio 7

7 SI duæ quantitates inæquales ad quãlibet comparẽtur, earũ ad illam erit una proportio, itemq́ ad illas proportio illius, una est.

CAMPANVS Sint duæ quantitates a b, æquales, quæ comparentur ad quãlibet tertiã ut ad c, dico quod eadẽ est proportio a ad c, & b ad c, itẽq́ eadem c ad a. & c ad b. Primũ sic probatur. Cum enim c sit consequens ad a primã, & ad b tertiam, ipsa erit in ratione secundæ & quartæ. Sumam igitur d ad a primam, & e ad b tertiam æque multiplices, & sumam f, quamlibet ex multiplicibus c, quæ est secunda & quarta. Et quia a & b quarum sunt æque multiplices d e, positæ sunt æquales, erit ut si d diui

datur

datur secundum quantitatem a,& e secundum quantitatem b,quod partes utrobique sunt numero & quantitate æquales,numero quidem,per hypothesin propter æqualitatem multiplicationis utrobique:quantitate autẽ per hanc communem scientiam quoties oportuit repetitam,quæ eidem sunt æqualia sibiinuicem sunt æqualia.

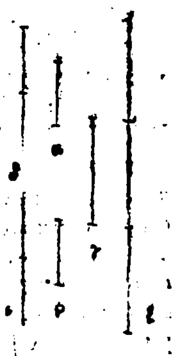


Quia igitur prima ex partibus d est æqualis primæ ex partibus e,& secunda secundæ,& cæteræ ceteris,suntq́ tot partes in d quot sunt in e,erit per primam huius,d æqualis e.Quare per communem scientiam. si duæ quantitates æquales comparentur ad aliam tertiam aut ambæ quantitates d & e sunt similiter maiores f,aut similiter minores,aut sibi æquales,igitur ex diffinitione continuæ proportionalitatis,quæ est proportio a primæ ad c secundam,eadem est tertiæ ad c,quartam. quod est propositum. Secundum eodem modo probabis ordine conuerso,ut c ponatur prima & tertia:a uero secunda, b quarta. Cum uero quantitas f,quæ est æque multiplex primæ & tertiæ,sit aut similiter maior quantitatibus d & e quæ sunt æque multiplices secundæ & quartæ, aut similiter minor,aut eis æqualis:erit per eandem diffinitionem proportio c primæ ad a secundam sicut c tertiæ ad b,quartam. Quod est propositum.

Eucli. ex Zamb. *Theorema 7* *Propositio 7*

7 Aequales,ad eandem,eandem habent rationem,& eadem,ad æquales

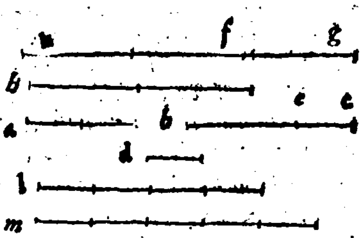
THEON ex Zamb. Sint æquales magnitudines α β.alia autem utcunque magnitudo γ Dico quod utraque ipsarum α β,ad ipsam γ,eandem habet rationem,& γ,ad utramque ipsarũ α β.Sumantur (per 3 quinti,)ipsarum α β,æque multiplices,sintq́ δ ε,ipsius autem γ,alia utcũque multiplex,sitq́ ζ.Quoniam igitur æque multiplex est δ ipsius α,& ε,ipsius β, æqualis autẽ est α,ipsi β,æqualis igitur est (per primam cõmunem sententiam.) & δ,ipsi ε,Alia autem quæcũque ζ,multiplex ipsius ε,si excedit igitur δ ipsum ζ,excedit & ε,ipsum ζ,& si æqualis, æqualis & si minor,minor,Et sunt quidem δ ε.ipsarum α β,æque multiplices,& ζ,ipsius γ,alia quæcũque multiplex.Est igitur ut α,ad γ,sic β,ad γ,dico iam quod & γ,ad utramq́ ipsarum α β.eandẽ habet rationem,Eisdem namque dispositis,similiter ostẽdemus quod æqualis est δ ipsi ε,alia autem quædam est ζ.Si igitur excedit ζ,ipsum δ,excedit quoque ipsum ε,& si æqualis,æqualis, & si minor,minor.At ζ.ipsius γ.multiplex est,& δ ε,ipsarum α β,aliæ quæuis sunt æque multiplices.Est igitur sicut γ ad β,sic etiam γ,ad α.Aequales igitur ad eandem habent rationem,& eadem,ad æquales,quod fuerat demonstrandum.



Eucli. ex Camp. *Propositio 8*

8 SI duæ quantitates inæquales ad unam quantitatem proportionẽtur,maior quidem maiorem,minor uero minorem obtinebit proportionem. Illius autem ad illas,ad minorem quidẽ proportio maior,ad maiorem uero minor erit.

CAMPANVS. Sint duæ quãtitates inæquales a & b c,sitque maior b c,& proportionentur ad eandẽ quãtitatẽ quæ sit d,dico qđ maior est proportio b c ad d,quàm a ad d,& quod ecõtrario maior est d ad a quàm d ad b c.Primũ sic probatur.Ponã c b,æqualẽ a,& multiplicabo totiẽs e c,quod proueniat quantitas maior d sitque f g,& sumam k f,ita multiplicẽ b e, & similiter h ita multiplicẽ a,sicut f g,est multiplex e c,eritq́ per primã huius h ita multiplex a:sicut k g,est multiplex b c,erit etiã h æqualis k f:propter hoc quod earum submultiplices que sunt a & b e, positæ sunt æquales.Ponã quoq́ quod h nõ sit minor d,sed æqualis aut maior, toties enim multiplicabo unã quanq́ triũ quantitatũ e c,b e,& a,æqualiter,quod f g multiplex e c proueniat maior d,& quod h multiplex a nõ proueniat minor eadẽ,deinde toties multiplicabo d,quod proueniat quãtitas maior h,sitq́ in prima quãtitas multipliciũ d quæ sit maior h,sub qua sumam maximam multiplicẽ d,aut sibi æqualẽ si m est prima in ordine multipliciũ d,que sit leritq́ ut l,nõ sit maior h,& constabit m ex d & h propter id quod omne multiplex cõstat ex proximo precedenti multiplici & simplo,ut triplum ex duplo & simplo excepto primo multiplici quod cõstat ex bis simplo.Quia ergo h est equalis.

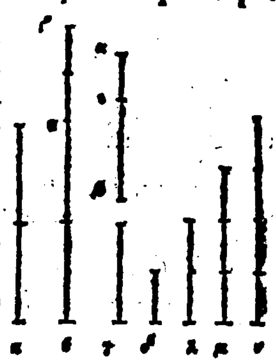


K f, non erit K f minor l, itaque K f & d non efficient minus quam l & d, quare non efficient minus quàm m, & quia f g, est maior d, erit K g maior quam m. Intelligo igitur quãtitatem b c primam, d secundam, a tertiam, d quartam, & quia ad primam & tertiã sumpta sunt æque multiplicia uidelicet K g & h, similiter quoque ad secundam & quartam æque multiplicia immo idem in ratione duorũ quod est m, & addit K g, multiplex primæ super m multiplex secundæ, non addit autẽ b multiplex tertiæ super m multiplex quartæ, erit per diffinitionem maioris improportionalitatis, maior proportio b c primæ ad d secundam quàm a tertiæ ad d quartam, quod est primum. Secundum probabis per eandem diffinitionem conuerso ordine. ut d sit prima & tertia, a secunda b c quarta, addit enim m multiplex primæ, super b multiplicem secundæ, non addit autem m multiplex tertiæ super k g, multiplicẽ quartæ, quare maior est proportio d ad a quàm d ad b c quod est secundum. Ex huius autem demonstrationis modo, patet sufficientia diffinitionis maioris improportionalitatis, quam posuit author in principio huius quinti. Nusquam enim est maior, proportio primæ quatuor quantitatũ ad secundam quam tertiæ ad quartam: quin cõtingat aliqua æque multiplicia ad primã & tertiã & reperiri, quæ cum relata fuerint ad aliqua æque multiplicia secundæ & quartæ, inuenietur multiplex primæ addere super multiplex secũdæ, non autẽ multiplex tertiæ super multiplex quartæ. Hæc autẽ multiplicia sic reperiemus, sicut demõstrabitur infra supra 11 huius.

Eucli. ex Zamb. Theorema 8 Propositio 8

8 **In æqualium magnitudinum maior ad eandem, maiorem rationem habet, quàm minor, & eadem ad minorem, maiorem rationem habet, quàm ad maiorem.**

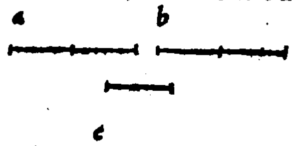
THEON ex Zamb. *Sint inæquales magnitudines, α β, & γ, & sit maior α β, quàm γ. Alia autem quæuis, sit ut δ. Dico quod α β, ad δ, maiorem rationem habet, quàm γ ad δ, & δ ad γ, maiorem rationem habet, quàm ad α β. Quoniam enim maior est α β, quàm γ, ponatur ipsi γ, æqualis β ε, minor iam ipsarum α ε, & ε β, multiplicata: maior aliquando fiet quàm δ. Sit primum α ε, minor quàm ε β. Et multiplicetur α ε, quoad quod fiet, maius sit ipso δ, & sit illius multiplex ζ η, quod maius est quàm δ. Et quàm multiplex est ζ η, ipsius α ε, tam multiplex esto η θ, ipsius ε β, & κ, ipsius γ, & sumatur ipsius δ duplum, sitque illud λ, triplum postmodũ: sitque illud μ, & deinceps uno plus, quoad sumptum multiplex fiat ipsius δ, primo maius quàm κ, sumaturque, & sit ν, quadruplum quidem ipsius δ, primo autem maius quàm κ. Quoniam igitur κ, ipso ν, primo est minor κ, igitur ipso μ, non est minor. Et quoniam æque multiplex est ζ η, ipsius α ε, atque æque multiplex est ζ η, ipsius α ε, æque igitur est multiplex, (per 1 quinti,) ζ θ ipsius α β. Sed æque multiplex est ζ η ipsius α ε, & κ ipsius γ, æque igitur multiplex est ζ θ, ipsius α β, & κ, ipsius γ. Igitur ζ θ, & κ, ipsarum α β, & γ, æque sunt multiplices, (per eandẽ.) Rursus quoniã æque est multiplex η θ, ipsius ε β, & κ ipsius γ, æqualis autẽ est ε β, ipsi γ, æqualis igitur est & η θ, ipsi κ. At κ, non est minor quàm μ, neque igitur η θ, est minor quàm μ. Maior autẽ est ζ η, quàm δ, tota igitur ζ θ, simul ambabus δ & μ, maior est, Sed ambæ δ & μ, ipsi ν, sunt æquales: quandoquidẽ μ, ipsius δ triplũ est, ambæ autẽ μ, & δ, ipsius δ quadruplices sunt, est autem ν, ipsius δ, quadruplum: ambæ igitur μ & δ, ipsi ν sunt æquales. Sed ζ θ, ipsis μ & δ maior est, igitur ζ θ, ipsum ν excedit. Sed κ, ipsum ν, nõ excedit, & sunt quidẽ ζ θ & κ æque multiplices ipsarum α β, & γ, & ν, ipsius δ, alia quæuis est multiplex. Igitur α β, ad δ maiorem rationem habet, quàm γ, ad δ. Dico iam quod & δ, ad γ, maiorem rationẽ habet, quàm δ ad α β. Nam illis sic descriptis similiter ostẽdemus quod ν, maior quidem est quàm κ, non uero maior quàm ζ θ: & est quidẽ ν ipsius δ, multiplex. Ipsæ uero ζ θ, & κ ipsarum α β & γ, aliæ quæuis æque multiplices. Igitur δ ad γ, maiorem rationem habet: quàm δ ad α β. Sed iam α ε: maior est quàm ε β, iam minor ε β multiplicata: maior aliquando fiet quàm δ. Multiplicetur, & esto η θ, multiplex quidem ipsius ε β, tam multiplex fiat & ζ η ipsius α ε, & κ, ipsius γ, similiter ostendemus quod ζ θ, & κ ipsarum α β, & γ, æque sunt multiplices. Sumaturque similiter ν multiplex quidem ipsius δ, primo autem maior quàm ζ η quare rursus ζ η nõ est minor quàm μ, maior autem est η θ, quàm δ. Tota igitur ζ θ, ipsas δ μ hoc est ipsam ν, excedit, & κ ipsam ν, non excedit. Quoniam & ζ η, quæ maior est quàm η θ, hoc est quàm κ ipsam ν, non excedit: pariter que superiora consequuti demonstrationem conficiemus. Inæqualium igitur magnitudinum maior ad eandem, maiorem rationem habet, quàm minor: & eadem ad minorem, maiorem rationem habet quàm ad maiorem. Quod demonstraße oportuit.*



Eucli. ex Camp. Propositio 9

9 SI fuerit aliquarum quantitatum ad unam quãtitatem proportio una, ipsas esse æquales, si uero unius ad eas proportio una, ipsas æquales esse necesse est.

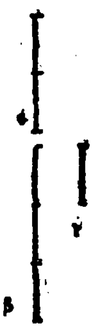
CAMPANVS. Sit duarum quantitatum a & b proportio una ad c, dico eas esse æquales. & si econuerso fuerit eadem proportio c ad utrãq; earum, adhuc dico eas esse æquales, hæc est conuersa septimæ huius. Primum sic patet. Si enim non sunt æquales, sed altera earum maior, utpote a, erit per primam partem præmissæ, maior proportio a ad c, quàm b ad c, quod est contra hypothesin. Secundum quoque patet, quia si a est maior b, erit per secundam partem præmissæ, maior proportio c ad b, quàm ad a, quod est etiam contra hypothesin



Eucli. ex Zamb. Theorema 9 Propositio 9

9 Quæ ad eandem, eandem habent rationem, æquales adinuicem sunt, & ad quas eadem, eandem habet rationem, ipsæ sunt æquales.

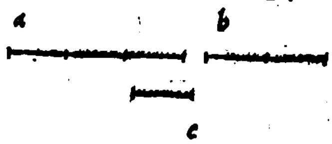
THEON ex Zamb. *Habeat inquam utraque ipsarum α β, ad γ, eandẽ rationem. Dico quod æqualis est α, ipsi β. Si autem non utraque ipsarum α β, ad ipsam γ, eandem non haberet rationem, (per 8 quinti,) habet autem, æqualis igitur est α, ipsi β. Habeat rursus γ, ad utrãq; ipsarum α β, eandem rationẽ. Dico quod æqualis est α, ipsi β, si autem non, ipsa γ, ad utramq; ipsarum α β, non haberet eandem rationem, habet autem, æqualis igitur est α, ipsi β. Quæ ad eandem igitur, eandẽ habẽt rationem, adinuicem sunt æquales, & ad quas eadem, eandem habet rationem, ipsæ sunt æquales. Quod demonstrandum fuerat.*



Eucli. ex Camp. Propositio 10

10 SI fuerit unius quantitatis ad quantitatem unam proportio maior, quantitatem maiorem esse. Si uero unius ad eandem proportio maior, minorem esse necesse est.

CAMPANVS. Quod si fuerit maior proportio a ad c quàm b ad c, dico a esse maiorem b, & si fuerit maior c ad b quàm c ad a, adhuc dico a esse maiorem b. Hæc est conuersa 8. Primum patet per primam partem 7 & per primam 8, nam per primam partem septimæ, non erit a æqualis b, nec etiam minor, per primam octauæ. Secũdum uero patet ex secundis partibus earundem.



Eucli. ex Zamb. Theorema 10 Propositio 10

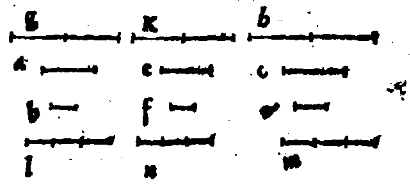
10 Ad eandem, rationem habentium, maiorem rationem habens, illa maior est, ad quam autem eadem maiorem rationẽ habet, illa minor est.

THEON ex Zamb. *Habeat enim α, ad γ, maiorem rationem, quàm β, ad γ. Dico quod α, maior est quàm β. Si autem non, aut est α, ipsi β, æqualis, aut ea minor, æqualis autem minime est α, ipsi β, utraque etenim ipsarum α β, ad γ, eandem rationem haberet: (per 9 quinti) non habet autem, igitur α, ipsi β minime æqualis est. Neque etiam minor est α, quàm β, nam α, ad ipsum γ, minorem rationem haberet, quàm β, ad γ, (per 8 quinti) non habet autem, igitur α, quàm β, minor non est. Ostẽsum autem est, quod neque est æqualis, maior igitur est α, quàm β. Habeat rursus γ ad β, maiorem rationem, quàm γ ad α. Dico quod minor est β, quàm α. Si autem non, aut est ei æqualis aut ea minor, æqualis quidem non est, β ipsi α. Nam γ, ad utramque ipsarum α β, eandem haberet rationem, (per 6 quinti,) non habet autem, Igitur α, ipsi β, minime est æqualis. Neque etiam maior est β, quàm α, nam γ, ad β, minorem rationem haberet, quàm ad α, (per 8 quinti,) non habet autem. Igitur maior nõ est β quàm α: patuit autem quod neque æqualis est, minor igitur est β, quàm α. Ad eandem igitur rationem habentium, maiorem rationem habens, maior est, & ad quam eadem maiorem rationem habet, ipsa minor est. Quod erat demonstrandum.*

Eucli. ex Camp. Propositio 11

11 SI fuerint quantitatum proportiones alicui uni æquales, ipsas quoque proportiones sibi inuicem æquales esse necesse est.

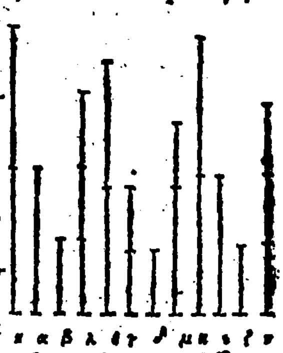
CAMPANVS Propositionem hanc quam Euclides in principio primi annumerauit inter cõmunes animi conceptiones, quæ eidem sunt æqualia sibi quoq; sunt æqualia, prout de quantitatibus intelligitur, hic demõstrat prout proportionibus accõmodatur. Sit ergo utraque duarum proportionum quæ sunt a ad b, & c ad d, æqualis proportioui quæ est e ad f. Dico proportiones quæ sunt a ad b & c ad d, sibi inuicem esse æquales. Sumam enim g ad a, & h ad c, & k ad e, æque multiplites, itẽq; l ad b, & m ad d, & n ad f, æque multiplices. Et quia per hypothesin proportio c ad f: est sicut a ad b, & similiter sicut c ad d, erit per conuersionem diffinitionis incontinuæ proportionalitatis bis sumptam si k addit super n, quod g addat super l, & h super m, & si k minuit ab n, q; g minuat ab l, & h ab m, & si k est æqualis n, quod g sit æqualis l, & h æqualis m. Quia igitur g ad l, & h ad m similiter se habent in addendo, diminuendo & æquando, mediãtibus k n, & erit per diffinitionem incontinuæ proportionalitatis, a ad b sicut c ad d. Quod est propositum.



Eucli. ex Zamb. Theorema 11 Propositio 11

11 Quæ eidem sunt eædem rationes, & adinuicem sunt eædem.

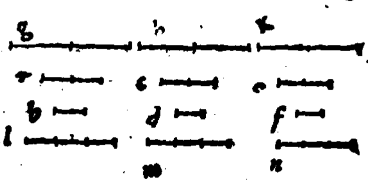
THEON ex Zamberto. *Sint enim sicut α, ad β, sic γ, ad δ, sicut uero γ, ad δ, sic ε, ad ζ. Dico quod est sicut α β, sic ε, ad ζ. Sumantur enim ipsarum α γ ε, æque multiplices, sintq; η θ κ, ipsarum uero β δ ζ, aliæ quæuis æque multiplices, sintq; λ μ ν. Et quoniam est sicut α, ad β, sic γ, ad δ, & sumptæ sunt ipsarum α γ, æque multiplices η θ, ipsarum autẽ β δ, aliæ quæuis æque multiplices λ μ, si igitur excedit η, ipsum λ, excedit & θ, ipsum μ, & si æquale, æquale: & si deficit, deficit, (per conuersionẽ 6 diffinitionis quinti.) Rursus quoniã sicut est ε, ad ζ, sic est γ, ad δ, & sumptæ sunt ipsarum γ ε, æque multiplices θ κ, & ipsarum δ ζ, aliæ quæuis æque multiplices μ, & ν, si igitur excedit θ, ipsum μ, excedit quoque κ, ipsum ν, & si æquale, æquale: & si minus, minus, (per eandẽ.) Sed si excedit θ, ipsum μ, excedit quoq; & η, ipsum λ, & si æquale, æquale: & si minus, minus: (per eandem cõuersionẽ.) Quare si excedit η, ipsum λ, excedit & κ, ipsum ν, & si æquale, æquale: & si minus, minus: (per eandem.) Sunt autem η κ ipsarum α, ε, æque multiplices, & λ ν, ipsarũ β ζ, aliæ quæuis æque multiplices. Est igitur sicut α, ad β, sic est ε, ad ζ. Quæ igitur eidem eædem sunt rationes, & adinuicem sunt eædem (per 6 diffinitionem) quod demonstraße oportuit.*



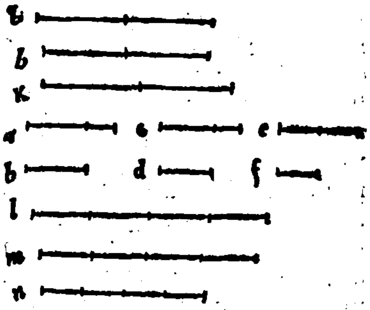
Eucli. ex Camp. Propositio 12

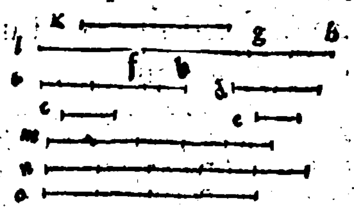
12 SI fuerit proportio primi ad secũdum sicut tertij ad quartum, tertij uero ad quartum maior quàm quinti ad sextum, erit proportio primi ad secundum maior, quàm quinti ad sextum.

CAMPANVS Sicut in præcedenti, quod hic demõstrat in proportionibus, cõceptibile est in quantitatibus, uidelicet quòd si duæ quantitates fuerint sibi inuicem æquales, quæcunque fuerit una earum maior, eadẽ maior erit & reliqua. In proportionibus tamen hoc demonstratur, ut si sit proportio a ad b sicut c ad d, c uero ad d, sit maior quàm e ad f. erit quoq; a ad b, maior q̃ e ad f. Sumã enim g ad a, & h ad c, & k ad e, æque multiplices. Itẽq; l ad b, & m ad d, & n ad f, æque multiplices. Et quia per hypothesin proportio c ad d est sicut a ad b, & maior quàm e, ad f: erit per conuersionem diffinitionis incontinuæ proportionalitatis si h addit super m, ut g addat super l, & per cõuersionẽ diffinitiõis maioris improportionalitatis, quod non sit necesse k addere super n. Quia igitur mediantibus h & m si g addit super l, nõ est necesse k addere super n: erit per diffinitionẽ maioris improportionalitatis, maior proportio a ad b quàm e ad f: quod est propositum.

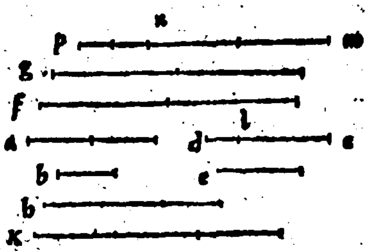


CAMPANI additio. Simili quoque modo probabis, quod si sit a ad b sicut c ad d, & c ad d, minor quàm e, ab f, erit a ad b minor quàm e ad f. Cum enim sit c ad d minor q̃ e ad f, erit e ad f: maior quàm c ad d, per conuersionem igitur diffinitionis maioris improportionalitatis proportiōalitatis,si k addit super n,nō est necesse qđ h addat super m, sed si h nō addit super m,g non addit super l,ergo si k addit super n,nō est necesse ut g addat super l,per diffinitionē igitur maioris improportiōalitatis,maior erit proportio e ad f,q̃ a ad b, ergo econuerso minor erit a ad b quàm e ad f,qđ est propositū. Ex modo autē demōstrationis octauæ huius,& hac fiet manifestū qđ si fuerit primæ quatuor quātitatū ad secūdam maior proportio,quàm tertiæ ad quartam,cōtinget reperire aliqua æque multiplicia primæ & tertiæ,quæ cum cōparabūtur ad aliqua æque multiplicia secundæ & quartæ, inuenietur multiplex primæ addere super multiplex secundæ,non autem multiplex tertiæ super multiplex quartæ.Quod sic patet. Sit enim maior proportio a b ad c,quàm d ad e. Ponam ergo ut sit proportio a f ad c,sicut d ad e,eritque per hanc n & per 10,a f minor a b & sit minor in quantitate f b,quam multiplicabo toties,quod proueniat quātitas maior c,quæ sit g h,hac conditione ut d toties multiplicata producat quantitatem nō minorem e,quæ sit k, tunc ponam ut l g sit ita multiplex a f,sicut g h est multiplex f b, aut k p,eritq; per primam huius l h,ita multiplex a b,sicut k d. Deinde ponam quod m sit prima quātitas multiplex e,quæ sit maior k,& ponam n ita multiplicem c, sicut m est multiplex e , eritque per præmissas hypotheses & conuersionem diffinitiōis incontinuæ proportionalitatis quantitas n prima,multipliciū c,quæ erit maior l g,nec erit l g minor c,Sumam ergo sub n,maximam multiplicium c, aut sibi æqualem si forsan n sit prima multiplicium eius,quæ sit o,constabitque n , ex o & c, quia ergo l g non est minor o, & g h est maior c, erit l h, maior n,quare cum k sit minor m, patet propositum.





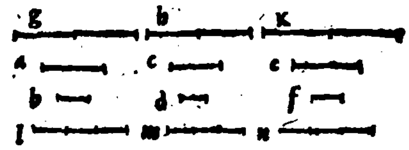
Conuersam quoque huius demonstrare possumus,uidelicet,quod si contingit reperire aliqua æque multiplicia primæ & tertiæ,quarum multiplex primæ addat super aliquod multiplex secundæ,& multiplex tertiæ nō addat super multiplex quartæ,maior erit proportio primæ ad secundam quàm tertiæ ad quartam,quod sic probatur. Sint quatuor quantitates,a prima,b secunda,c d tertia,e quarta,sintq; f ad a, & g ad c d,æque multiplicia,similiter h ad b & k ad e,æque multiplicia,& addat f super h, non addat autē g super k,dico quod maior est proportio a ad b quàm c d ad e. Si enim æqualis, per conuersionē diffinitionis incontinuæ proportionalitatis addet g, super k,quod est contra hypothesin. Si autem minor, sit c l ad e sicut a ad b,eritque per huius 10,c l minor c d & sit minor in quantitate l d. Ponam igitur ut m n sit ita multiplex c l, & n p multiplex l d, sicut f est multiplex a. eritque per primam huius m,p ita multiplex c d, sicut f est multiplex a. utraque igitur duarum quantitatum m p & g, est æque multiplex quantitatis c d,ergo ipsæ sunt æquales,nam hæc illatio,demonstrata est in 7 huius. Et quia g non est maior k,non erit m p maior eadem. Sed per conuersionem diffinitionis incōtinuæ proportionalitatis m n est maior k,eo qđ f est maior h. ergo m n,est maior m p,quod est impossibile. Quare relinquitur propositum.



Eucli. ex Camp. Propositio 13

13 SI fuerint quotlibet quantitatum ad totidem alias proportio una, erit quoque quæ proportio unius ad unam, eadem proportio harum omnium pariter acceptarum ad omnes illas pariter acceptas.

CAMPANVS. Quod prima proposuit de multiplicibus, hæc proponit de omnibus proportionibus,unde hæc est cōmunior illa,eo quod omnis multiplicitas est pro portio, non autem econuerso. Sit igitur a ad b, & c ad d, & e ad f, una proportio, dico quòd quæ est proportio a ad b, eadem est compositi ex a c e, ad compositum ex b d f. Sumã g ad a, & h ad c, & k ad e, æque multiplicia, itemq́ l ad b, & m ad d, & n ad f, æque multiplicia, eritque per primam huius, compositum ex g h k, ita multiplex compositi ex a c e, sicut g est multiplex a. similiter per eandem, compositum ex l m n, erit ita multiplex compositi ex b d f, sicut l est multiplex b, & per conuersionem diffinitionis incontinuæ proportionalitatis bis sumptam si g addit super m, & h addit super m, & k super n, & si minuit, minuit, & si æquat, æquat: ergo per communem scientiã: si g addit super l, compositum ex g h k, addit super compositum ex l m n, & si minuit, minuit: & si æquat, æquat: ergo per diffinitionẽ incontinuæ proportionalitatis, proportio a ad b, est sicut compositi ex a c e, ad compositum ex b d f, quod est propositum.

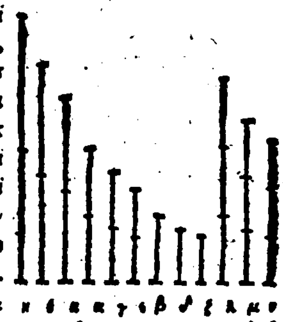


Hæ sequentes duæ propositiones 12 scilicet & 13 ex Zamberto, duabus præcedentibus ex Campano, præpostero ordine respondent 12 unius 13 alterius.

Eucli. ex Zamb. Theorema 12 Propositio 12

12 Si fuerint quælibet magnitudines proportionem habentes, erit sicut una antecedentium ad unam consequentium, sic omnes antecedẽtes ad omnes consequentes.

THEON ex Zamb. *Sint quotcunque magnitudines proportionem habentes α β γ δ ε ζ, sicut α, ad β, sic γ, ad δ, & ε, ad ζ, Dico quod est sicut α, ad β, sic est α γ ε, ad β δ ζ. Sumantur enim æque multiplices ipsarum α γ ε, sintq́ η θ κ, & ipsarum β δ ζ, aliæ quævis æque multiplicas, sintq́ λ μ ν. Et quoniam est sicut α, ad β, sic γ, ad δ, & ε, ad ζ, & sumptæ sunt, ipsarum α γ ε, æque multiplices η θ κ, & ipsarũ β δ ζ, aliæ quævis æque multiplices hoc est λ μ ν, si igitur excedit η, ipsum λ, excedit & θ, ipsum μ, & κ, ipsum ν, & si æquale, æquale: & si minus, minus: (per cõuersionẽ 6 diffinitionis quinti.) Quare & si excedit η, ipsum λ, excedunt & η θ κ, ipsas λ μ ν, & si æqualis, æquales: & si minor, minores, (per eãdem. Et est η, quidem, & η θ κ, ipsius α, & ipsarum α γ ε, æque multiplices. Quoniam (per primam quinti,) si fuerint quælibet magnitudines quarumlibet magnitudinum æqualium numero, singulæ singularũ æque multiplices, quàm multiplex est una unius magnitudinum, tam multiplices erunt, & omnes omnium. Ac per hoc, etiam λ, & λ μ ν, ipsius β, & β δ ζ, æque sunt multiplices. est igitur sicut α ad β, sic α γ ε, ad β δ ζ. (per 6 diffinitionem quinti.) Si fuerint igitur quotcunque magnitudines proportionem habẽtes, erit sicut una antecedentium ad unam consequentium, sic omnes antecedentes ad omnes consequentes, quod demonstrandum fuerat.*



Eucli. ex Zamb. Theorema 13 Propositio 13

13 Si prima ad secundam eandem habuerit rationem, & tertia ad quartam, tertia autem ad quartam maiorem rationem habeat quàm quinta ad sextam, prima quoque ad secundam maiorem rationem habebit quàm quinta ad sextam.

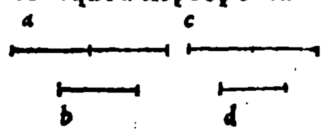
THEON ex Zamb. *Prima enim α, ad secundam β, eandem habeat rationẽ & tertia γ, ad quartam δ, tertia uero γ, ad quartam δ, maiorem habeat rationem quàm quinta ε, ad sextam ζ. Dico quod & prima α, ad secundã β, maiorem rationem habebit, quàm quinta ε, ad sextã ζ. Quoniã γ, ad δ, maiorem rationem habet quàm ε ad ζ, sunt enim ipsarũ γ ε, quædã æque multiplices, & ipsarũ δ ζ, aliæ quævis sunt æque multiplices, ac multiplex ipsius γ, excedit multipliceẽ ipsius δ, multiplex autem ipsius ε, non excedit multiplicem ipsius ζ, sumantur igitur, & sint ipsarum γ ε, æque multiplices η θ, ipsarum autem δ ζ, aliæ quævis æque multiplices κ λ. Ita quidem ut η, excedat ipsum κ, & θ, ipsum λ, non excedat, & quàm multiplex quidem est η, ipsius γ, tam multiplex esto & μ, ipsius α, quàm multiplex autem est κ, ipsius δ, tam multiplex esto & ν, ipsius β, & quoniam est sicut α, ad β, sic γ, ad δ, &*

sumptæ sunt ipsarũ α γ, æque multiplices μ ν, ipsarũ autẽ β δ, aliæ quæuis æque multiplices ν κ: si excedit igitur μ, ipsam ν. excedit & ν, ipsam κ, & si æqualis, æqualis, & si minor, minor: (per cõuersionem sextæ diffinitionis quinti. Excedit autem (per constructionem) ipsam κ, excedit igitur & μ, ipsam ν, at θ, ipsam λ, non excedit, sunt autem μ θ, æque multiplices ipsarum α ε, & ν λ, ipsarum β ζ, aliæ quæuis æque multiplices. Igitur α, ad ε, maiorẽ habet rationẽ, quàm ε, ad ζ. Si prima igitur ad secundam eandem habuerit rationem & tertia ad quartam, tertia autem ad quartam maiorẽ rationẽ habeat quàm quinta ad sextam, prima ad secundam quoque maiorem rationem habebit, quàm quinta ad sextam, quod demonstrare oportebit.

Eucli. ex Camp. Propositio 14

14 SI fuerint quatuor quantitates proportionales, fueritque prima maior tertia. necesse est secundam quarta esse maiorem. Quod si minor, & minorem, si uero æqualis, & æqualem esse.

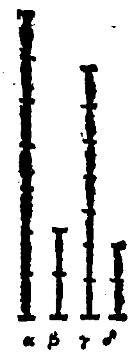
CAMPANVS Sit proportio a ad b, sicut c ad d. Dico quod si a est maior c, b erit maior d, & si minor, minor, & si æqualis, æqualis. Si enim a sit maior c, erit per primam partem 8 huius, maior proportio a ad d quàm c ad d. Quare maior erit a ad d, quàm ad b, ergo per secũdam partem 10 huius, b erit maior d, quod est propositum. Quod si a sit minor c, erit per primam partem 8, minor proportio a ad d, quàm c ad d. Quare maior erit a ad b, quàm ad d, per secundam ergo partem 10, b erit minor d. Si autem a sit æqualis c, erit per primam partem 7, a ad d sicut c ad d. Quare a ad d, sicut ad b, itaque per secundam partem 9, b erit æqualis d, sicque patet propositum.



Eucli. ex Zamb. Theorema 14 Propositio 14

14 Si prima ad secundam eandem habuerit rationem & tertia quartam, prima uero tertia maior fuerit, & secunda, quarta maior erit, & si æqualis, æqualis. & si minor, minor.

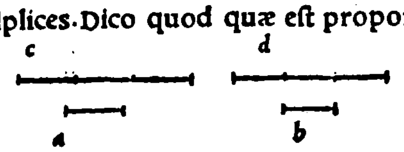
THEON ex Zamberto. *Primum enim α, ad secundum β, eandem habeat rationem, & tertium γ, ad δ, quartum, maius autem esto α, quàm γ. Dico quod & β, maius est quàm δ. Quoniam enim α, est maior quàm γ, est autem alia quædam magnitudo β, igitur (per 8 quinti) α, ad β, maiorem rationem habet quàm γ, ad β, sicutque α, ad β, sic γ. ad δ, maiorem rationem habet, quàm γ, ad β. Ad quod autem idem maiorem rationem habet, illud minus est (per 10 quinti,) minus igitur est δ, quàm β, quare maior est β, quàm δ. Similiter quoque ostendemus quod & si æquale fuerit α, ipsi γ, æquale erit quoque & β, ipsi δ, & si minus fuerit α, quàm γ, minus erit quoque & β, quàm δ. Si prima igitur ad secundam eandem habuerit rationem & tertia ad quartam, prima autem tertia maior fuerit, & secunda quarta maior erit, & si æqualis, æqualis: & si minor, minor: quod demonstrare oportebat.*



Eucli. ex Camp. Propositio 15

15 SI fuerint aliquibus quantitatibus æque multiplices assignatæ, erit ipsarum multiplicium atque submultiplicium una proportio.

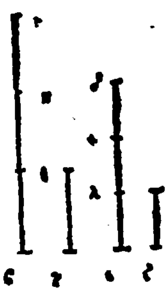
CAMPANVS Sint c ad a, & d ad b, æque multiplices. Dico quod quæ est proportio a ad b, eadem est c ad d. Diuidatur c secundum quantitatem a, & d secũdum quantitatem b, suntque tot partes c, quot d, & quia quælibet pars c ad quamlibet partem d se habet sicut a ad b, erit per 12 huius, c ad, d, sicut a ad b, quod est propositum.



Eucli. ex Zamb. Theorema 15 Propositio 15

15 Partes eodem modo multiplicium, eandem rationem habent sumptæ adinuicem.

THEON ex Zamberto. *Sit igitur æque multiplex α β, ipsius γ, & δ ε, ipsius ζ. Dico quod est sicut γ, ad ζ, sic est α β, ad δ ε. Quoniam enim æque est multiplex α β: ipsius γ, & δ ε, ipsius ζ, quot igitur magnitudines sunt in α β, ipsi γ, æquales, tot sunt in δ ε, æquales ipsi ζ. Diuidatur α β, in magnitudines æquales ipsi γ, hoc est α η, η θ, θ β, ipsum autẽ δ ε, in magnitudines æquales ipsi ζ, hoc est δ κ, κ λ, & λ ε, erit iam magnitudo ipsorum α η. η θ, & θ β, æqualis multitudini*

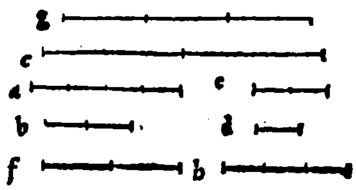


ipsorum δκ, κλ, & λι. Et quoniam αε, εθ, & θβ, sibi inuicem sunt aequales, & δκ, κλ, & λι, quoque sibi inuicem sunt aequales, est igitur sicut αε, ad δκ, sic est εθ, ad κλ, & βθ, ad λι, erit igitur (per 12 quinti,) sicut unum antecedentium ad unum consequentium, sic omnia antecedentia ad omnia consequentia. Est igitur sicut αε, ad δκ, sic est αβ, ad δι, aequalis autem est αε, ipsi γ, ipsum autem δκ, ipsi ζ, est igitur sicut γ, ad ζ, sic est αβ, ad δι. Partes igitur eodem modo multiplicium, eandem habent rationem sumptae adinuicem, quod demonstrasse oportuit.

Eucli. ex Camp. Propositio 16

16 SI fuerint quatuor quãtitates proportiõales, permutatim quoq; proportionales erunt.

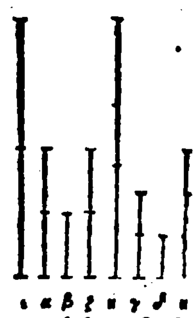
CAMPANVS. Sit proportio a ad b, sicut c ad d. Dico quod erit a ad c sicut b ad d. Et iste est modus arguendi, qui dicitur proportionalitas permutata, cuius demõstratio sic patet. Sumã e ad a, & f ad b, aeque multiplices: itẽq; g ad c & h ad d, aeque multiplices, eritq; per praemissam e ad f, sicut g ad h, quare per 14 si e addit super g, & f addit super h. & si minuit, minuit & si aequat, aequat: per diffinitionẽ igitur incõtinuae proporiõalitalis erit a ad c, sicut b ad d. Quod est propositũ. Necesse est autem, ut in permutata proportionalitate sint omnes quatuor quantitates, eiusdem generis.



Eucli ex Zamb, Theorema 16 Propositio 16

16 Si quatuor magnitudines proportionales fuerint, & uicissim proportionales erunt.

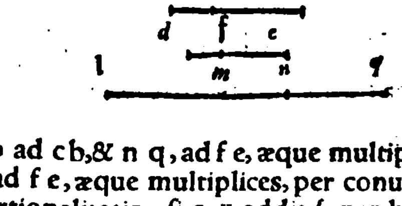
THEON ex Zamberto. *Sint quatuor magnitudines proportionales α β γ δ, sicut α, ad β, sic γ, ad δ. Dico quod & uicissim proportionales erunt, sicut α, ad γ, sic β, ad δ. Sumantur quidem ipsarum α β, aeque multiplices ε ζ, & ipsarũ γ δ. & aliae quaeuis, aeque multiplices η θ, & quoniam aeque multiplex est ε, ipsius α, & ζ, ipsius β, partes aũt eodem modo multipliciũ eandẽ habent rationẽ sumptae adinuicem (per praecedentem, est igitur sicut α, ad β, sic ε, ad ζ. Sicut autem α, ad β, sic & γ, ad δ, & sicut igitur γ, ad δ, sic ε, ad ζ, (per 11 quinti. Rursus quoniam η θ, ipsarum γ δ. aeque sunt multiplices, partes autem eodem modo multiplicium eandem habent rationem sumptae adinuicem (per 15 quinti.) est igitur sicut γ, ad δ, sic est η, ad θ. Sicut autem γ, ad δ, sic ε, ad ζ, & sicut igitur ε, ad ζ, sic η, ad θ, (per 11 quinti.) Si quatuor autem magnitudines proportionales fuerint, prima uero tertia maior sit, & secũda quarta maior erit, & si aequalis, aequalis: & si minor, minor: (per 14 quinti.) Si igitur excedit ε, ipsum η, excedit & ζ, ipsum θ: & si aequale, aequale: & si minus, minus: (per 6 diffinitionem quinti.) Sunt autem ε ζ, ipsarum α β, aeque multiplices, & η θ, ipsarum γ δ: aliae quaeuis aeque multiplices. Est igitur sicut α, ad γ, sic est β, ad δ. Si quatuor igitur magnitudines proportionales fuerint, & uicissim proportionales erunt, quod demonstrasse oportuit.*



Eucli. ex Camp. Propositio 17

17 SI fuerint quantitates coniũctim proportionales, easdem disiũctim quoque proportionales esse.

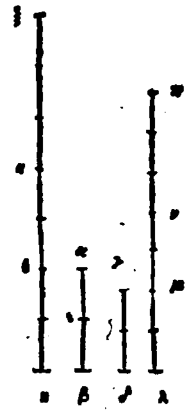
CAMPANVS. Demonstrato modo arguendi qui dicitur proportionalitas permutata, demonstrat illum qui dicitur proportionalitas disiuncta. Sit itaque proportio a b ad b c, sicut d e ad e f. Dico quod erit a c ad c b, sicut d f ad f e. Sumam enim g h ad a c, & h k ad c b, itemque l m ad d f, & m n ad f e, aeque multiplices. Eritque per primam huius, g k ita multiplex a b: sicut g h est multiplex a c, & l n, ita multiplex d e sicut l m est multiplex d f, & ideo per praemissas hypotheses, g k, est ita multiplex a b, sicut est l n, d e. Ponam iterum k p ad c b, & n q, ad f e, aeque multiplices, eruntque per secundam, h p ad c b, & n q ad f e, aeque multiplices, per conuersionem igitur diffinitionis incontinuae proportionalitatis. si g k addit super h p, l n, addit super m q, & si minuit, minuit: & si aequat, aequat: demptis itaque commu-



munibus h κ & m n: erit per communem scientiam, ut si g h addit super κ p, quod l m addit super n q: & si minuit, minuit: & si æquat, æquat: ergo per diffinitionem incontinuæ proportionalitatis, proportio a c ad c b, est sicut d f ad f e, quod est propositũ.

Eucli. ex Zamb. Theorema 17. Propositio 17.

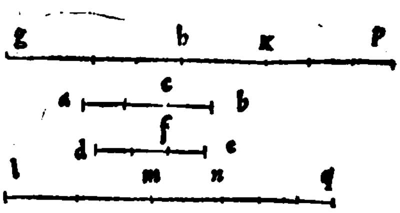
17 Si compositæ magnitudines proportionales fuerint: diuisæ quoq; proportionales erunt.



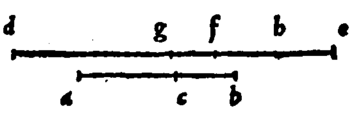
THEON ex Zamberto. *Sint compositæ magnitudines proportionales α ϐ, β ι, γ δ, δ ζ, sicut α ϐ ad ϐ ι, sic γ δ ad δ ζ. Dico quod & diuisæ, proportionales erunt: sicut α ι ad β ι, sic ι ζ ad δ ζ. Sumãtur enim ipsarum α ι, ι β, γ ζ, ζ δ, æque multiplices η θ, θ κ, λ μ & μ ν: ipsarum autem ι β & ζ δ, aliæ quæuis æque multiplices, hoc est κ ξ & ν π. Et quoniam æque multiplex est η θ ipsius α ι, & θ κ ipsius ι ϐ: æque igitur est multiplex η θ ipsius α ι, & η κ ipsius α β (per primam quinti). Aeque autem est multiplex η θ ipsius α ι: & λ μ ipsius γ ζ: æque igitur est multiplex η κ ipsius α β, & λ μ ipsius γ ζ (per 11 eiusdem. Rursus quoniam æque est multiplex λ μ ipsius γ ζ, & μ ν ipsius δ ζ: æque igitur est multiplex λ μ ipsius γ ζ, & λ ν ipsius γ δ (per primam eiusdem: æque autem erat multiplex λ μ ipsius γ ζ: & η κ ipsius α β. Aeque igitur est multiplex η κ ipsius α β, & λ ν ipsius γ δ: igitur η κ & λ ν, ipsarum α β & γ δ æque sunt multiplices. Rursus quoniam æque multiplex est θ κ ipsius ι β, & μ ν ipsius ζ δ: est autem & κ ξ ipsius ι β æque multiplex, & ν π ipsius ζ δ: & compositnm igitur (per 11 eiusdem) θ ξ ipsius ι ϐ æque multiplex est, & μ π ipsius ζ δ. Et quoniam est sicut α β ad ϐ ι sic est γ δ ad δ ζ, & sumptæ sunt ipsarum quidem α ϐ & γ δ æque multiplices η κ & λ ν: ipsarum autem ι β & ζ δ aliæ quæuis æque multiplices, hoc est, θ ξ & μ π: si igitur excedit η κ ipsam θ ξ, excedit & λ ν ipsam μ π: & si æqualis, æqualis: & si minor, minor (per conuersionem 6 diffinitionis quinti). Excedat nempe η κ, ipsam θ ξ: & igitur cõmuni ablata θ κ, excedit η θ ipsam κ ξ. Sed si excedit η κ ipsam θ ξ: excedit & λ ν ipsam μ π: excedat igitur λ ν, ipsam μ π: & communi ablata μ ν, excedit & λ μ ipsam ν π. Quare si excedit η θ ipsam κ ξ: excedit & λ μ ipsam ν π. Similiter iam ostendemus quod & si æqualis fuerit η θ ipsi κ ξ: æqualis erit & λ μ ipsi ν π: & si minor, minor: sunt autem η θ & λ μ, ipsarum α ι & ι ζ æque multiplices, & κ ξ & ν π, ipsarum ι ϐ & ζ δ aliæ quæuis æque multiplices: est igitur sicut α ι ad ι β: sic est ι ζ ad ζ δ (per 6 diffinitionem quinti. Si compositæ magnitudines igitur proportionales fuerint: diuisæ quoq; proportionales erunt: quod demonstrasse oportuit.*

Eucli. ex Camp. Propositio 18.

18 SI fuerint quantitates disiunctim proportionales, coniunctim quoq; proportionales erunt.



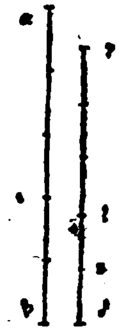
CAMPANVS. Demonstrat modum arguẽdi quid dicitur proportionalitas coniuncta: & est modus cõuersus prioris. Ad cuius demonstrationem, resumatur dispositio præmissæ, & maneant omnes eius hypotheses: excepto quod ponatur esse proportio a c ad c b sicut d f ad f e: dico quod erit proportio a b ad b c, sicut d e ad f e: sequitur enim ex hac hypothesi & alijs hypothesibus præmissæ de multiplicibus æqualiter sumptis, per conuersionem diffinitionis incontiuuæ proportionalitatis, si g h addit super k p, quod l m addat super n q: & si minuit, minuat: & si æquat, æquet: ergo positis cõmunibus h & κ & m n: sequitur per cõmunem scientiam, si g κ addit super h p, quod l n addat super m q: & si minuit, minuat: & si æquat, æquet: quare per diffinitionem incõtinuæ proportionalitatis, erit proportio a b ad b c: sicut d e ad e f, quod est propositum. Aliter idem indirecte sic. Cũ sit proportio a c ad c b sicut d f ad f e, nõ est autẽ a b ad b c sicut d e ad e f: sit ergo proportio d e ad aliquam aliam quantitatem: sicut a b ad b c, quæ aut erit maior e f, aut minor: si enim ei esset æqualis, constaret propositum.



Sit itaq; primo maior, & sit e g: eritq; per præmissam a c ad c b, sicut d g ad e g: quare d g ad e g, est sicut d f ad f e. Sequitur igitur per 14, q᷑ cum d g prima sit minor d f tertia: erit ergo g e secũda minor e f quarta: sed erat propositũ q᷑ esset maior. Sit ergo proportio d e ad minorẽ e f, quæ sit e h, sicut a b ad b c: eritq; per præmissã a c ad c b sicut d h ad h e: quare per 11, d h ad h e, sicut d f ad f e: & q̃a d h prima d f. tertia erit per 14 e h secunda, maior e f, quarta. quod quia est impossibile, sequitur propositum.

Eucli. ex Zamb. Theorema 18 Propositio 18 Cōuersa praecedentis.

18 Si diuisæ magnitudines proportionales fuerint, compositæ quoque proportionales erunt.

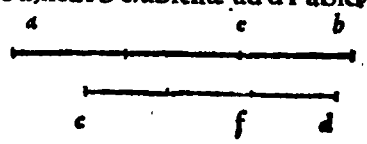


THEON ex Zamb. Sint disiunctæ magnitudines proportionales α ε, ε β, γ ζ, & ζ δ, sicut α ε, ad ε β, sic γ ζ, ad ζ δ. Dico quod & compositæ proportionales erunt, sicut α β, ad β ε, sic γ δ, ad δ ζ. Si autem non est, sicut α β, ad β ε, sic γ δ, ad ζ δ, erit sicut α β, ad β ε, sic γ δ, ad minorem ipsa ζ δ, aut ad maiorem. Sit prius ad minorē δ η. Et quoniam est sicut α β, ad β ε, sic γ δ, ad δ η, compositæ magnitudines proportionales sunt, quare etiam diuisæ proportionales erūt. (per 17 quinti. Est igitur sicut α ε, ad ε β, sic γ η, ad η δ, supponitur aūt sicut α ε, ad ε β, sic ε ζ, ad ζ δ. Et sicut igitur (per 11 quinti,) γ η, ad η δ, sic γ ζ, ad ζ δ, maior autē est prima γ η, tertia γ ζ, maior igitur est (per 14 quinti,) secūda η δ, ipsa ζ δ, quarta. Sed & minor, quod est impossibile. Igitur non est sicut α β, ad β ε, sic γ δ, ad minorem ipsa ζ δ. Similiter quoque ostendemus quod neque ad maiorem, ad eandem igitur. Si disiunctæ igitur magnitudines proportionales fuerint, & compositæ quoque proportionales erunt, quod demonstraße oportuit.

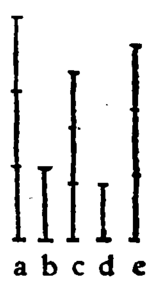
Eucli. ex Camp. Propositio 19.

19 SI à duobus totis duæ portiones abscindātur, fueritque totum ad totum quantum abscisum ad abscisum, erit reliquum ad reliquū quantum totum ad totum.

CAMPANVS Quod quinta proponit de multiplicibus: hæc proponit uniuersaliter de omnibus proportionibus. unde est illa tanto communior, quanto multiplicitate proportio. Sint igitur duæ quantitates a b, & c d, à quibus abscindantur duæ quæ sint b e & d f, sitque proportio totius a b, ad totam c d, sicut b e. abscisæ ad d f abscisam. dico quod eadem erit a e residui ad c f, residuum: quæ est totius a b ad totam c d. Cum enim sit a b ad c d sicut b e ad d f: erit permutatim a b ad b e, sicut c d ad d f, & disiunctim a e ad e b, sicut c f ad f d, & iterū permutatim a e ad c f, sicut e b, ad f d. & quia sic erat a b ad c d, patet propositum.

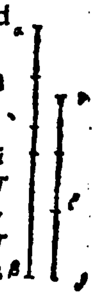


CAMPANI additio. Ex hac autem decimanona, & permutata proportionalitate demonstratur modus arguendi, qui dicitur proportionalitas euersa. ut si sit a b ad b e, sicut c d ad d f, dico quod erit b a ad a e sicut d c ad c f, quia cum sit a b, ad b e, sicut c d ad d f, erit permutatim a b ad c d sicut b e ad d f, quare per hanc 19, b a ad d c, sicut a e ad c f, igitur permutatim b a ad a e. sicut c d ad c f, quod est propositum. Cōuersa quoque proportionalitas, quam ex diffinitione incontiuuæ proportionalitatis demonstrauimus in exponendis principijs huius quinti, potest hic quoque demonstrari indirecte ex permutata proportionalitate & 9 huius. ut si sit proportio a ad b sicut c ad d, dico quod erit b ad a sicut d ad c. sin autem sit d ad e, sicut b ad a, & quia a ad b est sicut c ad d, erit permutatim a ad c sicut b ad d, & quia iterum b ad a, sicut d ad e: erit quoque permutatim b ad d sicut a ad e, quare erit a ad e, sicut d ad c, si igitur e non sit æquale c, accidet impossibile & contrarium secundæ partis 9, si autem æqualis, erit b ad a sicut d ad c, quod est propositū.



Eucli. ex Zamb. Theorema 19 Propositio 19

19 Si fuerit sicut totum ad totum, sic ablatum ad ablatum, & reliquum ad reliquum, erit sicut totum ad totum.



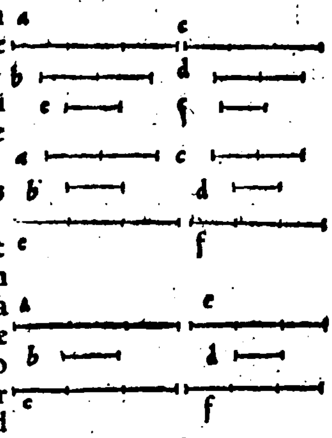
THEON ex Zāb. Esto sicut totū α β, ad totū γ δ, sic ablatū α ε, ad ablatū γ ζ. Dico quod & reliquū ε β, ad reliquū ζ δ, erit sicut totū α β, ad totū γ δ. Quoniā enim est sicut totū α β, ad totū γ δ, sic α ε, ad ε ζ, & uicissim quoque (per 16 quinti) sicut α β, ad α ε, sic & δ γ, ad γ ζ. Et quoniā cōpositæ magnitudines proportionales sunt, (per 17 & 15 quinti) etiā disiunctæ proportionales erūt, sicut igitur β ε, ad ε α, sic δ ζ, ad γ ζ, & uicißim igitur (per 16 quinti) est sicut β ε, ad δ ζ, sic ε α, ad ζ γ. Sicut autē α ε, ad γ ζ, sic supponitur totū α β ad totū γ δ, & reliquū igitur ε β, ad reliquū ζ δ, erit sicut totū α β, ad totū γ δ. Si fuerit igitur sicut totū ad totū sic ablatū ad ablatū, & reliquū ad reliquū erit sicut totū ad totū, quod demōstrandum erat. Et quoniā ostensum est quod sicut est α β, ad γ δ, sic est ε β, ad ζ δ, & uicißim sicut α β, ad β ε, sic γ δ ad δ ζ, cōpositæ igitur magnitudines proportionales sunt (per 18 propositionem quinti.) ostensum est autem quod sicut β α, ad α ε, sic δ γ, ad γ ζ, & est conuertendo.

tendo. Hinc manifestum, quod si compositæ magnitudines propositionales fuerint, etiam conuertendo proportionales erunt, quod demonstrandum erat.

Eucli. ex Camp. Propositio 20

20 SI fuerint quotlibet quantitates aliæque secundum earum numerum quarum quæque duæ priorum secundum proportionem duarum postremarum necesse est in proportionalitate quidē, æqualitatis ut si fuerit prima priorum ultima maior, & posteriorum primam ultima esse maiorem. Quod si minor, & minorem. Si uero æqualis, & æqualem.

CAMPANVS Demonstraturus Euclides modum arguendi qui dicitur æqua proportionalitas, siue quantitates duorum ordinum directe siue peruersim proportionentur: præmittit duo anteeedentia ad demonstrandum propositum necessaria, per quorum primum demonstratur æqua proportionalitas cum quantitates duorū ordinum directe proportionantur. secundum autem cum proportionantur peruersim proponit autem hæc duo antecedentia de quantitatibus duorum ordinum numero æqualibus: quæcunque fuerint. Vniuersaliter enim sumptis utrobique quantitatibus secundum quēcūq; numerum ueritatem habent, non est autem necesse ut demonstremus ea, nisi solum in tribus, hoc enim omnino sufficiens est ad propositum. de pluribus autem quibusq; patebit per æquam proportionalitatem cum ipsa demōstrata fuerit. Sint igitur tres quantitates a b e, sumanturq; tres aliæ quæ sint c d f. & sit proportio a ad b, sicut c ad d, & b ad e, sicut d ad f. dico quod si a est maior e. c erit maior f. & si minor, minor: & si æqualis, æqualis. Si enim est maior, erit per primam partem 8. maior proportio a ad b, quàm e ad b, quare per 11, maior erit c ad d, quàm e ad b. & quia per conuersam proportionalitatem, e ad b est sicut f ad d, erit c ad d maior quàm f ad d, itaque per primam partē 10. c est maior f. quod est propositū. Quod si a sit minor e, per easdem & eodem modo probabitur c esse minorem f, erit enim minor proportio a ad b, quàm e ad b, per primam partem 8, ideo per 11 & per conuersam proportionalitatem, minor erit c ad d, quàm f ad d, & ideo per primam partem 10. erit c minor f. quod est propositum. Si autem a sit æqualis e: erit per primā partem 7 proportio a ad b sicut e ad b sicut e ad b, & ideo per secundam partem 11 & conuersam proportionalitatē. erit c ad d. sicut f ad d, quare per primam partē 9, c est æqualis f, quod est propositum.

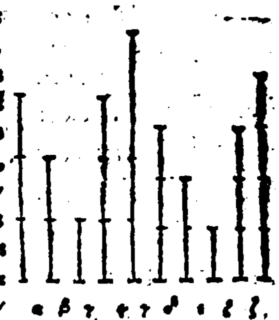


CAMPANI additio. Quidam autē hanc conclusionē demōstrauerūt per proportionalitatē. permutatim, hoc modo. proportio a ad b. est sicut c ad d, ergo permutatim a ad c, sicut b ad d. & quia rursus b ad e sicut d ad f, erit permutatim b ad d sicut e ad f. sed erat b ad d. sicut a ad c. ergo per 11 erit a ad c. sicut e ad f. itaq; per 14. si a prima est maior e tertia. erit c. secūda maior f, quarta. & si minor, minor, & si æqualis, æqualis, quod est propositum. Isti autem errauerunt in sua demonstratione. quia si esset intentio Euclidis sic demonstrare, non oporteret ipsum præmittere hanc cōclusionem pro antecedente ad æquam proportionalitatem. si enim rursus fiat una permutatio proportionalitatis ad quam deuētum est. quæ est esse a ad c sicut e ad f, sequitur quod sit a ad e sicut c ad f, & hoc est æqua proportionalitas. Præterea eorum cōclusio non sequitur nisi omnes quantitates amborū ordinū fuerint generis unius. Si enim a b e, sint lineæ & c d f. superficies. aut corpora, aut tempora, non erit tunc permutare proportiones, peccant igitur uniuersaliter dictum, particulariter demonstrantes.

Eucli. ex Zamb. Theorema 20 Propositio 20

20 Si fuerint tres magnitudines, & aliæ eisdem æquales numero, binæ sumptæ & in eadem ratione, ex æquali autē prima tertia maior fuerint, & quarta sexta maior erit, & si æqualis, æqualis, & si minor, minor.

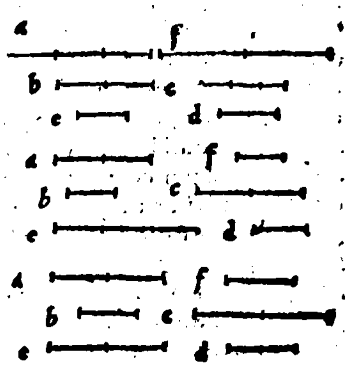
THEON ex Zamb. Sint tres magnitudines α β γ, & aliæ eisdem æquales numero δ ε ζ, binæ sumptæ & in eadem ratione, sicut quidem α ad β, sic δ ad ε, sicutque β ad γ, sic ε ad ζ. Ex æquali autẽ sit maior α, quàm γ. Dico quod & δ, quàm ζ maior erit, & si æqualis, æqualis, & si minor, minor. Quoniam enim maior est α, quàm γ, alia autem quædam β, maior autem ad eandem (per 8 tertij) maiorem rationem habet quàm minor, igitur α ad β, maiorẽ rationem habet quàm γ ad β. Sed sicut est quidem α ad β, sic est δ ad ε, sicutque γ ad β, rursus sic ζ ad ε. Et δ, igitur ad ε maiorem rationem habet quàm ζ ad ε, (per correlarium 4 quinti. Ad eandem autem rationem habentium, maiorẽ rationem habens, maior est (per 10 quinti.) maior igitur est δ, quàm ζ. Similiter quoque ostendemus, quod si æqualis est α ipsi γ, æqualis erit & δ, ipsi ζ, & si minor, minor. Si fuerint igitur tres magnitudines, & aliæ eisdem æquales numero, binæ sumptæ & in eadem ratione, ex æquali autem prima tertia maior fuerit, & quarta sexta maior erit, & si æqualis, æqualis: & si minor, minor: quod oportebat demonstrare.



Eucli. ex Camp. Propositio 21

21 Si fuerint quotlibet quantitates aliæque secundum earum numerum, quarum quæque duæ ex prioribus quibusque duabus ex posterioribus peruersim comparatæ secundum proportionem earum fuerint, necesse quoque est ut si fuerint in proportionalitate æqualitatis priorum prima ultima maior, & posteriorum prima ultima esse maiorem, si autem minor, & minorem. Si uero æqualis, & æqualem.

CAMPANVS. Secundum antecedens, sint tres quãtitates a b e, sumãturq; aliæ tres quæ sunt f c d & sit proportio a ad b, sicut c ad d, & b ad e, sicut f ad c, dico quod si a est maior e, erit maior d, & si minor, minor: & si æqualis, æqualis, hoc autem probatur per easdem & eodem modo, quo præcedens, si enim a sit maior e, erit maior pportio a ad b quàm e ad b, quare maior c ad, quã e ad b, & ideo maior quàm c ad f, maior igitur f, quàm d, per secundam partem 10 quod est propositum. Quod si a sit minor e, erit tandem minor c ad d quàm ad f, quare per candẽ partẽ eiusdẽ f, erit minor d. Si autẽ a sit æqualis e, sequitur ut sit proportio c d sicut c ad f, igitur per secundam partem 9 erit f æqualis d, quod est propositum



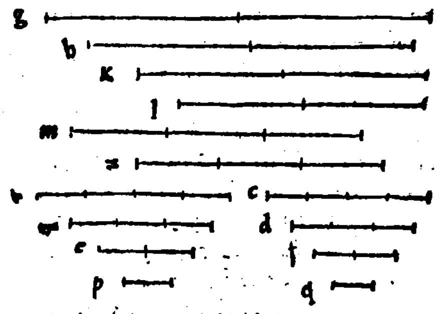
Eucli. ex amb. Theorema 21 Propositio 21

21 Si fuerint tres magnitudines & aliæ eisdem æquales uumero, binæ sumptæ & in eadem ratione. fuerit autem perturbata earũ proportio, ex æquali uero prima tertia maior fuerit, & quarta sexta maior erit & si æqualis, æqualis: & si minor, minor.

THEON ex Zamberto. Sint tres magnitudines α β γ, & aliæ eisdem numero æquales δ ε ζ, binæ sumptæ, & in eadẽ ratione, sit autẽ earũ proportio perturbata sicut quidẽ α ad β, sic ε ad ζ, sicutque β ad γ, sic δ ad ε, ex æquali autẽ, α, quàm γ, sit maior. dico quod & δ, quàm ζ, maior erit, & si æqualis, equalis: & si minor, minor. Quoniam enim maior est α, quàm γ, & alia quædam β, igitur (per 8 quinti,) α ad β, maiorem habet rationem quàm γ ad β. Sed sicut quidem α ad β, sic ε ad ζ, sicutque γ ad β, rursus sic ε ad δ, & ε, igitur ad ζ, maiorem rationem habet, quàm ε ad δ. (per correlarium quartæ quinti.) Ad quã autem eadem maiorem rationẽ habet illa, minor igitur est ζ, quàm δ, maior igitur est δ, quàm ζ. Similiter quoque ostendemus, quod & si æqualis fuerit α, ipsi γ, æqualis erit & δ, ipsi ζ. & si minor, minor. Si fuerint igitur tres magnitudines & aliæ eisdem æquales numero binæ sumptæ & in eadem ratione, fuerintque perturbata earum proportio, ex æquali autem prima tertia maior fuerit, & quarta sexta maior erit, & si æqualis, æqualis, & si minor, minor: quod demonstrare oportebat.

22 SI fuerint quotlibet quantitates aliæq́ secundum earum nume- rum quarum quæque duæ secũdum proportionem duarum ex primis in æqua proportionalitate, proportionales erunt.

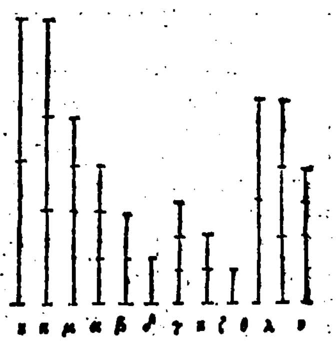
CAMPANVS Demonstratis antecedẽtibus ad æquam proportionalitatem, hic demonstrat eam, & primo, cum quãtitates duorum ordinum sunt directe proportionales. Non est autem necesse ut demonstraretur, nisi cum in utroque duorũ ordinũ sunt tantum tres quantitates. Per hoc enim euidenter sequitur in utroque ordine fuerint quatuor quãtitates, & deinceps, & ideo etiam nõ oportuit eius antecedens demonstrari, non solũ cum in utroque ordine sunt etiã tres quãtitates. Sint igitur tres quantitates, a b e, sumanturq́ tres aliæ quæ sunt c d f. & sit proportio a ad b, sicut c ad d, & b ad e, sicut d ad f, dico quod erit a ad e, sicut c ad f. Sumam enim g ad a, & h ad c, æque multiplicia. Itemque k ad b, & l ad d, æque & rursus m ad e, & n ad f, æque eritq́ per 4, g ad k, sicut h ad l, & k ad m, sicut l ad n, quare per 20, si g est maior m, erit h maior n, & si minor, minor: & si æqualis, æqualis: igitur per diffinitionem incõtinuæ proportionalitatis, proportio a ad e, est sicut c ad f, qđ est propositum. Potest quinque hoc demõstrari per 15 huius, sumptis g k m, ad a b e, & h l n, ad c d f, æque multiplicibus, erit enim per 15, g ad k, sicut h ad l, & k ad m, sicut l, ad n. Cætera pertracta ut prius. Quod si fuerint quantitates plures tribus in utroque ordine utpote quatuor, additis p & q, ita quod sit e ad p, sicut f ad q, erit iterum a ad p, sicut c ad q, erit enim a ad e, sicut ad f: hoc enim demonstratum est, sublatis igitur b & d, erunt tres quantitates a, e p, & aliæ tres c f q, ut proponitur, quare a ad p, sicut c ad q. Sicutq́ demonstratur de quatuor per tres, sublato uno medio, eodem modo demonstrabis de quinque per quatuor, sublatis duobus medijs, & de sex per quinque, sublatis tribus, & sic de cæteris.



Eucli. ex Zamb. *Theorema 22.* *Propositio 22*

22 Si fuerint quælibet magnitudines & aliæ eisdem æquales numero binæ sumptæ in eadem ratione, etiam ex æquali in eadem ratione erunt,

THEON ex Zamb. *Sint quælibet magnitudines α β γ, & aliæ eisdem æquales numero δ ε ζ, binæ sumptæ in eadem ratione, sicut quidem α, ad β, sic δ, ad ε, sicutq; β ad γ, sic ε ad ζ. Dico quod etiam ex æquali in eadem ratione erunt, sicut α, ad γ, sic δ, ad ζ. Sumantur quidem ipsarum α δ, æque multiplices η θ, ipsarũ autẽ β ε, aliæ quæuis æque multiplices κ λ, & insuper ipsarũ γ ζ, aliæ quæuis multiplices μ ν. Et quoniam est sicut α, ad β, sic δ, ad ε, & sumptæ sunt ipsarum α δ, æque multiplices η θ, ipsarum autem β ε, aliæ quæuis æque multiplices κ λ, est igitur (per 4 quinti) sicut η, ad κ, sic θ ad λ, & per hoc sicut κ, ad μ, sic λ, ad ν. Quoniam igitur tres magnitudines sunt η κ μ, & aliæ eisdem æquales numero θ λ ν, binæ sumptæ & in eadem ratione, ex æquali igitur (per 20 quinti) si excedit η, ipsam μ, excedit & θ, ipsam ν, & si æqualis, æqualis: & si minor, minor. Sunt autem η θ, ipsarum α δ, æque multiplices, & μ ν, ipsarum γ ζ, aliæ quæuis æque multiplices: est igitur (per 6 diffinitionem quinti) sicut α, ad γ, sic δ, ad ζ. Si fuerint igitur quælibet magnitudines & aliæ æquales numero binæ sumptæ in eadem ratione etiam ex æquali in eadem erunt ratione, quod demonstraße oportuit.*

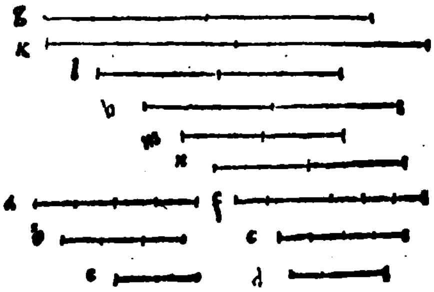


Eucli. ex Camp. *Propositio 23*

23 SI fuerint quotlibet quantitates aliæq́ secundum earum numerum, quarum ex prioribus quæque duæ secundum proportionem duarũ ex prioribus indirecte proportionatæ, in æqua proportionalitate proportionales erunt.

Camp.

CAMPANVS Demonstrat æquam proportionalitatem in quantitatibus duorū ordinum indirecte siue peruersim proportionatis. Nec est necesse quod demonstretur, nisi cum in utroque quorum ordinum sunt tantum tres quantitates, per hoc enim euidenter sequitur quæcunque ponantur in utroque ordine, sicut in præmissa de directe proportionatis demōstratum est. Sint igitur tres quantitates a b e, sumanturque aliæ tres quæ sint f c d, & sit proportio a ad b. sicut c ad d, & b ad e, sicut f ad c, dico quod erit a ad e, sicut f ad d. Sumam enim g ad a. & h ad c. & k ad f, æque multiplicia. itemque l ad b, & m ad e, & n ad d, æque eritque per 4, d, ad l, sicut h ad n, & per 15, l ad m, sicut k ad h, quare per 21, si g addit super m. & k cadit super n: & si minuit, minuit: & si æquat, æquat: ergo per diffinitionem incōtinuæ proportionalitatis, proportio a ad e, est sicut f ad d, quod est propositum.



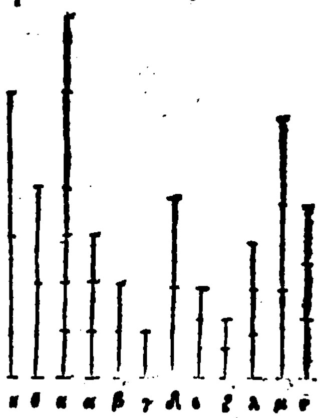
Potest quoque & hoc demonstrari per decimamtertiā huius, sumptis g l m ad a b e, & k, h, n, ad f c d, æque multiplicibus, erit enim per decimamquintam g ad l, sicut h ad n & l ad m, sicut k ad h, cætera pertracta ut prius. Cōuenientius tamen demonstrantur hæc & præmissa, secundum primum modum.

Quod si plures tribus fuerint quantitates in utroque ordine, utpote quatuor additis p & q, ita quod sit a ad b sicut d ad q, & b ad e, sicut c ad d, & e ad p sicut f ad c, erit iterum a ad p, sicut f ad q, erit enim per prædemonstrata a ad e, sicut c ad q. Sublatis igitur b & d, erunt tres quantitates a e p, & aliæ tres f c q, ut proponitur, quare a ad p, sicut f ad q. Sic igitur demōstratur de quatuor per tres, sublato uno medio. Eodem modo demonstrabis de quinque per quatuor, sublatis duobus medijs, & de sex per quinque, sublatis tribus, & sic in cæteris.

Eucli. ex Zamb. *Theorema 23* *Propositio 23*

23 Si fuerint tres magnitudines aliæque eisdem æquales numero binæ sumptæ in eadem ratione, fuerit autem perturbata earum proportio, etiā ex æquali in eadem ratione erunt.

THEON ex Zamberto. *Sint tres magnitudines α β γ, & aliæ eisdem æquales numero binæ sumptæ in eadē ratione δ ε ζ, sit autem perturbata ipsarum proportio, sicut quidem α ad β, sic ε ad ζ, sicutque β, ad γ, sic δ, ad ε. Dico quod est sicut α, ad γ, sic est δ, ad ζ. Sumantur, inquam, ipsarū α β δ, æque multiplices η θ κ, ipsarū autē γ ε ζ. aliæ quæuis æque multiplices λ μ ν. Et quoniam æque sunt multiplices η θ, ipsarum α β, partes autem eodem modo multiplicium eandē habēt rationē (per 15 quinti,) est igitur sicut α, ad β, sic η, ad θ. Ac per hoc, etiam sicut ε, ad ζ, sic μ, ad ν, & est sicut α, ad β, sic ε, ad ζ, & sicut igitur η ad θ, sic μ, ad ν, (per 11 quinti.) Et quoniam est sicut β, ad γ, sic, est δ ad ε, & sumptæ sunt ipsarum quidem β δ, æque multiplices θ κ, ipsarum autē γ ε, aliæ quæuis æque multiplices λ μ, est igitur sicut θ, ad λ, sic κ, ad μ, *& uicissim (per 16 quinti,) sicut β, ad δ, sic γ. ad ε. Et quoniam θ κ, ipsarum β δ, æque sunt multiplices, partes autē æque multiplicium eandē habent rationē (per 15 quinti) est igitur sicut β, ad δ, sic θ, ad κ. Sed sicut β ad δ. sic γ. ad ε, & sicut igitur θ, ad κ, sic λ, ad μ, (per 11 quinti.) Rursus quoniam λ μ, ipsarū γ ε, æque sunt multiplices, est igitur γ, ad ε, sic λ ad μ, Sed sicut γ ad ε, sic θ, ad κ, & sicut θ, ad γ, sic λ, ad μ, & uicißim) per 16 quinti) sicut θ, ad λ, & κ ad μ. Ostensum autem quod sicut η, ad θ, & sic μ, ad ν. Quoniā igitur tres magnitudines sunt proportionales η θ λ, & aliæ eisdem æquales numero κ μ, ν, binæ sumptæ in eadē ratione, & est earū perturbata proportio, ex æquali igitur (per 21 quinti) si excedit η, ipsum λ, & excedit κ. ipsum ν, & si æquale, æquale: & si minus, minus. Sunt autem η κ, ipsarum α δ, æque multiplices, & λ ν, ipsarum γ ζ, æque sunt multiplices, est igitur sicut α, ad γ, sic δ, ad ζ,) per 6 diffinitionem quinti. Si fuerint igitur tres magnitudines, & aliæ eisdem æquales numero binæ sumptæ in eadem ratione, fuerit autem perturbata ipsarum proportio, etiam ex æquali in eadem ratione erunt. Quod demōstrasse oportuit.*

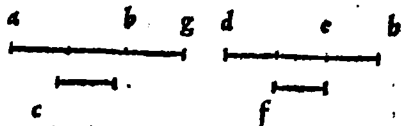


Eucli. ex Camp. Propositio 24

Si fue-

24 SI fuerit proportio primi ad secundum tanquam tertij ad quartum: proportio uero quinti ad secũdum tanquã sexti ad quartum, erit proportio primi & quinti pariter acceptorum ad secundum, tanquam sexti & tertij pariter accepto ra ad quartũ.

CAMPANVS. Quod secunda proposuit de multiplicibus, hæc proponit uniuersaliter de omnibus proportionibus: unde hæc est illa tanto communior, quãto multiplicitate proportio & se habet ad illam, quemadmodum 11 ad primã.

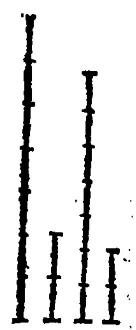


Sit igitur proportio a b ad c, sicut d e ad f: & item b g ad c, sicut e h ad f: dico quod proportio a g ad c, est sicut d h ad f. Erit enim per cõuersam proportionalitatem, c ad b g, sicut f ad e h: quare per 22. erit in æqua proportionalitate a b ad b g: sicut e d ad e h: ergo cõiunctim per 18, a g ad g b, sicut d h ad h e: itaq; per 22, erit in æqua proportionalitate a g ad c, sicut d h ad f, quod est propositum.

Eucli. ex Camp. Theorema. 24. Propositio. 24.

24 Si primum ad secundum eandem habuerit rationẽ & tertium ad quartum, habuerit autem & quintum ad secundum eandem rationem & sextum ad quartũ: etiam composita primum & quintum ad secundum, eandem habebunt rationem, & tertium & sextum ad quartum.

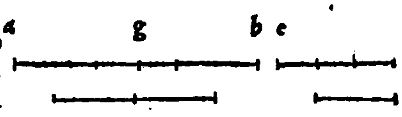
THEON ex Zamberto. *Primum etiam α β, ad secundum γ eandem habeat rationem, & tertium δ ε ad quartum ζ, habeat autem & quintum β η, ad secundum γ: eandem rationem & sextum ε θ ad quartum ζ. Dico quod etiam composita primum & quintum α η ad secundum γ eandem habebunt rationem: ac tertium & sextum δ θ ad ipsum ζ quartum.* Quoniam enim *est sicut β η ad γ, sic est ε θ ad ζ: conuersim quoq; sicut γ ad β η, sic ζ ad ε θ.* Quoniam igitur *est sicut α β ad γ, sic δ ε ad ζ, sicut autem γ ad β η, sic ζ ad ε θ: ex æquali igitur (per 22 quinti) est sicut α β ad β η, sic δ ε ad ε θ.* Et *quoniam disiunctæ magnitudines proportionales sunt, compositæ quoq; proportionales erunt (per 18 quinti: sicut igitur α η ad η β, sic δ θ ad θ ε: est autem & sicut β η ad γ, sic ε θ ad ζ: ex æquali igitur (per 22 quinti) est sicut α η ad γ, sic δ θ ad ζ.* Si *primũ igitur ad secundum eandem habuerit rationem & tertium ad quartum, habuerit aũt quintũ ad secundum eandem rationem, & sextum ad quartum: etiam composita primum & quintum ad secundũ candẽ habebunt rationẽ & tertiũ & sextum ad quartũ: quod oportebat demonstrare.*



Eucli. ex Camp. Propositio 25.

25 SI fuerint quatuor quantitates proportionales, fueritq; prima earum maxima, & ultima minima, primam & ultimam pariter acceptas cæteris duabus maius esse necessario comprobatur.

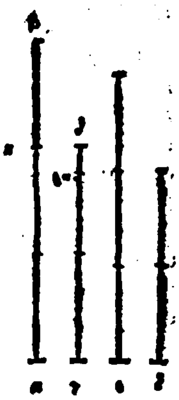
CAMPANVS. Quod hic proponitur, nõ habet locum: nisi cum omnes quatuor quantitates sunt eiusdem generis. Sint igitur quatuor quantitatũ eiusdem generis, proportio a b ad c d, sicut e ad f: sitq; a b, maxima. Neq; oportet ponere quod f sit minima: quia ipsum ex hoc sequitur, quod a b posita est maxima: unde non posuit hoc auctor in conclusione tanquam positionẽ: sed potius tanquam præcedentis positionis conclusionẽ.



Dico quod cum ita fuerit, maius erit aggregatum ex a b & f, quam ex c d & e. Cum enim a b sit maior e, abscindã ex a b, g b æqualem ei similiter quoq; quia c d est maior f, abscindam ex c d, h d æqualem f. Eritq; per hypothesin a b ad c b, sicut g b ad h d, quare per 19, a g residuum ad c h residuum: sicut totum a b ad totum c d. Cum ergo a g se habet ad c h sicut a b ad c d, sed a b est maior c d: quare a g maior est c h: additis igitur utriq; duabus quantitatibus g b & h d, erit per cõmunem scientiam, aggregatum ex a b & h d maius aggregato ex c d & g b: & quia d h posita est æqualis f, & g, b e: maius erit aggregatum ex a b & f, quàm aggregatũ ex c d & e: quod est propositum.

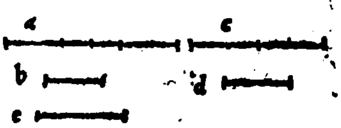
25 Si quatuor magnitudines proportionales fuerint, maxima earum & minima, reliquis maiores erunt.

THEON ex Zamberto. *Sint quatuor magnitudines proportionales αβ, γδ, ε, ζ: sicut αβ ad γδ, sic ε ad ζ. Sit autem maxima earum αβ, minima uero ζ. Dico quod ipsæ αβ & ζ, ipsis γδ & ε maiores sunt. Ponatur, inquã, (per tertiã primi) ipsi ε æqualis αη, & ipsi ζ æqualis γθ. Quoniam igitur est sicut αβ ad γδ, sic ε ad ζ: æqualis autem est ε ipsi αη, & ipsi ζ æqualis γθ: est igitur sicut αβ ad γδ, sic αη ad γθ, & quoniam est sicut totum αβ ad totum γδ, sic ablatum αη ad ablatum γθ: & reliquum igitur ηβ (per 19 quinti) ad reliquũ θδ, erit sicut totũ αβ ad totum γδ. Maior autem est αβ, quàm γδ: maior igitur est ηβ, ipsa θδ. Et quoniam æqualis est αη ipsi ε, & γθ ipsi ζ: igitur αη & ζ sunt æquales ipsis γθ ε. Et quoniam si inæqualibus æqualia addantur tota inæqualia fient (per quartam communem sententiam: cum igitur ηβ & θδ sint inæquales, & ηβ maior sit, & ipsi quidem ηβ addantur αη & ζ: ipsi uero θδ addantur γθ & ε, producentur αβ & ζ maiores ipsis γδ & ε. Si quatuor igitur magnitudines proportionales fuerint, maxima & minima earum, reliquis maiores erunt, quod demonstrare oportebat.*



Nouem sequentes propositiones quas ad 25 adiecit Campanus, nihil in Zamberto eis respondens habent: nec plures 25 in uetustioribus Euclidis exemplaribus reperiuntur: quare ex additione Campani esse uidentur.

26 SI fuerit quatuor quantitatum proportio primæ ad secũdam maior quàm tertiæ ad quartam, erit conuersim è contrario secundæ ad primam minor quàm quartæ ad tertiam.

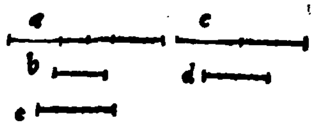


CAMPANVS. Sit proportio a ad b, maior quàm c ad d: dico quod erit è conuerso, modo contrario minor proportio b ad a, quàm d ad c. Si enim est eadem b ad a quæ est d ad c: erit è conuerso a ad b ut c ad d: sed non est, immo maior. At uero si est b ad a maior quàm d ad c, sit e ad a, ut d ad c: eritq́ ex duodecim, e ad a minor quàm b ad a: quare ex prima parte decimæ e est minor b. Ideoq́ ex secũda parte 8, maior erit proportio a ad e, quàm a ad b: & quia per cõuersam proportionalitatem, a ad e, sicut c ad d: erit ex duodecima, proportio c ad d maior quàm a ad b, sed erit minor, relinquitur ergo propositum. Possumus quoq́ (si libet) astruere propositum ostensiue: manifestum enim est ex prima parte decimæ, quod illa quantitas cuius ad b est eadem proportio quæ est c ad d, est minor a: eo quòd ponitur maior proportio a ad b quàm c ad d: illa ergo quantitas sit e: cum sit igitur proportio e ad b ut c ad d: erit è conuerso b ad e, ut d ad c. Constat autem ex secunda parte octauæ, quod proportio b ad a: minor est quàm proportio b ad e. Itaq́ per duodecimam, proportio b ad a: est minor quàm d ad c. Quod uoluimus.

27 Si fuerit quatuor quantitatum maior proportio primæ ad secundam quàm tertiæ ad quartam, erit permutatim maior proportio primæ ad tertiam quàm secundæ ad quartam.

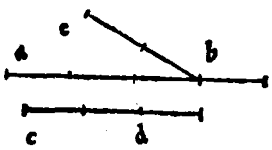
CAMPANVS. Sit hic quoq́ proportio a ad b maior, quàm c ad d: dico quod erit permutatim maior proportio a ad c, quàm b ad d. Eadem enim non erit, quia tunc, quoq́ esset permutatim a ad b, sicut c ad d. Neq́ minor: nam si hoc ponatur: sit itaque,

e ad c,



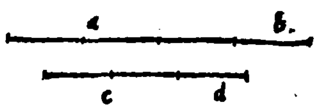
e ad c,ut b ad d : eritq; ex duodecima, maior proportio e ad c, quàm a ad c: quare ex prima parte decimæ,e est maior a. Itaq; per primam partem octauæ, proportio e ad b,est maior quam a ad b. Et quia positum est ut sit e ad c, sicut b ad d: erit permutatim e ad b,sicut c ad d: ex duodecima igitur, maior erit proportio c ad d, quàm a ad b, sed positum erat oppositum, uerum ergo est propositum. Ostensiue quoq; idem,quemadmodum in præmissa.Sumpta enim e ad b,ut c ad d : erit ex prima parte decimæ,e minor a:quia ex prima parte octauæ, maior erit a ad c, quam e ad c. Sed ex permutata proportionalitate, est e ad c,ut b ad d : igitur ex duodecima a ad c:est maior quàm b ad d,quod est propositum.

28 **Si fuerint quatuor quantitates quarum primæ ad secundam sit maior proportio quàm tertiæ ad quartam: erit quoq; coniunctim maior proportio primæ & secundæ ad secundam quàm tertiæ & quartæ ad quartam.**

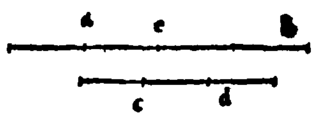


CAMPANVS. Sit maior proportio a ad b, quàm c ad d:dico quod maior erit totius a b ad d,quàm totius c d ad d:quia ipsa neq; erit æqualis,neq; minor. Si enim æqualis tunc erit disiunctim,a ad b ut c ad d. Si autem est minor,sit e b ad b,ut c d ad d:eritq; ex duodecima ,maior proportio e b ad b,quàm a b ad b:itaq; ex prima parte decimæ,e b,est maior quàm a b:& per conceptionem,e maior quàm a,quare ex prima parte octauæ, maior est proportio e ad b, quàm a ad b:sed e ad b est ut c ad d per disiunctam proportionalitatem:eo quod erat e b ad b:ut c d ad d:ergo per duodecimam,c ad d,est maior quàm a ad b:hoc autem est contra hypothesin. Idem etiam ostensiue.Cum enim propositum sit quod maior sit proportio a ad b, quàm c ad d : sit proportio e ad b, ut c ad d: eritq; ex prima parte decimæ,e minor a.Ideoq; ex communi scientia, e b erit minor quàm a b:quare ex prima parte octauæ,maior erit proportio a b ad b,quàm e b ad b. At uero proportio e b ad b,est per coniunctam proportionalitatem,sicut c d ad d:positum enim est,ut sit e ad b,tanquam c ad d:igitur ex duodecima, maior est a b ad b, quàm c d ad d:quod est propositum.

29 **Si fuerint quatuor quantitates quarum primæ & secundæ ad secundam sit maior proportio quàm tertiæ & quartæ ad quartam : erit quoq; disiunctim proportio primæ ad secundam maior quàm tertiæ ad quartam.**

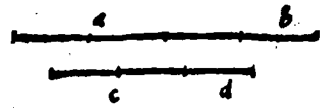


CAMPANVS. Sit proportio a b ad b,maior quàm c d ad d:dico quod erit disiunctim,proportio a ad b,maior quàm c ad d:alioqui erit æqualis uel minor. Quod si æqualis:erit per coniunctam proportionalitatem a b ad b,ut c d ad d. Si autem minor,erit maior c ad d,quàm a ad b:ergo per præmissam, maior erit c d ad d,quàm a b ad b quod est incōueniens,quia positū est quod minor:uerū est ergo quod dicitur. Quod etiam ostensiue astruemus, hoc modo. Ponemus enim ut proportio e b ad b, sit tanquam proportio c d ad d:



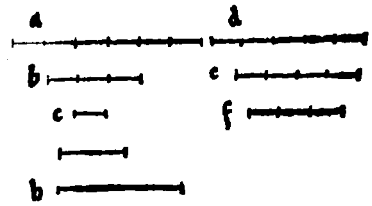
eritq; ex prima parte 10 : e b minor quàm a b : quare ex communi scientia e est minor quàm a : minor igitur est ex prima parte 8, proportio e ad b, quàm sit a ad b : sed proportio e ad b,est sicut c ad d,ex disiuncta proportionalitate: itaq; ex 11,proportio a ad b,est maior quàm sit c ad d,quod est propositum.

30 **Si fuerint quatuor quantitates quarum primæ & secundæ ad secundam sit maior proportio quàm tertiæ & quartæ ad quartam , erit euersim minor proportio primæ & secundæ ad primam quàm tertiæ & quartæ ad tertiam.**



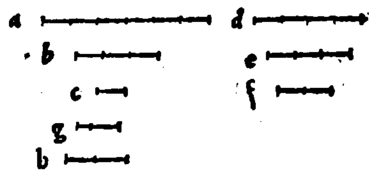
CAMPANVS. Sit maior proportio a b ad b, quàm c d ad d: dico quod euersim minor erit proportio a b ad a, q̃ c d ad d: erit enim disiũctim ex præmissa, maior proportio a ad b, quàm c ad d. Itaque per 26, erit è conuerso minor b ad a, quàm d ad c: quare per ante præmissam, coniunctim minor erit b ad a, q̃ c d ad c, quod est propositum.

31 Si fuerint tres quãtitates in uno ordine, itemq́ tres in alio, fueritq́ primæ priorum ad secundam maior proportio quàm primæ posteriorum ad secundam, itemq́ secundæ priorum ad tertiam maior quàm secundæ posteriorum ad tertiam: erit quoq; primæ priorum ad tertiam maior proportio, quàm primę posteriorum ad tertiam.



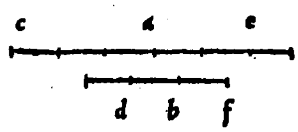
CAMPANVS. Sint tres quantitates, a, b, c, itemq́ aliæ tres, d e f: sitq́ maior proportio a ad b, q̃ d ad e. Itemq́ maior b ad c, quàm e ad f: dico quod maior erit proportio a ad c, quàm d ad f. Sit enim g ad c, ut e ad f: eritq́ ex prima parte 10, g minor b: quare ex secunda parte 8, proportio a ad g, est maior q̃ a ad b: multo maior ergo est proportio a ad g, quàm d ad e: sit itaq; h ad g, ut d ad e: eritq́ ex prima parte 19. a maior h: quare ex prima parte 8, proportio a ad c maior est q̃ proportio h ad c. At uero proportio h ad c, est per æquam proportionalitatem, sicut d ad f: est enim h ad g, ut d ad e, & g ad c, ut e ad f: igitur ex 11, proportio a ad c, est maior q̃ d ad f, quare constat propositum.

32 Si fuerint tres quantitates in uno ordine, itemq́ tres in alio, fueritq́ proportio secundæ priorum ad tertiam maior quàm primæ posteriorum ad secundam, itemq́ primæ priorum ad secundam maior quàm secũdæ posteriorum ad tertiam, erit maior proportio primæ priorum ad tertiam, quàm primæ posteriorum ad tertiam.



CAMPANVS. Sint enim tres quantitates in uno ordine, a, b, c: itemq́ tres in alio, d, e, f, quemadmodũ in præmissa: sitq́ maior proportio b ad e: & maior a ad b, q̃ e ad f: dico quod maior erit a ad c, quam d ad f. Sit enim g ad c, ut d ad e: eritq́ g minor b, per primam partem 10: quare maior erit proportio a ad g, q̃ a ad b, per secundam partem 8: igitur multo maior est a ad g, q̃ e ad f. Sit itaque h ad g, ut e ad f: eritq́ a maior h, ex prima parte 10: quare proportio a ad c, maior est quam h ad c, ex prima parte 8. At uero ex 11, proportio h ad c, est tanquã d ad f: eo quod est g ad c, ut d ad e, & h ad g, ut e ad f: igitur ex 11 maior est proportio a ad c, q̃ d ad f, quod est propositum.

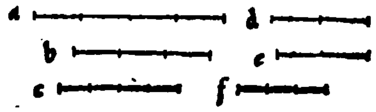
33 Si fuerit proportio totius ad totũ, maior quàm abscisi ad abscisum, erit residui ad residuum, maior proportio quàm totius ad totum.



CAMPANVS. Sint duæ quantitates a, & b, a quibus abscindatur c & d: & residua sunt e & f: sitq́ maior proportio a ad b, q̃ c ad d: dico quod maior erit proportio e ad f, quàm a ad b: erit enim ex 17, permutatim maior proportio a ad c, quam b ad d: quare ex 30, erit euersim minor proportio a ad e, q̃ b ad f, igitur rursus ex 17, permutatim minor erit a ad b: quam e ad f, quod est propositum.

Si quotlibet

34 Si quotlibet quantitates ad totidem alias cóparentur, fueritq́ cuiuslibet præcedētis ad suā relatiuā maior proportio q̄ alicuius subsequētis ad suā, erit omniū harum pariter acceptarum ad omnes illas pariter acceptas maior proportio q̄ alicuius subsequentiū ad suā parē, aut etiam q̄ omniū pariter acceptarū ad oēs pariter acceptas, minor aūt quàm primæ ad primam.



CAMPANVS. Sint tres quantitates a, b, c, relatæ ad totidem alias quæ sint d, e, f, sitq́ maior proportio a ad d, quàm b ad e, & b ad e sit maior q̄ c ad f: dico q᷑ proportio a, b, c, pariter acceptarum ad d, e, f, pariter acceptas, est maior quàm b ad e, uel maior quàm c ad f, & etiam maior quàm b & c pariter acceptarum ad e & f pariter acceptas: & ipsa est minor quàm a ad d. Cū enim sit a ad d maior quàm b ad e: erit permutatim a ad b maior quàm d ad e: & coniunctim a b ad b, maior quàm d e ad e: & iterum permutatim a b ad d e, maior quàm b ad e: quare per præmissam a ad d: est maior quàm a b ad d e. Eodemq́ modo probatur maiorem esse b ad e, quàm b c ad e f: itaq́ maior proportio est a ad d, quàm b c ad e f: quare permutatim maior est a ad b c, quàm d ad e f: & coniunctim maior a b c ad b c, quàm d e f ad e f: & iterum permutatim maior a b c ad d e f, quàm c b ad e f: quare per præmissam, maior est a ad d, quàm a b c ad d e f, quod est propositum.

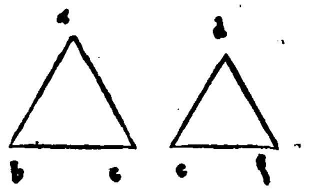
SEXTI LIBRI FINIS.

EVCLIDIS MEGARENSIS GRAECI PHILOSOPHI, GEOMETRICORVM ELEMENTORVM LIBER SEXTVS.

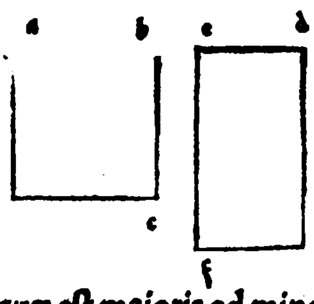
Euclides ex Campano. *Diffinitiones.*

1 SVperficies similes dicūtur, quarū anguli unius angulis alterius æquales, lateraq́ æquos angulos continentia proportionalia.

CAMPANVS. Vt sit trigonus a b c fuerit æquiangulus trigono d e f, fueritq́ angulus a æqualis angulo d, & angulus b æqualis angulo e, & proportio a b ad d e sicut a c ad d f, & b c ad e f, ipsi erunt similes.



2 Superficies mutuorū laterum, sunt inter quarū latera, incontinua proportionalitas retransitiue habetur.



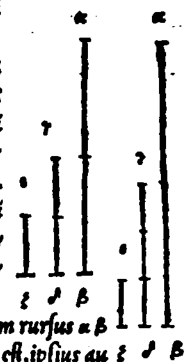
CAMPANVS. Vt si duorū quadrilaterorū a b c, d e f, proportio a b lateris primi ad d c latus secundi fuerit sicut proportio e f lateris secundi ad b c latus primi, illa duo quadrilatera dicuntur mortuorum laterum siue mutekesia.

3 Linea dicitur diuidi secundū proportionē habentē medium & duo extrema, quando eadē est proportio totius ad maiorē sui sectionē quæ est maioris ad minorē.

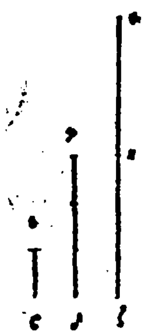
Eucli. ex Zamb. *Diffinitiones.*

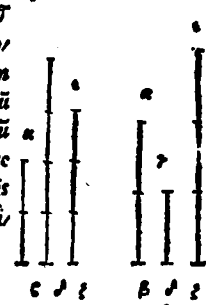
κατὰ μίαν sigil/ latim.

SImiles figuræ rectilineæ, sunt quæ & angulos æquales habent† ad unum, & quæ circa angulos æquales sunt latera proportionalia. 2 Reciprocæ autem figuræ, sunt quādo in utraq; figura antecedentes & consequētes termini rationales fuerint. 3 Extrema & media ratione, recta linea diuidi dicitur, quando fuerit sicut tota ad maius segmentum, sic maius ad minus. 4 Altitudo uniuscuiusq; figuræ, est à uertice ad basin perpēdicularis deducta. 5 Ratio ex duabus rationibus, aut ex pluribus constare dicitur, quando rationum quantitates multiplicatæ, aliquā efficiunt quantitatem.



THEON ex Zamb. Sit enim αβ ad γδ rationem habens datam, ueluti duplam aut triplam aut quamlibet aliam, & γδ ad εζ, eandem quoq; datam. Dico quod ipsius αβ & εζ ratio, constat ex αβ ad γδ, & ex γδ ad εζ. Vel quod ipsius αβ ad γδ rationis quantitas multiplicata in ipsius γδ ad εζ rationis quantitatem, efficit ipsius αε ad εζ rationem. Sit enim primum αε quàm γδ maior, & γδ ipsa εζ: & sit quidē αε, ipsius γδ dupla, & γδ ipsius εζ tripla: quoniā igitur γδ ipsius εζ tripla est, ipsius autē γδ, dupla est αβ: igitur αβ ipsius εζ sexicupla est: quoniam si triplum alicuius duplicamus, fit sexicuplum. hoc enim est proprie cōpositio. Vel sic. Quoniam αβ dupla est ipsius γδ, diuidatur αε in ipsi γδ æqualia, hoc est αη, & ηβ. Et quoniā γδ ipsius εζ tripla est: æqualis autem est αη ipsi γδ: & αη igitur ipsius εζ tripla est. Id propterea, & ηε ipsius εζ tripla est. Tota igitur αβ, ipsius αζ sexicupla est. Ipsius igitur αε ad εζ ratio connectitur per γδ medium limitem, composita ex ipsius αε ad γδ & γδ ad εζ ratione. Similiter autem & si minor fuerit γδ, utraq; ipsarum αε & εζ, idipsum colligitur. Sit enim rursus αβ ipsius γδ tripla, at γδ ipsius εζ sit dimidia: & quoniam γδ ipsius εζ dimidia est, ipsius autem γδ tripla est αε: igitur αε sesquialtera est ipsius εζ: si enim alicuius dimidiū triplicamus, habebit ipsum semel & dimidium. At quoniam ab ipsius γδ tripla est, & γδ ipsius εζ dimidia est, qualiū est αε æqualium ipsi γδ trium, taliū est εζ duorum. Quare sesquialterum est αε ipsius εζ. Igitur ratio ipsius αβ ad εζ: connectitur per γδ medium limitem: composita ex ipsius αε ad γδ, & γδ ad εζ ratione. Sed iam rursus sit γδ utraq; ipsarum αβ & εζ maior, & sit quidem αβ ipsius γδ dimidium, & γδ ipsius εζ sesquitertium. Quoniam igitur qualium est αβ duorum, talium est γδ quatuor, qualium autem γδ quatuor, talium εζ trium: & qualium igitur αε duorum, taliū εζ trium: connectitur igitur rursus ratio ipsius αε ad εζ, per γδ mediū limitem, quæ duorum est ad tria: similiter quoq; & in pluribus, & in reliquis casibus. Et manifestum est quod si à composita ratione quæuis una compositarum auferatur: uno simplicium eiecto, reliqua compositarum assumetur.

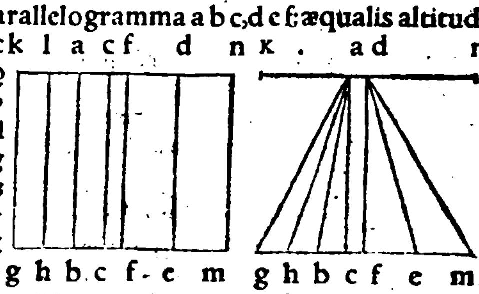




Eucli ex Camp. *Propositio 1.*

1 SI duarum rectilinearum superficierum æquidistantium laterū siue triāgulorum, fuerit altitudo una, tanta erit alterutra earū ad alteram, quanta sua basis ad basin alterius.

CAMPANVS. Sint duo parallelogramma a b c, d e f: æqualis altitudinis: dico esse proportionem eorum sicut b c ad e f: ponam illa duo parallelogramma sup lineā unā, quæ sit g m: erūtq; propter hoc q sunt æqualis altitudinis, inter lineas æquidistantes, quarū sit altera k n, deinde ex linea g m, sumam g c multiplicē secundū quemcūq; numerū uoluero, ad b c, & diuidā eam in partes æquales b c, in punctis h & b, a quibus & puncto g, ducā æquidistantes lineæ a b, quæ sunt g k & h l: & cōplebo supficies æquidistantiū laterū, k h & l b: eritq; unaquæq; earū

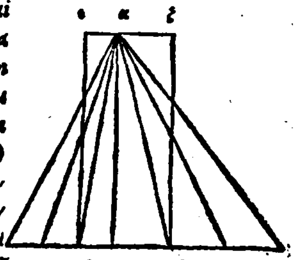


per

per 36 primi: æqualis a c: quare ſicut linea g c eſt multiplex lineæ b c: ita ſuperficies c k, ſuperficiei a c. Si ſimiliter quoq; ad lineã e f ſumã ex linea g m, lineã f m multiplicẽ ſecundũ quencũq; numerũ uoluero ad e f, & cõplebo ſuperficiẽ æquidiſtãtiũ laterũ ducta linea m n æquidiſtãter lineæ d e, eritq; ſupficies n f ita multiplex ſupficiei d f, ſicut linea m f lineæ e f. Et q̃a per 36 primi ſi linea g c eſt maior linea f m, ſupficies k c eſt maior ſuperficie f, & ſi minor, minor. & ſi æqualis, æqualis, erit per diffinitionẽ incõtinuæ, ꝓportiõalitatis, eadẽ proportio baſis b c ad baſin e f, quæ eſt ſuperficiei a c ad ſuperficiẽ d f, quod eſt propoſitũ. De triangulis unius altitudinis idẽ probabis & eodem modo per 35 primi: ductis lineis ab extremitatibus earũ quas ad baſes ſumes multiplices, ad uertices triangulorum. *Eucli. ex Zamb. Theorema 1. Propoſitio 1.*

1 Triangula & parallelogramma, quæ ſub eadem ſunt altitudine, ad ſe inuicem ſunt ut baſes.

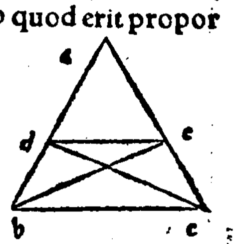
THEON ex Zamberto. Sint triangula quidem αβγ, & αγδ, parallelogramma uero εγ, & γζ, ſub eadẽ altitudine exiſtentia perpendiculari ſcilicet ab α, in βδ, ducta, Dico quod eſt ſicut βγ, baſis ad γδ, baſin: ſic eſt αβγ, triangulũ ad αγδ, triangulum, & εγ, parallelogrammũ ad γζ, parallelogrammũ. Producatur inquã (per 2 poſtulatum) δβ, ex utraque in θλ, ſigna, & ponantur (per 2 primi) ipſi quidem βγ, baſi, æquales, quotcunq; βη, & ηθ, ipſi autem γδ, baſi æquales quotcunq; δκ, & κλ. Connectanturq; αη, αθ, ακ, & αλ. Et quoniam γβ, βη, & ηθ, ſibiinuicem ſunt æquales, & triangula quoque αθη, αηβ, & αβγ, ſibiinuicem ſunt æqualia (per 38 primi.) Quod multiplex igitur eſt θγ, baſis, ipſius βγ, baſis, tam multiplex eſt & triangulum αθγ, trianguli αβγ. Id propterea, quàm multiplex eſt λγ, baſis, ipſius δγ baſis, tam multiplex eſt & αλγ, triangulum, ipſius αδγ, trianguli, & ſi æqualis eſt θγ, baſis, ipſi γλ, baſi, æquum eſt (per 38 primi) triãgulum αθγ, triangulo αγλ, & ſi baſis θγ, excedit baſim γλ, excedit & triangulum αθγ, triangulum αγλ, & minor: minus, (per 6 diffinitionem quinti.) Quatuor iam exiſtentibus magnitudinibus duabus quidem baſibus hoc eſt βγ, & γδ, duobus autẽ triangulis hoc eſt αβγ, & αγδ, ſumptæ ſunt æque multiplices, ipſius quidem βγ, baſis, & ipſius αβγ, triãguli, baſis uidelicet θγ, & triangulum αθγ, ipſorum autem γλ, baſis & αδγ, trianguli: alia quæuis æque multiplicia, hoc eſt baſis γλ, & triangulum αλγ, & demonſtratum eſt quod ſi excedit baſis θγ, baſin γλ, excedit quoque & triangulum αθγ, triangulũ αλγ, & ſi æqualis: æquale, & ſi minor, minus, Eſt igitur ſicut baſis βγ, ad baſin γδ, ſic triangulum αβγ, ad triangulum αγδ, (per ſextam diffinitionem quinti.) Et quoniam (per 41 primi ipſius quidem trianguli αβγ, duplum eſt parallelogrãmum εγ, ipſius autem αγδ, trianguli duplum eſt (per eandem) parallelogrammum ζγ, partes autem eodem modo multiplicium (per 15 quinti) eandem habent rationem: eſt igitur ſicut triangulũ αβγ, ad triangulũ αγδ, ſic parallelogrammũ εγ, ad parallelogrammum γζ. Quoniam igitur patuit ſicut quidem baſis βγ, ad baſin γδ, ſic triangulũ αβγ ad triãgulum αγδ, ſicutque triangulum αβγ, ad triangulum αγδ, ſic parallelogrammum εγ ad parallelograummum ζγ, & ſicut igitur (per 11 quinti) baſis βγ, ad baſin γδ, ſic parallelogrammtm εγ, ad parallelogrammum ζγ. Trianguli igitur & parallelogramma ſub eadem altitudine exiſtentia, ad ſe inuicem ſunt ſicut baſes, quod demõſtrare oportebat.



Eucli. ex Camp. Propoſitio 2

2 SI linea recta duo trianguli latera ſecans, reliquo fuerit æquidiſtans, eam duo illa latera proportionaliter ſecare. Si uero proportionaliter ſecet, eam reliquo lateri æquidiſtare neceſſe eſt.

CAMPANVS. Sit triangulus a b c, cuius duo latera a b, & a c ſecet linea d e, æquidiſtãter tertio lateri quod eſt b c, dico quod erit proportio a d ad d b ſicut a e ad e c, & econuerſo, ſi fuerit proportio a d ad d b ſicut a e ad e c, linea d e erit æque diſtãs lineæ b c, protraham enim duas lineas e b & d c, eritque per 37 primi, triangulus e d b, æqualis triangulo d e c, propter id quod ipſi ſunt ambo ſuper lineam d e, inter lineas æquidiſtantes, itaque per ſecundam partem 7 quinti, proportio trianguli a d e ad utrumque illorum, erit una, ſed proportio eius per præmiſſam ad triangulum e d b, eſt ſicut lineæ a d ad lineam d b, & ad triãgulũ d e c, ſicut lineæ a e ad lineã e c. Nam ipſe cũ utroq; illorũ eſt æqualis altitudinis, quare erit proportio a d ad d b, ſicut a e ad e c, quod eſt primũ. Et ſi hoc fuerit: erit per præmiſſam, ipſius a d e ad utrũq; illorũ ꝓportio una, quare per ſecundã partẽ 9 quinti, ipſi ſunt adinuicẽ æquales, & quia ipſi ſunt ſuper eandem baſin, uidelicet lineam d e, & ex eadem parte: erit per 39 primi,

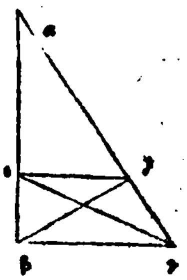


linea d e æquidiſtans lineæ b c, quod eſt ſecundum.

Eucli, ex Zamb. Theorema 2 Propoſitio 2

2 Si trianguli ad unum laterum ducta fuerit aliqua recta linea parallelus proportionaliter ſecat ipſius triãguli latera, & ſi trianguli latera proportionaliter ſecta fuerint, ipſas ſectiones connectẽs recta linea, parallelus ad reliquum erit ipſius trianguli latus.

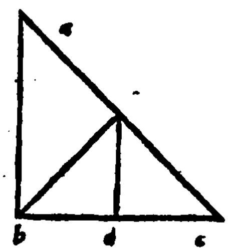
THEON ex Zamberto. *Trianguli enim α β γ. parallelus ad latus β γ, agatur δ ε. Dico quod eſt ſicut β δ, ad δ α, ſic eſt γ ε, ad ε α. Cõnectantur enim β ε, & γ δ, æquale igitur eſt (per 37 primi) triãgulũ β δ ε, triãgulo γ δ ε, in eadem enim ſunt baſi δ ε, & in eiſdem parallelis δ ε, & β γ. Aliud autem quoddam triangulum α δ ε, æqualia autem (per 7 quinti) ad idem eandem habent rationem. Eſt igitur ſicut triangulum β δ ε, ad triangulum α δ ε, ſic triangulum γ δ ε, ad triangulum α δ ε. Sed ſicut quidem triangulum β δ ε, ad triangulum α δ ε, ſic eſt β δ, ad δ α, ſub eadem namque altitudine perpẽdiculari ſcilicet ab ε, in α β, ducta cũ ſint, ad ſeinuicẽ ſunt ſicut baſes (per 1 ſexti.) Ac propterea ſicut triangulum γ δ ε, ad triangulum α δ ε, ſic γ ε, ad ε α, & ſicut igitur (per 11 quinti) β δ, ad δ α, ſic γ ε, ad ε α. Sed iam ipſius α β γ, trianguli, latera α β, & α γ, proportionaliter ſecentur, ſicut β δ, ad δ α, ſic γ ε, ad ε α, & cõnectatur δ ε. Dico quod parallelus eſt δ ε, ipſi β γ. Eiſdẽ nãq; diſpoſitis, quoniã eſt ſicut β δ, ad δ α, ſic γ ε, ad ε α, ſed ſicut quidẽ β δ, ad δ α, ſic triãgulũ β δ ε, ad triangulũ α δ ε, (per 1 ſexti) ſicut aũt γ ε, ad ε α, ſic triangulũ γ δ ε, ad triangulum α δ ε, (per eandem,) & ſicut igitur (per 11 quinti,) triangulum β δ ε, ad triangulũ α δ ε, ſic triangulũ γ δ ε, ad triangulũ α δ ε. Vtrũq; igitur ipſorũ β δ ε, & γ δ ε, triãgulorũ, ad α δ ε, eandem habet rationẽ (per 9 quinti.) Aequale igitur (per eandẽ) eſt triangulũ β δ ε, triãgulo γ δ ε, & in eadem ſunt baſi δ ε, æqualia autem triãgula & in eadem baſi exiſtentia, etiã in eiſdem ſunt parallelis (per 39 primi) parallelus igitur eſt δ ε, ipſi β γ. Si trianguli ad unum latus igitur acta fuerit parallelus aliqua recta linea, proportionaliter ſecat triãguli latera, & ſi triãguli latera proportionaliter ſecta fuerint, ipſas ſectiões coniũgens recta linea, parallelus erit ad reliquũ trianguli latus. Quod demonſtraſſe oportuit.*



Eucli. ex Camp. Propoſitio 3

3 SI ab aliquo angulorum trianguli linea recta ad baſin ducta, angulum illum per æqualia ſecet, duas partes ipſius baſis reliquis eiuſdem trianguli lateribus proportionales eſſe. Si uero duæ partes baſis quas linea ab angulo ducta diſtinguit, reliquis triãguli lateribus proportionales fuerint, lineam illã angulum per æqualia diuidere neceſſario comprobatur.

CAMPANVS Sit trigonus a b c, cuius angulum a diuidat linea a d per æqualia, dico quod proportio b d ad d c. eſt ſicut b a ad a c, & econuerſo, protraham enim b e, æquidiſtantẽ a d, & producam c a, quo uſque concurrat cum b e, in puncto e, eritque per primam partem 29 primi, angulus e b c, æqualis angulo b a d. & per ſecundam partem eiuſdem, angulus c, angulo d a c, quare angulus e, eſt æqualis angulo e b a, ergo per ſextam primi, e a, eſt æqualis a b. & ideo per primam partem ſeptimi quinti, proportio e a ad a c: eſt ſicut b a ad a c, ſed per præmiſſam, e a, ad a c, eſt ſicut b d ad d c. ergo b a ad a c, ſicut b d ad d c, qđ eſt primum. Secunda pars quæ eſt conuerſa primæ partis, probabitur conuerſo modo. Manente enim eadem diſpoſitione, ſi fuerit proportio b a ad a c, ſicut b d ad d c, quia per præmiſſam e a ad a c eſt ſicut b d ad d c, erit eadẽ proportio e a ad a c, quæ eſt b a ad a c, ergo per primã partem 9 quinti e a & a b ſunt æquales. quare per 5 primi duo anguli e & e b a, ſunt æquales, igitur per primam & ſecundam partem 29 primi angulus b a d, eſt æqualis angulo d a c, quod eſt ſecundum.



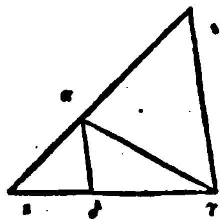
Eucli. ex Zamb. Theorema 3 Propoſitio 3

3 Si trianguli angulus bifariam ſecetur, diſpeſcens autem angulum recta linea ſecuerit & baſin, baſis ſegmenta eandem habebunt rationem reliquis ipſius trianguli lateribus, & ſi baſis ſegmenta eandem habuerint rationem reliquis ipſius trianguli lateribus, à uertice ad ſectionem con

iuncta

iuncta recta linea biſariam diſpeſcit ipſius trianguli angulum.

THEON ex Zamberto. *Sit triangulum α β γ, ſeceturque (per 9 primi,) angulus β α γ, biſariam per rectã lineam α δ. Dico quod eſt ſicut β δ, ad γ δ, ſic eſt β α, ad α γ. Excitetur enim (per 31 primi) per γ, ipſi δ α, parallelus γ ε, & extenſa β α, ei concurrat in ε, & quoniam in parallelos α δ. & ε γ, recta linea α γ, cecidit, angulus igitur α γ ε, (per 29 primi,) æqualis eſt angulo γ α δ. Sed angulo γ α δ, is qui eſt ſub β α δ, ſupponitur æqualis, & angulus igitur β α δ, ei qui ſub α γ ε, eſt angulo, eſt æqualis. Rurſus quoniam in parallelos α δ, & ε γ, recta linea cecidit β ε, (per 28 primi,) angulus exterior β α δ, æqualis eſt angulo interiori α ε γ, oſtenſum autem eſt quod angulus α γ ε. angulo β α δ, eſt æqualis. & angulus α γ ε, igitur, angulo α ε γ, eſt æqualis, quare & latus α ε, lateri α γ, (per 6 primi,) eſt æquale. Et quoniã triãguli β γ ε, ad unũ latus ε γ, parallelus acta eſt α δ, proportionaliter igitur eſt (per 2 ſexti, & per 11 quinti.) ſicut β δ, ad δ γ, ſic β α, ad α ε. Aequalis autem eſt, α ε, ipſi α γ. eſt igitur ſicut β δ, ad δ γ, ſic β α ad α γ.*

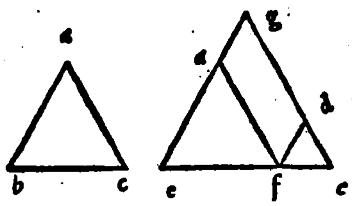


Sed eſto ſicut β δ, ad δ γ. ſic β α, ad α γ, & connectatur α δ. Dico quod biſariam ſecatur angulus β α γ, per rectam lineam α δ. Eiſdem namque diſpoſitis, quoniam eſt ſicut β δ, ad δ γ, ſic eſt β α, ad α γ, ſed ſicut β δ, ad δ γ, ſic β α, ad α ε, (per ſecundã ſexti,) trianguli enim β γ ε, ad unũ latus ε γ, acta eſt parallelus α δ, & ſicut igitur β α, ad α γ, ſic β α, ad α ε, (per 9 quinti,) æqualis igitur eſt α γ, ipſi α ε, quare & angulus qui ſub α ε γ, (per quintã primi,) ei qui eſt ſub α γ ε, eſt æqualis. Sed qui eſt ſub α ε γ, (per 29 primi) exteriori qui eſt ſub α β δ, eſt æqualis, angulus autẽ α γ ε, ei qui uiciſſim eſt ſub γ α δ, angulo eſt æqualis: igitur β α δ. æqualis eſt angulo γ α δ. Angulus igitur β α γ, biſariam diſcinditur ſub α δ, recta linea. Si trianguli angulus igitur biſariam ſecetur eum autem diſpeſcens recta linea ſecuerit & baſin: baſis ſegmenta eandem habebunt rationem reliquis trianguli lateribus, & ſi baſis ſegmenta eandem habuerint rationem reliquis trianguli lateribus, à uertice ad baſin coniũcta recta linea biſariam ſecat ipſius trianguli angulum, quod erat demonſtrandum.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 4

4 OMnium duorum triangulorum quorum anguli unius angulis alterius ſunt æquales, latera æquos angulos continentia ſunt proportionalia,

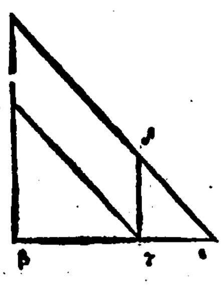
CAMPANVS. Sint duo trianguli a b c, d e f æquianguli: ſitq́ angulus a æqualis angulo d: & angulus b, angulo e: & angulus c angulo f: dico quod proportio d e ad a b, & d f ad a c: eſt ſicut e f ad b c: ponam enim ambos triangulos ſuper lineam unã quæ ſit e c: ita quod duo anguli unius qui erũt ſuper hanc lineam, ſint æquales duobus alterius qui erunt ſuper eandem: non quidem medius medio aut extremus extremo: ſed medius unius, extremo alterius: & ponam duos eorum medios angulos in eodem puncto coire, ſitq́ a f c: ipſe idem triangulus qui



erat a b c: & quia angulus a f c eſt æqualis angulo e, angulus d f e angulo c per hypotheſin: erit per primam partem 28 primi, linea a f æquidiſtans d e, & d f æquidiſtans a c: complebo igitur ſuperficiem æquidiſtantium laterum: quæ ſit g f: eritq́ per 34 primi, g a æqualis d f, & g d æqualis a f. Quia ergo per ſecundam huius g a ad a c, ſicut e f ad f c, & per eandem e f ad f c ſicut e d ad d g: erit per 7 quinti d f ad a c: & per eandem e d ad f a, ſicut e f ad f c, quod eſt propoſitum.

Eucli. ex Zamb. Theorema 3. Propoſitio 4.

4 Æquiangulorum triangulorum proportionalia ſunt latera: quæ circũ æquales angulos, & ſimilis ſunt rationis quæ æqualibus angulis latera ſubtenduntur.



THEON ex Zamberto. *Sint triangula æquiangula α β γ & δ γ ε æquum habentia angulum qui ſub α β γ ei qui ſub δ γ ε eſt angulo. & angulum qui ſub β α γ ei qui ſub γ δ ε, & inſuper angulum qui ſub α γ β ei qui ſub δ ε γ. Dico quod triangulorum α β γ & δ γ ε latera ſunt proportionalia, quæ circum æquales ſunt angulos: eiuſdemq́; rationis, quæ æqualibus angulis latera ſubtenduntur. Ducatur enim in rectam lineam β γ, ipſi γ ε. Et quoniam anguli α β γ & α γ β duobus rectis ſunt minores (per decimamſeptimam primi) æqualis autem eſt angulus α γ β ei qui eſt ſub δ*

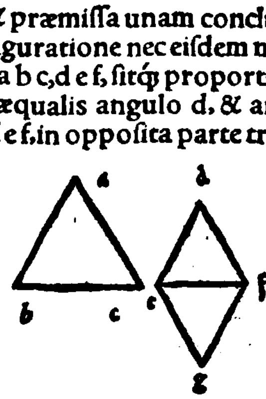
ε γ, ei

εγ, angulo: anguli igitur αβγ & δεγ, duobus rectis sunt minores. Igitur βα & εδ, productæ, in congressum ueniunt. Congrediantur conueniantq́; in ζ: & quoniam per hypothesin angulus δγε angulo αβγ est æqualis: parallelus est (per 28 primi) βζ ipsi γδ. Rursus quoniam per hypothesin, angulus αγβ æqualis est angulo δεγ: parallelus est (per 28 primi) αγ ipsi ζε. Parallelogrammum igitur est, ζαδγ. Aequalis igitur est ζα, ipsi δγ, & αγ ipsi ζδ. Et quoniam (per 2 sexti) trianguli βζε ad latus unum ζε parallelus acta est αγ: est igitur sicut βα ad αζ, sic βγ ad γε. Aequalis autem est αζ ipsi γδ. Sicut igitur (per 11 quinti, βα ad γδ, sic βγ ad γε: & uicißim (per 16 quinti) sicut αβ ad βγ, sic δγ ad γε. Rursus quoniam parallelus est γδ ipsi βζ: est igitur (per 2 sexti) sicut βγ ad γε, sic ζδ ad δε. Aequalis autem est ζδ ipsi αγ. Sicut igitur βγ ad γε, sic αγ ad δε: uicißim igitur (per 16 quinti) sicut βγ ad γα, sic γε ad εδ. Quoniam igitur demonstratum est quod sicut αβ ad βγ, sic δγ ad γε: sicut autem βγ ad γα, sic γε ad εδ: ex æquali igitur (per 22 quinti) sicut βα ad αγ, sic γδ ad δε. Proinde æquiangulorum triangulorũ proportionalia sunt: quæ circũ æquales angulos sunt latera: eiusdemq́; rationis: quæ æqualibus angulis latera subtenduntur, quod fuit demonstrandum.

Eucli. ex Camp. Propositio 5.

5 OMnium duorum triangulorum quorum cunctorum laterum sese respicientium est proportio una, anguli lateribus proportionalibus contenti, æqui sibiinuicem esse probantur.

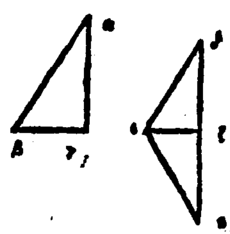
CAMPANVS. Hæc est conuersa prioris. Nec fecit ex ea & præmissa unam conclusionem, sicut fecit in secunda & tertia huius: quia nec eadem figuratione nec eisdem medijs demonstratur quibus præcedẽs. Sint itaq; duo trĩaguli a b c, d e f, sitq́; proportio a b ad d e, & a c, ad d f, sicut b c ad e f, dico quod angulus a, est æqualis angulo d, & angulus b, angulo e, & angulus c, angulo f. Constituã super lineã e f, in opposita parte triãguli d e f, angulum f e g, æqualem angulo b, & angulum e f g, æqualẽ angulo c, eritque per 32 primi, angulus g, æqualis angulo a: ergo per præmissam, proportio a b ad e g, & a c ad f g sicut b c ad e f. quare a b ad d e, sicut ad e g, & a c ad d f, sicut ad f g, igitur per secundam partem 9 quinti, d e, est æqualis e g, & per eandem d f, æqualis f g, quare per 8 primi, duo trianguli d e f, & g e f, sunt æquianguli, quia ergo triãgulus g e f, est etiã æquiangulus triangulo a b c, constat propositum.



Eucli. ex Zamb. Theorema 5. Propositio 5.

5 Si duo triãgula, latera proportionalia habuerint, æquiangula erũt triangula, & æquales habebũt angulos sub quibus eiusdem rationis latera subtenduntur.

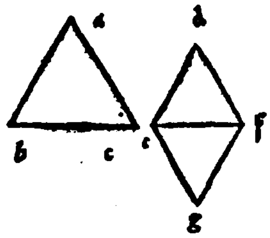
THEON ex Zamberto. Sint bina triangula αβγ & δεζ, latera proportionalia habentia: sicut αβ ad βγ, sic δε ad εζ: sicutq́; βγ ad γα, sic εζ ad δζ: Et præterea sicut βα ad αγ: sic εδ ad δζ. Dico quod æquiangulum est αβγ triangulum, triangulo δεζ: æqualesq́; habebunt angulos, sub quibus eiusdem rationis latera subtendũtur: hoc est, angulum αβγ angulo δεζ: & angulum βγα angulo εζδ: & insuper angulum βαγ, angulo εδζ. Constituatur (per 23 primi) enim ad rectam lineam ε, ad signaq́; in ea ε, ζ: angulo quidem αβγ æqualis angulus ζεη, angulo autem αγβ æqualis qui est sub εζη. Reliquus igitur angulus qui sub βαγ: reliquo qui sub εηζ est æqualis: æquiangulum igitur est triangulum αβγ, triangulo ζεη. Triangulorum igitur αβγ & εηζ proportionalia sunt latera, quæ circum æquales sunt angulos (per 4 sexti) eiusdemq́; triangulis latera subtenduntur. Est igitur sicut αβ ad βγ, sic ηε ad εζ. Sed sicut αβ ad βγ, sic supponitur δε ad εζ. Igitur sicut δε ad εζ, sic ηε ad εζ: utrunq; igitur ipsorum δε & ηε, ad εζ eandem habet rationem. Aequalis igitur (per 9 quinti) est δε, ipsi εη. Id propterea, & δζ, ipsi ζη est æqualis. Quoniam igitur æqualis est δε ipsi εη, communis autem εζ: duæ igitur δε & εζ duabus ηε & εζ sunt æquales: & basis δζ basi ζη est æqualis. Angulus igitur δεζ (per 8 primi) angulo ηεζ est æqualis, & triangulum δεζ (per 4 primi) triangulo ηεζ est æquale, & reliqui anguli reliquis angulis æquales erunt, sub quibus æqualia latera subtenduntur. Aequalis igitur est angulus δζε angulo ηζε, & angulus εδζ angulo εηζ. Et quoniam angulus ζεδ angulo ηζε est æqualis, sed angulus ηεζ angulo αβγ: & angulus αβγ igitur ei qui sub ζεδ angulo est æqualis. Id propterea, & angulus αβγ, angulo δζε est æqualis: & insuper angulus qui ad α, ei qui ad δ. Aequiangulum igitur est triangulum αγβ, triangulo δεζ. Si bina triangula igitur, latera proportionalia habuerint, æquiangula erunt triangula, & æquales habebunt angulos, sub quibus eiusdem rationis latera subtenduntur: quod erat demonstrandum.



Eucli. ex Camp. Propositio 6.

6 OMnes duo trianguli quorum unus angulus unius uni angulo alterius æqualis, lateraq́ illos duos æquos angulos continentia proportionalia, sunt inter se inuicem æquianguli.

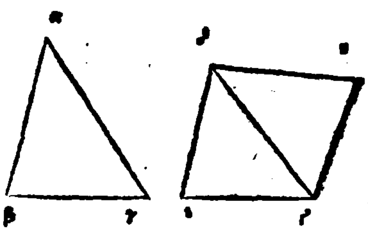
CAMPANVS. Maneat prior dispositio, & sit solũ angulus b, æqualis angulo d e f, & proportio a b ad d e, sicut b c ad e f: dico adhuc duos triãgulos a b c, d e f esse æquiangulos. Cũ sit prima per 4 huius propter hypotheses præmissæ conclusionis, a b ad e g, sicut b c ad e f: erit a b ad d e, sicut a b ad e g: quare per secũdam partem nonæ quinti d e, est æqualis e g. Quia ergo duo latera d e & e f trigoni d e f sunt æqualia duobus lateribus e g & e f trigoni g e f, & angulus e unius angulo e alterius, quia uterq; est æqualis angulo b: ipsi erunt per quartã primi, æquianguli: & quia e g f est etiã æquiangulus a b c, patet propositum.



Eucli. ex Zamb. Theorema 6. Propositio 6.

6 Si bina triangula unum angulum uni angulo æqualem habuerint, & circũ æquales angulos latera proportionalia, æquiangula erũt triangula & æquales habebũt angulos sub quibus eiusdẽ rationis latera subtendũtur.

THEON ex Zamberto. *Sint bina triangula α β γ, & δ ε ζ, unum angulum qui sub β α γ, uni angulo qui sub ε δ ζ, æqualem habentia, & quæ circum æquales angulos latera proportionalia, sicut β α, ad α γ, sic ε δ, ad δ ζ. Dico quod triãgulum α β γ, æquiangulum est ipsi triangulo δ ε ζ, & æqualẽ habebit angulum α β γ, angulo δ ε ζ, & angulum α γ β, angulo δ ζ ε. Cõstituatur enim (per 23 primi.) ad rectam lineam δ ζ, ad signaq; in ea δ ζ, utriq; ipsorum β α γ & ε δ ζ, æqualis angulus ζ δ η, angulo autem α γ β, æqualis angulus δ ζ η, reliquus igitur angulus qui ad β, reliquo angulo qui ad η est æqualis. Aequiangulum igitur est triangulũ α β γ, triãgulo δ η ζ. Proportionaliter igitur est, sicut β α, ad α γ, sic η δ, ad δ ζ.*

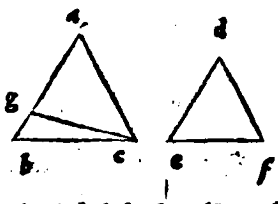


(per 4 sexti. Receptum autem est, quod sicut β α, ad α γ, sic ε δ, ad δ ζ, & sicut igitur (per 11 quinti) ε δ, ad δ ζ, sic η δ, ad δ ζ. Aequalis igitur est (per 9 quinti) ε δ. ipsi δ η. Et communis δ ζ. Duæ iam ε δ, & δ ζ, duabus η δ, & δ ζ: sunt æquales, & angulus ε δ ζ, (per hypothesim) angulo η δ ζ, est æqualis. Basis igitur ε ζ, (per 4 primi,) basi η ζ, est æqualis, & triangulum δ ε ζ, (per eandem) triangulo η δ ζ, est æquale, & reliqui anguli reliquis angulis æquales erunt alter alteri, sub quibus æqualia latera subtenduntur. Aequalis igitur est angulus δ ζ η, angulo δ ζ ε, & qui ad η. ei qui ad ε. Sed angulus qui sub δ ζ η, ei qui sub α γ β, est æqualis, & angulus α γ β, igitur ei qui sub δ ζ ε, est æqualis. Receptum autẽ est. quod angulus β α γ, ei qui sub ε δ ζ, est angulo æqualis est, & reliquus igitur qui ad β. reliquo qui ad ε, est æqualis, æquiãgulum igitur est triangulũ α β γ, triangulo δ ε ζ. Si bina triangula igitur unum angulũ uni angulo æqualem habuerint, circum uero æquales angulos latera proportionalia: æquiangula erunt ipsa triangula, & æquales habebunt angulos sub quibus eiusdem rationis latera subtenduntur, quod demonstrasse oportuit.

Eucli. ex Camp. Propositio 7

7 SI fuerint duo trianguli quorum unus angulus unius uni angulo alterius æqualis, duóque suorum reliquorum angulorum lateribus proportionalibus contenti duorum uero demum reliquorũ uterque aut neuter recto angulo minor, necesse est illos duos triangulos omnibus suis angulis inter se inuicem æquiangulos esse.

CAMPANVS. Sint duo trianguli a b c. d e f, sitq; angulus a, æqualis angulo d, & proportio a c ad d f. sicut c b ad f e. & uterque duorum angulorum b & e, aut neuter, sit minor recto, dico eos esse æquiangulos. Si enim angulus c unius est æqualis angulo f alterius, patet propositum per præmissam. Sin autem, sit c maior, fiatq; angulus a c g, æqualis eidem, eritque per 32 primi, triangulus a g c, æquiangulus triangulo d e f, quare per quartam huius, proportio a c, ad d f: sicut g c, ad e f, sed sic fuit b c ad



ef

e f. ergo per 9 quinti, g c & b c. sunt æquales, ergo per quintã primi angulus b. est æqualis angulo b g c. Si ergo neuter duorum angulorum b & e fuerit minor recto: accidet duos angulos unius trianguli non esse minores duobus rectis, quod esse non potest per 17 primi. Quod si uterq; fuerit minor recto: erit angulus a g c maior recto per 13 primi: quare & angulus e sibi æqualis, est etiam recto maior, quod est contra hypothesin: quare destructo opposito remanet propositum. Oportet autem utrunq; angulorũ reliquorum, aut neutrum, esse minorem recto: possibile enim est in eodem triangulo ut in triangulo a b c, lineam g c esse æqualem b c: & ideo erit a c ad utramq; earum una proportio per 7 quinti. Nec tamen erunt trianguli a g c & a b c æquianguli, quamuis unus angulus unius sit æqualis uno angulo alterius, imo idem ut angulus a: & proportio lineæ a c prout est latus magni ad a c prout est latus parui: sicut b c latus magni ad g c latus parui: utraq; enim æqualis, & hoc est, propter hoc qđ angulus g minoris, est maior recto: & angulus b maioris. minor: Nam in omni triangulo duum æqualium laterum, uterq; angulorum qui sunt ad basin, est minor recto.

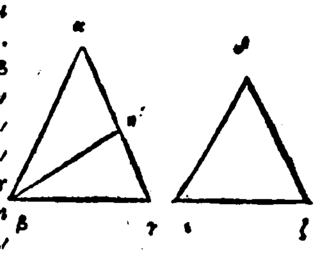
Eucli. ex Zamb. Theorema 7. Propositio 7.

7 Si bina triangula unum angulum uni angulo æqualem habuerint, circum autem alios angulos latera proportionalia, reliquorum uero utrunq; simul aut minorem aut non minorem recto, æquiangula erũt triangula, & æquales habebunt angulos circum quos proportionalia sunt latera.

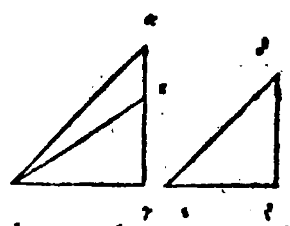
THEON ex Zamberto. *Sint bina triangula α β γ & δ ε ζ: unum angulum uni angulo æqualem habẽtia, eum scilicet qui sub β α γ ei qui est sub ε δ ζ. Circum autem alios angulos α β γ & δ ε ζ, latera proportionalia sicut α β ad β γ, sic δ ε ad ε ζ. Reliquorum uero qui ad γ, ζ, primo utrunq; simul maiorem recto. Dico quod æquiangulum est α β γ triangulũ, ipsi δ ε ζ triangulo: & æqualis erit angulus α β γ, angulo δ ε ζ: & reliquus qui ad γ, reliquo qui ad ζ. Si enim inæqualis est angulus α β γ ei qui sub δ ε ζ est angulo, alter eorum maior est: sit maior angulus α β γ: & constituatur (per 23 primi) ad α β rectam lineam ad signumq; in ea β, ipsi δ ε ζ angulo æqualis angulus α β η. Et quoniã æqualis est angulus qui ad α ei qui est ad δ, & angulus α β η ei qui sub δ ε ζ: reliquus igitur angulus α η β reliquo angulo δ ζ ε est æqualis. Aequiangulum igitur est triangulm α β η, triangulo δ ε ζ. Est igitur (per 4 sexti) sicut α β ad β η, sic δ ε ad ε ζ. Sicutq; δ ε ad ε ζ: * recipitur, sic α β ad β γ. Et sicut igitur (per 11 quinti) α β ad β γ, sic α β ad β η. Igitur (per 9 quinti) α β, ad utrunq; ipsorum β γ & β η, eandem habet rationem: æqualis igitur est β γ ipsi β η. Quare per quintã primi, & angulus qui ad β η γ, angulo qui sub β γ η est æqualis: sed minor recto subijcitur angulus qui ad γ: minor igitur recto est angulus qui sub β η γ. Quare (per 13 primi) & * altrinsecus ipsi angulus α η β, maior est recto: & ostensum est quod æqualis est ei qui ad ζ: & qui ad ζ igitur. maior est recto. Subijcitur autem minor recto, quod est absurdum. Igitur inæqualis minime est angulus α β γ. angulo δ ε ζ. Aequalis autem est & qui ad α signum ei qui ad δ: & reliquus qui ad γ igitur, reliquo qui ad ζ est æqualis. Aequiangulum igitur est triangulum α β γ, triangulo δ ε ζ.*

* ὑπόκειται

* ἐφεξῆς



Sed rursus supponatur uterq; eorum qui ad γ ζ, non minor recto. Dico rursus quod & sic est æquiangulum triangulum α β γ, triangulo δ ε ζ. Eisdem nempe dispositis, similiter demonstrabimus quod æqualis est β γ, ipsi β η: quare & angulus qui ad γ. ei qui sub β η γ est æqualis. At non minor recto est angulus qui ad γ: neq; igitur minor recto est angulus qui est sub β η γ. Trianguli igitur β η γ (per 17 primi, duo anguli duobus rectis nõ sunt minores, qđ est impossibile. Non igitur rursus inæqualis est angulus α β γ, angulo δ ε ζ, æqualis igitur: est autẽ angulus qui ad α, ei qui ad δ æqualis. Reliquus igitur qui ad γ, reliquo qui ad ζ est æqualis. Aequiangulum igitur est triangulum α β γ, triangulo δ ε ζ. Si bina igitur triangula unum angulum uni angulo æqualem habuerint, circum autem alios angulos latera proportionalia, reliquorũ uero utrunq; simul uel minorem uel non minorem recto: æquiangula erunt triangula, & æquales habebunt angulos circum quos proportionalia sunt latera, quod oportuit demonstrasse.



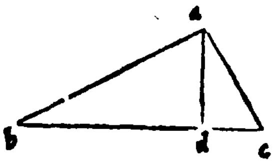
Eucli. ex Camp. Propositio 8.

8 Si ab orthogonij angulo recto, ad basin linea perpendicularis ducatur, fient duo trianguli partiales, toti triangulo & sibijunicem similes.

CORRELARIVM

Vnde etiam manifestum est, quia in omni triangulo rectangulo, si ab eius angulo recto ad basin perpendicularis ducatur, erit ipsa perpendicularis inter duas sectiones ipsius basis proportionalis. Item quod utrumque latus inter totam basin atque sibi conterminalem basis portionem.

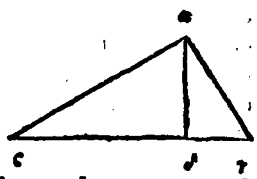
CAMPANVS. Sit trigonus a b c, orthogonus, eiusque angulus a, rectus, à quo ducatur a d perpendicularis ad basin, dico quod uterque duorum triangulorum partialium qui sunt a b d, a d c, similis est totali triangulo a b c, & unus eorum alteri: est enim uterque ipsorum æquiangulus totali per 32 primi, eo quod uterque est orthogonius & in uno angulo cōmunicat cum totali, quare & sibi inuicem sunt æquianguli, ita quod angulus b est æqualis angulo d a c. & angulus b a d, angulo c, & duo anguli qui sunt ad d. sibiinuicem & angulo a totali æquales, quare per 4 huius latera æquos eorum angulorum angulos respicientia: sunt proportiōalia, ergo per diffinitionem sunt similes, quod est propositum. Vtrumque correlarium ex his euidenter apparet.



Eucli. ex Zamb. *Theorema 8* *Propositio 8*

8 **Si in triangulo rectangulo ab angulo recto in basin perpendicularis agatur, quæ ad perpendicularem triangula, similia sunt toti & adinuicem.**

THEON ex Zamb. *Sit triangulum rectangulum α β γ, rectum habens eum qui sub β α γ, angulum, & excitetur (per 12 primi) ab α, in ε γ, perpendicularis α δ. Dico quod simile est utrumque ipsorum α ε δ, & α δ γ, triangulorum, toti α β γ, & insuper adinuicem. Quoniam enim (per 4 postulatum.) æqualis est angulus ε α γ, angulo α δ β, rectus enim uterque est, communis autem est ipsorum duorum triangulorum α β γ, & α ε δ, angulus qui ad ε, reliquus igitur angulus α γ β, reliquo ε α δ, est æqualis (per 32 primi. Aequiangulum igitur est triangulum α β γ, triangulo α ε δ. Est igitur (per 4 sexti) sicut γ β, subtendens angulum rectum, α β γ. trianguli ad β α, subtendentem rectum angulum ipsius α β δ, trianguli, sic eadem α β, subtendens angulum qui ad γ, trianguli α ε γ, ad β δ. subtendentem æqualem angulum β α δ, ipsius α β δ, trianguli, & insuper α γ, ad α δ, subtendentem angulum qui ad ε, communem duorum triangulorum. Triangulum igitur α ε γ, triangulo α β δ, æquiangulum est (per 7 sexti) & quæ circum æquales angulos sunt, latera proportionalia habet. Simile igitur est triangulum α β γ, triangulo α ε δ, (per 1 diffinitionem sexti. Similiter iam ostendemus quod & triangulo α δ γ, simile est triangulum α β γ, utrumque igitur ipsorum α β δ, & α δ γ, triangulorum simile est toti α β γ. Dico etiam quod & adinuicē sunt similia: triangula α β δ, & α δ γ, Quoniam enim rectus angulus β δ α, recto angulo α δ γ, est æqualis (per 4 postulatum) sed & angulus, β α δ ei qui ad γ ostensum est quod est æqualis: reliquus igitur qui ad ε, reliquo qui sub δ α γ, est æqualis.. Aequiangulum igitur est triangulum α ε δ, triangulo α δ γ, est igitur sicut ε δ, ipsius α β δ, trianguli subtendens angulum qui sub β α δ, ad δ α ipsius α δ γ, trianguli subtendentē angulū qui ad γ, æqualem ei qui sub β α δ, sic ipsa α δ, trianguli α ε δ, subtendens angulum qui ad β, ad δ γ, subtendentē angulū qui sub δ α γ, ipsius trianguli α δ γ, æqualem ei qui ad ε, & insuper β α ad α γ, subtendens rectos angulos. Simile igitur est triangulum α β δ, triangulo α δ γ. Si in rectangulo triangulo igitur ab angulo recto in basin perpendicularis agatur, triangula quæ circum perpendicularem similia sunt toti & adinuicem, quod demonstrasse oportuit.*

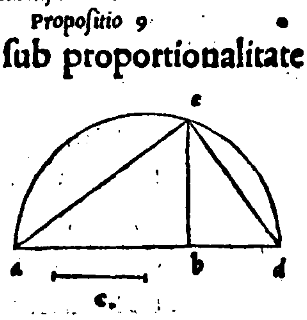


CORRELARIVM. *Ex hoc manifestum est, quod si in rectangulo triangulo ab angulo recto in basin perpendicularis agatur: acta, ipsius basis segmentis media proportionalis est. Et insuper ipsius basis & uniuscuiusque segmentorum, latus quod ad segmentum, medium proportionale est, quod erat demonstrandum.*

Eucli. ex Camp. *Propositio 9*

9 **DVabus lineis propositis tertiam inter eas sub proportionalitate continua collocare.**

CAMPANVS. Sint duæ lineæ propositæ a b & c, inter quas uolo unam lineam in proportionalitate continua collocare. Adiungam unam earum alteri, sitque tota ex eis composita, a d, ita quod b d, sit æqualis c, & super totam describo semicirculum a e d, & produco b e usque ad circūferentiam, perpendicularem ad lineam a d, dico lineam b e, esse quam quærimus, produco enim li

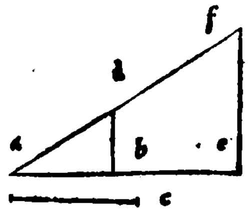


n neas

neas e a & e d, eritque per 30 tertij, angulus e totalis: rectus, quare per primam partem correlarij præmissæ, proportio a b ad b e, sicut b e ad b d, quod est propositum.

Eucli, ex Camp. *Propositio 10.*

10 Duabus lineis datis, tertiam eis in continua proportionalitate subiungere.



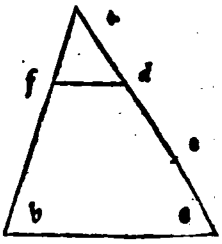
CAMPANVS Sint duæ lineæ propositæ a b & c: quibus uolo tertiam in continua proportionalitate subiungere. Coniungo lineam c angulariter ut contingit, cum linea a b, sitq; a d: ei æqualis. & produco lineã a b usque ad e: donec fiat b e æqualis a d. & protracta linea b d: a puncto e duco lineam sibi æquidistantem. quam & lineã a d: produco quousque concurrant in puncto f, dico igitur lineam d f, esse quam quærimus, est enim per secundã huius, proportio a b ad b e: sicut a d ad d f, & a b ad b e: est sicut a b ad a d. per 2 partem 7 quinti. quare a b ad a d: sicut a d ad d f. quod est propositum.

CAMPANI *additio.* Quod si propositis tribus lineis uelimus inuenire quartam, ad quam sit proportio tertiæ sicut primæ ad secundã: ex prima & secunda fiat linea una & toti compositæ tertia angulariter adiungatur, & a communi termino primæ & secundæ ducatur linea ad extremitatem tertiæ. & ab altero termino secundæ ducatur huic lineæ æquidistans: quousque concurrat cum tertia in cõtinuum rectũque protracta eritque per secundam huius, linea quã hæc æquidistans abscindet: quæ quæritur, quemadmodum si in hac figura fuerit prima a b, secunda b e, tertia a d: erit quarta d f.

Eucli. ex Camp. *Propositio 11.*

11 AB assignata linea, quotamcumque iubearis, partem abscindere.

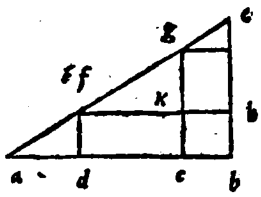
CAMPANVS Sit a b linea assignata, ab ea uolo aliquotam partem utpote tertiam abscindere, coniungo ei angulariter ut contingit lineam indefinitæ quantitatis: quæ sit a c, a qua reseco tres æquas portiones: quæ sunt a d, d e, & e c, & produco lineas c b & d f: sibi æquidistãtes, dico a f esse tertiam a b, est enim per secundam huius, proportio c d ad d a, sicut b f ad f a, quare cõiunctim, c a ad d a: sicut b a ad f a. Cum igitur c a sit tripla ad d a: patet a f esse tertiam a b, quod est propositum.



Eucli. ex Camp. *Propositio 12.*

12 DVabus lineis propositis altera indiuisa altera per partes diuisa, indiuisam quidẽ ad modum diuisæ diuidere.

CAMPANVS. Sint duæ lineæ quas angulariter ut cõtinget coniungam a b & a c, sitque a b diuisa in tres uel qualescũque portiones: signatis in ea punctis d & e, uolo secundum easdem portiones diuidere lineam a c, cum igitur ipsas angulariter coniunxero: protraham lineam b c & æquidistantes ei d f & e g, dico istas æquidistantes diuidere lineam a c: in partes proportionales partibus a b, protraham enim f a æquidistãtem a b, quæ secet e g in puncto k, eritque per secundã huius, proportio g f ad f a: sicut e d ad d a. & c g ad g f: sicut h k ad k f. quare & sicut b e ad e d per 34. primi. & secundã partem 7 quinti, quod est propositum. Oportet autem secundã huius toties repetere: quot erunt partes lineæ a b, minus una. At uero 34 primi & 7 quinti, minus duabus.



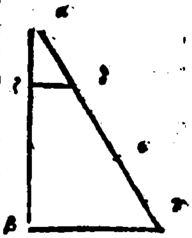
Quinque sequentes ex Zamberto Euclidis propositiones, præpostero ordine quatuor ex Campano præcedentibus respondent, nona undecimæ, decima duodecimæ. undecima & duodecima decimæ cũ additione, decimatertia nonæ.

Eucli.

Eucli. ex Zamb. Problema 1 Propositio 9

9 Data recta linea, imperatam partem abscindere.

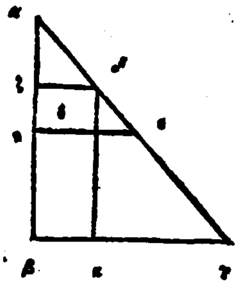
THEON ex Zamberto. *Sit data recta linea α β, oportet iam ex ipsa α β, imperatam partem abscindere. Imperetur tertia, & ducatur ab α recta linea α γ, faciens angulum cum α β, & sumatur contingens signum super α γ, sitque illud δ. & ponatur ipsi α δ, (per 2 primi,) aequalis δ ε, & ε γ, & connectatur β γ, & per δ, ipsi β γ, (per 31 primi,) parallelus excitetur δ ζ. Quoniam igitur trianguli α β γ, ad unum latus β γ, acta est ζ δ, parallelus, proportionaliter igitur est (per 2 sexti,) sicut γ δ, ad δ α, sic β ζ, ad ζ α, dupla autem est γ δ, ipsius δ α, dupla est igitur & β ζ, ipsius ζ α. Tripla igitur est β α, ipsius α ζ. Data igitur recta linea α β, imperata tertia pars ablata est α ζ, quod demonstrasse oportuit.*



Eucli. ex Zamb. Problema 2 Propositio 10

10 Datam rectam lineam nō sectam, datae rectae lineae sectae similiter secare.

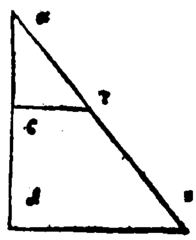
THEON ex Zamberto *Sit quidem data recta linea non secta α β, secta vero sit α γ, oportet iam lineam α β, non sectam, secare similiter lineae α γ, sectae. Sit linea α γ, secta in signis quidem δ ε, & sitae sint, ut angulum contingentem comprehendant, & connectatur β γ, & per δ, ε, ipsi β γ, paralleli excitentur δ ζ, & ε η, (per 31 primi,) & per δ, ipsi α β, parallelus excitetur δ θ κ, (per eandem) parallelogrammum igitur est utrumque ipsorum ζ θ, & θ β, aequalis igitur est quidem δ θ, ipsi ζ η, & θ κ, ipsi η β. & quoniam trianguli δ κ γ, ad unum laterum κ γ, recta linea acta est θ ε, proportionaliter igitur parallelus (per 2 sexti) sicut γ ε, ad ε δ, sic κ θ, ad θ δ, aequalis autem est κ θ, ipsi β η. & θ δ, ipsi η ζ. Est igitur (per 2 quinti) sicut γ ε, ad ε δ, sic β η, ad η ζ. Rursus quoniam trianguli α η ε, ad unum latus ε η, parallelus acta est ζ δ, proportionaliter igitur est (per 2 sexti) sicut ε δ, ad δ α, sic η ζ, ad ζ α, patuit autē quod sicut γ ε, ad ε δ, sic β η, ad η ζ. Est igitur sicut quidem γ ε, ad ε δ, sic β η, ad η ζ, sicut autem ε δ, ad δ α, sic η ζ, ad ζ α. Data igitur recta linea non secta α β, datae rectae lineae sectae α γ, similiter secta est, quod facere oportebat.*



Eucli. ex Zamb. Problema 3 Propositio 11

11 Duabus datis rectis lineis, tertiam proportionalem invenire.

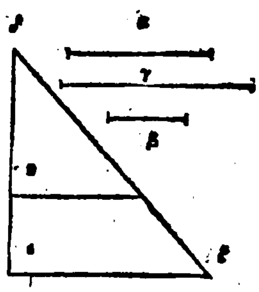
THEON ex Zamberto. *Sint duae datae rectae lineae, β α, & α γ, & sitae sint angulum comprehendentes contingentem, oportet ipsis β α, & α γ, tertiam proportionalem invenire. Producantur enim α β & α γ, ad signa δ ε, & ponatur (per 3 primi,) ipsi α γ, aequalis β δ, & cōnectatur β γ, & per δ, (per 31 primi) ipsi β γ, parallelus excitetur δ ε. Quoniam igitur trianguli α δ ε, ad unum latus δ ε, acta est parallelus β γ, proportionaliter est (per 2 sexti) sicut α β, ad β δ, sic α γ, ad γ ε, aequalis autem est β δ, ipsi α γ, est igitur sicut α β, ad α γ, sic α γ, ad γ ε. Duabus igitur datis rectis lineis α β, & α γ, tertia proportionalis eis inventa est γ ε, quod oportebat facere.*



Eucli. ex Zamb. Problema 4 Propositio 12

12 Tribus datis rectis lineis, quartam proportionalem invenire.

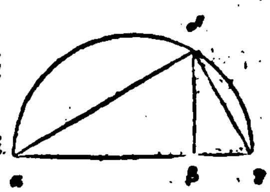
THEON ex Zamberto. *Sint datae tres rectae lineae α β γ, oportet ipsis α β γ, quartam proportionalē invenire. Ponantur duae rectae lineae δ ε, & δ ζ: angulū contingentem comprehendentes eum qui est sub ε δ ζ, & ponatur (per 3 primi) ipsi quidem α, aequalis δ η, ipsi autem β, aequalis η ε, & insuper ipsi γ, aequalis δ θ, & coniuncta η θ, parallelus ei excitetur (per 31 primi) per ε, sitque ε ζ. Quoniam igitur trianguli δ ε ζ, ad unum latus ε ζ, acta est parallelus η θ, igitur (per 2 sexti,) est sicut δ η, ad η ε, sic δ θ, ad θ ζ, aequalis autem est δ η, ipsi α, & η ε, ipsi β, & δ θ, ipsi γ: est igitur sicut α ad β, sic γ, ad θ ζ. Tribus igitur datis rectis lineis α β γ, quarta proportionalis inventa est θ ζ, quod oportebat facere.*



Eucli. ex Zamb. Problema 5. Propositio 13.

13 Duabus datis rectis lineis, mediam proportionalē invenire.

THEON ex Zamberto. *Sint duae rectae lineae α β & β γ, oportet iam ipsarū*

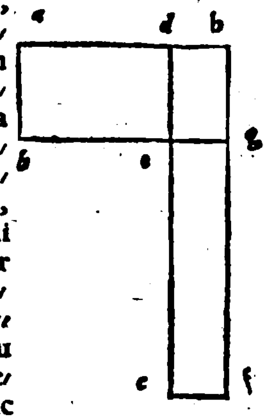


α β, & β γ, mediam proportionalem inuenire. Disponantur (per 14. primi,) rectas lineas, describaturque super α γ semicirculus α δ γ, & excitetur (per 11 primi,) à signo β, ipsi α γ, ad angulos rectos β δ, & connectantur α δ, & δ γ. Quoniam (per 31 tertij.) in semicirculo angulus est, qui sub α δ γ, rectus est, & quoniam in rectangulo triangulo α δ γ, à recto angulo in basin perpendicularis deducta est δ β, igitur (per correlariũ octauæ sexti) δ β, ipsius basis segmẽtis α β, & β γ, media proportionalis est. Duabus igitur datis rectis lineis α β, & β γ, media proportionalis inuẽta est δ β, Quod fecisse oportuit.

Eucli. ex Camp. Propositio 15

13 SI duæ superficies æquidistantium laterum quarum unus angulus unius uni angulo alterius æqualis, æquales fuerint, latera duos æquos angulos cõtinentia mutekesia esse. Si uero latera duos æquos angulos continentia, mutekesia fuerint, duas superficies esse necesse est.

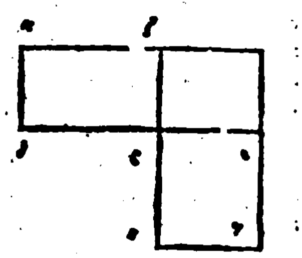
CAMPANVS. Sint duæ superficies b c d & c e f g, æquidistantium laterum & æquales, sitque angulus c unius, æqualis angulo c alterius. dico proportionem b c ad e g, esse sicut e c ad c d, & si proportio b c ad c g fuerit sicut e c ad c d, & prædicti anguli fuerint adhuc æquales. dico illas duas super æquidistantium laterum, esse æquales. Coniungam enim eas angulariter, uidelicet angulum c unius cum angulo c alterius, ita quod duo latera earum quæ sunt b c & c g fiant linea una eruntque similiter duo reliqua latera d c & c e linea una, alioqui sequeretur per præsentem hypothesin, quæ est angulum c unius esse æqualem angulo c alterius, & per 15 primi, partem esse æqualem toti, complebo itaque superficiem æquidistantium laterum, productis lineis a d & f g, quousque cõcurrant in h, eritque per primam partem 7 quinti, utriusque superficiem c h proportio una, & quia per primam huius, proportio superficiei a c ad superficiẽ c h, sicut lineæ e c ad lineã c g, & superficiei c f ad eandem superficiem c h, sicut e c ad c d, manifesta est prima pars propositæ conclusionis. Secunda pars sic patet, per primam enim huius, est proportio b c ad c g, sicut a c ad c h, & e c ad c d, sicut c f ad eandem c h, & quia positũ est quod proportio b c est ad c g sicut e c ad d: erit utriusque duarum superficierum a c & e g ad superficiem c h una proportio, ergo per primam partem 9 quinti, a c, est æqualis c f: sicque patet secunda pars.



Eucli. ex Zamb. Theorema 1 Propositio 15

13 Aequalium, & unum uni æqualem habentium angulum parallelogrãmorum reciproca sunt latera, quæ circum æquales angulos & quorum parallelogrammorum unum augulum uni angulo æqualem habentium reciproca sunt latera quæ circum æquales angulos, ea quoque sunt æqualia.

THEON ex Zamberto. Sint æqualia parallelogramma α β, & ϐ γ, æquales habentia angulos qui ad ϐ, & constituantur (per decimamquartam primi in rectas lineas, δ β. & γ ε, in rectas lineas igitur sunt ζ β, & ϐ η. Dico quod ipsorum α β, & ϐ γ, reciproca sunt latera quæ circum æquales angulos, hoc est quod sicut est β δ, ad ϐ ε, sic est η ϐ, ad β ζ. Compleatur namque parallelogrammum ζ ε. Quoniam igitur (per hypothesin æquum est α β, parallelogrammum ipsi β γ, parallelogrammo, aliud autem quoddam ζ ε, est igitur (per septimam quinti,) sicut α ϐ, ad ζ ε, sic β γ, ad ζ ε. Sed sicut quidem α β, ad ζ ε, sic δ β, ad β ε, sicutque β γ, ad ζ ε, sic η β, ad β ζ. & sicut igitur (per primam quinti,) δ β, ad ϐ ε, sic η ϐ, ad β ζ, ipsorum igitur α β, & ϐ γ, parallelogrammorum reciproca sunt latera, quæ circum æquales angulos.



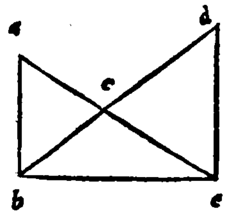
Verũ sint latera reciproca, quæ circũ æquales sunt angulos, estoq; sicut δ β, ad ϐ ε, sic η β, ad ϐ ζ. Dico quod æquale est parallelogrammũ α ϐ, ipsi ϐ γ, parallelogrammo, Quoniam enim est sicut δ β, ad ϐ ε, sic η ϐ, ad β ζ, sed sicut quidem δ β, ad ϐ ε, sic (per 1 sexti) α β, parallelogrammum ad ζ ε, parallelogrammũ, sicut aũt η ϐ, ad ϐ ζ: sic ϐ γ: parallelogram-

logrammon ad ζ ε, & ut igitur (per 11 quinti) α β, ad ζ ε, sic ζ γ, ad ζ ε, æquum igitur est α β, parallelogrammum, ipsi β γ, parallelogrammo. Aequalium igitur & æquiangulorum parallelogrammorum reciproca sunt latera: quæ circum æquales angulos, & quorum æquiangulorum parallelogrammorum reciproca sunt latera, quæ circum æquales angulos, ea quoque sunt æqualia. quod demonstraße oportuit.

Eucli. ex Camp. *Propositio 14*

14 SI duo trianguli quorum unus angulus unius uni angulo alterius æqualis, æquales fuerint. latera duos angulos æquos continentia erunt mutekesia. Si uero latera duos æquos angulos cõtinentia fuerint mutekesia, duo trianguli æquales esse comprobantur.

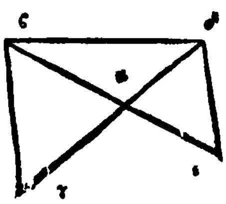
CAMPANVS Sint duo trianguli a b c, c d e, æquales, sitque angulus c, unius, æqualis angulo c alterius, dico proportionem a c ad c e, esse sicut d c ad c b, & si fuerit proportio a c ad c e, sicut d c ad c b, & prædicti anguli fuerint adhuc æquales, dico illos duos triangulos esse æquales. Coniungam enim eos angulariter ita quod latera a c & c e, fiant linea una eruntq; similiter b c, & c d, linea una, aliter sequeretur partem esse æqualem toti per 15 primi, & protraham lineam b e, eritque per primam partem 7 quinti, utriusque dictorum triangulorum ad triangulum c b e, proportio una, & quia per primam huius, primi eorum ad ipsum est, sicut a c ad c e, & secundi eorum ad eundem sicut d c ad c b, manifesta est prima pars propositæ conclusionis. Secunda pars econuerso probatur, quia a c ad c e est sicut primi triãguli ad triangulum b c e, & d c ad c b, sicut secundi ad eũdem (per primã huius,) & quia positum est ut sit a c ad c e, sicut d c ad c b, erit utriusque dictorum triangulorum ad triangulum b c e una proportio, quare per primam partem 9 quinti, ipsi sunt æquales. sicque patet secũda pars.



Eucli. ex Zamb. *Theorema 10* *Propositio 15*

15 Æqualium & unum uni æqualem habentium angulum triangulorum reciproca sunt latera, quæ circum æquales angulos, & quorum unum uni angulum æqualem habentium triangulorum reciproca sunt latera, quæ circum æquales angulos. ea quoque sunt æqualia.

THEON ex Zamberto. *Sint æqualia triangula α β γ, & α δ ε, unum uni æqualem habentia angulum, eũ scilicet qui sub β α γ: ei qui sub δ α ε. Dico quod ipsorum α β γ, & α δ ε, triangulorum reciproca sunt latera: quæ circum æquales angulos, hoc est sicut γ α, ad α δ, sic ε α, ad α ζ. Constituantur enim (per 14 primi) in rectas lineas, γ α, ipsi α δ, In directum igitur est ε α, ipsi α β, & connectatur β δ. Quoniam igitur (per hypothesin) æquum est triangulum α ζ γ, triangulo α δ ε, aliud autem quoddam ε α δ, est igitur (per 7 quinti) sicut triangulum β α γ, ad ipsum β α δ, triangulum sic triangulum ε α δ, ad triangulum β α δ. Sed sicut quidem γ α β, ad β α δ, sic γ α, ad α δ, sicut autem (per primam sexti,) ε α δ, ad β α δ, sic ε α, ad α β, & sicut igitur (per 11 quinti) γ α ad α δ, sic ε α, ad α β. Triangulorum igitur α β γ, & α δ ε, reciproca sunt latera: quæ circum æquales angulos. Verum reciproca sint latera ipsorum α β γ, & α δ ε, triangulorum, estoq; sicut γ α, ad α δ, sic ε α, ad α β. Dico quod æquum est triangulum α β γ, triangulo α δ ε. Connexa enim rursus ζ δ, quoniam est sicut γ α, ad α δ, sic ε α, ad α β, sed sicut quidem γ α, ad α δ, sic triangulum α ζ γ, ad triangulum ζ α δ. sicut autẽ ε α, ad α ζ, sic triãgulũ ε α δ, ad triangulũ β α δ, sicut igitur triangulum α ζ γ, ad triangulum ζ α δ, sic triangulum ε α δ, ad triangulum ζ α δ. Vtrumque igitur ipsorum α ζ γ, & ε α δ, ad ζ α δ, eandem habet rationem, Aequum igitur est (per nonam quinti,) triangulum α β γ, triangulo ε α δ, Aequalium igitur & unum uni æqualem habentium angulum triangulorum reciproca sunt latera: quæ circum æquales angulos. Et quorum unum uni æqualem habentium angulũ triangulorum reciproca sunt latera, quæ circum æquales angulos: ea quoque sunt æqualia, quod demonstrare oportuit.*

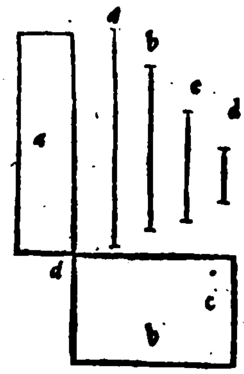


Eucli. ex Camp. *Propositio 15*

15 SI fuerint quatuor lineæ proportionales, quod sub prima & ultima rectangulum continetur, æquum erit ei quod sub dnabus reliquis. Si uero quod sub prima & ultima continetur, æquum fue-

 ric

rit ei quod duabus reliquis continetur rectangulum, quatuor lineas pro‑portionales esse conuenit.

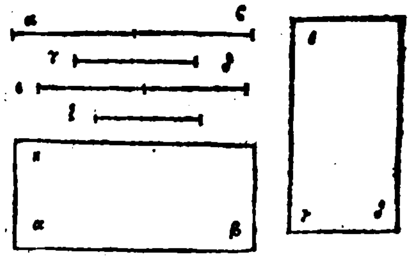


CAMPANVS. Sint quatuor lineæ a b c d, proportionales, sitque proportio a ad b, sicut c ad d, dico quod superficies contenta sub a & d, æqualis est superficiei contẽtæ sub b & c. & superficies cõtẽta sub a & d, est æqualis superficiei contentæ sub b & c. Et si superficies cõtenta sub a & d est æqualis superficiei cõtẽtæ, sub b & c. dico quod proportio a ad b est sicut c ad d. Fiãt enim superficies cõtẽta sub a & d, & superficies cõtenta sub b & c. Si ergo est proportio a ad b sicut c ad d, latera illarũ superficierũ erũt mutekesia, sed & anguli ab eis contenti æquales: quia utraq; est rectorum angulorũ, quare per secundã partẽ 15, huius, ipsi sunt æquales: quod est primum. Secũdũ patet per primã partem eiusdem, si enim ipsæ sunt æquales, quia omnes anguli earũ sunt recti: latera earum erũt mutekesia, quare proportio a ad b, sicut c ad d, quod est secũdũ.

Eucli. ex Zamb. Theorema 11 Propositio 16

16 Si quatuor rectæ lineæ proportionales fuerint, quod sub extremis comprehensum rectangulum, æquum est ei quod sub medijs continetur rectãgulo. Et si sub extremis comprehensum rectangulũ æquum fuerit ei quod sub medijs continetur rectangulo, quatuor rectæ lineæ proportionales erunt.

THEON ex Zamberto. *Sint quatuor rectæ lineæ proportionales α β γ δ ε ζ, sicut α β, ad γ δ, sic ε, ad ζ. Dico quod sub ipsis α β, & ζ, comprehensum rectangulum, æquum est ei quod sub γ δ, & ε, continetur rectangulo. Excitetur enim (per 11 primi,) ab α γ, signis, ipsis α β, & γ δ, rectis lineis, ad angulos rectos α η, & γ θ, & ponatur (per secundam primi,) ipsi ζ, æqualis α η, ipsi autem ε, æqualis γ θ, compleanturq; η β, & θ δ, parallelogramma. Et quoniam est sicut α β ad γ δ, sic est ε, ad ζ, æqualis autem est ε, ipsi γ θ, & ζ, ipsi α η, est igitur sicut α β, ad γ δ, sic γ θ, ad α η. Igitur (per 14 sexti β η, & δ θ, parallelogrammorum reciproca sunt latera, quæ circum æquales angulos. Quorum autem parallelogrammorum æquiangulorum reciproca sunt latera quæ circum æquales angulos, ea quoque sunt æqualia. Aequum igitur est parallelogrammum β η, ipsi δ θ, parallelogrammo, & est β η, id quod sub α β, & ζ, æqualis enim est α η, ipsi ζ. At δ θ, id est quod sub γ δ, & ε, æqualis enim est γ θ, ipsi ε. Igitur quod sub α β, & ζ, continetur rectangulum: æquum est ei quod sub γ δ, & ε, continetur rectangulo. Sed iam quod sub α β, & ζ, comprehenditur rectangulum, æquum esto ei quod sub γ δ, & ε, continetur rectangulo. Dico quod quatuor rectæ lineæ proportionales erũt, sicut α β, ad γ δ sic ε, ad ζ. Eisdem namque constructis quoniam quod sub α β, & ζ, æquum est ei quod sub γ δ, & est quidem quod sub α β, & ζ, ipsum β η, æqualis enim est α η, ipsi ζ, quod autem sub γ δ, & ε, est ipsum δ θ, æqualis enim est γ θ, ipsi ε, igitur β η, æquũ est ipsi δ θ, & æquiangula sunt. Aequaliũ autem & æquiangulorũ parallelogrammorũ (per 14 sexti) reciproca sunt latera: quæ circum æquales angulos. Est igitur (per 10 quinti,) sicut α β, ad γ δ, sic γ θ, ad α η, æqualis autem est γ θ, ipsi ε. & α η, ipsi ζ est igitur sicut α β, ad γ δ, sic ε, ad ζ. Si quatuor igitur rectæ lineæ proportionales fuerint, quod sub extremis cõprehensum rectangulũ, æquum est ei quod sub medijs comprehenditur rectangulo, & si quod sub extremis comprehenditur rectangulũ æquum fuerit ei quod sub mediis continetur rectangulo, ipsæ quatuor rectæ lineæ proportionales erunt quod oportebat demonstrare.*

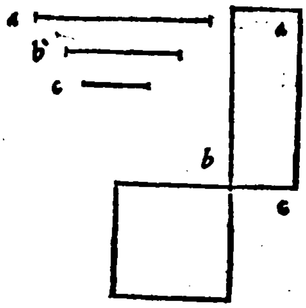


Eucli. ex Camp. Propositio 16

16 SI fuerint tres lineæ proportionales, quod sub prima, & tertia rectangulum continetur, æquum erit ei quod à secunda quadrato describitur. Si uero quod sub prima & tertia continetur æquum ei quadrato quod à secũda producitur, ipsæ tres lineæ proportionales erunt.

CAM‑

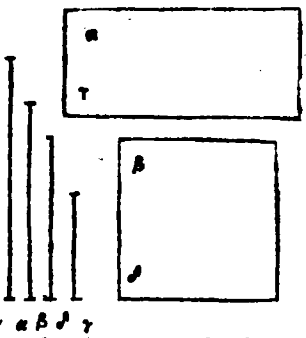
CAMPANVS. Sit proportio lineæ a ad lineam b, sicut lineæ b ad lineam c, dico quod superficies contenta sub a & c. æqualis est quadrato b. & si superficies contenta sub a & c est æqualis quadrato b, dico quod proportio a ad b est sicut b ad c. hoc autem est euidens per præcedentem, posita alia linea quæ sit æqualis b, ita quod b sit in tatione secundæ & tertiæ.



Eucli. ex Zamb. Theorema 11 Propositio 17

17 Si tres rectæ lineæ proportionales fuerint, quod sub extremis comprehensum rectangulũ, æquum est ei quod à media quadrato. Et si quod sub extremis continetur rectangulum, æquum fuerit ei quod à media quadrato, ipsæ tres rectæ lineæ proportionales erunt.

THEON ex Zamberto. *Sint tres rectæ lineæ proportionales α β γ, sicut α, ad β, sic β, ad γ. Dico quod sub α γ, comprehensum rectangulum, æquum est ei quod ex β, quadrato. Ponatur (per 2 primi,) ipsi β, æqualis δ. Et quoniam est (per hypothesin,) sicut α, ad β, sic β ad γ, æqualis autem est β, ipsi δ, est igitur (per 7 quinti,) sicut α, ad β, sic δ, ad γ. Si quatuor autem rectæ lineæ proportionales fuerint, quod sub extremis comprehensum rectangulũ, æquum est ei quod sub mediis continetur rectangulo) per 16 sexti. Igitur quod sub α γ, æquum est ei quod sub β δ Sed quod sub β δ, id est quod fit ex β, æqualis enim est β, ipsi δ. Igitur quod sub α γ, comprehenditur rectangulum, æquum est ei quod ex β, quadrato. Sed iam quod sub α γ, esto æquale ei quod ex β. Dico quod est sicut α, ad β, sic β, ad γ. Eisdem namque constructis, quoniam quod sub α γ, æquum est ei quod ex β, sed quod ex β, id est quod sub β δ, æqualis enim est β, ipsi δ, igitur quod sub α γ, æquum est ei quod sub β δ. Si autem quod sub extremis æquum fuerit ei quod sub mediis, quatuor rectæ lineæ proportionales sunt (per 16 sexti. Est igitur sicut α, ad β, sic δ, ad γ. Aequalis autem est β, ipsi δ, sicut igitur α ad β, sic β, ad γ. Si tres igitur rectæ lineæ proportionales fuerint: quod sub extremis comprehenditur rectãgulũ, æquũ est ei quod à media quadrato. Et si quod sub extremis comprehenditur rectangulum æquũ fuerit ei quod à media quadrato: tres rectæ lineæ proportionales erũt, quod oportebat demonstrare.*



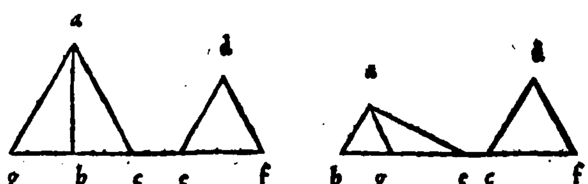
Eucli. ex Camp. Propositio 17.

17 AI fuerint duo trianguli similes, proportio alterius ad alterum est tanquam proportio cuiuslibet sui lateris ad suum relatiuum latus alterius duplicata.

CORRELARIVM

Manifestum etiam ex hoc, quia omnium trium linearũ continue proportionalium quanta est prima ad tertiam, tanta erit superficies constituta super primam ad superficiem constitutam super secundam cum fuerit ei similis in lineatione & creatione.

CAMPANVS Sint duo trianguli a b c & d e f similes, eruntque per primam diffinitionem, æquianguli, & laterũ proportionalium. Sit ergo angulus a, æqualis angulo d, & angulus b angulo e, & angulus c, angulo f, eritque proportio a b ad d e. & a c ad d f, sicut b c ad e f, dico quod proportio trianguli a b c ad triangulum d e f, est sicut proportio b c ad e f. duplicata. Subiungatur enim secũdũ doctrinam 10 huius, duabus lineis b c & e f, tertia in cõtinua proportionalitate: quæ sit c g, protracta aut resecata c b, si c g fuerit ea maior aut minor: & producatur linea g a. eritque per secundam partẽ 14 huius, triangulus a g c, æqualis triangulo d e f, propter id quod

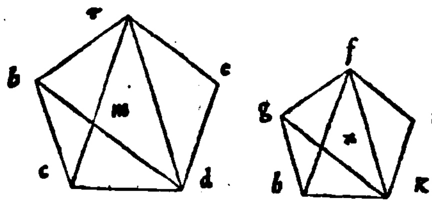


proportio a c ad d f est sicut e f ad c g, & angulus c æqualis angulo f: quare per secundã partem 7 quinti, trianguli a b c ad utrunq; illorũ, erit una proportio, sed per primam huius, proportio trianguli a b c ad triãgulum a g c, est sicut b c ad g c. At uero proportio b c ad c g, sicut b c ad e f duplicata, per 10 descriptionem quinti: ergo proportio trianguli a b c ad triangulum d e f, est sicut proportio b c ad d f duplicata, quod est propositum. Si autem c g sit æqualis b c, erit per secundam partem 14 huius: triangulus a b c æqualis triangulo d e f. æqualis autem proportio componitur ex æquali duplicata uel triplicata uel quotiensçunque sumpta. Istam eandem passionem possemus eodem modo & per eadem media demonstrare de superficiebus æquidistãtium laterum similibus, sumpta solum 15 præsentis, loco 14. Non demonstrat autem eam, quia per sequentem demonstratur uniuersaliter de omnibus superficiebus similibus. Quare per correlarium quod uniuersaliter proponitur de omnibus superficiebus similibus, nondum patet nisi de triangulis. sed demonstrata sequente, patẽs erit de omnibus. Posuit autem ipsum hic & non in sequente: quia est correlarium huius, non autem sequentis, ex modo enim demonstrationis huius, sua ueritas manifestata est: non ex modo illius.

Eucli. ex Camp. *Propositio 18*

18 Omnes duæ superficies similes multiangulæ, sunt diuisibiles in triangulos similes atque numero æquales, estq; proportio alterius earum ad alteram, sicut cuiuslibet sui lateris ad suum relatiuum latus alterius, proportio duplicata.

CAMPANVS Sint gratia exẽpli, duo pentagoni a b c d e, f g h k, l similes, dico quod ipsi sunt diuisibiles in triangulos similes numero æquales, & quod proportio alterius eorum ad alterũ: est sicut a b ad f g proportio duplicata, ducãtur enim lineæ duæ a c & a d, itémque f h & f k, eritque per præsentem hypothesin & per 6 huius, triangulus a b c, æquiangulus triangulo f g h, & triangulus a e d, triangulo f l k. Similiter quoque per hanc communem scientiam. Si ab æqualibus æqualia demas quæ relinquuntur æqua sunt. erit triangulus a c d, æquiangulus triangulo f h k. Nam ipsi pẽtagoni, positi sunt æquianli, & laterum proportionalium. & quia trianguli in quos diuiduntur sunt adinuicem æquianguli, ut probatum est: erunt etiam & similes per 4 huius, & diffinitionem similium superficierum, quare cum ipsi sint numero æquales, patet primum. Secundum sic: protrahantur b d quæ secet a c in puncto m, & g k quæ secet f h in puncto n, eritq; triangulus b c d, æquiãgulus triãgulo g h k per 6 huius & præsentem hypothesin, quare & triãgulus a b m triangulo f g n, & a m d, f n k, ergo per 4 huius, proportio b m ad g n est sicut a m ad f n, & a m ad f n, sicut m d ad n k: quare per 11 quinti, b m ad g n, sicut m d ad n k, ergo permutatim b m ad m d, sicut g n ad n k. Sed per 1 huius, a b m ad a m d, & b c m ad c m d, sicut b m ad m d, & per eãdem f g n ad f n k, & g n h ad h n k, sicut g n ad n k, ergo per 13 quinti, a b c ad a c d, sicut f g h ad f h k, quare permutatim a b c ad f g h, sicut a c d ad f h k. Eadem ratiõe probabis quod & sicut a c d ad f l k, ergo per 13 quinti totius pentagoni ad totum pentagonũ, sicut a b c ad f g h, per præmissam igitur est proportio pentagoni a c d ad pentagonum f h k, sicut proportio a b ad f g duplicata: quod est propositum. Ex quo rursus patet correlarium præcedentis. Aliter potest demonstrari secundum, cum enim trianguli in quos pentagoni diuiduntur sint ad inuicem similes, erit per præcedẽtem proportio a b c ad f g h sicut b c ad g h duplicata, & a c d ad f h k, sicut c d ad h k duplicata, & a e d ad f l k: sicut d e ad k l duplicata, quia igitur omnes hæ proportiones duplicatæ sunt æquales propter hoc quod positum est simplas esse æquales: erit per 13 quinti totius pentagoni ad totum pentagonum, sicut lateris unius ad suum relatiuũ latus alterius proportio duplicata.

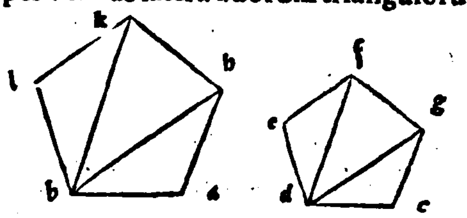


Eucli. ex Camp. *Propositio 19*

19 Supra datam lineam, datæ superficiei similem superficiem describere.

CAMPANVS Sit data linea a b, supra quam uolo constituere superficiem similem datæ superficiei quæ sit pentagona, & sit c d e f g: diuido hunc pentagonum in triangulos

los ductis lineis d f,& d g,& super pūctum a constituo angulum æqualē angulo c, ducta linea a h,& super punctum b,constituo alium angulum, qui sit a b h, æqualem angulo c d g,protracta linea b h quousque concurrat cū a h in puncto h,eritq; per 32 primi angulus a h b,æqualis angulo c g d,& ideo per 4 huius latera duorum triangulorū g c d & h a b, proportionalia. Facio quoque angulum h b k,ducta linea b k: æqualem angulo g d f,& angulum k b l: ducta linea b l. æqualem angulo d g f,& angulum b k l ducta linea k l,æqualē angulo d f e,eritque perfectus pentagonus qui constituendus erat super lineam a b,est enim æquiangulus dato pentagono propter æqualitatem angulorum triāgulorum, in quos est uterque diuisus,sed & laterum proportionalium, propter proportionalitatem laterum ipsorum triangulorum,quæ ex 4 huius euidenter apparet, quare per diffinitionem similium superficierum,pentagonus cōstitutus super lineam a b,est similis pentagono dato,quod est propositum.

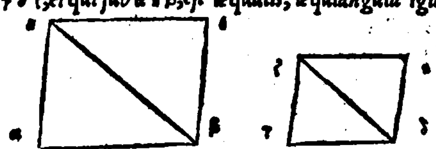


Tres ex Zamberto sequentes propositiones,tribus præcedentibus ex Cāpano,conuerso ordine respondent prima ultimæ:media primæ & ultima mediæ.

Eucli. ex Zamb. *Problema 6* *Propositio 18*

18 A data recta linea,dato rectilineo simile similiterq; positū rectilineum describere.

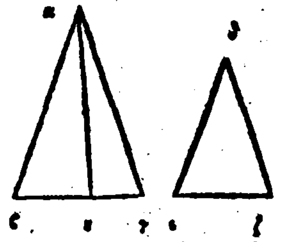
THEON ex Zamberto. *Sit data quidem recta linea α β,datum uero rectilineum γ ε.oportet iam à data α β recta linea.ipsi γ ε,rectilineo simile similiterque positum rectilineum describere. Connectantur δ ζ, & constituatur (per 23 primi)ad α β,rectam lineam,ad signáque in ea α β,ei qui ad γ,est angulo æqualis angulus η α β, ei autem qui est sub γ δ ζ,æqualis angulus α β η,reliquus igitur qui sub γ ζ δ,ei qui sub α η β,est æqualis, æquiangulū igitur est ζ γ δ,triangulum,ipsi η α β,triangulo (per 4 sexti,) proportionaliter igitur est sicut ζ δ,ad η β,sic ζ γ,ad η α,& γ δ,ad α β. Rursus constituatur(per 23 primi)ad β η,rectam lineam ad signáq; in ea β η,ei qui sub δ ζ ε,est angulo æqualis angulus β η θ,ipsi autem ζ δ ε,qui est sub η β θ.Reliquus igitur qui ad ε,reliquo qui ad θ,est æqualis, æquiangulum igitur est triangulum ζ δ ε,triangulo η β θ.proportionaliter igitur est (per 4 sexti,)sicut ζ δ,ad η β.sic ζ ε,ad η θ,& ε δ,ad θ β,ostensum autem est quod sicut ζ δ,ad η β,sic ζ γ,ad η α,& γ δ,ad α β,& sicut igitur(per 11 quinti,)γ ζ,ad α η,sic γ δ,ad α β,& ζ ε,ad η θ,& insuper ε δ,ad θ β. Et quoniam æqualis est angulus γ ζ δ,angulo α η β,& angulus δ ζ ε,angulo β η θ,totus igitur qui sub γ ζ ε,toti qui sub α η θ, est æqualis. Id propterea,& qui sub γ δ ε:ei qui sub α β θ æqualis. Est aūt & qui ad γ,ei qui ad α,æqualis,& qui ad ζ,ei qui ad θ, æquiangulum igitur est α θ,ipsi γ ε, & ea quæ circum æquales angulos sunt latera,ei proportionalia habet. Simile igitur est(per primam diffinitionem sexti α θ,rectilineum,ipsi γ ε,rectilineo. A data igitur recta linea α β,dato rectilineo γ ε,simile,similiterq; positum rectilineū descriptum est α β,quod facere oportebat.*



Eucli. ex Zamb. *Theorema 15* *Propositio 19*

19 Similia triangula,adinuicem in dupla sunt ratione laterum similis rationis.

THEON ex Zamberto. *Sint similia triangula α β γ,& δ ε ζ,æqualem habentia eum qui ad β, angulum ei qui ad ε,sicutque α β,ad β γ,sic δ ε,ad ε ζ,ita ut β γ,& ε ζ,similis rationis sint. Dico quod triangulum α β γ,ad triangulum δ ε ζ,duplicem habet rationem,quàm β γ.ad ε ζ. Sumatur namque(per 10 sexti,)ipsarū β γ,& ε ζ,tertia proportionalis β η.ut sit sicut β γ,ad ε ζ,sic ε ζ,ad β η, connectaturque α η. Quoniam igitur est sicut α β ad β γ,sic δ ε,ad ε ζ,uicissim igitur(per 16 quinti, sicut α β ad δ ε,sic β γ,ad ε ζ. Sed sicut β γ ad ε ζ,sic est ε ζ,ad β η,& sicut igitur(per 11 quinti.) α β,ad δ ε.sic ε ζ,ad β η. Igitur (per 11 sexti,) α β η,& δ ε ζ, triangulorum reciproca latera: quæ circum æquales angulos. Quorum autem unum uni æqualem habentium angulum triangulorum reciproca sunt latera quæ circum æquales angulos ea quoque sunt æqualia(per eandem) Aequale igitur est triangulum α β η,triangulo δ ε ζ,& quoniam est sicut β γ,ad ε ζ,sic ε ζ,ad β η,si autem tres rectæ lineæ proportionales fuerint,prima ad tertiam duplicem habebit rationē,quàm ad secūdā,igitur β γ,ad β η,duplicē rationē habet: q̄ ad ε ζ,(per 10 diffinitionē quinti. Sicut aūt γ β,ad β η sic*



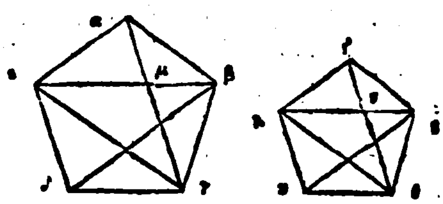
sic (per 1 sexti) αβγ triangulum ad αβη triangulum. Triangulum igitur αβγ ad αβη (per eandem diffinitionem) duplicem rationem habet, quàm βγ ad εζ. Aequale autem est triangulum αβη, triangulo δεζ. Igitur & triangulum αβγ, ad triangulum δεζ duplicem rationem habet, quàm βγ ad εζ. Similia igitur triangula, adinuicem in duplici ratione sunt similis rationis laterum, quod oportebat demonstrare.

CORRELARIVM. Ex hoc utriq; manifestum est, quod si tres rectæ lineæ proportionales fuerint: sicut prima ad tertiam, sic quod à prima triangulum ad id quod est a secunda simile similiterq; descriptum: quoniã ostensum est quod sicut γβ ad βη, sic triangulum αβγ ad triangulum δεζ, quod oportebat demonstrare.

Eucli. ex Zamb. Theorema 14. Propositio 20.

Similia polygona, in similia triangula diuiduntur, & inæqualia numero, & + æqua ratione totis, & polygonum ad polygonum duplicem rationem habet, quàm similis rationis latus ad similis rationis latus.

ὁμόλογα



THEON ex Zamberto. Sint similia polygona, αβγδε & ζηθκλ: similis autem rationis, esto αβ ipsi ζη. Dico quod αβγδε & ζηθκλ polygona, in similia triangula diuiduntur, & in æqualia numero, & * æqua ratione totis: & polygonum αβγδε ad polygonum ζηθκλ, duplam rationem habet, quàm αβ ad ζη. Connectantur βε, εβ, ηλ, & λθ: & quoniam polygonum αβγδε (per hypothesin) simile est polygono ζηθκλ: æqualis est angulus βαε ei qui sub ηζλ est angulo, & est sicut βα ad αε, sic ηζ ad ζλ. Quoniã igitur duo triangula sunt αβε & ζηλ unum angulum uni angulo æqualem habentia: circum autem æquales angulos latera proportionalia: æquiangulum igitur est (per sextam sexti) triangulum αβε triangulo ζηλ: quare & simile. Aequalis aũt est & angulus αβε, angulo ζηλ: est autem & totus αβγ, toti ζηθ æqualis, propter similitudinẽ polygonorum. Reliquus igitur angulus εβγ, reliquo angulo ληθ est æqualis: & quoniam ob similitudinem ipsorũ αβε & ζηλ triangulorũ, est sicut εβ ad βα, sic λη ad ζη, sed & propter similitudinem polygonorum est sicut αβ ad βγ, sic ζη ad ηθ: ex æquali igitur (per 22 quinti) est sicut εβ ad βγ, sic λη ad ηθ: & circum æquales angulos εβγ & ληθ, latera proportionalia sunt: æquiangulum igitur est (per 6 sexti) triangulum εβγ, triangulo ληθ. Quare & triangulum εβγ, ipsi triangulo ληθ est simile. Id propterea etiam (per 5 sexti diffinitionem, triangulum εγδ, simile est triangulo λθκ. Polygona igitur αβγδε & ζηθκλ, in similia triangula diuisa sunt, & æqualia numero.

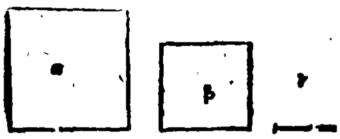
ὁμόλογα

Dico insuper quod similis rationis sunt totis, hoc est, quod sunt proportionalia, & quidem antecedentia αβε, εβγ & εγδ: sequentia autem illorum ζηλ, ληθ & λθκ, & quod polygonum αβγδε, ad polygonum ζηθκλ, duplam rationem habet, quam similis rationis latus ad similis rationis latus, hoc est, αβ ad ζη. Connectantur enim αγ & ζθ: & quoniam propter similitudinem polygonorum, æqualis est angulus αβγ angulo ζηθ, & est sicut αβ ad βγ, sic ζη ad ηθ: æquiangulum est igitur (per sextam sexti) triangulum αβγ triangulo ζηθ: æqualis igitur est angulus βαγ, angulo ηζθ, & qui sub βγα, ei qui sub ηθζ: & quoniam æqualis est angulus βαμ angulo ηζν: patuit autẽ quod angulus αβμ angulo ζην est æqualis: & reliquus igitur angulus αμβ, reliquo ζνη est æqualis. Aequiangulum igitur est (per 6 sexti) triangulum αβμ, triangulo ζην. Similiter quoq; ostendemus quod & triangulum βμγ, æquiangulum est triangulo ηνθ, proportionaliter igitur est (per 3 sexti) sicut quidem αμ ad μβ, sicut ζν ad νη. Sicut autem βμ ad μγ, sic ην ad νθ. Quare ex æquo (per 22 quinti) sicut αμ ad μγ, sic ζν ad νθ. Sed sicut αμ ad μγ, sic triangulum αβμ ad triangulum μβγ, & αμε ad εμγ, ad seinuicem enim sunt: sicut bases (per 1 sexti). Et sicut unum antecedentium ad unum sequentium (per 12 quinti) sic omnia antecedentia ad omnia sequentia. Sicut igitur (per conuersionem primæ diffinitionis sexti) triangulum αμβ ad triangulum βμγ, sic αβε ad γβε. Sed sicut αμβ ad βμγ, sic αμ ad μγ: & sicut igitur)per 11 quinti) αμ ad μγ: sic triangulum αβε ad triangulum εβγ. Id propterea, & sicut ζν ad νθ, sic triangulum ζηλ ad triangulum ηλθ. Estq; sicut αμ ad μγ, sic ζν ad νθ, & sicut igitur (per 11 quinti, triangulum αβε ad triangulum βεγ, sic triangulum ζηλ ad triangulum ηλθ & uicissim (per 16 quinti) sicut triangulum αβε ad triangulum ζηλ: sic triangulum βεγ ad triangulum ηλθ. Similiter quoq; ostendemus connexis βδ & ηκ. quod & sicut triangulum εβγ ad triangulum ληθ, sic triangulum εγδ ad triangulum λθκ. Et quoniam est sicut triangulum αβε ad triangulum ζηλ, sic triangulum εβγ ad triangulum ληθ, & etiam triangulum εγδ ad triangulum λθκ, & sicut igitur (per 12 quinti, unum antecedentium ad unum sequentium: sic omnia antecedentia ad omnia sequentia. Est igitur triangulũ αβε ad triãgulum ζηλ, sic polygonũ αβγδε ad polygonũ ζηθκλ. Sed triangulum αβε ad triangulum ζηλ, duplam rationẽ habnt, quam αβ similis rationis latus ad ζη similis rationis latus. Similia enim triãgula in duplici ratione sunt simlis ratiõis laterũ (per 19 sexti) & polygonũ igitur αβγδε ad polygonũ ζηθκλ: duplam habet rationẽ, quã αβ similis rationis latus ad ζη similis rationis latus. Similia igitur po-

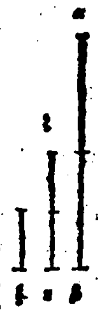
lygona

lygona in similia triangula diuiduntur, &* in æqualia numero, & æqua ratione totis, & polygonum ad polygonum duplam rationem habet, quam similis rationis latus ad similis rationis latus, quod demonstrare oportebat. ὁμόλογα

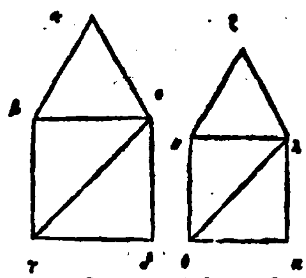
PRIMVM CORRELARIVM Proinde in uniuersum manifestum est, quod similes recti lineæ figuræ adinuicem in duplâ sunt ratione, similis rationis laterum, & si ipsarum α β & ζ η propor tionalem accipiamus ξ, ipsa α β ad ξ duplam habet rationem quàm α β ad ζ η: habet autem & poligonũ siue quadrilaterũ ad quadrilaterũ duplam rationẽ, quàm similis rationis latus ad similis rationis latus, hoc est, α β ad ζ η: patuit autem hoc in triangulis. Similiter autem & in similibus quadratis ostende tur, quod in duplici ratione sunt similis rationis laterũ, patuit autem & in triangulis. Proinde etiam in



uniuersum est manifestum, quod si tres rectæ lineæ proportio nales fuerint: erit sicut prima ad tertiam: sic quæ à prima spe cies ad eam quæ à secunda similis & similiter descripta est.



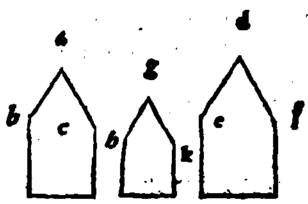
ALITER. Demonstrabimus aliter & expe ditius, similis rationis esse triangula. Instituantur enim rur sus α β γ δ ε, & ζ η θ κ λ polygona: & connectantur β ε, ε γ, η λ, & λ θ. Dico quod est sicut triangulum α β ε ad ζ η λ: sic ε β γ ad λ η θ, & γ δ ε ad θ κ λ. Quoniam enim simile est triangulum α β ε triangulo ζ η λ: igitur (per 19 sexti, triangulum α β ε ad ζ η λ duplam habet rationem quàm β ε ad η λ. Id propterea & triangulum θ ε γ, ad triangulum η λ θ duplam habet ra tionem, quàm β ε ad η λ. Est igitur sicut triangulum α β γ ad triangulum ζ η λ, sic triangulum β ε γ, ad η λ θ. Rursus quoniam triangulum ε β γ, simile est triangulo λ η θ: igitur ε β γ ad λ η θ duplam habet rationem quam γ ε re cta linea ad θ λ. Id propterea, & triangulum ε γ δ duplam rationem habet ad triangulum λ θ κ, quàm γ ε ad θ λ. Est igitur sicut triangulum β ε γ ad λ η θ, sic γ δ ε ad λ θ κ. Patuit autem & sicut ε β γ ad λ η θ: sic α β ε ad ζ η λ: & sicut igitur (per 11 quinti) α β γ ad ζ η λ, sic β ε γ ad η λ θ, & ε γ δ ad λ θ δ ad λ θ κ: & sicut igitur (per 12 quinti) unum antecedentium ad unum consequẽ tium: sic omnia antecedentia ad omnia consequentia: & reliqua ut in priore demonstratione: quod oportebat de monstrare.



Eucli. ex Camp. Propositio 20.

20 SI fuerint uni superficiei similes, quaslibet superficies sibijnui cem similes esse est.

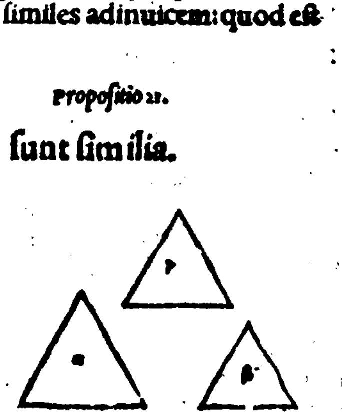
CAMPANVS. Sit uterque pentagono rum a b c, d e f, similis pentagono g h k: di co eos esse similes sibijnuicẽ. Est enim uter que eorum æquiangulus pentagono g h k: per conuersionem diffinitionis similium superficierum: quare sunt æquianguli adinuicem. Similiter quoque per conuersionem eiusdem diffinitionis, proportio a b ad g h, sicut a c ad g k, & g h ad d e, sicut g k ad d f: ergo per æ quam proportionalitatem, a b ad d e, sicut a c ad d f. Eodem modo probabis reliqua latera pentagonorum a b c & d e f, continentia æquos angulos: esse proportionalia. Per diffinitionem itaque similium superficierum: ipsi sunt similes adinuicem: quod est propositum.



Eucli. ex Zamb. Theorema 15 Propositio 21.

21 Quæ eidem rectilineo sunt similia, & adinuicem sunt similia.

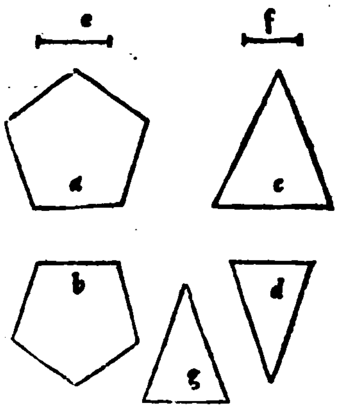
THEON ex Zamberto. Sit utrunque ipsorum α, b, rectilineorum, simile ipsi γ. Dico quod & α ipsi β est simile. Quoniam enim simile est α ipsi γ, æqui angulum est & ei (per conuersionem primæ diffinitionis sexti) & quæ cir cum æquales angulos sunt latera, proportionalia habet. Rursus quoniam β si mile est ipsi γ: æquiangulum igitur est & ei per eandem, & quæ circum æqua lesles sunt angulos latera proportionalia habet: utrunque igitur ipsorum α, β, ipsi γ æquiangulum est (per 6 sexti: & quæ circa æquales sunt angulos la tera habet proportionalia, quare per eandem & α ipsi β æqaiangulum est, & quæ circum æquales sunt angulos latera habet proportionalia. Simile igitur est β ipsi α, quod oportebat demonstrare.



Eucli.

Eucli. ex Camp. Propositio 21.

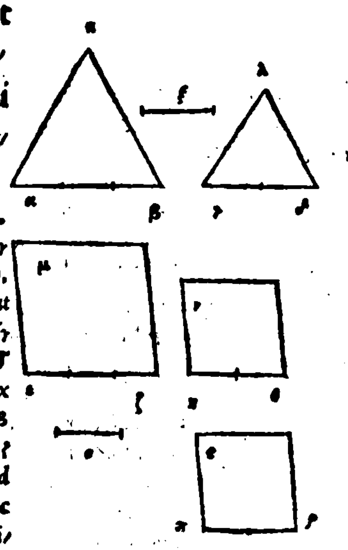
21 SI fuerint quotlibet lineæ proportionales, atque super binas & binas similes superficies designentur, ipsæ quoque superficies erunt proportionales. Si uero super binas & binas, similes superficies constitutæ fuerint proportionales: ipsas quoque lineas proportionales esse necesse est.



CAMPANVS. Si quatuor lineæ proportionales, a, b, c, d, sitque proportio a ad b, sicut c ad d: dico quod si superficies similes constituantur super a & b, utpote duo pentagoni similes, & aliæ similes constituantur super c & d, utpote duo anguli similes, erit proportio pentagonorum sicut triangulorum. Quod si fuerint pentagoni similes & similiter trianguli similes, fueritque proportio pentagoni ad pentagonum sicut trianguli ad triangulum: dico quod erit proportio a ad b sicut c ad d. Subiungantur enim lineis a & b, e, & lineis c & d, f, in continua proportionalitate, sicut docet 10 huius: eritque per 22 quinti, & per æquam proportionalitatem, a ad e, sicut c ad f: quia ergo per correlarium 17 huius, proportio pentagonorum, est sicut a ad e & triangulorum sicut c ad f: erit proportio pentagonorum sicut triangulorum: & hoc est primum. Secundum sic patet. Sint duo pentagoni similes, & duo trianguli similes, sitque proportio pentagonorum, sicut triangulorum: dico quod proportio a ad b, est sicut c ad d. Sit enim c ad g, sicut a ad b, hoc enim qualiter fiat, dictum est supra 10 huius, & super g fiat sicut docet 19 huius, superficies similis illi quæ est constituta super lineam c: eritque per præmissam, similis ei quæ constituta est super lineam d: eritque etiam per primam partem huius 21, quæ proportio pentagoni a ad pentagonum b: eadem trianguli c ad triangulum g: sed eadem erat etiam trianguli c ad triangulum d: ergo per secundam partem 9 quinti, triangulus d, est æqualis triangulo g. Et quia sunt similes, erit linea g æqualis lineæ d, per primam partem 17 huius, cum super lineas c d & g sint trianguli: uel secundum partem 18: cum fuerint quælibet aliæ figuræ multiangulæ: æqualitas enim non producitur ex aliqua proportione duplicata uel triplicata uel quotieslibet sumpta, nisi ex æquali: erit itaque c ad d sicut a ad b: quod est propositum.

Eucli. ex Zamb. Theorema 15. Propositio 22.

22 Si quatuor rectæ lineæ proportionales fuerint etiam quæ ab eis rectilinea similia similiterque descripta, proportionalia erunt. Et si ab ipsis rectilinea, proportionalia fuerint: ipsæ quoque rectæ lineæ proportionales erunt.



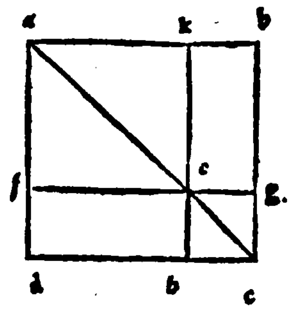
THEON ex Zamberto. *Sint quatuor rectæ lineæ αβ, γδ, εζ, & ηθ, sicut αβ ad γδ, sic εζ ad ηθ. Describanturque (per 18 sexti) αβ ipsis αβ & γδ, similia similiterque posita rectilinea καβ & λγδ. Ab ipsis autem εζ & ηθ, per eandem similia similiterque posita rectilinea μζ & νθ. Dico quod est sicut καβ ad λγδ, sic est μζ ad νθ. Sumatur enim inque (per 11 sexti) ipsarum αβ & γδ: tertia proportionalis ξ: ipsarum autem εζ & ηθ, tertia proportionalis ο. & quoniam est sicut αβ ad γδ, sic εζ ad ηθ, sicut autem γδ ad ξ, sic ηθ ad ο: ex æquali igitur (per 22 quinti, sicut αβ ad ξ, sic εζ ad ο. Sed sicut quidem αβ ad ξ, sic & καβ ad γδ (per correlarium secundum 20 sexti. Sicut autem εζ ad ο, sic μζ ad νθ. Sed iam esto, sicut καβ ad λγδ, sic μζ ad νθ. Dico quod est sicut αβ ad γδ, sic εζ ad ηθ. Fiat enim (per 12 sexti) sicut αβ ad γδ, sic εζ ad πρ, & describatur (per 18 sexti) ex πρ, utrique ipsorum μζ & νθ simile, similiterque positum σρ. Quoniam igitur est sicut αβ ad γδ, sic εζ ad πρ, & de* pta sunt, ab ipsis quidẽ α β, & γ δ, similia similiterq́ꝫ posita κ α β, & λ γ δ, ab ipsis autem ε ζ, & π ρ, similia similiterq́ꝫ posita μ ζ, & σ ρ, est igitur sicut κ α β, ad λ γ δ, sic μ ζ, ad σ ρ, positũ aũt est quod sicut κ α β, ad λ γ δ, sic μ ζ, ad ν θ, & sicut igitur (per 11 quinti) μ ζ, ad σ ρ, sic μ ζ, ad ν θ, igitur (per 9 quinti) μ ζ, ad utrũqꝫ ipsorũ ν θ, & σ ρ, eãdẽ habet rationẽ, æquale igitur est ν θ, ipsi σ ρ. Est aũt ei & simile similiter positũ: æqualis igitur est η θ, ipsi π ρ. Et quoniã est sicut α β, ad γ δ, sic ε ζ, ad π ρ. æqualis autem est π ρ, ipsi η θ, est igitur sicut α β, ad γ δ, sic ε ζ, ad η θ. Si quatuor igitur rectæ lineæ proportionales fuerint, & quæ ab ipsis rectilinea similia similiterque descripta, proportionalia erũt, & si ab ipsis rectilinea similia similiterq́ꝫ descripta proportionalia fuerint, & ipsæ rectæ lineæ proportionales erunt, quod demonstraße oportuit.

LEMMA. Quod autem si rectilinea æqualia & similia fuerint similis rationis latera ipsorum æqualia inuicem sunt, sic demonstrabimus, sint æqualia & similia rectilinea ν θ, & σ ρ, sitq́ꝫ sicut θ η, ad θ ν, sic ρ π ad π σ. Dico quod æqualis est ρ π, ipsi η θ. Si autem inæquales sunt, earum altera maior est, sit maior ρ π, quàm θ η, & quoniam est sicut ρ π, ad π σ, sic θ η, ad η ν, & uicißim quoque (per 16 quinti,) sicut ρ π, ad θ η, sic π σ, ad η ν, maior autem est ρ π. ipsa θ η, maior igitur & π σ, quàm η ν. Quare & ρ σ, maius est ipso θ ν, sed & æquale (per hypothesin, quod est impoßibile, inæqualis igitur minime est π ρ, ipsi θ η, æqualis igitur. Quod demonstrasse oportuit.

Eucli, ex Camp. Propositio 22

22 CVnctæ superficies æquidistantium laterum, quæ circa diametrũ consistunt, toti parallelogrammo atque sibi inuicem sunt similes.

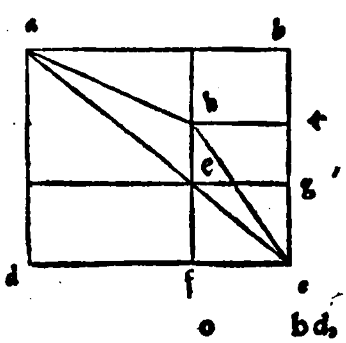
CAMPANVS. Sit ut in parallelogrammo b d cuius diameter a c, consistant superficies g h & f k æquidistantium laterum circa diametrum dico eas esse similes toti parallelogrammo & sibi inuicem. est enim per secũdã huius, b g ad g c & d h ad h c, sicut a e ad e c, ergo coniunctim b c ad c g & d c ad c h. sicut a c ad c e, quare per 11 quinti. b c ad c g: sicut d c ad c h. sed etiã sicut a b ad e g cũ a b sit æqualis d c, & e g, h c, eodẽ modo erit a d ad e h, sicut a b ad e g, & d c ad h c, quia ergo istá parallelogrãma sunt æquiangula, cõstat per diffinitionem similium superficierum g h esse simile b d. Simili quoque modo probatur f k esse simile eidem, propter hoc qđ b a ad a k & d a ad a f, est sicut c a ad a e per secundam huius & coniũctam proportionalitatem, quare per 21 huius f k, est etiam simile g h, sicq́ꝫ patet totum.



Eucli. ex Camp. Propositio 23

23 Si in suo spatio parallelogrammum partiale distinctum toti parallelogrammo simile atque secundum suum illius esse fuerit, circa eiusdem diametrum consistit.

CAMPANVS Sit ut in parallelogrammo b d sit distinctum parallelogrammum f g, quod sit ei simile & secũdum suũ esse id est participãs cum eo in angulo c. dico quod parallelogrammum f g consistit circa diametrum parallelogrãmi b d, & est hæc conuersa præcedentis, producam enim a e c, quæ si fuerit diameter parallelogrãmi b d, constat propositũ. Sin autem sit a h c diameter eius, & ducatur h k: æquidistãs f c, eritque per præmissam parallelogrammum f k, simile parallelogrammo b d. ergo per conuersionem diffinitionis similium superficierum proportio b c ad k c, est sicut d c ad f c: sed per eandem conuersionẽ dictæ diffinitionis, proportio b c ad g c est sicut d c ad f c: propter id quod parallelogrammum f g, positum est simile parallelogrãmo

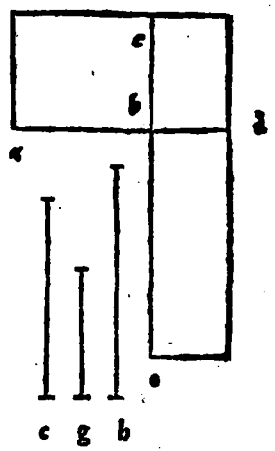


bd,

b d,ergo per 11 quinti proportio b c ad g c,est sicut b c ad k c,utraque enim est sicut d e ad f e.quare per secundã partẽ nonæ quinti.g c est æqualis k c pars uidelicet toti quod est impossibile.Erit igitur a e c diameter paralellogrammi b d,quod est propositum.

Eucli.ex Camp. *Propositio 24.*

24 **Omnium duarum superficierum æquidistantium laterum quarum unus angulus unius uni angulo alterius æqualis proportio alterius ad alteram, est quæ producitur ex duabus proportionibus suorum laterũ duos æquos angulos continentiũ.**

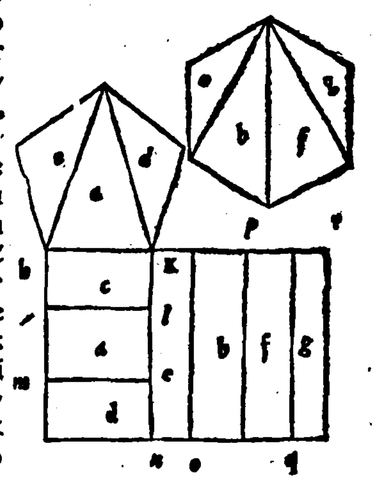


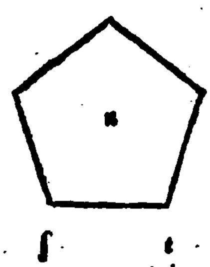
CAMPANVS Sint duæ superficies æquidistãtium laterum,a c & e d,sitque angulus b unius, æqualis angulo b alterius,dico quod proportio unius ad alterã producta ex proportione a b ad b d,& c b ad e,disponam enim has duas superficies penitus sicut disposui eas in 11 huius adiuncto ad utranque parallelogrammo c d, & ponã ut proportio lineæ f ad lineam g,sit sicut a b ad b d,& g ad h sicut c b ad b e,qualiter enim hoc fiat, dictum est supra 10 huius,eritque per primam huius & 11 quinti,a c ad c d, sicut f ad g,& c d ad d e,sicut g ad h,quare per 22 quinti erit in æqua proportionalitate a c ad d e: sicut f ad h:& quia f ad h producitur ex f ad g & g ad h,ut dictum est in fine expositionis 11 diffinitionis quinti:erit ut a c ad d e, producatur ex eisdem.quare constat propositum.

Eucli.ex Camp. *Propositio 25*

25 **Datæ superficiei similem,aliíq; propositæ æqualem designare.**

CAMPANVS Sint propositæ duæ superficies rectilineæ.A.pentagona.B.hexagona:uolo facere unam superficiem similem A,& æqualem B,utramq; propositarum superficierum resoluo in triangulos.A quidem in triangulos a c d.B uero,in triangulos e b f g.& super basin trianguli a,quæ sit h k:cõstituo secũdũ doctrinã 44 primi superficiẽ æquidistãtiũ laterũ rectãgulã,æqualẽ c: quæ sit h l,& l m æqualẽ d,ut sit tota superficies:æquidistãtiũ laterũ h n, cõstituta super basin k:æqualis pentagono A.Eodem modo super lineam k n quæ est secundũ latus huius superficiei h n, constituo aliã superficiem rectangulam æqualem hexagono B:quia facio k o æqualem e:& o p:æqualem b: & p q,æqualem b f:& q r,æqualẽ g:ut sit tota rectangula superficies n r,æqualis hexagono B,& pono per 9 huius,lineã s t,proportionalẽ inter lineã h k & lineã k r,& super eam secundũ doctrinã 19 huius,constituo superficiem u similem superficiei A,dico ipsam esse quã quærimus,& æqualẽ superficiei B.Cum enim tres lineæ h k s t,& k r sint continue proportionales,& super primã & secundam sint constitutæ superficies similes uidelicet A & u,erit per correlariũ 17 huius,A ad u, sicut h k ad k r,quare (per primã huius) sicut h n ad n r,& ideo per primam partẽ 7 quinti,sicut A ad n r, & propter hoc per secundã partẽ eiusdẽ,sicut A ad B,itaque per secundã partẽ 9 quinti:u est æqualis B:quod est propositum. Hoc etiam possumus ex permutata proportionalitate facile probare: quia cũ sit A ad u sicut h n ad n r: erit permutatim A ad h n sicut u ad n r,& quia A est æqualis h n: erit u æqualis n r:quare u est etiam æqualis B per hanc cõmunẽ scientiã:quæcũq; uni & eidẽ sunt æqualia,inter se sunt æqualia.Nõ est autem necessarium ut superficies h l,l m:& m n æquidistantium laterũ æquales triangulis c a d:aut superficies k o,o p,p q & q r æquales triangulis e b f h,sint rectangulæ:sed ut angulus ex





trin

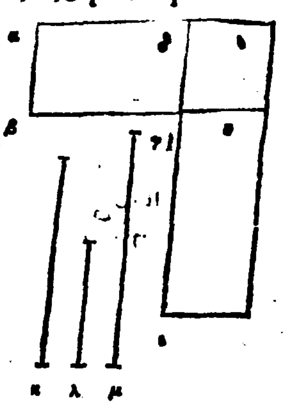
trinsecus superficiei l m, sit æqualis angulo intrinseco superficiei l h: & extrinsecus m n intrinseco m l. Similiter quoque ut extrinsecus superficiei k o, sit æqualis intrinseco superficiei h n, & extrinsecus o p, intrinseco k o, sicq; de cæteris. Cũ enim sic fuerit erit unaquaque linearum k n & sibi opposita h m, itemque h r, & sibi opposita n q, linea una per ultimam partem 19 primi & per 14 eiusdem quoties oportuerit æqualiter repetitas, propter id quod omnes superficies h l, l m, & m n, itemq; k o, o p, p q, & q r, sunt æquidistantium laterum, & angulus extrinsecus cuiusque sequentis est æqualis intrinseco eam præcedentis, quare duæ superficies h n & n r, erunt æquidistantium laterum & inter lineas æquidistãtes & æqualis altitudinis. Cætera ergo argue ut prius.

Quatuor ex Zamberto sequentes propositiones, præcedentibus quatuor ex Campano ordine peruerso respondent, prima tertiæ, secunda primæ, tertia quartæ, quarta secundæ.

Eucli. ex Zamb. Theorema 17 Propositio 23

23 Æquiangula parallelogramma rationem adinuicem habent compositam ex lateribus.

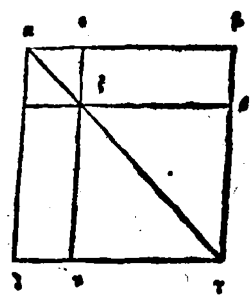
THEON ex Zamberto. Sint æquiangula parallelogramma α γ, & γ ζ, æqualem habentia angulum β γ δ, angulo ε γ η. Dico quod parallelogrammũ α γ, ad parallelogrammũ γ ζ, rationẽ habet compositã ex lateribus, hoc est ex ea, quam habet β γ, ad γ η, & ex ea, quã habet δ γ, ad γ ε. Ponatur enim, (per 14 primi,) ut sit in rectas lineas β γ, ipsi γ η, in rectas lineas igitur est (per eãdẽ) δ γ, ipsi γ ε. Cõpleaturq; parallelogrãmũ δ η, & ponatur quædã recta linea, κ, & fiat (per 12 sexti,) sicut quidẽ β γ, ad γ η, sic κ, ad λ, sicutq; δ γ, ad γ ε, sic λ ad μ, proportiões igitur ipsius κ, ad λ, & ipsius λ, ad μ, eædẽ sunt ipsis ratiõibus laterum β γ, ad γ η, & ipsius δ γ, ad γ ε. Sed ipsius κ, ad μ, ratio, componitur ex ratione ipsius κ, ad λ, & ipsius λ, ad μ. Quare & κ ad μ, rationẽ habet compositã ex lateribus. Et quoniã est sicut β γ, ad γ η, sic α γ, parallelogrãmum ad γ θ (per primam sexti,) sed sicut β γ, ad γ η, sic κ, ad λ, & sicut igitur (per 11 quinti,) κ, ad λ, sic α γ, ad γ θ. Rursus quoniã est sicut δ γ, ad γ ε, sic γ θ, parallelogrammũ ad γ ζ, parallelogrammum, sed sicut δ γ, ad γ ε, sic λ, ad μ. & sicut igitur (per eandẽ) λ ad μ, sic γ θ, parallelogrammum ad γ ζ, parallelogrammũ. Quoniã igitur ostensum est quod sicut quidẽ κ ad λ, sic α γ, parallelogrammũ ad γ θ, parallelogrammũ, sicut autẽ λ ad μ, sic γ θ, parallelogrãmũ, ad γ ζ, parallelogrãmũ: ex æquo igitur (per 22 quinti) sicut κ ad μ, sic α γ parallelogrammũ ad γ ζ, parallelogrãmũ. At κ ad μ, rationem habet compositam ex lateribus, & α γ, parallelogrammum igitur ad γ ζ rationem habet confectam ex lateribus. Aequiangula igitur parallelogramma adinuicem rationem habent compositam ex lateribus, quod demonstrare oportebat.



Eucli. ex Zamb. Theorema 18 Propositio 24

24 Omnis parallelogrammi, quæ circa dimetientem parallelogramma, similia sunt toti & adinuicem.

THEON ex Zamberto. Sit parallelogrammum α β γ δ, dimetiens uero illius α γ, circum autem α γ, parallelogramma sint ε η, & θ κ. Dico quod utrumque ipsorum ε η, & θ κ, parallelogrammorum, simile est toti α β γ δ, & adinuicem. Quoniam enim trianguli α β γ, ad unum latus β γ, acta est parallelus ε ζ, proportionaliter est (per 2 sexti,) sicut γ ζ, ad ζ α, sic δ η, ad η α. Sed sicut γ ζ, ad ζ α, sic ostensa est & β ε, ad ε α. Et sicut igitur (per 11 quinti) β ε, ad ε α, sic δ η, ad η α, & componendo igitur (per 18 quinti) sicut β α, ad ε, sic δ α, ad α η, & per 16 quinti) sicut β α, ad α δ, sic ε α, ad α η: parallelogrammorum igitur α β γ δ, & ε η: proportionalia sunt latera, quæ circum communẽ angulum β α δ sunt: & quoniam parallelus est η ζ, ipsi δ γ, æqualis est (per 19 primi) angulus α η ζ, angulo α δ γ, & qui sub η ζ α, ei qui sub δ γ α, & communis duorum triãgulorũ α δ γ, & α ζ η: angulus qui sub δ α γ. Aequiangulũ igitur est triangulũ δ α γ, triangulo α η ζ. Idq; propterea, & triangulũ α β γ, æquiãgulum est triangulo α ε ζ, & totum α β γ δ, parallelogrammum ipsi ε η, parallelogrãmo æquiangulum est, proportionaliter igitur est (per 4 sexti) sicut α δ, ad δ γ, sic α η, ad η ζ, sicutq; δ γ, ad γ α, sic η ζ, ad ζ α. Sicut autem α γ, ad γ β, sic α ζ, ad ζ ε, & insuper sicut γ β, ad β α, sic ζ ε, ad ε α, & quoniam ostensum est sicut quidem δ γ ad γ α, sic η ζ, ad ζ α, sicut uero α γ, ad γ β, sic α ζ ad ζ ε: ex æquo igitur est (per 22 quinti) sicut δ γ ad γ β, sic η ζ, ad ζ ε. Parallelogrammorum igitur α β γ δ, & ε η, proportionalia sunt latera:

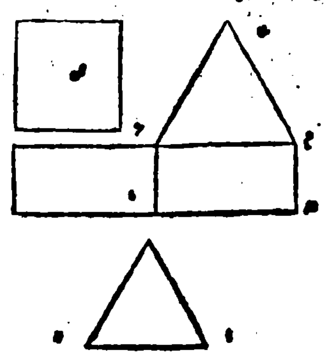


quæ circum æquales angulos. Simile igitur est (per primam diffinitionē sexti) parallelogrammū α ϛ γ δ. parallelogrammo ι κ. Id propterea, & parallelogrammum α β γ δ, parallelogrammo κ θ, est simile, utrumq; igitur ipsorum ι κ & θ κ, parallelogrammorum. ipsi α ϛ γ δ, parallelogrammo simile est. Quæ autem eidem rectilineo similia, & sibi inuicem sunt similia (per 11 sexti) igitur & ι κ, parallelogrammum ipsi θ κ, parallelogrammo simile est. Omnis igitur parallelogrammi quæ circa dimetientem parallelogrāma, similia sunt toti & adinuicem, quod erat demonstrandum.

Eucli. ex Zamb. Problema 7 Propositio 25

25 Dato rectilineo simile, & aliȷ dato æquale idem constituere.

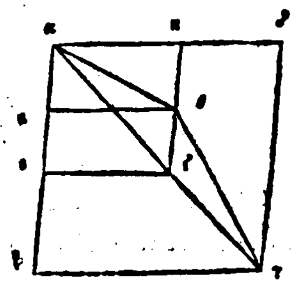
THEON ex Zamberto. Sit quidem datum rectilineum cui oportet simile constituere, α ϛ γ, cui autem oportet æquale, δ, oportet iam ipsi α β γ, simile, ipsi autem δ æquale, idem constituere, prætendatur (per 44 primi) igitur ad β γ, ipsi triangulo α ϛ γ, æquale: parallelogrammum ϛ γ, & ad γ ι, ipsi δ, æquale parallelogrammum γ μ, in angulo qui sub ζ γ ι. qui æqualis est ei qui sub γ θ δ. In rectam lineam igitur est (per 14 primi, ϛ γ, ipsi γ ζ: & λ ι, ipsi ι μ. Sumaturq; (per 13 sexti,) ipsarum β ι, & γ ζ, media proportionalis κ θ, describaturq; (per 18 sexti, ex κ θ. ipsi α ϛ γ, simile, similiterq; positum κ κ θ. Et quoniam est sicut ϛ γ, ad κ θ, sic κ θ, ad γ ζ. si autem tres fuerint rectæ lineæ proportionales sicut prima ad tertiam sic quæ à prima est species ad eam quæ à secūda similis similiterq; descripta: est igitur (per correlarium secundū 20 sexti) sicut β γ, ad ι ζ, sic triangulum α β γ, ad triangulum κ κ θ. Sed sicut ϛ γ, ad γ ζ. sic ϛ ι, parallelogrāmum ad ι ζ, parallelogrammum. Et sicut igitur (per primam sexti) triangulum α β γ, ad triangulum κ κ θ, sic ϛ ι, parallelogrammum ad ι ζ. parallelogrammum: uicißim quoque igitur (per 16 quinti) sicut triangulum α ϛ γ, ad ϛ ι, parallelogrammum, sic triangulum κ κ θ, ad parallelogrammum ι ζ, æquale autem est triangulum α β γ, parallelogrammo ϛ ι, æquale igitur est triāgulum κ κ θ, ipsi ι ζ, parallelogrammo: sed parallelogrammum ι ζ, ipsi δ est æquale, & κ κ θ, igitur, ipsi δ est æquale, est autem κ κ θ. ipsi α β γ simile, Dato igitur rectilineo α β γ, simile, & aliȷ dato δ, æquale, idem κ κ θ, constitutum est, quod facere oportebat.



Eucli. ex Zamb. Theorema 19 Propositio 26

26 Si à parallelogrāmo parallelogrammū auferatur, simile toti & similiter positum, communem angulū habēs ei, circū eundē dimetientem est toti.

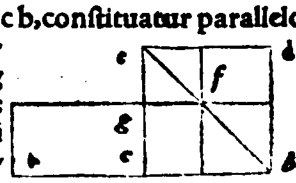
THEON ex Zamberto. A parallelogrammo enim α β γ δ, parallelogrāmum auferatur α ζ, simile ipsi α β γ δ, & similiter positum, cōmunem angulū habens ei qui sub δ α β. Dico quod circum eandem diametrum est α ϛ γ δ, ipsi α ζ. Non enim: at si poßibile est, sit eorum dimetiens α κ γ, & excitetur (per 31 primi, ab θ utrique ipsarum α δ, & ϛ γ, parallelus θ κ. Quoniā igitur circum eandem dimetientem est α β γ δ, ipsi κ κ, simile est (per 24 sexti,) α ϛ γ δ, ipsi κ κ, est igitur sicut δ α, ad α ϛ sic κ κ, ad α κ, (per conuersionem 1 diffinitionis sexti. Est autē propter similitudinem ipsorū α β γ δ, & ι κ, sicut δ α, ad α β, sic κ α, ad α ι. Igitur per 9 quinti,) κ α, ad utrāque ipsarum α κ, & α ι, eandem habet rationem, æqualis igitur est α κ, ipsi α ι, minor maiori, quod absurdum est. Igitur α ϛ γ δ, non est circa eandem dimetientem ipsi κ κ. Circa eandem igitur dimetientem est α ϛ γ δ, parallelogrammum, ipsi α ζ, parallelogrammo. Si à parallelogrammo igitur parallelogrāmū auferatur, simile toti & similiter positum cōmunem angulū habens ei, circa eandem dimetientem est toti. Quod ostendere oportebat.

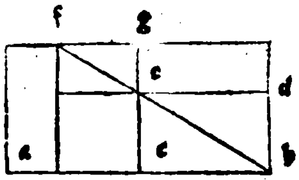


Eucli. ex Camp. Propositio 26

26 SVper dimidium datæ lineæ parallelogrammum designatum. maius est eo parallelogrammo cui datæ lineæ applicato deest ad completionem lineæ simile & super diametrum consistens super dimidium collocati.

CAMPANVS Sit data linea a b, super cuius dimidium c b, constituatur parallelogrammū c d, cuius diameter b e, & ad lineam a b applicetur parallelogrāmū a f. cuius unū latus secet e c in pūcto g ita quod ad complementū totius lineæ a b desit superficies f b quæ sit similis superficiei c d, & cōsistens circa diametrū eius dico tūc ꝙ parallelogrāmū c d est maius parallelogrāmo a f. Est enim per 1 huius, a g æquale g b, & per 43 primi, c f æquale f d, ergo per hāc cōmunē sciētiā si æqualibus æqualia addas tota quoq; fient æqua-





æqualia,erit gnomo constans ex tribus parallelogrammis quæ sunt c f.f b,& f d.æqualis parallelogrãmo a f.quare parallelogrammũ c d,est maius parallelogrãmo a f,in parallelogrammo e f,quod est propositũ. Idẽ etiã esset si superficies a f fieret altior superficie c d:ut uidere potes in secũda figura in qua etiã per primã huius a g:est æquale g b:demptis itaq; utrinq; duobus supplemẽtis superficiei f b: excedet parallelogrammum c d,parallelogrammũ a f in parallelogrammo f e.

Eucli.ex Zamb. Theorema 20 Propositio 27

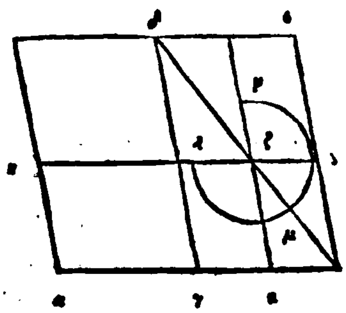
27 Omnium parallelogrammorũ ad eandem rectam lineã* proiectorum deficiẽtiumq; * specie parallelogrammis,similibus,similiterq; positis ei quod à dimidia descriptum est,maximum est quod à dimidia proiectum parallelogrammum simile existẽs* sumpto,

παραβαλλομένων applicatorum.

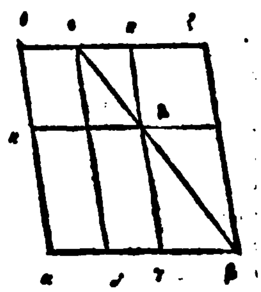
εἴδει,id est figuris

ἐλλείμματι,id est defectui

THEON ex Zãb. Sit recta linea α β,& secetur(per 10 primi,)bifariam in γ,prætenditur quoque (per 18 sexti,ad α β,rectam lineam,parallelogrammũ α δ,deficiens specie parallelogrammo δ β,simili,similiterq; descripto ei quod à dimidia ipsius α β,hoc est γ β.Dico quod omniũ ad α ε,comparatorum parallelogrammorum & deficiẽtium specie parallelogrammis similibus similiterq; positis ipsi δ ε,maximum est α δ.Prætendatur enim ad α β,rectam lineam parallelogrãmũ α ζ,deficiens specie parallelogrãmo ζ ε,simili similiterque posito ipsi δ ε.Dico quod maius est α δ,ipso α ζ.Quoniã enim simile est δ β,parallelogrammũ ipsi ζ β,parallelogrãmo:circũ eandẽ igitur sunt demetientẽ (per 26 sexti,excitetur eorũ dimetiens δ ε,& describatur figura.Quoniam igitur(per 42 primi)æquũ est ζ γ,ipsi ζ ι,cõmune apponatur ζ β,totũ igitur γ θ.toti κ ι,est æquale.Sed γ θ,ipsi γ κ,est,æquale(per 36 primi)quoniã & recta α γ,rectæ α ε æqualis.Igitur κ γ,ipsi & ι κ,est æquale.Cõmune apponatur γ ι,totũ igitur α ζ,toti λ μ ν,gnomoni est æquale.Quare parallelogrãmũ δ ε,hoc est α δ,hoc est α δ,ipso α ζ.parallelogrãmo maius est,omnium igitur ad eandem lineam consistentium parallelogrammorũ & deficientium specie parallelogrammis,similibus,similiterque positis ei quod à dimidia describitur:maximũ est quod à dimidia comparatum est,quod oportebat demonstrare.

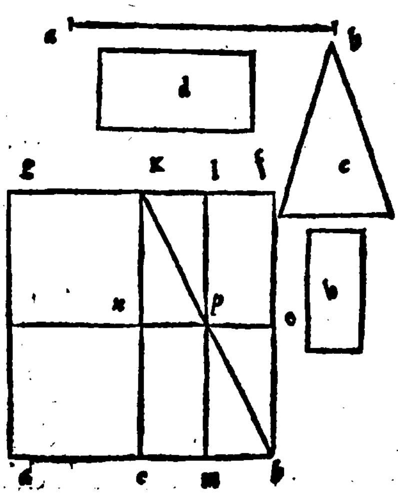


ALITER Sit enim rursus α β,dissecta bifariam in γ,& comparatũ α λ,deficiens specie ipso λ ε.Comparetur q; rursus ad α β,parallelogrammũ α ι,deficiens ipso ι β,simili similiterq; posito ipsi λ ε,quod à dimidia fit ipsius α β.Dico quod à dimidia comparatum,α λ maius est ipso α ι.Quoniã enim simile est ι ε:ipsi λ ε,circum eãdem dimetientem sunt(per 26 sexti.Sit eorum demetiens ι ε,describatur q; figura,& quoniã æquũ est λ ζ,ipsi λ θ,quoniã & rectæ ζ η,rectæ η θ,est æqualis:maius igitur est λ ζ,ipso α ι,æquũ autem est λ ζ ipsi δ λ,maius igitur est & δ λ.ipso α ι,commune esto α δ,totum igitur α λ,toto α ζ,maius est quod demonstrare oportebat.



Eucli.ex Camp. Propositio 27

27 TRilatera superficie ꝓposita æquũ ei super quãlibet assignatã lineam parallelogrãmũ designare,cui desit ad cõplendã lineã aliȷ̈ superficiei propositæ simile parallelogrammũ quod secundum eiusdẽ suũ esse parallelogrãmo super dimidium datæ lineæ collocato minime maius existat.



CAMPANVS Sit assignata linea a b.& propositus triangulus c,propositumq; parallelogrammũ d.uolo super lineam a b:designare parallelogrammum æquale triangulo c,ita quod desit ad cõplen

dam

dam lineam a b parallelogrammū simile d:& sit ita conditionatum quod triangulus c non sit maior parallelogrāmo simili d.collato super dimidium lineæ a b. alioquin ad impossibile laboraretur.per præmissam.Diuido igitur lineā a b per æqualia in pūcto e & secūdū doctrinā 19 huius super eius eius medietatē b e cōstituo parallelogrammū c f simile d,& cōplebo super totā lineā a b:parallelogrāmū b g.Quia igitur c nō est maior parallelogrāmo e f,sed æqualis ei aut minor sicut positū est.si fuerit ei æqualis.erit parallelogrāmū e g quale intēditur per 36 primi coadiuuāte prima parte 9.& per diffinitionē similiū superficierū & 20 huius. Si aūt minor,sit minor in superficie aliqua,cui æqualis & similis d fiat secūdū doctrinā 25 huius quæ sit h.eritque h similis e f per 20 huius.quare per cōuersionē diffinitionis,æquiangula sibi & proportionaliū laterū.protrahā igitur in parallelogrāmo e f diametrū b k,& resecabo latera k f,& e k superficiei e f,ad mēsurā laterū superficiei h. protractis lineis l m & n o æquidistantibus lateribus superficiei e f.secantibus se in pūcto p,ut superficies k p sit æqualis & similis superficiei h eritq; per 25 huius pūctū p,in diametro k b:protracta itaq; o n usq; ad a d,dico parallelogrāmū a p esse quale proponitur.Deest enim sibi ad cōplementū lineæ a b parallelogrammū p b,quod per 24 & 20 huius est simile parallelogrāmo d. Sed ipsum etiā parallogrāmū a p est æquale triāgulo c.Est enim per primā huius,a n æquale n b,ergo per 43 primi,& hāc cōmunē scientiā si æqualibus æqualia addas,tota quoque fient æqualia, parallelogrāmū a p:est æquale gnomoni n b l,& quia iste gnomo est æqualis triāgulo c propter id quod parallelogrammum e f positum fuit esse maius triangulo c in parallelogrammo h,quod est æquale parallelogrammū k p,patet propositum.

Eucli.ex Zamb. Problema 8 Propositio 28

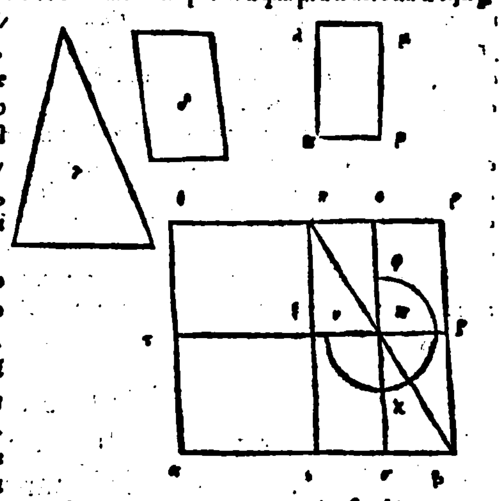
28 Ad data rectā lineā dato rectilineo æquale parallelogrāmū cōparare,deficiēs specie paralellogrāmo simili dato.Oportet iā datū rectilineū cui* expedit æquū cōparare,nō maius esse eo qđ à dimidia cōparatū similibus existētibus sūptis & eius quod à dimidia & cui expedit simile deficere.

ιλλι

H oportet

δι

THEON ex Zāb. *Sit quidē data recta linea α β. datū uero rectilineū cui oportet æquū prætēdere ad α β. sit illud γ, nō maius existēs eo quod à dimidia cōparatū est similibus existētibus sūptis, cui autē expedit simile deficere, δ, oportet iā ad datā rectā lineā α β, dato rectilineo γ æquale parallelogrāmū prætēdere deficiēs specie parallelogrāmo simili existēte ipsi δ. Secetur (per 10 primi) α β bifariā in signo ε. Describaturq; (per 18 sexti, ab ε β, ipsi δ, simile similiterq; positū ε β ζ η. Cōpleaturq; α η, parallelogrāmū. Iā α η, aut æquū est ipsi γ, aut eo maius per determinationē. Si quidē igitur æquū est α η, ipsi γ, quod quærimus factū iam est. Cōparatū siquidē esset ad datā rectā lineā α β, dato rectilineo γ æquū parallelogrāmū α η deficiēs specie parallelogrāmo η β, simili ipsi δ. Si aūt nō est maius θ ε, q; γ, æquale autē θ ε, ipsi η β, maius igitur & η β, quā γ. Quo aūt maius est η β, quā γ, tali excessui (per 25 sexti) æquale, ipsi δ, simile similiterq; positū idē cōstituatur κ λ μ ν. Sed ipsi η β, ipsum δ est simile. & κ μ, igitur, ipsi η β, est simile. Esto igitur similis rationis κ λ, ipsi η ε, & λ μ, ipsi η ζ. Et quoniā æquū est η β, ipsis γ κ μ, maius igitur est η β, quàm κ μ. Maior igitur est η ε, quàm κ λ, & η ζ, quàm λ μ, ponatur (per 11 primi) ipsi quidē κ λ æqualis η ξ, ipsi aūt λ μ, æqualis η ο, & cōpleatur parallelogrāmū ξ η ο π. Aequū igitur est & simile η π ipsi κ μ. Sed κ μ, ipsi η θ. est simile, & η π igitur ipsi η β, est simile. Circū eādē dimetientē (per 26 sexti) igitur, est η π, ipsi η β. Sit eorū dimetiēs η π β, & describatur figura. Quoniā igitur æquū est β η, ipsis γ & κ μ quorū η π ipsi κ μ, est æquale reliquus igitur υ φ χ, gnomon reliquo γ est æqualis, & quoniam æquum est ο ρ. Totum igitur ο β, toti α ξ, est æquale. Sed ξ β, ipsi τ ε, est æquale: quoniā & latus α ε, lateri ε β, est æquale, & τ ε, igitur, ipsi ο β est æquale. Cōmune applicetur ξ ζ, totum igitur τ σ toti φ χ υ, gnomoni æquū est. Sed φ χ υ gnomon ipsi γ, ostēsum est quod est æqualis, & τ σ igitur ipsi γ æquū est. Ad datam rectā lineā igitur α β, dato rectilineo γ æquū parallelogrāmū comparatum est τ σ deficiens specie parallelogrāmo π β, simili existēti ipsi δ, quoniam π β, ipsi η π, simile est. Quod erat propositum.*

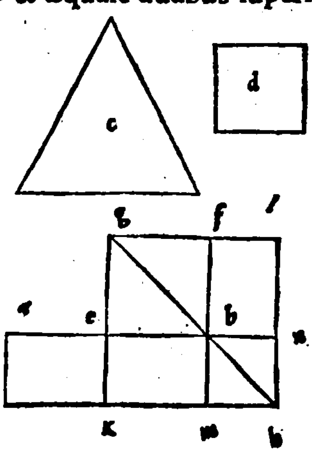


Eucli.ex Camp. Propositio 30

30 SVper datā lineā datæ superficiei trilateræ æquū parallelogrāmū cōstituere, quod addat super cōpletionē datæ lineæ superficiem æquidi-

quidistantium laterum datæ superficiei æquidistantium laterum similem.

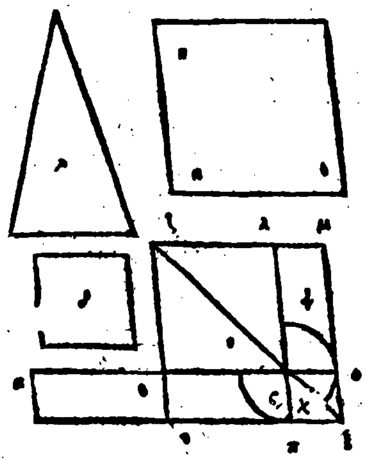
CAMPANVS. Sit ut prius data linea a b,& datus triãgulus c,datũq; parallelogrãmum d,uolo super lineã a b cõstituere parallelogrammũ æquale triãgulo c,quod addat super totã lineã a b,parallelogrãmũ simile d. Diuido lineã a b per æqualia in puncto e,& super eius medietatẽ e b facio e f similẽ d,secundũ quod docet 19 huius,& secundum doctrinã 25 huius,facio k l cuius diameter g h,similẽ d & æqualẽ duabus superficiebus e f & c,eritq; per 20 huius k l similis e f. Superposita igitur superficie k l superficiei e f ita quod ambæ cõmunicent in angulo g:erit per 25 huius superficies e f, cõsistẽs circa diametrũ superficiei k l:quare punctũ b est in diametro g h,cõplebo igitur parallelogrãmũ a h:quod dico esse quale proponitur,quod cõstat protractis linea f b usque ad m,& linea e b,usque ad n. Est enim per primã partẽ huius,a k æquale k b,& ideo per 43 primi est etiã æquale n f, addito ergo utrique e h,erit per cõmunẽ sciẽtiã a h æquale gnomoni e h f,sed iste gnomo est æqualis triãgulo c,quia parallelogrãmũ k l positum fuit æquale duabus superficiebus c & e f,ergo parallelogrammum a h est æquale c,& addit ad cõplementum lineæ a b parallelogrammum m n,quod per 21 & 20 huius est simile parallelogrãmo d,quare cõstat perfectum esse quod uolumus.



CAMPANI additio Possumus aut ad lineam datam adiũgere parallelogrammum æquale nõ solũ trilateræ superficiei positæ,sed & cuiuslibet rectilineæ figuræ propositæ quæcunq; ipsa fuerit:cui desit ad cõplendã lineã datã superficiei æquidistãtiũ laterũ propositæ sicut docet præmissa, obseruata cõditione eius ne laboretur ad impossibile per ante præmissam, uel q̃d addat super cõpletionẽ lineæ superficiẽ æquidistantiũ laterũ similẽ superficiei propositæ sicut proponit cõclusio præsens. Propositã enim superficiem cui æquale parallelogrãmum debet ad lineã datã adiũgi quod addat aut diminuat ad cõpletionẽ lineæ parallelogrammũ simile parallelogrãmo dato: resoluemus in triãgulos,& ipsis mediãtibus describemus superficiẽ æquidistãtiũ laterum, totali superficiei propositæ æqualẽ, hoc autẽ qualiter fiat & si scire uolueris:require 25 huius. Dehinc super duplũ basis eius æqualis altitudinis triãgulũ cõstituemus,quẽ(si 41 primi diligẽter inspexeris) parallelogrammo prius designato inuenies esse æqualẽ,quare & superficiei propositæ,huic ergo triãgulo si æquale parallelogrãmũ ad lineam datã adiũxeris quod addat ad cõplementum lineæ aut minuat parallelogrammũ simile parallelogrãmo dato secundũ q̃d docet hæc & præmissa:quod propositũ erat te perfecisse non dubites.

Eucli. ex Zamb. Problema 9 Propositio 29

29 Ad datã rectã lineam, dato rectilineo æquale parallelogrãmũ prætẽdere, excedẽs specie parallelogrãmo simili dato.

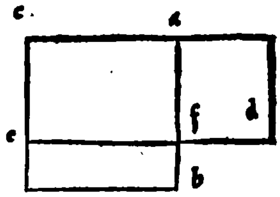


THEON ex Zãb. Sit quidẽ data recta lineã α β, datũ uero rectilineũ cui expedit ad α β, æquale parallelogrãmũ prætẽdere γ. Cui aũt oportet simile prætẽdere δ, oportet iã ad α β, rectã lineã ipsi γ, rectilineo æquum parallelogrãmũ prætẽdere excedẽs specie parallogrãmo simili ipsi δ. Secetur (per 10 primi,) α β, bifariã in ε, & describatur (per 6 sexti) ex ε β ipsi δ simile similiterq; positũ parallelogrãmũ β ζ, & ambobus quidẽ β ζ γ æquale, ipsi aũt δ, simile similiterq; positõ, idẽ cõstituatur η θ. Simile igitur est η θ, ipsi β ζ. Similis aũt ratiõis esto κ θ, ipsi ζ λ, & η κ, ipsi ζ ε. Et quoniã maius est η θ, ipso ζ β, maior igitur est quidẽ κ θ, ipsa ζ λ. & κ η, ipsa ζ ε. Extendãtur ζ λ, & ζ ε, & ipsi quidẽ κ θ, æqualis esto ζ λ μ, ipsi autẽ κ η, æqualis esto ζ ε ν. Cõpleaturq; μ ν. Igitur μ ν, ipsi η θ, æquũ est & simile. sed η θ, ipsi ε λ. est simile. Igitur (per 26 sexti) μ ν ipsi ε λ. est simile, circum igitur eãdẽ diametrũ cõsistũt ε λ & μ ν. Excitetur eorũ dimetiẽs ζ ξ. & describatur figura. quoniã igitur æquũ est η θ ipsis ε λ et γ. sed η θ, ipsi μ ν, est æquale, & μ ν igitur ipsis ε λ γ, est æquale. Cõmune auferatur ε λ, reliquus igitur ψ χ φ gnomõ ipsi γ est æq̃lis. Et quoniã α ε, ipsi ε β: est æq̃lis æquũ est per 36 primi et α ν ipsi ν β hoc est (per 43 primi ipsi λ ο cõe ap ponatur ι ξ, totum igitur α ξ, æquum est ipsi φ χ ψ, gnomoni. Sed φ χ ψ gnomon æqualis est ipsi γ. Igitur α ξ, ipsi γ est æquale. Ad datam igitur rectam lineam α β, dato rectilineo γ, æquale parallelogrammum comparatum est α ξ, excedens specie parallelogrammo π ο simili existente ipsi δ. Igitur δ, simile est ipsi β ξ, & β ξ. ipsi ο π, est simile, circum enim eandem dimetientem consistunt, quod fecisse oportuit.

Eucli. ex Camp. Propositio 29.

29 QVamlibet lineam propositam, secundum proportionem habentem medium duóque extrema secare.

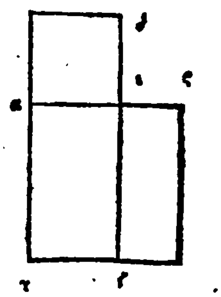
CAMPANVS Sit proposita linea a b: quam uolo diuidere secundũ proportionem habentẽ mediũ & duo extrema. Ex ipsa describo quadratum b c: & ad eius latus a c adiungo secundũ quod docet præmissa, parallelogrammũ c d æquale quadrato b c: quod sit simile b c, sitque latus parallelogrãmi c d, quod æquidistat a c: d e, & secet lineã a b in puncto f. Dico, lineã a b esse diuisam in puncto f sicut proponitur. Est enim a d quadratũ, propter id quod est simile b c, quare a f, est æquale f d, sed & f e est æqualis a b: propter id quod est æqualis a c per 34 primi, & quia c d æquale b c: dempto ab utroque c f: erit a d æquale e b, & angulus f unius angulo f alterius. ergo per 15 huius latera sunt mutekesia: ergo e f ad f d sicut a f ad f b: & quia e f est æqualis a b, & f d: erit a b ad a f sicut a f ad f b: ergo per diffinitionem est diuisa ut proponitur. Idẽ etiã potest demõstrari ex 11 secũdi. Diuidatur enim a b in puncto f: secundũ quod docet 11 secundi, sitque e b quod continetur sub tota a b & eius parte f b: ita quod f e sit æqualis a b & a d sit quadratum a f: est itaque per prædictã 11 secũdi e b: æquale a d. Quod restat arguere ut prius per 15 huius, uel sic: cum A b sit diuisa in puncto f secundum quod docet 11 secundi: quod fit ex a b prima in f b tertiam est æquale quadrato a f secundæ: ergo per secundã partem 16 huius proportio a b primæ ad a f, secũdam est sicut a f secundæ ad f b tertiã: per diffinitionem itaque diuisa est a b ut proponitur.



Eucli. ex Zamb. Problema 10 Propositio 30

τέμνειν secare Datam rectam lineam terminatam, extrema ac media ratione dispescere.

THEON ex Zamberto. Sit data recta linea terminata α β, oportet iam ipsam α β. rectam lineam extrema *τέμνειν & media ratione *dispescere. Describatur enim, (per 46 primi) ex α β, quadratum β γ. Comparetur que (per 29 sexti,) ad α γ, ipsi β γ. æquum parallelogrammũ γ δ excedens specie α δ, simili ipsi β γ. Quadratũ autẽ est β γ, quadratũ igitur est & α δ, & quoniã æquũ est β γ, ipsi γ δ, cõmune auferatur γ ε, reliquum igitur β ζ, reliquo α δ est æquale, est autẽ & æquiangulũ. Igitur (per diffinitionem 2 tertij, & per 14 sexti) ipsorum β ζ, & δ α, reciproca sunt latera: quæ circũ æquales angulos. Est igitur sicut ζ ε, ad ε δ, sic α ε, ad ε β. Aequalis autem est ζ ε, ipsi α γ, hoc est ipsi α β. Ipsa autẽ ε δ, ipsi α ε. Est igitur sicut β α, ad α ε, sic α ε, ad ε β, maior autem est (per 34 primi,) α β, quàm α ε: maior igitur est & α ε, quàm ε β. Igitur α β, recta linea extrema & media ratione secta est, in ε, & maius segmentum ipsius est α ε, quod fecisse oportuit.



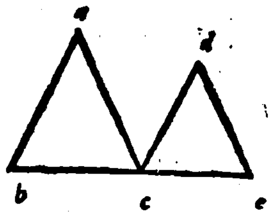
ALITER Sit data recta linea α β, oportet ipsam iã α β, extrema, & media ratione secare, secetur enim α β, in γ, (per 11 secundi): ut quod sub α β, & β γ, æquum sit ei quod ex γ α, quadrato. Quoniã igitur quod sub α β & β γ. æquũ est ei quod ex γ α, est igitur (per 17 huius) sicut β α, ad α γ sic α γ, ad γ β. Igitur α β, media & extrema diuisa est ratione in γ, quod oportebat facere.

Eucli. ex Camp. Propositio 30

30 SI fuerint duo anguli super unum angulum constituti quorum duo latera angulum illum continentia duobus alijs eorum lateribus æquidistet, fuerintq́ illa quatuor latera secundum æquidistantiam relata, proportionalia, illos duos triangulos super unam lineam rectam constitutos esse necesse est.

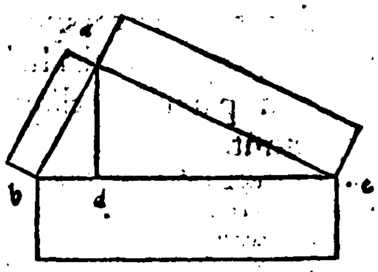
CAMPANVS Sint duo anguli a b c, d c e constituti super angulum a c d, sitque a c æquidistans d e & d c: a b, & sit proportio a c ad d e, sicut a b ad d c, dico quod duæ bases eorũ b c & c e, sunt linea una. Est enim angulus a æqualis angulo d: quia uterq́ eorũ est æqualis angulo a c d per primam partem 29 primi, igitur per præsentem hypothesin

sin & 6 huius: ipsi trianguli sunt æquianguli, & angulus b, est æqualis angulo d c e. & angulus a c b angulo e, quare per 32 primi tres anguli qui sunt ad c, sunt æquales duobus rectis, ipsi enim æquatur tribus angulis utriuslibet duobus triangulorum, ergo per 14 primi b c, est linea una quod est propositũ. *Eucli. ex Camp.* *Propositio 31*

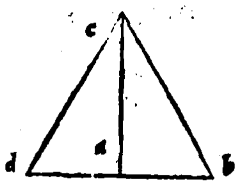


31 IN omni triãgulo rectãgulo superficies lateris quod subtẽditur angulo recto, æqualis est superficiebus duorũ laterũ angulũ rectum continentiũ pariter acceptis, cũ fuerint similes ei in lineatione & creatiõe.

CAMPANVS Quod proponit penultima primi de superficiebus quadratis, proponit hic penultima sexti de omnibus superficiebus similibus, unde hæc est illa tanto uniuersalior, quanto superficies laterata quadrato. Sit itaque triangulus rectangulus a b c, cuius angulus a sit rectus. Dico quod superficies constituta super latus b c, est æqualis duabus superficiebus constitutis super a b & a c, cum omnes tres superficies fuerint similes in figura & situ. Ducam perpẽdicularẽ a d, ad lineam b c, eritq́ per secundam partẽ correllarij 8 huius, proportio b c ad c a, sicut c a ad d c, & c b ad b a, sicut b a ad d b. Si itaque super quãlibet trium linearum b c, c a & a b fiat superficies similis alijs in figura & situ, erit per correllarium 17 huius proportio superficiei constitutæ super b c primam ad constitutam super c a secũdam, sicut b c primæ ad d c tertiam: & itẽ eiusdem superficiei constitutæ super b c primam ad constitutam super a b secundã: sicut b c primæ ad d b tertiam per idẽ correlariũ. Quare per conuersam proportionalitatẽ superficiei a c ad superficiẽ c b, sicut c d ad c b, & similiter superficiei a b ad superficiem b c, sicut b d ad superficiẽ b c, & ponatur a c prima & c b secunda & quarta: & c d superficies tertia, & a b superficies quinta, & b d superficies sexta, & arguatur per 24 quinti quod proportio superficiei constitutæ super b c ad duas superficies cõstitutas super c a & c b simul: est sicut b c ad c d & d b simul: quia igitur b c est æqualis duabus lineis c d & d b simul sumptis, erit superficies constituta super b c æqualis duabus superficiebus constitutis super c a & a b simul sumptis: quod est propositum.



CAMPANI *additio* Conuersam quoq́ huius possumus facile demonstrare per modũ demõstrationis ultimæ primi, sit enim triãgulus a b c, sitq́ superficies cõstituta b c æqualis duabus superficiebus cõstitutis super duas lineas a b & a c sibi similibus. Dico quod angulus a est rectus, ponã enim angulum c a d rectũ & lineã a d æqualẽ a b, & claudo superficiem ducta linea d c, eritq́ per hanc 31 superficies constituta super c d æqualis duabus constitutis super duas lineas c a & a d similibus, quare etiam constitutæ super b c sibi simili, hæc enim posita est æqualis duabus constitutis super a b & a c sibi similibus, erit ergo linea b c æqualis c d, quare per 8 primi angulus a est rectus. Quod est propositum.

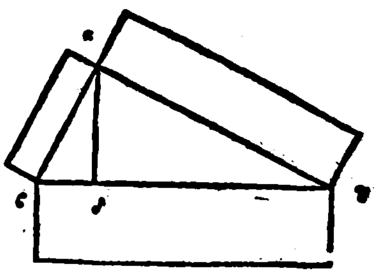


Sequentes duæ ex Zamberto propositiones, duabus præcedẽtibus ex Campano præpostero ordine respondent.

Eucli. ex Zamb. *Theorema 21* *Propositio 31*

31 In rectangulis triangulis quæ ab rectum angulum subtendente latere species, æqualis est eis quæ ab rectum angulum comprehendentibus lateribus speciebus similibus similiterq́ descriptis. *Ubi et figura*

THEON *ex Zamberto.* *Sit triangulum αβγ, rectum habens angulum qui sub βαγ. Dico quod quæ ex βγ species, æqualis est eis quæ ex βα, & αγ, speciebus similibus similiterque descriptis. Excitetur (per 12 primi,) perpendicularis αδ, Quoniã igitur in triangulo rectãgulo αβγ, ab α recto angulo βγ, in basin perpendicularis acta est αδ, triangula αβδ, & αδγ, quæ ad perpendicularem, similia sunt toti αβγ, & sibi inuicem (per 8 sexti,) quoniam simile est αβγ, ipsi αβδ, est igitur sicut γβ, ad βα, sic αβ, ad βδ. At quoniam tres rectæ lineæ proportionales sunt est igitur (per correlarium secundum 20 sexti,) sicut prima ad tertiam sic quæ à prima species ad eam quæ à secunda* à secūda similis similiterq́; descripta est. Sicut igitur γ ϐ, ad ϐ δ, sic species quæ ex ϐ γ, ad eā quæ ex β α, similis similiterq́; descripta est. Id propterea & sicut β γ, ad γ δ, sic species quæ ex β ad eā quæ ex γ α. Quare sicut ϐ γ, ad ϐ δ, & δ γ, sic quæ ex β γ, species ad eas quæ ex ϐ α, & α γ, similes similiterq́; descriptæ sūt. Aequalis aūt est ϐ γ, ipsius β δ, & δ γ, æqualis igitur est, species quæ ex ϐ α, & α γ, sunt speciebus similibus similiterq́; descriptis. In rectangulis igitur triangulis, quæ ad rectum angulū subtendentē species, æqualis est eis quæ ad rectum angulum cōprehendentibus speciebus similibus similiterq́; descriptis, quod demōstraße oportuit.

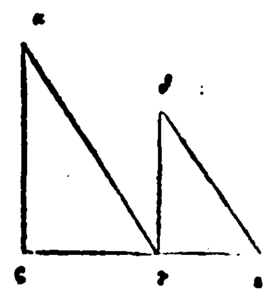


ALITER. Quoniam (per correlarium primū 20 sexti,) similes figuræ in dupla sunt ratione similis rationis laterum, igitur quæ ex ϐ γ, est species ad eam quæ ex ϐ α, duplā rationem habet quàm γ β, ad ϐ α, habet autem & quod ex β γ, quadratū ad id quod ex α, quadratum duplā rationem quàm γ α, ad ϐ α, & sicut igitur quæ ex γ β, species ad eam quæ ex β α, speciem: sic quadratum quod ex γ ϐ, ad quadratum quod ex ϐ α. Id propterea & sicut species quæ ex ϐ γ, ad speciem quæ ex γ α, sic quadratū quod ex ϐ γ ad quadratum quod ex γ α, Quare & sicut species quæ ex β γ, ad species quæ ex β α, & α γ, sic quadratū quod ex, ϐ γ, ad quadrata quæ ex ϐ α, et α γ. Quadratū aūt quod ex β γ, æquū est eis quæ ex β α, & α γ, quadratis (per 47 primi,) æqualis igitur est species quæ ex ϐ γ, eis quæ ex ϐ α, & α γ, speciebus similibus similiterq́; descriptis.

Eucli. ex Zamb. Theorema 22 Propositio 32

32 Si duo triangula componantur ad unum angulum, duo latera duobus lateribus proportionalia habentia, ut quæ eiusdem rationis eorum latera sint etiam parallela, reliqua ipsorum triangulorum latera in rectam lineam erunt.

THEON ex Zamberto. Sint bina triangula α ϐ γ, & δ γ ε, duo latera β α, & α γ. duobus lateribus δ γ, & δ ε, proportionalia habentia, sicut quidem α ϐ, ad α γ, sic δ γ, ad δ ε, parallelum autem α β, ipsi δ γ, & α γ, ipsi δ ε. Dico quod in rectam lineam est β γ, ipsi γ ε. Quoniam enim parallelus est α ϐ, ipsi δ γ, & in eas incidit recta linea α γ, anguli igitur (per 29 primi.) *utrobiq; qui sub ϐ α γ, & α γ δ, sibi inuicem sunt æquales. Id propterea & angulus γ δ ε,
ἐναλλὰξ angulo α γ δ, est æqualis. Quare angulus ϐ α γ, angulo ε δ γ. est æqualis, & quoniam duo triangula sunt α β γ, δ γ ε, unum angulum qui ad α, uni angulo qui ad δ, æqualem habentia, circum autem æquales angulos latera proportionalia, sicut quidem β α, ad α γ. sic γ δ, ad δ ε, æquiangulum igitur est (per 6 sexti, triangulum α β γ, triangulo δ γ ε. Aequalis igitur est angulus α β γ, angulo δ γ ε, patuit autē quod angulus α γ δ, æquus (per 29 primi) angulo ϐ α γ. Totus igitur angulus α γ ε, duobus α β γ, & β α γ, est æqualis. Communis apponatur angulus α γ ϐ. Igitur anguli α γ ε, & α γ ϐ, eis qui sunt sub γ α ϐ, α γ ϐ, & γ ϐ α, sunt æquales. Sed anguli ϐ α γ, γ ϐ α, & α γ β, (per 32 primi) duobus rectis sunt æquales, & anguli igitur α γ ε, & α γ β, duobus rectis sunt æquales. Ad aliquam autem rectam lineam α γ. ad signū
ἐφεξῆς que in ea γ, duæ rectæ lineæ β γ, & γ ε, non ad easdem partes ductæ, æquos *utrobique sub α γ ε, & α γ ϐ, duobus rectis æquales efficiunt angulos, (per 14 primi,) in rectam lineam igitur est β γ, ipsi γ ε. Si bina igitur triangula componantur ad unum angulum, duo latera duabus lateribus proportionalia habentia, ut eorum similis rationis latera etiam parallela sint, reliqua ipsorum triangulorum latera in rectam lineam erunt. Quod demonstrasse oportuit.



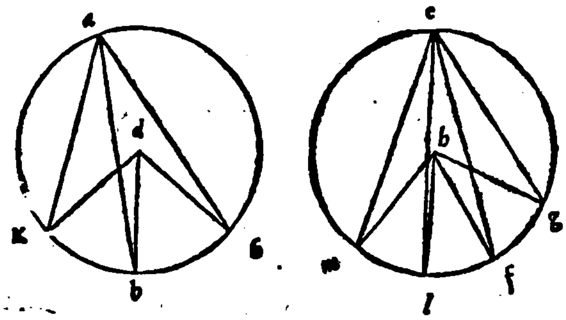
Eucli. ex Camp. Propositio 32

32 SI in circulis æqualibus supra centrum siue supra circunferentiā anguli cōsistant, erit angulorū proportio tanquam proportio arcuū illos angulos suscipientium.

CAMPANVS Sint circuli, a b c cuius centrū d, & e f g cuius centrū h: æquales, super quorū centra fiant duo anguli b d c & f h g, & super eorum circunferentias alij duo qui sint b a c & f e g, dico quod proportio angulorū tam eorū qui sunt super centra quā eorū qui super circūferētias: est sicut arcus b c ad arcū f g. Continuabo enim illis duobus arcubus alios arcus æquales: siue secundū eundē numerū siue secūdum diuersos, sitq́ arcus k b: æqualis b c, & uterque duorum arcuum l m & f l, æqualis f g, & producā lineas k d, k a, m h, l h, m e & l e. erūtque per 16 tertij: anguli qui sunt ad d adinuicem æquales, similiter quoque & qui sunt ad h, adinuicē æquales, Idē, etiā de ijs

qui

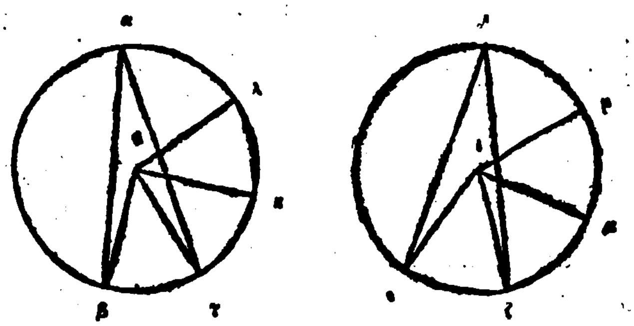
qui sunt ad a,& de ijs qui sunt ad e,sicut igitur arcus K c est multiplex arcus b c,ita angulus K d c anguli b d c.& angulus K a c anguli b a c,similiter sicut arcus m g est multiplex arcus f g, ita angulus m h g anguli f h g,& angulus m e g anguli f e g,sed si arcus K c est æqualis arcui m g,angulus K d c. est æqualis angulo m h g, & angulus K a c angulo m e g,& si maior,maiores,& si minor, minores per 26 tertij: per diffinitionem itaque incontinuæ proportionalitatis proportio arcus b c ad arcũ f g,est sicut anguli b d c ad angulum f h g,& sicut anguli b a c ad angulũ f e g, quod est propositum.Idem intellige in eodem circulo,



Eucli.ex Zamb. Theorema 23 Propositio 33

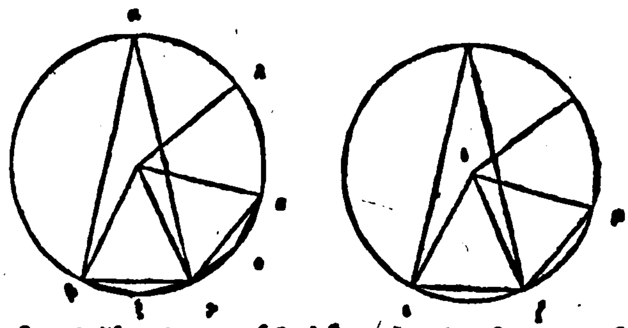
33 **In æqualibus circulis anguli eandem habent rationem ipsis circunferentijs in quibus consistunt,& si ad centra & si ad circunferentias fuerint constituti,tum etiam sectores,ut puta ad centra constituti.**

THEON ex Zāb. *Sint æquales circuli α β γ,& δ ε ζ,ad eorũq; centra η θ,anguli sint β η γ,et ε θ ζ,ad eorũ circunferentias uero,anguli qui sub β α γ,& ε δ ζ. Dico quod est sicut circunferentia β γ,ad circunferentiam ε ζ,sic est angulus β η γ,ad angulum ε θ ζ,& angulus β α γ,ad angulum ε δ ζ,& insuper η β γ,sector ad θ ζ ε,sectorem. Ponatur (per 28 tertij,ipsi quidem β γ,circunferentiæ æquales quotcunque ordine hoc est γ κ,& κ λ,ipsi autem ε ζ, quotcunque æquales circunferentiæ ζ μ,& μ ν. Connectanturque η κ,η λ,θ μ,& θ ν. Quoniam igitur æquales sunt β γ, γ κ,& κ λ,circunferentiæ ad inuicem,æquales (per 27 tertij,) quoque sunt anguli β η γ,γ η κ,& κ η λ. Quotuplex igitur est β λ,circũferẽtia ipsius β γ,circũferẽtiæ,totuplex est & angulus β η λ,anguli β η γ. Id propterea etiã quotuplex est ν ε,circũferẽtia ipsius ε ζ,circunferẽtiæ,totuplex est & angulus ν θ ε,ipsius ε θ ζ. Si igitur æqualis est circũferẽtia β λ,ipsi circunferentiæ ε ν,æqualis est & angulus β η λ,angulo ε θ ν,& si maior est β λ,circunferentia quàm ε ν,circunferentia, maior est & angulus β η λ,angulo ν θ ε,& si minor,minor. Quatuor iam existentibus magnitudinibus, duabus,inquam,circunferentijs β γ,& ε ζ,binisque angulis hoc est β η δ,& ε θ ζ,suscipiuntur quidem ipsius β γ, circunferentiæ atque ipsius anguli β η γ,æque multiplices hoc est β λ circunferentia & angulus β η λ,ipsius autem ε ζ circunferentiæ & anguli ε θ ζ,circunferentia ε ν,& angulus ε θ ν. Ostensum autem est quod si circunferentia β λ,excedit circunferẽtiam ε ν, angulus quoque β η λ excedit angulum ε θ ν,& si æqualis,æqualis: & si minor,minor. Est igitur (per 6 diffinitionẽ quinti.) sicut β γ, circunferentia ad ε ζ, circunferentiam: sic angulus β η γ ad angulum ε θ ζ. Sed sicut angulus β η γ,ad angulum ε θ ζ,sic angulus β α γ,ad angulum ε δ ζ,duplus enim est (per 20 tertij,) uterq; utriusq;. Et sicut igitur β γ,circunferentia ad ε ζ circunferentiam,sic angulus β η γ, ad angulum ε η ζ,& angulus β α γ,ad angulum ε δ ζ.*



In æqualibus igitur circulis anguli eandẽ habẽt rationẽ ipsis circũferentijs,& si ad centra & si ad circunferẽtias cõstituti fuerint,quod demostrasse opportuit. Dico etiã quod & sicut β γ,circũferentia ad ε ζ, circunferentiã,sic η β γ,sector ad θ ε ζ,sectorẽ. Cõnectantur β γ & γ κ,& assumptis super β γ,& γ κ,circũferentijs ξ ο. signis,cõnectãtur β ξ,ξ γ,γ ο,& ο κ. Et quoniã (per 15 diffinitionẽ primi) duæ β η,& η γ,duabus γ η. et η κ,sunt æquales, æquales q; angulos cõprehendũt,et basis β γ, ipsi γ κ. est æqualis,triãgulũ igitur η β γ, (per 4 primi) triãgulo η γ κ,est æquale. Et quoniã æqualis est β γ,circũferentia ipsi γ κ,circũferẽtiæ,& reliqua igitur quæ in totũ circulũ α β γ,circũferentia reliquæ quæ in eundẽ totũ α β γ,circulũ circũferentiæ est æqualis. Quare et angulus β ξ γ,ipsi γ ο κ,est æqualis. Simile igitur (per 10 diffinitionẽ tertij) est β ξ γ,segmentũ,ipsi γ ο κ,est segmẽto,& in æqualibus sunt rectis, lineis β γ & κ γ. Quæ autem super æqualibus rectis lineis similia circulorum segmenta consistunt,ea ad inuicem sunt æqualia (per 24 tertij: segmentum igitur β ξ γ,ipsi γ ο κ,segmento est æquale, est autem & triangulum η β γ. triangulo η γ κ,æquale. Totus igitur sector η β γ,toti η γ κ,sectori est æqualis. Id propterea & η κ λ, sector, utrique ipsorum η β γ, & η γ κ, est æqualis. Tres igitur sectores η β γ,η γ κ,& η κ λ, sibi inuicem sunt æquales. Id propterea

pterea & θ ι ζ, θ ζ μ, & θ μ ν. sectores, sibi inuicem sunt æquales. Quotuplex igitur est β λ, circunferentia ipsius ε γ circunferentiæ, totuplex est & λ η β, sector ipsius η β γ, sectoris. Id propterea & quotuplex est ν ι, circunferentia ipsius ι ζ, circunferentiæ, totuplex est & θ ι ν sector ipsius θ ι ζ, sectoris. Si igitur æqualis est β λ, circunferentia ipsi ι ν circunferentiæ, æqualis est & β η λ, sector ipsi ι θ ν, sectori. Et si excedit ε λ, circũferentia ipsam ι ν. circunferentiã, excedit quoq; & β η λ, sector ipsum θ ι ν, sectorẽ, & si deficit: deficit. Quatuor iam existẽtibus magnitudinibus, duabus inquam β γ, & ι ζ, circunferentiis, duobusque η ε γ, & ι θ ζ, sectoribus, suscipiũtur æque multiplices ipsius quidem β γ



circunferentiæ & ipsius η β γ sectoris, hoc est β λ, circũferentia & η β λ, sector ipsius autẽ ι ζ: circunferentiæ & ipsius θ ι ζ, sectoris, circunferentia nempe ι ν, & sector θ ι ν. Et ostensum est quod si circunferentia ε λ excedit ipsam circunferentiam ι ν. excedit quoque & β η λ, sector ipsum ι θ ν, sectorem, & si æqualis, æqualis: & si deficit deficit. Est igitur (per conuersionem diffinitionis sexti, sicut circũferentia ε γ, ad ι ζ, sic η ε γ, sector ad θ ι ζ, sectorem.

CORRELARIVM Et manifestum est quod sicut sector ad sectorem, sic angulus ad angulum.

SEXTI LIBRI FINIS.

EVCLIDIS MEGARENSIS GRAECI PHILOSOPHI, GEOMETRICORVM ELEMENTORVM LIBER SEPTIMVS.

Ex Campano triplex principiorum genus. Primum. Diffinitiones.

VNitas, est qua unaquæq; res una dicitur. 2 Numerus, est multitudo ex unitatibus composita. 3 Naturalis series numerorum, dicitur in qua secundum unitatis additionem fit ipsorum computatio. 4 Differentia numerorum, appellatur numerus quo maior abundat à minore. 5 Numerus primus dicitur, qui sola unitate metitur. 6 Numerus compositus dicitur quẽ alius numerus metitur. 7 Numeri contra se primi dicuntur, qui nullo numero excepta sola unitate numerantur. 8 Numeri adinuicem compositi siue communicantes dicuntur, quos alius numerus quàm unitas metitur, nullusque eorum est ad alium primus. 9 Numerus per alium multiplicari dicitur, qui toties sibi coaceruatur, quoties in multiplicante est unitas. 10 Productus uero dicitur, qui ex eorum multiplicatione crescit. 11 Numerus aliũ numerare dicitur, qui secundũ aliquẽ multiplicatus illũ producit. 12 Pars, est numerus numeri minor maioris, cum minor maiorẽ numerat. Et qui numeratur numerantis multiplex appellatur.

13 Denomiuans, est numerus secundum quem pars sumitur in suo toto. 14 Similes dicuntur partes, quæ ab eodẽ numero denominantur.

Prima

15 Prima simpla numeri pars, est unitas. 16 Quãdo duo numeri partem habuerint cõmunem, tot partes maioris dicetur esse minor, quoties eadem pars fuerit in minore, totæ uero, quoties ipsa fuerit in maiore.

17 Numeri ad numerum dicitur proportio minoris quidem ad maiorem, in eo quod est maioris pars uel partes. Maioris uero ad minorem, secundum quod eum continet & eius partem uel partes. 18 Cum fuerint quotlibet numeri cõtinue proportionales, dicetur proportio primi ad tertium sicut primi ad secundum duplicata, ad quartum uero triplicata.

19 Cum continuatæ fuerint eædem uel diuersæ proportiones, dicetur proportio primi ad ultimum, ex omnibus composita. 20 Denominatio dicitur proportionis minoris quidem numeri ad maiorẽ, pars, uel partes ipsius minoris quæ in maiore sunt. Maioris autem ad minorem, totum uel totũ & pars uel partes, prout maior superfluit. 21 Similes siue una alij eadem dicuntur proportiones, quæ eandem denominationẽ recipiũt. Maior uero, quæ maiorem. Minor autem, quæ minorem. 22 Numeri uero quorum proportio una, proportionales appellantur. 23 Termini siue radices dicuntur, quibus in eadem proportione minores sumi impossibile est.

Petitiones.

1 Cuilibet numero, quotlibet posse sumi æquales prout libet, uel multiplices. 2 Quolibet numero, aliquem quantũlibet sumere posse maiorem. 3 Seriem numerorum, in infinitum posse procedere.

4 Nullum numerum in infinitum posse diminui.

Communes animi conceptiones.

1 Omnis pars, minor est suo toto. 2 Quicunq; eiusdẽ siue æqualium fuerint æque multiplices, ipsi quoq; erũt æquales. 3 Quibus idem numerus æque multiplex fuerit, siue quorum æque multiplices fuerint æquales, & ipsi etiam erunt æquales. 4 Omnis numeri pars est unitas, ab ipso denominata. 5 Omnis pars est minor, quæ maiorẽ habet denominationẽ, maior uero, quæ minorem. 6 Quilibet numerus totus est ab unitate, quota pars ipsius est unitas. 7 Quicunque numerus in unitatem ducitur, seipsum producit. & in seipsum numerat. Vnitas quoq; in quemcunq; ducta, producit eundem. 8 Quicunq; numerus numerat duos, numerat quoq; compositum ex illis. 9 Quicunq; numerus numerat aliquem, numerat omnem numeratũ ab illo. 10 Quicunq; numerus numerat totum & detractum, numerat residuum.

FINIS.

EVCLIDIS MEGARENSIS GRAECI PHILOSOPHI, ARITHMETICORVM ELEMENTORVM LIBER SEPTIMVS.

Euclidis ex Zamberto. Diffinitiones.

VNitas, est qua unumquodq; eorum quæ sunt unum dicitur. 2 Numerus autem, ex unitatibus composita multitudo. 3 Pars, est numerus numeri minor maioris, quādo dimetitur maiorem. 4 Partes autem, quando non metitur. 5 Multiplex uero, maior minoris, quando eum metitur minor. 6 Par numerus, est qui bifariā diuiditur. 7 Impar uero, qui bifariam non diuiditur, uel qui unitate differt à pari. 8 Pariter par numerus, est quem par numerus metitur per numerū parem. 9 Pariter autem impar, est quem par numerus metitur per imparem numerum.

10 Impariter uero par, est quem impar numerus dimetitur per numerum parem. 11 Impariter uero impar numerus est, quem impar numerus metitur per imparem numerū. 12 Primus numerus, est quem unitas sola metitur. 13 Primi adinuicem sunt numeri, quos unitas sola dimetitur cōmunis mensura. 14 Compositus numerus, est quem numerus aliquis metitur. 15 Compositi autem adinuicem numeri, sunt quos numerus aliquis cōmunis dimensor metitur. 16 Numerus numerum multiplicare dicitur, quādo quotæ sunt in ipso unitates toties componitur multiplicatus, & gignitur aliquis. 17 Quando autem bini numeri sese adinuicem multiplicantes, aliquem fecerint, factus, planus appellatur. Latera uero illius, multiplicantes sese inuicem numeri. 18 Quando uero tres numeri sese multiplicātes adinuicem fecerint aliquem, factus solidus appellatur, latera uero illius, multiplicantes sese inuicem numeri.

19 Quadratus numerus, est qui æque æqualis, uel qui sub duobus æqualibus numeris continetur. 20 Cubus uero, qui æque æqualis æque uel qui sub tribus æqualibus numeris continetur. 21 Numeri proportionales, sunt quando primus secundi, & tertius quarti æque fuerit multiplex, uel eadem pars uel eædem partes.

Similes plani & solidi numeri, sunt qui proportionalia habent latera.

Perfectus numerus, est qui suis ipsius partibus est æqualis.

Eucli. ex Camp. Propositio 1.

SI à maiore duorum numerorū minor detrahatur donec minus eo superfit, ac deinde de minore ipsum reliquū donec minus eo relinquatur, itemq; à reliquo primo reliquum secundum quousque minus eo superfit, atq; in huiuscemodi continua detractione nullus fuerit

fuerit reliquus qui ante relictum numeret usq; ad unitatem, eos duos numeros contra se primos esse necesse est.

CAMPANVS. Sint duo numeri a b & c d, c d, minor: detrahatur'q; c d ex a b quoties potest, & sit residuũ e b, qui erit minor c d, alioqui posset ex ipso adhuc detrahi c d, detrahatur & ipse e b ex c d, quoties potest, sitq; residuũ f d, sed & f d detrahatur ex e b quoties potest, & sit residuum g b, quod sit unitas, dico tunc numeros a b & c d, esse contra se primos. Si enim sunt compositi, numerabit eos communiter per diffinitionem aliquis numerus præter unitatem, qui sit h, & quia h numerat c d, numerabit a e per penultimã conceptionẽ, & quia idem numerat a b, numerabit etiam e b per ultimam conceptionẽ: ergo & c f per penultimã, quare & f d per ultimam, ergo & g e per penultimã. ergo & g b per ultimam, & quia g b est unitas, sequitur numerũ esse partem unitatis uel sibi æqualem, quod est impossibile. Erunt igitur a b & c d, contra se primi, quod est propositum.

a . . . . e . . . g . b

c . . . . . f . . . d

h . .

CAMPANI additio. Quod si duo numeri a b & c d sint contra se primi, non erit in hac mutua detractione status anteq; ad unitatem perueniatur. Et est istud conuersum eius quod autor proponit. Si autem in hac mutua detractione fuerit status antequam perueniatuur ad unitatem, sit ut g b sit numerus qui detrahatur ab f d, & nihil sit residuum: igitur g b numerat f d, ergo per penultimam conceptionem, numerat & e g, & quia etiam numerat seipsum, numerabit per antepenultimam conceptionem totum e b, ergo per penultimam numerat c f. Sed ostensum est prius quod numerat f d, ergo per antepenultimam numerat totum c d, quare per penultimam numerat a e, & quia ostensum est prius quod etiam numerat e b, sequitur per antepenultimã ut etiam numeret a b: quia igitur numerus g b numerat utrumq; duorum a b & c d, numeri a b & c d sunt compositi: non igitur contra se primi, quod est contra hypothesin. Per hanc ergo uiam, propositis quibusq; duobus numeris, inuestigamus utrum ipsi sint contra se primi. si enim tali facta mutua detractione perueniatur ad unitatem, ipsi sunt contra se primi. Si autem sit status anteq; perueniatur ad unitatem, ipsi sunt compositi.

a . . . . e . . . g . b

c . . . . f . . . d

Eucli. ex Zamb. Theorema 1 Propositio 1

1 **Si duobus numeris inæqualibus expositis, sublato semper minore, à maiore reliquus minime metiatur præcedentem quoad assumpta fuerit unitas, qui à principio numeri, primi adinuicem erunt.**

THEON ex Zamb. *Duobus namq; inæqualibus numeris propositis α β & γ δ, sublato semper minore à maiore, reliquus minime metiatur præcedentem quoad sumpta fuerit unitas. Dico quod ipsi α β & γ δ, primi adinuicem sunt, hoc est quod ipsos α β & γ δ unitas sola dimetitur. Si autem α β & γ δ non sunt primi adinuicem, eos aliquis numerus metietur, metiatur, estoq; ε, & γ δ ipsum β ζ metiens, relinquat se minorem ζ α: at α ζ ipsum δ γ metiens, relinquat se minorem η γ, & η γ ipsum ζ θ metiens, relinquat unitatem θ α. Quoniam igitur ε ipsum δ γ metitur, & γ δ ipsum β ζ metitur, igitur & ε ipsum β ζ metitur: metitur autem & totum β α, & reliquum igitur α ζ metietur. At α ζ ipsum δ η metitur, & ε igitur ipsum δ η metietur: metietur autem & totum δ γ, & reliquum igitur γ η metietur. At ε η ipsum ζ θ metitur, & ε igitr ipsum ζ θ metietur: metitur autem & totum ζ α, & reliquã igitur α θ metietur unitatem, numerus existens, quod est impoßibile. Igitur ipsos α β & γ δ, nullus numerus metietur. Igitur α β & γ δ, primi adinuicem sunt, quod demonstrare oportebat.*

ε . .

δ . . . . η . . γ

β . . . . . . ζ . . θ . α

Eucli. ex Camp. Propositio 2

2 **PRopositis duobus numeris adinuicem compositis, maximum numerum communem eos numerantem inuenire.**

CORRELARIVM.

Vnde manifestum est quia omnis numerus duos numeros numerans, numerat numerum maximum ambos numerantem.

CAMPANVS. Sint duo numeri compositi a b & c d, minor, c d, quia ergo numerat eos communiter aliquis numerus per diffinitionem, uolo inuenire maximũ numerum eos cõmuniter numerantẽ. Secundum modum & similitudinẽ prioris, minuo minorem de maiori, quoad possum, uidelicet c d de a b, & sit residuum e b: itemq; e b de c d quoad possum,

a . . . . e . . . . b

c . . . . . . f . . . d

g . . . .

& sit residuum f d, & quia huius diminutio non potest fieri infinities per ultimam petitionem, nec potest etiam ad unitatem peruenire in proposito per præcedentem, quia tunc essent numeri propositi contra se primi, quod est contra hypothesin, sit ut cum detraxero f d ex e b quo ad potero, quod nihil sit residuũ: dico tunc f d esse maximum numerum numerantem a b & c d. Quod enim numeret eos, patet per penultimam & antepenultimam conceptionẽ, alternatim quoties oportuerit repetitas, sicut in demonstratione conuersæ præcedentis. Numerat enim f d, e b, quia cum ab ipso detrahitur quoad potest, nihil fit residuum, ergo & c f per penultimam conceptionem, ergo & c d per antepenultimam, quare & a e per penultimam, igitur & a b per antepenultimam. Quod autem nullus maior f d, numeret a b, & c d, sic patet. Si enim fieri potest, sit numerus g maior f d, numerans utrunq; duorum numerorum a b & c d: quia igitur g numerat c d, numerabit per penultimam conceptionem a e, & quia numerat a b, numerabit per ultimam e b, ergo per penultimam numerat c f, & quia etiam numerat c d, numerabit per ultimam f d, maior, uidelicet, minorem, quod est impossibile. Ex hoc secundo processu liquet correlarium.

a . . . . e . . . . . . b
c . . . . . . f . . . d
g . . . .

Eucli. ex Zamb. Problema 1 Propositio 2

2 Duobus numeris datis non primis adinuicem, maximam eorum communem dimensionem inuenire.

THEON ex Zamberto. *Sint dati bini numeri non primi adinuicem, α β & γ δ: oportet iam ipsorum α β & γ δ, maximam dimensionem inuenire. Si quidem γ δ ipsum α β metitur, metitur autem & seipsum. Igitur γ δ ipsorum γ δ & α β communis dimensio est, & manifestum est quod maxima, nullus enim maior ipso γ δ, ipsum γ δ metietur. Si autem γ δ non metitur ipsum α β, ipsorum α β & γ δ sublato (per primam septimi) semper minore à maiore, sumetur numerus aliquis qui metietur præcedentem, unitas quidem non sumetur. Si autem non, erunt α β & γ δ primi adinuicem, quod non supponitur. Sumetur aliquis numerus igitur qui metietur præcedentem, & γ δ quidem ipsum α β metiens, (per primam septimi) relinquat se minorem α ε: α ε autem ipsum γ δ metiens, relinquat se minorem γ ζ & γ ζ, ipsum α ε metiatur. Quoniam igitur γ ζ ipsum α ε metitur, & α ε ipsum δ ζ metitur: igitur γ ζ ipsum δ ζ metietur, metitur & seipsum, & totum igitur γ δ metietur. At γ δ ipsum β ε metitur, & ε ζ igitur ipsum β ε metitur: metitur autem & ε α, igitur & totum β α metietur: metietur quoq; ipsum γ δ, igitur γ ζ ipsos α β & γ δ metitur. Igitur γ ζ ipsorum α β & γ δ cõmunis dimensio est. Dico enim quod & maxima, si γ ζ ipsorum α β & γ δ non est maxima communis mensura, metietur ipsos α β & γ δ numeros aliquis numerus maior existens ipso γ ζ metiatur, estoq; κ. Et quoniam κ ipsum γ δ, & γ δ ipsum β ε metitur, & κ igitur ipsum β ε metitur. Metitur autem & totum α β, & reliquum igitur α ε metietur: at α γ ipsum δ ζ metitur, & κ igitur ipsum δ ζ metietur: metietur autem & totum γ δ, & reliquum igitur γ ζ metietur, maior minorem, quod est impossibile. Igitur ipsos α β & γ δ numeros numerus non metietur, maior existens ipso γ ζ. Igitur γ ζ ipsorum α β & γ δ maxima est cõmunis mensura, quod oportebat facere.*

β . . . . α
δ . . . . γ

β . . . . ε . . . . . α
δ . . . . ζ . . γ

β . . . . ε . . . . . α
κ . . .
δ . . . . ζ . . γ

CORRELARIVM. *Ex hoc manifestum est quod si numerus binos numeros metitur, & maximam communem eorum dimensionem metietur.*

Eucli. ex Camp. Propositio 3

3 PRopositis tribus numeris adinuicem compositis, maximum numerorum eos communiter numerantium inuenire.

CAMPANVS. Priusquam hanc tertiam conclusionem demonstremus, demonstrandum arbitramur ipsius antecedens, uidelicet, propositis tribus numeris, qualiter poterimus certificare an ipsi sint adinuicem compositi. Sint itaque tres numeri a, b, c, de quibus uolo uidere utrum ipsi sint adinuicem cõpositi: per primam igitur inquiro an duo primi qui sunt a & b sint adinuicẽ primi, quod si sic, non erunt a, b, c, adinuicẽ compositi per diffinitionem. Si autem a & b sunt adinuicẽ compositi, sit per præcedentem d maximus numerus eos numerans, qui si numerat c, erunt per diffinitionem, a, b, c, adinuicem compositi. Si autem non numerat ipsum, sed ipsi c, & d quidem sunt contra se primi, non erunt a, b, c, adinuicem cõpositi, nam quicunq; numeraret eos, numeraret etiam d per correlarium præcedentis, sicq; essent d & c compositi, quod est contra

a . . . .
b . . . .
c . . .

a . . . . d . . . .
b . . . . e . .
c . . . .
c . . . .
c . . . . . .

contra hypothesin. Si autem c & d sunt cōpositi, erūt etiam a, b, c adinuicem compositi. Sit enim per præmissam, e, maximus numerans c & d, qui etiam per penultimam conceptionem numerabit a & b, quare per diffinitionem a, b, c, sunt adinuicem compositi. Simili quoque modo scietur, propositis quotlibet pluribus quàm tribus, an omnes sint adinuicem compositi. Propositis itaque tribus qui sunt adinuicem compositi, qui etiam sint a, b, c, uolo inuenire maximum numerum numerantem omnes. Sumo secundum doctrinam præmissæ, d maximum numerantē a & b, qui si numerat c, ipse est quem quærimus: alioqui per correlarium præcedentis sequeretur maiorem numerare minorem. Si autem non numerat c, erunt tamen c & d adinuicem compositi per hypothesin & correlarium præcedentis & diffinitionem: sit igitur maximus eos numerans e, dico e esse maximum numerantem a, b, c. Quod enim eos numeret, patet per hanc ultimam hypothesin quæ est ipsum esse maximum numerantem c & d, & per penultimam conceptionem. Et quod nullus eo maior numeret eos, sic patet: sit enim si potest fieri, f maior e, qui numeret a, b, c, qui cum numeret a & b, numerabit per correlarium præmissæ d, & quia etiam numerat c, numerabit per idem correlarium c, maior, uidelicet, minorem, quod est impossibile. Non erit igitur numerus aliquis maior e, numerans a, b, c, quod est propositum.

CAMPANI additio. Simili quoque modo inuenietur maximus numerus, numerans quotlibet plures tribus adinuicem compositos. Vnde non oportuit Euclidem de pluribus tribus hoc docere, quia idem est modus & ars in tribus & pluribus.

Ex ultimo autem huius demonstrationis processu, possumus etiam istud correlarium huic tertiæ conclusioni adijcere.

CORRELARIVM. Vnde manifestum est quod omnis numerus numerans quotlibet adinuicem compositos, numerat maximum numerantē eos omnes, & etiam maximos numerantes binos & binos eorum.

Eucli. ex Zamb. *Problema 1* *Propositio 3*

3 Tribus numeris datis non primis adinuicem, maximam eorum communem mensuram inuenire.

THEON *ex Zamberto.* *Sint dati tres numeri non primi adinuicem α, β, γ, oportet iam ipsorum α, β, γ, maximam communem dimensionem inuenire. Sumatur ipsorum α, β, maxima communis mensura δ, (per secundam septimi.) Iam ipse δ, ipsum γ aut metitur aut non metitur. Metiatur primum: metitur autem ipsos & α, β. Igitur δ metitur ipsos α, β, γ. Igitur δ, ipsorum α, β, γ communis dimensio est. Dico iam quod & maxima. Si autem δ ipsorum α, β, γ non est maxima communis mensura, metietur ipsos α, β, γ, numeros aliquis numerus maior ipso δ. Metiatur, & esto ε. Quoniam enim ε metitur ipsos α, β, γ, metietur igitur & ipsos α, β. Igitur & ipsorum α, β, maximam communem mensuram metietur, (per correlarium secundæ septimi.) Ipsorum autem α, β, maxima cōmunis mensura est δ. Igitur ε ipsum δ metietur, maior minorem, quod est impoßibile (per constructionem.) Ipsos igitur α, β, γ, numeros, numerus aliquis non metietur maior existens ipso δ. Igitur δ ipsorum α, β, γ, maxima communis dimensio est. Non metiatur iam δ ipsum γ. Dico quod primum δ & γ, non sunt primi adinuicem. Quoniam enim α, β, γ, (per hypothesin) non sunt primi adinuicem, metietur eos aliquis numerus. At ipsos α, β, γ, metiens, metietur & ipsos α, β, & ipsorum α, β, maximam mensuram δ, metietur (per correlarium secundæ septimi.) Metitur autem & γ. Ipsos igitur δ, γ, numeros, numerus aliquis metietur: igitur δ & γ, non sunt primi adinuicem. Sumatur (per primam septimi) igitur ipsorum δ, γ, maxima communis mensura ε, & quoniam ε ipsum δ metitur, at δ ipsos α, β, metitur, & ε igitur ipsos α, β, metitur: metitur autem & γ. Igitur ε ipsos α, β, γ, metitur. Igitur ε ipsorum α, β, γ, communis dimensio est. Dico autem quod & maxima. Si autem ε ipsorum α, β, γ, non est maxima mensura, ipsos α, β, γ, numeros metietur aliquis numerus maior existens ipso ε, metiatur, & esto ζ. Et quoniam ζ ipsos α, β, γ, metitur, & ipsos α, β, metitur, & ipsorum α, β, igitur communem maximam* *mensuram metietur (per correlarium secundæ septimi.) ipsorum autem α, β, maxima communis mensura est δ. Igitur ζ ipsum δ metitur: metitur autem & γ. Igitur ζ ipsos δ, γ, metitur, & ipsorum δ, γ, maximam communem mensuram metietur (per idem.) At ipsorum δ, γ, maxima communis mensura est ε. Igitur ζ ipsum ε metitur, maior minorem, quod est impossibile. Ipsos igitur α, β, γ, numeros numerus aliquis non metitur maior existens ipso ε. Igitur ε ipsorum α, β, γ, maxima communis dimensio est, quod fecisse oportuit.*

α . . . . ε ζ β
β . . . .
γ . . . .
δ . . . .
ε . .
ζ . . .

CORRELARIVM. Proinde manifestũ est, q si numerus aliquis tres numeros metitur, & maximã eorum cõmunem dimensionẽ metietur. Similiter autem & pluribus numeris datis non primis adinuicẽ, maxima cõmunis dimensio inuenietur.

Eucli. ex Camp. Propositio 4

4 OMnium duorum numerorũ inæqualium, minor, maioris aut pars est, aut partes.

CAMPANVS. Sint duo numeri a & b, b, minor, dico quod b est pars uel partes a. Aut enim b numerat a, aut non, si numerat, pars eius est per diffinitionẽ. Si non numerat ipsum, aut ergo sunt adinuicem primi, aut non, si non sunt adinuicem primi, habebunt per diffinitionem partem communem, quæ quoties fuerit in b tot partes a dicetur esse b per diffinitionẽ: si autem sint adinuicem primi, quia tamen omnis numeri pars est unitas ab ipso denominata, patet idem per unitates.

a . . . .
b . . . .
b . . . . . .
b . . . .

Eucli. ex Zamb. Theorema 2 Propositio 4

4 Omnis numerus, omnis numeri minor maioris aut pars est aut partes.

THEON ex Zamberto. *Sint bini numeri α, βγ, & sit minor βγ. Dico quod βγ ipsius α, aut pars est aut partes. Ipsi enim α, βγ, aut primi adinuicem sunt, aut non: sint primum α, βγ, primi adinuicem. Diuiso etenim βγ in eas quæ in ipso sunt unitates, erit unaquæque unitas earum quæ in βγ, pars aliqua ipsius α, proinde partes est βγ, ipsius α. Non sint autem ipsi α, βγ, primi adinuicem. Iam βγ ipsum α aut metitur, aut non metitur. Si quidem igitur βγ ipsum α metitur, pars est βγ ipsius α. Si autem non, sumatur (per secundam septimi) ipsorum α, βγ, maxima communis mensura, sitque δ. Diuidatur βγ in æquales ipsi δ, hoc est βε, εζ & ζγ. Et quoniã δ ipsum α metitur, pars est δ ipsius α: æqualis autem est δ unicuique ipsorum βε, εζ & ζγ: & unusquisque igitur ipsorum βε, εζ & ζγ, ipsius α est pars. Quare partes est βγ ipsius α. Omnis igitur numerus, omnis numeri minor maioris aut pars est aut partes, quod demonstrare oportebat.*

α . . . .
β . . . . γ
β . . . . . . γ
β . . . ε . . . ζ . . . γ
δ . . .

Eucli. ex Camp. Propositio 5

5 SI fuerint quatuor numeri, quorum primus tota pars secundi quota tertius quarti, erunt primus & tertius pariter accepti tota pars secundi & quarti pariter acceptorum, quota primus secundi.

CAMPANVS. Volens Euclides hos libros de numeris aliquo præcedentiũ non indigere, sed per seipsos stare, partem eius quod proposuit per primam quinti de quantitatibus in genere, proponit per hanc quintam huius septimi de numeris. Sint igitur quatuor numeri a, b, c, d, sitque b tota pars a, quota d, c: dico quod b & d pariter accepti sunt tota pars a & c pariter acceptorũ, quota b est a: diuisis enim a & c secũdum quantitatem b & d, argumentare sicut in prima quinti: erit enim ut totidem sint partes a, quot c per positionem, & ut aggregatum ex prima parte a & prima c, sit æquale aggregato ex b & d: similiter quoque & aggregatum ex secunda parte a & secunda c, & quia hæc aggregatio toties potest fieri quoties cõtinetur b in a, sequitur ut numerus æqualis aggregato ex b & d, toties contineatur in aggregato ex a & c, quoties b continetur in a, quare constat propositum.

a . . . . c . . . . . .
b . . . . d . . .

Eucli. ex Zamb. Theorema 3 Propositio 5

5 Si numerus numeri pars fuerit, & alter alterius eadem pars, & uterque utriusque eadem pars erit, quæ unus unius.

THEON ex Zamberto. *Numerus enim α, numeri βγ esto pars, & alter δ alterius εζ eadem pars, quæ est α ipsius βγ. Dico quod uterque α, δ, utriusque βγ & εζ eadem pars est, quæ &*

α . . . .

α ipsius

α ipsius βγ. Quoniam enim α pars est ipsius βγ, eademque pars est δ ipsius εζ, quot igitur sunt in ipso βγ numeri æquales ipsius α, tot sunt & in ipso εζ numeri æquales ipsi δ. Diuidatur, inquam, βγ in æquales ipsi α, hoc est βη & ηγ, & εζ in æquales ipsi δ, hoc est εθ, & θζ, erit iam æqualis multitudo ipsorum βη & ηγ, multitudini ipsorũ εθ & θζ. Et quoniã æqualis est βη ipsi α, & εθ ipsi δ, igitur βη & εθ, α, δ sunt æquales. Id propterea etiam ηγ ipsi α est æqualis, & θζ ipsi δ: ipsi igitur ηγ θζ ipsis α δ æquales sunt. Quot igitur sunt in ipso βγ numeri æquales ipsi α, tot sunt & in βγ & εζ æquales ipsis α, δ. Quotuplex igitur est βγ ipsius α, totuplex est & uterque βγ & εζ, utriusque α, δ. Quæ igitur pars est α ipsius βγ, eadem pars est, & uterque α. δ, utriusque βγ & εζ. quod oportebat demonstrare.

β . . . . . ε . η . . . . γ
δ . . . .
ε . . . . . θ . . . . . ζ

Euclides ex Campano. Propositio 6

6 SI fuerint quatuor numeri quorum primus totæ partes secundi quotæ tertius quarti, erunt primus & tertius pariter accepti totæ partes secundi & quarti pariter acceptorum, quotæ primus secundi.

CAMPANVS. Quod proposuit præmissa de parte, proponit ista de partibus. Sint itaque ut prius quatuor numeri a, b, c, d, sitque ut b sit tot & totæ partes a, quot & quotæ d est c: dico quod b & d pariter accepti erunt tot & totæ partes a & c pariter acceptorũ, quot & quotæ b est a. Dico autem tot & totas, quia partium pluralitas duobus numeris diffinitur, quorum alter numerator dicitur, alter denominator, ut cum dicimus tres quintæ, ternarius numerat, quinarius denominat. Quia igitur b est partes a, sit ut sint partes eius numeratæ ab h & denominatæ a k, eritque similiter per positionem, d partes c numeratæ ab h & denominatæ a k. Vna itaque partium b sit e, & una partium d sit f, eritque per hypothesin, e pars b denominata ab h, & pars a denominata a k. Similiter quoque & f erit pars d secundum h, & pars c secũdum k. Compositus igitur ex e & f fit g, eritque per præmissam, g pars b & d pariter acceptorum, secundum h, itemque per eandem erit pars a & c pariter acceptorum, secundum k: quare per 16 diffinitionem erunt b & d pariter accepti partes a & c pariter acceptorũ numeratæ ab h & denominatæ a k, eo quod eorum communis pars est g minoris secundum h & maioris secundum k, & quia sic erat b, a, constat propositum.

a . . . . . . c . . . .
b . . . . d . . . .
g
e . . f . . . .
h . . k . . .

CAMPANI annotatio. Potes autem & per hanc & præmissam, quod proponit de quatuor numeris, ad quotlibet numeros ampliare, quot si quotlibet numeri minores ad totidem maiores comparentur, fuerintque singuli singulorum tota pars aut partes, quota uel quotæ primus secũdi, erunt quoque omnes pariter accepti tota pars aut partes omnium pariter acceptorũ, quota uel quotæ primus secundi, quod facile probatur per hanc & præmissam, quoties oportuerit repetitas. Et si crederemus esse intentionem Euclidis assumere ex prius demonstratis, aliqua ad demonstrationem eorum quæ hic proponit, ex 11 quinti facile demonstrassemus hanc sextam. Nunc autem quia uidetur oppositum (aliter enim superuacue proposuisset multa de numeris, quæ demonstrata sunt in quinto de quantitatibus in genere) necesse habuimus proprijs uti demonstrationibus tanquã ex prioribus nihil sumentes, solis huius septimi contenti principijs: propter quod & petitiones & communes animi conceptiones, proposito proprias non inconuenienter huius septimi principio apposuimus.

Eucli. ex Zamb. Theorema 4 Propositio 6

6 Si numerus numeri partes fuerit, & alter alterius eædem partes, & uterque utriusque eædem partes erunt, quæ unus unius.

THEON ex Zamberto. Numerus enim αβ, numeri γ esto partes, & alter δε, alterius ζ eædem partes, quæ αβ ipsius γ. Dico quod & uterque αβ & δε, utriusque γ, ζ, eædem partes sunt, quæ αβ ipsius γ. Quoniã enim quales partes est αβ ipsius γ, eædem partes est & δε ipsius ζ: quot igitur partes sunt in ipso αβ ipsius γ, tot partes & in δε, ipsius ζ. Diuidatur quidem αβ in partes ipsius γ, hoc est αη & ηβ, necnon δε in partes ipsius ζ, hoc est δθ, & θε. Erit multitudo ipsorum αη, ηθ æqualis multitudini ipsorum δθ, θε: & quoniam qualis pars est αη ipsius γ, talis pars est & δθ ipsius ζ: qualis igitur pars est αη ipsius γ, talis pars est ut uterque αη & δθ utriusque γ, ζ. Id propterea & qualis pars ηβ ipsius γ, talis pars est & uterque ηβ & θε utriusque γ ζ. Quales igitur partes sunt αβ ipsius γ, tales partes sunt & uterque αβ & δε utriusque γ, ζ quod demonstrare oportebat.

α . . . . η . . . β
γ . . . .
δ . . . . . θ . . . . . ε
ζ . . . .

Eucli. ex Camp. Propositio 7

7 SI fuerint duo numeri quorum unus alterius pars, detrahaturque ab ambobus ipsa pars; erit reliquus tota pars reliqui, quota totus totius.

CAMPANVS. Quod proponit hic Euclides de numeris, proposuit superius in quinta quinti de quantitatibus in genere. Sit ita ut quota pars est totus a totius b, totus sit c detractus ab a, d detracti a b: dico quod tota erit e residuus a f residui b, quota est totus a totius b, & hæc est quasi conuersa quintæ. Sit enim per petitionem, e tota pars g, quota c est d, eritque per 5, tota pars a compositi ex g & d, quota est c, d: quare & quota est a, b: igitur per secundam conceptionem compositus ex g & d est æqualis b: dempto itaque ab utroque numero, d, erit g æqualis f. quare erit e tota pars f, quota est a, b, tota enim erat e, g, quod est propositum.

g
b
f . . . . d . . . .
a
e . . . . . c . .

Eucli. ex Zamb. Theorema 5 Propositio 7

7 Si numerus numeri pars fuerit qualis ablatus ablati, & reliquus reliqui pars erit qualis totus totius.

THEON ex Zamberto. Numerus enim αβ numeri γδ pars esto, qualis ablatus αε ablati γζ. Dico quod & reliquus εβ reliqui ζδ eadem est pars, qualis est totius αβ totius γδ. Qualis enim pars est αε ipsius γζ, talis pars esto & εβ ipsius γη. Et quoniam qualis pars est αε ipsius γζ, talis pars est & εβ ipsius γη, qualis igitur pars est αε ipsius γζ, talis est (per 5 septimi) & αβ ipsius ζη. Qualis autem pars est αε ipsius γζ, talis pars supponitur αβ ipsius γδ. Qualis pars igitur est αβ ipsius ζη, talis pars est αβ ipsius γδ: igitur αβ, utriusque ipsorum ηζ & γδ eadem pars est: æqualis igitur est ζη ipsi γδ. Communis auferatur γζ. Reliquus igitur ηγ reliquo ζδ est æqualis. Et quoniam qualis pars est αε ipsius γζ, talis pars est εβ ipsius ηγ, æqualis autem est ηγ ipsi ζδ, qualis igitur pars est αε ipsius γζ, talis pars est & εβ ipsius ζδ. Sed qualis pars est αε ipsius γζ, talis pars est & αβ ipsius γδ: qualis igitur pars est εβ ipsius ζδ, talis pars est & αβ ipsius γδ. Et reliquus igitur εβ reliqui ζδ talis est pars, qualis totus αβ totius γδ, quod oportebat demonstrare.

η . . . . γ . . . . ζ . . . . δ
α . . . . . . ε . . β

Eucli. ex Camp. Propositio 8

8 SI à duobus numeris (quorum alter alterius partes) propositis partes illæ subtrahãtur, erit reliquus reliqui eædem partes quæ est totus totius.

CAMPANVS. Hæc est quasi conuersa sextæ, ut si sit quot & quotæ partes est totus a totius b, tot & totæ c detractus a, b, ad detracti a b, erit e residuus a, tot & totæ partes f residui b, quot & quotæ est a, b. Sit enim g una partium a, & h una partiũ c, eritque propter hypothesin, g tota pars a, quota h, c, & tota b, quota h, d: detrahatur igitur h d g, & remaneat k, eritque k per præmissam, tota pars e, quota g, a, & tota f per eandem, quota g, b: quia igitur e & f habent partem cõmunem quæ est k, erit per 16 diffinitionem, e partes f tot quidem quota pars est k, e, & totæ, quota est k, f. & quia tot & totæ erat a, b, patet propositum.

b
f . . . d . . . . . .
a
e . . c . . . .
g . . k .
h . .

Eucli. ex Zamb. Theorema 6 Propositio 8

8 Si numerus numeri partes fuerit quæ ablatus ablati, & reliquus reliqui eædem partes erit, quæ totus totius.

THEON ex Zamberto. Numerus enim αβ, numeri γδ partes esto, quæ ablatus αε, ablati γζ. Dico quod reliquus εβ, reliqui ζδ eædem partes est, quæ totus αβ totius γδ. Ponatur enim ipsi αβ æqualis ηθ, quæ igitur partes est ηθ ipsius γδ, eædem partes est & αε ipsius γζ. Diuidatur quidem ηθ in ipsius γδ partes, hoc est ηκ & κθ & αε in ipsius γζ partes, hoc est αλ & λε, erit autem æqualis multitudo ipsorũ ηκ & κθ multitudini ipsorum αλ & λε, & quoniam qualis pars est ηκ ipsius γδ talis pars est & αλ ipsius γζ, maior autem est γδ ipso γζ, maior igitur est & ηκ ipso αλ, ponatur ipsi αλ æqualis μη. Igitur qualis pars est ηκ ipsius γδ, talis

α . . . λ . . . . . . β
γ . . . . ζ . . . δ
η . . . μ . κ . . . . ν . θ

pars est

[illegible] ipsius γ ζ, & reliquus igitur μ κ (per 7 septimi) reliqui ζ δ eadem pars est, sicut totus κ ε totius γ δ. Rursus quoniam qualis pars est κ θ ipsius γ δ talis pars est & ε λ ipsius γ ζ, maior autem est γ δ ipso γ ζ, maior igitur est & θ κ ipso ε λ, ponatur ipsi ε λ æqualis κ ν. Qualis igitur pars est κ θ ipsius γ δ, talis pars est & κ ν ipsius γ ζ, & reliquus igitur ν θ (per 7 septimi) reliqui ζ δ eadem pars est, quæ totus κ θ totius γ δ, patuit autem quod & reliquus μ κ reliqui ζ δ eadem pars est, qualis totus ε κ totius δ γ: & uterque igitur μ κ & ν θ (per 5 septimi) ipsius δ ζ eædem partes est, quæ totus θ κ totius γ δ. Aequalis autem est uterque simul μ κ & ν θ ipsi ε β. At θ κ ipsi ε α, & reliquus igitur ε β, reliqui ζ δ eædem partes est, quæ totus α β totius γ δ, quod oportebat demonstrare.

α . . . . ε . . λ . . . θ . . β
ε . . . μ . κ . . ν . θ
γ . . . . ζ . . . δ

Eucli. ex Camp. Propositio 9.

9 SI fuerint quatuor numeri quorũ primus secundi tota pars quota tertius quarti, erit permutatim tota pars aut partes primus tertij, quota pars aut partes secundus quarti.

CAMPANVS. Sit a primus tota pars b secundi, quota c tertius d quarti: sintque a & b minores c & d. aliter enim esset econuerso ei quod proponit. dico quod quota pars uel partes est a. c, tota uel totæ est b, d: diuidantur enim, b quidem secundum quantitatẽ a. d uero secũdum c, eruntque per præsentẽ hypothesin, tot partes b, quot d, & quia unaquæque partium b est æqualis a, & unaquæque d, c. est autem a, c, pars aut partes per præsentem hypothesin & per quartã huius, erit unaquæque partium b suæ comparis ex partibus d ut prima primæ secunda secundæ sicque de cæteris, tota pars aut partes quota uel quotæ est a, c, per 5 igitur uel 6 sub disiunctione quoties oportuerit repetitas, erit tota pars aut partes b, d, quota uel quotæ est a, c, quod est propositum.

b . . . . d . . . .
a . . . c . . . .

Eucli. ex Zamb. Theorema 7 Propositio 9

9 Si numerus numeri pars fuerit, & alter alterius eadem pars, & uicissim qualis pars est uel partes primus tertij, eadem pars erit uel partes secundus quarti.

THEON ex Zamberto. Numerus enim α numeri β γ esto pars, & alter δ alterius ε ζ eadem pars, qualis est α ipsius β γ: minor autem esto α ipso δ. Dico quod & uicissim qualis pars est α ipsius δ uel partes, eadem pars est uel partes β γ ipsius ε ζ. Quoniam enim qualis pars est α ipsius β γ, talis pars est & δ ipsius ε ζ, quot igitur sunt in β γ numeri æquales ipsi α, tot sunt & in ε ζ æquales ipsi δ. Dirimatur quidem β γ in ipsi α æquales, hoc est β η & η γ, & ε ζ in ipsi δ æquales, hoc est ε θ & θ ζ, erit iam æqualis multitudo ipsorum β η & η γ, multitudini ipsorum ε θ & θ ζ: & quoniam æquales sunt β η & η γ numeri adinuicẽ, & ε θ & θ ζ numeri, sibiinuicem sunt æquales, & æqualis est multitudo ipsorum β η & η γ multitudini ipsorum ε θ & θ ζ: qualis igitur pars est β η ipsius ε θ uel partes, eadem pars est η γ ipsius θ ζ uel eædem partes. Itaque qualis pars est β η ipsius ε θ uel partes, talis pars est (per 2 quinti & 5 septimi) & uterque β γ utriusque ε ζ uel eædem partes, æqualis autem est η β ipsi α, & ε θ ipsi δ. Qualis igitur pars est α ipsius δ uel partes, eadem pars est & β γ ipsius ε ζ uel eædem partes, quod oportebat demonstrare.

α . . . .
β . . . . η . . . . γ
δ . . . . .
ε . . . . . θ . . . . . ζ

Eucli. ex Camp. Propositio 10

10 SI fuerint quatuor numeri quorum primus totæ partes secundi quotæ tertius quarti, erit permutatim primus tota pars aut partes tertij quota uel quotæ secundus quarti.

CAMPANVS. Sint quatuor numeri ut prius, quorũ similiter minores sint a & b, sitque a totæ partes b, quotæ c est d: dico quod quota pars aut partes est a, c, tota uel totæ est b, d. Diuidantur enim minores in partes illas qui sunt a & c eruntque per præsentem hypothesin tot partes a, quot c, & quia unaquæque ex partibus a est tota pars b, quota quælibet ex partibus c est d (hoc enim habemus ex nostra hypothesi) erit permutatim per præmissam ut quota pars aut partes est b, d, tota uel totæ sit unaquæque ex partibus a suæ cõparis ex partibus c: per quintam igitur uel 6 sub disiunctione quoties oportuerit repetitas, erit tota pars aut partes b, d, quota uel quotæ est a, c, quod est propositum.

a . . . . b . . . . .
c . . . . d . . . .

Eucli. ex Zamb. Theorema 8 Propositio 10

10 Si numerus numeri partes fuerit, & alter alterius eædem partes, & uicissim

cissim quæ partes est primus tertij uel pars, eædem partes erit & secundus quarti uel eadem pars.

THEON ex Zamb. *Numerus enim αβ, numeri γ partes esto, & alter δε, alterius ζ eædem esto partes, sit autem αβ, ipso γ δ minor. Dico quod & uicissim quales partes est αβ ipsius δε uel pars, eædem partes est & γ ipsius ζ uel eadem pars. Quoniam enim quales partes est αβ ipsius γ, eædem partes est & δε ipsius ζ, quot igitur sunt in ipso αβ partes ipsius γ, tot & in δε sunt partes ipsius ζ. Diuidatur quidem αβ in ipsius γ partes (æquales,) hoc est αη & ηβ. Itidemq; δε in ipsius ζ partes (æquales) hoc est δθ & θε, erit iam æqualis multitudo ipsorũ αη & ηβ, multitudini ipsorum δθ & θε. Et quoniam qualis pars est αη ipsius γ eadem pars est & δθ ipsius ζ, uicissim quoq; (per præcedentẽ) qualis pars est αη ipsius δθ uel partes, eadẽ pars est & γ ipsius ζ uel eædẽ partes. Id propterea qualis pars est ηβ ipsius θε uel partes, talis pars est & γ ipsius ζ uel partes. Quare qualis pars est αη ipsius δθ uel partes, eadem pars est & αβ ipsius δε uel eædẽ partes (per diffinitionẽ.) Sed (per 6 septimi) qualis pars est αη ipsius δθ uel partes, talis pars ostensus est & γ ipsius ζ uel eædem partes, & (per 11 quinti) quales igitur partes est & αβ ipsius δε uel pars, eædem partes est & γ ipsius ζ uel eadem pars, quod oportebat demonstrare.*

Hæc undecima, in Zamberto nullam habet respondentem.

Eucli. ex Camp. Propositio 11

11 SI fuerint quatuor numeri proportionales, quorũ primus secundo & tertius quarto sit maior, erit secundus tota pars aut partes primi, quota uel quotæ quartus tertij. Quod si secundus fuerit tota pars aut partes primi quota uel quotæ quartus tertij, quatuor numeros proportionales esse conueniet.

CAMPANVS. Sit proportio a ad b, sicut c ad d, sintq; a & c maiores. Dico q quota pars aut partes est b, a, tota uel totæ est d, c, & econuerso. Erit enim per conuersionẽ diffinitionis similium proportionũ, ut quoties b in a, toties sit d in c, & si qua pars aut partes b superfluunt in a, tota pars aut partes d superfluant in c, si itaque contineatur b in a sine superfluitate partis, quia toties sine superfluitate continetur d in c, erit per diffinitionẽ similium partium quota pars b a, tot ad c. Quod si quotieslibet cõtinetur b a cum superfluitate partis toties continetur d in c cum superfluitate similis partis, distinctio a secundũ b ut superfluitate, atq; c secundũ d ut superfluat f, erit tota pars e, b quota f, d. At quia toties continetur b in differẽtia a ad e, quoties d in differentia c ad f, erit per cõmunem scientiam toties e in a quoties f in c: cum igitur a & b habeant e partem cõmunem, similiter c & d, f, sit itaq; e in b quoties f in d, itemq; e in a quoties f in c, erit per 16 diffinitionẽ, b tot & totæ partes a, quot & quotæ d c. Si autem quotieslibet b cõtinetur in a cum superfluitate quotlibet partiũ, toties continetur d in c cum superfluitate totidem & similiũ partium, distinctio a secũdum b ut superfluat e, similiter c secũdum d ut superfluat f, erit e tot & totæ partes b, quot & quotæ f, d. Sumpta itaq; una ex ipsis, argumentandũ ut prius, sicq; patet primũ. Secũdum sic. Sit b, a, tota pars aut partes, quota uel quotæ d, c, dico q erit proportio a ad b, sicut c ad d: si enim est tota pars, constat propositũ. Si autẽ totæ partes, diuisis eis secundũ partes illas, patebit toties esse b in a, quoties d in c, & totam partem aut partes b, superfluere in a, quota an quotæ d superfluunt in c, per diffinitionẽ itaq; est proportio a ad b, sicut c ad d, sicq; liquet totum.

Eucli. ex Camp. Propositio 12

12 SI à duobus numeris secundum suas proportiones duo numeri dettrahantur, erit proportio reliqui ad reliquum tanquam proportio totius ad totum.

CAMPANVS. Quod proposuit Euclides in 19 quinti de quantitatibus in genere, proponit hic de numeris. Vt si sit proportio totius a ad totum b sicut c detracti ab a ad d detractũ a b, erit e residui a ad f residuũ b, sicut a ad b. Si enim a sit minor b, erit per præsentem hypo-

thesin

thesin & per conuersionem diffinitionis, c tota pars aut partes d, quota uel quotæ est a,b, per 7 igitur uel 8, erit e tota pars aut partes f, quota uel quotæ est a,b, per diffinitionẽ igitur erit proportio una, quod est propositum. Quod si a sit maior b, erit per primã partẽ præmissæ quota pars aut ptes b,a, tota uel totæ d,c, quare per 7 uel 8, tota uel totæ erit f,e, itaq; per secundã partem præmissæ erit e ad f, sicut a ad b, quare constat propositũ.

CAMPANI annotatio. Cedunt autem huic, 7 & 8, hæc enim sola quod ambæ illæ, continet. Volunt autem quidam secundam partem huius probare per 19 quinti, sed si hoc intenderet Euclides, cũ ista proponat particulariter quod illa uniuersaliter, uane (illa demõstrata in quinto) proposuisset hãc hic in septimo, & quia iterũ non demonstrant eam simpliciter per 19 quinti. At uero nec modũ demonstrationis illius possunt affirmare ad demonstrationem huius, cum illa demonstretur in quantitatibus in genere per proportionalitatẽ permutatã quæ infra demonstratur in numeris. Existimo autẽ, & rationabiliter conuinci uidetur Euclidem (quem uultũ demonstratoris arithmetici, gratia decimi in quo sine numerorũ aliqua præcognitione transire nõ poterat constat assumere) idcirco plurima eorũ quæ in quinto de quantitatibus in genere demonstrauit, hic repetere demõstranda de numeris, quoniã per alia principia propriã uidelicet numerorũ, quæ magis nota sunt intellectui q̃ ea per quæ processit in quinto, ipsa demonstrare intendit, principia enim quinti propter malitiã quantitatũ incõmunicantiũ difficilia sunt: principia uero numerorũ, magis ultro se intellectui applicant faciliusq; quàm illa. Egent enim illa intellectui magis disposito.

Hæc sequens undecima Euclidis ex Zamberto propositio, duodecimæ præcedenti ex Campano respondet.

Eucli. ex Zamb. *Theorema 9* *Propositio 11*

11 Si fuerit sicut totus ad totum sic ablatus ad ablatum, & reliquus ad reliquum erit sicut totus ad totum.

THEON ex Zamb. *Esto sicut totus αβ ad totum γδ, sic ablatus αε ad ablatum γζ. Dico quod & reliquus εβ ad reliquũ ζδ, est sicut totus αβ ad totum γδ. Quoniam enim est sicut αβ ad γδ sic αε ad γζ, qualis igitur pars est αβ ipsius γδ uel partes, eadem pars est & αε ipsius γζ uel eædem partes: & reliquus igitur εβ (per 8 septimi, reliqui ζδ eadem pars est uel partes, quæ αβ ipsius γδ: est igitur (per 11 quinti) sicut εβ ad ζδ, sic αβ ad γδ. Quod oportebat demonstrare.*

Eucli. ex Camp. *Propositio 13*

13 SI fuerint quotlibet numeri proportionales, quantus erit unus antecedens ad suum consequentem, tanti erunt omnes antecedentes pariter accepti ad omnes consequentes pariter acceptos.

CAMPANVS. Quod proponit Euclides per 12 quinti de quantitatibus in genere, proponit per hanc de numeris. Vt si sint a,b, & c,d, & e,f proportionales, dico q; quæ est proportio a ad b ea est quæ a,c,e, pariter acceptorũ ad b,d,f pariter acceptos. Si enim a,c,e sint minores b; d, f, erit per conuersionẽ diffinitionis quota pars aut partes a b, tota uel totæ c,d, & e,f: per 5 ergo uel per 6 quoties oportuerit repetitas, erit quota pars uel partes a,b, tota uel totæ a,c,e pariter accepti b,d,f pariter acceptorũ, quare per diffinitionẽ, proportio una. Si autem a,c,e, sunt maiores b,d,f, erit per per primam partem 11, quota pars uel partes b,a, tota uel totæ d,c & f,e, per 5 ergo uel 6 quoties oportuerit repetitas, erit quota pars uel partes b,a, tota uel totæ b,d,f, pariter accepti a,c,e pariter acceptorũ: itaq; per secũdam partẽ 11, proportio a ad b sicut a,c,e pariter acceptorũ, ad b,d,f pariter acceptos, quod est propositũ.

Eucli. ex Zamb. *Theorema 10.* *Propositio 12*

12 Si fuerint quotcunq; numeri proportionales, erit sicut unus antecedentium ad unum sequentiũ, sic omnes antecedentes ad omnes consequẽtes.

