Orontij Finei Del PHINATIS, REGII Mathematicarum professoris,

IN SEX PRIORES LIBROS geometricorum elementorum Euclidis Megarensis Demonstrationes.

Quibus ipsius Euclidis textus græcus, suis locis insertus est: unà cum interpretatione latina Bartholamæi Zamberti Veneti, ad fidem geometricã per eundem Orontium recognita.

CVM PRIVILEGIO Regis ad decennium,

PARISIIS.
Apud Simonem Colinæum.
1 5 3 6.

Virescit vulnere virtus.

[illegible]

Chriſtianiſſimo ac potentiſſ.

GALLIARVM REGI, FRANCISCO huius nominis primo, Orontius Fineus, Delphinas, S. D.

DVm celebres illas & fidiſſimas artes, Franciſce Rex inuictiſſime, quæ ſolæ Mathematicę, hoc eſt, diſciplinæ meruerunt adpellari, ſub tuo felici profiterer nomine: raros admodùm offendi (etiam in numeroſa auditorum multitudine) qui ſatis fido ac liberali animo, tam vtile ac iucundum philoſophandi genus, à limine (vt aiunt) ſalutare, ne dicā ad illius penetralia, penitioráq; ſecreta, peruenire dignarentur. Cuius adeò miſeræ ac deplorandæ infelicitatis radicē, ex eo maximè pullulare vel facilè percepi: ꝙ ſiue inclementia tēporis, ſiue parentū & præceptorū incuria, Geometriæ nuſquàm præguſtauerint elemēta. ſine quorum præuia, ac exacta cognitione: omnis prorſus, nedum Mathematica, negatur philoſophia. Perſcrutatur enim Geometria continuæ, & prout immobilis eſt, quantitatis accidentia: nempe magnitudinum, & figurarū rationes, affectiones item, poſitionéſq; diuerſas: multiformia ipſarū diſcrimina ſubtili admodū examine diſcutiēdo. Exordiū præterea ſumit, à per ſeſe, & vulgo notis principijs. & potiſſimis dialectices innixa pręceptis, ac collecta ſyllogiſmis: ad prima demonſtrationū inſurgit elemēta. à quibus per mediorū ordinē diſcurrēdo, atq; ſimplicia compoſitis, & cōpoſita ſimplicibus comparando, progreditur ad vltima: ad propria tandē ſingula reſoluendo principia. Quanquā inſuper circa intellectilia & abſtracta, quemadmodū & diuina verſetur philoſophia: ſenſilia tamē & ipſi materiæ ſubiecta, veluti phyſica ratiocinatio, ſimul attingere cōperitur. Et proinde fit, vt nulla diſciplina certior exiſtat Geometria: vel quæ antiquitatis dignitate præcellat. Nulla etiam quæ vires ingenij magis foueat, augeat, locupletétq;: vel quæ ingenium ipſum ad puriora ſtudia, omniúmq; ingenuarum adinuentionum excogitationē, adeò facile reddat, ac ſuapte natura propēſum. Adde quòd vſui, & cōmodo generis humani plurimùm cedit. Hinc prçclara illa & toti Orbi decora liberaliũ artiũ facultas, cæterarum mater & alumna, ad veterũ philosophorũ imitationẽ, prudẽtissima sanciuit institutione: ne quispiã in doctorum, seu (vt vocãt) magi-strorũ admittatur ordinẽ, ni cũ cæteris philosophici discursus au-thoribus, sex priores libros geometricorũ elemẽtorũ Euclidis saltẽ audiuerit. quasi ignoratis Geometriæ rudimentis, ad cæteras disci plinas præclusa videatur esse via. Cuius rei vestigia, Parisiensis ad-huc obseruat academia. qui enim ad laureã adspirãt philosophicã: iureiurãdo profitẽtur arctissimo, sese pręnominatos Euclidis libros audiuisse. An verò illius elementa, multis abhinc annis, vsq; ad no stra viderint (ne dicã intellexerint) tẽpora (paucis forsitã exceptis, quos æquus amauit Iupiter) non ausim honestè cõfiteri. Nouerunt enim singuli, etiã exteri: quibus deliramẽtis nõ modò fœcũdissima iuuenũ ingenia hactenus torserint, ac penè dixerim deprauarint pseudophilosophi, verumetiã omnẽ bonã extinxerint eruditionẽ.

Redit tamẽ suus singulis honos, suáq; dignitas: & in pristinũ illũ disciplinarũ splendorẽ (reiectis barbaris, ac sophisticis nugis) pau latim cũcta reduci cõspicimus. Id'q; tuo in primis fauore, ac libe-rali succurrẽte munificẽtia, Princeps humanissime: qui primus in-ter maiores tuos, non sine magna tui nominis ac dignitatis propa gatione, & incõparabili reipub. cõmodo, bonarũ literarũ studia fo-uere cœpisti, & publicis augere professoribus. Inter quos, me libera liũ Mathematicarũ interpretẽ simul instituisti: & pręter decretũ sti pendiũ, nõ aspernandis plerũq; donasti muneribus. Vt igitur pro mea virili parte, tũ erga munificentiã tuã, tum erga ipsam rẽpub. debito fungar officio, & pręter quotidianas lectiones, aliquod ho-minis vestigiũ, in fidele tuæ liberalitatis & clementiæ testimoniũ, posteris relinquã, vt'q; viã ad grauiora ijs simul aperiã, qui mathe-matici fieri, hoc est, aliquid scire desiderãt: cõscripsi nuper in sex (quos paulo antè dixi) libros Euclidis, cõmentaria admodũ vtilia, clarissimásq; propositionum demõstrationes, & sub nomine auspi-cióq; tuo felicissimo tandẽ ædidi. cõscripturus deinceps & suo ædi-turus ordine (Deo in primis, & tuo opitulãte subsidio) cętera ma-thematicæ philosophiæ rudimẽta: quibus studiosa iuuentus profi-ciẽdo delectabitur, & ad vberrimũ (vt spero) prouehetur incremẽ-tũ. Interea clementissime Rex, hosce labores nostros, tuæ maiestati consecratos, liberaliter suscipito. Vale Regum decus, & literarũ vnicum refugium. Lutetiæ Parisiorum, M. D. XXXVI.

AD CANDIDVM QVENQVE, AC studiosum Lectorem.

Absoluimus tandem, candide ac studiose Lector, & tibi liberali admodùm communicamus animo, toties promissas, totiésque desideratas in sex priores libros elementorum Euclidis, *disciplinarum omnium ianitoris, demõstrationes.* Quibus *græcũ ipsius* Euclidis *cõtextum suis locis inseruimus, vnà cum interpretatione latina* Bartholamæi Zamberti Veneti: *quam vbi geometricum visa est offendere sensum, ea qua decet modestia, fideliter emendauimus, & singula in suam redegimus harmoniã.* In *primis itaque diffinitiones ipsas (quæ durioris, quàm iuuenum captus exposceret, plerunque videbantur interpretationis) qua potuimus elucidauimus facilitate: atque cætera principiorum genera, à quibus vniuersa problematum atque theorematum multitudo consurgit.* Ipsorum *porrò theorematum atque problematum subtiles difficiles que demonstrationes, tali artificio, adeóque ordinato ac facili discursu conscripsimus, & cõuincentibus probauimus syllogismis (multis tum in melius commutatis, tum recenter adinuentis: nullísque, præter ea quæ in ipso continentur* Euclide, *subrogatis principiis) vt nemo futurus sit, qui legendo simul non valeat intelligere: quíque minimũ addere verbum absque temeritate, aut detrahere sine iactura possit.* Adde *quòd ipsarum demonstrationum schemata siue figuras, ad rigorẽ artis seu literæ, propria manu depinximus: quò satis ex omni parte huic labori faceremus.* Primo *itaque libro describuntur triangula, lineæ, anguli, paralleli, necnon quadrata & parallelogramma tum iuuicem tum ipsis comparata triangulis.* Secundo, *gnomon atque rectangulum diffinitur parallelogrammũ: linearum insuper tum sectarum, tum coniunctarũ adinuicem potestates: hoc est, ex ipsis lineis, ac earundem segmentis resultantium quadratorum & rectilineorum qualitates edocentur.* Tertio *autem, circulorum perscrutantur inspectiones, atque rectarum in circulo subtensarum, & ipsorum angulorũ tum ad centrũ tum ad circuli circunferẽtiam consistentium discrimina.* Quarto *porrò libro, figurarum inscriptiones, atque circunscriptiones ostenduntur.* Quinto, *magnitudinum rationes atque proportiones in vniuersum discutiuntur.* Sexto *denique libro, post diffinitam rationum compositionem, linearum proportionalium inuentiones, rationes item atque proportiones figurarũ, mirabili resoluuntur artificio.* Quæ *quidem omnia syllogismis, tum à causis, tum ab inspectionibus sumptis (quæ fidem efficere possunt) suo demonstrãtur ordine.* Incepit *igitur* Euclides *à triangulis, & angulis, atque lineis rectis: propterea quòd rectilinearum figurarum prima est trilatera, in quam cæteræ rectilineæ figuræ resoluuntur.* Penes *insuper laterum & angulorum diuersam habitudinem, earundẽ rectilinearũ figurarum attendũtur, considerantúrve discrimina.* Et *proinde liber primus, vniuersalior est secundo, secundus tertio, tertius quarto: & deinceps*

Quæ singulis sex libris contineantur.

Cur hos sex libros seorsum ediderit Orõtius.

ita de cæteris. Nec alienum velim habeas iudicium, de propriis singulorum librorũ diffinitionibus. Hos autem sex priores libros, ad continuam spectantes quantitatem, seorsum de industria collibuit exponere. Nempe in gratiam tum auditorum nostrorum, atque professorum artium liberalium, nostræ potissimum Vniuersitatis Parisiensis, qui eosdem libros suis tenentur interpretari discipulis: tum etiã ob ipsorum discipulorum non aspernandam vtilitatem. Poterunt siquidem eorundem sex librorum adminiculo, viam sibi ad vniuersam parare philosophiam: præcipuè Aristotelicam, quæ geometricum præsupponere videtur auditorem. hinc fit, vt iis qui Geometriam ignorant, subobscurus difficilisq; videatur Aristoteles. Quantum igitur publicæ studentium consuluerimus vtilitati, quàm longè præterea cæteros omnes hac in parte superauerimus: non facilè persuadebitur ambitiosis illis & vanissimis rabulis, qui dum nihil agunt boni, sed vitam protrahunt parasiticam, suum de omnibus impudenter audent proferre iudicium. Sed tu æquissime ac humanissime Lector, qui iudicio, doctrina & eruditione polles, qui boni & æqui semper nosti consulere, nec ignoras quàm pulchrum & quàm decorum sit, pro concessa dexteritate, cæteros iuuare mortales: dum perlegeris, & perpenderis singula, poteris apud te tandem iudicare. Quòd si hunc laborem nostrum, tibi pergratum (vt optamus & speramus) futurum acceperimus: in reliquos omnes ipsius Euclidis libros non aspernãda tibi parabimus commentaria, aliáq; non minus vtilia q̃ iucunda demũ communicabimus opera. Vale igitur interea feliciter: & Christianissimo Francorũ Regi, mecœnati nostro clementissimo (cuius fauore & auxilio id facimus quod facimus) vitæ in primis, dein rerum omnium felicissimũ imprecare successum. Vale iterũ. Lutetiæ Parisiorum mense Octobri. Anno Christi saluatoris M.D.XXXVI.

INDEX OPERVM, AB ORONTIO FINEO Delphinate, Regio Mathematicarum professore, in gratiam studiosorum omnium hactenus conscriptorum.

Quæ ab eo ædita & iam impressa sunt.

Protomathesis, ingens volumen: in quo hæc continentur.

De Arithmetica practica, libri quatuor: his qui ad mathematicam adspirant philosophiam haud parum conducentes.

De Geometria libri duo: vbi de longitudinũ, planorum, & solidorũ dimensionibus.

De Mundi sphæra, siue Cosmographia, primáve Astronomiæ parte, libri quinque: proprijs eiusdem Orontij commentarijs elucidati.

De Quadrantibus & solaribus horologijs, libri quatuor: in quibus præter aliorum emendatas inuentiones, plurima suo excogitauit ingenio scitu dignissima, à Mustero quodam statim inciuiliter vsurpata.

Arithmeticæ practicæ æditio secunda, ab ipso authore castigata, aucta, & recognita, & in suum candorem restituta, ac seorsum impressa.

Quadrans vniuersalis astrolabicus, omnibus Europæ regionibus inseruiẽs, eiusdem & amplioris cum ipso Astrolabio commoditatis.

Commentaria, siue demonstrationes in sex priores libros elementorum Euclidis, præsenti contenta volumine.

Aequatorium Planetarũ, instrumento quadrangulari & altera parte longiori comprehensum.

Almanach cõiunctionum & oppositionum Luminarium, cum ijs quæ ad ecclesiasticum pertinent computum: xxxv. annis inseruiens.

Aliud item almanach vniuersale, vtilissimis refertum cõmoditatibus: ad plures annos inuiolabile, & tam latinè quàm gallicè conscriptum.

Charta siue Chorographia Galliarum, elegantissimè depicta.

Vniuersi orbis descriptio, gemina cordis humani figura, & vnico papiri folio comprehensa.

Eadem orbis designatio, ampliore & vnica humani itidem cordis effigie coextensa.

Viaticum diui Pauli: siue terrarum ad sacræ scripturæ intelligentiam necessariarũ Chorographiam primus ædidit.

Nunc verò promissa Terræ sanctæ Chorographia, ad verum (quoad fieri potuit) descripta sculpitur: & propediem emittetur.

Aedidit & alia quàmplurima minutiora opuscula (etiam gallica) quæ longum esset recensere. Singula quoq; figuris elegãtissimis, propria manu depictis, illustrauit.

Aliena per eundem Orontium emendata.

Compendium sphæræ Ioannis à Sacrobo annotationibus & figuris ornauit.

Theoricas planetarum Georgij Purbachij, scholijs, ac figuris non aspernandis clariores reddidit.

Arithmeticen Ioannis Martini Blasij, primus in suam redegit harmoniam, & figuras admodùm necessarias cum numeris adiunxit.

Margaritam insuper philosophicum F. Gregorij Resch. Cartusiani, suæ integritati restituit: & non aspernandis illustrauit appendicibus.

Emendauit & varios sub prælo authores: quos data prætermittimus opera.

Quę nũc autẽ ipse moliatur Orontius, sequẽti disces priuilegio.

Proximo disticho, corrige. & non legis ista libenter.

Coppie du priuilege de ce present liure, & aultres oeuures contenues en icelluy.

Francoys Par la grace de Dieu Roy de France, au preuost de Paris, Bailly de Rouen, Seneschal de Lyon. Et a tous noz aultes iusticiers, officiers, ou a leurs lieuxtenãs quil appartiẽdra, salut. Nostre cher & bien ame maistre Oronce Fine, lecteur ordinaire de par nous es sciẽces Mathematicques, en nostre ville & vniuersite dudict Paris: Nous a faict entẽdre, que auec grãt peine & labeur, Il a faict & cõpille plusieurs liures & cartes, intitulez ainsi ql sensuit, assauoir. Les cõmẽtaires sur les six premiers, & dixiesme liures de Euclide: & sur la perspectiue dicelluy. Trois liures, touchãt lart de scauoir mesurer toutes lõgueurs, plates formes, & corps solides. Cinq liures, sur la Cosmographie ou Sphere du Mõde, concernans la premiere & principalle partie Dastronomie. Vng Astrolabe nouueau, auec le liure de la declaration dicelluy. Vng quadrant representãt ledit Astrolabe, auec sa declaratiõ, tant en Latin que en langaige Frãcoys. Vne oeuure tresutile sur la theoricque des Planettes, auec les tables & instrumens a ce requis. Vng Aequatoire, pour scauoir le cours & mouuement desdictz Planettes: auec vng Directoire. Le tout nouuellement excogite, par ledict Oronce: & les liures declaratifz diceulx. Vng almanach a plusieurs annees, fort vtile. Plus oultre lesdictz liures, a redigez en forme de deux grãs rondeaulx hemisphericques, la description geographicque de tout le Mõde. Aussi la description & Carte de Europe, le plus au vray distincte quil luy a este possible. En tous lesquelz liures & cartes susdictes, sont contenues plusieurs bonnes oeuures de tresgrant prouffit & vtilite: a linstruction, edification, & recreation des bons esperitz, qui se vouldront applicquer a les veoir & entẽdre. Nous suppliant & requerant, que a ceste cause luy vueillons permettre la publication desdictz liures & cartes, par nostre Royaulme. ¶ Pource est il, que nous ce considere, desirans fauoriser & gratiffier au labeur dudict Oronce Fine. A icelluy auons permis & octroye, permectons & octroyõs, voulons, & nous plaist: Que par tel ou telz des imprimeurs iurez de nostredict Royaulme que bõ luy semblera, il puisse & luy loise faire imprimer lesdictz liures & cartes des intitulations dessusdictes. En deffendãt tresexpressemẽt a tous aultres libraires & imprimeurs de noz villes & vniuersitez quelz quilz soient, sinon celluy ou celux qui en auront charge de par luy. Que durãt le tẽps & terme de dix ans prochain venãs, Ilz nayẽt a imprimer ou faire imprimer, vendre ne lucider lesdictz liures & cartes susdictes, sur peine damende arbitraire & de cõfiscation diceulx liures & cartes. Si voulons, vous mandons, & a chascũ de vous en droict soy & si comme a luy appartiendra, Que de noz present grace conge permission & octroy, vous faictes souffrez & laissez ledict Oronce Fine, iouyr & vser, Et icelles nosdictes deffenses entretenir, garder, & obseruer de poinct en poinct, selon & ainsi que dict est cy dessus. Cessans tous aultres empeschemens au contraire. Car tel est nostre plaisir. Donne a Valence, le cinquiesme iour de Septembre, Lan de grace mil cinq cens trente six. Et de nostre regne le vingtdeuxiesme. Ainsi signe

Par le Roy, monseigneur le Cardinal de Lorraine, & aultres presens.

Preudomme.

Et seelle a simple queue de cire Iaulne.

Orontij Finei Delphinatis, Regii Mathematicarvm Professoris, In Primum elementorum Euclidis, Demonstrationes.

¶Principiorum Interpretatio.

RECEPTVM EST AB OMNIBVS, VNAMQVANque disciplinã propria sibi vẽdicare principia: quę etsi nulla prorsus videãtur indigere probatione, ex ipsis tamen saneq̃ intellectis principijs, ad ea quæ eadem consequũtur principia, deuenire vel facilè cõtingit. Idcirco generalẽ principiorũ geometricorũ elucidationẽ, protheoriámve in sex priores libros geometricorũ elementorũ Euclidis Megarensis (quos in gratiam studiosorum omnium suscepimus interpretãdos) præmittere: atq; intellectualem illam magnitudinum, & figurarum cõtemplationem (prius, quàm ad propositionum expositionem deueniamus) rudioribus geometricarum speculationum tyrunculis aperire, non duximus importunum.

Cuiuslibet disciplinæ propria recipienda fore principia.

¶Triplicem itaque principiorum offendimus ordinem: vtpote, diffinitiones, terminorum naturam exprimentes: postulata, ex ipsis collecta diffinitionibus: & effata, seu cõmunes sententias, quæ dicuntur axiomata In primis ergo diffinitiones: dein reliqua suo declarabimus ordine. ¶Animaduertendum est igitur, subiectum ipsius Geometriæ fore magnitudinem, à numero quidem & materia seorsum abstractam. Magnitudinis autem, triplex assignatur dimensio Aut enim magnitudo longa tantùm imaginatur: aut longa, & lata: vel denique longa, & lata, simúlque profunda, siue crassa abstrahitur. Quorum omnium mediatum vel immediatum principiũ, punctum (aliàs signum) esse dicitur. Fingitur enim magnitudo per continuam suiipsius diuisionem (quãquàm in semper diuisibilia distribuatur) deuenire tandem ad partem minimam, quæ videlicet amplius diuidi non possit, ac si foret omni dimensione priuata: instar quidem vnitatis in discreta quantitate. Vt quemadmodùm ex vnitatis multiplicatione, omnis conficitur numerus: haud dissimiliter ex huiuscemodi parte, vel indiuisibili nota, per abstractum seu transsumptiuum eiusdem notulę motum, omnem effingamus oriri seu produci magnitudinẽ. Hanc itaq; magnitudinis partem minimã, siue notulã indiuisibilem seorsum abstractam, punctum adpellamus: & ab Euclide ita primùm describitur,

Triplex ordo principiorum geometricorum.

Geometriæ subiectum.

Triplex i magnitudine dimensio

Pũctũ omnis magnitudinis principium.

Pũcti cũ vnitate comparatio.

¶De puncto, linea, atque superficie, Diffinitiones.

¶Σημεῖόν ἐστιν, οὗ μέρος οὐθέν.

Punctum

1 Punctum est, cuius pars nulla.

Id est, quod abstractũ à cõtinuo, velut ipsius cõtinui pars minima, omni dimẽsione priuatũ imaginatur. ¶Ex cuius quidẽ pũcti abstracto defluxu, per infinitã suiipsius multiplicationẽ, longitudo dimensionũ primaria cõficitur: quæ Linea vocitatur, in hunc diffinita modũ,

Vt linea ex puncto describatur.

¶Γραμμὴ δὲ, μῆκος ἀπλατές.

2 Linea verò, est longitudo latitudinis expers.

Hoc est, latitudine priuata. Cũ enim punctũ omni careat dimẽsione: suo fluxu, seu trãssumptiuo motu, causat tantummodò longitudinem.

¶Γραμμῆς δὲ πέρατα, σημεῖα.

3 Lineæ autem limites, sunt puncta.

Incipit enim à puncto, & ex infinitis conficitur punctis, in punctúmq; terminatur. Omnis porrò linea, vel recta, vel obliqua venit imaginanda.

¶Εὐθεῖα γραμμή, ἐστιν ἥτις ἐξ ἴσου τοῖς ἐφ' ἑαυτῆς σημείοις κεῖται.

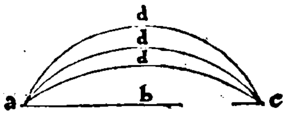
Recta linea est, quæ ex æquali sua interiacet puncta. 4

Vtpote, quæ à puncto in pūctum breuissimè ducitur, ipsa terminatiua puncta intermedijs æquali positione cōnectens: vti subscripta a/b/c/linea repręsentat. Cùm igitur à dato pūcto, in datum quodcūque punctum vnica fit breuissima via: fit, vt nulla recta linea rectior detur altera, sed quotquot ab eodem puncto ad idem punctum producentur lineæ rectæ, in vnam eandémq; lineam rectam coincidant. Secus est de obliqua: quæ per contrariam ipsius rectæ diffinitionē facilè describitur. nam ab eodem puncto ad idem punctum, infinitę producūtur obliquæ lineæ, quæ circunferentiarum portiones adpellantur: dantúrque obliquis obliquiores. Veluti, quæ ab eodem pūcto a/ad punctum c/ per ipsum d/ protrahuntur, ostendunt. ¶Ex lineæ autem imaginario fluxu, acsi succedentium adinuicem linearum vestigium relinqueret, latitudo dimensionum altera respondenter acquiritur, describitúrq; superficies.

Recta linea non datur rectior.

Obliquarum linearū infinita diuersitas.

Superficiei abstractiua descriptio.



¶Ἐπιφάνεια δέ ἐστιν, ὃ μῆκος καὶ πλάτος μόνον ἔχει.

Superficies est, quæ longitudinem, latitudinémq; tantùm habet. 5

Quæ cùm exordiatur à linea, & ipsius lineæ terminatiua puncta, ad motum eiusdem, rectam vel obliquam lineam describant, in eadémque linea mota quiescat ipsa superficies: relinquitur euidens quòd

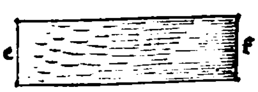
¶Ἐπιφανείας πέρατα γραμμαί.

Superficiei extrema sunt lineæ. 6

Porrò cùm linea, ad descriptionem mota superficiei, recta fuerit, atq; in longum lineæ rectæ vniformiter, breuissiméque traducta: fit superficies, quæ plana dicitur, & in hunc diffinitur modum,

¶Ἐπίπεδος ἐπιφάνειά ἐστιν ἥτις ἐξ ἴσου ταῖς ἐφ' ἑαυτῆς εὐθείαις κεῖται.

Plana superficies est, quæ ex æquali suas interiacet lineas. 7

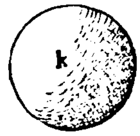


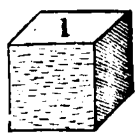
Id est, quæ per totam rectam lineam quaquauersum accommodatur, nullo prorsus inflexa curuamine: veluti obiecta superficies e/f.

Curua superficies.

Hinc curuæ superficiei diffinitio, per contrariam elicitur imaginationem: quæ ex ea parte qua circunflectitur, cōcaua: forinsecus autem, conuexa nominatur. quemadmodùm tibi repræsentat figura g/h.

Solidorum origo.





¶Ex superficiei deniq; fluxu, solidum siue corpus trina dimēsione, vtpote, longitudine, latitudine, atque profunditate contentū, abstractiuè describitur. Quod vel vnica tantummodò superficie, vti sphæra k: pluribúsve superficiebus, vt cubum l/terminatur. Sed de his in posterioribus libris ipsius Euclidis tractandum. Igitur pro linearum atque superficierum varietate, diuersóque eorundem motu, seu abstracto defluxu: varia, & penè infinita tum planorum, tum etiam solidorum, hoc est superficierum & corporum abstrahitur multitudo, pro limitum & angulorum varietate, diuersis expressa nominibus.

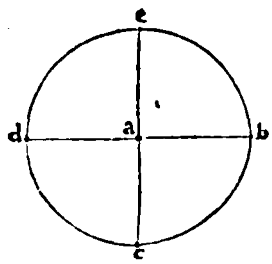
Vnde superficierū & corporū tāta diuersitas.

¶De rectilineis angulis.

Angulus, Planus, Solidus.

¶ANGVLORVM IGITVR, QVIDAM PLANI: QVIDAM VERÒ solidi. Planos vocitamus angulos, qui ex mutua concurrentium adinuicem linearum causantur inclinatione. Solidi autem dicuntur anguli, qui ex planorum angulorum cōcursu figurantur: de quibus in postremis elementorum libris. Nunc itaque de planis tractandum angulis. Pro quorū elucidatione animaduertendum est, quoties linea recta, altero limitum manente fixo, altero autem moto, completè circunducitur: describi superficiem, quæ circulus adpellatur. vtpote, si a/b/ recta, immoto puncto a, ex b/ in c, per d/ & e, rediens tandem

Angulorū origo notanda.



in b,circum idem punctum a,completè reuoluatur: describens planum circulare b/c/d/e.Nam punctum b/ hoc modo circũductum, lineam efficit orbicularem,quæ circunferentia dicitur:& immotum punctum a, medium,siue centrum eiusdem vocatur circuli.Hinc orta est subscripta circuli,& in ordine decimaquinta diffinitio. Prius quàm autem eiuscemodi linea vniuersum compleuerit orbẽ, diuersas cum prima & relicta linea facit inclinationes, nusquã ab immoto recedendo pũcto. Hæc igitur linearum super eodem plano sese ita contingẽtium inclinatio mutua,vel inclinationis habitudo (vt linearum a/ b/ & a/e/ vel a/e/& a/d) & non in directum constitutarum,hoc est,vnam eandémque rectam lineam minimè efficientium (cuiusmodi sunt a/b/& a/d,vel a/c/& a/e)planus vocitatur angulus:qui ab ipso Euclide,hoc modo consequenter diffinitur,

¶Ἐπίπεδος δὲ γωνία,ἐστὶν ἡ ἐν ἐπιπέδῳ δύο γραμμῶν ἁπτομένων ἀλλήλων,καὶ μὴ ἐπ' εὐθείας κειμένων πρὸς ἀλλήλας τῶν γραμμῶν κλίσις.

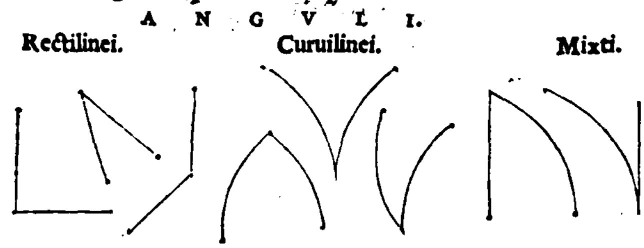
8 Planus angulus,est duarum linearum in plano sese tangentium, & non in directo iacentium,ad alterutram inclinatio.

Hæc autem inclinatio de rectis lineis potissimùm venit intelligenda: tales enim anguli in his primis sex libris geometricorũ elementorũ præcipuè considerãtur.Hinc dicit Euclides,

¶Ὅταν δὲ αἱ περιέχουσαι τὴν γωνίαν γραμμαὶ εὐθεῖαι ὦσιν,εὐθύγραμμος καλεῖται ἡ γωνία.

9 Quando autem quæ angulum continent rectæ lineæ fuerint,rectilineus angulus nuncupatur.

Quòd si eædem lineæ datum efficientes angulum fuerint obliquæ,siue curuæ:curuilineus dicetur angulus.quales sunt qui à circunferentiarum causantur interfertionibus. Si autem ex recta & curua angulus ipse cõficiatur: is mixtus venit adpellandus. Veluti sunt anguli ex dimetiẽte,seu chorda,& arcubus circulorũ comprehensi. Potissima tamen inter planos angulos,rectilineorũ apud Geometras (vti supra diximus) habetur consideratio. Planorum angulorũ diuersitas.

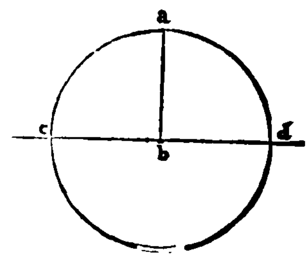


¶*Penes quid rectilineorum angulorum attendenda magnitudo.*

¶CVIVSLIBET IGITVR ANGVLI PLANI RECTILINEI MAgnitudo siue quantitas,dicitur arcus circuli.ab ipsis lineis rectis datũ efficientibus angulum comprehẽsus:circuli inquã,cuius centrũ ad concursum dictarum linearũ imaginatur,& qui ad completam minoris earundem linearum reuolutionem describitur.Si datæ itaque lineæ rectæ angulum continentes,quadrantẽ adamussim comprehendant ipsius circuli: huiusmodi angulus rectus dicitur. Si verò arcum includant quadrante minorem:acutus.Quoties autem idem arcus,quadrantem exuperauerit circuli:datus angulus nominatur obtusus.Quod ex ipso facile colligitur Euclide,cùm dicit, Angulus, Rectus, Acutus, Obtusus.

¶Ὅταν δὲ εὐθεῖα ἐπ' εὐθεῖαν σταθεῖσα τὰς ἐφεξῆς γωνίας ἴσας ἀλλήλαις ποιῇ, ὀρθή ἐστιν ἑκατέρα τῶν ἴσων γωνιῶν.καὶ ἡ ἐφεστηκυῖα εὐθεῖα,κάθετος καλεῖται ἐφ' ἣν ἐφέστηκεν.

10 Cùm verò recta linea super rectam consistens lineam, vtrobique angulos adinuicem æquales fecerit:rectus est vterque æqualium angulorum.Et quæ superstat recta linea,perpendicularis vocitatur,super quam steterit. Anguli recti diffinitio. Linea perpendicularis.



Cuiusmodi sunt anguli a/b/c/ & a/b/d, à recta a/b/ super rectam c/d/ ad perpendiculum incidente, causati. Fit enim recta c/d, in quam cadit a/b, dimetiens circuli, à circunducta b/a, circa punctum b/descripti. Nec possunt ijdem anguli a/b/c/ & a/b/d/ adinuicem æquales esse, quin vterque quadrantem includat circuli: & a/b/ recta, super rectam c/d/ perpendicularis existat. Ex quibus infert consequenter, quòd

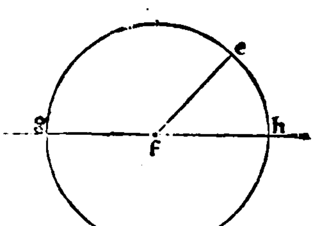
¶Ἀμβλεῖα γωνία ἐστὶν, ἡ μείζων ὀρθῆς.

Obtusus angulus, maior est recto 11

Vt angulus e/ f/ g, includens arcum e/ g, quadrante maiorem, descripti circa punctum f/ circuli. Dicitur autem idem angulus e/f/g/obtusus: quoniam e/f/& f/g/lineę rectæ, obtusam extrinsecus faciunt inclinationem.

¶Ὀξεῖα δὲ, ἡ ἐλάσσων ὀρθῆς.

Acutus verò, minor est recto. 12



Veluti angulus e/f/h: cuius arcus e/h/eodem circuli quadrante minor est. Vnde fit, vt e/f/& f/h/ rectarum linearum inclinatio, in acutam conueniat habitudinem. Quanto igitur obtusus angulus e/f/g/maior extiterit, tanto minor erit acutus e/f/h: ipsa porrò linea e/f, incidens in g/h/vocitetur. Et quoniã eiusdem circuli quadrantes sunt adinuicē æquales: non datur propterea rectus angul⁹ altero rectior angulo. Secus de obtusis, vel acutis angulis: quoniã arcus circuli quadrãte maiores, eodémve quadrante minores varij sunt, atque infiniti. Linearum itaq; maior aut minor longitudo, quemadmodùm nec magnitudo circuli, angulũ non immutat: hoc est, neque maiorem, neque minorem eundem efficit angulum.

Cur õnes anguli recti inuicē æquales. Acutorum & obtusorum angulorũ diuersitas. Linearũ quãtitas angulũ nõ immutat.

¶*De termino & figura.*

¶CVM AVTEM OMNIS MAGNITVDO FINITA SIT, ET terminata: diffinit cõsequēter Euclides ipsi⁹ magnitudinis terminũ, in hũc qui sequit̄ modũ,

¶Ὅρος ἐστὶν, ὅ τινός ἐστι πέρας.

Terminus est, quod cuiusque finis est. 13

Vtpote, punctum ipsius lineæ, linea superficiei, superficies denique solidi: quemadmodùm ex eorundem abstractiua descriptione facilè colligitur. Itaque

¶Σχῆμα ἐστὶ, τὸ ὑπό τινος ἤ τινων ὅρων περιεχόμενον.

Figura sub aliquo, vel aliquibus terminis comprehenditur. 14

Sub aliquo quidem, vt planũ circulare, vel solidum sphæricum: sub aliquibus verò, vt triãgulum vel quadrangulũ inter planas, & cubũ aut pyramis inter solidas, & quæ sunt eiuscemodi. Sed de planis figuris, atq; de lineis & angulis in eodē plano constitutis, his sex prioribus libris determinandum.

Notandum.

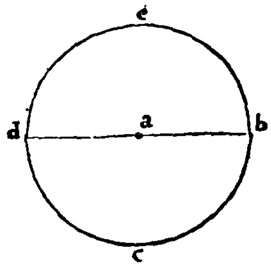
¶*De circulo, eiúsque partibus.*

¶INTER FIGVRAS, QVAE PLANAE VOCANTVR, EA DICItur esse simplicissima, quæ vnico comprehenditur termino: cuiusmodi videtur esse circulus. Hunc itaque primùm diffinit Euclides,

¶Κύκλος ἐστὶ σχῆμα ἐπίπεδον, ὑπὸ μιᾶς γραμμῆς περιεχόμενον, ἣ καλεῖται περιφέρεια, πρὸς ἣν ἀφ' ἑνὸς σημείου τῶν ἐντὸς τοῦ σχήματος κειμένων, πᾶσαι αἱ προσπίπτουσαι εὐθεῖαι, ἴσαι ἀλλήλαις εἰσί.

Circulus, est figura plana, vna linea contenta, quæ circunferentia adpellatur: ad quam ab vno puncto introrsum medio existēte, 15 omnes prodeuntes lineæ, in ipſius circuli circunferẽtiam inciden tes, adinuicem ſunt æquales.

Hęc diffinitio, ex data nuper (cùm de planis loqueremur angulis) abſtractiua circuli deſcriptione fit manifeſta. Cùm enim a/b/recta linea data, circum a/ punctum completè reuoluitur: punctum b/ ſuo motu circunferentiam cauſat, & immotum punctum a/ in circuli centrum permutatur. Hoc itaq; circuli centrum, ſecundum longitudinẽ ipſius a/b/rectæ lineæ datæ, ex omni parte diſtabit à circunferentia. Ex quo neceſſum eſt, omnes rectas lineas ab ipſius circuli centro in circunferentiam eiuſdem incidentes, fore eidem a/b (ex qua circulus deſcribitur) atque adinuicem æquales. Hoc eſt, eiuſdem circuli circunferentiam à ſuo cẽtro æqualiter vndiquaq; diſtare. Hinc dicit conſequenter,



Κέντρον δὲ τοῦ κύκλου, τὸ σημεῖον καλεῖται.

16 Centrum verò ipſius circuli, punctum adpellatur.

De puncto medio velim intelligas: vt punctum a, in obiecta circuli figura b/c/d/e. Lineæ nanque limites ſunt puncta: quorum immotum (circa quod videlicet alterum in circuli deſcriptione circunducitur) in medio permanet, & centrum efficitur circuli.

Διάμετρος δὲ τοῦ κύκλου, ἐστὶν εὐθεῖά τις, διὰ τοῦ κέντρου ἠγμένη, καὶ περατουμένη ἐφ' ἑκάτερα τὰ μέρη ὑπὸ τῆς τοῦ κύκλου περιφερείας, ἥτις καὶ δίχα τέμνει τὸν κύκλον.

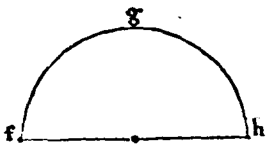
17 Dimetiens circuli, eſt recta quædam linea per centrum acta, & ex vtraque parte in circuli circunferẽtiam terminata, quæ circulum bifariam diſpeſcit.

Cuiuſmodi eſt linea b/d/ſupra ſcripti circuli b/c/d/e, per a/centrum vtrinque producta: & quæcunque illi ſimilis. Dimetiens enim, ſiue diameter, propriè circulorum eſſe videtur: diagonius autem, rectilinearum figurarum: axis verò, ſolidorum.

Dimetiẽtis à diagonio & axe differẽtia.

Ἡμικύκλιον δέ, ἐστὶ τὸ περιεχόμενον σχῆμα ὑπό τε τῆς διαμέτρου καὶ τῆς ἀπολαμβανομένης ὑπὸ τῆς τοῦ κύκλου περιφερείας.

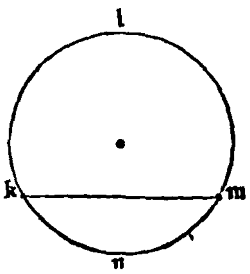
18 Semicirculus, eſt figura quæ ſub dimetiente, & ea quæ ex ipſa circuli circunferentia ſublata eſt, cõtinetur.



Vt ea figura, quæ ex f/h/ dimetiente, & dimidia circuli circunferentia f/ g/ h/ comprehenditur. Semicirculus enim cùm ſit dimidium circuli: non poteſt alijs lineis quàm dimetiente, & media claudi circunferentia.

Τμῆμα κύκλου, ἐστὶ τὸ περιεχόμενον ὑπό τε εὐθείας καὶ κύκλου περιφερείας.

19 Sectio circuli, eſt figura quæ ſub recta linea, & circuli circunferentia aut maiore aut minore ſemicirculo, continetur.



Cùm enim recta linea per circuli centrum minimè ducitur, vtrinque tamen in circunferentiam terminatur: ea circulum ipſum in binas partes diſpeſcit inæquales, quæ circuli ſectiones adpellantur. Quarum ea quæ centrum includit circuli, vt k/l/m/obiectæ deſcriptionis, maior dicitur: reliqua verò, vt k/n/m, minor adpellatur. Ipſa porrò linea recta k/m, chorda ſiue ſubtenſa: & comprehenſa circunferentiæ pars, arcus reſpondenter nominatur.

Chorda.
Arcus.

De rectilineis figuris.

POST CIRCVLAREM FIGVRAM, QVAE VNICO CLAVDITVR limite, succedunt rectilineæ, hoc est, rectis lineis terminatæ figuræ, variam quidem, pro laterũ numero, angulorúmve qualitate, denominationẽ obtinẽtes: quæ ita ab Euclide diffiniũtur,

❡Εὐθύγραμμα σχήματα, τὰ ὑπὸ εὐθειῶν περιεχόμενα.

Rectilineæ figuræ, sunt quæ sub rectis lineis continentur. 20

Trilatera figura rectilinearũ prima.

Porrò inter rectilineas figuras, primum locum sibi vendicant trilateræ, sub tribus rectis lineis comprehensæ. Quoniam sub duabus lineis rectis non potest cõtineri figura, per ipsius lineæ rectæ descriptionem. Subiungit itaq; generalem trilaterarum figurarũ diffinitionem.

❡Τρίπλευρα μὲν, τὰ ὑπὸ τριῶν.

Trilateræ figuræ, sunt quæ sub tribus rectis continentur lineis. 21

His succedunt quadrilateræ, à quaternario laterum numero denominatæ.

❡Τετράπλευρα δὲ, τὰ ὑπὸ τεσσάρων.

Quadrilateræ figuræ sunt, quæ sub quatuor comprehẽduntur rectis lineis. 22

Et quoniam rectilinearum figurarum supra quadrilateras per continuam laterum additionem, infinita videtur excrescere multitudo, quam singulatim describere, longum nimis vel impossibile foret: idcirco reliquas omnes multilateras adpellauit Euclides, & sub hac diffinitione complexus est,

❡Πολύπλευρα δὲ, τὰ ὑπὸ πλειόνων ἢ τεσσάρων εὐθειῶν περιεχόμενα.

Multilateræ figuræ, sunt quæ sub pluribus quàm quatuor rectis lineis comprehenduntur. 23

Quæ quidem multilateræ figuræ, longè faciliorẽ ab angulis, q̃ ab ipsa laterũ multitudine, sortiuntur nomẽclaturã: vtpote, pentagona, hexagona, heptagona, octogona, &c. Sunt enim in rectilinea quacunq; figura tot anguli, quot & latera. Cùm autem omnis multilatera figura immediate resoluatur in trilateras, vel partim in trilateras, partim verò in quadrilateras: subiungit propterea primùm trilaterarũ, deinde quadrilaterarum figurarum, tum ab ipsis lateribus, tum ab angulis sumpta discrimina. Omnis itaque trilateræ figuræ, aut tria latera sunt adinuicem æqualia, vel duo tantùm, aut nulla.

Trilaterarũ figurarũ à lateribus discrimina.

❡Τῶν δὲ τριπλεύρων σχημάτων, ἰσόπλευρον μὲν τρίγωνόν ἐστι, τὸ τὰς τρεῖς ἴσας ἔχον πλευράς.

Trilaterarum porrò figurarum, æquilaterũ est triangulum, quod tria continet æqualia latera. 24

Veluti subscripta in exemplum trianguli figura a, & quæ illi similes.

❡Ἰσοσκελὲς δὲ, τὸ τὰς δύο μόνας ἴσας ἔχον πλευράς.

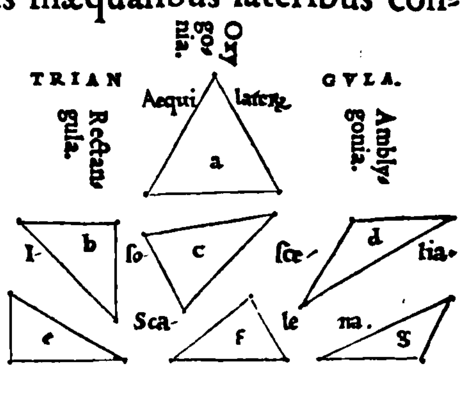
Isosceles autẽ, est quod sub binis tantũ ęqualibus lateribus cõtinet. 25

Cuiusmodi sunt triangula b, c, d, ad clariorem singulorum euidentiam depicta.

❡Σκαληνὸν δὲ, τὸ τὰς τρεῖς ἀνίσους ἔχον πλευράς.

Scalenum verò, est quod sub tribus inæqualibus lateribus continetur. 26

Vt obiecta e, f, g, triangula: & quæ sunt eiuscemodi. Ab angulis autem totidem differentias nanciscũtur ipsa triangula. Omnis siquidem trianguli, vel tres anguli sunt acuti, vel vnus rectus & cæteri duo acuti, aut denique vnus obtusus & reliqui itidem acuti: duos enim rectos aut duos obtusos, vel vnum rectũ & vnum obtusum angulũ in triangulo offendere nõ est possibile. Hanc igitur angularem trilaterarum differentiam, ita subscribit Euclides,



¶Ἔτι δὲ τῶν τριπλεύρων σχημάτων, ὀρθογώνιον μὲν τρίγωνόν ἐστι, τὸ ἔχον ὀρθὴν γωνίαν.

27 Amplius trilaterarum figurarum, rectangulum triangulum est, quod rectum angulum habet. Trilaterarũ figurarum ab angulis differentiæ.

Vt isosceles b, vel scalenum triangulum e, proxima diffinitione descriptum.

¶Ἀμβλυγώνιον δὲ, τὸ ἔχον ἀμβλεῖαν γωνίαν.

28 Amblygonium autem, quod obtusum angulum habet.

Veluti antecedens isosceles d, scalenúmve triangulum g.

¶Ὀξυγώνιον δὲ, τὸ τρεῖς ὀξείας ἔχον γωνίας.

29 Oxygonium verò, quod tres habet acutos angulos.

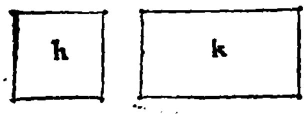
Cuiusmodi sunt æquilaterum a, & isosceles c, atque triangulum scalenum f: & quæ eis similia sunt triangula. Omnis porrò trianguli vnumquodque latus, cæteris duobus expressis, basis vocitatur. Sequitur itaque, rectãgula & amblygonia triangula: fore tantummodò isoscelia, vel scalena. Oxygonium autem: & æquilaterum, & isosceles, & scalenum offenditur triãgulum. Quemadmodùm ex suprascriptis triangulorum licet elicere figuris. ¶Haud dissimiliter quadrilaterarum figurarum, tum ab angulorũ rectitudine vel obliquitate, tum ab æqualitate vel inæqualitate laterum, succedentia colliguntur discrimina.

Basis triãguli

Quadrilaterarum figurarũ discrimina

¶Τῶν δὲ τετραπλεύρων σχημάτων, τετράγωνον μέν ἐστιν, ὃ ἰσόπλευρόν τέ ἐστι καὶ ὀρθογώνιον.

30 Quadrilaterarum autem figurarum, quadratũ quidem est, quod & æquilaterum & rectangulum est.



Veluti quadratum h. Omnis itaque quadrati vnumquodque latus, radix eiusdem indifferenter adpellatur. Fit enim quadratum, ex data linea recta abstractiuè in seipsam rectissimè ducta: quemadmodùm numerus in seipsum ductus, quadratum efficit numerum. Radix quadrati.

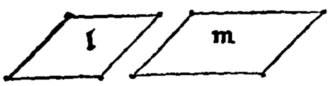
¶Ἑτερόμηκες δὲ, ὃ ὀρθογώνιον μὲν, οὐκ ἰσόπλευρον δέ.

31 Altera parte longius, est quod rectangulum quidem, at æquilaterum non est.

Quemadmodũ suprascripa figura k, quoad angulorum rectitudinem conueniẽs cum ipso quadrato, dissidens autem ex parte laterum.

¶Ῥόμβος δὲ, ὃ ἰσόπλευρον μὲν, οὐκ ὀρθογώνιον δέ.

32 Rhombus, est quæ æquilatera, at rectangula non est.



Cuiusmodi est figura l. Cõuenit itaque rhombus cum ipso quadrato, in sola laterũ æqualitate: habet enim duos obtusos, & totidem acutos angulos, quatuor rectorum simul efficientes quantitatem.

¶Ῥομβοειδὲς δὲ, τὸ τὰς ἀπεναντίον πλευράς τε καὶ γωνίας ἴσας ἀλλήλαις ἔχον, ὃ οὔτε ἰσόπλευρόν ἐστιν, οὔτε ὀρθογώνιον.

33 Rhomboides verò, est quæ ex opposito latera & angulos habens æquales, neque æquilatera, neque rectangula est.

Quemadmodùm suprà depicta figura m repræsentat. Sunt itaque hæc omnia nuper enarrata quadrilatera, parallelogramma: id est, quorum opposita latera sunt adinuicem parallela, seu æquidistantia Neque plures quadrilaterarum & regularium figurarum contingit inueniri differentias: hinc dicit Euclides, Parallelogramma.

¶Τὰ δὲ παρὰ ταῦτα τετράπλευρα, τραπέζια καλείσθω.

34 Præter hæc autem reliqua quadrilatera, trapezia adpellantur.

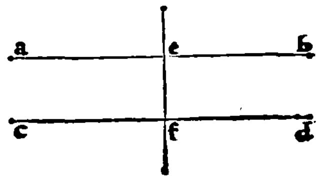
In quibus videlicet nulla oppositorum vel laterum, vel angulorũ simul obseruatur æqualitas, siue respõdentia: veluti sunt n/ & o, & quæcunque eis similes quadrilaterorum descriptiones.

Parallelarum linearum diffinitio vltima.

Παράλληλοί εἰσιν εὐθεῖαι αἵ τινες ἐν τῷ αὐτῷ ἐπιπέδῳ οὖσαι, καὶ ἐκβαλλόμεναι ἐπ' ἄπειρον ἐφ' ἑκάτερα τὰ μέρη ἐπὶ μηδέτερα συμπίπτουσιν ἀλλήλαις.

Parallelæ rectæ lineæ sunt quæ in eodem existentes plano, & ex vtraque parte in infinitum productæ, in nulla parte concurrunt. 35

Quales tibi repræsentant a/b/ & c/d/ lineæ rectæ. In quarum videlicet alteram, vtpote a/b, recta linea e/f/ ad æquales seu rectos incidẽs angulos: & cũ reliqua c/d/ rectos itidem vel æquales angulos efficit. Ex eo enim, alterius in alterã æqualis vtrobiq; surgit inclinatio: vnde fit, vt ipsæ datæ lineæ in infinitũ ex vtraq; parte productæ, æqualiter seu parallelicè distent, nusquam adinuicem concurrentes.



Αἰτήματα. Postulata.

ORONTIVS.

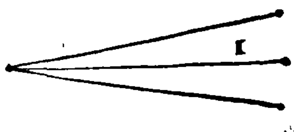
SECVNDO LOCO, SESE OFFERVNT POSTVLATA: QVAE petitiones à nõnullis adpellãtur. Sunt autem postulata, generales quędam propositiones, ex ipsis collectæ diffinitionibus: quæ pendenter ab auditore concessæ, postulantur assumuntúrve in ordinem seu rationem principij. Primum itaq; postulatum, est huiusmodi,

postulata quę

Ἠτήσθω, ἀπὸ παντὸς σημείου ἐπὶ πᾶν σημεῖον εὐθεῖαν γραμμὴν ἀγαγεῖν.

Ab omni puncto in omne punctum, rectam lineam ducere 1

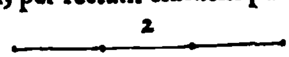
Potest enim datum quodcunq; punctum, in aliud quodlibet punctum, etiam vbilibet imaginatũ, per viam abstractiuè fluẽdo breuissimam: rectam describere lineam. quemadmodùm ex quatuor primis licet elicere diffinitionibus. Admittẽda est itaq; linea recta quantalibet, ac quibus voluerimus punctis, vbilibet indifferenter terminata.



Καὶ πεπερασμένην εὐθεῖαν κατὰ τὸ συνεχὲς ἐπ' εὐθείας ἐκβάλλειν.

Rectam lineam terminatã, in continuum rectúmq; producere. 2

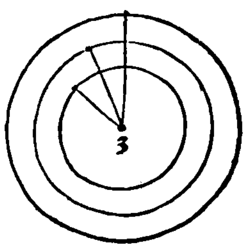
Nam vtrunq; punctum ipsius datæ rectæ lineæ terminatiuum, per rectum eiusdem puncti defluxũ, quantumlibet abstractiuè continuatũ: potest ipsam datam lineam rectã efficere lõgiorem. quemadmodùm ex data linearum rectarum colligitur descriptione.



Καὶ παντὶ κέντρῳ καὶ διαστήματι κύκλον γράφεσθαι.

Omni centro & interuallo circulum describere. 3

Hoc est, licet vbicunque volueris centrum designare circuli, & circa idem centrum, ad liberam semidiametri quantitatem, ipsum figurare circulum. Aut (si velis) ex data quacunque linea recta terminata, altero eiusdem lineæ termino vbiuis collocato, per completam ipsius lineæ circunductionem, circulum describere. Admittendi igitur sunt, liberæ quantitatis circuli, pro data semidiametri vel interualli magnitudine.



Καὶ πάσαι αἱ ὀρθαὶ γωνίαι ἴσαι ἀλλήλαις εἰσί.

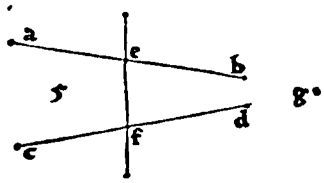
Omnes angulos rectos adinuicẽ æquales esse. 4

Cùm enim dati cuiuslibet anguli recti magnitudo quadrans existat circuli, eiusdémq; circuli quardrantes sint adinuicem æquales: fit vt inter quosuis angulos rectos nulla possit esse differentia, sed omnes sint adinuicē æquales. Quemadmodùm ex his quæ septima, nona, & decima præmisimus diffinitionibus, elicere vel facilè potes.

¶Καὶ ἐὰν εἰς δύο εὐθείας, εὐθεῖα ἐμπίπτουσα, τὰς ἐντὸς καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη γωνίας, δύο ὀρθῶν ἐλάσσονας ποιῇ, ἐκβαλλόμεναι αἱ δύο αὗται εὐθεῖαι ἐπ' ἄπειρον, συμπεσοῦνται ἀλλήλαις, ἐφ' ἃ μέρη εἰσὶν αἱ τῶν δύο ὀρθῶν ἐλάσσονες γωνίαι.

5 Si in duas rectas lineas recta linea incidens, interiores & in eadem parte angulos duobus rectis minores fecerit: rectas lineas in infinitum productas concurrere necesse est, ad eas partes in quibus anguli duobus rectis minores existunt.

Vtpote, si in rectas a/b/& c/d, recta incidens e/f, interiores angulos b/e/f/& d/f/e/simul cõparatos, duobus rectis minores fecerit: ipsæ lineæ a/b/& c/d, in infinitũ productæ, conueniẽt tandem in g, ad partes quidem b/& d. Quoniam plus inclinãtur adinuicem partes b/d, quàm a/c. Vnde quantò magis producentur b/e, & d/f/partes, tantò propiores efficientur, in vnũ tandem signum (vtpote g) concurrentes. Secus est de a/e, & c/f/ partibus: propterea quòd anguli a/e/f/& c/f/e/sunt duobus angulis rectis tantò maiores, quantò eisdem rectis minores fuerint ipsi b/e/f/atq; d/f/e/anguli. De cęteris postulatis. ¶Possent & alia his haud dissimilia subrogari postulata: quæ cùm sunt omnibus (etiam rudissimis) per sese manifesta, vel quæ recenseantur indigna, hoc quinario cum Euclide contenti erimus numero.



¶Κοιναὶ ἔννοιαι. *Communes sententiæ.*

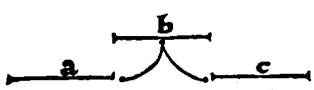
ORONTIVS.

RELIQVVM EST TANDEM, COMMVNES ELVCIDARE sententias: quas græci axiomata, latini verò effata solent adpellare. Sũt igitur cõmunes sẽtẽtiæ, generales quædã ac per sese manifestę propositiones, cõmunitérve scitæ ab omnibus, & in principij rationem vel ordinem coassumptæ. Quarum prima est hæc. Axiomata, effata, seu communes sententiæ.

¶Τὰ τῷ αὐτῷ ἴσα, καὶ ἀλλήλοις ἐστὶν ἴσα.

1 Quæ eidem æqualia, & adinuicem sunt æqualia, 5. communes sententiæ rationẽ æqualitatis respiciẽtes.

Vtpote, si a/ magnitudo sit æqualis b/ magnitudini, eidem quoque b/sit æqualis c/magnitudo: necessum est a/& c/magnitudines fore adinuicem æquales. Idem habeto iudicium de numeris, atque cæteris eiusdem generis adinuicem comparabilibus.



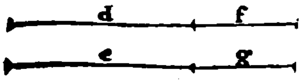
¶Καὶ ἐὰν ἴσοις ἴσα προστεθῇ, τὰ ὅλα ἐστὶν ἴσα.

2 Et si æqualibus æqualia adijciantur, omnia erunt æqualia.

¶Καὶ ἐὰν ἀπὸ ἴσων ἴσα ἀφαιρεθῇ, τὰ καταλειπόμενά ἐστιν ἴσα.

3 Et si ab æqualibus æqualia auferãtur, quę relinquẽtur æqualia erũt.

Vt si d/& e/magnitudinibus inuicẽ æqualibus, æquales addantur magnitudines f/& g: consurgent d/f/& e/g/ magnitudines adinuicem pariter æquales. Quòd si versavice ab ipsis d/f/& e/g/magnitudinibus inuicem æqualibus, æquales tollantur f/quidẽ & g/magnitudines: relinquentur d/& e/magnitudines rursum adinuicem æquales.



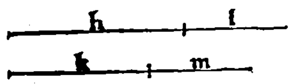
¶Καὶ ἐὰν ἀνίσοις ἴσα προστεθῇ, τὰ ὅλα ἐστὶν ἄνισα.

4 Et si inæqualibus æqualia adiungantur, omnia inæqualia erunt.

¶Καὶ ἐὰν ἀπὸ ἀνίσων ἴσα ἀφαιρεθῇ, τὰ λοιπά ἐστιν ἄνισα.

5 Et si ab inæqualibus æqualia auferantur, reliqua inæqualia erunt.

Si nanq; h,k/magnitudinibus inæqualibus,æquales adiungantur magnitudines l,m:consurgent inæquales adinuicem magnitudines h/l/& k/m. Aut si ab eisdem inæqualibus magnitudinibus datis h/l/& k/m, æquales auferantur l/& m,quæ relinquentur h/& k/magnitudines, erũt adinuicem inæquales. Vnde &versa vice,si æqualibus inæqualia adiungantur,vel ab æqualibus inæqualia auferantur:consurgent,aut relinquentur inæqualia. Hæ sunt igitur quinque præcipuæ communes sententiæ,rationem æqualitatis inter magnitudines,atq; inuicẽ comparabilia,tum facta inuicem comparatione, tum addendo,subtrahendóve occurrentem,respicientes.

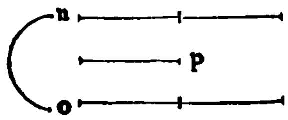


¶Καὶ τὰ τοῦ αὐτοῦ διπλάσια, ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν.

Quæ eiusdem duplicia sunt, adinuicem sunt æqualia. 6

Cõmunis sententia pro ratione maioris inæqualitatis.

Hoc est,quę eiusdem sunt æquè multiplicia,vel æquè superparticularia,aut æquè superpartientia, vel(vt summatim comprehendam)æquè maiora:ea sunt adinuicẽ æqualia,nempe quòd æquali excessu eandem superent magnitudinem. Vt si n/& o/ magnitudines, eiusdẽ magnitudinis p/sint ęquè maiores,vtpote duplæ: necessum est easdẽ magnitudines n/& o/ fore adinuicem æquales.Nam æqualibus magnitudinibus ipsi p/in eisdem n/& o/comprehensis,æquales adduntur excessus. Idem censeto de numeris,& quibuscunq; inuicem comparabilibus rebus,eandem ad tertiã maioris inæqualitatis rationem obtinentibus.

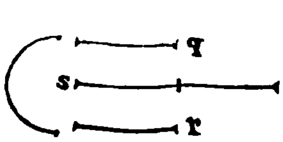


¶Καὶ τὰ τοῦ αὐτοῦ ἥμισυ, ἴσα ἀλλήλοις ἐστί.

Et quæ eiusdem sunt dimidium,æqualia sunt adinuicem. 7

cõ. sententia, pro ratiõe minoris inæqualitatis.

Hæc communis sententia,pro magnitudinibus rationẽ minoris inæqualitatis ad eandem tertiam obseruantibus magnitudinẽ, ita venit intelligenda:vt quæcũq; eiusdẽ sunt ęquè submultiplicia,aut subsuperparticularia,vel subsuperpartientia,hoc est,æquè minora,ea sunt adinuicem æqualia.Vtpote,si q/& r/magnitudines,eiusdem magnitudinis s/sint(verbi gratia)subduplæ: illæ erunt adinuicem æquales,propterea quòd æquali ab eadem magnitudine superentur excessu.



¶Καὶ τὰ ἐφαρμόζοντα ἐπ' ἄλληλα, ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν.

Et quæ sibimet ipsis conueniunt,æqualia sunt adinuicem. 8

Vtpote,si duę rectę lineę in limitib⁹,duæve superficies in terminis,seu laterib⁹& angulis, & quę sunt similia similibus ex õni partę cõueniãt:ea oportet adinuicẽ ęquari, & ecõtrario.

¶Καὶ τὸ ὅλον μεῖζον τοῦ μέρους ἐστί.

Totum est sua parte maius. 9

Adde quòd & æquale suis partibus integralibus, id est quæ simul sumptæ ipsum totum videntur integrare.

¶Καὶ δύο εὐθεῖαι χωρίον οὐ περιέχουσι.

Duæ rectæ lineæ superficiem non concludunt. 10

Prius q̃ enim superficiẽ cõcludere valerẽt:operęprețiũ esset,gemina pũcta vtriusq; datarũ linearũ terminos limitãtia mutuo cõuenire.Duæ itaq; lineę rectę,à dato pũcto in datũ punctũ producerentur:coinciderẽt igitur in vnã atq; eandem lineam rectã,superficiem concludere non valentes.queadmodùm ex ijs quę quarta prædiximus diffinitione fit manifestum.

¶De *Problemate*, *Theoremate*, *atque* *Hypothesi*.

Problemata.
Theoremata

¶EX HIS ITAQVE SANE QVAM INTELLECTIS PRINCIpijs, colliguntur problemata: hoc est, ambiguæ propositiones, sciscitationésve,practicas figurarũ affectiones discutiẽtes:& Theoremata,id est,speculatiuæ propositiones,præceptionis vtcũq; participes, quæ singulis accidunt figuris sola inspectione diiudicãtes.Quæ quidẽ omnia tali sunt artificio ab Euclide distributa,vt ex antecedentibus omnis subsequentiũ videatur pendere comprobatio:fiatq; mutua subministratio singulorum inter sese & problematum & theorematum.Quibus suffragantur hypotheses,hoc est,ex pręuia supradictorum cognitione,assumenti concessæ suppositiones.

Hypotheses.

ΕΥΚΛΕΙΔΟΥ ΒΙΒΛΙΟΥ ΠΡΩΤΟΥ

Πρόβλημα α, Πρόθεσις α.

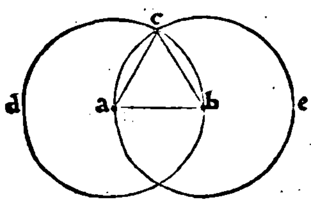
Ἐπὶ τῆς δοθείσης εὐθείας πεπερασμένης, τρίγωνον ἰσόπλευρον συστήσασθαι.

EVCLIDIS LIBRI PRIMI

Problema 1. *Propoſitio* 1.

1 SVper data linea recta terminata, triangulũ æquilaterum conſtituere

ORONTIVS. ¶Sit data recta linea terminata a/b, cuius limites ſint a/ & b/ pũcta: ſuper quã oporteat triangulũ æquilaterum cõſtiture: hoc eſt, datam lineam rectam terminatam in latus ipſius coaptare triãguli, & reliqua duo latera, quæ ſint eidem lineæ datæ æqualia, ex ſuperius enarratis principijs inueſtigare. Centro igitur a, interuallo autẽ a/b, deſcribatur circulus b/c/d, per tertium poſtulatum. Et per idem poſtulatum, centro rurſum b, eodémq; interuallo b/a, deſcribatur circulus a/c/e. Cùm igitur circuli b/c/d/ & a/c/e/ in eodem ſint plano, & cõmunem habeant ſemidiametrum, nempe datam a/b/ rectam, tranſeátque per conſtructionem vnius circunferentia per centrum alterius: neceſſum eſt, b/c/d/ circunferentiã partim eſſe intra circulum a/c/e, partim verò extra, & è contrario, & propterea ſeſe mutuo interſecare. Sit ergo ſectionũ altera in puncto c, & connectantur tandem rectæ lineæ a/c/ & b/c, per primũ poſtulatũ. Triangulũ eſt itaq; a, b, c, (nõ congruũt enim, neq; in directũ cõſtituũtur ipſæ a/b, b/c, & c/a/ lineæ rectæ: ſed trigonũ includũt ſuperficiẽ a/b/c) dico ꝙ & æquilaterũ. Quoniã punctum a, centrũ eſt circuli b/c/d: æqualis eſt igitur a/c/ recta, ipſi a/b, per decimãquintã diffinitionẽ. Rurſum, quoniã punctum b, centrũ eſt circuli a/c/e: æqualis eſt, per eandẽ diffinitionẽ b/c/ recta, eidẽ a/b. Duæ igitur a/c, & b/c, eidẽ a/b, ſunt æquales: eapropter & æquales adinuicem, per primam communem ſentẽtiam. Tres itaque lineæ a/b, b/c, c/a, ſunt adinuicem æquales. Igitur ſuper data recta linea terminata a/b, conſtitutũ eſt triangulum æquilaterum a/b/c. Quod facere oportebat.



Nota propoſitiõis interpretationem.

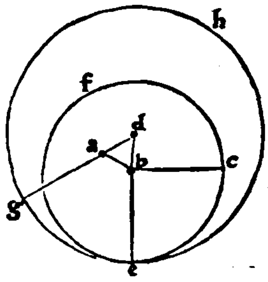
Πρόβλημα β, Πρόθεσις β.

Πρὸς τῷ δοθέντι σημείῳ τῇ δοθείσῃ εὐθείᾳ ἴσην εὐθεῖαν θέσθαι.

Problema 2, *Propoſitio* 2.

2 AD datum punctũ, datæ rectę lineæ æquam rectã lineã ponere.

ORONTIVS. ¶Sit datũ punctũ a, data verò linea recta b/c: cui expedit, ad ipſum punctum a, æquam rectam lineam ponere. Ducatur itaque recta a/b, per primum poſtulatum: ſuper qua triangulum æquilaterum conſtituatur a/b/d, per primam propoſitionem. Et centro b, interuallo autẽ b/c, circulus deſcribatur c/e/f, per tertium poſtulatum. Atque per ſecũdum poſtulatum, producatur recta b/d/in ipſius circuli circunferentiam: ſitq; d/e. Centro rurſum d, interuallo autē d/e, circulus deſcribatur e/g/h, per idem tertium poſtulatū. Producatúrque tandem recta d/a, in circunferentiam ipſius e/g/h/circuli, per ſecūdum poſtulatum: ſitq; d/g. Cùm igitur punctum b, centrū exiſtat circuli c/e/f: æqualis eſt b/c/recta ipſi b/e, per decimamquintam diffinitionem. Rurſum quoniam punctum d, cētrum eſt e/g/h/ circuli: æqualis eſt, per eandem diffinitionem, recta d/e/ipſi d/g. A quibus ſi auferātur a/d, & b/d/inuicē æquales (nempe latera trianguli æquilateri) reliqua a/g, reliquæ b/e, per tertiam communem ſentētiam erit æqualis. Atqui monſtrātum eſt, quòd & b/c/ eidem b/e/eſt æqualis. Binæ igitur a/g/& b/c, eidem b/e/ſunt æquales: quapropter & æquales adinuicem, per primam communem ſententiam. Ad datum ergo pūctum a/datæ rectæ lineæ b/c, æqualis recta linea poſita eſt a/g. Quod oportuit feciſſe.



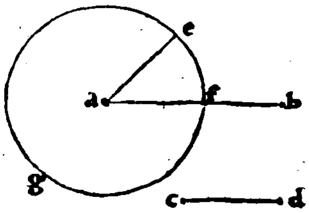
Πρόβλημα γ, Πρόθεσις γ.

Δύο δοθεισῶν εὐθειῶν ἀνίσων, ἀπὸ τῆς μείζονος, τῇ ἐλάσονι ἴσην εὐθεῖαν ἀφελεῖν.

Problema 3, Propoſitio 3.

DVabus datis rectis lineis inæqualibus, à maiori minori æquā rectam lineam abſcindere. 3

ORONTIVS. ¶ Sint datæ binæ rectæ lineæ inæquales, a/b/quidē maior, minor verò c/d: cui receptū ſit, ab ipſa maiore a/b, æquā lineam rectā abſcindere. Ad datū ergo punctum a/ alterum ipſius maioris a/b/ limitem, eidem minori c/d/ ponatur æqualis, per ſecundam propoſitionē: ſitq; a/e. Et centro a, interuallo autem a/e, circulus deſcribatur e/f/g, per tertium poſtulatum. Cùm igitur a/ e/ recta ſit æqualis ipſi c/d, ſitq; c/d minor ipſa a/b, per hypotheſin: erit & a/e/eadem a/b/ minor. quæ enim ſunt æqualia, eiuſdem ſunt æquè minora, per conuerſam ſeptimæ cōmunis ſententiæ. Egredietur ergo a/b/maior ipſa a/e, circunferētiā circuli e/f/g, ad interuallum eiuſdem a/e/ deſcripti, eandémq; circunferētiam egrediendo ſecabit: ſecet igitur in puncto f. Et quoniā punctū a, centrum eſt circuli e/f/g: æqualis eſt a/f/recta ipſi a/e, per decimamquintā diffinitionē. Eidē porrò a/e, æqualis eſt & recta c/d. Binæ igitur a/f/& c/d, eidem a/e/ ſunt æquales: & propterea æquales adinuicē, per primā cōmunem ſentētiam. Eſt autē & a/f, pars ipſius maioris a/b Duabusergo lineis rectis inæqualibus datis, a/b/quidē & c/d: à maiori a/b, ſecta eſt a/f/ ipſi c/d/minori æqualis. Quod oportebat facere.



Θεώρημα α, Πρόθεσις δ.

Ἐὰν δύο τρίγωνα τὰς δύο πλευρὰς, ταῖς δυσὶ πλευραῖς ἴσας ἔχῃ ἑκατέραν ἑκατέρᾳ, καὶ τὴν γωνίαν τῇ γωνίᾳ ἴσην ἔχῃ, τὴν ὑπὸ τῶν ἴσων εὐθειῶν περιεχομένην, καὶ τὴν βάσιν τῇ βάσει ἴσην ἕξει, καὶ τὸ τρίγωνον τῷ τριγώνῳ ἴσον ἔσται, καὶ αἱ λοιπαὶ γωνίαι ταῖς λοιπαῖς γωνίαις ἴσαι ἔσονται ἑκατέρα ἑκατέρᾳ, ὑφ᾽ ἃς αἱ ἴσαι πλευραὶ ὑποτείνουσι.

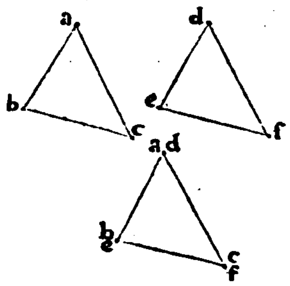
Theorema 1, Propoſitio 4.

SI duo triāgula duo latera duobus lateribus æqualia habuerint 4
alterū alteri, & angulum angulo æqualem ſub æqualibus rectis

lineis contentum: & basin basi æqualem habebunt, & triangulum triangulo æquum erit, & reliqui anguli reliquis angulis æquales erunt alter alteri, sub quibus æqualia latera subtenduntur.

ORONTIVS. ¶Sint bina triangula a/b/c/& d/e/f, habentia duo latera a/b/& a/c, duobus lateribus d/e/& d/f/ alternatim æqualia, hoc est, a/b/ipsi d/e, & a/c/ipsi d/f atq; angulum b/a/c, æqualem angulo e/d/f/ sub æqualibus rectis lineis contento. Dico primùm, quòd basis b/c/est æqualis basi e/f. Comparato nanq; triangulo a/b/c/ipsi d/e/f, atque puncto a/supra d/pūctum cōstituto, extensáque recta a/b/ super rectam d/e: conueniet punctū b/ipsi puncto e: nam a/b/ipsi d/e/per hypothesin est æqualis. quæ autem sunt adinuicem æqualia, sibimetipsis conueniunt, per conuersam octauæ communis sententiæ. Et quoniam angulus b/a/c, angulo e/d/f/ per hypothesin quoque est æqualis: cadet igitur, per eandem conuersam, a/c/recta, super rectam d/f. secus enim alter angulorum foret reliquo maior, cōtra ipsam hypothesin. At cùm a/c/& d/f/rectæ, sint ex eadem hypothesi adinuicem æquales: conueniet rursum punctum c/ipsi puncto f, per allegatam octauæ communis sententiæ conuersionem. Binæ igitur rectæ b/c/& e/f, ab eodem communi pūcto, ad idem commune punctum educentur: cōuenient ergo adinuicem, per datam ipsius lineæ rectæ diffinitionem. Conuenientibus enim b, e/& c, f/limitibus, si eædem b/c/& e/f/ rectæ minimè conuenirent: duæ lineæ rectæ includerent superficiem, contra decimam communem sententiam, & diffinitam rectarum linearum descriptionem. conuenit itaq; b/c/ipsi e/f. Quæ autem sibimetipsis conueniunt, æqualia sunt adinuicem, per octauam cōmunem sententiam. basis ergo b/c, basi e/f/cōcluditur æqualis. ¶Dico præterea, q̄ triangulum a/b/c/triangulo d/e/f/æquum est. Conueniunt enim singula latera ipsius a/b/c/trianguli, singulis d/e/f/ trianguli lateribus: & triangulum igitur triangulo conuenit. Vnde per eandem octauam communem sentētiam, a/b/c/triā gulum, ipsi d/e/f/triangulo æquum erit. ¶Aio tādem, reliquos angulos reliquis angulis, sub quibus æqualia subtenduntur latera, fore alterum alteri æquales: vtpote, a/b/c/ipsi d/e/f, sub quibus a/c/& d/f, & a/c/b/ipsi d/f/e, sub quibus a/b/ & d/e/latera subtenduntur æqualia. Conueniunt enim singula latera singulis lateribus, sub quibus ipsi continentur anguli. Ex laterum porrò conuenientia æqualis eorūdem subsequitur inclinatio. ex æquali autē inclinatione laterum, contentorū angulorum cōuincitur æqualitas. Si bina igitur triāgula duo latera duobus lateribus æqualia habuerint &c. vt in theoremate. Quod erat demonstrandum.

Pars prima theorematis.



Pars secunda

Tertia pars.

Θεώρημα β, Πρότασις ε.

Τῶν ἰσοσκελῶν τριγώνων αἱ πρὸς τῇ βάσει γωνίαι ἴσαι ἀλλήλαις εἰσί. καὶ προσεκβληθεισῶν τῶν ἴσων εὐθειῶν, αἱ ὑπὸ τὴν βάσιν γωνίαι ἴσαι ἀλλήλαις ἔσονται.

Theorema 2, Propositio 5.

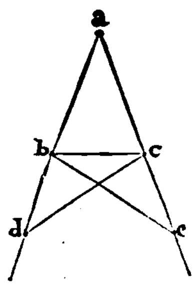
5 ISoscelium triangulorum qui ad basin sunt anguli, adinuicem sunt æquales: & productis æqualibus rectis lineis, qui sub basi sunt anguli adinuicem æquales erunt.

ORONTIVS. ¶Sit triangulū isosceles a/b/c: cuius latera a/b/& a/c/sint adinuicem æqualia. Hæc autē versus d, & e, puncta, in cōtinuū rectūmq; producantur:

per ſecundum poſtulatum. Aio itaque primùm, angulos a/b/c/& a/c/b, qui ad baſin b/c, fore adinuicẽ æquales: angulum præterea d/b/c, angulo b/c/e/ſub eadẽ baſi b/c/cõſtituto, itidem coæquari. Suſcipiatur enim in b/d/recta cõtingens punctũ, ſitq; illud d: & data recta b/d, ſecetur ei æqualis c/e, per tertiam propoſitionem: connectantúrq; b/e, & c/d, lineæ rectæ, per primũ poſtulatũ. Cùm igitur a/b/ſit æqualis a/c, per hypotheſin, & b/d/ipſi c/e, per cõſtructionẽ: erit & a/d/ipſi a/e, per ſecundam communẽ ſententiã, æqualis. Bina ergo latera a/b/& a/e/trianguli a/b/e, ſunt æqualia duobus a/c/& a/d/triãguli a/c/d, alterum alteri: eſtq; angulus qui ad a/ſub æquis lateribus comprehẽſus, vtriq; triãgulo communis. Baſis igitur b/e/ baſi c/d/ eſt æqualis, & totũ triangulum a/b/e/ toti triãgulo a/c/d/æquale, atq; reliqui anguli reliquis angulis, ſub quibus æqualia ſubtenduntur latera, reſpõdenter æquales, vtpote/a/b/e/ipſi a/c/d, & a/d/c/ipſi a/e/b: per quartã propoſitionem.

Primus oſtenſionis diſcurſus.

Secundus.



Rurſum, quoniã b/d/ipſi c/e/per conſtructionẽ eſt æqualis, & b/e/ ipſi c/d/æqualis oſtenſa eſt: bina propterea latera d/b/& d/c/ triãguli d/b/c, duobus e/b/& e/c/ipſius e/b/c/ triãguli lateribꝰ ſunt alternatim æqualia. & cõtẽtos ſub ipſis æqualibus lateribus angulos, vtpote, qui ad d/& e/monſtrauimus æquales: eandémq; baſin ſubtendunt b/c. Triangulũ igitur d/b/c, triangulo e/b/c/eſt æquale, & reliqui anguli reliquis angulis, ſub quibus æqualia ſubtenduntur latera, adinuicẽ æquales: per eandem quartã propoſitionẽ. Angulus itaq; d/b/c, angulo b/c/e/eſt æqualis: necnõ angulus b/c/d, ipſi angulo b/c/e. Totus porrò angulus a/b/e, toti angulo a/c/d/æqualis nuper oſtẽſus eſt. Igitur ſi ab eiſdem æqualibus angulis a/b/e/& a/c/d, æquales auferantur anguli b/c/d/& c/b/e: qui relinquentur anguli a/b/c/ & a/ c/ b/ ad baſin b/c, erunt per tertiam communem ſententiam adinuicem æquales. Et qui ſub eadẽ baſi b/c/ſunt anguli, vtpote, d/b/c/& b/c/e, nunc quoq; mõſtrati ſunt æquales. Iſoſceliũ ergo triangulorũ, qui ad baſin ſunt anguli &c. vt in theoremate. Quod demonſtrare oportebat.

Recollectio demonſtrationis.

Corollarium.

¶ Hinc manifeſtum eſt, triangulum æquilaterum tres angulos adinuicem æquales continere. Quoniam binatim ſumpta latera, ſemper offenduntur æqualia: & duo quoq; anguli omnifariam ſumpti conſequenter æquales.

Θεώρημα γ, Πρόθεσις ς.

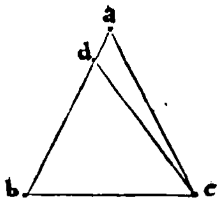
Ἐὰν τριγώνου αἱ δύο γωνίαι ἴσαι ἀλλήλαις ὦσι, καὶ αἱ ὑπὸ τὰς ἴσας γωνίας ὑποτείνουσαι πλευραὶ ἴσαι ἀλλήλαις ἔσονται.

Theorema 3, Propoſitio 6.

SI trianguli duo anguli, æquales adinuicem fuerint: æquales quoq; angulos ſubtendentia latera æqualia adinuicem erunt. 6

ORONTIVS. ¶ Eſto a/b/c/triãgulũ, cuius anguli a/b/c/& a/c/b/ſint adinuicẽ æquales. Dico propterea, quòd latus a/b/æquũ eſt lateri a/c. Si nanq; a/b/ & a/c/latera forent inæqualia, alterum eſſet maius: vtpote, a/b. Poſſet itaq; à maiori a/b, ſecari ipſi a/c/minori æqualis, per tertiã propoſitionẽ. eſto igitur b/d: & connectatur c/ d/ recta, per primum poſtulatum. Cadet igitur recta c/d/intra triangulum a/b/c: diuidétq; latus a/b, & angulum a/c/b/in duos angulos, atq; datum a/b/c/triangulum in bina triangula a/c/d/& d/b/c. Atqui a/b/c/triangulum, ipſo d/b/c/triangulo (nempe totum ſua parte) maius eſt: per nonam communem ſententiam. Quòd ſi a/c/recta foret æqualis ipſi b/d, & b/c/ſit vtriq; triangulo communis: eſſent bina latera a/c/&

Demõſtratio ab impoſſibili



c/b/ trianguli a/c/b, æqualia binis lateribus c/b/ & b/d/ ipsius trianguli c/b/d.quæ cùm æquales adinuicem comprehendant angulos a/b/c/& a/c/b,per hypothesin:basis a/b/dati a/c/b/trianguli,foret æqualis basi c/d/ipsius triã guli c/b/d,per quartam propositionem:ipsum deniq; triangulum a/b/c,ipsi triangulo d/b/c/æquale, totum videlicet suæ parti.quod per nonam communem sententiã est impossibile.Non est igitur a/b/latus,maius a/c.Similiter ostendetur,quòd neq; minus.Aequũ est itaq; latus a/b,ipsi lateri a/c. Si trianguli itaq; duo anguli æquales adinuicem fuerint,æquales quoq; angulos subtendentia latera æqualia adinuicem erunt.Quod fuerat ostendendum.

Corollarium.

¶Et proinde fit manifestum, triangulum æquiangulum, fore versa vice æquilaterum.anguli enim binatim sumpti,semper offenduntur æquales: & duo quoq; latera omnifariam sumpta,respondenter æqualia.

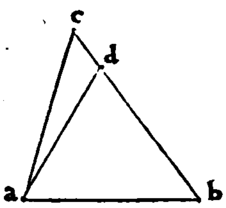
Θεώρημα δ', Πρόθεσις ζ.

Ἐπὶ τῆς αὐτῆς εὐθείας δυσὶ ταῖς αὐταῖς εὐθείαις, ἄλλαι δύο εὐθεῖαι ἴσαι ἑκατέρα ἑκατέρα οὐ συσταθήσονται, πρὸς ἄλλῳ καὶ ἄλλῳ σημείῳ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη τὰ αὐτὰ πέρατα ἔχουσαι ταῖς ἐξ ἀρχῆς εὐθείαις.

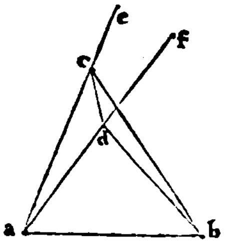
Theorema 4, Propositio 7.

7 SVper eadem recta linea, duabus eisdem rectis lineis,aliæ duæ rectæ lineæ æquales altera alteri non constituentur, ad aliud atque aliud punctum, ad easdem partes, eosdem fines primis rectis lineis possidentes.

ORONTIVS. ¶Super data inquàm recta linea a/b, duæ rectæ lineæ a/c/& b/c,à limitibus a/& b,ad datum punctum c/constituantur. Dico quòd super eadem a/b,aliæ duæ rectæ lineæ,vtpote a/d/& b/d,ad aliud punctum,hoc est d, ad easdem quoq; partes,non constituentur eisdem a/c/& b/c/altera alteri æquales,vtpote a/d/ ipsi a/c,& b/d/ ipsi b/c, eosdem fines a/& b,cum eisdem primis rectis lineis a/c/& b/c/possidentes. Aut enim punctum d/ cadet in alterutram linearum a/c/& b/c,vel intra easdem,aut extra.Atqui in alterutram datarum linearum,ipsum d/punctum minimè potest incidere. Cadat enim (si possibile sit) in rectam b/c.coincidet igitur b/d/recta,super rectam b/c: Prima figuræ dispositio.



& cùm d/sit aliud pũctum quàm c, erit eadem b/d/pars ipsius b/c. Non erit igitur b/d,æqualis b/c: totum enim foret æquale suæ parti,contra nonã communem sententiam. Similiter ostendetur, ꝙ neq; in a/c/rectam,neq; in alterutrã aut a/c/aut b/c/in continuũ rectũmq; productã,cadet idem punctũ d. ¶Dico præterea,ꝙ neq; intra easdẽ lineas a/c/ & b/c, ipsum d/pũctũ potest incidere.Esto enim(si fuerit possibile)vt in subscripta figura & Secunda.

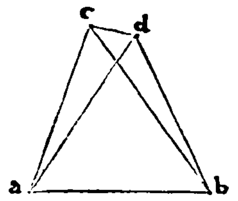


cõnexa c/d/ recta,per primũ postulatũ,vtraq; a/c/& a/d, per secundũ postulatũ,in continuũ rectũmq;,vsq; ad e/& f/ signa producatur. Triãgula igitur a/c/d/& b/c/d/super eadẽ basi c/d/cõstituta,forẽt isoscelia.& angulus propterea a/c/d,æquus esset angulo a/d/c:necnõ b/c/d/ angulus, ipsi b/d/c/respondenter æqualis,per primã partẽ quintæ propositionis:& per secundã eiusdem propositionis partem,qui sub eadem basi c/d/fiunt anguli,adinuicẽ quoq;

forẽt æquales:vtpote,c/d/f/ipſi d/c/e.Angulus porrò d/c/e,maior eſt angulo b/c/d (nẽpe totus ſua parte)eapropter & c/d/f/angulus, foret eodẽ angulo b/c/d/ maior: & maior conſequẽter ipſo angulo b/d/c.nam æquales anguli,eiuſdẽ ſunt æquè maiores,vel æquè minores:per cõuerſam ſextæ,atq; ſeptimæ cõmunis ſentẽtiæ interpretationẽ.Eſt autẽ c/d/f/angulus,pars ipſius anguli b/d/c.Particularis igitur angulus,maior eſſet totali: quod per eandem nonam cõmunẽ ſententiã eſt impoſſibile.

Tertia figuræ diſpoſitio.

¶Haud diſſimile ſequetur incõueniens:vbi datũ punctũ d,inciderit extra præfatas lineas rectas a/c/& b/c.Si nãq; id poſſibile foret,vel earum altera quæ ex a/pũcto, alterã quæ ex b/ſecabit: aut nulla dabitur prædictarum linearũ interſectio.Secet primùm a/d/ipſam b/c:& connectatur c/d/recta, per primum poſtulatum. Triangula rurſum a/c/d/& b/c/d/eſſent iſoſcelia:& qui ad communẽ vtriuſq; triãguli baſin c/d/fiunt anguli,per primam partem ipſius quintæ propoſitionis,æquales adinuicem.vtpote,a/c/d/ ipſi a/d/c,& b/c/d/ ipſi b/d/c. Atqui angulus a/c/d,angulo b/c/d/maior eſt, per nonam communem ſententiam: recta enim b/c/ diuidit a/b/d/c/quadrilaterum, & angulum propterea a/c/d.Igitur & a/d/c/ angulus,eodẽ angulo b/c/d/maior eſſet:& maior conſequenter ipſo b/d/c/angulo.angulus porrò a/d/c,eſt pars ipſius anguli b/d/c:recta nãq; a/d,diuidit eũdem b/d/c/angulum,atq; a/b/d/c/quadrilaterum.Pars itaq;,totum rurſum excederet:quod ipſi nonæ communi videtur aduerſari ſententiæ.Idem etiam concludetur,vbi a/c/recta ſecuerit b/d:vbíve punctum d/ita ſeorſum locabitur,vt nulla ſubſequatur prædictarum linearũ interſectio. quemadmodùm ex ſecunda figuræ diſpoſitione deducere vel facilè potes, c/in d,atq; è diuerſo permutato. Non ſunt igitur a/c/& a/d/rectæ lineæ,neq; b/c/& b/d/adinuicem ſimul æquales.Super eadem ergo recta linea,duabus eiſdem rectis lineis &c.vt in theoremate.Quod demonſtrare oportebat.



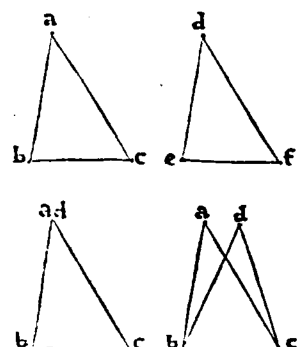
Θεώρημα ε, Πρόθεσις η,

Ἐὰν δύο τρίγωνα, τὰς δύο πλευρὰς ταῖς δυσὶ πλευραῖς ἴσας ἔχῃ ἑκατέραν ἑκατέρᾳ, ἔχῃ δὲ καὶ τὴν βάσιν τῇ βάσει ἴσην, καὶ τὴν γωνίαν τῇ γωνίᾳ ἴσην ἕξει τὴν ὑπὸ τῶν ἴσων εὐθειῶν περιεχομένην.

Theorema 5, Propoſitio 8.

SI bina triangula, duo latera duobus lateribus alterum alteri æqualia habuerint,& baſin quoq; baſi æqualẽ:angulum quoq; ſub æqualibus rectis lineis contentum æqualem habebunt. 8

ORONTIVS.¶Sint bina triangula a/b/c/ & d/e/f,habẽtia duo latera a/b/& & a/c,duobus lateribus d/e/& d/f/alternatim æqualia,hoc eſt,a/b/ipſi d/e,& a/c/ipſi d/f:ſitq; baſis b/c,baſi d/f/itidem æqualis.Aio itaq; angulum b/a/c,angulo e/d/f/ eſſe reſpondenter æqualẽ.Comparatis nanque adinuicem triangulis,& puncto b/ſupra punctum e/ conſtituto, extenſáque baſi b/c/ in rectum ipſius e/f: conueniet punctum c/cum puncto f, per conuerſam octauæ cõmunis ſententiæ.Cõuenientibus autẽ b/& e,atq;c/& f/punctis,cõueniet & punctũ a/cũ puncto d.Quoniã ſi a/& d/puncta minimè cõuenirent:ſequeretur ex hypotheſi laterũ, ꝙ ſuper eadem recta linea b/c/ aut e/f,duabus eiſdẽ lineis a/b/& a/c, vel a/e/ & a/f, aliæ duæ rectæ lineæ d/b/& d/c, ſeu d/e/& d/f, ad aliud atq; aliud punctum, hoc eſt a/ & d,ad eaſdem quoq; partes,



eoſdem deniq; fines b/ & c/vel e/& f/primis rectis lineis poſſidentes, altera alteri conſtituerētur æquales.quod per antecedentē ſeptimā propoſitionē demonſtratū eſt impoſſibile.Cōgruit igitur d/punctū,ipſi puncto a: quapropter & angulū b/a/c, angulo e/d/f,congruere neceſſum eſt,foréq; illi æqualē.Cōgruentibus enim terminis:congruūt & ipſæ lineæ rectæ.ex rectarū porrò cōuenientia,ſub quibus ipſi continētur anguli:eadem ſurgit inclinatio.ex qua demum pari linearum inclinatione: eorundem angulorū conuincitur æqualitas.Ergo ſi bina triangula, duo latera duobus lateribus &c.vt in theoremate: Quod oportuit demonſtraſſe.

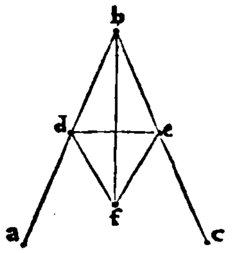
Πρόβλημα δ, Πρόθεσις θ.

Την δοθεῖσαν γωνίαν εὐθύγραμμον δίχα τεμεῖν.

Problema 4, Propoſitio 9.

9 DAtum angulum rectilineum,bifariam ſecare.

ORONTIVS. ¶Eſto datus rectilineus angulus a/b/c:quem oporteat bifariam ſecare.Suſcipiatur igitur in a/b/recta contingens punctum d:ſecetúrq; à reliqua b/c, ipſi b/d/æqualis, per tertiā propoſitionem, ſitq; illa b/e.Et per primū poſtulatum,connectatur recta d/e:ſuper quā triangulum æquilaterū d/e/f, per primā propoſitionem conſtituatur.connectatur tandem recta b/f, per idem primum poſtulatum.Manifeſtum eſt igitur,rectam b/f/ſecare datum angulum a/b/c:protrahitur enim ab angulo qui ad b,ad oppoſitum angulum qui ad f/in b/d/f/e/quadrilatero.Aio quòd & ipſa b/f,datum a/b/c/angulum bifariā ſecat.Cùm enim b/d/per conſtructionē ſit æqualis ipſi b/e,cōmunis autem b/f:bina itaq; latera d b/& b/f/trianguli d/b/f,duobus lateribus f/b/& b/e/trianguli f/b/e/ ſunt alternatim æqualia.Eſt inſuper baſis d/f,baſi e/f/itidem æqualis:ſunt enim latera triāguli æquilateri d/e/f.Angulus igitur d/b/f,angulo f/b/e,per octauam propoſitionem eſt æqualis.Datus itaq; rectilineus angulus a/b/c,bifariam à recta b/f/ſecatur. Quod facere oportebat.



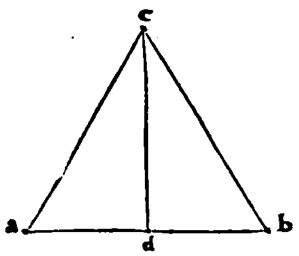
Πρόβλημα ε, Πρόθεσις ι.

Την δοθεῖσαν γωνίαν πεπερασμένην δίχα τεμεῖν.

Problema 5, Propoſitio 10.

10 DAtam rectam lineam terminatam bifariam ſecare.

ORONTIVS.¶Sit data recta linea terminata a/b,quam bifariā ſecare ſit operæpretium. Conſtituatur igitur ſuper eadem a/b, triangulum æquilaterum a/c/b,per primam propoſitionem : ſecetúrq; per antecedentem nonam propoſitionem angulus a/c/b/bifariam,recta quidem c/d,à puncto c/in d/punctum ipſius lateris a/b/ coextenſa.Dico lineā a/b/datam,ſecari bifariam in pūcto d. Cùm enim a/c/b/ triangulum ſit æquilaterum,æqualis eſt a/c/ ipſi c/b: cōmunis verò c/d.Binæ igitur a/c/& c/ d/ trianguli a/ c/ d, duabus d/c/& c/b/triāguli d/c/b,ſunt altera alteri æquales: & qui ſub ipſis æquis lateribus continentur anguli, per conſtructionē ſunt adinuicem æquales,hoc eſt,a/c/d, ipſi d/c/b.Baſis igitur a/d,baſi d/b/eſt æqualis,per quartam propoſitionem.Data igitur recta linea terminata a/b,bifariam ſecta eſt in puncto d.Quod oportuit feciſſe.



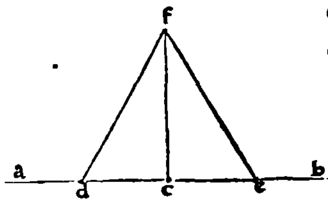
Πρόβλημα ϛ, Πρόθεσις ια.

ΤΗ δοθείσῃ γωνίᾳ, ἀπὸ τοῦ πρὸς αὐτῇ δοθέντος σημείου, πρὸς ὀρθὰς γωνίας εὐθεῖαν γραμμὴν ἀγαγεῖν.

Problema 6, Propoſitio 11.

DAta recta linea, à pũcto in ea dato, rectam lineam ad angu= 11
los rectos excitare.

ORONTIVS. ¶ Eſto recta linea data a/b, datúmq; in ea pũctũ c: à quo oporteat rectã lineã ad angulos rectos excitare. Suſcipiatˮ igitur in a/c/recta, cõtingẽs punctũ: ſitq; illud d. ſecetur præterea à recta c/b, ipſi d/c/ æqualis, per tertiã propoſitionẽ, vtpote c/e. deniq; ſuper recta d/e, triãgulũ æquilaterũ cõſtituatˮ d/f/e, per primã propoſitionẽ: cõnectatúrq; recta c/f, per primũ poſtulatũ. Dico c/f/ rectã, ad rectos angulos cõſiſtere ſuper datã rectã a/b. Quoniã d/c/eſt æqualis ipſi c/e, cõmunis autẽ c/f/ diuidẽs d/f/e/triãgulũ. Duæ igitur f/c/& c/d/triãguli f/c/d, duabus f/c/& c/e/trianguli f/c/e, ſunt altera alteri æquales: & baſis d/f/baſi f/e, per conſtructionem æqualis. Angulus itaq; f/c/d, angulo f/c/e/ſub æqualibus rectis lineis cõtento, per octauam propoſitionem eſt æqualis. Recta igitur c/f/conſiſtens ſuper rectã a/b, æquales vtrobique facit angulos: ergo rectos, per decimam diffinitionem. A dato igitur pũcto c, datæ rectæ lineæ a/b, recta linea c/f/ad rectos excitata eſt angulos. Quod faciendum ſuſceperamus.



Πρόβλημα ζ, Πρόθεσις ιβ.

ΕΠὶ τὴν δοθεῖσαν εὐθεῖαν ἄπειρον, ἀπὸ τοῦ δοθέντος σημείου, ὃ μή ἐστιν ἐπ' αὐτῆς, κάθετον εὐθεῖαν γραμμὴν ἀγαγεῖν.

Problema 7, Propoſitio 12.

SVper datam rectam lineam infinitam, à dato puncto quod in 12
ea non eſt, perpendicularem rectam lineam deducere.

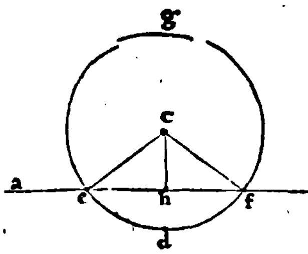
ORONTIVS. ¶ Sit data recta linea infinita a/b, datum verò pũctum quod in ea non eſt c: à quo, in ipſam a/b, perpendicularem rectã lineam deducere ſit operæpretium.

Conſtructio figuræ.

In eodem itaque plano, in quo data a/b/ recta linea infinita, & datum punctum c, ex altera quidem parte ipſius a/b, contingens punctũ ſuſcipiatur: ſitq; illud d. Erit igitur c/d/interuallum, dirimétq; ipſam a/b/rectam. Centro ergo c, interuallo autem c/d, circulus deſcribatur e/f/g, per tertium poſtulatum. Hic porrò circulus e/f/g, cùm in eodem ſit plano in quo & recta a/b, ſitq; finitus, eadem verò a/b/infinita, & dirempta ab interuallo c/d: ſubtendet propterea idem e/f/g/circulus partem ipſius a/b, egredietúrq; eadem a/b, recta circũferentiam ipſius e/f/g/ circuli, eandémque circunferẽtiam egrediendo ſecabit. Secet igitur in e/& f/punctis: diuidatúrq; recta & ſubtenſa e/f/bifariam, in puncto quidem h, per decimã propoſitionem. & connectantur tandem c/e, c/h, atq; c/f/rectæ, per primum poſtulatũ.

Oſtenſio problematis.

Dico itaq; rectã c/h/perpendiculariter incidere ſuper datã, rectã a/b. Quoniam e/h/ æqualis eſt ipſi h/f, per conſtructionem: c/h/ verò dirimens c/e/f/ triangulum, vtrique communis. Binæ igitur c/h/& h/e/ trianguli c/h/e, duabus c/h/ & h/f/ trianguli c/h/f/ ſunt altera alteri æquales: baſis quoq; c/e, baſi c/f/æqualis, per decimamquintam diffinitionem. Aequus eſt igitur angulus c/h/e, angulo c/h/f/ſub æquis lateribus cõtento, per octauã propoſitionẽ.



Recta ergo c/h/consistens super datã rectam lineã a/b,æquales vtrobiq; facit angulos:ergo rectos.Et proinde c/h/perpendicularis est super a/b,per decimam diffinitionem.Super datam itaque rectam lineam infinitã a/b,à dato puncto c/quod in ea non est,deducta est perpendicularis c/h.Quod fecisse oportuit.

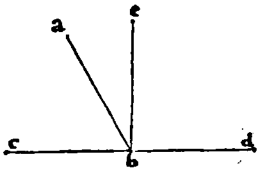
Θεώρημα ϛ, Πρόθεσις ιγ.

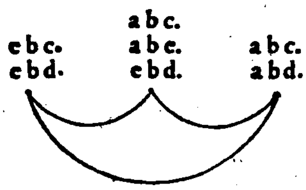
Ὡς ἂν εὐθεῖα ἐπ᾽ εὐθεῖαν σταθεῖσα γωνίας ποιῇ, ἤτοι δύο ὀρθὰς, ἢ δυσὶν ὀρθαῖς ἴσας ποιήσει.

Theorema 6, Propositio 13.

13 CVm recta linea super rectam consistens lineã angulos fecerit: aut duos rectos,aut duobus rectis æquales efficiet.

ORONTIVS. ¶Incidat inquàm a/b/recta,super rectam c/d,efficiens angulos a/b/c/& a/b/d. Anguli itaque a/b/c/& a/b/d,aut sunt æquales adinuicẽ,aut inæquales.Si æquales,ergo recti,per decimam diffinitionẽ:prima igitur pars vera. Quòd si inæquales extiterint ipsi a/b/c/& a/b/d/anguli,vtpote,a/b/c/recto minor,& eodẽ recto maior a/b/d: dico nihilominus eosdẽ angulos a/b/c/& a/b/d,fore binis rectis angulis æquales.Quoniam a/b/c/& a/b/d/anguli sunt inæquales:non est igitur a/b/ recta,perpendicularis super rectam c/d, per conuersam ipsius decimæ diffinitionis. Excitetur ergo super data recta linea c/d,à dato in ea puncto b, perpẽdicularis b/e, per vndecimam propositionem.Diuidet itaq; recta b/e/angulum a/b/d/ recto maiorem:necnõ recta a/b,ipsum angulum e/b /c/rectũ,maiorem acuto a/ b/c. Aequus est igitur angulus e/b/c, binis angulis a/b/c/& a/b/e. communis adijciatur angulus e/b/d.bini itaq; anguli e/b/c/& e/b/d,tribus angulis, hoc est a/b/c,a/b/e,& e/b/d,sunt æquales, per secũdam communẽ sentẽtiam.Angulus rursum a/b/d,æquus est duobus angulis a/b/e/ & e/b/d. communis addatur angulus a/ b/ c. Duo igitur anguli a/b/c/& a/ b/ d, tribus angulis, vtpote,a/b/c,a/b/e,& e/b/d,sunt per eandẽ secundã communẽ sententiã æquales.Atqui monstratũ est,ꝙ & anguli e/b/c/& e/b/d,eisdem tribus æquantur angulis . Anguli porrò qui eisdem sunt æquales angulis, adinuicem quoq; sunt æquales, per primam cõmunem sentẽtiam.Igitur anguli a/b/c/& a/b/d, duobus e/b/c/& e/b/d/sunt æquales . Sũt autem per constructionem anguli e/b/c/& e/b/d/recti. & duo igitur anguli a/b/c/& a/b/d, binis sunt rectis æquales. Idem etiã ostendetur, vbi a/ b/ c/ angulus,fuerit maior ipso a/b/d. Cùm igitur recta linea,super rectam consistens lineam, angulos fecerit:aut duos rectos,aut duobus rectis æquales efficiet. Quod oportebat demonstrare.





Θεώρημα ζ, Πρόθεσις ιγ.

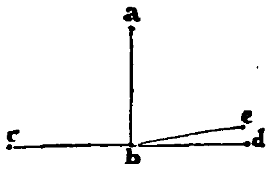
Ἐὰν πρὸς τινι εὐθείᾳ καὶ τῷ πρὸς αὐτῇ σημείῳ, δύο εὐθεῖαι μὴ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη κείμεναι, τὰς ἐφεξῆς γωνίας δυσὶν ὀρθαῖς ἴσας ποιῶσιν, ἐπ᾽ εὐθείας ἔσονται ἀλλήλαις αἱ εὐθεῖαι.

Theorema 7, Propositio 14.

14 SI ad aliquam rectam lineam, atque ad eius punctum,duæ rectæ lineæ non ad easdem partes ductæ, vtrobique duobus rectis angulos æquales fecerint: ipsæ in directum rectæ lineæ adinuicem erunt.

ORONTIVS. ¶Ad datam enim rectam lineam a/b, atque ad eius punctum b,duæ rectæ lineæ b/c, & b/d, altera quidem ad læuam c, reliqua verò ad dextram partē d/conueniētes,angulos efficiant a/b/c/& a/b/d, aut rectos,aut duobus rectis æquales. Aio propterea,rectam lineam b/d,in directum ipsius b/c/fore cōstitutam, hoc est, vnam eandémq; rectam efficere lineā. Nam si recta b/d,non fuerit in directum ipsius b/c/constituta:producta b/c/in continuū rectúmq;,ab ipso b/versus e, per secundum postulatum,non cadet ipsa b/e/cum b/d. Cadat ergo(si possibile sit) inter a/b/& b/d. Recta igitur a/b,incideret super rectam c/e/ad angulos a/b/c/& a/b/e,aut rectos, vel duobus rectis æquales,per decimātertiam propositionē. Atqui duo anguli a/b/c/ & a/b/d/ aut recti sunt,aut binis itidem rectis æquales,per hypothesin. Anguli itaq; a/b/c/& a/b/d,angulis a/b/c/& a/b/e, forent per primam communē sententiā æquales. Dempto igitur communi angulo a/b/c:reliquus a/b/d/ reliquo a/b/e,per tertiam communē sententiam æquaretur,maior minori,hoc est,totū suæ parti:quod per nonam communem sententiam est impossibile. Idem quoq; deducetur inconueniens,si producta b/e,detur incidere sub ipsa b/d. In directum est igitur b/d/ipsi b/c.quod demonstrandum fuerat. Si ad aliquā igitur rectam lineam, atq; ad eius pūctum duæ rectæ lineæ,&c.vt in theoremate.

Demōstratio ab impossibili



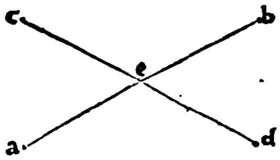
Θεώρημα η, Πρόθεσις ιε.

Εἀν δύο εὐθεῖαι τέμνωσιν ἀλλήλας, τὰς κατὰ κορυφὴν γωνίας ἴσας ἀλλήλαις ποιήσουσιν.

Theorema 8, Propositio 15.

SI duæ rectæ lineæ se adinuicē secuerint:angulos qui circa verticem sunt æquos adinuicem efficient. 15

ORONTIVS. ¶Secent se adinuicem binæ rectæ lineæ a/b,& c/d,in pūcto quidem e:dico quòd angulus a/e/c,æquus est angulo b/e/d,circa e/verticem posito. Incidit enim recta c/e /in rectam a/b,efficiens angulos a/e/c/& c/e/b/duobus rectis æquales : per decimamtertiam propositionem. Recta insuper b/e/ incidens super rectam c/d,facit angulos c/e/b/& b/e/d/binis itidem rectis æquales:per eādem decimamtertiam propositionē. Anguli porrò qui eisdem,vtpote binis rectis æquantur: & hi quoq; sunt adinuicem æquales, per primā communem sententiam. Et duo igitur anguli a/e/c/& c/e/b,duobus angulis c/e/b/& b/e/d/ sunt æquales. Dempto itaque communi c/e/b:reliquus a/e/c/reliquo b/e/d,per tertiam communem sentētiam est æqualis. Simili discursu monstrabitur,ꝙ anguli a/e/d/& c/e/b/sunt æquales adinuicem. Si duæ igitur rectæ lineæ se adinuicem secuerint,angulos qui circa verticem sunt, æquos adinuicem efficient. Quod oportebat ostendere.



Corollarium.

¶Hinc manifestum est,quotlibet rectas lineas in eodem pūcto sese adinuicem intersecantes,angulos efficere quatuor rectis æquales.

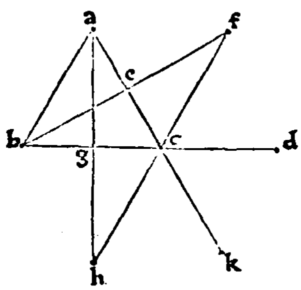
Θεώρημα θ, Πρόθεσις ις.

Παντὸς τριγώνου μιᾶς τῶν πλευρῶν ἐκβληθείσης, ἡ ἐκτὸς γωνία, ἑκατέρας τῶν ἐντὸς καὶ ἀπ' ἐναντίον μείζων ἐστί.

Theorema 9, Propositio 16.

OMnis triāguli vno latere producto,exterior angulus vtrisq; interioribus & ex opposito maior est. 16

ORONTIVS. ¶Esto datum a/b/c/triāgulum,cuius vnum latus,vtpote b/c, producatur in directum ad punctum vſq; d, per ſecundum poſtulatum. Aio itaq; primùm, exteriorem angulum a/c/d, maiorem eſſe intrinſeco & ex oppoſito b/a/c. Prima demonſtrationis pars. Secetur enim a/c/ bifariam in pūcto e, per decimam propoſitionem: & connectatur b/e/ recta, per primū poſtulatum. quæ per ſecundum poſtulatum, extendatur in directum verſus f: ſecetúrq; recta e/f/ æqualis ipſi b/e, per tertiā propoſitionem. tandem connectatur recta c/f, per idem primū poſtulatum. Cùm igitur a/e/ ſit æqualis e/c, & b/e/ ipſi e/f/ itidem æqualis, per conſtructionem: binæ itaq; a/e/ & e/b/ trianguli a/e/b, duabus c/e/ & e/f/ trianguli c/e/f, ſunt altera alteri æquales. & æquos adinuicē efficiunt angulos a/e/b/ & c/e/f, per decimamquintam propoſitionem, nempe qui circa e/ verticem. Baſis igitur a/b, baſi c/f/ eſt æqualis: & triangulum a/e/b, æquale triangulo c/e/f, atque reliquus angulus b/a/e, reliquo e/c/f/ æqualis, per quartā propoſitionem. Angulus porrò a/c/d, maior eſt angulo a/c/f, per nonam communem ſentētiam: quapropter & ipſo b/a/c/ angulo maior. æquales enim anguli, eiuſdem ſunt æquè minores. ❡Dico inſuper, quòd idem angulus a/c/d, maior eſt a/b/c/ angulo. Secunda pars Diuiſa nanq; b/c/ bifariam in puncto g, & connexa a/g/ recta, productáq; ipſi a/g/ æquali g/h, connexa item c/h, atq; tandem producta a/c/ in k, per nunc expreſſa poſtulata, citatáſq; propoſitiones: haud diſſimili diſcurſu colligemus, angulum a/b/g, æquum eſſe angulo g/c/h. Et quoniam angulus b/c/k, angulo b/c/h/ maior eſt, per nonā communem ſententiā: erit & idem angulus b/c/k/ ipſo a/b/c/ angulo maior. Aequus eſt autem a/c/d/ angulus ipſi b/c/k, per decimamquintam propoſitionē: & angulus igitur a/c/d/ eodē angulo a/b/c/ maior eſt. Omnis itaq; trianguli vno latere producto, exterior angulus vtriſq; interioribus & ex oppoſito maior eſt. Quod erat demonſtrandum.



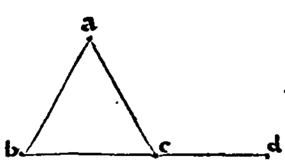
Θεώρημα ι, Πρόθεσις ιζ.

ΠΑντὸς τριγώνου αἱ δύο γωνίαι, δύο ὀρθῶν ἐλάσσονές εἰσι, πάντῃ μεταλαμβανόμεναι.

Theorema 10, *Propoſitio* 17.

17 OMnis trianguli, duo anguli duobus rectis ſunt minores, omnifariam ſumpti.

ORONTIVS. ❡Sit triangulum a/b/c. Dico in primis, duos angulos a/b/c/ & a/c/b, duobus rectis eſſe minores. Producatur enim b/c/ latus in directum vſq; ad punctum d: per ſecundum poſtulatum. Præcipua oſtēſionis pars. Exterior igitur angulus a/c/d, maior eſt interiore & ex oppoſito a/b/c, per decimamſextam propoſitionem. Addatur vtrique eorundem angulorum, communis a/c/b. Duo igitur anguli a/b/c/ & a/c/b, duobus angulis a/c/b/ & a/c/d/ ſunt minores, per quartam communem ſententiam. Anguli porrò a/c/b/ & a/c/d, duobus rectis ſunt æquales, per decimamtertiam propoſitionē. Et duo igitur anguli a/b/c/ & a/c/b, eiſdem binis rectis ſunt minores: ijdem nanq; anguli, æqualium angulorū æquè minores exiſtunt. ❡Nec diſſimili via, anguli b/a/c/ & a/c/b, duobus itidem rectis oſtendentur eſſe minores: necnon a/b/c/ & c/a/b/ anguli, producto a/b/ vel a/c/ latere. De cęteris angulorum combinationibus. Omnis itaq; trianguli, duo anguli duobus rectis ſunt minores, omnifariam ſumpti. Quod expediebat demonſtrare.



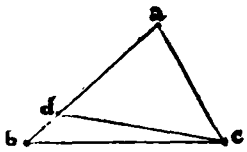
Θεώρημα ια, Πρόθεσις ιη.

Παντὸς τριγώνου ἡ μείζων πλευρὰ, τὴν μείζονα γωνίαν ὑποτείνει.

Theorema 11, *Propoſitio* 18.

OMnis trianguli maius latus, ſub maiori angulo ſubtenditur. 18

ORONTIVS. ¶Sit triangulum a/b/c: cuius latus a/b, maius ſit a/c/latere. dico quòd a/c/b/angulus, maior eſt angulo a/b/c. Secetur enim à maiori a/b, ipſi minori a/c/ æqualis, per tertiam propoſitionem: ſitq́; illa a/d. & connectatur c/d/ recta, per primum poſtulatum. Diuidit itaque recta c/d/triangulum a/b/c, & angulum propterea a/c/b. Maior eſt igitur angulus a/c/b/ angulo a/c/d, per nonam communem ſententiam. Ipſi porrò a/c/d/ angulo, æquus eſt angulus a/d/c, per primam partem quintæ propoſitionis: ſunt enim per conſtructionem a/c/& a/d/latera adinuicẽ æqualia. Et a/c/b/ igitur angulus, maior eſt angulo a/d/c. Angulus rurſum a/d/c, maior eſt interiore & ex oppoſito d/b/c, hoc eſt a/b/c/ angulo, per decimamſextam propoſitionem. Multò maior igitur eſt angulus a/c/b, ipſo d/b/c/ſeu a/b/c/ angulo. quod enim maiore maius eſt, à fortiori videtur eſſe maius. Omnis itaque trianguli maius latus, ſub maiori angulo ſubtenditur. Quod demonſtrandum ſuſceperamus.



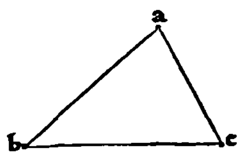
Θεώρημα ιβ, Πρόθεσις ιθ.

Παντὸς τριγώνου ὑπὸ τὴν μείζονα γωνίαν ἡ μείζων πλευρὰ ὑποτείνει.

Theorema 12, *Propoſitio* 19.

OMnis trianguli maior angulus, ſub maiori latere ſubtẽditur. 19

ORONTIVS. ¶Sit rurſum a/b/c/ triangulum, habens angulum a/c/b, maiorẽ angulo a/b/c. Aio verſa vice, ꝙ latus a/b, maius eſt ipſo latere a/c. Si nanq; a/b/latus, non foret maius a/c: eſſet igitur vel eidẽ a/c/æquale, vel eo minus. Aequũ porrò nõ eſt a/b/ipſi a/c: quoniã anguli a/b/c/& a/c/b, per quintam propoſitionem, forẽt adinuicem æquales. ſunt autem inæquales, per hypotheſin. non eſt igitur a/b/latus, æquale ipſi a/c. Neque etiã minus eſt a/b, eodem a/c/latere: eſſet enim angulus a/c/b, minor angulo a/b/c, per antecedentem decimam octauam propoſitionem. hoc autem aduerſatur hypotheſi. Igitur a/b/latus, nõ eſt minus ipſo a/c/ latere. Oſtẽſum eſt autẽ, quòd nec eidem æquale. maius eſt igitur ipſum latus a/b, eodem a/c/ latere. Omnis ergo trianguli maior angulus, ſub maiori latere ſubtenditur. Quod demonſtrare fuerat operæpretium.



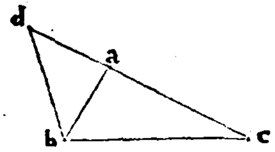
Θεώρημα ιγ, Πρόθεσις κ.

Παντὸς τριγώνου αἱ δύο πλευραὶ, τῆς λοιπῆς μείζονές εἰσι, πάντῃ μεταλαμβανόμεναι.

Theorema 13, *Propoſitio* 20.

OMnis trianguli duo latera, reliquo ſunt maiora, quomodocunque aſſumpta. 20

ORONTIVS. ¶Eſto datum a/b/c triangulum. Dico primùm, duo latera a/b/ & a/c, fore maiora reliquo b/c. Producatur enim per ſecundum poſtulatum, recta c/a/in directum, vſque ad punctum d: ſecetúrq; a/d/recta, æqualis ipſi a/b, per tertiã propositionem. & connectatur b/d/ recta, per primũ postulatum. Cùm igitur a/b, sit æqualis ipsi a/d, per constructionem: qui ad basin b/d/ sunt anguli, æquales adinuicem erunt, per quintam propositionem, vtpote, a/b/d, ipsi a/d/b. Angulus porrò d/b/c, maior est angulo a/b/d, per nonam communem sententiam: igitur & angulo a/d/b/ maior. Triangulum igitur d/b/c, habet angulum d/b/c/ maiorẽ angulo b/d/c. Omnis autẽ trianguli maior angulus sub maiori latere subtenditur, per decimamnonam propositionem. maius est itaq; d/c/ latus, ipso latere d/b. Atqui latus d/c, æquũ est ipsis a/b/ & a/c/ lateribus: data est enim a/d, ipsi a/b/ æqualis, & vtrique iungitur a/c. Duo igitur latera a/b/ & a/c, sunt maiora reliquo b/c. Similiter ostendemus, quòd a/b/ & b/c latera, maiora sunt reliquo a/c: atq; a/c/ & c/b, reliquo a/b, itidem maiora. Omnis itaque trianguli duo latera, reliquo sunt maiora, quomodocunq; assumpta. Quod oportuit ostendere.



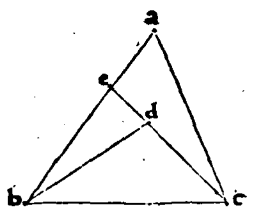
Θεώρημα ιδ΄, Πρόθεσις κα.

Ἐὰν τριγώνου ἐπὶ μιᾶς τῶν πλευρῶν ἀπὸ τῶν περάτων δύο εὐθεῖαι ἐντὸς συσταθῶσιν, αἱ συσταθεῖσαι, τῶν λοιπῶν τοῦ τριγώνου δύο πλευρῶν, ἐλάττονες μὲν ἔσονται, μείζονα δὲ γωνίαν περιέξουσι.

Theorema 14, Propositio 21.

21 SI trianguli à limitibus vnius lateris, binæ rectæ lineæ introrsum constituantur: quæ constituuntur, reliquis trianguli binis lateribus minores quidem erunt, maiorémque angulum continebunt.

ORONTIVS. ❡In triangulo enim a/b/c, à limitibus lateris b/c, duæ rectæ lineæ d/b/ & d/c/ introrsum, ad punctum d, constituantur. Aio itaque primùm, ipsas d/b/ & d/c/ lineas rectas, minores esse reliquis a/b/ & a/c/ lateribus. Producta nanq; c/d, quousq; secet latus a/b, in puncto quidem e, per secundum postulatum: erũt bina latera a/e/ & a/c/ triãguli a/e/c, maiora reliquo e/c, per vigesimam propositionẽ. Addatur ipsis a/e/ & a/c, atq; ipsi e/c, communis e/b. & composita igitur a/b/ & a/c/ latera, ipsis e/b/ & e/c/ lateribus, per quartam cõmunem sententiam, erunt maiora. Bina rursum latera e/b/ & e/d/ trianguli e/b/d, sunt maiora reliquo b/d, per eandem vigesimam propositionẽ. Addatur ipsis inæqualibus, communis d/c. ergo bina latera e/b/ & e/c, binis d/b/ & d/c/ lineis rectis sunt maiora, per eandem quartam cõmunem sentẽtiam. Ostensum est autem, quòd a/b/ & a/c/ latera, eisdem e/b/ & e/c/ sunt maiora. Multò igitur maiora sunt eadem a/b/ & a/c/ latera, ipsis d/b/ & d/c/ lineis rectis, à limitibus b/ & c/ introrsum constitutis. Primæ partis ostensio.



❡Dico præterea, quòd angulus b/ d/ c, maior est angulo b/a/c. Trianguli enim e/b/d, exterior angulus b/d/c, maior est interiore & ex opposito b/e/d: idem quoque angulus b/e/d, interiore & ex opposito e/a/c, ipsius a/e/c/ trianguli maior, per decimamsextam propositionem. Longè itaque maior est angulus b/d/c, ipso e/a/c, hoc est, b/a/c/ angulo. Igitur si triãguli à limitibus vnius lateris, binæ rectæ lineæ, & quæ sequuntur reliqua, vt in theoremate. Quod demonstrare oportebat. Secunda pars

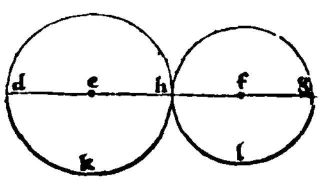
Πρόβλημα η, Πρόθεσις κβ.

Ἐκ τριῶν εὐθειῶν αἵ εἰσιν ἴσαι τρισὶ ταῖς δοθείσαις εὐθείαις, τρίγωνον συστήσασθαι. δεῖ δὴ τὰς δύο τῆς λοιπῆς μείζονας εἶναι, πάντῃ μεταλαμβανομένας, διὰ τὸ καὶ παντὸς τριγώνου τὰς δύο πλευρὰς τῆς λοιπῆς μείζονας εἶναι, πάντῃ μεταλαμβανομένας.

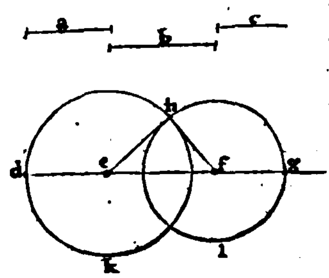
Problema 8, Propoſitio 22.

EX tribus rectis lineis, quæ ſunt tribus datis rectis lineis æqua= 22
les, triangulum cõſtruere. Oportet autem duo latera, reliquo eſſe maiora quomodocunque aſſumpta: quoniam trianguli bina latera quomodocunque aſſumpta, reliquo ſunt maiora.

ORONTIVS. Dentur ergo tres lineæ rectæ a, b, & c, adinuicem ita proportionatæ, vt duæ quomodocunque aſſumptæ, ſint maiores reliqua: vtpote, a/& b/ipſa c, atq; b/& c/ipſa a, denique a/& c/ipſa b/maiores. Oportet enim ipſius trianguli, ex tribus rectis lineis, quæ ſunt tribus datis æquales, cõſtruendi duo latera, reliquo eſſe maiora, per vigeſimam propoſitionem. Aſſumatur itaque recta quædam linea, ex altera parte puncto d/limitata: infinita verò ſecundum reliquam. à qua ſecẽtur tres rectæ lineæ, ipſis datis ſingulatim æquales, per tertiam propoſitionẽ: d/e/quidem æqualis ipſi a, e/f/autem ipſi b, & f/g/ipſi c. Et centro e, interuallo autẽ e/d, circulus deſcribatur d/h/k: centro rurſum f, & interuallo f/g, alius deſcribatur circulus g/h/l, per tertium poſtulatum. Et quoniam circuli d/h/k/& g/h/l, in eodem ſunt plano, & e/f/recta, ab vnius circuli centro, ad centrum alterius producitur: neceſſum eſt, eoſdem circulos d/h/k/& g/h/l/ſeſe mutuo interſecare. Si nanque minimè ſe ſecarent, ſed ſeſe adinuicem tangerent, vtpote in puncto h: tũc recta e/f/ ipſi b/ æqualis, vtriuſque circuli ſemidiametrum neceſſario contineret. quapropter & duarum rectarum a/& c/magnitudinẽ. Eſſet enim e/h/pars ipſius e/f, æqualis d/e, & propterea ipſi a: pars quoque h/f, ipſi f/g, & ipſi ergo c/æqualis. quemadmodùm ex decimaquinta diffinitione, & prima cõmuni ſententia deducere vel facilè eſt. Bina ergo triãguli latera, eſſent æqualia reliquo: contra datam hypotheſin, & vigeſimam propoſitionẽ. Longè item maius inconueniẽs ſequeretur: vbi circuli ipſi vtcunque diſtare ponerẽtur.



Secat igitur circulus d/h/k, circulum g/h/l. eſto ſectionum altera in puncto h: & cõnectãtur rectæ e/h/& h/f, per primum poſtulatum. Triangulũ eſt igitur e/h/ f: dico quòd ex tribus rectis lineis cõſtructũ, quæ ſunt tribus datis æquales. Cùm enim punctum e/ſit centrum circuli d/h/k: æqualis eſt d/e/ipſi e/h, per decimamquintam diffinitionẽ. ipſa porrò d/ e, ſecta eſt æqualis ipſi a. Binæ igitur, hoc eſt a/& e/h, eidem rectæ d/e/ſunt æquales: quapropter & æquales adinuicem, per primam communem ſententiam. e/f/autem, ipſi b/ data eſt æqualis, per conſtructionem. Rurſum quoniam punctum f, centrum eſt circuli g/h/l: æqualis eſt f/h/ipſi f/g, per eandem decimamquintam diffinitionem. ipſa autem f/g, ſecta eſt æqualis ipſi c. Ergo f/h/ & c, eidem f/g/ſunt æquales: igitur & æquales adinuicem, per eandem primam cõmunem ſententiam. Tres igitur rectæ lineæ e/h, e/f, & f/h, tribus datis a, b, & c, ſunt adinuicem æquales: & conſtituunt triangulum e/h/f. Ex tribus igitur rectis lineis e/h, e/f, & f/h, quæ tribus datis, hoc eſt, a, b, & c, ſunt æquales, cõſtructum eſt triangulum e/h/f. Quod faciendum ſuſceperamus.



Conſtructio figuræ.

Problematis oſtenſio.

Πρόβλημα θ, Πρόθεσις κγ.

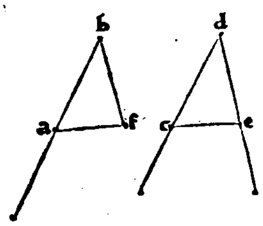
Πρὸς τῇ δοθείσῃ εὐθείᾳ καὶ τῷ πρὸς αὐτῇ σημείῳ, τῇ δοθείσῃ γωνίᾳ εὐθυγράμμῳ, ἴσην γω-
νίαν εὐθύγραμμον συστήσασθαι.

Problema 9, Propositio 23.

23 AD datam rectam lineam, ad datúmque in ea punctum, dato angulo rectilineo, æqualem angulum rectilineũ constituere.

ORONTIVS. ¶Sit data recta linea a/b, & datum in ea punctum b, rectilineus porrò angulus c/d/e: cui receptum sit, ad datum punctum b, datæ rectæ lineæ a/b, æquum angulum rectilineum constituere. Suscipiatur itaq; in c/d/recta contingẽs punctum, sitq; illud c: in d/e/quoque recta, contingens punctum, & illud sit e. cõnectatur deinde recta c/e, per primum postulatum. Ex tribus deniq; lineis rectis a/b, b/f, & f/a, quæ sint tribus datis, hoc est, ipsius c/d/e trianguli lateribus æquales, vtpote a/b/ipsi c/d, & b/f/ipsi d/e, atque f/a/ipsi e/c, triangulum cõstruatur a/b/f, per præcedẽtẽ vigesimãsecundã propositionẽ. Dico angulũ a/b/f, æquũ fore ipsi angulo dato c/d/e. Cùm enim binæ lineæ rectæ a/b/& b/f/triãguli a/b/f, duabus lineis rectis c/d/& d/e/trianguli c/d/e, sint altera alteri æquales, basis quoque a/f, basi c/e/per constructionem æqualis: erit angulus a/b/f, angulo c/d/e/sub æqualibus rectis lineis contento, per octauam propositionẽ, æqualis. Ad datam ergo lineam rectam a/b, & datum in ea punctũ b, dato angulo rectilineo c/d/e, æqualis angulus rectilineus a/b/f/constitutus est. Quod fecisse oportuit.

Figuræ constitutio.



Cõclusio problematis.

Θεώρημα ιε, Πρόθεσις κδ.

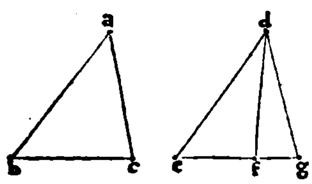
Ἐὰν δύο τρίγωνα τὰς δύο πλευρὰς ταῖς δυσὶ πλευραῖς ἴσας ἔχῃ ἑκατέραν ἑκατέρᾳ, τὴν
δὲ γωνίαν τῆς γωνίας μείζονα ἔχῃ τὴν ὑπὸ τῶν ἴσων εὐθειῶν περιεχομένην, καὶ τὴν βάσιν
τῆς βάσεως μείζονα ἕξει.

Theorema 15, Propositio 24.

24 SI bina triangula, duo latera duobus lateribus æqualia habuerint alterum alteri, angulum verò angulo maiorem sub æquis rectis lineis contentum: basin quoq; basi maiorem habebunt.

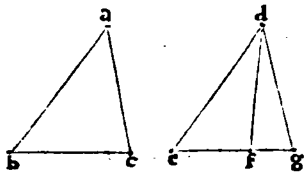
ORONTIVS. ¶Sint bina triangula a/b/c, & d/e/f, habentia duo latera duobus lateribus alterum alteri æqualia, vtpote, a/b/ipsi d/e, & a/c/ipsi d/f: sit'que angulus qui ad a, maior angulo qui ad d/ sub æquis lateribus contento. Aio itaque, basin b/c/trianguli a/b/c, maiorem esse basi e/f/triãguli d/e/f. Quoniam angulus b/a/c, maior est angulo e/d/f, per hypothesin: ad datam ergo lineam rectam e/d, ad datúmque in ea punctũ d, dato angulo rectilineo b/a/c, æqualis angulus rectilineus constituatur e/d/g, per vigesimamtertiã propositionem. Vtriq; demum a/c/ & d/f, æqualis ponatur d/g, per secũdam aut tertiam propositionem: cõnectantúrq; rectæ e/g/& g/f, per secũdum postulatũ. Erunt itaq; bina latera a/b/& a/c/triãguli a/b/c, æqualia duobus lateribus d/e/& d/g/trianguli d/e/g/alterum alteri: & qui sub eisdẽ lateribus continentur anguli adinuicem æquales, per constructionem. Basis igitur b/c, basi e/g, per quartam propositionem est æqualis.

Cõstructio figuræ generalis.



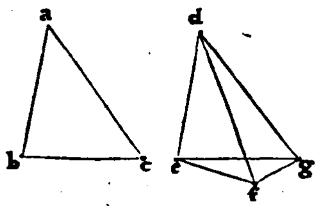
¶His ita præmissis, quoniam triangulorum adinuicem comparatorum, varia contingit habitudo: poterit itaque recta e/g, diuersis incidere modis, vtpote, aut in directũ ipsius e/f, aut supra, vel infra. Cadat ergo primùm in rectam e/f, vt in hac prima figuræ dispositione. Igitur cùm

Primus inferendi modus.

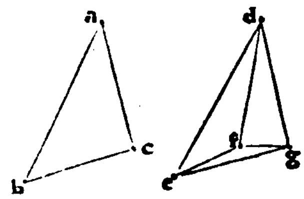


in triangulo d/e/g, ab angulo qui ad d/ in oppositum latus e/g, recta producatur d/f, diuidēs tum ex hypothesi, tum ex constructione ipsum e/d/g/ angulū: diuidet quoq; ipsa d/f, basin e/g, in puncto quidem f. Est itaque basis e/f, pars ipsius e/g: & propterea ipsa e/g, maior eadem e/f,/per nonam communem sententiam. Ipsi porrò e/g, æqualis ostēsa est b/c: & b/c/ igitur basis, maior est basi e/f, per conuersam sextæ cōmunis sentētiæ interpretationem. ¶ Quòd si e/g/ recta inciderit supra e/f, velut in secūda figura: fiet triangulū e/f/g, ex tribus basibus cōstitutum. Et quoniā trianguli d/f/g, latus d/f/ lateri d/g/ est æquale: æquus erit & d/f/g/ angulus, angulo d/g/f, per quintam propositionē. Atqui d/g/f/ angulus, maior est angulo e/g/f, per nonam communem sententiam: & d/f/g/ itaq; angulus, maior erit eodem angulo e/g/f, per eandem sextæ communis sententiæ conuersionem. Angulo rursum d/f/g, maior est angulus e/f/g, nēpe totus sua parte: & propterea ipso angulo e/g/f/ tantò maior. Omnis porrò triāguli maius latus, sub maiori angulo subtenditur, per decimamoctauā propositionē: maior est itaq; e/g, ipsa e/f/ recta. Præostensum est autē & b/c/ ipsi e/g/ coæquatur: basis ergo b/c, basi e/f/ consequenter est maior. ¶ Cùm autē e/g/ sub eadem e/f, vt in tertia figuræ dispositione, ceciderit: idē etiā concludetur. Nam in triangulo d/e/g, à limitibus lateris d/e, binæ rectæ lineæ d/f/ & e/f/ introrsum constituentur: erunt itaq; d/f/ & e/f/ reliquis ipsius trianguli lateribus d/g/ & e/g/ minores, per vigesimamprimam propositionem. Subductis ergo d/f/ & d/g/ inuicem æqualibus: quæ relinquētur erunt pariter inæquales, e/g/ quidem maior e/f. Ipsi porrò e/g, æqualis mōstrata est b/c: cōcludes ergò rursum, b/c/ basin fore maiorē ipsa basi e/f. Igitur si bina triāgula, duo latera duobus lateribus æqualia habuerint alterum alteri, angulum verò: &c. vt in theoremate. Quod ostendere fuerat operæpretium.

Secundus modus.



Terti⁹ modus



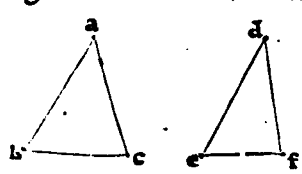
Θεώρημα ις, Πρότασις. κε.

Ἐὰν δύο τρίγωνα τὰς δύο πλευρὰς ταῖς δυσὶ πλευραῖς ἴσας ἔχῃ ἑκατέραν ἑκατέρᾳ, τὴν βάσιν δὲ τῆς βάσεως μείζονα ἔχῃ, καὶ τὴν γωνίαν τῆς γωνίας μείζονα ἕξει τὴν ὑπὸ τῶν ἴσων εὐθειῶν περιεχομένην.

Theorema 16, Propositio 25.

SI bina triangula duo latera duobus lateribus æqualia habue- 25
rint, basin verò basi maiorem: angulum quoq; sub æqualibus rectis lineis contentum, angulo maiorem habebunt.

ORONTIVS. ¶ Dentur inquàm bina triangula a/b/c/ & d/e/f/, habentia duo latera a/b/ & a/c, duobus lateribus d/e/ & d/f/ æqualia alterum alteri, vtpote, a/b/ ipsi d/e, & a/c/ ipsi d/f: esto autē b/c/ basis, maior ipsa e/f. Aio versa vice, angulum b/a/c, angulo e/d/f/ esse maiorem. Quoniam angulus b/a/c/ non potest in primis æqualis esse angulo e/d/f: basis enim b/c, basi e/f/ per quartam propositionem foret æqualis. Est autem b/c/ basis, maior ipsa e/f, per hypothesin. Neq; rursum angulus b/a/c, minor erit eodem angulo e/d/f: quoniā basis b/c, minor itidem foret basi e/f, per antecedentē vigesimamquartā



propositionem. Atqui data est maior: non est igitur angulus b/a/c, ipso e/d/f/ angulo minor. Patuit autẽ ꝙ nec eidem æqualis: ergo maior. Si bina igitur triangula duo latera: & reliqua, vt in theoremate. Quod erat demonstrandum.

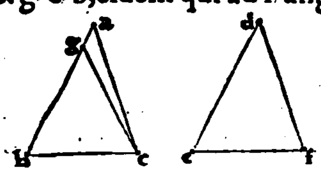
Θεώρημα ιζ, Πρόθεσις κς.

Ἐὰν δύο τρίγωνα τὰς δύο γωνίας ταῖς δυσὶ γωνίαις ἴσας ἔχῃ ἑκατέραν ἑκατέρᾳ, καὶ μίαν πλευρὰν μιᾷ πλευρᾷ ἴσην, ἤτοι τὴν πρὸς ταῖς ἴσαις γωνίαις, ἢ τὴν ὑποτείνουσαν ὑπὸ μίαν τῶν ἴσων γωνιῶν, καὶ τὰς λοιπὰς πλευρὰς ταῖς λοιπαῖς πλευραῖς ἴσας ἕξει ἑκατέραν ἑκατέρᾳ, καὶ τὴν λοιπὴν γωνίαν τῇ λοιπῇ γωνίᾳ.

Theorema 17, Propositio 26.

26 SI bina triangula, duos angulos duobus angulis alterum alteri æquales habuerint, vnúmq; latus vni lateri æquale, aut quod æquis adiacet angulis, aut quod sub vno æqualium angulorum subtenditur: reliqua quoq; latera reliquis lateribus æqualia alterũ alteri, & reliquum angulum reliquo angulo æqualem habebunt.

ORONTIVS. ¶ Sint duo triangula a/b/c/ & d/e/f, habẽtia duos angulos qui ad latus b/c, duobus angulis qui ad latus e/f/ alterum alteri æquales, vtpote, a/b/c/ ipsi d/e/f, & a/c/b/ ipsi d/f/e, vnum præterea latus vni lateri æquale: primò quidem quod æquis adiacet angulis, hoc est b/c/ ipsi e/f. Dico propterea, quòd & reliqua latera reliquis lateribus alterum alteri habebũt æqualia, a/b/ quidem ipsi d/e, & a/c/ ipsi d/f: atq; reliquum angulum b/a/c, reliquo e/d/f/ æqualem. Si nanq; a/b/ non fuerit æqualis ipsi d/e: altera earum maior erit, vtpote a/b. poterit igitur à maiori a/b, secari, ipsi d/e/ minori æqualis, per tertiã propositionẽ. Abscindatur ergo, sitq́; b/g: & connectatur c/g/ recta, per primum postulatum. Bina itaq; latera g/b/ & b/c/ trianguli g/b/c, duobus lateribus d/e/ & e/f/ trianguli d/e/f, erunt alternatim æqualia: & qui ad b/ & e/ sub æquis lateribus continentur anguli, adinuicem æquales, per hypothesin. Basis igitur c/g, basi d/f, & reliquus angulus g/c/b/ reliquo qui ad f (sub quo latus æquale subtenditur) erit per quartã propositionem æqualis. Eidem porrò qui ad f/ angulo, æquus est angulus a/c/b, per hypothesin. duo igitur anguli a/c/b/ & g/c/b, eidem qui ad f/ angulo erunt æquales: & propterea æquales adinuicem, per primam communem sententiam. totus itaque angulus, suæ parti æquabitur: quod per nonam communem sententiã est impossibile. Non est igitur a/b/ maior ipsa d/e. similiter ostendetur, quòd neq; minor. ergo æqualis. Et quoniã b/c/ ipsi e/f/ per hypothesin est æqualis: bina ideò latera a/b/ & b/c/ triãguli a/b/c, duob⁹ lateribus d/e/ & e/f/ triãguli d/e/f, sunt æqualia alterum alteri: & æquales qui ad b/ & e/ comprehendunt angulos, per hypothesin. basis itaq; a/c, basi d/f (seu reliquum latus, reliquo lateri) atq; reliquus angulus b/a/c, reliquo e/d/f, per quartam propositionem æquatur.

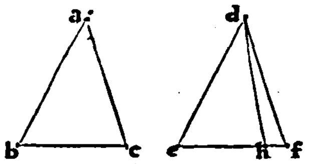


Primæ partis demõstratio, ex prima hypothesi laterum.

¶ Sint autẽ quæ sub altero æqualium subtenduntur angulorum latera adinuicem æqualia: scilicet a/b, ipsi d/e. Aio rursum, quòd & reliqua latera, reliquis lateribus habebunt æqualia, alterũ alteri, vtpote a/c/ ipsi d/f, & b/c/ ipsi e/f: atque reliquum angulum qui ad a/ reliquo qui ad d/ æqualem. In primis enim, si b/c/ non fuerit æqualis ipsi e/f, altera maior erit: esto verbi gratia e/f. poterit ergo ab eadẽ maiori e/f, secari æqualis ipsi minori b/c, per tertiã propositionẽ. Secetur itaq;, & sit e/h: connectatúrq; d/h/ recta, per primum postulatum. Erunt igitur bina latera a/b/ & b/c/ trianguli a/b/c, æqualia

Ostensio secũdæ partis, ex secũda hypothesi laterũ.

duobus lateribus d/e/& e/h/trianguli d/e/h/alterum alteri:& qui ad b/& e/sub eisdē æquis lateribus continentur anguli,sunt per hypothesin adinuicem æquales. Basis ergo a/c,basi d/h: & reliquus angulus a/c/b,reliquo d/h/e(sub quibus æqualia subtendũtur latera)per quartam propositionē æquabitur.Angulus porrò d/f/e,eidem angulo a/c/b,per hypothesin est æqualis. duo itaq; anguli d/f/e/& d/h/e,eidem angulo qui ad c/erunt æquales:& æquales propterea adinuincem,per primam cómunem sententiam.In triangulo igitur d/f/h,producto f/h/ latere, exterior angulus d/h/ e, interiori & ex opposito d/f/h/ æquabitur angulo: quod per decimamsextã propositionē est impossibile.Non est igitur e/f,maior b/c.simili discursu monstrabitur,ꝙ nec minor.æqualis est igitur b/c, eidem e/f. est autē & a/b/ipsi d/e/ per hypothesin æqualis. Binæ igitur a/b/& b/c,duabus rursum d/e/& e/f/sunt æquales altera alteri:& æquos adinuicem per eandem hypothesin capiunt angulos.Reliquum ergo latus a/c,reliquo d/f,hoc est basis basi,atq; reliquus angulus qui ad a,reliquo qui ad d,respondenter æquatur,per sæpius allegatam quartam propositionē. Ergo si bina triãgula duos angulos duobus angulis alterum alteri æquales habuerint:& quæ sequuntur reliqua,vt in theoremate.Quod oportuit demonstrasse.