THEON ex Zamb. *Sint quotcunq; numeri proportionales α, β, γ, δ, sicut α ad β sic γ ad δ. Dico quod est sicut α ad β, sic sunt α & γ ad β & δ. Quoniam enim (per hypothesin) est sicut α ad β sic γ ad δ, qualis igitur pars est α ipsius β uel partes eadem pars est & γ ipsius δ uel partes, & (per 5 septimi) uterq; igitur α, γ, utriusq; β, δ, eadem pars est uel eædem partes, quæ α ipsius β: est igitur (per 11 quinti) sicut α ad β, sic α γ ad β δ, quod erat demonstrandum.*

Eucli. ex Camp. Propositio 14.

14 SI fuerint quatuor numeri proportionales, permutatim quoque proportionales erunt.

CAMPANVS. Modum arguendi qui dicitur proportionalitas permutata quam demonstrauit Euclides per 16 quinti in genere, proponit hic demonstrandũ in numeris. Vt si sit proportio a ad b sicut c ad d, erit permutatim a ad c sicut b ad d, erit enim a maior b aut minor, similiter quoq; & maior c aut minor.

Sit itaq; primo minor utroq;, erit ergo per præsentem hypothesin & conuersionem diffinitionis, a tota pars aut partes b. a . . b . . . . c . . . d . . . . . . quota uel quotæ c,d, per 9 itaq; uel 10, erit permutatim a tota pars aut partes c, quota uel quotæ b,d, quare per diffinitionẽ proportio una. Sit secundo a maior utroq;, erit per primam partem 11, ut quota pars aut partes est b,a, a . . . . . . b . . . c . . . . d . . tota uel totæ sit d,c, quare per 9 uel 10 tota pars aut partes erit b,d, quota uel quotæ c,a. Igitur per secundam partem 11 erit a ad c, sicut b ad d. Sit tertio a maior b, & minor c, eritq; per primam partem 11 tota pars aut partes b,a, a . . . . b . . c . . . . d . . . quota uel quotæ est d,c, quare per 9 uel 10 quota uel quotæ est a,c, tota uel totæ erit b, d, per diffinitionẽ itaq; proportio una. Vltimo quoq; sit a minor b maiorq; c, eritq; ut tota pars aut partes sit c,d, quota uel quotæ est a,b, a . . . b . . . . . . c . . d . . . . per 9 itaq; uel 10 erit tota uel totæ d,b, quota uel quotæ c,a, quare per secundã partem undecimæ, b ad d, sicut a ad c, sicq; constat propositũ. Huic autem cedunt 9 uel 10, quia hæc sola quod ambæ illæ proponit.

Eucli. ex Zamb. Theorema 11 Propositio 15

15 Si quatuor numeri proportionales fuerint, & uicissim proportionales erunt.

THEON ex Zamb. *Sint quatuor numeri proportionales α,β,γ,δ, sicut α ad β, sic γ ad δ. Dico quod & uicissim proportionales erunt, sicut α ad γ, sic β ad δ.* α . . . . β . . . . *Quoniam enim (per hypothesin) est sicut α ad β sic γ ad δ, qualis igitur pars est* γ . . . . δ . . . *α ipsius β uel partes, eadem pars est & γ ipsius δ uel partes (per 6 septimi.) Vicissim igitur qualis pars est α ipsius γ uel partes, eadem pars est & β ipsius δ uel partes (per 9 septimi & 10 eiusdem.) Sicut igitur α ad γ, sic β ad δ (per 11 quinti.) Quod erat demonstrandũ.*

Eucli. ex Camp. Propositio 15

15 SI fuerint quotlibet numeri alijq; secũdum eorum numerũ, omnesq; duo ex prioribus secundũ proportionẽ omniũ duorũ ex posterioribus, in proportione æqualitatis proportionales erunt.

CAMPANVS. Modum arguendi qui dicitur æqua proportionalitas quã demonstrauit Euclides per 22 quinti de quantitatibus in genere, proponit hic demonstrandũ in numeris directæ proportionalitatis: æquam autem proportionalitatẽ quam demonstrauit per 23 quinti de quantitatibus indirectæ proportionalitatis, non proponit demonstrandum in numeris, sed eam demonstrabimus infra super 19 huius, nec est necessarium ut prædemonstremus in numeris, quod demonstratũ est per 11 quinti de quãtitatibus in genere, uidelicet, si quotlibet proportiones in numeris fuerint uni æquales uel eædem, ipsas esse sibi æquales uel easdem, hoc enim manifestum est per diffinitionem. Vt si a ad c & e ad f, a . . . . c . . . . e . . . . b . . . . b . . . f . . sit sicut b ad d, erit tam a,c quàm e,f tota pars aut partes, quota uel quotæ b,d, aut toties cõtinebit a,c, & f, quoties b,d, & tota pars aut partes superfluẽt e in a, & f in e, quota uel quotæ d in b, quia ergo quota pars aut partes est a,c, tota uel totæ est e,f, aut quoties a continet c toties e,f, & quota pars aut partes c superfluũt in a tota uel totæ f in e, erit per diffinitionẽ a ad c sicut e ad f. Sint igitur uti proponitur numeri a,b,e & alij totidem c,d,f, sitq; a ad b, a . . . . c . . . . b . . . . . . d . . . c . . . . f . . sicut c ad d, & b ad e, sicut d ad f: dico quod erit in æqua proportionalitate a ad e, sicut c ad f, erit enim per præmissam a ad c, sicut b ad d, sed & b ad d, sicut e ad f: quare a ad c, sicut e ad f: igitur per eandem a ad e, sicut c ad f, idem erit sumptis pluribus, sicq; constat propositum.

CAMPANI additio. Quoniam autem Euclides cæteras quatuor species proportionalitatis quæ sunt conuersa, coniuncta, disiuncta, euersa, proponit demonstrandas in numeris, conueniens arbitramur eas quas non autor tanq; facile demonstrabiles

prætermisit

prætermisit demonstrare. Primum itaque demonstrabimus conuersam, ut si sit a ad b, sicut c ad d, dico quod erit econuerso a . . . . c . . . . b . . . . d . . . b ad a, sicut d ad c: si enim fuerit a minor b, tunc quoque erit c minor d, & tota pars aut partes a, b, quota uel quotæ c, d, quare per secundam partem 11, erit b ad a, sicut d ad c: si autẽ fuerit a maior b, erit quoque & c maior d, & per primam partem 11 b tota pars aut partes a, quota uel quotæ d, c, per diffinitionem igitur, b ad a, sicut d ad c.

Disiunctam proportionalitatem ostendere.

Vt si sit a b ad b, sicut c d ad d, erit a ad b, sicut c ad d, erit enim permutatim a b ad c d, sicut b ad d, & per 11 sicut a ad c, a . . . . b . . . c . . . . d . . quia ergo a ad c, sicut b ad d, erit permutatim a ad b, sicut c ad d.

Coniunctæ proportionalitati demonstrationem afferre.

Vt si sit a ad b, sicut c ad d, erit a b ad b, sicut c d ad d: erit enim per- a . . . . . . b . . . mutatim a ad c, sicut b ad d: quare per 11 a b ad c d, sicut b ad d, permuta- c . . . . . d . . tim igitur erit a b ad b, sicut c d ad d.

Euersam proportionalitatem restat in numeris stabilire.

Vt si sit a b ad b, sicut c d ad d, erit a b ad a, sicut c d ad c, erit enim a . . . . . . b . . . permutatim a b ad c d, sicut b ad d, quare per 11 sicut a ad c, permutatim c . . . . . d . . igitur erit a b ad a, sicut c d ad c, patet itaque totum. Ex his quoque leue est demonstrare in numeris, quod Euclides proponit per penultimam quinti de quantitatibus in genere, uidelicet.

Si proportio primi ad secundum fuerit sicut tertij ad quartum, quinti quoque ad secundum sicut sexti ad quartũ, erit proportio primi & quinti pariter acceptorũ ad secundũ sicut tertij & sexti pariter acceptorũ ad quartũ.

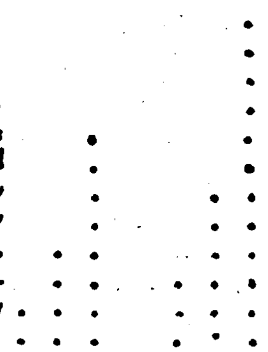
Vt si sit a ad b, sicut c ad d, itemque e ad b, sicut f ad d, erunt a & e pariter accepti ad b, sicut c & f pariter accepti ad d, erit enim per a . . . . e . . . . c . . . . f . . . conuersam proportionalitatem b ad e, sicut d ad f: quare per b . . . . . d . . . æquam proportionalitatem a ad e, sicut c ad f, ergo coniunctim a & e ad e, sicut c & f ad f, itaque per æquam proportionalitatem a & e ad b, sicut c & f ad d, quod est propositũ.

Eodemque modo probabis econuerso, si sit b ad a, sicut d ad c, itemque b ad e, sicut d ad f, erit b ad a & e, sicut d ad c & f, erit enim per conuersam proportionalitatẽ a ad b, sicut c ad d: quare per æquam a ad e, sicut c ad f, & cõiunctim a & e ad e, sicut c & f ad f: igitur econuerso e ad a & e, sicut f ad c & f, per æquam itaque prrportionalitatẽ erit b ad a & e, sicut d ad c & f, quod erat propositum. Ex hoc quoque manifestum rst quod si fuerit proportio quotlibet numerorũ ad primum sicut totidem aliorum ad secundum, erit aggregati ex omnibus antecedẽtibus ad primum, ad primum, sicut aggregati ex omnibus antecedentibus ad secundum, ad secundum. Itemque econuerso si fuerit proportio primi ad quotlibet numeros sicut secundi ad totidem alios, erit primi ad aggregatum ex omnibus consequentibus ad ipsum, sicut secundi ad aggregatum ex omnibus consequentibus ad ipsum.

Eucli. ex Zamb. *Theorema 11* *Propositio 14*

14 **Si fuerint quotcunque numeri, & alij eisdem æquales numero* cum duobus sumpti & in eadem ratione, & ex æquali in eadem ratione erunt.** *σύνδυο bini, duo & duo

THEON ex Zamberto. Sint quotcunque numeri α, β, γ & alij eisdem æquales numero cum duobus sumpti in eadem ratione δ, ε, ζ, sicut quidem α ad β, sic δ ad ε, sicutque β ad γ, sic γ ad ζ. Dico quod & ex æquali est sicut α ad γ, sic δ ad ζ. Quoniam enim (per hypothesin) est sicut α ad β, sic δ ad ε, & uicissim igitur (per 13 septimi) est sicut α ad δ, sic β ad ε. Rursus quoniam est sicut β ad γ, sic est ε ad ζ, uicissim igitur (per eandem) est sicut β ad ε, sic γ ad ζ. sicut autem β ad ε, sic α ad δ, & sicut igitur (per 11 quinti) α ad δ, sic γ ad ζ. Vicissim igitur (per 13 septimi) est sicut α ad γ, sic δ ad ζ, quod oportuit demonstrasse.



ζ ε δ γ β α

Eucli. ex Camp. Propositio 16

16 SI numeret unitas aliquem numerum quoties quilibet tertius aliquem quartum, erit quoq; permutatim ut quoties unitas numerat tertium, toties secundus numeret quartum.

CAMPANVS. Vt si sit unitas ad a, sicut b ad c, erit permutatim unitas ad b, sicut a ad c. Non superfluit autem hæc, demonstrata permutata proportione, non enim ex illa potest concludi quod hic proponitur. Nam illa demonstrata est de quatuor numeris proportionalibus, unitas uero non est numerus per diffinitionem. Hoc ergo modo pateat propositum. Diuidatur a per unitates, & c, secundum quantitatē b, eruntq; per præsentē hypothesin tot partes a, quot c, & quia unaquæq; partium a est unitas, & unaquæq; partium c est æqualis b, erit ut quoties unitas in b, toties unaquæq; partium a in sua compari ex partibus c, per modum itaq; demonstrationis quintæ, sequetur toties esse a in c, quoties unitas in b, quod est propositum.

unitas b . .
.
a . . . . c . . . .

Eucli. ex Zamb. Theorema 13 Propositio 15

15 Si unitas numerum aliquem metiatur, pariter autem alter numerus alium quempiam numerum metiatur, & uicissim pariter unitas tertium numerum metietur, & secundus quartum.

THEON ex Zamberto. *Vnitas, inquam, α numerum aliquem βγ metiatur, pariter autem alius numerus δ alium quempiam numerum εζ metiatur. Dico quod & uicißim pariter α ipsum δ numerum metietur, & βδ ipsum εζ. Quoniam enim æque α unitas ipsum βγ numerum metitur, & δ ipsum εζ: quot igitur sunt in βγ unitates, tot sunt in εζ numeri æquales ipsi δ. Diuidatur, inquam, βγ in eas quæ in eo sunt unitates, hoc est βκ, κθ & θγ. Ipse uero εζ in ipsi δ æquales, hoc est εκ, κλ & λζ, est iam æqualis multitudo ipsorum βκ, κθ & θγ, multitudini ipsorum εκ, κλ & λζ: & quoniam βκ, κθ & θγ unitates sibi inuicem sunt æquales, & εκ, κλ & λζ numeri sibi inuicem sunt æquales, & est æqualis multitudo ipsarum βκ, κθ & θγ unitatum multitudini ipsorum εκ, κλ & λζ numerorum, est igitur sicut βκ unitas ad εκ numerum, sic est κθ unitas ad κλ numerum, & θγ unitas ad λζ numerum: erit igitur (per 12 septimi) & sicut unus antecedentium ad unum consequentium, sic omnes antecedentes ad omnes consequentes. Est igitur sicut βκ unitas ad εκ numerum, sic βγ ad εζ: æqualis autem est βκ unitas ipsi α unitati, & εκ numerus ipsi δ numero: est igitur (per 11 quinti) sicut α unitas ad δ numerum, sic βγ ad εζ: pariter igitur α unitas ipsum δ numerum metitur, & βγ ipsum εζ, quod oportuit demonstrasse.*

α .
β . κ . θ . γ
δ . .
ε . . κ . . λ . . ζ

Eucli. ex Camp. Propositio 17

17 SI duorum numerorū uterque ducatur in alterum, qui inde producentur erunt æquales.

CAMPANVS. Sicut si ex a in b proueniat c b, & ex b in a proueniat d, erunt c & d æquales. Cum enim b multiplicatus per a producat c, erit per conuersionē diffinitionis b in c, quoties unitas in a, ergo per præmissam, erit a in c, quoties unitas in b. Et quia toties est a etiam in d, quia ex b in a fit d, sequitur ut toties sit a in c quoties in d, per conceptionem igitur c & d sunt æquales.

CAMPANI annotatio. Possumus quoq; hanc conclusionem alio modo proponere. Si duorum numerorum uterque ducatur in alterum idem numerus utrobique proueniet, ut si ex a in b proueniat c, idem etiam ex b in proueniet. Quia enim ex a in b fit c, erit prius per conuersionem diffinitionis b in c quoties unitas in a. Et permutatim per præmissam a in c, quoties unitas in b, quia igitur a toties sibi coaceruatur in c, quoties in b est unitas, sequitur per diffinitionem quod ex b in a fit c.

unitas
.
a . . . b . . . .
c . . . .
d . . . .

Eucli. ex Zamb. Theorema 14 Propositio 16

16 Si bini numeri multiplicantes se adinuicem, fecerint aliquos, geniti ex eis æquales adinuicem erunt.

THEON ex Zamberto. *Sint bini numeri α, β, & α quidem ipsum β multiplicans, efficiat γ, & β ipsum α multiplicãs, efficiat δ. Dico quod æqualis est γ ipsi δ. Quoniam enim α ipsum β multiplicans, γ fecit, & β igitur ipsum γ metitur per eas quæ in α sunt unitates: metitur autem & ε unitas ipsum α numerum per eas quæ in eo sunt unitates: pariter igitur (per 11 quinti) ε unitas ipsum α numerũ metitur & β ipsum γ. Vicißim igitur (per 15 septimi) pariter ε unitas ipsum β numerum metitur, & α ipsum γ. Rursus quoniam β ipsum α multiplicans, fecit ipsum δ, igitur α ipsum δ metitur per eas quæ in ipso β sunt unitates. Metitur autem & ε unitas, ipsum β per eas quæ in eo sunt unitates: pariter igitur (per 11 quinti) ε unitas ipsum β numerum metitur, & α ipsum δ. pariter autem ε unitas ipsum β numerum metitur, & α ipsum γ. Pariter igitur α, utrunq; γ, δ, metitur: æqualis igitur est γ ipsi δ, quod erat demonstrandum.*

ε .
α . .
β . . . .
γ . . . .
δ . . . .

Eucli. ex Camp. Propositio 18

18 SI unus numerus in duos ducatur, tantus erit duorum inde productorum alter ad alterum, quantus duorum multiplicatorum alter ad alterum.

CAMPANVS. Multiplicet a utrunq; duorum numerorũ b & c, & proueniant d & e. Dico quod erit proportio d ad e, sicut b ad c: sequitur enim per conuersionẽ diffinitionis eius quod est multiplicari, ut b in d, & c in e sit, quoties unitas in a: quare per diffinitionẽ, proportio d ad b, est sicut e ad c: æqualiter enim eos continent, quia quoties unitatem, ergo permutatim d ad e, sicut b ad c, quod est propositum.

d . . . . e . . . .
b . . . c . . . .
a . .
.
Vnitas

Eucli. ex Zamb. Theorema 15 Propositio 17

17 **Si numerus duos numeros multiplicans, fecerit aliquos, geniti ex eis eandem rationem habebunt quam multiplicati.**

THEON ex Zamb. *Numerus enim α duos numeros β, γ, multiplicans, efficiat ipsos δ, ε. Dico quod est sicut β ad γ, sic est δ ad ε. Quoniam enim α ipsum β multiplicans, ipsum δ fecit, & β igitur ipsum δ metitur per eas quæ in α sunt unitates. Metitur autem & ζ unitas, ipsum α numerum, per eas quæ in eo sunt unitates. Pariter igitur ζ unitas ipsum α numerum metitur, & β ipsum δ: est igitur sicut ζ unitas ad α numerum, sic est β ad δ. Propterea iam & sicut ζ unitas ad α numerum, sic γ ad ε: & sicut igitur (per 11 quinti) β ad δ, sic γ ad ε. Vicißim igitur (per 15 septimi) est sicut β ad γ, sic est δ ad ε. Si igitur numerus duos, & reliqua quæ sequuntur, quod oportebat demonstrare.*

ζ .
α . . .
β . . . .
γ . . . . .
δ . . . .
ε . . . .

Eucli. ex Camp. Propositio 19

19 SI duo numeri unum multiplicent, erit proportio duorum inde productorum tanquam duorum multiplicantium.

CAMPANVS. Ex conuersione antecedentis præmissæ, cõcluditur hæc eadem passio quæ in præmissa, ut si uterq; duorum numerorum b & c multiplicet a, & proueniant d & e, erit d ad e, sicut b ad c: erit enim per ante præmissam ut ex a in b & c fiant d & e: quare per præmissam d ad e, sicut b ad c, quod est propositum.

d . . . . . . e . . . .
a . .
b . . . c . . . .

CAMPANI annotatio. Potes autem quod proponit per hanc & præmissam de duobus numeris, ad quotlibet numeros ampliare, quod si unus multiplicet quotlibet, erit productorum & multiplicatorum una proportio. Similiter quoq; si quotlibet multiplicent unum erit, erit productorũ & multiplicantium una proportio, quod per hanc & præmissam quoties oportuerit repetitas, facile probabis. Hic autem (ut supra polliciti sumus) demonstrare uolumus æquam proportionalitatem in quotlibet numeris duorum ordinum indirectæ proportionalitis, quam demonstrat Euclides per 23 quinti, in quantitatibus in genere. Dicimus igitur:

Si quotlibet numeri totidem alijs fuerint indirecte proportionales, extremi quoq; in eadem proportione proportionales erunt.

Vt si sit a ad b, sicut d ad f, & b ad e, sicut c ad d, erit a ad e, sicut c ad f: ducatur enim c in d & f, & proueniãt g & h, eritq́ per præmissam g ad h, sicut d ad f, quare & sicut a ad b, ducatur item f in d, & proueniat k: eritq́ per hanc 19 g ad k, sicut c ad f, & quia ex f in d fit k, fiet idem econuerso per 10 ex d in f, quia igitur ex c & d in f fiunt h & k, erit per hanc 19, h ad k, sicut c ad d, quare sicut b ad c, & quia iam ostensum est quod est g ad h sicut a ad b, erit per 11, a ad e sicut g ad k, sed sic erat etiã c ad f: est igitur a ad e, sicut c ad f, quod est propositũ. Idem probabis si fuerint in utroq; ordine numeri plures tribus quemadmodũ probatur in 23 quinti, de quantitatibus pluribus tribus.

g . . . .
h . . . .
a . . . . c . . . .
b . . . . . . d . . .
c . . . . f . .
k . . . . . .

Eucli. ex Zamb. Theorema 16 Propositio 18

18 **Si duo numeri numerum aliquem multiplicantes, fecerint aliquos, geniti ex eis eandem habebunt rationem quam multiplicantes.**

THEON ex Zamberto. *Duo enim α, β, numerum aliquem δ multiplicantes, efficiant ipsos δ, ε. Dico quod est sicut α ad β, sic est δ ad ε. Quoniã α enim multiplicans ipsum γ, fecit ipsum δ, & γ igitur ipsum α multiplicans, facit ipsum δ. Id propterea γ ipsum β multiplicans, ipsum ε fecit. Numerus iam γ duos numeros α, β, multiplicans, fecit ipsos δ, ε. Est igitur (per 17 septimi) sicut α ad β, sic est δ ad ε, quod oportuit demonstrasse.*

α . . . .
β . . . . .
γ . . .
δ . . . .
ε . . . .

Eucli. ex Camp. Propositio 20

20 **SI fuerint quatuor numeri proportionales, quod ex ductu primi in ultimum producetur, æquum erit ei quod ex ductu secundi in tertium. Si uero quod ex primo in ultimum producetur, æquum est ei quod ex secundo in tertium, illi quatuor numeri sunt proportionales.**

CAMPANVS. Quod proposuit Euclides per 15 sexti, de quatuor lineis proportionalibus, proponit hic de quatuor numeris proportionalibus, uerbi gratia. Sit proportio a ad b, sicut c ad d, fiatq́ ex a in d, e, & b in c, f: dico quod e & f sunt æquales, & econuerso. Ducatur enĩ a in b, & fiat g, eritq́ per 18 g ad e, sicut b ad d, & quia per 17 ex b in a fit g, & ex eodem b in c, f, erit per 18 g ad f, sicut a ad c: æquales igitur sunt f & e, quod est primum. Nec oportet prædemõstrare si unius numeri ad duos sit una proportio, quod sunt æquales, aut si ipsi sunt æquales, quod unius ad ipsos sit una proportio. Si enim est una proportio g ad e & ad f, aut ipse erit tota pars uel partes e quota uel quotæ idem est f, & tunc per conceptionem patet e & f esse æquales, aut toties g continebit e quoties f, & superfluent in eo tota pars uel partes e quota uel quotæ in eodem superfluent f, & tunc etiam per conceptionem patet eos esse æquales. Quod si ipsi fuerint æquales patet per conceptionẽ, quod aut g erit tota pars uel partes e quota uel quotæ f, & tunc per diffinitionẽ erit ipsius g ad utrunq; eorum proportio una, aut æqualiter continebit utrunq; cum superfluitate similium & tot numero partium, & tunc etiam per diffinitionem erit eius ad utrunq; proportio una.

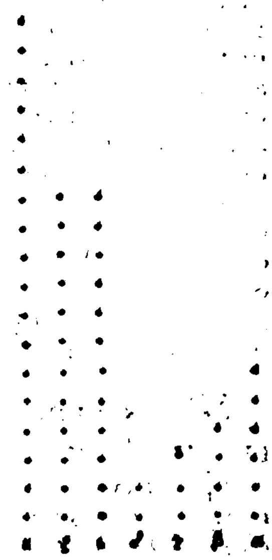
e . . . .
g . . . .
f . . . .
a . . . . . . c . . . .
b . . . d . .

Secundum sic patet. Sit e productus ex a in d, æqualis f producto ex b in c: dico proportio a ad b est, sicut c ad d, & est hæc conuersa primæ partis. Sit enim ut prius g, qui fit ex a in b, & quia e & f sunt æquales, erit g ad utrunq; eorum proportio una, & quia ut prius per 18, g ad f sicut a ad c, & ad e sicut b ad e, erit a ad c, sicut b ad d, quare permutatim a ad b, sicut c ad d.

CAMPANI annotatio. Non proponit autem Euclides de tribus numeris continue proportionalibus, quod ille qui ex ductu primi in tertium producitur, sit æqualis quadrato medij, & si ille qui ex primo in tertium producitur, fuerit æqualis quadrato medij, quod illi tres numeri sint continue proportionales, sicut proponit in 16 sexti, de tribus lineis: hoc enim facile demonstratur per hanc 20, medio illorum trium numerorum, æquali assumpto, quemadmodũ in sexto de tribus lineis probatur per quatuor, assumpta quarta æquali mediæ.

Eucli. ex Zamb. Theorema 17 Propositio 19

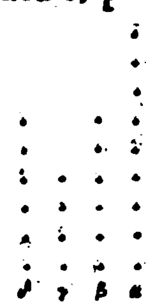
19 Si quatuor numeri proportionales fuerint, qui ex primo & quarto fit, æquus est ei qui ex secundo & tertio. Et si qui ex primo & quarto fit numerus æqualis fuerit ei qui ex secundo & tertio, ipsi quatuor numeri proportionales erunt.



THEON ex Zamberto. *Sint quatuor numeri proportionales α, β, γ, δ. sicut α ad β, sic γ ad δ: & α quidem ipsum δ multiplicans, efficiat ipsum ε, & β ipsum γ multiplicans, efficiat ipsum ζ. Dico quod æqualis est ε ipsi ζ. Ipse autem α ipsum γ multiplicans, efficiat ipsum η. Quoniam igitur α ipsum γ multiplicans, ipsum η fecit, multiplicans autem ipsum δ, ipsum ε fecit, numerus iam α duos numeros γ, δ, multiplicans, ipsos η, ε, fecit, & igitur (per 17 septimi) sicut γ ad δ, sic est η ad ε. Sicut autem γ ad δ, sic α ad β: & sicut igitur (per 11 quinti) α ad β, sic η ad ε. Rursus quoniam α ipsum γ multiplicans, ipsum η fecit, sed β ipsum γ multiplicans, ipsum ζ fecit, duo iam numeri α, β, numerum aliquem γ multiplicantes, ipsos fecerunt η, ζ: est igitur (per 18 septimi) sicut α ad β, sic η ad ζ, sed sicut α ad β, sic η ad ε, & sicut igitur (per 11 quinti) η ad ε, sic η ad ζ. Igitur η ad utrunque ipsorum ε, ζ, eandem habet rationem: æqualis igitur est ε ipsi ζ (per 7 quinti.) Sit uero rursus æqualis ε ipsi ζ. Dico quod est sicut α ad β, sic est γ ad δ. Eisdem namque dispositis, quoniam α ipsos γ, δ, multiplicans, ipsos η, ε, fecit, est igitur (per 17 septimi) sicut γ ad δ, sic η ad ε: æqualis autem est ε ipsi ζ: est igitur sicut η ad ε, sic η ad ζ (per secundam partem septimæ quinti.) Sed sicut quidem η ad ε, sic γ ad δ: sicut igitur γ ad δ, sic η ad ζ: sicut autem η ad ad ζ, sic α ad β, (per 18 septimi) sicut igitur (per 11 quinti) α ad β, sic γ ad δ. Quod oportebat demonstrare.*

Eucli. ex Zamb. Theorema 18 Propositio 20

20 Si tres numeri proportionales fuerint, qui sub extremis æqualibus est ei qui à medio. Et si qui sub extremis æqualibus fuerit ei qui à medio, ipsi tres numeri proportionales erunt.

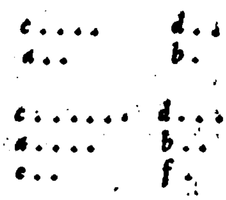


THEON ex Zamberto. *Sint tres numeri proportionales α, β, γ, sicut α ad β, sic β ad γ. Dico quod qui ex ipsis α, γ, æquus est ei qui ex β. Ponatur enim ipsi β æqualis δ: est igitur sicut α ad β, sic δ ad γ. Igitur qui ex ipsis α, γ, æquus est ei qui ex β, δ, atqui ex β, δ, æquus est ei qui ex β: æqualis enim est β ipsi δ. Qui igitur ex α, γ, æquus est ei qui β.*

Sed qui ex α, γ, æquus esto ei qui ex β. Dico quod sicut α ad β, sic est β ad γ. Quoniam enim qui ex α, γ, æquus est ei qui ex β, qui uero ex β, æquus est ei qui ex β, δ, est igitur (per undecimam quinti) sicut α ad β, sic δ ad γ, æquus autem est β ipsi δ: est igitur sicut α ad β, sic β ad γ, quod erat demonstrandum.

Euclides ex Campano. Propositio 21

21 NVmeri secundum quamlibet proportionem minimi, numerant quoslibet in eadem proportione, minor minorem & maior maiorem æqualiter.



CAMPANVS. Sint a & b, minimi numeri in sua proportione, sitque c ad d, sicut a ad b: dico quod a numerat c, & b, d, æqualiter. Cum sit enim a ad b, sicut c ad d, erit permutatim a ad c, sicut b ad d: erit igitur a, c tota pars uel partes, quota uel quotæ b, d: si itaque fuerit pars, constat propositum. At si partes, sit e una partium a, & f una partium b, & quia tota pars est e, c per hypothesin quota f, d, erit per diffinitionem proportio e ad c, sicut f ad d, quare permutatim e ad f, sicut c ad d, quare etiam sicut a ad b: non sunt itaque a & b, minimi suæ proportionis, quod est contrarium positis.

Similiter quoque.

Quotlibet numeri, siue in eadem proportione siue in diuersis minimi, numerant omnes in eadem proportione quisque suum correlarium æqualiter.

Vt si sint a, b, c, minimi in eadem proportione uel in diuersis, sintque in eadem uel eisdem d, e, f, ita quod sit d ad e, ut a ad b, & e ad f, ut b ad c: dico quod a numerat d, & b, e, & c, f, æqualiter: quia enim est a ad b, ut d ad e, erit permutatim a ad d, ut b ad e: & quia b ad c, ut e ad f, erit etiam permutatim b ad e, ut c ad f, quare b ad e, & c ad f, sicut a ad d, & quia a, b, c, sunt minores d, e, f, erit b, e, & c, f, tota pars aut partes, quota est a, d. Si itaque pars, constat propositum. At si partes, sit g una partium a, & h una partium b, & k una c, eritque per præsentem hypothesin tota pars h, e, & k, f, quota g, d: quare per diffinitionem h ad e, & k ad f, sicut g ad d, permutatim igitur erit g ad h, ut d ad e, & h ad k, ut e ad f: quare g ad h, ut a ad b, & h ad k, ut b ad c, quia ergo g, h, k, sunt minores a, b, c, & in eadem proportione, sequitur contrarium positi.

d . . . . e . . . . f . . . .
a . . . . b . . . c . .
d . . . . e . . . . f . . . .
a . . . . b . . . c . .
g . . . h . . k .

Eucli. ex Zamb. Theorema 19 Propositio 21

21 **Minimi numeri eandem rationem habentium eis, metiuntur eandem rationem habentes æqualiter, maior maiorem, minor minorem.**

THEON ex Zamberto. *Sint enim minimi numeri eandem rationem habentium ipsis α, β, ipsi γδ & εζ. Dico quod æqualiter γδ ipsum α metitur, & εζ ipsum β. Ipse enim γδ, ipsius α non est partes. Si enim possibile, esto γδ ipsius α partes: & εζ igitur ipsius β eædem partes est, quæ & γδ ipsius α. Igitur quot sunt in γδ, partes ipsius α, tot sunt & in εζ, partes ipsius β. Diuidatur quidem γδ in ipsius α partes, hoc est γη & ηδ. Sicque εζ in ipsius β partes, hoc est εθ & θζ, erit iam æqualis multitudo ipsorum γη & ηδ, multitudini ipsorum εθ & θζ: & quoniam æquales sunt γη & ηδ numeri adinuicem, sunt autem & εθ, θζ numeri inuicem æquales, estque multitudo ipsorum γη & ηδ æqualis multitudini ipsorum εθ & θζ: est igitur (per 7 quinti) sicut γη ad εθ, sic ηδ ad θζ. Erit igitur (per 12 septimi) & sicut unus antecedentium ad unum sequentium, sic omnes antecedentes ad omnes sequentes. Est igitur sicut γη ad εθ, sic γδ ad εζ. Igitur γη & εθ, ipsis γδ & εζ in eadem ratione sunt, minores existentes eis, quod est impossibile. Supponuntur enim ipsi γδ & εζ minimi, eandem rationem habentium eis. Igitur γδ minime partes est ipsius α, pars igitur, & εζ igitur ipsius β eadem pars est quæ & γδ ipsius α, pariter igitur γδ ipsum α metitur, & εζ ipsum β, quod oportebat demonstrare.*

γ . . η . . δ
ε . . θ . ζ
α . . . .
β . . . . . .

Huic ex Zamberto propositioni respondet id quod supra, ad 19 addidit Campanus.

Eucli. ex Zamb. Theorema 20 Propositio 22

22 **Si fuerint tres numeri, & alij eisdem æquales numero, * cum duobus sumpti & in eadem ratione, fuerit autem perturbata eorum proportio, & ex æquali in eadem ratione erunt.**

*bini

THEON ex Zamberto. *Sint numeri α, β, γ, & alij eisdem æquales numero δ, ε, ζ, cum duobus sumpti, & in eadem ratione: sit autem perturbata eorum proportio: sicut quidem α ad β, sic ε ad ζ, & sicut β ad γ, sic δ ad ε. Dico quod & ex æquali est sicut α ad γ, sic est δ ad ζ. Quoniam enim est sicut α ad β, sic ε ad ζ, qui igitur ex α, ζ, (per 20 septimi) æqualis est ei qui ex β, ε. Rursus quoniam est sicut β ad γ, sic est δ ad ε, qui igitur ex δ, γ, æqualis est ei qui ex β, ε: ostensum autem est quod qui ex α ζ, æquus est ei qui ex β, ε, & qui ex α, ζ igitur, (per 20 septimi,) æquus est ei qui ex δ, γ. Est igitur (per 11 quinti) sicut α ad γ, sic δ ad ζ, quod oportebat demonstrare.*

α . . . . . .
β . . . .
γ . . .
δ . . . .
ε . . . .
ζ . . . . . .

Eucli. ex Camp. Propositio 22

22 **SI fuerint duo numeri secundum suam proportionem minimi, ipsi erunt adinuicem primi.**

CAMPANVS. Sint duo numeri a & b, secundum suam proportionē minimi: dico quod ipsi sunt contra se primi. Si enim non, numeret eos c secundum d & e: eritq; per 15 d ad e, sicut a ad b, & quia d & e sunt minores a & b, sequitur a & b non esse suæ proportionis minimos, quod est contrariū positioni.

a . . . . . . b . . . . .
c . .
d . . . . e . . .

Similiter quoq;.

Si fuerint quotlibet numeri in continuatione suarum proportionum (siue eadem siue diuersæ fuerint) minimi, nullus numerus numerabit omnes.

Vt si sint a, b, c, minimi in continuatione suarum proportionum: dico quod nullus numerabit omnes. Sin autē, numeret eos d, a quidem secundum e, b vero secundum f, & c secundum g: eritq; per 15 e ad f, sicut a ad b, & f ad g, sicut b ad c, quia ergo e, f, g, sunt minores a, b, c, & secundum proportionē eorum, non erunt a, b, c, quales positi sunt, quod est inconueniens. Quanquā autem nullus numeret a, b, c, si fuerint minimi, potest tamen esse ut quoslibet duos ex eis numeret unus, ducto etenim quolibet numero in aliquem ad se primum, ac utroq; eorum in aliquem tertium ad utrunq; primum, prouenient tres numeri quorum quique duo erunt compositi, nullus tamen numerabit omnes. Sint enim a, b, c, tres numeri quorum quisque sit primus ad alios, ducaturq; a in b & c, & proueniat d & e, itemq; b in c, & proueniat f, dico quosq; duos ex d, e, f, esse adinuicem compositos, tamen nullus numerabit omnes. Duos quosq; patet esse compositos: a enim numerat d & e, b vero d & f, & c, e & f, quod autē nullus numeret omnes, patebit, prius demonstrato quod a est maximus numerans d & e, b quoq; maximus numerans d & f, & c maximus numerans e & f. Hoc autem sic constat, si enim a non est maximus numerans d & e, sit itaque g, numeretq; d secundum h, & e secundum k, erit per secundam partem 20 a ad g, sicut h ad b, itemq; per eandem a ad g, sicut k ad c. Quia ergo a est minor g, erit b minor h, & k minor c, & quia h ad k, sicut b ad c, utraque enim est sicut d ad c per 15 bis assumptam, sunt autem h & k minores b & c, erit per immediate sequentem, & per hanc hypothesin, quod b & c sunt contra se primi, reperire minimis minores, quod quia est impossibile, erit a maximus numerans d & e. Eodemq; modo probabitur quod b st maximus numerans d & f, & c maximus numerans e & f, si quis ergo numerat d, e, f, per correlarium secundæ ter assumptum ipse numerabit a, b, c, sed quisque eorum primus erat ad reliquos. Accidit igitur impossibile.

a . . . . b . . . . c . . . . . .
d . .
e . . . . . f . . . . g . . .

g . . . . . h . . . . k . . .
a . . . . b . . . c . .
d . . . . e . . . . f . . . . . .

Similiter quoq;.

Quotlibet numeri quos unus non numerat, secundum continuationem suarum proportionum sunt minimi.

Vt si sint a, b, c, quilibet numeri quos omnes nullus numerat: dico quod ipsi sunt in continuatione suarum proportionū minimi. Alioquin sint minimi d, e, f, qui per 21 numerabunt a, b, c, quisque suum relatiuum æqualiter: sit ergo ut secundum g, eritq; per 17 ut uiceuersa g numeret a, b, c, secundum d, e, f, quare accidit contrarium positioni.

a . . . . b . . . . c . . . . . .
d . . . . . e . . . . f . . .
g . .

Eucli. ex Zamb. Theorema 21 Propositio 23

23 Primi numeri adinuicem, minimi sunt eandem rationem habentium eis.

THEON ex Zamberto. *Sint primi numeri adinuicem α, β. Dico quod ipsi α, β, minimi sunt eandem rationem habentium eis: si autem α & β non sunt minimi eandem habentiū rationem eis, erunt aliqui numeri ipsis α, ε, minores*

minores in eadem ratione existentes ipsis α, β, sint autem γ, δ. Quoniam igitur minimi numeri eandem rationem habentium, eis metiuntur eandem rationem habentes pariter, maior maiorem, minor minorem: (per 21 septimi) hoc est antecedens ipsum antecedentem, & consequens ipsum consequentem, æqualiter igitur γ ipsum α metitur, & δ ipsum β. Quoties autem γ ipsum α metitur, tot unitates sint in ε, & δ igitur ipsum β metitur, per eas quæ in ipso ε sunt unitates, & quoniam γ ipsum α metitur per eas que in ipso sunt unitates, igitur & ε ipsum α metitur per eas quæ in ipso γ sunt unitates. Id propterea & ε ipsum β metitur, per eas quæ in ipso δ sunt unitates. Igitur & ε ipsos α, β, metitur primos existentes adinuicem: quod est impossibile (per 12 diffinitionem septimi.) Non erunt igitur aliqui numeri ipsis α, β, minores in eadem ratione existentes ipsis α, β. Minimi igitur sunt α & β eandem rationem habentium eis. Quod oportuit demonstrasse.

Sequens ex Campano 23, præcedenti 23 ex Zamberto respondet: præcedens autem ex Campano 22, sequenti ex Zamberto 24.

Eucli. ex Camp. Propositio 23

23 QVilibet numeri contra se primi, sunt secundum suam proportionem minimi.

CAMPANVS. Hæc est conuersa præmissæ, ut si duo numeri sint a & b contra se primi, ipsi erunt secundum suam proportionem minimi, sin autem, sint minimi in eadem proportione (si possibile est) c & d, constat itaque per 21 quod c numerat a, & d, æqualiter: sit igitur ut secundum e, erit per 17 ut uiceuersa e numeret a & b, a quidem secundum c, & b secundum d: non sunt igitur a & b contra se primi, quod est contra hypothesin.

Eucli. ex Zamb. Theorema 22 Propositio 24 Conuersa præcedentis.

24 Minimi numeri eandem rationem habentium eis, primi adinuicem sunt.

THEON ex Zamberto. Sint minimi numeri eandem rationem habentium eis α, β. Dico quod α, β, primi adinuicem sunt. Si autem α, β, adinuicem non sunt primi, metietur aliquis numerus ipsos α, β, metiatur, & esto γ: & quoties quidem γ ipsum α metitur, tot unitates sint in δ: quoties autem γ ipsum β metitur, tot unitates sint in ε. Et quoniam γ ipsum α metitur per eas quæ in δ unitates existunt, igitur & γ ipsum δ multiplicans ipsum α fecit: id propterea & γ ipsum ε multiplicans, ipsum β fecit: numerus igitur γ duos numeros δ, ε, multiplicans, ipsos α β fecit. Est (per 17 septimi, & per 11 quinti) igitur sicut δ ad ε, sic est α ad β: ipsi igitur δ ε ipsis α, β, in eadem sunt ratione minores existentes, quod est impossibile. Ipsos igitur α, β, numeros, numerus aliquis non metietur. Igitur ipsi α, β, primi inuicem sunt. Quod demonstrasse oportuit.

Eucli. ex Camp. Propositio 24

24 SI fuerint duo numeri contra se primi, si quis unum eorum numeret, ad alterum esse primus necessario comprobatur.

CAMPANVS. Sint a & b contra se primi, c uero numeret a. Dico quod c primus est ad b, alioquin, numeret eos d, quæ per penultimam cõceptionem numerabit etiam a, non sunt ergo a & b, contra se primi, d enim nnmerat ambos.

Eucli. ex Zamb. Theorema 23 Propositio 25

25 Si bini numeri, primi adinuicem fuerint, unum eorum metiens ad reliquum primus erit.

THEON ex Zamberto. Sint bini numeri primi adinuicem α & β. Ipsum autem α metiatur aliquis numerus γ. Dico quod & γ, β, primi adinuicem sunt. Si autem γ, β, non sunt adinuicem primi, metietur ipsos γ, β, aliquis numerus: metiatur, & esto δ. Et quoniam δ ipsum γ metitur, & γ ipsum α metitur, & δ igitur ipsum α metitur: metitur autem & β. Igitur δ ipsos α, β, metitur, primos adinuicem existentes, quod est impossibile (per 12 diffinitionem

nitionem septimi.) Ipsos igitur ε, γ, numeros numerus aliquis non metietur. Ipsi igitur γ, ε, primi adinuicem sunt, quod erat demonstrandum.

Eucli. ex Camp. Propositio 25

25 SI fuerint duo numeri ad alium quemlibet primi, qui ex ductu unius in alterum producetur, ad eundem erit primus.

CAMPANVS. Sit uterque duorum numerorum a & b, primus ad c, & ex a in b fit d. Dico quod d est primus ad c, aliter enim numeret eos e, d, quidem secundum f: eritque per secundam partem 20, a ad e, sicut f ad b, & quia a & c sunt primi, & e numerat c. ipse erit per 24 primus ad a, quare per 23 a & e, sunt secundum suam proportionem minimi: sequitur ergo per 21, ut e numeret b, & quia positum est quod ipse numeret c, non erunt b & c contra se primi, quod est contra hypothesin.

a . . .   b . . . .
c . . . . .
d . . . .
e . .   f . . . . . .

Eucli. ex Zamb. Theorema 19 Propositio 26

26 Si bini numeri ad aliquem numerum primi fuerint, & ex eis genitus ad eundem primus erit.

THEON ex Zamberto. Bini enim numeri α, β, ad aliquem numerũ γ, primi sint, & α ipsum β multiplicans, ipsum δ efficiat. Dico quod ipsi γ δ, primi sunt adinuicem. Si autem γ, δ, non sunt primi adinuicem, metietur eos aliquis numerus, metiatur, & esto ε. Et quoniam ε, α, primi adinuicem sunt, ipsum autem γ metitur aliquis numerus ε, igitur ε, α, (per 25 septimi) primi sunt adinuicem. Quoties iam ε metitur ipsum δ, tot unitates sint in ζ: & ζ igitur ipsum δ metitur, per eas quae in ε sunt unitates. Igitur ε ipsum ζ multiplicans, ipsum δ fecit. Sed & α ipsum β multiplicans, ipsum δ fecit: aequalis igitur est qui ex ε, ζ, ei qui ex α, β. Si autem qui sub extremis aequus fuerit ei qui sub medijs, quatuor numeri proportionales sunt (per 19 septimi.) Est igitur (per 11 quinti) sicut ε ad α, sic est β ad ζ. Ipsi autem α, ε, primi: ipsi autem primi, & minimi: minimi autem numeri (per 21 septimi) eandem rationem habentium eis, metiuntur eandem rationem habentes pariter, maior maiorem minor minorem, hoc est antecedens antecedentem, & consequens consequentem. Igitur ε ipsum β metitur: metitur autem & γ, igitur ε ipsos γ, β, metitur primos existentes adinuicem, quod est impossibile (per 13 diffinitionem septimi.) Ipsos igitur γ, δ, numeros, numerus aliquis non metietur. Ipsi igitur γ, δ, primi adinuicem sunt. Quod oportebat demonstrare.

α . .   β . . .
γ . . . . . .
δ . . . . . .
ε . . . .
ζ . .

Euclides ex Campano. Propositio 26

26 SI fuerint duo numeri contra se primi, qui ex uno eorum in seipsum producitur, ad reliquum est primus.

CAMPANVS. Sint contra se primi a & b, & ex a in se fiat c. Dico quod c primus est ad b: sit enim d, aequalis a, eritque d primus ad b, & ex a in d, fiet c, per praemissam igitur patet c primum esse ad b, quod proposuimus.

a . . .   b . . . .
c . . . .
d . . .

Eucli. ex Zamb. Theorema 25 Propositio 27

27 Si duo numeri primi adinuicem fuerint, qui ex uno eorum fit, ad reliquum primus erit.

THEON ex Zamberto. Sint bini numeri primi adinuicem α, β, & α seipsum multiplicans, ipsum δ efficiat. Dico quod ipsi β, γ, primi adinuicem sunt. Ponatur enim ipsi α, aequalis δ. Et quoniam α, β, primi adinuicem sunt, aequalis autem est α ipsi δ, & δ, β: igitur primi adinuicem sunt: uterque igitur ipsorum δ, α, ad β primus est, & qui ex δ, α, igitur fit, ad β primus est (per 26 septimi.) Qui autem ex δ. α, fit numerus, est γ, igitur γ, β, primi adinuicem sunt, quod erat demonstrandum.

α . .   β . . . .
γ . . . .
δ . . .

Eucli. ex Camp. Propositio 27

27 SI duobus numeris ad alios duos comparatis, uterque ad utrunque fuerit primus, qui ex duobus prioribus ad eum qui ex duobus posterioribus producetur erit primus.

CAMPANVS

CAMPANVS. Sint a & b, priores, c & d, posteriores: sitq; uterque duorum a & b, primus ad utrunq; duorum c & d, & ex a in b fit e, & ex c in d, f: dico quod e primus est ad f. Hoc autem 25 ter assumpta euidenter cōcludit. Cum enim fiat e ex a in b, quorū uterq; primus est a ad c & ad d, erit per ipsam e primus ad c, & itē per ipsam primus ad d. Quia item f fit ex c in d, quorum uterq; primus est ad e, erit rursus per ipsam f primus ad e, quod est propositū.

Eucli. ex Zamb. Theorema 26 Propositio 28

28 Si bini numeri ad binos numeros uterque ad utrunque primi fuerint, & qui ex eis fient, primi adinuicem erunt.

THEON ex Zamberto. *Bini enim numeri α, β, ad binos numeros γ, δ, uterque ad utrunq; primi sint: & α quidem ipsum β multiplicans, efficiat ipsum ε, & γ ipsum δ multiplicans, efficiat ipsum ζ. Dico quod ε, ζ, primi sunt adinuicem. Quoniam enim uterque ipsorum α, β, ad ipsum γ primus est, & qui ex α, β, igitur fit (per 26 septimi) ad γ primus est: qui autem fit ex α, β, est ε, igitur ε, γ, primi sunt adinuicem, Id propterea & ipsi ε, δ, primi sunt adinuicem. & uterque igitur ipsorum γ, δ, ad ε primus est, & qui ex γ, δ, igitur, ad ε primus est, (per eandem.) Qui autem fit ex γ, δ, est ζ. Igitur ε, ζ, primi sunt adinuicem. Quod erat demonstrandum.*

Eucli. ex Camp. Propositio 28

28 SI fuerint duo numeri contra se primi, ducaturq; eorum uterque in seipsum, erunt inde producti contra se primi. Itemq; si in utrunque productorum suum ducatur principium, erunt quoq; producti contra se primi.

CAMPANVS. Sint a & b, contra se primi, ducaturq; uterque in se, & proueniant ex a quidem c, ex b uero d: itemq; ducatur a in c, & proueniat e, & b in d, & proueniat f: dico c & d esse cōtra se primos, itemq; e & f, contra se primos. Est enim per 26 c primus ad d: per eandem igitur erit d primus ad a & ad c, sicq; constat primum, quod est c & d esse contra se primos.

Reliquum sic, est enim uterque duorum numerorum a & c, primus ad utrunq; duorum b & d, itaq; per 27, erit e primus ad f, quod est reliquū. Non solum autem erit e primus ad f, sed etiam per 25, ad b & ad d, itemq; per eandem f ad a & c. Sicq; si infinities duceretur utrunq; productorum in suum principium, essent omnes producti contra se primi, & non solum, sed quilibet eductus ab a, ad quemlibet eductum a b.

Eucli. ex Zamb. Theorema 27 Propositio 29

29 Si bini numeri primi adinuicem fuerint, & multiplicans uterq; seipsum fecerit aliquos, qui ex eis fiunt, primi adinuicē erunt. Et si qui in principio, genitos multiplicātes fecerint aliquos, & illi quoq; primi adinuicem erunt, & semper circa extremos hoc continget.

THEON ex Zamberto. *Sint bini numeri primi adinuicem α, β. & α seipsum multiplicans, efficiat γ, ipsum uero γ multiplicās, efficiat ε. At β seipsum multiplicans, efficiat δ, ipsum autem δ multiplicans, efficiat ζ. Dico quod γ, δ, & ε, ζ, primi sunt adinuicem. Quoniam enim α, β, primi adinuicē sunt, & α seipsum multiplicans fecit ipsum γ, igitur γ, β, primi sunt adinuicem (per 27 septimi.) Quoniam igitur γ, β, primi sunt adinuicem, & β seipsum multiplicans ipsum δ fecit, igitur γ, δ, primi sunt adinuicem. Rursus quoniam α β primi adinuicē sunt (per eandem) & β seipsum multiplicans, ipsum δ fecit. Igitur α, δ, primi sunt adinuicem (per eandem). Quoniam igitur bini numeri α, γ, ad binos numeros β, δ, uterque ad utrunq; primi sunt (per 27 septimi) & qui ex α, γ, igitur fit ad eum qui ex β, δ, primus est, qui autem ex α, γ, est ε, qui ex δ, β, uero est ζ: igitur ε, ζ, primi sunt adinuicem. Quod oportuit demonstrasse.*

Euclides ex Campano. Propositio 29

29 SI fuerint duo numeri contra se primi, qui ex ambobus coaceruatur, ad utrunque eorum erit primus. Si uero ex ambobus coaceruatus ad utrunque eorum fuerit primus, duo quoq; numeri adinuicem erunt primi.

CAMPANVS. Sint a & b, contra se primi, dico q ex eis compositus a b, ad utrunq; eorum erit primus, & econuerso: nam si d numerat totum a b, & alterum eorum, numerabit per cōmunem scientiam & reliquū: quare non erunt contra se primi, sed hoc positum fuerat, patet ergo primum. Secūdum sic. Sit a b primus ad utrunq; suorum componentiū qui sunt a & b, dico quod a & b, sunt contra se primi. Posito enim quod d numeret utrunq; duorum numerorum a & b, sequitur per cōmunem scientiam quod etiam numeret a b ex eis compositum, quare ad neutrum duorum numerorum a & b, erit a b primus, sed positum erat quod esset ad utrunque. accidit igitur impossibile.

a . . . b . . . .
d . .

CAMPANI annotatio. Eodem quoq; modo si coaceruatus ex duobus, primus fuerit ad alterū, primus quoq; erit ad reliquum: ideoq; & coaceruati inter se. Sit enim compositus ex a, b, primus ad a, dico quod erit etiam primus ad b, alioqui numeret eos d, qui per conceptionē numerabit & a, cum numeret totum & detractum: hoc autem inconueniens. erat enim compositus ex a & b, primus ad a.

Eucli. ex Zamb. Theorema 28 Propositio 30

30 Si bini numeri, primi adinuicem fuerint, & uterque simul ad alterum ipsorum primus erit. Et si uterq; simul ad unum aliquem eorum primus fuerit, & qui in principio numeri, primi adinuicem erunt.

THEON ex Zamb. *Componantur enim bini numeri primi adinuicem, α β & β γ. Dico quod & uterque α β γ, simul ad alterum ipsorum α ε, ε γ, primus est. Si autem γ α & α β primi adinuicem non sunt, metietur eos aliquis numerus, metiatur, & esto δ. Quoniam igitur δ ipsos γ α & α β metitur, & reliquum igitur ε γ metietur. Metitur autem & ε α. Igitur δ ipsos α ε & ε γ metitur, primos existentes adinuicem, quod est impossibile (per 13 diffinitionem septimi:) ipsos igitur γ α & α β numeros, numerus aliquis non metietur. Igitur γ α & α ε, primi adinuicem sunt. Id propterea iam & ipsi γ α & β γ, primi sunt adinuicem. Igitur α γ, ad utrunq; ipsorum α ε & ε γ primus est. Sint rursus γ α & α β, primi adinuicem. Dico quod ipsi α ε & β γ primi adinucem sunt. Si enim ipsi α ε, β γ, primi non sunt adinuicem, metietur ipsos α ε & ε γ, numerus aliquis, metiatur, & esto δ, & quoniam δ utrunq; ipsorum α ε & ε γ metitur: & totum igitur γ α, metietur: meitetur autem & ipsum α ε. Igitur δ, ipsos γ α, α ε primos adinuicem existentes metietur, quod (per 13 diffinitionem septimi) est impossibile. Ipsos igitur α β & ε γ numeros, numerus aliquis non metietur. Ipsi igitur α ε & β γ, primi adinuicem sunt. Quod oportuit demonstrasse.*

α . . . . β . . . . . γ
δ . . . .

Eucli. ex Camp. Propositio 30

30 OMnis numerus compositus, ab alio primo numeratur, Zamb. 31

CAMPANVS. Sit a quilibet numerus compositus. Dico quod aliquis primus numerat ipsum, quia enim est cōpositus, numerabitur ab aliquo numero qui sit b, qui si fuerit primus, uerum erit quod dicitur: si autem compositus, sit c qui numerat eum, qui etiam per communem scientiam numerabit a: si ergo ipse fuerit primus, constat quod dicitur. At si compositus, necessario numerabit eum alius qui sit d, qui etiam per communem scientiam numerabit a, de quo ratiocinare ut prius. Quia ergo quoties occurrit compositus necesse est minorem assumere, qui compositū occurrentem numeret, sequitur ut tandem deueniatur ad aliquem primum, alioquin accidet impossibile & contrarium petitioni, numerum in infinitum decrescere.

a . . . .
b . . . .
c . . . . . .
d . . .

Eucli. ex Camp. Propositio 31

31 Omnis numerus, aut est primus, aut à primo numeratur. Zamb. 34

CAMPANVS. Sit a quilibet numerus, dico ipsum esse primum, uel numerari a primo, quia si non est primus, erit compositus, quilibet autem talis, ab aliquo primo numeratur per præmissam: a igitur, uel primus est uel a primo numeratur, quod proponitur.

a . . . . .
a . . . .
. . .

Eucli. ex Camp. Propositio 32

Zamb. 31 Omnis numerus primus, ad omnem quem non numerat est primus. 32

CAMPANVS. Sit a numerus primus non numerans b, dico quod a & b, sunt contra se primi: si enim c numerat eos, non est uerum quod a sit primus.

a . . . . . b . . . . c . .

Eucli. ex Camp. Propositio 33

Zamb. 33 Si numerus ex duobus productus, ab aliquo primo numeretur, necesse est eundem primum alterum illorum duorum numerare. 33

CAMPANVS. Sit c productus ex a in b, & sit d numerus primus qui ponatur numerare c: dico quod d numerat a uel b. numeret enim c, secundũ e: si ergo non numerat a, erit primus ad ipsum per præmissam, & ideo erunt secundum suam proportionem minimi per 23, & quia a ad d, sicut e ad b, per secundam partem 20, sequitur ut d numeret b per uigesimamprimam, quod est propositum.

a . . . . b . . . . . . c . . . . d . . . e . . . .

CORRELARIVM. Vnde manifestũ est, quod si aliquis numerus numerat productum ex duobus, uel si eidem fuerit cõmensurabilis, cõmensurabilis quoque erit alteri eorũ.

Campanus 30 31 32 33 — Quatuor præcedentes ex Campano Euclidis propositiones, quatuor sequentibus ex Zamberto propositionibus hoc præpostero ordine respondent. — 33 34 31 32 Zambertus

Eucli. ex Zamb. Theorema 29 Propositio 31

Omnis primus numerus, ad omnem numerum quem non metitur primus est. 32

THEON ex Zamb. Sit primus numerus α, & ipsum β non metiatur. Dico quod ipsi β, α, primi adinuicem sunt. Si autem ipsi α, β, non sunt adinuicem primi, aliquis numerus eos metietur, metiatur γ, ipse γ, non est unitas. Quoniam igitur γ ipsum β metitur, & α non metitur ipsum β, igitur γ ipsi α non est idem. Et quoniam γ ipsos α, β, metitur, & α igitur metitur primum existentem, non existens ei idem, quod est impossibile (per 11 diffinitionẽ septimi). Ipsos igitur α, β, numerus aliquis non metietur. Igitur ipsi α, β, primi adinuicem sunt, quod oportuit demonstrasse.

α . . . . β . . . . γ . . . . .

Eucli. ex Zamb. Theorema 30 Propositio 32

Si bini numeri multiplicantes se adinuicem fecerint aliquem, factum autem ex eis metitur aliquis primus numerus, & unum eorum qui in principio metietur. 32

THEON ex Zamb. Bini enim numeri α, β, multiplicantes se adinuicem, ipsum efficiant γ, ipsum autem γ, metiatur aliquis numerus primus δ. Dico quod δ, unum ipsorũ α, β, metitur. Ipsum α non metiatur, estque primus δ. Igitur α, δ, primi adinuicem sunt (per præcedentem). Et quoties δ ipsum γ metitur, tot unitates sint in ε. Quoniã igitur δ ipsum γ metitur per eas quæ in ε sunt unitates: igitur δ ipsum ε multiplicans, ipsum γ efficit. Atqui & α ipsum β multiplicãs, ipsum efficit γ: æqualis igitur est qui ex δ, ε, ei qui ex α, β. Est igitur (per 19 septimi) sicut α ad δ, sic β ad ε. Ipsi autem δ, α, primi sunt, primi autem & minimi: minimi uero metiuntur eandem rationem habentes æqualiter, maior maiorem, & minor minorem (per 21 septimi) hoc est antecedens antecedentem, sequens sequentem. Igitur δ ipsum β metitur. Similiter quoque ostendemus quod & si δ ipsum β non metiatur, metietur & α. Igitur δ, unum ipsorum α, β metitur. Quod erat demonstrandum.

ε . . . . δ . . . γ . . . . α . . . . . . β . . . .

Eucli. ex Zamb. Theorema 31 Propositio 33

Omnis compositus numerus, sub alicuius primi numeri dimensionem cadit. 33

THEON ex Zamb. Sit compositus numerus α. Dico quod α sub alicuius primi numeri dimensionem cadit. Quoniam enim α compositus est, metietur eum aliquis numerus (per 14 diffinitionem septimi) metiatur, & esto β, & si β primus est, manifestũ iam est quod quærimus (per eandem.) Si autem compositus, metietur eum aliquis numerus (per eandem) metiatur, & esto γ. Et quoniam γ ipsum β metitur, & β ipsum α metitur, & γ igitur ipsum α metitur, & si quidem γ primus est, manifestum iam est id quod quæritur. Si autem compositus, eum aliquis numerus metietur: tali uero facta consideratione, sumetur aliquis numerus primus qui metietur præcedentem, qui & ipsum α metietur. Si autem non sumetur, metientur ipsum α numerũ infiniti numeri, quorũ alter altero minor est, quod est impossibile in numeris. Sumetur igitur aliquis primus numerus qui metietur præcedentem.

γ . . . β . . . . α . . . .

præcedentem, qui & ipsum α metietur. Omnem igitur compositum numerum, primus aliquis numerus dimetitur. quod oportuit demonstraſſe.

ALITER *Sit compositus numerus α. Dico quod eum aliquis primus numerus metitur. Quoniam compositus est ipse α, metietur eum aliquis numerus (per 14 diffinitionē septimi) & sit minimus metientiū eum β. Dico quod β primus est. Si autem β, primus non est, metietur igitur eum aliquis numerus. Cadat sub dimēsionem ipsius γ. Igitur γ ipso β minor est, & quoniam γ ipsum β metitur, & β ipsum α metitur, & γ igitur ipsum α metitur minor existens ipso β ipsum α metientium minimo quod absurdum est. Igitur β non est compositus, sed primus.*

α ....
β ...
γ ..

Eucli. ex Zamb. Theorema 32 Propositio 34

34 **Omnis numerus, aut primus est, aut eum aliquis primus metitur.**

THEON ex Zamb. *Sit numerus α. Dico quod est α, aut est primus, aut eum aliquis numerus primus metitur. Si quidem primus est α, factum iam est id quod quæritur. Si autem compositus, eum aliquis numerus primus metietur (per 33 septimi.) Omnis igitur numerus, aut primus est, aut eum aliquis primus numerus metitur quod oportuit demonstraſſe.*

α ...
α ......

Eucli. ex Camp. Propositio 34

34 **Numeros secundum proportionem numerorum assignatorum minimos inuenire.**

CORRELARIVM

Vnde manifestum est, maximum numerum duos commmuniter numerantem, secundum minimos illius proportionis eos numerare.

CAMPANVS Sint a & b numeri propositi, secundum quorum proportionem uolumus inuenire minimos, si ergo fuerint contra se primi, sunt quales inquirimus per 23. si autem compositi: sumatur (ut docet secunda) maximus eos communiter numerans qui sit c, numeretq; eos secundum d & e, eruntq; in eadē proportiōe per 18 quos dico esse quales quærimus. Sin autem, sint f & g, qui per 21 numerabunt a & b æqualiter, sit igitur ut secundum h eritque per secundam partem 20 c ad h, sicut f ad d, uel sicut g ad e: quare c est minor h, itaq; cum h numeret a & b non fuit c maxima eos numerans, sed erat positum quod sic ergo contra hypothesin.

a ...... b ....
c ..
d ... e ....
f .. g ...
h .....

CAMPANI *additio.*

Numeros secundum continuitatem proportionum numerorum assignatorum minimos reperire.

CORRELARIVM

Vnde etiam manifestum est maximum numerum quotlibet communiter numerantem, secundum minimos proportionum eorum eos numerare.

Vt si sint a b c secundū quorū proportiones uolumus minimos inuenire: siue fuerint in eadē proportione siue in diuersis, si nullus numerus nūerat eos omnes, ipsi sunt quos quærimus, per 23, hoc enim ibi demonstratum est. Si autē unus numerat omnes, sumatur ut docet tertia maximas eos cōmuniter numerans qui sit d, numeretq; eos secundū e f g, qui erunt in eadem proportione per 18. dico eos esse quos quærimus, alioqui sint h k l, qui per 21 numerabunt a b c, æqualiter, sit ut secundum m, eritque per secundam partē 20 d ad m, ut h ad e, uel k ad f, uel l ad g. Minor est igitur d quàm m. quare cum m numeret a b c, non fuit d maximus eos numerans, quare sequitur impossibile: fuit enim d, maximus numerans a b c.

a ...... b .... c ....
d ..
e ... f .... g ......
h .. k ... l .....

Eucli. ex Zamb. Problema 5 Propositio 35

35 **Numeris datis quotcunque, inuenire minimos easdem rationes habentium eis.**

r THEON

THEON ex Zamberto. *Sint dati quotcunque numeri $\alpha\,\beta\,\gamma$. Oportet iam inuenire minimos eandẽ rationem habentium eisdem $\alpha\,\beta\,\gamma$. Ipsi enim $\alpha\,\beta\,\gamma$, aut primi adinuicem sunt aut non. Siquidẽ ipsi $\alpha\,\beta\,\gamma$, primi sunt adinuicem, minimi sunt eandem rationem habentiũ eis (per 23 septimi) Si autẽ non sumatur (per 3 septimi ipsorum $\alpha\,\beta\,\gamma$, maxima communis dimensio δ, & quoties δ, unũquenq; ipsorum $\alpha\,\beta\,\gamma$, metitur: tot unitates sint in unoquoque ipsorum $\epsilon\,\zeta\,\eta$, & unusquisque igitur ipsorum $\epsilon\,\zeta\,\eta$, unũquenq; ipsorum $\alpha\,\beta\,\gamma$, metitur per eas quæ in ipso δ sunt unitates. Igitur ipsi $\epsilon\,\zeta\,\eta$, ipsos $\alpha\,\beta\,\gamma$: æque metiuntur. Igitur (per 15 septimi.) ipsi $\epsilon\,\zeta\,\eta$, ipsis $\alpha\,\beta\,\gamma$, in eadem sunt ratiõe. Dico iam quod & minimi. Si enim ipsi $\epsilon\,\zeta\,\eta$, non sunt minimi eandem rationem habentium eisdem $\alpha\,\beta\,\gamma$: erunt aliqui numeri ipsis $\epsilon\,\zeta\,\eta$, minores in eadem ratione existentes ipsis $\alpha\,\beta\,\gamma$. Sint $\theta\,\kappa\,\lambda$, æque igitur θ metitur ipsum α. & uterq; ipsorũ $\kappa\,\lambda$, utrũq; ipsorum $\beta\,\gamma$, Quoties autem θ ipsum α metitur, tot unitates sint in ipso & μ, uterq; igitur (per 21 septimi) ipsorum $\kappa\,\lambda$, utrunq; ipsorum $\beta\,\gamma$, metitur per eas quæ in μ sunt unitates. Et quoniam θ ipsum α metitur per eas quæ in μ sunt unitates, & μ igitur ipsum α metitur per eas quæ in θ sunt unitates. Id propterea μ utrũq; ipsorũ $\beta\,\gamma$, metitur per eas quæ in utrũq; ipsorũ $\kappa\,\lambda$, sunt unitates. Igitur μ, ipsos $\alpha\,\beta\,\gamma$, metitur. Et quoniam θ ipsum α metitur per eas quæ in μ sunt unitates, igitur θ ipsum μ multipicans, ipsum α, fecit. Id propterea & ϵ, ipsum δ multiplicans, ipsum effecit α. Aequalis igitur est qui ex $\theta\,\mu$, (per 16 septimi.) Est igitur (per 19 septimi,) sicut ϵ ad θ, sic est μ, ad δ, maior autem est ϵ, ipso θ, maior igitur est & μ ipso δ, & metitur ipsos $\alpha\,\beta\,\gamma$, quod est impossibile. Supponitur namq; δ, ipsorum $\alpha\,\beta\,\gamma$, maxima communis dimensio. Igitur non erunt aliqui numeri, minores ipsis $\epsilon\,\zeta\,\eta$, in eadem existentes ratione ipsis $\alpha\,\beta\,\gamma$. Igitur $\epsilon\,\zeta\,\eta$, minimi sunt eandem rationem habentiũ ipsis $\alpha\,\beta\,\gamma$, quod fecisse oportuit.*

α ......
β ....
γ ....
δ ..
ϵ ...
ζ ....
η ......
θ ..
κ ...
λ ....
μ ...

Eucli. ex Camp. Propositio 35

35 QVilibet duo numeri minimos numeros suæ proportionis maior minorem & minor maiorem multiplicantes, minimum ab ipsis numeratum producunt.

CORRELARIVM

Vnde manifestum est minimum quem duo numerant, quemlibet ab eis numeratum numerare.

CAMPANVS. Sint duo numeri a & b, minimiq; in eorum proportiõe c & d. eritq; per primam partem 20, ut ex a in d, & b in c: fiat idem numerus qui sit e. quem dico esse minimum numeratum ab a & b, aliter enim, sit f, quem numerent a & b secundum g & h, eritque per secundam partem 20, h ad g sicut a ad b, & sicut c ad d, & per 15 erit c ad h, sicut e ad f, cum itaque per 11 c numeret h, e numerabit f, maior minorẽ, quia ergo hoc est impossibile constat uerum esse quod dicitur.

a .... b ......
c .. d ...
e ....
f ....
g ... h ....

Eucl. ex Camp. Propositio 36

36 PRopositis quotlibet numeris minimum ab eis numeratum reperire.

CORRELARIVM

Manifestum etiam ex hoc est, minimũ numerum quẽ quotlibet numerant, quemlibet ab eis numeratum numerare.

CAMPANVS. Sint propositi numeri a, b, c, d. Volo inuenire minimum numerum numeratum ab eis. Inuenio itaque primo minimum numeratum ab a & b, quod si a numerat b: non erit alius quã b, si autem non numerat eum nec econuerso, si ipsi sunt contra se primi, ex uno in alterũ prouenit, erit minimus per 35, & præmissam Quod si sunt communicantes: sumantur minimi eorũ proportione, ut docet 34 & maiore in minorem eorũ multiplicato, proueniet e, qui erit minimus numeratus ab eis per præmissam. Simili quoque modo inueniatur minimus numeratus ab e & c, qui sit f, eritque f, minimus numeratus ab a b c, sed & minimus quem numerant f & d, sit g, eritque g minimus quem numerant numeri propositi, quod enim omnes ipsum numerent

a ....
b ......
c ..
d ...
e ....
f ....
g ....
h ....

merent,patet per conceptionem,sed si non est minimus, ponatur ergo h, quem quia numerãt a & b, numerabit etiã ipsum,e per correlarium præmissæ,per idem quoque correlariũ,numerabit ipsum f,sed & g,maior itaq; numerat minorẽ,qđ est impossibile CAMPANI *additio*. Hæc & præmissa proponũtur in alia loco sub tribus conclusionibus, quarũ prima æquiualet præmissæ.secũda componitur ex correlarijs ambobus. tertia proponit de tribus: quod hæc de quotlibet numeris. Est itaque prima.

Zamb. 36 Datis duobus numeris,minimum ab eis numeratum inuenire.

Dati numeri sint a & b, quorũ minor si numerat maiorem,est maior quem quærimus,alioqui maior eorũ numeraret minorẽ se. Si aũt neuter neutrũ numeret,si ipsi sunt cõtra se primi,erit qui ex a in b prouenit (qui sit c) minimus omniũ quẽ numerãt a & b. Nã si minorẽ eo nu merauerint,esto d,quẽ nũerent secundũ e & f,eritq; per secũdã partẽ 20 a ad b,sicut f ad e,& quia a & b sunt suæ proportionis minimi per 33,numerabit a f,per 21,& quia per 18 est c ad d sicut a ad f,nã ex b in a & f fiũt c & d,sequitur c numerare d,sed erat d minor c,quare impossibile. Si autẽ a & b sint cõmunicantes,negociare propositũ ut in 35.

a... b....
c.............
d..........
e.. f.....

Secunda trium conclusionũ ex ambobus correlarijs est confecta.

Zamb. 37 Si plures numeri numerum unum numerent, necesse est ut minimus quem numerant eundem numerum numeret.

Vt si sit quilibet numerus quẽ nũerat a & b,d: minimusq; ab eisdẽ numeratus c, erit ut c, numeret d, cum enim sit d maior c,si c non numerat ipsum: numerabit tamen aliquid eius,sitque plurimum quod numerat e,& residuũ sit f,eritq; f minus c,quia igitur a & b numerãt c: numerabũt per cõmunem scientiã & e sed numerabunt d, itaque per aliam cõmunẽ sciẽtiã numerabũtur f, inconueniens ergo sequitur quod c non fuit minimus quẽ numerãt a & b Idẽ quod cõuinces & eodẽ modo de quolibet nũerato a quotlibet pluribus,scilicet quod minimus ab illis quotlibet pluribus numeratus eundem numeret. Vltima trium conclusionum.

a.. b...
d
e.......... f...
c......

Zamb. 38 Propositis tribus numeris,minimum numerorum ab eis numeratorũ inuenire.

Tres numeri propositi sint a, b, c,minimusq; quem numerant a, & b,sit d,qui sumetur ut prima trium conclusionum docet. Si igitur c numerat d, scito d esse quem quærimus. Si enim a,b, c,minorem eo numerant,sit e,quem per præmissam conclusionem numerabit d,quod est impossibile. Si autem c non numerat d, sumatur e minimus numeratus ab eis. Quod autẽ e numeretur ab a, b, c,patet,quia c numerat ipsum, & d similiter,ergo & a,b: qui numerant d,quare e numerabitur ab a, b,c. Eritq; e minimus quẽ numerant a,b, c. Sin autem,sit f, quem per præmissam conclusionem numerabit d,sed c numerat f,quia a, b, c,numerantũ e,quare c, d numerabunt eum,quare c,d, numerabunt eum: quare per præmissam e numerabit eum,maior minorem,quod esse non potest. Idem inuenies & eodem modo: quotlibet propositis.

a... b.... c.......
d............
e..........

a... b.... c........
d............
e.........................
f.................

Duæ præcedentes ex Campano propositiones, 35 scilicet & 36,tribus ex Zamberto sequentibus Euclidis propositionibus si respondent, ut correlarium 35 ex Campano, 37 ex Zamberto respondeat,36 autem ex Campano,sit ad 36 & 38 ex Zamberto propositiones uniuersales.

Eucli. ex Zamb. Problema 4 Propositio 36

36 Duobus numeris datis,inuenire quem minimum metiũtur numerum.

THEON ex Zãb. *Sint dati bini numeri a & c,oportet iam inuenire quem minimũ numerũ metiuntur. ipsi a & c certe aut primi sunt adinuicem,aut nõ. Sint prius a, c, primi adinuicẽ & a, ipsum c, multiplicans, efficiat ipsum 7, & igitur ipsum a multiplicans, ipsum effecit 7, (per 16 septimi. igitur ipsi a, c, ipsum 7 metiuntur. Dico iam quod & minimum. Si autem non, ipsi numeri a c, metiuntur aliquem numerum minorem existentem 7, metiantur, & esto d, &*

quoties α, ipsum δ, metitur, tot unitates sint in ι, quoties autē β, ipsum γ, metitur, tot unitates sint in ζ. Igitur α, ipsum ι, multiplicans, effecit ipsum δ, & β, multiplicans ipsum γ, effecit ipsum δ, æqualis igitur est qui ex α ι, ei qui ex β ζ, est gitur (per 15 septimi,) sicut α ad β, sic est ζ, ad ι, ipsi autē α β, sunt primi, primi autē (per 23 septimi,) & minimi, minimi uero metiuntur eandem rationem habentes æqualiter: maior maiorē, & minor minorem. Igitur (per 21 septimi) β, metitur ipsum ι, sequēs uidelicet sequentē. Et quoniā α, ipsos β, ι, multiplicās ipsos γ, δ, fecit: est igitur (per 17 septimi,) sicut β, ad ι sic γ ad δ. At β, ipsum ι metitur, metitur ergo & γ, ipsum δ, maior minorē, quod est impoßibile. Igitur ipsi α, β, non metiuntur aliquem numerum minorem existentem ipso γ, quando ipsi α, β, primi adinuicem fuerint. Igitur γ, minimus est qui, sub ipsorum α, β, dimensionem cadit. Non sint primi ipsi α, β, adinuicem, & sumantur (per 35 septimi. minimi numeri eandem rationem habentium ipsis α, β, sintq́; ζ, ι, æqualis igitur est qui ex α, ι, ei qui ex β, ζ, (per decimamnonam septimi,) & α, ipsum ι multiplicans: efficiat ipsum γ, & β, igitur ipsum α multiplicās effecit ipsum β. Igitur α, β ipsum γ, metiuntur. Dico iam quod & minimum, si non: metiuntur ipsi numeri α, β, aliquē numerum minorem existentem ipso γ, metiantur, & esto δ, & quoties quidem α, ipsum δ, metitur: tot unitates sint in κ. Quoties autem β, ipsum δ, metitur: tot unitates sint in θ, α, igitur κ multiplicans: effecit ipsum δ, ipse β, uero ipsum θ, multiplicans, effecit ipsum δ, æqualis igitur est qui ex α, κ, ei qui ex β, θ. Est igitur (per decimānonā septimi,) sicut α, ad β, sic est θ, ad κ. Sicut autem α, ad β, sic ζ ad ι, & (per undecimam quinti,) igitur sicut ζ, ad ι, sic θ ad κ, ipsi autem ζ, ι: minimi uero eandem rationem habentes æque metiūtur: maior maiorem, & minor minorem, (per 21 septimi.) Igitur ι, ipsum κ, metitur, & quoniam α, ipsos ι, κ, multiplicans, ipsos fecit γ δ, est igitur, (per 17 septimi,) sicut ι ad κ, sic est γ, ad δ. At ι, ipsum κ metitur, & ι, igitur ipsum δ, metitur, maior minorem, quod est impoßibile. Ipsi igitur α, β, non metientur aliquem numerum minorem existētem ipso γ, Igitur γ, minimus existens: sub ipsorum α, β, dimensionem cadit, quod oportuit facere,

Eucli. ex Zamb. Theorema 35 Propositio 37

37 Si bini numeri numerum aliquem mēsi fuerint, & minimus qui sub eorum dimensionem cadit, eundem metietur.

THEON ex Zamberto, Bini enim numeri α, β, numerum aliquem γ δ metiantur, minimus uero sit ι. Dico quod ι quoque ipsum γ δ, metitur. Si autem ι, ipsum γ δ, non metitur, ipsum δ ζ, metiens ipse ι, relinquat seipso minorem hoc est γ ζ, & quoniam ipsi α β, ipsum ι metiuntur, at ι, ipsum δ ζ, & ipsi α, β, igitur ipsum δ ζ, metientur, metiuntur autē & totum δ, & reliquū igitur γ ζ, metientur minorem existentem ipso γ: quod est impoßibile. Haud igitur non metitur ι, ipsum γ δ, metitur ergo quod erat demonstrandum.

Eucli. ex Zamb. Problema 5 Propositio 38

38 Tribus numeris datis, inuenire quem minimum numerū metiuntur.

THEON ex Zamberto. Sint dati numeri α, β, γ, oportet iam inuenire, quem minimum numerum metiuntur Suscipiatur enim (per 36 septimi) minimus numerus δ, qui sub ipsorum α, β, dimensionem cadat. Iam γ, ipsum δ, aut metitur, aut non metitur. metiatur prius, metiuntur autem & ipsi α, β, ipsum γ. Igitur ipsi α, β, γ, ipsum δ, metiuntur. Dico quod & minimum. Si autem non: ipsi α, β, γ, numeri metientur numerum minorem ipso δ, metiantur ι. Quoniam ipsi α, β, γ, ipsum ι, metiuntur, igitur & α, β, ipsum ι metiuntur, & minimus igitur quem ipsi α, β, metiuntur, metietur ipsum ι, per 37 septimi. At minimus quem ipsi α β, metiuntur, est δ. Igitur δ, ipsum ι metietur, maior minorē, quod est impoßibile. Ipsi α, β, γ, igitur, non mentientur numerum aliquem minorem existētem ipso δ. Igitur ipsi α, β, γ, minimum δ, metiuntur. Non metiatur rursus γ, ipsum δ, & suscipiatur (per 36 septimi) minimus numerus ι, quem metiantur ipsi γ δ. Quoniam α, β, ipsum δ, metiuntur, at δ, ipsum ι, metitur, & α, β, ipsum ι, igitur metiuntur, metitur autem & γ, ipsum ι, igitur ipsi α, β, γ, ipsum ι. metiuntur. Dico quod & minimum, si autem non ipsi α, β, γ, metiuntur aliquem numerum minorem existentem ipso ι, metiantur ζ. Quoniam ipsi α, β, γ, ipsum ζ, metiuntur, & ipsi α, β, igitur ipsum ζ, metiuntur, & minimus igitur quem α, β, metiuntur, ipsum ζ, metietur (per 37 septimi,) minimus aūt quē ipsi α, β, metiūtur, est δ, igitur δ, ipsum ζ, metitur, metitur aūt & γ, ipsum ζ. Igitur ipsi δ, γ, ipsum ζ, metiuntur, quare (per eandē) & minimus quē ipsi γ, δ, metiūtur: ipsum ζ, metietur. At minimus quem ipsi γ, δ, metiūtur: est ι. Igitur ι ipsum ζ metitur: maior minorem, quod est impoßibile. Ipsi α, β, γ, igitur non metiuntur aliquem numerum minorem existentem ipso ι. Igitur ι minimus est: quem ipsi α, β, γ, metiuntur, quod oportebat facere.

Eucli. ex Camp. Propositio 37

37 SI numerus aliquis alium numerum numeret, erit in numerato pars à numerante denominata.

CAM-

CANPANVS Huius sensus est, quod omnis numerus numeratus a ternario: habet tertiam, & numeratus a quinario: habet quintam sicque de cæteris ut si b numeret a, erit in a pars denominata a b, nũeret enim ipsum, quoties unitas in c, eritque per 16 ut c quoque toties numeret a, quoties unitas in b, quare tota pars est c, a: quota unitas b, & quia unitas est pars omnis numeri ab ipso denominata per communem scientiam: erit c pars a, denominata a b, quod est propositum.

unitas
.
c ... c...
a ......

Eucli. ex Zamb. Theorema 34 Propositio 39

39 Si numerum aliquis numerus metiatur, mensus cognominatam partẽ habebit metienti.

THEON ex Zamb. Numerum enim α, numerus aliquis β, metiatur. Dico quod α, cognominatam partem habet ipsi β. Quoties enim β, ipsum α metitur, tot unitates sint in γ. Quoniam β, ipsum α, metitur per eas quæ in γ, sunt unitates, metitur autem & δ, unitas ipsum γ, per eas quæ in eo sunt unitates, æque igitur (per 15 septimi,) δ, unitas ipsum γ, numerum metitur, & β, ipsum α. Vicißim igitur (permutandõ,) æque δ unitas ipsum β metitur numerũ, γ, ipsum α. Qualitatis igitur pars est δ, unitas ipsius β, nũeri talis pars est & γ, ipsius α. At δ, unitas pars est ipsius β ei cognominata, & γ igitur ipsius α, pars est cognominata ipsi β. Quare α, partem habet γ cognominatam ipsi β, quod erat demonstrandum.

α ....
β ....
γ ...
δ .

Eucli. ex Camp. Propositio 38

38 SI numerus aliquis partem quotamcunque habeat, numerabit ipsum numerus ad illam partem dictus.

CAMPANVS Hæc est cõuersa præmissæ: cuius est intẽtio, quod omnis numerus habens tertiam, numeratur a ternario, & habens quintam, à quinario, sicque de cæteris, ut si b sit pars a denominata a c, sequitur ut c nũeret a, quia enim b est pars a denominata a c, sed & unitas est pars c denominata ab ipso c per conceptionem, sequitur ut quoties unitas numerat c, toties b numeret a, itaque per 16 quoties unitas b, toties c, numerat a, quare constat propositum. Aliter idem. Cum sit b pars a, sit tota unitas c, eritque per hanc communem scientiam, unitatem esse partem omnis numeri ab ipso denominatam c, denominans b in a: & quia est b in a quoties unitas in c, euidenter sequitur propositum per 16.

unitas
.
b .. c....
a ......

Eucli. ex Zamb. Theorema 35 Propositio 40

40 Si numerus partem habuerit quamlibet, eum numerus cognominatus parti, metietur.

THEON ex Zamb. Numerus inquam α, partem habeat quamlibet β, & ipsi β, parti cognominatus sit numerus γ. Dico quod γ, ipsum α, metitur. Quoniam enim β, ipsius α, pars est cognominata ipsi γ, est autem & δ unitas ipsius γ, pars cognominata ei: qualis igitur pars est δ, unitas ipsius γ, numeri: talis pars est & β ipsius α, æque igitur δ unitas ipsum γ numerum metitur: & β, ipsum α. Vicißim igitur (per 15 septimi,) æque δ, unitas ipsum β numerum metitur: & γ ipsum α, & γ igitur ipsum α metitur quod erat demonstrandum.

α ....
β ....
γ ..
δ .

Eucli. ex Camp. Propositio 39

39 NVmerorum minimum, propositarum denominationum habentem partes inuenire.

CORRELARIVM

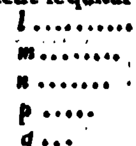
Ex quo manifestũ est, quod minimus numerus numeratus à quodlibet, est minimus habens partes denominatas ipsis.

CAMPANVS. Sint a, b, c, d denominantes partes propositas. & e minimus numeratus ab eis sumptus secundum 36. Ipsum e dico esse quem quærimus Sint enim secundũ quos numerant ipsum f, g, h, k: eritque per 16 & hãc cõmunem scientiam, unitas est pars omnis numeri ab ipso dicta, ut uiceuersa f, g, h, k, numerent e secundum a, b, c, d, quare sunt partes eius ab illis dictæ: est igitur e habens partes propositarum denominationum. Minimus etiã, quoniam si alter fuerit ut l, sint partes l dictæ ab eis m, n, p, q: eruntque

e ....
a .. f .....
b ... g ....
c .... h ...
d ...... k ..

per 16 & prædictam communem scientiam a,b,c,d, uiceuersa partes l dictæ ab m,n,p,q, quare non erat e minimus quem numerāt a,b,c,d, quod est inconueniens.

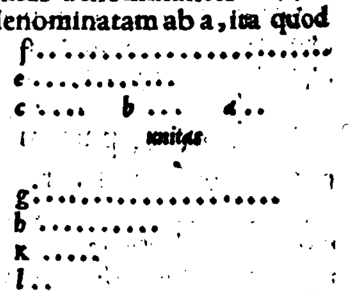
CAMPANI *annotatio.* Habito minimo, si cura est habere secundum, aut quotūcunque libet, si secūdum quidem sum, e duplū minimi, si tertiū, triplū, & ad hunc modū in alijs. Cum enim omnis multiplex ipsius e numeretur ab a,b,c,d, per hanc communē scientiā omnis numerus numerans alium, numerat omnem numeratū ab illo: necesse est per 37 ut omnis multiplex e habeat partes denominatas ab a,b,c,d, si itaque duplus e, nō fuerit secundus habens partes propositarū denominationū, erit alius, quē sicut sequitur esse maiorem e, sic sequitur esse minorem duplo, & quia illum numerant a,b,c,d, per 38: sequitur per correlarium 36 quod e numeret eūdem, quod est impossibile, cum enim numeret se: numeraret per hanc cōmunē scientiam, omnis numerus numerans totū & detractū: numerat residuum, differentiam illius ad se, quæ cum sit minor eo, maior numerus numeraret minorem, quod esse non potest. Sequitur itaque duplum e, esse secundum numerū habentem propositarum denominationum partes. Similiter quoque argues triplum ē esse tertium: probato duplo esse secūdum, alioqui quia esset triplo minor & duplo maior: sequeretur e numerare aliquem inter ipsius duplum & triplum, quod ut prius patet, est impossibile: probato autem triplo esse tertium: ad huius similitudinem probabis quadruplum esse quartum, & sic in cæteris.



CAMPANI *additiones.*

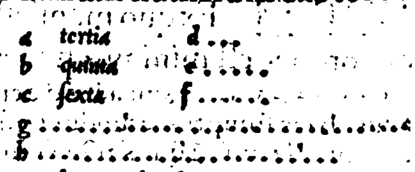
Minimum numerum habentem partes propositarum denominationum sumptarum continue, reperire.

Vt minimum numerum habentem secundam quæ secunda habeat tertiam, quæ etiam tertia habeat quartam, aut qualitercunque contingat eas ab eisdem uel diuersis denominari. Multiplicare oportet denominatorem primæ partis in denominatorem secundæ, & ex eis productum in denominatorem tertiæ, productum quoque in denominatorem, sicque de cæteris usque ad ultimam, a prima, uel usque ad primam ab ultima, & qui prouenerit: erit qui inquiritur, ut proposito 60 uel 64. Hoc autem ita esse demonstratiue sic habeto. Sint numeri partes propositas denominantes a,b,c, uolumus inuenire minimum numerum qui habeat partē denominatam ab a, ita quod illa pars habeat partem denominatā a b, sed & hæc aliā dictam a c. Ducatur itaque c in b, & proueniat e, & e in a, & proueniat f, eū dico esse quem quærimus. Cum enim f proueniat ex a in e, erit e pars f dicta ab a, sed & propter hoc erit c pars e dicta a b, & quia unitas est pars c dicta ab ipso c, patet f habere partes ut proponitur. Si ergo f non fuerit minimus: sit g, sitq; h pars eius dicta ab a & k pars h dicta a b, l quoque pars k dicta a c, eritq; per 15, f ad g, ut e ad h & e ad h, ut c ad k, itēq; c ad k, ut unitas ad l, quare permutatim f ad e, ut g ad h, & e ad c, ut h ad k, & c ad unitatē: ut k ad l, ergo per 15, erit in proportione æqualitatis f ad unitatē, ut g ad l, ergo permutatim erit f ad g: ut unitas ad l, quare cū g sit minor f, erit l minor unitate, sequitur igitur impossibile: partē numeri, minorē esse unitate: erit itaque f minimus, habēs partes ut proponitur. Quo inuento si cura fuerit habere secūdum aut quotūcunq; libet, per minimi multiplices (ut prius dictum est) sumendi erunt. hoc autem 39 proponitur in alio secundum hunc modum.



Propositis partibus quotiscunquelibet, minimum numerum eas continentium inuenire.

Vt si partes propositæ sint a,b,c, sintq; eas denominantes d,e,f, & sumatur minimus quē numerant d,e,f, qui sit g, hūc dico esse quem quærimus, erunt enim in eo propositæ partes per 37, qui si nō fuerit minimus eas continens: sit ergo h, quem numerabunt d,e,f, per 38 igitur non erit g minimus numeratus ab eis, quod est inconueniens, quia minimus erat.



CAMPANI *annotatio.* Intelligo uero partes a,b,c, indeterminate poni, non sub quantitate certa, aliter enim non esset necessarium ut minimus numerus quem numerant d, e,f, esset e,f,esset minimus continens partes propositas,plurimas enim contingit partes reperi re,quas numerus numeratus ab eorum denominatoribus non continet,uerbi gratia Tres numeri qui sunt 120,90,& 72.sunt eiusdem numeri partes,primus quidem tertia, secũdus uero quarta,& tertius quinta,nec tamẽ minimus quẽ numerant denominatores eorũ qui est 60:partes istas cõtinet.Instandũ igitur est(si partes sub certa quãtitate pouantur)primæ consequentiæ huius demõstrationis.Non enim sequitur ut arguit per 37 si ternarius hunc numerat,ergo hic numerus positus est eius tertia,sed ergo habet tertiam,quapropter idem est quod proponitur secundum utrunq; modũ,sed secundum primum:conuenientius uidetur quod intẽditur proponi. Attendere autem oportet cum omnis pars habeat quantitatem.quod in eo cõtingit ponere quotlibet & quaslibet partes secundum quantitatem.& inquirere quis minimus eas continet: & sub quibus denominationibus.Minimum autem eas continentem constat esse minimum numeratum ab eis:secundum quos uero numerat:sunt qui illas in illo denominant.Contingit iterum ponere quotlibet & quaslibet denominationes,& inquirere in quo minimo hæ denominationes reperiuntur & secundum quas quantitates. Minimum quoque constat esse minimum numeratum ab illis,secundum quos uero numerant:sunt qui quantitates determinãt.utrobique autem idcirco inquiritur minimus. quia infiniti sunt hinc quidem qui has partes continent:inde uero in quibus hæ denominationes reperiuntur.Contingit rursus ponere quotlibet partes & totidem denominationes uel quotlibet denominationes & totidem partes,non autem quaslibet cũ quibuslibet:sed certas cum certis.Si enim ponam partes tres,quatuor,quinque & denominationes earum 6,7,8,& inquiram quis numerus continet has partes sub istis denominationibus:similis ero inquisitori uano quærenti impossibile. Certas igitur conuenit ponere partes cum denominationibus certis & nõ ut cõtingit,& inquirere quis numerus positas partes sub positis denominationibus continet,non autem quos minimus,unicus enim est,nam siue proposita fuerit una pars & una denominatio, siue plures & plures,non erit sumere plures numeros quod propositum erit cõtinentes. Solus enim est cuius ternarius est quinta:non plures.Solus quoque cuius ternarius octaua,& senarius quarta:nõ plures.Ideoq; proponẽtem partes & denominationes ipsarum in toto,non est quærere quis minimus continet has partes sub istis denominationibus:sed quis unus continet.proponentem autem partes tantũ,cõtingit quærere quis minimas continet & a quibus in eo denominantur:solas quoque proponẽtem denominationes,cõuenit quærere quæ partes ab illis dictæ & in quo minimo reperiuntur.Conuenientius autem uidetur partes per denominationes,inquirere, quã denominationes per partes,diuersitatem quidem denominationum nõ partium:comitatur proportionum diuersitas.

Eucli.ex Zamb. *Problema 6* *Propositio 41*

41 Numerum inuenire,qui minimus existens habeat datas partes.

THEON ex Zamb. *Sint datæ partes α,β,γ,oportet iam numerum inuenire, qui minimus existens habeat ipsas α,β,γ.partes.Sint (per 39 septimi,)ipsæ α,β,γ.partes cognominatæ numeris δ,ϵ,ζ,& sumatur,(per 38 septimi η,minimus numerus, quem δ,ϵ,ζ.metiuntur. Quoniam igitur ipsi δ,ϵ,ζ,metiuntur η, cognominatam partem habet η,ipsis δ,ϵ,ζ,(per 39 septimi.Ipsis aũt δ,ϵ,ζ,cognominatæ partes sunt α,β,γ.igitur η,habet partes α,β,γ.Dico quod & minimus existens.Si autẽ η,non existat minimus habens ipsas α,β,γ,partes:erit aliquis numerus minor ipso η,qui habebit ipsas partes α,β,γ. Sit (per 40 septimi,) θ,quoniam θ,habet ipsas partes α,β,γ,igitur numeri cognominati partibus α,β,γ, metientur ipsum θ,partibus autem α,β,γ,numeri δ,ϵ,ζ,cognominatæ sunt.Igitur ipsi δ,ϵ,ζ. ipsum θ metientur, qui minor est ipso η.Quod est impossibile.Non erit igitur aliquis numerus minor ipso η:qui habeat ipsas α,β,γ,partes:quod oportebat demonstrare.*

a	secunda	d	..
b	tertia	e	...
c	quarta	f	....
g			....
h			....

SEPTIMI LIBRI FINIS

EVCLIDIS MEGARENSIS GRAECI PHILOSOPHI, ARITHMETICORVM ELEMENTORVM LIBER OCTAVVS.

Ex Campano. Diffinitiones

Latera numerorum dicuntur, quorum multiplicatione numeri producuntur. 2 Superficialis appellatur numerus, qui sub duobus lateribus continetur. 3 Solidus uero, qui sub tribus, ex quorum continua multiplicatione habet procreari. 4 Quadratus, est numerus superficialis æqualibus lateribus consistens. 5 Cubus, est solidus æqualibus consistens lateribus. 6 Similes dicuntur numeri superficiales siue solidi, quorũ latera sunt proportionalia.

Eucli. ex Camp. Propositio 1

1 SI numerorum quotlibet continuæ proportionalitatis duo extremi fuerint contra se primi, eos omnes secundum suam proportionem minimos esse necesse est.

CAMPANVS. Sint continue proportionales a, b, c, duoque extremi qui sunt a, c, sint contra se primi, dico quod in eadem proportione, non reperientur totidem minores. Si autem contingit: sint d, e, f, eritque per 15 septimi, a ad c, sicut d ad f, & quia a & c sunt minimi in sua proportione per 23 eiusdem, sequitur per 21 ut a numeret d, & c, f, maiores scilicet minores, quod esse non potest.

a . . . . b . . . . . . c . . . .

d . . . e . . . . . f . . . .

Eucli. ex Zamb. Theorema 1 Propositio 1

1 SI fuerint quotcunque numeri continue proportionales extremi uero ipsorũ primi adinuicem fuerint, minimi sunt eãdem rationem habentium eis.

THEON ex Zamberto. *Sint quotcunque numeri continue proportionales α, β, γ, δ, extremi autem ipsorum hoc est α, δ, primi sint adinuicem. Dico quod ipsi α, β, γ, δ, minimi sunt eandem rationem habentium eis. Si autem non: sint minores ipsis α, β, γ, δ, ipsi ε, ζ, η, θ, in eadem ratione existentes eis. Et quoniam ipsi α, β, γ, δ, in eadem sunt ratione ipsis ε, ζ, η, θ, & æqualis est multitudo ipsorum ε, ζ, η, θ, at α, δ, multitudini ipsorum α, β, γ, δ, æque igitur est sicut α ad δ, sic ε, ad θ, primi sunt adinuicem, primi uero, & minimi (per 24 septimi,) minimi autem numeri metiuntur eandem rationem habentes æqualiter, antecedens antecedentem, & sequens sequẽtem (per 21 septimi.) Metitur igitur α, ipsum ε, maior minorem, quod est impossibile. Igitur ipsi ε, ζ, η, θ, minores existentes ipsis α, β, γ, δ, in eadem non sunt ratione ipsis. Igitur α, β, γ, δ, minimi sunt eandem rationem habentium eis quod oportebat demonstrare.*

α . . . .
β . . . .
γ . . . .
δ . . . .
ε . . . . . .
ζ . . . .
η . . . .
θ . . . .

Eucli. ex Camp. Propositio 2

2 NVmeros quotlibet continuæ proportionalitatis, secundum proportionem datam minimos, inuenire,

CORRELARIVM

Vnde manifeſtum erit, quod ſi fuerint tres numeri continuæ proportionalitatis ſecundum eam minimi, duo extremi erunt quadrati, quod ſi fuerint quatuor, erunt extremi cubi.

CAMPANVS Sint datæ proportionis minimi, a & b ducaturq́ a in ſe, & fiat c, & in b, & fiat d, b, quoque in ſe, & proueniat e, erũtque c, d, e, continue proportionales in proportione a ad b per 18 & 19 ſeptimi. Et quia c & e ſunt contra ſe primi per 25 eiuſdem: erunt c, d, e, ſecundum datam proportionem minimi per præmiſſam. Ducatur iterum a in omnes illos, & proueniant f, g, h, & b in e, & proueniat k, & erunt etiam f, g, h, k, continue proportionales in proportione a, ad b, per 18 & 19 ſeptimi: minimi quoque per 25 eiuſdem & præmiſſam. Hac uia & ratione inuenientur quinque, uel ſex, uel quotlibet.

a . .
b . . .
c . . . .
d . . . . . .
e . . . .
f . . . .
g . . . .
h . . . .
k . . . .

Eucli. ex Zamb. *Problema* 1 *Propoſitio* 2

2 Numeros inuenire continue proportionales minimos, quotcunq; imperauerit quiſpiam, in data ratione.

THEON ex Zamberto. *Sit data ratio in minimis numeris, ipſius α ad β, oportet iam numeros inuenire cõtinue proportionales minimos quotcunque imperauerit quiſpiam in ipſius α ad β, ratione. Imperentur iam quatuor, & α, ſeipſum multiplicans, efficiat γ, ipſum uero β, multiplicans, efficiat ipſum δ: & inſuper β, ſeipſum multiplicans. ipſum efficiat ε. Et inſuper α, ipſos γ, δ, ε, multiplicans, ipſos ζ, η, θ. faciat, at β, ipſum ε, multiplicans efficiat ipſum κ. Et quoniam α, ſeipſum multiplicans ipſum effecit γ, ipſum autem β, multiplicans fecit ipſum δ, numerus iam α, binos numeros α, β, multiplicans effecit γ, δ. Eſt igitur (per decimãſeptimã ſeptimi,) ſicut α, ad β, ſic eſt γ, ad δ. Rurſus quoniã α, ipſum β, multiplicans ipſum δ, fecit, at β, ſeipſum multiplicans ipſum fecit ε, uterque igitur ipſorum α, β, ipſum β, multiplicans effecit utrunque ipſorum δ, ε. Eſt igitur (per 18 ſeptimi, ſicut α, ad β, ſic eſt δ ad ε. Sed ſicut α, ad β, ſic eſt γ, ad δ, & ſicut igitur (per undecimam quinti,) γ, ad δ, ſic eſt δ, ad ε. Et quoniam α, ipſos γ, δ, multiplicans ipſos ζ, η, fecit, eſt igitur (per 17 ſeptimi,) ſicut γ, ad δ, ſic eſt ζ, ad η, Sicut autem γ, ad δ, ſic erat α, ad β, & ſicut igitur (per undecimam quinti,) α, ad β, ſic eſt ζ, ad η. Rurſus quoniam α, ipſos δ, ε, multiplicans, ipſos effecit η, θ, eſt igitur (per eandem 17,) ſicut δ ad ε, ſic eſt η ad θ, ſed ſicut δ ad ε, ſic eſt α, ad β, & ſicut igitur (per undecimam quinti) α, ad β, ſic η, ad θ. & quoniam ipſi α, β, ipſum ε, multiplicantes: ipſos effecerunt θ, κ: eſt igitur (per 18 ſeptimi, ſicut α ad β, ſic θ, ad κ, patuit autem quod & ſicut α ad β, ſic ζ, ad η, & η ad θ, & ſicut igitur (per undecimam quinti,) ζ ad η, & η ad θ, ſic eſt θ ad κ. Igitur ipſi γ, δ, ε, & ζ, η, θ, κ, proportionales ſunt in ipſius α ad β ratione. Dico quod & minimi quoniam enim ipſi α, β, minimi ſunt eandem rationem habentium eis, minimi autem eandem rationem habentium primi ſunt adinuicem (per 21 ſeptimi,) ipſi α, β, igitur primi ſunt adinuicem, & uterque ipſorum α, β, ſeipſum multiplicans, utrunque ipſorum γ, ε, fecit: utrunque autem ipſorum γ, ε, multiplicans: utrunque ipſorum ζ, κ, fecit. Igitur (per uigeſimamnonam ſeptimi,) ipſi γ, ε, & ζ, κ, primi ſunt adinuicem. Si autem fuerint quotlibet numeri continue proportionales, extremi autem ipſorum primi adinuicem fuerint: minimi ſunt eandem rationem habentium eis, (per primam octaui.) Ipſi γ, δ, ε, igitur & ζ, η, θ, κ, minimi ſunt eandem rationem habentium ipſis α, β, quod oportuit feciſſe,*

α . . .
β . . . .
γ . . . .
δ . . . .
ε . . . .
ζ . . . .
η . . . .
θ . . . .
κ . . . .

PORISMA *ſiue correlarium* *Proinde manifeſtum eſt, quod ſi tres numeri continue proportionales minimi fuerint eandem rationẽ habentium eis: extremi eorum quadrati ſunt, ſi autem quatuor, cubi.*

Eucli. ex Camp. *Propoſitio* 3

3 SI numeri quotlibet continue proportionales ſecundum ſuam propor

proportionem fuerint minimi, duos eorum extremos cōtra se primos esse necessario comprobatur.

CAMPANVS. Hæc tertia est conuersa primæ. Sint enim a, b, c, d, cōtinue proportionales, & secundum suam proportionem minimi, dico quod a & d extremi erunt ad inuicem primi, minimi enim in proportione a ad b, sint e & f, eruntque per 11 septimi contra se primi, per hos ergo duos secundum doctrinam præmissæ inueniantur totidem cōtinue proportionales & minimi quot sunt numeri propositi, primo quidem tres qui sunt h k, deinde quatuor: qui sunt l, m, n, p, & ad hunc modum continue per additionem unius, quousque fiant tot quot sunt numeri propositi ut sunt hic l, m, n, p, sequitur ergo l, m, n, p, æquales esse a, b, c, d, eo qđ in eadem proportione sunt utrique minimi, & quia l & p sunt contra se primi per 21 septimi, erūt quoque a & d illis æquales, cōtra se primi, quod est propositum.

a ....
b ....
c ....
d ....
e ..
f ...
g ....
h ......
k ....
l ....
m ....
n ....
p ....

Eucli. ex Zamb. Theorema 2 Propositio 3 Conuersa primæ.

3 Si fuerint quotcunque numeri continue proportionales, minimi eandē rationem habentium eis, eorum extremi primi adinuicem erunt.

THEON ex Zamb. *Sint quotcunque numeri continue proportionales, minimi eandem rationem habentiū eis, α, β, γ, δ. Dico quod extremi eorum hoc est α, & δ, primi adinuicem sunt. Sumantur enim (per 2 octaui uel 35 septimi,) bini numeri minimi in ipsorū α, β, γ, δ, ratione: hoc est ε ζ. Tres autem η θ κ, & semper deinceps uno plus, quoad assumpta multitudo æqua sit multitudini ipsorū α, β, γ, δ. Suscipiātur, sintq; λ μ ν ξ, Igitur (per 29 septimi) eorum extremi λ ξ, primi adinuicem sunt. Quoniam enim ε ζ, primi sunt, uterque autem eorum se ipsum multiplicans utrūq; ipsorū η, κ, fecit utrunq; autem ipsorū η, κ, multiplicans utrūque ipsorum λ, ξ, fecit igitur (per 29 septimi,) ipsi η, κ, primi sunt & λ, ξ. Et quoniam ipsi α. β, γ, δ, minimi sunt eandem rationem habentium eis, sunt autē & λ, μ, ν, ξ, minimi in eadem ratione existentes ipsis α, β, γ, δ, & æqualis multitudo ipsorum α, β, γ, δ, multitudini ipsorum λ, μ, ν, ξ, unusquisque igitur ipsorū α, β, γ, δ, unicuique ipsorū λ, μ, ν, ξ, est æqualis, æqualis igitur est α, ipsi λ, & δ ipsi ξ, & quoniam ipsi λ ξ, primi adinuicem sunt, æqualis autem est λ ipsi α, & ξ, ipsi δ, igitur & ipsi α, δ, primi sunt adinuicem, quod demonstrasse oportuit.*

α ....
β ....
γ ....
δ ....
ε ...
ζ ....
η ....
θ ....
κ ....
λ ....
μ ....
ν ....
ξ ....

Eucli. ex Camp. Propositio 4.

4 Similitudinem assignatarum proportionum in minimis numeris secundum ipsas proportiones continuatim proportionalibus inuenire.

CAMPANVS. Assignatæ proportiones in minimis terminis inueniantur ut docet 34 septimi. sintque prima inter a & b. secunda inter c & d, tertia, inter e & f, sic quoque de pluribus si fuerint plures, uolo has proportiones in quatuor minimis numeris continuare. Sumo ergo g minimum quem numerant b & c & quoties b numerat ipsum g, toties a nūeret h, id quoq; toties numeret k, quoties c g. Itaq; si e numerat k, sit ut f numeret l, erūtq; h, g, k, l, quos quærimus: cōstat eñ per 18 septimi, q̄ sit h ad g, sicut a ad b, et g ad k, sicut c ad g, at k ad l, sicut

a ......
b .....
c ....
d ...
e .....
f ...
h ....
g ....
k ....
l ....
m ....
n ....
p ....
q ....

cut e ad f. Minimi quoque, nam si alij sint minimi ut m n p q, oportebit per 21 septimi, bis assumptam ut uterque duorum b & c numeret p, quare & g numerabit eundem per correlarium 35 septimi, quod est inconueniens. Sunt igitur h, g, k, l, minimi.

At uero si e non numerat k, sit m minimus numeratus ab eis scilicet e & k, quē m quoties numerat k, toties h numerat n, & g toties p, eruntq; per 18 septimi, n p m, in proportione h g k, quare n ad p, ut a ad b, & p ad m, ut c ad d, sed quoties e nūerat m, toties f nūeret q, & erit per eādē m ad q, sicut e ad f. Manifestū igitur quod assignatæ proportiones, cōtinuatæ sunt in quatuor nūeris qui sunt n p m q. Qui si nō fuerint minimi, sint (si possibile est) alij qui sint r, s, t, x, quia itaq; per 21 septimi, bis assumptā uterq; duorum numerorū b & c numerat s, sequitur per correlarium 35 septimi, ut g numeret eundem, quare etiam k numerabit t. at quia per 21 septimi, ut e numerat eundem t, non erit m minimus quem numerant k & e. Hac ratione quartam illis & quotlibet alias sine omni offendiculo cōtinuare poteris

a ... b ..
c .... d ...
e ..... f ....
g ....
h ....
k ......
n ....
p ....
m ....
q ....
r ....
s ....
t ....
x ....

Eucli. ex Zamb. Problema 1 Propositio 4

4 Rationibus datis quibuscunque in minimis numeris, numeros inuenire continue proportionales minimos in datis rationibus.

THEON ex Zamb. *Sint datæ rationes in minimis numeris, ipsius α ad b, & ipsius γ ad δ, & ipsius ε ad ζ oportet iam numeros inuenire continue proportionales minimos, in ipsius α ad β, & γ ad δ, & ε ad ζ, ratione. Sumatur enim κ minimus numerus quem metiuntur β γ, & quoties quidem β, ipsum κ, metitur, toties α, ipsum θ metiatur, quoties autem γ ipsum κ metitur, toties δ, ipsum κ, metiatur. At γ, ipsum ε aut metitur, aut non metitur. Metiatur primum. Et quoties γ ipsum κ metitur: toties & ζ, ipsum λ metiatur, & quoniam α, ipsum θ, æque metitur & β, ipsum κ, est igitur (per 17 septimi.) sicut α ad β, sic est θ, ad κ. Id propterea &, sicut γ ad δ, sic κ ad κ, & insuper sicut ε ad ζ, sic κ ad λ, igitur ipsi κ θ κ λ, continue sunt proportionales, & in ipsius α ad β, & ipsius γ, ad δ, & insuper ipsius ε ad ζ, ratione. Dico quod & minimi. Si autē ipsi κ θ κ λ, non sunt continue proportionales minimi in ipsius α ad β, & γ ad δ, & ε ad ζ, rationibus; erunt aliqui numeri minores ipsis κ θ κ λ, in ipsius α ad β, & γ ad δ, & ε ad ζ rationibus: sint autem ν ξ μ ο. Et quoniam est sicut α ad β, sic ν ad ξ, ipsi autem α β, minimi, minimi autem (per 21 septimi) metiuntur eandem habentes æque, maior maiorem & minor minorem, hoc est antecedens antecedentē, sequens sequentem, igitur β, ipsum ξ metitur. Id propterea & γ, ipsum ξ metitur. Igitur γ β, ipsum ξ, metiūtur, & minimus igitur quem ipsi β γ, metiuntur (per 37 septimi) ipsum ξ metietur minimus autem quem ipsi β γ, metiuntur, est κ. Igitur κ ipsum ξ metitur maior minorem quod est impossibile. Non erunt igitur aliqui numeri minores (per 15 septimi.) ipsis κ θ κ ν, continue proportionales in ipsius α, ad β, & γ ad δ: & ε ad ζ, ratione. Non metiatur iam ε, ipsum κ, & sumatur (per 36 septimi,) minimus numerus quem metiuntur ipsi ε κ, & sit μ, & quoties quidem κ, ipsum μ, metitur, toties uterque ipsorum κ θ utrunq; ipsorum ν ξ, metiatur. Quoties autē ε, ipsum μ, metitur, toties & ζ, ipsum ο, metiatur. Et quoniā θ ipsum ν, & θ, ipsum ξ, æque metitur: est igitur sicut θ ad κ, sic est ν ad ξ. Sicut autem θ ad κ, sic est α ad β, & sicut*

α .... β ......
γ .. δ ...
ε .... ζ .....
θ ....
κ ....
κ ....
ξ ....
ν ....
μ ....
ο ....
π ....
ρ ....
σ ....
τ ....

igitur (per 11 quinti) α ad β, sic ξ ad ν. Id propterea etiam sicut γ ad δ, sic est ξ ad μ. Rursus quoniam quoties ε, ipsum μ metitur, toties & ζ, ipsum ο, est igitur sicut ε ad ζ, sic est μ ad ο. Igitur ipsi ν ξ, μ ο, continue proportionales sunt in ipsius α ad β, & γ ad δ, & ε ad ζ, rationibus. Dico quod & minimi. Si autem ipsi ν ξ μ ο: nō sunt continue proportionales

tionales minimi in ipsorum α β γ δ ε ζ rationibus, erunt aliqui numeri ipsis ξ ν, μ ο, minores, continue proportionales in ipsorum α β γ δ ε ζ, rationibus, Sint π ρ σ τ. Et quoniã est sicut π ad ρ, sic est α, ad β, ipsi autem α β, minimi, minimi autem (per 21 septimi metiuntur eandem rationem habentes eis æqualiter antecedens antecedentem & sequens sequentem, igitur β, ipsum ρ metitur. Id propterea etiam γ, ipsum ρ, metitur. Igitur ipsi β, γ, ipsum ρ metiuntur, & minimus igitur per 36 septimi, quem ipsi β γ, metiuntur, ipsum metietur ρ. minimus autẽ quem ipsi β γ. metiuntur, est ν. Igitur ν ipsum ρ metitur, estq; sicut ν, ad ρ. sic est ξ, ad σ, & ξ igitur ipsum σ metitur, metitur autem & ε, ipsum σ. Igitur ipsi ε ξ, ipsum σ, matientur, & minimus quem ipsi ε ξ, metiuntur, (per eandem, (metietur ipsum σ. Minimus autẽ quem ipsi ε ξ, metiuntur: est μ. Igitur μ, ipsum σ metitur, maior minorem, quod est impossibile. Igitur non erũt aliqui numeri minores ipsis ν ξ, μ ο, continue proportionales in ipsius α ad β, & γ ad δ, & ε ad ζ, rationibus. Igitur ipsi ν ξ, μ ο, continue proportionales minimi sunt in ipsorum α β γ δ ε ζ, rationibus, quod oportuit fecisse.

Eucli. ex Camp. *Propositio 5*

5 **Omnium duorum numerorum compositorum proportio unius ad alterum, est ex laterum suorum producta proportionibus.**

CAMPANVS. Quod proponit 24 sexti de superficiebus æquidistantium laterum, proponit hæc de numeris cõpositis. Sint duo numeri compositi: a b, latera a, sint c & g, latera b, sint e & f, dico itaq; quod proportio a ad b, constat ex ea quæ est c ad e & d ad f. Sit enim ut ex d in e, fiat g. Quia ergo ex d in c fit a, & ex f in e fit b, per conuersionẽ diffinitionis laterum: erit per 18 septimi, a ad g, sicut c ad e, & per 19 eiusdem g ad b, sicut d ad f: quare per diffinitionem, proportio a ad b, composita est ex ea quæ est c ad e, & ea quæ est d ad f, quod est propositum.

a ....
b ....
c ..
d .....
e ....
f .....
g ....

CAMPANI *annotatio.* Nec est necessarium ut continuemus proportiones laterum (uidelicet eam quæ est c ad e & eã quæ est d ad f) in minimis numeris repertis, secundum doctrinam præcedentis, ut docẽt quidam, hoc enim est proposito præter necessarium. Arguũt enim posito quod illi minimi sint h K l, ita quod sit h ad K sicut c ad e & K ad l, sicut d ad f, proportionem h ad l esse compositam ex propositorum laterum proportionibus. Sumptóque g fieri ex d in e, arguunt a ad g, ut h ad K, quia ut c ad e, & g ad h ut K ad l, quia ut d ad f, ideoque secũdum æquã proportionalitatem, & a ad b: ut h ad l, concludunt igitur a ad b, cõponi ex quibus h & l, uerum quidem sed non necessarium assumpto.

a ....
g ....
b ....
c ..
e ....
d .....
f .....
h ....
K ....
l ....

Eucli. ex Zamb. *Theorema 5* *Propositio 5*

5 **Plani numeri, adinuicem rationem habent compositam ex lateribus.**

THEON ex Zamberto. *Sint plani numeri α β, ipsius quidem α, latera sint γ δ, ipsius autem β, sint ε ζ. Dico quod α ad β, rationem habet ex lateribus compositam. Rationibus enim datis quas habent γ ad ε, & δ, ad ζ, suscipiantur (per 4 octaui, numeri continue proportionales minimi in ipsorum γ ε, & δ ζ, rationibus sintq; η θ κ. ut sit sicut γ ad ε, sic est η, ad θ, sicutque δ, ad ζ, sic θ, ad κ. Ipsi igitur η θ κ habent laterum rationes. Sed ipsius η ad κ ratio cõposita est ex ea quam habet η ad θ, & ex ea quam habet θ, ad κ, ipsi igitur η ad κ, rationem habet ex lateribus compositam, Dico igitur quod est sicut α ad β, sic η ad κ, ipse enim δ ipsum ε multiplicans: efficiat ipsum λ. Quoniã δ ipsum γ, multiplicans ipsum fecit α, multiplicans autẽ ipsum ε efficit λ, est igitur (per 17 septimi,) sicut γ ad ε, sic est α, ad λ. Sicut autem γ ad ε, sic η ad θ, & sicut igitur (per 11 quinti,) η, ad θ, sic α ad λ. Rursus quoniã ε ipsum δ, multiplicans ipsum fecit λ, sed & ipsum ζ, multiplicans ipsum fecit β. est igitur (per 17 septimi,) sicut δ ad ζ, sic est λ, ad β. Sed sicut δ ad ζ, sic est θ, ad κ, & sicut igitur (per 11 quinti) θ, ad κ, sic λ, ad β. patuit autẽ quod sicut η, ad θ, sic est α ad λ, Aeque igitur est (per 14 septimi, sicut η ad κ, sic est α, ad β, ipse autẽ η ad κ, rationẽ habet cõpositam ex lateribus. & α: igitur ad β, rationẽ habet compositã ex lateribus, quod oportuit demõstrasse.*

α ....
λ ....
β ....
γ ...
δ ......
ε ....
ζ ....
η ....
θ ....
κ ....

Eucli.

Eucli. ex Camp. Propositio 6

6 SI numerorum quotlibet continue proportionalium primus secundum non numeret, nullus eorum numerabit ultimum.

CAMPANVS Sint a.b,c,d,e, cōtinue proportionales. dico quod si a nō numeret b, nullus eorū numerabit e. Manifestum autē est quod si ipsum numeret, omnes numerabunt e. & simpliciter quilibet præcedens quemlibet sequētem. Si autem nō numerat ipsum, patet quod d non numerabit e, nec simpliciter aliquis eorum proxime sequētem e, quia sunt positi continue proportionales. Sed quod nullus alius ut c numeret ipsum, sic constat. Sumantur secundum doctrinā 2 huius. totidem minimi continue proportionales in proportione eadem: quot sunt ipse c & omnes sequentes, qui sunt f.g.h, eruntq; per 3 huius & f & h, contra se primi, & quia per æquam proportionem c ad e ut f ad h, cum f non numeret h, nec c numerabit e, eodē modo nec aliquis aliorū, quare liquet quod propositum est.

a ....
b ....
c ....
d ....
e ....
f ....
g ......
h ....

Eucli. ex Zamb. Theorema 4 Propositio 6

6 Si fuerint quotcunque numeri cōtinue proportionales, primus autem secundum non metiatur, & alius nullus nullum metietur.

THEON ex Zamberto. Sint numeri continue proportionales α,β,γ,δ,ε. Ipse autem α, ipsum β, non metiatur. Dico quod & alius nullus, nullum metietur. Quod quidem ipsi α,β,γ,δ,ε, continue adinuicem sese non metiūtur manifestum est: quia neque α, ipsum β metitur, dico iam quod neque alius ullus, ullū aliū metietur. Dico quod neque α, ipsum γ metitur, quot enim sunt ipsi α,β,γ, tot sumātur (per 35 septimi,) minimi numeri eandem rationem habentiū ipsis α,β,γ, sintque ζ,η,θ. Et quoniam ipsi ζ η,θ, in eadem ratione sunt ipsis α,β,γ, & est æqualis multitudo ipsorum α,β,γ, multitudini ipsorum ζ,η,θ, ex æquali igitur (per 14 septimi, est sicut α, ad γ, sic est ζ, ad θ. Et quoniam est sicut α ad β, sic est ζ, ad η, non metitur autem α, ipsum β, igitur neque ζ ipsum η, metitur. Igitur ζ, non est unitas. Si enim ζ, esset unitas, omnem numerum metiretur. Et ζ,θ, (per 3 octaui,) primi sunt adinuicem. Igitur neque ζ, ipsum θ, metitur, & est sicut ζ, ad θ, sic α, ad γ, neque igitur α, ipsum γ metitur. Similiter quoque ostendemus, quod neque alius ullus ullum metietur, quod oportuit demonstraße.

Eucli. ex Camp. Propositio 7

7 SI numerorum continue proportionalium primus ultimum numeret, idem ipse & secundum numerabit.

CAMPANVS Sint qui prius, continue proportionales, dico si a numerat e: ipse nūerabit b. alioqui ex præmissa non numeraret e, quod est contrarium & impossibile. Non solum autem numerabit b: sed & omnes, & quisque eorum: quemlibet ipsum sequentem.

a ..
b ....
c ....
d ....
e ....

Eucli. ex Zamb. Problema 5 Propositio 7

7 Si fuerint quotcunque numeri continue proportionales, primus autem extremum metiatur, & secundum quoque metietur.

THEON ex Zamb. Sint quotcunque numeri proportionales α,β,γ,δ, at α, ipsum δ metiatur. Dico quod & α, ipsum β metietur. Si autem non metitur α, ipsum β, neque alius ullus (per 7 octaui) alium ullum metietur, quod (per hypothesin) est impoßibile, supponitur enim α, ipsum δ metiri, metitur autem α, ipsum δ, metitur igitur & α, ipsum β, quod oportuit demonstraße.

α ...
β .....
γ ....
δ ....

Eucli. ex Camp. Propositio 8

8 SI inter duos numeros numeri quotlibet in continua proportionalitate ceciderint, totidem inter omnes duos in eadem proportione relatos cadere necesse est.

CAMPANVS Sint a & b, inter quos cadunt c & d in cõtinua proportione habẽtes se in proportione e ad f, dico quod totidem cadunt inter e & f & in eadem proportione, quot inter a & b. Sint enim g, h, k, l, totidem minimi: quot sunt a & b qui inter eos cadunt, sumpti quemadmodum docet 2 huius, continue proportionales in eadem proportione, eruntq́ per 3 g & l, cõtra se primi, & per æquã proportionalitatẽ erit g ad l sicut a, ad b, ideoq́, & sicut e ad f, & quia ipsi sunt in sua proportione minimi per 21 sep. sequitur per 21 eiusdẽ ut g numeret e, & l, f æqualiter, toties igitur nũeret h, m, & k, n, positisque m & n inter e & f, cõstat per 18 septimi, e, m, n, f esse cõtinue proportiõales queãdmodũ sunt h, k, l, & ideo queãdmodũ a, c, d, b, quare patet quod dictũ est.

a . .
c . . . .
d . . . .
b . . . .
e . . .
m . . . . . .
n . . . .
f . . . .
g .
h . .
k . . . .
l . . . .

CAMPANI *annotatio.* Ex hac constat nullam superparticularem posse per æqualia diuidi, si enim hoc esset, oporteret inter duos numeros sola unitate distãtes numerũ cadere medium, quod esse non potest ideoq́ tonus in musica quem sesquioctaua continet proportio, in duo uera semitonia diuidi non potest, sed necessario diuiditur in minus semitonium & maius.

Eucli. ex Zamb. Theorema 6 Propositio 8

8 Si inter duos numeros cõtinue proportionales ceciderint numeri, quot inter eos continue proportionales ceciderint numeri, tot & inter candẽ rationem habentes eis continue proportionales cadent.

THEON ex Zamb. *Inter binos enim numeros α, β, continue proportionales cadant numeri γ, δ, sitq́ sicut α, ad β, sic ε, ad ζ. Dico quotquot inter ipsos α, β, cõtinue proportionales numeri cadunt, tot quoq; inter ipsos ε, ζ, cõtinue proportionales cadent. Quot enim sunt multitudine ipsi α, β, γ, δ, tot sumantur (per 35 septimi,) minimi numeri eandem rationem habentium eisdem α, β, γ, δ, sintq́; η, θ, κ, λ. Igitur extremi ipsorum hoc est η, λ, primi sunt adinuicem (per 3 octaui. Et quoniã ipsi α, γ, & δ, β, ipsis η, θ, & κ, λ, in eadem sunt ratione, & æqualis est multitudo ipsorũ α, γ, & δ, β, multitudini ipsorum η, θ, & κ λ, ex æquali igitur (per 14 septimi,) est sicut α, ad β, sic est η, ad λ. Sicut autem α, ad β, sic ε, ad ζ, ut igitur η, ad λ, sic est ε, ad ζ. Ipsi autem η, λ, primi sunt. primi autem, & minimi, minimi uero numeri, candem rationem habentes eis æque metiuntur maior maiorẽ & minor minorẽ (per 21 septimi,) hoc est antecedens antecedentem & sequens sequentem. Aeque igitur η, ipsum ε metitur, & λ, ipsum ζ. Quoties autem η, ipsum ε metitur toties & uterque ipsorum θ, κ, utrunque ipsorum μ, ν, metiatur.*

α . . .
γ . . . .
δ . . . .
β . . . .
η .
θ . . .
κ . . . .
λ . . . .
ε . .
μ . . . .
ν . . . .
ξ . . . .

Ipsi igitur η, θ, κ, λ, ipsos ε, μ, ν, ξ, æque metiuntur. Igitur (per 18 septimi,) ipsi η, θ, κ, λ: ipsis ε, μ, ν, ξ, in eadem sunt ratione. Sed ipsi, η, θ, κ, λ, ipsis α, γ, δ, β, in eadem sunt ratione, & ipsi α, γ, δ, β, igitur, ipsis ε, μ, ν, ξ, in eadẽ sunt ratione. Ipsi autẽ α, γ, δ, β, continue sunt proportionales, & ipsi ε, μ, ν, ξ, igitur continue proportionales sunt. Quot igitur inter ipsos α, β, continue proportionales numeri ceciderunt, tot & inter ε, ζ, continue proportionales cadunt quod oportuit demonstraße.

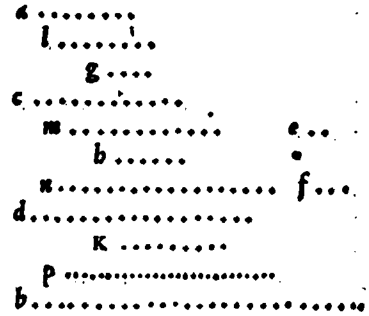
Eucli. ex Camp. Propositio 9

9 SI inter duos numeros contra se primos numeri quodlibet continua proportionalitate ceciderint, inter utrunque eorum & unitatem totidem continua proportionalitate cadere necesse est.

CAMPANVS. Sint a & b contra se primi, inter quos cadant in continua proportionalitate c & d. Dico quod totidem erunt continue proportionales inter a & unitatem, itemque totidem inter b & unitatem. Sint enim in illa proportione minimi e & f, sumpti ut docet 34 septimi, ex quibus sumantur tres continue proportionales & minimi

in

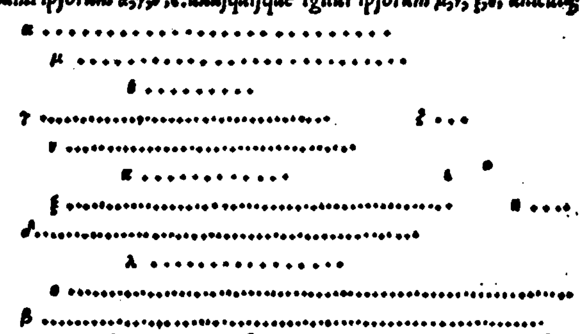
In eorum proportiõe prout docet 2 huius, qui sint g,h,k, deinde quatuor, qui sint l,m,n,p, & hoc toties fiat usqueq̃uo sic sumpti fiant totidẽ quot sunt nũeri propositi, ut sunt hic l,m,n,p. Constat itaque (cum sint a,c, d,b, in sua proportione minimi per primam huius, sintq́ l,m,n,p, totidẽ minimi in eadem, non sit autem possibile esse aliquid minus minimo) quod numeri l,m,n,p, æquales erũt numeris a,c, d,b, quisque suo relatiuo, est igitur l, æqualis a. & p, b. Manifestum autem est ex secunda huius, quod ex f in se fit K, & ex eodẽ in K, p, per diffinitionẽ igitur eius q̃ est multiplicari erit f, in K, K quoq̃ in p, quoties unitas est in f, itaque unitas, f, K, p, sunt continue proportionales, similiter autem & unitas e, g l. Sumptis ergo a & b loco l & p sibi æqualium erunt inter a & unitatem g, & e, & inter b & unitatem k & f, continue proportionales totidem, quot sunt inter a & b, quod est propositum.



Eucli. ex Zamb. Theorema 7 Propositio 9

9 **Si bini numeri primi adinuicem fuerint, & inter eos continue proportionales ceciderint numeri, quot inter eos continue proportionales ceciderint numeri, tot quoque inter utrunque eorum & unitatem continue proportionales cadunt.**

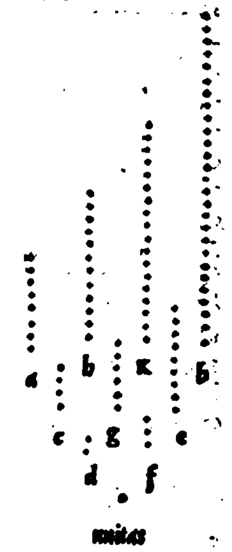
THEON ex Zamberto. *Sint bini numeri primi adinuicem α,β, & inter eos continue proportionales cadãt γ,δ, & ponatur ε unitas. Dico quotquot inter α,β, continue proportionales ceciderunt numeri, tot quoque inter utrunque ipsorum α,β, & ε, unitatem continue proportionales numeri cadent. Sumantur (per 35 septimi,) bini numeri minimi in ipsorum, α,γ,δ,ϛ, ratione existentes, sintque, ζ,η, tres autem: sintq́ θ,κ,λ, & semper ordinatim uno plus quo ad æqualis fiat multitudo ipsorum, multitudini ipsorum α,γ,δ,ϛ, sumantur: sintq́ μ,ν,ξ,ο. Manifestũ iam est quod ζ, seipsum multiplicans, fecit ipsum θ, ipsum autem θ, multiplicans, ipsum effecit μ, & η, seipsum multiplicans, ipsum λ, effecit: ipsum autem λ, multiplicans, ipsum ο fecit. Et quoniam ipsi μ,ν,ξ,ο, (per hypothesin) minimi sunt eandem rationem habentium ipsis η,ζ, sunt autem (per 1 octaui, & ipsi α,γ,δ,ϛ, minimi eandem rationem habentium ipsis η,ζ. & æqualis est multitudo ipsorum μ,ν,ξ,ο. multitudini ipsorum α,γ,δ,ϛ: unusquisque igitur ipsorum μ,ν,ξ,ο, unicuiq; ipsorum α,γ,δ,ϛ, est æqualis. Aequalis igitur est μ ipsi α, & ο, ipsi β. Et quoniam ζ seipsum multiplicans, ipsum effecit θ, igitur (per 16 septimi,) ζ, ipsum θ, metitur per eas quæ in ζ, sunt unitates: metitur autem & ε, unitas ipsum ζ, per eas quæ in ipso sunt unitates, pariter igitur (per 15 septimi ε unitas ipsum ζ, numerum metitur, & ζ, ipsum θ. Est igitur sicut ε, unitas ad ζ, numerum, sic est ζ ad θ. Rursus quoniam ζ, ipsum θ multiplicans, ipsum effecit μ, igitur θ, ipsum μ, metitur per eas quæ in ζ sunt unitates. Metitur autẽ ε, unitas ipsum ζ numerum per eas quæ in ipso sunt unitates, æque igitur (per eandem) ε, unitas ipsum ζ, metitur numerum, & θ, ipsum μ. Est igitur sicut ε, unitas ad ζ, numerum, sic est θ, ad μ. Ostensum autem est quod & sicut ε, unitas ad ζ, numerum, sic est ζ, ad θ, & sicut igitur (per 11 quinti,) ε, unitas ad ζ numerum: sic est ζ, ad θ, & θ ad μ. At μ, ipsi α, est æqualis, est igitur sicut ε unitas ad ζ numerum, sic est ζ, ad θ, & θ, ad α. Id propterea (per 7 & 11 quinti, & sicut ε, unitas ad η, numerum: sic θ ad λ, & μ ad β. Quot igitur inter ipsos α,β, continue proportionales ceciderint numeri, tot & inter utrunque ipsorum α,ϛ, & ipsum ε, unitatem continue proportionales numeri cadunt. Quod erat demonstrandum.*



Eucli. ex Camp. Propositio 10

10 **SI inter utrunque eorum & unitatẽ quotlibet numeri continua proportionalitate ceciderint, ambobus numeris totidem continua proportionalitate interesse necesse est.**

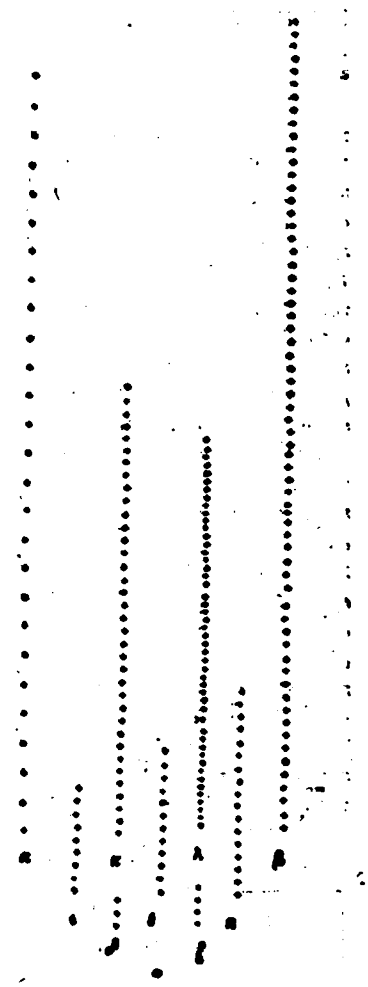
CAMPANVS Sint duo numeri a & b, sintq́ c & d c d inter a & unitatẽ e quoque & f inter b & unitatem, continue proportionales. Dico totidem esse inter a & b continue proportionales. Hæc est conuersa prioris, excepto quod ad subiectum præmissæ, appositum erat a & b esse contra se primos, quod non apponitur hic ad passionem, quapropter uniuersalior est passio huius: subiecto illius. Quia igitur quoties unitas in d, toties est d in c & toties c in a, constat quod ex d in se, fit c, & ex eodem d in c a. Similiter quoque ex f in se & in c, fient e & b. Ducatur itaque d in f, & productus sit g, itemque idem d ducatur in g & e, & sint producti h & k. Constat igitur ex 18 septimi, quod c ad g, ut d ad f. & ex 19 quod g ad e, ut d ad f, quare c, g, e, sunt continue proportionales in proportione d ad f. Item per 18 iterum sunt a ad h sicut c ad g, & h ad k sicut g ad e, & per 19 k ad b sicut d ad f, igitur sunt a, h, k, b, continue proportionales. Quare constat propositum.



Eucli. ex Zamb. *Theorema 8* *Propositio 10* *Cōuersa præcedētis.*

10 **Si inter binos numeros & unitatem continue proportionales numeri ceciderint, quot inter utrunque ipsorum & unitatem continue proportionales ceciderint numeri tot & inter eos continue proportionales cadent.**

THEON ex Zamberto. *Inter binos enim numeros α, β, & unitatem γ, continue proportionales cadant numeri δ, ε, & ζ, η. Dico quotquot inter utrunque ipsrrum α, β, & ipsam γ unitatem, continue proportionales ceciderunt numeri: tot quoque inter α, β, continue proportionales cadent. Igitur δ, ipsum ζ, multiplicans, ipsum efficiat θ, uterque autem ipsorum δ, ζ, ipsum θ multiplicans, efficiat ipsos κ, λ. Et quoniam est sicut γ, unitas ad δ, nuwerum sic est δ, ad ε, æque igitur γ, unitas ipsum δ, metitur numerum, & δ ipsum ε. Ipsa autem γ, unitas ipsum δ, numerum metitur per eas quæ in ipso sunt δ unitates, & δ, igitur unmerus ε metitur per eas quæ in δ, sunt unitates. Igitur δ, seipsum multiplicans, ipsum ε, fecit. Rursus quoniam est sicut γ, unitas ad δ, numerum sic est ε ad α, æque igitur γ, unitas ipsum δ, numerum metitur, & ε, ipsum α. At γ unitas, ipsum δ, numerum metitur per eas quæ in ipso δ, sunt unitates, & ε, igitur ipsum α, metitur per eas quæ in ipso δ, sunt unitates. Igitur δ, ipsum ε multiplicans, iosum α fecit. Id propterea etiam ζ, seipsum multiplicans, ipsum η, fecit, ipsum autem η, multiplicans, ipsum β, fecit. Et quoniam δ, seipsum multiplicans ipsum ε, fecit, ipsum autem ζ, multiplicans ipsum fecit θ, est igitur (per decimam septimam septimi,) sicut δ, ad ζ, sic est ε ad θ. Id propterea etiam sicut δ, ad ζ, sic θ, ad η, Et sicut igitur (per undecimā quinti,) ad θ, sic θ ad η. Rursus quoniam δ, utrunque ipsorum ε, θ, multiplicans, utrunque ipsorum α, κ, fecit: est igitur (per 17 septimi,) sicut ε ad θ, sic α, ad κ. Sed sicut ε, ad θ, sic est δ, ad ζ, & sicut igitur (per undecimam quinti) δ ad ζ, sic α, ad κ. Rursus quoniam uterque ipsorum δ, ζ, ipsum θ, multiplicans, utrunque ipsorum κ, λ, fecit: est igitur (per decimamseptimam septimi,) sicut δ, ad ζ, sic κ ad λ. Sed sicut δ ad ζ, sic α, ad κ, & sicut igitur (per undecimam quinti,) α, ad κ, sic κ ad λ. Insuper quoniam ζ, utrunque ipsorum θ, η, multiplicans, utrunque ipsorum λ, β, fecit: est igitur (per 17 septimi,) sicut θ ad η, sic λ, ad b. Sicut autem θ ad η, sic δ ad ζ, & sicut igitur (per 11 quinti,) δ, ad ζ, sic λ ad β, patuit autem quod sicut δ ad ζ, sic α, ad κ, & κ ad λ, & λ ad β, igitur ipsi α, κ, λ, β: continue sunt proportionales. Quot igitur inter utrunque ipsorū α, β, & γ, unitatē, continue proportionales cadunt numeri: tot & inter α. β, continue cadunt, quod demonstraße oportuit,*



Hæc undecima ex Campano, duabus ex Zamberto sequentibus respondent.

Eucli. ex Camp. Propositio 10

SI fuerint ambo quadrati, erit proportio unius ad alterum tanquam sui lateris ad latus illius proportio duplicata. Si uero ambo fuerint cubi, erit proportio alterius ad alterum tanquam sui lateris ad latus alterius proportio triplicata.

CAMPANVS. Sint duo quadrati a & b, & duo cubi c, & d, latera tam quadratorū quàm cuborum, sit e, quidem a & c, f uero, b & d. Dico quod proportio a ad b erit sicut e ad f duplicata, c uero ad d sicut eadem triplicata. Manifestum enim quod ex e in se fit a, & ex ipso e in a, c, sic quoque ex f in se fit b, & ex ipso in b, d, ducatur igitur e in f, & proueniat g, & in g & b, & proueniant h & k, eritq; per 18 septimi a ad g, sicut e ad f, & per 19 g ad b, sicut e ad f, igitur ex diffinitione, a ad b, sicut e ad f duplicata, quod est primum. Secundum eodē modo constat. Sunt enim per 18 iterum c ad h sicut a ad g, & h ad k, sicut g ad b, & per 19 k ad d, sicut e ad f, quare c, h, k, d, sunt etiam continue proportionales in proportione c ad f, per diffinitionem igitur erit c ad d, sicut e ad f, triplicata, quod est secundum.

c ....
a ....
e .. h ....
g ......
f ... k ....
b ....
d ....

Eucli. ex Zamb. Theorema 9 Propositio 11

11 Duorum numerorum quadratorum, unus medius proportionalis est numerus, Et quadratus ad quadratum duplam habet rationem, quàm latus ad latus.

THEON ex Zamberto. *Sint quadrati numeri α, β, & ipsius quidem β latus sit γ, ipsius uero β, sit latus δ. Dico quod ipsorum α, β, unus medius proportionalis est numerus, & α, ad β, duplam habet rationem quàm γ, ad δ. Ipse enim γ, ipsum δ, multiplicans, ipsum efficiat ε. Et quoniā α, quadratus est, latus autem eius est γ, igitur γ, seipsum multiplicans ipsum effecit α, id propterea & δ, seipsum multiplicans ipsum β fecit. Quoniam igitur γ, utrunque ipsorum γ, δ, multiplicans utrunque ipsorum α, ε, effecit, est igitur (per 17 septimi,) sicut γ ad δ, sic est α, ad ε. Rursus quoniam γ, ipsum δ, multiplicans ipsum effecit ε, ut δ, seipsum multiplicans ipsum effecit β, duo iam numeri γ, δ, unum & eundem multiplicantes δ, ipsos ε, β, effecerunt. Est igitur (per 18 septimi,) sicut γ ad δ, sic est ε ad β. Sed sicut γ ad δ, sic est α ad ε,) & sicut igitur (per 11 quinti) α ad ε, sic est ε ad β. Ipsorum igitur α, β, unus medius proportionalis est numerus ε. Dico iam quod & α ad β, duplam rationem habet, quàm γ ad δ. Quoniam enim tres numeri proportionales sunt α, ε, β, igitur (per 10 diffinitionem quinti) α ad β, duplam rationem habet quàm α ad ε. Sicut autem α ad ε, sic γ ad δ, igitur α ad β, duplam rationem habet, quàm γ latus ad δ latus, quod oportuit demonstrasse.*

α ....
γ ...
ε ....
δ ....
β ....

Eucli. ex Zamb. Theorema 10 Propositio 12

12 Duorum cuborum numerorū, bini medij proportionales sunt numeri. Et cubus ad cubum triplam rationem habet, quàm latus ad latus.

THEON ex Zamberto. *Sint bini cubi numeri α, β, & ipsius quidem α latus esto γ, ipsius autem β, latus esto δ. Dico quod ipsorum α, β, bini medij proportionales sunt numeri, & α ad β, triplam rationē habet, quàm γ ad δ. Igitur γ, seipsum multiplicans, ipsum efficiat ε, ipsum autem δ, multiplicans, ipsum efficiat ζ, at δ seipsum multiplicans, ipsum η, faciat. Vterq; aūt ipsorū γ, δ, ipsum ζ multiplicans, utrunque ipsorum θ, κ, faciat. Et quoniam α cubus est, ipsius autem latus est γ, igitur γ seipsum multiplicans ipsum effecit ε, ipsum autem ε, multiplicans ipsum α, confecit. Id propterea & δ seipsum multiplicans, ipsum η effecit: ipsum autem η, multiplicans, ipsum effecit β. Et quoniā γ utrunque ipsorum γ, δ, multiplicans, utrunq; ipsorū ε, ζ, fecit: est igitur (per 17 septimi,) sicut γ ad δ, sic est ε, ad ζ. Id propterea etiam (per eādem,) sicut γ ad δ, sic ζ ad η. Rursus quoniā γ utrūq; ipsorū ε, ζ, multiplicans, utrūq; ipsorū α, θ, fecit: est igitur sicut ε ad ζ, sic α ad θ, sicut aūt ε, ad ζ, sic γ ad δ. Et sicut igitur (per 11 quinti) γ, ad δ, sic est α, ad θ. Rursus quoniam uterque ipsorū γ, δ, ipsum ζ multiplicans, utrūque ipsorū θ, κ, fecit: est igitur (per 18 septimi) sicut γ ad δ, sic est θ ad κ. Rursus quoniam δ utrūque ipsorū ζ, η, multiplicans, utrunque ipsorum κ, β, fecit: est igitur*

α ....
θ ....
κ ....
β ....
γ ...
δ ....
ε ....
ζ ....
η ....

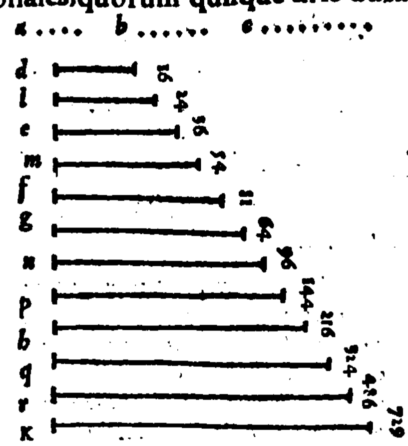
 (per

(per 17 septimi,) sicut ζ ad κ, sic est α ad β, sicut autem ζ ad κ, sic est γ ad δ, & sicut igitur (per 11 quinti,) γ ad δ, sic α, ad β. Patuit aũt quod & sicut γ ad δ, sic est α ad θ, & θ, ad κ, & κ ad β. Ipsorum igitur α, β, bini medij proportionales sunt, hoc est θ, λ. Dico iam quod & α ad β triplam rationem habet, quàm γ ad δ. Quoniã enim quatuor numeri proportionales sunt α, θ, κ, β. igitur (per 10 diffinitionem quinti,) α ad β, triplam habet rationem quàm α ad θ, sicut autem est α, ad θ, sic est γ ad δ. Igitur α ad β triplam rationem habet quàm γ ad δ. Quod oportuit demonstrasse.

Eucli, ex Camp. Propositio 12

12 SI numerorum continuæ proportionalitatis quisque in seipsum ducatur, qui inde producentur sub continua proportionalitate esse. Quod si item in ipsos productos principia suá ducantur, inde quoque productos continuæ proportionalitatis esse necesse est. Idem'que in omnibus hoc modo productis extremitatibus.

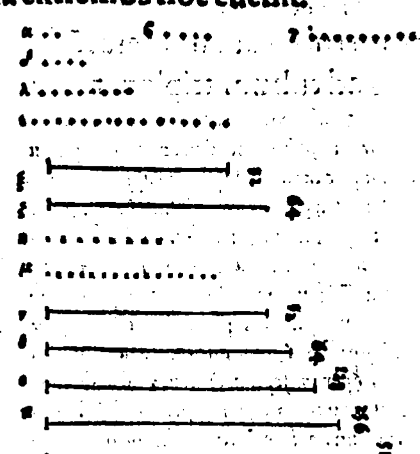
CAMPANVS Sint a, b, c, continue proportionales, quorum quisque in se ducatur, & proueniant ex a quidem, d, ex b uero e, ex c, f. Dico quod d, e, f, sunt continue proportionales. quod si item a ducatur in d & proueniat g. b quoque in e, & proueniat h, & c in f, proueniat k, dico etiam quod g, h, k, erunt continue proportionales. Sit enim ex a in b, l, & ex c in eundem, m, eruntque per 18 & 19 septimi, d, l, e, m, f, continue proportionales in proportione a, b, c, itaque per æquam proportionalitatem argue d ad e, sicut e ad f, quod est primũ. Reliquũ sic: Ducatur a in l & proueniat n & p, c quoque ducatur in e & m. & proueniãt q & r, eruntque per easdẽ g, n, p, h, q, r, k, cõtinue quoq; proportionales in proportione primorum, per æquã igitur proportionalitatẽ cõclude g ad h, sicut h ad k quod est reliquum. Eadem erit ratio, quotiescunque primi in productos ducantur.



Eucli, ex Zamb. Theorema 11 Propositio 13

13 Si fuerint quotcunque numeri continue proportionales, & multiplicãs unusquisque seipsum fecerit aliquos, qui fiũt ex ipsis proportionales erũt. Et si qui in principio genitos multiplicantes, fecerint aliquos, & ipsi quoq; proportionales erunt, & semper circa extremos hoc euenit.

THEON ex Zamb. Sint quotlibet numeri cõtinue proportiõales α, β, γ, sicut α ad β, sic β ad γ, & ipsi quidẽ α, β, γ, se ipsos multiplicãtes, efficiant ipsos δ, ε, ζ, ipsos autem δ, ζ, multiplicãtes, ipsos efficiant η, θ, κ, Dico quod & ipsi δ, ε, ζ, & ipsi η, θ, κ, continue sunt proportionales. Ipse nãque α, ipsum β multiplicans, ipsum efficiat λ, uterque aũt ipsorum α, β, ipsum multiplicans λ, efficiat utrũq; ipsorum μ, ν, & rursus ipse β, ipsum γ, multiplicãs, ipsum efficiat ξ, uterq; aũt ipsorũ β, γ, ipsum ξ multiplicans, utrunq; ipsorũ ο, π, faciat. Similiter iam ex præcedẽtis theorematis discursu ostẽdemus quod ipsi δ, λ, ε, & η, μ, ν, θ, cõtinue sunt proportionales in ipsius α ad β, ratiõe, & ipsi ε, ξ, ζ, & θ, ο, π, κ sunt proportionales in ipsius β, ad γ, ratione. Et est sicut α, ad β, sic est β ad γ, & ipsi δ, λ, ε, igitur, ipsis ε, ξ, ζ, in eadẽ sunt ratione, & insuper ipsi η, μ, ν, θ, ipsis θ, ο, π, κ, & æqualis est quidẽ ipsorũ δ, λ, ε, multitudo, multitudini ipsorũ ε, ξ, ζ, ei autem quæ ipsorum est η, μ, ν, θ, ea quæ ipsorum est θ, ο, π, κ. Ex æquali igitur (per 14 septimi) est sicut quidẽ δ, ad ε, sic est ε, ad ζ. Sicut autem η ad θ, sic est θ ad κ, quod demonstrare oportebat.



Eucli.ex Camp. Propositio 13

13 SI quis quadratus numerus aliũ quadratũ numeret, latus quoq; suum, latus illius numerate probatur. Si uero latus suũ latus illius numeret, quadratus numerat quadratũ.

CAMPANVS. Sint duo numeri a & b quadrati, lateraq; eorũ c & d, dico quod si a numerat b, c quoq; numerabit d, & econuerso. Cõstat enim quod ex c in se fit a, ex d quoq; in se, b fiat igitur, e ex c in d, eruntq; per 18 & 19 septimi, a.e, b, cõtinue proportionales in proportione c ad d. Si igitur a numerat b, idem ipse per 7 huius, numerabit e, quare & c, d, quod est primum. Cõuersa sic patet. si c numerat d, a numerabit e, propter id quod proportio a ad e sicut c ad d, & si numerat e, ipse numerabit b, propter hoc quod sunt continue proportionales.

a ....
e ......
b ....
c ..
d ...

Eucli.ex Zamb. Theorema 12 Propositio 14

14 Si quadratus numerus quadratum numerũ mensus fuerit, & latus latus metietur. Et si latus latus metiatur, & quadratus quadratum metietur.

THEON ex Zamb. Sint quadrati nrmeri α.β, latera uero ipsorũ, sint γ, δ, at α ipsum β metiatur. Dico quod & γ ipsum δ metietur. Igitur γ, ipsum δ multiplicans, efficiet ipsum ε. Igitur (per 17 & 18 septimi, & 11 quinti, ac 13 octaui.) ipsi α, ε, β, continue proportionales sunt in ipsius γ ad δ ratione. Et quoniam ipsi α, ε, β, continue sunt proportionales, & metitur α ipsum β, metitur igitur (per 7 octaui,) & α ipsum γ. Estq; sicut α ad ε, sic γ ad δ, metitur igitur & γ ipsum δ. Sed iam metitur & γ ipsum δ. Dico quod & α ipsum β metitur, eisdem namque dispositis similiter ostendemus quod ipsi α, ε, β. continue sunt proportionales in ipsius γ ad δ, ratione, & quoniã est sicut γ ad δ, sic est α ad ε, metitur autem γ ipsum δ, metitur igitur & α ipsum ε, & sunt ipsi α, ε, β, continue proportionales, metitur igitur & α ipsum β. Si quadratus igitur, & quæ sequuntur reliqua quod oportebat demonstrare.

α ....
ε ....
β ....
γ ...
δ ....

Eucli.ex Camp. Propositio 14

14 SI cubus aliũ cubũ numeret, latus quoq; suũ, latus alterius numerabit. Si uero latus suũ, latus alterius nũeret, cubus nũerabit cubũ.

CAMPANVS Sint duo nũeri a & b cubi, lateraq; eorũ c & d, dico quod si a numerat b, c quoq; nũerabit d, & ecõuerso ducatur enim b in se & fiat c, d quoq; in se, & fiat f, cõstat igitur q; ex c in e fit a, & ex d in g, b, fiat itaq; f, ex c in d erũtq; per 17 & 19 septimi, c, f, g, cõtinue ptoportionales in proportione c ad d, sed & h, & k, prouenient ex c in f & g, per easdẽ igitur erũt a, h, k, b: continue quoq; proportionales in eadem proportione, itaque si a numerat b, idem per 7 huius numerabit h, quare & c, d, est enim c ad d, sicut a ad h, constat igitur prima pars. Conuersa patet, sicut conuersa prioris. Nã si e numerat d, a quoque numerabit h, quem si numerat, necesse est ut numeret b.

Eucli.ex Zamb. Theorema 13 Propositio 15.

15 Si cubus numerus cubum numerum mẽsus fuerit, & latus latus metietur, Et si latus latus mensum fuerit, & cubus cubum metietur:

THEON ex Zamb. Cubus enim numerus α, cubũ β metiatur, & ipsius quidẽ α, latus sit γ, ipsius autẽ β sit δ. Dico quod γ ipsum δ metitur. Igitur γ, seipsum multiplicãs ipsum efficiat ε, & insuper γ, ipsum δ multiplicans ipsum efficiat ζ. Ad δ seipsum multiplicãs ipsum efficiat η. Vterq; aũt ipsorũ γ, δ, ipsum ζ multiplicãs, utrũq; ipsorũ θ, κ, faciat. Manifestũ iam est (per 17 & 18 septimi & 12 octaui,) quod ipsi ε, ζ, η, & α, θ, κ, β, cõtinue sunt proportionales, in ipsius γ ad δ, ratione. Et quoniã ipsi α, θ, κ, β, cõtinue sunt proportiõales, & metitur α, ipsum β, metitur igitur (per 7 octaui) & α, ipsum θ, & est sicut α ad θ, sic est γ ad δ. Metitur igitur & γ ipsum δ. Sed iã metiatur γ, ipsum δ. Dico quod & α, ipsũ β metitur. Eisdẽ nãq; dispositis similiter ostẽdemus quod ipsi α, θ, κ. β. cõtinue proportiõales sunt in ipsius γ ad δ, ratione. quoniã enim γ ipsum δ, metitur, estq; sicut γ ad δ, sic α ad θ, & α igitur ipsum θ metitur. Quare & α ipsum β metitur. Si cubus igitur nũerus & reliqua quod oportuit demõstraße.

α ....
θ ....
κ ....
β ....
γ ..
δ ....
ε ....
ζ ....
η ....

Eucl.ex Cãp. Propositio 15

15 SI numerus quadratus quẽdam alium quadratũ nõ numeret, nec latus suũ, latus illius numerabit. Si uero latus suũ, latus illius non,

numeret, quadratus is quadratum illum non numerare ex necessitate conuincitur.

CAMPANVS. Hæc 15 proponit negationes conuerti, quæ affirmationibus quas 15 huius cōuerti proposuit opponūtur. Vt si sint duo numeri quadrati a & b, quorū latera c & d, si a nō numerat b, c quoq; nō numerabit d, e conuerso etiam si c non numerat d, nec a, b. Sit enim primo ut a non numeret b, si itaque c numerat d, per secundam partem 15 huius & a numerabit b, quod est cōtrarium positioni, sicque patet primum. Secundum quoque sic: sit ut c non numeret d, itaque si a numeret b, per primā partem 15 necesse est ut c numeret d, necesse est igitur ut c numeret ipsum, cum numerat ipsum, quod est impossibile.

a ...... b ....

c .. d ...

CAMPANI annotatio. Quemadmodū autem necesse est conuerti negationes oppositas affirmationibus quas 15 demonstrauit conuerti, sic quoque necesse est eas negationes quæ opponuntur illis affirmationibus quas præmissa conuerti demonstrauit, cōuertantur. Vnde si cubus nō numerat cubū: nec latus eius numerabit latus illius. e conuerso quoque si latus unius non numerat latus alterius, nec ipse cubus numerabit alterum cubum. demonstratur autem hoc per præmissam à destructione consequentis. sicut quod propositum est per 15, ideoque hoc auctor non proposuit, sed per id quod propositum est, ipsum dedit intelligi.

Hæ sequentes ex Zamberto duæ propositiones præcedenti ex Campano cum annotatione eiusdem respondent.

Eucli. ex Zamb. *Theorema 14* *Propositio 16* *Conuersa 14*

16 Si quadratus numerus quadratum numerum mensus non fuerit, neq; latus latus metietur. Et si latus latus mensum non fuerit, neque quadratus quadratum metietur,

THEON ex Zamberto. *Sint quadrati numeri α, β: eorum autem latera sint γ, δ. At α, ipsum β non metiatur Dico quod neque γ, ipsum δ, metietur. Si autem γ ipsum δ, metitur, metitur (per 14 octaui,) & α ipsum β: non metitur autem (per hypothesin) β, ipsum ϐ, neque igitur γ, ipsum δ metietur. Non metiatur autem rursus γ, ipsum δ. Dico quod neque α, ipsum ϐ, metietur. Si autem α, ipsum ϐ metitur, & γ, (per 14 octaui.) ipsum δ. Nō metitur autē γ, ipsum δ, (per hypothesin,) neque α igitur, ipsum β metietur, quod erat demonstrandum.*

α ....

ϐ ....

γ ...

δ ....

Eucli. ex Zamb. *Theorema 15* *Propositio 17* *Conuersa 15*

17 Si cubus numerus cubum numerum non metiatur, neque latus latus metietur. Et si latus latus non metiatur, neque cubus cubum metietur.

THEON ex Zamb. *Cubus enim numerus α, cubum numerum β non metiatur, & ipsius quidem α, latus esto γ, ipsius uero β, sit δ. Dico quod & γ, ipsum δ non metietur, Si enim γ ipsum δ metitur, & α, ipsum β metietur, (per 15 octaui,) non metitur autem α, ipsum β, (per hypothesin,) neque igitur γ, ipsum δ metietur. Sed iam non metiatur γ ipsum δ. Dico quod & α ipsum β non metietur, si enim α ipsum ϐ, metitur, & γ, ipsum δ, metietur (per 15 octaui,) non metitur autem γ, ipsum δ, (per hypothesin,) neque α igitur ipsum β, metietur: quod oportuit demonstraße.*

α ....

β ....

γ ......

δ ....

Eucli. ex Camp. *Propositio 16*

16 SI duo numeri superficiales fuerint similes, necesse est tertium numerum secundum proportionalitatem continuam eis interesse. Eritq; proportio unius numeri ad alterum sibi similem, uelut unius lateris sui ad latus alterius ipsum respiciens proportio duplicata.

CAMPANVS Sint duo numeri a & b, superficiales & similes, dico quod inter ipsos cadet unus numerus in continua proportione, latera enim a sint c & d, b uero latera, sint e & f, eruntque ex conuersione diffinitionis numerorū similiū, c ad e, sicut d ad f, constat autem quod ex c in d fiat a, & ex e in f b, fiat itaque

a ....

g ....

b ....

c ..

d ....

e ...

f ......

itaque g ex e in d, eritque per 19 septimi, a ad g, sicut c ad e. & per 18 eiusdem g ad b sicut d ad f, quare a ad g, sicut g ad b, est itaque g, continua proportionalitate medius inter a & b, quod est propositum. Correlarium autem patet, cum sit a ad b per diffinitionem sicut a ad g duplicata, quæ eadem est illi quæ est c ad e.

Eucli. ex Camp. Propositio 17

17 SI secundum continuam proportionalitatē tertius numerus duobus numeris intersit, illi duo numeri superficiales sunt & similes.

CAMPANVS Hæc est conuersa præmissæ. Vt si inter a & b sit c sub continua proportionalitate constitutus, a & b erunt superficiales & similes, sint enim d & e minimi in proportione qua continuantur a, c, b, qui per 21 septimi, numerabunt a & c æqualiter, sitque ut secundum f, & per eandem c & b æqualiter, sitque ut secundum g, erunt igitur per diffinitionem a & b superficiales, & erunt etiam per diffinitionem, d & f, latera numeri a, e quoque & g, latera numeri b. Quod autē ipsi sint similes, sic habeto, cum, cum enim ex d in g, fit c, & ex e in f fit idem c, erit per secundam partem 20 septimi, d ad e, sicut f ad g, per diffinitionem igitur a & b sunt similes, quod est propositum. Hoc autem ultimnm quod est a & b esse similes, potest etiam per 19 & 15 septimi, & per has hypotheses quod a, c, b, sunt continue proportionales in proportione d ad e minimorum numerantium a & c secundum f, & c & b secundum g

a ....
c ....
b ....
d ..
e ...
f ....
g ......

Eucli. ex Camp. Propositio 18

18 SI fuerint duo numeri solidi similes, necesse est eis duos numeros secundū continuā proportionalitē interesse, eritq; proportio unius solidi ad alterū sibi similē, uelut cuiuslibet sui lateris ad latus alterius respiciēs se proportiōaliter, proportio triplicata.

CAMPANVS. Sint duo numeri a & b, solidi similes, dico quod inter ipsos cadent duo numeri in continua proportione. Sint enim latera numeri a, c, d, e: latera uero b, sint f, g, h, eruntq; ex conuersione diffinitionis numerorum similium, c ad f, & d ad g, sicut e ad h. Sit igitur ex c in d, k, & ex f in g, l, erūtque ex diffinitione, k & l, superficiales & similes, quare per 16 huius, unus numerus cadit inter eos medius secundū proportionem c ad f, qui sit m. Manifestum autem est quod ex e in k, fit a & ex h in l, b, si igitur ex e in m & l fiant n & p, erunt per 18 septimi, a ad n sicut k ad m, & n ad p, sicut m ad l, quare a, n, p, sunt continue proportionales in proportione c ad f, & quia per 19 eiusdem p ad b sicut e ad h, & ideo sicut c ad f, sequitur ut quatuor numeri a, n, p, b sint continue proportionales secundum proportionem c ad f, sunt itaque inter a & b duo numeri n & p, mediī in continua proportionalitate suorum laterū interpositi, quod est propositū. Correlariū autē patet, cū proportio a ad b sit per diffinitionē sicut a ad n triplicata, quæ est eadē illi quæ est c ad f.

a ....
n ....
p ....
b ....
c ..
d ....
e ..
f ...
g ......
h ...
k ....
m ....
l ....

Eucli. ex Camp. Propositio 19

19 SI eis secundum cōtinuam proportionalitatem duo numeri interiacent, quilibet duo numeri, solidi sunt atque similes.

CAMP. Hæc est cōuersa præmissæ, ut si inter a & b sint duo numeri c & d mediī in continua proportione, erunt a & b solidi & similes. Sumantur enim tres minimi in eadem proportione continue proportionales: qui sunt e, f, g, eruntque per 17 e, & g, superficiales & similes, sint ergo h & k, latera e, at l, & m, latera g eritque per correlarium 16 huius, e ad f, sicut h ad l, aut sicut k ad m. Manifestum autem est ex tertia quod e & g, sunt contra se

a ....
c ....
d ....
b ....
e .... h .. k .. n ..
f ......
g .... m ... l ... p ...

primi

primi, ideoque per 23 septimi, in sua proportione minimi. & quia per æquam proportionalitatem sunt a ad d & c ad b sicut e ad g, sequitur per 21 septimi, ut ipsi numerent a & d æqualiter, quod sit secundum n. & item c & b æqualiter, quod secundum p. Quia igitur ex h in k fit e, & ex e in n fit a. sequitur per diffinitionem ut a sit solidus eiusque latera h,k,n, similiter quia ex l. in m fit g, & ex g in p. b, sequitur etiam ut b. sit solidus & eius latera l. m. p. Ipsos autem esse similes sic constabit. Cum ex g in n fiat d. & ex eodẽ in p. b: erit per 18 septimi, n. ad p, sicut d ad b. & quia sic erant h ad l. & k ad m, per diffinitionem manifestum est a & b. esse similes: quod est propositum.

Quatuor præcedentes ex Campano Euclidis propositiones scilicet 16, 17, 18, 19, quatuor sequentibus ex Zamberto propositionibus puta 18, 19, 20. 21, hoc ordine respondent, prima, primæ, secunda tertiæ, tertia secundæ, quarta quartæ.

Eucli. ex Zamb. *Theorema* 16 *Propositio* 18

18 Duorum similium planorum numerorum, unus medius proportionalis est numerus. Et planus ad planum duplam habet rationem, quàm similis rationis latus ad similis rationis latus.

THEON ex *Zamberto.* *Sint bini plani similes numeri α, β. & ipsius α, latera sint γ, δ, ipsius autem β sint, ε, ζ. Et quoniam similes plani sunt, qui proportionalia habent latera, (per 32 diffinitionẽ septimi,) est igitur sicut γ ad δ, sic est ε, ad ζ. Dico igitur quod ipsorũ α, β, unus medius proportionalis est numerus & α ad β, duplam rationem habet, quàm γ, ad ε, uel δ, ad ζ, hoc est quàm similis rationis latus, ad similis rationis latus. Et quoniã est sicut γ, ad δ, sic est ε, ad ζ, uicissim igitur est (per 13 septimi,) sicut γ, ad ε, sic est δ ad ζ. Et quoniã α planus est, ipsius aũt latera sunt γ, δ, igitur δ, ipsum γ, multiplicãs, ipsum α fecit. Id propterea etiã ε, ipsum ζ, multiplicãs, ipsum effecit β. At δ, ipsum ε multiplicãs, ipsum efficiat η, & quoniã δ, ipsum quidẽ γ, multiplicãs ipsũ effecit α, ipsum aũt ε multiplicãs ipsum fecit η, est igitur (per 17 septimi,) sicut γ, ad ε, sic est α ad η. Sed sicut γ, ad ε, sic est δ ad ζ, & sicut igitur (per 11 quinti,) δ ad ζ: sic α. ad η. Rursus quoniam ε, ipsum quidem δ multiplicans ipsum effecit η, ipsum aũt ζ, multiplicans ipsum β, fecit: est igitur, (per 17 septimi,) sicut δ ad ζ, sic est η ad β, ostensum autem est quod & sicut δ, ad ζ, sic est α ad η, & sicut igitur (per 11 quinti,) α, ad η, sic est η, ad β. Igitur ipsi α, η, β, cõtinue sunt proportionales. Ipsorum igitur α, β, unus medius proportionalis est numerus. Dico iam quod & α, ad β, duplam rationẽ habet, quàm similis rationis latus ad similis rationis latus, hoc est quàm γ, ad ε, uel quàm δ, ad ζ. Quoniam enim ipsi α, η, β, continue proportionales sunt, igitur (per 10 diffinitionem quinti,) α, ad β, duplam habet rationem quàm ad η, & est sicut α, ad η, sic est γ, ad ε, & δ, ad ζ, & α, igitur ad β, duplam rationem habet quàm γ, ad ε, uel δ, ad ζ, quod erat demonstrandum.*

α . . . .
η . . . .
β . . . .
γ . . .
δ . . . . . .
ε . . .
ζ . . . .

Eucli. ex Zamb. *Theorema* 17 *Propositio* 19

19 Duorum similium solidorum numerorum, bini medij proportionales sunt numeri, Et solidus ad solidum simile triplam rationem habet, quàm similis rationis latus ad similis rationis latus.

THEON ex *Zamberto.* *Sint bini similes solidi numeri, α, β, & ipsius quidem α, latera sint γ δ, ε, numeri ipsius autẽ β, sint ζ, η, θ, & quoniam (per 22 diffinitionem septimi, similes solidi latera habent proportionalia, est igitur sicut γ ad δ, sic est ζ, ad η, sicut autem δ ad ε, sic η ad θ. Dico quod ipsorum α, β, bini medij proportiõales sunt numeri, & quod α, ad β, triplam rationẽ habet, quàm γ, ad ζ, uel δ, ad η, uel insuper γ, ad θ. Igitur γ ipsum δ, multiplicans, ipsum efficiat κ: at ζ, ipsum η, multiplicans ipsum efficiat λ. Et quoniã ipsi γ, δ, ipsis ζ, η, in eadem sunt ratione ex ipsisq; γ, δ, gignitur κ, ex ipsis autem ζ, η, gignitur λ, igitur κ, λ, similes plani sunt numeri. Ipsorum igitur κ, λ, unus medius proportionalis est numerus (per 18 octaui) sit μ. Igitur μ ex ipsis δ, ζ, gignitur, quẽ admodum ex præcedenti patuit theoremate. Est igitur sicut κ, ad μ, sic est μ, ad λ. Et quoniam δ, ipsum quidẽ γ, multiplicans fecit ipsum κ, ipsum aũt ζ, multiplicãs fecit ipsum μ, est igitur (per 17 septimi) sicut γ, ad ζ, sic est κ, ad μ, sed sicut κ, ad μ, sic μ ad λ. Ipsi igitur κ, μ, λ, cõtinue sunt proportiõales, in ipsius γ, ad δ, ratiõe. Et*

α . . . .
ν . . . .
ξ . . . .
β . . . .
γ . .
δ . .
ε . .
ζ . .
η . . .
θ . . .
κ . . . .
μ . . . . . .
λ . . . .

quoniam

quoniam est sicut γ, ad δ, sic est ε, ad η, uicissim igitur (per 13 septimi,) est sicut γ, ad ζ, sic est δ, ad η. Rursus quoniã est sicut δ, ad ε, sic η, ad θ, uicissim igitur (per 13 septimi, est sicut δ, ad η, sic est ε, ad θ. Ipsi igitur κ, λ, μ, continue sunt proportionales in ipsius γ, ad ζ, & δ, ad η ratione, & insuper ipsius ε, ad θ. Vterque iam ipsorum ε, θ. ipsum μ, multiplicans, utrũque ipsorum, ν, ξ. faciat, & quoniam α, solidus est, latera autẽ eius ipsi γ, δ, ε, igitur ε, eum qui ex γ, δ, multiplicans ipsum, effecit α, at qui gignitur ex γ, δ, est κ. Igitur ε, ipsum κ, multiplicans, ipsum effecit α. Id propterea etiam θ, ipsum qui gignitur ex ζ, η, hoc est λ, multiplicãs, ipsum effecit β. Et quoniam ε, ipsum κ multiplicans ipsum α, effecit, sed & ipsum μ, multiplicans ipsum ν, effecit, est igitur (per 17 septimi, sicut κ, ad μ, sic est α, ad ν. Sicut autem κ, ad μ, sic est γ, ad ζ, & δ, ad η, & insuper ε ad θ, sicut igitur γ ad ζ, & δ, ad η, & ε, ad θ, sic est α, ad ν. Rursus quoniam uterque ipsorum ε, θ, ipsum multiplicans μ, utrũq; ipsorũ ν, ξ, fecit, est igitur (per 18 septimi,) sicut ε, ad θ, sic est ν, ad ξ. Sed sicut ε, ad θ, sic est γ, ad ζ, & δ, ad η, & sicut igitur (per 11 quinti,) γ ad ζ, & δ, ad η, & ε, ad θ, sic est α, ad ν. & ν, ad ξ. Rursus quoniã θ, ipsum μ, multiplicans ipsum fecit ξ, sed & ipsum λ, multiplicãs ipsum effecit β, est igitur (per 17 septimi,) sicut μ, ad λ, sic ξ, ad β. Sed sicut μ, ad λ, sic est γ, ad ζ, & δ, ad η. & ε, ad θ, & sicut igitur γ, ad ζ, & δ, ad η. & ε, ad θ, sic non solum ξ ad β. sed & α, ad ν, & ν ad ξ. Igitur ipsi α, ν, ξ, β: continue sunt proportionales in praedictis laterum rationibus.

α ....
ν ....
ξ ....
β ....
γ ..
δ ..
ε ..
ζ ..
η ...
θ ...
κ ....
μ ......
λ ....

Dico insuper quod & α, ad β, triplam rationẽ habet, quàm similis rationis latus ad similis rationis latus hoc est, quàm γ, numerus ad ζ, uel δ ad η, & insuper quàm ε, ad θ. Quoniam enim quatuor numeri continue sunt proportionales, hoc est, α, ν, ξ, θ, igitur (per 10 diffinitionem quinti,) α, ad β, triplam rationẽ habet, quàm α, ad ν. Sed sicut α ad ν sic patuit γ, ad ζ, δ ad η, & insuper ε ad θ. Igitur α, ad β, triplã rationẽ habet, quàm similis rationis latus ad similis rationis latus, hoc est, quàm γ, numerus ad ζ, numerũ & δ, ad η, & ε ad θ, quod erat demonstrandũ.

Eucli. ex Zamb. Theorema 18 Propositio 20

20 Si binorum numerorum unus medius proportionalis fuerit numerus, similes plani erunt ipsi numeri.

THEON ex Zamberto. Duorum enim numerorum α, β, unus medius proportionalis esto γ, numerus. Dico quod ipsi α, β: similes plani sunt numeri. Sumantur (per 35 septimi) enim minimi numeri eandem rationem habentiũ ipsis α, γ, β, duo: sintq; δ, ε. Est igitur sicut δ, ad ε, sic est α, ad γ, sed sicut α, ad γ, sic est γ, ad β, & sicut igitur (per 11 quinti,) δ, ad ε, sic γ ad β, Aeque igitur δ, ipsum α metitur, & ε, ipsum γ, quoties autẽ δ, ipsum α metitur, tot unitates sint in ζ, igitur ζ, ipsum δ multiplicans ipsum effecit α, Ipsum autem ε, multiplicans, ipsum fecit γ, quare α, planus est: latera autem eius sunt δ, ζ, (per 22 diffinitionẽ septimi.) Rursus quoniam ipsi δ, ε, minimi sunt eandem rationem habentium ipsis γ, β, aeque igitur (per 21 septimi,) δ, ipsum γ, metitur & ε, ipsum β. Quoties, autẽ ε, ipsum β, metitur, tot unitates sint in ipso η, Igitur ε, ipsum β, metitur per eas quae in η, sunt unitates, igitur η, ipsum ε multiplicãs, ipsum effecit β, igitur planus est (per 23 diffinitionẽ septimi,) latera aũt eius sunt ε, η. Igitur ipsi α β, plani sunt duo numeri. Dico insuper quod & similes. Quoniam enim uetrq; ipsorũ ζ, η, ipsum ε, multiplicans, utrunque ipsorũ γ, β, effecit, est igitur (per 17 septimi,) sicut ζ ad η, sicut est γ, ad β. Sicut autem γ, ad β, sic δ ad ε, & sicut igitur (per 11 quinti,) δ ad ε, sic ζ, ad η. Ipsi igitur α, β similes plani sunt numeri, eorum enim latera proportionalia sunt quod erat demonstrandum.

α ....
γ ....
β ....
δ ...
ε ....
ζ ......
η ....

Hoc fiet, per 35 septimi, sumendo ipsorum aut α γ, aut γ β, maximam dimensionem per quam inuenientur duo in eadem ratione minimi, hoc est δ, ε.

Eucli. ex Zamb. Theorema 19 Propositio 21

21 Si duorum numerorũ duo medij proportionales fuerint numeri similes solidi sunt ipsi numeri.

α ....
γ ....
δ ....
β ....

THEON ex Zamberto. Duorum enim numerorum α, β, duo medij proportionales sint numeri γ, δ, dico quod ipsi α, β, similes solidi sunt. Sumantur enim (per 35 septimi, aut 2 octaui,) minimi numeri eandem rationem habentium eisdem α, γ, δ, β, tres: sintque ε, ζ, η. Igitur (per tertiã octaui) eorum extremi ε, η, primi adinuicẽ sunt, & quoniã ipsorũ ε, η, unus medius proportionalis est numerus, similes igitur plani sunt (per 20 octaui.) Sint

ε ....
ζ ....
η ....
θ ...
κ ...
λ ....
μ ....

Hoc fiet, per 35 sep. sumendo ipsorũ aut α γ δ, aut γ δ β, maximã dimẽsionẽ per quã inueniẽtur tres in eadẽ ratione minimi. Aut ipsorũ uel α γ, uel γ δ, uel δ β, sumendo maximã dimensionẽ per quã sumẽtur duo in eadẽ ratione minimi, per quos per 2 octaui sumẽtur tres, hoc est ε ζ η

Sint igitur ipsius quidem ε, latera θ,κ, ipsius autem η, sint λ,μ. Manifestum igitur est ex hoc, quod ipsi ε,ζ,η, continue proportionales sunt in ipsius θ, ad λ, ratione, & ipsius κ, ad μ. Et quoniam ipsi ε,ζ,η, minimi sunt eandem rationem habentiū ipsis α,γ,δ, ex æquali igitur (per 14 septimi) est sicut ε, ad η, sic est α, ad δ. At ε,η, (per 3 octaui primi,) sunt, primi autem, & minimi, minimi uero, (per 21 septimi,) metiuntur eandem rationem habentes æqualiter: maior maiorem, & minorem, hoc est antecedens antecedentem, & sequens sequentem: æque igitur ε, ipsum α, metitur, & η, ipsum δ, quoties igitur ε, ipsum α, metitur: tot unitates sint in ipso ν. Igitur ν, ipsum ε, multiplicans, ipsum effecit α. At ε, est ex θ,κ, igitur ν, eum qui ex θ,κ, gignitur multiplicans ipsum effecit α. Solidus igitur est α, latera autem eius sunt θ,κ,ν, Rursus quoniam ipsi ε,ζ,η, minimi sunt eandem rationem habentium ipsis γ,δ,β, æque igitur ε, ipsum γ, metitur & η, ipsum β. Quoties autem η, ipsum β metitur: tot unitates sint in ξ. Igitur η, ipsum β metitur per eas quæ in ξ, sunt unitates. Igitur ξ, ipsum η multiplicans, ipsum effecit β. At η, est ex λ,μ. Igitur ξ, eum qui ex λ,μ, gignitur multiplicās ipsum fecit β. Solidus igitur est β, latera autem eius sunt λ,μ,ξ. Igitur ipsi α,β, solidi sunt. Dico insuper quod & similes, quoniam ν ξ, ipsum ε, multiplicātes ipsos fecerunt α,γ, est igitur (per 18 septimi,) sicut ν, ad ξ, sic est α, ad γ, hoc est ε, ad ζ. Sed sicut ε, ad ζ, sic est θ, ad λ, et λ, ad μ, & sicut igitur (per 11 quinti,) θ, ad λ, sic κ, ad μ, & ν, ad ξ, & sunt quidem ipsi θ,κ,μ, latera ipsius α, ipsi uero ξ,λ,μ, latera sunt ipsius β. Igitur ipsi α,β, numeri solidi sunt similes, quod oportuit demonstrasse.

α ....
γ ....
δ ....
β ....
ε ....
ζ ....
η ....
θ ...
κ ...
ν ...
λ ....
μ ....
ξ ....

Eucli. ex Camp. Propositio 20

20 SI trium numerorum continue proportionalium primus fuerit quadratus, tertium quoque quadratum esse.

CAMPANVS Sint tres numeri continue proportionales a,b,c, sitque a quadratus. Dico quod c est etiam quadratus: sunt enim per 17 a & c superficiales & similes, cum igitur a sit quadratus: per hypothesin, erit c quadratus.

a .... b ...... c ....

Eucli. ex Zamb. Theorema 20. Propositio 21

21 Si tres numeri continue proportionales fuerint, primusque fuerit quadratus, & tertius quadratus erit.

THEON ex Zamberto. Sint tres numeri continue proportionales α,β,γ, primus autem sit quadratus. Dico quod & tertius quadratus est, quoniam enim ipsorum α,γ, (per 20 octaui,) unus medius proportionalis est numerus β, igitur α,γ, similes plani sunt, at quadratus est α, quadratus igitur est & γ, quod erat demonstrādum.

α ....
β ....
γ ....

Eucli. ex Camp. Propositio 21

21 SI quatuor numerorum continue proportionalium primus fuit cubus, quartum cubum esse necesse est.

CAMPANVS Sint quatuor numeri continue proportionales a,b,c,d sitque a cubus, dico quod d est etiam cubus, constat enim per 19 quod a & d sunt solidi similes. & quia a est cubus per hypothesin, erit etiam d cubus.

Eucli. ex Zamb. Theorema 21 Propositio 23

23 Si quatuor numeri continue proportionales fuerint, primus autem cubus fuerit, & quartus cubus erit.

THEON ex Zamberto. Sint quatuor numeri proportionales continue, α,β,γ,δ, sit autem α, cubus, dico quod & δ, cubus erit. Quoniam enim ipsorum α,δ, duo medij proportionales sunt numeri β,γ, ipsi igitur α,δ, similes sunt solidi numeri, at α, cubus est, cubus igitur est & δ, quod demonstrasse oportuit.

α ....
β ....
γ ....
δ ....

Eucli.

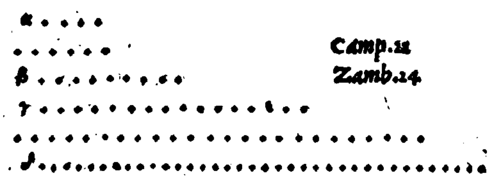
Eucli. ex Camp. Propositio 22

22 SI duorum numerorũ quorum proportio ſicut quadrati ad quadratum, fuerit unus quadratus, alterum quoq; quadratũ eſſe.

CAMPANVS. Sint duo numeri a & b, in proportione duorum quadratorum qui ſunt c & d, ſitq; a uel b quadratus: dico reliquum eſſe quadratum. Cum enim c & d ſint quadrati, ſequitur eos eſſe ſuperficiales. Ideoq; per 16 cadet unus medius inter eos in continua proportione: quare per 8 inter a & b, per 16 igitur conſtat propoſitum.

Eucli. ex Zamb. Theorema 22 Propoſitio 24

24 Si bini numeri rationem habuerint, quam quadratus numerus ad quadratum numerum, primus autem fuerit quadratus, & ſecundus quadratus erit.



Camp. 22
Zamb. 24

THEON ex Zamberto. Bini enim numeri α, β, adinuicem rationem habeant, quam quadratus numerus γ ad quadratum numerum δ. Ipſe autem α quadratus ſit, dico quod & β quadratus eſt. Quoniam ipſi γ, δ, ſunt quadrati, ipſi γ, δ, igitur ſimiles plani ſunt. Ipſorũ igitur γ, δ, (per 18 octaui) unus medius proportionalis eſt numerus. Et eſt ſicut γ ad δ, ſic eſt α ad β. Ipſorum igitur α, β, unus medius proportionalis eſt numerus. At α quadratus eſt, & β igitur quadratus eſt, quod erat demonſtrandum.

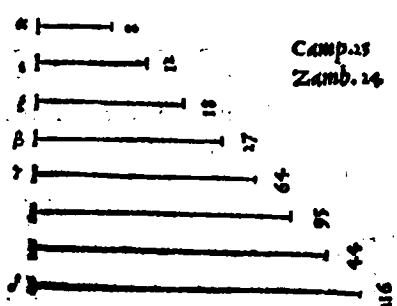
Eucli. ex Camp. Propoſitio 23

23 SI duorum numerorũ quorum proportio unius ad alterũ ſit ſicut cubi ad cubum, alteruter fuerit cubus, & alterum cubum eſſe.

CAMPANVS. Sint duo numeri a & b in proportione duorum cuborum qui ſunt c & d, ſitq; a uel b cubus: dico reliquũ eſſe cubum. Neceſſe eſt enim quod c & d ſint ſolidi ſimiles, quippe omnes cubi ſunt ſimiles & ſolidi, itaq; per 18 inter ipſos cadent duo medij in continua proportione: totidem igitur per 8 cadent inter a & b, itaque per 21 manifeſtum eſt quod dicitur.

Eucli. ex Zamb. Theorema 23 Propoſitio 25

25 Si bini numeri adinuicem rationem habuerint, quam cubus numerus ad cubum numerum, primus autem cubus fuerit, & ſecundus cubus erit.



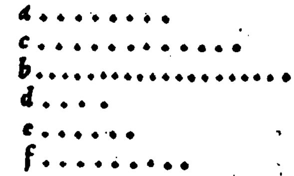
Camp. 23
Zamb. 24

THEON ex Zamberto. Bini enim numeri α, β, adiuuicem rationem habeant, quam cubus numerus γ ad cubum numerum δ, cubus autem eſto α. Dico quod & ϛ cubus eſt. Quoniam enim ipſi γ, δ, cubi ſunt, ſunt igitur (per 19 octaui) ipſi γ, δ, ſimiles ſolidi, ipſorum igitur γ, δ, bini medij ſunt proportionales (per 21 octaui:) quot autem inter ipſos γ, δ, continue proportionales cadunt, totidem & inter eandem rationem habentes cadunt numeri. Quare & inter α β duo medij proportionales cadunt, (per 8 octaui) cadant ipſi ε, ζ. Quoniam igitur quatuor numeri α, ε, ζ, ϛ, continue proportionales ſunt, & α cubus eſt, cubus igitur eſt (per 25 octaui) & ϛ, quod oſtendere oportuit.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 24.

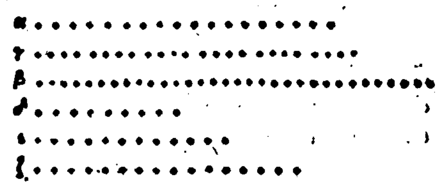
24 NVmerorum ſuperficialium ſimilium eſt proportio unius ad alterum, ſicut proportio quadrati ad quadratum.

CAMPANVS. Sint a & b ſuperficiales ſimiles, dico quod unus ad alterum eſt proportio, ſicut quadrati ad quadratum, erit enim per 16 inter eos unus numerus medius in cõtinua proportione qui ſit c, ſumptis itaque tribus minimis in ꝓportione eorum qui ſunt d, e, f, erunt per correlarium 2, d & f quadrati: & quia per æquam proportionalitatẽ eſt a ad b ſicut d ad f, conſtat uerum eſſe quod proponitur.



Eucli. ex Zamb. Theorema 24 Propositio 26

26 Similes plani numeri adinuicem rationem habent, quam quadratus numerus ad quadratum numerum.



THEON ex Zamber. *Sint similes plani numeri α β. Dico quod α ad β rationem habet, quam quadratus numerus ad quadratum numerum. Quoniam ipsi α, β, similes plani sunt, inter ipsos igitur α, β, unus medius proportionalis cadit numerus (per 18 octaui.) Cadat, & sit γ, assumanturq; (per 35 septimi) minimi numeri eandem ipsis α, β, γ, habentiũ rationem, sintq; δ, ε, ζ: ipsi igitur ipsorum extremi, hoc est δ, ζ, sunt quadrati. Et quoniam est sicut δ ad ζ, sic α ad β, & ipsi δ, ζ, sunt quadrati, igitur α ad β rationem habet, quam quadratus numerus ad quadratum numerum, quod demonstrare oportebat.*

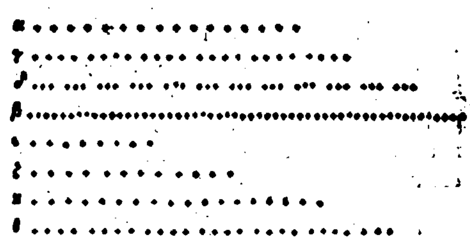
Eucli. ex Camp. Propositio 25

25 OMnium duorum solidorum similium est proportio unius ad alterum, sicut alicuius cubi ad aliquem cubum.

CAMPANVS. Sint a & b solidi similes, dico quod proportio unius eorum ad alterum, est sicut alicuius cubi ad aliquem alium cubum. Sunt quidem per 16 inter eos duo numeri medij secundum continuam proportionẽ, qui sint c & d, & in eorũ proportione sint minimi quatuor e, f, g, h, quorũ e & h erunt cubi per correlarium secũdæ: quia igitur per æquam proportionalitatẽ est a ad b, sicut e ad h, liquet propositũ.

Eucli. ex Zamb. Theorema 25 Propositio 27

27 Similes solidi numeri adinuicem rationem habent, quam cubus numerus ad cubum numerum.



THEON ex Zamberto. *Sint similes solidi numeri α, β. Dico quod α ad β rationem habet, quam cubus numerus ad cubum numerum. Quoniam enim ipsi α, β, similes solidi sunt, inter ipsos igitur α, β, (per 19 octaui) bini cadunt numeri proportionales, cadunt, & sint γ, δ. Accipianturq; (per 35 septimi) minimi numeri eandem habentium rationem ipsis α, γ, δ, β, sintq; ipsis æquales multitudine ε, ζ, η, θ. Ipsi igitur ε, θ, eorum extremi cubi sunt: estq; sicut ε ad θ, sic α ad β. Et α igitur ad β rationem habet, quàm cubus numerus ad cubum numerum, quod oportuit demonstrasse.*

EVCLIDIS MEGARENSIS GRAECI PHILOSOPHI, ARITHMETICORVM ELEMENTORVM LIBER NONVS.

Ex Campano. Diffinitiones.

1 PAr numerus, est qui potest in duo æqualia diuidi. 2 Impar numerus, est qui in duo æqualia diuidi non potest, additq; supra parem unitatẽ. 3 Pariter par, est quem cuncti pares eum numerantes, paribus uicibus numerant. 4 Pariter impar est quem cuncti pares eum numerantes, imparibus uicibus numerant. 5 Pariter par & impariter, est quem pares eum numerantes, quidam paribus quidam imparibus uicibus numerãt. 6 Impariter impar, quẽ cuncti impares eum numerantes, imparibus uicibus numerãt.

7 Perfectus numerus appellatur, qui omnibus partibus suis quibus numeratur, est æqualis. 8 Abundans dicitur, qui omnibus suis partibus minor est. 9 Diminutus uero, qui maior.

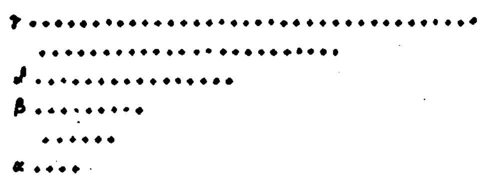
Eucli. ex Camp. Propositio 1

1 SI fuerint duo numeri superficiales similes, qui ex ductu alterius in alterum producetur, numerũ quadratũ esse necesse est.

CAMPANVS. Sint a & b superficiales similes, ex quorum multiplicatione proueniat c, dico c esse quadratũ: fiat enim d ex a in se, eritq; per 18 septimi, d ad c, sicut a ad b, & quia inter a & b cadit medius secũdum continuam proportionalitatẽ per 16 octaui, sequitur per 8 eiusdem, ut unus quoq; cadat inter d & c, itaq; cum d sit quadratus, erit per 20 eiusdem. c quoq; quadratus, quod est propositũ.

Eucli. ex Zamb. Theorema 1 Propositio 1

1 Si bini similes plani numeri sese inuicem multiplicantes, aliquem fecerint, factus ex eis quadratus erit.



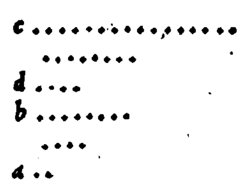
THEON ex Zamb. Sint bini similes plani numeri α, β, & α ipsum β multiplicans, ipsum efficiat γ. Dico quod γ quadratus est, ipse enim α seipsum multiplicans, ipsum δ efficiat, ipse igitur δ, quadratus est. Quoniam igitur α se ipsum multiplicans ipsum δ fecit, ipsum autem β multiplicans ipsum γ fecit: est igitur (per 17 septimi) sicut α ad β, sic δ ad γ. Et quoniam ipsi α, β, similes plani sunt numeri, unus medius (per 18 octaui) proportionalis cadit numerus ipsorum α, β. Si autẽ inter binos numeros continue proportionales, numeri proportionales ceciderint, quot inter ipsos cadunt totidem quoq; (per 8 octaui) & inter eandem rationem habentes cadent. Quare & inter ipsos γ, δ, unus medius proportionalis numerus cadit: est autem ipse δ, quadratus, quadratus igitur est γ, quod ostendere oportuit.

Eucli. ex Camp. Propositio 2

2 SI ex ductu alterius in alterũ tetragonus producatur, duo quilibet numeri sunt superficiales similes.

CORRELARIVM.

Ex his itaq; patens est, quia si tetragonus in tetragonũ ducatur, qui ex eis producetur, tetragonũ esse. Si uero ex ductu tetragoni in numerum aliquem, tetragonus producatur, illum numerum aliquem esse tetragonũ. Itemq; si ex ductu tetragoni in numerum aliquem, non tetragonus producatur, eum numerum aliquem non tetragonum esse. Si uero tetragonus in numerum aliquem non tetragonum ducatur, qui inde producetur, non tetragonum esse necesse est.



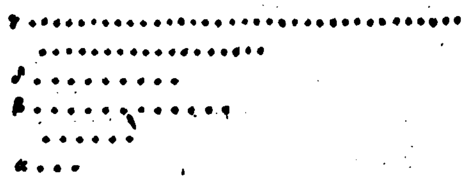
CAMPANVS. Hæc est conuersa prioris. Vt si ex a in b fiat c, fueritq; c quadratus, erunt a & b, superficiales similes. Sit enim d ex a in se, eritq; per 18 septimi, d ad c, sicut a ad b. Per 16 autẽ octaui, cum d & c sint superficiales similes, eo q; sunt ambo quadrati, erit inter eos unus numerus medius secundum continuam proportionem: per 8 itaq; eiusdem erit etiam unus inter a & b, igitur per 17 eiusdẽ, a & b sunt superficiales similes, quod est propositũ.

Prima pars correlarij patet per præmissam, sunt enim omnes tetragoni, superficiales similes. Secũda patet ex hac, cum sit solus tetragonus similis tetragono. Tertia pars patet, ex prima ipsius correlarij parte, à destructione consequẽtis. Quarta uero patet ex eiusdem parte secunda, à destructione consequentis.

Eucli. ex Zamb. Theorema 2 Propositio 2

2 Si bini numeri inuicem sese multiplicantes, quadratum fecerint, similes plani sunt.

THEON ex Zamb. Bini enim numeri α,β, inuicem sese multiplicantes, quadratũ efficiant γ. Dico quod & ipsi α,β, similes plani sunt numeri. Ipse enim α seipsum multiplicãs, ipsum δ efficiat: δ igitur quadratus est. Et quoniã α seipsum quidem multiplicãs ipsum δ fecit, ipsum autem β multiplicans ipsum γ fecit, est igitur (per 17 septimi) sicut α ad β, sic δ ad γ: & quoniam δ quadratus est, sed & γ, ipsi igitur δ,γ, similes plani sunt, ipsorũ igitur δ,γ, (per 18 octaui) unus medius proportionalis est numerus, & est ut δ ad γ, sic α ad β. Ipsorum igitur α,β, (per 8 octaui) unus medius est proportionalis. Si autem binorum numerorũ unus medius proportionalis est numerus, (per 18 octaui,) similes plani sunt numeri: ipsi igitur α,β, similes plani sunt, quod oportuit demonstrasse.



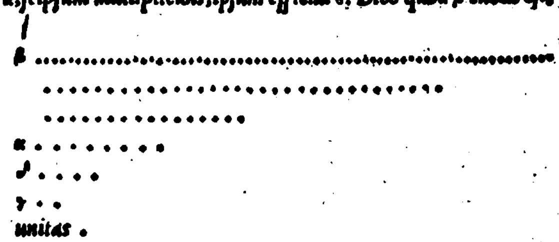
Eucli. ex Camp. Propositio 3

3 SI numerus cubus in seipsum ducatur, qui inde producetur erit cubus. CAMPANVS. Sit a cubus, ex quo in se ducto fiat b, dico b esse cubum: sit enim c latus cubicũ a, ex c uero in se, fiat d, patet itaq; q ex c in d, fit a: sunt igitur unitas, c, d, a, continue proportionales, quod ex 18 septimi, & præsentibus hypothesibus manifestũ est, & quia a est a ad b, sicut unitas ad a. eo quod quoties unitas est in a toties a in b, erunt inter a & b, duo numeri medij secundum proportionalitatẽ continuam per 8 octaui, cum igitur ex hypothesi sit a cubus, erit per 21 eiusdem, b quoq; cubus, quod oportebat demonstrare.

Eucli. ex Zamb. Theorema 3 Propositio 3

3 Si cubus numerus seipsum multiplicãs aliquẽ fecerit, factus cubus erit.

THEON ex Zamb. Cubus enim numerus α, seipsum multiplicans, ipsum efficiat β. Dico quod β cubus est. accipiatur enim ipsius α, latus γ. & γ seipsum multiplicans, ipsum efficiat δ, manifestũ iam est, quod γ ipsum δ multiplicãs, ipsum effecit α: & quoniã γ seipsum multiplicãs, ipsum δ fecit, igitur γ ipsum δ metitur per eas quæ in ipso sunt unitates. Sed & unitas ipsum γ metitur, per eas quæ in ipso sunt unitates. Est igitur sicut unitas ad γ, sic γ ad δ. Rursus quoniam γ ipsum δ multiplicãs, ipsum effecit α, igitur ipse δ ipsum α metitur per eas quæ in ipso γ sunt unitates. At unitas ipsum γ metitur per eas quæ in ipso sunt unitates. Est igitur sicut unitas ad γ, sic δ ad α. Sed sicut unitas ad γ, sic γ ad δ, & (per 11 quinti) igitur sicut unitas ad γ, sic γ ad δ & δ ad α. Ipsius igitur unitatis & α bini medij sunt continue proportionales numeri γ,δ. Rursus quoniam α seipsum multiplicans, ipsum β fecit, igitur α ipsum β metitur per eas quæ in seipso sunt unitates. Metitur autem & unitas ipsum α per eas quæ in ipso sunt unitates. Est igitur sicut unitas ad α, sic α ad β. Ipsius autẽ α & unitatis, bini medij sunt proportionales numeri, & ipsorũ igitur α β, bini medij proportionales sunt numeri (per 8 octaui.) Si autem binorũ numerorũ bini medij proportionales fuerint numeri, primus autem cubus fuerit, & quartus cubus erit (per 21 octaui:) est autẽ α cubus, & β igitur cubus est, quod ostendere oportuit.



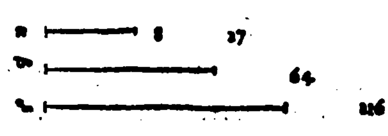
Eucli. ex Camp. Propositio 4

4 SI cubus in alium cubũ ducatur, qui inde producetur erit cubus. CAMPANVS. Sint a & b cubi, fiatq; c ex a in b: dico c esse cubum, fiat enim d ex a in se, eritq; per præmissam d cubus, & quia per 18 septimi, est a ad b, sicut d ad c, constat ex 23 octaui, c esse cubum, quod est propositum.

Eucli. ex Zamb. Theorema 4 Propositio 4

4 Si cubus numerus cubum numerum multiplicans, aliquem fecerit, factus cubus erit.

THEON ex Zamb. Cubus enim numerus α, cubus numerũ β multiplicans, efficiat γ. Dico quod γ cubus est. Ipse namq; α seipsum multiplicans, ipsum efficiat δ. Igitur δ cubus est (per præcedentem.) Et quoniam α seipsum multiplicãs, ipsum δ fecit, ipsum autem β multiplicans, ipsum, fecit, est igitur (per 17 septimi) sicut α ad β, sic δ ad γ. Et quoniam ipsi α cubi sunt, similes solidi sunt ipsi α,β. Ipsorum igitur α,β, (per 19 octaui) bini medij sunt proportionales numeri. Quare & (per 8 eiusdem ipsorum) δ,γ, bini medij proportionales sunt numeri, est autem δ cubus, cubus igitur est & γ, quod demonstrare oportebat.



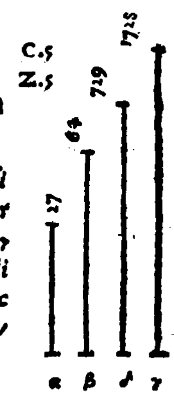
Eucli. ex Camp. *Propositio 5*

5 SI numerus cubus in numerũ alium ducatur, fueritq́ productus cubus, in quem ductus est, numerũ cubum esse necesse est.

CORRELARIVM.

Vnde & manifestum est, quia ex ductu cubi in non cubum, producitur non cubus. Ductoq́ cubo in numerum aliquem, si fuerit qui inde producitur non cubus, in quem ille ductus fuerit, necesse est esse non cubum.

CAMPANVS. Sit enim ex a cubo in b numerũ, productus c cubus, dico b esse cubum: fiat enim d ex a in se, qui per antepræmissam erit cubus, quia igitur est per 18 sept. a ad b sicut d ad c, estq́ a cubus, sed & d & c cubi, erit per 23 octaui, b cubus, quod est propositũ. Prima pars correlarij, patet ex hac quinta, à destructione consequentis, secunda, per præmissam, similiter à destructione consequentis.



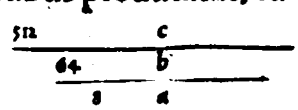
Eucli. ex Zamb. *Theorema 5* *Propositio 5*

5 Si cubus numerus numerũ aliquem multiplicans, cubum fecerit, & multiplicatus cubus erit.

THEON *ex Zamb. Cubus enim numerus α numerũ aliquem ϐ multiplicans, cubum efficiat γ. Dico quod ϐ cubus est. Ipse enim α seipsum multiplicãs, ipsum δ efficiat. Cubus igitur est (per 3 noni) & ipse δ, & quoniã α seipsum multiplicãs ipsum δ fecit, ipsum autem ϐ multiplicãs ipsum γ fecit, est igitur (per 17 septimi) sicut α ad ϐ, sic δ ad γ, & quoniam ipsi δ, γ, cubi sunt, similes solidi sunt. Ipsorũ igitur δ, γ, (per 19 octaui) bini medij sunt proportionales numeri. Estq́; sicut δ ad γ, sic est α ad ϐ: & ipsorũ igitur α, ϐ, (per 8 eiusdem) bini medij sunt proportionales numeri, estq́; α cubus: cubus igitur & ϐ, quod oportuit demonstrasse.*

Eucli. ex Camp. *Propositio 6*

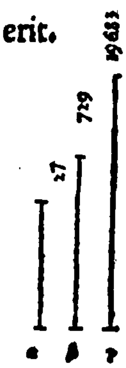
6 SI ex ductu cuiusdã numeri in seipsum cubus producatur, eum esse cubum necessario cõprobatur.



CAMPANVS. Sit ut ex a in se fiat b, sitq́ b cubus: dico ergo a esse cubũ. Fiat enim c ex a in b, eritq́ ex diffinitione, c cubus: & quoniã constat ex 18 septi. q sit a ad b, sicut b ad c, cum sint b & c cubi, sequitur ex 23 octaui, a esse cubum, quod est propositũ.

Eucli. ex Zamb. *Theorema 6* *Propositio 6*

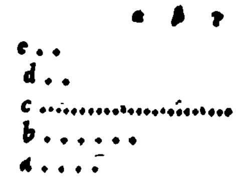
6 Si numerus seipsum multiplicans, cubum fecerit, & ipse cubus erit.



THEON *ex Zamb. Numerus enim α seipsum multiplicans, cubum efficiat ϐ. Dico quod α cubus est. Ipse enim α ipsum ϐ multiplicãs, ipsum efficiat γ. Quoniã igitur α seipsum quidẽ multiplicans ipsum ϐ fecit, ipsum autem ϐ multiplicãs ipsum γ fecit, igitur γ (per 4 noni) cubus est. Et quoniã α seipsum multiplicãs ipsum β fecit, ipsum autem ϐ multiplicãs ipsum effecit γ, sicut igitur (per 27 sept.) α ad ϐ, sic ϐ ad γ. Et quoniã ipsi ϐ, γ, cubi sunt, similes solidi sunt, ipsorũ igitur ϐ, γ. (per 19 octaui) bini sunt medij proportionales numeri, estq́; sicut ϐ ad γ, sic α ad ϐ, & ipsorũ igitur α ϐ bini medij sunt proportionales numeri (per eandem:) est autem ϐ cubus, cubus igitur est & α, quod ostendere oportuit.*

Eucli. ex Camp. *Propositio 7*

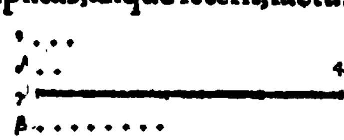
7 SI numerus compositus in numerũ quemlibet ducatur, qui inde producetur erit solidus.



CAMPANVS. Sit a numerus cõpositus, qui ducatur in b, & proueniat c. dico c esse numerum solidum. Cum enim a sit cõpositus, numeratur ab aliquo numero, qui sit d, numeretq́ eum secũdum e. Quia igitur ex e in d fit a, & ex a in b, c, erit ex diffinitione solidorũ c solidus, eiusq́ latera e, d, b, quod est propositũ.

Eucli. ex Zamb. *Theorema 7* *Propositio 7*

7 Si cõpositus numerus numerũ aliquem multiplicãs, aliquẽ fecerit, factus solidus erit.



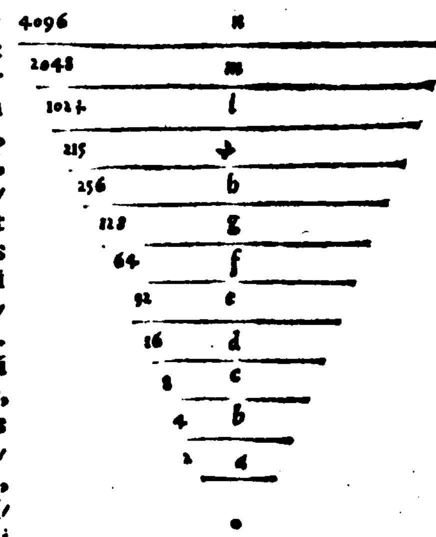
THEON *ex Zamb. Compositus enim numerus α numerũ aliquem ϐ multiplicans, ipsum γ efficiat. Dico quod γ solidus est. Quoniam enim α compositus est, eum aliquis numerus metietur (per diffinitionẽ) metiatur eum δ, & quoties δ ipsum α metitur, tot unitates sint in ε. Igitur ε ipsum δ multiplicans, ipsum effecit α. Et quoniam α*

E 3 ipsum

ipsum β multiplicans, ipsum γ fecit, & α est ex δ, ε, qui igitur ex δ, ε, ipsum β multiplicans, ipsum effecit γ: & β igitur eum qui ex δ, γ, multiplicans, ipsum γ fecit. Igitur γ solidus est, latera autem ipsius, sunt ipsi δ, ε, β, quod ostendere oportuit.

Eucli. ex Camp. Propositio 8

8 SI fuerint numeri ab unitate continue proportionales, tertius ab unitate erit quadratus, ac deinceps uno semper intermisso. Quartus uero ab unitate, cubus, ac deinceps duobus semper intermissis. Itemq; semptimus ab unitate, est quadratus cubicus, ac deinceps quinque semper intermissis quadratus cubicus continuo sequitur.



CAMPANVS. Sint continue proportionales, unitas, a, b, c, d, e, f, g, h, k, l, m, n. Dico b esse quadratũ, & d, omisso, c, & sic alios uno semper obmisso, unde simpliciter omnes existentes in locis imparibus, sunt quadrati, ut sunt tertius, quintus & septimus. Dico item c esse cubũ, & f, duobus obmissis, & sic in cæteris. Omnisq; simpliciter est cubus, cuius ab unitate locus addit super ternariũ, uel quemlibet multiplicẽ ipsius ternarij unitatẽ, ut sunt quartus, septimus, decimus, tertiusdecimus & sextusdecimus: in hoc enim cõueniunt omnes qui duos transmittunt. Itemq; dico f ab unitate septimũ, esse quadratũ cubicũ, & similiter n, quinq; numeris intermissis, idemq; in cæteris. Simpliciter autem dico, cuius locus ac unitate addit super senarium. uel quẽlibet multiplicẽ ipsius unitatẽ. ut sunt septimus, tertiusdecimus, decimusnonus, & uicesimusquintus, illum esse quadratũ cubicum, quadratũ quidem, quoniam eius locus impar, cubum autem quoniam super multiplicẽ ternarij addit unitatem, quippe senarij multiplices, cũctos ternarij necesse est esse multiplices. Quæ autẽ proposita sunt, sic constat. Est enim ex hypothesi a in b, quoties unitas in a, itaq; b, ex diffinitione quadratus. Quia igitur b, c, d, sunt continue proportionales, cũ b sit quadratus, patet ex 17 uel 10 octaui, d esse quadratũ. Eadem ratione & f, quia d, e, f, sunt continue proportionales, & d est quadratus. Idem in cæteris uno intermisso. Constat itaq; primum. Secundum sic. Cum sit b in c quoties a in b ex hypothesi, sequitur a diffinitione ut ex a in b suum quadratum fiat c, igitur ex diffinitione cubi, c est cubus. At quia c, d, e, f, sunt cõtinue proportionales, sed & f, g, h, k, est autẽ c cubus, necesse est per 19 uel 11 octaui, ut f quoq; sit cubus, ideoq; & k. Idemq; in cæteris, duobus transmissis. Quare liquet secũdum. Quoniam autem in f septimo, & in n tertiodecimo, cæterisq; quinq; medios obmittentibus, simpliciter uero & in omnibus quorum locus super quemlibet multiplicẽ senarij addit unitatem, terminantur quadratorũ & cuborum computationes, in his quidem unius, in illis autem duorũ obmissione, sequitur ipsos esse quadratos ex huius prima parte, & cubicos ex secunda, quare quadrati cubici. Constat ergo totum quod dicitur.

Eucli. ex Zamb. Theorema 8 Propositio 8

8 Si ab unitate quotcunq; numeri ordine proportionales fuerint, tertius ab unitate quadratus est, & unum relinquentes omnes, quartus autem cubus, & binos relinquentes omnes, septimus uero cubus simul & quadratus, & quinque relinquentes omnes.

Uel continue THEON ex Zamberto. *Sint ab unitate quilibet * ordinatim proportionales numeri, α, β, γ, δ, ε, ζ. Dico quod tertius quidem ab unitate, scilicet, β, est quadratus, & unum relinquentes omnes, quartus autem γ est cubus, & binos relinquentes omnes, septimus uero, cubus & simul quadratus, & quinq; relinquẽtes omnes. Quoniam enim est sicut unitas ad α, sic α ad β, æque igitur metitur unitas ipsum α numerum, & α ipsum β, at unitas ipsum α metitur*

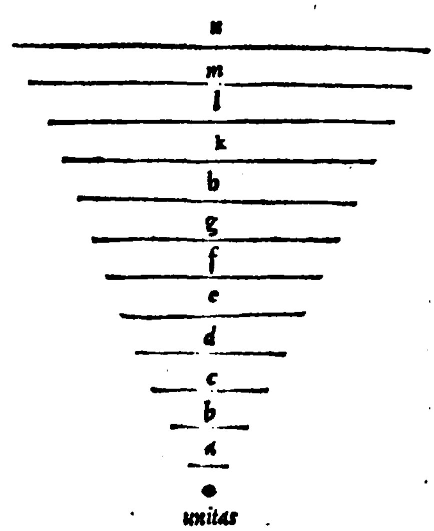
per eas

per eas quæ in α sunt unitates, igitur & α ipsum β metitur per eas quæ in ipso α sunt unitates: & quoniam α ipsum β metitur per eas quæ in ipso α sunt unitates, igitur α seipsum multiplicans, ipsum effecit β, quadratus igitur est β. Et quoniam ipsi β, γ, δ, ordinatim sunt proportionales, & β quadratus est, igitur (per 22 octaui) & δ quadratus est, & iam id propterea & ζ quadratus est. Similiter iam demonstrabimus quod & unum relinquentes, quadrati sunt omnes. Dico iam quod & quartus ab untiate, hoc est γ, cubus est, & binos relinquentes omnes. Quoniam enim est sicut unitas ad α numerum sic β ad γ, æque igitur unitas ipsum α numerum, & β ipsum γ metitur, at unitas ipsum α metitur per eas quæ in α sunt unitates, igitur & β ipsum γ metitur per eas quæ in ipso α sunt unitates, & α igitur ipsum β multiplicans, ipsum effecit γ. Quoniam igitur α seipsum quidem multiplicans, ipsum effecit β, ipsum autem β multiplicans ipsum γ fecit, cubus igitur est ipse γ. Et quoniam ipsi γ, δ, ε, ζ, ordinatim sunt proportionales, ipse autē γ cubus est, & ζ igitur (per 22 octaui) cubus est. Demonstratū autem est, quod ζ septimus ab unitate existens, quadratus est. Igitur ζ cubus est & quadratus. Similiter iam ostendemus quod & quinque relinquentes cubi sunt omnes & quadrati, quod oportuit demonstrasse.

Eucli. ex Camp. Propositio 9

9 SI numeris quotlibet ab unitate continua proportionalitate dispositis, unitatem sequens quadrarus fuerit, cæteri quoque omnes erunt quadrati. Si uero qui unitatē sequitur fuerit cubus, cæteri quoque omnes erunt cubi.

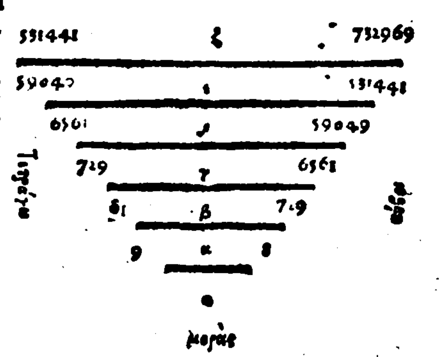
CAMPANVS. Sint qui prius continue proportionales ab unitate, sitque a quadratus, dico omnes esse quadratos. Aut sit idem cubus, tunc quoque dico omnes esse cubos, b enim constat esse quadratum per præmissam, quia ergo a ad b, sicut b ad c, ex 22 octaui, sequitur c esse quadratum, idem quoque ex eiusdem 17 uel 20 potes arguere. De sequētibus autem idem eodemque modo probabis, quare patet primum. Secūdum autem sic. Cum b fiat ex a in se, si fuerit a cubus, erit per tertiam ipse quoque cubus, c uero constat esse cubum per præmissam, itaque per 23 octaui, d omnesque sequentes cubicos esse probabis, est enim a ad b, sicut c ad d. Idem quoque arguere potes ex 19 uel 21 eiusdem, sunt enim a, b, c, d, sed & b, c, d, e, singulique quatuor continue sumpti, continue proportionales.

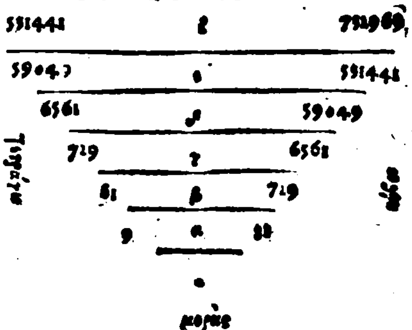


Eucli. ex Zamb. Theorema 9 Propositio 9

9 Si ab unitate quotcunque numeri *consequenter proportionales fuerint, qui uero post unitatem quadratus fuerit, & reliqui omnes quadrati erurt. Et si qui post unitatem cubus fuerit, & reliqui omnes cubi erunt. *ἑξῆς

THEON ex Zamberto. *Sint ab unitate consequenter proportionales, quotcunque numeri α, β, γ, δ, ε, ζ, qui uero post unitatem, α sit quadratus. Dico quod & reliqui omnes quadrati erunt. Quod quidem tertius ab unitate, β sit quadratus & unum relinquentes omnes, patet (ex præcedenti). Dico quod & reliqui omnes quadrati sunt. Nam quoniam ipsi α, β, γ, ordinati sunt proportionales, & α est quadratus, igitur (per 22 octaui) & γ est quadratus. Rursus quoniam ipsi β, γ, δ, ordine sunt proportionales, & β est quadratus, & δ igitur (per 22 octaui) est quadratus. Similiter iam ostendemus quod & reliqui omnes quadrati sunt. Sed iam esto α cubus. Dico quod reliqui omnes cubi sunt. Quod quidem quartus ab unitate, hoc est γ cubus est,*





bus est, & binos relinquẽtes omnes, (ex praecedenti) patet. Dico iam quod & reliqui omnes cubi sunt. Quoniam enim est sicut unitas ad α, sic α ad ε, aeque igitur unitas ipsum α numerum metitur, & α ipsum ε metitur. Vnitas autem ipsum α metitur per eas quae in ipso sunt unitates: & α igitur ipsum ε metitur per eas quae in ipso sunt unitates. Igitur α seipsum multiplicãs, ipsum β fecit. Est autem & α cubus. Si autẽ cubus numerus seipsum multiplicans fecerit aliquẽ, factus cubus est (per 5 noni,) & β igitur cubus est. Et quoniã quatuor numeri ordine proportionales sunt ipsi α, β, γ, δ, & α cubus est, & δ igitur (per 25 octaui) cubus est. Iam id propterea & ε cubus est, & similiter reliqui omnes sunt. Quod oportuit demonstrasse.

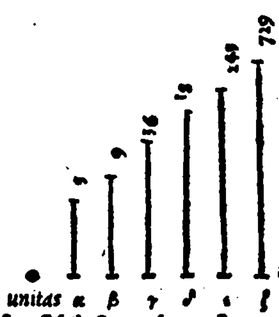
Eucli. ex Camp. Propositio 10

10 SI numeris quotlibet ab unitate continua proportionalitate dispositis, unitatẽ sequens non quadratus fuerit, non erit aliorũ quisq; quadratus, exceptis ab unitate tertio & ijs qui deinceps uno semper intermisso reperiũtur tetragoni. Si uero secundus ab unitate non fuerit cubus, nullus caeterorũ erit cubus, exceptis ab unitate quarto & deinceps ijs qui duorũ semper intermissione formantur cubicis.

CAMPANVS. Haec ex opposito subiecti praemissae, infert partẽ oppositi passionis. Dico autem partem, quoniam ex 8 constat omnes in locis imparibus constitutos esse quadratos, omnesq; quorũ locus super ternarium uel quemlibet ipsius multiplicem addit unitatẽ, esse cubos. Sint itaq; qui prius ab unitate continue proportionales, non sit autem a quadratus, sed nec cubus, dico nullum ex omnibus esse quadratũ aut cubicum, nisi quos octaua proponit. Si enim quis alius ponatur quadratus, sequitur per 22 octaui, a esse quadratũ. Quod si cubus, sequitur per 23 eiusdem, a esse cubum, quorum utrunq; contrarium est hypothesi. Constat ergo propositum.

Eucli. ex Zamb. Theorema 10 Propositio 10

10 Si ab unitate quotcunq; numeri ordinatim proportionales fuerint, qui uero post unitatem non fuerit quadratus, neq; alius ullus quadratus erit, exceptis tertio ab unitate & unum relinquentibus omnibus, & si qui post unitatem, cubus non fuerit, neq; alius ullus cubus erit exceptis quarto ab unitate & binos relinquentibus omnibus.

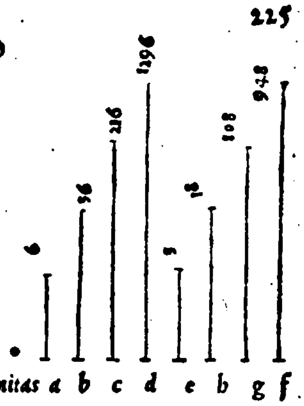


THEON *ex Zamber. Sint ab unitate ordinatim proportionales quilibet numeri α, β, γ, δ, ε, ζ, qui uero post unitatem α non sit quadratus. Dico quod neq; alius ullus quadratus erit exceptis tertio ab unitate & unum relinquentibus omnibus. Si enim possibile, esto γ quadratus, est autem & ε quadratus, ipsi igitur ε, γ, adinuicem rationem habent quam quadratus numerus ad quadratũ numerum. Estq; sicut β ad γ, sic α ad β, ipsi igitur α, β, adinuicẽ rationem habent, quam quadratus numerus ad quadratũ numerũ. quare (per 26 octaui) ipsi α, ε, similes plani sunt, & quadratus est ε, igitur α est quadratus, quod non suppositũ est. Igitur γ non est quadratus, neq; ullus alius eadem ratione, exceptis ab unitate tertio & unum relinquentibus omnibus. Sed iam α non sit cubus. Dico quod neq; alius ullus cubus, erit exceptis ab unitate quarto & binos relinquentibus omnibus. Si enim est possibile sit, δ cubus. Est autem & γ cubus (per 8 noni) quartus enim ab unitate. Estq; sicut γ ad δ, sic β ad γ, igitur β ad γ rationẽ habet quam cubus numerus ad cubum numerũ, quare (per 27 octaui) ipsi β, γ, similes solidi sunt, & cubus est γ, igitur β cubus est. Estq; sicut unitas ad α, sic α ad β. At unitas metitur ipsum α per eas quae in ipso sunt unitates, igitur & α ipsum β metitur per eas quae in ipso sunt unitates. Igitur α seipsum multiplicãs, ipsum ε cubum effecit. Si uero numerus seipsum multiplicans, cubum fecerit, & ipse cubus erit (per 6 noni). Cubus igitur est & α, quod suppositũ non est. Igitur δ cubus non est. Similiter iam ostendemus quod neq; alius ullus cubus est, praeter quartũ ab unitate & binos relinquẽtes omnes, quod ostendendũ fuerat.*

Eucli. ex Camp. Propositio 11

11 SI numeris quotlibet ab unitate continua proportionalitate dispositis aliquis numerus primus ultimum numeret, eum quoq; qui unitatem sequitur numerare necesse est.

CAMPANVS



CAMPANVS. Sint usq; ad d continue proportionales ab unitate: sitq; e numerus primus, de quo ponatur, ipsum numerare d: dico quod idem numerabit a. Nam si non, erit ad ipsum primus per 31 septimi, & quia ex a in se fit b, sequitur ex 25 eiusdem, ut ipse quoq; sit primus ad b, sed & ad c & ad d, sequitur ipsum esse primum per 25 eiusdem, eo quod ex a in b fit c, & ex eodem in c, d, non ergo numerat d, cum sit primus ad ipsum, quare accidit contrariū hypothesi. Idem aliter.

Cum sit e primus, si non numerat a, primus erit ad ipsum per 31 septimi, itaq; per 32 eiusdem, erunt minimi in sua proportione: quia autē e ex hypothesi numerat d, sit ut secundum f, constat uero quod ex a in c, fiat d, ergo per secūdam partem 20 septimi, erit a ad e, sicut f ad c, quare per 21 eiusdē, e numerabit c, & sit ut secundū g, & quia ex a in b fit c, sequitur quoq; per easdem & eodem modo ut e numeret b: esto ergo quod secundū h, & quoniā rursus ex a in se fit b, necesse est iterum per easdem ut e numeret a, sed positū erat non numerare, ergo accidit impossibile.

Eucli. ex Camp. Propositio 11

11 IN numeris ab unitate continue proportionalibus, minor maiorem numerat, secundū aliquē in illa proportionalitate dispositū.

CAMPANVS. Sint ab unitate usq; ad f continue proportionales. dico nullum ipsorū numerare f, nisi secūdum aliquem aliorū. Constat enim quod e numerat ipsum f secundum a, est enim e ad f, ut unitas ad a. Sed & d numerat eundem f secundū b, est nanq; per æquam proportionalitatem d ad f, ut unitas ad b. De c quoq; patet eodem modo quod secūdum seipsum numeret eum. Econuerso quoq; a numerat eum secundum e, eo quod sicut unitas ad e, ita a ad f, b uero secūdum d, est enim ut unitas ad d, ita b ad f. uerū igitur est quod proponitur. Quippe quotus quisq; qui proponitur ultimum numerare, fuerit sub ultimo secūdum totum supra unitatem, numerare ipsum conuincitur per æquam proportionalitatem & diffinitionem.

f ....
e ....
d ....
c ....
b ....
a ..
unitas .

Sequentes duæ ex Zamberto Euclidis propositiones, duabus præcedentibus ex Campano ordine præpostero respondent.

Eucli. ex Zamb. Theorema 2 Propositio 11

11 Si ab unitate quotcunq; numeri cōtinue proportionales fuerint, minor maiorem metitur per aliquem præexistentē in proportionalibus numeris.

THEON ex Zamb. *Sint ab unitate α, quotcunq; numeri continue proportionales β, γ, δ, ε. Dico quod ipsorum β, γ, δ, ε, minor β, ipsum ε maiorem metitur per aliquem ipsorū γ, δ. Quoniam enim est sicut α unitas ad β, sic δ ad ε, æque igitur α unitas ipsum β numerū metitur, & δ ipsum ε: uicißim igitur (per 15 septimi) æque α unitas ipsum δ metitur, & β ipsum ε. At α unitas ipsum δ metitur, per eas quæ in ipso sunt unitates: & β igitur ipsum ε metitur per eas quæ in ipso δ sunt unitates. Quare minor β ipsum ε maiorem metitur per aliquem numerum præexistentem in proportionalibus numeris, quod ostendere oportuit.*

ε ....
δ ....
γ ....
β ..
α .

Eucli. ex Zamb. Theorema 12 Propositio 12

12 Si ab unitate quotlibet numeri cōtinue proportionales fuerint, quot primorū numerorū ultimū metientꝰ, tot & eum qui apud unitatē est metiētur.

THEON ex Zamb. *Sint ab unitate quotlibet continue proportionales numeri α, β, γ, δ. Dico quod quot primorū numerorū ipsum δ metiuntur, tot quoq; & ipsum α metientur: metiatur enim ipsum δ numerus aliquis primus ε. Dico quod ε ipsum α metitur, non enim metiatur ε ipsum α, est autem ε primus, omnis autem numerus ad omnem numerū quem non metitur primus est (per 31 septimi,) ipsi igitur α, ε, primi sunt adinuicē. Et quoniam ε ipsum δ metitur, metiatur ipsum per ζ. Igitur ε ipsum ζ multiplicās, ipsum effecit δ. Rursus quoniam α ipsum δ metitur per eas quæ in ipso δ sunt unitates, igitur α ipsum γ multiplicans, ipsum δ effecit. Sed & ε ipsum ζ multiplicans, ipsum δ effecit.*

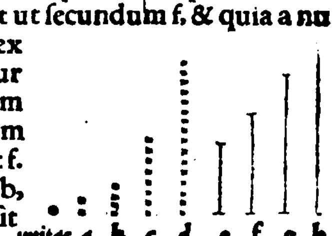
effecit. Igitur qui ex α,γ, ei qui ex ε,ζ, est æqualis. Est igitur sicut α ad ε, sic est ζ ad γ. At ipsi α,ε, primi, primi uero & minimi, minimi autem metiuntur eandem rationem habentes æqualiter (per 21 septimi) antecedens antecedentem sequens sequẽtem: metitur igitur ε ipsum γ, metiatur ipsum per η. Igitur ε ipsum η multiplicans, ipsum effecit γ. Sed ne tollatur & α ipsum ς multiplicans, ipsum effecit γ: qui igitur ex α,ς, ei qui ex ε,η, est æqualis. Est igitur sicut α ad ε, sic η ad γ. Ipsi autem α,ε, primi, primi uero & minimi, minimi autem numeri, (per 21 septimi) metiuntur eandem rationem habentes eis æqualiter, antecedens antecedentem, & sequens sequentem: metitur igitur ε ipsum ς, metiatur ipsum per θ, igitur ε ipsum θ multiplicans, ipsum β effecit. Sed & α seipsum multiplicans, ipsum effecit β, qui igitur ex ε,θ, ei qui ex α est æqualis, est igitur sicut ε ad α, sic α ad θ. At ipsi α,ε, primi, primi autẽ & minimi, minimi uero (per 21 septimi) metiuntur eandem eis rationem habentes æqualiter, antecedens antecedentẽ & sequens sequentẽ. Igitur ε ipsum α metitur, sed & non metitur, quod est impossibile. Ipsi igitur α, ε, non sunt adinuicem primi. Compositi igitur. At cõpositos numeros, aliquis primus numerus metitur. Ipsi igitur α,ε, sub alicuius numeri primi dimensionem cadunt, & quoniam ε primus supponitur. At primus numerus subalterius numeri mensuram non cadit (per diffinitionẽ) quàm sub seipsius, igitur ε ipsos α,ε, metitur, quare ε ipsum α metitur: metitur autem & δ. Igitur ε ipsos α,δ, metitur: similiter iam demõstrabimus quod quot numeri primi ipsum δ metiuntur, tot & ipsum α metiẽtur, quod ostendere oportuit.

Eucli. ex Camp. Propositio 13

13 QVotlibet numeris ab unitate cõtinue proportionalibus, si qui unitatem sequitur fuerit numerus primus, maximum eorum nisi de numeris in illa proportionalitate dispositis, nullus numerabit.

CAMPANVS. Sint ut prius usq; ad d, continue proportionales ab unitate, sitq; a numerus primus. Dico quod nullus numerabit ultimum, nec simpliciter aliquem eorum, nisi aliquis eorum qui antecedit ultimum, uel eum qui ponitur numerari. Sit enim (si possibile est) e diuersus ab eis, qui numeret d, qui si fuerit primus, per 11 numerabit a: non igitur est a primus, quod est contra hypothesin. Si autem ipse fuerit compositus, necesse est per 30 septimi, ut aliquis primus numeret eum, qui nõ erit nisi a. Nam si est alius ab a ut f, cum necesse sit ipsum numerare d, arguetur etiã eundem numerare a per 11, sic quoq; a non erit primus. Est igitur a primus, numerans e. Quoniam autem e numerat d, sit ut secundum g, eritq; per secundã partem 20 septimi, a ad e, sicut g ad c: fit enim d ex a in c. Quare cum a numeret e, & g numerabit c, sitq; ut secundum h, sequiturq; ut a numeret g, sicut sequebatur ut numeraret e, alioqui si g quidẽ est primus, cum numeret c, sequitur per 11 ipsum numerare a. Si autem compositus per eandem sequitur numerũ primum numerantẽ g, numerare a, quod est inconueniens. Itaq; a numerat eum. sequitur ergo per secũdam partem 20 septimi, ut h numeret quoq; b, eo q tam ex g in h constat produci c. numeret h itaq; ipsum, secundum k. Constat autem (ut prius de g) quod a numeret h. Nam si non, non erit a primus, itaq; per secũdam partem 20 septimi, sequitur ut k numeret a: fit enim tam ex a in se quàm ex h in k, b. Manifestum est autem k non esse a, nullus enim numerorũ g,h,k, est aliquis ex a,b,c,d: si enim g esset aliquis ex eis, cũ ipse numeret d secundũ e, esset per præmissam, e quoq; aliquis ex eis, sed non erat, igitur g. Similiter cum h numeret c secundũ g, non erit h aliquis ex a,b,c, nam esset per præmissam & g: ostensum est autẽ q non, nec igitur h. Eadẽ ratione nec k, cum enim ipse numeret b secundũ h, si ipse esset a, cõuinceretur per præmissam, h quoq; esse a. At non erat, nec igitur k erit a. Numerat autẽ ipsum, non est itaq; a primus, quod est impossibile.

ALITER idem. Si e diuersus ab a,b,c,d, numerat d, sit ut secundum f, & quia a numerus primus numerat d productum ex e in f, sequitur ex 33 septimi, q ipse numeret e uel f, numeret ergo e: quia igitur tam ex a in c, quàm est e in f fit d, erit per secundam partem 20 septimi, a ad e sicut f ad c, numerat itaq; f, c, sit ut secũdum g, eritq; per 33 septimi, ut a quoq; numeret f uel g, sitq; ut f. Sequiturq; per secundã partem 20 eiusdem, ut g numeret b, sitq; ut secundũ h. Vt prius igitur, a numerabit g uel h, & sit ut nu-

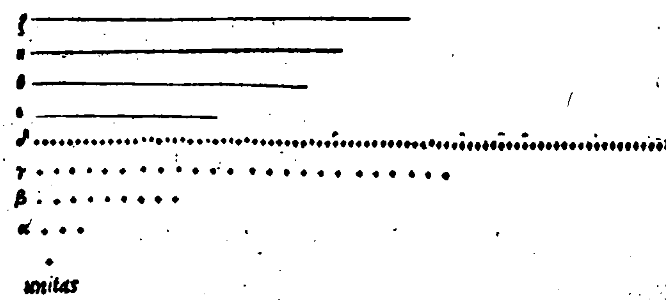


ut numeret g, h ergo per secūdam partem 20 numerabit a. Si itaq; h non est æqualis a, non erit a primus. Quod est contra hypothesin. Si autē æqualis, erit unusquisq; numerorū g, f, c, aliquis ex a, b, c, d, per præmissam quoties oportet assumptā. Non est igitur e diuersus ab eis, quod est etiā contra hypothesin. Itaq; constat uerum esse quod proponitur.

Eucli. ex Zamb. Theorema 13 Propositio 13

13 Si ab unitate quotlibet numeri ordinatim proportionales fuerint, qui uero post unitatem primus fuerit, maximum nullus alius metietur præter præexistentes in proportionalibus numeris.

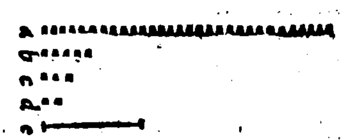
THEON ex Zamberto. *Sint ab unitate quotlibet numeri continue proportionales α, β, γ, δ, qui uero post unitatem, sit primus, hoc est α. Dico quod maximum eorum δ nullus alius metietur, præter ipsos α, β, γ. Si enim possibile, metiatur ipsum ε, & ε nulli ipsorum α, β, γ, δ sit idem, manifestum quod ε primus non est. Si enim ε primus est, & ipsum δ metitur, & ipsum α metietur primum existentem, eidem non idem existens, quod est impossibile. Igitur ε primus non est. Compositus igitur. Omnis autem compositus numerus, sub alicuius primi mensuram cadit. Dico quod eum nullus alius metietur præter α. Si enim aliquis alius primus ipsum ε metitur, & ε ipsum δ metitur, & ipse igitur ipsum δ metietur: quare & ipsum α metietur primum existentem, cum ei non sit idem, quod est impossibile. Igitur α ipsum ε metitur. Et quoniam ε ipsum δ metitur, metiatur ipsum per ζ. Dico quod ζ nulli ipsorum α, β, γ, est idem. Si enim ζ alicui ipsorum α, β, γ, est idem, & metitur ipsum δ per ε, unus igitur ipsorum α, β, γ, metitur ipsum δ per ε, sed unus ipsorum α, β, γ, ipsum δ metitur per aliquem ipsorum α, β, γ, igitur ε uni ipsorum α, β, γ, est idem, quod non supponitur. Igitur ζ uni ipsorum α, β, γ, non est idem. Similiter iam ostendemus quod α ipsum ζ metitur, ostendentes rursus quod ζ non est primus. Si enim est primus, & metitur ipsum δ, & ipsum α metitur primum existentem non existens ei idem, quod est impossibile. Igitur ζ non est primus. Compositus igitur, & perinde eum aliquis primus metietur. Dico quod eum nullus alius primus metietur præter α. Si enim aliquis alius primus ipsum ζ metitur, at ζ ipsum δ metitur, & ille igitur ipsum δ metietur, quare & ipsum α metietur primum existentem, cum ei non sit idem, quod est impossibile. Igitur α ipsum ζ metitur. Et quoniam ε ipsum δ metitur per ζ, ipse igitur ε ipsum ζ multiplicans, ipsum effecit δ. Sed & α ipsum γ multiplicans, ipsum δ fecit: qui igitur ex α, γ, ei qui ex ε, ζ, est æqualis: proportionaliter igitur est sicut α ad ε, sic ζ ad γ. At α ipsum ε metitur, & ζ igitur ipsum γ metitur, metiatur ipsum per η, similiter ostendemus quod ipse η nulli ipsorū α, β, est idem & quod eum metitur ipse α. Et quoniam ζ ipsum γ metitur per η, igitur η ipsum ζ multiplicans ipsum fecit γ, sed & α ipsum β multiplicās, ipsum fecit γ: qui igitur ex α, β, ei qui ex ζ, η, est æqualis: proportionaliter igitur est sicut α ad ζ, sic η ad β: metietur autem α ipsum ζ, metitur igitur & η ipsum β, metiatur ipsum per θ. Similiter iam ostendemus quod ipsi α non est θ idem: & quoniam η ipsum β metitur per eas quæ in θ sunt unitates, igitur η ipsum θ multiplicās ipsum effecit β. Sed & α seipsum multiplicans, ipsum β fecit. Qui ex θ, η, igitur, ei qui ex α quadrato est æqualis. Est igitur sicut θ ad α, sic α ad η, metitur autem α ipsum η, metitur igitur & θ ipsum α primum existentem, non existens ei idem, quod absurdū est. Igitur ipsum δ maximū alter numerus non metietur præter ipsos α, β, γ, quod oportuit ostendere.*



Eucli. ex Camp. Propositio 14

14 SI propositus fuerit numerus, minimus quem numerāt primi assignati, non numerabit eum aliquis numerus primus præter illos assignatos.

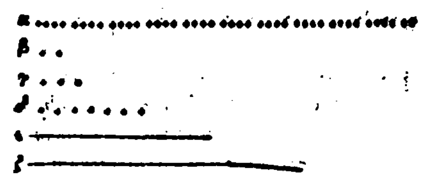
CAMPANVS. Sit a minimus numerus numeratus a numeris primis qui sunt b, c, d. Dico q; alius primus præter eos non numerabit a. Sin autem, sit e primus numerans eum secundum f: quia ergo quilibet numerorū b, c, d, numerat a productum ex e in f, est autem quilibet eorum primus, sequitur ex 33 septimi, ut quilibet eorum numeret e uel f, sed e nullus numerat cum sit primus: quilibet ergo eorum numerat f, cum itaque sit f minor a, utpote qui numerat eum secundum e, non erit a minimus numeratus ab illis, quod est inconueniens.



Eucli. ex Zamb. Theorema 14 Propositio 14

14 **Si minimum numerum primi numeri mensi fuerint, nullus alius primus numerus ipsum metietur præter eos qui in principio metiuntur.**

THEON ex Zamberto. *Minimus enim quem ipsi β, γ, δ, primi metiuntur, sit α. Dico quod ipsum α nullus alius primus numerus metitur, præter β, γ, δ, si enim possibile, metiatur eum primus numerus ε, & nulli ipsorū β, γ, δ, esto idem. Et quoniam ε ipsum α metitur, ipsum metiatur per ζ: ipse igitur ε ipsum ζ multiplicans, ipsum effecit α. Et ipsum α, primi numeri β, γ, δ, metiuntur: si autem bini numeri sese inuicem multiplicantes fecerint aliquem, factum uero ex eis metiatur aliquis primus numerus, & unum eorum qui in principio metietur (per 32 septimi) ipsi igitur β, γ, δ, unum ipsorum ε, ζ, metientur. Ipsum autem ε non metientur, nam ε primus est, & nulli ipsorum β, γ, δ, est idem: ipsum igitur ζ metiuntur minorem existentem ipso α, quod est impossibile. Nam α supponitur minimus quem ipsi β, γ, δ, metiuntur. Ipsum igitur α, numerus primus non metietur præter β, γ, δ, quod oportuit demonstrare.*

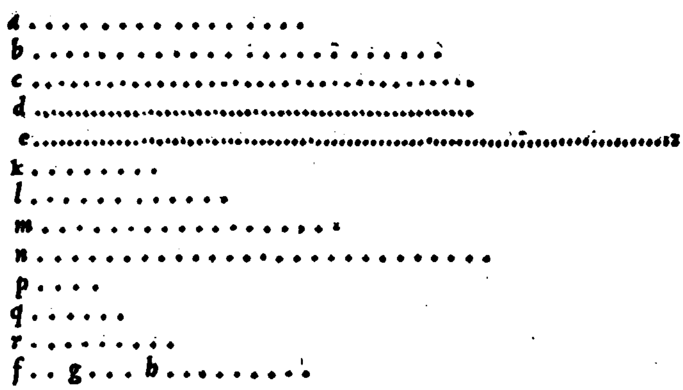


Hæc decimaquinta sequens ex Campano propositio, nullam in Zamberto respondentem habet.

Eucli. ex Camp. Propositio 15

15 **SI quotlibet numeri continue proportionales secundum suam proportionem fuerint minimi, quicunque aliquem illorum numerat, alteri terminorum illius proportionis erit cōmensurabilis.**

CAMPANVS. Sint a, b, c, d, e, cōtinue proportionales & minimi secundum proportionē f ad g qui sint in sua proportione minimi, & ponatur h numerare c. Dico quod h est cōmensurabilis f uel g, sumātur enim in eadē proportione quatuor minimi, qui sunt k, l, m, n, constat autem ex 2 octaui, quod ex f in m fit c, alioqui contingeret esse minus minimo, quod esse non potest. Itaque per correlarium 32 septimi, erit h cōmensurabilis f uel m, quod si f, constat propositum: si autem m, sumantur in eadem proportione tres minimi qui sint p, q, r, eritque ex 2 octaui, ut m fiat ex f in r, ne minus minimo aliquid esse cogamur concedere: quare per prædictum correlarium h est cōmensurabilis f uel r, sed nō erat f, sic enim constabat propositū: cōmensurabilis igitur est r, qui cum ex 2 octaui, fiat ex g in se, sequitur ex dicto correlario, ut h sit cōmensurabilis g, quod est propositum.



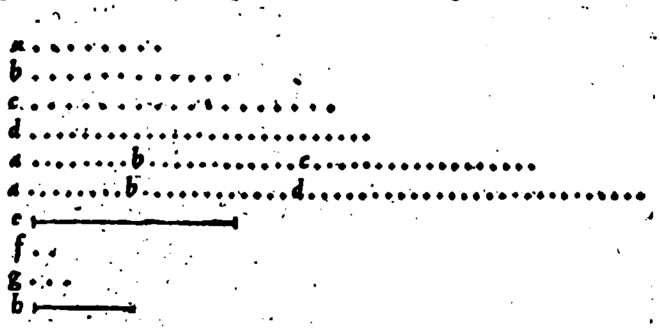
Eucli. ex Camp. Propositio 16

16 **SI fuerint numeri quotlibet continue proportionales in sua proportione minimi, quilibet eorum ad compositum ex reliquis primus esse necessario comprobatur.**

CAMPANVS. Sint a, b, c, continue proportionales & minimi: dico compositum ex a, b, c, primum esse ad d. Si enim non, aliquis numerus qui sit e, compositum ex a, b, c, numerabit & d, per præmissam igitur erit e, cōmunicans alteri terminorum illius proportionis qui sunt f & g, erit itaque numerus aliquis numerans e, & alterū

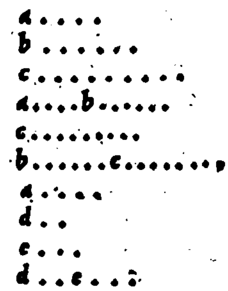
duorum

duorū f,g, qui sit h: quia ergo h numerat e, numerabit d, & compositū ex a,b,c,& quia numerat f uel g, quorum uterque numerat utrunq; mediorum, & simpliciter omnes si plures duobus sint, ex 2 octaui, sequitur ut ipse numeret b & c. ergo & a, quia numerat totum a,b,c; non sunt igitur a & d cōtra se primi, quod est inconueniens per 1 octaui.

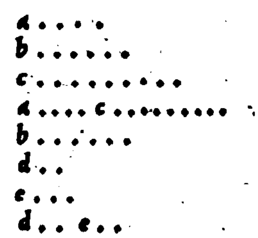


Similiter quoq; constabit, compositū ex a,b,d; primum esse ad c. Si enim ut prius c numerat ambos, sequitur per præmissam, ut aliquis numerus quia etiam sit h, numeret e & alterum duorum f,g, itaq; h numerat c, & totum a,b,d, sed & b, cum utraq; radicum numeret omnes medios: igitur & compositum ex a & d. Et quia necessario numerat alterum duorum a,d, cum numeret alterum duorum f, g, numerabit & reliquum. Non sunt igitur a & d contra se primi, & ita idem ut prius.

CAMPANI annotationes. Demonstrant autem idem aliter de tribus cōtinue proportionalibus & minimis sine adminiculo præmissæ, probant enim ex quibusq; duobus compositū primum esse ad reliquum. Sint itaq; tres continue proportionales & minimi a, b, c, quorum termini d & e: dico tunc compositū ex a & b, primum esse ad c, & compositum ex b & c, ad a, itemq; ex a & c, ad b. Manifestum enim est ex secūdo octaui, quod ex d in se, fit a, & in e, fit b, & ex e in se, c, & ex 24 septimi, q; d & e sunt contra se primi. Itaq; ex prima parte 29 eiusdem, erit totus d e primus ad utrunq; eorum: quia igitur uterq; numerorum d & d e primus est ad e, erit per 25 eiusdem qui ex d in d e producitur (& ipse est compositus ex a & b) primus ad e: sequitur ergo per 26 eiusdem ut etiam cōpositus ex a & b sit primus ad c, fit enim c ex e in se, simili quoq; demōstratione probabis compositū ex b & c primum esse ad a.

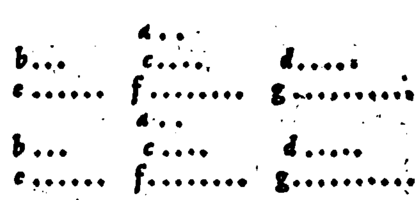


At uero compositum ex a & c, primum esse ad b, sic habeto. Cum sit enim uterq; duorum d & e primus ad totū d e, erit per 25 septimi, qui ex d in e producitur (& ipse est b) primus ad d e, itaq; per 26 eiusdem qui ex d e in se prouenit (& ipse est qui componitur ex a & c & duplo b) primus erit ad b: sequitur ergo compositū ex a & c primum esse ad b, necesse enim est ut ex duobus compositus cum primus fuerit ad unum eorum ex quibus componitur, sit primus ad reliquū: demonstratum autem est hoc supra 29 septimi. Oportet autem stabilire ad robur istius demonstrationis compositū ex a & b produci ex d in compositum ex d & e, supposito quod ex d in se fit a & ex eodem in e, b, itemq; quod ex d e in se producatur compositum ex a & c & duplo b, supposito eo quod prius, & quod ex e in se fit c. Huius itaq; gratia proponimus hæc demonstranda.



1 **Quod fit ex ductu unius numeri in quodlibet, tantum est quantū quod ex ductu eiusdem in compositum ex illis.**

Idem proponit prima secūdi de lineis. Sit enim ut ex a in b & in c & in d, proueniant e & f & g. Dico quod ex a in compositum ex b & c & d, prouenit compositū ex e & f & g. Sequitur enim ex conuersione diffinitionis eius quod multiplicatur, ut tota pars sit b, e, tota c, f, sed & d tota g, quota est unitas a, per 5 itaque septimi, tota quoq; pars erit compositus ex b & c & d, cōpositi ex e & f & g, quota est unitas a, ergo per diffinitionē ex a in compositum ex b & c & d, fit compositus ex e & f & g, quod est propositum.



2 **Quod fit ex ductu quotlibet numerorum in unum, æquum est ei quod**

u fit ex

fit ex composito eorum in eundem.

b... c.... d.....
a..
e...... f........ g..........
b... c.... d.....
a..
e...... f........ g..........

Hoc est conuersum eius quod modo demonstratum est. Vt si ex b & c & d in a, fiant e & f & g. fiet quoque compositus ex his ex illorum composito in eundem, quod ex 17 septimi, & præmonstrato facile concluditur.

3 Quod fit ex ductu quotlibet numerorũ in quotlibet alios, æquum est ei quod fit ex composito horum in compositum illorum.

a.. b... c....
d.... e...... f........
a..b...c....
d....e......f........

Vt si a,b,c, multiplicent d,e,f, quilibet quemlibet, iunganturque producta, dico aggregatum ex productis esse æquale producto ex composito ex a & b & c, in compositum ex d & e & f. Est enim per præmissam quod fit ex composito ex a, b, c, in d, quantum quod ex singulis in illum d, sic & in e & in f: ex composito autem horum a, b, c, in quemlibet illorum d, e, f, per ante præmissam fit quantum ex composito in compositum, itaque constat propositum.

4 Numero in quotlibet partes diuiso, tantũ est quod fit ex toto eo in se, quantum quod ex eo in omnes suas partes.

b...c...d....
e..........

Idem proponit secunda secundi de lineis. Vt si a diuidatur in b, & c & d, dico quod tantum fit ex a in se, quantum in omnes illos b, c, d: posito enim e æquali a, constat ex prima harum incidentiũ tantum fieri ex e in a, quantum in omnes partes a, sed per conceptionem ex e in a fit quantum ex a in se, & ex e in partes a, quantum ex a in easdem. Manifestum ergo est, uerum esse quod dicitur.

5 Numero in duo diuiso, quod fit ex toto in alterum diuidentiũ, tantum est quantum quod ex eodem in se & in alterum.

a
b.......c...
d...

Idem proponit tertia secundi de lineis. Sit enim a diuisus in b & c, dico tantum fieri ex a in c, quantum ex c in se & in b. Nam quod ex a in c, est quantum quod ex c in a, per 17 septimi. Sumpto itaque d æquali c, erit a in c, quantum d in a. At per primam harum, d in a, est quantũ in b & c. Quia ergo d in a & in b & in c, est quantum c in a & in b & in se propter æqualitatem c & d, constat propositum.

6 Numero in duo diuiso, quod ex ductu totius in se, est quantum quod ex ductu utriusque diuidentium in se & alterius eorum bis in alterum.

a
b.......c...

Idem proponit quarta secundi de lineis. Vt si a diuidatur in b & c, dico tantum fieri ex a in se, quantum ex b in se & c in se, & ex b bis in c. Est enim per 4 harum, quod ex a in se, quantũ quod ex eo in b & in c: ex eo autẽ in b, per præmissam est quantũ ex b in se & in c, at ex a in c, per eandẽ est quantum ex c in se & in b. Et quia ex c in b tantum est, quantum ex b in c per 17 septimi, liquet uerum esse quod proponitur.

7 Numero per duo æqualia duoque inæqualia diuiso, quod fit ex maiori inæqualium in minorem cum quadrato intermedij æquum est quadrato medietatis totius.

a.......c....d...b

Idem proponit de lineis 5 secundi. Vt si a b diuidatur in duos numeros æquales, qui sint a c & c b, itemque in duos inæquales, quorum sit maior a d, & minor d b, dico quod illud quod fit ex toto a d in d b cum quadrato c d, æquale est quadrato c b. Per præmissam enim, quadratum c b est æquale quadrato c d & quadrato d b & ei quod fit ex b d in c d bis. Sed ex b d in se & in c d tantum fit, quantum in c b per primam harum, & ideo quantum in a c. Itaque ex b d in se & in c d bis, quantum ex ipso b d in a d: per eandem igitur, quadratum c b superat id quod fit ex b d in a d in quadrato c d, constat ergo propositum.

Cum

8 Cum fuerit numerus in duo æqualia diuisus, eicꝫ alius numerus adiunctus, quod fit ex ductu totius compositi in adiunctum cum quadrato medietatis, æquum est quadrato compositi ex dimidio & adiuncto.

Idem proponit 6 secundi de lineis. Sit enim a b diuisus in duos æquales numeros, qui sint a c & c b, addaturcꝫ ei numerus b d: dico illud quod fit ex toto a d in d b, cũ quadrato b c, esse æquale quadrato c d. Est enim ex 6 harum, quadratum c d æquale quadrato d b & quadrato b c, & ei quod fit ex d b in b c bis. Sed per primam harum, ex b d in se & in b c bis, est quantum ex b d in d a, sunt enim a c & c b, æquales. Itacꝫ quadratum c d superat id quod fit ex b d in d a, in quadrato c b, quod est propositum.

a . . . . c . . . . b . . . . . d

9 Cum numerus in duo diuiditur, quod fit ex toto in se cum eo quod ex altero diuidentium in se, est æquum ei quod ex toto in eundem bis cum eo quod ex altero in se.

Idem proponit 7 secundi de lineis. Sit enim numerus a diuisus in b & d: dico quadratum a cum quadrato d, tantum esse quantũ quod fit ex a in d bis cum quadrato b. Constat quidem ex 6 harum quod quadratum a tantum est, quantum quadratum d & quadratum b & quod fit ex d in b bis. Itacꝫ quadratum a cum quadrato d, tantum est quantum quod ex d bis in se & bis in b cum quadrato b. Sed ex d bis in se & bis in b, fit quantum ex d bis in a, per primam harum: ergo quod fit ex d bis in a cum quadrato b, est quantum quadratum a cum quadrato d, quare patet propositum.

a
b . . . . . . d . . . .

10 Cum fuerit numerus in duo diuisus, eicꝫ additus æqualis uni diuidentium, quadratum totius compositi æquum est quadruplo eius quod fit ex priori in additum cum quadrato alterius.

Idem proponit 8 secundi de lineis. Sit numerus a b diuisus in a c & c b, cui addatur b d, qui ponatur æqualis c b. Dico quadratum a d tantum esse, quantũ est id quod fit ex a b in b d quater cum quadrato a c. Est namcꝫ ex 6 harum, quadratum a d, æquum quadrato a b & quadrato b d, & ei quod fit ex a b in b d bis. Et quia quadratum b d est æquale quadrato c b, erit quadratum a d æquale quadrato a b & quadrato c b, & ei quod fit ex a b in b d bis. Per præmissam autem, est quadratum a b cum quadrato c b, quantum quadratum a c cum eo quod fit ex a b in b c bis. Itacꝫ quadratum a d tantum est quantum quod ex a b in b d bis, & ex a b in b c bis, cum quadrato a c. Et quia ex a b in b c tantũ fit quantum in b d, constat uerum esse quod propositum est.

a . . . c . . . . . b . . . . . d

11 Cum fuerit numerus in duo æqualia duocꝫ inæqualia diuisus, quadrata amborum inæqualium pariter accepta, duplum sunt quadrato medietatis & quadrato eius quo maior portio excedit minorem pariter acceptis.

Idem proponit 9 secundi de lineis. Sit enim a b diuisus per duos æquales qui sint a c & c b, & per duos inæquales qui sint a d & d b. Dico quod quadrata duorum numerorum a d & d b pariter accepta, sunt duplum duobus quadratis duorum numerorum a c & c d pariter acceptis. Est enim per 6 harum, quadratum a d, quantum quadratum a c & quadratum c d, & duplum eius quod fit ex a c in c d. Quia autem a c est æqualis c b, erit quadratum a d quantum quadratum b c & quadratũ c d & duplum eius quod fit ex b c in c d. Itacꝫ quadratum a d cum quadrato b d, sunt quantum quadratum b c & quadratum c d & duplum eius quod fit ex b c in c d, & quadratum b d. Duplum autem eius quod fit ex b c in c d cum quadrato b d, est æquale quadrato b c & quadrato c d per 9 harum. Ergo quadrata duorum numerorum a d & d b, sunt quantum quadrata duorum numerorum b c & c d duplicata. Et quia b c & c a sunt æquales, patet propositum.

a . . . . . . c . . . d . . . b

12 **Cum fuerit numerus in duo æqua diuisus, aliusq; adiunctus, quadratum totius compositi cum quadrato adiuncti, duplum sunt ad quadratũ medietatis ipsius cum quadrato compositi ex medietate & adiuncto.**

Idem proponit 10 secundi de lineis. Sit enim numerus a b diuisus in duos æquales a c & c b, sitq; sibi adiunctus uumerus b d: dico quadratum a d cum quadrato b d, duplum esse ad quadratum a c cum quadrato c d. Cum sit enim numerus c d in duo diuisus, sibiq; sit a c additus æqualis uni diuidentium, erit per 10 harum, quadratum a d quantũ quod fit ex c d in c a quater, cum quadrato b d. Quia uero a c est æqualis c b. erit quadratum a d quantũ quod fit ex d c in c b quater, cum quadrato b d. Itaq; quadratum a d cum quadrato b d, erit quantũ quod fit ex d c in c b quater, cum duplo quadrati b d. Hoc autem per 19 harum, duplum est ad quadratum c d cum quadrato c b. Cum igitur sit quadratum c b æquale quadrato a c, constat propositum.

a . . . . . c . . . . . b . . . d

13 **Numerum aliquem ita diuidere, ut quod sub toto & una eius portione continetur æquum sit quadrato alterius, est impossibile.**

Quod 11 secundi proponit faciendum in lineis, demonstrat hoc impossibile esse in numeris. Sit enim quilibet numerus, a b. Dico impossibile esse ipsum sic diuidi, ut proponitur: sic enim diuideretur secundum proportionẽ habentem medium & duo extrema, ut patet ex diffinitione & 20 septimi. Si autem potest, diuidatur in c, sitq; a b ad b c, sicut b c ad c a: erit itaque a c minor c b, detrahatur igitur ab eo æqualis sibi qui sit c d, quia igitur est proportio totius a b ad totũ b c, sicut b c detracti ab a b ad c d detractũ ab b c, erit eadem a c residui a b ad b d residuũ b c, quare b c ad c d, sicut c d ad d b, erit igitur c d, maior d b. Detracto itaq; d e de c d ut sit d e æqualis d b, erit etiã proportio b c ad c d, sicut c d ad d e, quare sic d b residui c b ad c e residuum c d: potest igitur c e detrahi ab e d, non erit itaque finis istius detractionis, quod est impossibile. Nunc ad propositum reuertamur.

a . . . . c . . . . . . e . . d . . b

Eucli. ex Zamb. *Theorema 15* *Propositio 15*

15 **Si tres numeri continue proportionales fuerint minimi, eandem eis habentium rationem, bini quilibet compositi ad reliquum primi erunt.**

THEON *ex Zamber.* *Sint tres numeri continue proportionales, minimi eandem eis habentium rationem α, β, γ. Dico quod ipsorum α, β, γ, bini quilibet compositi, ad reliquum primi sunt. scilicet α β ad γ. & β γ ad α, & α γ ad β. Assumantur (per 35 septimi) bini minimi numeri eandem enim ipsis α, β, γ, habentium rationem, sintq; δ ε, ε ζ, manifestum iam est quod δ ε seipsum multiplicans, ipsum effecit α, & ipsum ε ζ, multiplicans, ipsum β fecit, & insuper ε ζ seipsum multiplicans, ipsum effecit γ. Et quoniam ipsi δ ε, ε ζ, minimi sunt, primi adinuicem sunt (per 24 septimi.) Si autem bini numeri primi adinuicem fuerint, & uterque simul ad alterum primus est (per 30 septimi.) Igitur δ ζ, ad utrunque ipsorum δ ε, ε ζ. primus est. Sed & δ ε ad ε ζ primus est. Ipsi igitur δ ζ, δ ε, ad ipsum ε ζ primi sunt, & qui ex δ ζ, δ ε, igitur, ad ε ζ (per 26 septimi) primus est. Si uero bini numeri primi fuerint adinuicem, qui ex uno eorum gignitur ad reliquum primus est (per 27 septimi) quare qui ex δ ζ, δ ε, ad eum qui est ex ε ζ, primus est. Sed qui ex ζ δ, δ ε, est qui ex δ ε una cum eo qui ex δ ε, ε ζ, (per 3 secundi.) Qui igitur ex δ ε una cum eo qui ex δ ε, ε ζ, ad eum qui ex ε ζ primus est. Est autẽ qui ex δ ε, ipse α, qui uero ex δ ε, ε ζ, ipse β, qui autẽ ex ε ζ, est γ. Ipsi α, β, igitur cõpositi, ad γ primi sunt. Similiter ostẽdemus quod ipsi β, γ, ad α primi. Dico iam quod ipsi α, γ, ad β primi sunt: nam quoniã δ ζ ad utrunq; ipsorũ δ ε, ε ζ, primus est, & qui ergo ex δ ζ, ad eum qui sub δ ε, ε ζ, primus est. Sed ei qui ex δ ζ, æquales sunt qui ex δ ε, ε ζ, una cum eo qui bis est sub δ ε, ε ζ. Si enim quæ ex δ ε una cum eo quæ ex ε ζ, & qui sub δ ε, ε ζ, non essent primi, cum cõmunis dimensio metiatur compositum, non erunt qui ex δ ε, ε ζ, una cum eo qui sub δ ε, ε ζ, & qui sub δ ε, ε ζ, primi. At iterum cum communis dimensio metiatur & compositũ, non erunt qui ex δ ε, ε ζ, una cum eo qui sub δ ε, ε ζ bis, & qui sub δ ε, ε ζ, adinuicem primi, cuius contrarium est ostensum.*

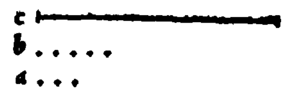
α . . . γ . . . . β . . . .
γ . . . .
β . . . . γ . . . .
α . . . .
γ . . . . α . . . .
β . . . .
δ . ε . . . . . . ζ

Et qui

Et qui ex δ ε, ε ζ, igitur una cum ijs qui bis sub δ ε, ε ζ, ad eum qui sub δ ε, ε ζ, primi sunt. Diuidendo quoque qui ex δ ε, ε ζ, una cum eo qui sub δ ε, ε ζ, primi sunt ad eum qui sub δ ε, ε ζ. Insuper diuidendo, qui ex δ ε, δ ζ, ad eum qui sub δ ε, ε ζ, primi sunt. Est autem qui ex δ ε, ipse α, qui ex ε ζ, ipse γ, qui uero sub δ ε, ε ζ, ipse β. Ipsi ergo α, γ, compositi, ad β primi sunt, quod ostendere oportuit.

Eucli. ex Camp. Propositio 17

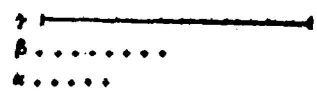
17 SI fuerint duo numeri contra se primi, quantus est primus eorum ad secundum, tantum esse secundum ad tertium quemquam impossibile est.



CAMPANVS. Sint a & b contra se primi, dico impossibile esse, aliquem eis in continua proportionalitate adiungi. Si enim potest, sit c, quia igitur a ad b, sicut b ad c, sunt autem a & b in sua proportione minimi per 23 septimi, sequitur per 21 eiusdem, ut a numeret b, qui cum etiam numeret se, non erunt a & b contra se primi. quod est contrarium positioni.

Eucli. ex Zamb. Theorema 16 Propositio 16

16 Si bini numeri primi adinuicem fuerint, non erit sicut primus ad secundum, sic secundus ad aliquem alium.

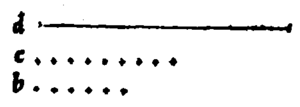


THEON ex Zamber. Bini enim numeri α, β, primi sint adinuicem. Dico quod non est sicut α ad β, sic β ad aliquem alium. Si enim possibile, sit sicut α ad β, sic β ad γ. Ipsi autem α, β, primi sunt: primi autem & minimi (per 23 septimi) minimi uero, metiuntur eandem rationem habentes, æqualiter (per 21 septimi) antecedens antecedentem & sequens sequentem: metitur igitur α ipsum β, antecedens antecedentem: metitur autem & seipsum, igitur α ipsos α, β, metitur primos adinuicem existentes, quod est absurdum, non est igitur sicut α ad β, sic β ad γ, quod ostendere oportebat.

Eucli. ex Camp. Propositio 18

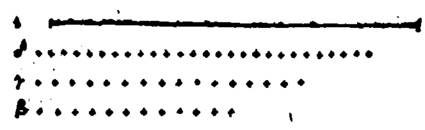
18 SI quotlibet numerorum continue proportionalium duo extremi fuerint contra se primi, quantus est primus ad secundum, tantum esse ultimum ad aliquem alium est impossibile.

CAMPANVS. Sint a, b, c, continue proportionales, sintque a & c contra se primi: dico quod in eadem proportione non potest eis adiungi alius. Si enim potest, sit d. Quia igitur est a ad b sicut c ad d, erit permutatim a ad c, sicut b ad d, sunt autem a & c, in sua proportione minimi, per 23 septimi, itaque per 21 eiusdem a numerat b, quare etiam numerat c, numerorum enim continue proportionalium, si primus numerat secundum, ipse numerat omnes, & simpliciter quilibet præcedens quemlibet sequentem, at quia etiam numerat se, non erunt a & c contra se primi, quod est inconueniens.



Eucli. ex Zamb. Theorema 17 Propositio 17

17 Si fuerint quotcunque numeri continue proportionales, ipsorum autem extremi primi adinuicem fuerint, non erit sicut primus ad secundum, sic ultimus ad aliquem alium.

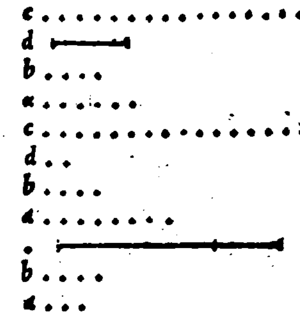


THEON ex Zamber. Sint quotcunque numeri continue proportionales, α, β, γ, δ, ipsorum autem extremi α δ sint primi adinuicem. Dico quod non est sicut α ad β, sic δ ad aliquem alium. Si enim possibile, esto sicut α ad β, sic δ ad ε: uicissim igitur (per 13 septimi) est sicut α ad δ, sic β ad ε. Ipsi autem α, δ, primi sunt, primi autem & minimi, minimi uero numeri, metiuntur eandem rationem habentes æqualiter (per 21 septimi) antecedens antecedentem, & sequens sequentem: metitur igitur α ipsum β, estque sicut α ad β, sic β ad γ, & β igitur ipsum γ metitur, quare & α ipsum γ metitur: & quoniam est sicut β ad γ, sic γ ad δ, metitur autem β ipsum γ, metitur igitur & γ ipsum δ. Sed α ipsum γ metitur, quare & α ipsum δ metitur, metitur autem & seipsum. Igitur α, ipsos α, δ, metitur primos inuicem existentes, quod est impossibile. Non est igitur sicut α ad β, sic δ ad aliquem alium, quod ostendere oportuit.

Eucli. ex Camp. Propositio 19

19 PRopositis duobus numeris, an sit eis tertius continue proportionalis, perscrutari.

CAMPANVS. Sint a & b duo numeri propositi, uolo inquirere, an eis possit tertius sub continua proportionalitate adiungi. Igitur si ipsi sunt contra se primi, impossibile est per 17. si uero compositi, ducatur b in se, & proueniat c, quē si a numerat, erit, si uero non numerat, non erit. Numeret enim eum secundum d, qui erit quem quærimus per 2 partem 20 septimi. Sit ergo ut non numeret eum, est tamen ut a ad b, sic b ad d, itaque quia ex b in se fit c, sequitur per primam partem 20 septimi, ut ex a in d sit idem: igitur a numerat c secundum d, sed erat positum quod non, quare sequitur impossibile.

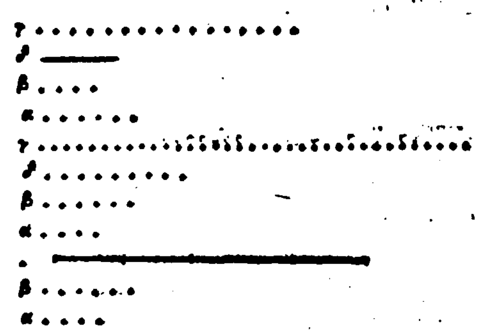


Eucli. ex Zamb. Theorema 18 Propositio 18

18 Binis numeris datis, considerare si possibile est eis tertium proportionalem inuenire.

THEON ex Zamber. *Sint bini dati numeri α, β, sitque *opportunū scrutari, si est poßibile eis tertium inuenire proportionalem. Iam ipsa α, β, aut sunt primi adinuicē, aut non. Si quidem igitur primi sunt adinuicem, patet (per 16 noni, quod impßibile est eis inuenire proportionalem tertium. Sed iam non sunt ipsi α, β, primi adinuicē, & β seipsum multiplicās ipsum efficiat γ. Iam α aut ipsum γ metitur, aut nō metitur. Metiatur prius per δ. Ipse igitur α ipsum δ multiplicans, ipsum effecit γ. Sed & β seipsum multiplicans, ipsum γ effecit, qui ex α, δ, igitur, ei qui ex β est æqualis. Est igitur sicut α ad β, sic β ad δ (per secundam partem 19 septimi.) Ipsis igitur α β, tertius inuentus est δ. Sed iam non metiatur α ipsum γ. Dico quod ipsis α, β, impoßibile est tertium inuenire proportionalem numerum. Si enim poßibile, inueniatur δ. Igitur qui ex α, δ, ei est æquus qui ex β, qui autem ex β, est ipse γ. Igitur qui ex α, δ, æquus est ipsi γ. Quare α ipsum δ multiplicans, ipsum effecit γ. Igitur α, ipsum γ metitur per δ. Sed supponitur etiam non metiri, quod est impoßibile. Non est igitur poßibile ipsis α, β, tertium proportionalem inuenire, quando α ipsum γ non metitur, quod oportuit ostendere.*

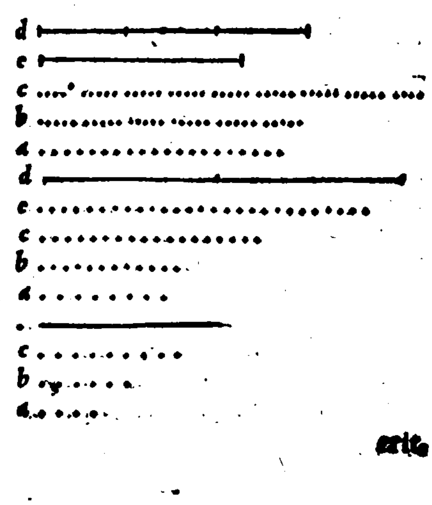
* θεωρῆσαι



Eucli. ex Camp. Propositio 20

20 DAtis tribus numeris continue proportionalibus, an sit aliquis quartus eis continue proportionalis inquirere.

CAMPANVS. Sint continue proportionales a, b, c. Volo inquirere an alius eis sub continua proportionalitate possit adiungi, igitur si a & c sunt contra se primi, impossibile est per 16. Si autem cōpositus, sit d qui prouenit ex b in c, quem si numerat a, erit, si uero non numerat, nō erit. Numeret enim eum secundum e, qui erit quem quærimus per secundam partem 20 septimi. Sit ergo ut non numeret eum, est tamen ut a ad b, sicut c ad e, itaque quia ex b in c fit d, sequitur per primam partem 20 septimi, ut ex a in e sit idem, ergo a numerat d secūdum e, sed positum erat quod non. Idem potes perscrutari, quotlibet continue proportionalibus propositis, si enim duo extremi sint contra se primi, finem habet intentio per 16, si autem compositi, ducto secundo in ultimum, si productum numeret primus, is secundum quem eum numerat, est quem quærimus per secundā partem 20 septimi, si autem primus productū non numerat, nullus

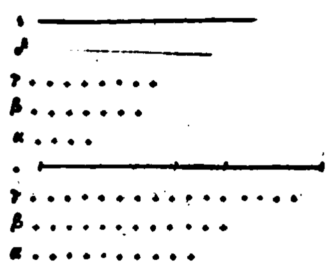


erit

erit, quotlibet enim posito, per primam partem eiusdem secundum ipsum positum numerabit primus productum, quod positum erat non numerare.

Eucli. ex Zamb. *Theorema 19* *Propositio 19*

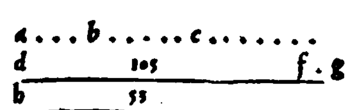
19 **Tribus numeris datis, considerare si est possibile eis quartum inuenire proportionalem.**



THEON ex Zamber. *Sint dati tres numeri, α β, γ, sitq; * opportunũ coniectare, si possibile est eis quartum proportionalem inuenire. Iam ipsi α, β, γ, aut continue sunt proportionales & eorum extremi α, γ, sunt primi adinuicem, aut non sunt continue proportionales & eorum extremi primi sunt adinuicem, aut continue sunt proportionales & eorum extremi non sunt adinuicem primi, uel neq; sunt continue proportionales neq; eorum extremi primi sunt adinuicem. Si quidem igitur ipsi α, β, γ, continue sunt proportionales, & eorum extremi α, γ, sunt primi adinuicem, patet per 17 noni, quod est impossibile eis quartum proportionalem inuenire numerum. Non sint iam ipsi α, β, γ, continue proportionales, extremis rursus primis existentibus adinuicem. Dico quod & sic quantum proportionalem inuenire, est impossibile. Si enim possibile, inueniatur δ. Vt sit sicut α ad β, sic γ ad δ, fiatq; β ad γ, sic δ ad ε. Et quoniam est sicut quidem α ad β, sic γ ad δ, sicut autem β ad γ, sic δ ad ε, ex æquali igitur (per 14 septimi) est sicut α ad γ, sic γ ad ε. At α, γ, primi sunt, primi autem & minimi, minimi uero metiuntur eandem rationem habentes, antecedens antecedentem, & sequens sequentem, (per 21 septimi) metitur igitur α ipsum γ, antecedens antecedentem: metitur autem & seipsum. Igitur α ipsos α, γ, metitur primos adinuicem existentes, quod est impossibile: ipsis igitur α, β, γ, quartum proportionalem inuenire est impossibile. Sed iam rursus sint ipsi α, β, γ, continue proportionales, at α, γ, non sint primi adinuicem. Dico quod eis quartum proportionalem inuenire est possibile. Nam β ipsum γ multiplicans, ipsum efficiat δ. Igitur α ipsum δ aut metitur, aut non metitur. Metiatur prius ipsum per ε. Igitur α ipsum ε multiplicans, ipsum effecit δ, sed & β ipsum γ multiplicans ipsum δ effecit. Igitur qui ex α, ε, ei est æquus qui ex β, γ, proportionaliter igitur est sicut α ad β, sic γ ad ε. Ipsis igitur α, β, γ, inuentus est quartus proportionalis ε scilicet. Sed iam non metiatur α ipsum δ: dico quod ipsis α, β, γ, quartum proportionalem inuenire est impossibile. Si enim possibile, inueniatur ε. Igitur qui ex α, ε, ei qui ex β, γ, est æqualis. Sed qui ex β, γ, est ipse δ, & qui ex α, ε, igitur ipsi δ est æqualis. Igitur α ipsum ε multiplicãs, ipsum effecit δ. Igitur α ipsum δ metitur, sed & non metitur, quod est impossibile. Igitur ipsis α, β, γ, quartum proportionalẽ inuenire numerũ est impossibile, quãdo α ipsum δ non metitur. Sed iam ipsi α, β, γ, neq; continue sint proportionales neq; eorum extremi adinuicem sint primi, & β ipsum γ multiplicans ipsum efficiat δ. Similiter ostendetur quod si quidem α ipsum δ metitur, possibile est eis proportionalẽ inuenire, si autem non metitur, est impossibile, quod ostendere oportebat.*

Eucli. ex Camp. *Propositio 21*

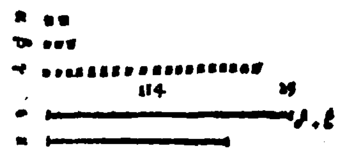
21 **Datis quotlibet numeris primis, aliquem primum ab eis diuersum esse necesse est.**



CAMPANVS. Nihil aliud intenditur, nisi quod numeri primi sint infiniti, demonstrare. Sint enim a, b, c, numeri primi, dico esse aliquem primum diuersum ab eis, sit quidem d f minimus quem numerant, cui addita unitate fiat d g. qui est primus aut cõpositus, si primus, constat propositum, si compositus, numerat eum aliquis primus, qui sit h, quem non est possibile esse aliquem ex primis propositis. Si enim esset aliquis eorũ, cum quilibet ipsorum numeret d f, ipse quoque numeraret eundem, at quia numerat d g, oporteret ipsum numerare f g qui est unitas, quod est impossibile. Idem sequitur posito d f quotlibet numero quem numerant a. b. c, quare constat propositum.

Eucli. ex Zamb. *Theorema 20* *Propositio 20*

20 **Primi numeri, plures sunt omni proposita multitudine primorum numerorum.**



THEON ex Zamb. *Sint propositi primi numeri α,β,γ. Dico quod ipsis α,β,γ, plures sunt primi numeri. Accipiatur enim (per 39 septimi) minimus quem ipsi α,β,γ, metiūtur, sitq; δ ε, addaturq; ipsi δ ε, unitas δ ζ, iam ε ζ aut est primus aut non, sit prius primus, inuenti igitur sunt primi numeri α, β, γ, ε, ζ, plures ipsis α,β,γ. Sed iam non sit ε ζ primus: igitur eum aliquis numerus primus metitur (per 34 septimi,) metiatur eum numerus primus η. Dico quod η nulli ipsorū α,β,γ, est idem. Si enim η alicui ipsorū α,β,γ, est idem, ipsi autem α,β,γ, ipsum δ ε metiuntur, igitur & η, ipsum δ ε metietur, metitur autem & ε ζ, & reliquam δ ζ unitatem metietur η numerus existens, quod est absurdum: igitur η non est idem uni ipsorum α, β, γ, ipse autem supponitur & primus. Inuenti igitur sunt primi numeri plures proposita multitudine ipsorum α, β, γ, ipsi α, β, γ, η, quod ostendere oportuit.*

Eucli. ex Camp. Propositio 22

22 SI coaceruentur quotlibet numeri pares, totus quoq; ab eis coaceruatus erit par.

CAMPANVS. Sit quisq; numerorū a, b, c, par. a .. b .... c ......

Dico ex eis compositum, esse parem: habet enim ex conuersione diffinitionis quisq; eorum, medietatem: sint ergo eorum medietates d, e, f, quia igitur sicut a ad d, sic b ad e, & c ad f, erit ex 11 septimi, sicut a ad d, sic totus a b c ad totum d e f, itaq; d e f est medietas a b c, ergo per diffinitionem a b c, est par, quod est propositum.

Eucli. ex Zamb. Theorema 21 Propositio 21

21 Si pares numeri quotcunq; componantur, totus par est.

THEON ex Zamberto. *Componantur enim numeri quilibet pares ipsi α β, β γ, γ δ, δ ε. Dico quod totus α ε par est. Nam quoniam unusquisque ipsorum α β, β γ, γ δ, δ ε, par est, partem habet dimidiam, quare & totus α ε habet partem dimidiam: numerus autem par est qui bifariam diuiditur (per diffinitionem,) igitur α ε par est, quod ostendere oportuit.*

α .... β ...... γ .... δ .... ε

Eucli. ex Camp. Propositio 23

23 SI numeri impares numero pares coaceruentur, totus quoq; ex eis coaceruatus erit par.

CAMPANVS. Sit quilibet numerorum a, b, c, d, impar: dico ex eis compositum, esse parem, dempta enim a quolibet unitate, constat residuos esse pares, & quia illę unitates, demptę componunt parem, cum sint numero pares, constat propositum per pręmissam.

a ... b ..... c .... d ....

Eucli. ex Zamb. Theorema 22 Propositio 22

22 Si impares numeri quotcunq; componantur, fuerit autem multitudo par, totus par erit.

THEON ex Zamberto. *Componantur enim impares numeri quotcunq;, multitudine pares, α β, β γ, γ δ, δ ε. Dico quot totus α ε par est. Nam quoniam unusquisq; ipsorum α β, β γ, γ δ, δ ε, impar est, ablata unitate ab unoquoq;, unusquisq; reliquus par erit. Quare & compositus ex ipsis par erit (per 21 noni.) Est autem & unitatum multitudo par. Totus igitur α ε par est, quod ostendere oportebat.*

α ..... β .... γ .... δ ... ε

Eucli. ex Camp. Propositio 24.

24 SI numeri impares numero impares coaceruentur, totum quoq; ex eis coaceruatum imparem esse.

CAMPANVS. Sit quilibet numerorum a, b, c, impar. Dico totum ex eis compositum esse imparem. Erit enim per pręmissam compositus ex a & b, par, & quia c, dempta unitate, est par, erit per antepręmissam totus a, b, c, dempta unitate, par. Per diffinitionem itaque constat totum esse imparem.

a ... b ..... c ....

Eucli. ex Zamb. Theorema 23 Propositio 23

23 Si impares numeri quotcunque componantur, multitudo autem ipsorum fuerit impar, & totus impar erit.

THEON ex Zamberto. Componantur enim quotcunque impares numeri, quorum multitudo sit impar, α β, β γ, γ δ. Dico quod totus α δ impar est. Auferatur ab ipso γ δ, unitas δ ε, reliquus igitur γ ε par est: est autem & α γ par, & totus igitur α ε par est, est autem δ ε unitas, totus igitur α δ impar est, quod ostendere oportuit.

α . . . . . . β . . . . γ . . . . ε . δ

Eucli. ex Camp. Propositio 25

25 SI à numero pari numerus par detrahatur, reliquus erit par.

CAMPANVS. Sit a totus par, à quo detrahatur b. qui quoque sit par, & residuus sit c. Dico c esse parem, sit enim d medietas a, e quoque sit medietas b, detractoque e de d, sit reliquus f, erit per 15 septimi, c ad f, sicut a ad d, quare f est medietas, itaque c est par, quod est propositum.

a

. . . . d . . . . . f . . .

b c

. . . . . e . . . .

Eucli. ex Zamb. Theorema 24 Propositio 24

24 Si à pari numero par auferatur, reliquus par erit.

THEON ex Zamberto. A pari enim α β, auferatur par. Dico quod reliquus α γ par est. Nam quoniam α β par est, habet partem dimidiam: iam id propterea & β γ, habet partem dimidiam, quare & reliquus γ α habet partem dimidiam: par igitur est α γ, quod ostendere oportuit.

α . . . . γ . . . . . β

Eucli. ex Camp. Propositio 26

26 SI de numero pari imparem tollas, qui relinquitur impar est.

CAMPANVS. Sit a b par, à quo tollatur a c, qui sit impar. Dico c b residuum esse imparem, subtrahatur enim ab a c, unitas quæ sit c d, eritque a d par, itaque per 25, d b quoque erit par. Quia igitur d c est unitas, sequitur c b esse imparem, quod est propositum.

a . . . . d . c . . . b

Eucli. ex Zamb. Theorema 25 Propositio 25

25 Si à pari numero impar auferatur, reliquus impar erit.

THEON ex Zamberto. A pari namque numero α β, auferatur impar β γ. Dico quod reliquus γ β impar est. Auferatur ab ipso β γ, unitas γ δ, igitur δ β, par est. Est autem α β quoque par, & reliquus igitur α δ, par est, at γ δ est unitas, igitur α γ impar est, quod ostendere oportuit.

α . . . . γ . δ . . . . . β

Eucli. ex Camp. Propositio 27

27 SI à numero impari detrahatur impar, reliquus erit par.

CAMPANVS. Sit a b numerus impar, à quo detrahatur b c, qui etiam sit impar: dico reliquum qui est a c, esse parem. Detrahatur enim ab utroque duorum numerorum a b & b c unitas quæ sit b d, erit uterque duorum residuorum quæ sunt a d & d c, par, per præmissam itaque constat a c esse parem, quod est propositum.

a . . . . c . . . . . d . b

Eucli. ex Zamb. Theorema 26 Propositio 26

26 Si ab impari numero impar auferatur, reliquus par erit.

THEON ex Zamberto. Ab impari nanque α β, impar auferatur β γ. Dico quod reliquus γ α par est, nam quoniam α β impar est, auferatur unitas β δ: reliquus igitur α δ, par est. Iam id propterea & γ δ par est (per diffinitionē) quare & reliquus γ α par est, quod ostendere oportuit.

α . . . . . γ . . . . δ . β

Eucli. ex

Eucli. ex Camp. Propositio 28

28 SI à numero impari numerum parem ſubtrahas, qui relinqui- tur impar eſt.

CAMPANVS. Sit a b impar, à quo detra- hatur a c qui ſit par. Dico b c reſiduũ eſſe im- parem. Sit enim b d unitas, eritq; a d par. Et quia a c eſt par, erit per 25 c d par, cum itaq; ſit d b unitas, erit c b impar, quod eſt propoſitum.

a . . . . . . c . . . . d . b

Eucli. ex Zamb. Theorema 27 Propoſitio 27

27 Si ab impari numero par auferatur, reliquus impar erit.

THEON ex Zamberto. *Ab impari nanq; α β, par auferatur β γ. Dico quod reliquus γ α impar eſt. Auferatur unitas α δ, igitur δ β par eſt: eſt autem β γ par, & reliquus igitur γ δ, par eſt, eſt autem & unitas δ α, igitur γ α impar eſt, quod oſtendere oportuit.*

α . δ . . . . γ . . . . β

Eucli. ex Camp. Propoſitio 29

29 SI numerus impar in numerum parem ducatur, qui inde produ- cetur erit par.

CAMPANVS. Ex 23 manifeſtum eſt quod dicitur.

Eucli. ex Zamb. Theorema 28 Propoſitio 28

28 Si impar numerus parem multiplicans, aliquem fecerit, qui gignitur par eſt.

THEON ex Zamberto. *Impar enim numerus α, parem β multiplicans, ipſum efficiat. Dico quod γ par eſt. Nam quoniam α ipſum β multiplicans, ipſum γ fecit, igitur γ ex totidem ipſi β æqualibus quotæ ſunt in α unitates componitur: eſtq; β par, igitur γ ex paribus componitur. Si uero numeri pares quotcunq; componantur, totus par eſt, (per 21 noni) igitur γ par eſt, quod oſtendere oportuit.*

γ . . . .
β . . . .
α . . .

Eucli. ex Camp. Propoſitio 30

30 SI in imparem ducatur impar, qui producetur erit impar.

CAMPANVS. Hæc quoq; ex 24 manifeſta eſt.

Hæ ſequentes 2 ex Campano propoſitiones, nullas ſibi ex Zamberto reſpondentes habent.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 31

31 Si numerus impar numerum parem numeret, numero pari eum nu- merabit.

CAMPANVS. Si enim numero impari eum numeraret, ex impari in imparem fie- ret par, quod eſt inconueniens per præmiſſam.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 32

32 Si impar imparem numeret, impariter eum numerat.

CAMPANVS. Si enim pariter eum numeraret, ex numero impari in numerũ pa- rem fieret impar, quod eſt inconueniens per 29.

Eucli. ex Zamb. Theorema 29 Propoſitio 29

29 Si impar numerus imparem numerum multiplicans, fecerit aliquem, factus impar erit.

THEON ex Zamberto. *Impar enim numerus α, imparem numerum β multiplicans, ipſum efficiat γ. Dico quod γ impar eſt. Nam quoniam α ipſum β multiplicans, ipſum fecit γ, igitur γ ex totidem ipſi β æqualibus quotæ ſunt in α unitates, componitur. Eſt autem uterq; ipſorum α, β, impar. Igitur γ ex imparibus conflatur numeris, quorum multitudo impar eſt. Quare (per 23 noni) impar eſt, quod oſtendere oportuit.*

γ . . . .
β . . . . .
α . . .

Eucli. ex

CAMPANVS. Sit a numerus par cuius dimidium b, sitque c numerus impar qui numeret a, dico quod c numerabit b, numeret enim a secundum d, eritque per 31. d numerus par. Esto igitur eius dimidium e, ducaturque c in e, & proveniat f, eritque per 19 septimi, a ad f, sicut d ad e, & quia etiam est a ad b, sicut d ad e, sequitur b & f esse aequales, cum itaque c numeret f, idem numerabit b, quod est propositum.

Eucli. ex Zamb. Theorema 30 Propositio 30

30 Si impar numerus parem numerum mensus fuerit, & eius dimidium metietur.

THEON ex Zamb. *Impar enim numerus α, parem numerum β metiatur. Dico quod & eius dimidium metietur. Nam quoniam α ipsum β metitur, ipsum metiatur per γ. Dico quod γ non est impar. Si enim possibile, sit impar. Et quoniam α metitur ipsum β per γ, igitur α ipsum γ multiplicans, ipsum effecit β. Igitur β componitur ex imparibus numeris, quorum multitudo impar est. Igitur β impar est, quod est absurdum, supponitur enim par. Igitur impar non est, par igitur est γ. Quare α ipsum β metitur pariter, & γ igitur ipsum β metitur per α: habet autem uterque ipsorum γ, β, partem dimidiam, est igitur sicut γ ad β, sic dimidium ad dimidium: metitur autem γ, ipsum β per α, & dimidium ipsius metietur ipsius β dimidium per α, igitur α, dimidium multiplicans ipsius γ dimidium ipsius β efficit. Igitur α ipsius β dimidium metitur, metiturque per ipsius γ dimidium. Idque propterea α ipsius dimidium metietur, quod ostendere oportuit.*

Eucli. ex Camp. Propositio 34

34 SI numerus impar ad aliquem fuerit primus, idem ad eiusdem duplum erit primus.

CAMPANVS. Sit a numerus impar primus ad b, cuius duplum sit c. Dico quod a est primus ad c, sin autem, numeret eos d. Cumque a sit impar, sequitur d esse imparem, quicunque enim impar parem numerat, pari numero cum numerabit per 31, per praemissam itaque a numerabit b, non sunt igitur a & b contra se primi, quod est contra hypothesin.

Eucli. ex Zamb. Theorema 31 Propositio 31

31 Si impar numerus ad numerum aliquem primus fuerit, & ad ipsius duplum primus erit.

THEON ex Zamb. *Impar enim numerus α, ad numerum aliquem β, primus esto, ipsius autem β, duplus esto γ. Dico quod α ad γ primus est. Si autem α, γ, non sunt primi, metitur eos aliquis numerus, metiatur, & esto δ: est autem impar numerus, α, impar igitur & δ. Et quoniam δ impar existens ipsum γ metitur, est autem & γ par, igitur δ metietur ipsius γ dimidium (per praecedentem) Dimidium autem ipsius γ, est β, igitur δ ipsum β metitur. metitur autem & α. Igitur δ, ipsos α, β, metitur primos adinuicem existentes, quod est absurdum. Igitur α ad γ primus est. Ipsi igitur α, γ, primi sunt adinuicem, quod erat ostendendum.*

Eucli. ex Camp. Propositio 35

35 NVmeri à duobus dupli, sunt pariter pares tantum.

CAMPANVS. Sint unitas a, b, c, d, continue proportionales, sitque a binarius. Dico omnes eos esse pariter pares, eisque secundum hanc proportionem in infinitum auctis, nullum alium esse pariter parem. De his quidem constat per diffinitionem, cum per 11 quilibet praecedens numeret quemlibet sequentem per aliquem eorum quos omnes oportet esse pares, & nullus alius numeret aliquem eorum per 13 eo quod a qui est binarius unitatem sequens est primus. Quod autem nullus alius ab his sit pariter par, constat sic. Posito enim aliquo, diuidatur in duas medietates, eiusque medietas in duas, & hoc toties fiat, quousque numerus aut unitas diuisionem impediat, quod necesse est euenire per ultimam petitionem. Siquidem numerus hanc prohibeat, ipse erit impar, qui cum numeret pariter parem positum, non erat pariter par, qui positus est pariter par. Si autem unitas, non erit is alius a continue duplis ab unitate.

Eucli. ex

Eucli. ex Zamb. Theorema 32 Propositio 32

32 A binario duplorum unusquisque, pariter par est tantum.

THEON ex Zamberto. A binario enim α, duplicentur quotcunque numeri β, γ, δ. Dico quod ipsi β, γ, δ pariter pares sunt tantum. Quod quidem unusquisque pariter par est, manifestum est à binario enim est duplicatus. Dico quod & tantum. Exponatur unitas ι. Quoniam igitur ab unitate quotlibet numeri continue proportionales sunt, qui autem post unitatem α primus est, maximum ipsorum α, β, γ, hoc est ipsum δ nullus metitur præter ipsos α, β, γ, (per 13 noni.) Est autem unusquisque ipsorum α, β, γ, pariter par. Igitur δ pariter par est tantum. Similiter iam ostendemus, quod & unusquisque ipsorum α, β, γ, pariter par est tantum, quod oportuit ostendere.

δ ....
γ ....
β ....
α ..
.
unitas

Eucli. ex Camp. Propositio 36

36 NVmerus cuius medietas est impar, est pariter impar.

CAMPANVS. Sit a numerus, cuius medietas quæ sit b, sit impar. Dico a, esse pariter imparem. Sit enim c binarius, manifestum itaque, quoniam ex c in b fit a. Sit autem d quilibet numerus par numerans a, qui numeret eum secundum e, eritque per secundam partem 20 septimi, e ad b, sicut c ad d. Igitur e numerat b, quia c numerat d. Eritque itaque e numerus impar, erat enim & b, per diffinitionem igitur a est pariter impar.

a ....
b .... b ...
e .. d ......

Eucli. ex Zamb. Theorema 33 Propositio 33

33 Si numerus dimidium imparem habuerit, pariter impar est tantum.

THEON ex Zamberto. Numerus enim α, dimidium habeat imparem. Dico quod α pariter impar est tantum. Quod quidem pariter impar, est manifestum: eius namque dimidius impar existens, eum pariter metitur (per diffinitionem.) Dico quod & tantum. Si enim α pariter par est, & eius dimidius par est (per diffinitionem:) metietur igitur eum par numerus, per parem numerum. Quare & dimidium eius metietur (per 39 numerus) par, impar existens, quod est absurdum. Igitur α pariter impar est tantum, quod oportuit ostendere.

α ....

Eucli. ex Camp. Propositio 37

37 OMnis numerus à duobus non duplus, cuius medietas est par, est pariter par & impariter.

CAMPANVS. Sit numerus a, non duplus a duobus, cuius medietas quæ sit b, ponatur par: dico ipsum esse pariter parem & impariter. Sit enim c binarius, de quo manifestum est quod ipse numerat a secundum b: quia uero a non est duplus a duobus, necesse est si eius medietas quæ est b, in alias duas medietates diuidatur, medietatisque medietas in alias duas, ut tandem occurrat numerus impediens diuisionem, qui propter hoc quod diuisionem non recipit, erit impar, sitque is in quo sistit diuisio, d. In numero quippe necesse est stare, quia si usque ad unitatem perueniret diuisio, esset a de numeris duplis a binario, de quibus non est. de d uero manifestum est quod & ipse numerat a per hanc communem scientiam. Omnis numerus alium numerat omnem numeratum ab illo. Numeret ergo eum secundum e, eritque e, par, alioquin cum d sit maior impar, sequeretur per 30 a esse imparem. Quia igitur b numerus par numerat a secundum c, qui quoque est par (est enim binarius) at uero c numerus par numerat eundem secundum d qui est impar, constat ex diffinitione numerum a esse pariter parem & impariter, quod est propositum.

a ....
b ...... d ...
c .. e ...

Eucli. ex Zamb. Theorema 34 Propositio 34

34 Si numerus neque à binario fuerit duplus, neque dimidium imparem habuerit, pariter par est & pariter impar,

THEON ex Zamberto. Numerus enim α non sit à binario duplus, neque dimidium habeat imparem. Dico quod α pariter par est & pariter impar, quod quidem α pariter par est, manifestum est: dimidium namque non habet imparem. Dico iam quod & pariter impar est. Si enim ipsum α bifariam secuerimus, idque semper efficientes, in quendam numerum * desinemus imparem, qui ipsum metietur α per parem numerum. Si enim non desinemus in quendam imparem numerum, qui per parem numerum metiatur ipsum α: ad binarium enim ueniemus, eritque ipse α ex iis qui à binario duplicati sunt, quod non supponitur.

ἐμπεσούμεθα incidemus

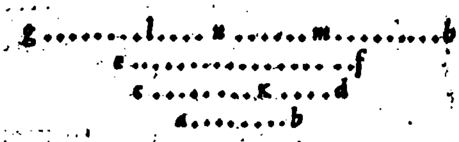
α ....

ponitur. Quare α. pariter impar est, patuit autē quod & pariter par. Igitur & pariter par & est pariter impar. Quod ostendere oportuit.

Eucli. ex Camp. Propositio 38

38 SI de secundo atque ultimo numerorum continue proportionalium, æquale primi dematur, quantum est reliquum secūdi ad primum tantum esse reliquum ultimi ad coacervatum ex cunctis præcedentibus necessario comprobatur.

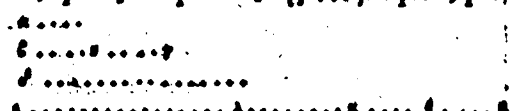
CAMPANVS Sint continue proportionales a b, c d, e f, g h, demature de c d. æqualis a b, qui sit c k, & de g h, qui sit g l. Dico tunc quod proportio k d ad a b, est sicut l h ad compositum ex e f, c d & a b. Sumatur ex g h, æqualis e f, qui sit g m, & æqualis c d, qui sit g n, eritq; l n. æqualis k d. Manifestum autem per 11 septimi, quod cum sit g h ad g m sicut g m ad g n, erit h m residuum ad m n residuum, sicut g h ad g m. ideoq; sicut e f ad c d. simili quoque modo erit m n ad l n, sicut c d ad a b. Permutatim igitur erit h m ad e f, & m n ad c d, sicut n l ad a b, itaque coniuncti per 11 septimi, erit l h compositus ex h m, m n & l n. ad compositum ex e f, c d & a b, sicut l n a ad b, ideoq; sicut k d ad a b, quod est propositū.



Eucli. ex Zamb. Theorema 35 Propositio 35

35 Si fuerint quotcunque numeri continue proportionales, auferantur autem à secundo & ultimo æquales ipsi primo, erit sicut secundi excessus ad primum, sic ultimi excessus ad omnes se præcedentes.

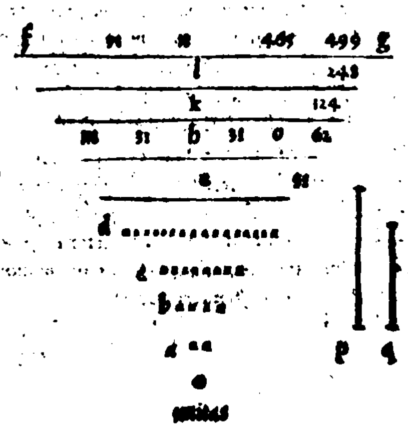
THEON ex Zamb. *Sint quotcunque numeri continue proportionales α, β, γ, δ, ε, ζ, incipientes ab α minimo auferaturque ab ipsis β γ, & ε ζ, ipsi α æqualis uterque ipsorum γ, η, ζ, θ. Dico quod est sicut β, η, ad α, sic est θ ε, ad α, β, γ, δ. Ponatur enim ipsi quidem β, γ, æqualis ζ κ, ipsi autem δ, æqualis ζ λ. Et quoniam ζ κ ipsi γ β, est æqualis, quorum ζ θ, ipsi ε κ, est æqualis, reliquus igitur θ κ, reliquo γ β est æqualis. Et quoniam est sicut ε ζ, ad δ sic est δ ad β γ & β γ, ad α, æquus autem est δ, ipsi ζ λ, & β γ, ipsi ζ κ & α ipsi ζ θ, est igitur sicut ε ζ, ad ζ λ, sic λ ζ, ad ζ κ, & κ ζ ad ζ θ, diuidēdo ergo (per 17 quinti,) & sicut ε λ ad λ ζ, sic λ κ ad ζ κ, & κ ζ, ad ζ θ. Est igitur & sicut unus antecedentiū ad unum sequentium, sic omnes antecedentes ad omnes sequentes. Est igitur sicut κ θ ad ζ θ, sic ε λ, λ κ, κ θ, ad ipsos λ ζ, ζ κ, ζ θ, æqualis autem est κ θ, ipsi θ η, & ζ θ, ipsi α, ipsi autem ζ λ, ζ κ, ζ θ, ipsis δ, β γ, α, est igitur sicut β η ad α, sic ε θ, ad δ, β γ, α. Est igitur sicut secundi excessus ad primum, sic est ultimi excessus ad omnes seipsum præcedentes. Quod ostendere oportuit.*



Eucli. ex Camp. Propositio 39

39 CVm coaptati fuerint numeri ab unitate continue dupli qui coniuncti faciant numerum primum, extremus eorum in aggregatū ex eis ductus producit numerum perfectum.

CAMPANVS. Sint ab unitate continue dupli a, b, c, d, ex eis autem & unitate coacervatus sit e: qui ponatur esse numerus primus in quem e multiplicetur d, & proueniat f g, dico f g esse numerum perfectum. Sumantur igitur h, k, l, continue dupli ad e, ut tot sint e, h, k, l, quot sint cōtinue dupli ad unitatē sumpti, eritq; per æquā proportionalitatē, l ad e, sicut d ad a, quare per primā partem 20 septimi, ex a in l prouenit f g, nam ipse f g prouenit ex d in e. Et quia a est binarius, est f g duplus ad l, sunt igitur e, h, k, l, & f g, continue proportionales. Dematur igitur ex h. æqualis e qui sit m h, & residuus h o, qui erit etiam æqualis e, itemq; ex f g dematur eidem e æqualis qui sit f n, eritq; per præmissam n g. quātum aggregatum ex e & h & k & l. Sed & f n cum sit æqualis e, est quantum aggre



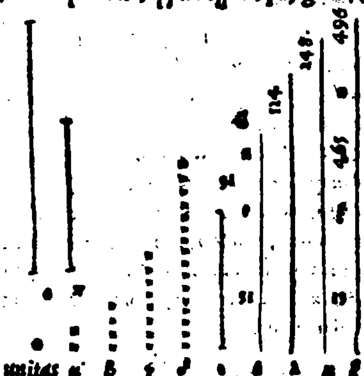
x ga

gatum ex a & b & c & d & unitate, itemq́ totus f g est quantus aggregatus ex omnibus his scilicet a, b, c, d & unitate & illis e, h, k, l, de quibus omnibus manifestum est, quod numerant eum scilicet f g, e quidem secundum h, & h secundum k, quod ex prima parte 20 septimi conuincitur, adiuuãte æqua proportionalitate sicubi opus fuerit. Est enim ut d ad c, sic k ad h, & ut d ad b, sic k ad e, per æquam proportionalitatem, quare & ex c in h, & ex b in k, necesse est prouenire f g, quem dudum produxerat d in e. Si igitur nullus alius ab his numerat f g, ipse erit per diffinitionem numerus perfectus. Quod autem nullus alius eum numeret, patet. Si enim hoc possibile est, sit p qui numeret eum secundũ q, eritq́ per 33 septimi, ut e numeret alterũ eorũ, ponaturq́ quod numeret p. Et quia per secundam partem 20 septimi, est q ad d sicut e ad p, sequitur ut q numeret d quare cum a qui sequitur unitatẽ sit primus (est enim binarius) erit q per 13 huius aut a aut b aut c, quicunque autem horum fuerit, erit p, aut l, aut k aut h, si enim q fuerit a, constat quod p erit l, quod si fuerit b, p erit k, si autem c, p quoque erit h. non est igitur p diuersus ab illis ut fuerat positum, relinquitur ergo quod f g sit numerus perfectus, quod erat demonstrandum.

Eucli: ex Zamb: Theorema 36 Propositio 36

36 Si ab unitate quotcũq; numeri continue expositi fuerint in duplici proportione, quoad totus compositus primus fuerit, & totus in ultimum multiplicatus aliquem fecerit, qui gignitur perfectus erit.

THEON ex Zamb. *Ab unitate siquidem exponantur quotcunque numeri continue in duplici proportione, quoad totus cõpositus primus sit α, β, γ, δ, & toti æquus esto ε, & ε ipsum δ multiplicãs, ipsum efficiat ζ η. Dico quod ζ η perfectus est. Quot enim sunt multitudine ipsi α, β, γ, δ, totidem ab ε accipiantur in duplici proportione, hoc est ε, θ, κ, λ, μ. Ex æquali igitur (per 13 septimi.) est sicut α ad δ, sic est ε ad μ. Igitur qui ex ε, δ, ei est æquus qui ex α, μ, estq́; qui ex ε, δ, ipse ζ η. Igitur qui ex α, μ, ipsi ζ η, est æqualis. Igitur α, ipsum μ multiplicans, ipsum effecit ζ η, igitur μ ipsum ζ η, metitur per eas quæ in α sunt unitates. Est autem binarius α, duplus ergo est ζ η ipsius μ. Sunt autem & μ, λ, θ, κ, ε, continue dupli ces adinuicem, igitur ε, θ, κ, λ, μ, ζ η, continue sunt proportionales in duplici proportione. Auferatur iam à secundo κ θ, & ultimo ζ η, ipsi ε primo æqualis uterq; ipsorum θ ν, & ζ ξ, est igitur (per præcedentem,) sicut secundi numeri excessus ad primum, sic ultimi excessus ad omnes seipsum præcedentes, est igitur sicut ν κ, ad ε, sic est ξ η, ad ipsos μ, λ, κ, θ, ε. At est ν κ, ipsi ε, æquus, & ξ η, igitur ipsis μ, λ, θ, κ, ε, est æquus. Est autem & ζ ξ, ipsi ε æqualis, at ε, ipsis α, β, γ, δ, & unitati. Totus igitur ζ η, æquus est & ipsis ε, θ, κ, λ, μ, & ipsis α, β, γ, δ, & unitati, & sub eorum dimensionem cadit. Dico quod ipsum ζ η, nullus alius metitur, præter ipsos α, β, γ, δ, ε, θ, κ, λ, μ, & unitatem. Si enim possibile metiatur ipsum ζ η ipse ο, & ο nulli ipsorum α, β, γ, δ, ε, θ, κ, λ, μ, esto idem, & quoties ο ipsum ζ η metitur, tot unitates sint in π. Igitur ο ipsum π multiplicans ipsum fecit ζ η. Sed & ε ipsum δ multiplicans, ipsum effecit ζ η, est igitur (per 19 septimi,) sicut ε ad ο, sic π ad δ, uicißim igitur (per 9 septimi,) sicut ε ad π, sic ο, ad δ. Et quoniam ab unitate continue proportiõales sunt ipsi α, β, γ, δ, qui uero post unitatem α primus est, igitur δ nullus alius numerus metitur præter α, β, γ, (per 13 noni.) Supponitur que nulli ipsorum α, β, γ, ipse ο, idẽ, igitur ipsum δ ipse ο, non metitur. Sed sicut ε ad δ, sic ε ad π, neque ε igitur ipsum π metitur, estq́; ε primus, omnis autem primus numerus ad omnem quem non metitur primus est (per 31 septimi) igitur ipsi ε, π, primi sunt adinuicem, primi autem & minimi, minimi uero metiuntur eandem rationem habentes æqualiter (per 21 septimi,) antecedens antecedentem, & sequens sequentem. Estq́; sicut ε ad π sic ο ad δ, æque igitur ε ipsum ο metitur, & π ipsum δ. Sed δ nullus alius metitur præter α, β, γ, igitur π uni ipsorum α, β, γ, est idem. Sit π ipsi β idẽ, & quot sunt ipsi β, γ, δ, multitudine, totidem aßumantur ab ipso ε, ipsi ε, θ, κ, λ, sunt autem ipsi ε, θ, κ, λ, ipsis β, γ, δ, in eadem ratiõe, ex æquali ergo per 13, est sicut β ad δ, sic ε, ad λ. igitur qui ex β, λ, ei qui ex δ, ε, est æqualis. Sed qui ex δ, ε, ei qui ex π, ο, est æqualis, & qui ex π, ο igitur, ei qui ex β, λ, est æqualis. Est igitur sicut π ad β, sic λ ad ο, estque π, ipsi β idem, & λ, igitur ipsi ο est idem, quod est impoßibile. Nã ο nulli expositorũ supponitur idem. igitur ipsum ζ η, aliquis numerus non metitur præter α, β, γ, δ, ε, θ, κ, λ, μ, & unitatem, & ostensum est quod ζ η, ipsis α, β, γ, δ, ε, θ, κ, λ, μ, & unitati est æqualis, perfectus autem numerus est (per diffinitionem) qui suis partibus est æqualis, perfectus igitur est ζ η, quod ostendere oportuit.*



NONI LIBRI FINIS

EVCLIDIS MEGARENSIS GRAECI PHILOSOPHI, GEOMETRICORVM ELEMENTORVM LIBER DECIMVS.

Ex Campano — Diffinitiones

QVantitates quibus fuerit una quantitas communis eas numerans, dicentur communicantes.
2 Quibus uero non fuerit una communis quãtitas eas numerans, dicentur incommensurabiles.
3 Lineæ in potentia communicantes dicuntur, quarum superficies quadratas una communis superficies numerat. 4 Lineæ incommensurabiles in potentia dicũtur, quarum superficies quadratas non numerat una communis superficies. Quæ cum ita sint, manifestum est quia omni lineæ positæ, multæ aliæ sunt incõmensurabiles, quædam in longitudine tantum, quædam in longitudine & potentia. 5 Omnis autem linea cum qua ratiocinamur posita, uocetur rationalis. 6 Lineæq́ ei communicantes, dicuntur rationes.
7 Eidem autem incommunicantes, dicuntur irrationales siue surdæ.
8 Omnis uero quadrata superficies de qua per hypothesin rationamur, dicitur rationalis. 9 Superficies uero ei communicantes, dicuntur rationales. 10 Eidem autem incommensurabiles superficies, dicuntur irrationales siue surdæ. 11 Latera uero quæ in illas quadratas possunt, dicuntur irrationalia.

Eucli. ex Zamb. — Diffinitiones

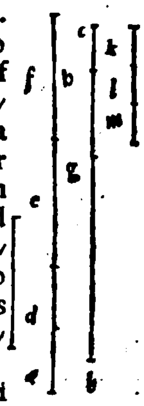
COmmensurabiles magnitudines dicuntur, quas eadẽ mensura dimetietur. 2 Incommensurabiles autem, quæ sub nullius communis mensuræ dimensionem cadunt. 3 Rectæ lineæ potentia commensurabiles sunt, quando quæ ab ipsis quadrata, eadem area dimetitur. 4 Incommẽsurabiles autem, quando nulla area communis mensura esse potest eorum quæ ex ipsis sunt quadratorũ. His expositis indicatur, quod proposita recta linea hoc est à qua & cubitales, & palmi, & digitales, ac pedales sumuntur mensuræ, ipsi sunt rectæ lineæ multitudine infinitæ commensurabiles & incommensurabiles. Commensurabiles quidem, aut potentia tantum, aut potentia & longitudine simul. Incommensurabiles uero, aut longitudine tantum, aut longitudine & potentia simul. 6 Vocatur igitur ipsa quidem proposita recta linea, rationalis. 7 Et quæ huic commensurabiles siue longitudine & potentia, siue potentia tantum, rationales. 8 Quæ autem incommensurabiles per utrunque, hoc est longitudine & potentia, irrationales appellantur. 9 Et quod quidem à proposita recta linea quadratum, rationale.

10 Et quæ huic commensurabilia, rationalia. 11 Et quæ huic incommensurabilia, irrationalia dicuntur. 12 Et ipsorum (si quadrata fuerint latera, sin autem, alia quæpiam rectilinea, ipsa potentes æqualiaq; ipsis quadrata describentes, irrationales uocentur.

Eucli. ex Camp. Propositio 1

1 SI duabus quantitatibus inæqualibus propositis maius dimidio à maiori detrahatur, itemque de reliquo maius dimidio dematur, deinceps quoque eodem modo, necesse est ut tandem minore positarum minor quantitas relinquatur.

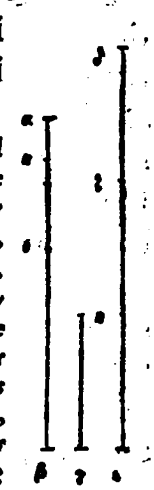
CAMPANVS Sint duæ quantitates inæquales a & b c, b c maior: dico quod toties potest maius dimidio detrahi ab ipsa b c uel, eius residuo, quod necesse erit reliqui quãtitatem minorẽ esse a, Multiplicetur enim a toties quousque excedat b c. sitq; eius multiplex d e f maius b c. Detrahatur itaq; ab ipsa b c, maius dimidio, quod sit b. d. itẽq; ex residuo quod est g e. maius dimidio, quod sit g h, hoc quoque toties fiat, quousque b c diuisa sit in tot partes quoties a continetur in d e f. Dico tunc quod ultimũ residuũ ut est hic h c, est minus a. Multiplicetur nãque h c, quoties est multiplicata a in d e f. sitque eius multiplex k l m. Quia igitur unaquæq; quantitatũ k. l, m, est æqualis h c, sequitur ut & k sit minor b g, sed & l, minor g h, at quia m est æqualis h c, erit per conceptionem k l m minor b c. quare minor d e f. Cũ sit ergo d e f ad a sicut k l m ad h c, sitque d e f maior k l m. sequitur per 14 quinti, quod a sit maior h c, quod est propositum. Idemq; sequitur, si a maiori dimidium dematur itemq; de reliquo dimidium, fiatq; toties quousque maior diuidatur in tot partes quoties continetur minor in quolibet suo multiplice maiorem positarum quantumlibet excedente.



CAMPANI annotatio, Attendere autem oportet, quod huic propositioni uidetur decima quinta tertij contradicere, proponens angulum contingentiæ minorem fore quolibet angulo à duabus lineis rectis contento. Posito enim angulo quolibet rectilineo, si ab ipso maius dimidio dematur, itemq; de residuo maius dimidio, necesse uidetur hoc toties posse fieri quousque angulus rectilineus minor angulo cõtingentiæ relinquatur, cuius oppositum 15 tertij syllogizat. Sed hi nõ sunt uniuoce anguli, non enim eiusdem sunt generis simpliciter curuum & rectum. At uero nec angulum contingentiæ toties contingit sumi, ut qualencunque rectilineum excedat, quod necessarium est (ut ex præhabita demonstratione patet) ad hoc ut consequens ex antecedente sequatur. Planum ergo est etiam quemlibet angulum rectilineum, infinitis angulis contingentiæ esse maiorem.

Eucli. ex Zamb. Theorema 1 Propositio 1

1 Duabus magnitudinibus inæqualibus expositis, si à maiore auferatur maius quàm dimidium, & eius quod relictum est maius quàm dimidium, idque semper fiat, relinquetur quædam magnitudo minor minore magnitudine exposita.

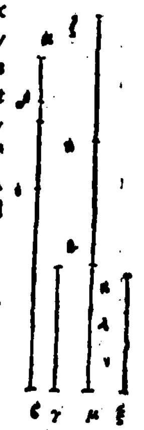


THEON ex Zãb. *Sint binæ magnitudines inæquales α β, γ, quarũ maior sit α β. Dico quod si ab ipsa α ζ, auferatur maius quàm dimidium, & reliqui maius quàm dimidiũ, & hoc semper fiat, relinquetur quædam magnitudo minor minore magnitudine exposita γ, Et quoniam minor est γ, igitur γ, multiplicata, maior tandem erit quàm α β, multiplicetur, & esto δ ε, ipsius quidem γ, multiplex, maior autem quàm α β. Diuidaturq; δ ε, in æquales ipsi γ hoc est δ ζ, ζ η, η ε. Auferaturq; ab ipsa α β, maius quàm dimidium, ζ θ, & ab ipsa α θ, maius quàm dimidiũ, hoc est θ κ, & hoc fiat semper, quoad quæ in α ζ, sunt diuisiones æquales sint multitudine eis quæ in ipso δ ε, sunt diuisionibus, sintque igitur α κ, κ θ, & θ β, diuisiones, æquales existentes multitudine ipsi θ δ ζ, ζ η, & η ε. Et quoniam maior est δ ε, quàm α β, ablatumq; est ab ipsa δ ε, minus, quàm dimidiũ hoc est ε η, ab ipsa autem α ζ, maius quàm dimidium ζ θ, reliquum igitur θ δ, reliquo β α, maius est. Et quoniam maius est η δ, quàm θ α, ablatũq; ab ipsa η δ, dimidium hoc est η ζ, ex ipsa autem α θ, maius dimidio hoc est θ κ, reliquum igitur*

δζ

δ ε, reliquo α κ, maius est. Aequale autẽ est δ ζ, ipsi γ, & γ igitur, ipso α κ, maius est, minus igitur est α κ, ipso γ. Relinquitur igitur ex α β, magnitudine ipsa α κ magnitudo, minor existẽs minore exposita magnitudine γ, quod oportuit demõstraße. Similiter quoque ostendetur si dimidia sublata fuerint.

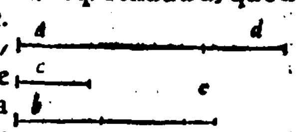
ALITER *idem ostendere.* *Consistent binæ magnitudines inæquales α, β, γ. Sit autem γ minor. Et quoniam minor est γ, igitur γ multiplicata, maior erit tandem quàm α β, multiplicetur, & esto ζ μ, ipsius γ multiplex. Diuidaturque ζ μ, in ipsi γ æqualia, hoc est μ θ, θ η, η ζ. Et ab ipsa α β, auferatur maius quàm dimidiũ β ε, & ex ipsa ε α, maius quàm dimidium, hoc est ε δ, & hoc fiat, quoad quæ in ipsa ζ μ, diuisiones, æquales fiant ipsis quæ sunt in α β, diuisionibus, fiant autem sicut β ε, ε δ, & δ α. Et ipsi δ α, unaquęq; ipsarum κ λ, λ ν, & ν ξ, esto æqualis, & hoc fiat, quoad diuisiones quæ sunt in κ ξ, fiant æquales eis quæ sunt in μ ζ. Et quoniam β ε, maior est quàm dimidium ipsius α β, ipsa β ε, maior est quàm ε α, multo maior igitur est β ε, quàm δ α. Sed ipsi δ α, æqualis est κ λ, igitur β ε, maior est quàm ν ξ. Rursus quoniã δ ε, maior est quàm dimidiũ ipsius ε α, ipsa igitur δ ε maior est quàm δ α, sed ipsa δ α, æqualis est ipsi λ ν, igitur ipsa δ ε, maior est quàm λ ν. Tota igitur δ β, maior est quàm ξ λ. Sed ipsa δ α, æqualis est ipsi ν κ. Tota igitur α β, maior est quàm κ ξ. Sed ipsa, μ ζ, maior est quàm β α, multo maior igitur est μ ζ, quàm κ ξ. Et quoniã ξ ν, ν λ, & λ κ, sibi inuicẽ sunt æquales, & μ θ, θ η, & η ζ, sibi inuicẽ sunt æquales & æqualis est multitudo ipsarũ quæ in μ ζ, multitudini ipsarũ quæ in κ ξ, est igitur sicut κ λ, ad ζ η, sic λ ν, ad η θ, & ν ξ, ad θ μ, igitur (per 12 quinti,) sicut κ λ, ad ζ η, sic ξ κ, ad ζ μ. Maior autẽ est ζ μ, quàm κ ξ, maior igitur est & ζ η, quàm λ κ. At ζ η, æqualis est ipsi κ λ, ipsi α δ. Igitur γ maior est quàm α δ. Quod oportuit demonstrare.*



Eucli. ex Camp. Propositio 2

2 SI fuerint duæ quantitates inæquales, detrahaturq; à maiori æquale minori donec minus eo supersit, ac deinde à minori ipsius reliqui æquale dematur donec minus eo relinquatur, denuo quoq; reliquo primo æquale reliqui secundi donec minus eo supersit auferatur. & in huiusmodi continua detractione nullum reliquum quod ante relictum numeret inueniatur, eas duas quantitates incommensurabiles esse necesse est.

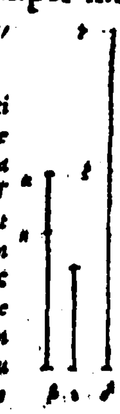
CAMPANVS Simile huic proposuit prima septimi in numeris. Sint duæ quantitates inæquales a & b maior a, quibus (si fiat reciproca quoad potest detractio) nõ occurrat (etiam si infinities fiat) aliqua quantitas detractionem impediens, siue ante relictum numerans, dico eas incommensurabiles esse. Si autem sint cõmensurabiles, sit cõmunis earum mẽsura c. Detrahatur igitur b, ex a quoties potest, sitq; residuũ d, quod residuum detrahatur ex b quoties potest. & sit residuum e. Fiatq; toties ista detractio, quousq; ex alterutra duarũ quãtitatũ a & b, remaneat minus c, hoc enim necesse est esse possibile per præcedentẽ, sitq; hic e minus c. Cũ igitur c mẽsuret b detractam ab a. & etiam a, mensurabit per conceptionem, d residuum, ideoq; cum mensuret d detractum ab ipso b, & etiã ipsum b, mẽsurabit e, residuum, sed erat minus c, maior ergo quantitas, mensurat minorem, quod est impossibile.



Eucli. ex Zamb. Theorema 2 Propositio 2

2 Si duabus magnitudinibus inæqualibus expositis: sublata semper minore à maiore reliqua minime metiatur præcedentem, incommẽsurabiles erunt ipsæ magnitudines.

THEON ex Zamb. *Duabus enim magnitudinibus inæqualibus existentibus α β, γ δ, & existente minore ipsa α β, sublata semper minore ipsa α β, à maiore γ δ, reliqua nequaquã metiatur præcedentem. Dico quod incommensurabiles sunt ipsæ α β, γ δ, magnitudines. Si enim sunt commensurabiles metietur (per 1 diffinitionem decimi,) eas aliqua magnitudo, metiatur si poßibile est, & esto ε, & α β, ipsam δ ζ metiens, relinquat seipsa minorem γ ζ. At γ ζ ipsam β η metiẽs: (per 1 decimi,) relinquat seipsa minorem α η, & hoc semper fiat, quoad sumpta fuerit quædã magnitudo quæ sit minor quàm ε, fiat, & (per præcedentem) sumatur α η, minor quàm ε. Quoniam igitur ε ipsam α β metitur, sed α β ipsam δ ζ metitur igitur ε ipsam δ ζ, metietur, metitur autem & totam γ δ, igitur & reliquam γ ζ metietur. Sed γ ζ, ipsam β η, metitur, & ε, igitur ipsam β η metitur, metitur autem & totam α β, & reliquam igitur α η metietur, maior minorem, quod est impossibile. Ipsas igitur α β, γ δ, nulla metietur magnitu*



do. Incommensurabiles igitur sunt ipsæ αβ, γδ, magnitudines. Si binæ igitur magnitudines inæquales exponantur auferaturq; semper à maiore minor, & reliqua tamen præcedentem non metiatur, ipsæ magnitudines erunt incommensurabiles, quod oportuit demonstrare.

Eucli. ex Camp. Propositio 3

3 Propositis duabus quantitatibus inæqualibus communicantibus, maximam quantitatem communiter eas numerantem inuenire.

CORRELARIVM

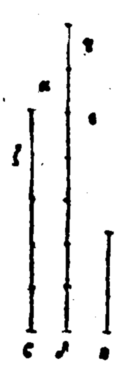
Ex hoc itaque manifestum est, quæ duas metitur quãtitates, maximam quoque communiter ambas metientem metiri.

CAMPANVS. Huius demonstrationem, si 2 septimi non ignoras, non potes ignorare. Si enim numeri nomen in quantitatis nomen conuertas, idem prorsus hic & illic efficies, processus enim utrobique idem erit.

Eucli. ex Zamb. Problema 1 Propositio 3

3 Duabus magnitudinibus commensurabilibus datis, maximam earum communem inuenire mensuram.

THEON ex Zamb. Sint datæ binæ magnitudines commensurabiles αβ, & γδ, quarum minor sit αβ, oportet iam ipsarum αβ, & γδ, maximam communem inuenire mensuram. Igitur αβ, aut metitur ipsam γδ, aut nõ. Si enim metitur, metitur autem & seipsam, igitur αβ, ipsarum αβ, & γδ communis est dimẽsio. Et manifestum est quod & maxima, maior namq; ipsa αβ, magnitudine, ipsam αβ, non metietur. Non metiatur autem αβ, ipsam γδ. Sublata igitur semper minore à maiore, id quod relinquitur metietur quandoq; præcedentem, eo quia ipsæ αβ, γδ, sunt commensurabiles, & αβ, ipsam εδ metiens relinquat se ipsa minorem εγ, at εγ, ipsam ζβ, metiens relinquat se ipsa minorem, hoc est ζα, at ζα, ipsam γε metiatur. Quoniam igitur αζ, ipsam γε metitur, sed γε, ipsam ζβ metitur, & αζ, igitur ipsam ζβ metietur. Metitur autem & seipsam, & totam igitur αβ metietur ipsa αζ. Sed αβ, ipsam δε metitur, igitur αζ, ipsam εδ metietur, metitur autẽ & γε, & totam igitur γδ metitur. Igitur αζ, ipsas αβ, & γδ metietur, igitur αζ, ipsarum αβ, & γδ, cõmunis est dimensio. Aio quoque quod & maxima, si enim non erit aliqua magnitudo maior ipsa αζ, quæ ipsas αβ, & γδ, metietur. Sitque, inquam, η. Quoniam igitur η ipsam αβ, metitur, sed αβ ipsam εδ metitur, & η igitur ipsam εδ metietur. Metitur autem & totam γδ, & reliquam igitur γε metietur ipsa η. Sed γε ipsam ζβ, metitur, igitur & η, ipsum ζβ metietur, metitur autem & totam αβ, & reliquã igitur αζ metietur, maior minorem, quod est impossibile. Igitur maior aliqua magnitudo ipsa αζ, ipsas αβ & γδ magnitudines non metietur. Igitur αζ, ipsarum αβ, & γδ, maxima communis dimensio est. Duabus igitur magnitudinibus commensurabilibus datis αβ, & γδ, maxima communis dimensio inuenta est αζ, quod fecisse oportuit.



CORRELARIVM. Ex hoc manifestum est, quod si magnitudo binas magnitudines mẽsa fuerit, & maximam earum communem dimensionem metietur.