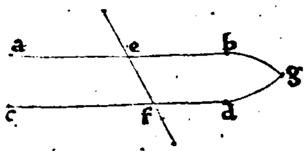
Θεώρημα ιη, Πρόθεσις κζ.

ΕΑν εἰς δύο εὐθείας εὐθεῖα ἐμπίπτουσα τὰς ἐναλλὰξ γωνίας ἴσας ἀλλήλαις ποιῇ, παράλληλοι ἔσονται ἀλλήλαις αἱ εὐθεῖαι.

Theorema 18, Propositio 27.

SI in binas rectas lineas recta incidens linea, alternatim angulos æquos adinuicem fecerit:parallelæ adinuicem ipsæ re- 27
ctæ lineæ erunt.

ORONTIVS. ¶Sint binæ rectæ lineæ a/b,& c/d,& in eas incidat e/f/recta, efficiátq; alternos angulos a/e/f/& e/f/d/æquales adinuicem.Aio quòd a/b/recta, parallela est ipsi c/d. Si nanq; minimè forent parallelæ:productæ tandem in aliqua parte conuenirent,per conuersam vltimæ diffinitionis.Concurrant ergo(si possibile sit)ad partes b, d, in puncto quidem g. Efficietur itaq; triangulum e/f/g, cuius exterior angulus a/e/f,interiori & ex opposito e/f/g/æquabitur:quod per decimãsextam propositionem non videtur esse possibile.Non cóueniunt igitur a/b, & c/d, ad partes b,d. neque similiter ad partes a,c.idem nãq; sequeretur inconueniens. Quæ autem in nulla parte conueniunt,per vltimam diffinitionē existunt parallelæ.Igitur a/b,parallela est ipsi c/d. Si in binas ergo rectas lineas:& quæ sequuntur reliqua,vt in theoremate.Quod erat ostendendum.



Θεώρημα ιθ, Πρόθεσις κη.

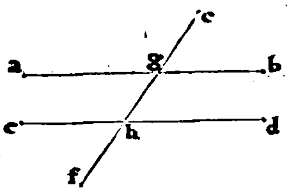
ΕΑν εἰς δύο εὐθείας εὐθεῖα ἐμπίπτουσα, τὴν ἐκτὸς γωνίαν τῇ ἐντὸς καὶ ἀπεναντίον καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη ἴσην ποιῇ, ἢ τὰς ἐντὸς καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη δυσὶν ὀρθαῖς ἴσας ποιῇ, παράλληλοι ἀλλήλαις ἔσονται αἱ εὐθεῖαι.

Theorema 19, Propositio 28.

SI in binas rectas lineas recta incidens linea,exteriorem angu- 28
lum interiori & opposito ad easdem partes æqualem fecerit,

aut interiores & ad easdem partes duobus rectis ęquales: parallelę erunt adinuicem ipsæ rectæ lineæ.

ORONTIVS. ¶Sint rursum binæ lineæ a/b, c/d: & in eas incidens e/f/recta, efficiat primùm exteriorem angulũ e/g/a, interiori & ex opposito ad easdem partes g/h/c/æqualem. Dico, quòd a/b/ipsi c/d/est parallela. Angulus enim g/h/c, angulo e/g/a/per hypothesin est æqualis. eidem rursum angulo e/g/a, æquus est ad verticem positus b/g/h: per decimamquintam propositionẽ. Anguli porrò qui eidem æquãtur angulo, æquales sunt adinuicem: per primã communem sententiã. Angulus itaque b/g/h, æquatur alterno g/h/c. Parallela est igitur a/b/ipsi c/d, per vigesimamseptimam propositionem. Primæ partis ostensio.



¶Sint rursum interiores & ad easdem partes a/g/h/ & g/h/c/anguli, binis rectis æquales. Aio rursum, quòd & eadem a/b, ipsi c/d/est parallela. Anguli nanq; a/g/h/ & b/g/h, duobus itidem rectis æquãtur, per decimamtertiam propositionẽ. Qui autẽ eisdem, vtpote binis rectis, sunt æquales anguli, & adinuicem sunt æquales: per primam communem sententiam. Duo itaque anguli a/g/h/& g/h/c, binis angulis a/g/h/& b/g/h/sunt æquales. A quibus subducto communi angulo a/g/h: reliquus b/g/h, reliquo & alterno angulo g/h/c/æquabitur: per tertiam communem sententiam. Parallela est igitur a/b/ ipsi c/d: per eandem vigesimamseptimam propositionem. Si in binas itaq; rectas lineas, recta incidens linea: &c. vt in theoremate. Quod demonstrare oportebat. Demõstratio secũdę partis

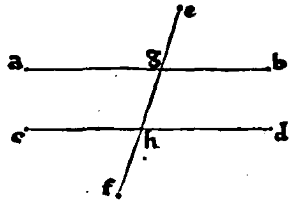
Θεώρημα κ, Πρότασις κθ.

Ἡ εἰς τὰς παραλλήλους εὐθείας εὐθεῖα ἐμπίπτουσα, τάς τε ἐναλλὰξ γωνίας ἴσας ἀλλήλαις ποιεῖ, καὶ τὴν ἐκτὸς τῇ ἐντὸς καὶ ἀπεναντίον, καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη ἴσην, καὶ τὰς ἐντὸς καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη δυσὶν ὀρθαῖς ἴσας.

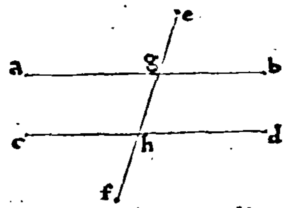
Theorema 20, Propositio 29.

29 IN parallelas rectas lineas, recta incidẽs linea: & alternatim angulos adinuicem æquales, & exteriorem interiori & opposito & ad easdem partes æqualem, & interiores & ad easdem partes duobus rectis æquales efficit.

ORONTIVS. ¶Sint a/b/& c/d/inuicem parallelæ: in quas incidat recta e/f. Dico primùm, ꝙ alternatim sumptos angulos efficit æquales: vtpote, a/g/h/ipsi g/h/d. Nam si a/g/h/nõ fuerit æqualis ipsi angulo g/h/d: alter eorum maior erit. Esto maior (si fieri possit) a/g/h: & vtriq; inæqualium angulorum, communis addatur b/g/h. Compositi igitur anguli b/g/h/& g/h/d, ipsis a/g/h/& b/g/h/angulis minores erunt: per quartam communem sententiam. Anguli porrò a/g/h/& b/g/h, binis rectis sunt æquales: per decimamtertiam propositionẽ. Igitur b/g/h/& g/h/d/ anguli, duobus rectis erunt minores. In rectas ergo lineas a/ b/ & c/d/recta incidens e/f, interiores & in eadem parte angulos duobus rectis minores efficiet. Conuenient itaque tandem a/b/& c/d/ rectæ lineæ in infinitum productæ, ad partes b, d: non erunt ergo parallelæ, per conuersam vltimæ diffinitionis. Hoc autem aduersatur hypothesi: æqualis est igitur angulus a/g/h, alterno g/ h/ d. Prima theorematis pars.



¶Aio rursum, eandem e/f/ rectam exteriorem angulum, vtpote e/ g/ b, interiori & opposito & ad easdem partes g/h/d, angulo æqualem efficere. Angulus siquidem e/g/b, ipsi ad verticem posito a/g/h, per decimamquintam propositionem est æqualis: patuit Pars secũda.



Tertia pars.

quòd & g/h/d. Bini itaq; anguli e/g/b/& g/h/d, eidem a/g/h/sunt æquales:quapropter & æquales adinuicẽ,per primam communẽ sententiam.❡Dico tandem,quòd & interiores & ad easdem partes sumptos angulos, vtpote,a/g/h/& g/h/c,binis rectis æquales efficit. Ostensum est enim,quòd angulus a/g/h,alterno g/h/d/est æqualis. cõmunis vtriq; æqualium addatur angulus g/h/c.Bini igitur anguli a/g/h/& g/h/c, duobus angulis g/h/c/& g/h/d,per secundam communem sentẽtiam adæquantur. Eisdem quoq; angulis g/h/c/& g/h/d,bini recti sunt æquales: per decimamtertiam propositionem.Et a/g/h/igitur atq; g/h/c/anguli,duobus rectis,per primam cõmunem sententiã coæquantur. In parallelas igitur rectas lineas,recta incidens linea: &alternatim angulos:& quæ sequuntur reliqua,vt in theoremate. Quod oportuit demonstrasse.

Corollarium.

❡Quæ igitur in parallelas rectas lineas incidit, & in alteram perpendicularis existit:cum reliqua itidem cadit ad perpendiculum.

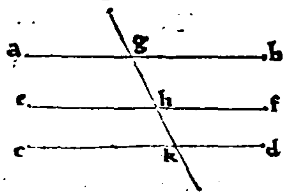
Θεώρημα κα, Πρόθεσις λ.

AI τῇ αὐτῇ εὐθείᾳ παράλληλοι, καὶ ἀλλήλαις ἐσὶ παράλληλοι.

Theorema 21, Propositio 30.

QVæ eidem rectæ lineæ paralleli: & adinuicem sunt paralleli. 30

ORONTIVS.❡Sit vtraq; a/b/& c/d recta,eidem e/f/parallela. Dico a/b/ipsi c/d/fore itidem parallelas.Coincidat enim in ipsas lineas,recta quædã g/h/k. Cùm igitur præfatæ lineæ in eodem existant plano, & recta g/h/ incidat in a/b/& c/e/parallelas:erit angulus a/g/h,alterno g/h/f/æqualis,per primam partem vigesimænonæ propositionis.Rursum, quoniam recta g/k/ incidit in e/f/& c/d/parallelas:æquus erit interior & oppositus angulus h/k/d,exteriori & ad easdem partes,hoc est, eidem g/h/f/ angulo, per secundam partem eiusdẽ vigesimænonæ propositionis. Duo itaq; anguli a/g/h/& h/k/d,hoc est,a/g/k/& g/k/d,eidẽ angulo g/h/f/ sunt æquales: & æquales igitur adinuicem, per primam communem sententiam.Sunt autem a/g/k/& g/k/d/anguli alterni,à recta g/k/in a/b/& c/d/rectas incidẽte causati.Parallela est igitur a/b/ipsi c/d,per vigesimamseptimam propositionẽ. Quæ eidem igitur rectæ lineæ parallelæ: & adinuicem sunt parallelæ. Quod oportebat ostendere.



Corollarium.

❡Quæ vni igitur parallelarum est parallela:alteri quoque parallela est.

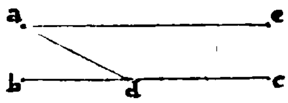
Πρόβλημα ι, Πρόθεσις λα.

Ἀπὸ τοῦ δοθέντος σημείου, τῇ δοθείσῃ εὐθείᾳ παράλληλον εὐθεῖαν γραμμὴν ἀγαγεῖν.

Problema 10, Propositio 31.

PEr datum punctum, datæ rectæ lineæ parallelam rectam lineam ducere. 31

ORONTIVS.❡Esto datum punctũ a:data verò linea recta,cui per a/ punctũ oporteat ducere parallelã,sit b/c.Suscipiatur ergo in b/c/recta, cõtingens punctũ d: &connectatur a/d/recta,per primum postulatum.Ad datam insuper lineam a/d,& in ea datum punctum a,dato angulo rectilineo a/d/b, æqualis angulus rectilineus



constituatur d/a/e: per vigesimātertiam propositionem. Et quoniam in rectas a/e/atq; b/c/ recta incidit a/d, efficiens alternos angulos æquales, hoc est a/d/b/ipsi d/a/e: parallela est igitur a/e/ipsi b/c, per vigesimamseptimam propositionem. Per datum itaque punctum a, datæ rectæ lineæ b/c, parallelam duximus a/e. Quod expediebat facere.

Θεώρημα κβ, Πρόθεσις λβ.

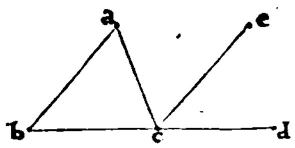
ΠΑντὸς τριγώνου μιᾶς τῶν πλευρῶν προσεκβληθείσης, ἡ ἐκτὸς γωνία δυσὶ ταῖς ἐντὸς καὶ ἀπεναντίον ἴση ἐστί. καὶ αἱ ἐντὸς τοῦ τριγώνου τρεῖς γωνίαι, δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσί.

Theorema 22, Propositio 32.

32 OMnis trianguli, vno latere producto, exterior angulus binis interioribus & ex opposito est æqualis: & trianguli tres interiores anguli, binis sunt rectis æquales.

ORONTIVS. ¶Sit triangulum a/b/c: cuius vnum latus, vtpote b/c, producatur in d, per secūdum postulatū. Aio primùm quòd exterior angulus a/c/d, binis interioribus & ex opposito, hoc est a/b/c, & b/a/c/angulis est æqualis. Ducatur enim per datum punctum c, datæ rectæ lineæ a/b, parallela c/e: per trigesimamprimam propositionem. Quoniam igitur in a/b/& c/e/parallelas, recta incidit a/c: æquus est angulus b/a/c, alterno a/c/e, per primā partem vigesimænonæ propositionis. Rursum, quoniam in easdem parallelas a/b/ & c/e, coincidit recta b/d: exterior angulus e/c/d, æqualis est interiori & oppposito, & ad easdem partes a/b/c, per secundā partē eiusdem vigesimænonæ propositionis. Porrò si æqualibus angulis, æquales addātur anguli: qui inde cōsurgēt eruntadinuicem æquales, per secundam cōmunem sentētiam. Totus igitur angulus a/c/d, binis interioribus & oppositis a/b/c/& b/a/c/angulis est æqualis. ¶Dico insuper, quòd eiusdem trianguli tres interiores anguli, binis sunt rectis æquales. Patuit enim exteriorem angulum a/c/d, æquū esse duobus angulis a/b/c/& b/a/c. Quibus æqualibus angulis, si idem communis addatur angulus a/c/b: erunt per secundam communem sententiam, tres anguli a/b/c, b/a/c, & a/c/b, æquales binis angulis a/c/b/& a/c/d. Eisdem porrò angulis a/c/b/& a/c/d, duo recti itidem æquātur anguli, per decimamtertiā propositionē. Tres igitur anguli a/b/c, b/a/c, & a/c/b, trianguli a/b/c, per primam communem sententiam, binis sunt rectis æquales. Omnis itaque triāguli, vno latere producto: & reliqua, vt in theoremate. Quod oportuit demonstrasse.

Primæ illationis demōstratio.



Secundæ partis vel illationis ostensio.

Corollarium.

¶Hinc fit manifestum, cuiuslibet trianguli tres angulos, æquales esse tribus angulis alterius cuiuscunq; trianguli: nempe quòd eisdem, vtpote binis rectis vtrobique sint æquales.

Θεώρημα κγ, Πρόθεσις λγ.

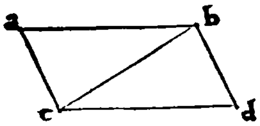
ΑΙ τὰς ἴσας τε καὶ παραλλήλους ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη ἐπιζευγνύουσαι εὐθεῖαι, καὶ αὗται ἴσαι τε καὶ παράλληλοι εἰσί.

Theorema 23, Propositio 33.

33 ÆQuas & parallelos, ad easdem partes rectæ lineæ coniungētes: & ipsæ æquales & parallelæ sunt.

ORONTIVS. ¶Sint æquales & adinuicem parallelæ rectæ lineæ a/b, & c/d:

quas ad easdem partes coniungant rectæ a/c, & b/d. Dico a/c, & b/d/ rectas fore adinuicem æquales & parallelas. Connectatur enim b/c/ diagonius, per primū postulatum. In datas igitur a/b/ & c/d parallelas, recta incidens b/c, efficit alternos angulos a/b/c/ & b/c/d/ adinuicem æquales: per primam partem vigesimænonæ propositionis. Est autem a/b/ recta æqualis ipsi c/d, per hypothesin: & vtrique cōmunis b/c. Binæ igitur a/b, & b/c/ trianguli a/b/c, duabus b/c/ & c/d/ trianguli b/c/d, sunt altera alteri æquales: & æquos adinuicem continent angulos, nempe alternos a/b/c/ & b/c/d. Per quartam ergo propositionem, basis a/c/ æqualis est ipsi b/d: atque reliquus angulus a/c/b, reliquo c/b/d/ æqualis, vtpote



sub quibus æqualia subtenduntur latera. In rectas itaque lineas a/c/ & b/d, recta incidens b/c, efficit alternos angulos a/c/b/ & c/b/d/ adinuicem æquales. parallela est igitur a/c/ recta ipsi b/d, per vigesimamseptimam propositionem. Patuit autem ꝙ & eidem æqualis. Aequas igitur & parallelas: & quæ sequuntur reliqua. Quod demonstrandum susceperamus.

Θεώρημα κδʹ, πρότασις λδʹ.

Τῶν παραλληλογράμμων χωρίων αἱ ἀπεναντίον πλευραί τε καὶ γωνίαι, ἴσαι ἀλλήλαις εἰσί, καὶ ἡ διάμετρος αὐτὰ δίχα τέμνει.

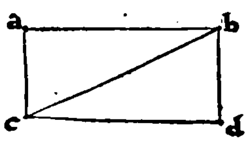
Theorema 24, Propositio 34.

Parallelogrammorum locorum, latera quæ ex opposito, & anguli æqualia sunt adinuicem: & dimetiens ea bifariam secat. 34

Prima pars.

ORONTIVS. ❡Esto datum parallelogrammum a/b/c/d: illius verò dimetiēs b/c. Aio primùm, ipsius a/b/c/d/ parallelogrammi latera quæ ex opposito, & angulos fore adinuicem æqualia. In parallelas enim a/b/ & c/d/ recta incidens b/c, facit alternos angulos a/b/c/ & b/c/d/ æquales adinuicem: per primam partem vigesimæ nonæ propositionis. Eadem quoq; b/c/ incidens in parallelas a/c/ & b/d, efficit rursum alternos angulos a/c/b/ & c/b/d/ adinuicem æquales, per eandem vigesimamnonam propositionem. Duo itaque tiangula a/b/c/ & b/c/d, habent duos angulos duobus angulis æquales alterum alteri: vnúmque latus vni lateri æquale, commune scilicet b/c, quod æquis adiacet angulis. Reliqua igitur latera reliquis lateribus erūt æqualia alterū alteri, hoc est, a/b/ ipsi c/d, & a/c/ ipsi b/d: atque reliquus angulus qui ad a/ reliquo qui ad d/ æquabitur, per vigesimamsextam propositionem. Monstrauimus autem binos angulos qui circa b, duobus angulis qui circa c/ fore alternatim æquales: totus igitur angulus qui ad b, toti qui ad c, per secundam communem sententiam æquabitur. Parallelogrammi igitur a/b/c/d, latera quæ ex opposito, & anguli æquantur adinuicem.

Pars secūda.



❡Dico præterea, quòd & dimetiēs illud bifariam secat. Ostensa est enim a/b/ æqualis ipsi c/d, atque a/c/ ipsi b/d: éstque b/c/ communis. Bina itaque triangula a/b/c/ & b/c/d, habent singula latera singulis lateribus æqualia: & eos qui sub æqualibus lateribus continentur angulos (vti nunc monstrauimus) singulatim æquales, vtpote a/b/c/ ipsi b/c/d, & a/c/b/ ipsi c/b/d: atque eum qui ad a/ ei qui ad d/ æqualem. Conuenit ergo triangulum a/b/c, triangulo b/c/d. Quæ autem sibimetipsis conueniunt, æqualia sunt adinuicem: per octauam communem sententiam. Triangulum igitur a/b/c/ triangulo b/c/d/ est æquale. Dimetiens itaque b/c, datum parallelogrammum a/b/c/d/ bifariam secat. Quod ostendendum fuerat.

Θεώρημα κε, Πρόθεσις λε.

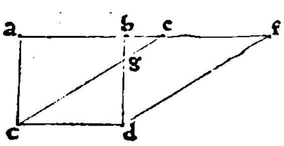
TA παραλληλόγραμμα, τὰ ἐπὶ τῆς ἀυτῆς βάσεως ὄντα, καὶ ἐν ταῖς ἀυταῖς παραλλήλοις, ἴσα ἀλλήλοις ἐστί.

Theorema 25, Propositio 35.

35 PArallelogramma in eadem basi & in eisdem parallelis existētia, adinuicem sunt æqualia.

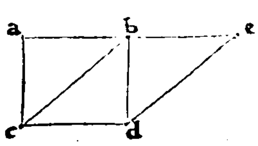
ORONTIUS. ¶ Sint parallelogramma a/b/c/d/ & c/d/e/f, in eadem basi c/d, atque in eisdem parallelis a/f/ & c/d/ constituta. Dico a/b/c/d/ parallelogrammum, æquum esse c/ d/ e/ f/ parallelogrammo. Secet enim in primis latus vnius, vtpote c/ e, alterius latus b/ d, in puncto quidem g. Et quoniam parallelogrammorum locorum latera quæ ex opposito sunt adinuicem æqualia, per trigesimāquartam propositionem: vtraque igitur a/b/ & e/f, æqualis est ipsi c/d. Quæ autem eidem æqualia, & adinuicem sunt æqualia, per primam communem sententiam: æqualis est igitur a/b/ ipsi e/f. Communis addatur b/e: tota igitur a/e, toti b/f/ erit æqualis, per secundam communem sententiam. Est autem & a/c, ipsi b/d/ æqualis, per eandem trigesimam quartam propositionem. Binæ itaque a/c/ & a/e, trianguli a/c/e, duabus b/d/ & b/ f/ trianguli b/ d/ f/ æquales sunt altera alteri: & æquos adinuicem continent angulos, nempe exteriorem d/ b/ f/ interiori qui ad a, per secundam partem vigesimænonæ propositionis. Basis itaq; c/e, basi d/f, per quartam propositionē est æqualis: atq; triangulū a/c/e/ triangulo b/d/f. A quibus subducto communi triangulo b/e/g: reliquū trapeziū a/b/g/c, reliquo trapezio e/f/d/g, per tertiam communem sententiam æquabitur. Eisdem rursum æqualibus trapezijs, commune adijciatur triangulum c/ d/ g: consurgent a/ b/c/d/ & c/d/ e/ f/ parallelogramma adinuicem æqualia, per secundam communem sententiam.

Prima theorematis differētia.



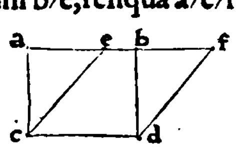
¶ Quòd si latus vnius parallelogrammi, dimetiēs alterius efficiatur, vt in hac secunda figura: idem, sed paulò leuius, concludetur. Triāgula enim a/b/c/ & b/d/ e, suprascripto discursu ostendentur æqualia adinuicem. quibus adiuncto communi triangulo b/c/d: consurgēt a/b/c/d/ & b/ c/d/e/ parallelogramma rursum adinuicem æqualia, per secundam cōmunem sententiā.

Differētia secunda.



¶ Nec minus facilè deducetur propositionis intelligentia: vbi latus vnius parallelogrāmi, in latus alterius inciderit, velut in tertia figuræ dispositione. Erūt enim rursum a/b/ & e/f/ æquales adinuicē: à quibus dempta communi b/e, reliqua a/e/ reliquæ b/f, per tertiā cōmunem sentētiam erit æqualis. Hinc triangulū a/c/e, triāgulo b/d/f, veluti suprà mōstrabitur, æquale. Q̃ si vtriq; æqualium angulorū, addatur cōmune trapeziū e/b/c/d: resultabit iterum a/b/c/d/ parallelogrāmum, eidem parallelogrāmo c/d/e/f, per secundā cōmunem sententiā æquale. Igitur parallelogrāma in eadem basi, & in eisdem parallelis existentia, adinuicem sunt æqualia. Quod erat ostendendum.

Tertia differentia.



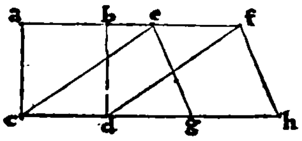
Θεώρημα κϛ, Πρόθεσις λϛ.

TA παραλληλόγραμμα τὰ ἐπὶ τῶν ἴσων βάσεων ὄντα, καὶ ἐν ταῖς ἀυταῖς παραλλήλοις, ἴσα ἀλλήλοις ἐστί.

Theorema 26, Propositio 36.

36 PArallelogramma in æqualibus basibus, & in eisdem parallelis existentia: adinuicem sunt æqualia.

ORONTIVS. ❡Sint a/b/c/d/& e/f/g/h/parallelogramma, in baſibus æqualibus c/d/& g/h, atque in eiſdem parallelis a/f/ & c/h/cōſiſtentia. Dico a/b/c/d/parallelogrammum, æquari parallelogrammo e/f/g/h. Connectantur enim rectæ c/e/ & d/f, per primum poſtulatum. Et quoniam parallelogrammum eſt e/f/g/h, æqualis eſt e/f/ ipſi g/h, per trigeſimamquartā propoſitionem. Eidem quoq; g/h, æqualis eſt c/d, per hypotheſin. Binæ igitur c/d/& e/f, eidem g/h/ſunt æquales: & propterea æquales adinuicem, per primam communem ſentētiam. ſūntq; adinuicem parallelæ, ex hypotheſi. Quæ autem æquales & parallelas coniungunt lineæ rectæ, æquales ſunt & parallelæ, per trigeſimamtertiam propoſitionem: & c/e/igitur atque d/f/ æquales ſunt & parallelæ. Parallelogrammum eſt itaque c/d/e/f. Ipſi porrò c/d/e/f/ parallelogrammo, æquum eſt a/b/c/d/parallelogrammum, per trigeſimamquintam propoſitionē: in eadem enim baſi c/d, atque in eiſdem parallelis a/f/& c/h/ conſtituūtur. Et per eandem trigeſimamquintam propoſitionem, e/f/g/h/parallelogrāmum, æquum eſt ipſi c/d/e/f/ parallelogrammo: ſunt enim in eadem baſi e/f, atque in eiſdem parallelis a/f/ & c/h. Bina igitur parallelogramma a/b/c/d/& e/f/g/h, eidem parallelogrammo c/d/e/f/ ſunt æqualia: quapropter & æqualia adinuicem, per primam cōmunem ſentētiam. Idem etiam oſtendere licebit, de quacunq; parallelogrammorum diſpoſitione: hypotheſi ſeruata. Parallelogrāma igitur in baſibus æqualibus: & cætera, vt in theoremate. Quod demonſtrare oportebat.



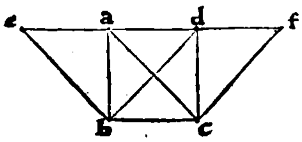
Θεώρημα κζ, πρόθεσις λζ.

Τὰ τρίγωνα τὰ ἐπὶ τῆς αὐτῆς βάσεως ὄντα καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν.

Theorema 27, Propoſitio 37.

Triangula in eadem baſi, & in eiſdem parallelis conſtituta: adinuicem ſunt æqualia. 37

ORONTIVS. ❡Sint triangula a/b/c/& d/b/c, in eadem baſi b/c, atq; in eiſdē parallelis a/d/& b/c/exiſtentia. Dico triangulum a/b/c, æquari propterea triangulo d/b/c. Producatur enim vtrobique a/d/recta, vſq; ad puncta e/& f, per primum poſtulatum. & per punctum b/datæ rectæ lineæ a/c, parallela ducatur b/e: atq; ipſi b/d/ parallela c/f, per trigeſimamprimā propoſitionem. Sunt itaq; a/c/b/e/& d/b/c/f/ parallelogramma, & in eadem baſi b/c, atque in eiſdem parallelis b/c/& e/f, per hypotheſin cōſtituta: igitur adinuicem æqualia, per trigeſimamquintam propoſitionē. Triangulum porrò a/b/c, dimidiū eſt parallelogrammi a/c/b/e, atq; d/b/c, triāgulum dimidiū ipſius d/b/c/f/ parallelogrammi: dimetientes enim a/b/& c/d, ipſa bifariam ſecant parallelogramma, per trigeſimamquartam propoſitionem. Quæ autem æqualium ſunt dimidiū, æqualia ſunt adinuicem, per ſeptimam communē ſententiam. Igitur a/b/c/triangulum, æquum eſt d/b/c/triāgulo. Ergo triangula in eadem baſi: & quæ ſequūtur reliqua. Quod oſtendendum fuerat.



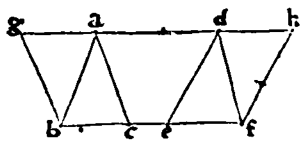
Θεώρημα κη, πρόθεσις λη.

Τὰ τρίγωνα τὰ ἐπὶ τῶν ἴσων βάσεων ὄντα, καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις, ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν.

Theorema 28, Propoſitio 38.

Triangula in æqualibus baſibus, & in eiſdem parallelis conſtituta: adinuicem ſunt æqualia. 38

ORONTIVS. ¶Sint a/b/c/& d/e/f/triangula, in basibus æqualibus b/c/& e/f; in eisdémq; parallelis a/d/& b/f/constituta. Aio triangulum a/b/c, æquũ esse d/e/f/ triangulo. Producatur enim vtrobique in directum & continuum recta a/d, vsq; ad g/& h/puncta, per secundum postulatum. Et per datum punctum b, datæ rectæ lineæ a/c, parallela ducatur b/g: atq; per f/punctum ipsi d/e/parallela f/h, per trigesimamprimam propositionem. Sunt igitur a/c/b/g/ & d/e/f/h/ parallelogramma, in basibus quidem æqualibus b/c/& e/f, ac in eisdem parallelis b/f/ & g/h/ per hypothesin constituta: & propter id æqualia adinuicem, per trigesimamsextam propositionem. Atqui parallelogramma a/c/b/g/& d/e/f/h, à dimetientibus a/b/ & d/f/ bifariam secantur, per trigesimamquartam propositionem. Est igitur a/b/c/triãgulum dimidiũ ipsius a/c/b/g/ parallelogrammi, atq; triãgulum d/e/f/ipsius d/e/f/h/parallelogrammi dimidium. Quæ autẽ æqualium sunt dimidium, ea sunt adinuicẽ æqualia, per septimam communem sententiam. æquum est igitur triangulum a/b/c, ipsi d/e/f/triangulo. Triangula itaq; in æqualibus basibus: &c. vt in theoremate. Quod demonstrandum erat.



Θεώρημα κθ, Πρόθεσις λθ.

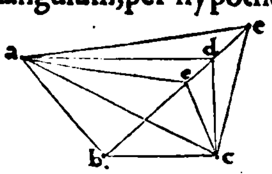
Τὰ ἴσα τρίγωνα τὰ ἐπὶ τῆς αὐτῆς βάσεως ὄντα καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη, καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ἐστίν.

Theorema 29. Propositio 39.

39 Triangula ęqualia, in eadem basi constituta, & ad easdem partes: & in eisdem sunt parallelis. Conuersa 37.

ORONTIVS. ¶Sint in eadem basi b/c, atq; ad easdem partes a/& d/triangula a/b/c/& d/b/c/adinuicem æqualia. Dico ꝙ ex a/in d/cõnexa linea recta, ipsi b/c/ est parallela. Si nanq; a/d/non fuerit parallela ipsi b/c: poterit per datum punctum a, ipsi b/c/duci parallela, per trigesimamprimã propositionem. Ducatur igitur, & sit a/e: quæ vel incidet sub a/d, aut supra. Cadat primo infra, si possibile sit: & per primũ postulatum cõnectatur recta c/e. quæ cùm incidat intra d/b/c/triangulum, & ab angulo qui ad c/in b/d/subtensum latus extendatur: diuidet ipsum d/b/c/triangulum. Prima ostensionis differẽtia.

Erunt itaq; a/b/c/& e/b/c/triangula in eadem basi b/c, ac in eisdem parallelis a/e/ & b/c constituta: æquum erit propterea triangulum e/b/c, ipsi a/b/c/triangulo, per trigesimamseptimã propositionem. Eidem porrò a/b/c/triangulo, æquũ est d/b/c/ triangulum, per hypothesin. Bina itaq; triangula d/b/c/& e/b/c, eidem a/b/c/triangulo erunt æqualia: & proinde æqualia adinuicem, per primam communẽ sententiam. Triãgulum ergo d/b/c, æquum erit ipsi e/b/c, maius scilicet minori, seu (mauis) totũ suæ parti: quod nõ est possibile. Non cadit igitur a/e/ parallela sub a/d. ¶Idem sequetur inconueniens, si eadẽ a/e/detur incidere super a/d. Producta enim b/d/per secundum postulatum, conueniet tandem cum ipsa a/e, per quintum postulatum: propterea quòd recta a/b, incidens in a/e/& b/d/rectas, facit interiores angulos & ad easdẽ partes a/b/d/& b/a/e/ minores duobus rectis (nempe minores a/b/c/& b/a/e angulis, qui per tertiam partem vigesimænonæ propositionis erunt binis rectis æquales) Connexa itaq; c/e/ recta, per primum postulatũ, ea cadet extra d/b/c/triangulum: fiet propterea triangulum d/b/c, pars ipsius e/b/c/trianguli. Vtrunque rursum, ipsi a/b/c/concludetur æquale (e/b/c/quidem per trigesimamseptimã propositionẽ, & d/b/c/per hypothesin) & e/b/c/consequenter ipsi d/b/c, totum suæ parti: quod rursum est impossibile. Secũda differentia.



omne ſiquidem totum eſt ſua parte maius, per nonam communem ſententiã. Non cadit ergo parallela ſuper a/d. patuit quòd nec infra. igitur ex a/in ipſum d. Triangula igitur æqualia: & quæ ſequuntur reliqua. Quod oportuit oſtendiſſe.

Θεώρημα λ, Πρόθεσις μ.

Τὰ ἴσα τρίγωνα τὰ ἐπὶ τῶν ἴσων βάσεων ὄντα καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη, καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ἐστίν.

Theorema 30, Propoſitio 40.

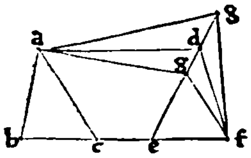
40 TRiangula æqualia in æqualibus baſibus exiſtentia, & ad eaſdem partes: & in eiſdem ſunt parallelis.

Conuerſa 38.

ORONTIVS. ❡Sint a/b/c/& d/e/f/triãgula æqualia adinuicem, & in baſibus æqualibus b/c/& e/f(in directũ quidem exiſtentibus, ſemper velim intelligas) atq; ad eaſdem partes a/& d/conſtituta: & connectatur a/d/recta, per primum poſtulatum. Aio ꝙ a/d, ipſi b/f/eſt parallela. Nam ſi a/d/non fuerit eidẽ b/f/parallela: poterit per datum punctum a/ipſi datæ lineæ b/f/alia quædam parallela duci, per trigeſimamprimam propoſitionem. Ducatur igitur, ſi poſſibile ſit: & ſit a/g. Cadet itaque a/g/recta vel ſuper a/d, aut infra. Quodcũq; autẽ dederis: eam cũ e/d(vtraq; in directũ producta) cõuenire neceſſum eſt. quoniã ex a/in e/connexa per imaginationẽ linea recta, incidit in a/g/& e/d, efficiẽs angulos interiores & ad eaſdẽ partes a/e/d/ & e/a/g/duobus rectis(veluti ſuprà) minores. ❡Incidat ergo primũ a/g/ſub a/d: & connectatur f/g, per primũ poſtulatum, dirimens d/e/f/triangulum. Erit igitur triangulum g/e/f, æquũ ipſi a/b/c/triangulo, per trigeſimamoctauam propoſitionem: ſunt enim in baſibus æqualibus b/c/& e/f/ex hypotheſi, & in eiſdem parallelis a/g/ & b/f/per datam conſtructionẽ. Ipſi porrò a/b/c/triangulo, æquum eſt per hypotheſin d/e/f/triangulũ. Triangula igitur d/e/f/& g/e/f, eidem a/b/c/ triangulo erũt æqualia: & æqualia propterea adinuicem, per primam communẽ ſententiam. Itaq; triangulum d/e/f, æquum erit ipſi g/e/f/triangulo: maius ſcilicet minori, hoc eſt, totum ſuæ parti. quod per nonam communem ſententiam eſt impoſſibile. ❡At ſi detur a/g/incidere ſuper a/d: conuenient rurſum a/g/ & e/d, idémque ſubſequetur inconueniens. Producta ſiquidem e/d/in g, per ſecundum poſtulatum: cõnectatur rurſum f/g, per primum, cadens extra d/e/f/triangulum. Tuncq; g/e/f/& d/e/f/triãgula, eidem a/b/c/triangulo concludentur æqualia: g/e/f/quidem per trigeſimamoctauam propoſitionẽ, & d/e/f/per ipſam hypotheſin. Vnde rurſum totũ g/e/f/triangulum, ſuæ parti, hoc eſt, d/e/f/ triangulo, per primam communem ſententiam æquabitur. quod per ipſam nonam communem ſententiam eſt impoſſibile. Cadit igitur parallela ex a/in d/ verticem.

Prima demõſtrationis differentia.

Secũda pars ſiue differẽtia



Concludendum ergo, triangula æqualia in æqualibus baſibus exiſtentia, & ad eaſdem partes: & in eiſdem fore parallelis. Quod demonſtrare fuerat operæpretium.

Notandum. ❡Eadem quoq; via, ſupradictarum ſex propoſitionum concludetur intentum, vbi plura duobus oblata fuerint vel triangula vel parallelogrãma: facta binatim, iuxta hypotheſin, eorundem triangulorum vel parallelogrammorum comparatione.

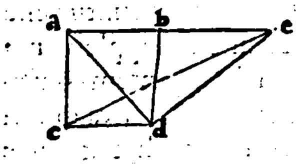
Θεώρημα λα, Πρόθεσις μα.

Ἐὰν παραλληλόγραμμον τριγώνῳ βάσιν τε ἔχῃ τὴν αὐτὴν καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ᾖ, διπλάσιον ἔσαι τὸ παραλληλόγραμμον τοῦ τριγώνου.

Theorema 31, Propoſitio 41.

SI parallelogrammũ & triangulum eandem baſin habuerint, 41 in eiſdémq; fuerint parallelis: trianguli parallelogrammum duplum eſt.

ORONTIVS. ¶Eſto parallelogrammum a/b/c/d, eandem habens baſin c/d/ cum triangulo c/d/e, in eiſdémq; parallelis a/e/& c/d/conſtitutum. Aio a/b/c/d/parallelogrammum, fore duplum ipſius trianguli c/d/e. Connectatur enim a/d/recta, per primum poſtulatum. Triangula igitur a/c/d/& c/d/e/erunt adinuicẽ æqualia, per trigeſimamſeptimam propoſitionem: habẽt enim eandem baſin c/d, ſuntq; in eiſdẽ parallelis a/e/& c/d. Atqui triangulum a/c/d/ dimidiũ eſt ipſius a/b/c/d/parallelogrammi: ſecat enim illud bifariam dimetiens a/ d, per trigeſimamquartam propoſitionem. Quæ autem ſunt æqualia, eiuſdem ſunt dimidium: per conuerſam ſeptimæ communis ſentẽtiæ. Triangulum igitur c/d/e/, dimidium eſt a/b/c/d/parallelogrammi: & ipſum itaque parallelogrãmum a/b/c/d, eiuſdem c/d/e/trianguli duplum. Si parallelogrammũ igitur & triangulũ: &c. vt in theoremate. Quod oportebat oſtẽdere. ¶Idem quoq; demonſtrabitur: vbi parallelogrammum & triangulum æquales habuerint baſes, in eiſdémq; fuerint parallelis. Notandum.



Corollarium.

¶Hinc fit manifeſtum, cur in dimetiendis triangulorum areis, dimidium baſis ducatur in perpendicularem: aut ipſius perpendicularis dimidiũ, per baſin ipſam multiplicetur. Fit enim hoc modo dimidium parallelogrammi, quod in eadem baſi atq; in eiſdem collocatur parallelis cum ipſo triangulo dato.

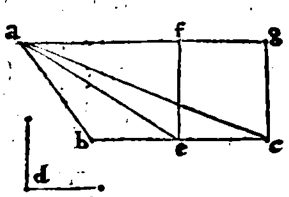
Πρόβλημα ια, Πρόθεσις μβ.

Τῷ δοθέντι τριγώνῳ ἴσον παραλληλόγραμμον συστήσασθαι ἐν τῇ δοθείσῃ εὐθυγράμμῳ γωνίᾳ.

Problema 11, *Propoſitio* 42.

42 Dato triangulo, æquale parallelogrammum conſtituere, in dato angulo rectilineo.

ORONTIVS. ¶Sit datum a/b/c/triangulum, cui oporteat in angulo æquali ei qui ad d, æquum parallelogrammum conſtituere. Diuidatur itaque b/c/latus bifariam in puncto e, per decimam propoſitionẽ: & connectatur a/e/recta, per primum poſtulatum. Ad datam inſuper lineam rectam e/c, datúmq; in ea punctum e, dato angulo rectilineo qui ad d, æqualis angulus rectilineꝰ cõſtituatur f/e/c: per vigeſimamtertiam propoſitionem. Et per punctum a, datæ rectæ lineæ b/c/ parallela ducatur a/g: atq; per punctum c, ipſi e/f/parallela c/g, per trigeſimamprimam propoſitionem. Et quoniam a/b/e/& a/e/c/triangula, in baſibus ſunt æqualibus b/e/& e/c, atque in eiſdem parallelis a/g/& b/c/conſtituta: ipſa propterea ſunt adinuicem æqualia, per trigeſimamoctauam propoſitionem. Triãgulum igitur a/b/c, duplum eſt a/e/c/trianguli. Atqui parallelogrammũ f/e/c/g, eiuſdem a/e/c/triãguli duplum eſt, per quadrageſimamprimam propoſitionem: habent nanque eandem baſin b/c, in eiſdémque ſunt parallelis a/g/& b/c. Quæ autem eiuſdem ſunt duplicia, æqualia ſunt adinuicem: per ſextam communem ſentẽtiam. Parallelogrammũ ergo f/e/c/g, æquum ipſi a/b/c/ triangulo dato: ſuſcipítque angulum f/e/c, æqualem ei qui ad d. Dato itaq; triangulo, æquale parallelogrammum conſtituitur, in dato angulo rectilineo. Quod faciendum erat. Coſtructio figuræ. Oſtenſio problematis.



Θεώρημα λβ, Πρόθεσις μγ.

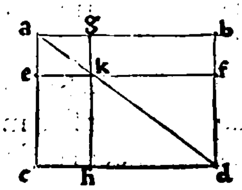
Παντὸς παραλληλογράμμου τῶν περὶ τὴν διάμετρον παραλληλογράμμων τὰ παραπληρώματα, ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν.

Theorema 32, Propositio 43.

OMnis parallelogrammi eorum quæ circa dimetientem ſunt 43
parallelogrammorũ ſupplementa, ſibi inuicẽ ſunt æqualia.

Parallelogrã ma circa dimetientem. Supplemẽta.

ORONTIVS. ¶Parallelogramma circa dimetientem alicuius dicuntur eſſe parallelogrammi, quando eundem cum toto poſſident dimetientem. Supplementa autem, vocantur reliqua parallelogramma extra communem dimetientem conſtituta. Sit igitur a/b/c/d/ parallelogrammum, cuius dimetiens a/d, & circa ipſum dimetientẽ ſint e/g/ & h/f/ parallelogramma, ſupplementa verò ſint e/h/ & g/f: quæ dico fore adinuicem æqualia. Parallelogrammum enim a/b/c/d, bifariam ſecatur à dimetiente a/d, per trigeſimamquartam propoſitionem: igitur a/b/d/ triangulum, æquum eſt ipſi triangulo a/c/d. Dimetiens inſuper a/k, bifariam ſecat e/g/ parallelogrammum, necnon & k/d/ ipſum h/f, per eandem trigeſimamquartam propoſitionem. æquum eſt igitur a/e/k/ triãgulum, ipſi a/g/k: atq; triangulum k/h/d, ipſi k/f/d/ triangulo. Si autem æqualibus triãgulis æqualia iungantur triangula: omnia erũt æqualia, per ſecundam communem ſententiam. Triangula itaq; a/e/k/ & k/h/d, triangulis a/g/k/ & k/f/d/ ſunt æqualia. Patuit autem ꝙ & totũ a/b/d/ triangulum, toti triangulo a/c/d/ itidem coæquatur. Porrò ſi ab æqualibus triangulis, æqualia ſubducantur triangula: quæ relinquentur, æqualia erũt, per tertiam communem ſententiam. Subductis itaq; triangulis a/g/k/ & k/f/d/ ab ipſo a/b/d/ triãgulo, atq; a/e/k & k/h/d/ triangulis, ab ipſo triangulo a/c/d: relinquentur g/f/ & e/h/ ſupplementa adinuicem æqualia. Omnis ergo parallelogrammi: &c. vt in theoremate. Quod demonſtrare fuerat operæpretium.



Πρόβλημα ιβ, Πρόθεσις μδ.

Παρὰ τὴν δοθεῖσαν εὐθεῖαν τῷ δοθέντι τριγώνῳ, ἴσον παραλληλόγραμμον παραβαλεῖν ἐν τῇ δοθείσῃ γωνίᾳ εὐθυγράμμῳ.

Problema 12, Propositio 44.

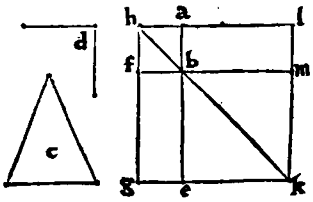
AD datam rectam lineam: dato triangulo, æquale parallelogrammum conſtruere, in dato angulo rectilineo. 44

Problematis interpretatio

ORONTIVS. ¶Conſtruere parallelogrammum ad datam lineam rectam & in dato angulo rectilineo, eſt ipſam lineam datam coaſſumere in latus eiuſdem parallelogrammi: ſic vt eadem linea cum altero adiacentium laterum, angulum comprehendat æqualem ipſi angulo dato. Eſto igitur data linea recta a/b: ad quã oporteat conſtruere parallelogrammum, dato triangulo c/ æquale, & in angulo æquali ei qui ad d. Producatur in primis a/b/ recta in directum vſque ad punctum e, per ſecundum poſtulatum: & ad datam rectam lineam b/e, ad datúmq; in ea punctum b, dato angulo rectilineo qui ad d, æqualis angulus rectilineus conſtituatur f/b/e, per vigeſimamtertiam propoſitionem. In ipſo conſequenter angulo f/b/e, dato triangulo c, æquale cõſtruatur parallelogrãmum f/g/e/b, per quadrageſimãſecundam propoſitionem: extendatúrque g/f/ in directum vſque ad h, per ſecundum poſtulatum. Per datum inſuper punctum a, vtrique & f/ b/ & g/ e/ parallela ducatur h/ a, per

Cõſtructio figuræ.

trigesimam primam propositionem: connectatúrq;, per primum postulatum, dimetiens h/b. Et quoniam in rectas g/e/ & h/b, recta incidens h/g/ interiores angulos & ad easdem partes g/h/b/ & h/g/e, duobus rectis minores efficit (nempe minores ipsis g/h/a/ & h/g/e, qui binis rectis per vltimam partem vigesimænonæ propositionis sunt æquales) concurrent ergo tandem g/e/ & h/b, in infinitum ad partes b/ & e/ productæ, per quintum postulatum. Producãtur igitur, per secundum postulatum: & concurrant in pũcto k. Per idem rursum postulatum, extendantur f/b/ & h/a/ vsque ad puncta l, & m: & per datum punctum k, vtrique h/g/ & a/e/ parallela ducatur l/k, per trigesimamprimam propositionem.



¶His ita constructis, quoniam h/g/l/k/ parallelogrammi, eorum quæ circa dimetientem h/k/ sunt parallelogrammorum supplementa, sibi inuicem sunt æqualia, per quadragesimamtertiam propositionem: æquum est supplementum seu parallelogrammum a/b/m/l/ ipsi f/g/e/b/ parallelogrãmo. Eidem porrò f/g/e/b/ parallelogrãmo, æquũ est datum c/ triangulum, per quadragesimamsecundam propositionẽ: ita enim constructum est. Igitur parallelogrammum a/b/m/l, ipsi triangulo c/ per primam communem sententiam coæquatur. Est autem & a/b/m/ angulus, ei qui ad d/ æqualis: vterque enim æquatur ipsi f/b/e, a/b/m/ quidem per decimamquintã propositionẽ, qui ad d/ verò per vigesimamtertiã. Coassumitur præterea data linea recta a/b, in latus ipsius a/b/l/m/ parallelogrãmi. Ad datam igitur lineã rectam a/b, dato triangulo c, æquale parallelogrammum construitur a/b/m/ l, in dato angulo rectilineo a/b/m, ei qui ad d/ æquali. Quod facere oportebat. Demõstrationis resolutio.

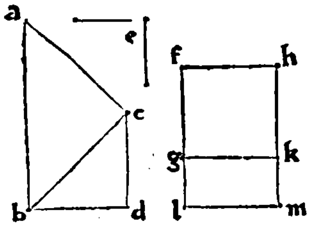
Πρόβλημα ιγ, Πρότασις με.

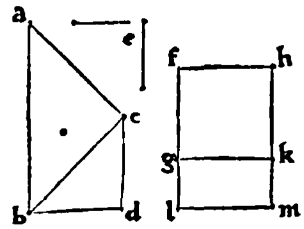
Τῷ δοθέντι εὐθυγράμμῳ, ἴσον παραλληλόγραμμον συστήσασθαι ἐν τῇ δοθείσῃ εὐθυγράμμῳ γωνίᾳ.

Problema 13, Propositio 45.

45 DAto rectilineo, æquale parallelogrammum cõstituere, in dato angulo rectilineo.

ORONTIVS. ¶Sit datum rectilineũ a/b/c/d: cui oporteat construere æquale parallelogrammum, in dato angulo rectilineo qui ad e. Cõnectatur ergo b/c/ recta, per primum postulatum. & dato a/b/c/ triangulo, æquale parallelogrammum constituatur f/g/h/k, in dato angulo rectilineo f/h/ k, ei qui ad e/ æquali: per quadragesimamsecundam propositionem. Ad datam insuper rectam lineã g/k, dato b/c/d/ triangulo, æquum construatur parallelogrammũ g/k/l/m, in dato angulo rectilineo g/k/ m, æquali eidem qui ad e: per antecedentẽ quadragesimamquartam propositionem. Ostendendum est itaque primùm, hæc duo parallelogrãma vnum efficere parallelogrammum: quod ita fit manifestum. Quoniam anguli f/h/k/ & g/ k/ m, eidem angulo qui ad e/ sunt æquales, per cõstructionem: sunt igitur æquales adinuicem, per primam communem sententiam. Addatur vtriq; cõmunis angulus g/k/h: igitur anguli g/k/h/ & g/k/m, sunt per primam communem sententiam, æquales angulis f/h/k/ & g/k/h. Eisdẽ porrò angulis f/h/k/ & g/k/h, duo recti sunt æquales anguli, per vltimã partẽ vigesimænonæ propositionis: anguli igitur g/k/h/ & g/k/m, binis sunt rectis æquales, per eandẽ primã communẽ sententiam. In directũ est igitur h/k/ ipsi k/m, per decimamquartã propositionẽ. Rursum quoniã angulus f/ g/ k, opposito qui ad h/ per trigesimamquartã propositionẽ Quòd cõstructa parallelogrãma vnum efficiãt parallelogrammũ.





eſt æqualis:patuit autem quòd & g/k/m. Bini itaque anguli f/g/k/& g/k/m,eidē qui ad h/ſunt æquales:& æquales propterea adinuicem, per primam communem ſententiam.Communis rurſum addatur angulus k/g/l.erūt igitur f/g/k/& k/g/l/ anguli, binis interioribus & ad eaſdem partes l/g/k & g/k/m,per ſecundam cōmunem ſententiā æquales. Ipſis porrò l/g/k/& g/k/m/ angulis, bini recti coæquātur, per eandem partem vltimā vigeſimænonæ propoſitionis:per primam ergo cōmunem ſententiam,anguli f/g/k/ & k/g/l/ ſunt æquales duobus rectis.In directum eſt itaque f/g/ipſi g/l,per ipſam decimamquartam propoſitionem.Eſt autem & f/g/ipſi h/k,atq; g/l/ipſi k/m,per trigeſimamquartam propoſitionem æqualis:& vtraque vtriq; paralleſa. Igitur f/l/ & h/ m, per ſecundam communem ſententiam,ſunt æquales adinuicem,atque parallelæ:& eas itaq; coniungentes rectæ lineæ f/h/& l/m,æquales & parallelæ ſunt, per trigeſimātertiam propoſitionem.Parallelogrammum eſt igitur f/l/h/m. Huius autem pars f/g/h/k/triangulo a/b/c/æquatur:& reliqua g/k/l/m/ipſi triangulo b/c/d,per ipſam conſtructionem. Totum ergo f/ l/ h/ k/ parallelogrammum, ipſi dato a / b/ c/ d/ rectilineo eſt æquale:ſuſcipítque angulum f/ h/ m/ æqualem dato qui ad e/ angulo.Dato itaque rectilineo a/b/c/d, æquale conſtruximus parallelogrāmum f/l/h/m, in dato angulo rectilineo qui ad e.Quod faciēdum propoſueramus.¶Idem quoq; licebit oſtendere, vbi datum rectilineum, in plura duobus ſeparabitur triangula. Cuilibet enim triangulo peculiare conſtruetur parallelogrammum, per quadrageſimamſecundam & quadrageſimamquartam propoſitionem: quæ ſimul vnum efficere parallelogrāmū ipſi dato rectilineo æquale, haud diſſimili diſcurſu cōuincētur.

Demōſtrationis reſolutio.

Notandum.

Πρόβλημα ιδ', Πρόθεσις μς'.

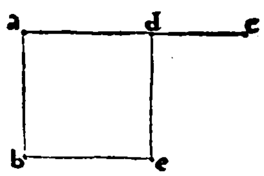
Ἀπὸ τῆς δοθείσης εὐθείας τετράγωνον ἀναγράψαι.

Problema 14, Propoſitio 46.

EX data recta linea, quadratum deſcribere. 46

ORONTIVS.¶Eſto data linea recta a/b: ex qua ſit operæpretium deſcribere quadratum.A dato itaque puncto a,ipſi rectæ lineæ a/b,ad angulos rectos excitetur a/c, per vndecimam propoſitionem, indefinitæ quidem quantitatis, donec ipſam ſuperet a/b. A qua ſecetur æqualis eidem a/b: ſitq; a/ d, per tertiam propoſitionem. Rurſum per datum punctum d, ipſi a/b/ rectæ parallela ducatur d/e, atque per punctum b / ipſi a / d/ parallela b/ e, per trigeſimamprimam propoſitionem. Parallelogrammum eſt igitur a/b/d/e:dico quòd & quadratum.Nam parallelogrammorum locorum latera quæ ex oppoſito,æquantur adinuicem: per trigeſimamquartam propoſitionem .Aequum eſt igitur latus d/e/ipſi a/b: atque b/e/ipſi a/d.Sūt autem a/b/& a/d, per conſtructionē æquales.Quatuor igitur a/b,a/d,b/e/ & e/d/latera,æqualia ſunt adinuicem: quæ enim æqualibus ſunt æqualia, & adinuicē æqualia ſunt, per primam communem ſententiam.Aequilaterū eſt igitur a/b/d/e/ parallelogrammum.Rurſum quoniam in parallelas a/b/& d/e/recta incidit a/c: facit igitur interiores & ad eaſdem partes angulos b/a/d/& a/d/e,binis rectis æquales, per vltimam partem vigeſimænonæ propoſitionis.Rectus autem eſt qui ad a/angulus:igitur & qui ad d/rectus.& qui ex oppoſito conſiſtunt ad b/& e/ anguli, itidem recti ſunt: per eandem trigeſimāquartam propoſitionem. Rectangulum eſt igitur a/b/d/e/parallelogrāmum. Patuit ꝙ & æquilaterū: ergo quadratū, per trigeſimam

Quòd deſcriptū parallelogrammum ſit quadratum.



diffinitionem. Ex data igitur linea recta a/b, quadratum descripsimus. Quod oportuit fecisse.

Corollarium.

¶ Quæ ab æqualibus igitur lineis rectis quadrata describuntur, æqualia sunt adinuicem: & ediuerso. quæ autem ab inæqualibus fiunt quadrata, sunt inequalia: maius quidem quod à maiore, minus autem quod à minore describitur.

Θεώρημα λγ, Πρότασις μζ.

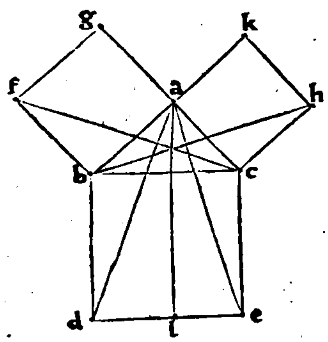
Ἐν τοῖς ὀρθογωνίοις τριγώνοις, τὸ ἀπὸ τῆς τὴν ὀρθὴν γωνίαν ὑποτεινούσης πλευρᾶς τετράγωνον ἴσον ἐστὶ, τοῖς ἀπὸ τῶν τὴν ὀρθὴν γωνίαν περιεχουσῶν πλευρῶν τετραγώνοις.

Theorema 33, Propositio 47.

47 In rectangulis triangulis, quadratum quod à latere rectum angulum subtendente fit, æquum est quadratis quæ fiunt ex lateribus angulum rectum continentibus.

ORONTIVS. ¶ Sit rectangulum triangulum a/b/c, cuius sub b/a/ & a/c/ lateribus cõtentus angulus, rectus existat. Dico quod descriptũ ex b/c/ quadratum, ijs quæ ex b/a/ & a/c/ fiunt quadratis, est æquale. Describãtur ergo quadrata, per quadragesimã sextã propositionẽ: ex b/c/ quidem quadratũ b/c/d/e, ex a/b/ verò a/b/f/g, & ex ipso a/c/ quadratũ a/c/h/k. Deinde per a punctũ, vtriq; b/d/ & c/e/ parallela ducatur a/l: per trigesimãprimã propositionẽ. Parallelogrãma igitur erunt b/l/ & c/l/ quadrangula. Connectãtur deniq; a/d/ & c/f/ lineæ rectæ: per primũ postulatum. Et quoniã ad rectam lineã a/b, atq; ad eius punctũ a, duæ rectæ lineæ a/c/ & a/g/ nõ ad easdem partes ductæ, angulos vtrobiq; rectos efficiunt (recti enim sunt, qui circa punctũ a/ cõsistunt anguli) in directũ est igitur a/c/ ipsi a/g: & a/b/ consequẽter ipsi a/k, per decimãquartã propositionẽ. Parallelæ itaq; sunt b/f/ & c/g: similiter & b/k/ atq; c/h. Cũ porrò omnes anguli recti sint adinuicẽ æquales, per quartũ postulatum: erit angulus a/b/f, æqualis angulo c/b/d. Communis apponatur angulus a/ b/ c: totus igitur a/b/d, toti f/b/c/ angulo, per secundam cõmunẽ sententiam erit æqualis. Rursum, quoniam per trigesimã diffinitionem, æqualis est a/b/ ipsi b/f, atque b/c/ ipsi b/d: sunt igitur bina latera a/b/ & b/d/ trianguli a/b/d, duobus lateribus f/b/ & b/c/ triãguli f/b/c/ æqualia alterum alteri. & æquales continent angulos a/b/d/ & f/b/c. Basis ergo a/d/ basi f/c, & triangulũ a/b/d/ triangulo f/b/c, per quartã æquatur propositionẽ. Ipsius porrò trianguli a/ b/d, duplum est b/l/ parallelogrãmũ, in eadem basi b/d, atq; in eisdem parallelis a/l/ & b/d/ constitutum: per quadragesimamprimam propositionem. & per eandem propositionem, a/b/f/g/ quadratum, duplum ipsius f/b/c/ trianguli: habent enim eandem basin b/f, in eisdémq; consistunt parallelis f/b/ & g/c. Quæ autẽ æqualium duplicia sunt, & adinuicẽ sunt æqualia: per sextam cõmunem sententiã. Igitur b/l/ parallelogrammũ, æquũ est/a/b/f/g/ quadrato.

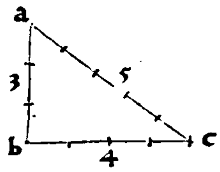
Alterius partis demõstratio.



Haud dissimili via, ostendetur c/l/ parallelogrammũ, æquũ esse a/c/h/k/ parallelogrammo siue quadrato. Connexis enim a/e/ & b/h/ lineis rectis, per primum postulatum: erunt rursum a/c/e/ & b/c/h/ triãgula adinuicẽ æqualia. Et cùm c/l/ parallelogrãmum duplum sit a/c/e/ trianguli, & quadratum a/c/h/k/ ipsius b/c/h/ trianguli itidem duplum, per eandem quadragesimãprimam propositionem: concludetur tandem parallelogrammum c/l, æquari quadrato a/c/h/k. Atqui b/l/ & c/l/ parallelogramma, conficiunt quadratum b/c/d/e, quod fit ex b/c: quadratum ergo b/c/d/e, æquum est a/b/f/g/ & a/c/h/k/ descriptis ex a/b/ &

Reliquæ partis ostensio.

a/c/quadratis. In rectangulis itaq; triangulis:& quæ ſequuntur reliqua,vt in theo-
Notandum. remate.Quod expediebat demonſtrare. ¶Hoc ſpectabile & ſemper admirãdum theorema, Pythagoras in his fertur offendiſſe numeris,3,4,5:velut ex obiecta potes elicere figura.in qua angulus qui ad b/rectus eſt: & qualium partium a/b/latus eſt trium,& b/c/quatuor,talium a/c/rectum ſubtendens angulum 5/reperitur.Quinquies porrò 5,faciunt 25:ter 3 verò/9,& quater 4/ſedecim.atqui 9 & 16/cõficiũt 25.



Corollarium.

¶In triangulis itaque rectangulis,duobus lateribus datis,ipſorum adminiculo,deuenire licebit in cognitionem reliqui: per quadratorum nempe tum additionem, tum ſubductionem adinuicem, & lateris ſeu radicis eorundem inueſtigationem. Quemadmodùm in dimetiendis rerum paſſim offendes magnitudinibus.

Θεώρημα λδ΄, Πρόθεσις μη.

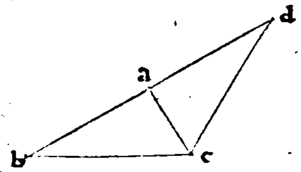
Ἐὰν τριγώνου τὸ ἀπὸ μιᾶς τῶν πλευρῶν τετράγωνον, ἴσον ᾖ τοῖς ἀπὸ τῶν λοιπῶν τοῦ τριγώνου δύο πλευρῶν τετραγώνοις, ἡ περιεχομένη γωνία ὑπὸ τῶν λοιπῶν τοῦ τριγώνου δύο πλευρῶν ὀρθή ἐστι.

Theorema 34, Propoſitio 48.

Cõuerſa prę cedentis.

SI trianguli quod ab vno laterum quadratum,æquale fuerit eis 48
quæ reliquis trianguli lateribus quadratis:angulus cõprehenſus ſub reliquis trianguli duobus lateribus,rectus erit.

ORONTIVS.¶Eſto a/b/c/trianguli quod ex b/c/quadratum,æquum eis quæ ex a/b/& a/c/lateribus fiũt quadratis:aio propterea,angulũ b/a/c/fore rectũ. A dato enim puncto a,datæ lineæ a/c,perpendicularis excitetur a/d:per vndecimã propoſitionẽ.Et per tertiam propoſitionẽ,ponatur a/d/ipſi a/b/æqualis:connectatúrq; c/d/recta,per primũ poſtulatũ. Cùm igitur a/b/ipſi a/d/ſit æqualis: æquũ eſt quod ex a/b/quadratum,ei quod fit ex a/d,per corollarium quadrageſimæſextæ propoſitionis.Addatur vtriq;,id quod ex a/c/quadratũ.Quæ ex a/b/igitur & a/c/quadrata, æqualia ſunt eis quæ ex a/c/& a/d/quadratis:per ſecundam communẽ ſentẽtiam. Eis autem quæ ex a/c/ & a/d/ quadratis,æquum eſt quod ex c/d,per antecedentẽ quadrageſimamſeptimã propoſitionẽ: angulus enim c/a/d/ rectus eſt. Quadratis porrò quæ ex a/b/& a/c,æquum eſt quod ex b/c/quadratum: per hypotheſin. Quæ autẽ æqualibus ſunt æqualia,ea ſunt æqualia adinuicẽ,per primã communẽ ſententiam. Quadratum igitur quod ex b/c,æquum eſt ei quod ex c/d/quadrato. Aequalis eſt ergo b/c/ipſi c/d:æqualia enim quadrata ſunt,quæ ab æqualibus deſcribuntur lineis rectis. Poſita eſt autem a/d/ipſi a/b/æqualis,& a/c/vtriq; cõmunis.Bina ergo latera a/b/& a/c/trianguli a/b/c,binis lateribus a/c/& a/d/trianguli a/c/d/ſunt alternatim æqualia:baſis quoq; b/c,baſi c/d/æqualis.Angulus igitur b/a/c,angulo c/a/d,per octauã propoſitionẽ eſt æqualis. Eſt autẽ c/a/d,angulus rectus,per conſtructionẽ: & b/a/c/ igitur angulus rectus eſt. Si trianguli itaq; quod ab vno laterum quadratum:&c.vt in theoremate.Quod erat oſtendendum.



Primi Libri Geometricorum Elementorum,
FINIS.

Orontij Finei Delphinatis, Regii Mathematicarvm Professoris, In Secundum elementorum Euclidis, Demonstrationes.

ΕΥΚΛΕΙΔΟΥ ΣΤΟΙΧΕΙΟΝ ΔΕΥΤΕΡΟΝ.

Παραλληλόγραμμον ὀρθογώνιον.

Παν παραλληλόγραμμον ὀρθογώνιον περιέχεσθαι λέγεται ὑπὸ δύο τῶν τὴν ὀρθὴν γωνίαν περιεχουσῶν εὐθειῶν.

Parallelogrammum rectangulum.

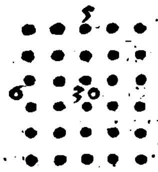
1 Omne parallelogrammum rectangulum, sub duabus rectum angulum comprehendentibus rectis lineis dicitur contineri.

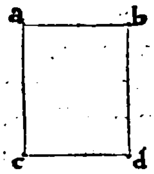
ORONTIVS. ¶ Parallelogrammum, dicitur figura quadrilatera, ex oppositis lateribus adinuicem æqualibus comprehensa. Sunt autem parallelogrammorũ quatuor tantummodò genera: vtpote, quadratũ, altera parte longius, rhombus, & rhomboides: quemadmodùm trigesimatertia primi libri antè monuimus diffinitione. Vtrunq; porrò & quadratum & altera parte longius, rectangulum adpellatur: cõtinetúrq; sub duabus lineis rectis ad rectum conuenientibus angulum, quarum altera in reliquam abstractiuè ducta, ipsum efficit parallelogrammum. ¶ Vt ex a/b/c/d/ potes elicere parallelogrammo: quod sub a/b/ & a/c/ lateribus, rectum qui ad a/ comprehendentibus angulum, continetur. Non potest enim angulus qui ad a/ fore rectus, quin per vigesimamnonam & trigesimamquartam propositionẽ libri primi, reliqui tres anguli sint itidem recti. Imaginanda est igitur a/b/ recta, fluere directa via in c: & punctũ b/ describere latus b/d. vel a/c/ rectam, venire recto fluxu in b: atq; punctum c/ efficere latus c/d. Ita enim abstractiuè describuntur parallelogramma rectangula. Ad quorum similitudinem, numerus per alium quemuis numerum multiplicatus, planum atq; rectãgulum efficit numerũ: vti subiecta videtur indicare figura, in qua 6/ vnitates per 5/ multiplicatæ, reddunt 30/ planum & rectangulum numerum.

Quid parallelogrãmum.

Quot parallelogrammorũ genera.

Exemplum.





Γνώμων τί.

Παντὸς δὲ παραλληλογράμμου χωρίου τῶν περὶ τὴν διάμετρον αὐτοῦ ἓν παραλληλογράμμων ὁποιονοῦν σὺν τοῖς δυσὶ παραπληρώμασι, γνώμων καλείσθω.

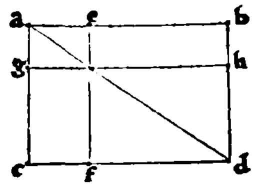
Quid gnomon.

2 Omnis parallelogrãmi loci eorum quæ circa dimetientẽ illius sunt parallelogrammorum, vnumquodq; eorum cum binis supplementis, gnomon vocetur.

ORONTIVS. ¶ Quanquàm gnomonem propriè intelligamus rectangulum: accipitur tamen suprà scripta gnomonis diffinitio, pro quacunq; figura ex duobus cuiusuis oblati parallelogrammi supplementis, & altero eorum quæ circa dimetiẽtem illius sunt parallelogrammorũ comprehensa. Diximus autem quadragesima tertia propositione primi libri, quænam sint parallelogramma circa dimetientem alicuius consistentia parallelogrammi: quæ item sint eorundem parallelogrammorum supplementa. ¶ Sit igitur a/b/c/d/ parallelogrammum, & illius dimetiens a/d: circa verò dimetientem consistant g/e/ & f/h/ parallelogramma, atque illorum supplementa g/f/ & e/h. Dico itaque g/e/ parallelogrammũ, vnà cum binis supplementis g/f/ & e/h: gnomonem efficere f/g/e/h, seu f/a/h. Cui si addatur f/h/ parallelogrammum: totum integrabitur a/b/c/d. aut si eidem f/ h/ parallelogrammo, gnomon circumponatur f/g/e/h: nõ mutabitur, sed augmentabitur figura. Est autem eiuscemodi gnomonum tradita descriptio, in partium oblatorum in demonstrationibus parallelogrammorum expeditiorem expressionem, principaliter excogitata.

Vide 43 primi

Gnomonis exemplum.



Cur tales assumpti gnomones.

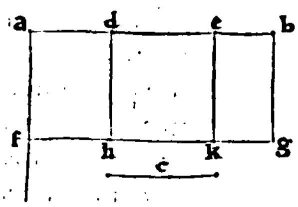
Θεώρημα α, Πρόθεσις α.

Ἐὰν ὦσι δύο εὐθεῖαι, τμηθῇ δὲ ἡ ἑτέρα αὐτῶν, εἰς ὁσαδηποτοῦν τμήματα, τὸ περιεχόμενον ὀρθογώνιον ὑπὸ τῶν δύο εὐθειῶν ἴσον ἐστὶ τοῖς ὑπό τε τῆς ἀτμήτου καὶ ἑκάστου τῶν τμημάτων περιεχομένοις ὀρθογωνίοις.

Theorema 1, Propositio 1.

SI fuerint binæ rectæ lineæ, seceturq; ipsarum altera in quot- 1
cunque segmenta: rectangulum comprehensum sub duabus rectis lineis, æquum est eis quæ ab insecta & quolibet segmento rectangulis comprehenduntur.

ORONTIVS. ¶ Sint binæ rectæ lineæ a/b/ & c: quarum altera, vtpote a/b, secetur in a/d, d/e, & e/b/ segmenta. Aio quòd sub a/b/ & ipsa c/ comprehensum rectãgulum: æquum est eis, quæ sub c/ & a/d/ & d/e/ atque e/b/ comprehenduntur rectangulis. A dato enim puncto a, datæ rectæ lineæ a/b, recta quædam, per vndecimã primi libri propositionem, ad rectos excitetur angulos, excedens datam lineã c: à qua secetur æqualis eidem c, per tertiã eiusdem primi, sitq; a/f. Per datũ insuper punctum f, ipsi a/b/ parallela ducatur f/g: atque per b, d, & e/ puncta ipsi a/ f, atque inuicem parallelæ ducantur b/g, d/h, & e/k, per trigesimamprimã eiusdẽ primi. Rectangula igitur sunt a/b/f/g, a/h, d/k, & e/g/ parallelogrãma. Quælibet insuper/ & b/g/ & d/h/ & e/k, ipsi a/f/ est æqualis, per trigesimamquartã eiusdẽ primi. eidẽ quoq; a/f/ est æqualis c. ommes igitur adinuicẽ, atq; ipsi c/ sunt æquales: per primam communem sententiam. Quod igitur sub c/ & a/d/ continetur rectangulum, æquum est ipsi a/h: & quod sub c/ & d/e, ipsi d/k: atq; id quod sub eadem c/ & e/b, ipsi e/g/ rectangulo æquale. Ipsis porrò a/h, d/k, & e/g/ rectangulis, æquum est a/b/f/g/ rectangulum (nempe totum suis partibus integralibus simul sumptis) continetúrq; sub a/b/ & a/f, quæ ipsi c/ data est æqualis. Datis igitur binis lineis rectis a/b/ & c, quod sub eisdem continetur rectangulum, æquum est eis quæ sub insecta c, & quolibet ipsius a/b/ segmento comprehenduntur rectangulis. Quod oportebat demonstrare.



Ex hac propositione, numerorum ab Arithmeticis tradita colligitur multiplicatio.

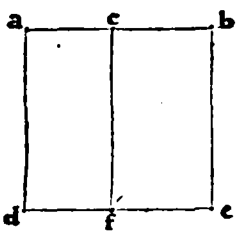
Θεώρημα β, Πρόθεσις β.

Ἐὰν εὐθεῖα γραμμὴ τμηθῇ ὡς ἔτυχε, τὰ ὑπὸ τῆς ὅλης καὶ ἑκατέρου τῶν τμημάτων περιεχόμενα ὀρθογώνια, ἴσα ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ὅλης τετραγώνῳ.

Theorema 2, Propositio 2.

2 SI recta linea secetur vtcunq; : quæ sub tota & quolibet segmẽtorum rectangula comprehenduntur, æqualia sunt ei quod ex tota est quadrato.

ORONTIVS. ¶Recta linea vtcunque secari dicitur, quæ in quouis dato illius puncto, absq; partiũ determinata ratione, indifferenter diuiditur. Sit igitur a/b/linea recta, quæ vtcunq; secetur in c. Dico ꝙ sub a/b/& a/c, atq; sub eadem a/b/& c/b/cõpræhensa rectangula: æqua sunt ei, quod ex tota a/b/fit quadrato. Ex data nanq; a/b, quadratum describatur a/b/d/e: per quadragesimamsextã primi. Et per datum punctum c, vtriq; & a/d/& b/e/ parallela ducatur c/f: per trigesimamprimam eiusdem primi libri propositionem. Rectangula igitur sunt, a/f/& c/e/parallelogrãma: atque ipsum a/f/sub a/d/& a/c, ipsum verò c/e/ sub c/b/ & b/e, per primam huius diffinitionem comprehensum. *Quid rectam lineam vtcũque secari.*



Et quoniam a/b/& a/d/sunt binæ quædam lineæ rectæ: & ipsarũ altera, scilicet a/b, secta est in a/c/& c/b/segmẽta, ex hypothesi. Quæ igitur ab insecta a/ d, & vtroque segmento a/c/& c/b/continẽtur rectangula: æqua sunt ei, quod sub duabus lineis rectis a/b/& a/d/cõprehenditur rectangulo, per primam huius secundi propositionem. Atqui b/e/ipsi a/d, & vtraque ipsi a/b, per trigesimam diffinitionem primi est æqualis: necnon a/b/d/e/rectangulum, id quod ex ipsa a/b/fit quadratũ. Quæ sub tota igitur a/b, & quolibet segmento a/c/& c/b, rectangula comprehenduntur: æqualia sunt ei quod ex tota a/b/est quadrato. Quod erat ostendendum.

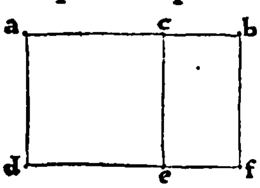
Θεώρημα γ, Πρόθεσις. γ.

Ἐὰν εὐθεῖα γραμμὴ ὡς ἔτυχε τμηθῇ, τὸ ὑπὸ τῆς ὅλης καὶ ἑνὸς τῶν τμημάτων περιεχόμενον ὀρθογώνιον ἴσον ἐστὶ τῷ τε ὑπὸ τῶν τμημάτων περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ, καὶ τῷ ἀπὸ τοῦ προειρημένου τμήματος τετραγώνῳ.

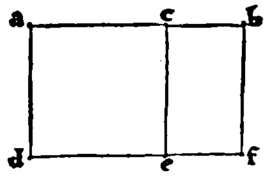
Theorema 3, Propositio 3.

3 SI recta linea secetur vtcunque: rectangulum sub tota & vno segmentorum cõprehensum, æquum est ei quod sub segmentis comprehenditur rectangulo, & ei quod ex prædicto segmento fit quadrato.

ORONTIVS. ¶Esto a/b/recta linea, vtcunq; secta in puncto c. Aio quòd sub tota a/b/& altero segmentorum, vtpote a/c, comprehensum rectangulum: æquum est ei quod sub a/c/& c/b/segmẽtis rectãgulo cõtinetur, & ei quod ex eodẽ segmento a/c/fit quadrato. Describatur enim ex a/c, quadratũ a/c/d/e: per quadragesimãsextam primi. & producatur d/e/in directũ vsq; ad f, per secundum postulatũ. Per



punctum deniq; b, vtriq; & a/d/& c/e/ parallela ducatur b/f: per trigesimãprimam ipsius primi. Rectãgula igitur sunt a/f/& c/f/parallelogramma, per primam huius diffinitionẽ. Et quoniam a/b/ & a/d/ binæ quædam videntur esse lineæ rectæ: quarũ altera, vtpote a/b, secta est per hypothesin in a/c/& c/b/segmẽta. Sub duabus igitur lineis



rectis a/b/& a/d/comprehēſum rectangulum a/f,æquū eſt eis quæ ab inſecta a/d/ & quolibet ſegmento a/c/ & c/b/continentur rectangulis: per primam huius ſecundi propoſitionem, hoc eſt rectangulis a/e/ & c/f. Atqui a/f/rectangulum, æquum eſt ei quod ſub tota a/b,& ſegmento a/c/continetur: nam a/d/ipſi a/c/eſt æqualis, per trigeſimam diffinitionem primi. A/e/porrò quadratū,quod ex eodem ſegmento a/c/deſcribitur. Rectangulū deniq; c/f,æquū eſt ei quod ſub a/c/& c/b/ſegmentis cōtinetur:eſt enim c/e/eidē a/c,per ipſius quadrati diffinitionē æqualis. Si recta igitur linea a/b,vtcūq; ſecetur in puncto c:rectangulū ſub tota a/b/& altero ſegmentorum a/c/cōprehenſum,æquū eſt ei quod ſub a/c/& c/b/ ſegmentis fit rectangulo,& ei quod ex prædicto ſegmento a/c/ eſt quadrato. Quod oſtendere oportebat.

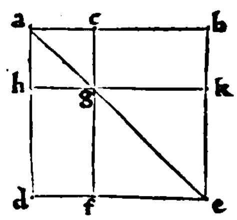
Θεώρημα δ, Πρόθεσις δ.

Ἐὰν εὐθεῖα γραμμὴ τμηθῇ ὡς ἔτυχε, τὸ ἀπὸ τῆς ὅλης τετράγωνον ἴσον ἐστὶ τοῖς τε ἀπὸ τῶν τμημάτων τετραγώνοις, καὶ τῷ δὶς ὑπὸ τῶν τμημάτων περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ.

Theorema 4, Propoſitio 4.

SI recta linea ſecetur vtcūq;:quadratum quod fit ex tota,æquū eſt quadratis quę fiunt ex ſegmētis,& ei quod bis ſub ſegmentis comprehenditur rectangulo, 4

ORONTIVS. ¶Sit a/b/linea recta,quæ ſecetur vtcunq; in pūcto c. Dico quadratum quod ex tota fit a/b, æquum eſſe eis quæ ex a/c/& c/b/ deſcribuntur quadratis, & bis ſub a/c/ & c/ b/ ſegmentis comprehenſo rectangulo. Deſcribatur in primis ex a/b,quadratum a/b/d/e:per quadrageſimamſextam primi. Et connectatur a/e/dimetiens,per primum poſtulatum.& per datum punctum c, vtrique a/d/ & b/e/parallela ducatur c/f/ſecans a/e/dimetientem in puncto g. Per punctum deniq; g,ipſis a/b/& d/e/parallela ducatur h/k: per trigeſimamprimam eiuſdem primi. Cum igitur a/b/d/e/ſit quadratū,æqualis eſt a/b/ipſi b/e:per trigeſimā ipſius



Hoc theorema à nōnullis aliter demonſtratur:ſed hæc demonſtratio eſt omniū clariſſima.

primi diffinitionem. Iſoſcelis igitur a/b/e/trianguli, qui ad baſin a/e/fiunt anguli,hoc eſt b/a/e/& a/e/b,ſunt per quintam primi adinuicē æquales. Eiuſdem porrò trianguli a/b/e/tres anguli, binis ſunt rectis æquales:per trigeſimamſecūdam primi. Rectus eſt autem angulus qui ad b. reliqui igitur anguli b/a/e/& a/e/b, vni recto ſunt æquales. ſunt autem & æquales adinuicem:vterq; igitur dimidium eſt anguli recti. Trianguli rurſum a/c/g/ tres anguli, duobus rectis,per eandem trigeſimamſecundam primi,coæquantur. a/c/g/porrò angulus, rectus eſt: nempe æqualis interiori,& ad eaſdē partes qui ad b,per vigeſimamnonā ipſius primi. Ergo reliqui duo anguli c/a/g/& a/g/c,vni recto ſunt æquales. ſed dimidium recti eſt c/a/g/angulus:igitur & a/g/c,recti itidem eſt dimidiū. Aequus eſt propterea angulus c/a/g/ipſi a/c/g:per primam communem ſententiam. Et latus conſequenter a/c,lateri c/g,per ſextam primi æquale. Eſt autem & a/h/latus,ipſi c/g, necnon h/g/ipſi a/c/æquale:per trigeſimamquartā eiuſdem primi. Aequilaterum eſt itaq; a/c/g/h/ parallelogrammum. aio quòd & rectangulum:nam angulus qui ad/ a,rectus eſt. Rectangulum porrò ſub duabus rectis lineis angulum rectū comprehendentibus,per primam huius diffinitionem,cōtineri dicitur. Quadratum eſt igitur a/c/g/h:& æquum ei quod ex a/c. Haud diſſimili diſcurſu,f/k/parallelogrammū, quadratū eſſe conuincetur:& æquale ei quod ex c/b/. Nam æqualis eſt g/k/eidē a/c, per eandem trigeſimamquartā primi. Et quoniam æquum eſt h/f/ſupplementū ipsi c/k, per quadragesimamtertiam primi: & c/k/ id quod sub a/c/ & c/b, nam ipsi a/c/ ostensa est æqualis c/g. Rectangula igitur c/k/ & h/f, æqua sunt ei, quod bis sub segmentis comprehenditur, rectangulo. Ostensum est autem a/g/ & g/e/ quadrata, eis fore æqualia/ quæ ab eisdem segmentis fiunt quadratis. Et a/g/igitur & g/e, vnà cum c/k/ & h/f, æqualia sunt quadratis quæ fiunt ex segmẽtis, & ei quod bis sub segmentis comprehenditur rectangulo. Eisdem porrò a/g, g/e, c/k, & h/f, æquum est quadratum a/b/d/e, ex ipsa a/b/descriptum: nempe totum suis partibus integralibus. Quod igitur ex tota a/b/fit quadratum: æquum est quadratis quæ fiunt ex a/c/& c/b/segmentis, & ei quod bis sub eisdem segmentis comprehenditur rectangulo. Quod fuerat demonstrandum.

Corollarium.

¶Parallelogramma igitur, quæ circa quadrati dimetientem cõsistunt, fore itidem quadrata: relinquitur manifestum.

Θεώρημα ε, Πρόθεσις ε.

Ἐὰν εὐθεῖα γραμμὴ τμηθῇ εἰς ἴσα καὶ ἄνισα, τὸ ὑπὸ τῶν ἀνίσων τῆς ὅλης τμημάτων περιεχόμενον ὀρθογώνιον μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς μεταξὺ τῶν τομῶν τετραγώνου, ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ἡμισείας τετραγώνῳ.

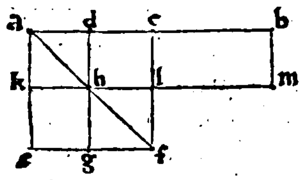
Theorema 5, Propositio 5.

5 SI recta linea secetur in æqualia, & non æqualia: rectangulum comprehensum ab inæqualibus sectionibus totius, vnà cum quadrato quod à medio sectionum, æquum est ei quod à dimidia fit quadrato.

ORONTIVS. ¶Sit rursum a/b/linea recta: quæ bifariam secetur in puncto c, atque in non æqualia, in puncto d. Aio quod sub a/d/& d/b/comprehensum rectangulũ, vnà cum eo quod ex d/c/quadrato: æquum est ei, quod ex a/c/dimidia fit quadrato. Describatur ergo ex a/c, quadratum a/c/e/f: per quadragesimamsextam primi. & connectatur dimetiens a/f, per primum postulatum. per punctum insuper d, vtrique a/e/& c/f/parallela ducatur d/g, secans a/f/ dimetientem in puncto h. Rursum per datum pũctum h, ducatur k/l/m, ipsis a/b/& e/f/ parallela: per trigesimã primam ipsius primi. tandem per pũctum b, ipsis a/k/& c/l/ parallela ducatur b/m: per eandem trigesimamprimam primi. His ita constructis, quoniam supplementum g/k, æquum est supplemẽto d/l, per quadragesimã tertiam ipsius primi: addatur commune a/h. totum ergo a/g, toti a/l/ rectangulo, per secundam communem sententiã erit æquale. At c/m/eidem a/l/est æquale, per trigesimãsextã eiusdẽ primi: sunt enim in basibus æqualibus a/c/& c/b, & in eisdem parallelis a/b/& k/m. Et a/g/ igitur ipsi c/m, per primam communem sententiam est æquale.

Cõstructio figuræ.

Demõstratio theorematis.



Addatur rursum commune rectangulum d/l. Et d/m/ igitur rectangulum, per eandem secundã cõmunem sententiam, æquabitur gnomoni g/a/l. Atqui d/m/ rectãgulum æquum est ei quod sub a/d/& d/b/continetur: quadratum est enim a/h, per corollarium quartæ propositionis huius: & æqualis propterea a/d/ ipsi d/h, sub qua & d/b, ipsum d/m/cõprehenditur rectangulũ. Quod igitur sub a/d/& d/b/ continetur rectangulum, æquum est gnomoni g/a/l. Addatur tandem commune quadratum h/f. Comprehensum igitur sub a/d/ & d/b/ rectangulum, vnà cum quadrato h/f, æquum est gnomoni g/a/l, atque ipsi quadrato h/f. Quadratũ porrò h/f, æquum est ei quod sub d/c/medio sectionum: fit enim ex h/l, quæ ipsi d/c, per trigesimãquartã primi est æqualis. Quod igitur sub a/d/& d/b/cõtinetur rectangulũ, vnà cum quadrato quod ex d/c, æquum eſt gnomoni g/a/l,atque ipſi quadrato h/f. Ipſis demum g/a/l/gnomoni & quadrato h/f, æquum eſt a/c/e/f,quod à dimidia a/c/deſcriptum eſt quadratum.Rectangulum igitur comprehẽſum ſub a/d/ & d/b/ inæqualibus ſectionibus,vnà cum quadrato quod à medio ſectionũ d/c, æquum eſt ei quod ex a/b/dimidia fit quadrato. Si recta igitur linea,& quæ ſequũtur reliqua: vt in theoremate.Quod oſtendendum ſuſceperamus.

Θεώρημα ϛ, Πρότασις ϛ.

Ἐὰν εὐθεῖα γραμμὴ τμηθῇ δίχα, προστεθῇ δέ τις αὐτῇ εὐθεῖα ἐπ' εὐθείας, τὸ ἀπὸ τῆς ὅλης σὺν τῇ προσκειμένῃ, καὶ τῆς προσκειμένης περιεχόμενον ὀρθογώνιον, μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς ἡμισείας τετραγώνου, ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς συγκειμένης ἔκ τε τῆς ἡμισείας καὶ τῆς προσκειμένης ὡς ἀπὸ μιᾶς ἀναγραφέντι τετραγώνῳ.

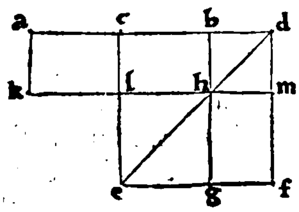
Theorema 6, Propoſitio 6.

SI recta linea bifariam ſecetur, adijciatúrque ei aliqua recta linea in rectum: rectangulum comprehenſum ſub tota cum appoſita & appoſita, vnà cum quadrato quod fit à dimidia, æquum eſt ei quod ex coniecta ex dimidia & appoſita, tãquàm ex vna deſcripto quadrato. 6

ORONTIVS. ¶Eſto a/b/linea recta,ſecta bifariã in puncto c: cui recta quædam linea b/d/in directum adijciatur.Dico,quod ſub a/d,& d/b/ comprehenſum rectãgulum,vnà cum eo quod ex c/b/quadrato:æquũ eſt quadrato quod ex c/d. Fiat enim ex c/d/quadratum c/d/e/f,per quadrageſimamſextam primi: & connectatur e/d/per primum poſtulatum.Per punctum inſuper b, vtrique c/e/& d/f,per trigeſimamprimam eiuſdem primi,parallela ducatur b/g,quæ ſecet dimetientem e/d/in puncto h. Rurſum per punctum h,ducatur k/l/m,ipſis a/d/& e/f/parallela: necnon per a/punctũ, vtriq; c/l/& d/m/ parallela a/k, per eandem trigeſimamprimam primi. Cùm igitur a/c/ æqualis ſit ipſi c/b/per hypotheſin, & a/d/ipſi k/m/parallela: æquum eſt a/l/parallelogrammum,ipſi c/h/parallelogrammo, per trigeſimamſextam primi. Eidem porrò c/h, æquum eſt h/f/ſupplemẽtum: per quadrageſimamtertiam eiuſdem primi.Et a/l/ igitur ipſi h/f, per primam communem ſententiam eſt æquale. Addatur vtrique æqualium commune c/m. totum igitur a/m/ rectangulum, gnomoni l/ d/ g, per ſecundam communem ſententiam æquabitur.Atqui a/m/ eſt æquale ei,quod ſub a/d/ & d/ b/ comprehenditur rectangulo: continetur enim ſub a/d/& d/m,quæ eſt æqualis ipſi d/b, nam b/ m/ quadratũ eſt,per corollarium quartæ huius ſecundi.Comprehenſum igitur ſub a/d/& d/b/rectangulum, æquum eſt gnomoni l/ d/g.commune rurſum addatur l/g,quod per idem corollarium quartæ huius eſt quadratum.Quod igitur ſub a/d/& d/b/cõtinetur rectangulum,vnà cum l/g/quadrato:æquũ eſt gnomoni l/d/g,& eidem quadrato l/g. Ipſis porrò gnomoni l/d/g, & quadrato l/ g: æquum eſt c/d/e/f/ quadratum.& quadratum l/g, æquũ eſt ei quod ex c/b: eſt enim l/h/(ex qua fit ipſum l/g/ quadratum)æqualis ipſi c/b,per trigeſimamquartã primi. Rectangulũ igitur ſub a/d,hoc eſt ſub tota a/b/cum adpoſita b/d,& ipſa b/d/adpoſita comprehenſum,vnà cum quadrato quod fit à dimidia c/b: æquũ ei eſt quod fit ex c/d,hoc eſt ex dimidia c/b, & adpoſita b/d, tanquàm ex vna deſcripto quadrato. Quod demonſtrare fuerat operæpretium.

Figuræ compoſitio.

Oſtenſionis deductio.



Θεώρημα ζ, Πρόθεσις ζ.

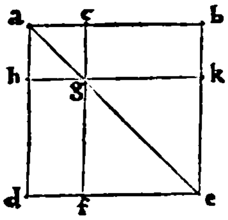
EAν ἰυθεῖα γραμμὴ τμηθῇ ὡς ἔτυχε, τὸ ἀπὸ τῆς ὅλης καὶ ἀφ' ἑνὸς τῶν τμημάτων τὰ συναμφότερα τετράγωνα ἴσα ἐστὶ τῷ τε δὶς ὑπὸ τῆς ὅλης καὶ τοῦ εἰρημένου τμήματος περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ, καὶ τῷ ἀπὸ τοῦ λοιποῦ τμήματος τετραγώνῳ.

Theorema 7, Propoſitio 7.

7 SI recta linea ſecetur vtcunque: quod à tota & ab vno ſegmentorum vtraque fiunt quadrata, æqualia ſunt rectangulo comprehenſo bis ſub tota & dicto ſegmento, & ei quod à reliquo ſegmento fit quadrato.

ORONTIVS. ¶Data enim recta linea a/b, vtcunq; ſecetur in puncto c. Aio ex tota a/b, & vno ſegmentorũ, vtpote a/c, vtraq; deſcripta quadrata: æqualia fore ei quod bis ſub a/b/& a/c/cõtinetur rectangulo, & ei quod ex c/b/fit quadrato. Ex ipſa enim a/b, deſcribatur quadratum a/b/d/e, per quadrageſimamſextam primi: & connectatur a/e/dimetiens, per primum poſtulatum. Per punctum deinde c, ducatur c/f/ipſis a/d/& b/e/parallela, ſecans a/e/dimetientem in g. & per idem punctũ g, vtrique a/b/& d/e/ parallela rurſum ducatur h/k: per trigeſimamprimam primi. Figuræ præparatio.

Erunt igitur h/c/& f/k/parallelogramma, circa dimetientem a/e/cõſiſtentia, quadrata: per quartæ huius corollarium. Et quoniam c/k/& h/f/ſupplementa, ſunt per quadrageſimamtertiam ipſius primi adinuicem æqualia. addatur vtrique, commune quadratum h/c. Totum igitur a/k, toti a/f, per ſecundam communem ſententiam erit æquale. Eſt autem a/k/ æquum ei quod ſub tota a/b, & ſegmento a/c/continetur rectangulo: nam a/c, ipſi a/h, per quadrati diffinitionem eſt æqualis. Rectangulis itaque a/k/& a/f/æquum eſt id, quod bis ſub a/b/& a/c/ continetur rectangulum. Eiſdẽ porrò a/k/& a/f/rectangulis, æquatur gnomon f/a/k, & quadratũ inſuper h/c (bis enim cum ipſis a/k/& a/f/rectangulis, includitur quadratum h/c) gnomon igitur f/a/k, vnà cũ quadrato h/c, æqualis eſt ei quod bis ſub a/b/ & a/c/comprehẽditur rectangulo. Addatur rurſum cõmune quadratum f/k: Gnomon igitur f/a/k, vnà cum quadratis h/c/& f/k: ei quod bis ſub a/b/& a/c/cõtinetur rectangulo, & ipſi quadrato f/k/eſt æqualis. Atqui f/a/k/gnomoni, & quadrato f/k: æquum eſt a/b/d/e/quadratum. Igitur quadratum a/b/d/e, vnà cum quadrato h/c: æquum eſt cõprehenſo bis ſub a/b/& a/c/ rectangulo, & ipſi f/k/quadrato. Sed a/b/d/e/quadratũ, ex tota a/b/deſcriptũ eſt. & h/c/quadratum, id quod ſub a/c/ſegmento. f/k/autem æquale ei, quod fit ex reliquo ſegmento c/b: fit enim ex g/k, quæ ipſi c/b, per trigeſimamquartã primi eſt æqualis. Quod igitur ex tota a/b/& ſegmento a/c/vtraq; fiunt quadrata: æqualia ſunt rectangulo comprehenſo bis ſub tota a/b, & dicto ſegmẽto a/c, & ei quod ſub reliquo ſegmento c/b/fit quadrato. Si recta igitur linea: &c. vt in theoremate. Quod oportuit oſtendiſſe. Demõſtratio theorematis.



Θεώρημα η, Πρόθεσις η.

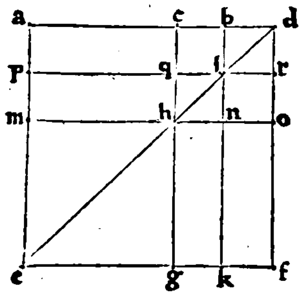
EAν ἰυθεῖα γραμμὴ τμηθῇ ὡς ἔτυχε, τὸ τετράκις ὑπὸ τῆς ὅλης καὶ ἑνὸς τῶν τμημάτων περιεχόμενον ὀρθογώνιον μετὰ τοῦ ἀπὸ λοιποῦ τμήματος τετραγώνου, ἴσον ἐστὶ τῷ τε ἀπὸ τῆς ὅλης καὶ τοῦ εἰρημένου τμήματος, ὡς ἀπὸ μιᾶς ἀναγραφέντι τετραγώνῳ.

Theorema 8, Propoſitio 8.

8 SI recta linea ſecetur vtcunque: rectangulum comprehenſum quater ſub tota & vno ſegmentorum, cũ eo quod ex reliquo

ſegmento eſt quadrato,æquum eſt ei quod fit ex tota & prædicto ſegmento tanquam ab vna deſcripto quadrato.

ORONTIVS. ¶Eſto a/b/recta linea,vcunque ſecta in puncto c. dico quòd rectangulum quater ſub tota a/b,& vno ſegmentorũ,vtpote b/c/comprehenſum,vnà cum quadrato quod fit ex a/c:æquum eſt ei,quod ex a/b/& eodem ſegmento b/c,
Figurę cõſtructio. tanquam ab vna deſcribitur quadrato. Producatur enim a/b/in directum verſus d,per ſecundum poſtulatum:& ponatur b/d/æqualis ipſi b/c,per tertiam primi. Ex a/d/ autem deſcribatur quadratũ a/d/e/f, per quadrageſimamſextam eiuſdem primi:& connectatur dimetiens e/d,per primum poſtulatum.Per trigeſimamprimam deinde ipſius primi,per c/& b/puncta,ipſis a/e/& d/f/parallelæ ducãtur c/g/& b/k, dimetiẽtem e/d/ſecantes in pũctis h,l:& per eandem trigeſimãprimam,per puncta
Demõſtratio theorematis. h/& l,ipſis a/d/& e/f/parallelæ rurſum ducantur m/n/o/& p/q/r. Et quoniam per conſtructionem c/b/ipſi b/d/eſt æqualis:& q/l/ipſi c/b,necnon l/r,ipſi b/d,per trigeſimamquartam primi.Eſt igitur q/l/æqualis ipſi l/r, per primam communem ſententiam:quæ enim æqualibus æqualia ſunt,ea ſunt æqualia adinuicem.& h/n/cõſequenter,ipſi n/o/itidem concludetur æqualis.Parallelogrammum itaque b/r/æquũ eſt ipſi c/l,& proinde q/n/ipſi l/o/parallelogrammo æquale,per trigeſimamſextam



ipſius primi: ſunt enim b/r/ & c/l/in æqualibus baſibus, ac in eiſdem parallelis conſtituta,ſimiliter & q/n/ atque l/o.Atqui c/l/& l/o/ſupplemẽta eorum quæ circa dimetientem h/d/ſunt parallelogrammorum, per quadrageſimamtertiam eiuſdem primi æqualia ſunt adinuicem. Igitur b/r/& q/n/parallelogramma, æquis ſunt æqualia parallelogrammis:& æqua propterea adinuicẽ,per eandem primam communem ſententiam. Quatuor igitur b/r,c/l,l/o, & q/n,ſunt adinuicem æqualia: & quadrupla conſequenter ipſius c/l. Inſuper quoniam b/r/& q/n/parallelogrãma,per corollarium quartæ huius ſunt quadrata:æqualis eſt b/l/ipſi b/d,& q/h/ipſi q/l,per ipſius quadrati diffinitionem.Eidem porrò b/d/æqualis eſt c/b,per cõſtructionem:& b/l/ igitur ipſi c/b,per primã communem ſententiã eſt æqualis.Ipſi rurſum c/b/æqualis eſt q/l,necnon c/q/ipſi b/l/æqualis, per trigeſimamquartam primi:& c/q/igitur ipſi q/l,per eandem cõmunem ſententiã eſt æqualis.at q/h,eidem q/l/æqualis præoſtenſa eſt:& c/q/igitur,ipſi q/h,per ipſam primam communẽ ſententiam eſt æqualis.Patuit autẽ,quòd & h/n/ipſi n/o/itidem æqualis eſt. Parallelogrammum igitur a/q/ipſi p/h,necnon h/k/ipſi n/f/,per trigeſimamſextã primi coæquatur:ſunt enim a/q/& p/h/in baſibus æqualibus/ac in eiſdẽ parallelis,ſimiliter & h/k/atq; n/f/ conſtituta. Ipſa verò p/h/& h/k,ſunt rurſum adinuicẽ æqualia,per quadrageſimãtertiam ipſius primi:nempe ſupplementa eorũ,quæ circa dimetientẽ e/l/ſunt parallelogrammorum.Et a/q/igitur & n/f/ parallelogramma,æqualibus ſunt æqualia parallelogrãmis:& æqualia propterea adinuicẽ,per primã communẽ ſententiã. Quatuor igitur a/q,p/h,h/k,& n/f, æqualia ſunt adinuicem: & quadrupla conſequenter ipſius a/q/parallelogrãmi.Oſtenſum eſt autem,ꝙ & b/r,c/l,l/o, & q/n, quadruplũ ſunt ipſius c/l.Octo igitur parallelogrãma,m/d/g/gnomonẽ conſtituentia,quadruplum efficiunt totius a/l/parallelogrãmi.Eſt autẽ a/l/ parallelogrãmũ,ei quod ſub a/b/& b/c/cõtinetur rectangulo æquale:nam b/l,ipſi b/c,æqualis oſtẽſa eſt.Rectangulum igitur quater ſub a/b/& b/c/cõprehenſum,æquum eſt gnomoni m/d/g. Addatur commune quadratum m/g.Quater igitur ſub a/b/& b/c/comprehenſum rectangulũ,vnà cũ quadrato m/g:æquatur gnomoni m/d/g,& eidem m/g/ quadrato.

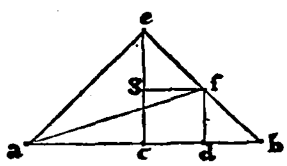
Ipsis porrò gnomoni m/d/g,& quadrato m/ g: æquum est quàdratũ a/d/e/f.Comprehēsum igitur quater sub a/b/& b/d/rectangulũ,vnà cum quadrato m/g:æquum est,per primam communem sententiam,ipsi quadrato a/d/e/f.Atqui m/g/quadratum æquum est ei, quod ex a/c: fit enim ex m/h, quæ eidem a/c, per trigesimamquartam primi,est æqualis.Quadratum autē a/d/e/f, æquum est ei,quod ex a/b/& b/c/tanq̃ ex vna describitur quadrato:data est enim b/d,ipsi b/c/æqualis. Si recta igitur linea a/b,secetur vtcunque in puncto c:rectangulum comprehensum quater sub tota a/b/& segmento b/c, cum eo quod ex reliquo segmento a/c/ est quadrato, æquum est ei quod fit sub tota a/b,& prædicto segmento b/c/,tanquam ex vna descripto quadrato.Quod demonstrare fuerat operæpretium.

Θεώρημα θ, Πρόθεσις θ.

Ἐὰν εὐθεῖα γραμμὴ τμηθῇ εἰς ἴσα καὶ ἄνισα, τὰ ἀπὸ τῶν ἀνίσων τῆς ὅλης τῶν τμημάτων τετράγωνα, διπλάσιά ἐστι τοῦ τε ἀπὸ τῆς ἡμισείας καὶ τοῦ ἀπὸ τῆς μεταξὺ τῶν τομῶν τετραγώνου. Theorema 9, Propositio 9.

9 SI recta linea secetur in æqualia & nõ æqualia:quæ ab inæqualibus totius segmenti fiunt quadrata,dupla sunt eius quod à dimidia,& eius quod à medio sectionum fit quadratorum.

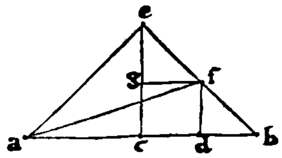
ORONTIVS.¶Secetur enim a/b/recta bifariam,in puncto c:& in non æqualia,in d.Aio quòd descripta ex a/d/& d/b/quadrata,dupla sunt eorum quæ ex a/c/ & c/d fiunt quadratorum. A dato enim puncto c, datæ rectæ lineæ a/b, recta linea c/e/ad rectos excitetur angulos,per vndecimã primi:& vtrique ipsarum a/c/& c/b/ ponatur æqualis,per tertiã eiusdem primi.Connectãtur deinde a/e/& e/b, per primum postulatũ.Per punctũ insuper d,ipsi c/e/ducatur parallella d/f: atq; per punctum f,ipsi a/b/parallela ducatur f/g,per trigesimamprimã ipsius primi.connectatur tandem a/f, per idem primũ postulatum. Cùm igitur a/c/sit æqualis ipsi c/e: erit per quintam primi, angulus c/a/e,æqualis angulo a/e/c. Et quoniam trianguli e/a/c/tres anguli,sunt æquales duobus rectis,per trigesimamsecundam ipsius primi,rectus est autē qui ad c:reliqui igitur anguli c/a/e/& a/e/c,vni recto sunt æquales.sunt autē æquales adinuicem,vterque igitur c/a/e/& a/e/c,recti dimidius est.Et proinde vterq; eorũ qui ad basin e/b, isoscelis e/c/b, dimidius est recti.Itaq; totus a/e/b/angulus,rectus est.Rursum,quoniam e/g/f/trianguli tres anguli,binis rectis sunt æquales,per eandē trigesimamsecũdam primi. rectus est autem qui ad g: nam æqualis interiori & opposito ad easdem partes,qui ad c, per vigesimamnonam primi.dimidius item recti est,qui sub g/e/f.Reliquus igitur qui sub e/f/g, recti itidem est dimidius.Ambo igitur eidem,vtpote dimidio vnius recti,sunt æquales:& æquales propterea adinuicem,per primam communem sententiam.Et latus consequenter e/g,lateri g/f/æquale,per sextã primi.Haud dissimili via,latus f/d,lateri d/b/cõcluditur æquale. His ita præostensis,quoniam a/c/æqualis est ipsi c/e:æquũ est quadratũ quod fit ex a/c,ei quod ex c/e/fit quadrato:per corollariũ quadragesimæsextæ ipsius primi.Eis porrò quæ ex a/c/ & c/e/fiunt quadratis,æquũ est quod ex a/e/ describitur, per quadragesimamseptimam eiusdem primi:& propterea duplũ eius quod fit ex a/c. quod enim binis æqualibus est æquale,alterutrius æqualiũ duplum est. Item quoniam æqualis est e/g/ipsi g/f:æquum est rursum per idem corollariũ, descriptum ex e/g/quadratum,ei quod fit ex g/f. Eisdem porrò quadratis quæ ex e/g/& g/f,æquum est quod fit ex e/f, per eandem penultimam primi.Duplum est



Vt construenda figura.

Primus demõstratiõis progressus.

Secũd⁹ & prĩcipalis processus demõstrationis.



igitur quod ex e/f/quadratum, eius quod ex g/f/describitur. Atqui g/f/ipsi c/d/est æqualis, per trigesimãquartam primi: & ab æqualibus rectis, æqualia describuntur quadrata, per corollariũ ipsius quadragesimæsextæ primi libri. Quod igitur ex e/ f/ quadratum, duplum est eius quod fit ex c/ d. Ostensum est autem, descriptũ ex a/e/quadratum, duplum fore eius quod ex a/c. Descripta igitur ex a/e/& e/f/ quadrata, dupla sunt eorum quæ ex a/c/ & c/d/ fiunt quadratorum. Eis porrò quæ ex a/e/& e/f/quadratis, æquum est id quod ex a/f/describitur, per quadragesimamseptimam primi: rectus est enim angulus a/e/ f. Descriptũ igitur ex a/f/ quadratum, duplum est eorum quæ ex a/c/& c/d/ fiunt quadratorum. Ei rursum quod ex a/f/ describitur quadrato, æqua sunt quæ ex a/d/& d/f/quadrata, per eandem quadragesimamseptimam primi: rectus est enim angulus qui ad d, per vigesimamnonã ipsius primi. Quæ igitur ex a/d/& d/f/ vtraq; quadrata, dupla sunt eorum quæ ex a/c/& c/d/fiunt quadratorũ. Atqui d/f/æqualis est ipsi d/b: & ab æqualibus lineis, æqualia describũtur quadrata, per allegatũ quadragesimæsextæ primi corollariũ. Descripta igitur ex a/d/& d/b/ quadrata, eorũ quæ ex a/c/&c/d/fiunt quadratorũ dupla sunt. Si recta igitur linea: &c. vt in theoremate. Quod ostendendum susceperamus.

Θεώρημα ι, Πρόθεσις ι.

Ἐὰν εὐθεῖα γραμμὴ τμηθῇ δίχα, προστεθῇ δέ τις αὐτῇ εὐθεῖα ἐπ' εὐθείας, τὸ ἀπὸ τῆς ὅλης σὺν τῇ προσκειμένῃ καὶ τὸ ἀπὸ τῆς προσκειμένης τὰ συναμφότερα τετράγωνα, διπλάσιά ἐστι τοῦ τε ἀπὸ τῆς ἡμισείας καὶ τοῦ ἀπὸ τῆς συγκειμένης, ἔκ τε τῆς ἡμισείας καὶ τῆς προσκειμένης, ὡς ἀπὸ μιᾶς ἀναγραφέντος τετραγώνου.

Theorema 10, *Propositio* 10.

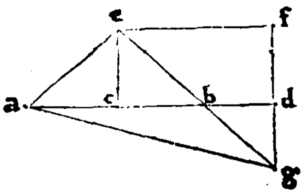
SI recta linea secetur bifariã, apponatur autẽ ei quæpiã recta linea in rectum: quod ex tota cum apposita, & quod ex apposita vtraq; quadrata, dupla sunt eius quod ex dimidia, & eius quod ex adiacẽte dimidia & adiuncta, tanq̃ ex vna descriptorũ quadratorũ. 10

ORONTIVS. ¶Data enim a/b/recta linea, bifariam secetur in c: addatúrq; ei in directum recta quædam linea b/d. Aio quòd ex a/d/& d/b/vtraque quadrata, dupla sunt eorum quæ ex a/c/& c/d/fiunt quadratorum. Excitetur enim per vndecimam primi, à puncto c/datæ rectæ lineæ a/d, ad angulos rectos c/e: ponatúrque vtriq; a/c/& c/b/æqualis, per tertiam ipsius primi. connectantur deinde a/ e/ & e/b, per primũ postulatum. Et per e/punctum, ipsi a/d/parallela ducatur e/ f: necnon & per punctum d, ipsi c/e/parallela/d/f, per trigesimamprimam eiusdem primi. In parallelas igitur c/e/& d/f, recta linea incidens e/f, interiores & ad easdem partes angulos c/e/f/& e/f/d, binis rectis per vigesimamnonam primi, efficit æquales. Atqui b/e/f/angulus, minor est ipso c/e/ f: duo itaque anguli b/e/f/& e/f/d, à recta e/f, in b/e/& d/f/rectas incidente causati, binis rectis sunt minores. Productæ igitur e/b/ & f/d, ad partes b, d, tandem concurrent, per quintum postulatum. Producãtur igitur, per secundum postulatũ: & conueniant in puncto g. & connectatur a/g, per primum postulatum. Cùm igitur a/c/sit æqualis ipsi c/e: erit per quintam primi angulus c/a/e/æqualis angulo a/e/c. Et quoniam trianguli e/a/c/tres anguli, binis sunt rectis æquales, per trigesimamsecundam primi: rectus est autem, qui ad c. Reliqui igitur c/a/e/& e/a/c/anguli, vni recto sunt æquales: qui cùm sint æquales adinuicẽ, vterq; dimidius est recti. Et vterq; propterea c/e/b/& e/b/c, qui ad basin e/ b, isosceles e/c/b, recti dimidius est. Ergo totus a/e/b/angulus est rectus. Insuper, quoniã

Cõstructio figuræ.

Ostẽsio theorematis.

per trigeſimamſecundam primi, trianguli b/d/g/ tres anguli, ſunt æquales duobus rectis: rectus autem eſt qui ad d/(nam æqualis alterno e/c/d, per vigeſimamnonam primi) & d/b/g/ recti dimidius eſt (æqualis ſiquidem ad verticem poſito c/b/e, per quindecimam ipſius primi) reliquus igitur angulus b/g/d, dimidius itidem eſt recti. Ambo ergo d/b/g/ & b/g/ d/ anguli, eidem (hoc eſt dimidio vnius recti) ſunt æquales: & æquales propterea adinuicẽ, per primam communẽ ſententiã. hinc b/d/ latus, ipſi d/g/lateri, per ſextam primi reſpondenter æquatur. Præterea, quoniam e/f/g/trianguli tres anguli, binis rectis, per eandem trigeſimamſecundam primi, ſunt rurſum æquales: rectus eſt autẽ qui ad f, (nam æqualis oppoſito qui ad c, per trigeſimamquartam eiuſdem primi) & e/g/f/recti dimidius eſt. reliquus igitur f/e/g/ dimidius itidem eſt recti. Aequalis igitur eſt angulus f/e/g, ipſi e/g/f, per primam communem ſententiam: & latus conſequenter e/f/lateri f/g, per ſextam primi æquale. His ita demõſtratis, quoniã æqualis eſt a/c/ipſi c/e: quod igitur ex a/c/quadratũ, æquum eſt ei quod ex c/e/fit quadrato, per corollarium quadrageſimæſextæ ipſius primi. Eis porrò quæ ex a/c/& c/e/fiunt quadratis: æquũ eſt id, quod ex a/e/ deſcribitur, per quadrageſimamſeptimam primi. Quod igitur ex a/e/fit quadratum, duplum eſt eius quod ex a/c. Item, quoniam æqualis eſt e/ f, ipſi f/g: quæ ab ipſis deſcribuntur quadrata, ſunt rurſum adinuicem æqualia. Eiſdem porrò quæ ex e/f/& f/g/fiunt quadratis, æquum eſt ex e/g/deſcriptum quadratum, per eandem quadrageſimamſeptimam primi: rectus eſt enim qui ad f/angulus. Quòd igitur ex e/g/fit quadratum, duplum eſt eius quod ex e/f. Aequalis autem eſt e/f/ipſi c/d, per trigeſimamquartã primi: & quæ ab æqualibus rectis deſcribuntur quadrata, æqualia ſunt adinuicem, per ipſum quadrageſimæſextæ primi corollarium. Quod igitur ex e/g/ fit quadratum, duplum eſt eius quod ex c/d. Oſtendimus autem deſcriptũ ex a/ e/ quadratum, duplũ itidem fore eius quod fit ex a/c. Quæ igitur ex/a/e/& e/g/vtraq; quadrata, dupla ſunt eorum quæ ex a/c/& c/ d/ fiunt quadratorum. Eis autẽ quæ ex a/e/& e/g/fiunt quadratis, æquũ eſt rurſum quod ex a/g/deſcribitur, per ipſam quadrageſimamſeptimam primi: rectus eſt enim a/e/g, angulus. Deſcriptum itaque ex a/g/quadratum, duplum eſt eorum quæ ex a/c/& c/d/ fiunt quadratorum. Ei demũ quod ex a/ g/ fit quadrato, æqualia ſunt quæ ex a/d/& d/g/ quadrata deſcribuntur, per ſæpius allegatã quadrageſimamſeptimã primi: quoniam a/d/g/ angulus rectus eſt. Ergo deſcripta ex a/d/& d/g/quadrata, eorũ quæ ex a/c/& c/d/fiunt quadratorũ dupla ſunt. Aequalis porrò oſtenſa d/b, ipſi d/g: & vnius propterea quadratum, alterius quadrato æquũ fore neceſſum eſt. Quod igitur ex tota a/b/cũ adpoſita b/d, & quod ex eadem b/d/adpoſita vtraq; quadrata: dupla ſunt eius quod ex a/c/dimidia, & eius quod ex adiacente dimidia c/b/& adiuncta b/d/tanquàm ex vna deſcriptorum quadratorum. Quod demonſtrare oportebat.



Demõſtrationis reſolutio.

Πρόβλημα α, Πρόθεσις ια.

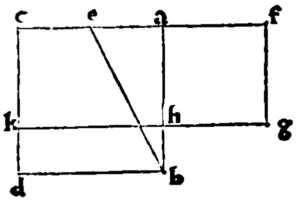
Τὴν δοθεῖσαν εὐθεῖαν τεμεῖν, ὥστε τὸ ὑπὸ τῆς ὅλης καὶ τοῦ ἑτέρου τῶν τμημάτων περιεχόμενον ὀρθογώνιον, ἴσον εἶναι τῷ ἀπὸ τοῦ λοιποῦ τμήματος τετραγώνῳ.

Problema 1, *Propoſitio* 11.

11 DAtam rectam lineã ſecare: vt quod ex tota & altero ſegmento comprehenſum rectangulum, æquũ ſit ei quod fit ex reliquo ſegmento quadrato.

ORONTIVS. ¶Eſto recta linea a/b: quam oporteat ita ſecare, vt quod ex tota a/b,& altero ſegmẽto comprehendetur rectangulum, æquum ſit ei quod à reliquo ſegmento fiet quadrato. Ex a/b/igitur,deſcribatur quadratũ a/b/c/d, per quadrageſimamſextam primi.Ipſa poſtmodùm c/a,bifariam ſecetur in puncto e,per decimam ipſius primi.& per primum poſtulatum, connectatur e/ b/ recta. producatur deinde c/a/in rectũ verſus f,per ſecundum poſtulatum:atq; ipſi b/e, ſecetur æqualis e/f,per tertiam primi. Per ipſam rurſum quadrageſimamſextam primi, deſcribatur ex a/f,quadratum a/f/g/h: & per idem ſecundum poſtulatũ,producatur g/h/ directè in k. Secta eſt igitur a/b/in puncto h:ídque tali ratione,vt quod ſub a/b/& b/h/comprehenditur rectangulum,æquum ſit ei quod ex a/h/fit quadrato. Recta enim linea c/a/ſecta eſt bifariam in puncto e,cui in rectum adpoſita eſt a/f:comprehenſum igitur ſub c/f/& f/a/rectangulum,vnà cum quadrato quod fit ex e/a,æquũ eſt quadrato quod ex e/ f/ deſcribitur, per ſextam huius propoſitionem. Data eſt autem e/ f/ ipſi e/b/æqualis:& quæ ab æqualibus rectis quadrata deſcribuntur,ſunt adinuicem æqualia. Comprehenſum igitur ſub c/ f/ & f/ a/rectangulum, vnà cum quadrato quod fit ex e/a: æquum eſt ei quod ex e/b/deſcribitur quadrato. Quadrato rurſum quod fit ex e/ b, æqualia ſunt quæ ex e/a/ & a/b/ deſcribuntur quadrata, per quadrageſimamſeptimam primi.Rectangulum igitur quod ſub c/f/& f/a/continetur, vnà cum eo quod ab e/a/fit quadrato:æquatur eis,quæ ex e/a/& a/b/fiũt quadratis.Auferatur quadratum quod ex e/a/vtrique commune.Reliquum ergo quod ſub c/f/ & f/a/continetur rectangulum: æquum eſt ei quod ex a/b/deſcribitur quadrato,per tertiam cõmunem ſententiã.Atqui a/b/c/d/ quadratum eſt id,quod fit ex a/b.& c/g/rectãgulum,æquum ei quod ſub c/f/ & f/a, continetur:æqualis eſt enim f/g/ipſi f/a, ſunt enim eiuſdem quadrati latera. Rectãgulum igitur c/g,æquum eſt quadrato a/b/c/d. Auferatur pars c/h, vtriq; communis.Reliquum itaq; rectangulum d/h, reliquo a/g/ quadrato, per eandem tertiam communem ſententiam eſt æquale.Porrò d/h/rectangulum,æquũ eſt ei quod ſub a/b/& b/h ſegmento continetur:eſt enim b/d,ipſi a/b/æqualis, per ipſius quadrati diffinitionem.a/g/ verò, æquum eſt ei quod ex h/a/ reliquo ſegmento fit quadrato: deſcriptum eſt enim ex a/f,quæ ipſi a/h/rurſum æquatur.Comprehẽſum ergo ſub a/b/& b/h/rectangulum, æquũ eſt ei quod ex a/h/ fit quadrato. Data igitur recta linea a/ b, tali ratione ſecta eſt in puncto h : vt comprehenſum ſub tota a/b, & vno ſegmentorum(vtpote b/h) rectangulum, æquum ſit ei quod ex reliquo ſegmento h/a/fit quadrato.Quod faciendum ſuſceperamus.

Confirmatio problematis.



Θεώρημα ια, Πρόθεσις ιβ.

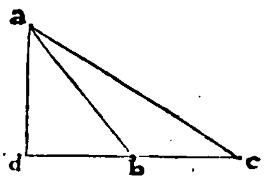
Ἐν τοῖς ἀμβλυγωνίοις τριγώνοις, τὸ ἀπὸ τῆς τὴν ἀμβλεῖαν γωνίαν ὑποτεινούσης πλευρᾶς τετράγωνον, μεῖζόν ἐστι τῶν ἀπὸ τῶν τὴν ἀμβλεῖαν περιεχουσῶν πλευρῶν τετραγώνων, τῷ περιεχομένῳ δὶς ὑπό τε μιᾶς τῶν περὶ τὴν ἀμβλεῖαν γωνίαν, ἐφ' ἣν ἐκβληθεῖσαν ἡ κάθετος πίπτει, καὶ τῆς ἀπολαμβανομένης ἐκτὸς ὑπὸ τῆς καθέτου πρὸς τῇ ἀμβλείᾳ γωνίᾳ.

Theorema 11, *Propoſitio* 12.

IN obtuſiangulis triangulis, quod ab obtuſum angulũ ſubtendente latere fit quadratum,maius eſt eis quæ fiunt ab obtuſum angulum comprehendẽtibus lateribus quadratis : cõprehenſo bis ſub vno eorum, quæ ſunt circa obtuſum angulum, in quod protractũ cadit perpendicularis,& aſſumpto extrinſecus ſub perpendiculari ad obtuſum angulum. 12

ORONTIVS. ¶Sit triangulum obtusiangulum seu amblygonium a/b/c, habẽs obtusum angulum qui ad b. producatur ergo c/b/latus in rectum versus d, per secundum postulatum: & per duodecimam primi, à dato puncto a, in productum latus c/b, perpendicularis ducatur a/d. Aio ꝙ descriptum ex a/c/quadratum, eis quæ ex a/b/& b/c/fiunt quadratis, maius est, comprehẽso bis sub d/b/& b/c/ rectangulo.

Cùm enim recta c/d, vtcunq; secta sit in b: descriptum igitur ex d/c/ quadratum, æquum est eis quæ ex d/b/& b/c/quadratis, & ei quod bis sub d/b/& b/c/cóprehenditur rectangulo, per quartam huius secundi. His autem æqualibus, addatur cómune quadratum quod ex a/d. quæ igitur ex a/d/& d/c/vtraq; quadrata, æqua sunt eis quæ ex a/d, & d/b, & b/c/fiunt quadratis, & bis comprehenso sub d/b/ & b/c/rectangulo. Quadratis porrò quæ ex a/d/& d/b, æquum est id quod fit ex a/b, per quadragesimamseptimam primi: rectus est enim angulus qui ad d. Quadrata igitur quæ Deductio theorematis.



ex a/d/& d/c, eis quæ fiunt ex a/b/ & b/c/ quadratis sunt æqualia, & ei quod bis sub d/b/& b/c/ continetur rectangulo. Quadratis rursum quæ ex a/ d/ & d/c, æquum est quadratum quod ex/a/c, per eandem quadragesimamseptimam primi. Quod igitur ex a/ c/fit quadratum, æquũ est eis quæ ex a/b/& b/c/ fiunt quadratis, & comprehenso bis sub d/b/& b/c/rectangulo. Superat igitur descriptum ex a/c/quadratum, ea quæ ex a/b/& b/c/fiunt quadrata: cóprehenso bis sub d/b/& b/c/rectágulo. In obtusiangulis igitur, seu amblygonijs triangulis: & quæ sequuntur reliqua. Quod oportuit ostendisse.

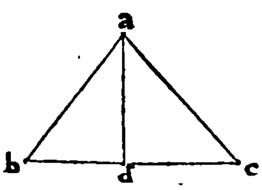
Θεώρημα ιβ, Πρόθεσις ιγ.

Ἐν τοῖς ὀξυγωνίοις τριγώνοις τὸ ἀπὸ τῆς τὴν ὀξεῖαν γωνίαν ὑποτεινούσης πλευρᾶς τετράγωνον ἔλαττόν ἐστι τῶν ἀπὸ τῶν τὴν ὀξεῖαν γωνίαν περιεχουσῶν πλευρῶν τετραγώνων, τῷ περιεχομένῳ δὶς ὑπό τε μιᾶς τῶν περὶ τὴν ὀξεῖαν γωνίαν ἐφ' ἣν ἡ κάθετος πίπτει, καὶ τῆς ἀπολαμβανομένης αὐτὸς ὑπὸ τῆς καθέτου πρὸς τῇ ὀξείᾳ γωνίᾳ.

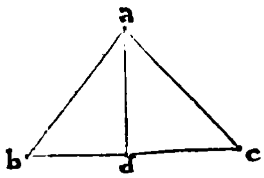
Theorema 12, Propositio 13.

13 IN oxygonijs triangulis, quod ex acutum angulum subtendente latere fit quadratũ, minus est eis quæ ex acutum angulũ comprehendẽtibus lateribus fiunt quadratis: comprehenso bis sub vno eorum, quæ sunt circa acutum angulum in quod perpendicularis cadit, & sumpto intus sub perpendiculari ad acutum angulũ.

ORONTIVS. ¶Sit datum oxygonium, siue acutiangulum triangulum a/b/c, & datus in eo acutus angulus qui ad b. Ducatur itaq; in latus b/c, à puncto a, quod in eo non est, perpendicularis a/d: per duodecimam primi. Dico quadratum quod fit ex a/c, minus esse eis quæ ex a/b/& b/c/fiũt quadratis, comprehenso bis sub c/b/ & b/d/rectangulo. Recta siquidem linea b/c, secta est vtcunq; in pũcto d: quod igitur ex tota c/b/& segmento b/d/vtraq; quadrata, æqualia sunt comprehẽso bis sub tota c/ b/& eodem segmẽto b/d/ rectangulo, & ei quod ex reliquo segmẽto d/c/ fit quadrato: per septimam huius secundi. Addatur ipsis æqualibus, cómune quadratũ quod fit ex a/d: quæ igitur ex c/b/& b/d/& d/a/fiunt Sũmaria theorematis ostẽsio.



quadrata, æqualia sunt comprehenso bis sub c/b/& b/d/ rectangulo, & eis quæ ex a/d/& d/c/fiunt quadratis, per secundam communem sententiã. Eis autem quæ ex b/d/ & d/ a/ fiunt quadratis, æquum est id quod ex a/ b/ describitur, per quadragesimamseptimam primi: rectus



eſt enim angulus qui ad/ d. Igitur quadrata quæ fiunt ex a/b/& b/c, æqualia ſunt bis ſumpto ſub c/b/& b/d/rectangulo, & eis quæ ex a/ d/ & d/ c/ fiunt quadratis. Eiſdem porrò quæ ex a/d/& d/c/fiunt quadratis, æquū eſt rurſum id quod ex a/c/deſcribitur, per eandem quadrageſimamſeptimā primi: rectus eſt enim, qui ſub a/d/c/angulus. Quæ igitur ex a/b/& b/c/vtraq; quadrata, æqua ſunt bis comprehenſo ſub c/b/& b/d/rectangulo, & ei quod ex a/c/eſt quadrato. Superatur ergo id quod ex a/c/fit quadratum, ab ijs quæ ex a/b/& b/c/fiunt quadratis, comprehenſo bis ſub c/b/& b/d/rectangulo. In oxygonijs itaq;, vel acutiāgulis triāgulis: &c. vt in theoremate. Quod oſtendere fuerat operæpretium.

Corollarium.

¶Hinc facilè colligitur, huiuſcemodi perpendicularem, in rectāgulis triangulis, neceſſariò coincidere ſuper ipſius trianguli latus, hoc eſt, neq; intra, neq; extra triangulum: in amblygonijs verò extra, & in oxygonijs intra. Non poteſt enim in amblygonijs neq; in oxygonijs, cum ipſo trianguli latere conuenire: obtuſus enim vel acutus angulus, foret æqualis recto, contra vndecimam & duodecimam diffinitionē primi. Similiter nec in amblygonijs intra, vel in oxygonijs extra poteſt incidere: tūc enim trianguli exterior angulus, minor eſſet interiore & ex oppoſito, contra decimamſextā ipſius primi. ¶Nec te fugiat inſuper, quòd hic de latere oxygonij proponitur triāguli: verum etiam habere, de quocunq; latere angulum acutum tam in rectangulis quàm amblygonijs triangulis ſubtendente.

Notandum.

Πρόβλημα β, Πρόθεσις ιδ.

Τῷ δοθέντι εὐθυγράμμῳ ἴσον τετράγωνον συστήσασθαι.

Problema 2, Propoſitio 14.

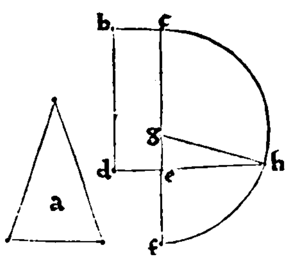
DAto rectilineo, æquum quadratum conſtituere. 14

Vt conſtituēda figura.

ORONTIVS. ¶Eſto datum rectilineū a: cui oporteat æquale quadratum conſtituere. In primis ergo ipſi a/rectilineo, æquale conſtituatur parallelogrammum rectangulum b/c/d/e: per quadrageſimamquintam primi. Si igitur c/e/& e/d/latera fuerint adinuicem æqualia: conſtabit iam ipſius problematis intentio, erit enim b/c/d/e/parallelogrammum quadratum. At ſi latus c/e/ ipſi e/d/non fuerit æquale, alterum eorum erit maius: eſto maius c/e. Producatur igitur c/e/in rectum verſus f, per ſecundum poſtulatum: detúrque e/f, ipſi e/d/æqualis, per tertiam primi.

Recta inſuper c/f/diuidatur bifariam in puncto g, per decimam eiuſdem primi. Et centro g, interuallo autem g/c/aut g/f, ſemicirculus deſcribatur c/h/f: per tertiū poſtulatum. Et per ſecundum poſtulatum, producatur d/e/in rectum vſque ad h: & connectatur g/h/recta, per primum poſtulatum. His ita conſtructis, quoniam recta linea c/ f/ ſecta eſt in æqualia in g/ & in non æqualia in puncto e: rectangulum igitur comprehenſum ſub c/ e/ & e/ f, vnà cum quadrato quod ex e/ g, æquum eſt ei quod à dimidia g/ f/ deſcribitur quadrato, per quintam huius. Aequalis eſt autem g/ f/ ipſi g/ h, per decimamquintam diffinitionem primi: & ab æqualibus lineis rectis, æqualia deſcribuntur quadrata, per corollarium quadrageſimæſextæ primi. Comprehenſum igitur ſub c/e/& e/f/rectangulum, vnà cum quadrato quod ab e/g: æquum eſt ei quod ex g/h/fit quadrato. Ei porrò quod ex g/h/fit quadrato,

Demōſtratur problema.



æqualia ſunt ea, quæ ex g/e/ & e/h/ deſcribuntur, per quadrageſimamſeptimam primi: rectus eſt enim angulus qui ad e, per decimamtertiam, aut vigeſimamnonam ipſius primi. Comprehenſum igitur ſub c/e/ & e/f/ rectangulum, vnà cum eo quod ex g/e/ fit quadrato: æquum eſt ijs, quæ ab eadem g/e/ & ipſa e/h/ fiunt quadratis. Tollatur id quod ex g/ e/ fit quadratum, vtriſque æqualibus commune. Reliquum igitur rectangulum ſub c/ e/ & e/f/ comprehenſum, æquum erit deſcripto ex e/h/ quadrato: per tertiam communem ſententiam. Ipſi porrò ſub c/e/ & e/f/ comprehenſo rectangulo, æquum eſt b/c/d/e/ parallelogrammum: ipſa enim e/f, data eſt æqualis e/ d. Igitur b/c/ d/e/ parallelogrammo, æquum eſt id quod ex e/h/ fit quadratum, per primam communem ſententiam. Eidem rurſum b/ c/ d/ e/ parallelogrammo, æquum eſt datũ a/ rectilineum, per conſtructionem. Per eandem itaque primam communem ſententiã, dato a/ rectilineo: æquũ eſt id quod ex e/h/ fit quadratum.

Quod fuerat conſtituendum.

Secundi Libri Geometricorum Elementorum

FINIS.

Orontij Finei Delphinatis, Regii Mathematicarum Professoris, In Tertium elementorum Euclidis, Demonstrationes.

ΕΥΚΛΕΙΔΟΥ ΣΤΟΙΧΕΙΟΝ ΤΡΙΤΟΝ.

Ὅροι.

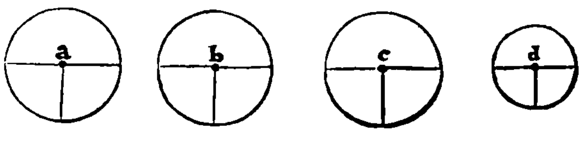
Ἴσοι κύκλοι εἰσίν, ὧν αἱ διάμετροι εἰσὶν ἴσαι, ἢ ὧν αἱ ἐκ τῶν κέντρων ἴσαι εἰσίν.

Diffinitiones.

AEquales circuli: sunt quorũ dimetiẽtes sunt æquales, vel quorum quæ ex centris sunt æquales. 1

Circulorũ inæqualiũ contraria diffinitio.

Quales tibi repræsentant subscripti a/& b/circuli. Hinc patet circulorum non æqualium diffinitio. quorum enim dimetientes, vel quæ ex centris fuerint inæquales: & ipsi quoque inæquales erunt circuli. Maior autẽ erit, cuius dimetiens, vel quæ ex centro maior: minor verò, cuius dimetiens, vel quæ ex centro minor extiterit. veluti sunt c/ & d/circuli: quorum c, maior est ipso d.

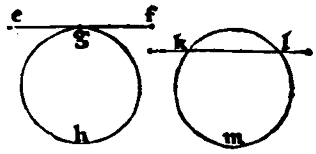


Εὐθεῖα κύκλου ἐφάπτεσθαι λέγεται, ἥτις ἁπτομένη τοῦ κύκλου καὶ ἐκβαλλομένη οὐ τέμνει τὸν κύκλον.

Recta linea circulum tangere dicitur: quæ circulũ tangens & eiecta, circulum non secat. 2

Quæ circulũ secat.

Hanc tibi repræsentat e/f, tangens circulum g/ h, in puncto quidem g. Quæ igitur cadit intra circulum: eiecta, circulum secare perhibetur. veluti recta k/ l, quæ datum k/ l/ m/circulum intersecat.

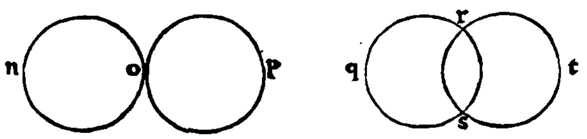


Κύκλοι ἐφάπτεσθαι ἀλλήλων λέγονται, οἵτινες ἁπτόμενοι ἀλλήλων, οὐ τέμνουσιν ἀλλήλους.

Circuli sese tangere adinuicem dicuntur: qui sese inuicem tangẽtes, se non inuicem secant. 3

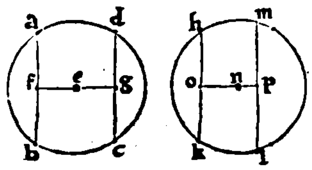
Circuli sese intersecãtes.

Quales esse videntur n/o/& o/p/circuli, in o/puncto sese inuicem cõtingentes. Cùm porrò vnius circunferentia, alterius ingreditur circũferentiam: tunc huiuscemodi circuli, sese dicũtur intersecare. Veluti circuli q/ r/ s, & r/s/t, in punctis quidem r/ & s/ se mutuo intersecãtes.



Ἐν κύκλῳ ἴσον ἀπέχειν τοῦ κέντρου εὐθεῖαι λέγονται, ὅταν αἱ ἀπὸ τοῦ κέντρου ἐπ' αὐτὰς κάθετοι ἀγόμεναι ἴσαι ὦσιν. μεῖζον δὲ ἀπέχειν λέγεται, ἐφ' ἣν ἡ μείζων κάθετος πίπτει.

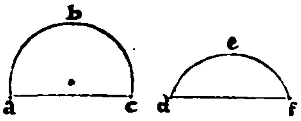
In circulo æqualiter distare à centro rectæ lineæ dicuntur: cùm à 4 centro in eas perpendiculares ductæ sunt æquales. Magis autẽ distare dicitur: in quam maior perpendicularis cadit.



Quemadmodùm in a/b/c/d/circulo, cuius centrum e, existẽtes lineæ rectæ a/b/& c/d, æqualiter ab eodem centro e/distare censentur: propterea quòd e/f/& e/g/perpendiculares, sunt inuicem æquales. In circulo porrò h/k/l/m, cuius cẽtrum n, h/ k/ plus distare dicitur à centro n, quàm l/ m: quoniam perpendicularis n/o, maior est n/p.

¶ Τμῆμα κύκλου, ἐστὶ τὸ περιεχόμενον σχῆμα, ὑπό τε ἐυθείας καὶ κύκλου περιφερείας.

5 Sectio circuli: est figura comprehẽsa sub recta linea, & circuli circunferentia.



In exemplum habes a/b/c/& d/e/f/circulorum sectiones: sub rectis a/ c/ & d/ f, & a/ b/ c/ atque d/ e/ f/ circunferentijs comprehensas. Quarum a/ b/ c/ centrum iucludens, maior est ipsa d/e/f/ extra centrum constituta. Sectio, maior minor.

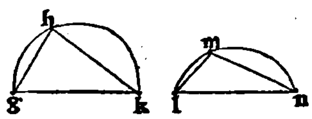
¶ Τμήματος δὲ γωνία ἐστὶ, ἡ περιεχομένη ὑπό τε ἐυθείας, καὶ κύκλου περιφερείας.

6 Sectionis angulus: est qui sub recta linea, & circuli circunferentia comprehenditur.

Cuiusmodi est angulus b/a/c, antecedentis descriptionis: sub a/c/recta, & a/b/ circunferentia comprehensus. aut e/d/f/angulus, qui sub recta d/f, & d/e/circunferẽtia continetur. Quos quidem angulos mixtos vocitare solemus: id est, sub recta & curua linea comprehensos. Anguli mixti

¶ Ἐν τμήματι δὲ γωνία ἐστὶν, ὅταν ἐπὶ τῆς περιφερείας τοῦ τμήματος, ληφθῇ τι σημεῖον, καὶ ἀπ' αὐτοῦ ἐπὶ τὰ πέρατα τῆς ἐυθείας, ἥ τις ἐστὶ βάσις τοῦ τμήματος, ἐπιζευχθῶσιν ἐυθεῖαι. ἡ περιεχομένη γωνία ὑπὸ τῶν ἐπιζευχθεισῶν ἐυθειῶν.

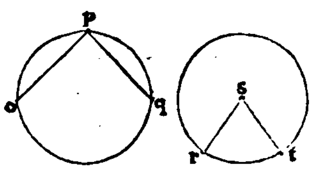
7 In sectione autẽ angulus est: cùm in circunferentia sectionis contingit aliquod punctum, & ab eo in rectæ lineæ fines, quæ basis est sectionis, rectæ lineæ coniunguntur. Contentus autẽ angulus, sub coniunctis rectis lineis est.



Quemadmodùm ex subiectę descriptionis angulis g/h/k, & l/m/n, deprehendere licet. A pũcto enim h, in fines ipsius rectę g, k (quæ basis dicitur) rectę lineæ h/g/& h/k/coniunctæ: angulum ipsum g/h/k/in data sectione, & ad punctum h/constituũt. Idem censeto de l/m/n/alterius sectionis angulo.

¶ Ὅταν δὲ αἱ περιέχουσαι τὴν γωνίαν ἐυθεῖαι ἀπολαμβάνωσί τινα περιφέρειαν, ἐπ' ἐκείνης λέγεται βεβηκέναι ἡ γωνία.

8 Cùm verò comprehendentes angulum rectę lineæ, aliquam suscipiunt circunferentiam: in illa angulus esse dicitur.



Veluti sunt o/p/& p/q/lineę rectæ, angulũ qui ad punctũ p/ comprehendentes, & o/p/q/suscipiẽtes circunferentiã. In ipsa igitur circumferẽtia o/p/q, comprehensus angulus esse dicitur. Quòd si rectæ lineæ angulum constituẽtes, ad centrum conueniant circuli: comprehensus tũc angulus in centro dicetur esse circuli, veluti angulus r/s/t, sub rectis r/s/& s/t/ex cẽtro s/prodeuntibus comprehensus. Angulus in cẽtro.

¶ Τομεὺς δὲ κύκλου ἐστὶν, ὅταν πρὸς τῷ κέντρῳ αὐτοῦ τοῦ κύκλου σταθῇ ἡ γωνία τὸ περιεχόμενον σχῆμα ὑπό τε τῶν τὴν γωνίαν περιεχουσῶν ἐυθειῶν, καὶ τῆς ἀπολαμβανομένης ὑπ' αὐτῶν περιφερείας.