Eucli. ex Camp. Propositio 4

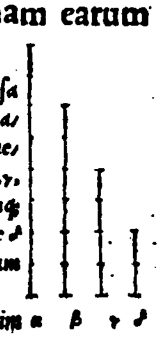
4 Propositis tribus quantitatibus communicãtibus, maximam eas communiter numerantem inuenire.

CAMPANVS Hæc ex tertia septimi, sic patet, sicut præmissa ex secũda. Simulq; correlarium ex hac deduces, ut illic ex secunda deductũ est.

Eucli. ex Zamb. Problema 2 Propositio 4

4 Tribus magnitudinibus commensurabilibus datis, maximam earum communem mensuram iuuenire.

THEON ex Zamb. Sint datæ tres magnitudines commensurabiles α, β, γ, oportet iam ipsarum α, β, γ, maximam communem mensuram inuenire. Sumatur enim (per 3 decimi, ipsarum duarum α, β, maxima communis mensura, sitq; illa δ. Igitur δ ipsam γ aut metitur, aut non metitur, metiatur primum. Quoniã igitur δ ipsam γ metitur, metitur autem & ipsas α β, igitur δ ipsas α, β, γ, metitur, Igitur δ, ipsarum α, β, γ, cõmunis dimensio est. Et manifestum quod maxima, maior namq; quàm δ magnitudo, ipsas α, β, γ, non metietur. Si enim possibile, metiatur ipsas, α, β, γ, magnitudine δ maior ipsa ε. Et quoniam ε, ipsas α, β, γ metitur, metitur & ipsas α, β, & ipsarum igitur α β maximam communem mensuram metietur, hoc est ipsam δ, maior uidelicet minorem quod est impossibile.



Non metiatur iam δ ipsam γ. Dico primum quod commensurabiles sunt ipsæ γ, δ, Quoniã enim

commen-

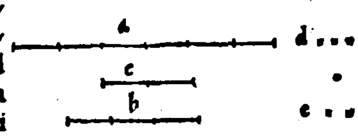
commensurabiles sunt ipsæ α,β,γ, metietur eas aliqua magnitudo, quæ uidelicet & ipsas α,β, metietur, quare & ipsarum α,β, maximam communem mensuram δ, metietur (per correlarium præcedentis, metitur autem & γ, quare dicta aliqua magnitudo metietur ipsas γ,δ. Cōmēsurabiles igitur sunt ipsæ γ δ. Sumatur (per 3 decimi, earū cōmunis maxima dimensio, sitq; ε. Quoniam igitur ε ipsam δ, metitur, sed δ ipsas α,β. metitur, & ε igitur α, β, metitur, metitur autem & γ, Igitur ε, ipsarum α,β,γ, communis est mensura. Dico quod & *maxima. Si enim possibile, sit magnitudo ζ, minor quàm ε, metiaturq; ζ ipsas α,β,γ. Et quoniam ζ ipsas α,β,γ, metitur, metitur & ipsas α,β, & ipsarum igitur α,β, (per præcedens correlarium) maximam communem mensuram metietur. At ipsarum α,β, maxima communis mensura est δ, Igitur ζ ipsum δ, metitur, metitur autem & γ, igitur ζ ipsas γ,δ metitur, & ipsarum ergo γ,δ, maximam communem mensuram (per præcedens correlarium) metietur ζ, maxima uero communis mensura ipsarum γ δ, est ε, igitur ζ ipsam ε metitur maior minorem, quod est impoßibile. Ipsa igitur magnitudine ε, maior aliqua magnitudo, ipsas α,β,γ, non metitur. Igitur ε. ipsarum α,β,γ, maxima communis est dimensio, si non metiatur δ ipsam γ. Si autem metiatur, ipsa est δ. Tribus igitur magnitudinibus commensurabilibus datis, maxima communis earum dimensio inuenta est, quod ere oportebat.*

CORRELARIVM. *Ex hoc proinde manifestum est, quod si magnitudo tres magnitudines mensa fuerit, & maximam quoque earum communem dimensionem metietur. Similiterq; & in pluribus & communis maxima mēsura, & subinde correlarium, inuenietur.*

Eucli. ex Camp. Propositio 5

5 OMnium duarum quantitatum communicantium est proportio tanquam numeri ad numerum.

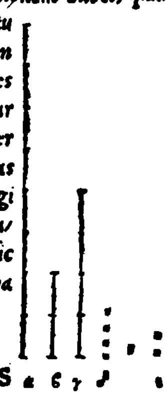
CAMPANVS Sint duæ quantitates a & b, communicantes. Dico quod earum proportio est sicut alicuius numeri ad alium numerum. Sit enim c maxima quantitas communiter mensurans a & b, reperta ut docet secunda huius, quæ mensuret a secundum numerum d, & b secundum numerū e, eritq; a ad c ut d ad unitatem, eo quod sicut a est multiplex c, ita d est multiplex unitatis, ac c ad b, ut unitas ad e, quoniam sicut c est submultiplex b, ita unitas est sub multiplex e, igitur per æquam proportionalitatem a ad b, ut d ad e, quod est propositum.



Eucli ex Zamb. Theorema 5 Propositio 5

5 Commensurabiles magnitudines, adinuicem rationem habent quam numerus ad numerum.

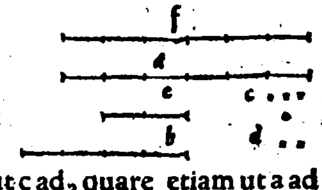
THEON *ex Zamberto. Sint commensurabiles magnitudines α,β. Dico quod α ad β, rationem habet, quam numerus ad numerum. Quoniam enim commensurabiles sunt α,β, metietur eas aliqua magnitudo, metiatur, & esto γ, Et quoties γ ipsam α, metitur. tot unitates sint in δ, quoties autem γ ipsum β metitur, tot unitates sint in ε. Quoniam igitur γ ipsum α metitur per eas quæ in δ sunt unitates & unitas metitur ipsum δ per eas quæ in ipso sunt unitates, æque igitur unitas ipsum δ metitur numerum, & γ magnitudo ipsam α, est igitur sicut γ ad α, sic est unitas ad δ, contra igitur (per correlarium 4 quinti) sicut α ad γ, sic δ ad unitatem. Rursus quoniam γ ipsam β metitur per eas* ἀνάπαλιν *quæ in ε sunt unitates, metitur autē & unitas ipsum ε per eas quæ in eo sunt unitates, æque igitur unitas ipsum ε metitur. & γ ipsum β, Est igitur (per idem) sicut γ ad β, sic est unitas ad ε. Patuit autē quod & sicut α ad γ, sic δ ad unitatem, ex æquali igitur (per 22 quinti,) est sicut α ad β, sic est δ numerus ad ε numerum. Commensurabiles igitur magnitudines α,β, adinuicem rationē habent, quam numerus δ ad numerum ε, quod oportebat demonstrare.*



Eucli. ex Camp. Propositio 6

6 SI fuerint duæ quātitates quarū sit proportio unius ad alterā tanquam numeri ad numerum, eas duas communicātes esse necesse est.

CAMPANVS. Hæc est conuersa prioris. Ut si sit a ad b sicut numerus e ad numerum d, erunt duæ quātitates a & b cōmunicantes. Sit enim e toties mensurans b, quoties est unitas in d, & toties mensurans f. quoties unitas in c. Cum sit igitur f ad e ut c ad unitatem. ac e ad b ut unitas ad d, erit per æquam proportionalitatem f ad b ut c ad, quare etiam ut a ad b. Igitur per primam partem 9 quinti, f est æqualis a. Cum itaque e mensuret f, per



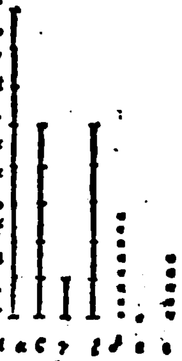
x 4 conce-

conceptionem mensurabit a, igitur a & b communicantes: mensurabat enim & b, quod est propositum. Eucli ex Zamb Theorema 4 Propositio 6

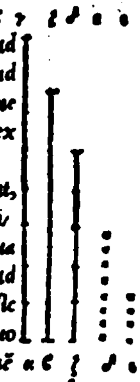
6 Si binæ magnitudines adinuicem rationem habuerint quam numerus ad numerum, commensurabiles erunt ipsæ magnitudines.

THEON ex Zamberio. *Binæ enim magnitudines α, β, ad inuicem rationem habeant, quam numerus δ ad numerũ ε. Dico quod commẽsurabiles sunt ipsæ α, β, magnitudines. Quot enim sunt in ipso α unitates, in tot æquales diuidatur (per 9 sexti ipsa α, & uni earum æqualis esto γ. Quot autem unitates sunt in ε, ex totidẽ magnitudinibus ipsi γ æqualibus cõponatur ζ. Quoniã igitur quot sunt unitates in ipsa δ, tot magnitudines sunt & in ipsa α, æquales ipsi γ, qualis igitur pars est η, unitas ipsius δ, talis pars est & γ ipsius α, est igitur sicut γ ad α sic η, unitas ad ipsum δ. Metitur autem η, unitas ipsum δ numerũ, metitur igitur & γ, ipsum α. Et quoniã est sicut γ ad α, sic est η unitas ad numerum δ, & contra (per correlarium 4 quinti,) sicut est α ad γ, sic est δ numerus ad η unitatem. Rursus quoniam quot unitates sunt in ε, tot sunt & in ipsa ζ, æquales magnitudines ipsi γ, est igitur sicut γ ad ζ, sic η unitas ad ε numerum. Patuit autem & sicut α ad γ, sic est δ ad unitatem η. Ex æquali igitur (per 22 quinti,) est sicut α ad ζ, sic est δ ad ε. Sed sicut δ ad ε, sic est α ad β. Igitur (per 11 quinti,) & sicut α ad β, sic est & α ad ζ. Igitur α, ad utrãq; ipsarũ β, ζ, eandem habet rationem, æqualis (per 9 quinti,) igitur est β, ipsi ζ, metitur aũt γ, ipsam ζ, metitur igitur & β, sed & ipsam α. Igitur γ, ipsas α, β, metitur. Cõmẽsurabilis igitur est α ipsi β. Si binæ igitur magnitudines adinuicem rationem habuerint quam numerus ad numerum, commensurabiles erunt ipsæ magnitudines, quod erat ostendendum.*

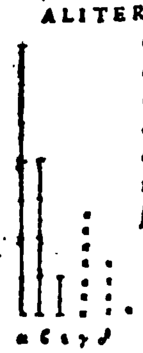
ἀνάπαλιν



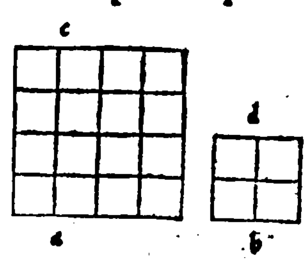
CORRELARIVM. *Ex hoc proinde manifestum est, si fuerint bini numeri δ, ε, & recta linea sicut α, quod datur & factu est possibile sicut numerus ad numerum sic recta linea ad rectam lineã. Si autem ut ipsarum α, ζ, media proportionalis sumpta fuerit, sicut β, erit sicut α ad ζ, sic quod ex ipsa α, ad id quod ex ipsa β, hoc est sicut prima α ad tertiam ζ, sic quod α prima ad id quod ex secũda simile similiterq; descriptum, (per correlariũ 19 sexti.) Sed sicut α ad ζ, sic est δ numerus ad ε numerum fit igitur sicut δ numerus ad ε, numerum, sic quod ex α, recta linea ad id quod ex β, recta linea.*



ALITER *idem ostendere. Binæ enim magnitudines α, β, adinuicem rationem habeant, quam numerus γ ad numerum δ, dico quod ipsæ magnitudines sunt commensurabiles. Quot enim sunt in ipso γ unitates, in tot æqualia diuidatur α, & uni earum æqualis esto ε. Est, igitur sicut unitas ad γ numerum, sic est ε ad α, est autem & sicut γ ad δ, sic α ad β, ex æquali igitur (per 22 quinti) est sicut unitas ad ipsum δ numerum, sic est ε ad β, metitur autem unitas ipsum δ metitur igitur ε ipsum β, metitur aũt & α, quoniam unitas ipsum γ. Igitur ε, utramq; ipsarum α, β, metitur. Ipsæ igitur α, β, commẽsurabiles sunt. & ε, ipsarum cõmunis est dimẽsio.* Eucli. ex Camp. Propositio 6



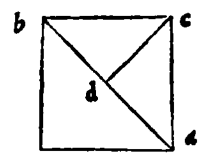
6 Omnium duarũ superficierum quadratarum quarum latera in longitudine cõmunicant, est proportio unius ad alteram, tanquã numeri quadrati ad numerum quadratum. Si uero fuerit proportio superficiei quadratæ ad superficiẽ quadratam tanquã proportio numeri quadrati ad numerũ quadratũ, erũt latera earũ in lõgitudine cõmunicantia. Quod si fuerit proportio superficiei quadratæ ad superficiẽ quadratã, nõ uelut numeri quadrati ad numerum quadratum, latera earum erunt in longitudine incommensurabilia.

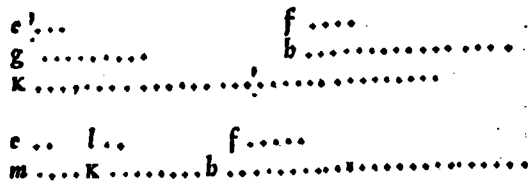


CAMPANVS. Sint a & b, duæ lineæ quadratæ, quarũ quadrata sint c & d. Dico quod si a & b cõmunicant in lõgitudine, erit proportio c ad d sicut numeri quadrati ad numerũ quadratũ, & econuerso. Si autem proportio c ad non sit sicut nũeri quadrati ad numerũ quadratũ, a & b erũt incõmẽsurabiles in lõgitudine, & ecõuerso. Verũtamẽ istud argumẽtũ quartũ nõ proponit. Primũ patet sic. Si a & b cõmunicant in longitudine, ipsæ per 5 erunt in proportione duorum numerorum qui sint e & f. quorũ quadrati sint g & h. Quia ergo est c ad d sicut a ad b proportio duplicata per 18 sexti, sequitur, ut sit etiam c ad d sicut e ad f duplicata, sed etiã est per 11 octaui

ut g ad h ut e ad f,duplicata,ergo c ad d,ficut g ad h,quod eſt primum. Secundum ſic. Sit c ad d,ſicut g numerus quadratus ad h numerum quadratum.dico quod a & b erũt in longitudine communicantes.Cum enim ſit c ad d ut a ad b,duplicata per 18 ſexti,& g ad h per 11 octaui ut e ad f duplicata,quare & ſimpla a ad b ſicut ſimpla e ad f:per 6 igitur ſunt a & b communicantes.quod eſt ſecundum. Tertium uero patet ex primo à deſtructione conſequentis.Similiterquartum patet ex ſecundo,à deſtructione conſequentis,

CAMPANI annotatio. Ex tertia parte huius,nota diametrum eſſe incommenſurabilem coſtæ.Cum enim ſit quadratum diametri duplum quadrato coſtæ,dupla uero proportio nõ ſit ſicut numerorum quadratorum,ſequitur diametrum eſſe incommenſurabilem coſtæ in longitudine.Alioqui cum quaternarius ſit numerus quadratus,eſſent omnes pariter pares,quadrati,etiã alij infiniti qui non ſunt quadrati. Ducit autem Ariſtoteles ad iſtud inconueniens,ſi diameter ponatur commenſurabilis coſtæ,quod impar numerus erit æqualis pari,quod ſic patet.Sit enim diameter a b commenſurabilis lateri a c,eritque per 5 a b ad a c,ſicut aliquis numerus ad alium. Sint ergo hi numeri e & f,qui ſint minimi in ſua proportione,eritque ob hoc,alter eorum impar.Si enim uterque par,non erunt minimi,quadrati quoque eorum ſint g & h,ſi ergo e eſt impar,erit quoq; ex 30 noni g impar.ſit itaq; k duplus ad h,eritque k ex diffinitione par.Quia igitur a b ad a c ut e ad f,erit per 8 ſexti,& 11 octaui quadratũ a b ad quadratum a c per penultimã primi.Et quia etiã k eſt duplus ad h,ſequitur per 9 quinti ut g nũerus impar ſit æqualis k nũero pari. Quod ſi e ſit par.& f impar,erit proportio f ad dimidium e quod ſit l,ſicut a c ad dimidium a b,quod ſit a d,& ideo erit proportio quadrati a c ad quadratũ a d,ſicut proportio numeri h qui eſt impar per 30 noni ad quadratũ nũeri l,qui ſit m,cui k ponatur eſſe duplus,eritq; k per diffinitionẽ,par.At quia quadratũ a c eſt duplũ ad quadratũ a d per penultimam primi,erit h duplus ad m,cũque k ſit etiam duplus ad m.erit per 9 quinti numerus impar h æqualis k numero pari,quod eſt propoſitum.



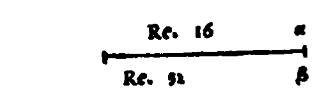


Sequentia duo ex Zamberto Theoremata.in Campano nihil reſpondens habent,

Eucli.ex Zamb. Theorema 5 Propoſitio 7 Conuerſa quintæ.

7 Incommenſurabiles magnitudines adinuicem rationem non habent, quam numerus ad numerum.

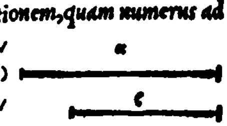
THEON ex Zamberto. Sint incommenſurabiles magnitudines,α,β.Dico quod α,ad β,rationem nõ habet quam numerus ad numerum.Si enim habet α ad β,eam rationem quam numerus ad numerum,commenſurabilis erit α ipſi β,(per ſextam decimi Non eſt autem,igitur α ad β rationem non habet,quam numerus ad numerum.Incommenſurabiles igitur magnitudines rationem non habent adinuicem,quam numerus ad numerum,quod oportuit demonſtraſſe.



Eucli.ex Zamb. Theorema 16 Propoſitio 8 Conuerſa ſextæ

8 Si binæ magnitudines adinuicem rationem non habuerint quam numerus ad numerum incommenſurabiles erunt ipſæ magnitudines.

THEON ex Zamb. Binæ enim magnitudines α,β,adinuicem non eam habeant rationem,quam numerus ad numerum.Dico quod ipſæ α,β,magnitudines ſunt incommenſurabiles.Si enim commenſurabilis eſt α ipſi β,rationem habebit quam numerus ad numerum (per quintam decimi) non habet autẽ.Incõmenſurabiles igitur ſunt ipſæ α,β,magnitudines.Si binæ igitur magnitudines,& quæ ſequuntur reliqua,quod erat oſtendendum.

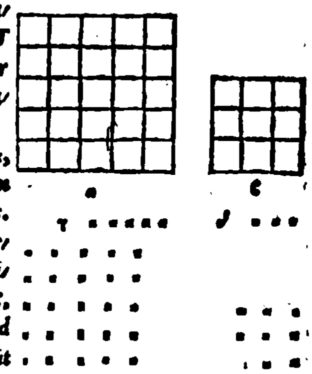


Eucli. ex Zamb. Theorema 7 Propoſitio 9

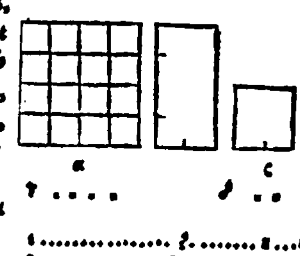
9 A lõgitudine cõmẽſurabilib9 rectis lineis quadrata,adinuicẽ rationẽ habẽt quàm

quàm quadratus numerus ad quadratum numerum. Et quadrata adinuicem rationem habentia quam quadratus numerus ad quadratum numerum, latera quoque habebunt longitudine cōmensurabilia. A longitudine uero in commensurabilibus rectis lineis quadrata, adinuicem rationē non habent quam quadratus numerus ad quadratum numerum. Et quadrata adinuicem rationem non habentia quā quadratus numerus ad quadratum numerum, neque latera habebunt longitudine commēsurabilia.

a THEON ex Zamberto. *Sint enim α, ϐ, longitudine commensurabiles. Dico quod quadratum quod ex α, ad id quod ex β, quadratum rationem habet, quam quadratus numerus ad quadratum numerum. Quoniam enim commensurabilis est α, ipsi β, longitudine, igitur α ad ϐ, rationē habet quam numerus ad numerum (per 5 decimi,) habeat, inquam quam γ, ad δ. Quoniam igitur est sicut α ad ϐ, sic est γ numerus ad δ numerum, sed ipsius quidē α ad ϐ, rationis, dupla est ipsius α quadrati ad ipsius ϐ, quadratum ratio (similes namque figuræ (per 19 sexti & per correlarium primum 20 sexti,) in dupla sunt ratione similis rationis laterum) ipsius autem γ, numeri ad δ, numerum rationis, dupla est ratio ipsius γ quadrati ad ipsius δ quadratū (Binorum etenim quadratorum numerorū (per 11 octaui,) unus medius proportionalis est numerus. & quadratus ad quadratū duplam rationem habet quam latus ad latus: est igitur sicut quadratum quod ex α, ad quadratum quod ex β, sic ex γ, numero quadratus numerus ad eum qui ex δ, numero quadratum numerum.*



ALITER *idem demonstrare. Quoniam enim commensurabilis est α, ipsi β, rationem habet (per 5 decimi,) quam numerus ad numerum, habeat autem quam γ ad δ, & γ, seipsum multiplicans, efficiat ε, ipsum autem δ multiplicans, efficiat ipsum ζ, at δ, seipsum multiplicans, efficiat ipsum η. Quoniam igitur γ seipsum multiplicans ipsum efficit ε, at multiplicans ipsum δ fecit ipsum ζ, est igitur (per 17 septimi) sicut γ ad δ, hoc est sicut α, ad ϐ, sic est ε ad ζ. Sed sicut α ad ϐ, sic id quod ex α, ad id quod sub α, ϐ, (per 1 sexti.) Est igitur sicut quod ex α, ad id quod sub α, β, sic ε ad ζ. Rursus quoniā γ ipsum δ multiplicās ipsum effecit ζ, δ aūt multiplicans ipsum effecit η, est igitur (per 17 septimi) sicut γ ad δ hoc est α ad β, sic est ζ ad η. Sed sicut α ad β, sic est quod sub α, ϐ, ad id quod ex β, est igitur sicut id quod sub α, ϐ, ad id quod ex β, sic est ζ ad η. Sed sicut quod ex α, ad id quod sub α, ϐ: sic ε ad ζ, ex æquali igitur (per 22 quinti,) sicut quod ex α ad id quod ex β, sic est ε, ad η, est autem uterque ipsorum ε, η, quadratus, ε quidem ab ipso γ, at η, est ab ipso δ. Quod igitur ex α, ad id quod ex β, eam habet rationem quam quadratus numerus ad quadratum numerum, quod oportebat demonstrare.*



b *Sed iam esto sicut quadratum quod ex α, ad id quod ex ϐ, sic qui ex γ, quadratus ad eum qui ex δ quadratum. Dico quod α, ipsi ϐ, commensurabilis est longitudine. Quoniam enim est sicut quadratum quod ex α ad id quadratum quod ex β, sic qui ex γ, quadratus ad eū qui ex δ quadratum, sed ipsius quidem quadrati quod ex α, ad id quod ex ϐ, ratio, est dupla eius quæ est ipsius α ad β, quadrati autem qui ex γ numero, ad eum qui ex δ numero quadratum (per undecimā octaui) ratio, dupla est eius rationis quæ est ipsius γ numeri ad ipsum δ numerum, est igitur sicut α ab ϐ, sic est γ numerus ad δ numerum. Igitur α ad β, eam habet rationem quàm γ numerus ad numerum. Commensurabilis est igitur (per sextam decimi, α, ipsi β longitudine.*

ALITER *idem demonstrare. Sed habeat iam quod ex α, ad id quod ex ϐ, eam rationem quam quadratus numerus ε ad quadratum numerum η. Dico quod commensurabilis est α ipsi ϐ. Sit enim ipsius ε, latus γ, ipsius autem η, sit δ, & γ, ipsum δ multiplicans, ipsum efficiat ζ. Ipsi igitur ε, ζ, η, continue sunt proportionales, in ea quæ est ipsius γ ad δ ratione, (per 17 & 18 septimi,) Et quoniam eorum quæ ex α, & β, medium proportionale est id quod sub α ϐ, (per 17 sexti) & ipsorum ε, η, ipse ζ, est igitur sicut quod ex α, ad id quod sub α, β, sic ε ad ζ, sicut autem quod sub α, ϐ. ad id quod ex β, sic ζ ad η. Sed sicut quod ex β ad id quod sub α, ϐ, sic est α, ad β. Igitur α, & ϐ, commensurabilec sunt, rationem etenim habent, quam numerus ε ad numerum ζ, hoc est γ ad δ. Quod oportebat demonstrare.*

Sed iam incommmensurabilis esto α, ipsi β longitudine. Dico quod quadratum quod ex α ad quadratum quod est β eam non habet rationem, quam quadratus numerus ad quadratum numerum. Si enim quadratum quod ex α, ad id quadratum quod ex β, eam habet rationem quam numerus quadratus ad numerum quadratum, commēsurabilis erit α ipsi ϐ, nō est autem. Igitur quadratum quod ex α, ad id quadratum quod ex ϐ, (per præcedentē,) eā non habet rationem, quam quadratus numerus ad quadratum numerum.

Rursus quadratum quod ex α ad id quadratum quod ex ϐ rationem non habeat, quam numerus quadratus ad

numerum

numerum quadratum. Dico quod incommensurabilis est α, ipsi β longitudine. Si enim fuerit commensurabilis α ipsi β, quadratum quod ex α ad quadratum quod ex β, eam habebit rationem quam numerus quadratus ad numerum quadratum, non habet autem. Igitur commensurabilis non est α ipsi β longitudine. Incommensurabilis igitur est α, ipsi β longitudine. A longitudine commensurabilibus igitur quadrata, & quae sequuntur reliqua, quod demonstrasse oportuit.

CORRELARIVM

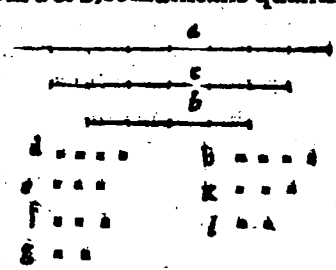
Et manifestũ est ex his, quod longitudine commensurabiles rectæ lineæ, omnino sunt potentia, quæ autem potentia, non omnino longitudine, longitudine uero incommensurabiles, non omnino potentia, quæ autem potẽtia, omnino & longitudine.

Quoniam enim ex longitudine commensurabilibus rectis lineis quadrata rationem habent quam quadratus numerus ad quadratum numerum, at quæ rationem habent quam numerus ad numerum, commensurabilia sunt (per 6 decimi,) longitudine igitur commensurabiles rectæ lineæ, non solum longitudine sunt commensurabiles, sed & potentia. Rursus quoniam quæcunque quadrata rationem habent quam numerus ad numerum commensurabilia sunt (per 6 decimi.) at quatenus rationem habent quam quadratus numerus ad numerum quadratum eorum latera longitudine commensurabilia sunt, quæcunque igitur qudrata rationem non habent quam quadratus numerus ad quadratum numerum, sed simpliciter quam aliquis numerus ad numerum, commensurabilia potentia quidẽ habent latera, non autem & longitudine. Quare longitudine quidem commensurabiles rectæ lineæ, omnino & potentia, quæ autem potentia, non omnino longitudine, nisi rationem habuerint eorum quadrata quàm quadratus numerus ad quadratum numerum. Dico iam quod & quæ longitudine incommensurabiles, nõ omnino & potentia. Quandoquidem quadrata commensurabilia, possunt rationem habere non quidem quam quadratus ad quadratũ, sed simpliciter quam aliquis numerus ad numerum, & ob id potentia commensurabilia latera habebunt, & longitudine incommensurabilia. Quare quæ longitudine incommensurabiles rectæ lineæ, non omnino & potentia. Sed longitudine existentes incommensurabiles possunt & potentia esse incommensurabiles, si eorum quadrata sunt incommensurabilia. Quæ autem potẽtia incõmensurabiles, omnino & longitudine incommensurabiles. Si enim longitudine commensurabiles fuerint, erunt quoque & potentia commensurabiles. Supponuntur autem & incommensurabiles, quod est absurdum. Quæ igitur potentia incommensurabiles, omnino & longitudine.

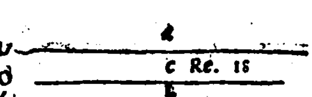
Eucli. ex Camp. Propositio 8

8 SI fuerint duæ quantitates uni quantitati cõmunicantes, ipsas quoq; inuicem commensurabiles esse necesse est.

CAMPANVS Sit utraq; duarũ quantitatum a & b, cõmunicans quantitati c, dico a & b esse cõmẽsurabiles. Est enim per 5, a ad c, sicut numerus ad numerũ. similiter quoq; per eadẽ, c ad b, sicut nũerus ad numerũ. Sit itaq; numerus d ad numerũ e, sicut a ad c, nũerusq; f ad nũerũ g sicut c ad b. At proportiones quæ sunt d ad e & f ad g, continentur in tribus terminis qui sunt h, k, l, ut docet 4 octaui, eritq; per æquã proportionalitatẽ, a ad b, sicut h numerus ad l numerũ, per 6 igitur sunt a & b, cõmunicãtes, quod est propositũ.



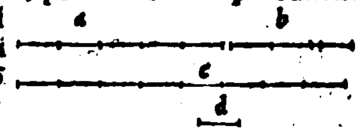
CAMPANI *additio*. Ex hac quoq; sequitur, quod si fuerint duæ quãtitates sibi inuicẽ cõmunicãtes, cuicũq; una earũ cõmunicat, & reliqua, & cuicũq; una nõ cõmunicat, nec reliqua. Sint enim duæ quãtitates a & b cõmunicantes: ponaturq; quælibet quantitas quæ sit c, cũ qua cõmunicet a, dico q b cõmunicabit cũ eadẽ, qđ ex hac octaua patet cũ utrũq; earũ cõmunicet cũ a, ex hypothesi. Quod si iterũ a & b sint cõmunicãtes ut prius, ponatur c quælibet quãtitas cũ qua nõ cõmunicet a, dico qđ b non cõmunicabit cũ eadẽ. Si enim c communicaret cum b, quum a quoq; per hypothesin cõmunicet cum eodẽ, b essent per hanc octauã a & c cõmunicantes, sed positum erat, quod non essent. Quare constat quod diximus.



Eucli. ex Camp. Propositio 9

9 SI fuerint duæ quantitates communicantes, totum quoq; ex eis cõfectum utriq; earum erit communicans. Si uero fuerit totum utrique commensurabile, erunt ambæ commensurabiles.

CAMPANVS. Sint duæ quãtitates a & b cõmẽsurabiles, dico totũ ex eis compositũ quod sit c, utrique earũ esse commensurabile, & econuerso. Adhuc quoq; si totũ ex eis cõpositũ uni earum cõmunicet, dico qđ cõmunicabit alteri, & ipse similiter inter se etiã cõmucommunicabunt. Idem quoque in contrario, si enim a & b sint incommunicātes, dico quod c utrique earum erit incommunicans, & econuerso, si c alteri earum sit incōmunicans, erit quoque incōmunicans & alteri, & ipsæ etiam inter se. Sint itaque primum a & b communicantes, sitque earum communis mensura d, quæ cum utramque earum numeret, per conceptionem similem antepenultimæ septimi, numerabit & c. quare per diffinitionem c communicabit utrique earū scilicet a & b. Ecōuerso quoque si c cōmunicet utrique earum, sit omnium communis mēsura d, constat itaque per diffinitionem, a & b communicantes esse. Sed communicet c cum altera earū quæ sit a, dico quod communicabit cū b. & a etiam & b communicabunt adinuicem: sit enim d communiter mensurans c & a. Quia igitur d mensurat totum & detractum, per conceptionem ipsa mensurabit residuum uidelicet b, per diffinitionem ergo, & c communicat cū b, & a communicat quoque cum b.

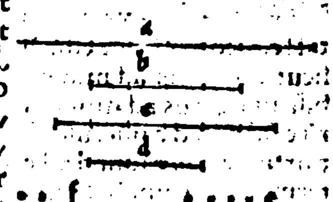


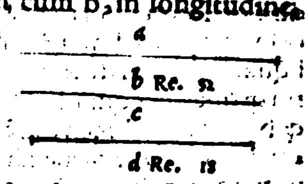
CAMPANI *additio*. Si autem a & b sint incommunicantes, erit c incommunicans utrique earū. Si enim cum utraque seu etiam cum altera earum communicaret, & ipsæ communicarent adinuicem, quod est contra hypothesin. Similiter quoque econuerso sic est in communicans utrique earum seu etiam alteri earū. erit quoque incommunicās reliquæ, & ipsæ inter se, quod palam est ex prædemonstratis, à destructione cōsequentis.

Eucli. ex Camp. *Propositio 10*

10 Omnium quatuor quātitatum proportionalium, si fuerit prima communicās secundæ, tertia quoque erit communicās quartæ. Si uero prima incommensurabilis fuerit secūdæ, tertia quoque incommensurabilis erit quartæ.

CAMPANVS. Sint quatuor quantitates proportionales, a, b, c, d: dico quod si a communicat cum b, c quoque communicabit cum d, quod si a est incommensurabilis b, c quoque erit incommensurabilis d. Et si a communicabit cum b in potentia tantum, c quoque communicabit cū d in potentia tantū, ueruntamē illud non proponit autor quia facile patet ex demonstratione priorum: Si enim a communicat cum b, erit per 5 a ad b sicut numerus ad numerum, sit ergo sicut e ad f. At quia est per hypothesin a ad b sicut c ad d. erit c ad d, sicut numerus e ad numerū f, per 6 igitur est c cōmunicās cum d, quod est primum. Secundum patet ex primo à destructione consequentis. Si enim a est incommensurabilis b oportet c esse incommensurabilem d, nam si esset ei commensurabilis, cum sit ut c ad d sic a ad b, per hypothesin, esset per primam partem a communicans cum b. sed non erat. Quare constat totum quod proponit autor. Quod autem adiūximus, uidelicet quod si a communicat cum b in potentia tātum, c communicat cum d in potentia tantum, sic patet. Cum enim a non communicet cum b, in longitudine, nec c quoque ex parte secūda huius communicabit cum d in longitudine. At uero cum quadratum a communicet cum quadrato b ex hypothesi, erit per 5, quadratū lineæ a ad quadratum lineæ b, sicut numerus ad numerum qui sint e & f. Et quia quadratum c ad quadratū d sicut quadratum a ad quadratum b, erit etiam quadratum c ad quadratum d, sicut numerus e ad numerum f, per 6 igitur c & d, communicant in potentia. & quia non communicant in longitudine, constat propositum.



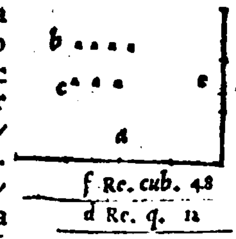


Eucli. ex Camp. *Propositio 11*

11 Proposita qualibet recta linea, duas ei incommensurabiles alteram in longitudine tantum, alteram in longitudine & potentia rectas lineas inuenire.

CAMPANVS Sit linea a proposita, uolo duas lineas reperire, quarum una communicet cum a in potentia tantum, altera uero sit incommensurabilis ei in longitudine.

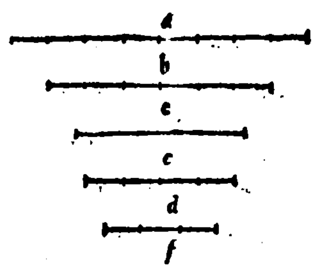
ne & in potentia. Sumo itaque duos numeros nequaquam se habentes in proportione aliquorum numerorum quadratorum, sintq; hi b & c, quos facile est sumere, cũ quilibet quadratus numerus ad quẽlibet non quadratum eam habeat proportionẽ quã nequaquã habent aliqui numeri quadrati, confirmante hæc 22 octaui. Duobus talibus numeris sumptis inuenio lineam d, ad cuius quadratum se habeat quadratum lineæ a sicut numerus b ad numerum c. Hãc autem lineam ita reperio. Diuido lineam a in tot partes æquales quot sunt unitates in numero b, quod facile facio adiuuãte 11 uel 12 sexti, dehinc super extremitatem lineæ a, erigo lineam e perpẽdiculariter, in qua toties cõtineatur una ex partibus a, quoties unitas est in c. Quia igitur ex prima sexti proportio quadrati lineæ a ad superficiem quæ fit ex a in e est sicut a ad e, & ideo sicut numeri b ad numerum c: ponatur d medio loco proportionalis inter a & e sicut docet 9 sexti. Quia tunc per primam partem 6 eiusdẽ quadratum erit æquale superficiei productæ ex a in e, erit proportio quadrati lineæ a ad quadratũ lineæ d, sicut numeri b ad numerũ c quare a & d, sunt cõmẽsurabiles in potentia ex diffinitione. & per ultimam partem, ipse sunt incommensurabiles in longitudine, reperta est itaque d prima linea, quam propositum erat inquirere. Alteram sic reperio. Interpono ut docet 9 sexti, lineam f medio loco proportionalem inter a & d, eritque per correlariũ 17 sexti quadratum a ad quadratum f, sicut a ad d, itaque per secundam partẽ 10, quadratum a est incommensurabile quadrato f, igitur linea f est incommensurabilis lineæ a in potentia, quare & in longitudine, est itaque f secunda linea quam propositũ erat reperire, Et sic patet propositum.



Eucli. ex Camp. *Propositio 12*

12 OMnium quatuor linearum proportionalium si prima tanto amplius possit secunda quantum est quadratum alicuius lineæ communicantis sibi in longitudine, necesse est tertiam quoque tanto amplius posse quarta, quantum est quadratum alicuius lineæ communicantis sibi in longitudine. Quod si fuerit prima potentior secunda quadrato alicuius lineæ incommensurabilis sibi in longitudine, erit quoque tertia potentior quarta quadrato alicuius lineæ sibi incommensurabilis in longitudine.

CAMPANVS Sint quatuor lineæ proportiõales a, b, c, d, sitque a maior b, & c maior d, sit quoque a potentior b, quadrato lineæ e: & c potẽtior d, quadrato lineæ f, dico quod si a communicet e in lõgitudine, c quoque cõmunicabit f in longitudine, quod si a non communicat e in longitudine, nec c communicabit f in longitudine. Quod & si a cõmunicat e in potentia tantum, c quoque cõmunicabit f in potentia tantũ. Veruntamen istud ultimum non proponit autor, quia facile patet ex priorum demõstratione. Cũ sit enim proportio a ad b sicut c ad d, erit quadrati a ad quadratũ b, sicut quadrati c ad quadratũ d. Et quia quadratũ a est æquale quadratis duarum linearum b & e, similiter quadratum c quadratis duarum linearum d & f, erit proportio quadratorum duarum linearum b & e ad quadratum e, sicut quadratorum d & f ad quadratum f, ergo disiũctim erit quadratum b ad quadratum e, sicut quadratum d ad quadratum f, ergo b ad e sicut d ad f, item per æquam proportionalitatem erit a ad e, sicut c ad f, ergo per primã partem decimæ constat prima pars huius, & per secundam secunda, & per tertiam ibi adiunctam, tertia hic adiuncta.



Quinque præcedentes propositiones ex Campano cum suis additionibus, sequẽtibus septem ex Zamberto cũ sibi præmissis lemmatibus hoc ordine respondent. Octaua apud Campanum cũ additione, duodecimæ & decimætertiæ ex Zamberto propositionibus respondet. Nona apud Campanũ cum additione, decimæquintæ & decimæsextæ ex Zamberto propositionibus. Decima autem & undecima apud Campanũ, decimæ, & undecimæ ex Zãberto propositionibus præpostero respondent ordine. Duodecima uero apud Campanum, decimæquartæ ex Zamberto propositioni respondet.

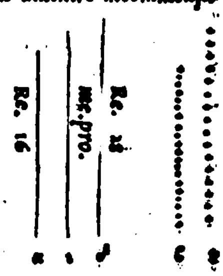
THEON Lemma.

Quoniam autem ostensum est in arithmeticis (ex 26 octaui) quod similes plani numeri adinuicem rationem habent quam quadratus numerus ad quadratum numerum, & quod si bini numeri adinuicem rationem habuerint quam quadratus numerus ad quadratum numerum similes sunt ipsi plani numeri (per 24 eiusdem) manifestum ex his quod dißimiles plani numeri hoc est latera proportionalia non habentes, adinuicem rationem non habent quam quadratus numerus ad quadratum numerum. Si enim habebunt, similes ipsi plani erunt, quod quidem non supponitur. Dißimiles igitur plani numeri adinuicem rationem nõ habent, quam quadratus numerus ad quadratum numerum.

Eucli ex Zamb. Problema 3 Propositio 10

10 Propositæ rectæ lineæ binas rectas incommensurabiles inuenire lineas, alteram quidem longitudine tantum, alteram autem & potentia.

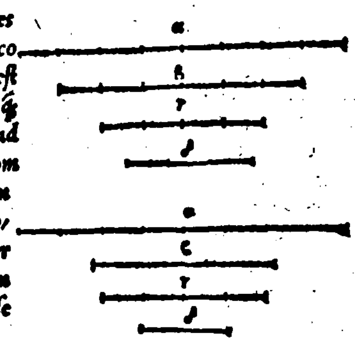
THEON ex Zamberto. Sit proposita recta linea α, oportet iam ipsi α, binas rectas inuenire incommensurabiles, alteram quidem longitudine tantum, alteram autem & potentia. Ponantur bini numeri β, δ, adinuicem rationem non habentes quã quadratus numerus ad quadratũ numerum, hoc est non similes plani, & fiat sicut ε ad γ, sic quod ex α quadratum ad id quod ex δ, quadratum, commensurabile igitur est quod ex α, ei quod ex δ, commensurabilis igitur potentia est α ipsi δ, & quoniam ε, ad γ rationem non habet quam quadratus numerus ad quadratum numerum, neq; igitur quod ex α ad id quod ex δ rationem habet quã quadratus numerus ad quadratum numerũ, incommensurabilis igitur est (per 9 decimi) α ipsi δ, lõgitudine. Capiatur (per 13 sexti,) ipsarum α, δ, media proportionalis ι, est igitur sicut α ad δ, sic quod ex α, quadratum ad id quod ex ι. Incommẽsurabilis autem est α, ipsi δ longitudine, incommensurabile igitur est & id quod ex α quadratum, ei quod ex ι quadrato. Incommensurabilis igitur est α, ipsi ι, potentia. Propositæ igitur rectæ lineæ α, inuentæ sunt binæ rectæ lineæ incommensurabiles, longitudine, inquam, tantum ipsa δ, at ι potentia & longitudine. Propositæ igitur rectæ lineæ rationali, à qua diximus mensuras capi, uidelicet ipsi α, inuenta est tantum potentia commensurabilis δ, hoc est rationalis, potentia tantum commensurabilis, irrationalis autem ι, irrationales enim in uniuersum appellat, longitudine & potentia ipsi rationali incommensurabiles.



Eucli. ex Zamb. Theorema 8 Propositio 11

11 Si quatuor magnitudines proportionales fuerint, prima autem secundæ fuerit commensurabilis, & tertia quartæ commensurabilis erit, & si prima secundæ incommensurabilis fuerit, & tertia quartæ incommensurabilis erit.

THEON ex Zamb. Sint quatuor magnitudines proportionales α, β, γ, δ, sicut α ad β, sic γ ad δ, sit autem α ipsi ε commensurabilis. Dico quod & γ ipsi δ est commensurabilis. Quoniam enim commensurabilis est α ipsi ε, rationem habet (per 5 decimi,) quam numerus ad numerum. Estq; sicut α ad ε, sic γ ad δ. Igitur & γ ad δ habet rationem, quam numerus ad numerum. Commensurabilis igitur est γ ipsi δ. Sed iam α ipsi ε incommensurabilis esto. Dico quod & γ ipsi δ est incõmensurabilis. Quoniã enim incommensurabilis est α ipsi ε, igitur (per 7 quinti) α ad ε, non habet rationem quam numerus ad numerum, & est sicut α ad ε, sic γ ad δ. Igitur (per 8 decimi,) γ ad δ, non habet rationem quam numerus ad numerum. Incommensurabilis est igitur γ ipsi δ. Si quatuor igitur magnitudines, & quæ sequuntur reliqua, quod oportuit demonstrasse.

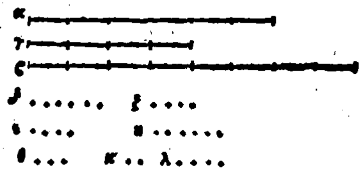


Eucli. ex Zamb. Theorema 9 Propositio 12

12 Quæ eidem magnitudini commensurabiles, & adinuicem sunt commensurabiles.

THEON ex Zamb. Vtraque enim ipsarum α, ε, ipsi γ sit cõmensurabilis. Dico quod & α ipsi ε est commẽsurabilis.

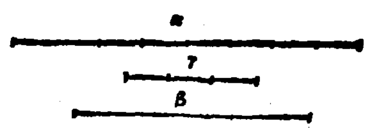
rabilis. Quoniam enim cõmensurabilis est α ipsi γ, igitur (per 5 decimi,) α ad γ, habet rationem quam numerus ad numerum, habeat quam δ ad ε. Rursus quoniam commensurabilis est γ ipsi β, igitur (per eandem γ ad β habet rationem quam numerus ad numerum, habeat autẽ quam ζ ad η. Et rationibus datis quibuscunque, ea scilicet quam habet δ ad ε, & ζ ad η, capiantur (per 4 octaui numeri continue proportionales in datis rationibus, sintq; θ, κ, λ. sicut α ad ε sic θ κ, sicutq; ζ ad η. sic κ ad λ, Quoniã igitur est sicut α ad γ sic δ ad ε, sed sicut δ ad ε sic θ ad κ, est igitur (per 11 quinti. sicut α ad γ, sic est θ ad κ. Rursus quoniam est sicut γ ad β, sic ζ ad η, sed sicut ζ ad η sic κ ad λ, & sicut igitur γ ad β, sic κ ad λ, est autem & sicut α ad γ, sic est θ ad κ, ex æquali igitur (per 22 quinti,) est sicut α ad β, sic est θ ad λ. Igitur α ad β rationem habet, quam numerus θ ad numerum λ. Commẽsurabilis est igitur (per 6 decimi,) α ipsi β. Quæ eidem igitur magnitudini commensurabiles, & adinuicem sunt commensurabiles. Quod oportuit demonstraße.



THEON Lemma.

Si fuerint binæ magnitudines, & altera quidem commensurabilis fuerit eidem, altera uero incommensurabilis, incommensurabiles erunt ipsæ magnitudines.

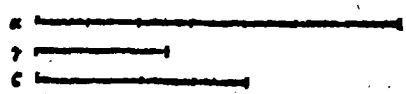
Sint enim binæ magnitudines α, β, & alia quædam γ, & α ipsi quidem γ esto commensurabilis: at β. ipsi γ esto incommensurabilis. Dico quod & α, ipsi β est incõmensurabilis. Si enim commensurabilis est α ipsi β, est quoque & γ ipsi α, & γ igitur (per 12 decimi, ipsi β est commensurabilis, quod non supponitur.



Eucli. ex Zamb. Theorema 10 Propositio 13

13 Si binæ magnitudines commensurabiles fuerint, alteraq; earum magnitudini alicui incommensurabilis fuerit, & reliqua eidem incommensurabilis erit.

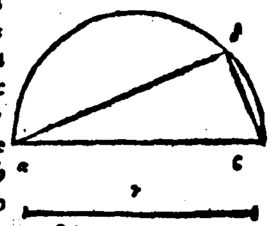
THEON ex Zamb. Sint binæ magnitudines commẽsura α β, earumq; altera uidelicet α, alicui hoc est γ sit incommensurabilis, Dico quod & reliqua β, ipsi γ incõmensurabilis est. Si enim cõmensurabilis est β ipsi γ, iã α ipsi β commensurabilis est, & α igitur (per 12 decimi) ipsi γ, cõmensurabilis est, sed & incommensurabilis, quod est impoßibile. Igitur β & γ sunt incommensurabiles. Si binæ igitur magnitudines commensurabiles fuerint, & quæ sequuntur reliqua, quod erat ostendendum.



THEON Lemma.

Duabus datis rectis lineis inæqualibus, inuenire quo maius potest maior minore.

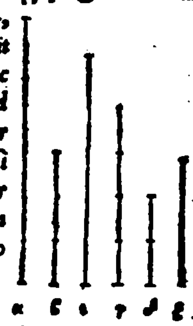
THEON ex Zamb. Sint binæ datæ inæquales rectæ lineæ α β, γ, quarum maior sit α β, oportet iã inuenire quo maius potest α β, quàm ipsa γ. Describatur super α β, semicirculus α δ β, & in ipsum (per 1 quarti,) coapteur ipsi γ æqualis α δ, cõnectaturq; δ β, manifestum est iam quod angulus α δ β, rectus est, & quod α β, ipsa α δ, hoc est quàm ipsa γ maius potest ipsa δ β. Similiter autem & duabus datis rectis lineis, potens ipsas sic inuenietur. Sint datæ binæ rectæ lineæ α δ, δ β, oporteatq; inuenire potentem ipsas. Ponantur enim, ut α δ, δ β comprehendãt rectum angulũ qui sub α δ β, connectaturq; α β. Manifestum rursus est (per 47 primi, quod ipsas α δ, δ β, potens, est ipsa α β.



Eucli, ex Zamb. Theorema 11 Propositio 14.

14 Si quatuor rectæ lineæ proportionales fuerint, potueritq; prima secunda maius eo quod fit ab eidem longitudine commẽsurabili, & tertia quarta maius poterit eo quod fit ab eidem longitudine commensurabili. Et si prima secunda maius potuerit eo quod fit ab incommẽsurabili eidem longitudine, & tertia quarta maius poterit eo quod fit ab eidem longitudine incommensurabili.

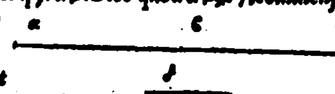
THEON ex Zamb. Sint quatuor rectæ lineæ proportionales β, β, γ, δ, sicut α ad β, sic γ ad δ, & α quidẽ, ipsa β, maius possit eo quod fit ex ε, γ uero, ipsa δ, eo quod fit ex ζ. Dico quod si α ipsi ε est commensurabilis, commensurabilis est quoque γ ipsi ζ, sed si α, ipsi ε, incommensurabilis est, incommensurabilis est quoq; γ ipsi ζ. Quoniam enim est sicut α ad β, sic est γ ad δ, est igitur sicut id quod ex α, ad id quod ex β, sic est id quod ex γ, ad id quod ex δ. Sed ei quidem quod fit ex α, æqua sunt ea quæ fiũt ex ε, β, ei autem quod fit ex γ, æqua sunt ea quæ fiunt ex δ, ζ. Igitur (per 9 quinti) sicut quæ ex ε, β, ad id quod ex β, sic quæ ex δ, ζ, ad id quod ex δ, diuidendo igitur est (per 17 quinti,) quod sicut quod ex ε ad id quod ex β, sic est id quod ex ζ ad id quod ex δ. Est igitur & sicut ε ad β, sic est ζ ad δ. Conuersim igitur est (per 22 sexti, & correlarium 4 quinti,) sicut β ad ε, sic est δ ad ζ, est autem & sicut α ad β, sic est γ ad δ, ex æquali igitur (per 22 quinti,) est sicut α ad ε, sic est γ ad ζ. Si igitur commensurabilis est α, ipsi ε, commensurabilis est quoque (per 11 decimi) γ ipsi ζ, si uero incommensurabilis est α ipsi ε, incommẽsurabilis est γ ipsi ζ. Si quatuor igitur rectæ lineæ proportionales, & quæ sequuntur reliqua, quod erat demonstrandũ.



Eucli. ex Zamb. Theorema 12 Propositio 15

15 Si binæ magnitudines commensurabiles, compositæ fuerint, & tota utrique ipsarum commensurabilis erit. Et si tota uni earum commensurabilis fuerit, & quæ in principio magnitudines commensurabiles erunt.

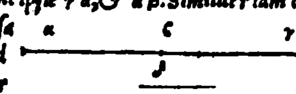
THEON ex Zamb. Cõponantur binæ magnitudines cõmensurabiles α β, β γ. Dico quod tota α γ, utriq; ipsarũ α β, β γ, commensurabilis est. Quoniã enim cõmensurabiles sunt ipsæ α β, β γ, ipsas aliqua magnitudo metietur (per primam diffinitionem decimi,) metiatur, & sit δ. Quoniã igitur δ ipsas α β, β γ, metitur, & totã α γ metietur, metitur autem & ipsas α β, β γ, igitur δ, ipsas α β, β γ, & α γ, metietur. Commensurabilis igitur est (per 12 decimi,) α γ, utriq; ipsarũ α β, β γ. Sed iã α γ, uni ipsarum α β, β γ, sit commensurabilis, sitque ipsi α β. Dico quod α β, β γ, commensurabiles sunt. Quoniã enim cõmensurabiles sunt α β, & α γ, metietur eas (per primam diffinitionem decimi.) aliqua magnitudo, metiatur, & esto δ. Quoniã igitur δ ipsas α β, β γ, metitur, & reliquã igitur metietur β γ, metitur aũt & α β, igitur δ, ipsas α β, β γ, metietur. Cõmensurabiles igitur sunt, α β, & β γ. Si binæ igitur magnitudines, & reliqua quæ sequuntur, quod oportebat demõstrare.



Eucli. ex Zamb. Theorema 13 Propositio 16 Præcedentis conuersa.

Si binæ magnitudines incommensurabiles compositæ fuerint, & tota utriq; ipsarum incõmensurabilis erit. Et si tota uni ipsarum incommensurabilis fuerit, & quæ in principio magnitudines, incommensurabiles erunt.

THEON ex Zamb. Cõponantur enim binæ magnitudines incommensurabiles α β, β γ. Dico quod tota α γ, utrique ipsarũ α β, β γ, incõmensurabilis est. Si enim γ α, & α β, incommensurabiles nõ sunt, ipsas aliqua metietur magnitudo (per 1 diffinitionẽ decimi,) metiatur si est possibile: sitq; δ. Quoniam igitur δ ipsas γ α, & α β, metitur, & reliquam β γ metietur, metitur autem & α β, igitur δ, ipsas α β, & β γ metietur. Commensurabiles igitur (per 1 diffinitionem decimi,) sunt ipsæ α β, β γ. Supponuntur autem quod & incommensurabiles, quod est impossibile, ipsas igitur α β, & α γ, aliqua magnitudo non metietur. Incommensurabiles igitur sunt ipsæ γ α, & α β. Similiter iam demonstrabimus, quod & ipsæ α γ, & γ β, incõmensurabiles sunt. Sed iam ipsa α γ, uni ipsarum α β, & β γ, incommẽsurabilis esto, & primum ipsi α β. Dico quod & ipsæ α β, β γ, incommensurabiles sunt. Si enim sunt cõmensurabiles, metietur eas aliqua magnitudo (per eãdẽ) metiatur, sitq; δ. Quoniã igitur δ ipsas α β, & β γ metitur, & totã igitur α γ metietur. metitur autem & α β. Igitur δ, ipsas γ α, & α β metitur. Cõmensurabiles igitur sunt ipsæ γ α & α β. Suppositæ uero sunt quod & incommensurabiles, quod est impossibile. Ipsas igitur α β, & β γ, aliqua magnitudo nõ metietur. Incommensurabiles igitur sunt ipsæ α β, β γ. Similiter iam demonstrabitur quod ipsa α γ, reliquæ β γ, incommensurabilis est. Si binæ igitur magnitudines, & quæ sequuntur reliqua, quod erat ostendendum.

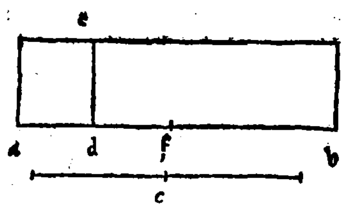


Eucli. ex Camp. Propositio 13

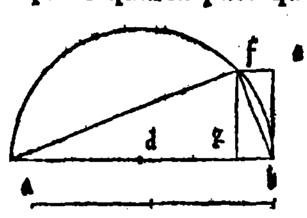
13 SI fuerint duæ lineæ inæquales quarum longiorẽ in duo cõmunicãtia diuidat superficies sibi adiũcta æqualis quartæ parti quadrati breuioris lineæ, cui adiunctæ superficiei desit ad complendam totam lineam superficies quadrata, necesse est ipsam lineã longiorem linea breuiori tanto amplius posse, quantum est quadratum alicuius lineæ communicantis eidem longiori in longitudine. Si uero longior fuerit potentior breuiori, augmento quadrati lineæ communicantis sibi in longitudine, eiq; adiungatur superficies æqualis quartæ parti quadra

ti breuioris lineæ, cui desit quadrata superficies, superficiem sibi adiunctam, eandem lineam longiorem in duas portiones commensurabiles diuidere necesse est.

CAMPANVS Sint duæ lineæ inæquales a b & c, maior a b. & adiungatur ad lineam a b, quarta pars quadrati lineæ c, ita quod desit ad complēdam lineam a b, superficies quadrata, hoc enim est possibile per 27 sexti. Quod facile fiet hoc modo. Diuidatur a b in duas lineas a d & d b, ita quod inter eas cadat medietas lineæ e, cōtinue ꝓportionalis. Hoc autem qualiter fiat, in fine demonstrationis huius docebitur. Eritque ex 16 sexti, superficies b d in d a quæ sit b e, æqualis quadrato medietatis lineæ c. quare ex 4 secūdi erit eadē subquadrupla quadrati lineæ c, deest quoque ad complendā lineā a b. superficies quadrata, cum & a d sit æqualis d e. Dico itaque quod si superficies b e diuidat lineam a b in duo communicantia, erit linea a b potentior linea c in quadrato alicuius lineæ secum cōmunicantis in longitudine, & econuerso. Cū enim sit linea a b maior linea c, nōn erit a d æqualis d b, sic enim esset superficies d e, quadrata, & quia ipsa est æqualis quadrato medietatis lineæ c, esset a d æqualis medietati c, & tota a b toti c, quod est contra hypothesin. Non est igitur a d æqualis d b. Itaque de maiori earū quæ sit d b, abscindatur d f, æqualis a d eritque per 5 secundi quadratum totius a b, æquale ijs quæ sūt ex d b in d a quater & quadrato f b, quare linea a b, erit potētior linea c in quadrato lineæ f b, quā necesse est communicari toti a b, si linea a d est communicās lineæ d b, si enim hoc fuerit, erit d b communicans d f eius æquali, quare per 9, b f cōmunicat cū f d, & ideo toti a d & propter hoc cum tota a f. igitur & cum tota a b. Sicque patet primum. Conuersum huius sic patet. Sit a b potētior c in linea f b quæ communicet cum eo in lungitudine. Dico tunc quod quarta pars quadrati lineæ c addita ad lineam a b, ita quod desit superficies quadrata, diuidet lineam a b, in duo cōmunicātia. Diuidatur enim f a per æqualia in d. & fiat superficies b e ex d b in d a & deerit ad complēdam lineam a b, superficies quadrata, eritque per 5 secūdi, quadratū a b æquale quadruplo superficiei b e cum quadrato f b. igitur quadruplum superficiei b e est æquale quadrato c. cum superficies d e sit æqualis quartæ parti quadrati c. Dico igitur quod d b est communicans cum a d. cum sit f b communicans cum a b. Si enim hoc fuerit ut quod a d sit cōmunicans cum a b, erit etiam cōmunicans cum a f, per 9, quare & cum a d, sed & cum d f, itaque & d b est communicās cum a d, quod est secundum.



NVNC autem monstrandum est qualiter linea a b (cum ipsa posita fuerit maior linea c) possit sic diuidi ut inter partes eius cadat medietas lineæ c, cōtinue proportionalis. Cum enim sic fuerit diuisa, superficies quæ fiet ex una in alterā, erit superficies æqualis quadrato medietatis lineæ c, & ipsa erit superficies æqualis quartæ parti quadrati lineæ c, adiuncta ad lineā a b, ita quod desit superficies quadrata, hoc enim sic fiet. Diuisa a b per æqualia in d, lineetur super eam semicirculus a f b, & sumatur b e perpendicularis ad a b, quæ ponatur æqualis medietati lineæ c. & ducatur e f æquidistans ad a b, usque quo secet circunferentiam semicirculi in puncto f. (necesse est enim ut secet eam, cū linea a b sit maior linea c.) & ducatur f g, perpendicularis ad a b, quæ cū per 34 primi sit æqualis lineæ e b, erit quoque æqualis medietati lineæ c. Ducantur itaque lineæ f a, f b, eritque per primam partem 31 tertij, angulus a f b, rectus, & ideo per primā partem correlarij 8 sexti, erit linea f g medio loco proportionalis inter a g & g b. quare medietas lineæ c, quæ est sibi æqualis erit etiam proportionalis inter easdē, quod est nostrū propositū.

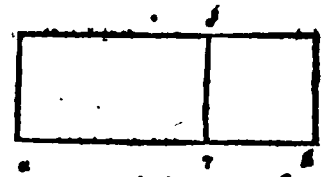


THEON *Lemma.*

Si ad aliquam rectam lineam* comparetur parallelogrammum deficiēs forma quadrata, ipsum comparatum æquū est ei quod (continetur) sub segmētis rectæ lineæ, quæ ex ipsa comparatione sunt facta.

* παραβάλλῃ apponatur applicetur.

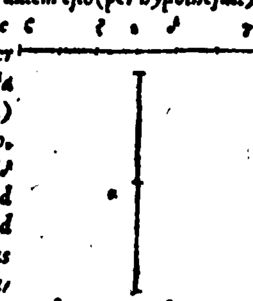
THEON ex Zamb. Ad aliquã rectã lineam α β. cõparetur parallelogrãmũ α δ, deficiens forma quadrata δ β. Dico quod α δ æquũ est ei quod sub α γ, γ β, & ex seipso manifestum est. Quoniam enim quadratum est δ ϵ, æqualis est δ γ, ipsi γ β, & α δ, est quod sub α γ, γ δ, hoc est quod sub α γ, & γ β. Si ad aliquam igitur rectam lineam, & quæ sequuntur reliqua, quod fuerat demonstrandum.



Eucli. ex Zamb. Theorema 14 Propositio 17

17 Si fuerint binæ rectæ lineæ inæquales, quartæ autem parti eius quod ex minore æquum ad maiorem comparatum fuerit deficiens forma quadrata, & in commẽsurabilia ipsam diuiserit longitudine, maior minore maius poterit eo quod ex sibi longitudine commẽsurabili. Et si maior minore maius poterit eo quod fit à sibi commensurabili longitudine, quartæ uero parti eius quod à minore æquale ad maiorem comparatũ deficiens forma quadrata, in commensurabilia longitudine ipsam distribuet.

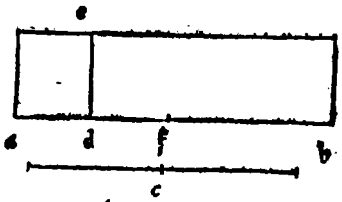
THEON ex Zamber. Sint binæ rectæ lineæ inæquales α, & β γ. quarum maior sit β γ, quartæ uero parti eius quod fit ex minore ipsa α, hoc est ei quod ex dimidio ipsius α, æquum ad ipsam ϵ γ, cõparetur (per 25 sexti,) parallelogrammum deficiens forma quadrata, sitq; quod sub β δ, & δ γ, cõmensurabilis autem esto (per hypothesim.) ϵ δ ipsi δ γ longitudine. Dico quod ϵ γ, ipsa α maius potest, eo quod fit a sibi longitudine commensurabili. Secetur enim (per 10 primi.) β. γ, bifariam in signo ι, ponaturq; (per 3 primi,) ipsi δ ι, æqualis ι ζ, reliqua igitur δ γ, æqualis est ipsi ϵ ζ. Et quoniam recta linea β γ, secta est in æqualia in signo ι, & in inæqualia in δ, igitur (per 5 secundi,) quod sub ϵ δ, & δ γ comprehenditur rectangulum una cum eo quod ex γ δ, quadrato, æquũ est ei quod ex ι γ quadrato. Et ipsa quadruplicia, quod igitur quater sub β δ, & δ γ, una cũ eo quod ex ι δ sumpto, æquũ est ei quod ex quater sumpto ι γ quadrato. Sed ei quidẽ quod quater sub ϵ δ & δ γ, æquũ est id quod ex α quadratum, ei autẽ quod ex δ ι, quater sumpto, æquũ est id quod ex δ ζ, quadratum, dupla enim est δ ζ. ipsius δ ι. Ei autem quod ex ι γ quater sumpto, æquum. est id quod ex ϵ γ. quadratum, dupla enim rursus est ϵ γ ad ipsam γ ι. Quæ igitur ex α & δ ζ quadrata, æqualia sunt ei quod ex β γ quadrato. Quare id quod ex β γ, eo quod ex α maius est, eo quod ex δ ζ. Igitur β γ, ipsa α maius potest, ipsa δ ζ, ostendendum quod & commensurabilis est ϵ γ ipsi δ ζ. Quoniam enim commensurabilis est ϵ δ, ipsi δ γ longitudine, commensurabilis igitur est (per 15 decimi) & β γ, ipsi δ γ, sed γ δ, ipsis γ δ, & ϵ ζ, commensurabilis est longitudine, æqualis enim est γ δ ipsi β ζ, & β γ igitur, ipsis β ζ. & γ δ longitudine commensurabilis est (per 12 decimi.) igitur (per 15) & β γ ipsi ζ δ, commensurabilis est longitudine. Igitur β γ, quàm ipsa α maius potest, eo quod fit à sibi longitudine commensurabili. Sed iam ipsa ϵ γ, quàm α maius possit eo quod à sibi commensurabili in longitudine, quartæq; eius quod ex α æquale ad ipsam ϵ γ, comparetur deficiens forma quadrata, sitq; quod sub ϵ δ, & δ γ. Demonstrandum est quod cõmensurabilis est δ γ longitudine. Eisdem nãq; dispositis: similiter ostẽdemus quod ϵ γ quàm ipsa α maius potest, est eo quod ex ζ δ, potest autem ϵ γ, quàm ipsa α maius eo quod ex sibi commensurabili. Commensurabilis igitur est ϵ γ, ipsi ζ δ, longitudine. Quare & reliquæ utrique ipsarum ϵ ζ, & γ δ, simul commensurabilis longitudine est ϵ γ. Sed utraq; β ζ, & δ γ, simul commensurabilis est ipsi δ γ lõgitudine: æqualis enim est ϵ ζ ipsi δ γ, & ϵ γ, igitur cõmensurabilis est ipsi γ δ, lõgitudine Manifestũ est igitur quod β δ ipsi δ γ, est cõmensurabilis longitudine. Si fuerint igitur binæ magnitudines inæquales & reliqua, quod erat ostendendum.



Eucli. ex Camp. Propositio 14.

14 SI fuerint duæ lineæ inæquales quarum longiorem diuidat in duas partes incõmensurabiles superficies æqualis quartæ parti quadrati breuioris sibi adiuncta, ita quod desit ad eius complementum superficies quadrata, erit longior, potẽtior breuiori, augmento quadrati lineæ incommensurabilis ipsi longiori in longitudine. Si uero longior, potentior fuerit breuiori, quadrato lineæ incommensurabilis ipsi longiori in lõgitudine, adiũgaturq; ei superficies æqualis parti quartæ quadrati breuioris, defueritq; longiori superficies quadrata, necesse est ut ipsa superficies sibi adiũcta eandẽ longiorem lineam in duas portiones incommensurabiles diuidat.

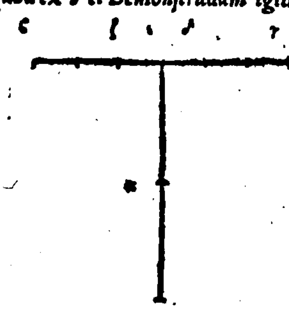
CAMPANVS Hæc 14 ex cõtrario antecedentis præmissæ infert contrarium consequentis præmissæ, & non differt eius dispositio à dispositione illius, sed & modus argumentandi utrobiq; idem. Si enim a d non communicet cum d b, nec d f sibi adæqualis communicabit cum eadem d b, itaq; per 9 d f non commũnicabit cum f b, quare neque à f, sunt enim a f & d f communicãtes tanquã numerãs & numeratũ, ideò neq; a b cõmunicabit cum linea f b. Quod si hoc fuerit uidelicet si a b non communicet cũ f b, nõ cõmunicabit cum a f. quare neq; cum a d aut d f, neq; igitur a b cum d a. Potest quoq; hæc 14 demõstrari per præmissam, prima pars huius ex secunda illius, & secũda ex prima, à destructiõe consequentis. Si enim a d & d b nõ communicent, nec etiã a b & f b communicabunt, nam si a b & b f communicarent, oporteret per secũdam partem præmissæ ut a d communicaret cum d b, sed positum est quod non. Eodem modo de secunda parte, si enim b a & b f non communicant, nec a d & d b communicabunt. nam si sic, sequitur per primam partem præmissæ, ut a b & b f communicent quæ non communicant: quare patet propositum.



Eucli. ex Zamb. *Theorema 15* *Propositio 18* *Præcedentis conuersa.*

18 Si fuerint binæ rectæ lineæ inæquales. quartæ autem parti eius quod ex minore æquum ad maiorem comparetur deficiens forma quadrata, & in incommensurabilia ipsam diuiserit longitudine, maior minore maius potest eo quod ex sibi incommensurabili longitudine. Et si maior minor maius potuerit eo quod ex sibi incommensurabili, quartæ autem ipsius quod ex minore æquũ, ad maiorem comparatum fuerit deficiẽs forma quadrata, in incommensurabilia longitudine ipsam dispescit.

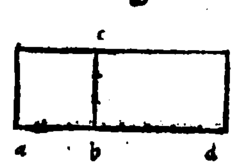
THEON ex Zãb. *Sint binæ rectæ lineæ inæquales α & βγ, quarũ maior sit βγ, quartæ autem parti eius quod ex α, ad ipsam βγ, æquale comparetur deficiens forma quadrata, sitq; quod sub βδ, & δγ. Incõmensurabilis autem esto βδ, ipsi δγ. Dico quod βγ, quàm ipsa α maius potest, eo quod à sibi incõmensurabili. Ipsis nãq; dispositis ut in præmissa, similiter demõstrabimus, quod βγ quàm ipsa α, maius potest eo quod ex δε. Demonstrãdum igitur quod incõmensurabilis est βγ, ipsi δζ lõgitudine. Quoniã enim incommensurabilis est βδ ipsi δγ, incommensurabilis igitur est (per 16 decimi,) βγ ipsi γδ, longitudine. Sed ipsa δγ commensurabilis est utriq; & βζ & δγ simul, quia βζ ipsi δγ est æqualis, & βγ, igitur (per 15) ipsis βζ & δγ incommensurabilis est, & perinde (per 16 decimi,) & reliquæ ζδ, incommensurabilis est βγ longitudine. Et ipsa βγ quàm α maius potest, eo quod ex ζδ, igitur ipsa βγ, quàm α, maius potest eo quod à sibi cõmensurabili longitudine. Posit iam rursus βγ maius quàm α, eo quod à sibi incõmẽsurabili, quartæ autẽ parti eius quod ex α, æquale ad ipsam βγ cõparetur deficiẽs forma quadrata, & esto id quod sub βδ & δγ. Demonstrãdũ quod incõmensurabilis est βδ ipsi δγ lõgitudine. Eisdẽ namq; dispositis, similiter demõstrabimus, quod ipsa βγ quàm α maius potest eo quod ex ζδ. Sed iã (per hypothesin,) ipsa βγ quàm α maius potest eo quod à sibi incommensurabili. Incõmensurabilis est igitur βγ ipsi ζδ longitudine. Quare (per 16 decimi,) & reliquæ βζ & δγ utriq; incõmensurabilis est βγ. Sed utraq; βζ & δγ, ipsi δγ commensurabilis est longitudine. Igitur (per 15 decimi,) βγ ipsi δγ incõmensurabilis est lõgitudine, quare & diuidendo, βδ, ipsi δγ incõmẽsurabilis est lõgitudine. Si binæ igitur rectæ lineæ, & reliqua quæ sequuntur, quod erat demonstrandum.*



Eucli. ex Camp. Propositio 15

15 OMnis superficies rectãgula quã continẽt duæ lineæ in lõgitudine rationales, rationalis esse probatur.

CAMPANVS Sint duæ lineæ a b & b c cõtinentes superficiẽ rectãgulã a c, rationales in longitudine, dico superficiẽ a c esse rationalẽ, descripto enim quadrato cuiuslibet earũ, ut c d lineæ b c, erit per primã sexti c d ad a c, sicut b d ad a b. Quia igitur b d cõmunicat in longitudine cũ a b ex hypothesi, eo quod b c sua æqualis, erit per primã partẽ decimæ, c d cõmunicãs a c. Cũ sit itaque c d rationalis per diffinitionẽ, erit & a c rationalis, quod est propositũ.



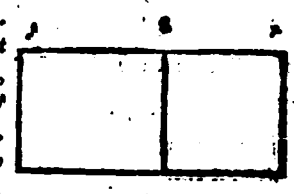
THEON Lemma.

Quoniam ostensum est quod quæ longitudine commẽsurabiles omni*no etiam potentia sunt commensurabiles, quæ autem potentia non omnino etiam longitudine, sed uidelicet, possunt & longitudine commensurabiles esse & incommensurabiles, manifestum quod si positæ rationali commensurabilis aliqua fuerit longitudine, rationalis appellatur, & ei commensurabilis non solum longitudine uerum & potentia. quæ enim lõgitudine commensurabiles, omnino & potentia. Si autem positæ rationali commensurabilis aliqua fuerit potentia, siquidem & longitudine dicitur, etiam rationalis & ei commensurabilis longitudine & potentia. Quæ uero expositæ rursus rationali commensurabilis existens potentia, longitudine fuerit ei incommensurabi lis, dicitur sic rationalis, potentia tantum commensurabilis. Procli scholion. Rationales appellat, expositæ rationali longitudine & potentia commensurabiles, aut potentia tantum. Sunt autem aliæ quoque rectæ lineæ quæ longitudine incommensurabiles sunt expositæ rationali, potentia uero tantum commensurabiles, & id propterea rursus appellantur rationales, commensurabiles adinuicem quatenus rationales. Sed commensurabiles adinuicem uel non solum potentia ueruntamen & longitudine, uel potentia tantum, & si longitudine quidem, & ipsæ rationales longitudine commensurabiles, audito quod & potẽtia. Si uero potentia tantum adinuicem sunt commẽsurabiles: appellantur & ipsæ rationales potentia tantum commensurabiles. Quod autem rationales commẽsurabiles sunt, hinc certum est. Quoniam enim rationales sunt quæ expositæ rationali sunt commensurabiles, quæ uero eidem commensurabiles & adinuicem sunt commensurabiles (per 11 decimi,) quæ rationales igitur, sunt commensurabiles.*

Eucli. ex Zamb. Theorema 16 Propositio 19

19 Sub rationalibus longitudine commensurabilibus rectis lineis iuxta aliquem prædictorum modorũ comprehensum rectãgulum rationale est.

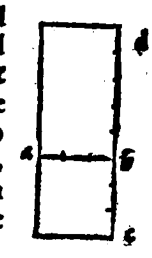
THEON ex Zãb. *Sub rationalibus enim lõgitudine cõmensurabilibus rectis lineis α β, & ε γ, rectangulum comprehendatur α γ. Dico quod α γ, rationale est. Describatur enim (per 46 primi,) ex α ε, quadratũ α δ, rationale igitur est α δ. Et quoniã cõmensurabilis est α ε, ipsi β γ, longitudine, æqualis autẽ est α β, ipsi ε δ, commensurabilis est igitur ε δ, ipsi ε γ longitudine: estque sicut ε δ, ad ε γ, sic est δ α ad α γ. Commensurabilis autem est ε δ ipsi β γ, commensurabile igitur & δ α, ipsi α γ: rationale autem δ α, rationale igitur (per 11 decimi,) est & α γ. Quod sub rationalibus commensurabilibus igitur lõgitudine, & reliqua oportuit ostendisse.*



Eucli. ex Camp. Propositio 16

16 Cum adiuncta fuerit lineæ in longitudine rationali superficies rationalis rectangula. latus eius secundum erit in longitudine rationale, laterique primo in longitudine commensurabile.

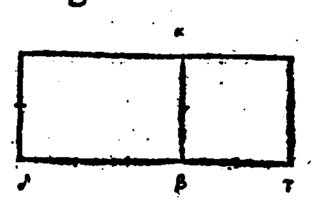
CAMPANVS Hæc est quasi conuersa prioris. Vt si superficies a c adiuncta ad lineam ab rationalẽ in longitudine, fuerit ratiõalis, dico quod latus eius secundum quod est b c erit etiam rationale in longitudine, & communicans inter primo. Sit enim a d quadratum a b, eritque rationale ex diffinitione. & propter hoc erit communicãs cum superficie a c rationali. Quia igitur per primam sexti sicut a d ad a c ita est etiam d b ad b c, comunicat autem d a cum a c. erit per primam partem decimæ b d communicans cum b c. ergo cum b a sua æquali. Sed b a, rationalis est, quare per diffinitionem & b c. Constat itaque propositum.



Eucli. ex Zamb. Theorema 17 Propositio 20

20 Si rationale ad rationalem comparatum fuerit, latitudinem efficit rationalem, commensurabilẽque ei ad quam comparatur longitudine.

THEON ex Zamb. *Rationale enim à γ, ad rationalẽ iuxta aliquẽ prædictorum modorũ α ε, comparetur, latitudinem efficiens β γ. Dico quod rationalis est ε γ. & cõmensurabilis ipsi ε γ longitudine. Describatur enim (per 46 primi) ex α β, quadratum α δ. Rationale igitur (per 9 diffinitionem decimi) est α δ, rationale autem & α γ, cõmensurabile igitur (per cõuersionem 10 diffinitionis est δ α, ipsi α γ. Estque sicut δ α ad α γ, sic est δ β, ad ε γ commensurabilis igitur est (per 11 decimi,) δ ε, ipsi β γ. Aequalis autem est δ ε, ipsi ε α, commensurabilis igitur est α β. ipsi ε γ. Rationalis autẽ est α ε, rationalis igitur est (per conuersionẽ 7 diffinitionis.) & ε γ, & commensurabilis ipsi ε α, longitudine. Si rationale igitur ad rationalem comparatum fuerit, & quæ sequuntur reliqua, quod erat ostendendum.*



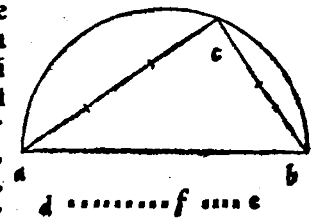
Subse-

Subsequentes ex Campano propositiones 17 scilicet & 18 respondent 29 & 30 ex Zamberto infra suo loco & ordine dispositis.

Eucli. ex Camp. Propositio 17

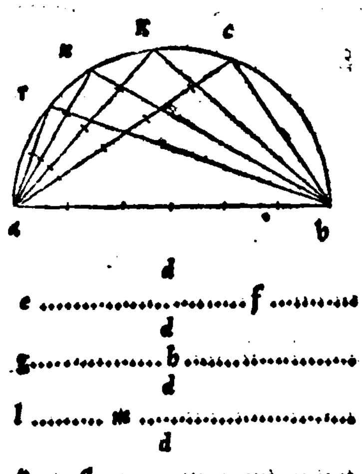
DVas lineas inuenire potentia tantum rationales commensurabiles, quarum longior plus possit breuiori, quadrato lineæ sibi commensurabilis in longitudine.

CAMPANVS Propositum est inuenire duas lineas rationales potentia tantum cõmunicantes, quarum longior sit potentior breuiori, quadrato lineæ sibi communicantis in longitudine. Sumo itaque aliquam lineam rationalem quæ sit a b, super quam describo semicirculum a c b, & sumpto aliquo numero ut d e, diuido ipsum in duos numeros d f & f e, ita quod sit proportio d e ad d f sicut numeri quadrati ad numerum quadratum: non sit autem proportio d e ad f e ut numeri quadrati ad numerum quadratum, talis autem numerus est quilibet quadratus diuisibilis in quadratum & non quadratum, ut 9 qui diuiditur in 4 & 5, & omnes horum æque multiplices. Et inuenio lineã, a d ad cuius quadratũ se habeat quadratum lineæ a b, sicut numerus d e ad numerũ d f, qualiter autem ipsa reperiatur, in demonstratione 5 dictum est. Hãc lineam inuentam quæ necessario est minor a b, coapto per primam quarti intra semicirculum a c b, sitque a c, & subtrahã lineã c b. Dico duas lineas a b & c b, esse quas quærimus.



Erit enim primã partem 30 tertij, angulus c rectus, & ideo per penultimam primi, quadratũ a b æquale est quadratis duarum linearũ a c & c b. Et quia proportio quadrati lineæ a b ad quadratũ lineæ a c est sicut d e ad f per hypothesin, erit per euersam proportionalitatem proportio quadrati lineæ a b ad quadratum lineæ c b. sicut d e ad f e. ergo quadratum c b. communicat cum quadrato a b per 6 huius, erit igitur quadratum c b. rationale per diffinitionem, cum communicet rationali superficiei. Et quia c b & a b sunt incommensurabiles per ultimam partem 7, constat duas lineas a b & c b esse rationales, potentia tantum communicantes. At quia linea a b est potentior linea c b in quadrato lineæ a c quæ per secundam partem septimæ communicat secum in longitudine, cõstat habitum esse propositum.

CAMPANI annotatio Si autem lineæ plures duabus potentia tantum rationales communicantes quarum una potentior longior sit qualibet aliarũ in quadrato alicuius lineæ secũ cõmunicãtis in longitudine, reperire, sit ut prius linea a b rationalis in lõgitudine, super quã describatur semicirculus a c b, sumaturq; nũerus quadratus, qui sit diuisibilis in multos quadratos & nõ quadratos. quorũ nõ quadratorũ minime sit ꝓportio sicut aliquorum numerorum quadratorũ, tales autem numeri ultro se offerunt, ut 36, qui est diuisibilis in 25 & 11, itemq; in 16 & 20, rursusq; in 9 & 27, ac iterum in 4 & 27, ac iterum in 4 & 32, istorum uero non quadratorum qui sunt 11, 20, 27, 32. adinuicem, nõ est proportio sicut alicuius numeri quadrati ad alium numerũ quadratum Esto igitur ut nũerus d quadratus, diuidatur in e quadratum & f non quadratum. Sitq; quadratum lineæ a b ad quadratum lineæ a c, sicut numerus d ad numerum e, ducatur linea c b. & constat propositum ut prius demonstratum est a b & b c esse duas tales lineas quas inquirimus. Similiter quoq; diuidam d in g quadratum & h non quadratum, sitque quadratum lineæ a b ad quadratum lineæ a k, sicut d ad g, & ducatur linea k b. eruntque ut prius duæ lineæ a b & k b. quales inquirimus. Eodem modo si rursus diuidatur d in l quadratum & m non quadratum, & ponatur pro-

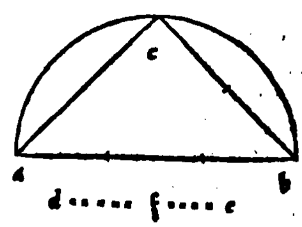


proportio quadrati lineæ a b ad quadratũ lineæ a n ſicut d ad l.& producatur n b, e/
runt duæ lineæ a b & b n quales inquirimus. Quod ſi rurſus diuidatur d in p quadra/
tum & in q nõ quadratum,& fuerit proportio quadrati lineæ a b ad quadratũ lineæ a
r ſicut d ad p,& protracta fuerit linea r b.erũt etiam duæ a b & b r,quales inquirimus.
Sunt itaque lineæ a b,b c,b K,b n,b r.potentia tantũ rationales & in ea cõmunicantes,
quarum una uidelicet a b eſt potentior qualibet aliarũ in quadrato lineæ ſecũ commu
nicantis in longitudine. Si igitur quatuor linearum b c, b K, b n,b r, nulla commu/
nicat alij in longitudine,cõſtat propoſitum.Iſtud autẽ ſic probatur,patet enim ex præ
miſſis,quod quadratũ lineæ b c ad quadratũ lineæ a b eſt ſicut numerus f ad numerũ
d,& quadratũ lineæ a b ad quadratũ lineæ b K eſt ſicut numerus f ad numerũ d,& qua/
dratũ lineæ a b ad quadratũ lineæ b K eſt ſicut numerus d ad numerũ h,ergo per æquã
proportionalitatẽ quadratũ lineæ b c ad quadratum lineæ b K,eſt ſicut numerus f ad
numerũ h,ſed nullus quatuor numerorũ f,h,m,k,ſe habet ex hypotheſi ad alium ſicut
numerus quadratus ad numerum quadratum.quare per 3 partem ſeptimæ,duæ lineæ
b c,b k,ſunt incommenſurabiles in longitudine. Eadem ratione quælibet duæ ex illis
quatuor ſunt incommenſurabiles in longitudine. Liquet ergo quod uolumus.

Eucli.ex Camp. Propoſitio 18

18 DVas lineas in potentia tantum rationales communicantes quarum longior plus poſſit breuiori quantum quadratum lineæ ſibi incommenſurabilis in longitudine inuenire.

CAMPANVS In hac quoq; remaneat eadem diſpoſitio eædẽq; hypotheſes quæ in
præmiſſa,hoc ſolum mutato quod proportio numeri d e ad neutrum duorum nume
rorum d f & f e,ſit ſicut numeri quadrati ad numerum qua/
dratũ.hoc aũt facile fiet,poſito d,e quolibet nũero quadra
to diuiſo in duos numeros nõ quadratos,ut ſi d e ſit 9,& d
f,6,& f e 3,argumẽtãdo ut prius,hoc dũtaxat excepto q'a b
& a c ſint incõmẽſurabiles in lõgitudine per ultimã partẽ 7.



CAMPANI additio Et ſciendũ quod duæ lineæ quales hæc
& præmiſſa docẽt inuenire,cõponũt binomiũ,& minori ea
rum abſciſa de maiori,quæ reliqua eſt dicitur reſiduũ. No
ta etiam quod lineæ tantum potentia rationales communicantes,poſſunt eſſe una ra
tionalis & alia irrationalis,ſicut latera tetragonica duarum ſuperficierum quarũ una
ſit 25 pedum & alia 24, ſunt rationalia potentia tantum communicantia, latus enim
primæ ſuperficiei eſt 5 latus uero ſecundæ non numeratur. Et poſſunt eſſe ambæ
irrationales, ut latera tetragonica duarum ſuperficierum quarum una ſit 24 pedum
& alia 23,neutrius enim numeratur latus,ſuntq; in longitudine incommenſurabilia ex
ultima parte ſeptimæ, Quod ſi libeat etiam inuenire plures lineas duabus potentia
tantum rationales communicantes,quarum una ſit potentior qualibet aliarũ in qua/
drato lineæ ſecum non cõmunicantis in longitudine,ſumatur talis numerus qui poſ/
ſit pluries ſic diuidi quod ipſius ad nullam ſuarum partium nec alicuius ad aliquã alia
rum ſit proportio ut numeri quadrati ad numerũ quadratũ,ut 25,poteſt diuidi in 2 &
23,item in 5 & 20,& rurſus in 7 & 18.Et ſic proceſſus idem qui fuit in præmiſſa.

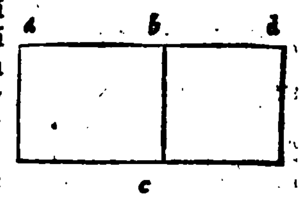
Eucli.ex Camp. Propoſitio 19

19 OMnis ſuperficies quam continent duæ lineæ potentialiter tãtum rationales communicantes,eſt irrationalis, diciturq; ſuperficies medialis,eiuſque latus tetragonicum ſcilicet quod in eam poteſt, eſt irrationale,diciturq; linea medialis.

CAMPANVS Sint duæ lineæ a b,b c,continentes ſuperficiem a c,rationales poten
tia tantũ communicantes,quæ qualiter reperiantur, ex præmiſſa & antepræmiſſam
manifeſtum eſt,dico ſuperficiem a c eſſe irrationalem. Sit enim d c quadratum b c,
eritque rationale per hypotheſin,eo quod linea b c eſt rationalis in potentia. Et
quia ex prima ſexti a c ad c d ſicut a b ad b d, non communicat autem a b cum b
d,quia ex hypotheſi non communicat cũ ſua æquali, quæ eſt b c, ſequitur per ſecun/
dam partem 10 ut etiam a c non cõmunicet cum c d,quare per diffinitionem,ſuperficies

a c

a c est irrationalis, ideoq́ & suum latus tetragonicum est etiã irrationale. Dicitur autem hæc superficies medialis, quoniã ipsa est medio loco proportionalis inter duas superficies rationales, uidelicet inter quadrata duarum linearũ ipsam cõtinentium. Et lineam potens in ipsam dicitur medialis, quoniam ipsa quoque est medio loco proportiõalis inter duas lineas potentiã tantum rationales communicantes, & hæ duæ lineæ, sunt latera dictæ superficiei. Et hoc est quod uolumus.



THEON *Lemma.*

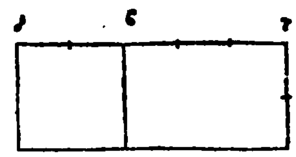
Potens irrationalem aream, irrationalis est.

Posit enim α, irrationalem aream, hoc est id quod ex α, quadratum æquale irrationale areæ. Dico quod α irrationalis est: si enim est rationalis, erit rationale quoq; id quod ex α quadratum, sic enim in diffinitionibus, non est autem. Irrationalis igitur est α. Potens irrationalem igitur, & reliqua, quod erat demonstrandum.

Eucli. ex Zamb. *Theorema 21* *Propositio 21*

21 Sub rationalibus potentia tantũ commensurabilibus rectis lineis comprehensum rectangulum, irrationale est, illudq́ potens irrationalis est, uoceturq́ media.

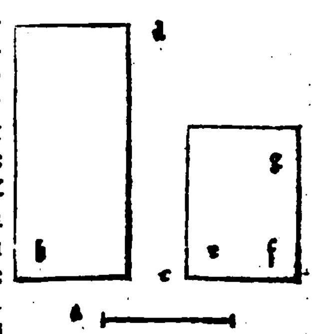
THEON ex Zamberto. *Sub rationalibus enim potentia tantum commensurabilibus rectis lineis α ϐ, & ϐ γ comprehendatur rectangulum α γ. Dico quod α γ, irrationale est potensq́; illud irrationalis est & media appellatur. Describatur enim (per 46 primi) ex α β, quadratum α δ, rationale igitur est ipsum α δ. Et quoniam incommensurabilis est α β, ipsi β γ, longitudine (potentia namq; tantum supponuntur cõmensurabiles) æqualis autem est α ϐ ipsi β δ, incommensurabilis igitur est & ϐ δ. ipsi ϐ γ longitudine. Estq́; sicut δ ϐ ad ϐ γ, sic est α δ, ad α γ, incommensurabile igitur est (per 11 decimi) δ α, ipsi α γ. Rationale autem est δ α, irrationale igitur est α γ, quare & ipsum potens α γ, hoc est potens æquale ei quadratum, irrationalis est: uoceturq́; media, eo quia ex ipsa quadratum, æquale est ei quod α ϐ, β γ, & eo quia ipsa media (per secundam partem 17 sexti,) proportionalis est ipsis α ϐ, & ϐ γ. Sub rationalibus igitur potentia tantum, & reliqua, quod oportuit demonstraße.*



Eucli. ex Camp. *propositio 20*

20 CVm adiuncta fuerit lineæ in longitudine rationali superficies æqualis quadrato lineæ medialis, latus eius secundũ potẽtialiter tantũ erit ratiõale, laterique primo in lõgitudine incõmẽsurabile.

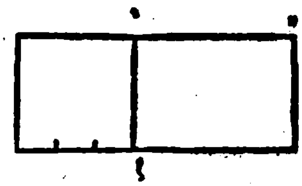
CAMPANVS Hæc est quasi cõuersa præmissæ. Sit a linea medialis, sitq́ linea b c ratiõalis in longitudine, cui adiungatur superficies b d æqualis quadrato lineæ a. Quod hoc modo fiet. Subiũgatur duabus lineis b c & a, linea c d in continua proportionalitate ut docet 10 sexti, eritq́ superficies ex b c in d æqualis quadrato lineæ a, per 16 eiusdem, dico latus eius secundũ, quod est d c, esse rationale in potẽtia tantũ, & incõmensurabile in lõgitudine lateri b c. Eritq́ ex præmissa per diffinitionẽ lineæ medialis, ut linea a possit in aliquã superficiẽ cõtentã à duabus lineis potẽtia tantũ rationalibus cõmunicãtibus, quæ sit superficies e g cuius latera e f & f g. Eruntq́ duæ superficies b d & e g per primam partem 15 sexti laterum mutuorũ, propter hoc quod ipsæ sunt æquales & rectãgulæ, proportio ergo b c ad e f, est sicut f g ad c d. Quare per 10 cũ b c cõmunicet in potẽtia cũ e f, eo quod quadrata utriusq; earum sunt rationalia ex hypothesi, f g cõmunicabit in potentia cũ c d. Cum igitur quadratum f g sit rationale per hypothesin, erit quoq; quadratũ c d rationale per diffinitionẽ. At quia superficies b d est irratiõalis sicut sua æqualis e g, per præmissam, sequitur ut quadratũ lineæ c d nõ communicet cũ superficie b d. Et quia quadratum lineæ c d ad superficiẽ b d est per primam sexti sicut c d ad c b, erit per secundã partem 10 ut c d non communicet cum b c. Quare cũ b c sit rationalis in longitudine ex hypothesi, erit c d irrationalis in longitudine, & potẽtia tantum rationalis. Patet ergo proposita conclusio.



THEON Lemma.

Si fuerint binæ rectæ lineæ, est sicut prima ad secundam sic quod à prima ad id quod sub duabus rectis lineis.

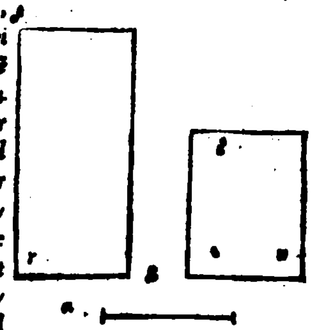
Sint binæ rectæ lineæ, ζε, εη. Dico quod est sicut ζε, ad εη, sic est quod ex ζε, ad id quod sub ζε, & εη. Describatur enim (per 46 primi ex ζε, quadratum δε, compleaturque ζη. Quoniam igitur est sicut ζε ad εη, sic est ζδ, ad ζη, & est quidem ζδ, id quod ex ζε, at ζη id est quod sub δε, & εη, hoc est quod sub ζε, & εη, est igitur sicut ζε, ad εη, sic quod ex ζε, ad id quod sub ζε, & εη, similiter quoq; & sicut quod sub ηε, & εζ, ad id quod ex εζ, hoc est sicut ηζ, ad δζ, sic εη, ad εζ.



Eucli. ex Zamb. Theorema 19 Propositio 22

22 Quod à media ad rationalem comparatum, latitudinem efficit rationalem, & ei ad quam comparatur longitudine incommensurabilem.

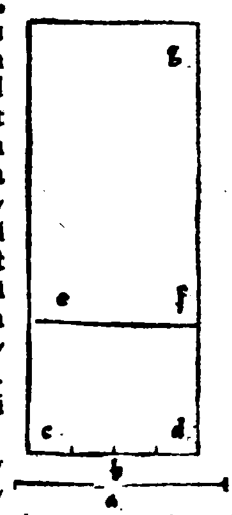
THEON ex Zamberto. *Sit (per 21 decimi) media quidem α, rationalis autem γβ, & ei quidem quod ex α, æqua ad βγ, comparetur (per 45 primi,) area rectangula βδ, latitudinem efficiens γδ. Dico quod rationalis est γδ, & incommensurabilis ipsi γε longitudine. Quoniã (per 21 decimi, α media est, & aream potest comprehensam sub rationalibus potentia tantum commensurabilibus, possit ipsam ηζ, potest autem & βδ, æqualis igitur est βδ, ipsi ηζ, est autẽ & ei æquiangula. Aequaliũ autẽ & æquiangulorũ parallelogrãmorũ (per 14 sexti, reciproca sunt latera, quæ circũ æquales angulos, proportionaliter igitur est sicut εγ ad εη, sic εζ ad γδ, est igitur (per 22 sexti, & sicut id quod ex βγ ad id quod ex εη, sic est id quod ex εζ, ad id quod ex γδ. Cõmensurabile autẽ est (per hypothesin,) quod ex βγ, ei quod ex εη. Rationalis enim est utraq; ipsarũ. Cõmensurabile igitur est (per 11 decimi,) & quod ex γζ ei quod ex γδ. Rationale autem est quod ex εζ, rationale igitur & quod ex γδ, rationalis igitur est γδ. Et quoniã incommẽsurabilis est εζ, ipsi εη longitudine (potẽtia enim tantũ sunt cõmensurabiles) sicut autẽ εζ, ad εη, sic (per lemma præcedens) quod ex εζ, ad id quod sub εζ, & εη, incõmẽsurabile igitur est (per 11 decimi) quod ex εζ, ei quod sub ζε, & εη. Sed ei quidẽ quod ex εζ, commensurabile est id quod ex γδ, rationales enim sunt potentia, ei autem quod sub ζε, & εη, commensurabile est id quod sub δγ, & γβ, æqualia enim sunt ei quod ex α. Incõmensurabile igitur est (per 13 decimi) quod ex γδ ei quod sub δγ, & γε. Sicut autem quod ex γδ, ad id quod sub δγ, & γε, sic (per lẽma præcedens) est δγ ad γε. Incõmensurabilis igitur est δγ, ipsi γβ longitudine, Rationalis igitur est γδ, & ipsi γβ longitudine commensurabilis. Quod erat demonstrandum.*



Eucli. ex Camp. Propositio 21

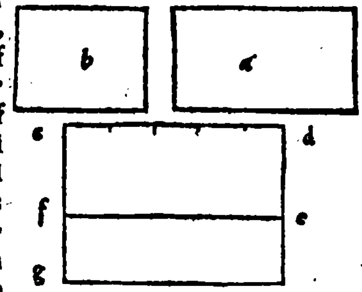
21 OMnis linea communicans mediali, est medialis.

CAMPANVS. Sit linea a medialis, cui ponatur linea b esse communicans siue in longitudine siue in potentia tantum. Dico quod etiam linea b est medialis. Sit enim linea c d rationalis in lõgitudine, cui adiungatur superficies c f æqualis quadrato lineæ a, & item superficies e g æqualis quadrato lineæ b, hoc autem qualiter fiat, in præmissæ demõstratione dictum est. Eritq; per præmissam linea d f rationalis in potentia tantum, & incommensurabilis lineæ c d. Et quia per primam sexti e g ad c f sicut f g ad d f, communicat autem e g cum c f eo quod quadratum b communicat cum quadrato a per hypothesin, quibus quadratis dictæ superficies positæ sunt æquales, sequitur per primam partem decimæ ut linea f g communicet cum linea d f, quare f g est rationalis in potentia tãtum, sicut est d f, & incommensurabilis in longitudine lineæ e f, cum linea d f sibi communicans sit incommensurabilis eidem e f, eo quod sua æquali. Hoc enim probatum est in 8, quod si fuerint duæ quantitates cõmunicantes, cuicunque una earum non communicat, nec reliqua. itaque per 19 erit superficies e g medialis, & eius latus tetragonicũ quod est b, mediale. Quod est propositum.



CAMPANI additio. Similiter quoq; omnis superficies communicans superficiei mediali, medialis esse cõuincitur. Si enim superficies

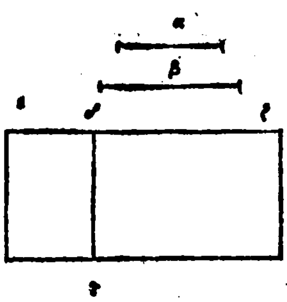
cies a medialis, cui ponatur ſuperficies b eſſe cōmunicans, dico ſuperficiem b eſſe medialem, quod ſic conſtabit. Sit linea c d rationalis in lōgitudine, adiungaturq; ei ſuperficies c e, quæ ſit æqualis ſuperficiei a, quod hoc modo fiet. Inueniatur linea c f ad quā ſic ſe habeat unū ex lateribus ſuperficiei a, ſicut linea c d ſe habet ad reliquū: hæc autē linea qualiter reperiatur, in 10 ſexti dictum eſt, eritq; ex 15 eiuſdem ſuperficies d f æqualis a. Itemq; eodem modo ad lineam e f adiūgatur ſuperficies e g, quæ ſit æqualis b: erit itaq; per 20 linea c f potentia tantum rationalis, erit quoq; lineæ c d in longitudine incommenſurabilis. Et quia a & b erant cōmunicantes ex hypotheſi, erunt quoq; c e & e g eis æquales cōmunicantes, itaq; per primam ſexti & per primā partem decimæ huius, erunt duæ lineæ c f & f g, cōmunicantes in longitudine. Eſt igitur linea f g rationalis in potentia tantum, & lineæ e f incōmenſurabilis in longitudine, quare per 19 ſuperficies e g erit medialis, cum linea e f ſit rationalis in longitudine ſicut c d ſibi æqualis. Cum ſit ergo b æqualis e g, erit quoq; b medialis, quod eſt propoſitum. Et nota quod omnes ſuperficies mediales communicantes, componunt ſuperficiem medialem. Vnde tota d g eſt medialis, quia cum duæ lineæ c f & f g ſint rationales in potentia tantum, & non communicātes in longitudine, ſequitur ut tota c g ſit rationalis in potentia tantum, & non cōmunicans c d in longitudine, itaq; per 19 d g eſt medialis. Eodemq; modo ſi ſint plures.



Eucli. ex Zamb. Theorema 20 Propoſitio 23

23 **Quæ mediæ commenſurabilis, media eſt.**

THEON ex Zamberto. Sit media α, & ipſi α commenſurabilis eſto β. Dico quod & β media eſt. Exponatur enim rationalis γ δ, & ei quod ex α ſit æquale ad γ δ comparetur area rectangula γ ε (per 45 primi), latitudinē efficiens ipſam ε δ. Rationalis igitur eſt (per præcedentem) ε δ, incommenſurabiliſq; ipſi γ δ longitudine, ei autem quod ex β æquale ad γ δ comparetur (per 44 primi) area rectangula γ ζ, latitudinem efficiens δ ζ. Quoniam igitur commenſurabilis eſt α ipſi β, commenſurabile eſt quoq; id quod ex α ad id quod ex β. Sed ei quidem quod ex α, æquum eſt ε γ: ei autem quod ex β, æquum eſt γ ζ. Cōmenſurabile igitur eſt ipſi ε ζ, eſtq; ſicut ε γ ad γ ζ, ſic eſt ε δ ad δ ζ. Cōmenſurabilis igitur eſt (per 11 decimi) ε δ ipſi δ ζ longitudine. Rationalis autem eſt ε δ, & ipſi δ γ incommenſuralis longitudine. Rationalis igitur eſt & δ ζ & ipſi δ γ longitudine incōmenſurabilis. Igitur γ δ & δ ζ (per 13 decimi) rationales ſunt potentia tantum cōmenſurabiles. Quod autem ſub rationalibus potentia tantum cōmenſurabilibus rectis lineis comprehenditur, rectangulum, irrationale eſt (per 21 decimi) & illud potens, irrationalis eſt, appellaturq; media potens igitur id quod ſub γ δ & δ ζ, media eſt, poteſtq; β quod ſub γ δ & δ ζ ſit, media igitur eſt β, quod erat oſtendendum.

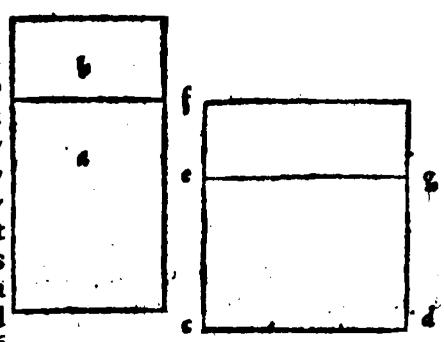


CORRELARIVM. Hinc igitur eſt manifeſtum, quod mediæ areæ commenſurabilis media eſt, poſſunt enim eas rectæ lineæ quæ potentia ſunt commenſurabiles, quarum altera media, quare & reliqua media eſt. Similiter autem eis quæ de rationalibus dicta ſunt, ſequitur & in medijs ut mediæ longitudine cōmenſurabilis, media appelletur, eiq; cōmenſurabilis non tantum longitudine ſed & potentia, quoniam in uniuerſali longitudine cōmenſurabiles omnino & potentia. Si uero mediæ commenſurabiles potentia tantum, dicuntur mediæ potentia tantum commenſurabiles.

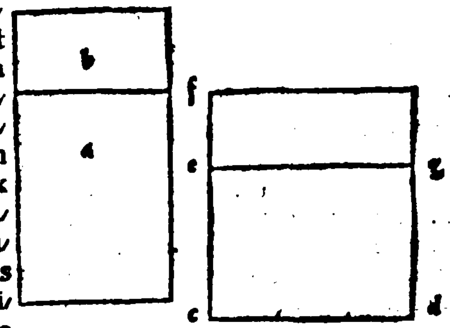
Eucli. ex Camp. Propoſitio 22

22 **OMnis differentia qua abundat mediale à mediali, irrationalis eſſe probatur.** Zamb. 26

CAMPANVS. Sit utraq; duarū ſuperficierū a b & a, medialis: dico quod ſuperficies b quæ eſt earum differentia, eſt irrationalis. Sit enim linea c d rationalis in longitudine, cui adiungatur ſuperficies d e æqualis ſuperficiei a, & ſuperficies d f æqualis totali ſuperficiei a b, hoc autē qualiter fiat in præmiſſa docuimus. Quia ergo d f eſt æqualis a b & d e æqualis a, erit per conceptionē g f æqualis b. Si itaq; ſuperficies b non eſt irrationalis ſed rationalis, erit & f g ſua æqualis rationalis. At cū



linea e g sit rationalis in longitudine sicut sua æqualis c d, erit per 16 linea e f rationalis in longitudine & cõmunicans lineæ e g, per 10 autem est utraque duarum linearum c e & e f potẽtialiter tantũ rationalis, & lineæ c d incõmensurabilis in longitudine, itaq; e f linea est incõmensurabilis lineæ c e in lõgitudine. Et quia per primam sexti quadratum lineæ e f ad superficiem quæ fit ex e f in c e est, sicut e f ad c e, sequitur per secũdam partem decimæ ut quadratum lineæ e f sit incõmensurabile superficiei factæ ex e f in c e, quare & ipsum quadratum erit incommensurabile duplo superficiei ex e f in c e, quadratũ uero c e cum sit rationale, est cõmunicans quadrato e f, totum igitur ex ambobus cõpositum erit per 9 cõmunicans quadrato e f. Et ideo

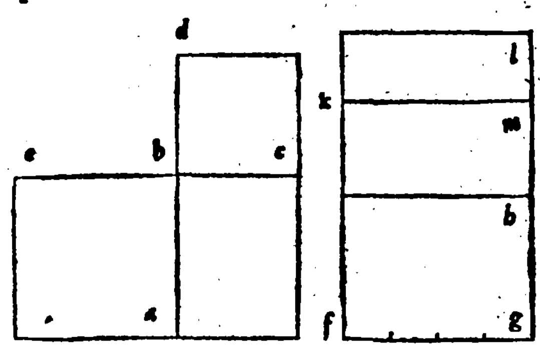


incõmensurabile duplo superficiei ex e f in c e. Et quia per 4 secundi quadratum lineæ c f est æquale duobus quadratis duarum linearum c e & e f, & duplo superficiei ex c e in e f, & duplum superficiei c e in e f est incommensurabile aggregato ex duobus quadratis duarum linearum c e & e f, sequitur per ea quæ addita sunt in 5, ut quadratũ c f sit incommensurabile aggregato ex duobus quadratis duarum linearum c e & e f. At cum aggregatum ex his quadratis sit rationale, sequitur quadratum lineæ c f non esse rationale, & ideo linea c f non est rationalis in potentia, & idcirco non erit superficies d f medialis, neq; a b sibi æqualis, quod est inconueniens, cum sit contrarium positis. Relinquitur igitur quod superficies b est irrationalis, quod est propositum.

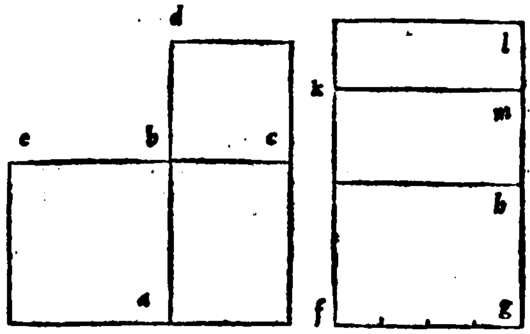
Eucli. ex Camp. Propositio 25

23 **Omnis superficies quam continent duæ lineæ mediales potentialiter tantum cõmunicantes, aut rationalis est aut medialis.**

CAMPANVS. Sint duæ lineæ a b & b c mediales potentia tantũ communicantes, dico quod superficies a c ab eis contenta aut est rationalis, aut medialis. Sint enim, c d quadratũ lineæ b c, & a e quadratum lineæ a b: eruntq; ex hypothesi hæc duo quadrata communicantia, & erit per primam sexti superficies a c medialis medio loco proportionalis inter ipsa quadrata. Sumatur igitur linea f g quæ sit rationalis in lõgitudine, cui adiungatur superficies f h æqualis quadrato a e, & h k æqualis superficiei a c, & k l æqualis quadrato d c, eruntq; hæ tres superficies f h, h k, & k l continue proportionales, sicut sunt æquales a e, a c, & d c, quare per primam sexti erunt etiam tres lineæ g h, h m, & m l, quæ sunt bases earum, continue proportionales. Et cum superficies f h & k l sint communicantes, sicut duo quadrata a e & c d eis æqualia, sequitur per primam sexti & decimam huius, ut linea g h sit cõmunicans cum l m. utraque autem earum est rationalis, in potentia per 10 huius: igitur superficies unius earum in alteram est rationalis: omnis enim superficies quam continent duæ lineæ rationales in potentia, cõmunicantes in longitudine, necessario est rationalis, ut patet ex prima sexti & prima parte decimæ huius & ex diffinitione superficierum rationalium. Et quia ex prima parte decimæ sextæ quadratum lineæ l m est æquale superficiei ex g h in m l, erit quadratũ lineæ h m rationale. Si ergo linea h m est rationalis in lõgitudine sibi cõmunicans lineæ k m quæ est æqualis lineæ f g, erit per 15 superficies h k rationalis, ideoq; & sua æqualis a c. Si autem h m sit irrationalis in longitudine siue incommensurabilis lineæ k m quæ est æqualis lineæ f g, cum ipsa sit rationalis saltem in potentia eo quod suum quadratum est rationale, erit per 19 superficies h k medialis, quare & sua æqualis a c. Constat ergo propositum.



CAMPANI annotatio. Et nota quod si duæ lineæ a b & b c essent mediales in longitudine cōmunicantes, esset superficies a c medialis tantum, esset enim superficies a c communicans utrique duorum quadratorum a e & c d per primam sexti & per præsentem hypothesin, & per 10 huius, & ideo superficies h k æqualis a c, esset communicans utrique superficiei f h & k l, igitur per primam sexti, & 10 huius linea h m esset cōmunicans utrique duarum linearum g h & l m. Et quia hæ ambæ essent rationales in potentia tantum, non cōmunicantes in longitudine lineæ f g, esset quoque h m rationalis in potentia tantum, non cōmunicans in longitudine lineæ f g, quare per 19 esset superficies h k medialis tantum & ideo etiam a c sibi æqualis. Si autem duæ lineæ a b & b c essent mediales, neque in longitudine neque in potentia communicantes, superficies a c neque esset rationalis neque medialis, si enim sic esset, scilicet, quod duæ lineæ a b & b c essent mediales neque in longitudine neque in potentia cōmunicantes, essent duo quadrata a e & c d incommunicantia, itaque & duæ superficies f h & k l eis æquales quoque essent incommunicantes, quare & duæ lineæ g h & m l essent incommensurabiles per primam sexti. & per secundam partem decimi. Et quia utraque earum est rationalis tantum in potentia, per 20 esset superficies unius earum ad alteram medialis per 19. Cum ergo quadratū lineæ h m sit æquale dictæ superficiei quæ fit ex g h in m l, per primam partem 16 sexti, esset per 19 linea h m linea medialis, per 15 ergo non esset superficies h k rationalis, nec etiam per 20 medialis, quare nec sua æqualis a c. Zamb. 24

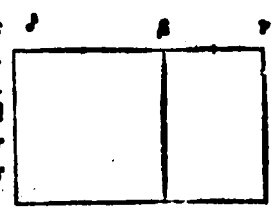


Præcedentes duæ ex Campano propositiones, scilicet, 22. & 23. tribus ex Zamberto sequentibus, uidelicet, 24. 25. & 26. inuerso ordine respondent, 22. namque ex Campano, 26. ex Zamberto, 26. autem ex Campano, cum additione, 24. & 25. ex Zamberto respondent.

Eucli. ex Zamb. Theorema 21 Propositio 24

24 **Sub medijs longitudine commensurabilibus rectis lineis comprehensum rectangulum, medium est.**

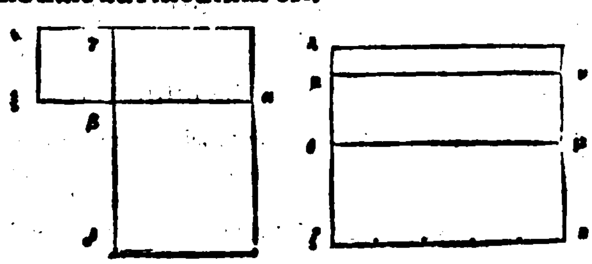
THEON ex Zamberto. *Sub medijs enim longitudine commensurabilibus rectis lineis α β, β γ, comprehendatur rectangulum α γ. dico quod α γ medium est. Describatur enim (per 49 primi) ex α β, quadratum α δ, medium igitur est α δ. Et quoniam cōmensurabilis est α β ipsi β γ longitudine, æqualis autem est α β ipsi β δ, commensurabilis igitur est δ β ipsi β γ longitudine. Quare & δ α ipsi α γ (per correlarium 23 decimi) commensurabile est: medium autem est δ α, medium igitur est & α γ, quod oportebat ostendere.*



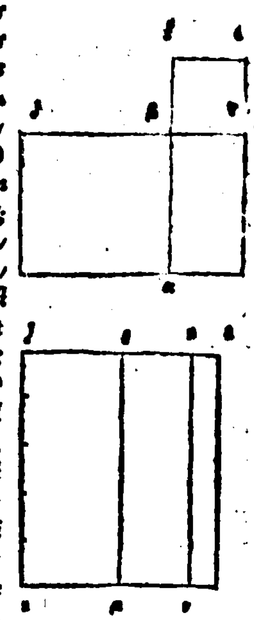
Eucli. ex Zamb. Theorema 22 Propositio 25

25 **Sub medijs potentia tantum commensurabilibus rectis lineis comprehensum rectangulum, aut rationale aut medium est.**

THEON ex Zamberto. *Sub medijs potentia tantum cōmensurabilibus rectis lineis α β, β γ, cōprehendatur rectangulū α γ. Dico quod α γ, aut rationale, aut mediū est. Describantur enim (per 46 primi) ex α β & β γ, quadrata α δ & β ε, medium est igitur utrumque ipsorū α δ & β ε. Exponaturque rationalis ζ η, ipsique α δ æquum ad ζ η comparetur (per 45 primi) rectangulū parallelogrammū*



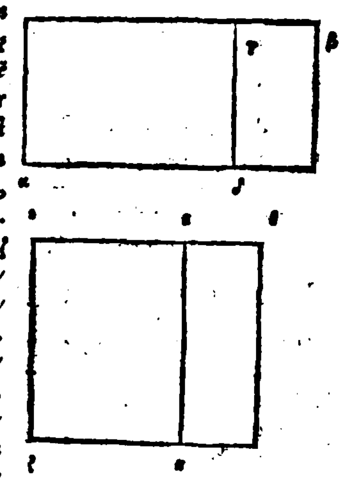
logrammū κ θ, ipsam latitudinē efficiens ζ θ. Ipsi autem α γ ad θ μ æquum comparetur (per eandem) rectangulum parallelogrammū μ κ, latitudinem efficiens θ κ. Et insuper (per eandem) ϐ ε æquum similiter ad κ ν comparetur ν λ, ipsam latitudinem efficiens κ λ. In rectas lineas igitur sunt ζ θ, θ κ, & κ λ, & quoniam utrunq; ipsorum α δ & ϐ ε medium est, estq; æquale α δ, ipsi κ θ, & ϐ ε ipsi ν λ, medium igitur est & utrunq; ipsorum κ θ, ν λ, & ad rationalem ζ κ comparata sunt. Rationalis igitur est (per 22 decimi) utraq; ipsarum ζ θ & κ λ, & incōmensurabilis ipsi ζ κ longitudine. Quoniam igitur commensurabile est α δ ipsi ϐ ε, cōmensurabile igitur est (per 11 decimi) & κ θ ipsi ν λ, estq; sicut κ θ ad λ ν, sic (per primam sexti) est ζ θ ad κ λ. Cōmensurabilis igitur est (per eandem 11) ζ θ ipsi κ λ longitudine. Ipsæ igitur ζ θ, κ λ, rationales sunt longitudine cōmensurabiles. Rationale est igitur (per 19 decimi) quod sub ζ θ, κ λ. Et quoniam æqualis est quidem δ β ipsi β α, & ξ ϐ ipsi β γ, est igitur sicut δ β ad β γ, sic est α β ad ϐ ξ. Sed sicut quidem δ β ad β γ, sic est (per primam sexti, & per 11 quinti) δ α ad α γ, sicut autem α ϐ ad ϐ ξ, sic est α γ ad γ ξ, est igitur sicut δ α ad α γ, sic est α γ ad γ ξ, æquum autem est α δ ipsi κ θ, & α γ ipsi μ κ, & γ ξ ipsi ν λ, est igitur (per 17 sexti) sicut κ θ ad μ κ, sic est μ κ ad ν λ, est igitur sicut & ζ θ ad ipsam θ κ, sic est θ κ ad ipsam κ λ. Igitur quod sub ζ θ, κ λ, æquum est ei quod fit sub θ κ. Rationale autem est quod sub ζ θ, ζ λ, rationale igitur est & quod ex θ κ. Rationalis est igitur (per 19 decimi) ipsa θ κ, & siquidem commensurabilis est ipsi θ μ, hoc est ipsi ζ κ longitudine, rationale est (per 22 decimi) ipsum ν θ. Si autem incommensurabilis est ipsi ζ κ longitudine, ipsæ θ κ & θ μ rationales (per 22 decimi) potentia solum commensurabiles, medium igitur est θ κ. Igitur θ ν aut rationale est aut medium, æquum autem est θ ν ipsi α γ, igitur α γ uel rationale uel medium est. Sub medijs igitur potentia tantum cōmensurabilibus, & quæ sequuntur reliqua. Quod erat ostendendum.



Eucli. ex Zamb. Theorema 23 Propositio 26

26 Medium, non excedit medium rationali.

THEON ex Zamberto. Si enim possibile, medium α ϐ, medium α γ excedat rationali δ β, ponaturq; rationalis ε ζ, ipsiq; α β æquum ad ε ζ comparetur (per 44 primi) parallelogrammū rectangulum ζ θ, latitudinē efficiens ε θ: ipsi autem α γ æquum auferatur ζ κ, reliquum igitur β δ (per tertiam cōmunem sententiam) reliquo κ θ est æquale. Rationale autem est δ ϐ, rationale igitur est & κ θ. Quoniam igitur medium est utrunq; ipsorum α β, α γ, estq; α ϐ ipsi ζ θ æquale (per correlarium 23 decimi) at α γ ipsi ζ κ, medium igitur est utrunq; ipsorū ζ θ, ζ κ, & ad rationem ε ζ comparata sunt. Igitur rationalis est utraq; ipsarum θ ε & ε κ, & incommensurabilis ipsi ε ζ longitudine (per 22 decimi.) Et quoniam rationale est δ β, estq; ipsi κ θ æquale, rationale igitur est & κ θ, ad rationalemq; ε ζ comparatū est, rationalis igitur est (per 20 decimi) κ θ, & ipsi ε ζ longitudine commensurabilis. Sed ε κ rationalis est, & ipsi ε ζ longitudine incōmensurabilis, incōmensurabilis igitur est (per 13 decimi) ε κ ipsi κ θ longitudine, estq; sicut ε κ ad κ θ, sic quod ex ε κ ad id quod ε κ & κ θ. Incōmensurabile igitur est, (per 11 decimi & lemma 21 decimi) quod ex ε κ ei quod sub ε κ & κ θ. Sed ipsi quidem quod ex ε κ, cōmensurabilia sunt quæ ex ε κ & κ θ quadrata, rationalia etenim utraq; ei autem quod sub ε κ & κ θ cōmensurabile est (per 13 decimi) id quod bis sub ε κ & κ θ, duplum nanq; est illius. Incōmensurabilia igitur sunt (per 16 decimi) quæ ex ε κ & κ θ, ei quod bis sub ε κ & κ θ, & utraq; igitur simul quæ ex ε κ & κ θ, & quod bis sub ε κ & κ θ quod est id quod ex εθ (per 4 secundi) incōmensurabile est eis quæ ex ε κ & κ θ. Rationalia autē sunt quæ ex ε κ & κ θ (per diffinitionē.) Irrationale igitur est qđ ex ε θ, irrationalis igitur est ε θ, sed & rationalis, quod est impossibile: medium igitur mediū non excedit rationali, quod erat ostendendum.



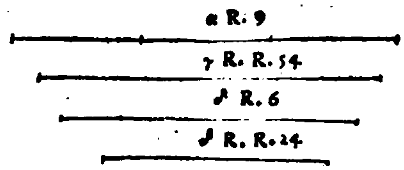
Sequentes duæ ex Zamberto neutiquā in Campano respondentes habent.

Eucli. ex Zamb. Problema 4 Propositio 27

27 Medias inuenire potentia tantum cōmensurabiles, rationale comprehendentes.

THEON ex Zamberto. Exponantur binæ rationales potentia tantum commensurabiles α β, sumanturq; (per 13 sexti) ipsarum α, β, media proportionalis γ. Fiatq; (per 12 sexti) sicut α ad β, sic γ ad δ. Et quoniam ipsæ α, β, rationales sunt potentia tantum cōmensurabiles, igitur quod sub α, β, hoc est quod ex γ fit (per 21 decimi) medium est, media igitur est γ. Et quoniam est sicut α ad β, sic γ a δ, ipsæ autem α, β, potentia tantum sunt

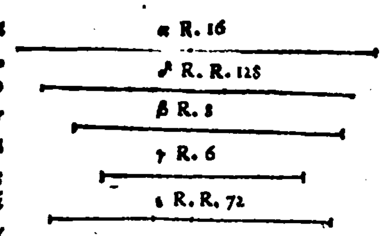
commensura-



cōmensurabiles, & γ, δ, igitur (per 11 decimi) potentia tantum sunt cōmensurabiles, estque γ media, media igitur est (per 23 decimi) & δ. Ipsæ igitur γ, δ, (per constructionem) mediæ sunt potentia tantum cōmensurabiles. Dico quod & rationale comprehendunt. Quoniam enim est sicut α ad β, sic est γ ad δ, uicißim igitur (per 16 quinti) est sicut α ad γ, sic est β ad δ. Sed sicut α ad γ, sic γ ad ϐ, & sicut igitur (per 11 quinti) γ ad β, sic β ad δ, igitur quod sub γ, δ, æquum est ei quod ex β. Rationale autem est quod ex β. Rationale igitur est quod sub γ, δ. Inuentæ igitur sunt mediæ potentia tantum commensurabiles, rationale comprehendentes, quod fecisse oportuit..

Eucli. ex Zamb. Problema 5 Propositio 28

28 Medias comperire potentia tantum cōmensurabiles, medium comprehendentes.



THEON ex Zamb. *Exponantur enim tres rationales potentia tantum cōmensurabiles, α, β, γ, suscipiaturque (per 13 sexti) ipsarum α, β, media proportionalis δ. Fiatque (per 12 sexti) sicut β ad γ, sic δ ad ε. Quoniam enim α, ϐ, rationales sunt, potentia tantum cōmensurabiles, igitur (per 21 decimi) quod sub α β, hoc est id quod ex δ, medium est: media igitur est δ. Et quoniam β, γ, potentia solum sunt cōmensurabiles, estque sicut β ad γ, sic est δ ad ε, ipsæ igitur δ, ε, (per 11 decimi) potentia tantū sunt cōmensurabiles, media uero est δ, & igitur ε. Igitur ipsæ δ, γ, mediæ sunt potentia tantum commensurabiles. Dico quod & medium comprehendunt. Quoniam enim est sicut β ad γ, sic est δ ad ε, uicißim igitur (per 16 quinti) sicut β ad δ, sic est γ ad ε. Sicut autem β ad δ, sic δ ad α. Et sicut igitur (per 11 quinti) δ ad α, sic γ ad ε. Quod igitur sub α, γ, (per 16 sexti) æquum est ei quod sub δ, ε, medium autem quod sub α, γ, medium igitur (per correlarium 23 decimi) quod sub δ ε. Inuentæ igitur sunt mediæ potentia tantum commensurabiles, medium comprehendentes, quod fecisse oportuit.*

THEON Lemma.

Comperire duos quadratos numeros, ut ex eis cópositus sit quadratus.

THEON ex Zamb. *Exponantur bini numeri α β & β γ, sintque aut pares, aut impares. Et quoniam si à pari par auferatur, & si ab impari impar, (per 26 noni) reliquus erit par, si igitur ab α β pari par ϐ γ, aut ab impari α ϐ, impar ϐ γ auferatur, reliquus α γ par est. Secetur α γ bifariam in δ, sint autem ipsi α β, β γ, aut similes plani, aut quadrati, qui & ipsi similes plani sunt. Igitur qui sub α β, β γ, una cum eo qui ex γ δ quadrato, æquus est (per 6 secundi) ei qui ex β δ quadrato, estque quadratus qui sub α β, ϐ γ, quoniam patuit (per primam noni) quod si bini similes plani multiplicantes se adinuicem aliquem fecerint, factus quadratus est. Inuenti igitur sunt bini quadrati numeri qui sub α β, β γ, & qui ex γ δ, qui compositi, β δ quadratum conficiunt.*

α . . . . . δ . . . . . γ . . . . β

CORRELARIVM. *Ac manifestū quod inuenti sunt rursus bini quadrati, & qui ex β δ, & qui ex γ δ, ut & eorū excessus qui sub α β, β γ, est quadratus, quando ipsi α β, β γ, similes fuerint plani. Quando autem non fuerint similes plani, inuenti sunt bini quadrati & qui ex β δ & qui ex δ γ, quorum excessus qui sub α ϐ & ϐ γ non est quadratus.*

Lemma præcedentis oppositum.

Inuenire binos quadratos numeros, ut ex eis compositus non sit quadratus.

Sint enim α ϐ, ϐ γ, similes plani ut qui sub α ϐ, ϐ γ, (per primam noni) sit quadratus, sitque par γ α, seceturque γ α bifariam in δ. Manifestum iam est quod qui sub α ϐ, ϐ γ, quadratus una cum eo qui ex γ δ quadrato, æquus est ei qui ex β δ quadrato. Auferatur autem unitas δ ε. Igitur qui sub α ϐ & ϐ γ una cum eo qui ex γ ε, minor est eo qui ex β δ quadrato. Dico igitur quod qui sub α ϐ, ϐ γ, quadratus una cum eo qui ex γ ε, non est quadratus. Si enim est quadratus, uel est æqualis ei qui ex ϐ ε, uel eo minor. Maior autem non erit, cum qui sub α ϐ, ϐ γ, quadratus una cum eo qui ex γ δ quadrato, hoc est qui ex β δ, primus sit maiorum quadrato qui ex β ε, unitas enim non secatur: maior autem est eo qui sub α β, ϐ γ, una cum eo qui ex γ ε, γ δ enim, ipso γ ε unitate maior. Sit autem (si possibile est) prius qui sub α β, β γ, una cum eo qui ex γ ε, æqualis ei qui ex β ε, sitque ipsius δ ε unitatis, duplus η α. Quoniam igitur totus α γ totius γ δ duplus est, quorum α η ipsius δ ε est duplus, & reliquus igitur (per 7 septimi) η γ reliqui ε γ duplus est, bifariam igitur ipse γ η, diuisus est in ε. Igitur qui sub η ϐ & β γ, una cum eo qui ex γ ε, æquus est ei qui ex ϐ ε quadrato. Sed qui sub α β, β γ, una cum eo qui ex γ ε, æquus supponitur ei qui ex ϐ ε quadrato. Qui sub η ϐ, ϐ γ, igitur una cum eo qui ex γ ε, æquus ei est qui sub α ϐ, ϐ γ, una cum eo qui ex γ ε. Cōmuni igitur sublato eo qui ex γ ε,* ducitur α ϐ æqualis ipsi η ϐ, quod est impoßibile. Qui sub α ϐ, ϐ γ, igitur una cum eo qui ex γ ε, æquus non est ei qui ex ϐ ε. Dico iam quod neque minor eo qui ex ϐ ε. Si enim possibile, sit ei qui ex β ζ æqualis, & ipsius*

α . . η . . θ . δ . ε . ζ . . . γ . . . . β

Græcus sic habet. Maior autē non erit, ne scilicet secetur unitas, & ne qui sub α ϐ, ϐ γ una cum eo qui ex γ δ, qui est ipsius δ ϐ quadratus, æquus sit ei qui sub α ϐ, ϐ γ una cum eo qui ex γ ε.

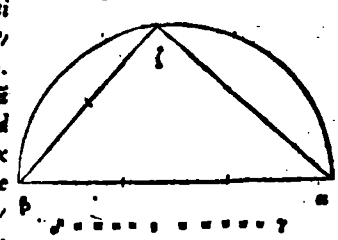
[illegible] colligitur

συναχθήσεται ipsius δζ duplus ponatur θα. * Conducaturque duplus rursus θγ ipsius γζ, & quod ipse θγ bifariam sectus est in ζ,
colligetur ac per hoc is qui sub θε, εγ, una cum eo qui ex ζγ, aequus erit ei qui ex βζ. Supponitur autem quod qui sub αε, βγ, una cum eo qui ex γι, est aequalis ei qui ex βζ. Conducetur igitur qui sub αβ, βγ, una cum eo qui ex γι aequalis ei qui ex θε & εγ una cum eo qui ex γζ, quod absurdũ est. Igitur qui sub αβ, βγ, una cum eo qui ex γι, aequus non est minori eo qui ex ει, patuit autem quod neque ei qui ex ει, neque eo maiori. Igitur qui sub αβ, βγ, una cum eo qui ex γι, quadratus non est. Cum autem sit possibile & pluribus modis praedicta ostendere, sufficiant nobis tamen praedicta, ne materia longior existens longius protrahatur.

Eucli. ex Zamb. Problema 6 Propositio 29

29 Camp. 17 Comperire binas rationales potentia tantum cõmensurabiles, ut maior minore maius possit eo quod ex cõmensurabili sibi longitudine.

THEON ex Zamb. Exponatur enim quaedam rationalis αε, & bini quadrati numeri γδ, δι, ut ipsorum residuus γι non sit quadratus (per correlarium 1 lemmatis 28 decimi,) & super αβ describatur semicirculus αζβ. Fiatque sicut (per correlarium 6 decimi) δγ ad γι, sic quod ex βα quadratũ ad id quod ex αζ quadratũ, connectaturque ζε. Quoniam igitur est sicut quod ex βα ad id quod est ex αζ, sic γδ ad δγ, igitur quod ex βα ad id quod ex αζ, eam habet rationem quam numerus γδ ad numerũ γι. Cõmensurabile igitur est quod ex βα, ei quod ex αζ. Rationale autem quod ex αβ, rationale igitur & id quod ex αζ. Rationalis igitur est & αζ. Et quoniam δγ ad γι

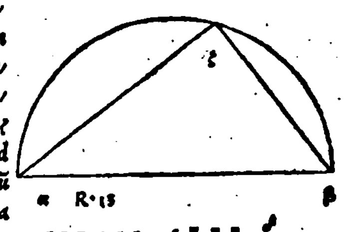


rationem non habet quam quadratus numerus ad quadratum numerum, neque quod ex αβ igitur ad id quod ex αζ rationem habet quam quadratus numerus ad quadratũ numerum. Igitur αβ (per 9 decimi) ipsi αζ longitudine incõmensurabilis est. Ipsae igitur αζ, αβ, rationales sunt potentia tantum cõmensurabiles. Et quoniam est sicut δγ ad γι, sic est quod ex αβ ad id quod ex αζ, conuertendo igitur (per correlariũ 19 quinti) sicut γδ ad δι, sic quod ex αε ad id quod ex βζ. At γδ ad δι eam habet rationem quam quadratus numerus ad quadratũ numerum. Quod igitur ex αβ ad id quod ex βζ, eam habet rationem quam quadratus numerus ad quadratum numerum. Cõmensurabilis igitur est (per 9 decimi) αβ ad βζ longitudine. Et quod ex αβ (per 47 primi) aequũ est eis quae ex αζ & ζβ. Igitur αβ ipsa αζ maius potest ipsa βζ sibi cõmensurabili. Inuentae igitur sunt binae rationales potentia tantum cõmensurabiles βα & αζ, ut β maior ipsa αζ maius possit eo quod ex ζβ sibi longitudine cõmensurabili. Quod facere oportebat.

Eucli. ex Zamb. Problema 7 Propositio 30.

30 Camp. 18 Comperire binas rationales potentia tantum cõmensurabiles, ut maior minore maius possit eo quod fit à sibi longitudine incõmensurabili.

THEON ex Zamb. Exponatur rationalis αβ, biniq́ue numeri quadrati γι & ιδ, ut ex eis compositus γδ non sit quadratus (per lemma secundum 28 decimi.) Describaturque super αβ, semicirculus αζβ, fiatque (per correlariũ 6 decimi) sicut δγ ad γι, sic quod ex αβ ad id quod ex αζ conectaturque ζβ. Similiter iam ostendemus sicut in praecedenti, quod ipsae εα & αζ rationales sunt potentia tantum cõmensurabiles. Et quoniam est sicut δγ ad γι, sic est quod ex βα ad id quod ex αζ, conuertendo igitur (per correlariũ 19 quinti) sicut γδ ad δι, sic quod ex αβ ad id quod ex ζβ. At γδ ad δι rationem non habet quam quadratus numerus ad quadratum numerum, neque igitur quod ex αβ, ad id quod ex βζ rationem habet quam numerus quadratus ad quadratũ numerum. Incõmensurabilis igitur est αβ ipsi βζ longitudine, potestque αβ, quàm ipsa αζ maius eo quod ex βζ sibi incommensurabili. Ipsae igitur αβ, βζ, rationales sunt potentia tantum commensurabiles & αβ quàm ipsa αζ maius potest eo quod ex ζβ sibi longitudine incommensurabili, quod fecisse oportuit.

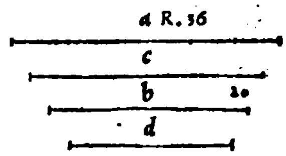


Eucli. ex Camp. Propositio 24

24 DVas lineas mediales potentia tantum communicantes superficiemque rationalem continentes, quarum longior sit potentior breuiore, augmento quadrati lineae communicantis eidem longiori in longitudine, inuenire.

CAMPANVS. Cum omnes duae lineae mediales potentia tantum communicantes, contineãt superficiem rationalem aut medialem, ut ex praemissa patet, docet inuenire eas duas quae cõtinent superficiem rationalem & eas quae medialem. Vnde propositũ est inuenire duas lineas mediales potentia tantum communicantes, quarum longior possit

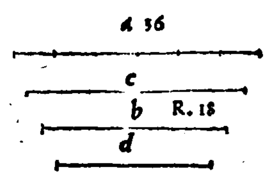
possit amplius breuiori in quadrato alicuius lineæ sibi cõmunicantis in longitudine, quæ contineant superficiem rationalem. Ad hoc secundum doctrinam 17 sumo duas lineas a & b potentia tantum rationales cõmunicantes, quarum longior quæ sit a, possit amplius breuiori quæ sit b, in quadrato alicuius lineæ secum cõmunicantis in lõgitudine, & ponam lineam c secundum doctrinam 9 sexti, medio loco proportionalẽ inter a & b, & ponam ut sit proportio a ad b, sicut c ad d, quod qualiter fiat, in 10 sexti dictũ est. Dicó tunc duas lineas c & d, esse quas quærimus. Patet enim ex 19, quod superficies quam continent duæ lineæ a & b, est medialis. Et quia per primam partem 16 sexti, quadratũ lineæ c est dictæ superficiei æquale, erit igitur per 19 linea c medialis. Cum autẽ sit a ad b, sicut c ad d, & b communicet cum a in potentia tantum ex hypothesi, quia tam a quàm b rationalis est in potentia, sequitur per 10 quod c quoque communicet cum d in potentia tantum. Itaque per 21 cum c sit linea medialis, erit etiam d medialis, & per primã partem 11, erit linea c potentior linea d, in quadrato lineæ sibi communicantis in longitudine. Si ergo duæ lineæ c & d contineant superficiem rationalem, ipsæ sunt quales inquirimus. Eas autem continere superficiem rationalem, sic habeto. Cum sit a ad b, sicut c ad d, erit permutatim a ad c, sicut b ad d, sed erat a ad c, sic c ad b. igitur est c ad b, sicut b ad d, itaque per primam partem 16 sexti, superficies quam continent duæ lineæ c & d, est æqualis quadrato b, est autem quadratum b, rationale per hypothesin, cum ipsa sit rationalis in potentia. Superficies ergo quam continent duæ lineæ c & d, est rationalis. Quare constat propositum.



Eucli. ex Camp. Propositio 25

25 DVas lineas mediales potentia tantum communicantes superficiemque rationalem continentes, quarum longior sit potentior breuiori, quadrato lineæ eidem longiori in longitudine incommensurabilis, inuenire.

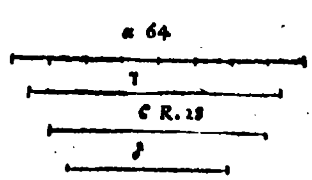
CAMPANVS. Positis duabus lineis a & b rationalibus potentia tantum cõmunicantibus, quarũ longior possit amplius breuiori in quadrato lineæ secum non communicantis in longitudine, quæ quidem reperiuntur secundum doctrinam 11, cæterisque positionibus manentibus sicut in præmissa, argumentando modo consimili patebit duas lineas c & d esse quales quærimus. Et nota quod duæ lineæ quas hæc & præmissa docent inuenire, componunt bimediale primum, & minori earum abscisa de maiori, quæ reliqua est, dicitur residuum mediale primum.



Eucli. ex Zamb. Problema 8 Propositio 31

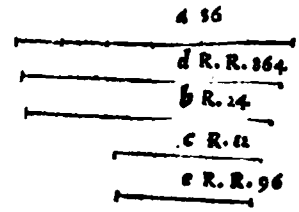
31 Comperire binas medias potentia tantum commensurabiles rationale comprehendentes, ut maior minore maius possit eo quod fit à sibi longitudine commensurabili. Camp. 24

THEON ex Zamb. Exponantur (per 29 decimi) binæ rationales potentia tantum commensurabiles α, β, ut α maior existens, ipsa β minore maius possit eo quod ex sibi longitudine cõmensurabili, & ei quod sub α, β, comprehenditur æquum esto id quod ex γ. Medium autem est quod sub α, β, medium igitur est (per correlariũ 23 decimi) quod sub γ, media igitur est γ (per 21 decimi.) Ei uero quod ex β, æquũ esto quod sub γ, δ. Rationale autẽ est quod ex ε, rationale igitur & quod sub γ, δ. Et quoniam (per 1 sexti) est sicut α ad δ, sic est quod sub α, β, ad id quod ex β, sed ei quidem quod sub α, β, æquum est id quod ex γ, ei autem quod ex β æquum est quod sub γ, δ, sicut igitur α ad β, sic quod ex γ ad id quod sub γ, δ. Sicut autẽ quod ex γ ad id quod sub γ, δ, sic est γ ad δ, & sicut igitur α ad β, sic γ ad δ. Cõmensurabilis autem est (per hypothesin) α, ipsi ε potentia tantum: cõmensurabilis igitur (per 11 decimi) & γ ipsi δ potentia tantum. At γ, media est, media igitur est (per 2 decimi) & δ. Et quoniam est sicut α ad ε & γ ad δ, at α ipsa ε maius potest eo quod ex sibi cõmensurabili, & γ igitur ipsa δ maius potest eo quod ex sibi cõmensurabili. Inuentæ sunt igitur binæ mediæ potentia tantum cõmensurabiles γ, δ, rationale cõprehendentes, & γ ipsa δ maius potest eo quod ex sibi longitudine cõmensurabili. Similiter uero ostendetur & id quod ex incõmensurabili, quando α ipsa ε maius potuerit eo quod fit ex sibi incommensurabili. Quod facere oportuit. Camp. 25

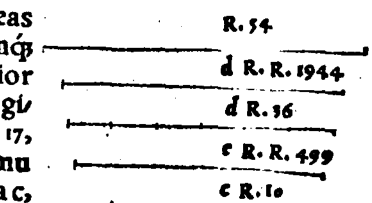


Eucli ex Camp. Propositio 26

26 DVas lineas mediales potentia tantum communicantes superficiem⁊ medialem continentes, quarum longior breuiore tanto amplius possit quantum est quadratum alicuius lineæ incommensurabilis ipsi longiori in longitudine, inuenire.



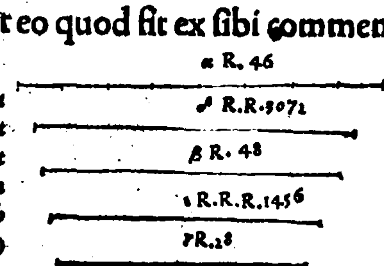
CAMPANVS. Cũ docuerit inuenire duas lineas mediales potentia tantũ cõmunicantes superficiem⁊ rationalẽ continẽtes, quarũ longior plus possit breuiori in quadrato lineæ secum cõmunicantis in longitudine, & secum incõmensurabilis in longitudine, nunc docet inuenire duas lineas mediales potentia tantum cõmunicantes, superficiem⁊ medialem continentes quarum longior sit potentior breuiori in quadrato lineæ non secum cõmensurabilis, sed solum sibi incommensurabilis in longitudine, illud enim facile habetur ex isto. Sint ita⁊ tres lineæ sumptæ secundum doctrinam 18 a, b, c, potentia tantum rationales & in ea solum cõmunicantes, sit⁊ a potentior b & c, quadrato lineæ sibi incommensurabilis in longitudine, & ponatur d medio loco proportionalis inter a & b ut docet 9 sexti, & sit d ad e sicut a ad c, dico duas lineas d & e esse quales inquirimus. Cum sit enĩ quadratũ lineæ d æquale superficiei quæ continetur sub a & b per primam partem 16 sexti, sit⁊ superficies contenta sub a & b medialis ex 19 cum a & b sint potentia tantum rationales cõmunicantes, erit ex eadem linea d medialis. At quia a ad c sicut d ad e, communicat autem a cum c in potẽtia tantum ex hypothesi, sequitur ex 10 ut e quo⁊ communicet cum d in potentia tantum. Ita⁊ per 21 erit e linea medialis. Et etiam quia a est potentior c, quadrato lineæ sibi incommensurabilis in longitudine, erit quo⁊ per 14 d potentior e quadrato lineæ sibi incõmensurabilis in longitudine. Si igitur duæ lineæ d & e contineant superficiem medialem, constat eas esse quales inquirimus. Eas autẽ continere superficiẽ medialem, sic habetur. Cum sit ex hypothesi a ad c sicut d ad e, erit permutatim a ad d, sicut c ad e. Sed a ad d est sicut d ad b per hypothesin, ita⁊ d ad b sicut c ad e, igitur per primam partem 14 sexti superficies quam continent d & e, est æqualis ei quam continent c & b. Sed b & c continẽt superficiem medialem per 19, cum ipsæ sint rationales in potentia tantum communicantes ex hypothesi, itaque d & e continent
Zamb. 32 superficiem medialem. Quod est propositum.



CAMPANVS. Si autẽ cura esset inuenire duas lineas mediales potentia tantum cõmunicantes superficiem⁊ medialem continentes, quarum longior esset potentior breuiori, quadrato lineæ secum cõmunicantis in longitudine, sumeremus tres lineas secundum doctrinam 17, a, b, c, potentia tantum rationales & in ea solum communicantes, & poneremus lineam a esse potentiorẽ linea c, quadrato alicuius lineæ sibi communicantis in longitudine, cætera uero manerẽt ut prius, & argumẽtatione consimili concluderemus, duas lineas d & e esse quales proponitur inquirere. Et nota quod duæ lineæ quas hæc 26 docet inuenire, componunt bimediale secundum, & minori earum abscisa de maiori, quæ reliqua est, dicitur residuum mediale secundum.

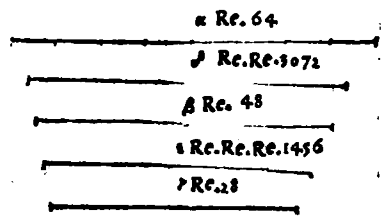
Eucli. ex Zamb. Problema 9 Propositio 32

32 Inuenire duas medias potentia tantum cõmensurabiles medium comprehendentes, ut maior minore maius possit eo quod fit ex sibi commensurabili.



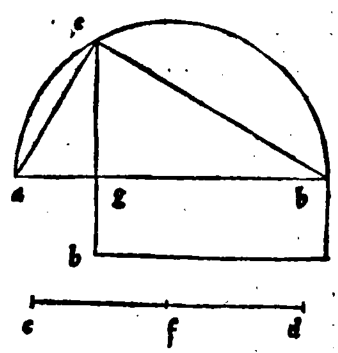
THEON ex Zamber. *Exponantur tres rationales potentia tantum cõmensurabiles α, β, γ, ut α (per 29 decimi) ipsa γ maius possit eo quod ex sibi cõmensurabili, & ei quidem quod sub α, β, æquum sit (per 13 & 17 sexti) quod ex δ, medium autẽ est quod sub α β, medium igitur est (per eandẽ) quod ex δ, & δ igitur media est. Ei autẽ quod sub β, γ, æquũ esto quod sub δ, ε. Et quoniã (per 1 sexti & lemma 21 decimi) sicut*

sicut quod sub α, β, ad id quod sub β, γ, sic est α ad γ, sed ei quidem quod sub α, β, æquum est id quod ex δ, ei autem quod sub β, γ, æquũ est id quod sub δ, ε, est igitur (per 9 quinti) sicut α ad γ, sic quod ex δ ad id quod sub δ ε. Sicut autem quod ex δ ad id quod sub δ, ε, sic est δ ad ε, & sicut igitur (per 11 quinti) α ad γ, sic δ ad ε. Cõmensurabilis autem est α ipsi γ potentia tantum, commensurabilis igitur est (per 11 decimi) & δ ipsi ε potentia tantum. Media autem est δ, media igitur (per 22 decimi) est & ε. Et quoniam est sicut α ad γ, sic est δ ad ε, & α quàm γ maius pòtest eo quod ex sibi cõmensurabili, & δ igitur quàm ε maius poterit eo quod ex sibi commensurabili (per 14 decimi.) Dico insuper quod comprehensum sub δ, ε, medium est. Quoniam enim æquum est quod sub β, γ, ei quod sub δ, ε, medium autem quod sub β, γ, medium igitur (per correlarium 22) & quod sub δ, ε. Inuentæ sunt igitur duæ mediæ potentia tantum commensurabiles δ, ε, medium comprehendentes, ut maior minore maius possit eo quod ex sibi cõmensurabili. Similiter iam rursus ostendetur & id quod ex incommensurabili, quando α ipsa γ maius pòterit eo quod ex sibi incommensurabili, quod facere oportuit.



Eucli. ex Camp. Propositio 27

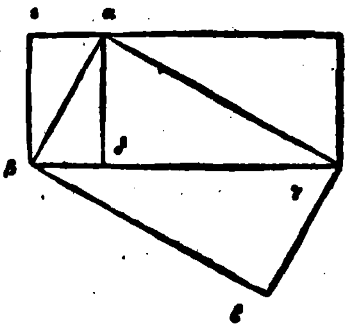
27 DVas lineas potentialiter incommensurabiles superficiemq́ medialem continẽtes, quarum ambo quadrata pariter accepta sint rationale, inuenire.



CAMPANVS. Propositum est inuenire duas lineas incommensurabiles tam in potentia, quàm in longitudine, quæ contineant superficiem medialem, & quadrata amborum pariter accepta faciant superficiem rationalem. Ad hæc autem sumo per 15, duas lineas a b & c d potẽtia tantum rationales cõmunicantes, quarũ longior quæ sit a b, sit potẽtior c d, quadrato alicuius lineæ secum incõmensurabilis in longitudine. Et super lineam a b describo semicirculũ a e b. Et diuido lineam c d per æqualia ad punctum f. Et diuido lineam a b ad punctum g, ita quod linea e f cadat in medio loco proportionalis inter a g & g b, & qualiter hoc fiat, in 15 dictum est. Et pono quòd superficies b h fiat ex a g in g b. eritq́ ex prima parte 16 sexti, quadratũ c f, æquale superficiei b h. Et quia quadratũ c f est æquale quartæ parti quadrati c d ex quarta secũdi, & quia superficiei b h deest ad complendam lineam a b, superficies quadrata cum a g sit æqualis g h, & quia linea a b potẽtior est linea c d, quadrato lineæ sibi incõmensurabilis in longitudine ex hypothesi, erit ex secunda parte 14 linea a g incõmensurabilis lineæ g b. Educo igitur à puncto g perpendicularem super lineam a b usq; ad circumferentiam semicirculi, quæ sit g e, & protraho lineas a e & e b. Quas dico esse quales quærimus, erit enim e g æqualis c f, eo quod utraq; cadit medio loco proportionalis inter a g & g b, prima quidem per primã partem correlarij 8 sexti, secunda uero per hypothesin, propter quod, quadratum utriusq; earum per primam partem 16 sexti est æquale superficiei a g in g b, quæ est b h, ipsæ igitur sunt æquales. At quia per quartã sexti propositio a e ad e b est sicut a g ad g e, sunt autem a g & g e & g b cõtinue proportionales, erit a e ad e b duplicata, sicut a g ad g b, quare per 18 sexti, erit quadratũ lineæ a e ad quadratũ lineæ e b, sicut a g ad g b. Cum sit igitur a g incõmunicans g b, erit per secũdam partem 10 quadratũ a e incõmunicans quadrato e b, quare duæ lineæ a e & e b sunt incõmensurabiles in potentia. Et quia per penultimam primi quadratũ a b est æquale quadratis duarũ linearũ a e & e b pariter acceptis, quadratũ autem a b est rationale cum a b sit rationalis in potentia per hypothesin, erunt quoq; quadrata duarũ linearũ a e & e b pariter accepta, rationale. Si uero hæ duæ lineæ continent superficiẽ medialem, habitũ est propositũ. Erat autẽ c d rationalis in potentia & in ea tantum cõmunicans lineæ a b, quare & c f, & ideo etiam g e sibi æqualis erit potentia rationalis, & tantum in eadem cõmunicans cum a b, itaq; per 19 superficies a b in g e est medialis. Quia igitur per 4 sexti & per primã partem 15 eiusdem superficies a e in e b est superficiei a b in g e æqualis, constat duas lineas a e & e b, esse quales uolumus. Et nota quòd duæ lineæ quas docet hæc 27 inuenire, componunt lineam maiorem, & minori earum abscisa de maiori, quæ reliqua est, dicitur linea minor.

THEON Lemma.

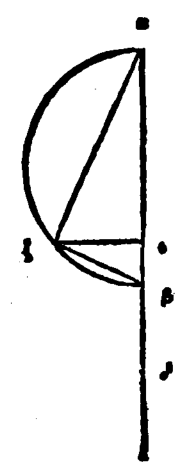
THEON ex Zamberto. Esto triangulum rectangulum αβγ, rectum habens qui sub βαγ, exciteturq; (per 11 primi) perpendicularis αδ. Dico quod sub γβ & βδ, æquum est ei quod ex βα. quod uero sub βγ,γδ, ei quod sub γα: quod autem sub δβ & δγ, æquum est ei quod ex αδ: & insuper id quod sub βγ,αδ, æquum est ei quod sub βα & αγ. In primisq;, quod id quod sub γβ & βδ æquum est ei quod ex αβ. Quoniam enim in rectangulo triangulo βαγ, ab angulo recto in basim, perpendicularis ducta est αδ, igitur (per 8 sexti) triangulũ αβδ & αδγ, similia sunt toti αβγ, & sibi inuicem. Et quoniam triangulum αβγ simile est triangulo αδβ, est igitur sicut γβ ad βα, sic est αβ ad βδ. Igitur quod sub γδ & βδ, æquum est ei quod ex αβ. Id propterea iam quod sub βγ & γδ, æquum est ei quod ex αγ. Et quoniam si in rectangulo triangulo ab angulo recto in basin perpendicularis excitetur, excitata basis segmentorum media proportionalis est (per correlarium 8 sexti) est igitur sicut βδ ad δα, sic est αδ ad δγ. Igitur (per 17 sexti) quod sub βδ,δγ, æquum est ei quod ex δγ. Dico autem quod & id quod sub βγ & αδ, æquum est ei quod sub βα & αγ. Quoniã enim, ut diximus, αβγ simile est ipsi αγδ, est igitur sicut βγ ad αγ, sic βα ad αδ. Si fuerint autem quatuor rectæ lineæ proportionales, quod sub extremis (per 16 sexti) æquum est ei quod sub medijs, quod igitur sub βγ,αδ, æquum est ei quod sub βα,αγ. Vel etiam quando describemus εγ rectangulum parallelogrammum complebimusq; αζ, æquum erit (per 41 primi) εγ ipsi αζ, utrunque enim eorum, ipsius αβγ trianguli duplum est, estq; quod ex βα,αγ, id quod sub βγ,αδ, ipsum autem αζ est id quod sub βα & αγ. Quod igitur sub βγ,αδ, æquum est ei quod sub βα & αγ.



Eucli. ex Zamb. Problema 10 Propositio 33

33 Inuenire binas rectas lineas potentia incõmensurabiles, conficiẽtes conflatum ex quadratis quæ ab ipsis rationale, quod uero sub ipsis medium.

THEON ex Zamberto. Exponantur (per 30 decimi) binæ rationales potentia tantum commensurabiles αβ,βγ, ut maior αβ minore βγ maius possit eo quod ex sibi incommensurabili. Seceturq; (per 10 primi) βγ bifariam in δ, & ei quod ex altera ipsarum βδ,δγ, (per 16 sexti) æquum ad ipsam αβ comparetur parallelogrammũ deficiens forma quadrata, sitq; quod sub αε,εβ. Describaturq; super αβ semicirculus αζβ, exciteturq; (per 11 primi) ipsi αβ ad angulos rectos εζ, connectanturq; αζ & ζβ. Et quoniam binæ rectæ lineæ sunt inæquales αβ,βγ, & αβ ipsa βγ maius potest eo quod αsibi incommensurabili, quartæ autem parti illius quod ab ipsa βγ minore, hoc est quod ab eius dimidio, æquum ad ipsam αβ parallelogrammum comparatum est deficiens forma quadrata, efficitq; id quod sub αε,εβ, incommensurabilis igitur est (per secundam partem 18 decimi) αε ipsi εβ. Estq; sicut αε ad εβ, sic quod sub αβ & βε. Ei autem quod sub βα,& αε, æquum est id quod ex αζ. Quod autem sub αβ & βε (per lemma præcedentis) ei quod ex βζ est æquale. Incommensurabile igitur est quod ex αζ, ei quod ex βζ. Ipsę igitur αζ,ζβ, potentia sunt incommensurabiles. Et quoniam αβ rationalis est, rationale igitur est (per 7 diffinitionem decimi) quod ex αβ, quare & compositum ex eis quæ ex αζ,ζβ, rationale est. Et quoniam rursus quod sub αε,εβ, æquum est (per lemma præcedentis) ei quod ex εζ, supponitur autem id quod sub αε,εβ, ipsi quod ex βδ æquale, æqualis igitur est ζε ipsi βδ. Dupla igitur est βγ, ipsius ζε. Quare & quod sub αβ,βγ, duplum est eius quod sub αβ,εζ, medium autem est quod sub αβ,βγ, medium igitur & id quod sub αβ,εζ, æquum autem est quod sub αβ,εζ, ei quod sub αζ,ζβ, medium igitur & quod sub αζ,ζβ, patuit uero quod & rationale compositum ex eis quæ ab ipsis quadrata. Inuentæ igitur sunt binæ rectæ lineæ potentia incommensurabiles αζ,ζβ, efficientes compositum ex eis quæ ab ipsis sunt quadratis rationale, & quod sub ipsis medium, quod erat agendum.

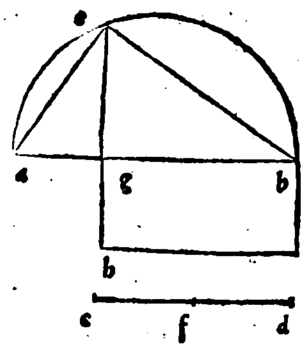


Eucli. ex Camp. Propositio 28

28 DVas lineas potentialiter incommensurabiles superficiemq; rationalem continentes, quarum ambo quadrata pariter accepta sint mediale, inuenire.

CAMPANVS. Sit hic prorsus eadem dispositio quæ prius in præmissa. Sint autem duæ

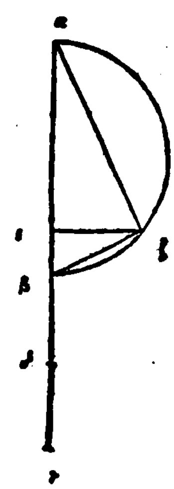
duæ lineæ a b & c d. quales proponit 15, eruntque simili argumentatione præmissæ duæ lineæ a e & e b, quales hæc 16 proponit. Cum sit enim a b linea medialis, erit eius quadratum mediale per 19, & ideo quadrata duarum linearum a e & e b, sunt mediale per penultimam primi. Et quia a b in c d continet superficiem rationalem, sequitur etiam ut a b in c f. & ideo in g e sibi æqualem, contineat superficiem rationalem, itaque & a e in e b. Patet ergo quod quæritur. Vnde duæ lineæ quas hæc 16 docet inuenire, componũt lineam potentem in rationale & mediale, & minori earum abscisa de maiori, quæ reliqua est, dicitur linea quæ iuncta cum rationali componit totum mediale.



Eucli. ex Zamb. Problema 11 Propositio 34

34 Binas rectas lineas potentia incommensurabiles efficientes compositum ex ijs quæ ab ipsis sunt quadrata medium, quod uero sub ipsis rationale, comperire.

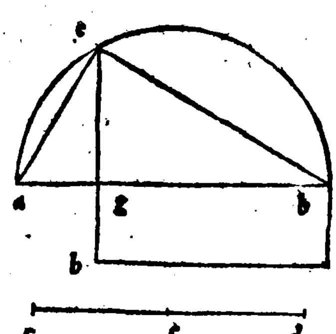
THEON ex Zamberto. *Exponantur binæ mediæ potentia tantum commensurabiles α β, β γ, rationale comprehendentes quod sub ipsis, ut α ε, ipsa ε γ maius possit eo quod a sibi incommensurabili. Describaturque super ipsa α β, semicirculus α δ β, seceturque (per 10 primi) ε γ, bifariam in ι, compareturque (per 28 sexti) ad ipsam α ε, ei quod ex ε ι æquum parallelogrammũ forma deficiens a quadrata, sitque quod sub α ζ, ζ β. Incommensurabilis igitur est α ζ ipsi ζ β longitudine. Exciteturque (per 11 primi) ab ζ, ipsi α ε ad angulos rectos ζ δ, connectanturque ipsæ α δ & δ β. Quoniam igitur incommensurabilis est α ζ ipsi ζ ε, incommensurabile est igitur & quod sub ε α & α ζ, ei quod sub α ε & ε ζ. Aequale autem est id quod sub β α & α ζ, ei quod ex α δ, quod autem sub α ε, ε ζ, ei quod ex δ ε, incommensurabile igitur est & id quod ex α δ, ei quod ex δ ε. Et quoniam medium est quod fit ex α ε, medium igitur est & compositum ex eis quæ ex α δ, δ ε. Et quoniam dupla est β γ ipsius δ ζ, duplum igitur est quod sub α ε, ε γ, eius quod sub α ε, ζ δ. Rationale autem est quod sub α ε, ε γ, supponitur enim: rationale igitur & quod sub α ε, ζ δ. Ei autem quod sub α ε, ζ δ, æquum est (per lemma 32 decimi) quod sub α δ, δ ε. Quare & quod sub α δ, δ ε, rationale est. Inuentæ sunt igitur binæ rectæ lineæ potentia incommensurabiles α δ, δ ε, efficientes compositum ex eis quæ ab ipsis sunt quadratis medium, quod uero sub ipsis rationale. Quod facere oportuit.*



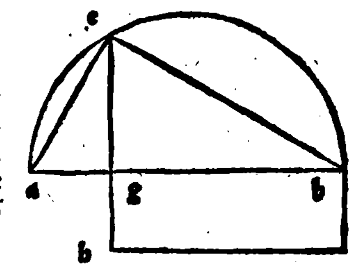
Eucli. ex Camp. Propositio 29

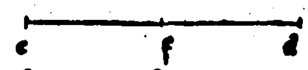
29 Duas lineas potentialiter incommensurabiles superficiemque medialem continentes, quarum quadrata ambo pariter accepta sint mediale, duplo superficiei unius in alteram incommensurabile, inuenire. Zamb. 35

CAMPANVS. Huius quoque dispositio, a duarũ præmissarũ dispositione non sit in quoquam diuersa. Sint autem lineæ duæ a b & c d, quales 26 proponit, eruntque præmissa argumentatione duæ lineæ a e & e b, quas inquirimus. Cum enim a b sit linea medialis, erũt quadrata duarum linearum a e & e b pariter accepta mediale, et cum a b & c d cõtineant superficiem medialem, sequitur ut c b in e f, & ideo in e g sibi æqualẽ, contineat quoque superficiem medialem, omnis enim superficies mediali cõmunicans, medialis esse conuincitur, quemadmodũ in 21 monstratum est: superficies igitur a e in e b medialis est, cum ipsa sit æqualis superficiei a b in g e. Quia uero linea a b est incõmensurabilis lineæ c d, erit etiam incõmensurabilis lineæ c f, quare & lineæ e g. Quare per primam partem sexti & secundam partem decimæ huius, superficies a b in e g quæ est æqualis superficiei a e in e b, erit incommensurabilis quadrato



lineæ a b, itaq; & quadratis duarum linearum a e & e b pariter acceptis. Quod cum ita sit, sequitur quoque ut duplum superficiei a e in e b sit incommensurabile quadratis prædictis duarum linearum a e & e b pariter acceptis. Et hoc erat demonstrandum. Duæ lineæ quas hæc 29 docet inuenire, componunt lineam potentem in in duo medialia, & minori earum abscisa de maiori, quæ reliqua est, dicitur linea quæ iuncta cum mediali facit totum mediale.

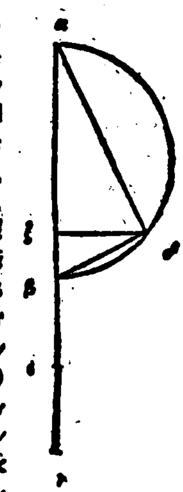




Eucli. ex Zamb. Problema 11 Propositio 35

35 Comperire binas rectas lineas potentia incommensurabiles, efficientes cõpositum ex earum quadratis medium, & quod sub ipsis medium, & insuper incõmensurabile composito ex earum quadratis.

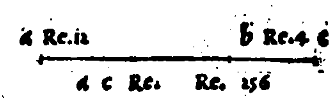
THEON ex Zamberto. *Exponantur (per 28 decimi) binæ mediæ potentia tantum incõmensurabiles α β, β γ, medium comprehendentes, ut α β ipsa β γ maius possit eo quod ex sibi incommensurabili. Describatur'q; super α β, semicirculus α δ β, & reliqua fiant quemadmodum in superioribus. Et quoniam (per secundam partem 18) incommensurabilis est α ζ ipsi ζ β longitudine, incommensurabilis est (per 11 decimi) & α δ ipsi δ β potentia. Et quoniam quod ex α β medium est, medium igitur est & compositum ex ijs quæ ex α δ, δ β. Et quoniam quod sub α ζ, ζ β, æquum est ei quod ex utraque ipsarum β ε, δ ζ, æqualis igitur est β ε ipsi δ ζ. Dupla igitur est β γ ipsius ζ δ, quare & quod sub α β, β γ, duplum est eius quod sub α β, ζ δ. Medium autem quod sub α β, β γ, medium igitur & quod sub α β, ζ δ, æquum'q; est ei quod sub α δ, δ β, medium igitur est (per correlarium 23 decimi & per lemma primum decimi) quod sub α δ, δ β. Et quoniam incommensurabilis est α β ipsi β γ longitudine, commensurabilis autem est β γ ipsi β ε, incõmensurabilis igitur est (per 13 decimi) & α β ipsi β ε longitudine. Quare & quod ex α β, ei quod sub α β, β ε, incommensurabile est. Sed ei quidem quod ex α β æqualia sunt quæ ex α β, δ β, (per 47 primi,) ei autem quod sub α β, β ε, æquum est id quod sub α β, ζ δ, hoc est quod sub α δ, δ β, incommensurabile igitur est compositum ex ijs quæ ex α δ, δ β, ei quod sub α δ, δ β. Inuentæ igitur sunt binæ rectæ lineæ α δ, δ β, potentia incommensurabiles, efficientes compositum ex earum quadratis medium, & quod sub ipsis medium, & insuper composito ex earum quadratis incommensurabile. Quod fecisse oportuit.*



Eucli. ex Camp. Propositio 30

30 SI duæ lineæ potentialiter tantum rationales communicantes, in longum directum'q; coniungantur, tota linea ex his composita erit irrationalis, diceturq; binomium.

CAMPANVS. Sint duæ lineæ a b & b c in continuum directumq; cõiunctæ rationales in potentia tantum communicantes, quas per 17 & 18 reperies, dico totam lineam a c ex eis compositam esse irrationalem, & ipsa uocatur binomium. Est enim per quartam secundi quadratum a c æquale quadratis duarum linearum a b & b c & duplo superficiei unius earum in alteram, quadrata autem amba rum faciunt superficiem rationalem ex hypothesi, duplum uero superficiei unius earum in alteram facit superficiem medialem ex decimanona, itaq; quadrata ambarum pariter acceptarum faciunt superficiem incommensurabilem duplo superficiei unius earum in alteram, erit igitur ex 9 quadratum a c incõmensurabile duobus quadratis duarum linearum a b & b c pariter acceptis, quare irrationale per diffinitionem, cum duo illa quadrata faciãt superficiem rationalem, ideoq; suum latus tetragonicũ quod est a c, irrationale quoq; per diffinitionem, constat ergo propositum.



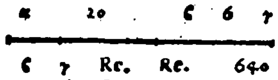
Eucli. ex Zamb. Theorema 24 Propositio 36

36 Si binæ rationales potentia tantum commensurabiles compositæ fuerint, tota irrationalis est, uoceturq; ex binis nominibus

THEON ex Zamberto. *Componantur enim binæ rationales potentia tantum commensurabiles, α β, β γ.*

Dico

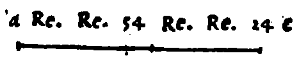
Dico quod α γ, irrationalis est. Quoniam enim incommensurabilis est α β, ipsi β γ, longitudine, potentia enim tãtum sunt commensurabiles, sicut autem α β ad β γ, sic (per lemma 21 decimi,) quod sub α β, β γ, ad id quod ex ε γ. incommensurabile (per 11 decimi) igitur est quod sub α β, ε γ, ei quod ex β γ, sed ei quod sub α ε, ε γ, commẽsurabile quidẽ est quod bis sub α ε, β γ. Ei autem quod ex ε γ, commensurabilia sunt quæ ex α β, β γ. Quare & quod bis sub α β, β γ, eis quæ ex α ε, ε γ, incõmẽsurabile est, Cõponẽdoq́ (per 4 secũdi quod bis sub α ε, ε γ, una cũ eis quæ ex α ε, ε γ, hoc ex quod est α γ, incommẽsurabile est composito ex ijs quæ ex α ε, ε γ rationale autem est compositum ex ijs quæ ex α ε, ε γ: irrationale igitur est (per diffinitionem decimi,) quod ex α γ. Quare & α γ irrationalis est, uocatur autẽ ex binis nominibus. Vocauit sane ipsam ex binis nominibus, eo quia ipsa ex binis rationalibus constat, proprium nomen appellans, rationale quatenus rationale. Quod fecisse oportuit.



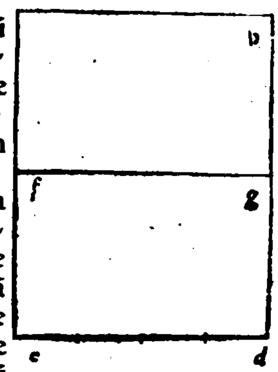
Eucli. ex Camp. Propositio 31

31 SI duæ lineæ mediales potentia tantũ communicantes superficiemque rationalem continẽtes, directe coniungãtur, tota linea ex his composita erit irrationalis, diceturq́ bimediale primum.

CAMPANVS Sint duæ lineæ a b & b c, in continuum directumque coniunctæ quales proponuntur, quas per 24 & 25 reperies, dico totam lineam a c esse irrationalem, & ipsa uocatur bimediale primum. Est enim duplum superficiei a b in b c rationale per hypothesin, duoq́ quadrata duarũ linearũ a b & b c pariter accepta faciunt mediale, cum utrũq́ quadratum sit mediale per hypothesin, & unum eorũ cõmunicans alij, duplum igitur superficiei unius earum in alteram est incommunicans duobus quadratis pariter acceptis, totũ ergo aggregatũ ex duplo superficiei & duobus quadratis (& ipsum est quadratũ totius a c per 4 secundi) est incõmensurabile duplo superficiei unius earũ in alteram per 9 huius. Cũ itaque duplum superficiei sit rationale, erit quadratum a c irrationale, ideoq́ & linea a c. quod est propositum.



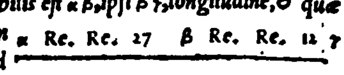
IDEM *aliter.* Sit linea d e, rationalis in longitudine, cui adiũgatur superficies d f, æqualis duobus quadratis duarũ linearum a b & b c, eritq́ superficies hæc d f medialis. cũ utrunque quadratum sit mediale per hypothesin, & unũ eorũ communicans alij quare per 20 linea d g, est rationalis in potentia tantum, non cõmunicãs in longitudine lineæ d e. Rursus ad lineam f g, quæ est æqualis d e, adiungatur superficies f h æqualis duplo superficiei a b in b c, eritq́ f h rationalis per hypothesin, quare per 16 linea g h erit rationalis in lõgitudine: duæ itaque lineæ d g & g h sunt potentialiter rationales, & in ea tãtum communicantes, ergo per 30 tota ex eis composita quæ est d h. est binomiũ & irrationalis, quare per 16 à destructione consequentis superficies e h est irrationalis. At quia per 4 secũdi latus eius tetragonicũ est linea a c, ipsa erit irrationalis per diffinitionem, quod oportuit demonstrare.



Eucli. ex Zamb. Theorema 25 Propositio 37

37 Si binæ mediæ potentia tantum commensurabiles compositæ fuerint rationale comprehendentes, tota irrationalis est, uocatur autẽ ex binis prima medijs.

THEON *ex Zãb.* *Componantur enim binæ mediæ potentia tantum commensurabiles α ε, β γ, rationale cõprehendentes. Dico quod α γ irrationalis est. Quoniam enim incommensurabilis est α β, ipsi β γ, longitudine, & quæ ex α β, β γ, igitur sunt incommensurabilia ut quod bis sub α ε, β γ. Componendo igitur quæ ex α ε, ε γ, una cum eo quod bis sub α β, ε γ, hoc est illud quod ex α γ, incommensurabile est ei quod sub α ε, ε γ. Supponuntur autem ipsæ α ε, ε γ, rationale comprehendentes irrationale igitur est id quod ex α γ, irratiõalis igitur est α γ, uocatur sane ex binis medijs prima,* * *uocauit autẽ eam ex binis medijs primam, quoniam rationale comprehendit, & conterit rationale.* Græcus non habet

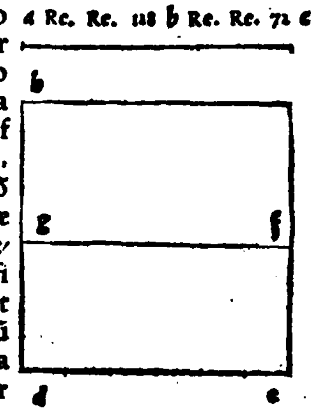


Eucl. ex Camp. Propositio 32

32 SI duæ lineæ mediales potentialiter tantum communicantes superficiemq́ medialem continentes directe coniungantur, tota

linea erit irrationalis diceturq; bimediale secundum.

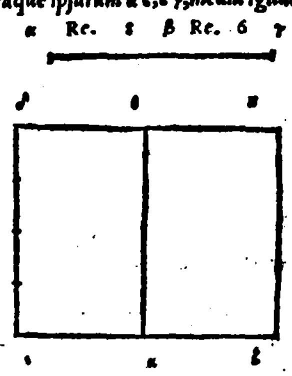
CAMPANVS Sint duæ lineæ a b & b c in continuũ directũq; coniunctæ ut proponi tur, quas per 36 contingit reperiri, dico totã a c ex eis cõpositam esse irrationalẽ. & ipsa uocatur bimediale secundũ. Esto enim linea d e rationalis in longitudine, cui adiũgatur superficies d f æqualis duobus quadratis duarum linearũ a b & b c pariter acceptis. Et quia ex hypothesi duo illa quadrata sunt communicantia, & utrũque mediale erit superficies d f medialis. quare per 20 linea d g quæ est eius latus secundum, est ratiõalis in potẽtia tãtũ, & lineæ d e incõmẽsurabilis in lõgitudine. Rursus adiũgatur ad lineã g f quæ est æqualis lineæ d e, superficies f h æqualis duplo superficiei a b in b c. eritq; etiã superficies f h medialis, erat enim per hypothesin superficies a b in b c medialis, ergo duplũ eius cui est æqualis f h erit mediale, per 20 igitur est linea g h, rationalis in potẽtia tantũ & incommensurabilis in longitudine lineæ g f. Quia uero a b & b c sunt potentialiter tantum communicantes, erit per primam sexti & per secundam partem 10 huius superficies unius in alteram, incommensurabilis quadrato utriusq;. At quia quadrata earum communicant per hypothesin, erit dicta superficies, quare & duplum eius, incommunicans duobus quadratis earũ pariter acceptis, duæ ergo superficies d f & f h sunt incõmunicantes: per primam itaque sexti & secũdam partẽ 10 huius erit linea d g incommensurabilis lineæ g h, quæ cum sint rationales in potẽtia, erit per 37 tota linea d h binomiũ & irrationalis. Et quia latus eius tetragonicum per 4 secundi est linea c, sequitur per diffinitionem quod linea a c sit irrationalis, quod propositũ erat ostendere.



38 *Eucli. ex Zamb.* *Theorema 26* *Propositio 38*

Si binæ mediæ potentia tantum commensurabiles compositæ fuerint medium comprehendentes, tota irrationalis est, uocatur autem ex binis secunda medijs.

THEON ex Zamb. *Componantur enim binæ mediæ potentia tantum commensurabiles α β, β γ, medium comprehendentes. Dico quod irrationalis est α γ. Exponatur rationalis δ ε, ei autem quod ex α γ, (per 44 primi.) æquum ad ipsam δ ε comparetur δ ζ, latitudinem efficiens δ η. Et quoniam quod ex α γ, æquum est & eis quæ ex α β, β γ, & ei quod bis sub α β, β γ. quod autem ex α γ, æquum est ipsi δ ζ, igitur & δ ζ, æquum est & eis quæ ex α β, β γ, & eis quod bis sub α β, β γ. Comparetur (per eandem) iam eis quæ ex α β, β γ, ad ipsam δ ε, æquum ipsum ε θ, reliquum igitur θ ζ æquum est ei quod bis sub α β, β γ. Et quoniam media est utraque ipsarum α β, β γ, media igitur sunt & ea quæ ex α β, β γ, medium autem supponitur quod bis sub α β, β γ, eis autem quæ ex α β, β γ, æquum est ε θ, ei uero quod bis sub α β, β γ, æquum est ζ θ, medium igitur est utrunque ipsorum ε θ, θ ζ. & ad rationalem δ ε, comparata sunt. Rationalis igitur est utraque ipsarum δ θ, θ η, & ipsi δ ε, longitudine, incõmensurabilis. Et quoniam incommensurabilis est α β, ipsi β γ, longitudine. Estq; sicut α β ad β γ, sic quod ex α β ad id quod sub α β, β γ, incommensurabile igitur est ei quod ex α β, id quod sub α β, β γ, at ei quidem quod ex α β commensurabile est compositum ex ijs quæ ex α β, β γ, sunt quadrata, ei uero quod sub α β, β γ, cõmensurabile est id quod bis sub α β, β γ. Incõmensurabile igitur est compositũ ex ijs quæ ex α β, β γ, ei quod bis sub α β, β γ, Sed eis quidem quæ ex α β, β γ. æquũ est ε θ, ei autem quod bis sub α β, β γ, æquum est ζ θ. Incommensurabile igitur ζ θ, ipsi θ ε. Quare & δ θ, ipsi θ η, est incommensurabilis longitudine. Ostensum est autem quod rationales. Ipsæ igitur δ θ, θ η, rationales sunt potentia tantũ commensurabiles. Quare δ η irrationalis est, rationalis autem δ ε. Quod autem sub irrationali & rationali comprehensum rectangulũ, irrationale est (per 22 decimi.) Igitur area δ ζ, irrationalis est, ipsamq; potens irrationalis est, ipsum autem δ ζ ipsa α γ, potest, irrationalis igitur est α γ, uocaturq; ex binis medijs secunda. Vocauit autem eam ex binis medijs secundam, quoniam medium comprehendit quod sub ipsis, & non rationale, in secundo uero est loco mediũ, rationale. Quod autem sub rationali & irrationali comprehensum rectangulum sit irrationale, patet, si enim est rationale, comparatumq; est ad rationalem, erit aliud latus rationale, sed & irrationale, quod est absurdũ. Quod igitur sub rationali & irrationale est. Quod ostendere oportuit.*

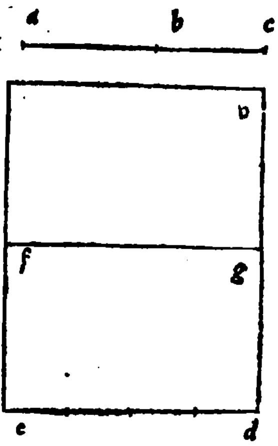


Eucli.

Eucli. ex Camp. Propositio 33

CVm coniunctæ fuerint duæ lineæ potentialiter incommensurabiles superficiemque medialem continentes, quarũ ambo quadrata pariter accepta sint rationale, tota linea erit irrationalis, diceturque linea maior.

CAMPANVS Sint duæ lineæ a b & b c sibi in continuumque coniunctæ sicut proponitur, quas contingit ex 37 reperire. Dico a c ex eis compositam esse lineam irrationalem, & ipsa uocatur linea maior. Cum enim ambo quadrata pariter accepta sint rationale, superficies uero alterius in alteram (quare & eius duplum) medialis per hypothesin, erit totũ ex duobus quadratis pariter acceptis incõmunicans duplo superficiei unius in alteram, itaque totum aggregatum ex duobus quadratis & duplo superficiei (& ipsum est æquale quadrato a c (per 4 secundi) erit per 9 huius incõmẽsurabile duobus quadratis a b & b c pariter acceptis. Per diffinitionẽ ergo est quadratum lineæ a c irrationale, & linea a c irrationalis, quod est propositum.



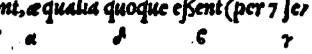
IDEM aliter. Sicut præmissis ad lineam d e quæ sit rationalis in longitudine, adiungatur superficies d f, quæ sit æqualis duobus quadratis duarum linearum a b & b c pariter acceptis, eritque rationalis per hypothesin, quare per 16 latus eius secundum quod est d g, erit etiam rationale in longitudine & commnnicans lineæ d e. Rursus ad lineã f g adiungatur superficies f h æqualis duplo superficiei a b in b c, eritque medialis per hypothesin. quare per 20 linea g h quæ est eius latus secundum est rationalis in potentia tantum: per 30 igitur est linea d h binomiũ & irrationalis, ideoque per 16 à destructione consequentis superficies e h est irrationalis, quare latus eius tetragonicũ quod per 4 secundi est a c. est irrationale per diffinitionem, quod uolumus ostendere.

Eucli. ex Zamb. Theorema 27 Propositio 39

39 Si binæ rectæ lineæ potentia incommensurabiles compositæ fuerint cõficientes compositum ex quadratis quæ ab ipsis rationale, quod autem sub ipsis medium, tota recta linea irrationalis est, uocatur autem maior.

THEON ex Zamb. *Cõponantur enim binæ rectæ lineæ potentia incommẽsurabiles α β, β γ, efficientes ea quæ proposita sunt. Dico quod α γ, irrationalis est. Quoniam enim (per hypothesin quod sub α β, β γ, medium est, & quod bis igitur sub α β, β γ, medium est. Compositum uero ex ijs quæ ex α β, β γ, rationale est, incommensurabile igitur est quod bis sub α β, β γ, composito ex ijs quæ ex α β, β γ. Quare & quæ ex α β, β γ, una cum eo quod bis sub α β, β γ, quod est id quod ex α γ, incommensurabile est composito ex ijs quæ ex α β, β γ. Rationale autẽ est compositum ex ijs quæ ex α β, β γ. Irrationale igitur est quod ex α γ. Quare & α γ irrationalis est. Vocatur autem maior. Vocauit autem ipsam maiorem, tum quia quæ ex α β, β γ, rationalia maiora sunt eo quod bis sub α β, β γ, medio, tum quod conueniat ab ipsorum rationalium proprietate imponere nomen.*

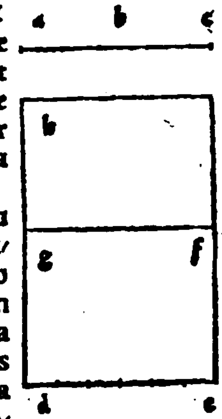
Quod autem quæ ex α β, β γ, maiora sint eo quod bis sub α β. β γ, sic ostendendum est. Manifestum quidem est quod inæquales sunt ipsæ α β, β γ, Si enim æquales essent, æqualia quoque essent (per 7 secundi,) & quæ ex α β, β γ, ei quod bis sub α β, β γ, esset quoque id quod sub α β, β γ, rationale. Quod non supponitur, inæquales igitur sunt ipsæ α β, β γ. Supponatur maior α β, ponaturque ipsi β γ, æqualis β δ. Quæ igitur ex α β, β δ, æqualia sunt ei quod bis sub α β, β δ, & ei quod bis sub α β, β δ &, ei quod ex α δ, æqualis autem est δ β, ipsi β γ. Quæ igitur ex α β, β γ, æqua. sunt ei quod bis sub α β, β γ, & ei quod ex α δ. Quare quæ ex α β, β γ, maiora sunt eo quod bis sub α β, β γ, eo quod ex δ α, quod erat demonstrandum.



Eucli. ex Camp. Propositio 34

34 CVm coniunctæ fuerint duæ lineæ potentialiter incommensurabiles superficiemque rationalem continentes, quarum ambo quadrata pariter accepta sint mediale, tota linea erit irrationalis, diceturque potens in rationale & mediale.

CAMPANVS Sint ut in præmissis duæ lineæ a b & b c in continuũ directumq́ꝫ coniũctæ quales proponitur, & ipsæ sunt ex 25 sumendæ. Dico quod tota linea a c ex eis composita erit irrationalis, & illa uocatur linea potens in rationale & mediale. Cum sit enim superficies a b in b c rationalis per hypothesin, ideoque & duplũ eius, ac ambo quadrata pariter accepta sint mediale, sequitur per 4 secundi & 9 huius quemadmodum in præmissis, quod quadratum totius a c sit incommunicãs duplo superficiei a b in b c, per diffinitionẽ igitur ipsum est irrationale, & linea a c irrationalis, quod est propositum.

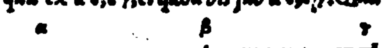


IDEM aliter. Sit ut in præmissis linea d e rationalis in longitudine, superficiesq́ꝫ d f sibi adiuncta æqualis duobus quadratis pariter acceptis duarum linearum a b & b c, eritq́ꝫ medialis per hypothesin, per 20 igitur erit linea d g rationalis in potentia tantũ non cõmunicans in longitudine lineæ d e. Sitq́ꝫ superficies f h adiuncta ad lineã g f, æqualis duplo superficiei a b in b c, eritque rationalis per hypothesin, & ideo per 16 latus eius secundum, quod est g b, rationale in longitudine, quare per 50 linea d h est binomiũ & irrationalis, & superficies e h per 16 à destructione cõsequentis est irrationalis. Cum itaque linea a c sit eius latus tetragonicum per 4 secũdi, sequitur ut a c sit irrationalis per diffinitionẽ constat ergo propositũ.

Eucli. ex Zamb. *Theorema 18* *Propositio 40*

40 Si binæ rectæ lineæ potentia incommensurabiles compositæ fuerint efficientes compositum quidem ex earum quadratis medium, quod uero sub ipsis rationale, tota recta linea irrationalis est, uocatur autem rationale mediumq́ꝫ potens.

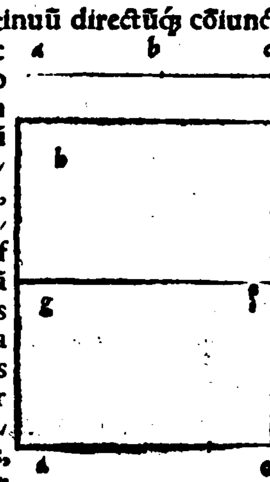
THEON ex Zãb. *Componantur enim binæ rectæ lineæ potentia incommensurabiles α β, β γ, efficientes præcedentia. Dico quod irrationalis est α γ. Quoniam enim compositum ex ijs quæ ex α β, β γ, mediũ est, quod uero bis sub α ϐ, ϐ γ, rationale, incommensurabile igitur est compositum ex ijs quæ ex α ϐ, ϐ γ, ei quod bis sub α ϐ, ϐ γ. Quare & componendo (per 16 decimi & 4 secundi,) quod ex α γ, incommensurabile est ei quod bis sub α ϐ, β γ. Rationale autem est quod sub α β, ϐ γ, Irrationale igitur est quod ex α γ. Irrationalis igitur est α γ. Vocatur autem rationale mediumq́ꝫ potens. Rationale autem & medium potentẽ eam appellauit, eo quia binas potest areas unã quidem rationalem, alteram uero mediam, ac propter rationalis præexistentiam, primam rationalem appellauit, quod erat ostendendum.*



Eucl. ex Camp. *Propositio 35*

35 CVm coniunctæ fuerint duæ lineæ potentialiter incommensurabiles superficiemq́ꝫ medialem continentes, quarum ambo quadrata pariter accepta sint mediale duplo superficiei unius in alteram incommensurabile, tota linea erit irrationalis, diceturq́ꝫ potens in duo medialia.

CAMPANVS Sint quoque duæ lineæ hic a b & b c in continuũ directũq́ꝫ cõiunctæ ut proponitur, quæ ex 29 sumendæ sunt. Dico quod linea a c ex eis composita est irratiõalis ac ipsa dicitur, potens in duo medialia. Adiũgatur enim ad lineam d e quæ sit rationalis in longitudine, superficies d f æqualis duobus quadratis duarũ linearum a b & b c pariter acceptis, eritq́ꝫ medialis per hypothesin, quare per 20 linea d g erit rationalis in potentia tantũ, & incommensurabilis d e lineæ rationali in longitudine. Rursus ad lineam g f quæ est æqualis d e, adiungatur superficies f h quæ sit æqualis duplo superficiei unius in alteram, erit etiã ex hypothesi medialis, quare per 20 linea g h, erit rationalis in potentia tantum. At quia per hypothesin ambo quadrata pariter accepta sunt incõmẽsurabile duplo superficiei unius in alteram, sequitur ut d f sit incõmensurabilis f h, quare per primam sexti & 2 partem 10 huius, linea d g est incommẽsurabilis g h, per 37 igitur est linea d h, binomium & irrationalis, itaq́ꝫ

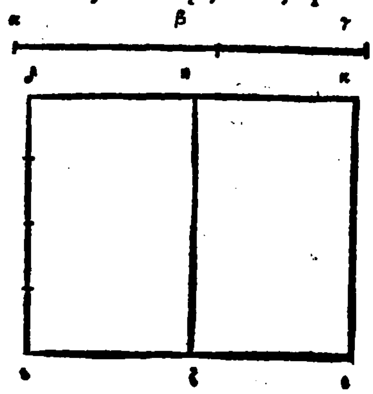


itaque superficies e est irrationalis, & eius latus tetragonicum quod est a c, ut in præmissis, quare constat propositum. Si autem duplū superficiei a b in b c non esset incommensurabile ambobus quadratis pariter acceptis, esset rationalis in potentia tantum incōmensurabilis in longitudine lineæ d e, per 19 igitur esset superficies e h medialis, eiusque latus tetragonicum quod est a c, linea medialis.

Eucli. ex Zamb. Theorema 29 Propositio 41

41 Si binæ rectæ lineæ potentia incommensurabiles compositæ fuerint, efficientes compositum ex earum quadratis mediū, quod uero sub ipsis medium. & insuper incommēsurabile composito ex earum quadratis tota recta linea irrationalis est, uocatur autem bina potēs media.

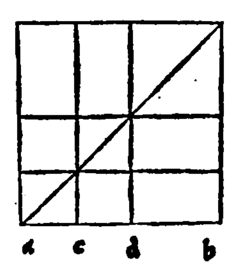
THEON ex Zamb. *Componantur enim binæ rectæ lineæ potētia incōmēsurabiles α β, β γ, efficientes cōpositū ex ijs quæ ex α β, β γ, mediū, quodq; sub ipsis α β, β γ, mediū, & insuper incōmensurabile cōposito ex ijs quæ ex α β, β γ, quadratis. Dico quod α γ irrationalis est. Exponatur ratiōalis δ ε, cōpareturq; (per 44 primi, ad ipsam δ ε, ipsis quidem quæ ex α β, β γ, æquum δ ζ, ei uero quod bis sub α β, β γ, æquum η θ, totum igitur δ θ æquum est ei quod ex α γ quadrato, Et quoniam compositum ex ijs quæ ex α β, β γ, medium est, ac est æquale ipsi δ ζ, medium igitur est & δ ζ, & ad ipsam δ ε rationalem comparatur, rationalis igitur est δ η, & ipsi δ ε, longitudine incōmensurabilis. Ac (per 24 decimi(η κ, rationalis est & ipsi η ζ, incommensurabilis, hoc est ipsi δ ε longitudine. Et quoniam incommensurabilia sunt quæ ex α β, β γ, ei quod bis sub α β, β γ, incommensurabile est δ ζ ipsi η θ, quare & δ η ipsi η κ, (per 1 sexti & 11 decimi,) incōmensurabilis est suntq; rationales, ipsæ igitur δ η, η κ, rationales sunt, potentia tātum commensurabiles. Irrationalis igitur est δ κ, (per 36 decimi,) appellata ex binis nominibus. Rationalis autem δ ε, irrationale igitur est δ θ, & illud potens irrationalis est, potest autem ipsum δ θ. ipsa α γ, irrationalis igitur est α γ, uoceturq; bina potēs media. Appellat uero ipsam bina potentem mediā, eo quia ipsa potest duas medias areas aliam compositam ex ijs quæ ex α β, β γ, & aliā quæ bis sub ipsis α β, β γ, quod erat ostendendum.*



CAMPANVS Vt autem facilior fiat doctrina sequentium, præmonstrāda arbitramur hoc loco duo quorum primum est.

1 Si aliqua linea per duo inæqualia diuidatur, quadratum ambarū sectionum pariter accepta tanto amplius sunt duplo superficiei unius earum in alteram, quātū est quadratum eius lineæ qua maior excedit minorem.

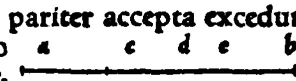
Sit enim linea a b d diuisa per duo inæqualia in puncto c, sitq; maior portio c b, de qua sumatur c d æqualis a c. Dico quod quadrata duarū linearū a c & c b sunt amplius duplo superficiei unius in alterā. in quadrato lineæ d b. nam quod fit ex a c in c b bis, cū quadratis duarū linearū a c & c b, est æquale ei quod fit ex a c in c b quater, cū quadrato d b. eo quod utraque hæc æqualia sunt quadrato lineæ a b, primū quidem per quartā secūdi, secundū uero per 8 eiusdē. Dēptis itaq; utrinq; æqualibus, uidelicet eo quod fit ex a c in c b bis erunt residua quæ sunt de primo quidem quadrata duarū linearū a c & c b. de secūdo uero quod fit ex a c in c b bis cū quadrato d b. æqualia, quare cōstat propositū. Ex hoc ergo manifestum est quod si aliqua linea per duo inæqualia diuidatur, quadrata ambarū partium pariter accepta plus sunt duplo superficiei unius earū in alterā. Et hoc est, propter quod istud præmisimus.



2 Si aliqua linea per duo inæqualia, itēque alia duo inæqualia diuidatur, quadrata magis inæqualium pariter accepta tanto sunt amplius quadratis minus inæqualium pariter acceptis, quātum est duplum quadrati illius lineæ quæ in utrasq; est sectiones, & quadruplum eius quod fit ex eadem linea in eam quæ est inter punctum sectionis minus inæqualium & pun

ctum quod diuidit totam lineam per æqualia.

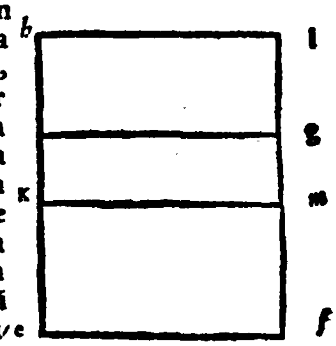
Sit linea a b diuisa per duo inæqualia in pũcto c, itemq́ per alia minus inæqualia in pũcto d, rursus per æqualia in e. Dico quo quadrata duarũ partiũ magis inæqualiũ quæ sunt a c & c b, tãtũ sunt amplius duobus quadratis duarũ linearũ minus inæqualiũ quæ sunt a d & d b, quantũ est duplũ quadrati lineæ c d & quadruplũ eius quod fit ex c d in d e. Sunt enim per 9 secundi quadrata duarũ linearũ a c & c b, pariter accepta dupla quadratis duarũ linearũ b e & e c pariter acceptis. At per eandẽ 9 secũdi quadrata duarũ linearũ a d & d b pariter accepta, dupla sunt quadratis duarũ linearũ b e & c d pariter acceptis. Itaque quadrata duarũ linearũ a c & c b pariter accepta excedunt quadrata duarũ linearũ a d & d b pariter accepta, in eo quo duplum quadrati lineæ c, excedit duplũ quadrati lineæ d e, hoc autem, per 4 secũdi est duplũ quadrati lineæ c d, & quadruplum eius quod fit ex c d in d e, quare constat propositum. Ex hoc manifestũ est quod quãto fuerint sectiones alicuius lineæ magis inæquales, tãto erũt earũ quadrata pariter accepta, maiora. & hoc est, propter quod istud præmisimus.



Eucl. ex Camp. Propositio 36

36 IN alias duas lineas sub earum termino ex quibus coniũctum & nominatum est binomium, diuidi impossibile est.

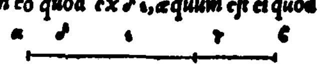
CAMPANUS Sit a b binomiũ, eritq́ ex 10 cõposita ex duabus lineis in potẽtia tantũ rationalibus cõmunicantibus, quæ sint a c & c b. Dico quod impossibile est eam diuidi in alias duas lineas sub hac diffinitione uidelicet quod ipsæ sint potentia tantum rationales communicãtes. Si enim potest, diuidatur in a d & d b, quæ sint potentia rationales tantũ cõmunicantes. Esto quoq́ linea e f rationalis in longitudine, cui adiũgatur superficies e g quæ sit æqualis quadratis duarum linearum a c & c b pariter acceptis, & superficies f h quæ sit æqualis quadrato lineæ a b. Eritq́ superficies c g, rationalis, eo quod utrumq́ quadratorum linearũ a c & c b pariter acceptorum est ratiõale per hypothesin & superficies g h medialis per 17, quoniã ipsa est æqualis duplo superficiei a c in c b per 4 secundi. Sit igitur rursus superficies f k æqualis quadratis duarũ linearũ a d & d b pariter acceptis quæ cũ sint diuersæ à duabus lineis a c & c b erit per secũdum prædemõstratorum antecedentiũ superficies f k diuersa a superficie e g, earum ergo differẽtia sit k g, eritq́ per 4 secũdi excessus superficiei f h, super f k qui sit k l, æqualis duplo eius quod fit ex a d in d b, & propter hoc erit etiã superficies f k rationalis, & superficies k l medialis. Itaq́ superficies k g cũ ipsa sit differentia duarum superficierum rationalium quæ sunt e g & f k, erit rationalis. Nõ enim differt rationale à rationali, nisi in rationali. & hoc dico, diffinitione & 9 huius hoc cõfirmantibus. Eadẽ quoq́ cum ipsa sit differentia duarum superficierum medialium quæ sunt g h & k l, erit irrationalis per 11, quod est impossibile.



Quod autẽ prædictæ irratiõales solummodo diuiduntur in eas rectas lineas ex quibus componuntur efficientibus propositas species, ostendemus iam huiusmodi proponentes lemmatium.

THEON Lemma.

Exponatur recta linea α β, seceturq́; tota in inæqualia in utrunque signorũ γ δ, supponaturq́; maior α γ quàm δ β. Dico quod quæ ex α γ, β γ, maiora sunt eis quæ ex α δ, δ β. Secetur enim (per 10 primi) α β, bifariã in ε. & quoniã maior est α γ, quã δ β, cõis auferatur δ γ. Reliqua igitur α δ, reliqua γ β, maior est, æqualis aũt est α ε, ipsi ε β, minor igitur est δ ε quã ε γ, igitur γ & δ signa, nõ æqualiter distãt à bifaria sectiõe. Et quoniã (per 5 secũdi) quod sub α γ, γ β, una cũ eo quod ex γ ε, æquum est ei quod ex ε β, at quod sub α δ, δ β, una cum eo quod ex δ ε, æquum est ei quod ex ε β, igitur quod sub α γ, γ β, una cum eo quod ex ε γ, æquũ est ei quod sub α δ, δ β, una cum eo quod ex δ ε, quorũ quod ex δ ε, minus est eo quod ex ε γ, & reliquũ igitur quod sub α γ, γ β, minus est eo quod sub α δ, δ β. Quare & quod bis sub α γ, γ β, minus est eo quod bis sub α δ, δ β. & reliquũ igitur cõpositũ ex ijs quæ ex α γ, γ β, maius est composito ex ijs quæ fiunt ex α δ, δ β, siquidem utraq́; æqualia sunt ei quod ex α β, quod ostendere oportuit.



Eucli. ex Zãb. Theorema 30 Propositio 42

Quæ ex binis nominibus, ad unũ duntaxat signũ diuiditur in nomina.

THEON ex Zamber. *Sit ex binis nominibus α β, diuisa in nomina in γ, igitur ipsæ α γ, γ β, rationales sunt potentia*

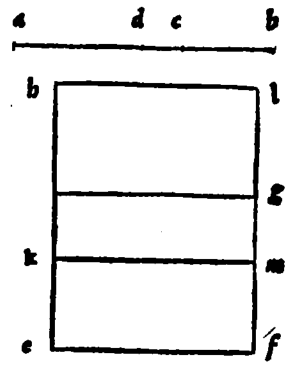
potentia tantum cõmensurabiles. Dico quod ipsa α β, ad aliud signum nõ diuiditur in binas rationales potentia tantum cõmensurabiles. Si enim poßibile, diuidatur in δ, ut ipsæ α δ, δ β, sint rationales potentia tantum cõmensurabiles, manifestũ iam quod α γ, ipsi β δ non est eadem. Si enim fieri potest, esto, erit iam & α δ, ipsi β γ eadem, eritq; sicut α γ ad γ ε, sic β δ ad δ α, eritq; α β in eadem qua γ diuisione, diuisa & in δ, quod positum non est. Ipsa igitur α γ ipsi δ β non est eadem. Ac per hoc etiam & signa γ, δ, non æquidistant α bifaria sectione.

Quo itaq; differunt quæ ex α γ, γ ε, ab eis quæ ex α δ, δ β, eo etiam differt & quod bis sub α δ, δ β, ab eo quod bis sub α γ, γ ε, eo quod tum quæ ex α γ, γ ε, una cum eo quod bis sub α γ, γ ε, tum quæ ex α δ, δ β, una cum eo quod bis sub α δ, δ β, sunt æqualia ei quod ex α β. Sed quæ ex α γ, γ ε, ab eis quæ ex α δ, δ β, rationali differunt, utraque enim rationalia (per 21 decimi) quod bis igitur sub α δ, δ β, ab eo quod bis sub α γ, γ ε, differunt rationali, quæ media existunt: medium autem, medium non excedit rationali (per 26 decimi.) Ex binis igitur nominibus, ad aliud & aliud signum non diuiditur, ad unum duntaxat igitur. Quod erat ostendendum.

Eucli. ex Camp. Propositio 37

37 BImediali primo secundum terminum suum in duas lineas mediales diuiso, sub earum termino in alias duas lineas mediales idem diuidi est impossibile.

CAMPANVS. Sit quoq; hic linea a b, bimediale primũ, diuisa in duas lineas mediales potentia tantum cõmunicantes superficiemq; rationalem continentes, ex quibus 31 asserit eam componi, quæ sint a c & c b. Dico quod impossibile est eam diuidi in alias duas lineas sub earum diffinitione. Quod si possibile fuerit, diuidam eam in puncto d, assumptaq; linea rationali e f, adiungatur ei e g æqualis duobus quadratis duarum linearũ a c & c b, & superficies f h æqualis quadrato a b, & superficies f k æqualis quadratis duarũ linearum a d & d b, eritq; per quartam secundi g h æqualis duplo superficiei a c in c b, & per eandem erit k l æqualis duplo superficiei a d in d b, propter hypothesin quoq; erit utraq; duarũ superficierũ e g & k f medialis, & utraq; duarum linearũ g h & k l rationalis, hoc autem impossibile, esset enim per primũ superficies k g, irrationalis ex 11, per secundam autem eadem esset rationalis ex diffinitione & 9. Quod est inconueniẽs.



Eucli. ex Zamb. Theorema 31 Propositio 43

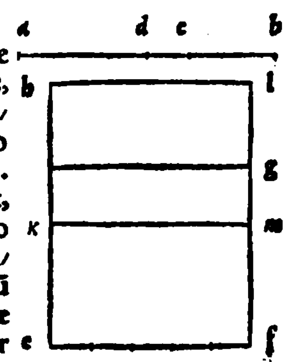
43 Ex binis medijs prima, ad unũ duntaxat signum diuiditur in nomina.

THEON ex Zamb. *Esto ex binis prima medijs α β diuisa in γ, ut ipsæ α γ, γ ε, mediæ sint potentia tantum cõmensurabiles rationale cõprehendentes. Dico quod ipsa α β, ad aliud signum nõ discinditur. Si enim poßibile, diuidatur in δ, ut α δ & δ β sint potentia mediæ tantum cõmensurabiles rationale cõprehendentes. Quoniam igitur quo differt q̃d bis sub α δ, δ β, ab eo quod bis sub α γ, γ ε, differũt quæ ex α γ, γ ε, ab eis quæ ex α δ, δ β, rationali autem differt quod bis sub α δ, δ β, ab eo quod bis sub α γ, γ β, rationalia enim utraq;. Rationali igitur differant & quæ ex α γ, γ ε, ab eis quæ ex α β, δ β, media existentia, quod est impoßibile. Ex binis igitur medijs prima, ad aliud & aliud signum non diuiditur in nomina, ad unum duntaxat igitur, quod erat demonstrandũ.*

Eucli. ex Camp. Propositio 38

48 BImediale secũdum, nisi in duas lineas tantum sub termino suo diuidi non potest.

CAMPANVS. Sit ut prius linea a b bimediale secũdum, diuisa in duas lineas a c & c b mediales, potentia tantum cõmunicantes superficiẽq; medialem continẽtes, ex quibus 33 proponit eam componi. Dico q; impossibile est eam diuidi sub earũ diffinitiõe in alias duas. Sin autẽ, diuidatur in d, sintq; ut prius superficies e g, f h, & f k, adiunctæ ad lineam rationalem e f. eritq; per præsentes hypotheses, utraq; superficies e g, & g h, medialis, quare per 20 utraque duarum linearũ f g & g l erit rationalis in potentia tantũ non communicans in longitudine lineæ e f. At quia duæ lineæ a c, & c b, erunt incõmensurabiles in longitudine, sequitur per primã sexti & per secundã partem 10 huius q; utrunq; quadra

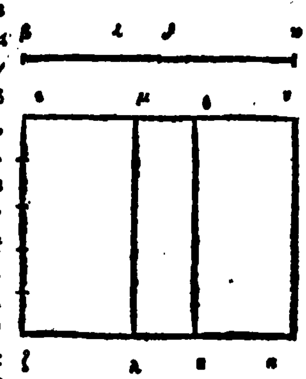


torum linearū a c & c b sit incōmensurabile superficiei unius in alteram. Cumq́ dicta quadrata cōmunicent ex hypothesi, sequitur ut ambo quadrata pariter accepta sint incōmensurabile superficiei unius in alteram, ideoq́ & eius duplo. Quare superficies e g incōmensurabilis est superficiei g h. & linea g f, lineæ g l per primam sexti & secūdam partem 10 huius. Itaq́ per 30 linea f l est binomium, diuisa secundum suum terminū in puncto g. Eodemq́ modo probabitur ipsam binomium esse, mediantibus superficiebus e m & m h, diuisam secundum suum terminum in puncto m, quod est impossibile per 36. Non enim potest dici, q̄ linea f l diuisa sit ad puncta g & m in partes consimiles, sic enim esset linea f m æqualis g l, sed ipsa est maior linea m l, ut patet ex primo præmissorum antecedentiū huius & prima sexti, cum e m superficies sit maior h m superficie. Huius autem demōstrationis modus potest esse cōmunis 37 cæterisq́ eam sequētibus.

Eucli. ex Zamb. Theorema 32 Propositio 44

44 Ex binis secunda medijs, ad unū duntaxat signū diuiditur in nomina.

THEON *ex Zamberto.* *Sit ex binis medijs secunda α β, diuisa in γ, ut α γ, γ ϐ, mediæ sint potentia tantum commensurabiles medium comprehendentes, manifestum iam est quod γ non est in diuidua sectione, quandoquidem non sunt longitudine cōmensurabiles. Dico quod ipsa α β, ad aliud signum nō diuiditur. Si enim possibile, diuidatur in δ ut α γ ipsi δ β non sit eadem, sed per hypothesin sit maior α γ, manifestum quod ea quæ ex α γ, γ β, maiora sunt eis quæ ex α δ, δ β, sicut supra demōstrauimus. Et quod ipsæ α δ, δ β, mediæ sunt potentia tantū cōmensurabiles, medium comprehendentes. Exponaturq́ rationalis ε ζ, & ei quidem quod ex α β æquum, ad ipsam ε ζ comparetur (per 44 primi) ε κ, eis autem quæ ex α γ, γ ϐ, æquum auferatur ε η, reliquū igitur θ κ æquum est ei quod bis sub α ϐ, γ ϐ. Rursus iam eis quæ ex α δ, δ β, quæ minora sunt eis quæ ex α γ, γ β, æquum auferatur ε ζ, & reliquū igitur μ κ, æquum est ei quod bis sub α δ, δ β. Et quoniam media sunt quæ ex α γ, γ ϐ, medium igitur est & ε η. Et ad rationalem ε ζ comparatur: rationalis igitur est ε θ, & incōmensurabilis ipsi ε ζ longitudine. Ac per hoc etiam θ ν rationalis est & ipsi ε ζ longitudine incommensurabilis. Et quoniam ipsæ α γ, γ ϐ, mediæ sunt potentia tantum commensurabiles, incommensurabilis est igitur α γ ipsi γ ϐ longitudine, sicut autem α γ ad γ ϐ, sic quod ex α γ ad id quod sub α γ, γ β. Incommēsurabile igitur est quod ex α γ, ei quod sub α γ, γ ϐ. Sed ei quidem quod ex α γ cōmensurabilia sunt quæ ex α γ, γ ϐ, potentia enim sunt cōmensurabiles ipsæ α γ, γ ϐ, ei autem quod sub α γ, γ ϐ, commensurabile est quod bis sub α γ, γ β, & quæ ex α γ, γ ϐ, igitur, incōmensurabilia sunt ei quod bis α γ, γ ϐ. Sed eis quidem quæ ex α γ, γ β, æquum est ε η, ei autem quod bis sub α γ, γ ϐ, æquum est θ κ. Incōmensurabile igitur est ε η ipsi θ κ, quare & ipsa ε θ ipsi θ ν, est longitudine incōmensurabilis. Et ipsæ ε θ & θ ν sunt rationales, igitur rationales sunt potentia tantum commensurabiles. Si uero binæ rationales potentia tantum cōmensurabiles compositæ fuerint, tota irrationalis est, uocaturq́ ex binis nominibus (per 36 decimi) ipsa igitur ε ν ex binis nominibus, est diuisa in θ. Per eadem iam ostendentur & ipsæ ε μ, μ ν, rationales potentia tantum cōmensurabiles. Igitur ipsa ε ν ex binis nominibus per aliud signū & aliud diuisa est in θ & in μ, nec est ε θ ipsi μ ν eadem, quādoquidem quæ ex α γ, γ ϐ, maiora sunt eis quæ ex δ β, α δ, sed quæ ex α δ, δ β, maiora sunt eo quod bis sub α δ, δ β, multo igitur magis quæ ex α γ, γ ϐ, hoc est ε η, maius est eo quod bis sub α δ, δ β, hoc est μ κ. Quare & ε θ, ipsa μ ν maior est. Igitur ε θ, ipsi μ ν non est eadem. Ex binis igitur nominibus in alio & alio signo diuiditur, quod est absurdū. Ex binis secūda medijs igitur, in alio & alio signo non diuiditur, in uno igitur tantū signo diuiditur. Quod erat ostendendū.*



Eucli. ex Camp. Propositio 39

39 Linea maior, nisi in duas lineas tantum ex quibus constat sub earum termino diuidi non potest.

CAMPANVS. Sit quoq́ hæc linea maior a b diuisa ad punctū c, in duas lineas potentialiter incōmensurabiles superficiemq́ medialem continentes, quarum ambo quadrata pariter accepta sint rationale, ex talibus enim cōponitur, ut affirmat 38. Dico q̄ impossibile est ad alium punctum in alias duas lineas sub hac diffinitione ipsam diuidi. Quod si potest, sit hic ad d, maneantq́ sub his eadem figura eædemq́ hypotheses quæ prius. & argue quemadmodum in 36 superficiem g k esse rationalem & irrationalem, quod est impossibile.

Eucli. ex Zamb. Theorema 33 Propositio 45

Maior, ad unum duntaxat signum diuiditur in nomina.

THEON *ex Zāb.* *Sit maior α β, diuisa in γ, ut (per 34 decimi) α γ, γ β, potētia nō sint cōmensurabiles, efficiētes cōpositū ex ijs quæ ex α γ, γ β, quadratis ratiōale, quodq́ sub ipsis α γ, γ β, mediū. Dico quod ipsa α β, ad aliud*

signum

ſignum non diuiditur Si enim poßibile,diuidatur in δ,ut ipſæ α δ, δ ε,potentia ſint incommenſurabiles, efficientes quidem compoſitum ex quadratis quæ ex α δ, δ ε,rationale,quodq́; ſub ipſis medium (per 39 decimi. Et quoniam quo differunt quæ ex α γ, γ ε,eis quæ ex α δ, δ β,hoc differt & quod bis ſub α δ, δ ε,ab eo quod bis ſub α γ, γ ε,ſed quæ ex α γ, γ ε,ea quæ ex α δ, δ ε,excedunt rationali(rationalia enim utraque)& quod bis ſub α δ, δ β igitur id quod bis ſub α γ, γ β,excedit rationali, media exiſtentia. quod eſt impoßibile. Maior igitur,ad aliud & aliud ſignum non diuiditur,per idem igitur unũ tantum ſignum,quod demonſtrare oportebat.

Eucli.ex Camp. Propoſitio 40

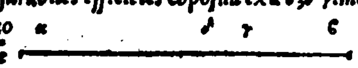
40 LInea potens in rationale & mediale,niſi in ſuas duas lineas tantum ſub termino non diuiditur.

CAMPANVS Hæc quoque 40.manentibus prioribus figura & poſitionibus(excepto quod ipſa linea a b diuidatur in punctum c,in illas duas lineas ex quibus 34 dicit eam componi)probabitur, quemadmodũ 37. Si autem aliter fuerit quàm proponat,erit ſuperficies k g rationalis & irrationalis,quod eſſe non poteſt.

Eucli,ex Zamb. Theorema 34 Propoſitio 46

46 Rationale mediumq́; potens,ad unum duntaxat ſignum diſcinditur in nomina.

THEON ex Zamb. Eſto rationale mediũq́; potẽs α ε,diuiſa in γ,ut ipſæ α γ, γ ε,potẽtia ſint incõmẽſurabiles effiCiẽtes cõpoſitũ ex ijs quæ ex α γ, γ ε ,mediũ quod aũt ſub α γ, γ ε,ratiõale,dico quod ad aliud ſignũ ipſa α β nõ diuiditur. Si enim poßibile eſt,diuidatur & in δ,& ut α δ, δ ε,potẽtia ſint incõmẽſurabiles efficiẽtes cõpoſitũ ex α δ, δ γ.mediũ,quoduero ſub ipſis α δ, δ β,ratiõale(per 40 decimi.) Quoniã enim quo differt quod bis ſub α γ, γ β,ab eo quod bis ſub α δ, δ β,eo differũt & quæ ex α δ, δ ε,eis quæ ex α γ, γ ε,quod aũt ſub α γ, γ ε,id quod bis ſub α δ, δ β,rationali excedit,& quæ ex α δ, δ β, igitur ea quæ ex α γ, γ β,rationali excedunt,cũ media exiſtant,quod eſt impoßibile eſt. Rationale mediumq́; potens igitur ad aliud potens ad aliudq́; ſignum non diuiditur,ad unũ igitur ſignum diuiditur,quod oportuit demonſtrare.



Eucli.ex Camp. Propoſitio 41

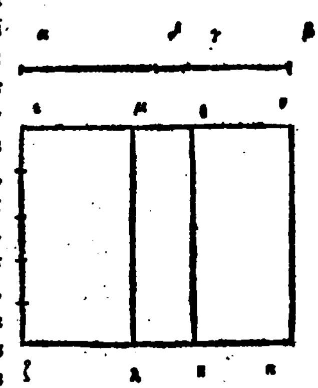
41 LInea potẽs in duo medialia nequit diuidi in alias duas ſub termino earum ex quibus coniuncta eſt,ſed in ſuas tantum duas ex quibus componitur eſt diuiſibilis.

CAMPANVS Hæc enim 41 diuiſa linea a b ad punctum c in eas ex quibus 35 aſſerit eã componi,cæteriſq́; ut ſupra tam figura quàm poſitionibus manentibus,probatur ſicut 38. nam dato oppoſito propoſiti,ſequitur oppoſitum 36,quod eſt impoſſibile.

Eucli.ex Zamb. Theorema 35 Propoſitio 47

47 Bina potens media,ad unum duntaxat ſignum diuiditur in nomina.

THEON ex Zamb. Sit bina potens media α ε diuiſa in γ,ut ipſæ α γ, γ ε,potentia ſint incommenſurabiles efficientes(per 35 decimi compoſitum ex eis quæ ex α γ, γ ε,medium,quod uero ſub α γ, γ ε,mediũ. & inſuper incommenſurabile cõpoſito ex ijs quæ ab ipſis ſunt quadratis. Dico quod ipſa α ε in alio ſigno non diuiditur,efficiẽs ea quæ propoſita ſunt. Si enim poſſibile,diuidatur in δ,ut uidelicet ipſa α γ ipſi δ β,non ſit eadem,ſed maior per hypotheſin ſit α γ,ponaturq́; rationalis ε ζ,comparetur que(per 45 primi ad ipſam ε ζ. eis quæ ex α γ, γ β,æquum ε η,ei autẽ quod bis ſub α γ, γ ε,æquum θ κ. Totum igitur ε κ. æquum eſt ei quod ex α ε quadrato. Rurſus comparetur ad ipſam ε ζ, eis quæ ex α δ, δ β, æquum ε λ, reliquum igitur quod bis ſub α δ, δ ε,reliquo μ κ eſt æquale. At quoniam medium ſupponitur compoſitum ex ijs quæ ex α γ, γ ε,medium igitur eſt & ε ζ,& ad rationalẽ ε ζ comparatur. Rationalis igitur eſt(per 26 decimi.(θ ε,& ipſi ε ζ longitudine incõmenſurabilis Id propterea etiam θ ν,rationalis eſt,& ipſi θ κ longitudine incommenſurabilis. Et quoniã cõpoſitũ ex ijs quæ ex α γ, γ ε,incommenſurabile ex eo quod bis ſub α γ, γ ε,igitur ε η,ipſi θ κ eſt incommenſurabile. Quare & ε θ ipſi θ ν,eſt incõmenſurabilis,ſuntq́; rationales. Ipſæ igitur ε θ, θ ν,rationales ſunt potẽtia tantũ commenſurabiles,ipſa igitur ε ν ex binis nominibus eſt,diuiſa in θ. Similiter iã demõſtrabimus quod & in μ diuiſa,& quod ε θ ipſi μ ν eſt eadem. Ex binis igitur nominibus in alio & alio ſigno diuiditur quod eſt abſurdum. Bina potens media igitur in alio & alio ſigno non diuiditur:in uno igitur tantum ſigno diuiditur,quod erat oſtendendum.



Eucli.

Eucli. ex Camp. Binomiorum diffinitiones.

1 Si fuerit binomij longior portio breuiore potentior augmento quadrati lineæ communicātis eidem longiori in longitudine, fueritque eadem longior lineæ positæ rationali communicās, ipsum uocabitur binomium primum. 2 Si uero breuior positæ rationali communicet, dicetur binomium secundum. 3 Quod si neutra portionum eius positæ rationali communicet, appellabitur binomium tertium. 4 Item si longior breuiore tanto amplius possit quantum est quadratum alicuius lineæ ipsi longiori incommensurabilis in longitudine, fueritq; longior portionum positæ lineæ rationali communicans in longitudine, ipsum nuncupabitur binomium quartum. 5 Si uero breuior, positæ rationali communicet in longitudine, quintum nominabitur. 6 Si autem neutra portionum eius positæ rationali communicet in longitudine, erit binomium sextum.

Eucli. ex Zamb. Binum nominum Diffinitiones.

1 Propositæ rationali & ea quæ ex binis diuisa in nomina, cuius nomē maius minore maius possit eo quod ex sibi longitudine commensurabili, si maius nomen longitudine commensurabile expositæ rationali, tota uocetur ex binis nominibus prima. 2 Si uero nomen minus longitudine commensurabile fuerit expositæ rationali, uocatur ex binis nominibus secunda. 3 Si autem neutrum ipsorum nominum commēsurabile longitudine fuerit expositæ rationali, uocatur ex binis nominibus tertia.

4 Rursus iam si maius nomen, minore maius possit eo quod à sibi longitudine incommensurabili, si quidem maius nomen expositæ rationali longitudine commensurabile fuerit, uocatur ex binis nominibus quarta. 5 Si uero minus, quinta. 6 Si uero neutrum, sexta.

Sex igitur existētibus sic sumptis rectis lineis, primas ordine facit, tres primas in quibus maior minore maius potest eo quod ex sibi commensurabili, secundas ordine uero reliqua tres, quarum maior minore maius possit eo quod ex sibi incommensurabili, eo quia præstantius est commensurabile incommensurabili. Et insuper primam, in qua maius nomen expositæ rationali commensurabile est. Secundam autem in qua minus, quoniā rursus præstantius est maius minore dum continet minus. Tertiam uero, cuius neutrum nominum expositæ rationali est commensurabile. Et in tribus sequentibus similiter primam prædicti secundi ordinis quartam appellans, secundam uero quintam, ac tertiam sextam.

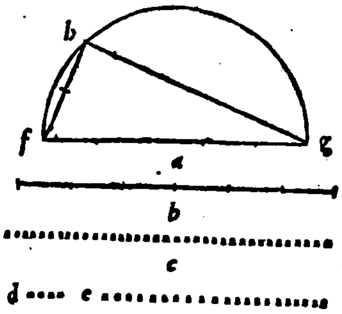
Eucli. ex Camp. Propositio 42

42 BInomium primum inuenire.

CAMPANVS Sit a linea rationalis posita sumanturq; duo numeri quadrati b & c, quorū e sit diuisibilis in quadratum qui sit d, & in non quadratum qui sit e, ponaturque proportio quadrati lineæ a ad quadratū lineæ f g, sicut numeri b ad numerum c, eritque ex secunda parte 7 linea f g cōmunicans lineæ

a

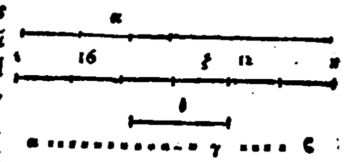
a rationali positæ in longitudine. Super eam igitur lineetur f g h semicirculus, sitq́ proportio quadrati lineæ f g ad quadratũ lineæ f h, sicut c ad d, & ducatur linea g h, dico ergo duas lineas f g & g h directe coniunctas, cõponere binomium primum. Est enim linea f g quæ est longior, potẽtiorq́ linea g h quæ est breuior, in quadrato lineæ f h per 30 tertij & penultimã primi, cõmunicat autem linea f h lineæ f g in longitudine per 2 partem 7, cum proportio quadratorũ ipsarũ f g & f h sit sicut numerorũ quadratorũ qui sunt c & d. Linea uero g h, conuincitur esse rationalis in potẽtia tantũ non cõmunicans lineæ f g in longitudine, ideoq́ neq́ lineæ a rationali positæ: cum sit enim quadratũ lineæ f g ad quadratũ lineæ f h, sicut numerus c ad numerũ d, erit per euersam proportionalitatem quadratũ lineæ f g ad quadratũ lineæ g h, sicut numerus c ad numerũ e. Cum itaq́ c sit numerus quadratus, sequitur per ultimã partẽ 7, ut linea g h sit incõmensurabilis lineæ f g longitudine, relinquitur igitur ipsam g h esse rationalẽ in potentia tantũ, & a diuisione lineas f g & g h cõponere binomium primũ, quod erat inueniendũ.



Eucli. ex Zamb. Problema 13 Propositio 48

28 Inuenire ex binis nominibus primam.

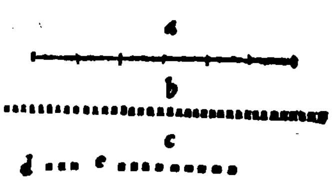
THEON ex Zamb. Exponantur bini numeri α γ, γ β, ut compositus ex ipsis α β ad β γ rationem habeat quam quadratus numerus ad quadratũ numerũ, ad ipsum aũt γ α rationẽ non habeat quam quadratus numerus ad quadratũ numerũ: exponaturq́ quædam rationalis δ, ac ipsi δ cõmensurabilis esto (per correlariũ 6 decimi) longitudine ipsa ε ζ, rationalis igitur est ε ζ, fiatq́ (per 9 decimi) sicut β α numerus ad α γ, sic quod ex ε ζ ad id quod ex ζ η. At α β ad α γ rationẽ habet quam numerus ad numerũ. Igitur & quod ex ε ζ ad id quod ex ζ η rationem habet quam numerus ad numerũ. Quare quod ex ε ζ, ei quod ex ζ η est cõmensurabile. Est autem rationalis ε ζ, rationalis igitur est & ζ η. Et quoniam α β ad α γ rationem non habet quam quadratus numerus ad quadratum numerũ, neq; quod ex ε ζ ad id quod ex ζ η rationem habet quam quadratus numerus ad quadratum numerũ: incõmensurabilis igitur est ε ζ, ipsi ζ η lõgitudine. Ipsæ igitur ε ζ, ζ η, rationales sunt potentia tantum cõmensurabiles, ex binis igitur nominibus est ipsa ε η. Dico quod & prima. Quoniam enim est sicut β α numerus ad α γ, ita quod ex ε ζ ad id quod ex ζ η, maior autem est ipse β α ipso α γ, maius igitur est & quod ex ε ζ eo quod ex ζ η, esto igitur ei quod ex ε ζ æqualia quæ ex ζ η, θ. Et quoniam est sicut β α ad α γ, sic quod ex ε ζ ad id quod ex ζ η, conuertendo igitur (per correlariũ 19 quinti) est sicut α β ad β γ, sic quod ex ε ζ ad id quod ex θ. At α β ad β γ rationem habet quam quadratus numerus ad quadratum numerũ, & quod ex ε ζ igitur ad id quod ex θ rationem habet quam quadratus numerus ad quadratũ numerũ. Commensurabilis igitur est ε ζ ipsi θ longitudine. Ipsa igitur ε ζ quàm ζ η, maius potest eo quod ex sibi commensurabili. Ipsæq; ε ζ, ζ η, rationales sunt. Commensurabilisq; est ε ζ ipsi δ longitudine, ipsa igitur ε η ex binis nominibus prima est, quod erat ostendendum.



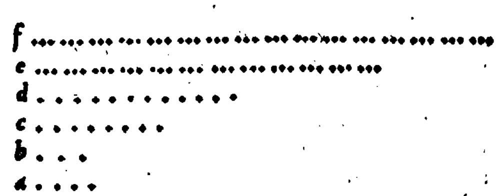
Eucli. ex Camp. Propositio 43

43 Binomium secundum reperire.

CAMPANVS. Sit ut prius a rationalis linea posita, b uero numerus quadratus, c uero sit numerus non quadratus diuisibilis in d non quadratũ & e quadratũ, ita tamen quod proportio totius c qui est nõ quadratus ad d qui est etiam non quadratus, sit sicut numerorũ quadratorũ: talis autem numerus est 12 & 45, diuisibilis enim est 12 in 9 quadratum numerũ, & 3 non quadratũ, estq́ proportio 12 ad 3, sicut 16 ad 4, quorum uterq; quadratus, eodem modo 45 diuisibilis est in 36 & 12.

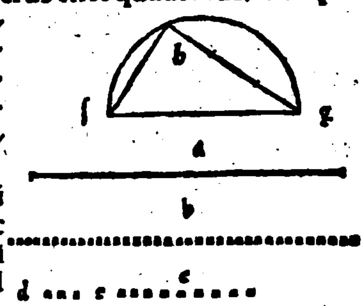


Tales autem numeros sic reperies. Sit a numerus quadratus, b quoque sit unitate minor, cuius quadratũ sit c, at uero d proueniat ex b in a, eritq́ ex prima incidentiũ noni, b, differentia d ad c, ducatur idem a in c, & proueniat e, eritq́ e quadratus ex prima parte correlarij 2 noni, eo quod uterque numerorum a & c est quadratus per hypothesin. Fiat rursus f ex a in d, eritq́ f

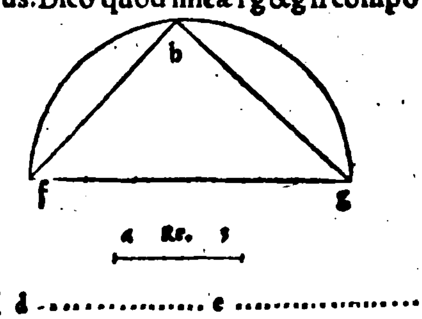


qualem

qualē quærimus. Est enim ex ultima parte prædicti correlarij numerus f non quadratus, eo quod d numerus sit nō quadratus. Si enim d nūerus esset quadratus, esset quoque b quadratus ex 2 parte eiusdē correlarij 2 noni & ex 22 octaui, & quia a est quadratus, esset per 16 eiusdem, tertius continue proportionalis inter a & b, quod est impossibile, cum sint sola unitate distantes, non est igitur d quadratus, quare nec f, est enim f æqualis d & e, quoniam cum b sit differentia d ad c, ut patet ex præmissis, erit per primā incidentiū noni quod fit ex a in d, æquū ijs quæ fiunt ex a in b & in c, & quia ex a in b fit d, & in c fit e, sequitur ut d sit differentia f ad e, & quia per 18 septimi est f ad e sicut d ad c, erit permutatim f ad d sicut e ad c. Cumq; uterque duorū numerorum e & c sit quadratus, manifestum est numerum f esse qualem uolumus, est enim non quadratus diuisibilis in d non quadratum & e quadratū, cuius proportio ad d est sicut quadrati ad quadratum uidelicet e ad c.



Cætera omnia sint ut prius: Dico quod lineæ f g & g h componunt binomium secūdum. Cum enim sit a quadratum f g sicut b ad c, rursusque quadratum f g ad quadratum g h sicut c ad e, erit per æquā proportionalitatem quadratū a ad quadratū g h, sicut b ad e. Cum igitur uterque duorum numerorū b & e sit quadratus, erit per 1 partem 7, linea g h cōmunicans in longitudine lineæ a rationali positæ, de linea uero f g cōstat quod ipsa sit rationalis in potentia tantum non communicans lineæ a rationali positæ in longitudine per ultimā partē 7, quæcū sit potentior linea g h in linea f h per 10 tertij & penultimam primi, cōmunicet autem linea f h lineæ f g in longitudine per secundā partē 7, eo quod eorum quadrata sunt in proportione numerorum c & d quorum est proportio sicut numerorum quadratorum per hypothesin, constat propositum.

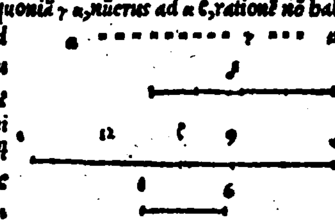


Aliter quoque idem. Esto linea g h, cōmunicans a rationali positæ in longitudine, quā facile est inuenire, sitq; c numerus quadratus diuisibilis in quadrátum d, & non quadratum e, sitque proportio quadrati lineæ g h ad quadratum lineæ f g, sicut numerus e ad numerum c eritq; f incommensurabilis lineæ g h in longitudine per ultimam partem 7, & potentior ea in quadrato lineæ f h, cui communicat in longitudinē primo per conuersam deinde per euersam proportionalitatem, & per secundam partem 7, ex diffinitione igitur, lineæ f g & g h, componunt binomium secundum.

Eucli ex Zamb. *Problema 44* *Propositio 49*

49 Comperire ex binis nominibus secundam.

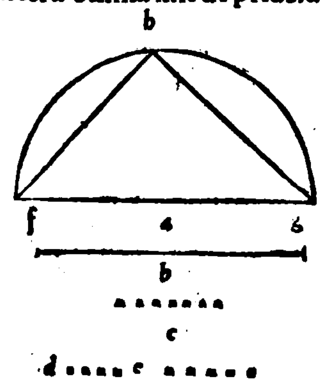
THEON *ex Zamb.* *Explicētur bini numeri α γ, γ β, ut ex ipsis compositus α β, ad β γ, rationem habeat quā quadratus numerus ad quadratū numerū, ad ipsum autē γ α rationem non habeat quā quadratus numerus ad quadratum numerum. Exponaturq; rationalis δ, ipsiq; δ commensurabilis esto longitudine ζ η, ipsa igitur ζ η rationalis est. Fiat etiam (per correlarium 6 decimi,) & sicut γ α numerus ad α β, sic quod ex η ζ, ad id quod ex ζ ε, cōmensurabile igitur est id quod ex η ζ, ei quod ex ζ ε, rationalis igitur est & ζ ε. Et quoniā γ α, nūerus ad α β, rationē nō habet quam quadratus numerus ad quadratū numerū, neq; igitur quod ex η ζ, ad id quod ex ζ ε, rationem habet quam quadratus numerus ad quadratū numerum. Incommensurabilis igitur est η ζ, ipsi ζ ε longitudine, ipsæ igitur ε ζ ζ η, rationales sunt potentia tantum commensurabiles, ex binis igitur nominibus est ipsa ε η. Ostendendum uero quod & secunda. Quoniam rursus est sicut β α, numerus ad α γ sic quod ex ε ζ ad id quod ex ζ η, maior autem est β α, ipso α γ, maius igitur & quod ex ε ζ, eo quod ζ η, esto autem ei quod ex ε ζ, æqualia quæ ex η ζ, θ. Conuertēdo igitur (per correlarium 19 quinti) est sicut α β, ad β γ, sic quod ex ε ζ, ad id quod ex θ. At α β ad β γ, rationē habet quam quadratus numerus ad quadratum numerū, & quod ex ε ζ, igitur ad id quod ex θ, rationē habet quam quadratus numerus ad quadratum numerum. Commensurabilis igitur est ε ζ, ipsi θ, longitudine (per 9 decimi.) Quare ε ζ, ipsa ζ η, maius potest, eo quod fit ex sibi commensurabili, & ipsæ ε ζ, ζ η, rationales sunt potentia tantum commensurabiles, & ζ η, nomen minus commensurabile est longitudine ipsi δ rationali expositæ, ipsa igitur ε η, ex binis nominibus est secunda, quod erat faciendum.*



Eucli. ex Camp. Propositio 44

44 BInomium tertium inuestigare.

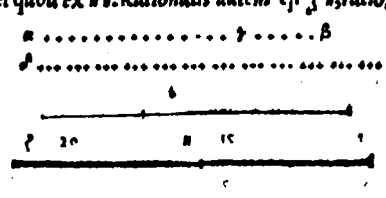
CAMPANVS Binomium quoque tertium sic reperitur. Posita ut prius linea a rationali in longitudine, sit b numerus primus c uero quadratus, diuisibilis in quadratum d. & non quadratū e, cætera omnia sint ut prius, dico quod duæ lineæ f g & g h cōponunt binomium tertiū: neutra enim earum est commensurabilis in longitudine lineæ a rationali positæ, sed utraque incommensurabilis, f g quidē, per ultimā partē 7, h g uero, per æquā proportionalitatem & ultimam partem 7. Est enim per æquam proportionalitatem quadratū lineæ a ad quadratum lineæ g h sicut numerus b ad numerū e, mediantibus hinc quidem quadrato lineæ f g, inde uero numero c, numeri autem b & e non sunt in proportione aliquorum quadratorū, cū b sit numerus primus, si enim essent in proportione numerorum quadratorū necesse esset per 16 octaui & octauā eiusdē tertiū eis in cōtinua proportionalitate interesse, esset igitur per 17 eiusdē numerus b superficialis, quod est impossibile, cum sit primus per hypothesin, incommensurabilis est itaq; linea g h, lineæ a rationali positæ, ex ultima parte 7. Quia ergo linea f g potētior est linea g h in quadrato lineæ f h ex 30 tertij & penultima primi. quæ cōmunicat ei in longitudine ex secunda parte 7, ex diffinitione binomij tertij patet nostra intentio.



Eucli. ex Zamb. Theorema 15 Propositio 50

50 Inuenire ex binis nominibus tertiam.

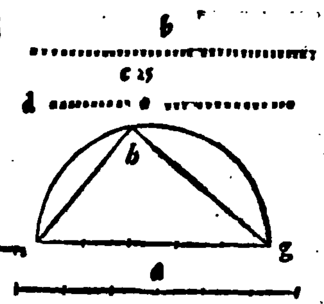
THEON ex Zamb. *Exponantur bini numeri α γ, γ β, ut ex ipsis compositus α β, ad β γ, rationē habeat quā quadratus numerus ad quadratū numerū, ad ipsum autē α γ rationem non habeat quā quadratus numerus ad quadratū numerū. Expliceturq; aliquis etiam alius numerus nō quadratus δ & ad utrūque ipsorū β α, α γ, rationem nō habeat quā quadratus numerus ad quadratū numerū. Exponaturq; aliqua ratiōalis recta linea quæ sit ε. Fiatq; sicut δ ad α β, sic quod ex ε ad id quod ex ζ η. Commensurabile igitur est quod ex ε, ei quod ex ζ η. Est autem ε, rationalis, rationalis igitur est & ζ η, (per diffinitionē,) Et quoniam δ ad α β, rationē non habet quā quadratus numerus ad quadratū numerū, neque quod ex ε ad id quod ex ζ η, rationē habet quā quadratus numerus ad quadratū numerū. Incōmensurabilis igitur est ε, ipsi ζ η, longitudine (per 9 decimi. Fiat iā rursus sicut α β numerus ad α γ, sic quod ex ζ η, ad id quod ex η θ. Commensurabile igitur est quod ex ζ η, ei quod ex η θ. Rationalis autem est ζ η, rationalis igitur & η θ. Et quoniam β α, ad α γ, rationem non habet quam quadratus numerus ad quadratum numerum, neque quod ex ζ η ad id quod ex θ η rationē habet quā quadratus numerus ad quadratum numerum. Incōmensurabilis igitur est ζ η, ipsi η θ lōgitudine. Ipsæ igitur ζ η & η θ, rationales sunt potentia tantū cōmensurabiles. Igitur ipsa ζ θ ex binis nominibus est. Aio etiā quod & tertia. Quoniā enim est sicut δ ad α β, sic est id quod ex ε ad id quod ex ζ η, sicut aūt β α, ad α γ, sic quod ex ζ η ad id quod ex η θ, ex æquali igitur (per 22 quinti,) est sicut δ ad α γ, sic quod ex ε ad id quod ex η θ. At δ ad α γ, rationē non habet quā quadratus numerus ad quadratū numerū, neq; quod ex ε igitur ad id quod ex η θ, rationem habet quā quadratus numerus ad quadratū numerū, incōmensurabilis est igitur ε ipsi η θ longitudine. Et quoniā est sicut β α, ad α γ, sic quod ex ζ η, ad id quod ex η θ, maius igitur est quod ex ζ η eo quod ex η θ. Esto igitur ei quod ex ζ η, æqualia quæ ex η θ, κ. Conuertendo igitur (per 19 quinti & eius correlarium) est sicut α β ad β γ, sic quod ex ζ η ad id quod ex κ. At α β, ad β γ rationē habet quā quadratus numerus ad quadratū numerū, & quod ex ζ η igitur, ad id quod ex κ, rationem habet quam quadratus numerus ad quadratum numerū. Commēsurabilis igitur est ζ η, ipsi κ lōgitudine. Ipsa igitur ζ η, ipsa η θ maius potest eo quod ex sibi lōgitudine cōmēsurabili, ipsæq; ζ η, η θ, rationales sunt potentia tantum commensurabiles. Ac neutra ipsarum commensurabilis est ipsi ε longitudine ipsa igitur ζ θ, ex binis nominibus tertia est, quod inuenire oportebat.*



Eucli. ex Camp. Propositio 45

45 BInomium quartum scrutari.

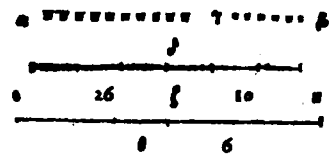
CAMPANVS. In inuentione binomij quarti eodem modo procedendum est sicut in inuentione primi, excepto quod quadratus numerus c diuidatur in duos non quadratos qui sunt d &c. Cætera omnia negotianda sunt hic ex diffinitione binomij quarti, sicut ibi ex diffinitione binomij primi.



Eucli. ex Zāb. *Problema* 16 *Propositio* 51

51 Inuenire ex binis nominibus quartam.

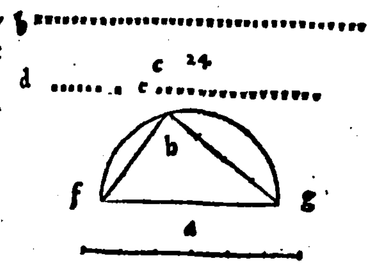
THEON ex Zamb. *Exponãtur bini numeri α γ, γ β, ut α β, ad utrũq; ipsorum rationem non habeat quam quadratus numerus ad quadratum numerum, exponanturq; rationalis δ. Ipsiq; δ cõmensurabilis esto longitudine ipsa ε ζ. Rationalis igitur est ipsa ε ζ. Fiatq; sicut β α numerus ad α γ, sic quod ex ε ζ ad id quod ex ζ η. cõmensurabile igitur est per diffinitionem quod ex ε ζ, quod ex ζ η. Rationalis autẽ est (per correlarium 6 decimi,) ε ζ. Rationalis igitur est) per 6 decimi & ζ η. Et quoniam β α ad α γ rationem non habet quam quadratus numerus ad quadratũ numerũ, neque quod ex ε ζ, igitur ad id quod ex ζ η, rationẽ habet quã quadratus numerus ad quadratũ numerũ. Incommẽsurabilis igitur est ε ζ ipsi ζ η longitudine. Ipsæ igitur ε ζ, ζ η, rationales sunt potentia tantum commensurabiles. Quare ipsa ε η, ex binis nominibus est. Dico iam quod & quarta. Quoniam enim est sicut β α, ad α γ, sic quod ex ε ζ, ad id quod ζ η, maior autẽ est β α ipso α γ, maius igitur & quod ε ζ, eo quod ex ζ η, esto nempe ei quod ex ε ζ, æqualia quæ ex ζ η, θ. Cõuertẽdo igitur (per 19 quinti & eius correlariũ sicut α β, nũerus ad β γ, sic quod ex ε ζ, ad id quod ex θ. Ipse uero α β, ad β γ, rationem non habet quã quadratus nũerus ad quadratũ numerũ, neq; igitur quod ex ε ζ ad id quod ex θ, rationẽ non habet quã quadratus numerus ad quadratũ numerũ. Incommensurabilis igitur est (per 9 decimi,) ε ζ, ipsi θ longitudine. Ipsa igitur ε ζ, ipsa η ζ, maius potest eo quod ex sibi incõmensurabili, & ipsæ ε ζ ζ η, rationales sunt potentia tantum commensurabiles, & ε ζ, ipsi δ cõmẽsurabilis est lõgitudine. Ipsa igitur ε η, ex binis nominibus est quarta, quod erat inueniendum.*

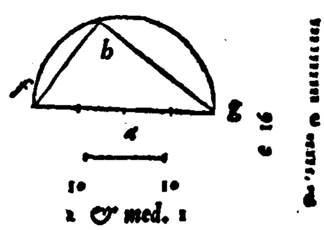


Eucli. ex Camp. *Propositio* 46

46 Binomium quintum quærere.

CAMPANVS Huius inuentio sic est sicut binomij secundi excepto quod numerus c non quadratus diuidetur in d non quadratũ & e quadratũ, ita tamẽ quod proportio c ad d, nõ sit sicut numeri quadrati ad numerũ quadratũ. Cætera omnia sunt hic perquirenda ex diffinitione binomij quinti, sicut ibi quæsita sunt ex diffinitione binomij secundi. Vel pone quod linea g h sit communicans lineæ à rationali positæ in longitudine, & pone numerum c quadratum diuisum in duos non quadratos qui sunt d & e. Pone itaq; proportionem quadrati lineæ g h ad quadratum f g, sicut numeri e ad numerum c, deinde astrue propositum ex ultima parte 7. & præsentibus hypothesibus & cõuersa & euersa proportionibus 7. & iterũ ex ultima parte 7. & diffinitione binomij quinti.



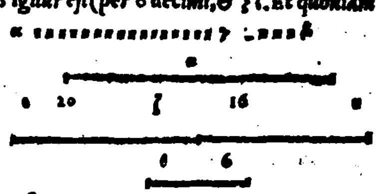


Eucli. ex Zamb. *Problema* 17 *Problema* 52

52 Inuenire ex binis nominibus quintam.

THEON ex Zamb. *Explicentur bini numeri α γ, γ β, ut α β, ad utrunque ipsorũ rationem non habeat quam quadratus numerus ad quadratũ numerũ. Exponaturq; aliqua rationalis recta linea δ ac ipsi δ commensurabilis esto (per diffinitionem) longitudine ζ η, rationalis igitur ipsa ζ η. Fiatq; sicut γ α ad α β, sic quod ex η ζ, ad id quod ex ζ ε. Commensurabile igitur est quod fit ex η ζ, ei quod ex ζ ε. Rationalis igitur est (per 6 decimi, & ζ ε. Et quoniam γ α ad α β, rationem nõ habet quã quadratus numerus ad quadratũ numerum, neque quod ex η ζ, igitur ad id quod ex ζ ε, rationem habet quam quadratus numerus ad quadratum numerum. Incommensurabilis igitur est (per 9 decimi) η ζ, ipsi ζ ε lõgitudine. Igitur ε ζ, ζ η, rationes sunt potentia cõmensurabiles, tãtum ex binis igitur nominibus est ipsa ε η, (per 36 decimi.) Dico iam quod & quinta. Quoniã enim est sicut γ α, ad α β, sic quod ex η ζ, ad id quod ex ζ ε, * rursus sicut β α ad α γ, sic quod ex ε ζ, ad id quod ex ζ η, maior autem est β α ipso α γ, maius igitur est quod ex ε ζ eo quod ex ζ η. Esto nempe ei quod ex ε ζ, æqualia quæ ex η ζ, θ.*

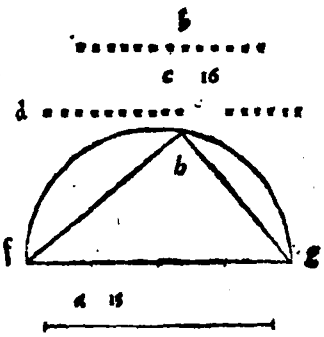
ἀνάπαλιν



Conuertendo igitur (per 19 quinti & eius correlarium, est sicut α β numerus ad β γ, sic quod ex ε ζ ad id quod ex θ. At α β, ad β γ, rationem non habet quã quadratus numerus ad quadratũ numerum, neque igitur quod ex ε ζ, ad id quod ex θ rationem habet quam quadratus numerus ad quadratum numerũ. Incommensurabilis igitur est (per 9 decimi,) ε ζ, ipsi θ longitudine. Quare ε ζ ipsa ζ η maius potest eo quod sibi ex incõmensurabili. Suntq; rationales potentia tantum commensurabiles, & ζ η, nomen minus commensurabile est expositæ rationali δ longitudine. Ipsa igitur ε η, per 48 decimi,) quinta est ex binis nominibus, quod erat inueniendum.

47 Eucli. ex Camp. Propositio 47

IN binomio sexto demum oportet insistere.

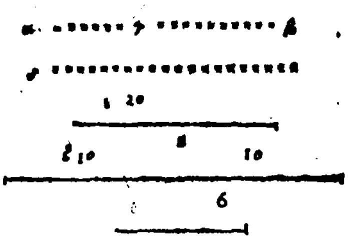


CAMPANVS. Binomium sextum sicut tertium scrutãdum est. & tamen erit hic numerus c diuisus in duos nõ quadratos d & e. Cætera ut ibi, eritq; ex diffinitione binomij 6 linea quam componunt f g & g h sibi inuicem directe coniunctæ binomiũ sextum, quod est propositum inuenire.

53 Eucl. ex Zamb. Problema 18 Propositio 53

Inuenire ex binis nominibus sextam.

THEON ex Zamb. Explicentur bini numeri α γ, γ β, ut α β, ad utrunq; ipsorum rationem nõ habeat quam quadratus numerus ad quadratũ numerũ. Sitq; etiã alius numerus δ non existens quadratus, qui ad utrunque ipsorũ β α, α γ, rationem nõ habet quã quadratus numerus ad quadratum numerum. Exponaturq; aliqua recta linea rationalis quæ sit ε. fiatq; (per diffinitionẽ) sicut δ ad α β, sic quod ex ε ad id quod ex ζ η. Commensurabilis igitur est (per 6 decimi,) ε ipsi ζ η, potentia, estq; rationalis ε, rationalis igitur est & ζ η. Et quoniam δ ad α β, rationem non habet quam quadratus numerus ad quadratum numerum, neque quod ex ε, igitur ad id quod ex ζ η, rationẽ habet quam quadratus numerus ad quadratũ numerum. Incõmensurabilis igitur est ε, ipsi ζ η longitudine. Fiat rursus sicut β α ad α γ, sic quod ex ζ η, ad id quod ex η θ, Cõmẽsurabile igitur est (per 6 decimi) quod ex ζ η, ei quod ex η θ. Ratiõale aũt est quod ex ζ η, rationale igitur est & quod ex η θ, ratiõalis igitur η θ. Et quoniã β α ad α γ rationẽ nõ habet quã quadratus numerus ad quadratũ numerũ, neq; igitur est quod ex ζ η ad id quod ex η θ, rationẽ habet quã quadratus numerus ad quadratum numerum. Incõmensurabilis igitur ex ζ η ipsi η θ lõgitudine. Ipsæ igitur ζ η, η θ, rationales sunt potentia tãtum, ex binis igitur nominibus est ζ θ, (per 36 decimi.) Ostendendum uero quod & sexta. Quoniã enim est sicut δ ad α β, sic quod ex ε, ad id quod est ζ η, est autem & sicut β α ad α γ, sic quod ex ζ η ad id quod ex η θ, ex æquali igitur per 22 quinti,) est sicut δ ad α γ, sic quod ex ε ad id quod ex η θ. At δ ad α γ, rationem non habet quam quadratus numerus ad quadratum numerum, neque igitur quod ex ε, ad id quod ex η θ, rationem habet quam quadratus numerus ad quadratum numerum. Incõmensurabilis igitur est ε ipsi θ η, longitudine, patuit autem quod & ipsi ζ η. Incõmẽsurabilis est igitur utraque ipsarum ζ η, & η θ, ipsi ε longitudine. Et quoniam est sicut β α, ad α γ, sic est quod ex ζ η, ad id quod ex η θ, maius igitur est quod ex ζ η eo quod ex η θ. Esto igitur ei quod ex ζ η æqualia, quæ ex η θ, κ. Conuertendo igitur (per 19 quinti & correlarium eiusdem) sicut α β ad β γ, sic quod ex ζ η ad id quod ex κ. At α β, ad β γ, rationẽ non habet quã quadratus numerus ad quadratum numerum. Quare neque quod ex ζ η, ad id quod ex κ, rationẽ habet quam quadratus numerus ad quadratũ numerũ. Incõmensurabilis igitur est ζ η ipsi κ lõgitudine, ipsa igitur ζ η, ipsa η θ maius potest eo quod ex sibi incommensurabili. Suntq; ipsæ ζ η, η θ, rationales, potẽtia tantũ cõmẽsurabiles. Ac ipsarũ ζ η, neutra commensurabilis est longitudine ipsi ε expositæ rationali, ipsa igitur ζ θ, ex binis nominibus est sexta, quod erat inueniendum.

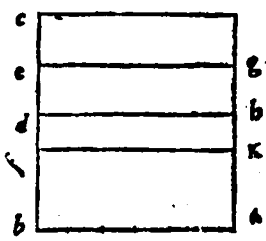


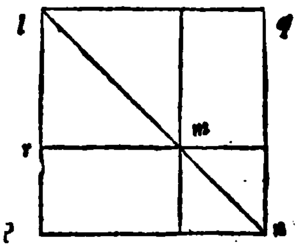
Eucli. ex Camp. Propositio 48

48 SI fuerit superficies binomio primo lineaq; rationali contenta, latus quod super eam potest binomium esse necesse est.

CAMPANVS Sit superficies a c, cõtenta linea ratiõali a b, & binomio primo quod sit b c. Dico quod latus tetragonicum superficiei a c est binomiũ. Sit enim punctus d communis terminus duarũ portionũ binomij primi in b c, cuius maior portio sit b d, eritq; rationalis in longitudine ex diffinitione, & commensurabilis lineæ a b rationali positæ. Diuidatur item minor portio quæ est d c per æqualia ad punctũ e, lineaq; d b diuidatur sub ea conditione ad punctũ f, quod inter partes eius quæ sunt b f, & f d, cadat d e medio loco proportiõalis, quod qualiter fiat in 18 dictũ est.

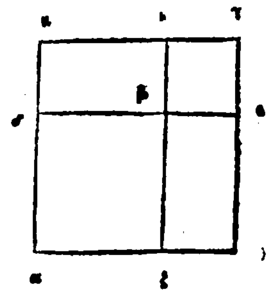
ducantur autẽ lineæ e g,d h,f k,æquidiſtãtes lineæ a b.Et quia ex diffinitione binomij primi linea d b eſt potẽtior linea d c in quadrato lineæ ſibi cõmunicãtis in lõgitudine. ſequitur ex ſecũda parte 18 quod duæ lineæ b f & f d ſint cõmunicantes,per 9 igitur eſt utraque earũ cõmunicãs toti lineæ b d,quare per diffinitionẽ ambæ ſunt ratiõales in longitudine,ideoq; per 15 utraque earũ cõmunicãs toti lineæ b d,quare per 19 utraq; duarũ ſuperficierũ a f & f h,eſt ratiõalis.Deſcribatur itaq; quadratũ l m cuius latus l r,æquale ſuperficiei a f,cui circompõnatur gnomo protracta diagonali l m n,ad eam quantitatẽ,q͛ ipſius gnomonis quadratũ quod ſit m n,ſit æquale ſuperficiei f h.duoq; eius ſupplemẽta ſint p m & m q,quæ neceſſe eſt eſſe æqualia duabus ſuperficiebꝰ d g & g c.Quod ſic collige.Cũ enim ſit linea d e medio loco ꝓportiõalis inter lineas b f & f d erit ſuperficies d g,ex 1 ſexti medio loco ꝓportionalis inter ſuperficies a f & f h,quare & inter quadrata l m & m n.Et quia ſupplementũ p m eſt etiã medio loco proportionale inter quadrata dicta ex prima ſexti.ſequitur ut p m ſit æqualis d g,ideoq; m q,g c,igitur linea l p,eſt latus tetragonicũ ſuperficiei a c.Hanc lineã dico eſſe binomiũ.Cũ ſint enim ambo quadrata l m,& m n,rationalia,erũt ex diffinitione duæ lineæ l r & r p potentialiter rationales.Eſt autem per primam ſexti a f ad d g,ſicut b f ad d e:ſed b f eſt incõmẽſurabilis d e,ſcilicet,quia b f eſt rationalis ſimpliciter,ut probatũ eſt,d e uero quia cõmunicat in lõgitudine d c rationali in potentia tantũ.erit etiã ipſa rationalis in potẽtia tantũ per 15,q͛ ex præmiſſis hypotheſibus manifeſtũ eſt.Itaq; per 2 partẽ 10,ſuperficies a f,eſt incõmẽſurabilis ſuperficiei d g,igitur & quadratũ l m,ſupplemẽto p m,quare per primã ſexti & ſecũdã partẽ 10 linea l r,eſt incommẽſurabilis lineæ r p.Ex 30 igitur conſtat lineã l p eſſe binomiũ,quod erat monſtrandũ.

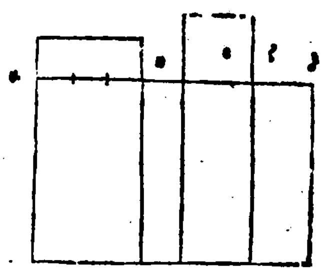




THEON Lemma.

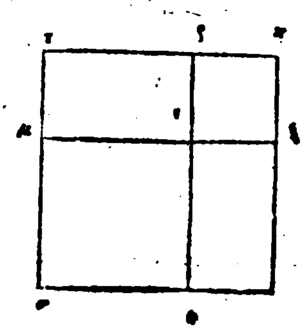
Sint bina quadrata α β,β γ,ponaturq́;(per 14 primi.ut δ β,ipſi β ε,ſit in rectas lineas.In rectas lineas igitur eſt & ζ β,ipſi β η.Cõpleaturq́; parallelogrammum α γ,Dico quod α γ,quadratum eſt,& quod δ η,ipſorum α β,β γ,medium eſt proportionale,& inſuper δ γ,ipſorum α γ,γ β,medium proportionale eſt. Quoniam enim δ β,ipſi β ζ eſt æqualis,& β ε ipſi β η,tota igitur δ ε toti ζ η eſt æqualis.Sed δ ε,utriq; ipſarum α θ,κ γ eſt æqualis.Igitur(per 33 primi(parallelogrammum α γ,æquilaterum eſt,eſt quoque & rectangulum,quadratum igitur eſt α γ,(per 46 primi)Et quoniam eſt ſicut ζ β ad β η,ſic δ β,ad β ε,ſed ſicut quidẽ ζ β,ad β η,ſic(per primam ſexti,α β,ad δ η,ſicut uero δ β,ad β γ,ſic δ η,ad β γ,& ſicut igitur α β ad δ η,ſic δ η ad β γ.Igitur δ η,ipſorũ α β,β γ,mediũ proportionale eſt.Dico iam & quod & δ γ,ipſorũ α γ,γ β,medium proportionale eſt.Quoniã enim eſt ſicut α δ ad δ η,ſic eſt κ η ad κ γ,(æqualis eſt enim altera alteri)& cõponẽdo (per 16 quinti)ſicut α κ ad κ δ.ſic κ γ,ad γ η,ſed ſicut α κ,ad κ δ,ſic α γ,ad γ λ,ſicut autẽ κ γ ad γ η,ſic(per primã ſexti δ γ,ad γ β,igitur δ γ,ipſorum α γ,γ β,medium & proportionale eſt.





Eucl.ex Zamb. Problema 16 Propoſitio 54

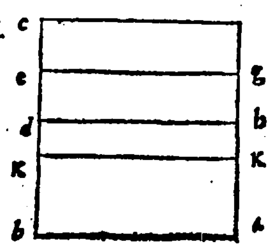
54 Si arcola comprehendatur ſub rationali ac ex binis nominibus prima,quæ areolam poteſt irrationalis eſt,ex binis nominibus uocata.



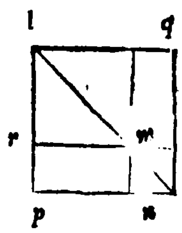
THEON ex Zamb. *Arcola etenim α β γ δ,cõprehẽdatur ſub rationali α β,& ex prima ex duobus nominibus α δ.Dico quod ipſam α γ areolã potens irratiõalis eſt,ex binis uocata nominibus.Quoniã enim ex binis nominibus eſt prima ipſa α δ,diuidatur(per 42 decimi in nomina in ε,ſitque maius nomẽ α ε.Manifeſtũ iam.quod ipſæ α ε,ε δ,ratiõales ſunt potentia tantũ cõmenſurabiles,& α ε,ipſa ε δ,maius poteſt eo quod ex ſibi cõmenſurabili & α γ,per 48 decimi)cõmenſurabilis eſt expoſitæ rationali α β lõgitudine.Secetur iã(per 10 primi ε δ,bifariã in ſigno ζ.Et quoniã α ε,ipſa ε δ,maius poteſt eo quod ex ſibi commenſurabili,ſi quartæ igitur parti eius quod* ex minore hoc eſt ei quod ex ε ζ, æquũ ad maiorẽ α ε cõparatũ fuerit deficiens forma quadrata, in cõmẽſurabilia diſtribuit (per 17 decimi. Cõparetur (per 28 ſexti) igitur ad ipſam α ε, ei quod ex ε ζ, æquũ quod ſub α η, η ε, cõmenſurabilis igitur eſt α η, ipſi η ε lõgitudine. Excitẽturq́; (per 31 primi) per ipſa η, ε, ζ, utriq; ipſarũ α β, δ γ, paralleli η θ, ε κ, ζ λ. Et ipſi quidẽ α θ parallelogrãmo, æquũ (per 14 ſecũdi quadratũ cõſtituatur σ ν, ipſi autẽ η κ, ν π. Ponãturq́; (per 14 primi) ſicut in rectas lineas μ ν, ipſi ν ξ, in rectas igitur lineas eſt & ρ ν, ipſi ν ο. Cõpleaturq́; ipſum σ π, parallelogrammũ, quadratũ igitur eſt σ π. Et quoniam quod ſub α η, η ε, æquum eſt ei quod ε ζ, eſt igitur (per cõſtructionem) ſicut α η, ad ε ζ, ſic ζ ε, ad ε η, & ſicut igitur (per 1 ſexti,) α θ, ad ε λ, ſic ε λ, ad η κ. Ipſorum igitur α θ, η κ, mediũ ε λ proportionale eſt. Sed α θ, quidẽ, æquũ eſt ipſi σ ν, & η κ, æquũ eſt ipſi ν π. Ipſorũ igitur σ ν, ν π, mediũ ε λ, proportiõale eſt. Eſt aũt ipſorũ σ ν, ν π, mediũ μ ρ proportiõale, (per præoſtẽſum lẽma, æquũ eſt igitur μ ρ, ipſi ε λ. Sed μ ρ, quidẽ, ipſi ο ξ, æquũ eſt, & ε λ, ipſi ζ γ, totũ igitur ε γ, ipſis μ γ, ο ξ, eſt æquale. Sũt aũt & ipſa α θ, η κ, ipſis σ ν, ν π, æqualia, (per 44 primi,) totũ igitur α γ, æquũ eſt toti σ π, hoc eſt ei quod ex μ ξ, quadrato, igitur ipſa μ ξ, ipſum poteſt α γ. Dico iã quod & ipſa μ ξ, ex binis nominibus eſt. Quoniã enim cõmẽſurabilis eſt (per 17 decimi,) α η ipſi ε η, cõmẽſurabilis igitur eſt (per 12 decimi, & diffinitionẽ, & α ε, utriq; ipſarũ α η, η ε. Supponitur aũt (per diffinitionẽ primæ) α ε ipſi α β, cõmẽſurabilis, & ipſæ igitur α η, η ε, ipſi α β, ſũt cõmẽſurabiles. Ratiõalis uero eſt α β, ratiõalis igitur eſt & utraq; ipſarũ α η, η ε. Ratiõale igitur eſt & utrũq; ipſorũ α θ, η κ. Cõmẽſurabile aũt eſt (per 1 ſexti & 11 decimi) β θ ipſi η κ. Sed α θ, ipſi quidẽ σ ν eſt æquale, ipſum uero η κ, ipſi ν π, & ipſa igitur σ ν, ν π, hoc eſt quod ex μ ν, ν ξ, ratiõalia ſunt & cõmẽſurabilia. Et quoniã incõmẽſurabilis eſt α ε, ipſi ε δ lõgitudine, ſed ipſa q̃dẽ α ε ipſi α η, eſt cõmẽſurabilis, ipſa aũt δ ε ipſi ε ζ cõmẽſurabilis (per 13 decimi) incõmẽſurabilis igitur eſt & α η, ipſi ε ζ. Quare & α θ, ipſi ε λ, incõmẽſurabile eſt. Sed α θ, quidẽ ipſi σ ν, eſt æquale, ipſum uero ε λ, ipſi μ ρ, & σ ν, igitur ipſi μ ρ, incõmẽſurabile eſt. Sed ſicut σ ν ad μ ρ, ſic & ο ν ad ν ρ, incõmẽſurabilis igitur eſt ο ν ipſi ν ρ. Aequalis aũt eſt ο ν ipſi μ ν, & ν ρ ipſi ν ξ, incõmẽſurabilis igitur eſt μ ν, ipſi ν ξ. Et quod ex μ ν, cõmẽſurabile eſt ei quod ex ν ξ, & utrũq; ratiõale. Ipſæ igitur μ ν, ν ξ, ratiõales ſunt potẽtia tantũ cõmenſurabiles, ipſa igitur μ ξ, ex binis nominibus eſt ipſumq́; α γ, poteſt quod erat oſtendendum.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 49

49 SI fuerit ſuperficies linea ratiõali binomioq́ ſecũdo contenta, latus eius tetragonicũ erit bimediale primũ.



CAMPA. Sit eadẽ figura eædẽq́ hypotheſes quæ in præmiſſa, eritq́ ex diffinitiõe binomĳ ſecũdi, linea d c, rõnalis in lõgitudine, quare per 15 utraq́ duarũ ſuperficierũ d g et g c, (ideoque & duo ſupplemẽta p m, m q) erit ratiõalis, linea uero b d erit ratiõalis in potẽtia tãtũ, & diuiſa in duas lineas cõmunicãtes f d & b f, ex diffinitione binomĳ ſecũdi & præmiſſis hypotheſibus, & ſecũda parte 13 per 9 igitur erit utraq́ duarũ ſuperficierũ a f & f h, (ideoq́ & utrunq́ quadratorũ l m & m n) medialis, itaq́ ambæ lineæ l r & r p, ſũt mediales in potẽtia quoq́ cõmunicãtes, nam cũ linea b f cõmunicet lineæ f d, ſequitur ut a f cõmunicet f h. quare quadratũ l m, quadrato m n, ideoq́ & linea l r, lineæ r p in potẽtia, in lõgitudine aũt nõ cõmunicãt, q̃m per 1 ſexti una earũ ad alterã eſt ſitut l m ad m p. Cũ igitur l m nõ cõmunicet m p, eo quod altera medialis uidelicet l m, altera uero ratiõalis uidelicet m p, ſequitur ut l r nõ communicet in lõgitudine r p. Quia igitur ipſæ cõtinẽt ſuperficiẽ rationalẽ quæ eſt m p, conſtat lineam l p ex 31 huius, eſſe bimediale primum.

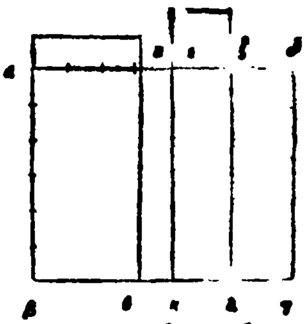


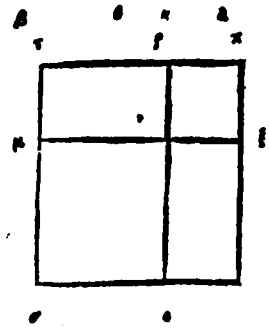
Eucli. ex Zamb. Theorema 37 Propoſitio 55

55 Si areola comprehenſa fuerit ſub rationali, & ex binis nominibus ſecunda, areolam potens irrationalis eſt, uocaturq́ ex binis medĳs prima.

THEON ex Zãb. Cõprehẽdatur areola α β γ δ, ſub rationali α β, ac ex binis nominibus ſecũda α δ. Dico quod α γ areã potens, ex binis medĳs eſt prima. Quoniã enim ex binis nominibus ſecũda eſt α δ, diuidatur in nomina in ſigno ε, ut maius nomẽ ſit α ε, ipſæ igitur α ε, ε δ, (per 49 decimi) rationales ſunt potẽtia tantũ cõmẽſurabiles, & α ε, ipſa ε δ maius poteſt eo quod ex ſibi commenſurabili, ac nomẽ minus ε δ commenſurabile eſt ipſi α β longitudine. Secetur (per 10 primi,) ipſa ε δ bifariam in ſigno ζ, & ei quod ex ε ζ, æquum ad ipſam α ε comparetur (per 28 ſexti, deficiẽs forma quadrata quod ſub α η, η ε, commẽſurabilis igitur eſt (per 17 decimi) α η, ipſi η ε lõgitudine. Et per ipſa η, ε, ζ, ſigna excitẽtur (per 31 primi) paralleli ipſis α β, γ δ, ſintq́; η θ, ε κ, ζ λ. Ac ei quidẽ quod eſt α θ, parallelogrãmo cõſtruatur (per 14 ſecũdi) æquũ quadratũ σ ν, ipſi autẽ η κ, æquũ quadratũ ν π. Ponaturq́; per 14 primi, ſic in rectas lineas, μ ν, ipſi ν ξ, in rectas lineas igitur eſt & ρ ν, ipſi ν ο. Cõpleaturq́; σ π quadratũ. Manifeſtũ iã eſt, ex præoſtenſo lẽmate quod μ ρ mediũ proportionale eſt ipſorũ σ ν, ν π, & per præcedẽs theorema æquũ ipſi ε λ, & quod α γ areã poteſt μ ξ. Oſtẽdendũ iam quod μ ξ, ex binis medĳs eſt prima. Quoniã α ε, ipſi ε δ eſt incõmenſurabilis lõgitudine, cõmẽſurabilis autẽ eſt (per 49 decimi, ε δ, ipſi α β, incõmenſurabilis igitur per 13 decimi, eſt α ε, ipſi α β, longitudine

tudine. Et quoniā cōmēſurabilis eſt α η, ipſi ε η, cōmēſurabilis eſt & α ε utriq; ipſarū α η, η ε. Et α ε, rationalis eſt, rationalis igitur & utraq; ipſarū α η, η ε, per cōparationē. Et quoniā incōmēſurabilis eſt α ε, ipſi α β, cōmēſurabilis autē eſt α ε, utriq; ipſarū α η, η ε, & ipſæ α η, η ε, igitur incōmēſurabiles ſunt ipſi α β. Ipſæ β α, α η, η ε, igitur (per 13 decimi,) rationales ſunt potētia tantū cōmenſurabiles. Quare (per 21 decimi,) utrūq; ipſorū α θ, η κ, mediū eſt, quare & utrūq; ipſorū σ ν, ν π, mediū eſt, & ipſæ μ ν, ν ξ, igitur mediæ ſunt (per 21 decimi.) Et quoniā cōmenſurabilis eſt α η ipſi η ε lōgitudine, commēſurabile eſt & α θ ipſi η κ, hoc eſt σ ν ipſi ν π, hoc eſt quod ex μ ν ei quod ex ν ξ. quare & ipſæ μ ν, ν ξ. potentia ſunt commenſurabiles. Et quoniā incommēſurabilis eſt α ε, ipſi ε δ, lōgitudine, ſed ipſa quidem α ε cōmenſurabilis eſt ipſi α η, & ε δ, ipſi ε ζ, incōmenſurabilis igitur eſt (per 13 decimi) α η ipſi ε ζ. Quare (per 1 ſexti, & 11 decimi & α θ, ipſi ε λ incōmenſurabile eſt, hoc σ ν, ipſi μ ρ, hoc eſt ο ν, ipſi ν ρ, hoc eſt μ ν, ipſi ν ξ, incōmēſurabilis lōgitudine eſt. Oſtenſum autē eſt quod ipſæ μ ν, ν ξ, mediæ exiſtētes, potētia ſunt cōmenſurabiles. Ipſæ igitur μ ν, ν ξ, mediæ ſunt potētia tantū cōmenſurabiles. Dico iā quod & rationale cōprehēdunt. Quoniā enim δ ε ſupponitur utriq; ipſarū α β, ε ζ cōmenſurabilis, commenſurabilis igitur (per 12 decimi) eſt & ζ ε ipſi ε κ. Et utraq; ipſarū rationalis, rationale igitur eſt ε λ, hoc eſt μ ρ. Sed μ ρ, eſt quod ſub μ ν, & ν ξ. Si uero (per 37 decimi) binæ mediæ potentia tantū cōmenſurabiles, compoſitæ fuerint rationale cōprehēdentes, tota irrationalis eſt, uocaturq; ex binis prima medijs. Igitur ipſa μ ξ, ex binis eſt prima medijs. Quod erat oſtendendum.

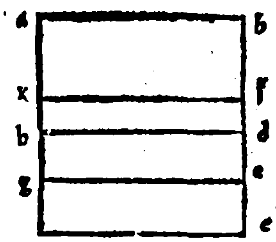


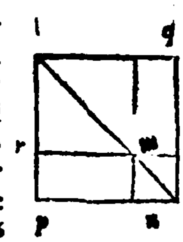


Eucli. ex Camp. Propoſitio 50

50 SI binomio tertio ac linea rōnali ſupficies cōtineat̄, linea in eā potēſerit bimediale ſcd'm

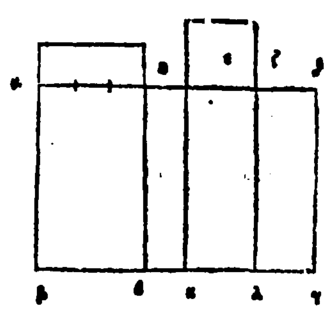
CAMPA. Diſpoſitio & hypotheſes maneāt ut ſupra. Eritq; ex his hypotheſibus & diffinitiōe binomij tertij & 19, unaquæq; quatuor ſuperficierū in quas diuiſa eſt ſuperficies a c, medialis, quare utrūq; duorū quadratorū l m, m n. & utrūq; ſupplemētorū p m & m q, erit etiā mediale, utraq; igitur duarū linearū l r & r p, erit medialis. Et cū duæ ſuperficies a f & f h ſint cōmunicātes, eo quod duæ lineæ b f & f d ſint cōmunicātes, per ſecundā partē 15 erunt duæ lineæ l r & r p cōicantes in potētia, in lōgitudine uero, non quia ſuperficies l m nō cōmunicat cū ſuperficie m p, eo quod neq; a f cōmunicat cū d g. Nā linea b f non cōicat cū d e, cū igitur ipſæ contineant ſuperficiē quæ eſt p m, cōſtat ex 31 lineā l p eſſe mediale ſecūdū. Quod eſt propoſitū. Eucli. ex Zab. Theorema 38 Propoſitio 56

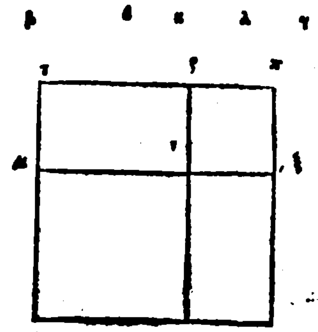




56 Si ſuperficies ſub ratiōali, & ex binis nominibus tertia cōprehēſa fuerit, ſuperficiem potēs irrationalis eſt, appellaturq; ex binis ſecūda medijs.

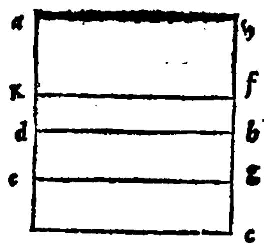
THEON ex Zamb. *Areola nāq; α β γ δ, cōprehēdatur ſub rōnali α β, ac ex binis noībus tertia α δ diuiſa in noīa in ε, quorum maius ſit α ε. Dico quod areolā α γ, potēs irrōnalis eſt, uocaturq; ex binis ſecūda medijs. Conſtruātur nāq; eadē quæ prius. Et quoniā α δ, ex binis eſt tertia noībus, ipſæ igitur α ε, ε δ, rationales ſunt potentia tantū cōmēſurabiles, & ipſæ α ε, ipſa ε δ, maius poteſt eo quod ex ſibi cōmēſurabili, & ipſarū α ε, ε δ, neutra ipſi α β, eſt cōmēſurabilis lōgitudine. Similiter iā ex ijs quæ prius ſunt oſtēſa, demonſtrabimus, quod ipſæ μ ν, ν ξ, mediæ ſunt potētia tantum cōmenſurabiles. Quare μ ξ, ex binis eſt medijs. Oſtendendū etiā quod & ſecūda, Quoniā incōmenſurabilis eſt (per 50 decimi,) δ ε, ipſi α β, lōgitudine, hoc eſt ipſi ε κ. Atqui δ ε cōmēſurabilis eſt ipſi ε ζ, incōmēſurabilis igitur eſt per 13 decimi ε ζ, ipſi ε κ lōgitudine, ſūtq; rōnales, ipſæ ζ ε, ε κ, igitur rōnales ſunt potentia tātū cōmēſurabiles. Mediū igitur (per 21 decimi eſt ε λ, hoc eſt μ ρ, cōprehēditurq; ſub μ ν, ν ξ, mediū igitur eſt quod ſub μ ν, ν ξ, Ipſa igitur μ ν ξ, ex binis eſt ſecūda medijs, Quod fuerat oſtendēdū.* Eucl. ex Cāp Propoſitio 51



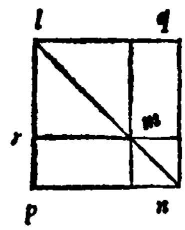


51 SI linea rationali binomioq; quarto ſuperficies cōtineatur, quæ in eam ſuperficiem poteſt eſt linea maior.

CAM

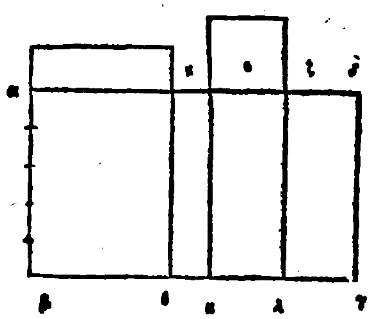


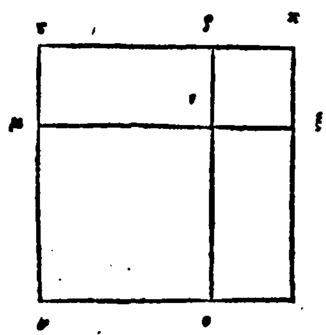
CAMP. Cūctis ut in præmissis manētibus. erit ex hypothesi & diffinitione binomij 4 & 19 utraq; duarū superficierū d g & g c (quare & utraq; duarū p m & m q) medialis, duoq; quadrata l m & m n pariter accepta, ratiōale eo q superficies a d est rōnalis per diffinitionē binomij quarti & 15. Et quia d b diuiditur in pūcto f in duo incōicātia per secūdā partē 14, erit superficies a f incōmēsurabilis superficiei f h, ideoq; & quadratū l m. quadrato m n. Duæ igitur lineæ l r & r p. sunt incōmēsurabiles in potētia quæ cū cōtineant superficiē medialē p m & earū quadrata ambo pariter accepta sint rōnale, cōsta t per 55 lineā l p esse lineā maiorem. Quod erat demōstrādū. Eucl. ex Zāb. Theorema 39 Propositio 57



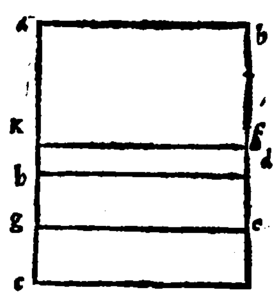
57 Si areola sub rationali ac ex binis quarta noibus cōprehēsa fuerit ipsam areolā potēs irrōnalis est; uocaturq; maior.

THEON ex Zāb. Areola nāq; α γ, cōprehēdatur sub rōnali α β, & ex binis quarta nominibus α δ diuisa in noīa in ε, quorū maius esto α ε. Dico quod areolā α γ. potēs irrationalis est appellata maior. Quoniā enim α δ ex binis est quarta noībus, ipsæ igitur α ε, ε δ, rōnales sūt potētia tantū cōmēsurabiles, & α ε ipsa ε δ maius potest eo quod ex sibi incōmēsurabili, & α ε, ipsi α β, lōgitudine cōmensurabilis est Secetur (per 10 primi) δ ε, bifariā in ζ, & ei quod ex ε ζ, æquū, ad μ ε, cōparetur (per 44 primi) parallelogrāmū quod sub α ν, ν ε. Incōmēsurabilis igitur est (per 18 decimi, α ν, ipsi ε ν lōgitudīe, excitētur (per 31 primi) paralleli ipsi α β, sintq; ν θ, ε κ, ζ λ. Fiātq; reliqua eadē sicut in præcedēti, Manifestū iā est quod μ ξ, est potēs ipsam α γ. Ostēdēdū uero quod μ ξ irrōnalis est, appellata maior. Quoniā incōmēsurabilis est α ν ipsi ε ν lōgitudine, incōmēsurabile (per 1 sexti & 11 decimi,) est & α θ ipsi κ ν, hoc est σ ν ipsi ν π. Ipsæ igitur μ ν, ν ξ, potētia sunt incōmēsurabiles Et quoniā cōmēsurabilis est α ε, ipsi α β lōgitudine, rōnale est α κ. Et æquū est eis quæ ex μ ν, ν ξ. rationale igitur est, cōflatū ex ijs quæ ex μ ν, ν ξ. Et quoniā (per 34 decimi) incōmēsurabilis est δ ε ipsi α β lōgitudine, hoc est ipsi ε κ, sed (per 13 decimi δ ε cōmēsurabilis est ipsi ε ζ, incōmēsurabilis igitur est ε ζ, ipsi ε κ lōgitudine. Ipsæ igitur ε κ, ε ζ, rationales sunt potētia tantū commensurabiles. Mediū (per 21 decimi) igitur est λ ε hoc est μ ρ. Cōprehenditurq; sub μ ν, ν ξ, mediū igitur est quod sub μ ν, ν ξ. Et cōpositū ex ijs, quæ ex μ ν, ν ξ, ratiōale, & μ ν, ipsi ν ξ potētia incōmēsurabilis est. Si autē (per 39 decimi duæ lineæ potētia incōmēsurabiles cōpositæ fuerint efficiētes cōpositū ex ijs quæ ex ipsis sunt quadratis ratiōale, quod uero sub ipsis mediū, tota irrationalis est, appellatur aūt maior. Ipsa igitur μ ξ irrōnalis est, uocata maior ipsamq; α γ areolā potest, quod erat ostendendū. Eucli. ex Camp. Propositio 52

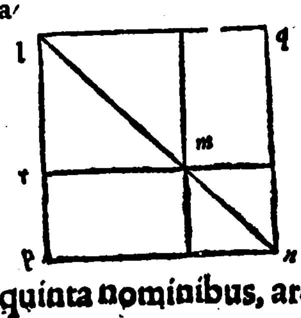




52 SI fuerit supficies linea rōnali atq; binomio quinto cōtēta, quæcūq; in eā linea pōt, potēs in rōnale & mediale esse, ex necessitate cōuincitur.



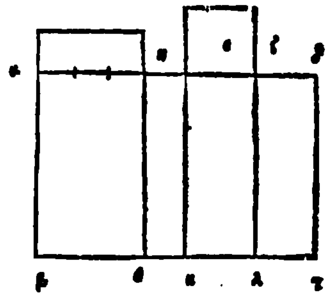
CAMP. Nec in hac quoq; est aliquid ex priorū dispositiōe & positiōibus mætādum, eis enim manentibus erit ex ijs quæ posita sunt in diffinitiōe binomij quinti & 15. utraq; duarū superficierū d g & g e quare utraq; duarū p m & m q, ratiōalis totaque a d quare & duo quadrata l m m n pariter accepta, medialis ex 19. Cūq; ex secūda parte 14 sit linea f b incommensurabilis lineæ f d, ideoq; superficies a f superficiei f h, & quadrato m n. erit linea l r incōmensurabilis in potētia lineæ r p. At quia ipsæ cōtinent superficiē rōnalē p m, & earū quadrata ambo pariter accepta sunt mediale, cōclude ex trigesimaquarta lineā l p esse potētē in rationale & mediale. Qd' promissum est. Eucl. ex Zāb. Theorema 40 Propositio 58

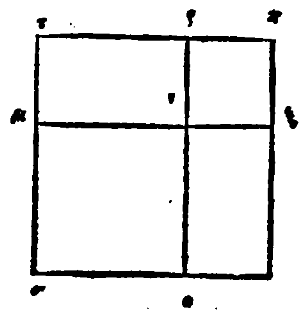


58 Si areola cōprehendatur sub rationali, ac ex binis quinta nominibus, areo

lam potens irrationalis eſt, appellata rationale mediumq́ꝫ potens.

THEON ex Zāb. Areola etenim α γ, cōprehēdatur ſub ratiōali α β, ac ex binis quinta noībus α δ diſtĭcta in noīa in ε, ut maius nomē ſit α ε. Dico quod ipſam α γ, areolā potēs irrōnaliseſt, appellata ratiōale mediūq́ꝫ potēs. Cōſtruātur enim ea quæ ſuperius demōſtrata ſūt. Nō dubiū quod α γ areolā potēs, eſt μ ξ. Oſtēdendū iā, quod μ ξ eſt rōnale mediūq́ꝫ potēs. Quoniā enim incōmēſurabilis eſt α ζ, ipſi ζ ε, incōmēſurabile igitur eſt (per 1 ſexti, & 11 decimi & α θ, ipſi θ ε, hoc eſt quod ex μ ν ei quod ex ν ξ. Ipſæ igitur μ ν, ν ξ, potētia ſunt incōmēſurabiles. Et quoniā α δ, ex binis eſt quinta noībus, ac eiusminus ſegmētū eſt ε δ, cōmēſurabilis igitur eſt ε δ ipſi α β lōgitudine. Sed α ε, ipſi ε δ, eſt incōmēſurabilis, & α β, igitur (per 13 decimi) ipſi α ε, eſt incōmēſurabilis lōgitudine. Ipſæ igitur α β, α ε, ratiōales ſunt, potētia tantū cōmenſurabiles, mediū igitur eſt (per 21 decimi) α κ, hoc eſt cōflatū ex ijs quæ ex μ ν, ν ξ. Et quoniā cōmēſurabilis eſt λ ε, ipſi α β, lōgitudine hoc eſt ε κ, ſed δ ε, ipſi ε ζ, cōmenſurabilis eſt, & ε ζ igitur (per 12 decimi) ipſi ε κ cōmenſurabilis eſt. Ratiōalis aūt ε κ. rōnale igitur (per 19 decimi, & ε λ, hoc eſt μ ρ, hoc eſt quod ſub μ ν, ν ξ. Ipſæ igitur μ ν, ν ξ, (per 40 decimi) potētia incōmēſurabiles ſunt, efficiētes conflatum ex ipſarum quadratis mediū, & quod ſub ipſis rationale, ipſa igitur μ ξ, eſt ratiōale mediūq́ꝫ potēs, ipſamq́ꝫ poteſt aream α γ. Quod fuerat demonſtrandū.

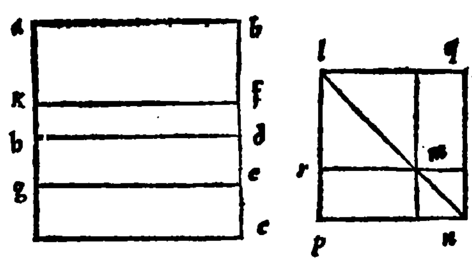




Eucli. ex Camp. Propoſitio 53

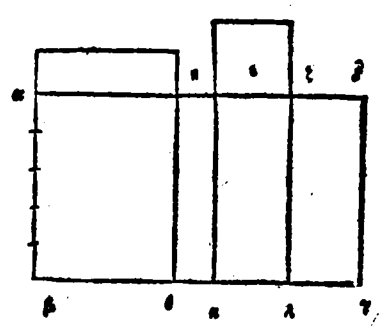
53 SI binomio ſexto lineaq́ꝫ rationali ſuperficies contineatur, linea quæ in eam poteſt, in duo medialia potēs eſſe ꝓbat.

CAMP. Hæc 53, adhuc te ſuſtinet ociari a pingēdis figuris, cōtēta enim eſt præmiſſis diſpoſitiōe & poſitiōibus. Quibus ſtātibus, neceſſe eſt ex ipſis poſitis & diſpoſitiōe id eſt diffinitiōe binomij poſtremi & 19. quālibet ex ſuperficiebus a d & d g & g c (ꝓpter ꝙ & ambo quadrata l m & m n pariter accepta & p m & m q) eſſe medialē. Cūq́ꝫ b f & f d (propter quod a f & f h, ideoq́ꝫ l m & m n) ſint incōmēſurabiles erūt duæ lineæ b c & r p incōmēſurabiles in potētia. At quia ipſæ cōtinēt ſuperficiē medialē p m earūq́ꝫ amboꝝ quadrata pariter accepta ſunt mediale, qđ eſt duplo ſuperficici unius in alterā incōmenſurabile, quod ex eo probatur ꝙ ſuperficies b h eſt incōmēſurabilis ſuperficiei h c. propter hoc quod linea d b eſt incōmenſurabilis lineæ d c, ſequitur ex 55 lineā l p eſſe, quæ poteſt in duo medialia.

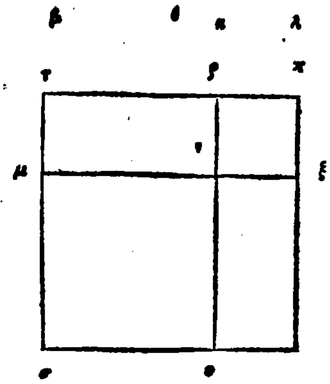


Eucli. ex Zamb. Theorema 41 Propoſitio 59

Si areola cōprehēdatur ſub ratiōali, & ex bi-
59 nis ſexta nominibus areolā potēs irrationa-
lis eſt, appellata bina potēs media.



THEON ex Zāb. Areola nāq́ꝫ α β γ δ, cōprehēdatur ſub ratiōali α β, & ex binis noībus α δ, diuiſa in noīa in ε, ut maius nomē ſit α ε. Dico quod ipſam α γ, potēs, irrōnalis eſt, appellata bina potēs media. Cōſtruātur enim quæ & ꝓſtēſis. Nō dubiū quod μ ξ eſt potēs ipſam α γ, & quod incōmēſurabilis eſt μ ν, ipſi ν ξ, potentia. Et quoniā incōmēſurabilis eſt α ε, ipſi α β longitudine, ipſæ igitur α ε, α β, rationales ſunt potētia tantū cōmenſurabiles, mediū igitur eſt (per 21 decimi,) α κ, hoc eſt cōpoſitū ex ijs quæ ex μ ν, ν ξ. Rurſus quoniā incōmēſurabilis eſt ε δ, ipſi α β lōgitudine, incōmēſurabilis igitur eſt & ε ζ ipſi ε κ. Et ζ ε, ε κ, igitur rationales ſunt potētia tātum cōmenſurabiles, mediū igitur eſt (per eandē,) ε λ, hoc eſt μ ρ, hoc eſt quod ſub μ ν, ν ξ. Et quoniam incōmenſurabilis eſt α ε ipſi ε ζ, & α κ ipſi ε λ incōmenſurabile eſt. Sed α κ quidē eſt cōflatum ex ijs quæ ex μ ν, ν ξ, & ε λ eſt quod ſub

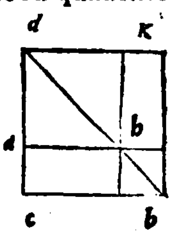


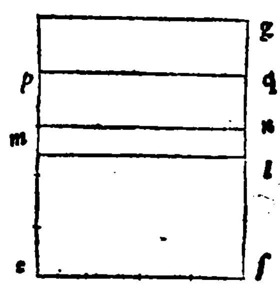
μ ν, ν ξ

μ ν, ν ξ, incōmēſurabile igitur eſt (per 1 ſexti & 11 decimi,) cōpoſitū ex ijs quæ ex μ ν, ν ξ, ei quod ſub μ ν, ν ξ, & ipſorū utrūq; mediū eſt. Ipſæ igitur μ ν, ν ξ, potentia ſunt incōmēſurabiles. Ipſa igitur μ ξ bina potens eſt media (per 41 decimi,) & ipſam poteſt α γ, quod oſtendere oportebat. Eucli. ex Camp. Propoſitio 54.

54 SI lineæ rationali æquū quadrato binomij rectangnlum adiungatur, latus eius ſecundum binomium primum eſſe conueniet.

CAMPANVS. Hæ ſex ſequentes, cōuerſæ ſunt ſex præcedētium per ordinē. Huius aūt eſt hæc intētio ſit linea a b binomiū, diuiſa ad punctū c indu as lineas a c & c b, ſecūdū ſuā diffinitionē aut terminū, eiuſq́ a b quadratū ſit b d, ſitq́ linea e f, rationalis in lōgitudine, cui adiūgatur ſuperficies e g æqualis quadrato b d. Dico quod latus ſecūdū hui9 ſuperficiei. qđ eſt linea f g, eſt binomiū primū. Diuidatur enim quadratū b d in duo quadrata b h & h d, quæ ſint quadrata duarū linearū portionū binomij, & in duo ſupplemēta a h & h k, quorū utrūq; cōtinetur ſub duabus portionibus binomij, eritq́ ex diffinitione binomij quæ habetur per 36, utrūq; iſtorū quadratorū rationale, & per 19 utrūq; ſupplemētū mediale. Ex ſuperficie igitur e g abſcindatur ſuperficies e l æqualis quadrato d h, & l m æqualis quadrato h b, & n p æqualis uni duorū ſupplemētorū a h uel h k, eritq́ p g reſidua, æqualis reliquo ſupplemēto: quare per 1 ſexti linea n q, eſt æqualis lineæ q g. Ex præmiſſis aūt manifeſtū eſt q utraq; duarū ſuperficierū e l & l m (& ideo tota ſuperficies e n) eſt ratiōalis. Et utraq; duarū æqualiū n p & p g (& ideo tota m g) medialis. quare per 16 utraq; duarū linearū f l & l n. & tota linea f n, ratiōalis in lōgitudine. & lineæ e f rationali poſitæ cōmēſurabilis. & per 20 utraq; duarū n q & q g, & tota n g, ratiōalis in potētia tātū, incōmēſurabilis lineæ m n (& ideo lineæ e f ſibi, æquali, & per cōſequēs & lineæ f n) in lōtudine. Si igitur linea f n, quæ eſt maior linea n g ut ex primo duorū antecedentiū 55 demōſtratiōi ſubiūctorū & prima ſexti apparet, fuerit potētior linea n g minori in quadrato lineæ ſecū cōmunicātis in lōgitudine, tūc ex diffinitione binomij primi manifeſtū eſt lineā f g eſſe binomiū per primū. Hoc autem ita eſſe ſic habeto. Cum inter duo quadrata d h & h b, ſit (per primā ſexti) ſuperficies a h medio loco ꝓportiōalis, conuincitur ex prioribus hypotheſibus ſuperficiem m q eſſe inter ſuperficies e l & l m medio loco proportionalis, quare (per primā) ſexti linea n q quæ eſt medietas lineæ n g eſt medio loco proportionalis inter duas lineas f l & l n. Quod igitur fit ex f in l n, eſt quātū quod ex n q in ſe per 16 ſexti, ideoq́ per 4 ſecūdi quantū quarta pars quadrati lineæ n g. Itaq; per primā partē 15 cū linea f n diuidatur a ſuperficie ſibi adiūcta æquali quartæ parti quadrati breuioris lineæ n g, ita quod ad complendā totā lineā f n deſit ſuperficies quadrata in duo cūmunicātia ad punctū l. erit f n potentior n g in quadrato lineæ ſibi communicātis in longitudine. Conſtat ergo propoſitum.

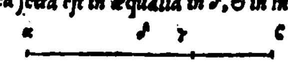




THEON Lemma.

Si recta linea ſecetur in inæqualia, quæ ab inæqualibus quadrata, maiora ſunt eo quod bis ſub inæqualibus comprehenſum eſt rectangulum.

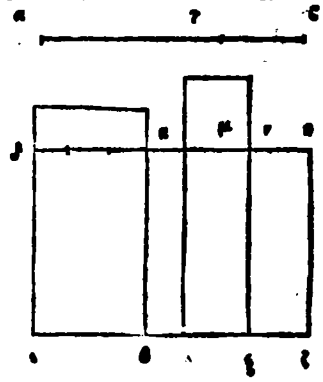
Sit recta linea α ε, ſeceturq́; in inæqualia in γ, ſitq́; maior α γ. Dico quod quæ ex α γ, γ ε, maiora ſunt eo quod bis ſub α γ, γ ε, ſecetur enim (per 10 primi) α ε, bifariā in δ. Quoniā igitur recta linea ſecta eſt in æqualia in δ, & in inæqualia in γ, igitur (per 5 ſecūdi) quod ſub α γ, γ ε, una cū eo quod ex γ δ, æquū eſt ei quod ex α δ, & perinde quod ex ſub α γ, γ ε, minus eſt eo quod α δ. Quod igitur bis ſub α γ, γ ε, eſt minus quā duplū eius quod ex α δ, Sed quæ ex α γ, γ ε, dupla ſunt eorū quæ ex α δ, δ γ, ergo quæ ex α γ, γ ε, maiora ſunt eo quod bis ſub α γ, γ ε, quod erat oſtendendū.



Eucli. ex Zāb. Theorema 42 Propoſitio 60

60 Quod ex ea quæ ex binis nominibus ad rationalem comparatū latitudinem efficit, ex binis nominibus primam.

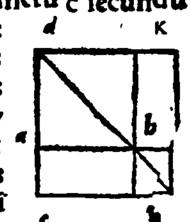
THEON ex Zamb. *Eſto ex binis nominibus α β, diuiſa in nomina in γ, ut maius nomen ſit α γ. exponaturq́; rationalis δ ι, & ei quod ex α β, æquum ad ipſam δ ι, comparetur (per 44 primi δ ι ξ κ, latitudinem efficiens δ κ. Dico quod δ κ ex binis eſt prima nominibus. Comparetur enim (per 44 primi,) ad δ ι, ei quidem quod ex α γ æquum δ θ, ei autem quod ex β γ, æquum κ λ. Reliquum igitur quod bis ſub α γ, γ δ (per 4 ſecundi,) æquum eſt ipſi μ ζ. Secetur (per decimā primi) ipſa μ κ bifariam in ν, exciteturq́; (per 31 primi) parallelus ν ξ utrique ipſarum μ* *λ, κ ζ. Vtrūq; igitur ipsorū μ ξ, ν ζ, æquum est ei quod sub α γ, γ β, Et quoniā α ε, ex binis nominibus est diuisa in nomina in γ, ipsæ igitur α γ, γ β, rationales sunt potētia tantū commensurabiles. Quæ igitur ex α γ, γ ε rationalia, sunt sibi inuicem commēsurabilia. Quare (per 15 decimi, & conflatum ex ijs quæ ex α γ, γ ε, commēsurabile est eis quæ ex α γ, γ β, rationale igitur est compositum ex ijs quæ ex α γ, γ ε. Et ipsi δ λ, est æquale, rationale igitur est δ λ. Et ad ipsam δ ι comparatur, rationalis igitur (per 20 decimi δ μ, & ipsi δ ι, lōgitudine commensurabilis. Rursus quoniā α γ, γ ε, rationales sunt potentia tantum commensurabiles, medium igitur est quod bis sub α γ, γ ε, hoc est ipsum μ ν, & ad ipsam cōparatur μ λ rationalem, rationalis igitur est & μ ν, ipsi λ μ incōmēsurabilis (hoc est ipsi δ ι,) lōgitudine, est aūt & μ δ rationalis, & ipsi δ ι lōgitndine cōmēsurabilis, incōmēsurabilis igitur est (per 13 decimi) δ μ, ipsi μ ν longitudine. Suntq; ipsæ igitur δ μ, μ ν, rationales, potētia tantum commensurabiles, ex binis nominibus igitur est, (per 36 decimi δ ν. Ostendendum quod & prima. Quoniam enim (per lemma præcedens 54 decimi) eorum quæ ex α γ, γ ε, medium proportionale est quod sub α γ, γ ε & ipsorum igitur δ θ, κ λ, medium proportionale est μ ξ. Est igitur (per constructionem sicut δ θ ad μ ξ, sic μ ξ, ad κ λ, hoc est sicut δ κ ad μ ν, sic μ ν, ad μ κ, quod igitur sub δ κ, κ μ, æquum est ei quod ex μ ν. Et quoniam commensurabile est quod ex α γ, ipsi quod ex ε γ, cōmensurabile est & δ θ, ipsi κ λ, quare (per 1 sexti & 11 decimi) & δ κ ipsi κ μ commensurabilis est. Et quoniam maiora sunt quæ ex α γ, γ ε, eo quod bis sub α γ, γ ε, maius igitur est & δ λ ipso μ ζ. Quare (per lemma præcedens & per primā sexti,) & δ μ, ipsa μ ν maior est, & æquale quod sub δ κ, κ μ, ei quod ex ν ν, hoc est quartæ parti eius quod ex μ ν, & cōmensurabilis est δ κ, ipsi κ μ. Si uero (per 17 decimi,) fuerint binæ rectæ lineæ inæquales, quartæ autē parti eius quod ex minore æquum, ad maiorem cōparetur deficiens forma quadrata, & in commensurabilia ipsam diuiserit, maior minore maius potest eo quod ex sibi commensurabili. Ipsa igitur δ μ, ipsa μ ν maius potest eo quod ex sibi commensurabili. ipsa igiturigitur δ μ, ipsa μ ν maius potest eo quod ex sibi commensurabili. Suntq; rationales ipsæ δ μ, μ ν, & δ μ nomē maius existens, comensurabilis est longitudine ipsi δ ι expositæ rationali, ipsa igitur δ ν, ex binis nominibus est prima, quod oportuit demonstraße.*

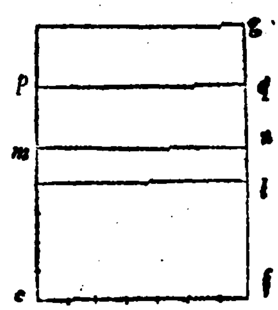


Eucli. ex Camp. Propositio 55

55 SI lineæ rationali æqua superficies quadrato bimedialis primi adiungatur, latus eius reliquum binomium secundū esse oportebit.

CAMPANVS Sit linea a b bimediale primū, diuisa ad punctū c secundū suū terminum, cætera autem sint ut prius. Dico lineā f g esse binomiū secundū. Erit enim superficies m g rationalis, eo quod partes bimedialis primi continent superficiem rationalem, & superficies tres e l, l m, & tota e n, mediales communicantes, eo quod portiones bimedialis primi sunt lineæ mediales potentia tantum communicantes ex 21. Per 16 igitur erit linea n g rationalis in longitudine, commensurabilis lineæ e f rationali positæ, & per 10 linea f n rationalis in potentia tantū quæ cum sit maior linea n g ex primo duorum antecedentium demonstrationi 23 adiunctorum & 1 sexti, eaque potentior quadrato lineæ communicantis secum in lōgitudine ex prima parte 15, erit à diffinitione linea f g binomium secundum, quod est propositum.





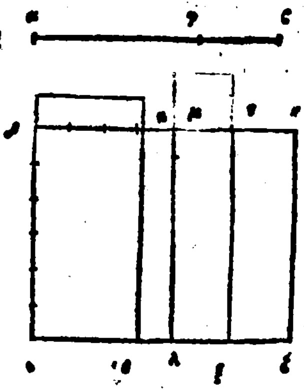
Eucli. ex Zāb. Theorema 45 Propositio 61

61 Quod ex ea quæ ex binis medijs prima ad rationalē cōparatū latitudinē, efficit ex binis noibus secūdā.

THEON ex Zāb. *Esto (per 45 decimi,) ex binis medijs prima α ε, diuisa in medias in γ, quarū α γ maior sit, exponaturq; rationalis δ ι. Comparetur (per 44 primi) ad ipsam δ ι, ei quod ex α ε æquū parallelogrammū δ ζ, latitudinem efficiēs δ ν, Dico quod ipsa δ ν, ex binis est secūda nominibus, Cōstruantur enim eadem quæ & in præcedenti. Et quoniam α ε, ex binis medijs est prima diuisa in γ, ipsæ α γ, γ β, igitur (per 37 decimi,) mediæ sunt potentia tantū cōmensurabiles rationale cōprehendentes. Quare (per 24 decimi & quæ ex α γ, γ ε, media sūt mediū igitur (per correlariū 23 decimi, est δ λ. Et adipsam δ ι cōparatur, ratiōalis igitur est (per 22 decimi μ δ, & ipsi δ ι longitudine incommensurabilis. Rursus quoniā rationale est quod bis sub α γ, γ β, rationale est & μ ζ, ad ipsamq; μ λ, rationalem comparatur, rationalis igitur est (per 20 decimi) μ ν, & lōgitudine commensurabilis ipsi μ λ, hoc est ipsi δ ι. Incommensurabilis igitur est δ μ, ipsi μ ν, longitudine. Suntque rationales ipsæ.*

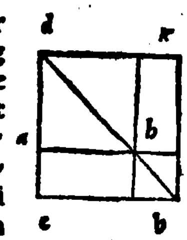
igitur

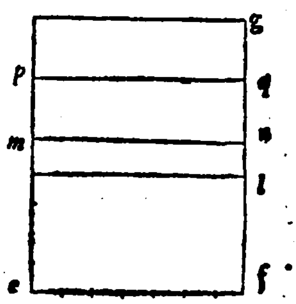
igitur δ μ, μ ν, rationales sunt potentia tantum commensurabiles, ex binis igitur nominibus est (per 36 decimi) δ ν. Ostendēdū iam quod & secunda. Quoniā enim quæ ex α γ, γ β, maiora sunt eo quod bis sub α γ, γ ϛ, maius est igitur & δ λ ipso μ ζ, quare (per primam sexti,) & δ μ ipsa μ ν. Et quoniam commensurabile est quod est ex α γ, ei quod ex γ ϛ, commensurabile est & δ θ ipsi κ λ. Quare & δ κ, ipsi κ μ, commensurabilis est, & id quod sub δ κ, κ μ, æquū est ei quod ex ν ν. Ipsa igitur δ μ, ipsa μ ν, maius potest eo quod ex sibi commensurabili, & μ ν, ipsi δ ι longitudine commensurabilis est, ipsa igitur δ ν, ex binis nominibus est secunda, quod erat ostendendū. Eucli. ex Camp. Propositio 56



56 CVm adiūcta fuerit lineæ in lōgitudine rationali superficies rectāgula æqualis quadraco bimedialis secundi, latus eius secūdum binomium tertium esse necesse est.

CAMPANVS Si fuerit linea a b bimediale secūdum diuisa per terminū suū ad pūctū c, reliqua uero omnia fuerint ut prius, erit linea f g binomiū tertiū. Erit enim ex 11 & nostris positionibus utraq; superficierū e n & m g, medialis, quare per 20 utraq; duarū linearū f m & n g erit rationalis in potentia tantum, lineæ e f rationali potentia commensurabilis. At quia bimedialis secundi partes sunt communicantes in potentia tantum, erit superficies e l communicans superficiei l m, & ideo linea f l lineæ l n, potentior ergo est per primam partem 11 f n quàm sit n g, in quadrato lineæ sibi communicantis in lōgitudine. Cūq; sint superficies a h & quadratū h b incōmēsurabilia, eo quod lineæ a c b incōmensurabiles, ideoq; & ambo quadrata pariter accepta ambobus supplemētis pariter acceptis eo quod quadrata sibi inuicem communicant ex hypothesi. supplementa quoque cum sibi inuicem sint æqualia, sequitur ut superficies e n sit incommensurabilis superficiei m g, & ideo linea f n, lineæ n g, per diffinitionem igitur est linea f g, binomium tertium. Quod est propositum.

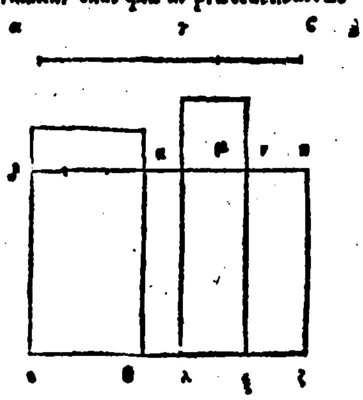




Eucli. ex Zamb. Theorema 44 Propositio 62

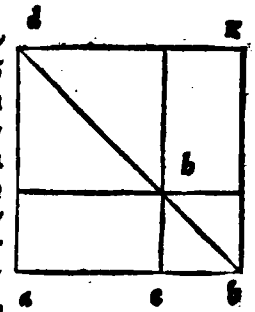
62 Quod ex ea quæ ex binis secunda mediis ad rationalem comparatum latitudinem efficit, ex binis uominibus tertiam.

THEON ex Zāb. Esto (per 44 decimi) ex binis mediis secunda α ϛ. diuisa in medias in γ ut maius segmentū sit α γ rationalis autem esto δ ι, & ad ipsam δ ι, ei quod ex α β æquū parallelogrammū cōparetur (per 44 primi) δ ζ, latitudinē efficiens δ ν, Dico quod δ ν est ex binis nominibus tertia, Cōstruantur eadē quæ in præcedētibus. Et quoniā α ϛ ex binis est secūda mediis diuisa in γ, ipsæ igitur α γ, γ ϛ, (per 38 decimi) mediæ sunt potētia tātū cōmēsurabiles mediū cōprehēdētes, quare & cōflatū ex iis quæ ex α γ, γ ϛ, mediū est, & est æquale ipsi δ λ mediū igitur est & δ λ, cōparaturq; ad rationalē δ ι. Rationalis igitur est (per 22 decimi) μ δ, & ipsi δ ι lōgitudine incōmēsurabilis. Id propterea etiā μ ν rationalis est & ipsi μ λ incōmēsurabilis (hoc est ipsi δ ι) longitudine. Ratiōalis igitur est utraque ipsarum δ μ, μ ν, & ipsi δ ι longitudine incommensurabilis Et quoniā α γ ipsi γ β lōgitudine est incōmensurabilis, sicut autem (per lēma præcedēs 22 decimi) α γ ad γ β, sic quod ex α γ, ad id quod sub α γ, γ ϛ, incōmēsurabile igitur est & quod ex α γ, ei quod sub α γ, γ ϛ. Quare & cōflatū ex iis quæ ex α γ, γ β, ei quod bis sub α γ, γ ϛ, incōmēsurabile est, hoc est δ λ ipsi μ ζ. Quare (per 1 sexti, & 11 decimi.) & δ μ ipsi μ ν incōmensurabilis est. Suntq; ratiōales. Ipsa igitur δ ν, ex binis nominibus est. Ostendendū iā quod & tertia. Similiter iā sicut in præcedētibus ratiocinabimur quod maior est δ μ ipsa μ ν. & quod δ κ ipsi κ μ cōmēsurabilis est. Estq; quod sub δ κ, κ μ, æquū ei quod ex μ ν. Ipsa igitur δ μ, ipsa μ ν, maius potest eo quod ex sibi cōmēsurabili, & neutra ipsarū δ μ, μ ν, cōmēsurabilis est ipsi δ ι, lōgitudine, ipsa igitur δ ν, ex binis est tertia nominibus, quod erat ostendēdū. Eucli. ex Cāp. Propositio 57

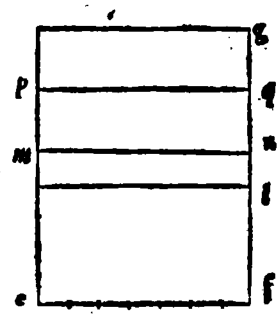


57 SI lineæ rationali rectangulū æquū quadrato lineæ maioris adiūgatur, alterum se cōtinentiū laterum erit binomium quartum.

CAM



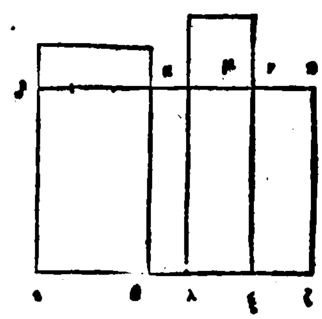
CAMPANVS. Si hæc quoque fuerit linea a b linea maior diuisa secundum terminum suū ad punctum c, cunctaqꝫ reliqua nō fuerint aliter quam prius, erit linea f g binomium quartū. Cum enim sint ambo quadrata portionum lineæ maioris pariter accepta rationale, erit superficies e n rationalis, ideoqꝫ per 16 linea f n rationalis in longitudine, communicans lineæ e f rationali positæ, superficies uero m g erit medialis, propter illud quod portiones lineæ maioris cōtinent superficiem medialem, itaque per 20 linea n g est in potentia rationalis tantum, & quia etiam portiones præfatæ lineæ a b sunt potentialiter incommensurabiles, superficies e l incommensurabilis erit l m. ideoque linea f l, lineæ l n, igitur per primam partem 14 linea f n est potentior linea n g, in quadrato lineæ sibi incommensurabilis. Ex diffinitione igitur est linea f g binomium quartum, quod erat propositum.



Eucli. ex Zāb. Theorema 45 Propositio 63

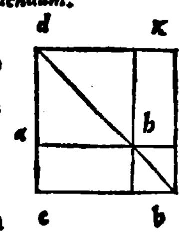
63 Quod ex maiore ad rationalem compararum latitudinem efficit ex binis quartam nominibus.

THEON ex Zamb. *Sit maior α β, diuisa in γ, ut maior sit α γ, ipsa γ β, Rationalis uero esto δ γ, & ei quod ex α β, æquum ad ipsam δ ε, comparetur (per 45 primi,) δ ζ, parallelogrammum, latitudinem efficiens δ κ. Dico quod δ κ, ex binis est quarta nominibus. Construantur eadem quæ in præostensis. Et quoniam (per 59 decimi) maior est α β. diuisa in γ. ipsæ α γ, γ β, potentia sunt incommensurabiles efficientes conflatum ex ijs quæ ex ipsis fiūt quadrata rationale, quod uero sub ipsis medium. Quoniā igitur rationale est conflatū ex ijs quæ ex α γ. γ β, rationale igitur est δ λ, rationalis igitur est & μ δ, & ipsi δ ε longitudine commensurabilis. Rursus quoniam medium est quod bis sub α γ, γ β, hoc est μ ζ, & ad rationalem comparatur μ λ. rationalis igitur (per 22 decimi) est & μ κ, & ipsi δ ε. longitudine incōmensurabilis. Incommensurabilis igitur est (per 13 decimi,) & δ μ, ipsi μ κ, lōgitudine. Ipsæ igitur δ μ, μ κ, rationales sunt potentia tantum commensurabiles, ex binis igitur nominibus est δ κ. Ostendendū iam quod & quarta. Similiter iam sicut & in præcedentibus rationabimur quod maior est δ μ ipsa μ κ. & quotquot sub δ ν, ν μ, æquum est ei quod ex ν κ. Quoniam igitur incommensurabile est quod ex α γ, ei quod ex γ β, incommensurabile igitur est & δ θ ipsi ν λ. Quare (per primam sexti & 11 decimi,) & δ ν. ipsi ν μ incommensurabilis est. Si autem fuerint binæ rectæ lineæ inæquales, quartæ autem parti eius quod ex minore (per 17 decimi) æquum comparatum fuerit parallelogrammum ad maiorem forma quadrata deficiens, & in incōmensurabilia ipsam diuiserit, maior minore maius potest eo quod à sibi incommēsurabili in longitudine, ipsa igitur δ μ, ipsa μ κ maius potest eo quod à sibi incommensurabili, sunt & ipsæ δ μ, μ κ, rationales potentia tantum commensurabiles. & δ μ, commensurabilis est ipsi expositæ rationali δ ε, ipsa igitur δ κ, ex binis nominibus est quarta, quod erat ostendendum.*

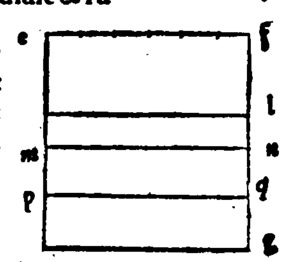


Eucli. ex Camp. Propositio 58

58 SI lineæ rationali quadrato lineæ potētis supra rationale & mediale æqualis parte altera longior forma adiungatur, alterum latus eius, binomium quintū esse necesse est.



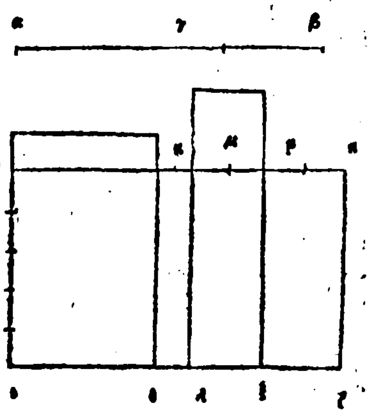
CAMPANVS Proposita linea a b ea quæ potest supra mediale & rationale diuisa secundum eius diffinitionem ad punctum c. nihil immutetur de reliquis, sequiturqꝫ lineam f g esse binomium quintum, Cum enim partes huius lineæ a b contineāt rationalem superficiem necesse est ut superficies g m, ideoque per 16 linea n g) sit rationalis. Cumque ambo quadrata partium huius lineæ pariter accepta sint mediale, erit superficies e n medialis, & per 20 linea f n rationalis in potentia tantum lineæ f e potentia rationali communicans. At quia portiones præ



prædictæ lineæ sunt incõmensurabiles in potentia, erit superficies e l incõmensurabilis superficiei m l. ideoq́ & linea f l. lineæ l n: potentior igitur est per primam partem 14 linea f n linea n g, in quadrato lineæ sibi incommensurabilis. Per diffinitionem itaq; binomij quinti, conclude propositum.

Eucli. ex Zamb. *Theorema* 46 *Propositio* 64

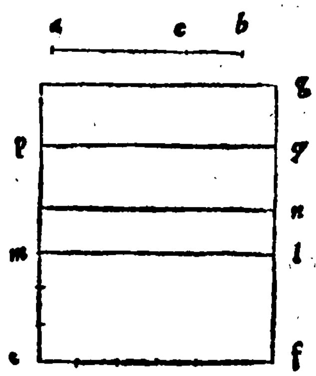
64 Quod ex ea quæ rationale mediumq́ potest ad rationalem comparatum, latitudinem efficit ex binis quintam nominibus.



THEON ex Zamber. *Sit rationale mediumq́; potens α β, diuisa in rectas lineas in γ, ut sit maior α γ, exponaturq́; rationalis δ ι, & ei quod ex α β, æquum ad δ ι comparetur δ ζ (per 44 primi) latitudinem efficiens δ κ. Dico quod δ κ ex binis est quinta nominibus. Construantur eadem quæ in præcedentibus. Et quoniam α β est rationale mediumq́; potens diuisa in γ, ipsæ igitur α γ, γ β, potentia sunt incõmensurabiles efficientes conflatum ex earum quadratis medium, quod uero sub ipsis rationale. Quoniã igitur conflatum ex ijs quæ ex α γ, γ β, medium est, medium igitur est δ λ. Quare rationalis est δ μ, & ipsi δ ι longitudine incommensurabilis. Rursus quoniam rationale est quod bis sub α β, β γ, hoc est μ ζ, rationalis igitur est μ κ, & ipsi δ ι longitudine commensurabilis. Incommensurabilis igitur est δ μ, ipsi μ κ. Ipsæ igitur δ μ, μ κ, rationales sunt potentia tantum commensurabiles, ex binis igitur nominibus est δ κ. Dico quod & quinta. Similiter nanq; ostendetur quòd quod sub δ κ, κ μ, æquũ est ei quod ex ν κ, & quod δ κ ipsi κ μ longitudine incõmensurabilis est, ipsa igitur δ μ, ipsa μ κ maius potest eo quod ex sibi incõmensurabili, & ipsæ δ μ, μ κ, rationales sunt potentia tantum cõmensurabiles, & minor μ κ, commensurabilis est ipsi δ ι longitudinẽ. Ipsa igitur δ μ, ex binis est quinta nominibus. Quod erat ostendendum.*

Eucli. ex Camp. *Propositio* 59

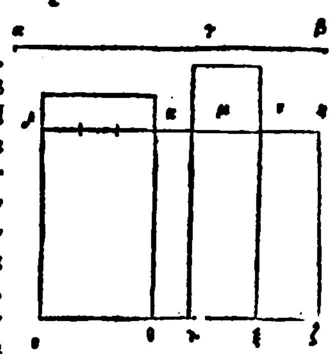
59 QVoties adiuncta fuerit lineæ rationali superficies rectangula æqualis quadrato lineæ potentis in duo medialia, eiusdem superficiei latus secundũ, binomium sextum esse conuincitur.



CAMPANVS. In hac 59 sit linea a b linea potens supra duo medialia, quæ autem præter hæc sunt, sicut supra, maneant, & erit tunc linea f g binomium sextum, quod ignorare non poteris, si præmissorũ eiusq́ quod 55 proponit, immemor non fueris, & sic patet in hac, nostra intentio.

Eucli. ex Zamb. *Theorema* 47 *Propositio* 65

65 Quod ex bina media potente ad rationalem comparatum latitudinem efficit ex binis nominibus sextam.

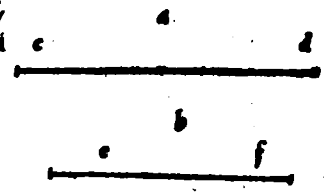


THEON ex Zamber. *Esto (per 47 decimi) bina potens media α β, diuisa in γ, rationalis autẽ esto δ ι, & ad ipsam rationalem δ ι, ei quod ex α β æquum comparetur (per 44 primi) δ ζ, latitudinem efficiens δ κ. Dico quod ipsa δ κ, ex binis nominibus est sexta. Construantur etenim eadem quæ & in præcedentibus. Et quoniam α β bina media potens, est diuisa in γ, ipsæ igitur (per 41 decimi) α γ, γ β, potentia sunt incommensurabiles efficientes compositum ex earum quadratis medium, & quod sub ipsis medium & insuper incommensurabile composito ex earum quadratis. Quare per ea quæ ostensa sunt, medium est utrumq; ipsorum δ λ, μ ζ. Et ad rationalem δ ι comparatur, rationalis igitur est (per 22 decimi) utraq; ipsarum δ μ, μ κ, & ipsi δ ι longitudine incommensurabilis. Et quoniam conflatum ex ijs quæ ex α γ, γ β, incommensurabile est ei quod bis sub α γ, γ β, incommensurabile igitur est (per secundam partem 11 decimi) δ λ ipsi μ ζ. Incommensurabilis igitur est (per primam sexti & 11 decimi) & δ μ ipsi μ κ. Ipsæ igitur δ μ, μ κ, rationales sunt potentia tantum cõmensurabiles, ex binis igitur nominibus est δ κ. Dico quod & sexta. Similiter nanq; rursus ut prius demonstrabimus, quia quod sub δ κ, κ μ, æquum est ei quod ex ν κ, & quod δ κ ipsi κ μ longitudine incommensurabilis est.*

bilis est, ac id propterea δμ ipsa μν maius potest eo quod ex sibi longitudine cõmensurabili, & neutra ipsarum δμ, μν, cõmensurabilis est expositæ rationali δο lõgitudine. Ipsa igitur δν (per secundas diffinitiones) ex binis est sexta nominibus, quod erat ostendendũ.

Eucli. ex Camp. Propositio 60

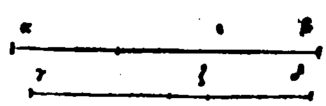
60 OMnis linea cuilibet binomiorum cõmunicans, sub eadem specie binomium esse probatur.



CAMPANVS. Sit linea a binomium cuiuscuis speciei, sitq; linea b ei cõmunicans in longitudine. Dico lineam b esse binomium eiusdem speciei cuius a, sint enim binomiales portiones a, c & d, eruntq; ambæ rationales in potentia tãtum communicantes per 50. linea uero b diuidatur per 11 sexti secũdũ proportionem c ad d, in e & f, eritq; per coniunctam & euersam & permutatam proportionalitatem c ad e, & d ad f, sicut a ad b. Cum sint igitur a & b communicantes, erunt etiam per primam partem 10 c & e, itemq; d & f, cõmunicantes. Si igitur fuerit c rationalis in potentia tantũ, erit & e, si autẽ in lõgitudine, & e. Eodemq; modo si d est rationalis in potentia tantum uel etiam in lõgitudine, erit quoq; & f similiter, & ex 11 si potentior est c, d, in quadrato lineæ sibi cõmensurabilis in lõgitudine, uel si forte incõmensurabilis, erit & e potentior f in quadrato lineæ sibi cõmensurabilis uel etiam incõmensurabilis, necesse est ex diffinitionibus sex specierum binomiorũ, ut eiusdem speciei binomij sint a & b. Si autem linea d cõmunicet binomio a in potentia tantum erit etiam & sic linea b. Binomiũ autem eiusdem esse speciei non est necessarium, immo impossibile est ut ambæ simul cadant sub prima specie binomiorũ uel sub secũda, quarta uel quinta, sed necesse est ut ambo cadãt sub primis tribus aut ambo sub tribus postremis, unum enim eorum esse in aliqua ex tribus primis speciebus, & aliud in aliquã ex tribus postremis, est impossibile. Cum enim a cõmunicet cum b in potentia tantum c quoq; cum e, & d cum f communicabit tãtum in potentia ex 10. Si igitur alterutra duarum linearum c & d fuerit rationalis in longitudine, non erit sua compar ex lineis e & f rationalis in lõgitudine. Non est itaq; possibile ut a & b cadant simul sub aliqua ex illis speciebus binomiorũ, in quibus altera duarum portionum binomij est rationalis in longitudine, hæ autem species sunt, prima & secũda, quarta & quinta. At uero quia per 11 duæ lineæ c & e simul potentiores sunt duabus lineis d & f in quadratis duarum linearum sibi in longitudine communicantium aut incommunicantium, necesse est ut ambo binomia a & b simul cadant sub primis tribus speciebus binomiorum aut simul sub tribus postremis ex diffinitione ipsarum specierum. Lineam antem b quid dubitas esse binomium? cum sint enim c & e communicantes in potentia tantum, similiter quoq; d & f, sint autem c & d rationales in potentia, conuincitur e & f esse rationales in potentia tantum, quæ quia non communicant in longitudine sicut nec eis proportionales c & d, ipsæ componunt indubitanter binomium per 50 huius.