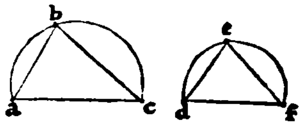
9 Sector autem circuli: est cùm ad centrum circuli steterit angulus,

comprehenſa figura ſub angulum comprehendentibus rectis lineis, & aſſumpta ſub eis circunferentia.

Cuiuſmodi eſſe videtur figura r/s/t/antecedentis deſcriptionis, ſub rectis lineis r/s/& s/t/ angulum qui ad centrum s, conſtituentibus, & circunferentia r/t/comprehenſa. Differt igitur ſector à ſectione circuli.

¶Ὅμοια τμήματα κύκλου ἐστί, τὰ δεχόμενα γωνίας ἴσας, ἢ ἐν οἷς αἱ γωνίαι ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν.

Similes ſectiones circuli: ſunt quæ angulos æquos ſuſcipiunt, vel in quibus anguli ſibi inuicem ſunt æquales. 10



Vti ſubiectæ circuli ſectiones a/b/c/ & d/e/f: in quibus anguli qui ad b/& e, ſunt inuicem æquales. Quanuis itaq; circuli ſectiones fuerint inæquales, poſſunt nihilominus eſſe ſimiles. Nam ſimilitudo ſectionum reſpicit tãtummodò ſuſceptorũ angulorum æqualitatẽ: nõ autem datarum ſectionum magnitudinem. quẽadmodùm angulorũ magnitudo, non linearum angulos ipſos comprehendentium quãtitatem: ſed earundem linearum ſolam reſpicit inclinationem.

Πρόβλημα α, Πρόθεσις α.

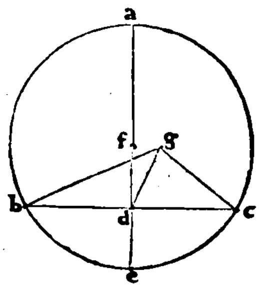
Τοῦ δοθέντος κύκλου τὸ κέντρον εὑρεῖν.

Problema 1, *Propoſitio* 1.

DAti circuli, centrum inuenire. 1

ORONTIVS. ¶Eſto datus a/b/c/circulus: cuius oporteat inuenire centrum. Ducatur in ipſo a/b/c/circulo, recta quædam linea b/c: quæ bifariam ſecetur in d, per decimam primi. Et à puncto d, datæ rectæ lineæ b/c, ad angulos rectos excitetur d/a, per vndecimam eiuſdem primi: producatúrq; in rectum vſque ad e, per ſecundum poſtulatum. Secetur tandem a/e/ bifariam in puncto f, per ipſam decimam primi. Dico, ꝙ f/punctũ, centrum eſt ipſius dati a/b/c/ circuli. Si enim non fuerit in a/e/linea recta, erit igitur extra eam. eſto (ſi poſſibile ſit) in g: & connectãtur g/b, g/d, & g/c/rectæ, per primum poſtulatum. Et quoniam b/d, ipſi d/c/eſt æqualis, & vtriq; cõmunis d/g: binæ igitur b/d/& d/g/triãguli b/d/g, duabus g/d/& d/c/ trianguli g/d/c, ſunt altera alteri æquales. Baſis quoq; b/g, baſi g/c (ſi g/foret centrum circuli) per decimãquintam primi diffinitionem eſſet æqualis. Per octauã igitur ipſius primi, angulus b/d/g, angulo g/d/c/ ſub æquis lateribus comprehenſo, reſpondenter æquaretur. Recta itaq; linea g/d, incidẽs in rectã b/c, efficeret vtrobiq; angulos æquales: ergo rectos, per decimam primi diffinitionẽ. Rectus igitur eſſet b/d/g/ angulus. Atqui b/d/a/ rectus eſt, per conſtructionem: ſuntq; recti omnes æquales adinuicem, per quartum poſtulatum. Et b/d/g/ itaq; angulus, æquus eſſet angulo b/d/a: totus videlicet ſuæ parti, contra nonã communẽ ſententiã. Recta enim d/a/ cadit inter b/d/& d/g: diuidítq; propterea angulum b/d/g. Non eſt igitur centrũ a/b/c/circuli in g. Haud diſſimiliter oſtendemus, ꝙ nec alibi ꝗ in pũcto f. Igitur f/centrũ eſt dati circuli a/b/c. Quod inueniendũ fuerat.

Demõſtratio ab impoſſibili



Corollarium.

¶Si igitur in circulo recta linea, aliam quandam rectam lineam bifariam, & ad rectos ſecuerit angulos: in ipſa diuidente erit centrum dati circuli.

Θεώρημα α, Πρόθεσις β.

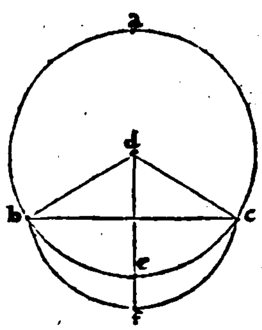
ΕΑν κύκλου ἐπὶ τῆς περιφερείας ληφθῇ δύο τυχόντα σημεῖα, ἡ ἐπὶ τὰ αὐτὰ σημεῖα ἐπιζευγνυμένη εὐθεῖα ἐντὸς πεσεῖται τοῦ κύκλου.

Theorema 1, Propositio 2.

2 SI in circuli circunferentia duo fuerint puncta vtcunque contingentia: ad ea puncta applicata recta linea, intra ipsum circulum cadit.

ORONTIVS. ¶Sit a/b/c/circulus:in cuius circunferentia sint b/& c/vtcunq; contingentia puncta. Aio quod cōnexa ex b/in c/recta linea,cadit intra circulum a/b/c. Si enim non cadit intra:coincidit igitur in comprehensam circunferentiam, vel cadit extra circulum. Atqui recta ipsa, cum ipsius circuli circunferētia minimè potest conuenire:non differret enim rectum à curuo. Cadat igitur,si possibile sit,extra circulum a/b/c.& inuento ipsius circuli centro d,per primam huius, susceptóq; pūcto e/in b/c/circūferentia:connectantur d/b,d/e,& d/c/rectæ lineæ,per primum postulatum: producatúrq; per secundum postulatū, recta d/e/ in directum vsque ad f,hoc est, in eam quæ extra cadere concessa est. Erunt igitur d/b,d/e,& d/c,adinuicem æquales,per decimamquintam diffinitionem primi: & d/f/insuper maior ipsa d/e,per nonam communem sententiā. Triangulum igitur erit d/b/f/c,atq; isosceles: quoniam d/b/æqualis est ipsi d/c. Vnde per quintā primi, anguli d/b/c/& d/c/b,qui ad basin b/f/c erunt adinuicem æquales. Triangulū insuper erit d/b/f,& ipsum b/f/latus,productum in c.exterior igitur angulus d/f/c, maior erit interiore & ex opposito d/ b/ f, per decimamsextam ipsius primi. Ipsi porrò d/b/f/ angulo,ostensus est æqualis d/c/f.& d/f/c/ igitur angulus, ipso d/c/f/ angulo maior erit:quæ enim sunt æqualia eiusdem sunt æquè minora,per septimæ cōmunis sententiæ conuersionem. In triangulo igitur d/c/f,angulus qui ad f,maior erit angulo qui ad c. Omnis porrò trianguli maius latus,sub maiori angulo subtenditur,per decimamoctauam eiusdem primi. maius igitur erit latus d/c, ipso d/f. Ipsi autem d/c, æqualis est d/e,vti nuper ostendimus. Et d/e/igitur maior erit ipsa d/f,minor videlicet maiore,seu pars toto:quod per nonam communem sentētiam est impossibile. Non cadit igitur connexa ex b/in c/recta,extra circulum a/b/c, neq; in circunferentiam b/e/c: igitur intra. Quod ostendendum fuerat.

Ostensio rursum per impossibile.



Θεώρημα β, Πρόθεσις γ.

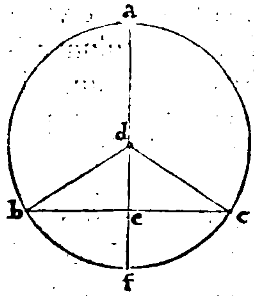
ΕΑν ἐν κύκλῳ εὐθεῖά τις διὰ τοῦ κέντρου, εὐθεῖάν τινα μὴ διὰ τοῦ κέντρου δίχα τέμνῃ, καὶ πρὸς ὀρθὰς αὐτὴν τέμνει: καὶ ἐὰν πρὸς ὀρθὰς αὐτὴν τέμνῃ, καὶ δίχα αὐτὴν τέμνει.

Theorema 2, Propositio 3.

3 SI in circulo recta linea quædam per centrum extensa, quandam non per centrum extensam rectam lineam bifariam secuerit: & ad angulos rectos ipsam dispescet. Et si ad angulos rectos ipsam dispescat:bifariam quoq; ipsam secabit.

ORONTIVS. ¶Sit datus a/ b/ c/ circulus, & illius centrum d : recta verò linea per idem centrum extensa sit a/f,quæ aliam quandam rectam lineam b/c/non ductam per centrum, bifariam in primis secet, in puncto e. Aio quòd & ad rectos eam simul dispescit angulos. Connectantur enim d/b/& d/c/rectæ, per primum postulatum. Cùm igitur ex hypothesi recta b/e/sit æqualis e/c,& e/d/vtriq; communis: binæ igitur b/e/ & e/d/trianguli b/e/d, duabus d/e/& e/c/ trianguli d/e/c/ sunt æquales altera alteri. basis quoq; b/d, basi d/c/est æqualis, per decimamquintã diffinitionem primi. Angulus ergo b/e/d, angulo d/e/c/sub æquis lateribus comprehenso, per octauam ipsius primi, est æqualis. Rectã itaq; d/e/consistens super rectã b/c, efficit vtrobiq; angulos adinuicem æquales: ergo rectos, per decimam eiusdem primi diffinitionem. Rectus est igitur vterque angulorum qui sub b/e/d/ & d/e/c.

Pars secũda conuersa præcedentis.



¶Secet rursum eadem a/f/, datam ipsam b/c/ ad rectos angulos. Dico, ꝙ & bifariam eandem versa vice diuidet. Eadem nanque figuræ manente dispositione, quoniam vterq; angulorum qui circa e/rectus est, per hypothesin: rectangula igitur sunt b/e/d/& d/e/c/triangula. quæ igitur ex b/e/& e/d/vtraq; fiũt quadrata, æqua sunt ei quod ex b/d: similiter & quæ ex d/e/& e/c, ei quod fit ex d/c, per quadragesimamseptimã primi. Quadrata porrò quæ fiunt ex b/d/& d/c, æqualia sunt adinuicem, per quadragesimæsextæ primi libri corollarium: recta enim b/d, ipsi d/c/est æqualis, per decimamquintam ipsius primi diffinitionem. Quæ autem æqualibus æqualia sunt: ea sunt inuicem æqualia, per primam communem sententiam. Quæ igitur ex b/e/& e/d/fiunt quadrata, æqua sunt eis, quæ ex d/e/& e/c. Tollatur cõmune quadratum quod fit ex e/d: reliquum ergo quadratum quod ex b/e, reliquo quod fit ex e/c, per tertiam communem sententiam est æquale. Aequalia porrò quadrata sunt, quæ ab æqualibus rectis describuntur: per idem corollarium quadragesimæsextæ primi libri. Aequalis est igitur b/e/ipsi e/c. Itaq; si in circulo recta linea quædam: & quæ sequuntur reliqua. Quod demonstrare oportebat.

Θεώρημα γ, πρόθεσις δ.

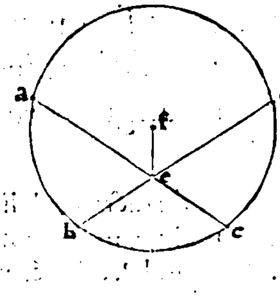
ΕΑν ἐν κύκλῳ δύο εὐθεῖαι τέμνωσιν ἀλλήλας, μὴ διὰ τοῦ κέντρου οὖσαι, οὐ τέμνουσιν ἀλλήλας δίχα.

Theorema 3, Propositio 4.

SI in circulo binæ rectæ lineæ sese inuicem secuerint non per centrum extensæ: sese inuicem bifariam non secabunt. 4

ORONTIVS. ¶Esto datus a/b/c/d/ circulus: in quo binæ rectæ lineæ a/c/ & b/d, non per centrum extensæ, sese inuicẽ secent in puncto e. Aio ꝙ altera alteram bifariam non secat in eodem puncto e. Inueniatur enim centrũ dati circuli a/b/c/d, sitq; illud f, per primam huius: & connectatur e/f/recta, per primum postulatum. Si igitur a/e/ipsi e/c/fuerit æqualis: recta e/f/per centrum extensa, eandem a/c/nõ ductam per centrum bifariam secabit, & ad rectos igitur angulos, per tertiam huius. Rectus erit itaq; a/e/f/angulus. Haud dissimiliter si b/e/sit æqualis ipsi e/d: eadem

Demõstratio ab impossibili



e/f/per centrum educta, ipsam b/d/non per centrum extensam, bifariã & ad rectos quoq; secabit angulos, per eãdem tertiam huius. Rectus erit igitur angulus b/e/f. Atqui rectum itidem fore monstrauimus a/e/f/angulum: suntq; recti omnes inuicẽ æquales, per quartum postulatũ. Aequus erit igitur b/e/f/angulus, ipsi angulo a/e/f. Angulus porrò a/e/f, est pars ipsius b/e/f/anguli: recta siquidem e/a, cadit inter b/e/& e/f/rectas, diuiditq; propterea ipsum angulum b/e/f. Totus itaq; b/e/f/angulus, suæ parti a/c/f/erit æqualis: quod per nonã cõmunẽ sententiã est impossibile. Si in circulo igitur a/b/c/d/binæ rectæ lineæ a/c/& b/d,sese inuicẽ secuerint nõ per centrum extẽsæ:sese inuicẽ bifariã non secabunt. Quod ostendere fuerat operæpretiũ.

Θεώρημα δ', Πρότασις ε.

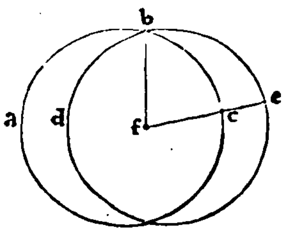
Ἐὰν δύο κύκλοι τέμνωσιν ἀλλήλους, οὐκ ἔσαι αὐτῶν τὸ αὐτὸ κέντρον.

Theorema 4, Propositio 5.

5 SI bini circuli sese inuicem secuerint: non erit eorum idem centrum.

ORONTIVS. ¶ Bini enim circuli a/b/c/& d/b/e, sese inuicem secent in duobus punctis, quorum alterum sit b. Dico quòd ipsorum circulorũ non est idem centrum. Si enim fuerit possibile, vt idem habeant centrum: esto illud f. & connectantur f/b/& f/c, per primum postulatum: extẽdãtúrq; per secundum postulatum, eadẽ f/c/in rectum vsq; ad e. Si igitur f/punctum, fuerit centrũ circuli a/b/c: erit f/c/ipsi f/b/æqualis, per decimamquintam diffinitionem primi. Si idem quoque punctum f, centrum extiterit ipsius d/b/e/circuli: æqualis rursum erit f/e/eidem f/b, per eandem decimamquintam diffinitionẽ. Binæ igitur f/c/& f/e, eidem f/b/erũt æquales: & æquales propterea adinuicẽ, per primã communẽ sentẽtiã. Aequalis igitur erit f/e/ipsi f/c. atqui f/c/pars est ipsius f/e: totũ igitur esset æquale suæ parti. Omne porrò totũ est sua parte maius, per nonam communem sententiam: igitur punctum f, non est commune centrum datorum a/b/c/& d/b/e/circulorũ. Si bini itaq; circuli: & quæ sequũtur reliqua. Quod receperamus ostendendum.

Ostensio rursum ab impossibili.



Θεώρημα ε', Πρότασις ς.

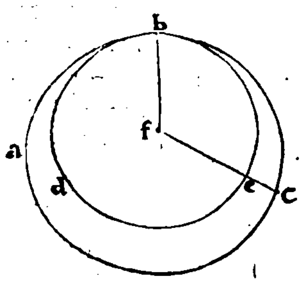
Ἐὰν δύο κύκλοι ἐφάπτονται ἀλλήλων αὐτός, οὐκ ἔσαι αὐτῶν τὸ αὐτὸ κέντρον.

Theorema 5, Propositio 6.

6 SI duo circuli se adinuicem tetigerint: eorum non est idem centrum.

ORONTIVS. ¶ De circulis potissimùm intelligit Euclides, quorum vnus intra aliũ collocatur. Tangãt igitur se bini circuli a/b/c/& d/b/e, in pũcto b. Dico rursum, quòd ipsorum circulorum non est idem commune centrum. Si id enim fuerit possibile: esto illud f. & connectantur f/b/& f/e, per primũ postulatum: & per secundum postulatum extendatur in rectum f/e/in punctum c. Si f/igitur punctum, sit centrum a/b/c/circuli: æqualis erit f/e/ipsi f/b, per decimamquintam diffinitionem primi Item si idem punctũ f, centrum fuerit circuli d/b/e: æqualis rursum erit f/e/eidem f/b, per eãdem decimamquintam ipsius primi diffinitionẽ. Binæ igitur f/c/& f/e, eidem f/b/erunt æquales: & propterea æquales adinuicem, per primam communẽ sententiam. Ergo f/c, æqualis erit ipsi f/e. est autem f/e, pars ipsius f/c: tota igitur f/c, suæ parti f/e/coæquabitur. quod per nonam communẽ sententiam non videtur esse possibile. Ergo punctum f, non est idem commune centrum eorundem circulorum a/b/c/& d/b/e, intus se adinuicem tangentium (nam de ijs qui se tangunt extra, per se fit manifestum) Si duo igitur circuli: &c. vt in theoremate. Quod oportuit ostendisse.

Idem qui prius arguendi modus ab impossibili.



Θεώρημα ϛ, Πρόθεσις ζ.

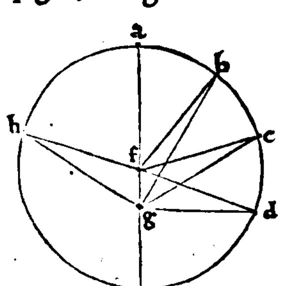
Ἐὰν κύκλου ἐπὶ τῆς διαμέτρου ληφθῇ τι σημεῖον, ὃ μή ἐστι κέντρον τοῦ κύκλου, ἀπὸ δὲ τοῦ σημείου προσπίπτωσιν εὐθεῖαι τινὲς πρὸς κύκλον, μεγίστη μὲν ἔσται ἐφ' ἧς τὸ κέντρον, ἐλαχίστη δὲ ἡ λοιπή. τῶν δ' ἄλλων ἀεὶ ἡ ἔγγιον τῆς διὰ τοῦ κέντρου, τῆς ἀπώτερον μείζων ἐστί. δύο δὲ μόνον εὐθεῖαι ἴσαι ἀπὸ τοῦ αὐτοῦ σημείου προσπεσοῦνται πρὸς τὸν κύκλον, ἐφ' ἑκάτερα τῆς ἐλαχίστης.

Theorema 6, Propositio 7.

SI in diametro circuli aliquod contingat punctum quod mi- 7
nimè circuli centrum sit, ab eóque puncto in circulum quædam rectæ lineæ procidant: maxima erit in qua centrum, minima verò reliqua. aliarum verò, semper propinquior ei quæ per centrum extenditur, remotiore maior est. Duæ autem solùm rectæ lineæ æquales, ab eodem puncto in circulum cadunt, ad vtrasque partes minimæ.

ORONTIVS. ¶Esto datus circulus a/c/e/h, cuius centrum f, dimetiens verò a/f/e, & contingens in eo punctum g, quod non est circuli centrum: procidentes autem ex eodem puncto g/in ipsius circuli circunferentiam lineæ rectæ, sint g/b, g/c, & g/d. Aio primùm, quod g/a/est omnium maxima, & g/e/minima: aliarum porrò, g/b/ipsi g/a/propinquior, maior ipsa g/c, atq; g/c/remotiore g/d/maior. Connectatur enim f/b, f/c, & f/d/rectæ, per primum postulatum. Cùm igitur f/a, ipsi f/b, per decimâquintam diffinitionem primi, sit æqualis, & vtriq; communis f/g: binæ igitur g/f/& f/a, duabus g/f/& f/b/sunt æquales. g/f/porrò & f/b, maiores sunt ipsa g/b: omnis siquidē trianguli bina latera, reliquo sunt maiora quomodocunq; assumpta, per vigesimam primi. Et g/a/igitur, ipsa g/b/maior est: quæ enim sunt æqualia, eiusdem sunt æquè maiora, per ipsius sextæ communis sententiæ conuersionem. Item quoniam æqualis est f/b/ipsi f/c, & g/f/rursum vtriq; communis: binæ igitur g/f/& f/b/trianguli g/f/b, duabus g/f/& f/c/trianguli g/f/c, sunt æquales altera alteri. Atqui g/f/b/angulus, maior est ipso g/f/c/sub æquis lateribus comprehenso: recta enim f/c, cadit inter f/b/& f/g, & diuidit propterea ipsum angulum g/f/b. Basis itaq; g/b, basi g/c/maior est, per vigesimamquartam primi. Simili discursu, g/c/ipsa g/d/maior ostendetur. Insuper quoniam f/g/& g/d/ maiores sunt ipsa f/d, per ipsam vigesimam primi, & æqualis est f/e/ipsi f/d, per decimamquintam eiusdem primi diffinitionem: igitur f/g/& g/d, maiores sunt eadem f/e, quæ enim sunt æqualia, eiusdem sunt æquè minora, per septimæ communis sententiæ conuersionem. Tollatur cōmunis f/g: ergo reliqua g/d/reliqua g/e, per quintam communem sententiam erit maior. Omnium itaq; maxima est g/ a, minima verò reliqua g/e: aliarum porrò, g/b/maior ipsa g/c, & eadē g/c/ ipsa g/d/ itidem maior.

Pars prima theorematis.



Secunda pars

¶Dico præterea quòd ab eodem puncto g, duæ rectæ lineæ coincidunt æquales, ad vtrasq; partes ipsius g/e/ minimæ: vtpote ipsi g/c, æqualis versus h. Ad datam enim rectā lineam g/f, datúmq; in ea punctum f, dato angulo rectilineo g/f/c: æqualis angulus rectilineus constituatur g/f/h, per vigesimamtertiam primi. connectatur deinde g/h, per primum postulatum. Cùm igitur f/c, ipsi f/h/sit æqualis, per decimamquintā ipsius primi diffinitionem, & g/f/vtriq; communis: binæ ergo g/f/& f/c/trianguli g/f/c, duabus g/f/& f/h/trianguli g/f/h/sunt altera alteri æquales: & æquos inuicē comprehendunt angulos, per cōstructionem. Basis igitur g/c, basi g/h, per quartam eiusdem primi est æqualis. ¶ Aio tandem, quòd ipsi g/c, ab eodem puncto g, alia quàm g/h/ non cadet æqualis. Si enim id possibile fuerit: aut illa cadet supra punctum h, vel infra. Si ceciderit supra versus a: tunc ipsa erit propinquior ei quæ per centrum, vtpote ipsi g/a, ergo maior ipsa g/h/ remotiore, per primam partem iam demonstratam: & maior consequenter ipsa g/c. Quòd si detur incidere infra punctum h, versus e: tunc ipsa linea, remotior erit ab eadem g/a/ quæ per centrum. ergo minor ipsa g/h/ propinquiore, per eandem præostensam primam partem: & minor igitur ipsa g/c. Similiter ostendemus, ꝙ nec ipsi g/h/ alia quàm g/c/ dabitur æqualis, ab eodem puncto g, & ad partes b/d. De cæteris quibuscunq;, idem respondẽter subsequetur. Igitur si in diametro circuli aliquod contingat punctũ: & quæ sequuntur reliqua. Quod demonstrandum fuerat. Tertia pars.

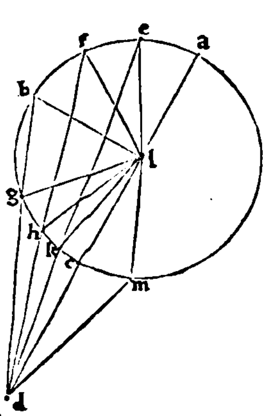
Θεώρημα ζ, Πρόθεσις η.

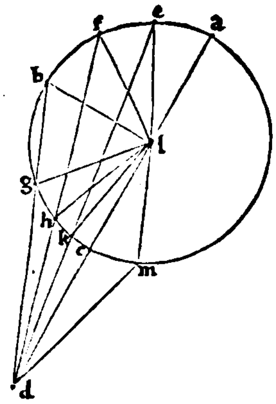
Ἐὰν κύκλου ληφθῇ τι σημεῖον ἐντὸς, ἀπὸ δὲ τοῦ σημείου πρὸς τὸν κύκλον διαχθῶσιν εὐθεῖαί τινες, ὧν μία μὲν διὰ τοῦ κέντρου, αἱ δὲ λοιπαὶ ὡς ἔτυχε, τῶν μὲν πρὸς τὴν κοίλην περιφέρειαν προσπιπτουσῶν εὐθειῶν, μεγίστη μὲν ἡ διὰ τοῦ κέντρου. τῶν δὲ ἄλλων, ἀεὶ ἡ ἔγγιον τῆς διὰ τοῦ κέντρου, τῆς ἀπώτερον, μείζων ἐστί. τῶν δὲ πρὸς τὴν κυρτὴν περιφέρειαν προσπιπτουσῶν εὐθειῶν, ἐλαχίστη μέν ἐστιν ἡ μεταξὺ τοῦ τε σημείου καὶ τῆς διαμέτρου. τῶν δὲ ἄλλων ἀεὶ ἡ ἔγγιον τῆς ἐλαχίστης, τῆς ἀπώτερόν ἐστιν ἐλάττων. δύο δὲ μόνον εὐθεῖαι ἴσαι προσπεσοῦνται ἀπὸ τοῦ σημείου πρὸς τὸν κύκλον ἐφ᾿ ἑκάτερα τῆς ἐλαχίστης.

Theorema 7, Propositio 8.

8 SI extra circulum suscipiatur aliquod punctum, ab eóque puncto ad circulum deducantur rectæ lineę aliquæ, quarũ quidem vna per centrum extendatur, reliquæ verò vtcunque: In cõuexam circunferentiam cadentium rectarum linearum, maxima est, quæ per centrũ ducta est: In curuam verò circunferentiam cadentium rectarum linearum, minima est, quæ inter punctum & dimetientẽ iacet. minimæ verò propinquior: semper remotiore minor est. Duæ autem tantùm rectæ lineæ, ab eo puncto cadunt æquales, ad vtrasque partes minimæ.

ORONTIVS. ¶ Esto circulus a/b/c, datum vero punctum extra circulum d: à quo in ipsum circulum procidãt rectæ lineæ d/a, d/e, d/f, & d/b, curuam eiusdem circuli circunferentiam in punctis g, h, k, c, dispescẽtes: quarum d/a/ per ipsius circuli centrum (quod sit l) extendatur. Dico primùm, ꝙ in a/b/ conuexã circunferẽtiam cadẽtium rectarum linearum, maxima est d/a, per l/centrum educta: & quæ illi vicinior d/e, remotiore d/f/ maior, eadémq; d/f/ maior ipsa d/b. Connectantur enim l/e, l/f, & l/b/ rectæ lineæ, per primum postulatum. Et quoniam æqualis est l/a/ ipsi l/e, per decimamquintam diffinitionem primi, & vtriq; communis d/l: tota igitur d/a, ipsis d/l/ & l/e, per secundam communem sententiam est æqualis. Atqui d/l, & l/e/ bina ipsius d/l/e/ trianguli latera, sunt maiora reliquo d/e, per vigesimam primi: & ipsa igitur d/a, maior est ipsa d/e. æqualia enim eiusdem sunt æquè maiora, per sextæ communis sententiæ cõuersionem. Insuper, quoniam l/e/ ipsi l/f, per eandem decimamquintam diffinitionem primi est æqualis, & Prima pars theorematis.





vtriq; cõmunis d/l: binæ igitur d/l/& l/e/ triãguli d/l/e, duabus d/l/& l/f/trianguli d/l/f,ſunt æquales altera alteri, per eandem ſecundam communem ſententiam. Angulus porrò d/l/e,maior eſt ipſo d/l/f/ ſub æquis lateribus cõprehenſo:recta ſiquidẽ l/f,cadit inter d/l/& l/e,diuidítq; propterea ipſum angulum d/l/e.Baſis igitur d/e, baſi d/f,maior eſt,per vigeſimamquartã primi.Et proinde d/f/maior eſt ipſa d/b.Igitur d/a/maxima eſt: & d/e/ ipſa d/f,atq; d/f/ipſa d/b/maior.

Pars ſecũda.

¶Dico præterea,ꝙ incidentiũ in curuã circunferentiã g/c,minima eſt d/c:& quæ ipſi d/c/minimæ propinquior,ſemper remotiore minor, hoc eſt,d/k/ipſa d/h,& d/h/ipſa d/g.Connectantur enim l/g,l/h,& l/k/rectæ,per primũ poſtulatũ.Et quoniã trianguli d/k/l,bina latera d/k/& k/l, reliquo d/l,per vigeſimã primi ſunt maiora:tollãtur l/c/ & k/l,quæ per decimãquintã ipſius primi diffinitionẽ ſunt æquales.Reliqua igitur d/c,reliqua d/k,per quintam communem ſententiam erit minor.Item, quoniam trianguli d/h/l,à limitibus lateris d/l, duæ rectæ lineæ d/k/ & k/l/ introrſum conſtituuntur: ipſæ igitur conſtitutæ, reliquis ipſius trianguli lateribus d/h/& h/l, per vigeſimamprimam ipſius primi,ſunt minores. Auferãtur l/h/& l/k, per ipſam decimamquintam diffinitionem primi,adinuicem æquales.Reliqua igitur d/k,reliqua d/h/minor erit,per eandem quintam communẽ ſententiam.Et d/h/propterea minor erit ipſa d/g. Minima igitur eſt d/c: & quæ illi propinquior d/k/ minor ipſa d/h,eadémq; d/h/remotiore d/g/itidem minor.

Tertia pars.

¶Aio tandem,quòd binæ tantùm æquales,à puncto d,in circulum ipſum a/b/c/cadunt,ad vtraſque partes ipſius d/c/ minimæ:vtpote,ipſi d/h/vna tantùm æqualis,ad alterã partem ipſius d/c,verſus m. Ad rectam enim d/l,atque ad datum in ea punctum l,dato angulo rectilineo d/l/h: æqualis angulus rectilineus conſtituatur d/l/m, per vigeſimãtertiam primi.& connectatur d/m,per primum poſtulatum.Cùm igitur l/h/ipſi l/m/ſit æqualis,per decimamquintam ipſius primi diffinitionem,& vtrique cõmunis d/l:binæ igitur d/ l/ & l/h/trianguli d/l/h,duabus d/l/& l/m/ trianguli d/l/m, ſunt æquales altera alteri: & æquos inuicem comprehendunt angulos,per conſtructionem. Baſis igitur d/h/ baſi d/m,per quartã primi eſt æqualis.Neq; ipſi d/h/alia cadit æqualis,præter d/m, & ediuerſo.Aut enim caderet inter h/& m/puncta:túncq; minor eſſet vtraq; & d/h/ & d/m,nempe vicinior ipſi d/c/minimæ.vel caderet extra pũcta h/& m/verſus a:& tũc remotior eſſet ab eadem minima,& propterea maior ipſa d/h/vel d/m,per primam partẽ iam demonſtratam. Idem quoq;,ac non diſſimili via licebit oſtendere, de rectis in conuexam eiuſdem circuli circunferẽtiam coincidentibus,ad vtraſque partes ipſius d/a/maximæ Non cadunt igitur ab eodẽ puncto d,in circulũ ipſum a/b/c,plures duabus rectis lineis æquales,ad vtraſq; partes ipſius d/c/ minimæ,aut d/a/maximæ. Si extra igitur circulum : &c, vt in theoremate. Quod tandem erat oſtendendum.

Corollarium.

¶Quæ igitur à pũcto extra circulũ dato,in circulum ipſum cadunt rectæ lineæ,ab ipſa minima,vel maxima (quæ per centrũ) æquè diſtãtes:æquales ſunt adinuicem, & è diuerſo,ſiue in conuexã, ſiue in curuã inciderint eiuſdem circuli circũferẽtiam.

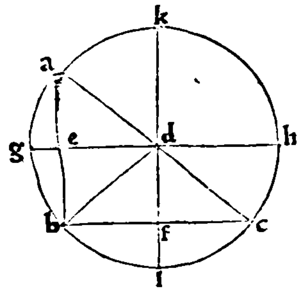
Θεώρημα η, Πρόθεσις θ.

Ἐὰν κύκλου ληφθῇ τι σημεῖον ἐντὸς, ἀπὸ δὲ τοῦ σημείου πρὸς τὸν κύκλον προσπίπτωσι πλείους ἢ δύο εὐθεῖαι ἴσαι, τὸ ληφθὲν σημεῖον, κέντρον ἐστὶ τοῦ κύκλου.

Theorema 8, Propoſitio 9.

SI in circulo ſuſcipiatur punctum aliquod, & ab eo puncto ad 9 circulum cadant plures quàm duæ rectę lineæ æquales: ſuſceptum punctum, centrum ipſius eſt circuli.

ORONTIVS. ¶Sit intra circulum a/b/c/ ſuſceptum pũctum d: à quo in eundem circulum cadant plures quàm duæ rectæ lineæ inuicē æquales, d/a, d/b, & d/c. Aio quòd punctum d, eſt centrum ipſius circuli a/b/c. Connectantur enim a/b/& b/c/rectæ, per primum poſtulatum: ſecetúrq; bifariam a/b/in puncto e, & b/c/in pũcto f, per decimam primi. connectantur rurſum d/e/& d/f, per idem primum poſtulatum: & per ſecundum poſtulatum, producantur in directum vtrobique ad puncta quidem g, h/& k, l. Cùm igitur a/e/ſit æqualis e/b, & vtrique communis e/d: binæ igitur a/e/& e/d/trianguli a/e/d, duabus b/e/& e/d/trianguli b/e/d, ſunt æquales altera alteri: baſis quoq; d/a, baſi d/b, per hypotheſin eſt æqualis. Angulus igitur a/e/d, æquus eſt per octauam primi, angulo b/ e/ d: & proinde vterque rectus, per decimam ipſius primi diffinitionem. Recta igitur g/h, rectam a/b, bifariam & ad rectos angulos interſecat: in diſpeſcente itaq; g/h, erit centrum ipſius a/b/c/circuli, per corollarium primæ huius tertij. Haud diſſimili via oſtendetur, eiuſdem circuli cētrum fore in recta k/l. In vtraq; igitur & g/h/& k/ l, eſt centrum dati circuli a/b/c: & in puncto propterea vtriq; communi. Atqui nullum aliud pũctum habent commune, præter ipſum d: punctum igitur d, centrũ eſt ipſius a/b/c/ circuli. Si ergo intra circulum ſuſcipiatur punctũ aliquod: & quæ ſequuntur reliqua. Quod oportuit demõſtraſſe.



Hoc theorema aliter oſtēdi poteſt: ſed hæc eſt demõſtratio potiſſima.

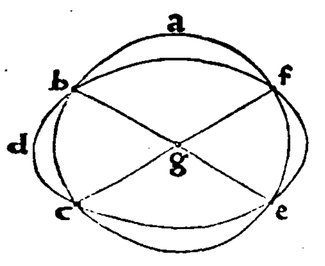
Θ ώρημα θ, πρόθεσις ι.

Κύκλος οὐ τέμνει κύκλον κατὰ πλείονα σημεῖα ἢ δύο.

Theorema 9, Propoſitio 10.

10 CIrculus, circulum in pluribus duobus punctis non ſecat.

ORONTIVS. ¶Secet enim (ſi poſſibile ſit) circulus a/b/ c, circulum d/e/f, in pluribus duobus punctis, hoc eſt in punctis b, c, e, f. Et ſuſcipiatur centrum ipſius circuli a/b/c, per primã huius, ſitq; illud g: & cõnectantur g/b, g/c, g/e, & g/f/rectæ, per primum poſtulatũ. Cùm igitur punctum g, ſit centrum circuli a/b/c: erunt g/b, g/c, g/e, & g/f/ adinuicē æquales, per decimamquintam primi libri diffinitionem. Et quoniam b, c, e, f, ſunt communes vtriuſque circuli ſectiones, per hypotheſin: erit punctum g, vtcunq; ſuſceptum intra circulum d/e/f. Ab ipſo itaq; puncto g, in eundem circulum d/e/f, cadunt plures q̃ duæ rectæ lineæ inuicem æquales: vtpote g/b, g/c, g/e, & g/f. Erit ergo pũctum g, cētrum eiuſdem circuli d/e/f, per antecedentē nonam propoſitionē. Atqui idem punctum g, centrum eſt ipſius a/b/c/circuli. Duorum itaque circulorum a/b/c, & d/e/f, ſeſe inuicem ſecantium, idem erit centrũ: quod per quintam huius tertij, nõ eſt poſſibile. Circulus ergo, circulum in pluribus duobus pũctis non ſecat. Quod oſtendere fuerat operæpretium.



Hæc rurſum aliter potuiſſet oſtēdi, ſed hanc potiorē exiſtimo demõſtrationē.

Θεώρημα ι, πρόθεσις ια.

Ἐὰν δύο κύκλοι ἐφάπτωνται ἀλλήλων ἐντὸς, καὶ ληφθῇ αὐτῶν τὰ κέντρα, ἡ ἐπὶ τὰ κέντρα αὐτῶν ἐπιζευγνυμένη εὐθεῖα καὶ ἐκβαλλομένη, ἐπὶ τὴν συναφὴν πεσεῖται τῶν κύκλων.

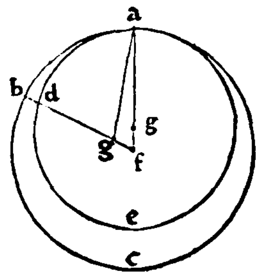
Theorema 10, Propoſitio 11.

11 SI bini orbes ſe introrſum adinuicem tetigerint, ſuſcipiátúrq;

eorum centra: ad eorum centra applicata recta linea & eiecta, in contactum circulorum cadit.

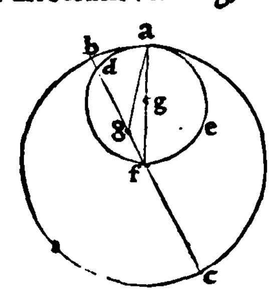
ORONTIVS. ¶ Duo enim circuli a/b/c/ & a/d/e, se introrsum adinuicem tangant, in puncto quidem a: sitq; ipsius a/b/c/circuli centrum f, ipsius verò a/d/e/centrum g. Dico quòd ad centra f/g, applicata recta linea, & eiecta: cadit in contactum a. Si enim non ceciderit in punctum a: cadet igitur alibi. Cadat ergo (si possibile sit) vt eiecta versus g, in d/& b/puncta: & connectatur a/g/ recta, per primum postulatum. Triangulum erit igitur a/g/f: & duo propterea latera a/g/& g/f, erunt maiora reliquo a/f, per vigesimam primi. Atqui ipsi a/f, æqualis est f/b (vtraq; enim à cētro f, in circunferentiam circuli a/b/c) & a/g/igitur & g/f, maiores sunt eadem f/b. Tollatur f/g, vtrisque inæqualibus cōmunis: reliqua igitur a/g, reliqua g/b/maior erit, per quintam communem sententiam. Ipsi porrò a/g, æqualis est g/d (vtraque enim à centro g, in circunferentiā ipsius a/d/e/circuli) & g/d/igitur maior erit ipsa g/b. quæ enim sunt æqualia, eiusdē sunt æquè maiora: per sextæ cōmunis sententiæ conuersionem. Ipsa porrò g/d, pars est ipsius g/b: pars igitur erit maior toto, contra nonam communem sententiā. Cadit igitur f/g/eiecta, in contactū a.

Demōstratio ab impossibili



Alia figuræ dispositio.

¶ Quòd si g/f/connexa, & eiecta versus f, detur incidere veluti g/f/c, & centrum f/ exterioris circuli a/b/c/extra circulum interiorem a/d/e/constituatur: idem nihilominus subsequetur inconueniens. Connexa enim & eiecta g/f/c/ recta, producatur in directum versus g, ad d/& b/puncta, per primum postulatum. Erunt itaque rursum a/g/& g/f, maiores ipsa f/a, per ipsam vigesimā primi libri propositionem. Eidem porrò f/a, æqualis est f/c, per decimamquintam diffinitionem ipsius primi. Igitur a/g/ & g/f, maiores sunt ipsa f/c. Eidem rursum f/c, æqualis est f/b, per eandem decimāquintā primi libri diffinitionē. Et a/g/igitur & g/f, maiores sunt ipsa f/b, per septimæ cōmunis sententiæ cōuersionē. Auferatur f/g/ vtrisq; inæqualibus cōmunis. Reliqua igitur a/g, reliqua g/b, per quintam cōmunem sententiam maior erit: & multò igitur maior ipsa g/d, quæ pars est ipsius g/b. In circulo itaq; a/d/e, quæ à centro g/in circūferentiā prodeunt lineæ rectæ g/a, & g/d, non erūt inuicē æquales: contra decimāquintam diffinitionē primi. Cadit igitur f/g/eiecta, in cōtactū a. Ergo si bini orbes se introrsum: &c. vt in theoremate. Quod ostendendum fuerat.



Θεώρημα ια, Πρόθεσις ιβ.

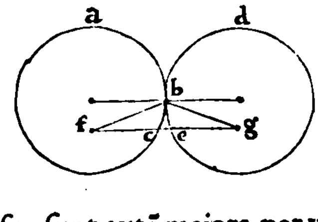
Ἐὰν δύο κύκλοι ἅπτωνται ἀλλήλων ἐκτὸς, ἡ ἐπὶ τὰ κέντρα αὐτῶν ἐπιζευγνυμένη, διὰ τῆς ἐπαφῆς ἐλεύσεται.

Theorema 11, *Propositio* 12.

SI duo circuli sese adinuicem exterius tetigerint: ad centra eorum applicata recta linea, per contactum transibit. 12

ORONTIVS. ¶ Tangāt se exterius bini circuli a/b/c/& d/b/e, in pūcto quidē b: sitq; ipsius a/b/c/circuli centrum f, & ipsius d/b/e/centrum g. Aio quòd connexa f/g/ recta linea, trāsibit per contactum b. Si enim non transierit per punctum b, transeat (si possibile sit) per c/& e/puncta: & cōnectantur b/f/& b/g/rectæ lineæ, per primum postulatum. Et quoniam punctum f, centrum est circuli a/b/c: æqualis erit f/b/ipsi f/c/, per decimamquintam diffinitionē primi. Rursum quoniam g/centrū est circuli d/b/e: æqualis erit per eandem decimamquintam primi diffinitionem g/b, ipsi g/e. Binæ igitur f/b/& b/g, duabus f/c/& e/g, per secundam communē sententiam erunt æquales. Tota porrò f/g, ipsis f/c/& e/g/maior est (nempe c/e/extra circulos incidente particula) Et tota igitur f/g, maior est eisdem f/b/ & b/g. In triangulo itaq; f/b/g, bina latera f/b/ & b/g, erunt minora reliquo f/g: sunt autē maiora, per vigesimam primi. quæ simul impossibilia sunt. Igitur à centro f/ad centrum g/adplicata recta linea f/g, transit per contactum b. Si duo igitur circuli: & quæ sequuntur reliqua. Quod demonstrare oportebat.

Idem qui prius ostendēdi modus ab impossibili.



Θεώρημα ιβ, Πρόθεσις ιγ.

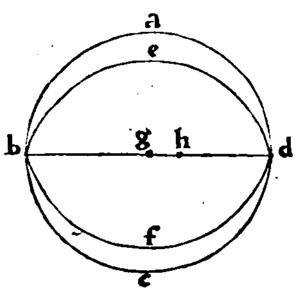
Κύκλος κύκλου οὐκ ἐφάπτεται πλείονα σημεῖα ἢ καθ' ἕν, ἐάν τε αὐτὸς, ἐάν τε ἐκτὸς ἐφάπτηται.

Theorema 12, Propositio 13.

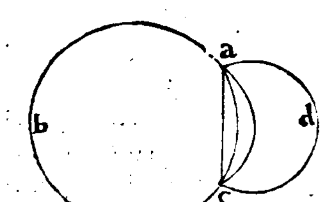
13 Circulus circulum non tangit in pluribus punctis vno: & si extra, & si intus tangat.

ORONTIVS. Tangat in primis circulus a/b/c/d, circulum b/e/d/f, introrsum (si fuerit possibile) in punctis b, d: sitq; ipsius a/b/c/d/ circuli centrum g, circuli autem b/e/d/f, centrum h. Adplicata igitur ex g/ in h/ recta linea, & eiecta: cadet in puncta contactum b, d, per vndecimam huius secundi libri. Et quoniam g/centrum est circuli a/b/c/d: erit g/b, ipsi g/d, per circuli diffinitionem æqualis. Tollatur g/h, ab ipsa g/d: eadem ergo g/b, reliqua h/d/ maior erit. Rursum quoniam h/centrum est circuli b/e/d/f: æqualis erit h/b, ipsi h/d, per eandem circuli diffinitionem. Tollatur rursum g/h, ab ipsa h/b: reliqua igitur g/ b, minor erit ipsa h/ d. Ostensum est autem, quòd & multò maior: quod non est possibile. Non tangit igitur circulus a/b/c/d/circulum b/e/d/f/ introrsum in pluribus pūctis vno. Secet rursum circulus a/b/c, circulum a/c/d/exterius in punctis a/& c/(si id fuerit possibile) & connectatur recta a/c/per primum postulatum. Et quoniā in circunferentia circuli a/b/c, duo sunt accepta puncta a/& c: adplicata igitur recta linea a/c, intra ipsum circulum cadet, per secundam huius: ergo extra circulum a/ d/c. Rursum quoniā eadem a/ & c/puncta in circunferentia ipsius a/ d/ c/ circuli coassumpta sunt (vtpote vtrique circulo cōmunia) eadem igitur recta a/c, cadet intra circulum a/d/c, per eandem secundam huius: & extra igitur circulum a/b/c. Patuit autem, quòd & intra ipsum a/b/c/circulū cadit eadem a/c, atque extra ipsum a/d/c/circulum. Cadet igitur intra & extra vtrumq; datorrum circulorum: quod est impossibile. Non tangit ergo circulus a/b/c/circulū a/d/c/exterius in pluribus pūctis vno. Patuit, quod nec introrsum. Quod ostēdere fuerat operæpretiū.

De circulis se se introrsum tangentibus.



De circulis q se tangūt extra.



Θεώρημα ιγ, Πρόθεσις ιδ.

ΕΝ κύκλῳ αἱ ἴσαι εὐθεῖαι, ἴσον ἀπέχουσιν ἀπὸ τοῦ κέντρου: καὶ αἱ ἴσον ἀπέχουσαι ἀπὸ τοῦ κέντρου, ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν.

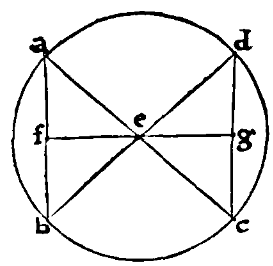
Theorema 13, Propositio 14.

14 IN circulo rectæ lineę sunt æquales, quæ æqualiter distát à cétro:

& si æqualiter distant à centro, æquales adinuicem sunt.

Pars prima theorematis.

ORONTIVS. ¶ Sint in circulo a/b/c/d, cuius cētrum e, binæ rectæ lineæ a/b/ & d/c/ inuicem primùm æquales. Aio ꝙ & æqualiter distant à centro e. In rectas enim a/b/ & d/c, à puncto e/ quod in eis non est, perpendiculares deducantur e/f/ & e/g, per duodecimā primi: & connectātur rectæ lineæ e/a, e/b, e/c, & e/d, per primū postulatum, quæ per circuli diffinitionem erunt adinuicē æquales. Cùm igitur recta quædam linea e/f/ per centrum educta, ipsam a/b/ rectam non per centrum extensam, ad rectos diuidat angulos: & bifariam quoq; illam secat, per tertiam huius. Aequalis est igitur a/f, ipsi f/b: & vtraq; propterea dimidium ipsius a/b. Et proinde d/g, ipsi g/c/ est æqualis: & vtraque dimidium ipsius d/c.



Atqui a/b/ per hypohesin, æqualis est ipsi d/c. quæ autem æqualium sunt dimidium, ea sunt inuicē æqualia, per septimā cōmunē sententiā: æqualis est igitur a/f, ipsi d/g, & f/b/ cōsequēter ipsi g/c. Et quoniā a/b/ æqualis est ipsi d/c, & e/a/ ipsi e/d: bina igitur latera e/a/ & a/b/ trianguli e/a/b, duobus lateribus e/d/ & d/c/ trianguli e/d/c, sunt æqualia alterum alteri: basis quoq; e/b, basi e/c, per circuli diffinitionē, æqualis. Angulus igiť qui ad a, angulo qui ad d/ æqualis est: per octauā primi. Rursùm quoniā æqualis est e/a/ ipsi e/d, & a/f/ ipsi d/g: bina ergo latera e/a/ & a/f/ trianguli e/a/f, duobus lateribus e/d/ & d/g/ trianguli e/d/g/ sunt æqualia alterū alteri: & qui sub æquis lateribus cōtinentur anguli, inuicē æquales. Basis igitur e/f, basi e/g, per quartā ipsius primi est æqualis. Quæ igitur in a/b & d/c/ rectas, ex centro e/ deducuntur perpendiculares e/f/ & e/g, æquales sunt adinuicē: distāt ergo a/b/ & d/c/ rectæ æqualiter ab eodē cētro e/ ipsius a/b/c/d/ circuli, per quartam huius diffinitionem.

Secunda pars cōuersa præcedentis.

¶ Esto autem e/f, ipsi e/g/ æqualis, hoc est, distent a/b/ & d/c/ æqualiter ab eodem cētro e. Dico quòd a/b/ æqualis est ipsi d/c. Eisdem nanq; constructis: ostendemus veluti suprà, vtranq; a/b/ & d/c/ bifariā discindi ab ipsis e/f/ & e/g/ perpēdicularibus: atque a/f/ æqualem fore ipsi d/g, & f/b/ consequenter ipsi g/c/ æqualem. Cùm igitur æqualis sit e/a/ ipsi e/d, & e/f/ ipsi e/g: bina ergo latera a/e/ & e/f/ trianguli a/e/f, binis lateribus d/e/ & e/g/ trianguli d/e/g/ sunt alternatim æqualia: basis quoque a/f, basi d/g/ æqualis. Angulus igitur a/e/f, angulo d/e/g, per octauam primi est æqualis. Et proinde qui sub b/e/f/ angulus, ei qui sub c/e/g/ itidem ostendetur æqualis. Totus itaq; a/e/b/ angulus, toti angulo d/e/c, per secundam communem sententiam est æqualis. Bina ergo triangula a/e/b/ & d/e/c, habent duo latera a/e/ & e/b, duobus d/e/ & e/c/ æqualia alterum alteri (ex centro enim in circunferētiam eiusdem circuli a/b/c/d) & qui sub eisdem æqualibus rectis lineis continentur anguli, inuicē æquales. Basis igitur a/b, basi d/c, per quartā ipsius primi est æqualis. In circulo itaq; rectæ lineæ sunt æquales, quæ æqualiter distāt à centro: & si æqualiter distant à centro, æquales adinuicem sunt. Quod receperamus ostendendum.

Θεώρημα ιδ', πρόθεσις ιε.

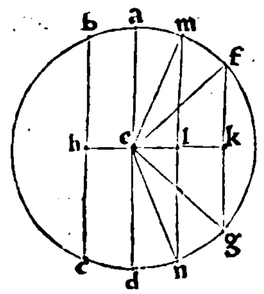
ΕΝ κύκλῳ μεγίστη μὲν ἐστιν ἡ διάμετρος· τῶν δὲ ἄλλων ἀεὶ ἡ ἔγγιον τοῦ κέντρου, τῆς ἀπώτερον μείζων ἐστίν.

Theorema 14, *Propositio* 15.

IN circulo, maximus quidem est dimetiens: aliarum autem semper propinquior centro, remotiore maior. 15

ORONTIVS. ¶ Sit in circulo a/b/c/d, cuius centrum e, dimetiens a/d: & ipsi centro vicinior b/c,remotior autem f/g.Aio quòd a/d/quæ per centrũ,maxima eſt: b/c/verò maior ipſa f/g.A centro enim e,in eaſdem rectas b/c/& f/g,perpendiculares deducantur e/h/& e/k:per duodecimam primi. Maior erit itaq; perpendicularis e/k,ipſa e/l:per quintam huius diffinitionẽ.Secetur itaque à maiori e/k,ipſi e/h/ minori æqualis,per tertiam primi:ſitq; e/l. & per datum punctum l, datæ rectæ lineæ f/g,parallela ducatur m/n:per trigeſimamprimam primi.cadet igitur e/l/ad perpendiculum ſuper m/n:per corollarium vigeſimænonæ ipſius primi.Et quoniã e/h/ eſt æqualis ipſi e/ l: diſtant igitur b/c/& m/n/æqualiter à cẽtro e,per quartam huius tertij diffinitionem: ſúntq;, per decimamquartam ipſius tertij,inuicem æquales.Cõnectantur demum,per primum poſtulatũ, e/f,e/g, e/m, & e/n:quæ per circuli diffinitionem,æquales ſunt adinuicem.Cùm igitur e/a/ipſi e/m, & e/d/ipſi e/n, per circuli diffinitionẽ ſit æqualis: tota a/d, binis m/e/& e/n, per ſecundam communem ſententiã æquabitur.Binæ porrò m/e/& e/n/trianguli m/e/n, ſunt maiores reliqua m/n,per vigeſimã primi.& a/d/igitur, maior eſt eadem m/n: & ipſa conſequenter b/c/ maior, per conuerſam ſextæ atq; ſeptimæ communis ſententiæ interpretationem.Rurſum quoniam æqualis eſt e/m/ipſi e/f,& e/n/ipſi e/g: bina igitur latera m/e/& e/n/ trianguli m/e/n, binis lateribus f/e/& e/g/ trianguli f/e/g,ſunt æqualia alterum alteri:& qui ſub m/e/n/angulus,eo qui ſub f/e/g/ maior (rectæ ſiquidem e/f/& e/g,coincidunt inter e/m/& e/n,ipſum angulũ m/e/n/diuidentes) baſis igitur m/n,per vigeſimamquartã primi,baſi f/g/maior eſt. Ipſi porrò m/n/æqualis eſt b/c.& b/c/igitur eſt eadem f/g/maior: quæ enim ſunt æqualia,eiuſdem ſunt æquè maiora.oſtenſum eſt autem, quòd & a/d, ipſa b/c/ maior eſt.Dimetiens itaq; a/d,eſt omnium maxima:& b/c/centro vicinior,ipſa f/g/remotiore maior.Quod oportuit oſtendiſſe.

Conſtruitur figura.



Demõſtratur theorema.

Θεώρημα ιε, Πρόθεσις. ις.

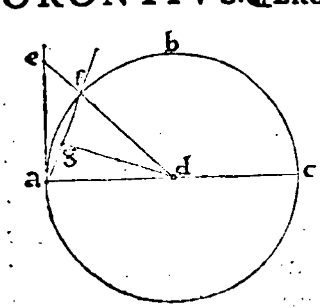
Ἡ τῇ διαμέτρῳ τοῦ κύκλου πρὸς ὀρθὰς ἀπ' ἄκρας ἀγομένη, ἐκτὸς πεσεῖται τοῦ κύκλου, καὶ εἰς τὸν μεταξὺ τόπον τῆς τε εὐθείας καὶ τῆς περιφερείας, ἑτέρα εὐθεῖα οὐ παρεμπεσεῖται. καὶ ἡ μὲν τοῦ ἡμικυκλίου γωνία, ἁπάσης ὀξείας γωνίας εὐθυγράμμου μείζων ἐστίν: ἡ δὲ λοιπή, ἐλάττων.

Theorema 15, Propoſitio 16.

16 QVæ à diametri circuli extremitate ad angulos rectos ducitur, extra ipſum circulum cadit: & in locum inter ipſam rectam lineam & circunferentiam,altera recta linea nõ cadet. & ſemicirculi angulus, omni angulo acuto rectilineo maior eſt: reliquus autem,minor.

ORONTIVS. ¶Eſto circulus a/b/c,& illius centrum d,dimetiens verò a/c: & ab a/dimetientis extremitate, ad angulos rectos excitetur a/e,per vndecimã primi.Dico primũ,quòd a/e/recta extra ipſum cadit circulum.Suſcipiatur enim in ipſa e/a, contingens aliquod punctum:ſitq; illud e. & connectatur e/d, per primũ poſtulatum Triangulũ erit igitur e/a/d. omnis porrò trianguli tres interiores anguli,binis rectis ſunt æquales:per trigeſimamſecundam primi.rectus eſt autem qui ad a, per conſtructionem.Reliqui igitur qui ad e/ & d/ ſunt anguli, vni recto ſunt æquales: & eorum

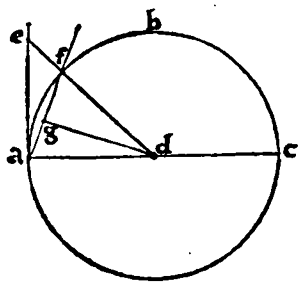
Prima pars, theorematis.



propterea quilibet, ipso qui ad a/recto minor. In triangulo autem maior angulus, sub maiori latere subtenditur, per decimamnonam primi: maior est igitur d/e, ipsa a/d, quæ est ipsius dati circuli semidiameter. Egreditur ergo d/e, circunferentiam ipsius a/b/c/circuli: cadítq; punctum e/extra eundem circulum a/b/c. Haud dissimi lis erit, cæterorum punctorũ ipsius a/e/demóstratio. Cadit ergo tota a/e, extra da tum circulum a/b/c.

Pars secunda

¶ Aio rursum, quòd inter rectam a/e, & circunferentiam a/b, nõ cadit altera recta linea. Si enim id fuerit possibile: esto a/f. & ad datam rectam lineam a/d, ad datúmq; in ea punctum d, dato angulo rectilineo e/a/f, æqualis angulus rectilineus cõstituatur a/d/g: per vigesimamtertiam primi.



Vterq; igitur a/d/g, & g/a/d, pars erit ipsius e/a/d: & recto propterea minor. In rectas itaq; a/f/& d/g, recta incidit a/d, efficiens interiores & in eadem parte angulos binis rectis minores: ipsæ igitur a/f/ & d/g, in infinitum productæ, tandem concurrent, per quintum postulatum, cõueniãt ergo ad punctũ g. Triangulũ est itaq; a/g/d: cuius tres interiores anguli binis rectis, per eandẽ trigesimãsecũdã primi, sunt æquales. & qui sub g/a/d/ & a/d/g/ anguli, vni recto, hoc est, ipsi e/a/d/ coæquantur (datus est enim a/d/g, æqualis ipsi e/a/f) Reliquus igitur a/g/d, rectus est: & maior propterea vtroq;, & g/a/d/ & a/d/g. Vnde rursum a/d/ semidiameter, maior est ipsa d/g, per eandem decimamnonam primi. Cadit igitur pũctum g, intra circulum a/b/c: ergo & a/f/ recta (in qua punctũ g) circulum ipsum interfecat, vtpote in f. Non cadit itaq; a/f/ recta, inter rectam a/e, & circunferentiã a/b.

Tertia pars de angulo cõtingentiæ.

¶ Dico tandem, quòd angulus b/a/d/ ipsius a/b/c/ semicirculi, omni acuto & rectilineo angulo maior est: reliquus autem (vtpote, b/a/e) minor. Cùm enim angulus e/a/d/ sit rectus, & diuisus à sola circunferentia a/b, inter quam & rectam a/e/ non cadit altera recta linea (vti nunc ostensum est) non potest ipse angulus b/a/e/ bipartiri: & proinde non minuetur neq; augebitur consequẽter ipse b/a/d. Igitur angulus b/a/d, sub a/b/ circunferẽtia, & a/d/ recta comprehensus, omni acuto rectilineo maior est angulo: b/a/e/ verò, qui sub eadem circunferentia, & a/e/ recta continetur (quem angulum contingẽtiæ nominare consueuimus) omni itidem acuto & rectilineo angulo minor est. Quæ omnia fuere demonstranda.

Corollarium.

¶ Quæ igitur ab extremitate dimetientis dati circuli, ad rectos ducitur angulos, ipsum circulũ tangit, ídq; in vno tantummodò puncto: ad duo enim puncta adplicata recta linea, per secundam huius tertij, cadit intra datum circulum.

Πρόβλημα β, Πρότασις ιζ.

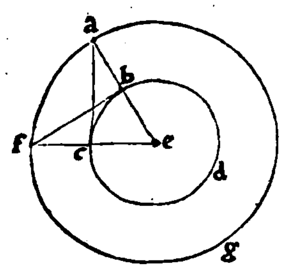
Ἀπὸ δοθέντος σημείου, τοῦ δοθέντος κύκλου ἐφαπτομένην εὐθεῖαν γραμμὴν ἀγαγεῖν.

Problema 2, *Propositio* 17.

A Dato puncto, dato circulo, contingentẽ rectã lineam ducere. 17

Cõstructio figuræ.

ORONTIVS. ¶ Sit a/pũctum datũ: à quo oporteat in datum circulum b/c/d/ contingentem rectam lineam ducere. Inueniatur ipsius b/c/d/ circuli centrũ, per primam huius tertij: sitq; illud e/& connectatur a/e/ recta, per primum postulatum: quæ cùm ab interiore puncto e, ad exterius punctum a/ deducatur, secabit b/c/d/ circũferentiam. secet igitur in puncto b. & centro e, interuallo autem e/a, circulus describatur a/f/g, per tertium postulatum. Postmodùm à puncto b, datæ rectæ lineæ a/e, ad rectos angulos excitetur b/f: per vndecimam primi. & connectatur e/f, per primum postulatum: quæ eandem circunferentiam b/c/d, secet rursum in



pūcto c. Connectatur demū a/c, per idem primū postulatū. Dico φ a/c, contingit circulū b/c/d. Cū enim per circuli diffinitionē, æqualis sit a/e/ipsi e/f, & b/e/ipsi e/c: erunt bina latera a/e/& e/c/triāguli a/e/c, æqualia duobus f/e/ & e/b/trianguli f/e/b: & communē comprehendunt angulum qui ad e. Basis igitur a/c/basi f/b, & triangulum a/e/c/triangulo f/e/b, & reliqui anguli reliquis angulis (sub quibus æqualia subtenduntur latera) per quartam primi coæquantur. æqualis est igitur angulus a/c/e, angulo e/b/f. Angulus porrò e/b/f/rectus est: igitur & qui sub a/c/e/rectus. Et quoniā e/c/semediameter est ipsius b/c/d/circuli, & ab illius dimetientis extremitate c, eadem a/c/ad rectos excitata est angulos: ipsa ergo a/c/tangit circulum b/c/d, per corollariū decimæsextæ huius tertij. Igitur à dato puncto a, dato b/c/d/circulo, contingentem rectam lineam duximus. Quod facere oportebat. Demōstratio

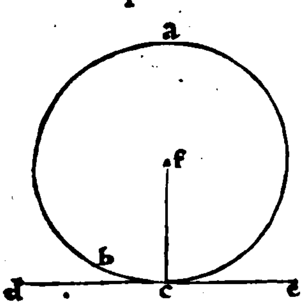
Θεώρημα ις, Πρόθεσις ιη.

Ἐὰν κύκλου ἐφάπτηταί τις εὐθεῖα, ἀπὸ δὲ τοῦ κέντρου ἐπὶ τὴν ἁφὴν ἐπιζευχθῇ τις εὐθεῖα· ἡ ἐπιζευχθεῖσα, κάθετος ἔσται ἐπὶ τὴν ἐφαπτομένην.

Theorema 16, Propositio 18.

18 SI circulum tetigerit aliqua recta linea, à centro autē in contactum coniuncta fuerit aliqua recta linea: coniuncta, perpendicularis erit in contingente.

ORONTIVS. ¶ Sit datus circulus a/b/c, quem tangat recta linea d/e, in puncto quidem c: sitq; centrum ipsius circuli f, & connectatur f/c/recta, per primū postulatum. Dico quòd f/c, perpendicularis est ipsi d/e. Si enim f/c, non fuerit perpendicularis ipsi d/e: erūt d/c/f/& f/c/e/anguli, per decimæ diffinitionis primi libri conuersionem, inæquales, alter quidem recto maior, alter verò minor. Esto maior (si fuerit possibile) & obtusus f/c/e: erit itaq; d/c/f/acutus. Et quoniam recta d/e, tangit circulum a/b/c, per hypotesin: ipsum igitur nō secat circulum. Cadit itaq; circūferētia b/c, inter d/c/& c/f/lineas rectas: & proinde acutus & rectilineus angulus d/c/f, maior erit angulo semicirculi b/c/f, ex circunferentia b/c/& recta c/f/comprehenso Dabitur itaque rectilineus & acutus angulus, maior angulo semicirculi: contra decimamsextam huius tertij propositionē. Angulus ergo d/c/f, non est recto minor: similiter ostendetur, quòd nec recto maior. est igitur rectus: & qui sub f/c/e/ continetur angulus, itidem rectus: & proinde recta f/c, in ipsam d/e/ perpendicularis est, per decimam primi diffinitionē. Si circulum itaq; tetigerit aliqua recta linea: &c. vt in theoremate. Quod demonstrandum fuerat. Hæc aliter ostendi potest, sed hic demōstrādi modus præstat.



Θεώρημα ιζ, Πρόθεσις ιθ.

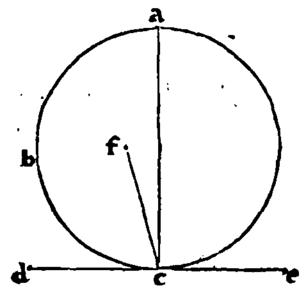
Ἐὰν κύκλου ἐφάπτηταί τις εὐθεῖα, ἀπὸ δὲ τῆς ἁφῆς τῇ ἐφαπτομένῃ πρὸς ὀρθὰς γωνίας εὐθεῖα γραμμὴ ἀχθῇ, ἐπὶ τῆς ἀχθείσης ἔσται τὸ κέντρον τοῦ κύκλου.

Theorema 17, Propositio 19.

19 SI circulum tetigerit aliqua recta linea, à contactu autē ipsi tangenti ad angulos rectos recta linea quædam excitetur: in excitata erit centrum circuli.

ORONTIVS. ¶ Esto circulus a/b/c: quem rursum tangat recta d/e, in puncto c. & à dato pũcto c. datæ rectæ lineæ d/e, ad rectos excitetur angulos c/a: per vndecimam primi. Dico ꝙ in c/a, est centrum ipsius dati circuli a/b/c. Si enim non fuerit in recta c/a: erit alicubi. Esto (si possibile sit) in puncto f. & connectatur f/c/ recta, per primum postulatum. Et quoniam recta quædam linea d/e, tangit per hypothesin circulum a/b/c, à centro autẽ f, in contactum c, coniuncta erit f/c/ recta linea: coniuncta igitur f/c, perpendicularis erit in contingente d/e, per antecedentem decimamoctauam huius tertij propositionem. Rectus erit igitur vterque angulorum d/c/f, & f/c/e. Atqui per constructionem, angulus d/c/a/ rectus est: suntq; recti omnes inuicem æquales, per quartum postulatum. Aequus erit igitur angulus d/c/a, ipsi angulo d/c/f. Est autem d/c/f, pars ipsius anguli d/c/a: recta siquidem f/c, cadit intra circulum, ac inter d/c/ & c/a/ rectas, diuiditq; propterea ipsum augulum d/c/a. Totus igitur angulus d/c/a, suæ parti d/c/f, æquabitur: quod per nonam communem sentẽtiam est impossibile. Centrum itaque circuli a/b/c, non est in puncto f. haud dissimiliter ostendemus, ꝙ nec alibi: præter q̄ in a/c. Si circulũ ergo tetigerit aliqua recta linea: & quæ sequuntur reliqua. Quod oportuit demõstrasse.

Demõstratio ab impossibili



Θεώρημα ιη, πρόθεσις κ.

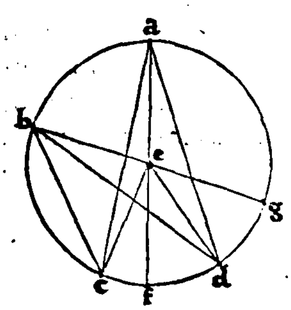
ΕΝ κύκλῳ ἡ πρὸς τῷ κέντρῳ γωνία, διπλασίων ἐστὶ τῆς πρὸς τῇ περιφερείᾳ, ὅταν τὴν αὐτὴν περιφέρειαν βάσιν ἔχωσιν αἱ γωνίαι.

Theorema 18, Propositio 20.

IN circulo angulus qui ad centrũ, duplus est eius qui ad circunferentiam: quando anguli eandem circũferentiam habuerint. 20

ORONTIVS. ¶ Sit a/b/c/d/ circulus: ad cuius centrum e, sit angulus c/e/d, ad circunferentiam autem c/a/d, & vtriusq; basis eadẽ circunferentia c/d. Aio quòd angulus c/e/d, ipsius anguli c/a/d/ duplus est. Connectatur enim a/e, per primũ postulatum: & per secundum postulatum, directè producatur in f. Cùm igitur per circuli diffinitionem, a/e/ sit æqualis e/c: æquus est angulus e/a/c, ipsi angulo e/c/a, per quintã primi. Anguli itaq; e/a/c/ & e/c/a simul sumpti, alterutrius eorũ dupli sunt: vtpote ipsius e/a/c. Exterior porrò angulus c/e/f, binis interioribus & ex opposito e/a/c/ & e/c/a, per trigesimamsecundam primi est æqualis. quæ autem sunt æqualia, eiusdem duplicia sunt: per conuersam sextæ communis sententiæ. duplus est igitur c/e/f/ angulus, ipsius e/a/c. Et proinde angulus f/e/d/ ipsius e/a/d/ anguli duplus est. Totus itaq; angulus c/e/d, totius anguli c/a/d/ consequenter est duplus. Si enim æquè multiplicibus, addãtur æquè multiplicia: æquè itidem multiplicia resultabunt. ¶ Quòd si angulus qui ad circunferentiam, fuerit extra centrum ipsius circuli, veluti c/b/d: idem nihilominus subsequetur. connexa enim recta b/e, per primum postulatũ, & directè producta in g/ per secundum: concludemus veluti suprà, ex eadem quinta & trigesimasecunda primi, angulum c/e/g, duplum fore ipsius anguli c/b/e. quorum d/e/g/ pars ipsius anguli c/e/g, duplus rursum est partis ipsius c/b/e, vtpote anguli e/b/d: reliquus igitur angulus c/e/d/ qui ad centrum, duplus itidem est reliqui c/b/d/ qui ad circunferentiam dati constituitur circuli. In circulo itaq; angulus qui ad centrum, duplus

Quãdo angulus qui ad circunferẽtiam includit centrum.



Quãdo idem angul⁹ qui ad circũferentiã nõ capit centrum circuli.

eſt eius qui ad circunferentiam: quando ipſi anguli communem baſin eandem circunferentiam habuerint. Quod fuerat oſtendendum.

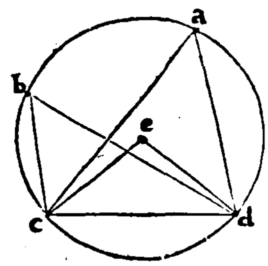
Θεώρημα ιθ, Πρόθεσις κα.

Ἐν κύκλῳ αἱ ἐν τῷ αὐτῷ τμήματι γωνίαι, ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν.

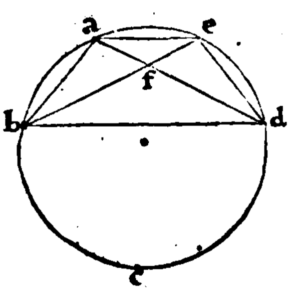
Theorema 19, Propoſitio 21.

21 IN circulo qui in eodem ſegmento ſunt anguli: ſibi inuicem ſunt æquales.

ORONTIVS. ¶ Sint primùm in ſegmento ſemicirculo maiori c/a/d/ dati a/b/c/d/ circuli anguli c/a/d/ & d/b/c/. Dico eoſdē angulos c/a/d/ & d/b/c, fore adinuicem æquales. Inueniatur enim centrum ipſius a/b/c/d/ circuli, per primam huius tertij, ſitq; illud e: & connectantur e/c/ & e/d, per primum poſtulatum. Cùm igitur angulus c/e/d/ ad centrum exiſtat circuli, c/a/d/ verò angulus ad circunferentiam, habeántq; baſin communem eandem circunferentiam c/d: angulus propterea c/e/d, duplus eſt, per antecedētem vigeſimam propoſitionem anguli c/a/d. Angulus itaque c/a/d, dimidius eſt ipſius anguli c/e/d. Et proinde præfatus angulus c/e/d, duplus eſt ipſius anguli d/b/c atq; idem angulus d/b/c, eiuſdem c/e/d/ anguli dimidius. Quæ autem eiuſdem ſunt dimidium, ea ſunt adinuicem æqualia: per ſeptimam communem ſententiā. Aequus eſt igitur angulus c/a/d, angulo d/b/c. De ſegmento ſemicirculo maiori.



¶ Sint rurſum in ſegmento b/a/d/ ſemicirculo minori, ipſius a/b/c/d/ circuli, b/a/d/ & d/e/b/ anguli. Hos dico fore ſimiliter æquales. Connectatur enim recta a/c, per primum poſtulatum: ſitq; ipſarum a/d/ & b/e/ ſectio f. Erit igitur a/c/e, ſegmentum maius: & qui in eodem ſegmento maiori ſunt anguli a/b/e/ & e/d/a, per primam partem iam demonſtratam, adinuicem æquales. Et quoniam trianguli a/b/f, interiores & qui ex oppoſito ſunt anguli a/b/f/ & f/a/b, extrinſeco b/f/d/ coæquantur angulo: necnon & duo anguli e/d/f/ & f/e/d/ ipſius e/f/d/ trianguli, eidē extrinſeco b/f/d/ ſunt itidē æquales, per trigeſimāſecūdam primi. duo igitur anguli a/b/f/ & f/a/b, duobus angulis e/d/f/ & f/e/d, ſunt per primā communem ſententiā æquales. A quibus ſi demantur æquales anguli a/b/f/ & e/d/f: reliquus b/a/f, reliquo d/e/f, hoc eſt, b/a/d/ ipſi d/e/b, per tertiam communem ſentētiam erit æqualis. Idem quoque demōſtrare licebit in ſemicirculo. In circulo igitur, qui in eodem ſegmento ſunt anguli, ſibi inuicem ſunt æquales. Quod receperamus oſtendendum. De ſegmento ſemicirculo minori.



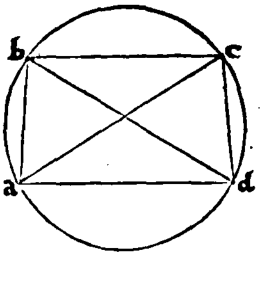
Θεώρημα κ, Πρόθεσις κβ.

Τῶν ἐν τοῖς κύκλοις τετραπλεύρων αἱ ἀπεναντίον γωνίαι, δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν.

Theorema 20, Propoſitio 22.

22 IN circulis quadrilaterorum exiſtentium anguli, qui ex oppoſito: duobus rectis ſunt æquales.

ORONTIVS. ¶ Sit in a/b/c/d/ circulo, quadrilaterum a/b/c/d. dico angulos qui ad a/ & c, ſimiliter qui ad b/ & d/ ex oppoſito cōſtituūtur, duobus rectis coæquari. Connectantur enim a/c/ & b/d/ rectæ, per primùm poſtulatum. Triangulum eſt igitur a/b/c. Et quoniam angulo b/a/c, æquus eſt angulus c/d/b, per antecedentem vigeſimamprimam huius tertij:ſunt enim in eodem ſegmēto b/a/d/c. Angulo rurſum a/c/b, æqualis eſt angulus b/d/a, per eandem vigeſimāprimam huius tertij: in eodē nanq; ſegmēto conſiſtunt a/d/c/b. Totus igitur qui ſub a/d/c/cōtinetur angulus, binis angulis b/a/c/& a/c/b (nempe ſuis partib⁹ integralibus) coæquatur. Adijciatur vtriſq; æqualibus, cōmunis angulus a/b/c. duo igitur anguli a/b/c/& c/d/a, tribus angulis b/a/c, a/c/b, & c/b/a, ipſius a/b/c/ trianguli, ſunt per ſecundam communem ſententiam æquales. Eiſdem porrò tribus angulis eiuſdē a/b/c/trianguli, duo recti ſunt æquales anguli: omnis ſiquidem triāguli, tres interiores anguli binis ſunt rectis æquales, per trigeſimamſecundā primi. Qui igitur ex oppoſito ſunt anguli a/b/c, & c/d/a, per primam communem ſentētiam, ſunt æquales duobus rectis. Nec diſſimiliter oſtēdemus, quòd anguli b/a/d/& d/c/b, duobus itidem rectis coæquantur. Igitur in circulis quadrilaterorum exiſtentiū anguli, qui ex oppoſito: duobus rectis ſunt æquales. Quod demonſtrare oportebat.



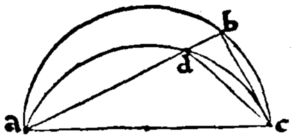
Θεώρημα κα, Πρότασις κγ.

Ἐπὶ τῆς αὐτῆς εὐθείας δύο τμήματα κύκλων ὅμοια καὶ ἄνισα, οὐ συσταθήσονται ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη.

Theorema 21, *Propoſitio* 23.

Svper eadem recta linea, duæ ſectiones circulorum ſimiles, & inæquales non conſtituentur ad eaſdem partes. 23

ORONTIVS. ¶Super eadem nanque recta linea a/c, binæ & inæquales circulorum ſectiones, a/b/c/quidem maior, minor autem a/d/c, ad eaſdem partes b, d/conſtituantur. Dico ꝙ ipſæ ſectiones nō ſunt ſimiles, & ſimul inæquales. Si enim id fuerit poſſibile: extendatur recta quædam linea a/d/b, quæ ſecet vtranq; ſectionem, maiorem quidem in b, & ipſam minorē in d: & connectantur b/c, & c/d/rectæ, per primum poſtulatū. Triangulum erit igitur b/c/d: cuius vnum latus b/d, producitur in a. exterior igitur angulus a/d/c, interiore & ex oppoſito c/b/d/maior eſt, per decimamſextam primi. Quòd ſi ſegmentum a/d/c/, fuerit ipſi a/b/c/ſimile: æquus erit angulus a/d/c, eidem angulo c/b/d, per vltimam huius tertij diffinitionem. ſimiles nanq; ſectiones circuli ſunt, quæ angulos æquos ſuſcipiūt. Eſſet igitur angulus a/d/c, maior angulo c/b/d, atq; eidem æqualis: quod eſt impoſſibile. Super eadem itaq; recta linea, duæ ſectiones circulorum ſimiles, & inæquales non conſtituētur ad eaſdem partes. Quod oſtendere fuerat operæpretium.



Θεώρημα κβ, Πρότασις κδ.

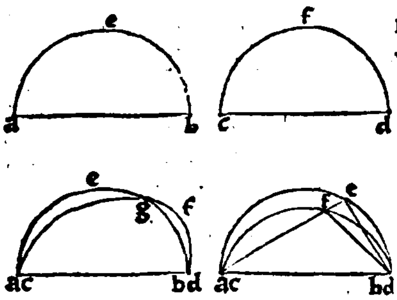
Τὰ ἐπὶ ἴσων εὐθειῶν ὅμοια τμήματα κύκλων, ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν.

Theorema 22, *Propoſitio* 24.

Svper æqualibus rectis lineis ſimiles circulorum ſectiones conſtitutæ, ſibi inuicem ſunt æquales. 24

ORONTIVS. ¶Conſtituantur enim ſuper æqualibus rectis lineis a/b, & c, d, ſimiles circulorum ſectiones a/e/b, & c/f/d. Dico ꝙ ſectio a/e/b, ſectioni c/f/d/eſt æqualis. Comparatis nanque adinuicem ipſis a/e/b/& c/f/d/ſectionibus, & puncto c/ſupra punctum a/ collocato, extenſaq; recta linea c/d/in directum ipſius a/b: congruet punctum d, ipſi puncto b. quæ enim ſunt æqualia, ſibimetipſis conueniunt, per octauæ cómunis sententiæ conuersionem. Conueniente autem recta c/d/ ipsi a/b, conueniet & c/f/d/ circunferentia ipsi a/e/b: & illi consequenter erit æqualis. Tunc enim super eadem recta & communi linea a/b/vel c/d, duæ circulorum sectiones constituentur similes: igitur & æquales, per vigesimam tertiam huius. Aequalis est igitur a/e/b/ipsi c/f/d. ¶ Quòd si non fueris contentus hac demonstratione, & dixeris forsan circunferentiam c/ f/d, ipsi a/e/b/ minimè conuenire: tunc vel altera alteram secabit, vel vna cadet intra reliquam. Secent se primùm (si possibile sit) in puncto g. Et quoniam se secant iam, in communibus pũctis a, b/vel c, d: secabunt sese inuicẽ circuli, quorũ sunt sectiones, in pluribus duobus pũctis. quod per decimam huius tertij, est impossibile. Quòd si vna ceciderit intra reliquam, vtpote c/f/d/intra a/e/b: idẽ quod in proxima sequetur inconueniẽs, velut ex ipsa potes elicere figura. Exterior enim angulus qui ad f, trianguli e/f/b/ aut e/f/d, maior erit intrinseco & ex opposito qui ad e, per decimãsextã primi: ac eidem æqualis, per similiũ sectionũ diffinitionẽ, quod non est possibile. Congruit itaque circunferentia c/f/d, ipsi a/e/b: quemadmodùm & recta c/d/ipsi a/b. quæ autem sibimetipsis conueniunt, æqualia sunt adinuicem: per octauam cómunem sententiam. Aequalis est igitur sectio a/e/b, ipsi c/f/d. Igitur super æqualibus rectis lineis, similes circulorum sectiones cõstitutæ, sibi inuicem sunt æquales. Quod receperamus ostendendum.

Alia eiusdem theorematis ostensio.



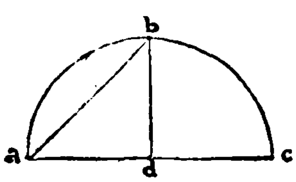
Πρόβλημα γ, Πρόθεσις κε.

Κύκλου τμήματος δοθέντος, προσαναγράψαι τὸν κύκλον οὗπερ ἐστὶ τμῆμα.

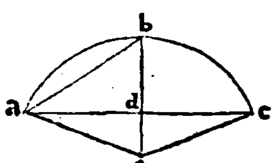
Problema 3, Propositio 25.

25 Circuli sectione data: describere circulum, cuius est sectio.

ORONTIVS. ¶ Esto data circuli sectio a/ b/ c, cuius centrum oporteat inuenire: hoc est, circulum cuius est sectio describere. Secetur itaque a/c/recta bifariam in puncto d, per decimam primi. & per vndecimam eiusdem primi, à puncto d/ipsius a/c/rectæ lineæ, perpendicularis excitetur d/b: & cõnectatur a/b/ recta, per primum postulatum. Triangulum erit igitur a/b/d: cuius angulus b/a/d, ipsi angulo d/b/a/erit æqualis, aut eo minor, vel eodẽ angulo maior. Si æqualis (vt in hac prima figura) æqualis erit a/d, ipsi d/b, per sextã primi. Eidem porrò a/d, æqualis est d/c, per constructionem: & d/b/igitur ipsi d/c, per primam communem sententiam erit æqualis. Tres itaque a/d, d/b, & d/c, erunt inuicem æquales. Cadẽt ergo à puncto d, in circũferentiã a/b/c, plures quàm duæ rectæ lineæ æquales: erit igitur punctum d, centrum circuli, cuius a/b/c/est sectio, per nonam huius tertij. ¶ At si angulus b/a/d, minor fuerit angulo d/b/a (vt in secunda figuræ dispositione) cõstituatur ad datum punctum a/datæ rectæ lineæ a/b, dato angulo rectilineo d/b/a, æqualis angulus rectilineus b/a/e: per vigesimamtertiam primi. Et quoniam trianguli a/b/d, angulus qui ad d/rectus est: igitur & qui ad b/minor est recto, per trigesimamsecundam primi. Angulo autẽ d/b/a, datus est æqualis b/a/e: & b/a/e/igitur angulus recto minor est. incidit itaq; recta linea a/b, in a/e/& b/d/rectas, efficiens interiores &

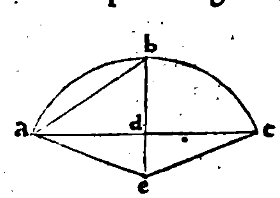


Prima huius ostẽsionis differentia.

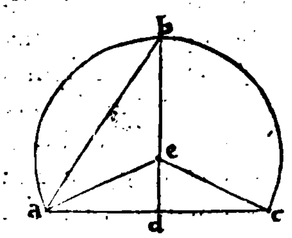


Secunda differentia.

in eadem parte angulos, duobus rectis minores: conuenient igitur a/e/& b/d/ in rectum productæ, per quintum postulatum. conueniāt ergo ad punctum e: & connectatur e/ c/ recta, per primum postulatum. Cùm igitur angulus e/a/b, æquus sit angulo a/b/e: æqualis est a/e, ipsi e/b, per sextam primi. Rursum quoniam a/d, ipsi d/c/ est æqualis, & d/e/ vtrique communis: bina igitur latera a/ d/ & d/ e/ trianguli a/d/e, binis lateribus e/d/& d/c/trianguli e/d/c, sunt æqualia alterū alteri: & æquales comprehendunt angulos, nempe rectos qui circa d. Basis igitur e/c, basi a/e, per quartam primi est æqualis. Eidem porrò a/e, æqualis ostensa est e/b: tres igitur a/e, e/b, & e/c, sunt adinuicem æquales. Quare rursum, ex nona huius tertij, punctum e/centrum erit circuli, cuius a/b/c/ est sectio. ¶Quòd si idem angulus b/a/d, maior extiterit ipso d/b/a: idem respondenter concludetur. Dato enim rursum angulo b/a/e, ipsi d/b/a, per vigesimam tertiam primi, æquali: cōcludemus (veluti suprà) ex sexta primi, e/b/ fore æqualem ipsi a/e: ac eidem a/e, ipsam e/c, per quartam ipsius primi, consequenter æquari. Et proinde punctum e, centrum erit circuli/cuius a/b/c/ est sectio: per nonam huius tertij.



Tertia differentia.

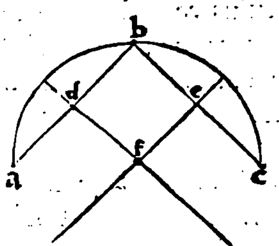


Corollarium.

¶Hinc fit manifestū, in semicirculo angulum b/a/d, fore æqualē ipsi d/b/a: in sectione autē semicirculo minore, minorē: & in maiore maiorē.

Alia & vniuersalior eiusdē problematis ostensio.

¶EST ET ALIVS modus vniuersalis inueniendi præfatū centrū, cuicunq; sectioni datæ indifferenter adcommodus. Assumantur itaque in data circunferentia siue sectione a/b/c, tria vtcunque contingentia puncta: sintq; a, b, c. Connectantur deinde a/b, & b/c/ rectæ, per primum postulatum. vtraq; postmodùm bifariam diuidatur, per decimā primi: a/b/ quidem in puncto d, & b/c/ in puncto e. A punctis autem d/ & e, in easdem a/b/ & b/c, perpendiculares excitentur d/f/ & e/f, per vndecimam eiusdem primi. Cùm igitur vterque angulorum b/d/f/ & b/e/f/ sit rectus: recta quæ ex puncto d/ in pūctū e/ producetur, vtrūq; diuidet angulum. quæ cùm incidat in d/f/ & e/f/ rectas, efficiet propterea interiores & in eadem parte angulos d/e/f/ & e/d/f/ duobus rectis minores. Cócurrent igitur d/f/ & e/f/ productæ, per quintum postulatum, & sese tandem intersecabunt in eodem puncto f. Et quoniam recta quædam linea d/f, quandam rectam lineam a/b, bifariam & ad rectos dispescit angulos: in ipsa igitur d/f/ est centrū circuli. & proinde in e/f/ recta, erit eiusdem circuli centrum: per corollarium primæ huius tertij. Est igitur cētrū circuli, cuius sectio est a/b/c, in puncto f, vtriq; & d/f/ & e/f/ cōmuni. Data igitur circuli sectione a/b/c, describitur circulus cuius est sectio. Quod oportuit ostēdisse. 2



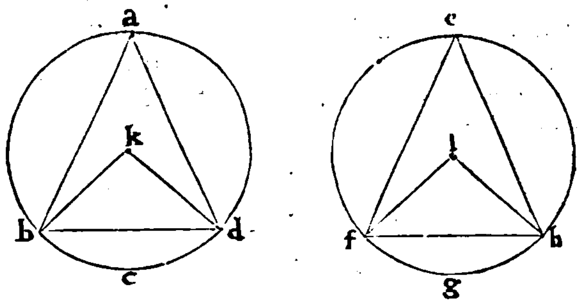
Θεώρημα κγ, Πρότασις κϛ.

ΕΝ τοῖς ἴσοις κύκλοις αἱ ἴσαι γωνίαι ἐπ' ἴσων περιφερειῶν βεβήκασι, ἐάν τε πρὸς τοῖς κέντροις, ἐάν τε πρὸς ταῖς περιφερείαις ὦσι βεβηκυῖαι.

Theorema 23, Propositio 26.

IN æqualibus circulis æquales anguli, in æqualibus circunferentijs subtenduntur: etsi ad centra, etsi ad circunferentias deducti fuerint. 26

ORONTIVS. ¶Sint bini circuli a/b/c/d/ & e/f/g/h/ inuicem æquales: in quibus æquales deducantur anguli,ad eorum quidem centra k,l, anguli b/k/d,& f/l/h: ad circunferentias autem,b/a/d/& f/e/h.Dico quòd b/c/d/circunferẽtia,æqualis eſt f/g/h/circunferentiæ.Connectantur enim in primis b/d/& f/h/rectæ, per primum poſtulatũ.Et quoniam per hypotheſin circuli a/b/c/d/& e/f/g/h/ſunt inuicẽ æquales:quæ igitur ex eorum centris prodeũt rectæ lineæ,ſunt æquales adinuicem, per primã huius tertij diffinitionẽm.Duæ igitur b/ k/ & k/ d/ trianguli b/k/d, duabus f/l/& l/h/triãguli f/l/h/ ſũt æquales altera/alteri: & æquos inuicẽ, qui ad k/& l/cõprehẽdunt angulos.Baſis itaq; b/d,baſi f/h, per quartã primi eſt æqualis. Rurſum quoniã angulus qui ad a,æquus eſt angulo qui ad e,ſimilis eſt ſectio b/a/d,ſectioni f/e/h,per decimam huius tertij diffinitionẽ: & ſuper æqualibus rectis cõſiſtunt b/d/& f/h. Aequalis eſt igitur ſectio b/a/d,ipſi f/e/h: ſuper æqualibus enim rectis lineis ſimiles circulorum ſectiones conſtitutæ, ſibi inuicem ſunt æquales,per vigeſimamquartam huius tertij. Atqui totus a/b/c/d/ circulus,toti e/f/g/h/circulo eſt æqualis.ſi ab æqualibus autem circulis, æquales auferantur circunferentiæ:quæ relinquentur æquales erunt,per tertiam cõmunem ſententiam. Aequalis eſt igitur circunferentia b/c/d,ipſi f/g/h. In æqualibus ergo circulis:&c.vt in theoremate.Quod demonſtrandum fuerat.



Θεώρημα κδ', Πρόθεσις κζ'.

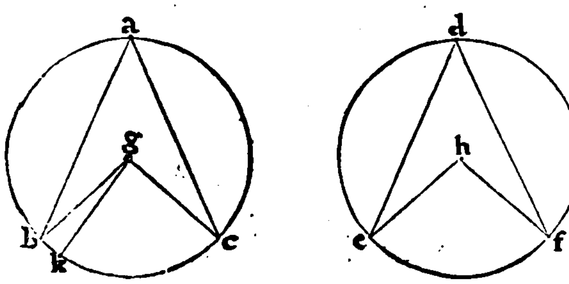
Ἐν τοῖς ἴσοις κύκλοις, αἱ ἐπὶ ἴσων περιφερειῶν βεβηκυῖαι γωνίαι, ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν, ἐάν τε πρὸς τοῖς κέντροις, ἐάν τε πρὸς ταῖς περιφερείαις ὦσι βεβηκυῖαι.

Theorema 24, Propoſitio 27.

27 IN æqualibus circulis,anguli qui ſuper æquales circunferentias deducuntur, ſibi inuicem ſunt æquales : etſi ad centra, etſi ad circunferentias fuerint deducti.

ORONTIVS. ¶Hæc eſt cõuerſa præcedentis.Sint ergo in circulis æqualibus a/b/c/& d/e/f,ſuper æqualibus circunferẽtijs b/c/& e/f,anguli b/g/c/& e/h/f,ad eorum centra g, h: ad circunferentias autem b/a/c/& e/d/f. Aio quòd angulus qui ad g,æquus eſt angulo qui ad h:necnon qui ad a,æqualis ei qui ad d. In primis enim, ſi angulus b/g/c/angulo e/h/f/nõ fuerit æqualis:alter eorum erit maior. Eſto maior (ſi poſſibile ſit)b/g/c:& ad datam rectam lineam g/c, ad datúmq; in ea punctum g, dato angulo rectilineo e/h/f,æqualis angulus rectilineus conſtituatur k/g/c,per vigeſimamtertiam primi. Maior erit itaque angulus b/g/c, ipſo k/g/c/angulo:incidétque propterea recta g/k,inter b/g/ & g/c/rectas, & proinde ſecabit circũferentiã k/c/ipſa b/c/ minorẽ.At quoniã in circulis æqualibus æquales anguli, in æqualibus circunferẽtijs ſubtẽduntur,per antecedentẽ vigeſimamſextã propoſitionem:æqualis erit circunferentia k/c,ipſi e/f. Eidem porrò

Cõuerſa præcedentis,26.



circunferentiæ e/f, æqualis eſt per hypotheſin circunferentia b/c.& b/c/ igitur circunferentia, ipſi k/c, per primam communem ſententiam erit æqualis: maior videlicet minori, totúmve ſuæ parti. quod per nonam cõmunẽ ſententiã eſt impoſſibile. Non eſt igitur angulus b/g/c, maior ipſo e/h/f: ſimiliter oſtendemus, quòd neq; minor. Eſt igitur æqualis. Et quoniam per vigeſimam huius tertij, angulus b/a/c, dimidius eſt eius qui ad centrum g: necnon & e/d/f/angulus, illius qui ad centrum h/dimidius. quæ autẽ eiuſdem vel æqualium ſunt dimidiũ, æqualia ſunt adinuicem: per ſeptimam communem ſententiã. Et angulus igitur b/a/c, angulo e/d/f/eſt æqualis. In æqualibus ergo circulis, anguli qui ſuper æquales circunferentias: & quæ ſequuntur reliqua. Quod erat oſtendendum.

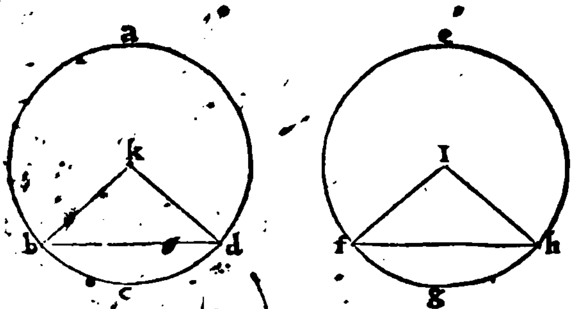
Θεώρημα κε, Πρότασις κη.

ΕΝ τοῖς ἴσοις κύκλοις αἱ ἴσαι εὐθεῖαι, ἴσας περιφερείας ἀφαιροῦσι, τὴν μὲν μείζονα, τῇ μείζονι: τὴν δὲ ἐλάττονα, τῇ ἐλάττονι.

Theorema 25, Propoſitio 28.

IN æqualibus circulis æquales rectæ lineæ, æquales circunferentias auferunt: maiorem maiori, minorem autem minori. 28

ORONTIVS. Sint bini circuli a/b/c/d/& e/f/g/h/inuicem æquales, quorum centra k, l: in ipſis verò æqualibus circulis, æquales ſint rectæ lineæ b/d, & f/h, auferentes circunferentes b/a/d/quidem & f/e/h maiores, minores autem b/c/d/& f/g/h. Aio quòd circunferentia b/a/d, circunferentiæ f/e/h/eſt æqualis: necnon & b/c/d, ipſi f/g/h. Connectantur enim b/k/& k/d, atque f/l/& l/h/ rectæ, per primũ poſtulatum. Cũ igitur ex hypotheſi circuli a/b/c/d/& e/f/g/h/ ſint æquales: & æquales quoq; adinuicẽ erunt quæ ex eorum cẽtris deducẽtur lineæ rectæ, per primam huius tertij diffinitionem. Duæ itaq; b/k/& k/d/trianguli b/k/d, binis f/l/& l/h/trianguli f/l/h, ſunt æquales altera alteri: baſis quoq; b/c, baſi f/h, per hypotheſin æqualis. Angulus igitur b/k/d, angulo f/l/h, per octauam primi eſt æqualis. In æqualibus porrò circulis æquales anguli, & ad centra deducti, in æqualibus circunferentijs ſubtenduntur: per allegatam vigeſimamſextam huius tertij. Et b/c/d/igitur circunferentia, ipſi f/g/h/circunferẽtiæ eſt æqualis. Atqui totus a/b/c/d/circulus, toti e/f/g/h/ circulo per hypotheſin æquatur: & ſi ab æqualibus circulis æquales auferantur circunferentiæ, quæ relinquentur æquales erunt, per tertiam communem ſententiam. Reliqua igitur circunferentia b/a/d, reliquæ f/e/h/eſt æqualis. Igitur in circulis æqualibus æquales rectæ lineæ, æquales circũferentias auferunt: maiorem maiori, minorẽ autem minori. Quod demõſtrare fuerat operæpretium.



Θεώρημα κϛ, Πρότασις κθ.

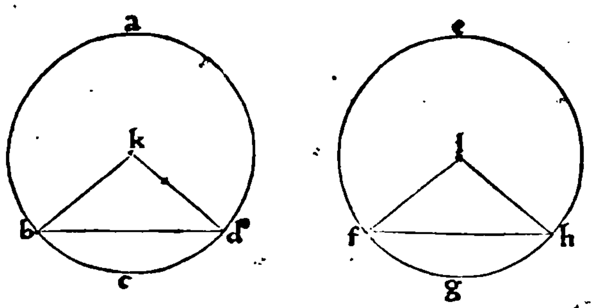
ΕΝ τοῖς ἴσοις κύκλοις ὑπὸ τὰς ἴσας περιφερείας, ἴσαι εὐθεῖαι ὑποτείνουσι.

Theorema 26, Propoſitio 29.

IN æqualibus circulis: ſub æqualibus circunferẽtijs, æquales rectæ lineæ ſubtenduntur. 29

Cõuerſa proximæ. 28.

ORONTIVS. Hæc eſt conuerſa proximè antecedentis propoſitionis. Sint igitur rursum æquales circuli a/b/c/d/& e/f/g/h, quorum cẽtra k,l: sintq; in eisdem circulis, b/c/d/& f/g/h/circũferentiæ inuicem æquales. Dico quòd connexæ b/d/& f/h/rectæ lineæ, æquales sunt adinuicem. Producãtur enim ex centro k, rectæ lineæ b/k/& k/d: necnon ex centro l, rectæ lineæ f/l/& l/h, per primum postulatũ. Et quoniam ex hypothesi circunferentia b/c/d/æqualis est circunferentiæ f/g/h: æqualis est propterea angulus b/k/d/ angulo f/l/h, per vigesimamseptimam huius tertij. Rursum quoniam dati circuli per hypothesin sunt inuicem æquales: & quæ ex eorum centris igitur k/ & l, per primam huius diffinitionem sunt æquales. Aequales itaque inuicem sunt b/k, k/ d, f/l, & l/h. Triangula ergo b/k/ d/ & f/l/h, habent duo latera duobus lateribus æqualia alterum alteri: & contentos sub æquis lateribus angulos inuicem æquales. Basis igitur b/d, basi f/ h, per quartam primi est æqualis. In æqualibus ergo circulis, sub æqualibus circunferẽtijs, æquales rectæ lineæ subtenduntur. Quod oportuit demonstrasse.



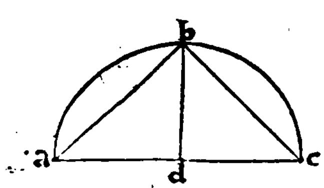
Πρόβλημα δ, Πρόθεσις λ.

Τὴν δοθεῖσαν περιφέρειαν δίχα τέμνειν.

Problema 4, Propositio 30.

30 DAtam circunferentiam bifariam discindere.

ORONTIVS. ¶ Esto data circũferentia a/b/c: quam oporteat bifariam discindere. Connectatur ergo recta linea a/c, per primũ postulatum: quæ bifariam secetur in puncto d, per decimam primi. Et per vndecimam eiusdem primi, à dato puncto d, datæ rectæ lineæ a/c, ad angulos rectos excitetur d/b: connectanturq; a/b/& b/c/lineæ rectæ, per primum postulatum. Cùm igitur a/d/ipsi d/c/sit æqualis, & d/b/vtriq; communis: bina itaq; latera a/d/& d/b/trianguli a/d/b, duobus lateribus b/d/& d/c/trianguli b/d/c/sunt æqualia alterum alteri: & æquos inuicem comprehendunt angulos, nempe rectos. Basis igitur/a/b, basi b/c, per quartam primi est æqualis. Aequales porrò lineæ in eodẽ circulo, æquales circunferentias auferunt, maiorem maiori, minorem autem minori, per vigesimamoctauã huius tertij. Aequalis est ergo a/b/ circunferentia, ipsi b/c. Data itaq; circunferentia a/b/c, bifariam discinditur in puncto b. Quod facere oportebat.



Θεώρημα κζ, Πρόθεσις λα.

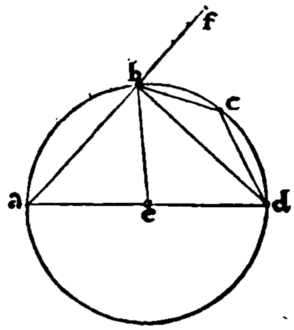
Ἐν κύκλῳ, ἡ μὲν ἐν τῷ ἡμικυκλίῳ γωνία, ὀρθή ἐστιν: ἡ δὲ ἐν τῷ μείζονι τμήματι, ἐλάττων ὀρθῆς: ἡ δὲ ἐν τῷ ἐλάττονι, μείζων ὀρθῆς. καὶ ἔτι ἡ μὲν τοῦ μείζονος τμήματος γωνία, μείζων ἐστὶν ὀρθῆς: ἡ δὲ τοῦ ἐλάττονος τμήματος γωνία, ἐλάττων ἐστὶν ὀρθῆς.

Theorema 27, Propositio 31.

31 IN circulo, angulus qui in semicirculo est, rectus est: qui autem in maiori segmento, minor recto: qui verò in minori segmento, maior est recto. Et insuper angulus maioris segmẽti, recto quidem maior est: minoris autem segmenti angulus, minor est recto.

ORONTIVS. ¶Sit datus circulus a/b/c/d: cuius centrum e, dimetiens verò a/d: descriptus autem in semicirculo angulus, sit a/b/d. & suscipiatur in eodem circulo contingens aliquod punctum, sitq; illud c: & per primum postulatum, connectantur rectæ lineæ b/c, b/e, & c/d. Dico primùm, quòd angulus a/b/d/ rectus est. Extendatur enim, per secundum postulatum, a/b/ recta in directum, versus f. Cùm

Prima theorematis pars.



igitur æqualis sit a/e, ipsi e/b, per circuli diffinitionem: æquus erit angulus e/a/b, ipsi angulo a/b/e, per quintam primi. Et proinde æqualis est angulus e/b/d, ipsi angulo b/d/e: æqualis siquidē est e/b/ recta ipsi e/d, per eandē circuli diffinitionē. Totus itaq; angulus a/b/d, binis angulis b/a/d/ & a/d/b/ est æqualis. Eisdem porrò angulis b/a/d/ & a/d/b, æquus est exterior angulus d/b/f, per trigesimā secundā primi. Duo itaque anguli a/b/d/ & d/b/f, eisdem angulis b/a/d/ & a/d/b/ sunt æquales: igitur & æquales adinuicem, per primam communem sententiam. Recta igitur b/d/ incidēs super a/f, efficit vtrobique angulos adinuicem æquales: ergo rectos, per decimam ipsius primi diffinitionem. Rectus est igitur angulus a/b/c/ in dato consistens semicirculo. ¶Dico insuper quòd angulus qui ad a/ existens in maiori segmento b/ a/ d, recto minor est. Trianguli siquidem a/b/d/ tres anguli, binis rectis per trigesimamsecundam primi sunt æquales. Rectus est autem qui ad/b (veluti nunc ostendimus) reliqui igitur qui ad a, & qui ad d, vni recto sunt æquales: & proinde vterque recto minor. ¶Aio consequenter quòd & angulus qui ad c/ in segmento b/c/d/ semicirculo minori, maior est recto. Nam a/b/c/d/ quadrilaterū est, & in dato consistens circulo. In circulis porrò quadrilaterorum existentium, anguli qui ex opposito duobus rectis sunt æquales, per vigesimamsecundam huius tertij. Qui igitur ad a/ & c/ existunt anguli, binis rectis sunt æquales. Angulus porrò qui ad a, recto minor ostensus est: igitur & qui ad c, hoc est sub b/c/d/ cōtinetur angulus, recto maior est. ¶Dico tandem, quòd angulus maioris segmenti b/a/d, vtpote a/b/c/d, sub a/b/ recta, & circunferentia b/c/d, cōprehensus, maior est recto. Minoris autē segmenti angulus, veluti c/b/d, sub eadem b/c/d/ circunferentia & recta b/d/ comprehensus, recto minor est. Anguli enim rectilinei a/b/d/ & d/b/f/ recti sunt: caditq; b/d/ recta intra datum circulum, per secundam huius tertij. Eadem itaq; recta b/d, diuidit ipsum angulum sub a/b/ recta, & b/c/d/ circūferentia comprehensum: & proinde rectus angulus a/b/d, eiusdem anguli sub a/b/ recta & circunferentia b/c/d/ comprehensi sit pars. Omne porrò totum, est sua parte maius, per nonam cōmunem sententiam. Datus igitur segmenti maioris angulus, sub a/b/ recta, & b/c/d/ circunferentia contentus, recto maior est. ¶Rursum, quoniam recta b/d, cadit intra datum circulum, & b f/ extra: diuidit itaq; circunferentia b/c/d, ipsum angulum rectum d/b/f. Et proinde datus angulus sub b/d/ recta/ & eadem circunferentia b/c/d/ comprehēsus, pars est ipsius anguli recti d/b/f. Omnis autem pars minor est toto, per ipsius nonæ communis sententiæ conuersionem. Angulus igitur segmenti minoris, sub d/b/ recta & b/c/d/ circunferentia comprehensus, minor est recto. In circulo itaq; angulus qui in semicirculo est: & quæ sequuntur reliqua. Quod oportebat ostendere.

Pars secūda.

Pars tertia.

Quarta eiusdem theorematis pars.

Pars quinta & vltima.

Corollarium primum.

¶Ex hac, & decimasexta huius tertij propositione fit manifestum, quòd tametsi in mixtis angulis, sub recta linea & circuli circunferentia comprehensis, detur minor atque maior recto: nunquàm tamen dabitur æqualis.

Corollarium secundum.

¶Sequitur etiam ex huiusce propositionis demonstratione, quòd in triangulis angulus qui reliquis duobus æquatur, rectus est. ¶ Et quando vtrobique cõsistentes anguli, eisdem angulis fuerint æquales: vterq; æqualium angulorum rectus erit.

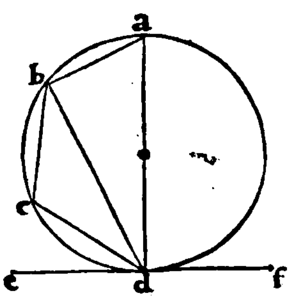
Θεώρημα κη, Πρόθεσις λβ.

Ἐὰν κύκλου ἐφάπτηταί τις εὐθεῖα, ἀπὸ δὲ τῆς ἁφῆς εἰς τὸν κύκλον διαχθῇ τις εὐθεῖα τέμνουσα τὸν κύκλον, ἃς ποιεῖ γωνίας πρὸς τῇ ἐφαπτομένῃ, ἴσαι ἔσονται ταῖς ἐν τοῖς ἐναλλὰξ τοῦ κύκλου τμήμασι γωνίαις.

Theorema 28, Propositio 32.

32 SI circulum tetigerit aliqua recta linea, à contactu autem extendatur quædam recta linea circulum dispescẽs: anguli quos efficit ad tangẽtem, æquales sunt eis, qui alterni in circuli segmentis consistunt, angulis.

ORONTIVS. ¶Esto enim circulus a/b/c/d, quem tangat recta linea e/f/in puncto d: à cõtactu autem d, extendatur recta quædam linea d/b, dispescẽs datum circulum a/b/c/d. Aio quòd angulus b/d/e, æqualis est angulo qui in segmento b/a/d: & angulus b/d/f, ei qui in segmento b/c/d/ itidem æqualis. In primis enim, aut b/d/recta super rectam e/f/ad rectos incidet angulos: aut non. Si ad rectos inciderit angulos: ea transibit per centrum, efficietúrque dimetiẽs ipsius a/b/c/d/circuli, per decimamnonam huius tertij. Qui autem in vtroq; semicirculo cõsistet angulus, rectus erit, per antecedentẽ trigesimamprimã ipsius tertij. hinc per quartum postulatũ, vterque rectus qui circa d, vtrique recto in alternis semicirculis constituto erit æqualis. ¶Sed esto d/b/minimè perpendicularis super e/f: & per vndecimã primi, à dato puncto d, datæ rectæ lineæ e/f, perpendicularis excitetur a/d. Sumatur præterea in b/d/circũferẽtia punctum aliquod, sitq; illud c: & per primum postulatum, connectãtur rectæ a/b, b/c, atque c/d. Cùm igitur ex hypotesi, recta linea e/f, tangat ipsum a/b/c/d/ circulum, à contactu autem d, ipsi tangẽti e/f/ad rectos angulos excitata est a/d: transit igitur a/d/ recta per centrum, fitq; dimetiẽs ipsius a/b/c/d/circuli, per decimãnonã huius tertij. Triãguli igitur a/b/d, angulus qui ad b/in ipso existens semicirculo, per antecedentẽ trigesimãprimã huius tertij, rectus est: reliqui itaq; anguli a/d/b/ & b/a/d, vni recto, per trigesimamsecundam primi, sunt æquales. Angulus porrò a/d/e, rectus est: qui igitur sub a/d/b/ & b/a/d/cõtinentur anguli, ipsi angulo a/d/e/sunt æquales. vtriq; autẽ æqualiũ, communis est a/d/b: reliquus igitur b/d/e, reliquo b/a/ d(qui alternus in b/a/d/ segmento consistit) angulo, per tertiam communem sententiam est æqualis. Rursum quoniã anguli b/d/e/ & b/d/f, duobus rectis, per decimamtertiam primi, sunt æquales: eisdẽ quoq; duobus rectis, æquales sunt qui in a/b/c/d/ quadrilatero, ex opposito consistunt anguli b/a/d/ & b/c/d, per vigesimamsecundam huius tertij. Et anguli igitur b/a/d/ & b/c/d, ipsis angulis b/d/e/ & b/d/f, sunt per primam communem sententiã æquales: quorum alter, vtpote b/a/d, alteri b/d/e/ æqualis præostensus est. Reliquus igitur angulus b/d/f, reliquo & alterno b/c/d, per tertiam communem sententiam coæquatur. Si circulum igitur tetigerit aliqua recta linea: &c. vt in theoremate. Quod receperamus ostendendum.



Quãdo dispescẽs orthogonalis est ad tãgentem.

Quando extensa non est orthogonalis cum tãgente circulum.

πρόβλημα ε, πρόθεσις λγ.

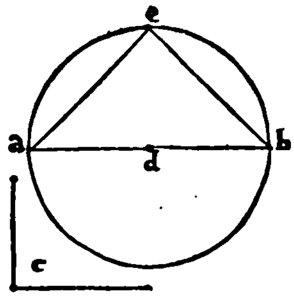
Ἐπὶ τῆς δοθείσης εὐθείας γράψαι τμῆμα κύκλου δεχόμενον γωνίαν ἴσην, τῇ δοθείσῃ γωνίᾳ εὐθυγράμμῳ.

Problema 5, Propoſitio 33.

SVper data recta linea, deſcribere ſectionem circuli, capientem angulum æqualem dato angulo rectilineo. 33

ORONTIVS. ¶Sit data recta linea a/b, datus porrò angulus rectilineus qui ad c: ſitq́; receptum deſcribere circuli ſectionem, quæ capiat angulum ipſi dato angulo c/æqualem. Datus itaq; angulus, aut erit rectus, aut acutus, vel obtuſus: Eſto primũ rectus, vt in prima figura. Secetur ergo ipſa a/b/ recta linea bifariam, per decimam primi, in puncto d: & centro d, interuallo autem d/a, vel d/b, circulus deſcribatur a/e/b, per tertium poſtulatum. Sumatur deinde contingens aliquod punctum in alterutro ſemicirculo, ſitq́; illud e: & cõiungantur a/e/& e/b/lineæ rectæ, per primũ poſtulatum. Et quoniã ſemicirculus eſt a/e/b: angulus igitur qui ad e, per trigeſimamprimã huius tertij rectus eſt, & ipſi propterea angulo c, per quartum poſtulatum æqualis. Deſcriptus eſt itaque ſuper a/b/recta, ſemicirculus a/e/b, ſuſcipiẽs angulum qui ad e, dato angulo c/æqualem.

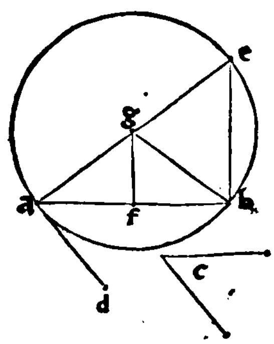
Quando datus angulus rectus eſt.



Cùm datus angulus eſt acutus

Partiũ figuræ præparatio.

¶Sit autem ipſe datus angulus c/acutus, velut in ſecunda figuræ deſcriptione. Ad datam itaq; rectam lineam a/b, datúmq; in ea punctum a, dato angulo rectilineo c:æqualis angulus rectilineus conſtituatur b/a/d, per vigeſimamtertiã primi. Erit igitur angulus b/a/d/ acutus: & proinde a/b, ſuper ipſam a/d/non eſt perpendicularis. Excitetur ergo per vndecimam primi, à dato puncto a/datæ rectæ lineæ a/d, perpendicularis a/e: diuidatúrq; ipſa a/b/recta bifariã in puncto f, per decimam ipſius primi. & per vndecimã eiuſdem primi, à dato puncto f, ipſi a/b/ rectæ lineæ ad angulos rectos excitetur f/g. Conuenient itaq; a/e/& f/g, per quintum poſtulatũ: interiores enim & in eadem parte anguli a/f/g/& g/a/f, binis rectis ſunt minores. cõueniant igitur ad punctum g: & cõnectatur b/g/recta, per primũ poſtulatum. Cùm igitur a/f/ipſi f/b/ſit æqualis, & vtriq; cõmunis f/g: duæ igitur a/f/& f/g/trianguli a/f/g, duabus g/f/& f/b/trianguli g/f/b, ſunt æquales altera alteri. & æquos inuicẽ capiũt angulos: nempe rectos, qui circa f. Baſis igitur a/g, baſi g/b, per quartam primi eſt æqualis. Centro itaq; g, interuallo autem g/a/vel g/b, circulus deſcribatur a/e/b, per tertium poſtulatum. tranſibit ergo circulus a/e/b, per ipſius a/b/limites. Extenſa igitur a/e/recta, per ſecundum poſtulatum, in circunferentiam ipſius circuli: cõnectatur recta b/e, per primum poſtulatum.



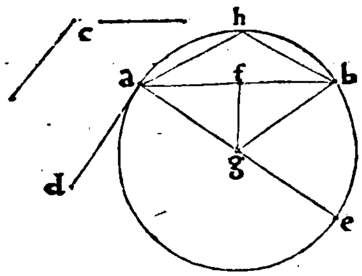
Reſolutio demõſtrationis.

Et quoniam a/d/recta, ab a/puncto ipſius a/e/ dimetientis extremitate, ad rectos eſt angulos: tangit igitur a/d/ipſum a/e/b/ circulum, per corollarium decimæſextæ huius tertij. Rurſum, quoniam recta quædam linea a/d, tangit ipſum a/e/b/ circulum, à contactu autem extenſa eſt recta quædam linea a/b/circulum diſpeſcens: angulus igitur qui ad e/ conſiſtens in alterno ſegmento a/e/b, angulo b/a/d/quem facit extenſa a/b/cum tangente a/d, per trigeſimamſecundã huius tertij eſt æqualis. Eidem porrò b/a/d, æquus eſt angulus c, per conſtructionem. Angulus igitur qui ad e, dato angulo c, per primã communẽ ſentẽtiam eſt æqualis.

Super data itaq; recta linea a/b, descriptum est circuli segmentum a/e/b, suscipiens angulum qui ad e, dato angulo c/æqualem. ¶ Quòd si datus angulus c/fuerit obtusus: haud dissimili via propopositionis intentum perficietur. Dato enim rursum angulo b/a/d, ipsi angulo c/æquali, per vigesimātertiā primi: & a/b/ recta diuisa bifariam in puncto f/per decimā, excitatáq; perpendiculari f/g/ per vndecimā eiusdem primi: conuenient rursum a/e/ & f/g/ in rectum extensæ, per quintum postulatum (anguli enim a/f/g/ & g/a/f/ sunt minores duobus rectis) conueniant ergo ad punctum g. & sumpto puncto h, prout in a/b/circunferentia contigerit: cōnectantur a/h, h/b, & b/g/ lineæ rectæ, per primū postulatum. Cùm igitur a/f/sit æqualis f/b, & f/g/ vtriq; communis: duo latera a/f/ & f/g/ trianguli a/f/g, duobus lateribus g/f/ & f/b/ trianguli g/f/b, sunt æqualia alterū alteri: & æquales inuicem continent angulos, vtpote rectos qui circa punctū f. Basis igitur a/g, basi g/b, per quartā primi est æqualis. Centro itaque g, interuallo autē g/a/ vel g/b, describatur a/e/b/ circulus, per tertium postulatū. trāsibit ergo circulus ipse, per limites datæ rectæ lineæ a/b. Hinc rursum quoniam recta a/d/ab extremitate dimetientis a/e/ad rectos excitata est angulos: tangit igitur a/d/ipsum a/e/b/circulum, per corollarium decimæsextæ huius tertij. Item quoniam a/d/recta tangit a/e/b/circulum, à cōtactu autem extensa est a/b/recta, circulum dispescens: angulus igitur qui ad h/consistēs in alterno circuli segmento a/h/b, angulo b/a/d/sub contingente d/a/ & extensa a/b/comprehenso, per trigesimamsecundam huius tertij est æqualis. Eidem quoq; angulo b/a/d, æquus est per constructionem angulus qui ad c. Qui igitur ad c/& h/puncta consistunt anguli, per primam communem sententiam, sunt inuicem æquales. Itaq; super data recta linea a/b, describitur sectio circuli a/h/b/capiens angulū qui ad h/æqualem dato angulo rectilineo qui ad c. Quod facere oportebat.

Quādo idem angulus dat⁹ est obtusus.

Resolutio demōstrationis priori similis.



Πρόβλημα ϛ, Πρότασις λδ.

Ἀπὸ τοῦ δοθέντος κύκλου, τμῆμα ἀφελεῖν δεχόμενον γωνίαν ἴσην τῇ δοθείσῃ γωνίᾳ εὐθυγράμμῳ.

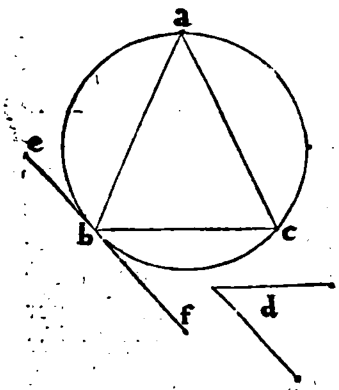
Problema 6, Propositio 34.

34 A Dato circulo, segmentum abscindere, capiēs angulum æqualem dato angulo rectilineo.

ORONTIVS. ¶ Sit datus circulus a/b/c: à quo oporteat segmētum abscindere, capiens angulum æqualem dato angulo qui ad d. A dato igitur puncto e, ducatur recta linea e/f/contingēs ipsum a/b/c/circulum in puncto b, per decimamseptimam huius tertij. & ad datā rectam lineam b/f, datúmq; in ea punctum b, dato angulo rectilineo qui ad d, æqualis angulus rectilineus constituatur c/b/f, per vigesimātertiam primi. & per primū postulatum, coniungantur a/b/ & a/c/ lineæ rectæ comprehendentes angulum qui ad a. Cùm igitur recta quædā linea b/f/tangat circulū a/b/c, & à contactu b/alia quædā linea recta b/c/ extensa est, circulum dispescēs: angulus igitur qui ad a/ existens in alterno segmēto b/a/c, æquus est ipsi angulo c/b/f, quem efficit recta b/c/cum tangēte b/f, per trigesimamsecundam huius tertij. Eidem porrò c/b/f/angulo, æquus est per cōstructionem angulus d. Est igitur sub b/ a/ c/ contentus

Constructio figuræ.

Demōstratio problematis.



angulus, æqualis ipſi angulo d, per primam communem ſententiam. A dato itaque circulo a/b/c, ſegmentum abſcinditur b/a/c, capiens angulum qui ad a/ æqualem dato angulo rectilineo d. Quod oportuit feciſſe.

Θεώρημα κθ, Πρόθεσις λε.

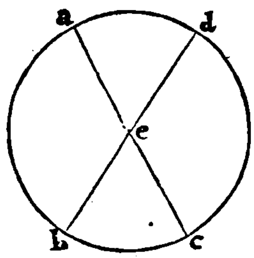
Ἐὰν ἐν κύκλῳ δύο εὐθεῖαι τέμνωσιν ἀλλήλας, τὸ ὑπὸ τῶν τῆς μιᾶς τμημάτων περιεχόμενον ὀρθογώνιον ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν τῆς ἑτέρας τμημάτων περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ.

Theorema 29, Propoſitio 35.

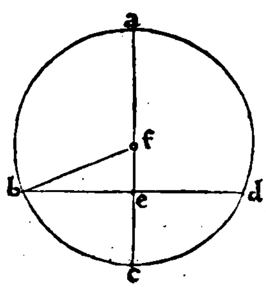
SI in circulo duæ rectæ lineæ ſe adinuicem ſecuerint: rectangulum comprehenſum ſub ſectionibus vnius, æquũ eſt ei quod ſub ſegmentis alterius comprehenditur rectangulo. 35

ORONTIVS. ¶ In dato enim circulo a/b/c/d, binæ rectæ lineæ a/c/ & b/d, ſe inuicem ſecent in puncto e. Aio quòd rectangulum comprehenſum ſub a/e/ & e/c, æquum eſt comprehenſo ſub b/e/ & e/d/ rectangulo. In primis itaq;, vel vtraque linearum tranſit per centrum circuli, vel vna tantùm, aut neutra. Tranſeat primùm vtraque per centrum e, vt in prima figura. Erunt igitur, per decimamquintam diffinitionem primi, a/e, e/c, b/e, & e/d/ inuicem æquales: nempe eiuſdẽ circuli ſemidiametri. Quod igittur ſub a/e/ in e/c/ fit rectangulum, æquum eſt ei, quod ſub b/e/ & e/d/ continetur rectangulo, per corollarium quadrageſimæſextæ primi libri: ſunt enim ambo rectangula quadrata, & ſub æqualibus rectis cõprehenſa. ¶ Sed iã altera tantũmodò linearum, vtpote a/c, tranſeat per centrũ, quod ſit f: ſecétq; reliquam b/d/ in eodem puncto e. Secabit igitur a/c, ipſam b/d/ in duo æqualia, vel in duo nõ æqualia. Secet primùm bifariam: & ad rectos igitur eam ſecabit angulos, per tertiam huius tertij. Connectatur ergo recta b/f, per primum poſtulatum. Rectãgulum erit itaq; triangulum b/e/f. Et quoniam recta a/c/ ſecatur in æqualia in puncto f, & in non æqualia in puncto e: quod igitur ſub a/e/ & e/c/ continetur rectangulum, vnà cum quadrato quod ex e/f, æquum eſt ei, per quintam ſecundi, quod ab f/c/ fit quadrato. Ei porrò quod ab f/c/ fit quadrato, æquum eſt id quod ex b/f, per corollariũ quadrageſimæſextæ primi: æqualis ſiquidem eſt b/f/ ipſi f/c. Comprehẽſum igitur ſub a/e/ & e/c/ rectangulum vnà cum quadrato quod ex e/f: æquum eſt quadrato quod fit ex b/ f. Quadrato autem quod fit ex b/f, æqualia ſunt per quadrageſimamſeptimã primi, quæ ex b/e/ & e/f/ deſcribuntur quadrata. Cõprehenſum itaq; ſub a/e/ & e/c/ rectangulum, vnà cum quadrato quod fit ex e/f: æquum eſt quadratis quæ fiũt ex b/e/ & e/f. Ablato igitur communi quadrato quod ex e/f: reliquum ſub a/e/ & e/c/ comprehenſum rectãgulum: æquum erit, per tertiam communem ſententiã, reliquo quod ex b/e/ deſcribitur quadrato. Quod autem ex b/e/ fit quadratum, idem eſt quod ſub b/e & e/d/ comprehenſum rectangulum: eſt enim per hypotheſin b/e/ ipſi e/d/ æqualis. Comprehenſum igitur ſub a/e/ & e/c/ rectangulũ, æquũ eſt rectangulo, quod ſub b/e/ & e/d/ continetur. ¶ Quòd ſi a/c/ per f/ centrum educta, ipſam b/d/ non ductam per centrũ ſecuerit inæqualiter: idem non minus facilè concludetur. A dato enim puncto f, in ipſam b/d, perpendicularis ducatur f/g, per duodecimam primi: & connectatur f/d, per primũ poſtulatum. Cùm igitur f/g/ per centrum educta, ipſam b/d/ non ductam per centrum ad rectos diuidat angulos: &

Prima linearũ ſeſe inuicẽ ſecãtiũ diſpoſitio.

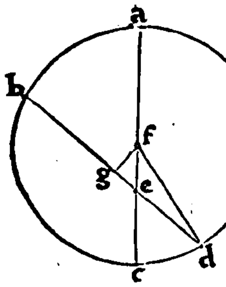


Secũda linearũ ſupradictarũ diſpoſitio.



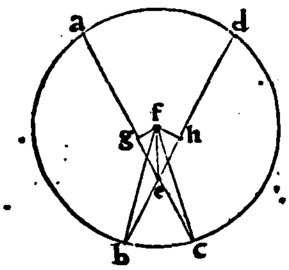
Earundem linearum diſpoſitio tertia.

ipſam quoq; bifariam diſpeſcet,per tertiã huius. Aequalis erit igitur b/g/ ipſi g/d: & triangula f/g/d,atque f/g/e/rectangula.Et quoniam recta a/c/bifariam ſecatur in puncto f,& in nõ æqualia in puncto e: quod igitur ſub a/e/& e/c/ continetur rectã-gulum,vnà cum quadrato quod ex e/f, æquum eſt ei quod ex f/c/ deſcribitur quadrato, per quintam ſecundi. Quadrato autem quod ex



f/c,æquũ eſt id quod fit ex f/d: æqualis ſiquidem eſt f/c/ ipſi f/ d, per decimãquintam ipſius primi diffinitionem. Quadrato rurſum quod ex e/ f, æqualia ſunt deſcripta ex f/g/& g/ e/ quadrata, per quadrageſimãſeptimã eiuſdem primi.Comprehenſum igitur ſub a/e/& e/c/rectangulum,vnà cum deſcriptis ex f/g/& g/e/quadratis:æquũ eſt quadrato quod fit ex f/d.Quadrato inſuper quod fit ex f/d,æqualia ſunt quæ ex f/g/& g/d/fiũt quadrata, per eandem quadrageſimamſeptimam primi. Quod igitur ſub a/e/& e/c/continetur rectangulum,vnà cũ quadratis quæ ex f/g/& g/e:æquũ eſt eis,quæ ex f/g/& g/ d/fiunt quadratis.Subducto igitur quod ex f/g,vtriſq; communi: reliquum ſub a/e/& e/c/comprehenſum rectangulum,vnà cum quadrato quod ex g/e,æquum eſt ei quod ex g/d/fit quadrato.Eidem rurſum quod ex g/d/fit quadrato,æquum eſt comprehenſum ſub b/e/ & e/d/ rectangulum, vnà cum eo quod ex eadem g/e/fit quadrato,per eandem quintam ſecundi:diuiditur enim b/d/ bifariã in g,& in non æqualia in puncto e. Quæ autẽ eidem æqualia ſunt, ea ſunt æqualia adinuicem, per primam communem ſententiam. Rectangulum itaq; ſub a/e/& e/c/cõprehenſum,vnà cum quadrato quod ex g/e: æquũ eſt cõprehenſo ſub b/e/& e/d/rectãgulo,vnà cũ eodem quadrato quod fit ex g/e.Ablato autẽ cõmuni quadrato quod ex g/e:reliquũ ſub a/e/& e/c/cõprehẽſum rectãgulũ,reliquo quod ſub b/e/ & e/d/cõtinetur rectangulo,per tertiã cõmunẽ ſentẽtiam eſt æquale.¶ Neutra demum ſupradictarũ linearũ per cẽtrum educatur(vt in hac vltima figura) ſiue vna ſecet aliã per æqualia,ſiue nõ:ſitq; rurſum ipſius circuli centrũ f.Cõnectatur igitur e/f/ recta,per primũ poſtulatũ:& à centro f,in vtranq; a/c/ & b/d,ad rectos deducã-

Quarta prædictarũ linearũ diſpoſitio.



tur angulos f/g/& f/h,per duodecimã primi: connectantúrque demũ b/f/& f/c,per idem primum poſtulatũ.Diuidet ergo f/g/ipſam a/c/bifariam,ſimiliter & f/h/ipſam b/d,per tertiã huius tertij propoſitionem:erúntq; triangula f/g/e/& e/f/h,necnon f/g/c/& f/b/h/ rectangula. Et quoniã a/c/bifariã ſecatur in g, & in non æqualia in puncto e:cõprehenſum igitur ſub a/e/& e/c/ rectangulũ,vnà cum eo quod ex g/e/fit quadrato,æquũ eſt per quintam ſecundi quadrato quod fit ex g/c.Addatur cõmune quadratũ,quod ex f/g/deſcribitur:quod igitur ſub a/e/& e/c/cõtinetur rectãgulum,vnà cum quadratis quæ fiunt ex f/g/& g/e,binis quadratis quæ ex f/g/& g/c, per tertiam communem ſentẽtiam eſt æquale.Quadratis porrò quæ fiunt ex f/g/& g/e, æquũ eſt quadratum quod fit ex e/f: eis item quæ ex f/g/& g/e/fiunt quadratis,æquũ id quod ex f/c, per quadrageſimamſeptimam primi. quod igitur ſub a/e/& e/c/ continetur rectangulum, vnà cum quadrato quod fit ex e/f, æquũ eſt quadrato quod ex f/c.Ipſi autem f/c/æqualis eſt f/b,per circuli diffinitionẽ:hinc per corollariũ quadrageſimæſextæ primi deſcriptũ ex f/b/quadratũ,æquum eſt ei quod fit ex f/c.Cõprehenſum igitur ſub a/e/ & e/c/rectangulũ,vnà cum quadrato quod fit ex e/f:æquũ eſt quadrato quod fit ex f/b.Et proinde quod ſub b/e/& e/d/cõtinetur rectãgulũ, vnà cũ ipſo quadrato quod fit ex e/f:æquum eſt eidem quadrato,quod fit ex f/b.Quæ autem eidem æqualia,&

adinuicem æqualia ſunt, per primam communem ſententiam. Comprehenſum igitur ſub a/e/& e/c/rectangulum, vnà cum quadrato quod fit ex e/f: æquatur rectangulo, quod ſub b/e/& e/d/continetur, ac ipſi quadrato quod fit ex e/f. Dempto itaq; cómuni quadrato quod ex e/f: reliquum ſub a/e/ & e/c/ comprehenſum rectangulum, reliquo quod ſub b/e/& e/d/continetur rectangulo, per tertiam cómunem ſententiã eſt æquale. Si igitur in circulo duæ rectæ lineæ ſe adinuicem ſecuerint: &c. vt in theoremate. Quod demonſtrare oportebat.

Θεώρημα λ, Πρότασις λϛ.

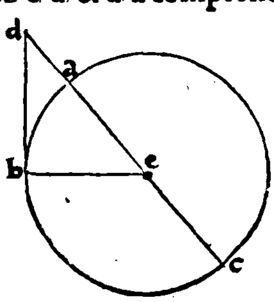
Ἐὰν κύκλου ληφθῇ τι σημεῖον ἐκτός, καὶ ἀπ' αὐτοῦ πρὸς τὸν κύκλον προσπίπτωσι δύο εὐθεῖαι, καὶ ἡ μὲν αὐτῶν τέμνῃ τὸν κύκλον, ἡ δὲ ἐφάπτηται: ἴσαι τὸ ὑπὸ ὅλης τῆς τεμνούσης καὶ τῆς ἐκτὸς ἀπολαμβανομένης, μεταξὺ τοῦ τε σημείου καὶ τῆς κυρτῆς περιφερείας, περιεχόμενον ὀρθογώνιον ἴσον τῷ ἀπὸ τῆς ἐφαπτομένης τετραγώνῳ.

Theorema 30, Propoſitio 36.

SI extra circulum ſumatur punctum aliquod, ab eóque in circulum cadant duæ rectæ lineæ, & earũ altera circulum diſpeſcat, altera verò tangat: quod ſub tota diſpeſcente, & extrinſecus ſumpta inter punctum & curuam circunferentiam comprehenditur rectangulum, æquum eſt ei quod fit ex tangente quadrato. 36

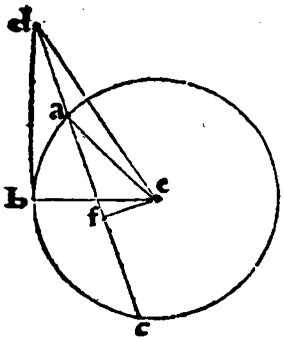
ORONTIVS. ¶Eſto datus circulus a/b/c, extra quem ſumatur punctum d: & à puncto d/in ipſum circulum cadant binæ rectæ lineæ d/b/& d/a/c, quarum d/b/ tangat ipſum circulum, d/a/c/verò eundem circulum diſpeſcat. Aio quòd rectãgulũ ſub c/d/& d/a comprehẽſum: æquum eſt quadrato, quod fit ex d/b. Aut enim recta

Vbi diſpeſcẽs circulũ trãſit per centrum.



linea d/a/c/tranſit per circuli centrũ, vel extra. Tranſeat primò per centrum, ſitq; illud e: & connectatur e/b/ recta, per primum poſtulatum. Aequalis eſt igitur a/e, ipſi e/c, per circuli diffinitionem. Diſcinditur itaque a/c/bifariam, in puncto e: & illi in rectum adijcitur a/d. Quod igitur ſub c/d/ in d/a/ continetur rectãgulũ, vnà cum eo quod ex a/e/fit quadrato: æquũ eſt, per ſextam ſecundi, quadrato quod fit ex e/d. Ei porrò quod ex a/e/ fit quadrato, æquum eſt quadratũ quod ex b/e: ſunt enim a/e/ & b/e, per ipſius circuli diffinitionem, inuicem æquales. Comprehenſum igitur ſub c/d/ & d/a/rectangulum, vnà cum eo quod ex b/e/fit quadrato: æquum eſt quadrato, quod ex e/d. Quadrato rurſum quod fit ex e/d, æqualia ſunt, quæ ex d/b/& b/e/ vtraque fiunt quadrata, per quadrageſimamſeptimam primi: angulus enim qui ad b, per decimamoctauam huius tertij, rectus eſt. Quod igitur ſub c/d/& d/a/ continetur rectangulum, vnà cum eo, quod ex b/e/ fit quadrato: æquum eſt eis, quæ ex d/b/& b/e/fiunt quadratis. Subducto itaque communi quadrato, quod ex b/e: reliquum quod ſub c/d/& d/a/continetur rectangulum, æquum eſt per tertiam cómunem ſententiam reliquo, quod ex tangente d/b/fit quadrato. ¶Non extendatur autem d/a/c/recta per centrũ ipſius circuli, quod rurſum ſit e. & à centro e, in rectam a/c, perpendicularis deducatur e/f, per duodecimam primi: connectantúrque per primum poſtulatum, e/a, e/b/& e/d/ lineæ rectæ. Erit igitur vterq; angulorum qui ad b/& qui ad f/rectus: diuidetúrque rurſum a/c/bifariam in puncto f, cui in rectum coniuncta eſt a/d. Quod igitur ex c/d/in d/a/continetur rectangulum, vnà cum eo

Quãdo circulũ diſpeſcens nõ tranſit per centrum.



quod ex a/f/deſcribitur quadrato:æquũ eſt, per ſextam ipſius ſecundi, quadrato quod fit ex d/f. Addatur commune quadratum, quod fit ex f/e: comprehenſum igitur ſub c/d/ & d/a/ rectangulum, vnà cum deſcriptis ex a/f/ & f/e/quadratis, æquum eſt quadratis, quæ ex d/f/ & f/e/ deſcribuntur. Quadratis porrò quæ fiunt ex a/f/ & f/e, æquum eſt quadratum quod ex a/e: eis item quæ ex d/f/ & f/e, fiunt quadratis, æquũ id quod ex ipſa d/e, per quadrageſimamſeptimam primi. Quod fit igitur ex c/d/ in d/a, vnà cum eo quod ex a/e/fit quadrato: æquũ eſt quadrato, quod fit ex d/e. Quadrato rurſum quod fit ex a/e, æquum eſt id quod ex e/b: æqualis eſt enim a/e, ipſi e/b, per ipſam circuli diffinitionem. Quod igitur ſub c/d/& d/a/cõtinetur rectangulum, vnà cum quadrato quod fit ex e/b: æquum eſt quadrato, quod fit ex d/e. Ipſi autem quod ex d/e/fit quadrato: æqualia ſunt, per eandem quadrageſimamſeptimam primi, deſcripta ex e/b/& b/d/quadrata. Comprehenſum igitur ex c/d/in d/a/rectãgulum, vnà cum quadrato quod ex e/b: æquũ eſt eis, quæ ex eadem e/b/& ipſa b/d/fiunt quadratis. Ablato itaq; quadrato quod ex e/b/vtrique æqualium cõmuni: reliquum ex c/d/in d/a/comprehenſum rectangulum, reliquo quod ex tangente b/d/fit quadrato, per tertiam communem ſententiã eſt æquale. Igitur ſi extra circulum ſumatur punctũ aliquod: & quæ ſequuntur reliqua. Quod oſtendendum ſuſceperamus.

Corollarium.

¶ Quotlibet igitur rectangula, ſub rectis ſingulis ex eodem pũcto extra circulum ſumpto deductis, atque circulum ipſum diſpeſcentibus, & extrinſecus ſumptis inter punctum & curuam circunferentiam comprehenſa: ſunt inuicem æqualia. Nam eidem æqualia quadrato, quod ex ipſa tangente deſcribitur.

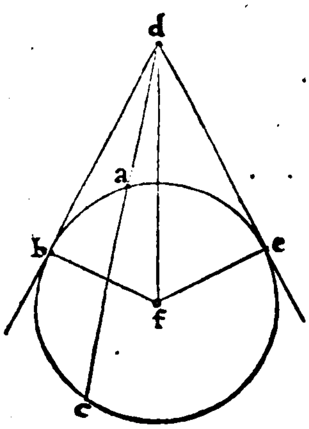
Θεώρημα λα, Πρόθεσις λζ.

Ἐὰν κύκλου ληφθῇ τι σημεῖον ἐκτὸς, ἀπὸ δὲ τοῦ σημείου πρὸς τὸν κύκλον προσπίπτωσιν δύο εὐθεῖαι, καὶ ἡ μὲν αὐτῶν τέμνῃ τὸν κύκλον, ἡ δὲ προσπίπτῃ: ᾖ δὲ τὸ ὑπὸ τῆς ὅλης τεμνούσης, καὶ τῆς ἐκτὸς ἀπολαμβανομένης μεταξὺ τοῦ τε σημείου καὶ τῆς κυρτῆς περιφερείας, ἴσον τῷ ἀπὸ τῆς προσπιπτούσης, ἡ προσπίπτουσα ἐφάψεται τοῦ κύκλου.

Theorema 31, Propoſitio 37.

37 SI extra circulum ſumatur punctum aliquod, & ab eo puncto in circulum duæ rectæ lineæ ceciderint, & earum altera circulum ſecet, altera verò cadat: ſit autem quod fit ſub tota diſpeſcente & extrinſecus ſumpta inter punctum & curuam circunferentiam, æquale ei quod fit ex cadente: cadens circulum tanget. Cõuerſa præcedentis.