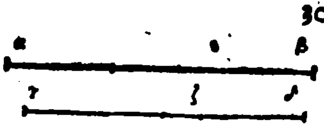
Eucli. ex Zamb. Theorema 6 Propositio 29

66 Ei quæ ex binis nominibus longitudine commensurabilis, ipsa quoq; ex binis nominibus est ac in ordine eadem.



THEON ex Zamb. *Esto ex binis nominibus αβ & ipsi αβ longitudine cõmensurabilis esto γδ. Dico quod ipsa γδ ex binis nominibus est, & in ordine ipsi αβ eadem. Quoniam enim (per 42 decimi) ex binis nominibus est αβ, diuidatur in nomina in ε, sit maius nomen αε. Ipsæ igitur αε, εβ, rationales sunt potentia tantum cõmensurabiles. Fiatq; sicut αβ ad γδ, sic αε ad γζ. Et reliqua igitur εβ, ad reliquam ζδ, (per 19 quinti) est sicut αβ ad γδ. Commensurabilis autem est (per hypothesin) αβ ipsi γδ longitudine. Cõmensurabilis igitur est (per 11 decimi) & ipsa αε ipsi γζ, & εβ ipsi ζδ. Suntq; rationales ipsæ αε & εβ, rationales igitur sunt (per 11 decimi) & ipsæ γζ, ζδ. Et quoniã est sicut αε ad γζ, sic est εβ ad ζδ, uicissim igitur (per 16 quinti) sicut αε ad εβ, sic est γζ ad ζδ. Ipsæ autem αε, εβ, tantum potentia sunt cõmensurabiles, & ipsæ γζ, ζδ, igitur potentia tantum sunt cõmensurabiles, suntq; rationales ex binis igitur nominibus est ipsa γδ. Dico iam quod in ordine est eadem ipsi αβ. Ipsa αε, ipsa εβ aut maius potest eo quod ex sibi cõmensurabili, uel eo quod ex sibi incõmensurabili. Si uero αε ipsa εβ maius potest eo quod ex sibi cõmensurabili, & γζ ipsa ζδ (per 14 decimi) maius poterit eo quod ex sibi commensurabili. Et si αε expositæ rationali cõmensurabilis fuerit, & γζ eidem commensurabilis erit (per 11 decimi.) Idq; propterea utraq; ipsarum αβ, γδ, ex binis nominibus est prima, hoc est in ordine eadem. Si uero εβ commensurabilis est ipsi expositæ rationali, & ζδ eidem commensurabilis est. Ac per hoc rursus in ordine eadem est*

ipsi αβ

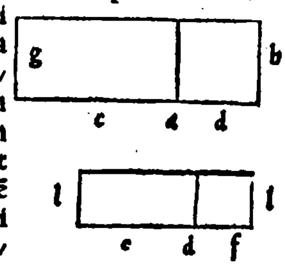


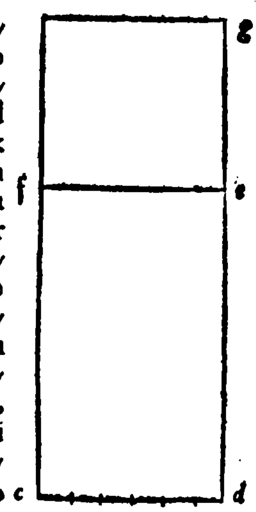
ipsi α β, utraq; enim ipsarũ est ex binis nominibus secunda. Si uero neutra ipsarum α ε, ε β, cõmensurabilis est expositæ rationali, neutra etiam ipsarũ γ ζ, ζ δ, eidem erit commensurabilis, & utraq; tertia est. Si autem α ε ipsa ε β maius potest eo quod ex sibi incommensurabili, & γ ζ, ipsa ζ δ maius poterit eo quod ex sibi incommensurabili, & si α ε exposita rationali commensurabilis est, & γ ζ eidem cõmensurabilis est, & utraq; erit quarta. Si autem ε β, & ζ δ, & erit utraq; quinta. Si uero neutra ipsarum α ε, ε β, & ipsarum γ ζ, ζ δ neutra commensurabilis est expositæ rationali, eritq; utraque sexta. Quare ei quæ ex binis nominibus longitudine commensurabilis, ex binis nominibus est, & in ordine eadem, quod erat ostendendum.

Eucli. ex Camp. Propositio 61

61 OMnis linea alterutri bimedialium commensurabilis, sub eadem specie bimedialis esse ex necessitate conuincitur.

CAMPANVS. Veritatem habet quod dicitur, siue in longitudine, siue etiam in potentia tantum cõmunicet aliqua linea alterutri bimedialium. Sint enim duæ lineæ cõmunicantes a & b quouis duorum modorum prædictorũ, sitq; a bimediale primum uel secundum, dico quod etiam b est bimediale primum uel secundum, prout fuerit a. Diuiso enim a bimediali in suas bimediales portiones ex quibus componitur per 31 & 32 quæ sint c & d, b quoq; diuisa in e & f secundum proportionẽ c ad d ut docet 12 sexti, positaq; g superficie contenta sub c & d, & k sub e & f, & posito h quadrato d, & l, f, erit per coniunctã & euersam & permutatam proportionalitatẽ quemadmodũ in præmissa c ad e & d ad f, sicut a ad b: sicut igitur ex positione a & b sunt cõmunicantes, siue hoc sit in longitudine siue in potentia, sic c & e, itemq; d & f, similiter erunt cõmunicantes. At quia c & d sunt mediales potentia tantũ communicantes, sequitur ex 12 ut e & f sint etiam mediales, & ex 10 potentia tantum cõmunicantes, cum ipsæ per hypothesin sint proportionales c & d. Cumq; sit per primam sexti g ad h, sicut c ad d & k ad l sicut e ad f, erit g ad h sicut k ad l, & permutatim g ad k sicut h ad l. Quia igitur h est cõmunicans l, eo quod duo eorum latera quæ sunt d & f cõmunicant in longitudine uel in potentia secundum quod a & b in alterutro eorum cõmunicant, sequitur ex 10 ut g & k quoq; subinuicem cõmunicent: erit igitur k rationalis aut medialis prout fuerit g, ex diffinitione superficiei rationalis aut 21. In hoc enim tantum differt bimediale primũ a bimediali secũdo, quod portiones bimedialis primi in quas secũdum suum terminũ diuiditur, continent superficiẽ rationalem, bimedialis autẽ secundi, medialem. Si igitur a fuerit bimediale primũ, erit superficies g rationalis, quare & k, & ideo b bimediale primũ per 31. Quod si a fuerit bimediale secũdum, erit superficies g medialis, ob hoc etiam & k, b itaq; per 32 erit bimediale secundum, quare constat propositũ. Idem aliter. Ad lineam rationalem c d (posita a alterutro bimedialium, & b sibi in longitudine uel potentia cõmunicante) adiungatur superficies c e æqualis quadrato a, & f g æqualis quadrato b, eruntq; superficies c e & f g cõmunicantes, eo quod quadrata eis æqualia quæ sunt quadrata linearum a & b sunt cõmunicantia ex hypothesi: ex prima igitur sexti & decima huius, necesse est duas lineas d e & e g esse cõmunicantes. Et quia si a fuerit bimediale primum, linea d e erit binomium secũdum per 55, ideoq; e g etiam binomium secundum per præmissam, quare latus tetragonicũ superficiei f g (& ipsum est b) bimediale primũ per 49, at uero si a fuerit bimediale secũdum linea d e erit binomium tertium per 56, ideo e g est binomium tertium pet præmissam, quare & latus tetragonicũ superficiei f g (& ipsum est b) bimediale secundum per 50, manifestũ est igitur uerum esse quod proponitur.



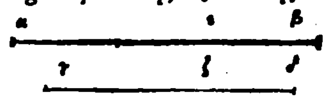


Eucli. ex Zamb. Theorema 49 Propositio 67

67 Ei quæ ex binis medijs longitudine cõmensurabilis, & ipsa ex binis est medijs, & in ordine eadem.

THEON ex Zamb. *Esto ex binis medijs α β, & ipsi α β cõmensurabilis esto longitudine γ δ. Dico quod γ δ ex binis est medijs, & in ordine ipsi α β eadem. Quoniam enim α β ex binis medijs est diuisa in medias in ε, ipsæ igitur α ε, ε β (per 37 & 38 decimi) mediæ sunt potentia tantum cõmensurabiles.*

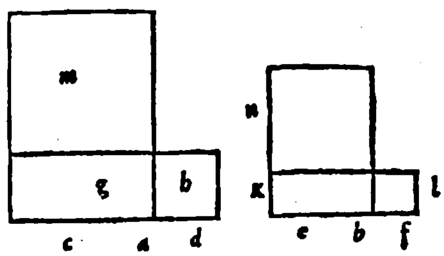
rabiles. Fiatq; (per 11 sexti) sicut αβ ad γδ, sic αε ad γζ, & reliqua igitur εβ ad ζδ, reliquā (per 19 quinti) est sicut αβ ad γδ. Cōmensurabilis autem est αβ ipsi γδ longitudine, cōmensurabilis igitur est & αε ipsi γζ, & εβ ipsi ζδ, suntq; mediæ ipsæ αε, εβ, mediæ igitur sunt & γζ, ζδ. Et quoniam est sicut αε ad εβ, & γζ ad ζδ, ipsæ autem αε, εβ, potentia tantum sunt cōmensurabiles, & ipsæ igitur γζ, ζδ, potentia tantum sunt cōmensurabiles. ostensum autem quod mediæ. Ipsa igitur γδ, ex binis est medijs. Dico quod & in ordine eadem est ipsi αβ. Quoniam enim est sicut αε ad εβ, sic est γζ ad ζδ, & sicut igitur quod ex αε ad id quod sub αε, εβ, sic quod ex γζ ad id quod sub γζ, ζδ. Vicißim igitur (per 16 quinti) sicut quod ex αε ad id quod ex γζ, sic quod sub αε, εβ, ad id quod sub γζ, ζδ. Commensurabile autem est quod ex αε ei quod ex γζ. Cōmensurabile igitur & quod sub αε, εβ, ei quod sub γζ, ζδ. Si igitur rationale est quod sub αε, εβ, & quod sub γζ, ζδ, rationale est, ac per hoc est ex binis medijs prima. Si autem medium fuerit quod sub αε, εβ, medium erit & quod γζ, ζδ, & utraq; est secunda, ac per hoc & γδ erit ipsi αε in ordine eadem. Quod erat ostendendum.

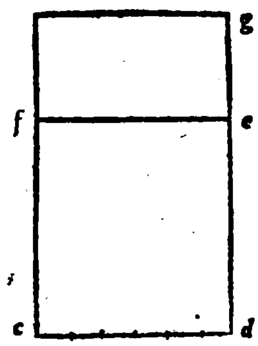


Eucli ex Camp. Propositio 62

62 **Omnis linea communicans lineæ maiori, est linea maior.**

CAMPANVS. Et hæc quoq; ueritatē habet, si utrolibet modo cōmunicans fuerit aliqua linea lineæ maiori. Esto enim a linea maior, b uero quouis sibi cōmunicans modo, erit b linea maior. Diuisa nanq; a in eas portiones ex quibus constat per 39 quæ sunt c & d, & b secundum earum proportionē in e & f, positoq; quod g sit superficies contenta sub c & e, & k sub e & f, & m & h sint quadrata c & d, at n & l, e & f, erit m ad h sicut n ad l, per secundam partem 22 sexti, & coniunctim m & h ad h, sicut n & l ad l, & permutatim m & h ad n & l, sicut h ad l, quia ergo h cōmunicat cum l eo q̄d d cōmunicat cum f, aut in lōgitudine aut in potentia prout a cōmunicat cum b, sequitur ut ambo quadrata m & h pariter accepta cōmunicent cum ambobus quadratis n & l pariter acceptis. Cum itaque duo prima pariter accepta sint rationale per 39, erunt quoq; & duo postrema rationale per diffinitionē. At quia superficiē k necesse est esse medialē sicut g ex 21, lineasq; e & f esse incōmensurabiles in potentia sicut c & d ex 16, cōcluditur per 39 lineam b esse lineam quæ dicitur maior, quod est propositū. Idem aliter. Cum sit a linea maior cui b cōmunicat siue hoc fuerit in longitudine siue in potentia, sumpta linea rationali quæ sit c d, adiūgatur superficies ei c e, æqualis quadrato lineæ a, deinde f g æqualis quadrato lineæ b. Cum igitur quadrata duarū linearum a & b sint cōmunicantia ex hypothesi, erit superficies c e cōmunicans superficiei f g, ideoq; per primam sexti & 10 huius linea d e lineæ e g in longitudine. At quia ex 57 linea d e est binomiū quartum, erit quoq; per 60 linea e g binomium quartum, igitur ex 51 linea b potens in superficiem f g, est linea maior.

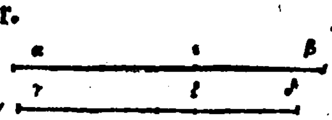




Eucli. ex Zamb. Theorema 50 Propositio 68

68 **Maiori commensurabilis, eadem quoq; maior.**

THEON ex Zamb. Esto maior αβ, & ipsi αβ cōmensurabilis esto γδ. Dico quod & γδ maior est. Diuidatur αβ in ε. Ipsæ igitur αε, εβ (per 39 decimi) potentia sunt incōmensurabiles, efficientes quidem conflatum ex earum quadratis rationale, quod uero sub ipsis medium. Fiantq; eadem quæ in præcedentibus. Et quoniam est (per 2 sexti) sicut αβ ad γδ, sic est αε ad γζ & εβ ad ζδ, cōmensurabilis autem est αβ ipsi γδ, cōmensurabilis igitur est & utraq; ipsarū αε, εβ, utriq; ipsarū γζ, ζδ. Et quoniam est sicut αε ad γζ, sic εβ ad ζδ, & uicißim (per 16 quinti) sicut αε ad εβ, sic est γζ ad ζδ. Et componendo igitur (per 18 quinti) sicut αβ ad εβ, sic γδ ad ζδ, & sicut igitur (per 22 sexti) quod ex αβ ad id quod ex εβ, sic quod ex γδ ad id quod ex ζδ. Similiter iam demonstrabimus quod & sicut quod ex αβ ad id quod ex αε, sic quod ex γδ ad id quod ex γζ. Et sicut igitur (per 11 quinti) quod ex αβ ad ea quæ ex αε, εβ, sic quod ex γδ, ad ea quæ ex γζ, ζδ. Et uicißim igitur (per 16 quinti) sicut quod ex αβ ad id quod ex γδ, sic quæ ex αε, εβ, ad ea quæ ex γζ, ζδ. Commensurabile autem est id quod ex αβ, ei quod ex γδ. Cōmensurabilia sunt igitur & quæ ex αε, εβ, eis quæ ex γζ, ζδ. Suntq; quæ ex αε, εβ, simul, rationale, & quæ ex γζ, ζδ, simul, rationale. Similiter autem & quod bis sub αε, εβ, commensurabile est ei quod bis sub γζ, ζδ. At quod bis sub αε, εβ, medium est: medium igitur est & quod bis sub γζ, ζδ. Ipsæ igitur γζ, ζδ, potentia sunt incōmensurabiles, efficientes



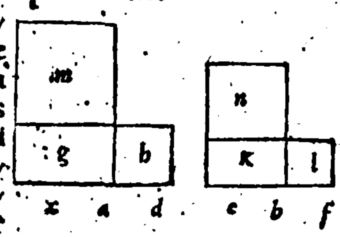
conflatum

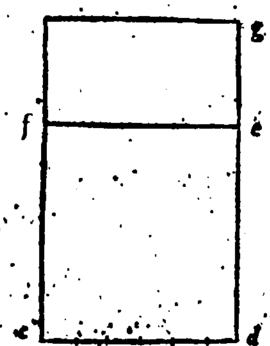
conflatum ex earum quadratis simul rationale, & quod bis sub ipsis medium. Tota igitur γ δ (per 57 decimi) irrationalis est, maior appellata. Maiori igitur cōmensurabilis, & eadem maior est, quod ostendendū fuerat.

Eucli. ex Camp. *Propositio 63*

63 SI qua linea lineæ potenti in rationale & mediale cōmunicet, ipsa in rationale & mediale potens esse comprobatur.

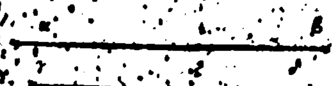
CAMPANVS. Verum quoq; est, φ qualitercūq; linea aliquā sit cōmunicans potenti in rationale & mediale siue in longitudine siue in potentia tantū, ipsa etiam est potens in rationale & mediale, quod sicut prius duplici modo probatur, necesse est autem quantū ad primum modum, φ sicut duæ lineæ c & d sunt in potētia incōmensurabiles, ita sint etiam e & f per 10, & φ queadmodum g est superficies rationalis (nam talem continet portiones lineæ potentis in rationale & mediale) ita etiā per diffinitionē sit k rationalis, & quemadmodū duo quadrata m & h pariter accepta sunt mediale, sic etiam per 21 duo quadrata n & l pariter accepta erunt mediale, igitur ex 54 b est potēs in rationale & mediale. Quantum autem ad secundum modum, necesse est ex 58, ut linea d e sit binomium quintū, ideoq; & per 60 linea e g est binomium quintū, quare per 52 latus tetragonicū superficiei f g, quod est b, erit linea potens in rationale & mediale, quod est propositum.





Eucli. ex Zamb. *Theorema 51* *Propositio 69.*

69 Rationale ac medium potenti commensurabilis, & eadem rationale ac medium potens est.



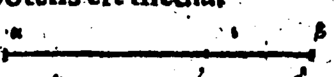
THEON ex Zamb. *Esto rationale mediumq; potens α β, & ipsi α β cōmensurabilis esto γ δ. Ostendendū quod & γ δ rationale ac mediū potens est. Distribuatur (per 46 decimi) α β in rectas lineas in ε. Ipsæ igitur α ε, ε β, (per 40 decimi) potentia sunt incōmensurabiles, efficientes quidem compositū ex earū quadratis medium, quod uero sub ipsis rationale, & eadem construantur quæ in præcedentibus. Similiter iam demonstrabimus quod γ ζ, ζ δ, potentia sunt incōmensurabiles, & cōmensurabile est conflatū ex ijs quæ ex α ε, ε β, conflato ex ijs quæ ex γ ζ, ζ δ, quod autem sub α ε, ε β, ei, quod sub γ ζ, ζ δ. Quare & conflatū ex ijs quæ ex γ ζ, ζ δ, quadratis, medium est, quod uero sub γ ζ, ζ δ, rationale. Rationale igitur est ac medium potens, ipsa γ δ. Quod erat ostendendum.*

Eucli. ex Camp. *Propositio 64*

64 OMnis linea cōmunicans potenti in duo medialia, ipsa quoq; potens est in duo medialia. CAMPANVS. Hæc quoq; manētibus eisdem dispositione & positiōibus, eo duplici modo quo præmissæ probabitur uera esse, siue in lōgitudine siue in potentia cōmunicet linea b cum linea a potente in duo medialia. Quantū enim ad primum argumētationis modum erit per 55 superficies g medialis, ideoq; & k per 21, cum cōmunicet ei, duo quoq; quadrata m & h pariter accepta erunt ex eadem 55 mediale, ideoq; duo n & l pariter accepta per 21. At quia duo quadrata m & h pariter accepta ex prædicta 55 sunt incōmensurabile duplo superficiei g sequitur per 10 & nostras positiones ut duo quoq; l & n pariter accepta sint incōmensurabile duplo superficiei k, cum itaq; sint e & f incōmensurabiles in potentia quemadmodum c & d, erit ex 55 linea b potens in duo medialia. Quantū autem ad secūdum solitæ argumētationis modum erit per 59 d e binomiū sextū, ideoq; etiā per 60 linea e g erit binomiū sextū, quare per 55 latus tetragonicū superficiei f g quod est b, erit potens in duo medialia. Quod est propositū.

Eucli. ex Zamb. *Theorema 52* *Propositio 70*

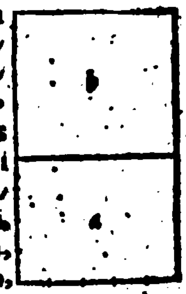
70 Bina potenti media commensurabilis, bina potens est media.



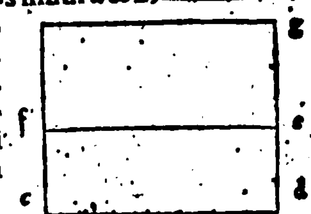
THEON ex Zamb. *Esto bina potens media α β, & ipsi α β cōmensurabilis esto γ δ. Ostendendū quod & γ δ, bina potēs est media. Quoniā enim bina potens est media α β, distribuatur (per 47 decimi) in rectas lineas in ε, igitur α ε, ε β, (per 41 decimi) potentia sunt incōmensurabiles, efficientes conflatum ex ipsarū quadratis medium, & quod sub ipsis medium, & incōmensurabile est conflatū ex ipsarū α ε, ε β, quadratis, ei quod sub α ε, ε β. Construātur eadem quæ in præcedentibus. Similiter iam demonstrabimus quod & ipsæ γ ζ, ζ δ, potentia sunt incōmensurabiles, & compositū ex ijs quæ ex α ε, ε β, composito ex ijs quæ ex γ ζ, ζ δ, cōmensurabile est: quod autem sub α ε, ε β, ei quod* sub γ ζ, ζ δ, quare & conflatũ ex ipsarũ γ ζ, ζ δ, quadratis medium est, & quod sub ipsis γ ζ, ζ δ medium, & insuper hic cõmensurabile est conflatũ ex ipsarũ γ ζ, ζ δ, quadratis, ei quod sub γ ζ, ζ δ. Ipsa igitur γ δ, bina potẽs est media, quod ostendere oportuit.

Eucli. ex Camp. Propositio 65

65 SI duæ superficies quarum altera rationalis altera uero medialis, coniungãtur, linea potens in totam superficiem inde compositã aliqua erit quatuor irrationaliũ linearũ, uidelicet aut binomium, aut bimediale primũ, aut linea maior, aut potens in rationale & mediale.

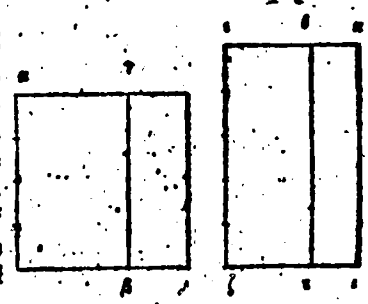


CAMPANVS. Vt si a sit rationalis superficies, & b medialis, erit linea potens in totã a b, aliqua præmissarũ quatuor. Sit enim linea c d rationalis, cui adiũgatur c e æqualis a, & f g æqualis b, eritq; ex 16 linea d e rationalis in longitudine, cõmunicans lineæ c d rationali positæ, & ex 20 linea e g rationalis in potentia tantũ, & ex 30 linea d g binomium, cuius cum altera binomialiũ portionũ quæ est d e, sit rationalis in longitudine cõmunicans lineæ rationali positæ quæ est c d, ipsum erit ex diffinitione specierũ binomij aut binomiũ primum, aut secundũ, aut quartũ, aut quintũ: tertiũ autem aut sextum nõ erit, ex diffinitione, itaq; ex 44, 49, 51, & 52, linea potens in totam c g quæ est æqualis duabus simul a & b, erit aut binomiũ, aut bimediale primum, aut linea maior, aut potens in rationale & mediale, quod est propositũ. Bimediale uero secundũ, aut potẽs in duo medialia nõ erit, quoniã si esset bimediale secundũ, esset ex 56 linea d g binomium tertiũ, quod si esset potens in duo medialia, esset ex 59 linea d g binomiũ sextũ, sed neutrũ erat. Vnde patet nostra intentio.



Eucli. ex Zamb. Theorema 55 Propositio 71

71 Rationali ac medio cõpositis, quatuor fiunt irrationales, quæ ex binis nominibus, quæ ex binis prima medijs, maior, ac rationale mediumq; potẽs.

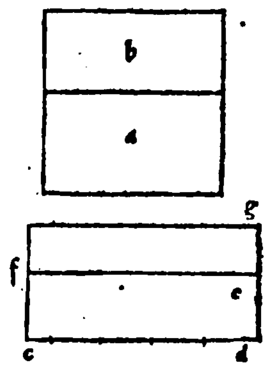


THEON ex Zamb. Sit rationale α β, mediũ autẽ γ δ. Dico quod ipsam α δ areolam potẽs, aut ex binis nominibus est, aut ex duobus prima medijs, aut maior, aut rationale mediumq; potens. Ipsa etenim α β, ipsa γ δ aut maior aut minor est. Esto prius maior, exponaturq; rationalis ε ζ, cõpareturq; (per 44 primi) ad ipsam ε ζ ipsi α β æqua areola ε η, latitudinẽ efficiens ε θ. Ipsi autẽ γ δ æquũ ad ε ζ, hoc est θ η cõparetur θ ι latitudinẽ efficiens θ κ. Et quoniã rationale est α β, & æquale est ipsi ε η, rationale igitur est & ε η. Et ad ipsam rationalẽ ε ζ cõparatur, latitudinẽ efficiens ε θ, rationalis igitur est ε θ, & cõmensurabilis est ipsi ε ζ longitudine. Rursus quoniã medium est γ δ, & æquũ est ipsi θ ι, mediũ igitur est & θ ι. Et ad rationalẽ ε ζ cõparatur, hoc est ad ipsam θ η, latitudinẽ efficiens θ κ, rationalis igitur est θ κ, & ipsi ε ζ lõgitudine incõmensurabilis. Et quoniã medium est γ δ, rationale autẽ α β, incõmensurabile igitur est α β ipsi γ δ, quare & ε η incõmensurabile est ipsi θ ι. Sicut aũt ε η ad θ ι, sic (per 1 sexti) est ε θ ad θ κ. Incõmensurabilis igitur est (per 11 decimi) & ε θ, ipsi θ κ longitudine. Et ambæ sunt rationales, ipsæ igitur ε θ, θ κ, rationales sunt, potẽtia tantũ cõmensurabiles, ex binis igitur nominibus est ε κ, diuisa in θ. Et quoniã maius est α β ipso γ δ, æquũ autẽ est α β ipsi ε η, & γ δ ipsi θ ι, maius igitur est ε η ipso θ ι, & ε θ igitur maior est ipsa θ κ. Igitur ε θ, ipsa θ κ maius potest, aut eo quod ex sibi longitudine cõmensurabili, aut eo quod ex sibi incõmensurabili. Possit prius maius eo quod ex sibi cõmensurabili. Estq; maior ε θ cõmensurabilis expositæ rationali ε ζ. Ipsa igitur ε κ (per secũdas diffinitiones) ex binis nominibus est prima. Rationalis autẽ est ε ζ. Si areola uero cõprehendatur sub rationali & ex binis nominibus prima, quæ areolam potest, ex binis nominibus est (per 54 decimi.) Igitur quæ ipsum ε ι potest, ex binis nominibus est. Quare & ipsum α δ potens, ex binis nominibus est. Possit uero ε θ ipsa θ κ, maius eo quod ex sibi incõmensurabili, estq; maior ε θ, cõmensurabilis ipsi ε ζ expositæ rationali lõgitudine. Ipsa igitur ε κ, ex binis nominibus est quarta. Rationalis aũt est ε ζ. Si uero areola cõprehendatur sub rationali ac ex binis quarta nominibus, quæ areolam potest, irrationalis est appellata maior (per 57 decimi.) Igitur quæ ipsam ε ι potest areolã, maior est. Quare & ipsam α δ potens maior est. Sed iam esto minus α β ipso γ δ, & ε η igitur, ipso θ ι minus est, quare & ε θ, minor est ipsa θ κ. At θ κ ipsa ε θ maius potest, aut eo quod ex sibi cõmensurabili, aut eo quod ex sibi incõmensurabili. Possit prius maius eo quod ex sibi cõmensurabili longitudine, & minor ε θ est, cõmensurabilis longitudine ipsi ε ζ expositæ rationali, ipsa igitur ε κ, ex binis nominibus est secũda. Rationalis autẽ est ε ζ. Si uero areola cõprehendatur sub rationali, & ex binis secũda nominibus, quæ areolã potest, ex binis est prima medijs (per 55 decimi) quæ igitur ipsam ε ι potest areolam, ex binis est prima medijs. Quare & quæ ipsam α δ areolam potest, ex binis medijs est prima. Atqui θ κ, ipsa ε θ maius possit, eo quod ex sibi incõmensurabili, & minor ε θ est, cõmensurabilis expositæ rationali ε ζ. Ipsa igitur ε

κ, ex

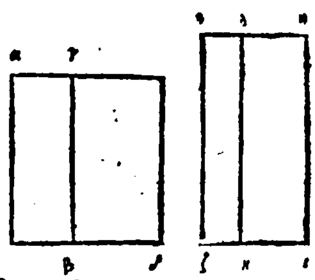
η, ex binis nominibus est quinta. Rationalis autē est ε ζ. Si uero areola cōprehendatur sub rationali & ex binis nominibus quinta, quæ areolam potest, rationale ac medium potens est (per 58 decimi.) Quæ igitur ipsam ε ι areolam potest, rationale ac medium potest, quare & ipsam α δ areolam potens, rationale ac medium potest. Rationali igitur ac medio cōpositis, quatuor irrationales fiunt, quæ ex binis nominibus, quæ ex binis prima medijs, maior, & rationale mediumq; potens, quod demonstrasse oportuit. Eucli. ex Camp. Propositio 66

66 Cum cōiunctæ fuerint duæ superficies mediales incōmensurabiles linea potēs in totam superficiē alterutra erit duarū irrationaliū linearū, uidelicet aut bimediale secūdū, aut potēs in duo medialia.



CAMPANVS. Vt si a & b sint duæ superficies mediales incōmensurabiles (si enim essent cōmensurabiles, esset cōposita ex eis medialis ex 9 & 21, quare & linea potēs in eā, medialis ex 19) dico φ linea potens in cōpositam ex ambabus, erit aut bimediale secundū, aut potens in duo medialia. Sit quidē linea c d, rationalis, superficies uero sibi adiuncta c e æqualis a, & superficies f g æqualis b, eritq; ex 20 linea d e, similiter quoq; linea e g, rationalis in potētia tantū. Cumq; superficies c e & f g, sint incōmensurabiles sicut a & b eis æquales, ideoq; lineæ d e & e g ex prima sexti & 10 huius, erit ex 30 linea d g binomiū. Cuius cum utraq; binomialiū portionū quæ sunt d e & e g, sit incōmensurabilis lineæ rationali positæ quæ est c d, ipsum erit ex diffinitione binomiū tertiū aut sextū. Linea ergo potens in totā c g æqualem cōpositæ ex a & b, erit ex 50 & 53, aut bimediale secundū, aut potēs in duo medialia. Quod est propositū. Eucli. ex Zamb. Theorema 54 Propositio 72

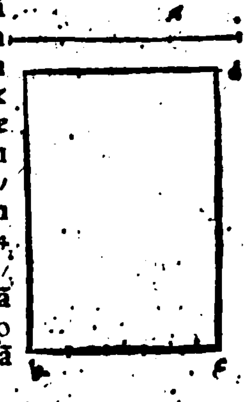
72 Binis medijs adinuicem incōmensurabilibus cōpositis, reliquæ duæ irrationales fiunt; quæ ex binis secunda medijs, & quæ bina potens est media.



THEON ex Zamb. *Cōponantur etenim bina media adinuicē incommensurabilia α β, γ δ. Dico quod α δ areolā potens, aut ex binis est secūda medijs, aut bina potēs est media. Ipsum nanq; α β ipso γ δ aut maius est aut minus. Sit prius maius α β ipso γ δ, exponaturq; rationalis ε ζ, & ipsi α β æquū ad ipsam ε ζ (per 45 primi) cōparetur ε η, latitudinē efficiens ε θ, ipsi autē γ δ æquū θ ι, latitudinē efficiens θ κ. Et quoniā utrunq; ipsorū α β, γ δ, mediū est, & utrūq; igitur ipsorū ε η, θ ι, mediū est. Et ad ipsam ε ζ rationalē cōparatur, latitudinē efficiēs ipsas ε θ, θ κ, utraq; igitur ipsarū ε θ, θ κ, rationalis est (per 22 decimi) & ipsi ε ζ lōgitudine incōmensurabilis. Et quoniam α β ipsi γ δ incōmensurabile est, & æquū est α β quidē ipsi ε η, & γ δ ipsi θ ι, incōmensurabile igitur est & ε η ipsi θ ι. Sicut autē (per 1 sexti) ε η ad θ ι, sic est ε θ ad θ κ, incōmensurabilis igitur est (per 11 decimi) ε θ ipsi θ κ lōgitudine. Ipsæ igitur ε θ, θ κ, rationales sunt, potētia tantum cōmensurabiles. Ipsa igitur ε κ, ex binis nominibus est. Ipsa autē ε θ ipsa θ κ aut maius potest eo quod ex sibi cōmensurabili, aut eo quod ex sibi incōmensurabili. Poßit prius maius eo quod ex sibi cōmensurabili longitudine, & neutra ipsarū ε θ, θ κ, cōmensurabilis est longitudine ipsi ε ζ expositæ rationali. Ipsa igitur ε κ (per 50 decimi) ex binis est tertia nominibus. Rationalis autē est ε ζ. Si uero areola cōprehendatur sub rationali & ex binis nominibus tertia, quæ areolam potest, ex binis est secūda medijs (per 56 decimi.) Quæ areolam igitur ε ι, hoc est α δ potest, ex binis est secūda medijs. Sed iam ε θ ipsa θ κ, maius poßit, eo quod ex sibi lōgitudine incōmensurabili. Et quoniā incōmensurabilis est utraq; ipsarū ε θ, θ κ, ipsi ε ζ lōgitudine, ipsa igitur ε κ ex binis est sexta nominibus (per 53 decimi.) Si uero sub rationali & ex binis sexta nominibus areola cōprehendatur, quæ areolā potest, bina potēs est media (per 59 decimi.) Quare & quæ α δ potest areolā, bina potens est media. Similiter iam ostendemus, quod & si minor fuerit α β ipsa γ δ, quæ ipsam α δ areolā potest, aut ex binis est secūda medijs, aut bina potēs est media. Binis igitur medijs inuicē incōmensurabilibus cōpositis, reliquæ irrationales fiūt, quæ ex binis secūda medijs & quæ bina potens est media. Quod erat ostendendū.* Eucli ex Camp. Propositio 67

67 Cum posita fuerit linea binomialis cæteræq; irrationales sequentes eam, non erit earum aliqua sub termino alterius.

CAMPANVS. Vult quod si linea aliqua ut a, fuerit aliqua ex sex præhabitis lineis irrationalibus quæ sunt binomium & eius quinq; comites, ipsa nō erit aliqua aliarū. Si enim quadrato eius æqualis superficies adiungatur ad lineam rationalem b c quæ sit b d, si quidem a fuerit binomiū, erit ex 54 linea c d binomiū primum. Quæ si fuerit bimediale primum, erit c d ex 55 binomium secundum. Si autem bimediale secūdum, erit c d ex 56 binomium tertium. Et si linea maior, erit c d ex 57 binomium quartū. At si potens in rationale & mediale, aut si potens in duo medialia, erit ex 58 c d binomium quintum, aut ex 59 binomiũ sextum. Et quia impossibile est c d esse simul sub diuersis speciebus binomiorũ a diffinitione, est impossibile a esse simul sub diuersis speciebus sex præhabitarũ linearum irrationaliũ. De linea autẽ mediali constat quod ipsa quoq; non sit aliqua sex sequentiũ, uidelicet neq; binomium, neq; aliqua ex ipsius comitibus. Cum enim superficies æqualis quadrato lineæ medialis adiungitur ad lineam rationalem, latus eius secundum est rationale in potentia ex 20. Cum autẽ superficies æqualis quadrato binomij, aut alicuius suarum comitũ, latus eius secundum est binomium, aut primum, aut secundum, & sic de cæteris per 54. quinq; eam sequentes. Quare ipsum est irrationale & in longitudine & in potentia per 30. Cum igitur sit impossibile eandem lineã esse rationalẽ in potẽtia, & irrationalẽ tam in longitudine q̃ in potentia, nimirũ impossibile lineã medialẽ esse binomialẽ, aut aliquã ex quinq; suis comitibus.



THEON

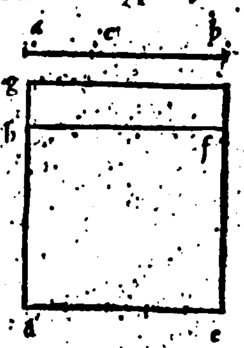
Quæ ex binis nominibus, & post ipsam irrationales, neq; mediæ, neq; inuicem sunt eædem. Quod enim ex media ad rationalem comparatũ, latitudinem efficit rationalem, & ei longitudine incõmensurabilem ad quam comparatur (per 22 decimi.) Quod ex ea quæ ex binis nominibus ad rationalem comparatũ, latitudinẽ efficit ex binis nominibus primam (per 60 decimi.) Quod ex ea uero quæ ex binis prima medijs ad rationalẽ comparatũ, latitudinẽ efficit ex binis nominibus secundam (per 61 decimi.) Quod ex ea autem quæ ex binis secunda medijs ad rationalem comparatũ, latitudinẽ efficit ex binis nominibus tertiam (per 62 decimi.) Verum quod ex maiore ad rationalẽ comparatũ, latitudinẽ efficit ex binis nominibus quartam (per 63 decimi.) Sed quod ex rationale ac medium potente ad rationalem comparatum, latitudinem efficit ex binis nominibus sextam (per 65 decimi.)

Quoniam prædictæ latitudines differunt & à prima & adinuicem, à prima quoniam rationalis est, adinuicem uero quia in ordine non sunt eædem, manifestum est quod & ipsæ irrationales adinuicem differunt.

Eucli. ex Camp. Propositio 68

68 SI linea de linea abscindatur, fuerintq; ambæ potentialiter tantũ rationales cõmunicãtes, reliqua linea erit irrationalis, diceturq; residuũ.

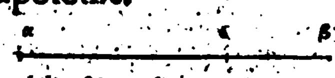
CAMPANVS. Sit linea b c abscisa ex a b, sintq; ambæ rationales tantum potentia cõmunicãtes, quales docuit inuenire 27 & 28, & hæ sunt quæ cõponunt binomium. Dico q a c reliqua est irrationalis & ipsa uocatur residuũ. Constat enim ex 7 secundi, quod quadrata duarũ linearũ a b & b c pariter accepta, quæ cõponunt superficiẽ rationalem ex hypothesi & diffnitione rationalis superficiei & 9 huius, tantũ sunt quantũ duplum superficiei a b & b c cum quadrato a c. Cumq; ex 19 superficies a b in b c sit medialis, ideoq; & duplũ eius mediale per 21, & ideo irrationale per 19, sequitur ut ambo quadrata duarũ linearũ a b & b c pariter accepta sint incõmensurabile duplo superficiei unius earũ in alterã, quare per 9, & quadrato lineæ a c. Ex diffinitione igitur quadratũ lineæ a c est irrationale, cũm ipsum sit incõmensurabile rationali, uidelicet, duobus quadratis duarũ linearũ a b & b c pariter acceptis, itaq; etiã ex diffinitiõe linea a c est irrationalis, quod est propositũ. Exẽplariter in figura, esto supficies e g æqualis duob. quadratis duarũ linearũ a b & b c pariter acceptis, eritq; rationalis, itemq; sit supficies d f æqualis duplo superficiei unius in alterã, eritq; ex 19 medialis, & erit ex 7 secundi supficies f g æqualis quadrato lineæ a c. Cumq; supficies e g sit incõmensurabilis supficiei d f, eadẽ erit ex 9 incõmensurabilis f g, quare f g irrationalis, & eius tetragonicũ latus a c.



Incipiunt hexades per aphæresin, hoc est per abscisionem.

Eucli. ex Zamb. Theorema 55 Propositio 75

75 Si à rationali rationalis auferatur, potentia tantum cõmensurabilis existens toti, reliqua irrationalis est, uocatur autem apotome.

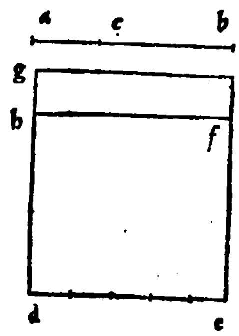


THEON ex Zamb. *A rationali nanq; α β rationalis auferatur β γ, potentia tantum toti cõmensurabilis existens. Dico quod reliqua α γ irrationalis est, apotome appellata. Quoniam α β ipsi β γ longitudine est incõmensurabilis, estq; (per lemma 21 decimi) sicut α β ad β γ sic quod ex α β ad id quod sub α β, β γ, incõmensurabile igitur est (per 11 decimi) quod ex α β, ei quod sub α β, β γ. Sed ei quidem quod ex α β, incõmensurabilia sunt quæ ex α β, β γ, quadrata, ei autem quod sub α β, β γ, commensura* mensurabile est quod bis sub $\alpha\beta,\beta\gamma$. Quæ igitur ex $\alpha\beta,\beta\gamma$, incõmensurabilia sunt ei quod bis sub $\alpha\beta,\beta\gamma$, & reliquo igitur quod ex $\alpha\gamma$, incõmensurabilia sunt ei quæ ex $\alpha\beta,\beta\gamma$, quoniam (per 5 secũdi) & quæ ex $\alpha\beta,\beta\gamma$, æqua sunt ei quod bis sub $\alpha\beta,\beta\gamma$, una cum eo quod ex $\gamma\alpha$. Rationalia autẽ sunt ea quæ ex $\alpha\beta,\beta\gamma$, quadrata, irrationalis igitur est linea $\alpha\gamma$, uocatur autẽ ipsa, apotome.

Eucli. ex Camp. Propositio 69

69 SI fuerit linea de linea abscisa, fuerintq́; ambæ mediales potentialiter tantum cõmunicantes superficiemq́ rationalẽ continentes, reliqua linea erit irrationalis, diceturq́ residuũ mediale primũ.

CAMPANVS. Sit linea b c, abscisa ex linea a b, sintq́ ambæ quales proponitur, quas ex 24 & 25 reperies, & hæ sunt quæ cõiungunt bimediale primum. Dico quod reliqua linea a c erit irrationalis, & ipsa dicitur residuũ mediale primum. Erunt enim ambo earum quadrata pariter accepta, mediale, duplum uero superficiei unius in alteram, rationale, itaq; ambo quadrata pariter accepta, incõmensurabile sunt duplo superficiei unius in alterã. Quia itaq; ambo quadrata pariter accepta componũtur ex duplo superficiei unius in alterã & quadrato lineæ a c, sequitur per 9 ut quadratũ lineæ a c sit incõmensurabile duplo superficiei unius in alterã, quare tam ipsum quadratũ quàm latus eius a c, est irrationale per diffinitionẽ, constat ergo propositum. Quod (quemadmodũ in præmisso) si libet potes declarare exemplariter in figura. Aliter idem sic. Sit linea d e rationalis in longitudine, cui adiungatur superficies d f, æqualis duplo superficiei unius in alterã, & superficies g e æqualis ambobus quadratis pariter acceptis, eritq́ per 7 secundi superficies f g, æqualis quadrato lineæ a c. Cum itaq; per hypothesin sit superficies e g medialis erit per 20 linea d g rationalis in potentia tantũ. Cum uero sit superficies e h rationalis per hypothesin, erit ex 16 linea d h rationalis in longitudine. Itaq; per 61, linea g h est residuũ, & irrationalis: ideoq́ per 16 à destructione consequẽtis superficies f g est irrationalis, & eius latus tetragonicũ quod est a c, est irrationale. Et sic patet propositũ.



Eucli. ex Zamb. Theorema 56 Propositio 74

74 Si à media auferatur media potentia tantum toti subsistens commensurabilis, cum tota uero rationale comprehendens, reliqua irrationalis est, uocetur uero mediæ apotome prima.

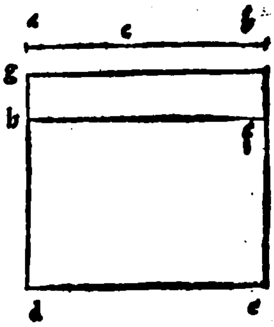
THEON ex Zamb. *A media nanq; $\alpha\beta$, media auferatur $\beta\gamma$ potentia tantum cõmensurabilis subsistens toti $\alpha\beta$, & cum ipsa $\alpha\beta$ rationale cõprehendens quod sub $\alpha\beta,\beta\gamma$. Dico quod reliqua $\alpha\gamma$ irrationalis est, appellaturq́; mediæ apotome prima. Quoniam enim $\alpha\beta,\beta\gamma$, mediæ sunt, media quoq; sunt quæ ex $\alpha\beta,\beta\gamma$. Rationale autẽ quod bis sub $\alpha\beta,\beta\gamma$, incõmensurabilia igitur sunt quæ ex $\alpha\beta,\beta\gamma$, ei quod bis sub $\alpha\beta,\beta\gamma$: & reliquo igitur ei quod ex $\alpha\gamma$ (per 16 decimi) incõmensurabile est quod bis sub $\alpha\beta,\beta\gamma$, quoniam & si tota uni carũ incõmensurabilis fuerit, & quæ in principio magnitudines, incõmensurabiles erunt (per 16 decimi.) Rationale autẽ est quod bis sub $\alpha\beta,\beta\gamma$, irrationale igitur q͛d ex $\alpha\gamma$. Irrationalis igitur est $\alpha\gamma$, uocatur sane mediæ apotome prima. Quod fuerat ostendendũ.*

Eucli. ex Camp. Propositio 70

70 SI linea de linea secetur, fuerintq́ ambæ mediales potentialiter tantum cõmunicantes, continentesq́ mediale, reliqua linea erit irrationalis, diceturq́ residuum mediale secundum.

CAMPANVS. Sit hic quoq; linea b c, abscisa ex linea a b, utraq; autẽ a b & b c, sint ut ponitur, & ipsæ per 26 reperiũtur, & sunt quæ cõponunt bimediale secundum. Dico q linea reliqua quæ est a c, est irrationalis, & ipsa dicitur residuũ mediale secundũ. Sunt enim ex hypothesi & 21 ambo quadrata duarũ linearũ a b & b c pariter accepta mediale, similiter quoq; duplum superficiei unius in alterã, est mediale. Cum itaq; ex 21 mediale non differat à mediali nisi irrationali, erit quadratũ lineæ a c in quo per 7 secundi duo quadrata a b & b c pariter accepta excedunt duplum superficiei unius in alterã irrationale, quare & linea a c irrationalis. Figurali quoq; exẽplo pateficri potest istud ut prius. Si enim sit e g æqualis ambobus quadratis a b & b c, similiter & d f duplo supficiei unius in alterã, erit f g per 7 secundi æqualis quadrato a c, quæ cum sit differẽtia superficiei unius medialis e g ad superficiẽ medialẽ d f, ipsa est irrationalis per 21, & eius tetragonicũ latus a c irrationale.

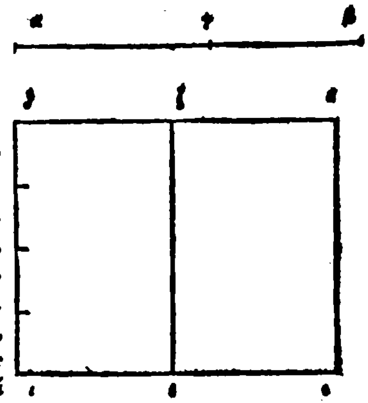
IDEM



IDEM aliter. Sit linea d e rationalis, cui adiungatur superficies d f æqualis duplo superficiei unius in alterā, & e g æqualis ambobus quadratis pariter acceptis, erit per 7 secundi f g, æqualis quadrato a c. Quia uero e g est medialis, erit ex 22 linea d g in potentia tantū rationalis. Similiter quoq; cum e h sit medialis, erit ex eadem, linea d h rationalis similiter in potentia tantū. Et quoniam a b & b c sunt incōmensurabiles in longitudine, ideoq; quadratū utriusq; earū superficiei unius in alteram, & propter hoc ambo quadrata pariter accepta (cum ipsa ex hypothesi cōmunicent) sunt quoq; incōmensurabilia duplo superficiei unius in alterā, sequitur ut e g sit incōmensurabilis h c, quapropter linea d g, lineæ d h, igitur ex 68, linea g h est residuū, & irrationalis: ideoq; per 16 à destructione consequentis superficies f g irrationalis, & eius latus tetragonicum a c irrationale.

Eucli. ex Zamb. Theorema 57 Propositio 75

75 Si à media media auferatur potentia tantum toti cōmensurabilis subsistens, & cum tota medium comprehendens, reliqua irrationalis est, uocetur autem mediæ secunda apotome.



THEON ex Zamb. *A media nanq; α β, media auferatur γ β potentia tantum toti α β cōmensurabilis subsistens, unaq; cum ipsa tota α β medium cōprehendens quod sub α β, β γ. Dico quod reliqua α γ irrationalis est, appellatur autem mediæ secunda apotome. Exponatur enim rationalis δ ι. Et ipsis quidem quæ ex α β, β γ, æquū ad δ ι comparetur (per 44 primi) δ ε, latitudinē efficiens δ η, ei uero quod bis sub α β, β γ, æquū ad ipsam δ ι cōparetur (per 44 primi) δ θ, latitudinē efficiēs δ ζ. Reliquū igitur ζ ε, æquū est ei quod ex α γ. Et quoniam ea quæ ex α β, β γ, media sunt, medium igitur est & δ ε, & ad ipsam rationalem δ ι comparatur, latitudinē efficiens δ η: rationalis igitur est (per 22 decimi) δ η, & ipsi δ ι longitudine incōmensurabilis. Rursus quoniam quod sub α β, β γ, medium est, & quod bis igitur sub α β, β γ, medium est, & est æquale ipsi δ θ, & δ θ igitur medium est, & ad ipsam δ ι rationalem comparatū est, latitudinē efficiens δ ζ. rationalis igitur est δ ζ, & ipsi δ ι longitudine incōmensurabilis. Et quoniam α β, β γ, potentia tantum sunt cōmensurabiles, incōmensurabilis est igitur α β ipsi β γ longitudine. Incōmensurabile igitur (per lemma 21 decimi & 11 decimi) & quod ex α β quadratū, ei quod sub α β, β γ. Sed ei quidem quod ex α β, cōmensurabilia sunt quæ ex α β, β γ, ei autem quod sub α β, β γ, cōmensurabile est quod bis sub α β, β γ. Incōmensurabilia igitur sunt quæ ex α β, β γ, ei quod bis sub α β, β γ. Sed eis quidem quæ ex α β, β γ, æquum est δ ε, ei autem quod bis sub α β, β γ, æquum est δ θ. Incōmensurabile igitur est δ ε, ipsi δ θ. Sicut autem δ ε ad δ θ, sic η δ ad δ ζ. Incommensurabilis igitur est η δ, ipsi δ ζ longitudine. Et utræq; rationales. Ipsæ igitur η δ, δ ζ (per 11 decimi) rationales sunt potentia tantum commensurabiles. Ipsa igitur ζ η, apotome est. Rationalis autem δ ι. Quod autem sub rationali & irrationali comprehensum, irrationale est (per lemma 20 decimi,) & quæ illud potest irrationalis est. Ipsum autem ζ ε, potest ipsa α γ, ipsa igitur α γ irrationalis est, appellatur autem mediæ secunda apotome.*

Eucli ex Camp. Propositio 71

71 SI linea de linea detrahat, fuerintq; ambæ potentialiter incōmensurabiles, continentesq; mediale, quadrataq; earū ambo pariter accepta rationale, reliq linea erit irrationalis, uocabiturq; minor.

CAMPANVS. Si sint a b & b c quales proponitur, quæ per 37 reperiuntur & cōponunt lineam maiorem, erit linea a c irrationalis, & ipsa est quæ dicitur linea minor. Quod qui præmissa firmiter tenuerit, positionesq; diligenter attenderit, duplici modo ut antecedentes facile probabit.

Eucli. ex Zamb. Theorema 68 Propositio 76

Si à recta linea recta linea auferatur potentia toti subsistens incōmensurabilis, cum tota uero efficiens quod ab eis simul rationale, quod uero sub ipsis medium, reliqua irrationalis est, appellaturq; minor.

THEON ex Zamb. *A recta nanq; linea α β, auferatur recta linea β γ, potentia toti subsistens incommensurabilis, efficiens cum tota quidem*

α β compo-

α β compositum ex ijs quae ex α β, β γ, simul rationale; quod uero bis sub ipsis α β, β γ, simul medium. Dico quod reliqua α γ irrationalis est, appellata minor. Quoniam nanque compositum quidem ex ijs quae ex α β, β γ, quadratis rationale est, quod uero sub ipsis α β, β γ, medium, incommensurabilia igitur sunt quae ex α β, β γ, ei quod bis sub α β, β γ. Et conuertendo igitur (per correlarium 19 quinti) incommensurabilia sunt quae ex α β, β γ, ei quod ex α γ. Rationale autem est, conflatum ex ijs quae ex α β, β γ, irrationale igitur quod ex α γ, ipsa igitur α γ irrationalis est, appellatur autem minor.

Eucli. ex Camp. Propositio 72

72 SI linea de linea dematur, fuerintque ambae potentialiter incommensurabiles, superficiemque rationalem continētes, quadrataque earum ambo pariter accepta mediale, linea reliqua erit irrationalis, diceturque iuncta cum rationali componens totum mediale.

CAMPANVS. Et hoc quoque nescire non potest qui priora nouerit, nisi a memoria exciderint: quin positis lineis a b & b c (quales proponitur, quae & per 16 reperiuntur, & lineam potentem in rationale & mediale componunt, sit a c reliqua, irrationales. & ipsa dicitur quae iuncta cum rationali componit totum mediale.

Eucli. ex Zamb. Theorema 59 Propositio 77

77 Si à recta linea recta linea auferatur potentia toti subsistens incōmensurabilis, & cum tota efficiens conflatum quidem ex ipsarum quadratis medium, quod uero bis sub ipsis rationale, reliqua irrationalis est, uocatur autem cum rationali medium totum efficiens.

THEON ex Zamb. A recta enim linea α β, recta linea auferatur β γ, toti α β potentia subsistens incōmensurabilis, efficiens conflatum quidem ex ipsarū α β, β γ, quadratis medium, quod uero bis sub ipsis rationale. Dico quod reliqua α γ irrationalis est, uocatur autem cum rationali medium totum efficiens. Quoniam enim conflatum ex ipsarum α β, β γ, quadratis medium est, quod uero bis sub ipsis α β, β γ, rationale, incōmensurabilia igitur sunt quae ex α β, β γ, quadrata ei quod bis sub α β, β γ, & reliquū igitur quod ex α γ, incōmensurabile est ei quod bis sub α β, β γ. Quod uero bis sub α β, β γ, rationale est, quod igitur ex α γ, irrationale est. Irrationalis igitur est ipsa α γ, uocatur autē cum rationali mediū totum efficiens. Quod erat ostendendū.

Eucli. ex Camp. Propositio 73

73 SI linea à linea detrahatur, fuerintque ambae potentialiter incommensurabiles, superficiemque medialem continentes, quadrataque earum ambo pariter accepta mediale duplo superficiei alterius in alteram incōmensurabile, reliqua linea erit irrationalis, diceturque iuncta cum mediali faciens totum mediale.

CAMPANVS. Sint etiam hic a b & b c quales proponitur, quae per 19 reperiuntur, & ipsae sunt quae cōponunt lineam potentē in duo medialia, eritque a c reliqua irrationalis dicta, quae iuncta cum mediali componit totum mediale. Quod ut facile (sicut praemissa) duplici argumentatione concludes, processum 7. moneo diligenter attendas.

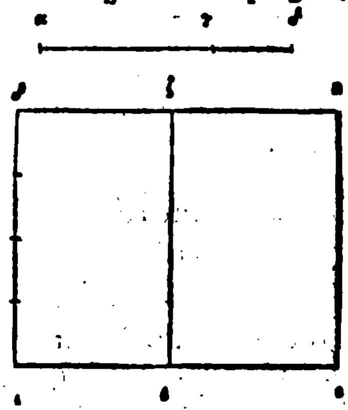
Eucli. ex Zamb. Theorema 60 Propositio 78

78 Si à recta linea recta linea sublata fuerit potentia toti subsistens incommensurabilis, & cum tota efficiens conflatum ex ipsarū quadratis medium, quod uero bis sub ipsis medium, insuper ipsarum quadrata incommensurabilia ei quod bis sub ipsis, reliqua irrationalis est, appellatur autem cum medio medium totum efficiens.

THEON ex Zamb. A recta nanque linea α β, recta linea auferatur β γ potentia incōmensurabilis subsistens toti, efficiens compositum ex ipsarum α β, β γ, quadratis medium, quod uero sub ipsis α β, β γ, medium, insuper ipsarum α β, β γ, quadrata incommensurabilia ei quod bis sub α β, β γ. Dico quod reliqua α γ irrationalis est, uocatur autem cum medio medium totum efficiens.

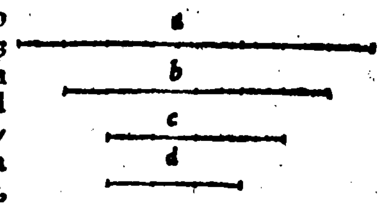
Exponatur

Exponatur rationalis δ ι, & eis quidem quæ ex α β, β γ, æquum ad ipsam δ ι comparetur (per 44 primi) δ ε, latitudinem efficiens δ κ, ei autem quod bis sub α β, β γ, æquum auferatur δ θ, latitudinem efficiens δ ζ, reliquũ igitur ζ ε, æquum est ei quod ex α γ, quare α γ potest ipsum ζ ε. Et quoniam compositum ex ipsarũ α β, β γ, quadratis medium est, & ipsi δ ε est æquale, ipsum igitur δ ε medium est. Et ad ipsam δ ι rationalem comparatur, latitudinem efficiens δ κ, rationalis igitur est (per 22 decimi) δ κ, & ipsi δ ι longitudine incommensurabilis. Rursus quoniam quod bis sub α β, β γ, medium est, & ipsi δ θ æquale, igitur δ θ medium est. Et ad ipsam δ ι rationalem comparatur, latitudinem efficiens δ ζ, rationalis igitur est δ ζ, & ipsi δ ι longitudine incommensurabilis. Et quoniam incommensurabilia sunt quæ ex α β, β γ, ei quod bis sub α β, β γ, incommensurabile igitur est & δ ε ipsi δ θ. Sicut autem (per primã sexti) δ ε ad δ θ, sic est & δ κ ad δ ζ. Incommensurabilis igitur est κ δ ipsi δ ζ, & utræq; sunt rationales. Ipsæ igitur κ δ, δ ζ, rationales sunt potentia tantum commensurabiles. Apotome igitur est ζ κ, rationalis autem est ζ θ. Quod uero sub rationali & apotome comprehensum rectangulum, irrationale est & illud potens irrationalis est (per 73 decimi.) Ipsum autem ζ ε, potest ipsa γ α. Igitur ipsa γ α irrationalis est, appellatur sane cum medio medium totum efficiens. Quod erat ostendendũ.



CAMPANVS Est autem præmittendum hic antecedens necessarium ad demonstrationes sequentium.

Si fuerint quatuor quantitates quarum differentia primæ ad secundam sit sicut tertiæ ad quartam, erit permutatim differentia primæ ad tertiam sicut secundæ ad quartam.



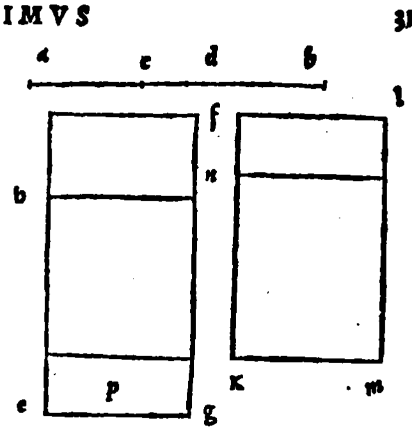
Intelligendũ est hoc de quãtitatibus eodem modo relatis, ut cum prima maior fuerit secunda, sit quoq; tertia maior quarta, cum uero minor, & minor. Exempli gratia sit differentia a ad b, sicut c ad d, dico quod erit a ad c sic b ad d, est enim (per hanc cõmunem animi conceptionem differentia extremorũ, composita est ex differentijs ipsorũ ad media) differentia a, ad c, composita est ex ea quæ est a ad b, & ea quæ est b ad c. At ea quæ est b ad d, per eandem conceptionem componitur ex ea quæ est b ad c, & ea quæ est c ad d. Et quia ex hypothesi differentia a ad b, sicut c ad d, ea uero quæ est b ad c est cõmunis, sequitur per communem scientiam ut sit a ad c, sicut b ad d. Quod est propositum.

Eucli. ex Camp. *Propositio 74*

74 NVlla linea nisi una tantũ residuo coniungi potest, ut sint ambæ sub termino earum quæ erant ante separationem.

CAMPANVS. Sit linea a c residuũ, quæ fuerit reliqua, abscisa b c ex a b, eruntq; a b & b c, rationales tantum potentia communicantes ex 68. Dico quod ipsa a c, nulli alij lineæ quàm b c poterit componi sub hac diffinitione, neq; maiori b c neq; minori b c. Si autem potest, componatur cum c d, indifferenter maiori aut minori quam b c, eruntq; ob hoc ambæ lineæ a d & d c, rationales in potentia tantum communicantes. Quare ergo ex 7 secundi quadrata ambarum linearum a b & b c pariter accepta excedunt duplum superficiei unius earum in alteram in quadrato a c, similiter quoq; quadrata duarum linearũ a d & d c pariter accepta, excedunt duplum superficiei unius ipsarum in alteram in quadrato eiusdem a c, sequitur ex præmisso antecedente ut differentia duorum quadratorũ duarum linearũ a b & b c pariter acceptorũ ad duo quadrata duarum linearum a d & c d pariter accepta, sit sicut differentia dupli superficiei a b in b c ad duplum superficiei a d in d c. Cum autẽ sint duo quadrata utriusq; sectionis pariter accepta rationale ex hypothesi, duplum uero superficiei unius in alteram portionum utriusq; sectionis mediale per hypothesin, & 19, erit una & eadem differentia duarum superficierũ rationalium & duarum medialium, hoc autem est impossibile, rationales enim superficies non differunt nisi in rationali superficie, ut patet per diffinitionem rationalis superficiei & per 9, medialis autem, non differt a mediali

nisi



niſi irrationali ſuperficie per 11. Hoc autem fit manifeſtius in figura, ſic. Sit enim ſuperficies e f, adiũcta ad lineã e g, æqualis ambobus quadratis duarum ſuperficierum a b & b c pariter acceptis, at g h ſit æqualis duplo ſuperficiei unius in alteram. Eritq́ f h, æqualis quadrato lineæ a c ex 7 ſecũdi. Similiter quoque ſit K l, adiuncta ad lineã K m, æqualis duobus quadratis duarũ linearum a d & d c pariter acceptis, & m n, ſit æqualis duplo ſuperficiei unius in alteram, eritq́ ex 7 ſecundi n l æqualis quadrato lineæ a c ideoq́ etiam æqualis h f. Eſt itaq́ differẽtia e f ad g h, ſicut K l ad m n. Quare per antecedens præmiſſum, erit permutatim differentia e f ad k l (& ipſa ſit p) ſicut g h ad m n. Et quia utraque duarum ſuperficierum e f & K l eſt rationalis, utraque uero duarum ſuperficierum g h & m n medialis, ſequitur impoſſibile, uidelicet, ſuperficiem p eſſe rationalem & irrationalem.

Eucli. ex Zamb. Theorema 61 Propoſitio 79

79 Apotome una tantum congruit recta linea rationalis, potentia tantũ toti ſubſiſtens commenſurabilis.

THEON ex Zãb. *Sit apotome α β, cõgruẽs aũt ei ſit β γ, ipſæ igitur α γ, γ β, potentia tantũ ſunt cõmenſurabiles. Dico quod ipſi α β, altera non congruit rationalis potẽtia tantũ ſubſiſtens toti cõmenſurabilis. Si enim poßible, cõgruat, ſitq́ β δ. Ipſæ igitur α δ, δ β, potẽtia tãtũ ſunt cõmẽſurabiles. Et quoniã (per 7 ſecũdi) quo excedũt ea quæ ex α δ, δ β, id quod bis ſub α δ, δ β, hoc excedũt & quæ ex α γ, γ β, id quod bis ſub α γ, γ β, (eodẽ nãq; id eſt quod ex α β, utraq; excedũt) uicißim igitur (per 16 quinti) quo excedunt quæ ex α δ, δ β, ea quæ ex α γ, γ β eo excedit & id quod bis ſub α δ, δ β, id quod bis ſub α γ, γ β. Sed quæ ex α β, β δ, ea quæ ex α γ, γ β, excedũt ratiõali, utraq; nãq; rationalia ſunt, & quod bis igitur ſub α δ, δ β, id quod bis ſub α γ, γ β, ratiõali excedit, quod eſt impoßibile. Vtraq; nãq; media ſunt, & (per 22 decimi) medium nõ excedit rationali. Ipſi igitur α β, altera non congruit ratiõalis potentia tantũ cõmenſurabilis exiſtẽs toti. Vna igitur tantũ ipſi apotomæ cõgruit, rationalis potentia tantũ toti ſubſiſtens cõmenſurabilis. Quod erat oſtendendũ.*

Eucli. ex Camp. Propoſitio 75

75 NVlla linea niſi una tantum reſiduo mediali primo coniungi poteſt, ut ſint ambæ ſub termino earum quæ erant ante ſeparationem.

CAMPANVS Hæc quoque probabis ſimili modo. Sint enim in utraq́ ſectione ambo quadrata pariter accepta, mediale, duplũ uero ſuperficiei unius in alterã ratiõale. Et quia ut prius eadẽ differentia quadratorũ unius ſectionis ad quadrata altius, quæ eſt dupli ſuperficiei unius ad duplum ſuperficiei alterius, erit una & eadẽ ſuperficies differentia duarũ medialium & duarum rationalium. Quod eſt impoſſibile.

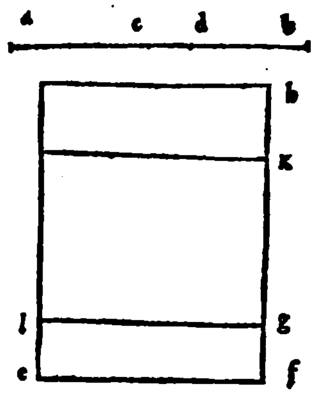
Eucli. ex Zamb. Theorema 62 Propoſitio 80

80 Mediæ apotomæ primæ una tantum congruit recta linea media, potentia tantum toti ſubſiſtens commenſurabilis, & cum tota rationale comprehendens.

THEON ex Zãb. *Eſto namq; media apotome prima α β, & ipſi α β, cõgruat β γ, ipſæ igitur α γ, γ β, mediæ ſunt potentia tantũ cõmenſurabiles, rõnale cõprehẽdẽtes duo quod ſub α γ, γ β. Dico quod ipſi α β, altera nõ congruit media, toti potẽtia tantũ ſubſiſtẽs cõmẽſurabilis, & cũ tota ratiõale cõprehendẽs. Si enim poßibile, cõgruat & δ β, ipſæ igitur α δ, δ β, mediæ ſunt potẽtia tantũ cõmenſurabiles, ratiõale cõprehẽdentes quod ſub α δ, δ β. Et quoniã (per 7 ſecũdi) quo excedũt ea quæ ex α δ, δ β, id quod bis ſub α δ, δ β, hoc excedũt & que ex α γ, γ β, id quod bis ſub α γ, γ β, (eodẽ etenim rurſus excedũt, id eſt quod ex α β) uicißim igitur (per 16 quinti) quo excedũt quæ ex α δ, δ β, ea quæ ex α γ, γ β, eo excedit & id quod bis ſub α δ, δ β, id quod bis ſub α γ, γ β. At quod bis ſub α δ, δ β, id quod bis ſub α γ, γ β, excedit rationali, utraque nẽpe rationalia, Et que ex α δ, δ β, igitur quadrata, quæ ex α γ, γ β, excedunt rationali. Quod eſt impoſſibile. Media etenim utraq; & (per 26 decimi,) mediũ ſane mediũ nõ excedit rationali. Mediæ igitur apotomæ primæ una cõgruit recta linea media, potentia tantũ toti ſubſiſtẽs cõmenſurabilis, & cum tota rationale cõprehendens. Quod oportuit demonſtrare.*

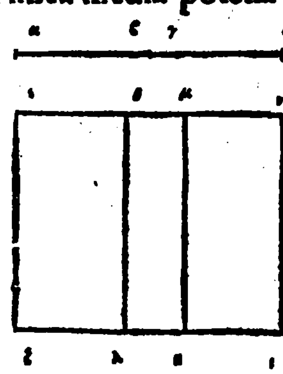
76 Eucli. ex Camp. Propositio 76.

NVlla linea residuo mediali scd'o cōiūgibilis est, ut sub termino earū fiāt, nisi tm̄ quæ ab ea ante sepata erat



CAMP. Sit em̄ a c residuū mediale scd'm, quæ fuit residua, ascisa b c ex a b, erūtq; ex 70, duæ lineæ a b & b c, mediales potētia tātū cōicātes mediale cōtinētes. Dico qd' ipsa a c, nulli lineæ alij q̄ c b, sub hac diffinitione cōiūgi potest. Sin aūt, cōiūgatur lineæ c d. Sitq; linea e f rōnalis in lōgitudine, ad q̄ cōniūgatur supficies e h, æqualis quadratis duarū linearū a b & b c pariter acceptis, & e k æqualis quadratis linearū a d & d c pariter acceptis, à qua abscidatur e g, æqualis quadrato lineæ a c, eritq; per 7 scdi supficies l h æqualis duplo supficiei a b in b c, & l k p eādē æqualis duplo supficiei a d in d c. Quia ergo quadrata ambarū partiū primæ sectiōis sūt mediale, & duplū etiā superficiei mediale incōmēsurabile duob9 quadratis pariter acceptis (quæ nescire diligēs Geometra nō poterit qui positiōes diligēter seruauerit) erit supficies e h medialis, cū ipsa sit æqualis duob9 quadratis pariter acceptis, & supficies l h medialis cū ipsa sit æqualis duplo supficiei uni9 in alterā, per 20 igitur est utraq; duarū linearū f h & g h, rōnalis in potētia tm̄. Et quia una est incōmēsurabilis alij, eo q superficies e h est incōmēsurabilis superficiei h l sicut duo quadrata duplo superficiei, erit ex 68 linea f g residuū. Quare linea f g quæ est residuū, cōponitur lineæ g h. ut sint ambæ sub termino earū quæ erāt ante separationē. Similiter quoq; pbabis eandē f g cū linea g k cōponi eadē cōditione, mediātibus superficieb9 e k & k l, quarū prima est æqualis quadratis duarū linearū a d & d c, pariter acceptis, & secūda duplo superficiei unius in alterā, quod est impossibile per 74. Et hic modus demōstrationis potest esse cōmunis 75 cæterisq; quatuor eā sequentibus. Eucli. ex Zamb. Theorema 61. Propositio 81

81 Mediæ apotomæ secūdæ una tātū cōgruit recta linea media potētia tm̄ toti commēsurabilis & cū tota mediū cōprehēdēs.



THEON ex Zāb. *Esto media apotome secūda α β, & ipsi α β, cōgruēs sit β γ. Ipsæ igitur α γ, γ β, mediæ sūt potētia tātū cōmēsurabiles, mediū cōprehēdētes quod sub α γ, γ β. Dico quod ipsi α β, alia nō cōgruit recta linea media, potētia tātū toti subsistēs cōmēsurabilis & cū tota mediū cōphēdēs. Si enim possibile cōueniat β δ, igitur α δ, & δ β, mediæ sūt potētia tātū cōmēsurabiles, mediū cōprehēdētes quod sub α δ, δ β. Exponaturq; rōnalis ε ζ. Et eis qdē quæ ex α γ, γ β, æquū ad ipsam ε ζ cōparetur (per 44 primi,) ε κ, latitudinē efficiēs ε μ, ei uero quod sub α γ, γ β, æquū auferatur θ κ latitudinē efficiēs θ μ. Reliquū igitur ε λ, (p 7 secūdi) æquū est ei quod ex α β. Quare α β, ipsum pōt ε λ. Rursus iā eis quæ ex α δ, δ β, æquū ad ipsam ε ζ cōparetur (per 44 primi,) ε ι, latitudinē efficiēs ε ν. Est aūt & ε λ. æquū ei quod ex α β. quadrato, reliquū igitur θ ι, (per 7 secūdi) æquū est ei quod bis sub α δ, δ β. Et quoniā ipsæ α γ, γ β, mediæ sūt, media igitur sūt & quæ ex α γ, γ β. & æqualia sunt ipsi ε κ, mediū igitur (per 16 decimi & correlariū 23) est ε κ. Et ad ipsam rationalē ε ζ apponitur, latitudinē efficiēs ε μ, rōnalis igitur est (per 22 decimi,) ε μ, & ipsi ε ζ lōgitudīe incōmēsurabilis, rursus quoniā quod sub α γ, γ β, mediū est, & quod bis sub α γ, γ β, mediū est (per correlariū 23 decimi) & æquū est ipsi θ κ, & θ κ. igitur mediū est. Ad ipsamq; ε ζ rōnalē apponitur, latitudinē efficiēs θ μ, rōnalis igitur est θ μ (per 22 decimi,) & ipsi ε ζ, lōgitudine incōmēsurabilis. Et quoniā α γ, γ β, potētia tātū sūt cōmēsurabiles, incōmēsurabilis igitur est α γ, ipsi γ β, lōgitudine. Sicut aūt α γ, ipsi γ β, sic est (per lēma 21 decimi) quod ex α γ ad id quod sub α γ, γ β. Incommēsurabile igitur est (per 11 decimi, quod ex α γ, ei quod sub α γ, γ β. Sed ei quod ex α γ, cōmēsurabilia sūt quæ ex α γ, γ β. Ei aūt quod sub α γ, γ β. cōmēsurabile est quod bis sub α γ, γ β. Incōmēsurabilia igitur sunt q̄ ex α γ, γ β. ei quod bis sub α γ, γ β. Eis aūt quæ ex α γ, γ β, æquū est ε κ, ei uero quod bis sub α γ, γ β, æquū est κ θ. Incōmēsurabile igitur est ε κ, ipsi θ κ. Sicut aūt ε κ, ad θ κ, sic est ε μ, ad θ μ. Incōmēsurabilis igitur est ε μ, ipsi θ μ lōgitudine. Et utræq; sunt rōnales. Ipsæ igitur ε μ, μ θ, rōnales sunt potētia tātū cōmēsurabiles. apotome igitur est ε θ, cōgruēs aūt ei est θ μ. Similiter ostēdemus quod & θ ν, ei cōgruit. Apotome igitur, alia & alia cōgruit recta linea, potētia tantū toti subsistēs cōmēsurabilis, quod (per 79 decimi,) est impossibile. Mediæ igitur apotomæ secūdæ una tantū cōgruit recta linea potētia tantū toti subsistēs cōmensurabilis & cū tota mediū cōprehēdēs quod erat ostēdendū.* Eucl. ex Cāp. Propositio 77

77 NVlla linea minori coniungibilis est ut sub termino suo fiant nisi tantum quæ ante sibi abscisionē cōiungebatur.

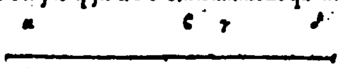
CAM-

CAMPANVS Intellige quid sit linea minor quod si oblitus es, cōsule 71. & sine obie-ctione concludes propositum. si quemadmodū in 74 processeris, poterisque si libue-rit, quemadmodum in 76 procedere.

Eucl. ex Zāb. Theorema 64 Propositio 82

82 Minori una tantum congruit recta linea potentia toti incommensura-bilis subsistens, efficiens cum tota compositum ex earum quadratis ratio-nale. qu od uero bis sub ipsis medium.

THEON ex Zamb. Esto minor α β, & ipsi α β congruens esto ε γ. ipsæ igitur β γ, γ ε, potentia sunt incommensurabiles, efficientes conflatū quidē ipsarū quadratis rationale, quod uero bis sub ipsis mediū. Dico quod ipsi α ε, alia recta linea non congruit efficiens eadem. Si enim possibile, congruat ε δ, & igitur α δ, δ ε, potentia sunt incō-mensurabiles efficientes quæ ex δ, δ β, quadrata simul rationale, quod autē bis sub ipsis α δ δ ε, medium. Et quoniā quo excedunt quæ ex α δ, δ ε, ea quæ ex α γ, γ ε, eo excedit & id quod bis sub α δ, δ β, quod bis sub α γ, γ ε, quæ aūt ex α δ, δ β, quadrata, ea quadrata quæ ex α γ, γ ε, rationali excedunt, utraque enim rationalia, & quod bis igitur sub α δ, δ β, id quod bis sub α γ, γ ε, ra-tionali excedit, quod (per 26 decimi) est impossibile, utraq; nanque media sunt. Minori igitur una tantum congruit recta linea potentia toti subsistens incommensurabilis, efficiens quæ ex ipsis quadratis simul rationale, quod uero bis sub ipsis medium, quod ostendere oportebat.



Eucli. ex Camp. Propositio 78

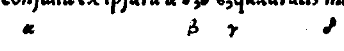
78 Linea quæ coniuncta cum rationali facit totum mediale, nisi uni tantum componi non potest ut sub earum termino fiant quæ e-rant ante separationem.

CAMPANVS Quid sit linea quæ proponitur, ex 72 didicisti. Cum ergo de ea uolueris quod per hanc 78 dicitur demonstrare, à processu 75, in, quo quā non deuies, sed sicut in 76, si te delectauerit, ingenio duce poteris procedere.

Eucli. ex Zamb. Theorema 65 Propositio 83

83 Efficienti cum rationali medium totum una tantum congruit recta li-nea potentia toti incommensurabilis subsistens, & cum tota efficiens conflatum quidem ex ipsarū quadratis medium, quod uero bis sub ipsis rationale.

THEON ex Zamberto. Sit cum rationali medium totum efficiens α β, & ipsi α ε congruat ε γ. Ipsæ igitur α γ γ ε, potentia sunt incommensurabiles, efficientes conflatum quidem ex ipsarum α γ, γ ε, quadratis mediū, quod uero bis sub ipsis α γ, γ ε, rationale. Dico quod ipsi α β, alia non congruit eadem efficiens. Si enim possibile. congruat ε δ, & ipsæ igitur α δ, δ ε, rectæ lineæ, potētia sunt incōmensurabiles, efficiētes conflatū ex ipsarū α δ, δ ε, quadratis me-diū, quod uero bis sub ipsis α δ, δ ε, ratiōale. Quoniā igitur quo excedunt quæ ex α δ, δ ε, ea quæ ex α γ, γ ε, eo excedit & quod bis sub α δ, δ ε, id quod bis sub α γ, γ ε, cōsequēter ut in præcedētibus, quod uero bis sub α δ, δ β. id quod bis sub α γ, γ ε, excedit rōnali, ratio-nalia namq; utraque & quæ ex α δ, δ ε, igitur ea quæ ex α γ, γ β, excedunt rationali. quod est (per 26) impossibile, u-traque enim media sunt (per 77 decimi.) Ipsi igitur α ε, alia non congruit recta linea potentia toti subsistens incom mensurabilis, & cum tota efficiens conflatum ex ipsarum quadratis medium, quod autem bis sub ipsis rationale. Ef ficienti ergo cum rationali medium totum una tantum congruit recta linea, & quæ sequuntur reliqua. Quod erat demonstrandum.



Eucli. ex Camp. Propositio 79

79 Lineæ quæ iuncta cum mediali facit totū mediale, nisi una linea tantum iungi nequit ut sub earum termino fiant quæ erant an-te separationem.

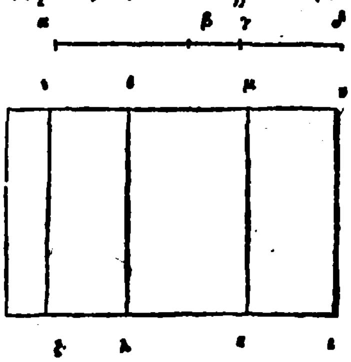
CAMPANVS Huius lineæ quæ iuncta cum mediali componit totū me diale, magistra est 73. De qua quod hæc 79 enuntiat concludere cogeris, sicut de residuo mediali secundo (quod per 76 enuntiatum est) conclusisti.

Eucli. ex Zamb. Theorema 66 Propositio 84

84 Efficienti cum medio medium totum, una tantum congruit recta linea

potentia incommensurabilis toti subsistens, & cum tota efficiens conflatũ ex ipsarum quadratis medium, & quod bis sub ipsis medium, & insuper incommensurabile conflatum ex ijs quæ ab ipsis, ei quod bis sub ipsis.

THEON ex Zāb. *Esto cũ medio mediũ totũ efficiẽs α ε, congruẽs autem illi sit ε γ, ipsæ igitur α γ, γ β. potentia sunt incommensurabiles, efficientes conflatũ ex ipsarũ quadratis mediũ, & quod bis sub ipsis α γ, γ ε, mediũ, insuper & quæ ex α γ, γ ε, quadrata, incõmensurabilia ei quod bis sub α γ, γ ε. Dico quod alia ipsi α β, nõ cõgruit, cũ tota efficiẽs proposita. Quod si poßibile est, congruat β δ, ut & α δ, δ β, potẽtia sint incõmensurabiles efficiẽtes quæ ex α δ, δ ε, quadratis simul mediũ, & quod bis sub ipsis α δ, δ ε, mediũ, & insuper quæ ex α δ, δ ε, incõmẽsurabilia ei quod bis sub α δ, δ β. Exponaturq; ratiõalis ε ζ. Et eis quidẽ quæ ex α γ, γ ε. æquũ ad ipsam ε ζ, cõparetur (per 45 primi,) ε η, latitudinẽ efficiẽs ε μ, ei aũt quod bis sub β γ, γ ε, æquũ auferatur (per 44 primi) θ η, latitudinẽ efficiens θ μ. Reliquũ igitur quod ex α β, (per 7 secũdi) æquũ est ipsi ε λ, ipsa igitur α ε, ipsum ε λ potest. Rursus eis quæ ex α δ, δ ε, æquũ ad ipsam ε ζ cõparetur per 44 primi,) ε ι, latitudinem efficiens ε ν. Est autem quod ex α ε, æquum ipsi ε λ. Reliquum igitur quod bis sub α δ, δ ε, æquum est ipsi θ ι. Et quoniã conflatum ex ijs quæ ex α γ ε, medium est, ac ipsi ε η, æquale, medium igitur est & ε η, Et ad rationalem comparatur ε ζ, latitudinem efficiens ε μ, rationalis igitur est (per 22 decimi ε μ, & ipsi ε ζ, longitudine incommensurabilis. Rursus quoniam quod bis sub α γ, γ ε, mediũ est & ipsi θ η æquale, medium igitur est θ η. Et ad ipsam rationalẽ ε ζ apponitur, latitudinem efficiẽs θ μ, rationalis igitur est θ μ, & ipsi ε ζ longitudine incommensurabilis. Et quoniã incõmensurabilia sunt quæ ex α γ, γ ε, ei quod bis sub α γ, γ ε, incommensurabile igitur est ε η, ipsi θ η, incommensurabilis igitur est & ε μ, ipsi μ θ longitudine, & ambæ rationales sunt. Ipsæ igitur ε μ, μ θ, potentia tantũ sunt cõmensurabiles. Igitur ipsa ε θ, apotome est. Congruens autẽ ei, est θ μ. Similiter iam ostendemus quod ε θ, rursus apotome est. congruens autem ei est θ μ. Apotomæ igitur ipsi alia & alia cõgruit potentia tantum toti subsistens commensurabilis, quod (per 79 decimi) impoßibile esse ostendimus. Ipsi igitur α β, alia recta linea non congruit. Ipsi igitur α ε, una recta linea tantum congruit, potentia tantum toti subsistens incommensurabilis, & cum tota efficiens quæ ex ipsis quadratis simul medium, & quod bis sub ipsis. Efficiẽti igitur cum medio medium totum, & quæ sequuntur reliqua. Quod erat ostendendum.*



Ex Campano. *Residuorum diffinitones.*

1 Si fuerit idem totũ positæ rationali lineæ in lõgitudine commensurabile, quod positum erat, dicetur residuum primum. 2 Si uero linea adiuncta, positæ rationali communicet in longitudine, dicetur residuum secundũ. 3 Quod si fuerit utraq; rationali positæ in longitudine incommensurabilis, uocabitur residuum tertium. 4 Si eadem tota positæ rationali cõmunicet in longitudine, nũcupabitur residuum quartum. 5 Si uero linea adiuncta, positæ rationali, communicet in longitudine, uocabitur residuum quintum. 6 Quod si fuerit utraque rationali positæ in longitudine incommensurabilis, appellatur residuũ sextum.

Commune initium trium priorum diffinitionum.

Positis duabus lineis altera rationali altera residuo, adiectaq; ipsi residuo secundũ eius terminum, si fuerit totum compositũ potentius linea adiecta, in quadrato lineæ ipsi toti cõmunicantis in longitudine.

Commune initium trium posteriorum diffinitionum.

Positis duabus lineis altera rationali, altera residuo, adiectaq; ipsi residuo secundũ eius terminum, si fuerit totum compositũ potentius linea adiecta, in quadrato lineæ ipsi toti incõmmẽsurabilis in longitudine.

Ex Zam,

Ex Zamberto. Apotomarum diffinitiones.

1 Siquidem tota expositæ rationali longitudine cómensurabilis fuerit, appellatur apotome prima. 2 Si uero congruens commensurabilis fuerit, longitudine expositæ rationali, secunda appellatur apotome. 3 Si autem neutra commensurabilis fuerit expositæ rationali longitudine, tertia appellatur apotome. 4 Si quidem tota commensurabilis fuerit expositæ rationali longitudine, appellatur apotome quarta. 5 Si uero congruens, quinta. 6 Si autem neutra, sexta.

Commune initium triũ priorum diffinitionũ.

Supposita rationali & apotomæ, siquidem tota, congruente maius potuerit eo quod fit ex sibi lõgitudine cõmẽsurabili

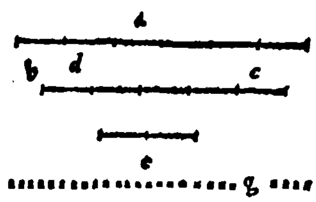
Commune trium initium posteriorum diffinitionum.

Rursus supposita rationali & apotomæ, si tota maius potuerit cõgruente eo quod fit ex sibi longitudine incommensurabili.

Eucli. ex Camp. Propositio 80

80 RESiduum primum inuestigare.

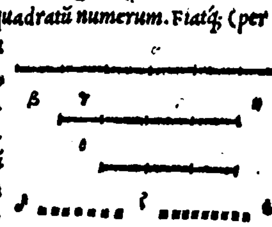
CAMPANVS Ab inuentione omniũ specierum residui facile nos absoluat inuentio per ordinem omnium specierum binomij. Nam in qualibet specie binomiorũ si minor portio abscindatur de maiori, linea reliqua erit residuum similis speciei ut patet ex diffinitionibus tam binomiorum quàm residuorum. Proprijs tamen inuentionibus residuorum insistentes: sic inquiramus primum. Sit linea a rationalis posita, cui commensurabilis in longitudine sumatur b c, sitq́ e numerus quadratus diuisus in f non quadratum & in quadradratum g. sitque proportio quadrati lineæ b c ad quadratum lineæ c d, sicut e ad f, eritq́ per ultimam partem septimæ, c d rationalis in potentia tantum. Cum itaque sit c b potentior c d in quadrato lineæ sibi communicantis id longitudine quod patet in explanatione binomij primi, constat ex diffinitione lineam b d esse residuum primum.



Eucli. ex Zamb. Problema 19 Propositio 85

Inuenire primam apotomen.

85 THEON ex Zãb. *Exponatur rationalis α, & ipsi α longitudine commensurabilis esto β ε, rationalis igitur est β ε. Exponanturq́; bini quadrati numeri δ ε, ε ζ, quorum excessus δ ζ non sit quadratus. Igitur (per correlariũ 1 lemmatis 28 decimi.) ε δ, ad δ ζ, rationem non habet quam numerus quadratus ad quadratũ numerum. Fiatq́; (per correlariũ 6 decimi) sicut ε δ, ad δ ζ, sic quod ex β ε quadratũ ad id quod ex ε γ, quadratũ, cõmẽsurabile igitur est quod ex β ε, ei quod ex ε γ. Rõnale aũt quod ex β ε, rationale igitur & quod ex ε γ. Rationalis igitur est (per diffinitionem, & ε γ. Et quoniã ε δ ad δ ζ rõnem nõ habet quã quadratus nũerus ad quadratũ nũerũ. neq́; igitur quod ex β ε, ad ε γ rationẽ habet quã quadratus numerus ad quadratũ numerum, incommensurabilis igitur est β ε ipsi ε γ longitudine, utræque autem sunt rationales. Ipsæ igitur β γ, ε γ, (per 9 decimi) rationales sunt potentia commensurabiles. Igitur ipsa β γ, apotome est (per 73 decimi. Dico quod & prima. Quo namque maius est quod ex β ε, eo quod ex ε γ, sit quod ex θ. Et quoniam sicut ε δ ad δ ζ, sic est quod ex β ε, ad id quod ex ε γ, conuertendo igitur (per correlarium 18 quinti) sicut δ ε, ad ε ζ, sic quod ex ε β ad id quod ex θ, At δ ε ad ε ζ, rationẽ habet, quã quadratus nũerus ad quadratũ numerũ, uterq́; enim quadratus est. Quod igitur ex ε β, ad id quod ex θ, rationem habet quam quadratus numerus ad quadratum numerum, commẽsurabilis igitur est β ε ipsi θ longitudine, & β ε ipsa ε γ maius potest, eo quod ex θ, ipsa igitur β ε ipsa ε γ maius potest eo quod ex sibi longitu-*

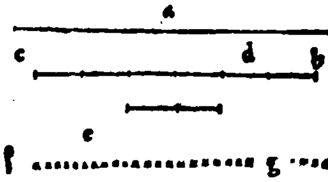


dine commensurabili, estque tota β ε, ipsi α expositæ rationali commensurabilis. Igitur (per tertias diffinitiones) β γ apotome est prima. Inuenta igitur est prima apotome ϐ γ. quod erat agendum.

Eucli. ex Camp. Propositio 81

81 RESiduum secundum patefacere,

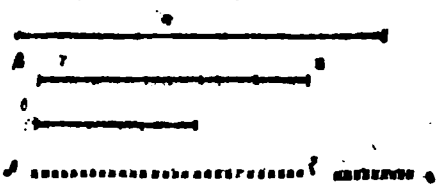
CAMPANVS Ad habendum residuum secundum, sit a linea rationalis posita, eique communicans in longitudine c d, & sit quadratum c d ad quadratum b c, sicut f ad e, eritque b d residuum secundum ex diffinitione. Si dubitas, aut positas non seruas hypotheses, aut binomij secundi repetitione indiges.



Eucli. ex Zāb. Problema 19 Propositio 86

86 Inuenire secundam apotomen.

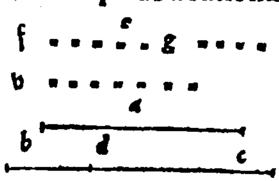
THEON ex Zamb. Exponatur rationalis α. & ipsi α longitudine commensurabilis esto ε γ. Rationalis igitur est ε γ. Et exponantur bini numeri quadrati δ ι, & ι ζ, quorum excessus δ ζ non sit quadratus. Fiatque (per correlarium 1 lēmatis 28 decimi) sicut ζ δ ad δ ι, sic quadratū quod ex ε γ, ad quadratum quod ex ε ϐ, cōmensurabile igitur est (per 11 decimi,) quod ex ε γ quadratū, ei quod ex ε ϐ, quadrato. Rationale autem est quod ex γ ε, rationale igitur est quod ex ε β. Rationalis igitur est ϐ ε. Et quoniā quod ex ε γ quadratū, ad id quod ex ε β, rationem non habet quā quadratus numerus ad quadratū numerū, incōmensurabilis igitur est (per 19 decimi) γ ε, ipsi ε β longitudine, & ambæ sunt rōnales. Ipsæ igitur γ ε, ε ϐ, rōnales sunt potētia tantū cōmēsurabiles. Igitur (per 73) ϐ γ apotome est. Dico quod & secūda. Quo etenim maius est quod ex β ε, eo quod ex ε γ, esto quod ex θ. Quoniam igitur est (per correlariū 6 decimi,) sicut quod ex ϐ ε, ad id quod ex ε γ, sic est ι δ numerus ad δ ζ, numerum, conuertendo igitur (per correlariū 19 quinti.) est sicut quod ex β ε, ad id quod ex θ, sic est δ ι, ad δ ζ, & uterque ipsorum δ ι, ι ζ, quadratus est, quod igitur ex β ε, ad id quod ex θ, per 9 decimi,) rationem habet quam quadratus numerus ad quadratum numerum, commensurabilis igitur est ϐ ε, ipsi θ, & β ε, ipsa ε γ, maius potest, eo quod ex θ. Igitur ϐ ε, ipsa ε γ, maius potest eo quod ex sibi longitudine commensurabili. Et congruens est γ ε, commensurabilis longitudine ipsi α expositæ rationali. Ipsa igitur β γ per tertias diffinitiones) secunda est apotome. Inuenta est igitur secunda apotome ϐ γ. Quod facere oportebat.



Eucli. ex Camp. Propositio 82

82 RESiduum tertium perscrutari.

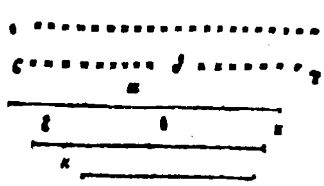
CAMPANVS Residuum tertium sic habetur. Posita ut prius a rationali numeróque e quadrato diuiso in f non quadratum & g quadratū, assumptoque h numero primo, sit quadratum lineæ a ad quadratum lineæ b c, sicut h ad e, sitque quadratum lineæ b c ad quadratū lineæ c d, sicut e ad f, eritque ex diffinitione (de quo si hæsitas consule binomium tertium) linea d b, residuum tertium.



Eucli. ex Zamb. Problema 20 Propositio 87

87 Inuenire tertiam apotomen,

THEON ex Zamb. Exponatur rationalis α, explicentur tres numeri ι, ϐ γ, γ δ, rationem adinuicem nō habentes quam quadratus numerus ad quadratum numerum. Ipse autē ϐ γ, ad δ ϐ rationem habeat, quam quadratus numerus ad quadratū numerū. Fiatque (per correlariū 6 decimi,) sicut ι ad ϐ γ, sic quod ex α quadratū ad id quod ex ζ η, quadratū, sicut uero ϐ γ ad γ δ, sic quod ex ζ η, quadratū ad id quod ex η θ. Quoniam igitur est sicut ι ad ϐ γ, sic quod ex α, quadratū ad id quod ex ζ η quadratū, quod igitur ex α, quadratū ei quod ex ζ η quadrato est cōmensurabile. Quadratū autē ex α, ratiōale est. rationale igitur est & quod ex ζ η, rationalis igitur est ζ η. Et quoniā ι, ad β γ, rationem non habet quam quadratus numerus ad quadratum numerū, neque igitur quod ex α, quadratū, ad id quod ex ζ η, quadratum rationē habet quam quadratus numerus ad quadratum numerū. Incōmensurabilis igitur est (per 9 decimi) α, ipsi ζ η longitudine. Rursus quoniā est sicut β γ ad γ δ sic quod ex ζ η, quadratū ad id quod ex η θ, cōmensurabile igitur est quod ex ζ η, ei quod ex η θ. Rationale autem est quod ex ζ η. rationale igitur quod ex η θ, rationalis igitur est η θ. Et quoniam ϐ γ, ad γ δ, rationē non habet quam quadratus numerus ad quadratum numerum, neque igitur quod ex ζ η, ad id quod ex η θ, rationē habet quā quadratus nūerus ad quadratū numerū. Incōmensurabilis igitur est ζ η, ipsi η θ lōgitudine. Et utræque sunt rationales, ipsæ igitur ζ η, η θ, rationales sunt, potentia tantū cōmensurabiles. Apotome igitur est

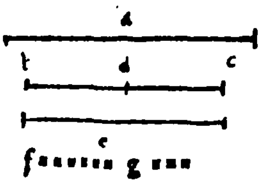


ζ θ,

ζθ (per 73 decimi.) Dico quod & tertia. Quoniã enim enim est sicut ε ad βγ, sic quod ex α, quadratũ ad id quod ex ζη quadratũ, sicut aũt βγ, ad γδ, sic quod ex ζη ad id quod ex ηθ, ex æquali igitur (per 22 quinti,) sicut ε ad γδ, sic quod ex α ad id quod ex θη. Sed ε ad γδ rationẽ nõ habet quã quadratus nũerus ad quadratũ numerũ. Neq; igitur quod ex α, ad id quod ex ηθ rationẽ habet quã quadratus numerus ad quadratũ numerũ. Incõmẽsurabilis igitur est α ipsi ηθ lõgitudine. Neutra igitur ipsarum ζη, ηθ, cõmensurabilis est longitudine ipsi α expositæ rationali. Quo nẽpe maius est quod ex ζη eo quod ex ηθ, esto id quod ex κ. Quoniã igitur est sicut βγ ad γδ, sic est quod ex ζη, ad id quod ex ηθ, conuertendo igitur (per correlariũ 19 quinti) est sicut βγ ad βδ, sic est quod ex ζη. quadratũ ad id quod ex κ. At βγ, ad βδ rationem habet quã quadratus numerus ad quadratũ numerũ, & quod ex ζη, igitur ad id quod ex κ rationem habet quã quadratus numerus ad quadratũ numerũ, commensurabilis igitur est ζη, ipsi κ longitudine Et ζη, ipsa ηθ. maius potest, eo quod ex κ, ipsa igitur ζη, ipsa ηθ, maius potest, eo quod ex sibi commensurabili. Et neutra ipsarum ζη, ηθ, cõmensurabilis est lõgitudine ipsi α expositæ rationali. Igitur (per 3 diffinitiões) ζθ, apotome est tertia. Inuenta igitur est tertia apotome, quod erat agendũ. Eucli. ex Camp. Propositio 83

83 # Residuum quartum inuenire.

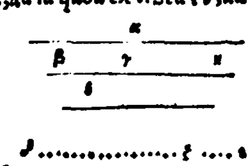
CAMPANVS Hic (sicut in inuentione residui primi) sit linea b c, cõmunicans lineæ a ratiõali positæ, numerus autẽ e quadratus, sit diuisus in f & g, quorũ sit uterque nõ quadratus, sitq; quadratũ lineæ b c, quadratũ lineæ d e, sicut e ad f, & scies ex diffinitione, lineam d b esse residuum quartũ, si eorũ quæ in inuentione binomij quarti didiceras, oblitus nõ fueris.



Eucl. ex Zãb. Problema 21 Propositio 88

88 ## Inuenire quartam apotomen.

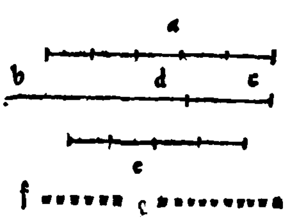
THEON ex Zãb. Exponatur rõnalis α, & ei lõgitudine cõmẽsurabilis esto βη, rõnalis igitur est & βη. Exponaturq; (per lẽma secũdũ 15 decimi) bini nũeri δζ, ζε, ut totus δε ad utrũq; ipsorũ δζ, ζε, rõnem nõ habeat quã quadratus nũerus ad quadratũ numerũ. Fiatq; (per correlariũ 6 (sicut δε ad εζ, sic quod ex βη quadratũ, cõmẽsurabile igitur est (per correlariũ 11 decimi) quod ex βη, ei quod ex ηγ. Rõnale aũt est id quod ex βη, rõnale igitur & quod ex ηγ. rõnalis igitur est (per 7 diffinitionẽ decimi,) & ηε. Et quoniã δε ad εζ, rõnem nõ habet quã quadratus numerus ad quadratũ numerũ, neq; igitur quod ex βη ad id quod ex ηγ rationẽ habet, quã quadratus numerus ad quadratũ numerũ. Incõmẽsurabilis igitur est (per 9 decimi,) βη, ipsi ηγ lõgitudine. Et utræq; rõnales sunt. Ipsæ igitur βη, ηγ, rõnales sunt potẽtia tantũ cõmensurabiles. Apotome igitur est βγ. Dico quod & quarta. Quo nempe maius est quod ex βη, eo quod ex ηγ, esto (per lẽma 13 decimi.) quod ex θ. Quoniã igitur est sicut δε, ad εζ, sic est quod ex βη, ad id quod ex ηγ, & cõuertẽdo igitur (per correlariũ 18 quinti,) sicut εδ, ad δζ, sic quod ex ηβ, ad id quod ex θ. Sed εδ, ad δζ, rationẽ nõ habet quã quadratus nũerus ad quadratũ nũerũ, neq; igitur quod ex ηβ ad id quod ex θ, rationẽ habet quã quadratus numerus ad quadratũ numerũ. Incommẽsurabilis igitur est (per 9 decimi) βη, ipsi θ lõgitudine, & β, ipsa ηγ, maius potest, eo quod ex θ, ipsa igitur βη, ipsa ηγ maius potest, eo quod ex sibi incõmensurabili, estq; tota βη, cõmensurabilis lõgitudine ipsi α rationali expositæ. Ipsa igitur βγ, (per 3 diffinitiones apotome est quarta. Inuenta igitur est quarta apotome, quod faciẽdũ erat.



Eucl. ex Cãp. Propositio 84

84 # Residuum quintum demonstrare.

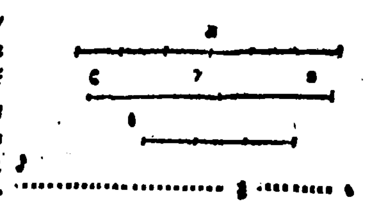
CAMPANVS Cum residuũ quintũ inuenire libuerit, erit linea c d communicans lineæ a rationali positæ in lõgitudine, sicut erat in inquisitione secũdi, & erit quadratus numerus e diuisus in f & e, quorum neuter quadratus sicut in præmissa, erit quadratũ lineæ c d ad quadratũ b c, sicut f ad e, ex quibus à diffinitione cõcludere licet (habita sufficiẽti notitia binomij quinti) lineã d b esse residuũ quintũ.



Eucli. ex Zãb. Theorema 21 Propositio 89

89 ## Inuenire quintam apotomen.

THEON ex Zamb Exponatur ratiõalis α, & ipsi α lõgitudine cõmensurabilis esto γη, rõnalis igitur est γη. Exponaturq; (per secundũ lemma 28 decimi,) bini numeri δζ, ζε, ut δε ad utrũq; ipsorũ δζ, ζε, rationẽ rursus non habeat quã quadratus numerus ad quadratũ numerũ. Fiatq; (per correlariũ 6 decimi) sicut ζε, ad εδ, sic quod ex ηγ ad id quod ex ηβ, cõmensurabile (per 11 decimi,) igitur est quod ex γη, ei quod ex βη. Rationale autem est quod ex γη, rationale & quod ex ηβ, rationalis igitur est βη. Et quoniam est sicut δε, ad εζ, sic est quod ex βη ad id quod ex ηγ, at δε, ad εζ, rationẽ nõ habet quã nũerus quadratus ad quadratum numerũ, neq; igitur quod ex βη ad id quod ex ηγ rationẽ habet quã quadratus numerus ad quadratũ numerũ, incõmensurabilis igitur est (per 9 decimi) βη ipsi ηγ, lõgitudine. Et utræq; sunt rõnales. Ipsæ

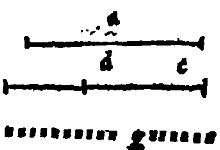


igitur β η, η γ, rationales sunt potentia tantum cōmēsurabiles. Igitur ε γ, apotome est per 73 decimi. Dico quod & quinta. Quo nāque maius est id quod ex β η, eo quod ex η γ, esto id quod ex θ. Quoniā igitur est sicut quod ex ε η, ad id quod ex η γ sic est δ ε ad ε ζ, cōuertēdo igitur (per correlariū 18 quinti) est sicut ε δ, ad δ ζ, sic quod ex β η, ad id quod ex θ. At ε δ, ad δ ζ, rationē nō habet quàm quadratus numerus ad quadratū numerum, neque igtur quod ex ε η, ad id quod ex θ, rationem habet quam quadratus numerus ad quadratum numerum. Incōmensurabilis (igitur per 9 decimi) ε η, ipsi θ, longitudine. Ipsaq; η ε, ipsa η γ, maius potest eo quod ex θ. Ipsa igitur η ε, ipsa η γ maius potest, eo quod ex sibi longitudine incommensurabili. & congruens est longitudine commensurabilis ipsi α expositæ rationali. Ipsa igitur β γ, apotome est quinta. Inuenta igitur est apotome quinta. Quod ostendendum fuerat.

Eucli. ex Camp. Propositio 55

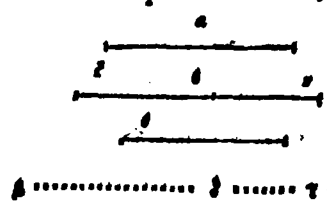
85 Residuum sextū demum præsto sit reperire.

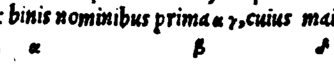
CAMPANVS. Residuum sextum sic reperitur. Erit ut prius linea a rationalis posita, & c numerus quadratus diuisus in f & g non quadratos. & erit h numerus primus. Et quadratū lineæ a ad quadratum lineæ b c, sicut h ad e, at uero quadratū lineæ b c, quadratū c d, ut e ad f, eritq; ex diffinitione linea d b, residuum sextum. Cui si non plane animus tuus assenserit, exerceri te conuenit in inuentione binomij sexti.



90 Inuenire sextam apotomen.

THEON ex Zamb. Exponatur rationalis α, & tres numeri ε, β γ, γ δ, rationem non habentes adinuicem quā quadratus numerus ad quadratum. Insuperq; & β γ, ad β δ rationem non habeat quam quadratus numerus ad quadratum numerum. Fiatq; (per correlarium 6 decimi) sicut ε ad β γ, sic quod ex α ad id quod ex ζ η, sicut autē β γ ad γ δ, sic quod ex ζ η ad id quod ex η θ. Quoniam igitur est sicut ε ad β γ, sic est quod ex α ad id quod ex ζ η, cōmensurabile igitur est (per 6 decimi,) quod ex α ei quod ex ζ η, rationale autē quod ex α rationale igitur est & id quod ex ζ η, rationalis igitur est & ζ η. Et quoniā ε ad β γ rationē nō habet quā quadratus numerus ad quadratū numerū, neq; igitur quod ex α ad id quod ex ζ η, rationē nō habet quā quadratus nūerus ad quadratū numerū. Incōmēsurabilis igitur est (per 9 decimi) α ipsi ζ η longitudine. Rursus quoniā est sicut β γ, ad γ δ, sic quod ex ζ η ad id quod ex η θ, commensurabile igitur est (per 6 decimi) quod ex ζ η, ei quod ex η θ, rationale autē est quod ex ζ η, ratiōale igitur est, & quod ex η θ, rationalis igitur & η θ. Et quoniā β γ ad γ δ rationē non habet quā quadratus numerus ad quadratum numerū, neque igitur quod ex ζ η, ad id quod ex η θ, rationem habet quā quadratus numerus ad quadratum numerum, incōmēsurabilis igitur est (per 9 decimi,) ζ η, ipsi η θ longitudine. Et utraq; rationales. Ipsæ igitur ζ η, η θ, rationales sunt potentia tantum cōmensurabiles. Igitur ζ θ apotome est. Dico iam quod & sexta. Quoniam enim est sicut ε ad β γ sic quod ex α ad id quod ex ζ η, sicutq; β γ ad γ δ sic quod ex ζ η ad id quod ex η θ, ex æquali igitur (per 22 quinti) est sicut ε ad γ δ, sic quod ex α ad id quod ex η θ. At ε ad γ δ rationem non habet quam quadratus numerus ad quadratum numerum. Neque igitur quod ex α, ad id quod ex θ η, rationē habet quā quadratus numerus ad quadratū numerū. Incōmensurabilis igitur est (per 9 decimi) α, ipsi η θ lōgitudine, & neutra ipsarū ζ η, η θ, cōmensurabilis est longitudine ipsi α expositæ rationali. Quo nempe maius est quod ex ζ η, eo quod ex ζ θ, esto quod ex κ. Quoniam enim est sicut β γ ad γ δ, sic quod ex ζ η ad id quod ex η θ, conuertēdo igitur (per correlarium 18 quinti) est sicut β γ ad β δ sic est quod ex ζ η, ad id quod ex κ. At γ β, ad β δ rationem non habet quam quadratus numerus ad quadratum numerum, neque igitur quod ex ζ η, ad id quod ex κ rationem habet quam quadratus numerus ad quadratum numerū. Incōmensurabilis igitur est ζ η ipsi κ longitudine. Et ζ η, ipsa η θ maius potest, eo quod ex κ. Igitur ζ η, ipsa η θ maius potest eo quod est sibi longitudine incōmensurabili, & utraque ipsarū ζ η, η θ, incommensurabilis est lōgitudine ipsi α expositæ rationali. Ipsa igitur ζ θ, apotome est sexta. Inuenta igitur est apotome sexta ζ θ, quod erat agendum. Sit prædictarum sex apotomarum inuentionis ostensio concisior. Deturq; ut inueniatur prima. Exponatur ex binis nominibus prima α γ, cuius maius nomen sit α β, & ab ipsa quidem α β, auferatur ipsi quidem β γ, æqualis β δ.





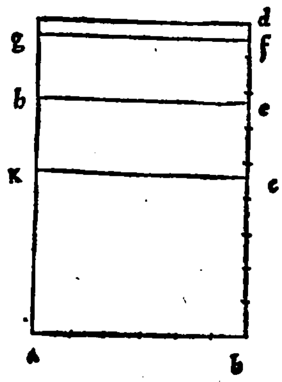
Ipsæ igitur α β, β γ, hoc est α β, β δ, rationales sunt potentia tantum commensurabiles, & α β, ipsa β γ, hoc est ipsa β δ, maius potest, eo, quod ex sibi incommensurabili. & α β commensurabilis est expositæ rationali longitudine. Igitur α δ prima est apotome. Similiter iam & reliquas apotomas inueniemus eas quæ ex binis nominibus* in numeros exponentes.

* ἰσαρίθμους pari numero, id est eiusdem ordinis

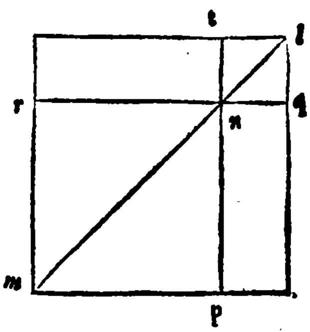
Eucli. ex Camp. Propositio 56

86 SI fuerit superficies linea rationali residuo primo contenta. latus eius tetragonicum necesse est esse residuum.

CAMPANVS. Sit superficies a c contenta linea rationali a b & residuo primo mo b c,dico latus tetragonicum superficiei a c,esse residuum. Adiungatur enim ad lineam b c,linea c d.sitq; illa cuius detractione b c fuit residuum primum. Eritq; ex diffinitione.b d rationalis ex longitudine,& c d in potentia tãtum,b d quoque erit potẽtior d c.in quadrato lineæ secum cõmunicantis in longitudine. Diuidatur igitur d c per æqualia in e,& tota b d diuidatur ea conditione in f,quod inter b f & f d sit e d medio loco proportionalis,eritq; ex secunda parte 11 b f communicans in longitudine f d,per 9 igitur utraque earum cõmunicat cũ tota linea b d,quare per diffinitionẽ ambæ sunt rationales in longitudine. Ducantur itaq; lineæ f g, e h. & c k,æquidistantes a b,eritq; per 15 utraque duarum superficierum a f & g d,rationalis. Sit quadratũ ergo l m,æquale superficiei a f.eritq; rationale.& latus eius rationale in potentia. In tra illud quadratũ protracta diagonali linea l m.describatur quadratum l n,æquale superficiei g d.eritque ipsum rationale,& eius latus ratiõale in potẽtia. protrahantur autem duæ lineæ m p,q n.æquidistanter lateribus totalis quadrati. Dico ergo quadratũ p r esse æquale superficiei a c,& eius latus quod est n p est residuum.



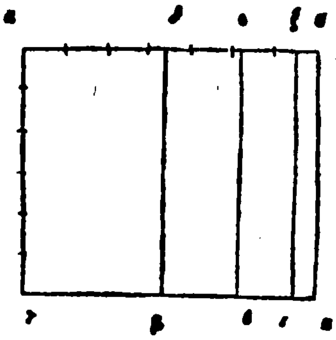
Cum enim linea d e sit ex hypothesi medio loco proportionalis inter b f & f d.erit ex prima sexti superficies h d medio loco proportionalis inter duas superficies a f & g d,ideoq; & inter duo quadrata l m & n l. Cũq; ex prima sexti sit superficies l p medio loco proportionalis inter eadem duo quadrata.erit l p æqualis d h,& etiam h c. Et quia quadratum l n est æquale g d,erit t r æquale g e, totus itaque gnomo circũscriptus quadrato m n,est æqualis c g. Et quia l m erat æquale a f.relinquitur m n æquale a c. Quod autem n p latus quadrati m n sit residuũ,sic collige. Est enim utraque duarũ p t & t n rationalis in potentia,eo quod utrunque quadratum l m & n l est rationale.unáque earum est incommensurabilis alij per primam sexti & 10 huius. eo quod quadratum l m est incommensurabile l r superficiei,sicut superficies a f superficiei h d. De quibus manifestum est quod ipsæ sunt incommensurabiles,est enim per primã sexti una earum ad alteram,sicut linea b f quæ est rationalis in longitudine ad lineam d e quæ est rationalis in potentia tantum,ex 65 igitur linea p n,quæ potest in superficiem a c,est residuum. Et hoc est quod intendimus.

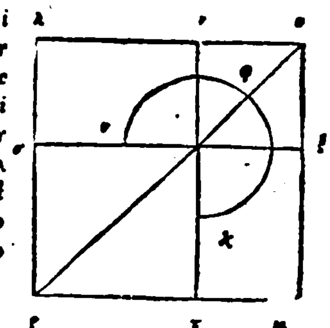


Eucli.ex Zamb. *Theorema 67* *Propositio 91*

91 Si areola comprehendatur sub rationali & apotome prima, quæ areolã potest apotome est.

THEON *ex Zamb.* *Cõprehendatur etenim areola α β,sub rationali α γ,& apotome prima α δ. Dico quod ipsam α β areolã potens,apotome est. Quoniã apotome est α δ,esto eidẽ cõgruens (per 79 decimi δ ε. Ipsæ igitur α ε, δ ε,rationales sunt potentia tantũ commensurabiles. & tota α ε,(per 3 diffinitiones) commensurabilis est ipsi α γ, expositæ rationali,& α ε,ipsa ε δ,(per 73 decimi,)maius potest eo quod ex sibi lõgitudine commensurabili. Si igitur (per 26 sexti)quartæ parti eius quod ex δ ε æquũ ad ipsam α ε cõparetur deficiẽs forma quadrata,in cõmẽsurabilia ipsam (per 17 decimi)diuiserit. Secetur (per 10 primi) δ ε bifariã in ι,& ei qued ex ι ε,æquũ ad ipsam α ε cõparetur (per 28 sexti,) deficiẽs forma quadrata,sitq; quod sub α ζ,ζ ε,cõmẽsurabilis igitur est α ζ,ipsi ζ ε. Et per ι,ζ, ε,signa,(per 31 primi) ipsi α γ,paralleli excitẽtur ι θ,ζ ι,ε κ. Et quoniã cõmensurabilis est α ε ipsi ζ ε,longitudine,& α ε igitur utriq; ipsarũ α ζ,ζ ε,cõmensurabilis est lõgitudine. Sed α ε cõmensurabilis est ipsi α γ,& utraque igitur ipsarum α ζ,ζ ε, commensurabilis est longitudine ipsi α γ,& rationalis est α γ,rationalis igitur est & utraq; ipsarum α ζ,ζ ε,quare & utrunque ipsorum α ι,ζ κ,rationale est. Et quoniam commensurabilis est δ ε, ipsi ι ε, & δ ε, igitur utriq; ipsarũ δ ι,ι ε,lõgitudine cõmensurabilis est. Rationalis aũt est δ ε,& ipsi α γ lõgitudine incõmensurabilis, rationalis igitur est & utraq; ipsarũ δ ι,ι ε.& ipsi α γ,lõgitudine incõmensurabilis,utrũq; igitur ipsorũ δ θ,ι κ, mediũ est. Apponatur iã,ipsi quidẽ α ι,æquũ quadratũ λ μ,ipsi autẽ ζ κ,æquum auferatur communẽ ipsi λ μ angulum habẽs eũ qui sub λ ο,ο ν,sitq; ν ξ,circa eundem igitur dimetientẽ sunt (per 26 sexti,) ipsa λ μ,ν ξ,quadrata,sit eorũ dimetiens ο ρ,ac describatur figura. Quoniã certe rectangulum cõprehensum sub α ζ,ζ ε,æquum est ei quod ex ε ι, quadrato, est*





est igitur (per 17 sexti) sicut α ζ ad ε η, sic ε η ad ζ η. Sed sicut quidem α ζ, ad ε η, sic (per 1 sexti,) α ι, ad α ε κ, sicut autẽ ε η ad ζ η, sic est ε κ, ad κ ζ. Ipsorum igitur α ι, κ ζ, medium proportionale est ε κ, est autem ipsorum λ μ, ν ξ, medium proportionale, ν μ, sicut in præcedentibus patuit (per lemma 53 decimi,) & α ι, ipsi quidem λ μ quadrato æquum est, at κ ζ, ipsi ν ξ, & ε κ igitur, ipsi μ ν est æquale, Sed ε κ, (per 36 primi) ipsi δ θ est æquale, & μ ν, ipsi λ ξ. Igitur δ κ. æquum est ipsi υ φ χ, gnomoni, & ipsi ν ξ. Est autẽ & α κ æquũ ipsis λ μ, ν ξ, quadratis. Reliquũ igitur α ϐ, (per 45 primi) æquũ est ipsi σ τ, hoc est ei quod ex λ ν quadrato, Quod igitur ex λ ν quadratũ, ipsi α β, æquũ est. Ipsa igitur λ ν. ipsam α β areolam potest. Dico quod & λ ν apotome est. Quoniã enim rõnalia sunt α ι, ζ κ, & æqualia sunt ipsis λ μ, ν ξ, & utrũq; igitur ipsorũ λ μ, ν ξ, rationale est, hoc est quod ex utraq; ipsarũ λ ο, ο ν, & utraq; igitur ipsarũ λ ο, ο ν, rõnalis est. Rursus quoniã δ θ mediũ est, & ipsi λ ξ, est æquale mediũ igitur est λ ξ. Et quoniã λ ξ mediũ est, & ν ξ rõnale, incõmẽsurabile igitur est λ ξ, ipsi ν ξ. Sicut autẽ λ ξ ad ν ξ, sic est λ ο ad ο ν. Incõmẽsurabilis igitur est (per 11 decimi) λ ο, ipsi ο ν longitudine. Et utræq; rationales, ipsæ igitur λ ο, ο ν, rationales sunt potentia tantum commensurabiles. Apotome igitur est (per 73 decimi,) λ ν & ipsam α ϐ areolam potest. Quæ igitur ipsam α ϐ areolam potest apotome. est. Si areola igitur cõprehẽdatur sub rationali & apotome prima, quæ areolam potest apotome est. Quod erat ostendendum.

Eucl. ex Zamb. Propositio 87

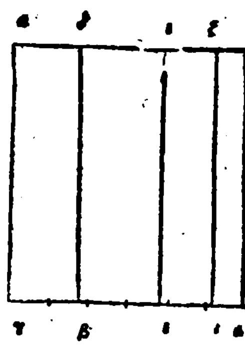
SI superficies aliqua linea rationali residuoq; secundo contineatur, linea in eandem potens erit residuum mediale primum.

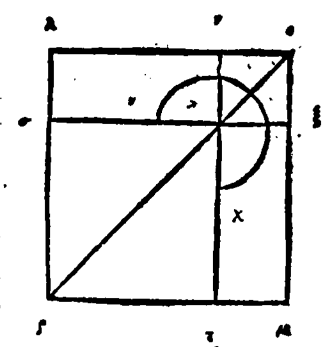
CAMPANVS In hac quoque argue sicut in præmissa ex diffinitione residui secundi & secunda parte 15 & nona & decimanona & 15 & 69.

Eucl. ex Zãb. Theorema 68 Propositio 92

92 Si areola comprehensa fuerit sub rationali & apotome secunda quæ areolam potest mediæ apotomæ est prima.

THEON ex Zamb. Areola namque α ϐ, cõprehendatur sub rationali α γ, & secunda apotomæ α δ. Dico quod quæ α ϐ, areolam potest, mediæ apotome est prima. Esto enim (per 79 decimi) ipsi α δ congruens δ η. Ipsæ igitur α η, η δ, rationales sunt potentia tantũ commensurabilis (per 5 diffinitiones,) & ipsa δ η, congruens, cõmensurabilis est ipsi α γ, expositæ rationali, ipsa uero α η tota ipsa congruente η δ maius potest eo quod ex sibi commẽsurabili, Quoniã igitur ipsa α η plus quàm η δ potest eo quod ex sibi commensurabili longitudine. Si igitur quartæ parti eius quod ex η δ, æquũ ad ipsam α η. cõparetur (per 28 sexti) forma deficiens quadrata, ipsam dirimet in commensurabilia (per 17 decimi. Secetur (per 10 primi) nẽpe δ η, bifariam in ε, & ei quod ex ε η, æquum ad ipsam α η, cõparetur forma deficiẽs à quadrata, sitq; quod sub α ζ, ζ η, commensurabilis igitur est α ζ, ipsi ζ η, longitudine. Et per ipsa ε, ζ, η. signa. (per 31 primi) ipsi α γ, paralleli excitentur ε θ, ζ ι, η κ. Et quoniam (per 15 decimi,) α ζ ipsi ζ η, longitudine commensurabilis est, & α η igitur utriq; ipsarum α ζ, ζ η, longitudine cõmensurabilis est. Rationalis autem est α η, & ipsi α γ, longitudine incõmẽsurabilis, & utraq; igitur ipsarũ α ζ, ζ η, ratiõalis est, & ipsi α γ lõgitudine incommensurabilis, utrũq; igitur ipsorũ α ι, ζ κ, medium est. Rursus quoniam commensurabilis est δ ε ipsi ε η, & δ η, igitur (per 6 decimi, & per 15 decimi) utrique ipsarũ δ ε, ε η, cõmensurabilis est. Sed δ θ, ipsi α γ longitudine commensurabilis est. Rationalis igitur est utraque ipsarũ δ ε, ε η, & ipsi α γ lõgitudine cõmensurabilis, igitur & utrũq; ipsorum δ θ, ε κ, (per 19 decimi, rationale est. Constituatur ergo (per 14 secundi) ipsi quidẽ α ι æquum quadratum λ μ, ipsi autẽ ζ κ æquũ auferatur ν ξ, circa eundẽ existens angulũ ipsi λ μ qui sub λ ο μ. Circa eũdem igitur dimetientem sunt ipsa λ μ, ν ξ, quadrata. Esto (per 26 sexti) ipsorum dimetiens ο ρ, & describatur figura. Quoniã nempe ipsa α ι, ζ κ, media sunt, & adinuicem cõmensurabilia, & eis quæ ex λ ο, ο ν, sunt æqualia. & quæ igitur ex λ ο, ο ν. media sunt, & ipsæ λ ο, ο ν, igitur mediæ sunt potentia tantũ commensurabiles. Et quoniam quod sub α ζ, ζ η,





æquum

æquū est ei quod ex ε η, est igitur sicut α ζ, ad ε η, sic ε η, ad ζ η. Sed sicut quidē α ζ ad ε η, sic α ι, ad ε κ, sicut aūt ε η, ad ζ η, sic ε κ, ad ζ κ. Ipsorū igitur α ι, ζ κ. mediū proportiōale est ε κ. Sed ipsorū λ μ, ν ξ, quadratorū, mediū proportiōale est (per lēma 53 decimi,) μ ν, & α ι quidē æquū est ipsi λ μ, & ζ κ ipsi ν ξ. Igitur μ ν, ipsi ε κ, æquū est. Sed ipsi quidē ε κ, æquū est δ θ, at μ ν, ipsi λ ξ (per 36 primi) est æquale. Totū igitur δ κ. æquū est ipsi υ φ χ, gnomoni & ipsi ν ξ. Quoniā ergo totū α κ, æquū est ipsis λ μ, ν ξ, quorū δ κ æquū est ipsi υ φ χ gnomoni & ipsi ν ξ, reliquū igitur α β ipsi σ τ, est æquale. Hoc est, ei quod ex λ ν: quod igitur ex λ ν, ipsi α β, areolæ æquum est, ipsam igitur α β areolam, ipsa λ ν potest. Dico quod λ ν mediæ apotomæ est prima. Quoniā enim ε κ rationale est, & ipsi ν μ æquale hoc est ipsi λ ξ, rationale igitur est λ ξ, hoc est id quod sub λ ο, ο ν, (per constructionem.) Ostensum autem est, quod ν ξ medium est. Igitur λ ξ, ipsi ν ξ, est incommensurabile. Sicut autē λ ξ ad ν ξ, sic λ ο, ad ο ν. Ipsæ igitur λ ο, ο ν, lōgitudine sunt incōmensurabiles. Ipsæ igitur λ ο, ο ν, mediæ sunt potentia tantum commensurabiles, rationale comprehendentes. Ipsa igitur λ ν, mediæ apotomæ est prima (per 74 decimi.) Et ipsam α β potest areolā. Igitur quæ ipsam α β areolā potest, mediæ apotomæ est prima. Si areola igitur comprehensa fuerit, & quæ sequuntur reliqua, quod erat ostendendum.

Eucli. ex Camp. Propositio 88

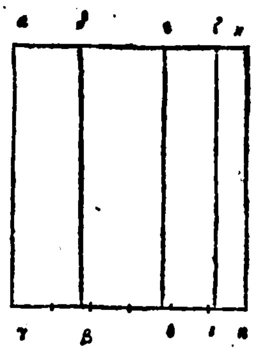
88 SI linea rationali residuoq́ꝫ tertio superficies contineatur, erit linea super eam potens residuum mediale secundum.

CAMPANVS Priori demonstrationi insiste, & facile concludes propositū ex diffinitione residui tertij & secunda parte 13 & 9 & 19 & 70.

Eucli. ex Zamb. Theorema 69 Propositio 93

93 Si areola comprehendatur sub rationali & apotome tertia, quæ areolā potest mediæ apotomæ est secunda.

THEON ex Zamb. Areola enim α β, comprehendatur sub rationali α γ, & apotome tertia α δ. Dico quod quæ ipsam α β, areolā potest, mediæ apotomæ est secunda. Esto enim (per 79 decimi,) ipsi α δ congruens δ η ipsæ igitur α η, η δ, rationales sunt potentia tantū cōmensurabiles, & neutra ipsarum α η, η δ, ipsi α γ, expositæ rationali cōmensurabilis est longitudine. At (per 87 decimi, tota α η, ipsa δ η, cōgruente maius potest, eo quod ex sibi commensurabili. Si igitur quartæ parti eius quod ex δ η, æquū ad ipsam α η, apponatur forma deficiens quadrata, in incommēsurabilia (per 18 decimi) ipsam diuiserit, secetur (per 10 primi.) nēpe δ η bifariā in ε, & (per 15 sexti) ei quod ex ε η, æquū ad ipsam α η, cōparetur forma deficiens quadrata, sitq́ quod sub α ζ, ζ η. Excitēturq́ (per 31 primi) per ε, ζ, η, signa, ipsi α γ, paralleli ε θ, ζ ι, η κ, cōmensurabiles igitur sunt α ζ, ζ η, cōmensurabile igitur est & α ι ipsi ζ κ. Et quoniā α ζ, ζ η, cōmēsurabiles sunt lōgitudine, & α η, igitur (per parabolē) utriq́ ipsarū α ζ, ζ η, cōmensurabilis est lōgitudine. Rationalis autē est α η, & ipsi α γ, longitudine incommensurabilis, & utraque igitur ipsarū α ζ, ζ η, rationalis est, & ipsi α γ, lōgitudine incommensurabilis, & utrūque igitur ipsorū α ι, ζ κ, (per 21 decimi,) medium est. Rursus quoniam cōmensurabilis est δ ε ipsi ε η, lōgitudine, & δ η, igitur utriq́ ipsarū δ ε, ε η, lōgitudine cōmēsurabilis est (per 16 decimi.) Rationalis autē est η δ, & ipsi α γ, lōgitudine incōmēsurabilis, rationalis igitur est & utraq́ ipsarū δ ε, ε η, & ipsi α γ, lōgitudine incōmensurabilis. Vtrūq́ igitur ipsorū δ θ, ε κ, (per 21 decimi,) mediū est. Et quoniā α η, η δ potentia tantum sunt cōmensurabiles, incōmensurabilis igitur est longitudine α η, ipsi η δ. Sed α η, ipsi quidē α ζ longitudine cōmensurabilis est, & δ η, ipsi ε η, incōmensurabilis igitur est α ζ, ipsi ε η longitudine. Sicut aūt α ζ, ad ε η, sic α ι ad ε κ, incōmēsurabile igitur est α ι, ipsi ε κ. Cōstituatur igitur (per 14 secūdi,) ipsi quidē α ι æquū quadratū λ μ, ipsi aūt ζ κ, æquū auferatur ν ξ, circa eundē existēs angulū cū μ λ. Circa igitur eundē dimetientē, sunt λ μ, & ν ξ, esto (per 26 sexti) ipsorū dimetiens ο ρ, describaturq́ figura. Quoniam igitur quod sub α ζ, ζ η, æquū est ei quod ex ε η. est igitur (per 17 sexti) sicut α ζ, ad ε η, sic ε η ad ζ η. Sed sicut quidem α ζ ad ε η, sic est α ι ad ε κ, sicut autem ε η ad ζ η, sic est ε κ, ad ζ κ, & sicut igitur α ι ad ε κ, ita ε κ ad ζ κ. Ipsorū igitur α ι, ζ κ, mediū proportionale est ε κ, est autē (per lēma 53 decimi,) ipsorū λ μ, ν ξ, quadratorū, mediū proportionale μ ν, & α ι, æquū est ipsi λ μ, & ζ κ, ipsi ν ξ. Et ε κ igitur, æquū est ipsi μ ν. Sed μ ν. ipsi λ ξ, est æquale, & ε κ, ipsi δ



θ, æquum est (per 26 primi, & totū igitur, δ κ, æquū est ipsi υ φ χ, gnomoni & ipsi ν ξ. Est aūt & α κ. æquū ipsis λ μ, ν ξ, reliquū igitur α β, æquū est ipsi σ τ, hoc est ei quod ex λ ν quadrato. Igitur ipsa λ ν, ipsam α β, areolā potest. Dico iam quod λ ν mediæ apotomæ est secūda. Quoniā enim ostēsum est quod α ι, ζ κ, media sūt & æqualia eis quæ ex λ ο, ο ν, mediū igitur est (per correlarium 23 decimi, & utrūq́ ipsorū quæ ex λ ο, ο ν, media igitur est utraq́ ipsarū λ ο, ο ν. Et quoniam α ι ipsi ζ κ, cōmēsurabile est, igitur quod ex λ ο, ei quod ex ο ν, cōmēsurabile est. Rursus quoniā ostēsum est quod α ι, ipsi ε κ incōmēsurabile est, incōmēsurabile igitur est λ μ ipsi μ ν, hoc est quod ex λ ο, ei quod sub λ ο, ο ν, quare & λ ο, incōmēsurabilis est lōgitudine ipsi ο ν. Ipsæ igitur λ ο, ο ν, mediæ sunt potētia tantū cōmēsurabiles. Dico iā quod & mediū cōprehēdunt. Quoniā patuit quod ε κ, mediū est, & ei est æquale quod sub λ ο, ο ν, mediū igitur (per correlariū 23 decimi,) est & quod sub λ ο, ο ν. Quare ipsæ λ ο, ο ν, mediæ sunt potentia tantū commensurabiles medium comprehendentes. Ipsa igitur λ ν mediæ apotomæ est secunda (per 75 decimi,) & ipsam potest α β. Quæ igitur ipsam α β, areolam potest, mediæ apotomæ est secūda. Quod ostendere oportuit.

Eucli.

Eucli. ex Camp. Propositio 89

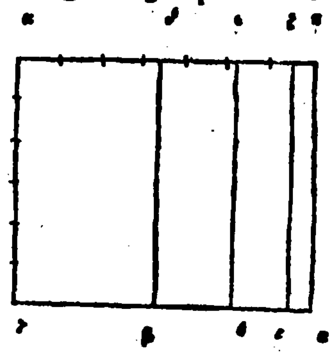
89 SI fuerit superficies linea rationali residuoq́ue quarto contenta, linea super eam potens erit linea minor.

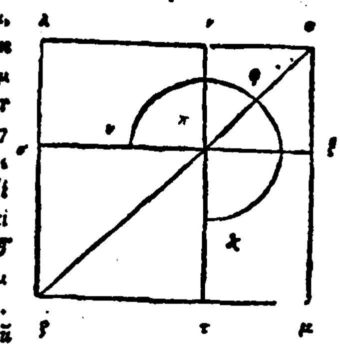
CAMPANVS In hac quoq; nõ aliter procedas quàm prius, facile erit ibi propositum concludere, si præmissam non despicis, ex diffinitione residui quarti & secunda parte 14 & 9 & 19 & 15 & 71, & sic patebit propositum.

Eucli. ex Zamb. Theorema 70 Propositio 94.

94 Si areola comprehendatur sub rationali & quarta apotome, quæ areolam potest minor est.

THEON ex Zãb. Areola nãque α β, comprehendatur sub rationali α γ, & quarta apotome α δ. Dico quod quæ α β areolã potest, minor est. Sit enim (per 80 decimi,) ipsi α δ congruens δ η, ipsæ igitur α η, η δ, rationales sunt potentia tantum commensurabiles, & α η, ipsi α γ, expositæ rationali longitudine commensurabilis est, & tota α η, ipsa δ η congruente maius potest eo quod ex sibi longitudine incommensurabili. Quoniam igitur (per 51 decimi) α η ipsa η δ maius potest eo quod ex sibi lõgitudine incommẽsurabili, si igitur quartæ parti eius quod ex δ η, æquum ad ipsam α η, comparetur (per 28 sexti,) forma deficiens quadrata, in incommensurabilia (per 18 decimi,) ipsam diuiserit. Secetur (per 10 primi) igitur δ η, bifariam in ε, & ei quod ex ε η, (per 28 sexti,) æquum ad ipsam α η cõparetur forma deficiens quadrata, sitq́; quod sub α ζ, ζ η, Incommensurabilis igitur est longitudine α ζ, ipsi ζ η. Excitentur igitur (per 31 primi) per ε, ζ, η, signa, paralleli ipsis α γ, β δ, sintq́; ε θ, ζ ι, η κ. Quoniã igitur rationalis est α η, & ipsi α γ, longitudine commensurabilis, rationale igitur est totum α κ. Rursus quoniã commensurabilis est δ η ipsi α γ longitudine, & utræq; sunt rationales, mediũ igitur est δ κ, (per 21 decimi.) Rursus quoniã incommensurabilis est α ζ, ipsi ζ η longitudine, incommensurabile igitur est (per 9 decimi) & α ι ipsi ζ κ. Constituatur igitur (per 14 secundi) ipsi quidem α ι æquum quadratũ λ μ, ipsi autem ζ κ, æquum auferatur ν ξ. Ad eundem existens ipsi λ μ, angulum qui sub λ ο μ, circa igitur eundem dimetientem sunt, (per 26 sexti,) ipsa λ μ ν ξ, quadrata. Sit ipsorũ dimetiens ο ρ, describaturq́; figura. Quoniã igitur quod sub α ζ, ζ η, æquũ est ei quod ex ε η, proportionaliter igitur est (per 17 sexti) sicut α ζ, ad ε η, sic ε η, ad ζ η. Sed sicut quidem α ζ ad ε η, sic α ι ad ε κ, sicut autem (per 1 sexti) ε ζ, ad ζ η, sic ε κ, ad ζ κ. Ipsorũ igitur α ι, ζ κ, medium proportionale est ε κ. Ipsorũ autẽ λ μ, ν ξ, quadratorũ (per lẽma 53 decimi medium proportionale est μ ν, & α ι, æquum est ipsi λ μ, & ζ κ, ipsi ν ξ, & ε κ, igitur, ipsi μ ν est æquale. Sed ipsi quidem ε κ, æquũ est δ θ, ipsi autem μ ν, æquum est λ ξ. Totum igitur δ κ, æquũ est ipsi υ φ χ, gnomoni, & ipsi ν ξ. Quoniã igitur α κ, totum æquũ est ipsis λ μ, ν ξ, quadratis, quorũ δ κ, æquũ est ipsi υ φ χ, gnomoni & ipsi ν ξ quadrato, reliquum igitur α β, (per 2 cõmunẽ sententiã) æquũ est ipsi σ τ, hoc est ei quod ex λ ν, quadrato. Igitur λ ν, ipsam α β, areolam potest, Dico quod λ ν irrationalis est, appellata minor. Quoniã enim α κ rationale est, & eis est æquale quæ ex λ ο, ο ν, sunt quadratis, conflatum igitur ex ijs quæ ex λ ο, ο ν, rationale est (per diffinitionẽ.) Rursus quoniã δ κ mediũ est, & δ θ, æquũ est ei quod bis sub λ ο, ο ν, quod igitur bis sub λ ο, ο ν, medium est. Et quoniã patuit quod α ι, ipsi ζ κ. est incommensurabile: incõmensurabile igitur est (per 11 decimi) quadratum quod ex λ ο, ei quod ex ο ν quadrato. Ipsæ igitur λ ο, ο ν, (per 76 decimi) potentia sunt incõmensurabiles, efficientes conflatum quidem earum quadratis rationale, quod uero bis sub ipsis medium. Ipsa igitur λ ν, irrationalis est appellata minor, & ipsam areolam α β potest. Quæ igitur ipsam α β areolam potest minor est. Quod erat ostendendum.





Eucli. ex Camp. Propositio 90

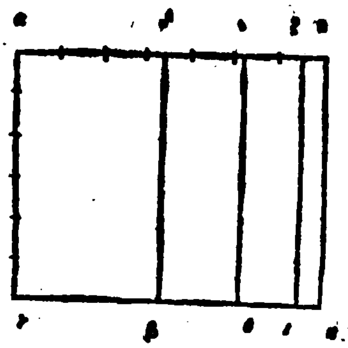
90 SI fuerit linea rationali residuoq́ue quinto superficies contẽta, latus eius tetragonicũ, erit cũ rationali componens mediale.

CAMPANVS Nitere præmissa argumentatiõe ex diffinitione residui quinti & secunda parte 14 & 9 & 19 & 15 & 72, quod propositũ est concludere.

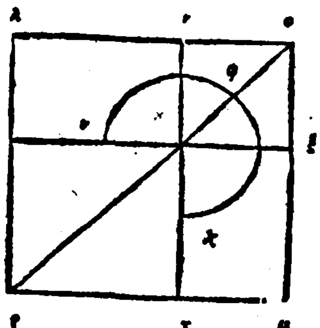
Eucli. ex Zamb, Theorema 71 Propositio 95

95 Si areola comprehendatur sub rationali & quinta apotome, quæ areolam potest, est quæ cum rationali medium totum conficit.

THEON ex Zamb. Areola etenim α β, comprehendatur sub rationali α γ, & quinta apotome α δ. Dico quod quæ

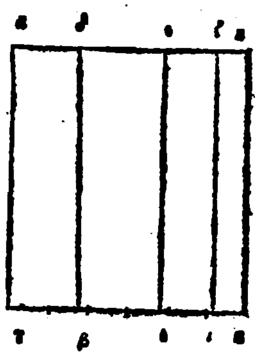


quæ ipsam areolam αβ potest, est quæ cum rationali medium totum conficit. Sit nanque (per 79 decimi) ipsi αδ congruens δη, ipsæ igitur αη, ηδ, (per 80 decimi,) rationales sunt potentia tantum commensurabiles, & congruens ηδ, cõmensurabilis est longitudine ipsi αγ, expositæ rationali. Et tota αη, congruente δη maius potest eo quod ex sibi incommensurabili. Si igitur (per 28 sexti) quartæ parti eius quod ex δη, æquũ ad ipsam αη, (per 17 decimi) comparetur deficiens forma quadrata, in incommensurabilia ipsam diuidet. Secetur igitur (per 10 primi,) δη, bifariã in ε signo, & ei quod ex εη, (per 18 decimi, æquum ad αη, cõparetur forma deficiens quadrata, sitque quod sub αζ, ζη. Incommensurabilis igitur est (per 9 & 94 decimi) αζ, ipsi ζη longitudine. Excitenturque (per 31 primi) per ε, ζ, η, signa ipsi αγ paralleli εθ, ζι, ηκ. Et quoniã αη ipsi αγ longitudine est incõmensurabilis, & utræque sunt ratiõales, mediũ igitur est ακ. Rursus quoniã δη est ratiõalis, & ipsi αγ lõgitudine cõmẽsurabilis, rationale igitur est δκ. Constituatur igitur (per 14 secundi, ipsi quidẽ αι æquũ quadratũ λμ, ipsi autẽ ζκ, æquũ quadratũ auferatur νξ. Ad eundem angulũ qui sub λ, ο, μ, sunt ipsa λμ, & νξ, ad eãdem igitur diametrũ, sunt λμ, νξ quadrata. Sit (per (per 26 sexti) ipsorũ dimetiens ορ, describaturque figura. Similiter iam ostendemus, quod λν, potest ipsam αθ, areolam, dico quod ipsa λν, est quæ cum rationali mediũ totũ cõficit. Quoniã enim ostẽsum quod ακ medium est, & ei sunt æqua quæ ex λο, ον, cõflatũ igitur ex eis quæ ex λο, ον, mediũ est, (per correlariũ 23 decimi.) Rursus quoniã δκ ratiõale est, & ei est æquum quod bis sub λο, ον, & quod bis igitur sub λο, ον, rationale est. Et quoniã incommensurabile est αι ipsi ζκ, incommensurabile igitur est quod ex λο, ei quod ex ον. Ipsæ igitur λο, ον, potentia sunt incõmensurabiles efficiẽtes conflatum ex ipsarum quadratus mediũ, quod autẽ bis sub ipsis rationales. reliqua igitur λν, (per 77 decimi) irrationalis est appellata cũ rationali mediũ totum efficiens. Et ipsam αθ, areolam potest, quæ igitur ipsam αβ, areolam potest, est quæ cum rationali medium totum efficit. Quod oportuit demonstrare.



Eucli. ex Camp. Propositio 91

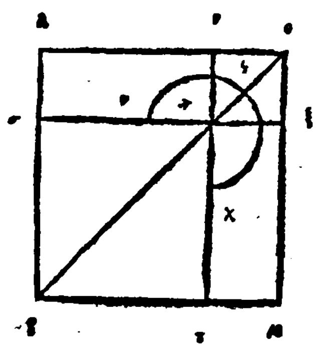
91 SI linea rationali residuoque sexto superficies contineatur, latus tetragonicum quod super eam potest cum mediali constituens totum mediale esse comprobatur.



CAMPANVS Nunc quoque ultimo quod per hanc dicitur præmisso modo satage concludere ex diffinitione residui sexti, & secunda parte 14 & 9 & 19 & 73. In his autẽ omnibus processum tuum nihil offendere poterit, si primam earum & perfecte didiceris & memoriter tenueris, & quid quoque supponet solerter attenderis. Quod si forsan de aliquo in quadrato l m te dubitare cõtigerit, ad suum æquale in superficie a d tibi recurrendũ erit, & patebunt tuo ingenio.

Eucl. ex Zamb. Theorema 61 Propositio 96

96 Si areola cõprehendatur sub rationali & apotome sexta, quæ areolã potest, est quæ cum medio medium totum efficit.

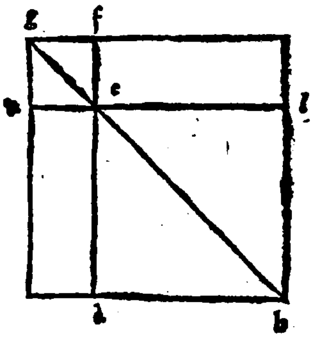


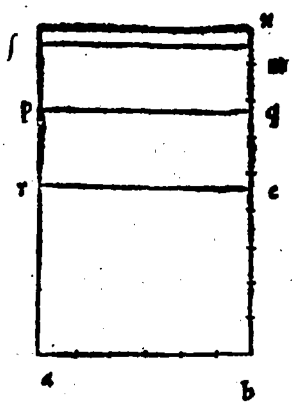
THEON ex Zamb. Areola namque αβ, cõprehendatur sub rationali αγ & apotome sexta αδ. Dico quod quæ αθ areolam potest, est quæ cũ medio medium totum efficit. Esto enim (per 79 decimi,) ipsi αδ congruens δη, ipsæ igitur αη, ηδ, (per 90 decimi) rationales sunt potentia tantũ cõmensurabiles Et neutra ipsarũ αη, ηδ, (per 5 diffinitiones) cõmensurabilis est ipsi αγ expositæ rõnali longitudine, & tota αη ipsa δη cõgruente maius potest eo quod ex sibi longitudine incommensurabili. Quoniã igitur αη ipsa ηδ, maius potest eo quod ex sibi lõgitudine incõmẽsurabili, si igitur (per 28 sexti,) quartæ parti eius quod ex δη, æquũ ad ipsam αη cõparetur forma deficiẽs quadrata in incõmẽsurabilia ipsam (per 17 decimi) diuidet. Secetur igitur (per 10 primi) αη, bifariã in signo ε, & ei quod ex εη, (per 28 sexti,) æquũ ad ipsam αη comparetur forma deficiens quadrata, sitque quod sub αζ, ζη. Incommensura *bilis igitur est (per 18 decimi α ζ, ipsi ζ κ, longitudine. Sicut autem (per 1 sexti) α ζ, ad ζ κ, sic α ι ad ξ κ, incommensurabile igitur est (per 9 decimi,) α ι ipsi ξ κ. Et quoniam ipsæ α κ, κ γ, rationales sunt potentia tantum commensurabiles, medium est α κ. Et quoniam ipsæ α γ, δ κ, rationales sunt longitudine incōmensurabiles, mediū est & δ κ, (per 21 decimi.) Quoniam igitur ipsæ α κ, κ δ, potentia tantum sunt commensurabiles, igitur α κ, ipsi δ κ longitudine est incōmensurabilis. Sicut autem α κ ad κ δ, sic est α κ, ad δ κ, incommensurabile igitur est α κ, ipsi κ δ. Cōstituatur igitur (per 14 secundi,) ipsi α ι, æquū quadratū λ μ, ipsi autem ξ κ, æquum auferatur ν ξ, ad eundem angulum ipsi λ μ, circa eūdem dimetientem igitur (per 26 sexti) sunt ipsa λ μ, ν ξ, quadrata, esto ipsorum dimetiēs ο ρ. describaturq; figura. Similiter iam ex præcedentibus ostendemus, quod λ ν est quæ cum medio medium totum efficit. Quoniam nāq; patuit quod α κ mediū est & eis est æquale quæ ex λ ο, ο ν. conflatum igitur ex ijs quæ ex λ ο, ο ν, medium est (per correlarium 23 decimi.) Rursus quoniam patuit quod δ κ mediū est, & ei æquale quod bis sub λ ο, ο ν, & quod igitur bis sub λ ο, ο ν, mediū est. Et quoniam patuit quod α κ, ipsi δ κ est incommensurabile, incommensurabilia igitur sunt & quæ ex λ ο, ο ν, sunt quadrata ei quod bis sub λ ο, ο ν. Et quoniam α ι, ipsi ξ κ, est incōmensurabile, incōmensurabile est igitur & quod ex λ ο, ei quod ex ο ν. Ipsa λ ο, ο ν, igitur (per 78 decimi) potentia sunt incommensurabiles, efficientes conflatū ex ipsarum quadratis medium, & quod bis sub ipsis medium insuper quæ ex ipsis quadrata incommensurabilia ei, quod bis sub ipsis. Ipsa igitur λ ν, irrationalis est, appellata cum medio medium totum efficiens. Quod erat demonstrandū.*

Eucli. ex Camp. Propositio 92

92 **SI ad lineam rationalē superficies æqualis quadrato residui applicetur, alterum latus residuum primum esse necesse est.**

CAMPANVS Hæ sex sequentes, sunt conuersæ sex præcedentium per ordinem. Huius autem primæ hæc est intentio, quod si sit superficies a c adiuncta ad lineam ratiōalem a b, æqualis quadrato residui quod sit d e, erit eius latus secundum quod est b c necessario residuum primum. Adijciatur enim lineæ d e quæ proponitur esse residuum, linea per cuius abscisionem ipsa d e fuerit residuum, sitq; ei adiuncta e f, eritq; ex 65 utraq; duarū linearum d f & f e, rationalis in potentia, & una earum incommensurabilis alij. Describatur ergo quadratum lineæ f e. quod sit e g, & quadratū d e quæ posita est esse residuū, quod sit e h, & adijciantur supplementa d k & f l, eritq; quadratū g h, tāquam quadratum lineæ d f, & quadratum e h erit sicut superficies a c. Erit etiam utrūq; quadratorū g h & g e, rationale. Sit igitur superficies a m adiuncta ad lineā a b, æqualis quadrato g h, eritq; ob hoc ratiōalis, quare per 16 linea m n est rationalis in lōgitudine, superficies uero p n fit æqualis quadrato e g, quæ propter hoc erit rōnalis, & per 16 linea m n rōnalis in lōgitudine, itaq; tota linea b n est rationalis per 9. Diuidatur autem c n per æqualia in q, & ducatur q r æquidistans a b, eritq; ex prima sexti c r æqualis r n. Manifestum uero est quod cum tota superficies a n sit æqualis duobus quadratis g h & e g pariter acceptis quæ sunt quadrata duarum linearum d f & f e, & superficies a c sit æqualis quadrato lineæ d e quod est e h, erit per 7 secūdi superficies residua ex a n quæ est c f æqualis duplo superficiei ex d f in f e, quare & horū dimidia quæ sunt r n & d g, necesse est esse æqualia. Cūq; igitur ex prima sexti sit superficies d g medio loco proportiōalis inter duo quadrata g h & g e, erit quoq; superficies r n medio loco proportionalis inter duas superficies a m & p n, ideoq; per primam sexti erit etiam q n medio loco proportionalis inter duas lineas b m & m n. Cūq; sit q n dimidiū lineæ n c, & linea q n diuisa per punctum m in duo communicantia inter quæ cadit q n medio loco proportionalis, sequitur ex prima parte 13 quod linea b n sit potentior linea n c in quadrato lineæ secum communicantis in longitudine. Quia ergo superficies d g est medialis ex 19, ex hypothesi autē superficies c r sibi æqualis medialis, & linea c q rationalis in potentia tantum per 20, ideoq; etiam duplum eius quod est linea n c est rationalis tantum in potentia. quia ergo b n est rationalis in longitudine communicantis lineæ a b positæ rationali. & potentior n c in quadrato lineæ sibi communicantis in longitudine



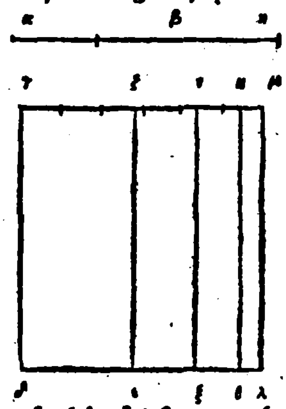


ne. ſequitur ex diffinitione lineam b c eſſe reſiduum primum. Quod eſt propoſitum.

Eucli. ex Zamb. Theorema 73 Propoſitio 97

97 Quod ex apotome ad rationalem comparatum laritudinem primam efficit apotomen.

THEON ex Zãb. Sit apotome α β, rationalis autem ſit γ δ, & ei quod ex α β. æquum ad ipſam γ δ, comparetur γ ε. latitudinem efficiens γ ζ. Dico quod γ ζ, iſt prima apotome. Eſto enim (per 79 decimi) ipſi α β cõgruens β η, ipſæ igitur α η, η β. (per 80 decimi) rationales ſunt potentia tantum commenſurabiles. Et ei quidẽ quod ex α η, (per 44 primi) æquum, ad ipſam γ δ, cõparetur γ θ, ei autẽ quod ex β η, comparetur κ λ. Totũ igitur γ λ, æquũ eſt eis quæ ex α η, η β, quorũ γ ε æquum eſt ei quod ex α β, reliquum igitur ζ λ, æquum eſt ei quod bis ſub α η, η β. Secetur (per 10 primi) ζ μ bifariã in ſigno ν, & excitetur (per 31 primi) per ν, ipſi γ δ parallelus ν ξ. Vtrũque igitur ipſorum, ζ ξ, λ ν, æquum eſt ei quod ſub α η, η β. Et quoniam quæ ex α η, η β, rationalia ſunt, & eis quæ ex α η, η β, æquũ eſt δ μ, rationale igitur eſt (per diffinitionẽ decimi,) δ μ. Et ad rationalem apponitur γ δ. latitudinẽ efficiẽs γ μ, rationalis igitur eſt γ μ, (per 19 decimi,) & ipſi γ δ longitudine commenſurabilis. Rurſus quoniam quod bis ſub α η, η β, medium eſt (per 21 decimi,) & ei quod bis ſub α η, η β, æquũ eſt ζ λ. mediũ igitur eſt ζ λ. Et ad ipſam γ δ rationalẽ apponitur, latitudinem efficiens ζ μ, rationalis igitur eſt ζ μ. & ipſi γ δ longitudine incommenſurabilis. Et quoniã quæ ex α η, η β, rationalia ſunt, quod autẽ bis ſub α η, η β, medium eſt, incommenſurabilia igitur ſunt quæ ex α η, η β, ei quod bis ſub α η, η β. Et eis quidẽ quæ ex α η, η β, æquum eſt γ λ, ei aũt quod bis ſub α η, η β, æquum eſt ζ λ, incõmẽſurabile igitur eſt (per 9 decimi,) δ μ ipſi ζ λ. Sicut autem (per 1 ſexti,) δ μ, ad ζ λ, ſic eſt γ μ, ad ζ μ, incommenſurabilis igitur eſt (per 13 decimi,) γ μ ipſi ζ μ, lõgitudine. Et utræq; ſunt rationales, igitur γ μ, μ ζ, (per 11 decimi) rationales ſunt potentia tantum commenſurabiles. Igitur γ ζ apotome eſt. Dico inſuper quod & prima. Quoniam nempe eorum que ex α η, η β, mediũ proportionale eſt quod ſub α η, η β, & quod ex α η, æquum eſt ipſi γ θ, ipſi autem quod ſub α η, η β, eſt ν λ, ei autem quod ex β η, æquũ eſt κ λ, & ipſorũ igitur γ θ, κ λ, mediũ proportionale eſt ν λ. Eſt igitur (per 1 ſexti,) ſicut γ θ ad ν λ, ſic eſt ν λ, ad κ λ. Sed ſicut quidẽ γ θ ad ν λ, ſic eſt γ κ ad ν μ, ſicut aũt ν λ ad κ λ, ſic eſt ν μ ad κ μ, & ſicut igitur (per 11 quinti) γ κ ad ν μ, ſic ν μ, ad κ μ. Quod igitur ſub γ κ, κ μ, (per 17. decimi) æquũ eſt ei quod ex ν μ, hoc eſt quartæ parti eius quod ex ζ μ, Et quoniã quod ex α η, ei quod ex η β eſt incommenſurabile, commenſurabile eſt γ θ ipſi κ λ. Sicut autem γ θ ad κ λ, ſic γ κ, ad κ μ, cõmenſurabilis eſt igitur (per 11 decimi) γ κ ipſi κ μ. Quoniam igitur binæ rectæ lineæ ſunt inæquales ſcilicet γ μ, μ ζ, & quartæ parti eius quod ex ζ μ æquum ad ipſam γ μ apponitur forma deficiens quadrata quod ſcilicet ſub γ κ, κ μ, & γ κ ipſi κ μ commenſurabilis eſt, ipſa, igitur μ γ, ipſa μ ζ maius poteſt eo quod ex ſibi longitudine commenſurabilis. Et γ μ, commenſurabilis eſt ipſi γ δ, expoſitæ rationali longitudine. Ipſa igitur γ ζ, (per 55 decimi,) apotome eſt prima. Quod igitur ex apotome ad rationalem comparatum latitudinem efficit primam apotomen. Quod erat oſtendendum.



Eucli. ex Camp. Propoſitio 93

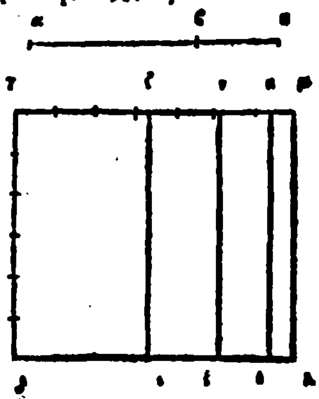
93 CVm adiuncta fuerit ſuperficies æqualis quadrato reſidui medialis primi ad lineam rationem, alterum latus eius erit reſiduum ſecundum.

CAMPANVS Hic erit linea d e reſiduum mediale primum, & linea e f erit linea illa per cuius abſciſionem d e fuerat reſiduum mediale primum. Dico quod b c erit reſiduũ ſecundum. Quod neſcire non poteris, ſi demonſtrationi præmiſſæ (quouſque eam ſolido amplectaris habitu) inſtiteris, & quales lineas oporteat eſſe d f & f e uigilanter attenderis, de quo ſi dubitas, 69 requirenda erit.

Eucli. ex Zamb. Theorema 74 Propoſitio 98

98 Quod ex mediæ apotomæ prima ad rationalem comparatum latitudinem ſecundam efficit apotomen.

THEON ex Zamb. Sit mediæ apotomæ prima α β, rationalis autem eſto γ δ, & ei quod ex α β, (per 44 primi,) æquum ad ipſam γ δ, apponatur γ ε, latitudinem efficiens γ ζ. Dico quod γ ζ apotome eſt ſecunda, eſto namque ipſi α β congruens β η, ipſæ igitur α η, η β, mediæ ſunt potentia tantum commenſurabiles, rationale comprehendentes. Et ei quidem quod ex α η æquum ad ipſam γ δ comparetur (per 44 primi,) γ θ, latitudinẽ efficiens γ κ, ei autem quod ex η β, æquum ad ipſam κ θ comparetur κ λ, latitudinem efficiens κ μ. Totum igitur γ λ, æquum eſt eis quæ ex α η, η β, medium igitur eſt & γ λ. Et ad ipſam γ δ rationalem comparatur, latitudinem efficiens γ μ, rationalis igitur eſt & γ μ, & ipſi γ δ in longitudine incommenſurabilis (per 22 decimi.) Et quoniam γ λ æquum eſt eis quæ ex α η, η β, quadratis. quorum quod ex α β, æquum eſt ipſi γ ε, reliquum igitur quod bis ſub α η, η β, æquum eſt ipſi ζ λ. Rationale au *tem est quod bis sub αη, ηβ, comprehenditur. rationale igitur & ζλ. Et ad ζι, rationalem comparatur, latitudinem efficiens ζμ, rationalis igitur est (per 20 decimi,) & ζμ, & ipsi γδ longitudine commensurabilis, Quoniam igitur quæ ex αη, ηβ, hoc est ipsum γλ, medium est, quod autem bis sub αη, ηβ, hoc est ipsum ζλ, rationale, incõmensurabile igitur est (per 9 decimi,) γλ ipsi ζλ. Sicut autem γλ, ad ζλ, sic est γμ, ad ζμ, incommẽsurabilis igitur γμ, ipsi ζμ longitudine, & utræq; sunt rationales. Ipsæ igitur γμ, μζ, rationales sunt potentia tantum commensurabiles, ipsa igitur γζ, apotome est (per 73 decimi,) Dico etiam quod & secũda. Secetur namq; (per 10 primi) ζμ bifariam in ν. Excitetur (per 31 primi,) per ν, ipsi γδ, parallelus νξ, utrũq; igitur ipsorum ζξ, νλ, æquum est ei quod sub αη, ηβ, Et quoniã (per lẽma 53 decimi) ipsorum quæ ex αη, ηβ, quadratorum medium proportionale est quod sub αη, ηβ, & quod ex αη, æquum est ipsi γθ, quod uero sub αη, ηβ, ipsi νλ. quod autẽ ex βη ipsi κλ, & ipsorũ igitur γθ, κλ, medium proportionale est νλ (per idem lemma.) Est igitur sicut γθ ad νλ, sic νλ, ad κλ, sed sicut quidem γθ ad νλ, sic est γκ ad νμ, sicut aũt νλ, ad κλ. sic est νμ ad μκ. Sicut igitur (per 11 quinti) γκ ad νμ, sic est νμ, ad κμ. Igitur quod sub γκ, κμ, (per 17 decimi) ei est æquũ quod ex νμ, hoc est quartæ parti eius quod ex ζμ. Et quoniã quod ex αη, commensurabile est ei quod ex βη, commensurabile est (per 1 sexti & 11 decimi) & γθ ipsi κλ, hoc est γκ, ipsi κμ. Quoniã igitur binæ rectæ lineæ inæquales sunt γμ, & μζ, quartæ autem parti eius quod ex μζ (per 17 decimi,) æquum ad maiorem γμ apponitur deficiens forma quadrata, quod scilicet sub γκ, κμ, & ipsam in commensurabilia despescit, ipsa igitur γμ ipsa μζ, (per eandem) maius potest eo quod ex sibi longitudine commensurabili*



Et congruens ζμ, (per 85 decimi) est commensurabilis longitudine ipsi γδ expositæ rationali. Ipsa igitur γζ, apotome est secunda, (per 3 diffinitiones. Quod igitur a mediæ apotomæ prima ad rationalẽ comparatum latitudinem secundam efficit apotomen. Quod erat ostendendum.

Eucli. ex Camp. Propositio 94

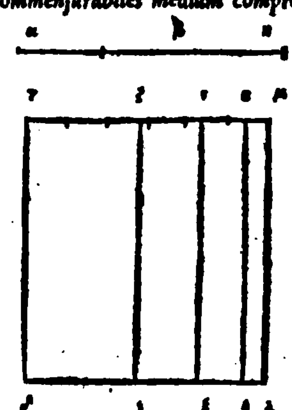
94 SI superficies æqualis quadrato residui medialis secundi applicata fuerit ad lineam rationalem, alterum latus eius residuum tertium esse conueniet.

CAMPANVS. Hic etiam erit d e residuũ mediale secundum, & sequetur ut sit c b residuum tertium. Quod ut facile concludas, primæ demonstrationi insistas, & quales lineas conueniat esse d f & f e, ex 70, collige.

Eucli. ex Zamb. Theorema 75 Propositio 99

99 Quod ex mediæ apotomæ secunda ad rationalem comparatum latitudinem tertiam apotomen conficit.

THEON ex Zamb. *Esto mediæ apotomæ secunda αβ, rationalis autem esto γδ, & ei quod ex αβ, (per 44 primi) æquum ad ipsam γδ apponatur γι, latitudinem efficiens γζ. Dico quod γζ est apotome tertia. Sit namq; αβ congruens βη, ipsæ igitur αη, ηβ, (per 81 decimi.) mediæ sunt potentia tantum commensurabiles medium comprehendentes. Et ei quidem quod ex αη. (per 44 primi,) æquum ad ipsam γδ, cõparetur γθ, latitudinem efficiens γκ, ei autem quod ex βη, (per eãdem) æquum ad ipsam κθ comparetur κλ, latitudinem efficiens κμ. Totum igitur γλ, æquum est eis quæ ex αη, ηβ. Et ea quæ ex αη, ηβ, media sunt, medium igitur est & γλ. Et ad ipsam γδ apponitur, latitudinem efficiens γμ. Rationalis igitur est γμ, & ipsi γδ longitudine incõmensurabilis, Et quoniam totũ γλ, æquum est eis quæ ex αη, ηβ, quorum γι æquum est ei quod ex αβ. reliquum igitur λζ (per 7 secundi,) æquum est ei quod bis sub αη, ηβ. Secetur igitur (per 10 primi) ζμ, bifariam in ν, signo, & ipsi γδ, (per 31 primi) parallelus excitetur νξ, utrũq; igitur ipsorum ζξ, νλ, æquũ est ei quod sub αη, ηβ. Mediũ autem est quod sub αη, ηβ, medium igitur est & λζ. Et ad ipsam ιζ rationalem comparatur, latitudinem efficiens ζμ, rationalis igitur est (per 22 decimi) ζμ, & ipsi γδ, longitudine incommensprabilis. Et quoniam ipsæ αη, ηβ, potentia tantum sunt commensurabiles, incommensurabilis igitur est (per 9 decimi,) αη, ipsi ηβ longitudine. Incommẽ*

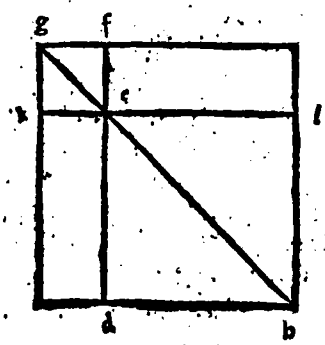


surabile igitur est & quod ex αη, ei quod sub αη, ηβ. Sed ei quidem quod ex αη, cõmensurabilia sunt quæ ex αη, ηβ, ei autem quod sub αη, ηβ, commensurabile est quod bis sub αη, ηβ. Incommensurabilia igitur sunt quæ ex αη, ηβ, ei quod bis sub αη, ηβ. Sed eis quidẽ quæ ex αη, ηβ, æquum est γλ ei autem quod bis sub αη, ηβ, æquũ est ζλ. Incõmẽsurabile igitur est γλ, ipsi ζλ. Sicut autem γλ ad ζλ. sic est per 1 sexti, & 11 decimi) γμ ad ζμ, incommensurabilis igitur

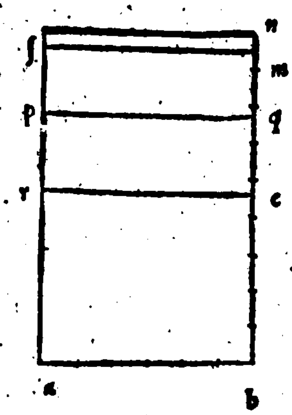
tur est γ μ, ipsi ζ μ longitudine. Et utræque sunt rationales. Ipsæ igitur γ μ, μ ζ, rationales sunt potentia tantum commensurabiles. Apotome igitur est γ ζ. Dico quod & tertia. Quoniã enim quod ex α ε commensurabile est ei quod ex ε ε, cõmensurabile igitur est γ θ ipsi κ λ, quare & γ κ, ipsi ε μ. Et quoniã eorũ quæ ex α ε, ε ϐ, (per lẽma 53 decimi) medium proportionale est quod sub α ε, ε ϐ, & ei quidem quod ex α ε æquum est γ θ, ei autem quod ex ε β æquum est κ λ ei autem quod sub α ε, ε ϐ, æquum est ν λ, & ipsorum γ θ, κ λ, igitur (per lemma 53 decimi) medium proportionale est ν λ. Est igitur sicut γ θ ad ν λ, sic est ν λ ad κ λ, Sed sicut γ θ ad ν λ, sic (per 1 sexti) est γ κ ad ν μ, sicut autem ν λ, ad κ λ, sic est ν μ, ad κ μ. Sicut igitur γ κ, ad ν μ, sic est ν μ, ad κ μ, quod igitur sub γ κ, κ μ, æquum est ei quod ex μ ν, hoc est quartæ parti eius quod ex ζ μ. Quoniam igitur binæ rectæ lineæ inæquales sunt γ μ, μ ζ, & quartæ parti eius quod ex ζ μ, (per 17 decimi,) æquum ad ipsam γ μ apponitur forma deficiẽs quadrata, & in commensurabilia ipsam diuidit, igitur γ μ ipsa μ ζ maius potest eo quod ex sibi commensurabili. Et ipsarum γ μ, μ ζ, neutra commẽsurabilis est longitudine ipsi γ δ expositæ rationali. Ipsa igitur γ ζ, (per 93 decimi apotome est tertia. Quod igitur ex mediæ apotomæ secundã ad rationalem cõparatũ latitudinem, efficit tertiam apotomen, quod erat ostendendum.

Eucli. ex Camp. Propositio 95

95 **C**Vm adiuncta fuerit lineæ rationali superficies æqualis quadrato lineæ minoris, latus eius secundum erit residuum quartum.



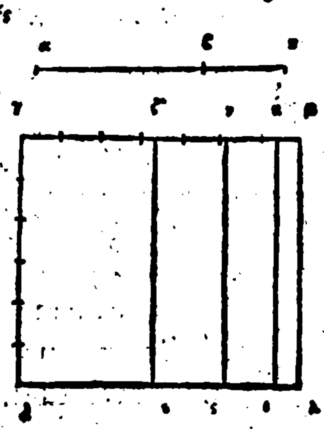
CAMPANVS Si fuerit d e linea minor, asserit hæc 95 quod b c erit residuũ quartũ. Est autẽ sumendũ ex 71 quales lineas esse necesse sit d f & f e, cũ d e fuerit linea minor, & est astruendum propositum præmisso modo excepto quod in hac & duabus sequentibus necesse est lineam b n diuidi ad punctum m in duo incommensurabilia, quæ in tribus præmissis diuidebatur necessario duo commẽsurabilia, nam in tribus præmissis fuerant duæ lineæ d f & f e communicantes in potentia tantum & ideo earum quadrata cõicantia, propter quod & superficies a m & p n quadratis earum æquales communicantes, quapropter etiã & duæ lineæ b m & m n, ideoq́ fuit in tribus præmissis linea b n potentior linea n c, in quadrato lineæ secum cõmunicantis in longitudine ex prima parte 15. In hac autem & duabus sequentibus sunt duæ lineæ d f & f e incommensurabiles in potentia, ut apparet ex 71 & 72 & 73, & ideo earum quadrata, propter quod & superficies a m & p n incõmẽsurabiles, propter quod et duæ lineæ b m et m n incõmẽsurabiles ideoq́ per primam partem 14 tam in hac quàm in duabus sequentibus necesse est lineam b n esse potẽtiorem linea n c, in quadrato lineæ sibi incommensurabilis in longitudine. Cætera perquire ut prius.



Eucli. ex Zamb. Theorema 76 Propositio 100

100 Quod ex minori ad rationalem comparatum latitudinem efficit quartam apotomen.

THEON ex Zãb. Sit minor α ϐ, rationalis autẽ esto γ δ, & ei quod ex α β, (per 44 primi) æquum ad ipsam γ δ comparetur γ λ, latitudinem efficiẽs γ ζ. Dico quod γ ζ apotome est quarta. Sit (per 79 decimi) ipsi α ϐ, cõgruẽs ϐ ε, Ipsæ igitur α ε, ε ϐ, (per 80 decimi) potentia sunt incommẽsurabiles, efficiẽtes conflatũ ex ijs quæ ex α ε, ε ϐ, quadratũ rationale, quod autẽ bis sub α ε, ε β, medium. Et ei quidem quod ex α ε, (per 28 sexti æquũ) ad ipsam γ δ cõparetur γ θ, latitudinẽ efficiens γ κ, ei autem quod ex β ε æquũ ad ipsam κ θ cõparetur κ λ, latitudinẽ efficiens κ μ. Totũ igitur γ λ, æquũ est eis quod ex α ε, ε β, & cõflatũ ex ijs quæ ex α ε, ε ϐ, rationale est, ratõale igitur est & γ λ, & ad rationalẽ γ δ cõparatur, latitudinẽ efficiẽs γ μ, rationalis igitur est (per 21 decimi) γ μ, & ipsi γ δ lõgitudine cõmensurabilis. Et quoniã totum γ λ æquũ est eis quæ ex α ε, ε ϐ, quorũ γ ι, æquũ est ei quod ex α ϐ, reliquum igitur ζ λ (per 7 secũdi) æquũ est ei quod bis sub α ε, ε ϐ. Secetur (per 10. primi) ζ μ, bifariam in ν signo. Exciteturq́ (per 31 primi) per ν signũ, utriq; ipsarũ γ δ, μ λ, parallelus ν ξ, utrũq; igitur ipsorũ ζ ξ, ν λ, æquũ est ei quod sub α ε, ε ϐ. Et quoniã quod bis sub α ε, ε ϐ, mediũ est & ipsi ζ λ æquale, medium igitur est & ζ λ. Et ad ipsam ζ ι rationalẽ cõparatur: latitudinẽ efficiẽs ζ μ,



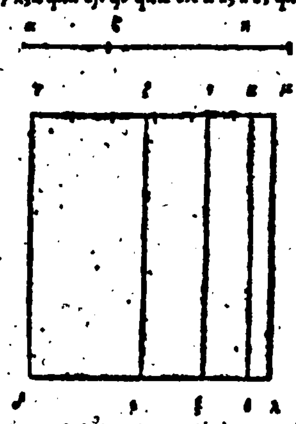
rationalis igitur est ζ μ, & ipsi γ δ, longitudine incommensurabilis. Et quoniã conflatum quidem ex ijs quæ ex α ε, ε β, rationale est, quod aũt bis sub α ε, ε β, mediũ. incõmẽsurabilia igitur sunt quæ ex α ε, ε β. ei quod bis sub α ε, ε β. At γ λ, æquũ est eis quæ ex α ε, ε β, ei autẽ quod bis sub α ε, ε β, æquũ est ζ λ. Incõmẽsurabile igitur est (per 9 decimi,) γ λ. ipsi ζ λ. Sicut autẽ γ λ, ad ζ λ, (per 1 sexti & 11 decimi) sic est γ μ ad μ ζ. Incõmensurabilis igitur est γ μ, ipsi ζ μ lõgitudi ne. Et utræq; sunt rõnales. Ipsæ igitur γ μ, μ ζ, (per 73 decimi) rõnales sunt potẽtia tãtũ cõmẽsurabiles. Apotome igi tur est γ ζ. Dico quod & quarta. Quoniã enim ipsæ α ε, ε β, potẽtia sunt incõmẽsurabiles, incõmẽsurabile est igitur & quod ex α ε, ei quod x ε β. Et ei quidẽ quod ex α ε, æquũ est γ θ, ei aũt quod ex ε β, æquũ est & κ λ. Incõmẽsurabile igi tur est γ θ, ipsi κ λ. Sicut aũt γ θ ad κ λ, sic est γ κ ad κ μ, incõmẽsurabilis igitur est (per 9 decimi,) γ κ ipsi κ μ lõgitudine. Et quoniã ipsorũ quæ ex α ε, ε β mediũ proportionale est (per lẽma 53 decimi) quòd sub α ε, ε β, & id quod ex α ε, æquũ est ipsi γ θ, quod autẽ ex ε β æquũ est ipsi κ λ, quod uero sub α ε, ε β, æquũ est ipsi ν λ, ipsorũ igitur γ θ, κ λ, mediũ proportiõale est (per idẽ lẽma ν λ. Est igitur sicut γ θ ad ν λ, sic est ν λ ad κ λ. Sed sicut quidẽ γ θ ad ν λ, sic (per 1 sexti,) est γ κ ad ν μ, sicut autẽ ν λ ad κ λ, sic est ν μ ad κ μ, & sicut igitur (per 11 quinti) γ κ ad μ ν, sic est μ ν ad κ μ. Quod igitur sub γ κ, κ μ. æquũ est ei quod ex μ ν, hoc est quartæ parti eius quod ex ζ μ. Quoniã igitur binæ rectæ lineæ inæqua les sũt γ μ & μ ζ. & quartæ parti eius quod ex μ ζ, (per 17 decimi,) ad ipsam γ μ apponitur forma deficiens quadra ta, quod scilicet sub γ κ, κ μ, & in incõmẽsurabilia ipsam diuidit, ipsa igitur γ μ. ipsa μ ζ maius potest eo quod ex sibi in cõmensurabili, & tota γ μ, ipsi γ δ, expositæ rationali cõmensurabilis est lõgitudine. Ipsa igitur γ ζ, apotome est quar ta (per 85 decimi) quod ex minori ad rationalẽ igitur comparatũ laitudinẽ, quartam efficit apotomen, quod erat ostendendum. Eucl. ex Camp. Propositio 96

96 SI ad lineã rõnalẽ quadrato lineæ cũ rõnali cõstituẽtis mediale æqualis supficies adiũgatur, latus eius, secũdũ erit residuũ qntũ.

CAMPANVS Pone similiter hic lineã d e esse illã quæ iũcta cũ rõnali cõponat totũ mediale. & attẽde ex 72 quales lineas oporteat esse d f & f e, & cõcludes sine offendiculo. si prius habitæ demõstrationi oportune institeris, lineã b c esse resid uum quintum. Eucli. ex Zamb. Theorema 77 Propositio 101

101 Quod ex ea quæ cũ rationali medium totum efficit, ad rationalem com paratum latitudinem quintam efficit apotomen.

THEON ex Zãb. Sit cũ rõnali mediũ totũ efficiẽs α β. rationalis autẽ esto γ δ. & ei quod ex α β, (per 44 primi,) æquũ ad ipsam γ δ, cõparetur γ ι, latitudinẽ efficiẽs γ ζ, Dico quod ζ γ, apotome est quinta. Sit enim (per 77 decimi) ipsi α β, cõgruẽs β ε. Ipsæ igitur α ε, ε β. rectæ lineæ potentia tantũ, sunt incõmensurabiles, efficiẽtes cõflatũ quidẽ ex ipsarũ quadratis mediũ, quod autẽ bis sub ipsis ratiõale Et ei quidẽ quod ex α ε, (per 44 primi) æquũ ad ipsam γ δ cõparetur γ θ, ei autẽ quod ex ε β, æquũ esto κ λ. Totũ igitur γ λ, æquum est eis quæ ex α ε, ε β. Quod autẽ conflatũ ex ijs quæ ex α ε, ε β, simul, mediũ est, mediũ igitur est (per 22 decimi γ λ. Et ad ipsam rationalẽ γ δ, apponitur, latitudinẽ efficiẽs γ μ, rationalis igitur est γ μ, & ipsi γ δ, incõmensurabilis. Et quoniã totũ γ λ, æquũ est ijs quæ ex α ε, ε β, quo rum γ ι, æquũ est ei quod ex α β, reliquũ igitur ξ λ, æquũ est ei quod bis sub α ε, ε β. Secetur inquã (per 10 primi) ζ μ, bifariã in ν, exciteturq; (per 11 per 31 primi, utriq; ipsarũ γ δ, μ λ, parallelus ν ξ. Vtrũq; igitur ipsorũ ζ ξ, ν λ, æquũ est ei. quod sub α ε, ε β. Et quoniã quod bis sub α ε, ε β, rationale est & ipsi ζ λ est æquale, ra tiõale igitur est ζ λ. Et ad rationalẽ ι ζ, cõparatur, latitudinẽ efficiẽs ζ μ, rõnalis igitur est (per 20 decimi) ζ μ, & ipsi γ δ lõgitudine cõmẽsurabilis. Et quoniam γ λ quidẽ mediũ est, at ζ λ, rationale, igitur γ λ ipsi ζ λ est incõmensurabile. Sicut autẽ γ λ ad ζ λ, sic γ μ, ad μ ζ, incommensurabilis igitur est γ μ, ipsi μ ζ lõgitudi ne. Et utræq; sunt rationales, ipsæ igitur γ μ, μ ζ, (per 73 decimi,) rationales sunt potẽtia tãtũ cõmẽsurabiles. Igitur γ ζ, apotome est, Dico quod & quĩta. Simi liter nãque ostendemus quod sub γ κ, κ μ, æquũ est ei quod ex ν μ, hoc est quartæ parti eius quod ex ζ μ, Et quoniã quod ex α ε ei quod ex ε β est incõmensurabi le, quod uero ex α ε æquũ est ipsi γ θ. quod autẽ ex ε β ipsi κ λ, incõmensurabile igitur est γ θ, ipsi κ λ. Sicut autẽ γ θ ad κ λ, sic est γ κ, ad κ μ. Igitur γ κ, ipsi κ μ lõgi tudine est incommensurabilis. Quoniã igitur binæ rectæ lineæ inæquales sunt γ μ, μ ζ, & quartæ parti eius quod ex ζ μ, (per 17 decimi) æquũ ad ipsam γ μ apponitur forma deficiẽs quadrata, & in incõmẽsurabilia ipsam diuidit, igitur (per 55 decimi,) γ μ, ipsa μ ζ, maius potest eo quod ex sibi longitudine incommẽsurabili. Et congruens ζ μ, ipsi γ δ rationali expositæ est cõmensurabilis. Igitur γ ζ, est apotome quinta. Quod ex ea igitur quæ cum rationali me dium totum, & reliqua quæ sequũtur. Quod fuerat ostendendũ. Eucli. ex Camp. Propositio 97

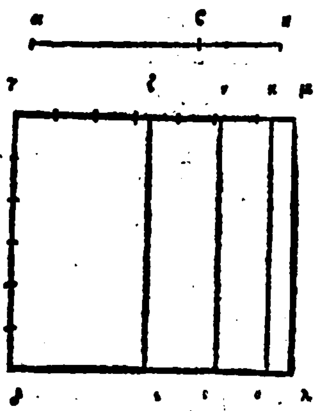


SI ad lineam rationalem superficies æqualis quadrato lineæ cũ me diali componentis mediale adiungatur, latus eius alterum erit re siduum sextum.

CAM

CAMPANVS. Nunc ultimo conuenit lineã d e esse illam, quæ iuncta cũ mediali componit totũ mediale cui adiuncta linea e f (quæ uidelicet sit illa per cuius abscisionẽ linea d e fuerat quæ proponitur) si quales lineas d f & f e esse oporteat ex 71 didiceris, priorẽ que argumentationẽ firma mente tenueris, sine obice quoquã lineã b c esse residuum sextũ concludere poteris. Si autẽ fortassis in aliquo te hæsitare contigerit, quicquid illud fuerit de quadrato g h ad sibi æqualẽ superficiem a n conferendũ erit, & sic patebit propositum nostrũ. Eucli. ex Zamb. Theorema 78 Propositio 102

102 Quod ex ea quæ cum medio medium totum efficit, ad rationalem comparatum latitudinem efficit sextam apotomen.

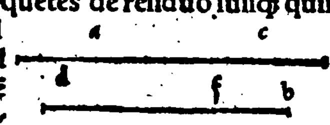


THEON ex Zamb. *Sit cum medio medium totum efficiens α β, rationalis autem esto γ δ, & ei quidẽ quod ex α β (per 44 primi) æquũ ad ipsam γ δ, cõparetur γ ε, latitudinẽ efficiẽs γ ζ. Dico quod γ ζ sexta est apotome. Sit inquã (per 84 decimi) ipsi α β cõgruens β η, ipsæ igitur α η, η β, potẽtia sunt incõmensurabiles, efficientes conflatum quidẽ ex iis quæ ab ipsis sunt quadratis medium, & quod bis sub α η, η β, medium, insuper incommensurabilia quæ ex α η, η β, ei quod bis sub α η, η β, Cõparetur inquam ad ipsam γ δ, ei quidẽ quod ex α η, æquũ γ θ, latitudinem efficiens γ κ, ei autẽ quod ex β η, sit κ λ. Totũ igitur γ λ, æquũ est eis quæ ex α η, η β. Igitur γ λ, medium est. Et ad rationalẽ γ δ, comparatur latitudinem efficiens γ μ. rationalis igitur est (per 22 decimi) γ μ, & ipsi γ δ longitudine incommensurabilis. Quoniã igitur γ λ æquum est eis quæ ex α η, η β, quorũ γ ε æquum est ei quod ex α β, reliquum igitur ζ λ æquũ est ei quod bis sub α η, η β. Et quod bis sub α η, η β, medium est, & ζ λ igitur medium est. Et ad ipsam ζ ε, comparatur latitudinem efficiens ζ μ, rationalis igitur est (per 22 decimi) ζ μ, & ipsi γ δ, longitudine incõmensurabilis. Et quoniam quæ ex α η, η β, incommensurabilia sunt ei quod bis sub α η, η β, & eis quidẽ quæ ex α η, η β, æquũ est γ λ, ei uero quod bis sub α η, η β. æquum est ζ λ, incommensurabile igitur est γ λ ipsi ζ λ. Sicut autem γ λ ad ζ λ, sic est γ μ, ad ζ μ, incommensurabilis igitur est (per 9 decimi,) γ μ ipsi μ ζ longitudine. Et utræq; sunt rationales, ipsæ igitur γ μ, μ ζ, rationales sunt potentia tantũ cõmensurabiles. Apotome igitur est γ ζ (per 73 decimi,) Dico quod & sexta. Quoniã ζ λ, æquũ est ei quod bis sub α η, η β, secetur (per 10 primi) in ν ipsa ζ μ, bifariã, exciteturq; (per 31 primi) per ν ad ipsam γ δ, parallelus ν ξ. Vtrũq; igitur ipsorũ ζ ξ, ν λ, æquũ est ei quod sub α η, η β. Et quoniã ipsæ α η, η β, potentia sunt incommensurabiles, incommensurabile igitur est quod ex α η, ei quod ex η β. Sed ei quidem quod ex α η, æquum est γ θ, ei autem quod ex η β, æquum est κ λ, incommensurabile igitur est γ θ, ipsi κ λ. Sicut autem γ θ, ad κ λ, sic est γ κ, ad κ μ, incommensurabilis igitur est (per 9 decimi) γ κ, ipsi κ μ. Et quoniã eorum quæ ex α η, η β, mediũ proportionale est (per lemma 53 decimi.) quod sub α η, η β, & quod ex α η, æquum est ipsi γ θ, ei autem quod ex η β, æquum est κ λ, ei uero quod sub α η, η β, æquũ est ν λ, ipsorũ igitur γ θ, κ λ, mediũ est proportionale ν λ. Est igitur sicut γ θ ad ν λ, sic est ν λ, ad κ λ, & id propterea iam (per 55 decimi) γ μ, ipsa μ ζ maius potest eo quod ex sibi incõmensurabili. & ipsarum neutra ipsi γ δ, expositæ rationali est commensurabilis, ipsa igitur γ ζ, sexta est apotome. Quod ex ea igitur quæ cum medio, & quæ sequuntur reliqua. Quod erat ostendendum.*

Eucli. ex Camp. Propositio 98

98 OMnis linea residuo commẽsurabilis, ipsa quoque in termino & ordine est idem residuum.

CAMPANVS. Quod 60 & quatuor eã sequẽtes de binomio eiusq; comitibus quinq; ꝓposuerũt, hæc 98 & quatuor eã sequẽtes de residuo suisq; quinque comitibus uerũ esse proponunt, quibus qui usq; ad solitum habitũ institerit, has ignorare non poterit. Quid quid autẽ in illis de communicãtia in longitudine & potẽtia tantum dictum est, in his quoque idem oportet intelligi. nam omnis linea residuo communicans in longitudine, siue in potentia tantum, ipsa etiam est residuum. Sed si communicat in longitudine, non solum est ipsa residuum, sed etiam eiusdem speciei residuum, uerbi gratia, linea cõmunicans in longitudine residuo primo, est residuũ primũ. & secundo cõmunicans est secundũ, sic quoq; in cæteris. Quod autẽ linea cõmunicat residuo in potẽtia tantũ, ipsam quoq; necesse est esse residuum, sed non eiusdem speciei immo impossibile est, ut linea cõicãs in potẽtia tantũ residuo primo aut secũdo aut tertio aut quarto aut quin cadat simul cũ eo sub eadẽ specie. sed necesse est ut ambo cadãt simul sub tribus primis speciebus, aut ambo simul sub tribus postremis. Sit itaq; exẽpli gratia, à residuum cui

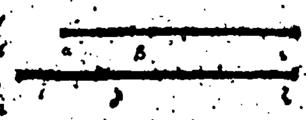


communicet b in longitudine, dico quod b erit residuum eiusdem speciei cum a. Adiũgatur enim linea c ad lineam a. & c illa sit per cuius abscisionẽ a fuit residuum. Et ad b adiungatur alia quæ sit d, ad quã sic se habeat b sicut a ad c, sitq́ cõposita ex a & c e, cõposita uero ex b & d, sit f, eritq́ ex permutata proportionalitate a ad b, sicut c ad d, & per 11 quinti erit e ad f, sicut a ad b, uel sicut c ad d. Cum itaque a cõmunicet cum b, erit per 10 c cõmunicans cum d & e communicans cum f. Et quia etiam est necessario ex permutata proportionalitate e ad c sicut f ad d, sequitur per 11 ut si fuerit e potentior c in quadrato lineæ sibi communicantis in longitudine uel si forte incommensurabilis, sit similiter f potẽtior d. At quoniam omnis linea cõmunicans in longitudine lineæ rationali est similiter illi rationalis (similiter dico, quia ambæ erũt rationales in longitudine, uel ambæ in potẽtia tantum) sequitur ex diffinitionibus residuorum ut b sit residuũ eiusdẽ speciei cum a. Si autẽ b cõmunicat in potentia cum a, ipsa quoq; erit residuũ, nõ tamen eiusdem speciei necessario, sed quemadmodũ dictum est, cuius demõstratio ex iis quæ in 60 de binomiis dicta sunt, colligenda est.

Eucli. ex Zamb. Theorema 79 Propositio 101

101 Quæ ipsi apotomæ longitudine est commensurabilis, apotome est & in ordine eadem.

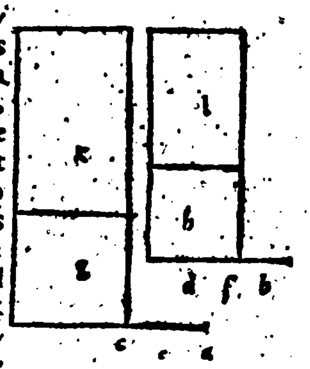
THEON ex Zamberto. Sit apotome αβ, & ipsi αβ, longitudine cõmensurabilis esto γδ. Dico quod & γδ apotome est, & in eadem. Quoniã enim αβ apotome est, sit ei congruens (per 79 decimi,) βε. Ipsæ igitur αε, εβ, (per eandẽ,) rationales sunt potẽtia tantũ cõmensurabiles. Et ipsius αβ ad γδ, rationi eadem fiat ratio ipsius βε ad δζ. Et igitur sicut (per 12 quinti,) unum ad unũ, omnia sunt ad omnia, est igitur & sicut tota αε, ad totam γζ, sic est αβ ad γδ. Commensurabilis autem est αβ, ipsi γδ longitudine, commensurabilis igitur est (per 11 decimi, & αε, ipsi γζ, & βε ipsi δζ. Et ipsæ αε, εβ, rationales sunt potentia tantum commensurabiles, & ipsæ igitur γζ, ζδ, rationales sunt potẽtia tantũ cõmẽsurabiles. Apotome igitur est γδ. Dico etiã quod in ordine eadẽ ipsi αβ. Quoniã est sicut αε ad γζ, sic est βε, ad δζ, uicissim igitur (per 16 quinti,) est sicut αε, ad εβ, sic est γζ, ad δζ. Iam ipsa αε, ipsa εβ, aut maius potest eo quod ex sibi commensurabili, aut eo quod ex sibi incommensurabili. Si quidem αε, ipsa εβ maius potest eo quod ex sibi cõmẽsurabili, & γζ, ipsa ζδ, (per 14 decimi) maius poterit eo quod ex sibi cõmẽsurabili. Et siquidẽ cõmẽsurabilis est αε ipsi expositæ rationali lõgitudine, & (per 13 decimi) γζ quoque, si uero βε, & δζ, etiam, si autem neutra ipsarum αε, εβ, & neutra ipsarum γζ, ζδ. Si uero αε, ipsa εβ, maius poterit eo quod ex sibi incommensurabili, & γζ, ipsa ζδ maius poterit eo quod ex sibi incommensurabili. Et si αε, ipsi expositæ rationali commensurabilis est lõgitudine, & γζ, (per 13 decimi,) si autem βε, & δζ, etiã, si uero neutra ipsarum αε, εβ, neutra etiam ipsarum γζ, ζδ. Igitur γδ apotome est, & ipsi αβ in ordine eadem. Quæ ipsi igitur apotomæ, & reliqua quæ sequuntur, quod erat ostendendum.



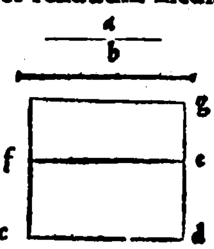
Eucli. ex Camp. Propositio 99

99 OMnis linea utrilibet residuo mediali communicans, est sub ipsius termino & ordine residuum mediale.

CAMPANVS. Verum est quod dicitur, siue cõmunicet linea cum utrolibet residuo mediali in longitudine, siue in potentia. Sit enim a utrumlibet residuum mediale, cui b communicet in lõgitudine uel potentia. Dico quod b est etiam residuum mediale, quale fuerit a. Adiungatur enim linea c ad lineam a. & sit c per cuius abscisionem a fuit residuũ mediale. Et ad b adiũgatur alia, quæ sit d, sitq́ b ad d, sicut a ad c, totaq́ cõposita ex a & c sit e & ex b, d, sit f. Describantur igitur quadrata c & d, quæ sint g & h. & superficies e in c, sit k, & f in d, sit l. Et quia est ut prius e ad f & c ad d sicut a ad b, sunt autẽ & c mediales potentia tãtum cõicantes ex 69 & 70, sequitur ex 11 ut f & d eis cõmunicantes sint etiã mediales potẽtia tantũ cõicantes. Constat autẽ ex prima sexti, quod sit k ad g sicut e ad c, & l ad h sicut f ad d. Et quia est e ad c sicut f ad d, sequitur ut sit k ad g, sicut l ad h. Et permutatim k ad l sicut g ad h. Cum ergo g cõmunicet cum h, sequitur ut k cõmunicet cum l. Si igitur k est rationale (quod est in residuo mediali primo) erit etiã per diffinitionem l rationalis, quare per 69 b etiam est residuũ mediale primum. Si autẽ k sit medialis (quod est in residuo mediali secundo) erit per 11 etiam l medialis, ideoque b per 70 residuum mediale secundum. Quare constat propositum.



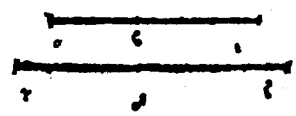
IDEM *aliter* Si linea b communicat cum linea a (quæ est utrũlibet residuum mediale) in longitudine uel in potentia, sit superficies c e adiũcta ad lineã rationalẽ c d, æqualis quadrato a, & f g æqualis quadrato b, erũtq; ob hoc c e & f g communicantes, quemadmodũ & quadrata linearum a & b eis æqualia, ideoq; per primam sexti & 10 huius, d e & e g sunt communicantes in longitudine. Et quia si a est residuum mediale primum linea d e est residuum secundum per 93, & si a est residuum mediale secundum linea d e est residuum tertium per 94, at cum d e est residuum secũdum, linea e g est etiã residuum secundũ, & cum illa tertium similiter, & hæc est tertium per 98, sequitur itaque ex 97 & 98 ut b sit residuum mediale primum aut secũdum, prout fuerit a. Et sic patet quod intendimus.



Eucli. ex Zamb. *Theorema 80* *Propositio 104*

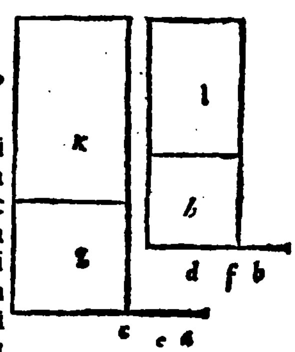
104 Mediæ apotomæ commensurabilis, mediæ apotome est, & in ordine eadem.

THEON ex Zãb. *Sit mediæ apotomæ αβ, & ipsi αβ commensurabilis esto γδ. Dico quod & γδ mediæ apotomæ est, & in ordine eadem ipsi αβ. Quoniam enim mediæ apotomæ est αβ, esto ei congruens (per 80 decimi,) ipsa βε, ipsæ igitur αε, εβ, mediæ sunt potẽtia tantũ cõmensurabiles, fiatq; (per 12 sexti) sicut αβ, ad γδ. sic βε, ad δζ commẽsurabilis igitur est (per 6 decimi,) & αε, ipsi γζ, & βε, ipsi δζ. Ipsæ autẽ αε, εβ, mediæ sunt potentia tantũ cõmensurabiles. Ipsæ igitur γζ, ζδ, mediæ sunt in potentia tantum commẽsurabiles, mediæ igitur apotome est (per 74 & 75 decimi,) γδ. Ostendendum est quod & in ordine eadem est ipsi αβ. Quoniã enim est sicut αε ad εβ, sic γζ, ad ζδ sed sicut quidem αε, ad εβ, sic quod ex αε, ad id quod sub αε, εβ, sicut aũt γζ, ad ζδ, sic quod ex γζ ad id quod sub γζ, ζδ, est igitur (per 11 quinti,) & sicut quod ex αε, ad id quod sub αε, εβ, sic quod ex γζ ad id quod sub γζ, ζδ. Et uicissim (per 16 quinti,) sicut quod ex γδ ad id quod ex ζγ, sic quod sub αε, εβ, ad id quod sub γζ, ζδ. Commensurabile autem est quod ex αε, ei quod ex γζ cõmensurabile igitur est & quod sub αε, εβ, ei quod sub γζ, ζδ. Si quidem igitur quod sub αε, εβ, rationale est, rationale est & quod sub γζ, ζδ. Si autem medium est quod sub αε, εβ, medium est & quod sub γζ, ζδ, mediæ igitur apotomæ est γδ. & ipsi αβ, in ordine eadem. Quod erat ostendendum.*

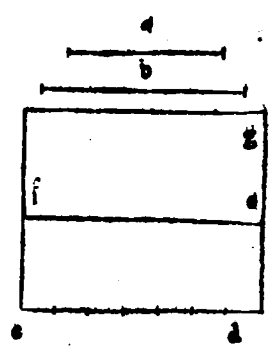


Eucli. ex Camp. *Propositio 106*

106 Si linea aliqua lineæ minori communicet, ipsa quoq; erit linea minor.



CAMPANVS Facile est hanc probare duplici modo sicut præmissam, siue cõmunicet linea aliqua cũ linea minori in lõgitudine, siue in potentia. Hoc autem apposito, quantum ad primum modum quod cum sit f ad d sicut e ad c. erit ex secunda parte 18 sexti quadratũ f ad quadratum d sicut quadratũ e ad quadratum c, & coniunctim quadrata duarũ linearum f & d ad quadratũ d, sicut quadrata duarũ linearũ e & c ad quadratũ c, & permutatim quadrata duarũ linearũ f & d ad quadrata duarũ linearũ e & b, sicut quadratũ d ad quadratũ c. Cõmunicat autem quadratũ d, cũ quadrato c, ergo duo quadrata duarũ linearũ f & d pariter accepta cõmunicãt cũ duobus duarũ linearum e & c pariter acceptis. Et quia ex 71 quadrata duarũ linearum e & c pariter accepta sunt rationale: erit etiam per diffinitionẽ & duo duarum linearum f & d pariter accepta ratiõale. Cumq; sit superficies K medialis, erit etiã l sibi cõmunicãs medialis, igitur ex 71 b est linea minor. Quãtũ autẽ ad secundum modum erit per 95 linea d e residuum quartum, ideoq; per 98 & linea e g erit etiã residuum quartum, ideoq; etiã per 89 linea b est linea minor.

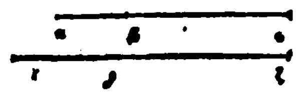


Eucl. ex Zãb. *Theorema 81* *Propositio 105*

105 Minori commensurabilis, minor est,

THEON ex Zãb. *Sit minor αβ, & ipsi αβ, cõmensurabilis esto γδ. Dico quod γδ, minor est. Fiant in quã sit prædicta, Et quoniam ipsæ αε, εβ. potentia sunt incõmensurabiles, & ipsæ γζ, ζδ, potentia sunt incõmensurabiles*

les. Quoniam igitur est sicut α ε, ad ε β, sic est γ ζ ad ζ δ, est igitur (per 22 sexti,) & sicut quod ex α ε ad id quod ex ε β, sic quod ex γ ζ ad id quod ex ζ δ. Componendo igitur (per 18 quinti,) est sicut quod ex α ε, ε β, ad id quod ex ε β, sic est quod ex γ ζ, ζ δ, ad id quod ex ζ δ, & uicissim (per 16 quinti. Commensurabile autem est (per 6 decimi, quod ex β ε ei quod ex δ ζ, commensurabile igitur est & cõflatum ex ipsarũ α ε, ε β, quadratis, conflato ex ipsarũ γ ζ. ζ δ, quadratis. Rationale autẽ est (per 12 decimi) conflatũ ex ipsarum α ε, ε β, quadratis, rationale igitur est (per correlariũ 15 decimi & 11 quinti,) & conflatũ ex ipsarũ γ ζ, ζ δ, quadratis. Rursus quoniam est sicut quod ex α ε ad id quod sub α ε, ε β, sic quod ex γ ζ, ad id quod sub γ ζ, ζ δ, & uicissim cõmensurabile autem est (per 6 decimi) quod ex α ε quadratum ei quod ex γ ζ, quadrato, cõmensurabile igitur est quod sub α ε, ε β, ei quod sub γ ζ, ζ δ. Mediũ autem quod sub α ε, ε β, medium itidem quod sub γ ζ, ζ δ, Ipsæ igitur γ ζ, ζ δ, (per 81 decimi) sunt incommensurabiles, sunt efficientes quidem conflatum ex ipsarum quadratis rationale, quod uero sub ipsis medium. Ipsa igitur γ δ, minor est. Minori commensurabilis igitur, & quæ sequuntur. Quod erat ostendendum.



Eucli. ex Camp. Propositio 101

101 OMnis linea communicans lineæ cum rationali componenti mediale, est cum rationali componens mediale.

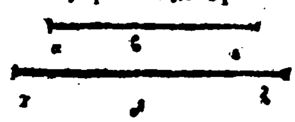
CAMPANVS Hanc quoque duplici prædicto modo non est difficile probare, siue de communicantia in lõgitudine siue in cõmunicantia in potẽtia tantum intelligatur. Sed quantũ ad primum modũ, erunt duo quadrata duarũ linearum f & d pariter accepta mediale per 21, quemadmodũ sunt duo quadrata duarum linearum e & c pariter accepta ex 72, quibus ipsa cõmunicant, & superficies l erit rationalis, per diffinitionem, quemadmodum est superficies k ex 72 cui ipsa cõmunicat. Igitur ex 72 b est cum rationali cõponens mediale. Quantum ad secundum modum, erit d e residuum quintum ex 69, ideoq; & e g ex 94. quare b est cum rationali componens mediale per 90.

Figura propositionis 100

Eucli. ex Zamb. Theorema 82 Propositio 106

106 Cum rationali medium totum efficienti commensurabilis, & eadem cũ rationali medium totum efficiens est.

THEON ex Zamb. Esto cum rationali medium totum efficiens α ε, & ipsi α ε cõmensurabilis esto γ δ. Dico quod γ δ est cũ rationali mediũ totũ efficiẽs. Sit inquã (per 79 decimi) ipsi α ε cõgruẽs β ε. Ipsæ igitur α ε, ε β (per 80 decimi, potentia sunt incommensurabiles, efficientes quidẽ ex ipsarũ quadratis medũ, quod autem sub ipsis rationale & eadem cõstruãtur. Similiter iam ostendemus ex præcedẽtibus, quod ipsæ γ ζ, ζ δ, in eadẽ sunt ratiõe ipsis α ε, ε β, & conflatum quidẽ ex ipsarum α ε, ε β, quadratis, commensurabile est conflato ex ijs quæ ex γ ζ, ζ δ, quadratis, quod autem sub α ε, ε β, ei quod sub γ ζ, ζ δ. Quare & ipsæ γ ζ, ζ δ, potentia sunt incommẽsurabiles, efficientes conflatum quidẽ ex ipsarũ γ ζ, ζ δ, quadratis medium, quod autem sub ipsis rationale. Ipsa igitur γ δ est cum rationali totum efficiens medium. Cum rationali ergo medium totũ efficienti, & quæ sequuntur reliqua. Quod ostendere oportebat.



Eucli. ex Camp. Propositio 102

102 OMnis linea commensurabilis lineæ cum mediali constituẽs mediale, est cum mediali constituens mediale.

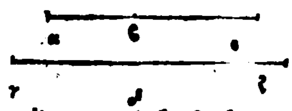
CAMPANVS Hic quoque pone lineam aliquam communicare cum ea quæ cum mediali componit mediale, indifferenter in longitudine uel potentia tantum prout uolueris, & duplici modo præmisso sine difficultate cõcludes eam quoque cum mediali componere mediale. Erit etiam quantum ad primum modum, superficies l medialis quemadmodum & k, & duo quoque quadrata duarum linearum f d pariter accepta mediale, sicut & duo quadrata duarum e & c. Et quia duo quoque duarum linearum e & c ad k sicut duo duarum f & d ad l, cum duo prima non communicent cum duplo k ex 73, neque duo secunda communicabunt cum duplo l ex 10. Igitur ex 73 b est cum mediali cõponens mediale. Quantum autem ad secundum modum, erit d e residuum sextum ex 97, ideoq; & e g ex 98. Quare b est cum mediali cõponens mediale ex 91.

Figura eadẽ

Eucl. ex Zamb. Theorema 83 Propositio 107

107 Cum medio medium totum efficienti commensurabilis, & eadem cum medio medium totum efficiens est.

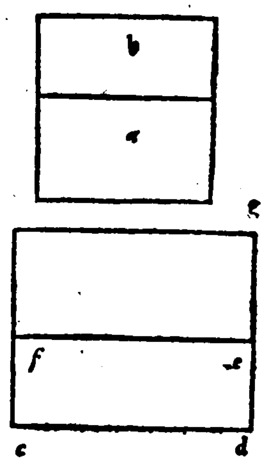
THEON ex Zãb. Esto cum medio mediũ, totũ efficiẽs $\alpha\beta$, & ipsi $\alpha\beta$, cõmensurabilis esto $\gamma\delta$. Dico quod $\gamma\delta$ cũ medio mediũ totũ efficiẽs est. Sit (per 78 decimi) ipsi $\alpha\beta$, cõgruẽs $\beta\epsilon$, & eadẽ cõstruantur. Ipsæ igitur $\alpha\epsilon$, $\epsilon\beta$, (per eandem potẽtia sunt incõmensurabiles, efficientes conflatũ ex ipsarũ quadratis mediũ, & quod sub ipsis medium, & insuper incommensurabile conflatum quidem ex ipsarum quadratis ei quod sub ipsis. Suntq;, sicut ostensum est, ipsæ $\alpha\epsilon$, $\epsilon\beta$, commensurabiles ipsis, $\gamma\zeta$, $\zeta\delta$, conflatu. ex ipsarum, $\alpha\epsilon$, $\epsilon\beta$, quadratis conflato ex iis quæ ex $\gamma\zeta$, $\zeta\delta$, quod autem sub $\alpha\epsilon$, $\epsilon\beta$, ei quod sub $\gamma\zeta$, $\zeta\delta$. Et ipsæ igitur $\gamma\zeta$, $\zeta\delta$, potentia sunt incommensurabiles, efficientes conflatũ ex ipsarum quadratis mediũ, & quod sub ipsis mediũ, & insuper incommẽsurabile conflatũ ex ipsarum quadratis ei quod sub ipsis. Igitur $\gamma\delta$. cum medio medium totum efficiens est. Cum medio medium totum igitur, & quæ sequuntur reliqua. Quod ostendendum erat.



Eucli. ex Camp. Propositio 103

103 SI de superficie rationali superficies medialis abscindatur, linea in reliquam superficiem potẽs, erit alterutra duarum irrationalium aut residuum, aut linea minor.

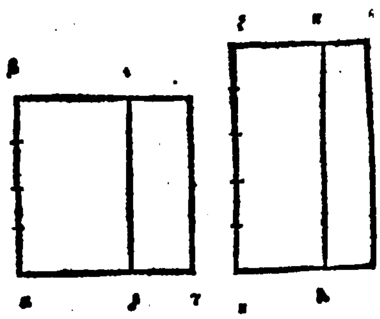
CAMPANVS Sit enim tota superficies constãs ex a & b, rationalis, a qua detrahatur b quæ sit medialis. Dico quod linea potens in a reliquũ, aut est residuum aut linea minor. Esto namq; linea c d rationalis, superficiesq; c e sibi adiuncta sit tanquã a, & f g tanquã b, & tota c g sicut tota a b, eritq; c g rationalis, ideoq; per 16 linea d g rationalis in longitudine, & f g medialis ideoq; per 20 e g rationalis in potentia tantum, est igitur ex diffinitione linea d e residuũ primum aut quartũ, ergo per 86 & 89 linea potens in superficiem c e, & ideo in superficiem a sibi æqualem est residuũ aut linea minor. Quod est propositũ.



Eucli. ex Zamb. Theorema 84 Propositio 105

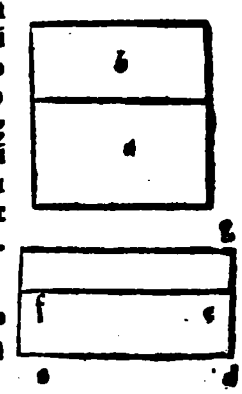
108 A rationali, media ablata, reliquã areolam potens una duarum irrationalium est, uel apotome uel minor.

THEON ex Zamb. A rõnali enim $\beta\gamma$, auferatur media $\beta\delta$. Dico quod quæ reliquam areolam $\delta\gamma$ potest, una duarum irrationalium est, uel apotome uel minor. Exponatur enim rationalis $\zeta\eta$, & ipsi (per 44 primi,) æquum ad ipsam $\zeta\eta$, comparetur rectangulum parellogrammum $\eta\theta$. Ipsi autem $\delta\beta$, æquũ auferatur $\eta\kappa$, reliquum igitur $\delta\gamma$, (per 3 communem sententiam) æquum est ipsi $\lambda\theta$. Quoniam igitur $\beta\gamma$ rationale est, medium autem $\beta\delta$, æquum uero $\beta\gamma$ ipsi $\eta\theta$, & $\beta\delta$, ipsi $\eta\kappa$, rationale igitur est $\eta\theta$, medium autem $\eta\kappa$. Et ad ipsam $\zeta\eta$ comparatur, rationalis igitur est (per 20 decimi) $\zeta\theta$, & ipsi $\zeta\eta$, cõmensurabilis longitudine, rationalis autem (per 22 decimi,) $\zeta\kappa$. & incommensurabilis longitudine ipsi $\zeta\eta$. Incommensurabilis igitur est (per lẽma 12 decimi,) $\zeta\theta$ ipsi $\zeta\kappa$ longitudine. Et utræq; rationales, ipsæ igitur $\zeta\theta$, $\zeta\kappa$, rationales sunt potentia tantum commensurabiles. Apotome igitur est $\zeta\kappa$, congruens autem ei est $\kappa\theta$. At $\zeta\theta$, ipsa $\kappa\zeta$ aut maius potest eo quod ex sibi commensurabili, aut eo quod ex sibi incommensurabili. Posit prius eo quod ex sibi commensurabili, & tota $\theta\zeta$, cõmensurabilis est ipsi $\zeta\eta$, expositæ rationali lõgitudine, apotome igitur prima est $\kappa\theta$, (per 3 diffinitiones & 85 decimi.) Areolam aũt sub rationali & apotome prima cõprehensam potens: apotome est (per 91 decimi.) Quæ igitur $\lambda\theta$, hoc est $\delta\gamma$ potest, apotome est. Si autem $\theta\zeta$, ipsa $\zeta\kappa$ maius potest eo quod ex sibi incõmensurabili, & tota $\zeta\theta$ commensurabilis est longitudine expositæ rationali $\zeta\eta$ apotome quarta est $\kappa\theta$. Areolam autem sub rationali & apotome quarta comprehensam potens, minor est (per 94 decimi.) A rationali media ablata igitur, relĩquam, & quæ sequuntur reliqua. Quod erat ostẽdendum.



Eucli. ex Camp. Propositio 104

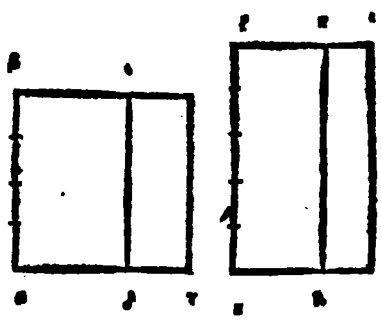
104 SI de superficie mediali superficies rationalis detrahatur, linea in reliquam superficiem potens erit alterutra duarum irrationalium linearum, aut residuum mediale primum, aut cum rationali componens mediale.



CAMPANVS Hæc quoq; ſicut præmiſſa probatur. Erit enim tota a b medialis, b autẽ rationalis, & tũc dico quod in a reliquũ poteſt, aut eſt reſiduum mediale primum, aut cũ rationali compo nens mediale. Cũ enim c g æqualis ſit a b, erit per 20 linea d g ratio nalis in potentia tantum, & cũ ſit f g æqualis b, erit per 16 linea e g rationalis in longitudine, ergo à diffinitione erit linea d e, reſiduũ ſecundum aut quintum, quare per 87 & 90 latus tetragonicum ſu perficiei c e, & ideo ſuperficiei a, eſt reſiduum mediale primũ, aut cum rationali componẽs mediale. Quod eſt propoſitum noſtrũ.

Eucli. ex Zamb. Theorema 85 Propoſitio 109

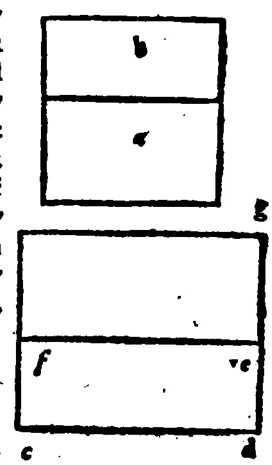
109 A medio, rationali ſublato, aliæ duæ irrationales fiũt, uel mediæ apotomæ prima, uel cum rationali medium totum efficiens.



THEON ex Zãb. *A medio β γ, rationale auferatur β δ. Di co quod quæ reliquum poteſt δ γ, una duarũ irrationaliũ eſt, aut me diæ apotomæ prima, aut cum rationali medium totum efficiẽs. Ex ponatur enim rationalis ζ η, & cõparentur ſimiliter areolæ. Conſe quenter eſt autem rationalis quidẽ ζ θ, & ipſi ζ η lõgitudine incom menſurabilis. Rationalis autem eſt (per 22 decimi κ ζ, & ipſi ζ η, lon gitudine commenſurabilis. Ipſæ igitur ζ θ, ζ κ, (per 20 decimi) ratio nales ſunt potentia tantum commenſurabiles, Apotome igitur eſt i pſa κ θ. Cõgruens aũt eſt ζ κ. At ζ θ, ipſa ζ κ, uel maius poteſt eo quod ex ſibi commenſurabili, Si quidem θ ζ, ipſa ζ κ, maius poteſt eo quod ex ſibi cõmẽſurabili & eſt cõgruens (per 80 decimi) ζ κ commen ſurabilis ipſi ζ η expoſitæ rationali longitudine, ipſa κ θ apotome eſt ſecunda (per 5 diffinitiones.) Rationalis autẽ eſt ζ η. Quæ autẽ po teſt quod ſub rationali & apotome ſecũda, mediæ apotomæ eſt pri ma (per 92 decimi.) Quare λ θ, hoc eſt γ δ. potens, mediæ apotomæ eſt prima. Si autẽ θ ζ, ipſa ζ κ maius poteſt eo quod ex ſibi incommenſurabili, & ζ κ congruens eſt commenſurabilis longitudine ipſi ζ η, expoſitæ rationali, apotome quinta eſt κ θ, Quare ipſam δ γ potens, (per 95 cum rationali medium totũ efficiens eſt. A medio igitur, rationali ſub lato, & quæ ſequuntur reliqua. Quod erat oſtendendum.*

Eucli. eſt Camp. Propoſitio 105

105 SI ſuperficies medialis de ſuperficie mediali detrahatur, fueritq; reliqua toti incommenſurabilis, quæ in ipſam reliquam poteſt alterutra erit duarum irrationalium, uidelicet aut reſiduũ me diale ſecundum, aut cum mediali componens mediale.

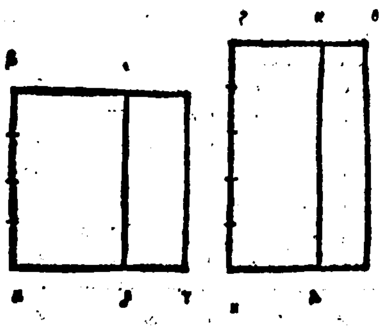


CAMPANVS. Si a duarum præmiſſarum demonſtratio ne non deuias, cõcludes ſine difficultate propoſitũ. Sint enim tota a b & b mediales, & ſit a reliqua incommenſurabilis toti (aliter enim eſſet a medialis ex 11, & eius latus tetragonicũ me diale ex 19) tũc dico quod linea potẽs in a, eſt reſiduũ mediale ſecundũ, aut cũ mediali cõponens mediale. Nã cũ ſit c g æqua lis a b, erit per 20 linea d g rõnalis in potentia tantũ, per eandẽ quoq; cũ ſit f g æqualis b, erit etiã e g rationalis in potẽtia tan tum, & cum ſit a incommmenſurabilis toti a b, erit etiam f g in commenſurabilis c g, ideoq; per primã ſexti & 10 huius erit e tiam e g incommenſurabilis d g, igitur à diffinitione linea d e, erit reſiduum tertium, aut ſextum, quare per 88 & 91 latus te tragonicum ſuperficiei c e, & ideo ſuperficiei a, eſt reſiduũ me diale ſecundum, aut cum mediali componens mediale.

Eucli. ex Zamb. Theorema 86 Propoſitio 110

110 A medio, medio ablato incommenſurabili toti, re liquæ duæ irrationales fiunt, uel mediæ apotomæ ſecunda, uel cum medio medium efficiens.

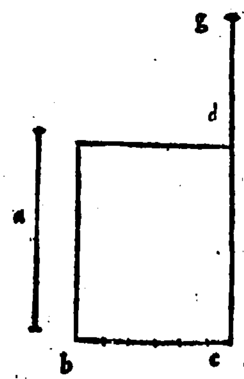
THEON ex Zamb. *Auferatur enim sicut in praecedentibus descriptionibus, à medio $\beta\gamma$, medium $\varepsilon\delta$, incōmensurabile toti. Dico quod quae $\alpha\gamma$ potest, una est duarum irrationalium, aut mediae apotomae secunda, uel cum medio medium totum efficiens. Quoniam enim medium est (per 22 decimi) utrūque ipsorū, $\varepsilon\gamma$, $\beta\delta$, & $\beta\gamma$, ipsi $\beta\delta$, est incommensurabile, erit per cōsequēs rationalis utraque ipsarū $\zeta\theta$, $\zeta\kappa$, & ipsi $\zeta\kappa$ longitudine incommensurabilis. Et quoniā incommensurabilis est $\varepsilon\gamma$, ipsi $\beta\delta$, hoc est $\kappa\theta$ ipsi $\eta\kappa$, incommensurabilis est (per 1 sexti & 11 decimi,) & $\zeta\theta$, ipsi $\zeta\kappa$, & ipsae igitur $\theta\zeta$, $\zeta\kappa$, (per 73) rationales sunt potentia tantum commensurabiles. Apotome igitur est $\kappa\theta$, cōgruens autem est $\zeta\kappa$. At $\theta\zeta$, ipsa $\zeta\kappa$ maius potest aut eo quod ex sibi comensurabili, aut eo quod ex sibi incommensurabili. Si quidē igitur $\theta\zeta$, ipsa $\zeta\kappa$, maius potest eo quod ex sibi cōmensurabili. & neutra ipsarū $\theta\zeta$, $\zeta\kappa$, cōmensurabilis est ipsis $\zeta\kappa$, exposita rationali lōgitudine, apotome tertia est ipsa $\kappa\theta$. Rationalis autē $\kappa\lambda$. Quod autē sub rationali & apotome tertia cōprehensum rectangulum, irrationale est, & quae illud potest irrationalis est, appellaturque mediae apotomae secūda (per 93 decimi,) quare $\lambda\theta$, hoc est $\alpha\gamma$, potens, mediae est apotomae secūda. Si autem $\theta\zeta$, $\zeta\kappa$, maius potest eo quod ex sibi incommensurabili longitudine, & neutra ipsarum $\theta\zeta$, $\zeta\kappa$, ipsi $\zeta\kappa$, longitudine est cōmensurabilis, apotome sexta est $\theta\kappa$. Quae autem potest id quod sub rationali & apotome sexta, est cum medio medium totum efficiens, quare quae ipsum $\lambda\theta$, hoc est $\alpha\gamma$ potest, cum medio medium totum efficiens est (per 96 decimi.) A medio igitur, medio ablato, & quae sequuntur reliquae, Quod erat ostendendum.*



Eucli. ex Camp. Propositio 106

106 LInearum irrationalium quae sunt residuum & post ipsam subsecutae, ullam, alij termino & ordine subesse impossibile est, residuo quoque, binomij terminum uel ordine conuenire, non est possibile.

CAMPANVS Vult autem per hanc 106, quod residuum, & aliae quinque lineae irrationales eā sequentes differūt specie & diffinitione adinuicē, & nulla linea una potest esse sub duabus neque sub pluribus speciebus harū sex linearū irrationaliū quae sunt residuū & eius quinque comites. & quod omnes species residui differunt ab omnibus speciebus binomij, nec est possibile lineā unā simul esse residuū & binomiū cuiuscunque speciei residui uel binomij. Pars prima sic cōstat, quoniā superficies aequales quadratis residui & suarū quinque comitū cum adiunguntur ad lineā rationalē habent secunda latera necessario diuersa abinuicem ex 91 & quinque eam sequētibus. sunt autē secunda latera residuū primum & secundum & deinceps usque ad sextum. Secunda pars cōstat hoc modo. Si eadē linea potest esse simul residuum & binomiū, sit a cuius quadrato superficies aequalis adiungatur ad rationalem lineā b c sitque b d. eritque ex 54 linea c d binomium primum, & ex 92 residuum primum. Inquantum ergo binomium primū, diuidatur in suas binomiales portiones ad punctum e, sitque maior portio c e quae erat rationalis in longitudine per diffinitionē. inquantū autē est residuum primū, ei adiungatur d g, per cuius abscisionem fuerat residuum primum, eritque etiam ex diffinitione c g rationalis in longitudine Cū itaque sit utraque duarū linearū c g & c e rationalis in longitudine, erit etiā per 9 linea e g rationalis in longitudine. At quia linea d e est rationalis in potētia tantum cum ipsa sit per hypothesin minor portio binomij primi, erit per 65 linea d g residuum, & quia ipsa erat rationalis in potentia tantum cum per eius abscisionem esset linea c d residuum. sequitur impossibile per 65. Quod ut clarius pateat, esto superficies b d adiuncta ad lineam rationalem b c. aequalis quadrato lineae d g. Cum itaque linea d g sit rationalis in potentia. erit per 16 linea c d rationalis in longitudine. At cum etiam linea d g sit residuum. erit ex 91 linea c d residuum primū. quod esse non potest, cū linea quae dicitur residuum, sit irrationalis per 65.

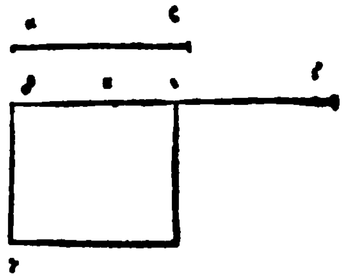


Eucli. ex Zamb. Theorema 87 Propositio 111

111 **Apotome non est eadem ei quae ex binis nominibus.**

F THEON

THEON ex Zāb. *Esto apotome αβ. Dico quod αβ non est eadem ei quæ ex binis nominibus. Si enim possibile esto, exponatur rationalis δγ. Et ei quod ex αβ, (per 45 primi.) æquū ad ipsam γδ. cōparetur rectangulū γε. latitudinē efficiēs δε. Quoniā igitur apotome est αβ. apotome igitur est (per 93 decimi) prima ipsa δε. Esto ei (per 79 decimi) congruēs εζ, ipsæ igitur δζ, ζε, ratiōales sunt potētia tantū cōmensurabiles. & δζ, ipsa ζε maius potest eo quod ex sibi incommensurabili, & δζ, commensurabilis est ipsi δγ expositæ rationali longitudine. Rursus quoniā ex binis nominibus est αβ, ex binis igitur nominibus est prima (per 60 decimi) ipsa δε. Diuidatur (per 42 decimi) in nomina in η, sitq; maius nomē δη, ipsæ igitur δη, & ηε, rationales sunt potentia tantum commensurabiles, & δη, ipsa ηε maius potest eo quod ex sibi commensurabili, & δη, commensurabilis est longitudine ipsi δγ expositæ ratiōali, & δζ igitur ipsi δη lōgitudine est commensurabilis. & reliqua igitur ηζ, (per 11 decimi) cōmensurabilis est longitudine ipsa δζ. Quoniā igitur δζ, ipsi ηζ, est commēsurabilis irratiōalis autem est δζ, rationalis igitur est & ηζ. Quoniam igitur commensurabilis est δζ ipsi ηζ, incōmensurabilis autem est δε, ipsi ζε, incommensurabilis igitur est longitudine ζη ipsi ζε, & sunt rationales. Ipsæ igitur ηζ, ζε, rationales sunt potentia tantum commensurabiles, Apotome igitur est (per 73 decimi) εη, sed & rationalis, quod est impossibile. Igitur apotome non est eadem ei quæ ex binis nominibus. Quod erat ostendendum.*

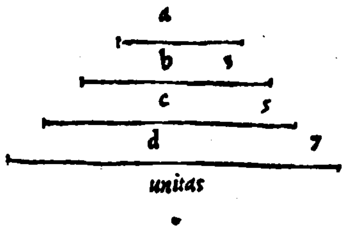


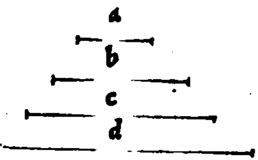
107 Eucli. ex Camp. Propositio 107

Linea quæ residuū dicitur, ullaue irrationaliū, quæ post eam sunt nequit esse sub termino binomij, aut sub termino & ordine ullius cæterarum linearum irrationalium quæ binomium subsequuntur. Cum autem possibile sit linearum irrationalium seriem in infinitum produci, non est possibile ullam earum cum ea quæ præcesserit in termino ordine conuenire.

CAMPANVS Vult per hanc ultimam libri decimi. ꝙ tredecim irrationales lineæ de quibus in hoc decimo demōstratū est (& ipsæ sunt linea medialis, binomiū & eius quinque comites residuū & eius quinq; comites) sint abinuicē singulæ à singulis specie differentes. & ꝙ nulla linea una potest esse simul sub duabus aut pluribus speciebus earum, & quod species linearū irrationaliū possunt in infinitū produci, quarū nulla cū alia cōuenit in diffinitiōe & ordine. Quod aūt hæ tredecim lineæ, uidelicet medialis, binomiū & eius quinque comites residuū & eius quinq; comites, sint irrationales, demonstratū esse superius memēto, de mediali quidē, ex 19, de binomio aūt & eius quinq; comitibus, ex 30 & quinque eam sequentibus, at uero de residuo suisq; quinq; comitibus, ex 61 & quinque eā sequentibus. Nullam autē harum tredecim linearū irrationalium posse cōuenire in specie cū aliqua aliarū, sic collige. Esto enim ut ad unā eandemq; lineā rationalem in longitudine adiungantur superficies æquales quadratis prædictarū tredecim linearū irrationaliū, secundū ꝙ ordine se inuicem sequūtur, eritq; ex 20 secūdū latus primæ istarū tredecim superficierū & quinque eam sequentiū, rationale in potentia tātū. Secunda autē latera secundæ istarum tredecim superficierū & quinque eam sequentiū esse omnes species binomiorū per ordinē, uidelicet binomiū primum, secundū, & deinceps usque ad sextū, ex 54 & quinque eā sequentibus demonstratū esse memineris. Secūda uero latera octauæ superficiei & quinq; eā sequentiū, sunt species residuorū in ordine, uidelicet residuum primum & residuum secundū, & deinceps usque ad sextū. quod ex 92 & quinq; eam sequentibus didicisti. Cū igitur ipsa linea rationalis in potentia tantum non conueniat cum aliqua specie binomiorum aut cum aliqua residuorum, quoniam omne binomium per 30 & omne residuum per 65 est linea irrationalis & in longitudine & in potentia. & cum nulla species residuorū conueniat cum aliqua specie binomiorum ex secunda parte penultimæ huius decimi, sequitur ut omnia secunda latera harum tredecim superficierū sint abinuicem diuersa, ideoq; per primā sexti & ipsæ tredecim superficies sunt diuersæ, cum earum omnium altitudo sit una, quare etiā hæ tredecim lineæ irrationales propositæ, sunt singulæ à singulis diuersæ. Possunt autē harum tredecim linearū irrationalium species, in infinitū produci, infinitæ enim sunt species linearū medialium infinitæ quoque binomiorum, & sic de singulis. Quod hoc modo constat. Esto linea a, medialis, sumaturq; unitas & quotlibet numeri primi ut 3. 5. & 7.

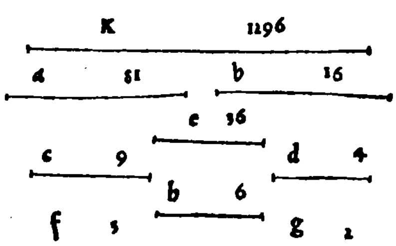
5,& 7,& sint totidē lineæ b,c,d,quot sunt sumpti numeri primi,sintque quadrata istarū linearum b,c,d,ad quadratum a,sicut hi numeri primi ad unitatē,eruntq; lineæ b,c,d, mediales ex 21,quoniā ipsæ cōmunicant in potētia cū linea a mediali. Omnes autem erunt diuersæ in longitudine ab a,& a seinuicē per ultimā partē 7: quoniam nullius istorum numerorum ad unitatē nec alicuius eorum ad alterū per 16 & 8 & correlariū secundæ octaui & præsentis hypothesis est proportio sicut numeri quadrati ad numerū quadratum,erit ergo a,& oēs sibi cōicantes in longitudine,sub prima specie linearū medialium,b uero & omnes sibi cōicantes in lōgitudine,sub secunda,c autem & oēs eidē cōicantes uel cōmensurabiles,sub tertia,d quoque & omnes sibi cōicantes in longitudine,sub quarta. Et quia numeri primi sunt infiniti ut ex 21 noni didicisti,necesse est species linearum medialium esse infinitas. Quod autē est dictum de linea mediali:intellige de binomio suisque qninq; comitibus,& residuo suisq; quinque comitibus,nam sicut omnis linea communicans mediali est medialis,siue cōmunicet ei in lōgitudine siue in potētia ut probatū est in 21,ita etiā omnis linea cōicans binomio aut alicui suarum quinq; comitum,uel etiā residuo aut alicui suarum quinq; comitum in longitudine uel in potentia,est secū sub eadē specie,ut probatum est in 60 & quatuor eam sequentibus,& 98 & quatuor eā sequentibus. Sūt igitur species harum tredecimi linearum irrationalium infinitæ,quarum nulla conueniet cum præcedenti in ordine uel diffinitione. Conuenit quoque aliter demonstrare,species linearum irrationaliū esse infinitas. Nam omne latus tetragonicum superficiei dictæ à numero nō quadrato,est irrationale per ultimam partem 7 & per diffinitionem. Cum itaque tales numeri sint infiniti,erunt etiam species harū linearum irrationalium infinitæ. Tertio modo contingit secundam partem huius ultimæ conclusionis libri decimi sic exponi,ut dicamus ab unaquaque linea rationali in potentia tantum,infinitas linearum irrationalium species produci,quarū nullā cum aliqua earum quæ ipsam præcesserint possibile est in diffinitione & ordine conuenire. Verbi gratia. Sumatur aliqua superficies rationalis dicta à numero non quadrato ut 5,eritq; latus eius tetragonicum irrationale in longitudine,quoniā ipsum est incōmēsurabile lateri tetragonico superficiei rationalis dictæ à numero quadrato ex ultima parte 7. Dico ergo quod huius lateris latus,itēq; secundi lateris latus,& rursus huius tertij lateris latus,& sic in infinitū,sunt lineæ irrationales tam in longitudine quam in potētia,& quod nulla earum conuenit diffinitione uel specie cum aliqua quæ eam præcesserit in ordine:estque latus tetragonicum præmissæ superficiei quæcunque dicta fuerit à numero non quadrato earum omnium sicut radix & principium,& quælibet ipsarum est principium omniū ipsam sequentiū,& quæcunque ab aliquo tetragonico latere cuiusq; talis superficiei proficiscūtur,diuersæ sunt in longitudine & potentia ab omnibus quæ à quoquā alio tetragonico lateris talis superficiei generātur. Et hoc dico,cum ipsarum superficierū non fuerit proportio sicut numerorū quadratorū. Hæc autem ut possimus firma demonstratiōe colligere,antecedēs ad ipsa præmittere oportet. Sitque istud,



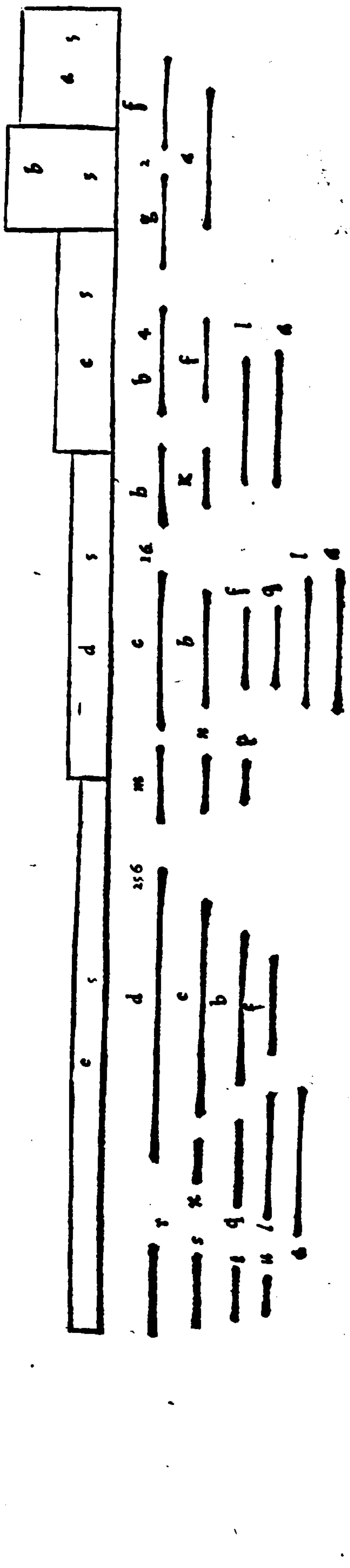


Quibuslibet duobus inuicem ductis si quid licet producatur,quota latera tetragonica duorum præcedētium inuicem duces,totum tetragonicum latus ipsius producti produces.

Verbi gratia. Sit ut ex a in b fit k:at c d sint latera tetragonica à & b:fiat autē e, ex c in d: sintq; iterum f & g latera tetragonica c &d,& fiat h ex f in g. Dico quod h est latus tetragonicū e,& quod e rursus est latus tetragonicū k. Cum enim ex f in se & in g fiant c & h,erit c ad h sicut f ad g,sed & sit h ad g, sicut f ad g,eo quod ex g in f & in se fiunt h & d, sūt igitur c,h,d,cōtinue proportionales. Itaq; ex h in se,quātū ex c in d,quare h,est latus tetragonicū e.



Eadem quoque ratiõe cũ ex c in se sit a,& in d sit e,& ex d in se sit b,erunt etiã a.e,b.cõti nue proportionales in proportione c ad d.Cũ igitur ex a in b sit k,sequitur etiã ut ex e in se sit K.quare e est latus tetragonicũ k.Cõstat itaque quod dicitur.Restat itaque de demõstrare quod propositũ est. Sit igitur superficies a,rationalis,dicta à numero non quadrato ut 5 ,sitq; linea a,eius tetragonicũ latus,& sumantur quotlibet lineæ rationales in lõgitudine quæ sint b,c,d,e. Sintq; dictæ à nũeris quorũ quisque præcedẽs sit tetragonicũ latus proximo sequẽtis, ut si b sit 2,c 4,d 16,e uero 256,ad has aũt lineas rationales in lõgitudine,adiũgatur superficies æqualis a,erũtq; secũda latera singularũ rõnalia in lõgitudine per 16:ut secundũ latus b,2 & dimidiũ,secũdũ c,unũ & quarta,secundũ uero d,una quarta & una 16,at uero superficiei c secũdũ latus,erit una 64 & una 256. Sit ergo f tetragonicũ latus b:g,uero sit tetragonicũ latus scdi lateris supficiei b,eritq; per præmissam antecedẽs ut ex f in g sit a. Rursus sit h tetragonicũ latus scdi lateris c,k quoq; sit tetragonicũ lat9 h,eritq; p prædictũ antecedẽs ut ex b in h sit a,& ex f in K sit tetragonicũ lat9 a,q; sit l. Sit iterũ m tetragonicũ latus scdi lateris superficiei d, sed cũ n sit tetragonicũ lat9 m,& p tetragonicũ n, eritq; per prædictũ antecedẽs ut ex c in m fiat a,& ex b in n l,& ex f in p tetragonicũ latus l quod sit q. Amplius aũt sit r,tetragonicũ latus lateris scdi superficiei e,sit quoque s tetragonicũ r & t s,sit & u tetragonicũ t,seqturq; per dictũ añcedẽs, ut ex d in r fiat a,& ex c in s l,& ex b in t,sit q,& etiã ex f in u,tetragonicũ latus q.qd' sit x,& sic in infinitũ.Dico ergo has lineas a.l,q.x,quarũ a est tãq; radicale principiũ,esse irrõnales,a quidẽ in lõgitudine tm̃, cæteræ uero in lõgitudine & in potẽtia. & dico q; nulla earũ cõuenit cũ alia in diffinitiõe uel ordine.Cũ enim ex f in g & k fiant a & l:erit a ad l.sicut g K.Et quia ut patet ex dictis hypothesibus g & K sunt incommensurabiles in longitudine & in potentia,sequitur etiam ut a & l sint incommẽsurabiles in longitudine & in potentia.Eadem ratione a & q,est enim a ad q.sicut g ad p. Et,ppter eandẽ causam etiã a & x,cũ sint sicut g & u.Et hac uia quoq; necesse est,ut l & q sint simpliciter incõmẽsurabiles tã in lõgitudine q; in potẽtia,cũ enim ex f in k & p,fiãt l & q,erit l ad q,ut K ad p.At k & p nec cõmẽsurabiles sunt in lõgitudine nec in potentia. Si enim sint,erũt h & n cõmẽsurabiles,sed nõ sunt,at uero l & x oportet esse utroq; modo incõmẽsurabiles,est enim l ad x:sicut k ad u,eo q; ex f in K & u fiũt l & x. Sũt autẽ K & u,utroq; modo incõmẽsurabiles, sin aũt accidet d & h esse cõmẽsurabiles,q; est incõueniẽs,q uero & x qd' sint quoq; incõmẽsurabiles, potẽtia & lõgitudine,ex eo patet,q; est q ad x sicut p ad q:cõstat autẽ qd' p & u sunt incommensurabiles,nã si non,erũt n & c cõmẽsurabiles, ideoq; m & f,sed nõ sunt. Manifestũ est itaq; infinitas lineas irrõnales in lõgitudine & in potentia incõmensurabiles,& ideo diffinitiõe & specie differentes,produci ex linea a rõnali in potẽtia tantũ.



Re-

Restat aūt nūc ostēdere q̄d quæcūq; irratiōales lineæ ab aliqua linea rationali in potentia tantum hac uia generantur, diuersæ sunt ab omnibus tā in lōgitudine quā in potētia quæ à qualibet alia linea ratiōali in potētia tantum quadratū cuius ad quadratum prioris nō sit sicut nūeri quadrati ad numerū quadratū, hac eadē uia egrediuntur, hoc quoq; sic cōstat. Sint a & b rōnales in potētia tātū siue tetragonica latera duarū superficierū dictarū à numeris nō quadratis. sitq; ut illi numeri nō sint in proportiōe aliquorū numerorū quadratorū, lineæ quoq; quæ p̄cedūt hac uia ab a sint c, d, e. & a b p̄cedāt f, g, h. Dico quod nulla ex lineis c, d, e, cōicat in lōgitudine uel potētia cū aliqua ex lineis f, g, h. cū enim sint c & f tetragonica latera a & b, at d & g tetragonica latera c & f, & e & h, tetragonica la tera d & g, nō est possibile ut aliqua ex c, d, e. cōicet cum sua cōpari ex f, g h, uel longitudine uel potentia. Si enim alterutro modo cōmunicet e cū h. sequitur ut d cōmunicet cum g, & c cū f, quare & a cum b etiā in lōgitudine, quod est cōtra hypothesin. Vniuersaliter autē uerū est dicere quālibet harū esse utroq; modo incōmēsurabilē cuilibet istarū. Dato nāq; quod d cōicet cū h etiā in potētia tantū, sequitur ut c quoq; cōmunicet cū g. & a cum f. quod non est possibile. Attendere autē oportet, quod cū dico latus lateris. nihil aliud intelligo q̄ latus superficiei denominatæ à latere priori, unde tetragonicū latus lineæ a, uoco lineā illam quæ potest in superficiē dictā à linea a. talis autem superficies est q̄ cōtinet linea a & linea rōnalis in lōgitudine dicta ab uno. Si ergo libet inuenire tetragonicū latus cuiuslibet lineæ sit linea a, cuius tetragonicū latus uolo inuenire, b uero sit linea rationalis in lōgitudine dicta ab unitate, & ipsa est minima omniū linearū rationaliū numeratarū ab integris. medio loco proportionalis inter eas sit c, est igitur per 16 sexti c tetragonicū lat9 a. idē enim fit ex a in b & ex c in se. At uero ex a in b fit superficies dicta ab a. Quicquid enim à quolibet in unū ducto producitur, ab eo quod unū multiplicat denominatur. Et nota quod cū c fuerit latus tetragonicum lineæ a. indifferenter contingit lineam c esse maiorē linea a & minorem. prout b etiā fuerit maior aut minor.

THEON ex Zamberto.

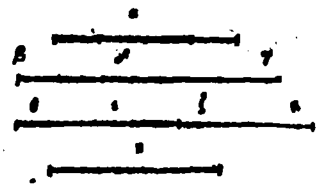
Apotome & quæ post eā irrationales, neque mediæ, neque adinuicē sunt eædē. Quod ex media nāq; ad rationalē cōparatū latitudinē efficit rōnalē & ei ad quā apponitur lōgitudine incōmēsurabilē (per 22 decimi.) Quod uero ex apotome ad rationalē cōparatū latitudinē primā efficit apotomen (per 97 decimi.) Quod aūt ex mediæ apotomæ prima ad rationalem apposiūt latitudinē, secūdam efficit apotomen (per 98 decimi.) Quod ex mediæ secunda apotomæ ad rationalē apposiūt latitudinē, tertiam efficit apotomē (per 99 decimi.) Quod ex minori ad rationalē appositū latitudinē quartā efficit apotomen (per 100 decimi.) Quod ex efficiēte cū rationali mediū totum ad rationalē apposiūt latitudinē efficit quintā aptomen (per 101 decimi.) Quod ex efficiēti uero cū medio medium totū ad rationalem cōparatū latitudinem, sextam efficit apotomen, (per 102 decimi.) Quoniam igitur prædictæ latitudines à prima & adinuicem differunt (à prima quidē quoniā rationalis est, adinuicem uero quia in ordine non sunt eædem) patet quod & ipsæ irrationales differunt adinuicē. Et quoniā ostensum est (per 111 decimi) quod apotome non est eadē ei quæ ex binis nominibus, ad rationalem aūt appositæ latitudinē efficiant, quæ sane post apotomen apotomas, consequenter unaquæq; quæ in ordine circa eandē, quæ uero post eas quæ ex binis nominibus, eas quæ ex binis nominibus, & easdem, ordine consequenter, aliæ igitur sunt quæ post apotomen & aliæ quæ post eam quæ ex binis nominibus, ut omnes irrationales sint tredecim hæ uidelicet.

1 Media. 2 Ex binis nominibus 3 Ex binis prima, medijs. 4 Ex binis secūda medijs. 5 Maior. 6 Rationale mediūq; potens. 7 Bina potens media. 8 Apotome. 9 Mediæ prima apotome. 10 Mediæ secūda apotome. 11 Minor. 12 Cū rōnali mediū totū efficiēs. 13 Cū medio mediū totū efficiēs.

Eucli. ex Zamb. Theorema 88 Propositio 112

112 Quod ex rationali ad irrationalem eam quæ ex binis nominibus appositum latitudinem efficit apotomen cuius nomina cōmensurabilia sunt nominibus eius quæ ex binis nominibus est, & in eadem ratione, & insuper apotome quæ gignitur eundem habebit ordinem ei quæ ex binis nominibus est.

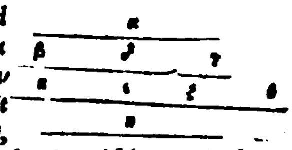
THEON ex Zamb. *Sit rōnalis quidē α, ex binis uero nominibus sit βγ, cuius maius nomen esto δγ, & ei quod ex α æquū esto id quod sub βγ, εζ. Dico quod ipsa εζ apotome est, cuius noīa cōmēsurabilia sunt ipsis γδ, δβ, & in eadē ratione, & insuper εζ eundem ordinē habet ipsi βγ. Sit enim rursus ei quod ex α. æquū id quod sub βδ, η. Quoniā igitur quod sub βγ, εζ, æquum est ei quod sub βδ, η, est igitur (per 14 quinti) sicut γβ, & βδ, sic est η ad εζ, maior autē est γβ, ipsa βδ, maior igitur & η ipsa εζ. Esto ipsi η æqualis εθ. Est igitur (per 7 & 11 quinti) sicut γβ ad βδ, sic est θε ad ζε. diuidēdo igitur est (per 17 quinti,) quod sicut γδ, ad βδ, sic est θζ ad ζε. Fiat sicut θζ, ad ζε. sic ζκ, ad κε, &*



tota igitur θ κ,(per 12 quinti)ad totã κ ζ,est sicut ζ κ ad κ ι. Sicut enim unũ antecedentiũ ad unũ cõsequẽtiũ,sic oĩa ãtecedẽtia ad oĩa sequẽtia. Sicut autẽ (per 12 quinti) ζ κ ad κ ι,sic est γ δ ad δ ε,& sicut igitur(per 11 quinti)θ κ,ad κ ζ,sic γ δ,ad δ β,cõmẽsurabile aũt est(per 11 decimi) quod ex γ δ,ei quod ex ε δ,cõmẽsurabile igitur est & quod ex θ κ,ei quod ex ζ κ,Et est sicut(per 22 sexti)quod ex θ κ,ad id quod ex κ ζ,sic est θ κ,ad κ ι.Et quoniã ipsæ tres θ κ,κ ζ,κ ι,sunt proportiõales cõmẽsurabilis igitur est(per 11 decimi) θ κ,ipsi κ ζ lõgitudine,quare & θ ι,ipsi ι κ lõgitudine est cõmẽsurabilis. Et quoniã(per correlariũ 20 sexti.)quod ex α æquũ est ei quod sub ι θ,β δ,rõnale aũt est id quod ex α,rõnale igitur est & id quod sub θ κ,ε δ. Et ad ipsam ε δ,rõnalẽ apponitur,rõnalis igitur est & ι θ,& ipsi β δ lõgitudine cõmẽsurabilis,quare & ei cõmẽsurabilis ι κ,rõnalis est,& ipsi ε δ,lõgitudine cõmẽsurabilis. Quoniã igitur est sicut γ δ,ad δ ε,sic ζ κ ad κ ι,ipsæ autẽ γ δ,δ ε,potẽtia tantũ cõmẽsurabiles,& ipsæ igitur ζ κ,κ ι,(per 11 decimi)potẽtia tãtũ sunt cõmẽsurabiles. Rõnalis aũt est κ ι,& ipsi β δ lõgitudine cõmẽsurabilis. Rõnalis igitur est & ζ κ.& ipsi γ δ lõgitudine cõmẽsurabilis. Ipsæ igitur ζ κ κ ι,rõnales sunt potẽtia tãtũ cõmẽsurabiles(per 11 decimi.)Igitur ζ ι apotome est. Verũ γ δ,ipsa δ ε,aut maius põt eo quod ex sibi cõmẽsurabili,aut quod ex sibi incõmẽsurabili. Si quidẽ γ δ,ipsa δ β,maius potest eo quod ex sibi cõmẽsurabili,& ζ κ(per 15 decimi)ipsa κ ι maius potest eo quod ex sibi cõmẽsurabili. Et si γ δ,ipsi expositæ rõnali cõmẽsurabilis est lõgitudine,& ζ κ,si autẽ δ β,& κ ι,si uero neutra ipsarũ γ δ,δ ε,& neutra ipsarũ ζ κ,κ ι. Si aũt γ δ,ipsa β δ maius potest eo quod ex sibi incõmensurabili,& ζ κ,ipsa κ ι,maius potest eo quod ex sibi incõmensurabili. Et si quidẽ γ δ cõmẽsurabilis est ipsi expositæ rõnali lõgitudine,& ζ κ,si aũt β δ,& κ ι,si uero neutra ipsarũ γ δ,δ ε,& neutra ipsarum ζ κ,κ ι. Quare ipsa ζ ι apotome est,cuius nomina ζ κ,κ ι,cõmẽsurabilia sunt eis noĩbus quæ sunt ex ea quæ ex binis nominibus hoc est ipsis γ δ,ε δ,& in eadẽ rõne,& eundẽ habet ordinẽ ipsi β γ. A rõnali igitur & reliqua. Quod erat ostendendum.

Eucli. ex Zamb. Theorema 89. Propositio 113

113 Quod ex rõnali ad apotomẽ cõparatũ latitudinẽ efficit eã quæ ex binis noĩbus cuius noĩa cõmẽsurabilia sunt ipsius apotomes noĩbus, & in eadẽ rõne,& insup quæ gignit̃ ex binis noib9,ipsi apotomæ eũdẽ obtinet ordinẽ

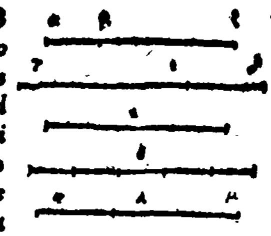


THEON ex Zãb. Esto rõnalis quidẽ α,apotome aũt sit β δ,& ei quidẽ quod ex α,æquũ esto quod sub ε δ,κ θ,ut quod ex α ratiõali ad ipsam ε δ apotomẽ cõparatũ latitudinẽ efficiat ipsam κ θ. Dico quod κ θ ex binis noĩbus est,cuius noĩa cõmẽsurabilia sunt eis quæ ipsius β δ,sunt noĩbus,& in eadẽ rõne,& quod ipsa κ θ,eũdẽ habebit ordinẽ ipsi ε δ. Sit,inquã,(per 80 decimi) ipsi β δ cõgruẽs δ γ. Ipsæ igitur ε γ,γ δ,(per 80 decimi,)rõnales sunt potẽtia tantũ cõmẽsurabiles. Et ei quod ex α,æquũ esto id quod sub β γ,η,rõnale aũt est quod ex α,rõnale igitur & quod sub ε γ η,& ad rõnalẽ ε γ cõparatũ,rõnalis igitur est(per diffinitionẽ decimi,)ipsi η,& ipsi β γ lõgitudine cõmẽsurabilis. Quoniã igitur(per 20 decimi) quod sub ε γ,η,æquũ ei quod sub ε δ,κ θ,proportiõaliter igitur est(per 16 sexti)sicut ε γ,ad β δ,sic est κ θ ad η,maior autẽ est ε γ,ipsa ε δ,maior igitur est & κ θ, quàm η,Ponatur(per 2 primi)ipsi η,æqualis κ ι. Cõmẽsurabilis(per 12 decimi)igitur est κ ι ipsi ε γ,lõgitudĩe. Et quoniã est sicut γ ε ad ε δ,sic est θ κ,ad κ ι. cõuertẽdo igitur est(per correlariũ 18 quinti)sicut ε γ ad γ δ,sic est κ θ ad θ ι. Fiat (per 12 quinti)sicut κ θ,ad θ ι,sic θ ζ,ad ζ ι,& reliqua igitur κ ζ,ad θ ζ,est sicut κ θ,ad θ ι,hoc est sicut ε γ,ad γ δ,Ipsæ aũt β γ,γ δ,potẽtia tãtũ sunt cõmẽsurabiles,& ipsæ igitur κ ζ,ζ θ,(per 11 decimi) potẽtia tãtũ sunt cõmẽsurabiles. Et quoniã est sicut κ θ ad θ ι,sic κ ζ,ad ζ θ,sed sicut κ θ,ad θ ι,sic θ ζ,ad ζ ι,& sicut igitur(per 11 quinti)κ ζ ad ζ θ,sic θ ζ ad ζ ι. Quare(per correlariũ 19 sexti)& sicut prima ad tertiã,sic quod ex prima ad id quod ex secũda,& sicut igitur (per 11 quinti)κ ζ,ad ζ ι,sic quod ex κ ζ,ad id quod ex ζ θ,cõmẽsurabile autẽ est(per 9 decimi,)quod ex κ ζ,ei quod ex ζ θ, Ipsæ κ ζ,ζ θ,potẽtia sunt cõmẽsurabiles,cõmẽsurabilis igitur est κ ζ,ipsi ζ ι,lõgitudine,quare & ι κ,ipsi ζ ι,lõgitudine cõmẽsurabilis est. Rõnalis aũt est κ ι,& ipsi ε γ lõgitudine cõmẽsurabilis:rõnalis igitur est,(per 12 decimi κ ζ,& ipsi β γ lõgitudine cõmẽsurabilis. Et quoniã est sicut ε γ ad γ δ sic κ ζ,ad ζ θ,uicissim quoq;(per 16 quinti,)& sicut β γ ad κ ζ, sic δ γ,ad ζ θ,cõmẽsurabilis aũt est β γ,ipsi κ ζ:cõmẽsurabilis igitur est & ζ θ,ipsi γ δ. Ipsæ aũt ε γ,γ δ,rõnales sũt potẽtia tantũ cõmẽsurabiles,& ipsæ igitur κ ζ,ζ θ,rõnales sunt potẽtia cõmẽsurabiles. Ex binis igitur noĩbus est κ θ. Si quidẽ igitur ε γ,ipsa γ δ,maius potest eo quod ex sibi cõmẽsurabili,& κ ζ,ipsa ζ θ,maius potest eo quod ex sibi cõmensurabili. Et si ε γ,cõmẽsurabilis est lõgitudine ipsi expositæ rõnali,& κ ζ quoq;. Si aũt γ δ cõmẽsurabilis est lõgitudine ipsi expositæ rõnali,& ζ θ quoq; si aũt neutra ipsarũ β γ,γ δ,& neutra ipsarũ κ ζ,ζ θ. Si uero ε γ,ipsa γ δ maius potest eo quod ex sibi incõmẽsurabili,& κ ζ,ipsa ζ θ maius poterit eo quod ex sibi incõmẽsurabili. Et si ε γ ipsi expositæ rõnali cõmẽsurabilis est lõgitudine,& κ ζ,si aũt γ δ,& ζ θ,si uero neutra ipsarũ β γ,γ δ,& neutra ipsarũ κ ζ,ζ θ. Ex binis noĩbus igitur est κ θ,cuius noĩa κ ζ,ζ θ,cõmẽsurabilia sunt ipsis β γ,γ δ noĩbus ipsius apotomes & in eadẽ rõne,& insuper κ θ,ipsi ε γ eũdẽ habebit ordinẽ. Quod erat ostendendũ.

Eucli. ex Zamb. Theorema 90 Propositio 114.

114. Si areola comprehẽdatur sub apotome & ea quæ ex binis nominibus cuius nomina cõmensurabilia sunt ipsius apotomes nominibus, & in eadem ratione quæ areolam potest rationalis est.

THEON

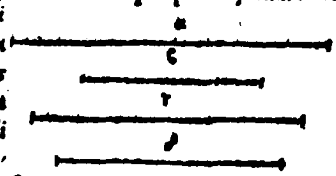


THEON ex Zāb. Cōprehēdatur areola sub apotome α ε, & ea quæ ex binis nominibus γ δ, cuius maius nomē γ η, sintq; eius quæ ex binis noībus noīa γ η, η δ. (per 113 decimi) cōmēsurabilia ipsius apotomes noībus α ζ, ζ ε, & in eadē rōne. Sitq; potēs id quod sub α β, γ δ, ipsa κ. Dico quod ipsa κ rōnalis est. Exponatur enim rōnalis θ, & ei quod ex θ, æquū ad ipsam γ δ cōparetur, latitudinē efficiens κ λ, igitur ipsa κ λ, apotome est (per 113 decimi) cuius noīa sint κ μ, μ λ, cōmēsurabilia noībus eius quæ ex binis noībus hoc est ipsis γ η, η δ. & in eadē rōne. Iā & ipsæ γ η, η δ (per 12 decimi) cōmēsurabiles sunt ipsis α ζ, ζ ε, & in eadē rōne, est igitur sicut α ζ, ad ζ β. sic est κ μ, ad μ λ, vicissim igitur (per 16 quinti) est sicut α ζ, ad κ μ, sic est ε ζ ad λ μ, & reliqua igitur α ε, (per 12 quinti) ad reliquā κ λ est, sicut α ζ, ad κ μ. Cōmensurabilis aūt est α ζ, ipsi κ μ, cōmēsurabilis igitur est (per 9 decimi) & α ε ipsi κ λ. Estq; (per cōstructionē) sicut α β ad κ λ, sic est quod sub γ δ, α ε, ad id quod sub γ δ, κ λ. Cōmēsurabile igitur est & quod sub γ δ, α ε, ei quod sub γ δ, κ λ. Aequū autē est id quod sub γ δ, κ λ, ei quod ex θ, cōmēsurabile igitur est quod sub γ δ, α ε, ei quod ex θ. Quod aūt sub γ δ, α ε, æquū est ei quod ex κ, cōmēsurabile igitur est & quod κ, ei quod ex θ. Ratiōale autē est id quod ex θ, rōnale igitur est & id quod ex κ, Ratiōalis igitur est (per diffinitionē decimi) κ, & ipsam potest areolā quæ sub γ δ, α ε. Si areola igitur cōprehendatur sub apotome, & quæ sequuntur reliqua. Quod erat ostendendum.

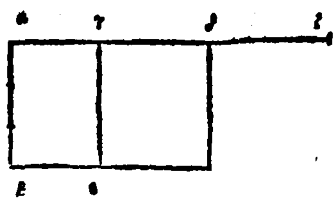
CORRELARIVM. Fitq; nobis & id propterea manifestū, quod possibile est rōnalem areolam sub irrationalibus rectis lineis contineri. Eucli. ex Zamb. Theorema 91 Propositio 115

115 A media infinitæ irrōnales fiūt, neq; ulla ulli earū quæ prius est eadem.

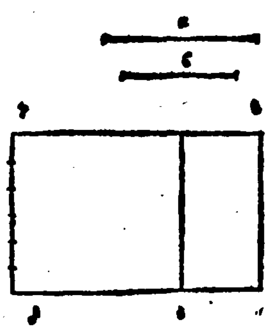
THEON ex Zāb. Esto media α. Dico quod ab α infinitæ irrōnales fiūt neq; ulla ulli earū quæ prius est eadē. Exponatur rōnalis β, & ei quod sub β α (per 14 secūdi) æquū esto id quod ex γ. Igitur γ irrōnalis est. Quod enim sub irrōnali & rōnali (per lēma 35 decimi) irratiōale est, & nulli earū quæ prius est eadē. Nō enim quod ex ulla earū quæ prius ad rōnalē appositū latitudinē efficit mediā. Rursus iā ei quod sub β γ, æquum esto id quod ex δ. Irrōnale igitur est id quod ex δ, irrōnalis igitur δ, & nulli earū quæ prius eadē est, Nō enim quod ex ulla earū quæ prius ad rōnalē appositū latitudinē efficit γ. Similiter quoq; iā & huiusmodi ordo sequetur, si in infinitū extendas, manifestū est igitur quod à media infinitæ fiunt irratiōales, neque ulla ulli earū quæ prius eadem.



ALITER. Esto media α γ. Dico quod ab α γ, infinitæ sunt irrōnales, neq; ulla ulli earū quæ prius est eadē. Excitetur (per 11 primi) ipsi α γ ad angulos rectos α β, sit rōnalis α β, cōpleaturq; β γ, irrōnale igitur est (per 11 decimi) & ipsum potēs irrōnalis est. Possit aūt (per lēma 35 decimi,) ipsum γ δ, igitur γ δ est irrōnalis & nulli earū quæ prius eadē est, Nō enim quod ex ulla earū quæ prius ad ratiōalē appositū latitudinē efficit mediā. Rursus cōpleatur ε δ, irrōnale igitur est ε δ, & ipsum potēs irrationalis est, possit aūt ipsum δ ζ, irrōnalis igitur est δ ζ, & nulli earū quæ prius eadem. Nō enim quod ex ulla ipsarū quæ prius ad rōnalē appositum latitudinē efficit γ δ, à media igitur infinitæ irrōnales, & quæ sequūtur reliqua. Quod erat ostendū. Eucli. ex Zāb. Theorema 92 Propositio 116.



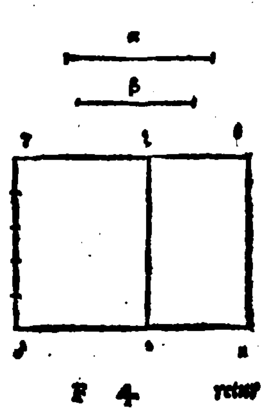
116 Minori commensurabilis, minor est.



THEON ex Zāb. Esto minor α, & ipsi α cōmēsurabilis esto (per 11 decimi) β. Dico quod β minor est. Exponatur γ δ rōnalis, & ei quod ex α (per 44 primi,) æquū ad ipsam γ δ cōparetur γ ε, latitudinē efficiēs γ ζ. Apotome igitur est quarta γ ζ. Ei aūt quod ex β, (per eandē) æquū ad ipsam ζ ε cōparetur ζ η, latitudinē efficiēs ζ θ. Quoniā igitur cōmēsurabilis est α ipsi β, cōmēsurabile igitur est & quod ex α, ei quod ex β. Sed ei quidē quod ex α, æquū est γ ε, ei autē quod ex β, æquū est ζ η, cōmensurabile igitur est γ ε, ipsi ζ η. Sicut autē γ ε ad ζ η, sic est γ ζ, ad ζ θ. Cōmensurabilis igitur est γ ζ, ipsi ζ θ lōgitudine. Apotome aūt quarta est (per 100 decimi) ipsa γ ζ. Igitur & ζ θ, quarta est apotome. Rōnalis aūt est ζ ε. Si uero areola cōprehēdatur sub rationali & quarta apotome, quæ areolā potest minor est (per 64 decimi.) Ipsam autem ζ η areolam, ipsa β potest, ergo α minor est. Quod erat ostendendum.

Eucli. ex Zamb. Theorema 91 Propositio 117

117 Cū rationali mediū totū efficienti cōmēsurabilis, cum rationali medium totum efficiens est.



THEON ex Zamb. Sit cū rōnali mediū totū efficiēs α, cōmēsurabilis aūt ei esto β. Dico quod β cū rationali mediū totū efficiēs est. Exponatur rōnalis γ δ, & ei quidē quod ex α æquū ad ipsam γ δ cōparetur γ ε, latitudinē efficiēs γ ζ. Apotome igitur est quinta ipsa γ ζ (per 102 decimi) Ei aūt quod ex β (per 44 primi) æquū ad ipsam ζ ε cōparetur ζ η, latitudinē efficiēs ζ θ. Quoniā igitur cōmēſurabilis eſt α ipſi β. cōmēſurabile igitur eſt id quod ex α ei quod ex ϐ. Sed ei quidē quod ex α, æquū eſt γ ε, ei uero quod ex β, æquū eſt ζ η. Igitur γ ε, ipſi ζ η, eſt cōmēſurabile. Cōmēſurabilis igitur eſt γ ζ, ipſi ζ θ, longitudine. Quinta autem apotome eſt γ ζ. Apotome igitur quinta eſt, & ζ θ. Rationalis autē ζ ε. Si uero areola cōprehēdatur ſub rationali & apotome quinta, quæ areolā poteſt cū rationali mediū totum efficiēs eſt (per 95 decimi.) Poteſt aūt ipſum ζ η, ipſa ϐ. Igitur β. cū rationali mediū totū efficiēs eſt. Quod erat oſtendendum.

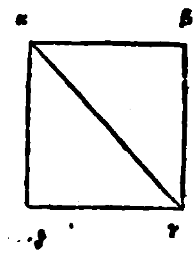
Eucli. ex Zamb. Theorema 94 Propoſitio 118

118 Propoſitum nobis ſit oſtendere, quod in quadratis figuris incommenſurabilis eſt dimetiens lateri longitudine.

THEON ex Zamb. Eſto quadratū α β γ δ, dimetiēs uero illius ſit α γ. Dico quod α γ, ipſi α ϐ, lōgitudine eſt incōmenſurabilis. Si enim poſſibile, ſit cōmēſurabilis. Dico quod eueniet, quod idem nūerus erit par & impar. Manifeſtū quidē igitur (per 47 primi) quod id quod ex α γ duplū eſt eius quod ex α ϐ. Et quoniā α γ ipſi α β cōmēſurabilis eſt, igitur α γ, ad α ϐ rōnē habet quā nūerus ad numerū (per 5 decimi) habeat aūt. quā ε ζ ad η. Sintq́; ε ζ, η, minimi eādē rōnē habentiū eis. Igitur ε ζ nō eſt unitas. Si enim ε ζ, eſt unitas, & rationem habet ad η, quam α γ ad α ϐ, & maior eſt α γ ipſa α ϐ, maior igitur eſt ε ζ unitas ipſo η nūero, quod eſt impoſſibile. Igitur ε ζ, nō eſt unitas, nūerus igitur. Et quoniā eſt ſicut α γ ad β, ſic eſt ε ζ ad η, & ſicut igitur (per 15 quinti) quod ex γ α, ad id quod ex α β, ſic qui ex ε ζ, ad eū qui ex η. Duplū aūt eſt quod ex γ α eius quod ex α β. Duplus igitur eſt & qui ex ε ζ, eius qui ex η, par igitur eſt qui eſt ex ε ζ, quare & ipſe ε ζ, par eſt. Si enim impar eſſet, & qui ex eo quadratus impar eſſet (per 29 noni,) quippe quoniā ſi quilibet nūeri impares cōpoſiti fuerint, multitudoq́; fuerit impar, & totus impar eſt. Igitur ε ζ, par eſt. Secetur (per 10 primi) ε ζ, bifariā in θ. Et quoniā ipſi ε ζ, η, numeri, minimi ſunt eādē eis habentiū rōnē, primi ſunt adinuicē (per 24 ſeptimi,) & ε ζ, par eſt. Impar igitur eſt η. Si enim eſſet par, ipſos ε ζ, metiretur binarius, (omnis etenim par, habet partē dimidiā) primos adinuicē exiſtentes, quod eſt impoſſibile. Igitur η nō eſt par. Et quoniā ipſius ε θ, duplus eſt ε ζ, quadruplus igitur eſt qui ex ε ζ, eius quod ex ε θ, Duplus aūt qui ex ε ζ, eius qui ex η. duplus igitur qui ex η, eius qui ex ε θ. Igitur qui ex η par eſt, & par igitur eſt η per ea quæ dicta ſunt, ſed & impar, quod eſt impoſſibile. Igitur α γ, ipſi α β longitudine nō eſt cōmenſurabilis, incōmenſurabilis igitur.

ζ . . . θ . . . ε

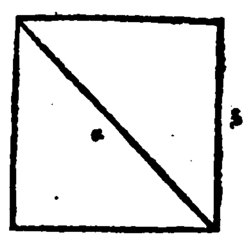
η . . .



Oſtendendū & aliter, quod incōmēſurabilis eſt quadrati dimetiens lateri. Sit enim pro dimetiente, α pro latere uero, ſit ϐ. Dico quod α, ipſi β lōgitudine eſt incōmēſurabilis. Si enim poſſibile, ſit cōmenſurabilis. Fiatque rurſus ſicut α ad ϐ, ſic ε ζ, ad η. ſintq́; minimi eandē eiſdē habētiū rōnē, ipſi ε ζ, η. Igitur ipſi ε ζ, η, primi ſunt adinuicē. Dico primū quod η nō eſt unitas. Si enim poſſibile, eſto unitas. Et quoniā eſt ſicut α ad ϐ, ſic eſt ε ζ, ad η, & ſicut igitur (per 11 & 15 quinti) quod ex α ad id quod ex ϐ, ſic qui ex ε ζ, ad eū qui ex η. Duplū aūt eſt id quod ex α, eius quod ex ϐ. Duplus igitur & qui ex ε ζ, eius qui ex η. Et η unitas eſt. Igitur ε ζ binarius eſt quadratus. Quod eſt impoſſibile. Igitur η non eſt unitas, numerus igitur. Et quoniā eſt ſicut quod ex α ad id quod ex ϐ, ſic qui ex ε ζ, ad eum qui ex η, & rurſus ſicut quod ex ϐ, ad id quod ex α, ſic qui ex η ad eū qui ex ε ζ, metitur aūt quod ex β, id quod ex α, metitur igitur & qui ex η quadratus eū qui ex ε ζ, quare & latus idem η ipſum ε ζ metitur, metitur autem & ſeipſum η, igitur η ipſos ε ζ, η, metitur qui primi ſunt adinuicem. Quod eſt impoſſibile. Igitur α, ipſi ϐ non eſt commenſurabilis, incommenſurabilis igitur. Quod oſtendere oportuit.

ζ . . . . θ . . . .

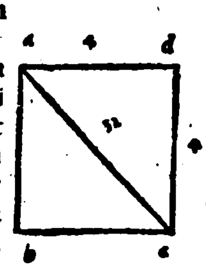
η . . .



Priorum dilucidior explanatio.

Sit quadratum a b c d, dimetiēs uero ipſius ſit a c. Manifeſtū eſt quod iſoceles eſt triāgulū c d a. æquum habēs d a ipſi d c. ſimiliterq́; triāgulum iſoceles eſt a b c. Sit igitur d a unitatū 4 ſiue pedum: ſicq́; & c d. quatuor, quare manifeſtum eſt quod ex d a quadratum eſt unitatū ſiue pedū 16 ſic etiā & quod ex c d. 16 eſt unitatū ſiue pedū. At quoniā id quod ex a c æquū eſt eis quæ ſunt ex d a, c d, quēadmodū ex 47 primi perſpicuū eſt, manifeſtū eſt quod id quod ex a c eſt duplū eius quod ex d a. At id quod ex d a, eſt unitatū 16, id igitur quod ex dimetiente, 32 erit, in dupla, quidem: At quoniam longitudine commenſurabiles lineæ ſunt quas aliqua magnitudo metitur earūq́; quadrata rationē habent quam numerus quadratus ad numerū quadratū, at efficiēs 32 per latus aliqua magnitudo non metitur, neque quæ ex eis quadrata ſunt rationē habēt quam numerus quadratus ad numerū quadratū (nullum enim quadratum alterius quadratū duplū eſt) incōmēſurabilis igitur eſt longitudine dimetiēs lateri, efficiens enim 32 ſiue latus eſt unitatum 5 & minutorum 39, quæ 5, 39: ac 4, nulllam habent communem menſuram 32 ad 16 ſicut dictum eſt rationē nō habet qualem quadratus

Græcus non habet



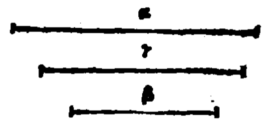
dratus

dratus numerus ad quadratum numerum.

*Inuentis iam longitudine incommensurabilibus rectis ut α,β, & plures aliæ magnitudines ex binis * diuisioni-nibus comperiuntur (plana intelligo) adinuicem incommensurabiles. Quoniam si ipsarum α,β, linearum rectarum mediam proportionalem susceperimus γ, erit igitur sicut α ad β, sic quæ ex α species ad eam quæ ex γ similē similiterq́; descriptam* speciem, siue quadrata, siue aliæ rectilineæ similes descriptæ fuerint, siue etiam circuli circa dimetientes α γ, quippe quoniam circuli adinuicem sunt sicut ea quæ ex dimetientibus sunt quadrata. Inueniuntur igitur & areolæ planæ adinuicem incommensurabiles. Cum ostenderimus quod ex binis interuallis diuersæ areolæ incōmensurabiles, ostendemus eas quæ ex solidis speculationes, qualiter sunt solida commensurabilia & incōmensurabilia adinuicē. Si enim in ijs quæ ex α,ϵ, quadratis aut eis æqualibus rectilineis figuris cōstituamus altitudine æqualia solida parallelepipeda, uel pyramides, uel prismata, erūt ipsa cōstituta adinuicem sicut bases & si quidem bases sint commensurabiles, commensurabilia erunt ipsa solida. Si uero incommensurabiles, incommensurabilia. Sed & si duobus expositis circulis α β, ipsis conos uel cylindros altitudine æquales describemus, erūt adinuicē sicut bases hoc est sicut ipsi circuli. Et si ipsi circuli sunt cōmensurabiles & ipsi coni & cylindri cōmensurabiles erunt. Si uero ipsi circuli erūt incommensurabiles, ipsi coni & cylindri erūt incōmensurabiles, Et nobis fit manifestū, quod non solū in lineis & superficiebus sunt cōmensurabile & incommensurabile, sed in solidis quoq; figuris hoc reperitur.*

διαστάσιν interuallis

εἶδος figura



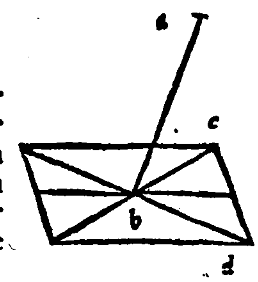
DECIMI LIBRI FINIS.

EVCLIDIS MEGARENSIS GRAECI PHILOSOPHI GEOMETRICORVM ELEMENTORVM. LIBER VNDECIMVS,

Eucli. ex Campano   *Diffinitiones.*

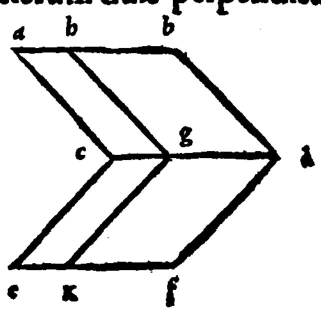
Corpus, est quod longitudinem latitudinem, & altitudinem habet. Cuius termini, sunt superficies.

Linea erecta supra superficiem, est quæ cum singulis sibi conterminalibus lineis in ea superficie expassis angulos rectos facit. Linea autem hæc supra eam superficiem perpendicularis esse, & ad eandem orthogonaliter insistere dicitur.



Intelligatur enim linea a b exurgere supra planū, ita quod punctus a imaginetur in aëre, & b in plano, & à puncto b ducantur plures lineæ in eodē plano: ut b c, b d, & quotlibet aliæ. Si igitur ita fuerit quod linea a b cum linea b c, & cum linea b d, & cum qualibet alia linea protracta a puncto b in plano illo angulum rectum contineat, ipsa dicetur esse perpēdicularis ad illā superficiem in qua protractæ sunt hæ lineæ, uidelicet b c & b d, & aliæ cum quibus ipsa ponitur continere angulum rectum.

Superficies autem erecta super superficiem est, quoties puncto uno eodē lineæ quæ est communis terminus illarum superficierum duæ perpendiculares conterminales superstant, quæ rectum continentes angulum in eisdē superficiebus sitæ sunt.



Verbi gratia, imaginemur superficiē a b c d exurgere, superficiem uero c d e f iacere, & intelligamus lineam c d esse cōmunem terminum ambarum. In ea itaq; signetur punctus g, a quo ad lineā c d extrahantur duæ lineæ perpendiculares, una uidelicet in superficie c d e f, quæ sit g k & alia in superficie a b c d quæ sit g h. Si igitur angulus quem

quem continent hæ duæ lineæ perpendiculares uidelicet g h & g k, erit rectus: superficies a b c d dicitur orthogonaliter erecta super superficiem c d e f.

4 Superficies æquidistantes sunt quæ in utramlibet partem protractæ nõ concurrent, etsi in infinitum producantur.

Intellectum est quod dicitur. Scire tamen debes, quod omnes planæ superficies, aut sunt æquidistantes abinuicem, aut in omnem partem protractæ concurrent alicubi & super rectam lineam se secabunt. Lineas autem rectas nõ est necessariũ uel esse æquidistantes uel in utrãque partem protractas concurrere, quippe quæ in eadem superficie non sunt nec æquidistant ab inuicem, nec tamen quantumlibet protractæ concurrent.

5 Aequa corpora sunt atque similia, quorum terminales superficies numero ac quantitate æquales unius creationis sint atque similes.

6 Similia corpora, sunt quæ similibus superficiebus numero æqualibus cõtinentur.

Si has duas diffinitiones de corporibus æqualibus & similibus, non intelligis, ad diffinitionem similium superficierum positam in principio sexti recurre.

7 Corpus serratile, dicitur quod quinque superficiebus quarum tres parallelogrammæ sunt, duæ uero triangulæ, continetur,

Domui quatuor parietes æquidistantes habenti, tectũ unico fastigio supremis duorum parietum lateribus æquali & æquidistanti superpositũ, serratilis corporis expressam similitudinem gerit.

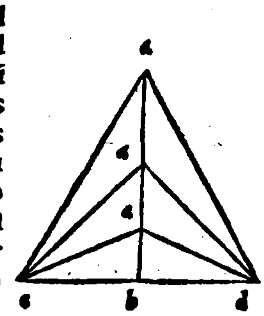
8 Sphæra, est transitus arcus circunferẽtiæ dimidij circuli quoties sumpto uel supremo semicirculo lineáque diametri fixa donec ad locum suum redeat, arcus ipse circunducitur.

Super quamlibet lineam semicirculo descripto, si linea illa fixa semicirculus tota reuolutione circunducatur, corpus quod describitur, sphæra nominatur. Cuius centrũ, constat esse centrum semicirculi circunducti.

9 Pyramis laterata, est figura corporea quam continent superficies à quarum una reliquæ sunt ad unum oppositum punctum sursum erectæ.

In omni laterata pyramide cunctæ superficies ipsam ambiẽtes, ab ipsius basi ad unũ punctum subleuantur, qui conus pyramidis dicitur: suntque oẽs hæ laterales superficies, triangulæ, basis uero frequenter non est triangula.

10 Pyramis rotunda, est figura solida, estq; transitus trianguli rectanguli alterutro suorum laterum rectum angulum continentium fixo, donec usq; ad locum unde moueri cœpit redeat triangulo ipso circũducto. Si igitur latus fixum lateri circunducto fuerit æquale, erit figura rectangula. Si autem longius, acutiangula. Si uero breuius, obtusiangula erit. Axis autem ipsius figuræ, est latus fixũ. Basisq; sua, circulus. Dicitur autẽ figura hæc pyramis columnæ rotundæ.

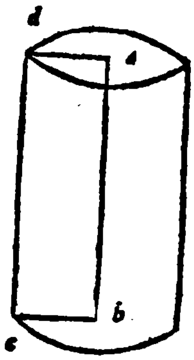


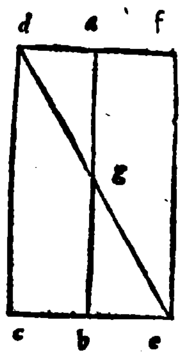
Sit trigonus a b c, rectum angulum habẽs qui sit b, figaturq; alterũ duorũ laterum ambiẽtiũ rectũ angulũ b, sitq; latus quod figitur, a b, quo fixo, circunducatur trigonus quousq; ad locũ unde moueri cœperit redeat. Corporea ergo figura quæ huius trigoni motu describitur, rotunda pyramis appellatur. Cuius tres sunt differentiæ. Alia enim est rectangula, alia acutiangula, tertia obtusiangula. Et prima quidem est, quando latus a b lateri b c fuerit æquale. Esto enim ut linea b c, quum rotatu trigoni peruenerit ad situ lineæ b d, ita ꝙ punctus c cadat super punctũ d, fiat linea una, hoc est ut ipsa tũc cõiũgatur situi à quo mo-

moueri cœpit secundum rectitudinem, eritque linea hæc quasi b c d. Et quia (ex 32 primi & 5 eiusdem) angulus c a b est medietas recti, erit angulus c a d rectus. ideoque pyramis hæc dicitur rectangula. Si autem latus a b sit lõgius latere b c, erit acutiãgula. Erit enim tũc (ex 32 primi & 19) eiusdẽ angulus c a b, minor medietate recti. ideoque totus angulus c a d, est minor recto & acutus, quare pyramis acutiãgula. Quod si latus a b fuerit breuius latere b c, erit angulus c a d maior medietate recti (ex 32 primi & 19 eiusdẽ) & totus c a d, qui est duplus ad ipsum c a b, maior recto & obtusus, igitur & pyramis conuenienter tunc dicitur obtusiangula. Axis autẽ huius pyramidis dicitur linea a b Basis uero eius, circulus quem describit linea c b super cẽtrum b. Dicitur quoque hæc pyramis columnæ rotundæ, illius uidelicet quam motu suo describeret parallelogrãmum proueniens ex a b & b c, latere a b manente fixo.

11 Figura corporea rotunda cuius bases sunt circuli duo plani extremitatibus & crassitudine id est altitudine æquales, est transitus parallelogrammi rectanguli latere rectum angulum continente fixo, ipsá que superficie donec ad locum suum redeat circunducta. Diciturque hæc figura columna rotunda. Columnæ itaque rotundæ atque sphæræ circulique, unum atque idem est centrum.

Sit parallelogrammum rectãgulum a b c d, figaturque latus a b, & eo fixo totum parallelogrammũ quousque ad locũ suũ cadat uel redeat circũducatur. Corporea ergo figura huius parallelogrammi motu descripta, rotũda colũna nominatur, cuius bases sunt duo circuli, & est unus eorum. circulus quem describit motu suo linea b c, cuius circuli centrum est punctus b. alter uero est, quem motu suo designat linea d a & eius centrum est punctus a. Axis autem huius columnæ, dicitur linea a b quæ manet fixa in motu parallelogrãmi. Quod si imaginati fuerimus parallelogrammũ a b c d cum peruenerit rotatu suo ad situm a b e f, coniungi situi à quo moueri cœpit secũdum continuitatem superficiei planæ, ut scilicet totum sit unum parallelogrãmum d c, e f, & protraxerimus in eo diametrum d e, erit quoque diameter d e diameter columnæ. Quod autem dicitur columnæ & sphæræ & circuli idẽ esse centrum, intelligi debet cum horũ una est eadẽque diameter. Verbi gratia, diximus enim quod d e est diameter istius colũnæ. Sphærã igitur atque circulũ quorũ diameter est linea d e, necesse est idem centrũ habere cum centro propositæ columnæ. Sit enim ut linea d e secet lineã a b in puncto g, eritque g centrum colũnæ. diuidit enim axẽ colũnæ per æqualia, quod patet per 35 primi, nã anguli qui sunt ad g sũt æquales ex 15 primi, & anguli qui sũt ad a & b. recti ex hypothesi. linea quoque a d, est æqualis lineæ b e, itaque d g est æqualis e g, & a g æqualis g b. Cunque anguli c & f sint recti, si super punctum g secundũ spatium d g, ac super lineã d e circulus describatur, transibit ex conuersa primæ partis 30 tertij per puncta c & f. itaque punctum g est centrum circuli cuius diameter est diameter colũnæ ideoque & sphæræ. Quare manifestum est omni parallelogrammo rectangulo circulum, omnique columnæ rotundæ sphæram esse circunscriptibiles. Sicque patet quod uoluit istud theorema.





12 Angulus corporeus siue solidus, est quem cõtinent anguli plani plures quàm duo, qui haudquaquam in una superficie siti ad unum punctum angulatem conueniunt.

Duo anguli plani angulum solidũ perficere nequeũt: sicut nec duæ rectæ lineæ nequeunt superficiem claudere. Angulos quoque planos solidum angulum continentes in eadem superficie non cõuenit esse sitos, sed in diuersis, quemadmodum duas rectas lineas planum perficientes angulum, non conuenit sibi inuicem secundum situm rectitudinis applicari.

similes

13 Similes sunt figuræ corporeæ rotundæ, siue sint colũnæ siue earũ pyra-mides, quarũ axes diametris suarum basium sunt proportionales.

Propositis enim duabus pyramidibus rotundis aut duabus columnis rotundis. si fuerit proportio axis unius earũ ad diametrum suæ basis sicut axis alterius ad diametrũ suæ basis, illæ duæ columnæ aut pyramides similes adinuicem esse dicuntur.

Ex Translatione Zamberti. Diffinitiones

SOlidum, est quod lõgitudinem, latitudinem, & crassitudinem habet. Solidi uero terminus, superficies est. 2 Recta linea ad planum recta est, quando ad omnes contingẽtes ipsam rectas lineas & in subiecto plano existentes, rectos efficit angulos. 3 Planum ad planum rectũ est, quando communi segmento ipsorũ planorum ad angulos rectos ductæ rectæ lineæ in uno ipsorũ planorũ, reliquo plano ad angulos rectos fuerint. Rectæ lineę ad planũ inclinatio est, quãdo à termino sublimi rectæ lineæ in planũ ducta perpẽdiculari, à signo facto & à termino lineæ in plano, recta cõiũcta fuerit, angulus acutus qui sub ducta linea & stante cõtinetur. 4 Plani ad planũ inclinatio, est angulus acutus comprehensus sub ijs quæ ad angulos rectos cõmuni segmento ducuntur ad idẽ signum in utroque ipsorum planorũ.
5 Planum ad planum similiter inclinari dicitur & alterum ad alterum, quãdo prædicti inclinationum anguli sibi inuicem æquales fuerint. 6 Parallella plana, sunt quæ contactum non admittũt. 7 Similes solidæ figuræ, sunt quæ sub similibus planis, æqualibus multitudine comprehẽdũtur.
8 Similes solidæ figuræ & æquales, sunt quæ sub similibus planis, multitudine & magnitudine æqualibus, cõprehẽduntur, 9 Angulus solidus est sub pluribus duabus lineis sese adinuicẽ tangentibus & nõ existẽtibus in eadem superficie ad omnes lineas inclinatio.

Aliter

Solidus angulus, est qui sub pluribus duobus planis angulis comprehenditur non existentibus in eodem plano ad unum signum constitutis.
10 Pyramis, est figura solida planis comprehensa ab uno plano ad unum signum constituta. 11 Prisma, est figura solida planis comprehensa, quorũ duo quæ ex opposito æqualia & similia & parallela sunt, reliqua uero parallelogrãma. 12 Sphæra, est quando semicirculi manente dimetiente circũductus semicirculus in seipsum rursus reuoluitur unde incepit, circumassumpta figura. 13 Axis sphæræ, est manens recta linea quã circum semicirculus uertitur. 14 Centrum sphæræ, est illud quod & semicirculi. 15 Dimetiens sphæræ, est recta quædam linea per centrum acta & terminata ex utraque parte sub ipsius sphæræ superficie.
16 Conus, est quando rectanguli trianguli manente uno eorũ quæ circa rectum angulum latere, circũductũ triangulum in idem rursus unde sumpserat exordium circunuoluitur, ea assumpta figura. Et si manens

recta

recta linea æqua fuerit reliquæ quæ circum rectum circumductæ, rectangulus erit conus. Si uero minor, amblygonius. Si autem maior, oxygonius.

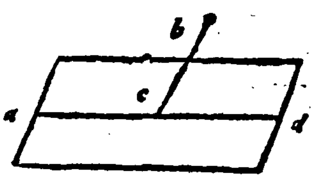
17 Axis coni, est manens quædam recta linea quam circum triangulũ uertitur. Basis autem, est circulus sub circumducta recta linea descriptus.

18 Cylindrus, est quando rectanguli parallelogrammi manente uno eorum quæ circum rectum angulum latere circumductum parallelogrammum in idem unde sumpsit exordium steterit, ea assumpta figura.

19 Axis cylindri, est manens quædam recta linea quam circum parallelogrammũ uertitur. Basis autem, circuli qui sub ijs quæ ex opposito circumductis lateribus sunt descripti. 20 Similes coni & cylindri, sunt quorũ axes & dimetientes basium, sunt proportionales. 21 Cubus, est figura solida sub sex quadratis contenta lateribus. 22 Octaedrum, est figura solida sub octo æqualibus & æquilateris contenta triangulis. 23 Dodecaedrum, est figura solida sub duodecim quinquangulis æqualibus & æquilateris & æquiangulis comprehensa. 24 Icosaedrum, est figura solida sub uiginti triangulis æqualibus & æquilateris comprehensa.

Eucli. ex Camp. Propositio 1

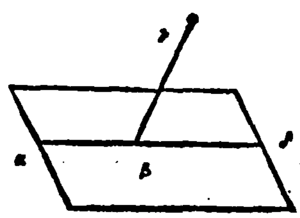
1 Lineæ rectæ partem esse in plano & partem in sublimi, est impossibile.



CAMPANVS. Sit linea a b recta. Dico ꝙ non est possibile, ut pars eius sit in plano, & pars sursum eleuata. Si enim est possibile, sit pars eius quæ est a c sita in plano, & pars eius quæ est c b in sublimi posita, & protrahatur directe a c in plano in quo ipsa sita est, usque ad d, eritq; ut uni eidemq; lineæ quæ est linea a c, duæ lineæ penitus diuersæ quæ sunt lineæ c b & c d ex eadem parte directe adijciantur. Quod est impossibile ex 11 primi.

Eucli. ex Zamb. Theorema 1 Propositio 1

1 Rectæ lineæ partem in subiecto plano, partem uero in sublimi esse, est impossibile.

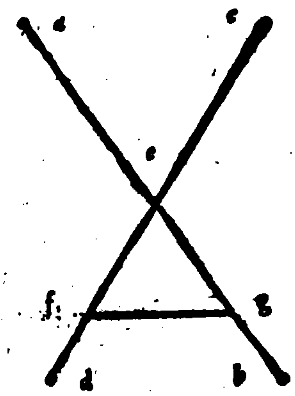


THEON ex Zamberto. *Si enim possibile, rectæ lineæ α β γ, pars quidem α β esto in plano, pars autem β γ esto in sublimi, erit iam quædam ipsi α β continua recta linea in rectum in supposito plano, sit β δ. Igitur binis datis rectis lineis α β γ, α β δ, commune segmentum est α β, quod est impossibile. Recta linea nanque cum recta linea non concurrit in pluribus signis uno, si adinuicem ipsæ rectæ lineæ congruentes non fuerint. Rectæ igitur lineæ partem in subiecto plano, partem autem in sublimi esse, est impossibile. Quod fuerat ostendendum.*

Eucli. ex Camp. Propositio 2

2 Omnes lineæ duæ quarum altera alteram secat, in una superficie sitæ sunt, omnisq; triangulus, in una superficie totus consistit. CAMPANVS. Sint duæ lineæ rectæ a b & c d, se inuicẽ secantes in puncto c. Dico eas esse in superficie una, & omnem triangulũ dico esse in superficie una totum. Signetur enim punctus f, in linea c d, & punctus g, in linea

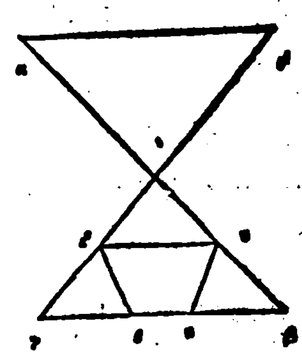
a b, & ducatur linea f g. Quia igitur impossibile est partē trianguli e f g esse in plano & partem in sublimi, quinetiā suarum terminalium linearum unius aut plurium pars similiter sit in plano & pars similiter in sublimi, cum de lineis hoc sit impossibile per præmissam, erit quoque impossibile de triangulo. Itaque totus triāgulus e f g, est in superficie una. Ex hac igitur secunda parte & præmissa, constat prima pars huius secundæ propositionis.



Eucli. ex Zamb. *Theorema 2* *Propositio 2*

2 Si binæ rectæ lineæ se adinuicē secuerint, in uno sunt plano, & omne triangulū in uno plano est.

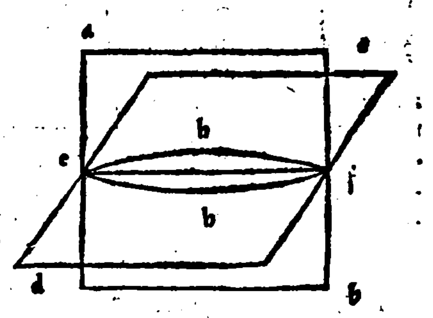
THEON *ex Zamberto. Binæ, inquam, rectæ lineæ αβ, γδ, se adinuicem secent in signo ε. Dico quod ipsæ αβ, γδ, in uno consistunt plano, & omne triangulū in uno est plano. Assumantur in ipsis εγ, εβ, signa utcunque, sintque ζ, η, connectanturque βγ, ζη, extendanturque ζθ, ηκ, dico primum quod triangulum εβγ in uno est plano. Si ipsius nanque trianguli εγβ pars, aut ζγθ, aut ηβκ in subiecto plano est, reliquum uero in alio, erit etiam unius ipsarum εγ, εβ, rectarum linearum pars in subiecto plano, pars autem in alio. Si autem ipsius εγβ trianguli, ζγβη, pars fuerit in subiecto plano, reliquum uero in alio, erit & ambarum εγ, εβ, rectarum linearum pars quidem in subiecto plano, & pars in alio, quod (per 1 undecimi) impossibile esse ostensum est. Igitur triangulum βγε in uno est plano. In quo enim est triangulum βγε, in eo est & utraque ipsarum εγ, εβ. In quo autem est utraque ipsarū εγ, εβ, in eodem sunt & αβ, γδ, (per eandem.) Ipsæ igitur αβ, γδ, rectæ lineæ, in uno existunt plano, & omne triangulū in uno est plano, quod erat ostendendum.*



Eucli. ex Camp. *Propositio 3*

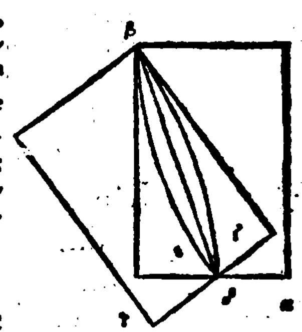
3 OMnium duarum superficierū seinuicem secantium, communis sectio est linea recta.

CAMPANVS. De planis superficiebus intellige, & uerum erit quod dicitur. Sint itaque duæ superficies planæ a b & c d, seinuicē secantes. Dico quod earum cōmunis sectio, erit linea recta. Esto enim duo puncta e & f termini cōmunis sectionis earum quæ continētur per lineam rectam quæ sit e f. Si igitur linea e f est in utraque duarum superficierū a b & c d, constat propositum. At uero si in neutra, aut si non in altera, cum ambo puncta e & f sint in utraque superficierū a b & c d, in ea superficie in qua ipsa non fuerit, protrahatur linea recta quæ sit e h f, erunt igitur duæ rectæ lineæ e f & e h f, habētes duos terminos cōmunes. Quod est impossibile. Sic enim duæ rectæ lineæ includerent superficiem, quod est contra petitionem ultimā primi libri. *Eucli. ex Zamb.* *Theorema 3* *Propositio 3*



3 Si bina plana se adinuicē secuerint, cōmunis eorū sectio recta linea est.

THEON *ex Zamb. Bina etenim plana αβ, βγ, se adinuicem dispescant, cōmunis autem sectio sit linea δβ. Dico quod δβ linea recta est. Si autē non, connectantur δβ in ipso αβ plano, recta linea δεβ, & in ipso βγ plano, recta linea δζβ, erunt nempe duarum rectarum linearum δεβ, δζβ, iidem fines, & perinde areolam cōprehendent, quod (per ultimam cōmunem sententiam) est impossibile. Ipsæ igitur δεβ, δζβ, rectæ lineæ nō sunt. Similiter quoque ostendemus, quod neque ulla alia ex δ in β ducta recta linea est, præter ipsam δβ cōmunem sectionem ipsorum αβ, βγ, planorū. Si bina igitur plana se adinuicem secuerint, ipsorū communis sectio recta linea est. Quod erat ostendendum.*

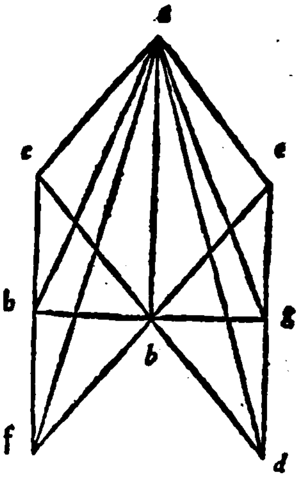


Eucli. ex Camp. *Propositio 4*

4 SI fuerit linea orthogonaliter ab incisione duarum linearum erecta intersecantiū se, ipsa ad earundem superficiem

perficiem perpendicularis erit.

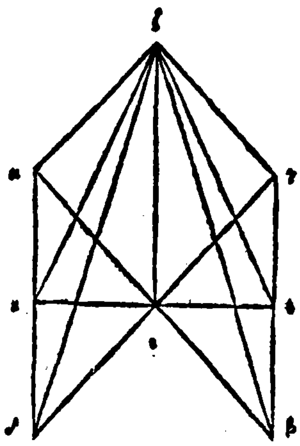
CAMPANVS. Sit linea a b orthogonaliter erecta super incisionẽ duarum linearũ c d & e f secantiũ se in puncto b, de quibus constat per ante præmissam q ipsæ sunt sitæ in una superficie. Dico q linea a b, perpendicularis est ad ipsarũ superficiem. Sint enim c b & b d, æquales, at uero f b & b e æquales, & protrahantur lineæ e d & c f, quæ erunt æquales per 4 primi, & æquidistãtes per 27 eiusdem. Signato itaq; puncto aliquo in linea e d, qui sit g, ducatur linea g b h, eritq; ex 16 primi e g, æqualis f h, igitur a pũcto a, uel quouis puncto lineæ a b, demittantur hypothenusaliter lineæ a c, a d, a e, a f, a g, a h. Eritq; ex 4 primi a c, æqualis a d & a e æqualis a f. Itemq; per 8 eiusdẽ æqualis erit angulus a e d, æqualis angulo a f c, ergo per 4 ipsius erit a g æqualis a h, & ideo per 8 eiusdẽ erit angulus a b g, æqualis angulo a b h, quare ex diffinitiõe uterq; est rectus, & linea a b perpendicularis ad lineam g h. Simili quoq; modo probabis eandem esse perpendicularẽ ad omnes lineas protractas à puncto b in superficie duarum lienarũ c d & e f, igitur ex diffinitione constat, lineam a b esse perpendicularẽ ad superficiẽ in qua sitæ sunt duæ lineæ c d & e f seinuicem secantes. Quod est propositũ.



Eucli. ex Zamb. Theorema 4 Propositio 4

4 Si recta linea duabus rectis lineis se adinuicẽ dispescentibus in cõmuni sectione ad rectos angulos steterit, & ad earũdem planũ ad angulos rectos erit.

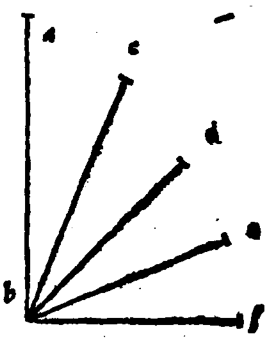
THEON ex Zamb. *Recta enim linea quædam ε ζ, duabus rectis lineis α β, γ δ, seinuicem dispescentibus in ε signo, ex ε ad angulos rectos constituatur.* Dico quod *ε ζ etiam ad ipsarũ α β γ δ planum ad angulos est rectos. Assumantur namq; ipsæ α ε, ε β, γ ε, ε δ, sibi inuicem æquales.* Extendaturq́; *quædam recta linea per ε utcunq;, sitq́; η ε θ, cõnectanturq́; ipsæ ζ α, ζ η, ζ δ, ζ γ, ζ θ, ζ β.* Et *quoniam binæ α ε, ε δ, duabus γ ε, ε β, sunt æquales, & æquales comprehendunt angulos (per 15 primi) igitur (per 4 primi) basis α δ æqualis est basi γ β, & triangulũ α ε δ ipsi γ ε β triangulo æquũ est, quare & angulus qui sub δ α ε angulo qui sub ε β γ est æqualis.* Est *autẽ & qui sub α ε η angulus, ei qui sub β ε θ æqualis: bina igitur sunt triangula (per 26 primi) α η ε, β ε θ, binos angulos binis angulis æqualia habentia alterũ alteri, & unum latus uni lateri æquũ ad æquos angulos, α ε ipsi ε β, & reliqua igitur latera, reliquis lateribus æqualia habebunt: æqualis igitur est η ε ipsi ε θ, & α η ipsi β θ.* Et *quoniã æqualis est α ε ipsi ε β, cõmunis autem & ad angulos rectos ζ ε, basis igitur ζ α (per 7 primi) basi ζ β, est æqualis.* Id *propterea & ζ γ ipsi ζ δ est æqualis.* Et *quoniã æqualis est α δ ipsi γ β, est autem & ζ α ipsi ζ β æqualis, duæ igitur ζ α, α δ, duabus ζ β, γ β, æquales sunt altera alteri, & basis ζ δ, basi ζ β est æqualis: & angulus igitur qui sub ζ α δ, angulo qui sub ζ β γ est æqualis.* Et *quoniã rursus ostensum quod α η ipsæ β θ est æqualis, sed ζ α ipsi ζ β est æqualis, binæ iam ζ α, α η, duabus ζ β, β θ, sunt æquales, & angulus qui sub ζ α η, ostensus est æqualis ei qui sub ζ β θ, basis igitur ζ η (per 4 primi) basi ζ θ est æqualis.* Et *quoniã rursus æqua est ostensa η ε ipsi ε θ, cõmunis autem ε ζ, duæ igitur η ε, ε ζ, duabus θ ε, ε ζ sunt æquales & basis ζ θ, basi ζ η est æqualis: angulus igitur qui sub η ε ζ, angulo qui sub θ ε ζ est æqualis, uterq; igitur ipsorũ η ε ζ, θ ε ζ, angulorũ, rectus est.* Ipsa *igitur ζ ε, ad ipsam η θ contingẽter per ε ductam, recta est.* Similiter *iam demõstrabimus, quod ζ ε ad omnes eam tangẽtes rectas lineas & in subiecto existentes plano, rectos efficiet angulos.* Recta *enim linea ad planũ (per 2 diffinitionẽ 11) recta est, quando ad omnes eam tangentes rectas lineas & in eodem existentes plano, rectos efficit angulos.* Igitur *ipsa ζ ε in subiecto plano, est ad angulos rectos.* Subiectũ *autem planũ, est quod fit per ipsas α β, γ δ, rectas lineas.* Ipsa *igitur ζ ε ad angulos rectos est ei quod per α β, γ δ, est plano.* Si *recta igitur linea duabus rectis lineis, & quæ sequuntur reliqua.* Quod *erat ostendendum.*



Eucli. ex Camp. Propositio 5

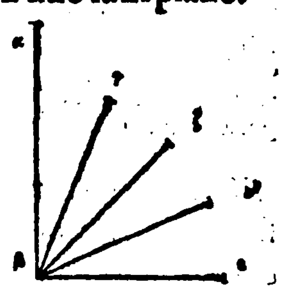
5 SI super tres lineas conterminales cõmuni earum termino erecta linea quædam orthogonaliter insistat, eædem tres lineæ in una superficie sitæ erunt.

CAMPANVS. Sit linea a b orthogonaliter erecta super cõmunem terminũ trium linearũ b c, b d, b e, angulariter se contingentiũ in puncto b, quarũ nulla alij directe applicetur, quod idem est ac si seinuicem secent in



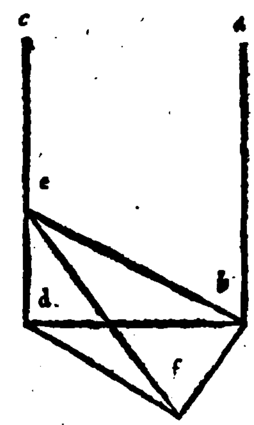
puncto e, protractæ enī se secabūt. Dico ꝙ tres lineæ b c, b d, b e sunt in una sup̄ficie sitæ. Constat autē de quibusq͂ earū duabus ꝙ ipsæ sūnt in una sup̄ficie sitæ, per 2 huius uel per primā partē secundæ huius. Si igitur linea b d non fuerit in sup̄ficie duarū linearū b c & b e, sed illæ duæ in plano, hæc autē in sublimi, erit ut hæc sup̄ficies in qua sitæ sunt duæ lineæ a b & b d, si ꝑtrahatur & per illud q̄d notū est super quartā, secet illam in qua sitæ sunt b c & b e, eritq͂ per 3 huius cōmunis earū sectio linea recta, & ipsa sit b f. Quia igitur ex præmissa, linea a b est perpēdicularis ad superficiē duarū linearū b c & b e, sequtur ex diffinitiōe ut ipsa sit perpēdicularis ad lineā b f. quare angulus a b f, est rectus. Cūq͂ etiā angulus a b d sit rectus ex hypothesi, sequitur impossibile, uidelicet partē suo toti esse æqualē. Eucli. ex Zamb. Theorema 5 Propositio 5

5 Si recta linea tribus rectis lineis se adinuicē tangentibus, ad angulos rectos in cōmuni contactu extiterit, ipsæ tres rectæ lineæ in uno sunt plano.



THEON ex Zamb *Recta enim linea quædam α β, tribus rectis lineis β γ, β δ, β ε, ad rectos angulos cōmuni contactu β constituatur. Dico quod ipsæ β γ, β δ, β ε, in uno sunt plano. Non enim, sed si poßibile est, sint ipsæ quidē β δ, β ε, in subiecto plano, ipsa autē β γ in sublimi, protendaturq́; per ipsas α β, β γ, planū. Cōmunem sectionem, inquam, faciet in subiecto plano, & rectam efficiet lineā (per 3 undecimi) β ζ. In uno igitur sunt plano deducto per ipsas α β, β γ, ipsæ tres rectæ lineæ α β, β γ, β ζ. Et quoniam α β recta est ad utranq; ipsarū β δ, β ε, & ei igitur quod per β δ, β ε, plano recta est ipsa α β. Subiectū autem planū, id est quod per β δ, β ε. Ipsa igitur α β, recta est ad subiectū planū, quare (per 1 diffinitionē undecimi) ad omnes eam tangentes rectas lineas & in subiecto plano existentes, rectos efficit angulos ipsa α β. Tangit autē ipsam β ζ existens in subiecto plano. Angulus igitur qui sub α β ζ, rectus est. Supponitur autē qui sub α β γ, rectus, æqualis igitur est & qui sub α β ζ, angulus, ei qui sub α β γ, & in uno sunt plano. Quod est impoßibile. Ipsa igitur β γ recta linea in altiori plano non est. Tres igitur rectæ lineæ β γ, β δ, β ε, in uno sunt plano (per 2 undecimi.) Si recta linea igitur tribus rectis lineis sese adinuicē tangentibus in contactu ad rectos angulos extiterit, ipsæ tres rectæ lineæ in uno sunt plano. Quod erat ostendendū.* Eucli. ex Camp. Propositio 6

6 SI fuerint duæ lineæ super unam superficiē perpendiculares, eas æquedistantes esse necesse est.

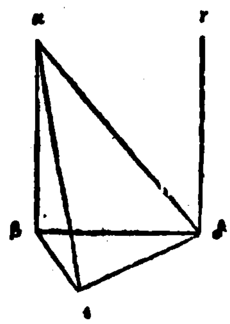


CAMPANVS. Sint duæ lineæ a b & c d, perpendiculares ad unā superficiē. Dico eas esse æquidistantes. Protrahatur enī linea b d, eruntq͂ ex diffinitione, duo anguli a b d & c d b, recti. Si igitur duæ lineæ a b & c d sint in sup̄ficie una, ipsæ sunt æquidistantes per secūdam partē 28 primi. Ipsas aūt esse in superficie una, sic collige. A puncto b, super lineā b d, in plano cui perpēdiculariter insistūt a b & c d, protrahe orthogonaliter lineā b f, & ex linea c d, sume d e æqualē b f, & protrahe lineas e b & e f. Erunt igitur duo latera e d & d b, triāguli e d b, æqualia duobus lateribus f b & d b, trianguli f b d, & angulus e d b æqualis angulo f b d, cū uterq͂ sit rectus, itaq͂ per 4 primi linea b e, est æqualis lineæ d f. Itemq͂ cū duo latera e b & b f triāguli e b f sint æqualia duobus lateribus f d & d e triāguli f d e, & basis e f cōmunis, erit (per 8 primi) angulus e b f æqualis angulo f d e. Quia igitur angulus f d e est rectus ex diffinitione, erit etiā angulus e b f rectus, itaq͂ linea f b, perpēdiculariter est erecta super cōmunem terminū trium linearū b a, b d, b e, se contingentiū angulariter in pūcto b, quare per præmissam ipsæ sunt in superficie una. Cum igitur ex secūda parte secundæ huius linea c d sit in eadem superficie cum utraq͂ linearū e b & b d, sequitur a b & c d esse in sup̄ficie una. Constat ergo propositū. Eucli. ex Zamb. Theorema 6 Propositio 6

6 Si binæ rectæ lineæ eidem plano ad angulos rectos fuerint, parallelæ erunt ipsæ rectæ lineæ. THEON ex Zamb. *Binæ, inquam, rectæ lineæ α β, γ δ, subiecto cuidā plano sint ad angulos rectos. Dico quod parallelus est α β, ipsi γ δ. Concurrāt enim in signis subiecto plano β, δ, connectanturq́; β, δ. Et (per 11 primi) ipsi β δ ad angulos rectos in subiecto plano excitetur δ ε, ponaturq́; (per 2 primi) ipsi α β æqualis δ ε, cōnectanturq́; β ε, α ε, α δ. Et quoniā recta α β linea est ad subiectū planū, & ad omnes igitur eam*

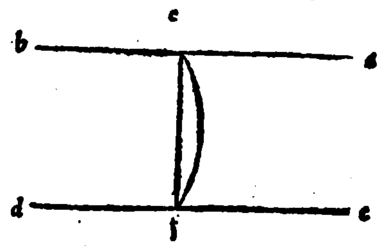
tangentes

tangentes rectas lineas (per 2 diffinitionẽ undecimi) & in subiecto plano existentes, rectos efficiet angulos ipsa α β. Tangit autẽ ipsam α β, utraque ipsarũ β δ, β ε, existens in subiecto plano, rectus igitur est uterque ipsorũ angulorũ α β δ, α β ε, id propterea etiã uterque ipsorũ γ δ β, γ δ ε, rectus est. Et quoniã α β ipsi δ ε est æqualis, cõmunis autem β δ, duæ igitur α β, β δ, duabus ε δ, δ β, sunt æquales, & rectos cõprehendũt angulos: basis igitur α δ (per 4 primi) basi β ε est æqualis. Et quoniã æqualis est α β ipsi δ ε, sed & α δ ipsi β ε, duæ igitur α β, β ε, duabus ε δ, δ α, sunt æquales, & ipsorũ cõmunis basis est α ε, angulus igitur qui sub α β ε (per 8 primi) angulo qui sub ε δ α est æqualis: rectus autem qui sub α β ε, rectus igitur & qui sub ε δ α. Igitur ε δ, ad ipsam δ α, recta est, est autẽ & ad utranque ipsarũ β δ, δ γ, recta. Igitur ε δ, tribus rectis lineis β δ, δ α, δ γ, ad angulos rectos in contactu stetit. Igitur ipsæ tres rectæ lineæ β δ, δ α, δ γ, (per 5 decimi) in uno sunt plano, & in quo sunt ipsæ β δ, δ α, in eodem & α β: omne enim triangulum in uno est plano (per 2 undecimi.) Ipsæ igitur α β, β δ, δ γ, rectæ lineæ, in uno sunt plano. Et uterque ipsorũ α β δ, β δ γ, angulorũ, rectus est: parallelus igitur est α β, ipsi γ δ (per 28 primi.) Si duæ igitur rectæ lineæ eidem plano ad angulos fuerint rectos, parallelæ erunt ipsæ rectæ lineæ. Quod ostendendũ fuerat.



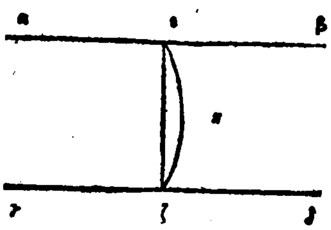
Eucli. ex Camp. Propositio 7

7 SI in duabus lineis æquedistantibus, duobus punctis signatis, ab altero ad alterum recta linea ducatur, in qua superficie illæ duæ lineæ sitæ sunt, eam quoque in eandem sitam esse necessario comprobatur.

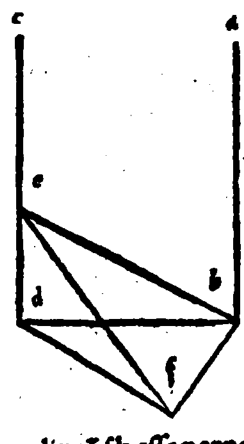


CAMPANVS. Sint duæ lineæ a b & d c æquidistantes, de quibus constat per diffinitionẽ quod ipsæ sunt in superficie una, in eis autẽ signentur duo puncta e & f, & producatur linea recta e f. Dico itaque lineã e f, esse sitam in superficie linearũ a b & c d. Sin autẽ sit e f in alia superficie ut in sublimi, depẽdens quoque superficies si protrahatur, secabit necessario superficiẽ in qua sitæ sunt duæ lineæ a b & c d, eritque per 3 huius, cõmunis sectio earum, linea recta eisdem punctis terminata. Quod est impossibile. sic enim duæ rectæ lineæ concluderẽt superficiem. Eucli. ex Zamb. Theorema 7 Propositio 7

7 Si fuerint binæ rectæ lineæ parallelæ, assumãturque in ipsarũ utraque contingentia signa, ad ipsa signa connexa recta linea in eodem est plano cum ipsis parallelis.



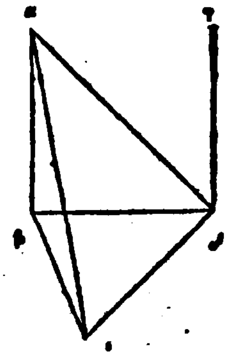
THEON ex Zamb. *Sint binæ rectæ lineæ parallelæ α β, γ δ, sumanturque in ipsarũ utraque utcunque signa ε, ζ. Dico quod ad ipsa ε, ζ, signa, *adiecta recta linea, in eodẽ est plano cum ipsis parallelis.* ἐπιζευγνυμένη *Non enim, sed si possibile, esto in sublimiori sicut ε η ζ. *exciteturque per ε η ζ, planũ, sectionẽ iam faciet in supposito plano rectam lineã, efficiat (per 3 undecimi) ε ζ. Binæ igitur rectæ lineæ ε η ζ, ε ζ, areolã cõprehendũt.* διήχθω *Quod est impossibile (per ultimã cõmunem sententiã.) Igitur quæ ex ε in ζ adiecta recta linea, in sublimiori plano nõ est. In eo igitur (in quo & α β & γ δ parallelæ) est plano, quæ ex ε in ζ adiũcta est recta linea. Si fuerint igitur binæ rectæ lineæ parallelæ, assumãturque in ipsarũ utraque utcunque signa, ad ipsa signa adiecta recta linea, in eodẽ est cum ipsis parallelis plano. Quod ostẽdere oportebat.* Eucli. ex Cãp. Propositio 8



8 SI in idẽ planũ duæ rectę lineę æquedistanter erigãtur, altera uero earũ orthogonaliter sistat, reliquã quoque ad idẽ planũ perpendicularẽ esse cõueniet. CAMPANVS. Hæc est quasi conuersa sextæ. Sint enim duæ lineæ a b & c d æquidistantes, & sit earũ altera ut c d erecta perpẽdiculariter super superficiem quã libet. Dico reliquã earũ quæ est a b, esse perpendicularẽ ad eandem superficiẽ. Fiat enĩ prorsus eadẽ dispositio quæ est sexta, eritque ut ibi uterque duorũ angulorũ f b e, & f d e, erectus: primus quidẽ, per positionẽ, secũdus autẽ, per 8 primi, quare per 4 huius, linea f b, est perpẽdiculariter erecta super superficiẽ in qua sunt duæ lineæ b d & b e. Cumque per præmissam duæ lineæ a b & c d sint in eadem superficie cum duabus lineis b d & b e, sequitur lineã f b esse perpendicu-

dicularirer erectã supra superficiẽ in qua est linea b a. A diffinitione igitur erit angulus f b a, rectus. Et quia etiam angulus d b a est rectus per ultimã pertem 19 primi, sequitur per 4 huius, lineã a b esse perpendicularẽ ad superficiẽ in qua sitæ sunt duæ lineæ b d & b f. Quare constat propositũ. Eucli. ex Zamb. Theorema 8 Propositio 8

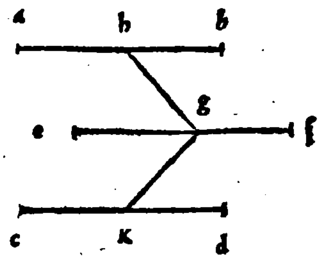
8 Si fuerint binæ rectæ lineæ parallelæ, altera autẽ ipsarũ plano alicui ad angulos fuerit rectos, & reliqua eidem plano ad angulos rectos erit.



THEON ex Zamb Sint binæ rectæ lineæ parallelæ α β, γ δ, altera autẽ ipsarũ, hoc est α β, in subiecto plano ad angulos sit rectos. Dico quod reliqua γ δ, eidem plano ad angulos rectos erit. Concurrãt enim ipsæ α β, γ δ, in subiecto plano in signis β, δ, connectanturq; (per primũ postulatũ) β, δ. Igitur ipsæ α β, γ d, β δ, in uno sunt plano. Excitetur q; (per 11 primi) ipsi β δ ad angulos rectos in subiecto plano δ ε, ponaturq; (per 2 primi) ipsi α β æqualis δ ε, cõnectanturq; β ε, α δ. Et quoniã α β recta est ad subiectũ planũ, & ad omnes igitur eam tangentes rectas lineas & in subiecto plano existentes (per 2 undecimi diffinitionẽ) recta est ipsa α β. Igitur uterq; ipsorũ α β δ, α β ε, angulorũ rectus est. Et quoniam in parallelos α β, γ δ, recta linea incidit β δ, igitur ipsi anguli α β δ, γ δ β, duobus rectis sunt æquales (per 29 primi) rectus autem est qui sub α β δ, rectus igitur & qui sub γ δ β, igitur γ δ, ad β δ recta est. Et quoniã α β ipsi δ ε est æqualis, cõmunis autẽ β δ, duæ igitur α β, β δ, duabus ε δ, δ β, sunt æquales, & angulus qui sub α β δ, angulo qui sub ε δ α est æqualis, rectus enim uterq;: basis igitur α δ (per 4 primi) basi β ε est æqualis. Et quoniã α β ipsi δ ε est æqualis, & β ε ipsi α δ, binæ igitur α β, β ε, binis α δ, δ ε, sunt æquales altera alteri, & cõmunis ipsarũ basis α ε. Angulus igitur qui sub α β ε, angulo qui sub ε δ α est æqualis (per 8 primi.) Rectus autẽ est qui sub α β ε, rectus igitur & qui sub ε δ α. Igitur ε δ, ad α δ recta est, sed recta est etiam ad ipsam δ β, igitur ε δ, ad id quod per β δ, δ α, planũ recta est, & ad omnes igitur eam tangẽtes rectas lineas & existentes in eo quod per β δ, α β, plano, rectos efficiet angulos ipsa ε δ (per 2 undecimi diffinitionẽ.) In eo autẽ quod per β δ, δ α, plano est ipsa δ γ. Quoniã igitur in eo quod per β δ, δ α, plano sunt ipsæ α β, β δ, in quo autẽ ipsæ α β, β δ, in eodem est & δ ε, igitur ε δ ipsi δ γ ad angulos est rectos. Quare & γ δ, ipsi δ ε ad rectos angulos est. Est autẽ & γ δ ipsi δ β ad angulos rectos. Igitur ipsa γ δ, duabus rectis lineis se adinuicẽ dispescentibus δ ε, δ β, ab ipsa δ sectione ad angulos rectos stetit. Quare ipsa γ δ, in eo quod per δ ε, δ β, plano ad angulos rectos est (per 4 undecimi.) Subiectũ autẽ planũ est, quod per δ ε, δ β. Igitur ipsa γ δ in subiecto plano ad angulos est rectos. Si igitur fuerint duæ rectæ lineæ paral elæ, altera autẽ ipsarũ plano alicui ad angulos fuerit rectos, & reliqua eidẽ plano ad angulos rectos erit. Quod ostendisse oportuit.

Eucli. ex Camp. Propositio 9

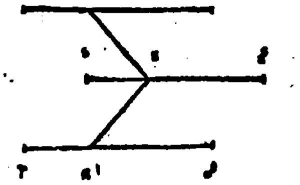
9 SI duæ lineæ uni non in una superficie æquidistant, eas quoq; sibi inuicem æquidistare necesse est.



CAMPANVS. Sit utraq; duarũ linearũ a b & c d æquidistans lineæ e f, nec sint omnes in superficie una. Dico q eædem quoq; sibi inuicẽ sunt æquidistãtes. De ĩs quidẽ quæ sunt omnes in superficie una, probatũ est per 30 primi. At uero de ĩs quæ in una superficie non sunt, ut est hic e f quæ intelligatur sursum erecta in sublimi, restat hoc loco probandum. Signetur itaq; in ea punctus g, à quo educantur duæ perpendiculares ad duas lineas a b & c d, quæ sint g h & g k, eritq; per 4 huius linea e f, perpẽdicularis ad superficiẽ, uidelicet, illam in qua sunt sitæ duæ lineæ g h & g k. Itaq; per præmissam bis assumptã utraq; illarũ duarũ linearũ a b & c d, perpendicularis est ad candẽ superficiẽ uidelicet ad illam in qua sitæ sunt dictæ duæ lineæ g h & g k, per 6 huius igitur ipsæ sunt sibi inuicẽ æquidistãtes. Quod est propositũ.

Eucli. ex Zamb. Theorema 9 Propositio 9

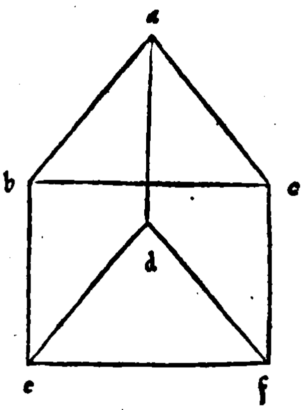
9 Quæ eidem rectæ lineæ parallelæ nec eidem in eodem existentes plano, adinuicem sunt parallelæ.



THEON ex Zamb. Sit enim utraq; ipsarũ α β, γ δ, ipsi ε ζ parallelus, nõ existẽs eidem in eodẽ plano, Dico quod parallelus est α β ipsi γ δ. Sumatur enim in ipsa ε ζ, utcũq; signũ η. Et ab ipso η, ipsi ε ζ in eo quod per ε ζ, α β, plano ad angulos rectos excitetur η θ (per 11 primi) in eo autẽ quod per ζ ε, γ δ, ipsi ε ζ rursus ad angulos excitetur rectos η κ. Et quoniã ε ζ ad utranq; ipsarũ η θ, η κ, recta est, igitur (per 4 undecimi) ε ζ ad id quod per η θ, η κ, planũ ad angulos est rectos, & ε ζ ipsi α β parallelus est, & α β igitur ei quod per η θ, η κ, plano ad angulos est rectos. Et id propterea ipsa γ δ, ei quod per η θ, η κ, plano, ad angulos est rectos. Vtraq; igitur ipsarũ α β, γ δ, ei quod per η θ, η κ, *α β, γ α, plano ad angulos est rectos. Si autē binæ rectæ lineæ eidem plano ad rectos fuerint angulos, parallelæ erunt ipsæ rectæ lineæ (per 6 undecimi.) Parallelus igitur est α β ipsi γ δ. Quod erat ostendendum.*

Eucli. ex Camp. Propositio 10

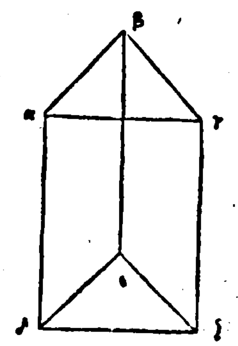
10 SI duæ lineæ se angulariter contingētes, duabus alijs se contingentibus eis oppositis æquidistantes fuerint, non autem in superficie una, qui ab eis fiunt duo anguli æqui sibi inuicem esse comprobantur.



CAMPANVS. Sint duæ lineæ a b & a c, se angulariter contingentes in puncto a, æquidistantes alijs duabus quæ sunt d e & d f, se quoq; angulariter contingentibus in puncto d, nec sint cum eis in superficie una. Dico angulū a, esse æqualē angulo d. Esto enī linea d c æqualis lineæ a b, cui ipsa posita est esse æquidistans, & d f æqualis a c, cui etiam ipsa æquidistare ponitur, & ducantur lineæ d a & e b & f c, eritq; ex 33 primi bis assumpta, utraq; duarum linearū b e & c f, æqualis & æquidistans lineæ a d: per conceptionē igitur & præmissam, eædem sunt æquales & æquidistātes sibi inuicē, & itaq; per 33 primi denuo repetitā duæ lineæ b c & e f, sunt etiam æquales & æquidistantes. Igitur per 8 primi constat propositū.

Eucli. ex Zamb. Theorema 10 Propositio 10

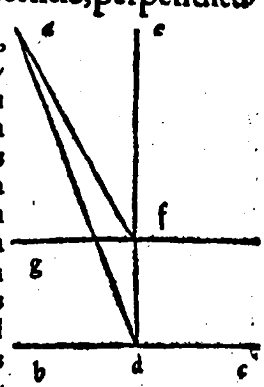
10 Si binæ rectæ lineæ sese inuicem tangentes, ad binas rectas lineas sese inuicem tangentes parallelæ, in eodem non fuerint plano, æquales angulos comprehendent.