ORONTIVS. ¶ Hæc eſt conuerſa præcedentis. Sit igitur rurſum extra circulum a/b/c/, ſuſceptum punctum d, à quo in eundem circulum duæ procidant lineæ rectæ, d/b/quidem in circulum incidens, d/a/c/verò eundem circulum diſpeſcẽs: ſit autem receptum, vt id quod ſub c/d/in d/a/comprehenditur rectangulum, æquum ſit ei quod ex cadente d/b/fit quadrato. Aio quòd d/b/tangit circulũ a/b/c. A dato enim puncto d, dato circulo a/b/c, contingens recta linea ducatur, per decimamſeptimam huius tertij: ſitq; illa d/e. Ipſius autem circuli centrum eſto f: & per primũ poſtulatum connectantur rectæ lineæ f/b, f/d, & f/e. Erit igitur f/e/perpendicularis in contingente d/e, per decimamoctauam huius tertij: & proinde angulus d/e/f/



rectus. Cũ igitur à puncto d/cadant binæ lineæ rectæ d/a/c/& d/e,quarum altera,vtpote d/a/c,circulum secat, reliqua verò d/e/ipsum tangit circulum: quod igitur ex d/e/fit quadratum, æquum est comprehenso sub c/d/& d/a/rectangulo,per antecedẽtem trigesimamsextã propositionem.Eidem porrò quod ex c/d/in d/a/fit rectangulo,æquum est per hypothesin,quod ex d/b/fit quadratum. quæ igitur ex d/b/ & d/e/ fiunt quadrata, sunt per primam communẽ sententiam inuicem æqualia.Et proinde recta d/b, æqualis ipsi d/e, per corollarij quadragesimæsextæ primi conuersionẽ. Aequalis rursum est f/e/ ipsi f/b,per sæpius allegatam circuli diffinitionem.Binæ igitur d/b/& b/f/trianguli d/b/f,duabus d/e/& e/f/trianguli d/e/f/sunt æquales altera alteri: habéntque eandem basin communem d/f. Angulus itaque d/b/f,ipsi angulo d/e/f, per octauam primi est æqualis. Atqui d/e/f/angulus est rectus:& qui sub d/b/f/igitur continetur angulus, rectus est. Est autem f/b/semidiameter circuli, & altera igitur pars diametri, à cuius extremitate b,ad angulos rectos excitatur b/d: tangit igitur b/d/circulum ipsum a/b/c,per corollarium decimæsextæ huius tertij.Idem quoq; deducetur,vbi d/a/c/recta per centrum ipsius transibit circuli. Si extra circulum igitur sumatur punctũ aliquod:&c. vt in ipso theoremate. Quod tandem fuerat ostendendum.

Tertij Libri Geometricorum Elementorum

FINIS.

Orontij Finei Delphinatis, Regii MATHEMATICARVM PROFESSOris, In Quartum elementorum Euclidis, Demonstrationes.

ΕΥΚΛΕΙΔΟΥ ΣΤΟΙΧΕΙΟΝ ΤΕΤΑΡΤΟΝ

Περὶ τοῦ ἐγγράφεσθαι καὶ περιγράφεσθαι σχῆμα, ὅροι ζ.

Σχῆμα εὐθύγραμμον εἰς σχῆμα εὐθύγραμμον ἐγγράφεσθαι λέγεται, ὅταν ἑκάστη τῶν τοῦ ἐγγραφομένου σχήματος γωνιῶν, ἑκάστης πλευρᾶς τοῦ εἰς ὃ ἐγγράφεται ἅπτηται.

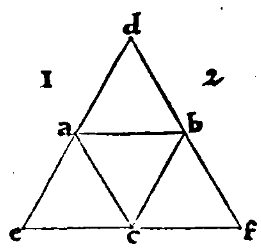
¶De inscriptione ac circunscriptione figurarum, Diffinitiones 7.

1 Figura rectilinea, in figura rectilinea describi dicitur: quando vnusquisque inscriptæ figuræ angulus, vnumquodque latus eius in qua describitur tãgit.

¶Σχῆμα δὲ ὁμοίως περὶ σχῆμα περιγράφεσθαι λέγεται, ὅταν ἑκάστη πλευρὰ τοῦ περιγραφομένου, ἑκάστης γωνίας τοῦ περὶ ὃ περιγράφεται ἅπτηται.

2 Figura autem similiter circa figuram describi dicitur: quando vnumquodq; latus circunscriptæ, vnumquenq; angulum eius circum quam describitur tangit.

ORONTIVS. ¶Huiuscemodi figurarum inscriptiones ac circunscriptiones, de regularibus, hoc est, æqualia latera, & angulos inuicẽ æquales habentibus (exceptis forsitan triangulis, in quæ cæteræ resoluuntur rectilineæ figuræ) veniunt potissimùm intelligendæ. Inscribuntur præterea, atque inuicem circunscribuntur rectilineæ tantũmodò figuræ, quæ eiusdem sunt speciei: vtpote, triangulũ triãgulo, quadratũ quadrato, pẽtagonũ pẽtagono: &c. Oportet enim tot esse latera circũscriptæ, quot ipsius inscriptæ sunt anguli. Quanquàm porrò circulus non sit figura rectilinea: propter illius tamen regularitatem, possunt & ipsæ rectilineæ ac æquilateræ figuræ, circulo inscribi ac circunscribi, & è diuerso. Quæ figuræ inscribãtur & circũscribantur adinuicẽ.



In exẽplum igitur primæ ac secundæ diffinitionis, habes obiectum a/b/c/triangulum æquilaterum, descriptũ in d/e/f/triangulo: vel ipsum d/e/f/triangulum, ipsi a/b/c/triangulo respondenter circunscriptum.

¶Σχῆμα δὲ εὐθύγραμμον εἰς κύκλον ἐγγράφεσθαι λέγεται, ὅταν ἑκάστη γωνία τοῦ ἐγγραφομένου, ἅπτηται τῆς τοῦ κύκλου περιφερείας.

3 Figura rectilinea, in circulo describi dicitur: quando vnusquisque angulus inscriptæ, circuli circunferentiam tangit.

¶Κύκλος δὲ περὶ σχῆμα περιγράφεσθαι λέγεται, ὅταν ἡ τοῦ κύκλου περιφέρεια ἑκάστης γωνίας, τοῦ περὶ ὃ περιγράφεται ἅπτηται.

4 Circulus verò, circa figuram rectilineam describi dicitur: quando

circuli circunferentia, vnumquenque eius, circum quam descri- bitur, angulum tangit.

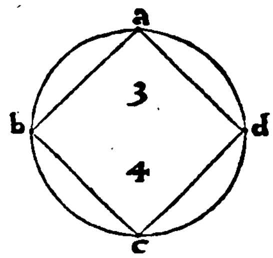


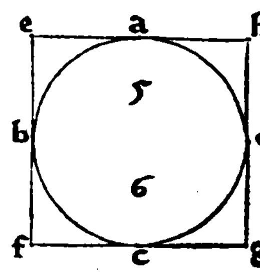
Figura circularis, ob vniformem & regulatam circunferentiæ à cētro distantiam, rectilineas omnes ac regulares figuras, tum intra, tū extra facilè capit: singulos angulos inscriptæ, vel omnia circunscriptæ contingēs latera. Queadmodùm in præcedentium tertiæ & quartæ diffinitionum elucidationē, ostendit descriptum in a/b/c/d/ circulo quadratum: vel idem circulus, quadrato a/b/c/d/ circunscriptus.

¶Κύκλος δὲ ὁμοίως εἰς σχῆμα λέγεται ἐγγράφεσθαι, ὅταν ἡ τοῦ κύκλου περιφέρεια ἑκάστης πλευρᾶς, τοῦ εἰς ὃ ἐγγράφεται ἅπτηται.

Circulus autem in figura rectilinea describi dicitur: quādo circu- li circunferentia, vnumquodq; latus eius in qua describitur tāgit. 5

¶Σχῆμα δὲ εὐθύγραμμον περὶ κύκλον περιγράφεσθαι λέγεται, ὅταν ἑκάστη πλευρὰ τῆς τοῦ κύκλου περιφερείας, τοῦ περιγραφομένου ἐφάπτηται.

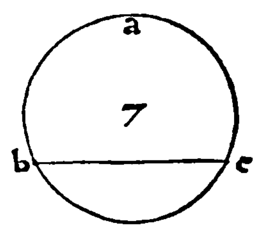
Figura verò rectilinea, circa circulū describi dicitur: quando vnū- quodque latus circunscriptæ, circuli circunferentiam tangit. 6



In exemplum, habes circulum a/b/c/d, in quadrato e/f/g/h/ descriptum: atque idem quadratum e/ f/ g/ h, descriptum circa eundem circulum a/b/c/d. Idem respondenter velim intelligas de cæteris quibuscunque regularibus figuris, in circulo, vel circa eundem circulum, prius diffinita ratione descriptis.

¶Εὐθεῖα εἰς κύκλον ἐναρμόζεσθαι λέγεται, ὅταν τὰ πέρατα αὐτῆς, ἐπὶ τῆς περιφερείας ᾖ τοῦ κύκλου.

Recta linea circulo congruere dicitur: quan- do eius extrema, in circuli circunferentiam cadunt. 7



Quanquàm hæc vltima diffinitio, tam de circuli dimetientibus, quàm de cæteris rectis non per cētrum eductis (quas vocant chordas) sit intelligenda: ipsas tamen rectas circuli dimetiente minores potissimùm respicere videtur, quę sunt videlicet latera inscribendarum intra circulum rectilinearum figurarum. Cuiusmodi videtur esse recta b/c: cuius extrema, siue limites b/& c, in dati circuli a/b/c/circunferentiam cadunt.

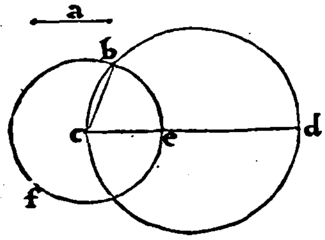
Πρόβλημα α, Πρόθεσις α.

Εἰς τὸν δοθέντα κύκλον τῇ δοθείσῃ εὐθείᾳ μὴ μείζονι οὔσῃ τῆς τοῦ κύκλου διαμέτρου, ἴσην εὐθεῖαν ἐναρμόσαι.

Problema 1, *Propositio* 1.

IN dato circulo, datæ rectæ lineæ minimè maiori circuli diametro existenti: æqualem rectam lineam coaptare. 1

ORONTIVS. ¶Sit data recta linea a, non maior dimetiente dati circuli b/c/d/ (non intraret enim circulum, si foret maior: quoniam in circulo maximus est dimetiens, per decimamquintam tertij) in quo quidem circulo oporteat ipsi datæ rectæ lineæ a, æqualē rectā lineā coaptare. Producatur ergo circuli b/c/d, dimetiẽs c/d.Erit itaq; a/recta linea,aut æqualis ipſi dimetiẽti:aut eo minor.Si æqualis:iam coaptata eſt recta linea c/ d,æqualis ipſi datæ rectæ lineæ a.Quòd ſi a/recta linea,fuerit minor dimetiente c/d:ſecetur à maiori c/d, ipſi a/ minori æqualis, per tertiã primi:ſitq́; illa c/e. Et centro c,interuallo autẽ c/e, deſcribatur circulus b/e/f, per tertium poſtulatũ. Secabit igitur circulus b/e/f,datum b/c/d/circulum:ſunt enim in eodem plano,& vnius circunferentia partim intra reliquum,partim verò extra.Secet igitur in pũcto b:& per primum poſtulatum, connectatur recta b/c.Coaptatur itaq; b/c/recta,in dato b/c/d/circulo:cadunt enim extrema b/& c,in ipſius b/c/d/ circuli circunferentiã. Aio quòd æqualis eſt ipſi a.Quoniam punctum c/centrum eſt circuli b/e/f:æqualis eſt igitur b/c/ipſi c/e,per circuli diffinitionem.Eidem porrò c/e, æqualis eſt a/recta linea,per conſtructionem.Duæ igitur, a/inquàm, & b/c,eidem c/e/ſunt æquales: & proinde æquales adinuicem,per primam communem ſententiã. Datæ igitur rectæ lineæ a,æqualis recta linea b/c,in dato circulo b/c/d/ coaptatur. Quod oportebat facere.



Πρόβλημα β, Πρόθεσις β.

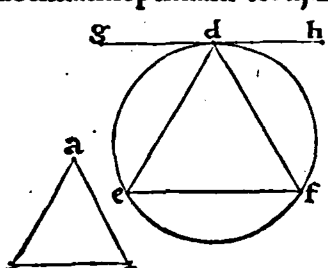
Εἰς τὸν δοθέντα κύκλον, τῷ δοθέντι τριγώνῳ, ἰσογώνιον τρίγωνον ἐγγράψαι.

Problema 2, Propoſitio 2.

2 IN dato circulo,dato triangulo,æquiangulum triangulum deſcribere.

ORONTIVS. ¶Eſto datum triangulum a/b/c,cui oporteat deſcribere æquiangulum triangulũ,in dato circulo d/e/f.A dato igitur puncto g,dato circulo d/e/f: contingens recta linea ducatur g/d/h,tangens ipſum circulũ d/e/f/in puncto d,per decimamſeptimam tertij.Et ad datam rectam lineam d/h,datúmq; in ea punctum d,dato angulo rectilineo qui ad b,æqualis angulus rectilineus cõſtituatur f/d/h,per vigeſimamtertiam primi:& per eandem,angulo qui ad c,æqualis angulus cõſtituatur ad idem pũctum d,datæ rectæ lineæ g/d,ſitq́; g/d/e:ipſis d/e/& d/f, circulo d/e/f/ coaptatis. cõnectatur demum e/f/ recta,per primũ poſtulatum. Et quoniam circulũ d/e/f, tangit quædam recta linea g/d/h,à cõtactu autem d, recta quædam linea d/f/extenditur, circulum diſpeſcẽs:angulus igitur qui ad e,in alterno ſegmẽto d/e/f,angulo f/d/h, per trigeſimamſecundã tertij eſt æqualis.Eidẽ porrò angulo f/d/h,datus eſt æqualis angulus qui ad b:per primam igitur communem ſententiam,angulus qui ad b, æquus eſt angulo qui ad e.Et proinde angulus qui ad f, ipſi angulo qui ad c/æqualis.Reliquus igitur/angulus qui ad a,reliquo qui ad d,per trigeſimamſecũdam primi eſt æqualis.Aequiangulum eſt itaq; triangulum d/e/f, ipſi a/b/c/ triangulo:deſcribitúrque in dato circulo d/e/f. In dato igitur circulo, dato triangulo, æquiangulum triangulum deſcribitur. Quod feciſſe oportuit.

Constructio figuræ.



Oſtenſio problematis.

Πρόβλημα γ, Πρόθεσις γ.

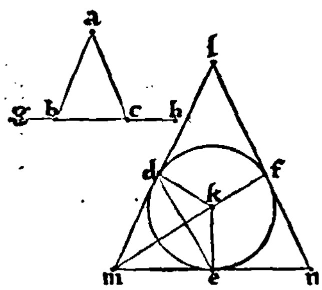
Περὶ τὸν δοθέντα κύκλον, τῷ δοθέντι τριγώνῳ, ἰσογώνιον τρίγωνον περιγράψαι.

Problema 3, Propoſitio 3.

3 CIrca datum circulum,dato triangulo, æquiangulum triangulum deſcribere.

ORONTIVS. ¶Sit datum triangulum a/b/c, datus verò circulus d/e/f, circa quem expediat describere triangulum æquiangulum ipsi a/b/c/ triangulo dato. Producatur itaq; in directum ex vtraq; parte latus b/c, in g/& h/ puncta, per secũdum postulatũ: sitq; per primam tertij, ipsius circuli a/b/c/ cẽtrum k, & connectatur d/k/ semidiameter, per primũ postulatum. Ad punctum deinde k, datæ rectæ lineæ d/k, ipsi angulo a/b/g/ æqualis angulus constituatur d/k/e, per vigesimamtertiam primi: & per eandem, ad idem punctum k, datæ rectæ lineæ e/k, angulus constituatur e/k/f/ ipsi angulo a/c/h/ æqualis. A punctis autem d, e, f, ad rectos vtrinq; excitẽtur angulos d/l, d/m, e/m, e/n, f/n, & f/l, per vndecimam primi: quæ per decimamquartam eiusdem primi, in directum constituentur, atq; per corollarium decimæsextæ tertij, tangent ipsum circulum in punctis d, e, f, conuenientq; ad pũcta l, m, n. Connexa enim d/e/ per primũ postulatum, diuidet vtrunq; angulum rectum qui ad d, & qui ad e: efficiẽtq; propterea ad easdem partes versus m, interiores angulos m/d/e/ & d/e/m/ binis rectis minores. quare per quintum postulatum, conuenient d/m/ & e/m/ in punctum m. Et proinde e/n/ & f/n, in punctum n: atque d/l/ & f/l, ad punctum l. Triangulum erit igitur l/m/n: & circa datum circulum d/e/f, per sextam diffinitionem huius descriptum. Dico, quòd & a/b/c/ triangulo, est æquiangulum.

Quòd l, m, n, sit trianguli.



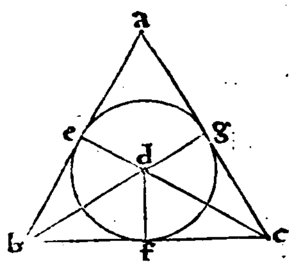
Quòd triangulum l, m, n, ipsi a, b, c, sit æquiãgulum.

Quadrilaterum enim d/m/e/k, cõnexa m/k, in bina triangula diuidetur: & cuiuslibet triãguli tres anguli, binis rectis, per trigesimamsecundam primi, sunt æquales. Et quatuor igitur anguli ipsius quadrilateri d/m/e/k, sunt æquales quatuor rectis. quorum qui ad d/ & e, recti sunt per constructionem: reliqui igitur qui ad m/ & k/ puncta consistunt anguli, duobus rectis coæquantur. Eisdem quoq; duobus rectis, æquales sunt per decimamtertiam primi, a/b/g/ & a/b/c/ anguli. Aequales igitur sunt anguli qui ad m/ & k/ puncta, hoc est d/m/e/ & d/k/e, ipsis angulis a/b/g/ & a/b/c, per primam communem sententiam. Angulus porrò a/b/g, angulo d/k/e, per constructionem est æqualis: reliquus igitur d/m/e, seu qui ad m/ angulus, reliquo qui sub a/b/c, per tertiam cõmunem sententiã est æqualis. Haud dissimiliter ostendemus angulum qui ad n, æqualem esse angulo a/c/b: atq; reliquũ angulum qui ad l, reliquo qui sub b/a/c/ tandẽ coæquari. Aequiangulum est igitur l/m/n/ triãgulum, ipsi dato triangulo a/b/c: describitúrq; circa datum circulũ d/e/f. Circa datum itaq; circulum, dato triangulo, æquiangulum descriptum est triangulum. Quod faciendum fuerat.

E Πρόβλημα δ´, Πρόθεσις δ´.
Ις τὸ δοθὲν τρίγωνον κύκλον ἐγγράψαι.

I *Problema 4, Propositio 4.*
N dato triangulo, circulum describere. 4

ORONTIVS. ¶Esto datum triangulum a/b/c, in quo oporteat circulum describere. Secentur ergo bifariam, per nonam primi, qui sub a/b/c/ & a/c/b/ continentur anguli: rectis quidem lineis b/ d/ & d/ c, in punctum d, per quintum postulatum, tandem conuenientibus. Et à puncto d, in rectas a/b, b/c, & c/a, perpendiculares deducãtur d/e, d/f, & d/g, per duodecimam primi. Aio itaq; primùm, d/e, d/f, & d/g, fore inuicem æquales. Triangula enim b/e/d/ & d/f/b, habent duos angulos duobus angulis æquales: vtpote, e/b/d/ ipsi d/b/f/ per cõstructionẽ, & rectum qui ad e, recto qui ad f, per quartum postulatum. habent insuper vnum latus, vni lateri



æquale:cōmune scilicet b/d,quod sub vno æqualium subtenditur angulorum.Reliqua itaque latera,reliquis lateribus habebunt æqualia alterum alteri, per vigesimamsextam primi.Aequalis est igitur d/e,ipsi d/f.& proinde d/g,ipsi d/f/itidem æqualis.Hinc per primam communē sententiam,d/e/atque d/g,inuicem æquales erunt.Tres igitur d/e,d/f,atque d/g,æquales sunt adinuicem.Centro igitur d, interuallo autem d/e, aut d/f, aut d/g, circulus describatur e/f/g,per tertium postulatum.Transibit ergo circulus ipse,per eadem puncta e,f,g:tangéntque propterea eundem circulum e/f/g,ipsa a/b,b/c,& c/a,dati a/b/c/trianguli latera, per decimæsextæ tertij corollarium: excitantur enim ad rectos angulos,ab ipsorum dimetientium d/e,d/f,& d/g,extremitatibus.Circulus autem in figura rectilinea describi dicitur:quando circuli circunferentia, vnumquodque latus eius in qua describitur tangit,per quintam huius quarti diffinitionē. In dato itaque triangulo a/b/c, circulus describitur e/f/g.Quod oportuit fecisse.

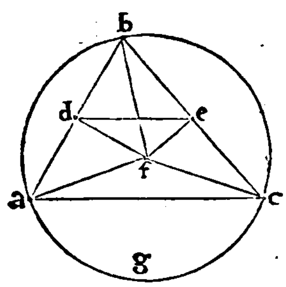
Πρόβλημα ε, Πρότασις ε.

Περὶ τὸ δοθὲν τρίγωνον κύκλον περιγράψαι.

Problema 5, Propositio 5.

5 Circa datum triangulum,circulum describere.

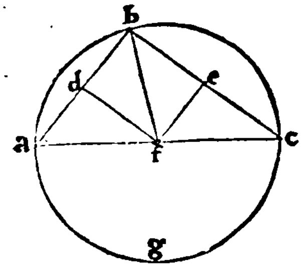
ORONTIVS. ¶ Sit triangulum a/b/c: circa quod receptum sit describere circulum.Secentur itaq; bifariam,per decimam primi,a/b/& b/c/ ipsius dati trianguli latera:in punctis quidem d/& e.Ab ipsis deinde punctis d/& e,ad rectos excitetur angulos d/f/& e/f,per vndecimā ipsius primi.Aio primùm,rectas d/f/ & e/f/in directum productas,tandem conuenire. Cōnexa enim recta d/e,per primum postulatum:ea diuidet vtrunque rectū angulum b/d/f/& b/e/f.& proinde in rectas d/f/& e/f,recta incidēs d/e:efficiet/ad easdem partes interiores angulos,duobus rectis minores.Conuenient igitur ipsæ d/f/ & e/f/ per quintū postulatum: conueniant itaque,ad punctum f.Aut igitur f/ punctum cadet intra triangulum a/ b/ c, aut super latus a/c, vel extra ipsum a/b/c/ triangulum. Cadat primùm intra triangulū,velut in prima figuræ dispositione:& connectantur,per primum postulatum, f/a, f/b,& f/c/ lineæ rectæ.Cùm igitur a/d,sit æqualis ipsi d/b, & vtriq; communis d/ f:erunt duo latera a/d/& d/ f/ trianguli a/d/f, duobus lateribus f/d/& d/b/trianguli f/d/b/ æqualia alterū alteri:& æquos inuicē continent angulos,per quartum postulatum:nempe rectos,qui circa d.Basis igitur a/f,basi f/b,per quartam primi est æqualis.Haud dissimiliter ostēdetur,quòd f/c,eidem f/b/æqualis est:& proinde f/a,æqualis ipsi f/c,per primam communem sententiam.Tres igitur f/a,f/b/,& f/c,sunt inuicem æquales. Centro itaq; f,interuallo autem f/a,vel f/b,aut f/c:circulus describatur a/b/c/g, per tertium postulatum.Transibit igitur descriptus ipse circulus, per puncta a, b, c,ad quæ dati trianguli a/b/c/continentur anguli:tangētque propterea ipsius circuli circunferentia,vnumquenque angulum dati a/b/c/trianguli.Ergo per quartam huius quarti diffinitionem,circa datum triangulum a/b/c, circulus discribitur. ¶ Concurrant autem ipsæ rectæ lineæ d/f/& e/f,super latus a/c,vt in succedenti figura:& connectatur f/b,per primum postulatum.Haud dissimiliter ostendemus, quòd f/a ipsi f/b/est æqualis:necnon & f/c,eidem f/b,per eandem quartam primi.Hinc rursùm,



Generalis figuræ præparatio.

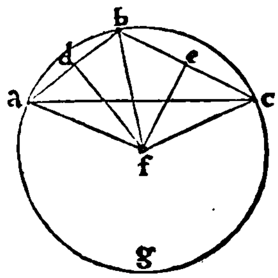
Prima figuræ differentia.

Secunda figuræ differētia.



iuxta præmissam demonstrationem, colligemus tres rectas lineas f/a, f/b, & f/c, fore inuicem æquales. Quapropter si centro f, interuallo autem f/a, vel f/b, aut f/c, circulus per tertiũ describatur postulatũ: is per puncta a, b, c, transire cogetur. Ipsius itaque circuli circunferentia, tanget vnumquenque angulum ipsius a/ b/ c/ trianguli: describetúrque propterea circulus ipse, circa datum triangulum a/b/c, per eandem quartã huius quarti libri diffinitionem. ¶ Sed conueniant demum ipsæ d/f/ & e/f/ perpendiculares, extra datum a/b/c/ triangulum, vt habet vltima descriptionis formula: & connectantur rursum f/a, f/b, & f/c/ lineæ rectæ, per primum postulatum. Simili prorsus concludemus ostensione, tres rectas lineas f/a, f/b, & f/c, fore rursum inuicem æquales. habent enim triangula a/d/f/ & f/d/b, duo latera a/d/ & d/f, duobus lateribus f/d/ & d/b/ æqualia alterum alteri: & æquos angulos, vtpote rectos qui circa d/ continentia. vnde per quartã ipsius primi, basis a/f, basi f/b, concludetur æqualis. Et proinde f/c, æqualis eidem f/b. Hinc per primam communem sententiam f/a, ipsi f/c/ æquabitur: tres quoque f/a, f/b, & f/c, tandem conuincentur æquales. Quapropter descripto, per tertium postulatum, pro centro f, ad ipsius f/a, vel f/b, aut f/c/ interuallum circulo: transibit ipsius circuli circunferentia, per eadem puncta a, b, c, ad quæ dati trianguli a/b/c/ conueniũt latera. Hinc per quartam huius quarti diffinitionem, descriptus erit idem circulus, circa datum a/b/c/ triangulum. Quod faciendum susceperamus.

Tertia figuræ dispositio.



Corollarium.

¶ Ex his, & trigesimaprima tertij fit manifestum, quòd dùm f/ centrum circuli cadit intra datum a/b/c/ triangulum: angulus qui ad b/ recto minor est, nempe in segmẽto semicirculo maiori consistens. Dùm autem cadit in latus b/c: angulus ipse qui ad b, in semicirculo est, & proinde rectus. Quãdo verò centrũ ipsum cadit extra datũ triangulum: idem angulus qui ad b/ recto maior est, vtpote in segmento semicirculo minori cõstitutus. Hinc versa vice sequitur, quòd in oxygonijs triãgulis circũscribendi circuli centrũ cadit intra datum triangulum: in rectangulis verò, in medium subtensi lateris: in amblygonijs deniq; triãgulis, extra ipsum triangulũ datum.

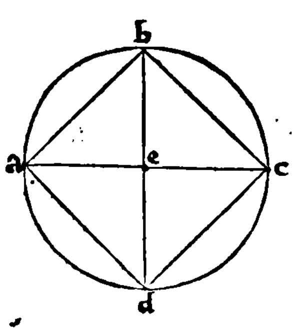
Πρόβλημα ς, Πρόθεσις ς.

Εἰς τὸν δοθέντα κύκλον τετράγωνον ἐγγράψαι.

Problema 6, Propositio 6.

IN dato circulo, quadratum describere. 6

ORONTIVS. ¶ Esto datus circulus a/b/c/d, cuius centrũ e: in quo quidem circulo oporteat describere quadratum. Coaptentur igitur ipsi a/b/c/d/ circulo, dimetientes a/c/ & b/d, ad rectos angulos sese inuicem dirimentes: & coniungantur a/b, b/c, c/d, & d/a/ lineæ rectæ, per primũ postulatum. Quadrilaterũ erit igitur a/b/c/d: & intra datum circulum, per tertiã huius quarti diffinitionẽ descriptum: vnusquisq; enim angulus inscripti quadrilateri, circuli circunferẽtiam tangit. Aio ipsum a/b/c/d/ quadrilaterum, fore quadratum. Nam e/a, e/b, e/c, & e/d/ lineæ rectæ, sunt per circuli diffinitionẽ inuicẽ æquales: ex centro enim in circunferentiã.



Potissima demõstrationis pars.

Binæ igitur a/e/& e/b/trianguli a/e/b,duabus b/e/& e/c/trianguli b/e/c coæquãtur: & æquos inuicẽ continent angulos,nẽpe rectos qui ad centrũ e.Basis igitur a/b,basi b/c,per quartã primi est æqualis.Et proinde a/d/& d/c,tum inuicẽ,tum vtriq; ipsarũ a/b/& b/c,ostendentur æquales.Aequilaterum est itaq; a/b/c/d/ quadrilaterum. Insuper,quoniam a/c,dimetiens est ipsius dati circuli:vterque propterea angulorũ qui ad b/& qui ad d,est in semicirculo,& proinde rectus, per trigesimamprimã tertij.Et per eandem,qui ad a/& c/sunt anguli,itidem recti:dimetiens enim est b/d.Rectangulum est igitur ipsum a/b/c/d/quadrilaterum.Patuit quòd & æquilaterũ: ergo quadratũ,per trigesimã ipsius primi diffinitionẽ. In dato igitur circulo a/b/c/d, quadratum describitur.Quod facere oportebat.

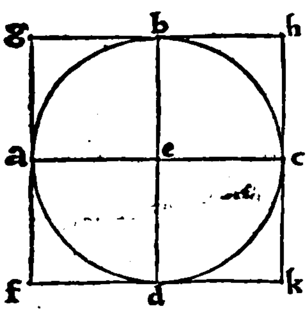
Πρόβλημα ζ, Πρόθεσις ζ.

Περὶ τὸν δοθέντα κύκλον, τετράγωνον περιγράψαι.

Problema 7, Propositio 7.

7 Circa datum circulum,quadratum describere.

ORONTIVS. ¶Sit datus circulus a/b/c/d:circa quem receptum sit quadratũ describere.Coextendantur ergo ipsius dati circuli dimetientes a/c/& b/d,in centro e/ ad rectos sese dirimentes angulos. Et per ipsorum dimetientium extrema puncta a,b,c,d,parallelæ ducãtur,per trigesimamprimam primi:f/g/quidem & h/k/ipsi b/d,f/k/autem & g/h/ipsi a/c,ad puncta tandem f,g,h,k,inuicẽ(veluti cum ipsis dimetientibus)concurrentes.Quæ autem eidem rectæ lineæ parallelæ:& adinuicem, per trigesimam ipsius primi,sunt parallelæ.Parallela est igitur f/g/ipsi h/k, & f/k/ ipsi g/h: & proinde quadrilaterum f/g/h/k/parallelogrammum, atq; singula in eodem f/g/h/k/cõprehensa quadrilatera itidẽ parallelogrãma. Dico ipsum f/g/h/k/ parallelogrammum,fore quadratum:descriptũmq; circa datum a/b/c/d/ circulum.Parallelogrammorũ enim locorum latera quæ ex opposito,æqualia sunt adinuicem, per trigesimamquartã primi. æqualis est igitur f/g/ ipsi h/k, & f/k/ ipsi g/h: necnon vtraque f/g/& h/k/ ipsi b/d, vtraque rursum f/k/& g/h/ipsi a/c/æqualis.Porrò a/c/& b/d,æquales sunt adinuicem: nempe eiusdem circuli dimetiẽtes.Quæ autem æqualibus æqualia sunt, ea quoq; sunt inuicem æqualia, per primam communem sententiam.Quatuor igitur f/g,g/h, h/k,& k/f,sunt adinuicem æquales: & proinde f/g/h/k/parallelogrammum,æquilaterum. Parallelogrammorum rursum a/b, b/c, c/d,& d/a, qui ex opposito sunt anguli, æquales sunt adinuicem,per eandem trigesimamquartam primi: æquales sunt igitur singuli qui ad pũcta f,g,h,k, sunt anguli, singulis qui ad e/ centrum ex opposito consistunt angulis. Anguli porrò qui circa e,per costructionẽ recti sunt:& recti igitur sunt,qui ad puncta f,g,h,k, continentur.Rectangulum est itaque f/g/h/k/parallelogrãmum. Patuit quòd & æquilaterum:est igitur quadratum, per trigesimam ipsius primi diffinitionem. Aio demum,quòd & circa datum circulum a/b/c/d/describitur.In parallelas enim f/g/& b/d,recta incidens a/e, facit alternos angulos a/e/b/& e/a/f:similiter & a/e/d/atque e/a/g,inuicem æquales, per vigesimamnonam primi. Atqui recti sunt qui sub a/e/b/& a/e/d,per constructionem: & vterque igitur qui circa a, rectus est. Haud aliter ostendemus,quòd & reliqui circa puncta b,c,d/cõsistentes anguli,recti sunt.Quæ autem à circuli dimetientium extremitatibus,ad rectos ducuntur angulos : ipsum circulum tangunt, per decimæsextæ tertij corollarium. Tangit igitur



Quòd descriptũ parallelogrammum,sit quadratum.

Quòd ipsum quadratũ,circulo circũscribatur.

vnumquodque latus ipsius quadrati f/g/h/k, circunferentiam dati a/b/c/d/ circuli. Igitur per sextam huius quarti diffinitionē, circa datum circulum a/b/c/d, quadratū describitur f/g/h/k. Quod faciendum receperamus.

Πρόβλημα η, Πρότασις η.
Εἰς τὸ δοθὲν τετράγωνον, κύκλον ἐγγράψαι.

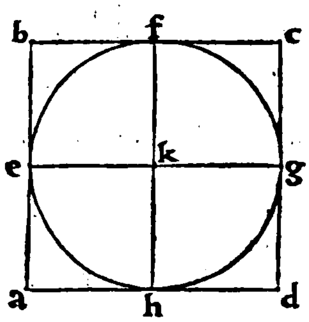
Problema 8, Propositio 8.

IN dato quadrato, circulum describere. 8

ORONTIVS. ¶In quadrato enim a/b/c/d, circulum describere sit operæpretium. Secetur itaque bifariam vtrunq; latus a/b/& b/c, in punctis quidem e/& f: per decimam primi. æquales erūt igitur a/e, e/b, b/f, & f/c/ adinuicem, per septimā communem sententiā: nempe æqualium laterum a/b/& b/c/ dimidiæ. Per trigesimāprimam rursum eiusdem primi, per punctū e, ipsis a/d/& b/c/ parallela ducatur e/g: per f/autem punctum, ipsis a/b/ & c/d/ parallela f/h, secans eandem e/g/ in puncto k.

Centri inscribēdi circuli inuestigatio.

Parallelogramma sunt igitur a/f, f/d, d/e, & e/c: necnon e/f, f/g, g/h, & h/e. Parallelogrammorum autem locorum latera quæ ex opposito, & anguli, æqualia sunt adinuicem: per trigesimamquartam ipsius primi. Parallelogrammi igitur d/e, angulus qui ad e, æqualis est opposito qui ad d: ipsius item e/c/ parallelogrammi angulus qui ad e, opposito qui ad c/ itidem æqualis. qui autem ad c/& d/ consistunt anguli, recti sunt, per quadrati diffinitionem. Rectus est igitur vterque angulus, qui circa punctum e. Haud dissimiliter ostendetur, quòd vterque angulus, qui circa f, aut g, vel h/ punctum, rectus est. Aequalis insuper est k/h, ipsi a/e, & k/f/ ipsi e/b: item k/e/ ipsi b/f, & k/g/ demum ipsi f/c.



Atqui a/e, e/b, b/ f, & f/c, sunt æquales adinuicem: quæ autē æqualibus sunt æqualia, & adinuicem æqualia sunt, per primam communem sententiam. Quatuor igitur k/e, k/f, k/g, & k/h, æquales sunt adinuicem. Centro ergo k, interuallo autē k/e, vel k/f, aut k/g, seu k/h, circulus per tertiū describatur postulatū e/f/g/h. Transibit igitur ipsius circuli circunferentia, per eadem puncta e, f, g, h, ipsorū e/g/& f/h/ dimetientium extremitates: cum quibus dimetiētibus, ipsius a/b/c/d/ quadrati latera, ad rectos (vt præostensum est) conueniunt angulos. Tangit ergo circuli e/f/g/h/ circunferentia, vnūquodq; latus eiusdem quadrati a/b/c/d, per decimæsextæ tertij corollarium. Hinc per quintam huius quarti diffinitionē, in dato quadrato a/b/c/d, circulus describitur e/f/g/h. Quod faciendum fuerat.

Absolutio problematis.

Πρόβλημα θ, Πρότασις θ.
Περὶ τὸ δοθὲν τετράγωνον, κύκλον περιγράψαι.

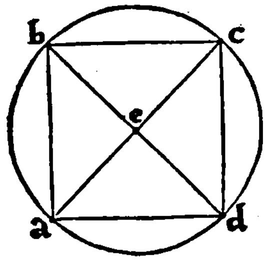
Problema 9, Propositio 9.

CIrca datum quadratum, circulum describere. 9

ORONTIVS. ¶Esto quadratum a/b/c/d, circa quod oporteat describere circulum. Connectantur igitur a/c/& b/d/ rectæ lineæ, per primū postulatum, in puncto e/ sese inuicem dirimentes. Et quoniā per quadrati diffinitionem, æqualis est a/b/ ipsi b/c, & b/d/ vtrique communis: binæ igitur a/b/& b/d/ trianguli a/b/d, duabus d/b/& b/c/ trianguli d/b/c/ sunt æquales altera alteri: & basis a/d, basi d/c/ itidē æqualis. Angulus igitur a/b/d, angulo d/b/c, per octauam primi est æqualis. Totus itaq; angulus a/b/c, bifariam diuiditur sub recta b/d. Haud aliter monstrabimus

Vt circunscribendi circuli centrum inueniatur.

quòd vnusquisq; reliquorum angulorum qui sub b/a/d, b/c/d,& a/d/c,bifariam itidem sub ipsa b/d, & a/c/ recta diuiditur. Angulus porrò a/b/c, angulo b/a/d,per quartum postulatum est æqualis: nempe rectus recto. Quæ autem æqualium sunt dimidium, æqualia sunt adinuicem, per septimam communem sententiam. Aequalis est igitur angulus a/ b/ e, angulo e/ a/ b : & proinde latus e/a,lateri e/ b, æquale, per sextam primi. Eodem prorsus modo ostendemus,e/c/ & e/ d/ rectas, tum adinuicem, tum ipsis e/ a/ & e/ b/ rectis lineis coæquari.



Quatuor igitur e/a,e/b,e/c,& e/d,æquales sunt adinuicem. Cẽtro igitur e,interuallo autem e/a, vel e/b,aut e/c, vel e/d, circulus describatur,per tertium postulatum. Transibit ergo descriptus circulus per puncta a,b,c, d : quapropter & ipsius circuli circunferẽtia tanget vnũquenq; angulum ipsius quadrati a/b/c/d. Per quartã igitur huius quarti diffinitionem:circa datum quadratum a/b/c/d,circulus describitur. Quod oportuit fecisse.

Ostensio problematis, priori similis.

Πρόβλημα ι, Πρόθεσις ι.

Ἰσοσκελὲς τρίγωνον συστήσασθαι, ἔχον ἑκατέραν τῶν πρὸς τῇ βάσει γωνιῶν διπλασίονα τῆς λοιπῆς.

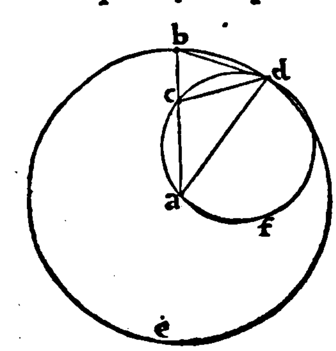
Problema 10, *Propositio* 10.

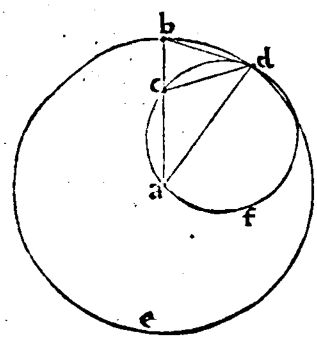
10 Isosceles triangulum cõstituere, habens vnumquenque eorum qui ad basin sunt angulorum,duplum reliqui.

ORONTIVS. ¶Hoc quæsitum,ad succedentiũ propositionum demonstrationem,ita confirmatur. Sit data recta quædam linea a/b:quæ per vndecimam secundi ita secetur in puncto c,vt comprehensum sub tota a/b/ & segmento b/ c/ rectangulum,æquum sit ei quod ex reliquo segmento a/c/fit quadrato. Et centro a/interuallo autẽ a/b,circulus describatur b/d/e,per tertium postulatum. Et per primã huius quarti, in circulo b/d/e, datæ rectæ lineæ a/ c/ (quæ non est maior ipsius circuli semidiametro)æqualis recta linea coaptetur:sitq; b/d. connectãturq; a/d/& c/d/lineæ rectæ,per primum postulatum. Triangulum erit igitur a/b/d,atq; isosceles:æqualis est enim a/b/ipsi a/d,per quindecimam diffinitionem primi. Dico quòd vnusquisq; angulorum qui ad basin b/d,duplus est reliqui anguli qui ad a. Circa enim triangulum a/c/d,per quintam huius quarti,describatur circulus a/c/d/f. Et quoniam per constructionem,quod sub a/b/& b/c/cõtinetur rectangulum,æquum est ei quod ex c/a/fit quadrato:& ipsi c/a/data est æqualis b/d, ab æqualibus autem rectis æqualia describũtur quadrata, per corollariũ quadragesimæsextæ primi. Cõprehensum igitur sub a/b/& b/c/rectangulum, æquum est ei, quod ex b/d/fit quadrato. Atqui b/ punctũ extra circulum a/c/d/f/suscipitur, ab eóq; in circulum geminæ procidunt lineæ rectæ a/b/& b/d, quarũ altera vtpote a/b/circulum secat, altera verò b/d/ cadit, estq; sub tota dispescẽte & extrinsecus sumpta b/c/comprehensum rectangulũ,æquale ei quod ex cadente b/d/ fit quadrato. Cadens igitur b/d,tangit per vltimam tertij circulum a/c/d/f, in pũcto d/vtriq; circulo communi. Rursum quoniã b/d/recta tangit circulũ a/c/d/f,& à cõtactu d/extẽditur recta quædã linea d/c/circulum dispescens: angulus igitur b/d/c, angulo c/a/d,(qui in alterno consistit segmento)per trigesimã secundam tertij, est

Constructio figuræ.

Ostensio problematis.





æqualis. Quòd si vtrique æqualium angulorum addatur cõmunis angulus a/d/c: totus angulus a/d/b, duobus qui sub c/a/d/ & a/d/c/ sunt angulis, erit per secundam communem sentẽtiam æqualis. Eisdem porrò qui sub c/a/d/ & a/d/c/ cõtinentur angulis, exterior angulus b/c/d, per trigesimamsecũdam primi coæquatur. Per primã igitur communem sententiã, angulus a/d/b, angulo b/c/d/ est æqualis. Angulo rursum a/d/b, æquus est angulus c/b/d, aut (si velis) a/b/d, per quintã primi: sunt enim ad basin b/d/ isosceles triãguli a/b/d. Duo itaque anguli b/c/d/ & c/b/d, eidem angulo a/d/b/ sunt æquales: & æquales propterea adinuicẽ, per primã communẽ sententiã. Hinc latus c/d/ lateri b/d, per sextã ipsius primi coæquatur. sed eidem b/d, æqualis est per constructionem a/c. binæ igitur a/c/ & c/d, eidem b/d/ sunt æquales: & æquales itaq; rursum adinuicẽ, per eãdem primam cõmunem sententiam. Angulus igitur a/d/c, angulo c/a/d, per eandẽ quintam primi est æqualis: & vterq; propterea dimidius ipsius anguli a/d/b, nã angulus a/d/b/ eisdem angulis a/d/c/ & c/a/d/ æqualis iam ostensus est. Duplus est igitur angulus a/d/b, ipsius anguli qui ad a. Eidem porrò angulo a/d/b, æqualis rursum est a/b/d: quæ autem æqualia sunt, eiusdem sunt duplicia, per sextæ communis sententiæ conuersionem. Et a/b/d/ itaq; angulus, eiusdem anguli qui ad a/ duplus itidem est. Isosceles ergo triangulum constituitur a/b/d, habens vnumquenq; eorum qui ad basin b/d/ sunt angulorum duplum reliqui. Quod facere oportebat.

Πρόβλημα ια, Πρότασις ια.

Εἰς τὸν δοθέντα κύκλον, πεντάγωνον ἰσόπλευρόν τε καὶ ἰσογώνιον ἐγγράψαι.

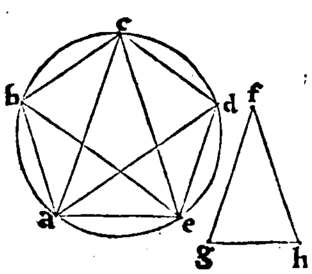
Problema 11, *Propositio* 11.

IN dato circulo, pentagonum æquilaterum & æquiangulum describere. 11

ORONTIVS. ¶ Esto datus circulus a/b/c/d/e, in quo receptum sit describere pentagonum æquilaterum & æquiangulum. Constituatur per antecedentem decimam propositionem, triangulum f/g/h: cuius vnusquisq; eorum qui ad basin g/h/ sunt angulorum, duplus sit reliqui anguli qui ad f. Et per secundam huius quarti, in dato circulo a/b/c/d/e, dato triangulo f/g/h, æquiangulum triangulum describatur a/c/e: sitq; angulus qui ad c, angulo qui ad f/ æqualis. Cùm igitur vterq; angulorum qui ad basin g/h, duplus sit reliqui qui ad f: erit & vterque eorum qui ad basin a/e, reliqui anguli qui ad c/ itidem duplus. Secetur itaque bifariam, per nonam primi, vterq; angulorum qui sub c/a/e/ & a/e/c, productis in circunferẽtiam a/d/ & e/b/ rectis: & connectantur a/b, b/c, c/d, & d/e/ lineæ rectæ, per primum postulatum. Pentagonum est itaq; a/b/c/d/e/ rectilineum: & in dato circulo, per tertiam huius quarti diffinitionem descriptum. ¶ Aio primùm, ꝙ & æquilaterũ. Nam angulus qui sub a/c/e, dimidius est vtriusq; æqualium angulorum qui sub c/a/e/ & a/e/c. sed anguli c/a/d/ & d/a/e, ipsius c/a/e: anguli item a/e/b/ & b/e/c, ipsius a/e/c/ sunt dimidium, secti enim sunt bifariã c/a/e/ & a/e/c/ anguli. Quæ autem eiusdem, vel æqualium sunt dimidium, æqualia sunt adinuicẽ, per septimam communem sententiam. Quinq; igitur anguli a/c/e, a/e/b, b/e/c, c/a/d, & d/a/e, ad circũferentiã ipsius circuli consistẽtes,

Cõstructio inscribendi pentagoni.

Quòd inscriptũ pentagonũ sit æquilaterum.



sunt adinuicē æquales.In eodem porrò circulo æquales anguli,in æqualibus circunferētijs subtenduntur,etsi ad centrum, etsi ad circunferentiam deducti fuerint,per vigesimamsextam tertij.Quinq; ergo circunferētiæ a/b,b/c,c/d,d/e,& e/a,æquales sunt adinuicem. In eodem rursum circulo, sub æqualibus circunferentijs æquales rectæ lineæ subtenduntur,per vigesimamnonam ipsius tertij. Aequales itaq; inuicem sunt præfatas circunferentias subtendentes lineæ rectæ:& proinde a/b/c/d/e/ pentagonum æquilaterum. ¶Dico tandem ꝙ & æquiangulum.Quoniam circunferentia a/b,circunferentiæ c/d/est æqualis :si vtriq; æqualium addatur cōmunis circunferentia a/e/d,resultabunt a/e/d/c/& b/a/e/d/circunferentiæ,per secundam cōmunem sententiam inuicem æquales.Sub ipsa porrò circunferentia a/e/d/c, deducitur angulus a/b/c:sub ipsa autem b/a/e/d,angulus b/c/d,& vterq; ad circunferentiam eiusdem circuli. Aequalis est igitur angulus a/b/c, angulo b/ c/ d: sub æqualibus enim circunferentijs æquales deducuntur anguli, in eodem potissimū circulo, etsi ad centrum etsi ad circunferentiam fuerint deducti, per vigesimamseptimam tertij. Haud dissimiliter ostendemus, reliquos angulos qui sub c/d/e, & d/e/a, & e/a/b,tum inuicem,tum vnicuiq; ipsorum a/b/c/& b/c/d/ coæquari. Aequiangulum est igitur a/b/c/d/e,pentagonū.patuit ꝙ & æquilaterum. In dato itaq; circulo,pentagonū æquilaterū & æquiangulum descripsimus.Quod faciendum receperamus. Quòd idē pētagonum sit æquiangulū.

Πρόβλημα ιβ, Πρόθεσις ιβ.

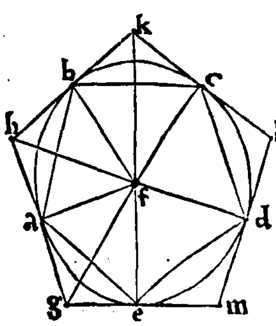
Περὶ τὸν δοθέντα κύκλον, πεντάγωνον ἰσόπλευρόν τε καὶ ἰσογώνιον περιγράψαι.

Problema 12, Propositio 12.

12 CIrca datum circulum,pentagonum æquilaterum & æquiangulum describere.

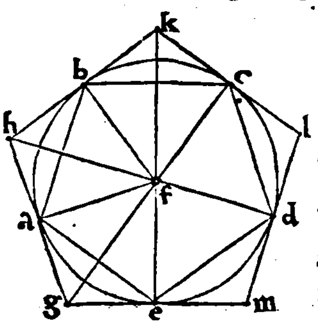
ORONTIVS. ¶Sit rursum datus circulus a/b/ c/ d/ e,cuius centrum f: circa quem oporteat describere pētagonum æquilaterum & æquiangulum. Describatur in primis in ipso circulo dato,pentagonū æquilaterū & æquiāgulum a/b/c/d/e, per antecedentem vndecimam propositionem:& cōnectantur f/a,f/b,f/c,f/d,& f/e/ semidiametri,per primum postulatum.A punctis autem a,b,c,d,e,ad rectos vtrinq; suscitētur angulos a/g,a/h,b/h,b/k,c/k,c/l,d/l,d/m,e/m/& e/g,per vndecimam primi.In directum igitur constituentur g/a/h,h/b/k,k/c/l,l/d/m,& m/e/g, per decimāquartam eiusdem primi: tangéntq; circulum datum, per decimæsextæ tertij corollarium,in punctis quidem a,b,c,d,e.Conuenient insuper ad puncta g,h,k,l,m. Recta enim a/b,incidēs in g/h/& h/k/rectas,diuidit vtrunq; angulum rectum qui sub f/a/h/& h/b/f, efficítque propterea interiores & in eadem parte angulos a/b/h/& h/a/b/duobus rectis minores:necessum est igitur,rectas g/h/& h/k/in infinitū productas,tandem concurrere ad partes h, per quintum postulatum. Haud dissimiliter ostendemus,quòd h/k/& k/l/ conuenient ad punctū k,atq; k/l/& l/m/ad punctum l, necnon l/m/& m/g/ ad punctum m:m/g/tandem & g/h/ad punctū g.Pentagonū est igitur g/h/k/l/m:& circa datū circulū a/b/c/d,per sextā huius quarti diffinitionē,descriptū.¶Aio iam ꝙ & æquilaterū.Cōiungātur enim f/g,f/h,& f/k/rectæ lineæ, per primū postulatū.Rectāgula igitᵘ erūt a/f/h/& h/f/b/ triangula.vnde per quadragesimāseptimā primi quæ ab ipsis f/a/& a/h/vtraq; fiūt quadrata,æqualia sunt ei quod ex f/h:& per eādē,quæ ex f/b/&b/h,eidē quod ex f/h/fit quadrato æqualia. Quæ igitur ex f/a/ & a/h/fiūt quadrata,eis quæ ex f/b/&b/h/fiūt

Pentagoni propositi circunscriptio.



Quòd circunscriptum pentagonum sit æquilaterū.

quadratis, ſunt per primam communem ſententiam æqualia: quorum id quod ex f/a,ei quod ex f/b/eſt æquale,per corollariũ quadrageſimæſextæ primi:nam f/a,ipſi f/b/æqualis eſt,per circuli diffinitionem.Reliquum igitur quod ex a/h/ fit quadratum,reliquo quod ex h/b/per tertiam cõmunem ſententiam eſt æquale: & proinde a/h,ipſi h/b,per idem æquatur corollarium.Similiter oſtendetur ꝙ a/g/ ipſi g/e, & b/k/ipſi k/c/eſt æqualis: & conſequenter ita de cæteris. Rurſum quoniam a/f/ipſi f/b/eſt æqualis,& f/h/vtrique cõmunis:duo igitur latera a/f/& f/h/ trianguli a/f/h, duobus h/f/& f/b/trianguli h/f/b, ſunt æqualia alterum alteri:baſis quoq; a/h, baſi h/b/æqualis.Angulus igitur a/f/h, angulo h/f/b/æqualis eſt, per octauam primi: & vterque proinde,ipſius anguli a/f/b/dimidius. Eodem modo colligemus, angulum a/f/g/dimidiũ fore ipſius anguli a/f/e. Atqui anguli a/f/b/& a/f/e, æquales ſunt adinuicem,per vigeſimamſeptimam tertij: nempe ad centrum f, ſub circunferentijs a/b/& a/e/inuicem æqualibus deducti.Quæ autem æqualium ſunt dimidium,æqualia ſunt adinuicem,per ſeptimam communem ſententiam.Aequalis eſt igitur angulus a/f/g, angulo a/f/h: & rectus f/a/g, recto f/a/h, per quartum poſtulatum æqualis.Triangula igitur a/f/g/& a/f/h,habent duos angulos duobus angulis æquales alterum alteri.vnúmq; latus a/f/vtriq; cõmune,quod æquis adiacet angulis : reliqua igitur latera, reliquis lateribus æqualia, & reliquum angulũ reliquo angulo æqualẽ habebunt,per vigeſimamſextam primi.Aequalis eſt igitur a/g/ipſi a/h,& tota conſequenter g/h/ ipſius a/h/ dupla: necnon angulus a/g/f,angulo f/h/a/æqualis.Haud aliter oſtendemus quòd h/k,dupla eſt ipſius b/h.Porrò a/h/& h/b,æquales præoſtenſæ ſunt:quæ autem æqualium duplicia ſunt, adinuicem ſunt æqualia,per ſextam cõmunem ſententiã. Aequalis eſt igitur g/h/ipſi h/k. Similiter quoq; demonſtrabitur,quòd cætera ipſius pentagoni latera,vtpote k/l,l/m,& m/g, tum inuicem,tum vtrique ipſarum g/h/& h/k/ſunt æqualia. Aequilaterũ eſt igitur g/h/k/l/m/ pentagonum.



Quòd idẽ circũſcriptũ pentagonum ſit æquiangulũ.

¶Dico tandem quòd & æquiangulum . Quoniam enim æqualis eſt a/h/ipſi h/b,& h/f/vtriq; cõmunis:binæ igitur a/h/& h/f/triãguli a/h/f, duabus f/h/& h/b/triãguli f/h/b,ſunt æquales altera alteri:baſis quoq; a/f,baſi f/b/ æqualis,per diffinitionem circuli.Angulus igitur a/h/f,angulo f/h/b,per octauã primi eſt æqualis.Totus itaq; angulus a/h/b,ipſius a/h/f/duplus eſt.Haud aliter monſtrabitur,quòd angulus a/g/f,angulo f/g/e/itidem coæquatur: totúſq; a/g/e,duplus eſt ipſius a/g/f.Anguli porrò a/g/f/& a/h/f,æquales nunc oſtenſi ſunt : quæ autem æqualium duplicia ſunt,adinuicem ſunt æqualia,per ſextam communẽ ſententiam. Aequalis eſt igitur angulus a/g/e,angulo a/h/b.Similiter oſtendemus,quòd reliqui anguli qui ſub b/k/c,& c/l/d,atq; d/m/e,tum inuicem, tum vtrique ipſorum a/g/e/ & a/h/b/reſpondenter coæquantur.Aequiangulum eſt itaque g/h/k/l/m/ pentagonum.Patuit quòd & æquilaterum: deſcriptúmq; circa a/b/c/d/e/circulũ. Circa datum ergo circulum a/b/c/d/e,pentagonũ æquilaterum & æquiangulum deſcribitur g/h/k/l/m.Quod oportuit feciſſe.

Πρόβλημα ιγ, Πρόθεσις ιγ.

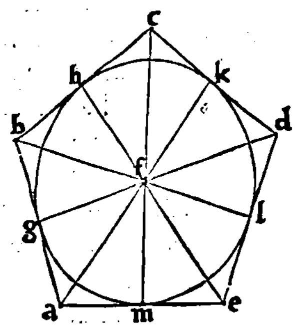
Ες τὸ δοθὲν πεντάγωνον, ὅ ἐστιν ἰσόπλευρόν τε καὶ ἰσογώνιον κύκλον ἐγγράψαι.

Problema 13, Propoſitio 13.

IN dato pẽtagono æquilatero & æquiangulo, circulũ deſcribere. 13

ORONTIVS. ¶Eſto datum pentagonũ æquilaterũ & æquiangulũ a/b/c/d/e, in quo expediat deſcribere circulum.Secetur in primis vterq; angulorum a/b/c/&

b/a/e/bifariam,per nonā primi,ſub rectis quidem lineis a/f/& b/f: quas operæpretium eſt tandem conuenire. Angulus enim a/b/c,minor eſt duobus rectis(nam aliàs a/b/& b/c,in rectum conſtituerentur)quapropter & angulus a/b/f, dimidius ipſius anguli a/b/c,recto minor eſt. Et proinde b/a/f,recto itidē minor. Hinc fit,vt recta a/b, incidat in a/f/& b/f/lineas rectas,efficiēs in eadē parte interiores angulos binis rectis minores. Concurrent igitur,per quintum poſtulatum a/f/& b/f/ in directum productæ:idq; intra datum pentagonum. Angulo enim a/b/c,opponitur latus d/e:& & c/d/latus,ipſi b/a/e/angulo. Recta igitur a/f/in rectum extenſa,cadet in latus c/d:& ipſa b/f, in latus d/e: ſeſe inuicem intra datum interſecantes pentagonum. Secēt ſe igitur,& concurrant in puncto f. Aio punctū f, fore centrum deſcribendi in dato pētagono circuli. Connectantur enim f/c,f/d,& f/e/lineæ rectæ,per primum poſtulatum. Cùm igitur a/b,ſit æqualis b/c,& b/f,vtrique cōmunis:erunt bina latera a/b/& b/f/ trianguli a/b/f, duobus lateribus c/b/& b/f/triāguli c/b/f/alternatim æqualia: & qui ſub æquis lateribus cōtinētur anguli a/ b/ f/& c/b/f, ſunt per cōſtructionē adinuicem æquales. Baſis igitur a/f, baſi f/c, & angulus b/a/f, angulo b/c/f,per quartā primi eſt æqualis. Angulus porrò b/a/f,dimidius eſt ipſius anguli b/a/e, & ipſi b/a/e,æqualis angulus b/c/d,per hypotheſin. Quæ autem inuicem æqualia ſunt,eiuſdem vel æqualium dimidium eſſe videntur: per ſeptimæ cōmunis ſententiæ conuerſionē. Angulus igitur b/c/f,dimidius eſt ipſius anguli b/a/e, & proinde anguli b/c/d: reliquus inſuper angulus f/c/d, dimidius itidem eſt eiuſdē anguli b/c/d. Bifariam itaque diuiditur angulus b/c/d,ſub recta c/f. Nec diſſimiliter oſtendetur,vterque reliquorum angulorum qui ſub c/d/e/& d/e/a, bifariam diſcindi ſub rectis lineis d/f/& e/f. Conſequenter à puncto f/ in ſingula ipſius pentagoni latera,perpendiculares deducātur f/g,f/h,f/k,f/l, & f/m,per duodecimam primi. Et quoniam triangulorum b/f/g, & b/f/h, angulus g/b/f/ æquus eſt angulo f/b/h, necnon & rectus b/g/f/recto b/h/f/per quartum poſtulatum æqualis,latus inſuper b/f/vtrique triangulo commune, quod ſub vno æqualium ſubtenditur angulorum: reliqua igitur latera, reliquis lateribus æqualia habebunt alterum alteri, per vigeſimamſextam primi. Aequalis eſt igitur f/g/ipſi f/h. Haud diſſimiliter oſtendentur reliquæ perpendiculares f/k, f/l,& f/m,tum inuicem, tum vtriq; ipſarum f/g/& f/h/ coæquari. Quinque ergo rectæ lineæ f/g,f/h,f/k,f/l,& f/m,ſunt æquales adinuicem. Centro itaq; f, interuallo autem f/g,aut f/h,vel f/k,ſeu f/l,aut f/m,circulus deſcribatur g/h/k/l/m,per tertium poſtulatum. Tranſibit ergo ipſius circuli circunferentia,per ſingula puncta g,h,k,l,m. Et quoniam ab eiſdem punctis g,h,k,l, m, eorundem ſemidiametrorū extremitatibus,dati pentagoni latera ad rectos excitata ſunt angulos: tanget propterea eiuſdem circuli circunferentia ſingula ipſius dati pentagoni latera,per decimæſextæ tertij corollarium. Circulus porrò in figura rectilinea deſcribi dicitur,quando circuli circunferentia,vnumquodq; latus eius in qua deſcribitur tangit:per quintam huius quarti diffinitionem. In dato igitur pentagono a/b/c/d/e,circulus deſcribitur g/h/k/l/m. Quod expediebat facere.



Vt centrū in ſcribēdi circuli reperiatur.

Quòd inuentum punctū f, centrum exiſtat eiuſdem circuli.

Problematis abſoluta reſolutio.

Πρόβλημα ιδ', Πρότασις ιδ'.

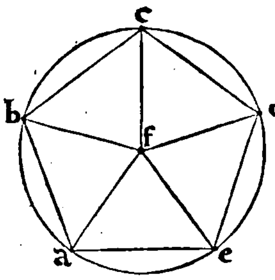
Περὶ τὸ δοθὲν πεντάγωνον, ὅ ἐστιν ἰσόπλευρόν τε καὶ ἰσογώνιον, κύκλον περιγράψαι.

Problema 14, *Propoſitio* 14.

Circa datum pentagonum æquilaterum & ęquiangulum, circulum deſcribere.

ORONTIVS. ¶Sit datum pentagonum æquilaterum & æquiangulum a/b/c/d/e, circa quod circulum describere sit operæpretium. Secetur bifariã vterque angulorum qui sub a/b/c/& b/a/e, per nonam primi, productis a/f/& b/f/lineis rectis: quæ veluti patuit in antecedente decimatertia propositione, cõcurrent tandem adinuicem intra datum pentagonum. Concurrant igitur rursum ad punctum f. Proximam itaque recolligendo demonstrationẽ, rursum ostendere licebit, cæteros angulos qui sub b/c/d, c/d/e, & d/e/a/bifariam secari, sub rectis quidem lineis c/f, d/f, & e/f: quemadmodùm ex ipsa præcedente decimatertia potes elicere propositione. Et quoniam angulus a/b/f, dimidium est anguli a/b/c, & angulus b/a/f, dimidiũ ipsius anguli b/a/e, suntq; per hypothesin anguli a/b/c/ & b/a/e inuicẽ æquales: angulus igitur a/b/f, angulo b/a/f, per septimã cõmunẽ sentẽtiã æquus est: quæ enim æqualiũ sunt dimidiũ, æqualia sunt adinuicẽ. Et proinde latus f/a, lateri f/b, per sextã primi, est æquale. Eodẽ prorsus modo cõcludemus, cæteras rectas lineas f/c, f/d, & f/e, tũ sibi inuicẽ, tũ vtriq; ipsarũ f/a/& f/b/coæquari. Quinq; ergo lineæ rectæ f/a, f/b, f/c, f/d, & f/e, æquales sunt adinuicem. Centro igitur f, interuallo autem f/a, vel f/b, aut f/c, vel f/d, aut f/e, circulus describatur a/b/c/d/e, per tertiũ postulatum. Veniet ergo ipsius circuli circunferentia, per singula puncta a, b, c, d, e: tangẽtque propterea vnumquenq; angulum dati pentagoni. Circa datum igitur pentagonum æquilaterum & æquiangulum a/b/c/d/e: circulus, per quartam huius diffinitionẽ, describitur. Quod faciendum fuerat.

Quę à proximę ꝑpositionis pẽdent ostensione.



Πρόβλημα ιε, Πρότασις ιε.

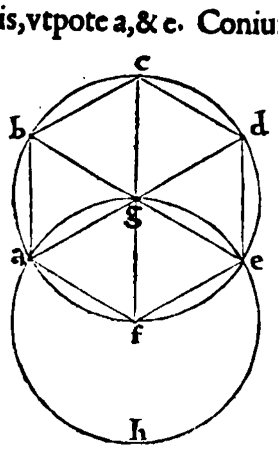
Εἰς τὸν δοθέντα κύκλον, ἑξάγωνον ἰσόπλευρόν τε καὶ ἰσογώνιον ἐγγράψαι

Problema 15, Propositio 15.

IN dato circulo, hexagonũ æquilaterũ & æquiãgulũ describere. 15

ORONTIVS. ¶Esto datus circulus a/b/c/d/e/f, cuius centrum g: in quo quidem circulo oporteat describere hexagonum æquilaterum & æquiangulum. Coaptetur itaq; in circulo a/b/c/d/e/f, dimetiens c/f. Et centro f, interuallo autem f/g, describatur per tertium postulatum circulus a/g/e/h. Et quoniam præfati circuli in eodem sunt plano, communem habentes semidiametrum f/g, & centrum vnius in alterius circunferentia constituitur: fit vt vnus prædictorum circulorum, sit partim intra reliquum, partim verò extra. Vnde necessum est, circulum a/g/e/h, intersecare datum circulum a/b/c/d/e/f: idq; per decimam tertij, in duobus tãtummodò punctis, vtpote a, & e. Coniungantur igitur a/g, & e/g/lineæ rectæ, per primum postulatum: & per secundum postulatum, directè producantur in puncta b, d. Rursum per idem primum postulatum, connectantur rectæ lineæ a/b, b/c, c/d, d/e, e/f, & f/a. Hexagonum est itaq; a/b/c/d/e/f/rectilineum: & in dato circulo, per tertiam huius quarti diffinitionem, descritum. ¶Aio primùm ipsum fore æquilaterũ. Quoniam punctum g/centrũ est circuli a/b/c/d/e/f: æqualis est igitur a/g, ipsi g/f, per circuli diffinitionẽ. Rursum quoniam punctum f/ centrum est circuli a/g/e/h: æqualis est, per eandem circuli diffinitionem, a/f/ipsi f/g. Binæ igitur a/g/& a/f, eidẽ f/g/ sunt æquales: & æquales propterea adinuicem, per primam cõmunem sentẽtiam. Aequilaterũ

Inscriptio propositi hexagoni.



Quòd inscriptum hexagonum sit æquilaterum.

est igitur ipsum a/f/g/triangulum:& proinde æquiangulum, per quintæ libri primi corollarium. Et quoniam per trigesimamsecundam primi, omnis trianguli tres anguli sunt æquales duobus rectis: quilibet trium angulorum eiusdem triãguli a/f/g, vnum tertium duorum rectorum comprehendit. Angulus itaque a/g/f, duorum rectorum tertium est. Et proinde triangulum e/f/g, æquilaterum & æquiangulum est:& angulus cõsequentur f/g/e, vnum itidem tertium duorum rectorum. Recta insuper a/g, consistens super rectã b/e: efficit duos angulos b/g/a/& a/g/e/ binis rectis æquales, per decimam tertiam ipsius primi. quorum a/g/e duo tertia eorundem duorum rectorũ comprehendit: reliquus igitur angulus b/g/a, vni tertio duorum rectorum est æqualis. Tres igitur anguli b/g/a, a/g/f, & f/g/e, vni tertio duorum rectorum sunt æquales:& æquales ob id adinuicem, per primam communem sententiam. Et qui ad verticem igitur cõsistunt anguli b/g/c, c/g/d, & d/g/e, eisdem angulis, perdecimamquintam primi coæquantur: hoc est, d/g/e/ipsi b/g/a, & c/g/d/ ipsi a/g/f, atq; b/g/c/ipsi f/g/e. Hinc colligitur, sex angulos ad g/cẽtrum deductos fore inuicem æquales. In eodem porrò circulo æquales anguli, in æqualibus circunferentijs subtenduntur, per vigesimamsextam tertij. Sex igitur circunferentiæ a/b, b/c, c/d, d/e, e/f, & f/a, sunt adinuicem æquales. Sub æqualibus rursum circunferentijs, æquales rectæ lineæ, per vigesimãnonã tertij subtenduntur. Sex itaq; rectæ lineæ a/b, b/c, c/d, d/e, e/f, & f/a, sibi inuicem coæquãtur. Aequilaterum est propterea hexagonum a/b/c/d/e/f. ¶Dico iam quòd & æquiangulum. Nam circunferentia a/b, circunferentiæ c/d/ est æqualis: si addatur igitur communis circunferentia d/e/f/a: consurgent per secundam communem sententiam, æquales circunferentiæ c/d/e/f/a, & d/e/f/a/b. Sub ipsa porrò circunferentia c/d/e/f/a, continetur angulus a/b/c: sub ipsa verò circunferentia d/e/f/a/b, angulus b/c/d. Anguli autem qui super æquales circunferentias in eodem circulo deducuntur, sibi inuicem sunt æquales, etsi ad centra, etsi ad circunferentias deducti fuerint, per vigesimamseptimam tertij. Aequalis est igitur angulus a/b/c, angulo b/c/d. Haud aliter mõstrabitur, quòd reliqui anguli ipsius a/b/c/d/e/f/hexagoni, vtpote c/d/e, d/e/f, & e/f/a, tum sibi inuicem, tum vtriq; ipsorum a/b/c/& b/c/d/coæquantur. Aequiangulũ est igitur ipsum a/b/c/d/e/f/hexagonum. Patuit iam quòd & æquilaterum, & in dato circulo descriptum. In dato igitur circulo a/b/c/d/e/f/ hexagonum æquilaterum & æquiangulum describitur. Quod fecisse oportuit.

Quòd idem hexagonũ sit æquiangulũ.