THEON ex Zamb. *Binæ, inquam, rectæ lineæ sese inuicem tangentes α β, β γ, ad binas rectas lineas δ ε, ε ζ, sese inuicē tangentes parallelæ sint, non tamen in eodem plano. Dico quod angulus qui sub α β γ, æquus est angulo δ ε ζ.* * Suscipiantur enim ipsæ β α, β γ, ε δ, ε ζ, sibi inuicem æquales, cōnectanturq; α δ, γ ζ, β ε, α γ, δ ζ. Et quoniam β α ipsi ε δ æqualis & parallelus est, & α δ igitur ipsi β ε æqualis & parallelus est. Idq; propterea ipsa γ ζ, ipsi β ε est æqualis & parallelus. Vtraq; igitur ipsarū α δ, γ ζ ipsi ε β est æqualis & parallelus (per 33 primi.) Quæ autem eidem rectæ lineæ parallelæ, & in eodem plano non existentes, & adinuicē sunt parallelæ (per 9 undecimi,) parallelus igitur est α δ ipsi γ ζ, & æquales eidem. Et ipsas connectunt, ipsæ α γ, δ ζ. Igitur (per 33 primi) & α γ ipsi δ ζ est æqualis, & parallelus. Et quoniā binæ α β, β γ, duabus δ ε, ε ζ, sunt æquales, & basis etiā α γ basi δ ζ est æqualis, angulus igitur qui sub α β γ, (per 8 primi) angulo qui sub δ ε ζ est æqualis. Si igitur duæ rectæ lineæ inuicem sese tangentes, fuerint ad binas rectas lineas inuicem sese tangentes parallelæ, non in eodem plano, æquos angulos comprehendent. Quod erat ostendendum.* ἀπειλήφθωσαν

Eucli. ex Camp. Propositio 11

11 PVncto in aëre assignato, ab eo ad datam superficiē, perpendicularem ducere.

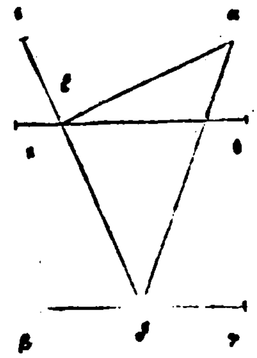


CAMPANVS. Sit punctus a, sursum in aëre, à quo uolumus ad superficiem subiacentem, perpendicularē ducere. Ducatur igitur in plano illo linea b c utcunq; cōtigerit, ad quam ab ipso puncto a ducatur perpēdicularis a d, secundū doctrinā 12 primi. Rursusq; à puncto d, in plano illo ad quod ducenda est perpendicularis à puncto a, extrahatur linea d e quæ sit perpēdicularis ad lineam b c, ut docet 11 primi. Ad hāc quoq; lineam d e, ducatur alia linea perpēdicularis à puncto a, quæ sit a f. Hanc dico esse eam quam intendimus. Sit enī linea f g æquidistans lineæ b c. Et quia uterq; duorū angulorū b d a & b d f est rectus, erit ex 4 huius, linea b d perpēdicularis ad superficiem in qua est triangulus a d f, ideoq; etiam per 8 huius erit linea g f perpēdicularis ad eandem superficiem. Igitur à diffinitione erit angulus g f a, rectus. Cumq; etiā angulus d f a, sit rectus, sequitur ex 4 huius, lineam a f esse perpendicularē ad superficiē in qua sunt duæ lineæ d f & f g. Quod est propositū.

Eucli. ex Zamb. Problema 1 Propositio 11

11 A dato signo in sublimi, ad subiectū planū perpendicularē lineā ducere.

THEON ex Zamb. *Sit datum quidem ſignũ in ſublimi α, datũ autem planũ ſuppoſitũ. Oportet iam ab ipſo α*
διήχθω *ſigno, in ſubiectũ planũ perpendicularẽ rectã lineam ducere.* Extendatur enim quædã in ſubiecto plano recta linea utcunq́, ſitq́ ϐ γ, excitetuŕq; (per 12 primi) ab ipſo α ſigno, in ipſam ϐ γ, perpendicularis α δ. Si igitur α δ perpendicularis eſt ad ſubiectũ planũ, factũ iam eſt quod quæritur. Si autẽ non, excitetur (per 11 primi) ab ipſo δ ſigno ipſi ϐ γ in ſubiecto plano ad angulos rectos δ ε. Excitetuŕq; (per 11 primi) ab ipſo α, in ipſam δ ε, perpendicularis α ζ, & per ζ ſignum ipſi ϐ γ parallelus excitetur (per 31 primi) ζ θ. Et quoniã ϐ γ utriq; ipſarũ δ α, δ ε, ad angulos eſt rectos, igitur (per 4 undecimi) ϐ γ ad id quod per ε δ α planũ ad angulos eſt rectos. Et ei parallelus eſt η θ. Si autẽ fuerint binæ rectæ lineæ parallelæ, altera uero ipſarũ plano alicui ad angulos fuerit rectos, & reliqua ad idem planũ ad angulos erit rectos (per 8 undecimi) linea igitur η θ ei quod per ε δ, δ α, plano ad angulos eſt rectos, & ad omnes rectas lineas eam tangentes, & in eo quod per ε δ, δ α, plano exiſtentes, ipſa η θ recta eſt (per conuerſionẽ diffinitionis 2 undecimi.) Tangit autẽ ipſam, ipſa α ζ exiſtens in eo quod per ε δ, δ α, plano. Igitur η θ, ad ipſam ζ α recta eſt (per 2 undecimi.) Quare & ζ α, recta eſt ad ipſam η θ. Eſt autẽ & α ζ ad ipſam δ ε recta, igitur α ζ ad utrãq; ipſarũ θ η, δ ε, recta eſt. Si autẽ recta linea (per 4 undecimi) duabus rectis lineis inuicẽ ſe tangẽtibus in contactu ad angulos rectos ſteterit, & ad id quod per ipſa planũ ad angulos rectos erit. Igitur ζ α ad id quod ſub ε δ, η θ, planũ ad angulos rectos eſt. Quod autẽ per ε δ, η θ, planũ eſt ſubiectũ. Ipſa igitur α ζ, ipſi ſubiecto plano ad angulos rectos eſt. A dato igitur ſigno in ſublimi α, in ſubiectum planũ perpendicularis recta linea acta eſt. Quod facere oportebat.*

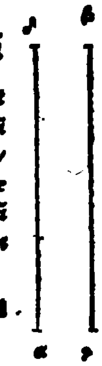


Eucli. ex Camp. *Propoſitio 11*

12 SVperficie propoſita, punctóq; in ea aſſignato, ab eo puncto ad datam ſuperficiem, lineam orthogonaliter erigere.

CAMPANVS. Cum à pũcto quolibet in ſuperficie propoſita aſſignato, perpendicularẽ educere libuerit, à quolibet puncto ſurſum in aere ad libitum poſito, ad eandem ſuperficiẽ perpendicularẽ (quemadmodũ præmiſſa docuit) demitte, quæ ſi aſſignatũ punctũ ceciderit, ipſa eſt quã quæris. Sin autẽ, ab ipſa aſſignato pũcto ad demiſſam perpendicularẽ, æquidiſtantẽ ducito, eamq́; per 8 huius probabis eſſe quam quæris. *Eucli. ex Zamb.* *Problema 2* *Propoſitio 12*

12 Ad datũ planũ, à dato in eo ſigno, ad angulos rectos rectã lineã conſtituere. THEON ex Zamb. *Sit datũ planũ ſuppoſitũ, ſignũ autẽ in eo ſit α. Oportet ab ipſo α ſigno, ipſi ſuppoſito plano ad angulos rectos rectam lineã conſtituere. Intelligatur ſignũ quoddã in ſublimi, ſitq́; β, & ab ipſo β (per 11 undecimi) ad ſubiectum planũ perpendicularis excitetur β γ, exciteturq́; (per 11 primi) ab ipſo α ſigno, ad angulos rectos α δ. Quoniam igitur binæ rectæ lineæ parallelæ ſunt α δ, γ β, altera autem ipſarũ β γ ad ſubiectũ planũ ad rectos eſt angulos, reliqua igitur α δ ad ſubiectũ ad angulos eſt rectos (per 8 undecimi:) ad datum igitur planũ, à ſigno in eo dato α, ad rectos angulos conſtituta eſt α δ. Quod facere oportebat.*

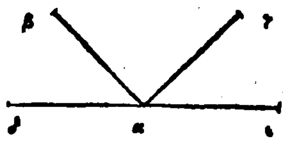


Eucli ex Camp. *Propoſitio 13*

13 DVas lineas ſuper punctum unum ad ſuperficiem unam orthogonaliter inſiſtere, impoſſibile eſt.

CAMPANVS. Si enim poſſibile eſt ut duæ lineæ uni eidemq́; ſuperficiei ſuper punctũ unum perpẽdiculariter inſiſtant, ſuperficies in qua ipſæ perpẽdiculares ſitæ ſunt intelligatur ꝑduci quouſq; ſecet in ſuperficiẽ, cui dictæ lineæ perpẽdiculariter inſiſtunt. eritq́; per 3 huius, cõmunis earũ ſectio linea recta. Et quia ex diffinitione utraq; illarũ duarũ perpendiculariũ cum cõmuni ſectione continet angulum rectũ, ſequitur ut angulus rectus ſit pars anguli recti. Quod eſt impoſſibile. Quemadmodũ autem demonſtratũ eſt impoſſibile eſſe ab uno eodemq́; puncto extra ſuperficiem duas lineas ſuper punctũ unũ ad eandem ſuperficiẽ eſſe perpẽdiculares, ita etiã demõſtrabimus impoſſibile eſſe duas lineas ab uno eodemq́; puncto extra ſuperficiẽ ſignato ad eandem ſuperficiẽ protractas ad ipſam eſſe perpẽdiculares. Si enim hoc fuerit, ipſæ erunt æquidiſtãtes ex 6 huius. Quod eſt impoſſibile ex diffinitiõe linearũ æquidiſtantiũ. Conſtat igitur ex hac, ꝙ ſi aliqua ſuperficies plana aliam planã ſuperficiẽ orthogonaliter ſecet, & ab aliquo puncto ſecantis ſupficiei ad ſuperficẽ ſectam perpẽdicularis ducatur, in cõmuni earũ ſectione eam cadere neceſſe eſt. Alioqui ab eodem pũcto ſecãtis ſuperficiei ad cõmunem earũ ſectionẽ perpẽdicularis ꝑtrahatur, ut docet 11 primi, & à puncto in quo incidit cum cõmuni ſectione, alia perpẽdicularis ad eaudem cõmunẽ ſectionẽ in ſuperficie ſecta educatur ut docet 11 primi. Eritq́; ex diffinitione ſuperficiei ſuper aliam ſuperficiem orthogonaliter erectæ angulus quem continent hæ duæ lineæ perpẽdiculares, rectus: quare per 4 huius prima harum duarũ perpendiculariũ etiam etiā est perpendicularis ad superficiē sectam. Ergo ab uno puncto protractæ sunt duæ lineæ perpēdiculares ad eandem superficiē, quod est impossibile, relinquitur itaq; propositū nostrum. *Eucli. ex Zamb.* *Theorema 11* *Propositio 13*

13 **Ab eodem signo, ad idem planum binæ rectæ lineæ ad angulos rectos non constituentur ad easdem partes.**



THEON *ex Zamb.* *Si enim possibile, ab eodem signo α, ad idem planum binæ rectæ lineæ α β, α γ, ad angulos rectos constituātur ad easdē partes. *Extendaturq; per β α, α γ, planū. Quod iam efficiet sectionē per α in subiecto plano lineam rectam, efficiat lineā δ α ε. Ipsæ igitur α β, α γ, δ α ε, in uno sunt plano (per 3 undecimi.) Et quoniam γ α ad subiectū planum ad angulos rectos est, & ad omnes igitur rectas lineas eam tangentes & in subiecto plano existentes, rectos efficiet angulos (per 2 undecimi diffinitionē.) Ipsam autē tangit δ α ε in subiecto existēs plano. Igitur angulus qui sub γ α ε, rectus est, & id propterea angulus qui sub β α ε, rectus est. Aequalis igitur est angulus qui sub γ α ε ei qui sub β α ε, & in uno sunt plano. Quod est impossibile. Ab eodem igitur signo, ad idem planū binæ rectæ lineæ ad angulos rectos non constituētur ad easdem partes. Quod demonstrasse oportuit.* διήχθω *Eucli. ex Camp.* *Propositio 14*

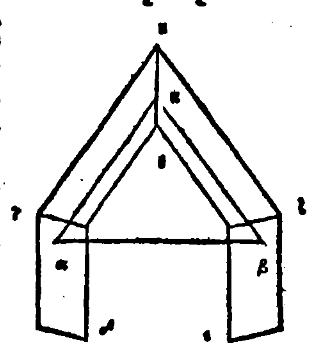
14 **SI linea una super duas superficies assignatas orthogonaliter insistat, illæ duæ superficies si etiam in infinitū in quamcunq; partem protrahantur, nunquam concurrent.**

CAMPANVS. Posita enim una linea duabus supficiebus orthogonaliter insistere, si impossibile est supficies illas cōcurrere, in earū cōmuni sectione quæ per 3 huius, erit linea recta, pūctus quocūq; modo signetur, à quo duæ lineæ in illis duabus supficiebus ad lineā illā quæ ipsis perpēdiculariter superstat protrahatur, eritq; cōstitutus triāgulus ex his duabus lineis & perpendiculari. Huius itaq; triāguli uterq; duorū angulorū q super perpendicularē consistūt, est rectus, ut patet ex diffinitione lineæ sup superficiē perpēdiculariter stantis, hoc aūt est impossibile per 32 primi. Ecōuerso quoq;, uidelicet.

Si super duas superficies æquidistātes linea recta ceciderit quæ ad alterā earum perpendicularis sit, ipsa quoq; perpendicularis erit ad reliquam.

Positis enim duabus superficiebus æquidistātibus, intelligatur linea recta ambas penetrās quæ alteri earū perpēdiculariter superstat. Dico q eadem linea reliquæ superficiei perpēdiculariter superstat. Sit enim superficies una secans positas supficies æquidistantes, super lineā eas penetrantē, eritq; cōmunis sectio huius superficiei & alterius sectarū uidelicet illius cui linea penetrās ponitur perpēdiculariter insistere, continēs angulū rectū cum ipsa linea penetrāte ex diffinitione lineæ perpēdicularis ad superficiē. Si igitur alia cōmunis sectio ipsius supficiei secantis & reliquæ duarū sectarū cum eadē linea penetrāte non contineat angulū rectū, erit ex ultima petitione primi, ut illæ duæ cōmunes sectiones in alterutrā partem protractæ necessario concurrāt, quare & supficies quæ positæ sunt æquidistantes, necessario concurrēt. Et qa hoc est impossibile, erit ille angulus rectus. Eodemq; modo erit de qualibet alia superficie easdē supficies æquidistantes secante super eandē lineā, igitur ex quarta huius & ex ista 14, constat uerū esse quod diximus. *Eucli. ex Zamb.* *Theorema 12* *Propositio 14*

14 **Ad quæ plana eadem recta linea recta est, parallela sunt ipsa plana.**

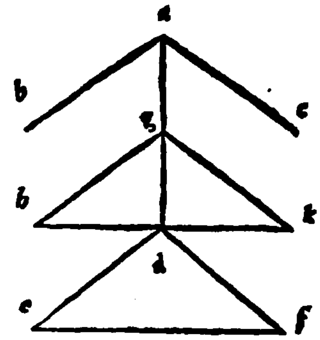


THEON *ex Zamb.* *Recta enim quædam linea α β, ad utrunq; γ δ, ε ζ, planorū, esto ad angulos rectos. Dico quod parallela sunt ipsa plana. Si autē non, * extensa concurrunt. Concurrant. Efficient iam cōmunem sectionem lineam rectam, efficiant η θ (per 3 undecimi,) assumaturq; in ipsa η θ, utcunq; signū κ, cōnectāturq; α κ, β κ. Et quoniā α β recta est ad ipsum ε ζ planū, & ad ipsam igitur β κ rectā lineā existentē in ipso ε ζ extenso plano, recta est ipsa α β. Igitur angulus qui sub α β κ, rectus est. Et id propterea etiā angulus qui sub β α κ, rectus est. Triāguli igitur α β κ, anguli qui sub α β κ, β α κ, duobus rectis sunt æquales. Quod est impossibile (per 17 primi.) Igitur ipsa γ δ, ε ζ, plana, extensa nō concurrūt, parallela igitur sunt ipsa γ δ, ε ζ, plana. Plana igitur ad quæ eadem recta linea recta est, parallela sunt. Quod oportebat demōstrare.* ἐκβαλλόμενα

Eucli. ex Camp. *Propositio 15*

15 **SI fuerint duæ lineæ se contingentes angulariter, æquidistantes alijs duabus se contingentibus, non autem in superficie una, ab eisdem**

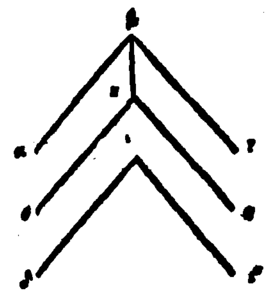
eisdem lineis contentæ duæ superficies in nulla parte quantumcunq; producantur possunt concurrere.



CAMPANVS. Sint duæ lineæ a b & a c, se angulariter contingentes in puncto a, æquidistantes duabus lineis d e & d f, se angulariter contingẽtibus in puncto d, & nõ sint in superficie una, dico earũ superficies in quãcunq; partem & quantũcunq; protrahãtur, nunq; concurrere. Protrahatur etenim à pũcto d, prout docet 5 huius, perpẽdicularis ad superficiẽ duarum linearũ a b & a c, sitq; d g, & à puncto g, ducatur g h æquidistãs a b, & g k, æquidistãs a c, eritq; ex diffinitione uterq; duorũ angulorũ d g h, d g k, rectus, & per 9 erit linea d f æquidistans lineæ g k, & linea d e æquidistans lineæ g h, quare per ultimã partem 29 primi, uterq; duorũ angulorũ e d g, f d g erit rectus, ideoq; per 4 huius linea d g, erit perpendicularis ad superficiem duarum linearũ d e & d f. Cumq; ipsa eadem sit etiam ex hypothesi perpendicularis ad superficiẽ duarum linearũ a b & a c, ex præmissa liquet quod est propositum.

Eucli. ex Zamb. Theorema 15 Propositio 15

15 **Si binæ rectæ lineæ seinuicem tangentes ad binas rectas lineas seinuicẽ tangentes fuerint parallelæ, non tamen in eodem plano existentes, parallela sunt quæ per ipsas plana.**



THEON ex Zamb. *Binæ, inquam, rectæ lineæ sese inuicem tangentes α β, β γ, ad binas rectas lineas sese inuicem tangentes δ ε, ε ζ, sint parallelæ, sed non in eodem existentes plano. Dico quod * educta quæ per α β, β γ & δ ε, ε ζ, plana, non concurrunt adinuicem. Excitetur, inquam, (per 11 undecimi) ab ipso β signo, in id quod per δ ε, ε ζ, planum perpendicularis β η, & * extendatur in planũ per η signũ. Et per η, ipsi quidem ε δ parallelus excitetur (per 31 primi) η θ, ipsi autẽ ε ζ, ipsa η κ. Et quoniam β η ad id quod per δ ε, ε ζ, planũ recta est, & ad omnes igitur eam tangentes rectas lineas (per 2 undecimi diffinitionẽ) & in eodem quod per δ ε, ε ζ, plano existentes, rectos efficiet angulos. Tangit autem ipsam utraq; ipsarũ η θ, η κ, existens in eo quod per δ ε, ε ζ, plano, rectus igitur est (per 4 undecimi) uterq; ipsorũ qui sub β η θ, β η κ, angulorũ. Et quoniam parallelus est β α ipsi η θ, ipsi igitur sub η β α, β η γ, anguli (per 29 primi) duobus rectis sunt æquales, sed rectus est qui sub β η θ, rectus igitur est qui sub η β α, igitur ipsa η β, ipsi β α ad angulos rectos est. Id propterea etiam β η, ipsi β γ ad angulos rectos est. Quoniã igitur recta linea β η duabus rectis lineis β α, β γ, sese inuicem tangentibus ad angulos rectos stetit, igitur (per 4 undecimi) β η & ad id quod per β α, β γ, planũ ad rectos angulos est. Est autem & ei quod per η θ, η κ, plano, recta quod uero per η θ, η κ planũ, id est quod per δ ε, ε ζ, ipsa igitur β η ei quod per δ ε, ε ζ plano recta est. Igitur β η ad utrunq; eorũ quæ per α β γ, δ ε ζ, planorũ, recta est. Plana autẽ ad quæ eadem recta linea recta est, parallela sunt (per 14 undecimi.) Parallelũ igitur est quod per α β, β γ, planum, ad id quod per δ ε, ε ζ. Si binæ gitur rectæ lineæ sese inuicẽ tangentes, ad binas rectas lineas sese inuicem tangentes fuerint parallelæ, sed non in eodem plano, parallela sunt quæ per ipsas plana. Quod ostendendum erat.*

ἐκβαλλόμενα

συμβαλλέτω

Eucli ex Camp. Propositio 16

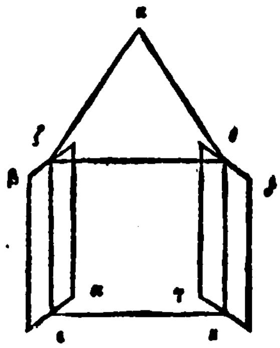
16 **SI duas superficies æquidistantes una superficies secet, cõmunes earum sectiones æquidistantes erunt.**

CAMPANVS. Constat equidẽ ex tertia, q una superficie quascũq; duas superficies æquidistantes secante, cõmunes earum sectiones erunt duæ lineæ rectæ. Quæ cum sint ambæ sitæ in superficie secante, si ipsæ non fuerint æquidistantes, ponãtur ad quodlibet unum punctũ concurrere, erit itaq; ut unus atq; idem punctus sit in utraq; illarũ duarũ sectionũ cõmunium. Cumq; una illarũ cõmunium sectionum sit in una duarũ superficierũ sectarũ & reliqua in altera, sequitur superficies illas quæ positæ sunt esse æquidistantes concurrere, hoc autem impossibile est. Erunt igitur cõmunes earum sectiones æquidistantes. Quod est propositum.

CAMPANVS. Ex hac & præmissa potes elicere conclusionẽ unam similem 30 primi, uidelicet istam. Si fuerint duæ superficies uni æquidistantes, ipsæ quoq; erunt adinuicẽ æquidistantes. Positis enim tribus superficiebus quarum utraq; duarum extremarũ æquidistat mediæ, dico q necesse est ipsas extremas æquidistare adinuicem. Secentur omnes illæ tres superficies duabus superficiebus se quoq; inuicem secantibus, eruntq; ex hac ex hac 16 cõmunes sectiones duarum extremarũ superficierũ, æquidistãtes sectionibus mediæ. Quare ex 30 primi ipsæ etiam sectiones duarum extremarũ superficierũ, erunt æquidistantes adinuicem. Et quia ipsæ contingunt se in cõmuni sectione duarũ superficierũ tres positas superficies secantium, ex præmissa euidenter constat quod diximus.

Eucli. ex Zamb. Theorema 14 Propositio 16

16 Si bina plana parallela à plano aliquo dissecta fuerint, cõmunes ipsorum sectiones parallelæ sunt.



THEON ex Zamb. Bina, inquam, plana parallela αβ, γδ, à plano εζηθ secentur, cõmunes autem ipsorum sectiones, sint εζ, ηθ. Dico quod parallelus est εζ, ipsi ηθ. Si autẽ non, productæ ipsæ εζ, ηθ, uel ad partes ζθ, uel ad εη concurrunt. Producantur primum ad ζθ partes, & concurrant in κ. Et quoniam εζκ est in plano αβ, & omnia igitur quæ in ipsa εζκ signa in ipso αβ sunt plano (per 1 undecimi.) Vnum autem eorum quæ in εζκ recta linea signorũ, est κ, igitur κ, in ipso est αβ plano, & id propterea etiam κ, in ipso γδ est plano. Igitur αβ, γδ, plana, producta concurrunt. Non concurrunt autem per hypothesin, quoniam parallela supponuntur. Igitur ipsæ εζ, ηθ, rectæ lineæ productæ ad partes ζθ, non concurrunt. Similiter quoq; ostendemus, quod ipsæ εζ, ηθ, rectæ lineæ neq; ad partes εη productæ concurrunt. Quæ autem in nulla parte concurrunt (per ultimam diffinitionem primi) parallelæ sunt: parallelus igitur est εζ, ipsi ηθ. Si bina igitur plana, & quæ sequuntur reliqua. Quod erat ostendendum.

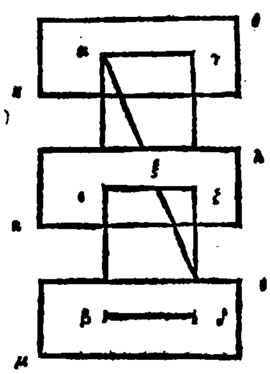
Eucli. ex Camp. Propositio 17

17 SI superficies tres uel plures æquidistantes duas rectas lineas seinuicem contingẽtes uel æquidistantes secent, illarum linearũ portiones proportionales esse probantur.

CAMPANVS. Intelligantur enim duæ rectæ lineæ penetrantes qualitercunq; contigerit tres superficies æquidistantes, aut etiam plures tribus: dico itaq; duas portiones illarum linearũ inter quaslibet duas superficies interceptas, proportionales esse quibusq; duabus inter alias duas ex illis æquidistantibus superficiebus interceptis. Coniungantur enim duæ extremitates illarum duarum linearũ, ducta inter eas linea una diagonaliter, eritq; hæc diagonalis, cum utraq; illarũ duarum linearũ penetrantiũ superficies propositas, in superficie una illas æquidistantes superficies positas secante. Si ergo harum superficierũ communes sectiones quæ per præmissam erunt æquidistantes, cogitatione protraxeris, ex prima parte secundæ sexti constabit propositum.

Eucli. ex Zamb. Theorema 15 Propositio 17

17 Si binæ rectæ lineæ à planis parallelis secentur, in easdem rationes secabuntur.



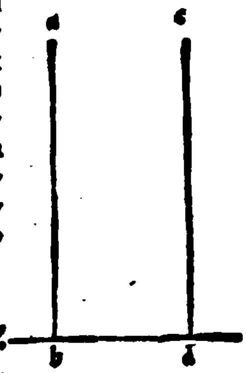
THEON ex Zamb. *Binæ, inquam, rectæ lineæ αβ, γδ, à planis parallelis ηθ, κλ, μν, secẽtur in α, ε, β, γ, ζ, δ, signis. Dico quod est sicut αε recta linea ad εβ, sic est γζ ad ζδ. Connectantur αγ, βδ, αδ, & concurrat αδ ipsi κλ plano in ξ signo, cõnectanturq; εξ, ξζ. Et quoniam bina plana parallela κλ, μν, à plano εβδξ, secantur, ipsorum cõmunes sectiones εξ, βδ, parallelæ sunt (per 16 undecimi.) Idq; propterea quoniam bina plana parallela ηθ, κλ, à plano αξζγ, secantur, cõmunes ipsorum sectiones αγ, ξζ, parallelæ sunt (per 16 undecimi.) Et quoniam lateri βδ trianguli αβδ, recta linea parallelus ducta est εξ, proportionaliter igitur sicut αε ad εβ, sic est αξ ad ξδ. Rursus quoniam lateri αγ trianguli αδγ, recta linea parallelus ducta est ξζ, proportionaliter igitur sicut αξ ad ξδ, sic γζ ad ζδ, patuit autẽ & sicut αξ ad ξδ, sic αε ad εβ, & sicut igitur (per 11 quinti) αε ad εβ, sic γζ ad ζδ. Si binæ igitur rectæ lineæ à planis parallelis secentur, & reliqua. Quod erat ostendendũ.*

Eucli. ex Camp. Propositio 18

18 SI in superficie assignata orthogonaliter steterit linea, omnis superficies à linea illa quorsumlibet ducta, ad eandem assignatam superficiem erit orthogonaliter erecta.

CAMPANVS. Sit enim linea a b erecta perpendiculariter super assignatam superficiem, & à linea a b producatur superficies quorsum libuerit. Quam dico super propositam superficiem esse perendiculariter erectam. Cum enim ipsa secet superficiem

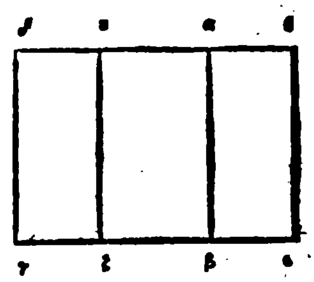
ciem assignatã, erit earũ cõmunis sectio linea recta ex 3 huius, sitq́ b d. In hac ergo communi sectione signato puncto quolibet qui sit d, extrahatur ab eo in superficie quæ producta est à linea a b, linea quædam perpendicularis ad lineam b d, quæ sit d c. Eritq́ ex secunda parte 28 primi, linea c d, æquidistans lineæ a b, ideoq́ ex 8 huius. linea c d, est etiam perpendicularis ad superficiem propositam. Quia ergo hoc modo quælibet linea protracta orthogonaliter à quolibet puncto lineæ b d, ad ipsam lineã b d, in ipsa superficie quæ producta est à linea a b, est perpendicularis ad propositam superficiem, ex diffinitione superficiei supra superficiẽ orthogonaliter erectæ, constat uerum esse quod propositũ est.



Eucli. ex Zamb. *Theorema 16* *Propositio 18*

18 Si recta linea plano alicui ad angulos fuerit rectos, & omnia quæ per ipsam plana ad idem planum ad angulos rectos erunt.

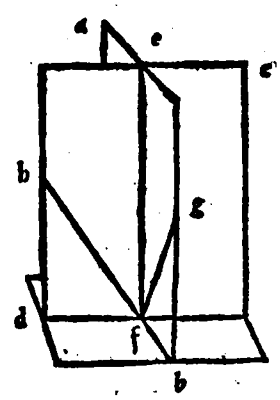
THEON *ex Zamber. Recta enim linea α β, subiecto plano ad angulos rectos esto. Dico quod & omnia quæ per α β plana, ad subiectum planum ad angulos rectos sunt. Extendatur, inquam, per α β, planũ δ ε, sitq́; (per 3 undecimi) communis sectio ipsius δ ε linea plani, & subiecti, γ ε, & sumatur in γ ε, contingens signum ζ, & ab ipso ζ, (per 12 undecimi) ipsi γ ε ad angulos rectos excitetur in δ ε plano ipsa ζ η. Et quoniam α β ad subiectum planum recta est, & ad omnes igitur ipsam tangentes rectas lineas & in subiecto plano existentes recta est ipsa α β (per 2 undecimi diffinitionem,) quare & ad γ ε recta est. Igitur angulus qui sub α β ζ, rectus, est autem qui sub η ζ β, rectus, igitur (per 28 primi) α β, ipsi ζ η parallelus est. Ipsa autẽ α β, ad subiectum planum ad angulos rectos est, & ζ η igitur ad subiectum planum ad angulos rectos est. Et quoniam (per 3 diffinitionẽ undecimi) planum ad planum rectum est quando quæ communi sectioni planorum ad angulos rectos ductæ rectæ lineæ in uno planorum, ad reliquũ planum ad angulos fuerint rectos, & ipsi γ ε sectioni planorum cõmuni, in uno planorum δ ε scilicet ad angulos rectos acta ζ η, ostensa est supposito plano ad angulos rectos esse, igitur planum δ ε rectum est ad suppositum planum. Similiter iam ostendetur quod omnia quæ per α β plana, recta sunt ad subiectum planum. Si recta igitur linea plano alicui ad angulos fuerit rectos, & omnia quæ per ipsam plana ad idem planum ad angulos rectos erunt. Quod oportuit demonstrasse.*



Eucli. ex Camp. *Propositio 19*

19 SI duæ superficies seinuicem secantes, supra unam superficiem erectæ fuerint orthogonaliter, cõmunis earum sectio ad eandem superficiem perpendicularis erit.

CAMPANVS. Sint duæ superficies a b & c d seinuicem secantes, erectæ orthogonaliter super assignatam superficiem, sitq́ cõmunis earum sectio linea recta e f. Hanc dico esse perpẽdicularem ad assignatam superfciem. Alioqui à puncto f qui est communis terminus sectionum duarum superficierũ secantium & tertiæ superficiei sectæ, producatur una linea recta quæ sit f g, in superficie a b, perpendicularis ad superficiem assignatam, itemq́ ab eodem puncto ducatur alia perpendicularis ad eandem superficiem, quæ sita sit in superficie c d, & ipsa sit f h, eruntq́ duæ lineæ f g & f h, orthogonaliter insistentes super punctum unum ad superficiem assignatã. Hoc autẽ, impossibile est per 13 huius. Tales autem lineas posse protrahi à puncto f in utraque duarum superficierũ a b & c d, cum e f non fuerit perpendicularis ad assignatam superficiem, dubitare non conuenit. Intelligatur quidem linea f b cõmunis sectio superficiei a b & superficiei assignatæ, & linea f d, superficiei c d & superficiei assignatæ. Si igitur linea e f fuerit perpendicularis ad utranq́ duarum linearũ f b & f d, ipsa etiam erit perpendicularis ad superficiem assignatam ex quarta huius. Si autẽ ad neutram, sit f g perpendicularis ad f b, & f h perpendicularis ad f d. Deinde à puncto f protrahe in superficie assignata unam lineam perpendicularẽ ad lineam f b,

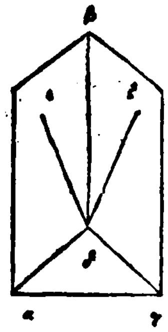


quæ ex

quæ ex diffinitione superficiei super aliam superficiẽ orthogonaliter erectæ, cum linea f g continebit angulum rectum: per quartã igitur huius erit linea f g, perpendicularis ad superficiem assignatã. Eodem quoq; modo protracta alia linea à puncto f in superficie assignata, quæ sit perpendicularis ad lineam f d, sequetur ex diffinitione prædicta & ex quarta huius, lineam f h esse perpendicularem ad superficiem assignatam. quod est impossibile per 13 huius. Quod si confiteare lineam e f esse perpendicularẽ ad lineam f b, sed non ad lineam f d, sequetur modo consimli duas lineas e f & f h esse perpendiculares ad superficiem assignatam. Quod nihil minus est impossibile.

Eucli. ex Zamb. *Theorema 17* *Propositio 19*

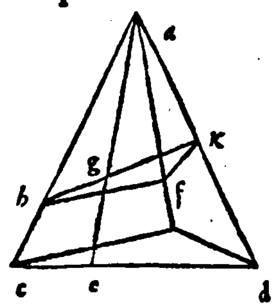
19 **Si bina plana sese inuicem dispescentia, plano alicui ad angulos rectos fuerint, & ipsorũ cõmunis sectio ad idem planum ad angulos rectos erit.**



THEON *ex Zamber. Bina etenim plana α β, β γ, subiecto plano ad angulos sint rectos, communis autem ipsorum sectio sit β δ. Dico quod ipsa β δ, ad subiectum planum ad angulos est rectos. Non sit. Et excitentur (per 11 undecimi) ab ipso δ signo in plano quidẽ α β, ipsi α δ rectæ lineæ, ad angulos rectos ipsa δ ε, in plano autem β γ, ipsi γ δ ad angulos rectos δ ζ. Et quoniam planum α β ad subiectum planum rectum est, & cõmuni ipsorũ sectioni α δ ad angulos rectos α δ in ipso α β plano excitatur δ ε, igitur δ ε ad subiectum planum recta est. Similiter iam demõstrabimus, quod & δ ζ ad subiectum planum recta est. Ab eodem igitur signo δ, ad subiectum planum binæ rectæ lineæ ad angulos rectos constitutæ sunt ad easdem partes. Quod est impossibile. Igitur ad subiectum planum, a signo δ ad angulos rectos non constituetur alia, præter δ β communem sectionem, ipsorum β α, β γ, planorũ. Si bina igitur plana inuicem sese dispescentia ad planum aliquod ad angulos fuerint rectos, & communis ipsorum sectio ad idem planum ad angulos rectos erit. Quod ostendere oportebat.*

Eucli. ex Camp. *Propositio 20*

20 **SI tres anguli superficiales solidum angulum contineãt, illorum trium angulorũ quicq; duo pariter accepti reliquo sunt maiores.**

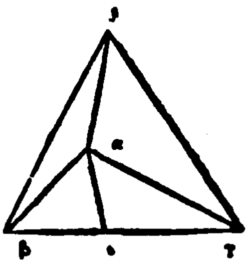


CAMPANVS. Sint tres lineæ a b, a c, a d, pyramidaliter erectæ supra superficiem b c d, continentes tres superficiales angulos, ex quibus solidus perficitur angulus in puncto a. Dico quoslibet duos ex ipsis superficialibus angulis solidum angulum in puncto a constituentibus, pariter acceptos, tertio esse maiores. Si enim hi tres anguli superficiales fuerint sibi inuicem æquales, aut si duo tantũ æquales existente tertio minore utrolibet duorum æqualium, constat per communem scientiam uerum esse quod dicitur. Quod si eorum unus utrolibet duorum reliquorũ maior fuerit siue illi duo ponantur æquales siue non æquales, adhuc constat illum maiorem & utrumlibet duorum reliquorũ pariter acceptos, tertio esse maiores. Sed & illos duos minores pariter acceptos hoc tertio qui maior utrolibet ponitur, esse maiores, sic collige. Esto enim trium propositorũ angulorum superficialiũ angulus c a d, maior utrolibet reliquorũ duorum. Ex ipso ergo abscindam angulum e a d æqualem angulo b a d, protracta linea a e. Et sumam ex hac linea a e, lineam a g, & ex linea a b, lineam a f, quas ponam esse æquales. Et protraham lineam à puncto g qualitercunq; contingat, in superficie duarum linearũ a c & a d, quousq; secet a c in puncto h, & a d in puncto k, & ipsa sit h g k. Et producam lineas f h & f k. Cum sit igitur a f æqualis a g, posita a k cõmuni, erit per 4 primi f k æqualis k g. Et quia ex 20 primi duæ lineæ h f & f k sunt maiores linea h k, erit per conceptionem h f maior h g. Ideoq; per 25 primi cum sit linea a f æqualis lineæ a g, erit angulus f a l, maior angulo h a g. Per conceptionem igitur constat duos angulos h a f, f a k, pariter acceptos, esse maiores angulo h a k. Quod erat demonstrandum.

Eucli. ex Zamb. *Theorema 18* *Propositio 20*

20 **Si solidus angulus sub tribus angulis planis comprehendatur, quiuis duo reliquo maiores sunt quomodocunq; suscepti.**

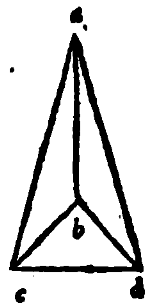
THEON *ex Zamb. Solidus angulus qui ad α, sub tribus planis, hoc est β α γ, γ α δ, δ α β, comprehendatur. Dico quod bini quomodocunq; suscepti, reliquo sunt maiores. Si quidem ipsi qui sub β α γ, γ α δ, δ α β, anguli sunt* *inuicem æquales, manifestũ est quod bini reliquo, quomodocunq; suscepti sunt maiores. Si autem non, sit maior qui sub β α γ, constituaturq; (per 23 primi) ad α β rectam lineam, & ad signum in ea α, angulo qui sub δ α β, in eo quod per β α γ plano, æqualis angulus β α ε, ponaturq; (per 2 primi) ipsi α δ æqualis α ε, & per ε signũ ducta β ε γ linea, dissecet ipsas α β, α γ, rectas lineas in signis β, γ, connectanturq; δ β, δ γ. Et quoniã δ α ipsi α ε est æqualis, cõmunis autem α β, duæ δ α, α ζ duabus δ α, α ε, sunt æquales, & angulus qui sub δ α ζ, angulo qui sub ζ α ε est æqualis: basis igitur δ β (per 4 primi) basi β ε est æqualis. Et quoniam duæ δ β, δ γ, ipsa β γ sunt maiores, quarum δ β ipsi β ε ostensa est æqualis, reliqua igitur δ γ, reliqua ε γ maior est. Et quoniam ipsa δ α ipsi α ε æqualis, communis autem α γ, & basis δ γ basi ε γ maior est, angulus igitur qui sub δ α γ, angulo qui sub ε α γ maior est. Ostensum autem est, quod & qui sub δ α β, est æqualis ei qui sub β α ε. Ipsi igitur qui sub δ α β, δ α γ, eo qui sub β α γ sunt maiores. Si solidus igitur angulus sub tribus angulis planis comprehendatur, duo quomodocunq; assumpti sunt maiores reliquo. Quod erat ostendendum.*



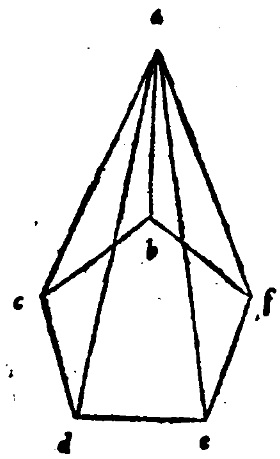
Eucli. ex Camp. Propositio 21

21 OMnis angulus solidus quatuor rectis angulis minor esse probatur.

CAMPANVS. Anguli solidi quantitas, ex angulorũ superficialium ipsum solidum continentiũ quantitate determinatur. Hac ergo 21 propositione id etiam proponitur, quoslibet superficiales angulos solidum quẽlibet continẽtes pariter acceptos, quatuor rectis angulis esse minores. Sit enĩ triãgula pyramis a b c d, cuius supremus angulus cum possit esse quilibet suorum angulorũ, hic tamen sit a, de quo dico, quod tres superficiales anguli ipsum a continentes, sunt minores quatuor rectis. Constat enĩ ex 32 primi, nouem angulos trium triangulorũ hanc pyramidem circumstantium (& ipsi sunt a b c, a c d, a d b) esse æquales sex angulis rectis, de tribus autem angulis basis eius quæ est triangulus b c d, constat quoq; per eandem, ꝙ ipsi sunt æquales duobus rectis. Cum igitur sex anguli trium triangulorũ prædictorũ hanc nostram pyramidem (de cuius supremo angulo disputamus) circundantium, qui inquam sex anguli cum tribus angulis basis reliquos tres angulos solidos pyramidis continent, sint ex præmissa ter assumpta maiores tribus angulis basis, sequitur ipsos sex angulos esse maiores duobus rectis, ex nouem igitur angulis trium triangulorũ pyramidem circundantiũ his sex angulis demptis erunt ex cõmuni scientia reliqui tres (& ipsi sunt qui constituũt solidum angulum a) minores 4 rectis.



Si autẽ angulus a supremus in assumpta pyramide pluribus angulis sup̃ficialibus quàm tribus cõtineatur quod erit secundum multitudinẽ angulorũ suæ basis, cum igitur omnes anguli omnium triangulorũ ipsam pyramdem circundantiũ pariter accepti sint ex 32 primi, tot rectis angulis æquales quantus est numerus angulorũ suæ basis duplicatus eo ꝙ tot necesse est esse triangulos pyramidem circumdantes quot fuerint anguli suæ basis, cumq; omnes anguli suæ basis sint tot rectis angulis æquales quantus est numerus angulorũ suorũ duplicatus, demptis inde 4 ut in 32 primi demonstratum est, cumq; igitur omnes anguli triangulorũ pyramidem circũdantiũ qui super latera basis ipsius pyramidis consistunt pariter accepti sint maiores omnibus angulis basis pariter acceptis, ut euidenter constat ex præmissa toties quot angulos basis habuerit repetita, adhuc necessario sequitur ex communi scientia superficiales angulos solidum angulum a continentes pariter acceptos esse minores quatuor rectis, eo inquam minores quo omnes anguli trigonorũ pyramidem circũdantium qui super latera basis statutæ pyramidis consistunt, excedunt omnes angulos basis pariter acceptos.

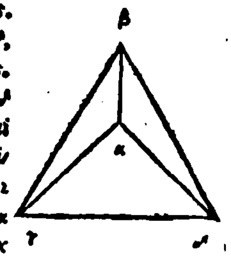


Eucli. ex Zamb. Theorema 19 Propositio 21

21 Omnis solidus angulus, sub paucioribus, quàm quatuor rectis angulis planis cõprehenditur.

THEON ex Zamb. *Sit solidus angulus qui ad α, comprehensus sub planis*

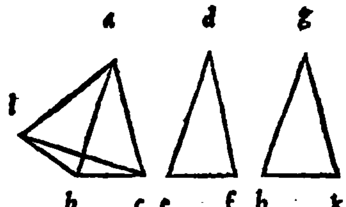
planis angulis qui sub β α γ, δ α γ, δ α β. Dico quod ipsi β α γ, δ α γ, δ α β, anguli, quatuor rectis sunt minores. Assumatur, inquam, in unaquaq; ipsarū α γ, α β, α δ, rectarū linearū signa utcunq;, sintq; β, γ, δ, cōnectanturq; ε γ, γ δ, δ ε. Et quoniā solidus angulus est qui ad ε. sub tribus enim planis angulis cōprehenditur, hoc est sub ijs qui sub γ ε α, α β δ & γ β δ (per 20 undecimi) bini utcūq; sumpti reliquo sunt maiores. Igitur qui sub γ ε α, α β δ, eo qui sub γ β δ sunt maiores. Et id propterea qui sub β γ α, α γ δ, eo qui sub β γ δ sunt maiores, & insuper qui sub γ δ α, α δ β, eo qui sub γ δ β sunt maiores. Igitur sex anguli γ ε α, α β δ, β γ α, α γ δ, γ δ α, α δ β, tribus, hoc est eis qui sub γ β δ, β γ δ, γ δ β, sunt maiores. Sed ipsi tres qui sub γ β δ, β δ γ, β γ δ, duobus rectis sunt æquales, igitur qui sub γ ε α, α β δ, β γ α, α γ δ, γ δ α, α δ β, sex anguli, duobus rectis sunt maiores. Et quoniā uniuscuiusq; ipsorū α ε γ, α β δ, α γ δ, triangulorū tres anguli duobus rectis sunt æquales (per 32 primi,) trium igitur triangulorū anguli nouem qui sub γ β α, α γ β, β α γ, α γ δ, δ α γ, γ δ α, α δ ε, δ ε α, ε α δ, sex rectis sunt æquales. Quorū qui sub α β γ, β γ α, α γ δ, γ δ α, α δ β, δ β α, sex anguli, duobus rectis sunt maiores: reliqui igitur qui sub β α γ, γ α δ, δ α β, tres anguli, cōprehendentes solidum angulum, quatuor rectis sunt minores. Omnis igitur solidus angulus sub minus quatuor rectis angulis planis cōprehenditur. Quod erat ostendendū.



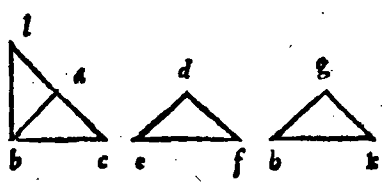
Eucli. ex Camp. Propositio 22

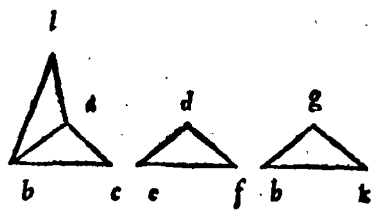
22 SI tres anguli superficiales quorū quiq; duo pariter accepti tertio sint maiores, cunctis sibi inuicem æquis lineis contineātur, de tribus basibus angulos illos ab ipsarū linearū æqualium terminis subtendentibus, triangulū substitui uel constitui possibile est.

CAMPANVS. Sint tres superficiales anguli b a c, e d f, h g k, ut proponitur, tales uidelicet ut quiq; duo eorū tertio sint maiores, sintq; sex latera eos cōtinentia, æqualia, quæ sint a b, a c, d e, d f, g h, g k, & subtendantur eis tres bases quæ sint b c, e f, h k. Ex his ergo tribus basibus, triangulū aio constitui posse. Esto enī angulus b a l æqualis angulo d, & linea a l lineæ d e, & protrahātur l b, l c, eritq; ex 4 primi, linea l b, æqualis lineæ e f. Ex hypothesi uero constat, totalem angulū a esse maiorē angulo g, erant enim quiq; duo ex tribus angulis b a c, d & g, tertio maiores. Igitur ex 24 primi linea l c, linea h k est maior. Cumq; sint ex 20 primi duæ lineæ l b & b c maiores linea l c, sequitur duas lineas l b & b c esse multo fortius maiores linea h k.



Quia igitur l b est æqualis e f, erūt duæ lineæ b c & e f maiores linea h k. Cōstat itaq; hoc modo, quasque duas lineas ex tribus lineis b c, e f, h k, esse longiores tertia. Igitur ex 22 primi constat uerum esse quod dicitur. Hoc dūtaxat addito, q; si duo anguli b a c & d pariter accepti sint æquales duobus rectis, erūt duæ lineæ l a & a c ex 14 primi linea una, quæ cū sit æqualis ex hypothesi duabus lineis g h & g k quæ ex 20 primi longiores sunt linea h k, cumq; ex eadem lineæ duæ l b & b c sint lōgiores linea l c, sequitur ut prius b c & e f pariter acceptas esse longiores h k. At uero si duo prædicti anguli sunt maiores duobus rectis, erunt ex 21 primi duæ lineæ a l & a c (ideoq; & duæ g h & g k) breuiores duab. quæ sunt l b & b c. Quare ut prius, b c & e f pariter acceptæ sunt longiores linea h k.



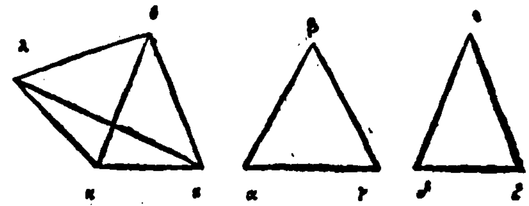


Eucli. ex Zamb. Theorema 20 Propositio 22

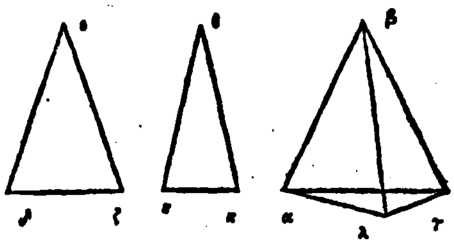
22 Si fuerint tres anguli plani quorū bini reliquo sint maiores quomodocunq; assumpti, comprehendant autem ipsos æquales rectæ lineæ, ex connectentibus æquales rectas lineas triangulū constitui est possibile.

THEON ex Zamb. Sint tres anguli plani qui sub α β γ, δ ε ζ, & η θ κ, quorū bini reliquo sint maiores quomodocunq; sumpti, hoc est α β γ, δ ε ζ, ipso η θ κ, ipsi autē qui sub δ ε ζ, η θ κ, ipso α β γ, & insuper qui sub η θ κ, α β γ, eo qui sub δ ε ζ, sintq; æquales α β, β γ, δ ε, ε ζ, η θ, θ κ, rectæ lineæ, cōnectanturq; α γ, δ ζ, η κ. Dico quod ex æqualibus ipsis α γ, δ ζ, η κ, triangulū constituere est poßibile, hoc est quod ipsarū α γ, δ ζ, η κ, binæ quomodocūq; sumptæ reliqua sunt maiores. Siquidem qui sub α β γ, δ ε ζ, η θ κ, anguli inuicem sunt æquales, manifestū quod & ipsis α γ, δ ζ, η κ, æqualibus adinuicē factis, est poßibile ex æqualibus ipsis α γ, δ ζ, η κ, triangulū construi. Si autē non, sint inæquales. Constituaturq;

turq; (per 23 primi) ad ipsam θ η rectã lineã, & ad signũ in ea θ, angulo qui sub α β γ, æqualis angulus qui sub η θ λ, & ponatur (per 2 primi) uni ipsarũ α β, β γ, δ ε, ε ζ, η θ, θ κ, æqualis θ λ, cõnectanturq; κ λ, η λ. Et quoniã binæ α β, β γ, duabus η θ, θ λ, sunt æquales, & angulus qui ad β angulo q sub η θ λ est æqualis, basis igitur α γ (per 4 primi) basi η λ est æqualis. Et quoniã qui sub α β γ, η θ κ eo qui sub δ ε ζ sunt maiores, æqualis autẽ qui sub η θ λ eis qui sub α β γ, & η θ κ, qui igitur sub κ θ λ eo qui sub δ ε ζ maior est. Et quoniã duæ κ θ, θ λ, duab. δ ε, ε ζ sunt æquales, & angulus qui sub κ θ λ angulo qui sub δ ε ζ maior est, basis igitur κ λ (per 24 primi) basi δ ζ maior est. Sed ipsæ η κ, η λ, ipsa κ λ sunt maiores, multo magis igitur η κ, η λ, ipsa δ ζ sunt maiores. Aequalis autẽ est η λ, ipsi α γ: ipsæ igitur α γ, η κ, reliqua δ ζ sunt maiores. Similiter iam ostẽdemus, qđ & ipsæ quidẽ α γ, δ ζ, ipsa η κ sunt maiores, & η κ, δ ζ, ipsa α γ. Poßibile igitur est, ex æqualibus ipsis α γ, δ ζ, η κ, triangulũ confici. Quod ostẽdendũ erat.

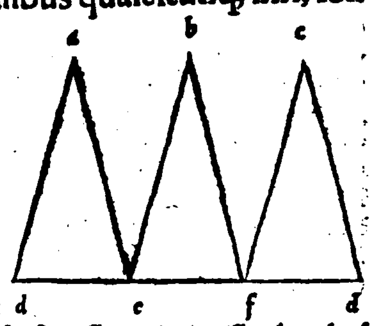


ALITER. Sint dati tres anguli plani qui sub α β γ, δ ε ζ, η θ κ, quorũ duo reliquo sint maiores quomodocũq; assumpti. Cõprehendãt autẽ ipsos æquales rectæ lineæ α β, β γ, δ ε, ε ζ, η θ, θ κ. Cõnectanturq; ipsæ α γ, δ ζ, η κ. Dico qđ ex æqualibus ipsis α γ, δ ζ, η κ, triangulũ construi est poßibile, hoc est rursus quod duæ reliquæ sunt maiores quomodocũq; assumptæ. Siquidem rursus qui ad β, ε, θ, signa anguli sunt æquales, erunt quoq; ipsæ α γ, δ ζ, η κ æquales, & duæ reliqua erunt maiores. Si autẽ non, sint inæquales qui ad ipsa β, ε, θ, signa anguli, sitq; maior angulus qui ad β, utroq; ipsorũ ε, θ: maior igitur est (per 24 primi) & α γ recta linea, utraq; ipsarũ δ ζ, η κ, & manifestũ, quod α γ cũ utraq; ipsarũ δ ζ, η κ, reliqua maior est. Dico quod & δ ζ, η κ, reliqua α γ sunt maiores. Constituatur (per 23 primi) ad α β rectã lineã ad signumq; in ea β, ei qui sub η θ κ angulo æquus qui sub α β λ, ponaturq; (per 2 primi) uni ipsarũ α β, β γ, δ ε, ε ζ, η θ, θ κ, æqualis β λ: cõnectanturq; α λ, λ γ. Et quoniã duæ α β, β λ, duabus η θ, θ κ, sunt æquales altera alteri, & æquos angulos cõprehendũt: basis igitur α λ (per 4 primi) basi η κ est æqualis. Et quoniã qui ad ε, θ, signa anguli, eo qui sub α β γ sunt maiores, quorũ qui sub η θ κ, ei qui sub α β λ est æqualis, reliquus igitur qui ad ε angulus, eo qui sub λ β γ maior est, & quoniã duæ λ β, β γ, duabus δ ε, ε ζ, sunt æquales altera alteri, & angulus qui sub δ ε ζ angulo qui sub λ β γ maior est, basis igitur δ ζ (per 24 primi) basi λ γ maior est. Ostensum autẽ est qđ æqualis est η κ ipsi α λ. Ipsæ igitur δ ζ, η κ, ipsis α λ, λ γ, sunt maiores, Sed ipsæ α λ, λ γ, ipsa α γ sunt maiores, multo magis igitur δ ζ & η κ, ipsa α γ sunt maiores. Ipsarũ igitur α γ, δ ζ, η κ, rectarũ linearũ duæ reliqua sunt maiores, quomodocunq; assumptæ. Poßibile igitur est ex æqualibus ipsis α γ, δ ζ, η κ, triangulũ confici. Quod oportuit ostendere.



Eucli. ex Camp. Propositio 23

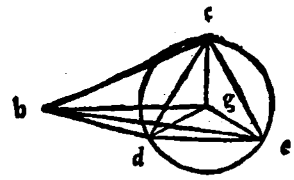
23 TRibus angulis superficialibus propositis, quorũ quiq; duo pariter accepti tertio sunt maiores omnes, & tres simul quatuor rectis angulis minores, ex tribus illis æqualibus qualescunq; sint, solidũm angulum constituere.



CAMPANVS. Sint propositi tres anguli supficiales qui sunt a, b, c, de tribus illis æqualibus uolumus unũ solidum angulũ cõstituere. Oportet igitur ex 20 huius, ut quiq; duo eorũ pariter accepti tertio sint maiores, & ex 27 huius, ut omnes pariter accepti quatuor rectis angulis sint minores. Ex ipsis itaq; sint hæc posita. Latera uero eos continẽtia cuncta adinuicẽ sint æqualia, eisq; subtendantur tres bases, & ipsæ sint d e, e f, & f d, eritq; ex præmissa poßibile, de tribus lineis his basibus æqualibus triangulũ cõstitui. Sit igitur ex eis secundũ doctrinã 22 primi, triãgulus d e f, cõstitutus, cui sicut docuit 5 quarti, circũscribatur circulus d e f supra centrũ g, & ptrahatur g d, g e, g f. Quæ cum sint adinuicẽ æquales ex diffinitiõe circuli, lateraq; tres propositos angulos ambiẽtia æqualia ex hypothesi, necesse est ut earũ quælibet quolibet illorũ laterũ sit minor, æqualẽ autẽ aut maiorẽ esse est impossibile. Si enim linea exiens à centro g, circũferentiã circuli d e f esset æqualis alicui laterũ a d, a e, b e, b f, c f, c d, sequeretur propter ea quæ posita sunt, annuẽte 8 primi, tres angulos a, b, c, propositos, esse æquales tribus angulis d g e, e g f, f g d. Cumq; hi tres sint æquales quatuor rectis angulis, ut facile patet ex 15 primi, protracta paulisper una linearũ exeuntiũ à cẽtro ad circũferentiã in continuũ & directũ, essent etiã tres anguli a, b, c, æquales etiã quatuor rectis.

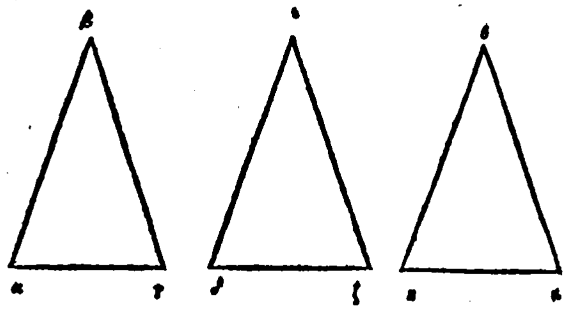
Quod

Quód est contra posita. Quod si esset maior superpositis tribus triangulis quorũ sunt anguli a,b,c, tribus triãgulis diuidẽtibus triangulũ d e f unoquoq; illi cum quo cõmunicat in basi, ita q́ bases superponãtur basibus æquales uidelicet æqualibus, & anguli a b c cadant ad partẽ puncti g. sequeretur ex 21 primi tres angulos a,b,c, esse maiores tribus qui sunt d g e, e f g, f g d. Essent itaq; maiores quatuor rectis. Quod est amplius contrariũ positis. Relinquitur itaq; unũquodq; ex sex lateribus tres propositos angulos ambiẽtibus, maius esse linea egrediente à centro g, ad circumferentiã d e f, ideoq; etiam potentius.

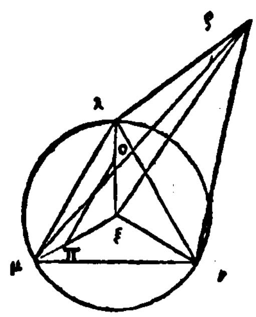


Sit igitur potẽtius in linea g h, quæ sit secundũ 11 huius orthogonaliter erecta super superficiẽ anguli uel circuli d e f, demittãturq; tres hypothenusæ h d, h e, h f, quas dico cõtinere angulos tres supficiales æquales tribus ꝓpositis, constituentes angulũ solidũ in pũcto h. Cum enim quadratũ lineæ a d sit æquale duobus quadratis duarũ linearũ d g & g h ex hypothesi, at quadratũ lineæ d h sit æquale eisdẽ ex penultima primi, necesse est lineã a d esse æqualẽ lineæ d h. Eodemq; modo & lineã a e, lineæ e h. Igitur ex 8 primi cum bases etiã sint æquales, erit ãgulus a æqualis angulo d h e. Simili quoq; modo erit angulus b æqualis augulo e h f, & angulus c æqualis angulo f h d. Quare constat factũ esse q̃d facere disposuimus. Eucli. ex Zamb. Theorema 5 Propositio 23

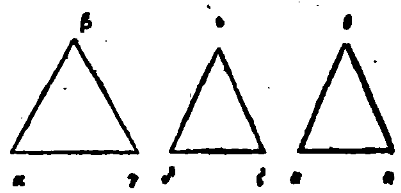
23 **Ex tribus angulis planis quorũ duo quomodocũq; sumpti sint reliquo maiores, solidum angulũ conficere, oportet uero ipsos tres, quatuor rectis esse minores.**



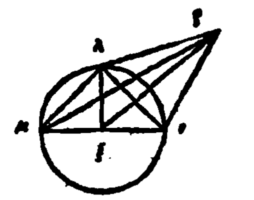
THEON ex Zamb. *Sint dati tres anguli plani qui sub αβγ, δεζ, ηθκ, quorũ duo quomodocũq; assumpti reliquo sint maiores, insupq; ipsi tres quatuor rectis minores, oportet iam ex æqualibus eis qui sub αβγ, δεζ, ηθκ, solidũ cõstituere angulũ. Assumãtur æquales αβ, βγ, δε, εζ, ηθ, θκ, cõnectanturq; αγ, δζ, ηκ. Igitur (per 21 undecimi) ex æqualibus ipsis αγ, δζ, ηκ, triangulũ confici est poßibile. Construatur, sitq; λμν, sic ut αγ æqua sit ipsi λμ, & δζ ipsi μν, & ηκ ipsi λν. Circumscribatur autem (per 5 quarti) ipsi λμν triangulo, circulus λμν, sumaturq; (per 1 tertij) ipsius centrum, quod quidem erit aut intra triangulum λμν, aut in uno laterum ipsius, aut extra, sit prius intra triangulum, sitq; ξ, connectanturq; λξ, μξ, νξ.* Dico quod *αβ, ipsa λξ maior est. Si autem non, aut αβ ipsi λξ est æqualis, aut ea minor. Sit primum æqualis. Et quoniam αβ ipsi λξ est æqualis, sed αβ ipsi βγ est æqualis, igitur λξ ipsi βγ est æqualis. Ipsa autem λξ ipsi ξμ (per 15 diffinitionem primi.) Duæ iam αβ, βγ, duabus λξ, ξμ, sunt æquales altera alteri, & basis αβ, basi λμ supponitur æqualis, angulus igitur qui sub αβγ (per 8 primi) angulo qui sub λξμ est æqualis. Id propterea etiam & qui sub δεζ, ei qui sub μξν est æqualis, & præterea qui sub ηθκ, ipsi qui sub νξλ. Ipsi igitur qui sub αβγ, δεζ, ηθκ, anguli, ipsis tribus qui sub λξμ, μξν, νξλ, sunt æquales. Sed tres qui sub λξμ, μξν, νξλ, quatuor rectis sunt æquales, & tres igitur qui sub αβγ, δεζ, ηθκ, quatuor rectis sunt æquales. Supponũtur & quatuor rectis minores. Quod est impoßibile. Igitur αβ ipsi λξ æqualis non est.* Dico etiam *quod nec minor est αβ, ipsa λξ. Si enim poßibile, esto, ponaturq; (per 2 primi) ipsi αβ æqualis ξο, ipsi autẽ βγ æqualis ξπ, connectaturq; οπ. Et quoniã æqualis est αβ ipsi βγ, æqualis est & ξο ipsi ξπ: quare & reliqua ολ, reliquæ πμ est æqualis. Parallelus igitur est (per 2 sexti) λμ ipsi οπ, & æquiangulũ est λμξ ipsi οπξ, quemadmodũ igitur ξλ ad ipsam λμ, sic est ξο ad οπ: uicißim igitur (per 16 quinti) sicut λξ ad ξο, sic λμ ad οπ. Maior autẽ est λξ ipsa ξο, maior igitur est & λμ, ipsa οπ. Sed ipsa λμ, posita est ipsi αγ æqualis, & αγ igitur, ipsa οπ maior est. Quoniam igitur binæ rectæ lineæ αβ, βγ, duabus οξ, ξπ, sunt æquales, & basis αβ basi οπ maior est, angulus igitur qui sub αβγ, angulo qui sub οξπ maior est (per 25 primi.) Similiter iam ostendemus, quod & qui sub δεζ, eo qui sub μξν maior est, & qui sub ηθκ eo qui sub νξλ. Ipsi igitur tres anguli qui sub αβγ, δεζ, ηθκ, tribus qui sub λξμ, μξν, νξλ sunt maiores. Sed qui sub αβγ, δεζ, ηθκ, quatuor rectis supponũtur minores: multo igitur magis qui sub λξμ, μξν, νξλ, quatuor rectis sunt minores. Sed & æquales. Quod est impoßibile. Nõ igitur αβ minor est quàm λξ. Ostensum autẽ est, quod neq; æqualis, maior igitur est αβ quàm λξ.*



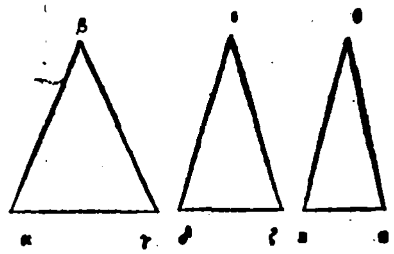
Constituatur iam à signo ξ ipsius λμν circuli plano ad angulos rectos ξρ (per 12 undecimi.) Et quo maius est quadratũ quod ex αβ, eo quod ex λξ, ei æquum esto quod ex ξρ, cõnectanturq; ρλ, ρμ, ρν. Et quoniam ρξ recta est, & ad ipsius λ μ ν circuli planum, & ad unamquamque igitur ipsarum λ ξ, μ ξ, ν ξ (per conuersionẽ 2 diffinitionis undecimi) recta est ipsa ρ ξ. Et quoniam æqualis est λ ξ ipsi ξ μ, cõmunis autem & ad angulos rectos est ξ ρ, basis igitur ρ λ (per 4 primi) basi ρ μ est æqualis. Iam id propterea & ρ ν, utriq; ipsarũ ρ λ, ρ μ, est æqualis. Ipsæ igitur tres ρ λ, ρ μ, ρ ν, sibi inuicem sunt æquales. Et quoniam quo maius est quod ex α β eo quod ex λ ξ, ei supponitur æquum quod ex ξ ρ, quod ex α β igitur æquũ est eis quæ ex λ ξ, ρ ξ. Eis autem quæ ex λ ξ, ξ ρ, æquum est (per 47 primi) quod ex λ ρ, rectus enim est qui sub λ ξ ρ. Quod igitur ex α β, æquũ est ei quod ex ρ λ. Aequalis igitur est α β ipsi ρ λ. Sed ipsi quidem α β, æqualis est unaquæq; ipsarũ β γ, δ ε, ε ζ, η θ, θ κ, ipsi autem ρ λ, æqualis est utraq; ipsarũ ρ μ, ρ ν. Vnaquæq; igitur ipsarũ α β, β γ, δ ε, ε ζ, η θ, θ κ, unicuiq; ipsarũ ρ λ, ρ μ, ρ ν, est æqualis. Et quoniam duæ λ ρ, ρ μ, duabus α β, β γ, sunt æquales, & basis λ μ basi α γ supponitur æqualis, angulus igitur qui sub λ ρ μ (per 8 primi) ei qui sub α β γ est æqualis. Id propterea & qui sub μ ρ ν, ei qui sub δ ε ζ est æqualis, & qui sub λ ρ ν, ei qui sub η θ κ. Ex tribus igitur angulis planis qui sub λ ρ μ, μ ρ ν, λ ρ ν, qui sunt æquales tribus datis scilicet eis q sub α β γ, δ ε ζ, η θ κ, solidus angulus cõstruitur qui ad ρ, cõprehensus sub λ ρ μ, μ ρ ν, & λ ρ ν angulis. Quod facere oportebat.



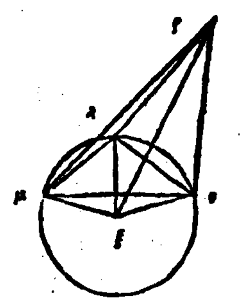
Sed iam esto centrũ circuli in uno laterum trianguli, sitq; in μ ν, estoq; ξ. Connectaturq; λ ξ. Dico rursus quod maior est α β quàm λ ξ. Si autẽ non, aut α β est æqualis ipsi λ ξ, aut ea minor. Sit primum æqualis. Duæ iam α β, β γ, hoc est δ ε, ε ζ, duabus μ ξ, ξ λ, hoc est ipsi μ ν sunt æquales. Sed ipsa quidẽ μ ν, ipsi δ ζ supponitur æqualis, & ipsæ igitur δ ε, ε ζ, ipsi δ ζ sunt æquales. Quod est impoßibile. Igitur α β, ipsi λ ξ, æqualis non est. Similiter iam ostendemus, quod neq; minor, igitur ipsa α β, maior est quàm λ ξ. Et si similiter quo maius est quod ex α β eo quod ex λ ξ, ei æquũ & ad angulos rectos ad circuli planum constituemus sicut quod ex ρ ξ, cõstituetur problema.



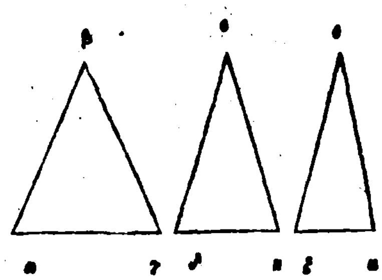
Sed iam esto centrum circuli extra triangulum λ μ ν, sitq; ξ. Connectanturq; λ ξ, μ ξ, ν ξ. Dico quod & sic maior est α β quàm λ ξ. Si autem non, aut æqualis est aut minor. Sit prius æqualis. Duæ igitur α β, β γ, duabus μ ξ, ξ λ, sunt æquales altera alteri, & basis α γ basi μ λ est æqualis, angulus igitur qui sub α β γ (per 8 primi) angulo qui sub μ ξ λ est æqualis. Idq; propterea etiã qui sub η θ κ, ei qui sub λ ξ ν est æqualis. Totus igitur qui sub μ ξ ν, duobus qui sub α β γ, η θ κ, est æqualis. Sed qui sub α β γ, η θ κ, ipso qui sub δ ε ζ sunt maiores. Et qui sub μ ξ ν igitur, eo qui sub δ ε ζ maior est. Et quoniã duæ δ ε, ε ζ, duabus μ ξ, ν ξ, sunt æquales, & basis δ ζ basi μ ν est æqualis, angulus igitur qui sub μ ξ ν (per 8 primi) ei qui sub δ ε ζ est æqualis. Patuit autem quod & maior. Quod est absurdũ. Igitur α β, ipsi λ ξ non est æqualis. Itidemq; ostendemus quod neq; minor. Igitur ipsa α β, maior est quàm λ ξ. Et si etiam ad angulos rectos in circuli plano rursus constituamus ipsam ξ ρ, & ipsi æqualem ponamus eam quæ potest id quo maius est quod ex α β eo quod ex λ ξ, constituetur problema.



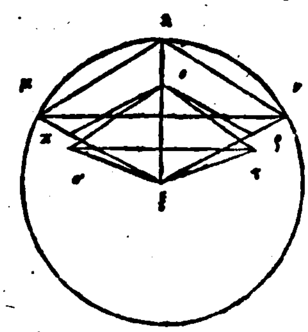
Dico insuper quod α β non est minor quàm λ ξ. Si enim poßibile, esto. Ponaturq; (per 2 primi) ipsi quidem α β æqualis ξ ο, ipsi autem β γ æqualis ξ π. Connectaturq; ο π. Et quoniam æqualis est α β ipsi β γ, æqualis est ξ ο ipsi ξ π, quare & reliqua ο λ, reliquæ μ π, est æqualis. Parallelus igitur est (per 2 sexti) λ μ ipsi π ο, & æquiangulũ est triangulũ λ ξ μ ipsi triangulo π ξ ο. Est igitur (per 6 sexti) sicut λ ξ ad λ μ, sic ξ ο ad ο π, & uicißim (per 16 quinti) sicut λ ξ ad ξ ο, sic λ μ ad ο π. Maior autem est λ ξ, quàm ξ ο, maior igitur est & λ μ, quàm ο π. Sed λ μ, ipsi α γ est æqualis, igitur & α γ, quàm ο π maior est (per 14 quinti.) Quoniã igitur duæ α β, β γ, duabus ο ξ, ξ π, sunt æquales altera alteri, & basis α γ basi ο π maior est, angulus igitur qui sub α β γ (per 25 primi) angulo qui sub ο ξ π maior est. Similiter iam & si ipsam ξ ρ æqualem utriq; ipsarũ ξ ο, ξ π, assumamus, & connectamus ipsam ο ρ, ostendemus quod & qui sub η θ κ angulus eo qui ο ξ ρ maior est.

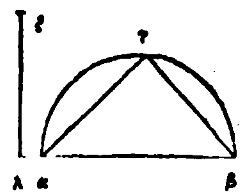


Constituatur iam (per 23 primi) ad ipsam λ ξ rectam lineam, ad signumq; in ea ξ, ei quidem qui sub α β γ angulo æquus angulus qui sub λ ξ ς, ei autem qui sub η θ κ æqualis qui sub λ ξ τ, ponaturq; (per 2 primi) utraq; ipsarũ ξ σ, ξ τ, ipsi ο ξ æqualis, & connectantur ο σ, ο τ, σ τ. Et quoniam binæ α β, β γ, binis ο ξ, ξ σ, sunt æquales, & angulus qui sub α β γ angulo qui sub ο ξ σ est æqualis, basis igitur α γ (per 4 primi) hoc est λ μ, basi ο σ est æqualis. Idq; propterea etiam λ ν, ipsi ο τ est æqualis. Et quoniã duæ λ μ, λ ν, duabus σ ο, ο τ, sunt æquales, & angulus qui sub μ λ ν angulo qui sub σ ο τ maior est, basis igitur μ ν (per 25 primi) basi σ τ maior est. Sed ipsa quidẽ μ ν, ipsi δ ζ est æqualis: & ipsa igitur δ ζ quàm σ τ maior est. Quoniam igitur duæ δ ε, ε ζ, duabus σ ξ, ξ τ, sunt æquales, & basis δ ζ basi σ τ maior, est, angulus



est, angulus igitur qui sub δ ε ζ (per 25 primi) angulo qui sub σ ξ τ maior est. Aequalis autẽ est qui sub σ ξ τ, eis qui sub α β γ, η θ κ. Igitur qui sub δ ε ζ, eis qui sub α β γ, η θ κ, maior est. Sed & minor. Quod est impoßibile. Quomodo autem id quod ex ρ ξ, æquum sumatur ei quo quod ex α β maius est eo quod ex λ ξ, sic ostendemus. Exponantur α β & λ ξ rectæ lineæ, sitq; maior α β, describaturq; super ipsa semicirculus α γ β, & in semicirculo α γ β * accõmodatur ipsi λ ξ rectæ lineæ æqualis ipsa α γ, connectanturq; γ β. Quoniam igitur in semicirculo α γ β angulus est qui sub α γ β, rectus igitur est qui sub α γ β (per 31 tertij.) Quod igitur ex α β (per 47 primi) æquum est eis quæ ex α γ, γ β, quare id quod ex α β, maius est eo quod ex α γ, eo quod ex γ β, æqualis autem est α γ ipsi λ ξ: quod igitur ex α β, maius est eo quod ex λ ξ, eo quod ex γ β. Si ipsi igitur γ β æqualem ξ ρ assumamus, quod ex α β maius est quàm id quod ex λ ξ, eo quod ex ξ ρ. Quod facere proposueramus.

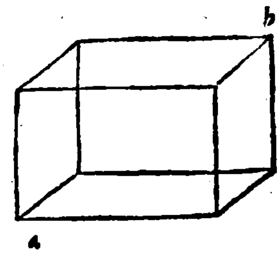




Eucli. ex Camp. Propositio 24.

24 **SI superficiebus æquidistãtibus solidum contineatur, eius oppositæ superficies sibi inuicẽ æquales sunt & æquidistantium laterum.**

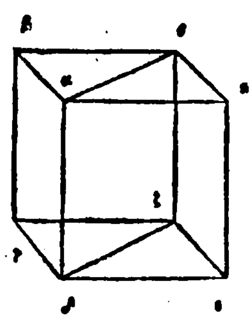
CAMPANVS. Quicquid dicant alij, solidum æquidistantibus superficiebus contentum, superficiebus paribus necesse est contineri, quæ sicut esse non possunt pauciores sex, ita possunt esse in omni numero pari senarium excedente. Constat enim columnã hexagonam, posse octo superficiebus quæ binæ & binæ oppositæ sibi inuicẽ æquidistant, contineri. Sic quoq; octogonam 10, & decagonam 12, & ad istarum similitudinem, in infinitum. Sed horum omnium solidorũ æquidistantibus superficiebus contentorum quæ infinita esse pronuntio, solum illud dicitur parallelogrammũ, cuius omnes superficies ipsum ambiẽtes parallelogrãmæ sunt, & istud sex superficiebus duntaxat necesse est ambiri. De tali itaq; quod sex tantum superficiebus ambitur, dico debere intelligi quod hæc 24 proponit. Sit igitur tale solidũ, corpus a b, cuius omnino superficies fac ut solido habitu mente cõprehendas, patebitq; tibi unamquãq; earum quatuor ex reliquis secare eius quatuor latera, cum sint communes sectiones ipsius secantis & quatuor sectarum. Sint autem illæ quatuor sectæ binæ & binæ secundum quod adinuicem opponuntur, æquidistantes ex hypothesi, sequitur ex 16 bis assumpta, ut quatuor latera huius superficiei secantis & quatuor sectarum sint adinuicem bina & bina æquidistantia. Constat itaq; secundum. At uero ex 34 primi manifestum est, omnia latera opposita istarũ sex superficierũ esse æqualia, erunt igitur bina latera angulum planum continẽtia cuiusq; earum, æqualia binis lateribus angulum planum in superficie sibi opposita continentibus, anguli quoq; ab illis binis lateribus contenti, æquales per 10 huius. Igitur ex conuersa penultimæ cõmunis scientiæ in primo libro positæ, necesse est quasque duas superficies in solido a b oppositas, esse sibi inuicem æquales. Quod est propositum.



Eucli. ex Zamb. Theorema 21 Propositio 24

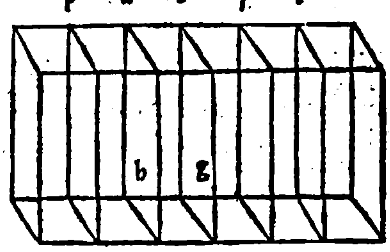
24 **Si solidum sub parallelis planis cõprehendatur, quæ ex opposito ipsius plana, æqualia & parallelogramma sunt.**

THEON ex Zamb. Solidum, inquam, γ δ η θ, sub parallelis planis α γ, η ζ, α θ, δ ζ, ζ β, α ε, cõprehendatur. Dico quod quæ ex opposito ipsius plana, æqualia & parallelogramma sunt. Quoniam enim bina plana parallela, hoc est β η, γ ε, à plano α γ secantur, cõmunes ipsorum sectiones parallelæ sunt (per 16 undecimi.) parallelus igitur est α ϛ, ipsi γ δ. Rursus quoniam planum α γ dispescit plana bina parallela β ζ, α ε, cõmunes ipsorum sectiones parallelæ sunt (per eandem,) parallelus igitur est α δ, ipsi β γ. Patuit autẽ quod & α β ipsi δ γ est parallelus: parallelogrammũ igitur est α γ. Similiter iam ostendemus, quod & unumquodq; ipsorũ δ ζ, ξ η, η ϛ, ϛ ζ, α ε, parallelogrammũ est. Connectantur α θ, δ ζ. Et quoniam parallelus est α β ipsi δ γ, & ϛ θ ipsi γ ζ, binæ iam α β, ϛ θ, sese inuicẽ tangentes, binis rectis lineis δ γ, γ ζ, sese inuicẽ tangentibus parallelæ sunt, nõ tamen in eodẽ plano, igitur æquales cõprehendũt angulos (per 10 undecimi.) Angulus igitur qui sub α ϛ θ, angulo q; sub δ ε ζ, est æqualis.

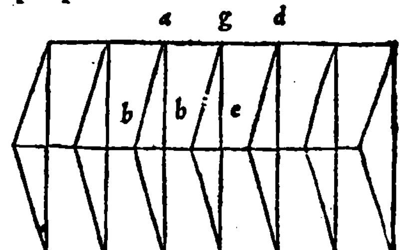


Et quoniā binæ α β, β θ, duabus δ γ, γ ζ, sunt æquales, & angulus qui sub α β θ, angulo qui sub δ γ ζ est æqualis, basis igitur α θ (per 4 primi) basi δ ζ, est æqualis, & triangulū α β θ triāgulo δ γ ζ est æquale. Et quoniā ipsius quidē α β θ, duplum (per 41 primi) est β η parallelogrammū, ipsius uero δ γ ζ duplū est ipsum γ ε parallelogrammū, æquū igitur est parallelogrammū β η, parallelogrāmo ε γ. Similiter iam ostendemus, quod & α γ ipsi η ζ est æquale, & α ε ipsi β ζ. Si planū igitur sub parallelis planis cōprehendatur, quæ ex opposito eius plana, æqualia & parallelogrāma sunt. Quod est propositum. Eucli. ex Camp. Propositio 25

25 SI superficies quædam secet solidū parallelogrammū æquidistanter duabus ipsius solidi sup̄ficiebus oppositis, duo partialia corpora quæ ad illam secantem superficiem uelut ad cōmunem terminum copulantur, suis basibus sunt proportionalia.



CAMPANVS. Sit corpus a b, solidū parallelogrammū, & secet ipsum sup̄ficies c d æquidistāter duabus eius oppositis superficiebus quæ sunt a e & f b. Et sit superficies g b, basis ipsius solidi a b, de qua constat per præmissam ꝙ ipsa sit æquidistantiū laterū. Et sit cōmunis sectio duarū superficierū c d & g b, linea h d, de qua cōstat per 3 huius, ꝙ ipsa sit linea recta, & per 16 huius, ꝙ ipsa sit æquidistās g c. Ideoq; sunt duæ superficies g d & h b æquidistantiū laterū, & ipsæ sunt bases duorū partialiū corporū in quæ sup̄ficies c d diuidit solidum a b. Dico itaq; ꝙ ꝓportio solidi a d ad solidū b c, est sicut basis g d ad basin h b. Protrahantur enim utrinq; quantū libuerit, quatuor lineæ penetrātes superficiē c d super eius angulos. & ipsæ sunt a f & e b cum duabus reliquis sibi æquidistātibus. Sumāturq; ex eis omnibus portiones ex parte puncti b, quot libuerit, quæ ponātur singulæ æquales lineæ b d, & ex parte puncti e, aliæ similiter quot libuerit, quæ ponantur æquales lineæ e d. Super quas utrinq; constituantur solida parallelogrāma secūdum longitudinū exigentiā, sintq; ex parte puncti b, solida f k & l m, & ex parte pūcti e, solida a n & p q. Eritq; ex diffinitiōe corporū æqualiū atq; similiū, unūquodq; solidorū f k & l m æquale solido c d, & unūquodq; a n & p q æquale a d. Fiat igitur argumentū quemadmodū in prima sexti. Est enim solidū c m ita multiplex solidi b c, sicut basis h m, basis h b, & solidū q c ita multiplex solidi a d, sicut basis q h, basis g d. Et si basis h m est æqualis basi q h, solidum c m est æquale solido q c ex diffinitione corporū æqualiū atq; similiū, & si basis est minor basi, & solidū est minus solido, & si maior, maius, quod patet ex diffinitiōe eadē, resecata maiori basi ad æqualitatē minoris, & descripto super eam solido parallelogrāmo. Itaq; ex diffinitione incōtinue ꝓportionalitatis proportio solidi a d ad solidū c b, sicut basis g d ad basin h b. Quod est propositū.

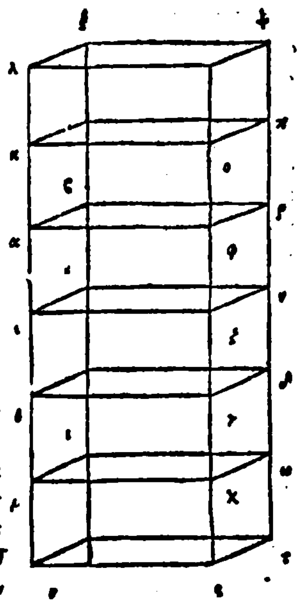


CAMPANVS. Quod si superficies aliqua secet corpus serratile æquidistāter duobus eius triangularibus superficiebus oppositis, duo partialia corpora quæ ad illam secantē superficiē uelut ad cōmunem terminū copulantur, suis basibus erūt ꝓportionalia. Sit enim a f corpus serratile, cuius sint duæ trigonæ superficies a b c, d e f. Constat igitur ex diffinitione serratilis, unāquamq; trium superficierū quæ sunt a b d e, b c e f, a c d f, esse parallelogrammū. Secet igitur sup̄ficies g h k, istud serratile æquidistāter duabus eius oppositis superficiebus quæ sunt a b c, d e f. Dico ꝙ proportio serratilis a k ad serratile g f, est sicut basis a k ad basin g f. Quod sicut de solidis parallelogrāmis ꝓbatur. Protractis enim in utranq; partē lineis a d, b e, c f, factisq; inter eas ex parte pūcti e serratilibus æqualibus serratili g f, & ex parte pūcti b alijs æqualibus serratili a k utrinq; quouis numero, ex diffinitione incōtinuæ ꝓportionalitatis (si cuncta uigili mente perlustres) nō erit tibi difficile cōcludere ꝗd diximus. Eucli. ex Zamb. Theorema 22 Propositio 25

25 Si solidum parallelepipedū plano secetur, parallelo existente eis quæ ex opposito planis, erit sicut basis ad basin sic solidum ad solidum.

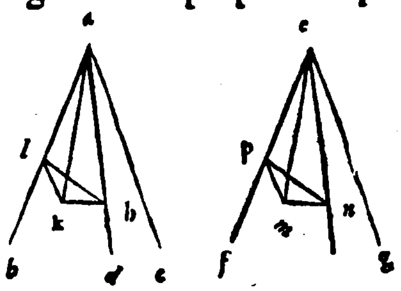
THEON ex Zāb. *Solidū, inquā, parallelepipedū α β γ δ secetur à plano ε ι parallelo existēte eis quæ ex opposito planis scilicet ipsis ρ α & δ θ. Dico qđ est sicut α ι ζ φ basis ad ι θ γ ζ basin, sic est α β ζ ι solidū ad ε ι γ δ solidū.*

Extendatur



Extēdatur ergo α θ ex utraq; parte, ponāturq; ipsi quidē ι θ æquales quotcūq;, θ μ, μ ν, ipsi aūt α ι æquales, α κ, κ λ, cōpleanturq; ipsa λ ο, κ φ, θ χ, μ σ, parallelogrāma, & ipsa λ π, κ ρ, δ μ, μ τ, solida. Et quoniā ipsæ λ κ, κ α, α ι, rectæ lineæ inuicē sunt æquales, æqualia quoq; sunt ipsa λ ο, κ φ, α ξ, parallelogrāma sibijnuicē (per 1 sexti,) & ipsa quoq; κ ξ, κ ϛ, α η, sibi inuicē (p eandē) sunt æqualia. Et similiter ipsa λ ψ, κ π, α ρ, sibi inuicē (per 24 undecimi) sunt æqualia, ex opposito enim. Idq; propterea etiā ipsa quidem ι γ, θ χ, μ σ, parallelogrāma adinuicē sunt æqualia (per 1 sexti,) ipsa quoq; θ η, θ ι, ι ν, sibi inuicem (per eandē) sunt æqualia. Et insuper ipsa δ θ, μ ω, ν τ, (per 24 undecimi) sunt æqualia (ex opposito enim.) Tria igitur plana ipsorū λ π, κ ρ, α ν, solidorū, tribus reliquorū planis sunt æqualia (idq; propterea & ipsorū ι δ, δ μ, μ τ, solidorū.) Sed tria, tribus quæ ex opposito (per 24 undecimi) sunt æqualia. Ipsa igitur tria solida λ π, κ ρ, α ν, inuicē sunt æqualia (per 8 undecimi diffinitionē) id propterea etiā tria solida ι δ, δ μ, μ θ, inuicē sunt æqualia. Quotuplex igitur est λ ζ basis ipsius α ζ basis, totuplex est & λ ν solidū ipsius α ν solidi, & iam id propterea quotuplex est ν ζ basis ipsius ζ θ basis, totuplex est & ν ν solidū ipsius θ ν solidi, & si æqualis est λ ζ basis ipsi ν ζ basi, æquū est & λ ν solidū ipsi ν ν solido, & si excedit λ ζ basis ipsam ν ζ basin, excedit quoq; ipsum λ ν solidū ipsum ν ν solidū, & si deficit, deficit (per 1 & 14 quinti.) Quatuor iam existentibus magnitudinibus, binis quidē basibus α ζ, ζ θ, duobus autē solidis α ν, ν θ, assumūtur æque multiplicia, ipsius quidē α ζ basis & α ν solidi, ipsa λ ζ basis & λ ν solidū, ipsius autē θ ζ basis & θ ν solidi, ipsa ν ζ basis & ipsum ν ν solidū. Ostensumq; est, quod si λ ζ basis excedit basin ν ζ, excedit quoq; & λ ν solidū, ipsum ν ν solidum, & si æquale, æquale, & si deficit, deficit (per diffinitionē 6 quinti.) In eadē autē ratione magnitudines esse dicūtur, & reliqua. Est igitur sicut α ζ basis ad ζ θ basin, sic est α ν solidum ad θ ν solidum. Quod erat ostendendum. Eucli. ex Camp. Propositio 26

26 SVper datum punctū datæ lineæ, angulo solido proposito æqualem angulū solidum constituere.

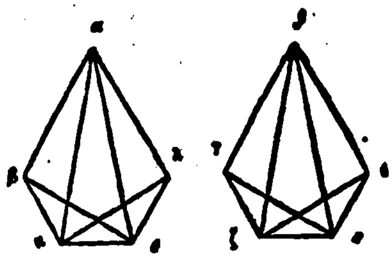


CAMPANVS. Solidus angulus propositus sit a, qui contineatur tribus lineis a b, a c, a d, tres superficiales angulos ipsum solidum perficientes continētibus, cui super punctū e lineæ e f propositæ quæ ad libitū proponentis iaceat aut in sublimi consurgat, iubemur æqualē angulum solidum constituere. Qualiscunq; sit situs lineæ e f, à puncto g ubicunq; uolueris signato, producito lineā g e, eruntq; (ex 2 huius) duæ lineæ e f & g e in superficie una. In hac itaq; superficie super punctū e datū in assignata linea secundum consiliū 23 primi constitue angulū æqualē angulo b a c, & ipsæ sit f e g, dehinc ex linea a d abscinde lineā a h sicut uolueris, & à puncto h producito perpendicularē h k ad superficiē in qua sunt duæ lineæ a b & a c. Quod qualiter faciendum sit, 11 huius docuit. Nec sit igitur tibi cura de puncto k. Nihil enim refert, utrum perpēdicularis h k occurrat superficiei in qua sunt duæ lineæ a b & a c, inter ipsas lineas, aut extra aut in earū altera, ducito tamen lineā a k. Positoq; puncto in linea a b ubicunq; uolueris, protrahe lineas k l & l h, & pone angulū f e m in superficie linearū e f & e g, æqualē angulo b a k, & lineā e m æqualē lineæ a k, & ex linea e f, sume lineā e p æqualē lineæ a l, & à puncto m educ lineā m n perpendicularē ad superficiē in qua sunt duæ lineæ e f & e g, & pone eam æqualē h k, & protrahe lineas e n, n p, & p m. Dico igitur tres lineas e f, e g, e n, continere angulū solidū in pūcto e, æqualē angulo a proposito. Cum sint enim ex hypothesi duo latera a k & k h, trianguli a k h æqualia duobus lateribus e m & m n trianguli e m n, & anguli qui sunt ad k & ad m recti ex diffinitione lineæ perpēdiculariter erectæ supra superficiē, erunt ex 4 primi duæ lineæ a h & e n, æquales, per eandem quoq; erunt duæ lineæ k l & m p, æquales: ideoq; etiā per eandē, h l & n p æquales, cum sint h k & k l æquales m n & m p, & anguli h k l & m n p, recti: per 8 igitur primi, erit angulus n e p, æqualis angulo h a l. Simili quoq; modo pbabis, angulū g e n esse æqualē angulo c a d. Constat itaq; nos effecisse quod uolumus. Huic si studiosus institeris, quotcunq; lateribus solidus angulus propositus cōtineatur, quod à te petitur sine offendiculo perficere poteris.

Eucli. ex Zamb. Problema 4 Propositio 26

26 Ad datam rectam lineam, ad signumq; in ea, dato solido angulo æquū solidum angulum constituere.

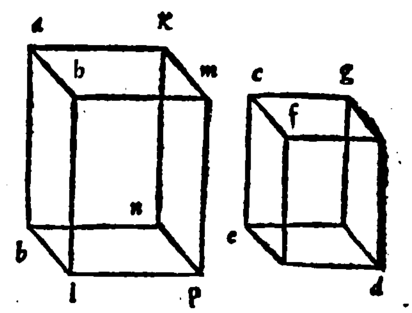
THEON



THEON ex Zamb. Sit quidē data recta linea α β, datumq́; in ea signū sit α, datus angulus solidus sit qui ad δ, cōprehēsus sub ε δ γ, ε δ ζ, ζ δ γ, angulis planis. Oportet iam ad ipsam α β rectā lineā, & ad signū in ea α, ei q ad δ solido angulo æquū solidū angulū cōstituere. Sumatur in ipsa δ ζ, cōtingens signū ζ, excitetur q́; (per 14 undecimi) ab ipso ζ, ad id quod per ε δ, δ γ, planū perpēdicularis ζ η, & occurrat plano in η, cōnectatur q́; δ η, cōstituatur q́; (per 23 primi) ad ipsam α β, & ad signū in ea α, ei qui sub ε δ γ angulo æqualis angulus qui sub β α λ, ei aūt qui sub ε δ η, æqualis qui sub β α κ, ponatur q́; (per 2 primi) ipsi δ η æqualis α κ, constituatur q́; (per 19 undecimi) ab ipso κ signo, ei quod per β α λ plano ad angulos rectos κ θ, ponatur q́; (per 2 primi) κ θ ipsi η ζ æqualis, cōnectatur q́; θ α. Dico quod angulus solidus qui ad α, cōprehensus sub β α λ, β α θ, θ α λ, angulis, æquus est ei qui ad δ solido angulo, cōprehenso sub ε δ γ, ε δ ζ, ζ δ γ, angulis. Auferantur enim æquales α β, δ ε, cōnectantur q́; θ β, κ β, ζ ε, ε η. Et quoniā ζ η recta est ad subiectū planū, & (per 2 diffinitionē undecimi) ad omnes igitur tangētes eā rectas lineas & in subiecto existētes plano, rectos efficiet angulos. Rectus est igitur uterq; ipsorū qui sub ζ η δ, ζ η ε, angulorū, & iam id propterea uterq; ipsorū θ κ α, θ κ β, angulorū, rectus est. Et quoniā binæ κ α, α β, duabus η δ, δ ε, sunt æquales altera alteri, & æquales cōprehendunt angulos, basis igitur κ β (per 4 primi) basi η ε est æqualis. Est autē & κ θ ipsi η ζ æqualis, & rectos cōprehendunt angulos: æqualis igitur est & β θ, ipsi ζ ε. Rursus quoniā duæ α κ, κ θ, duabus δ η, η ζ, sunt æquales, & rectos angulos cōprehendunt, basis igitur α θ (per 4 primi) ipsi δ ζ est æqualis. Est autē & α β, ipsi δ ε æqualis, binæ igitur θ α, α β, duabus ζ δ, δ ε, sunt æquales, & basis θ β, ipsi ζ ε est æqualis. Angulus igitur qui sub β α θ, (per 8 primi) angulo qui sub ε δ ζ est æqualis. Iam id propterea & qui sub θ α λ ei qui sub ζ δ γ est æqualis. Quoniā si assumamus æquales α λ, δ γ, cōnectamus q́; ipsas κ λ, θ λ, η γ, ζ γ, quoniā totus qui sub β α λ, toti qui sub ε δ γ est æqualis, quorū qui sub β α κ, ei qui sub ε δ η supponitur æqualis, reliquus igitur qui sub κ α λ, reliquo qui sub η δ γ est æqualis. Et quoniā binæ κ α, α λ, duabus η δ, δ γ, sunt æquales, & rectos cōprehendunt angulos, basis igitur κ λ (per 4 primi) basi η γ est æqualis. Est aūt & κ θ, ipsi η ζ æqualis, binæ iam λ κ, κ θ, binis γ η, η ζ, sunt æquales, & angulos rectos cōprehendunt: basis igitur θ λ (per 4 primi) basi ζ γ est æqualis. Et quoniā binæ θ α, α λ, duabus ζ δ, δ γ, sunt æquales, & basis θ λ basi ζ γ est æqualis, & angulus igitur qui sub θ α λ (per 8 primi) angulo qui sub ζ δ γ est æqualis. Est autē & qui sub β α λ, ei qui sub ε δ γ æqualis. Ad datam igitur rectā lineā α β, ad datumq́; in ea signum α, dato angulo solido qui ad δ æqualis angulus solidus constitutus est. Quod erat agendum.

Eucli. ex Camp. Propositio 27

27 SVper assignatam lineam, dato solido æquidistantiū superficierū simile solidum constituere.

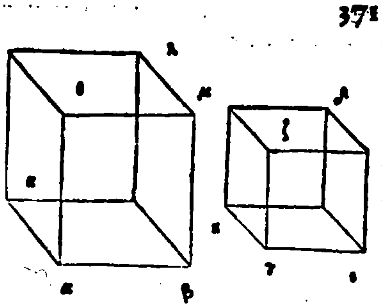


CAMPANVS. Sit assignata linea a b, d e cuius situ utrū in plano iaceat uel sursum exurgat, nil curetur, sitq́; assignatū parallelogrammū solidum, corpus c d, cui super lineam a b, iubemur simile solidum fabricare. Sint igitur tres lineæ continentes supficiales angulos, ex qbus cōponitur solidus angulus c, inscriptæ literis c e, c f, c g. At secundū præcepta præmissæ super punctū a lineæ a b, cōstituatur angulus solidus æqualis c, quem contineāt tres lineæ a b, a h a k, & auxilio 10 sexti fit proportio c e ad a b, & c f ad a h, & g c ad a k, proportio una. Dehinc à tribus punctis b, h, k, ptrahantur sex lineæ h l æquidistātes lineæ a b, & h m æquidistans lineæ a k, iterū b l æquidistās lineæ a h, & b n æquidistās lineæ a k, rursus quoq; k n æquidistās a b, & k m æquidistans a h, amplius autem protrahātur, m p æquidistās h l, & p l æquidistans h m, protrahatur quoq; & linea p n. Eritq́; completū solidum parallelogrammū a p, quod dico esse simile solido c d. Hoc autem ex diffinitione similium superficierū & diffinitione similium corporū si earum memineris, facile concludes.

Eucli. ex Zamb. Problema 5 Propositio 27

27 Ex data recta linea, dato solido parallelepipedo simile & similiter positum solidum parallelepipedum describere.

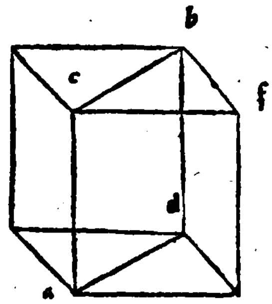
THEON ex Zamb. Esto quidem data recta linea α β, datum autem solidum parallelepipedū esto γ δ. Oportet iam ex data recta linea α β, ipsi γ δ solido parallelepipedo dato simile similiterq́; positū solidū parallelepipedū describere. Constituatur enim (per 26 undecimi) ad ipsam α β rectam lineā, ad signumq́; in ea α, ei qui ad γ solido angulo æqualis qui sub β α θ, θ α κ, κ α β, cōprehēditur ut æqualis sit qui sub β α θ ei qui sub ε γ ζ, qui uero sub β α κ ei qui sub ε γ η, & insuper qui sub κ α β ei qui sub η γ ζ. Fiatq́; sicut ε γ ad γ η, sic β α ad α κ, sicut autē η γ ad γ ζ, sic κ α ad α θ, & ex æquali igitur (per 22 quinti) sicut ε γ ad γ ζ, sic β α ad α θ. Cōpleatur q́; ipsum θ β parallelogrammū, & ipsum α λ solidum. Et *dum. Et quoniã est sicut ι γ ad γ κ, sic β α ad α κ, & quæ circũ æquos angulos qui sub ι γ κ, β α ι, latera sunt proportionalia, igitur parallelogrammum κ ι ipsi κ ς parallelogrammo est simile (per diffinitionẽ sexti.) Idq; propterea & κ θ parallelogrammũ ipsi κ ζ parallelogrammo est simile, & insuper ipsum ζ ι ipsi θ ς. Tria igitur parallelogrãma ipsius γ δ solidi, tribus parallelogrãmis ipsius α λ solidi sunt similia. Sed tria, tribus quæ ex opposito æqualia & similia sunt. Totum igitur γ δ solidum, toti α λ solido simile est. A data igitur recta linea α β, dato solido parallelepipedo γ δ simile & similiter positum descriptũ est α λ. Quod fecisse oportuit.*



Eucli. ex Camp. Propositio 28

28 SI superficies aliqua solidum parallelogrammũ super duas quaslibet oppositas superficies eius terminales & super earum duas diametros secet, eandem superficiem corpus illud per æqualia secare necesse est.

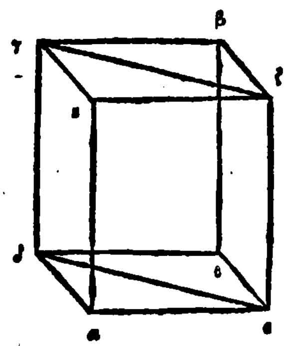
CAMPANVS. Sit corpus a b solidum parallelogrammũ, de quo sit positum ꝙ superficies a b c d secet ipsum super diametros duarum superficierũ oppositarũ ipsum terminantiũ quæ sint a d & c b. Dico quod ipsa diuidit istud solidum propositũ, per æqualia. Constat enim ꝙ ipsa diuidit illud solidum in duo serratilia, quorũ superficies quadrilateras binas & binas adinuicẽ relatas secũdum ꝙ ipsæ sunt opposita latera solidi propositi. manifestum est ex 24 huius esse æquales, cum solidum de quo loquimur, positum sit esse parallelogrammũ. Ex eadem quoq; & 41 primi constat, trilateras sũpficies dictorũ serratiliũ esse æquales. Igitur à diffinitiõe solidorũ æqualiũ, liquet q̃d ꝓpositũ est.



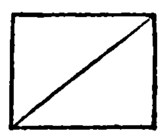
Eucli. ex Zamb. Problema 25 Propositio 25

28 Si solidum parallelepipedum plano secetur per diagonios eorum quæ ex opposito planorũ, ipsum solidum secabitur ab ipso plano bifariam.

THEON *ex Zamberto. Solidum enim parallelepipedum α β, plano γ δ ε ζ secetur per diagonios eorum quæ ex opposito planorum γ ζ, δ ε. Dico quod ipsum α β solidum, ab ipso γ δ ε ζ plano bifariam secabitur. Quoniam enim (per 34 primi) γ κ ζ triangulum æquum est triangulo γ β ζ, & triangulum α δ ε ipsi δ ε θ, est autem γ α parallelogrammum ipsi β ε æquale, ex opposito enim, ipsum autem κ ε ipsi γ θ, & (per 21 undecimi) prisma igitur comprehensum sub duobus triangulis γ κ ζ, α δ ε, & tribus parallelogrammis, hoc est κ ε, α γ, γ ε, æquum est prismati comprehenso sub duobus triangulis γ ζ β, δ ε θ, & tribus parallelogrammis, hoc est γ θ, β ε, γ ε. Sub æqualibus enim planis & multitudine & magnitudine comprehenduntur (per diffinitionem undecimi.) Quare totum α β solidum bifariam scinditur ab ipso γ δ, ε ζ, plano. Quod erat ostendendum.*



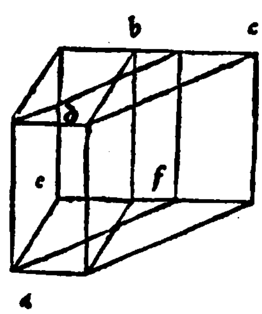
ZAMBERTVS. *Diagonius, linea recta est quæ in figuris angularibus ab uno angulo insurgit, & sese in alium extendit angulum. Vt in hac figura patet.*

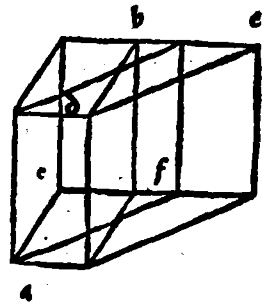


Eucli ex Camp. Propositio 29

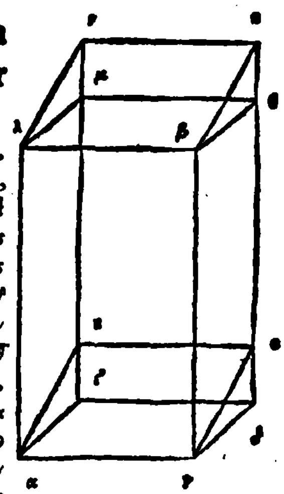
29 CVncta solida æquidistantiũ superficierũ æque alta atq; in eadem basi super unam lineam cõstituta, probãtur esse æqualia.

CAMPANVS. Verum est quod solida æquidistantiũ laterum æque alta, siue inter superficies æquidistantes super unam & eadem basin constituta sunt adinuicem æqualia, sicut de superficiebus æquidistantium laterum super unam basin & inter lineas æquidistantes constitutis in 35 primi demonstratum est. Sed talium solidorũ quædam dicũtur constitui super lineam unam, & sunt illa quorum supremarũ superficierum duo opposita latera sunt secundum rectitudinem protracta, linea una, & de talibus hæc 29 proponit demon-



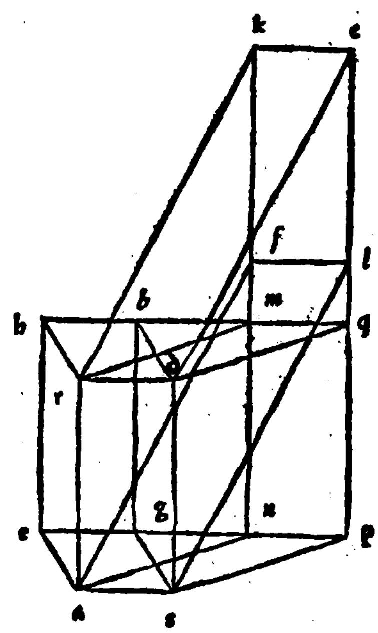


demonſtrandum, ipſa omnia eſſe æqualia adinuicem. Sunt autem eorū alia quæ non dicūtur conſtituta ſuper lineam unam, & ſunt illa quorum ſupremarū ſuperficierū duo latera oppoſita quæcunq; ſumantur ſecūdum rectitudinem protracta, non ſunt linea una, & de talibus ſequens demonſtrandum proponet, ipſa quoq; omnia eſſe adinuicē æqualia. Sint itaq; duo ſolida parallelogrāma æque alta ſiue inter ſuperficies æquidiſtantes a b & a c, conſtituta ſuper unam baſin quæ ſit a d, quorū ſupremæ ſuperficies ſunt e b & b c, ſintq; harum ſupremarū ſuperficierū duo latera oppoſita, cum ſecundum rectitudinē protrahantur, linea una, & ipſa ſunt c f & b c. Dico itaq; quod ſolida a b & a c, ſunt æqualia. Hoc autem (ſi figura eius ſecundum quod oportet, actu uel cogitatione fabricaueris, & quemadmodū in 35 primi proceſſeris, idem faciens hic de ſerratilibus quod ibi de triangulis) facile cōcludere poteris, occurruntq; tibi hic eædem diuerſitates in ſolidis, quæ ibi in ſuperficiebus occurriſſe nouiſti. *Eucli. ex Zamb.* *Theorema 24* *Propoſitio 29*



19 Super eadem baſi & ſub eadem altitudine ſolida parallelepipeda conſiſtentia, quorum ſtantes ſuper eiſdem ſunt rectis lineis, inuicem ſunt æqualia.

THEON *ex Zamb.* *Sint ſuper eadem baſi α β, ſolida parallelepipeda γ μ, γ ν, ſub eadem altitudine, quorum ſtantes, hoc eſt α ζ, α η, λ μ, λ ν, γ δ, γ ι, ε θ, & ε κ, ſuper eiſdem ſint rectis lineis ipſi ζ ν δ κ plano. Dico quod ſolidum γ μ, æquum eſt ipſi γ ν ſolido. Quoniam enim parallelogrammū eſt utrunq; ipſorū γ θ, γ κ, æqualis eſt (per 34 primi) γ ε utriq; ipſarū δ θ, ι κ. Quare & δ θ, ipſi ι κ eſt æqualis. Cōmunis auferatur ι θ, reliqua igitur δ ι, reliquæ θ κ eſt æqualis. Quare & ipſum quidem δ γ ι triangulū ipſi θ ι ε triangulo eſt æquale, & δ η parallelogrammū ipſi θ ν parallelogrāmo, & id propterea triangulū α η ζ, triangulo μ λ ν eſt æquale. Eſt autem & ipſum quidē γ ζ parallelogrammū, ipſi β μ parallelogrāmo æquum, & γ η, ipſi β ν, ex oppoſito nanq;. Igitur & priſma cōprehenſum ſub duobus quidem triāgulis ζ α η, δ γ ι, tribusq; parallelogrāmis α δ, δ η, γ η, æquū eſt priſmati cōprehenſo ſub duobus quidē triangulis μ λ ν, θ ε κ, & tribus parallelogrāmis, hoc eſt β μ, ν θ, ε ν. Commune apponatur ſolidū, cuius baſis quidem ſit parallelogrammū α β, ex oppoſito autē η ι θ μ. Totum igitur γ μ ſolidum parallelepipedū, toti γ ν ſolido parallelepipedo eſt æquale. Super eadem igitur baſi exiſtētia ſolida parallelepipeda & ſub eadem altitudine, quorū ſtantes ſuper eiſdem ſunt rectis lineis, ſunt inuicē æqualia. Quod oportuit oſtendere.* *Eucli. ex Camp.* *Propoſitio 30*



20 CVncta ſolida æquidiſtantium ſuperficierū æque alta, quæ in eadem baſi non autem ſuper unam lineam fuerint cōſtituta, probantur eſſe æqualia.

CAMPANVS. Sint nūc duo ſolida parallelogrāma æque alta ſiue inter ſuperficies æquidiſtantes, ſintq; ſuper unam & eandem baſin, ſed non ſuper lineā unam conſtituta. Dico iterum ea eſſe æqualia. Eſto enim duo ſolida parallelogrāma a b & a c æque alta ſiue inter ſuperficies æquidiſtantes, cōſtituta ſuper unam baſin quæ ſit a d, ſed non ſuper unam lineam, ſintq; eorū ſupremæ ſuperficies e b & f c, quarum oppoſita latera ſecundum rectitudinem protracta, non erunt linea una. Cumq; ipſa ex hypotheſi ſint in una ſupficie eo q ſolida propoſita ſunt inter ſuperficies æquidiſtantes, neceſſe eſt ut duo latera unius earum protracta

ſecundum

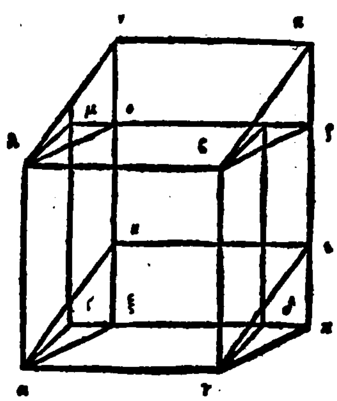
secundum rectitudinem, secent duo alterius earum protracta secũdum rectitudinem. Protrahantur itaque duo opposita latera superficiei e b, quæ sint e g & h b, & duo opposita superficiei f c, quæ sint k f & c l, & secent super quatuor puncta m, n, p, q, eritque superficies m n p q, æquidistantium laterum æqualis unicuique trium superficierum, quarum una est basis propositis solidis communis, & ipsa est a d, & duæ reliquæ sunt supremæ superficies eorundem solidorum, & ipsæ sunt e b & c f. Ductis itaque lineis à quatuor punctis m, n, p, q, ad quatuor angulos basis a d sibi secundũ directam habitudinem relatos, quæ sit n a, m r, p s, q d, perfectum erit solidum parallelogrammũ a q in eadem basi cum utroque duorũ priorũ, & æque altum, & super lineã unã cũ utroque ipsorum. Per præmissam igitur utrunlibet duorum solidorum propositorũ quæ sunt a b & a c, est æquale solido a q, per conceptionem ergo est solidum a b, æquale solido a c. Quare cõstat propositum.

CAMPANVS Potes quoque cõuersas huius & præmissæ probare si libet, ducendo ad impossibile. Pones enim quælibet duo solida parallelogramma esse æqualia & constituta super eandem basin æquidistantia, & demonstrabis ea esse æque alta. Eruntque hæc & præmissa, tuæ demonstrationis medium. Impossibile autem ad quod duces, erit partem suo toti esse æqualem. Quod euidenter patebit, si de illo solido (quod altius esse mentitur aduersarius, cum tamen ambo posita sint æqualia & super eandem basin constituta) unum solidum parallelogrammum æque altum demissiori absciderıs. Hoc aũt abscisum æquale esse demissiori cõuinces ex hac & præmissa, ideoque & toti illi a quo ipsum absciderıs ex communi scientia.

Eucli. ex Zamb. *Theorema 25* *Propositio 30*

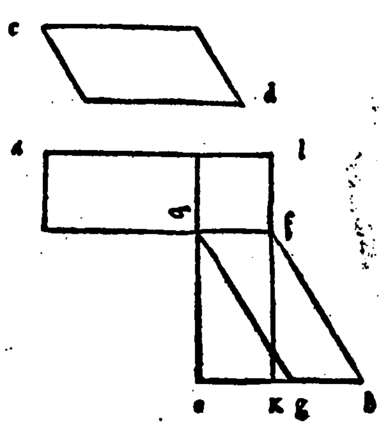
30 Super eadem basi existentia solida parallelepipeda & sub eadẽ altitudine, quorũ stantes nõ sunt super eisdẽ rectis lineis, inuicem sunt æqualia.

THEON *ex Zamb.* *Sint super eadem basi α β solida parallelepipeda γ μ, γ ν, sub eadẽ altitudine, quorũ stantes α ξ, α η. λ μ, λ ν, γ δ, γ ι, ϛ θ, β κ, non sint super eisdẽ rectis lineis.* Dico *quod solidum γ μ, æquũ est ipsi γ ν solido.* Extendãtur, *inquam, ipsæ ν η, κ ι, insuper & ipsæ μ θ, ζ δ, concurrantque adinuicẽ in ο ρ, π, ξ, signis, connectanturque α ξ, λ ο, γ π, β ρ.* Aequum *iam est (per 29 undecimi) ipsum γ μ solidum, cuius basis est α γ ϛ λ, parallelogrammum: ex opposito uero ζ δ ϛ μ, ipsi γ ο solido, cuius quidem basis α γ ϛ λ, parallelogrammum, ex opposito autem ξ π ρ ο, super eadem enim basi sunt α γ ϛ λ, quorum stantes α ζ, α ξ, λ μ, λ ο, γ δ, γ π. β θ, ϛ ρ, super eisdem sunt rectis lineis ζ π, μ ρ.* Sed *solidum γ ο, cuius basis quidem est α γ β λ parallelogrammũ, ex opposito autem ξ π ρ ο, æquum est ipsi γ ν solido, cuius basis quidem α γ ϛ λ, parallelogrammum, ex opposito autem η ι κ ν, super enim eadem sunt basi α γ ϛ λ, & ipsorum stantes α η, α ξ; γ ι, π γ. λ ν, λ ο, β κ, ϛ ρ, super eisdem sunt rectis lineis ν ξ, π κ.* Quare *& γ μ solidum, æquum est ipsi γ ν solido.* Super *æqualibus igitur basibus existentia solida parallelepipeda & sub eadẽ altitudine quorum stantes non sunt super eisdem rectis lineis, sunt inuicem æqualia.* Quod *erat ostendendum.*



Eucli. ex Camp. *Propositio 31*

31 Solida æquidistantium superficierum in basibus æquis constituta, si fuerint æque alta, lineæque eorum angulares supra bases orthogonaliter steterint, erunt æqualia.



CAMPANVS Et hoc quoque uerum est qđ omnia solida parallelogramma in æquis basibus atque inter superficies æquidistãtes, siue æque alta cõstituta sunt adinuicem æqualia, sicut de superficiebus æquidistantium laterũ super æquales bases & inter lineas æquidistantes constitutis in 36 primi probatum est. At talium solidorum, alia sunt quorum angulares lineæ super suas bases orthogonaliter eriguntur, de quibus hæc 31 proponit demonstrãdum esse ea esse æqualia. Alia uero sunt quorum angulares lineæ super suas bases nõ sunt orthogonaliter erectæ, de quibus sequẽs demonſtrandum proponit ea eſſe æqualia, Intelligantur itaq; ſuper duas baſes a b & c d, quæ ſint æquales & æquidiſtantiũ laterum nõ tamẽ unius creationis, ſed ſit a b tetragonus lõgus & c diſſimile helmuayn, duo ſolida æquidiſtantium laterum conſtituta æque alta, ſintq; lineæ erectæ ſuper angulos propoſitarum baſium, perpẽdiculares ad ipſas. Dico hæc duo ſolida adinuicẽ eſſe æqualia. Protrahantur itaque duo latera baſis a b, & ſint illa quæ cõtinent angulũ b, uſque ad f & e, & fiat angulus f b g, æqualis angulo c baſis c d & ſumãtur duæ lineæ b f & b g, æquales duobus lateribus baſis, quæ cõtinent, angulũ c & perficiatur ſuperficies æquidiſtãtiũ laterũ b h, quæ erit æqualis & ſimilis baſi c d. Dehinc protrahatur h e æquidiſtans b f, & f k æquidiſtans b e, eritq; quadrilatera ſuperficies b k æquidiſtãtiũ laterum, æqualis b h ex 5 primi. Cũq; b h ſit æqualis c d, erit per conceptionẽ b k æqualis a b. Cõpleatur itaq; ſuperficies æquidiſtantiũ laterũ b l, protracta linea k f quouſq; concurrat cum uno ex lateribus continentibus angulũ a in puncto l. Age ergo ſuper tres ſuperficies æquidiſtantium laterũ quæ ſunt b h, b k, b l, cõſtituãtur æque alta ſolida ſolido cõſtituto ſuper baſin a b, ſintq; lineæ omnium ſolidorũ iſtorum erectæ ſuper baſes perpẽdicularis ad ipſas & appellẽtur baſes, & ſolida ſuper eas conſtituta eiſdem nominibus. Manifeſtum eſt ergo ex diffinitione ſolidorum æqualiũ atq; ſimiliũ, quod duo ſolida b h & c d, æqualia atq; ſimilia ſunt, de ſolidis autem b h & b k, cõſtat ex 29 quod ipſa ſunt æqualia, ſunt enim eque alta & conſtituta ſuper unam & eandẽ baſin & ipſa eſt ſuperficies erecta ſuper lineam b f & ſuper lineam unã. eſt autem per 25 proportio ſolidi a b ad ſolidum b l, ſicut baſis a b ad baſin b l, & per eandem ſolidi b k, ad ſolidum b l, ſicut baſis b k ad baſin b l. Cumq; ſit utriuſq; duarũ baſiũ a b & b k ad baſin b l una ꝓportio (ex prĩa parte 7 q̃nti) erit utriuſq; duorum ſolidorũ a b & b k ad ſolidũ b l proportio una, igitur ex prima parte nonæ quinti erunt duo ſolida a b & b k æqualia. At quia ſolidum b k eſt æquale ſolido b h, ſolidũq; b h ſolido c d, ſequitur ex communi ſcientia ſolidum a b eſſe æquale ſolido c d. Quod eſt propoſitum.

52 **SI ſolida æquidiſtantium ſuperficierũ in æquis baſibus conſtituta æque alta fuerint, lineæ autem angulares ſupra baſes orthogonaliter non ſteterint. ipſa eſſe æqualia neceſſe eſt.**

CAMPANVS Fabricatis duobus corporibus, ut proponitur, uidelicet quæ ſint æquidiſtantium terminorum & æque alta & ſuper baſes æquas perpendiculariter, nõ autẽ ſuper baſes ſuas erecta ſed ambo ſuper eas inclinata, ſi autem à quatuor angulis ſupremarum ſuperficierum ipſorum ad baſes ſuas perpendiculares ducantur quæ ex ſexta erunt ſingulæ æquidiſtantes & etiam ex hypotheſi ſingulæ ſingulis æquales (ipſæ enim ſolidorum propoſitorum altitudinem diffiniunt) & ſi inter eas ſolida æquidiſtantium laterum perficiantur, conſtabit ex præmiſſa hæc duo ſolida ultimo cõſtituta eſſe adinuicem æqualia. Cũq; duorum priorũ & duorũ poſteriorũ ſint eædẽ baſes, uidelicet eorum ſuperficies ſupremæ, cõſtat ex 29 uel 30 & hac cõmuni ſcientia, quæcũq; æqualibus ſunt æqualia ſibi inuicem ſunt æqualia, uerum eſſe quod propoſitum eſt. Ex his potes cõuerſas huius & præmiſſæ eiſdem mediantibus indirecte demonſtrare ſi libet, eodem modo & ad idem inconueniens ſicut in conuerſis duarum iſtas antecedentiũ deducendo. pones enim duo ſolida parallelogramma eſſe æqualia & ſuper æquales baſes, & conuinces ea eſſe æque alta, uel pones ea eſſe ea æque alta & æqualia, & conuinces ea eſſe ſuper baſes æquales.

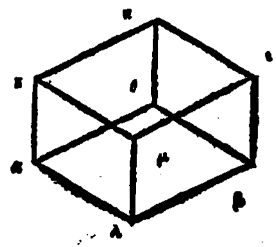
Eucli. ex Zãb. *Theorema 26* *Propoſitio 31*

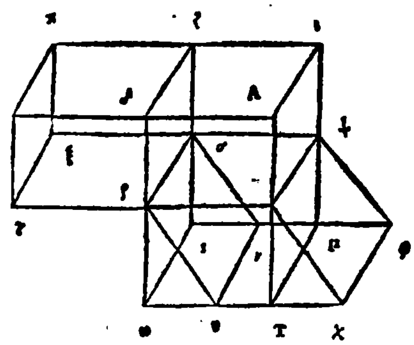
51 **Super æqualibus baſibus ſolida parallelepida exiſtentia, & ſub eadem altitudine, inuicem ſunt æqualia.**

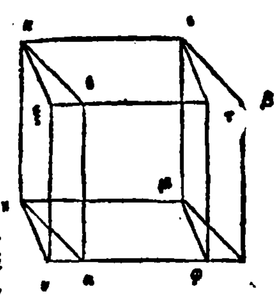
THEON ex Zãb. *Sint ſuper æqualibus baſibus α ϐ, γ δ, ſolida parallelepipeda α ι, & γ ζ, ſub eodem faſtigio. Dico quod ſolidũ α ι, æquũ eſt ipſi γ ζ. ſolido. Sint primum ſtantes ipſæ θ κ, ϐ ι, α κ, λ μ, θ π, δ ζ, γ ξ, & ρ σ, ad angulos rectos ipſis α β γ δ, baſibus, & angulus qui ſub α λ ϐ, æqualis non ſit angulo qui ſub γ ρ δ. Extendaturq́; in rectam lineam γ ρ, ipſi ρ τ. Conſtituaturq́; (per 23 primi) ad ipſam ρ τ rectã lineam, ad ſignumq́; in ea ρ, ipſi α λ β, angulo æqualis angulus qui ſub τ ρ υ, ponaturq́; (per 3 primi,) ipſi quidem α λ, æqualis ρ τ. ipſi autẽ λ ϐ æqualis ρ υ, (per 31 primi,) ipſi ρ τ parallelus excitetur χ υ, compleaturq́; baſis ρ χ, & ſolidũ ψ υ. Et quoniam binæ τ ρ, ρ υ, binis α λ, λ ϐ, ſunt æquales, & æquos angulos comprehendunt, æquum igitur eſt & ſimile ρ χ, parallelogrãmũ ipſi α ϐ, parallelogrãmo. Et quoniam rurſus æqualis eſt α λ, quidem ipſi ρ τ, λ μ, uero ipſi ρ σ, & angulos rectos comprehẽdunt, æquum igi*

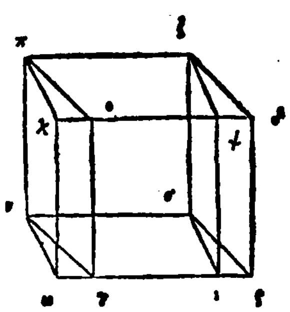
tur

tur & simile est ρ ψ parallelogrammū ipsi α μ parallelogrāmo. Iam idq; propterea & λ ι, ipsi σ υ. est æquale & simile. Tria igitur parallelogrāma ipsius α ι, solidi, tribus parallelogrāmis ipsius ψ υ, solidi æqua sunt & similia. Sed tria, tribus ijs quæ ex opposito æqua sunt & similia. Totū igitur solidū α ι parallelepipedū, toti ψ υ, solido parallelepipedo æquum est. Extendātur (per 2 postulatum) ipsæ δ ρ & χ υ, quæ ueniant in congressum in ω, & per τ (per 31 primi) ipsi ρ ω parallelus excitetur τ T, extendaturq; τ T & ο δ quæ ueniāt in congressum in Λ, cōpleanturq; ipsa ω ψ, & ρ ι, solida. Aequū iam est ψ ω, solidum cuius basis quidem est ρ ψ, parallelogrammū, ex opposito uero ω Π, ipsi ψ υ, solido cuius quidem basis est ρ ψ parallelogrammū ex opposito uero υ φ. In eadem siquidem sunt basi ρ ψ. sub eodēq; fastigio, & stantes ρ ω, ρ υ, τ T, τ χ, σ ς, σ υ, ψ Π, & ψ φ, super eisdem sunt rectis lineis ω χ, & ς φ. Sed solidum ψ φ, ipsi α ι, solido æquū est, & solidū igitur ψ ω, ipsi α ι solido æquū est. Quoniā autē ipsum ρ υ, χ τ, parallelogrammū ipsi ω τ parallelogrāmo (per 35 primi) æquū est, æquū est autē & α β, parallelogrammum ipsi ρ χ. parallelogrammo, æquū igitur est & ω τ ipsi α β. Aequū autē est & γ δ ipsi α β, æquū igitur est & ω τ ipsi γ δ. Est autē aliud δ τ, est igitur (per 7 quinti,) sicut γ δ, basis ad δ τ basin, sic ω τ basis ad δ τ basin. Et quoniā parallelepipedum γ ι, plano ρ ζ secatur, parallelo existente eis quæ ex opposito planis, est igitur sicut γ δ basis ad δ τ basin, sic γ ζ, solidum ad ρ ι solidum. Idque propterea iam quoniā solidum parallelepipedum ω ι, plano ρ ψ, secatur parallelo existente eis quæ ex opposito planis: est igitur sicut ω τ basis ad Λ τ, basin, sic ω ψ solidū ad ρ ι solidum. Sed sicut γ δ basis ad δ τ basin, sic ω τ. ad τ δ & sicut igitur (per 11 quinti,) γ ζ, solidū ad ρ ι solidū, sic ω ψ solidū ad ρ ι. Vtrūq; igitur ipsorū γ ζ, ω ψ, solidorū, ad ρ ι solidū eandē habet rationē. Aequū igitur est γ ζ solidū, ipsi ω ψ solido. Sed ostensum est, quod ω ψ, ipsi α ι, æquū est, & γ ζ, igitur ipsi α ι æquū est. Non sint iam stantes α κ, θ κ, ϛ ι, λ μ, γ ν, ο π, δ ζ, ρ σ, ad angulos rectos, ipsis α β, γ δ, basibus. Dico quod rursus solidum α ι, æquum est ipsi γ ζ, solido. Excitentur (per 11 undecimi) ab ipsis κ ι, κ μ, π ζ, ν σ, signis, ad suppositum planum, κ ξ, ι τ, κ υ, μ φ, π χ, ζ ψ, ν ω, σ ι, perpendiculares, & connectantur ξ τ, υ φ, ξ υ, τ φ, χ ψ, χ ω, ω ι, ψ ι. Aequū iam est (per 31 undecimi) κ φ, solidū ipsi π ι solido, in æqualibus siquidē sunt basibus κ μ, π σ, & sub eodē fastigio quorum stantes ad angulos rectos sunt ipsis basibus. Sed ipsum quidē κ φ solidū, ipsi α ι, solido (per 30 undecimi) est æquale, & π ι ipsi γ ζ, in eadē siquidē sunt basi & sub eodem fastigio, quorum stantes non sunt in eisdem rectis lineis. Et α ι solidum igitur, ipsi γ ζ solido æquum est. Super æqualibus igitur basibus existentia solida parallelepipeda & sub eodem fastigio, inuicem sunt æqualia. Quod demonstrare oportebat.





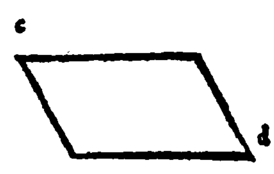


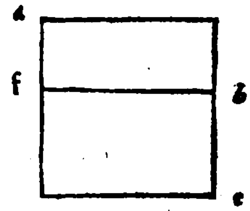


Eucl. ex Camp. Propositio 33

33 Omnia solida æquidistātium superficierū. æque alta suis basibus sunt ꝓportiōalia.

CAMPANVS Sint duo solida æquidistantiū superficierū æque alta, cōstituta super duas bases a b & c d. Dico quod proportio illorū duorū solidorum unius ad alterū, est sicut proportio suarū basiū quæ sunt a b & c d. unius ad alterā. Constat quidē ex 24, utrāq; harū duarū basium esse æquidistātium laterū, duo igitur latera opposita & æquidistantia, in superficie a b protrahantur, & inter ea fiat superficies æquidistantiū laterum quæ sit f e, æqualis c d. Dehinc supra superficiē f e, cōpleatur solidū parallelogrammū æque altū ei quod cōstitutū est super basin a b, sitq; amborū cōmunis terminis illa superficies quæ exurgit super lineam b f, hæc autem solida & suæ bases, eisdem nūcupentur nominibus. Quia igitur basis f e est æqualis basi c d. erit ex 31 uel 32 solidū f e æquale solido c d. At quia totale solidū a e secat superficies, exur-



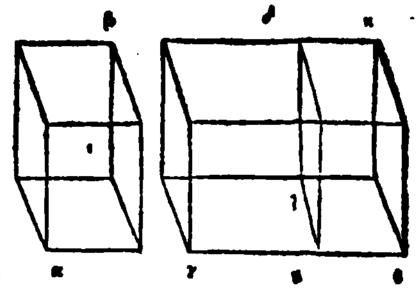


gẽs ſuper lineã b f æquidiſtãter duobus lateribus oppoſitis, erit ex 25 ꝓportio ſolidi f e ad ſolidũ a b, ſicut baſis f e ad baſin a b, cũq; ſint c d & f e tam baſes quàm ſolida æqualia, baſes quidem ex hypotheſi, ſolida aũt ex 31 uel 32, ſequitur ex 7 quinti bis aſſumpta ſemel pro baſibus & ſemel pro ſolidis, ꝙ ſolidorũ a b & c d baſiumq; a b & c d ſit proportio una. Quod demõſtrare uoluimus. Huius quoq; conuerſam ipſa eadẽ mediãte demonſtrare quemadmodũ cõuerſas præcedentiũ, non eſt difficile. Pones enim duo ſolida parallelogrãma eſſe ſuis baſibus proportionalia, & conuinces ea eſſe æque alta. Abſciſoq; ab eo quod altius mentietur aduerſarius uno ſolido parallelogrãmo æque alto demiſſiori, erunt abſciſum & demiſſius ſuis baſibus proportionalia ex hypotheſi & ex hac 33. Cumq; etiã eſſent totale altius à quo partiale abſcidiſti, & ipſum demiſſius eiſdẽ baſibus proportionalia ex hypotheſi, ſequitur (ex prima parte 9 quinti) totale aduerſarius dicit altius, & partiale quod ab eo abſcidiſti, eſſe æqualia.

Eucl. ex Zamb. Theorema 27 Propoſitio 32

32 Sub eadem altitudine exiſtentia ſolida parallelepipeda, adinuicem ſunt ſicut baſes.

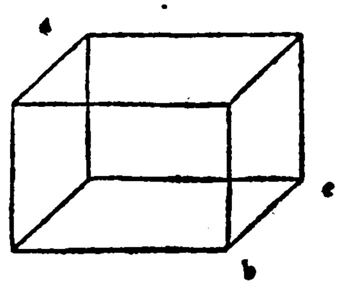
THEON ex Zamb. *Sint ſub eadem altitudine ſolida parallelepipeda, α β, γ δ. Dico quod ipſa α β, γ δ, ſolida parallelepipeda adinuicẽ ſunt ſicut baſes hoc eſt quod ſicut α ε, baſis ad γ ζ, baſin, ſic eſt α β ſolidum ad γ δ ſolidum. Prætendatur enim (per 45 primi) ad ipſam ζ η, ipſi α ε æquũ ζ θ, & à baſi quidẽ ζ θ, altitudine autẽ ipſius γ δ, ſolidũ parallelepipedũ compleatur η κ. Aequum igitur eſt (per 31 undecimi) α β ſolidũ, ipſi η κ ſolido, in æqualibus enim ſunt baſibus α ε, η θ, & ſub eadem altitudine. Et quoniam ſolidum parallelepipedum γ κ, à plano δ θ, ſecatur parallelo exiſtenti eis quæ ex oppoſito planis, eſt igitur (per 25 undecimi) ſicut θ ζ, baſis ad ζ γ, baſin, ſic eſt β δ, ad ipſum η δ, ſolidum. Aequalis uero eſt ipſa quidem ζ θ, baſis ipſi α ε baſi, & η κ ſolidum ipſi α β ſolido, eſt igitur & ſicut α ε baſis ad γ ζ, baſin, ſic α β ſolidum ad γ δ ſolidum. Sub eadem igitur altitudine exiſtentia ſolida parallelepipeda, & reliqua ut ſupra, quod erat oſtendendum.*

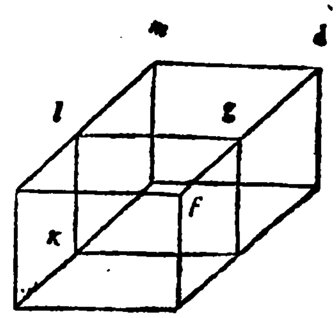


Eucl. ex Camp. Propoſitio 34

34 SI duo ſolida æquidiſtantium ſuperficierum lineis altitudinum ſuper baſes orthogonaliter erectis fuerint æqualia, eorum baſes eorundem altitudinibus mutuas eſſe. Si uero fuerint duæ baſes ſuis altitudinibus mutuæ, ipſa ſolida ſibi inuicem æqualia eſſe neceſſe eſt.

CAMPANVS. Quæcunque ſint duo ſolida æquidiſtantium ſuperficierum æqualia, eorum baſes & altitudines neceſſe eſt eſſe mutekeſias, & e conuerſo, quẽadmodũ de ſuperficiebus æquidiſtãtium laterũ æquiangulis 15 ſexti propoſuit. Attamẽ hac 34 iſtud demonſtrãdum proponitur de illis ſolidis parallelogrãmis, in quibus lineæ altitudinum ſuis baſibus parallelogrãmis orthogonaliter inſiſtũt, ea uero quæ ſequitur, proponit idẽ de cæteris. Sint ergo nũc duo ſolida parallelogrãma a b & c d æqualia, quorũ baſes ſint a e & c f, lineæq; altitudinum ipſorum ſint ſuper has baſes orthogonaliter erectæ, & ſit altitudo ſolidi a b, linea e b, & ſolidi c d linea f d. Si igitur fuerint duæ lineæ b & f d determinãtes ipſorum ſolidorũ altitudines, æquales adinuicem, cũ ipſa quoque ſolida ſint ex hypotheſi æqualia, erũt ex conuerſa 31 baſes eorum quæ ſunt a e & c f, æquales, ideoq; baſes & altitudines erunt mutuæ, ſicq; cõſtabit propoſiti prima pars. Econuerſo cõſtabit ſecunda. Vt ſi altitudines & baſes ſint mutuæ, ponantur altitudines æquales, erunt quoq; baſes æquales: ideoq; per 31 & ſolida æqualia & ſic conſtat ſecunda pars. At uero ſi lineæ





neæ b & f d nõ fuerint æquales, sit f d maior, ex ea resecetur f g ad æqualitatẽ e b, tribusque cæteris lineis quæ sunt altitudinis solidi c d ad eandẽ mẽsurã in pũctis b, k, l, resectis perficiatur solidum parallelogrammum c g æque altum solido a b, eritq ex præmissa, a b ad c g, sicut a e ad c f. Cum itaq c d sit æquale a b, erit (ex prima parte 7 quinti) c d ad c g, sicut a e ad c f. Per præmissam autem est proportio c d ad c g, sicut m f ad f l, quod patet, si una ex lateralibus superficiebus solidi c d (& ipsa sit f m) intelligatur basis ipsius. At (per primã sexti) f m ad f l, sicut d f ad f g, ideoq per 7 quinti sicut d f ad b e. Igitur a e a d e f, sicut d f ad b e. Cõstat itaq prima pars. Secundã partem cũ sit cõuersa primæ, cõuerso modo probabis. sit enim eadẽ dispositiõe manẽte, proportio a e ad c f, sicut d f ad e b. Dico tũc solida a b & c d esse æqualia. Erit enim ex 7 quinti d f ad f g, sicut a e ad c f. Sed ex præmissa est a b ad c g, sicut a e ad c f. Igitur est a b ad c g, sicut d f ad f g. ex prima aũt sexti est d f ad f g, sicut m f, ad f l, & ex præmissa c d ad c g sicut m f ad f l. Itaque c d ad g c, sicut a b ad c g. Igitur ex 9 quinti a b & c d sunt æqualia, quod est propositum.

Eucli. ex Camp. Propositio 35

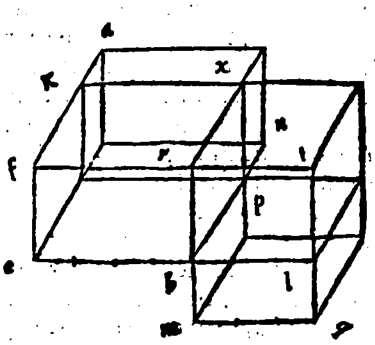
35 SI duo solida æquidistantiũ terminorum fuerint æqualia, eorũ bases eorundem altitudinibus erunt mutuæ. Si uero bases suæ altitudinibus suis mutuæ fuerint, qualibet duo corpora æquidistantium superficierum probantur esse æqualia.

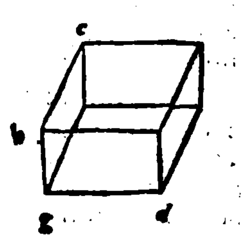
CAMPANVS Quod præmia proposuit de solidis parallelogrãmis quorũ lineæ altitudinũ sup bases suas orthogonaliter exurgũt, hæc 35 pponit indistincte de omnibus. Demõstrare aũt cõuenit hãc ex præmissa, quẽadmodũ demõstrauim9 31 & 33 Fabricatis enim duobus solidis æquidistãtiũ laterũ quibuscũq, si lineæ altitudinum suis basibus orthogonaliter insistunt, cõstat uerũ esse qd dicitur ex præmissa. Sin autẽ à quatuor angularibus punctis supremarũ superficierũ in utroq solido quaternæ lineæ demittantur perpendiculariter ad bases, uel à pũctis angularibus infimarum superficierum quaternæ erigantur, inter quas duo solida parallelogramma perficiantur æque alta solidis prioribus, erũtq ex 29 & 30 hæc duo solida duobus prioribus solidis æqualia. Cum igitur horum & eorum sint eædem bases & eadẽ altitudines, sit autem ex præmissa de posterioribus uerum quod hæc 35 proponit, uerum erit idem etiam de prioribus.

Eucl. ex Camp. Propositio. 36

36 SI duo solida æquidistantium superficierũ fuerint similia, proportio erit utriusq ad alterum tanquã cuiuslibet sui lateris ad suum relatiuum latus alterius proportio triplicata.

CAMPANVS Sint enim duo solida a b & c d parallelogrãma & similia. Dico q proportio unius eorum ad alterũ est sicut unius lateris eius ad unũ latus alterius quod sibi refertur, proportio duplicata, quẽadmodũ duarum superficierum similium proportio est sicut suorum relatiuorũ proportio duplicata, ut in 18 sexti demõstratum est Nã si solida a b & c d fuerint æqualia, cũ ponantur similia erunt ex diffinitionibus similium corporum & similium superficierum cuncta latera unius æqualia suis relatiuis lateribus alterius. Ideoque cum duarum quãtitatũ æqualium proportio triplicata aut quotieslibet sumpta nõ efficiat nisi æqualitatis proportionẽ, cõstat in hoc casu uerum esse quod proponitur. Si autẽ inæqualia, sit a b maius, cuius lõgitudo sit b e, latitudo e f, altitudo f a, basis e r, & suprema superficies a n, solidi uero c d, sit longitudo d g, latitudo g h, altitudo h c. Constat itaq ex diffinitiõibus similium corporum & similium superficierum & præsenti hypothesi quod proportio a f ad c h, & f e ad h g, & e b, ad g d, sit proportio una. Sumatur igitur ex linea a f quã manifestum esse maiorem c h, linea f k, æqualis h c, cæteræq tres determinantes altitudinem solidi a b, resecentur ad qualitatem eius et





inter eas cõpleatur solidũ parallelogrãmũ k b æque altũ solido c d. Et ꝓtrahãtur duæ lineæ basis e b, usq; ad l, & r b usq; ad m, sitq; b l æqualis g d, & b m æqualis h g & ꝑficiatur sup̃ficies æq̃distãtiũ laterũ m l, quæ erit æqualis & similis h d. Sup eã igitur erigatur solidũ parallelogrãmũ p q secundũ altitudinẽ præscisam ex altitudine solidi a b, eritq; p q æquale & simile solido c d. Rursusq; inter lineas r b & b l perficiatur superficies æquidistãtiũ laterũ b t, super quã quoq; erigatur solidũ parallelogrãmũ x l æque altũ utriq; duorũ solidorũ k b & p q, replẽdo alterutrũ duorũ angulorũ hiãtiũ inter e a. Cum aũt duo solida a b, p q, sint similia, eo q̃d ambo posita sint similia solido c d, corpora uero uni & eidẽ corpori similia inter se sunt similia, ut patet ex diffinitione similiũ corporũ & 20 sexti, manifestũ est ex 35 ter assumpta q̃ inter duo solida a b & p q, scd'm cõtinuã proportiõalitatẽ cadũt duo solida k b & x l. Opportune ergo cõstituta uel cõstructa figura hypothesibusq; memoriæ firme cõmendatis. ex prima sexti facile cõcludes propositũ. Excute torporẽ & diligẽter attende. sciesq; ex 35 huius proportionẽ solidi a b ad solidũ k b esse sicut superficiei a r ad superficiẽ k r, ideoq; ex prima sexti sicut lineæ a f ad lineã k f, & ꝓportionẽ solidi k b ad solidũ x l sicut superficiei k r ad superficiẽ x t. ideoq; sicut lineæ f r ad lineã r t, & proportionẽ solidi x l ad solidũ p q. sicut superficiei r l ad superficiem l m. ideoq; sicut r b ad lineã b m. Ex hypothesi uero liquet, quod proportio lineæ f r ad lineã r t, & lineæ r b ad lineã b m, est sicut lineæ a f ad lineã k f. Itaq; ex diffinitione proportiõis triplicatæ posita in proœmio quinti, cõstat quod proportio solidi a b ad solidũ p q, ideoq; etiã ad solidum c d, est sicut lineæ a f ad lineam k f triplicata. Et quia linea k f posita est æqualis lineæ c a, patet uerum esse quod dicitur

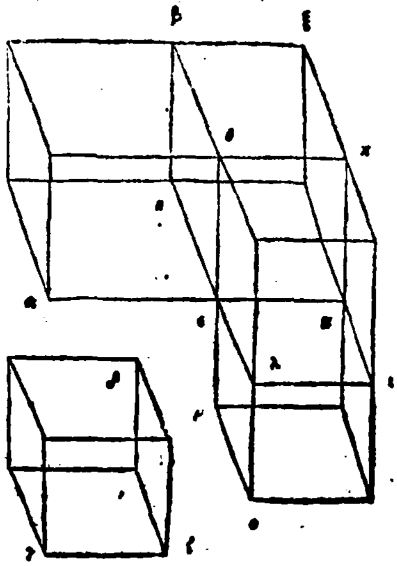
CAMPANVS Scire aũt oportet. quod quicquid per hãc 36 & per septẽ eã cõtinue præcedẽtes demõstratũ est de solidis parallelogrãmis, idẽ quoq; uerũ est de seratilibus quorũ bases cõmuniter sunt trigonæ aut cõmuniter tetragonæ. Hoc autẽ. ex 26 & hac 36 & septẽ eã cõtinue præcedẽtibus cõstabit ingenioso inspectori. Si enim fuerint seratilia quælibet æquæ alta super eadẽ basin uel super bases æquales, cõiter tñ trigonas aut cõiter tetragonas. cũ ipsa sint dimidia solidorũ parallelogrãmorũ suarũ altitudinũ ex 22, ipsa erũt æqualia ex 29 & tribus eã sequẽtibus. ex his enim cõstat, solida parallelogrãma ipsis seratilibus dupla, esse æqualia. Similiter quoq; si fuerint duo seratilia super bases cõiter trigonas aut cõiter tetragonas æque alta, ipsa erunt suis basibus proportionalia queadmodũ de solidis parallelogrãmis ex 33 habetur. Ipsa enim sũt ex 28 dimidia solidorũ parallelogrãmorũ suæ altitudinis, solidorũ aũt parallelogrãmorũ suæ altitudinis suarũq; basiũ est una ꝓportio ex 33. Cũ itaq; sit solidorũ parallelogrãmorũ proportio sicut seratiliũ (quia sicut simplũ ad simplum. sic duplũ ad duplũ ex 15 quinti, atque basium solidorũ parallelogrãmorũ est proportio sicut basiũ seratiliũ (Aut enim eædem erũt bases seratiliũ & solidorũ parallelogrãmorũ, & hoc quidẽ erit cũ bases seratiliũ fuerint tetragonæ. tũc enim ex seratilibus super easdẽ bases erũt solida parallelogrãma cõplenda. Aut bases seratiliũ erunt sub duplæ ad bases solidorũ parallelogrãmorũ, & hoc quidẽ erit cum bases seratiliũ fuerit cõiter trigonæ, tũc enim erũt ex seratilibus solida parallelogrãma cõplẽda adiũctis ad bases seratiliũ superficiebus trigonis, ut fiant bases seratiliũ cũ trigonis adiunctis superficiebus, superficies æquidistãtiũ laterũ) sequetur ut, sit proportio seratiliũ sicut suarum basiũ. Eodẽq; modo si seratilia fuerint æqualia, fuerintq; cõiter super bases trigonas uel cõiter super bases eorum altitudinibus ipsorum mutuæ erunt. Quod si bases eorũ suis altitudinibus fuerint mutuæ, ipsa seratilia erunt æqualia queadmodum de solidis parallelogrammis 34 & 35 proponunt. Hoc autẽ facile patet ex ijs quæ dcta sunt in 35. Si uero seratilia fuerit adinuicẽ similia, erit proportio unius ad alterum sicut proportio lateris unius ad suũ reliquũ latus alterius ꝓportio triplicata. queadmodum de solidis parallelogrãmis 36 ꝓponit. Quod ex eadẽ 36 facile tibi patebit. si ex illis seratilibus similibus solidis parallelogrãmis cõpletis solida ipsa probaueris esse similia. Quod ex diffinitiõe similiũ corporum & similium superficierum. & hoc quod seratilia ponuntur adinuicem similia. ex 34 primi leue est negociari. *Eucl. ex Zamb.* *Theorema 28* *Propositio 33*

33 Siĺia solida parallelepipeda, adiuicẽ in triplici rõne sũt eiusdẽ rõnis laterũ

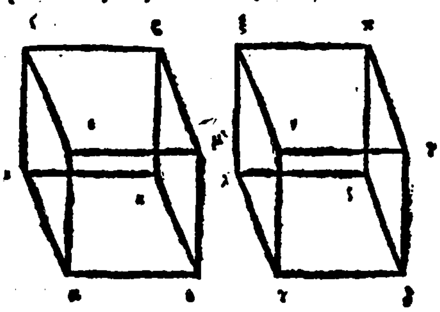
THEON ex Zãb. *Sint similia solida parallelepipeda α β, γ δ, similis aũt rõnis esto α ε ipsi γ ζ. Dico quod solidũ α β ad γ δ solidũ triplicẽ habet rõnẽ, quã α ε, ad γ ζ. Extendãtur enim in rectas lineas ipsis α ε, η ε, θ ε, ipsæ ε κ, ε λ, ε μ, ponaturq; (per 2 primi) ipsi quidẽ γ ζ æqualis ε κ, ipsi aũt ζ ν æqualis ε λ, & insuper ipsi ζ ξ ipsa ε μ. & cõpleatur κ λ parallelogrãmũ, & κ ο solidũ. Et quoniã duæ ε κ, ε λ, duabus γ ζ, ζ ν, sũt æquales, sed & angulus qui sub κ ε λ, ipsi qui sub γ ζ ν, est æqualis, quoniã & q sub α ε ζ, ei qui sub γ ζ ν, est æqualis propter similitudinẽ ipsorũ α β, γ δ, solidorũ, æquũ igitur est & simile (per 14 sexti,) ipsum κ λ parallelogrãmũ ipsi γ ν parallelogrãmo, & iã id propterea & κ μ parallelogrãmũ*

æquum

æquũ est & simile ipsi γ ρ parallelogrãmo, & insuper ε ι, ipsi ζ δ. Tria igitur parallelogrãma ipsius κ ο solidi, tribus parallelogrãmis ipsius γ δ solidi similia & æqualia sũt, sed ipsa qdẽ tria tribus ijs quæ ex opposito, sũt æqualia & similia, totũ igitur κ ο solidũ, toti γ δ solido simile est & æquale (per diffinitionẽ undecimi.) Cõpleatur ν κ parallelogrãmũ, & à basibus quidẽ ν κ, κ λ, parallelogrãmis, altitudine aũt ipsius α ϐ, solida cõpleantur ε ξ, λ π. Et quoniã propter ipsorũ α ϐ, γ δ, solidorũ similitudinẽ est sicut α ε ad γ ζ sic ε ν ad ζ ν, & ε θ, ad ζ ρ, æqualis aũt est γ ζ. ipsi ε κ, & ζ ν. ipsi ε λ. & ζ ρ ipsi ε μ. est igitur (per cõuersionẽ diffinitionis secundæ) sicut α ε ad ε κ, sic est ν ε, ad ε λ, & θ ε, ad ε μ. Sed sicut quidẽ α ε, ad ε κ, sic est α ν parallelogrammũ ad ν κ, parallelogrammum, sicut aũt ν ε ad ε λ, sic ν κ, ad κ λ, sicut uero (per 1 sexti) θ ε ad ε μ, sic π ε ad κ μ, & sicut igitur (per 11 quinti) α ν, parallelogrãmũ ad ν κ, parallelogrammum sic ν κ, ad κ λ, & π ε, ad κ μ. Sed sicut quidẽ α ν ad ν κ, sic est α ϐ solidũ ad ε ξ, solidũ, sicut autẽ ν κ ad κ λ, sic ξ ε, solidũ ad π λ solidũ, sicutq; π ε, ad κ μ, sicut π λ, solidũ ad κ ο solidum. Et sicut igitur α ϐ solidum ad ε ξ, solidum, sic ε ξ, ad π λ, & π λ ad κ ο. Si uero quatuor magnitudines cõtinue fuerint proportionales, prima ad quartã (per 10 diffinitionẽ quinti) triplicẽ rationẽ habet quã ad secundã. Igitur α ϐ solidũ ad κ ο solidũ triplicem rõnẽ habet, quã α β ad ε ξ. Sed sicut α ϐ ad ε ξ, sic est α ν, parallelogrãmũ ad ν κ, & α ε, recta linea ad ε κ, quare & α β solidũ ad κ ο, solidũ triplicẽ rõnẽ habet, quã α ε ad ε κ. Aequũ aũt est ipsum quidẽ κ ο solidũ ipsi γ δ solido, & ε κ recta linea ipsi γ ζ, & α ϐ igitur solidũ ad γ δ solidũ triplicẽ rationẽ habet, quàm similis rationis latus hoc est α ε, ad similis rationis latus hoc est ad γ ζ. Similia igitur solida parallelepipeda, in triplici sunt ratione similis rationis laterũ Quod ostendere oportebat.



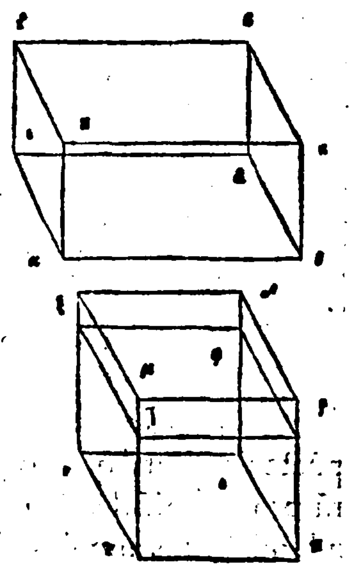
CORRELARIVM. Ex hoc, inquã, manifestũ est, quod si quatuor rectæ lineæ proportiõales fuerint, erit sicut prima ad quartã, sic quod ex prima solidũ parallelepipedũ ad id quod ex secũda simile similiterq; descriptũ, quãdoquidem prima ad quartã triplicem rationẽ habet, quàm ad secundam.



Eucl. ex Zamb. Theorema 29 Propositio 34

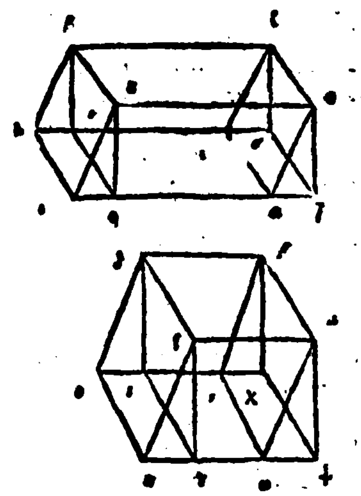
34 Aequaliũ solidorũ parallelepipedorũ, reciprocæ sunt bases altitudinibus. Et solida parallelepipeda quorum bases altitudinibus sunt reciprocæ, sunt æqualia.

THEON ex Zãb. Sint æqualia solida parallelepipeda, α ϐ, γ δ. Dico quod ipsorũ α ϐ, γ δ, solidorũ parallelepipedorũ reciprocæ sũt bases altitudinibus estq; sicut ε θ, basis ad ν π basin, sic est ipsius γ δ, solidi altitudo ad ipsius α ϐ solidi altitudinẽ. Sint enim primũ stãtes α η, ε ζ, λ ϐ, θ κ, γ μ, ν ξ, ο δ, π ρ, in ipsis basibus ad angulos rectos. Dico quod est sicut ε θ basis ad ν π basin, sic est γ μ ad α η. Si qdẽ igitur æqualis est ε θ basis ipsi ν π basi, est aũt & α ϐ solidũ æquũ ipsi γ δ solido, & γ μ ipsi α η est æqualis. Si enim ipsis ε θ, ν π, basibus æqualibus existẽtibus, æquales nõ fuerint ipsæ α η, γ μ, altitudines, neq; igitur solidũ α β, æquũ erit ipsi γ δ, supponitur aũt æquale. Igitur altitudo γ μ altitudini α η inæqualis nõ est, æqualis igitur. Eritq; sicut basis ε θ ad basin ν π, sic γ μ ad α η, & manifestũ, quod ipsorũ α ϐ, γ δ, solidorũ parallelepipedorũ reciprocæ sũt bases ipsis altitudinibus. Nõ sit iã æqualis ε θ basis ipsi ν π, basi, sed esto maior ε θ. Est aũt solidũ α ϐ, ipsi γ δ solido æquũ, maior igitur est & γ μ, ipsa α η, Si aũt nõ, neq; igitur rursus ipsa α β, γ δ, solida sũt æqualia, supponũtur aũt æqualia. Ponatur igitur (per 2 primi) ipsi α η, æqualis γ τ, cõpleaturq; ex basi quidẽ ν π, altitudine aũt γ τ, solidũ parallelepipedũ γ φ. Et quoniã solidũ α β æquũ est ipsi γ δ solido, aliud aũt est ipsum φ γ, ad idẽ aũt æqualia cãdẽ rõnẽ habẽt (per 7 quinti,) est igitur sicut α ϐ solidũ ad γ φ solidũ, sic est γ δ solidũ, ad γ φ solidũ. Sed sicut quidẽ solidum α ϐ ad solidũ γ φ, sic ε θ basis ad ν π, basin (per 32 undecimi,) sub æquali enim sunt altitudine, ipsa α ϐ, γ φ, solida. Sicut aũt solidum γ δ ad solidum γ φ, sic est μ π, basis ad π τ basin, & μ γ ad γ τ, & sicut igitur (per 11 quinti,) ε θ, basis ad ν π basin, sic μ γ ad γ τ. Aequalis aũt est γ τ, ipsi α η, &



ſicut igitur (per 9 quinti) ι θ baſis ad ν π baſin, ſic μ γ ad κ ι. Ipſorū igitur α β, γ δ, ſolidorū parallelepipedorum reciprocæ ſunt baſes altitudinibus. Rurſus ipſorum α ϵ, γ δ, ſolidorū parallelepipedorū, reciprocæ ſint baſes altitudinibus, ſitq́; ſicut ι θ baſis ad ν π baſin, ſic ipſius γ δ ſolidi altitudo ad ipſius α β ſolidi altitudinē. Dico quod ſolidū α ϵ, æquum eſt ipſi γ δ ſolido. Sint enim rurſus ſtantes, ad angulos rectos ipſis baſibus. Et ſi quidem æqualis eſt ι θ baſis ipſi ν π, baſi eſtq́; ſicut ι θ baſis ad ν π baſin ſic ipſius γ δ ſolidi altitudo ad ipſius α β ſolidi altitudinem, æqua igitur eſt ipſius γ δ ſolidi altitudo, altitudini ipſius α ϵ ſolidi. Super æqualibus autem baſibus exiſtentia ſolida parallelepipeda & ſub eadem altitudine, inuicem ſunt æqualia (per 31 undecimi. Igitur ſolidū α β, æquū eſt ipſi γ δ ſolido.

Non ſit iam ι θ baſis ipſi ν π baſi æqualis, ſed eſto maior ι θ. maior igitur eſt & ipſius γ δ, ſolidi altitudo, ipſius α ϵ ſolidi altitudine, hoc eſt γ μ, maior quàm κ ι. Ponatur (per 3 primi,) ipſi κ ι. rurſus æqualis γ τ. & cōpleatur γ φ ſolidum. Quoniā eſt ſicut ι θ baſis ad ν π baſin, ſic μ γ ad κ ι, æqualis autē eſt κ ι ipſi γ τ, eſt igitur ſicut ι θ baſis ad ν π baſin ſic γ μ ad γ τ, reciproca enim ſupponuntur. Sed ſicut quidē ι θ baſis ad ν π baſin, ſic (per 32 undecimi,) α β ſolidū ad γ φ ſolidū, ſub æquali enim ſunt altitudine, ipſa α ϵ, γ φ ſolida. Sicut autem γ μ ad γ τ, ſic (per 1 ſexti) μ π, baſis ad π τ baſin & (per 32 undecimi) γ δ ſolidū ad γ φ ſolidū, & ſicut igitur (per 11 & 9 quinti) α ϵ ſolidū ad γ φ ſolidū, ſic γ δ ſolidū ad γ φ ſolidū. Vtrūq; igitur ipſorum α ϵ, γ δ, ad ipſum γ φ eandem rationē habet. Aequū igitur eſt (per cōuerſionem 7 quinti) α ϵ, ſolidū, ipſi γ δ ſolido. Quod oportuit oſtendere. Non ſint autē ſtantes ζ ι, ϵ λ, κ κ, θ κ, γ ξ, δ ο, μ γ, ρ π, ad angulos rectos baſibus eorum, excitenturq́; (per 11 undecimi) ab ipſis ζ, κ, ϵ, κ. ξ, μ, δ, ρ, ſignis, in ipſorum ι θ, ν π, baſium planis, perpendiculares, cōcurrātq́; planis ad ſigna σ τ, υ, φ, χ, ψ, ω, ι, compleanturq́; ipſa ζ φ, ξ ω ſolida. Dico quod & ſic æqualibus exiſtentibus ipſis α β, γ δ, ſolidis, reciprocæ ſunt baſes ipſis altitudinibus, eſtq́; ſicut ι θ, baſis ad ν π baſin, ſic eſt ipſius γ δ ſolidi altitudo, ad ipſius α ϵ, ſolidi altitudinē. Quoniā enim α ϵ ſolidū æquū eſt ipſi γ δ ſolido, ſed α ϵ, quidem ipſi β τ (per 31 undecimi) eſt æquale (ſuper eadē enim ſunt baſi ζ κ. & ſub eadem altitudine, quorum ſtantes non ſunt ſuper eiſdem rectis lineis) at γ δ ſolidum (per 31 undecimi) ipſi δ ψ ſolido eſt æquale (ſuper eadem namq; ſunt baſi ξ ρ, & ſub eadē altitudine, quorum ſtantes non ſunt ſuper eiſdē rectis lineis) igitur ſolidū ϵ τ ipſi δ ψ ſolido æquū eſt. Aequalium autem ſolidorū parallelepipedorū quorū altitudines ad angulos rectos ipſis eorū baſibus ſūt reciprocæ ſunt baſes ipſis altitudinibus. Eſt igitur ſicut ζ κ, baſis ad ξ ρ baſin, ſic ipſius δ ψ ſolidi altitudo ad ipſius ϵ τ ſolidi altitudinem. Aequalis autē eſt ζ κ baſis ipſi ι θ baſi, & ξ ρ baſis ipſi ν π baſi. eſt igitur ſicut ι θ baſis ad ν π baſin, ſic eſt ipſius δ ψ ſolidi altitudo ad ipſius β τ ſolidi altitudinē. Eædē uero altitudines ſunt, ipſorū δ ψ & β τ ſolidorum, & ipſorū δ γ & β α. Eſt igitur ſicut ι θ baſis ad ν π baſin, ſic ipſius γ δ, ſolidi altitudo ad ipſius α ϵ, ſolidi altitudinē. Ipſorū igitur α ϵ, γ δ, ſolidorū parallelepipedorū, reciprocæ ſunt baſes altitudinibus. Rurſus iam ipſorū α ϵ, γ δ, ſolidorū parallelepipedorū, reciprocæ ſint baſes altitudinibus, ſitq́; ſicut ι θ, baſis ad ν π baſin, ſic ipſius γ δ ſolidi altitudo ad ipſius α ϵ ſolidi altitudinē. Dico quod ſolidum α ϵ, æquū eſt ipſi γ δ ſolido. Eiſdē nāq; diſpoſitis, quoniā eſt ſicut ι θ baſis ad ν π baſin, ſic ipſius γ δ ſolidi altitudo ad ipſius α β, ſolidi altitudinem, æqualis aūt eſt baſis ι θ, ipſi ζ κ & ν π. ipſi ξ ρ, eſt igitur ſicut ζ κ baſis ad ξ ρ baſin, ſic ipſius γ δ ſolidi altitudo ad ipſius α ϵ, ſolidi altitudinem. Eædē autē ipſorū α ϵ, γ δ, & ϵ τ, δ ψ, ſolidorū, ſunt altitudines. Eſt igitur ſicut ζ κ baſis ad ξ ρ baſin, ſic ipſius δ γ ſolidi altitudo ad ipſius ϵ τ ſolidi altitudinē. Ipſorū igitur ϵ τ, δ ψ. ſolidorū parallelepipedorū, reciprocæ ſunt baſes altitudinibus Solida uero parallelepipeda quorū altitudines ad angulos rectos ſunt baſibus eorum, & reciprocæ ſunt baſes altitudinibus, æqualia ſunt (per 31 undecimi. Igitur ſolidū β τ, æquū eſt ipſi δ ψ ſolido. Sed ipſum quidē ϵ τ, ipſi ϵ α, æquū eſt (per 29 undecimi, ſuper eadem namq; ſunt baſi ζ κ, & ſub eadem altitudine, quorū ſtātes ſunt ſuper eiſdem rectis lineis. Solidū autē δ ψ, ipſi δ γ, ſolido æquum eſt, ſuper eadē namque ſunt baſi ξ ρ, & ſub eadē altitudine, quorum ſtantes ſunt ſuper eiſdem rectis lineis. Igitur & α ϵ ſolidū, ipſi γ δ, ſolido æquū eſt. Quod demonſtrare oportebat

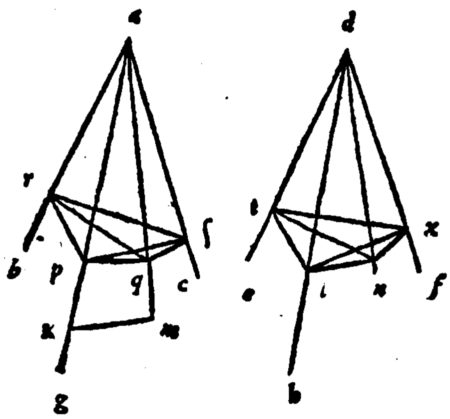


Eucli. ex Camp. Propoſitio 37

37 Si fuerint duo anguli plani æquales ſuper quos duæ hypothenuſæ in aëre ſtatuantur cū lateribus angulorū ſubiacētiū ſingulos ſingulis æquos angulos cōtinentes, atque in illis hypothenuſis duo pūcta ſignētur à quibus pūctis duæ perpēdiculares ad ſuperficies angulorū propoſitorū demittantē. à pūctis aūt ſuper quæ ꝑpendiculares ceciderint ad eoſdē duos angulos planos duæ rectæ lineæ ducantē, duo anguli q ab illis duab⁹ lineis atq; duab⁹ hypothenuſis cōtinentē, æqui ſibi iuicē eē ꝓbantē

CAMPANVS Sint duo anguli plani a & d æquales cōtētī lineis a b & a c & d e & d f &

d f. & super eos erigantur duæ lineæ hypothenusaliter a g & d b, sitque angulus g a c æqualis angulo h d f, & angulus g a b æqualis angulo h d e, atque in duabus hypothenusis a g & d h, signentur quomodolibet duo puncta k & l, à quibus secundum præcepta 11 huius demittantur ad superficies angulorum a & d, duæ perpendiculares quæ sint k, m & l n, & protrahantur duæ lineæ a m & d n. Dico igitur angulum g a m, esse æqualem angulo h d n. Si linea a k est æqualis d l, bene quidē. Sin autē, ex linea a d sumatur a p, æqualis d l, & à puncto p demittatur perpendicularis ad superficiē anguli a, linea quæ sit p. Manifestum est igitur, punctum, quod q est in linea a m, quod ex 6 huius & diffinitione linearum æquidistantium quas necesse esse in superficie una, facile cōstat studiose intuenti. Dehinc à pūcto q ducantur ppēdiculares duæ, una ad lineā a b quæ sit q r. & alia ad lineā a c quæ sit q f. Similiter quoq; à pūcto n ducantur duæ aliæ perpendiculares, una ad lineā d e quæ sit n t. & alia ad lineā d e quæ sit n x, & ptrahātur r f & t x. Iterūq; à pūctis p & l, demittātur hypothenusæ p q, p r, p f, & l n, l t, l x. His itaq; positis, figuraq; prudēter disposita, demōstrationē propositi sic collige. Cōstat ex penultima primi quod quadratū lineæ a p est æquale quadratis duarum linearū a q, & p q, ac ex eadem quod quadratū a q est æquale quadratis duarū linearū a f & f q, itaq; quadratū a p, est æquale quadratū triū linearū a f, f q, & q p. Sed ex eadē, quadratū f p, est æquale quadratis duarū linearū f q & p q, ergo quadratum a p, est æquale quadratis duarum linearum a f & f p, ideoq; ex ultima primi angulus a f p est rectus. Similiq; modo probabis, unūquenq; triū angulorū d x l, a r d, p t l, esse rectū. Cū igitur ex hypothesi sit angulus f a p æqualis angulo x d l, & linea a p lineæ d l, erit ex 26 primi linea d x æqualis a f, & x l æqualis f p. Eodē quoq; modo cū ex hypothesi sit angulus r a p æqualis angulo e d l, erit ex eadē linea a r æqualis d t, & r p æqualis t l. Quare per 4 primi linea r f erit æqualis lineæ t x & angulus a r f æqualis angulo d t x, & angulus a f r angulo d x t, est enim ex hypothesi angulus a, æqualis angulo d. A conceptione igitur erit angulus f r q æqualis angulo x t n, & angulus r f q angulo t x n, sunt enim residui duorum rectorū demptis æqualibus. Necesse est itaq; ex 26 primi, ut linea r q sit æqualis t n, & q f æqualis n x. Cūq; ex penultima primi quadratū lineæ r p sit æquale quadratis duarū linearū r q & q p, & quadratū lineæ t l æquale quadratis duarū linearū t n & l n, sint aūt duæ lineæ r p & t l æquales, duæ quoq; quæ sūt r q & t n æquales sequitur ex cōi sciētia duas quæ sunt p q & l n esse æquales. Eodē modo cū quadratū lineæ a p sit æquale quadratis duarū linearū quæ sunt a q & q p. similiter quadratum lineæ d l quadratis duarū linearū quæ sunt d n & n l, sit autē a p æqualis d l, & p q æqualis l n, sequitur ex cōi scientia a q esse æqualem d n. Ex 8 igitur primi concludo propositū, uidelicet, angulū p a m esse æqualē angulo l n d.

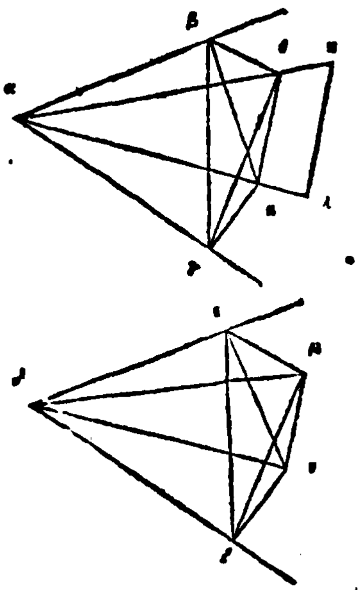


Eucl. ex Zamb. *Theorema 5.* *Propositio 35*

35 Si fuerint bini anguli plani æquales, super quorum uerticibus sublimes rectæ lineæ steterint, æquales angulos comprehendentes cū ijs quæ in principio rectis lineis, alterum alteri, in sublimibus autem sumpta fuerint contingentia signa, & ab eisdem ad plana in quibus sunt qui in principio anguli, perpendiculares actæ fuerint à signis autē quæ in planis à perpendicularibus fiunt ad eos qui in principio angulos coniunctæ fuerint rectæ lineæ æquos angulos cum sublimibus comprehendent.

THEON ex Zāb. *Sint bini anguli rectilinei æquales plani qui sub β α γ, ε δ ζ, à signis autem α, δ, sublimes excitentur rectæ lineæ α η, δ μ, æquos comprehendentes angulos cū ijs quæ in principio rectis lineis alterū alteri, hoc est angulū μ δ ε angulo ei qui sub η α β, eum autem qui sub μ δ ζ, ei qui sub η α γ, sumanturq; in ipsis α η, δ μ, contingētia*

Camp. 31 *tia signa κ, μ, excitenturq́; (per 11 undecimi) ab ipsis κ, μ, signis ad ea quæ per ε α γ, δ ι ζ, plana perpendiculares κ λ, μ ν, coincidantq́; ipsis planis in ν λ, cōnectanturq́; ipsæ λ α, ν δ, Dico quod angulus qui sub κ α λ, æquus est angulo μ δ ν. Ponatur (per 2 primi) ipsi δ μ æqualis α θ, exciteturq́; (per 31 primi (per signū θ, ipsi κ λ parallelus θ κ. At κ λ, perpēdicularis est ad id quod per ε α γ planum. Igitur & θ κ, perpēdicularis est ad id quod per ε α γ, planū. Excitentur (per 11 primi) ab ipsis κ ν, signis ad ipsas α ε, α γ, δ ζ, δ ι. rectas lineas, perpendiculares κ γ, ν ζ, κ ε, ν ι, connectanturque ipsæ θ γ, γ β, μ ζ, ζ ι, Et quoniam quod ex θ α. (per 47 primi.) æquum est eis quæ ex θ κ, κ α, ei autem quod ex κ α æqualia sunt quæ ex κ γ, γ α, igitur quod ex θ α æquum est eis quæ ex θ κ, κ γ, γ α, eis uero quæ ex θ κ, κ γ, æquum est id quod ex θ γ, quod igitur ex θ α, (per 47 primi) æquum est eis quæ ex θ γ, γ α. rectus est igitur qui sub θ γ α, angulus. Idq́; propterea & qui sub δ ζ μ angulus, rectus est, æqualis igitur est qui sub θ γ α angulus, ei qui sub δ ζ μ angulo. Est autem & qui sub α γ θ, æqualis ei qui sub δ ζ μ. Bina igitur triangula sunt δ ζ μ & θ α γ, duos angulos duobus angulis æquos habentia alterū alteri & unum latus uni lateri æquum, quod unum æqualium angulorum subtendit, hoc est, θ α, ipsi δ μ, & reliqua igitur latera, (per 26 primi) reliquis lateribus æqualia habebunt alterum alteri. æqualis igitur est α γ ipsi δ ζ. Similiter ostendemus, quod & α β ipsi δ ι est æqualis. Connectantur θ ε, & μ ι. Et quoniā quod ex α ε, (per 47 primi) æquū est eis quæ ex α κ, κ θ, ei autem quod ex α κ (per eandem) æqua sunt quæ ex α ε, ε κ, quæ igitur ex α ε, ε κ, κ θ, sunt æqualia ei quod ex α θ. Sed eis quæ ex ε κ, κ θ, æquum est id quod ex ε θ, rectus enim est qui sub θ κ β angulus, quoniam θ κ perpendicularis est ad subiectum planum, igitur quod ex α θ, æquum est eis quæ ex α β, β θ, rectus igitur est qui sub α ε θ angulus, & id propterea qui sub ι δ μ angulus, rectus est. Est autē & qui sub ε α θ, angulus, ei qui sub ι δ μ æqualis: supponitur namq́; estq́; ipsa α θ, ipsi δ μ æqualis, æqualis igitur est (per 26 primi.) α β, ipsi δ ι.*



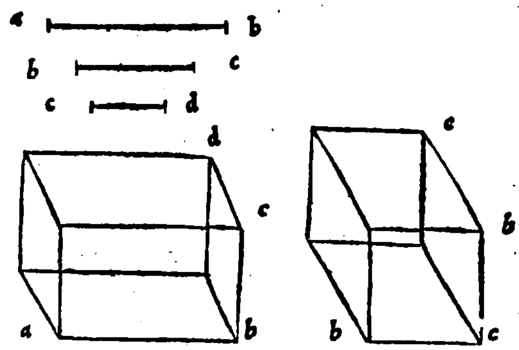
Quoniā igitur æqualis est α γ, ipsi δ ζ, & α ε, ipsi δ ι, binæ igitur γ α, α ε, duabus ζ δ, δ ι, sunt æquales, sed & angulus qui sub γ α β, ei qui sub ζ δ ι, est æqualis. Basis igitur β γ, (per 4 primi,) basi ι ζ, est æqualis, & triangulum triangulo. & reliqui anguli reliquis angulis. Aequalis est igitur qui sub α γ ε angulus, ei qui sub δ ζ ι. Rectus autem & qui sub α γ κ, recto qui sub δ ζ ν est æqualis, & reliquus igitur qui sub β γ κ, reliquo qui sub ι ζ ν est æqualis. Et id propterea qui sub γ ε κ, ei qui sub ζ ι ν, est æqualis. Bina igitur triāgula sūt (per 5 primi) β γ κ, ι ζ ν, binos angulos duobus angulis æquos habentia alterum alteri, & unum latus uni lateri æquum, quod ad æquos angulos, hoc est ε γ ipsi ι ζ & reliqua igitur latera, reliquis lateribus æqualia habebunt. Aequalis igitur est γ θ, ipsi ζ ν est autem & α γ, ipsi δ ζ æqualis. Binæ igitur α γ. γ κ, duabus δ ζ, ζ ν, sunt æquales, & æquos comprehēdunt angulos, basis igitur α κ, (per 4 primi) basi δ ν est æqualis. Et quoniam æqualis est α θ, ipsi δ μ, æquum est quod ex α θ ei quod ex δ γ, (per 47 primi) æqualia sunt quæ ex α κ, κ θ, rectus enim est qui sub α κ θ. Et autē quod ex δ μ, æqua sunt quæ ex δ ν, ν μ, rectus enim est qui sub δ ν μ. Igitur quæ ex α κ, κ θ, sūt eis æqualia quæex δ ν, ν μ. quorū quod ex α κ, æquū est ei quod ex δ ν. Reliquum igitur quod ex κ θ, æquum est ei quod ex ν μ. Aequalis igitur est θ κ, ipsi μ ν. Et quoniam binæ θ α, α κ, duabus μ δ, δ ν, sunt æquales altera alteri, & basis θ κ, basi μ ν est æqualis, angulus igitur qui sub θ α κ, (per 8 primi) angulo qui sub μ δ ν est æqualis. Si fuerint igitur bini anguli plani æquales, & quæ sequuntur reliqua. Quod ostendere oportebat.

CORRELARIVM. *Ex hoc nempe manifestū, quod si fuerint bini anguli plani rectilinei æquales, steterintq́; super ipsis sublimes rectæ lineæ æquales æquos angulos cōprehendentes, cum ijs quæ in principio rectis lineis alterum alteri, quæ ex ipsis perpendiculares ductæ ad plana in quibus sunt qui principio anguli, sunt æquales.*

Eucli. ex Camp. Propositio 38

38 Solidum tribus lineis proportionalibus contentum, æquum erit solido quod à mediæ lineæ æquis lateribus continetur, si anguli sui amborum sibi inuicem æquales fuerint.

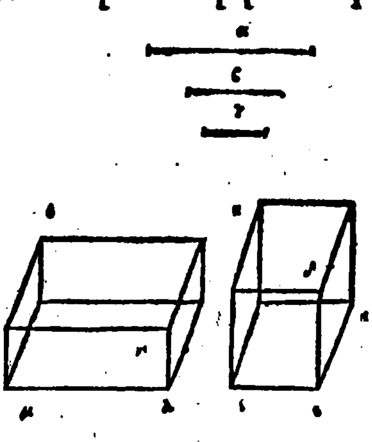
CAMPANVS De solidis parallelogrāmis intelligatur, de his enim qualiacunq; sint dum tamen æquiangula, uerum est, quod contentum à tribus lineis proportionalibus æquale est ei quod à media earū continetur, quēadmodū de superficiebus rectangulis probatū est in 16 sexti, & de non rectangulis elicitur euidenter ex secunda parte 15 eiusdem. Sint igitur tres lineæ a b, b c, & c d, cōtinue proportionales, fiatq́; ex eis unus angulus solidus ad libitum, & perficiatur solidū æquidistantiū laterū cuius linea a b sit longitudo, b c uero altitudo, sed c d latitudo, & ipsum solidum dicatur e d. Sūpta quoq; alia linea qualibet æquali b c quæ etiam uocetur b c, super ipsius extremitatē quæ est b con cōſtituatur angulus ſolidus æqualis angulo ſolido a,ſecundū quod docet 26 lineæq́; cæteræ ſolidū angulum b cōtinentes reſecētur ad æqualitatem lineæ b c,& perficiatur ſolidum æquidiſtātiū ſuperficierū cuius lōgitudo,latitudo,& altitudo ſit linea b c,& ipſum appelletur b c. Dico itaque duo ſolida a d & b c eſſe æqualia. Meniſeſtū eſt enim, quod cūctæ ſuperficies unius ſunt æquiāgulæ ſuis relatiuis ſuperficiebus alterius. Quod ex 34 primi patere poteſt,nā cū ſolidus angulus b ponatur æqualis ſolido angulo a, neceſſe eſt ut unus angulus uniuſcuiuſque ſuperficiei ſolidi a d ſit æqualis uni angulo ſuæ relatiuæ ſuperficiei in ſolido b c.itaque per 34 primi eorū oppoſiti,erūt æquales. At quia uniuſcuiuſque ſuperficiei quadrilateræ omnes anguli ſūt æquales quatuor relictis ex 32 primi,neceſſe eſt duos reliquos unius eſſe æquales duobus reliquis ſuæ relatiuæ. Cūq; ipſi duo reliqui in qualibet ſint etiā adinuicē æquales, conuincitur neceſſario ut unaquæq; ex ſuperficiebus ſolidi a d ſit æquiangula ſuæ relatiuæ in ſolido b c, quare ex ſecunda parte 15 ſexti baſes duorū ſolidū propoſitorū erunt æquales: ſunt enim æquiāgulæ & laterū mutuorū. Si itaque lineæ altitudinum ſuper baſes ipſorū orthogonaliter



inſiſtunt,conſtat ex 31 ipſa eſſe æqualia,cum enim hæ lineæ ſint æquales & ipſæ determinent altitudinē ſolidorū,erunt ſolida æque alta. At ſi lineæ altitudinum ipſorum non inſiſtunt ſuis baſibus orthogonaliter,ab ipſarum ſummitatibus ad baſes perpendicularibus demiſſis,erūt ex præmiſſa hæ perpendiculares adinuicem æquales,ipſæ enim erunt,ſicut erant & in præmiſſæ demonſtratiōis figura duæ lineæ p q & l n,quas demōſtrauimus oportere eſſe æquales. Quia igitur omnium ſolidorū altitudo ex perpendicularibus à ſūmitatibus ipſorū ad ſuas baſes deſcēdentibus diffinitur,erūt ex 31 duo ſolida a d & c b æqualia. Conuerſam quoq; huius poſſumus,ſi delectat,cōuerſo modo probare. Vt ſi parallelogrāmū corpus a d ſit æquale & æquiangulū corpori parallelogrāmo b c.& corpus b c cōtineatur à media triū linearū cōtinentiū corpus a d. erunt tres lineæ cōtinentes corpus a b cōtinue proportionales. Cum enim duo ſolida parallelogramma a d & c b ſint æqualia & æque alta,ex hypotheſi ipſa erunt ſuper baſes æquales per conuerſas 31 & 31. Et quia ipſæ baſes eorum ſunt æquiāgulæ,ſequitur ex prima parte 15 ſexti quod ipſæ ſunt mutuorum laterum. Itaque proportio a b ad b c,ſicut b c ad c d. Quare cōnſtat propoſitum.

Eucli. ex Zamb. *Theorema 32* *Propoſitio 36*

36 Si tres rectæ lineæ proportionales fuerint,ex ipſis tribus rectis lineis ſolidū parallelepipedū æquū eſt eí qđ ex media ſit ſolido parallelepipedo æquilatero quidem,æquiangulo autē prædicto.



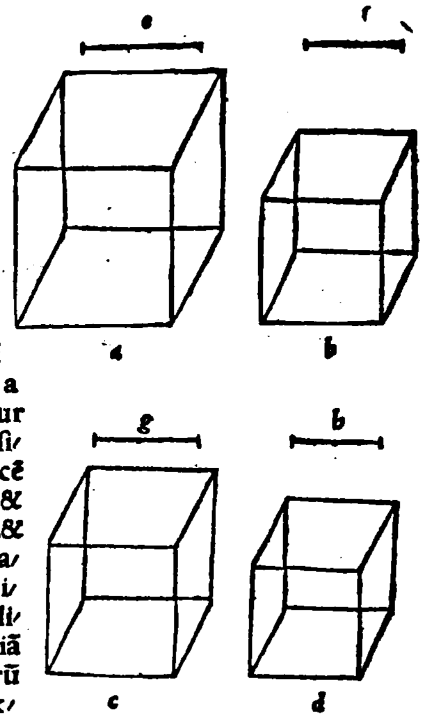
THEON ex Zamb. Sint tres rectæ lineæ proportionales α,β,γ ſicut α ad ϐ,ſic ϐ ad γ. Dico quod ex α,ϐ,γ,ſolidum,æquū eſt ei quod ex ϐ ſolido æquilatero quidē æquiangulo autē prædicto. Exponatur (per 23 undecimi) ſolidus angulus qui ad ι.comprehenſus ſub tribus angulis planis hoc eſt δ ι κ,κ ι ζ,ζ ι δ,ponaturq́; (per 2 primi,) ipſi quidē ϐ,æqualis unaquæq; ipſarum δ ι,κ ι,ι ζ, compleaturq́; ipſum ι κ,ſolidum. Ipſi autē α,æqualis eſto (per eandem λ μ),cōſtituaturq́; (per 26 undecimi) ad ipſam λ μ rectam lineam ad ſignūq; in ea λ,ipſi qui ad ι ſolido angulo æquus comprehenſus ſub ν λ ξ, ξ λ μ,ν λ μ,ponaturq́; (per 2 primi) ipſi quidem β æqualis λ ξ,ipſi autē γ æqualis λ ν. Et quoniam eſt ſicut α ad ϐ,ſic eſt β ad γ. æqualis autem eſt α ipſi λ μ,& β unicuiq; ipſarū λ ξ,ι ζ,ι κ,ι δ,& γ ipſi λ ν,eſt igitur λ μ ad ι ζ.ſic eſt δ ι ad λ ν,& circū æquos angulos qui ſub μ λ ν δ ι ζ. Latera ſunt reciproca. Igitur parallelogrammum μ ν æquum eſt ipſi δ ζ,parallelogrammo (per 14 ſexti. Et quoniā bini anguli plani rectilinei æquales ſunt, qui ſub δ ι ζ,ν λ μ, ſuper ipſis ſublimes rectæ lineæ ſunt cōſtitutæ λ ξ,ι κ,inuicē æquales (per præcedentē,) æquos angulos cōprehēdentes.

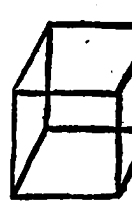
tes cum ijs quæ in principio rectis lineis alterum alteri. ipsæ igitur quæ ex ι, ξ. signis perpendiculares ductæ ad ea quæ per ν λ μ, δ ι ξ, plana, (per corollariũ præcedentis) inuicem sunt æquales. Quare λ θ, ι κ, solida, sub eadem sunt altitudine. Super æqualibus autẽ basibus & sub eisdẽ altitudinis constituta solida parallelepipeda, inuicem sunt æqualia (per 31 undecimi.) Igitur solidum θ λ, solido ι κ est æquale. At λ θ, solidũ, est ex ipsis α. β, γ, & ι κ, solidũ est ex β. Igitur quod ex α. β γ, solidum parallelepipedum, æquum est ei quod ex β solido æquilatero quidem, sed æquiangulo prædicto. Quod erat ostendendum.

Eucli. ex Camp. *Propositio 39*

39 SI fuerint quotlibet lineæ proportionales, solida quoque sua æquidistantium atque similium uniuscuiusque creationis superficierũ erunt proportionalia. Si uero solida æquidistantium atque similium uniuscuiusque creationis superficierum fuerint proportionalia, lineæ quoque à quibus ipsa solida continentur, erunt proportionales.

CAMPANVS Simile proponit uigesima prima sexti de superficiebus. Sint itaq; quatuor lineæ a, b, & c, d, proportionales, & super has fabricentur quatuor solida parallelogramma eisdẽ nominibus dicta, quæ sint expresse similia, duobus enim ad libitum fabricatis super duas lineas a & c, cætera secũdum præcepta 27 constituenda erũt. Dico hæc 4 solida esse proportionalia. Et econuerso. Subiũgantur enim duabus lineis a & b: in cõtinua proportiõe duæ quæ sunt e & f, quemadmodũ docet 10 sexti, & duabus lineis c & d, aliæ duæ quæ sint g & h. Cõstat igitur ex 35 & ex diffinitione proportionis triplicatæ quæ posita est in principio quinti. & ex hac hypothesi q solida a & b sibi inuicẽ & solida c & d sibi adinuicẽ sunt expresse similia: q ꝓportio solidi a ad solidum b est sicut ꝓportio lineæ a ad lineã f: solidi quoq; c ad solidũ d, sicut lineæ c ad lineã h. Et quia p 11 quinti ꝓportio lineæ a ad lineã f est sicut lineæ c ad lineã h, erit ex 11 quinti solidũ a ad solidũ b, sicut solidũ c ad solidũ d. Cõstat igitur prima pars. Secunda sic. Sint duo solida a & b sibi adinuicẽ, duoq; alia quæ sint c & d, sibi adinuicẽ expresse similia, sintq; cuncta parallelogramma, & ponantur proportionalia. Dico quod lineæ a, b, & c, d, super quas sunt constituta, sunt proportionales. Sit enim ex 10 sexti sicut linea a ad lineã b, ita linea c ad lineam k. Et fiat secundũ 27 huius super lineam K solidum expresse simile solido d, quod etiã dicatur k. Eritq; ex diffinitionibus similiũ corporũ & similium superficierum, & 20 sexti, corpus K expresse simile corpori c, ideoq; per primam partem huius 39 iam probatam erit proportio solidi a ad solidũ b, sicut solidi c ad solidũ K. Et quia eadẽ erat solidi c ad solidũ d, erit ex secunda parte nonæ quinti solidũ K æquale solido d. Cũq; esset sibi expresse simile, sequitur lineã k esse æqualem lineæ d. Aequalitas enim nõ producitur ex aliqua proportione triplicata uel quotieslibet sumpta, nisi ex æquali. Igitur ex secunda parte 7 quinti constat etiã huiusmodi pars secunda. Deciperis autẽ si arbitraris oportere unumquodq; quatuor solidorũ a. b, c, d. esse simile cuilibet aliorũ. Necesse est enim duo solida a & b sibi adinuicem, itẽq; duo c & d sibi adinuicem esse similia. solida autem c & d solidis a & b esse similia contingens est, necessariũ autem non. Idem ex hac 39 de serratilibus facile poteris concludere.

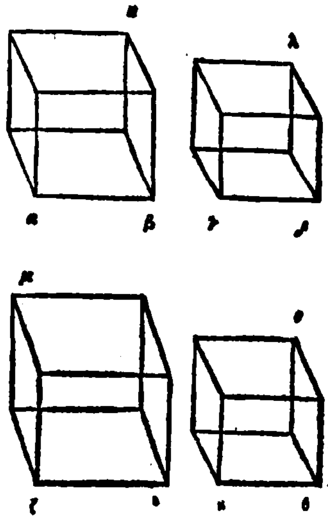




Eucli. ex Zamb. *Theorema 32* *Propositio 37*

37 Si quatuor rectæ lineæ proportionales fuerint, & quæ ex ipsis solida parallelepipeda similia similiterq; descripta proportionalia erunt. Et si quæ ex ipsis

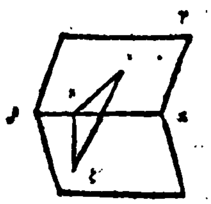
ipsis solida parallelepipeda similia similiterq; descripta proportionalia fuerint, & ipsæ quoq; rectæ lineæ proportionales erunt.



THEON ex Zamb. Sint quatuor rectæ lineæ proportionales α β, γ δ, ε ζ, η θ, sicut α β ad γ δ, sic ε ζ ad η θ, & describantur ab ipsis α β, γ δ, ε ζ, η θ, similia similiterq; iacentia solida parallelepipeda κ α, λ γ, μ ε, ν η. Dico quod est sicut κ α ad λ γ, sic est μ ε ad ν η. Quoniam enim solidum κ α parallelepipedum ipsi λ γ simile est, igitur (per 33 undecimi) κ α ad λ γ triplicem rationem habet quam α β ad γ δ, & id propterea μ ε ad ν η triplam habet rationem quam ε ζ ad η θ. Et sicut igitur (per 11 quinti) α κ ad λ γ, sic μ ε ad ν η. Sed iam esto sicut α κ solidum ad λ γ solidum, sic μ ε solidum ad ε ν solidum. Dico quod est sicut α β recta linea ad ipsam γ δ, sic est ε ζ ad η θ. Quoniam enim rursus κ α ad λ γ triplam rationem habet quam α β ad γ δ, habet autem & μ ε ad ν η triplam rationem quam ε ζ ad η θ, estq; sicut κ α ad λ γ, sic μ ε ad ν η, & sicut igitur α β ad γ δ, sic ε ζ ad η θ. Si quatuor igitur rectæ lineæ proportionales fuerint, & quæ sequuntur reliqua. Quod erat ostendendũ.

Eucli. ex Zamb. Theorema 33 Propositio 38

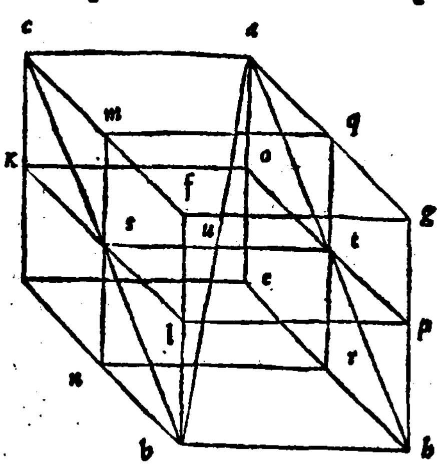
38 Si planum ad planum rectum fuerit, à signo autem in altero planorũ existente in alterum planum perpẽdicularis ducta fuerit, in cõmunem ipsorum planorum sectionem cadit ipsa perpendicularis.



THEON ex Zamb. Planum enim γ δ, ad planum α β, rectum esto, cõmunis autem ipsorũ sectio sit δ α, sumaturq; in ipso γ δ plano, contingens signum ε. Dico quod ab ipso ε in α β planũ perpẽdicularis ducta, in ipsam δ α cadit. Non enim, sed si possibile est, cadat extra sicut ε ζ, & concurrat ipsi α β plano in ζ signo, & ab ipso ζ, in ipsam δ α, in plano α β (per 11 undecimi) perpendicularis excitetur ζ η, quæ & ipsi γ δ plano ad angulos rectos est. Connectanturq; ε η. Quoniam igitur ζ η ipsi γ δ plano ad angulos rectos est, tangit autem ipsam ipsa ε η existens in ipso γ δ plano, igitur angulus qui sub ζ η ε, rectus est. Sed & ε ζ, ipsi α β plano ad angulos est rectos: angulus igitur qui sub ε ζ η, rectus est. Trianguli iam ipsius ε ζ η bini anguli, duobus rectis sunt æquales, quod (per 17 primi) est impossibile. Igitur ab ε in α β planum perpẽdicularis ducta, non cadit extra ipsam δ α, in ipsam igitur α δ cadit. Quod erat ostendendum.

Eucli. ex Camp. Propositio 40

40 SI inscisa fuerint latera duarum oppositarum superficierum cubi unumquodq; in duo media, exierintq; à punctis sectionũ duæ superficies se uicissim secantes & cubum, cõmunem earum sectionem diametrum cubi per æqualia secare, & ab ipsa diametro uersa uice per æqualia secari necesse est.



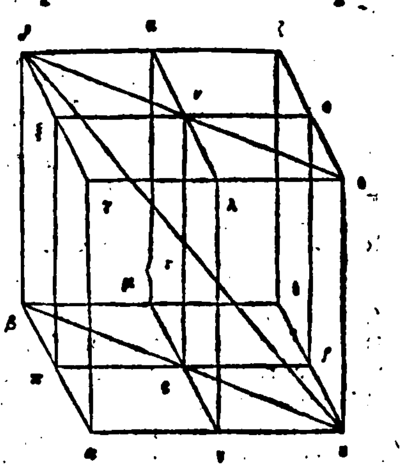
CAMPANVS. Statue cubum qui sit a b, de quo constat per diffinitionẽ quod omnes lineæ ipsum continẽtes sint æquales, & eius superficies rectangulæ, tale enim corpus, cubũ dicimus. Huius igitur basis sit eius supficies a c d e, superficies uero eius suprema b f g h, dextra uero eius superficies sit a e g h, sinistra autem superficies b f c d, citerior quoq; sit d e b h, sed ulterior a, c g f, eiusq; diameter sit a b. Diuidantur itaq; omnia latera duarum quarumlibet superficierũ oppositarum eius per æqualia, & sint nunc superficies quarũ latera diuidantur, dextra atq; sinistra. Diuidantur, inquam, quatuor latera dextræ quidẽ super quatuor puncta quæ sunt o, p, q, r, sinistræ uero super quatuor quæ sint k, l, m, n, & coniungantur puncta in his superficiebus opposita, ductis lineis o p & q r quæ secent se in pũcto t, itemq; k l & m n quæ secent se in puncto s, & perficiãtur duæ superficies secantes se inuicem & cubum, protractis item lineis o k & p l, q m & r n, sitq; harum duarum superficierum communis sectio linea s t. Dico igitur quod linea s t diuidit diametrum a b, & diuiditur ab eadem diametro per æqualia. Quod patet, utraq; enim earum transit per centrum cubi.

ALITER uero conuenit quod propositum est demonstrare. Producantur enim duæ lineæ t a & t h, & item duæ s c, s b, eritq; ex 4 primi a t æqualis t h, & s c æqualis s b. Constat autem ex prima parte 29 primi, quod angulus p t q est æqualis angulo a q t, & ex 4 primi angulus h t p est æqualis angulo t a q. Itaq; ex 32 primi totus angulus h t q cum angulo q t a, ualet duos rectos, quare ex 14 primi linea a h erit linea una, similiter quoq; linea a b erit linea una. At quia ex nona huius linea a c est æquidistans lineæ b h (utraq; enim est æquidistans lineæ d e) cumq; ipsæ sint æquales quia latera cubi, sequitur ex 33 primi duas lineas a h & c b esse æquales & æquidistantes: ideoq; per conceptionem, earum medietates quæ sunt a t & b s, erunt æquales. Ex 7 autem huius manifestum est, quod linea s c est in superficie duarum linearũ a h & b c, & ex eadem, linea a b quæ est diameter cubi, est etiam diameter superficiei parallelogrammæ a c b h. Itaq; linea s t secat diametrum a b. Secet ergo ipsam in puncto u. Dico ergo lineam s u esse æqualem lineæ u t, & lineam etiam a u lineæ u b. Intelligantur duo trianguli a t u, b s u, quorum anguli qui sunt ad t & s sunt æquales adinuicẽ, similiter anguli eorundem qui sunt ad a & b æquales adinuicem ex prima parte 29 primi, propter id quod linea a t æquidistat lineæ s b. Et quia etiam ipsæ sunt adinuicem æquales, sequitur ex 26 primi, quod propositum est. Idem quoq; eodem modo concluditur, & si solidum a b non sit cubus, sed solidum corpus parallelogrammum siue æqualibus lineis siue non æqualibus contentum fuerit, siue quoque super basin orthogonaliter erectum siue etiam & super ipsam inclinatum. Vnde ampliatur in hac 4. figuratio cubi, ad omnes figuras parallelogrammas solidas.

Eucli. ex Zamb. *Theorema 34* *Propositio 39*

39 Si solidi parallelepipedi eorũ quæ ex opposito planorũ latera bifariam secta fuerint, extẽsaq; fuerint per sectiones plana, cõmunis ipsorũ planorũ sectio, & solidi parallelepipedi dimetiens bifariam se adinuicẽ dispescent.

ALITER. Si cubi eorum quæ ex opposito planorũ latera, & reliqua quæ sequuntur ut supra.



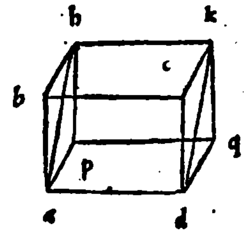
THEON ex Zamb. Solidi, inquam, parallelepipedi α ζ, eorum quæ ex opposito planorũ γ ζ, α ι, latera bifariã dispescantur per κ, λ, μ, ν, & ξ, π, ο, ρ, signis, & per sectiones protendantur plana κ ν, ξ ρ, cõmunis autem planorũ ipsorum sectio esto υ σ, ipsius autem α β, solidi parallelepipedi diagonius esto δ η. Dico iam quod & ipsæ υ σ, δ η, sese inuicem dispescũt, hoc est quod υ τ ipsi τ σ est æqualis, & δ τ ipsi τ η. Cõnectantur enim δ υ, υ ι, β σ, σ η. Et quoniam δ ξ parallelus est ipsi ο ι, anguli alternatim positi (per 29 primi) qui sub δ ξ υ, υ ο ι, inuicem sunt æquales. Et quoniam æqualis est δ ξ ipsi ο ι, & ξ υ ipsi υ ο, & æquos angulos comprehendunt, basis igitur δ υ (per 4 primi) ipsi υ ι est æqualis, & triangulum δ ξ υ ipsi υ ο ι triãgulo est æquale, & reliqui anguli reliquis angulis. Igitur angulus qui sub ξ υ δ, æquus est ei qui sub ο υ ι angulo, ac per hoc recta linea est ipsa δ υ ι, & per eadem etiã β σ η recta linea est, est & æqualis β σ ipsi σ η. Et quoniã γ α ipsi δ β est æqualis & est parallela, sed γ α ipsi η ι est æqualis & parallela, & δ β igitur ipsi ι η est æqualis & parallela (per primam cõmunem sententiam) & ipsas connectunt rectæ lineæ δ ι, β η, parallelus igitur est (per 33 primi) δ ι, ipsi β η, & suscipiuntur in utrisq; contingentia signa, hoc est δ, υ, η, σ, cõnectanturq; δ η, υ σ. In toto igitur sunt plano (per 17 undecimi) ipsæ δ η, υ σ. Et quoniam parallela est δ ι ipsi β η, æqualis igitur est (per 29 primi) qui sub ι δ τ angulus ei qui sub β η τ angulo: uicissim enim & qui sub δ τ υ ei qui sub η τ σ. Bina iam triangula sunt, hoc est δ τ υ & η τ σ, duos angulos duobus angulis æquos habentia, & unum latus uni lateri æquum, quod subtendit autem æqualium angulorum, hoc est δ υ ipsi η σ, dimidiæ nanq; ipsarum δ ι, β η, & reliqua igitur latera reliquis lateribus æqualia habebunt. Aequalis igitur est δ τ ipsi τ η, & υ τ ipsi τ σ. Si solidi igitur parallelepipedi eorum quæ ex opposito planorum latera bifariam secta fuerint, extensaq; fuerint per sectiones plana, cõmunis ipsorum planorum sectio & solidi parallelepipedi dimetiens bifariam se adinuicem dispescent. Quod erat ostendendum.

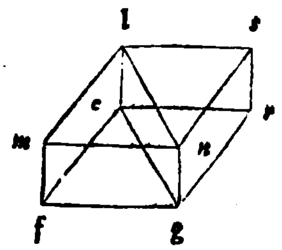
Eucli. ex

Eucli. ex Camp. Propoſitio 41

41 SI duo corpora ſeratilia quorũ alterũ baſin triangulam, alterũ uero baſin habeat æquidiſtantiũ laterũ ipſi baſi triãgulæ duplam, æque alta fuerint, illa duo corpora neceſſe eſt eſſe æqualia.

CAMPANVS. Sit ſuperficies a b d æquidiſtantiũ laterum dupla trilateræ ſuperficiei e f g, & ſuper has duas ſuperficies fiant duo corpora ſeratilia æque alta. Sitq; ſeratile quod eſt ſupra baſin quadrãgulam a b c d, a b h d c k, cuius baſis eſt ſuperficies æquidiſtantiũ laterum propoſita a b c d, alia eius ſuperficies æquidiſtantiũ laterum eſt a h d k, tertia uero eſt b h c k, duæ autem eſt eius triangulares ſuperficies, ſunt altera quidem triãgulus a b h, reliqua uero triangulus d c k. Seratile autem quod eſt ſuper baſin triãgulam e f g, ſit e f g l m n, cuius altera duarum trilaterarũ ſuperficierũ eſt baſis prædicta, reliqua uero triangulus l m n, trium autem ſuperficierũ eius æquidiſtantium laterum prima quidem eſt e f l m, ſecunda uero e g l n, tertia uero f g m n. Dico itaq; hæc duo ſeratilia propoſita, eſſe adinuicẽ æqualia. Perficiantur enim duo ſolida parallelogramma, adiungendo utriq; duorum propoſitorũ ſeratilium aliud ſeratile ſibi æquale. Primo quidem ſeratili ſuper eandem baſin ſit adiunctũ ſeratile a p h d q k, cuius duæ trilateræ ſuperficies ſint a p h, d q k, tres autem quadrilateræ, prima quidem a h d k quæ eſt terminus communis ſibi & ei cui adiungitur, ſecunda uero a d p q, tertia quoq; p q h k. Secundo autẽ ſeratili adiungatur aliud ſeratile ſibi æquale hoc modo. Adiungatur primo triangulo e f g alius triangulus æqualis qui e g r. ita quod tota ſuperficies e f g r ſit æquidiſtantiũ laterum, & ſuper hunc triangulum fiat ſeratile e g l r l n s, quod cum illo cui adiungitur perficiat corpus parallelogrammum huius ſeratilis adiuncti, duæ trilateræ ſuperficies ſunt e g r, l n s, tres autem parallelogrammæ ſunt, prima quidem c l r s, ſecunda e l g n quæ eſt cõmunis terminus ſibi & ei cui adiungitur, tertia uero g r n s. Manifeſtum igitur ex diffinitione ſolidorũ æqualium atq; ſimilium, q; duo ſeratilia parallelogrammũ componentia ſolidum a k, ſibi inuicem. itemq; cõponentia ſolidum parallelogrammũ e n, ſibi adinuicem ſunt æqualia. At uero ex 31 uel ex 32 huius, duo ſolida a k & e n ſunt ſibi inuicem æqualia. Quia ergo horum ſolidorũ medietates ſunt ſeratilia propoſita, per cõmunem ſcientiam conſtat ea eſſe æqualia, quæcũq; enim fuerint æqualia, eorum medietates neceſſe eſt eſſe æquales. Liquet itaq; quod propoſitum eſt.

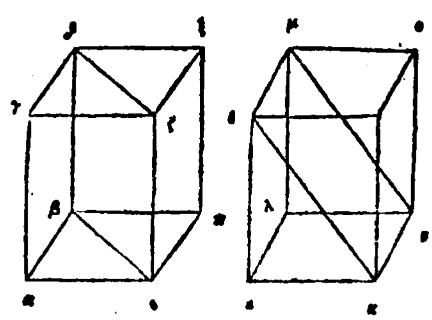




Eucli. ex Zamb. Theorema 35 Propoſitio 40

40 Si fuerint bina priſmata ſub æquis altitudinibus, & alterũ quidem baſin parallelogrammũ habuerit, alterum autem triangulũ, duplum autem fuerit parallelogrammũ ipſius trianguli, ipſa priſmata æqualia erunt.

THEON ex Zamber. Sint bina priſmata α β γ δ ε ζ, η θ κ λ μ ν, & alterũ quidem habeat baſin α ζ parallelogrammũ, alterũ uero η θ κ triangulum, duplum uero ſit α ζ parallelogrãmum, ipſius η θ κ trianguli. Dico quod priſma α β γ δ ε ζ, æquũ eſt ipſi θ η κ λ μ ν priſmati. Cõpleantur, inquam, ipſa α ξ, ν ο, ſolida. Et quoniam α ζ parallelogrammũ ipſius η θ κ triãguli duplum eſt, eſtq; θ κ parallelogrammũ (per 41 primi) duplum ipſius η θ κ trianguli, æquũ igitur eſt α ζ parallelogrammũ ipſi θ κ parallelogrãmo. Super æqualibus autem baſibus exiſtentia ſolida parallelepipeda & ſub eadem altitudine, inuicẽ ſunt æqualia (per 31 undecimi.) Igitur ſolidũ α ξ, æquũ eſt ipſi η ο ſolido & ipſius quidem α ξ ſolidi, dimidiũ eſt ipſum α β γ δ ε ζ priſma, ipſius autẽ η ο ſolidi, dimidiũ eſt ipſum η θ κ λ μ ν priſma. Igitur priſma α β γ δ ε ζ, ipſi η θ κ λ μ ν priſmati eſt æquũ. Si fuerint igitur bina priſmata ſub æquali altitudine, & alterũ quidem habuerit baſin parallelogrammũ, alterũ autem triangulũ, duplum autem fuerit parallelogrammũ ipſius trianguli, æqualia ſunt ipſa priſmata. Quod erat oſtendendũ.

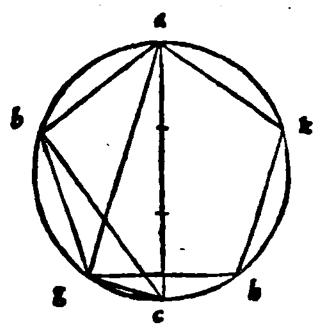


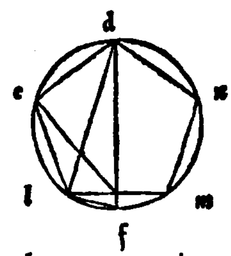
EVCLIDIS MEGARENSIS GRAECI PHILOSOPHI GEOMETRICORVM ELEMENTORVM. LIBER DVODECIMVS,

Eucli. ex Camp. Propositio 1

1 OMnium duarum superficierum similium multiangularũ inter duos circulos descriptarũ est proportio alterius ad alteram, tanquam proportio quadratorũ quæ ex diametris circulorum eas circunscribentium proueniunt.

CAMPANVS. Sint duo circuli a b c, d e f, quibus inscribantur duæ qualibet figuræ polygoniæ quæ ponantur adinuicem similes, sintq́ nunc, pentagonæ inscriptæ ut docet 11 quarti, & ipsæ sint a b g h k, d e l m n, diametri quoq́ circulorũ sint a c & d f. Dico itaq́ quod proportio pentagoni a b g h k ad pentagonũ d e l m n, est sicut quadratũ diametri a c ad quadratũ diametri d f. Protrahãtur enim in utroq́ circulo duæ lineæ ab extremitate diametri, ad extremitatẽ unius lateris pentagoni diametro non cõterminalis, se inuicem cancellantes infra ipsum pentagonum: in hoc quidem, a g & c b, in illo autem d l & f e. Eritq́ ex 6 sexti triangulus a b g, æquiangulus triãgulo d e l. Nam cum pentagoni ponantur ad inuicem similes, erunt ex diffinitione similium superficierũ angulus a b g æqualis angulo d e l, & latera ipsos continẽtia proportionalia, uidelicet, proportio a b ad d e, sicut b g ad e l. Cum sint autem ex 20 tertij duo anguli a c g & a g b sibi inuicẽ æquales, itemq́ duo alij d f e & d l e sibi inuicem æquales, erunt duo qui sunt c & f adinuicẽ æquales ex hac communi sciẽtia, quæ æqualibus sunt æqualia, sibi quoq́ æqua esse necesse est. Et quia ex prima parte 30 tertij uterq́ duorũ angulorum a b c, d e f, est rectus, sequitur ex 32 primi duos triãgulos a b c, d e f, esse æquiangulos. Quare per 4 sexti proportio diametri a c ad diametrũ d f, est sicut lateris a b ad latus d e. Cum itaq́ ex secunda parte 18 sexti, proportio duorũ pentagonorũ est sicut proportio lateris a b ad latus d e proportio duplicata, & per eandem proportio quadrati diametri a c ad quadratũ diametri d f, sit sicut diametri a c ad diametrũ d f duplicata, per hanc cõmunem scientiam quorũ dimidia sunt æqualia, ipsa quoq́ adinuicem esse æqualia, manifestum est quod propositum est.



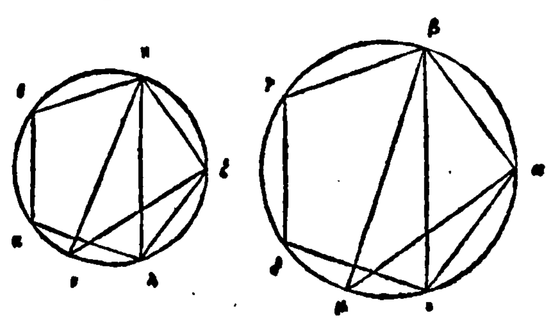


Eucli. ex Zamb. Theorema 1 Propositio 1

1 QVæ in circulis similes multangulæ figuræ, adinuicem se habent sicut quæ ex dimetientibus quadrata.

THEON ex Zamb.

Sint circuli α β γ δ ε, ζ η θ κ λ, & in eis sint similes figuræ multangulæ α β γ δ ε, ζ η θ κ λ, dimetientes autem circulorũ, sint β μ, η ν. Dico *q' est sicut quadratũ quod ex β μ ad id quod ex η ν quadratum, sic est multangulũ α β γ δ ε ad multangulũ ζ η θ κ λ.* Con*nectantur enim β ε, α μ, η λ, ζ ν.* Et *quoniã multangulum α β γ δ ε ipsi ζ η θ κ λ multangulo simile est, æquus est & qui sub β α ε angulus ei qui sub η ζ λ, estq́; sicut β α ad α ε, sic η ζ ad ζ λ.* Bina *iam triangula sunt β α ε & η ζ λ, unum angulũ uni angulo*

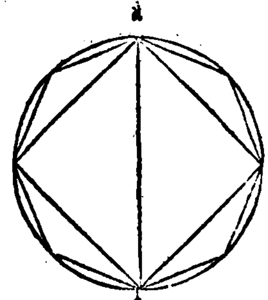


æquum

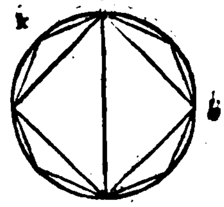
æquū habentia, qui sub β α ε ei qui sub κ ζ λ, circa autē æquos angulos latera proportionalia: æquiangulū igitur est (per 1 diffinitionē sexti) α ϛ ε triangulū, ipsi ζ κ λ triangulo: æqualis igitur est angulus qui sub α ε ϛ, ei qui sub ζ λ κ. Sed qui (per 21 tertij) sub α ε ϛ ei qui sub α μ β est æqualis (in eandem nanq; circūferentiam ierunt) qui autē sub ζ λ κ ei qui sub ζ ν κ, & qui sub α μ β igitur ei qui sub ζ ν κ est æqualis. Est autē & rectus qui sub β α μ, ei qui sub κ ζ ν recto (per 4 postulatū) æqualis: reliquus igitur, reliquo est æqualis (per 1 cōmunem sententiā.) Aequiangulū igitur est triangulū α μ β, ipsi ζ κ ν triangulo. Proportionaliter igitur est sicut β μ ad κ ν, sic β α ad κ ζ. Sed ipsius quidē β μ ad κ ν rationis, dupla est ea quæ ipsius β μ quadrati ad id quod ex κ ν quadratū. Ipsius autē β α ad κ ζ, dupla est ipsius α β γ δ ε multanguli ratio ad ipsum ζ κ θ κ λ multangulū: & sicut igitur (per 11 quinti) quod ex β μ quadratū ad id quod ex κ ν quadratū, sic est multangulū α ϛ γ δ ε ad multangulū ζ κ θ κ λ. In circulis igitur similia multangula, sese adinuicem habēt sicut quæ ex dimetiētibus quadrata. Quod erat ostendendū. Eucli. ex Camp. Propositio 2

2 OMnium duorū circulorū est proportio alterius ad alterū, tanquam proportio quadrati suæ diametri ad quadratū diametri alterius.

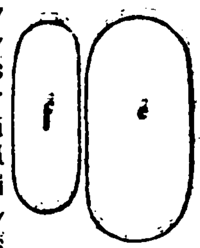
CAMPANVS. Sint duo circuli a b & c d, quorum diametri quoque dicātur a b & c d.



Dico itaque quod porportio circuli a b ad circulum c d, est sicut quadrati diametri a b ad quadratū diametri c d. Manifestū enim est ex hac cōmuni sciētia, scilicet, quanta est quælibet magnitudo ad aliquā secundā, tantam necesse est esse quālibet tertiam ad aliquā quartā, quod proportio quadrati diametri a b ad quadratū diametri c d, est sicut circuli a b ad superficiē aliquā quæ sit e, cuiuscunque figuræ aut formæ ponatur. Hanc autē impossibile est maiorem esse aut minorem circulo c d. Si enim est possibile ipsam esse minorem circulo c d, sit itaque minor in superficie f. Itaque circulus c d, sit æqualis duabus supficiebus e & f pariter acceptis. Constat igitur ex 1 decimi, quod toties possit ex circulo c d, suisque residuis subtrahi maius dimidio, quousque reliquatur quātitas aliqua minor f. Inscribatur ergo sibi ut docet 6 quarti, quadratū c d g h, de quo constat quod ipsum sit maius medietate circuli: quadratū enim quod est duplum ad ipsum, est circulum circūscribens, ut patet ex penultima primi & 7 quarti.



Si igitur portiones circuli existentes super latera quadrati pariter acceptæ, fuerint minus superficie f, sufficit. Sin autē quatuor arcus existētes super dicta latera per æqualia diuidantur, & puncta ipsos arcus diuidentia cum extremitatib. laterū continuētur per lineas rectas. Verbi gratia, arcus c g diuidatur per æqualia in puncto k, & protrahātur lineæ k c, k g, sicque de cæteris. Eritque quilibet triangulorū descriptorū super latera quadrati, maior medietate portionis in qua existit, eo quod omnis triangulus isosceles est medietas parallelogrāmi suæ basis per 41 primi, quodquidem parallelogrammū maius erit superficie ipso arcu chordaque contenta.

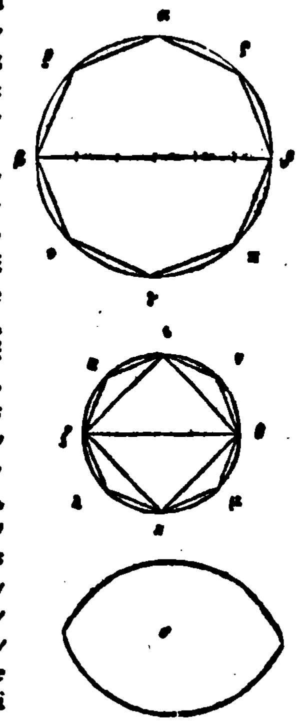


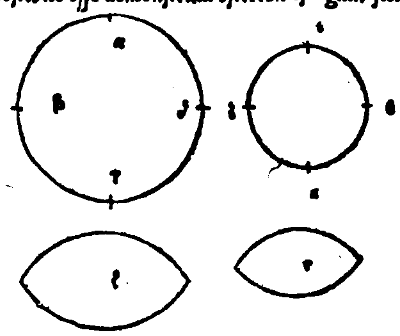
Sint itaque portiones existentes super latera octogonij inscripti pariter acceptæ, minus superficie f. Si enim nondū hoc esset, nō cessarem diuidere arcus (quorū latera ultimæ descriptæ figuræ sunt chordæ) per æqualia, & inscribere figurā æquilaterā duplo plurium laterū primæ, semper subtrahendo ab ipsis circuli portionibus, maius dimidio, quousque per 1 decimi, portiones super latera alicuius talis figuræ circulo inscriptæ existentes pariter acceptæ, erunt minus superficie f. Sint ergo nunc quæ dictæ sunt, eritque ex cōceptione octogonū c d, maius supficie e. In circulo igitur a b, eadē uia inscribatur simile octogonū quod dicatur a b, sitque ex præmissa porportio octogoni a b ad octogonū c d, sicut quadrati diametri a b ad quadratū diametri c d, ideoque per 11 quinti sicut proportio circuli a b ad superficiem e, itaque pmutatim polygonij a b ad circulū a b, sicut polygonij c d ad superficiē e. Cumque sit polygoniū c d maius supficie e, erit polygoniū a b maius circulo a b, hoc autem impossibile. Non est ergo superficies e, minor circulo c d. Sed nec maior. Esto enim si possibile sit. Cum igitur sit proportio quadrati diametri a b ad quadratū diametri c d, sicut circuli a b ad superficiē e, erit econuerso quadrati diametri c d ad quadratū diametri a b, sicut superficiei e ad circulū a b. Et constat ex cōmuni scientia in principio huius demōstrationis posita, quod eadem est circuli c d ad aliquā superficiē quæ sit f, eritque ex 14 quinti superficies f, minor circulo a b. Itaque proportio quadrati diametri c d ad quadratū diametri a b. erit sicut circuli c d ad superficiē f minorē circulo a b. Sed ex hoc demonstrauimus pauloante sequi impossibile, uidelicet, polygoniū inscriptū circulo maius esse circulo. Sicut ergo superficies e non potest esse minor circulo c d, ita nec maior. erit ergo necessario æqualis. Quare per secūdam partem 7 quinti, liquet quod propositum est.

Eucli. ex Zamb. *Theorema 2* *Propositio 2*

2 Circuli sese adinuicem habent, sicut quæ ex dimetientibus quadrata.

THEON *ex Zamb.* *Sint circuli α β γ δ, ε ζ η θ, dimetientes autem eorum sint δ β, ζ θ. Dico quod est sicut quod ex β δ quadratū ad id quod ex ζ θ quadratum, sic est α β γ δ circulus ad ε ζ η θ circulū. Si enim nō est sicut quod ex β δ quadratū ad id quod ex ζ θ quadratū, sic α β γ δ circulus ad ε ζ η θ circulū, erit sicut quod ex β δ ad id quod ex ζ θ, sic α β γ δ circulus uel ad minorem ipso ε ζ η θ circulo aream, uel ad maiorē. Sit prius ad minorē σ. Describaturq; (per 6 quarti) in circulo ε ζ η θ, quadratū ε ζ η θ. Iam descriptū quadratū, maius est quàm dimidium ipsius ε ζ η θ circuli, quoniam si per signa ε, ζ, η, θ, tangentes circulum rectas lineas ducamus, circū circulum descripti quadrati dimidium est ε ζ η θ quadratum, ipso autem circūscripto quadrato minor est circulus, quare ε ζ η θ inscriptū quadratū, maius est quàm dimidiū ipsius ε ζ η θ circuli. Secentur bifariam ipsæ ε ζ, ζ η, η θ, θ ε, circūferentiæ in signis κ, λ, μ, ν, cōnectanturq; ε κ, κ ζ, ζ λ, λ η, η μ, μ θ, θ ν, ν ε. Et unumquodq; igitur ipsorū ε κ ζ, ζ λ η, η μ θ, θ ν ε, triangulorū, maius est quàm dimidiū eius quod circum ipsum est circuli segmenti: quoniam si per κ, λ, μ, ν, signa circulum tangentes ducamus, & cōpleamus quæ in ε ζ, ζ η, η θ, θ ε, rectis lineis parallelogrāma, unumquodq; ipsorū ε κ ζ, ζ λ η, η μ θ, θ ν ε, triangulorū, dimidium est eius quod circum ipsum parallelogrāmi, sed circum ipsum segmentum, minus est parallelogrāmo, quare unumquodq; ipsorum ε κ ζ, ζ λ η, η μ θ, θ ν ε, triangulorū, maius est dimidio eius quod circum seipsum segmēti circuli. Dispescentes iam (per 30 tertij) reliquas circūferentias bifariam, cōnectentesq; rectas lineas, & hoc semper efficientes (per 1 decimi) relinquemus quædam circuli segmenta quæ minora erunt excessu quo excedit circulus ε ζ η θ, aream σ. Ostensum etenim est in primo decimi uoluminis theoremate, quod binis magnitudinibus inæqualibus expositis, si à maiori auferatur maius q; dimidium, & reliquæ maius q; dimidium, hocq; semper fiat, quædam relinquetur magnitudo quæ minore magnitudine exposita, minor erit. Relinquantur igitur, sintq; quæ in ipsis ε κ, κ ζ, ζ λ, λ η, η μ, μ θ, θ ν, ν ε, segmenta ipsius ε ζ η θ circuli, minora excessu quo excedit circulus ε ζ η θ ipsam σ aream. Reliquū igitur ε κ ζ λ η μ θ ν multangulū, maius est ipsa area σ. Inscribatur in circulum α β γ δ, ipsi ε κ ζ λ η μ θ ν multangulo simile multangulū α ξ β ο γ π δ ρ. Est igitur (per præcedentem) sicut quod ex β δ quadratū ad id quod ex ζ θ quadratū, sic est multangulū α ξ β ο γ π δ ρ ad ε κ ζ λ η μ θ ν multangulū. Sed sicut quod ex β δ quadratū ad id quod ex ζ θ quadratū, sic circulus α β γ δ ad aream σ: & sicut igitur (per 11 quinti) α β γ δ circulus ad σ aream, sic multangulum α ξ β ο γ π δ ρ ad ipsum ε κ ζ λ η μ θ ν multangulū. Vicissim igitur (per 16 quinti) sicut circulus α β γ δ ad id quod in ipso multangulū, sic σ area ad multangulū ε κ ζ λ η μ θ ν. Maior autem est α β γ δ circulus, eo quod in se est multangulo: maior igitur est & area σ, ipso ε κ ζ λ η μ θ ν multangulo, sed & minor, quod est impossibile. Non est igitur sicut quod ex β δ quadratū ad id quod ex ζ θ quadratū, sic circulus α β γ δ ad aliquā aream ipso ε ζ η θ circulo minorem. Similiter iam demonstrabimus, quod neq; sicut quod ex ζ θ ad id quod ex β δ, sic circulus ε ζ η θ ad aliquā aream minorem ipso α β γ δ circulo. Dico nempe quod neq; sicut quod ex β δ ad id quod ex ζ θ, sic circulus α β γ δ ad aliquam aream maiorem ipso ε ζ η θ circulo. Si enim possibile, sit ad maiorem σ. Conuersim igitur est sicut quod ex ζ θ quadratū ad id quod ex β δ, sic est σ area ad α β γ δ circulum. Sed sicut σ area ad α β γ δ circulū, sic est circulus ε ζ η θ ad aliquam aream minorem ipso α β γ δ circulo, & sicut igitur (per 11 quinti) quod ex ζ θ ad id quod ex β δ, sic ε ζ η θ circulus ad aliquā aream minorem ipso α β γ δ circulo, quod impossibile esse demonstratū est. Non est igitur sicut quod ex β δ quadratū ad id quod ex ζ θ, sic circulus α β γ δ ad maiorem aliquam aream ipso ε ζ η θ circulo. Ostensum autem est, quod neq; ad minorem. Est igitur sicut quod ex β δ quadratū ad id quod ex ζ θ quadratū, sic circulus α β γ δ ad circulū ε ζ η θ. Circuli ergo adinuicem sese habent, sicut quæ ex dimetientibus quadrata. Quod erat ostendendum. Dico iam quod σ area maiore subsistente ipso ε ζ η circulo, est sicut area σ ad α β γ δ circulū, sic ε ζ η θ circulus ad aliquam aream minorē ipso α β γ δ circulo. Fiat enim sicut σ area ad α β γ δ circulū, sic ε ζ η θ circulus ad aream τ. Dico quod area τ. minor est ipso α β γ δ circulo. Quoniam enim est sicut σ area ad α β γ δ circulū, sic est ε ζ η θ circulus ad aream τ, uicissim (per 16 quinti) est sicut*

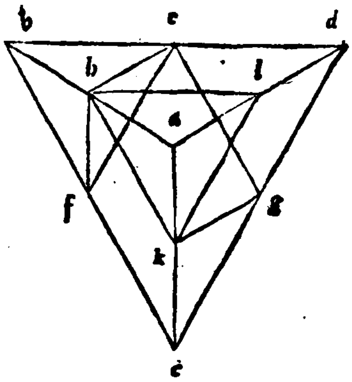




est sicut σ area ad ε ζ η θ circulum, sic est α β γ δ circulus ad τ aream. Maior autem est σ area ipso ε ζ η θ circulo, maior igitur est & α β γ δ circulus, ipsa area τ, quare est sicut σ area ad α β γ δ circulum, sic est ε ζ η θ circulus ad minorem aliquam aream ipso α β γ δ circulo, quod oportuit demonstrasse.

Eucli. ex Camp. Propositio 3

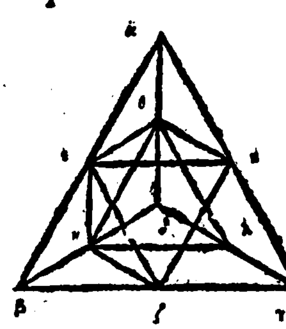
3 Omnis pyramis cuius basis triangula, scindi potest in duas æquas pyramides sibi inuicem totiq; pyramidi similes, unaq; in duo seratilia quæ ambo pariter accepta dimidio totius pyramidis necesse est esse maiora.



CAMPANVS. Sit pyramis a b c d super basin triangulam b c d, eiusq; uertex solidus angulus a, à quo demittatur tres hypothenusæ a b, a c, a d, ad tres angulos basis, & diuidãtur omnia latera basis per æqualia in tribus punctis e, f, g, tres quoq; hypothenusæ per æqualia in tribus punctis h, K, l, & protrahatur in basi duæ lineæ e f & e g. Eritq; basis eius diuisa in tres superficies, quarum duæ sunt duo trianguli b e f, e g d, quos ex secunda parte 2 sexti, & diffinitiõe similium superficierũ constat esse similes sibi inuicem & toti basi, & æquales adinuicẽ ex 8 primi, tertia est tetragona parallelogramma & ipsa est e f g c, quam constat esse duplam ad triãgulum e g d ex 40 & 41 primi. Demittatur ergo rursus à puncto h duæ hypothenusæ h e, h f, & à puncto k l hypothenusa K g, & protrahatur lineæ h K, K l & l h. Diuisa est itaq; tota pyramis a b c d in duas pyramides quæ sint h b e f & a h K l, & duo seratilia quorũ unum est e h f g k c & est super basin quadrangulã c f g e, & aliud est e g d h K l & est super basin triangulam e g d. De duabus autem pyramidibus h b e f, a h K l, quod ipsæ sunt æquales adinuicem, sibiq; & toti pyramidi a b c d similes, constat ex diffinitione corporum æqualium & similium & ex 10 undecimi & ex secunda parte 2 sexti. De duobus autem seratilibus quod ipsa sint æqualia, constat ex ultima undecimi. Quod uero ambo seratilia pariter accepta sint maius medietate totius pyramidis, ex hoc manifestum est q utrunq; illorũ diuisibile est in duas pyramides quarũ altera triangula æqualis uni duarum, in quas & seratilia totalis pyramis diuiditur: altera uero quadrangula, quæ dupla est ad reliquã, quare patet ambo seratilia pariter accepta tres quartas esse totalis pyramidis diuisæ. Ac proportionẽ si scire desideras, sextam huius duodecimi consule. Sed sufficit tibi scire (quantũ ad propositũ) illa duo seratilia pariter accepta duas partiales pyramides in quas & seratilia totalis diuiditur pariter acceptas, quantalibet quantitate excedere.

Eucli. ex Zamb. Theorema 3 Propositio 3

3 Omnis pyramis triangularẽ basin habẽs, diuiditur in binas pyramides æquas & similes inuicem, triãgulares bases habẽtes, & similes toti, & in bina prismata æqualia, & ipsa bina prismata maiora sunt quàm dimidium totius pyramidis.



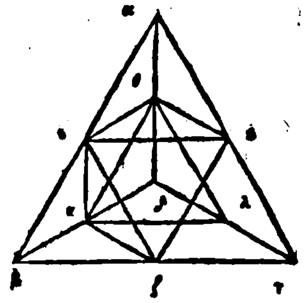
THEON ex Zamb. *Sit pyramis cuius basis quidem sit triangulũ α β γ, fastigium uero sit signum δ. Dico quod pyramis α β γ δ diuiditur in pyramides binas æquas adinuicem triangulares bases habẽtes & toti similes, & in bina prismata æqualia, & bina prismata maiora sunt quàm totius pyramidis dimidiũ. Secentur (per 10 primi) α β, β γ, γ α, α δ, δ β, δ γ, bifariam in signis ε, ζ, η, θ, κ, λ, cõnectanturq; ε θ, ε η, η θ, θ κ, κ λ, λ θ, ε κ, κ ζ, ζ η. Et quoniã α ε est æqualis ipsi ε β, & α θ ipsi θ δ, parallelus igitur est ε θ ipsi δ β. Idq; propterea etiam θ κ, ipsi α β parallelus est, parallelogrammũ igitur est θ ε κ β, æqualis igitur est ipsa θ κ ipsi ε β. Sed ε β ipsi α ε est æqualis, & α ε igitur ipsi θ κ est æqualis. Est autẽ & α θ ipsi θ δ æqualis. Duæ iam α ε, α θ, duabus κ θ, θ δ, sunt æquales altera alteri, & angulus qui sub ε α θ (per 28 primi) ei qui sub κ θ δ, est æqualis: basis igitur ε θ (per 4 primi) basi κ δ est æqualis. Igitur triangulũ α ε θ, æquum & simile est ipsi θ κ δ triangulo. Et id propterea etiam triangulũ α θ η, ipsi θ λ δ triangulo æquũ & simile est. Et quoniã binæ rectæ tangentes se adinuicem ε θ, θ η, *ad binas rectas lineas sese inuicem tangentes κ δ, δ λ, sunt, non tamen in eodem plano existentes, æquos angulos cõprehendunt: æqualis igitur est (per 10 undecimi) angulus qui sub ε θ η, ei qui sub κ δ λ, angulo. Et quoniã binæ* paralelli

K 4 rectæ

rectæ lineæ ε θ, θ η, duabus, κ δ, δ λ, sunt æquales altera alteri. & angulus qui sub ε θ η (per 10 undecimi) angulo qui sub κ δ λ, est æqualis, basis igitur ε η (per 4 primi) basi κ λ est æqualis. Triangulũ igitur ε θ η, æquum est ei triangulo quod sub κ δ λ & simile, & id propterea triangulũ α ε η, ipsi θ κ λ triangulo æquum & simile est. Pyramis igitur cuius basis α ε η triangulũ, fastigium autem θ signum, æqualis & similis est pyramidi cuius basis quidem est θ κ λ triangulũ

παρὰ, id est æquidistãter & uertex δ signum. Et quoniam triãguli α δ β (per 2 sexti)* ad unum latus α β, excitata est θ κ, æquiangulũ est α δ β triangulũ ipsi δ κ θ triangulo, & latera habent proportionalia. Igitur triangulũ α δ β, simile est ipsi triangulo δ θ κ. Idq; propterea & triangulũ quidẽ δ β γ simile est ipsi triãgulo δ κ λ, & α δ γ triangulũ ipsi δ θ λ triangulo. Et quoniã (per 10

παρὰ δύο undecimi) binæ rectæ lineæ sese inuicẽ tangẽtes β α, α γ,* ad binas rectas lineas sese inuicem tangentes κ θ, θ λ, sunt, non tamen in eodem plano, æquos cõprebendunt angulos. Angulus igitur q sub β α γ, æquus est ipsi angulo q sub κ θ λ. Estq; sicut β α ad α γ, sic κ θ ad θ λ. Triangulũ igitur α β γ, ipsi θ κ λ triãgulo simile est. Et pyramis igitur cuius basis quidem est triangulũ α β γ, uertex autem δ signũ, similis est pyramidi cuius basis quidem est θ κ λ triangulũ, uertex autẽ δ signũ. Sed pyramis cuius basis est triangulũ θ κ λ, uertex autem δ signum, ostensa est similis pyramidi cuius basis quidem est α ε η triangulum uertex uero θ signum.

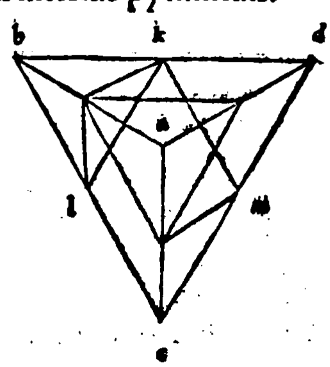


Quare & pyramis cuius quidem basis est triangulũ α β γ, uertex uero δ signum, similis est pyramidi cuius basis quidem est α ε η triangulũ, & uertex θ signum: utraq; igitur ipsarũ α ε η θ, θ κ λ δ, pyramidũ, similis est toti α β γ δ pyramidi. Et quoniam β ζ æqualis est ipsi ζ γ, parallelogrammũ ε β ζ η, ipsius η ζ γ trianguli duplum est (per 41 primi.) Et quoniam si fuerint bina prismata æque alta, & alterũ quidem habuerit basin parallelogrammũ, alterũ autem triangulũ, duplum autem fuerit parallelogrammũ ipsius trianguli, ipsa prismata sunt æqualia (per 40 undecimi) prisma igitur comprehensum sub binis triangulis β κ ζ, ε θ η, tribusq; parallelogrãmis ε β ζ η, ε β κ θ, κ θ ζ η, prismati comprehenso sub binis triangulis η ζ γ, θ κ λ, tribusq; parallelogrãmis κ ζ γ λ, λ γ η θ, θ κ ζ η, est æquale. Manifestum autẽ quod utrunq; ipsorũ prismatũ cuius basis ε β ζ η parallelogrammũ, ex opposito autem θ κ recta linea, & cuius basis η ζ γ triangulũ, ex opposito autem κ λ θ triangulũ, maius est utraq; ipsarũ pyramidum quarũ bases quidem sunt triangula α ε η & θ κ λ, uertices autem θ, δ, signa. Quoniam si conectamus ε ζ, ε κ, rectas lineas, prisma cuius basis ε β ζ η parallelogrammũ, ex opposito autem κ θ recta linea, maius est pyramide cuius basis ε β ζ triangulũ, & uertex κ signũ. Sed pyramis cuius basis ε β ζ triangulũ, uertex autem est κ signũ, æqua est pyramidi cuius basis est α ε η triangulũ, & uertex est θ signũ: sub æquis enim & similibus planis cõprehenduntur. Quare & prisma cuius basis quidem ε β ζ η parallelogrammũ, ex opposito autem θ κ recta linea, maius est pyramide cuius basis α ε η triangulũ, uertex autem θ signum. Prisma uero cuius basis ε β ζ η parallelogrammũ, ex opposito autem θ κ recta linea, æquũ est prismati cuius basis η ζ γ triangulũ, ex opposito autem triangulũ θ κ λ. Pyramis autẽ cuius basis quidem α ε η triangulũ, uertex autem signũ θ, æqua est pyramidi cuius basis θ κ λ triangulũ, uertex autem est δ signũ. Prædicta igitur bina prismata, maiora sunt prædictis duabus pyramidibus quarũ bases sunt ipsa α ε η, θ κ λ, triangula, uertices autem sunt θ, δ, signa. Tota igitur pyramis cuius basis est triangulũ α β γ, uertex autẽ signũ δ, diuiditur in binas pyramides sibi inuicẽ æquas & similes toti, & in bina prismata æqualia, & bina prismata maiora sunt quàm totius pyramidis dimidium. Quod erat ostendendum.

Eucli. ex Camp. Propositio 4

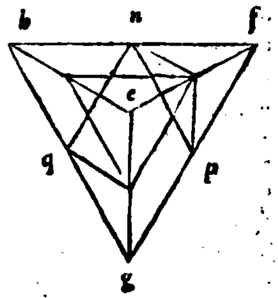
4 SI duæ pyramides æque altæ quarum bases triangulæ singulæ in binas pyramides æquales sibi inuicem ac toti similes, binaq; seratilia æqualia diuidantur, erit proportio basis unius ad basin alterius tanq; proportio duorũ seratiliũ suorũ ad duo seratilia alterius. Eritq; palàm, omnia seratilia quæ fuerint in utralibet illarum pyramidum pariter accepta ad cuncta seratilia quæ in altera pyramide fuerint, eandem habere proportionẽ quam basis eius pyramidis ad basin alterius pyramidis.

CAMPANVS. Sint duæ pyramides quarũ bases triangulæ, æque altæ: hæc quidẽ a b c d, cuius conus punctus a, basis triãgulus b c d, hypothenusæ a b, a c, a d, illa uero e f g h, cuius conus punctus e, basis triãgulus f g h, hypothenusæ e f, e g, e h: hæ autẽ duæ pyramides diuidantur, sicut in præmissa. Sintq; bases earũ diuisæ. Hæc quidẽ, protractis lineis latera basis ipsius per æqualia diuidentibus, quæ sint k l & k m: illa uero protractis lineis quæ sint n p, n q. Dico ergo q proportio basis b c d ad basin f g h, est sicut duorũ seratiliũ pyramidis a pariter acceptorũ ad duo seratilia pyramidis e pariter acceptorũ. Manifestũ est autẽ ex 11 sexti parte secunda, q pro



portio

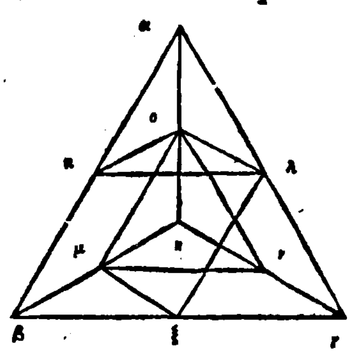
portio trianguli b c d ad triangulū k m d, est sicut lineæ b d ad lineam k d duplicata, per eandem quoq́ est proportio trianguli f g h ad triangulū n q h, sicut lineæ f h ad lineam n h duplicata. Cumq́ sit linea b d ad lineam k d, sicut linea f h ad lineam n h (utrobiq́ enim est dupla proportio) erit triangulus b c d ad triangulū k m d, sicut triãgulus f g h ad triangulū n q h, & permutatim triangulus b c d ad triangulū f g h, sicut triangulus k m d ad triangulum n q h. Triangulus autem k m d ad triangulum n q h, est sicut seratile existens super ipsum ad seratile existens super illum per 33 undecimi. Huius quoq́ seratilis ad illud, est sicut amborū seratiliū pyramidis a pariter acceptorū ad ambo seratilia pyramidis e pariter accepta ex 15 quinti: necesse est enim ut sit duplum ad duplum, quemadmodū simplum ad simplum. Itaq́ conclude ex 11 quinti, quod propositū est. Dormitas autē si dubitas seratilia unius harum pyramidū, æque alta esse seratilibus pyramidis alterius. Cū enim sint pyramides æque altæ, sit quoq́ utraq́ earū diuisa in duas pyramides æquales sibi totiq́ similes & in duo seratilia æqualia, & sint duæ partiales pyramides æque altæ, eo q́ similes & æquales (q̃d facile patebit demissis à uerticibus partialiū pyramidū perpēdicularibus ad bases ipsarū, de quibus perpēdicularibus ex 37 undecimi constat esse æquales) cumq́ altitudines harū partialiū pyramidū pariter acceptæ cōponunt altitudinē totalis pyramidis diuisæ, sintq́ ambo seratilia æque alta uni partialiū pyramidū ei, uidelicet, quæ super partialē triangulū basis totalis pyramidis cōponitur, non est fas ambigere seratilia unius earū pyramidū esse æque alta seratilibus alterius earū. Correlariū uero ex eo manifestū est, q́ similiter bases partialiū pyramidū sic se habeant adinuicē, sicut bina seratilia unius ad bina seratilia alterius. Et quia bases partialiū sic se habent adinuicē, sicut bases totaliū ex secūda parte 18 sexti, & permutata proportione, constat ex 11 quinti uerum esse quod correlariū proponit.



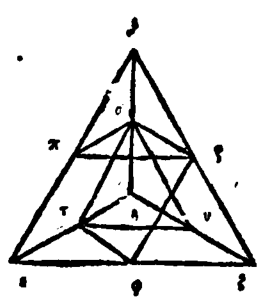
Eucli. ex Zamb. Theorema 4 Propositio 4

4 Si fuerint binæ pyramides sub eadem altitudine, triangulares bases habentes, diuisa uero fuerit utraq́ ipsarū in binas pyramides adinuicē æquales & similes toti & in bina prismata æqualia, & in utraq́ factarum pyramidum is modus semper seruetur, erit sicut unius pyramidis basis ad alterius pyramidis basin, sic quæ in una pyramide prismata omnia ad ea quæ in altera pyramide prismata * æque multiplicia.

ἰσοπλάσια, id est pari multitudine sumpta

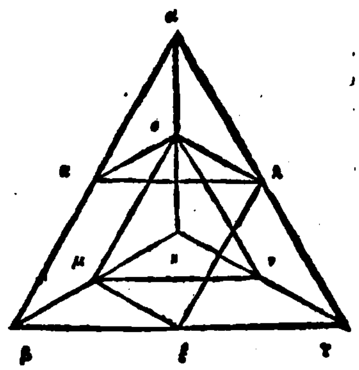


Sint binæ pyramides sub eadem altitudine, triãgulares bases habentes, hoc est α β γ, δ ε ζ, & fastigia κ, θ, signa. Diuidaturq́ ipsarū utraq́, in binas pyramides inuicē æquas & toti similes, & in bina prismata æqualia. Ipsarumq́ factarum pyramidum utraq́, itidem intelligatur diuisa, & hoc semper fiat. Dico quod est sicut α β γ basis ad δ ε ζ basin, sic sunt omnia prismata quæ in ipsa α β γ κ pyramide, ad ea quæ in δ ε ζ θ pyramide prismata æque multiplicia. Quoniam enim β ξ ipsi ξ γ, & α λ ipsi λ γ est æqualis, parallelus igitur est ξ λ ipsi α β, & α β γ triangulum ipsi λ ξ γ triangulo simile est, & id propterea iam triãgulum δ ε ζ, simile est ipsi ρ φ ζ triangulo. Et quoniam β γ ipsius γ ξ dupla est, & ε ζ ipsius ζ φ, est igitur sicut β γ ad γ ξ, sic est ε ζ ad ζ φ. Descriptæq́ sunt ab ipsis quidem β γ, γ ξ, similes similiterq́ positæ rectilineæ figuræ α β γ, λ ξ γ, ab ipsis autem ε ζ, ζ φ, similes similiterq́ positæ rectilineæ figuræ δ ε ζ, ρ φ ζ. Si autem quatuor rectæ lineæ proportionales fuerint, & quæ ab ipsis rectilineæ figuræ similes similiterq́ positæ, proportionales erunt. Est igitur sicut α β γ triangulū ad λ ξ γ triangulū, sic est δ ε ζ triangulum ad ρ φ ζ triangulū, uicißim igitur (per 16 quinti) est sicut α β γ triangulum ad δ ε ζ triangulum, sic est λ ξ γ triangulum ad ρ φ ζ triangulum. Sed sicut λ ξ γ triangulum ad ρ φ ζ triangulum, sic prisma cuius basis quidem est λ ξ γ triangulū, ex opposito autem ο μ ν, ad prisma cuius basis est quidem ρ φ ζ triangulum, ex opposito autem ς τ υ, & sicut igitur (per 11 quinti) α β γ triangulum ad δ ε ζ triangulum, sic est prisma cuius basis quidem est λ ξ γ triangulū, ex opposito uero ο μ ν, ad prisma cuius basis est ρ φ ζ triangulum, ex opposito autem σ τ υ. Et quoniam bina



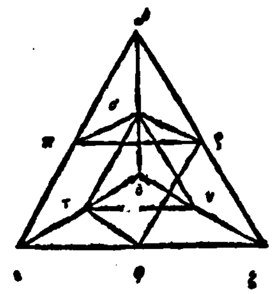
prismata

prismata existentia in ipsa α β γ η pyramide inuicem sunt æqualia, & quia bina prismata existentia in ipsa δ ε ζ θ pyramide inuicem sunt æqualia, est igitur sicut prisma cuius basis est β κ λ ξ parallelogrammũ, ex opposito uero μ ο recta linea, ad prisma cuius basis est λ ξ γ triangulum ex opposito autem ο μ ν sic prisma cuius basis π ε ρ φ, ex opposito uero σ τ, ad prisma cuius basis ρ φ ζ, ex opposito autem σ τ υ. Componendo igitur (per 18 quinti) est sicut κ β ξ λ μ ο, λ ξ γ μ ν ο prismata, ad λ ξ γ μ ν ο prisma, sic π ε φ ρ σ τ, ρ φ ζ σ τ υ, prismata ad ρ φ ζ σ τ υ prisma: uicissim igitur (per 16 quinti) est sicut κ β ξ λ ο μ, λ ξ γ ο μ ν, ad ipsa π ε φ ρ σ τ, ρ φ ζ σ τ υ prismata, sic prisma λ ξ γ μ ν ο ad ρ φ ζ σ τ υ prisma. Sicut autẽ λ ξ γ μ ν ο prisma ad ρ φ ζ σ τ υ prisma, sic ostensum est esse basin λ ξ γ ad ipsam ρ φ ζ, & basin α β γ ad basin δ ε ζ, & sicut igitur (per 11 quinti) triangulũ α β γ ad triangulũ δ ε ζ, sic bina prismata quæ sunt in α β γ η pyramide ad ea bina prismata quæ sunt in δ ε ζ θ pyramide.



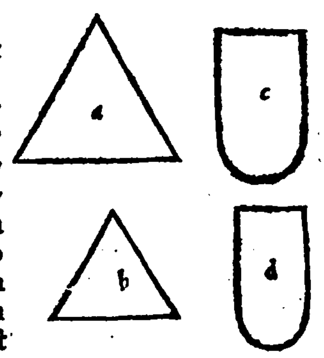
διέλωμεν diuiserimus

*Similiter uero si & reliquas pyramides eodem modo * trahemus, uidelicet ο μ ν η, σ τ υ θ, erit sicut basis ο μ ν ad σ τ υ basin, sic bina prismata existentia in ipsa ο μ ν η pyramide ad bina prismata existentia in σ τ υ θ pyramide. Sed sicut ο μ ν basis ad σ τ υ basin, sic α β γ basis ad δ ε ζ basin, & sicut igitur (per 11 quinti) α β γ basis ad δ ε ζ basin, sic & bina prismata existentia in ipsa α β γ η pyramide ad bina prismata existẽtia in δ ε ζ θ pyramide, & bina prismata existẽtia in ο μ ν η pyramide ad bina prismata existentia in ipsa σ τ υ θ pyramide, & quatuor ad quatuor. Et eadem quoque ostendentur in prismatibus factis ex ipsarũ α κ λ ο & δ π ρ σ pyramidum diuisione, & omnium simpliciter æque multiplicium. Quod autem sit sicut λ ξ γ triangulum ad ρ φ ζ triangulum, sic prisma cuius basis λ ξ γ triangulum, ex opposito autem ο μ ν, ad prisma cuius basis quidem est ρ φ ζ triangulum, ex opposito σ τ υ, sic ostendendum est. In eadem enim descriptione intelligantur ab ipsis η, θ. perpendiculares in ipsa α β γ, δ ε ζ, triangula plana, æquales autem ipsæ erunt, quoniam æque sublimes ipsæ supponuntur pyramides. Et quoniam binæ rectæ lineæ η γ & quæ ex η perpendicularis, à parallelis planis, hoc est α β γ, ο μ ν, secantur in eisdem rationibus secabuntur (per 17 undecimi) & η γ bifariam secatur à plano ο μ ν, in signo ν, & perpendicularis igitur quæ ex η, in triangulum α β γ*



planum bifariam secatur à plano ο μ ν, & id propterea & perpendicularis quæ ex θ in δ ε ζ planum, bifariam secabitur ab ipso σ τ υ plano. Et ipsæ quæ ex η, θ, perpendiculares in ipsa α β γ, δ ε ζ, plana, sunt æquales. Igitur & quæ ex ο μ ν, σ τ υ, triangulis in ipsa α β γ, δ ε ζ, plana perpendiculares, sunt æquales. Prismata igitur quorum bases sunt λ ξ γ & ρ φ ζ triangula, ex opposito autem ο μ ν, σ τ υ, æque sunt alta. Quare & solida parallelepipeda quæ à prædictis prismatibus describuntur æque alta, adinuicem sunt sicut bases, & dimidia igitur erunt sicut λ ξ γ basis ad ρ φ ζ basin, sic prædicta prismata adinuicem. Si binæ igitur pyramides sub eadem fuerint altitudine, & quæ sequũtur reliqua. Quod erat ostendendum. Eucli. ex Camp. Propositio 5

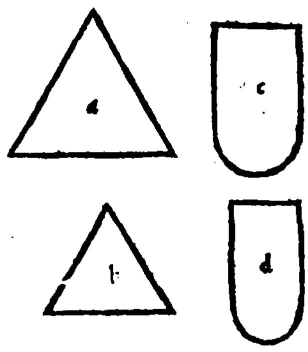
5 Omnes duæ pyramides æque altæ quarũ bases triangulæ, suis basibus sunt proportionales.



CAMPANVS. Quod 33 undecimi proposuit de solidis parallelogrãmis & in fine 36 undecimi uerum esse demõstrauimus de seratilibus, hæc 5 duodecimi proponit de pyramidibus triangulis. Intelligantur enim duæ pyramides æque altæ, quarũ bases sunt duo trigoni a & b, dico quod proportio pyramidis a ad pyramidem b, est sicut basis a ad basin b, quod eodem demonstrationis uel argumẽtationis genere demõstrandum est, quo secundam huius demõstrauimus. Sit enim ut basis a ad basin b, ita pyramis a ad corpus c, de quo dico, quod ipsum nõ erit minus neque maius pyramide b. Nam si possibile est ut sit minus, esto minus in solido d, ut pyramis b sit æqualis duobus corporibus c & d pariter acceptis. Diuisa itaque pyramide b ut proponit 3 huius, detrahantur ab ea duo seratilia quæ ex præmissa sunt maius medietate pyramidis ipsius, itemque ex utraque duarũ partialium residuarũ pyramidum, duo earum prædicto modo diuisarũ seratilia demantur, & fiat hoc toties, quousque ex pyramide b cogatur aduersarius per 1 decimi confiteri relinqui minus solido d, eruntque ex cõmuni scientia, seratilia detracta, maius c. Fiat igitur à pyramide a, similis seratilium detractio, & in

telligamus

telligamus tot feratilia detracta esse ex pyramide a, quot detraximus ex pyramide b, eritq; ex correlario præmissæ sicut basis a ad basin b, ita feratilia detracta à pyramide a ad feratilia detracta à pyramide b, sed sic erat pyramis a ad corpus c, itaq; feratilia pyramidis a ad feratilia pyramidis b, sicut pyramis a ad corpus c, & permutatim feratilia pyramidis a ad pyramidẽ a, sicut feratilia pyramidis b ad corpus c. Cumq; sint feratilia pyramidis b, maius corpore c, erũt feratilia pyramidis a, maius pyramide a. Et quia hoc est impossibile, non erit corpus c, minus pyramide b. Sed nec maius. Hoc enim posito, cum sit proportio basis a ad basin b, sicut pyramidis a ad corpus c, erit econuerso basis b ad basin a, sicut corporis c ad pyramidẽ a, eritq; eadem ex cõmuni scientia, pyramidis b ad aliq̃d corpus quod sit d, sequeturq; ex 14 quinti, quod corpus d sit minus pyramide a, eo q̃d pyramis b ponitur minor corpore c. Erit igitur basis b ad basin a, sicut pyramis b ad corpus minus pyramide a. Ex hoc autem demonstratum est sequi impossibile, uidelicet feratilia detracta ab aliqua pyramide, maius esse ea pyramide à qua detrahuntur. Ideoq; relinquitur corpus c esse æquale pyramidi b, cum nec minus ea possit esse nec maius, & proportionem pyramidis a ad pyramidem b esse sicut basis a ad basin b. Hoc autem erat demonstrandum.

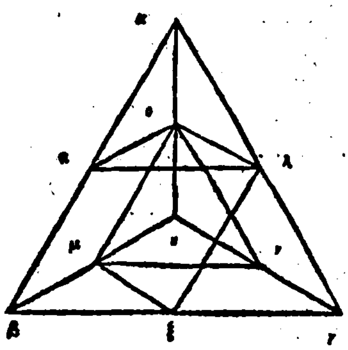


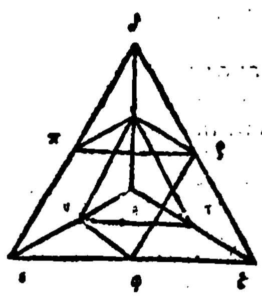
Eucli. ex Zamb. Theorema 5 Propositio 5

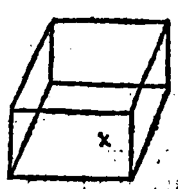
5 Sub eodem fastigio pyramides subsistentes, triãgularesq; bases habentes, adinuicem sese habent sicut bases.

*THEON ex Zamb. Sint sub eadem altitudine pyramides, quarũ bases quidem sint α β γ, δ ε ζ, triãgula, fastigia uero κ, θ, signa. Dico quod est sicut α β γ basis ad δ ε ζ basin, sic est α β γ κ pyramis ad δ ε ζ θ pyramida. Si autem non est sicut α β γ basis ad δ ε ζ basin, sic α β γ κ pyramis ad δ ε ζ θ pyramida, erit sicut α β γ basis ad δ ε ζ basin, sic α β γ κ pyramis uel ad solidum aliquod minus ipsa δ ε ζ θ pyramide, uel ad maius. Sitq; prius ad minus aliquod, sitq; χ. Diuidaturq; (per 3 duodecimi) ipsa δ ε ζ θ pyramis, in binas pyramides æquas & toti similes, & in bina prismata æqualia: iam bina prismata, maiora sunt quàm totius pyramidis dimidium, & rursus (per eandem) quæ fiunt ex diuisione pyramides, similiter diuidantur, & hoc semper fiat, quo ad amplius non supersint aliquæ pyramides ex ipsa δ ε ζ θ pyramide, quin sint minores excessu quo excedit δ ε ζ θ pyramis ipsum χ solidum. Accipiantur, sintq; * rationis causa, ipsæ δ π ρ σ & σ τ υ θ, reliqua igitur prismata existentia in ipsa δ ε ζ θ pyramide, maiora sunt ipso χ solido. Diuidaturq; (per præcedentem) ipsa α β γ κ pyramis, similiter & æque multipliciter ipsi δ ε ζ θ pyramidi. Est igitur sicut α β γ basis ad δ ε ζ basin, sic (per præcedentẽ) quæ in α β γ κ pyramide prismata ad ea quæ in δ ε ζ θ pyramide prismata. Sed & sicut α β γ basis ad δ ε ζ basin, sic α β γ κ pyramis ad χ solidũ. Et sicut igitur (per 11 quinti) α β γ κ pyramis ad χ solidum, sic prismata quæ in α β γ κ pyramide ad ea prismata quæ in δ ε ζ θ pyramide: uicissim igitur (per 16 quinti) sicut α β γ κ pyramis ad ea quæ in psa prismata, sic est χ solidum ad ea quæ in δ ε ζ θ pyramide prismata. Maior autem est pyramis α β γ κ, eis quæ in seipsa prismatibus. Igitur & solidũ χ, maius est eis quæ in pyramide δ ε ζ θ sunt prismatibus, sed & minus. Quod est impossibile. Igitur non est sicut α β γ basis ad δ ε ζ basin, sic α β γ κ pyramis ad aliquod ipsa δ ε ζ θ pyramide solidum minus. Similiter iam ostendetur, quod neq; sicut basis δ ε ζ ad basin α β γ, sic δ ε ζ θ pyramis ad minus aliquod solidũ ipsa α β γ κ pyramide. Dico iam, quod neq; est sicut α β γ basis ad δ ε ζ basin, sic α β γ κ pyramis ad maius aliquod solidum ipsa δ ε ζ θ pyramide. Si enim possibile, esto ad maius χ solidum. Conuersim igitur est sicut δ ε ζ basis ad α β γ basin, sic χ solidum ad α β γ κ pyramidẽ. Sed sicut χ solidũ ad α β γ κ pyramidem, sic δ ε ζ θ pyramis ad minus aliquod ipsa α β γ κ pyramide, sicut ante ostensum est. Et sicut igitur (per 11 quinti) basis δ ε ζ ad basin α β γ, sic δ ε ζ θ pyramis ad minus aliquod ipsa α β γ κ pyramide, quod absurdum esse patuit. Non est igitur sicut α β γ basis ad δ ε ζ basin, sic α β γ κ pyramis ad maius aliquod solidum ipsa pyramide δ ε ζ θ. Patuit autem quod neq; ad minus. Est igitur sicut α β γ basis ad δ ε ζ basin, sic α β γ κ pyramis ad δ ε ζ θ pyramidẽ. Sub eodem igitur fastigio, & quæ sequuntur reliqua. Quod ostendere oportuit.*

Λόγου ἕνεκα *uerbi causa*



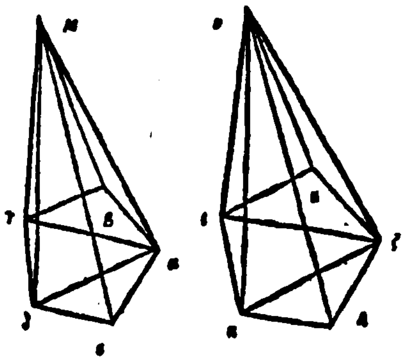




Eucli. ex

Eucli. ex Zamb. Theorema 6 Propositio 6

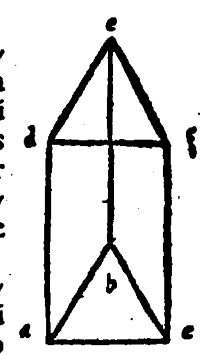
6 **Sub eadem altitudine pyramides existentes, multangulasq; bases habentes, adinuicem sese habent sicut bases.**



THEON ex Zamb. *Sint sub eadem altitudine pyramides, multangulas bases habentes, hoc est α β γ, δ ε, ζ η θ κ λ, fastigia uero μ, ν, signa. Dico quod est sicut α β γ δ ε basis ad ζ η θ κ λ basin, sic est α β γ δ ε μ, pyramis ad ζ η θ κ ν pyramida. Diuidatur enim ipsa α β γ δ ε basis in triangula α β γ, α γ δ, α δ ε & ζ η θ κ λ in ζ η θ, ζ θ κ, ζ κ λ triangula. Intelliganturq; ab unoquoq; triangulo, pyramides aequae altae eis quae in principio pyramidibus. Et quoniã est sicut α β γ triangulum ad α γ δ triangulũ, sic est α β γ μ pyramis ad α γ δ μ pyramida, & componendo (per 18 quinti) sicut α β γ δ trapezium ad α γ δ triangulum, sic α β γ δ μ pyramis ad α γ δ μ pyramida, sed & sicut α γ δ triangulum ad α δ ε triangulum sic α γ δ μ pyramis ad α δ ε μ pyramida, ex aequali igitur (per 22 quinti) est sicut α β γ δ basis ad α δ ε basin, sic α β γ δ μ pyramis ad ipsam α δ ε μ pyramida: & cõponendo rursus (per 18 quinti) sicut α β γ δ ε basis ad ipsam α δ ε, sic α β γ ε μ pyramis ad α δ ε μ pyramida. Idq; propterea etiam sicut ζ η θ κ λ basis ad ζ κ λ basin, sic & ζ η θ κ λ ν pyramis ad ζ κ λ ν pyramida. Et quoniã binae pyramides sunt α δ ε μ, ζ κ λ ν, triangulas habẽtes bases ac sub eadem altitudine, est igitur (per 5 duodecimi) sicut α δ ε basis ad ζ κ λ basin, sic α δ ε μ pyramis ad ipsam ζ κ λ ν pyramida. Quoniam igitur sicut α β γ δ ε basis ad α δ ε basin, sic α β γ δ ε μ pyramis ad α δ ε μ pyramida, sicut autẽ α δ ε basis ad ζ κ λ basin, sic α δ ε μ pyramis ad ζ κ λ ν pyramida, ex aequali igitur (per 22 quinti) & sicut α β γ δ ε basis ad ζ κ λ basin, sic α β γ δ ε μ pyramis ad ζ κ λ ν pyramida. Sed & sicut ζ κ λ basis ad ζ η θ κ λ basin, sic erat & ζ κ λ ν pyramis ad ζ η θ κ λ ν pyramida: & ex aequali rursus (per 22 quinti) est sicut α β γ δ ε basis ad ζ η θ κ λ basin, sic α β γ δ μ pyramis ad ζ η θ κ λ pyramida. Sub eadem altitudine igitur, & quae sequuntur reliqua. Quod erat ostendendum.*

Eucli. ex Camp. Propositio 6

6 **Omne corpus seratile, in tres pyramides aequales basesq; triangulas habentes est diuisibile.**



CAMPANVS. Sit seratile a b c d e f, ipsum dico esse diuisibile in tres pyramides triangulas aequales, protrahatur enim in unaquaq; suarũ trium superficierũ parallelogrammarũ linea diagonalis, ita quod una earum diagonalium sit cõterminalis reliquis duabus. Vt si protrahas lineas b d, b f, & f a, quas propter confusionem protrahere contempsi, eritq; totum seratile in tres triangulas pyramides diuisum, quas ex praemissa bis assumpta facile constat esse aequales.

CAMPANI additiones. Quoniam autem Euclides nihil demonstrandum proponit de pyramidibus lateratis, exceptis solis quarũ sunt bases triangulae, ut omnium cognitionem ex elementis quae ponit sufficienter elicere possimus, quaedam arbitramur non inutile demonstrationibus hic positis adiungere. Solis enim elementis contentus Euclides, multa praetermisit, quae quamuis ex eis consequantur, non tamen sine difficultate patent studentibus. Horum primum est hoc.

1 **Si duo solida (quorum alterum seratile, alterũ uero pyramis cuius basis triãgula) super eandem basin aut super aequales trigonas, aut seratile super quadrangulam, pyramis uero super trigonam quae quadrangulae basis seratilis sit dimidium, constituta fuerint aeque alta, seratile pyramidi triplum esse conueniet.**

Si seratile propositũ fuerit super basin trigonam, tunc ex pyramide proposita super propriã basin perficiatur seratile pyramidi propositae aeque altum. Si uero seratile fuerit super basin quadrangulã, tunc basi pyramidis adijciatur triangulus, ex quo & basi pyramidis perficiatur superficies aequidistantiũ laterum, super quam ex ipsa pyramide cõpleatur seratile pyramidi aeque altum. Quia igitur istud seratile seratili priori est aeque altum, & utrorumq; bases sunt aequales ex hypothesi, sequitur ipsa esse aequalia, hoc enim demonstratum est in 36 undecimi. At quoniam ex 6 huius seratile secundum

triplum

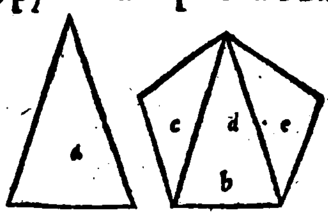
triplum est ad pyramidem propositã, nam ipsa est una ex tribus pyramidibus in quas ipsum seratile diuiditur, erit quoq; per communem scientiam propositum seratile triplum ad propositam pyramidem.

2 Si quotlibet pyramides quarũ bases triangulæ, super unam eandemq; basin siue super æquales constitutæ fuerint æque altæ, eas esse adinuicem æquales necesse est.

Fabricato enim uero seratili, æque alto pyramidibus propositis, super basin triangulam æqualem basibus propositarum pyramidum, aut super basin quadrangulam duplam basibus earũdem, erit ipsum seratile triplum ad pyramides singulas: hoc enim constat ex præmissa addita siue interposita. Igitur ex communi scientia cunctæ propositæ pyramides, sunt, ut diximus, adinuicem æquales.

3 Omnes pyramides quarũ bases triangulæ, æque altæ, suis basibus sunt proportionales. Fiant super bases propositarum pyramidum, aut super alias trigonas æquales, aut super parallelogrammas duplas, seratilia ipsis pyramidibus æque alta, erunt ob hoc seratilia sibi adinuicem æque alta. Et quia ipsa seratilia suis basibus sunt proportionalia ut probatũ est in 36 undecimi 33 ipsius mediante, cumq; ex prima harum additarũ manifestũ sit hæc seratilia tripla esse ad propositas pyramides, unumquodq; uidelicet, ad suam relatiuam, basesq; ipsorum æquales, aut duplas esse basibus ipsarũ, sicut autẽ ex 15 quinti, triplum ad triplum ita simplum ad simplum, erunt quoq; propositæ pyramides suis basibus proportionales.

4 Si fuerint duæ quælibet pyramides æque altæ, fueritq; alterius basis trigona, reliquæ autem tetragona aut plurilatera, pyramides ipsas suis basibus proportionales esse conueniet.



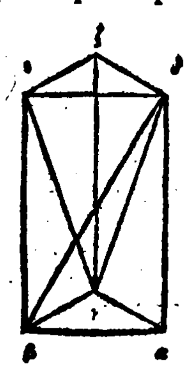
Exempli gratia. Intelligantur duæ pyramides æque altæ, super duas bases a & b, sitq; basis a triãgula, b uero pentagona. Et dicantur hæ pyramides, a & b. Itaq; dico proportionẽ pyramidum a & b, esse sicut basium a & b. Distinguatur quidem pentagonus b, in tres triangulos c, d, e, eritq; tota pyramis b, distincta in tres pyramides æque altas, quarum bases sunt trianguli c, d, e, quæ etiam dicantur nominibus suarum basium. Quia igitur ex præmissa interposita, proportio pyramidis c ad pyramidem a, est sicut trigoni c ad trigonum a, & pyramidis d ad pyramidem a, sicut trigoni d ad trigonum a, itemq; pyramis e ad pyramidem a, sicut trigoni e ad trigonum a, ex 24 quinti bis assumpta, sequitur quod sit proportio aggregati ex omnibus pyramidibus c, d, e, (& ipsum est pyramis b) ad pyramidem a, sicut aggregati ex omnibus trigonis c, d, e, (& ipsum est pentagonns b) ad trigonum a. Constat igitur quod uolumus.

5 Omnes laterata pyramides æque altæ, suis basibus proportionales esse probantur. Zamb. 6

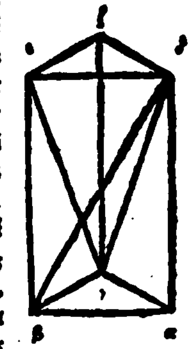
Si altera earum fuerit super basin trigonam, ex præmissa interposita constat quod dicitur. Si autem basis utriusque fuerit polygonia, utralibet ipsarum basium resoluta in triangulos, & ipsa pyramide in pyramides triãgulas, erit ex præmissa interposita proportio uniuscuiusq; harum triangularũ pyramidũ, in quas altera propositarũ diuiditur, ad reliquã, sicut suæ basis ad basin alterius. Itaq; per 24 quinti quotiens oportet assumptam, constat uerum esse quod diximus.

Eucli. ex Zamb. *Theorema 7* *Propositio 7*

7 Omne prisma triangularẽ basin habens, diuiditur in tres pyramides sibiinuicem æquas, triãgulares bases habentes.



THEON ex Zamb. *Sit prisma α β γ δ ε ζ, cuius quidem basis sit α β γ triangulum, ex opposito autem δ ε ζ. Dico quod ipsum α β γ δ ε ζ prisma, diuiditur in tres pyramides sibi inuicem æquas, triãgulares bases habentes: Connectantur enim β δ, ε γ, γ δ. Et quoniam α β ε δ parallelogrammũ est, eius autem dimetiens est β δ, triangulũ igitur α β δ ipsi ε δ β triangulo æquũ est, & pyramis igitur cuius basis quidem est α β δ triangulũ, fastigium autem γ signũ, æqualis est pyramidi cuius basis est triangulũ ε δ β, & uertex est signũ γ. Sed pyramis cuius basis quidem est ε δ β triangulũ, uertex autem γ signum, eadem est ipsi pyramidi cuius basis* *quidem est triangulū ε β γ, & uertex δ signum, ab eisdem enim planis cōprehenduntur. Et pyramis igitur cuius basis quidem est triangulū α β δ, fastigiū autem signum γ, æqualis est ipsi pyramidi cuius basis quidem est α β γ triangulū, fastigium autem δ signū. Rursus quoniam ζ γ β ε parallelogrammū est, dimetiens uero ipsius est ε γ, triangulū ε γ ζ æquum est ipsi γ β ε triangulo, & pyramis igitur cuius basis quidem est triangulū β ε γ, fastigium autem δ signum, est æqualis pyramidi cuius basis quidem est triangulū ε γ ζ, uertex uero δ signum. Pyramis autē cuius basis quidem est β ε γ triangulū, uertex autem δ signum, ostensa est æqualis pyramidi cuius basis quidem est α β δ triangulū, uertex autem signum γ, & pyramis igitur cuius quidem basis est γ ε ζ triangulū, uertex autē δ signū æqua est pyramidi cuius basis quidem est α β δ triangulū, uertex autem γ signum. Igitur α β γ δ ε ζ prisma, in tres pyramides æquas sibi inuicem diuisum est, triāgulares bases habentes. Et quoniā pyramis cuius basis quidem est triangulū α β δ, fastigium autē γ signū, eadem est ipsi pyramidi cuius basis quidem est triangulū γ α β, uertex autē signum δ (sub eisdem nanque planis cōprehenduntur) pyramis autem cuius basis est triangulū α β δ, uertex autē signum γ, tertiā esse prismatis ostensum est cuius basis est triangulū α β γ, ex opposito autē δ ε ζ, & pyramis igitur cuius basis est α β γ triangulū, uertex autē δ signū, tertium est prismatis cuius basis est triangulū α β γ, ex opposito autē δ ε ζ. Omne igitur prisma, & quæ sequūtur reliqua. Quod oportebat demōstrare.*

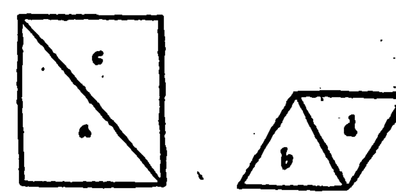


CORRELARIVM. *Ex hoc iam est manifestū, quod omnis pyramis, tertia pars est prismatis eandem eidem basin habentis & altitudinem æquam. Quoniam & si aliam quampiam figuram rectilineam habuerit basis prismatis & eandem ex opposito diuiditur in prismata triangulares bases habentia, & ea quæ ex opposito.*

Eucli. ex Camp. Propositio 7

7 SI duæ pyramides triangularū basium fuerint æquales, earū bases earundē altitudinibus mutuæ erunt. Si uero bases & altitudines fuerint mutuæ, easdem pyramides sibi inuicem esse æquales necesse est.

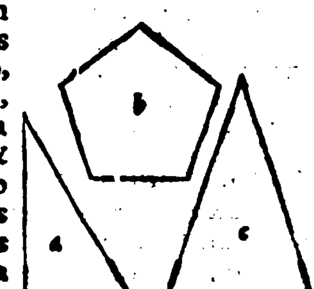
CAMPANVS. Quod 34 & 35 undecimi proposuerūt de solidis parallelogrammis, & nos in 36 eiusdem demonstrauimus de seratilibus, hæc 7 duodecimi proponit de pyramidibus habentibus bases triangulas. Intelligantur enim duæ pyramides æquales super duos trigonos uel triangulos a & b, quæ dicantur a & b. Dico itaque proportio basis a ad basin b, est sicut proportio altitudinis pyramidis b ad altitudinē pyramidis a. Et si hoc fuerit, dico pyramides a & b esse æquales. Adhibeantur quidem duobus trigonis a & b, duo alij qui sunt c & d ut fiant ambæ superficies a c & b d æquidistantiū laterū, & ex ipsis pyramidibus super bases a c & b d, cōpleantur solida parallelogrāma pyramidibus propositis æque alta quæ similiter dicātur a c & b d. Manifestū igitur est ex sexta huius 11, quod pyramis a est sexta pars solidi a c, & pyramis b sexta solidi b d. Itaque ex 35 undecimi argue propositū, primam quidem partem ex prima, secūdam autem ex secunda.



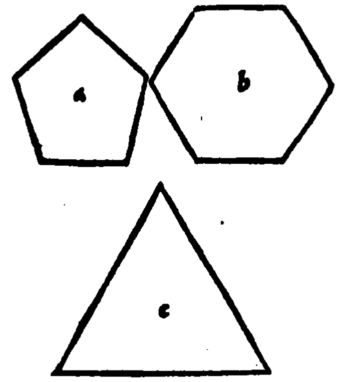
CAMPANI additio.

Quod si duæ quælibet pyramides lateratæ fuerint æquales, earum bases earundem altitudinibus mutuæ erunt. Si uero bases earum altitudinibus ipsarum mutuæ fuerint, eadem pyramides æquales esse oportet.

Si bases utrarūque fuerint triāgulæ, demostratū est uerum esse quod diximus. Si altera tantum, sit igitur a, basisque alterius pyramidis sit b, & sumatur trigonus c æqualis polygonio b, fiatque super c, pyramis æque alta pyramidi quæ est super b, & sint a, b, c, æquiuoca nomina pyramidum & basium. Quia igitur ex hypothesi duæ pyramides a & b sunt æquales, & ex ultima interpositarū ad sextam huius duæ pyramides b & c sunt æquales, ideoque ex cōmuni scientia duæ pyramides a & c æquales, igitur bases earū sunt mutuæ ad altitudines earum ex prima parte 7 huius. Cumque bases b & c sint æquales, altitudines quoque pyramidum b & c æquales erunt, ex prima parte & secunda 7 quinti, bases a & b mutuæ altitudinibus pyramidum a & b.



Secunda pars conuerso modo probatur. Nam si fuerit basis a ad basin b, ut altitudo pyramidis b ad altitudinē pyramidis a, erit ex secunda parte & prima 7 quinti, basis a ad basin ad basin c,sicut altitudo pyramidis b ad altitudinē pyramidis a,itaq; ex secunda parte huius 7 duæ pyramides a & c,sunt æquales, quare per cōmunem scientiam duæ quoq; pyramides a & b, sunt æquales.



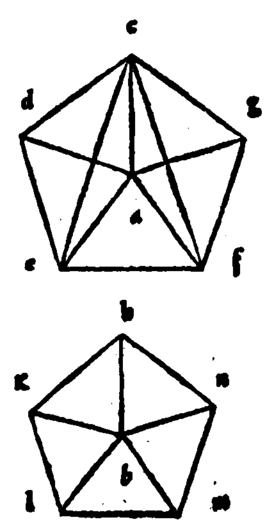
Si uero neutra propositarū pyramidum fuerit trigona,sed utraq; polygonia (uerbi gratia altera pentagona,altera hexagona) quæ adhuc dicantur a & b, sumatur similiter triāgulus c æqualis hexagono b,super quē fiat pyramis æque alta pyramidi b, erūtq; duæ pyramides b & c æquales, ideoq; duæ quæ sunt a & c etiā per conceptionē æquales,quare basis a ad basin c,sicut altitudo pyramidis c ad altitudinem pyramidis a, hoc enī nuper demonstratū est. Est ergo ex 7 quinti basis a ad basin b, sicut altitudo pyramidis b ad altitudinē pyramidis a. Conuersa conuerso modo patet. Si enim basis a ad basin b fuerit, ut altitudo pyramidis b ad altitudinē pyramidis a, erit quoq; ex 7 quinti basis a ad basin c, ut altitudo pyramidis c ad altitudinē pyramidis a,ideoq; (ut patet ex prioribus)erunt duæ pyramides a & c æquales,quare ex communi scientia & duæ quæ sunt a & b,erunt etiam æquales. Et hoc est propositū.

Eucli. ex Camp. *Propositio 8*

8 **Omnium duarum pyramidum similium quarum bases triangulæ,est proportio alterius ad alteram, tanquā lateris ad latus eius relatiuum proportio triplicata.**

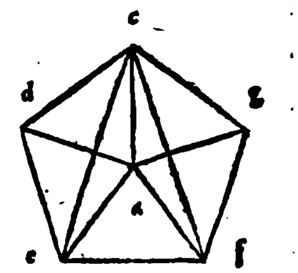
CAMPANVS. Propositis duabus pyramidibus similibus bases triangulas habentibus,ex ipsis perfice duo solida parallelogrāma,quemadmodū dictum est in demōstratione præmissæ, eruntq; hæc duo solida parallelogramma similia, eo q; pyramides ponuntur similes adinuicē,nam duo solidi anguli qui sunt cōmunes pyramidibus & solidis parallelogrāmis, superficialibus angulis numero & quantitate æqualibus cōtinentur, & latera quoq; illos angulos superficiales continētia,sunt proportionalia. Quare ex 34 primi tres superficies solidorū parallelogrāmorū cōmunes angulos solidos constituētes,sunt æquiangulæ & laterū proportionaliū,ideoq; similes ex diffinitione similium superficierū: quare ex 24 & 15 quinti cunctæ sex superficies horum duorū solidorū parallelogrāmorū,sunt similes adinuicē. Igitur à diffinitione corporū similium, erunt ipsa solida similia. Quare cū proportio solidorū & pyramidū sit una ex 15 quinti (nam solida sunt sexcupla pyramidibus ex 6 huius) cumq; sit proportio solidorū una sicut suorū relatiuorū laterum triplicata ex 36 undecimi libri,sunt autem latera solidorū eadem lateribus pyramidum, erit quoq; ex 11 quinti proportio propositarū pyramidū sicut suorum relatiuorū laterum proportio triplicata,quod est propositum.

CAMPANI additiones.

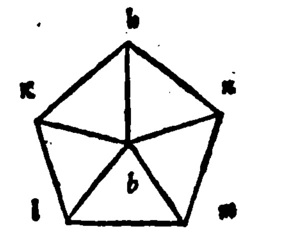


Quod si fuerint duæ quælibet pyramides lateratæ similes,erit proportio alterius ad alterā sicut sui lateris ad sibi relatiuū latus alterius proportio triplicata.

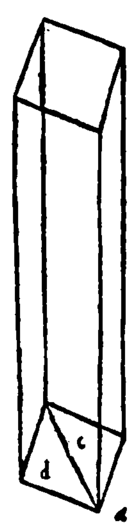
Sint duæ lateratæ pyramides, quarum coni a & b,similes, sintq; super bases pentagonas quæ sunt c d e f g,h k l m n. Dico quod proportio earum,est sicut suorū relatiuorū laterum triplicata. Constat enim ex diffinitione similium superficierū & corporū, quod pentagoni qui sunt bases propositarū pyramidum,sibi adinuicē,cunctiq; relatiui trianguli ipsas ambientes sibi inuicē, sunt similes. Diuidantur itaq; bases ambarū in triāgulos similes & numero æquales prout 18 sexti proponit esse possibile,protractis in hac quidem lineis c e & c f,in illa uero h l & h m. Dico igitur istas pyrāmides esse diuisas in pyramides triāgulas similes & numero æquales. Conferātur enim adinuicē duæ pyramides a c d e,b h k l, quarū coni sunt a & b. Constat autem ex hypothesi triangulū c a d esse similem trian

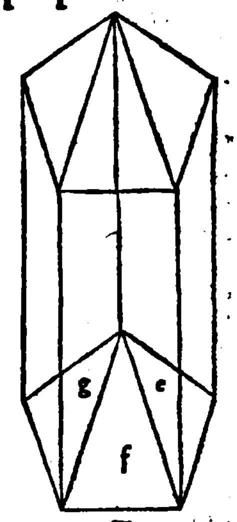


gulo b h k,& triangulũ d a e triãgulo k b l. Et quia etiam ex hypothesi angulus d est æqualis angulo k,& latera c d & d e continẽtia angulũ d sunt proportionalia lateribus h k & k l continentibus angulum k, erunt ex 6 sexti duo triãguli c d e & h k l æquianguli, ideoq; per 4 sexti erit proportio c d ad h k,sicut c e ad k l. Cumq; ex hypothesi sit proportio c a ad h b,& etiam a e ad b l, sicut c d ad h k, erit ex 11 quinti c a ad h b,& a e ad b l, sicut c e ad h l. Igitur ex 5 sexti & diffinitione similium superficierũ, triangulus c a e erit similis triangulo h b l. Manifestũ est itaq; ex diffinitione similium corporũ, q pyramis a c d e est similis pyramidi b h k l, similiter quoq; constat pyramidẽ a c e f esse similem pyramidi b h l m,& pyramidẽ a c f g, pyramidi b h m n. Quia ergo ex hac 8 proportio pyramidis a c d e ad pyramidẽ b h k l est sicut lateris c d ad latus h k triplicata, etiam pyramidis a c e f ad ad pyramidẽ b h l m, sicut e f ad l m triplicata ac etiam pyramidis a c f g ad pyramidẽ b h m n, sicut c g ad h n triplicata, cũ sit ex hypothesi proportio e f ad l m,& c g ad h n, sicut c d ad h k, sequitur ex 11 quinti ut proportio totaliũ pyramidum a & b sit sicut unius harum partialiũ ad aliam unam. Igitur ex hac 8 & 11 quinti constat uerum esse quod diximus.



Omnes columnæ lateratæ æque altæ, suis basibus sunt proportionales.





Verum est quod dicitur, super qualescũq; bases polygonias sint colũnæ. Columnas autẽ lateratas, uocamus solida corpora laterata quorũ bases & sup̃ficies supremæ sunt similes & æquales, cunctæ uero reliquæ sup̃ficies ipsa solida circunstãtes sunt æquidistantiũ laterũ. Talium autem solidorũ prima species est seratile, quando super unam suarũ trilaterarũ superficierũ intelligitur esse statutũ, secunda uero species est columna, cuius basis sit quadrilatera quam ex duobus seratilibus necesse est esse compositã, & tertia est cuius basis est pentagona,& ipsa ex tribus seratilibus perficitur. Simpliciter autem dico q omnis laterata columna in tot corpora seratilia potest distingui, in quot triãgulos sua basis. Intelligantur itaq; duæ colũnæ lateratæ a & b, constitutæ super duas bases a & b, æque altæ, dico q ꝓportio columnarũ a & b, est sicut basium a & b Distinguãtur nanq; hæ bases in triãgulos,& hæ colũnæ in seratilia, basis quidem a quæ ponatur esse quadrãgula, in duos trigonos scilicet c & d,& columna a, in duo seratilia c & d, basis uero quæ sit pentagona, distinguatur in tres trigonos e,f,g,& colũna b in tria seratilia quæ similiter uocentur e,f,g. Manifestũ est igitur ex iis quæ in 56 undecimi dicta sunt, q proportio seratilis c ad seratile e, est sicut basis c ad basin e,& iterũ seratilis d ad seratile e, sicut basis d ad basin e, quare per 24 quinti erit colũnæ a ad seratile e, sicut basis a ad basin e. Eadem ratione erit columna a ad seratile f, sicut basis a ad basin f. At rursus columnæ a ad seratile g, sicut basis a ad basin g. Igitur ex 24 quinti, quoties necesse fuerit assumpta facile cõcludes propositũ. Constat itaq; ex hoc, q omnes colũnæ lateratæ super eandem basin uel super æquales constitutæ si fuerint æque altæ, erunt æquales. Cum enim (ut proximo probatũ est) æque altæ columnæ lateratæ sint suis basibus proportionales; ponantur autem bases esse aut eædem aut æquales, necesse est ex 24 quinti ut etiam columnæ sint æquales. Constat quoq; quod si fuerint qualibet solida parallelogrãma seratilia & lateratæ columnæ æque alta, ipsa quoq; suis basibus proportionalia esse necessario cõprobantur. Omnia enim hæc, species sunt lateratarũ columnarum, de quibus paulo ante uniuersaliter probatum est uerum esse quod dicitur.

Omnis laterata columna, tripla est ad suam pyramidem.

Distinguatur basis columnæ in triangulos,& secundum numerũ triangulorũ illorũ distinguatur columna in seratilia,& pyramis colũnæ in pyramides habẽtes bases triangulas

gulas quæ, uidelicet, sunt bases seratiliū. Constat itaq; unūquodq; seratile ad eam pyramidē quæ super eandem basin cum ipso seratili consistit, triplum esse: hoc enim demonstratū est in 6 huius duodecimi libri. Igitur ex 12 quinti omnia seratilia pariter accepta, ad omnes pyramides pariter acceptas necesse est esse triplum. Cumq; ex omnibus seratilibus pariter acceptis columna, & ex omnibus pyramidibus pariter acceptis pyramis columnæ perficiantur, constat ueram esse hanc nostram propositionem.

Si fuerint duæ quælibet columnæ lateratæ æquales, earum bases earundem altitudinibus mutuæ erunt. Si uero bases earū & altitudines mutuæ fuerint, easdem columnas æquales esse necesse est.

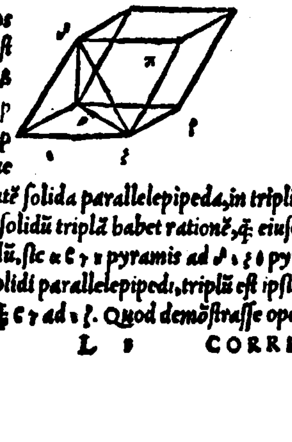
Si enim columnæ sint æquales, earū pyramides erunt æquales, eo q; omnis laterata columna est tripla ad suam pyramidē. Si autem pyramides fuerint æquales, suæ bases suis altitudinibus mutuæ erūt, quemadmodū demonstratū est in 7 huius. Quia igitur columnarū suarumq; pyramidū eædem sunt bases, & altitudines sunt eædem, constat prima pars propositi. Sint igitur & altitudines propositarū columnarū lateratarū mutuæ. Dico q; colūnæ erunt æquales. Cum enim eædē sint bases eædemq; altitudines columnarū suarū pyramidū, erunt bases & altitudines pyramidū propositarū columnarū mutuæ. Si hoc ut positum est, uerum fuerit de columnis, erunt quoq; pyramides æquales, prout in 7 huius demonstratū est, igitur & columnæ æquales, cum ipsæ triplæ sint ad suas pyramides. Quare patet secunda pars eius quod propositum est.

Omnium duarū columnarū lateratarū similium est proportio alterius ad alteram, tanq; lateris ad suum relatiuū latus proportio triplicata.

Si columnæ fuerint similes, erunt ex diffinitione similium corporū, bases earū cæteræq; superficies eas ambientes similes. Diuidantur itaq; bases earū in triāgulos similes & numero æquales, quemadmodū 18 sexti proponit esse possibile, & ipsæ colūnæ diuidantur in seratilia super hos triāgulos existentia. Stude igitur probare seratilia unius, suis relatiuis seratilibus alterius esse similia, quod facile probabis ex hypothesi & 6 & 4 & 5 sexti, & ex diffinitione similium superficierū & diffinitione similium corporū. Hoc autem probato, erit ex 36 undecimi proportio uniuscuiusq; seratilis unius ad suum relatiuū seratile alterius, sicut sui lateris ad latus illius proportio triplicata. Et quia omniū laterū est proportio una, cum cuncta seratilia unius sint similia suis relatiuis seratilibus alterius, sequitur ex 11 quinti ut cunctorū seratiliū unius ad sua relatiua seratilia alterius sit proportio una. Quare per 12 quinti quæ est proportio unius seratilis ad suū seratile relatiuū alterius, eadē est omniū pariter acceptorū ad omnia pariter accepta. Et quia utrobiq; omnia seratilia pariter accepta cōponunt columnas, & relatiua latera seratilium sunt relatiua latera columnarū, necesse est ex 11 quinti ut proportio columnarū sit sicut suorū relatiuorū laterum proportio triplicata. Quod est propositū.

Eucli. ex Zamb. *Theorema 8* *Propositio 8* Camp. 8

8 **Similes pyramides, triāgulares bases habentes, in triplici sunt ratione eiusdem rationis laterum.**

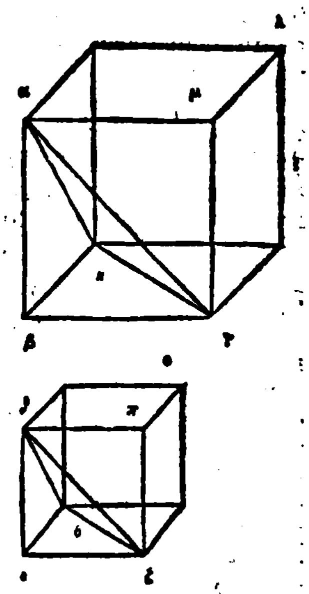


THEON ex Zamb. *Sint similes & similiter positæ pyramides, quarū bases quidē sunt α β γ, δ ε ζ, triāgula, fastigia uero ipsarū sint η θ signa. Dico quod α β γ η pyramis ad δ ε ζ θ pyramidē, triplam habet rationē, quā β γ ad ε ζ. Cōpleantur enim β η μ λ, ε θ π ο, solida parallelepipeda. Et quoniā pyramis α β γ η similis est ipsi δ ε ζ θ pyramidi, æqualis igitur est angulus qui sub α β γ ei qui sub δ ε ζ angulo, & qui sub η β γ ei qui sub θ ε ζ, & qui sub α β η ei qui sub δ ε θ, estq; sicut α β ad δ ε, sic est β γ ad ε ζ, & β η ad ε θ. Et quoniā est sicut α β ad δ ε, sic β γ ad ε ζ, & circū æquos angulos latera sunt proportionalia, igitur β μ parallelogrammū ipsi ε π, simile est parallelogrāmo: & id propterea & β ν ipsi ε ρ simile est, & β κ ipsi ε ξ. Tria igitur β μ, κ β, β ν, tribus ε π, ε ξ, ε ρ, sunt similia. Sed tria quidē μ β, β κ, β ν, tribus quæ ex opposito æqualia sunt similia, & tria ε π, ε ξ, ε ρ, æqua & similia sunt tribus quæ ex opposito: ipsa igitur β η μ λ, ε θ π ο, solida parallelepipeda, sub similibus planis æque multiplicibus cōprehendūtur. Igitur β η μ λ, ipsi ε θ π ο solido simile est. Similia autē solida parallelepipeda, in triplici sunt ratione eiusdē ratiōis laterū (per 33 undecimi.) Igitur β η μ λ solidū ad ε θ π ο solidū triplā habet rationē, quā eiusdē ratiōis latus β γ ad eiusdē rationis latus ε ζ. Sicut aūt β η μ λ solidū ad ε θ π ο solidū, sic α β γ η pyramis ad δ ε ζ θ pyramida, quoniā pyramis sexta pars est solidi, eo quod & prisma dimidiū existens solidi parallelepipedi, triplū est ipsius pyramidis, & α β γ η igitur pyramis ad δ ε ζ θ pyramida triplam rationē habet, quā β γ ad ε ζ. Quod demōstrasse oportuit.*

CORRELARIVM. *Ex hoc nempe est manifestũ, quod & multangulas bases habẽtes similes pyramides, adinuicẽ in triplici sunt ratione eiusdẽ rationis laterũ. Diuisis enim ipsis in ipsas pyramides, triãgulares bases habentes (quia similia polygona basium in similia triangula diuiduntur, & in æque multiplicia, & eiusdem rationis totis) erit sicut in altera una pyramis triangularẽ habens basin ad unam basin triangularẽ habentem in altera pyramide, sic & omnes pyramides in altera pyramide triãgulares bases habẽtes, ad pyramides existentes in altera pyramide, & habentes triãgulares bases. Hoc est, Pyramis ipsa polygonã basin habens ad pyramida basin polygonã habentẽ. Pyramis autẽ triangularẽ basin habens ad pyramida triangularẽ basin habentẽ, in triplici est ratione eiusdẽ rationis laterũ. Et polygonã igitur basin habens, ad similem basin habentẽ, triplam habet rationẽ quàm latus ad latus.*

Eucli. ex Zamb. Theorema 9 Propositio 9

9 **Aequalium pyramidum & triangulares bases habentiũ, reciprocæ sunt**
Camp. 7 **bases altitudinibus. Et pyramides triangulares bases habentes, quarũ reciprocæ sunt bases uerticibus, sunt æquales.**



THEON ex Zamb. *Sint enim æque pyramides α β γ κ, δ ε ζ θ, triãgulares bases habẽtes α β γ, δ ε ζ, fastigia uero κ, θ, signa. Dico quod ipsarũ α β γ κ, δ ε ζ θ, pyramidũ reciprocæ sunt bases altitudinibus, & est sicut basis α β γ ad basin δ ε ζ, sic est ipsius δ ε ζ θ pyramidis altitudo ad ipsius α β γ κ pyramis altitudinẽ. Cõpleantur enim ipsa β κ μ λ, ε θ π ο, solida parallelepipeda. Et quoniã pyramis α β γ κ æqualis est ipsi δ ε ζ θ pyramidi, estq; ipsius quidẽ α β γ κ pyramidis sexcuplũ ipsum β κ μ λ solidũ, ipsius autẽ δ ε ζ θ solidũ ε θ ο π sexcuplũ est, igitur solidum β κ μ λ, ipsi ε θ ο π solido æquũ est. Aequaliũ autem solidorũ parallelepipedorũ reciprocæ sunt bases altitudinibus (per 34 undecimi.) Est igitur sicut β μ basis ad ε π basin, sic est ipsius ε θ ο π solidi fastigium ad ipsius β κ μ λ solidi fastigium. Sed sicut quidẽ β μ basis ad ε π basin, sic α β γ triangulũ ad δ ε ζ triangulum. Et sicut igitur (per 11 quinti) triangulũ α β ad triangulũ δ ε ζ, sic ipsius ε θ π ο solidi altitudo, ad ipsius β κ μ λ solidi altitudinem. Sed ipsius ε θ π ο solidi altitudo, eadem est ipsi ipsius δ ε ζ θ pyramidis altitudini, & ipsius β κ μ λ solidi altitudo, eadem est ipsius α β γ κ pyramidis altitudini. Est igitur sicut α β γ basis ad δ ε ζ basin, sic ipsius δ ε ζ θ pyramidis altitudo ad ipsius α β γ κ pyramidis altitudinẽ. Ipsarũ igitur α β γ κ, δ ε ζ θ, pyramidũ, reciprocæ sunt bases altitudinibus.*

Sed iam ipsarũ α β γ κ, δ ε ζ θ, pyramidum reciprocæ sint bases altitudinibus, estoq; sicut α β γ basis ad δ ε ζ basin, sic ipsius δ ε ζ θ pyramidis fastigiũ ad ipsius α β γ κ pyramidis fastigiũ. Dico quod pyramis α β γ κ, æqualis est ipsi δ ε ζ θ pyramidi. Eisdem nanq; dispositis, quoniã est sicut α β γ basis ad δ ε ζ basin, sic est ipsius δ ε ζ θ pyramidis uertex ad ipsius α β γ κ pyramidis uerticem, sed sicut α β γ basis ad ipsam δ ε ζ basin, sic β μ parallelogrammũ ad ε π parallelogrammũ, & sicut igitur (per 11 quinti) β μ parallelogrammũ ad ε π parallelogrammũ, sic est ipsius δ ε ζ θ pyramidis fastigiũ ad ipsius α β γ κ pyramidis fastigiũ. Sed ipsius quidẽ δ ε ζ θ pyramidis uertex, est idem ipsius ε θ π ο parallelepipedi uertici, & fastigiũ ipsius α β γ κ pyramidis, idem est ipsius β κ μ λ parallelepipedi altitudini: est igitur sicut β μ basis ad ε π basin, sic ipsius ε θ π ο parallelepipedi altitudo ad ipsius β κ μ λ parallelepipedi altitudinẽ. Solida uero parallelepipeda quorũ reciprocæ sunt bases altitudinibus, sunt æqualia (per 34 undecimi.) Igitur solidum parallelepipedũ β κ μ λ, ipsi ε θ π ο solido parallelepipedo est æquale. Estq; ipsius quidẽ β κ μ λ parallelepipedi, pyramis α β γ κ sexta pars, ipsius autẽ ε θ π ο parallelepipedi, sexta pars est pyramis δ ε ζ θ. Igitur pyramis α β γ κ, ipsi δ ε ζ θ pyramidi est æqualis. Aequalium igitur pyramidũ & triangulares bases habentiũ, reciprocæ sunt bases altitudinibus. Et pyramides triangulares bases habentes quarũ bases uerticibus sunt reciprocæ, sunt æquales. Quod ostendendum fuerat.

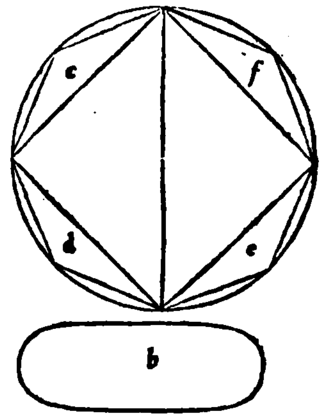
Eucli. ex Camp. Propositio 9

9 **OMnis columna rotunda, pyramidi suæ tripla esse cõprobatur.**

CAMPANVS. Supra circulum a, intelligantur una columna & una pyramis, secũdum eandem suam altitudinẽ erectæ, dicanturq; æquiuoce ipsa pyramis & columna & circulus, nomine uno scilicet a. Dico itaq; quod columna a, est tripla ad pyramidẽ a. Cuius probatio est. Quia neq; maior neq; minor potest esse, quàm tripla. Sit enim primũ (si possibile est) maior quàm tripla, quantitate corporis b, ita q; si b corpus dematur de columna a, erit residuũ eius triplum ad pyramidem a. Inscribatur ergo quadratũ circulo a, super quod erigantur duo seratilia æque alta columnæ a, de quibus duobus seratilibus pariter acceptis constat, quod ipsa sunt plus medietate columnæ a, quemadmodũ ipsum quadratũ cõstat esse plus medietate circuli a, si enim ex ipsis seratilibus perficiantur solida parallelogrãma, quorũ ipsa sunt medietates, erit ipsa columna pars ipsorũ duorum solidorũ pariter acceptorũ. Deinde super latera quadrati inscripti perficiam quatuor triangulos duum æqualium laterũ in por

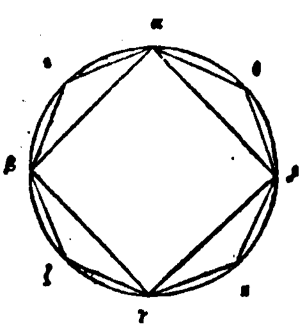
tionibus

tionibus circuli, quarũ portionũ latera quadrati sunt chordæ, diuisis arcubus illarum portionũ per æqualia, & sint illi trianguli c,d,e,f, super quos etiam erige seratilia ad altitudinẽ columnæ a. Et manifestũ est quod hæc seratilia sunt maius medietate portionũ columnæ super portiones circuli consistentiũ, quemadmodũ & ipsi trianguli sunt maius medietate portionũ circuli. Fiat autem hoc toties, quousq; per primam 10 cogatur aduersarius confiteri portiones columnæ pariter acceptas esse minus corpore b. Erit igitur columna laterata octogona quam cõponunt omnia seratilia pariter accepta, quorũ bases sunt trianguli diuidentes polygonium inscriptum circulo a, maius triplo pyramidis rotũdæ a. Et quia ipsa laterata columna est tripla ad suam pyramidem, sicut demõstratum est in eis quæ præmissa sunt, sequitur ex secunda parte 10 quinti libri, ut rotunda pyramis a sit minor laterata pyramide lateratæ columnæ cuius basis est inscriptũ polygoniũ basi rotundæ pyramidis a, quod est impossibile: est enĩ pyramis laterata, pars ipsius pyramidis rotundæ. Non est igitur pyramis a, minus tertia parte suæ columnæ. Sed nec plus tertia. Si enim possibile est, sit pyramis a, plus tertia parte columnæ a, quantitate corporis b, ita ꝙ detracto corpore b de pyramide a, sit residuũ ipsius pyramidis tertia pars columnæ a. Igitur quemadmodũ prius ex pyramide a, intelligatur detrahi pyramis laterata sibi æque alta cuius basis sit quadratũ circulo a inscriptum, quam lateratam pyramidem constat esse plus dimidio pyramidis rotundæ. Item de residuo pyramidis a, rursus intelligãtur detrahi pyramides æque altæ, statutæ super triangulos c,d,e,f, qui sunt in portionibus basis, & hoc toties fiat, ut ex prima decimi relinquatur ex pyramide a, minus corpore b. Eritq; itaq; pyramis laterata inscripto polygonio superstans, quam componunt lateratæ pyramides ex rotunda pyramide detractæ, maius tertia parte rotundæ columnæ a. Et quia ut probatum est in præcedentibus, hæc pyramis laterata est tertia pars suæ columnæ lateratæ a, sequitur denuo ex secũda parte 10 quinti columnã rotundam a esse minorem columna laterata eiusdem altitudinis, cuius basis est polygonium basi rotundæ pyramidis inscriptũ. Hoc autem impossibile, nam hæc columna laterata, pars est columnæ rotundæ. Cum igitur columna rotunda non possit esse minus triplo suæ pyramidis, neq; maius, erit necessario tripla ad eam. Quod demonstrare uolumus.



Eucli ex Zamb. *Theorema 10.* *Propositio 10*

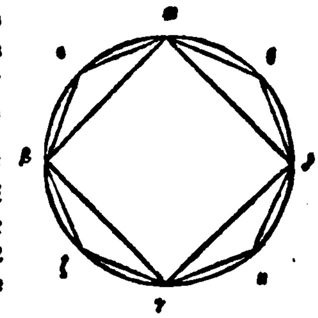
10 Omnis conus, cylindri tertia pars est eandem eidem basin habentis & æquale fastigium.



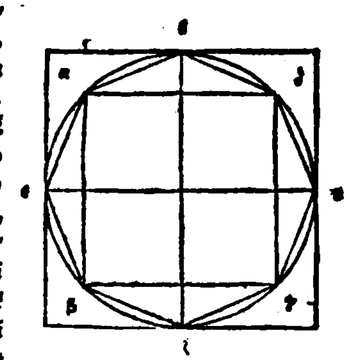
THEON *ex Zamb. Habeat enim conus, cylindro basin eandẽ, hoc est circulũ α β γ δ, & æquale fastigium. Dico qđ conus, cylindri tertia pars est, hoc est quod cylindrus, coni triplus est. Si autẽ cylindrus, coni non est triplus, erit cylindrus, cono aut maior q̃ triplus, aut minor. Sit prius maior q̃ triplus. Et describatur (per 6 quarti) in circulo α β γ δ, quadratũ α β γ δ. Iam quadratũ α β γ δ, maius est q̃ dimidiũ ipsius circuli α β γ δ. Constituatur ab ipso α β γ δ quadrato, prisma æque altũ ipsi cylindro. Iam constitutũ prisma, maius est q̃ ipsius cylindri dimidiũ, quoniam & si ipsi circulo α β γ δ, quadratũ circũscribamus, quadratũ in ipso orbe α β γ δ descriptũ, circũscripti dimidiũ est, & ab ipsis constituta sunt, æque alta solida parallelepipeda prismata: prismata igitur ipsa, adinuicẽ sunt sicut bases. Et prisma igitur stans in ipso α β γ δ quadrato, dimidium est eius prismatis quod cõstituitur à quadrato ipsi circulo α β γ δ circũscripto. Et cylindrus ipso prismate quod fit à quadrato circũscripto ipsi circulo α β γ δ, minor est. Igitur prisma à quadrato α β γ δ constitutũ, ipsi cylindro æque altũ, maius est dimidio ipsius cylindri. Secentur (per 30 tertij) ipsæ α β, β γ, γ δ, δ α, circũferentiæ bifariã in ε, ζ, η, θ, signis, & cõnectantur ipsæ α ε, ε β, β ζ, ζ γ, γ η, η δ, δ θ, θ α, & unũquodq; igitur ipsorũ α ε β, β ζ γ, γ η δ, δ θ α, triangulorũ, maius est q̃ dimidiũ eius quod circũ seipsum ipsius α β γ δ circuli segmenti, sicut ante ostendimus. Constituãtur ab unoquoq; ipsorũ α ε β, β ζ γ, γ η δ, δ θ α, triangulorũ, prismata æque alta ipsi cylindro, & unũquodq; igitur ipsorũ constitutorũ prismatũ, maius est q̃ dimidia pars circũ sese ipsius segmenti circuli, quoniã si per ε, ζ, η, θ, signa parallelos ipsis α β, β γ, γ δ, δ α, ducamus, cõpleamusq; quæ in ipsis α β, β γ, γ δ, δ α, parallelogrãma, & ab ipsis cõstituamus solida parallelepipeda ipsi cylindro æque alta, uniuscuiusq; constitutorũ dimidia sunt prismata quæ in α ε β, β ζ γ, γ η δ, δ θ α, triãgulis & sunt ipsius cylindri segmẽta, minores ipsis solidis parallelepipedis constitutis. Itaq; etiã quæ in α ε β, β ζ γ, γ η δ, δ θ α, triãgulis prismata, maiora sunt q̃ dimidiũ circũ sese cylindri segmentorũ. Dispescẽtes iam (per 30*

 tertij)

tertij)reliĉtas circũferentias diuidue,& cõnectentes rectas lineas,excitãtesq; ab unoquoq; ipsorũ triangulorũ prismata æqualis fastigij ipsi cylindro,& hoc sem per efficiẽtes,relinquemus quasdã segmẽta ipsius cylindri quæ erunt minores excessu quo excedit cyl ndrus triplũ coni. Relinquãtur,sintq; α ε,ε β,β ζ,ζ γ,γ η,η δ,δ θ,θ α. Reliquũ igitur prisma cuius basis quidẽ est α ε β ζ γ η δ θ multãgulũ, fastigiũ aũt idẽ cũ cylindro,maius est q̃ triplũ coni. Sed prisma cuius basis qdẽ est α ε β ζ γ η δ θ multangulũ,fastigiũ autẽ idem cum cylindro,pyramidis triplũ est cuius basis quidẽ est α ε β ζ γ η δ θ multãgulũ,fastigiũ uero idẽ quod & cono: & pyramis igitur cuius basis qdẽ est α ε β ζ γ η δ θ multangulũ, uertex aũt idẽ q̃ cono,maior est cono habẽte basin circulũ α β γ δ. Sed & minor,cõprehẽditur etenim ab ipso. Quod est ĩpoßibile. Nõ est igitur cylindrus,cono maior q̃ triplus.



Dico insuper quod neq; minor q̃ triplus est cylindrus cono. Si enim poßibile,sit minor q̃ triplus,cylindrus cono. Cõuersim igitur conus cylindri maior est q̃ tertia pars. Describatur iam(per 6 quarti)in circulo α β γ δ,quadratũ α β γ δ. Igitur quadratũ α β γ δ,maius est q̃ dimidiũ ipsius α β γ δ circuli. Cõstituatur ab ipso α β γ δ quadrato pyramis, idem ipsi cono habens fastigiũ. Igitur pyramis constituta,maior est q̃ dimidiũ coni, quoniã (sicut ante ostendimus) quãdo ipsi circulo quadratũ circũscribimus,quadratũ α β γ δ,circũscripti dimidiũ est, & si à quadratis solida parallelepipeda cõstituamus æque alta ipsi cono,quæ & prismata appellantur,erit constitutũ ab ipso α β γ δ quadrato,dimidiũ eius quod cõstituitur à circũscripto quadrato,adinuicẽ enim sunt ut bases. Quare & tertiæ partes. Et pyramis igitur,cuius basis α β γ δ quadratũ,dimidiũ est pyramidis constitutæ ad quadratũ ipsi orbi circũscriptũ, & pyramis cõstituta à circa circulũ quadrato,cono quem cõprehendit maior est. Pyramis igitur cuius basis α β γ δ quadratũ,fastigiũ autẽ idem quod & cono, maior est q̃ coni dimidiũ. Secentur(per 30 tertij)α β,β γ,γ δ,δ α,circũferentiæ bifariam in ε,ζ,η,θ,signis, & cõnectantur α ε,ε β,β ζ,ζ γ,γ η,η δ,δ θ,θ α. Vnumquodq; igitur ipsorũ α ε β, β ζ γ,γ η δ,δ θ α,triangulorũ, maius est q̃ pars dimidia circũ se se segmẽti circuli α β γ δ. Constituãtur nempe ab unoquoq; ipsorũ α ε β,β ζ γ,γ η δ,δ θ α,triangulorũ,pyramides idem ipsi cono habẽtes fastigiũ:& unaquæq; igitur constitutarũ pyramidũ eodem modo, maior est q̃ dimidia pars circũ sese segmenti ipsius coni. Secantes iam(per 30 tertij)reliĉtas circũferentias diuidue,& cõnectentes rectas lineas,& excitantes ab unoquoq; triangulorũ pyramida idem ipsi cono fastigiũ habentẽ & hoc semper efficiẽtes,relinquemus quædã coni segmenta quæ erunt minora excessu quo excedit conus tertiã partem cylindri. Relinquãtur & sint α ε,ε β,β ζ,ζ γ,γ η,η δ,δ θ,θ α. Reliqua igitur pyramis cuius quidẽ basis est α ε β ζ γ η δ θ multangulũ,uertex autẽ idem qui cono,maior est q̃ tertia pars cylindri. Sed pyramis cuius basis quidem est α ε β ζ γ η δ θ multangulũ,uertex autẽ idem qui cono,tertia est pars prismatis cuius basis quidẽ est α ε β ζ γ η δ θ multangulũ,fastigiũ autẽ idem quod & cylindro. Igitur prisma cuius basis quidẽ est α ε β ζ γ η δ θ multangulũ,fastigiũ autẽ idem ipsi cylindro,maius est cylindro cuius quidẽ basis est α β γ δ. Sed & minus,cõprehẽditur nanq; ab eo,quod est impoßibile. Cylindrus igitur cono minor nõ est q̃ triplus. Patuit autẽ quod neq; maior q̃ triplus:triplus igitur est cylindrus coni. Quare conus cylindri tertia pars est. Omnis igitur conus cylindri tertia pars est eandẽ eidem basin habentis & æquale fastigiũ. Quod fuerat ostendendum.



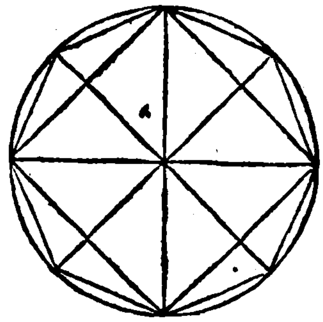
Eucli. ex Camp. Propositio 10

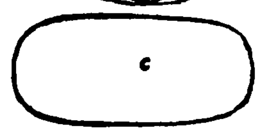
10 OMnium duarũ rotundarũ pyramidũ similium, columnarumúe rotundarũ similiũ est proportio alterius ad alterã, tanq̃ diametri suæ basis diametrũ basis alterius proportio triplicata.

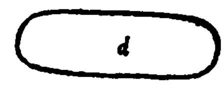
CAMPANVS. Sint duo circuli a & b,super quos constituantur duæ rotundæ pyramides similes, duæq; columnæ rotundæ similes, & dicantur circuli & pyramides & columnæ & diametri circulorũ, his nominibus a & b æquiuoce. Dico itaq; q̃ proportio duarũ pyramidũ a & b, duarumq; columnarũ a & b, est sicut duarũ diametrorũ a & b proportio triplicata. Hoc autẽ si de pyramidibus constiterit, de columnis quoq; constabit ex 15 quinti,cum omnis columna rotũda sit ex præmissa, tripla ad suam pyramidem. De pyramidibus autem constabit hac demõstratione ducente ad impossibile. Est enim per cõmunem scientiã positam in principio secundæ demonstrationis huius 12 libri, quæ proportio diametri a ad diametrũ b triplicata, eadẽ pyramidis a ad aliquod corpus. Illud igitur corpus sit c,de quo dico q̃ ipsum nõ potest esse minus neq; maius pyramide b. Sit primo minus(si fuerit possibile)quantitate corporis d, ita q̃ duo corpora c & d pariter accepta sint quantũ pyramis b. Itaq; quemadmodũ in secũda parte præmissæ,ex pyramide b detrahatur laterata pyramis sibi æque alta,cuius basis sit quadratũ inscriptũ circulo b,& ex residuo eius detrahãtur pyramides eiusdem altitudinis consistentes super trigonos portionũ circuli b,fiat itaq; hoc toties quousq; cogẽte pri

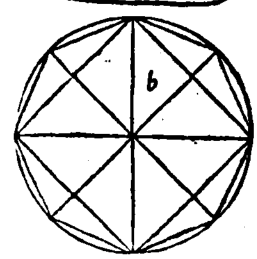
ma 10,

ma 10,sit residuū pyramidis b minus corpore d,eritq ex cōmuni sciētia,laterata pyramis detracta,quā componūt partiales pyramides detractæ,maius corpore c. Inscribatur itaq circulo a, polygoniū simile illi, q̄d est basis lateratæ pyramidis detractæ à pyramide b,& ad angulos huius polygonij inscripti circulo a,demitte lineas à cono pyramidis a,perficiens super illud polygoniū,lateratā pyramidē æque altam rotundæ pyramidi a. Hanc igitur studeas demōstrare esse similem lateratæ pyramidi detractæ à rotunda pyramide b, quod hoc modo facies. In utraq pyramide eriges axem ipsius qui erit ex diffinitione linea cōtinuans uerticem pyramidis cum centro basis, & erit perpendicularis ad basin, de hinc à centris basium,protrahas in utroq circulo semidiametros, ad omnes angulos utriusq polygonij inscripti. Cumq ex diffinitione similiū pyramidū rotundarū sit proportio axis unius ad axem alterius, sicut diametri basis unius ad diametrū basis alterius,ideo etiā ex 15 quinti & æqua proportionalitate,sicut semidiametri ad semidiametrū, sint aūt utrobiq omnes anguli quos axes cum semidiametris continēt recti, necesse est ex 6 propositione sexti libri & 4 eiusdem & diffinitione similium superficierū & similium corporū diffinitiōe,ut laterata pyramis a sit similis lateratæ pyramidi b,quare per additā ad 8 huius,proportio lateratæ pyramidis a ad lateratā b, est sicut lateris unius ad suū relatiuū latus alterius ꝓportio triplicata, ideoq & sicut diametri a, ad diametrū b triplicata: igitur quoq sicut rotundæ pyramidis a,ad corpus c ex 11 quinti, quare permutatim ꝓportio lateratæ pyramidis a ad rotūdam pyramidē a, sicut lateratæ pyramidis b ad corpus c. Et quia laterata pyramis b, maior est corpore c, erit laterata pyramis a, maior rotūda pyramide a. Quod est impossibile,cum sit pars eius. Nō est ergo corpus c,minus rotūda pyramide b. Restat itaq probandū, q nec maius. Si enī aduersarius dicat ipsum esse maius, tunc arguatur ex conuersa proportionalitate proportionē diametri b ad diametrū a triplicatā esse,sicut corporis c ad rotundā pyramidē a. Sed ex conceptione,eadem est rotūdæ pyramidis b,ad aliquod corpus aliud quod sit d. Et quia ex hypothesi corpus c maius est rotunda pyramide b,sequitur ex 14 quinti,q rotunda pyramis a sit maior corpore d. Itaq proportio rotundæ pyramidis b ad corpus quod est minus rotunda pyramide a,uidelicet,ad d, est sicut suæ diametri b ad diametrū alterius proportio triplicata. Hoc autē est impossibile. Nam ex hoc demonstrauimus sequi,quod pars sit maior suo toto. Cū ergo corpus c non possit minus esse neq maius rotūda pyramide b,erit necessario sibi æquale,ideoq ex secunda parte 7 quinti constat propositū.





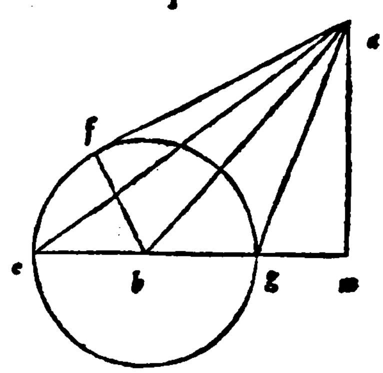


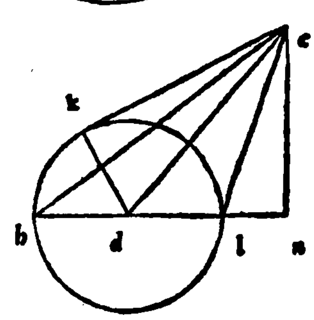


CAMPANI annotatio. Non lateat autem nos,huius demonstrationis processum ad eas duntaxat columnas & pyramides rotundas coartari, quarū axes suis basibus perpēdiculariter insistunt,tales enim diffinitæ fuerunt in principio undecimi. Cum tamen passio hic demonstrata, cōmuniter conueniat omnibus columnis rotundis similibus pyramidibusq rotundis similibus siue earū axes super bases suas fuerint orthogonaliter erectæ,siue super eas fuerint inclinatæ(& appellentur differētiæ causa hæ rotundæ columnæ & pyramides,quarū basibus axes orthogonaliter superstant erectæ, reliquæ uero dicātur inclinatæ) & quia in principio 11 non sunt diffinitæ columnæ aut pyramides rotundæ nisi illæ tantū quas erectas uocamus, hæ quidem per motum parallelogrāmi rectanguli,illæ uero per motum trigoni rectanguli, ideo cōueniens arbitramur diffinire columnas & pyramides rotundas diffinitionibus cōmuniter & uniuoce cōuenientibus erectis & inclinatis columnis & pyramidibus rotūdis. Cum igitur extra superficiē alicuius circuli descripti, signatur pūctus qui cum circūferentia ipsius circuli per lineam rectam cōtinuatur, si linea ipsa signato puncto manente fixo descripto circulo quousque ad locum unde moueri inceperit circūducatur corpus, quod a curua superficie quam motu suo describit hæc linea,& ab ipso circulo cui circūducitur cōtinetur uoco pyramidē rotundam. Et circulū cui linea hæc circūducitur,uoco basin ipsius pyramidis. Fixum autē punctū extra circuli superficiē signatū,uoco conum pyramidis

ramidis. Lineamq́ rectã continuantẽ centrũ basis cum cono pyramidis, appello axem seu sagittã pyramidis. Cumq́ hæc sagitta fuerit perpendicularis ad basin, dico pyramidem esse rectam. Cum uero inclinata, dico esse pyramidẽ inclinatã. Cum autem fuerint duo circuli æquales descripti in superficiebus æquidistantibus, quos una plana superficies per eorũ centra transiens secuerit, fuerintq́ cõtinuatæ per lineã rectam duæ relatiuæ sectiones duarũ circũferentiarũ ipsorũ circulorũ, si linea hæc in circũferentijs ipsorũ circulorũ æquidistanter sitúi à quo moueri inceperit quousq́ ad locum suum redeat circũducatur, corpus quod à curua superficie quam motu suo describit hæc linea & à duobus propositis circulis cõtinetur, uoco columnã rotundam. Cum axis siue sagitta, est linea recta, centra duorũ circulorũ continuans. Et cum hæc sagitta fuerit perpendicularis ad superficiẽ utriusq́ duorũ circulorũ, dico columnã esse erectã. Cum uero fuerit super basin inclinatæ, dico columnã esse inclinatã. Cumq́ fuerint duæ rotũdæ pyramides aut columnæ (à quarũ axibus egrediãtur duæ superficies super bases earũ orthogonaliter erectæ) fuerintq́ anguli (quos axes & cõmunes sectiones harũ superficierũ & basium continẽt) adinuicẽ æquales, & fuerit proportio axis unius ad axem alterius sicut semidiametri basis unius ad semidiametrũ basis alterius, tunc illas duas pyramides adinuicẽ, aut illas duas columnas adinuicẽ, dico similes esse. His diffinitiõibus positis, demonstrandũ est, ꝙ omnium duarũ rotundarũ pyramidũ similium, columnarumúe rotundarũ similiũ, siue erectæ siue inclinatæ fuerint, est proportio unius ad alteram sicut diametri basis unius ad diametrũ basis alterius proportio triplicata. Quod de solis erectis demonstratũ est. Ad hoc autẽ præmittimus antecedens necessariũ.

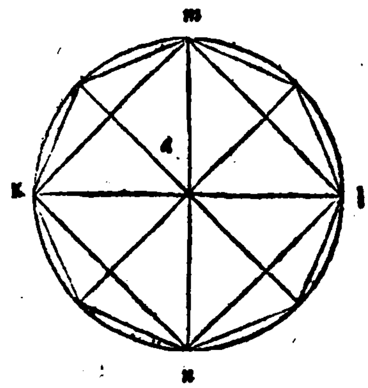
Si fuerint duæ rotundæ pyramides adinuicem similes quarum utranq́ duæ planæ superficies super axem secent, fueritq́ harum duarum superficierum altera in utraq́ pyramide super basin eius orthogonaliter erecta, & arcus basium inter illas duas superficies contenti, similes, erũt anguli quos axes & cõmunes sectiones basium & earũ superficierũ quæ super bases nõ ponuntur orthogonaliter erectæ continent, adinuicem æquales.

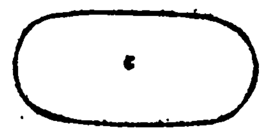


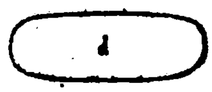


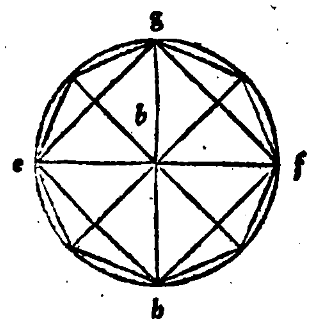
Sint duæ rotundæ pyramides a b & c d, quarũ bases sunt circuli e f g & h k l, & axes duæ lineæ a b & c d, & diametri basium e g & h l, centra basium sunt duo puncta b & d, coni pyramidũ a & c, similes adinuicẽ, & ab earum conis ad superficiẽ basium protrahãtur ut docet 11 undecimi libri, duæ perpendiculares quæ sunt a m & c n, & continuẽtur puncta m & n cum centris basium, protractis lineis b m & d n, eritq́ ex 18 undecimi superficies a b m quæ egreditur ab axe a b, erecta super basin pyramidis a b orthogonaliter. Eodem modo supficies c d n, quæ egreditur ab axe c d, erit erecta super basin pyramidis c d orthogonaliter. Sint itaq́ duo arcus f g & k l, similes, & intelligantur duæ superficies a b f, c d k, egredi ab axibus, & secare pyramides a b & c d similes. Dico igitur duos angulos a b f, c d k, esse adinuicem æquales. Protrahãtur enim duæ lineæ f m & k n. Quia igitur duæ pyramides a b & c d sunt similes, & duæ superficies a b m, c d n, stantes orthogonaliter super bases, egrediũtur ab earum axibus, erit ex diffinitiõe similium pyramidũ, angulus a b m æqualis angulo c d n. Et qa ex diffinitione lineæ supra superficiẽ perpẽdiculariter erectæ, uterq́ duorũ angulorũ a m b, c n d, est rectus, erũt ex 32 primi & 4 sexti, duo primi trianguli a b m & c d n, alterũ proportionaliũ. Vt proportio lineæ a b ad lineam c d, sicut b m ad d n, & sicut a m ad c n. Et quia ex diffinitione similium pyramidũ, proportio axis a b ad axem c d est sicut semidiametri b f ad semidiametrũ d k, erit ex 11 quinti, proportio b f ad d k sicut b m ad d n. Cumq́ sint duo anguli f b m & k d n æquales, eo ꝙ duo arcus f g & k l sunt similes ex hypothesi, erit ex 6 & 4 sexti, 4 ſexti, proportio f m ad k n, ſicut b m ad d n, ideoq́ ſicut a m ad c n. Et quia iterũ ex diffinitione lineæ ſuper ſuperficiẽ perpendiculariter erectæ uterq́ duorũ angulorũ a m f, c n k, eſt rectus, erit ex 6 & 4 ſexti, proportio a f ad c k, ſicut a m ad c n, ideo per 11 quinti, ſicut a b ad c d, & ſicut b f ad d k. Igitur ex 5 ſexti, duo anguli a b f & c d k, ſunt adinuicẽ æquales. Quod eſt propoſitũ. Idem probabis leuiter de rotundis colũnis ſimilibus.

Hoc itaq́ demonſtrato, dico quod omnium duarũ rotundarũ pyramidũ ſimiliũ quæcunq́ fuerint ſiue erectæ ſiue inclinatæ eſt proportio unius earum ad alterã, ſicut diametri ſuæ baſis ad diametrũ alterius baſis proportio triplicata. Sint enim ut prius duæ rotundæ pyramides a & b, quarũ baſes ſunt circuli a & b, & horum circulorũ diametri ſint etiam a & b, ſitq́ proportio pyramidis a ad corpus c, ſicut diametri a ad diametrũ b proportio triplicata. Nõ erit igitur corpus c, minus neq́ maius rotũda pyramide b. Sit enim primo (ſi poſſibile eſt) minus, quantitate corporis d, ita q̃ duo corpora c & d pariter accepta ſint quantũ rotũda pyramis b. Ab axe igitur pyramidis b, prodeat ſuperficies quæ ſit orthogonaliter erecta ſuper circulum b, ſitq́ cõmunis ſectio huius ſupficiei & circuli b, linea e f tranſiens per centrum b, quæ erit diameter circuli b, & protrahatur in circulo b, alia diameter ſecans hanc orthogonaliter, quæ ſit g h, ſicq́ inſcribatur circulo b, quadratũ e g f h, & a rotunda pyramide b, intelligatur detrahi laterata pyramis, cuius baſis eſt quadratũ circulo b inſcriptum, quæ (ut probatũ eſt ſupra) maius erit dimidio rotundæ pyramidis, & ex reſiduo eius detrahantur pyramides eiuſdem altitudinis, conſiſtentes ſuper trigonos portionũ circuli b, fiatq́ hoc totiens, quouſq́ reſiduũ rotundæ pyramidis b ſit minus corpore d ex 1 decimi. Eritq́ ex conceptione laterata pyramis detracta quam cõponunt lateratæ partiales pyramides detractæ, maius corpore c. Tunc ergo prodeat ex axe pyramidis a, ſuperficies alia quæ ſit orthogonaliter erecta ſuper circulum a, & ſit cõmunis ſectio huius ſuperficiei & circuli a, linea k l, quæ ob hoc erit diameter circuli a, protrahatur autem in circulo a, alia diameter ſecans hanc orthogonaliter, quæ ſit m n, ſicq́ inſcribatur in circulo a, quadratũ k m l n, & diuidẽdo arcus portionũ circuli a per æqualia, perficiatur in circulo a, polygoniũ ſimile illi quod eſt inſcriptũ circulo b, & ad ſingulos angulos huius polygonij demitte lineas rectas a cono pyramidis a, perficiens ſuper illud polygoniũ lateratã pyramidẽ æque altam pyramidi a. Hanc autem lateratã pyramidẽ, probabis eſſe ſimilem lateratæ pyramidi detractæ à rotunda pyramide b, quod hoc modo facies. Duces axes cogitatiõe uel actu utriuſq́ in utriſq́ pyramidibus a & b, & à centris baſium protrahas lineas rectas ad omnes angulos inſcriptorũ polygoniorũ. Erũtq́ ex præmiſſo antecedẽte omnes anguli quos continet axis pyramidis a, cum ſingulis lineis ductis a centro circuli a, ad angulos polygonij ſibi inſcripti, æquales ſuis relatiuis angulis quos continet axis pyramidis b, cum ſingulis lineis ductis a centro circuli b, ad angulos polygonij ſibi inſcripti. Et quia ex diffinitione rotundarũ pyramidũ ſimilium, proportio axis pyramidis a ad axem pyramidis b, eſt ſicut ſemidiametri circuli a ad ſemidiametrũ circuli b, ſequitur ex 6 & 4 ſexti & diffinitionibus ſimilium ſuperficierũ & ſimilium corporũ q̃ duæ lateratæ pyramides a & b ſint ſimiles. Cætera argue ſicut prius in decima. Conſtat itaq́ de omnibus rotundis pyramidibus ſimilibus, q̃ proportio earũ ſit ſicut diametrorũ ſuarum baſium triplicata. Et quia omnis columna rotunda eſt tripla ad ſuam pyramidem (hoc enim ſufficienter eſt demonſtratũ ſiue columnæ & ſuæ pyramides fuerint erectæ ſiue inclinatæ) ſequitur ex 15 quinti ut etiam quarũlibet columnarũ rotundarũ ſimilium ſit proportio ſicut ſuarum diametrorũ triplicata.





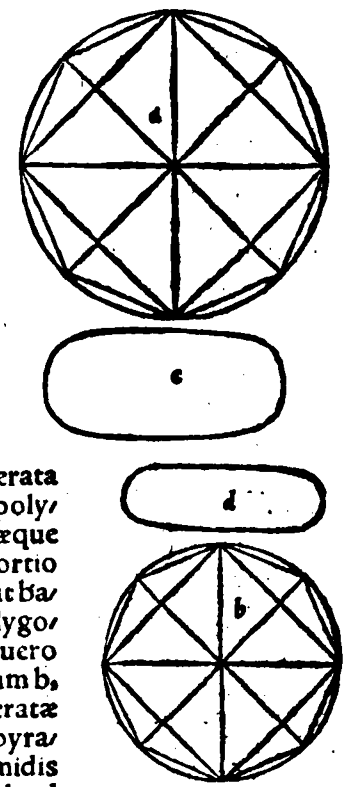




Eucli. ex camp. Propoſitio 11

11 OMnes duas rotundas pyramides ſiue columnas, æque altas, ſuis baſibus proportionales eſſe neceſſe eſt.

CAMPANVS. Supra duos circulos a & b, ſtatuantur ut prius duæ rotundæ pyramides æquæ altæ quæ dicantur ſimiliter a & b, & duæ rotundæ columnæ æque altæ eiſdem literis aſcriptæ a & b. Dico itaꝗ quod proportio duarũ pyramidum a & b, duarumꝗ columnarum a & b, eſt ſicut duorum circulorum a & b. Quod de columnis manifeſtum erit, ſi hoc prius de pyramidibus demõſtrabitur: omnis enim rotunda columna, tripla eſt ad ſuam pyramidem. De pyramidibus autem conſtabit indirecta demonſtratione hoc modo. Eſt enim ex cõmuni ſcientia, proportio rotundæ pyramidis a ad aliquod corpus, ſicut circuli a ad circulum b, illud corpus ſit c. Dico itaꝗ ꝙ corpus c, nõ poteſt eſſe maius neꝗ minus rotunda pyramide b. Sit enim primo minus, quantitate corporis d. Igitur circulo b inſcribatur quadratũ, & detrahatur a rotũda pyramide b, pyramis laterata, cuius ſit baſis quadratũ circulo b inſcriptũ, & ex portionibus pyramidalibus detrahantur pyramides ſuper trigonos portionũ circuli conſiſtentes, fiatꝗ hoc totiens, quouſꝗ ſit ex pyramide b, reſiduũ minus corpore d, eritꝗ laterata pyramis detracta, quam componunt partiales pyramides detractæ, maior corpore c. Inſcribatur ergo circulo a, polygoniũ ſimile illi polygonio quod eſt baſis lateratæ pyramidis b, & perficiatur ſuper ipſum pyramis laterata ductis lineis à uertice pyramidis lateratæ a, ad ãgulos polygonij inſcripti. Eruntꝗ duæ lateratæ pyramides a & b, æque altæ. Hoc enim eſt propoſitũ de rotundis. Quare proportio lateratæ pyramidis a ad lateratã pyramidem b, eſt ſicut baſis eius ad baſin illius, uidelicet, ſicut polygonij a ad polygonium b. Hoc enim demõſtratum eſt in ſexta huius. At uero polygonij a ad polygoniũ b, eſt ſicut circuli a ad circulum b, quod manifeſtũ eſt ex prima & ſecunda huius. Itaꝗ lateratæ pyramidis a ad lateratã pyramidem b, ſicut rotũdæ pyramidis a ad corpus c, quare permutatim lateratæ pyramidis a ad rotundam pyramidem a, ſicut lateratæ pyramidis b ad corpus c. Cumꝗ ſit laterata pyramis b maior corpore c, ſequitur lateratã pyramidem a eſſe maiorẽ rotunda pyramide a. Hoc autem impoſſibile, eſt enim pars eius. Non erit ergo corpus c, minus rotunda pyramide b. Si uero ponat aduerſarius quod ſit maius, demõſtrabimus rurſum idem impoſſibile conſequi. Erit enim per conuerſam proportionalitatẽ proportio corporis c ad rotundam pyramidem a, ſicut circuli b ad circulum a. Sit quoꝗ eadem rotundæ pyramidis b, ad aliquod corpus quod ſit d. Cum igitur corpus c ſit maius rotunda pyramide b per hypotheſin, erit ex 14 quinti rotũda pyramis a maior corpore d. Itaꝗ proportio circuli ad circulum a, erit ſicut rotundæ pyramidis b ad quoddam corpus minus rotunda pyramide a. Sed hoc demonſtratũ eſt prius, eſſe impoſſibile, ſic enim ſequitur quod pars ſit maior ſuo toto. Nõ eſt igitur corpus c, neꝗ minus neꝗ maius rotunda pyramide b, ſed tantum æquale. Itaꝗ ex ſecunda parte 7 quinti conclude propoſitũ. Vt autem facilius inconcuſſiusꝗ demonſtraretur quod ſequitur, ad ipſam eſt antecedens utile præmittendum, quod eſt,



Zamb. 13 Si ſuperficies quædam rotundam columnam æquidiſtanter baſi eius ſecuerit, erunt duo partialia corpora quæ ad illam ſecantem ſuperficiem terminantur, portionibus axis columnæ proportionalia.

Simile eſt hoc, ei quod propoſuit 25 undecimi libri de ſolidis parallelogrāmis. Nec ſolum uerũ eſt hoc de columnis rotundis, immo ſimpliciter de omnibus columnis ſiue lateratæ fuerint ſiue rotundæ. Quod qui argumentationẽ primæ ſexti uel 25 undecimi firmiter tenuerit, facile demonſtrare poterit: hic enim non aliter quàm ibi ex diffini-

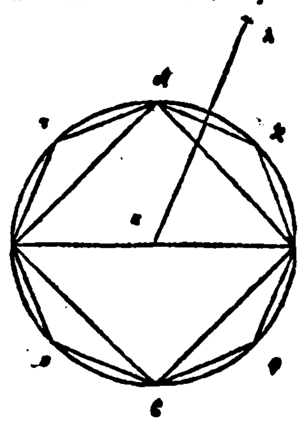
tione

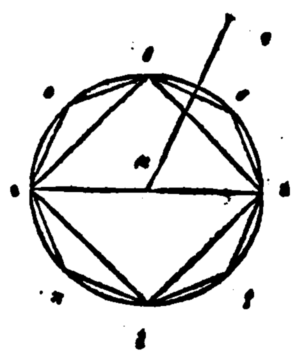
tione incontinuæ proportionalitatis quæ posita est in procemio quinti libri arguēdū est propositum. Attendere aūt colūnā oportet, quod quæcūq; superficies secat æquidistanter basi ipsius, secat etiam eam æquidistāter superficiei basis eius oppositæ, nā quæcunque superficies uni superficiei sunt æquidistantes, ipsæ quoq; sunt æquidistātes adinuicē, ut ex ijs quæ dicta sunt ex 17 undecimi didicisti. Quare manifestū est, quod omnes rotundæ colūnæ quarum sunt bases æquales, altitudinibus suis sunt proportionales. Idem quoque de lateratis. Idem quoque de pyramidibus rotūdis & etiā de lateratis, quod de pyramidibus constabit, si prius de colūnis probetur. Est enim omnis columna tripla ad suam pyramidē, rotunda quidem, ex nona huius, laterata uero ex ijs quæ supra in octaua demonstrata sunt.

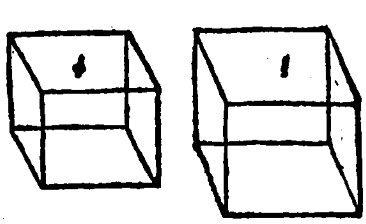
Eucli. ex Zamb. *Theorema 11* *Propositio 11*

11 Sub eodem fastigio existentes coni & cylindri, adinuicem sese habent sicut bases.

THEON ex Zāb. *Sint sub eadē altitudine coni & cylindri, quorū bases quidē sunt α β γ δ, ε ζ η θ, circuli, axes autem sint κ λ, μ ν, dimetientes uero basium sint α γ, ε η. Dico quod est sicut α β γ δ circulus ad ε ζ η θ, circulum, sic est α λ conus ad conum ε ν. Si autē non est sicut α β γ δ circulus ad ε ζ η θ circulum, sic α λ conus ad ε ν conum, erit sicut α β γ δ, circulus ad ε ζ η θ, circulum, sic α λ conus ad aliquod solidū minus ipso ε ν, cono, uel ad maius. Sit prius ad minus, hoc est ad ξ. Et quo minus est ξ solidū ipso ε ν cono, ei æquū esto ψ solidū, igitur conus ε ν, æquus est ipsis ξ, ψ, solidis. Describatur (per 6 quarti) in circulo ε ζ η θ, quadratum ε ζ η θ, quadratum igitur, maius est quàm dimidium circuli. Excitetur ab ipso ε ζ η θ quadrato, pyramis æque alta ipsi cono. Igitur ipsa pyramis excitata, maior est quàm dimidium ipsius coni, quoniā si circumscribamus ipsi orbi quadratū, & ab ipso excitemus pyramida cono æque altam, inscripta pyramis dimidium est circumscriptæ, adinuicem enim sunt sicut bases, Conus autē minor est pyramide circumscripta. Pyramis igitur cuius basis est ε ζ η θ quadratum, uertex autem idem ipsi cono, maior quàm dimidiū coni. Secentur (per 30 tertij) ε ζ, ζ η, η θ, θ ε, circūferentiæ diuiduæ in signis ο, π, ρ, σ, connectanturq; ipsæ θ ο, ο ε, ε π, π ζ, ζ ρ, ρ η, η σ, σ θ. Vnumquodq; igitur ipsorū θ ο ε, ε π ζ, ζ ρ η, η σ θ, triangulorum, maius est quàm dimidium apud sese segmenti ipsius circuli. Excitetur ab unoquoq; ipsorum θ ο ε, ε π ζ, ζ ρ η, η σ θ, triangulorū, pyramis æque alta ipsi cono. Vnaquæq; igitur excitatarū pyramidū, maior est quàm dimidia pars apud sese segmenti coni. Secātes igitur (per 30 tertij) reliquas circunferentias diuiduas, cōnectentesq; rectas lineas, & excitantes ab unoquoq; triāgulorū pyramides ipsi æque altas cono, & hoc semper facientes relinquemus quædam coni segmenta quæ erunt minora ipso ψ solido. Relinquantur, sintq; quæ in θ ο ε, ε π ζ, ζ ρ η, η σ θ, Reliqua igitur pyramis cuius basis quidem est θ ο ε π ζ ρ η σ, multangulum, fastigium idem quod cono, maior est ipso ξ solido. Inscribatur & in circulo α β γ δ, ipsi θ ο ε π ζ ρ η σ, multangulo simile & similiter positum multangulum δ τ α υ β φ γ χ, excitetur que ab ipso pyramis æque alta ipsi α λ cono. Quoniā igitur est sicut quod ex α γ ad id quod ex ε η sic δ τ α υ β φ γ χ multangulum ad ipsum θ ο ε π ζ ρ η σ multāgulū, sicut aūt quod ex α γ ad id quod ex ε η, sic α β γ δ orbis ad ε ζ η θ orbē, & sicut igitur (per 11 quinti) α β, γ δ, orbis ad ε ζ η θ, orbē sic δ τ α υ β φ γ χ, multāgulū θ ο ε π ζ ρ η σ, multāgulū. Sicut aūt orbis ad ε ζ η θ, orbē, sic α λ conus ad ξ solidū. Sicut autē δ τ α υ β φ γ χ, multangulū ad θ ο ε π ρ η σ, multāgulū, sic pyramis cuius basis est δ τ α υ β φ γ χ, multangulū, uertex autē λ signū, ad pyramida cuius basis quidē est θ ο ε π ζ ρ η σ, multangulum, fastigium autē ν signum. Et sicut igitur (per 11 quinti) α λ conus ad ξ solidū, sic pyramis cuius basis quidē δ τ α υ β φ γ χ multangulum, uertex autē λ signū, ad pyramida cuius basis quidem est θ ο ε π ζ ρ η σ, multangulū, uertex autē ν signū. Vicißim igitur (per 16 quinti) est sicut α λ conus ad eam quæ in se ipso pyramida, sic ξ solidum ad eā quæ in ε ν cono pyramida. Maior autē est α λ conus, ea quæ in se ipso pyramide, maius igitur est & ξ solidū, ea quæ in ε ν, cono pyramide, sed & minus. quod absurdū est. Nō igitur est sicut α β γ δ circulus ad ε ζ η θ, circulum, sic α λ conus ad aliquod solidum minus ipso ε ν cono Similiter iam demonstrabimus, quod neque sicut ε ζ η θ, orbis ad α β γ δ, orbē*



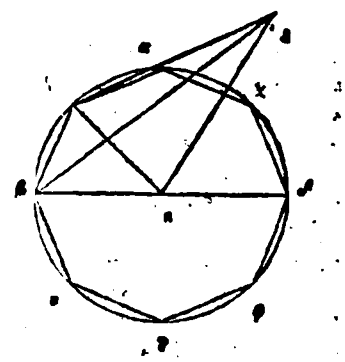




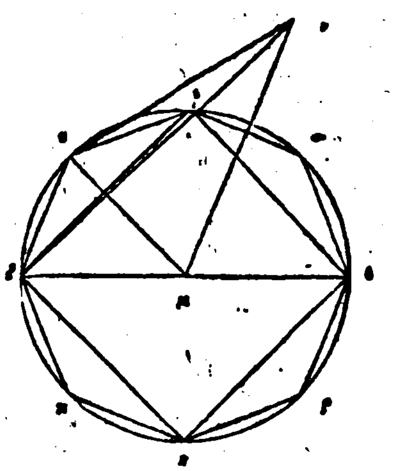
δ orbē, sic ε ν conus ad solidum aliquod maius ipso α λ cono. Dico iam quod neque est sicut α β γ δ orbis ad ε ζ η θ orbē, sic conus α λ ad aliquod solidū maius ipso ε ν cono. Si enim possibile, esto ad maius ξ. Conuersim igitur est sicut ε ζ η θ, orbis ad α β γ δ orbē, sic est ξ solidum ad α λ conū. Sed sicut ξ solidū ad α λ conū sic est ε ν conus ad aliquod solidum minus ipso α λ cono. Et sicut igitur (per 11 quinti) ε ζ η θ circulus ad α β γ δ circulum, sic conus ε ν, ad aliquod solidum minus ipso α λ cono, quod absurdum esse patuit. Non est igitur α β γ δ orbis ad ε ζ η θ orbem, sic α λ conus ad solidum aliquod maius ipso ε ν cono. Patuit autem quod neque ad minus. Est igitur sicut α β γ δ orbis ad ε ζ η θ orbē, sic α λ conus ad ε ν conum. Sed sicut conus ad conum, sic cylindrus ad cylindrum, triplus enim est alter alterius. Et sicut igitur (per 11 quinti) α β γ δ orbis ad ε ζ η θ, orbem, sic qui in ipsis cylindri æque alti ad conos. Sub eodē igitur fastigio subsistentes coni & cylindri, se adinuicem habent sicut bases. Quod erat ostendendum.

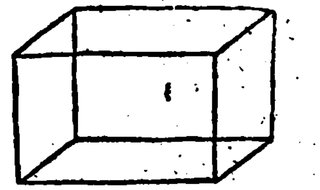
Eucli. ex Zamb. Theorema 12 Propositio 12

12 Similes coni & cylindri, ad se inuicem in tripla sunt ratione dimetiētium quæ in basibus.



THEON ex Zāb. Sint similes coni & cylindri, quorum bases quidem α β γ δ, ε ζ η θ, orbes dimetiētes uero basiū sint β δ ζ θ, & axes conorū siue cylindrorū sint κ λ, μ ν. Dico quod conus cuius basis quidē est α β γ δ, circulus, fastigium autē λ signū, ad conū cuius quidē basis est ε ζ η θ, uertex autē ν signū, triplā habet rōnē quàm β δ ad ζ θ. Si autē α β γ δ λ conus ad ε ζ η θ ν, conum triplā rōnē non habet quàm β δ ad ζ θ, habebit conus α β γ δ λ, uel ad solidū aliquod minus ipso ε ζ η θ ν, cono triplā rōnē, uel ad maius. Habeat prius ad minus ξ. Describaturq; (per 6 quarti) in circulo ε ζ η θ, quadratū ε ζ η θ. Igitur ε ζ η θ quadratū, maius est quàm dimidiū circuli ε ζ η θ. Excitetur ab ipso ε ζ η θ quadrato, pyramis æque alta ipsi cono. Igitur pyramis excitata, maior est quàm dimidia pars coni. Secentur iam (per 30 tertij) ipsæ ε ζ, ζ η, η θ, θ ε, circūferētiæ diuidue, in ο, π, ρ, σ, signis, cōnectāturq; ε ο, ο ζ, ζ π, π η, η ρ, ρ θ, θ σ, σ ε. Vnūquodque igitur ipsorū ε ο ζ, ζ π η, η ρ θ, θ σ ε, triangulorū, maius est quàm dimidia pars, quæ apud sese segmenti circuli ε ζ η θ. Constituatur ab unoquoque ipsorum ε ο ζ, ζ π η, η ρ θ, θ σ ε, triangulorum, pyramis idē habens fastigiū ipsi cono, unaquæque igitur ipsarum excitatarum pyramidū, maior est quàm dimidium eius quod apud sese segmenti circuli. Secantes igitur (per 30 tertij) relictas circūferentias diuidue, & connectentes rectas lineas, excitantesque ab unoquoque triangulorum pyramides fastigium ipsi cono habentes, idem, & hoc semper efficientes, relinquemus quædam coni segmenta quæ erunt minores excessu quo excedit ε ζ η θ ν, conus ipsum ξ solidū, relinquātur, & sint in ε ο, ο ζ, ζ π, π η, η ρ, ρ θ, θ σ, σ ε, reliqua igitur pyramis cuius basis quidē est ε ο ζ π η ρ θ σ, multangulum, uertex autē ν signū, maior est ipso ξ solido. Describatur in circulo α β γ δ, ipsi ε ο ζ π η ρ θ σ, multangulo simile similiterq; positum multangulum α τ β υ γ φ δ χ, & excitetur ab ipso pyramis, idē habēs ipsi cono fastigiū. Et cōprehendētiū ipsam pyramida cuius basis quidē est α τ β υ γ φ δ χ, multangulū, uertex autē λ signum, unum triāgulum esto λ β τ, cōprehendentiū autem pyramida cuius basis quidē ε ο ζ π η ρ θ σ, multangulū, fastigiū autem ν signū unū triangulum esto ν ζ ο, & connectatur κ τ, μ ο. Et quoniā α β γ δ λ conus similis est ipsi ε ζ η θ ν cono, est igitur (per 20 undecimi diffinitionē) sicut β δ ad ζ θ, sic κ λ axis ad μ ν axē. Sicut autē β δ ad ζ θ, sic (per 15 quinti) β κ ad ζ μ. & sicut igitur (per 11 quinti) β κ ad ζ μ, sic κ λ ad μ ν, & uicissim (per 16 quinti) sicut β κ ad κ λ, sic ζ μ, ad μ ν. Et circum æquos angulos β κ λ, ζ μ ν, latera sunt proportionalia. Igitur (per 1 sexti diffinitionē) triangulum β κ λ, simile est ipsi ζ μ ν triāgulo. Rursus quoniā est sicut β κ, κ τ sic ζ μ, ad μ ο, & circū æquos angulos β κ τ, ζ μ ο, quoniam qualis pars est angulus β κ τ eorum qui ad κ centrum quatuor rectorum, talis pars est & angulus ζ μ ο, eorum qui ad μ centrum quatuor rectorū, quoniā igitur circum æquos angulos latera sunt proportionalia, igitur triangulum β κ τ simile est ipsi ζ μ ο triangulo. Rursus quoniā patuit sicut β κ ad κ λ sic ζ μ ad ν μ, æqualis autem est β κ ipsi κ τ, & ζ μ ipsi μ ο, est igitur sicut τ κ ad κ λ, sic ο μ ad μ ν. Et circū æquos angulos τ κ λ, ο μ ν, recta latera (recti enim) sūt proportionalia. Igitur λ κ τ, triangulū, ipsi μ ν ο, triangulo simile est. Et quoniam (per 6 sexti propter similitudinem ipsorū λ κ β, ν μ ζ, triangulorum est sicut λ β, ad β κ, sic ν ζ ad ζ μ, & propter similitudinem ipsorum β κ τ, ζ μ ο, triangulorum



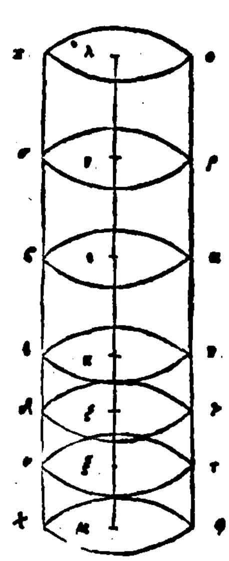


est sicut

est ſicut κ β ad β τ ſic μ ξ ad ξ ο, ex æquali igitur (per 22 quinti) ſicut λ ϛ ad ϛ τ, ſic ν ξ ad ξ ο. Rurſus quoniā ob ſimilitudinē ipſorum λ τ κ, ν ο μ, triangulorū eſt (per 6 ſexti) ſicut λ τ ad τ κ, ſic ν ο, ad ο μ, propter autē ſimilitudinē ipſorum τ κ β, ο μ ξ, triangulorū eſt ſicut κ τ ad τ ϛ, ſic μ ο, ad ο ξ, ex æquali igitur (per 22 quinti) ſicut λ τ, ad τ β, ſic ν ο ad ο ξ. Patuit autē & ſicut τ ϛ ad ϛ λ, ſic ο ξ ad ξ ν, ex æquali ergo (per 22 quinti) ſicut τ λ ad λ ϛ, ſic ο ν ad ν ξ. Igitur ipſorum λ τ ϛ, ν ο ξ, triāgulorū, proportionalia ſunt latera. Ipſa igitur λ τ ϛ, ν ο ξ, triāgula, æquiangula ſunt, quare & ſimilia (per 5 ſexti.) Et pyramis igitur cuius baſis quidem eſt ϛ κ τ triangulū, uertex autē λ ſignū, ſimilis eſt pyramidi cuius baſis quidē eſt ξ μ ο triangulum, uertex autem ν ſignū, ſub ſimilibus enim planis æque multiplicibus comprehenduntur. Similes autem pyramides, triāgulares baſes habentes, in triplici ſunt ratione eiuſdem rationis laterū (per 8 duodecimi,) pyramis igitur β κ τ λ, ad ξ μ ο ν pyramida, triplam rationem habet, quàm ϛ κ ad ξ μ. Similiter iam connectētes ab ipſis α, χ, δ, φ, γ, υ, in κ rectas lineas, & ab ipſis ε, σ, θ, ρ, η, π, in μ, excitātesq́; in triangulis pyramides eadem habentes faſtigia ipſis conis, oſtendemus quod & unaquæq; ipſarum eiuſdem ordinis pyramidum ad unāquanq; eiuſdem ordinis pyramida, triplā habet rationē quàm ϛ κ eiuſdē rationis latus ad ξ μ eiuſdē rationis latus, hoc eſt quàm ϛ δ ad ξ θ. Sed ſicut unum antecedentium ad unum ſequentium, ſic omnia antecedentia ad omnia ſequentia. Eſt igitur & ſicut β κ τ λ pyramis ad ξ μ ν ο, pyramida, ſic eſt tota pyramis cuius baſis α τ β υ γ φ δ χ multangulum, uertex autem λ ſignum, ad totam pyramidem cuius quidem baſis eſt ε ο ξ π η ρ θ σ, multāgulū, uertex uero ν ſignū, Quare & pyramis cuius baſis quidem eſt α τ β υ γ φ δ χ, multangulū, faſtigium autem λ ſignum, ad pyramida cuius quidem baſis ε ο ξ π η ρ θ σ, multangulum, faſtigium autē ν ſignum, triplam habet rationē quàm β δ ad ξ θ. Supponitur autem & conus cuius baſis quidem α β γ δ orbis, faſtigium autem λ ſignum, ad ξ ſolidum, triplam rationem habens quàm ϛ δ, ad ξ θ, eſt igitur ſicut conus cuius baſis quidē α β γ δ circulus, uertex autem λ ſignum ad ξ ſolidum, ſic pyramis cuius quidem baſis eſt α τ β υ γ φ δ χ multangulum, uertex autem λ ad pyramida cuius baſis quidem eſt ε ο ξ π η ρ θ σ, multangulum, uertex autem ν ſignum. Viciſsim igitur (per 16 quinti) ſicut conus cuius baſis quidē eſt α β γ δ orbis, uertex autem λ ſignū ad eā quæ in ſe pyramida cuius baſis eſt α τ ϛ υ γ φ δ χ multangulū, uertex autem λ ſignū, ſic ſolidū ξ ad pyramida cuius baſis quidem eſt ε ο ξ π η ρ θ σ, multāgulū, uertex autem ν ſignum. Maior aūt eſt prædictus conus ea quæ in ſe ipſo pyramide, ipſam enim continet. Igitur ξ ſolidū, maius eſt ipſa pyramide cuius baſis quidem eſt ε ο ξ π η ρ θ σ multangulum, uertex autem ν ſignum. Supponebatur autē quod & minus, quod eſt abſurdū. Nō igitur conus α ϛ γ δ λ, ad aliquod corpus minus ipſo ε ξ η θ ν, cono triplā rationē habebit, quàm ϛ δ ad ξ η. Similiter iam demōſtrabimus, quod neq; ε ξ η θ ν conus ad ſolidū aliquod minus ipſo α ϛ γ δ λ cono, triplā rationē habet, quàm ξ θ ad ϛ δ. Dico iam quod neque α β γ δ λ conus, ad aliquod ſolidum maius ipſo ε ξ η θ ν cono, triplam habet rationē, quàm β δ ad ξ θ. Si enim poſsibile, habeat ad maius ξ. Conuerſim igitur ξ ſolidū, ad α ϛ γ δ λ conū, triplā habet rationē, quàm ξ θ ad ϛ δ. Sicut aūt ξ ſolidum ad α ϛ γ δ λ conū, ſic ε ξ η θ ν conus ad aliquod ſolidū minus ipſo α ϛ γ δ λ cono, & ε ξ η θ ν igitur conus, ad ſolidū aliquod minus ipſo α ϛ γ δ λ, cono, triplā rōnē habet, quā ξ θ ad ϛ δ, quod impoſsibile eſſe patuit. Igitur α β γ δ λ conus, ad ſolidum aliquod maius ipſo ε ξ η θ ν cono, triplam rōnē non habet, quàm δ ad ξ θ, patuit aūt q; neq; ad minus. Conus igitur α β γ δ λ, ad conum ε ξ η θ ν, triplā rationē habet, q̃ ϛ δ ad ξ θ, (per 15 quinti,) ſicut aūt conus ad conū, ſic cylindrus ad cylindrum, triplus enim eſt cylindrus, ipſius coni qui in eadē eſt baſi & ſub æquali faſtigio ipſi cono. Oſtenſum eſt autē, (in 10 duodecimi,) quod omnis conus, cylindri tertia pars eſt eandem ei dem baſin habentis (per 10 duodecimi) & æquale faſtigium, Et cylindrus igitur, ad cylindrū triplā habet rationem quàm ϛ δ ad ξ θ. Similes igitur coni & cylindri, adinuicē in triplici ſunt ratione dimetientiū quæ in baſibus. Quod oſtendere oportuit.

Eucli. ex Zamb. Theorema 13 Propoſitio 13

13 Si cylindrus plano ſecetur, parallelo exiſtenti eis quæ ex oppoſito planis, erit ſicut cylindrus ad cylindrum ſic axis ad axem.

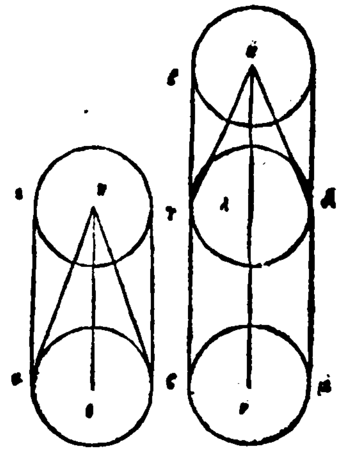


THEON ex Zamb. Cylindrus enim α δ, plano η θ ſecetur, parallelo exiſtente eis quæ ex oppoſito planis, hoc eſt ipſis α ϛ γ δ. Dico quod eſt ſicut ϛ η cylindrus ad η δ cylindrum, ſic eſt ε κ axis ad κ ξ axem. Extēdatur axis ε ξ ex utraque parte, in λ μ, ſigna, exponanturq́; ipſi ε κ axi æquales quilibet utcūq; ε ν, ν λ, ipſi autē ξ κ, quilibet utcūq; ξ ξ, ξ μ, & extēdantur per λ, ν, ξ, μ, ſigna: plana parallela α ϛ, γ δ, & intelligātur in ipſis per λ, ν, ξ, μ, planis circū centra λ, ν, ξ, μ, circuli ο π, ρ σ, τ υ, φ ψ, æquales ipſis α β, γ δ, & intelligantur cylindri, π ρ, ρ ϛ, δ τ, τ χ. Et quoniā ipſi λ ν, ν ε, ε κ, axes adinuicem ſunt æquales, ipſi igitur π ρ, ρ ϛ, β η, cylindri adinuicem ſunt ſicut baſes (per 11 duodecimi.) Baſes autē ſunt æquales. Igitur & ipſi π ρ, ρ ϛ, ϛ η, cylindri, ſunt æquales. Quoniam igitur ipſi λ ν, ν ε, ε κ, axes adinuicem ſunt æquales, ſunt autem & ipſi π ρ, ρ β, ϛ η, cylindri adinuicem æquales, & multitudo ipſorum λ ν, ν ε, ε κ, æqualis eſt multitudini ipſorum π ρ, ρ ϛ, ϛ η, quotuplex igitur eſt κ λ axis ipſius ε κ axis, totuplex erit & π η cylindrus ipſius β η cylindri. Et iam id propterea quotuplex eſt μ κ axis ipſius κ ξ axis, totuplex eſt & cylindrus χ η ipſius η δ cylindri, Et ſi κ λ axis æqualis eſt ipſi κ μ axi, æquus eſt & cylindrus π η ipſi η χ cylindro. Si autē axis κ λ maior eſt ipſo κ μ axe, maior erit & π η *cylindrus ipso η χ cylindro. Et si minor, minor (per 1 quinti. Quatuor iã existẽtibus magnitudinibus, axibus quidẽ, ι κ, κ ζ, cylindris aũt β κ, κ δ accepta (per diffinitionẽ 6 quinti) sunt æque multiplicia ipsius qdẽ ι κ axis & β κ cylindri, ipse axis κ λ, & π κ cylindrus. Ipsius autẽ κ ζ axis, & κ δ cylindri, κ μ axis & κ χ cylindrus. Et patuit quod si κ λ, axis excedit κ μ axẽ, & π κ cylindrus ipsum excedit κ χ cylindrũ, & si æqualis, æqualis, & si minor, minor. Est igitur (per 6 diffinitionẽ quinti) sicut ι κ axis ad κ ζ axẽ, sic β κ cylindrus ad κ δ cylindrũ. Quod ostendere oportuit.*

Eucli. ex Zamb. Theorema 14 Propositio 14

14 **In æqualibus basibus existentes coni & cylindri, adinuicem sese habent sicut fastigia.**

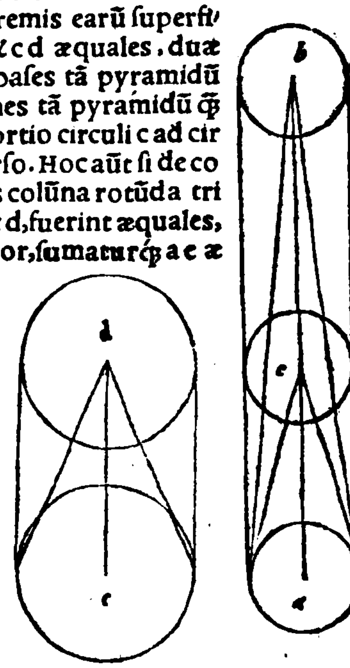
THEON ex Zamb. *Sint enim in æqualibus basibus α β, γ δ, cylindri ζ δ, ι β. Dico qđ est sicut cylindrus ι β ad cylindrũ ζ δ, sic est κ θ axis ad κ λ axẽ, extẽdatur enim κ λ axis in ν signũ, ponaturq; ipsi κ θ axi æqualis λ ν, & circũ axem λ ν, intelligatur cylindrus γ μ. Quoniã igitur ι β, γ μ cylindri sub eodẽ sunt fastigio, adinuicẽ sũt sicut bases (per 11 duodecimi) Bases autem inuicẽ sunt æquales, igitur & cylindri ι β, γ μ, sunt æquales. Et quoniã cylindrus ζ μ, plano quodam secatur γ δ, parallelo existẽte eis quæ ex opposito planis, est igitur (per 13 duodecimi) sicut γ μ cylindrus ad ζ δ cylindrum, sic est λ ν axis ad κ λ axẽ, æqualis autẽ est γ μ cylindrus ipsi ι β cylindro, & λ ν axis ipsi κ θ axi. Est igitur sicut ι β cylindrus ad ζ δ cylindrum, sic est κ θ axis ad κ λ axẽ. Sicut autem ι β cylindrus ad ζ δ cylindrum, sic α κ β conus ad γ δ κ conũ, tripli enim sunt cylindri ipsorũ conorum (per 10 duodecimi,) & sicut igitur (per 11 quinti) κ θ axis ad κ λ axem, sic α β κ, conus ad γ δ κ, conũ, & ι β cylindrus ad ζ δ cylindrũ Quod erat ostẽdendũ.*



Eucli. ex Camp, Propositio 12

12 **SI duæ pyramides rotũdæ siue colũnæ fuerint æquales. suæ bases & altitudines erunt mutuæ. Si uero suæ bases & altitudines mutuæ fuerint, ipsas pyramides siue columnas æquales esse necesse est.**

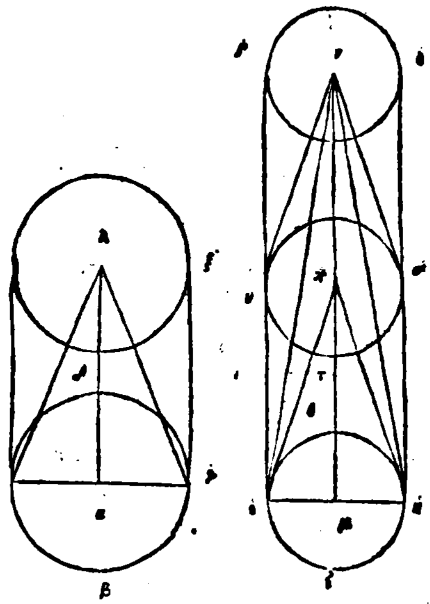
CAMPANVS. Altitudinẽ pyramidũ determinant lineæ a conis ad bases perpẽdiculariter descendẽtes, columnarum autẽ, à supremis earũ superficiebus ad bases. Sint itaqꝫ duæ rotũdæ pyramides a b & c d æquales, duæque rotũdæ colũnæ a b & c d æquales. sintqꝫ cõmunes bases tã pyramidũ quàm colũnarũ duo circuli a & c, cões quoqꝫ altitudines tã pyramidũ ꝙ colũnarũ determinatæ per lineas a b & c d. Dico ꝙ ꝓportio circuli c ad circulũ a, est sicut altitudinis a b ad altitudinẽ c d. & ecõuerso. Hoc aũt si de colũnis ꝓbatũ fuerit, de pyramidibꝰ certũ erit, quoniã oĩs colũna rotũda tripla est ad suã pyramidẽ. Si itaqꝫ duæ altitudines a b & c d, fuerint æquales, ex præmissa cõstat ꝓpositũ. Si aũt inæquales, sit a b maior, sumaturqꝫ a e æqualis a d, & secetur colũna a b, à superficie e æquidistãter basi eius a, eritqꝫ ex præmisso antecedẽte, colũna a b ad colũnã a e, sicut altitudo a b ad altitudinẽ a e, ideoqꝫ ex pria pte 7 qnti colũnã c d ad colũnã a e sicut altitudo a b ad altitudinẽ a e, quare per secũdã partẽ 7 qnti, sicut altitudo a b ad altitudinẽ c d. ex præmissa autẽ est colũna c d ad colũnã a e. sicut circulus c ad circulũ a, itaqꝫ per 11 quinti est altitudo a b ad altitudinẽ c d. sicut basis c ad basin a. Cõstat igitur prima pars. Secunda conuerso modo cõstabit, eadẽ dispositione manente. Sit enim ut basis c ad basin a. sic altitudo a b ad altitudinẽ c d. Dico quod duæ columnæ a b & c d sũt æquales: erit enim ex scđa parte 7 quinti altitudo a b ad altitudinem a e, sicut basis c ad basin a. Et quia ex præmissa, columna c d ad colũnam a e est sicut basis c ad basin a. & ex præmissa antecedẽte columna a b ad columnam a e, sicut altitudo a b ad altitudinem a e, sequitur ex 11 quinti ut columna c d ad columnam a e sit sicut columna a b ad eandem a e. Igitur ex prima parte 9 quinti duæ columnæ a b & c d, sunt æquales. Quare constat etiam secunda pars.



Eucl. ex Zamb. Theorema 15 Propositio 15

15 Aequalium conorum & cylindrorum, reciprocæ sunt bases uerticibus. Et coni & cylindri quorum reciprocæ sunt bases uerticibus, sunt æquales.

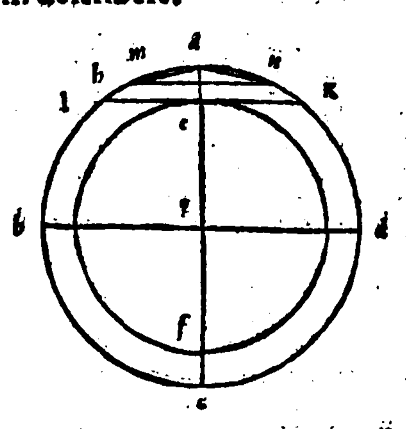
THEON ex Zamb. *Sint æquales coni & cylindri, quorũ bases quidẽ α β γ δ, ε ζ η θ, orbes, dimetientes autem ipsorum α γ, ε η, axes autem κ λ, μ ν, qui & altitudines sunt conorum & cylindrorum. Et compleantur ipsi α ξ, ε ο, cylindri. Dico quod ipsorũ α ξ, ε ο, cylindrorũ, reciprocæ sunt bases uerticibus, hoc est quod est sicut α β γ δ basis ad ε ζ η θ basin, sic est μ ν uertex ad κ λ uerticẽ. Fastigiũ enim κ λ, ipsi μ ν, fastigio aut est æquale, aut nõ. Sit prius æquale. Est autẽ & α ξ cylindrus, ipsi ε ο cylindro æqualis, sub eodẽ autẽ fastigio existẽtes coni & cylindri, adinuicẽ sunt sicut bases (per 11 duodecimi.) Aequalis est igitur α β γ δ basis, ipsi ε ζ η θ basi. Quare & reciprocæ sunt, sicut α β γ δ basis ad ε ζ η θ basin, sic μ ν fastigiũ ad κ λ fastigiũ. Sed iam non sit uertex λ κ ipsi μ ν æqualis, sed esto maior μ ν, & auferatur (per 3 primi) ab ipsa μ ν altitudine, ipsi κ λ æqualis π μ. ponaturq́; (per 2 primi) ipsi λ κ uertici æqualis π μ, & per π signum secetur (per 13 duodecimi) cylindrus ε ο, plano τ υ σ parallelo existẽte eis quæ ex opposito planis, hoc est ε ζ η θ, ρ ο, circulorũ. Et à basi quidẽ ipsius ε ζ η θ circuli, fastigio uero μ π, cylindrus intelligatur ε σ. Et quoniam α ξ cylindrus æquus est ipsi ε ο cylindro, alius autẽ ε σ cylindrus, est igitur (per 7 quinti) sicut α ξ, cylindrus ad ε ξ cylindrum, sic est ε ο cylindrus ad ε σ cylindrum. Sed sicut quidẽ α ξ cylindrus ad ε σ cylindrum, sic est α β γ δ basis ad ε ζ η θ basin. Sub eadem enim sunt altitudine, ipsi α ξ, ε ζ, cylindri. Sicut autem cylindrus ε ο ad cylindrum ε σ, sic μ ν altitudo ad μ π altitudinem, cylindri namque in æqualibus basibus existentes, sic habent sicut fastigia. Est igitur sicut α β γ δ basis ad ε ζ η θ basin, sic est μ ν uertex ad μ π uerticem. Aequalis aũt est π μ uertex, ipsi κ λ uertici. Est igitur sicut α β γ δ basis ad ε ζ η θ basin, sic est μ ν altitudo ad κ λ altitudinem. Aequaliũ igitur α ξ, ε ο, cylindrorũ, reciprocæ sunt bases altitudinibus. Sed iam ipsorum α ξ ε ο. cylindrorum reciprocæ sint bases altitudinibus, estoq́; sicut α β γ δ basis ad ε ζ η θ basin, sic uertex μ ν ad uerticem κ λ. Dico quod α ξ cylindrus, æqualis est ipsi ε ο cylindro. Eisdem namque dispositis, quoniam est sicut α β γ δ basis ad ε ζ η θ basin, sic μ ν fastigium, ad κ λ fastigium, æqualis autem est κ λ uertex ipsi π μ uertici, est igitur sicut α β γ δ, basis ad ε ζ η θ basin, sic μ ν uertex ad π μ uerticem. Sed sicut quidem α β γ δ, basis ad ε ζ η θ. basin, sic cylindrus α ξ ad ε σ cylindrum, sub eodem namque est fastigio. Sicut autem μ ν (per 14 duodecimi) uertex ad π μ uerticem, sic ε ο cylindrus ad ε σ cylindrũ. Est igitur sicut α ξ cylindrus ad ε σ cylindrum, sic est ε ο cylindrus ad ε σ, cylindrum. Aequalis igitur est α ξ cylindrus, ipsi ε ο cylindro. Sic etiã & in conis. Aequalium igitur conorum & cylindrorum, & quæ sequuntur reliqua. Quod ostendere oportuit.*



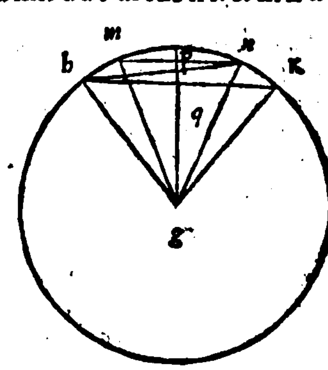
Eucli. ex Camp. Propositio 13

13 Cum propositi fuerint duo circuli ab uno centro circunducti, superficiem multiangulam æqualiũ laterũ circulũ minorẽ minime tangentium, intra circulum maiorem describere.

CAMPANVS Sint duo circuli a b c d & e f, ab uno communi centro quod sit g, circũducti, dico quod intra maiorem qui sit a b c d, possibile est unum polygonium quod sit æquilaterũ, describi, minorẽ circulum qui est e f nullo suorum laterũ tãgens. Quadrentur enim, id est in quadrantes diuidantur hi duo circuli duabus diametris super centrum ipsorum orthogonaliter se inuicẽ secantibus, quæ sint a c & b d, sitq́; e f diameter minoris, pars diametri a c quæ est diameter maioris. Sicq́ igitur à puncto e. ducatur utrinque usque ad circunferentiam maioris lineæ orthogonaliter super diametrum e f, quæ occurrat circunferentiæ maioris, hinc quidẽ, in pũcto h inde uero in puncto k, erit ex correlario 15 ter



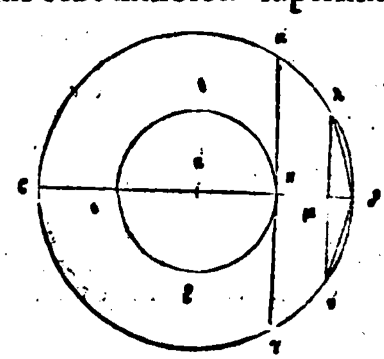
tij. linea h e k, contingens circulū minorem. Postea uero quadrantē a b maioris circuli diuide per æqualia in pūcto l, secūdū doctrinā 29 tertij, dehinc rursus arcū a l. per æqualia ad punctū m. Cūq; hoc pluries feceris, necessario tādem deuenies ad arcū qui minor erit arcu a h, sitq; hic a m. Hoc autē idcirco necessarium est, quia cum fuerint duæ quātitates inæquales, si à maiori earū dematur eius dimidiū, itēq; à residuo dimidiū, possibile est hoc totiēs fieri quousq; tandē minor minore earū relinquetur, quemadmodū in 1 decimi demonstratū est. Cum igitur sic diuidēdo, ad arcū quātuluncunq; minorem a h. fuerit deuentum, cuiusmodi est hic arcus a m, sumatur arcus a n, æqualis arcui a m, ducāturq; duæ lineæ a m & n m. Quia igitur arcus a k est æqualis arcui a h, quod ex secunda parte tertiæ tertij & quarta primi & 28 tertij manifestum est, & quia arcus a n est æqualis arcui a m, erit ex cōi sciētia, arcus n k æqualis arcui m h. Ergo duæ lineæ m n & k h, sūt æquidistātes, ergo linea m n, nō poterit tangere circulū e f, quare multo fortius neque linea a m, potest ipsum tāgere. Quoniā igitur cōstat circulū a b c d diuisibilē esse per arcus æquales arcui a m, ideoq; per 28 tertij simul cōstat intra ipsum circulū posse chordulas æquales chordulæ a m cōtinue coaptari circulū ipsum polygoniæ chordātes, manifestū est intra circulū maiorē posse unum polygonium æquilaterum cuius unum latus est linea a m, inscribi. Et quia linea a m nō cōtingit circulū minorē, patet ex prima parte 16 tertij & diffinitiōe linearū à cētro circuli æqualiter æquidistantiū, quod inscriptū polygoniū nullo laterū suorū tangit circulū minorē. Quod est propositū. At quid dubitas, duas lineas m n & k h. esse æqdistātes, cū sint duo arcus n k & m h æquales? Hoc aūt incōcussam ueritatē fortium est, quod duæ lineæ circulū unū non autē se inuicē secantes, si ex circunferentia æquales arcus hincinde lineis ipsis intersint, erūt æquidistātes. Duc quidē à cētro g, lineam g p perpēdicularē ad lineā m n, quæ secet lineā h k in pūcto q, & protrahe lineas g m, g n, g k, g h, & duobus arcubus n k & m d, subtende duas chordas quæ etiā dicantur n k & m h, erūtq; ex 28 tertij hæ chordæ æquales n k & m h, eo quod arcus æquales, & per secūdā partē 3 eiusdē tertij erit linea n p, æqualis lineæ m p. Cū igitur uterq; duorū angulorū qui sunt ad p, sit rectus ex diffinitione perpendicularis, erit ex 4 primi angulus n p g æqualis angulo p g m. At uero per 8 primi angulus k g n est æqualis angulo h g m. Itaque per cōmunem sciētiā (quæ est, si æqualibus æqualia addas, tota erunt æqualia) erit angulus k g q æqualis angulo q g h, ideoq; per 4 primi linea k q, erit æqualis lineæ q h, quare per primā partē 3 tertij, linea g q erit perpendicularis ad lineā k h. Igitur ex prima parte 28 primi duæ lineæ n m & k h, sunt æquidistantes Et hoc est qd dubitare conquestus es. Hoc enim idē aliter demonstrare est possibile. Ducatur enim linea n h, eritq; ex ultima sexti angulus h n m, æqualis angulo n h k, eo eo quod arcus h m est æqualis arcui n k, ideo ex 27 primi linea m n, æquidistans lineæ h k. Conuersam quoque si libuerit, conuerso modo pbabis. Si enim linea m n est æquidistās lineæ h k, erit arcus n k æqualis arcui m h. Erunt enim ex prima parte 29 primi, duo anguli h n m & n h k æquales. Ideoq; ex ultima sexti duo arcus n k & m h: erunt etiā æquales.



Eucli. ex Zamb. Theorema 1 Propositio 16

16 **Binis orbibus circum idem centrum existētibus, in maiori orbe multāgulū æquilāterū & parilaterū inscribere, non tangens orbē minorē in superficie.**

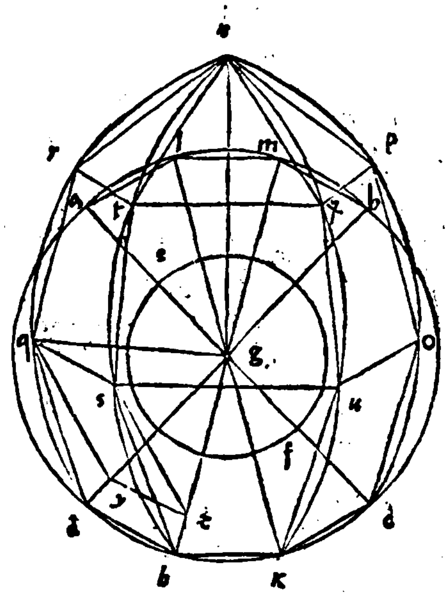
THEON ex Zamb. *Sint bini orbes α β γ δ, ε ζ η θ, circū idem cētrum κ. Oportet in maiori circulo α β γ δ, multāgulū æquilaterū & parilaterū inscribere, nō tangens ipsum ε ζ η θ, circulū. Excitetur per κ centrū, recta linea β δ, & à signo κ ipsi δ β rectæ lineæ ad angulos rectos excitetur (per 11 primi) α κ, & extendatur in γ. Igitur α γ tangit ipsum ε ζ η θ orbem. Secantes iam (per 30 tertij) ipsam β α δ circunferentiam diuidue, & ipsius dimidium bifariā, & hoc semper efficientes (per 1 decimi) relinquemus quandam circunferentiā minorē ipsa α δ, relinquatur, & esto λ δ, & ab ipso λ in β δ, perpendicularis excitetur (per 12 primi) λ μ, extendaturq; in ν, & connectantur ipsæ λ δ, δ ν, λ ν. Igitur λ δ, ipsi δ ν, est æqualis. Et quoniā parallelus est α γ ipsi λ ν, sed α γ tangit ipsum ε ζ η θ, orbem: igitur λ μ non tangit ipsum orbem ε ζ η θ, mul-*



e t. multo minus igitur ipsæ λ δ, δ γ, tāgunt ipsum ι ζ η θ, orbē. Si igitur ipsi λ δ, rectæ lineæ æquales in cōtinuū aptabimus in orbe α ε γ δ, describetur in orbe α β γ δ, multangulū æquilaterum & parilaterum nō tangens ipsum orbē ι ζ η θ, minorem. Quod facere oportuit.

CORRELARIVM. *Et inde est manifestum, quod perpendicularis quæ ex λ in β δ, unum circulum non tangit.* *Eucli. ex Camp.* *Propositio 14.*

14 DVabus sphæris unū centrū habētibus propositis, intra maiorē earū solidū multarū basiū superficiē minoris sphæræ minime tāgētiū figuraliter cōstituere. Quo cōstituto si in minori sphæra siue in qualibet alia sphæra simile corp⁹ intelligibiliter cōstituatur. erit proportio corpis multarū basiū intra maiorē sphærā cōstituti ad corp⁹ multarū basiū intra minorē sphærā uel aliā cōstitutū, sicut diametri maioris sphæræ ad diametrū minoris uel alteri⁹ ꝓportio triplicata.



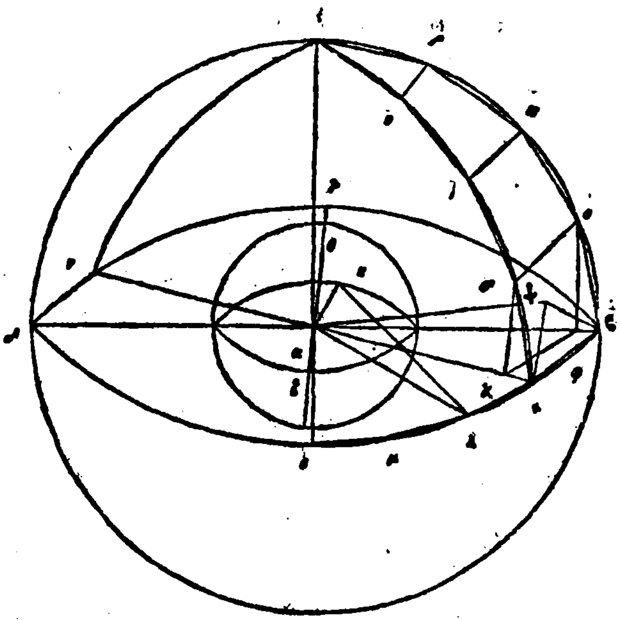
CAMP. Sint ꝓpositæ duæ sphæræ, a b c d & e f. unū atque idē centrū quod sit g, habentes. & sit maior earū sphæra a b c d, minor uero sphæra e f, uolumus autē intra maiorem earū unū corpus multarū basiū constituere, de quibus nō intēdimus quod ipsæ bases sint æquales aut similes, sed quod nulla earum non tangat superficiē minoris sphæræ. Cū igitur hoc uoluerimus facere, secabimus simul utrāq; ꝓpositarū sphærarū unā plana superficie per cōe cētrū earū trāseūte, eruntq; ex diffinitione sphæræ & diffinitiōe circuli, cōmunes sectiones huius secantis superficiei & superficierū sphærarū propositarū, lineæ cōtinentes circulos. Sint itaq; duo circuli a b c d & e f. quorū centrū est centrū sphæræ de quo ꝓpositū est quod ipsum sit g. Quadrabimus igitur hos duos circulos duabus diametris se supra cōe centrū eorū orthogonaliter secātibus, quæ sint a c & d b, postea maiori circulo secundū præcepta præmissæ inscribemus unū polygoniū æquilaterū, nullo suorū laterū tāgēs minorē circulū. Et sufficiat exēpli causa inscripsisse dodecagonū æqlaterū, ita ꝙ in quadrāte ipsius maioris circuli q est c d, sint tria latera hui⁹ dodecagoni quæ sint chordæ d h, h K, & K c. quæ cū sint æquales, erūt quoq; ex prima pte 27 tertij arcus earū æquales. Dehinc à duobus pūctis h & K quæ sunt extremitates mediæ chordæ, producemus duas diametros quæ sunt h m & K l, & super cētrū g erigemus lineā g n perpēdicularē ad superficiē circuli a b c d, quā ꝓducemus quousq; obuiet supficiei sphæræ maioris super pūctū n. Deinde intelligā quatuor superficies secātes sphæras propositas. quarū unaquæq; secet eas super lineā g n, scilicet pria earū, supra lineā g n & diametrū d b. secūda, super lineā g n & diametrū h m. tertiā uero super lineā g n & diametrū K l, quarta aūt, super lineā g n & diametrū c a, erūtq; ex diffinitiōib⁹ sphæræ & circuli, cōmunes sectiōes harū superficierū & superficiei sphæræ maioris, lineæ cōtinētes circulos, & erūt portiōes inscriptæ ut inter punctū n & quatuor pūcta quæ sunt d, h, K, c, quadrantes horū circulorū, qui quadrātes sunt d n. h n, K n, & c n. Hoc autē ideo euenit, qꝛ oēs anguli quos cōtinet linea g n cū unaquaq; diametrorū protractarū in superficie circuli a b c d. sunt recti ex diffinitione lineæ perpēdicularis ad superficiē, recti uero anguli in centro, quartæ circunferētiæ subtendātur, quod ex ultima sexti euidenter apparet. Ex diffinitiōe aūt circulorū æqualiū manifestū est, ꝙ unusquisq; horū quatuor circulorū est æqualis circulo a b c d, nā diameter omniū ipsorū, est diameter sphæræ maioris. Igitur per 15 quinti quadrātes eorū, sunt æquales. Quare qnq; arcus qui sūt d n. h n. K n. c n. & d c, sūt æquales. In unoquoq; ergo quatuor quadrātiū circulorū erectorū coaptētur hypothenusales chordæ quarū quælibet sit æqualis chorde circuli ꝓstrati, quæ sūt latera polygonij sibi inscripti & est una earū chorda d h. sintq; i prio qdē, d q, q r, & r n, in se in secundo uero,h f,f t,& t n.in tertio autem,k u,u x,& x n,& in quarto,sint c o,o p,& p n.Et protrahantur coraufti coniūgentes capita hypothenusalium chordarū quæ sint q f,f u,u o,& r t,t x,x p.Vides igitur quartæ parti supioris hemisphærij maioris sphæræ quæ quidē quarta pars est d n c.inscriptum esse corpus 9 basiū,quarū tres quæ coēunt in puncto n.sunt triangulæ,cæteræ autem sunt quadrangulæ,suntq; harū quadrāgularum superficierum hypothenusalia latera æqualia,sed non æquidistantia. Coraufti autē inter quosq; duos circulos intercepti.sunt æquidistantes adinuicem & chordæ circuli prostrati,sed non sunt adinuicem æquales.Hoc autē scies,si perpēdiculares à coraustorum extremitatibus ad superficiē circuli iacētis dimiseris,de quibus cōstat quod ipsæ cadent super diametros circulorū quos coraufti cōtinuant,quod ex demōstratis in 11 undecimi facile deprehendes.Verbi gratia.Sint à duobus terminis coraufti q f,demissæ duæ perpendiculares q y & f z,cadentes in diametris d b & h m,& protrahantur lineæ q g & y z.eruntq; ex quarta sexti duo trianguli q y d & f z h.similes:quare proportio duarum perpendicularium q y & f z,erit sicut duarum chordarum q d & f h.Cumq; sint chordæ æquales,erunt etiā & perpendiculares æquales.At ipsæ sunt æquidistātes ex 6 undecimi,ergo ex 33 primi coraustus q f,est æqualis & æquidistans lineæ y z.Et quia ex secunda parte secundæ sexti linea y z est æquidistās chordæ d h.& ideo minor ea,sequitur ex 9 undecimi ut coraustus q f,sit etiam æquidistans chordæ d h,& minor ea ex conceptione.Cum itaque chordæ quæ sunt latera polygonij inscripti in circulo iacenti(& ipsæ sunt omnes æquales chordæ d h)non tangant sphærā minorem,necesse est ut nullum latus harum basium corporis inscripti siue quadrāgulæ sint siue trigonæ,tangat eandem minorem sphæram.cū omnia hæc latera sint ipsis chordis æqualia aut minora.Simpliciter autem dico quod nulla etiam harū basium de quibus omnibus manifestū est ex secunda parte 2 undecimi quod ipsæ sunt totæ in superficie una,potest aliquo sui puncto contingere minorem sphærā,eo quod omnis linea recta ducta super quēlibet punctū cuiusq; earū æquidistāter corausto,minor est necessario chorda prostrati circuli.Si igitur conuexitates aliarū quartarū maioris sphæræ tam superioris hemisphærij quàm inferioris ad eius similitudinem quadrilateris trilaterisque superficiebus subtexātur,erit maiori sphæræ corpus 72 basium superficiem minoris sphæræ minime tangentium quemadmodum propositum fuerat inscriptū. Dico insuper quod si in alia qualibet sphæra simile corpus statuatur,erit proportio unius ad alterū sicut diametri unius sphæræ ad diametrū alterius triplicata.Erunt enim ex 72 bases utriusque corporis,bases totidem lateratarum pyramidum,quarum omniū uertices erunt in centris ipsarū sphærarū.Has autem pyramides perficies,si à singulis angulis inscriptorum corporum quæ sunt extremitates chordarum & coraustorum lineas ad centra sphærarum produxeris,Stude itaque.ex diffinitione similium corporum probare cūctas pyramides unius.esse similes suis relatiuis pyramidibus alterius. Quo probato erit ex 8 huius proportio uniuscuiusque earum unius ad suam relatiuā alterius,sicut proportio semidiametrorum sphærarum ipsarum triplicata.sunt enim semidiametri sphærarum.latera cunctarum pyramidum.At quia semidiametrorū est ex 15 quinti una proportio,ex 11 eiusdem facile concludes propositum.

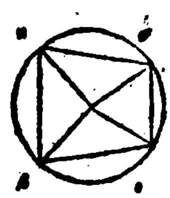
Eucli.ex Zamb. *Theorema 2* *Propositio 17*

17 Binis sphæris circum idem centrum existentibus, in maiori sphæra solidum polyhedrum inscribere non tangens sphæram minorem in supficie.

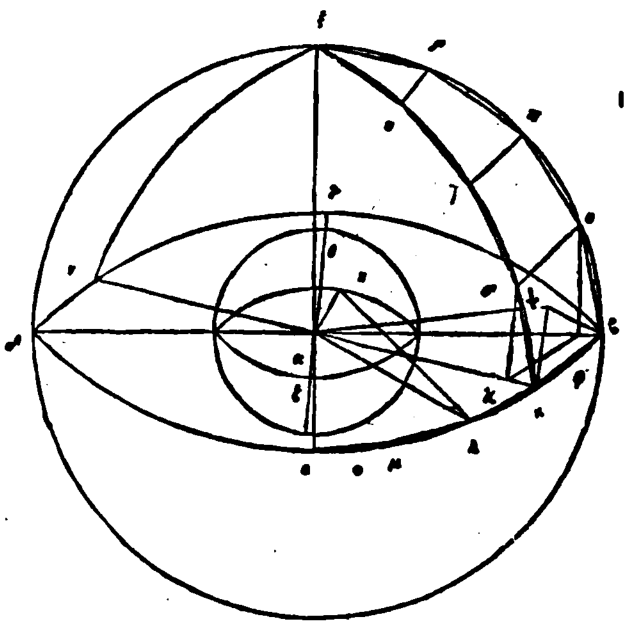
THEON ex Zamb. *Intelligantur binæ sphæræ circum idem centrum α. Oportet iam in maiori sphæra solidum polyhedrum inscribere,non tangens sphæram minorem in superficie. Secentur sphæræ,plano aliquo per centrum,erunt igitur sectiones,circuli:quoniā (per 12 diffinitionem undecimi) manente diametro & circunducto semicirculo facta est sphæra. Quare in qualicunque positione intelligamus hemicyclium, quod per ipsum eductum planum,efficiet in superficie sphæræ circulum,& manifestum quod & maximum,quoniā sphæræ diameter quæ etiam est hemicycli diameter,& perinde circuli,maior est (per 15 tertij) omnibus in circulo uel sphæra ductis rectis lineis. Esto igitur in maiori quidem sphæra circulus β γ δ ε,in minori aūt circulus ζ η θ,excitenturq; ipsorū diametri ad angulos rectos sibi inuicem β δ,γ ε,& binis orbibus circa idem centrum existentibus hoc est β γ δ ε,ζ η θ.in maiori circulo β γ δ ε,multangulum æquilaterum & parilaterum describatur (per præcedentem) nō tangens sphæram minorē ζ η θ,cuius latera sint in β ε quarta parte β κ,κ λ,λ μ,μ ε,& connexa κ α recta linea,extendatur in ν,& excitetur (per 12 undecimi) ab ipso α signo,ipsi ipsius β γ δ ε circuli plano ad angulos rectos α ξ,& incidat ipsi superficiei sphæræ in ν & per α ξ,& per utranque ipsarum β δ,κ ν,plana producantur. Facient iam per prædicta in ipsius sphæræ superficie*

ſuperficie maximos orbes, efficiãt, quorũ hemicyclia ſint in ϐ δ, κ μ, diametris, ipſa ϐ ξ δ, κ ξ ν, Et quoniã ξ α recta eſt ad ipſius ϐ γ δ ε planũ, & omnia igitur quæ per ξ α, plana, recta ſunt ad ipſius α ϐ γ δ ε circuli planũ, quare & ϐ ξ δ, κ ξ ν, hemicyclia, recta ſunt ad ipſius β γ δ ε circuli planum, Et quoniam hemicyclia, ϐ ε δ, ϐ ξ δ, κ ξ ν, ſunt æqualia, in æqualibus namque ſunt diametris ϐ δ, κ ν, & ϐ ε, ϐ ξ, κ ξ, quartæ partes inter ſe ſunt æquales. Quot igitur latera multãguli ſunt in β ε quarta parte, tot quoque ſunt in ipſis β ξ, κ ξ, quartis partibus ipſis κ ϐ, κ λ, λ μ, μ ε, rectis lineis æquales, Deſcribãtur, & ſint ϐ ο, ο π, π ρ, ρ ξ, κ σ, σ τ, τ υ, υ ξ. & cõnectantur ipſæ σ ο, τ π, υ ρ. Et ab ipſis ο, σ, in ipſius ϐ γ δ ε circuli planũ perpẽdiculares excitentur, Cadũt, inquã, in cões ſectiones planorũ ϐ δ, κ ν, quoniã & ipſorũ ϐ ξ δ, κ ξ ν, plana recta ſunt ad ipſius ϐ γ δ ε circuli planũ, cadãt, & ſint ο φ, σ χ, & cõnectãtur φ χ. Et quoniã in æqualibus hemicyclijs ϐ ξ δ, κ ξ ν, æquales rectæ lineæ ſunt ϐ ο, κ σ, & perpendiculares ductæ ſunt ο φ, σ χ, æqualis igitur eſt ο φ ipſi σ χ, & β φ, ipſi κ χ, eſt autem & tota ϐ α, toti κ α æqualis, & reliqua igitur φ α, reliquæ χ α eſt æqualis. Eſt igitur ſicut β φ ad φ α, ſic eſt κ χ ad χ α, parallelus igitur eſt φ χ, ipſi κ ϐ, Et quoniã utraque ipſarum ο φ, σ χ recta eſt ad ipſius ϐ γ δ ε circuli planum, parallelus igitur eſt ο φ ipſi σ χ: patuit aũt, quod & ipſi æqualis, ipſæ χ φ, σ ο, igitur, æquales & paralleli ſunt. Et quoniam χ φ, ipſi σ ο parallelus eſt, ſed φ χ, ipſi κ ϐ parallelus eſt, & σ ο igitur ipſi κ β parallelus eſt, & ipſas cõnectũt, ipſæ β ο, κ σ, igitur ϐ ο, κ σ, quadrilaterũ, in uno eſt plano. Quoniã (per 7 undecimi) ſi fuerint binæ rectæ lineæ parallelæ, & in utraque ipſarũ accipiantur contingentia ſigna, & ad ipſa ſigna annexa recta linea, in eodẽ eſt cũ ipſis parallelis plano. Idq́; propterea & unũquodq; ipſorũ σ ο π τ, τ π ρ υ, quadrilaterorũ, in uno eſt plano. Eſt autẽ triãgulũ υ ρ ξ, in uno plano. Si uero intelligamus ab ipſis ο, σ, π, τ, ρ, υ, ſignis in α connexas rectas lineas, cõſtituetur quædã figura ſolida polyhedra inter β ξ, κ ξ, circũferẽtias, ex pyramidibus cõpoſita, quarũ baſes quidẽ ſunt κ β ο σ, σ ο π τ, τ π ρ υ, quadrilatera, & υ ρ ξ triãgulũ, uertex aũt α ſignũ.

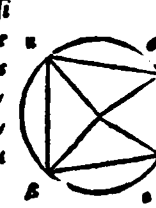




Si aũt & in unoquoq; ipſorũ κ λ, λ μ, μ ε, laterũ, ſicut in ϐ κ eadẽ cõſtruamus, & inſuper in reliquis tribus quartis partibus, & in reliquo hemiſphærio, cõſtituetur figura ſolida polyhedra deſcripta in ſphæra, contẽta ex pyramidibus quarũ baſes ſunt prædicta quadrilatera & triãgulũ υ ρ ξ, & quæ in eodẽ ordine eis, uertex aũt α ſignũ. Dico quod prædicta polyhedra nõ tãget minorẽ ſphærã in ſuperficie, in qua eſt circulus ζ η θ. Excitetur (per 11 undecimi) ab ipſo α ſigno in ipſius κ ϐ ο σ quadrilateri planũ, perpẽdicularis α ψ, & incidat ipſi plano in ψ ſigno, & connectãtur β ψ, ψ κ. Et quoniã α ψ recta eſt ad ipſius ϐ κ ο σ planũ, & ad omnes igitur ipſam tangentes rectas lineas & exiſtẽtes in ipſius quadrilateri plano recta eſt α ψ (per 2 diffinitionẽ undecimi.) Igitur α ψ, recta eſt ad utrãq; ipſarũ β ψ, ψ κ. Et quoniã (per 15 diffinitionẽ primi) α ϐ ipſi α κ eſt æqualis, æquũ eſt & q̃ ex α ϐ, ei quod ex α κ. Et ipſi quidẽ quod ex α β, æqualia ſunt (per 47 primi) ea quæ ex α ψ, ψ β, rectus enim, qui ad ψ. Ipſi aũt quod ex α κ, æqualia ſunt quæ ex α ψ, ψ κ. Quæ igitur ex α ψ, ψ β, æqua ſunt eis quæ ex α ψ, ψ κ. Cõe auferatur q̃ ex α ψ, reliquũ igitur quod ex ϐ ψ, reliquo q̃ ex ψ κ eſt æquale, æqualis igitur eſt ϐ ψ, ipſi ψ κ. Similiter iã demõſtrabimus q̃d & quæ ab ψ ad ο σ cõnexæ rectæ lineæ, æquales ſũt utriq; ipſarũ β ψ, ψ κ. Cẽtro igitur ψ, & ſpacio altero ipſorũ ϐ ψ, ψ κ, circulus deſcriptus, ibit etiã per ο, σ, & quadrilaterũ κ ϐ ο σ, erit in circulo. Et quoniã κ β maior eſt ipſa χ φ, æqualis autẽ eſt χ φ ipſi σ ο, maior igitur eſt ϐ κ ipſo σ ο. Aequalis aũt eſt κ ϐ, utriq; ipſarũ κ σ, ϐ ο, & utraq; igitur ipſarũ κ σ, ϐ ο, ipſa σ ο maior eſt. Et quoniã in circulo quadrilaterũ eſt κ ϐ ο σ, & β κ, ϐ ο, κ σ, æquales, & minor ο σ, & ex cẽtro circuli eſt β ψ, igitur quod ex κ ϐ, eo quod ex ϐ ψ maius eſt q̃ duplũ. Excitetur (per 12 primi) ab ipſo κ, in ϐ φ perpẽdicularis κ ω. Et quoniã β δ ipſa δ ω minor eſt q̃ dupla, eſtq; ſicut ϐ δ ad δ ω ſic q̃ ex δ β. ϐ ω, ad id q̃ ſub δ ω, ω ϐ, deſcripto aũt ab ipſa ϐ ω quadrato, cõpletoq; q̃ in parallelogrãmo, & quod ſub δ β, β ω, igitur eo quod ſub δ ω, ω β, minus eſt quàm duplum, & connexa κ β, quod ſub δ ϐ, β ω, æquum eſt ei quod ex ϐ κ, quod uero ſub δ ω, ω ϐ, æquũ eſt ei quod ex κ ω. Igitur quod ex κ β, eo quod ex κ ω minus quàm duplũ. Sed quod ex κ ϐ, eo quod ex ϐ ψ maius eſt quàm duplũ, maius igitur eſt quod ex κ ω, eo quod ex ϐ ψ. Et quoniã (per 15 diffinitionem primi ϐ α, ipſi κ α eſt æqualis, æquũ eſt & quod ex ϐ α ei quod ex κ α. Ei autem quod autẽ ex α ϐ, (per 47 primi) æqualia ſunt quæ ex ϐ ψ, ψ α. Ei aũt quod ex κ α, (per 47 primi) æqua ſunt quæ ex κ ω, ω α. Quæ igitur ex β ψ, ψ α, æqualia ſunt eis quæ ex κ ω, ω α. quorũ quod eſt κ ω maius eſt eo quod ex β ψ. Reliquũ igitur q̃ ex ω α, minus eſt eo quod ex ψ α. Maior igitur eſt α ψ, ipſa α ω, multo igitur maior eſt α ψ, ipſa α η, Eſtq; ipſa *sa α ψ in unā ipsius polyhedri basin, & α ι in minoris sphæræ superficiem. Quare & polyhedrū nō tangit sphærā in superficie. Quod facere oportebat.*



Ostēdēdū iā & aliter ac expeditius quod maior est α ψ, ipsa α ι. Excitetur (per 11 primi) ab ipso ι ipsi α ι ad angulos rectos ι λ, & cōnectātur α λ. Secātes iā (per 30 tertij) ipsam γ ε circūferētiam diuidue, & dimidiū ipsius diuidue, & hoc semper faciētes, relinquemus quādam circunferentiā quæ est minor quā circunferētia ε γ δ circuli quæ subtenditur ab æquali ipsi ι λ, relinquatur, & esto κ ε circūferētia. Minor igitur est & κ ε recta linea, ipsa ι λ. Et quoniā in circulo est ε κ σ ο quadrilaterum, & æquales sunt ο β, ε κ, κ ζ, & minor est ο σ, angulus igitur qui sub β ψ κ obtusus est, maior igitur est ε κ, ipsa β ψ. Sed ipsa κ ε maior, est quàm ipsa ι λ, multo maior igitur est ι λ, ipsa ε ψ, maius igitur est & quod ex ι λ, eo quod ex β ψ. Et quoniā (per 15 diffinitionē primi,) α λ ipsi α β est æqualis, & quod ex α λ, igitur ei est æquū quod ex α ε. Sed ei quod ex α λ, æqua sunt quæ ex α ι, ι λ: ei uero quod ex α ε æqua sunt quæ ex ε ψ, ψ α. Quæ igitur ex α ι, ι λ, æqualia sunt eis quæ ex ε ψ, ψ α. Quorū quod ex ε ψ, minus est eo quod ex ι λ, & reliquū igitur quod ex ψ α, maius est eo quod ex α ι. Maior igitur est α ψ, ipsa α ι. Binis igitur sphæris circū idē centrum existentibus, in maiori sphæra solidū polyhedrum descriptū est non tangēs minorem sphæram in superficie. Quod facere oportuit.



CORRELARIVM. *Si uero & in altera sphæra ei quod in ε γ δ ι, sphæra, solido polyhedro, simile solidū polyhedrū inscribatur, in ipsa ε γ δ ι sphæra solidū polyhedrū ad id quod in altera sphæra solidum polyhedrū triplā habet rationē, quàm ipsius ε γ δ ι sphæræ dimetiēs ad ipsius alterius sphæræ dimetientē. Distributis nāq; solidis in numero æquales & æqualis ordinis pyramidas, pyramides similes erūt. Similes uero pyramides, (per 8 duodecimi) adinuicē in tripla sunt rōne eiusdē rōnis laterū. Pyramis igitur cuius basis quidē est κ ε ο σ quadrilaterū, uertex aūt α signū, ad eā quæ in altera sphæra similis ordinis pyramida triplā habet rōnē, q̄ similis rōnis latus ad similis rōnis latus, hoc est quàm α β quæ ex cētro eius est sphæræ quæ circū α centrū, ad eā quæ ex centro alterius sphæræ. Similiter & unaquæq; pyramis quæ in sphæra quæ circū centrū α, ad quālibet pyramida eiusdē ordinis in altera sphæra triplā habebit rōnē quàm α ε ad eā quæ ex cētro alterius sphæræ. Et sicut unū antecedentiū ad unū sequentiū, sic oīa ōantecedentia ad ōnia sequētia. Quare totū solidū polyhedrū quod in sphæra quæ circū centrū α, ad totū solydum polyhedrum quod in altera sphæra triplam rationem habebit quàm α ε ad eā quæ ex centro alterius sphæræ, hoc est quàm ε δ diameter ad alterius sphæræ diametrum. Quod ostendere oportuit.*

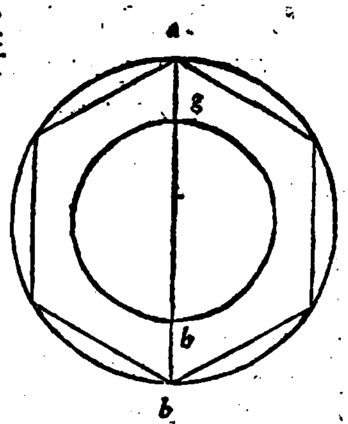
Euclid. ex Camp. Propositio 15

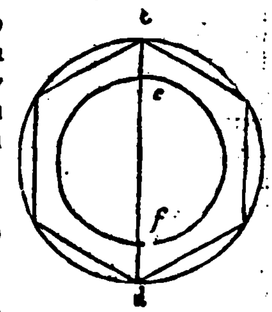
15 OMnium dua rum sphærarum est proportio alterius ad alteram, tanquam suæ diametri ad diametrū alterius proportio triplicata.

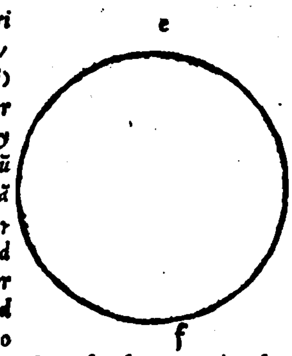
CAMPANVS Sint duæ sphæræ a b & c d, quarum diametri sint a b & c d. Dico quod proportio earum, est sicut suarū diametrorum proportio triplicata. Cuius demōstratio est. Quoniam neque ad minorem sphæram quàm sit sphæra c d neque ad maiorē est, p̄portio sphæræ a b, sicut diametri a b ad diametrum c d triplicata. Esto quidem proportio sphæræ a b ad sphæram e f, sicut diametri a b sphæræ a b, ad diametrū c d triplicata. Demonstrabo itaque, quod sphæra e f nō potest esse minor neque maior quàm sphæra c d. Si enim affirmet aduersarius eā esse minorem, imaginabor eā includi à sphæra c d, & circunduci ab eodem centro, & inscribam sphæræ c d iuxta præcepta præmissæ, unum corpus multarum basium non tangentium superficiem sphæræ e f, minoris, dicaturque istud corpus nomine sphæræ cui inscribitur, c d. Postea simile corpus multarum basium inscribam sphæræ a b, quod etiam nomine suæ sphæræ dicatur a b: constat itaq; ex secunda parte præmissæ & undecimi quinti, quod proportio sphæræ a b ad sphærā e f. est sicut corporis multarum basium quod est a b, ad

cor pus

corpus multarum basium quod est c d, utraque enim, est sicut diameter a b ad diametrum c d triplicata. Hæc autem, ex hypothesi, illa uero, ex secunda parte præmissæ. Quare p rmutatim proportio sphæræ a b ad corp9 multarū basiū a b, est sicut sphæra e f ad corpus multarum basium c d. Cum igitur sphæra a b sit maior corpore multarum basium a b, erit etiā sphæra e f maior corpore multarum basium c d. Hoc autē est impossibile, nā ipsa est pars eius. Non est ergo sphæra e f minor sphæra c d. Si autē dicat aduersarius eam esse maiorem, confutabimus ipsum hoc modo. Erit enim per conuersam proportionalitatem sphæra e f ad sphærā a b, sicut diameter c d ad diamet rum a b triplicata. Sit itaque eadem sphæræ c d. ad sphæram g h, eritq; ex 14 quinti sphæra g h, minor sphærā a b. eo qđ sphæra c d posita est minor sphæra e f. Quare proportio sphæræ c d ad aliquam sphæram minorem sphæra a b, est sicut diametri c d ad diametrum a b triplicata. At hoc est impossibile, nā ex hoc sequitur, quod pars sit maior suo toto ut demonstratum est prius. Itaque sphæra e f, non est maior neq; minor quàm sphæra c d. Igitur (ex 7 quinti) conclude, ꝓpositā cōclusionē, quæ imponit finē libro duodecimo.



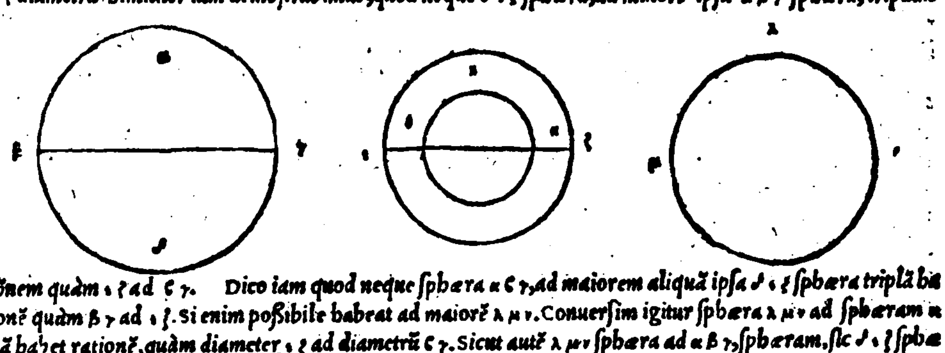




Eucli. ex Zamb. *Theorema 16* *Propositio 18*

18 Sphæræ adinuicem, in triplici sunt ratione propriorum dimetientium.

THEON ex Zāb. *Intelligātur sphæræ α β γ, δ ε ζ. diametri uero ipsarū sint β γ, ε ζ. dico quod sphæra α β γ ad sphæram δ ε ζ, triplā habet rationē quàm β γ ad ε ζ. Si aūt nō: habebit igitur α β γ sphæra ad minorē aliquā ipsa δ ε ζ, sphæra, triplā rationē, uel ad maiorē, quàm β γ ad ε ζ. Habeat prius ad minorē η θ κ, & intelligatur δ ε ζ sphæra, ipsi η θ κ, circū idē centrū, describaturq; (per præcedentē) in sphæra maiori δ ε ζ, solidū polyhedrū non tangēs minorē sphærā η θ κ in superficie. Describatur autē (per eandē, & in α β γ sphæra, ei quod in δ ε ζ, solido polyhedro simile solidū polyhedrū. Igitur (per correlariū eiusdem) solidū polyhedrū quod in sphæra α β γ, ad id solidū polyhedrū quod in δ ε ζ, triplā habet rōnē quā β γ ad ε ζ. Habet autē & α β γ sphæra, ad η θ κ sphæram, triplā rationē quàm β γ ad ε ζ, est igitur sicut sphæra α β γ ad sphæram η θ κ, sic solidum polyhedrū quod in α β γ sphæra, ad solidū polyhedrū quod in δ ε ζ, sphæra. Vicißim igitur (per 16 quinti,) sicut α β γ sphæra ad id quod in ipsa polyhedrū, sic η θ κ, sphæra ad id quod in δ ε ζ sphæra solidū polyhedrū. Maior autē est α β γ sphæra, eo q; in se polyhedro. Maior igitur & η θ κ sphæra, eo quod in δ ε ζ. sphæra polyhedro. Sed & minor, ab ipso namq; cōprehenditur, quod est impoßibile. Sphæra igitur α β γ, ad minorē ipsa δ ε ζ sphærā, triplā rationē non habet quàm β γ, diameter ad ε ζ diametrū. Similiter iam demōstrabimus, quod neque δ ε ζ sphæra, ad minorē ipsa α β γ sphæra, triplam*



habet rōnem quàm ε ζ ad β γ. *Dico iam quod neque sphæra α β γ, ad maiorem aliquā ipsa δ ε ζ sphæra triplā habet rationē quàm β γ ad ε ζ. Si enim poßibile habeat ad maiorē λ μ ν. Conuersim igitur sphæra λ μ ν ad sphæram α β γ triplā habet rationē, quàm diameter ε ζ ad diametrū β γ. Sicut autē λ μ ν sphæra ad α β γ, sphæram, sic δ ε ζ sphæra ad minorē aliquā ipsa α β γ sphæra, sicut antea patuit, quoniam maior est λ μ ν ipsa δ ε ζ. & sphæra δ ε ζ ad minorem ipsa α β γ, sphæra triplam habet rationem quàm ε ζ ad β γ, quod est impoßibile. Igitur sphæra α β γ, ad maiorem ipsa δ ε ζ sphæra, triplam rationē non habet quàm β ε ad ε ζ. Patuit autē quod neque ad minorem. Ipsa igitur α β γ sphæra, ad δ ε ζ sphæram, triplam habet rationem, quàm β γ ad ε ζ. Quod ostendendum fuerat.*

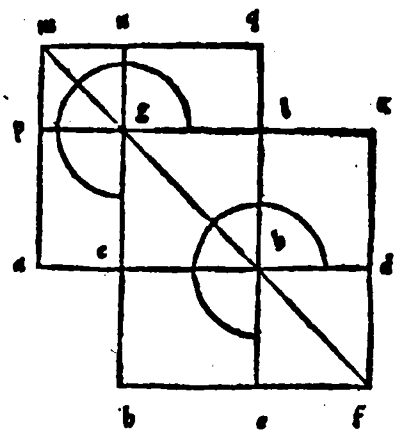
DVODECIMI LIBRI FINIS.

EVCLIDIS MEGARENSIS GRAECI PHILOSOPHI GEOMETRICORVM ELEMENTORVM, LIBER TERTIVSDECIMVS.

Euclides ex Campano. Propositio 1

1 CVm diuisa fuerit linea secundum proportionem habentem medium duoque extrema, si maiori portioni linea in longum addatur æqualis dimidio ipsius lineæ proportionaliter diuisæ, quadratum lineæ ex eis duabus compositæ quadrati medietatis eiusdem lineæ diuisæ quintuplum esse necesse est.

CAMPANVS Sit linea a b diuisa in puncto c, prout docet 29 sexti, & sit maior portio eius, linea b c, cui b c directe adiungatur linea b d, quæ sit æqualis medietati totius a b. Dico quod quadratum lineæ c d, erit quintuplũ ad quadratũ lineæ b d. Quadrabo enim lineam b d, & sit eius quadratum d e, & circũponam huic quadrato ghomonem secũdum quantitatem lineæ b c, protracta diametro f b g, sitque circũpositus gnomo e g d, eritque ex 11 sexti superficies inde composita, quæ sit h k, tanquã quadratum lineæ c d. Dico igitur quadratũ h k, quintuplum esse ad quadratũ d e. Sit igitur c l quadratum circumpositi gnomonis, sibique circũponatur alius gnomo ad quantitatem lineæ a c, protracta diametro f b usque ad m, sitque hic gnomo c m l, & protrahantur lineæ c n & p l æquidistanter lateribus oppositis, secantes se super diametrũ f m in puncto g. Manifestũ est autem ex 11 sexti, quod cõpositũ ex hoc secũdo gnomone & quadrato c l (& ipsum quadratũ sit a q) est quadratũ lineæ a b, quod ex quarta secũdi necesse est esse quadruplũ ad quadratũ d e, eo quod linea b d est medietas lineæ a b. Cumque sit ex prima parte 16 sexti superficies a n, ideoque per 43 primi superficies m l, æqualis quadrato c l (prouenit enim a n, ideoque & m l, ex b a in a c, & c l prouenit ex c b in se, & cum ex prima sexti sit a l dupla ad l d, ideoque æqualis l d & c e pariter acceptis ex 43 primi, erit ex hac communi scientia (si æqualibus æqualia addas tota fient æqualia) quadratũ a q æquale gnomoni e g d. Hic ergo gnomo quadruplus est ad quadratum d e, quemadmodum erat quadratum a q. Itaque totum quadratum h k, cum ipsum constet ex simplo & quadruplo, erit ex communi sciẽtia quintuplum ad idẽ. Quod est propositum.



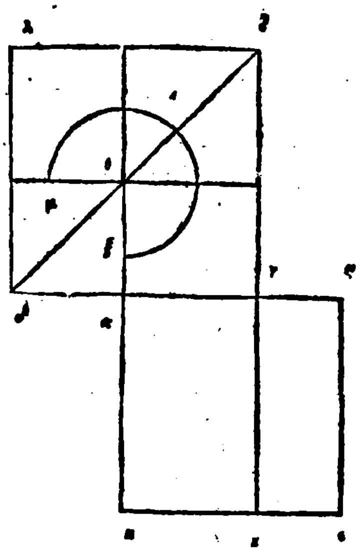
IDEM aliter. Ex quarta secundi constat, quod quadratum lineæ a b, est quadruplũ ad quadratum lineæ b d. At per secundam eiusdem quod fit ex a b in b c & in a c, est æquale quadrato a b. quod autem ex a b in b c, æquũ est ei quod ex b d bis in b c, quod ex prima secundi manifestum est, cũ a b sit dupla ad b d. At uero quod ex a b in a c est ex prima parte 16 sexti æquale quadrato b c. Itaque per communem scientiam quod fit ex b d, bis in b c, quod ex b c in se, est æquale quadrato a b, & ideo est quadruplum ad quadratum b d. Quare superaddito quadrato b d, erit totum aggregatum, quintuplum, uidelicet illud quod fit ex b d bis in b c cum quadrato b c & quadrato b d. At quia ex quarta secundi hoc totũ est æquale quadrato c d, constat uerũ esse quod diximus.

Eucl. ex Zamb. Theorema 1 Propositio 1

1 SI recta linea extrema & media ratione secetur maius segmentum admittens totius dimidiam, quintuplum potest eius quod ex totius dimidia.

THEON

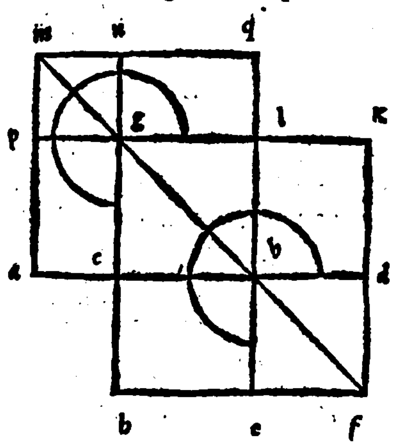
THEON ex Zamb. Recta enim linea α β. extrema & media rōne secetur in γ signo, & sit maius segmentū α γ, & extendatur in rectam lineam γ α, α δ: & ponatur ipsius α β, dimidia α δ. Dico quod ex γ δ, eius quod ex δ α, quincuplū potest. Describantur enim (per 46 primi) ab ipsis α β, δ γ, quadrata α ι, δ ζ, & in δ ζ describatur figura, extendaturq; ζ γ in η. Et quoniam α β, extrema & media ratiōe diuisa est in γ, igitur quod sub α β, β γ, æquū est ei quod ex α γ. Est autē id quod sub α β, β γ, ipsum γ ι, quod autem ex α γ, ipsum ζ θ. Igitur γ ι, ipsi ζ θ est æquale. Et quoniā β α ipsius α δ dupla est, æqualis aūt est β α ipsi κ α, & α δ ipsi α θ, igitur & κ α, ipsius α θ dupla est. Sicut autē κ α ad α θ, sic γ κ ad γ θ. Duplum igitur est γ κ, ipsius γ θ. Sūt autem & ipsa λ θ, θ γ, dupla ipsius γ θ, (supplemēta nāq; adinuicē sunt æqualia per 43 primi,) Igitur γ κ, ipsis λ θ, θ γ, est æquale, demonstratū autem est, quod & γ ι, ipsi ζ θ est æquale, totum igitur α ι quadratum, æquū est ipsi μ ν ξ gnomoni. Et quoniā β α ipsius α δ dupla est, quadruplū est quod ex β α eius quod ex α δ, hoc est α ι ipsius δ θ. Est autē α ι, ipsi μ ν ξ gnomoni æquale. & μ ν ξ, igitur gnomon, quadruplus est ipsius δ θ. Totū igitur δ ζ, qncuplū est ipsius δ θ. Est que δ ζ, quod ex γ δ, & δ θ, quod ex δ α: quod ex γ δ igitur, quincuplum est eius quod ex δ α. Si recta igitur linea extrema & media ratione secetur. maius segmentum totius admittens dimidiam, quincuplum est sue potēs eius quod ex dimidia quadrati. Quod erat ostendendum.



Eucli. ex Camp. Propositio 2

SI cuilibet lineæ bipartitæ cuius quadratum quadrati alterius suarum portionum sit quintuplum, in longum sibi linea addatur donec eidem portioni reliqua portio cum addita linea fiat duplex, eadem duplex linea secundum proportionem habentem medium duoq; extrema diuisa erit, maiorq; portio eius erit linea media.

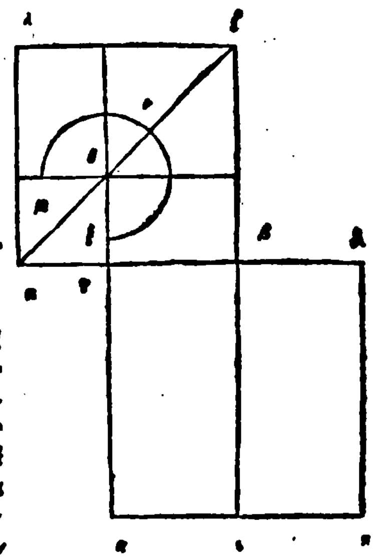
CAMPANVS Hæc est conuersa præmissæ, duplici quoque modo sicut illa demonstrabitur uia retrograda, eadē prorsus manente dispositione. Verbi gratia, sit quadratum h k quintuplum ad quadratum d e, & linea a b dupla ad lineam b d. Dico quod linea a b diuisa est in puncto c secundum proportionem habentem medium & duo extrema, & maior portio eius est linea media ut est c b. Constat autē ex 4 secundi, φ quadratum a q est quadruplū ad quadratum d e. Itaque gnomo d g e, æqualis est quadrato a q. Cumq; duo supplementa l d & c e pariter accepta sint quantum gnomo c m l, atque eadē supplemēta pariter accepta sint ex 1 sexti quātū a l, ideoq; quantum c q, sequitur φ c q sit æqualis gnomoni c m l. Dempta igitur ab utroque, superficie l n, erit quadratum c l æquale superficiei a n. Cum igitur fiat superficies a n ex a b in a c, sit autē quadratum c l quadratum lineæ c b, erit ex secunda parte 16 sexti proportio a b ad b c. sicut b c ad c a. Ex diffinitione ergo lineæ secundum proportionem habentem medium & duo extrema diuisæ, positam in principio sexti libri conclude propositum.



IDEM aliter. Cum quadratum c d sit ex hypothesi quintuplum ad quadratum b d quadratum uero a b sit ex quarta secundi quadruplum ad idem, at quadratum c d sit ex eadem æquale quadrato c b & quadrato b d & ei quod fit ex b d bis in c b, sequitur ut illud quod fit ex b d bis in c b cum quadrato c b, sit æquale quadrato a b. Sed ex b d bis in c b. tantum est quantum quod ex a b in b c. eo quod a b dupla est ad b d. Ergo φ fit ex a b in b c cum quadrato b c. est æquale quadrato a b. Et quia ex secunda secundi quod fit ex a b in b c & a in a c est æquale quadrato a b, sequitur ex communi scientia ut quadratum lineæ q c fit æquale ei quod fit ex a b in a c. Igitur ex secunda parte 16 sexti & diffinitione, constat propositum.

Eucli. ex Zamb. Theorema 2 Propositio 2

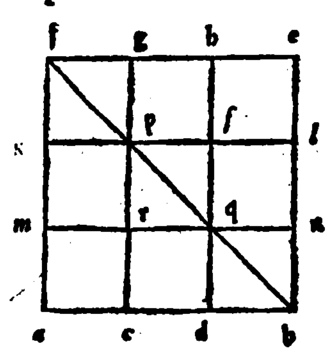
Si recta linea sui ipsius segmento quincuplum potuerit, dupla prædicti segmenti extrema & media ratione dissecta, maius segmentum reliqua est pars eius quæ in principio rectæ lineæ.



THEON ex Zamb. *Recta enim linea α β, sui ipsius segmẽto α γ quincuplum possit, ipsius autẽ α γ dupla sit γ δ. Dico quod ipsa γ δ extrema & media ratione diuisa, maius segmentũ est γ ε. Describantur enim ex utraque ipsarũ α ε, γ δ, quadrata α ζ, γ η, & describatur in ipso α ζ, figura, & extẽdatur β ζ in ι. Et quoniã α ζ ipsius α θ quincuplum est, quadruplus igitur est μ ν ξ gnomon, ipsius α θ. Et quoniã δ γ ipsius γ α dupla est, quadruplum igitur est quod ex δ γ eius quod ex γ α hoc est γ η ipsius α θ. Patuit aũt, q μ ν ξ gnomõ ipsius α θ quadruplus est. Aequus igitur est μ ν ξ gnomõ ipsi γ η. Et quoniã δ γ ipsius γ α dupla est, æqualis aũt est δ γ ipsi γ κ, & α γ ipsi γ θ, dupla igitur est & κ γ, ipsius γ θ, duplũ igitur est & α β, ipsius ε θ. Sunt autem & λ θ, θ ε, dupla ipsius ε θ. Igitur κ ε, ipsis λ θ, θ ε, est æquale. Ostẽsum autẽ est, q & totus μ ν ξ gnomon toti γ η est æqualis, & reliquũ igitur θ ζ, ipsi ε η, est æquale. Estq; ipsum ε η. id quod sub γ δ, δ ε, æqualis enim est γ δ ipsi δ η, & θ ζ ipsum quod ex γ ε. Igitur quod sub γ δ, δ ε, æquũ est ei quod ex γ ε. Est igitur sicut δ γ ad γ ε, sic γ ε ad ε δ. Maior aũt est δ γ, ipsa γ ε, maior igitur est & γ ε ipsa ε δ. Igitur γ δ recta linea extrema & media ratione diuisa maius segmentum est γ ε. Si recta igitur linea sui ipsius segmento quincuplum potuerit, dupla dicti segmenti extrema & media ratione dissecta, maius segmentũ reliqua pars eius quæ in principio rectæ lineæ. Quod autem dupla ipsius α γ maior sit quàm ipsa ε γ, sic ostendendum est. Si autem non, esto (si possibile est) β γ dupla ipsius γ α, quadruplum igitur est quod ex ε γ, eius quod ex γ α, quæ igitur ex β γ, γ α, eius quod ex γ α, quincupla sunt. Supponitur autem & quod ex ε α, quincuplum eius quod ex γ α. Quod ex ε α igitur, æquũ est eis quæ ex β γ, γ α quod est impossibile. Igitur β γ, ipsius α γ dupla non est. Similiter iam ostendemus, quod neque minor quàm ipsa ε γ, est dupla ipsius α γ, multo enim absurdius. Ipsius igitur α γ, dupla, maior est ipsa ε γ. Quod demonstrasse oportuit.*

Eucli. ex Camp. Propositio 3

3 CVm diuisa fuerit linea secundum proportionem habentem medium & duo extrema, si minori portioni tãquã dimidium maioris directe iũgatur, erit ut quadratum lineæ inde compositæ quintuplum sit quadrati quod ex ipsa maioris medietate portionis describitur.



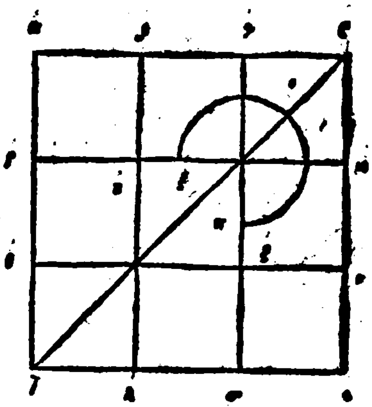
CAMPANVS Sit linea a b diuisa in puncto c, secundum proportionẽ habentem medium & duo extrema, sitque eius maior portio linea c b, quæ diuidatur per æqualia in d. Dico quod quadratum lineæ a d, est quintuplum ad quadratũ lineæ c d. Describatur enim quadratum a b, quod sit a e, in quo protrahantur diameter b f & lineæ g c & d h, itẽq; k l & m n, æquidistanter lateribus oppositis, secãtes se inuicem super diametrũ in duobus punctis p & q, & extra diametrũ in duobus alijs locis r & s. Manifestũ igitur est ex 24 sexti uel ex correlario 4 secũdi, q oẽs superficies existentes in quadrato a e, quas diameter diuidit per mediũ, sunt quadratæ. Quatuor aũt superficies quæ sunt a r, m p, p h, & s e, cõstãt ex 43 primi & prĩa sexti esse adinuicẽ æquales nã duæ postremæ p h & s e, sũt adinuicẽ æquales ex 1 sexti. Quoniã igitur ex præsenti hypothesi & diffinitiõe lineæ scd̃m qd̕ proponitur diuisæ & prima parte 16 sexti quadratũ c l est æquale sup̃ficiei a g ideoq; & gnomoni r f s propter id qd̕ superficies a r est æqualis superficiei p h, & quoniã ex 4 secũdi quadratũ c l est quadruplũ ad quadratum r s quod est tãquã quadratũ lineæ c d, sequitur ex cõmuni scientia quod quadratũ m h sit quintuplũ quadrati r f. Constat enim ex gnomone quadruplo.& r f simplo. Hoc autem est propositum. IDEM aliter. Cum sit linea b c diuisa per æqualia in puncto d. & addita est ei linea a c. erit ex 6 secundi quod fit ex a b in a c, cum quadrato c d interiacẽtis, æquale quadrato a d. At quia quod fit ex a b in a c est æquale quadrato c b ex prima parte 16 sexti, hoc autẽ est quadruplũ ad quadratũ c d, manifeste patet ueritas eius quod dicitur. Potes quoq; si libet. duplici modo ex consequente huiusuũ antecedens concludere processu retrogrado. Sit enim (eadem dispositione manente) quadratũ m h quintuplũ ad quadratum r f. eritq; gnomo r f f. æquale quadrato c l. Vtrũq; enim est quadruplũ ad quadratum r f. At quia superficies a g est æqualis gnomoni prædicto, necesse est ut superficies eadem sit æqualis quadrato prædicto. Quare ex secunda parte 16 sexti & diffinitione linea a b est diuisa in puncto c secundum proportionem habentem medium & duo extrema, & maior portio eius est linea c d.

IDEM aliter. Cum sit ex hypothesi quadratum lineæ a d quintuplum ad quadratũ lineæ c d, & ex 6 secundi idem ipsum quadratum sit æquale ei quod fit ex a b in a c cum quadrato c d, sequitur ut id quod fit ex a b in a c cũ quadrato c d, sit quintuplũ ad idẽ quadratum c d. Ideoq; eo dẽpto, erit residuum uidelicet quod fit ex a b in a c. quadruplum ad ipsum. Et quia etiam ex 4 secundi quadratum lineæ c b est quadruplum ad idem, necesse est ut quod fit ex a b in a c, sit æquale quadrato c b. Quare iterũ ex secunda parte 16 sexti & diffinitione, linea a b est diuisa secundum proportionẽ habẽtem mediũ & duo extrema in puncto c, & maior portio est linea c b.

Eucli. ex Zamb. Theorema 3 Propositio 3

3 **Si recta linea media & extrema ratione secetur, minus segmentum admittens dimidiam maioris segmenti, quincuplum potest eius quod à media maioris segmenti fit quadrati.**

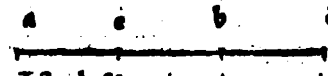
THEON ex Zamb. *Recta enim quædã linea α β, media & extrema ratione secetur in γ signo, sitq; maius segmẽtũ α γ, seceturq; (per 10 primi) α γ bifariã in δ. Dico quod ex β δ, quincuplum potest eius quod δ γ. Describatur (per 46 primi) ex α β, quadratũ α ε, & describatur figura. Et quoniã α γ, dupla est ipsius δ γ, quadruplum igitur est quod ex α γ eius quod ex δ γ, hoc est ρ σ ipsius ζ η, Et quoniã quod sub α β, β γ, æquum est ei quod ex α γ, estq; quod sub α β, β γ, ipsum γ ε, & quod ex α γ id quod ρ σ, igitur γ ε ipsi ρ σ, est æquale. Quadruplum autem est ρ σ, ipsius ζ η, quadruplũ igitur est & γ ε, ipsius ζ η. Rursus quoniã æqualis est α δ ipsi δ γ, æqualis est & θ η ipsi η ζ, quare & η ζ. quadratum, æquum est ipsi θ λ quadrato, æqualis igitur est ι η ipsi η λ, hoc est μ ν ipsi ν ε, quare & μ ζ, ipsi ζ ε est æquale. Sed μ ζ, ipsi γ η est æquale, & γ η igitur, ipsi ζ ε est æquale. Commune apponatur γ ν, Igitur ξ ο π gnomon, æqualis est ipsi γ ε, Sed γ ε, quadruplum ostensum est esse ipsius η ζ, & ξ ο π, igitur gnomon, ipsius η ζ, quadruplus est. Igitur quadratum δ ν, quincuplum est ipsius ζ η quadrati, estq; δ ν id quod ex δ β, & η ζ quod ex δ γ. Quod ex δ β igitur, quincuplum potest eius quod ex δ γ. Quod ostendere oportuit.*



Eucli. ex Camp. Propositio 4

4 **SI secundum proportionem habẽtem medium & duo extrema qualibet linea fuerit diuisa, eiq; in longum directe tanquã maior sectio adijciatur, erit totam lineam inde compositam secundum proportionem habentem medium & duo extrema diuisam esse, & erit eius maior portio linea prima.**

CAMPANVS Sit linea a b diuisa qua supponitur proportione in puncto c. & sit eius maior portio c b totiq; a b adijciatur directe linea b d quæ sit æqualis c b. Dico quod tota a d eadem proportiõe diuisa est in pũcto b, & maior eius portio est linea a b quæ est linea prima. Est enim ex diffinitione. a b ad b c. sicut b c ad c a. At quia ex 7 quinti a b ad b d. sicut a d b c, igitur ex undecima eiusdẽ a b ad b d, sicut b c ad c a. quare per conuersam proportionalitatem b d ad b a sicut a c ad c b, & coniunctim d a

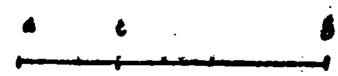


ad a b, ſic . b ad b c. Cũq; ſit ex 7 quinti a b ad b c, ſicut ad b d, erit ex undecima eiuſdẽ d a ad a b, ... a b ad b d. Itaq; ex diffinitione linea a d diuiſa eſt in puncto b ſecũdum proportio... n habentem mediũ & duo extrema, & maior portio eius eſt linea a b. Qđ eſt propoſi... m. Eodem quoq; modo ſi ex maiori portione cuiuslibet lineæ ſecũdũ prædictã ꝓportionẽ diuiſæ tãquã minor portio detrahatur, erit maior ipſa portio ſecundum eandem proportionem diuiſa, eritq; maior portio eius linea detracta. Verbi gratia a b ſicut proponitur in pũcto c diuiſa, ſitq; maior portio a c, à qua detrahatur c d æqualis c b. Dico quod a c eſt diuiſa ſecundũ proportionẽ eandẽ in pũcto d, & quod maior portio eius eſt linea d c. Cũ enim ſit ex diffinitiõe, b a ad a c, ſicut a c ad c b, at ex 7 quinti a c ad c b ſicut ad c d, erit ex undecima eiuſdẽ b a ad a c, ſicut a c ad c d, ideoq; per 19 quinti ſicut c b reſiduũ ad d a reſiduum. Sed ex ſeptima eiuſdẽ, c b ad d a, ſicut c d ad a, itaq; a c ad c d, ſicut c d, ad d a. Ex diffinitione ergo cõſtat quod diximus. Nec igitur ea quam auctor proponit additio, nec ea quam ex oppoſito proponimus detractio, quãtuncunq; utralibet in prolixum tendat, à proprietate diuiſiõis lineæ primitiuæ diſcordat.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 5

5 Si ſecundum proportionem habentem medium & duo extrema qualibet linea fuerit diuiſa, quod ex tota linea quodq; ex minori portione producitur ambo quadrata pariter accepta, triplũ ſunt eius quod ex maiore portiõe quadratũ deſcribitur. Zã. 4

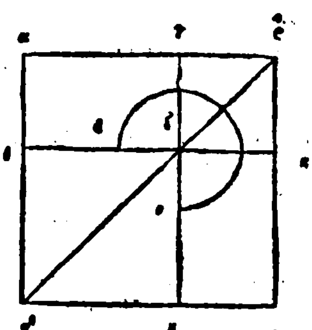
CAMPANVS. Sit linea a b, diuiſa per ſæpe dictam proportionẽ in puncto c, ſitq; maior portio eius linea c b. Dico quod quadrata duarũ linearũ a b & c a pariter accepta, triplum ſunt ad quadratum lineæ c b. Hæc enim duo quadrata pariter accepta, ſunt ex 7 ſecundi quãtũ quadratum c b, & duplũ eius quod fit ex a b in a c. Itẽq; quia quod fit ex a b in a c eſt æquale quadrato c b ex diffinitiõe & prima parte 16 ſexti manifeſtum eſt propoſitum.



Eucli. ex Zamb. Theorema 4 Propoſitio 4

4 Si recta linea extrema mediaq; rõne ſecetur, quod ex tota & ꝙ ex minori ſegmẽto utraq; quadrata tripla ſũt eius ꝙ à maiori ſegmẽto fit quadrato. Camp. 5

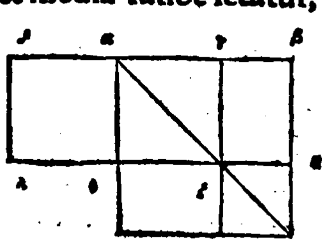
THEON ex Zamb. Sit recta linea α β, ſeceturq; extrema & media ratione in γ, ſitq; maius ſegmentũ α γ. Dico quod quæ ex α β, β γ, tripla ſunt eius quod ex ipſa α γ. Deſcribatur (per 46 primi) ab ipſa α β quadratũ α δ ε β, & deſcribatur figura. Quoniã igitur α β extrema & media rõne ſecta eſt in γ, & maius ſegmentũ eſt α γ, quod igitur ſub α β, β γ, æquũ eſt ei quod ex α γ, eſtq; id quod ſub α β, β γ, id quod α κ, quod autem ex α γ, id quod θ η, æquum igitur eſt α κ ipſi θ η. Sed α ζ, ipſi ζ ε, æquũ eſt, apponatur cõmune γ κ, totũ igitur α κ, toti γ ε eſt æquale. Igitur γ ε, α κ, ipſius α κ dupla ſunt. Sed α κ γ ε, ſunt id quod λ μ ν gnomon, & γ κ quadratum. Igitur λ μ ν gnomon & γ κ quadratum, dupla ſunt ipſius α κ. Sed quod α κ, ipſi θ η ſit æquale oſtẽſum eſt. Igitur λ μ ν gnomon & γ κ quadratum dupla ſunt ipſius θ η, quare λ μ ν gnomon & γ κ, θ η, quadrata, tripla ſunt ipſius θ η, quadrati. Et λ μ ν gnomõ & γ κ, θ η, quadrata, ſunt totũ α ε, & γ κ, quæ ſunt ex α β, β γ, quadrata & η θ. ipſum quod ex α γ, quadratum, quæ igitur ex α β, β γ, quadrata, tripla ſunt eius quod ex α γ quadrati. Quod oſtendere oportuit.



Eucli. ex Zamb. Theorema 5 Propoſitio 5.

5 Si recta linea extrema & media ratione ſecetur, apponatur quæ eidem æqualis maiori ſegmento, tota recta linea extrema & media ratiõe ſecatur, & mai⁹ ſegmẽtũ eſt ea quæ in principio recta linea. Cãp. 4

THEON ex Zãb. Recta enim quædã linea α β extrema & media ratiõe ſecetur in γ ſigno, & ſit maius ſegmentũ α γ, & ipſi α γ æqualis ponatur α δ. Dico quod δ β recta linea extrema & media rõne ſecatur in α, & maius ſegmentũ eſt ipſa quæ in principio recta linea α β. Deſcribatur enim (per 46 primi) ex α β, quadratũ α ε, & deſcribatur figura. Quoniã enim α β, extrema & media ratiõe ſecatur in γ, quod ſub α β, β γ: æquũ eſt ei ꝙ ex α γ, eſtq;



γ, estq; quod sub α β, β γ, id quod γ ι, & id quod ex α γ, ipsum γ θ, æquū igitur est γ ι, ipsi γ θ, sed quidem γ ι, æquū est θ ι, ipsi autem γ θ, æquum est δ θ: & δ θ, igitur ipsi θ ι est æquale. Commune adijciatur θ δ, totū igitur δ κ, toti α ι est æquale, estq; δ κ id quod sub β δ, δ α, æqualis enim est α δ, ipsi δ λ, & α ι, ei quod ex α β: quod igitur sub β δ, δ α, æquum est ei quod ex α β. Est igitur sicut δ ε ad ε α, sic ε α ad α δ. Maior autem est δ β, ipsa β α, maior igitur & ε α, ipsa α δ, ipsa igitur ε δ, extrema & media ratione secatur in α, & maius segmētū est α β. Quod erat ostendendum.

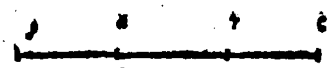
Quid sit resolutio.

RESOLVTIO, est aßumptio quæsiti tanquam conceßi per ea quæ sequuntur in uerum aliquod cōcessum.

Quid sit compositio.

COMPOSITIO uero, est aßumptio cōceßi per ea quæ sequūtur in quæsiti terminationē siue occupationem.

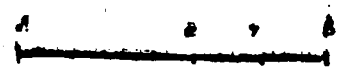
1 RESOLVTIO primi theorematis. Recta enim quædā linea α ε, extrema & media rōne secetur in γ, sitq; maius segmētū α γ, & dimidiū ipsius α β, æqualis apponatur α δ, Dico quod ex γ δ, eius quod ex α δ quincuplū est.



Quoniā enim quod ex γ δ eius quod ex δ α quincuplū est, at quod ex γ δ est, ea quæ ex γ α, α δ, una cū eo quod bis sub γ α, α δ, quæ igitur ex γ α, α δ, una cū eo quod bis sub γ α, α δ, quincuplū est eius quod ex α δ, diuidēdo igitur quod ex γ α, una cū eo quod bis sub γ α, α δ, quadruplū est eius quod ex α δ. Sed ei quod bis sub γ α, α δ, æquū est id quod sub γ α, α ε, dupla enim est β α ipsius α δ. Ei autē quod ex α γ, æquū est quod sub α ε, ε γ, ipsa enim α ε, extrema & media ratiōe secatur, quod igitur sub ε α, α γ, una cū eo quod sub α ε, ε γ, quadruplū est eius quod fit ex α δ. Sed quod ex α ε, quadruplū est eius quod fit ex α δ. sed quod sub ε α, α γ, una cum eo quod sub α β, β γ, est id quod ex α ε, Quod igitur ex α ε, eius quod ex α δ quadruplum est, est uero: dupla enim est α ε ipsius α δ.

COMPOSITIO primi theorematis. Quoniā igitur quod ex β α, eius quod ex α δ quadruplū est, sed quod ex β α, est id quod sub ε α, α γ, una cū eo quod sub α ε, ε γ, quod igitur sub ε α, α γ, una cū eo quod sub α ε, ε γ, quadruplū est eius quod ex α δ. Sed quod sub ε α, α γ, æquū est ei quod bis sub δ α, α γ, quod autē sub α ε, ε γ, ei est æquū quod ex α γ, quod igitur ex α γ una cū eo quod bis sub δ α, α γ, quadruplū est eius quod ex δ α. Quare quod ex δ α, α γ, una cū eo quod bis sub δ α, α γ, quincuplum est eius quod ex δ α. Quæ aūt ex δ α, α γ, una cum eo quod bis sub δ α, α γ, est id quod ex γ δ, quod igitur ex γ δ, quincuplū est eius quod ex δ α. Quod ostendere oportuit.

2 RESOLVTIO secundi theorematis Recta enim quædā linea γ δ, sui ipsius segmēto δ α, quincuplū poßit, ipsius autē δ α, dupla sit α β. Dico quod α β extrema & media rōne secatur in γ signo, & maius segmentū est α γ quæ est reliqua pars eius quæ in principio rectæ lineæ.



Quoniā enim α β extrema & media ratiōe secatur in γ, & maius segmentū est α γ. quod igitur sub α β, ε γ, æquū est ei quod ex α γ. Est autē & quod sub ε α, α γ, æquum est ei quod bis sub δ α, α γ, dupla enim est ε α, ipsius α δ. Quod igitur sub α β, ε γ, una cum eo quod sub ε α, α γ, quod est id quod ex α ε, æquū est ei quod bis sub δ α, α γ, una cū eo quod ex α γ. Quod autē ex α ε, eius quod ex δ α quadruplū est: quadruplū igitur est & quod bis sub δ α, α γ, una cū eo quod ex α γ, eius quod ex α δ. Quare quæ ex δ α, α γ, una cū eo quod bis sub δ α, α γ, quod est id quod ex γ δ quincuplū sunt eius quod ex δ α: sunt uero, propter hypothesin.

COMPOSITIO secūdi theorematis. Quoniā igitur quod ex γ δ quincuplū est eius quod ex δ α, quod autē ex γ δ est id quod ex δ α, α γ, una cū eo quod bis sub δ α, α γ, quæ igitur ex δ α, α γ, una cū eo quod bis sub δ α, α γ quincupla sunt eius quod ex δ α, diuidēdo igitur, quod bis sub δ α, α γ, una cū eo quod ex γ α, quadruplū est eius quod ex α δ, est uero & quod ex α ε quadruplum eius quod ex α δ, quod igitur bis sub δ α, α γ, quod est id quod sub ε α, α γ semel una cū eo quod ex α γ, æquum est ei quod ex α ε. Sed quod ex α ε, est id quod sub α ε, ε γ, una cū eo quod sub ε α, α γ, quod igitur sub ε α, α γ, una cū eo quod sub α ε, β γ, æquū est ei quod sub ε α, α γ, una cum eo quod ex α γ, & sublato cōmuni, eo quod sub ε α, α γ, reliquū igitur quod sub α ε, ε γ, æquū est ei quod ex α γ, Est igitur sicut β α, ad α γ sic α γ ad γ ε. Maior autē est β α, ipsa α γ, maior igitur est & α γ, ipsa γ β. Igitur α ε, extrema & media ratione secatur in γ, & maius segmentum est α γ. Quod erat ostendendum.

3 RESOLVTIO tertij theorematis. Recta enim quædā linea α ε, extrema & media ratione secetur in γ signo. sitq; maius segmentū α γ, & ipsius α γ, dimidia esto γ δ. Dico quod ex ε δ ipsius γ δ quincuplum est.

Quoniā enim quod ex β δ, eius quod ex γ δ quincuplū est quod autem ex δ β, est id quod sub α ε, ε γ, una cum eo quod ex δ γ, quod igitur sub α β, ε γ, una cum eo quod ex δ γ, quincuplum est eius quod ex δ γ, diuidendo igitur quod sub α ε, β γ, quadruplū est eius quod ex δ γ. Ei uerum quod sub α β, ε γ, æquū est id quod ex α γ, ipsa enim α β, extrema & media ratione secatur in γ, quod igitur ex α γ, quadruplū est eius quod ex δ γ, est uero, ipsa enim α γ est dupla ipsius δ γ.

COMPOSITIO tertij theorematis. Quoniam igitur α γ ipsius δ γ dupla est, quadruplū est quod ex α γ, eius quod ex δ γ, Sed ei quod ex α γ, æquū est quod sub α ε, ε γ, quod igitur sub α ε, β γ, eius quod ex δ γ quadruplum est. Cōponendo igitur (per 18 quinti) quod sub α β, ε γ, una cū eo quod ex δ γ, quod est id quod ex δ ε, quincuplū est eius quod ex δ γ, quod ostendere oportuit.

4 RESOLVTIO quarti theorematis. Recta enim linea α ε, extrema ac media ratione secetur in γ, & sit maius segmētū α γ. Dico quod quæ ex α ε, β γ, tripla sunt eius quod ex α γ.

Quoniā enim quæ ex α ε, β γ, tripla sunt eius quod ex α γ, sed quæ ex α ε, β γ, sunt id quod bis sub α β, ε γ, una cū eo quod ex α γ, quod igitur bis *sub α β, β γ, una cum eo quod ex α γ, triplum est eius quod ex α γ, diuidendo igitur quod bis sub α β, β γ, eius quod ex α γ duplũ est. Quare quod semel sub α β, β γ, æquũ est ei quod ex α γ: est uero. Ipsa enim α β, extrema & media ratione secta est in γ.*

COMPOSITIO. *Quoniã igitur α β, extrema & media rõne in γ, secatur maiusq́; segmẽtũ est α γ, q igitur sub α β, β γ, ei est æquũ quod ex α γ. q bis igitur sub α β, β γ, duplũ est eius q ex α γ. Cõponẽdo (per 18 quĩti) q igitur bis sub α β, β γ, una cũ eo quod ex α γ, triplũ est eius quod ex α γ. Sed quod bis sub α β, β γ, una cũ eo quod ex α γ, est ea quæ ex α β, β γ, sunt quadrata. Quæ igitur ex α β, β γ, quadrata, tripla sunt eius quod ex α γ. Quod ostendere oportuit.*

RESOLVTIO *quinti theorematis.* *Recta enim quædã linea α β, extrema & media ratiõe secetur in γ sitq́; maius segmentũ α γ, & ipsi α γ æqualis ponatur α δ. Dico q δ β, extrema &*

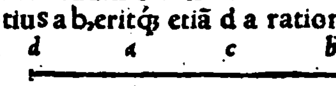
media rõne secatur in α, & maius segmẽtũ est α β. Quoniã enim δ β extrema & media ratiõe secatur in α, & maius segmẽtũ est α β, est igitur sicut δ β ad β α, sic β α ad α δ. Aequalis aũt est α δ, ipsi α γ. Est igitur sicut δ β ad β α, sic est β α, ad α γ. Cõuertẽdo igitur sicut β δ ad δ α, sic α β, ad β γ. diuidẽdo igitur & sicut β α ad α δ, sic α γ ad γ β. Aequalis autem est α δ, ipsi α γ, est igitur sicut β α ad α γ. sic α γ ad γ β, est uero: ipsa enim α β, extrema & media ratione secta est in γ.

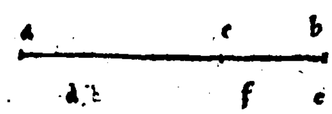
COMPOSITIO *Quoniã α β, extrema & media ratione in γ secatur, est igitur sicut β α ad α γ, sic α γ, ad γ β. Aequalis autẽ est α γ, ipsi α δ, est igitur sicut β α ad α δ, sic α γ, ad γ β, cõponẽdo (per 18 quinti) sicut β δ, ad δ α, sic α β ad β γ. Cõuertẽdo, sicut δ β ad β α, sic β α ad α γ. Aequalis autẽ est α γ, ipsi α δ, est igitur sicut δ β ad β α, sic β α, ad α δ. Ipsa igitur δ β, extrema & media ratione secatur in α, & maius segmentum est α β. Quod ostendere oportuit.*

Eucli. ex Camp. Propositio 6

6 OMnis rationalis lineæ secundum proportionem habẽtem mediũ & duo extrema diuisæ, utrãq; portionẽ residuum esse necesse est.

CAMPANVS. Sit linea a b secundũ solitã proportionẽ diuisa in pũcto c, rationalis, dico quod utraq; portio eius est residuum. Sit enim maior eius portio a c, cui directe adiiciatur a d æqualis dimidio totius a b, eritq; etiã d a rationalis ex 6 decimi libri & diffinitione. Cõstat autẽ ex prima huius, quod quadratũ lineæ d c. quintuplũ est ad quadratũ lineæ d a. Igitur linea d c. est cõmunicãs lineæ d a in potẽtia ex diffinitione, sed nõ in lõgitudine ex ultima parte 7 decimi, quare per 68 decimi linea a c est residuũ, cũ duæ lineæ c d & d a sint ambæ rõnales potentialiter tantũ cõicantes. Et quia iterũ si ad lineã rationalẽ a b adiũgatur superficies æqualis quadrato lineæ a c quæ est residuũ, erit latus eius secũdũ linea c b ex prima parte 16 sexti, necesse est ex 92 decimi ut linea c b sit residuũ primũ, quare cõstat propositũ. Amplius autẽ si lineæ sic diuisæ ut proponitur maior portio fuerit ratiõalis, erit minor residuũ. Verbi gratia, sit ut prius, a b diuisa in c. secũdũ dictã proportionẽ, & maior eius portio quæ est a c. sit rationalis. quæ diuidatur per æqualia in d, eritq; ex tertia huius quadratum d b. quintuplũ ad quadratũ d c. At quia d c est ratiõalis cum ipsa sit dimidiũ a c, sequitur ut duæ lineæ d b & d c sint ratiõales potẽtialiter tantũ cõicãtes. Quare ut prius, linea c b est residuũ. At uero si linea rationalis in potẽtia tantũ secũdũ proportionẽ habentẽ mediũ & duo extrema diuidatur, adhuc necesse est ut utraq; portio eius sit residuũ. Sit enim a b. rõnalis in potẽtia tantũ. diuisa sicut proponitur in pũcto c, & sumatur aliqua rõnalis in lõgitudine quæ sit d e, quæ etiã diuidatur in f secundũ prædictã proportionẽ, manifestũ est igitur ex 2 quartidecimi quæ sine adminiculo alicuius eorũ quæ sequũtur, incõcussa demonstratiõe roboratur q proportio a b ad d e, est sicut a c ad d f, & sicut c b ad f e. Cũ ergo a b cõmunicet cũ d e in potẽtia, sequitur ex prima parte 10 decimi q a c cõicet cũ d f, & c b cũ f e. in potentia. Et quia utraq; portio lineæ d e est residuũ. ut patet ex prædictis, sequitur ex 91 decimi ut utraq; portio lineæ a b sit etiam residuũ. sed nõ eiusdẽ speciei, ut ibidẽ demonstratum est. Quare cõstat, quod omnis lineæ rationalis in lõgitudine uel in potẽtia tantũ, secundũ proportionẽ habentẽ mediũ & duo extrema diuisæ utraq; portio est residuũ.





CAMPANI *annotatio.* Et nota, quod prima pars præsentis demõstrationis qua demonstratur quod maior portio lineæ diuisæ secũdũ proportionẽ habentẽ medium & duo extrema sit residuũ, si tota linea sit rationalis, procedit ex sufficientibus siue tota linea ponatur ratiõalis in lõgitudine, siue in potẽtia tãtũ. Secũda uero pars qua demonstratur hoc de minori portione quod ipsa quoq; sit residuum si tota est rationalis, nõ procedit ex sufficiẽtibus, nisi tota sit rationalis in longitudine. Tertia autẽ pars qua probatur quod minor portio est residuũ, sufficienter procedit, siue maior portio sit ratiõalis in lon in longitudine siue in potētia tantū. Ad concludēdū igitur de maiori portione lineæ prædicto modo diuisæ quod ipsa sit residuū. sufficit ponere totā lineā diuisam esse rationalem in potētia tantū, sed ad concludendū quoq; hoc de minori portione mediāte maiore, sufficit ponere portionē maiorē similiter rationē in potētia tantū: ad cōcludendū autē hoc de minori portione mediāte tota, necesse est ponere totam lineā esse rationalē in longitudine, aut utendū est 1 quartidecimi quemadmodum dictum est.

Eucli. ex Zamb. Theorema 6 Propositio 6

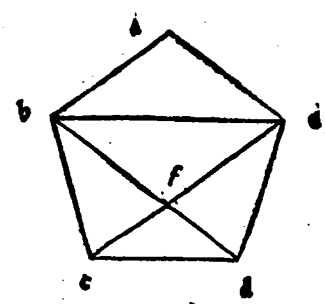
6 **Si recta linea rationalis, extrema & media ratione secta fuerit, utrunque segmentorum irrationalis est ea quæ appellatur apotome.**

THEON ex Zāb. *Sit recta linea ratiōalis α β, seceturq; extrema & media ratiōe in γ, sitq; maius segmentū α γ. Dico q utraq; ipsarū α γ, γ β, irrōnalis est ea quæ appellatur apotome. Extēdatur enim α β, & ponatur ipsius β α, dimidia α δ. Quoniā igitur recta linea α ε, extrema & media rōne secatur in γ, maioriq; segmēto α γ apponitur α δ dimidia existēs ipsius α β, q igitur ex γ δ, eius quod ex δ α quincuplū est (per 1 decimitertij.) Quod ex γ δ igitur, ad id quod ex δ α, rationem habet quam numerus ad numerum. Quod igitur ex γ δ, ei quod ex δ α, commēsurabile est. Quod aūt ex δ α, rōnale est, ipsa enim δ α, rōnalis est, dimidiū existēs ipsius α ε rationalis existentis. Rōnale igitur est & q ex γ δ, rationalis igitur & γ δ. Et quoniā q ad id quod ex δ α rōnē non habet quam quadratus numerus ad quadratū numerū, incōmēsurabilis igitur est γ δ ipsi δ α lōgitudine. Ipsæ igitur γ δ, δ α, rationales sunt potētia tantū cōmēsurabiles. Igitur α γ, apotome est. Rursus quoniā α β extrema & media ratione secatur, & maius segmentū est α γ, igitur quod sub α ε, ε γ ei quod ex α γ æquū est. Igitur ex α apotome ad α β rationalē cōparatū latitudinē primā efficit ε γ, quod ex apotome uero ad rationalē cōparatū latitudinē primam efficit apotomen. Igitur γ ε, prima est apotome (per 97 decimi,) Ostensum autē est, quod & α γ apotome est. Si recta igitur linea, & quæ sequūtur reliqua quod oportuit ostendere.*

Eucl. ex Camp. Propositio 7

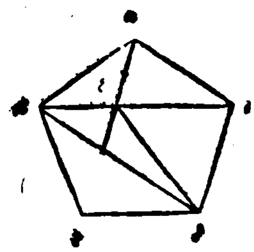
7 **Si quis pentagonus tres æquos angulos habens, fuerit æquilaterus, æquiangulus quoque idem pentagonut esse probatur.**

CAMPA. Sit pētagonus a b c d e. æquilaterus, sintq; quilibet tres eius anguli, siue cōtinue siue incōtinue sumātur, adinuicē æquales, & sint prius incōtinue sumpti, sintq; anguli a, c, d. illi tres qui ponūtur adinuicē æquales. Dico totū pentagonum esse æquiangulū. His angulis subtendantur chordæ b e b d, & e c, & totus pentagonus diuidatur in trigonū & quadrilaterum cuius duæ diagonales sint chordæ duorū proximorū æqualiū angulorum secantes se intra quadrilaterū ipsum in puncto f, eritq; per 4 primi basis b e æqualis basi b d, & angulus a e b æqualis angulo c d b. Cūq; per 5 primi angulus b e d sit æqualis angulo b d e. eo quod duo latera b e & b d sunt æqualia, erit ex cōmuni scientia totalis angulus e æqualis totali angulo d. Similiter pbabis, totalē angulū b esse æqualē angulo totali c, est enim p 4 primi basis b e æqualis basi c e, & angulus a b e æqualis angulo d c e, per quintā autē eiusdē scilicet primi est angulus e b c æqualis angulo e c b, igitur ex cōmuni scientia totalis angulus b. est æqualis totali angulo c. Sint itaq; tres anguli b, c, d. cōtinue sumpti, æquales: & sic quoq; erit pētagonus æquiangulus. Erit enim ex 4 primi basis b d æqualis basi c e, & angulus c b d angulo d e c. & angulus b d c angulo e c d, quare per 5 primi duæ lineæ c f & f d erūt æquales. cum duo anguli trianguli f c d qui sunt ad basin c d, sint æquales. igitur ex cōmuni sciētia erit linea f b, æqualis lineæ f e, erat enim tota b d. æqualis toti c e. ideoq; per 5 primi erit angulus f b e æqualis angulo f e b. Per eandē autē est angulus a b e, æqualis angulo a e b. Itaq; per cōmunē scientiā angulus b totalis. est æqualis angulo e totali. tres enim partiales anguli cōponentes unū. sunt æquales tribus partialibus cōponentibus aliū, unusquisq; suo relatiuo. Manifestum est igitur, quod tres anguli e. b, c, non continue sumpti in proposito pentagono sunt æquales. Cū autem sic: demonstratū est totū pētagonū esse æquiangulū, utrolibet ergo modo cōstat propositū.



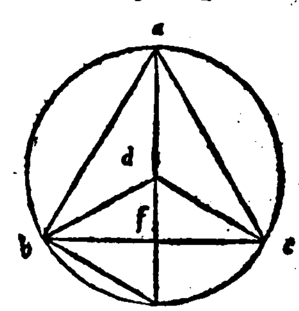
Eucli. ex Zamb. Theorema 7 Propositio 7

7 **Si quinquanguli æquilateri tres anguli ordinatim, aut non ordinatim æquales fuerint, æquiangulum erit ipsum quinquangulum.**

THEON ex Zamb. *Quinquāguli æquilateri α β γ δ ε, tres anguli prius ordinatim qui ad α, ε, γ, signa, inuicem sint æquales. Dico quod quinquangulū α ε γ δ, æquiāgulū est. Cōnectantur enim α γ, ε ι, & γ δ. Et quoniā binæ γ ε, ε α, duabus ε α, α ι, sunt æquales altera alteri, & angulus qui sub γ ε α ei qui sub ε α γ est æqualis, basis igitur α γ, (per 4* *primi) basi β ε est æqualis, & triãgulũ α β γ, triãgulo α β ε, est æquale, & reliqui anguli reliquis angulis æquales erunt sub quibus æqualia latera subtenduntur, qui sub β γ α ei qui sub β γ α, qui autẽ sub α β ε ei qui sub γ α β. Quare & latus α ζ, ipsi β ζ lateri est æquale, patuit autẽ quod & tota α γ, toti β ε est æqualis & reliqua igitur ζ γ, reliquæ ζ ε est æqualis. Est autẽ & γ δ, ipsi δ ε æqualis. Binæ iã ζ γ, γ δ, duabus ζ ε, ε δ, sunt æquales, & cõmunis ipsorũ basis, est ζ δ, Angulus igitur qui sub ζ γ δ, angulo qui sub ζ ε δ est æqualis. Patuit autẽ quod & qui sub β γ α, ei qui sub α ε β, est æqualis, totus igitur qui sub β γ δ, toti qui sub α ε δ est æqualis. Sed qui sub β γ δ, æqualis supponitur eis qui ad α, β & qui sub α ε δ, igitur, eis qui ad α, β, angulis est æqualis. Similiter iam ostẽdemus, quod & qui sub γ δ ε angulus, eis est æquus qui ad α, β, angulis. Aequiangulũ igitur est, α β γ δ ε quinquangulũ.*  *Sed iam nõ sint æquales ordinatim ipsi anguli, sed sint æquales qui ad α, γ δ, signa. Dico q & sic quinquangulũ α β γ δ ε æquiangulum est. Cõnectãtur enim β, δ. Et quoniã binæ β α, α ε, duabus β γ, γ δ, sunt æquales, & æquos cõprehendunt angulos, basis igitur β ε (per 4 primi) basi β δ, est æqualis, & triãgulũ α β ε, triãgulo β δ γ, est æquale, & reliqui anguli reliquis angulis erunt æquales, sub quibus æqualia latera subtendũtur. Aequalis igitur est angulus qui sub α ε β, ei qui sub γ δ β. Est autem & qui sub β ε δ angulus, ei qui sub β δ ε æqualis, quoniam & latus β ε lateri β δ est æquale. Totus igitur qui sub α ε δ angulus, toti qui sub γ δ ε est æqualis. Sed qui sub γ δ ε, eis qui ad α, γ, angulis supponitur æquus, & angulus igitur qui sub α ε δ, eis est æquus qui ad α γ. Iam id propterea & qui sub α β γ, æqualis eis qui ad α γ δ, angulis. Aequiangulum igitur est, & ipsum α β γ δ ε quinquangulum. Quod ostendere oportuit.*

Eucli. ex Camp. Propositio 8

8 OMnis trianguli æquilateri quod à latere suo quadratum, describitur, triplum est quadrato dimidiæ diametri circuli à quo triãgulus ipse circunscribitur. Zamb. 12

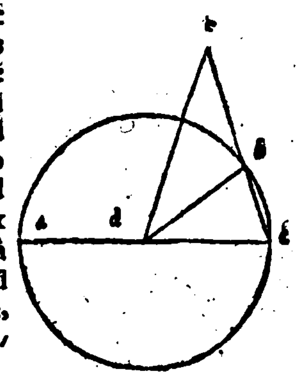
CAMPANVS Sit triangulus a b c æquilaterus, cui circũscribatur circulus a b c supra centrum d, quemadmodum docet 5 quarti, & protrahatur in eo diameter a d e. Dico ergo q quadratũ lineæ a b triplũ est ad quadratũ semidiametri a d. Ducantur enim duæ lineæ b d & d c, & arcui b e, subtẽdatur chorda b e, eritq; ex 8 primi angulus b a d, æqualis angulo c a d, quare per ultimã sexti arcus b e, est æqualis arcui e c. Et quia ex 27 tertij tres arcus a b, b c, & c a, sunt adinuicẽ æquales, eo quod eorũ chordæ, quæ sunt latera trigoni, sunt æquales ex hypothesi, erit arcus b e sexta pars circũferentiæ, ideoq; chorda b e, erit latus hexagoni æquilateri ipsi circulo inscripti, quare per correlarium 15 quarti, linea b e, est æqualis semidiametro a d. Manifestum est autem ex prima parte 30 tertij, quod angulus a b e est rectus, ideoq; quadratũ lineæ a e, est æquale quadratis duarũ linearũ a b & b e pariter acceptis, ex penultima primi. At uero quadratũ a e, quadruplũ est ad quadratum b e ex 4 secũdi, cũ linea a e sit dupla b e, relinquitur ergo, quadratũ a b triplũ esse ad quadratũ b e, & ideo ad quadratũ a d. Quod est propositũ.  Non lateat autem nos, quod linea b c quæ est latus trigoni, diuidat semidiametrum d e, per æqualia. Esto quidẽ punctus diuisionis, f. Constat igitur ex 4 primi, quod b f est æqualis f c, ideoq; per primã partẽ 3 tertij, oẽs anguli qui sunt ad f, sunt recti. quare ex penultima primi quadratũ b d, est æquale quadratis duarũ linearũ quæ sunt b f & f e. Et quia b d est æqualis b e, erũt ex cõi scientia duo quadrata duarũ linearũ b f & f d pariter accepta æqualia duobus quadratis duarũ linearũ b f & f e pariter acceptis. Dempto igitur utrinq; quadrato b f, erit ex cõi sciẽtia quadratum f d residuum, æquale quadrato f e residuo, quare & linea f d, lineæ f e, ex hac cõmuni sciẽtia, quarum quadratũ sunt æqualia eas lineas esse æquales. Ex hoc itaq; manifestum est, quod perpendicularis ducta à cẽtro circuli ad latus trigoni æquilateri sibi inscripti, æqualis est dimidio lineæ ductæ à centro eiusdem circuli ad ipsius circunferentiam.

Eucli. ex Camp. Propositio 9

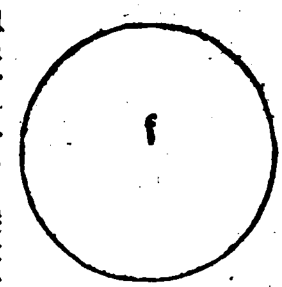
9 SI latus hexagoni æquilateri, latusq; decagoni æquilateri, quos ambos unus idẽq; circulus circũscribit, sibi inuicẽ in longũ directũq; coniun Zamb. 9

coniungantur,tota linea ex eis composita secundum proportionem habē tem mediū & duo extrema diuisa erit,maiorq̧ eius portio latus hexagoni.

CAMP. Sit circulus a b c,cuius cētrum d,& diameter a d c,sitq̧ arcus c b quinta pars arcus semicirculi a b c.cui subtendatur chorda c b,quam constat esse latus decagoni æquilateri,ꝓposito circulo inscripti,adiungaturq̧ lineæ c b in continuū & directū linea b e,quæ ponatur esse æqualis lateri hexagoni æquilateri prædicto circulo inscripti. Dico totam lineam c e,diuisam esse in puncto b secundum proportionē habētem mediū & duo extrema,& maiorē eius portionē dico esse lineā b e quæ est latus hexagoni. Ducantur enim in centrū.duæ lineæ e d & b d ,eritq̧ angulus e æqualis angulo b d e ex 5 primi,propter hoc quod linea e b est æqualis lineæ b d ex correlario 15 quarti,angulus quoq̧ d b c,est æqualis angulo c ex 5 primi,quare ex 32 primi angulus a d b,erit duplus ad angulū d b c. Et q̄a per eandē angulus d b c est duplus ad angulū e,sequitur ut angulus a d b sit quadruplus ad angulū e,est enim ex cōi sciētia quadruplum,quicq̄d fuerit duplū dupli. Cūq̧ sit etiā idē angul9 a d b quadruplus ad angulū b d c ex ultima sexti. eo quod arcus a b est quadruplus ad arcū b c.necesse est ex cōi scientia ut angulus e sit æqualis angulo b d c. Si igitur intelligātur duo trianguli. d e c totalis,& b d c partialis,cū angulus e totalis triāguli sit æqualis angulo b d c partialis,& angulus c sit cōis utriusq̧ necesse est ex 32 primi ut ipsi sint æquianguli,quare per 4 sexti proportio duorū laterū e c & c d cōtinētiū angulū c in totali triangulo,est sicut duorū laterū d c & c b cōtinentiū eundē angulū in partiali triangulo. Quia ergo proportio e c ad c d est sicut ad e b ex secunda parte 7 quinti,& d c ad c b est sicut e b ad eandē ex prima parte eiusdē,sequitur ex 11 quinti ut sit proportio c e ad e b,sicut e b ad b c. Igitur à diffinitione cōclude propositum,lineā e c esse diuisam secūdum proportionem habentem medium & duo extrema, & maiorem portionem eius esse latus hexagoni. Quod oportuit nos demonstrare.



CAMPANVS Conuersam quoq̧ demōstrare cōuenit,quod facile fiet,uia retrograda,eā enim assumit Ptolomæus capitulo 9 primæ dictiōis Almagesti.ad demōstrādū quātitatē chordarū arcuū circuli. Dico itaq̧ ꝙ si linea qualibet secūdū proportionē habentē mediū & duo extrema diuidatur,cuius circuli maior portio fuerit latus hexagoni,eiusdē minor erit latus decagoni,at uero cuius minor erit latus decagoni,eiusdē maior erit latus hexagoni. Sit enim (priori dispositiōe manēte)linea e c diuisa in pūcto b scdm prædictā proportionē,& maior eius portio sit e b,dico ꝙ cuiuscūq̧ circuli linea e b est latus hexagoni. eiusdē est linea b c latus decagoni,& cuiuscūq̧ circuli linea b c est latus decagoni,eiusdē est linea e b latus hexagoni. Intelligo autē hoc de hexagonis & decagonis æq̄lateris. Si enim sit e b latus hexagoni circulo a b c inscripti.erit ꝑ correlariū 15 quarti e b æqualis d c. Et q̄a proportio c e ad e b est sicut e b ad b c ex hypothesi,erit ex 7 quinti c e ad d c,sicut d c ad c b. Igitur ex 6 sexti duo triāguli e d c & d c b,sunt æquiangulı:angulus ergo e,est æqualis angulo b d c,ipsos enim latera ꝓportionalia respiciūt. Cūq̧ sit angulus a d b quadruplus ad angulū e ex 32 primi bis assumpta.& quinta eiusdem bis.sequitur ut etiā idē angulus a d b sit quadruplus ad angulū b d c. Ideoq̧ ex ultima sexti,arcus a b.quadruplus est ad arcū b c. Linea igitur b c,est latus decagoni circulo a b c inscripti. Q̄d' si linea b c fuerit latus decagoni circuli a b c,erit e b latus hexagoni eiusdē. Sit enim e b latus hexagoni circuli f,eritq̧ ex prædictis.b c.latus decagoni eiusdē. Intelligantur igitur inscripti esse decagoni æquilateri duobus circuli a b c & f, quorū omnia latera erūt æqualia lineæ b c. Et quia omnis figura æquilatera circulo inscripta est æquiāgula ut probatū est in 15 quarti libri,seq̄tur utrosq̧ decagonos esse æquiangulos. Cūq̧ oēs anguli unius pariter accepti sint æquales oībus angulis alterius pariter acceptis.sicut euidēter apparet ex demōstratis in 32 primi.necesse est ex hac cōi sciētia (quorūlibet æqualiū decimas aut quotaslibet partes eiusdē denominatiōis,esse æquales)ut unus horū decagonorū sit æquiangulus alij,ideoq̧ similis ex diffinitiōe similiū superficierū. Et q̄a si duæ figuræ similes duob9 circulis inscribātur,erit ꝓportio



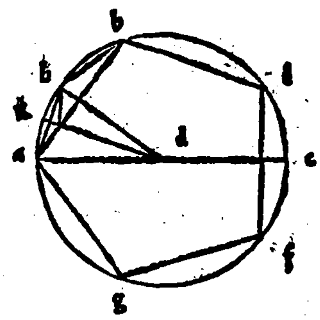
duo

duorum relatiuorum laterum illarum figurarum sicut duarum diametrorum illorum circulorum, ut apparet ex correlario 18 sexti libri & 1 duodecimi, cum latera decagonorum similium inscriptorum duobus circulis a b c & f, sint æqualia, sequitur ut diametri eorum sint æquales. ideoq; & semidiametri etiam æquales. Sūt autem semidiametri & latus hexagoni, æqualia ex correlario 15 quarti. Erit ergo linea e b, latus hexagoni circulo a b c inscripti, sicut ipsa est latus hexagoni circuli f sibi æqualis. Hoc autem est, quod demonstrare uoluimus. Ex hac autem nona huius decimitertij noueris ex ortam esse 10 quarti libri, quæ duum æqualium laterum proponit trigonum describendum, cuius uterque duorum angulorum quos basis obtinet, ad tertiū duplus existat, talis enim est uterque triangulorum c d c & d c b, & simpliciter omnis, cuius duo latera sunt æqualia maiori portioni alicuius lineæ diuise sc̄d'm proportionem habentem medium duoq; extrema & tertium quod est basis est æquale minori portioni lineæ eiusdem, uel cuius duo latera sunt æqualia lateri hexagoni æquilateri alicui in circulo inscripti, basis uero est æqualis lateri decagoni æquilateri eidem circulo inscripti. Quod est propositum.

Eucli. ex Camp. *Propositio 10*

10 **Omne latus pentagoni æquilateri tanto potentius est latere hexagoni æquilateri quantum potest latus decagoni æquilateri, si sint in eodem circulo ambo inscripti.**

CAMP. Sit circulus a b c, cuius centrū d, & diameter a d c, inscribaturq; ei pētagonus æquilaterus, qui sit a b e f g, & à centro d protrahatur perpendicularis ad latus a b, quæ producatur usquequo obuiet circunferentiæ in puncto h. sitque d h, & protrahatur duæ chordæ a h & h b, quæ erunt æquales adinuicem ex secūda parte 3 tertij & 4 primi, ideoq; etiā duo arcus a h & h b, æquales adinuicē ex 27 tertij. Est igitur utraque duarū chordarū a h & h b, latus decagoni æquilateri proposito circulo inscripti. Dico itaq; quod quadratū lineæ a b quæ est latus pentagoni, est æquale duobus quadratis duarum linearū b d & a h pariter acceptis. quarū prima est æqualis lateri hexagoni ex correlario 15 quarti, & secunda est latus decagoni, protrahatur enim à centro d, perpendicularis à linea a h quæ est latus decagoni, quæ



producatur usque ad circunferentiam, sitq; d k quæ secet lineam a b quæ est latus pētagoni in puncto l, & protrahatur linea h l. Constat autem ex secunda parte 3 tertij & 4 primi & 27 tertij, quod linea d k quæ est perpendicularis ad chordā a h, simul diuidit per æqualia chordam & arcum, ideoq; arcus a k est æqualis arcui k h quare ex ultima sexti angulus a d l, est æqualis angulo l d h, ideoq; ex 4 primi basis a l, basi l h, igitur ex 5 primi angulus l a h, æqualis est angulo l h a. Cūq; etiā sit ex eadē angulus h a b æqualis angulo h b a, sequitur ut angulus l h a sit æqualis angulo h b a ergo ex trigesimasecunda primi duo triāguli b a h & a h l, sunt æquiāguli, est enim angulus b, maioris, æqualis angulo h, minoris, & angulus a, communis est utriq;. Itaq; p 4 sexti ꝑportio b a ad a h, est sicut a h ad l a: quare ex prima parte 16 sexti quod prouenit ex b a in a l, est æquale quadrato lineæ a h quæ est latus decagoni. Cū sit autem semicirculus a e c æqualis semicirculo a f c, & arcus a e arcui a f erit arcus e c residuus æqualis arcui f residuo, quare arcus e c, est medietas arcus e f. ideoq; æqualis arcui a h, & duplus ad arcū h k. Et quia arcus e b est duplus ad arcū b h. erit ex 11 quinti tot9 arcus c e b duplus ad totum arcum b h k. ideoq; ex ultima sexti angulus c d b, est duplus ad angulum b d l Cumq; etiam angulus c d b duplus sit ad angulum b a d ex 32 & 5 primi, sunt enim duo latera d a & d b æqualia, erit angulus b d l æqualis angulo b a d. Itaq; per 32 primi erit triangulus b d l, æquiangulus triangulo b a d, est enim angulus d, minoris, æqualis angulo a, maioris, & angulus b est communis utriq;, ergo per 4 sexti proportio a b ad b d, est sicut b d ad l b, quare per primā partem 16 sexti quod prouenit ex a b in b l, est æquale quadrato d b. At uero probatum est prius, quod illud quod prouenit ex a b in l a est æquale quadrato a h. Itaq; quod prouenit ex a b in a l & in l b, est æquale duobus quadratis duarū linearū a h & b d. Et quia ex secunda secundi quod prouenit ex

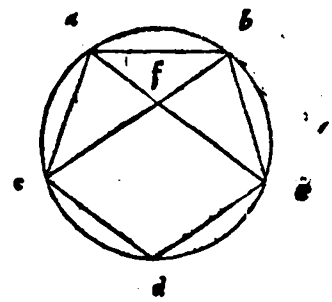
a b in

a b in l a & in l b est æquale quadrato lineæ a b: est autem linea a b latus pentagoni æquilateri ꝓposito circulo inscripti, linea uero a h est latus decagoni æquilateri, & linea b est ex correlario 15 quarti æqualis lateris hexagoni æquilateri proposito circulo inscriptorum, inconcussa demonstratione astruitur hoc quod dicitur.

Eucli. ex Camp. Propositio 11

11 SI duobus propinquis angulis pentagoni æquilateri intra circulum descripti, à terminis suorum laterum duæ rectæ lineæ subtēdātur, utraq; alterā secundum proportionem habentē mediū duoq; extrema secabit, maiorq; ipsius portio lateri ipsius pentagoni æqualis erit.

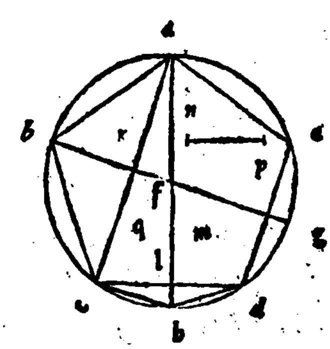
CAMPANVS. Sit pentagonus æquilaterus a b c d e, inscriptus circulo eisdē literis signato, & duobus eius propinquis angulis qui sunt a & b, subtēdatur duæ rectæ lineæ a c & c b e, secantes se inuicem in puncto f. Dico itaque utrāque harū esse diuisam in pūcto f, secundū proportionē habentē mediū duoq; extrema, & ꝙ maior portio utriusq; est æqualis lateri pentagoni. Manifestū est enim ex 27 tertij, ꝙ quinq; arcus circuli pentagonū propositū circunscribētis, quorū latera ipsius pētagoni sunt chordæ, sūt adinuicē æquales, ideoq; ex ultima 6 quatuor anguli a e b, a b e, b a c. & b c a, sunt adinuicē æquales, nā arcus a b a c, & b c, sunt adinuicē æquales. Cumq; sit arcus c d e duplus ad arcū b c, erit quoq; ex ultima sexti angulus c a e duplus ad angulū c a b. At uero ex 27 primi angulus a f e, duplus est ad angulū f a b. Igitur angul9 a f e, est æqualis angulo f a e, quare per 6 primi linea a e, est æqualis lineæ f e. Sunt autem duo triāguli a b e & a f b, æquianguli, per ea quæ dicta sunt & per 32 primi. est enim angulus e, maioris, æqualis angulo a minoris. & angulus b, cōis utriq;, igitur per 4 sexti proportio e b ad b a, sicut b a ad f b, Cūq; sit e f, æqualis a b, eo quod ipsa (ut probatū) est æqualis a e, sequitur ex 7 quinti ut sit ꝓportio b e ad e f, sicut e f ad f b. Quare ꝑ diffinitionem linea e b est diuisa scdm ꝓportionē habentē mediū duoq; extrema, & eius maior portio est æqualis lateri ipsius pentagoni. Si autē hoc est uerū de linea e b erit quoq; ex 7 quinti & quinta eiusdē & diffinitione idē uerū de linea a c: nā tota b e est æqualis toti a c ex 4 primi. & portiones portionibus ex 6 primi & cōi scientia. portiōes enim a f & b f, su nt æquales ex 6 primi, ideoq; f e & f c residuæ, erūt adinuicē æquales ex cōceptiōe. Vel potes si libet & facilius, de linea a c demonstrare propositum, negociando circa ipsum, ut prius circa lineā e b.

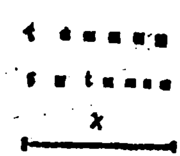


Eucli. ex Camp. Propositio 12

12 SI circuli pentagonum æquilaterum circūscribentis, diameter fuerit rationalis, eius latus pentagoni erit linea irrationalis, ea scilicet quæ dicitur minor.

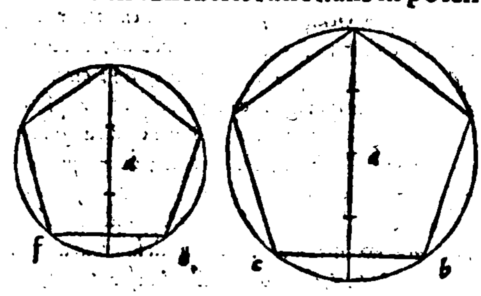
CAMPANVS Sit pentagonus æquilaterus a b c d e inscriptus circulo eisdem literis ascripto, cuius centrum f, & duæ diametri b g & a h, sitq; utraque harum diametrorum linea rationis in longitudine. Dico tunc quod latus pentagoni inscripti, erit linea irrationalis, illa uidelicet quæ dicitur minor. Protrahatur enim linea a c, quæ secet diametrum b, in puncto K, eritq; ex ultima sexti & 4 primi linea a c, diuisa à diametro b g orthogonaliter & per æqualia in puncto K, quia cum semicirculus b a g sit æqualis semicirculo b c g, & arcus b a arcui b c, sicut constat ex 27 tertij, erit arcus a g residuus, æqualis arcui c g residuo, ideóque ex ultima sexti angulus a b g, æqualis etiam anguo c b g. Cum itaque duo latera a b & b K trianguli a b K sint æqualia duobus lateribus c b & b K trianguli c b K, & angulus b unius angulo b alterius, erit ex 4 primi basis a K æqualis basi k c. & omnes anguli qui sunt e d K, sunt recti ex prima parte 3 tertij. Diameter autem a h, secet latus pentagoni c d, in puncto l. Eritque linea c d diuisa à diametro a h orthogonaliter, & per æqualia in puncto l. Cum enim sint duo arcus a d h & a c h æquales, & arcus a c, sit æqualis arcui a d, erunt duo residui semicirculorum qui ſunt c h & d h, æquales, quibus ſi ſubtendantur duæ chordæ quæ ſunt c h & d h, ipſæ quoq; ex 28 tertij erūt æquales. Et quia arcus a c eſt æqualis arcui a d, erit ex ultima ſexti angulus c h l æqualis angulo d h l, ideoq; per 4 primi baſis c l eſt æqualis baſi d l, & omnes anguli qui ſunt ad l, recti ex prima parte 3 tertij, itaque duo trianguli a c l & a f k ſunt æquiāguli ex 32 primi. Eſt enim angulus l, maioris, æqualis angulo k, minoris, eo quod uterq; eſt rectus, & angulus a eſt communis utriq;, quare 4 ſexti proportio l c ad c a, eſt ſicut k f ad f a. Sumatur igitur ex diametro b g, linea f m æqualis quartæ parti ſemidiametri, eritq; per æquā proportionalitatē proportio c l ad quartā partem lineæ a c quæ ſit c q, ſicut k f ad quartā partē lineæ f a quæ eſt f m. Et quia per 15 quinti ꝓportio c d ad c k eſt ſicut c l ad c q (ſic enim eſt duplū ad duplū ſicut ſimplū ad ſimplū) erit per 11 quinti d c ad c k, ſicut k f ad f m, & cōiūctim lineæ cōſtātis ex d c & c k, ad k c, ſicut k m ad m f, & ideo per primā partē 22 ſexti proportio quadrati lineæ cōpoſitæ ex d c & c k, ad quadratum lineæ c k, ſicut quadrati lineæ k m ad quadratum lineæ m f. Conſtat autem ex præmiſſa, quod ſi linea a c diuidatur ſecundum proportionem habentem medium duoque extrema, maior portio eius erit æqualis lineæ d c, igitur linea cōſtans ex d c & c k, cōponitur ex maiori portione diuiſæ ſecūdū proportionē habentē medium duoq; extrema, & ex medietate totius lineæ ſic diuiſæ, eſt enim c k, medietas a c. Itaq; p primā iſtius 13 libri quadratū lineæ cōpoſitæ ex d c. & c k, quintuplū quoque eſt ad quadratū lineæ c k, ideoq; quadratū lineæ k m, quintuplū quoq; eſt ad quadratū lineæ m f, cum ſit horū quadratorū & illorū una proportio. Eſt autē linea b m, quintupla ad lineā m f, erat enim m f, quarta pars ſemidiametri propoſiti circuli. Ergo quadratū lineæ k m ad quadratū lineæ m f. eſt ſicut linea b m ad lineam m f. Et quia ex ſecūda parte 18 ſexti quadratum lineæ k m ad quadratū lineæ m f, eſt ſicut lineæ, k m ad lineā m f duplicata, erit ex 11 quinti linea b m ad lineam m f, ſicut linea k m ad lineam m f duplicata. Igitur linea k m, eſt medio loco proportionalis inter duas lineas b m & m f. Quod ſic conſtat. Sit enim linea n p medio loco proportionalis inter eas, ſumpta ſecundū doctrinam 9 ſexti eritq; ex diffinitione proportionis duplicatæ quæ poſita eſt in principio quinti, proportio b m ad m f. ſicut b m ad n p duplicata. Et quia b m ad n p, ſicut n p ad m f. erit etiam ex 11 quinti proportio b m ad m f, ſicut n p ad m f duplicata, igitur ex prima parte 9 quinti, duæ lineæ k m & n p, ſunt æquales, ideoq; ex prima parte 7 quinti, ex ſecunda parte eiuſdem linea k m, eſt medio loco proportionalis inter b m & m f. Quare ex correlario 5 ſexti, proportio quadrati lineæ b m ad quadratum lineæ m k, eſt ſicut lineæ b m ad lineam m f. Et quia linea b m eſt quintupla ad lineā m f, erit quadratum lineæ b m, quintuplum ad quadratū lineæ m k. Linea aūt b m, eſt rationalis in lōgitudine, ergo per ultimā partem 9 decimi, linea m k eſt rationalis in potentia tantum. Et quia linea b m eſt potentior linea m k, in quadrato lineæ ſibi incommēſurabilis in longitudine, ut in continuo probabitur, erit linea b k reſiduū quartum ex diffinitione reſidui quarti. Quod autem probādum aſſumpſimus, ſic patet: Sit numerus r quintuplus ad numerū ſ, ſintq; t & ſ quantum r, ac ſi eſſet r quinque, ſ unū, t quatuor. & ſit linea b m, potentior linea m k in quadrato lineæ x. Cum igitur ſit quadratū lineæ b m ad quadratum lineæ m k ſicut numerus r ad numerū ſ, erit per euerſam proportionalitatē quadratum lineæ b m ad quadratum lineæ x, ſicut numerus r ad numerum t, quare per ultimam partē 7 decimi, lineas, eſt incommenſurabilis lineæ b m in lōgitudine, non eſt ergo dubiū, quin b k ſit reſiduū quartum. Manifeſtum uero eſt ex 34 tertij, quod illud quod fit ex b k in k g, eſt æquale ei quod fit ex a k in k e, ideoq; etiā ipſum eſt æquale quadrato k c, eo quod a k eſt æqualis k c, ergo quadrato b k addito utrique, erit ex penultima primi quod fit ex b k in ſe & in k g, æquale quadrato b c. Et quia ex 1 ſecūdi ꝙ fit ex b k in g b, erit linea b c latus tetragonicum ſuperficiei cōtentæ à duabus lineis g b & k b. Et quia linea g b eſt rationalis, linea uero b k eſt reſiduū quartū, & quia linea potēs in ſuperficiē linea rationali reſiduoq; quarto cōtentam eſt linea minor ut conſtat ex 89 decimi libri, neceſſe eſt lineā b c quæ eſt latus pentagoni æquilateri propoſito circulo inſcripti, eſſe lineam minorem





quod

quod erat ex principio demonstrandum. Hoc ergo modo sequitur, quod latus pentagoni æquilateri circulo inscripti sit linea minor, si diameter circuli cui inscribatur, fuerit rationalis in longitudine. At uero si diameter circuli fuerit rationalis in potentia tantũ, adhuc necesse est ut latus pentagoni æquilateri sibi inscripti sit linea minor. Esto enĩ linea a, rationalis in potentia tantum, supra quã describatur circulus, eiq; descripto inscribatur pentagonus æquilaterus, cuius unum latus sit b c, dicanturq; pentagonus & circulus, a. Dico q linea b c est linea minor. Sumatur enĩ aliqua linea rationalis in lõgitudine, quæ sit d, & super eam lineetur circulus cui inscribatur pentagonus æquilaterus, & sit unum latus ipsius linea e f, dicanturq; pentagonus & circulus, d. Constat igitur ex hac 11, q e f est linea minor, cum diameter d sit rationalis in longitudine. Quoniam uero proportio pentagoni a ad pentagonũ d est sicut quadrati lineæ b c ad quadratum lineæ e f (utraq; enim est ex secũda parte 18 sexti, sicut lineæ b c ad lineam e f duplicata) pentagoni autem a ad pentagonũ d, est sicut quadrati diametri a ad quadratũ diametri d ex prima 11, erit ex 11 quinti quadratũ lineæ c b ad quadratũ lineæ e f, sicut quadratũ diametri a ad quadratum diametri d. Cumq; quadrata duarum diametrorũ a & d sint cõmunicantia, quia ambo sunt rationalia ex hypothesi, erũt quoq; ex prima parte 10 decimi quadrata duarum linearũ b c & e f, cõmunicantia: ergo linea b c cõmunicat in potentia cum linea e f. Et quia linea e f est minor, sequitur ex 100 decimi q etiã b c sit linea minor, quod est propositum. Siue ergo diameter alicuius circuli sit rationalis in longitudine, siue in potentia tantum, necesse est ut latus pentagoni æquilateri sibi inscripti, sit linea minor.

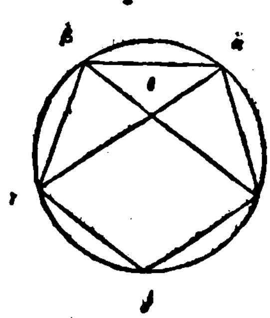


Eucli. ex Zamb. Theorema 8 Propositio 8

8 Si quinquanguli æquilateri & æquianguli binos ordinatim angulos rectæ lineæ * expliciunt, extrema & media ratione sese inuicem dispescunt, & maiora earum segmenta ipsius quinquanguli lateri sunt æqualia. Camp. 11

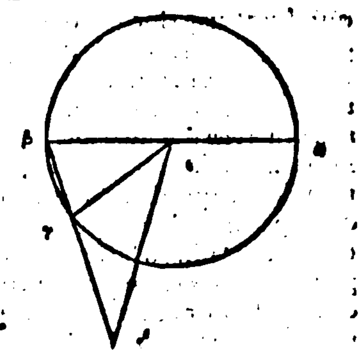
ὑποτείνωσι subtendant

THEON ex Zamb. *Quinquanguli enim æquilateri & æquianguli αβγδε, binos ordinatim angulos qui ad α, β, rectæ lineæ αγ, βε, *explicent, sese inuicem in θ signo dispescentes. Dicó quod ipsarum utraq; extrema & media ratione secatur in θ signo, & earum maiora segmenta sunt æqualia ipsius quinquanguli lateri. Circunscribatur (per 14 quarti) ipsi quinquangulo αβγδε, circulus αβγδε. Et quoniam binæ rectæ lineæ εα, αβ, duabus αβ, βγ, sunt æquales, & angulos æquales comprehendunt, bases igitur βε (per 4 primi) basi αγ est æqualis, & triangulũ αβε ipsi triangulo αβγ est æquale, & reliqui anguli reliquis angulis erunt æquales alter alteri sub quibus æqualia latera subtendũtur. Angulus igitur qui sub βαγ, ei qui sub αβε est æqualis. Duplus igitur est qui sub αθε, eius qui sub βαθ anguli: extra enim est ipsum αβθ triangulum. Est autem & qui sub εαγ, eius qui sub βαγ duplus, quoniam & circũferentia εδγ, ipsius γβ circũferentiæ est dupla. Angulus igitur qui sub θαε, ei qui sub αθε est æqualis. Quare & θε recta linea, ipsi εα, hoc est ipsi αβ est æqualis. Et quoniam βε recta linea ipsi αε est æqualis, æqualis est & angulus qui sub αβε ei qui sub αεβ. Sed qui sub αβε, ei qui sub βαθ, patuit quod æqualis: qui igitur sub βεα, ei qui sub βαθ est æqualis. Et ipsorum duorum triangulorũ αβε, & αβθ, cõmunis est angulus qui sub αβε, reliquus igitur qui sub βαε angulus, reliquo qui sub αθβ est æqualis. Triangulum igitur αβε, ipsi αβθ triangulo æquiangulum est: proportionaliter igitur est sicut εβ ad βα, sic αβ ad βθ. Aequalis autem est βα, ipsi εθ. Sicut igitur βε ad εθ, sic εθ ad θβ, maior autem est βε, ipsa βα, maior igitur est εθ, ipsa θβ. Ipsa igitur βε, extrema & media ratione in θ secatur, & maius segmentum θε æquum est ipsius quinquanguli lateri. Similiter iam ostendemus, quod αγ extrema & media ratione in θ secatur, & ipsius maius segmentum γθ ipsius quinquanguli lateri est æquale. Quod ostendere oportuit.



Eucli. ex Zamb. Theorema 9 Propositio 9

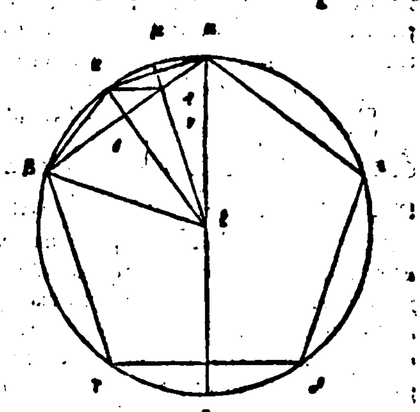
9 Si sexanguli & decagoni latus in eodem circulo descriptorũ componantur, tota recta linea extrema & media ratione secatur, & maius segmentum est ipsius sexanguli latus.



THEON ex Zamberto. Sit circulus α β γ, & in ipso circulo α β γ, descriptarū figurarū decagoni quidem latus esto β γ, & sexanguli γ δ, & sint in rectas lineas. Dico quod tota β δ, extrema & media ratione secatur in γ, & maius ipsius segmentū est γ δ. Assumatur enim (per 1 tertij) centrū circuli, signū ε, & cōnectantur ε β, ε γ, ε δ, & extendatur β ε in α. Et quoniā decagoni æquilateri latus est β γ, quincupla igitur est α γ β circūferentia ipsius γ β circūferentiæ. Quadrupla igitur est α γ circūferentia, ipsius γ β. Sicut autē α γ circūferentia ad γ β, sic angulus qui sub α ε γ ad angulum qui sub γ ε β: quadruplus igitur est q sub α ε γ, eius qui sub γ ε β. Et quoniā qui sub ε β γ angulus ei qui sub ε γ β angulo est æqualis, qui igitur sub α ε γ angulus, duplus est eius qui sub ε γ β. Et quoniam ε γ recta linea æqualis est ipsi γ δ, utraq; enim ipsarum æqualis est ipsius sexanguli lateri in α β γ circulo descripti, & angulus qui sub γ ε δ, angulo qui sub γ δ ε est æqualis, igitur angulus q sub ε γ β, duplus est eius qui sub ε δ γ. Sed eius qui sub ε γ β, duplum esse demonstratum est eum qui sub α ε γ. Igitur qui sub α ε γ, quadruplus est eius qui sub ε δ γ. Ostensum est autem quod & eius qui sub β ε γ, quadruplus est qui sub α ε γ, æqualis igitur est qui sub ε δ γ, ei qui sub β ε γ. Cōmunis autem ipsorū binorum triangulorū, hoc est β ε γ & β ε δ, est angulus qui sub ε β δ, & reliquus igitur qui sub β ε δ, ei qui sub ε γ β est æqualis. Aequiangulū igitur est triangulum ε β δ, ipsi ε β γ triangulo: proportionaliter igitur est sicut β δ ad β ε, sic ε β ad β γ. Aequalis autem est ε β, ipsi γ δ. Est igitur sicut β δ ad δ γ, sic δ γ ad γ β. Maior autem est β δ, ipsa δ γ, maior igitur est & δ γ, ipsa γ β. Igitur ipsa β δ, recta linea extrema & media ratione secatur in γ signo, & maius segmentum est δ γ. Quod ostendere oportuit.

Eucli. ex Zamb. Theorema 10 Propositio 10

10 Si in circulo quinquangulū æquilaterū descriptū fuerit, ipsius quinquanguli latus potest & sexanguli & decagoni latus in eodē circulo descriptorū.

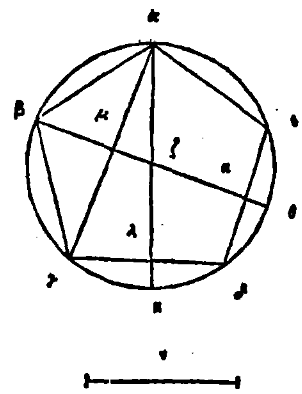


THEON ex Zamb. Sit circulus α β γ δ ε, & in ipso α β γ δ ε (per 11 quarti) quinquangulū describatur α β γ δ ε. Dico quod ipsius α β γ δ ε quinquanguli latus, potest & sexanguli & decagoni latus in ipso α β γ δ ε circulo descriptorū. Assumatur (per 1 tertij) centrum circuli, & sit ζ, & connexa α ζ, extendatur in η signum, & connectatur ζ β, & ab ipso ζ in α β perpendicularis excitetur (per 12 primi) ζ θ, & extendatur in κ, & connectantur α κ, κ β, & rursus ab ipso ζ, in α κ excitetur (per 12 primi) perpendicularis ζ λ, & extendatur in μ, & connectatur κ ν. Et quoniam circūferentia α β γ η ipsi α ε δ η circūferentiæ est æqualis, quarū α β γ ipsi α ε δ est æqualis, reliqua igitur γ η circūferentia reliquæ δ η circūferentiæ est æqualis. Quinquanguli autem γ δ, & decagoni igitur γ η. Et quoniam ζ α ipsi ζ β (per 15 diffinitionem primi) est æqualis, & perpendicularis est ζ θ, igitur angulus qui sub α ζ κ, ei qui sub κ ζ β est æqualis: quare & circūferentia α κ, ipsi κ β est æqualis. Dupla igitur est α β circunferentia, ipsius β κ circūferentiæ, decagoni latus igitur, est recta linea α κ, & id propterea & α κ, ipsius κ μ est dupla. Et quoniam dupla est circūferentia α β ipsius circūferentiæ β κ, æqualis autem est γ δ circūferentia ipsi α β circunferentiæ, dupla igitur est γ δ circūferentia ipsius β κ circūferentiæ. Est autem γ δ circūferentia, ipsius γ η dupla: æqualis igitur circūferentia γ η, ipsi β κ circūferentiæ est æqualis. Sed β κ ipsius κ μ dupla est, quoniam & κ α, & γ η igitur, ipsius κ μ est dupla. Sed & γ β circūferentia, ipsius β κ circūferentiæ dupla est: æqualis enim est γ β circūferentiæ, ipsi β α, & tota igitur η β circūferentia, totius β μ est dupla. Quare & angulus qui sub η ζ β, anguli qui sub β ζ μ duplus est. Est autem qui sub η ζ β, eius qui sub ζ α β duplus. Aequalis enim est qui sub ζ α β, ei qui sub α β ζ. Qui sub β ζ ν igitur, ei est æquus qui sub ζ α β. Binorum autem triangulorū α β ζ & β ζ ν, cōmunis angulus est qui sub α β ζ. Reliquus igitur qui sub α ζ β, reliquo qui sub β ν ζ est æqualis. Triangulum igitur α β ζ, ipsi β ζ ν triangulo æquiangulū est, proportionaliter igitur est sicut α β recta linea ad β ζ, sic ζ β ad β ν, quod igitur sub α β, β ν, ei quod ex β ζ est æquale. Rursus quoniam æqualis est α λ ipsi λ κ, cōmunis autem & ad angulos rectos λ ν, basis igitur κ ν (per 4 primi) basi α ν est æqualis, & angulus igitur qui sub λ κ ν, ei qui sub λ α ν est æqualis. Sed qui sub λ α ν, ei qui sub κ β ν est æqualis, & qui sub λ κ ν igitur, ei qui sub κ β ν est æqualis, & ipsorum triangulorū binorum α κ β & α κ ν, cōmune est quod sub ν α κ. Reliquum igitur quod sub α κ β, reliquo quod sub κ ν α est æquale. Aequiangulū igitur est triangulum κ β α, ipsi κ ν α triangulo: proportionaliter igitur est sicut β α recta linea ad α κ, sic κ α ad α ν. Quod igitur sub β α, α ν, æquū est ei quod ex α κ. Ostensum est autem quod quod sub α β, β ν, æquum est ei quod ex β ζ. Quod igitur sub α β, β ν, una cum eo quod sub β α, α ν, quod est id quod ex β α, ei est æquum quod ex β ζ una cum eo quod ex α κ, & β α quidem est latus ipsius quinquanguli, & β ζ sexanguli, & α κ decagoni. Quinquanguli ergo latus potest & sexanguli & decagoni latus in eodem circulo descriptorum. Quod ostendere oportuit.

Eucli. ex Zamb. Theorema 11 Propoſitio 11

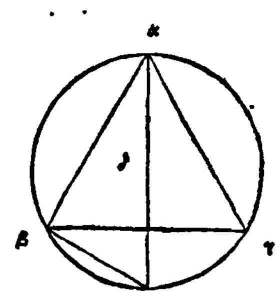
11 S in circulo rationalem habente diametrum, quinquangulũ æquilaterũ inſcribatur, quinquanguli latus irrationalis eſt ea quæ appellatur minor. Camp. 11

THEON ex Zamb. In circulo enim α β γ δ ε, rationalem habente diametrum, quinquangulũ inſcribatur α β γ δ ε. Dico quod ipſius α β γ δ ε quinquanguli latus α β irrationalis eſt ea quæ appellatur minor. Aſſumatur enim (per 1 tertij) circuli centrum ζ ſignum, & connectantur α ζ, ζ β, & extendantur in κ, θ, ſigna, & connectatur α γ, ponaturq́; ipſius α ζ, quarta pars ζ κ. Rationalis autem α ζ, rationalis igitur & ζ κ. Eſt autem & β ζ rationalis. Tota igitur β κ rationalis eſt. Et quoniam circũferentia α γ κ ipſi α δ κ circũferentiæ eſt æqualis, quarũ α β γ æqualis eſt & ipſi α ε δ, reliqua igitur γ κ reliquæ κ δ eſt æqualis. Et ſi cõnectamus κ δ,* ducuntur recti qui ad λ anguli, & dupla eſt γ δ ipſius γ λ, & id propterea & qui ad μ recti ſunt, & dupla eſt κ γ ipſius γ μ. Quoniam igitur angulus qui ſub κ λ γ ei eſt æquus qui ſub κ μ ζ, cõmunis autem ipſorũ triangulorũ binorũ κ λ γ, κ μ ζ, eſt qui ſub λ κ γ. reliquus igitur qui ſub κ γ λ ei eſt æqualis qui ſub μ ζ κ, æquiangulũ igitur eſt triangulum κ γ λ, ipſi κ μ ζ triangulo: proportionaliter igitur eſt ſicut λ γ ad γ κ, ſic μ ζ ad ζ κ, & antecedentiũ duplicia. Sicut igitur dupla ipſius λ γ ad γ κ, ſic ipſius μ ζ dupla ad ζ κ. Sed ſicut ipſius μ ζ dupla ad ζ κ, ſic μ ζ ad ipſius ζ κ dimidiam. Sicut igitur ipſius λ γ dupla, ad γ κ, ſic eſt μ ζ ad dimidiam ipſius ζ κ, & ſequentiũ dimidia. Sicut igitur ipſius λ γ dupla ad ipſius γ κ dimidiam, ſic μ ζ ad quartã partem ipſius ζ κ, & ipſius λ γ, dupla eſt δ γ, ipſius uero γ κ, dimidia eſt γ μ, ipſius autem ζ α, quarta pars eſt ζ κ. Eſt igitur ſicut δ γ ad γ μ, ſic μ ζ ad ζ κ. Cõponendo (per 18 quinti) & ſicut utraq; δ γ μ ad γ μ, ſic μ κ ad ζ κ: & ſicut igitur (per 11 quinti) quod ex utraq; ipſarũ δ γ μ, ad id quod ex γ μ, ſic quod ex μ κ ad id quod ex κ ζ. Et quoniã (per 8 decimitertij) ea quæ ſub duobus lateribus pentagoni ſubtenſa ut α γ, extrema & media ratione ſecta, maius ſegmentũ eſt æquale ipſius pentagoni lateri hoc eſt ipſi δ γ, maius autem ſegmentũ totius admittens dimidiũ quincuplum poteſt eo quod ex totius dimidia (per 1 decimitertij) & totius α γ dimidia eſt γ μ, quod igitur ex δ γ μ tanquã ex una, quincuplũ eſt eius quod ex γ μ. Sicut autem quod ex δ γ μ ſicut una, ad id quod ex γ μ, ſic oſtenſum eſt eſſe id quod ex μ κ ad id quod ex κ ζ, quincuplũ igitur eſt quod ex μ κ, eius quod ex κ ζ, rationale autẽ quod ex κ ζ, rationalis enim eſt diameter. Rationale igitur eſt & quod ex μ κ. Rationalis igitur eſt μ κ, rationẽ enim habet quam numerus ad numerũ quod ex μ κ, ad id quod ex κ ζ. Et quoniã quadrupla eſt β ζ ipſius ζ κ, quincupla igitur eſt β κ ipſius κ ζ. Vigintiquincuplex igitur eſt quod ex β κ, eius quod ex κ ζ. Quincuplũ autem eſt id quod ex μ κ, eius quod ex κ ζ, quincuplũ igitur eſt quod ex β κ, eius quod ex κ μ. Quod igitur ex β κ, ad id quod ex κ μ rationẽ non habet quam quadratus numerus ad quadratũ numerũ. Incõmenſurabilis igitur eſt (per 9 decimi) β κ, ipſi κ μ in longitudine, & ipſarũ utraq; rationalis eſt. Ipſæ igitur β κ, κ μ, rationales ſunt potentia tantum cõmenſurabiles. Si autem à rationali rationalis auferatur potentia tantum cõmenſurabilis ſubſiſtens toti, reliqua irrationalis eſt, uocatur autẽ apotome (per 63 decimi,) igitur μ β apotome eſt. Congruens autẽ ei eſt μ κ. Dico quod & quarta. Quo enim maius eſt id quod ex β κ eo quod ex κ μ, ei æquũ eſto quod ex ν. Igitur ipſa β κ, ipſa κ μ maius poteſt ipſo ν. Et quoniam (per 16 decimi) cõmenſurabilis eſt κ ζ ipſi ζ β, & cõponendo (per 16 decimi) cõmenſurabilis eſt κ β ipſi β ζ, ſed β ζ ipſi β θ longitudine eſt cõmenſurabilis, & β κ igitur ipſi β θ cõmenſurabilis eſt. Et quoniam quod ex β κ eius quod κ μ quincuplũ eſt, quod igitur ex β κ, ad id quod ex κ μ rationẽ habet quam quinq; ad unũ. Conuertẽdo igitur (per correlariũ 18 quinti) quod ex β κ ad id quod ex ν, rationẽ habet quam (quinq; ad quatuor) non quam quadratus numerus ad quadratũ numerũ. Incõmenſurabilis igitur eſt β κ, ipſi ν. Igitur β κ, ipſi κ μ maius poteſt eo quod ex ſibi incõmenſurabili. Quoniã igitur tota β κ, ipſa κ μ congruente maius poteſt eo quod ex ſibi incõmenſurabili, & tota β κ, ipſi β θ rationali expoſitæ cõmenſurabilis eſt. Apotome igitur quarta eſt ipſa μ β. Quod autẽ ſub rationali & apotome quarta cõprehenſum rectangulũ, irrationale eſt & ipſum potens irrationalis eſt, minorq́; appellatur (per 94 decimi.) Poteſt autẽ quod ſub θ β, β μ, ipſa α β, quoniam ꝓpter cõnexionẽ ipſius α θ, triangulũ α β θ æquangulũ fit ipſi α β μ. Et eſt ſicut β θ ad β α, ſic eſt α β ad β μ, ipſa igitur α β quinquãguli latus, irrationalis eſt minor appellata. Quod erat oſtendendũ.



Eucli. ex Zamb. Theorema 12 Propoſitio 12

12 Si in circulo triangulũ æquilaterũ deſcriptũ fuerit, ipſius trianguli latus potentia triplum eſt eius quæ ex centro circuli. Camp. 8



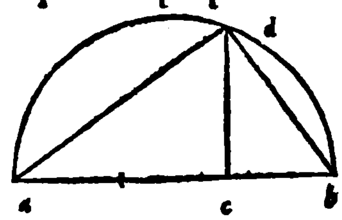
THEON ex Zamb. Sit circulus α β γ, & in eo triangulũ æquilaterũ deſcribatur α β γ. Dico quod ipſius α β γ triãguli latus potentia triplũ eſt eius quæ ex centro ipſius circuli α β γ. Aſſumatur enim (per 1 tertij) centrum ipſius circuli δ, & connexa α δ extendatur in ε, & cõnectatur β ε. Et quoniã triangulũ α β γ æquilaterũ eſt, igitur β ε γ circũferentia tertia pars eſt ipſius circuli α β γ circũferentiæ: igitur β ε circũferentia, ſexta pars eſt circũferentiæ ip-

* ἀνάγονται

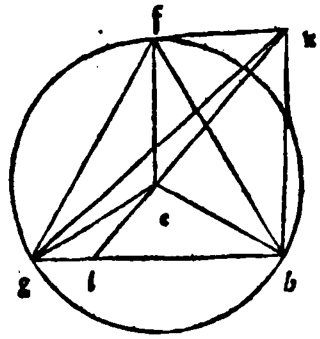
sius circuli, hexagoni igitur latus est ipsa ζ ι recta linea, æqualis igitur est ei qui ex centro, hoc est ipsi δ ι. Et quoniã α γ ipsius δ ι dupla est, quadruplũ est quod ex α ι eius quod ex δ ι, hoc est eius quod ex ζ ι. Aequũ autem est id quod ex α ι, eis quæ ex α β, ζ ι, quæ igitur ex α ζ, ζ ι, quadrupla sunt eius quæ ex ζ ι: diuidendo igitur quòd quod ex α β, triplum est eius quod ex ζ ι. Aequalis autem est ζ ι, ipsi δ ι, quod ex α β igitur triplum est eius quod ex δ ι. Trianguli ergo latus potentia triplum est eius quæ ex centro circuli. Quod ostendere oportuit.

Eucli. ex Camp. Propositio 13

13 PYramidem quatuor basium triangulariũ & æquilaterarũ ab assignata sphæra circunscriptibilem fabricare. Huius ergo sphæræ diametros, ad latus ipsius pyramidis sesquialterã proportionem potentialiter habere probatur.



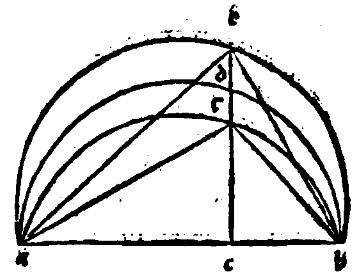
CAMPANVS. Sit linea a b diameter assignatæ sphæræ, quæ diuidatur in pũcto c, ita ꝙ a c sit dupla ad b c, & lineetur super eam semicirculus a d b, & producatur linea c d orthogonaliter super lineã a b, & producãtur lineæ b d & d a. Postea fiat circulus f g h super centrũ e, cuius semidiameter sit æqualis lineæ c d, cui ex 2 quarti libri inscribatur triangulus æquilaterus qui sit f g h, ad cuius angulos protrahãtur à centro, lineæ e f, e g, e h, deinde super centrum e, erigatur (secundũ ꝙ docet 11 undecimi) linea e k quæ ponatur æqualis a c, perpendicularis ad superficiẽ circuli f g h, & demittãtur à puncto k hypothenusæ k f, k g, k h, eritq́ completa pyramis quatuor basium triangulariũ & æquilaterarũ, quam dico esse ab assignata sphæra circũscriptibilẽ, & dico quadratũ diametri propositæ sphæræ, sesquialterũ esse ad quadratũ lateris fabricatæ pyamidis. Constat enim ex prima parte correlarij 8 sexti, ꝙ linea c d est medio loco ꝓportionalis inter a c & c b, quare ex correlario 16 eiusdẽ, quadratũ lineæ a c ad quadratũ lineæ c d, est sicut linea a c ad c b, ergo coniunctim quadratũ a c & quadratũ c d, ad quadratũ c d, sicut linea a b ad b c, ideoq́ ex penultima primi quadratũ a d ad quadratũ d c, sicut a b ad b c. Cum ergo linea a b sit tripla ad b c, erat enim a c dupla ad eam, erit quoq́ quadratũ a d triplum ad quadratũ d c. Est autẽ ex 8 huius, quadratũ f g, triplum ad quadratũ e f, quare cum ex hypothesi d c sit æqualis e f, erit ex cõmuni scientia a d æqualis f g. Et quia ex diffinitiõe lineæ perpendicularis ad superficiẽ, linea e k continet cũ singulis lineis e f, e g, e h, angulos rectos, quarũ quælibet est æqualis lineæ c d, & quia ipsa eadem est æqualis lineæ a c, & angulus c est rectus, erit per 4 primi unaquæq́ trium linearũ k f, k g, k h, æqualis lineæ a d. Manifestum est igitur fabricatã pyramidẽ esse quatuor basium triangulariũ æquilaterarũ.



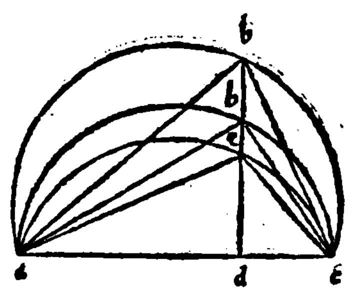
Ipsam autẽ esse circũscriptibilem ab assignata sphæra, sic habeto. Lineæ e k intelligatur adiici secũdum rectitudinẽ lineæ e l æqualis lineæ c b. ut tota k l sit æqualis a b quæ est diameter assignatæ sphæræ. Hanc autẽ lineam, in quã, e l imagineris esse sub circulo f g h, perpendicularẽ quoq́ ad ipsius superficiẽ ex parte inferiori, sicut est e k ex parte superiori, eritq́ unaquæq́ trium linearũ e f, e g, e h, & simpliciter quælibet semidiameter circuli f g h, medio loco ꝓportionalis inter k e & e l, quemadmodũ est d c inter a c & c b, nam hæ sunt æquales illis, unaquæq́ suæ relatiuæ. Si igitur super lineã l k describatur semicirculus, circũducaturq́ quousq́ ad locũ unde moueri cœperat redeat, erit ex diffinitione sphærarũ æqualiũ, sphæra descripta motu huius semicirculi, æqualis sphæræ assignatæ: sunt enim sphæræ æquales, quarũ sunt æquales diametri, quemadmodũ de circulis in principio tertij dictum est. Hunc uero semicirculũ necesse est trãsire per tria puncta f, g, h, quæ sunt anguli solidæ pyramidis fabricatæ. Similiter autẽ dico ꝙ semicirculus hic quoniã super lineam k l fuerit descriptus, si circũducatur quousq́ ad locũ redeat unde moueri cœperat, continget circulũ f g h super omnia puncta circũferentiæ ipsius. Quod ex hac uetusta ueritate probatur. Si linea recta super lineã rectã perpẽdiculariter steterit, quæ inter partes eius cui superstat uel circũstat medio loco ꝓportionalis ponatur, fueritq́ super eam lineã cui ꝑpendicularis superstat, semicirculus descriptus, circũferentia ipsius per extremitatẽ lineæ medio loco ꝓportionalis positæ perpẽdiculariter necessario transibit. Cum igitur cũctæ semidiametri circuli f g h sint perpendiculares

diculares ad lineā k l,& medio loco ꝓportionales inter partes ipsius quæ sunt k e & e l; sequitur ut semicirculus descriptus super k l,si circūducatur trāseat per omnia puncta circūferētiæ f g h,& per omnes solidos angulos pyramidis fabricatæ. Itaq; à diffinitiōe eius quod est figurā inscribi figuræ, pyramis fabricata est inscriptibilis illi sphæræ quā semicirculus per lineā k l lineatus motu suo describit. Et quia hæc sphæra descripta,est assignatæ sphæræ æqualis per diffinitionē æqualiū sphærarū,sequitur ex cōmuni scientia ut hæc pyramis fabricata,sit ab assignata sphæra circūscriptibilis. Q d est ꝓpositū.

CORRELARIVM autem patet sic. Cum enim a b sit tripla ad b c,per euersam proportionalitatē erit a b sesquialtera ad a c,ideoq; ex secūda parte correlarij 5 sexti & correlario 17 eiusdem, quadratū lineæ a b erit etiam sesquialterū ad quadratū lineæ a d. Et quia linea a d est æqualis lateri fabricatæ pyramidis; at uero a b est diameter sphæræ, constat uerū esse qd per correlariū dicitur. Ne autem quicq; de uetusta ueritate proposita hæsitare cōtingat, eam uolumus hoc modo demōstratione firmare. Sit igitur super lineam a b,linea c d perpēdicularis, quæ ponatur medio loco ꝓportionalis inter partes lineæ a b,quæ sint a c & c b, ita q sit proportio a c ad c d,sicut c d ad c b. Et super lineam a b,describatur semicirculus a e b. Dico q huius semicirculi circūferētia transibit per punctum d,qui est extremitas perpēdicularis. Sin autem aut secabit lineam c d,aut supertrāsibit eam totam ipsam transiens & includens & nō contingens. Secet ergo primo eam in puncto e,& ducātur lineæ e b & e a,eritq; ex prima parte 30 tertij totalis angulus a e b rectus,itaq; ex prima parte correlarij 8 sexti proportio est a c ad c e, sicut c e ad c b, at uero ex secunda parte 8 quinti proportio a c ad c e,est maior q̄ a c ad c d; eo q c e est minor q̄ c d. Cum igitur sit c e ad c b,sicut a c ad c e, & c d ad c b,sicut a c ad c d, erit per 11 quinti e c ad c b, maior q̄ c d ad c b: ideoq; per primam partem 10 quinti e c est maior q̄ d c, pars, uidelicet,q̄ suum totū, quod est impossibile. Non ergo secabit circūferētia semicirculi lineam c d. Supertrāseat igitur & producatur c d usq; ad circūferentiā,sitq; tota c e,& protrahātur lineæ e b & e a,sequeturq; ut prius lineam c d esse maiorē q̄ sit linea c e, quod est etiā impossibile. Constat ergo propositū.



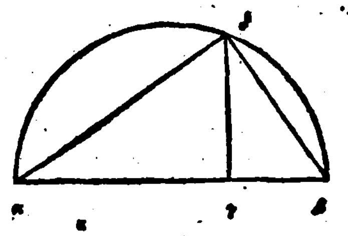
Similiter autē dicimus. q si fuerit aliquis angulus rectus cui basis subtendatur super quā semicirculus lineetur, ipsius circūferentiā per angulū rectū transire necesse est. Conuersam huius ꝓponit prima pars 30 tertij. Quod autē dicimus,sic constat. Sit enim angulus a b c rectus, cui subtendatur basis a c, & super eam lineetur semicirculus; dico q ipsius circūferētia transibit per punctū b,in quo coeunt lineæ cōtinentes angulū rectum. Cuius demōstratio est,quod neq; transibit supra neq; infra. Sin autem transeat primo infra,sitq; a e c,& ab angulo b ꝓducatur linea b d perpendicularis ad basin a c,quæ secet circūferentiā semicirculi in puncto e, & ꝓtrahantur lineæ e a & e c,eritq; angulus a e c,rectus ex prima parte 30 tertij, at ipse est maior angulo a b c per 21 primi,hoc autē est impossibile ex tertia petitione,cum uterq; sit rectus,hic quidem ex hypothesi,ille uero ex prima parte 30 tertij. Non ergo transibit circūferētia semicirculi,infra angulū b. Transeat itaq; supra,& sit a f c,producatur autē perpēdicularis d b,quousq; obuiet circūferentiæ semicirculi a f e in puncto f, & producātur lineæ f a,f c,eritq; ex prima parte 30 tertij angulus a f c rectus. Cumq; etiam esset ex hypothesi angulus a b c rectus,sequitur impossibile per 21 primi,sicut in pricipio. Relinqtur ergo quod diximus. Hoc autem necessariū est ad cognitionē eorum quæ sequūtur.

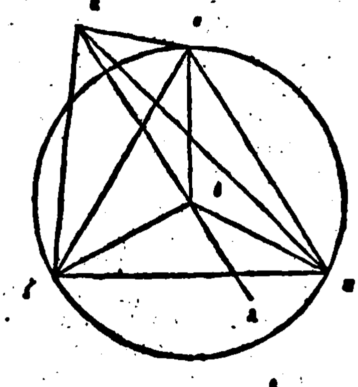


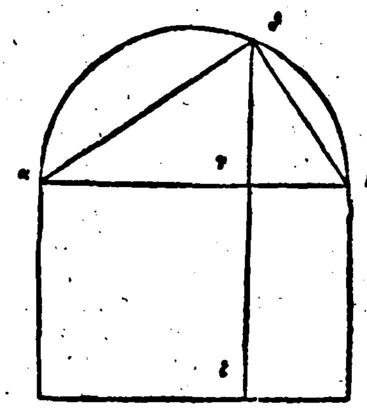
Eucli. ex Zamb. Problema 1 Propositio 13

13 Pyramidem constituere, & data sphæra cōprehendere, & demōstrare q ipsius sphæræ dimetiens potentia sesqualter est lateris ipsius pyramidis.

THEON ex Zamb. *Exponatur datæ sphæræ dimetiens α β, seceturq; in γ signo, ut α γ ipsius β γ dupla sit. Describaturq; super α β, semicirculus α δ β, exciteturq; (per 11 primi) ab ipso γ signo ad angulos rectos, γ δ, & cōnectatur δ α, exponaturq; circulus ε ζ η, æquam habens eam quæ ex centro ipsi δ γ, describaturq; in ipso ε ζ η circulo triangulū æquilaterū ε ζ η, & accipiatur (per 1 tertij) centrū circuli, sitq; θ signū, & cōnectatur ε θ, θ ζ, & θ η. Et constituatur* (per 11 undecimi) ab ipso signo ipsius ε ζ η circuli plano ad angulos rectos recta θ κ, & ponatur ipsa θ κ ipsi α γ rectæ lineæ æqualis, & cõnectãtur κ ε, κ ζ, κ η. Et quoniã κ θ recta est ad ipsius ε ζ η circuli planũ, & ad omnes igitur ipsam tangẽtes rectas lineas, & in eodem ipsius ε ζ η circuli plano existentes rectos efficit angulos (per 2 undecimi diffinitionẽ.) Tangit autem ipsam unaquæq; ipsarũ θ ε, θ ζ, θ η. Igitur θ κ, ad unãquanq; ipsarũ θ ε, θ ζ, θ η, recta est. Et quoniã æqualis est α γ ipsi θ κ & γ δ ipsi θ ε, & rectos cõprehendũt ãgulos, basis igitur δ α (per 4 primi) basi κ ε est æqualis, & id propterea & utraq; ipsarũ κ ζ, κ η, ipsi δ α est æqualis. Tres igitur κ ε, κ ζ, κ η, inuicẽ sunt æquales. Et quoniã dupla est α γ ipsius γ β, tripla igitur est α β ipsius β γ. Sicut autẽ α β ad β γ, sic quod ex α δ ad id q͂d ex δ γ sicut ostendetur. Quoniã enim est sicut β α ad α γ, sic quod ex δ α ad id quod ex α γ, cõuertendo (per correlariũ 19 quinti) sicut α β ad β γ, sic quod ex α δ ad id q͂d ex α γ. Sicut demonstrabitur. Triplũ igitur est quod ex α δ, eius quod ex δ γ. Est autẽ & quod ex ζ ε, eius quod ex ε θ triplũ, & æqualis est δ γ ipsi ε θ, æqualis igitur est δ α ipsi ε ζ. Sed δ α unicuiq; ipsarũ κ ε, κ ζ, κ η ostensa est æqualis. Vnaquæq; igitur ipsarũ ε ζ, ζ η, η ε, unicuiq; ipsarũ κ ε, κ ζ, κ η, est æqualis: æquilatera igitur sunt ipsa quatuor triangula, hoc est ε ζ η, κ ε ζ, κ ζ η, κ η ε. Pyramis igitur cõstructa est ex quatuor triangulis æqualibus & æquilateris, cuius basis est ε ζ η triangulũ, fastigium uero est signũ κ. Oportet iam ipsam data sphæra cõprehendere, ostendereq; q͂ ipsius sphæræ diameter potentia lateris ipsius pyramidis sesqualtera est. Extendatur enim in rectas lineas ipsi κ θ, recta linea θ λ, & ipsi β γ æqualis ponatur θ λ. Et quoniam est sicut α γ ad γ δ, sic γ δ ad γ β, æqualis autẽ est ipsa quidẽ α γ ipsi κ θ, & γ δ ipsi θ ε, & γ β ipsi θ λ, est igitur sicut κ θ ad θ ε, sic ε θ ad θ λ: quod igitur sub ipsis κ θ, θ λ, æquũ est ei quod ex ε θ. Et rectus est uterq; ipsorũ κ θ ε, ε θ λ, angulorũ. Igitur semicirculus descriptus super κ λ, ueniet & per ε, quoniam si cõnectamus ε λ, rectus fit qui sub λ ε κ angulus, eo q͂ triangulũ ε λ κ utriq; ipsorũ ε λ θ, ε θ κ, triangulorũ æquiangulũ fit. Si iam manẽte κ λ circũducatur semicirculus, & in idem unde duci incœpit rursus steterit, ueniet & per signa ζ, η, connexis ipsis ζ λ, λ η, & rectis similiter factis ijs qui ad ζ, η, angulis, pyramis data sphæra cõprehensa erit, ipsa enim κ λ sphæræ dimetiens, æqualis est ipsi α β datæ sphæræ diametro, quoniam ipsi quidem α γ æqualis ponitur κ θ, ipsi autẽ γ β ipsa θ λ.



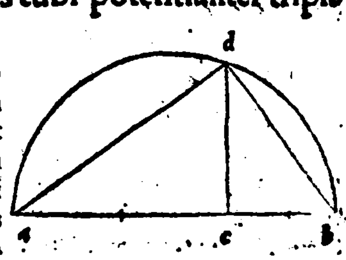




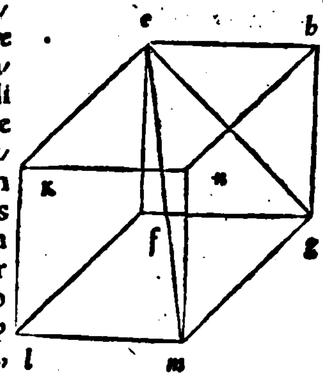
Dico iam q͂ ipsius sphæræ dimetẽs, lateris ipsius pyramidis potentia sesqualter est. Quoniã etenim dupla est α γ ipsius γ β, tripla igitur est α β ipsius β γ. Cõuertendo igitur (per correlariũ 18 quinti) sesqualtera est α β ipsius α γ. Sicut autẽ β α ad α γ, sic quod ex β α ad id quod ex α δ, quoniã connexa ipsa β δ, est sicut β δ ad α δ, sic δ α ad α γ, propter ipsorũ δ α β, δ α γ, triangulorũ similitudinẽ, & eo quia est sicut prima ad tertiã sic quod ex prima ad id quod ex secunda. Sesqualterũ igitur est quod ex β α, eius quod ex α δ. Et β α quidẽ est ipsius datæ sphæræ diameter, & α δ æqualis est lateri ipsius pyramidis, ipsius igitur sphæræ diameter, ipsius pyramidis lateris sesqualtera est. Quod erat ostendendũ. Ostendendũ iam q͂ est sicut α β ad β γ, sic quod ex α δ ad id quod ex δ γ. Exponatur ipsius semicirculi descriptio, & ab ipsa α γ describatur (per 46 primi) quadratũ ε γ, & cõpleatur ζ β parallelogrammũ. Quoniã igitur triangulũ δ α β ipsi δ α γ triãgulo æquiangulũ est, est sicut β α ad α δ, sic est δ α ad α γ. Igitur q͂ sub β α, α γ, æquũ est ei quod ex α δ. Et quoniã est sicut α β ad β γ, sic est ε β ad β ζ, & est quidẽ ipsum ε β id quod sub β α, α γ (æqualis enim est ε α ipsi α γ, & β ζ, id est quod sub α γ, γ β) sicut igitur α β ad β γ, sic quod sub ipsis β α, α γ, ad id quod sub ipsis α γ, γ β. Et quod sub β α, α γ, æquũ est ei quod ex α δ, quod autẽ sub α γ, γ β, æquũ est ei q͂ ex δ γ, ipsa enim δ γ ꝑpendicularis, basis segmẽtorũ α γ, γ β, media est ꝓportionalis, quoniã qui sub α δ β rectus est. Sicut igitur α β ad β γ, sic q͂ ex α δ ad id q͂ ex δ γ. Quod ostẽdere oportuit. Eucli. ex Camp. Propositio 14.

14 Zamb. 15 AB assignata sphæra circũscriptibilẽ cubum constituere. Eiusdem autem sphæræ diametrum lateri ipsius cubi potentialiter triplicem esse manifestum erit.

CAMPANVS. Assignatæ sphæræ diameter sit a b, sup quã lineetur semicirculus a d b, diuidaturq; diameter in pũcto c, prorsus secundũ conditionẽ præmissæ, uidelicet ut linea a c sit dupla ad lineam c b & ꝑducatur c d perpendicularis ad a b, & protrahãtur d b & d a. Postea fiat unũ quadratũ cuius omnia latera sint æqualia lineæ b d, sitq; e f g h, super cuius quatuor angulos erigãtur, ut docet 11



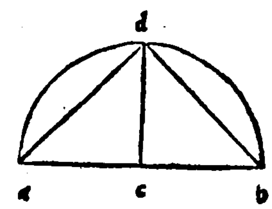
undecimi, quatuor lineæ perpẽdiculares ad ſuperficiẽ ipſius quadrati, quarũ quælibet ponatur etiã æqualis lineæ b d, ſintq́ e k, f l, g m, h n, eruntq́ hæ quatuor perpẽdiculares, ſingulæ ſingulis æquidiſtantes ex 6 undecimi, & anguli quos continẽt cum lateribus quadrati, recti ex diffinitiõe lineæ perpẽdicularis ad ſuperficiẽ. Deinde cõiungãtur extremitates iſtarũ perpendiculariũ, protractis lineis k l, l m m n, n k, eritq́ cõpletus cubus, ſex ſupficiebus quadratis cõtentus, conſtat ex 34 primi, ꝙ quatuor ſuperficies ipſum ambiẽtes (& ipſæ ſunt quarũ oppoſita latera ſũt quatuor perpẽdiculares) ſunt omes quadratæ, de baſi autẽ, hoc po ſitũ eſt, at uero de ſuprema eius ſupficie quæ eſt k l m n, ꝙ ipſa quoq́ ſit quadrata, conſtat ex 34 primi & 10 undecimi, ideoq́ ex 4 undecimi manifeſtũ eſt, ſingula latera eiuſdẽ cubi duabus ipſius oppoſitis ſupficiebus orhogonaliter inſiſtere.

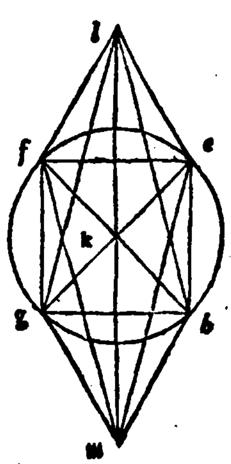


Vt autẽ cubũ hũc ab aſſignata ſphæra circũſcriptibilẽ eſſe demõſtremus, in una ſuarũ ſupficierũ ꝓtrahatur diagonalis, uerbi gratia in baſi eius, ſitq́ e g, & ab huius diagonalis altera extremitate, ꝓtrahatur diameter cubi e m, eritq́ ex penult. primi quadratũ e g, duplũ ad quadratũ f g, ideoq́ & ad quadratũ g m, eo ꝙ g m eſt æqualis f g, ſunt enĩ omnia latera cubi ad inuicẽ æqualia. Et quia rurſus ex penul. primi, quadratũ e m eſt æquale quadratis duarũ linearũ e g & g m, ꝓpter hoc ꝙ angulus c g m eſt rectus ex diffinitiõe lineæ perpẽdicularis ad ſuperficiẽ, erit quadratũ e m triplũ ad quadratũ m g, conſtat enĩ ex duplo & ſimplo. Cumq́ ex ſecũda parte correlarij 5 ſexti & ex correlario 17 eiuſdẽ quadratũ quoq́ a b ſit triplũ ad quadratũ b d, eo ꝙ linea a b tripla eſt ad lineã b c, ſit aũt b d æqualis f g, ſeqtur ex cõmuni ſcientia ut c m quæ eſt diameter cubi ſit æqualis a b quæ eſt diameter ſphæræ. Itaq; ſi ſup e m lineetur ſemicirculus circũducaturq́ quouſq; ad locũ unde fuit initiũ motus, redeat: ſphæra deſcripta, erit ex diffinitiõe ſphærarũ æqualiũ æq̃lis ſphæræ aſſignatæ. At uero qa hic ſemicirculus tranſitũ faciet per punctũ g, eo ꝙ angulus e g m eſt rectus, eadẽq́ ratione per cæteros ſingulos rectos angulos cubi, q̃d ex antecedẽte ante hãc 14 ĩmediate præmiſſo manifeſtũ eſt, cõſtat cõſtitutũ cubũ ab aſſignata ſphæra (eo ꝙ à ſua æquali) circũſcriptibilẽ eſſe. Quod demõſtrare oportebat. Correlarij uero demõſtatio in iſtius demõſtrationis proceſſu præpatuit. *Eucli. ex Camp.* *Propoſitio 15*

15 **Corpus octo baſium triangulariũ & æquilaterarũ à ſphæra propoſita circũſcriptibile, cõponere. Eritq́ palàm eiuſdem ſphæræ diametrum lateri ipſius corporis duplicem eſſe potentialiter.** *Zamb. 14*

CAMPANVS. Diameter ſphæræ propoſitæ ſit a b, quæ diuidatur per æqualia in pũcto c, & ſuper eam lineetur ſemicirculus a d b, & ꝓducatur c d ꝑpendicularis ad a b, & iungatur punctus d cum a & cum b, deſcribaturq́ unum quadratũ cuius ſingula latera ſint æqualia lineæ b d, ſitq́ quadratũ hoc e f g h, in quo protrahãtur diametri duæ e g & f h, ſecantes ſeinuicẽ in puncto k. Cõſtat igitur ex 4 primi, ꝙ utraq; iſtarũ diametrorũ ſit æqualis lineæ a b quæ eſt diameter ſphæræ, cum angulus d ſit rectus ex prima parte 30 tertij, & ſinguli quoq; anguli e, f, g, h, recti ex diffinitiõe quadrati. Cõſtat rurſus, ꝙ eædem diametri e g & f h diuidunt ſeinuicẽ per æqualia in puncto k. Hoc autẽ ex 5 primi & 32 & 6 eiuſdẽ facile eſt elicere. Erigatur itaq; ſuper punctũ k, linea k l perpẽdicularis ad ſuperficiẽ quadrati, quæ ponatur æqualis medietati diametri e g uel f h, & demittantur hypothenuſæ l e, l f, l g, l h. eruntq́ ex his quæ poſita ſunt, & penult. primi, quoties oportuerit repetita, ſingulæ harũ hypothenuſarũ æquales ſibijnuicẽ & æquales lateribus quadrati. Habes ergo pyramidem quatuor æquilaterarũ triangulariũq́ baſium, ſuper quadratũ conſtitutã. Huic itaq; ſub ipſo quadrato ſimilem pyamidẽ, hoc modo appone. Lineã l k producas, perforãdo quadratũ, uſq; ad m, ita ꝙ k m exiſtẽs ſub quadrato, ſit æqualis l k exiſtẽti ſupra, & iunge punctũ m cũ ſingulis angulis quadrati, ꝓducendo 4 alias hypothenuſas quæ ſunt m e, m f, m g, m h, de quibus quoq; manifeſtum eſt ex penult. primi, quemadmodũ de alijs quæ ſunt in ſu-



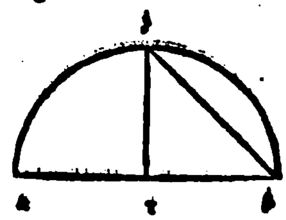


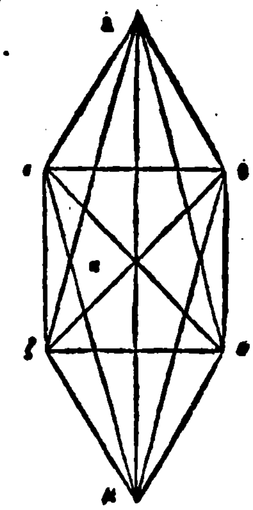
periori parte, ꝙ ipsæ sint æquales adinuicē & lateribus quadrati. Cōpleuimus igitur corpus 8 basiū triangulariū & æquilaterarū. Hoc autē ab assignata sphæra circūscriptibile esse, sic habeto. Constat enim ꝙ linea l m est æqualis diametro assignatæ sphæræ, nam utraꝙ earū est æqualis diametro quadrati. Igitur si super l m lineetur semicirculus qui circūuoluatur quousꝙ ad locū suū redeat, sphæra quā motu suo describet, erit æqualis assignatæ sphæræ, ut ex diffinitiōe æqualiū sphærarū colligitur. Hic uero semicirculus trāsibit per quatuor angulos quadrati, & simpliciter per omnia pūcta circūferētiæ circuli circūscribētis quadratū, eo ꝙ semidiameter quadrati ut linea f k, & portiōes lineæ l m quæ sunt l k & k m, sunt adinuicē æquales, quare ex diffinitiōe eius q̄d est figurā unā alij figuræ inscribi, fabricatū corpus inscriptibile est sphæræ motu huius semicirculi descriptæ. Itaꝙ & sphæræ assignatæ ex cōceptione, cum ipsæ sint adinuicē æquales ex diffinitiōe. Correlariū uero manifeste constat, sunt enī duæ lineæ d b & d a ex penult. primi, latus autem fabricati corporis, est æquale lineæ b d. Verum est ergo correlariū.

Eucli. ex Zamb. Problema 2 Propositio 14

14 Octahedrū construere, & data sphæra cōprehendere eā, qua pyramidē, ostendereꝗ ꝙ ipsius sphæræ dimetiēs potentia lateris ipsius octahedri duplus est.

THEON ex Zamb. Exponatur datæ sphæræ diameter α β, seceturꝗ (per 10 primi) diuidue γ, & describatur super α β semicirculus α δ β. Exciteturꝗ (per 11 primi) ab ipso γ ipsi α β ad rectos angulos γ δ, & cōnectatur δ β. Exponaturꝗ quadratū ε ζ η θ, æquum habens unūquódꝗ latus ipsi β δ, & cōnectantur ζ θ, ε η. Exciteturꝗ (per 12 undecimi) ab ipso κ signo ad ipsius ε ζ η θ quadrati planū ad angulos rectos recta linea κ λ, & extēdatur in alterā partē plani λ μ ut ipsa κ μ, auferaturꝗ ab utraꝗ ipsarū κ λ, κ μ, uni ipsarū κ ε, κ ζ, κ η, κ θ, æqualis utraꝗ ipsarū κ λ, κ μ, & cōnectantur λ ε, λ ζ, λ η, λ θ, μ ε, μ ζ, μ η, μ θ. Et quoniā κ ε ipsi κ θ est æqualis, & angulus qui sub ε κ θ rectus est, igitur q̄d ex θ ε duplum est eius quod ex ε κ. Rursus quoniā λ κ ipsi κ ε est æqualis, & angulus qui sub λ κ ε rectus est, quod igitur ex ε λ, duplum est eius quod ex ε κ. Ostensum autē est quòd & quod ex θ ε, duplum est eius quod ex ε κ. Igitur quod ex λ ε, ei quod ex ε θ est æquale. Ipsa igitur λ ε ipsi ε θ est æqualis. Idꝗ propterea iam & λ θ, ipsi θ ε est æqualis. Triangulum igitur λ ε θ æquilaterū est. Similiter iam demonstrabimus quod unumquodꝗ reliquorū triangulorū quorū bases quidem sunt ipsa ε ζ η θ quadrati latera, fastigia uero λ, μ, signa, æquilaterū est. Octahedrū igitur constitutū est, sub octo triangulis æqualia habentibus latera cōprehensum. Oportet iam & illud sphæra data cōprehendere, ostendereꝗ quod ipsius sphæræ dimetiens potentia duplus est lateris ipsius octahedri. Quoniā enim ipsæ tres λ κ, κ μ, κ ε, inuicē sunt æquales, super λ μ igitur descriptus semicirculus ueniet & per ε, & id propterea si manente λ μ, circūducatur semicirculus, & in idem unde circūduci cœpit steterit, ueniet & per ζ, η, θ, signa, & octahedrū sphæræ erit cōprehensum. Dico quod & data. Quoniā nanꝗ æqualis est λ κ ipsi κ μ, cōmunis autē κ ε, & angulos rectos cōprehendunt, basis igitur λ ε (per 4 primi) basi ε μ est æqualis. Et quoniam angulus qui sub λ ε μ rectus est, in semicirculo enim, quod igitur ex λ μ, duplū est eius quod ex λ ε. Rursus quoniam α γ ipsi γ β est æqualis, dupla est α β ipsius β γ. Sicut autem α β ad β γ, sic quod ex α β ad id quod ex β δ. Duplum igitur est quod ex α δ. Ostensum est autē quòd & quod ex λ μ duplū est eius quod ex λ ε, & quod ex β δ, ei est æquū quod ex λ ε, æqualis enim ponitur ε θ, ipsi δ β. Quod igitur ex α β, ei quod ex λ μ est æquale, ipsa igitur α β ipsi λ μ est æqualis, estꝗ α β datæ sphæræ dimetiens, ipsa igitur λ μ, æqualis est datæ sphæræ diametro. Comprehensum est igitur octahedrum data sphæra, & simul ostensum est quod ipsius sphæræ diameter potentia dupla est ipsius octahedri lateris. Quod facere & ostendere oportebat.

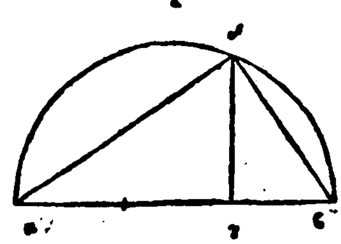




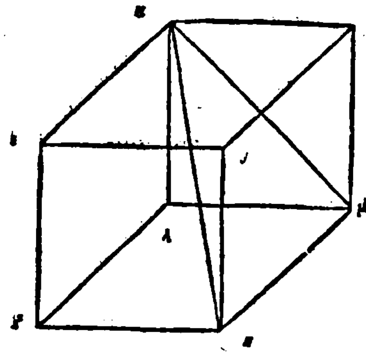
Eucli. ex Zamb. Problema 5 Propositio 15

15 Cubum construere & data sphæra cōprehendere ea, qua priora, ostendereꝗ ꝙ ipsius sphæræ dimetiens potentia triplus est lateris ipsius cubi.

THEON ex Zamb. Exponatur datæ sphæræ diameter α β, seceturꝗ in γ, ut α γ dupla sit ipsius γ β. Describaturꝗ super α β, semicirculus α δ β, & ab ipso γ ipsi α β (per 11 primi) ad angulos rectos excitetur γ δ, & connectatur δ β. Exponaturꝗ quadratū ε ζ η θ, æquū habens unūquodꝗ latus ipsi δ β, & ab ipsis ε, ζ, η, θ, signis, ad ipsius ε ζ η θ quadrati planum ad angulos rectos excitentur (per 12 undecimi) ε κ, ζ λ, η μ, θ ν, & auferatur ab unaquaꝗ ipsarū ε κ, ζ λ, η μ, θ ν, uni ipsarū ε ζ, ζ η, η θ, θ ε, æqualis unaquæꝗ ipsarum ε κ,

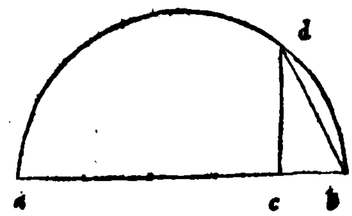


rū ε κ, ζ λ, ε μ, θ ν, cōnectāturq; ipsæ κ λ, λ μ, μ ν, ν κ: cubus igitur ζ ν, cōstructus est sub sex quadratis æqualibus cōprehensus. Oportet iam sphæra data cōprehendere, & ostēdere quod ipsius sphæræ dimetiēs potētia triplex est ipsius cubi lateris. Cōnectantur enim ipsæ κ η, ε η. Et quoniā angulus qui sub κ ε η rectus est, eo q κ ε recta est ad planū ε η, uidelicet, & ad rectā lineā ε η, igitur super κ η descriptus semicirculus ueniet & per ε η signa. Rursus quoniā ζ η recta est ad utranq; ipsarū ζ λ, ζ ε, & ad ζ κ: igitur planū recta est ipsa ζ η. Quare & si cōnectamus ipsam ζ κ, ipsa η ζ recta erit ad ipsam ζ κ, ac per hoc rursus super η κ descriptus semicirculus, transiet & per ζ, similiter & per reliqua signa ipsius cubi ueniet. Si iam manente ipsa κ η, circūductus semicirculus in idem steterit unde circūduci cœpit, cubus sphæra cōprehensus erit. Dico iam quod & data. Quoniā enim æqualis est η ζ ipsi ζ ε, & angulus qui ad ζ rectus est, quod igitur ex ε η, duplū est eius quod ex ε ζ. Aequalis autē est ε ζ ipsi ε κ, quod igitur ex ε η, duplū est eius quod ex ε ζ. Quare quod ex κ ε, ε η, triplū est eius quod ex ε κ. Et quoniā α β ipsius β γ triplex est, sicut autē α β ad β γ, sic quod ex α β ad id quod ex β δ, triplū igitur est quod ex α β, eius quod ex β δ, patuit autē quod & quod ex κ η, triplū est eius quod ex κ ε, & æqualis posita est κ ε, ipsi β δ, æqualis igitur est & κ η, ipsi α β. Et α β est datæ sphæræ dimetiens, & κ η igitur æqualis est ipsi datæ sphæræ diametro. Data igitur sphæra cōprehenditur cubus, & una ostenditur quod sphæræ diameter potētia tripla est ipsius cubi lateris. Quod facere & ostendere oportebat.

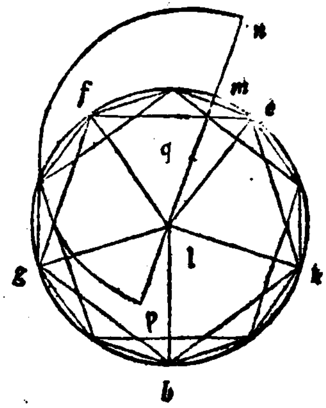


Eucli. ex Camp. Propositio 16

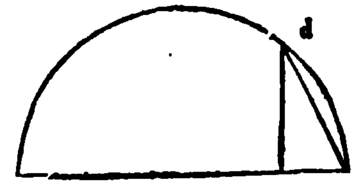
16 Corpus uiginti basium triangularium atque æquilaterarū à data sphæra diametrū rationalem habente circūscriptibile, fabricare. Eritq; palàm, latus eiusdem corporis esse lineam irrationalem, eam scilicet quæ dicitur minor.

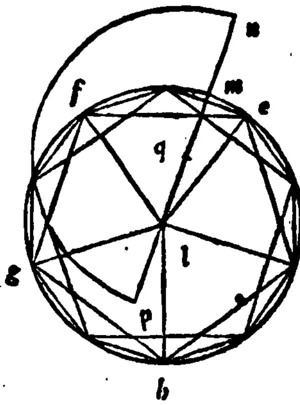


CAMPAN. Sit hic quoq; diameter assignatæ sphæræ a b, quæ ponatur esse rationalis siue in lōgitudine siue in potentia tantū, & diuidatur in puncto c, ita q a c sit quadrupla ad c b, & lineetur super eam semicirculus a d b, & producatur c d perpendicularis ad a b, & ptrahatur linea d b, deinde secundū quantitatē lineæ d b lineetur circulus e f g h k supra centrū l, cui inscribatur pentagonus æquilaterus eisdem literis annotatus, ad cuius angulos à centro l ducātur lineæ l e, l f, l g l h, l k. Rursus in eodē circulo inscribatur decagonus æquilaterus, diuidātur enim cuncti arcus quorū chordæ sunt latera pentagoni per æqualia, & a punctis medijs ad extremitates cunctorū laterum inscripti pentagoni lineæ rectæ dirigantur. Itemq; super singulos angulos pentagoni erigatur cathetus secūdum q docet 11 undecimi, quorū quilibet sit etiam æqualis lineæ b d & continuētur extremitates horū quinq; cathetorū, quinq; coraustis, eruntq; ex 6 undecimi quinq; catheti erecti, adinuicē æquidistantes, cumq; ipsi sint æquales erunt quoq; ex 33 primi quinq; corausti eorū extremitates iungētes æquales lateribus pentagoni. Demitte igitur à summitatibus singulis singulorū cathetorū, binas & binas hypothenusas ad duos circūstantes angulos inscripti decagoni, & harū decē hypothenusarū à quinq; extremitatibus cathetorū ad quinq; puncta quæ sunt singuli anguli medij inscripti decagoni, descendentiū extremitates continua, alium pentagonū rursus ipsi circulo inscribēdo, qui quoq; erit æquilaterus ex 11 tertij. Cū hoc itaq; feceris, uidebis te pfecisse decem triangulos, quorū latera sunt decem hypothenusæ & quinq; corausti & quinq; latera huius secūdi pentagoni inscripti. Hos ergo decem triāgulos, æquilateros esse, sic collige. Cum enim tam semidiameter descripti circuli q quilibet erectorū cathetorū sit æqualis lineæ b d ex hypothesi, erit ex correlario 15 quarti, quilibet cathetorū æqualis lateri hexagoni æquilateri circulo cuius semidiameter est æqualis lineæ b d inscripti. Quia uero ex penultima primi unaquæq; decē hypothenusarū tanto est potētior catheto quantū potest latus decagoni, at uero ex 10 huius, latus quoq; pentagoni est tanto potētius eodem quantū



poteſt idem latus decagoni, erit ex cõmuni ſcientia unaquæꝗ harum hypothenuſarũ æqualis lateri pentagoni. De corauſtis autem iam patuit, quod ipſi ſint æquales lateri/ bus pentagoni. Itaꝗ cuncta latera horũ decem triangulorũ, aut ſunt latera pentagoni æquilateri ſecũda uice circulo inſcripti, aut illis æqualia, ſunt igitur æquilateri triãguli. Amplius autẽ ſuper centrũ circuli quod eſt pũctum l, erige aliũ cathetũ æqualẽ prioribus qui ſit l m, eiuſꝗ ſuperiorem extremitatẽ quæ eſt m, iunge cum ſingulis extremitatib. priorũ, per quinꝗ corauſtos, eritꝗ ex 6 undecimi, hic centralis cathetus, ſingulis cathetorũ an gulariũ æquidiſtãs, ideoꝗ ex 33 primi, hi quinꝗ corau/ ſti erũt ſemidiametro circuli æquales, & ex correlario 5 quarti, quælibet eorum tanꝗ latus hexagoni. Centrali ergo catheto ex utraꝗ pte adijciatur linea una æqua/ lis lateri decagoni, ſupra quidẽ adijciatur ei m n, deor/ ſum autẽ ſub circulo adijciatur ſibi à centro circuli p, poſtea demittãtur à puncto n, 5 hypothenuſæ ad 5 ſu/ periores angulos decem triangulorũ, qui ſunt in circu itu, & à puncto p, aliæ 5 ad alios 5 inferiores. Erunt hæ decem hypothenuſæ æquales adinuicem lateribus in/ ſcripti pentagoni ex penultima primi & 10 huius, quẽ/ admodũ de alijs decem prius demonſtratũ eſt. Habes ergo corpus 20 baſium triangulariũ atꝗ æquilaterarũ cuius cuncta latera ſunt æqualia lateribus pentagoni, eius uero diameter eſt linea n p, horũ autem 20 triangu lorũ decem conſiſtunt in circuitu ſupra circulũ, quinꝗ autẽ conſurgũt ſurſum ad punctũ n concurrẽtes, atꝗ quinꝗ reliqui deorſum emergunt ſuper punctũ p co/ euntes. Hoc autem icoſedron corpus à data ſphæra



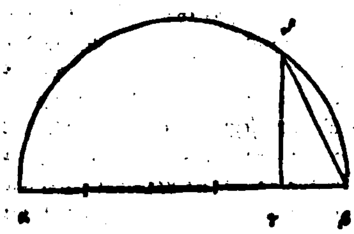


circũſcriptibile eſſe, ſic erit manifeſtũ. Cum linea l m ſit æqualis lateri hexagoni, & m n la teri decagoni æquilaterorũ quos circulus e f g circũſcribit, tota l n erit ex 9 huius diuiſa ſecũdum proportionẽ habentẽ medium & duo extrema in puncto m, & maior portio eius erit linea l m. Diuidatur itaꝗ l m per æqualia in q, eritꝗ ex cõmuni ſcientia p q, æ/ qualis q n, nam p l poſita eſt æqualis lateri decagoni, quemadmodũ m n, quare q n eſt medietas n p, quemadmodũ eſt q m medietas m l. Cum ergo quadratũ n q ſi ex 3 huius quintuplum ad quadratũ q m, erit quoꝗ ex 15 quinti quadratũ p n quintuplũ ad qua/ dratũ l m, eſt enim ex 4 ſecundi quadratũ p m, quadruplũ ad quadratũ q n, quadratũ quoꝗ l m, quadruplũ ad quadratũ q m ex eadem, quadruplũ autem ad quadruplũ, eſt ut ſimplum ad ſimplũ, teſte 15 quinti, at uero quadratũ a b, quintuplũ eſt ad quadratũ b d ex ſecunda parte correlarij 8 ſexti & ex correlario 17 eiuſdẽ, eſt etiam a b, quintupla ad b c, eo ꝙ a c fuit ad eandẽ quadrupla. Quia ergo l m eſt ex hypotheſi æqualis b d, erit ex cõmuni ſcientia a b æqualis n p. Itaꝗ ſi ſuper lineã n p ſemicirculus deſcribatur qui tandiu ꝙ locũ primũ repetat circũuoluatur, ſphæra ipſius motu deſcripta, erit à diffini tione ſphærarũ æqualiũ, æqualis ſphæræ propoſitæ. Et quoniã linea l m eſt medio loco ꝓportionalis inter l n & n m, ideoꝗ inter l n & p l, erit quoꝗ quælibet ſemidiameter cir culi, medio loco ꝓportionalis inter l n & l p. Et cũ l m ſit æqualis ſemidiametro circuli, itaꝗ ſemicirculus ſuper p n deſcriptus tranſibit per omnia puncta circũferentiæ circu li e f g, ideoꝗ & per ſingulos angulos ſolidi fabricati, in illa circũferentia conſiſtentes. Et quia eadẽ ratione ſinguli corauſti cõtinuantes extremitates angulariũ cathetorũ cum extremitate centralis, ſunt medio loco ꝓportionales inter p m & m n, eo ꝙ quilibet eo/ rum eſt æqualis l m, ſequitur ut idem ſemicirculus tranſeat etiam per reliquos angulos figuræ icoſedræ ſtitutæ. Eſt igitur corpus hoc inſcriptibile ſphæræ cuius diameter p n, ideoꝗ & ſphæræ cuius diameter a b. Latus autẽ huius ſolidæ figuræ dico eſſe lineam minorẽ. Conſtat enim ꝙ linea b d eſt rationalis in potentia, cum eius quadratũ ſit ſub/ quincuplũ ad quadratũ lineæ a b quæ poſita eſt rationalis ſiue in lõgitudine ſiue in po tentia tantũ. Itaꝗ ſemidiameter atꝗ diameter circuli e f g eſt etiam rationalis in poten/ tia, nam eius ſemidiameter eſt æqualis b d. Igitur ex 11 huius latus pentagoni æquilate/ ri huic circulo inſcripti eſt linea minor: at uero (ſicut in huius demõſtrationis proceſſu patuit) latus huius figuræ eſt quantũ latus pẽtagoni, ergo latus huius figuræ 20 alchai/ darum id eſt baſium eſt linea minor, quemadmodum proponitur.

Eucli. ex

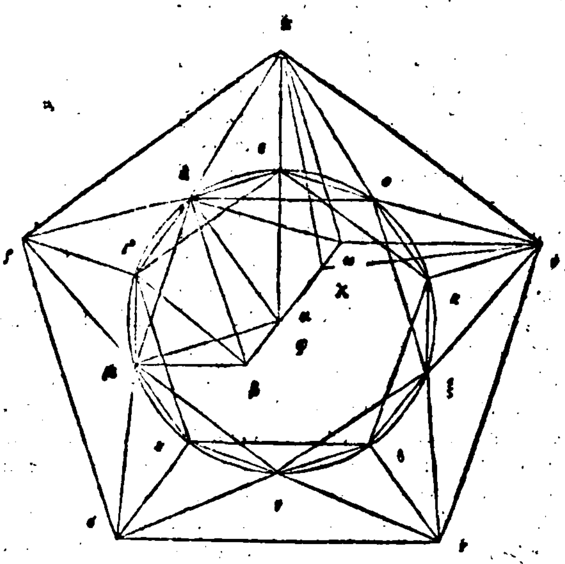
Scholi. ex Zamb. Problema 4 Propositio 16

16 Icosahedrum construere, & data sphæra comprehendere, qua & dictas figuras, ostendereq́ quod ipsius icosahedri latus irrationalis est ea quæ appellatur minor.



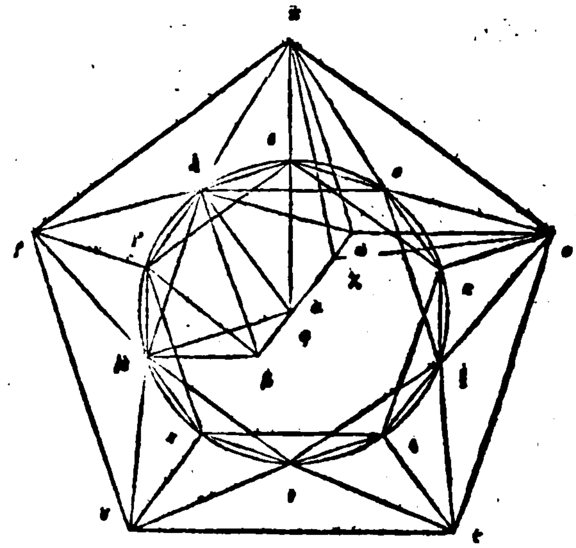
THEON ex Zamb. Exponatur datæ sphæræ diameter α β, seceturq́ in γ, ut α γ quadrupla sit ipsius γ β, & describatur super α β semicirculus α δ β, & excitetur (per 11 primi) ab ipso γ, ipsi α β ad angulos rectos recta linea γ δ, cōnectaturq́ δ β, ponaturq́ circulus ε ζ η θ κ, cuius quæ ex centro, æqualis esto ipsi δ β, & in ipso ε ζ η θ κ circulo describatur (per 11 quarti) quinquangulū æquilaterū & æquiangulum ε ζ η θ κ. Et secentur ε ζ, ζ η, η θ, θ κ, κ ε, circūferentiæ bifariam in signis, λ, μ, ν, ξ, ο, cōnectanturq́ λ μ, μ ν, ν ξ, ξ ο, ο λ, ε ο, æquilaterū igitur est quinquangulū λ μ ν ξ ο, & decagoni latus est ε ο recta linea. Constituantur (per 12 undecimi) ab ipsis ε, ζ, η, θ, κ, signis ad ipsius circuli planum ad rectos angulos rectæ lineæ ε π, ζ ρ, η σ, θ τ, κ υ, æquales existentes ei quæ ex centro ipsius ε ζ η θ κ circuli, & cōnectantur ipsæ π ρ, ρ σ, σ τ, τ υ, υ π, π λ, λ ρ, ρ μ, μ σ, σ ν, ν τ, τ ξ, ξ υ, υ ο, ο π. Et quoniam utraq; ipsarū ε π, κ υ, eidem plano ad angulos est rectos, parallelus igitur est (per 6 undecimi) ε π ipsi κ υ, est autem & ei æqualis, æquales autem & parallelos cōnectentes ad easdem partes rectæ lineæ, æquales & paralleli (per 33 primi) sunt. Igitur π υ ipsi ε κ æqualis & parallelus est, pentagoni autē æquilateri latus est ipsa ε κ, pentagoni ergo æquilateri est & π υ, in ε ζ η θ κ circulo descripti, & iam id propterea, & unaquæq; ipsarū π ρ, ρ σ, σ τ, τ υ, pentagoni est æquilateri in circulo ε ζ η θ κ descripti, pentagonū igitur π ρ σ τ υ æquilaterū est. Et quoniā π ε hexagoni est, decagoni autem ε ο, & angulus qui sub π ε ο rectus est, pentagoni igitur est π ο, pentagoni enim latus potest & hexagoni & decagoni in eodem circulo descriptorum latus (per 10 decimitertij.) Iam id propterea & ο υ pentagoni latus est, est etiam π υ pentagoni latus. Aequilaterum igitur est π ο υ triangulum. Iam id propterea & unumquodq; ipsorum π λ ρ, ρ μ σ, σ ν τ, τ ξ υ, æquilaterū est. Et quoniam ostensum est utranq; & π λ & π ο pentagoni esse, est autem & λ ο pentagoni, æquilaterum igitur est π λ ο triangulum. Iam id propterea & unumquodq; ipsorum λ ρ μ, μ σ ν, ν τ ξ, ξ υ ο triangulorū, æquilaterū est. Assumatur (per 1 tertij) centrum circuli ε ζ η θ κ, & sit φ signum, & ab ipso φ ad ipsius circuli planum ad rectos angulos (per 12 undecimi) excitetur φ ω, extendaturq́; ex utraq; parte ut φ ψ, & auferatur ipsius quidem hexagoni φ χ, decagoni autem utrunq; ipsorum φ ψ, χ ω, & connectantur π ω, π χ, υ ω, υ χ, ε φ, λ φ, λ ψ, ψ μ. Et quoniam utraq; ipsarum φ χ, π ε, ad circuli planum ad rectos angulos est, parallelus igitur est φ χ ipsi π ε. Sunt autem æquales & ipsæ igitur ε φ, π χ, æquales & parallelæ sunt. Hexagoni autem est ε φ, hexagoni ergo & π χ. Et quoniam hexagoni quidem est π χ, decagoni uero χ ω, & rectus est qui sub π χ ω angulus, pentagoni igitur est π ω, iam id propterea & υ ω, pentagoni est. Quoniam si connectamus ipsas φ κ, χ υ, æquales & ex opposito erunt. Est autem ipsa φ κ ex centro existens, hexagoni: hexagoni igitur est & ipsa χ υ. Decagoni autem & χ ω, & qui sub υ χ ω rectus est, pentagoni igitur est ipsa υ ω. Est autem & π υ, pentagoni. Igitur triangulum π υ ω æquilaterum est. Iam id propterea & unumquodq; reliquorū triangulorū quorum bases sunt π ρ, ρ σ, σ τ, τ υ, rectæ lineæ, fastigium uero ω signum, æquilaterum est. Rursus quoniam hexagoni quidem est ipsa φ λ, decagoni autem ipsa φ ψ, & rectus est qui sub λ φ ψ angulus, pentagoni igitur est λ ψ. Iam id propterea si connectamus ipsam μ φ quæ est hexagoni,* duceturq́; ipsa μ ψ pentagoni, est autem & λ μ pentagoni, triangulum igitur λ μ ψ æquilaterū est. Similiter iam ostendetur quod unumquodq; reliquorum triangulorum quorum bases sunt μ ν, ν ξ, ξ ο, ο λ, fastigium autem ψ signum, æquilaterum est. Constructum igitur est icosahedrum, sub uiginti triangulis æqualia latera habentibus comprehensum. Oportet iam illud quoque data sphæra comprehendere, ac demonstrare quod latus icosahedri est irrationalis ea quæ appellatur minor. Quoniam enim hexagoni est ipsa φ χ, decagoni autem ipsa χ ω, ipsa igitur φ ω extrema & media ratione secatur in χ, & ipsius maius segmentum est φ χ. Est igitur sicut ω φ ad φ χ, sic φ χ ad χ ω: æqualis autem est & φ χ ipsi φ λ, & χ ω ipsi φ ψ, est igitur sicut ω φ ad φ λ, sic φ λ ad φ ψ, & recti sunt anguli, qui sub ω φ λ, λ φ ψ. Si connectamus igitur ipsam λ ω rectam lineam, rectus erit angulus qui sub ψ λ ω, propter ipsorum ψ λ ω, φ λ ω, triangulorum similitudinem.

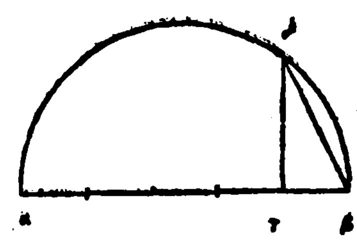
* συνάγεται colligitur



Semicirc

Semicirculus igitur super ψ ω descriptus, ueniet & per λ iam id propterea quoniam est sicut ω φ ad φ χ, sic φ χ ad χ ω æqualis autem ipsa quidem ω φ ipsi ψ χ, & φ χ ipsi χ π, est igitur sicut ψ χ ad χ π, sic π χ ad χ ω. Ac per hoc rursus si cõnectamus ipsam π ψ, rectus erit qui ad π angulus. Igitur super χ ω descriptus semicirculus, ueniet & per π, & si manente ψ ω, circũductus semicirculus in illud idem unde circũduci cœpit steterit, ueniet & per π, & per reliqua ipsius icosahedri signa, & sphæra comprehensum erit ipsum icosahedrum. Dico quod & data. Secetur (per 10 primi) φ χ diuidue in α. Et quoniã recta linea φ ω extrema & media ratione secatur in χ, & minus segmentum illius est ω χ, ipsa igitur ω χ admittens dimidium maioris segmenti χ α, quincuplum potest eius quod ex dimidio maioris segmenti (per 3 huius.) Quincuplũ igitur est quod ex ω α, eius quod ex α χ. Ipsius autem ω α, dupla est ω ψ, ipsius autẽ α χ, dupla est χ φ. Quod igitur ex ω ψ, quincuplum est eius quod ex φ χ. Et quoniã α γ ipsius γ β est quadrupla, quincupla igitur est α β ipsius β γ. Sicut autem α β ad β γ, sic quod ex α β ad id quod ex β δ, quincuplũ igitur est quod ex α β, eius quod ex β δ. Patuit autem quod quod ex ω ψ, quincuplũ est eius quod ex φ χ. Et δ β æqualis est ipsi φ χ, utraq; enim ipsarum, æqualis est ei quæ ex centro ipsius ε ζ η θ κ circuli, æqualis igitur est & α β ipsi ψ ω. Et α β est ipsius datæ sphæræ diameter, & ψ ω igitur datæ sphæræ diametro est æqualis. Data igitur sphæra, icosahedrum cõprehensum est. Dico iam quod ipsius icosahedri latus irrationalis est ea quæ appellatur minor. Quoniã enim rationalis est ipsius sphæræ diameter, & potentiã quincuplũ est eius quæ ex centro circuli ε ζ η θ κ, rationalis igitur est & ea quæ ex centro circuli ε ζ η θ κ. Quare & diameter illius, rationalis est. Si uero in circulo rationalem habente diametrum, quinquangulum æquilaterum descriptum fuerit, latus pentagoni irrationalis est ea quæ appellatur minor (per 11 huius.) Latus autem ipsius ε ζ η θ κ pentagoni, est quod & icosahedri. Icosahedri ergo latus, irrationale est, minor appellatum. Quod facere & ostendere oportebat.





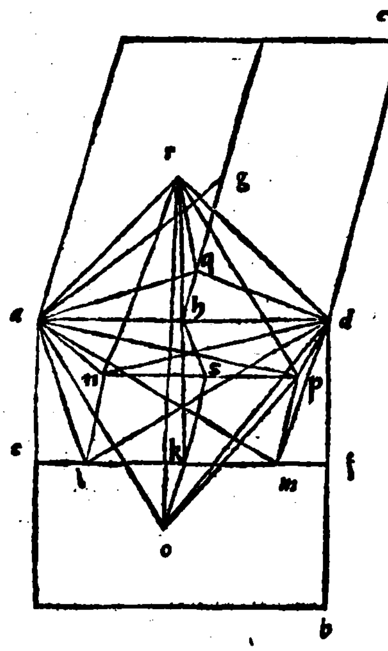
CORRELARIVM. Ex hoc igitur est manifestum, quod sphæræ diameter potentia quincuplum est eius quæ ex centro circuli à quo icosahedrum describitur, & quod sphæræ diameter componitur & ex sexanguli & ex binis decagoni in eodem circulo descriptorum lateribus.

Eucli. ex Camp. Propositio 17

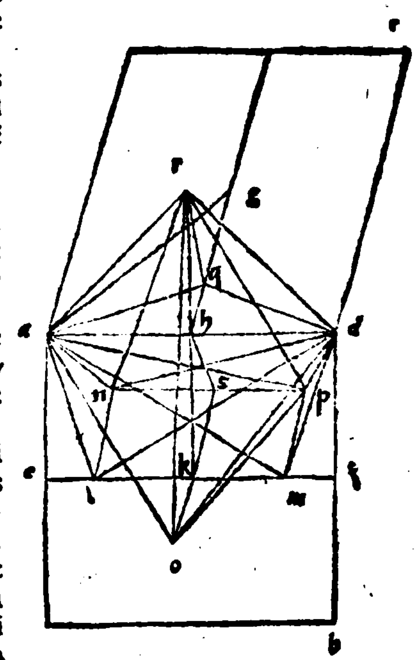
17 Corpus duodecim basium pentagonarum æquilaterarum atq; æquiangularium ab assignata sphæra circunscriptibile, constituere. Eritq; palàm, latus eiusdem corporis irrationale esse, id quod residuum dicitur.

CAMPANVS. Fiat cubus secundum quod docet 14 huius, circunscriptibilis ab assignata sphæra, sintq; huius cubi duæ superficies a b & a c, imaginemur autẽ nunc, quod a b sit suprema superficies cubi, & a c sit una ex lateralibus, sitq; linea a d, cõmunis istis duabus superficiebus. Diuidantur itaq; in superficie a b duo opposita latera per æqualia, uidelicet, d b & latus ei oppositum, & puncta diuisionis continuẽtur per lineam e f, latus quoq; a d, & illud quod sibi opponitur in superficie a c, diuidantur per æqualia, & puncta diuisionis continuẽtur linea recta cuius medietas sit g h, sitq; punctus h, medius punctus lineæ a d, similiter linea e f diuidatur per æqualia in k, & protrahatur h k. Quamlibet igitur trium linearum e k, k f, & g h, diuide secundum proportionẽ habentem medium & duo extrema in tribus punctis l, m, q, sintq; maiores portiones earum, l k, k m, & g q, quas manifestum est esse æquales, cum totæ lineæ diuisæ sint æquales, uidelicet, quælibet earũ medietati lateris cubi. Deinde à duobus punctis l & m, erige perpendiculares ut docet 11 undecimi, ad superficiem a b, quarũ utranq; ponas æqualem lineæ k l, sintq; l n & m p, similiter à puncto q, erige perpendiculariter q r ad superficiem a c.

eidem a c, quam ponas æqualem g q, protrahe itaq; lineas a l, a n, a m a p, d m, d p, d l, d n a r, a q, d r, d q. Manifestũ est igitur ex quinta huius, quod duæ lineæ k e & e l potentialiter sunt triplũ ad lineam k l, ideoq; etiã ad lineam l n, cũ k l & l n sint æquales. At uero k e, est æqualis e a, igitur duæ lineæ a & e, & e l, sunt potẽtia triplũ ad lineã l n. Quare ex penultima primi a l, est potẽtia tripla ad l n, ideoq; per eãdẽ a n, est potentia quadrupla ad l n. Cũq; omnis linea sit potẽtia quadrupla ad medietatem sui, sequitur ex cõmuni scientia quod a n sit dupla in lõgitudine ad l n. Et quia l m dupla est ad l k: at k l, & l n, sunt æquales, erit a n æqualis l m, sunt enim earum dimidia, æqualia. Et quia ex 33 primi, l m est æqualis n p, erit a n, æqualis n p. Eodem modo probabis tres lineas p d, d r, & r a esse æquales sibi inuicẽ & duabus prædictis. Habemus itaq; ex his 5 lineis, pẽtagonũ æqlaterũ q est a n p d r. Sed fortasse dices ipsum nõ esse pẽtagonũ, qa nec forsan est tot9 in superficie una, quod esset necessariũ ad hoc ut esset pentagonus. Quod ergo sit totus in superficie una, sic habeto. Prodeat equidẽ à puncto k lineæ k s, ppẽdicularis ad supficiẽ a b, quæ sit æqualis l k, eritq; ob hoc, æqualis utriq; duarũ l n & m p. Cumq; ipsa sit æquidistãs utriq; earum ex sexta undecimi, ideoq; cũ ambabus in eadẽ superficie ex diffinitione linearũ æquidistantium, necesse est ut punctus s sit in linea n p, & quod diuidat eam per duo æqualia. Protrahantur igitur duæ lineæ r h & h s, sunt itaque duo triãguli k s h & q r h super unum angulum uidelicet k h q constituti, & est proportio k h, ad q r, sicut k s ad q h, nã ut g h ad q r sic k h ad q r ex 7 qnti, & ut r q ad q h, sic k s ad q h ex eadẽ, sed g h ad q r, ut q r ad q h, eo q q r est æqualis g q, ergo p 32 sexti linea r h s, est linea una. Quare ex scda undecimi, tot9 pẽtagonus de quo disputamus, est in supficie una. Ipsum quoq; dico esse æquiangulũ. Cũ enim e k sit diuisa scdm



proportionem habentem mediũ duoq; extrema, & k m sit æqualis maiori portioni eius, erit quoq; ex 4 punctis tota e m diuisa secũdũ ,pportionẽ habẽtẽ mediũ duoq; extrema, maior quoq; portio eius linea e k, ideoq; (per 5) duæ lineæ e m & m k (ideoq; duæ e m & m p, nã m p est æqualis m k) sunt potẽtia triplũ ad lineã a e, nã a est æqualis e k. Itaque tres lineæ a e, e m, & m p, sunt potẽtia quadruplum ad lineam a e. Constat autem per penultimã primi his assumptã, quod linea a p est potentia æqualis tribus lineisa e, e m, & m p, itaq; a p, est potẽtia quadrupla ad lineã a e. Latus uero cubi cum sit duplum ad lineã, a e, est potentia quoq; quadruplũ ad ipsam ex 4 secundi, igitur ex cõi scientia a p, est lateri cubi æqualis. cũq; a d sit unũ ex lateribus cubi erit a p æqualis a d. Ideoq; ex 8 primi angulus a r d, est æqualis angulo a n p. Eodem modo probabis angulum d p n esse æqualem angulo d r a, quia probabis lineã d n esse potentialiter quadruplũ ad medietatem lateris cubi. Cum igitur ex his, pentagonus sit æquilaterus, & habeat tres angulos æquales, ipse erit æquiangulus ex septima præsentis libri. Si itaq; hac uia ratione que consimili, & super unumquodq; reliquorum laterũ cubi pentagonũ æquilaterum & æquiangulum fabricemus, perficietur solidũ 12 superficiebus pentagonis æquilateris & æquiangulis contentũ, cubus enim habet 12 latera. Reliquũ autem est demõstrare, solidũ hoc esse à data sphæra circũscriptibile. Protrahantur igitur à linea s k duæ superficies secantes cubum, quarum una secet ipsum super lineam h k, & aliã super lineã e f, eritq; ex 40 undecimi, ut cõmunis sectio harũ duarũ superficierũ secet diametrũ cubi, & secetur uiceuersa ab ipsa diametro per æqualia. Sit ergo cõis sectio earum usq; ad diametrũ cubi linea k o, ita quod o sit centrum cubi, & ducantur lineæ o a, o n, o p, o d: o r. Constat autem, quod utraque duarum linearum o a & o d est semidiameter cubi, ideoque æquales, de linea autem o k, constat ex 40 undecimi quod ipsa est æqualis e k, uidelicet medietati lateris cubi. Et quia k s est æqualis k m, erit o s diuisa in puncto k, secundum proportionem habentem mediũ duoq; extrema, & maior portio eius erit linea o k quæ est æqualis e k. Itaque per 5 huius erunt duæ lineæ o s & s k (ideoq; o s & s p quod s p,(ad quos hæc demonstratio non extenditur) est æqualis k s triplum in potentia ad lineam o k,& ideo ad medietatem lateris cubi. Quare per penultimam primi linea o p,est potētia tripla ad medietatē lateris cubi. Ex correlario aūt 14 huius cōstat,qđ semidiameter sphæræ tripla est in potentia ad medietatem lateris cubi quem circunscribit eadem sphera. Itaque o p,est quanta semidiater sphæræ circunscribentis cubum propositum. Eadem ratione, cunctæ lineæ ductæ à puncto o,ad angulos singulos pētagonorū oīm super latera cubi descriptorū ad singulos angulos inquā,qui pprij sūt pētagonis,non autem communes eis & superficiebus cubi,quales sunt in pentagono statuto tres anguli n,o,r de illis autem lineis quæ ueniūt à pūcto o ad angulos singulos pentagonorū qui sunt cōmunes pentagonis & superficiebus cubi, quales sunt in pentagono præsenti duo anguli a & d constat qđ ipsæ sunt æquales semidiametro sphæræ circunscribentis cubum,ipsæ enim sunt semidiametri cubi ex 40 undecimi,at uero semidiameter cubi,est tāquam semidiameter sphæræ ipsum circūscribētis quēadmodū ex rōne 14 apparet. Igitur oēs aliæ ductæ à pūcto o ad singulos angulos dodecedri,sūt æquales adinuicē & semidiametro sphæræ Semicirculus itaq; super totā diametrū sphæræ uel cubi lineatus,sic circūducatur,trāsibit per oēs angulos eius. Quare p diffinitionē ipsum est ab assignata sphæra circūscriptibile. Dico iterū quod latus huius figuræ est linea irratiōalis. ista uidelicet quæ residuū dicitur,si diameter sphæræ ipsum circunscribentis fuerit rationalis in longitudine uel in potentia. Cum enim diameter sphæræ sit ex 14 huius tripla in potentia ad latus cubi,erit latus cubi ratiōale in potentia,si diameter sphæræ fuerit rationalis in longitudine uel in potentia. Constat autem ex 11,quod linea r p diuidit lineā a d quæ est latus cubi,secundum proportionē habentem medium duoq; extrema,& quod portio eius maior æqualis est lateri pentagoni. Et quia maior eius portio est residuum,ex sexta huius,manifestum est latus figuræ duodecim basium,esse residuū. Quod demonstrare uoluimus.

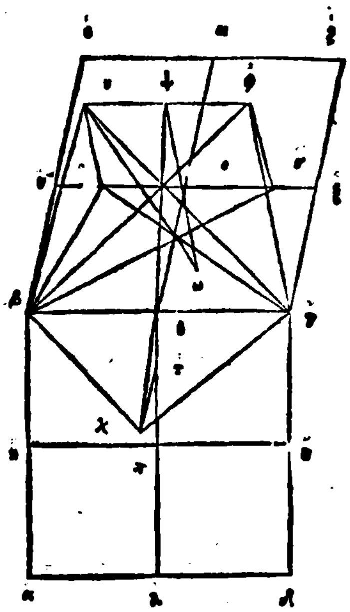


CAMPANVS. Fabricata sunt igitur per 11 & quatuor eam sequentes,quinque corpora æquilatera atque æquiangula,quorum unumquodque est circunscriptibile ab assignata sphæra. Sunt autem hæc solida,primum quidem quatuor basium triangularium,& dicitur tetrachedon. Secundum est sex basium quadratarum & dicitur cubus siue hexaedron. Tertium octo basium triangularium,& dicitur octoedron. Quartum autem est solidum icosedron,& est uiginti basium triangularium. Quintum uero ex 12 basibus pentagonis cōsistit,diciturq; dodecedron, Hæc autē quinq; solida,regularia dicūtur, regularia dicūtur, quoniam ipsa æquiangula sunt atq; æquilatera, & à sphæra atq; abinuicē circūscriptibilia. plura uero his quinq;,æquilatera quæ sunt æquiangula esse est impossibile. Ad cōstitutionem cuiuslibet anguli solidi,necesse est ad minus tres superficiales angulos concurrere. Ex duobus enim solis superficialibus,nequit solidus angulus compleri. Quia ergo tres anguli cuiuslibet hexagoni æquilateri & æquianguli sunt æquales quatuor angulis rectis,at uero heptagoni & cuiuslibet pluriū laterū figuræ æquilateræ atq; æquiāgulæ tres anguli sunt maiores quatuor angulis rectis quēadmodū ex 32 primi euidenter dicitur,omnis autem angulus solidus quatuor rectis angulis minor est teste 21 undecimi,impossibile est tres angulos hexagoni atque heptagoni & simpliciter omnis plurilateræ figuræ æquilateræ tamen atque æquiangulæ,solidū angulum constituere. Ideo nulla solida figura æquilatera atque æquiangula potest ex superficiebus hexagonalibus aut plurium laterum constitui. Si enim tres anguli hexagoni æquilateri atq; æquianguli quenq; solidum angulum excedūt quatuor,& plures multo fortius eundē excedūt. Tres autem angulos pētagoni æquilateri atq; æqanguli minores esse quatuor rectis angulis manifestū est,& quatuor esse maiores quare ex tribus angulis pētagoni æquilateri atq; æqanguli possibile est solidū angulum cōstitui ftitui,ex quatuor aũt aut ex pluribus impossibile ideoque unum duntaxat solidum ex pentagonis æquilateris atque æquiangulis constitutum est illud uidelicet quod dodecedron dicitur,in quo anguli pentagonorum trini & trini solidos angulos perficiunt. Eadem quoque est ratio in quadrilateris figuris æquilateris & æquiangulis, quæ in pentagonis,omnis enim quadrilatera figura si æquilatera æquiangulaque fuerit, ipsa erit quadrata à diffinitione.nam omnes eius anguli erunt recti per 11 primi. Ex tribus igitur angulis talis superficialis figuræ, possibile est solidum angulum constitui, ex quatuor autem aut ex pluribus impossibile est:propterea quòd ex talibus figuris superficialibus (quæ cum quadrilateræ sint ipsæ æquilateræ atque æquiangulæ)unicũ solidum quod cubum dicimus fabricatum est. Triangulorum autem æquilaterorũ sex anguli.sunt æquales quatuor rectis ex 11 primi.pauciores ergo minores.& plures,maiores,igitur ex sex angulis talium trigonorum aut ex pluribus impossibile est angulũ solidum fieri,ex quinque & ex quatuor & ex tribus possibile. Cum itaq; tres anguli trigoni æquilateri efficiũt angulum solidum,perficitur ex triangulis æquilateris corpus quatuor basium triangularium atque æquilaterarum. Cum uero quatuor cõsurgũt: corpus octo basium,quod octoedron diximus. At uero si quinque triangulorum æquilaterorum anguli.solidum angulum contineant,fiet corpus icosedron uiginti basium triangulariũ & æquilaterarũ. Quare ergo tot & talia sunt solida regularia.& quare plura his non sint dictum est.

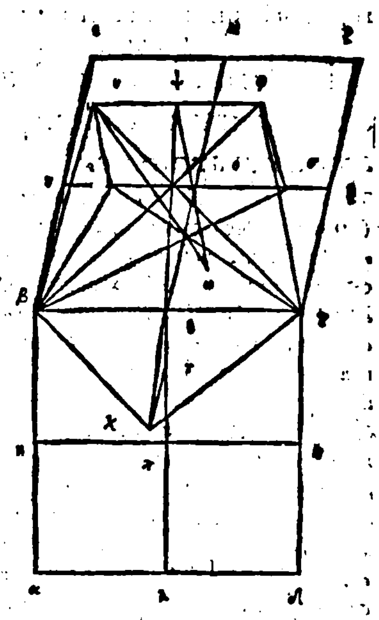
Eucli.ex Zamb. Problema 5 Propositio 17

17 Dodecahedrum construere & data sphæra comprehendere qua & prædictas figuras,ostendereq; quòd dodecahedri latus irrationalis est ea quæ appellatur apotome.

THEON ex Zamb. *Exponantur prædicti cui bina plana inuicem ad angulos rectos, α β γ δ, γ β ε ζ, secenturq; (per 11 primi) unũ quodq; ipsorum laterum α β, β γ, γ δ, δ α, ε ζ, ε β, ζ γ, diuidue in κ, θ, κ, λ, μ, ν, ξ, & conectãtur ipsæ κ θ, λ, sese secantes in signo ο & μ θ, ν ξ scinuicem secantes in signo π, seceturq; unaquæq; ipsarum ν ο, ο ξ, θ π, extrema & media ratiõe in ρ, τ, σ signis, sintque ipsarum maiora segmenta ρ ο, ο σ, τ, π, & cõstituantur (per 12 undecimi) ab ipsis ρ, σ, τ, signis ad ipsius cubi plana ad angulos rectos ad exteriores partes ipsius cubi ipsæ ρ υ, σ φ, τ χ, exponãtur que æquales ipsis ρ ο, ο σ, τ π, cõnectanturq; ipsæ υ β, β χ, χ γ, φ υ. Dico quod υ β χ γ φ pentagonum, æquilaterũ est, & in uno plano, & insuper æquiangulum. Cõnectãtur enim ρ β, σ β, φ β. Et quoniã recta linea ν ο extrema & media ratione secatur in ρ, & maius segmẽtũ est ρ ο. quæ igitur ex ν ο, ν ρ, tripla sũt eius quod ex ρ ο, Aequalis autem est ο ν ipsi ν β, & ο ρ ipsi ρ υ. Quæ igitur ex β ν, ρ υ, tripla sũt eius quod ex ρ υ. Eis aũt quæ ex β ν, ν ρ æquũ est ei id quod ex β ρ, quod igitur ex β ρ, triplum est eius quod ex ρ υ, quare quæ ex β ρ, ρ υ, quadruplum sunt eius quod ex ρ υ. Eis uero quæ ex β ρ, ρ υ, æquum est id quod ex β υ, quod igitur ex β υ. quadruplum est eius quod ex υ ρ. Dupla igitur est β υ, ipsius ρ υ. Est aũt & φ υ dupla ipsius υ ρ, quoniã & φ υ dupla ipsius υ ρ. quoniã & σ ρ ipsius ο ρ hoc est ipsius ρ υ dupla est. Aequalis igitur est β υ, ipsi υ φ. Similiter iam ostendetur, quod & unaquæq; ipsarum β χ, χ γ, γ φ, utrique ipsarum β υ, υ φ, est æqualis, quinquangulũ igitur β υ φ γ χ, æquilaterum est. Dico quod & in uno est plano. Excitetur enim (per 31 primi) ab ipso ο, utriq; ipsarũ ρ υ, σ φ, parallelus ad exteriores partes, cubi, ο ψ, & connectãtur ψ θ, θ χ. Dico quod ipsa ψ θ χ recta linea est. Quoniã enim θ π, extrema & media ratione secatur in τ & maius segmentum est π τ, est igitur sicut θ π, ad π τ, sic π τ ad τ θ, æqualis autem est θ π ipsi θ ο, & π τ utriq; ipsarum τ χ, ο ψ, est igitur sicut θ ο, ad ο ψ, sic χ τ, ad τ θ, & est parallelus quidẽ θ ο ipsi τ χ, utraq; enim ipsi β δ plano ad angulos rectos est, & ipsa τ θ parallelus est ipsi ο ψ, utraque enim ipsarum plano ad angulos rectos est. Quando autem bina triangula composita fuerint ad unum angulum (ut sunt ipsa ψ ο θ & θ τ χ,) bina latera binis proportionalia habentia, ut ipsorum eiusdem rationis latera sint parallela, reliquæ rectæ lineæ in rectas lineas erunt (per 32 sexti.) Igitur ψ θ, ipsi θ χ in rectã lineam est. Oĩs aũt recta linea, in uno est plano. In uno igitur plano est ipsum υ β χ γ φ. quinquãgulũ. Dico iã quod & æquiangulũ est. Quoniam enim recta linea ν ο extrema & media rõne secatur in ρ, & maius segmentũ est ο ρ, est igitur sicut utraque ν ο, ο ρ, simul ad ο ν, sic ο ν ad ο ρ. Aequalis autem est ο ρ, ipsi ο σ. Est igitur sicut σ ν ad ν ο, sic ν ο ad ο σ. ipsa igitur σ ν, extrema & media ratione secatur in ο, & maius segmentũ*



est υ ο, quæ igitur ex υ σ, σ ο, tripla sunt eius quod ex υ ο. Aequalis aũt est υ ο ipsi υ ζ, & σ ο ipsi σ φ, quæ igitur ex υ σ, σ φ, quadrata tripla sunt eius quod ex υ β, quare quæ ex φ σ, σ υ, υ ζ, quadrupla sunt eius quod ex υ ζ. Eis aũt quæ ex σ υ, υ β, æquale est (per 47 primi) id quod ex σ ζ, quæ igitur ex ζ σ, σ φ, hoc est φ ex ζ φ (rectus enim est qui sub φ σ β angulus) quadruplum est eius quod ex υ ζ, dupla igitur est ζ φ, ipsius β υ. Est autem & ζ γ, ipsius ζ υ dupla, æqualis igitur est ζ φ, ipsi ζ γ. Et quoniam binæ ζ υ, υ φ, duabus β χ, χ γ, sunt æquales, & basis β φ basi ζ γ est æqualis, angulus igitur qui sub ζ υ φ, angulo qui sub ζ χ γ (per 8 primi) est æqualis. Similiter iam demonstrabimus, quod & angulus qui sub υ φ γ, æqualis est ei qui sub β χ γ. Tres igitur anguli qui sub β χ γ, β υ φ, υ φ γ, inuicem sunt æquales. Si autem quinquanguli æquilateri tres anguli æquales inuicem fuerint, æquiangulum erit (per 7 decimitertij) quinquangulum. Quinquangulum igitur ζ υ φ χ γ, æquiangulum est. Patuit autem, quod & æquilaterum. Igitur pentagonũ β υ φ γ χ æquilaterum & æquiangulũ est, estq́; super ζ γ uno cubi latere. Si igitur ab unoquoque ipsius cubi duodecim laterum eadem cõstruamus, constituetur figura quædam solida cõprehensa sub duodecim quinquangulis æqualia habentibus latera & angulos æquos. Oportet iam ipsum sphæra data cõprehẽdere, & demonstrare quod dodecahedri latus irrationalis est ea quæ appellatur apotome. Extendatur ψ ο, & sit ψ ω coincidit igitur ψ ω, ipsi cubi diametro & bifariã se inuicem dispescunt, hoc enim patuit in penultimo undecimi theoremate, secentur in ω. Igitur ω centrum est sphæræ cubum comprehendentis, & dimidia est ψ ω lateris cubi. Connectantur autem υ ω. Et quoniam recta linea υ σ extrema & media ratione secetur in ο, & maius illius segmentum est υ ο, quæ igitur ex υ σ, σ ο, tripla sunt eius q ex υ ο. Aequalis autem est υ σ, ipsi ψ ω. quoniã & ipsa υ ο, ipsi ο ω est æqualis, & ψ ο, ipsi ο σ, sed ο σ ipsi ψ υ, quoniã & φ ο, quæ igitur ex ω ψ, ψ υ, tripla sunt eius quod ex υ ο. Eis aũt quæ ex ω ψ, ψ υ, æquum est (per 47 primi) quod ex υ ω. Quod igitur ex υ ω, triplũ est eius qud ex υ ο. Est aũt & quæ ex centro sphæræ cubũ ipsum cõrehẽdentis potentia triplex dimidij ipsius cubi lateris, antea enim ostẽsum est cubũ construere, ac sphæra cõprehendere, ac demõstrare quod sphæræ dimetiens potentia triplex est lateris cubi (in 15 decimitertij) Si autem tota totius, & dimidia dimidiæ. Et υ ο, dimidia est lateris cubi. Ipsa igitur υ ω æqualis est ei quæ ex centro sphæræ cubum cõprehendentis. Sphæræ autem cubũ cõprehendentis centrũ est ω. Igitur υ signum, ad superficiem est ipsius sphæræ. Similiter iam ostendemus, quod & unusquisque reliquorum ipsius dodecahedri angulorum, est ad ipsius sphæræ superficiẽ. Igitur dodecahedrum, data sphæra comprehensum est. Dico iam q ipsius dodecahedri latus irrationalis est ea quæ appellatur apotome. Quoniam enim ipsa υ ο extrema & media ratione diuisa maius segmentũ est ρ ο, ipsa aũt ο ξ, extrema & media rõne diuisa maius segmẽtũ est ο σ, tota igitur υ ξ extrema & media ratione diuisa, maius segmẽtũ est ρ σ. Et quoniam est sicut ο υ ad ο ρ, & ο ρ ad υ ρ, & duplicia (partes enim æque multiplicium eandẽ habẽt rationẽ,) sicut igitur υ ξ, ad ρ σ, sic ρ σ ad utranq; ipsarum υ ρ, σ ξ, simul. Maior autem est υ ξ, ipsa ρ σ, utraque ipsarum υ ρ, σ ξ. simul. Igitur υ ξ. extrema & media ratione diuiditur, & maius segmẽtum est ρ σ. Aequalis aũt est ρ σ, ipsi υ φ. Ipsa igitur υ ξ, extrema & media ratione diuisa, maius segmentum est υ φ. Et quoniam rationalis est ipsius sphæræ diameter, potentiaq́; triplex est ipsius cubi lateris, rationalis igitur est υ ξ, latus cubi existens. Si aũt rationalis linea extrema & media ratione secta fuerit, utrũq; segmentorũ, irrationalis est ea quæ appellatur apotome (per 6 decimitertij.) Igitur υ φ, latus existens dodecahedri, irrõnalis est ea quæ apotome appellatur. Quod ostendere oportuit: & fieri postulabatur.

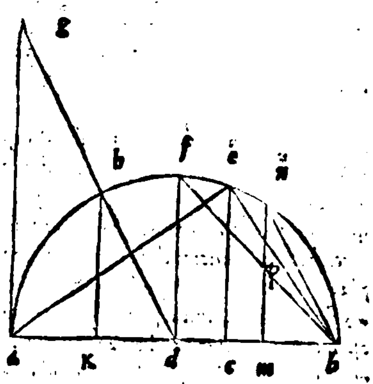


CORRELARIVM. Ex hoc, inquã, est manifestum. quod cubi latere extrema & media ratione diuiso, maius segmentum est dodecahedri latus. quod erat ostendendum.

Eucli. ex Camp. Propositio 18

18 LAtera quinque corporum præmissorum ab eadem sphæra circũscriptibiliũ, cuius sphæræ sola diametros nobis proposita fuerit, per ipsam propositam diametrum inuenire.

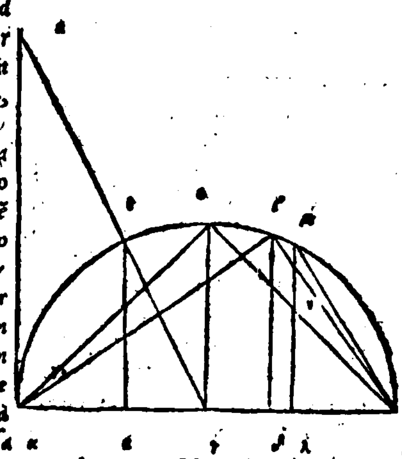
CAMPANVS. Sit a b diameter alicuius sphæræ, nobis proposita, ex qua iubemur latera quinq; præmissorum corporum elicere. Diuidamus igitur hanc diametrũ in c, ita quod a c sit dupla ad c b, & per æqualia in d, & lineemus super eam semicirculum a f b, ad cuius circunferentiã protrahantur duæ lineæ perpendiculares ad lineã a b, quæ sint c e & d f. & iungamus e cum a & cum b & f cum b. Manifestum ergo est ex demonstratione 13 quod a e est latus figuræ quatuor basium triangularium & æquilaterarũ, & ex demon mõstratione 14, quod e b est latus cubi & ex demõstratione 15, quod f b est latus figuræ octo basium triangulariũ & æquilaterarũ. Prodeat itaq; a puncto a. linea a g perpẽdicularis ad a b. & æqualis eidem a b. & iungatur g cum d. sitq; h punctus in quo g d secat circũferentiam semicirculi. & ducatur h k perpendicularis ad a b. Et quia g a est dupla ad a d, erit ex quarta sexti h k dupla ad k d: sunt enim duo triãguli g a d & h k d. æquiãguli ex 32 primi, eo quod angulus a, maioris, est æqualis angulo k minoris, nã uterq; rectus, & angulus d. est cõis utriq;: igitur ex 4 secũdi. h k est potentia quadrupla ad k d, ergo ex penultima primi h d, est potẽtia qncupla ad k d. Cũq; d b sit æqualis h d est enim d centrum semicirculi, erit quoq; d b potentia quincupla ad k d. At uero cum tota a b sit dupla ad totã b d. queadmodũ a c. detracta ex prima a b est dupla ad c b detractã ex secunda b d, erit ex 19 quinti b c residua primæ, dupla ad c d residuam secundæ, ideoq; tota b d, est tripla ad d c. Igitur quadratũ b d est nocuplum ad quadratũ d c. Et quia ipsum erat quincuplũ tantũ ad quadratũ k d, erit ex secũda parte decimæ quinti, quadratum d c minus quadrato k d ideoq; d c, minor k d. Sit g d m æqualis k d, & prodeat m n usq; ad circũferẽtiã, quæ sit perpendicularis ad a b & iungatur n cũ b Cum igitur d k & d m sunt æquales, erũt (ex diffinitiõe eius quod est aliquas lineas a centro æquidistare) duæ lineæ h k & m n æqualiter distantes a cẽtro; ideoq; æquales adinuicem ex secũda parte 14 tertij & ex secunda parte tertiæ eiusdẽ. Itaq; m n est æqualis m k, nã h k erat æqualis ei. At quia a b dupla est ad b d, & k m dupla est ad d k. & quadratũ b d quincuplum ad quadratum d k erit ex 15 quinti quadratum a b simili ter qncuplũ ad quadratũ k m, est enim quadratũ dupli ad quadratũ dupli, sicut quadratũ simpli ad quadratũ simpli. Ex demõstratione aũt 16 manifestũ est, q diameter sphæræ est potẽtialiter quincupla ad latus hexagoni circuli figuræ 20 basiũ. ergo k m est æqualis lateri hexagoni circuli figuræ 20 basiũ, nã diameter sphæræ quæ est a b, est potentialiter quincupla tam ad latus hexagoni circuli illius figuræ, quam ad k m. Rursus quoq; ex demonstratione eiusdem manifestum est, quod diameter sphæræ cõstat ex latere hexagoni & duplici lateri decagoni circuli figuræ 20 basium. Cũ ergo k m sit tanquã latus hexagoni, at uero a k sit æqualis m b, nã ipsa sunt residua æqualiũ dẽptis æqualibus. erit m b tanquam latus decagoni, Quia igitur m n est tanquam latus hexagoni, nam ipsa est æqualis k m; erit ex penultima primi & 10 huius, n b tanquã latus pentagoni figuræ circuli 20 basium. Et quia ex demõstratione 16 apparet quod latus pentagoni circuli figuræ 20 basium est latus eiusdem figuræ 20 basium, cõstat lineã n b esse latus istius figuræ. Diuidatur itaq; e b quæ est latus cubi, ab assignata sphæra circũscriptibilis, secundũ proportionẽ habentem mediũ duoq; extrema in pũcto d, sitq; maior portio eius p b. Constat igitur ex demõstratiõe præmissæ, quod p b est latus figuræ 12 basiũ Inuenta ergo sunt latera 5 præmissorũ corporũ ex diametro sphæræ nobis proposita: est enim a e latus pyramidis 4 basiũ e b latus cubi. f b, latus octoedri. at uero n b. latus icosedri. linea aut p b. latus dodecedri. Quæ autẽ horũ laterũ sint maiora alijs, sic habetur cõstat enim, quod a e est maior f b, nã arcus a e, est maior arcu f b. Itẽ f b, est maior e b, & e b maior quam n b, at uero n b. dico etiã esse maiorẽ quam p b. Cũ enim sit a c dupla ad c b, erit ex 4 secũdi quadratũ a c quadruplũ ad quadratũ c b. Cõstat aũt ex scd'a pte correlarij 8 sexti & ex correlario 17 eiusdẽ, q quadratum a b triplũ est ad quadratũ b c. Sed per 21 sexti quadratũ a b ad quadratũ b c, est sicut quadratũ b e ad quadratũ c b, ex eo quod proportio a b ad b e, est sicut b e ad b c ex secũda parte correlarij 8 sexti Itaque per 1 quinti quadratũ b e. triplũ est ad quadratũ c b. Et quia quadratũ a c quadruplũ est ad idẽ quadratũ ut ostẽsum est, ut ex prima parte 10 quinti quadratũ a c minus quadrato b e, ideoq; linea a c maior est linea b e, ideoq; a m, multo maior b e. Manifestũ uero ex 9 huius, quod si linea a m diuisa fuerit secundum proportionem habentẽ mediũ duoq; extrema, erit maior portio eius linea k m quæ est æqualis m n. At uero cũ b e diuiditur secundum eandem proportionẽ uidelicet habentẽ mediũ duoq; extrema, maior eius portio est linea p b. Cum itaque a m tota sit maior tota b e, erit m n quæ est æqualis maiori portioni a m, maior quã p b quæ est maior portio b e. Hoc autem manifestum



festum est ex 1 decimiquarti quæ sine auxilio alicuius earum quæ sequuntur firma demonstratione solidatur: ergo per 19 primi à fortiori n b, maior est quàm p b. Quare patet latera horum 5 corporum præmissorum fere eo ordine quo corpora seinuicem sequuntur: seinuicem excedere. In cubo enim dũtaxat & octoedro habet hic instantias, nam latus octoedri excedit latus cubi, quamuis cubus antecedat octoedron. Cubum autem præmittunt idcirco octoedro, quia eadẽ diuisione diametri, assignatæ sphæræ, latus pyramidis 4 bases triangulas habentis, & latus cubi inuenitur. Est igitur a e latus pyramidis. maius lateribus cæterorum corporũ, post ipsum autẽ est f b latus octoedri maius sequentium corporũ lateribus. Tertio ordine sequitur in magnitudine e b. latus cubi. Quarto uero loco est n b latus icosedri. Minimũ autem est omniũ p b, latus dodecedri. Eucli. ex Zamb. Problema 6 Propositio 18

18 Latera quinque figurarum exponere, & adinuicem comparare.

THEON ex Zamb. *Exponatur datæ sphæræ diameter α β, seceturq; in γ, ut α γ ipsi γ ε, sit æqualis, & in δ, ut α δ ipsius δ β dupla sit, & super α ε describatur semicirculus α η ε, & ab ipsis γ, δ, ipsi α ε, (per 11 primi) ad angulos rectos excitẽtur γ η, δ ζ, & cõnectatur α ζ, ζ ε, ε η. Et quoniã dupla est α δ ipsis δ ε, tripla igitur est α β ipsius δ β: cõuertẽdo igitur (per correlariũ 18 quinti) sesqualtera est β α ipsius α δ. Sicut aũt β α ad α δ. sic quod ex ε α ad id quod ex α ζ, æquiangulum enim est α ζ ε triangulũ, ipsi α ζ δ triangulo, sesqualterum igitur est quod ex β α, eius quod ex α ζ. Est autem & ipsius sphæræ diameter, potentia sesqualtera lateris pyramidis, & α ε, ipsius sphæræ diameter est. Igitur α ζ æqualis est lateri ipsius pyramidis. Rursus quoniam dupla est α δ, ipsius δ ε. tripla igitur est α ε, ipsius β δ. Sicut autẽ α ε ad β δ, sic quod ex α β ad id quod ex ζ ε, triplũ igitur est quod ex α ε, eius quod ex ζ ε. Est autem & ipsius sphæræ diameter. potẽtia tripla lateris ipsius cubi (per 15 decimitertij,) & sphæræ diameter, est α ε, igitur β ζ, cubi est latus. Et quoniã æqualis est α γ ipsi γ β, dupla igitur est α ε ipsius γ ε. Sicut autẽ α β ad γ ε, sic quod ex α β. ad id quod ex ε η. Duplũ igitur est quod ex α ε, eius quod ex ε η, Est aũt & ipsius sphæræ diameter, potentia dupla lateris ipsius octahedri, & α ε datæ sphæræ diameter est. Igitur ε η, octahedri est latus. Excitetur itẽ (per 11 primi) ab ipso α signo ipsi α β rectæ lineæ ad angulos rectos, α κ. Ponaturq; ipsa α κ æqualis ipsi α ε, & cõnectatur κ γ, seceturq; κ γ circũferentiã semicirculi in signo θ, & ab ipso θ, in ipsam α ε (per 12 primi) perpẽdicularis excitetur θ κ. Et quoniã dupla est κ α, ipsius α γ) æqualis enim est κ α ipsi α ε) sicut aũt κ α ad α γ sic θ κ, ad κ γ, dupla igitur est & θ κ ipsius κ γ. Quadruplũ igitur est quod ex θ κ, eius quod ex κ γ. Quæ igitur ex θ κ, κ γ, quæ idẽ sunt ei quod ex θ γ, quincuplũ est eius quod ex κ γ. Aequalis aũt est θ γ, ipsi γ ε, quincuplũ igitur est quod ex β γ, eius quod ex γ κ. Et quoniã dupla est α ε, ipsius ε γ. quarũ α δ ipsius δ β dupla est, reliqua igitur ε δ, reliquæ δ γ est dupla. Tripla igitur est ε γ, ipsius γ δ, nonicuplũ igitur est quod ex β γ, eius quod ex γ δ, quincuplum autẽ est quod ex ε γ, eius quod ex γ κ. maius igitur est quod ex γ κ, eo quod ex γ δ, maior igitur est γ κ, ipsa γ δ, ponatur (per 2 primi) ipsi γ κ æqualis γ λ, & ab ipso λ ipsi α β ad angulos rectos excitetur λ μ, & cõnectatur μ ε. Et quoniã quod ex γ ε eius quod ex γ κ quincuplũ est, & ipsius ε γ dupla est α ε, ipsius aũt γ κ dupla est κ λ, quincuplum igitur est quod ex α ε eius quod ex κ λ. Est autem sphæræ diameter potentia quincupla, eius quæ ex centro ipsius circuli à quo icosahedrũ describitur, estq; α ε, ipsius sphæræ diameter, ipsa*



igitur κ λ ex cẽtro est circuli à quo icosahedrũ describitur. Ipsa igitur κ λ, hexagoni est latus dicti circuli. Et quoniã sphæræ diameter cõponitur ex hexagoni & binis decagoni in dicto circulo descriptorũ lateribus (per correlariũ 16 decimitertij,) estq; ipsa quidẽ α β, ipsius sphæræ diameter, & κ λ hexagoni latus, & æqualis est α κ ipsi λ β, utraq; igitur ipsarũ α κ, λ θ, decagoni latus est descripti in circulo à quo icosahedrũ describitur. Et quoniã decagoni quidem λ ε, hexagoni autẽ μ λ (æqualis enim est ipsi κ λ, quoniã & ipsi κ θ, æqualiter enim distãt à centro) & utraq; ipsarũ θ κ, κ λ, dupla est ipsius κ γ, quinquanguli igitur est μ ε. Quod aũt pentagoni est, & icosahedri. Icosahedri ergo est μ β. Et quoniam ζ ε est latus cubi, secetur extrema & media ratione in ν sitq; maius segmẽtũ ν ε. Igitur ν ε, dodecahedri est latus

Et quoniã ostẽsum est quod ipsius sphæræ diameter potẽtia est sesqualtera ipsius α ζ lateris pyramidis, ipsius autem ε η lateris octahedri potẽtia dupla, ipsius aũt ζ β, cubi potentia tripla: qualiũ igitur sphæræ diameter potẽtia sex taliũ ipsius quidẽ pyramidis latus quatuor, octahedri uero latus triũ, cubi uero duorũ. Latus igitur ipsius pyramidis, lateris octahedri potentia est epitritũ. Cubi aũt lateris, potentia est duplũ. Octahedri aũt latus lateris, cubi potẽtia est hemioliũ. Ipsa quidẽ igitur prædicta triũ figurarũ latera, hoc est pyramidis & octahedri & cubi adinuicẽ, in rõnibus rõnalibus subsistunt. Reliqua uero duo & icosahedri & dodecahedri, neq; adinuicẽ, neq; ad prædicta in rõnibus rõnalibus existunt, irratiõalia sunt etenim, hoc est minor & apotome. Quod autẽ maius est icosahedri latus μ ε. dodecahedri latere ν β, sic ostendemus, Quoniã triangulum ζ δ ε. ipsi triangulo ζ α β æquiangulum est, proportionaliter est sicut β δ, ad ε ζ, sic α ζ ad ε α. Et quoniã tres rectæ lineæ proportionales sunt, est igitur sicut prima ad tertiã, sic quod ex

Latus pyramidis

Latus cubi.

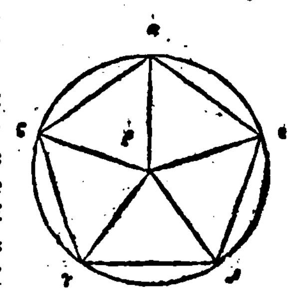
Latus octahedri.

Latus icosahedri

Latus dodecahedri

Comparatio 5 laterum

prima ad id quod ex secũda. Est igitur sicut δ β ad β α, sic quod ex δ β ad id quod ex ε ζ, Conuersim igitur sicut α β ad ε δ, sic quod ex ζ ε ad id quod ex β δ. Tripla autẽ est α ε, ipsius β δ, triplum igitur quod ex ζ ε, eius quod ex ε δ. Est autẽ & quod ex α δ, eius quod ex δ ε, quadruplum, dupla enim est α δ, ipsius δ β, Maius igitur est quod ex α δ, eo quod ex ζ β, & maior igitur est α δ, ipsa ζ β, multo igitur maior est α λ, ipsa ζ ε. Et ipsa quidẽ α λ, extrema & media ratione diuisa, maius segmentũ est κ ε, quoniã ipsa quidẽ λ κ hexagoni est, & κ α decagoni, ipsa aũt ζ ε extrema & media ratione diuisa maius segmentũ est ν ε. Maior igitur est κ λ, ipsa ν ε. Aequalis autẽ est κ λ, ipsi λ μ, maior igitur est λ μ, ipsa ν ε. Ipsa autẽ λ μ, maior est μ ε, multo igitur maior est μ β latus existẽs icosahedri, ipsa ν ε latere existẽte ipsius dodecahedri. Quod facere & ostendere oportuit. Aliter, quod maior est μ ε ipsa ν ε. Quoniã enim dupla est α δ ipsius δ β, tripla igitur est α ε ipsius δ β. Sicut autẽ α ε ad ε δ, sic quod ex α β ad id quod ex β ζ, quoniã triangulũ ζ α β ipsi ζ δ ε triãgulo æquangulũ est, quod igitur ex α ε, eius quod ex β ζ triplũ est. Patuit aũt quod ex α ε eius quod est ex κ λ, quincuplũ. Quinque igitur quæ ex κ λ, tribus quæ ex ζ ε, sunt æqualia. Sed tria quæ ex ζ β, sex quæ ex ν β, sunt maiora, & quinq; igitur quæ ex κ λ sex quæ ex ν β sunt maiora. Quare & unũ quod ex κ λ, uno quod ex ν ε maius est, maior igitur est κ λ, ipsa ν β, æqualis aũt est κ λ, ipsi λ μ, maior igitur est & λ μ, ipsa ν ε, multo igitur maior μ β, ipsa ν β, quod ostẽdere oportuit. Quod aũt tria quæ ex ζ ε, sex quæ ex ν β sũt maiora, sic ostẽdemus. Quoniã enim maior est ε ν ipsa ν ζ, quod igitur sub ε ζ, ε ν maius est eo quod ex ε ζ, ζ ν, quod igitur sub ζ ε, ε ν, una cũ eo quod sub ε ζ, ζ ν, maius est quàm duplũ eius quod sub ε ζ, ζ ν. Sed quod sub ε ζ, ε ν, una cũ eo quod sub β ζ, ζ ν, id est quod ex ε ζ, quod uero sub ε ζ, ζ ν, æquũ est ei quod ex ν β. extrema nanq; & media rõne secatur ipsa ε ζ in ν, & quod sub extremis æquũ est ei quod à media (per 17 sexti.) Quod igitur ex ζ ε, eo quod ex ε ν maius est quàm duplũ, unũ igitur quod ex ζ ε, duobus quæ ex ε ν maius est, quare & tria quæ ζ β, sex quæ ex ε ν, sunt maiora. Quod ostẽdere oportuit. Dico iam quod præter prædictas quinque figuras, non cõstruetur alia figura cõprehẽsa sub æqlateris & æqangulis inuicẽ æqualibus. Sub binis nanq; triãgulis, neq; sub duobus alijs planis, solidus angulus nõ cõstruitur. Sub tribus triãgulis, quæ pyramis, sub quatuor, quæ octahedri, sub quinq; quæ icosahedri. Sub sex triãgulis æqlateris & æqangulis ad unũ signũ cõstitutis, nõ erit solidus angulus, existente nanq; æquilateri triãguli angulo duarũ partiũ recti, erũt sex quatuor rectis æquales. Quod est impossibile. Oĩs namq; solidus angulus, sub paucioribus quàm quatuor rectis cõprehẽditur (per 21 undecimi) Iã id propterea, neque sub pluribus quàm sex planis angulis solidus cõstruitur angulus, Sub quadratis tribus, cubi angulus cõprehẽditur. Sub quatuor est impossibile, erũt enim rursus quatuor recti. Sub pẽtagonis æqlateris & æquiangulis tribus, dodecahedri. At sub quatuor, impossibile, existẽte nanq; quinquanguli æquilateri anguli angulo recto & quinto, erũt quatuor anguli quatuor rectis maiores; quod est impossibile. Neq; sub polygonis alijs figuris comprehẽdetur solidus angulus, quoniã absurdũ esset. Igitur præter prædictas quinq; figuras alia figura solida nõ cõstruetur sub æqlateris & æqãgulis cõprehẽsa, quod erat ostendendũ. Quod aũt æqlateri & æquianguli quinquãguli angulus rectus est & quintũ, sic ostẽdẽdũ. Sit enim quinquangulũ æquilaterũ & æquiãgulũ α β γ δ ε, & circũscribatur (per 14 quartidecimi) ei circulus α β γ δ ε, & accipiatur (per 1 tertij) illius cẽtrũ, sitq; ζ, cõnectanturq; ζ α, ζ β, ζ γ, ζ δ, ζ ε. Bifariã igitur secãt ipsius pẽtagoni angulos ad ipsam α, β, γ, δ, ε, signa. Et quoniã quinq; anguli qui ad ζ, quatuor rectis sunt æquales, & sunt æquales, igitur unus ipsorũ (sicut qui sub α ζ β,) unius recti est, † quasi quintũ reliqui igitur qui sub ζ α β, α β ζ, unius sunt recti & quintũ. Aequalis aũt est qui sub ζ α β ei qui sub ζ β γ, totus igitur qui sub α β γ pẽtagoni angulus, unius recti est & quintũ. Quod ostẽdere oportuit.



FINIS.

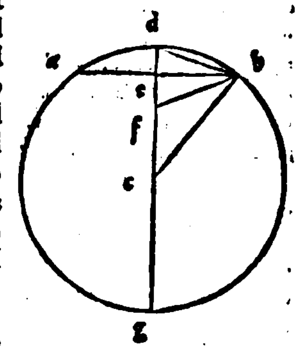
παρὰ πέμπτον præter quintũ, id est quinta parte minor recto.

EVCLIDI MEGARENSI CLARISSIMO PHILOSOPHO MATHEMATICORVMQVE facile principi deputatus liber de regularium corporũ proportione Campano cõmentatore, qui in ordine est decimusquartus.

Eucli. ex Camp. Propositio 1

1 OMnis perpendicularis à centro circuli ducta ad latus pentagoni intra circulũ ipsum descripti dimidium, lateris decagoni atque dimidio lateris hexagoni intra circulum eundẽ descriptorũ ambobus dimidijs in longũ directũq; cõiunctis æqualis esse probatur. Patet igitur quod perpẽdicularis ducta à centro circuli ad latus pẽtagoni, est æqualis perpendiculari ductæ à centro ad latus triãguli dimidioq; lateris decagoni intra eundem circulum descripti directe coniunctis.

CAMPA. Sit linea a b latus pẽtagoni æquilateri inscripti circulo cuius centrũ c. & ducatur à centro c. perpendicularis ad lineã a b, quæ per secundã partẽ tertiæ tertij diuidet ipsam per æqualia, & arcũ eius etiã per æqualia ex 4 primi & 27 tertij, sitq; hæc perpẽdicularis linea c d, secãs a b in pũcto e. & arcũ eius in pũcto d. Est igitur ut diximus linea a e, æqualis lineæ e b, & arcus a d, arcui d b, protrahaturq; linea d b, de qua cõstat ꝙ ipsa est latus decagoni æqlateri ꝓposito circulo inscripti. cũ ipsa subtẽdatur medietati quinti totius circũferẽtiæ. Dico itaq; ꝙ linea e c, est æqualis medietati lineæ c d & medietati lineæ d b, in longũ directũq; cõiunctis. Cõpleatur quidẽ diameter d c, sitq; d c g, & sit e f æqualis e d, & protrahatur b f. eritq; ex 4 primi b f æqualis b d, ideoq; per 5 primi angulus b d f erit æqualis angulo b f d. Cõstat autẽ ex ultima sexti, qđ angulus g c b, qua duplus est ad angulũ b c d, eo quod arcus g b quadruplus est ad arcũ b d: at uero angulus g c b per 32 primi duplus est ad angulũ b d c. nã ipse est extrinsecus duobus qui sunt b d c & d b c, at ipsi sunt æquales ex 5 primi: igitur angulus b d c, dupl9 est ad angulũ b c d, quare angulus quoq; b f d, duplus est ad angulũ b c f. Sed angul. b f d, duplus est ad angulũ b c f. Sed angulus b f d, est æqualis duobus intrinsecis q sunt b c f & c b per 32 primi. Itaq; duo anguli b c f & c b f, sunt æquales, ideoq; per 6 primi c f est æqualis b f, ideoque etiam c f. est æqualis b d & nam b d & b f. sunt æquales adinuicem. Quare dimidiũ c d cum dimidio b d, est quãtum dimidium c d cum dimidio c f, at uero dimidiũ c d cũ dimidio c f, est quãtũ dimidiũ c f bis cũ dimidio f d, dimidiũ autem c f bis, est quantum c f, & dimidiũ f d, est quãtũ e f. Itaq; e c. est quãtũ dimidiũ c d cũ dimidio c b & d b. quod est propositũ.



Correlariũ autẽ sic cõstat. Manifestũ est enim ex 8 tredecimi libri quod perpẽdicularis ducta à cẽtro circuli ad latus triãguli sibi inscripti est æqualis dimidio lineæ ductæ à centro ad circunferẽtiã. Hoc quidẽ ibi demõstratũ est, & quasi correlariũ cõclusum. Cum igitur ex hac prima istius 14 libri pateat quod perpendicularis ducta à cẽtro circuli ad latus pẽtagoni sit æqualis dimidio lineæ ductæ à centro ad circũferentiã & dimidio lateris decagoni, seqtur ꝙ perpẽdicularis ducta à cẽtro circuli ad latus pẽtagoni sit æqualis perpẽdiculari ductæ à cẽtro ad latus triãguli dimidioq; lateris decagoni intra eũdẽ circulũ descripti. Et hoc est ꝙ ex correlario ꝓponitur

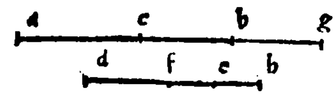
CAMPANI annotatio Nũc ergo explicãdũ est quod ait Aristæus in libro intitulato. Expositio sciẽtiæ quinq; corporũ necnõ & Apollonius in dono secũdo in proportionalitate figuræ 12 basiũ ad figurã 20 basiũ, dicẽs quod proportio superficierũ figuræ habentis 12 bases ad superficies figuræ habẽtis 20 bases est tanquã proportio corporis 12 basiũ ad corpus 20 basiũ, linea etenim ducta à centro circuli pẽtagoni figuræ 12 basiũ dodecedri ad circũferẽtiã eius est quasi linea prodiẽs à cẽtro circuli triãguli figuræ uiginti basium icosedri ad circũferentiã eius. Hæc sunt ipsius magni Apollonij uerba. Intelligẽda aũt sunt de figura 12 & 20 basiũ ab una eadẽq; sphæra circũscriptibiliũ. Est enim proportio corporis dodecedri ad corpus icosedron, cũ ambo una eadẽq; sphæra circunscribit sicut proportio omnium superficierũ dodecedri pariter acceptarũ, ad oẽs superficies icosedri pariter acceptas, quẽadmodũ Apollonius præmissorũ uerborũ prima parte cõmemorat, quod & 10 huius decimiquarti libri solida demõstratione stabilitur. Et est circulus circũscribẽs pẽtagonũ dodecedri æqualis circulo circũscribẽti trigonũ icosedri, cum dodecedrõ & icosedrõ eadẽ sphæra circunscribit, quãadmodum ipse Apollonius secunda parte præmissorũ uerborum commemorat, quod etiam 5 huius libri demõstratione firmatur. Præmittẽda sunt igitur anteeedẽtia, ad tantorũ uirorum eloquia, inconcussa ueritate corroboranda.

Eucl. ex Camp. Propositio 2

2 QVicquid accidit uni lineæ diuisæ secũdũ proportionẽ habentẽ mediũ & duo extrema, omni lineæ similiter diuisæ ꝓbatur accidere.

CAMPANVS Sit utraq; duarũ linearũ a b & d e diuisa sed'm proportionẽ habẽtẽ mediũ duoq; extrema, hæc qdẽ in c, illa uero in f sintq; maiores portiões huius quidẽ a c. illius autẽ d f. Dico itaq; ꝙ ambarũ ad sui maiores portiones est una proportio. itẽq; ambarũ ad sui minores portiones est proportio una. at quoq; maiorũ portionum ad maiores una, & ecõtrario & ꝑmutatim & cõiũctim & disiũctim & euersim, nihil enim aliud est, quicquid, uni earum accidit idẽ quoq; alij accidere, cõstat enim ex diffinitione

tione lineæ secundum proportionem medium duoq; extrema diuisæ & ea parte 16 sexti quod illud quod fit ex a b in b c,est æquale quadrato a c,eodemq; modo quod fit ex d e in e f,est æquale quadrato d f.ideoq; proportio eius quod fit ex a b in b c, ad quadratum a c est sicut eius quod fit ex d e in e f ad quadratum d f,utraque enim est proportio æqualitatis.Igitur quadruplũ eius quod fit ex a b in b c ad quadratum a c,sicut quadruplum eius quod fit ex d e in e f ad quadratũ d f.quod ex 15 quinti & permutata & æqua proportionalitate manifestũ est.Quare coniunctim quadruplum eius quod fit ex a b in b c cũ quadrato a c,ad quadratũ a c,sicut quadruplũ eius quod fit ex d e,in e f cũ quadrato d f,ad quadratũ d f.Adiũgatur autẽ secundũ rectitudinẽ ad lineam a b,una linea quæ sit æqualis b c,quæ dicatur b g,& ad d e adiungatur æqualis e f,quæ dicatur e h.

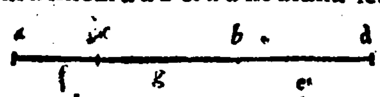


Manifestũ est igitur ex octaua secundi,quod quadruplũ eius quod fit ex a b in b g cum quadrato a c,est æquale quadrato lineæ a g.At uero similiter quadruplũ eius quod fit ex d e in e h cũ quadrato d f,est æquale quadrato d h.At uero ex communi sciẽtia quadruplũ eius quod fit ex a b in b c æquũ est quadruplo eius quod fit ex a b in b g,eo quod b c & b g sũt æquales,similiter quoq; quadruplũ eius quod fit ex d e in e f.æquũ est quadruplo eius quod fit ex d e in e h,eo quod e f & e h sunt etiã æquales.Igitur ex prĩa parte 7 quinti & ex 11 quinti quadratũ a g ad quadratũ a c. sicut quadratum d h ad quadratum d f.Quare ex secunda parte 22 sexti,proportio lineæ a g ad lineã a c est sicut lineæ d h ad lineã d f, & coniunctim a g & a c ad a c,sicut d h & d f ad d f.At uero a g cum a c,sunt taquam duplum a b,& d cum d f,tãquam duplum d e.Quare dupla a b ad a c,sicut duplũ d e ad d f & permutatim duplum a b ad duplum d e sicut a c ad d f.Sed duplum a b ad duplum d e,sicut a b ad d e ex 15 quinti.Igitur a b a d d e,sicut a c ad d f.Itaque permutatim & euersim & conuersim & disiunctim & coniunctim.Quod oportebat ostendere.

Eucl.ex Camp. Propositio 3

3 Diuiso latere hexagoni secundum proportionem habentem mediũ duoq; extrema,maior eius portio erit latus decagoni circunscripti à circulo ipsum hexagonum circunscribente.

CAMPANVS Sit linea a b latus hexagoni alicuius circuli diuisa secundũ proportionẽ habente mediũ duoq; extrema in puncto c,sitq; maior proportio eius b c.Dico quod cuiuscũq; circuli a b est latus hexagõi,eiusdẽ,b c erit latus decagoni.Adiũgatur enim ad lineã a b,linea d b,quæ sit latus decagoni illius circuli cuius a b est latus hexagoni,erit que ex 9 tredecimi,linea a d diuisa secundũ proportionẽ habentẽ mediũ duoq; extrema & maior portio eius erit linea b.Cũ igitur utraq; duarũ linearũ a b & a d sit diuisa secundum proportionẽ habentẽ medium duoq; extrema,igitur erit per præmissam ambarum ipsarũ ad sui maiores portiones una proportio.Itaq; d a ad a b quæ est eius maior portio,sicut a b ad b c quæ est etiam eius maior portio,sed d a ad a b,sicut a b ad b d ex diffinitiõe lineæ diuisæ secundũ proportionẽ habentem mediũ duoq; extrema,& maior portio eius igitur ex undecima quinti a b ad b d,sicut a b ad b c.Quare per secundã partẽ 9 quinti b d & b c,sunt æquales.Cũ ergo d b sit latus decagoni,erit quoq; ex cõmuni sciẽtia b c latus decagoni. Vel aliter.Ad lineã a b adiũgatur b d æqualis b c,eritq; ex 4 tredecimi tota a d diuisa secundũ proportionem habẽtẽ mediũ duoq; extrema,& maior portio eius linea a b.Itaq; per cõuersam 9 tredecimi quã cõtinue post ipsam demõstrauimus circuli linea a b est latus hexagoni,eiusdẽ linea b d (ideoq; linea b c sibi æqualis) est latus decagoni. Possumus iterũ idem alia uia(si libet)demõstrare.Sit enim e f æqualis a b,quæ etiã diuidatur in g secundũ proportionẽ habentẽ mediũ duoq; extrema.& sit maior portio,eius linea f g.Cõstat igitur ex præmissa quod queadmodũ a b est æqualis e f.sic a c est æqualis e g,& c b æqualis g f.Cũq; fuerit b d adiũcta ad a b latus decagõi illius circuli cuius a b est latus hexagoni,erit(sicut prius dictũ est)ex 9 tredecimi tota a d diuisa secundum proportionẽ habẽtẽ mediũ duoq; extrema,& maior eius portio erit linea a b.Itaq; per præmissã a b ad b d,sicut f g ad g e,quare per primã partẽ 16 sexti quod fit ex a b in g e,æquum est ei quod fit ex b d in f g.cũq; a b sit æqualis e f,& erit quod fit ex e f in g e æquum

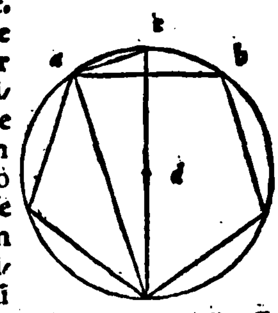


æquum ei quod fit ex b d in f g. Sed quod fit ex e f, in g e, æquum est quadrato f ex diffinitione lineæ diuisæ secundũ proportionem habentem medium duoq; extrema, & ex prima parte 16 sexti, igitur quod fit ex b p in f g est æquale quadrato f g, ideoq; ex pria sexti linea b d, æqualis f g. Et quia f g est æqualis c b, erit quoq; c b æqualis b d, & latus decagoni. Quod oportebat ostendere.

Eucli. ex Camp. Propositio 4

4 QVadratum lateris pẽtagoni intra circulum descripti. quadratũq; lineæ quæ illus pentagoni angulo subtenditur, ambo hæc quadrata pariter accepta, quadrati medietatis diametri eiusdem circuli quincuplum esse pronuncio.

CAMPANVS Sit in circulo a b c cuius centrum d, inscriptus unus pentagonus æquilaterus cuius unũ latus sit a b, & protrahatur diameter c d e. diuidens lineã a b & eius arcũ per æqualia. Est igitur arcus a e medietas quintæ partis circunferentiæ illius circuli, quare arcus a c est duæ quintæ totius circunferentiæ. Protrahantur itaque duæ lineæ a e & a c, eritque a e latus decagoni æquilateri, eo quod eius arcus est medietas quintæ partis circunferentiæ, linea uero a c, erit quæ subtẽditur uni ex angulis pentagoni prædicti, eo quod arcus a c est duæ quintæ partes circunferentiæ circuli Dico itaque quod quadrata duarum linearum a b & a c pariter accepta, quincuplum sunt ad quadratum lineæ d e. Est enim ex 4 secũdi quadratum lineæ c e, quadruplũ



ad quadratum lineæ d e. Cum aũt angulus c a e sit rectus ex prima parte 30 tertij, erũtque ex penultima primi quadrata duarũ linearũ c a & a e quadruplum ad quadratũ d e, igitur quadrata trium linearũ c a & a e & d e, quincuplum sunt ad quadratũ lineæ d e. Et quia ex 10 tredecimi quadratum a b est æquale quadratis duarũ linearũ a e & d e, sequitur ut quadrata duarũ linearũ a b & e a sint quincuplum ad quadratũ d e, quod est propositum.

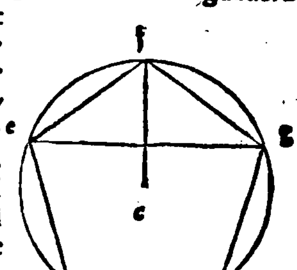
CORRELARIVM. Manifestum est ergo quod quadratum lateris cubi atque quadratum lateris figuræ duodecim basium, cũ cubum & figurã duodecim basiũ eadem sphæra circunscribit, ambo quadrata pariter accepta quincuplum sunt quadrati medietatis diametri circuli qui circunscribit pentagonum eiusdem figuræ duodecim basium.

Istud correlarium uere manifestum est, constat enim ex demõstratione 17 tredecimi quod latus cubi subtenditur angulo pẽtagoni dodecedri, cum cubum & dodecedron una eadẽq; sphæra circunscribit, itaque per hanc 4 sine obice constat correlarium.

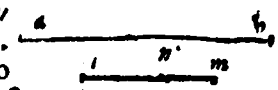
Eucli. ex Camp. Propositio 5

5 PEntagonus figuræ duodecim basium, trianguluśq; figuræ uiginti basium, quos eadem sphæra circunscribit, uno eodemq; circulo circunscribuntur.

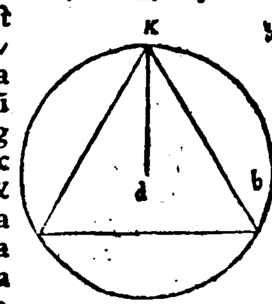
CAMPANVS. Sit sphæra cuius diameter a b, circunscribens duas solidas figuras, uidelicet dodecedron cuius unus ex duodecim pentagonis sit c, & icosedron cuius unus ex 20 triangulis sit d, pẽtagono autem c, & trigono d. super duo centra d & c. circunscribantur duo circuli, huic quidem sic ex 14 quarti, illi uero f d, ex 5 eiusdem. Dico itaque qđ hi duo circuli sphæræ propositæ, quorum alter circunscribit pentagonũ c, alter uero trigonũ d. sunt æquales. Signentur enim duo latera pentagoni c, unũ ex suis angulis continentia, literis e f & f g & protrahantur, linea e g quæ subtendat angulũ f. & semidiameter circuli quæ sit c f. Vnum quoque ex lateribus trigoni d, signetur literis k h. & protrahatur semidiameter sui circuli quæ sit d k. Dehinc sumatur linea l m, ad quã sit linea a b quæ est diameter sphæræ assignatæ. quincupla in potentia quæ quidem l m diuidatur in n secundum proportionẽ habentem medium

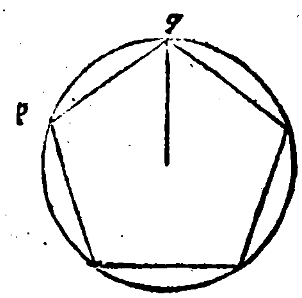


dium duoq; extrema. sitq; maior portio eius linea l n. & secũdũ quantitatẽ totius l m lineetur circulus p q. Itaq; semidiameter circuli p q, erit æqualis lineæ l m. eritq; ex correlario 15 quarti, linea l m. tãquã latus hexagoni æquilateri circulo p q inscripti, ideoq; per tertiã huius, linea l n. erit tãquã latus decagoni æquilateri eidẽ circulo inscripti. Igitur ex 11 quarti inscribatur pẽtagonus æquilaterus circulo p q. cuius unũ latus sit p q. eritq; ex 10 tredecimi libri quadratũ lineæ p q, æquale quadratis duarũ linearũ l m & l n pariter acceptis. Cõstat autẽ ex demõstratiõe 13 tredecimi, quod n K est æqualis p, q ergo quadratũ h K, est æquale quadratis duarũ linearũ l m & l n pariter acceptis. At uero ex demõstratione 17 tredecimi, manifestũ est q; e g latus cubi ab eadẽ sphæra circunscriptibilis. quare per correlariũ 14 tredecimi a b quæ est diameter sphæræ, potentialiter est tripla a d e g quæ est latus cubi.



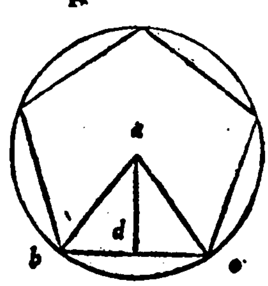
Si autẽ e g diuidatur secundũ proportionẽ habẽtẽ mediũ duo mque extrema, patet ex demõstratione tredecimi quod e f est tãquã maior portio eius, igitur ex secunda huius, e g ad l m, sicut e f ad l n, nã ut tota ad totã, sic maior portio ad maiorẽ. Itaque per 22 sexti quadratũ e g ad quadratũ l m, sicut quadratũ e f ad quadratũ l n quare p 13 quinti, quadrata duarũ linearũ e g & e f piter accepta, ad quadrata duarũ linearũ l m & l n, piter accepta, sicut quadratũ e g ad quadratũ l m. Ergo per 15 quinti & permutatã proportiõalitatẽ, & æquã, triplũ duorum quadratorũ duarũ linearũ e g & e f pariter acceptorum ad quadrata duarũ linearũ l m & l n, pariter accepta. sicut triplũ quadrati e g ad quadratũ l m. Triplũ aũt quadrati e g, est tanquã quadratũ a b ex correlario 14 tredecimi, at quadratum a b, est per hypothesin quincuplũ ad quadratũ l m. ergo triplum quadrati e g, quincuplũ quoq; est quadrati l m. Quare etiã triplũ quadratorũ duarũ linearũ e g & e f pariter acceptorum, est quincuplũ ad quadrata duarũ linearum l m & l n pariter accepta. Et quia probatũ est quod quadratum h K est æquale e quadratis duarum linearum l m & l n pariter acceptis, sequitur ex cõi scientia ut triplũ quadratorum e g & e f sit quincuplũ ad quadratum h K. cõstat autẽ ex 8 tredecimi, quod quincuplum quadrati h K est quindecuplũ ad quadratũ d k, nã simplum est triplũ. Et ex quarta huius cõstat, quod triplũ quadratorũ e g & e f, est quindecuplũ quadrati e f, nã simplum est quincuplum. Itaq; quindecuplũ quadrati c f est æquale quindecuplo quadrati d K, ideoq; per 15 quinti quadratum c f, est æquale quadrato d K, quare etiã linea c f, est æqualis lineæ d K. Ergo ex diffinitiõe circulorũ æqualium, circulus circunscribẽs pẽtagonum c, est æqualis circulo circũscribenti trigonum, nã semidiametri horum circulorum sunt æquales, uidelicet c f & d K quod erat ex principio demonstrandum.





Eucli. ex Camp. Propositio 5

QVadratum quoq; quod est triangulum alias trigincuplum tetragoni qui sub perpẽdiculari ducta à centro circuli circunscribentis pentagonũ figuræ duodecim basiũ ad latus pentagoni, atq; sub latere ipsius pentagoni cõtinetur, oibus superficiebus corpis duodecim basiũ piter acceptis esse æquale ex necessitate cõuincit.



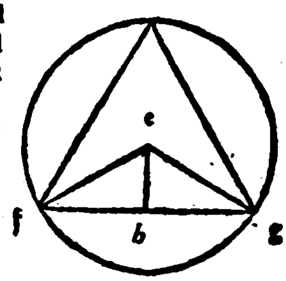
CAMP. Sit pẽtagonus a. una ex 12 basib9 figuræ dodecedri, & unũ ex eius lateribus sit b c, sibiq; ex 14 quarti circũscribatur circulus supra cẽtrũ a & ptrahãtur lineæ a b & a c & a d ppẽdicularis ad b c. Dico ergo q; trigincuplũ eius q; fit ex a d in b c, est æquale oibus supficiebus dodecedri piter acce Cõstat enim pẽtagonũ d esse diuisibilẽ in qnq; triãgulos æquales triãgulo a b c ex 8 primi. Itaq; oẽs 12 pẽtagoni dodecedri (cũ oẽs sint æquales & similes pẽtagono a) diuisibiles sũt in 60 triãgulos, quorũ qsq; p 8 primi est æqualis triãgulo a b c. Quod aũt fit ex a d in b c est duplũ per 41 primi, ad triãgulũ a b c. Ergo trigincuplum

plum eius quod fit ex a d in b c, est sexagincuplum ad triangulum a b c, nam ut simpli sic duplum ad duplum. Cum itaque omnes dodecedri superficies pariter acceptæ sint etiam sexagincuplum ad triangulum a b c, sequitur ut trigincuplum eius quod fit ex a d in b c, sit æquale omnibus superficiebus dodecedri pariter acceptis. Quod est propositum.

Eucli. ex Camp. Propositio 7

7 QVadratum quoque quod est triangulum, alias trigincuplum tetragoni qui sub perpendiculari ducta à centro circuli ad latus sibi inscripti trianguli figuræ uiginti basium, atque sub ipso latere trianguli continetur, æquale est omnibus superficiebus figuræ uiginti basiũ pariter acceptis.

CAMPANVS. Esto enim hic trigonus e, una ex 20 basibus figuræ icosedri, & unũ ex eius lateribus sit f g, sibiq; ex 5 quarti circunscribatur circulus super centrum e, & protrahantur lineæ e f, e g, & e h perpendicularis ad f g. Dico igitur quod trigincuplum eius quod fit ex e h in f g, est æquale omnibus icosedri pariter acceptis. Constat enim trigonum esse diuisibilẽ in tres trigonos quorum quilibet per octauam primi, est æqualis trigono e f g. Itaque omnes 20 trigoni icosedri pariter accepti, (cum cuncti sint æquales & similes trigono e) sunt tã quam sexagincuplum trigoni e f g. Et quia per 41 primi q; fit ex e h in f g est duplum trigoni e f g, ideoque trigincuplũ huius est æquale sexagincuplo illius, sequitur ut trigincuplum e h in e f sit æquale omnibus superficiebus icosedri pariter acceptis. Quod erat demonstrandum.



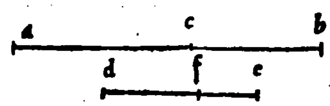
CORRELARIVM. Manifestum igitur est, quod proportio superficierum figuræ duodecim basium in aliqua sphæra contentæ ad superficies figuræ uiginti basium in eadẽ sphæra conclusæ, est tanquã proportio tetragoni contenti sub latere pentagoni ipsius figuræ duodecim basium & sub perpendiculari ducta à centro sui circuli ad ipsum latus pentagoni ad tetragonum contentum sub latere trianguli ipsius figuræ uiginti basium & perpendiculari ducta à centro sui circuli ad ipsum latus trianguli corporis uiginti alchaidarum. Quod per illud correlarium concluditur uerum esse, siue figura duodecim basium & figura uiginti basium sint ab eadem sphæra circunscriptibiles ut proponitur, siue etiam fuerint circunscriptibiles à diuersis sphæris, proponitur autem prout hæ figuræ sunt circunscriptibiles ab eadem sphæra, quoniã hoc modo ualet & sufficit ad propositum. Eius ergo communis ueritas sic patet. Constat enim ex 6 huius quod trigincuplum a d in b c, æquũ est omnibus dodecedri pariter acceptis cuius pentagonus a est una ex 12 superficiebus. Et ex hac 7 constat similiter q᷑ trigincuplũ e h in f g, æquũ est oĩbus superficiebus icosedri pariter acceptis, cuius trigonus e est una ex 20 basibus siue illud dodecedron & istud icosedron eadem sphæra circunscribat, siue diuerse, itaque proportio trigincupli a d in b c ad omnes superficies illius dodecedri pariter acceptas, est sicut trigincupli e h in f g ad omnes superficies icosedri pariter acceptas. utrobiq; enim est proportio æqualitatis. Quare permutatim trigincuplum a d in b c ad trigincuplũ e h in f g, sicut oẽs illius dodecedri ad omnes superficies huius icosedri, & per 15 quinti trigincupli ad trigincuplum, est sicut simpli ad simplum. Constat igitur per 11 quinti quod proportio omnium superficierum illius dodecedri ad omnes supficies huius icosedri, est eius quod fit ex a d in b c, ad id quod fit ex e h in f g. Et hoc est quod ex correlario proponitur.

8 Eucli. ex Camp. Propositio 8

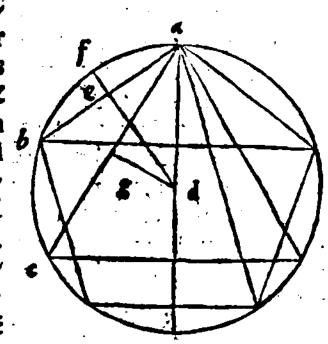
PRoportio cunctarum superficierum corporis duodecim basium pariter acceptarum ad cunctas superficies corporis uiginti basiũ pariter acceptas, quæ ab una sphæra ambo circunscribuntur, est tanquam proportio lateris cubi quem circunscribit eadem sphæra, ad latus trianguli ipsius corporis uiginti basium.

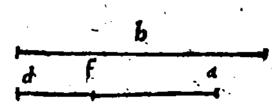
CAMP.

CAMPANVS. Vt ab huius octauæ demonstrationis 14 libri processu ambiguitas omnis abscedat, istud præscire oportet. Quod si aliqua linea secundum proportionē habētem medium duoq; extrema fuerit diuisa, & ex medietate eius tanquā dimidium suæ maioris portionis detrahatur, ipsa quoq; medietas secundum proportionem habentem medium duoq; extrema diuisa erit, & eius maior portio est tanquā dimidium maioris suæ duplæ. Verbi gratia. Sit a b diuisa secūdum proportionem habentem medium duoq; extrema, in c, & maior eius portio sit a c, & sit d e tanquam dimidium a b, & d f tanquam dimidium a c. Dico ergo quod d e diuisa est in f secūdum proportionē habentem medium duoq; extrema, & maior portio eius est d f, constat enim ex 15 quinti quod proportio a b ad a c, est sicut d e ad d f, uidelicet, duplum ad duplum tanquā simplum ad simplum. Quare permutatim a b ad d e, sicut a c ad d f, igitur per 19 quinti c b ad f e, sicut a b ad d e. Estq; c b, dupla ad f e, sic enim est a b ad d e. Cum igitur tota a b sit dupla ad totā d e, & singulæ partes a b ad singulas partes d e, erit ex 15 quinti & prima eiusdem & diffinitione lineæ diuisæ secundū proportionē habentē medium duoq; extrema, linea de diuisa in f, quemadmodū proponitur.



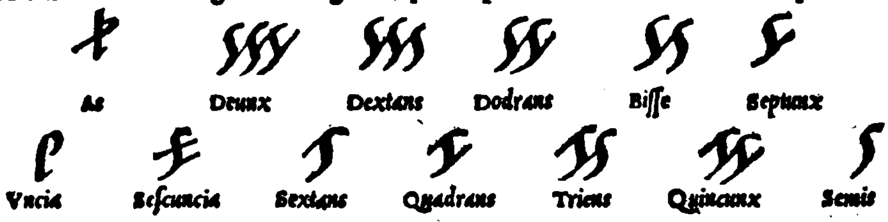
Nunc igitur demonstrationi eius quod propositū insistamus. Ad cuius exemplum sit a b c circulus cuius centrum d, circūscribens pentagonum dodecedri & trigonum icosedri, quæ ambo pariter eadem sphæra circumscribit & concludit, nam ex 3 huius manifestum est, quod idem circulus huius pentagonū & illius trigonum circūscribit. Sit autem linea a b, latus pentagoni, & linea a c, trigoni, sitq; linea h, tanquā latus cubi ab eadem sphæra circūscripti. Dico itaq; quod proportio omnium superficierū dodecedri pariter acceptarū ad omnes superficies icosedri pariter acceptas, est sicut linea h ad lineam a c. producatur quidem à centro d, perpendicularis ad a b, quæ transeat usq; ad circūferentiam, secans a b in puncto e, & arcum eius in puncto f, hanc autē perpendicularē constat diuidere per æqualia tam lineam a b quàm eius arcum, chordā quidem a b per secundā partem 3 tertij, arcum uero eius per 4 primi & 27 tertij. Est igitur arcus f a decima pars circūferentiæ. Subtendatur itaq; sibi chorda a f, quæ erit latus decagoni æquilateri eiusdem circuli, erit igitur ex 9 tredecimi linea constans ex d f, f a, diuisa secundum proportionem habētem medium duoq; extrema, & maior portio eius erit linea d f. At uero ex prima huius, d e, est æqualis dimidio d f, dimidioq; f a in longum directumq; coiunctis. Sit igitur d g perpēdicularis ad a c, eritq; ex correlario 8 tredecimi, g d, tanquā dimidium d f. Itaq; si à linea d e quæ est tanquā dimidium d f a, cum d f & f a sit linea una, detrahatur æqualis d g quæ est tanquam dimidium d f, erit per illud quod ante hoc probatum est, linea d e diuisa secundum proportionem habentem medium duoq; extrema, & maior portio erit tanquam g d. Ex demōstratione autem 17 tredecimi constat, quod si linea h quæ est latus cubi diuidatur secundum proportionem habentem medium duoq; extrema, maior portio eius erit tanquam a b quæ est latus pentagoni figuræ 12 basium. Itaque per 2 huius, proportio h ad a b, est sicut d e ad g d, quare per primam partem 15 sexti, quod prouenit ex h in g d, æquum est ei quod fit ex a b in d e. Ex correlario autem præmissæ manifestum est, quod proportio omnium superficierū dodecedri cuius latus a b pariter acceptarū ad omnes superficies icosedri, cuius latus a c, pariter acceptas, est sicut eius quod fit ex a b in d e, ad illud q̄d fit ex a c in g d. Igitur ex prima parte 7 quinti & 11 eiusdē, proportio eius quod prouenit ex h in g d, ad illud quod prouenit ex a c in g d, est sicut omnium superficierum illius dodecedri ad omnes huius icosedri. At uero eius quod prouenit ex h in g d, ad illud quod prouenit ex a c in g d, est per 1 sexti, sicut h ad a c. Itaq; per 11 quinti proportio omnium superficierū illius dodecedri ad omnes huius icosedri, est sicut h ad a c, quod est propositū. Hoc ipsum aliter probare poterimus, si ad ipsum huius antecedens necessarium præmiserimus, quod est.



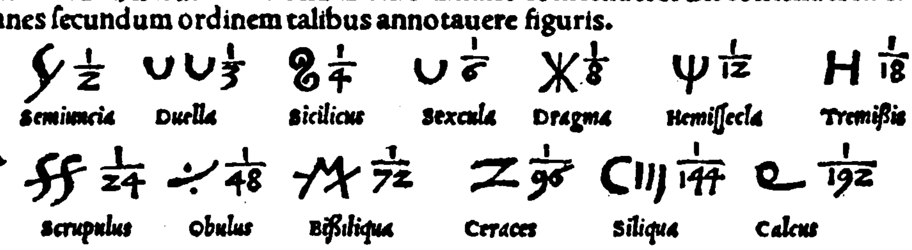


Si circulo cuilibet pentagonus æquilaterus inscribatur, rectangulum quod sub dodrante diametri ipsius circuli & sub dextante ipsius lineæ angulum ipsius pentagoni subtendentis continetur, eidem pentagono æquũ esse ex necessitate oportet.

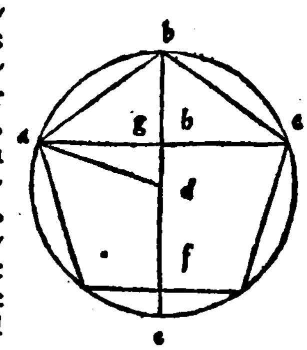
Maiores nostri unũquodq; integrum in 12 partes æquales intellectu & ratione diuiserunt, omnesq; eas simul hoc est ipsum totum, assem uocauerunt, undecim uero earũ dixerũt deuncem: decem autem, dextantem, nouem, dodrantem, octo uero, bisse, at septem, septantem uel septuncem, sex autẽ semis, quinq;, quincuncẽ, quatuor, trientem: tres autem, quadrantẽ, duas uero sextantem, unam autem appellauerũt unciam, easq; per ordinẽ talibus designauere figuris, quæ sæpissime inueniũtur in antiquis libris.



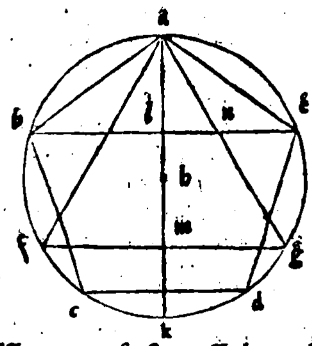
Vnciam quoq; quam duodecimã partem assis fore diximus, in alias rursus 12 fractiones, sed alia uia diuiserunt, nam medietatem unciæ, dixerunt semiunciam, tertiam uero duellam, quartam sicilicum, sextam sexculam, octauam dragmam, duodecimã semissiclam, decimamoctauã tremissem, uigesimamquartã scrupulum, quadragesimãoctauã obulum, septuagesimãsecundam bissiliquã nonagesimãsextam, ceracem. Vltimam uero quæ est centesima quadragesimaquarta pars ipsius unciæ, siliquam nominauerũt. His autem 12 fractionibus unciæ posteriores adiunxere calcum, est autem calcus centesima nonagesimasecunda pars unciæ. Cuius additionis causa fuit, ut usque ad minimũ extremũ diatesseron & diapente symphoniarũ tonorum semitonorumq; interuallis distinctarum, harum fractionum denominatio conscenderet uel contenderet. Et ipsas omnes secundum ordinem talibus annotauere figuris.



Eius ergo quod dicitur, sensus est. Quod si in aliquo circulo pentagonus æquilaterus inscribatur, illud quod fit ex tribus quartis diametri circuli in quinq; sextas lineæ subtẽdentis unum ex angulis inscripti pentagoni, æquale est pentagono. Verbi gratia. Sit circulus a b c sicut centrum d, eiq; ex 11 quarti inscribatur pentagonus æquilaterus, cuius duo latera unũ ex suis angulis continẽtia sint a b & b c, & angulo b subtendatur linea a c, & protrahatur diameter b d e secans lineam a c per æqualia in pũcto g, sitq; d f medietas d e, & g h dupla ad h c, eritq; b f dodrans diametri, est enim tres quartæ ipsius, & a h erit dextans uel sextãs a c, est enim 5 sextæ eius, protrahatur autẽ linea a d: dico q illud quod prouenit ex b f in a h, est æquale pentagono inscripto circulo. Cum eni a g sit perpendicularis ad b d, erit ex 41 primi & illud quod prouenit ex b d in a g, duplum ad triangulũ a b d, ideoq; quod prouenit ex b f in a g, triplum erit ad eundem triangulũ, & quod prouenit ex b f in h g, duplum, & ex b f in totam a h, quincuplum.



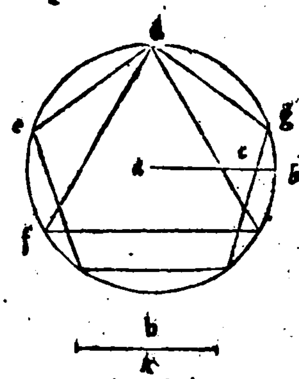
Cum itaq; totus pentagonus quintuplus sit ad eundẽ triangulũ, constat q istud quod fit ex b f in a h, est æquale pentagono. Et illud erat demõstrandum. Quod igitur ex principio propositum est, nunc alia uia (sicut promisimus) demonstremus. Sint itaq; circulo cuius centrũ h, inscripti, pentagonus figuræ 12 basium & trigonus figuræ 20 basium, quas eadem sphæra circũscribit. Constat enim ex 5 huius, quod huius dodecedri pentagonus, & illius icosedri trigonus, ab eodem circulo circũducentur, sitq; pentagonus a b c d e, & trigonus a f g, & angulo a pentagoni subtendatur linea b e, quæ ex demonstrademõstratione 17 tredecimi erit latus cubi quem eadem sphæra cõcludit, protrahatur itaq; diameter a h k, secans orthogonaliter & per æqualia utranq; duarũ linearũ b e & f g, hanc quidem in puncto l, illam uero in puncto m. Dico ergo φ proportio omnium superficierũ dodecedri ad omnes icosedri, quorũ pentagonus & trigonus proposito circulo sunt inscripti, est sicut lineæ b e, quæ est latus cubi ab eadem sphæra conclusi, ad lineam f g quæ est latus trigoni icosedri. Constat enim ex correlario 8 tredecimi, φ linea h m est dimidiũ lineæ a h, ideoq; a n erit dodrans diametri a k, est enĩ eius tres quartæ. Sit ergo l n dupla ad n e, eritq; b n dextans b e, est enim quinq; eius sextæ. Itaq; per præmissum antecedens, quod prouenit ex a m in b n, erit æquale pentagono a b c d e, quod autẽ prouenit ex a m in m f, est æquale triangulo a f g. Igitur ex 1 sexti, proportio pẽtagoni ad trigonũ, est sicut b n ad m f, quare duo decupli illius pentagoni ad uigincuplũ istius trigoni, sicut duodecupli lineæ b n ad uigincuplũ lineæ m f, quod ex 15 quinti & æqua pportionalitate manifestum est. Duodecuplũ autem b n, est tanq; decuplũ b e, nam 12 dextantes, coæquãt 10 asses, hoc est 10 tota: uigincuplũ uero m f, est tanq; decuplũ f g, nam f g est dupla ad m f. Igitur duodecupli istius pentagoni ad uigincuplũ istius trigoni, est sicut decupli b e ad decuplum f g. Et quia duodecuplũ illius pentagoni est omnes superficies dodecedri, uigincuplũ autem huius trigoni est omes supficies icosedri, & quia per 15 quinti decupli b e ad decuplũ f g, sicut b e simplæ ad f g simplam, erit per 11 quinti, proportio omniũ superficierũ dodecedri pariter acceptarũ ad omnes superficies icosedri pariter acceptas, sicut b e ad f g. Et hoc est quod oportuit nos demõstrare.



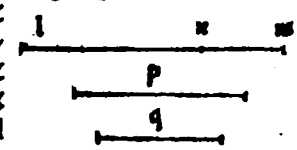
Eucli. ex Camp. Propositio 9

9 Diuisa qualibet linea secundum proportionẽ habentem medium duoq; extrema, erit proportio lineæ potentis supra totam lineã eiusq; maiorem portionẽ ad lineam potentem supra totam eiusdemq; minorem portionẽ, tanq; proportio lateris cubi ad latus trianguli corporis uiginti basium una cum cubo ipso in eadem sphæra contenti.

CAMPANVS. Sit linea a b diuisa secũdum proportionẽ habẽtem medium duoq; extrema, & maior portio sit linea a c, & super centrũ a secundũ quantitatẽ lineæ a b describatur circulus d b e, eiq; inscribatur ex 11 quarti pentagonus æquilaterus cuius unũ latus sit d e, & ex secũda eiusdem triangulus æquilaterus cuius unũ latus sit d f, & uni ex angulis pentagoni qui sit d, subtendatur linea e g. Constat igitur ex 3 huius, φ sphæra circũscribẽs dodecedron cuius pentagoni latus est d e, circũscribit simul icosedron cuius triãguli latus est d f, & ex demõstratione 17 tredecimi manifestũ est, φ eadem sphæra circũscribit cubum cuius latus est e g. Sumatur ergo linea h potens super totam a b & eius maiorem portionẽ a c, & sumatur k potẽs super totam a b & minorẽ eius portionẽ b c. Dico itaq; φ proportio e g ad d f, hoc est lateris cubi ad latus triãguli icosedri una cum ipso cubo ab ipsa sphæra contenti, est sicut h ad k. Constat quidem quod ex correlario 15 quarti, φ a b est tanq; latus hexagoni æquilateri circulo b d e inscripti. Igitur ex 9 huius, a c est tanq; latus decagoni eiusdem circuli. Itaq; per 10 tredecimi, d e potens est super totam a b & eius maiorẽ portionẽ a c, quare d e est æqualis h, nam quadratũ utriusq; earũ, tantũ est quantũ quadrata duarũ linearũ a b & a c pariter accepta. Patet autẽ ex 8 tredecimi, φ d f est tripla potentialiter ad a b, at uero ex 5 eiusdẽ patet, φ k quoq; tripla est potentialiter ad a c. Ergo ex secũda parte 22 sexti, proportio d f ad a b, est sicut k ad a c, quare permutatim d f ad k, sicut a b ad a c. Et quia ex demõstratione 17 tredecimi, manifestũ est φ si e g diuidatur secundum proportionẽ habentẽ medium duoq; extrema, maior portio eius erit tanq; d e, erit per secũda, huius pportio e g ad d e, sicut a b ad a c, quare per 11 quinti erit quoq; e g ad d e, sicut d f ad k, & permutatim e g ad d f, sicut d e ad k. Et quia per primã partem 7 quinti, d e ad k, sicut h ad k, eo φ d e & h sunt æquales, erit per 11 quinti e g ad d f, sicut h ad k.

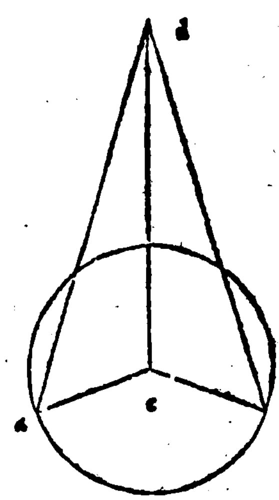


Quod est propositū. Non solum autē est proportio e g lateris cubi ad d f latus trianguli icosedri sicut h ad k, immo simpliciter sicut quarūlibet duarū linearū unius ad alteram, quarū altera potest super totam quālibet lineam diuisam secūdum proportionē habentē medium duoq; extrema & super eius maiorem portionē, altera uero super eandem & eius minorē portionē, nam singularū linearū talium est proportio una. Verbi gratia, maneāt priores hypotheses circa lineas a b, h, & k, & sumatur quoq; qualibet alia linea quæ sit l m, diuisa secundum proportionē habentē medium duoq; extrema in n, & portio maior sit l n, sitq; linea p potens super totam l m & eius maiorē portionē l n, & linea q sit potens super totam l m & eius minorē portionē m n. Dico ergo q; proportio p ad q, est sicut h ad k. Constat enim ex 2 huius, q; b a ad a c, est sicut l m ad l n, ergo per primam partem 22 sexti, quadrati b a ad quadratū a c, est sicut quadrati m l ad quadratū n l, quare coniunctim quadrati h ad quadratū a c, sicut quadrati p ad quadratū l n, & permutatim quadrati h ad quadratū p, sicut quadrati a c ad quadratū l n. Eodem argumētationis genere sequitur q; proportio quadrati k ad quadratū q, est sicut quadrati c b ad quadratū n m. Et quia ex 2 huius & prima parte 22 sexti, quadratū a c ad quadratum l n, sicut quadratū c b ad quadratū m n, erit ex 11 quinti quadratū h ad quadratū p, sicut quadratū k ad quadratū q, quare per secūdam partē 22 sexti h ad p, sicut k ad q. Et permutatim h ad k, sicut p ad q. Quod erat demonstrandū. Et ne quisquā dubitationis locus ea quæ demōstranda restant obfuscet, præmittenda adhuc duximus quædam, quibus sequentia firmo demonstrationis robore inconcussa permaneant.



Si aliqua plana superficies sphærā quālibet secet, cōmunis sectio planæ supficiei secantis & curuæ supficiei sphæræ erit circūferētia continēs circulū.

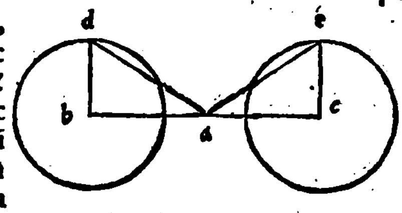
Sit igitur aliqua plana superficies secans spherā, & sit linea a b cōmunis sectio superficiei secantis & superficiei sphæræ, dico q; linea a b est circūferētia circuli. Aut enim centrū sphæræ est in plana superficie secante, aut extra. Quod si fuerit in ea, ponatur ubicunq; contigerit, & sit c. Quia ergo tota linea a b est in superficie sphæræ, & quia omnes lineæ ductæ à centro sphæræ ad ipsius circūferentiam sunt æquales quemadmodū constat ex diffinitione sphæræ, sequitur ut omnes lineæ ductæ à puncto c ad lineam a b sint æquales. Est igitur ex diffinitione circuli superficies quam continet linea a b, circulus, & eius centrū est c, uidelicet, idem quod centrū sphæræ. Si autē centrū sphæræ fuerit extra superficiē secantē, ponatur ergo ubilibet quod sit d, à quo secūdum doctrinā 11 undecimi, ducatur linea d c ppendicularis ad supficiem secantē, & protrahātur ab eodem centro d, duæ lineæ rectæ quomodocunq; cōtingat ad lineam a b, quæ sint d a & d b, & iungatur c cum a & cum b, erūtq; duæ lineæ d a & d b æquales, eo q; ipsæ sunt à centro sphæræ ad superficiē eius. Ex diffinitione autē lineæ perpēdicularis ad superficiē manifestum est, q; anguli d c a ad d c b sunt recti, ideoq; ex penultima primi, & ista cōmuni scientia (quæ æqualibus sunt æqualia inter se sunt æqualia) erunt quadrata duarū linearū c d & c a pariter accepta, æqualia quadratis duarū linearū d c & c b pariter acceptis, dempto itaq; utrinq; quadrato d c, erit quadratū c a æquale quadrato c b, quare & linea c a, lineæ c b. Eodem argumētationis genere necesse est omnes lineas ductas à puncto c ad lineam a b, esse æquales. Ergo ex diffinitione circuli, superficies quam continet linea a b, est circulus, & eius centrum est c, quod est propositū.



Ex hoc itaq; manifestū est, q; cum superficies secat sphæram super centrū eius, sector proueniēs in superficie sphæræ est linea continēs circulū, cuius centrū est centrū sphæræ. Cum autē superficies secat sphærā non super centrū eius, sector quoq; proueniēs in superficie sphæræ, est linea continēs circulū cuius centrū est punctus ille in quo incidit perpēdicularis ducta à centro sphæræ ad superficiē secantē. Amplius autem dico

Si in sphæra aliqua fuerint circuli æquales, perpēdiculares ductæ à centro sphæræ ad superficies illorum circulorū erunt adinuicem æquales.

Sint in sphæra cuius centrum a, signati duo circuli b & c æquales, quorū superficies protra-

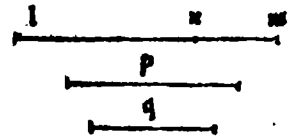


protrahātur à centro ſphæræ, uidelicet, à puncto a, ꝑpendiculares, ſecundū ꝙ docet 11 undecimi, ad hūc quidē a b, ad illum autē a c. Dico ꝙ duæ lineæ a b & a c ſunt æquales. Protrahātur enim à punctis b & c ſingulæ lineæ rectæ ad circūferētias illorū circulorū prout libuerit, in hoc quidē b d, in illo autē c e, & iungatur a cum d & cū e, eritq́ ex diffinitiōe lineæ ſupra ſuperficiē perpēdiculariter ſtantis, uterq́ duorū angulorū a b d, a c e rectus. At uero ex ſecūdā parte præmiſſi correlarij manifeſtū eſt, ꝙ duo pūcta b & c ſunt centra circulorū b, c, ideoq́ duæ lineæ b d & c e ſunt ſemidiametri eorū, qui circuli cū ponātur æquales; ſequitur ex diffinitiōe æqualiū circulorū has ſemidiametros eſſe æquales. Et quia duæ lineæ a d & a e ſunt æquales, quia ſunt ductæ à centro ſphæræ ad eius ſuperficiē, erūt ex penult. primi duæ perpendiculares a b & a c æquales. Quod oportebat demonſtrare. Nunc igitur ad propoſitū redeamus. *Eucli. ex Camp.* *Propoſitio 10*

10 **PRoportio corporis dodecedri ad corpus icoſedri, quæ ambo unā eademq́ ſphæra includit, eſt ſicut omnium ſuperficierū eius pariter acceptarū ad omnes ſuperficies illius pariter acceptas.**

CAMPANVS. Hoc eſt quod ſuperius poſt demonſtrationē 1 huius, auctoritate Ariſtel & Apollonij cōmemorauimus, cuius demōſtratio ex ijs, quæ præmiſſa ſunt, euidenter elicitur. Ex 5 quidē huius manifeſtū eſt, ꝙ circuli quorū alter circūſcribit pentagonū dodecedri, reliqu9 uero trigonū icoſedri, quæ ambo corpora ſphæra una coercet, ſunt adinuicē æquales. Itaq́ erunt perpendiculares à centro ſphæræ ad ſupſicies omniū circulorū circūſcribentiū pentagonos huius dodecedri & trigonos illius icoſedri in eorū centra cadētes, adinuicē æquales, ſicut ex præmiſſis manifeſtū eſt, nam omes hi circuli, teſte 5 huius ſicut dictū eſt, æquales ſunt ſibi adinuicē. Pyramides igitur quarū ſunt baſes pētagoni dodecedri, & coni earū ſimiliter centrū ſphæræ, ac pyramides quarū baſes ſunt trigoni icoſedri & coni earū ſimiliter centrū ſphæræ, ſunt æque altæ. Cunctarū quidem pyramidū altitudinē, menſurāt uel determināt à conis ad baſes perpēdiculares cadētes. Pyramides autē æque altas, ſuis baſibus, ꝓportionales eſſe oportet, queādmodū in 6 duodecimi probatū eſt. Itaq́ ꝓportio pyramidis cuius pentagonus dodecedri, ad pyramidē cuius baſis trigonus icoſedri, eſt ſicut iſtius pētagoni ad hūc trigonū, ideoq́ per 14 quinti, ꝓportio duodecupli illius pyramidis cuius baſis pentagonus dodecedri ad pyramidē cuius baſis trigonus icoſedri, ſicut duodecupli illius pētagoni ad hūc trigonū, hæ autē 12 pyramides quarū ſunt baſes 12 pentagoni dodecedri, ſunt tanq́ totum corpus ipſius dodecedri, at 12 pētagoni tanq́ omnes ſupſicies eius, itaq́ ꝓportio corporis dodecedri ad pyramidē cuius baſis eſt trigonus icoſedri, eſt ſicut ꝓportio omniū ſuperficierū dodecedri ad trigonū icoſedri. Quare rurſus ex 14 quinti, ꝓportio corporis dodecedri ad uigincuplū illius pyramidis cuius baſis eſt trigonus icoſedri, eſt ſicut omnium ſupſicierū dodecedri ad uigincuplū trigoni icoſedri. Cū igitur uigincuplū huius pyramidis ſit tanq́ totū corpus icoſedri, at uigincuplū iſtius trigoni tanq́ omnes ſupſicies ipſius icoſedri, erit ꝓportio corpis dodecedri ad corpus icoſedri, quæ ambo una eademq́ ſphæra cōcludit, ſicut ꝓportio omniū ſupſicierū corporis dodecedri pariter acceptarū ad omnes ſupſicies corporis icoſedri pariter acceptas. Hoc autem eſt prædictorū philoſophorū de ꝓportione horū duorū corporū ſentētia, fixa ſolidaq́ demonſtratiōe roborata. Cui quoq́ adijciendū eſt hoc, nam cum ꝓportio lateris cubi ad latus trianguli corporis icoſedri una cum ipſo cubo ab eadē ſphæra cōcluſi, ſit ſicut ꝓportio omniū ſupſicierū corporis dodecedri pariter acceptarū ad omnes ſupſicies ipſius icoſedri in eadem ſphæra cōcluſi, ſicut ex 8 huius demonſtratū eſt, erit ex 11 quinti ꝓportio corporis dodecedri ad corpus icoſedri quæ ambo ſphæra una circūuoluit, tanq́ ꝓportio lateris cubi eidemq́ ſphæræ inſcriptibilis ad latus ipſius trigoni icoſedri. Amplius autē quia diuiſa qualibet linea ſecundū proportionē habentē medium duoq́ extrema eſt ꝓportio lineæ potentis ſuper totam & eius maiorē portionē, ſicut lateris cubi alicui ſphæræ inſcripti ad latus trigoni corporis icoſedri ab eadem ſphæra circūducti, ſicut ex 9 huius demonſtratū eſt, erit etiā ex 11 quinti, ut diuiſa qualibet linea ſecūdum ꝓportionē habentē medium duoq́ extrema ſit ꝓportio lineæ potentis ſuper totam & eius maiorē portionē ad lineam potentē ſuper totam & eius minorē portionē, ueluti proportio corporis dodecedri ad corpus icoſedri quæ ambo una atq́ eadē ſphæra circūſcribit. Ex dictis igitur manifeſtū eſt ꝙ proportio lateris cubi alicui ſphæræ inſcripti ad

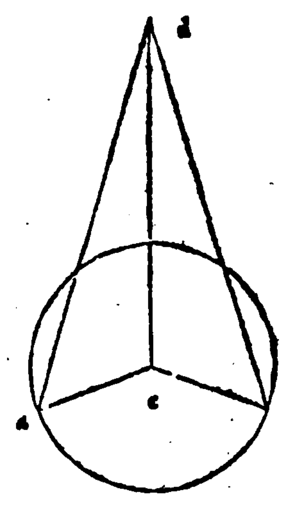
Quod eſt propoſitū. Non ſolum autē eſt proportio e g lateris cubi ad d f latus trian guli icoſedri ſicut h ad k, immo ſimpliciter ſicut quarūlibet duarū linearū unius ad alte ram, quarū altera poteſt ſuper totam quālibet lineam diuiſam ſecūdum proportionē habentē medium duoq; extrema & ſuper eius maiorem portionē, altera uero ſuper to tam & eius minorē portionē, nam ſingularū linearū talium eſt proportio una. Verbi gratia, maneāt priores hypotheſes circa lineas a b, h, & k, & ſumatur quoq; quælibet alia linea quæ ſit l m, diuiſa ſecun dum proportionē habentē medium duoq; extrema in n, & portio maior ſit l n, ſitq; linea p potens ſuper totam l m & eius maiorē portionē l n, & linea q ſit potens ſuper totam l m & eius minorē portionē m n. Dico ergo ꝙ proportio p ad q, eſt ſicut h ad k.



Conſtat enim ex 1 huius, ꝙ b a ad a c, eſt ſicut l m ad l n, ergo per pri mam partem 21 ſexti, quadrati b a ad quadratū a c, eſt ſicut quadrati m l ad quadratū n l, quare coniunctim quadrati h ad quadratū a c, ſicut quadrati p ad quadratū l n, & permutatim quadrati h ad quadratū p, ſicut quadrati a c ad quadratū l n. Eodem ar gumētationis genere ſequitur ꝙ ꝓportio quadrati k ad quadratū q, eſt ſicut quadrati c b ad quadratū n m. Et quia ex 1 huius & prima parte 21 ſexti, quadratū a c ad quadra tum l n, ſicut quadratū c b ad quadratū m n, erit ex 11 quinti quadratū h ad quadratū p, ſicut quadratū k ad quadratū q, quare per ſecūdam partē 21 ſexti h ad p, ſicut k ad q. Et permutatim h ad k, ſicut p ad q. Quod erat demonſtrandū. Et ne quiſquā dubita tionis locus ea quæ demōſtranda reſtant obfuſcet, præmittenda adhuc duximus quæ dam, quibus ſequentia firmo demonſtrationis robore inconcuſſa permaneant.

Si aliqua plana ſuperficies ſphærā quālibet ſecet, cōmunis ſectio planæ ſuꝑficiei ſecantis & curuæ ſuꝑficiei ſphæræ erit circūferētia continēs circulū.

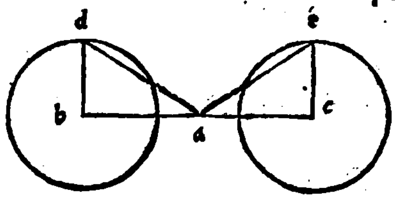
Sit igitur aliqua plana ſuperficies ſecans ſpherā, & ſit linea a b cōmunis ſectio ſuperficiei ſecantis & ſuperficiei ſphæræ, dico ꝙ linea a b eſt circūferētia circuli. Aut enim centrū ſphæræ eſt in plana ſuperficie ſecante, aut extra. Quod ſi fuerit in ea, ponatur ubicunq; contigerit, & ſit c. Quia ergo tota linea a b eſt in ſuperficie ſphæræ, & quia omnes lineæ ductæ à centro ſphæræ ad ipſius circūferen tiam ſunt æquales quemadmodū conſtat ex diffinitione ſphæræ, ſequitur ut omnes lineæ ductæ à puncto c ad li neam a b ſint æquales. Eſt igitur ex diffinitione circuli ſu perficies quam continet linea a b, circulus, & eius centrū eſt c, uidelicet, idem quod centrū ſphæræ. Si autē centrū ſphæræ fuerit extra ſuperficiē ſecantē, ponatur ergo ubi libet quod ſit d, à quo ſecūdum doctrinā 11 undecimi, du catur linea d c ꝑpendicularis ad ſuꝑficiem ſecantē, & pro trahātur ab eodem centro d, duæ lineæ rectæ quomodo cunq; cōtingat ad lineam a b, quæ ſint d a & d b, & iunga tur c cum a & cum b, erūtq; duæ lineæ d a & d b æquales, eo ꝙ ipſæ ſunt à centro ſphæræ ad ſuperficiē eius. Ex diffinitione autē lineæ ꝑpēdicu laris ad ſuperficiē manifeſtum eſt, ꝙ anguli d c a ad d c b ſunt recti, ideoq; ex penultima primi, & iſta cōmuni ſcientia (quæ æqualibus ſunt æqualia inter ſe ſunt æqualia) erunt quadrata duarū linearū c d & c a pariter accepta, æqualia quadratis duarū linearū d c & c b pariter acceptis, dempto itaq; utrinq; quadrato d c, erit quadratū c a æquale qua drato c b, quare & linea c a, lineæ c b. Eodem argumētationis genere neceſſe eſt omnes lineas ductas à puncto c ad lineam a b, eſſe æquales. Ergo ex diffinitione circuli, ſuper ficies quam continet linea a b, eſt circulus, & eius centrum eſt c, quod eſt propoſitū.



Ex hoc itaq; manifeſtū eſt, ꝙ cum ſuperficies ſecat ſphæram ſuper centrū eius, ſector prouenīes in ſuperficie ſphæræ eſt linea continēs circulū, cuius centrū eſt centrū ſphæ ræ. Cum autē ſuperficies ſecat ſphærā non ſuper centrū eius, ſector quoq; prouenīes in ſuperficie ſphæræ, eſt linea continēs circulū cuius centrū eſt punctus ille in quo incidit perpēdicularis ducta à centro ſphæræ ad ſuperficiē ſecantē. Amplius autem dico

Si in ſphæra aliqua fuerint circuli æquales, perpēdiculares ductæ à cen tro ſphæræ ad ſuperficies illorum circulorū erunt adinuicem æquales.

Sint in ſphæra cuius centrum a, ſignati duo circuli b & c æquales, quorū ſuperficies protra protrahatur à centro sphæræ, uidelicet, à puncto a, ꝑpendiculares, secundũ ꝙ docet 11 undecimi, ad hũc quidẽ a b, ad illum autẽ a c. Dico ꝙ duæ lineæ a b & a c sunt æquales. Protrahatur enim à punctis b & c singulæ lineæ rectæ ad circũferẽtias illorũ circulorũ prout libuerit, in hoc quidẽ b d, in illo autẽ c e, & iungatur a cum d & cũ e, eritꝙ ex diffinitiõe lineæ supra superficiẽ perpẽdiculariter stantis, uterꝙ duorũ angulorũ a b d, a c e rectus. At uero ex secũda parte præmissi correlarij manifestũ est, ꝙ duo pũcta b & c sunt centra circulorũ b, c, ideoꝙ duæ lineæ b d & c e sunt semidiametri eorũ, qui circuli cũ ponãtur æquales; sequitur ex diffinitiõe æqualiũ circulorũ has semidiametros esse æquales. Et quia duæ lineæ a d & ae sunt æquales, quia sunt ductæ à centro sphæræ ad eius superficiẽ, erũt ex penult. primi duæ perpendiculares a b & a c æquales. Quod oportebat demonstrare. Nunc igitur ad propositũ redeamus.

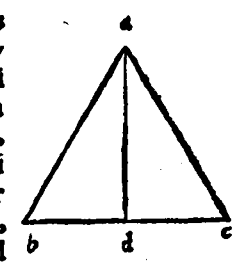


Eucli. ex Camp. Propositio 1.

10 PRoportio corporis dodecedri ad corpus icosedri, quæ ambo unã eademꝙ sphæra includit, est sicut omnium superficierũ eius pariter acceptarũ ad omnes superficies illius pariter acceptas.

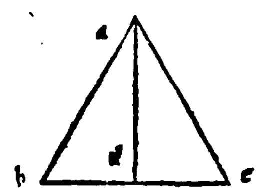
CAMPANVS. Hoc est quod superius post demonstrationẽ 1 huius, auctoritate Aristei & Apollonij cõmemorauimus, cuius demõstratio ex ijs, quæ præmissa sunt, euidenter elicitur. Ex 5 quidẽ huius manifestũ est, ꝙ circuli quorũ alter circũscribit pentagonũ dodecedri, reliquꝰ uero trigonũ icosedri, quæ ambo corpora sphæra una coercet, sunt adinuicẽ æquales. Itaꝙ erunt perpendiculares à centro sphæræ ad sꝑficies omniũ circulorũ circũscribentiũ pentagonos huius dodecedri & trigonos illius icosedri in eorũ centra cadẽtes, adinuicẽ æquales, sicut ex præmissis manifestũ est, nam omes hi circuli, teste 5 huius sicut dictũ est, æquales sunt sibi adinuicẽ. Pyramides igitur quarũ sunt bases pẽtagoni dodecedri, & coni earũ similiter centrũ sphæræ, ac pyramides quarũ bases sunt trigoni icosedri & coni earũ similiter centrũ sphæræ, sunt æque altæ. Cunctarũ quidem pyramidũ altitudinẽ, mensurãt uel determinãt à conis ad bases perpẽdiculares cadẽtes. Pyramides autẽ æque altas, suis basibus, ꝓportionales esse oportet, queãdmodũ in 6 duodecimi probatũ est. Itaꝙ ꝓportio pyramidis cuius pentagonus dodecedri, ad pyramidẽ cuius basis trigonus icosedri, est sicut istius pẽtagoni ad hũc trigonũ, ideoꝙ per 14 quinti, ꝓportio duodecupli illius pyramidis cuius basis pentagonus dodecedri ad pyramidẽ cuius basis trigonus icosedri, sicut duodecupli illius pẽtagoni ad hũc trigonũ, hæ autẽ 12 pyramides quarũ sunt bases 12 pentagoni dodecedri, sunt tanꝙ totum corpus ipsius dodecedri, at 12 pẽtagoni tanꝙ omnes sꝑficies eius, itaꝙ ꝓportio corporis dodecedri ad pyramidẽ cuius basis est trigonus icosedri, est sicut ꝓportio omniũ superficierũ dodecedri ad trigonũ icosedri. Quare rursus ex 14 quinti, ꝓportio corporis dodecedri ad uigincuplũ illius pyramidis cuius basis est trigonus icosedri, est sicut omnium sꝑficierũ dodecedri ad uigincuplũ trigoni icosedri. Cũ igitur uigincuplũ huius pyramidis sit tanꝙ totũ corpus icosedri, at uigincuplũ istius trigoni tanꝙ omnes sꝑficies ipsius icosedri, erit ꝓportio corpis dodecedri ad corpus icosedri, quæ ambo unã eademꝙ sphæra cõcludit, sicut ꝓportio omniũ sꝑficierũ corporis dodecedri pariter acceptarũ ad omnes sꝑficies corporis icosedri pariter acceptas. Hoc autem est prædictorũ philosophorũ de ꝓportione horũ duorũ corporũ sentẽtia, fixa solidaꝙ demonstratiõe roborata. Cui quoꝙ adijciendũ est hoc, nam cum ꝓportio lateris cubi ad latus trianguli corporis icosedri una cum ipso cubo ab eadẽ sphæra cõclusi, sit sicut ꝓportio omniũ sꝑficierũ corporis dodecedri pariter acceptarũ ad omnes sꝑficies ipsius icosedri in eadem sphæra cõclusi, sicut ex 8 huius demonstratũ est, erit ex 11 quinti ꝓportio corporis dodecedri ad corpus icosedri quæ ambo sphæra una circũuoluit, tanꝙ ꝓportio lateris cubi eidemꝙ sphæræ inscriptibilis ad latus ipsius trigoni icosedri. Amplius autẽ quia diuisa qualibet linea secundũ proportionẽ habentẽ medium duoꝙ extrema est ꝓportio lineæ potentis super totam & eius maiorẽ portionẽ, sicut lateris cubi alicui sphæræ inscripti ad latus trigoni corporis icosedri ab eadem sphæra circũducti, sicut ex 9 huius demonstratũ est, erit etiã ex 11 quinti, ut diuisa qualibet linea secũdum ꝓportionẽ habentẽ medium duoꝙ extrema sit ꝓportio lineæ potentis super totam & eius maiorẽ portionẽ ad lineam potentẽ super totam & eius minorẽ portionẽ, ueluti proportio corporis dodecedri ad corpus icosedri quæ ambo unã atꝙ eadẽ sphæra circũscribit. Ex dictis igitur manifestũ est ꝙ proportio lateris cubi alicui sphæræ inscripti ad latus trigoni icosedri ab eadem sphæra circũscripti, item proportio cunctarũ superfi- cierũ dodecedri ad cunctas superficies icosedri quæ ambo eadem sphæra circũscribit. & rursus proportio lineæ potentis super quamlibet lineam diuisam secundũ propor- tionẽ habentẽ medium duoq; extrema, & super eius maiorem portionẽ ad lineam po- tentem super eandem & super eius minorẽ portionẽ, itaq; iterum proportio corporis dodecedri ad corpus icosedron quæ ambo una eademq; sphæra coercet, est proportio una. Mirabilis itaq; est potentia lineæ secundũ ꝓportionẽ habentem medium duoq; extrema diuisæ. Cui cum plurima philosophantiũ admiratione digna cõueniant, hoc principiũ uel præcipuũ ex superiorũ principiorũ inuariabili procedit natura, ut tam diuersa solida tum magnitudine tum basium numero tum etiã figura, irrationali qua- dam symphonia rationabiliter conciliet. Quippe demonstratũ est ꝙ proportio dode- cedri corporis ad icosedron corpus quæ ambo sphæra una coambit, est quasi propor tio lineæ potentis super quamlibet lineam secundũ præfatam proportionẽ diuisam & super eius maiorẽ partem, ad quamlibet lineam potentẽ super eandem & eius minorẽ partem. Quoniam uero de tribus cæteris corporibus regularibus nihil adhuc dixi- mus, studeamus de ipsis aliquid dicere. Eucli. ex Camp. Propositio 11

11 IN omni triangulo æquilatero si ab uno angulorũ eius perpen dicularis ad basin ducatur, latus eiusdem trianguli ad ipsam per- pendicularẽ potentialiter sesquitertiũ esse conueniet.



CAMPANVS. Sit enim triãgulus æquilaterus a b c, ducaturq; ab angulo a, linea a d, perpendicularis ad basin. Dico ꝙ a b est po- tentialiter sesquitertiũ ad a d. Sunt quidem ex 5 primi, duo anguli b & c æquales. Et quia anguli ad d sunt recti, erit per 26 primi, linea b c diuisa per æqualia in puncto d. Itaq; ex 4 secũdi quadratũ b c, quadruplũ ad quadratũ b d, ideoq; etiam quadratũ a b, q̃druplũ est ad quadratũ b d, est enim triangulus æquilaterus. Quare per penult. primi, quadrata duarũ linearũ a d & b d pariter accepta, quadruplũ sunt ad quadratũ b d. Itaq; quadratũ a d, triplũ est ad quadratũ b d. Constat ergo propositũ. Eucli. ex Camp. Propositio 12

12 OMnis trigonus æquilaterus cuius est latus rationale, superficies medialis esse probatur.



CAMP. Sit ut prius, triangulus a b æquilate- rus, & sit latus eius a b rationale siue in longitu- dine siue in potentia tantum. Dico itaq; ꝙ ipse triangulus est superficies medialis. Ducatur enim perpẽdicularis ad a b, an- gulo a, ad basin, eritq; ex præmissa & ex 6 decimi, & diffinitiõe supficiei rationalis, quadratũ lineæ a d rationale, & linea a d rationalis in potentia. Ipsa autẽ ex ultima parte decimæ mediante præmissa erit incõ- mensurabilis lineæ a b, ideoq; & linea b d, quæ est tanq̃ eius dimidiũ. Sunt itaq; duæ li- neæ a d & b d rationales, potẽtialiter tantum cõmunicantes, igitur ex 19 decimi, superfi cies unius earũ in alterã est medialis. Cumq; superficies unius earũ in alterã sit æqualis trigono a b c, constat uerũ esse quod diximus. Eucli. ex Camp. Propositio 13

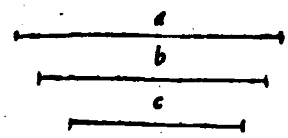
13 CVnctæ superficies utriuslibet duorum solidorũ, quorũ alterũ est pyramis quatuor basium triangulariũ & æquilaterarũ, reliquum uero est corpus octo basium triangulariũ & æquilaterarũ pariter acceptæ, si diameter sphæræ ea circũscribentis rationalis fuerit, componũt superficiem medialem. CAMPANVS. Nam si diameter sphæræ alterum duorum propositorũ corporum circũscribentis fuerit rationalis siue in longitudine siue in potentia tantum, erit ex correlario 13 tredecimi libri, latus pyramidis rationale in potentia, & ex correlario eiusdem 15, latus quoq; corporis octo basium rationale in potentia, quare per præmissam, trianguli qui sunt bases utriuslibet corporis, erunt su- perficies mediales. Et quia trianguli utriuslibet eorum sibi ad inuicem sunt æquales, erunt ex 21 decimi, omnes superficies utriuslibet eorum pariter acceptæ componentes superficiem medialem, quemadmodum proponitur.

Eucli. ex

Eucli. ex Camp. Propositio 14

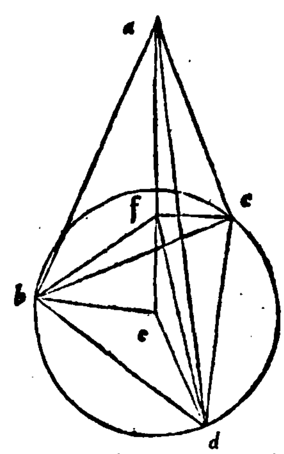
14 SI tetrachedron & octoedron una eademq́ sphæra circũscribat, erit una ex basibus tetrachedri sesquitertia ad unam ex basibus octoedri. Omnes autẽ bases octoedri pariter acceptas ad omnes bases tetrachedri pariter acceptas, sesquialterã proportionẽ habere necesse est.

CAMPANVS. Sit aliqua sphæra cuius diameter a, circũscribens pyramidẽ cuius latus b, & octoedron cuius latus c. Dico itaq; quod triãgulus æquilaterus cuius latus b, sesquitertius est ad triangulũ æquilaterũ cuius latus c, & quod superficies quã componunt octo trianguli æquilateri cuiusq; quorum est latus c, sesquialtera est ad superficiem quam componunt quatuor trianguli æquilateri cuiusq; quorũ est latus b. Constat enim ex correlario 13 tredecimi, quod quadratũ a ad quadratũ b, est sicut 6 ad 4, igitur econuerso quadratum b ad quadratum a, sicut 4 ad 6. Ex correlario uero 15 eiusdem manifestũ est, quod quadratum a ad quadratũ c, sicut 6 ad 3. Itaq; per æquam proportionalitatẽ quadratum b ad quadratum c, sicut 4 ad 3. Quadratũ autem b ad quadratum c, est sicut trigonus æquilaterus cuius latus b, ad trigonum æquilaterum cuius latus c, utrobiq; enim est sicut b ad c proportio duplicata ex secunda parte 18 sexti, igitur trigonus æquilaterus cuius latus b, ad trigonum æquilaterũ cuius latus c, sicut 4 ad 3. Quare constat prima pars propositi. Ex quo euidenter elicitur secũda. Erit enim per conuersam proportionalitatẽ trigonus æquilaterus cuius latus c, ad trigonum æquilaterum cuius latus b, sicut tria ad quatuor, ideoq; octuplum trigoni æquilateri cuius latus c, ad quadruplum trigoni æquilateri cuius latus b, est sicut octuplum ternarii ad quadruplũ quaternarij. hoc autem sicut 24 ad 16. Et quia octuplum trigoni æquilateri cuius latus c, est omnes bases octoedri cuius latus c, & quadruplum trigoni æquilateri cuius latus b, est omnes bases pyramidis cuius latus b, & quia proportio 24 ad 16 est sesquialtera, sequitur ut superficies quam componunt omnes bases octoedri cuius latus c, ad superficiem quam componunt omnes bases pyramidis cuius latus b, sesquialtera (sicut diximus) in proportione respiciat.



Eucli. ex Camp. Propositio 15

15 PYramide quatuor basium triangulariũ atq; æquilaterarũ intra sphæram quamlibet collocata, si à quolibet angulorum eius per centrum sphæræ recta linea ad basin ducatur, in centrum circuli basin circũscribentis eam cadere, atque eidem basin perpendiculariter insistere necessario comprobatur.

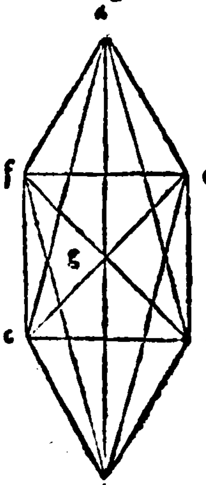


CAMPANVS. Sit pyramis a b c d, quatuor basium triangulariũ atq; æquilaterarũ, intra sphæram aliquam cuius centrũ sit f, collocata, & cum quilibet quatuor angulorum istius pyramidis possit esse conus eius, & quilibet quatuor triangulorũ esse basis, imaginemur nũc eius solidum angulũ a esse conũ, & triangulũ b c d imaginemur esse basin, atq; huic basi intelligamus circũscriptũ esse circulum b c d, dehinc à pũcto a quem imaginati sumus conum pyramidis, ducamus ad basin b c d, lineam rectam transeuntẽ per punctum f, qui est centrum sphæræ circũscribentis pyramidẽ de qua disputamus, & occurrat hæc linea superficiei b c d quam imaginati sumus basin pyramidis, super punctũ e. Dico igitur q; punctũ e est centrũ circuli b c d, & q; linea a f e est perpendicularis ad superficiem b c d. Producã enim lineas f b, f c, f d. Et quia quatuor puncta a, b, c, d, sunt in superficie sphæræ cuius centrum f, propter hoc q; illam sphæram positum est circũscribere hanc pyramidẽ, erunt omnes quatuor lineæ f a, f b, f c, f d, adinuicẽ æquales, sunt enim ductæ à centro sphæræ ad eius superficiem. Ergo quia duo latera a f & f b triãguli a f b, sunt æqualia duobus lateribus a f & f c trianguli a f c,& basis a b basi a e, nam pyramis posita est æquilatera,erit ex 8 primi angulus a f b æqualis angulo a f c, ideoq; per 13 primi,angulus quoq; b f e,erit æqualis angulo c f e. Eodem modo probabis angulum d f e esse æqualē angulo c f e,necesse est enim ex 8 primi,ut angulus a f d sit æqualis angulo a f c. Quare per 13 primi angulus quoq; c f e.erit æqualis angulo d f e. Sunt igitur tres anguli c f e,d f e,adinuicē æquales. Protractis igitur lineis e b,e c,& e d,sequitur ex 4 primi bis assumpta eas esse adinuicem æquales , ideoq; per 9 tertij punctus e,est centrum circuli b c d. Et quia perpēdicularis ducta à centro sphæræ ad superficiē cuiuslibet circuli eam secantis,cadit super centrū eiusdem circuli,sicut ex ijs quæ præmissa sunt uidelicet ex ijs quæ 10 huius immediate præcedunt didicisti,conuincitur lineam a f e esse perpendicularē ad superficiem circuli a b c,queadmodum proponitur. Sin autem,erunt eiusdem circuli duo centra,quod natura tanquam impossibile exhorruit.

Eucli.ex Camp. Propositio 16

16 **Solidum octo basium triangulariū atq; æquilaterarū quod ab aliqua sphæra circūscribitur, diuisibile est in duas pyramides æque altas quarū altitudo æqualis est semidiametro sphæræ, basis autem utriusq; quadratū quod est subduplum quadrato diametri sphæræ.**

CAMPANVS. Esto corpus octo basium triangulariū atque æquilaterarū cuius sex anguli sint a,b,c,d,e,f,circūscripta à sphæra cuius centrū g. Constat itaq; φ sex puncta a,b,c,d,e,f, sunt in superficie sphæræ cuius centrum g. Si igitur centrū g iungatur cum quolibet horum sex punctorū,erunt duæ lineæ iungentes ipsum eis adinuicem æquales,cum ipsæ sint à centro sphæræ ad superficiē. Cum aūt ex correlario 15 tredecimi,sit diameter sphæræ potētialiter dupla ad latus huius corporis , erit ex 4 secundi latus huius corporis potētialiter duplū ad semidiametrū sphæræ. Quadratū ergo e f,duplum est ad quadratū ipsius c e,ideoq; æquale duobus quadratis duarū linearū e g & g f. Itaq; per penultimā primi angulus c g f,est rectus,eadem ratione quisq; angulorū f g d,d g e,& e g c,est rectus , quare per 14 primi,& c g d,& f g e, est linea una, igitur ex 2 undecimi quinq; puncta c,f,d,e,g, sunt in superficie una. Manifestū est autem ex 5 primi & 11 eiusdē φ quilibet quatuor angulorū c,e,d,e,f,est rectus, igitur ex diffinitione quadrati,supficies c e d f est quadrata. Et quia latus eius est latus propositi corporis , constat ex correlario 15 tredecimi,



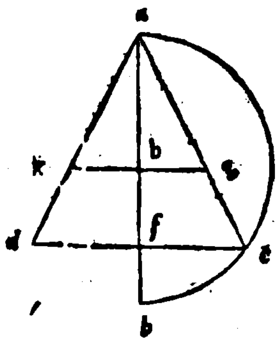
istud quadratū esse subduplum quadrato diametri sphæræ. Consimili quoq; ratiocinatione constat utranq; duarum linearū a g & g b, cum qualibet quatuor linearū c g, f g, d g,e g,continere angulum rectum,ideoq; ex 4 undecimi utranq; earum esse perpendicularē ad superficiē c e d f, & ambas scilicet a g & g b per 14 primi cōponere lineā unam. Diuisum est igitur propositū corpus in pyramidem a c f d e cuius basis quadratū c e d f quod est subduplū quadrato diametri sphæræ, & etiam altitudo linea a g quæ est semidiameter sphæræ,& in pyramidem b c f d e cuius basis est prædictum quadratū,& eius altitudo linea g b quæ est semidiameter sphæræ. Et hoc est quod oportebat ostendere.

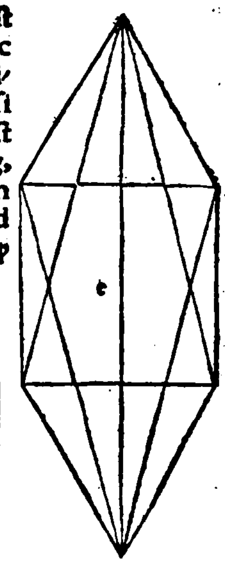
Eucli. ex Camp. Propositio 17

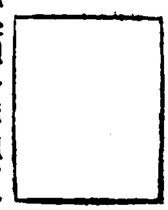
17 **Pyramidē quatuor basium triangulariū atq; æquilaterarū sphæra aliqua circūscribente, erit proportio tetragoni qui sub linea potentialiter subsesquitertia ad dodrantē lateris ipsius pyramidis & sub linea superquincupartiente uicesimasseptimas eius dodrantis cōtinetur,ad quadratū diametri sphæræ, sicut corporis ipsius pyramidis ad corpus octo basiū triangulariū atq; æquilaterarū,quæ ambo eadē sphæra circūducant.**

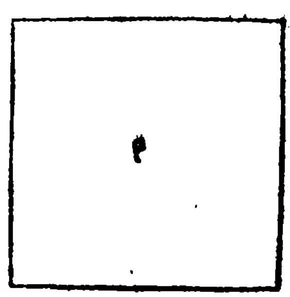
CAMPANVS. Sit sphæra cuius diameter a b & centrū h, circūscribens pyramidem quatuor basium triangulariū atq; æquilaterarū a c d, & corpus octo basium triangulariū atq; æquilaterarū quod sit e, sitq; linea l m potētialiter subsesquitertia ad dodrantē lineæ a c quæ est latus pyramidis,& linea m n contineat dodrantem prædictum & eius quinq;

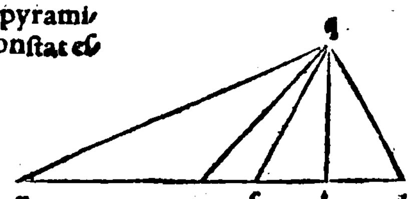
quinq uicesimas septimas, sit p quadratū diametri a b. Dico itaq; q proportio pyramidis a c d ad octoedron e, est sicut supficiei l m in m n, ad quadratū p. Imaginemur enim solidum angulū a esse conum pyramidis, & basin pyramidis cuius unū latus est d c, secare diametrū sphæræ in puncto f, eritq; (quemadmodū ex ratiocinatione 13 tredecimi manifestū est) a f dupla ad f b. Cumq; etiā a b sit dupla ad b h, erit ex 19 quinti b f dupla ad h f, ideoq; a f, quadrupla ad f h. Imaginemur igitur superficiē secantem pyramidē a c d, super centrū sphæræ æquidistanter basi ipsius, sitq; linea g k cōmunis sectio huius superficiei & triāguli a c d, eritq; ex 17 undecimi proportio c a ad a g, sicut f a ad a h. igitur c a ad a g, sicut 4 ad 3, sic enim est ex euersa pportionalitate f a ad a h. Constat etiam ex secūda parte 29 primi, & 16 undecimi, & 10 eiusdem, & prima parte 2 sexti, & diffinitione similium superficierū & similium corporū, q pyramis a g k est similis pyramidi a c d, ideoq; ex 8 duodecimi pportio pyramidis a c d ad pyramidē a g k, est sicut c a ad a g triplicata, quare sicut 4 ad 3 triplicata. Constat autem ex 2 octaui, q proportio 4 ad 3 triplicata, est sicut 64 ad 27. Itaq; proportio pyramidis a c d ad pyramidem a g k, est sicut 64 ad 27. Fiat ergo triāgulus æquilaterus q r s ex linea æquali a g, quam constat esse dodrantē lineæ a c, & producatur linea q t perpendicularis ad r s, erit ex 11 huius linea q t potētialiter subsesquitertia ad lineā q r, ideoq; æqualis l m. Adijciatur quoq; lineæ r s linea s x, ita q pportio r x ad r s, sit sicut 64 ad 27, diuidaturq; r x per æqualia in u, ut sit r u 32 de partibus illis de quibus r s est 27, aut r x 64, eritq; r u æqualis m n. Et ducātur lineæ q u & q x, eritq; ex 1 sexti, proporio trianguli q r x ad triangulū q r s, sicut 64 ad 27. Cumq; per eandem triangulus q r x sit duplus ad triangulū q r u, at ex 41 primi quod fit ex q t in r u, duplum quoq; sit ad triangulū q r u, erit quod fit ex q t in r u (& ipsum est æquale superficiei l n) æquale triāgulo q r x, quare proportio superficiei l n ad triangulū q r s, est sicut 64 ad 27: ideoq; sicut pyramidis a c d ad pyramidē a g k. Manifestū est autem ex 15 huius, q linea a f est perpēdicularis ad basin pyramidis a c d, ideoq; per 19 undecimi linea a h, est etiam perpendicularis ad basin pyramidis a g k. Igitur altitudo a g k pyramidis, est semidiameter sphæræ. Diuidatur itaq; octoedron e, quemadmodū proponit præmissa, erit itaq; utraq; duarū pyramidū in quas ipsum e diuiditur, æque alta pyramidi a g k, nam singularū altitudo, est semidiameter sphæræ. Quia igitur omnes lateratæ pyramides æque altæ, suis basibus sunt pportionales, ut in 6 duodecimi demonstratū est, erit proportio pyramidis a g k ad utranq; earū in quas diuiditur octoedron e, sicut basis eius ad bases earū. Quare per 14 quinti pportio pyramidis a g k ad totū octoedron e, est sicut suæ basis quā constat esse æqualē triangulo q r s, ad bases ambarū pyramidū in quas diuiditur e pariter acceptas, quas cōstat esse æquales quadrato diametri sphæræ per præmissam, uidelicet p. Quoniā ergo pportio pyramidis a c d ad pyramidē a g k, est sicut ipsius tetragoni l n ad trigonū q r s, uidelicet 64 ad 27, & pyramidis a g k ad octoedrō e, sicut trigoni q r s ad quadratū p, erit per æquā pportionalitatē pportio pyramidis a c d ad octoedron e, sicut tetragoni l n ad quadratū p. Et hoc erat demōstrandū.





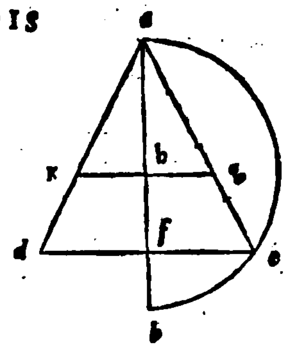






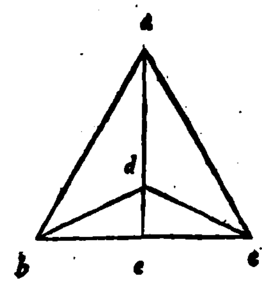
CORRELARIVM. Ex præmissis igitur manifestum est, quod perpendicularis ueniens à centro sphæræ ad pyramidem quatuor basium triangulariū atq; æquilaterarū circūscribentis ad quamlibet basin ipsius pyramidis, æqualis est sextæ parti diametri sphæræ.

cum



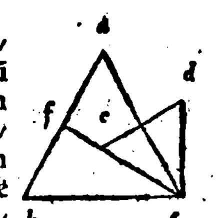
Cum enim cuncti trianguli pyramidē ambientes sint similes & æquales, erũt quoq; circuli ipsos circũscribentes æquales, ideoq; perdendiculares à centro sphæræ ad eosdem circulos in eorũ centra, erunt etiam æquales, perpendiculares autē cadentes ad circulos, sunt perpẽdiculares ad bases pyramidis, itaq; perpendiculares ad bases, sunt adinuicē æquales. Linea autē h f, est perpẽdicularis ad basin pyramidis a c d, quã h f quia constat ex prædictis esse sextã partem diametri a b, relinqtur ergo esse uerũ quod per correlariũ cõcluditur. Idem aliter demõstrare contingit, si prius hoc antecedẽs fuerit stabili ratiõe firmatũ.

In omni triangulo æquilatero linea descendens ab uno angulorũ eius orthogonaliter supra basin, tripla est ad perpendicularē quæ à centro circuli trigonũ ipsum circũscribentis ad quodlibet latus eius protrahitur.



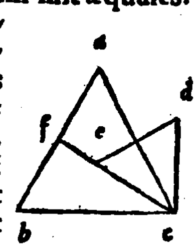
Sit enim triãgulus a b c, æquilaterus, sitq; d centrũ circuli ipsum circũscribentis, à quo ducantur lineæ ad singulos angulos, quas manifestũ est esse æquales, cum sint à centro circuli æd circũferentiam. Sint enim tria puncta a, b, c, in circũferentia circuli ipsum trigonũ circũscribentis, ptrahatur autē a d in continuũ & directum, quousq; obuiet lateri b c super punctũ e. Constat igitur ex 8 primi, q; angulus a d b est æqualis angulo a d c, ideoq; ex 13 primi angulus b d e, est æqualis angulo c d e. Quare per 4 primi, b e est æqualis e c, & anguli qui sunt ad e, recti. Itaq; d e perpẽdicularis est ad b c, ueniens à centro circuli circũscribentis trigonũ a b c, & a e perpẽdicularis est etiam ad b c, ueniens ab uno angulorũ prædicti trigoni. Dico ergo q; a e tripla est ad e d. Constat enim q; tetragonus qui fit ex d e in e b, æqualis est trigono b d c, tetragonus quoq; qui fit ex a e in e b, æqualis est trigono a b c. At quia trigonus a b c triplus est ad trigonum d b c, eritq; tetragonus qui fit ex a e in e b, triplus ad eum qui fit ex d e in e b. Cum igitur ex 1 sexti sit proportio tetragoni a e in e b ad trigonũ d e in e b, sicut a e ad e d, erit a e tripla ad e d. Quemadmodum proponitur.

Necesse est ergo ut perpendicularis cadens ab aliquo angulo alicuius trigoni æquilateri super latus oppositum, transeat per centrum circuli trigonum ipsum circunscribentis.



Nunc itaq; quod promisimus absoluamus. Ad hoc autem imaginemur pyramidem quatuor basium triangulariũ atq; æquilaterarũ cuius una ex quatuor basibus eius sit trigonus a b c, circunscriptam esse à sphæra cuius centrum d, & protrahatur linea d e perpendicularis ad superficiem trianguli a b c, quam constat cadere in centrum circuli dictum trigonum circũscribentis. Dico igitur lineam d e, esse sextam partem diametri sphæræ propositam pyramidem circũscribentis: producam enim lineam d c, & lineam c f perpendicularem ad lineam a b, quam c f ex proximo correlario constat transire per punctum e, & ex præmisso antecedente triplam esse ad e f. Constat autem ex 4 secundi quod secũdum quod quadratum diametri sphæræ cuius centrum d, est 36, & quadratum semidiametri d c, 9, ex correlario autem 11 tredecimi est quadratum b c, 24, & per 11 huius quadratum c f, 18, & per præmissam antecedens, quadratum c e, 8. Quia igitur ex penultima primi quadratum d c est æquale quadratis duarum linearum d e & e c, est autem quadratũ d c 9, & quadratum c e 8 prout quadratum diametri sphæræ est 36, relinquitur quadratum d e unum, prout quadratum diametri sphæræ est 36: itaque linea e d est unum, prout diameter sphæræ est 6, quod oportebat probare. Eodem demonstrationis genere demonstrabitur nobis quod semidiameter sphæræ circunscribentis corpus 8 basium triangularium atq; æquilaterarũ tripla est in potentia ad perpendicularem à centro sphæræ circunscribentis ipsum, ad quamlibet suarum basium descendentem. Constat quidem quemadmodũ dictum est prius, quod cum omnes bases huius corporis sint æquales & similes, erunt circuli ipsas circũscribentes æquales, ideoq; perpendiculares à centro sphæræ in ipsorum circulorũ centra cadentes, erũt adinuicem æquales.

Cumq̃ perpendiculares ad circulos basium, sint quoq; perpẽdiculares ad bases, sequitur ut perpendiculares à centro sphæræ ad singulas bases, adinuicem sint æquales. Si ergo quod dicimus de perpẽdiculari ad unam suarũ basium probetur, relinquetur uerum esse quod proponitur. Sit itaq; ut prius triangulus a b c una ex basibus octoedri circunscripti à sphæra cuius centrum d, & cætera quoq; fiant ut prius. Cum igitur ex correlario 15 tredecimi, diameter sphæræ sit potẽtialiter dupla ad latus octoedri, sequitur ut latus octoedri sit potẽtialiter duplum ad semidiametrũ sphæræ, ideoq; cum quadratum lineæ b c est 12, quadratum lineæ d c quæ est semidiameter sphæræ 6, ex 11 autem huius cum quadratũ b c est 12, quadratũ c f est 9. Et ex præmisso antecedẽte, quadratũ c e est 4. Itaq; cum quadratũ d c quæ est semidiameter sphæræ est 6, quadratũ c e est 4. Et quia ex penultima primi quadratũ d c est æquale quadratis duarum linearũ c e & e d, sequitur ut quadratũ e d sit duo, prout quadratũ d e est 6. Constat ergo quod diximus.



Eucli. ex Camp. Propositio 18

18 DVplum quadrati quod ex diametro sphæræ cubum circunscribentis describitur, æquum est omnibus superficiebus ipsius cubi pariter acceptis. Perpendicularis quoq; quæ à centro sphæræ ad quamlibet ex superficiebus cubi producitur, medietati lateris cubi eiusdem æqualis esse ex necessitate conuincitur.

CAMPANVS. Manifestum est enim ex correlario 14 tredecimi, quod diameter sphæræ cubum includentis, tripla est in potentia ad latus cubi. Cum igitur quadratum diametri sphæræ triplum sit ad quadratũ lateris cubi, duplum quadrati diametri sphæræ æquũ erit sexcuplo quadrati lateris cubi. Sunt autem omnes superficies cubi, sex quadrata quæ ex latere cubi in se producuntur, itaq; duplum quadrati diametri sphæræ, æquum est omnibus superficiebus cubi. Constat igitur prima pars. Secundam autem partem, ex 18 & 19 & 40 undecimi libri facile probabis.

CORRELARIVM. Ex his ergo euenire necesse est, ut ex medietate lateris cubi in bisse quadrati producti ex diametro sphæræ ipsum cubum ambientis cubi soliditas producatur.

FINIS.

EVCLIDIS MEGARENSIS GRAECI PHILOSOPHI GEOMETRICORVM ELEMENTORUM, deputatus liber de regularium corporum proportione, traditore Hypside Alexandrino, ac Bartholomæo Zamberto Veneto interprete, qui in ordine est decimusquartus.

Proœmium.

BAsilides Tyrius Protarche cum Alexandriam petijsset, patriq; nostro ob Mathematicas disciplinas familiaris substitisset, cum eo, ipso pestilentiæ tempore diu uersatus est. Et quandoq; discutiendo id quod ab Apollonio scriptum est de dodecahedri & icosahedri in eadem sphæra descriptorũ cõparatione, & quam inter se figuræ huiusmodi habeant rationem, uidebatur nanq; Apollonius hæc rectæ minime conscripsisse, ipsi uero enucleantes (quemadmodũ pater meus dicebat) perscripserant. Ego uero posterius alium comperi librum ab

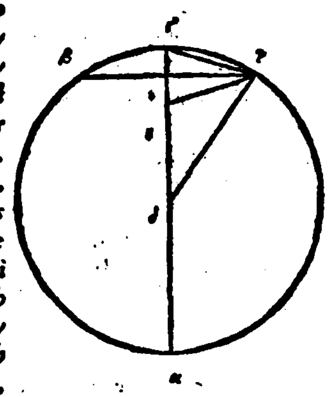
Apollonio,

Apollonio conſcriptum, qui recte complectebatur eius quod obijciebatur demonſtrationẽ, gauiſi ſunt inquam illi ualde, in problematis indagatione. Ab Apollonio nanq; æditum uidetur cõmuniter conſiderare, nam ſic circumfertur. Quod uero à nobis rurſus laborioſe conſcriptum uiſum eſt, ea quæ ex cõmendatione deprehendi, tibi * diſcutienda eſſe cenſui, propter eam quæ in omnibus diſciplinis, & in Geometria præcipue promotionem, ut prompte ea quæ dicentur poſſis iudicare, tum propter beneuolentiam erga patrem, tum ob amorem erga nos. Benigne igitur audies ea quæ tibi tradimus. Sed tempus iam eſto proœmio ſuperſedere, & conſtructionem exordiri.

προσφωνῆσαι dedicare

Eucli. ex Zamb. Theorema 1 Propoſitio 1

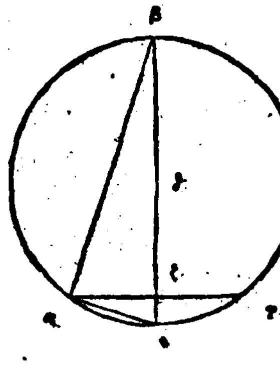
1 Camp. 1 Quæ ex centro alicuius circuli in pentagoni latus in eodem circulo deſcripti perpẽdicularis acta, dimidia eſt ſimul utriuſq; & eius quæ ex centro, & eius quæ decagoni in eodem circulo deſcripti.



HYPSICLES ex Zamber. Sit circulus α β γ, & in ipſo α β γ circulo latus pentagoni æquilateri ſit β γ, aſſumaturq; (per 1 tertij) centrum ipſius circuli, ſitq; δ, & in ipſam β γ (per 12 primi) perpendicularis excitetur δ ε, extendaturq; in rectas lineas ipſi δ ε recta linea α ε ζ. Dico quod ipſa δ ε dimidia eſt & hexagoni & decagoni laterum in eodem circulo deſcriptorũ. Connectantur enim δ γ, γ ζ, & ponatur ipſi ε ζ æqualis η ε, & ab ipſo η in γ connectatur η γ. Quoniam quincupla eſt totius circuli circũferentia ipſius β ζ γ circũferentiæ, & totius quidem circumferentiæ circuli dimidia eſt circumferentia α γ ζ, ipſius autem β γ ζ dimidia eſt ζ γ, igitur & circũferentia α γ ζ ipſius ζ γ circũferentiæ quincupla eſt. Quadrupla igitur eſt α γ ipſius ζ γ. Sicut autẽ α γ ad ζ γ, ſic qui ſub α δ γ angulus ad eum qui ſub ζ δ γ angulum: quadruplus igitur eſt qui ſub α δ γ, eius qui ſub ζ δ γ. Duplus autẽ qui ſub α δ γ, eius qui ſub ε ζ γ, duplus igitur eſt qui ſub ε ζ γ, eius qui ſub η δ ε. Eſt autem qui ſub ε ζ γ, ei æquus qui ſub ε η γ, duplus eſt igitur is qui ſub ε η γ, eius qui ſub η δ γ. æqualis igitur eſt δ η, ipſi η γ. Sed η γ ipſi ζ γ eſt æqualis: æqualis igitur eſt δ η ipſi ζ γ. Eſt autem η ε ipſi ε ζ æqualis: æqualis igitur eſt & ipſa δ ε, ſimul utriq; ε ζ γ. Cõmunis autem apponatur & ipſa δ ε. Vtraq; ſimul δ ζ γ, dupla eſt ipſius δ ε. Eſt autẽ δ ζ, æqualis quidem ipſius hexagoni lateri. At ζ γ æqualis ei quod decagoni. Igitur δ ε dimidia eſt & eius quod hexagoni & eius quod decagoni, in eodem circulo deſcriptorũ. Manifeſtum nempe eſt ex ijs quæ in tertiodecimo libro theorematibus, quod ex centro circuli in latus triãguli æquilateri perpẽdicularis acta, dimidia eſt eius quæ ex centro circuli.

Eucli. ex Zamb. Theorema 2 Propoſitio 2

2 Idem circulus cõprehendit & dodecahedri quinquangulũ, & icoſahedri triangulum in eadem ſphæra deſcriptorũ.



*HYPSICLES ex Zamb. Hoc, inquam, ab Ariſteo deſcribitur in eo libro cuius index eſt quinq; figurarũ comparatio, ab Apollonio autem in ſecunda * traditione comparationis dodecahedri ad icoſahedrum, quod eſt ſicut dodecahedri ſuperficies ad icoſahedri ſuperficiem, ſic & ipſum dodecahedrum ad ipſum icoſahedrũ, quoniam ex centro ſphæræ in dodecahedri pentagonũ & in icoſahedri triangulum perpendicularis acta eadem eſt. Deſcribendũ quoq; à nobis eſt, quod idem circulus comprehendit & dodecahedri pentagonũ & icoſahedri triangulũ in eadem ſphæra deſcriptorũ. Hoc * deſcripto, ſi in circulo quinquangulũ æquilaterũ deſcriptum fuerit, quod ex latere pentagoni & quod ab ea quæ ſub binis pentagoni lateribus ſubtenſa eſt recta linea, quincuplum erit eius quod fit ex ea quæ ex centro circuli. Sit circulus α β γ, & in ipſo α β γ circulo ſit latus pentagoni α γ, aſſumaturq; (per 1 tertij) ipſius circuli centrum & ſit δ, & in ipſam α γ (per 12 primi) perpendicularis excitetur δ ζ, & extendatur in β, ε, & connectatur α β. Dico quod quæ ex β α, α γ, quadrata, quincupla ſunt eius quod ex δ ε quadrati. Connectatur α ε, igitur α ε decagoni eſt. Et quoniã β ε, ipſius δ ε dupla eſt.*

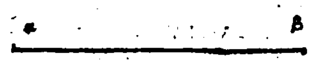
ἐκδόσει editione

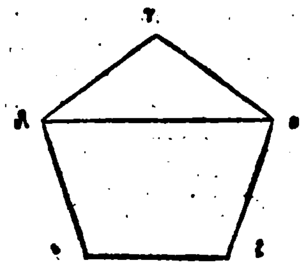
Camp. 4

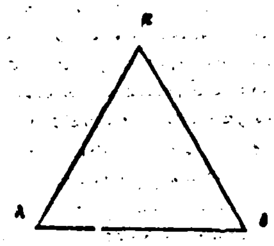
προγραφέντος

quadruplum

quadruplum igitur est quod ex β ι, eius quod ex δ ι. Et aũt quod ex β ι, æqua sunt quæ ex ϛ κ, κ ι. quadrupla igitur sunt quæ ex ϛ κ, κ ι, eius quod ex δ ι, quincupla igitur sunt quæ ex κ ϛ, κ ι, & δ ι, eius quod ex δ ι, quæ autẽ ex δ ι, ι κ, æqualia ei quod ex κ γ, quincupla igitur sunt quæ ex ϛ κ, quod ex δ ι. Hoc ostenso, demonstrandum est quod circulus idem comprehendit & dodecahedri pentagonũ, & icosahedri pentagonum, & icosahedri triangulum, in eadem sphæra descriptorum. Exponatur ipsius sphæræ diameter α β, & in eadem sphæra describatur dodecahedrum & icosahedrũ. & sit unũ quidẽ dodecahedri pentagonũ, γ δ ι ζ η, icosahedri uero triãgulũ, esto κ λ θ. Dico quod quæ ex cẽtris circulorum qui circum ipsa, sunt æquales, hoc est quod idem circulus cõprehẽdit & quinquangulum γ δ ι ζ η, & ipsum κ λ θ triangulum. Connectatur δ, η. Cubi igitur latus est δ η, (per 17 decimitertij & eius correlarium.) Exponatur autẽ quædã recta linea μ ν, ut quincuplum sit quod ex α β, eius quod ex μ ν. Est autem & ipsius sphæræ diameter, potẽtia quincupla eius quæ ex centro circuli à quo icosahedrũ describitur, est igitur μ ν, ea quæ ex cẽtro circuli à quo icosahedrũ describitur. Secetur (per 30 sexti) μ ν extrema & media rõne in ξ, sitq; maius segmentum μ ξ. decagoni igitur ipsius circuli est ipsa μ ξ (per 9 decimitertij.) Et quoniã quod ex α β, eius quod ex μ ν quincuplum est, triplum autem quod ex ϛ α eius quod ex δ η (per correlarium 15 decimitertij, tria igitur quæ ex δ η æqua sunt quinque quæ ex μ ν. Sicut aũt tria quæ ex δ η ad quinq; quæ ex μ ν, sic tria quæ ex γ η, ad quinque quæ ex μ ξ, tria igitur quæ ex γ η, quinque quæ ex μ ξ sunt æqualia. Quinque autem quæ ex κ λ, quinq; quæ ex μ ν & quinq; quæ ex μ ξ, sunt æqualia (per 10 decimitertij.) Quinque igitur quæ ex κ λ, æqua sunt tribus quæ ex δ η, & tribus quæ ex γ η. Sed tria quidem quæ ex δ η, & tria quæ ex γ η, sunt æqualia decẽ & quinq; eis quæ ex ea quæ ex centro circuli ipsi γ δ ι ζ η, pẽtagono circũscripti, patuit namque, quod ex δ η una cũ eo quod ex γ η, quincuplum est eius quod ex ea quæ ex centro circũscripti ipsi γ δ ι ζ η pentagono. Quinque autem quæ ex κ λ, æqualia sunt decẽ & quinq; eis quæ ex ea quæ ex cẽtro circuli ipsi κ θ λ triãgulo circunscripti, patuit equidem (per 12 decimitertij) φ quod ex κ λ, triplum est eius quod ex ea quæ ex centro circuli ipsi κ λ θ triangulo circũscripti. Quindecim igitur quæ ex ea quæ ex centro, æqua sunt eis quindecim quæ ex ea quæ ex centro, unum igitur φ ex ea quæ ex centro, æquũ est uni eorũ quod ex ea quæ ex centro, dimetiens igitur, ipsi diametro est æqualis. Idem igitur circulus comprehendit & ipsius dodecahedri, quinquangulum, & ipsius icosahedri triangulum in eadem sphæra descriptorum.



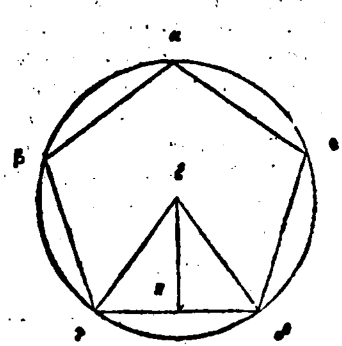




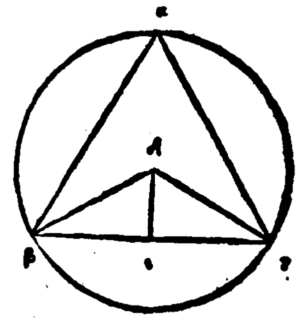
Eucli. ex Zamb. Theorema 3 Propositio 3

3 Si fuerit pentagonum æquilaterum & æquiangulum, & circum ipsum circulus, & ex centro perpendicularis in unum latus acta fuerit, quod trigesies sub uno laterum & perpendiculari, æquum est ipsius dodecahedri superficiei.

HYPSICLES ex Zamb. Esto pentagonum æquilaterum & æquiangulum α ϛ γ δ ι. & circũ quinquangulum sit (per 14 quarti circulus) & capiatur (per 1 tertij centrũ) sitq; ζ, & ab ipso ζ, in γ δ, perpendicularis agatur (per 12 primi) ζ η. Dico φ quod sub γ δ, η ζ, trigesies, æquũ est duodecim pẽtagonisque α β γ δ ι. Connectantur γ ζ, ζ δ. Quoniã quod sub γ δ, η ζ, duplũ est ipsius triãguli γ δ ζ, quod igitur quinquies sub γ δ, ζ η, decem triangula sunt æqualia. Decem uero triangula, bina sunt quinquangula, & omnia sexies, quod igitur trigesies sub γ δ, η ζ, decem quinquangulis æquũ est. Duodecim autem quinquangula sunt ipsius dodecahedri superficies. Quod igitur trigesies sub γ δ, ζ η, æquũ est ipsius dodecahedri superficiei. Similiter quoque demonstrabimus quod & si fuerit triãgulum æquilaterum sicut α ϛ γ, & circum ipsum circulus, & centrũ circuli δ, perpendicularis uero δ ι, quod trigesies sub ϛ γ, δ ι, æquum est ipsius icosahedri superficiei. Quoniam enim rursus quod sub δ ι, β γ, duplum est ipsius δ β γ, bina igitur triangula æqua sunt ei quod sub δ ι, β γ, & omnia ter. Sex igitur triãgula δ ϛ γ, æqua sunt tribus eis quæ sub δ ι, ϛ γ. Sex autem triangula δ β γ, æqua sunt binis α ϛ γ. Tria igitur quæ sub δ ι, ϛ γ, æqualia sunt duobus



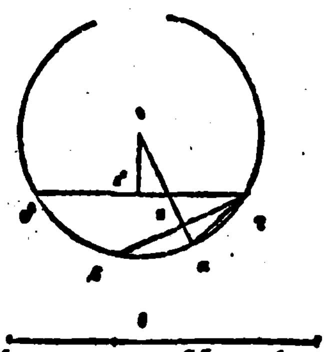
α β γ. Et omnia decies. Quod igitur trigeſies ſub δ ε, β γ, æquū eſt uiginti triangulis α β γ, hoc eſt ipſius icoſahedri ſuperficiei. Quare erit ſicut dodecahedri ſuperficies ad icoſahedri ſuperficiē, ſic quod ſub γ δ, ζ η, ad id quod ſub β γ, δ ε.



CORRELARIVM. Ex hoc nempe manifeſtum eſt, quod ſicut ipſius dodecahedri ſuperficies ad ipſius icoſahedri ſuperficiē, ſic quod ſub latere pentagoni & ſub ea quæ ex centro circa quinquangulum circuli, in ipſam perpendiculari acta, ad id quod ſub latere icoſahedri & ſub ea quæ ex centro circa triangulum circuli, in ipſam perpendiculari acta, in eadem ſphæra deſcriptorum icoſahedri & dodecahedri.

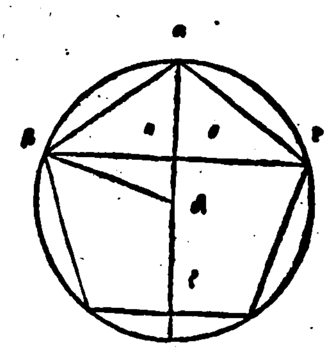
Camp. 8 Eucl. ex Zamb. Theorema 4 Propoſitio 4

4 Hoc demonſtrato oſtēdendum eſt, quod erit ut dodecahedri ſuperficies ad icoſahedri ſuperficiem, ſic cubi latus ad icoſahedri latus.



HYPSICLES ex Zamb. Exponatur (per 2 theorema) circulus cōprehendens & dodecahedri quinquangulum & icoſahedri triangulum in eadem ſphæra deſcriptorū, ſitq; δ β γ, & in ipſo δ β γ, deſcribatur trianguli æquilateri latus γ δ, quinquanguli uero α γ, & aſſumatur (per 1 tertij) centrum circuli, & ſit ε, & ab ipſo ε, in ipſas δ γ, γ α perpendiculares excitentur ε ζ, ε η, & extendatur in rectas lineas ipſi ε η recta linea η β, & cōnectatur β γ, ponaturq; cubi latus η θ. Dico quod eſt ſicut dodecahedri ſuperficies ad icoſahedri ſuperficiē, ſic eſt θ, ad γ δ. Quoniam enim utraque ſimul ε β γ extrema & media ratione diuiſa, maius ſegmentum eſt β ε, (per 9 decimitertij,) & eſt quidem utriuſque ſimul ε β γ dimidia ε η. (per 1 decimiquarti,) ipſius autē β ε dimidia eſt ε ζ, & ipſa igitur ε η extrema & media ratione diuiſa, maius ſegmentum eſt ε ζ. Eſt autē & ipſius θ extrema & media ratione diuiſæ maius ſegmentum γ α, ſicut in dodecahedro oſtēſum eſt, ſicut igitur θ ad γ α, ſic ε η ad ε ζ, æquū igitur eſt quod ſub θ, ζ ε, ei quod ſub γ α, ε η. Et quoniā eſt ſicut θ ad γ δ, ſic quod ſub θ, ε ζ, ad id quod ſub γ δ, ζ ε, ei autem quod ſub θ, ε ζ, æquū eſt quod ſub γ α, η ε, & ſicut igitur (per 11 quinti) θ ad γ δ, ſic quod ſub γ α, η ε, & ad id quod ſub γ δ, ζ ε, hoc eſt ſicut dodecahedri ſuperficies ad icoſahedri ſuperficiem, ſic θ ad γ δ.

Camp. 8 Aliter oſtendere, quod eſt ſicut dodecahedri ſuperficies ad icoſahedri ſuperficiem, ſic eſt cubi latus ad icoſahedri latus ſic deſcripti,

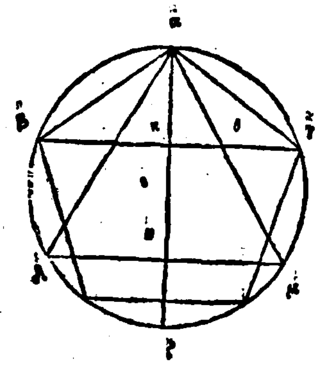


Eſto circulus α β γ, & in ipſo circulo α β γ, deſcribantur quinquanguli æquilateri latera α β, α γ, & cōnectatur β γ, aſſumaturq; (per 1 tertij) centrum ipſius circuli, & ſit δ, & ab ipſo α in δ cōnectatur recta linea α δ, & extendatur in rectas lineas ipſi α δ recta linea δ ε, ponaturq; ipſius α δ, rectæ lineæ dimidia δ ζ, & η γ, ipſius ε θ, eſto tripla. Dico quod ſub α ζ, β θ, æquum eſt ipſi quinquangulo. Ab ipſo enim β, in δ connectatur β δ. Quoniam dupla eſt α δ, ipſius δ ζ, hemiolia igitur eſt α ζ ipſius α δ. Rurſus quoniam tripla eſt η γ ipſius γ θ, dupla eſt η θ ipſius θ γ, hemiolia igitur eſt η γ, ipſius θ η. Sicut igitur ζ α ad α δ, ſic γ η ad η θ, æquum igitur eſt quod ſub α ζ θ η, ei quod ſub δ α, γ η. Ipſa autē γ η, ipſi β η eſt æqualis, quod igitur ſub α δ, β η, æquum eſt ei quod ſub α ζ, θ η. Quod autem ſub α δ, β η, bina ſunt triāgula ſicut α β δ, & quod igitur ſub α ζ, η θ, bina ſūt α β δ, quinq; igitur quæ ſub α ζ, η θ, decem ſunt triāgula. Decē uero triangula, bina ſunt pentagona, quinq; igitur quæ ſub α ζ, η θ, binis pentagonis ſunt æqualia. Et quoniam dupla eſt η θ ipſius θ γ, quod ſub α ζ η θ, duplum eſt eius quod ſub α ζ, θ γ. Duo igitur quæ ſub α ζ, γ θ, æqua ſunt unī quod ſub α ζ, θ η. Et omnia quinquies, decem igitur quæ ſub α ζ θ γ, æqualia ſunt quinque quæ ſub α ζ, η θ, hoc eſt binis pentagonis, quare quinq; quæ ſub α ζ, θ γ, æqua ſunt uni quinquangulo. Quinquies autem quæ ſub α ζ, θ γ, æqua ſunt ei quod ſub α ζ, θ β, quoniam quincupla eſt θ β ipſius θ γ, & commune faſtigium eſt α ζ, quod ſub α ζ, β θ, igitur æquum eſt uni pentagono.

Hoc demonſtrato, nunc exponatur circulus comprehendens & dodecagoni pentagonum & icoſahedri triangulum, in eadē ſphæra deſcriptorū.

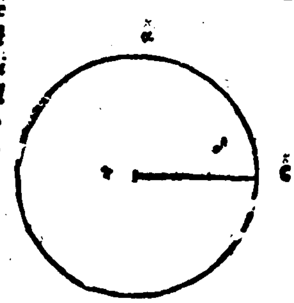
Deſcribantur in ipſo circulo α β γ, pentagoni æquilateri latera, β α, α γ, & connectatur β γ, & aſſumatur centrum circuli

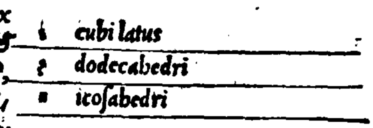
circuli, & sit ι, & ab ipso α in ι connectatur α ι, & extendatur α ι in ζ. Et sit α ι, ipsius ι κ dupla, tripla autem κ γ, ipsius γ θ. Et ab ipso κ, ipsi α ζ ad angulos rectos excitetur (per 11 primi) κ μ, & extēdatur in rectas lineas κ δ ipsi κ μ, triāguli ergo æqlateri est δ μ. Cōnectātur ipsæ α δ, α μ, æquilaterū igitur est ipsum α δ μ triāgulū. Et quoniā quod sub α κ, θ ε, æquū est ipsi quinquāgulo, quod autem sub α κ δ, æquum est ipsi α δ μ triāgulo, est igitur sicut quod sub α κ, θ ε, ad id quod sub δ θ α, sic quinquangulū ad triangulū. Sicut autem quod sub ε θ α κ, ad id quod sub δ κ α, sic ε θ ad δ κ. Et sicut igitur (per 11 quinti,) duodecim β θ, ad uiginti δ κ, sic duodecim quinquangula ad uiginti triāgula, hoc est dodecahedri superficies ad icosahedri superficiem. Et duodecim quidē ε θ, sunt decem β γ, nā ipsa β θ, ipsius α γ, quincupla est, & ε γ ipsius γ θ sexcupla est. Sex igitur β θ, sunt æquales quinque β γ, & duplicia, uiginti uero δ κ, decem sunt δ μ. dupla namq; est δ μ, ipsius δ κ. Sicut igitur decem β γ ad decē δ μ, hoc est sicut ε γ ad δ μ, sic dodecahedri superficies ad icosahedri, superficiē, & β γ, quidē cubi est latus δ μ ipsius icosahedri, & sicut igitur (per 11 quinti) dodecahedri superficies ad icosahedri superficiem, sic β γ ad δ μ, hoc est cubi latus ad icosahedri latus.



Ostendendum iam, quod (recta linea secta extrema & media ratione) qualem rationem habet potens quod à tota & quod à maiori segmēto, ad potentem quod à tota & minori segmento, talem habet rationem cubi latus ad icosahedri latus.

Esto circulus α β comprehendens & dodecahedri pentagonum & icosahedri triangulum in eadem sphæra descriptorum, capiaturq; (per 1 tertij) centrū circuli & sit γ, & extēdatur quædam ab ipso γ utcūq; recta linea β γ, seceturq; (per 30 sexti) extrema & media ratione in δ, & maius segmentū sit γ δ. Decagoni igitur est latus ipsa γ δ, in eodē circulo descripti. Exponatur icosahedri latus & sit ι, dodecahedri uero, & sit ζ, cubi autē, & sit κ, igitur ι, triāguli latus est æquilateri, & ζ, pētagoni in eodem circulo descripti, & ζ ipsius κ, extrema & media ratione diuisæ maius est segmentū. Et quoniam ι æqualis est ipsi æquilateri trianguli lateri, trianguli autem æquilateri latus (per 12 decimitertij) potētia ipsius ε γ, triplum est: triplū igitur est quod ex ι, eius quod ex ε γ. Sunt autem & quæ ex β γ, β δ, eius quod ex γ δ tripla. Sicut igitur quod ex ι, ad id quod ex γ ε, sic sunt quæ ex γ β, ε δ ad id quod ex γ δ, & uicissim (per 16 quinti) sicut igitur quod ex ι ad ea quæ ex γ ε, ε δ, sic quod ex γ ε, ad id quod ex γ δ. Sicut autē quod ex ε γ ad id quod ex γ δ, sic est quod ex κ ad id quod ex ζ, maius; nāq; est segmentū ζ, ipsius κ. Et sicut igitur (per 11 quinti) quod ex ι ad ea quæ ex γ ε, ε δ, sic quod ex κ ad id quod ex ζ, & uicißim (per 16 quinti.) Ac conuersim, sicut igitur quod ex κ ad id quod ex ι, sic quod ex ζ, ad ea quæ ex γ ε, ε δ. Ei autem quod ex ζ. æqua sunt quæ ex ε γ δ, quinquanguli nāque latus (per 16 decimitertij) potest & hexagoni & decagoni latus. Sicut igitur quod ex κ ad id quod ex ι, sic quæ ex β γ, γ δ, ad ea quæ ex γ δ ε. Sicut autē quæ ex ε γ δ ad ea quæ ex γ δ ε, sic (recta linea extrema & media ratione diuisa quacunq;) potens quod ex tota & ex maiori segmēto, ad potentem quod ex tota & ex minori segmento. & sicut igitur (per 11 quinti) quod ex κ ad id quod ex ι, sic (recta linea quacūque extrema & media ratione diuisa) potens id quod ex tota, & ex maiori segmento, ad potentem id quod ex tota & minori segmento. Est autem κ, latus cubi, & ι icosahedri. Si recta igitur linea extrema & media ratione secta fuerit, erit sicut potens totam & maius segmentum ad potentem totam & minus segmentū, sic cubi latus ad icosahedri latus in eadem sphæra descriptorum.



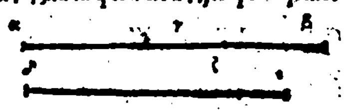


Ostendendum iam nunc est, quod sicut cubi latus ad icosahedri latus, sic dodecahedri solidum ad icosahedri solidum.

Quoniam enim æquales circuli comprehendunt & dodecahedri quinquangulum & icosahedri triangulum in eadem sphæra descriptorum, in sphæris autem æquales circuli æqualiter distāt à cētro (à cētro nāq; sphæræ ad circulorum plana perpendiculares ductæ æquales sunt, & in centra circulorum cadunt) quare à centro sphæræ in centrum circuli comprehendentis & icosahedri triangulum & dodecahedri pentagonum æquales sunt, perpendiculares, inquā: æqualiter igitur fastigiatæ sunt pyramides habentes bases dodecahedri pentagona, & bases habētes icosahedri triangula. Aequalis autem fastigij pyramides, adinuicem sunt sicut bases (per 5 duodecimi) Sicut igitur quin- [æque altæ, id est] quangulum ad triangulum, ſic pyramis cuius baſis quidem eſt dodecahedri pentagonum, uertex autem centrum ſphæræ, ad pyramida baſin quidem habentem triangulum, uerticem autem centrum ſphæræ. Et ſicut igitur (per undecimam duodecimi pentagona ad uiginti triangula, ſic duodecim pyramides pentagona baſes habẽtes, ad uiginti pyramides triangula baſes habentes. Et duodecim pentagona, ſunt dodecahedri ſuperficies & uiginti triangula icoſahedri ſunt ſuperficies. Eſt igitur ſicut dodecahedri ſuperficies ad icoſahedri ſuperficiẽ, ſic duodecim pyramides pẽtagona baſes habentes, ad uiginti pyramides triangula baſes habẽtes. Suntq; duodecim quidẽ pyramides pentagona baſes habentes, ſolidũ ipſius dodecahedri, uiginti autem pyramides triangula baſes habentes, ſolidum ſunt icoſahedri. Et ſicut igitur (per 11 quinti) dodecahedri ſuperficies ad icoſahedri ſuperficiem, ſic ſolidum dodecahedri, ad ſolidum icoſahedri. Sicut autem ſuperficies dodecahedri ad ſolidum icoſahedri, ſic patuit eſſe cubi latus ad icoſahedri latus. Et ſicut igitur (per 11 quinti) cubi latus ad icoſahedri latus, ſic ſolidum dodecahedri ad ſolidum icoſahedri & quæ ſequuntur.

Quod ſi binæ rectæ lineæ extrema & media ratione ſectæ fuerint, in proportione ſunt ſubiecta, ſic oſtendemus.

Secetur enim (per 30 ſexti) α β, recta extrema & media ratione in γ, maius autem ſegmentum eius ſit α γ, ſimiliter quoq; & δ ε (per 30 ſexti) extrema & media ratione ſecetur in ζ, & maius ſegmentum eius eſto δ ζ. Dico quod eſt ſicut tota α β ad maius ſegmentum ipſius α γ, ſic tota δ ε ad maius ſegmentum ipſius δ ζ. Quoniam etenim quod ſub α β γ æquum eſt ei quod ex α γ, quod aũt ſub δ ε ζ æquũ eſt ei quod ex δ ζ, eſt igitur ſicut quod ſub α β, β γ, ad id quod ex α γ, ſic quod ſub δ ε, ε ζ, ad id quod ex δ ζ. Et ſicut quod quater igitur ſub α β γ, ad id quod ex α γ, ſic quod quater ſub δ ε ζ, ad id quod ex δ ζ, Et componendo (per 18 quinti) ſicut quod quater ſub α β γ una cum eo quod ex α γ, ad id quod ex α γ, ſic quod quater ſub δ ε ζ, una cum eo quod ex δ ζ, ad id quod ex δ ζ. Quare & ſicut quod ex utraque ipſius δ ε ζ, ſimul ad id quod ex δ ζ, & longitudine, ſicut utraq;



ſimul α β γ ad α γ, ſic utraque ſimul δ ε ζ ad δ ζ. Componendo (per 18 quinti,) ſicut utraque α β γ, una cum α γ ad α γ, ſic utraque δ ε ζ, una cum δ ζ ad ipſam δ ζ, hoc eſt binæ δ ε ad δ ζ, & antecedentium dimidia, hoc eſt ſicut α β ad α γ, ſic δ ε ad δ ζ. In antiquiſſimo codice ſic. Quare & ſicut quod ex utraque ſimul α β γ ad id quod ex α γ, ſic quod ex utraque ſimul δ ε ζ ad id quod ex δ ζ, & longitudine ſicut utraque ſimul α β γ una cum α γ hoc eſt binæ α β ad α γ ſic utraque ſimul δ ε ζ, una cum δ ζ, hoc eſt binæ δ ε ad δ ζ, & dimidia ſicut α β ad α γ, ſic δ ε ad δ ζ.

Hoc demonſtrato quod (recta linea quacunque extrema & media ratione diuiſa) qualem rationem habet potens quod ex tota & ex maiore ſegmento, ad potentem quod ex tota & ex minori ſegmento, talem habet rationem cubi latus ad icoſahedri latus, hoc etiã demõſtrato quod ſicut cubi latus ad icoſahedri latus, ſic dodecahedri ſuperficiei ad icoſahedri ſuperficiẽ in eadem ſphæra deſcriptorum, & hoc quoque percepto quod ſicut dodecahedri ſuperficies ad icoſahedri ſuperficiem, ſic ipſum dodecahedrum ad icoſahedrum, eo quia ab eodem circulo comprehenditur & ipſius dodecahedri pentagonum & icoſahedri triangulum, manifeſtum eſt quod ſi in eadem ſphæra dodecahedrum & icoſahedrum fuerint deſcripta rationem habebunt (recta linea quacunque extrema & media ratione diuiſa) ſicut potens quod ex tota & quod ex maiori ſegmento, ad potentem quod ex tota & minori ſegmento. His omnibus nobis notis, patet quod ſi in eadem ſphæra dodecahedrum & icoſahedrum inſcripta fuerint, rationẽ habebunt, ſicut (recta linea diuiſa extrema & media ratione) potens totam & maius ſegmentum, ad potentem totam & minus ſegmentum, Quoniam enim eſt ſicut dodecahedrum ad icoſahedrum, ſic dodecahedri ſuperficies ad icoſahedri ſuperficiem, hoc eſt cubi latus ad icoſahedri latus, ſicut autem cubi latus ad icoſahedri latus, ſic (recta linea quacunque extrema & media ratione diuiſa) potens totam & maius ſegmentum, ad potentẽ totã & minus ſegmẽtum, ſicut igitur dodecahedrum ad icoſahedrum in eadem ſphæra deſcriptũ, ſic (recta linea quacũq; extrema & media ratione diuiſa) potens totam & maius ſegmentum ad potentem totam & minus ſegmentum.

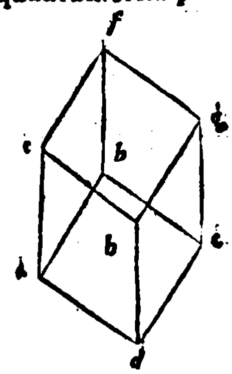
DECIMIQVARTI LIBRI FINIS.

EVCLIDIS MEGARENSIS CLARISSIMI PHILOSOPHI MATHEMATICORVMQVE facile principis, ex traditione Campani, Geometricorum Elementorum Liber decimusquintus,

Eucli.ex Camp. Propositio 1

1 INtra propositum cubum, corpus habẽs quatuor bases triangulas æqualiũ laterum designare.

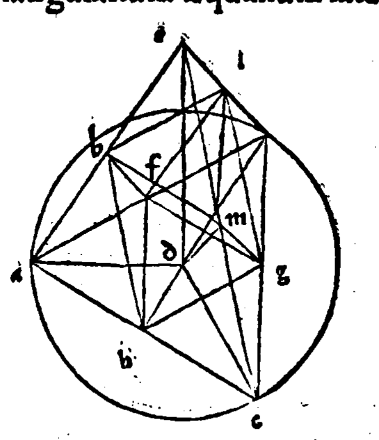
CAMP. Sit cubus cuius basis est quadratũ a b c d, suprẽma uero eius superficies quadratũ e f g h. Ipsum autẽ hac arte fabricare cõueniet Quadrato basis secũdũ quãlibet lineã ex 45 primi descripto, super singulos angulos eius ex 11 undecimi catheti secundũ mẽsurã lateris ipsius quadrati erigãtur, quos ex 6 undecimi cõstat esse æquidistantes. Quinq; ergo eorũ bini & bini. corausto eis imposit æquidistãter laterib9 quadrati cõtinuẽtur, Cõstat igitur esse cõpositũ cubũ. nã quatuor eius laterales superficies sunt quadratæ ex 33 primi & ex 34 eiusdẽ & diffinitione quadrati: de suprema aũt superficie manifestũ est quoq; q ipsa est quadrata ex 10 immo 24 undecimi, & hac cõi sciẽtia quæ æqualibus sunt æqualia sibi quoq; sunt æqualia, & ex diffinitione quadrati. Si itaq; huic cubo libeat corpus quatuor basiũ triãgulariũ & æqlaterarũ inscribere, in basi & eius superficie suprema protrahãtur duæ diametri quarũ una cõtinuet duas extremitates infimas duorũ cathetorũ, & alia cõtinuet supremas aliorum duorum quas animo intelliges esse a c & h f, dehinc à duobus punctis h & f terminãtibus diametrũ superficiei supremæ. demitte hypothenusaliter binas & binas diametros quæ quatuor laterales sup̃ficies diuidant, quas imaginaberis esse ab h quidẽ a h & h c, at uero ab f f a & f c. Has aũt diametros in hac plana figura protrahere contempsi, ne multitudo linearũ confunderet intellectũ. Si igitur figurã hanc ut oportet, actu uel animo cõpleueris, uidebis ex sex diagonalibus lineis sex superficies ipsius cubi diuidẽtibus, pyramidẽ quatuor basiũ triangulariũ esse perfectã, quam cubo proposito ex diffinitione constat esse inscriptam, huius autem pyramidis bases æquilateras esse cõstat, eo quod ex 4 primi omnes istæ sex diagonales sunt adinuicem æquales.



Eucli.ex Camp. Propositio 2

2 INtra datum corpus habens quatuor bases triangulas atquẽ æquilateras, corpus octo basium triangularium æqualium laterum distinguere

CAMP. Si intrã pyramidẽ quatuor basium triangularium & æquilaterarum, octoedrõ libeat inscribere, prius cõuenit pyramidem ipsam fabricare quæ ratione certa hoc modo componitur. Statuatur secundum cuiuslibet lineæ quantitatem trigonus æquilaterus qui sit a b c, cui circunscribatur circulus supra centrũ d, & exeat d e perpendicularis ad superficiẽ ipsius trigoni ex 11 undecimi, quæ ponatur dupla esse in potentia ad semidiametrum circuli circunscribentis trigonum a b c, & à puncto cadant tres hypothenusæ super tria pũcta a,b,c. Est itaque completa pyramis quatuor basium trilaterarũ & æquilaterarũ, protrahatur enim



d a.d b,d c. Cum igitur anguli quos cõtinet linea e d cum singulis lineis d a,d b,d c, sint recti ex diffinitiõe perpendicularis ad superficiẽ.cũq; quadratũ lineæ e d sit ex hypothesi duplũ ad quadratum semidiametri circuli a b c,erit ex penultima primi quadratum uniuscuiusq; trium hypothenusarũ linearũ e a,e b,e c,triplũ ad quadratũ semidiametri circuli a b c. Sed ex 8 tredecimi quadratum quoq; cuiusq; triũ laterum triãguli a b c,triplũ est ad quadratũ semidiametri eiusdẽ circuli,igitur omnia latera statutæ pyramidis sunt adinuicẽ æqualia,quare ipsa est æquilaterarũ basiũ. Cũ itaq; sibi octoedron includere uoluerimus,diuidemus unũquodq; sex laterũ eius in duo media æqualia,& cõtinuabimus mediũ punctũ cuiusq; laterum medijs pũctis cũctorũ reliquorũ laterũ cũ quibus ipsum cõtinet & angulũ superficialẽ:uerbi gratia,diuidã latera basis in pũctis f,g,h,& hypothenusas cadẽtes ab e.in pũctis k,l,m,& cõtinuabo pũctũ f: cũ pũcto g & cũ h & cũ k & cũ l,pũctũq; m,cũ eisdem g,h.k.l,& g,cũ l,& k,cum eisdẽ h & l. Ecce itaque perfectum est corpus octo basium triangularium ijs duodecim lineis media puncta laterum fabricatæ pyramidis iungentibus contentũ. Has autẽ octo bases ex 4 primi quoties oportet repetita æquilateras esse manifestum est,ipsum quoq; corpus statutæ pyramidi ex diffinitione inscriptum,quemadmodum iussi eramus efficere.

Eucli.ex Camp. Propositio 3

3 INtra cubum assignatum figuram octo basium triãgularium æqualium laterum constituere.

CAMPA. Cubo intẽdimus inscribere octoedron. Qualiter autẽ cubũ componere oporteat,in prima huius sufficiẽter dictũ est. Igitur fabricato cubo pyramis quatuor basiũ triãgulariũ & æqualiũ laterũ in eo ex prima huius designetur ac intra ipsam pyramidẽ ex præmissa octoedrõ distiguatur,quo facto,simul etiã factũ erit q; uoluimus. Cõstat enim ex ratiocinatiõe primæ,latera cũcta ipsius inscriptæ pyramidis esse diagonos basiũ cubi,& ex ratiocinatiõe præmissæ liquet cũctos ãgulos octoedri in hac pyramide distincti esse in lateribus ipsius pyramidis:quare manifestũ est omnia angularia pũcta hui9 octoedri esse in basibus assignati cubi. Igitur ex diffinitione habemus ꝓpositũ. Aliter idẽ. Cẽtris cũctarũ basiũ cubi queadmodũ in 9 quarti fit, repertis,à cẽtro supremæ supficiei eius ad cẽtra quatuor lateraliũ superficierũ quatuor hypothenusas demitte,& à cẽtro infimæ & ad earũdẽ lateraliũ supficierũ cẽtra quatuor alias hypothenusas eleua,cẽtra quoq; quatuor lateraliũ quatuor rectis lineis cõtinua,ita uidelicet q; cẽtra earũ tãtũ quæ inuicẽ secãt cõtinues. Verbi gratia,iũges cẽtrũ anteriorũ cũ cẽtro dextræ & cũ cẽtro sinistræ,cẽtrũ quoq; ultimæ iũges cũ eisdẽ,hoc est cũ cẽtro dextræ & cũ cẽtro sinistræ. Habes itaq; corp9 octo basiũ triãgulariũ,ijs 12 lineis quæ cẽtra supficierũ cubi cõtinuãt,cõplexũ. Si igitur has bases æqlateras esse ꝓbare uolueris,à centris basiũ cubi ad cũcta perpẽdiculares ꝓtrahe,quas necessariũ est omnia latera ipsius cubi per æqualia diuidere ex secunda parte 3 tertij. Quod plannm erit. si unicuique basium cubi circulũ circunscripseris,atque ideo binas & binas super idẽ pũctum in lateribus basium cubi constat concurre,easque ex secunda parte 11 tertij patet adinuicẽ esse æquales,& æquidistãtes lateribus cubi ex secũda parte 28 primi,ideoq; etiã singulas esse æquales dimidio lateris cubi. Igitur ex 10 undecimi manifestũ est binas & binas earũ super idẽ latus cubi in medio eius pũcto cõcurrẽtes rectum angulũ continere,eo q; oẽs supficies cubi sunt quadratæ. Quia igitur illæ 12 lineæ cẽtra superficierũ cubi cõtinuãtes quæ & angulis quos hæc lineæ super media puncta laterũ cubi cõcurrẽtes binæ & binæ cõtinẽt subtẽduntur,ipsæ erũt ex 4 primi uel etiã si maius ex penultima primi adinuicẽ æquales. Ergo est in proposito cubo designatũ corpus octo basiũ triãgulariũ & æquilaterarũ,quod oportebat facere. Eucli.ex Camp. Propositio 4

4 INtra datum corpus octo basium triangularium atque æquilaterarum cubum figurare.

CAMP. Nõ dubites quin corpus octo basiũ triãgulariũ atq; æquilaterarũ certo dogmate fabricabis hoc modo. Qualibet recta linea sup aliquod planum sursum orthogonaliter erecta eã per æqualia diuide,& à pũcto eius medio duas lineas hincinde perpendiculares extrahe,quæ cõponant lineã unã,eruntq; hæ duæ lineæ seinuicẽ secãtes uidelicet prima quæ super positũ planũ est orthogonaliter erecta, & alia quæ ipsam super eius mediũ pũctũ orthogonaliter secat in eadẽ superficie sitæ sunt per primã partẽ 1 undecimi. Ad superficiẽ igitur in qua ipsæ sitæ sunt super cõem punctũ punctū sectiōis earū (queadmodū 11 docet undecimi) ppēdicularē erige, quā facias eadē superficiē in utrāq; partē penetrare, & pone cunctas sex portiōes harū triū linearum à pūcto in quo se inuicē secāt æquales, sic enim quælibet quālibet per æqualia & orthogonaliter diuidet, ita φ cū sint tres quæq; duæ earū, salutiferæ crucis uenerādū signum ad angulos rectos cōtinebūt. A supremo igitur erectæ lineæ super positū planum puncto quatuor hypothenusas ad extremitates duarū linearū ipsam secantiū demitte deinde ab infimo eiusdē erectæ pūcto, quatuor alias hypothenusas ad easdē duarū secantiū linearū extremitates eleua. postremo quoq; harū hypothenusarum extremitates quatuor rectis lineis quadratū cōtinentibus cōtinua. Erūt enim hæ duodecim lineæ uidelicet quatuor hypothenusæ a supremo pūcto erectæ perpendicularis descendentes quatuorq; postremæ ab eius infimo puncto sursum eleuatæ, & reliquæ quatuor lineæ harū hypothenusarū extremitates cōtinuātes, ex penultima primi sine nugatiōis peccato pluries repetita adinuicē æquales quare cōstat corpus ab eisdem terminatū, octo basibus triangularibus æquilaterisq; cōtineri. Si igitur huic corpori cubū inscribere delectat, cētra octo triāgulorū ipsum ambientiū inuenire ex 5 quarti labora, eaq; reperta 12 lineis rectis hac lege cōtinua, ut centrū cuiusq; horū triāgulorū cū centro cuiusq; triū ad ipsius latera terminatorū, per rectā lineā copuletur. Nō est autē huius rei idoneū figurā in plano depingere, ideoq; restat, ut quod dicitur mēte cōcipias, ipsumq; si placet actu & opere cōpleas. Videbis enim 12 lineas horū triāgulorū cētra posita lege cōtinuātes cubū cōtinere, quē restat ut æquilateris rectāgulisq; supficiebus demōstres esse cōclusum, non enim erit cubus, nisi oēs eius supficies sint quadratæ. Ducito ergo à quolibet angulo trigonarum superficierū octoedri, perpendicularē ad latus illi angulo oppositū, has autē perpēdiculares ex 11 quartidecimi cōstat adinuicē æquales, & diuidere latera quibus ppēdiculariter insistūt, per æqualia, ideoq; binas & binas super idē punctum lateris cui superstāt cōuenire. Easdēq; cōstat ex hisquæ in 17 quartidecimi demonstrata sunt trāsire per cētra triāgulorū, ideoq; per extremitates laterū inclusi corporis trāsire, ac eorum portiones quæ intra cētra trigonorum & latera ipsorū intercipiūtur ex ijs etiam quæ in eadē demōstrata sunt cōstat esse æquales, angulos quoq; ab ijs perpendicularibus binis coeuntibus cōtētos: ex 8 primi patet esse æquales. Et quia hæ perpendiculares, suæq; portiōes inter cētra & latera interceptæ eosdē angulos ambiūt. erunt quoq; anguli quos lineæ à cētris trigonorū ad latera perpēdiculariter cadētes binæ & binæ cōtinēt adinuicē æquales. Cumq; latera illius corporis de quo disputamus, hos angulos subtēdunt, sequitur ex 4 primi frequēter sumpta corpus inclusum esse æquilaterum. At quoq; rectāgulū. Protrahātur enim diagoni in singulis superficiebus, hos diagonos ex 4 primi oēs adinuicē æquales esse cōuinces mediātibus angulis à duabus perpēdicularibus per ipsarum diagonorum extremitates trāseuntibus cōtentis, si prius hos angulos ex 8 primi æquales sibi inuicē esse probaueris. Cum igitur diameter tetragonarum basiū corporis huius sint adinuicē æquales, latera quoq; earundē basiū æqualia, necesse est ex 8 primi multoties repetita ipsas tetragonas bases esse æquiāgulas. At quia ex 32 primi oēs āguli cuiusq; earū sunt æquales quatuor rectis, sequitur eas esse rectāgulas, itaq; ex diffinitiōe quadrati ipsæ sunt quadratæ. Igitur inscriptum corpus manifestū esse cubum, sicut intēdimus. *Eucli. ex Camp.* *Propositio* 5

5 PYramidem quatuor basium triangularium atque æquilaterarū, assignato corpori octo basiū triāgulariū quoq; atq; æquilaterarū inscribere. CAMP. Assignato corpori octo basium inscribe sed'm præcepta præmissæ cubum, cuboq; inscripto inscribe (ut docet prima huius) pyramidē qualis proponitur. Cum igitur huius pyramidis anguli sint etiā anguli cubi, quemadmodū ex demōstratione primæ manifestum est: cuncti autē anguli cubi sint ex præmissa in superficiebus assignati octoedri. erunt quoq; cuncti anguli pyramidis huius in superficiebus corporis octo basium cui eam iubemur inscribere, quare ex diffinitione manifestum est nos fecisse quod quæritur. *Eucli. ex Camp.* *Propositio* 6

6 INtra datum corpus uiginti basium & æqualium laterum, corpus duodecim basium pentagonalium æqualium laterum atq; æqualium angulorum figuraliter componere.

CAMPA. Corpus 20 basium non docemus hic fabricare, quoniam ex 16 tredecimi qua conuenit arte hoc fieri, satis euidens est. Eo igitur ut ibi docetur composito ut sibi corpus 12 basium pentagonarum atque æquilaterarum includere delectat, hac uia procedendum est. Manifestum enim est 20 triãgulos, 60 superficiales angulos habere, & quia ad constitutionẽ uniuscuiusq; solidi anguli corporis icosedri quinque superficiales cõueniunt, sicut ex demonstratione 16 tredecimi colligitur, cõstat illud corpus duodecim solidis angulis cõpleri. Inuentis igitur ut in antepræmissa cẽtris cunctorum triangulorum totum icosedron terminantiũ, ea 30 rectis lineis cõtinua, ita q; cuiusq; cẽtrũ centris omniũ circuniacentiũ cum quibus cõmunicat in latere per rectas lineas iũgas. Cũ ergo hoc feceris, uidebis ex illis 30 in eis duodecim pẽtagonos cõstitui 12 angulis solidis dati icosedri oppositos, hos itaq; pẽtagonos queadmodũ in antepræmissa fecisti de basibus cubi, æquilateros esse probabis. Necesse est enim, ut quorũlibet triangulorum duorũ idem latus habentiũ, centra eodẽ spatio distent, restat ergo ut eos etiã æquiãgulos esse syllogises. Manifestũ est autem ex ratiocinatione 16 tredecimi, datum corpus uiginti basium ab eadem sphæra cuius diameter est tanquam diameter huius corporis uidelicet linea quæ duos eius angulos oppositos cõtinuat, esse circunscriptile. Si igitur hæc diameter per mediũ secetur, pũctus sectiõis erit centrum sphæræ circunscribẽtis. Ab eo itaque ad superficies cunctorum pentagonorum perpendiculares ex 11 undecimi ducito, & à puncto in quo singulis pentagonis obuiauerint, ad singulos eorum angulos rectas lineas dirigito, deinde centrum sphæræ cum singulis angulis ipsorum pentagonorũ cõtinuato. Age ergo eos proba esse æquiãgulos hoc modo. Cũ enim oẽ circuli circũscribentes trigonos icosedri sunt æquales, erunt oẽs perpẽdiculares à cẽtro sphæræ ad ipsos uenieẽtes & in eorum centra cadẽtes, æquales, omnes ergo lineæ à centro sphæræ ad angulos cuiuslibet pentagoni uenieẽtes, sunt æquales, nã anguli pentagonorũ sunt centra circulorum trigonos ipsos icosedri circunscribentium ex hypothesi. Igitur ex penultima primi eodẽ argumẽtationis genere quo superius in 14 syllogisauimus sectorem prouenientẽ in superficie sphæræ cum aliqua plana superficies sphæram secat non super centrum eius, esse circunferentiam continentem circulum, necesse est quinq; lineas uenientes à cõcursu perpendicularis ductæ à cẽtro sphæræ ad superficies omnium pentagonorum ad quinque angulos cuiuscunq; pentagoni, esse adinuicẽ æquales: itaque omnibus duodecim pentagonis est circulus circunscriptibilis. Cum igitur ipsi sint æquilateri, conuincitur eos esse etiã æquiangulos quod oportebat ostendere.

Eucli. ex Camp. Propositio 7

7 **INtra datum corpus duodecim basium pentagonarum æquilaterarum atque æquiangularum, corpus uiginti basium triangularium atque æquilaterarum fabricare.**

CAMP. Qualiter corpus duodecim basium pentagonarum æquilaterarum atque æquiangularium componere oporteat, ex 17 tredecimi require. Sed qualiter corpus uiginti basium triãgularium æquilaterarũ sibi conueniat inscribi, hic addisce. Suorũ pẽtagonorum centris (ut in 14 quarti fit) repertis, ea adinuicẽ 30 lineis hac lege cõtinua, ut uniuscuiusq; pentagoni centro cuiusq; pentagoni secum in latere cõicantis iungatur. ita uidelicet, quod unuscuiusq; pentagoni centrum centris quinq; pentagonorum terminantium uel circuniacentium continuetur. Cum igitur hoc feceris, obuiẽt tibi uiginti trianguli ab ijs 30 lineis centra pentagonorum continuantibus cõtenti, eruntq; ij uiginti trianguli uiginti solidis angulis ipsius dodecedri oppositi, amplectentes corpus uiginti basium triangularium, quas æquilateras esse demonstrabimus, & erunt 12 solidi anguli huius corporis 20 basium in centris 12 pentagonorum corpus dati dodecedri terminãtium. Hos itaque 20 triangulos æquilateros esse sic proba. A centris pentagonorum ducito perpendiculares ad latera, eruntq; omnes perpendiculares æquales. Binas ergo & binas probabis ex octaua primi æquos angulos cõtinere. Et quia lineæ cõtinuantes centra pentagonorum his angulis à binis & binis perpendicularibus contẽtis subtenduntur, cum omnes perpẽdiculares sint æquales, erunt ex quarta primi oẽs lineæ cõtinuantes centra pentagonorum æquales: Quod est propositũ. Perpendiculares autem binas & binas æquales angulos cõtinere, & omnes eas adinuicẽ esse æquales, sic collige. Ex 8 primi & 27 eiusdem constat singulas earum diuidere latera pentagonorum super quæ cadunt, per æqualia easq; esse adinuicem æquales ductis lineis à cẽtris pentagonorum ad singulos angulos eorum, Quare binæ & binæ super idem latus cadentes in eodem ipsius lateris puncto coibunt, eo quod utraque diuidit illud latus duo duobus pentagonis à quorum centris ueniunt cõmune per æqualia. Has igitur perpendiculares binas & binas usq; ad angulos quibus cõe latus in quo coeunt oppositũ per centra pentagonorũ producito,& eisdẽ angulis duas lineas subtẽdito, quas ex demonstratione 17 tredecimi manifestum est esse tanquam latus cubi ab eadem sphæra cũ proposito dodecedro circunscriptibili, ideoq; patet eas esse æquales, eo quod omnia latera cubi sint æqualia easdẽq; liquet ex nona undecimi esse æquidistantes: propter hoc quod ambæ æquidistãt cõmuni lateri in quo binæ & binæ perpendiculares cõueniunt. At uero ipsas easdẽ cõstat ex his perpendicularibus per æqualia diuidi. Itaque per 33 primi cunctæ lineæ cõtinuantes puncta in quibus binæ & binæ perpendiculares super has lineas quas tãquã cubi latera fore diximus, cõcurrunt sunt adinuicẽ æquales nam omnes sunt tanquã latus cubi. Igitur ex octaua primi, anguli contenti à binis perpendicularibus, su[illegible]t æquales. Quare per 4 eiusdẽ, lineæ quoq; cõtinuantes centra pentagonorum sunt sibijnuicem æquales: inscriptũ ergo est proposito dodecedro corpus uiginti basium triangularium & æqualium laterum sicut iussi eramus.

Eucli. ex Camp. Propositio 8

8 SOlido duodecim basium pentagonarum atque æquilateratum proposito, intra ipsum cubum distinguere.

CAMPANVS. Cum dodecedron super cubi latera fabricetur ut cõstat ex 17 tredecimi, nimirum eo fabricato sibi cõuenit cubũ inscribi, nam cum duodecim sint pẽtagoni, si unius cuiusq; eorũ uni angulo (prout cubi figuram uidebis exigere) chordã unã subtẽderis, ex ijs duodecim chordis sex æquilateras rectãgulasq; superficies cubi & corpus amplectentes superficies. Aequilateras quidẽ eas esse, constat ex quarta primi, rectãgulas autẽ, eodẽ argumentationis genere quo in sexta huius bases dodecedri dato icosedro inscripti demõstrauimus esse æquiangulas, constat quidẽ ex 17 tredecimi, propositum dodecedron sphæræ esse inscriptibile. Ergo à centro illius sphæræ ad omnes has quadrilateras superficies, perpendiculares, ut docet 11 undecimi protrahe, & à puncto concursus ad singulos angulos illarũ quadrilaterarũ superficierum rectas lineas dirige, ac eosdem angulos quadrilaterarũ superficierum cũ centro sphæræ iunge, eruntq; hæ lineæ centrum sphæræ cum angulis quadrilaterarum superficierum cõtinuantes: semidiametri sphæræ, de quarum quadratis (quia dempto quadrato perpendicularis, remanẽt ex penultima primi quadrata linearũ continuantium punctum concursus perpendicularium cum angulis quadrilaterarũ superficierũ) necesse est omnibus his quadrilateris superficiebus circulos esse circũscriptibiles, ideoq; necesse est eas esse æquiangulas, cum sint æquilateræ. Et quia ex 32 primi anguli cuiusq; earum pariter accepti sunt æquales quatuor rectis angulis, sequitur eas esse rectangulas: nihil ergo deest incripto corpori de ratione cubi.

Eucli. ex Camp. Propositio 9

9 DAto dodecedro, sibi demum octoedron includere.

CAMPANVS Cõposito dodecedro ut in 17 tertijdecimi, sex latera suarum superficierũ ea uidelicet quæ cathetos sup sex lineas opposita latera superficierum cubi per æqualia secãtes erectos tanquã eorũ corausti iungũt per æqualia diuide, eaq; bina & bina adinuicẽ cõposita cõtinua per tres lineas, quæ seinuicem super medium punctum diametri cubi ex 48 undecimi per æqualia secabunt, eritq; ut quæq; duæ earum trium seinuicem quoq; ad angulos rectos diuidãt. Si igitur harum triũ linearum extremitates per 12 lineas rectas continuaueris, prouenieт tibi corpus octo basium triangularium & æquilaterarum ex 4 primi, uel si mauis ex penultima primi. Quod oportebat ostendere.

Eucl. ex Camp. Propositio 10

10 INtra assignatum dodecedron, pyramidem quatuor basium triangularium atq; æquilaterarum adhuc restat distinguere.

CAMPANVS Assignato dodecedro inscribe cubũ ex 8 huius, cuboq; pyramidem ex prima. Cum igitur anguli pyramidis sint in angulis cubi ut patet ex ratiocinatione primæ, & anguli cubi in angulis dodecedri ex ratiocinatione octauæ: erũt quoque anguli pyramidis in angulis dodecedri, itaque cõstat q; uolumus.

Eucli.

Eucli. ex Camp. Propositio 11

11 PRoposito icosedro, in eodem cubum figurare.

CAMPANVS Icosedro inscribe dodecedron ex sexta, ac dodecedro cubũ ex octaua. Constat autem ex demõstratione sextæ, quod omnes anguli dodecedri cadunt super centrum basium icosedri, & anguli cubi sunt in angulis dodecedri: itaque auguli cubi sunt in centris basium icosedri. Habemus ergo propositum.

Eucli. ex Camp. Propositio 12

12 ICosedron datum, pyramidẽ quatuor basium triangularium atq; æquilaterarum sibi postulat inscribi.

CAMPANVS. Si in dato icosedro ex præmissa cubum inscripseris, cuboque ex prima pyramidem incluseris, quin postulationi icosedri satisfeceris hæsitandum non erit. Scire autem oportet quod cum sint quinque regularia corpora de quorum mutua abinuicem inscriptione in hoc 15 libro determinetur, si unũquodque eorum cuilibet cæterorum esset inscriptibile, 20 eorundẽ inscriptiones acciderent. Quippe cuilibet eorũ quinq; essent cætera quatuor inscriptibilia. ideoq; quater quinque inscriptiones quod est 20, necessario prouenirent. At uero pyramidi solũ octoedrõ cõueniens est inscribi, nõ enim sunt in pyramide bases aut anguli aut latera, in quibus anguli cubi aut icosedri aut etiã dodecedri possint extrema ipsius pyramidis contingere. Cubus quoque solius pyramidis & octoedri, & octoedron solius pyramidis & cubi, receptioni sunt apta. qualiter enim in eorum alterutro 12 angulos icosedri, aut 20 angulos dodecedri, ita ut singuli in eorum singulis cadant collocabis? Icosedron autem cum cætera conuenienti ambitione possit complecti. solius octoedri nequit esse receptaculum, nam octoedri sex anguli semidiametrali seinuicem bini & bini oppositionẽ respiciunt, lineæq; eos continuantes sese per æqualia orthogonaliter diuidunt. ita q̃ illud gloriosum signũ ad cuius intuitum cõsternãtur dæmones, sub rectis angulis triplicatũ reddãt. hos itaq; triãgulos, neq; bases neq; anguli neq; latera icosedri possunt sub suo situ recipere, neq; enim in eo reperies sex bases aut sex angulos aut sex latera, hac diametrali orthogonaliq; oppositionẽ se contuentes. Dodecedron autẽ nulli cæterorũ suæ ambitiõis denegauit hospitiũ, immò cũctorũ receptoriũ existit. Vnde non incõuenieter dodecedri figurã antiqui Platõis discipuli ascripsere cœlo, queãdmodũ pyramidis formã tribuerunt igni, eo q̃ sursum sub pyramidali figura euolet. Ac octoedri, aeri, q̃ppe sicut aer ignẽ motus pñitate sequitur, sic octoedri forma, pyramidis formã ad motũ babilitate comitatur. Viginti uero basiũ figurã aquæ dictauerũt, nã cũ ipsa basiũ pluralitate plus cæteris circuletur in sphærã, fluẽtis rei motui magis quàm scãdẽtis cõuenire uisa est. Cubũ uero figurã, quidã dedere terræ: quid enim in figuris maiori ad motũ uiolentia indiget quàm tessera? at in elementis quid fixius cõstãtiusq; reperitur terra. Si igitur ex 20 inscriptionibus, tres quæ pyramis nõ sustinet, binasq; à quibus natura cubi & octoedri aliena est, rursusq; unã cui repugnat icosedri figura, reieceris, erũt reliquæ tantum 14 inscriptiones, pyramidis quidem, sola, cubi uero octoedriq; binæ, icosedri autẽ, tres, dodecedri autẽ quatuor, de quibus omnibus ut arbitror sufficienter alias disputatũ est.

Eucli. ex Camp. Propositio 13

13 FAbricato quouis quinque regularium corporum sibi sphæram inscribere.

CAMP. Ex tertiodecimo libro itaq; manifestũ est unũquodq; quinq; horũ corporũ esse sphæræ inscriptibile. Nũc itaq; cõstabit uiceuersa sphærã unicuique ipsorũ esse inscriptibilẽ. A circũscribẽtis enim sphæræ cẽtro ad bases uniuersas cuiuslibet eorũ perpẽdiculares exeãt, quas intra centra circulorum bases ipsas circũscribentiũ cadere necesse est. Cũq; oẽs circuli eas circũscribentes sint æquales, eruntq; hæc perpendiculares æquales. Itaq; si secundũ quantitatẽ unius earũ circulũ super centrũ circũscribẽtis sphæræ descripseris, eiusq; semicirculũ quousq; ad locũ unde moueri cœperit redeat circũduxeris, quia ipsum per extremitates cũctarũ perpendiculariũ necesse est trãsire cõuinces ex correlario 15 tertij sphærã istius semicirculi motu descriptam uniuersas bases assignati corporis in concursibus perpendicularium cõtingere. Nõ enim plus potest, sphæra de basibus corporis cõtingere q̃ circũduct9 semicirculus (dũ mouebatur) cõtingit. Quare assignato corpori cõstat nos sphærã quemadmodũ propositum erat inscripsisse.

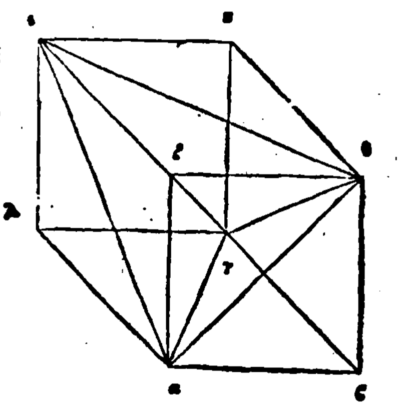
FINIS.

EVCLIDIS MEGARENSIS CLARISSIMI PHILOSOPHI MATHEMATICORVMQVE facile principis, ex Hypſiclis Alexandrini, Græci philoſophi traditione, Geometricorum Elementorum Liber decimusquintus.

Eucli. ex Zamb. Problema 1 Propoſitio 1

Cāp. 1.
1 IN dato cubo pyramida deſcribere.

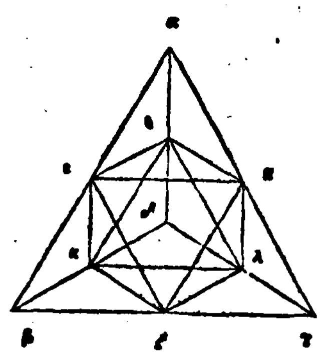
HYPSICLES ex Zāb. Eſto datus cubus α β γ δ ε ζ η θ, in quo oportet pyramida inſcribere, connectātur α γ, γ ε, α ε, α θ, ε θ, θ γ. Manifeſtū idē, ꝙ ipſa α ε γ, α θ ε, α θ γ, γ θ ε, triāgula æqlatera ſūt. quadratorū enim diametri ſunt latera. Pyramis igitur igitur eſt ipſa α ε γ θ, & deſcribitur in dato cubo quod facere oportebat.



Eucli, ex Zāb. Problema 2 Propoſitio 2

Cāp. 2
2 In data pyramide octahedrū deſcribere.

HYPSIC. ex Zamb. Eſto data pyramis α β γ δ, ſeceturq́; bifariā ipſis ε, ζ, η, θ, κ, λ, ſignis: & connectantur ipſæ θ κ, θ λ, ε ζ, ζ η, & reliquæ. Et quoniam α β, dupla eſt utriuſq; ipſarū θ κ, η ζ, æqualis igitur eſt θ κ, ipſi η ζ, & parallelus, ſimiliter & θ η, ipſi ζ κ eſt æqualis & parallelus, æquilaterū igitur eſt θ κ ζ η. Dico quod & rectāgulū. Si enim ab ipſa κ λ, perpēdiculares agātur ad plana ε ζ β η, ε ζ κ ε, ε ζ θ η, θ κ ζ η, ſimiliter oſtendemus quæ in ipſius θ κ ζ η, quadrati æquilatera: Quod facere oportebat.

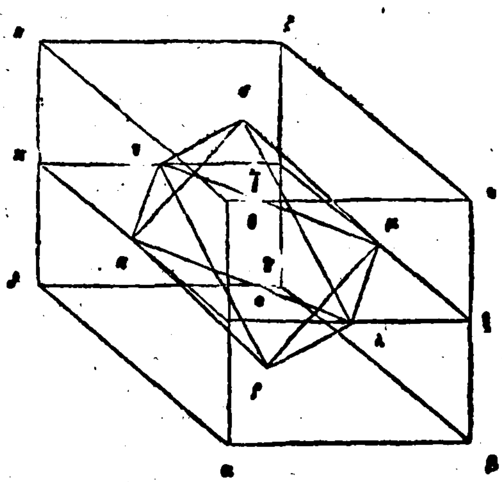


Eucli. ex Zamb. Probleme 3 Propoſitio 3

Cāp. 3
3 In dato cubo octahedrum deſcribere.

HYPSICLES ex Zamb. Eſto datus cubus α β γ δ ε ζ η, Et capiantur centra* inſidentium quadratorum, κ, λ, μ, ν. Dico quod κ λ μ ν. quadratum eſt. Excitentur per ipſa κ λ. paralleli (per 31 primi) ξ ο, π ο. Quoniā igitur dupla eſt π ο ipſius ο κ, & ξ ο ipſius ο λ, id propterea quod ex ο κ igitur ei eſt æquum quod ex λ ο, & per hoc & ο κ, ipſi ο λ eſt æqualis. Quod igitur ex κ λ, duplum eſt eius quod ex ο λ. Ac per hoc: & quod ex μ λ duplū eſt eius quod ex λ ξ, quod igitur ex κ λ, æquū eſt ei quod ex μ λ. Aequilaterū igitur eſt κ λ μ ν, manifeſtum eſt, quod & rectangulum, Aſſumantur ipſi β δ ε η, bina quadrata, & centra ρ, σ, & connectantur ρ λ, ρ μ, ρ ν, σ κ, σ λ, σ ν, σ μ, manifeſtum eſt quod triāgula efficientia octahedrū æquilatera ſunt eadem nāq; oſtendemus ratione.

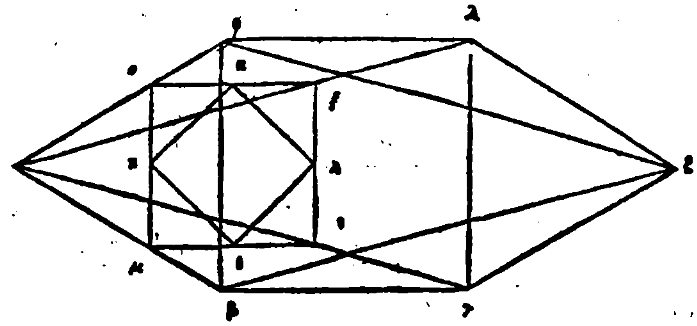
ipsisūtvr ſtatū



Eucl. ex Zāb. Problema 4 Propoſitio 4

Cāp. 4
4 In dato octahedro, cubum deſcribere.

HYPSICLES ex Zamb. Capiātur (per primā tertij) eorū qui circū α β γ, α γ δ, α β ε, α δ ε, triangula, circulorū centra η, θ, κ, μ, λ, & connectantur η θ, η κ, κ λ, λ θ. Dico quod η θ κ λ eſt quadratum. Excitentur (per 31 primi) per ipſa η, θ, κ, λ, ipſis β γ, β ε, γ δ, δ ε, paralleli, μ ν, μ ο, ν ξ, ξ ο. Quoniam igitur æquilaterū eſt α β γ triāgulum, quæ ex α in θ centrum, eius qui circū α β γ triāgulum circuli, bifariā diſpeſcit eū q ad α ipſius α β γ triāguli, æqualis igitur eſt ν θ ipſi θ μ. Ac per hoc iam & μ η ipſi η ο: & ο κ ipſi κ ξ eſt æqualis. Quoniam autem ipſa μ ν, ipſi μ ε, & μ ο, ipsi ο ξ est æqualis, æqualis igitur & ν θ, ipsi μ κ, & θ μ, ipsi κ ο, & μ κ, ipsi ο κ, qui autem sub θ μ κ & κ θ κ, recti ex quo manifestum est, quod κ θ æqualis est ipsi κ, Et id propterea iam & reliquæ. Quoniã igitur κ θ κ λ parallelogrammum est in uno est plano. Et quoniam dimidium est uterque ipsorũ qui sub μ κ θ, ο κ κ, recti reliquus igitur qui sub θ κ κ, rectus est. Similiter & reliqui. Quadratum igitur est κ θ κ λ. Poßibile autem

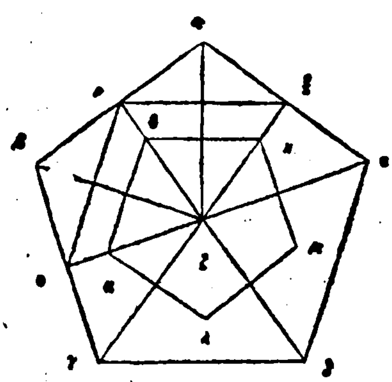


est quæ in principio aßũpta κ, θ, κ, λ, centra & parallelos cõficientia μ ν, ν ξ, ξ ο. ο μ, cõnectere ipsas κ θ, θ λ, λ κ, κ κ, & dicere ipsum κ θ κ λ quadratum. Si uero aßumamus & reliquorum triangulorum centra connectamusq; eadem, ostendemus reliqua, quadrata, habebimusq; in dato octabedro cubum descriptum, quod agendum fuerat.

Eucli. ex Zamb. Theorema 5. Propositio 5

5 In dato icosahedro dodecahedrum inscribere.

HYPSICLES ex Zamb. Exponatur quinquangulum ipsius icosahedri α β γ δ ε, & centra circulorum qui circũ α ζ ε, α ζ β, β ζ γ, ζ γ δ, δ ζ ε, triangula, sintq; κ, θ, κ, λ, μ, connectanturq; κ θ, θ κ, κ λ, λ μ, μ κ. Et rurſus connexæ ζ κ, ζ θ, ζ κ, extendãtur in ξ, ν, ο, bifariam nempe ipsæ ε α, α β, β γ, secabuntur in ipsis ξ, ν, ο, signis. Et sicut ν ξ ad ν ο, sic κ θ ad θ κ, æqualis igitur est θ ν ipsi κ ο. Similiter iam & reliqua ipsius κ θ κ λ μ, pentagoni latera, æqualia demonstrabuntur. Dico quod & æquiangula.



κατὰ δύο, id est paralleli

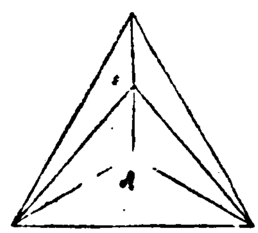
Quoniam enim duæ ν ξ, ν ο, *ad binas κ θ, θ κ, æquos comprehẽdũt angulos & reliqua manifesta sunt. Intelligatur ab ipso ζ ad ipsius α β γ δ ε pentagoni planum perpendicularis acta quæ cadit in cẽtrum eius qui circũ pentagonum circuli. Si uero ab ipso ν in signũ in quod concurrit quæ ex ζ perpendicularis connectamus, ac per θ, parallelum agemus ad eam, manifestum quod concurrit ei quæ ex ζ perpendiculari, & quæ ab ipso ε parallelus rectum comprehẽdit angulum una cum ea quæ ex ζ perpendiculari. Rurſus si connectamus ab ipsis ζ, κ, in centrum eius qui circum α β γ δ ε pentagonũ circuli, & in signũ in quo cõcurrit quæ ex θ, ei quæ ex κ connexa recta quo cum eadem comprehendet. Ex quo manifestum est quod quinquangulum κ θ κ λ μ in uno est plano.

Nos uero scire oportet, quod si quis nos interroget quot latera habet icosahedrum, sic dicemus. Manifestum quod icosahedrum, sub uiginti triangulis comprehenditur, & quod unumquodq; triangulum tribus rectis lineis constat. Oportet igitur nos multiplicare uiginti triangula in ipsa trianguli latera, fiunt sexaginta, quorum medietas sunt triginta. Similiterque & in dodecahedro, Rurſus quoniam duodecim quinquangula dodecahedrum conficiunt, & unumquodque quinquangulum quinque cotinet rectas lineas, efficiemus duodecies quinque, & fiunt sexaginta: rurſus eorum medietas sunt triginta. Cur autem dimidium efficiamus? quia quodlibet latus etiam si fuerit triangulum siue quinquangulum siue quadratum ut in cubo, †ex secundo capitur. Itidem eadem disciplina in cubo & in pyramide, & in octahedro eadem efficiens, latera comperies. Si uero uelis rurſus uniuscuiusque figurarũ angulorũ numerum inuenire, rurſus eadem efficiens diuide per plana comprehendentia unum angulum solidi. †Et quoniam icosahedri angulum quinque triangula cõprehẽdunt, diuide per quinque, fiunt duodecim icosahedri anguli. In dodecahedro, tria pentagona angulum comprehendunt, diuide per tria, & uiginti habebis dodecahedri angulos. Similiter aũt & in reliquis angulos inuenies. Quæsitũ est quomodo ab una quaq; quinq; solidarum figurarũ uno plano cõprehendentium quomodocunq; dato, inuenitur & inclinatio, in quam adinuicem inclinantur comprehendentia plana unamquamque figurarum. Inuentio autem (sicut Isidorus noster magnus magister enarrabat) hunc habet modum. Quod quidem in cubo per rectũ angulum dispescunt ipsum comprehendentia plana adinuicem manifestum. In pyramide uero exposito uno triangulo, centris terminis unius lateris, spacio uero à uertice in basin perpendiculari acta, †ambitiones descriptæ inuicem se secent, & ab ipsa sectione ad centra connexæ rectæ lineæ comprehendent inclinationem planorum pyramidem comprehendentium. In octahedro uero à latere trianguli descripto quadrato, centris terminis diagonij, interuallo autem itidem trianguli perpendiculari, describantur circunferentiæ, & rurſus à communi sectione ad centra connexæ rectæ lineæ comprehendent †desmentem in binas rectas quæsitæ inclinationis. In icosahedro porro, à latere trianguli descripto pentagono connectatur sub binis lateribus subtensa recta linea, & centris terminis eiusdem, interuallo autem ipsius trianguli perpendiculari descriptis, circunferentijs, quæ ex communi sectione

ἐκ δευτέρου, id est repetitus ἀλλ᾽ ὥς, ut

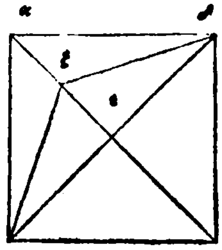
περιφέρειαι τῶν λείπουσαν εἰς δύο ὀρθάς. id est comprehendẽt eũ quo quæsita inclinatio à duobus rectis deficit.

ctione ad centra connexæ, comprehendent desinentem similiter in binas rectas inclinationis icosahedri planorum. In dodecahedro uero exposito uno quinquangulo, connexa similiter sub binis lateribus subtensa recta linea, centris terminis eiusdem, interuallo autem acta perpendiculari à bifaria sectione ipsius in parallelum ei latus pentagoni, ut supra describantur circunferentiæ & quæ à signo in quod inuicem concurrunt ad centra connexæ, similiter comprehendent * desinentem in binas rectas inclinationis planorum dodecahedri. Sic quidem clarissimus ille uir de prædictis disseruit, claram putans in quouis demonstrationem. Sed ut manifesta fiat illorum demonstratio, uisum est uerba ipsius declarare, primumq; in pyramide. Intelligatur pyramis sub quatuor æquilateris triangulis comprehensa α β γ δ, basi α β γ, fastigio uero δ, & secto ipso α δ latere (per 10 primi) bifariam in ε, connectantur β ε, ε γ. Et quoniã α δ β, α δ γ, triangula æquilatera sunt, & α δ bifariam secatur, ipsæ igitur α ε, ε γ, perpendiculares sunt in ipsam α δ. Dico quod angulus qui sub β ε γ, est acutus. Quoniam enim dupla est α γ ipsius α ε, quadruplũ est quod ex α γ eius quod ex α ε. Sed quod ex α γ, æquũ est eis quæ ex α ε, ε γ, (per 47 primi) quorum quod ex α γ ad id quod ex γ ε rationem habet quam 4 ad 3, & est æqualis γ ε ipsi ε β: quod igitur ex β γ, minus est eis quæ ex β ε, ε γ: acutus igitur est qui sub β ε γ. Quoniam igitur binorum planorum α β δ, α δ γ, communis sectio est α δ, & cõmuni sectioni ad angulos rectos sunt rectæ lineæ in utroque ipsorum planorum actæ β ε, ε γ, & acutum angulum comprehendunt, angulus igitur qui sub β ε γ inclinatio est planorum, & est datus, data enim β γ latus existens trianguli, & utraque ipsarum β ε, ε γ, perpendicularis, subsistens æquilateri trianguli, centris nimirum β, γ, hoc est terminis unius lateris, interuallo uero triãguli perpendiculari descriptu* ambitus, sese inuicem in ε signo dispescunt. Et quæ ab ipso in ipsa β γ connexæ rectæ lineæ, comprehendunt planorum inclinationem id autem erat dictum. κυρίως



Et quod centris quidem β γ, interuallo autem trianguli perpendiculari, descripti circuli adinuicem se secent, perspicuum est, utraque enim ipsarum β ε, ε γ, maior est dimidia ipsius β γ, centris autem β γ, interuallo aũt dimidia ipsius β γ descripti circuli, sese inuicem tangunt. Si uero minor fuerit, neque se tangunt neq; dispescunt, si uero maior, omnino secant & sic in pyramide hæc consequens aperte apparet ratio. Intelligatur rursus in quadrato α β γ δ, pyramis uerticem habens ε, & ipsam comprehendentia* bifariam basis triãgula æquilatera, erit autem α β γ δ ε pyramis: dimidium octahedri, secetur (per 10 primi) unum latus unius trianguli α ε bifariam in ζ, & connectantur β ζ, δ ζ, æquales igitur sunt β ζ, δ ζ, & perpendiculares in α ε. Dico quod angulus qui sub β ζ δ, obtusus est, connectatur enim β δ. Et quoniã quadratum est α γ, dimetiens autem β δ, quod ex β δ, duplum est eius quod ex δ α, Quod autem ex δ α, ad id quod ex δ ζ rationem habet (sicut in præcedenti dictum est) quam 4 ad 3. & quod ex δ β igitur ad id quod ex δ ζ, rationem habet quam octo ad tria, æqualis autem est δ ζ, ipsi ζ β. Quod igitur ex δ β, eis quæ ex β ζ, ζ δ, maius est. Obtusus igitur est qui sub β ζ δ. Et quoniam binis planis se inuicem secantibus, hoc est α β ε, α δ ε, communis sectio est α ε, & ad rectos angulos ei in utroque ipsorum planorum actæ sunt, ipsæ, β ζ, δ ζ, obtusum comprehendentes, qui igitur sub β ζ δ, angulus *desinit in binas rectas inclinationis ipsorum α β ε, α δ ε planorum. Si datus fuerit igitur qui sub β ζ δ, datur quoq; dicta inclinatio. Quoniam igitur datur triangulum octahedri & unum latus octahedri est α δ, & ab ipsa quadratum describitur α γ, dataq; β δ, dimetiens existens ipsius quadrati. Sed & β ζ, ζ δ, ipsius trianguli perpendiculares. Quare & qui sub β ζ δ angulus datur. Descripto igitur quadrato ex latere trianguli sicut α γ, & connexa diametro sicut β δ si centris β δ, interuallo autem trianguli perpendiculari, circulos describamus, se inuicem in ζ dispescent. Et quæ ex ζ in centra connexæ rectæ lineæ, comprehendunt inclinationem eam quæ sub β ζ δ, *quæ desinit in binas rectas (sicut dictum est) ipsorum planorum inclinationis. Et hic perspicuũ est quidem sicut utraq; ipsarũ β ζ, ζ δ, est dimidia ipsius β δ maior, ac per hoc in organica cõstructione circulos sese inuicẽ dispescere necesse est. Et ex demõstratione manifestũ sit sicut β δ ad δ ζ, potẽtia rationẽ habet quã octo ad tria, dimidiæ uero ipsius β δ potentia quadrupla est, & proinde maior est utraq; ipsarum β ζ, ζ δ, dimidia ipsius β δ, & hæc quidem de octahedro.

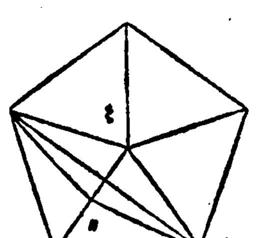
δίχα τῆς βάσεως praeter basim



Est quo deficit à duobus rectis inclinatio

ut supra

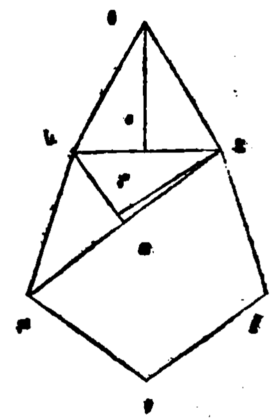
In icosahedro autem intelligatur pentagonum æquilaterum α β γ δ ε, & in eo pyramis uerticem habens ζ, ut triangula ipsam comprehendentia æquilatera sint, erit iam ipsa α β γ δ ε pyramis pars icosahedræ figuræ. Secetur unum latus unius trianguli ζ γ bifariam in η, & connectantur β η, η δ, æquales existentes & perpẽdiculares factæ in ipsum ζ γ. Dico quod qui sub β η δ angulus obtusus est, & ibidem manifestum est, nam connexa recta linea β δ, obtusum quidẽ explicat eum qui sub β γ δ ipsius pẽtagoni angulum, hoc autem maior qui sub β η δ, ipsæ nãq; β η, η δ, ipsis β γ, γ δ, sunt minores: similiter iam ut in præcedenti, quod qui sub β η δ angulus desinit in binas inclinationis ipsorum β ζ γ, γ ζ δ, triangulorum, hoc dato, data erit & inclinatio ipsius icosahedri planorum. A latere namq; trianguli icosahedri descripto quinquangulo cõnexa sub binis lateribus subtensa pentagoni, sicut in ipsa descriptione β δ data, similiter autem

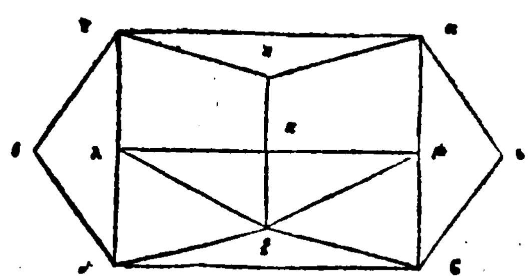


ὑποτείνει subtendit

S & ipsi

& ipsis ϐ ι, κ δ perpendicularibus triangulorum, datur & qui sub ϐ κ δ. Si enim centris limitibus eius quæ sub binis lateribus subtensa pentagoni, sicut ϐ δ interuallo autem ipsius trianguli perpendiculari, circuli describantur, secabunt se inuicem sicut in κ, & quæ ex κ ad ipsa ϐ δ connexæ rectæ lineæ, comprehendent desinentem sub binis rectis ipsorũ planorũ inclinatiõis, & hic quidẽ ex descriptione manifestũ est, quod utraq; ipsarũ β ι, α δ maior est dimidia ipsius β δ. Instrumentali quoque fabrica est ostẽdere. Intelligatur separatim æquilaterum quidem triangulum θ κ λ, ab ipso autem κ λ quinquangulum describatur κ μ ν ξ λ, & connectatur μ λ, exciteturq; (per 12 primi) perpendicularis ipsius θ κ λ trianguli, θ ο. Dico quod ipsa ϐ ο maior est dimidia ipsius μ λ subtendentis inclinationem planorũ. Acta ab ipso κ in ipsam μ λ, perpendiculari ipsa κ π, quoniam qui sub κ λ π maior est tertio recti, hoc est eo qui sub κ θ ο, constituatur ei qui sub κ θ ο æquus qui sub π λ ρ, ipsa igitur π λ, perpendicularis est æquilateri triãguli cuius est latus ρ λ, quare quod est ex ρ λ, ad id quod ex λ π, rationem habet quàm 4 ad 3, maior autem est κ λ, ipsa λ ρ. Quod igitur ex κ λ, ad id quod ex λ ο, maiorem rationem habet quàm 4 ad 3, habet autem & ad id quod ex θ ο, quã 4 ad 3. Ipsa igitur κ λ, ad λ π maiorẽ rationẽ habet quàm ad θ ο, maior igitur est θ ο ipsa λ π. In dodecahedro sic intelligatur unũ quadratũ cubi à quo dodecahedrũ describitur, & sit α β γ δ, & bina plana dodecahedri, hoc est α ι ϐ ξ η, α δ θ γ ζ. Dico iam & hic datã esse, binorũ quinquãgulorũ inclinationẽ. Secetur (per 10 primi) ζ η bifariã in κ, & ab ipso κ ipsi ζ η (per 11 primi) ad angulos rectos excitẽtur in utroq; planorũ κ λ, κ μ, & cõnectatur μ λ. Aio primũ quod qui sub μ κ λ, angulus obtusus est. Ostensum autem est in decimotertio elemẽtorum, uolumine siue statu dodecahedri, quod quæ ex κ perpendicularis acta in α β γ δ, quadratum dimidia est lateris pentagoni, quare minor est dimidia ipsius μ λ, & id propterea qui sub μ κ λ angulus obtusus est. Simulq; ostensum est in eodem theoremate quod & quod quidem ex κ λ, æquum est ei quod ex dimidio lateris cubi & ei quod ex dimidio lateris pentagoni, quare eadem κ λ & κ μ sunt æquales, & maiores sunt dimidia ipsius μ λ: dato igitur angulo sub μ λ κ, desinens in binas rectas inclinatio erit planorum, uidelicet data. Quoniam igitur latus α ϐ ι δ, quadrati subtendens est bina latera





pentagoni daturque & pentagonum, datur ergo & μ λ. Datur autem & utraque ipsarum μ κ, κ λ, perpendiculares enim sunt à bifaria sectione α β sub binis subtensa lateribus in parallelum eidem latus pentagoni ut ζ η. Datur igitur qui sub λ κ μ desinens (sicut dictum est) in binas rectas quæsitæ inclinationis. Bene igitur in instrumentali fabrica dixit quod oportet dato pentagono, connectere subtensam sub binis lateribus quæ æqualis sit ipsius cubi lateri, & centris limitibus ipsius, interuallo uero ab ipsa bifaria sectione acta perpendiculari in parallelum eidem pentagoni latus, sicut in descriptione κ λ, κ μ, descriptæ circunferentiæ, & ab ipso commissuræ circunferentiarum signo ad centra connectere rectas lineas comprehendentes desinentem in binas rectas inclinationis ipsorum planorum, quod enim ipsa κ λ, perpendicularis maior est dimidia ipsius μ λ. dictum est, sicut in elementis simul etiam est ostensum.

DECIMIQVINTI LIBRI FINIS

BARTOLOMAEVS ZAMBERTVS VENETVS
Clarissimo uiro Paulo Pisano patritio Veneto
equiti Iurato grauissimoq; senatori
foelicitatem perpetuam.

LICET Mathematicae disciplinae quae primum certitudinis fastigium uno omniũ philosophantium iudicio obtinent. Paule Pisane uir grauissime, à priscis illis philosophantibus semper excultae fuerint, tamen astrologiam caeteris lõge praestare censuerim: & hoc sane binis adductus rationibus, nam longe clariora & excellentiora sunt quae ab astrologis in coelestium globorum conuersione, astrorumq; reuolutione, traduntur, hac siquidem disciplina coelestia quae his inferioribus lõge sunt praestãtiora homines intuentur, astra fixa errãtiaq; pariter, distãtias, solisq; & lunae defectus cõiectãt, quae deus opti. max. mira sapiẽtia cõstruxit. Illud quoq; accedit quod haec disciplina reliquas tres in sese cõtinet: nã cũ in astrologicis theorematibus spectãtur circuli, anguli, quadrata quae ex coelestiũ globorũ cõuersione fiunt, tunc geometria est opus, cũ uero numeri adhibẽtur ut supputatiões accõmodatius fieri possint tam minutorũ quã secundorũ & reliquarũ particularũ, sicut in magna cõstructiõe Mathematica Claudius tradit Ptolomaeus, quã imperiti almagestũ nescio quo beluoso nomine appellãt, tũc auxiliatur arithmetica, si autẽ globorũ mot⁹ alios celeriores, at alios tardiores iuuenis ubi eos simul cõparaueris, proportionibus sese mutuo corrẽspõdere cõperies quas musica disciplina ostẽdit. Pythagoreus nãq; Nicomachus in globorũ coelestiũ reuolutionibus Harmoniã sonosq; gigni in musicis tradit. Cuius disciplinae primordia quae Phaenomena sunt hoc est apparentia, cum Euclides Megarensis clarissimus mathematicus mira indagatione cõscripserit, opusculũ illud ijs qui astrologiae disciplinã sibi uendicare cõtendunt utile & scitu iucũdum cũ fortasse hisce diebus ad nostras manus peruenisset, ne tãta utilitatẽ studẽtes carerẽt, illud latinũ fecimus. Quod opus q̃m latinis hucusq; ignotũ extitit, uoluimus ut sub tuo nomine è Graecia in Italiã migraret seseq; latinis praeberet legendũ, ut licet ex sese auctoritatẽ uel maximã habeat: nã nõ recte sentiũt qui Euclidi plurimũ non tribuũt, tua auctoritate, maior existimatio & auctoritas ei accederet. Tũ ut licet te pater meus nosq; omnes semper excoluerimus, tuaq; uetustissima fuerimus mãcipia, hãc obseruationẽ nostrã nullã esse cẽserẽ, nisi ea tibi hoc munere certior fieret. Quod op⁹ tibi abs te cõprobatũ fuisse cognoscã cõi utilitati consulens, conabor ut aliorum praeclarissima mathematicorũ opera in lucem ueniãt, tu uero Vale aeternũ, nostri sq; uotis da facilẽ cursum. In Aedibus patrijs xij. Kal. Octobris in xl. IIVI. & XIX. Elemento à reconciliata diuinitate.

EVCLIDIS MEGARENSIS CLARISSIMI PHILOSOPHI PLATONICI MATHEMATICIQ́ præſtãtiſſimi Phænomena, ex traditione Theonis Bartholomæo Zamberto Veneto interprete.

QVONIAM aſtra non errantia ex eodem oriri loco, in eũdemq́ locum occidere ſpectantur, quæq́ ſimul oriũtur, ſimul ſemper oriri, & quæ ſimul occidunt ſemper ſimul occidere. Ab ortuq́ in occaſum uergentia eiſdem inuicẽ interuallis diſtare, ueluti Orionis, id quod obtigit à cingulo ad pedes uſque idem ſemper eſt interuallum. Id. inquam. fit in ijs ſolis. quæ in gyrum feruntur, quoniam uiſus omnino à circunferentia æque diſtat. quemadmodũ in opticis oſtenditur. Receptum ſiquidem eſſe oportet aſtra circuloſe ferri: in unoq́ corpore reuinciri, uiſumq́ à circunferẽtijs æque diſtare, ſpectatur ſiquidem ſtella aliqua inter ſublimes loco, locum ex loco non permutans. ſed in qua eſt regione in eadem reuoluta. Quandoquidem ita ad circulorum circunferentias in quibus reliqua aſtra feruntur. ubique æque diſtare uidetur. Admittendũ eſt ſane circulos omnes parallelos eſſe. & id propterea aſtra non errantia per parallelos ferri polum habentes iã dictam ſtellã. Horũ aũt nõnulla neq́ orientia neq́ occidentia ſpectãtur. eo quia in ſublimioribus circulis ferũtur, quos ſemꝑ apparẽtes appellãt. Hæc ſiqdẽ ſunt aſtra quæ polum apparentem ſequuntur uſque ad circulum arcticum, & quæ polo propinquiora minimo circulo feruntur. maximo uero quæ longius abſunt. At quæ in arctico circulo exiſtunt horizontem radere uidentur. Quæ uero ad meridiem omnia & oriri & occidere ſpectantur, eo quia eorum circuli non ſunt toti ſupra terram, ſed eorum pars ſupra, at reliqua ſub terra. Eorũ uero ſegmentorũ quæ ſupra terram unũquodq́ quo propius ad ſemper apparentium circulum maximum acceſſerit, magis apparet, eorũ uero quæ ſub terra quo propius ad dictũ circulũ accedit, mins ſpectatur. Eo quia aſtra in ſegmento orbis quod ſub terra exiſtunt inuehuntur tẽpore minimo, quæ uero in eo quod ſupra terram maiori feruntur. Quæ uero ab ijs longius abſunt ſemper ſupra terram tempus obtinent minus: quæ uero ſub terra maius, minimum uero tempus habebunt quæ ſupra terram ferũtur ea quæ in meridiem uergunt. quæ uero infra terram maius Qui uero inter hos medij ſunt æquale tempus habent ei quæ ſub terra eſt parti. Quare orbem huiuſmodi æquinoctialem appellamus. Qui uero ab æquinoctiali circulo æqualiter diſtent, æquali tempore, & ſegmentis uiciſſim æqualibus inuehuntur, ſicut quæ ſupra terram in ſeptentrionem uergunt eis quæ ſub terra in meridiem tendunt. Quæ uero ſupra terrã in meridiem tendunt, eis quæ infra terram ad ſeptentrionem comeãt, utriuſq́ enim circuli & eius qui ſupra terram, & qui ſub terra in continuum tendit idem tẽpus, apparet prætera lacteus circulus & zodiacus in parallelos obliqui exiſtentes circulos, ſeſeq́ inuicẽ in circunuectione diſpeſcẽtes ſemper hemicyclia ſuper terram habere uidentur. Iã ex his omnibus quæ dicta ſunt mundus ſphæricæ ſpeciei eſſe ſupponitur. Si enim cylindroides aut conoides eſſet. Quæ in obliquis circulis æquinoctialẽq́ bifariã ſecãtibus ſtellæ cõprehẽſæ in ambitu, neutiquàm ſemper in æqualibus ſemicirculis prouehi apparerẽt. ſed quãdoq́ in maiori ſemicirculi ſegmẽto, & quandoq́ in minori. Si enim conus aut cylindrus plano ſecetur, non aũt ad baſim, ſectio fit oxygoni coni quæ clypeo ſimilis eſt. Manifeſtũ igitur qđ huiuſmodi figura in medium ſecta & in longum & in latum diſſimilia ſegmenta efficiet. Manifeſtum autem quod & ſi oblique per medium ſecta fuerit, & ſic diſſimilia efficiet ſegmenta. Quod in mundo nequaquam fieri deprehenditur, hijs igitur omnibus mundus eſt ſphæricus, æqualiterq́ circa axẽ uoluitur. Cuius unus quidem eſt polus ſupra terram apparens, alter uero infra terram ocultus. Horizon uero uocetur per planum noſtrũ procidens in mundo circulus finiensq́ ſupra terram ſpectatum hemiſphæriũ, ſi ſphæra nãque plano ſecta fuerit ſectio circulus eſt. Meridianus porro circulus appelletur,

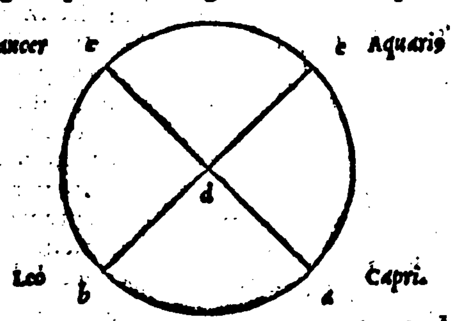
qui

qui per sphæræ polos & recte ad horizōtē,peruenit. Tropici uero sunt quos per mediū zodiacus orbis tangit,qui eosdem cum sphæra polos habent,sed qui per medium currit zodiacus circulus & æquinoctialis maximi sunt,bifariā enim inuicem sese dispescūt in principio arietis & libræ,sunt namq; in diametro,& in æquinoctiali existentes, coniugatæ oriuntur & occidunt, inter ipsos habentes u signorum sex signa, æquinoctialis uero circuli binos semicirculos,quando quidem utrunque principium in æquinoctiali orbe existens in eodem feratur tempore,& quæ supra & que infra terram est pars. Si enim sphæra circa suū æqualiter axē euoluta fuerit,omnia in ipsius sphæræ circunferentia cōsistentia signa in æquali tempore similes circunferētias circulorum per quos feruntur transibunt,similes igitur æquinoctialis circuli circūferentias transibūt, eam scilicet quæ supra terram,& eam quæ infra:circunferentiæ igitur sunt æquales:semicirculus & enim utraq; est. Nam ab oriente in ortum,siue ab occidente in occasum totus circulus est.Id propterea animalium circulus & æquinoctialis inuicem sese bifariam dispescunt. Si uero in sphæra bini circuli sese inuicem bifariam secuerint,uterque secatium maximus est.Igitur zodiacus orbis,& æquinoctialis maximi sunt,& horizon quoque maximus est,zodiacum & enim & æquinoctionalem orbem maximos existētes semper bifariam dispescit,Duodecim uero animalium sex semper supra terram, & æquinoctialis circuli semper superne semicirculum habent:quæq; in eo sunt astra simul & orientia & occidentia in eodem tempore adueniunt,alterum siquidem ab ortu in occasum,alterum uero ab occasu in ortum. Ex his igitur ostensis manifestum est quod æquinoctialis circuli semicirculus in horizonte est. Si uero in sphæra manens circulus bifariam maximorum aliquem secuerit semper delatum,& secans quoque maximus est,horizon igitur maximus est.

Theorema 1 Apparens 1

Terra in medio mundo est,centriq; ordinem obtinet ad mūdum.

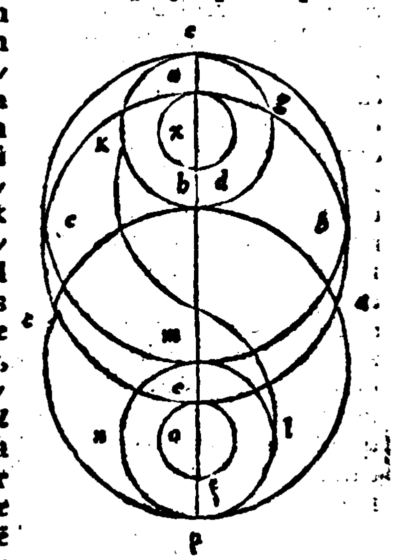
Sit in mundo horizon a b,terra autem sit uisus noster qui sit ad d, sintq; orientales partes c,occiduæ uero sint a,spectetur que per dioptram iacentem ad d,signum cancer oriens in c signo,spectabitur igitur eadem dioptra capricornus occiduus,spectetur per a signū & quoniā signa a d c,per dioptram spectātur, recta igitur est linea quæ p a d c esto a d c, manifestum iam est quod a d c dimetiens est non errantium sphæræ & zodiaci, quando quidē zodiaci super horizontem sex animalia discindit. Rursus iam moto zodiaco & dioptra spectetur leo oriens in b signo: spectabit igitur eadem dioptra aquarius occidens; spectetur in e signo,& quoniam e d b signa per dioptrā spectantur,recta est linea quæ per e d b,sit e d. Igitur ipsa e d b diametros est,& non errantium sphæræ & zodiaci circuli patuit autē quod & a d c.Igitur d signum centrum est non errantium sphæræ,estq; ad terrā. similiter iam ostendemus quod si illud signum,in terra assumatur centrum est mundi, terra igitur in medio mundo est, centrique ordinem ad mundum obtinet.



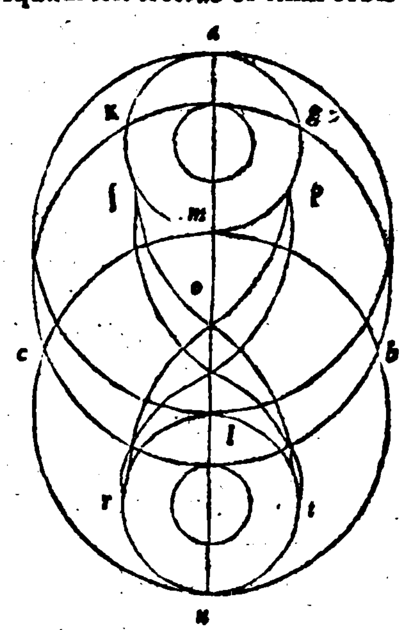
Theorema 2 Apparens 2

IN uno mundi ambitu,qui per polos sphæræ circulus bis erit rectus ad horizontem,zodiacus uero circulus ad meridianum bis erit rectus, ad horizontem uero minime quando polus horizōtis fuerit inter æstiuum tropicum circulum,si uero in aliquo tropicorum fuerit polus horizontis,zodiacus circulus omnino ad horizontem rectus erit; quando autem polus horizontis inter tropicos circulos fuerit,zodiacus circulus ad horizontem bis erit rectus.

Esto horizon circulus b e c,& maximus semper apparentium circulorum esto u d. maximus uero semper non apparentium esto e f,æstiuus uero tropicus sit g h k,hyber nus autem tropicus sit l m n. zodiacus porro circulus positionem habeat sicut k l. poli autē sphæræ sint x o, signa, describaturq; per x maximus circulus a x e o. Dico quod in uno sphæræ ambitu, qui per polos sphæræ circulus bis erit rectus ad horizontem, zodiacus autem circulus ad meridianum bis erit rectus, ad horizontem uero minime, quando polus horizontis inter g h k, & a d. fuerit, quod quidem qui per polos sphæræ ad b e c, horizontem bis est rectus ostēditur. Dico iam quod k l, ad a o, meridianum bis erit rectus. Quoniam enim in sphæra bini circuli a b c, g h k, sese inuicem dispescunt, perque polos eorum describitur circulus maximus a h o, æqualis igitur est circunferentia k h, ipsi h k, & l p, ipsi, p n, estque æqualis circunferentia g h k, ipsi circunferentiæ l p n, æqualis igitur est l p, circunferentia ipsi k h, circunferentiæ. In quo igitur tempore k signum ab ipso exordiens k, ipsam k h, percurrens circunferētiam in h, peruenit, in eo & l signum ambitum l p, percurrens in p signum stabit, & zodiacus circulus positionem habebit sicut h b, p c. Nā quoniam in sphæra bini orbes a g h k, b h p c, sese inuicem tangunt, ac per unius polum & contactum maximus describitur circulus x h o b. Igitur ipse x h o q, orbis ueniet & per ipsius h b p c, orbis polos, ad eumq; rectus erit, quare & h b p c. orbis ad ipsum x h o p, orbē rectus est. Rursus quoniam a d circunferentia ipsi m n, circunferentiæ similis est, in quo igitur tēpore a ad d. peruenit, in eodē & n ad m, & zodiacus circulus positionem habebit sicut a b m c, nam quoniam in sphæra bini orbes a b m c, a h sese inuicem tangunt, perq; unius polum & contactum maximus describitur circulus a x o h, rectus igitur est, a x h o ad a b m c, orbem. quare & a b m c, orbis ad a x h o, orbem rectus est. Rursus quoniam a k circunferentia ipsi l m. circunferentiæ similis est, in quo igitur tempore a, peruenit ad k, in eodem & m ad l, uenit zodiacusque circulus positionem habebit sicut k l: in quo igitur tēpore k incipiens a k, ipsamq; k h, percurrens circūferentiā ad h. peruenit, q; temporis interuallum est unius sphæræ ambitus, ipse k l, orbis ad b e c, orbem, bis erit ad angulos rectos.



Eisdē expositis sit polus ipsius b e c k, inter signa d x. Dico quod k l. circulus zodiacus ad b e c k, horizontem neutiquam erit erectus. Si enim orbis k l rectus est ad orbem, b e c k, ipsum per polos dispescit, transietq; per polum existentem inter d x, secabit quoque ipsum g h k, tropicum quod est impossibile, idq; propterea k l zodiacus nō erit rectus ad b e c k, horizontem. Sit autem horizōtis polus in l m n, in m. signo. Dico quod omnino orbis k l. ad horizontem rectus erit. Nam quoniam k m, circunferentia ipsi l n circunferentiæ, est æqualis. In quo igitur tempore k. ipsam k m, percurrens circunferentiam ad m, peruenit. in eodem l in n, erit & zodiacus circulus positionem habebit sicut b k c. Quoniam igitur b m, ipsum n b c, horizontē per polos secat ipsumq; bifariam secat & ad angulos rectos. Rectus igitur est zodiacus circulus ad horizontē. Esto aūt polus horizōtis inter tropicos siue que o signū. Dico q; k l circulus ad horizontē bis erit rectus, describātur p polū o maximi orbes s o t. p o r, tangentes ipsum a g m k. tanget iam & ipsum t n r, & quoniam orbis p o r. ipsum g e k. per polos secat bifariam & ad angulos rectos ipsum secat, rectus ergo est circulus p o r, ad g e k. Idque propterea iā orbis s o t. ad g k e, rectus est. Et quoniam qui ex k semicirculus sicut ad k l partes contactum non admittit ipsi s semicirculo, sicut ad s t. partes, similis & k s, circūferentia ipsi

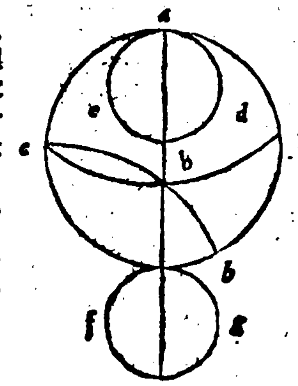


l t. cir-l t.circunferentiæ:in quo igitur tempore k in f peruenit in eodem & l in t,&[k l.circulus coheret in ipso f t.circulo a t.f t.circulus ad g e k rectus est:& k l.igitur ad e k.rectus est. Rursus quoniam f m p,circunferentia ipsi t n r,est similis:in quo igitur tempore f in p, in eodem quoque & t in r uenit,& circulus zodiacus conuenit in circulo p o r,& p r.ad g e k,rectus est,& zodiacus circulus rectus est ad g e k.horizontem,bis igitur zodiacus circulus ad horizontem rectus est.

Theorema 3 Apparens 3

ASTrorum non errantium,ortus occasusq; efficientium unũquodque iuxta eadem horizontis signa oritur & occidit.

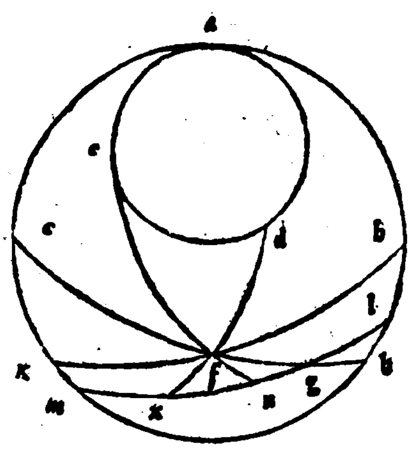
Sit in mũdo horizon a b c maximus autem semper apparẽtium esto circulus a d e.non apparentium uero maximus esto b g f,assumanturq; signum h ortus & occasus facientiũ. sintq; orientales partes c,occiduæ uero sint k. Dico quod h signum semper iuxta eadem horizontis signa oritur,& occidit euoluta sphæra,sit orbis per quem signum h cõuertitur sitq; k h c.igitur orbis k h c,ipsum horizontem secat estque rectus ad ipsius sphæræ axem.Ipsi autem axi ad angulos rectos existentes circuli,horizontemq; dispescentes, ortus & occasus per eadem horizõtis signa efficiunt,orbis igitur k h c,per c signum oritur,& per k occidit,fertur aũt h signum in circunferentia ipsius k h c circuli,& h igitur signum per signũ c oritur,& per k occidit.



Theorema 4 Apparens 4

ASTrorum in maximi circuli ambitu existẽtiũ,maximũq; semper apparentiũ non tangẽtis,neq; secãtis.quæ prius oriuntur,prius & occidũt & qui prius occidũt prius oriũtur.

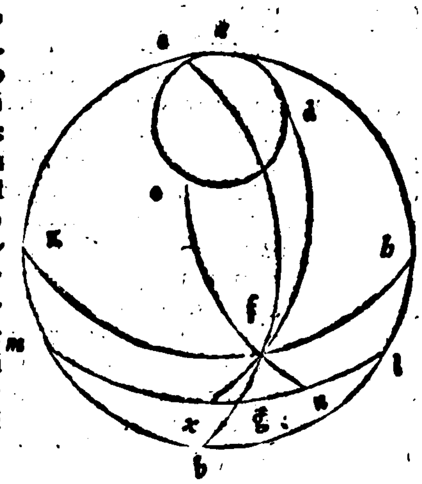
Sit in mundo horizon a b c,maximus autem semper apparentium sit a d e,alius autem maximus orbis esto e f b.non secans circulum a d e,neque ipsum tangens.Assumanturq; in ipsius c f b,circuli circunferentia bina contingẽtia signa sintq; f g.Dico quod ipsorum f g signorum,quod prius oritur prius & occidit,& prius occidens,prius oritur.Sint autem orientales partes c,occiduæ uero sint b,sintque paralleli circuli per quos signa f g.inuehuntur h k.l m & per f maximus describatur circulus n f e,ipsum a d e.circulum tangens ut tamen non tangat semicirculum qui ex e sicut ad partes e f n.ei qui ex a semicirculo ad a c:partes similis igitur est k f,circunferentia, ipsi m n,circunferentiæ,reliqua igitur f h,circunferentia & continua ei sub terram usque ad k,signum similis est ipsi n l,circunferentiæ & ei continuæ sub terram usque ad m signum.In æquali igitur tempore f n.signa ipsas f h,n l,& eis continuas usque ad k m,signa circunferentias pertranseunt. Ipsa igitur f n,signa simul oriuntur & g ipso n prius oritur,& g igitur ipso f.prius oritur.Dico quod & prius occidit,describatur per f signum maximus circulus x f d,ipsum a d e,circulum tangens,ut a b d,semicirculus ad partes d f x,ipsi a,semicirculo ad partes a h,non concurrat,similis igitur est f h,circunferentia ipsi x l.In æquali igitur tempore f,signum ipsam f h,circunferentiam transit,& x signum ipsam n l circunferentiam.Igitur f signo in h ducto,& x.in l,stabit.Ipsa igitur f x,signa simul occidunt:& g,ipso x,prius occidit,& g ipso igitur f.prius occidit:similiter iam demonstrabimus quod & prius occidens prius & oritur.



Theorema 5 Apparens 5

ASTrorum in maximi orbis ambitu qui maximum semper apparẽtium secat, existentium, quæ in septentrione sunt prius oriuntur posterius uero occidũt.

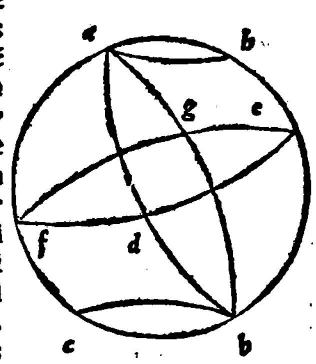
Esto in mũdo horizon a b c, maximus autẽ semper apparẽdũ sit a d e. alius autẽ maximus circulus esto c f b, ipsum a d e, circulum dispescens. Assumanturque in ipsius c f b, orbis ambitu bina contingentia signa. sitq́ f, signum ad septẽtrionem. Dico quod f, signum ipso g prius quidem oritur, posterius autem occidit. Sint orientales quidẽ partes c, occiduæ uero sint b sintque circuli paralleli per quos f g, signa inuehũtur h k, l m, describaturq́ per f signum maximus circulus n f e, ipsum a d e, circulum tangens, ut non tangat eũ qui ex a, semicirculũ ad partes f g, ei qui ex a semicirculo, sicut ad a c k, partes. Similis ergo est f k, circunferentia ipsi n m circunferentiæ. Reliqua igitur h f, circunferentia & continua ei sub terram usque ad k signum similis erit ipsi n l, circunferentiæ & ei cõtinuæ sub terrã usq́ ad m signũ. In æquali igitur tẽpore ipsa f n, signa ipsas f h, n l, circũferentias, & eis continuas usq́ ad k m, signa percurrẽt. Igitur ipsa f n, signa simul oriũtur. Ipsum autẽ n ipso f prius oritur, & f ipso g igitur prius oritur. Dico quod & posterius occidit. describatur per x signum maximus circulus f d. ipsum a d e, circulum tangens, ut non tangat eum qui ex d, semicirculum sicut ad partes d f, ei qui ex a semicirculo, sicut ad a h partes. Similis igitur est f h, ambitus ipsi x l, ambitui. In æquali igitur tempore f, ipsum f h. ambitum, & x ipsum x l. perficit. Ipso igitur f in h signo existente, & x in l stabit. ipsa igitur x f, signa simul occidunt. Ipsum autem g prius ipso x occidit. Igitur & g ipso f prius occidit, quare & x ipso g posterius occidit, patuit autem quod & prius oritur. Igitur ipsum f ipso g prius oritur, posterius autem occidit.



Theorema 6 Apparens 6

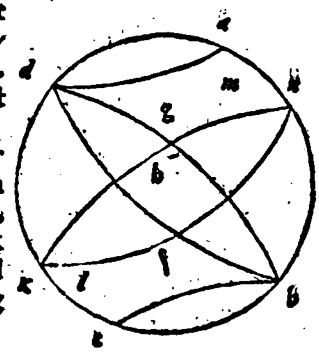
IN zodiaco circulo astra consistentia in diametro coniugate oriũtur & occidunt, similiter & qui in æquinoctiali.

Sit in mundo horizon a b c, zodiacus autẽ circulꝰ positionẽ habeat a d b. æquinoctialis aũt esto e f d, sintque ipsorum quidem segmẽta super terram a g b, e g f, in diametro igitur est a. signum ipsi b signo, & e ipsi f. Dico quod ipsa a b & e f, signa coniugatẽ oriuntur & occidunt. Sint orientes partes a. occiduæ uero b, & sint paralleli circuli per quos signa a b. inuehuntur a h, b c, sitq́ segmẽtum a h super terram, at b c infra terram. Quoniam a ipsi b & e. ipsi f est in diametro, æqualis igitur est circunferentia. e b ipsi a f, circunferentiæ. Sed e b, ipsi f c, est æqualis. & a f igitur ipsi f c, est æqualis, estque maximus parallelorum e f d, æquus igitur est orbis a h ipsi b c. orbi, suntq́ ipsorũ segmenta quæ uicissim a h, b c, æqualis igitur est a h. circunferentia ipsi b c circunferentiæ. in æquali igitur tempore a signũ ipsum a h. ambitum transiens in h ueniet, & b ipsam b c, circũferentiam perficiens ueniet in c. Sed a ipsam a h. percurrens in h proueniens occidit. at b ipsam b c, currens in c. quod proueniens, oritur. Ipso igitur a occidente, ipsum b oritur. similiter demonstrabimus quod & a oriente b occidit. Rursus quoniã uterq́ ipsorum e g f, f d e, semicirculus est, æqualis est ambitus f g e. ipsi f d e. ambitui. in æquali igi-



tur tempore f signum ipsam f g e, circunferentiã efficiens in e, ueniet & e ipsum efficiens ambitum e d f in f ueniet. Sed f quidem per f g e, circunferentiam ductus in e, quod proueniens occidit. At e, per e d f, ambitum inuectus in f, quod perueniens oritur. Ipso igitur f occidente e, oritur, similiter iam demonstrabimus quod f ipso oriente ipsum e occidit. similiter autẽ & omnia in zodiaco & æquinoctionali astra consistẽtia in diametro coniugate oriuntur & occidunt.

Aliter ex impoßibili.

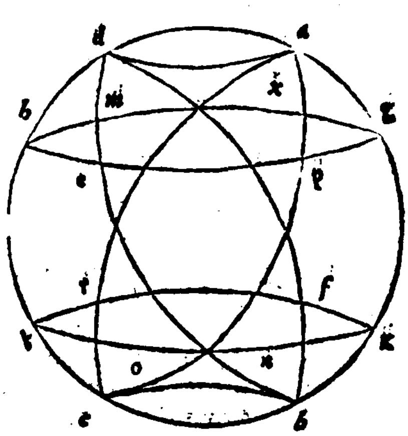


Sit horizon circulus a b c d. æstiuus autem tropicus sit a d, hybernus uero b c zodiacus porro positionem habeat sicut d g b f, sintque in d g b f in diametro signa f g. dico quod ipso f oriente, ipsum g, occidit. Si autem est possibile, non occidat, sed esto h. occidens & per f h. paralleli describantur circuli n h, f k. quare f signo oriẽte per k ipsum h, occidet per n, & zodiacus circulus positionẽ habebit sicut m n l k, & quoniam unusquisque ipsorum a b c d, m n, l k. maximus est: in diametro igitur est k ipsi n, sed & k ipsi f, est idem, & n ipsi h. igitur f ipsi h. est in diametro, sed & g. quod est impossibile. Igitur oriente ipso f, ipsum g occidit.

Theorema 7 *Apparens 7*

Zodiacus circulus per omnem horizontis locum inter circulos tropicos oritur & occidit quando maximus semper apparentium maior fuerit circulo tropico, conuersionesque contrarias fecerit transmutatus, quando enim ortus ad meridiem cum ipso ad septentrionem occasu immutatus fuerit, transmutatus apparet, quando uero ortus septentrionalis cum ortu meridiano immutatus fuerit: transmutatus apparet, & quandoque aliter supra nos stabit.

Sit in mundo horizon a b c d, æstiuus quidem tropicus sit a d. hybernus uero tropicus b c, zodiacus circulus positionem habeat d e b, sitque d e b, segmentũ infra terrã ac, d f b supra terram. Dico quod zodiacus circulus per omnẽ horizontis locũ inter tropicos oritur & occidit, conuersionesque efficit opposite transmutatus: quãdo enim ortu meridiano eo qui ad septentrionem immutatus fuerit, transmutatus apparet, & quãdoque aliter supra nos stabit. Sint quidem partes orientales d c occiduæ uero a b, quod igitur zodiacus quidem circulus per omnem horizontis inter tropicos locum oritur & occidit, manifestũ est. quando quidem maximos tangit orbes, fuerit autem unus eorum quem tangit horizon. Dico autem quod & conuersiones oppositæ immutatus efficit, assumantur æquales & ex opposito circunferentiæ, d e, b f: describanturque paralleli circuli per quos signa e f inuehuntur g e h. k f l. Quoniam circũferentia d e

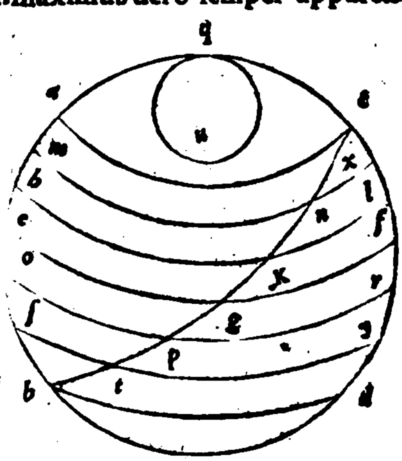


ipsi b f, circunferentiæ est æqualis, communis apponatur e b, tota igitur d e b, toti e b f: est æqualis, semicirculus autem est d e b, semicirculus igitur est & e b f: in diametro igitur est per præcedentem e signum ipsi f signo, & quoniam circunferentia e d, ipsi d m, circunferentiæ est æqualis. & b f ipsi b n. Sed d e ipsi b f est æqualis. & d m igitur ipsi b n est æqualis. Communis apponatur m b, tota igitur d m b toti m b n est æqualis, semicirculus autem est d m b, semicirculus igitur est m b n, igitur per præcedentem in diametro est m signũ ipsi n signo, & quoniam per præcedẽtem zodiaci circuli in diametro signa existẽntia coniugate oriuntur & occidunt. Ipso igitur d signo oriẽte per signum d ipsum b, quod ei est in diametro signum occidit. & ipso igitur e, oriente per h signum f, quod f,quod ei est in diametro occidit per k signum.& ipso n signo oriente per l,signum i-psum m,quod ei est in diametro signum per g, signum occidit & insuper ipso b, signo per c oriente,ipsum d,quod ei est in diametro per a occidit. Quando igitur zodiacus circulus ortu meridiano cum occasu septentrionali immutatus fuerit,transmutatus apparet. Dico quod & quando ortu qui ad septentrionem,occasu eo qui ad meridiem permutatus fuerit immutatus apparet. Oriente siquidem d e b,semicirculo, zodiacus circulus positionem habebit a x c. Similiterq; ostendemus quod in diametro est ipsum quidem x,signum ipsi o signo & r ipsi p. Et quoniã signo c oriente per c,quod in diametro ipsi c,est a,signum occidit per a. Ipso autem o,per l.signum oriente,ipsum x, quod est ei in diametro per g signum occidit. Ipso autem p signo per h,oriente ipsum r,quod ei est in diametro per k occidit. Et insuper ipso a signo,per d oriente, ipsum c. quod ei est in diametro per b occidit. Quãdo igitur zodiacus circulus ortu septentrionali eo qui ad meridiem immutatus fuerit,permutatus apparet, patuit autẽ quod & quãdo ortu meridiano occasu septentrionali immutatus fuerit.permutatus apparet, & manifestũ quod quandoq; aliter supra nos stabit,Quãdo enim zodiaci circuli contactus fuerit in bifaria sectione segmenti quod supra terram tropici æstiui ad nos erit rectus: quando uero in bifaria sectiõe segmenti quod infra terram æstiui tropici humilior ad nos erit,semperque longius factus à bifaria sectione segmenti circuli quod supra terram æstiui tropici ualde erit proclinatus,similiter autem erit inclinatus æque distans ab utraque bifaria sectione.

Theorema 8 Apparens 8

Signa in inæqualibus horizontis segmentis oriũtur, & occidunt, & in maximis quæ ad æquinoctialem,in minoribus autem quæ hæc sequuntur,in minimis uero quæ ad tropicos,in æqualibus quæ ab æquinoctiali circulo æque distant.

Sit horizon circulus a b c d,tropici autem a c,b d,maximus uero semper apparentium sit q u,zodiacus porro circulus positionẽ habeat c b,æquinoctialis circulus sit e f. Seceturq; utraque ipsarum c g,g b,in tria æqualia per n k,p t, signa. Dico quod ipsæ c n,n k,k g,g p,p t,t b,circunferentiæ in æqualibus horizontis segmentis oriuntur & occidunt. In maximis ipsæ k g,g p,in minoribus autem,k n,p t,in minimis uero c n,b t,in æqualibus k g,ipsi g p,& k g,ipsi p t,& n c,ipsi t b. Sint per quos inuehuntur ipsa n k,p t,signa paralleli circuli m x,h l,o r,s y. Quoniam ipsæ g k,k n,n c, sunt adinuicẽ æquales:ipsæ igitur f l,l x,x c, adinuicem sunt maiores incipientes à maxima f l. Idq; propterea ipsæ quidem e h,h m,m a.inuicem sunt maiores incipientes à maxima e h,& insuper ipsæ quidem f r,r y y d,ab ipsa f r,maxima incipientes inuicem sunt maiores,& insuper ipsæ e o,o s,s b,ab ipsa e o, maxima

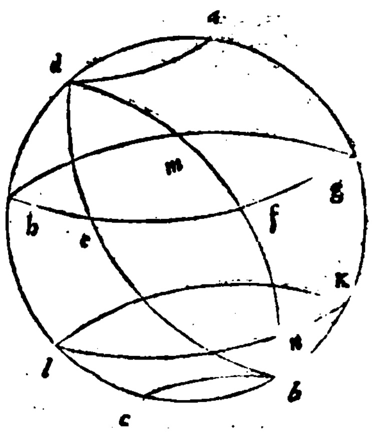


incipientes inuicem sunt maiores,& quoniã ipsæ c n,n k,k g,g p,p t,t b. oriũtur quidẽ per c x,x l,l f,f r,r y,y d circunferentias.occidunt autem per a m,m h,h e,e o,o s,s b,quare in inæqualibus horizontis segmentis oriuntur & occidunt. Et quoniam in sphæra, paralleli circuli,h l,o r,maximi alicuius circuli circunferentias ipsius c b,hoc est p g,g k, æquas auferunt ad maximum parallelorum e f,æqualis igitur est circulus h l, ipsi o r circulo. Quoniã igitur in sphæra æquales & paralleli circuli h l,o r.maximi alicuius circuli circunferentias ipsius a b c d,ipsas l f,f r,auferunt ad maximum parallelorum e f, æqualis est circunferentia l f,ipsi f r,circunferentiæ. Similiter autem ostendemus, quod circunferentia f x,ipsi f y,circunferentiæ est æqualis. Reliqua igitur x l, reliquæ r x, per tertiam communem sententiam est æqualis. Iamq; id propterea & c x, ipsi y d. Signa igitur in inæqualibus horizontis segmentis oriuntur & occidunt:in maximis quidẽ quæ ad æquinoctialem,in minori quæ ea sequuntur,in minimis uero quæ ad tropicos,in æqualibus porro quæ ab æquinoctiali circulo æqualiter distant.

Theorema 9 Apparens 9

SIgnorum circuli semicirculi qui exordium in eodem parallelo nō habuerint inæquali tempore oriuntur toti, & in pluri qui cū cancro, in minori autem qui subsequuntur, in minimis uero qui cum capricorno, quicunq; autem exordium in eodem habuerint, parallelo in æqualibus temporibus oriuntur.

Sit in mūdo horizon a b c d. æstiuus autem tropicus sit b c, zodiacus uero circulus positionem habeat. d e b f. sintque orientales partes quidem c d, occiduæ uero a b & d e b. sit qui post cancrum semicirculus, at b f d. sit qui post capricornum. Dico quod ipsius zodiaci circuli semicirculi qui exordium in eodem non habent parallelo inæquali tempore oriuntur & in pluri quidem qui cum ipso cancro d e b, in minori qui hunc subsequuntur, in minimo autem qui cum capricorno b f d. quicunque uero exordium in eodem parallelo habuerint æquali tempore oriuntur, auferantur æquales circunferentiæ d e. b f. Describanturq; paralleli circuli g e h m. k f l n, per quos inuehuntur ipsa, e f signa. Sintque eorum quæ supra terram segmenta g m h, k f l. Similiter iam ostendemus, sicut in præcedentibus quod in diametro est e signum ipsi f signo, & m ipsi n. Et quoniam ipsa a d circunferentia, ipsa m h, circunferentia est maior aut ei similis. Ipsa autem g m h, ipsa k f l, & insuper k f l, ipsa b c. In maiori igitur tempore d signum, incipiens a, d, ipsam d a. circunferentiā ambit: quam e incipiens ab h, ipsam h m g. circunferentiā ambit. Et e ab ipso h incipiēs in maiori tempore ipsam h m ambit, quàm n incipiens ab l ipsam l f k. ambit circunferentiam, & n ab ipso l incipiens in maiori tempore ipsam f k ambit quàm b ab ipso c incipiens ipsam c b ambit circunferentiam. Sed in quo quidē tempore d signum ipsam d a, ambit circunferentiam, in eo & ei existens in diametro b signum ipsam b c ambit c rcunferētiam, & semicirculus d e b, oritur. In quo autem tempore e incipiens ab ipso h ipsam h m g ambit circunferentiam in eo f. ei in diametro existens incipiens a k, ipsam k n l, ambit circunferentiam, & semicirculus e b f, oritur In quo uero tempore n incipiēs ab ipso l ipsam l f k. ambit circunferētiam, in eo m & in diametro existens incipiens ab ipso g, ipsam g e h, ambit, & semicirculus n b m oritur. In quo uero tempore b incipiens ab ipso c. ipsam c b ambit. in eo ipsum d ei existens in diametro incipiens ab a, ipsam a d ambit: & semicirculus b f d. oritur. In maiori igitur tempore semicirculus qui cum cācro oritur, hoc est ipse d e b, minore uero eo quod in d e b ipse e b f. & insuper ipse n b m. in minori ipso e b f. in minimo demum qui capricorno. Dico insuper quod quæcunque, exordium in eodem parallelo humerini æquali tempore oriuntur, habeant enim ipsi m d n, e b f. semicirculi exordium in eodē parallelo, dico quod æquali tempore ipsi m d n, e b f, semicirculo oriuntur: quoniam in æquali tempore m signum incipiens ab h, ipsam h m g. ambit circunferentiam. & e incipiens ab h, ipsam. h m g, ambit circunferentiam, sed in quo tempore m signum incipiens ab h ipsam h m g ambit, in eodē quod ei est in diametro n incipiens a k ipsam k n l. ambit circunferentiam, & semicirculus m d n oritur. In quo autem tempore e signum incipiens ab h signo ipsam h m g ambit circunferentiam, in eodem quod ei est in diametro f incipiens ab ipso k ipsam k n l, ambit circunferentiam, & semicirculus e b f, oritur. In æquali igitur tempore ipsi m d n, e b f. semicirculi oriuntur.

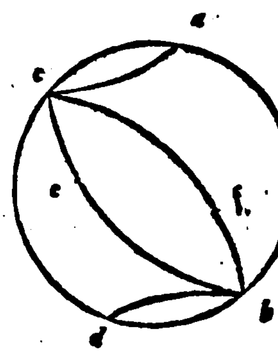


Theorema 10 Apparens 10

SI zodiaci circuli bini semicirculi cōmunem quandā habentes circūferentiam inæquali tempore orti fuerint, & ex opposito circunferentiæ inæquali tempore oriuntur, & eædem erunt differentiæ

tēpore

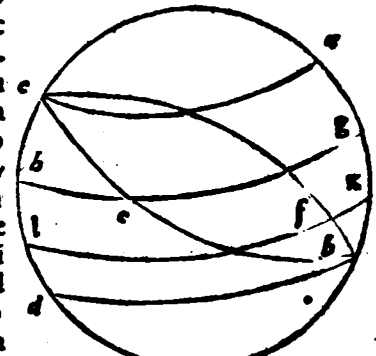
tempore in quibus semicirculi & circunferentia quæ ex opposito oriuntur, & si zodiaci circuli bini semicirculi æquali tempore communem quandam habentes circunferentiam orti fuerint, & quæ ex opposito circũferentiæ æqualibus temporibus orientur.



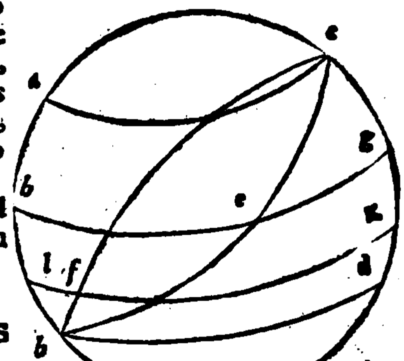
Sit horizon circulus a b c d, tropicus uero æstiuus sit a c, hybernus aũt sit b d. zodiacus porro sit b c. Assumanturq́ æquales circunferentiæ c e, b f, ipsi igitur semicirculi c e b, e b f, inæquali tempore oriũtur. Dico quod & ipsæ c e, b f, circunferentiæ in æquali tempore oriuntur. Nam quoniam c e b, ipso e b f, in maiori oritur tempore communis auferatur ipsius e f, circunferentiæ ortus tempus: ipsa enim a b, circunferentia eadem sed in æquali oritur. Reliqua igitur c e, ipsa b f in maiori tẽpore oritur. & manifestũ quod eodem sunt differentiæ tẽpore in quibus ipsi c e b, e b f. semicirculi oriuntur. & quæ ex opposito circunferentiæ c e, b f. Manifestum autem quod si semicirculi aliqui æquali tempore orti fuerint, & quæ ex opposito circunferentiæ æquali tempore orientur.

Theorema 11 Apparens 11

ZOdiaci circuli æqualium & ex opposito circunferẽtiarum in quo tempore altera oritur, & altera occidit, & in quo altera occidit altera oritur. 11



Sit horizon circulus a b c d, tropicus autem æstiuus sit a c, hybernus autem b d, zodiacus sit c b, assumanturque in ipso æquales circunferentiæ ex opposito c e, b f. Dico quod in quo tempore c e, oritur b f, occidit. Sint per quos inuehuntur e f, signa paralleli circuli g h k l, & quoniam astra in zodiaco in diametro existentia per 6 theorema coniugate oriuntur & occidunt. Ipso igitur e oriente f occidit. In quo igitur tempore e, incipiens a b e. ipsam e h, ambiens circunferẽtiam uenit in h, in eodem & f ab ipso f incipiens f k ambiens ad k uenit. Sed quando e ipsam e h ambiens ad h uenit, circũferentia e c, oritur: quando uero f ipsam f k ambiẽs ad k uenit, occidit b f circunferentia. In quo igitur tempore c e, circunferentia oritur in eodem f b, circunferẽtia occidit. Dicoq́ & in quo tẽpore b f oritur, occidit ipsa c e. Immutetur enim in b a, casu zodiacus circulus, habeatq́ positionem sicut c e b. Dico quod in quo tempore b f oritur, ipsa c e occidit. Quoniam f ipsi e signo in diametro est, ipso igitur f oriente, ipsum e, occidit. In quo igitur tempore f ipsam f l, ambiens circunferentiam ad l uenit. In eodem & e ipsam e g, circunferentiam percurrens ad g, uenit. Sed quãdo f ipsam f l, circunferentiam ambiens peruenit ad l. ipsa b f oritur. Quando uero e ipsam e g ambiẽs ad g uenit ipsa c e occidit. In quo igitur tẽpore b f, ambitus oritur, in eodem & c e, ambitus occidit.

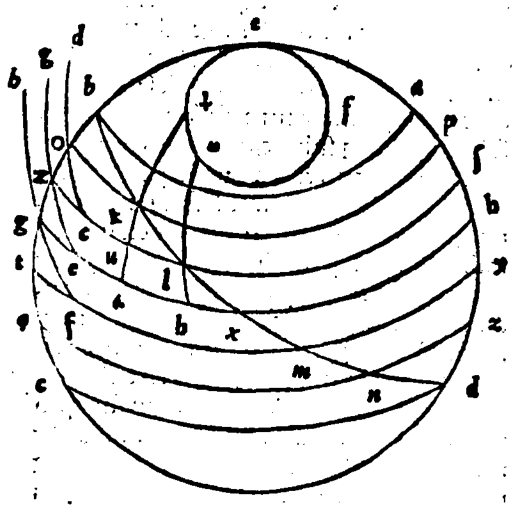


Theorema 12 Apparens 12

12 SEmicirculi qui cum cancro æquales circunferentiæ inæqualibus temporibus occidũt, & in maiori quæ sũt ad

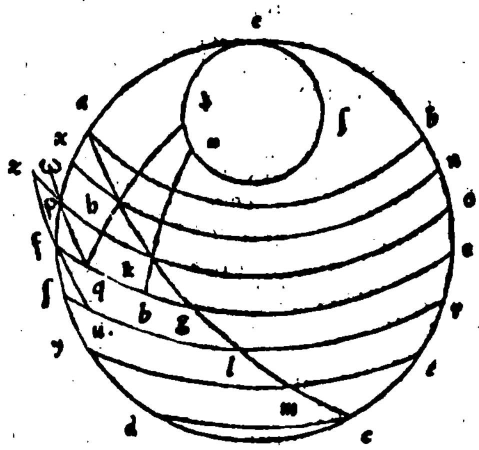
ad tropicorum contactus, in minori autem quæ has subsequũtur, in minimis uero quæ ad æquinoctialē, æqualibus porro qui æqualiter distant ab æquinoctiali circulo & occidunt & oriuntur.

Esto horizon circulus a b c d, maximus autem semper apparentiũ sit e f, tropicus uero æstiuus sit a b, hybernus sit c d, sit porrò cum cancro semicirculus qui super terram b d, æquinoctialis circulus sit h g. Secetur͂q utraq͂ ipsarum b x, d x, in tria æqualia per signa k l, m n. Dico quod ipsæ b k, k l, l x, x m, m n, n d, in æqualibus tēporibus occidunt & in maiori quidem ipsæ b k, n d, in minoribus ipsæ k l, m n, in minimis uero ipsæ l x, x m, in æqualibus porrò ipsa quidē l x, ipsi x m, ipsa k l, ipsi m n, & b k ipsi n d. Sint per quos inuehũtur ipsa k l, m n, signa paralleli circuli p o, s r, y t, z φ. Describantur per k l, maximi orbes 4 a, b, ipsum tāgentes circulum e f. Quoniam ipsæ b k, k l, l x, adinuicē sunt æquales, ipsæ igitur g a, a b, b x, sunt adinuicē maiores incipientes ab ipsa g a maxima. Quoniam igitur g a ipsa a b maior est, sed g a ipsi o k est similis, & a b ipsi u l & o k, igitur ipsa u l maior est uel ei similis. Ipsa autem l r maior fuerit uel si milis o k. Sit ipsi o k similis l c. In quo igitur tempore k, signum incipiēs ab ipso k, ipsam k o, ambiens circũferentiam ad ipsum usq͂ peruenit o. In eodē & l, incipiens

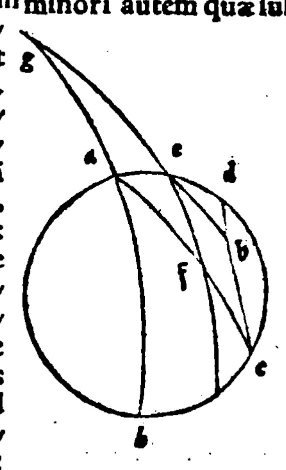


ab ipso l, ipsam l c ambiens perueniet ad c, & zodiacus circulus positionē habebit sicut c o d. Quoniam igitur o k circũferentia ipsi l c similis est, sed o k ipsi r u est similis, & r u igitur ipsi l c est similis, sunt͂q eiusdem circuli. Aequalis igitur est r u ipsi c l, cõmunis auferãtur c u. Reliqua igitur r c ipsi u l est æqualis, & o k ipsa u l est maior aut ei similis, & b k igitur ipsa r c maior est aut similis ei, in pluri ergo tempore k ipsam k o circũferentiam ambiens peruenit ad o q͂ c, incipiens a c ipsam c r ambiens circũferentiam ueniat ad r. Sed in quo quidem tempore k ipsam k o ambiens circũferentiam, uenit ad o, ipsa b k cirũferentiã occidit: in quo autem tempore c ipsam c r ambiens circũferentiã, peruenit ad r, occidit circũferentia k l. In maiori igitur tēpore occidit b k q͂ k l. Rursus quoniam minor est a b ipsa b x, sed a b ipsi u l est similis, & ipsa igitur u l ipsa b x, maior est uel ei similis, multo igitur maior est r l ipsa b x, uel ei similis. Ipsa autem g x minor, uel ei similis, sit ipsi r l similis x e. In quo igitur tempore x ipsam x e, circũferentiam ambiens ad e, uenit in eodem & l ipsam l r, circũferentiam ambiens ad r, uenit & zodiacus circulus positionem habebit sicut e r g. Quoniam igitur circunferentia r l ipsi e x similis est, sed r l ipsi g b est similis, & g b igitur ipsi e x est similis, & sunt eiusdem circuli, æqualis igitur est g b ipsi e x circũferentiæ, cõmunis auferatur e b: reliqua igitur g e, reliquæ b x est æqualis. Et quoniam u l ipsa b x, maior est aut similis ei, æqualis autem est ipsa quidem u l ipsi r c, & b x ipsi g e, & r c igitur ipsa g e, maior est aut ei similis. In maiori igitur tempore c ipsam c r, circũferentiã ambiens ad r uenit q͂ e, ipsam e g percurrens ad g ueniat. Sed in quo tempore c ipsam c r, circũferentiam ambiens ad r uenit, ipsa c o circũferentia occidit, hoc est ipsa k l circũferentia occidit. In quo igitur tempore e ipsam e g, circũferentiam ambiens ad g peruenit, ipsa e r, hoc est l x circũferentiã occidit. In pluri ergo tēpore k l occidit quàm l x. Rursus quoniam t m ipsa n x, maior est aut ei similis sit ipsi g x, similis m x. In quo igitur tempore x, incipiens ab ipso x ipsam x g, ambiens circum ferentiam ad g peruenit. In eodem & m ipsam m x, ambiens circũferentiam perueniet ad x, & zodiacus circulus positionem habebit sicut x g h. Et quoniam in sphæra paralleli circuli t y, r l, maximi cuiusdam circuli ambitus ipsius b d, ipsos l x, x m, æquos aufe runt ad maximũ parallelorũ orbem g h, æquus est r s ipsi t y. Quoniam igitur in sphæra æquales & paralleli circuli r s, y t, maximi cuiusdam circuli ambitus a b, c d, ad maxi mum parallelorũ g h auferunt, æqualis est t g ipsi g r, est autem & x n ipsi g h æqualis. Quoniam l x ipsi x m est æqualis: æqualis igitur est & quæ ab h in r ei quæ ab t in f. Est͂q orbis r s ipsi t y orbi æqualis, æqualis igitur est circũferentia h r ipsi t f, circumferentiæ.

Sed ipsa quidem h r ipsi g e, ambitui est similis, & ipsa g e igitur ipsi t f est similis. In quo igitur tempore e, incipiens ab ipso e ipsam e g, circūferentiā ambiens ad g peruenit. In eodem & f ipsam f t, ambiẽs ad t peruenit. Sed in quo quidem tempore e ad g peruenit, occidit g r ambitus, hoc est l x circūferentia. In quo autem tempore f ad t peruenit, occidit f g ambitus, hoc est x m. Igitur l x ambitus ipsi x m, circūferentiæ in æquali tempore occidit. Similiter iam ostendemus ꝙ & k x ipsi x n, in æquali occidit tempore quarū l x ipsi x m, in æquali tempore occidit. Reliqua igitur k l ipsi m n, in æquali occidit tẽpore. Similiter iam ostendemus ꝙ & b k ipsi n d, in æquali occidit tempore. Et quoniā in pluri tempore b k occidit q̄ k l, & k l q̄ l x. Sed in quo tempore b k occidit in eodem & d n. In quo igitur tẽpore k l in eodem & m n. In quo autẽ l x in eodem x m, & ipsa quidem d n, igitur ipsa n m in maiori occidit tẽpore, & n m ipsa m x. Dico ꝙ & ipsa l x ipsa x m, in æquali tempore oritur, & k l ipsa m n, & b k ipsa n d, inspiciāturq́ ea quæ in secunda descriptione dicta sunt, sitq́ cum cancro semicirculus q sub a c, diuidaturq́ utraq; ipsarū a g, g c, in tria æqualia per h k l m, signa, paralleli autẽ circuli sint n x, o p, s r, t y, quoniam f g ipsa k p, maior est uel ei similis. Sit ipsi k p similis g q. In quo igitur tempore k, incipiens ab ipso k ipsam k p, ambiẽs ad p, peruenit in eodem & g, incipiens ab ipso g, ambiens ipsam g q, circūferentiā erit in q. Et zodiacus circulus positionem habebit, sicut q p z. Rursus quoniam l f ipsa g f, maior est aut ei similis. Sit ipsi g f similis l u. In quo igitur tempore g ipsam g f, ambiẽs peruenit ad f. In eodem & l ipsam l u, ambiẽs peruenit ad u. & zodiacus circulus positionẽ habebit, sicut u f ω. Et quoniam in sphæra paralleli circuli o p, r f, maximi cuiusdam orbis circūferentias ipsius, ac ipsas l n, g k, æquas auferunt ad maximū parallelorū e f, æqualis est o p ipsi r f. Quoniam igitur in sphæra æquales & paralleli circuli o p, r f, maximi cuiusdā orbis circūferentias ipsius a b c d, auferūt ipsas f f, f p, ad maximū parallelorū e f, æqualis est f f ipsi f p, est autem & u f ipsi f ω æqualis, æqualis igitur est & quæ ex p in ω, ei quæ ex u in f, estq́ orbis o p ipsi r f orbi æqualis, æqualis igitur est ipsa p ω ipsi u f circūferentiæ. Quoniā autem semicirculus z, nō coincidit sicut ad partes z p ipsi ω semicirculo, sicut ad partes ω f, similis est circūferentia p ω ipsi q f circunferentiæ. Sed p ω ipsi u f, est æqualis ipsis circulis æqualibus existentibus. Similis est & q f, ipsi igitur u f. In quo igitur tempore q ipsam q f, ambiens circūferentiā ad f, peruenit in eodem, & u ipsam u f percurrens, ad f perueniet. Sed quando u ad f peruenit, oritur p q circūferentia, hoc est k g circūferentia, quando uero u ad f uenit, oritur u f circūferentia, hoc est l g & k g, igitur ipsi l g, in æquali tempore oritur, & a h ipsi m c, in æquali tempore oritur, cum cancro igitur semicirculi æquales circūferentiæ in æquali tẽpore occidunt, & in pluri quidem quæ ad tropicorū contactus, in minori autem quæ subsequūtur, in minimis porrò quæ ad æquinoctialẽ, in æqualibus quæ æqualiter ab æquinoctiali circulo distant & occidūt & oriuntur.



Aliter idem. Eadem manente descriptiōe. Dico ꝙ ipsa a b ipsi a c, in æquali occidit tempore, nam quoniam c d ipsa b e maior est. uel ei similis ponatur ipsi b e. similis c f. & zodiacus circulus positionẽ habeat f e g. Et quoniā æqualis est a b ipsi b c, æqualis est circulus a h ipsi c d circulo, æqualis igitur est a e ipsi e d, est autem & f e ipsi e g æqualis. Et quoniā c b ipsi b a est æqualis, est autẽ & quæ ex g in a, ei quæ ex d in f, æqualis igitur est & a g, circūferentia ipsi d f circūferentiæ. Sed ipsa a g ipsi e b est similis, & e b igitur ipsi d f est similis. In quo igitur tempore b, incipiens ab ipso b, ipsam b e ambiens circūferentiam peruenit ad e in eodem & f, incipiẽs ab f, ipsamq́ f d ambiens circūferentiam, peruenit ad d. Sed quādo ipsum b ad e peruenit, occidit b a, quādo autem f per-

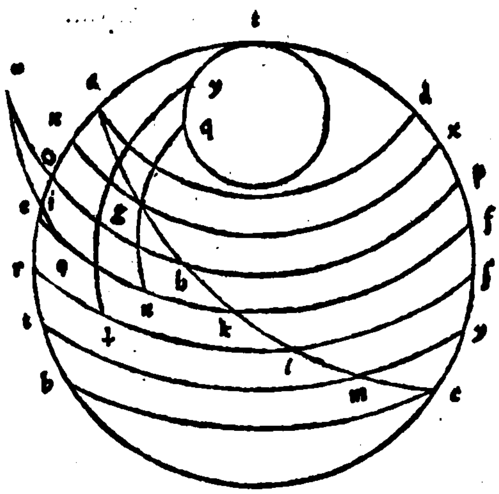


uenit

uenit ad d, occidit f e, hoc est c b. Igitur ipsa a b ipsi c b. in æquali occidit tempore.

Aliter xiij eadem & manifestior.

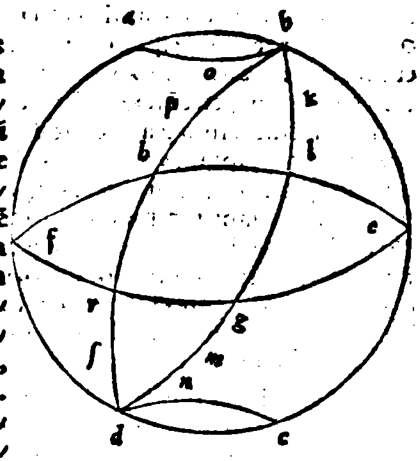
Semicirculi qui cum cancro æquales circũferentiæ inæquali tempore occidunt, & in pluri quidem quæ ad tropicorũ contactus, in minori autem quæ subsequũtur has, in minimis uero quæ ad æquinoctialem, in æqualibus porrò quæ æqualiter ab æquinoctiali circulo distant & occidunt & oriuntur. Sit in mũdo horizon a b c d, æstiuus uero tropicus sit a d, hybernus autem tropicus sit b c, zodiaci porrò semicirculus qui cum cancro sit supra terram a c, sintq́ partes orientales d c, occiduæ uero a b, æquinoctialis circulus autẽ sit e f. Seceturq́ a c semicirculus in ea quæ in ipso signa per g h k l m, signa, describanturq́ paralleli circuli n g x, o h p, r l s, & t m y, per quos inuehũtur ipsa g h l m signa. Dico q in pluri tempore ipsæ a g, m c, circũferentiæ occidunt, in minori autẽ ipsæ g h, l m, in minimo porrò ipsæ h k, l k, in æquali autẽ quæ ab æquinoctiali æque distant. Sit maximus semper apparentiũ t y q. Describanturq́ per g h, maximi circuli y ψ, q g u ipsum orbem t y q tangẽtes, ut non coincidant semicirculi qui ab ipsis y q, sicut ad partes u & φ ψ, ei qui ex t a semicirculo, sicut ad partes t a. Similis igitur est g n, circũferentia utriq; ipsarũ • o, u e, a r. h •, ipsi u z. In æquali igitur tẽpore g ipsam g n, ambit circunferẽtiam, & • ipsam • o. Sed tempus in quo g ipsam n g, circũferentiã ambit, id est in quo circũferentia g a occidit, & tempus igitur in quo • ipsam • o, ambit, idẽ est tempori in quo ipsa g a, circũferentia occidit. Rursus quoniam tempus in quo h ipsam h o ambit, id est in quo ipsa h a occidit. A quibus aufertur tempus in quo • ipsam • o ambit, idem existẽs tempori in quo ipsa h a occidit circũferẽtia. Reliquũ igitur tempus in quo h ipsam h • ambit, idem est tempori in quo ipsa g h occidit circũferentia. Similis autem est ipsa quidem o • ipsi u e, & • h ipsi u φ, & tempus igitur in quo u ipsam



u e ambit, id est in quo ipsa g a occidit circunferentia, tempus autem in quo φ ipsam φ u ambit, id est in quo ipsa h g circũferentia occidit. Atq; id ꝓpterea iam & tempus in quo ipsum k ipsam k φ transit, id est in quo ipsa k h circũferentia occidit. Et quoniã in sphæra maximus orbis a b c, quendam tangit circulum parallelum t y q, & ipsum a b c maximi orbes secant e f, a c, quorũ e f maximus est parallelorũ, & a c obliquus ad parallelos, & assumptæ sunt circũferentiæ a g, g h, h k, in obliqui circuli circũferentia, æquales consequenter ad easdem partes maximi parallelorũ, & per g h signa descripti sunt maximi orbes y φ, q g u, ipsum orbem t y q tangentes, maior est ipsa quidem e u circũferentia, ipsa u φ circũferẽtia, & u φ ipsa φ k, in pluri igitur tempore u, ipsam u e transit, quàm φ ipsam φ u, & u φ ipsam φ u, pluri tempore ambit quàm k ipsam k φ. Sed tempus in quo u ipsam u e transit, id est in quo g ipsam g n, circũferentiam perficit, hoc est in quo ipsa a g occidit circũferentia, tempus autem in quo φ ipsam φ u ambit, id est in quo h ipsam h • perficit, hoc est id in quo ipsa g h circũferentia occidit, tempus autẽ in quo k ipsam k u transit, id est in quo k h circũferentia occidit. In pluri ergo tempore ipsa a g circumferentia occidit, ipsa g h circũferentia, & g h ipsa h k. Dico iam quod in æqualibus temporibus quæ æque distant ab æquinoctiali occidunt. Existente iam k signo in e, zodiacus orbis positionem habeat • i φ, & quoniam æqualis est • e, circũferentia ipsi e φ circũferentiæ, parallelorũ autem maximus est e f: æquus igitur est h p, orbis ipsi r l s, orbi: æqualis igitur est o e, circũferentia ipsi e r, circũferentiæ: est autem & • e ipsi e t, æqualis igitur est & quæ ex • in o, ei quæ ex r in l suntq́ æquales circuli ipsi • h p, r l s, similis igitur est • o, circũferentia ipsi r φ circũferẽtiæ. In æquali ergo tempore r signum, ipsam φ r perficit, & o ipsum o •. Sed tempus quidem in quo φ ipsam φ r perficit, id est in quo ipsa r e circũferentia occidit, tempus uero in quo o ipsam o • perficit, ei est æquũ tempori in quo e • circũferentia occidit. In æquali ergo tempore ipsæ φ e, e •, circũferentiæ occidunt, æqualis autẽ est φ e ipsi l k, & e • ipsi k h. Ipsæ igitur l k, k h, in æquali tempore occidunt. Similiter autem demõstrabimus q & ipsæ m k, k g, in æquali tempore occidunt, quarum ipsæ l k,k h,in æquali tempore occidunt. Reliqua igitur m l,h k in æquali tem pore occidunt. Similiter iam ostendemus ꝙ & ipsæ m c,a g,circũferentiæ tẽpori æquali occidunt. Et quoniã in pluri tẽpore a g,circũferentia occidit ꝙ̃ g h,& g h ꝙ̃ h k,in pluri ergo tempore occidit c m,circũferentia ꝙ̃ m l, & m l, ꝙ̃ l k. In pluri igitur tempore ipsæ, a g,m c,circũferentiæ,occidunt in minori autem ipsæ g h,l m, in minimo uero h k,k l,in æquali autem quæ æqualiter ab æquinoctiali distant occidunt & oriũtur, eadem enim manente descriptione,si conuertamus zodiacum, efficiamus a c semicirculum zodiaci infra terram,eadem demonstratio eueniet, demonstrabiturq́ æque restantes ab æquinoctiali æquali tempore oriri & occidere.

Theorema 13 *Apparens 13*

SEmicirculi qui cum capricorno æquales circũferentiæ tẽporibus inæqualibus oriuntur, in maiori quidem quæ ad tropicorũ contactus,in minori autem quæ has subsequuntur,in minimis uero quæ ad æquinoctialem, in æquali porro quæ ab æquinoctiali circulo æque distant oriuntur & occidunt.



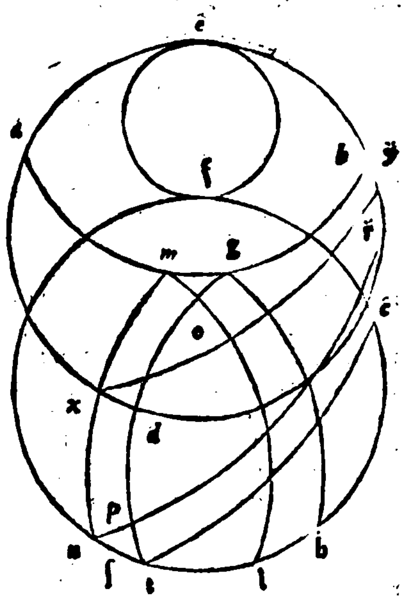
Sit horizõ circulus a b cd, æstiuus uero tropicus sit a b,hybernus autem tropicus sit c d;sitq́ cum capricorno semicirculus q sub terra d g, æquinoctialis uero circulus sit e h f g. Diuidantur utraq́ ipsarũ b g, g d, in tria æqualia p k l,m n, signa. Dico ꝙ ipsæ b k,k l,l g,g m,m n,n d, tẽporibus inæqualibus oriuntur,& in pluri quidẽ ipsæ b k,n d, in minori autẽ ipsæ k l,m n,in minimis autem ipsæ l g,g m, in æquali porro ipsa b k,ipsi n d,& k l, ipsi m n, & l g,ipsi n m oritur. Sit enim cum cancro semicirculus super terram b h d, seceturq́ utraq́ ipsarũ b h, h d,in tria æqualia in p r s.Quoniã in pluri tempore b o occidit, ꝙ̃ o p, sed in quo tẽpore b o occidit, ipsa d g oritur. In quo autẽ tempore o p occidit,n m oritur. In pluri ergo tempore ipsa n d oritur ꝙ̃ n m. Rursus quoniam o p in maiori tẽpore occidit ꝙ̃ p h. Sed in quo tempore o p occidit,oritur ipsa n m. In quo autem tempore p h occidit,oritur n m. In pluri igitur tẽpore n m oritur quàm m g. Iam id propterea & ipsa quidem b k,ipsa k l, in maiori tẽpore oritur,& k l ipsa l g,& quoniam in quo tempore p h occidit,in eodem & h r. Sed in quo p h occidit,ipsa m g oritur. In quo autẽ tempore h r occidit,& g l oritur,& m g igitur ipsa g l,in æquali tẽpore oritur. Iamq́ id propterea & ipsa quidem k l, ipsi m g, inæquali tempore oritur,& b k ipsi d n. Rursus quoniam in quo tempore p h oritur,in eodem h r. Sed in quo tempore p h oritur, occidit m g, in quo autem tẽpore h r oritur,ipsa g l occidit. Igitur l g ipsi g m, æquali temore occidit. Iam id propterea,& ipsa quidem k l,ipsi m n,in æquali tempore occidit,& b k ipsi g d.

Theorema 14 *Apparens 14*

ZOdiaci circuli æquales circũferentiæ inæqualibus tẽporibus permutant apparens hemisphæriũ,sed in pluri tempore quæ prope contactũ æstiui tropici ea quæ longius distat, quãdo polus horizontis inter arcticum circulum & æstiuum tropicum fuerit.

Sit horizon circulus a b c d,maximus autem semper apparentiũ sit e f, æstiuus uero tropicus sit b a, sitq́ ipsius a b c d,polus inter e f,b a, zodiacus autẽ circulus quandoq́ positionẽ habeat sicut h g k, quandoq́ uero sicut l m n,assumaturq́ n k m,maior semicirculo. Describaturq́ per k signum circulus maximus k n f, tangens e f. Quoniam in sphæra maximus orbis a b c d,quendam orbem e f,tangit alium uero huic parallelum secat a b, estq́ ipsius a b c d, orbis polus inter a b & e f, descriptiq́ sunt maximi orbes h g k, l m n,ipsum b a tangẽtes, maior est m x circũferentia,ipsa o d circũferentia. Rursus quoniam in sphæra maximus orbis a b c d, circulum quendam e f tangit,alium autem huic parallelum b a secat,estq́ ipsius a b c d,circuli polus inter b a,e f. Describiturq́ maximus

ximus orbis f n k, ipsum e f tangens, & ipsius f n k, igitur circuli polus est inter b a & e f. Alius igitur polus ipsius est inter æquos & parallelos ipsis e f & b a, maior igitur est ipsa k o, ipsa o m, quorũ x m o ipsa o d maior est. Reliqua igitur d k, ipsa x n, maior est, ponatur ipsi n x æqualis d p. Sintq; per quos inue/huntur ipsa n p signa paralleli circuli n r, c p f. Quo/niam non coincidit ei qui ex e semicirculo, sicut ad partes e r, ei qui ex f semicirculo, sicut ad partes f n. Similis est r n circũferentia, ipsi c f circũferentiæ. Igi/tur n r, ipsa c p maior est uel similis ei. In pluri ergo tempore n, incipiens ab n, ipsam n r perficiens circũferentiã, peruenit ad r q̃ p, incipiẽs ab ipso p, ipsam p c ambiens circũferentiã, peruenit ad c. Sed in quo tempore n ipsam n r, circũferentiã ambiens, ad r uenit. Ipsa n x, pmutat hemisphæriũ apparẽs. In quo autem tẽpore p incipiens à p, ipsamq; p c ambit cir/cunferentiã, & peruenit ad c. Ipsa p d permutat ap/parens hemisphæriũ. In pluri ergo tẽpore ipsa x n, permutat apparens hemisphæriũ q̃ d p. Dico q & propior est ipsa x n, contactui æstiui tropici q̃ p d.

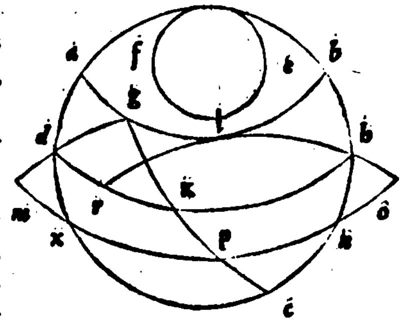


Describatur per x parallelus x y, æqualis igitur est x m, circũferentia ipsi d k, maior igi/tur est d g, ipsa m x & x n, igitur propior est contactui tropici æstiui quàm ipsa p d.

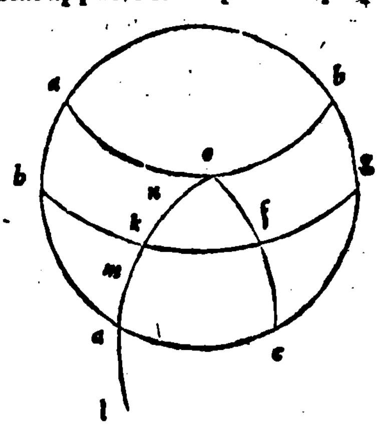
Theorema 15 Apparens 15

Similiter autem & in altero semicirculo, æquales circũferentiæ in inæqualibus temporibus permutant apparens hemisphæriũ, & in pluri quidem quæ propiores sunt contactui æstiui tropici ea quæ longius distat, in æquali uero quæ æqualiter distant ab æstiuo tropico in utroq; semicirculo.

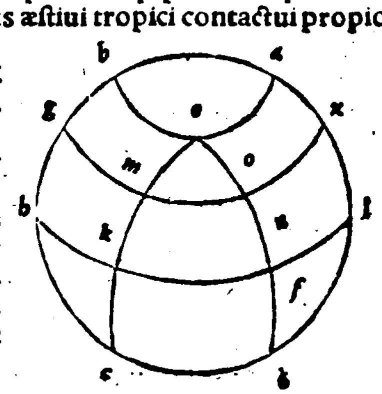
Sit horizon circulus a b c d, maximus autẽ sem/per apparentium e f, æstiuus uero tropicus sit b g a, zodiacus autem circulus positionem habeat c g d. Dico q in altero semicirculo qui ad g c partes, æqua les circũferentiæ non permutãt æquali tempore ap parens hemisphærium, sed in pluri quæ propiores contactui æstiui tropici ea quæ longius distat, in æ/quali uero quæ æque ab æstiuo tropico distant in utroq; semicirculo. Describatur per assumptionem parallelus circulus d h, æqualis igitur est k g ipsi g d permuteturq; zodiacus circulus, habeatq; positio/nem sicut h l r. Quoniam k g, g d, à contactu æstiui tropici æquæ distant, in quo igitur tẽpore d g oritur, in eodem k g occidit, hoc est k l. Sed tempus quidem in quo d g ori/tur, id est in quo g incipiẽs ab ipso a, ipsam a g, ambiens circũferentiã ad ipsum g uenit. Tempus autem in quo h occidit, id est in quo l incipiens ab ipso l, ipsam l b ambiens cir cunferentiã ad ipsum uenit b. In quo igitur tempore g, ipsam a g ambiens, ad g perue/nit. In eodem & l ipsam l b circũferentiam ambiens, ad ipsum uenit b. Cõmune appona tur tempus in quo d, incipiens ab ipso d, ipsam d k h ambiens circunferentiã, peruenit ad h, tempus igitur in quo g, incipiens ab ipso a, ipsam a g ambiens circũferentiam, ad ipsum g uenit, cum tempore in quo d incipiẽs ab ipso d, ipsam d h ambiens circũferen/tiam, ad ipsum uenit h, æquale est tẽpori in quo l, incipiens ab ipso l, ipsam l b ambiens circũferentiã, ad b uenit cum tẽpore in quo h, incipiens ab ipso d, ipsam d k b, ambiens circũferentiã in h uenit. Sed tempus quidem in quo g incipiens ab a, ipsam a g ambiens circũferentiã ad g uenit, cum tempore in quo d, incipiens ab ipso d, ipsam d h, ambiens circũferentiã ad h uenit. Idem est in quo g d, circũferentia apparens hemisphæriũ per/mutat. Tempus uero in quo l, incipiens ab ipso l, ipsam l b, circũferentiam ambiens ad ipsum uenit b, cum tempore in quo h incipiens ab ipso d, ipsam d r h, ambiens circũfe/



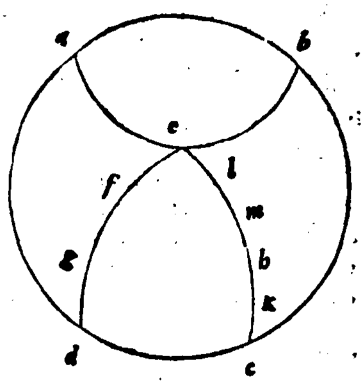
rentiā ad h uenit, id est in quo ipsa l h apparēs hemisphæriū permutat, hoc est ipsa k g. In quo igitur tempore k g. circūferentia apparens hemisphæriū permutat, in eodem & g d. Assumatur iam quoddam signū m, ut g d ipsi d m sit æqualis. Sitq; per quem inuehatur m, signū parallelus circulus m x n o. Aequalis igitur est d m ipsi k p. Et ipsæ d m, k p, à contactu æstiui tropici æque distant. In quo igitur tēpore d m circūferētia oritur in eodem ipsa p k occidit, hoc est ipsa h o occidit. Sed tempus quidē in quo d m oritur, idem est in quo m incipiēs ab ipso m ipsam m x, ambiens circūferentiā ad x uenit. Tempus autem in qno h o occidit, id est in quo o, incipiens ab n, ipsam n o, ambiens circūferentiam ad o uenit. Tempus igitur in quo m incipiens ab ipso m, ipsam m x, ambiēs circunferentiā ad x uenit, idem est tempori in quo ipsum n, incipiens ab n ipsam n o ambiens circūferentiam ad ipsum peruenit o. Cōmune apponatur tempus in quo x incipiens ab x ipsam x n. circūferentiā ambiēs ad ipsum n peruenit. Tempus igitur in quo m, incipiēs ab ipso m ipsam m n, circūferentiā ambiens ad ipsum n uenit, æquū est tempori in quo o incipiēs ab ipso x, ipsam x o ambiens circūferentiā ad ipsum peruenit o. Sed tempus quidem in quo m, incipiens ab ipso m ipsam m n, ambiens circūferentiam ad n uenit, id est in quo ipsa d m, circūferentia permutat apparēs hemisphæriū. At tempus in quo ipsum o incipiēs ab ipso x, ipsam x o ambiēs circūferentiā ad o uenit, id est in quo ipsa o h, hoc est ipsa k p, pmutat apparens hemisphæriū. In quo igitur tēpore d m, permutat apparēs hemisphæriū, in eodem & k p. & in maiori tempore ipsa g d, permutat apparens hemisphæriū quàm d m. Sed in quo quidem tempore g d, permutat apparēs hemisphæriū. In eodem & g k, permutat apparēs hemisphæriū. In quo autem d m, in eodem & k p. In pluri ergo tempore g k, permutat apparēs hemisphæriū quàm k p.



Aliter idem. Eisdem expositis assumatur e f. non maior existens quarta parte, estoq; per quem fertur f signum, ipse f k h orbis, æqualis igitur est e f, ipsi e k, ponatur ipsi e k, æqualis k l, tota igitur f e k toti e l est æqualis. Dico quòd si quarta pars est e f, ipsæ f e k. e k l, æquali tempore permutāt apparens hemisphæriū. Si autem minor est quarta parte ipsa e f. In pluri tempore f e k, pmutat apparens hemisphæriū, quàm ipsa e l. Esto prius quarta pars e f & e k. ipsa quarta pars est, æquinoctialis igitur est g f h, & quoniam ipsæ e k. k l, æqualiter distant ab æquinoctiali, in quo igitur tempore ipsa e k occidit, in eodem & k l. In quo autē tempore ipsa e k occidit, in eodem e f oritur, & in quo igitur tempore e f oritur, ipsa k l occidit, cōmune apponatur tempus in quo ipsa e k, permutat apparēs hemisphæriū: tempus igitur in quo k l occidit, cum tempore in quo ipsa e k, permutat apparens hemisphæriū, æquū est tempori in quo e f oritur, & ipsa e k permutat apparēs hemisphæriū. Sed tempus quidem in quo k l occidit, & ipsa k e permutat apparēs hemisphæriū, tempus est in quo ipsa e l, permutat apparens hemisphæriū. Tempus uero in quo e f oritur, cum tēpore in quo e k, permutat apparēs hemisphæriū, tempus est in quo f e k, permutat apparēs hemisphæriū. Igitur ipsæ f e & k l, in æquali tēpore apparens hemisphæriū permutāt. Sed esto e f circūferentia minor quarta parte, & ipsa e k igitur quarta parte minor est, ponatur quarta pars e m, ponaturq; ipsi m k, æqualis k n. Reliqua igitur e n reliquæ m l est æqualis, & e n ipsius æstiui tropici contactui propior est quàm m l, in pluri ergo tēpore ipsa e n occidit, quàm m l. Idq; ppterea & n k, in pluri tempore occidit quàm k m, & ipsa igitur e k, ipsa k l pluri tēpore occidit. In quo autem tempore e k occidit, ipsa e f oritur: in pluri ergo tpe ipsa e f oritur, quàm k l occidit. Cōmune apponatur tēpus in quo e k, permutat apparēs hemisphæriū, in pluri ergo tpe f e k, pmutat apparēs hemisphæriū quàm ipsa e l. Eisdem suppositis assumatur e f. nō maior quarta parte assumaturq; cōtingens signum n, sitq; per quē inuehatur n, signum parallelus circulus h k n l, ponaturq; ipsi f n, æqualis k m, æqualis igitur est & k e n ipsi m e f. Dico quòd in pluri tēpore ipsa k e n circunferentia



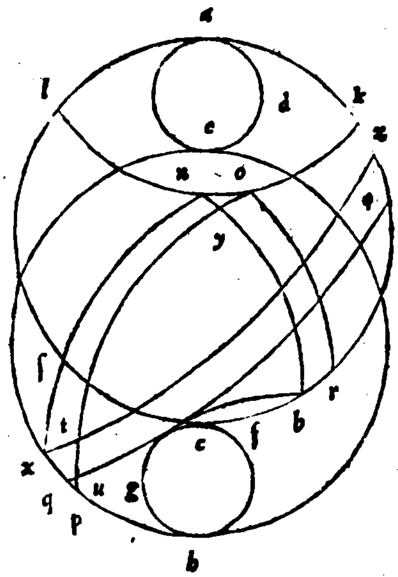
cũferẽtia permutat apparẽs hemiſphæriũ, quàm ipſa m e f. Sit per quẽ fertur m ſignũ parallelus circulus g m x, æqualis igitur eſt k m ipſi o n, & quoniã o n contactui æſtiui tropici propinquior eſt quàm n f, in pluri igitur tẽpore o n occidit quàm n f. In quo autẽ tempore o n occidit, ipſa m k oritur. In pluri igitur tẽpore m g oritur quàm n f occidit. Cõmune apponatur tẽpus in quo ipſa m e n, permutat apparens hemiſphæriũ. In pluri ergo tẽpore ipſa k e n permutat apparẽs hemiſphæriũ quàm ipſa m e f.



Eiſdem expoſitis aſſumãtur æquales, & ex oppoſito circũferentiæ f g, h k, ſitq́ f g propior contactui ipſius æſtiui tropici quàm h k. Dico quòd in pluri tẽpore f g permutat apparẽs hemiſphæriũ, quàm h k. Quoniã enim f g, propior eſt contactui ipſius æſtiui tropici, quàm h k, maior eſt h e ipſa e f, ponatur ipſi quidem f e, æqualis e l, ipſi autẽ f g æqualis l m. Quoniã igitur ipſæ l m, f g æque diſtant à contactu æſtiui tropici, in quo tẽpore l m permutat apparens hemiſphæriũ, in eodem & f g, in pluri autem tempore l m, permutat apparens hemiſphæriũ, quàm h k, in pluri ergo tempore & f g permutat apparens hemiſphærium, quàm h k.

Altera traditio ſuper 14 Propoſitionem.

ZOdiaci circuli æquales circũferentiæ tempore in æquali permutãt apparẽs hemiſphæriũ, in pluri quæ propius contactui æſtiui tropici, ea quæ longius diſtat, quãdo polus horizontis inter arcticũ circulum & æſtiuũ tropicum fuerit.

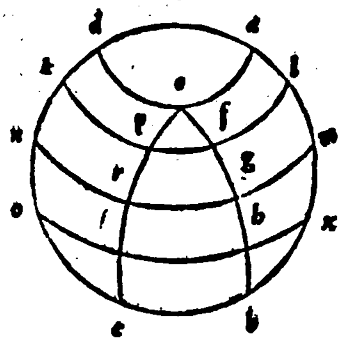


Sit in mũdo horizon a b c, & maximus ſemper apparentiũ ſit a d e, maximus autem ſemper non apparentiũ f g h, tropicus autẽ æſtiuus ſit k l, hybernus uero tropicus ſit b c. Sitq́ ipſius a b c circuli polus inter a d e, & k l circulos. Sintq́ partes orientales l, occiduæ uero b, zodiaci uero poſitiones ſint ſemicirculi qui cum cancro n x, o p. Aſſumaturq́ o p circũferentia non minor exiſtens ſemicirculo, deſcribaturq́ per p maximus circulus tangens ipſum a d e, tanget igitur & ipſum f g h. Iam aut per o ſignum, ſiue ſupra o ſignum cadit, deſcribatur ſitq́ e h p, ut nõ coincidat qui ex h ſemicirculus, ſicut ad partes ex p, ei qui ex a ſemicirculo, ſicut ad partes a k r. Cõpleanturq́ ipſi x n b, p o r, circuli. Quoniam in ſphæra maximus circulus eſt a b c, & bini maximi circuli ſeſe inuicem diſpeſcunt ipſi b n ſ, r o t p, & ipſius a b c, circuli polus eſt inter a d e & k l circũferentias: maior igitur eſt ſ n y, circũferentia ipſa y t circũferẽtia. Ipſa igitur t y, circũferentia ipſa y n ſ minor eſt. Et quoniam in ſphæra bini maximi circuli a b c, e h p, eundem circulum a d e tangunt, & ipſi a d c, ipſum k l parallelum exiſtentem ſecant, & ipſius a b c, polus eſt inter ipſos a d e, & k l circulos, & ipſius e h p, igitur polus eſt inter ipſos a d e, & k l orbes. Alter igitur eius polus eſt inter ipſos f g h, & b c circulos. Quoniã igitur in ſphæra maximus orbis eſt e h p & ipſum e h p, ſecant bini maximi circuli r o p, b n x, & ipſius e h p, polus eſt inter ipſos b c & f g h, orbes, maior eſt p y, circũferentia ipſa y n x, circũferentia. Quarum y t, ipſa y n ſ, minor eſt, reliqua igitur t p, ipſa ſ x, maior eſt, ponatur ipſi ſ x, circũferentiæ æqualis circunferentia t u. Deſcribanturq́ paralleli circuli per quos inuehuntur ipſa u x, ſigna, ipſi x z, q φ. Similis igitur eſt x z, circunferentia ipſi q φ, circunferentiæ. Ipſa igitur x z, ipſa u φ, maior eſt uel ei ſimilis. In pluri ergo tempore x, ſignum, ipſam x z, circunferentiam tranſit, quàm u, ipſam u φ. Sed tempus in quo x ſignum, ipſam x z, circũferentiam ambit, id eſt in quo ſ x, circunferentia permutat apparens hemiſphærium.

Tempus autem in quo u signum ipsam u φ circũferentiam perficit, id est in quo ipsa t u permutat apparens hemisphæriũ In pluri ergo tempore ipsa s x, permutat apparens hemisphæriũ q̃ t u,& est ipsa s x,propior ipsi æstiuo tropico q̃ t u. In pluri ergo tẽpore permutat apparens hemisphæriũ,ꝑpinquior æstiuo tropico,ea quæ longius distat.

Alia traditio in 15 Theorema.

SImiliter autẽ & in eo qui cũ capricorno semicirculo æquales circũferẽtiæ inæqualibus tẽporibus permutãt apparẽs hemisphæriũ, & in pluri quæ tropico æstiuo ꝑpinquior ea quæ lõgius distat, in æquali autẽ quæ æque distãt ab utroq; cõtactu.



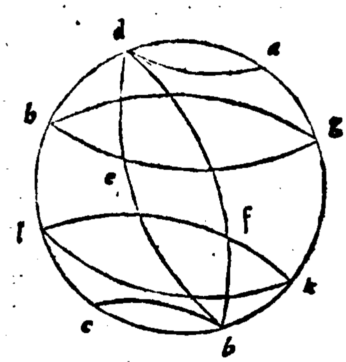
Sit in mũdo horizon a b c d, tropicus uero æstiuus sit a d, zodiacus circulus autem positionẽ habeat b e c. Sitq; ipsa quidem b e circũferentia in semicirculo, qui cum capricorno & e c,sit in eo qui cum cancro. Sintq; oriẽtales partes d, occiduæ uero b. Assumãturq; æquales circũferentiæ f g,g h. Dico q f g in pluri tẽpore permutat apparens hemisphæriũ q̃ g h. Describantur paralleli circuli k l, m n, x o, per quos inuehãtur ipsa f g h signa, æqualis igitur est f g, circũferentia ipsi p r, circũferentiæ. & g h ipsi r s. Sed f g ipsi g h est æqualis, & p r igitur ipsi r s est æqualis. Et quoniã in quo tẽpore p r, occidit ipsa f g oritur. Cõmune apponatur tempus in quo p signum ipsam k l,circũferentiũ perficit,æquum existens tẽpori. In quo f signum ipsam k l circũferentiã transit. Tempus igitur in quo p signum ipsam k l,ambit circumferentiã,& p r occidit, æquũ est tempori in quo f g circũferentia oritur, & f signũ ipsam k l,circũferentiã perficit. Sed tempus quidem in quo p signum ipsam k l, circũferentiã ambit,& p r occidit.id est in quo ipsa p r,permutat apparẽs hemisphæriũ. Tempus autem in quo f g oritur, & f signum ipsam k l, ambit circũferentiã, id est in quo f g, permutat apparens hemisphæriũ. Ipsæ igitur f g,p r,in æquali tempore apparens hemisphærium permutant. Similiter iam ostendemus quod ipsæ g h,r s,in æquali tempore permutant apparens hemisphæriũ,& p r ipsa r s,pluri tempore permutat apparens hemisphæriũ, & ostensæ sunt ipsæ f g,p r, æquali tempore apparens hemisphærium permutare,& f g igitur in pluri tempore permutat apparens hemisphæriũ quam g h: zodiaci ergo circuli æquales circũferentiæ, inæquali tempore permutat apparens hemisphærium. Sed in pluri quæ propinquior æstiuo tropico ea quæ longius distat,& simul ostensum est quod æque distantes æquali tempore permutant.

Aduerte. Vniuersaliter scire oportet.quod præcedẽtibus signis super horizontẽ existentibus circũferentia neq; oritur neq; occidit, subsequentibus autem signis super horizonte existentibus,tota oritur & tota occidit,præcedẽtia nanq; signa prius oriuntur & prius occidunt per 5 theorema.Ipsius igitur p r circũferentiæ signum præcedens est p,ipsius autem g f præcedens est g: accipiẽs igitur ipsam p r occidentem, ipsam uero g f orientem, necessario permutationes earum quærens, eas in semper apparẽti hemisphærio accepit. Ipsius autem p r occasum,ipsius uero g f, ortum quãdo enim p ad ipsum l uenit, ipsa p r nequaq̃ occidit, sed adhuc super terram est quare accepit eius occasum, ipsum enim p r, per k in oriente existente,tota p r sub terra est, motaq; sphæra tota superfertur. Quare in quo p ab ipso k ad l. uenit cum occasu ipsius p r, id est tempus in quo p r permutat apparens hemisphæriũ. Rursus ipso f per k,in oriente existente.ipsa g f tota prius oritur, Quare accepit eius ortum. Facto autem f per l.tota g f occidit. Quere in quo f ab ipso k in l,uenit cum ortu ipsius g f,tempus est in quo g f,permutat apparens hemisphæriũ. Si autem sicut habetur in alia traditione ipsius quidem p r ortum ipsius g f occasum,nequaq̃ accipient ipsa p f signa, sed ipsa r g,& tempus in quo ipsum r ipsam r g.& n ipsam n m,perficit.

Theorema 16 *Apparens 16*

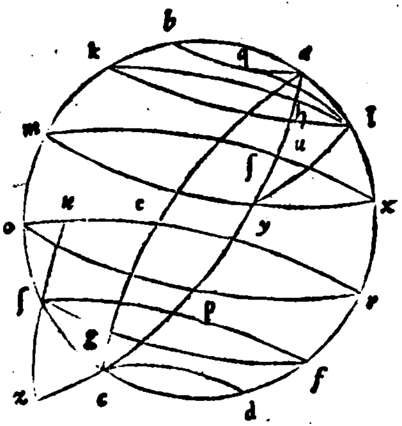
ZOdiaci circuli æqualiũ & ex opposito circũferentiarũ in quo tempore permutat altera apparẽs hemisphæriũ,altera non apparẽs, & in quo tempore altera non apparens,altera apparens.

Sit in



Sit in mundo horizon a b c d, æstiuus quidem tropicus sit a d, hybernus uero tropicus sit b c, zodiacus porro circulus positionẽ habeat d e b f, sitq; d e b semi circulus qui cum cancro sub terra, at b f d sit qui cum capricórno super terram. Sintq; orientales partes d, occiduæ uero sint b, assumanturq; binæ æquales & ex opposito circũferentiæ d e, b f. Dico q in quo tẽpore d e permutat apparẽs hemisphæriũ, in eodem f b non apparens, & in quo tẽpore d e non apparens, b f apparens. Describantur paralleli circuli g e h, k f l, per quos inuehuntur ipsa e f signa. Et quoniam in zodiaco circulo astra in diametro existentia coniugate oriuntur & occidunt. Ipso igitur e signo occidente per g signũ, ipsum f quod ei est in diametro oritur per l signũ. Sed ipsum quidem e, ipsam e h perficiens occidit. ipsum autem f, ipsam f k l ambiens oritur. In quo igitur tempore e, ipsam e h g ambit circũferentiã, & f ipsam f k l. Sed tempus quidem in quo e ipsam e h g transit, id est in quo d e permutat apparens hemisphærium. At tempus in quo f ipsam f k l transit, id est in quo ipsa f b, permutat non apparẽs hemisphæriũ. In æquali igitur tempore d e permutat apparens hemisphæriũ, & f b non apparens, similiter ostendemus q & in quo tẽpore ipsa d e permutat non apparens hemisphæriũ ipsa f b apparens.

Aliter idem. Sit horizon circulus a b c d. æstiuus autem tropicus sit b a, hybernus uero sit c d, zodiacus circulus positionẽ habeat sicut a e, c f. Assumãturq; æquales & ex opposito circũferentiæ e g, f h. Dico q in quo tempore f h, permutat apparens hemisphæriũ ipsa e g non apparens. Sint per quos inuehuntur ipsa f h, e g, signa paralleli circuli k h l. m n x f, e o p r, s g t, permuteturq; zodiacus circulus, & hic habeat positionem y l q, at alius ipsam u s z. Et quoniam ipsæ f h. e g, circũferentiæ æquales sunt & ex opposito, æquales sunt & ipsi m n x, o p r, circuli, æqualiũ autem & parallelorũ circulorũ sectiones, quæ per uices adinuicẽ sunt æquales. Ipsius igitur m n x f, circuli segmentũ m n x supra terrã, æquũ est ei quod sub terra ipsius o e p r, circuli o p r. Rursus quoniã ipsæ f h, e g, æquales sunt & ex opposito in quo tempore f h oritur. in eodem e g occidit. Sed tẽpus in quo h f oritur, hoc est ipsa y l, tempus est in quo y signũ incipiẽs ab ipso y ipsam y x, ambiens circũferentiã ad ipsum x, uenit tempus autẽ in quo e g occidit, hoc est ipsa u s, tẽpus est in quo u incipiẽs ab ipso u ipsam u o, ambiens circũferentiam ad o uenit: tempus autem in quo y incipiẽs ab ipso y, ipsam y x, ambiẽs circũferentiã ad x, uenit æquũ est tempori in quo u incipiens ab ipso u, ipsam u o ambiens circũferentiam ad o uenit.



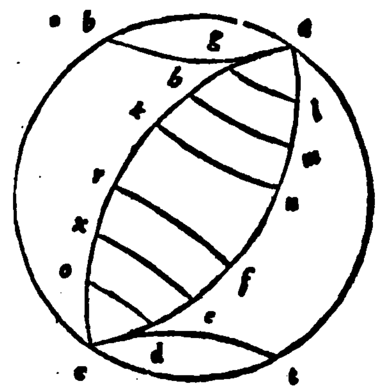
Cõmune apponatur tempus in quo y incipiens ab ipso x, ipsam x n m, circũferentiam ambiens ad ipsum m, uenit æquũ existens tempori in quo u incipiens ab ipso u, ipsam u o, circũferentiã ambiens ad r uenit. Tempus igitur in quo y incipiens ab ipso y, ipsam y x n m, circũferentiã ambiens ad m uenit, æquũ est tẽpori in quo u, incipiens ab ipso u ipsam u o p r, ambiens circũferentiã ad r uenit. Sed tempus quidẽ in quo y, incipiẽs ab ipso y, ipsam y x n m, ambiẽs circũferentiã ad ipsum m uenit, id est in quo y l permutat apparens hemisphæriũ, hoc est h f. Tempus autẽ in quo u, incipiẽs ab ipso u ipsam u o, p r, circũferentiã ambiens ad r uenit, tempus est in quo u s, permutat non apparẽs hemisphæriũ, hoc est ipsa e g. In quo igitur tẽpore h f, permutat apparẽs hemisphæriũ, in eodem ipsa e g, non apparens.

Theorema 17 *Apparens 17*

ZOdiaci circuli æquales circũferentiæ æquali tempore non permutant non apparẽs hemisphæriũ, sed in pluri tempore quæ propinquior est tropico ea quæ longius distat, in æquali uero quæ ab utroq; contactu æque distant.

Sit in

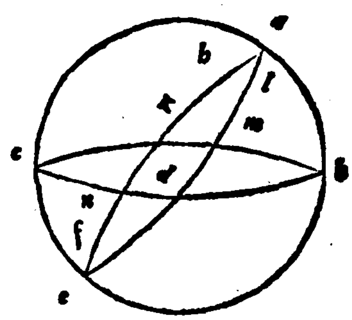
Sit in mundo horizon a b c, æstiuus quidem tropicus sit a b, hybernus uero sit c t, zodiacus uero circulus positionẽ habeat a c e, assumanturq; æquales circũferentiæ d e, e f. Dico q ipsæ d e, e f, æquali tempore non permutãt non apparens hemisphærium. Sed in pluri tempore ipsa d e q̃ e f. Assumantur ipsis d e, e f, circũferentijs æquales, & ex opposito circũferentiæ g h, h k. Ipsæ igitur g h, h k, circũferẽtiæ æquali tempore non permutant apparens hemisphæriũ. Sed in pluri g h q̃ h k. Sed in quo tempore g h permutat apparẽs hemisphæriũ, permutat ipsa f e non apparens. Ipsæ igitur d e, e f, circũferẽtiæ, æquali tempore non permutant non apparẽs hemisphærium. Sed in pluri d e, ipsa e f. Dico q & in æquali tempore quæ æque distant ab utroq; cõtactu tropicorũ, sint n per quos inuehantur ipsa d e f g h k, signa circuli paralleli d o, e x, f r, l g, h m, n k. Ipsæ h k, l m, igitur circũferentiæ in æquali tempore permutãt apparens hemisphæriũ. Sed in quo tẽpore h k apparens hemisphæriũ permutat, ipsa d e non apparens permutat. In quo autem l m apparens. hemisphæriũ permutat, ipsa x o non apparẽs permutat. Ipsæ igitur e d, o x, circũferentiæ æquali tempore non permutãt non apparens hemisphærium.



Theorema 18 Apparens 18

Arum quæ in utraq; parte æquinoctialis circunferentiarũ æqualium, & ab æquinoctiali æqualiter distantiũ, in quo tẽpore altera permutat apparens hemisphæriũ, altera non apparẽs, & in quo tempore altera permutat non apparens hemisphæriũ, altera apparens.

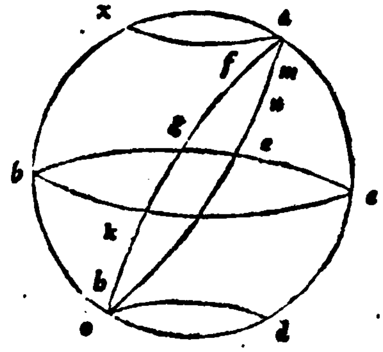
Sit in mũdo horizon a b c, æquinoctialis autem circulus sit b d c, zodiacus autem circulus positionem habeat sicut a e h, & ipsius b c d, æquinoctialis ex utraq; parte æquales & æque distantes circũferentiæ sint h k, f n. Dico q in quo tẽpore h k permutat apparens hemisphæriũ, ipsa f n non apparens, ponatur enim ipsi f n, æqualis & ex opposito m l circũferentia. Ipsæ igitur m l, h k, circũferentiæ permutãt apparens hemisphæriũ. Sed in quo tẽpore l m apparens hemisphæriũ permutat, ipsa f n non apparens permutat, & in quo igitur tempore h k, circũferentia permutat apparens hemisphæriũ, ipsa n f circũferentia non apparens permutat. Idq; ppterea iam & in quo tempore h k, circũferentia permutat non apparens hemisphærium, ipsa f n non apparens permutat.



Theorema 19 Apparens 19

IN semicirculo assumpto sub æquinoctiali ad æstiuum tropicum æqualium circũferentiarũ existentium, in pluri tempore altera earum permutat apparens hemisphæriũ quàm reliqua non apparens, & contingens contingente.

Esto in mundo horizon a b c, æstiuus quidem tropicus esto a x, hybernus uero sit d o, æquinoctialis autẽ circulus sit b e c, zodiacus porrò circulus positionem habeat a e o, & in ipso a o, semicirculo æquales circũferentiæ sint f g, h k. Sit autem ppinquior æstiuo tropico f g. Dico quod in pluri tempore g f, permutat apparens hemisphæriũ q̃ h k, non apparens & contingens ipso contigente ponatur n ipsi h k, circũferentiæ æqualis & ex opposito circũferentia m n, ppinquior igitur est f g, æstiuo tropico q̃ m n, in pluri igitur tempore f g, permutat



permutat apparens hemisphæriū quàm m n, non apparens. Sed in quo tempore m n, circūferentia permutat apparens hemisphærium, ipsa h k non apparēs. Similiter iam demonstrabimus ꝙ & contingens contingente, in pluri tempore permutat apparens hemisphærium quàm reliqua non apparens. Similiter autem & earum quæ in altero semicirculo assumpto, sub æquinoctiali ad hybernum tropicum æqualium circūferentiarū in pluri tempore altera permutat, non apparens hemisphærium quàm reliqua apparens, & contingens contingente.

PHAENOMENA FINIVNT.

BARTHOLOMAEVS ZAMBERTVS VENETVS Lodouico Mocenico patritio Veneto equiti iurato, Senatorij ordinis, ac oratori facundissimo, gaudere & bene rem gerere.

VIrtus, doctrina, morumq́ singularium tuorum claritudo Lodouice uir integerrime, quibus in homine splendidius aut rutilantius nihil esse sapientissimi græcorū dicere consueuerunt, eá semper in te extitit, ut omes de te nil nisi clarum aliquid, nil nisi perspicuū, nil nisi omni ex parte gloriosum semper conciperēt, aut sperarent. Idq́ proptetea ego quoq́ quem tibi destinatum tu te scis semper habuisse mancipiū præclaras animi tui dotes, probitatemq́ singularem conlectans animoq́ perpendens, nil de te inquā aliud mihi persuadere solebam, nisi quod tibi tuæq́ familiæ præclarissimæ immortalem gloriam & laudem afferre posset. Quod, inquam, ut assequaris iam tibi uirtute, quæ, sola ex omnibus possessionibus, Isocratica sententia mortalitati minime obnoxia est adytus comparasti. Factum est enim ut huiusce inclytæ Reipub. senatores ingenij tui peracuti uires, facundiamq́ singularē (habes enim ut ingrati mancipij suspicionem fugiam in orando nescio quid uiuæ uocis, ac latentis energiæ tibi naturæ benignitate concessæ) uel magni æstimantes, te oratorem Maximiliano cæsari, germaniæq́ principibus destinauerint. Quam legationem ita egisti, ita tractasti, ut senatorem optimum par est facere, & adeo ut Regi gratus, sed huic grauissimo senatui gratissimus extiteris. Illud, inquam, munera equestria tibi à rege donata, hoc uero senatorius ordo quem tibi comitia contulerūt exactissime comprobant. Neq́ id mirum, quippe quoniam omnia adsunt bona quem penes est uirtus (ut eo utar Plauti familiaris nostri) hac etenim ductrice tibi nec legationes, nec præturæ, uec cæteri magistratus deerunt, modo Dei opt. maxi. munere tibi uita superstes. Verum quid illud fuerit quod eam fidem, eam obseruantiā quam erga te (licet exilis seruus) semper maximam habui, idq́ gaudij, quod ex dignitatibus tibi collatis concepi hucusque, si scire cupis, tibi non aperuerim, illud, inquam, fuit quod hoc à me fieri oportere censebam aliquo argumento, & eo sane quo tibi hæc fieri possent explicatiora. Cumq́ id propterea sapientium Græcorum uolumina reuoluerem, sese Catoptrica Euclidis Megarensis præstantissimi mathematici obtulerunt, opusculum certe arduum, rarissimum, & latinis hucusque aut ex toto, aut magna ex parte ignotum, speculari nanque & indagare uoluit sapientissimus philosophus quæ in speculis imagines, quas mirabili quadam disciplina patefacit, dum humanū uisum, & oculi potentiam accōmodat. Quod opus sic reliqua Euclidis opuscula excellit, sicut cæteros humanos sensus uisus, qui rationi & intellectui in eo quod sub sensu cadit obsequitur, exuperare cognoscitur. Taceo de elementis, nam ex opere illo quod non minoribus uigilijs quàm laboribus quos per multos dies ei accommodauimus, una cum Theonis acutissimi mathematici traditione latinum fecimus, nec minus Euclidi qui illa compegit, quemadmodum Proclus (inquit) Diadochus, quàm eorum inuentoribus tribuo, licet uetus sit adagium inuentis addere facillimum esse. Sed quibus aut inuentoribus, aut ipsi Euclidi, siue etiam interpretibus magis tribuendum sit, bonam hominum partem ignorare crediderim. Id igitur opusculi quod Catoptrica nuncupatur, à me latinum faciendum esse censui, tuoq́ nomini destinandum, ut ex eo tanquam ex planis, conuexis, cauisq́ speculis Bartholomæi Zamberti tui, & quidem ueterrimi mancipij, fidem inspicias,

obser-

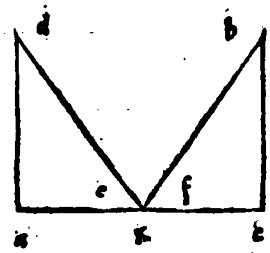
obseruantiā spectes,amoris erga te sui magnitudinē uideas,& demum beneuolentiam in te maximam intuearis. At fortasse diceres quid sic id uis mathematicis huiusmodi disciplinis aperire? Ne id propterea mireris uelim,ob id scias Lodouice uir grauissime, à me id consulto factū fuisse. Nam cum mihi sit compertū te disciplinas semper amasse, & coluisse,earumq; amatorem extitisse,facile propterea mihi persuaserim te eas in primis diligere, & colere quæ primum certitudinis omnium philosophantiū decreto gradum obtineant. Hæc,inquam,sunt mathematicæ disciplinæ,quæ uno eodemq; modo semper sese habent, quemadmodum Ammonius interpres Aristotelicus,philosophiæ diffinitionē Aristotelicam interpretans nos docuit. Has certe disciplinas naturales sequūtur,sicut Auerrois peripateticus Aristotelem nobis aperiēs sensisse uidetur. Quas qui ignorāt sicut Euclidis interpres Proclus Lycius,inquit,ieiunas uoluptates capiūt. Hoc igitur argumēto amorem erga te meum tibi esse explicandum sum arbitratus. In qua interpretatione licet Flaccus noster Horatius dixerit. Nec uerbum uerbo curabis reddere fidus interpres,nihil tamen ex nostra officina adiunximus, at etiam nihil subsecuimus,sed sicut lectio sese habet græca, sic ueritatem colentes,nuda,pura,syncera, & fideli sumus interpretatione interpretati. Noluimus enim eos immutari qui ex auctoribus aliqua decerpūt, aliqua omittunt & aliqua permutant, & sic hinc & inde sumpta conglutinant, ut nec pes nec caput uni reddatur formæ, & perinde cum sic auctorū illorum ueterum quos uetustas ueritatis indagatrix mira quadam religione coluit, famæ & fidei plurimum detraxerint,falsam & furto comparatam sibi gloriam uendicare studeant. Sed hij tandem sunt quos unusquisq; possit deridere. Nam si forte suas repetitum uenerit olim grex auium plumas, moueat cornicula risum, Furtiuis nudata coloribus. Stulti sunt qui aliena pluma sese obtegere quærunt. Accipias igitur uir clarissime opusculum huiusmodi iam in nulla sede receptum, ut tuo nomine in lucem prodeat, quod obsecro legere uelis ubi quid tibi ocij superfuerit, uidebis etenim quanto fuerit ingenio præditus is philosophus, cuius si id opusculi tibi placuisse cognoscam, sunt in manibus illius & alia opera. Phænomena quidem optica & Data,quæ quādoq; me interprete è Græcia in Italiam uenient, & sic se latinis legenda tradent, & is auctor priscam auctoritatē penè amissam philosophantium scholas petens sibi comparabit. Verum ne pluribus quàm par est uerbis tecum agere uideam, superest iam ut ipsum audias Euclidem de speculorum imaginibus, sic per nos latine loquentem. Vale æternum nostri memor,equestris ordinis rarissimum ornamentū,& hijs audacibus annue cœptis. Venetijs XI Calendas Octobris, in IXII. IIIVII. & XIX. Elemento,reconciliatæ diuinitatis.

EVCLIDIS MEGARENSIS CLARISSIMI PHILOSOPHI PLATONICI MATHEMATICIQ; præstantissimi Specularia, Bartholomæo Zamberto Veneto interprete.

VISVM lineam rectā esse qua media cuncta extremis correspondent,quæq; uidentur per rectam spectari lineam, planū ac receptū esse oportet. Speculo in plano collocato,inspectoq; aliquo sublimi,quod & ipsi plano ad angulos rectos existat, fiant proportionalia, ut inter speculū & spectantē recta linea ad eam quæ inter speculum & id quod ad angulos rectos fastigium, sic aspecti fastigij ad id quod ad angulos rectos in plano fastigium obiectum est. In planis nanq; speculis loco assumpto,in quē ab inspecto perpendicularis cadit, non amplius spectatur uisibile. In cōuexis uero speculis assumpto loco per quem ab inspecto in centrum sphæræ ducitur,uisibile non amplius spectatur, id quoq; in cauis euenit. Si in uas enim quidpiam proiectum sit, acceperitq; interuallum ut minime uideatur, eodem existente interuallo, si aqua infundatur, iniectum spectabitur.

Theorema primum.

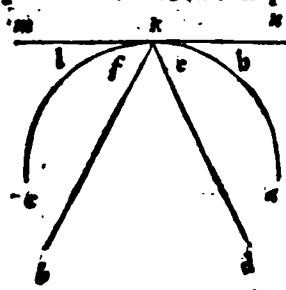
A Planis, conuexis, cauisq; speculis uisus inæqualibus angulis refringuntur.



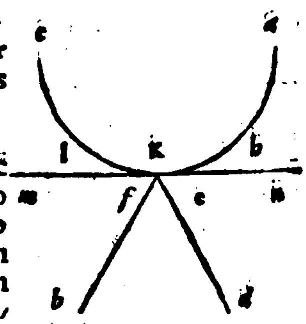
Sit oculus b speculum autem planum sit a c, uisus uero feratur b k & refringatur in d. Dico quod angulus e ipsi angulo f est æqualis. Excitētur per 11 primi elementorum perpendiculares in speculum b c, d a est igitur sicut b c ad c k, sic est d a ad a k, hoc, inquã, in diffinitionibus patuit. Simile igitur est triangulum b c k triangulo d a k, per diffinitionem primam 6 elementorum. Igitur angulus e angulo f est æqualis, nam quæ similia æquiangula sunt.

In conuexis.

Sit iam conuexum speculum a k c, uisus uero sit b k. refractus in d. Dico quod angulus e h, æqualis est angulo f l, appo sui planum speculum n m, æqualis est angulus e angulo f per precedentem. Sed & h ipsi l: connectitur namque m k. totus igitur e h, toti l f est æqualis.



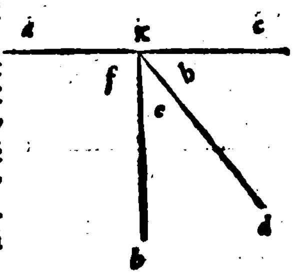
In cauis.



Sit rursus cauum speculum a k c uisus autem bk refractus in d. Dico quod angulus e, æquus est angulo f, collocato enim plano speculo m n æqualis est per primam angulus h e angulo f l. Aequalis autem est h ipsi l: reliquus igitur e reliquo f est æqualis.

Theorema secundum.

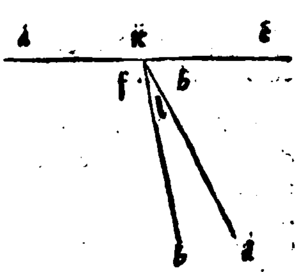
IN qualiacunq; specula inciderit uisus æquos efficiens angulos, ipse per sese refringetur.



Sit planum speculum a k c oculus autem sit b. uisus uero sit b k, cadatq; æquos efficiēs angulos f h. Dico quod b k refractus in seipsum, hoc est in b reuertetur. Non enim. sed si possibile est agatur in d & quoniam per primam uisus in æqualibus angulis refringuntur, angulus e æquus est ipsi angulo h ostensum quoque est quod e f angulus ipsi h est æqualis, & angulus igitur e f, ipsi e angulo erit æquus maior minori, quod est impossibile. Igitur b k in se ipsum refringetur, eadem quoque demõstratio in conuexis, & in cauis speculis conueniet.

Theorema tertium.

IN qualecunque speculum procidens uisus inæquales efficiens angulos, in se ipsum non refringetur neque in minori etiam angulo.



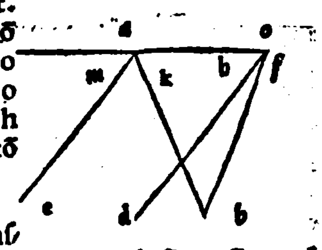
Sit planum speculum a k c, uisus autem b k procidat maiorem efficiens angulum f ipso h l. Dico quod b k, refractus, non refringetur in sese, neque in angulo h l, si enim ueniet in b k angulus f ipsi h l, est æqualis, quod est impossibile, maior enim supponitur. Igitur b k in maiori refringetur angulo f: a maiori namque minori æquale abscindi est possibile per 3 primi elementorum. eademq; demonstratio est & in conuexis, & in cauis.

Theorema quartum.

VIsus in planis speculis, & cõuexis refracti, neque concurrunt adinuicem, neque sunt paralleli.

V Sit pla

Sit planum speculū a c, oculus sit b, uisus uero refracti sint. b c d. b a e. Dico quód c d, & a e, neque paralleli sunt, neque cō currunt in d e. Nam quoniam angulus f æqualis est angulo h & k ipsi m, maior autem est per 16 primi elemē. f ipso k, quoniam est extra ipsum triangulum b k c, maior autem fuerit h quàm m. Igitur c d ipsi a e, parallelus non est, neque in e d, cō currunt.

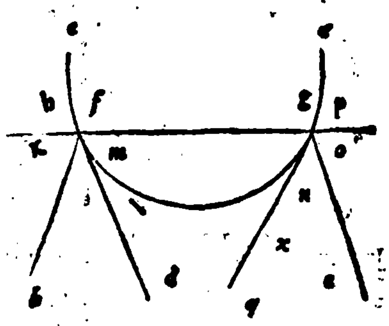


In conuexis.

Sit rursus conuexum speculum a g f c, oculus uero sit b, aspectus autem refractus sint b f d b g e. Dico quod ipsi f d, g e, neque in e d cōcurrūt, neque sunt paralleli, & cōnectatur enim g f, recta linea, extendaturq́ ex utraque parte, quoniā æqualis est k h, ipsi l, eo quia in æquis angulis refringitur, maior fuerit quoque l m ipso k & k ipso n x est maior, sed n x ipso p o maior est. Rursus x, æqualis est ipsi o p, maior igitur est l m ipso o p, multo igitur maior est l m ipso o: non concurrunt igitur ipsæ f d, g e, rectæ lineæ, neque sunt paralleli.

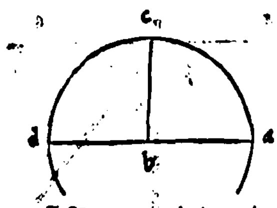
Theorema quintum.

IN cauis speculis si ad centrum, siue ad circunferentiam, siue extra circūferentiam oculus extiterit, hoc est inter centrum & circunferentiā, uisus refracti concurrent.

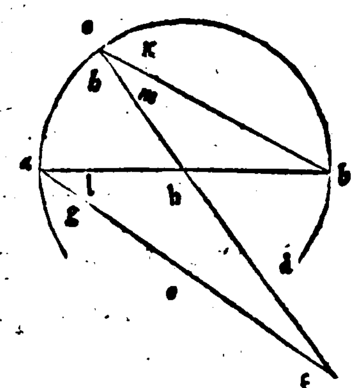


Sit cauum speculum a c d, centrum autem sphæræ sit b ponaturque oculus in b & procidant ex b uisus in circunferentiam b a, b c, b d, æquales igitur sunt qui ad signa a c d, sunt anguli, semicirculi enim sunt per 17 tertij elemē. uisus igitur refracti per se ipsos refringentur b a, b c, b d, hoc autem patet quod in b cōcurrunt.

Oculus in circunferentia.



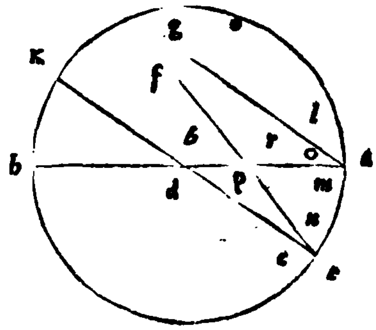
Sit rursus cauum speculum a b c, oculus antē esto. b ponaturq́ in eius circunferentia, & ab ipso b, incidāt uisus b c. b a, refracti in d e signis. Quoniam maius est a c b segmētum ipso b c, segmento, maior est angulus f, angulo h per 31 tertij elemē torū & g per a igitur ipso k. maior. Ipsi igitur f k, ipsis h k. sunt maiores. Reliquus igitur l reliquo m minor, multo magis igitur: quæ enim cōcurrunt igitur ipsæ c d a c. in f similiter ostendetur, & si extra circunferentiam ceciderit oculus, sicut in sequenti theoremate.



Theorema sextum.

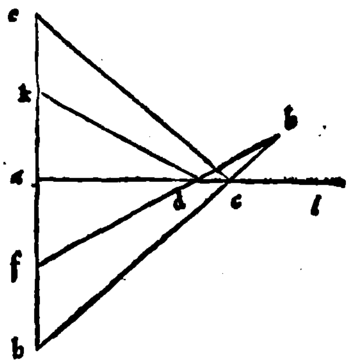
IN cauis speculis, si ad medium centri & circunferentiæ positus fuerit oculus, quandoque uisus refracti concurrent, & quandoque non concurrent.

Sit speculum cauum a c, centrum autem sit d, oculus uero ponitur b, intra centri medium & circunferentiæ, uisus autem b a, b c. refringantur in g f, extendanturque uisus usque ad speculnm a h, c k. Ipsa a h, iam ipsa c k. aut maior est, aut ei æqualis, aut ea minor. Siquidē uisus, a h æqualis est ipsi c k. æqualis est & a c h, circūferentia ipsi c h k, circunferentiæ. Quare & m angulus ipsi x angulo, æqualium circunferētiarum anguli inuicem sunt æquales per 27 tertij elementorum, & anguli m l. igitur ipsis n x. sunt æquales per refractionem per primum theorema. & reliquus igitur angulus o angulo p est æqualis: maior igitur est angulus r ipso angulo o. Quoniam enim per 16 primi elementorum torũ angulus r, ipso p maior est quia exterior est. Et angulus p ipsi o, angulũ est æqualis. Igitur angulus r, ipso angulo o maior est, cõmunis apponatur qui sub o r f, igitur ipsæ c f, a g, cõcurrunt sicut ad g f. Idem quoque erit & si maior sit uisus a h, ipso c k, maiores enim erunt ipsi l m anguli ipsis n x, & angulus p angulo o maior est, & r ipso o. Si uero a h recta linea minor fuerit ipsa c k, id propterea maior erit angulus o angulo p: est autem & angulus r ipso p maior. Nihil enim prohibet angulum r ipsi o esse æqualem uel ipso o minorem, & nõ concurrere a g ipsi f. Manifestum est autem quod & si maior fuerit a h. circũferẽtia ipsa c k. Sitque æqualis coincidentia refractionum, neque in circuli circũferentia, neque extra utique fiet, sed intus tantum.



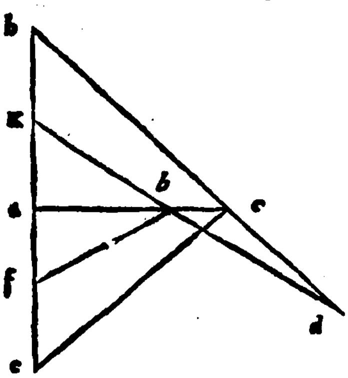
Theorema septimum.

CElsitudines & crassitudines à planis speculis conuersæ uidentur.



Sit fastigium quidem a e, speculum autẽ planum sit a l, oculus uero sit b, uisus porro sint b c, b d, refracti, in e k. Igitur oportet deductis uisibus in rectam lineam e, quidem supra esse, ipso h infra existente, & k infra existens in f, quod supra est, ac perinde conuersa sunt in phantasia.

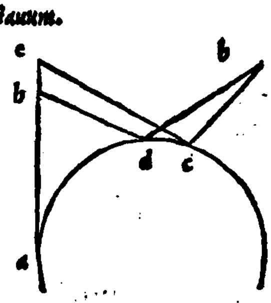
In crassitudinibus.



Sit rursus crassitudo quidem e a, speculũ autem planum sit a c, oculus uero sit d, uisus porro sint d c, d b refracti in e f, similiter eductis uisibus ad h k, apparet quidem e infra existens super h superius existente, & f, supra existẽs super k infra existente.

Theorema octauum.

FAstigia & crassitudines à conuexis speculis conuersa uidentur.



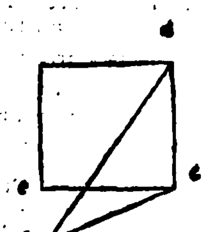
Sit celsitudo a e, speculum autem conuexum sit a d c, uisus uero sint b d, b c, refracti in e h, patet quod non concurrunt, reliqua uero sicut & in planis.

In crassitudinibus.

Sit rursus crassitudo a e, speculum uero conuexum sit a d c. oculus autem sit b uisus autem refracti in e h, sint b c e, b d h. reliqua uero sicut & in planis.

Theorema nonum.

OBliquæ longitudines à planis speculis sicut se habent, sic & uidentur.

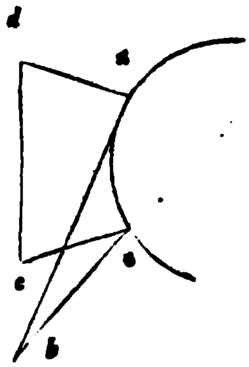


Sit oculus b longitudo autem obliqua sit d e, speculum uero sit a c, igitur refractis uisibus uidetur quidẽ d in a & e, super c sicq; se habet in phantasia, sicut uero se habet, propius propius, & remotius remotius.

Theorema decimum.

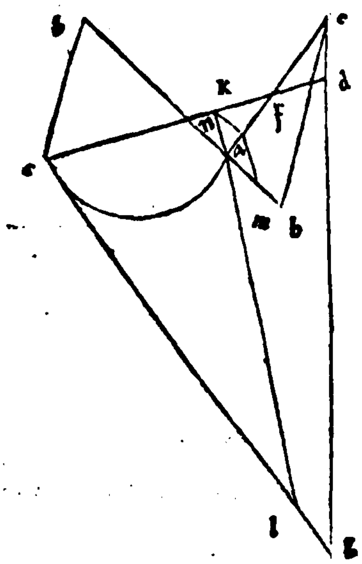
OBliquæ longitudines à conuexis speculis sicut sunt uere, sic spectantur.

Sit longitudo e d, oculus autem b, speculum uero conuexum a c, aspectus porro refracti in e d, sint b a, b c, reliqua uero eadem.



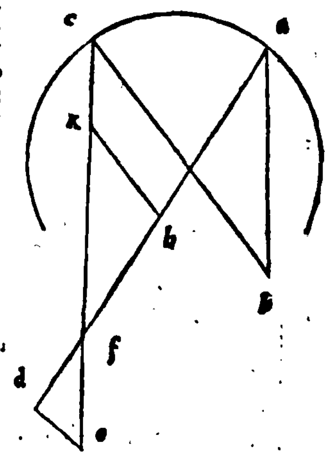
Theorema undecimum.

CElsitudines & crassitudines à cauis speculis quæcunq; sunt intra coincidentiam uisuum conuersa uidētur, quemadmodum in planis & conuexis speculis, quæcunque autem extra coincidentiam sicut sunt, sic & spectātur.



Sit cauum speculum a c, oculus aut sit b, uisus uero refracti sint b a, b c. eorum coincidētia: porro sit f celsitudo sit d e, & k h, & k n quidē intra f coincidētiā sit at, d e sit extra coincidentiā: igitur productis uisibus sicut in planis & conuexis speculis apparet k super m, & n super l: quare conuersæ uidētur, rursus super exteriorem coincidētiam celsitudinis apparet quidem d super g, & e super h, sicut se habet sic spectatur.

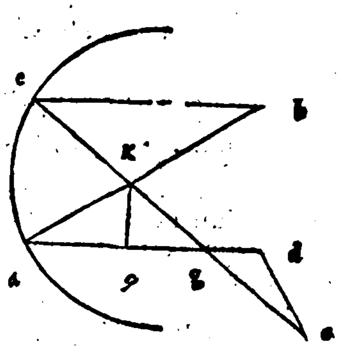
In crassitudinibus.



Rursus crassitudo quidem sit d e. & k h, cauū autem speculum sit a c, oculus uero sit b, uisus autem refracti sint & cō currētes in f b a, b c. igitur productis uisibus similiter k h, cōuersæ apparent, k quidem per c & h p a. Sicut est in planis & conuexis speculis ad d e, sicut ipsum quidem e. infra per a & d super c.

Theorema duodecimum.

OBliquæ longitudines à cauis speculis quæcunque intra coincidentiam uisuum iacent, ut sunt sic spectantur, quæcunque uero extra, conuersæ.



Sint inquam, longitudines obliquæ e d, h k, cauum uero speculum sit a c, oculus autem sit b, uisus refracti & concurrentes in g sint b a d, b c e, & ipsa quidem h k, obliqua longitudo sit intra. Igitur h k iuxta naturam apparet. sicut & in planis & conuexis speculis. Sed e d, conuersa, nam ipsum quidem d, super a apparet & e super c.

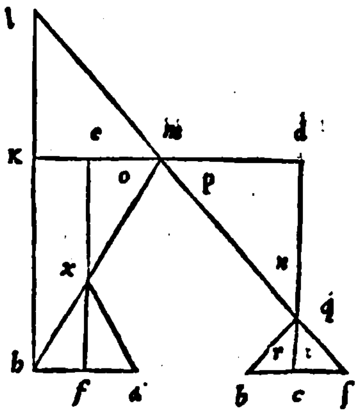
Theorema decimumtertium.

IDem spectare pluribus planis speculis est possibile.

Sit quod uidendum est a, oculus uero sit b, specula autem tria sint c d,

d e, e f

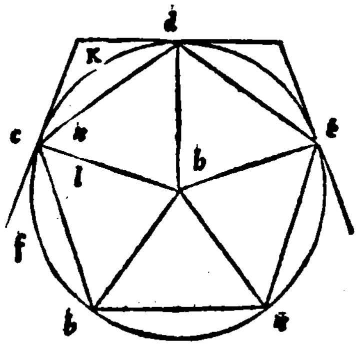
d e:e f,excitetur per n primi elementorum perpendicularis ab ipso h in c d speculum b c,æqualis autem sit b c,ipsi c f,& rursus per eandem ab ipso a in e f, perpendicularis excitetur a f & ipsi a f,æqualis esto f h.& per eandem ab ipso h,in speculum d e, perpendicularis excitetur h k,sitq; ipsi h k,æqualis k l,& ab ipso l in f cõnectantur l m x f,ab ipso aũt m in h cõnectatur m r h.Cõnectãtur autem & a r & b x.Quoniam igitur æqualis est b c ipsi c f & qui ad c anguli recti sunt: binæ igitur b c,c q,ipsis binis f c,c q sunt altera alteri æquales,& angulus qui sub b c q,rectus existens,angulo qui sub f c q,recto existẽti est æqualis per 4 postulatũ,& reliqui anguli reliquis angulis erunt æquales sub quibus æqualia latera subtenduntur per quattam primi elementorum. Angulus quidem qui ad b angulo qui ad f.& angulus x angulo t.Sed t ipsi n est æqualis per 15 primi elementorum ad uerticem enim.Quare & angulus n angulo x.Igitur uisus b x in m refringitur. Rursus quoniam æqualis est h k,ipsi k l,& qui ad k recti sunt,augulus o æqualis est ipsi p.Refringitur ergo idem uisus b x m in r.& id prõpterea iam & in a.quia æqualis est qui sub f r a,angulus ei qui sub e r m,similiter & in reliquis demonstrationibus.Inspice igitur ab ipso b oculo uisus a,per tria specula plana existentia c d,d e,e f.



Theorema decimumquartum.

Est autem & in quibuslibet siquis constituat speculis idem inspicere, oportet autem iuxta speculorum numerum polygonum æquilaterum & æquiangulum constituere binis lateribus excedẽs specula.

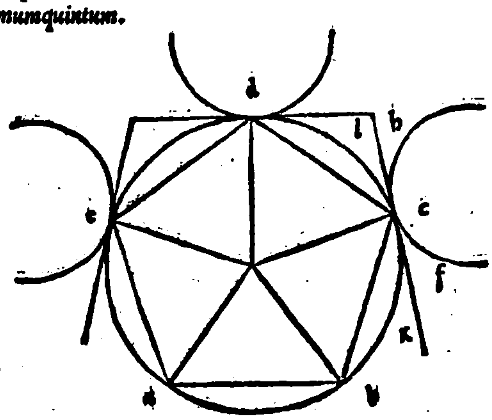
Esto enim quod spectari debeat a.oculus autem sit b & connectatur a b & ab ipso a b, describatur polygonum æquilaterum,& æquiãgulum binis lateribus excedens ipsa specula,& sit a b d polygonum.& sumatur per 1 tertij elementorum centrum circuli ipsi polygono circunscripti.& sit h,& ab ipso connectantur,h c,h e,h d.h b,h a,in angulis,& proponantur specula plana ad angulos rectos ipsis conuexis.Quoniam igitur per quartum postulatum æqualis est f l, angulus ipsi n k angulo:uterque enim rectus est,quorum n ipsi l est æqualis.reliquus igitur f,ipsi k est æqualis.Quare refractio ipsius b uisus erit in d,per æquos enim angulos refractiones fiunt per primum theorema.Similiter iã ostendetur quod qui ad d e signa ad omnia specula uenient in a.



Theorema decimumquintum.

Illud idem quoque & in conuexis & in cauis speculis uideri potest.

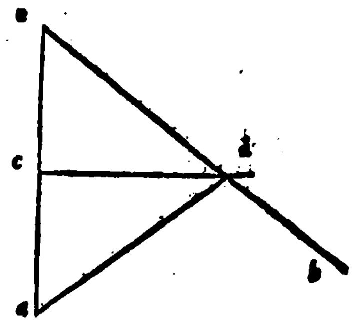
Sit namque spectare oporteta oculus uero sit b.& similiter describatur polygonum æquilaterum & æquiangulum a b c d e,&ad signa c d e,sint specula plana à quibus spectatur a.sicut ostensum est. adijciãtur his specula aut caua aut cõuexa ad uisuum contactus.Igitur æqualis est f ipsi h, & k ipsi l,totus igitur k f,æqualis est ipsi l h refringetur ergo uisus à speculo conue



xo c in d,& ab ipso d in e,& ab ipso e in a: manifestum igitur est quod conuexis aut cauis existentibus omnibus & mixtis illud idem uideri potest.

Theorema decimumsextum

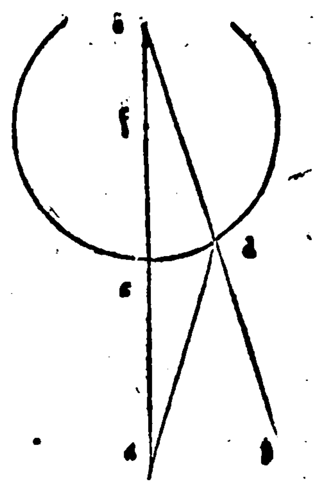
IN planis speculis unumquodque eorum quæ sub aspectum cadunt per illius quod sub aspectum cadit perpendicularem uidetur.



Sit speculum planum c d, oculus autem sit b, res uero uisa sit a sitq; perpendicularis k re uisa in speculum a c: igitur quoniam supponitur in phænomænis quod assumpto loco c ipsum a nõ uidetur, ergo a uidebitur in linea recta a e. Sed & in rectas lineas ipsi b d, uisus per e igitur: positum namque est nobis rectum cuius medium extremis correspondet. Quare a e & b e recta linea erit.

Theorema decimumseptimum.

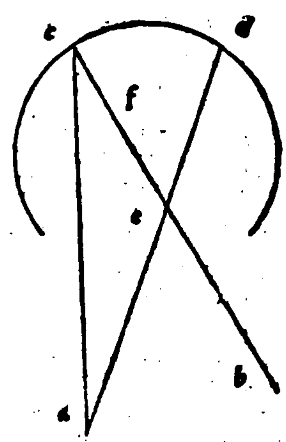
IN speculis conuexis, unumquodque eorum quæ sub aspectum cadunt per eam quæ à re uisa in sphæræ centrum deducitur rectam lineam spectatur.



Esto cõuexum speculum c d, oculus autem sit b, uisus uero sit b d, refractus in a, aspiciaturque a, centrum autẽ sphæræ sit f, & connectatur a f extendaturq; b d in e: igitur quoniam supponitur in phænomenis quod assumpto c ipsum a non uidetur, uidebitur igitur in rectam lineam a c, per id quod euenit ex b d, uisu, & ab ipso a c in e, sicut & in planis.

Theorema decimumoctauum

IN cauis speculis unumquodque eorum quæ sub aspectum cadunt per eam quæ à re uisa in cẽtrum sphæræ ducitur rectam lineam spectatur.



Sit cauũ speculum c d, aspectus autem refractus sit b c, in a uisum, centrum autem sphæræ sit e connectatur recta linea & extendatur igitur quoniam in phænomenis deprehenditur quod assumpto loco d ipsum a non uidetur: quare agetur in rectam lineam a e, aspicietur ergo per congressum ipsius a d rectæ lineæ & b c uisus per f.

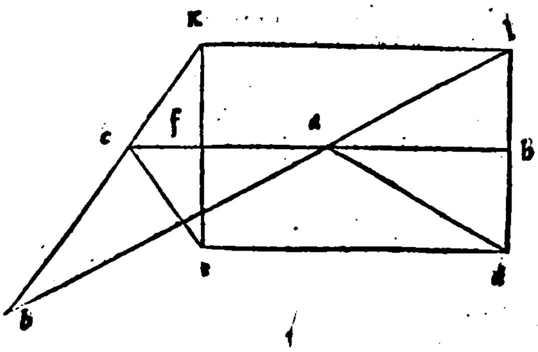
Theorema decimumnonum.

IN planis speculis quæ dextra sunt sinistra apparent, & quæ sinistra dextra, & simulacrum æquum est rei uisæ & distantia à speculo æqualis est.

Sit planum speculum a c, oculus autem b, uisus uero sint b a, b c, refracti in d e, quod autem spectatur sit, d e, & ab ipsis e d, per duodecimam primi elementorum in speculum perpendiculares excitentur e f, d h & extendantur. Extendanturque & b c, b a, uisus & concurrant parallelis in k l, & connectatur l k, Igitur eap

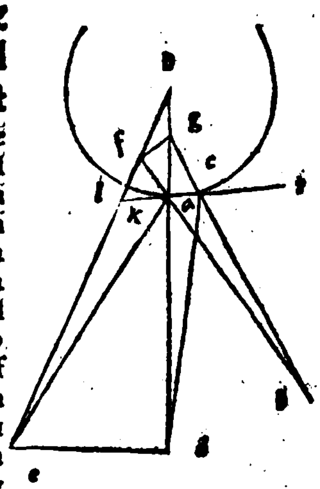
paret

paret super k & d super l. hoc enim prius ostēsum est, ergo sinistra dextra apparent, & dextra sinistra, & quoniam æqualis est qui sub k c f, angulus ei qui sub f c e angulo, & recti sunt qui ad f, æqua igitur etiam fuerit f k ipsi f e. Idq́ propterea & d h, ipsi h l, æquum est igitur interuallum quod abest à speculo e d, ipsi a abest simulacrum k l & æquū est uisum e d simulacro k l, quoniam æqualis est e f ipsi f k, & d h ipsi h l. communis autem & ad rectos angulos ipsa h f.



Thorema uigesimum.

N conuexis speculis sinistra dextra, & dextra sinistra spectantur, & interuallum à speculo simulacro minus abest.

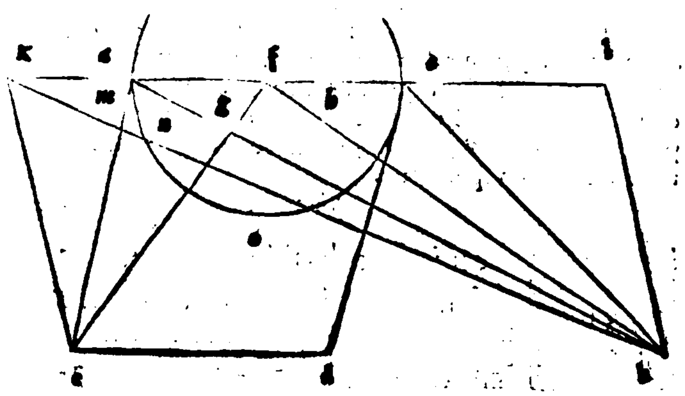


Sit speculum conuexum a c, centrum autem sphæræ sit h, oculus porro sit b, uisus autem sint b a, b c, refracti in d e, quod spectatur sit d e, & ab ipso h centro excitentur in d e ipsæ h d, h e, & extendātur uisus ad f g, & connectatur f g simulacrum. Igitur ipsum quidem d apparet super g, & e super f dextra igitur sinistra. & sinistra dextra spectantur. Dico quod maior est e l ipsa l f. excitetur per a ipsam tangens circunferentiam r a k. quoniam igitur b a, a e, ad ipsam circunferentiam æquos efficiunt angulos, propter refractionem tangit ipsa k a r, bifariam fuerit sectus qui sub e a f angulus. & obtusus est angulus k. maior igitur est e k, ipsa k f multo maior igitur e l ipsa l f: minus igitur abest simulacrum f g à speculo: magis autem quod spectatur e d, sicut in sequenti patet.

Theorema uigesimumprimum.

N conuexis speculis simulacrum spectatis minus est.

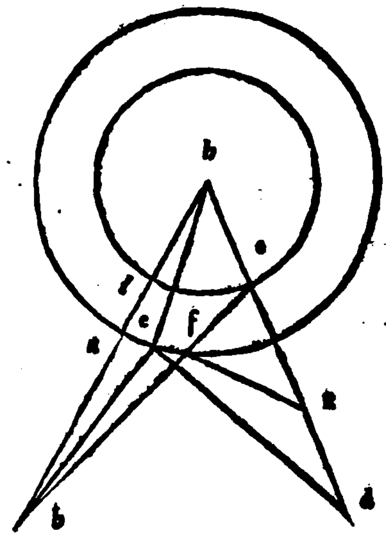
Sit speculum conuexum a o c, oculus autem sit b, uisus uero refracti sint b a, b c, in d e, igitur à conuexo speculo aspicitur e d in angulo qui sub a c b; apponatur iam speculum planum a c tangens, uisus in a c. Igitur uisus uisurus e à plano speculo non est b a e, non enim æquos efficit angulos ad planum speculum. neque refringetur intra a c. refringatur si possibile est, & esto b f. uisus. æqualis igitur est angulus g angulo h propter refractionem. & h, maior est ipso n & m ipso g: quare & m ipso n maior est, qd' est impossibile. Ipse nanq́ n ipso m maior est. Aequalis enim est totus ei q ad circūferētiā: extra igitur ipsum m a refringatur. refringatur esto b k e. Similiter aūt



& b e d, extra tadit. Igitur e d in maiori angulo spectatur à speculo plano comprehēso sub k b l, quæ à conuexo, æquum autem patuit apparens in plano, manifestum igitur quod à conuexo speculo simulacrum minus apparet re uisa.

Theorema uigesimumsecundum.

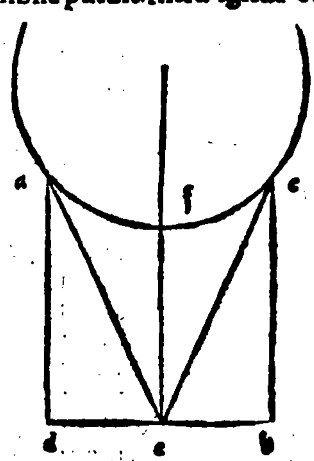
IN conuexis speculis, à minoribus speculis minora simulacra spectantur.



Sit sphera maior a c minor uero e l, circa idem centrū h, oculus uero sit b & connectatur b a h, & ab ipsa sphæra refringatur uisus b c d, dico quod uisus refractus à minori sphæra in d, neque per c, neque extra ipsum c cadit. Cadat enim prius si possibile est per c & refringatur à minori sphæra in d, & sit b e d, & connectatur ab h in c & refringatur in k. Igitur h c k, bifariam secat eū qui sub b c d, angulum: quoniam ipsos b c d angulos æquos ad circunferentiam propter refractionem efficit. Id que propterea iam quæ ab h in e cōnexa recta linea & extensa angulum sub b e d bifariam secat. Secet itaque h e f. Quoniam angulus comprehensus sub b c d, angulo comprehenso sub b e d, maior est, & dimidius dimidio maior est qui sub b c k, eo qui sub b e f est autem & minor quod est impossibile: uisus ergo à minori sphæra refractus per ipsum c minime ueniet. Supponantur rursus eadem, & à minori sphæra refractus uisus b e d, extra ipsum c cadat, & b e secet maiorem sphæram in f. Visus iam ab ipso f, refractus in b f k, non coincidet ipsis c d, hoc, inquam, patet. Ipsi igitur e d, coincidat in k. Igitur b f k, uisus refractus à maiori speculo ipsum aspicit k & ipse b e k refractus à maiori speculo ipsum aspicit k, hoc, inquam, superius impossibile patuit. Intra igitur c a, cadit uisus refractus a maiori speculo in d. Similiter quoque ostendetur, & quæ ab altera parte idem efficiens. Sub minori igitur angulo spectatur eo qui ad b facto a minori speculo quàm à maiori, minus igitur apparet simulacrum à minori speculo.

Theorema uigesimum tertium.

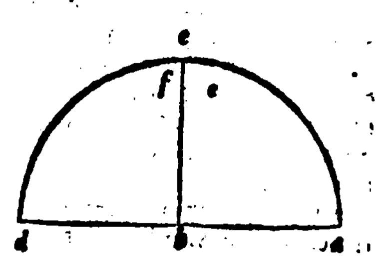
IN curuis speculis simulacra conuexa spectantur.



Sit curuum speculum a c, oculus autem sit e uisus uero refracti e a, e c, in d b at f e, sit in seipsum refractus, hoc est in e. Igitur uisus iam maiores sunt qui longiores: minimi uero qui circa medium hoc est f e spectatur igitur propius a speculo magis e, longius uero b, & d, quare totum curuum spectatur.

Theorema uigesimumquartum.

IN cauis speculis si in centro oculus positus fuerit ipse tantum oculus spectatur.

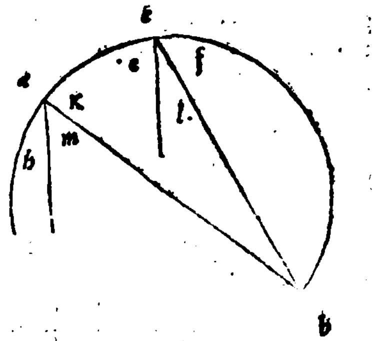


Esto cauum speculū a c d, centrum aūt ipsius sit b, uisus uero sint b a, b c, b d. Igitur angulus e æqualis est ipsi f, igitur uisus b c refractus ueniet in b: similiter quoque & reliqui, ipsum igitur tantum b, spectatur.

Theore

Theorema uigesimumquintum

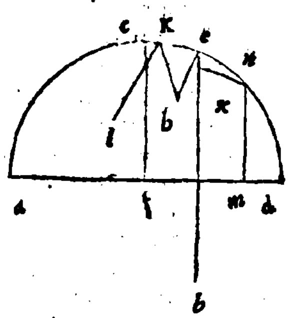
IN cauis speculis si in circunferentia aut extra circunferẽtiam oculus positus fuerit, oculus non spectatur.



Esto cauum speculum, a c b, & oculus ponatur in circunferentia ipsius & sit b, aspectus aũt procidant b a, b c & refringantur igitur angulus m b angulo K maior est, & e l ipso f. Quare non refringuntur, b a, b c uisus in b oculum. Si in oculum refringũtur, anguli æqui ad ipsa a c, signa. Ostendetur autem & quod si extra circunferentiam sit oculus idem eueniet, scilicet quod non spectabitur oculus, quippe quoniam in ipsum non fiunt refractiones.

Theorema uigesimumsextum.

IN cauis speculis si extendatur dimetiens sphæræ, ex centroque ad angulos rectos ducatur, & in altera parte positus fuerit oculus nihil eorum quæ in sunt parte in aqua oculus spectabitur, hoc est neque eorum quæ ad diametrum, neque eorum quæ extra diametrum neque eorum quæ in diametro.

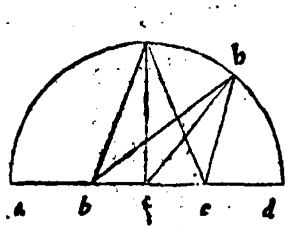


Sit cauum speculum a c d, dimetiens autem esto ipsius sphæræ a d & ipsi a d ad angulos excitetur rectos ab ipso f ipsa f c, culus autem esto b extra ipsum diametrum, uisus autem sit b e. Igitur uisus b e. refractus non ueniet in b, neque in f. In æqualibus namque angulis refringitur. Veniet igitur sicut e h Similiter quoque & si introrsum cadat oculus sicut h siue in diametro, sicut m. refracti autem uisus sicut h k, m n. uenient enim sicut K l, n x. Igitur eorum quæ in ea sunt parte in qua oculus spectatur nihil, neque eorum quæ in diametro, neque eorum quæ extra diametrum, neque eorum quæ introrsum.

Theorema uigesimumoctauum.

IN cauis speculis si in dimetiente ponantur oculi æqualiter distantes à centro, nullus ipsorum oculorum spectabitur.

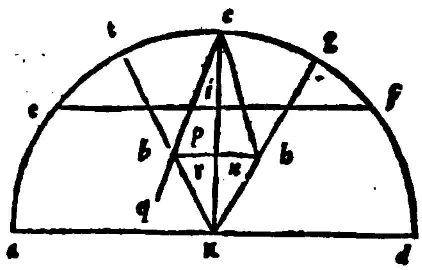
Sit cauum speculum a c d, dimetiens uero sit a d centrum autem sit f ad rectos angulos sit f c. oculi porro sint b e à centro æqualiter distãtes, uisus autem b c. igitur refractus ueniet in e: in æqualibus enim angulis refringitur, alius autẽ nullus ibit ut b h. Connectantur h e, h f. igitur angulus qui sub b h e bifariam secabitur ab ipsa f h. & proportionale erit sicut b h ad h e, sic b f ad f e, quod est impossibile. Nã b h, ipso h e, maior est, & b f, ipsi f e est æqualis, nullus igitur refractus ueniet ex b in e, unus igitur uisus refringetur in utroque oculorũ, & ipse non spectabitur. Nam b c, extensa ipsi b d, non cõcurrit ad partes c d, apparebat autem unumquodque propter spectatorũ congressum neque e c, ipsi e a ad partes c a, concurrit. In cauis neq; speculis unũquodq; spectatorũ per ex spectato in centrum sphæræ ductã rectam lineam spectatur.



Theorema 28

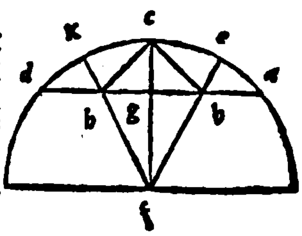
IN cauis speculis si eam quæ ex centro bifariam secans, & ad angulos rectos educens quis ponat oculos æque distantes in ea quæ ex centro, ponatur autem uel per medium diametri & eius quæ ad rectos angulos, uel in ipsa quæ ad rectos angulos, ipsorum oculorum nullus spectabitur.

Esto cauum speculum a c d. dimetiens autem sit a d cētrum sit k. & quæ ad rectos angulos, k c. secetur per 10 primi elemētorum bifariā in p, super e a uero ad angulos rectos esto e p f. & oculi intra diametrum a d & e f, sint b h, in parallelis e f, b h. æque distantes ipsi k c. uisus uero esto b c refractus in h: æquos igitur efficit angulos ad circunferentiā, quippe quoniam f e, ipsi b h parallelus est. & b n ipsi n h, est æqualis. & connexæ k b, k h, extēdantur, extendatur autem & c b in q. & quoniam b c maior est ipsa b k maior est angulus r angulo i. Quare & qui sub c b h, maior est eo qui sub h b k hoc est eo qui sub h b k, igitur b c. ipsi k h. non concurrit. Igitur ipse h non spectabitur: propter congressum namque ipsorum b c, k h, spectatur.



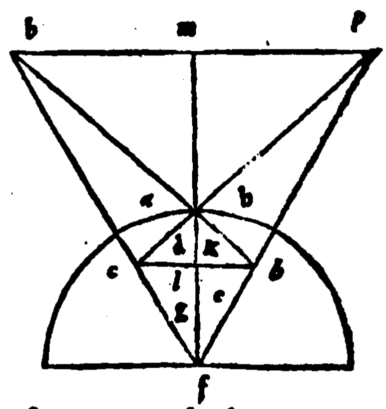
Aliter.

Sint rursus eadem qui supra, sed b h oculi sint in bifaria. & ad angulos rectos secta ea quæ ex centro a d: quoniam igitur æqualis quidem est b c. ipsi b f & e h ipsi f h. parallelus igitur est b c. ipsi f h. Igitur b c. uisus non concurrit ei quæ ex cētro in spectatū, hoc est ipsi f h ad partes, h c: quare oculus h non spectatur, spectabitur namque propter ipsorum b c f h, congressum.



Aliter.

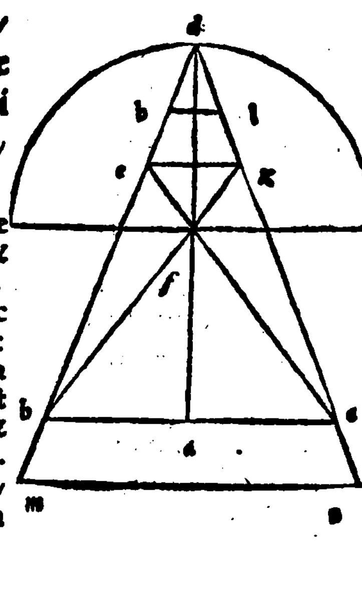
Sunto rursus eadem. in superiori uero ipsius bifariæ sectionis ponantur oculi b c. æque distantes ab ea quæ ex centro hoc est f a. Dico iam b c. ipsos spectari, & ea quæ sunt dextra sinistra, & quæ sunt sinistra dextra, & simulacrum maius ore & interuallū à speculo maius habens simulacrum: esto enim b a, uisus refractus & connectantur à centro f ad b c ipsæ f b, f c, & extendatur b a. Quoniam igitur bifaria sectio est g maior est b f ipsa b a, & angulus k angulo e: æqualis autē est k ipsi d: maior igitur est & d ipso e: coincidunt igitur ipsæ f b, c a. extensæ coincidāt in p. Id propterea iam b a. f c concurrunt in h, spectabitur igitur ipsæ quidem c, in h, & b in p & dextra quidem sinistra, & sinistra dextra apparent. Sed maior esto h p ipsa b c. paralleli enim sunt: simulacrum igitur maius apparet, & magis à speculo distans. maior est enim m a ipsa a l.



Theorema uigesimum nonum.

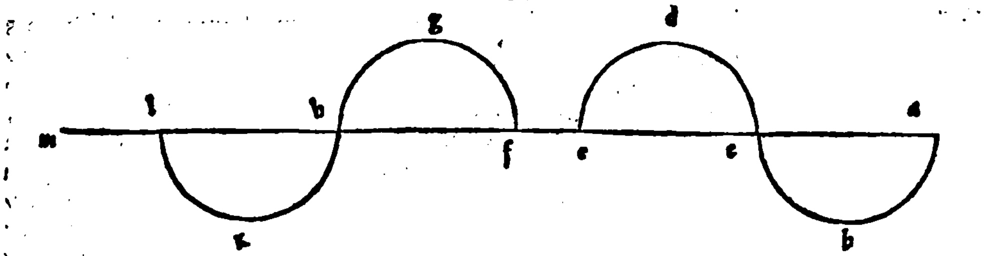
SI uero extra diametrum ponantur oculi, ea quæ dextra sunt dextra, & quæ sinistra spectantur, & simulacrum minus spectato, & in eo quod medium inter spectatum & speculum.

Esto, inquam, oculi b c, cētrum autem sit f. ipsius speculi: & ipsi diametro ad angulos rectos esto a f d, & huic ad angulos rectos b c & ipsi b a, æqualis esto a c. & uisus sit b d. refractus in c & per centrum ipsæ b f k, c f e, & ab ipsis e k, connectatur e k, igitur b in k apparet & c in e. Igitur quæ dextra sunt dextra, & quæ sinistra sunt sinistra spectantur, & simulacrum e k, minus est ipso b c, spectato, parallelus namque est e k ipsi b c, & circa medium speculi, & spectare apparet simulacrum. Deducto autem spectato, & eo minus apparet simulacrum



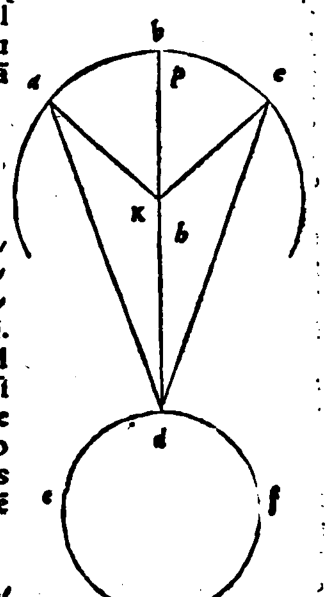
erum sepositum ab ipso b c, positum. similiter igitur ab ipso m in f. centrum connexa & extensa superius cadit in k sicut l. quæ uero ab n in f superius in e, usque h. Igitur m n spectatur sicut h l & minus est h l, ipso e k & speculo propinquius.

Theorema trigesimum.



Speculum construere est possibile, ut in ipso spectentur plures facies, & maiores, & minores, & aliquæ propius, & aliquæ lōgius, & aliæ dexteræ, & aliæ sinistræ.

Sit enim planum a m, igitur in hoc fieri possunt conuexa specula sicut a b c, h k l. Caua autem qualia sunt c d e, f g h. plana porro qualia sunt e f. l m, posita uero facie sicut g spectantur à planis æqualia simulacra æque distantia, à conuexis uero minora & minus distātia, à cauis porro omnino sicut manifestum est.

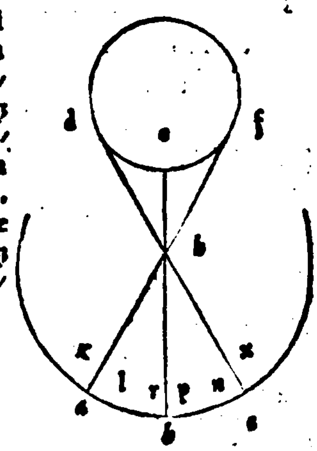


Theorema trigesimum primum.

Ex cauis speculis ad solem positis ignis accenditur.

Esto cauum speculum a b c, sol autem sit e f, centrum autem speculi sit h. & à quodam signo d cōnexa quidem in h centrum d h, extendatur in b. Incidat autem d c acta & refracta in k. refringetur autem super h cētrū. Angulus enim qui ad p, circunferētiam minor est eo qui ad circunferentiā sub b c d, & sit a b circunferentia æqualis ipsi b c, & ab ipso d alia acta cadat d a, manifestum igitur quod refracta a d acta cadit in k. quippe quoniam circūferentia a b æqualis est ipsi b c, similiter autem ostendetur quod omnes ab ipso d incidentes in speculum & æquos suscipiētes in idē coincidunt ipsi b k super ipso h.

Aliter.



Esto rursus cauum speculum a b c, sol autem sit d e f & à signo quoddam e per h centrum sit e h b & a b d f, sint d h c, f h a. Igitur demonstraui quidem quod quæ ex e actæ concurrunt in se ipsas per p r, angulos æquos existentes, diametri enim sunt. Quæ uero ab f in h a, per k l angulos. Quæ uero a b d in h c, quoniam n x anguli sunt æquales. quod autem omnes in se ipsas refringuntur. manifestum. ex centro namq; existentes semicirculos faciunt. qui uero in semicirculis anguli sunt æqualis per 27 tertij elemētorum, per æquos enim angulos fiunt refractiones, in se ipsos igitur refringuntur. omnes igitur coincidunt quæ ab omnibus signis in eas quæ per centrum & in centro agūtur. hijs igitur actis. calefactis q; circa centrum ignis colligitur, quare ibi stupa apposita accendetur.

Catoptrices hoc est de imaginibus quæ in speculis opusculi Euclidis Megarensis præstantissimi mathematici, FINIS. Bartholomæo Zamberto Veneto interprete.

BARTHOLOMAEVS ZAMBERTVS VENETVS Ioanni Zamberto Veneto fratri humanissimo salutem perpetuam.

QVVM me iam pluribus annis hisce mathematicis disciplinis mirum in modum delectari tibi exploratissimum esset Ioannes frater charissime, cumq; sæpius me quasi ad pugnam prouocans aliqua abs te mechanico artificio structa ostenderes, quæ optices hoc est perspectiuæ speculationibus compacta pluribus lineis sese inuicem dispescentibus, multiplicibusq; angulis, mirandam ingenij tui solertiã altamq; indaginem preseferrent, efficere non poteram quin eam theoremata maxime non comprobarem, quandoquidem niteris lineis & angulis efficere ut ea quæ plana sunt quandoque conuexa, at quandoque sese in intima penetralia extendere, aliquando uero solida & tribus dimensionibus constare uideatur. Cuius quidem disciplinæ rationem quãdoq; cum apud Socraticum Euclidem in uetustissimis & tineis ac carie contritis græcis codicibus legerem, quodam stupore perfusus, hominis ingenium arduum & sublime inde dijudicans, opus illud mira solertia sed maximo studio non legi sed relegi transcripsiq; pariter, ut tanta doctrina quoque inter nostros codices summa ueneratione seruata reperiri posset. Quod quidem opusculum cum quandoque tibi demonstrassem, auidissime, ut qui hiantibus faucibus sitibundi fontis frigidam aquam æstiuis ardoribus ingurgitãt, petijsti, ut illud tibi latinũ efficerem, existimans esse aliquid cæteros homines quos diuersa inutilia oblectamenta iuuant disciplinis excellere. Quod sane ut tuis uotis frater charissime satisfactum esset: quasi ocio deditus ex Euclidea interpretatione illa laboris plena, sedulo curaui opusq; ipsum sublimi, & mirando iudicio ab Euclide ipso exquisitum latinum feci, ut tibi satisfaciendo, communi quoque studentium utilitati consulerem. Quod sane opusculum tibi id propterea destino, ut tibi necessitudinis nostræ amorisq; & beneuolẽtiæ sit exploratissimum pignus, tum quia hisce studijs & speculationibus delectaris, idque propterea iure quodam tibi id opus destinari debet, quandoquidem ea illis sunt dedenda, qui eorũ peritiam tenet. Sub tuo igitur nomine perspectiua Euclidis in lucẽ ueniet, ex grecorum illis disciplinarum ingeniorum & doctrinæ mundæ & castigatæ plenis scrinijs eruta. Cæterum tu frater charissime hæc leges, uidebisq; quantum fuerit Euclidis iudicium, quantum ingeniũ, quanta doctrina, ut hæc optica theoremata eo examine struxerit, ut eorũ nullũ recte sentientes negare possimus, in quibus si quid fortasse cõperies minus obuium & tibi notum, testatim ad elementorum specularia & apparentium Euclidis doctrinam conferes, inde nãq; omnia tibi plana fient, & luce meridiana clariora, uerũ ne me crispini scrinia lippi compillasse putes, uerbum nõ amplius addam. Vale. XI.IV.XIX. elemento conciliatæ diuinitatis. Vene. VI. Kalen. octobris.

EVCLIDIS MEGARENSIS CLARISSIMI PHILOSOPHI PLATONICI INSIGNISQVE mathematici incipiunt optica ex traditione Theonis Bartholomæo Zamberto Veneto interprete.

OSTENDENS ea quæ per uisum consolationis gratia non nullos induxerunt, ratiocinatus est, quod omne lumen in rectas lineas protenditur. reique huiusmodi argumentum uel maximum esse ex corporibus umbras eductas, deque foraminibus & aspectibus lucem delatam. Horum & enim unumquodq; neutiquam fieret sicut & nunc factũ spectatur, nisi a sole delati radij in rectas lineas extenderẽtur. Itidem quoque ex ignibus nostris emissam inquit lucem causam esse, qua corporum adiacentium aliqua illustrantur, indeq; umbræ educuntur, aliquæ quidem subiectis æquales corporibus. Aliæ uero maiores. Aliæ porro suppo-

suppositis corporibus minores. Aequales quidem emittunt umbras quæcunque lucẽtibus illustrantibusq́ ignibus sunt æqualia, extremi nanq; radij in hijs in parallelis cõueniunt, atq; ut umbræ neque cõcurrentes imminuant, neque hijs umbræ crescant, sed sicut se habet offensio corporis, talem quoque umbræ cõmensurationẽ obtineat. Minores uero corporibus umbræ sunt, quando illustrantes ignes maiores fuerint, extremi namque radij in ipsis concurrunt, idq; propterea umbras imminuunt. Maiores porro corporibus umbræ sunt, quando illuminantes ignes minores fuerint: extremos nanq; radios in his rotundi contingit inumbratamq; maiorem partem perficere. Id minime fieret nisi ab igne delati radij in rectas lineas protenderentur. Clarius quoque hoc & alijs effectibus deprehendi contingit. Lucerna &enim utcunq; iacente si apposita fuerit portula subtilem habens rimulã ut seræ, proueniatque rimula ex opposito lucernæ. Ipsi autem portulæ in alteram partem propior apponatur portula, inquam, per rimulam lux delata procidat, omnino procidentem lucem in ipsam portulam rectis contẽtam lineis inueniemus, connectentemq; interuallum medium inter rimulam portulamq; in eandem rectam lineam existere. Cum igitur manifestum sit quod omne lumen in rectam lineam protẽditur, & omnibus cõstat in recti aspectũ euenire, ab ipso erũpentes radios, eiusdem esse rationis hoc est per rectas protẽdi lineas hosq; in interuallis, idque propterea ea quæ spectantur, simul tota aspici non posse, præceptionẽ attulit huiusmodi. Acu siquidem siue alio huiusmodi corpusculo sepius in pauimentum delapso aliquibusq; accuratius inquirentibus, locumq; ipsum sepius nullo corpusculum quæsitum prohibente tangentibus, deinde rursus uisum proijcientibus ad locum in quo erat corpusculum, acum perspexerunt. Manifestum nempe quod id quod inuentum est, neque etiam locus in quo erat uidebatur, proinde quæsito sub aspectũ exposito, loci partes omnes non spectantur. Si enim uideretur, & quæsitum quoque aspiceretur, non aspicitur autem Itidem quoque eos qui libris accurate assistunt neque omnes literas in margine existentes intueri posse dixit. Sepius namq; coactos ostẽdere raro descriptas literas, minime ipsas ostendere posse, eo quia ad omnes literas uisus nõ efferuntur, sed per interualla ipsos existere, ac perinde ordine expositarum literarum plures percipi nõ possunt: proinde manifestum est quod neque totus marginis locus aspicitur, itidem quoque in alijs spectaculis euenit, quare quæcunque spectãtur simul tota non spectantur, uidentur tamen aspici ob nimiam uisuum celeritatẽ, nihilq; relinquentium, hoc est in cõtinuũ delatorũ, minimeq; salientiũ. Sub uisum namq; cadit spectatæ rei imago, ut inde motus uisus rem uisam percipiat, causasq; has attulit. In quæsito namq; corpore, & in eo qui accurate libro studet, dubiũ sumitur ut dicatur. Si imaginibus procidentibus passio uisiua gignitur, & si ab omni corpore cõtinue imagines profluunt quæ nostros sensus cõmouent, qua de causa fit ut quærẽs acum, itidemq; librum accurate legens omnes literas non perspicit. Eo quia quandoque intellectu eleuantur nihil minus ratiocinantes quærunt, sed omnino non inueniunt: sepius autẽ cũ alijs ratiocinantes, intellectuque atrahentes, celerius inueniunt. Sed non omnes imagines per aspectũ iudicantur, & qui nam causa iudicata permanent, dixerũt, inquã. naturam esse iuxta animalia. Eorũm uero quæ sensus habent aliqua ad receptaculũ recta linea sunt constructa, aliqua uero non. auditum &enim & gustum & olfactum conuexa cõstruxit intrinsecus, ut extrinsecus procidentia corpora eisdẽ sensus huiusmodi mouerent, auditui siquidem uox procidens locũ aptum inuenire debet ut permaneat, ac ne ut obtigerit ẽ uestigio transiliat, sed sensum immobilem seruet, ac delatam uocẽ confundat. Similiter quoque & olfactũ. at de gustu aliquid dicere oportet, & maxime quo modo ipsi sensus conuexi & in speluncæ similitudinem sint constructi, ad hoc ut procidentia corpora plurimo tempore permaneãt, & in uisu quoque igitur si extrinsecus eidem ceciderint ipsum corpora mouentia, & non ab ipso in eadẽ aliquid sit emissum, illius constructionem conuexam beneq; cõpositam ad receptaculum corporũ præcedentium esse oportuit, nunc autem spectatur hoc non sic sese habẽs, sed potius sphæricus uisus apparet, fidemq; huiusmodi efficiunt in præsentia radij effusi passionemq; uisiuam mouentes. At de huiusmodi satis dictum uidetur. Cur autem uisui in eodem existenti plano superficies iacentes in rect[illegible] linea[illegible] [illegible]areant, hæc asseruit: quippe quoniam in eodem [illegible] existens uisus rei uisæ idem [illegible] neque sublimior, neque humilior eo quia in eodem situs est plano, si igitur neque sublimior, neque humilior est uisus in eodem existente plano circunferẽtia. In partes aliquas sublimiores, & in partes aliquas humiliores radios minime transfundit. Sed omnibus circunferentiæ partibus æquos per planum delatos radios trāsmittit. Quare hac de causa fit ut planum rectas per phantasiam lineas relinquat, & in plano descriptam circunferentiam: planum etenim in rectas uisui lineas iacens, inuisibile siquidem est eo quia in illud nullus ab uisu emissorum radiorum cadit, at illius finis spectatur, quæ linea est. Inquit enim quod eo quia in uisu linea manet, quæ reliquis plani partibus adiecta inuisibile planum efficit. Eadem quoque causa asseritur de plano in rectas lineas posito ad oculum, efficit nāq; rectas lineas relinquere phantasiam, circunferentiarūq; in eodē plano ad oculum expositarum apparere, ut maior pars appareat quando plures uisus emittuntur, æqualis uero quando æquales, minor autē quando minores fiunt uisibus sicut anguli quidem ad oculum.

Suppositio prima.

Supponatur ab oculo uisus emissos in rectas lineas ferri, interualluq; quoddā inulcem efficientes, & sub uisibus figuram comprehensam esse conum uerticem habentem ad oculum, basim uero ad fines rerum uisarum.

Suppositio secunda.

Ea uidentur ad quæ uisus perueniunt.

Suppositio tertia.

Ad quæ uisus non perueniunt, ea non spectantur.

Suppositio quarta.

Sub maiori angulo spectata: maiora apparent.

Suppositio quinta.

Sub minori angulo minora uidentur.

Suppositio sexta.

Aequalia uero uidentur quæ æqualibus angulis spectantur.

Suppositio septima.

Quæ sub sublimioribus radijs spectantur: sublimiora apparent.

Suppositio octaua.

Quæ uero sub humilioribus radijs uidentur, humiliora apparent.

Suppositio nona.

Et similiter quæ sub dexterioribus spectantur radijs, dexteriora apparent.

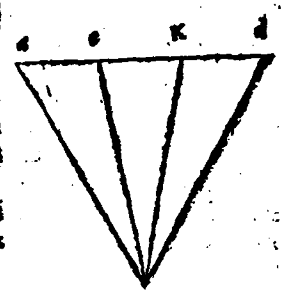
Suppositio decima.

Quæ uero sub sinisterioribus radijs spectantur: sinisteriora uidentur.

Suppositio undecima.

Quæ sub pluribus angulis spectantur: expeditius uidentur.

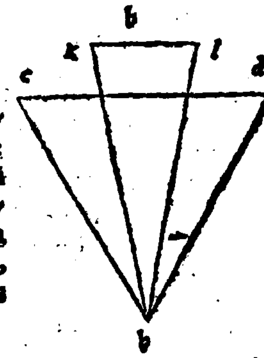
Theorema primum.



Horum quæ sub aspectum cadunt quicquā simul totum aspici minime potest.

Sit nāq; uisile quoduis a d. oculus uero sit b, à quo procidant uisus b a, b c, b k, b d. Igitur quoniam in interuallo feruntur procidentes uisus non prociderent contimui ad a d, quare fient quoque & ad a d. interualla, ad quæ uisus non ueniunt ea non spectantur per 3 suppositionem: totū igitur a d. simul minime spectabitur uidetur autem simul spectari uisibus celerrime delatis.

Theorema secundum.

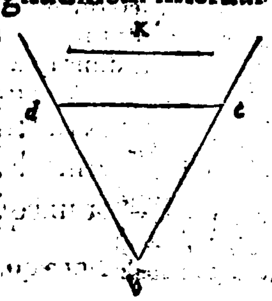


Aequalibus magnitudinibus interuallo positis, propius positæ euidentius spectantur.

Sit oculus b, quod autē spectatur sit c d, & k l oportet, inquā, ipsa æqualia & parallela esse, propius uero sit c d. procidantq; uisus b c, b d, b k, & b l, non utique dixerimus quod ab ipso b. oculo ad ip[illegible] k l pr[illegible]dentes uisus ueniant per c d, signa. fuerit namq [illegible] angulo k l, & b c d, ipsum k l, maius quàm ipsum c d, atqui positum est quod & æquale, igitur sub pluribus uisibus spectatur c d, quàm k l, euidentius igitur apparebit c d, quàm k l.

Theorema tertium.

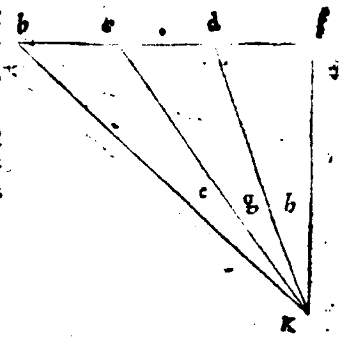
LOrum quæ spectantur unumquodque longitudinem interualli habet aliquam, qua aduentante, non amplius spectatur.



Sit, inquam, oculus n. spectatū uero cd, situsq; in aliqua distantia, nō amplius spectabitur, fiat nāq; cd, inter uisū ū interuallū in quo k igitur ad k nullus ab ipso b. uisus procidet, id uero ad quod uisus non addunt non spectatur. Eorū igitur quæ spectantur unūquodq; longitudinem distantiæ habet nō aliquam, qua aduentante, amplius spectatur.

Theorema quartum.

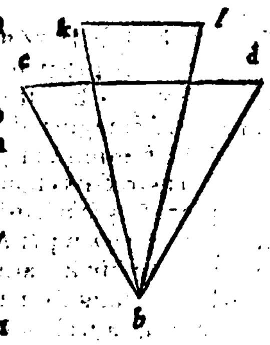
AEqualibus interuallis, in eadē recta linea existētibus, quæ ex pluri distantia spectantur minora apparent.



Sint, inquam, æqualia b c, c d, d f, oculus uero sit k, ex quo pcidat uisus k b, k c, k d, & k f, & k b, ad rectos subsistat angulos ipsi b f: quoniam igitur in rectāgulo k b f, æquales sunt b c, c d, d f, maior est quidem angulus e angulo g, & g angulus ipso angulo h: maius igitur apparet b c ipso c d & c d, ipso d f.

Theorema quintum.

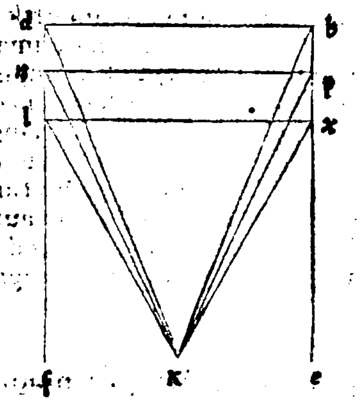
AEquales magnitudines inæqualiter expositæ inæquales apparent, & maior semper ea quæ propius oculum adiacet.



Sit æqualis c d ipsi k l, oculus uero sit b, a quo procidant uisus b c, b k, b l, & b d, igitur d c, sub maiori spectatur angulo quam ipsa k l: maior igitur apparet c d ipsa k l.

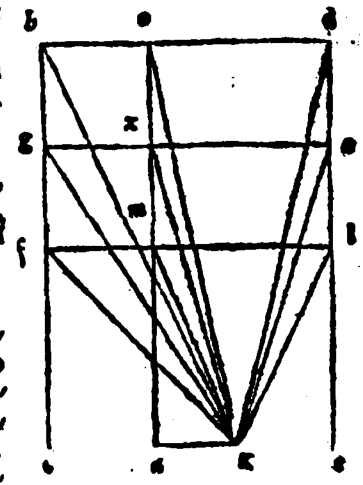
Theorema sextum.

PArallela interuallo in distantia spectata inæqualis latitudinis apparent.



Sit, inquam, b c ipsi d f parallelū interuallum, oculus uero sit k. Dico quod b c, & d f inæquali latitudine apparent, & maius, inquam, propius interuallum remotiore, procidant nempe radij k x, k p, k b, k d, k n, & k l, & connectantur rectæ lineæ x l, p n, & p d. Quoniam igitur angulus q sub x k l, maior est eo angulo qui sub p k n, maius igitur apparet ipsum x l ipso p n, atque id propterea n p, recta linea maior apparet ipsa b d, recta linea non amplius spectabuntur parallela interualla, sed minora, & inæqualis latitudinis, parallela igitur interuallorum ex distantia si spectentur inæqualis latitudinis apparent. Sic nempe in eodem plano spectato fuerit oculus sic, esto enim k, & excitetur per undecimam undecimi elementorum, ab ipso k ad subiectum planum perpendicularis k a: ab ipso autem a in f l, ipsa a m, per duodecimam primi elementorum: & extendatur per secundum postulatum in o, procidantque radij k b, k g, k f, k d, k n, & k l, & connectantur, per primum postulatum k m, k x, & k o. Quoniam igitur ab ipso k, sublimi in ipsum m annectitur k m, perpendicularis igitur est in ipsam m l, per duodecimam primi elementorum: similiter iam & k x, in ipsam n d, ipsi k o, in ipsa b d, igitur triangula k m l, k x n, k o d, rectāgula sunt, & æqua/

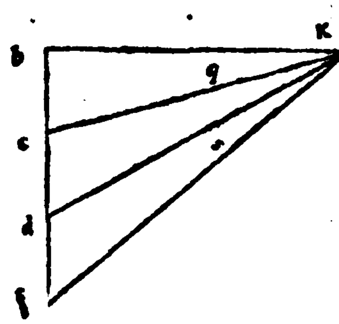
lis est ipsa quidem x n ipsi m l, parallelogrammum, in/ quam, est ipsum m n, utraque ipsarum x k, k n, maior est utraque ipsarum m k, k l. maior igitur est & angulus qui sub m k l, eo qui sub x k n. Quare & tota f l, tota g n maior apparet. idque propterea & l f, ipsa b d, inæqua lis igitur latitudinis ipsæ magnitudines apparent.



Theorema septimum

IN eadem recta linea æquales ma/ gnitudines remotius inuicem posi tæ inæquales apparent.

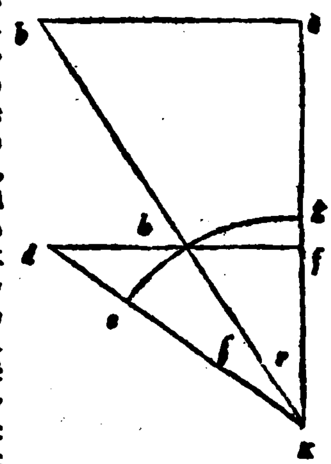
Sint æquæ magnitudines b c, & d f ocu/ lus uero sit k, & ab ipso k, oculo procidant ui/ sus k b. k c, k d, k f, re/ ctus uero sit angulus qui sub k f b. igitur an/ gulus f angulo q maior est. quare & d f ipsa c b, maior apparet. Igitur ipsæ d f & b c magnitudines inæquales apparent.



Theorema octauum.

AEquales magnitudines inæqualiter expositæ interuallis proportionaliter minime spectantur.

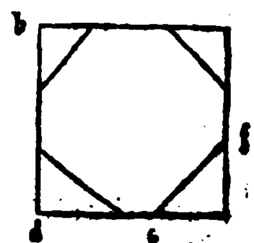
Esto enim b c ipsi d f, æqualis. & ei parallelus apponatur. k oculus, & ab ipso procidant radij, k f c: k h b, k f, & k e d. Quorum k c, ipsi b c, esto ad angulos rectos. Dico iam quod ipsæ b c, & d f magnitudines ipsis c k, & k f, interuallis pro portiõaliter minime apparent. Quoniam enim angulus qui sub d f k, rectus est, acutus igitur est angulus qui sub f k h. quare & ipsa h k ipsa k f maior est. centro igitur k, interuallo uero k h, per tertium postulatũ circulus descri ptus extra ipsam k f cadit, describatur & esto e h g: & quo niam h d k, triangulum maiorem habet rationem ad h k e, sectorem, quàm f h k, triangulum ad g h k, sectorem: ui cissim igitur h d k, triangulum ad f h k, triangulum maio rem habet rationẽ, quàm e h k, sector, ad g h k sectorem. Componendo igitur per decimamoctauam quinti elemẽ torum triangulum f d k, triangulum f h k, maiorem ha/ bet rationem, quã e g k, sector ad g h k, sectorem. sed sicut f d k, triangulum ad f h k triangulum, sic d f ad f k, sicut autem g e k, sector ad g h k, sectorem, sic qui sub d k f angulus ad eum qui sub h k f angulum. In maiori ergo ratione est d f ad f h. quàm f r angulus ad r angulum. Sicut autem d f ad f h, sic c k, ad k f, & k c, igitur ad k f. in maiori est ratione quàm f r angulus ad r angulum, at ex angulo f r, spectatur d f: ex r uero an/ gulo spectatur b c. Igitur magnitudines interuallis proportionaliter minime spe/ ctantur.



Theorema nonum.

REctangulæ magnitudines ex interuallo spe/ ctatæ circunductæ apparent.

Sit rectangula magnitudo, b c ex interuallo spe/ ctata. igitur eorum quæ spectantur unumquodque lõgitudinẽ habet aliquã interualli, qua aduentante nõ amplius spe/

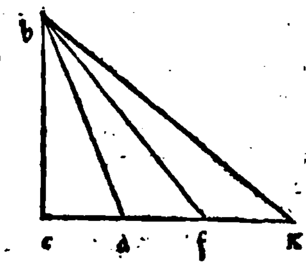


ſpectatur ſicut per 9 theorema apparet, igitur angulus c non ſpectatur. At ſigna d f, ſolum apparent. Similiter etiã & in unoquoque reliquorum angulorũ hoc eueniet, quare totum circũductum apparebit.

Theorema decimum.

SVb oculo poſitorũ planorum quæ remótiora ſublimiora apparent.

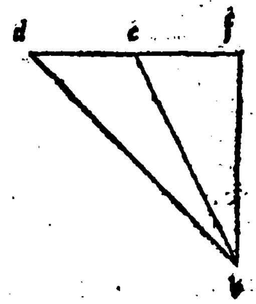
Sit, inquam, oculus b ſuper ipſo c k, plano, à quo oculo procidant radij, b c, b d: b f, & b k. perpendicularis autem eſto per 11 undecimi elementorum b k ad ſubiectum planum. Dico quod c d ipſo d f ſublimius apparet. igitur ipſo quidem. c d ipſo d f, ſublimius apparet, & f d ipſo f k, quæ uero ſub ſublimioribus radijs ſpectantur ſublimiora uidentur, ſicut per ſuppoſitionem ſeptimam perſpectiuæ apparet.



Theorema undecimum.

PLanorum ſuper oculo poſitorum quæ remotiora humiliora apparent.

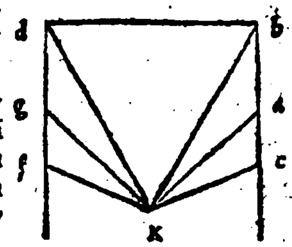
Sit oculus b ſub ipſo d f plano poſitus, à quo exeuntes radij procidant ut b c, b d: & b f humilima omnium quæ ex b ad ipſum d f produ͂t, planum eſt ipſa b d. & b c etiam ipſo b f humilior eſt. Sed per b d. & b c, radios ſpectatur ipſum d c. & per b c & b f. ſpectatur ipſum c f, ipſum igitur d c humilius ipſo c f ſpectatur.



Theorema duodecimum

QVæ obijciuntur longitudinem habentium quæ ſunt in dextris, in ſiniſtra procedere uidentur, quæ uero in ſiniſtris in dextra.

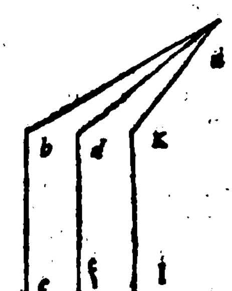
Sint enim ſpectata b c, d f. oculus uero ſit k: à quo procidant uiſus k c, k a, k b, k f, k g, & k d. Igitur ipſum d in ſiniſtrã magis quàm g, ſimiliter quoque b dextrorſum magis quàm a uidetur procedere. Quare quæ obijciuntur longitudinem habentium quæ in dextris ſiniſtrorſum & quæ in ſiniſtris dextrorſum uidentur procedere.



Theorema decimumtertium.

AEqualium magnitudinum ſub oculum poſitorum quæ longe poſitæ ſunt ſublimiores apparent.

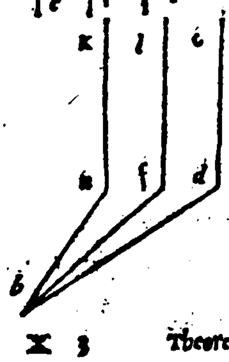
Sint enim æquæ magnitudines b c, d f, k l, ſub oculum n poſitæ & ab ipſo n oculo procident radij n b, n d, n k, igitur ſublimior eſt n b, reliquis radijs, quare & b ſignum. Igitur b c ipſa d f: ſublimior apparet & d f ipſa k l: æqualium. igitur magnitudinum ſub oculum poſitorum. quæ longe poſitæ ſunt ſublimiores apparent.



Theorema decimumquartum.

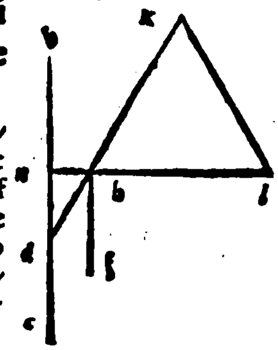
AEqualium magnitudinum ſupra oculum poſitorum quæ longe poſitæ ſunt humiliores apparent.

Sint æquæ magnitudines k n, l f, c d, ſuper oculũ poſitæ, qui ſit b & ab ipſo b oculo procidant radij b n, b f & b d. Igitur humilima eſt b d, quare & d ſignum. Ac per hoc c d, humilior apparet ipſa l f, & l f, ipſa k n.



Theorema decimumquintum.

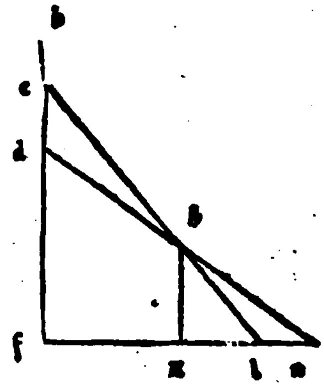
EOrum quæ sub oculum posita sunt, quæ sese inuicem excedunt adhærente oculo maiore supra spectatũ maius apparet, recedente uero minore minus.



Sit nempe maius b c ipso h f, ponaturq́ ut oculus sit k, super ipsa b c, & h f, procidatq́ radius per h, sitq́ k d. igitur b c ipso h f maius apparet ipso b d, æquum enim apparebat h f ipsi d c, quoniam iam sub eodem oculo k & radio k d aspiciebatur. Rursus iam permutetur oculus k, sitq́ oculus in l & p h, procidat radius l n, igitur rursus b c ipso h f maius apparet ipso b n minore, igitur ipsum b c. ipsum h f. uidetur excedere abeunte oculoque adhærente.

Theorema decimumsextum

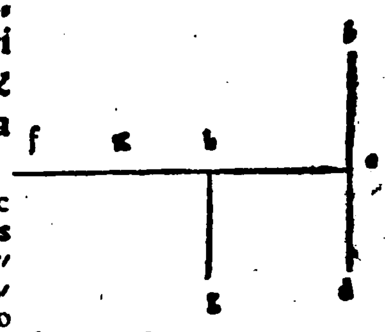
QVæ sese inuicem excedunt inferius oculo posito, adhærente oculo minore minus super spectatum apparet, recedente uero maius maiore.



Esto, inquam, maius b f ipso h k, & oculo l inferius posito cadat radius l c. per h. igitur b f ipso h k maius apparet ipso c b. Immutetur iam l oculus sitq́ oculus n cadatq́ radius n d, per h igitur rursus b f ipso h k maius ipso b d apparet. Adhærente igitur oculo minore maius. & recedente maiore ipsum b f. ipsum h k uidetur excedere.

Theorema decimumseptimum.

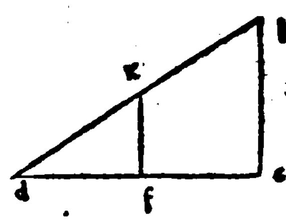
QVæcunque sese inuicem excedunt, oculo posito in recta linea minori magnitudine existente, adhærẽte & recedente oculi æquali semper superius spectatum minus uidebitur excedere.



Excedat, inquam, b d ipsum h g ipso b c & connexa c h per 1 postulatum extẽdatur, sitq́ oculus in f. Igitus ab ipso f radius procidens per f c, annectetur. Rursus iam permutetur oculus in k, igitur per hoc ab ipso k oculo radius procidens per k c annectetur, eodem igitur excedet b d. ipsum h g & adhærente & recedente oculo.

Theorema decimumumoctauum.

DAtam altitudinem cognoscere quanta sit.

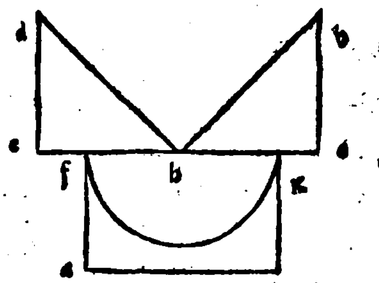


Sit, inquam, quã oportet cognoscere, quanta sit data altitudo b c, cadatq́ radius solis ab ipso b ut b d, igitur umbra erit ut c d, cape magnitudinem quampiam notam sitque k f annectásque per trigesimamprimam primi elemẽtorum sub angulo d, parallelũ b c. Igitur est sicut d c ad c b, sic d f, ad f k. & nota est ratio ipsius d f, ad ipsam f k, nota igitur est ipsius d c ad c b ratio. Sed d c umbra non est ipsi igitur c b altitudo nota est.

Theorema decimumnonum

SOle non apparente datam altitudinem quanta sit cognoscere.

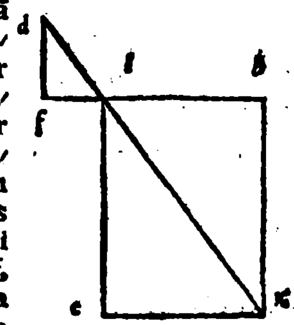
Sit quam cognoscere conuenit quãta sit data altitudo b c, exponaturque speculum k a, oculus uero sit d & ab ipso procidat radius d h, refringaturq; ut h b, finiens, & ab ipso d oculo perpendicularis d f agatur per duodecimam primi elementorum. Igitur anguli qui ad h sunt æquales adinuicem, hoc enim ostensum est per primum theorema speculariæ, sed angulus ad c, eo qui ad f, est æqualis per 4 postulatum, rectus enim est eorum uterque. Reliquus igitur angulus qui ad b, reliquo qui ad d est æqualis. Quare triangulum b c h, ipsi d h f, triangulo simile est per primam diffinitionem 6 elementorum. Est igitur sicut h c ad c b sic h f ad f d. Ipsius autem f h, ad f d ratio nota est, & ipsius igitur h c ad c b, ratio nota est: at nota est c h nota igitur & c b altitudo.



Theorema uigesimum

DAtam profunditatem quanta sit cognoscere.

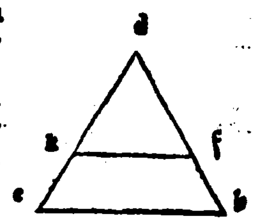
Esto, inquam, profunditas quam oportet quãta sit cognoscere b k, ponaturque oculus d, procidatq; radius d l k in delectum, exciteturq; per 11 primi elementorum ab ipso d ad ipsam b k ipsa d f, quoniam parallelus est b k ipsi d f, prociditq; d k, angulos igitur per uigesimamnonam primi elementorum b k l, & l d f, inuicem efficit æquales: sunt autem qui ad l ad uerticem inuicem æquales per decimamquintam primi elemẽtorum, reliquus igitur angulus reliquo angulo est æqualis, æquiangulum igitur est b k l triangulum ipsi l d f, triangulo, est igitur sicut l f, ad f d, sic l b ad b k. Data autem est ratio ipsius l f ad f d. Data igitur est ratio & ipsius l b ad b k. Data autẽ est l b. Data quoque est ipsa b k.



Theorema uigesimumprimum.

DAtam longitudinem quanta sit cognoscere.

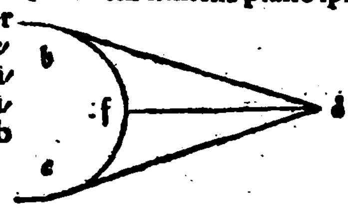
Esto enim quam quãta sit cognoscere oportet data longitudo b c ponatur oculus d à quo procidant radij d b, d c, & ab ipso f, excitetur per trigesimamprimam primi elementorum ad ipsam b c. Ipsa f k igitur est sicut f k, ad k d, sic b c ad c d nota autem est ratio ipsius f k ad k d: nota igitur & ipsius b c ad c d ratio, & nota est c d, nota igitur est & c b.



Theorema uigesimumsecundum.

SI in eodem plano, in quo & oculus, circuli ambitus positus fuerit, recta linea ipsius circuli ambitus apparebit.

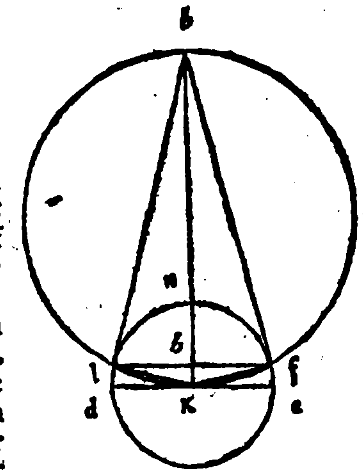
Esto, inquam, ambitus b c, oculus uero sit d. In eodem existens plano ipsi b c à quo procidant radij d b, d f & d c. Igitur quoniam per primum theorema eorum sub prospectum cadunt nihil simul spectatur nequaquam apparebit f b, ambitus ipsa igitur f b, signa in rectam esse lineam uidebuntur, similiter quoque & f c, tota igitur b c circunferentia recta linea uidebitur.



Theorema uigesimumtertium.

SPhæra utcunque inspecta ab uno oculo minus semper hemisphærio cernetur, ipsum uero spectatum sub sphæræ circulo comprehensum apparet.

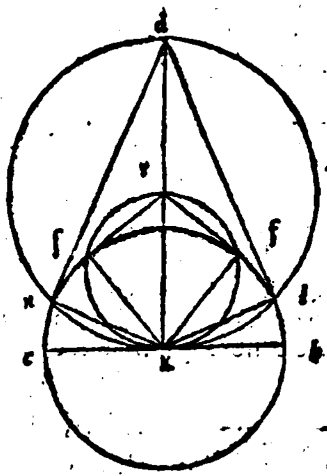
Sit enim sphæra cuius cētrum sit k, oculus autem sit b, & connectatur per primum postulatum b k, & per 11 primi ele. ei ad angulos excitetur rectos per k ipsa c k d & extendatur per b k, planum c k d, efficiet, inquā, in sphæra circulum, efficiat iam ipsum c d l n f, circum uero k b dimetientem circulus describatur, & per primū postulatū connectantur k f, f b, b l, l k, & l f, igitur quoniam per 31 tertij elementorum anguli qui sub k f b, b l k; recti sunt, quoniam in semicirculis sunt, & ex centro k f & k l in uno signo tangunt b l, b f, ipsam sphæram. Igitur ab ipso b oculo procidētes radij in ipsas b f, b l, procidunt. Et quoniam uterque qui ad h sunt angulorum rectus est eo quia c d, ipsi f l, parallelus est, & f h, ipsi h l, est æqualis per tertiam tertij elementorū, si iā manēte ipsa h b ipsum h f b, triangulum circūducatur in idem rursus reuoluetur unde cœperat circunduci. At b f, circumacta in uno signo sphæræ ambitum tangit per correlarium 16 tertij elemētorum. hoc est in f, & circulus erit descriptus per f l signa, quare sub circulo id sphæræ quod spectatur contentū, uidetur & minus hemisphærio: ipsum namque f n l: minus est hæmisphærio. Quare & ab oculo spectatum minus est hemisphærio.



Theorema uigesimumquartum.

Oculo ad sphæram propius accedēte, spectatum minus est, putabitur autem maius uideri.

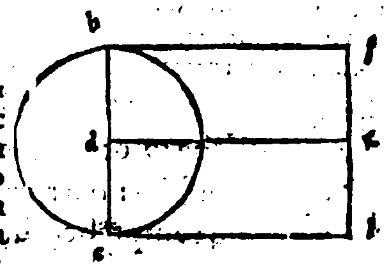
Esto enim sphæra cuius centrum sit k, & ab oculo d in centrum connectatur d k, & per k, per undecimā primi elemētorum excitetur, b c, circū uero d k circulus describatur, per 3 postulatum, & per secundum postulatum connectātur d n, n k, d l, l k, igitur recti sunt qui ad l n, anguli: quoniam in semicirculus sunt per 31 tertij elementorum. In unū igitur contactum tangunt ipsæ d l, d n, ipsam sphærā per correlarium 16 tertij elementorum. Ipsi igitur ab ipso d, oculo procidentes radij per d f & d n cadunt. Rursus remoueatur oculus & sit in r & circum ipsum r, per 3 postulatū circulus describatur, & per secundum postulatum connectātur r f, f k, r f, f k, igitur ipso r f, r f, in uno signo ipsam tangunt sphæram per correlarium 16 tertij elementorum, & ab ipso r oculo procidentes radij ut r f, r f cadunt. Quare sub angulo r ipsum f f, & sub angulo d ipsum n f f l, spectatur, sed f n f l, ipso f f, maius est, apparet autem minus, angulus enim qui ad r maior est: eo qui ad d est angulo p 21 tertij elementorum, quæ uero sub maiori spectantur angulo per 4 suppositionem optices maiora uidētur, maius ergo apparet f f, ipso n f f l, est autem minus.



Theorema uigesimumquintum.

Sphæra binis spectata oculis, si dimetiens sphæræ æquus fuerit rectæ lineæ distāti ab oculis, ipsius hemisphærium spectabitur.

Sit sphæra cuius dimetiens sit b c, & ab ipso b c per 11 primi elemento. excitentur ad angulos rectos b f, c l & ab ipso f ad ipsam b c, per 31 primi elementorum excitetur f l, & ponatur oculus unus in f, alter uero in l, ab ipso uero centro d per 31 primi elementorum ad ipsam b f parallel9 d k, igitur si manēte d k ipsum b k parallelogrammum circumagatur in idem rur

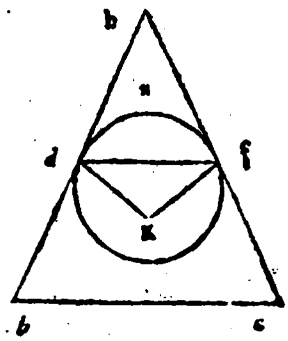


sus

sus unde cœpit agi consistet,& circunscripta ab ipsa b d,figura circulus erit,qui per centrum erit ipsius sphæræ. Quare hemisphærium tantum ipsius sphæræ spectabitur sub si oculis.

Theorema uigesimumsextum.

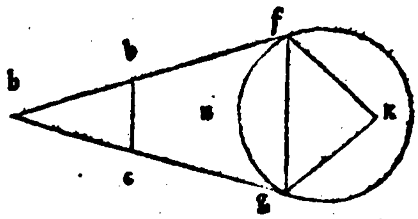
Cum oculorum distantia sphæræ diametro maior fuerit hemisphærio,maius id quod ipsius sphæræ spectabitur apparebit.



Esto enim sphæra cuius centrum sit k,oculorum uero interuallum maius esto ipsius sphæræ diametro,& per k & b c,extendatur planum efficiatque in sphæra circulum d f n. procidantque radij b d,c f,in uno signo tangentes.igitur producti inuicem congrediuntur.Quoniam b c ipsius sphæræ diametro maior est.congrediantur iam in h signum.igitur quoniam ab ipso signo h ipsæ h f,h d.per unum signum tangentes cadunt.minor est ipse f n d,ambitus semicirculo per uigesimumtertium theorema,anguli enim h f k,h d k,sunt rectæ. Ipsius uero sphæræ reliquum sphæræ hemisphærio maius spectatur sub b d c f.

Theorema uigesimumseptimum.

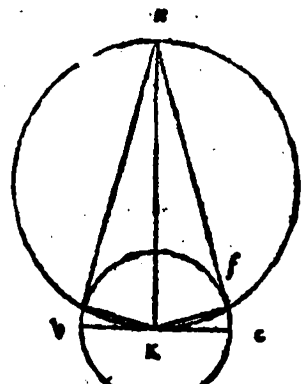
Si oculorum interuallũ minus fuerit sphæræ diametro,id sphæræ quod spectatur hemisphærio minus spectabitur.



Esto, inquam,sphæra cuius centrum sit k oculorum interuallum sit b c minus existens ipsius sphæræ diametro: & per k, & b c, extendatur planum efficiatque in sphæra circulum f g n,excitentur autem per decimamseptimam tertij elementorum ab ipsis b c oculis in uno signo tãgentes b f,& c g,quæ in h inuicem congrediãtur. Quoniam b c, & ipsius sphæræ diameter sunt inæquales.Igitur ab ipso h signo procidentes in ipsam sphæram minorem hemisphærio ambitum capient,per uigesimumtertiũ theorema. igitur ambitus f g n, hemisphærio minor est.Quare sub b c oculis spectatum, hemisphærio minus erit.

Theorema uigesimumoctauum

Cylindro utcunque inspecto ab oculo uno , minus hemicylindro spectabitur.

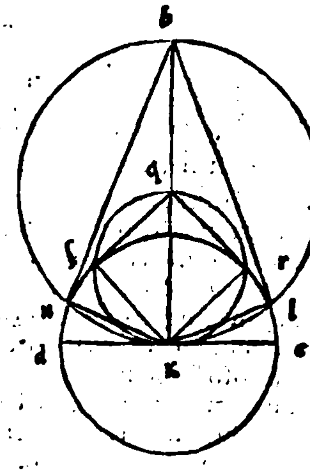


Esto namque cylindri circa basim circuli centrum k, ab ipso n,oculo excitetur ad k ipsa n k.per primum postulatum,& per k:per secundam primi elementorum excitetur b c,& circum k n. describatur circulus, connectanturque n f.f k,n d,d k.Igitur qui ad f d,recti sunt. In uno igitur signo f n,n d,tangunt per correlarium decimãsextamtertij elementorum.ipsi igitur ab ipso n oculo educti radij per n f.n d procidunt. quare ipsi ambitus f l d,tantũ spectabitur:sed f l d,minor est ipso c l b, semicirculo. Igitur f l d.semicirculo minor uidebitur,hoc est cylindrus. Similiter enim basi per omnem superficiem cylindri demõstrabimus.quare totius cylindri dimidio minus spectabitur

Theorema uigesimumnonum

Oculo propius ad cylindrum posito, minus quidem erit assumptum cylindri sub ipsis aspectibus, uidebitur autem maius aspici.

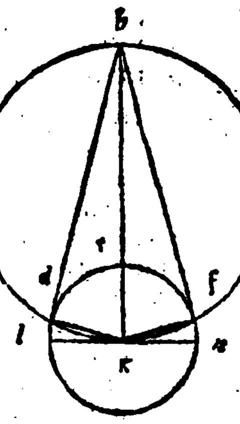
Esto enim cylindri circa basim circuli centrum k,& ab ipso k oculo in k centrum per 1 postulatum connectatur b k,& per k, per 11 primi elementorum ad angulos excitetur rectos c d,& circum k b circulus describatur,per 3 postulatũ & connectantur b n, n k,b l,l k: iam per ea quæ prædicta sunt l f n,minus est semicirculo,& similiter basi cylindri minus est,& dimidium spectabitur. Sed propius excitetur oculus,sitq; q & circũ f k, per 3 postulatũ circulus describatur connectãturq; q r, r k,k f,& f q. Igitur qui ab ipso q radij,pcidẽtes per q r,& q f, cadunt, q uero ab ipso b scatet,cadũt per b l,b n,maior igitur ambitus n f l,ambitu r f,uidetur aut minor r f f,ipso n f l,maior enim est angulus q angulo b,per 21 tertij elementorum. quare cylindri minor pars spectabitur, uidetur autem maior aspici.



Theorema trigesimum

CONO circulum basim habente sub uno oculo perspecto, minus hemiconio spectabitur.

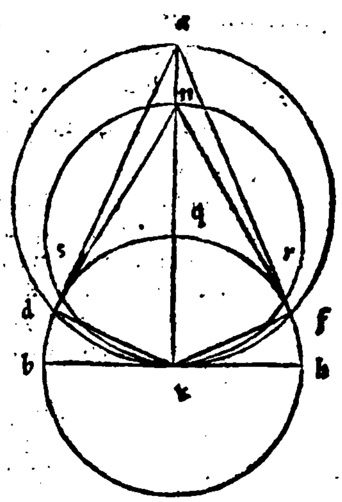
Esto enim coni basis circulus cuius centrum sit k,& ab ipso b oculo excitetur in centrum per primum postulatum b k,& per k,per 11 primi elementorum,ad angulos rectos ipsi k b excitetur n l,circum uero k b,per 3 postulatum describatur circulus. Connectanturq; per 1 postulatum b f,f k,b d,d k. Igitur anguli qui ad f d,recti sunt per 31 tertij elemẽtorum. Igitur ipsæ b d,b f in uno signo tangunt per correlarium 6 tertij elementorum.& radij qui ex b per b d,b f,procidunt,igitur ambitus f r d, perspectus minor existens ipso n r l. At n r l,semicirculus est. Igitur ambitus f r d semicirculo minor est. Quare & coni quod spectatur minus est hemiconio: similiter enim & in reliquorum circulorum ipsius coni superficie ostendemus.



Theorema trigesimumprimum.

OCulo propius posito in eodem plano minor,inquam,erit uisibus assumpta pars at maior perspicij uidebitur.

Esto coni basis circulus cuius centrum sit k.oculus uero sit a & ab ipso a per primum postulatum in k connectatur a k. Et per undecimam primi elementorum,ad angulos rectos excitetur per k ipsa h b. Describaturq; per tertium postulatum circum a k circulus,& per primum postulatum connectantur a f,f k,ad d k,permutetur que oculus a in n,& circum k n,per tertium postulatum circulus describatur,connectanturque n r,r k,n f,f k. Igitur qui ex a oculo radij scatent,per a d,a f,cadunt. Quare ambitus f q d apparet. Id que propterea & qui ab ipso n,oculo radij scatent per n r,n f cadunt, spectabitur igitur ambitus r q f. Sed maior f q d ipso r q f. At minor apparet. maior enim est angulus n eo qui ad a est angulo.



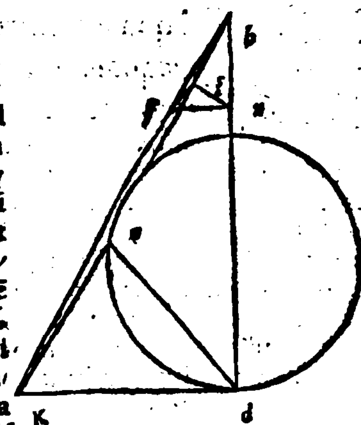
Theorema trigesimumsecundum

CONO circulum basim habente, si à contactibus qui ab oculo in coni basim procidẽtibus radijs rectæ lineæ deducãtur per superficiẽ

coni

coni ad uerticem eius perq; deductas, & eis quæ ab oculo in baſim coni procidentibus plana educta fuerint, in communique planorum ſectione oculus poſitus fuerit, id quod ſpectatur coni, omnifariam æquum ſpectabitur uiſu in plano propoſito exiſtenti.

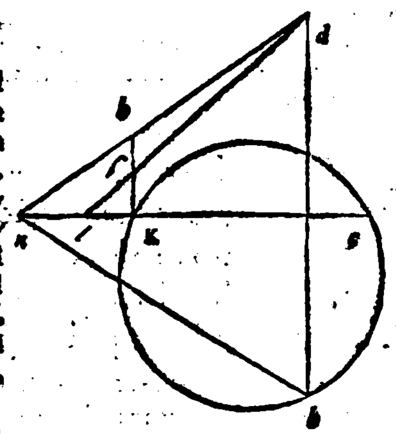
Sit conus cuius baſis quidē ſit circulus c d, uertex autem ſit b ſignum. oculus uero ſit K à quo procidant radij k d, k c, tangentes in c d, connectaturq; ab ipſis d c, ſignis in uerticem coni d b. & c b, & per c b, & c K, quidem planum extendatur quod eſt ipſorum d b. d K, Similiterq; alterum protenditur planum, igitur ipſi plani ueniunt in congreſſum. nam ipſæ c d b. concurrunt. & c K, d k. cōcurrunt ueniant in congreſſum igitur ipſa plana. & ſit eorū communis ſectio b K. Dico quod ubi in b k. poſitus fuerit oculus, quo ſpectatur coni. æquū eſt, ponatur in b k oculus ſitq; f, exciteturq; per 31 primi ele. per f ad ipſam quidē K d, ipſa f n, ad ipſam autem c k ipſa f ſ, igitur ipſæ f n, f ſ, coni ſuperficiem in ſignis f ſ, tangunt. In ipſa enim coni ſuper æquidiſtantium circulorum ſegmenta ſunt ſimilia. igitur in ipſa b d c, coni ſuperficie interualla ſpectata æqualia apparent. Quoniam æqualis eſt quem ipſæ f ſ, ſ n cōprehēdunt angulus ei qui ſub K c, c d, cōprehēditur angulo, æquum apparuerit igitur, ſ n, interuallum ipſi d c interuallo. Quare quando oculus in K b, recta linea poſitus fuerit, æquū ſemper ſpectatum apparet.



Theorema trigeſimumtertium

AEqualiter autem ſemper oculo à cono diſtante, ſublimius quidem oculo poſito minus apparet coni ſpectatum, humilius uero maius.

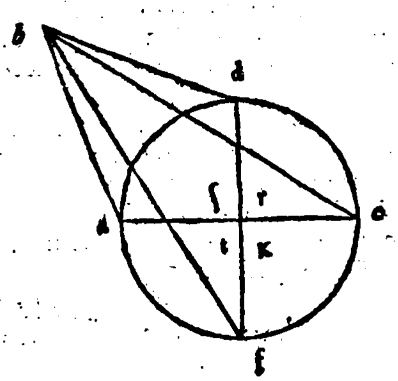
Eſto coni uertex quidem ad d ſignum, baſis autē circulus, exciteturque per 11 primi elementorum k h. ipſi b d, ponaturque oculus in h. Dico iam quod id quod ſpectatur coni oculo poſito in h minus ſpectabitur quàm in ſ. Connectātur, inquam, per primum poſtulatum ab ipſo d ſigno in h ſ ſigna ipſæ h d, d ſ, & per ſecundum poſtulatum extendantur in n l. igitur in n & l. ſigno poſito oculo ſpectata coni æqualia apparebunt, & minus quidem apparebit quod ad n, maius autem id quod ad l. æquū uero id quod ad n, ei quod ad h. Id autem quod ad l ei quod ad ſ, ſicut in præcedēti patuit: oculo igitur in h, ſigno exiſtente ſpectatū coni minus apparet quàm in ſ ſigno.



Theorema trigeſimumquartum.

IN circulo ſi à centro ad angulos rectos quædam agatur recta linea ipſius circuli plano, & in ipſa apponatur oculus circuli dimetientes æquales apparent.

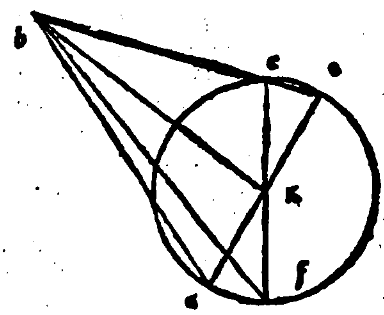
Eſto enim circulus cuius centrum ſit k, & ab ipſo k. per 12 undecimi ele. ad angulos rectos excitetur ipſi plano circuli ipſa k b, oculus uero ſit in b: excitēturq; diametri c a, & d f. Dico iam ipſum a c ipſi d f, æqualem apparere cōnectantur enim ipſæ b a, b f, b c, b d. per primum poſtulatum. Igitur binæ b K, k f, binis b k. K c, ſunt altera alteri



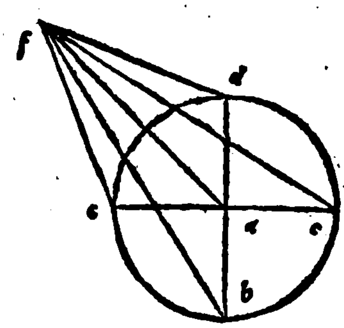
teri æquales,est autem & angulus r angulo f æqualis,æqualis igitur est per 4 primi elemētorū basis b f.basi b c.Idq; propterea iam & b d ipsi b a est æqualis,binæ iam d b,b f, binis c b,b a,sunt æquales,est autē & d f ipsi c a,æqualis:angulus igitur qui sub d b f. angulo qui sub c b a,est æqualis. Sed ea quæ sub æqualibus spectantur angulis æqualia apparent:æqualis igitur per suppositionem 6 c a,ipsi d f apparet.

Theorema trigesimumquintum

ET si quæ ex centro excitatur non fuerit ad angulos rectos ipsi plano,æqualis autem fuerit ei quæ ex centro,dimetientes ipsi æquales apparent.

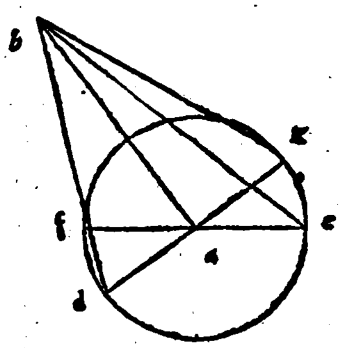


Sit circulus cuius centrum k,& ab ipso k, excitetur non ad angulos rectos ipsi plano ipsa k b, æqualis autem esto ei quæ ex centro circuli. & per primū postulatum cōnectantur ab ipso b signo eæ, quæ prius: quoniā igitur ipsæ d k,k b,k f,inuicem sunt æquales,rectus est angulus contentus sub f b d. Idque propterea iam & qui sub a b c,angulus rectus est. æquales igitur sunt ipsi adinuicem per 4 postulatum. Sed quæ sub æqualibus spectantur angulis æqualia apparent per suppositionem 6 æqualis igitur apparet d f ipsi a c. Sed iam a f,neque sit æqualis ei quæ ex centro,neq; sit ad angulos rectos ipsi circuli plano,æquales uero efficiat angulos sub d a f,f a c,& e a f & f a b. Dico quod & sic dimetiētes ipsi æquales apparent. Quoniam enim æqualis est d a,ipsi a c,per 15 diffinitionem primi: ele.communis autem a f,& æquos comprehēdunt angulos. Basis igitur d f,per 4 primi elemē.basi c f,est æqualis,& angulus d f a angulo a f c,est æqualis. similiter iam ostēdemus quod & angulus e f a. angulo a f b est æqualis.totus angulus igitur qui sub d f b,toti angulo sub e f c,est æqualis:quare per suppositionem 6 perspectiuæ ipsæ diametri æquales apparebunt.



Theorema trigesimumsextum.

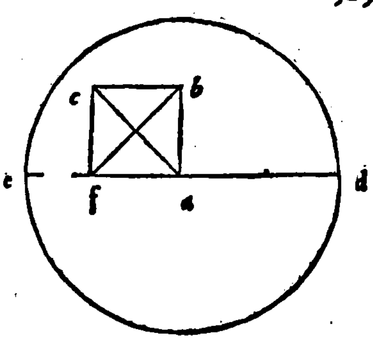
SI uero quæ ab oculo ad centrum procidēs circuli,neque ad angulos fuerit rectos ipsius circulo plano,neque etiā eiq; ex centro fuerit æqualis,neq; æquos cum hijs quæ ex centro comprehendet angulos,sed aut maior aut minor ea quæ ex centro fuerit,di ametri ipsę inæquales apparebunt.



Sit enim circulus cuius cētrum sit a,& ab ipso b oculo in cētrum circuli excitetur recta linea b a. sit autem neque ad angulos rectos ipsi plano,neque ei quæ ex circuli cētro æqualis,neque etiam cum his quæ ex centro æquos comprehendat angulos. Dico quod ipsæ diametri circuli inæquales apparebunt, excitetur. inquam,c f. dimetiens ad angulos subsistens rectos ipsi a b. Et d k inæquales efficiens angulos ipsi a b,& per primum postulatum connectantur b c .b d,b f.& b k. Sit. inquam, prius b a ipsa a k maior:igitur maior est angulus comprehensus sub c b f,eo qui comprehēsus est sub k b d, sicut in theorematibus ostensum est. Quæ uero sub maiori angulo spectātur maiora apparēt. Igitur c f ipsa d k maior apparet.

Theorema trigesimumseptimum.

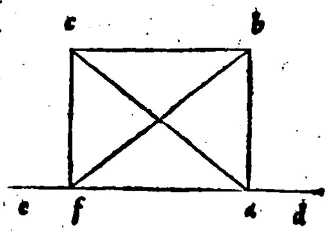
SI autem b a,ipsa a k,minor fuerit,maior apparet d k ipsa c f.



Esto circulus cuius centrum sit a, oculus uero sit b, à quo in circulum perpēdicularis acta nō cadat in a, sed exterius, sitq; b c, connectaturq; per primum postulatū ex c in a, ipsi c a, insuper ab a in b, ipsa a b per idem postulatū. Dico quod omnium per a actarū rectarum linearū, ad ipsamq; b a angulos efficientium minimus est qui sub c a b, excitetur enim recta linea d a, & ab ipso c per xi. xi. ele. in d e perpendicularis agatur ipsi plano c f, cōnectaturq; b f, per primum postulatum: igitur ipsa b f, super d e perpēdicularis est. Quoniam igitur angulus c f a rectus est, qui sub a c f, igitur minor est recto, maius igitur est per 18 primi element. latus a c, latere a f. Igitur b a, ad ipsam a f, maiorem habet rationem, quàm ad a c, sed angulus a c b, & qui sub b f a recti sunt, & c a, & a f, sunt inæquales, & reliquus igitur qui sub f a b, eo qui sub c a b maior est, similiter autem ostendetur q; & omnium per a, actarū rectarū linearū ad ipsam a b, rectam lineam angulum efficientium minimus est qui sub c a b.

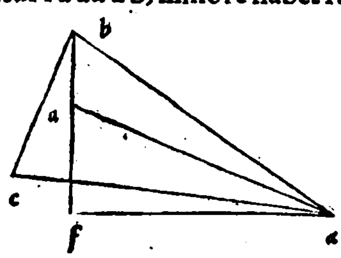
Theorema trigesimumoctauum.

SEd q; f b ipsi d e ad angulos rectos existat sic ostendemus. Quoniā b c, ipsi circuli plano ad angulos est rectos, & omnia igitur per b c, plana producta ipsi circuli plano per 3 diffinitonem 11 element. ad angulos rectos existunt. Vnum autem eorum quæ per b c, extendūtur planorū est ipsum b e f, triangulum. Igitur triāgulum b c f, ipsius circuli plano ad angulos rectos existit. Quoniā igitur bina plana, hoc est & id quod ipsius e d, circuli, & id quod ipsius b c f, triāguli adinuicem sese dispescunt, & ipsi e f, quæ ipsorum cōmunis est sectio ad angulos rectos est ipsa f d, in ipsius circuli plano: perpēdicularis nanq; agitur c f, in e d, & f d igitur ipsius b c f, trianguli plano ad angulos rectos est. Quare per 3 diffinitionē 11 elementorū. ad omnes ipsum tangentes rectas lineas, & in ipso trianguli e f b, plano existentes ad angulos rectos subsistit. Igitur d f, ipsi b f, ad angulos rectos est.

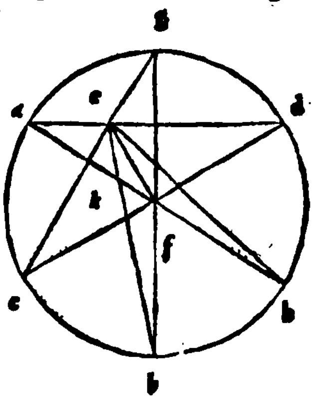


Theorema trigesimumnonum.

RVrsus igitur b f ipsi e f d, dimetienti ad angulos rectos est. Esto bina triangula b c a, & b f a, rectos habētia eos qui ad c f, angulos, & b a, ad f a, maiorem habeat rationē quàm ad c a. Dico q; angulus f a b, eo qui sub c a b, est angulo maior est. Quoniam enim b a, ad a f, maiorem habet rationem quàm ad c a: & rursus igitur f a ad a b, minorē habet rationem quàm c a, ad a b, quare c a, ad a b, maiorem habet rationē quàm f a, ad a b. Fiat igitur sicut c a, ad a b, sic f a, ad minorem ipsa a b, hoc est ad ipsam a d, æquiangula igitur sunt triangula b c a, & d f a, quare angulus c a b, angulo f a d, est æqualis. Igitur angulus f a b, angulo c a b, maior est. Esto circulus a b c d, excitēturq; binæ diametri a b, c d, sese inuicē ad angulos rectos dispescentes, oculus uero esto e, à quo in centrum connexa e f, ad angulos quidē rectos esto ipsi c d, ad ipsam autem a b, contingentē angulum comprehendat, estoq; e f, utraq; ipsarū quæ ex centro maior. Quoniam igitur c d, utriq; ipsarū a b & e f, ad angulos est rectos, & omnia igitur plana per c d, proiecta ei quod per e f & a b, plano ad angulos rectos subsistunt. Excitetur perpdicularis igitur ab ipso e, signo ad subiectum planum per 11 undecimi elemen. in cōmunem igitur planorum sectionem a b cadit. Cadat igitur & sit e k, extendaturq; dimetiens g h, ponatnrq; ipsi dimetienti circuli æqualis l m, seceturq; per 10 primi elementorū. bifariam in n, & ab ipso n, ipsi l m, per 11 eiusdem excitetur ad angulos rectos in sublimi recta linea n x, sitq; ipsa n x, ipsi e f æqualis. Segmentum igitur circum l m, descriptum, transiensq; per 10 semicirculo maius erit. Quoniam n x, maior est utraq; ipsarum l n, n m, sit ipsum l x m. Cōnectanturq; ipsæ x l, & x m, angulus igitur qui ad x comprehensus sub l x m, ei est æquus qui ad e, signum, cōprehenso sub continētibus ipsum



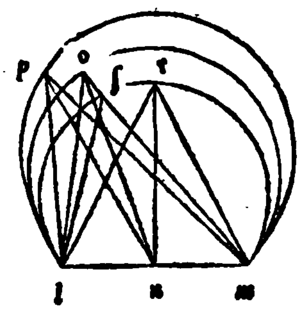
e,& c d,signa. Insuper ponatur ei qui sub e f,& f g,æquus qui sub l n,n o,auferaturq́ ipsa e f,æqualis ipsi n o,cōnectanturq́ ipsæ l o,m o, describaturq́ circum l o m,trianguli segmentū circuli cōprehēsum sub l o,o m,hoc est ipsum l o m. Erit iam qui ad o,signū angulus cōprehensus sub l o m æquus ei qui sub g e h. Insuper ponatur ei qui sub e f g, æqualis qui sub l p n,auferaturq́ e f,æqualis ipsi n p,connectanturq́ ipsæ l p, p m, describaturq́ circum ipsum triangulum segmentū circuli,erit iam angulus qui ad p,signum angulo comprehenso sub a e,& e b,æqualis. Quoniam igitur angulus x,angulo o,maior est, sed angulus x,āgulo s, est æqualis,& qui ad s,per 21 primi elemēt. maior est eo qui ad o,extra enim triangulū est l s o,& qui ad x igitur eo qui ad o maior ēst,& qui ad x,ei est æqualis qui sub c e d,& qui ad o,ei qui sub g e h,igitur per 4 suppositionē perspectiuæ c d,ipsa g h,maior apparebit. Rursus angulus s, angulo g e h,est æqualis,& qui ad p,ei qui sub a e b:maior autem est angulus o,angulo p,maior igitur apparebit per suppositionem 4 perspectiuæ g h,ipsa a b recta linea.



Theorema quadragesimum.

Non sit autem maior quæ ab oculo in centrū annexa est ea quæ ex centro,sed minor,erit iam circa diametros contrariū: nam ipsorū dimetientiū maior,minor,& minor,maior,apparebit.

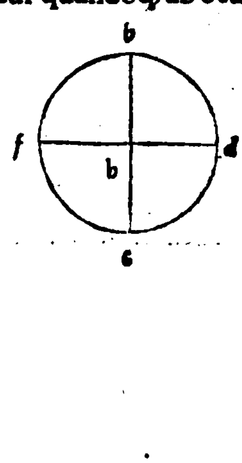
Esto circulus a b c d,extendanturq́ bini dimetientes a b, c d,sese inuicē ad rectos angulos secantes, altera uero quæpiam extendatur n h,oculus uero sit e, à quo in centrum f, connexa esto e f, minor existens utraq; earum quæ ex centro,ad angulos uero rectos esto e f,ipsi c d,ponaturq́ circuli diametro æqualis l m, quæ per 10 primi element. secetur bifariam in n, exciteturq́ per 11 eiusdem ad angulos rectos ipsi l m,ipsa n x. Describaturq́ circum l x m,segmentum circuli,sitq́ l x m. Erit iam minus semicirculo, quoniā n x,minor est ea quæ ex centro,esto,inquam,l x m,cōnectanturq́ per primum postulatū ipsæ x l,x m , igitur angulus qui ad x,comprehensus sub l x,x m, æquus est ei qui ad e,comprehenso sub c e,& e d. Insuper ponatur ei qui sub e f,f g,æqualis qui sub l n,l o,angulus,auferaturq́ e f.ipsi n o,æqualis,connectanturq́ l o,m o. Describaturq́ circa l o m,triangulum segmentum circuli l o m. Iam angulus qui ad o,signum comprehensus sub l o,o n, rectis lineis æqualis erit ei qui ad e,comprehenso sub h e n. Insuper ponatur ei qui sub a f,f e,æquus qui sub l p,p n,auferaturq́ n p,ipsi e f,æqualis connectanturq́ l p,p m,describaturq́ circum l p m,triāgulum segmentum circuli,sitq́ l p m,erit iam angulus qui ad p, signum comprehensus sub l p, p m, æqualis ei qui ad e,angulo comprehenso sub a e & e b . Quoniam igitur angulus qui ad x, eo qui ad o, minor est, æqualis autem est angulus qui ad o, ei qui ad e. comprehenso sub h e.e n, & qui ad x, ei qui ad e, comprehenso sub c e d, minor igitur apparebit e d, ipsa n h . Rursus quoniam angulus qui ad e, comprehensus sub h e n,minor est eo qui comprehēsus est sub l e b, minor igitur per suppositionem 5 speculariæ apparebit & n h, ipsa a b.



Theorema quadragesimumprimum.

Curuū rotæ quandoq; circulares,& quādoq; contractæ apparēt.

Esto enim rota cuius dimetientes sint d f,& b c. Igitur quandoq; ab oculo in centrū agitur,ad angulos fuerit rectos,ipsi plano uel æqua fuerit ei quæ ex centro,æquales diametri apparēt,sicut in præcedenti theoremate ostensum est. Quare rota currus hijs existentibus circulares apparet,producto uero curru & eo qui ab oculo in centrum actus est,ad rectos angulos non subsistente radio ipsius rotæ plano, neque æquali ei quæ ex ipsius centro, dimetientes inæquales apparēt, quod similiter in præcedenti ostensum est,quare rota contracta apparebit.

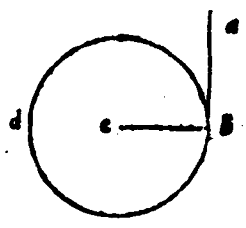


Theorema

Theorema quadragesimumsecundum.

SI magnitudo quæpiam sublimis ad subiectum planum ad an/gulos rectos extiterit, positusq; fuerit oculus in aliquo signo ip/sius plani, & permutatum fuerit uisile in circuli circunferentia, uisile semper æqualiter spectabitur.

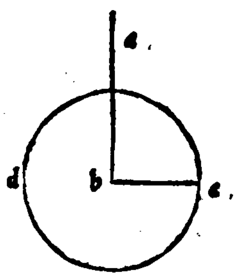
Esto, inquam, spectata aliqua magnitudo a b, sublimior pla/no, oculus autem esto c, connectaturq; b c, & centro c, spacio ue/ro c b, per 3 postulatum circulus describatur b d. Dico quod si in circuli circunferentia permutabitur ipsa a b, ab ipso c, oculo æ/qualiter spectabitur. Quoniam enim a b, recta est & ad ipsam b c, angulum efficit rectum: omnes igitur quæ ex centro c, ad ipsam a b, magnitudinem procidentes inuicem æquos efficiunt angu/los, per secūdam diffinitionem 11 element. æqualiter igitur uisile spectabitur, similiter quoq; & si à centro c, sublimis excitetur recta linea, & in ipsa po/situs fuerit oculus in parallelum existens spectatæ magnitudini, commotaq; fuerit ma gnitudo, spectatum æqualiter semper apparet.



Theorema quadragesimumtertium.

SI uero uisile ad subiectū planum ad angulos fuerit rectos, per/mutatus autem fuerit oculus in circuli circunferentia centrum habente signum circum quod conuertitur magnitudo ipsi pla/no, uisile semper æqualiter apparebit.

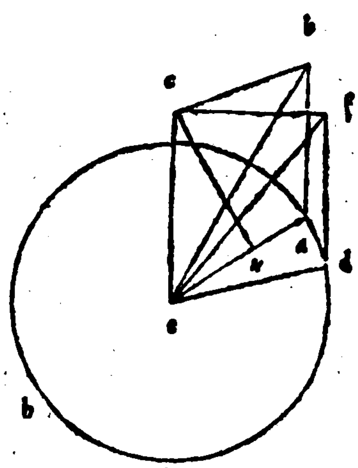
Sit, inquam, spectata magnitudo a b. sublimis & ad angulos rectos existens ad subiectum planum, oculus uero sit c, & centro quidem b, spacio uero b c, per 3 postulatum circulus describatur c d. Dico quod si c, permutetur in circuli circunferentia ipsa a b, magnitudo æqualiter semper apparebit, hoc, inquam, est manife stum, omnes enim ab ipso c signo ad a b, cadentes radij ad æquos angulos procidunt. Quoniā angulus qui ad b rectus est. Aequa/liter igitur spectata magnitudo apparebit.



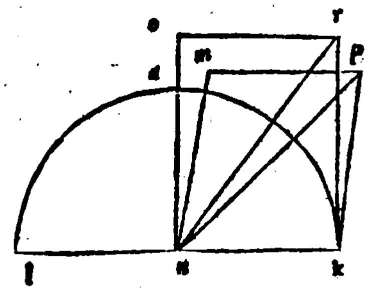
Theorema quadragesimumquartum.

SI autem spectata, à magnitudo ad subiectum planum neuti/quā ad angulos rectos fuerit, mutatuq; fuerit uisile in circuli circunferentia, inæqualiter semper spectabitur.

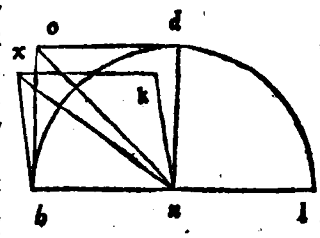
Esto circulus a h, & suscipiatur in ip/sius circūferentia signum, sitq; illud d, & cōstituatur non ad rectos angulos ipsi circulo ipsa d f, oculus uero sit e. Dico quod ipsa d f, si in ipsius cir culi circūferentia permutabitur quandoq; maior, & quandoq; minor apparebit. Iam ipsa d f, uel est ma/ior ea quæ ex centro, uel ei æqualis, uel minor: sit in primis maior, excitetur q; per 31 primi element. per e, centrum ipsi d f, parallelus e c, sitq; æqualis d f, ipsi c e. Exciteturq; per 11 undecimi element. ab ipso c, signum ad subiectū planum perpendicularis c n, & cadat ipsi plano in n, signum, & connexa e n, per 2 postulatum extendatur & procidat in circuli circunferentia in a, & per a, per 31 primi element. ipsi c e, parallelus excite tur a b, ipsi d f, æqualis: dico quod a b, omnibus in cir culi circūferentia stantibus rectis lineis minor appa/rebit. Connectantur enim per primum postulatum c f, e f, b c, & e b: habuimus autē in præterito 16 theo/remate quod omnium per e, signum ductarum rectarum linearum, efficientiumq; a d,



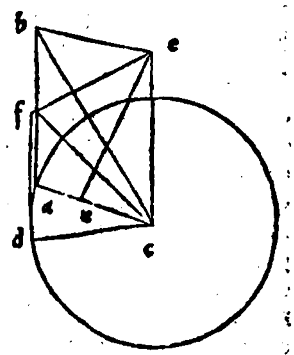
e c,angulum, minimus est qui sub c e a. Quoniam igitur c e,ipsi a b, parallelus est,sed &
æqualis,& ea igitur ipsi c b, æqualis est & parallelus, parallelogrammum igitur est b e.
idq; propterea iam & f e,parallelogrammum est. Et quoniam oportet ostendere quod
minor apparet a b,ipsa d f, manifestum est quod prius ostendere oportet quod angu/
lus qui sub b e a, minor est angulo qui sub f e d. Quoniã igitur ostensum est quod om/
nium per e, signum actarum rectarum linearũ ad c e, angulosq; efficientium minimus
est qui sub c e a, minor igitur est & ipso c e d, is qui sub c e a. Exponatur circuli semicir/
culo,æquum segmentum k a l,accipiaturq; illius cen/
trum & sit n,ponaturq; ei angulo qui sub c e a, æqua/
lis angulus qui sub k n m, ei aũt qui sub c e d,æqualis
qui sub k n o, ponaturq; ipsi d f, utraq; ipsarum o n,
m n,æqualis per 2 primi elementorũ,& per m ipsi k n,
æqualis & parallelus excitetur m p, per 31 primi ele.
Connectaturq; per primum postulatum p k,paralle/
logrammũ igitur est n p, & æquum & simile ipsi b e.
Rursus per o ipsi k n, per 31 primi element. excitetur
o r,& connectatur r k. Igitur r n,parallelogrammum
æquum est & simile ipsi f e. Connectanturq; diagonij



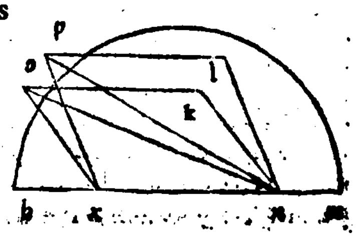
r n, p n. Quare angulus qui sub k n p, eo qui sub k n r, minor est. Estq; qui sub k n p, ei
æqualis qui sub a e b,& qui sub k n r,ei est æqualis qui sub d e f,minor igitur est qui sub
a e b, angulus eo qui sub d e f. Quare & magnitudo a b, magnitudine d f, minor appa/
rebit. Similiter iam ostendemus quod b a,ipsa f d,minor est ipsa f d,minore existente &
æquali ei quæ ex centro. Sed iam esto d e,ei quæ ex centro æqualis, construanturq;
omnia eadem quæ super,ponaturq; circuli semicirculo æqualis semicirculus h d l, acci
piaturq; illius centrum,& sit n,& quoniam d o,æqualis sup
ponitur ei quæ ex centro,æqualis igitur est d o,ipsi h n,po/
natur,inquam,ei qui sub c e a,angulo,æqualis angulus qui
sub h n k, exciteturq; ipsi h n, parallelogrammũ n x, & ipsi
h n, auferatur æqualis k x,connectaturq; x h, ei autem qui
sub c e d, æqualis ponatur qui sub h n d, & ipsi h n, paralle/
lus per 31 primi element. excitetur d o,ipsiq; h n,æqualis au
feratur d o,connectaturq; o h: parallelogrammũ igitur est
utrunq; ipsorũ h d,h k,& sunt æqualia & similia ipsis e f,e b,
quare & qui sub m d, angulus ei est æqualis qui sub c e d. &



qui sub h n k, est æqualis ei qui sub c e a, minor autem est qui sub c e a,eo qui sub c e d,
minor igitur est & qui sub h n k,eo qui sub h n d, connectanturq; diagonij x n, o n, mi/
nor igitur est & qui sub h n x, eo qui sub h n o, æqualis autẽ est qui sub h n x,ei qui sub
a e b,ipso d e f,minor igitur & qui sub a e b,eo qui sub d e f,mi
nor igitur spectabitur a b,magnitudo,ipsa d f,magnitudine,
quod ostẽdere oportebat. Sed iam esto d f,minor ea quæ
ex centro circuli, construanturq; eadem quæ supra, pona/
turq; circuli semicirculo æqualis semicirculus sitq; h m, acci/
piaturq; centrum illius sitq; n,auferaturq; ab ipsa h n,ipsi d f
æqualis n x,ponaturq; ei angulo qui sub c e a,æqualis angu/
lus qui sub h n k,ei autem qui sub c e d,æqualis qui sub h n l.
Sit autem utraq; ipsarum n k,n l, æqualis ipsi d f, exciteturq;
per k,ipsi n x, per 31 primi element. æqualis & parallelus k o,
connectanturq; o x, & per l, ipsi x n, per eandem parallelus
excitetur l p, connectaturq; p x, parallelogrammũ igitur est
utrunq; ipsorũ k x,x l, & est quidẽ ipsum k x,ipsi e b,simile &
æquale & x l,ipsi e f. Quare & angulus qui sub h n k,æquus



est ei qui sub c e a,& qui sub h n l,ei qui sub c e d,maior au
tem est angulus qui sub c e d,eo ꝙ sub c e a, maior igitur
est angulus qui sub h n l, eo qui sub h n k, connectantur
n o,n p. Angulus igitur qui sub x n o,eo qui sub x n p,mi
nor est,æqualis autem est qui sub x n o,ei qui sub a e b,&
qui sub x n p, ei qui sub d e f, minor igitur est qui sub a e
b,angulus eo qui sub d e f,perspicitur autẽ sub a e b,ma/



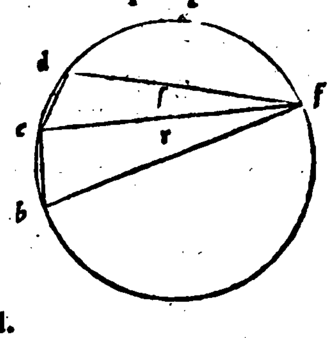
gnitudo

gnitudo a b, at sub angulo d e f, magnitudo d f: minor igitur spectabitur magnitudo a b, magnitudine d f, quod oportebat ostendere.

Theorema quadragesimumquintum.

ESt aliquis locus in quo oculo manente uisile, quæ permutato, æquum semper uisile apparet.

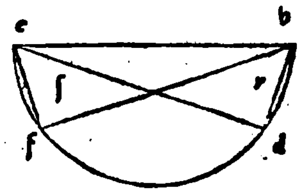
Sit, inquã, spectata magnitudo b c, oculus autẽ sit f, à quo procidant radij f b, f c, suscipiaturq; triangulum f b c, in circulo d b f. Dico quod b c, magnitudo pmutata in descripti circuli circunferentia æqualiter semper apparebit, permutetur enim b c, in c d, connectaturq; d f. igitur circũferentia b c, æqua est circunferentiæ c d, igitur per 27 tertij elementorũ, æqualis est angulus r, angulo s, quæ uero sub æqualibus spectantur angulis per 6 suppositionem opticés, æqualia apparent æqualis igitur apparet b c, ipsi c d.



Theorema quadragesimumsextum conuersum præcedentis.

ESt aliquis locus in quo oculo permutato, uisile uero manente, æqualiter semper uisile apparet.

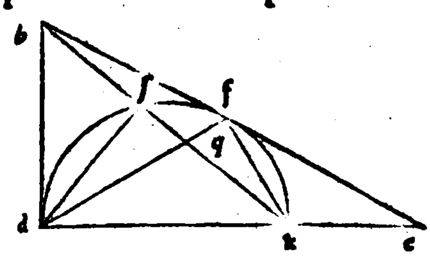
Esto, inquam, quod spectatur b c, oculus autem sit f, à quo procidant radij f b, f c, & accipiatur b f c, triangulũ in ipsius circuli b f c, segmento, permuteturq; oculus f, sitq; in d, procidatq; radij d b, d c. Igitur per 21 tertij angulus r, angulo s, est æqualis: in eodem enim sunt circuli segmento, quæ uero spectantur sub æqualibus angulis æqualia apparent, æqualiter igitur semper b c, apparet: permutato oculo in b d c, circunferentia.



Theorema quadragesimumseptimum.

ESt aliquis locus in quo oculo permutato & uisile permanente, inæqualiter uisile apparet.

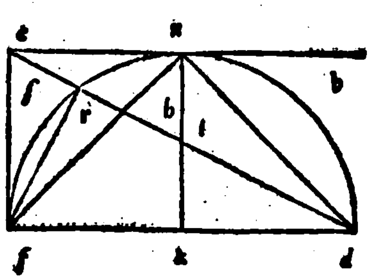
Sit, inquam, uisile k d, recta autem linea b c, in ipsam k d, procidens, accipiaturq; per 13 sexti ele. ipsius d c, & c k, media proportionalis c f, & connectatur f k, & f d. Super autem k d, segmentum describatur acutum habens angulum q, tangit autem rectam lineam b c. Quoniam est sicut d c, ad c f, sic c f, ad c k, ponatur igitur oculus in b, signo, protendaturq; d b, b k, connectatur s d, igitur angulus q, æqualis est per 21 tertij elementorũ, angulo s, in eodem nanq; est segmento, & angulus s, angulo b, maior est, & angulus q, igitur angulo b, maior est, oculo igitur in f, existente, maior apparet k d, q̃ si oculus in b positus fuerit.



Theorema quadragesimumoctauum.

IDem continget & si parallelus fuerit linea ipsi spectatæ magnitudini, in qua oculus permutatur.

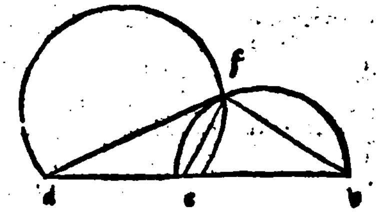
Esto enim parallelus b c, ipsi spectato d f, seceturq; per 10 primi element. d f, bifariam in k, exciteturq; per 11 eiusdem ad angulos rectos k n, ponatur igitur oculus in n, connectaturq; n d, n f, & circum d f, describatur segmentum quod suscipiet angulum q l. Quoniam igitur dimetiẽs est k n, & ad rectos angulos ab extremitate excitatur k n, ipsi b c. Igitur per correlarium 16. 3. element. b c, ipsum d n f, segmentũ tangit, permutetur autem oculus in c, extendaturq; c f, c d, connectaturq; r f. Igitur angulus q l, ipsi angulo r, est æqualis. Sed angulus r, angulo c, maior est: igitur & angulus q l, angulo c, maior est. At quæ sub maiori spectantur angulo maiora apparent.



Igitur magnitudo d f, maior apparet oculo in n, existente quàm in c, oculo igitur in b e permutato parallelo existenti ipsi d f, spectatum inæquale apparet.

Theorem quadragesimumnonum.

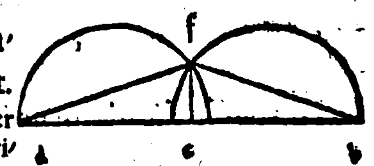
Est aliquis locus in quo æquales magnitudines inæquales apparent.



Sit, nanqꝫ æqualis b c ipsi c d, & circum quidē b c, semicirculus describatur b f c, circum uero d, describatur segmentū maius semicirculo. Connectatur f b, f c, f d, igitur angulus qui in semicirculo per 31 tertij element. maior est eo qui est in maiori segmēto, at quæ sub maiori spectantur angulo per 4 suppositionē opticæ, maiora apparēt, oculo uero posito in f, maior igitur apparet b c, ipsa c d, erat autem & æqualis: est igitur cōmunis locus in quo æquales inæquales apparent magnitudines.

Theorema quinquagesimum conuersum præcedentis.

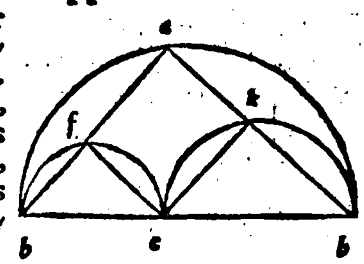
Est aliqs locus cómunis à q̊ inæquales magnitudines æquales apparēt.



Esto, inquā, maior b c, ipsa c d, & super b c, maius semicirculo segmentum describatur, & super c d, simile ei quod super b c hoc est suscipiēs angulū æqualē ei qui in b f c, cōnectantur autē f b, f c, f d: igitur quoniā per 27 tertij element. in similibus segmētis anguli cōstituti inuicē sunt æquales, æquales quoqꝫ sunt & in b f c, c f d, segmētis anguli sibi inuicē. Quæ uero sub æquis spectātur angulis æqualia apparēt, per 6 suppositionē opticæ, oculo igitur posito in f, signo æqualis apparet, b c ipsi c d, est autē maior. Est igitur locus quidam cōmunis ex quo inæquales magnitudines æquales apparent.

Theorema quinquagesimumprimum.

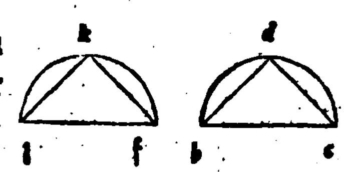
Aliqui sunt loci in q̇bus binæ magnitudines inæquales in idem compositæ utriqꝫ inæqualium æquales apparent.



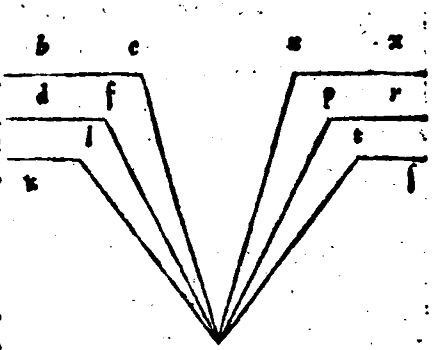
Esto nempe maior b c, ipsa c d, & super ipsis b c & c d, semicirculi describātur, superqꝫ tota b d. Igitur per 31 tertij element. angulus qui in semicirculo b a d, æqualis est ei q in b k c, uterqꝫ enim ipsorū rectus est. Igitur b c ipsi b d, æqualis apparet, itidem quoqꝫ & b d ipsi c d, oculis in b a d, b k c, c f d, semicirculis positis. Sunt igitur aliqui loci in q̇bus binæ inæquales magnitudines in idem cōpositæ æquales utriqꝫ inæqualium apparent.

Problema primum *Propositio 52*

Locos inuenire à quibus æqualis magnitudo dimidiū apparet, siue quarta pars, & uniuersaliter in data ratione in qua & angulus secatur.



Sit enim recta linea l f, & super l f, describatur segmentū contingēs, & inscribatur in eo angulus k. Ipsi autē l f, æqualis esto b c, & sup b c, describatur segmentū quod suscipiet angulū ipsius k, anguli dimidiū, igitur angulus k, ipsius d, anguli duplus est, dupla igitur apparet l f, ipsius b c, oculis in l k f, & b d c, circunferentijs iacentibus.



Theorema 52 *Propositio 53*

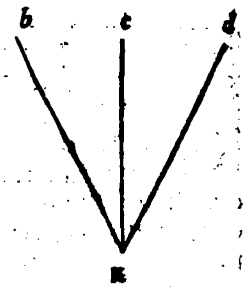
Aequali celeritate delatorū, in eademqꝫ recta linea existentium, propinquū oculo postremum

præire

præire putabitur, permutatis autem præcedens subsequi, & subsequens præcedere putabitur.

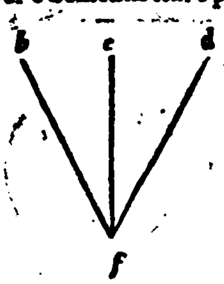
Deferantur æquiceleriter b c, d f, k l, & ab oculo m, procidãt radij m c, m f, & m l, igitur sublimior & dexterior omniũ ab m, oculo radiorũ erumpentiũ est ipse m c. Igitur b c, præcedere putabitur, permutatis autem b c, d f, & k l, in n x, p r, s t, quæ positis procidãt radij m n, m p, & m s, omniũ igitur ab m, oculo radiorũ erũpentiũ dexterior est ipse m s. Sinisterior uero m n, quare & s t præcedere putabitur, subsequi uero n x. Igitur b c præcedens in n x, positũ subsequi & l k, subsequẽs in s t, positũ præcedere putabitur.

Theorema 53. Propositio 54



SI aliquibus delatis, & pluribus celeritate inæquali, cõferatur uero ad eadẽ & oculus, oculo quidẽ æquiceleriter delata stare, quæ uero tardius in contrariũ ferri, quæ autẽ celerius, præcedere existimabuntur.

Ferantur inæquali celeritate b c d, tardius uero feratur b, sed c æquiceleriter oculo k & d, celerius ipso c, ab oculo uero k, procidant radij k b, k c, k d, igitur oculo ipsos b c d, insequẽte. Semper c per c delatum stare putabitur. At b derelictum in contrarium ferri, & d celerius ipso c uidebitur præcedere, plus nanque ab ipso c distat.

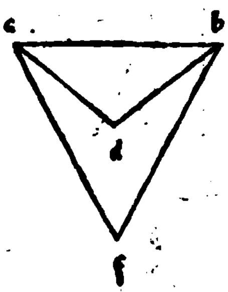


Theorema 54. Propositio 55

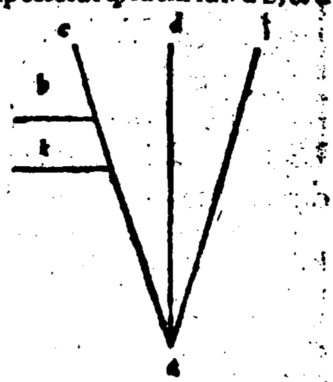
SI aliqbus delatis differat quippiã aliquid nõ delatũ, non delatũ in contrariũ ferri putabitur.

Ferrantur nanque b, d, maneat autem c, & ab oculo f, procidant radij f b, f c, f d. Igitur b quidem delatũ propius erit quam c. At d discedere longius, proinde c in contrariũ ferri putabitur.

Theorema 55 Propositio 56



OCulo prope spectatum accedente, spectatũ augeri putabitur. Spectetur, inquã, b c, oculo in f, posito sub f b, f c, radijs, permuteturque oculus ut propius sit ipsi b c, sitque in d, spectetur que idem sub d b, & d c radijs. Igitur angulus d, angulo f, maior est. Sed quæ sub maioribus angulis spectantur per suppositionem 4 opticæ maiora apparent. Igitur b c, oculo existente in d, augeri putabitur potius quàm in f.

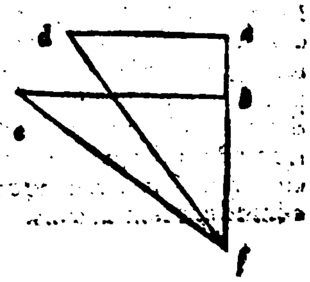


Theorema 56 Propositio 57

AEquali celeritate delatorũ, quæ longius distant tardius ferri uidentur.

Ferantur enim æquiceleriter b, k, sicut ad partes f, & ab oculo a, radij excitentur a c, a d, a f. Igitur k minores habet ab ipso oculo radios productos, quàm b, minus igitur transibit interuallum, & prius permutans a f. uisum celerius ferri putabitur.

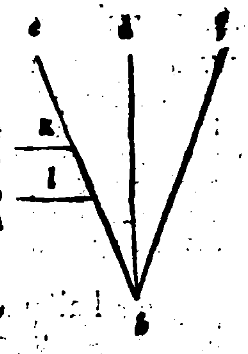
Aliter.



Ferantur bina signa a, b, in parallelos rectas lineas ad b e, æqualiter æque citò & æquali tempore procedent, sint igitur æquales a d, b e, procidantque radij ab f, oculo f a, f d, f e. Quoniam angulus qui sub d f b, minor est eo qui sub b f e, minus igitur a d, interuallum, uidebitur quam b e. Quare a tardius quàm b ferri putabitur.

Theorema 57 Propositio 58

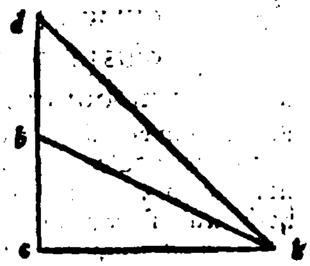
OCulo translato quæ longius spectantur, destitui uidentur.



Sit, inquã, oculus b, à quo excitentur radij b c, b d, b f, spectentur uero k & l, igitur oculo translato ad partes c, celerius transibunt uisus k quam l, putabitur igitur k, destitui, & l, in contrarium ferri, hoc est ad partes f.

Theorema 58 Propositio 59

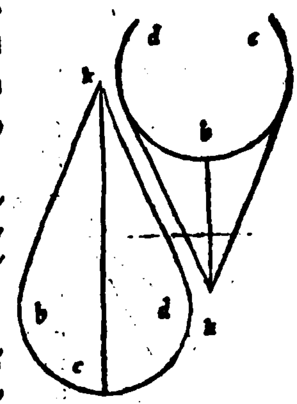
AVctæ magnitudines, propius oculo produci putantur.



Sit spectatũ b c, sub k b, k c, radijs augeaturq; b c, ipsa b d, & ab ipso k, oculo procidat radius k d. Igitur angulus qui sub d k c, maior est angulo qui sub b k c, qui uero sub maiori spectantur angulo, per 4 suppositionem opticæ maiora apparent, maior igitur apparet. maior igitur apparet c d, ipso c b, & ea quæ oculo putantur maiora, augeri putantur, & auctæ igitur magnitudines ad oculum prouehi putantur.

Theorema 59 Propositio 60

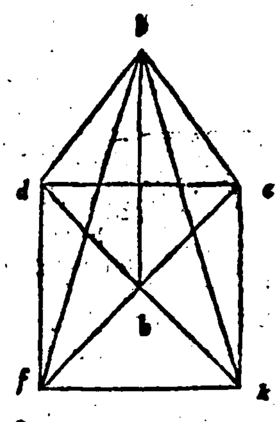
QVæcunq; in eodem non iacent interuallo, neq; parallela in extremis posita, neque inuicem posita medijs, neque in rectas existentia lineas totam figuram quandoq; manentem conuexam, quandoq; uero curuam efficiunt.



Spectentur nanq; b c d, oculo in k posito, procidantq; radij k b, k c, k d, igitur tota figura cõuexa esse putabitur, permutetur iam rursus spectatum, ponaturq; propius ad oculum. Igitur d b c, curuum esse putabitur.

Theorema 60 Propositio 61

QVadrato existente, si à contactu dimetientiũ ad angulos rectos quædam excitata fuerit ad ipsius quadrati planũ, in ipsaq; positus fuerit oculus, latera & dimetientes ipsius quadrati æquales apparent.



Esto, inquam, quadratum c f, excitenturq; dimetientes c f, k d, & a b h, ad angulos rectos, excitetur per 11 undecimi elementorũ h b, oculus uero ponatur in b, procidantq; radij b k, b d, b c, b f: igitur duæ f h, h b, duabus c h, h b, sunt æquales, & æquales sunt anguli qui sub ipsis cõprehendũtur, hoc est anguli qui ad h. Aequalis igitur est per 4 primi element. f b, basis ipsi b c, basi. Idq; propterea & k b, ipsi b d, est æqualis. Binæ iam f b, b c, binis k b, b d, sunt altera alteri æquales. Et diametri sunt æquales, quare & anguli qui ad b, erunt æquales. Quæ uero sub æqualibus angulis spectãtur æqualia apparent. Diametri igitur & altera quadrati æqualia apparent, ea uero quæ ab oculis in dimetientiũ contactum ad angulos rectos ipsi plano existente, neq; æquali utriq; eorũ quæ à contactu ad angulos quadrati ductæ sunt, neq; angulos cõprehendente æquos cum ipsis, diametri inæquales apparent, similiter enim ostendemus contingentiã, quemadmodum & in circulis.

doctissimo physiologo Antonio Abiosio Rauennati artium, ac Medicinæ doctori eximio socero patriq; humanissimo fœlicitatẽ perpetuã.

PHilosophãtes illi ueteres Antoni uir clarissime eorum opera, aut magnis, aut doctissimis uiris destinare consueuerũt, aut quia inde eorum operibus maximã inuehi posse auctoritatẽ censebant, aut quoniam eis eorum obseruantiã explicatiorẽ fieri posse arbitrabãtur, aut ꝙ ab illis aliquid assequi posse expeditius existimabãt. Idq; propterea nos qui cum aliquid ocij superest illud omne græcorũ operibus sapiẽtium studendis accõmodauimus, & maxime hijs mathematicis quæ tute scis qualẽ nam gradum certitudinis obtineãt, ex hijsq; studijs pinguibus & multiplici disciplina scatentibus nostris laboribus, ut scis, eduximus illius Megarensis Euclidis mathematici præstantissimi elementa, optica, phænomena, catoptrica, & data. Quæ opera eo sunt iudicio & arte ab insigni illo Socratico philosopho structa & cõpacta, ut studentes eis miro quoddã stupore detineant. Scalam enim quandã uenerandus ille uir cõpegit qua ad omnes mathematicas disciplinas percipiẽdas ascendere possimus, qua sine ad eas nõ sit accessus, quæ opera cum à me nõnullis emancipata fuerint, ueterem, sincerã ac puram illam beneuolentiã tuam qua patrem meum nostramq; familiã iam pluribus annis cõplexus es, & quam postea inuicem sanximus cõciliauimusq; cum Luciam filiã tuam mihi dicaueris, fraudẽ facillime perpeti posse censerem, nisi aliquo nostrorũ studiorũ munere amoris nostri mutui ac beneuolẽtiæ defecatæ fructũ reportaret. Quam cum tibi uellem fieri explicatiorem, cũq; nollem Euclidis opera in lucem uenire, nisi tuũ quoq; nomen aliquã eius partẽ sibi uendicaret, cumq; ad manus nostras fortasse ex bibliotheca senatoria Marini philosophi ac dialectici præstantissimi protheoria in data Euclidis cõstructa peruenisset, eam à me latinã esse censui faciendã, tibiq; dedendam, non ut abs te aliquid mihi id propterea dari uelim, nam tute scis te & nos iam unum esse, sed ut eam tua auctoritate studentes cumulatius existimẽt, & tu obseruantiã amoremq; nostrũ singularẽ perpendas, ac ut beneuolẽtiæ tuæ erga nos pari lance correspondeã. Futurũ etenim scias, ꝙ si hos labores nostros tibi placuisse, gratosq; fuisse perspexerim9, conabimur efficere ut nostris uigilijs aliqua in intimis græcorũ penetralibus recondita, scitu iucũda & utilia latinã uestem induere non aspernẽtur, nam quid possum agere melius cum ociũ supest ꝙ illud omne ad linguã latinã illustrãdam cõuertere, & inde curare ut uiui post mortẽ nostræ possimus interesse posteritati, sed iam ipsius Marini protheoriã doctissime inspicito philosophe æternumq; Valeas, in. XI. IV. XIX. clemento salutis, nonis Octobrib.

IN LIBRVM DATORVM EVCLIDIS PHILOSOPHI PLATONICI, AC PRAEstantissimi mathematici, protheoriæ ex uoce Marini philosophi, Bartholomæo Zamberto Veneto interprete, Caput primum.

IN primis quid sit datum ponere oportet, postmodum quænam huius ex tractatu utilitas dicendũ est, tertium uero ad quam disciplinã deducitur. Diffiniunt nempe datum multipliciter aliter quidem antiquiores, & aliter iuniores: idq; propterea obtigit, ut eius uera assignatio difficilis sit. Nonnulli siquidem nullam ipsius diffinitionem tradunt, propriam nanq; dati inuentionem tentauerunt. Alij uero quæ ab illis iamdiu dicta sunt compli cantes, ipsum diffinire ausi sunt. neque hij cum illis congrue. Videntur siquidem omnes ex una eademq; sententia, ac perceptione excitati, de eo aliquid dicere: assumptum enim quid datum esse perceperunt, ac per hoc simpliciori, ac una quadam differentia

rentia datum describere proponentibus illis, hij quidem ordinatum ut Apollonius in libro inclinationum. & in uniuersali tractatu. Notum sicut Diodorus, sic etenim rectas lineas, & angulos dari inquit, & quicquid, & si rationale minime fuerit, in cognitionem aliquam uenit. Nonnulli uero ipsum rationale esse dixerunt, quemadmodum uidetur Ptolemaeus, data illa appellans, quorum mensura nota est ad certitudinem uel prope. In suppositione autem à proponente propositum, datum nonnulli esse contenderũt, Inquiunt autem, & alio modo in primis elementarijs datum, & datam rectam lineam, hoc est qualem quis diffiniat, detq; rectam lineam. Omnia uero huiusmodi perceptionem quandam significare uolunt, unde maxime illae diffinitiones comprobantur, quae à nobis assumptum manifeste ostendunt. In praesentia uero ipsius dati naturã non solum tenui, & uno aliquo assignantium, qualem uero diffinitionem efficientium, differentias exponemus id capitulatim cum horum modi bene enumerati sint. Alij nanq; ordinatum & porimon datum esse diffiniunt. Alij uero ordinatũ simul & notum. Non nulli porro ordinatum simul & porimon. Hij siquidem omnes apprehensionem, siue perceptionem & inuentionem ipsius dati respicere uidentur, ac perinde praedicto modo diffinire. Vt autem eorum huiusmodi sententiam ostendamus, insuperq; ut ueram propositae diffinitionis ex multis propositis cõprehendamus inquirendum prius est simplicis uniuscuiusq;, & ei oppositum significatum, inordinati quidem dico, ignoti, & apori, & irrationalis. Extenduntur siquidem haec ad praesentaneam geometricam materiam, necnon & ad res naturales, ac ad alias mathematicas disciplinas. Describunt siquidem ordinatum, quod idem obseruat, per quod ordinari dicitur, aut per magnitudinem, uel speciem, siue aliud quidpiam huiusmodi. Vel aliter quod aliter fieri non comprehenditur, sed tantummodo in diffinito aliquo est loco, ut si dicatur, per bina signa existentia descripta recta linea ordinari dicitur, eo quia aliter & inordinate minime fit. Inordinatus est qui per bina angulus, multipliciter siquidem & inordinate describitur maioris, scilicet, & minoris circuli infinities descriptorum per bina signa. Rursus ordinatus est qui per tria signa angulus. Sunt autem & haec ordinata, sicut super data recta linea triangulum aequilaterum constituere, sed ex utraque rectae lineae parte tantummodo, & praeter coincidentiam. Et datam rectam lineam in datam rationem dispescere, tantummodo siquidem hoc fieret, in utraque bifaria sectione. Inordinata sunt quae hijs contrario sese habent, sicut scalenum constituere, & rectam lineam infinities secare: adiacet autem diffinitioni id ex quo ordinatur, quãdoquidem unum quid & idem existens quandoq; ordinatum, aliter autem inordinatum esse potest. sicut aequilaterum triangulum, siquidem aequilaterũ est, ordinatur: magnitudine uero non omnino diffinitur. Notum autem est quod cognitum est, sicut nobis manifestum & perceptum, ignotum uero quod neutiquam notum, neque à nobis perceptum est. sicut quadrati longitudo nota esse dicitur, quae percipitur quotnam sit stadiorum, & quod trianguli tres anguli binis sunt rectis aequales. & quod quae ex binis nominibus irrationalis est, insuperq; & talia nota dicuntur, ut unam tantum esse ab exterius dato signo curuam tangentem ad utrasq; partes: si enim & alia fuerit, binae rectae lineae areolam comprehenderent, quod absurdum est. Ignota uero irrationalia non sunt, sed quae non sunt nota, neq; à nobis percepta. Porimon autem est quod neq; efficere, neq; construere, hoc est in opinionem ducere non possumus, aliter uero rursus porimon diffiniunt, uel quod per demonstrationẽ exhibetur, uel quando quidpiam absq; demonstratione manifestum fuerit, sicut centro & interuallo circulum describere, & triangulum constituere non solum aequilaterum, sed & scalenum, & eam quae ex binis nominibus inuenire, & rectas lineas rationales potentia tantum cõmensurabiles indagare, & alia quae infinities fiunt porimata sunt, sicut per bina signa circulum describere. Aporon uero est quod porimo ipsi sese contrario habet. sicut circuli tetragonismus: nondum enim in uia est, & si illum exhiberi posse putent: at scire eum possumus, eius siquidem est disciplina, nõdum tamen percepta. In praesentia uero iam de eo quod in uia est ratio assignatur, quare & proprie porimon id appellant, quod nondum in disciplinae uia est, quod autem perceptum exhiberi potest poriston proprie appellant. Aporon autem, ut dictum est, quod ipsi porimo contrariũ est, hoc est cuius inquisitio dijudicata non est. Rationale est, de quo dicendũ est, magnitudo, uel species, siue positio, sed diffinitio huiusmodi quidem cõmunior est, proprie uero & ex seipso rationale est, quod per aliquam dimensionem positione cognoscimus, aut palaesta siue cubito, aut digito.

Hijs sic

Hijs sic diffinitis, quod reliquum super est facile est, eorum quæ dicta sunt cōmunicantiam, & differentiā coniectare. In primisq; quomodo ordinatum ad notum, & hijs opposita sese inuicem habent. Eorum quæ connectuntur eadem non sunt, neq; eorum in quibus alterum altero plus est. Et si eis plura cōmunia existant sicut per bina signa rectam lineam scribere, ac per tres circulos triangulum æquilaterum construere. Sed circulum quadrare ordinatū quidem, ignotum uero est, & quod una tantum recta linea curuaturam ab uno signo tangit. Ordinatorum & minime perceptorū aliter se habere est: siquidem & illius demonstratio & constructio cognoscitur. Rursus quæ in infinitū fit sectio, & scaleni constructio cognoscitur quidem, sed nondum ordinatur. Quare manifestum est, quod ipsius ordinati, aliud quidem notum, aliud uero ignotum, & rursus ipsius noti, aliud ordinatum, at aliud inordinatum est, & sic se hæc habent adinuicem sicut rationale, & quod incedit neq; huiusmodi coæquant sese, neque alterum alterum excedit. Similiter ordinatum, & inordinatum sese habet, ac porimon & aporon. Communicant siquidem hæc plurimnm, differuntq; ut dictum est. Curuatura siquidem ordinatur, sed hijs qui Archimedem præcesserunt in uia erat, & alia quæ infinities fiunt, & inordinate, porima quidem sunt, si quis eorum constructionem, ac constitutionem intelligat, non tamen etiam ordinata, ut scalenum triangulū intelligere, in ipsiusq; constructionem intelligentiam ducere ab æquilatero. nec difficile id est, sed in promptu, & quicquid inordinatum & infinitum. Sic autem ad rationale & irrationale, ordinatum & inordinatum sese habet: cōmunicant siquidem inuicem admodum, differuntq; modo prædicto: hæc autem inuicem minime sunt æqualia, neq; alterum altero percipitur, nam quæ ex binis nominibus, & sic assumptæ irrationales, ordinatæ quidem sunt, sed neutiquam rationales, & quæ dimetientis ad costam quadrati est ratio. Rationalium quidem plura inordinata sunt, sicut quæ multipliciter, indeterminateq; fiunt: possumus enim & scalenum triangulū mensura diffinita rationali proposita metiri, & siquidem inordinatum fuerit, noti autem ad porimon similitudinem omnino inspicere facile est, differentiam uero elicere difficile: natura nanque prope sunt adinuicem, quare sese inuicem coæquare uidentur, tamen hæc certe intuentibus quædam inesse uidebitur differentia. Quod quidem una sit inflexionem ab uno signo tangens, manifestum ac notum est. Non tamen id propterea iam id problema porimon est, nondum enim perceptum, quare omne notum non omnino porimon est: porimon siquidem omne notum est. Maius igitur est notum ipso porimo. Rursus notum porimon & rationale, quandoq; cōmunicant, at quandoq; inuicem differunt modo iam dicto. Nam quæ irrationales dicūtur notæ sunt, non tamen rationales, numerus enim omnis rationalis quidem est, non tamen omnis notus est. Et rationale ex suijpsius more similiter rationale est, nec sic rationalis erit longitudo, in idem siquidem deducunt dimensionē, nota siquidem est longitudo, at qnandoq; minime, & si in eadem fuerint consuetudine. Fortasse autem & inuenire difficile est. Rationali quidem, at ignotum, uidetur siquidem & rationali notum esse aliquid plus. Quod autem porimon & aporon, à rationali & irrationali differunt, ex hijs est manifestum; porima enim esse possunt & irrationalium aliqua. At rationaliū irrationale nullum. affinitas autem horum sicut & aliorum omnino manifesta, hæc adinuicem sic se habēt, quare porimon rationali plus esse uidetur, operæ etiam precium est & prædictorū differentiā coniectare. Rationale quidem & irrationale per dimēsionis relationē, dicuntur ad cognitionē nostram minime uenientis, potest enim qdpiam rationale existens nobis minime notum esse, quatenus rationale est, neq; percipi quod rationale sit. Ordinatū uero & inordinatū, non per idem, & iuxta propriā speculati naturam est, & si à nobis minime percipiatur, plura igitur ordinata natura posterius Archimedes ex Serini sermonibus, quod ordinantur demonstrauit. Notum autem & ignotum quo ad nostram relationē dicitur, quare prædicta inuicem differunt. Siquidem hoc ad nos habet relationē, illud uero quo ad naturā, hoc autem ad dimensionē. Cum iam præpositorū societas & differentia diffinita sit, reliquū superfuerit, quidnam sit datum indagare. Quicunq; in præsentia à pponente quid per hypothesim datum, id datum esse putant à quæsito aberrant, elementa nanq; datorū omnia simul ordinantur, & non de eo quod per hypothesim, sicuti ex hijs quæ in eorum tractatu sunt licet intueri. Quare perceptionē huiusmodi nos negligentes, aliter diffinientium rationes ordinare oportet. Erit autē quod per hypothesim datum, id quod post principia speculatur, diffiniunt iam nominatiuis diffinitionibus utentes, uno aliquo dictorū illud charactere pingentes. Sicut in principio dictum est, omnes autem ferme

ut com-ut cõmunem sententiam de dato retinere uideantur, perceptum enim quid illud esse assumpserũt, quemadmodũ & ipsius dati nomen ostendit, & in primis illi qui per hypothesim datum describunt. Nonnulli uero concessionẽ respexerunt. Nos autem quoq; utentes prædicta tanquam canone & foro, ipsius dati perfectam diffinitionẽ inuenire poterimus. Manifestũ autem quod coæquatione aut cõuersione ipsum indiget ad diffinitum, & hoc subsistere oportet eis quæ recte datæ sunt diffinitionbus, est & propositi hæc in illis diffinitionibus quæ simplicius dictæ sunt, quæ porimon diffiniet, in complicatis autem notum simul & porimon: reliquæ uero omnes imperfectæ sunt, neq; enim ordinatum diffiniens e uestigio ad dati comprehensionẽ extenditur eo quia neq; in totum, neq; solum ordinatũ perceptũ est, sed inordinatorũ nonnulla sicut ostensum est. Neq; illa idonea est quæ notum ipsum diffinit, neq; enim hoc totum perceptum est, & si tantum ignotũ enim nequaq; fuerit perceptum, neq; ipsum rationale diffiniens diffinitio, perfecta erit, nam hoc solum perceptũ non est, quoniam & irrationaliũ aliqua forsitan autem neq; omne omne rationale perceptũ est, sicut & hoc diffinitũ est prius. Deficit iam in nominatiue assignatis porimon, quare uidetur maxime perceptionẽ ostendere, nam omne porimon percipi potest & solum, huiusmodi autem diffinitione usus est Euclides species omnes dati describens. Compositarũ diffinitionũ perfecta est quæ notum simul & porimon datum esse diffinit, genere quidem ꝓportionale habẽs ipsum notum, differẽtia uero porimon. Ordinatũ autem simul & porimon dicens imperfecta est, nam non solum huiusmodi data sunt & qui datum, & rationale similiter defectiue datum cõprehendit. Quæ uero notum simul & ordinatũ, eo quia propositũ excedit, neq; sana est, neq; enim omne huiusmodi datum est. Soli iam reliquũ dati sententiæ attingere uidentur, qui illum notum esse dixerũt, nam tale omne percipi potest & solum, bina autem hæc subsistere oportet in disciplinaribus diffinitionibus datis. Hijs autem prope sunt compositæ & sic. Datum est cui exhibere possumus æquũ per ea quæ à nobis in primis prioribusq; suppositionibus dicta sunt, prædictis autem Euclides ubiq; in exhibẽdo utens, notum prætermittit, tanquam porimon iuxta sequens. Accusaret autem quispiam ipsum rationabiliter, tanquam prius cõmuniter datum minime diffinientem, sed immediate unamquanq; ipsius speciem. At qui in geometria elementari prius simplicem lineam quàm lineæ species, & alia huiusmodi diffiniuisse uidetur.

Quænam utilitas ex datorum tractatu, Caput secundum.

Cum forsitan quoad præsentaneũ usum ipsum datum dijudicatũ sit, subsequens fuerit ipsius tractatus utilitatẽ præbere: est siquidem hoc ad aliud habentiũ reductionẽ, ad locum enim qui resolutus dicitur necessaria est admodum huius cognitio. Quantã nanq; potentiã habeãt in mathematicis disciplinis, & alijs eiusdem generis, sicut perspectiua & canonica locus resolutus in alijs diffinitũ est, & ꝙ demõstrationis est inuentio ipsa resolutio, & ꝙ ad inuentionẽ demonstrationis similium nobis confert. Et ꝙ maius est resolutiuã potentiam obtinere, quàm plures particulares demõstrationes habere.

Ad quam disciplinam reducatur datorum tractatus, Caput tertium.

Ad omnes siquidem huiusmodi disciplinas, cum datorũ speculatio utilis sit, quãdoquidem ad resolutionẽ plurimum confert, opportunũ neutiquã fuerit ipsam reduci ad aliquam unam disciplinam dicere. Sed ad eam quæ in uniuersali mathematica dicitur, ea siquidem est quæ sese habet circa multitudines, tempora, & celeritates, huiusmodiq; omnia, inquantum iam circa rationes, proportiones, & ubiq; medietates negociatur. Huiusmodi ergo datorum disciplinari perceptione utilima existente, datorum uolumen Euclides elaborauit, quem proprie & elementarem appellauerũt. Totius enim ferme mathematicæ disciplinæ elementa, & tanquã introductoria ordinauit, sicut geometriæ quidem totius in tredecim uoluminibus, & astronomiæ in phænomenis, musicesq; & perspectiuæ similiter elementa præbuit. At dati tractatus in proposito libro elementarem resolutiuam fecit. Geometricus enim existens ipse uir diuisim cõmunes ipsius dati rationes proprie conglutinauit. Sicut in uniuersalibus rationibus fecit, ut in magnitudinibus eas proprie operatus in quinto de plano uolumine. Communiter quidem quid sit datum dictum est, & ad quam disciplinam reducatur, ac ꝙ eius speculatio utilima est hijs iam quæ dicta sunt, adijciatur quoq; ipsius descriptio disciplinæ. Erit ea siquidem, sicuti ex prædictis est manifestum, datorum perceptio iuxta omnem locum, & eorum quæ eis eueniunt: proprie uero & sicut ex proposito uolumine dicatur esse methodus totius datorum disciplinæ elementa cõprehendens, habebit autem & ipsa consequẽter utilitatem & alia iuxta relationem ad ipsum datum. Diuiditur autem ipsum tem ipsum uolumen in dati species,& in primis. primum segmentum ea quæ ratione data sunt comprehendit,secundum autem ea quæ positione,& demum ea quæ specie: Simplex enim erat quæ de magnitudine datis: disseminauit autem & hæc particulatim in alijs,& maxime in hijs quæ specie data sunt. Orsus autem est ab hijs quæ ratione & positione data sunt: quandoquidem ex hijs quæ specie dantur constant. Aliter facta etiam ipsius libri diuisio,in uniuersales magnitudines in lineas & plana, & cyclica theoremata: simili namque ordine & in diffinitionibus siue uoluminis suppositiōibus usus est. Secutus autem est modum doctrinæ non per compositionem, sed per resolutionē, quemadmodum & Pappus satis in libri huius commentationibus demonstrauit.

In Librum Datorum Euclidis philosophi Platonici Marini philosophi præstantissimi Protheoriæ finis. Bartholomæo Zamberto Veneto interprete.

BARTHOLOMAEVS ZAMBERTVS VENETVS clarissimo uiro Marino Georgio patritio Veneto, artium ac sacræ Theologiæ doctori eximio, Brixiensiumque præfecto designato S.

PLVRES hominum maxima tenet admiratio Marine Georgi philosophe doctissime, quòd in humanis ita sit comparatum homines absque dissidijs, contumelijs, iurgijs, tumultibus, bellisq́ atrocibus quasi uiuere nesciant. Ac si eorum misera conditio foret. si amorē paceque mutua sibi inuicem correspondērent. Idque magis mirū uideri solet, cùm hij qui ab humanitate nomen sibi uendicarūt, nō nisi inhumaniter uitā agere curēt. Quod quidē uir clarissime nobis enucleatissime constat: nam si uelimus ueterum memorias altius recensere, quam ætatem bellorum uacuam comperiemus? nullam. Sed ne à memoria nostra longe distātia repetamus, quid de nostra ætate, quam uidimus, nec apud autores legimus in qua ea obtigerunt, quæ si à nobis sic sicut uisa sunt legerentur, proculdubio somnia & phātastica machinamenta esse putarentur. Nam decem autem aut undecim annorum interuallo quot, quantaq́ ac qualia euersa immutata, subuoluta, radicitúsque conuulsa nostris oculis conspeximus? Tu optime nosti qui ob singularem doctrinam tuam, ergà patriamq́ uel maximam fidem, à senatu legatus missus hos turbines uidisti, & ingenij tui libramine ponderasti. Testis heu testis est Neapolitana ciuitas quæ plures strages perpessa, uno anno, rem nullis seculis auditam regale sceptrum quinquies commutauit. Testis heu testis est illa Roma quæ cum alias subacta Italia ferocissimas infrenesq́ nationes domuerit, longe lateq́ fines imperij propagauerit, sæpius in præsentia nō in Italia sed apud urbis muros: non apud muros urbis, sed in ipsa urbe: non hominum tumultus, sed enses euaginatos, non enses euaginatos sed multas cædes, & funera passa est. Testes heu testes sunt fluentinorum, felsinensiumq́ agri toties à militibus dissipati. Testis demum tota Italia transpadana toties bellis, atrocibus, cædibus miserandis, ignibus maximis cōquassata: Sed quid de illa quæ citra padū est Italiæ regiōe dicemus? nil nisi laboriosum, nil nisi flebile, nil nisi illachrymabile, & quod potius silentio trāseūdum sit, quàm ea quæ obtigerunt connumerare. Nam si Tarrenses agri uocem attollere possent, se hominum cæde uel maxima contabuisse, humaniq́ sanguinis copia affatim effusi inundasse quererentur. Si tota italia loqui posset, eam ad funestum deplorabilemque statū peruenisse intelligeremus. Sed hæc in præsentia missa faciamus: quādoquidem in præsentia hystoriam non conscribimus, & quæ apud posteros, non paruam, sed nullam fidem ob rei magnitudinem sit habitatura. Quæ omnia licet quodā nictu oculi obtigerint, non est tamen quod perinde nos mirari oporteat. nam si à causis exordiri atque ad huiusmodi effectus nos ipsos deuoluere uelimus, siue etiā ab his effectibus incipientes causas altius repetere uoluerimus, bella huiusmodi ex contrarijs gigni uoluntatibus comperiemus, quæ ab appetitu diuerso oriuntur, quē diuersa hominum sortita est qualitas, quam illi quatuor humores efficiunt. qui cum ab illis elemētis toties celebratis scateāt,iuxta temporū qualitatē.stellarūq; in humana huiusmodi uires suas transfundentiū motum & influxus,augentur,attolluntur.imminuūtur ac deprimi solent.Fitq; nimirū ut uniuscuiusq; loci & regionis exigit dispositio, quēadmodum in aphorismis medicorum princeps nos docet Hyppocrates. Alij namq; sunt influxus in septentrionalē plagā uergentibus,at alij hijs qui australē inhabitāt,itidēq; alij orientalē regionē colentibus. At alijs aliter sese habet,& sic sicut regio seposita fuerit. Quare cū ea quæ inuicē non conueniunt nō sint æqualia sed dissideant,sicut in elementis præstantissimus ille Mathematicus nos docet Euclides:at aduersæ hominū uolūtates cū inuicē non conueniant,sed mira quadā discrepātia dissideāt, superest igitur ut cōtrariæ remaneant. Quod cum ita sese habeat,si priscis illis tēporibus sacrorū uatū monumenta multa bella,& funera facta fuisse commemorant. Si assyriorū,Persarū,ac aliarū nationū horrendos tumultus Dionysius Halicarnassæus, Diodorusq; siculus, ac Iustinus narrant. Si Thucydides Atheniensium,si T. Liuius Romanorum illa denique miranda facinora & non sine magna copia sanguinis,& non nisi totius mundi trementibus quasi cardinibus,explanant:si Quintus curtius Alexandri macedonis in Persarum Darium delicatissimum regē expeditionē terribilē,expugnationemq; ac uictoriā subactis Persis explicat: si ille quoq; dicat quod fraterno primi maduerunt sanguine muri: si demū quoq; nostra tēpestate priscis illis tēporibus exorta bella,ac nō extincta,sed usque in id temporis propagata in præsentia horrendis tumultibus, magnis cædibus,ardentibusq; occulte odijs ferueant,non est id propterea clarissime philosophe quod mirari debeamus. Dolendū potius est ingemiscendūq; plurimū,quandoquidem bella quæ inter eos qui sub Christi gloriosi uexillo uiuunt tam atrociter fiūt,non externa sed ciuilia sunt,ac si in præcordijs,in intestinis,ac in intimis cordis penetralibus gererentur. Illud,inquam,uir doctissime possumus dicere,Quis furor o ciues,quæ tanta licētia ferri,gentibus inuisis Latium præbere cruorem. Cùmque superba foret Babylon spoliāda trophæis Ausonijs,umbraque erraret Crassus inulta. Bella geri placuit nullos habitura triumphos. Heu quātum terræ potuit pelagiq; parari Hoc quem ciuiles auxerunt sanguine dextræ,unde uenit titan & nox ubi sidera condit. Quaq; dies medius flagrantibus æstuat horis. Et qua bruma rigēs ac nescia uere remitti. Astringit scythicum glaciali frigore pontū. Subiuga iā Seres,iā barbarus isset Araxes. Et gens si qua manet nascenti conscia Nilo. Tū illud accedit. quòd hijs bellis noui emergunt ritus,noui mores,nā nūc prætextatos referūt artaxata mores,& si quid uspiam est bonarū literarū illud interit. Nā adsunt adhuc in Italia illa fœdissima Vādalorū Gothorūque uestigia,qui postea quàm Italiā flāma,ferro,cæde,rapinis,& alijs huiusmodi sæuiētiū beluarū peruersis moribus fœdarūt,maximas bonis literis tenebras obiecerūt,& adeo ut ipsæ contremiscentes pluribus annis inuisæ,ritu ferino uiuētibus delitescerēt. Quibus beluis in uniuersum sæuiētibus multa priscorū illorū ueterū preclara opera interierūt, multa obcæcata & subuersa, multa fœdissima barbarie obsita in lucē exierūt. Perijt,inquā, tūc perijt illa prisca mathematice disserendi cōsuetudo,& adeo ut quæ priscis illis tēpibus adolescētulis plana & facillima ac in prōptu erāt,in præsentia uelut alta caligine demersa,difficillima nimisq; recondita eruditissimis uiris etiam esse uideantur. neq; id mirū Euclides namq; Megarēsis Mathematicus præclarissimus, qui omniū mathematicarū disciplinarū unus est qui nobis fores reserat, in primis nimis peruerse interpretatus studentiū animos pluribus annis ambiguos tenuit. Nā cū illud quod illius esse asseritur uolumen studētes legerent,miris laruis,somnijs, & phātasmatibus quibus ille interpres barbarissimus illud refersit,offensi neq; autori fidē adhibebāt,neq; illi detrahere audebāt. Quare cū nos hijs disciplinis operā per plures annos accōmodauerimus,uolētesq; nostris laboribus studentium cōi utilitati cōsulere,ipsius Euclidis elemētorum uolumina tredecim ex Theonis traditione nō minoribus uigilijs quàm laboribus quibus per septēniū insudauimus,ex Græcia in Italiam deduximus,quibus laboribus tandē uoto superatis, decreueramus,ut qui ex fluctuāti procellosoq; mari, portū quietū cupit,nos alicui amœno studio emācipare,animumq; hijs studijs fessum ad humaniora conuertere. Cupiebamus etenim illā sublimis Homeri poesim uidere,uim Demosthenis suspicere,suauitatē Isocratis mira quadā sanctitudine mixtā gustare, Pyndaricos fontes libare: Tū illa rusticana Theocriti in præsentia in aliqua grata umbra æstuanti corpori relegere. Quādoquidē ut optime nosti in præsentia sol domū est leoninā ingressus, radijque ad rectos angulos procidūt,idq; propterea inferiora hæc uehementius incendūt. Tamen habitus qui aut nunquam,aut difficulter à subiecto conuelli potest

test. dispositionē huiusmodi difflauit. factum nãq; est ut cũ me accingerē ut ipsius Euclidis opera sēponerē, ecce ut euenire solet, ad manus ipsius Euclidis data peruenerũt. opus sane præter id quod iucũdum studentibus etiam necessariũ, quãdoquidē ex eo facillime datur intelligi, quod toties Euclides ipse in elementis datum appellat. Quod opus quoniã pulchrũ, utile, necessariũ, scitu iucundũ. & quia ex hijs laqueis mathematicis me eximere, nescio, tum quoniam hucusq; latinis ignotũ extitit, latinũ id à me propterea faciendum esse censui, tuoq; nomini humanissime philosophe destinandum: Eo sane argumento ut meã erga te obseruãtiam, amoreq; singularē inde cognosceres. Tũ quoniã cũ hisce diebus triũuiratũ. Rei. pu. patrocinatoriũ ageres, magistratum sane in ciuitate grauissimũ, à quo sicut uirtutes benignissime fouentur, sic uitia & scelera seuerissime uindicãtur, quē cũ per pauculos dies mira integritate, sed miranda te adcuntiũ satisfactione exercueris, & adeo ut Brixiensiũ præfectus omnium pene comitiorũ suffragijs designatus extiteris, tu te meo patri nescio quali liberalitate te me uel libenter cognoscere uelle dixisti. Cognosces igitur me, & quid tui uetustissimũ mãcipiũ. quale uero quis nescit, ineruditũ, indoctũ, incultũ, philosophũ tamē. & cũ qui diuini Platonis decreta auidissime sequi cupiat, ita tamē ut quãdoq; uelut trãsfuga & explorator castra philosophãtiũ petat. Sed quoniã si uelis binas lõge inæquales magnitudines cõponere: id, inquã, haud facile factu tibi fuerit, nisi medius quidã sit, ppositus limes quo analogico medio extrema cõueniant, coalescant, seq; mutuo pulsent. Nã si sexdecim ad quaternariũ cõparare uolueris. quippe quoniã lõge distãt, medio indigent: octonario sane, ad quē eã sexdecim habēt, quã ipse ad quatuor habitudinē. duplã quidē. Sed quoniã bini dupli quaternariũ cõficiũt, ex ea igitur analogia ipsorũ sexdecim, ad octo, & octo ad quatuor, ea scatet rõ quadrupla qua & sexdecim, & quatuor reuinciũtur. Quod cũ ita sese habeat, cũ mea paruitas tuæ magnitudini nulla ex parte cohereat, fuit igitur medium adhibendũ, quo tibi uir clarissime fuisset satisfactũ. & id sane q; tuæ illi rarissimæ doctrinæ correspõderet. Data igitur ipsius Euclidis ea erũt quibus me cognosces, quibus meã erga te fidē, & obseruãtiæ magnitudinem intueberis. Quæ cũ in præsentia græca ueste reposita, latina induta sint, te petũt, te adeũt, te uir doctissime uidere gestiunt, tuoq; sublimi iudicio comprobata, sub tuo nomine in manus studentiũ uenire cupiunt. Tantũ igitur hospitem philosophe præstantissime hilari fronte serenoq; uultu accipies, & eo sane quo uiros doctos aspicere, & tibi beneuolentia deuincire soles. Verũ quoniã priscorũ fuit cõsuetudo ut maximos uiros absque munere adire nulli liceret, id propterea, tibi nõ orientaliũ gēmas: non Arabũ munera uulgo preciosa, non id quod plures hominũ preclarissimũ bonũ existimãt. aurũ scilicet, nõ id demũ quod paruo tēporis interuallo exiguo nutu fortunæ euanescit afferimus. Id quoniã tibi tradere conamur quod rarissimum sit, idq; propterea omni thesauro fœlicicisq; Arabiæ ditissimis muneribus lõge preciosius, lõgeq; preclarius, hæc igitur nostra tibi erũt tradita munera, quæ si talia fuerint, quæ tua excellēs doctrina amplexetur, tuũ illud ferax ingeniũ benigne foueat. Curabimus nostris laboribus, præclaris illorum ueterũ operibus, & huic nostræ ætati ignotis nomen tuũ illustrare, ut tu multis annis etiã post mortē uiuere possis. Sed hoc iam satis est, hoc libello, iam peruenimus usq; ad umbilicũ, lõgaq; nimis ac inculta oratione, quæ ne quã par est prolixior euadat. iam te ad sublimē datorum doctrinã philosophe doctissime transmittã. Valeas æternũ philosophantiũ exemplar rarissimũ. Venetijs. M. D. V. VIII. ID. Sextilis.

EVCLIDIS MEGARENSIS PHILOSOPHI PLATOnici mathematiciq; præstantissimi Incipit liber Datorum ex traditione Pappi Bartholomæo Zamberto Veneto interprete.

Diffinitio prima.

DATA magnitudine dicũtur areæ lineæ, & anguli quibus æqualia possumus exhibere.

Diffinitio secunda.

Ratio dati dicitur cui eandem possumus exhibere.

Diffinitio tertia.

Rectilineæ figuræ specie dari dicuntur, quarũ anguli dati sunt ad unum, & laterum rationes adinuicem datæ.

Diffinitio quarta.

Positione dari dicuntur signa, lineæ, & anguli, quæ eundē semper locum obtinent.

Diffinitio quinta.

Circulus magnitudine dari dicitur, cuius quæ ex centro magnitudine datur.

Diffinitio sexta.

Positione magnitudineq́ circulus dari dicitur, cuius centrū positiōe datur, ea quæq́ ex centro magnitudine.

Diffinitio septima.

Segmenta circuli magnitudine dari dicūtur, in quibus anguli dati sunt, & segmentorum bases, magnitudine.

Diffinitio octaua.

Positione & magnitudine segmenta dari dicuntur, in quibus & anguli dati sunt magnitudine, & bases segmentorum positione & magnitudine.

Diffinitio nona.

Magnitudo magnitudine dato maior est, quando sublato dato, reliquū eidē æquū fuerit.

Diffinitio decima

Magnitudo magnitudine dato minor est, quando adiecto dato, totū eidem æquum fuerit.

Diffinitio undecima.

Magnitudo magnitudine dato maior est quā in ratione, quādo ablato dato reliquū ad idem rationem datam habuerit.

Diffinitio duodecima.

Magnitudo magnitudine dato minor est quàm in ratione, quādo apposito dato reliquum ad idem rationem habuerit datam.

Diffinitio decimatertia.

Producta est quæ à dato signo in positione rectam lineam acta recta linea in datum angulum, uel in datum signum.

Diffinitio decimaquarta.

Reducta quæ à dato signo ad positionē rectam lineā, recta linea in angulo dato acta est.

Diffinitio decimaquinta.

Appositione est quæ per datum signum positione rectæ lineæ parallelus acta est.

Interpres

Quoniam in eo uolumine ex quo Data huiusmodi transcripsimus, in latinumq́ conuertimus, quod sane uetustissimū est, nōnullas adiectiōes cōperimus, quæ licet breues & cōcisæ sint, quoniā ad datorū intelligentiā plurimū conferunt, ut sese habēt sic eas sumus interpretati, studētes uero iudicabūt. Apud græcos id obseruatum, inquā, inuenimus, ut nō omnes interpretatiōes autorū scribant aut cōficiant, sed hij tantū qui inter autores nominari possint, ut fuerunt homerici & pyndarici interpretes, & alij plures uiri sane grauissimi in disciplinis humanioribus. Itidē quoq; in physiologicis ut sunt interpretes Aristotelici, Ammonius, Alexander, Ioannes grā. Themistius, & Platonici, sic etiā in mathematicis, ut Theon, Hypsicles, Pappus, Heron Alexandrinus, Proclus Lycius qui in Euclidē scripserūt, factūq́ est id propterea ut apud Græcos nō uideamus ista immensa nugarū uolumina, quorū nos latini pleni sumus. Videmus enim unūquēque autorē tribus & quatuor cōmentationibus esse nō interpretatū, sed laceratum, & adeo ut crebro studentes nesciāt ubi nā sit incipiendū, quippe quoniā sunt adeo nugis & laruis nescio quibus obsiti, ut cæcutiētes in tenebris ambulent, illud, inquā. Horatianū si unquā nūc mirū in modū uerū est. nā scribimus indocti doctiq́ poëmata passim, nolim tamen detrahere famæ & autoritati. Seruij, Acronis. Porphyrij. Donati, Lactantij grauissimorum autorū, qui linguā latinam illustrarūt, de illis uero alijs quid dicendum supersit ignoramus. Ecce etiā plurima uideas opuscula in grāmaticis composita quæ in eū creuerunt numerū ut studentes superauerint. Miramur plurimum quod in hac nostra ætate tāta sit audacia. ut quasi Priscianus. Diomedes, Agretius, Phocas. Donatus, & alij autores grauissimi non satis exquisite ea quæ in grāmaticis erant dicenda cōnscripserint, nescio qui insurrexerint conantes ut suæ nugæ neglectis autoribus bonis legantur, & hijs assuescant adolescentes, qui hijs nugis cura præceptorum iudicio carentium studentes scholis ignorantissimi exeunt, sed hos iam missos faciamus cū cuilibet audēdi semper æqua fuerit potestas, redeamusq́ ad rem nostram. Vbicūq; igitur in datorum theorematibus lector humanissime uidebis aliqua dicta per Scholium, ea omnia ex græcis adiectionibus sumpta esse censeto. Ea enim à græcis scholia nuncupātur, quæ à nobis latine postilla dicuntur.

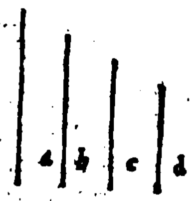
Scholium

Datorum aliqua positione:at alia magnitudine data sunt. Datum siquidem quadrupliciter dicetur,aut enim magnitudine,aut specie,aut ratione,aut positiōe dari dicitur: quid uero horū unūquodq; significet,ipse Euclides docet. Cōiter aūt dicitur datum, cui idem inuenire & exhibere est possibile. Datorum uero traditionem in plano uno positā accipimus,sicut in sex prioribus libris elementorum. Data sunt definita.hoc est quorū finis datur aut intellectu aut sensu,hijs enim æqua possumus exhibere,similiter autem siue intelligentia,siue sensu,potest autem rationale & irrationale datum esse,ut inquit Pappus in principio eorum quæ in Euclidem scripsit,rationale namq; Datum est: sed non omnino Datum rationale est,sed has tres diffinitiōes ultimas de magnitudinibus aiunt esse Apollonij.

Theorema 1 Propositio 1

Datarum magnitudinum ratio adinuicem datur.

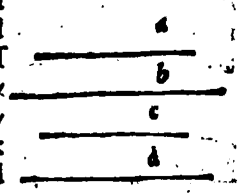
Sint datæ magnitudines a.b.dico quod ipsius a ad b. ratio data est. Quoniam enim datur a,possibile est per primam diffinitionē ei æquam exhibere, exhibeatur & esto c. Rursus quoniam data est b possibile est per eandem eidē æquam,exhibere.exhibeatur & esto d:quoniam igitur a est æqualis ipsi c,& b ipsi d:est igitur sicut a ad c.sic est b ad d,uicissim per 16 quinti elementorum sicut a ad b.sic c ad d. ipsius igitur a ad b ratio data est,eadem namque eidem exhibetur ipsius c ad ipsam d.



Theorema 2 Propositio 2

Si magnitudo data ad aliam aliquam magnitudinem rationem datam habuerit,& eadem magnitudine datur.

Data,inquam,magnitudo a ad quampiam aliam magnitudinem b rationem habeat datam. Dico quod ipsa b magnitudine datur. Quoniā enim datur a possibile est eidem per primam diffinitionem eandem exhibere, exhibeatur at esto c. Et quoniam ratio ipsius a ad b datur,sic enim supponitur,& ei æqualem per 2 diffinitionem exhibere est possibile,exhibeatur, estoq; ipsius c ad ipsam d ratio,& quoniam est sicut a ad b sic est c ad d:uicissim igitur per 16 quinti element. est sicut a ad c, sic b ad d:æqualis autem est a ipsi c:æqualis igitur est & b ipsi d. Datur igitur per primam diffinitionem ipsa b magnitudo,æqualis siquidē ei exhibetur d.



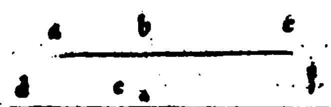
Scholium

Hoc precedētis conuersum est quodammodo,sed non uniuersaliter id esse conuersum dicendum est, esset enim uniuersaliter id precedentis cōuersum si magnitudines inuicē rationem haberent datam, dantur magnitudine,nonnulli autem aggrediuntur ut ostendant esse conuersum precedentis,inquiuntq; quod si magnitudines aliquæ rationem adinuicem datam habuerint dantur magnitudine.

Theorema 3 Propositio 3

Si datæ magnitudines quæcunque compositæ fuerint, & ex ipsis compositum datum erit.

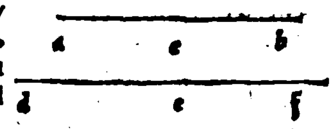
Componantur enim quælibet datæ magnitudines a b,b c. Dico quod & quod ex a b,b c hoc est ipsum a c conflatū datum est. Quoniam enim datur a b possibile est per primam diffinitionem æqualē eidem exhibere: exhibeatur per eandem sitq; d e. Rursus quoniam datur b c,possibileq; est eidem eandem exhibere,exhibeatur per eandem & sit e f. Quoniā igitur æqualis quidem est a b ipsi d e & b c ipsi e f. Tota igitur a c toti d f,est æqualis:per 2 communem sententiam. Datur igitur ipsa a c:eidem siquidem in eadē exhibetur d f,



Theorema 4 Propositio 4

Si à data magnitudine,data magnitudo auferatur, reliqua data erit.

A data ſiquidem magnitudine a b data auferatur magnitudo a c. Dico quod reliqua c b, data eſt. Quoniam enim datur a b, poſſibile eſt eidem æqualem exhibere, exhibeatur per primam diffinitionē & ſit d f. Rurſus quoniam datur a c. poſſibile eſt ei æquam exhibere, exhibeatur per eādem & ſit d e. Quoniam æqualis eſt a b ipſi d f. & a c ipſi d e, reliqua igitur b c, reliquæ e f. eſt æqualis per tertiam cōmunem ſententiam. Datur igitur b c, æqualis enim eidem exhibetur e f.



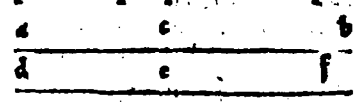
Scholium.

Et id theorema præcedentis quod minime eſt conuerſum, proprie ſiquidem eſſet cōuerſum, ſi data magnitudo in quaſcūq; diuiſa fuerit, & unaqueq; earū in quas diuiditur data eſt, quæ eidē eædē & adinuicem ſunt eædē, hoc, inquā, patet in 11 quinti elemētorū.

Theorema 5 Propoſitio 5

SI magnitudo ad ſui partem aliquam rationem habuerit datā, & ad reliquam rationem habebit datam.

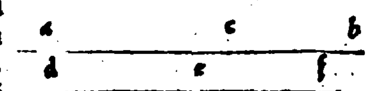
Magnitudo ſiquidem a b ad aliquam ſui partem a c, rationem habeat datam, dico quod & ad reliquam b c, rationem habet datā, ponatur ſiquidem data magnitudo d f. & quoniam per primam propoſitionem ipſius b a ad a c, ratio data eſt, eadem eidem per 2 diffinitionē exhibeatur, ut ipſius d e ad d f, poſſibile enim eſt tribus datis magnitudinibus quartā proportionalem inuenire per 11 ſexti elementorum. Ipſius igitur f d. ratio data eſt, data igitur eſt & f d. Igitur & d e, data eſt, & reliqua igitur e f, data eſt. Eſt autem & d f data. Ratio igitur ipſius d f. ad f e, data eſt. Et quoniam eſt ſicut d f ad d e, ſic a b ad a c. Counertendo igitur per corre. 8 quinti elemen. eſt ſicut d f ad f e, ſic a b ad b c. Ratio aūt ipſius d f ad f e, data eſt ut patuit. Ratio igitur & ipſius a b ad b c, data eſt.



Theorema 6 Propoſitio 6

SI binæ magnitudines compoſitæ fuerint adinuicem rationem habentes datam, & tota ad ipſarum utranque rationem habebit datam.

Componantur enim binæ magnitudines a c. c b adinuicem datam rationem habentes. Dico quod tota a b ad utranque ipſarum a c, c b rationem datā habet, exponatur enim data magnitudo d e, & quoniā per primam propoſitionem ratio ipſius a c, ad c b data eſt, eadem fiat quæ ipſius d e ad e f ratio: data eſt autē utraque ipſarū d e, e f data. Ratio igitur ipſius d e ad utrāq; ipſarū d e, e f, data eſt. Et quoniā eſt ſicut a c ad c b ſic eſt d e ad e f. Cōponendo igitur per 18 quinti elementorum ſicut a b ad b c, ſic d f. ad f e, & conuertendo igitur per correlariū decimæoctauæ quinti elementorum ſicut b a ad a c, ſic d f. ad d e, & quoniam ſicut d f. ad utranque ipſarum d e, e f. ſic a b, ad utrāq; ipſarū a c, c b. Ratio igitur & ipſius a b ad utranque ipſarum a c, c b data eſt.



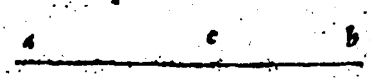
Scholium.

Datarum ſiquidem magnitudinum ratio inuicem datur, æquā enim ipſius d f. ad f e, exhibemus rationem.

Theorema 7 Propoſitio 7

SI data magnitudo in datam rationem diuiſa fuerit, utrunq; ſegmentum datum eſt.

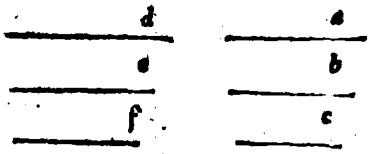
Data enim magnitudo a b, in datam rationem ipſius a c ad c b, diuidatur. Dico quod utrunq; ſegmētum & a c & c b datū eſt: quoniam enim ratio ipſius a c ad c b data eſt, ratio igitur ipſius a b ad utrāque ipſarū a c, c b data eſt. Data eſt a b data igitur utraque ipſarum a c, c b.



Theorema 8 Propositio 8

IAndem ad idem rationem datam habentia, & adinuicem ratio nem datam habebunt.

Habeat siquidē utraq; ipsarū a, c ad b rationē datā. Dico quod & a ad c, ra tionē habebit datā. Sit, inquā, data magnitudo d, & quoniā ratio ipsius a b data est, eadē eidē fiat quæ ipsius d ad e. Data, inquā, est d, data igitur & e. Rursꝰ quo niā ratio ipsius b ad c data est, eadē eidē fiat quæ ipsi us e ad f, data est e, data igitur est & f. Est autē & d, da ta. Ratio igitur ipsius d ad f, est data. Et quoniā est si cut d ad e, sic a ad b, & sicut b ad c, sic est e ad f, sed ratio ipsius d ad f, data est, ratio igitur & ipsius a ad c data est.



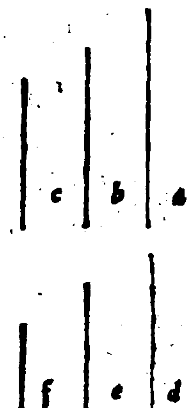
Scholium

Aequa est ratio sicut in 17 diffinitiōe & 22 propositiōe 5 ele. patet.

Theorema 9 Propositio 9

SI binæ aut plures magnitudines inuicē rationē habuerint da tam, habuerint autē eædē magnitudines inuicē ad alias quas dam magnitudines rationes datas, neque easdem, & ipsæ ma gnitudines inuicem rationem datam habebunt.

Binæ, inquā, siue plures magnitudines a, b, c adin uicem rationē habeāt datā, habeant aūt ipsæ a, b, c magnitudines ad alias quasdā magnitudines d, e, f, datas rationes. nō aūt easdē. Dico quod & ipsæ d, e, f magnitudines ad inuicē rationē datā ha bebunt. Quoniā ipsius a ad b, ratio est data, & ipsius a ad d, ratio est data, & ipsius igitur d ad b ratio est data. Sed ipsius b ad e ratio est data, & ipsius igitur d ad e, ratio est data. Rursus quoniā ipsius b ad c ratio est data, ipsius autem b ad e, ratio est data, & ipsius igi tur e ad c ratio data est. Ipsius autem c ad f ratio est data, & ipsius igitur e ad f ratio est data, ipsæ igitur d, e, f, adinuicē rationem da tam habent.



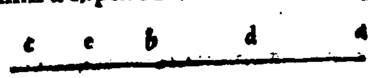
Scholium

Si enim de substantia se habet ostensio quando hoc fuit eadē, uel ratio propositarum ad aliquas contingentes magnitudines ea dem, uel quod contingentes rationē habebūt datā, in hoc exerce tur problema.

Theorema 10 Propositio 10

SI magnitudo magnitudine dato maior fue rit quàm in ratione, & utraque eadem dato maior erit quàm in ratione, & si utraq; eadē dato maior fuerit quàm in ratione, & reliqua eadē uel dato maior est quàm in ratione, uel reliqua cū consequenti ad quā altera rationem habet datam, data est:

Magnitudo, inquā, a b magnitudine b c dato maior esto quàm in ratione, dico quod & utraque a c, eadē c b, dato maior est quàm in ratione. Quoniā enim a b, ipsa b c, dato maior est quàm in ratione auferatur data magnitudo a d. Reliquæ igitur d b, ad b c, per 4 propositionem ratio est data, & cōponēdo per 18 quinti ele. & 5 datorū ipsius d c ad b c, rō data est, & est data a d igitur ipsa d a ipsa c d dato maior est quàm in rōne. Rursus iam a c, ipsa c b, dato maior esto quàm in ratiōe. Dico quod & reliqua a b, eadē b c, aut dato maior erit quā in ratione, uel ipsa a b cum consequenti ad eam ad quam ipsa b c, rationem datam habet, data est. Quoniam enim a c, ipsa c b, dato maior est quā in ratione, auferatur data magnitudo. Data iam aut ipsa a b, minor, aut maior est. Sit prius minor, sitq; a d. reliquæ igitur d c ad c b, ratio per 4 propositionē data est. Distribuendo igitur quod ipsius d b ad b c, ratio data est, per 7 propositionē estq; data ipsa a d. Igitur a b ipsa b c dato maior est q̄ in ratione. Sed iam data maior esto ipsa a b, ponaturq; per diffinitionem primam datorum eidem æqualis a e. Ratio



igitur reliquæ e c ad c b data est. Quare & econtra ipsius b c, ad e c, ratio data est, & conuertendo per correlarium 19 quinti elementorum ipsius b c ad b e, ratio data est, & est e b, cum ipsa b a, data. Tota enim a e, data est. Igitur b a, cum consequenti ad quam b, rationem datam habet, data est.

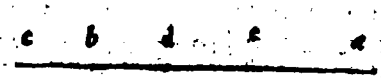
Scholium.

Hoc est componendo maior est quàm in ratione, sicut magnitudo 10 & altera magnitudo 15 data autem sit 5 & utraque 15, & ipsa 10 in ipsa c d, est data quàm in ratione. Auferantur sicut à data cap. 10 ad 20 data sicut nunc in secunda ratione & sicut in diffinitionibus dictum est, sicut magnitudo a b, per hypothesim 15 magnitudine b c, existente per hypothesim 10 dato maior esto quàm in ratione. Sitque data ad 15, si igitur ab ipsa a b, abscindis datū a d, hoc est; reliqua d c 10 ad b c 10 rationē habet datā. patuit autem in diffinitionibus, dato enim maior est quàm in ratiõe hoc patet, & manifestum quod & reliqua est, & tota a c, maior est dato quàm in ratione. Si enim æqualis extiterit data a b reliqua b c ad eandē b c, rursus datā habet rationem, possum siquidē eandē eidem exhibere sicut in diffinitionibus. Datur siquidem e c, per 4 theorema, & quoniā datur utraque e ipsarum c a, a e, & ipsarum adinuicem ratio datur, per primum theorema & ipsius a c ad c e. Sed ipsius a c, ad c b, sic ipsius b c ad c e. Quoniam enim est sicut a d ad d e, sic c d, ad d b, & uicissim, per 16 quinti elemē. sicut a d ad d c sic e d ad d b. Et cõponēdo igitur, 18 quinti element. sicut a c ad c d, sic e b, ad d b, & uicissim per 16 quinti element. sicut a c ad e b, sic c d ad d b: datur autem ipsius a d, ad d b, ratio. Datur igitur & ipsius a c ad e b, ratio. Sed potius cõcisius dicēdum est sicut unū antecedentiū ad unū sequentiū, hoc est sicut c d ad d b, sic omnia antecedentia, ad omnia sequentia, hoc est a c ad e b.

Theorema 11 *Propositio 11*

SI magnitudo magnitudine dato maior fuerit quàm in ratione eadem, & utraque dato maior erit quàm in ratione. & si eadem & utraque dato maior fuerit, quàm in ratione, eadē & reliqua dato maior igitur erit quàm in ratione.

Magnitudo enim a b ipsa b c dato maior sit quàm in rõne. Dico quod & ipsa a c, dato maior est quam in ratione. Quoniam enim a b ipsa b c, dato maior est quam in ratione auferatur data magnitudo a d. Reliquæ igitur d b ad d c, ratio est data & econtra & componendo per 18 quinti elemen. & 4 datorum. Eadē eidem fiat, ipsius a d ad d e. Ratio igitur ipsius a d ad d e data est. Data est, a d, data igitur & d e. Quare per quartā propositionem reliqua e a data est. Est autem totius a c ad totam ratio, quare & ipsius e b ad a c, ratio est data & a e, data est. Igitur b a ipsa a c. dato maior est quàm in ratione. Dico quod eadem a b reliqua b c, dato maior est igitur quàm in ratione. Quoniam enim ab ipsa a c dato maior est quam in ratione. auferatur data magnitudo a e, reliquæ igitur e b ad a c, ratio data est. Quare & ipsius a c hoc est econtra a d, e b, ratio est data. Eadem eidem fiat, ipsius a d ad e d, & ipsius d a igitur ad e d, ratio est data. Et conuertendo per correlariū 19 quinti ele. ipsius d a ad a e ratio est data, & econtra ipsius e a ad a d ratio est data & data est a e, data igitur & tota a d. Et quoniam tota a c ad totam e b, ratio data est quarum ipsius a d ad d e, ratio data est, erit & per 19 quinti elementorum reliquæ c d ad reliquā d b ratio data. Et distribuendo per 7 propositionē ipsius c b ad b d, ratio est data. Quare & ipsius d b, ad b c, ratio est data. Ipsa enim d a data est, igitur a b ipsa b c maior est dato, quam minor.



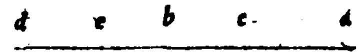
Scholium

Quoniam enim est sicut a c ad e b, sic ablata a b ad ablatam d e, & reliqua igitur c d ad a d reliquam d b est sicut a c ad e b, per 19 quinti elementorum: data autem est ipsius a c ad e b, ratio data igitur & ipsius c d ad d b.

Theorema 12 *Propositio 12*

SI fuerint tres magnitudines, & prima cum secunda data fuerit, fuerit autem & secunda cum tertia data, prima tertiæ aut est æqualis uel altera dato maior est.

Sint tres magnitudines a b, b c, c d, & a b cum b c, data sit ut a c. At b cum c d, data sit ut d b. Dico quod a b ipsi c d, aut est æqualis, uel altera altera dato maior est. Quoniã enim data est utraque ipsarũ a c, b d. Data iam aut sunt æqualia aut inæqualia. Sint primũ æqualia, æqualis igitur est a c ipsi b d, communis auferatur e b, reliqua igitur a b reliquæ c d est æqualis. Non sint autem æqualia, sed esto maior a c, ipsa b d & ipsi b d exhibeatur æqualis c e, per 3 primi elemen. Ipsa b d data est, data igitur est & c e, est autem & tota a c data, & reliqua a e, data est. Et quoniam æqualis est e c ipsi b d, communis auferatur b c: reliqua igitur b e, reliquæ c d est æqualis. Est aũt data a e. Igitur a b ipsa c d, dato maior est.



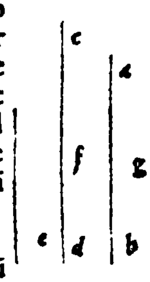
Scholium.

Si autem maior fuerit b d ipsa a c dato a c æquum aũt quod ex b & eadem efficiẽtes demõstrabimus, quod c d ipsa a b dato maior est, hoc enim patuit in prima, uel altera altera dato maior est.

Theorema 13 *Propositio 13*

SI fuerint tres magnitudines, & prima ad secundam rationẽ habuerit datam, secunda uero tertia dato maior fuerit quàm in ratione, & prima tertia dato maior erit quæ in ratione.

Sint tres magnitudines a b, c d, e & ipsa quidem a b, ad c b, rationem habeat datam, at c d ipsa e dato maior sit quàm in ratione. Dico quod & a b ipsa e dato maior est quàm in ratione. Nam quoniã c d ipsa e dato maior est quàm in ratione: auferatur data magnitudo c f. Reliquæ igitur d f, ad e ratio data est, & quoniam ipsius a b ad c d, ratio data est, eadẽ eidem fiat quæ ipsius a g ad c f, data. Data est c f, data igitur, & a g & reliquæ g b ad reliquam f d, ratio data est, & ipsius d f ad e, ratio data est, & ipsius g b ad e igitur ratio data est. Est autem data a g. Igitur ipsa e dato maior est quã in ratione.



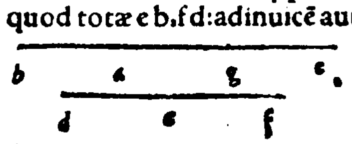
Scholium.

Si enim fuerit sicut totum ad totum, sic ablatum ad ablatum, & reliquũ ad reliquũ erit sicut totum ad totum, sicut patet per 19 quinti elemen. & in diffinitionibus, componitur enim dato quod maior sit quàm in ratione.

Theorema 14 *Propositio 14*

SI binæ magnitudines adinuicem rationem datam habuerint, appositaq; fuerit earum utrique data magnitudo, totæ adinuicem aut rationem datam habebunt, aut altera altera maior est quàm in ratione.

Binæ siquidem magnitudines a b, c d, adinuicẽ rationẽ habeant datam: & apponatur earũ utrique data magnitudo hoc est a e, & c f. Dico quod totæ e b, f d: adinuicẽ aut rationem habent datam, uel altera altera, dato maior est quàm in ratione. Nam quoniam data est utraque ipsarum e a, c f. Ratio igitur ipsius e a ad c f, data est, & siquidem eadem quæ ipsius a b ad c d igitur & totius e b ad totam f d, ratio est data. Non autem sit eadem. Fiat que sicut a b ad c d, sic g a ad c f. Ratio igitur & ipsius g a ad c f, data est. Data aũt est f c, data igitur & g a & ipsius f c ad g a, ratio data est. Et reliqua igitur e g, data est. Estq; sicut a b ad c d, sic g a ad f c. Ratio igitur ipsius g a ad f c est data. Data autem & f c. Data igitur est & g a. Est autem & ea data, & reliqua igitur e g, data est. Et quoniã sicut a b ad c d, sic g a ad f c, ratio igitur ipsius g b ad f d, data est. Est autẽ data & e g. Igitur e b ipsa f d, maior est dato quàm in ratione.

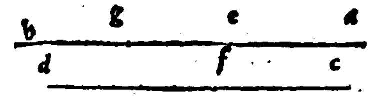


Scholium

Si uero efficiemus sicut a b ad c d, sic a e, ad id quod ex c, sicut in 7 inuenietur f d ipsa e b, dato maior quàm in ratione.

Theorema 15 *Propositio 15*

SI binæ magnitudines adinuicem rationem datam habuerint, & auferatur ab earũ utraq; data magnitudo, reliquæ adinuicẽ aut rationẽ rationem datam habebunt, uel altera altera dato maior erit quàm in ra/ tione.



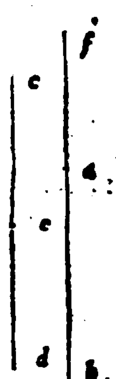
Binæ nãq; magnitudines a b.c d.adinuicẽ rõnẽ habeant datã.auferaturq; ab earũ utraq; data magnitudo: ab ipsa.inquã,a b ipsa a e,ab ipsa uero c d ipsa c f. Dico quod & reliquæ e b.f d,adinuicẽ aut rationem habebunt datam.uel altera,altera dato maior est quàm in ratione. Nã quoniã utraq; a e,c f,data est,ratio igitur ipsius a e ad c f.data est,per primã propositionẽ.Et siquidem eadem est ei quæ ipsius a b ad c d.erit & reliquæ e b,ad reliquã f d.ratio data.Non sit autem eadẽ fiatque sicut a b ad c d,sic a g ad c f.Ratio autẽ ipsius a b,a d c d,data est.Ratio ipsius igitur a g.ad c f data est.Data igitur est & a g.est aũt & a e,data. Et reliqua igitur e g data est. Et quoniã est sicut a b ad,c d,sic est a g,ad c f.Reliquæ igitur g b.ad reliquã. f d ratio data est.Est autẽ data e g.Igitur e b,ipsa f c.dato maior est quàm in ratione.

Scholium.

Hoc conuersum est quodammodo præcedentis,ostendens.q; si appositæ fuerint datæ magnitudines,eis datam habent rationem,nunc uero auferatur eadem ab eisdem idem ostendit.

Theorema 16 *Propositio 16*

SI binæ magnitudines inuicem rationem habuerint datam,& sub una earum data magnitudo auferatur,alteri uero earum data magnitudo apposita fuerit, tota dato maior est quàm in ratione.

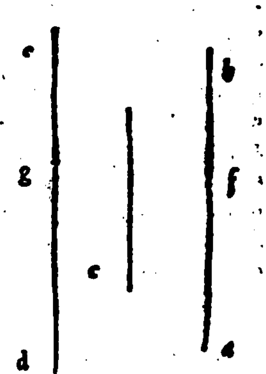


Binæ siquidem magnitudines a b.c d,rationem habeant datam.& ab ipsa c d.data auferatur magnitudo,ipsi uero a b data apponatur magnitudo f a.Dico quod tota f b tota e d,dato maior est quàm in ratione.Nam quoniam ipsius a b ad c d,ratio data est,eadem eidem fiat hoc est ipsius a g ad c e.Igitur ipsius a g ad c e ratio data est.Data autẽ est c e,data igitur & a g.Est autẽ & a f data.Tota igitur f g,data est per 3 propositionẽ.Et quoniã est sicut a b ad c d sic est a g ad c e,& reliquæ g b.ad reliquã e d,ratio est data per 19 quinti elemẽtorum.Et g f data est.Igitur f b ipsa e d dato maior est quàm in ratione.

Theorema 17 *Propositio 17*

SI fuerint tres magnitudines,& prima secũda dato maior fuerint quàm in ratione,fuerit autem & tertia eadem dato maior quàm in ratione,prima ad tertiam aut datam rationem habebit,uel altera altera dato maior erit quàm in ratione.

Sint tres magnitudines a b,c,d e.& utraque ipsarum a b.d e,ipsa c dato maior esto quàm in ratione. Dico quod ipsæ a b,d e, aut adinuicem datam habent rationẽ. uel altera altera dato maior est quàm in ratiõe.Auferatur data magnitudo d g. Reliquæ igitur g e ad c,ratio est data.Id propterea iam & ipsius f b ad c,ratio est data. & ipsius f b ad g e,igitur rõ est data, & eis apponuntur datæ magnitudines a f.d g.Totæ igitur a b,d e,adinuicem uel rationẽ habẽt datam,uel altera altera dato maior est quàm in ratione.



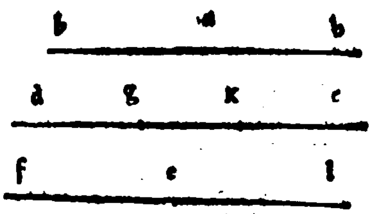
Theorema 18 *Propositio 18*

SI fuerint tres magnitudines,una autem earum utraque reliquarum dato maior fuerit quam in ratione, binæ reliquæ adinuicem aut rationem datam habebunt,uel altera altera dato maior erit quam in ratione.

Sint tres magnitudines a b,c d,e f,earum uero una c d,utraque reliquarum a b,e f,da

to

to maior ſit quàm in rõne. Dico q ipſa a b, ad e f, aut rationem habet datam, uel altera altera dato maior eſt quàm in ratione. Nam quoniam c d ipſa a b, dato maior eſt, quàm in ratione, auferatur data magnitudo c g. Reliquæ igitur g d ad a b, ratio eſt data, eadem eidem fiat quæ ipſius c g ad a h. Ratio igitur ipſius c g ad a h data eſt. Data autem eſt c g: data igitur, & a h & totius c d ad totam h b, ratio eſt data. Rurſus quoniam c d, ipſa e f, dato maior eſt quàm in ratione, auferatur data magnitudo c k. Reliquæ igitur k d ad e f

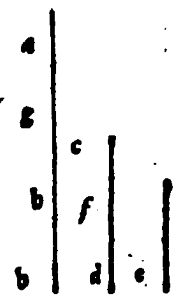


ratio data eſt, eadē eidem exhibeatur quæ ipſius c k ad l e. Ratio igitur & ipſius c k, ad l e, data eſt. Data autem c k, data igitur & l e, & totius c d ad totum l f ratio eſt data. Ipſius autem c d ad h b, ratio eſt data. Et ipſius h b, igitur ad l f. ratio eſt data. Et ab ipſis datæ auferuntur magnitudines h a, l e. Ipſæ igitur a b, e f, aut adinuicem rationē habebūt datam, aut altera altera dato maior erit quàm in ratione.

Theorema 19 *Propoſitio 19*

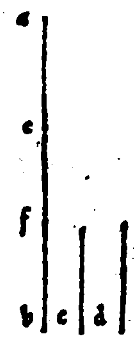
SI fuerint tres magnitudines, & prima ſecunda dato maior fuerit quàm in ratione, fuerit autem & ſecunda tertia dato maior quam in ratione, & prima tertia dato maior igitur erit quā in ratione.

Si tres magnitudines a b, c d, e, & ab ipſa c d, dato maior eſto quàm in ratione, & c d, ipſa e dato maior eſto quàm in ratione. Dico quod & a b ipſa e dato maior eſt quàm in ratione: nam quoniam c d, ipſa e, dato maior eſt quàm in ratione, auferatur data magnitudo c f. Reliquæ igitur f d ad e, ratio eſt data. Rurſus quoniam a b ipſa c d, dato maior eſt quàm in ratione, auferatur data magnitudo a g. Reliquæ igitur g b, ad c d, ratio eſt data, eadem eidem fiat quæ ipſius g h ad c f. Ratio igitur ipſius g h ad c f data eſt. Data autem eſt c f, data igitur eſt & g h, eſt autem & g h data, & tota igitur h a, data eſt. Et quoniā eſt ſicut g b ad c d, ſic eſt, g h, ad c f, & reliquæ h b ad reliquam, f d ratio data eſt. Ipſius aūt f d. ad e, ratio eſt data, & ipſius h b, igitur ad e, ratio eſt data, & data eſt h a. Igitur b a ipſa e, dato maior eſt quàm in ratione.



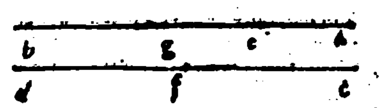
Aliter.

Sint tres magnitudines a b, c, d, & a b ipſa c dato maior ſit quàm in ratione. & c ipſa d. dato maior ſit quā in ratione. Dico quod & a b ipſa d, dato maior eſt quā in ratione. Quoniā a b ipſa c dato maior eſt quā in ratione, auferatur data magnitudo a e. Reliquæ igitur e b ad c ratio eſt data per 4 ꝓpoſitionē. At c ipſa d, dato maior eſt q̃ in ratiōe, & e b igitur ipſa d, dato maior eſt quàm in ratione. Auferatur igitur data magnitudo e f. Reliquæ igitur f b ad d, ratio eſt data per eandem, At a f, data eſt, & a b igitur ipſa d, dato maior eſt quàm in ratione.



Theorema 20 *Propoſitio 20*

SI fuerint binæ magnitudines datæ ab eiſdemq; ablatæ fuerint magnitudines adinuicem rationem datam habentes, reliquæ adinuicē aut datā rōnē habebunt, uel altera altera dato maior erit quàm in ratione.



Sint binæ magnitudines datæ a b, c d. & ab ipſis a b, c d auferātur magnitudines a e, c f, rationē adinuicē habētes datā, dico q ipſæ e b, f d, adinuicē rōnē datā habēt, uel altera altera dato maior eſt q̃ in rōne. Nā quoniā ùtraq; ipſarū a b, c d. data eſt. Ratio igitur ipſius a b ad c d, data eſt, & ſiquidē eadē eſt ei quæ ipſius a e, ad c f, erit & reliquæ e b ad reliquā f d, ratio data. Non ſit iam eadem, fiatq; ſicut e a, ad c f, ſic a g, ad c d. Ratio autem ipſius a e ad c f, eſt data. Ratio igitur ipſius a g ad c d, data eſt. Data autem c d, data igitur & a g. Eſt autem & a b recta linea data, & reliqua igitur g b data est, & quoniam est sicut a e ad c f, sic est a g ad c d, & reliquæ g e ad reliquam f d ratio est data. Data autem est g b, igitur e b, ipsa f d, dato maior est quàm in ratione.

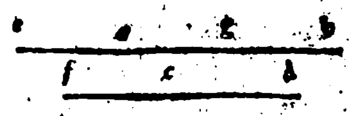
Scholium

Quoniam enim est sicut a e ad c f, sic est a g ad c d, manifestum quod & reliquæ e g ad reliquam, f d, ratio data per 19 quinti elementorum & in aliis eiusmodi per scholium maxime decimi theorematis.

Theorema 21 Propositio 21

SI fuerint binæ magnitudines datæ, eisdemque appositæ fuerint magnitudines adinuicem rationem datam habentes, totæ adinuicem aut rationem datam habebunt, aut altera altera dato maior erit quàm in ratione.

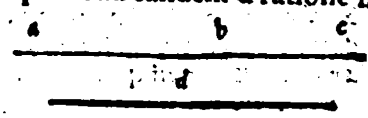
Sint binæ magnitudines datæ a b, c d, apponanturque eisdem magnitudines e a, c f, rationem habentes datam adinuicem. Dico quod & totæ e b, f d, adinuicem rationem habebunt datã: uel altera dato maior est quàm in ratiõe. Quoniã enim data est utraque ipsarum a b, c d. Ratio igitur ipsius a b ad c d, per primam propositionem data est & si quidem eadem est ei quæ ipsius a e ad c f erit, & totius e b ad totam f d ratio data est. Si autem nõ fiat sicut a e, ad c f, sic g a ad c d. Ratio igitur ipsius g a, ad c d, data est. Data autẽ est c d, data igitur est & g a. Est autem & a b data, & reliqua igitur g b data est. Et quoniam est sicut e a, ad c f, sic est a g, ad c d, & totius e g, ad totam f d, ratio est data, & data est g b, igitur e b, ipsa f d, dato maior est quàm in ratione.



Theorema 22 Propositio 22

SI binæ magnitudines ad aliquam magnitudinem rationem datam habuerint, & utraque ad eandem rationem habebit datam.

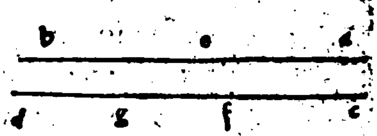
Binæ siquidem magnitudines a b, b c, ad aliquam magnitudinem d rationem habeant datam. Dico quod & utraque a c ad eandem d rationẽ habet datam. Quoniam utraque ipsarum a b, b c, ad d, rationem habet datam: ratio igitur & ipsius a b ad b c data est. Et componendo per 17 quinti elementorum ipsius a c ad c b, ratio est data: ipsius autem b c ad d ratio est data, & ipsius a c, igitur ad d ratio data est.



Theorema 23 Propositio 23

SI totum ad totum rationem habuerit datam, habuerint autem partes ad partes rationes datas, non autem easdem, & omnia ad omnia rationes datas habebunt.

Habeat enim totum a b ad totum, c d, datam rationem, habeant autẽ & a e, e b, partes ad c f, f d, partes datas rationes, nõ autem easdem. Dico quod, & omnia ad omnia rationes habebunt datas. Quoniam enim ipsius, a e, ad c f, ratio data est, eadem eidem fiat ipsius a b ad c g. Ratio igitur & ipsius rectæ lineæ a b, ad c g, rectã lineam data est. Erit & reliquæ e b, ad reliquam f g, ratio data. Ipsius aũte b ad f d, ratio data est. Et ipsius f d ad f g, ratio data est per 18 quinti elemẽtorum, & conuertendo per correlarium eiusdem ipsius f d, ad d g, ratio data est. Et quoniam ratio ipsius b a ad utrunque ipsorum d c, c g, data est, & ipsius d c, igitur ad c g ratio est data, & conuertendo per idem correlarium & ipsius c d, ad d g, ratio est data. Sed ipsius d c ad d f, ratio est data, & ipsius c d, igitur ad d f ratio est data: quare & ipsius c f, ad f d, ratio est data. Sed ipsius quidem c f, ad a e, ratio est data, ipsius autem f d, ad b e ratio est data. Quare omnium ad omnia ratio data est.



Scholium

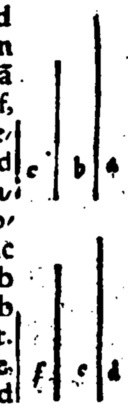
Receptum siquidem est quod ipsius c f ad f d, ratio data est, ponitur autem & ipsius e b ad f d:

ad f d, ratio data, & ipsius igitur c f. ad e b, ratio est data per 8 propositionẽ. Rursus quoniam ipsius a e, ad e b, ratio data demonstratur, ponitur autem & ipsius e b, ad f d, ratio data, & ipsius igitur e a, ad f d, ratio est data, per 8 propositionẽ, & quoniam a e, e b, adinuicem rationem habent datam, & totum a b, ad utrunq; ipsorum a e, e b. rationem habet datam. Quare & similiter & c, ad utranq; ipsarum c f, f d, rationem habet datam. Et quoniam a b, ad c d, rationem habet datam: habet autem & c d, ad utranq; ipsarum c f, f d, rationem datam & a b, igitur ad utranque ipsarum c f, c d, rationem habet datam. Quare omnia ad omnia rationes habẽt datas.

Theorema 24 Propositio 24

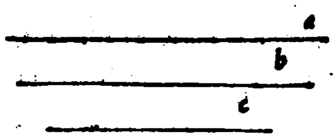
SI tres rectæ lineæ proportionales fuerint, prima uero ad tertiam rationẽ habuerit datam, & ad secundã rationẽ habebit datam.

Sint tres rectæ lineæ ꝓportionales a b c, sicut a ad b, sic b ad c. At a ad c, rationem datam habeat. Dico q & ad b, rationem habebit datam. extendatur enim data recta linea d, & quoniã ratio ipsius a ad c, data est. Eadem eidem fiat ipsius d ad f. Igitur ipsius d ad f, ratio data est. Data autem est d, data igitur est & f, accipiatur per 11 sexti elementorũ ipsorum d f, media proportionalis e. Igitur per 17 eiusdem quod sub d f, æquum est ei quod ex e. Sed quod sub d f, datum est, utraq; enim earum data est. Datum igitur & quod ex e. Est autem & d data. Ratio igitur ipsius d ad e, data est. Et quoniam est sicut a ad c, sic est d ad f. Sed sicut a ad c, sic quod ex a ad id quod sub a c, sicut autẽ d ad f, sic quod ex d ad id quod sub d f. Sicut igitur quod ex a, ad id quod sub a c, sic quod ex d, ad id quod sub d f. Sed ei quidem quod sub a c, æquum est id quod ex b per 17 sexti element. ipsæ a b c, sunt proportionales. Ei autẽ quod sub d f, æquũ est id quod ex e, per eandem. Sicut igitur id quod ex a, ad id quod ex b, sic quod ex d, ad id quod ex e, & sicut igitur a ad b, sic d ad e. Ratio autem ipsius d ad e data est. Ratio igitur ipsius a ad b data est.



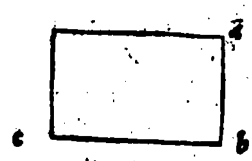
Aliter idem.

Quoniam ratio ipsius a ad c data est, sicut autem a ad c, sic quod ex a ad id quod sub a c. Ratio igitur ipsius a ad id quod sub a c data est. Ei autem quod sub a c æquum est id quod ex b. Ratio igitur eius quod ex a, ad id quod ex b data est. Quare & ipsius a ad b, ratio data est: utriq; siquidem ipsarũ a b, æquas exhibuimus in proprio cuilibet quadrato.



Scholium.

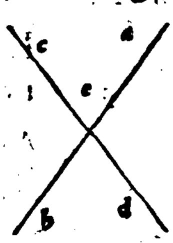
Quoniam didicimus in diffinitiõibus, rectilineas figuras specie dari, quarum anguli dati sunt, & laterũ rationes adinuicem sunt datæ, si efficimus parallelogrammũ a b c d, rectangulum æquum habens d, ipsis a b. habemus siquidem angulorum unumquenq; datum, quoniam recti sunt, omnis enim rectus angulus datur, rectus siquidem à recto non differt, sicut patet per quartum postulatum, & manifestum quod rationes laterũ sunt datæ. Ratio siquidem ipsius a b, ad b c, datur. Quoniam & ipsius d ad f, ratio datur, ac per hoc quod sub d f, datur.



Theorema 25 Propositio 25

SI binæ rectæ lineæ positione datæ sese inuicem secuerint, signũ in quo sese inuicem dispescunt positione datur.

Binæ, inquam, lineæ positione datæ a b, c d, sese inuicem secent in e, dico quod datum est e, signum. Si autem non intercidet e, signũ: intercidet igitur & unius ipsarũ a b, c d, positio, non intercidit autem. Datum igitur est signum e.



Theorema 26 Propositio 26

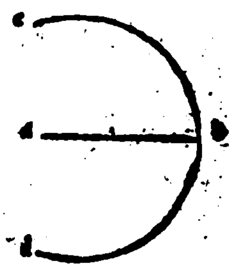
SI rectæ lineæ fines fuerint dati positione, datur ipsa recta linea positione & magnitudine.

Rectæ siquidem lineæ a b fines a b dati sint positione. Dico quod ipsa a b positiõe & magnitudine datur. Si enim manẽte a intercidet ipsius a b rectæ lineæ aut positio, aut magnitudo. intercidet & b signum, nō intercidit autem. Datur igitur a b, recta linea positione & magnitudine.

Theorema 27 Propositio 27

SI rectæ lineæ positione & magnitudine datæ unum extremum datum fuerit, & alterum dabitur,

Rectæ siquidem lineæ a b positione & magnitudine datæ unum extremum a datum sit. Dico quod & b datum est. Si enim manente a signo intercidit signum b, incidit igitur & ipsius a b rectæ lineæ aut positio aut magnitudo, non intercidit autem. Datum igitur est b signum, & centro a, interuallo uero a b, per tertiū postulatum circunferentia describatur c b d, positione igitur est ipsa c b d, positiōe autem & ipsa a b, recta linea. Datum igitur est & b signum.



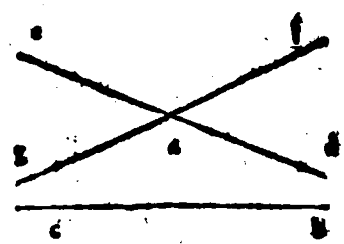
Scholium.

Siquidē enim b signū aut introrsum aut exterius intercidit, igitur recta linea magnitudine data non est. si autem intercidit, aut supra aut infra nec positione data est igitur.

Theorema 28 Propositio 28

SI per datum signum ad positione datam rectam lineam linea acta fuerit datur quæ acta est positione.

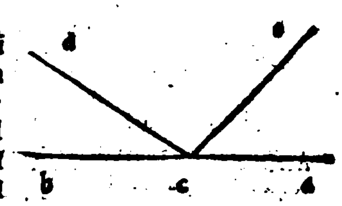
Per siquidem datum signum a ad positione datam rectam lineam b c, recta linea agatur d a e. Dico quod ipsa d a e, positione datur. si autem non manente signo a intercidit ipsius d a e, positio permanente b c parallelo. Intercidat, & esto f a g, parallelus igitur est c b ipsi f a g, sed b c ipsi d a e, est parallelus, & d a e igitur ipsi f a g parallelus est. Sed est coincidens quod est absurdum. Ipsius igitur d a e, positio non intercidit, positione igitur est ipsa d a e.



Theorema 29 Propositio 29

SI additione data recta linea fuerit, ad signumque in ea datum recta linea acta fuerit, datum efficiens angulum, acta positione datur.

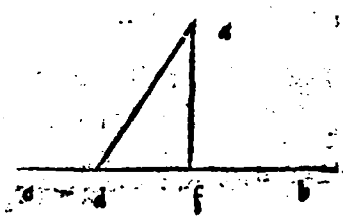
Additione siquidē recta linea a b, & ad signū ad eam datum c, recta excitetur linea c d angulum datum efficiens eum qui sub b c d. Dico quod ipsa c d, est positione data. Si autem non manēte signo c intercidit ipsius c d positio seruans ipsius b c d, anguli magnitudinem. Intercidat & sit c e, æquus igitur est angulus qui sub d c b, ei qui sub e c b, minor maiori quod est absurdum. Nō intercidit ergo ipsius d c, positio, positione igitur est ipsa c d.



Theorema 30 Propositio 30

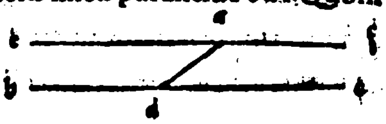
SI à dato signo in positione datam rectam lineam, linea acta fuerit datum efficiens angulum acta positione datur.

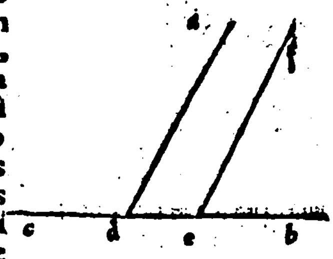
A dato enim signo a in positione datam rectam lineam b c. recta agatur linea a d. datū efficiens angulum sub a d c. Dico quod positione est ipsa a d, Si autem non, manēte a signo intercidit ipsius a d. positio, seruās ipsius a d c anguli magnitudinem. intercidat & esto a f. Aequus igitur est qui sub a d c angulus ei qui sub a f c maior minori, quod est alienū. Non intercidit igitur ipsius a d, positio, positione igitur est ipsa a d.



Aliter idem.

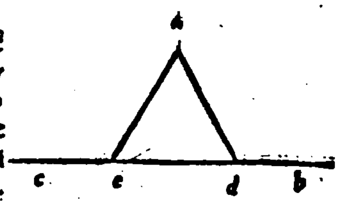
Excitetur per 31 primi elemen. ab a signo ipsi b d c, rectæ lineæ parallelus e a f. Quoniam igitur per datum signum a ad positione datā rectam lineam b d c, recta linea acta est e a f, igitur per 28 propositionem ipsa e a f. positione datur, & quoniam parallelus est e a f, ipsi b d c, & in eas incidit d a: æqualis igitur est per 29 primi elementorum angulus e a d angulo a d c. Datus igitur est & qui sub e a d. Quoniam igitur additione data recta linea e a f, & ad signum in ea datū à recta excitatur linea a d, datum efficiens angulū, igitur per uigesimānonā propositionē positione est ipsa a d. Assumatur in ipsa b c, datum signum e & per e signū ipsi a d, per 31 primi elementorum parallelus excitetur e f. quoniam parallelus est f e, ipsi a d, & in eas incidit b e d. Aequus igitur est per 29 primi elementorum qui sub f e d, angulus ei qui sub a d c. Datus igitur est & qui sub f e c. Quoniam igitur additione data recta linea b c & ad datū in ea signum e linea excitata est e f, datum efficiens angulū f e c, igitur per 29 propositionem positione data est ipsa e f. Quoniam per datū signum a ad positione datam rectam lineā d c linea excitatur a d: igitur per 28 propositionem positione est ipsa a d.





Aliter.

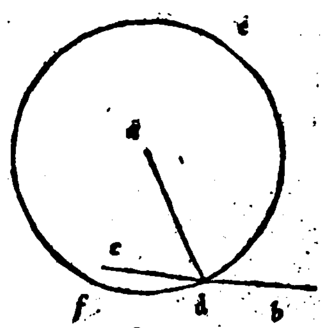
Assumatur in b c, contingens signum e, cōnectaturque e a, quoniam a signum: datum est igitur per 26 propositionem ipsa a e positione data est, positione autem & b c. Quoniam enim utraque ipsarū a e, b c. rectarū linearū positiōe datur. Datur qui sub a e d, angulus magnitudine, sicut in diffinitionibus. possumus enim eidem æquum exhibere. Datus igitur est qui sub a e d angulus, est aūt & qui sub a d e angulus datus, & reliquus igitur qui e a d. datus est. Quoniā igitur additione data recta linea e a & ad signū in ea a, recta excitatur linea a d datum efficiens angulum eū qui sub a e d, positione igitur est per 29 propositionem ipsa a d.



Theorema 31 Propositio 31

Si à dato signo in positiōe datam rectam lineam, recta linea proiecta fuerit data magnitudine, datur etiam positione.

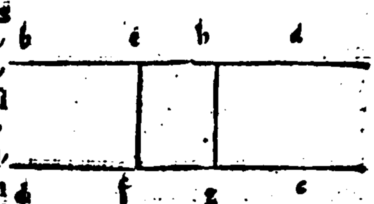
A dato enim signo à in positiōe datam rectam lineam b c recta excitetur linea d a. data magnitudine. Dico quod etiam positione datur. Centro siquidem à interuallo uero a d. per 3 postulatū circulus describatur e d f. positiōe igitur est, per 6 diffinitionē ipse circulus d f. Datur siquidem a cētrū positione, & quæ ex centro a d magnitudine, positione autē & b c. recta linea. Si uero binæ lineæ positiōe datæ sese inuicem secuerint, datur per 25 propositionem signum in quo se dispescūt positione. Est autem & a datum, igitur per 26 propositionē positione datur ipsa a d.



Theorema 32 Propositio 32

Si in parallelas positione datas rectas lineas recta linea acta fuerit, datos efficiens angulos, acta magnitudine datur.

In parallelas enim positiōe datas rectas lineas a b c d, recta agatur linea e f. datos efficiens angulos sub b e f, & e f d. Dico quod ipsa e f, magnitudine datur. Assumatur enim in c d, datum signum g, & per g ipsi e f, per 31 primi elemento. parallelus excitetur g h. Quoniam igitur parallelus est g h ipsi f e, & in eas recta cecidit linea c d, æquus est igitur per 29 primi elementorum angulus e f d, angulo h g d. Datus autem est qui sub e f d

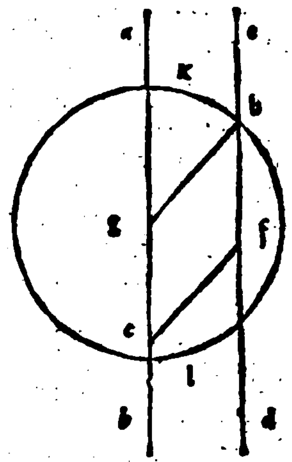


datus igitur est & qui sub h g d, Quoniam igitur additiõe data recta linea c d, & ad in ea datum signum g recta linea excitatur g h datum efficiens angulũ h g f. Igitur per 29 propositionem ipsa g h positione datur, positione autem & a b. Datum igitur est h signum, est autem & g. Data igitur est g h, magnitudine per 26 propositionem, & ipsi e f est æqualis. Data igitur est e f magnitudine.

Theorema 55 Propositio 55

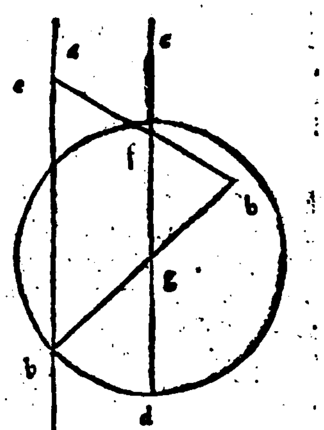
SI in parallelos positione datas rectas lineas recta linea acta fuerit magnitudine data, angulos efficiet datos.

Si in parallelos enim positione datas rectas lineas a b, c d, recta linea excitetur e f magnitudine data. Dico quod angulos datos efficiet sub b e f, e f d, assumatur enim in ipsa a b datum signũ g, & per g ipsi e f, per 31 primi ele. parallelus excitetur g h, æqualis igitur est e f ipsi g h. Data autem est e f magnitudine. Data igitur est & g h. Estq; g datũ. Cẽtro igitur g, interuallo uero g h, circulus descriptus erit positiõe. Describatur sitq; k h l, positiõe igitur est circulus k h l, positiõe aũt & c d, datũ igitur & h signum, est aũt & g datum positione, igitur est ipsa g h, per 26 propositionem, positiõe autem & c d. Datus igitur est qui sub g h d angulus & ei est æquus qui sub e f d. Datus igitur est & qui sub e f d, & reliquus igitur qui sub f e b, datus est.



Aliter.

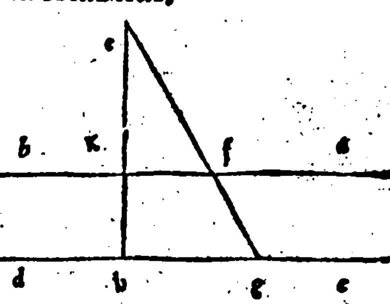
Assumatur in c d datum signum g ponaturq; per 2 primi elemen. ipsi e f, æqualis g d, & centro quidem g spacio uero g d, per 3 postulatum circulus describatur d b, positiõe igitur est ipse b d circulus. Datur siquidem eius cẽtrũ positione & quæ ex centro magnitudine, po sitione autem & a b. Datum igitur est b signum, est autem & g datum positione igitur est ipsa b g, per 26 propositionem, positiõe autem & c d. Datus igitur est qui sub b g d angulus. Et siquidem parallelus est e f, ipsi g b erit, & qui sub e f g, angulus datus: quare & reliquus qui sub f e b angulus datus est. Si autem non concurrunt ipsæ e f. b g in h. Quoniam æqualis est e f ipsi d g hoc est ipsi g b & parallelus est e b ipsi f g, æqualis igitur est f h ipsi h g. Quare & angulus qui sub h g f, ei qui sub h f g, est æqualis. Datus autẽ qui sub h g f. Datus igitur & qui sub g f h, quare & consequens qui sub g f e, datus est, & reliquus qui sub f e b, datus est.



Theorema 54 Propositio 54

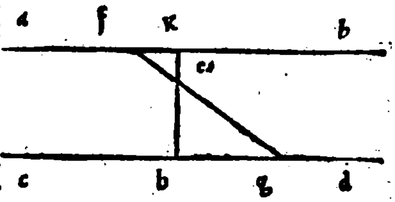
SI in parallelos positione datas rectas lineas à dato signo recta linea acta fuerit, in datam rationem secabitur.

In parallelos enim positione datas rectas lineas a b, c d, à dato signo e. recta excitetur linea e f g. Dico quod ratio ipsius e f ad f g, data est, excitetur enim per 11 primi elemento. ab ipso e signo in c d perpendicularis e k h. Quoniam à dato signo e in positione datam rectam lineam c d, recta linea excitata est e h, datum efficiẽs angulum sub e h g. Igitur per 30 propositionem ipsa e h positione datur, positione autem & utraque ipsarum a b. c d. Datum igitur est utrunque ipsorum k h. Est autem & e datum. Data igitur est utraque ipsarum e k, k h. Ratio igitur ipsius e k ad k h, per primã propositionem data est. Estque sicut e k, ad k h sic e f ad f g. Ratio igitur ipsius e f ad f g data est.



Aliter.

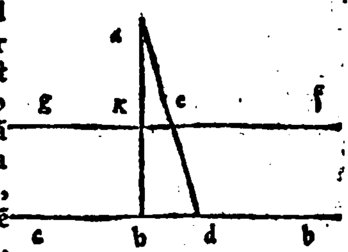
In parallelos siquidem positione datas a b, c d, à dato signo e, recta linea agatur f e g. Dico quod ipsius g e ad e f ratio data est: excitetur siquidem ab e signo per duodecimam primi elementorum in ipsam c d, perpendicularis e h, & extendatur in k. Quoniam à dato signo e, in positione datam rectam lineam c d, recta linea excitatur e h. datū efficiens angulum qui sub e h g, positione igitur est ipse h e a, positione autem & utraq; ipsarum a b, c d. Datum igitur est utrunque ipsorum h k. signorum, est autem & e datum. Data igitur est utraque ipsarum h e, e k. Ratio igitur ipsius h e ad e k data: sicut autem h e, ad e k, sic g e, ad e f. Ratio igitur & ipsius g e ad e f data est.



Theorema 55 Propositio 55

Si à dato signo in positione datā rectam lineam, recta linea acta fuerit & secta fuerit in datam rationem, & per sectionem ad positionem datam rectā lineam recta linea acta fuerit, datur acta positione.

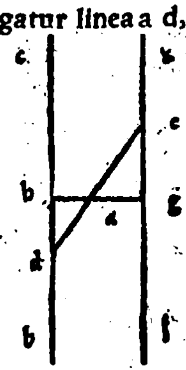
A dato siquidem signo a in positione datam rectam lineam c b, recta linea agatur a d secetur q; per præcedentem in datam rationem ipsius d e, e a. Excitetur q; per trigesimamprimā primi elemen. per e signum ipsi b c parallelus f e g. Dico quod positione est ipsa f e g. Excitetur enim per duodecimam primi elemētorum ab ipso a in ipsam b c, perpendicularis a h, quoniā à dato signo a in positiōe datam rectam lineam b c, recta excitatur linea a h. datū efficiens angulum qui sub a h d, positione igitur est per trigesimamprimam propositionē ipsa a h, positione autem & b c. Datum igitur h signum. Est autem & a datum. Data igitur est per uigesimamsextam propositionē & a h. Et quoniam ratio ipsius d e ad e a, data est: sicut autem d e ad e a, sic h k ad k a. Ratio igitur & ipsius h k ad k a, data est. Componendo igitur perdecimamoctauā quinti elementorū: ratio ipsius h a ad a k, data est, data autem ipsa h a, data igitur & a k. Sed & positione, estq; a datum, datum igitur & k. Quoniā igitur per datum signum k, ad positione datam rectam lineam b c, recta linea excitatur f g, positione igitur est & f g.



Theorema 56 Propositio 56

Si à dato signo in positione datam rectam lineam recta linea acta fuerit, proiectáque fuerit eidem aliqua recta linea rationem habens ad eandem datam, ac per proiectæ finem ad positione datam rectam lineā linea acta fuerit, datur acta positione.

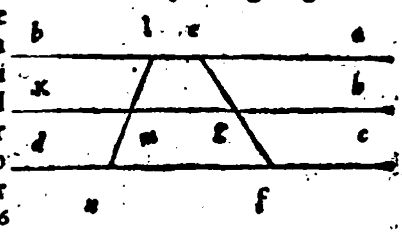
A dato enim signo a in positione datam rectam lineam b c, recta agatur linea a d, & apponatur ipsi a d, ipsa a e, rationem habens ad a d datam, ac per e, per 31 primi elemen. ipsi b c parallelus excitetur f k. Dico quod positione est ipsa f k, excitetur per duodecimam primi elementorum ab ipso a in b c, perpēdicularis a h, extendaturq; in g. Quoniā à dato signo a in positione datam rectam lineam b c, recta excitata est linea a h, datum efficiens angulum a h c, positione igitur datur per 31 propositionem h a g, positione autem & b c. Datum igitur est h signum, est autem & a datum. Data igitur est ipsa a h per 26 propositionem. Et quoniam ratio ipsius d a ad a e, data est, sicut autem d a, e, sic h a, ad a g. Ratio igitur & ipsius h a ad g, data est, data autem h a Data igitur & a g, sed & positione, estq; a datum, datum igitur & g. Quoniam igitur per datum signum, g ad positiōe datā rectam lineam b c, recta excitatur linea f g k, positione igitur est per 28 propositionem ipsa f g k.



Theorema 57 Propositio 57

SI in parallelos positiōe datas rectas lineas recta linea acta fuerit, sectaq; fuerit in ratiōe data, ac per sectionē ad positiōe datas rectas lineas recta linea acta fuerit, datur acta positione.

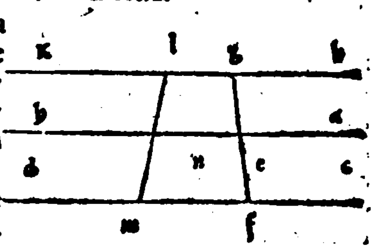
In parallelos enim positiōe datas rectas lineas a b, c d, recta excitetur linea e f. & secetur per 54 propositionē in datā rōnē ipsius f g ad g e. Excitetur p 31 primi ele. per g utriq; ipsarū a b. c d parallelus h k. Dico q positiōe est ipsa h k. Assumatur enim in ipsa a b, datū signū l & per 11 primi ele. ab ipso l excitetur in c d perpēdicularis l n. Quoniā à dato signo l in positiōe datā rectā lineam c d. recta linea excitatur l n. datū efficiēs angulū l n d. positiōe igitur per 28 propositionē est ipsa l n. positiōe aūt & c d. Datum igitur n signū. Est autē & l datū. Data igitur est ipsa l n. per 26 propositionē. Et quoniā ratio ipsiusf g ad g e data est: sicut autem f g ad g e, sic n m ad m l. Ratio igitur ipsius n m ad m l data est. Quare & ipsius n l ad m l componendo per 18 quinti ele. ratio data est. Daūta at n l. data igitur & l m. sed & positione, estq; l datum. Datum igitur & m. Quoniam igitur per datum signū m ad positione datam rectam lineā c d. recta linea acta est h k, positione igitur est h k, per 28 propositionem.



Theorema 58 Propositio 58

SI in parallelos positione datas rectas lineas recta linea acta fuerit, proiectaq; fuerit aliqua eidem recta linea rationem habēs ad eandem datam. Ac per extremum ad positione datas parallelus recta linea acta fuerit acta positione datur.

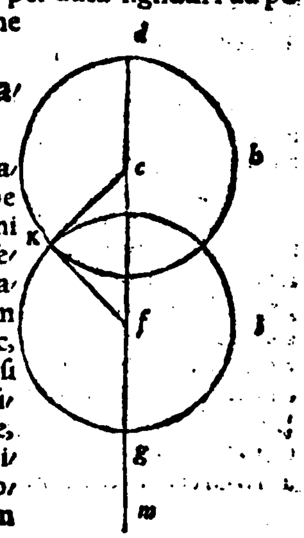
In parallelos positione datas, inquā, lineas a b, c d recta excitetur linea e f. apponaturq; eidē aliqua recta linea e g rōnē habēs ad e f. datā a c p g per 31 primi ele. utriq; ipsarū a b, c d, rectarū linearū recta agatur linea h k. Dico q positiōe est h k, assumatur enim in a b datū signū n excitetur q; per 11 primi ele. ab ipso n, in c d perpendicularis n m extendaturque in l. Quoniam à dato signo n in positione datā rectā lineam c d. recta linea c d, recta acta est n m. datū efficiēs angulū n m d. Igitur per 30 propositionem. positione data est ipsa l m, positione autem & c d. Datum igitur est m signum, est autem & n datum. Igitur per 26 propositionem positione datur n m. Et quoniā ratio ipsius f e ad e g, data est. Sicut aūt f e ad e g. sic m n ad n l. Ratio igitur & ipsius m n ad n l data est. Data autem & n m, data igitur & n l. Sed & positione datum est n, datum igitur est & l. Quoniam igitur per datū signum l ad positione datam rectam lineā a b recta linea acta est h k positione est ipsa h k.



Theorema 59 Propositio 59

SI trianguli unumquodq; latus datum magnitudine fuerit, datur triangulum specie.

Trianguli enim a b c unumquodq; latus esto magnitudine datū. Dico quod & triangulum a b c. specie datur, exponatur enim recta linea positione data d m, terminata quidem in d infinita uero in reliquum. ponaturq; per secundam primi elementorum. ipsi quidem a b æqualis d e. Data autem a b, data igitur est & d e. Sed & positione, estq; datum ipsum d. datū igitur & e. Ipsi autem b c æqualis e f data est b c, data igitur & e f, sed & positiōe. datū est e. datū igitur est & f. ipsi autem a c æqualis f g. Data est a c. Data igitur & f g sed & positione. Est autem datum f. datum igitur & g & centro quidem e, interuallo autem e d, per tertium postulatum circulus describitur d k h. positione igitur est ipse d k h. circulus per 6 diffinitionem



nem

ficiĩ datorum. Rurſus centro quidem f interuallo uero f g, per idem poſtulatum circu lus deſcribatur g k l, poſitione igitur eſt ipſe g k l circulus per eãdem diffinitionem, po ſitione autem & circulus d k h. Datum igitur eſt & k, ſignum eſt autem & utrunque ipſo rum e f datum. Data igitur eſt unaqueq; ipſarũ k e, e f, f k poſitione & magnitudine. Da tur igitur k e f triangulum ſpecie, & æquum ac ſimile eſt ipſi a b c. Datur igitur a b c triã gulum ſpecie.

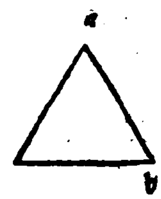
Scholium.

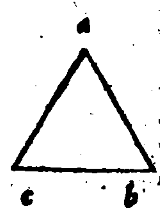
Quoniam igitur datæ ſunt ipſæ k e, e f earum adinuicem ratio data eſt per primũ theo rema datorum, ſimiliter autem & ipſarum e f, f k ratio data eſt, eſtque ipſarum f k, k e ra tio data. Rurſus quoniam ipſæ k e, e f, datæ ſunt poſitione, eundem igitur ſemper locũ obtinent, ac per hoc qui ſub k e f magnitudine datur, ſimiliter autem & qui ſub e f k, da tur magnitudine, & inſuper qui ſub f k e, datur magnitudine.

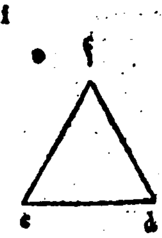
Theorema 40 *Propoſitio 40*

SI trianguli unuſquiſque angulus datus fuerit magnitudine, da tur triangulum ſpecie.

Trianguli enim a b c unuſquiſque angulus datus ſit magnitudine. Dico quod a b c triangulum ſpecie datur. exponatur enim poſitione & magnitudine data recta linea d e, & conſtruatur ad d e, ad ſignaque in ea d e, per uigeſimamtertiã primi elemen. ei qui ſub c b a, angulo æquus rectilineus angulus qui ſub e d f, ei aũt qui ſub b c a, æquus qui ſub d e f. Reliquus igitur qui ſub b a c, reliquo ei qui ſub d f e, eſt æqualis. Datus autem unuſquiſq; eorũ qui ad a b c ſigna. Datus i gitur & unuſquiſque eorum qui ad d e f. Quoniã igitur additione da ta recta linea d e, & ad ſignum in ea datũ d recta excitatur linea d f, da tum efficiens angulum d. Igitur per 29 propoſitionem d f poſitione eſt, idque propterea iam & e, f poſitione eſt. Datum igitur eſt f ſignum. eſt autem & utrũq; ipſorum d e datum. Data igitur eſt unaquæq; ipſarũ d f, d e, e f, poſitiõe & magnitudine, datum igitur d f e triãgulum ſpecie, & ſimile eſt ipſi a b c triangulo. Datur igitur & a b c triangulũ ſpecie.





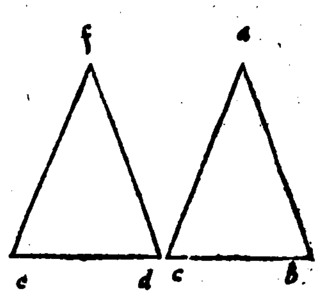


Scholium.

Quoniam igitur datur utraque ipſarum d e, e f, datur & earum adinui cem ratio per primum theorema. Similiter iam & ipſarum e f, f d, ra tio datur, & inſuper ipſorum f d, d e, datur ratio. Inſuper & unuſquiſ que ipſorum d e f angulorũ datus eſt magnitudine. Datur igitur d e f triangulum ſpecie ſicut in diffinitionibus.

Theorema 41 *Propoſitio 41*

SI triangulum unum angulum datum habuerit, circum uero datum angulum latera adinuicem rationem habuerint datam, datur triã gulum ſpecie.



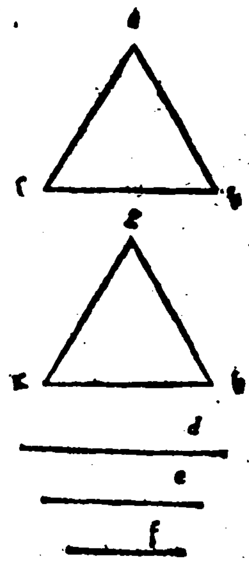
Habeat enim triangulum a b c, unum angulum datũ eũ qui ſub b a c, circum uero b a c, latera b a, a c, adinuicem ra tionem habeant datam. Dico quod a b c, triangulum ſpe cies datur. Exponatur enim in poſitione data recta linea d f, conſtituaturque per uigeſimamtertiã primi elemento rum ad ipſam d f, rectam lineã, ad ſignũq; in eã f, ei qui ſub b a c angulo æqualis angulus qui ſub d f e. Datus autem qui ſub b a c, datus igitur & qui ſub d f e. Quoniam igitur additione data recta linea d f, & ad ſignũ datum in ea f, re cta linea acta eſt f e, datum efficiens angulum d f e. Igitur per 29 propoſitionem ipſa f e poſitione eſt. Et quoniam ratio ipſius b a ad a c data eſt, eadem eidem fiat, quæ ipſius d f ad f e, & connectatur, d e. Ratio igitur & ipſius d f ad f e data eſt. Data autem d f, da ta igitur & f e. Sed & poſitione, & f datum eſt, datum igitur & e, eſt autem & utrum que ipſorum d f, datum. Data igitur eſt unaquæque ipſarum d f, f e, d e, poſitione &

magnitudine datur igitur d f e triangulum specie. Et quoniam bina triangula a b c, d e f unum angulum uni angulo æquum habent eum scilicet qui sub b a c, ei qui sub d f e, ea uero quæ circum eos qui sub b a c, d f e, angulos latera proportionalia, simile igitur est & æquale per primam diffinitionem & 6 propositionem sexti elementorum triangulum a b c ipsi d e f triangulo. Datur autem d f e, specie, datur igitur & a b c triangulum specie

Theorema 42 Propositio 42

SI trianguli latera adinuicem rationem habuerint datam, datur triangulum specie.

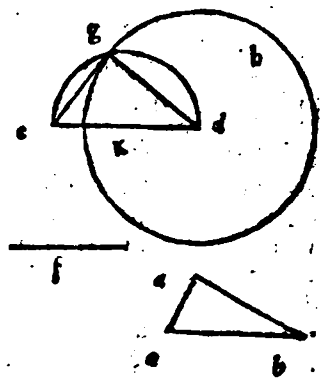
Triãguli enim a b c, latera adinuicem rationem habeant datam. Dico quod ipsum a b c, triangulũ datur specie: exponatur enim data magnitudine recta linea d, & quoniã ratio ipsius a b, ad b c data est. Eadem eidem fiat ipsius d ad e. Data autem d. Data igitur & e. Rursus quoniã ratio ipsius b c, ad a b data est, eadem eidem fiat ipsius e ad f. Data autẽ e data igitur & f, & ex tribus rectis lineis quæ æquales sunt tribus datis d e f, quarum binæ reliqua quomodocunque assumptæ sunt maiores, per 22 primi elementorum triangulum constituatur g h k. Quoniam æqualis est d ipsi g h, & e ipsi h k & f ipsi g k, Data autem unaqueq; ipsarum d e f. Data igitur & unaqueque ipsarum g h, h k, k g magnitudine. Datur igitur triangulũ g h k, specie, & quoniam est sicut a b ad b c, sic est d ad e. Aequalis autẽ est d ipsi g h, & e ipsi h k: est igitur sicut a b ad b c, sic g h ad h k. Rursus quoniam est sicut b c ad c a sic e ad f. Aequalis autem est e ipsi h k: & f ipsi g k. Est igitur sicut b c ad c a sic h k ad k g. Ostensum autem est sicut a b ad b c, sic g h ad h k, ex æquali igitur per 22 quinti elemẽtorum, sicut b a ad a c, sic g h ad g k. Simile igitur est per primam diffinitionem 6 elementorum a b c triangulum ipsi g h k triangulo. Datur autem g h k triangulum specie. Datur igitur & a b c triangulum specie.



Theorema 43 Propositio 43

SI trianguli rectanguli circa unum acutorum angulorum latera adinuicem rationem habuerint datam, datur triangulum specie.

Trianguli enim rectanguli a b c, rectum habentis eum qui sub b a c, angulum, circa unum acutorum eiusdem angulorũ qui sub a b c latera c b, b a adinuicem rationem habeãt datam. Dico quod ipsum a b c, triangulum datur specie. Exponatur enim positione & magnitudine data recta linea d e. Describaturq; super d e semicirculus d g e, positione igitur est d g e semicirculus, & quoniam ratio ipsius c b ad b a data est, eadem eidem fiat ipsius d e ad f. Ratio igitur ipsius d e ad f data est Data autem d e, data igitur & f & quoniam maior est c b ipsa b a, maior igitur est & e d, ipsa f. Congruat ipsi f per primam quarti elementorum, d g, connectaturque g e & centro quidem d, interuallo autem d g, per tertium postulatum circulus describatur h g k, positione igitur est circulus h g k. Datur enim ipsius centrũ positiõe, & quæ ex centro magnitudine, positione autem & d g e, semicirculus datũ igitur est & g signum, est autem utrunque ipsorum d e, datum. Data igitur est, per uigesimamsextam propositionem unaquæque ipsarum g d, d e, e g, positione & magnitudine. Datur igitur triangulum g d e specie. Quoniam igitur bina triangula sunt a b c, d e g unum angulum uni angulo æquum habentia eum scilicet qui sub b a c, ei qui sub d g e. Circum uero alios angulos qui sub c b a, e d g, latera proportionalia. Reliquorum autem qui sub b c a, d e g, utrumque simul minorem recto. Simile igitur est per septimam sexti elemen. triãgulum a b c ipsi d e g, triãgulo



lo. Datur autem d e g, triangulum specie, datur igitur & a b c, triangulum specie.

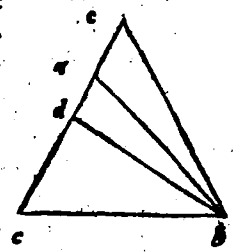
Scholium.

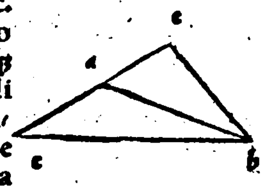
Quoniam enim ponitur d e, positione & magnitudine data, manifestum quod si circulus bifariam secetur est centrum circuli positione. Dimidia uero, hoc est quæ ex centro datur positione & magnitudine sicut & circulus, per diffinitionem.

Theorema 44 *Propositio 44*

SI triangulum unum habuerit angulum datum, circum autem alium angulum latera adinuicem rationem habuerint datam, datur triangulum specie.

Sit triangulum a b c unum habens angulum datum eum qui sub b a c, circum autẽ alium angulum eum qui sub a b c latera a b, b c, rationem habeant adinuicem datam. Dico quod triangulum a b c, specie datur. Nõ sit autem qui sub b a c, angulus rectus. Sed sit prius acutus. Exciteturq́ per 11 primi elemento. ab ipso b signo in ipsam a c perpendicularis b d. Quoniã angulus b d a. datus est, est aũt & qui sub b a d, datus, & reliquus igitur qui sub a b d, datus est. Datur igitur triangulum a b d, specie. Ratio igitur ipsius b a ad b d data est, sed ipsius a b ad b c, ratio data est, & ipsius b d igitur ad b c, ratio data est. Rectus autẽ est qui sub b d c. Datur igitur triangulum b d c, specie, Datus igitur est qui sub b c d angulus. Est autem & qui sub b a c, datus, & reliquus igitur qui sub a b c. datus est. Datur igitur & a b c, triangulum specie. Sed iam esto qui sub b a c angulus obtusus, extẽdaturq́ c a in e. Exciteturq́ per 11 primi elementorum ab ipso b signo in ipsam a e perpẽdicularis b e. Quoniam angulus b a c datus est, & consequẽs igitur qui sub b a e, datus est. Datur igitur triangulum e b a, specie Ratio igitur ipsius e b ad b a, data est, ipsius autem a b ad b c, ratio data est. & ipsius igitur e b ad b c ratio est data. Et qui sub b e c, rectus est angulus. Datur igitur triãgulum e b c specie. Datus igitur est qui sub b c e, est autem & qui sub b a c, angulus datus. & reliquus igitur qui sub a b c angulus datus est. Datur igitur triangulum a b c, specie.

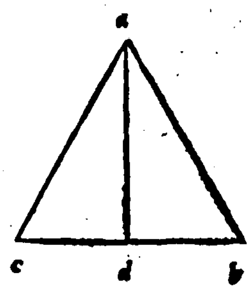




Theorema 45 *Propositio 45*

SI triangulum unum habuerint angulum datum, circũ uero datũ angulum latera utraque sicut unum ad reliquum rationem habuerint datam, datur triangulum specie.

Esto triãgulum a b c. unum habens angulum datum qui sub b a c, at quæ circum b a c. angulũ latera utraque hoc est b a c tanquam unum ad c b rationem habeãt datam. Dico quod a b c, triangulum specie datur. secetur per tertiam primi elementorum angulus b a c, bifariam à recta linea a d. Datus igitur est qui sub b a d, angulus, & quoniã est sicut b a ad a c, sic b d ad d c. uicissim etiam per 16 quinti elementorum, sicut a b ad b d, sic a c ad c d. Ratio utriusque b a c ad b c, data est. Ratio igitur ipsius b a ad b d, data est. Estq́ datus qui sub b a d angulus. Datur igitur a b d triangulum specie. Datus igitur est qui sub a b d. angulus, est autem & qui sub b a c, angulus datus. & reliquus igitur qui sub a c b datus est. Datur igitur triangulum a b c specie.

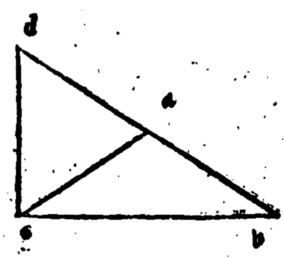


Scholium.

Sicut enim unum antecedentium ad unũ sequentium sic omnia antecedentia ad omnia sequentia per 12 quinti elementorum.

Aliter

Extendatur b a in rectas lineas in d, & ipsi a c, ponatur æqualis a d & connectatur d c. Etenim ipsius b d ad b c. ratio data est. Et qui sub a d c, datus est, dimidius siquidẽ eius qui sub b a c. Datur igitur triangulũ b c d specie. Da



tus

tus igitur est qui sub a b c,angulus est autem qui sub b a c, datus.& reliquus qui sub a c b datus est. Datur igitur a b c,triangulum specie.

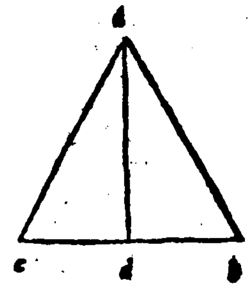
Scholium

Quoniam enim angulus qui ad a datus est.& qui ad a eis qui ad d c.angulis exterior binis interioribus est æqualis.& oppositó per 32 pri elemen.& anguli d h,quare & anguli a c,dati sunt.

Theorema 46 Propositio 46

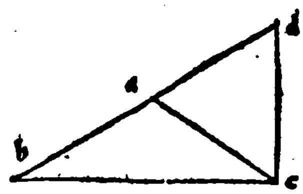
SI triangulum unum habuerit angulum datum,circum uero aliũ angulum latera utraque sicut unum ad reliquum rationem datam habuerint,datur triangulum specie.

Esto triangulum a b c,unum habens angulum datum qui sub a b c.circulum uero alium angulum b a c,latera utraq; hoc est b a c ad b c,rationem habeant datam.Dico quod ipsum a b c,triangulum specie datur. Secetur enim per 9 primi elementorũ angulus b a c.bifariã à recta linea a d.Est igitur utrũque b a c ad c b.sicut a b ad b d.Ratio autem utriusque b a c ad c b data est.Ratio igitur & ipsius a b ad b d. data est.Estq; datus qui sub a b d,angulus. Datur igitur triangulũ specie.Datus igitur est qui sub a b d.angulus,est autem duplus eius qui sub b a c.Datus igitur est & qui sub b a c.Est autẽ & qui sub a b c,datus,& reliquus igitur qui sub a c b datus est.Datur igitur a b c triangulũ specie.



Aliter

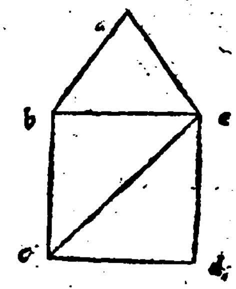
Ponatur ipsi c a, æqualis d a,& connectatur d c.Quoniã ratio utriusque b a c ad c b data est. Aequalis autem est c a ipsi a d.Ratio igitur & ipsius d b ad,b c data est.Et qui sub d b c angulus datus est.Datur igitur triãgulũ d b c specie. Datus igitur est qui sub b d c angulus. Et eius est duplus qui sub b a c.Qui sub b a c,angulus igitur datus est. Datur igitur a b c triangulum specie.



Theorema 47 Propositio 47

DAta rectilinea specie,in data triangula specie diuiduntur.

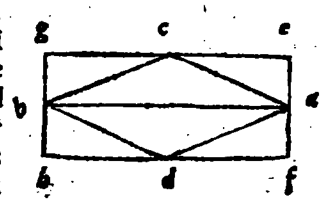
Esto datum rectilineum specie a b c d e,Dico quod ipsum a b c d e,rectilineum in data triangula specie diuiditur. Connectantur enim a e,e c.Quoniam rectilineũ a b c d e, specie datur. Igitur angulus q sub b a e,datus est,& ratio data est.Quoniam igitur angulus b a e,datus est,& ratio ipsius b a ad e a,data est. Datur igitur triangulũ b a e specie.Datus igitur est qui sub a b e,angulus.Est autem & totus qui sub a b c angulus datus.& reliquus igitur qui sub e b c datus est.Estq; ratio ipsius a b ad b e data,ipsius autem a b ad b c,ratio data est, & ipsius igitur e b ad b c,ratio data est,& datus est qui sub c b e angulus. Datur igitur b c e triangulum specie.Ac per hoc iam & c d e,triangulũ specie datur.Data igitur rectilinea specie in data triangula specie diuiduntur.



Theorema 48 Propositio 48

SI ab eadem recta linea descripta fuerint triangula specie datã adinuicem rationem habebunt datam.

Ab eadem enim recta linea a b bina triangula specie data describantur a b c,& a b d.Dico quod ratio ipsius a b c ad a b d.data est. Excitentur per undecimam primi elementorum ab ipsis a b ,signis ipsi a b, rectæ lineæ ad angulos rectos a e. b g.Extendanturq; in f h, ac per c d signa per 31 primi elementorum ipsi a b paralleli excitetur e c g,d h.Quoniam datur a b c,triangulũ specie.Ratio ipsius a c ad

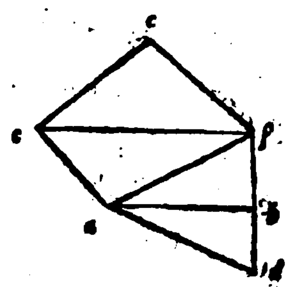


b a,data est. Quoniam igitur angulus qui sub c a b,datus est,est autē & qui sub e a b,datus. Reliquus igitur qui sub e a c,datus est,datur igitur triāgulū a e c specie. Ratio igitur ipsius e a ad a c,data est,ipsius autem c a ad a b,ratio est data & ipsius e a ad a c igitur ratio data est. Idque propterea & ipsius f a, ad a b ratio est data, estque sicut a e, ad a f,sic b g ad b h. Quare & ipsius b g ad b h ratio est data. Est quæ ipsius quidē a g,dimidium triangulū a b c,per 41 primi ele. Ipsius autem a h, per eandem dimidium est triangulum a b d,& ipsius igitur a b c ad a d b,ratio est data.

Theorema 49 Propositio 49

SI ab eadem recta linea bina rectilinea utcunque data specie descripta fuerint,adinuicem rationem datam habebunt.

Ab eadem enim recta linea a b,bina rectilinea utcunque specie data describantur a e c f b & a d b. Dico ꝙ ratio ipsius a e c f b, ad a d b. est data. Connectantur a f,f e. Datur igitur unumquodꝙ ipsorū e c f,e f a,f a b,triangulorum specie. Et quoniam ab eadem recta linea e f,bina triangula specie data e f c,& e f a,describūtur. Ratio igitur ipsius c f e ad f e a, data est per præcedentem.& componendo igitur per 11 quinti elemētorum ratio ipsius c e a f data est. Ipsius autem f e a ad f a b,ratio est data. Quoniam ab eadem recta linea a f,describitur. Et ipsius f c e,e a f,igitur & a f b,ratio est data.& componendo igitur per 11 quinti ele. ipsius c e a b f ad b f a. rō est data. Ipsius autem f b a,ad a d b,ratio est data. & ipsius igitur c e a b f,ad a d b,ratio est data.



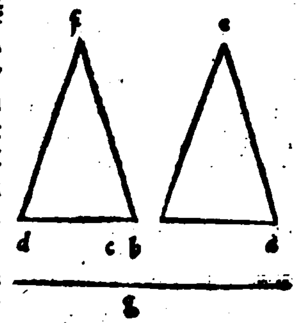
Theorema 50 Propositio 50

SI binæ rectæ lineæ adinuicem rationē habuerint datam,& ab ipsis rectilinea similia,similiterꝗ descripta adinuicem rationem datam habebunt.

Binæ siquidē rectæ lineæ a b,c d,adinuicē rōnē habeant datā,describāturꝗ ab ipsis a b,c d, similia similiterꝗ posita rectilinea e f. Dico ꝙ earū ratio data est. Assumatur enim ipsis a b.c d.per 11 sexti elementorum tertia proportionalis g. Est igitur sicut a b ad c d.sic c d ad g. Ratio autem ipsius a b ad c d data. ratio igitur & ipsius c d ad g data. Quare & ipsius a b ad g ratio est data. Sicut autē a b ad g,sic e ad f. Ratio igitur ipsius e ad f data est.

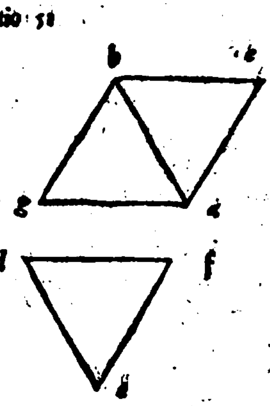
Scholium.

Quoniam enim ipsius a b ad c d,ratio est data,est autem & ipsius c d ad g,ratio data, manifestum est quod & composita ex binis datis rationibus ratio data est,uel & per octauum theorema quod & melius est.



Theorema 51 Propositio 51

SI binæ rectæ lineæ adinuicem rationem habuerint datam,& ab ipsis rectilinea utcunque descripta specie data rationē adinuicem datam habebunt.

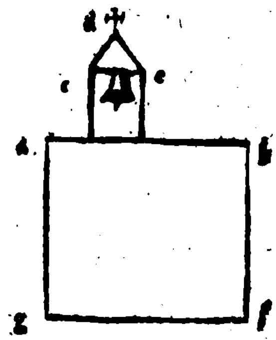


Binæ enim rectæ lineæ a b,c d,adinuicem rationem habeant datam,describanturque ab ipsis a b,b c. rectilinea utcunque specie data e f. Dicoque,& ipsius e ad f ratio est data. Describatur enim per uigesimāquintā sexti elemento.ab ipsa a b ipsi f,simile similiterꝗ positum rectilineum a g b. Datur autem f specie,datur igitur & a g b specie. Sed & e,spe cie datur & ab eadem describitur recta linea a b. Ratio igitur ipsius e ad a g b. data est. Et quoniam ratio ipsius a b ad c d. data est. Describunturq; ab ipsis a b, c d, similia similiterq; posita a b g. f ratio igitur ipsius a g b. ad f data est. Ipsius aūt a g b, ad e ratio est data, et ipsius igitur e ad f, ratio est data.

Theorema 52 Propositio 52

SI à data recta linea magnitudine data specie species descripta fuerit datur quæ descripta est magnitudine.

A data enim recta linea magnitudine a b data specie species describatur a c d e b, dico quod a c, d e b, datur magnitudine. Describatur enim ab ipsa a b, per 46 primi elemen. quadratū a f Datur igitur a f. specie & magnitudine. & quoniam ab eadem recta linea a b, bina rectilinea describuntur specie data a c d e b, & a f. igitur per 49 propositionem ipsius a c d e b ad a f, ratio data est. Datur igitur & ipsum a c d e b, magnitudine.



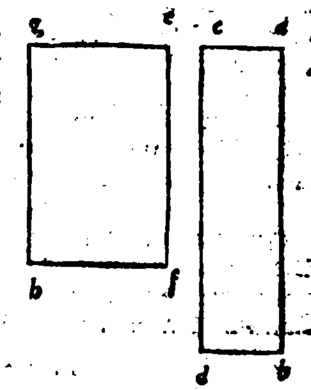
Scholium.

Omne enim quadratū datum est specie quandoquidem ipsius anguli dātur, omnes enim sunt recti, & rationes quoque laterū. omnia enim sunt æqualia. & enim non solum inæqualium est ratio, sed. & æqualium. Et quoniam exponitur quadratum: describitur enim possum & eidē exhibere idem, ac per hoc datur & magnitudine idem quadratum & eius unumquodq; latus.

Theorema 53 Propositio 53

SI binæ species specie datæ fuerint, & unum latus unius ad unum latus alterius rationem datam habuerit, & reliqua latera ad reliqua latera rationem datam habebunt.

Sint binæ species specie datæ, a d, e h, ratio aūt ipsius b d ad f h, esto data. Dico quod & reliquorū laterū ad reliqua latera ratio est data. Nā quoniā ipsius d b ad f h, ratio est data. ipsius aūt d b ad b a, ratio est data, & ipsius igitur d b ad f h, ratio data est, ipsius aūt f h, ad f e. ratio est data, & ipsius a b. igitur ad e f, ratio est data. Idq; propterea iam & reliquorū laterū ad reliqua latera ratio est data.



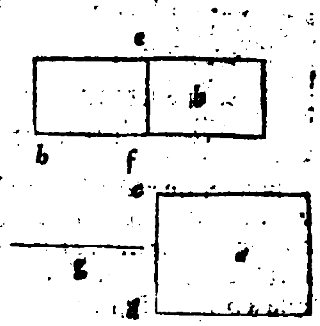
Scholium

Ostensum est in scholio 20 propositionis quod si a ad b, rationem habet datam: fuerit autē & c, datū, & fiat sicut a ad b sic c ad aliud quid ut puta d, non tamen & uicissim rationē habebunt datam, quoniā & hic non per uices est eorum rationem datam inuenire, sed aliter sicut nunc.

Theorema 54 Propositio 54

SI binæ species specie datæ adinuicē rationem datam habuerint, & eorum latera adinuicem rationem habebūt datam.

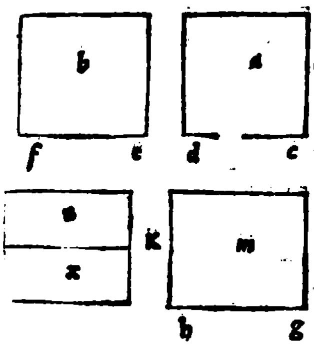
Binæ, inquā. species specie datæ a. b adinuicem rationem habeant datam. Dico quod & eorū latera adinuicem rationē habēt datam. Ipsum enim a ipsi b aut est simile, aut non, sit prius simile. Accipiaturq; per 11 quinti ele. ipsorum c d, e f. tertia proportionalis g: est igitur sicut c d ad g, sic est a ad b. Ipsius autem a ad b ratio data est. Ratio quoque igitur c d ad g data est, & sunt c d, e f, g, proportionales, & ipsius, c d igitur ad e f, ratio est data. Simileq; est a ipsi b, & reliqua igitur latera ad reliqua latera per præcedentem rationē datam habebunt. Non sit autem simile a ipsi b & describatur ab e f. per 18 sexti elementorum ipsi a, simile similiterq; positum e h, datur igitur & e h, specie,



ſpecie. Datur autem & b. Ratio igitur ipſius b ad e h, data eſt. ipſius autem b ad a, ratio eſt data & ipſius a ad e h. igitur ratio eſt data. & ſimile eſt a ipſi e h. Ratio igitur ipſius c d ad e f, data eſt. Idque propterea iam & reliquorum laterum ad reliqua latera per præcedentem ratio eſt data.

Aliter.

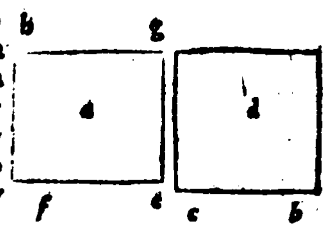
Exponatur recta linea g h iã d ipſi b, aut eſt ſimile aut nõ. Sit pri9 ſimile fiatq́ ſicut c d ad e f. ſic g h ad k l. Deſcribãturq́ p 18 ſexti ele. ab ipſis g h, k l ipſis a b, ſimiles ſimiliterq́ poſitæ m, n. ſpẽs. Et quoniã eſt ſicut c d ad e f. ſic eſt g h ad k l. Deſcribunturque ab ipſis c d e f, g h, k l, ſimilia ſimiliterq́ poſita rectilinea a. b, m, n, eſt igitur ſicut a ad b ſic m ad n. Ratio autẽ ipſius a ad b data eſt. Ratio igitur ipſius m ad n data. Datũ autem m per 55 propoſitionẽ, à data ſiquidem magnitudine rectilinea deſcribitur ſpecies. Datum igitur eſt & n. Deſcribatur iam per 46 primi elemen. ex ipſa k l quadratum x. Datur igitur ipſum x ſpecie. Ratio igitur ipſius n ad x data, datũ aũt ipſum n, datum igitur & x. Data igitur eſt x l, eſt aũt & g h data. Rõ igitur ipſius g h ad k l data eſt. eſtq́ ſicut g h ad k l, ſic c d ad e f. Ratio igitur ipſius c d ad e f. data eſt. Si mile eſtq́ a ipſi b & latera quoque reliqua ad reliqua latera per præcedentem rationem habebunt datam, non ſit autem ſimile, conſequenter iam priori oſtenditur demonſtratione.



Theorema 55 Propoſitio 55

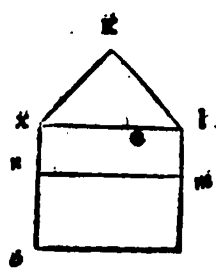
SI areola ſpecie & magnitudine data fuerit, & eius latera magnitudine data erũt.

Sit areola ſpecie & magnitudine data a. Dico quod & ipſius latera magnitudine data recta ſunt, exponatur ſiquidem poſitione & magnitudine data recta linea b c deſcribaturq́ per 18 ſexti elemen. ex ipſa b c ipſi a ſimile ſimiliterque poſitum d. Datur iam ipſum d ſpecie, datur igitur & d magnitudine. Datur autem & a, ratio igitur ipſius a ad d, data. Simileq́ eſt a ipſi d, ratio igitur ipſius e f ad b c data. Data autem & b c data, igitur & e f. Et ipſius f e ad e g. data eſt ratio, data igitur e g. Idque propterea iam & unumquodque ipſorum magnitudine datur.



Aliter.

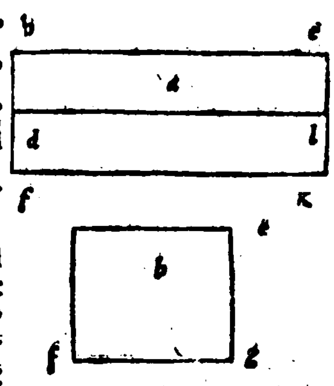
Eſto areola k l m n x, ſpecie data & magnitudine, dico quod & latera eius data ſunt ſpecie. Deſcribatur per 46 primi elementorum, ex m n, quadratum m o. Datur igitur ſpecie. Sed & l n. Ratio igitur ipſius l n ad m o data eſt. Data autem l n magnitudine. Data igitur & m o, magnitudine, eſtque quadratum ex m n. Datum igitur eſt quod ex m n. Data igitur eſt m n magnitudine. Idque propterea iam & unumquodque ipſorum m l, l k, k x, x n, data eſt magnitudine.



Theorema 56 Propoſitio 56

SI bina æquiangula parallelogramma, adinuicem rationem habuerint datã, erit ſicut primi latus ad ſecundi latus, ſic reliquum ſecundi latus ad quod alterum primi rationem habet datam, quam parallelogrammum ad parallelogrammum.

Bina enim æquiangula parallelogramma a, b, adinuicem rationem habeant datam. Dico quod eſt ſicut c d ad e f, ſic eſt e g ad id quod ipſa c h rationem habet datam. quã parallelogrammum a ad parallelogrammum b extendatur in rectas lineas ipſi c h, ipſa c k, fiatque ſicut c d ad e f, ſic e g

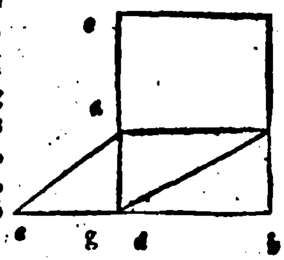


ad c k. Compleaturq; c l parallelogrammum. Quoniam igitur est sicut c d ad e f, sic e g, ad c k, æqualis autem est c d ipsi k l. Est igitur sicut k l ad e f, sic e g ad c k, circum æquales angulos qui sunt sub c k l, g e f, latera sunt reciproca, æquum igitur est per 14 sexti ele. k d ipsi g f. Et quoniam ratio ipsius a ad b est data, est aūt æquale b ipsi c l. Ratio igitur ipsius h d ad c l data est. At sicut h d ad c l, sic h c ad c k. Et ipsius igitur h c ad c k ratio est data: & quoniam est sicut c d ad e f, sic e g ad c k, at ipsa c h ad c k rationem habet datam. quam area a ad ipsam b: est igitur sicut c d ad e f: sic est e g ad quod h c, rationem habet quam areola a ad areolam b.

Theorema 57 Propositio 57

SI datum ad datam comparatum fuerit in angulo dato, datur latitudo excessus.

Datum enim a g ad datam b a, proiectum sit in angulo dato qui sub c a b. Dico quod ipsa c a data est. Describatur per 46 primi ele. ex a b quadratum e b. Datū igitur est e b excitentur e a, f b, c g ad ipsa d h: & quoniam utrūque ipsorum e b, a g datum est. Ratio igitur ipsius e b ad a g data est, æquum autem est e b ipsi a h. Ratio igitur & ipsius e b ad a h. data est. Quare & ipsius e a ad a d ratio est data, æqualis autem est e a ipsi a b. Ratio igitur ipsius b a ad a d, data est, & quoniam qui sub c a b datus est & qui sub d a b datus est. Reliquus igitur qui sub a c d datus est. Datur igitur triangulū a c d specie. Rō igitur ipsius c a ad a d data est, ipsius autem d a ad a b ratio est data, & ipsius c a ad a b, igitur ratio est data, estque data ipsa b a. Data igitur & a c, & latitudo ipsius comparatiōis.



Scholium.

Quoniam binæ species e a, a d specie datæ sunt, adinuicem rationem habēt datam & ipsarum latera adinuicem rationem datam habebunt.

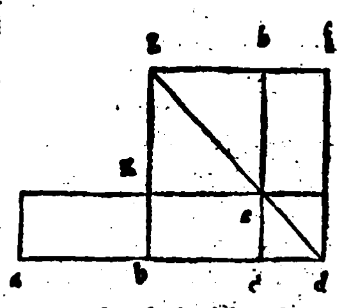
Scholium.

Ipsius, inquam, a g b latitudo parallelus est, & a h ad rectam existēs ipsi a b. ipsius autem a c g b comparationis ut in quatuor rectis lineis a b, b g, g c, c a, longitudine existēte ipsa a b latitudo erit ipsa a c: in quatuor siquidē propositis rectis lineis latitudinem quærit, non autem ueræ areæ latitudo alia est præter quatuor sicut a c.

Theorema 58 Propositio 58

SI datum ad datam proiectum fuerit specie deficiens à dato specie, dantur latitudines defectus.

Datum enim a c ad datam a d proiectum sit specie deficiens à dato d c. Dico quod utraque ipsarum b c, b d data est. Secetur enim per decimā primi elemen. ipsa a d bifariam in e signo: data igitur est e d. Describatur ab ipsa e d per 25 sexti ele. ipsi c d simile, similiterque positum rectilineū e f. Describaturque e f. Datur igitur e f specie. Et quoniam à data recta linea e d data specie species describitur e f. datur igitur ipsum e k magnitudine, & æquum est ipsis a c k h. Dantur igitur, ipsa a c k h magnitudine. est autem a c datum magnitudine. supponitur enim. Reliquum igitur k h, datum est magnitudine, est autem & specie datum simile, siquidē est ipsi c d. Ipsius h k, ergo latera data sunt, datum igitur k c, & est æquum ipsi e b. Ipsa igitur e b data est. Est autem & e d, data, & reliqua igitur b d data est, & ratio ipsius b d ad b c data est. Data igitur est & b c.

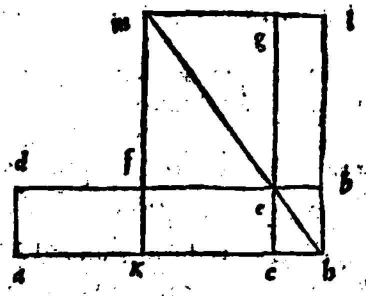


Theorema 59 Propositio 59

SI datum ad datam proiectum fuerit excedens specie dato specie, dantur latitudines excessus.

Datum

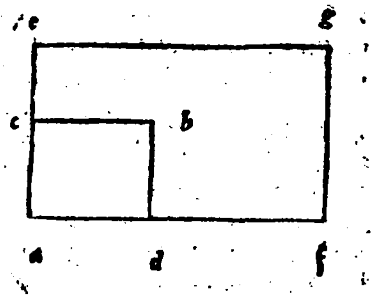
Datũ siquidē a b ad datā a c proiectū sit excedens specie datā c b. dico quod utraq; ipsarũ h c, c e data est. Secetur enim per 10 primi ele. ipsa d e bifariā in f signo. Describaturq; per 18 sexti ele. ex e f ipsi c b simile similiterq; positum f g. Circa igitur eundē dimetientē est f g ipsi c b, excitētur per 26 sexti ele. eorũ dimetiēs h e m, describaturq; figura. Et quoniā c b ipsi f g est simile. Datur autem c b specie. Datur igitur & f g specie, & describitur à data recta linea f e. Data igitur sunt a b, f g & ipsi k a, sũt æqualia. Datum igitur est b c. Ipsius ergo k a latera sunt data, data igitur est k h, & k c data est, & ipsi e f æqualis, reliqua igitur c h, data est. & ad h b rationem habet datam. Data igitur est & h b.



Theorema 60 Propositio 60

SI parallelogrammum specie & magnitudine datũ dato gnomone auctum aut imminutũ fuerit. Dātur latitudines gnomonis.

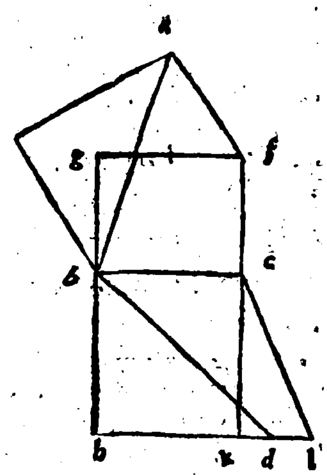
Parallelogrammum enim a b datum specie & magnitudine augeatur prius dato, gnomone e c b d f g. Dico quod datæ sunt utræq; ipsarum c e, d f. Nam quoniam a b datũ est, est autem d f g gnomon datus. & totũ igitur a g datũ est. Sed & specie, simile enim est ipsi a b. Igitur ipsius a g latera data sunt. Data igitur est utraque ipsarum a e, a f, est autem utraque ipsarum c a, a d data, reliqua igitur utraque ipsarum c e, d f data est. Rursus iam parallelogrāmũ a g, datũ specie & magnitudine minuatur dato gnomone c b d f g. Dico quod utraque ipsarum c e, d f, data est. Quoniā igitur datũ est a g cuius gnomō e c b d f g, datus est. Reliquum igitur a b datũ est. Sed & specie. Ipsius igitur a b latera data sunt. Data igitur est utraque ipsarum c a, a d, est autē & utraque ipsarum e a, a f, data. Et reliqua utraque igitur ipsarum e c, d f data est.



Theorema 61 Propositio 61

SI data specie specie, ad unum latus parallelogrāma area proiecta fuerit in dato angulo, habeat autem species ad parallelogrāmum rationem datam. Datur parallelogrammum specie.

Data enim specie specie a f c b, ad unum latus c b parallelogramma areola proiecta sit c d in dato angulo l c b. Ratio autem sit ipsius a c speciei ad c d parallelogrāmũ data. Dico ꝙ datur c d specie, excitetur enim siquidē per 31 primi ele. ipsi f c parallelus b g, & per f ipsi b c, parallelus f g extēdāturq; f c g h, in h k signa. Quoniā datus est qui sub f c b angulus. Et ipsius f c ad c b ratio data est. Datũ est igitur ipsum f p parallelogrammum specie. Datur autē specie a f c b species, & describitur eadem recta linea c b. Ipsius igitur a b speciei ad f b, parallelogrāmũ per 49 propositionē ratio data est. Ipsius autem f b ad c d, ratio est data, quoniā iam ipsius a b, a d supponitur. Aequum autem est c d, ipsi k b, per 35 primi elementorum. ratio igitur ipsius k b ad c g, est data. Quare & ipsius f c ad c k, ratio est data. ipsius autem f g ad c b, ratio est data, ipsius igitur b c ratio data est. Et quoniā angulus qui sub b c k dat9 est & qui sub b c l datus est, & reliquus igitur qui sub l c k datus est. Est autē & qui sub l k c, datus angulus, æquus ei qui sub k c b. Reliquus igitur qui sub c l k datus est. Datur igitur l c k triangulum specie. Ratio ipsius igitur l c ad c k data est. Ipsius autem c k ad b c ratio est data. Et ipsius igitur l c ad c b ratio est data, & qui sub l c b angulus datus est. Datur igitur c d, parallogrammũ specie.



Scholium

Datur f b, parallelogrammũ manifeste, quoniā angulus f c b datur. Datur igitur & c f g angulus,in parallelos enim f g,c b recta cecidit linea c f,efficiens interiores & ad easdē partes binis rectis æquales. Quorũ qui sub f c b. datur:& reliquus qui sub c f g datur. Quare & reliqui dati sunt & qm̃ datur ratio c f ad c b,æqualis aũt ipsa g b ipsi c f & c b ipsi f g,quare & laterũ ratio datur.

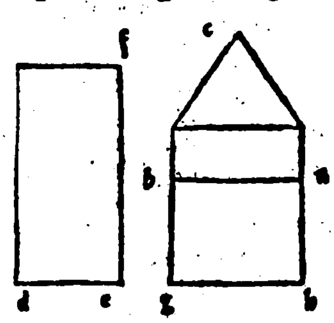
Scholium.

Quoniam enim ipsius f b parallelogrãmi ad a f c b,speciē ratio est data,ipsius autē a f e b,speciei ad c d,ratio est data.& ex æquali per 22 quinti ele.ipsius b f ad c d,ratio est data.

Theorema 62 Propositio 62

SI binæ rectæ lineæ adinuicem rationem habuerint datã. Descriptáque fuerit ab una quidem data specie species, altera uero area parallelogramma in angulo dato, habuerit aũt species ad parallelogrammũ rationē datã. Datur parallelogrãmũ specie.

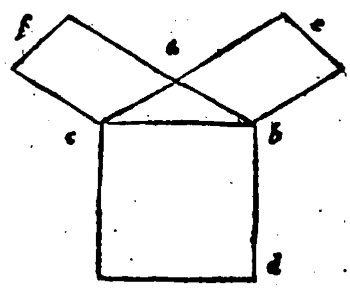
Binæ enim rectæ lineæ a b,c d,adinuicē rationē habeāt datã,& describatur ab ipsa quidē a b,data specie species a e b & ab ipsa c d, parallelogrammũ f d in dato angulo f c d. Rō autē sit ipsius a e b speciei ad f d parallelogrammũ data. Dico q̃ datur d f. parallelogrãmũ specie. Describatur enim ab ipsa a b ipsi d f,per 18 sexti ele. simile similiterq́ positũ a g. Quoniam ratio ipsius a b ad c d data est. Describaturq́ ab ipsis a b c d similia similiterq́ posita rectilinea a g,f d. Ratio igitur ipsius a g ad f d. data est. Ipsius autē f d ad e b ratio est data. & ipsius e b igitur ad a g,ratio data est,& angul9 qui sub b a h,datus est,æquales enim ei qui sub f c d. Quoniã igitur data specie:specie e b ad unum latus a b proiectũ est a g in dato angulo h a b. & ratio ipsius e b speciei ad a g. parallelogrammum data est. Datur igitur a g specie, estq́ similis ipsi f d,datur igitur f d specie.



Theorema 63 Propositio 63

SI triangulum specie datum fuerit,quod ex uno quoq́ latere ipsius,quadratum ad triangulum rationem datam habebit.

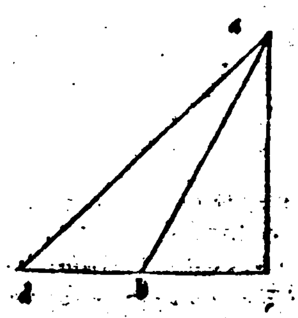
Esto triangulũ specie datũ a b c. Describaturq́ ex uno quoq́ ipsius latere quadratũ e b,c d.c f. Dico quod unũquodq́ ipsorũ e b.c d,c f ad a b c,triãgulum rationē datã habebit. Nam quoniã ab eadē recta linea b c,rectilinea data specie describũtur utcunq́ a b c d. Igitur per 49 propositionē.ratio ipsius a b c ad c d data est. Idq́ propterea iam,& utriusq́ ipsorum e b & c f ad a b c,triangulũ ratio est data.



Theorema 64 Propositio 64

SI triangulum obtusum habuerit angulum datũ qua maius quod obtusum angulũ subtendit latus,area lateribus obtusum angulũ cõprehendentibus ad triangulum, rationem datam habebit.

Sit triangulum obtusum habens angulum eum qui sub a b c.datum,extendaturq́ in rectas lineas ipsius b c,recta linea b d. exciteturque per duodecimam primi elementorum ab ipso a in c d.perpendicularis a d. Dico quod quo maius est quod ex a c eis quæ ex a b,b c.hoc est quod bis sub d b. b c. ea area ad a b c.triangulũ datam rationem habebit. Quoniã nãq́ angulus qui sub a b c,per hypothesim datus est, & qui sub a b d,datus est,est aũt & qui sub a d,d b,datus. Reliquus

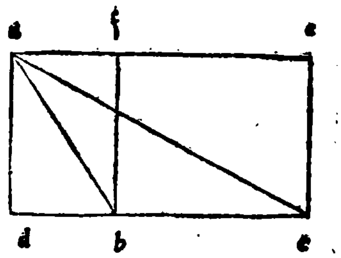


igitur

igitur qui sub d a b,datus est. Datur igitur d a b triāgulum specie. Ratio igitur ipsius a d ad d b,data est,estq; sicut a d ad d b,sic quod sub a d,b c ad id quod d b,b c,quare & ipsius d a,b c,ad id quod sub d b,b c,ratio data est. Et eius quod bis sub d b,b c,igitur ad id quod sub a d.b c,ratio data est. Sed eius quod sub d a,b c ad a c b triangulum ratio est data,& eius igitur quod bis sub d b,b c ad a b c,triāgulum ratio est data, estq; quod bis sub d b,b c.quo maius est quod a c,eis quæ ex a b,b c.ipsa igitur area ad a b c, triangulum rationem datam habet.

Scholium.

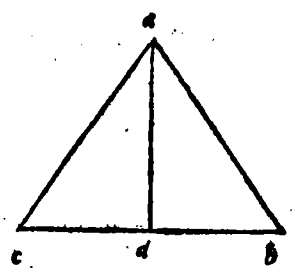
Excitetur ad angulos rectos ab ipso b signo ipsi a d per 11 primi ele. æqua & parallelus b f,& ab ipso a signo ipsi d c,per eandem æqua & parallelus excitetur d c,& connectatur e c,& quoniā per 41 primi elementorum parallelogrammum b e ipsius b a c trianguli duplum est,super namq; eadem basi,& in eisdem est parallelis, comprehēditur que parallelogrammum sub f e,e c,æqualis autem est e c.ipsi a d & f e ipsi b c. Quoniam parallelogrammum ad triangulum rationē habet,quare & parallelogrammū ad triāgulū ratio est etiam dupla. Quod uero bis sub a d,c b. rationē habet datam,ad triangulum quadruplam,est enim sub d c,c b sicut in 2 elementorum.



Theorema 65 *Propositio 65*

Si triangulum acutum habuerit angulum datum, qua minus potest angulum acutum subtendens latus comprehendentibus lateribus acutum angulum,illa areola ad triangulum rationem habebit datam,

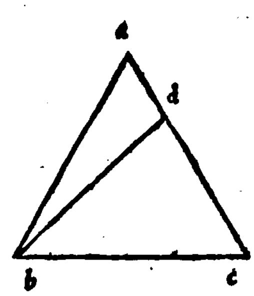
Esto triangulum acutum habens angulum a b c. Exciteturq; ab ipso a per 12 primi elementorum perpendicularis a d. Dico quod qua minus est quod ex d c,eis quæ ex a b, b c, hoc est quod bis sub c b,b d ad a b c triangulum rationē habet datam. Nam quoniam angulus a b d datus est & qui sub a d b, datus est. Reliquus igitur q sub b a d datus est. Datur igitur a b d,triāgulum specie. Ratio igitur ipsius b d ad d a data est. Quare & eius qui sub c b d,ad id quod sub c b.ratio data est,& eius quod bis sub c b,b d igitur. Sed eius quod sub c b,b d ad ea quæ ex a b,b c,quo igitur minus est quod ex a c eis quæ ex a b,b c,ea area ad a b c,triāgulum rationem habet datam.



Theorema 66 *Propositio 66*

Si triangulum datum habuerit angulum,rectangulum sub datum angulum comprehendentibus rectis lineis ad triangulum rationē habebit datam.

Esto triangulum a b c,datum habens angulum eum qui ad a. Dico q; quod sub b a c ad a b c,triangulum rationē habet datam,excitetur enim per duodecimam primi elementorum ab ipso b in ipsam a c perpendicularis b d. Quoniam igitur angulus b a c,datus est. Est autem & qui sub a d b,angulus datus. Et reliquus igitur qui sub a b d angulus datur. Datur igitur a b d,triangulum specie. Ratio igitur ipsius a b ad b d data est. Sicut autem a b ad b d,sic quod sub b a c ad id quod sub b d a c. Quare & eius qui sub b a c,ad id quod sub b d a c ratio est data. Eius autem quod sub a c,b d ad a b c,triangulum ratio est data. Et eius qui sub b a c,igitur ad a b c, trianguli ratio est data.



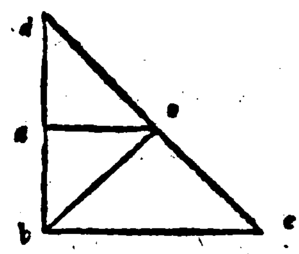
Theorema 67 *Propositio 67*

Si triangulum datum habuerit angulum,qua maius possint datum angulum comprehendentia latera ut unum,ea quæ ex reli-

quo, area ad triangulum rationem habebit datam,

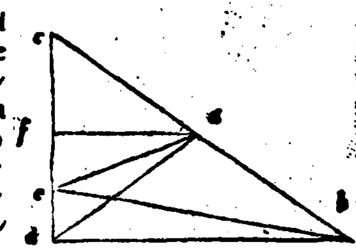
Esto triangulum a b c, datum habens angulum b a c. Dico quod quo maius est quod ex utraque b a c. eo quod ex b c. ea area ad a b c, triangulum rationẽ habet datam. Extendatur enim in rectas lineas ipsius a b ipsa a d ponaturq́ ipsa a c æqualis ipsi a d per 3 primi elementorum & connexa recta linea d c extendatur in e, exciteturq́ per 31 primi elementorum ab ipso b ipsi a c parallelus b e. Et quoniam æqualis est a d ipsi a c. æqualis igitur est & d b ipsi b e. extenditurq́ quædam b c. Quod igitur sub d c e, una cum eo quod ex b c, æquum est ei quod ex b d, æqualis autem est d a ipsi a c. Quod igitur ex utroque b a c. æquum est ei quod sub d c e. una cum eo quod ex b c. Quare quod ex utroque b a c. eo quod ex b c maius est eo quod sub d c e.

Dico iam quod eius quod sub d c e ad a b c triãgulum ratio est data. Quoniam enim angulus b a c, datus est, & cõsequens igitur qui sub d a c, datus est. est autem & uterque ipsorum a b c, d e a datus. Dimidia namque sunt eius qui sub b a c. Datur enim qui sub b a c, datur igitur triangulum d a c specie. Ratio igitur ipsius d a ad d c, data est. Quare & eius quod ex a d ad id quod ex d c ratio data est Et quoniam est sicut b a ad a d, sic est e c ad c d, sed sicut quidem b a ad a d, sic quod sub b a ad id, quod ex a d. Sicut autem e c ad c d, sic quod sub e c. c d ad id quod ex c d, & sicut igitur per undecimam quinti elemẽtorum, quod sub b a ad id quod ex d a, sic quod sub e c d, ad id quod ex c d. Et uicissim igitur per decimamsextam quinti elementorum quod sub b a d ad id quod sub e c d. sic quod ex a d id quod ex d c. Ratio autem eius quod ex a d ad id quod ex d c data est. Ratio igitur & eius quod sub b a d ad id quod sub e c d data est. Aequalis autem est d a ipsi a c. Ratio igitur eius quod sub b a c, ad id quod sub e c d. data est. eius autem quod sub b a c. trianguli ratio est data, eo quia angulus qui sub b a c datus est. Et eius qui sub d c e. igitur ad a b c ratio est data. Estq́ quod sub d c e, eo maius quod est ex utraque b a c. eo quod ex b c. Quo uero maius est quod ex utroque b a c, eo quod ex b c ea area ad triãgulum rationem datam habebit.



Aliter.

Construantur enim eadem quæ prius, exciteturq́ per duodecimam primi elementorum ab ipso a in e c perpendicularis a f, connectaturque a d, & quoniam datus est angulus b a c & eius dimidium est angulus a c f. est autem & angulus a f c. datus. Datur igitur triangulum a f c specie. Ratio igitur ipsius a f ad f c, data est, ipsius autem f c ad c e, ratio data est Dupla siquidem eius est. & ipsius igitur e c, ad a f ratio data est. Quare & eius qui sub e c d ad eũ qui sub a f c d ratio data est. Quare & eius qui sub e c d, ad eum qui sub a f c d, ratio data est. Duplum siquidem illius est & eius qui sub e c d, igitur ad eum qui sub a c d, ratio data est, æquum autem est a c d. triangulum ipsi a b c triangulo per trigesimamseptimam primi elementorum, in eadem siquidem basi a c, & in eisdem sunt parallelis a c, b d, & eius qui sub e c d, igitur ad a b c. triangulum ratio est data, estque quæ sub e c d, qua maius est quod ex utroque b a c, ea quæ ex b c, qua maius est quod ex utroque, b a, a c. ea quæ ex c b area ad triangulum rationem habet datam.

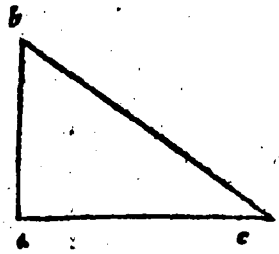


Aliter

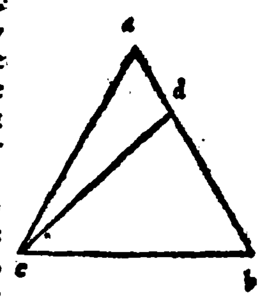
Angulus a aut est rectus, aut acutus; aut obtusus, sit prius rectus, quod igitur ab utroque b a c. id quod ex b c excedit eo quod bis sub b a c & eius quod bis sub b a c ad a b c triangulum ratio data est. Esto autem acutus qui sub b a c exciteturque per duodecimam primi elementorum ab ipso c in ipsam a b perpendicularis c d, quoniam triangulum a b c, oxygonium est, & excitatur perpendicularis c d. Quæ igitur ex b a c, æqua sunt & ei quod ex b c, & eis quod bis sub b a d. Commune adiungatur quod bis sub b a c. Quæ igitur ex b a c, una cum eo quod bis sub b a c, quod est ex utroque b a c, æqua sunt ei quod ex b c & ei quod bis sub b a d, & insuper ei quod bis sub b a c, hoc

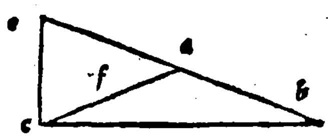
est

est ei quod bis sub utroque e c d & a b. Quare quod ex utroq; b a c maius est eo quod ex b c. eo quod bis sub utroq; c a d & a b. Quare quod ab utroque b a c maius est eo q ex b c. eo quod bis sub utroq; d a c & b a, & quoniam angulus b a c datus est, & qui sub a d c quoque datus est. Et reliquus igitur qui sub d c a datus est. Datur igitur triangulum a d c, specie. Ratio igitur ipsius a d ad a c, data est, quare & utriusque d a c ad a c, ratio est data. Et eius igitur quod sub utroque d a c, & a b ad id quod sub b a c, ratio est data. Et eius quod bis sub utroque d a c & a b ad id quod sub b a c ratio est data. Eo quia qui sub b a c, angulus datus est. & eius quod bis sub utroque d a c. & a b igitur ad a b c triangulum ratio data est. Sed iam esto angulus qui sub b a c obtusus, & producta b a in ream per duodecimam primi elementorum perpẽdicularis agatur c e, & ponatur per secundam primi elementorum ipsi a e æqualis a f.



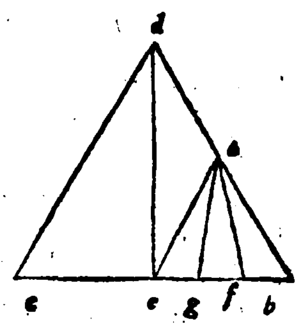
Quoniã igitur angulus b a c. est obtusus excitaturq; perpendicularis c e, quæ igitur ex b a, a c una cum eo quod bis sub b a e, hoc est bis sub b a f, æqua sunt ei quod ex b c. Cõmune proiectum sit quod bis sub b a c. Quæ igitur ex b a, a c unà cum eo quod bis sub b a c, hoc est, ex utroque b a c, una cum eo quod bis sub b a f. æqua sunt ei quod ex b c, una cum eo quod bis sub b a c. Cõmune auferatur quod bis sub b a f, quod igitur ab utroque b a c æquũ est ei quod ex b c, & ei q bis sub b a c f. Quare quæ ex utroque b a c. id quod ex b c. excedit eo quod bis sub b a e f. & quoniam angulus b a c. datus est. & qui sub e a c, igitur datus est. Sed & qui sub c e a, datus est. & reliquus igitur qui sub a c e. datus est. Datur igitur a e c triãgulum specie. Ratio igitur ipsius c a ad a e, data est. hoc est ad a f. Quare & ipsius a c ad c f, ratio est data. Ipsius autem a c ad c e ratio est data, & ipsius e c ad c f igitur ratio est data. Quare & eius qđ sub e c, a b ad id quod sub c f a b ratio est data. Ipsius autẽ q ex a b, c e ad a b c, triãgulum ratio est data: quare & eius quod sub c f, b a ad b c triangulum ratio est data. estque quod bis sub f c b a, quo maius est quod ex b c: eo igitur maius est quod ex utroque b a c eo quod ex b c, ea area ad triangulum rationem habet datam.





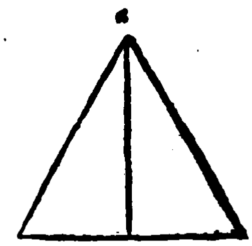
Aliter.

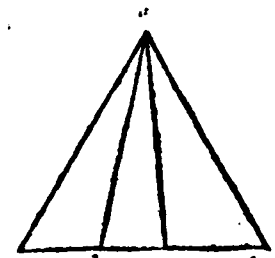
Excitetur b a & ipsi a c æqualis ponatur d a connectaturque d c. Quoniam igitur angulus a b c datus est, & eius uterque qui su b a d c, a c d, dimidium est. Datur ergo uterque eorum qui sub a d c, a c d, & reliquus igitur qui sub d a c, datus est. Datur ergo triangulum a c d specie. Ratio igitur ipsius a c ad c d, data est. Et quoniam qui sub a d c, datus est, excitetur eidem æquus uterque eorum qui sub d e c, a f c, per uigesimamsecundam primi elementorum. Et quoniam angulus b d c, ipsi d e c æquus est. Cõmunis autem qui sub a b c. ipsius d b e trianguli existens, & ipsius d b c. Reliquus igitur angulus d b e, reliquo angulo b c d est æqualis, æquiangulum igitur est b d e, triangulum ipsi d b c triangulo. Est igitur sicut e b ad b d, sic est d b ad c b. Quod igitur sub e b, b c, hoc est quod sub e c b, una cum eo quod ex c b ei æquum est quod ex b d, hoc est ei quod ex utroque b a c, æqualis enim est d a ipsi a c. Quod igitur sub e c b, una cum eo quod ex c b, æquum est ei quod ex utroque b a c. Quod igitur ex utroq; b a c, id qđ ex b c excedit eo q sub b c e. Dico igitur quod ratio ipsius qui sub b c e ad a b c, triangulũ data est. Quoniã æqualis est angulus b d e, angulo b c d, quorũ qui sub a d c, ei qui sub a c d, est æqualis. Reliquus ergo qui sub c d e, reliquo qui sub a c b est æqualis. Est autem & qui sub d e c, ei qui sub a f c, æqualis: reliquus ergo qui sub c a f, reliquo qui sub d c e, est æqualis, æquiangulum igitur est triangulum a c f, triangulo d e c. Est igitur sicut c a ad a f, sic d c ad c e: & uicissim igitur per decimãsextam quinti



elementorum sicut c a ad d c, sic a f ad c e. Ratio autem ipsius a c ad c d, data est. Ratio igitur ipsius a f ad c e, data. Excitetur per duodecimam primi elementorum, ab ipso a in b c perpendicularis a g, & quoniam angulus a f c datus est, est autem & qui sub a g f datus, & reliquus ergo qui sub g a f datus est. Datur ergo a g f triangulũ specie. Ratio igitur ipsius f a ad a g, data est, ipsius autẽ f a, a c, c e ratio data est. Quare & quod sub a g b c ad id quod sub b c, c e, ratio data est. Eius autẽ quod sub a g, b c, ad id quod sub a b c, triangulum ratio est data, & eius quod sub b c, c e, ad a b c ratio est data. Est autem quod sub b c, c e, qua maius est quod ex utroque b a c eo quod ex b c. Qua igitur maius est quod ex utroque b a c eo quod ex d c, ea area ad triangulum rationẽ habet datam. Scholium super prima demonstratione 65 propositionis.

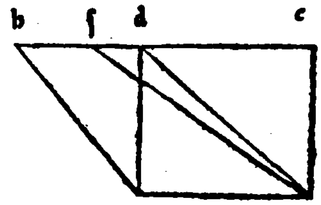
Si in triangulo isoscele acta fuerit aliqua recta linea utcunque in basim, quod ex acta una cum eo quod sub basis segmentis, æquum est ei quod ex uno laterum æqualiũ gignitur. Sit nempe isosceles triangulum a b c, æquum habens latus a b lateri a c, & ab ipso a in b c agatur quædã recta linea utcũq; a d. Dico quòd quod ex a d una cum eo quod sub b d c, æquũ est ei quod ex a c. Ipsa a d in b c, aut perpendicularis est aut non. Sit prius perpendicularis, & quoniã recta linea aliqua b c secatur bifariam in d. Quod igitur sub c d b: æquum est ei quod ex b d, cõmune apponatur quod ex a d, quod igitur sub c d b una cum eo quod ex a d, æquum ei est quod ex a d, d b. At eis quæ ex a d, d b æquum est quod ex a b. Quod uero sub d b una cum eo quod ex a d, æquum est ei quod ex a b. Sed iam non sit perpendicularis a d, exciteturque ab ipso a, in b c perpendicularis a e. Et quoniam recta quædam linea secatur in æqualia in e, & in inæqualia in d. Igitur per nonam secundi elementorum quod sub c d b, una cum eo quod ex d e, ei est æquum quod ex b e commune apponatur quod ex a e, igitur quod sub c d b una cum eo quod sub a e, e d, æquum est ei quod ex a e, e b, æquum est autem eis quæ ex a e, e d, id quod ex a d. Quod igitur sub c d b, unà cum eo quod ex a d, eis est æquum quod ex a d b, & eis quæ ex a d b, id quod ex a b, est æquum, quod autẽ sub c d b, una cum eo quod ex a d ei quod ex a b.





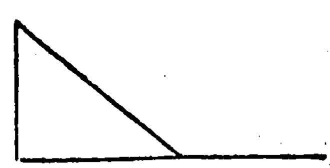
Scholium in secundam demonstrationem.

Quoniam autem quod sub a f c d, trianguli duplũ sit sic demonstrabimus, excitetur per a ipsi c d, parallelus per trigesimam primi elementorum, ipsa a g, & per eandem ipsi a f, per g parallelus excitetur g h. Bina igitur sunt parallelogramma ipsa a h, a d, supponitur autem a c ipsi d g parallelus super eadem basi a g existentes & in eisdem parallelis a g, c h, parallelogrammum igitur a h per trigesimamquintam primi elementorum, ipsi a d parallelogrammo æquum est, & quoniam quod sub a f, a g, est ipsum a h. æqualis autẽ est a g ipsi c d & quod igitur sub a f, c f d, est q; a h. Duplum autem est a h ipsius a c d triãguli per 41 primi elemẽtorum: quoniam & a d. Quod igitur sub a f, c d, duplum est ipsius a c d trianguli.



Item scholium.

Si enim efficiemus in rectas lineas d a ipsi a c, sicut d a c, & per d ipsi d c, per undecimam primi elementorum ad angulos rectos excitemus d b. Manifestũ quod manente quidem æquali d a ipsi d c ipsa autem d c ipsi a c, ipsa uero b a ipsi d a, manifestum erit quod dictum est. Quoniam enim sicut se habent bases, sic & parallelogrãma sub eodem fastigio existentia.



Super tertia demonstratione scholium.

Esto recta linea d e, & ipsi quidem d e, ponatur d a, ipsi autem a c, ipsa a c, & ab ipso a ipsi d c per undecimam primi elementorum ad angulos excitetur rectos a b & ipsi a b æqualis

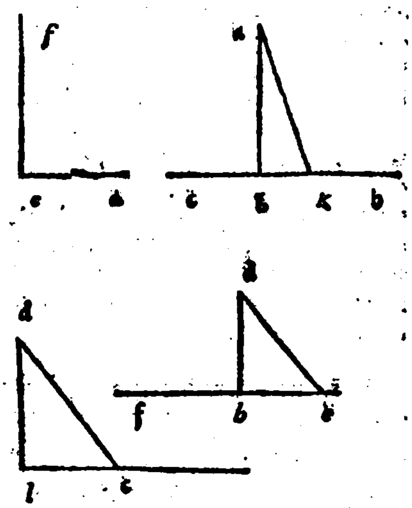
qualis esto d g. Quoniam igitur ipsius d a c ad c a, ratio data est, sicut autem d a c, ad c a, sic quod sub d a c, a b, ad id quod sub c a, a b, & eius quod sub d a c, a b ad id quod sub c a, a b, igitur ratio est data: est autem & eius quod sub c a, a b ad a b c, triangulum ratio data per 66 theorema, & quod sub d a c, a b, igitur ad id quod ex a b c triangulum ratio est data per 8 theorema.

Super eadem ubi agitur de angulo obtuso.

Si enim per c ipsi e b per 31 primi elementorum agamus parallelos, & per eandem per a b ipsi e c, agamus parallelos: manifestum enim quod quod sub e c, a b est ipsum a b & a g ipsius a b c, trianguli duplum est, ac per hoc & a b c, triangulum rationem datam habet: si enim per c ipsi e b, & per a b ipsi e c, per eandem parallelos agamus, manifestum igitur, quæ enim ex a ipsi e c, est æqualis, sicut in superiori scholio habetur.

Super quarta demonstratione 67.

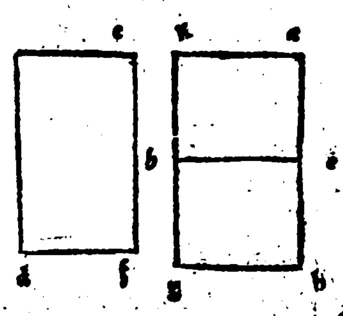
Quoniam autem ipsam d e c, ipsi a d c, æqualem constituere possimus: seorsum ab Apollonio sic demonstrabimus, quoniam enim angulus a c d æquus est angulo a d c, maior est qui sub b c d, eo qui sub a d c: ponatur, inquam, ipsi b c d, æquus angulus qui sub b d e, & extendatur b c, est autem angulus qui a d b, communis & ipsius d b c, & ipsius d b e, trianguli. Reliquus ergo qui sub b d c, reliquo qui sub d e c est æqualis. Quoniam autem uniuersaliter sit possibile à dato signo sicut a. in datam rectam lineam b c, deducere rectã lineã æquũ efficientẽ angulũ dato angulo d e f, sic ostẽdemus. Angulus enim d e f. aut est rectus, aut acutus, aut obtusus. Siquidẽ igitur rectus est, manifestũ. ago enim ab ipso a perpẽdicularẽ a g, æquus igitur est angulus e ipsi g. Sed iã esto angulus d e f, acutus. exciteturq; per duodecimã primi elementorum ab ipso d in e f, perpendicularis d h, ab ipso autem a in b c ipsa a g, constituaturque ad ipsam a g rectam lineam ad signumque in ea a ipsi e d h, per 23 primi elementorum, æquus angulus g a k. Reliquus igitur qui sub d e f, ei est æquus qui sub a k g. Sed iam esto obtusus angulus qui sub d e f, extensa igitur d e. in l: acutus igitur qui sub f e l, perpendicularis excitetur per duodecimam primi elementorum d l, & ipsi l d e. æqualis ponatur g a k. Sic igitur qui sub d e l, ei est æquus qui sub a k g. Quare & ex consequẽti qui sub d e f, ei qui sub a k b est æqualis.



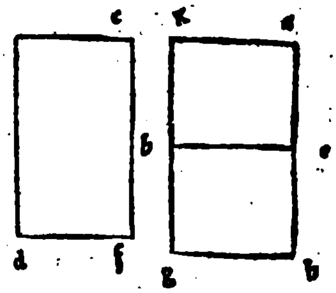
Theorema 61 Propositio 61

Si bina æquiangula parallelogramma adinuicem rationem datam habuerint, & unum latus ad unum latus rationem habuerit datam, & reliquum latus, ad reliquum latus rationem habebit datam.

Bina siquidem parallelogrãma a b, c d adinuicem rationem habeant datam, habeat autem & unum latus ad unum latus rationem datam, sit autem ipsius b e ad f d, ratio data. Dico quod & ipsius a e ad f c, ratio est data. comparetur enim ad ipsam e b. parallelogrammum æquum ipsi c d, sitque per uigesimamquintam sexti elementorum e g. ponaturque ut a e ipsi e h, sit in rectas lineas. in rectas igitur lineas est k b ipsi b g. Quoniam igitur ipsius a b ad c d ratio est data, æquum est autem c d ipsi e g. Ratio igitur ipsius a b ad e g, est data: quare & [illegible] ratio est data. Et quoniam æquũ est e g, ipsi

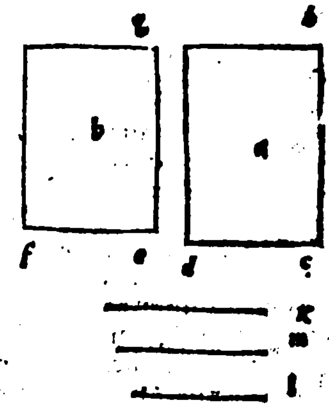


ipsi c d, est autem & æquiangulum. Igitur per 14 sexti elementorum latera quæ circum æquos angulos sunt reciproca, est igitur sicut e b ad f d, sic est c f ad e h. Ratio autē ipsius e b ad f d data, & ipsius igitur c f ad e h. ratio est data, ipsius autem e h ad a e, ratio est data, & ipsius igitur a e ad c f, ratio est data.



Aliter.

Exponatur data recta linea k, & quoniam ratio ipsius a ad b data est, eadem eidem fiat quæ ipsius k ad l. Ratio autē ipsius a ad b data, & ipsius igitur k ad l ratio est data. Data autem est k, data igitur & l per cōuersionem primæ diffinitionis. Rursus quoniam ipsius c d ad e f, ratio est data, eadem eidem fiat quæ ipsius k ad m. Igitur ratio ipsius k ad m data est. Data autem & k, data igitur & m, est autem & l data. Ratio igitur & ipsius l ad m data est, & quoniam æquiangulum est a ipsi b, igitur a ad b rationē habet ex lateribus cōpositam, per 23 sexti ele. hoc est ex ea ratione quam habet c d ad e f, & h c ad e g. Sed & k ad l rationem habet cōpositā ex ea quam habet k ad m. & m ad l. Ratio igitur composita ex ea quam habet c d ad e f, & h c ad g e eadem est compositæ rationi ex ea quam habet k ad m, & m ad l. Quarū ipsius c d ad e f, ratio eadē est ei quæ est ipsius k ad m rationi, reliqua ergo quæ ipsius h c ad g e, ratio eadē est ei quæ est ipsius m ad l. ipsius autē m ad l ratio est data. Igitur & ipsius h c ad e g, ratio est data.



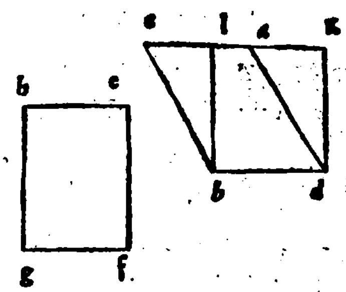
Scholium.

Si fuerint binæ rectæ lineæ, assumaturq́ quædam una recta linea, una priorum ad alteram rationem habet cōpositam ex ea quam habet prima ad extrinsecus utcunq́ sumptam, & quam assumpta ad alteram.

Theorema 69 *Propositio 69*

SI bina parallelogramma datos angulos habuerint, habuerint autem & ad inuicem rationem datam, unumq́ latus uni lateri rationem habuerit datam, & reliquum latus ad reliquum latus rationem datam habebit.

Bina siquidem parallelogramma a b, g e, datos habētia angulos, eos qui ad d f, adinuicem rationē datā habeant. Ipsius autem d b ad f g, ratio sit data. Dico quod & ipsius a d ad e f ratio data est. Siquidem igitur æquiangulum est a b parallelogrammum ipsi e g, parallelogrammo, manifestū est. Si autē non. Cōstituatur per 23 primi elemen. ad ipsam d b ad signumq́ in ea d ei qui sub e f g, æqualis angulus b d k. Compleaturq́ d l. parallelogrammum. Quoniā uterq́ ipsorū d a c, a k d, angulorum datus est, & reliquus igitur qui sub a d k, datus est. Datur igitur triangulum a d k specie. Igitur ipsius a d ad d k, ratio data est. Et qm̄ ipsius d c ad f h ratio est data, supponitur enim & est æquū d c ipsi d l, per 35 primi ele. Ratio igitur ipsius d l ad f h data est. Et æquiangulum est d l ipsi f h, & ratio ipsius d l ad f h data est. Estq́ ipsius d l ad e g, ratio data, & insuper ipsius d b ad f g id enim est receptum: Ratio igitur & ipsius d k ad e f data est, & ipsius d k ad d a ratio est data, & ipsius igitur a d ad e f, ratio est data.



Scholium.

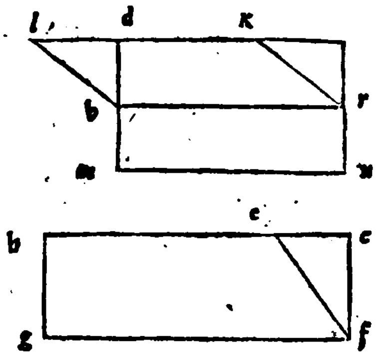
In uniuersum enim si parallelogrammi unus angulus datus fuerit, & reliqui dati erunt, uno enim dato necessario & consequentes dabuntur, quare & econuerso.

Theorema 70 *Propositio 70*

SI binorum parallelogrammorum quæ circum æquales angulos uel

uel inæquales datos tamen latera adinuicem rationem datam habuerint, & ipsa parallelogramma adinuicem rationem datam habebunt.

Binorum siquidem parallelogrammorum a b, e g, quæ circum angulos qui ad f c, aut æquos aut inæquales, datos tamen latera adinuicem rationem habeant datam, hoc est sit ratio ipsius quidem a c ad e f, data itidemque ipsius b c ad f g. Dico quod & ipsius c d ad f h, ratio est data, esto enim æquiangulum c d ipsi f h. Compareturq; per uigesimam quintã sexti elemen. ad c b, rectam lineam ipsi f h. parallelogrammo æquũ parallelogrãmum c m, ponaturq; ut a c ipsi c n, sit in rectã lineam. Igitur & d b ipsi b m, erit in rectam lineam. Et æquum est b n ipsi f h. est autem & æquiãgulũ. Igitur per deci mamquartã sexti elementorum ipsorum b n, h f, latera quæ circum æquos angulos sunt recipro-ca. Est igitur c b ad f g sic f e ad c n. Ratio aũt ipsius c b ad f g data est. Rõ igitur & ipsius e f ad c n data est, ipsius aũt e f ad a c rõ est data: & ipsius igitur a c ad c n rõ est data. Quare & ipsius c d ad c m, rõ est data: est aũt c m ipsi f h, æquale. Rõ igitur & ipsius c d ad e g, data. Non sit iam æquiangulũ a b ipsi f h. Construaturq; per 23 primi elemẽtorũ ad ipsam b c, rectã lineam, ad signumq; in ea c ei qui sub e f g angulo æqualis angulus b c k, compleaturque parallelogrammum c l. Et quoniam angulus a c b datus est, & reliquus igitur qui sub a k c, datus est, est autem & qui sub c a k datus. & reliquus igitur qui sub a k c datus est. Datur ergo triangulũ a c k specie. Ratio igitur ipsius a c ad e k est data, ipsius autem a c ad e f. ratio est data, ipsius aũt a c ad e f, rõ est data, & ipsius c k. igitur ad e f, ratio est data, est autem & ipsius c b ad f g. ratio data, æquũ aũt est c l ipsi c d. Ratio ipsi c d. Ratio igitur ipsius c d ad f h, data est.



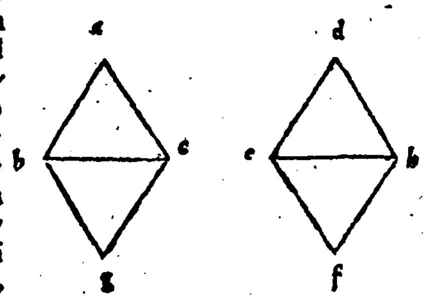
Scholium.

Nam quoniam æquiangulum est a b ipsi e g, æqualis est qui sub a c b ei qui ad g & qui ad f exterior interiori, & alius igitur ad g ei qui ad f est æqualis, similiter quoque & alij a c b, in rectum igitur est d b ipsi b m. Quoniam enim parallelus est a g ipsi d m anguli qui sub d b c, b c n, inuicem sunt æquales. Rursus quoniã parallelus est m b ipsi a c, qui sub m b c, a c b sunt inuicẽ æquales, qui sub a c b, b c n, eis qui sub d b c, c b l sunt æquales. Recti enim duo, qui sub a c b, b c n, & qui sub d b c, c b m. Si autem ad aliquam rectã lineam & ad signum & quæ sequuntur ut in 23 primi elementorum.

Theorema 71 *Propositio 71*

SI binorum triangulorum quæ circum æquos angulos, uel inæquales, datos tamen, latera rationem habuerint datam, & eadem triangula adinuicem rationem datam habebunt.

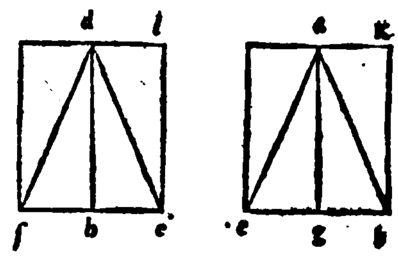
Duorum, inquam, triangulorum a b c, & d e h. quæ circum æquos angulos, aut inæquales datos tamen, latera adinuicem rationem habeant datam. Sitque ipsius b a ad d e. ratio data, & ipsius a c ad d h. Dico quod & ipsius a b c trianguli ad d e h triangulum ratio est data. Compleantur enim a g, d f, parallelogramma: quoniam igitur binorum parallelogrammorum a g, d f, quæ circum æquos angulos, uel inæquales datos tamen, eos qui ad a d latera adinuicem rationem habent datam, & parallelogramma per præcedentem rationẽ datã habebunt. Ratio igitur ipsius a g ad d f data est, ipsius autem a g dimidium est per conuersionẽ quadragesimamprimam primi elementorum. triangulum a b c, ipsius autem d f, per eandem ipsum d e h. Ratio igitur a b c trianguli ad d e h triangulum data est.



Theorema 72 Propositio 72

SI duorum triangulorum bases in data ratione fuerint,& quæ in ipsas ductæ ab angulis aut æquos aut inæquales angulos efficiē tes,datos tamen,eos qui ad basim,adinuicem rationem habuerint datam,& eadem triangula adinuicem rationem habebunt.

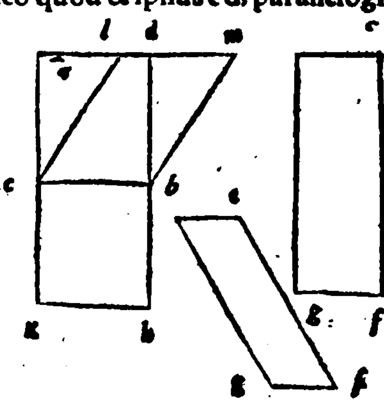
Sint bina triangula a b c,d e f,excitēturq́ a g,d h,aut æquos angulos efficiētes a g c,d h f,uel inæquales:datos tamen.Estoq́ ratio ipsius quidē b c ad e f data ipsius aūt a g,ad d h,itidem data. Dico q̄ & ipsius a b c triāguli ad d e f,triangulum ratio data est. Cōpleantur enim ipsa k c,l f,parallelogramma. & quoniam anguli a g c,d h f,aut æquales,aut inæquales sunt,dati tñ, æqualis aūt est angul⁹ a g c, angulo k b c,& q sub d h f,ei qui sub l e f.Et qui ad b e, igitur anguli aut æquales aut inæquales sunt,tamē dati.Et quoniā ratio ipsius a g ad d h data est, æqualis autem est a g ipsi k b & d h,ipsi l e.Ratio igitur ipsius k b ad l e,data est:est autem & ipsius b c ad e f,ratio data, & qui ad b e,signa anguli aut æquales,aut inæquales sunt,dati tamen.Et ipsius igitur c k,parallelogrammi ad l f,parallelogrammum ratio est data.Quare & ipsius a b c trianguli ad d e f,triangulum ratio est data.



Theorema 73 Propositio 73

SI binorum parallelogrammorum quæ circū æquos aut inæquales angulos,datos tamen,latera sic se habuerint sicut latus ad aliquid aliud,habuerit autem & reliquum primi latus ad idem rationē datam & ipsa parallelogramma adinuicem rationē datā habebunt.

Binorum,inquam,parallelogrammorū a b,e g,quæ circū æquales aut inæquales angulos,datos tamen,eos qui ad c f,latera sic adinuicem se habeāt,ut sit sicut c b ad f g, sic e f ad c k. Ipsius autem a c ad c k ratio esto data. Dico quod & ipsius c d, parallelogrammi a e g parallelogrammū ratio est data. Sit enim prius a b ipsi e g,æquiangulum, comparetur que per 45 sexti elementorum ad ipsam c b, rectam lineam ipsi e g parallelogrammo æquum c h,ponaturque ut a c ipsi c k,sit in rectam lineam. In rectā igitur est lineam & d b:ipsi b h,& quoniā c h,ipsi e g est æquale. est autem & æquiāgulum c h ipsi e g. Ipsorum igitur c h e g,latera quæ circū æquales angulos per 14 sexti elemētorum sunt reciproca: est igitur sicut b c ad f g,sic est f e ad c k. Sicut autē c b ad f g,sic e f,ad quā a c,rōnē habet datā. At a c uerbi gratia ad d aut quāpiā aliā rōnē habet datā Ratio igitur ipsius a c ad c k est data.Quare & ipsius a b ad c h,hoc est e g,ratio data est. Non sit autem æquiangulum. Cōstituaturque per 23 primi elementorum ad ipsam c b rectam lineam,ad signa que ad ipsam c ei qui sub e f g,angulo,æquus angulus qui sub b c l,cōpleaturque c m parallelogrammū. Quoniam uterq́ qui sub a c b,l c b angulorum datus est,& reliquus igitur q sub a c l est datus. Datur autem & qui sub c a l,& reliquus ergo qui sub c l a datur. Quare triāgulum a c l specie datur. Ratio igitur ipsius a c ad c l data est. Et quoniā est sicut b c ad f g,sic est e f,a d,quam ipsa a c,rationem habet datā. Ipsius autē a c ad c l,ratio est data:est igitur sicut c b ad f g, sic f e ad c l. Estque æqualis angulus l c m,angulo e f g. Ratio igitur ipsius c m parallelogrammi ad e g,parallelogrammū data est. Aequum autem est c m ipsi c d. Ratio igitur ipsius c d ad h g data est.



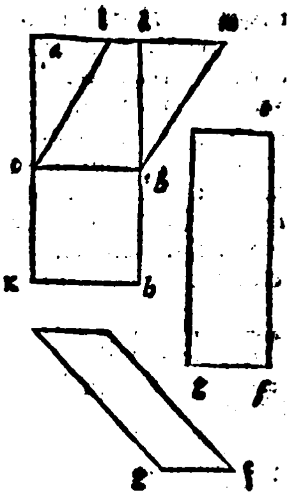
Theorema 74 Propositio 74

SI bina parallelogramma rationem adinuicem datam habuerint,aut in angulis æqualibus,aut inæqualibus datis tamē, erit

sicut

ficut primi latus ad fecundi latus, fic alterum fecundi latus ad quod reliquũ primi rationem habet datam.

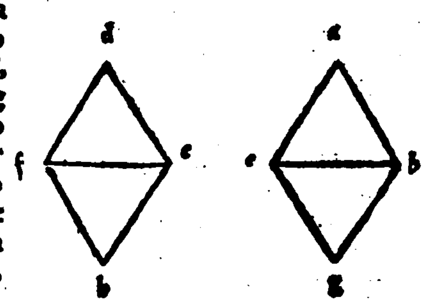
Bina fiquidem parallelogramma a b, e g, adinuicẽ rationẽ habeant datã, aut in æqualibus aut in inæqualibus angulis datis tamen eis qui ad c f. Dico quod eft ficut c b ad f g, fic eft e f ad quod a c, rationem habet datam. Ipfum, inquam, a b. ipfi e g, aut eft æquiangulum aut non. Sit prius æquiangulũ, cõpareturq; ad rectã lineã c b ipfi e g. parallelogrãmo per 45 fexti elemẽtorũ æquũ parallelogrãmũ c h, ponaturq; ut a c ipfi c k, fit in rectam lineã. In rectã igitur eft lineã d b ipfi b h, & quoniã ipfius a b ad e g, ratio eft data, æquum autem eft e g ipfi c h: ratio igitur ipfius a b ad c h, data eft. quare & ipfius a c ad c k ratio eft data. Et quoniam æquũ eft c h. ipfi e g. eft aũt & æquiãgulum. Ipforũ igitur c h. e g. per 14 fexti ele. latera quæ circum æquos angulos funt reciproca. Eft igitur ficut c b ad f g, fic e f, ad quod a c, rationẽ datam habet. Non fit autem æquiangulum conftituaturq; per 23 primi ele. ad ipfam c b rectam lineã ad fignumq; in ea c ei qui fub e f g, angulo, æqualis angulus l c b. Compleaturq; c m parallelogrammum. Quoniam igitur ipfius c m ad e g, ratio eft data, æquũ eft autem c d ipfi c m. Ratio igitur ipfius c m ad e g data eft, eft autem angulus l c b, angulo e f g, æqualis, eft igitur ficut b c ad f g, fic e f ad quod c l rationem habet datam, ipfius autem c a ad c l, ratio eft data, eft igitur ficut c b ad f g, fic e f ad quod a c, rationem habet datam.



Theorema 75 Propofitio 75

SI bina triangula adinuicem rationem habuerint datam, aut in æqualibus angulis autẽ in inæqualibus, datis tam, erit ficut primi latus ad fecundi latus, fic alterum fecundi latus ad quod reliquum primi rationem habet datam.

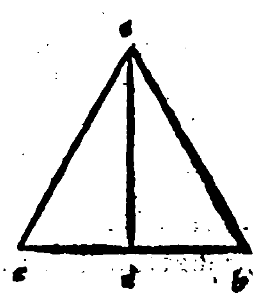
Sint bina triangula a b c, d e f, adinuicem rationem datã habentia, fintque anguli qui ad a d aut æquales aut inæquales, dati tamen. Dico quod eft ficut a b ad d e, fic eft d f, ad quod a c, rationem habet datam. Compleantur enim a g d h parallelogramma, & quoniam trianguli a b c ad d e f, triãgulum ratio eft data. Ratio igitur & ipfius a g. parallelogrammi a d. d h parallelogrammum data eft. Quoniã igitur bina parallelogramma a g, d h adinuicem rationẽ habẽt datã aut in æqualib9, aut in inæqualibus, angulis, datis tamen. Eft igitur per præcedentem ficut a b ad d e, fic d f ad quod a c rationẽ habet datam



Theorema 76 Propofitio 76

SI à uertice triãguli fpecie dati in bafim perpẽdicularis acta fuerit, acta ad bafim rationẽ habet datã.

Sit fpecie datũ triãgulum a b c, exciteturq; ab ipfo a in b c, perpendicularis a d. Dico quod ratio ipfius a d ad b c, data eft. Quoniam enim triangulum a b c datum eft fpecie, datus igitur eft & qui fub a b d, angulus eft autem & qui fub b d a, datus: & reliquus igitur qui fub b a d, datus eft: datur ergo triangulum a b d fpecie. Ratio igitur ipfius a b ad b c data eft. & ipfius igitur a d ad c b ratio eft data.

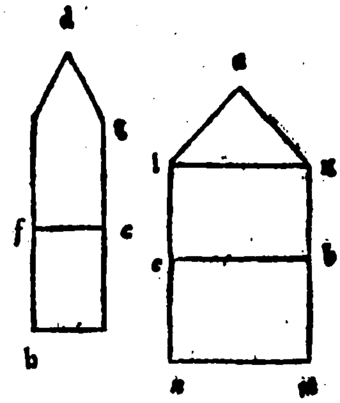


Propofitio 77 Propofitio 77

SI binæ fpecies fpecie datæ adinuicem ra

tionem datam habuerint, & unumquoduis unius latus speciei ad quod uis alterius rationem datam habebit.

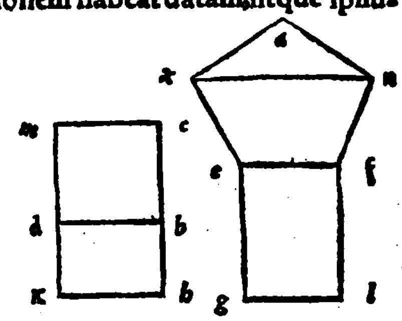
Binæ, inquam, species a b c, d e f, specie datæ adinuicē rationē habeant datam. Dico quod & unum quoduis latus ipsius a b c ad unum quoduis latus ipsius d e f, rationem habet datam. Describantur per 46 primi elemētorum ex b c, e f quadrata b n, e h. Quoniam ab eadem recta linea b c, binæ species describuntur quæ utcunque specie sunt datæ scilicet a b c & b n. Igitur per 49 propositionē ratio ipsius a b c ad b n. data est. Idque propterea iam rursus & ipsius d e f ad e g, ratio est data. Quoniā igitur ipsius a b c ad d e f, ratio est data, sed ipsius quidē a b c ad b n, ratio est data, quare & ipsius b c ad e f ratio est data.



Theorema 78 Propositio 78

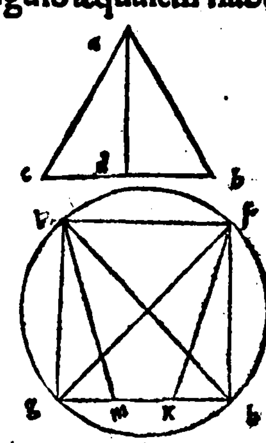
SI data species ad rectangulum aliquod rationem habuerit datam, & unum latus ad unum latus rationem habuerit datam, datur rectangulum specie.

Data enim species a f b ad rectangulum c d, rationem habeat datam, sitque ipsius f b ad c d, ratio data. Dico quod c d speciē datur. Describatur per 46 primi ele. ex f b, quadratū f g. Cōpareturque per 25 sexti ele. ad ipsam e d ipsi f g, æquum parallelogrammum e k ponaturque ut c e ipsi e h, sit in rectam lineam, in rectā igitur lineā est & m d. ipsi d k. Et quoniā ab eadem recta linea f b bina rectilinea quæ utcūque specie data sunt describuntur a f b, f g. Ratio igitur ipsius a f b ad f g per 49 propositionem data est. Ipsius autē a f b ad c d ratio est data. & ipsius ergo f g ad c d, ratio est data. Sed f h ipsi e k est æquale, & ipsius c d ergo ad e k, ratio est data, Quare & ipsius c e ad e h ratio est data. Et quoniā f g ipsi e k, æquum & æquiāgulū est, est autē & rectāgulū. Igitur per 14 sexti el. ipsorū latera reciproca sunt, estque sicut f b ad e d, sic e h ad f l. Ratio autē ipsius f b ad e d, supponitur data. Ratio igitur & ipsius e h ad f l data est. Ipsius autem e h ad c e, ratio est data, & ipsius ergo c e ad f l ratio est data, æqualis autem est f l ipsi f b, quadrati enim. Ipsius ergo l f ad e d, ratio est data, componatur enim, & ipsius igitur c e ad e d, ratio est data, & angulus qui ad e rectus est. Datur ergo c d specie.



Theorema 79 Propositio 79

SI bina triangula unum angulum uni angulo æqualem habuerint, & ab æqualibus angulis in bases perpēdiculares rectæ lineæ actæ fuerint fuerit aūt sicut primi triāguli basis ad perpendicularem, sic alterius triāguli bases ad perpendicularem, æquiangula erūt ipsa triangula.



Sint bina triāgula a b c, h f g, æquos habētia angulos qui ad f b, exciteturque qer 11 primi ele. ab ipsis f b. perpēdiculares b d, f k, sit autē sicut a c ad b d, sic g h ad f k. Dico quod æquiangulum est b c triangulum ipsi h f g triangulo. Describatur per 5 quarti ele. circū triāgulū f g h circulus, cuius segmētum sit h f g. Cōstituaturque per 23 primi ele. ad ipsam h g rectā lineā ad signūque in ea h ei qui sub b a c angulo æquus

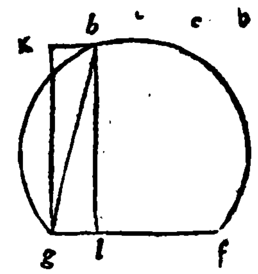
per

angulus qui sub g h l. Connectatur q; ipse f l, l g excitetur q; per 11 primi ele. perpendicularis l m. Et qm̃ angulus b a d angulo l h g est æqualis, & qui sub h l g ei qui sub a b c, & reliquus igitur qui sub b c a reliquo qui sub h g l, est æqualis. Simile igitur est triangulũ b c a ipsi h l g triãgulo & perpẽdiculares ductæ sunt b d, l m, est igitur sicut a c ad b d, sic h g ad l m per 76 propositionẽ. Erat autẽ sicut a c ad b d sic h g ad f k, supponitur enim. Et sicut igitur per 11 quinti ele. h g ad m l. Sic h g ad f k, æqualis igitur est f k ipsi l m, est autem & parallelus & f l ipsi h g, est æqualis & parallelus. Aequalis igitur est angulus f l h ipsi l h g angulo. Sed qui sub l h g ipsi b a c est æqualis, qui uero sub f l h ipsi f g h est æqualis. Et qui sub b a c igitur ei qui sub f g h est æqualis, est autem & qui sub a b c ei qui sub f h g, æqualis. Reliquus igitur qui sub b c a, reliquo qui sub f h g est æqualis, æquiangulum igitur est a b c triãgulum ipsi f h g triangulo.

Theorema 80 *Propositio 80*

SI triangulum unum habuerit angulũ datum, & quod sub datum angulum comprehendentibus rectis lineis, ad id quod ex reliquo latere quadratum rationem habuerit datam, datur triangulum specie.

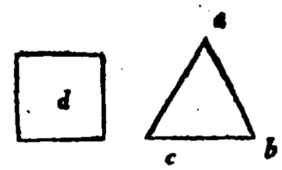
Esto triangulum a b c datum habens angulum qui ad a, & quod sub b a c ad id quod ex b c rationem habeat datã. Dico quod ipsum a b c triãgulum specie datur, excitentur enim per 11 primi elemẽtorum. ab ipsis a b in ipsas b c, c a, perpẽdicularis b d, a e. Quoniã igitur angulus b a d. datus est, est aũt & qui sub a d b datus. Datur ergo triangulũ a d b specie, ratio igitur ipsius a b ad b d. data est, quare & eius quod sub a c b d, ratio est data. Ei autẽ quod sub a c, b d. æquũ est id quod sub b c, a e, utrũque enim eorum ipsius a b c triãguli duplũ est. Ratio igitur & eius quod sub b a c ad id quod sub b c, a e data est. Eius autem quod sub b a c ad id quod ex b c ratio est data, & eius q; sub b c, a e, igitur ad id quod ex b c ratio est data, & ipsius b c ad a e, ratio est data, exponatur positione, & magnitudine data recta linea f g. Describatur q; super ipsa f g segmentum f h g per 33 tertij ele. datũ habẽs angulũ æquũ ipsi b a c. Datus autẽ est qui sub b a c angulus, datus igitur & qui in f h g, segmẽto angulus, positione igitur est segmentũ f h g excitetur per 11 primi ele. ab ipso g ipsi f g ad angulos rectos g k, positiõe igitur est g K fiatq; sicut b c ad a e, sic f g ad g K. Ratio autem ipsius b c ad a e data est.



Ratio igitur & ipsius f g ad g k data est. Data autem est f g, data igitur & g k, sed & positione, estq; datũ ipsum g, datũ igitur & k excitetur per 31 primi ele. per ipsum k ipsi f g, parallelus K h positiõe igitur est k h, positione autẽ ipsum f h g. Datũ igitur est signũ h. Cõnectatur f h, h g, excitetur q; per 11 primi ele. ppẽdicularis h l. Data igitur est h l. est autẽ & h signũ datũ. Et utrũq; ipsorũ f g. Datur igitur unaquæq; ipsarũ h f, f g, g h, positiõe & magnitudine datur ergo f h g, triangulum specie Et quoniã est sicut b c ad a e, sic f g, ad g k, æqualis autem est g K, ipsi h l, est igitur sicut b c ad a e. sic f g ad h l estq; æqualis angulus b a c angulo f h g, æquiangulum igitur est per præcedentem a b c, triangulũ ipsi h f g triangulo. Datur aũt h f g triangulũ specie, datur igitur & a b c triangulum specie.

Aliter.

Sit triangulum a b c, datum habẽs angulum qui ad a, sit autem eius quod sub b a, a c, ad id q; ex c b ratio data. Dico quod triangulum a b c specie datur. Nam quoniã angulus b a c, datus est. qua igitur maius est quod ex utroq; ipsius b a c, eo quod eo b c, ea area ad b a c triãgulum rationẽ habet datã, qua autẽ est maius quod ex utroque ipsius b a c eo quod ex b c sit area d. Ratio igitur

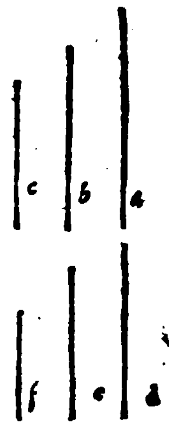


ipsius d areæ ad a b c, triangulum data est, Ipsius aũt a b c ad id quod sub b a c ratio est data, eo quia angulus qui sub b a c datus est. Et ipsius igitur d areæ ad id quod sub b a c ad id quod ex b c ratio est data, & ipsius igitur d ad id quod ex b c ratio est data, & cõponendo igitur per 18 quinti elemen. ipsius d areæ una cum ea quod ex b c, ad id quod ex b c,ratio est data. Sed area d una cũ ea quæ ex b c est id quod ex utraque b a c. Ratio enim eius quod ex utraq; b a c ad id quod ex b c data est. quare & utriusque b a c ad b c ratio data est, estq; angulus qui sub b a c. datus: datur igitur triangulũ a b c specie.

Theorema 81 *Propositio 81*

SI tres rectæ lineæ proportionales, existẽtes tribus rectis lineis ꝓportionalibus existẽtibus, extremas in rõne data habuerint, medias in data ratione habebunt & si extrema ad extremam rationem datam habuerit, & media ad mediam reliqua ad reliquam extremam rationem datam habebit.

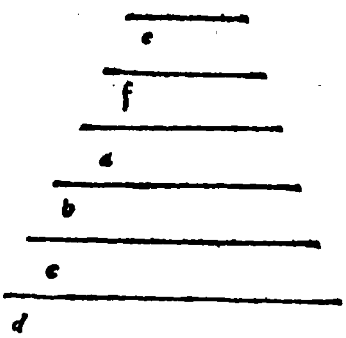
Tres, inquam, rectæ lineæ proportionales existentes a,b,c. tribus rectis lineis proportiõalibus existẽtibus d e f. extremas in data rõne habeãt, sitq; ipsius quidẽ a ad d ratio data, ipsius autem c ad f, ratio quoq; data. Dico quod ipsius b ad e, rõ est data. nã qm̃ ipsius a ad d ratio qdẽ data est, ipsius aũt c ad f, rõ quoq; est data. Rõ igitur eius quod sub a c ad id ꝙ sub d f, data est. Sed ei quidẽ quod sub a c. æquũ est id ꝙ ex b, per 17 sexti ele. ei autem quod sub d f per eandẽ: æquũ est id qđ ex e, ratio igitur eius quod ex b ad id quod ex e data est, quare & ipsius b ad e, ratio data est. Esto iã rursus ipsius quidẽ a ad d ratio data, ipsiusq; b ad e, ratio est data. Dico qđ & ipsius c ad f ratio est data. Nam quoniã ratio ipsius a ad d est data, ipsius autẽ b ad e, ratio est data: rõ quoq; eius quod ex b ad id quod ex e data. Sed ei quidẽ qđ ex b æquũ est id quod ex a c per 17 sexti ele. Ei aũt quod ex e. per eandẽ æquũ est id quod sub d f: ratio igitur eius quod sub a c ad id quod sub d f est data, & unius lateris a ad unum latus d ratio est data, & reliqui igitur c ad reliquum f ratio est data.



Theorema 82 *Propositio 82*

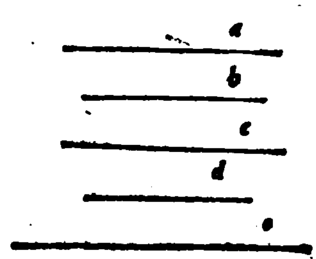
SI quatuor rectæ lineæ proportionales fuerint, erit sicut prima ad quam secunda rationem habet datam, sic tertia ad quam quarta rationem habet datam.

Sint quatuor rectæ lineæ proportiõales a.b,c,d, sicut a ad b sic c ad d. Dico quod est sicut a ad quã b rationẽ habet datã. Sic c ad quã d rationẽ habet datã: esto enim ad quã b rõnẽ habet datã e, fiatq; sicut b ad e, sic d ad f. Ratio aũt ipsius b ad e data, ratio igitur ipsius d ad f data. Et qm̃ est sicut a ad b, sic c ad d. Est autẽ & sicut b ad e, sic d ad f, ex æquali igitur per uigesimã secundam quinti elemẽ. sicut a ad e, sic c ad f. Estq; e ad quam b rationẽ habet datam & f ad quã d: est igitur sicut a ad quã b rationẽ habet datã, sic c ad quam d rationẽ habet datã.



Theorema 83 *Propositio 83*

SI quatuor rectæ lineæ sic se adinuicem habuerint, sicut tribus assumptis ex ipsis quomodocũq;, & quarta eisdẽ proportiõali assumpta ad quã reliqua earũ quæ in principio quatuor linearum rectarũ rõnẽ habet datã, proportionales gigni ipsas quatuor rectas lineas, erit sicut quarta ad tertiã, sic secũda ad quam prima rationem habet datam.

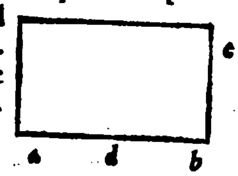


Sint quatuor rectæ lineæ a.b,c,d, sic se habentes adinuicẽ ut tribus ex ipsis quomodocũq; assumptis, & quarta eisdem hoc est e ad quã d rationẽ habet datã proportionales fieri ipsas a b c e, rectas lineas. Dico qđ est sicut d ad c, sic b ad quam a rationem habet datam. Nam quoniã est sicut a ad b, sic c ad e. Quod igitur sub a e, ei est æquum quod sub b c, per 16 sexti ele. Et quoniã ratio ipsius e ad d, data est. Ratio igitur ipsius quod sub a d ad id quod sub a e data est. Quod autem sub a e, ei est æquum quod sub b c. Ratio igitur eius quod sub a d ad id quod sub b c data est, igitur sicut d ad c sic b ad quam a rationem habet datam.

Theorema 54 *Propositio 54*

Si binæ rectæ lineę datam areolam comprehẽderint in dato angulo, & altera altera data maior fuerit, & ipsarum utraque data erit.

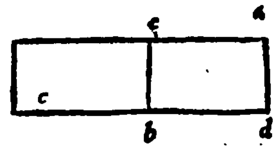
Binæ, inquam, rectæ lineæ a b, b c areolam comprehendant a c in angulo sub a b c. At c b ipsa b a dato maior sit. Dico ꝙ utraqꝫ ipsarũ a b, b c, data est. Nã quoniã c b ipsa b a dato maior est. Sit data d c. Reliqua igitur d b ipsi a b, est æqualis: Cõpleatur a c. Et quoniã æqualis est a b ipsi b d. Ratio igitur ipsius a b ad b d data est. Datus autem est angulus a b d. Datur igitur a d specie. Quoniã igitur a c data est, ad datam d c adiũgitur excedẽs specie dato a d. Datur igitur excessus per 59 datorũ. Data igitur est b d. Sed, & d c. Igitur tota b c data est, est autem & a b data, utraque igitur a b, b c data est.



Theorema 55 *Propositio 55*

Si binæ rectæ lineæ datam areolam comprehenderint in dato angulo, fuerit aũt & utraque simul data, & ipsarũ utraque data erit.

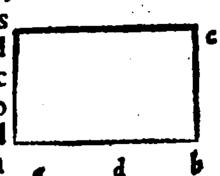
Binæ, inquam, rectæ lineæ a b, b c, datã areolam comprehendant a c in dato angulo a b c data. Dico quod & utraqꝫ ipsarũ a b, b c, data erit. Extendatur c b in d ponaturqꝫ per 2 primi ele. ipsi a b æqualis b d, & per 31 primi ele. per d ipsi b a parallelus excitetur d e. Compleaturqꝫ a d, & quoniam æqualis est d b ipsi b a. Et angulus a b c datus est, qm̃ & qui ex utraque parte datus est, datur igitur e b. specie. Et qm̃ a b c, simul data est, æqualis autẽ est & a b ipsi d b. Data igitur est d c. Quoniã igitur a c data est, ad datam d c comparatur deficiẽs specie dato e b, igitur per 58 datorum dantur latitudines defectus. Datæ igitur sunt ipsæ a b, b d. Sed & utraqꝫ simul a b c, data est. Data igitur est utraqꝫ ipsarũ a b, b c.



Theorema 56 *Propositio 56*

Si binę rectę lineæ datam areolam comprehenderint in da to angulo, potuerit autem utraque utraque dato maius quàm in ratione, & ipsarum utraque data erit.

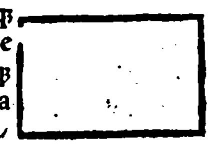
Binæ, inquã, rectæ lineæ a b, b c datam areã cõprehendant a c, in dato angulo a b c, quod autẽ ex b c eo quod ex a b dato maius sit quàm in ratione. Dico quod & utraque ipsarũ a b, b c, data est. Nã qm̃ quod ex c b eo quod ex b a dato maius est ꝙ in ratione. Auferatur datum, sitqꝫ quod sub c b, b d. Reliqui igitur quod sub c d, c b ad id quod ex a b ratio data est. Et quoniã quod sub a b, b c, datũ est, est aũt quod sub c b, b d datũ. Ratio igitur eius quod sub a b, b c ad id quod sub c b, b d, data est. Sicut autẽ qđ sub a b, b c, ad id quod sub c b, b d: Sic a b ad b d. Quare & ipsius a b ad b d ratio est data. Quare & eius quod ex a b ad id quod ex b d ratio est data. Eius aũt quod ex a b, ad id quod sub b c, c d ratio est data. & eius quod sub b c, c d igitur ad id quod ex d b ratio est data. Quare & eius quod quater sub b c, c d ad id quod ex b d ratio est data. Et eius igitur quod quater sub b c, c d una cum eo quod ex b d ad id quod ex b d ratio est data. Sed id quod quater sub b c, c d una cum eo quod ex b d id est quod ex utroqꝫ simul est ipsius b c, c d. Ratio igitur utriusqꝫ simul quod ex b c, c d ad id quod ex b d data est. Quare & utriusqꝫ b c, c d, ad b d, ratio data est. Et componendo igitur per 18 quinti ele. binarum b c ad b d, ratio est data. Quare unius c b ad b d ratio est data. Sicut autem c b ad b d, sic quod sub c b. b d ad id quod ex b d. Et eius quod sub c b, b d igitur ad id quod ex b d ratio est data. Datum autem quod sub c b d, datum igitur & quod ex b d, Data igitur est b d. quare & b c, data est, ipsius enim c b ad b d ratio est data: & da-



tur b d. Datur igitur & b c, est aũt & a c, datũ, & angulus a b c datus. Data igitur est a b, utraq; igitur ipsarum a b, b c, data est. *Theorema 87* *Propositio 87*

S I binæ rectæ lineæ areolam comprehenderint datã in dato angulo, quod à maiori uero minore dato maius fuerit, & ipsarum utraque data erit.

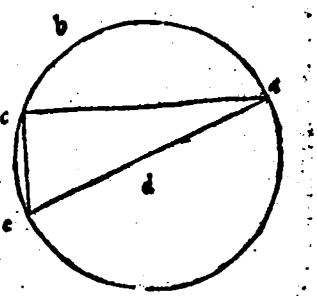
Binæ, inq̃, rectæ lineæ a b, b c datã areã cõprehẽdant a c in dato angulo a b c, quod aũt ex a b dato maius esto, eo q̃ ex b c, dico q̃ utraq; ipsarũ a b, b c data est. Nã q̃m quod ex a b, eo quod ex b, dato maius est. Auferatur datũ sitq; quod sub a b, b d. Reliquũ igitur quod sub b a, a d, æquum est ei quod ex b c. Et quoniã quod sub a b, b c, datũ est, est aũt & quod sub a b, b d datum. Ratio igitur eius quod sub a b, b d ad id q̃ sub a b, b c data est. Estq; sicut quod sub a b, b d ad id quod sub a b, b c, sic d b ad b c. Ratio igitur ipsius d b ad b c, data est. Ratio igitur & eius quod ex d b, ad id quod ex b c data est. Ei autem quod ex b c, æquũ est id quod sub b a, a d. Ratio igitur eius quod sub b a, a d, ad id qđ ex d b, data est. Et eius igitur quod quater sub b a, a d una cũ eo quod ex d b ad id qđ ex d b ratio est data. Sed quod quater sub b a, a d una cum eo quod ex b d, id est quod ex utraq; simul ipsarũ b a, a d. Ratio igitur & eius quod ex utraq; simul b a, a d, ad id quod ex d b data est. Ratio igitur & utriusque simul b a a d ad d b data est. Et cõponẽdo igitur p 18 q̃nti ele. utriusq; simul b a, a d una cũ ipsa d b hoc est binarũ a b ad b d, ratio est data, & unius igitur a b ad d b, rõ est data. Ipsius autẽ d b ad b c, ratio est data. Et ipsius igitur a b ad b c, ratio est data. Et q̃m ipsius a b ad b d ratio est data, estq; sicut a b ad b d, sic quod ex a b ad id quod sub a b, b d. Ratio igitur & eius quod ex a b ad id quod sub a b, b d data est. Datũ aũt est q̃ sub a b, b d. Sic enim datũ aufertur. Datũ igitur est & qđ ex a b. Data igitur est a b, estq; ratio ipsius a b ad b d data. Data igitur est & b c.



Theorema 88 *Propositio 88*

S I in circulo magnitudine dato, recta linea acta fuerit assumens segmẽtũ capiẽs angulũ datũ, datur acta magnitudine.

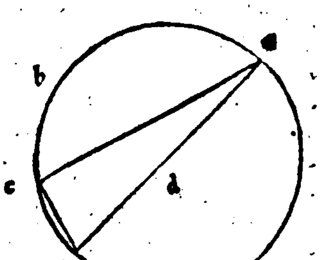
In circulo enim a b c magnitudine dato, excitetur a c assumẽs segmẽtũ a e c, accipiẽs angulũ datũ. Dico quod a c datur magnitudine. Assumatur enim per 1 tertij ele. centrũ circuli sitq; illud d, & cõnexa a d, & extẽdatur in e & cõnectatur c e. Datus igitur est qui sub a c e, rectus enim est, est aũt & q sub a e c, datus, & reliquus igitur qui sub c a e, datus est, datur igitur triãgulũ a e c specie. Ratio igitur est ipsius a e ad a c data, data autem est ea magnitudine, quoniã & circulus datur magnitudine. Data igitur est a c magnitudine.



Theorema 89 *Propositio 89*

S I in circulo magnitudine dato, recta linea acta fuerit data magnitudine, relinquetur segmẽtũ capiens angulũ datum.

In circulo enim magnitudine dato a b c, recta linea excitetur a c data magnitudine. Dico quod relinquetur segmẽtũ capiens angulũ datũ. Accipiatur enim per 1 tertij ele. cẽtrũ circuli sitq; illud d & cõnexa a d extẽdatur in e, & q̃m utraq; ipsarũ e a, a c est data. Rõ igitur ipsius e a ad a c, data est. Et angulus qui sub a c e, rectus est. Datur igitur a c e triãgulũ specie. Dat⁹ igitur est angulus a e c.



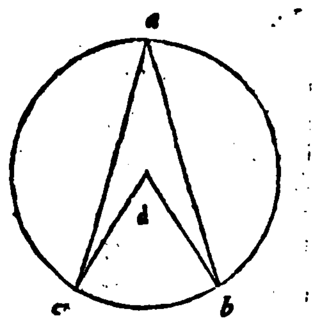
Theorema 90 *Propositio 90*

S I in circuli positione dati circunferentia assumptũ fuerit signũ datũ, ab hoc autẽ ad circuli circunferentiã infringatur aliqua recta linea datum angulum efficiens, datur alter finis refractæ.

Circuli enim positione dati a b c in circũferẽtia accipiatur datũ signũ b, ab ipso aũt b refringatur recta linea b a c, datũ efficiẽs angulũ b a c. Dico quod c signũ datur. Assuma

tur

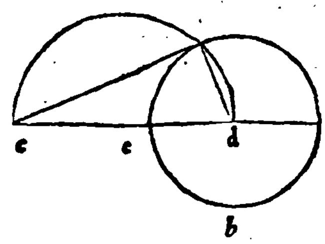
tur per 1 tertij elementorū. Ipsius circuli centrū d & cōnectātur b d,d c. Et qm̄ utrūq; ipsorū b d,datū est positione igitur est ipsa b d. Et qm̄ angulus b a c,datus est. Datus igitur est angulus b d c. Quoniā igitur ad positione rectam lineā b d ad signūq; d recta linea excitatur d c datū efficiēs angulū b d c. Data igitur ipsa d c positiōe, datus est aūt & circulus a b c. Datū igitur est c signum.



Theorema 91 Propositio 91

SI à dato signo, positiōe datū cir culū tāgēs recta linea acta fuerit, datur acta pōne & magnitudine.

A dato enim signo c positiōe datū circulū a b tāgēs recta linea excitetur c a. Dico ꝙ c a recta linea datur positiōe & magnitudine. Accipiatur enim p 1 tertij el. ipsius circuli cētrū d,& cōnectatur d a.& qm̄ datū est utrūq; ipsorū d c,data est igitur d c.estq; āgulus d a c,datus igitur sup c d. descriptus semicirculus ueniet p a, ueniat sitq; d a c,positiōe igitur est d a c.positiōe aūt est a b circul9. Igitur a datū est. Sed & c datū est. Data igitur est a c pōne & magnitudine.

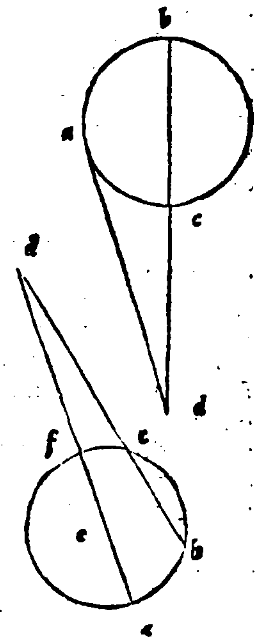


Theorema 92 Propō 92

SI extra circulū positiōe datū assumptū fuerit aliquod datū signū ab ipso aūt signo in circulū acta fuerit aliqua recta linea, quod sub acta & ea quæ inter ipsum signū & curuā circūferentiam comprehēsum rectangulum datum.

Extra enim circulū positiōe datū a b c assumatur signū aliquod d, ab ipso aūt d signo extēdatur recta linea d b secās circulū. Dico ꝙ quod sub b d,d c datū est, excitetur enim ab ipso d signo ipsum a b c,circulū tāgēs, recta linea d a per 17 tertij ele. Data igitur est d a positiōe & magnitudīe. Qm̄ igitur data est a d,datū igitur est & quod ex a d,& est æquale ei quod sub b d,d c,per 36 tertij el. Datū igitur est quod sub b d,d c. Aliter.

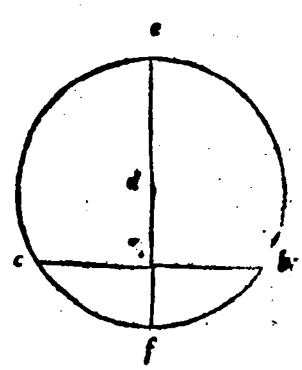
Assumatur per 1 tertij ele ipsius circuli cētrū e,& cōnectatur d e, extēdatur in a & quoniā datū est utrūq; ipsorū e d. Data igitur est e d positiōe Datur autē & a b f circulus. datū igitur est utrūq; ipsorū a f, est aūt ipsum d datū. Data igitur est utraque ipsarū a f, f d. Datū igitur est quod sub a d,d f & ei est æquū quod sub b d,d c ei quod sub a d,d f. Datum igitur est quod sub b d,d c.



Theorema 93 Propositio 93

SI in circulo positione dato, assumptū fuerit aliquod datū, ac per signū illud acta fuerit aliqua recta linea in ipso circulo, quod sub actæ sectionibus comprehensum rectangulū datū est.

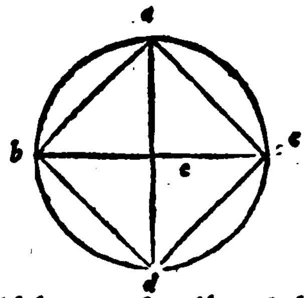
In circulo enim dato positione b c accipiatur signum aliquod datum a,ac per a excitetur quædam recta linea b c. Dico quod quod sub b a,a c datum est. Assumatur enim per primam tertij elemen. ipsius circuli centrum sitque d & connexa a d extendatur ad f e. Quoniam igitur utrūq; ipsorum d a,datum est,positione igitur est d a. positiōe autem & c b f circulus. Datum igitur est utrunque ipsorum f e, est autem & a datum. Data igitur est utraque ipsarum f a,a e. Datum igitur quod sub f a,a e.& ei est æquū quod sub b a,a c,datum igitur est quod sub b a,b c.



Theorema 94 Propositio 94

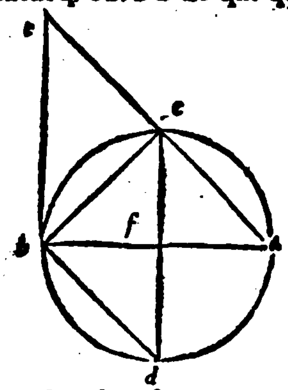
SI in circulo magnitudine dato recta linea acta fuerit, assumens segmentum capiens angulum datum, & qui in segmento angulus bifariam sectus fuerit, utraque simul angulum datum comprehendens ad secantem angulum bifariam rationem habebit datam, & quod sub utraque simul angulum datum comprehendente recta linea, & infra assumpta ab ea quæ angulum bifariam ad circunferentiam dispescit datum erit.

In circulo enim magnitudine dato a b c recta excitetur linea b c assumens segmentū capiens angulum datum qui sub b a c, seceturq́ ipse b a c per 9 primi elementorum bifariam recta linea a d. Dico quod ratio utriusq́ simul b a c ad a d, data est: & etiā quod datū est id sub utraq́ simul b a c, & e d. Connectatur b d & quoniā in circulo magnitudine dato d a c. excitatur b c assumēs segmentū b a c, capiens angulū datū b a c. Data igitur est b c magnitudine. Idq́ propterea iam & b d, data est magnitudine. Ratio igitur ipsius b c ad b d data est. Et quoniam angulus b a c, bifariam secatur à linea recta a d est igitur sicut b a ad a c, sic b e ad e c, uicissim igitur p 16 quinti ele. sicut a b ad b e, sic a c ad c e, & sicut utraq́ simul b a c ad b c, sic a c ad c e. Et quoniā angulus b a e angulo e a c. est æqualis, est autem & qui sub a c e. ei qui sub b d e æqualis. Reliquus igitur qui sub a e c, reliquo qui sub a b d, est æqualis, æquiangulum igitur est a e c triangulum ipsi n b d triangulo. Est igitur sicut a c ad c e. Sic a d ad b d. Sed sicut a c ad c e, sic utraque simul b a c ad b c, & sicut igitur per 11 quinti ele. utraq́ simul b a c ad b c, sic a d ad d b. uicissim igitur per 16 qninti el. sicut utraq́ simul b a c ad a d, sic b c ad b d. Ratio autē ipsius b c ad b d data est. Ratio igitur & utriusq́ simul b a c ad a d data est. Dico quod & quod sub utraq́ simul b a c, & d e datum est: nā quoniā æquiangulum est triangulum a e c ipsi d e b, triāgulo, est igitur sicut b d ad d e, sic a c ad c e. Sicut autem a c ad c e, sic est utraq́ simul b a c ad b c. & sicut igitur per 11 quinti ele. utraque simul b a c ad b c. sic est b d ad b e. Igitur quod sub utraque simul b a c & d e æquum est ei quod sub c b & b d. Datum est quod sub c b, & b d datum igitur & quod sub utraque simul b a c, & e d.



Aliter idem.

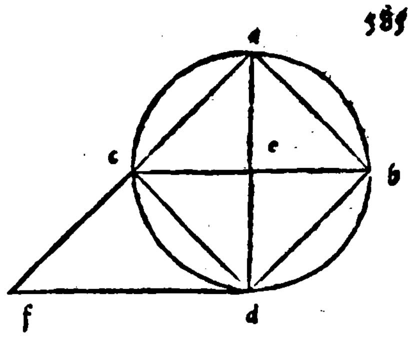
Extendatur a c. in e, ponaturq́ ipsi c b æqualis c e. connectaturq́ e b, b d. Et qm̄ qui sub a c b, duplus est utriusq́ ipsorum a c d, c e b, æqualis igitur est qui sub c b e angulus ei qui sub a c d, hoc est ei qui sub a b d. Cōis pōatur qui sub a b c. Tot⁹ igitur qui sub d b c, toti qui sub f b e. est æqualis est aūt & qui sub c a b, ei qui sub c d b, æqualis. Reliquus igitur angulus qui sub c e b, reliquo āgulo qui sub d c b est æqualis, æquiāgulū igitur est e a b triāgulū ipsi c d b triāgulo. Est igitur sicut e a ad a b Sic c d ad d b. Ipsa aūt utraq́ d e est ipsa a c b, & sicut igitur utraq́ ipsarū simul a c b ad a b, sic c d ad b d. Et uicissim igitur per 16 quinti ele. sicut utraque simul a c b ad c d. Sic a b ad b d. Ratio autem est ipsius a b ad d b data: utraq́ enim ipsarum data est. Ratio igitur & utriusq́ simul a c b ad c d data est. Et qm̄ æquiangulū est triangulū e a b triangulo f b d: est igitur sicut e a ad a b, sic b d ad d f. Ipsa autem e a, utraq́ est a c b, & sicut igitur utraq́ a c b ad a b, sic b d ad d f. Igitur quod sub utraq́ simul a c b & f d æquū est ei quod sub a b, b d. Datū est aūt ꝙ sub a b, b d. Data igitur ipsarū utraq́. Datū igitur est & quod sub utraq́ simul a c b & f d.



Aliter idem.

Extēdatur a c. in f ponaturq́ ipsi b a æqualis c f. Cōnectāturq́ b d, d c, d f, & qm̄ æqualis est b a ipsi c f. & d b ipsi d c. Binæ iā a b, b d binis f c, c d, sunt æquales altera alteri, & angulus q sub a b d, angulo q sub d c f, est æqualis. qn̄quidē a b c d, quadratū est. basis igitur a d per 4 primi ele. basi d f, est æqualis, & triāgulū a b d, triangulo c d f. est æquale, & reliqui

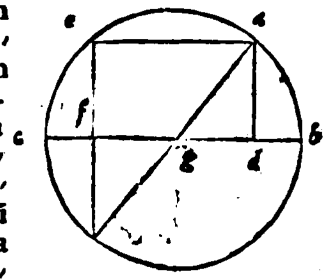
liqui anguli. reliquis angulis æquales erũt, quos æqualia latera subtendunt Igitur angulus b a d, angulo d f c est æqualis: datus autẽ est angulus b a d, datus igitur est & qui sub d f c angulus: est aũt & qui sub d a f, angulus datus. Datur igitur triangulum a d f specie. Rõ igitur ipsius f a ad a d, data est. At a f, utraque est simul b a c, eo quia æqualis est c f, ipsi b a. Ratio igitur utriusque simul b a c ad a d, data est, & similiter sicut prius demonstrabimus quod id quod sub utraque b a c, & e d datum est.



Theorema 95 Propositio 95

SI in circuli positione dati diametro datũ signum assumptũ fuerit, ab ipso aũt signo ad ipsum circulũ proiecta fuerit aliqua recta linea, & à sectione ad rectós angulos acta fuerit ipsi excitatæ, à signo aũt in quod cócurrit quæ ad rectos angulos ipsi circuli circunferẽtia parallelus acta fuerit excitatæ. Datũ est signũ ꝙ concurrit parallelus diametro, & quod sub parallelis comprehẽsum rectãgulũ datũ erit.

In circuli enim a b c, positione dati diametro b c assumptum sit datũ signũ d ac per ipsum d ad circulũ producatur quædã utcũꝗ recta linea d a, ab ipso autẽ a ipsi d a angulus excitetur rectus a e, ac per e ipsi a d, per 31 primi ele. parallelus excitetur e f. Dico quod f datum est, & quod ea quæ sub a d, e f, area data est extẽdatur e f in h, & cõnectatur a h. Quoniam angulus h e a, rectus est, & h a dimetiẽs est circuli a b c, est autẽ & b c dimetiẽs. Igitur g centrũ est circuli a b c. Datũ igitur est signũ g, est aũt & d datũ. Data igitur est d g, magnitudine: & quoniã a d ipsi e h. parallelus est. Et æqualis est h g ipsi g a, per 15 diffinitionẽ primi el. & d g ipsi g f & a d, f h. Data igitur d g. Data igitur est & f g. Sed & positione. Vtraꝗ igitur ipsarũ g f, g d data est, & g datũ est. Datũ igitur & f, & quoniã in circulo a b c positiõe dato, assumitur signũ f datũ, & extenditur e f h. Datũ igitur est per 91 datorũ, quod sub e f, f h, æqualis aũt est h f ipsi d a. Datum igitur est quod sub a d, e f.



Finis Datorum.

EVCLIDIS DE LEVI ET PONDEROSO FRAGMENTVM.

Diffinitiones.

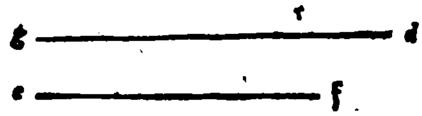
1 Æqua magnitudine corpora sunt, quæ loca replent æqua. 2 Diuersa magnitudine corpora sunt, quæ loca replent non æqua. 3 Grãdiora magnitudine dicũtur corpora, quæ loco sunt ampliore. 4 Æqua potentia corpora sunt, quorũ & tempore & aëre aquáue media æqualibus & per æqualia interualla æquales sunt motus. 5 Diuersa potentia corpora sunt, quorum tẽpore diuerso motus sunt æquales. 6 Diuersorũ potẽtia corporum, maius id potentia dicitur, quod mouendo temporis insumpsit minus: minus autem potẽtia, quod temporis amplius. 7 Generis eiusdem corpora sunt, quæ cum æqua magnitudine sint, etiam sunt potentia. 8 Diuersa genere corpora sunt, quæ cum æqua magnitudine sint, potentia non sunt, per idem licet medium moueãtur. 9 Diuersorum genere corporum, potentius id dicitur, quod est solidius.

Theoremata

Theorema primum

DIuersorum potentia corporum, quod spatium amplius mouetur, habet amplius potentiæ.

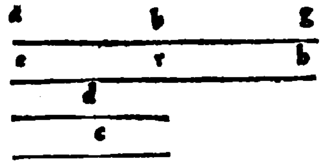
Sint a & b corpora duo, sint g d & e f spatia duo, g d maius per quod a, e f, minus per quod b mouetur resecabo à spatio g d, g r spatium, sic ut sit e f spatio spatiũ g r æquale. Cætera sponte patent.



Theorema secundum

EOrundem genére corporũ si ipsa inter se erunt multiplicia, erunt æque ipsorum potentiæ multiplices.

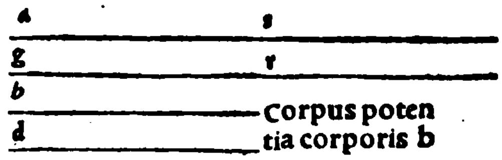
Sit corpus a g, eodem genere corpori d, duplum, dico etiam potentia duplum esse. Sit enim a g, quidem corporis potentia e h, d uero & a g iuxta multiplicis excessum in a b & b g, diuidatur, sic ut utriusque potentia, ipsius d corporis potẽtiæ quæ erat c æqualis, fiat rursus ut a g corpus in partes a b, b g corpori d æquas diuisimus, sic e h, potentiam in partes e r & r h, æquas c potentia diuidamus. Liquidum est e h potentiã duplum potentiæ c euadere.



Theorema tertium

EOrundẽ genere corporũ, proportio & magnitudine, & potentia est eadem.

Sit à corpus corporis eodem genere b duplum, dico ut a corpus ad b corpus est, sic corporis a potẽtia g ad corporis b potentiam d esse. Patet si ut corpora sic potentias æque utrinque multipliciter diuidamus.



Theorema quartum

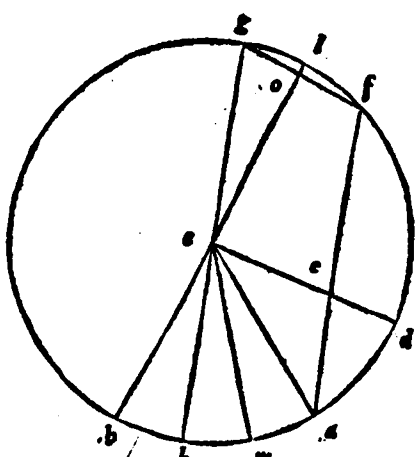
QVæ corpora, æqua potentia eiusdem generis corpori sunt, eiusdẽ sunt inter se generis, ablatis enim æqualibus illi tertio, erũt ipsorum uirtutes æquales, quia potentiæ tertij æquales.

Quorũ corporũ & magnitudo & potentia proportio una est, ipsa generis eiusdẽ erunt. Sit ut a corpus ad corpus b, sic corporis a potentia ad corporis b potentiã d, dico a, b, corpora generis eiusdẽ esse. Statuamus. n. a corpus, æquale corpori cuius potentia sit r. Erunt igitur ut b ad a, sic r ad potentiam ipsius a quæ est g. Reliqua patẽt.

Ad finem quarti libri hæc à Campano adiecta sunt.

DAtum triangulum in tria æqualia diuidere.

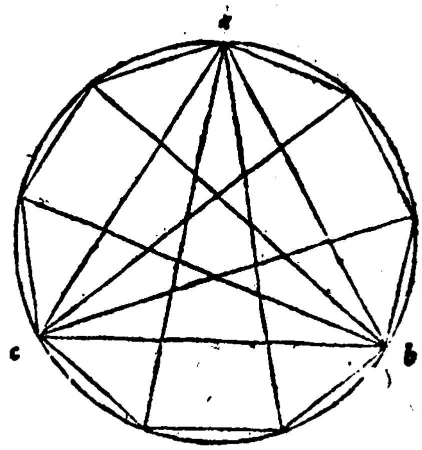
Sit angulus datus c, uolo ipsum diuidere in tres æquales angulos ꝙ sic facio. Pono primo c, cẽtrũ circuli describendo circulũ usꝙ quo secẽt circũferẽtiã in pũctis a & b, tũ a pũcto c ꝙ est centrũ circuli, duco lineã c d perpẽdiculariter ad lineã c b & in linea c d assignabo pũctũ e, a quo duco lineã ad æqualitatẽ c b usꝙ quo secet circũferẽtiã circuli in pũcto f, & produco usꝙ ad a, dein deprotraho lineã g h æquidistãtẽ f a quæ, s. g h trãseat per cẽtrũ, & duco lineã f g æquidistãtẽ lineæ e c & protraho lineã c b in cõtinuũ & directũ usꝙ ad l quæ secat lineã f g orthogonaliter in puncto o & per æqualia, dico ergo quod arcus l g est æqualis arcui h b, propter hoc quod angulus l c g est æqualis angulo h c b cũ sint cõtra se positi. Cum igitur arcus f g sit duplus arcui l g erit duplus arcui h b, sed arcus f g est æqualis arcui h a cum sint inter duas æquidistantes lineas quæ sunt f a & g h, ergo arcus h a est duplus arcui h b, ergo



& an

& angulus a c h est duplus angulo h c b, diuidã ergo angulum c h per æqualia per lineam c ut patet propositum.

INtra datum circulum nõ angulũ æquilaterũ atque æquiangulum designare. Quod sic fieri potest, iuxta doctrinã secundæ huius inscribo circulo assignato triangulũ æquilaterum atq; æquiangulum qui sit a b c, & unumquemque angulum eius diuidam per tria æqualia & protraham lineas diuidentes angulos usque ad circunferentiam & tunc quia nouem anguli locati in circulo sunt æquales. de necessitate arcus suppositi ipsis angulis sunt æquales protraham enim cordas subtractas singulis arcubus & habebo intentum.



REGESTVM.

† a b c d e f g h i k l m n o p q r s t u x y z.
A B C D E F G H I K L M N O P Q R S T V X Y Z.
Aa Bb Cc, Omnes sunt terniones
præter † qui est duernio.

BASILEAE APVD IOHANNEM
HERVAGIVM, ANNO
M. D. XXXVII.
MENSE AVGV/
STO.

Domnus Petronius de Bononia utebatur 1616

FINE