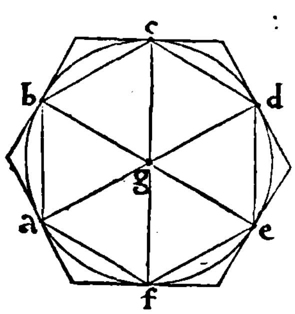
Corollarium.

¶Hinc fit manifestum, quòd hexagoni latus, ei quæ ex centro circuli, in quo ipsum discribitur hexagonum, est æquale.

¶Item si per puncta a, b, c, d, e, f, rectæ ducãtur lineæ circulũ ipsum contingentes, & cũ illius dimetiẽtibus ad rectos cõuenientes angulos: hexagonum æquilaterum & æquiangulum circa datum circulum describetur. quemadmodùm ex duodecima huius quarti propositione de pentagono, & obiecta figura vel facilè deducetur. ¶Præterea, nec minus facilè in dato hexagono æquilatero & æquiangulo, circulũ describere, & circunscribere poterimus: per ea quæ decimatertia & decimaquarta propositione, de pentagono ipso præostensa sunt. Quod ex supradictis colligere oportebat.

Vt circulo hexagonum circũscribatur.

De circuli in dato hexagono inscriptione ac circunscriptione.



Πρόβλημα ις, Πρόθεσις ις.

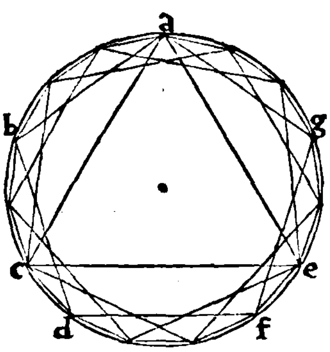
Εἰς τὸν δοθέντα κύκλον πεντεκαιδεκάγωνον, ἰσόπλευρόν τε καὶ ἰσογώνιον ἐγγράψαι.

Problema 16, Propositio 16.

IN dato circulo, quintidecagonum æquilaterum & æquiangulum describere. 16

ORONTIVS. ¶Sit datus circulus a/b/c/d/e, in quo receptum sit describere quintidecagonum æquilaterum & æquiangulum. Describatur in primis super data quapiam recta linea terminata triangulum æquilaterum, per primã primi: quod per quintæ eiusdem primi corollarium erit æquiangulum. Huic postmodũ triangulo, æquiangulum rursum describatur triangulum in dato circulo a/b/c/d/e, per secundam huius quarti propositionem: sitq; a/c/e. Item à pũcto a, in eodem circulo a/b/c/d/e, pentagonum æquilaterum & æquiangulum describatur a/b/d/f/g, per vndecimam huius quarti. Erit igitur triangulum a/c/e/ æquilaterum, per sextæ primi libri corollarium: cuius latus quodlibet, subtendit tertiam circunferentiæ partem circuli a/b/c/d/e. quodlibet autem ipsius a/b/d/f/g, pentagoni latus subtendit quintam eiusdem circunferẽtiæ partem. Qualium igitur partium vel segmẽtorum, tota circuli a/b/c/d/e/ circunferẽtia est quindecim: talium segmentum a/b/c/ erit quinq;, & vtrunque segmẽtũ a/b/ & b/d/ triũ, & proinde totũ segmẽtũ a/b/d, sex. Et quoniã segmẽtũ a/b/c/ est quinq;: erit reliqua pars c/d/ sextũ ipsius a/b/d, seu tertium ipsius b/d, & totius propterea a/b/c/d/e/ circuli quindecimum. Coniuncta igitur c/d/ recta, per primũ postulatũ, erit latus quintidecagoni in dato circulo describendi. Cui si æquales rectas lineas, in dato circulo a/b/c/d/e, ab ipso quidem puncto d/ versus e/ & /in c/ continuè, per primam huius quarti coaptaueris: erit in eodem circulo descriptum quintidecagonum æquilaterum. ¶Poterunt & singulorum quindecim segmentorum distinctiones, per ipsius pentagoni æquilateri & æquiãguli, in dato circulo a/b/c/d/e, geminatam rursum descriptionẽ obtineri, à punctis quidem c/ & e: & comparatis inuicem segment s, demonstratiuè concludi. Quemadmodùm ex ipsa licet inspicere figura. ¶Aio iam quòd ipsum quintidecagonum æquilaterum, est æquiangulum. Quibuslibet enim angulis, sub duobus quibusuis ipsius quintidecagoni lateribus ad circunferentiam comprehensis, æquales subtenduntur circunferentiæ: nempe segmentorum inuicem æqualium tredecim, qualium totus circulus est quindecim. In eodem porrò circulo, anguli qui super æquales circunferẽtias deducuntur, sibi inuicem sunt æquales, etsi ad centra, etsi ad circunferentias fuerint deducti, per vigesimamseptimam tertij. Aequiangulũ est igitur ipsum a/b/c/d/e/ quintidecagonum. Patuit quòd & æquilaterum, & in dato circulo descriptum. In dato itaque circulo a/b/c/d/e, quintidecagonum æquilaterum & æquiangulum describitur. Quod tandem faciendum receperamus.

Artificiosa lateris quintidecagoni adinuentio.



Idem aliter.

Quòd descriptũ quintidecagonum æquilaterũ, sit æquiangulũ.

Corollarium.

¶Quòd si per singulas segmentorum & angulorum quintidecagoni distinctiones, rectæ ducãtur lineæ circulum ipsum contingentes, & ad rectos angulos cum productis è centro semidiametris conuenientes: quintidecagonum æquilaterum & æquiangulum, circa datum circulũ describetur. quemadmodùm duodecima huius quarti propositione, de circunscribendo tradidimus pentagono. ¶Haud dissimiliter, per ea quæ decimatertia & decimaquarta eiusdẽ quarti propositione, de pẽtagonis ostensa sunt: in dato quintidecagono æquilatero & æquiangulo, circulum describere, ac circunscribere licebit.

Quarti libri geometricorũ elementorũ, FINIS.

Orontij Finei Delphinatis, Regii MATHEMATICARVM PROFESSORIS, In Quintum elementorum Euclidis, Demonſtrationes.

¶ Diffinitionum elucidatio non aſpernanda.

ORONTIVS.

POSTQVAM EVCLIDES QVATVOR ANTEcedentibus libris, quantitatis continuæ qualitatem, illiúſq; dimenſiones apertè demonſtrauit: iam binis ſuccedentibus libris, magnitudinũ rationes, atque proportiones, acutiſſimis proſequitur oſtenſionibus. Huius itaq; libri quinti ſcopus eſt, de proportionibus in vniuerſum pertractare: ſingula enim quę in eo demõſtrãtur, nõ ſolùm ad geometricã videntur ſpectare contẽplationẽ, ſed cõmune aliquid habẽt cum Arithmetica, & Muſica, & cum doctrinis omnibus quę ſub mathematica traditione cõprehendũtur. Verùm quoniã de proportionibus futurus eſt ſermo, proportio autẽ rationũ videtur eſſe ſimilitudo: de rationibus, quibus ipſæ cõponuntur proportiones, in primis tractandũ eſt. prius enim oportet agnoſcere ſimplicia, q̃ cõpoſita. Cùm igitur binæ magnitudines inuicẽ cõparantur: hæ proculdubio aut æquales, aut inæquales offendũtur. Propriũ enim quantitatis eſſe diffinit Ariſtoteles, ſecundũ eam æquale, vel inæquale dici. & huiuſcemodi cõparatio, habitudo dicitur: quã Euclides, ad veterũ imitationem, rationẽ adpellat. Ipſæ autẽ magnitudines, termini tunc vocitãtur: illa quidẽ quæ alteri refertur, antecedẽs: reliqua verò, conſequens, ad quam ſcilicet alterius fit cõparatio. Id porrò, quo altera diſtat à reliqua: differẽtia propriè dicitur. ¶ Quoties itaq; propoſitæ & adinuicẽ comparatæ magnitudines, fuerint inæquales, & minor metitur maiorẽ, hoc eſt, aliquotiens ſumpta, ſeu per datum aliquem multiplicata numerum, ipſam maiorem reſtituit magnitudinem: tunc minor magnitudo, pars ipſius maioris dicitur: quam vulgus peculiari nomenclatura, iuxta multiplicationis numerum, multiplicatiuam ſeu quotam partem eiuſdem maioris adpellat. Quæ ab Euclide ita primùm diffinitur,

Scopus huius libri quinti.

De magnitudinum cõparatione.

Habitudo.

Ratio.

Quota ſeu multiplicatiua pars.

ΕΥΚΛΕΙΔΟΥ ΣΤΟΙΧΕΙΟΝ ΠΕΜΠΤΟΝ.

¶ Μέρος ἐστὶ μέγεθος μεγέθους, τὸ ἔλασσον τοῦ μείζονος, ὅταν καταμετρῇ τὸ μεῖζον.

1 **Pars eſt magnitudo magnitudinis minor maioris, quando minor metitur maiorem.**

Vtpote, binis magnitudinibus datis, quarum altera bipedalis, altera verò ſextupedalis exiſtat, quoniam bipedalis ter ſumpta, ſeu per tria multiplicata, ſextupedalem metitur magnitudinẽ: idcirco bipedalis magnitudo, pars eſt ipſius ſextupedalis magnitudinis, & tertia pars eiuſdem ſextupedalis peculiari diſcretione vocatur. ¶ Ipſa porrò maior magnitudo, quam minor ſupraſcripta multiplicatione metitur: multiplex ipſius minoris adpellatur magnitudinis, hoc eſt, multotiens ipſam minorem comprehendens magnitudinem, vel ex multiplici eiuſdem minoris repetitione conſurgens. Hinc dicit Euclides.

Exẽplũ quotæ partis.

Multiplex.

¶ Πολλαπλάσιον δὲ τὸ μεῖζον τοῦ ἐλάσσονος, ὅταν καταμετρῆται ὑπὸ τοῦ ἐλάσσονος.

2 **Multiplex autem, maior minore, quando eam metitur minor.**

Vt in præaſſumpto nuper exẽplo, ſextupedalis magnitudo multiplex dicitẽ ipſius bipedalis

Exemplũ multiplicis.

magnitudinis, vtpote, quòd multotiens, hoc est ter, eandem bipedalem contineat magnitudinē, seu quam bipedalis ter multiplicata metitur. & propterea sextupedalis, triplex ipsius bipedalis peculiari restrictione vocatur. ¶Cùm autem minor magnitudo aliquotiēs sumpta, seu multiplicata, plus aut minus efficit, quàm sit ipsa magnitudo maior: nō quota, sed adgregatiua pars ipsius maioris videtur esse magnitudinis, ex quotis scilicet partibus adgregata, ab ipsarum partium quotarum tum numero, tum qualitate denominanda. Veluti quadrupedalis ad sextupedalem relata magnitudinē, adgregatiua pars eiusdem sextupedalis dicenda est magnitudinis. Componitur enim ex geminis bipedalibus magnitudinibus, quarum quęlibet tertiam sextupedalis partem efficit: hinc bipartiens tertias eiusdem sextupedalis denominatur. ¶Quæ igitur adinuicem comparatæ magnitudines, cōmuni aliqua metiuntur magnitudine: commensurabiles, seu communicātes, & rationales adpellantur. Cuiusmodi sunt omnes numeri, à binario in infinitum distributi, quos indifferenter metitur vnitas: omnes insuper ad numeros relatæ magnitudines, determinatam inter sese rationem vel habitudinem obtinentes. Quibus autem non accidit aliqua & per numerum expressa mensura: incōmensurabiles, & incommunicātes, irrationalésve dicuntur magnitudines, quarum habitudo determinatis non exprimitur numeris. Veluti sunt diagonius, & latus quadrati geometrici.

Pars adgregatiua.

Exemplum.

Cōmensurabiles & rationales magnitudines.

Incommensurabiles & irrationales.

Illa igitur rationalium vel irrationalium, seu cōmensurabilium & incōmensurabilium magnitudinum comparatio, vel habitudo, ratio (quemadmodùm suprà dictum est) à veteribus adpellatur: quæ ab Euclide in hunc modum diffinitur,

¶Λόγος ἐστὶ δύο μεγεθῶν ὁμογενῶν ἡ κατὰ πηλικότητα πρὸς ἄλληλα ποιὰ σχέσις.

Ratio est duarum magnitudinum eiusdem generis aliquatenus adinuicem quædam habitudo. 3

Sola enim vniuoca veniunt inter sese comparanda, vtpote, numerus numero, linea lineæ, superficies superficiei, solidum solido, sonus sono, tēpus tempori, velocitas velocitati, & quę sunt huiuscemodi. Inter ea enim quę diuersorum sunt generum, nulla videtur accidere comparatio. ¶Offenditur autem ratio inter numeros absolutè consideratos, quam arithmeticā nuncupamus rationem: intérve sonoros, hoc est, ad sonorum hormoniam relatos numeros, quæ harmonica ratio dicitur: vel inter abstractas tum à materia, tum à numero magnitudines, quæ ratio geometrica propriè nominatur. Quæcunque porrò rationes inter ipsos inueniuntur numeros, eædem inter singula continuorum offenduntur genera: at non è diuerso. Arithmetica siquidem ratio, tantummodò rationalium videtur esse magnitudinum: geometrica verò, tam rationaliū quàm irrationalium contemplatur magnitudinum habitudinem. Quæcunq; insuper rationis diuersitates vni continuorū accidunt generi, vtpote lineis: cæteris continuorū videntur euenire generibus, superficiebus inquàm & solidis. quod ipsis non solet accidere numeris. Idcirco de geometrica, & veluti principatum obtinēte ratione, hoc loco tractare principaliter intendit Euclides. ¶Duplex est autem ratio geometrica: altera quidē æqualitatis, cuius differētia nulla est: altera verò inæqualitatis, cuius rationales species sunt quinq;: tres quidē simplices, vtpote multiplex, superparticularis, & superpartiēs: & duæ ex eis cōpositæ, scilicet multiplex superparticularis, & multiplex superpartiens. Primò igitur doctrina simplicium, postea cætera in vniuersum perscrutātur rationum discrimina: debet enim simplicium doctrina, in omnibus doctrinam præcedere compositorum. ¶Multiplicem itaq; solemus adpellare rationem, quoties maior magnitudo minorem (vti suprà dictum est) pluries & adæquatè comprehēdit magnitudinem: quæ in duplam vt quaternarij ad binarium, triplam veluti senarij ad ipsum binarium, quadruplam vt duodenarij ad ternarium, & deinceps ita quantumlibet subdiuiditur, prout maior magnitudo bis, ter, quater, pluriésve minorem comprehendit. Superparticularis autē ratio dicitur, cùm maior magnitudo minorem semel, & quotam insuper minoris partem continet: quæ sesqualtera dicitur vt ternarij ad binarium, aut sesquitertia veluti quaternarij ad ternariū, vel sesquiquarta vt quinarij ad quaternarium, & respondenter ita quantumlibet, prout pars ipsa alteram minoris magnitudinis partem, vel tertiam, aut quartam, aliámve quotam partem efficit, à dato quouis numero denominatam. Superpartientēm verò rationem adpellamus, quotiēs maior magnitudo minorem itidem semel comprehendit, & contingentem præterea vel adgregatiuam eiusdem minoris partem, ex quotis ipsius minoris partibus compositam: quæ varia, pro numero ac ratione partium, sortitur discrimina. Alia enim superbipartiens tertias

Quę inuicem cōparantur.

Ratio Arithmetica.

Harmonica.

Geometrica.

Ratio æqualitatis. inæqualitatis

Ratio multiplex.

Superparticularis ratio.

Ratio superpartiens.

dicitur, vt quinarij ad ternarium: alia supertripartiens quartas, velut septenarij ad quaternarium: alia verò superquadripartiens quintas, veluti nouenarij ad quinariũ, & deinceps ita sine statu, vocitatur. Hinc facilè colligitur, vtriusq; cõpositarum rationum diffinitio. Multiplex enim & superparticularis ratio dicitur, cùm maior magnitudo minorẽ pluries, & quotam insuper eiusdem minoris partem comprehendit. Multiplex deniq; & superpartiens ratio nominatur, quoties eadem magnitudo maior, minorem itidem pluries, & partem vltra non quotam, sed ex quotis eiusdem minoris partibus adgregatam continet. Quæ tum pro varietate multiplicis, tum pro vtriusque & superparticularis & superpartientis diuersitate, in varia, & (si liceat dicere) infinita compositarum rationũ partiuntur discrimina. Cæteræ autem ab his magnitudinum habitudines, quarum denominationes ignoramus: surdæ irrationalésve nuncupantur. Porrò hæc omnia velim intelligas, dum maiores minoribus comparantur magnitudines: nam si minores ipsis maioribus comparẽtur magnitudinibus, subrationales erunt minores maioribus. Hinc talium magnitudinum rationes, submultiplices, subsuperparticulares, subsuperpartientes, submultiplices superparticulares, & submultiplices superpartientes, pro ratione atque transpositione terminorũ, adpellãtur. ¶ Cuiuslibet autem suprascriptarum rationũ cum alia quauis simili ratione cõparatio vel habitudo (non vt magnitudo magnitudini, sed vt hæc ratio cum illa ratione comparatur) proportio dicitur: cuius hæc est summaria diffinitio,

Multiplex superparticularis. Multiplex superpartiens. Surdæ rationes. Notandum. De rationum cõparatione.

¶ Ἀναλογία δὲ ἐστιν, ἡ τῶν λόγων ὁμοιότης.

4 Proportio verò, est rationum identitas.

Hoc est, duarũ pluriúmve geometricarũ rationũ similitudo. vt si duplam duplæ, sesqualteram sesqualteræ, pluré sve duplas, aut sesqualteras, & alias quascunque similes rationes inuicem comparaueris. Nam de arithmetica ratione, quam vocant æqualium differentiarum inter datos numeros obseruatam progressionem: nihil ad præsentem doctrinam. Neque de ratione musica, quæ potius harmonia quædã esse videtur: vtpote, quæ fit cùm oblatis tribus numeris, quam rationem maximus obtinet ad minimum, eam quoq; seruat differentia maximi supra medium ad differentiam medij supra minimum, in suprà scripta rationum similitudine minimè consistens. Sicuti enim arithmetica progressio, à musica differre perhibetur harmonia: sic & geometrica proportio (quæ sola peculiari nomine proportionis venit adpellanda) ab vtraque distinguitur. ¶ Est autem geometrica proportio aut continua, aut discontinua. Continuam adpellamus proportionem, cùm datis quotlibet eiusdem generis quantitatibus, omnium antecedentium ad proximè succedentes cõtinuata seruatur rationis habitudo: sic vt prima solùm antecedentis, vltima verò cõsequentis, intermediæ autem & antecedentis & consequentis fungantur officio. Vtpote cùm prima ad secundam eam seruat rationem, quam secunda ad tertiam, & tertia ad quartam, & deinceps ita quantumlibet. Quæcunq; igitur continua proportione ligantur, eiusdem oportet esse generis: propter necessariam cuiuslibet antecedentis cum suo consequente respondentiam, & continuãdam inuicem cõparabilium habitudinem, siue relationem. ¶ Discontinua verò proportio, fit: cùm oblatis quatuor, pluribúsve quantitatibus, prima ad secundã eam habet rationem, quam tertia ad quartam, & quinta ad sextam, & consequentur ita quantumlibet. Huiuscemodi nanq; rationũ similitudo, vel identitas, proportio, sed discontinua vocitatur. consequens enim primæ rationis, non fit antecedens secundæ: neq; item consequens ipsius secundæ, in tertiæ rationis continuatur antecedẽs. velut ipsi cõtinuæ diximus euenire proportioni. Possunt itaque genere diuersa, discõtinua inuicem proportione colligari: ob singulorum antecedentium, ad singula consequentia, separatim factam comparationẽ. Eadem nanque ratio inter duos accidens numeros: potest simul inter duas lineas, bináse superficies, aut alias quasuis inuicem comparabiles inueniri magnitudines. Hinc patet, discontinuam proportionem sub pari semper terminorum comprehendi numero: continuã verò tam parem, quàm imparem admittere terminorum seu quantitatum multitudinem.

De ratione arithmetica. De musica ratione. Proportio geometrica continua. Sola vniuoca cõtinua proportione ligãtur. Discontinua proportio geometrica. Genere diuersa discõtinuã proportionẽ obseruant. Corollarium.

¶ Λόγον ἔχειν πρὸς ἄλληλα μεγέθη λέγεται, ἃ δύναται πολλαπλασιαζόμενα ἀλλήλων ὑπερέχειν.

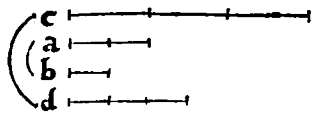
5 Rationem habere adinuicẽ magnitudines dicuntur, quæ possunt multiplicatæ inuicem excedere.

Post ipsius rationis, atq; proportionis adsignatas diffinitiones: describit cõsequẽter Euclides, qualiter inuicem comparatæ magnitudines rationẽ habere dicãtur. Cùm igitur tam

Quonam modo magnitudines rationẽ habere diffiniantur.

rationalium quàm irrationalium hic perscrutentur magnitudinũ habitudines, & ipsa irrationalium magnitudinum habitudo, tum nobis, tum ipsi naturę sit ignota, denominationem ab aliquo non valens accipere numero: coactus est Euclides (vt generalem quandam rationalium & irrationalium præscriberet diffinitionem) ad cõparatarum inuicem magnitudinum confugere multiplicationẽ, hoc est, per ipsarum magnitudinum æquè multiplicia diffinire, qualiter magnitudo alteri comparata magnitudini rationem habere dicatur. Si igitur magnitudo a magnitudini b comparetur, & ambæ æqualiter multiplicentur, hoc est, ambarum sumantur æquè multiplicia, c quidem ipsius a, & d ipsius b: quam rationem habebit multiplex c ad multiplex d, eam seruabit & a magnitudo, ad b magnitudinem. Quasi ignota inter a & b differentia, per multiplicationem ipsarũ augeatur magnitudinum: & in rationis ignotæ nos inducat agnitionem. Tanta siquidẽ multiplicium cũ submultiplicibus, seu partibus inuenitur esse fraternitas: vt ipsę æquè multiplices magnitudines nõ possint aliquã rationalẽ aut irrationalẽ inter sese habitudinẽ obseruare, quin ea simul partibus accidat submultiplicibus, & è contrario.

Exemplum.



Notandum.

¶Ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ μεγέθη λέγεται εἶναι, πρῶτον πρὸς δεύτερον, καὶ τρίτον πρὸς τέταρτον, ὅταν τὰ τοῦ πρώτου καὶ τρίτου ἰσάκις πολλαπλάσια, τῶν τοῦ δευτέρου καὶ τετάρτου ἰσάκις πολλαπλασίων, καθ' ὁποιονοῦν πολλαπλασιασμὸν ἑκάτερον ἑκατέρου, ἢ ἅμα ἐλλείπῃ, ἢ ἅμα ἴσα ᾖ, ἢ ἅμα ὑπερέχῃ ληφθέντα κατάλληλα.

6 In eadẽ ratione magnitudines dicũtur esse, prima ad secundã & tertia ad quartã: quãdo primę & tertię ęquè multiplicia, secũdę & quartę æquè multiplicia, iuxta quãuis multiplicationẽ vtraq; vtrãq; vel vnà excedũt, vel vnà æquales sunt, vel vnà deficiũt sũptæ adinuicẽ.

Quæ magnitudines in eadem ratione consistant.

Ostenso qualiter magnitudines rationẽ habere adinuicẽ iudicentur: diffinit respondenter Euclides, quonam modo magnitudines ipsę similem videãtur obtinere rationẽ, habitudinisve nanciscantur identitatem. Quæ diffinitio non potuit per alicuius præcedentium quinq; rationalium specierum ipsius rationis vel habitudinis, vtpote aut multiplicis, aut superparticularis, aut superpartientis, vel multiplicis superparticularis, vel deniq; multiplicis superpartientis describi similitudinem: propter surdas (vt vocãt) irrationaliũ magnitudinum habitudines, quarum denominationes exprimi non possunt. Confugiendum ergo fore existimauit Euclides, ad contingentem æquè multiplicium habitudinem, tam continuè, quàm separatim facta earũdem magnitudinum relatione. Nam in proportionibus sicuti antecedentia adinuicem, & ipsa pariter consequentia, mutuam quandam inter sese videtur habere relationem: haud dissimiliter ipsorum antecedentium, pariter & cõsequentium æquè multiplicia, iuxta quamuis multiplicationem coassumpta, fraterna quadam rationum colligantur similitudine, atque è diuerso: tametsi alia inter ipsa æquè multiplicia, ab ea quæ inter partes offenditur submultiplices, contingat plerunque rationum identitas. Quòd autẽ ex multiplicium proportione, earundem partiũ, sub multipliciúmve magnitudinũ proportio, vel è contrario subsequatur: succedentibus ostẽdetur propositionibus. prius enim diffinire, quàm diffinitorum concludere necessitatem est operæpretium.

Notandum.

Diffinitionis elucidatio.

¶Cùm itaque similitudo rationis, binarium ad minus rationum, & proinde quaternarium magnitudinum videatur exoptare numerum: ait Euclides, magnitudines in eadem esse ratione, prima quidem ad secundam, & tertia ad quartam: quando primæ & tertiæ, hoc est antecedentiũ magnitudinum sumptis æquè multiplicibus, & consequentium itidem magnitudinum, secũdæ videlicet & quartæ, æquè multiplicibus (etiam in alia quauis ab antecedentium multiplicatione) coassumptis, multiplex primæ ad multiplex secũdæ eam seruat rationem, quam multiplex tertiæ ad multiplex quartæ: siue ipsa ratio maioris, aut minoris extiterit inæqualitatis. Hæc enim de excessu, vel defectu proportionali veniũt intelligenda. Velut ex obiecta numerorum potes colligere formula. In qua numeri dati sint a, b, c, d: & ipsorum a & c, primi inquàm & tertij æquè multiplices e, f, nempe dupli: numerorum autem b, d,

Exemplum.

a	b	c	d	
12	6	8	4	Nu. discontinuè proportionales.
e	g	f	h	
24	18	16	12	Aequè multiplices.

hoc est ſecundi & quarti æquè itidem multiplices g,h,vtpote tripli. Et quoniã multiplex e/ ad multiplicem g/eam habet rationem, quam multiplex f/ad multiplicem h (vtrobiq; enim ſeſquitertia) neceſſum eſt primum numerum a/ad ſecundum numerum b/eam ſimul obſeruare rationem,quam tertius numerus c/ad quartũ d,nempe duplam. Haud aliter de magnitudinibus, ſiue continuis intelligito. ❡ Hinc fit,vt in continuè proportionatis, vbi videlicet conſequens primæ rationis ſit antecedens ſecundæ,ſumenda ſint æquè multiplicia ſingularum magnitudinum iuxta eandem multiplicationem,hoc eſt,aut ſimul tripla,aut ſimul quadrupla,&c. propterea ꝙ ſecũda magnitudo,ipſius tertiæ ſimul fungatur officio, & geminas potentia magnitudines repræſentet. Vt datis in exemplum a,b,c,numeris: quorum æquè multiplices ſint d,e,f,vtpote tripli,d/quidem ipſius a,& e/ipſius b,atq; f/ipſius c. Si multiplex d/ad multiplicẽ e/ habuerit eam rationem, quam idem e/ ad f: tunc a/primus numerus ad ſecundum b/ eam ſimul obſeruabit rationem,quam idem numerus b,ad tertiũ c. quemadmodùm ex ipſa numerorum potes elicere deſcriptione:in qua tam dati numeri a,b,c, q̃ eorũdem numerorum æquè multiplices d,e,f,ſub dupla inuicem ratione proportionantur.

De continuè proportionalibus.

Exemplum.

a	b	c	
8	4	2	Nu. continuè proportionales.
d	e	f	
24	12	6	Aequè multiplices.

❡Τὰ δὲ τὸν αὐτὸν ἔχοντα μεγέθη λόγον, ἀνάλογον καλέσθω.

7 Eandem autem habentes rationem magnitudines, proportionales vocentur.

Diffinitio proportionaliũ.

Cùm enim proportio rationum ſit idẽtitas: fit vt magnitudines,quæ in eadem offendentur eſſe ratione,vel inter quas rationum offendetur ſimilitudo (ſiue continua,ſiue diſcontinua eiuſdem rationis obſeruetur identitas) proportionales adpellentur.

❡Ὅταν δὲ τῶν ἰσάκις πολλαπλασίων τὸ μὲν τοῦ πρώτου πολλαπλάσιον ὑπερέχῃ τοῦ τοῦ δευτέρου πολλαπλασίου, τὸ δὲ τοῦ τρίτου πολλαπλάσιον, μὴ ὑπερέχῃ τοῦ τοῦ τετάρτου πολλαπλασίου, τότε τὸ πρῶτον πρὸς τὸ δεύτερον μείζονα λόγον ἔχειν λέγεται, ἤπερ τὸ τρίτον πρὸς τὸ τέταρτον.

8 Quando verò æquè multipliciũ multiplex primi exceſſerit multiplex ſecundi, multiplex autem tertij non exceſſerit multiplex quarti: tunc primum ad ſecundum maiorem rationem habere dicetur,quàm tertium ad quartum.

Improportionaliũ magnitudinum diffinitio.

Quemadmodùm datarum magnitudinum continuam vel diſcontinuam proportionem, ex coaſſumptorum æquè multiplicium, & ordinatim comparatorum proportione pendere diffinitum eſt:haud diſſimiliter & improportionalium magnitudinum diſproportio,ex ſuprascripto modo ſumptorum æquè multipliciũ diſproportione, verſa vice colligitur. Eſt enim diſproportio,rationũ diſſimilitudo:vtpote,quando prima magnitudo ad ſecundã maiorem vel minorem rationem habet,q̃ tertia ad quartam. Huius itaque diffinitionis hæc eſt ſumma. Si quatuor oblatarum magnitudinũ coaſſumantur æquè multiplicia primæ & tertiæ,atq; ſecundæ & quartæ, & multiplex primæ ad multiplex ſecundæ maiorem rationem habuerit,q̃ multiplex tertiæ ad multiplex quartæ:tunc prima magnitudo ad ſecundã maiorem itidem rationem obſeruabit,quàm tertia ad quartã:& ſi minorẽ,minorẽ. Et proinde rationum ſubſequetur diſſimilitudo,ergo diſproportio: ſiue ipſæ magnitudines continua, vel diſcontinua ratione,ſeu relatione terminorum inuicem conferãtur. Quorum exempla dare,inutile iudicamus : vtpote, quæ à contraria proportionalium interpretatione colligi vel facilè poſſunt.

Diſproportio

Diffinitionis interpretatio

❡Ἀναλογία δὲ ἐν τρισὶν ὅροις ἐλαχίστοις ἐστίν.

9 Proportio autem in tribus terminis ad minus eſt.

De continua velim intelligas proportione. Cùm enim proportio rationũ exiſtat ſimilitudo:operæpretium eſt in ipſa proportione duas ad minus inuicem ſimiles occurrere rationes,& proinde terminos quatuor,duo inquàm antecedentia & totidẽ conſequẽtia. Et quoniam in proportione continua, conſequens primæ rationis fit antecedẽs ſecundæ,in diſcontinua verò minimè : fit vt continua proportio non poſſit conſiſtere in paucioribus tribus terminis, discontinua autem in paucioribus quatuor. Hi sunt ergo numeri terminorum minimi, inter quos videtur accidere proportio: maximi verò, nusquã dabiles sunt, vtpote, quoniam similitudo rationum in infinitum potest deuenire numerum.

¶Ὅταν τρία μεγέθη ἀνάλογον ᾖ, τὸ πρῶτον πρὸς τὸ τρίτον, διπλασίονα λόγον ἔχειν λέγεται, ἤπερ πρὸς τὸ δεύτερον. Ὅταν δὲ τέσσαρα μεγέθη ἀνάλογον, τὸ πρῶτον πρὸς τὸ τέταρτον, τριπλασίονα λόγον ἔχειν λέγεται, ἤπερ πρὸς τὸ δεύτερον, καὶ ἀεὶ ἑξῆς ἑνὶ πλεῖον, ἕως ἂν ἡ ἀναλογία ὑπάρχῃ.

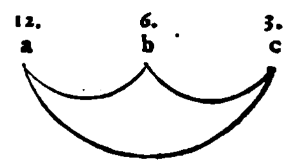
Quã rationẽ habeat prima magnitudo ad vltimã in cõtinuè proportionalib⁹.

Quando tres magnitudines proportionales fuerint: prima ad tertiam duplicẽ rationem habere dicetur, quàm ad secundam. Quando autem quatuor magnitudines proportionales fuerint: prima ad quartam triplicem rationẽ habere dicetur, quàm ad secundã, & semper ordine vna plus, quousq; sit absoluta proportio. 10

Hic diffinit Euclides quam rationem habeat prima magnitudo ad vltimam, in continuè proportionalibus. Sensus itaq; diffinitionis est, quòd in proportione continua ratio extremarum magnitudinum, ex singulis rationibus in eadem occurrẽtibus proportione inuicem compositis generatur. Hinc fit, vt in minima proportione, quæ sub tribus comprehenditur terminis, prima magnitudo ad vltimam duplicem rationem habere dicatur, quàm ad secundam, hoc est, ex ipsis duabus rationibus similibus, primę inquàm magnitudinis ad secundã, & eiusdem secundæ ad tertiam inuicem compositis, vel altera earum duplata consurgentẽ. Multiplicandi sunt igitur ipsarum rationum denominatores adinuicem: producetur enim optatæ rationis denominator. quemadmodùm secũdo capite, libri quarti nostræ docuimus Arithmeticæ. & quinta diffinitione libri sexti clarius ostendemus. Sint exempli causa obiecti numeri a, b, c, sub dupla ratione proportionati. vtraque igitur ratio à binario denominatur numero. Bis autem duo efficiunt quatuor: à quibus ratio primi numeri ad tertiũ, hoc est, a/ad c/denominabitur. Erit ergo primi ad ipsum tertium ratio quadrupla, seu primi ad secundum duplicata. ¶Porrò si quatuor extiterint magnitudines cõtinuè itidem proportionales: prima ad quartam triplicem rationem habere dicetur, quàm ad secundam, hoc est, ex tribus rationibus, primæ quidem ad secundam, & secundæ ad tertiam, atq; tertiæ ad quartam generatam. Sed animaduertas oportet, quòd in trium aut plurium rationum compositione, operæpretium est ex duabus primis vnam efficere rationem, & ex illa consequenter & succedente tertia vnam rursum constituere: & deinceps ita quantumlibet, pro datarum rationũ multitudine. Dentur in exemplum quatuor numeri continuè proportionales d, e, f, g, sub dupla itidem ratione distributi. Quælibet igitur trium rationum, à binario rursum denominatur numero. bis autẽ duo, efficiunt quatuor, quæ ostẽdunt primum numerum ad tertiũ, vel secundum ad quartum, quadruplam obtinere rationem: bis autem quatuor, restituũt octo, à quibus octupla ratio denominatur. Aio itaque eundem primũ numerum ad quartũ, octuplam seruare rationẽ. quæ non propterea primi ad secundum triplata ratio vocitatur, quòd ipsa ratio primi ad secundum per tria sit multiplicanda: sed quoniam ter in eadem proportione reperiatur, ex qua quidem triplici ratione, extremorum ratio suprascripto modo consurgit. Eadem quoque ratio primi ad quartum resultabit, si eam rationem quæ est primi ad tertium, vel secundi ad quartum, per rationem eiusdem primi ad secundum multiplicaueris. Vtraque enim in præassumpto numerorum exemplo est quadrupla: quæ in duplam ducta, restituit octuplam. ¶Quòd si quinq; magnitudines cõtinuè fuerint proportionales, prima ad quintam quadruplicem rationem habere dicetur, quàm ad secundam: si sex, quintuplam, & consequenter ita, vna semper ordinatim adiuncta ratione, pro extẽsione proportionis, vel adiuncto magnitudinum continuè proportionalium numero.

Vbi tres tantùm magnitudines proportionales.

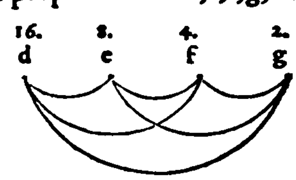
Exemplum.



Vbi quatuor magnitudines continuè fuerint proportionales.

Notandum.

Exemplum.



Vbi quinque vel plures fuerint magnitudines.

¶Ὁμόλογα μεγέθη λέγεται εἶναι, τὰ μὲν ἡγούμενα τοῖς ἡγουμένοις, τὰ δὲ ἑπόμενα τοῖς ἑπομένοις.

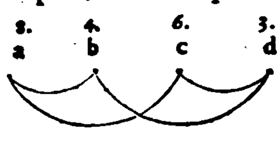
Similis rationis magnitudines dicuntur, antecedentia antecedentibus, & consequentia consequentibus. 11

Id eſt, ſimilitudo rationum inter eaſdem magnitudines inuicem proportionales, non ſolùm inuenitur per relationem antecedentium ad ſua conſequētia, vel è diuerſo: ſed tum ex ipſorum antecedentium, tum etiam conſequentium inuicem facta comparatione. Ex quibus ſubſcriptæ rationum illationes, ſpeciéſve proportionum deriuatæ ſunt: quæ primùm diffiniuntur ab Euclide, poſtea ſuo elucidantur & oſtenduntur ordine. De varia rationum ſimilitudine.

Ἐναλλὰξ λόγος ἐστὶ, λῆψις τοῦ ἡγουμένου πρὸς τὸ ἡγούμενον, καὶ τοῦ ἑπομένου πρὸς τὸ ἑπόμενον.

12 Permutata ratio, eſt acceptio antecedentis ad antecedens, & conſequentis ad conſequens.

Vtpote, ſi fuerint quatuor magnitudines inuicem proportionales a, b, c, d, ſicut quidem a/ad b, ita c/ad d: inferamus autem, & permutatim igitur ſicut a/ad c, ita b/ad d. Hanc rationum illationem, permutatam adpellamus. permutatur enim cōſequens primæ rationis, in antecedens ſecundæ: & antecedens eiuſdem ſecundæ rationis, in conſequens ipſius primæ vertitur. Primæ itaq; rationis vterq; terminus, antecedentis: & vterq; terminus ſecundæ rationis, conſequentis fungitur officio. Cur hęc rationis illatio permutata dicatur.



Ἀνάπαλιν λόγος ἐστὶ, λῆψις τοῦ ἑπομένου ὡς ἡγουμένου, πρὸς τὸ ἡγούμενον ὡς ἑπόμενον.

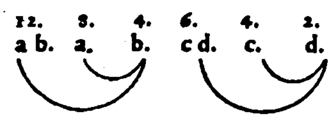
13 Conuerſa ratio, eſt acceptio conſequētis tanquàm antecedentis, ad antecedens tanquàm ad conſequens.

Id eſt, conſequentium in antecedentia, & antecedentium in conſequentia permutatio: rationem maioris inæqualitatis, in rationem minoris, aut è diuerſo, cōuertendo. Vt ſi a/ad b/ eam habuerit rationem, quam c/ad d: & à cōuerſa terminorum ratione inferamus. ergo ſicut b/ad a, ita d/ad/c. Igitur in permutata atq; conuerſa ratione, nulla terminorum ſubſequitur alteratio: ſed & antecedentia, & conſequentia manent ſubſtantialiter eadem. Notandum.

Σύνθεσις λόγου ἐστὶ, λῆψις τοῦ ἡγουμένου μετὰ τοῦ ἑπομένου, ὡς ἑνὸς πρὸς αὐτὸ τὸ ἑπόμενον.

14 Compoſita ratio, eſt acceptio antecedentis cum conſequente, ſicut vnius, ad ipſum conſequens.

Solemus nonnunquàm in proportionibus arguere à diuiſis ad coniuncta: vnde huiuſcemodi rationis illatio, cōpoſita, ſeu coniuncta ratio dicitur. Eſt enim acceptio cuiuſlibet antecedentis cum proprio conſequente, tanquàm vnius antecedentis, ad ipſum conſequens. Vtpote, ſi a/ad b/eā habeat rationem, quā c/ad d: & cōiunctim inferamus. Igitur ſicut a/b/ ad b, ita c/d/ad d. augentur enim proportionaliter antecedentia, per conſequentium ipſorum compoſitionem. Huic cōtraria eſt diuiſa, ſeu diſiuncta ratio: quæ ita diffinitur, Illatio rationis à diuiſis ad cōiuncta. Exemplum.



Διαίρεσις λόγου ἐστὶ, λῆψις τῆς ὑπεροχῆς, ᾗ ὑπερέχει τὸ ἡγούμενον τοῦ ἑπομένου πρὸς αὐτὸ τὸ ἑπόμενον.

15 Diuiſa ratio, eſt acceptio exceſſus, quo excedit antecedens ipſum conſequens, ad ipſum conſequens.

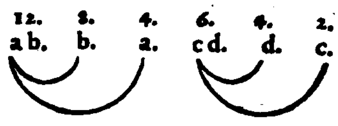
Hoc eſt, comparatio differentiæ cuiuſlibet antecedentis ſupra conſequens proprium, ad ipſum conſequens. Veluti ſi eadē ſit ratio a/b/ad b, quæ eſt c/d/ad d: & diuiſim in hunc modum inferatur. Igitur ſicut a/ad b, ita c/ad d. Eſt enim a/differentia, qua tota a/b/ipſam b/ſuperat: & c/itidem differentia, qua tota c/d/excedit ipſam d. Hic autē modus arguendi, à coniunctis ad diuiſa nuncupatur. Illatio rationis à cōiūctis ad diuiſa.

Ἀναστροφὴ λόγου ἐστὶ, λῆψις τοῦ ἡγουμένου πρὸς τὴν ὑπεροχὴν, ᾗ ὑπερέχει τὸ ἡγούμενον τοῦ ἑπομένου.

16 Cōuerſio rationis, eſt acceptio antecedentis ad exceſſum, quo excedit antecedens ipſum conſequens.

Hanc euerſam rationem pleriq; nominant. Eſt enim comparatio cuiuſlibet antecedentis, ad differentiam, qua idem antecedens ſuum excedit conſequens. Exempli gratia. Sit rurſum Euerſa ratio.

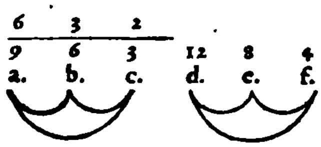
Exemplum. veluti a/b/ad b,ita c/d/ad d:& conuertamus in hunc modũ. Ergo sicut a/b/ ad a,ita c/d/ ad c. Sunt enim a/ & c/differentiæ, quibus c/& d/ab ipsis a/b/& c/d/superantur. Notandum. In composita igitur,& diuisa ratione, ac conuersione rationis,quanquàm nihil sumatur extrinsecum: alterantur nihilominus termini, ijdem secundum substantiam minimè permanentes.



¶Δι᾽ ἴσου λόγος ἐστὶ, πλειόνων ὄντων μεγεθῶν, καὶ ἄλλων αὐτοῖς ἴσων τὸ πλῆθος σὺν δύο λαμβανομένων, καὶ ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ: ὅταν ᾖ ὡς ἐν τοῖς πρώτοις μεγέθεσι, τὸ πρῶτον πρὸς τὸ ἔσχατον, οὕτως ἐν τοῖς δευτέροις μεγέθεσι, τὸ πρῶτον πρὸς τὸ ἔσχατον: ἢ ἄλλως, λῆψις τῶν ἄκρων, καθ᾽ ὑπεξαίρεσιν τῶν μέσων.

Aequa ratio, est pluribus existentibus magnitudinibus,& alijs eis 16
æqualibus multitudine,cum duabus sumptis & in eadem ratione: quando fuerit sicut in primis magnitudinibus primum ad vltimum,sic in secundis magnitudinibus primũ ad vltimum. Vel aliter. acceptio extremorum, per subtractionem mediorum.

Exempli gratia,sint primi ordinis quantitates a,b,c,secundi verò d,e,f:sitq; a/ad b/veluti d/ad e,& b/ad c/sicut e/ad f:vel a/ad b/sicut e/ad f,& b/ad c/veluti d/ad e:& concludendo subinferamus. Inferendi modus ex æqua ratione. Igitur sicut a/ad c,ita d/ad f. Hunc modum arguendi,ex æquali, aut ex æqua ratione vocitamus. Vt si a ad b/& d/ad e/sesqualteram, b/autem ad c/& e/ ad f/duplam obtinuerit rationem:vel a/ad b/& e/ad f/dupla,b/ autem ad c/atque d/ ad e/sesqualtera ratione proportionetur: necessum est a/ ad c, atque d/ad f,triplam obseruare rationem. vt ex ipsa numerorum potes elicere formula.



¶Τεταγμένη ἀναλογία ἐστὶν, ὅταν ᾖ ὡς ἡγούμενον πρὸς ἑπόμενον, οὕτως ἡγούμενον πρὸς τὸ ἑπόμενον: ἦ δὲ καὶ ὡς ἑπόμενον πρὸς ἄλλό τι, οὕτως ἑπόμενον πρὸς ἄλλό τι.

Ordinata proportio, est cùm fuerit antecedens ad consequens, si- 17
cut antecedens ad consequẽs:& consequẽs ad rem aliam, sicut consequens ad rem aliam.

Expeditis quæ ex eadem proportione subinferuntur rationum comparationibus: diffinit tandem Euclides,binas proportionum species,inter geminos proportionalium magnitudinum ordines accidentes. Ordinatam itaque proportionem adpellamus, quando antecedentium & cõsequẽtium ordinatim fit comparatio. Exẽplũ ordinatæ proportionis. Vt si bini (verbi gratia) fuerint numerorum ordines,a/b/c/inquã primus,& d/e/f/secũdus: fueritq; a/ad b/veluti d/ad e,& b/ad c/sicut e/ad f. Hãc rationũ identitatem, ordinatam solemus vocitare proportionem. Huic contraria est perturbata,quæ sic diffinitur,

a	b	c		d	e	f
9	6	3		12	8	4

¶Τεταραγμένη δὲ ἀναλογία ἐστὶν, ὅταν τριῶν ὄντων μεγεθῶν, καὶ ἄλλων ἴσων αὐτοῖς τὸ πλῆθος γίνηται: ὡς μὲν ἐν τοῖς πρώτοις μεγέθεσιν ἡγούμενον, πρὸς ἑπόμενον, οὕτως ἐν τοῖς δευτέροις μεγέθεσιν ἡγούμενον πρὸς ἑπόμενον: ὡς δὲ ἐν τοῖς πρώτοις μεγέθεσιν ἑπόμενον πρὸς ἄλλό τι, οὕτως ἐν τοῖς δευτέροις μεγέθεσιν ἡγούμενον πρὸς ἄλλό τι.

Perturbata autẽ proportio, est quando tribus existentibus magni- 18
tudinibus,& alijs eis æqualibus multitudine:fit sicut quidẽ in primis magnitudinibus antecedens ad cõsequens,sic in secundis magnitudinibus antecedens ad consequens:sicut autẽ in primis magnitudinibus consequens ad rem aliam, sic in secundis res alia ad antecedens.

Hæc diffinitio tam lucida eſt, vt ampliori non videatur indigere declaratione. Non grauaberis tamen exemplarem intelligere formulam. Sint igitur rurſum a/b/c, & d/e/f/gemini numerorum ordines: ſitque a/ad b/ſicut e/ ad f, & b/ad c/veluti d/ad e. Exẽplũ perturbatæ rationis.

a	b	c		d	e	f
8	6	4		6	4	3

Hunc itaq; inuerſum proportionis ordinẽ, perturbatam proportionẽ adpellamus. ¶Præter has autẽ, Zãbertus Venetus adiecit extenſæ atq; inordinatæ proportionis diffinitiones, ab ipſius ordinatæ atq; perturbatæ proportionis diffinitionibus minimè diſcrepãtes: quas tum quia in græcis nuſquàm reperi exemplaribus, tum quòd mihi ſuperabundare videantur, cõſultò prætermiſi. Omnis ſiquidem extenſa proportio, ordinata eſt: & inordinata, eadẽque perturbata. Ni forſitan voluerimus extenſam proportionem, terminorum vtriuſq; ordinis continuatam præſupponere relationem: cùm ſcilicet præcedentium rationum cõſequentia, fiunt antecedentia ſuccedentium. Vt extenſa proportio, continuè proportionalium ſolummodò reſpiciat magnitudinum habitudinẽ: ordinata verò, tam continuè, quàm diſcontinuè proportionata. Et ſic extenſa proportio, ſimul erit ordinata: ſed non omnis ordinata, extenſa vocabitur. Idem velim habeas iudicium, de inordinata atq; perturbata proportione. De extenſa, atq; inordinata ratione. Notandum.

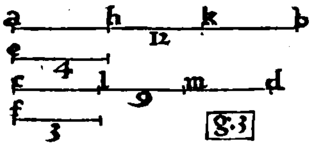
Θεώρημα α, Πρόθεσις α.

Ἐὰν ᾖ ὁποσαοῦν μεγέθη, ὁποσωνοῦν μεγεθῶν ἴσων τὸ πλῆθος, ἕκαστον ἑκάστου ἰσάκις πολλαπλάσιον, ὁσαπλάσιόν ἐστιν ἓν τῶν μεγεθῶν ἑνός, τοσαυταπλάσια ἔσαι καὶ τὰ πάντα τῶν πάντων.

Theorema 1, *Propoſitio* 1.

1 SI fuerint quælibet magnitudines quarumlibet magnitudinum æqualium numero, ſingulæ ſingularũ æquè multiplices: quotuplex eſt vnius vna magnitudo, totuplices erunt & omnes omnium.

ORONTIVS. ¶Sint a/b/ & c/d/quælibet magnitudines, ipſarum e/ & f/magnitudinum, æqualium numero, ſingulæ ſingularum æquè multiplices: vtpote, a/b/ ipſius e, & c/d/ipſius f. Aio, a/b/ & c/d/magnitudines, totuplices fore ipſarum e/ & f/ magnitudinum, quotuplex eſt a/b/ipſius e, vel c/d/ipſius f. Nam ex hypotheſi, tot ſunt magnitudines in a/b, æquales ipſi e: quot in c/d/magnitudine, æquales ipſi f. Sit vtraque multitudo, æqualis numero g. Et diſtingantur (exẽpli gratia) in a/b, magnitudines æquales ipſi e, iuxta numerũ g, ſintq; a/h, h/k, & k/b: in ipſa porrò c/d, æquales ipſi f, quæ ſint c/l, l/m, & m/d. Cuilibet enim magnitudini, quotlibet dari, vel adſignari poſſe æquales, recipiendũ eſt. Omnis præterea magnitudo, in determinatas quotlibet, & adinuicẽ æquales partes (etſi forſitan nondum præoſtenſum fuerit, quanam ratione id exæquatur) abſtractiuè ſaltẽ partibilis eſt. Notandum.



Cùm igitur a/h/æqualis ſit ipſi e, & c/l/ipſi f: æquales erunt a/h/ & c/l, ipſis e/ & f/magnitudinibus, per ſecundam communẽ ſententiam. Rurſum quoniã æqualis eſt h/k/ipſi e, & l/m/ipſi f: æquales rurſum erũt, per eandem communem ſententiam, h/k/ & l/m, ipſis e/ & f. Haud diſſimiliter oſtẽdetur, quòd & cæteræ k/b/ & m/d, eiſdem e/ & f/ coæquantur. Quoties igitur a/b/ continet ipſam e, aut c/d/ipſam f: toties a/b/ & c/d, eaſdem e/ & f/ſimul comprehendunt, nempe ſecundum eundem numerum g. Quotuplex igitur eſt a/b/ipſius e, vel c/d/ipſius f: totuplices ſunt a/b/ & c/d, ipſarũ e/ & f. Hoc autem in diſcretis euidẽtius manifeſtatur: quemadmodùm ſubiecti formulæ videntur indicare numeri. Si fuerint igitur quælibet magnitudines quarumlibet magnitudinum: &c, vt in theoremate. Quod oportebat demonſtrare. Deductio theorematis.

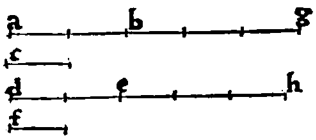
Θεώρημα β, Πρόθεσις β.

Ἐὰν πρῶτον δευτέρου ἰσάκις ᾖ πολλαπλάσιον, καὶ τρίτον τετάρτου, ᾖ δὲ καὶ πέμπτον δευτέρου ἰσάκις πολλαπλάσιον, καὶ ἕκτον τετάρτου· καὶ συντεθὲν πρῶτον, καὶ πέμπτον, δευτέρου ἰσάκις ἔσαι πολλαπλάσιον, καὶ τρίτον, καὶ ἕκτον τετάρτου.

Theorema 2, Propoſitio 2.

SI prima ſecundæ æquè fuerit multiplex & tertia quartæ, fuerit autem & quinta ſecundæ æquè multiplex & ſexta quartæ: & compoſita prima & quinta ſecundæ æquè multiplex erit, & tertia & ſexta quartæ. 2

ORONTIVS. ¶ Sint enim ſex magnitudines, a/b/ prima, c/ ſecunda, d/e/ tertia, f/ quarta, b/g/ quinta, & e/h/ ſexta: quarum prima a/b/ ſecundæ c/ ſit æquè multiplex, ac tertia d/e/ ipſius quartæ f: & quinta rurſum b/g/ eiuſdem ſecundæ c/ æquè multiplex eſto, ac ſexta e/h/ eiuſdem f/ quartæ. Aio quòd compoſita ex prima & quinta vtpote a/g, ipſius ſecundæ c/ erit æquè multiplex: ac tertia & ſexta ſimul, videlicet d/ h, ipſius quartæ f.



Demõſtratio theorematis. Cùm enim ex hypotheſi, æquè multiplex eſt a/b/ ipſius c, vt d/e/ ipſius f: quot igitur magnitudines ſunt in a/b/ æquales ipſi c, tot ſunt & in d/e, æquales ipſi f. Rurſum quoniam b/g/ æquè multiplex eſt eiuſdem c, ac e/ h/ eiuſdem f: tot igitur ſunt magnitudines eidem c/ æquales in b/g, quot & in e/h/ æquales eidem f. Quot igitur ſunt magnitudines in tota a/g, ipſi c/ æquales: tot ſunt & in tota d/h, æquales ipſi f. ſi enim æquè multiplicibus, æquè multiplices addantur magnitudines: cõſurgẽt æquè multiplices. Sed a/g, continet primã & quintam magnitudinẽ: d/h/ autẽ, tertiam & ſextam. Et compoſita igitur prima & quinta a/g, ſecundæ c/ æquè multipex erit: ac tertia & ſexta d/h, ipſius quartæ f. Igitur ſi prima ſecũdæ æquè fuerit multiplex, & tertia quartæ: & quæ ſequuntur reliqua. Quod fuerat oſtendendum.

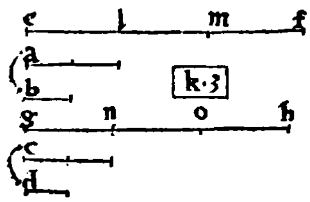
Θεώρημα γ, Πρόθεσις γ.

Ἐὰν πρῶτον δευτέρου ἰσάκις ᾖ πολλαπλάσιον, καὶ τρίτον τετάρτου, ληφθῇ δὲ ἰσάκις πολλαπλάσια τοῦ πρώτου καὶ τρίτου· καὶ διίσου τῶν ληφθέντων ἑκάτερον ἑκατέρου ἰσάκις ἔσαι πολλαπλάσιον, τὸ μὲν, τοῦ δευτέρου, τὸ δὲ, τοῦ τετάρτου.

Theorema 3, Propoſitio 3.

SI primum ſecundi æquè fuerit multiplex, & tertium quarti, ſumãtur autem æquè multiplicia primi & tertij: & æquè ſumptorum vtrunque vtriuſq; æquè erit multiplex, alterum quidem ſecundi, alterum autem quarti. 3

ORONTIVS. ¶ Sit primum a/ ſecundi b/ æquè multiplex, ac tertium c/ ipſius quarti d: & accipiantur ipſorum a/ & c/ æquè multiplicia, e/f/ & g/h. Dico quòd e/f/ tam multiplex eſt ipſius ſecundi b, quàm multiplex eſt g/h/ ipſius quarti d. Cùm



enim per hypotheſin, totuplex ſit e/f/ ipſius a, quotuplex eſt g/h/ ipſius c: tot igitur erũt magnitudines in e/f/ æquales ipſi a, quot in magnitudine g/h/ æquales ipſi c. Sit vtraq; multitudo, iuxta numerum k. & diſcernantur (maioris euidentiæ gratia) in e/f, magnitudines æquales ipſi a, ſint'que e/l, l/m, & m/f: & in g/h/ magnitudine, ipſi c/ æquales, vtpote g/n, n/o, & o/h. Et quoniam per hypotheſin, æquè multiplex eſt a/ipſius b, atq; c/ipſius d. Eſt autem e/l/ipſi a, & g/n/ ipſi c/per cõſtructionem æqualis. Aequalia porrò eiuſdẽ ſunt æquè multiplicia, per ſextæ diffinitionis primi libri conuerſionem. Aequè multiplex igitur eſt e/l/ipſius b, ac g/n/ipſius d. Et proinde l/m/æquè multiplex itidem eſt ipſius b, ac n/o/ ipſius d. Sunt itaque ſex magnitudines, quarũ prima e/l/ſecundæ b/æquè multiplex eſt, ac tertia g/n/ipſius quartæ d: quinta rurſum l/m/ eiuſdem ſecundæ b/æquè multiplex eſt, ac ſexta n/o/eiuſdem quartæ d. Et compoſita igitur prima & quinta e/m/ ipſius ſecundæ d/æquè multiplex eſt, ac tertia & ſexta g/o/ipſius quartæ d: per antecedentem ſecũdam propoſitionem. Rurſum quoniam æqualis eſt m/f/ ipſi a, & o/h/ ipſi c: æquè multiplex itidẽ erit m/f/ipſius b, atq; o/h/ipſius d, per eandẽ ſextæ diffinitionis primi libri conuerſionem. Oſtenſum eſt autem e/m/ & g/o/ipſarum b/ & d/fore æquè multiplices. Sunt itaq; rurſum ſex magnitudines, quarũ prima e/m/ ſecundæ b/æquè multiplex eſt, ac tertia g/o/ ipſius quartæ d: quinta inſuper m/f/ eiuſdem ſecundæ b/æquè eſt multiplex, ac ſexta o/h/eiuſdem quartæ d. Et compoſita igitur prima & quinta e/f, ipſius ſecũdæ b/æquè multiplex eſt, ac tertia & ſexta g/h/eiuſdem quartæ d: per allegatam huius quinti ſecundam propoſitionem. Et deinceps ita quantumlibet, prioribus conſequentes adiungendo magnitudines, pro contingente ipſorum æquè multiplicium e/f/ & g/h/multitudine. Atqui multitudo e/l, l/m, & m/f, multitudini g/n, n/o, & o/h/æqualis eſt: vtraque enim ipſi k/numero æqualis. Si igitur primũ ſecundi æquè fuerit multiplex & tertiũ quarti: &c. vt in theoremate. Quod fuerat oſtendendum.

Primus oſtenſionis diſcurſus.

Secũdus, priori ſimilis, diſcurſus oſtenſionis.

Θεώρημα δ', Πρόθεσις δ'.

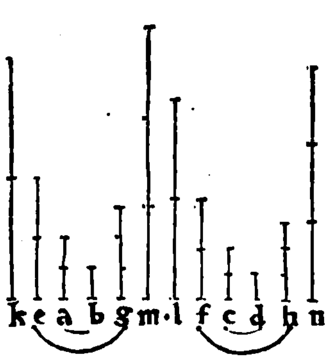
Ἐὰν πρῶτον πρὸς δεύτερον τὸν αὐτὸν ἔχῃ λόγον, καὶ τρίτον πρὸς τέταρτον: καὶ τὰ ἰσάκις πολλαπλάσια τοῦ τε πρώτου καὶ τρίτου πρὸς τὰ ἰσάκις πολλαπλάσια τοῦ δευτέρου καὶ τετάρτου καθ' ὁποιονοῦν πολλαπλασιασμὸν, τὸν αὐτὸν ἕξει λόγον ληφθέντα κατάλληλα.

Theorema 4, Propoſitio 4.

4 SI primum ad ſecundum eandem habuerit rationem, & tertiũ ad quartum: & æquè multiplicia primi & tertij ad æquè multiplicia ſecundi & quarti iuxta quãuis multiplicationem, eandem habebunt rationem ſumpta adinuicem.

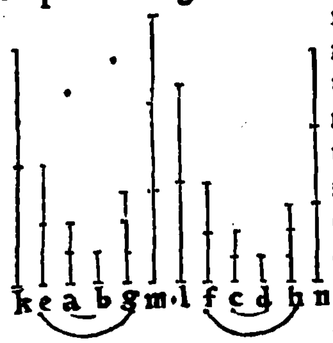
ORONTIVS. ¶Eſto enim vt primũ a/ad ſecundum b/eandem habeat rationem, quam c/tertium ad quartum d: & accipiantur ipſorum a/& c, hoc eſt, primi & tertij æquè multiplicia e/& f, ſecundi pariter & quarti, vtpote, ipſorum b/& d/ alia itidem æquè multiplicia g/& h. Aio quòd e/multiplex primi, ad g/ multiplex ſecundi eandem habet rationem, quam f/multiplex tertij ad h/multiplex quarti. Sumantur enim ipſorum e/& f, æquè multiplicia k/& l: ipſorũ porrò g/& h, alia similiter æquè multiplicia m/& n. Cùm igitur e/totuplex ſit ipſius a, quotuplex eſt f/ ipſius c, & ipſorũ e/& f/ ſumpta ſunt æquè multiplicia k/& l: igitur æquè multiplex eſt k/ipſius a, & l/ipſius c, per tertiã huius quinti. & per eandem æquè multiplex eſt m/ipſius b, atq; n/ipſius d. Eſt autem ex hypotheſi, ſicut a/ ad b/ ita c/ad d: & ipſorum a/& c/ oſtenſa ſunt æquè multiplicia k/& l, necnon ipſorum b/& d/ alia itidem æquè multiplicia m/ & n. Eſt igitur ſicut k/ ad m, ita l/ ad n: per conuerſionem ſextæ diffinitionis huius quinti. Sicuti enim ex ipſorum æquè multiplicium proportione, datas magnitudines in eadẽ eſſe ratione, ſexta huius quinti viſa eſt innuere diffinitio: haud diſſimiliter

Demõſtratio theorematis.



De æquè multipliciũ & ſubmultiplicium proportione reciproca.

ex ipsarum magnitudinũ habitudine proportionata, eorundem æquè multiplicium rationis versa vice concluditur identitas. tanta est æquè multiplicium cum submultiplicibus necessitudo. Est igitur vt k/ad m, ita l, ad n: hoc est, sicut multiplex primi ad multiplex secũdi, ita multiplex tertij ad multiplex quarti. Ipsa porrò k/ & l, ipsorũ e/ & f/ sunt æquè multiplicia: m/ verò & n/ æquè multiplicia ipsorũ g/ & h, per constructionem. Est igitur vt e/ad g, sic f/ad h: per sextam huius quinti diffinitionem. Atqui e/ & f, sunt æquè multiplicia primi & tertij: g/ autem & h, secundi & quarti alia itidem æquè multiplicia. Si primũ igitur ad secundũ eandem habuerit rationẽ: & quæ sequuntur reliqua. Quod demõstrandum susceperamus.



Lemma, siue assumptum.

¶Et quoniã ostẽsum est, quòd multiplex k/ad multiplex m/se habet, vt multiplex l/ad multiplex n. si igitur k/excedit m, & l/proportionaliter excedit n: & si æquale, æquale: & si minus, itidem proportionaliter minus. Quare & versa vice, si m/excedit k, & n/proportionaliter excedit l: & si æquale, æquale: si autem minus, & proportionaliter denique minus. Et proinde, per sextam huius quinti diffinitionem, erit vt g/ad e, sic h/ad f: atque respondenter sicut b/ad a, ita d/ad c.

Corollarium.

Conuersa ratio. ¶Si quatuor igitur magnitudines fuerint proportionales: & ècontra, seu à cõuersa ratione proportionales erunt: facta videlicet consequentium tanquàm antecedentium, ad antecedentia tanquàm ad consequentia relatione.

Θεώρημα ε, Πρόθεσις ε.

Ἐὰν μέγεθος μεγέθους ἰσάκις ᾖ πολλαπλάσιον, ὅπερ ἀφαιρεθὲν ἀφαιρεθέντος, καὶ τὸ λοιπὸν τοῦ λοιποῦ ἰσάκις ἔσαι πολλαπλάσιον, ὁσαπλάσιόν ἐστι τὸ ὅλον τοῦ ὅλου.

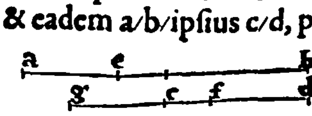
Theorema 5, Propositio 5.

SI magnitudo magnitudinis æquè fuerit multiplex, & ablata ablatæ: & reliqua reliquæ erit multiplex, quotuplex tota totius est multiplex. 5

ORONTIVS. ¶Esto magnitudo a/b/magnitudinis c/d/tam multiplex, quàm multiplex est ablata a/e/ablatæ c/f. Dico reliquam e/b, reliquæ f/d/ totuplicem fore, quotuplex est tota a/b/totius c/d. Ponatur enim e/b/æquè multiplex ipsius g/c, vt a/e/ipsius c/f. Cùm igitur tũ per hypothesin, tum per constructionẽ, totuplex sit a/e/ipsius c/f, quotuplex est e/b/ipsius g/c: quotuplex autem est vna vnius, totuplices sunt & omnes omnium, per primã huius quinti. Quotuplex est itaq; a/e/ipsius c/f, totuplex est & tota a/b/totius g/f. At quotuplex est a/e/ipsius c/ f, totuplex est & eadem a/b/ipsius c/d, per hypothesin. Et a/b/ igitur vtriusque & g/ f/ & c/d/ est æquè multiplex: & proinde vtraque g/f/ & c/d, eiusdem a/ b/ æquè submultiplex est. Quæ autem eiusdem sunt æquè submultiplicia, æqualia sunt adinuicem, per septimam communem sententiam. Aequalis est igitur g/f/ipsi c/d, & vtrique communis c/f: qua dempta, reliqua g/c/reliquæ f/d, per tertiam cõmunem sententiã est æqualis. Aequalia rursum eiusdem sunt æquè submultiplicia, per ipsius septimæ communis sententiæ conuersionem. Et g/c/igitur atque f/d, eiusdem a/b/sunt æquè submultiplices: & proinde a/b/vtriusque & g/c/ & f/d/æquè est multiplex. Porrò e/b/ æquè multiplex est ipsius g/c, per constructionẽ, vt a/e ipsius c/f. Et eadẽ propterea

Assumptum.

Demõstratio theorematis.



e/b, ipsius f/d/ tam multiplex est, quàm multiplex est ipsa a/e/ eiusdem c/f. Atqui per hypothesin a/e/ totuplex est ipsius c/f, quotuplex est tota a/b/ totius c/d. Et reliqua igitur e/b, reliquæ f/d/ æquè multiplex est, atq; tota a/b/ totius c/d. Ergo si magnitudo magnitudinis æquè fuerit multiplex & ablata ablatæ, & reliqua reliquæ: &c. vt in theoremate. Quod ostendere fuerat operæpretium.

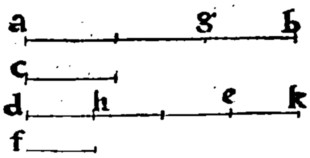
Θεώρημα ς, Πρόθεσις ς.

Ἐὰν δύο μεγέθη δύο μεγεθῶν ἰσάκις ᾖ πολλαπλάσια, καὶ ἀφαιρεθέντα τινὰ τῶν αὐτῶν ἰσάκις ᾖ πολλαπλάσια, καὶ τὰ λοιπὰ τοῖς αὐτοῖς ἤτοι ἴσα ἐστίν, ἢ ἰσάκις αὐτῶν πολλαπλάσια.

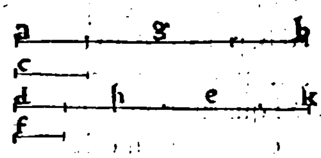
Theorema 6, Propositio 6.

6 SI duæ magnitudines duarũ magnitudinũ æquè fuerint multiplices, & ablatæ aliquæ earum æquè fuerint multiplices: & reliquæ eisdem vel æquales sunt, vel æquè ipsarum multiplices.

ORONTIVS. ¶ Sit a/b/ magnitudo tam multiplex ipsius c, q̃ multiplex est d/e/ ipsius f: æquè insuper multiplex esto ablata a/g/ eiusdem c, vt ablata h/e/ ipsius f. Aio ꝙ reliquæ g/b/ & d/h, ipsis c/ & f/ aut sunt æquales altera alteri: vel earundem c/ & f/ æquè multiplices. Esto primũ vt g/b/ sit æqualis ipsi c: dico quòd & d/h/ ipsi f/ est æqualis. Detur enim e/k/ ipsi f/ æqualis. Cũ igitur a/g/ æquè multiplex sit ipsius c, vt h/e/ ipsius f, per hypothesin. Porrò g/b/ æqualis est ipsi c, per hypothesin: & e/k/ ipsi f, per cõstructionẽ. Et æquè igitur multiplex est a/b/ ipsius c, & h/k/ ipsius f. Ponitur autem ex hypothesi, a/b/ æquè multiplex ipsius c, vt d/e/ ipsius f. Et vtraq; igitur d/e/ & h/k, æquè est multiplex ipsius f: nempe vt a/b/ ipsius c. Quæ autem eiusdem sunt æquè multiplicia, æqualia sunt adinuicem, per sextæ communis sententiæ interpretationem. Aequalis est ergo d/e/ ipsi h/k, & vtriq; communis h/ e: ea itaque dempta, reliqua d/h/ reliquæ e/k/ erit per tertiam communem sententiã æqualis. Eidem porrò e/k, æqualis est per constructionẽ ipsa f/ magnitudo. Binæ igitur magnitudines d/h/ & f, eidem e/k/ sunt æquales: & proinde æquales adinuicẽ, per primã cõmunẽ sententiã. Si reliqua igitur g/b, sit æqualis ipsi c: & reliqua d/h, ipsi f/ erit æqualis. ¶ Q. si g/b/ fuerit multiplex ipsius c: aio respondenter d/h, æquè multiplicẽ fore ipsius f. Quotuplex est enim g/b/ ipsius c, totuplex assumatur e/k/ ipsius f. Et quoniam per hypothesin, a/g/ prima secundæ c/ æquè est multiplex, ac tertia h/ e/ quartæ f: quinta rursum g/b/ eiusdem secundæ c/ tam multiplex est per constructionẽ, q̃ multiplex est sexta e/k/ eiusdem quartæ f. Et composita igitur prima & quinta a/b, eiusdem secũdæ c/ æquè erit multiplex, ac tertia & sexta h/k/ ipsius quartæ f, per secũdã huius quinti. Quotuplex est autẽ a/b/ ipsius c, totuplex data est d/e/ ipsius f, per hypothesin. Et vtraque igitur d/e/ & h/k, æquè est multiplex ipsius f, vt a/b/ ipsius c. Hinc per sextam communem sentẽtiam, æqualis rursum est d/e/ ipsi h/k, & vtriq; communis h/e; qua subtracta, reliqua d/h/ reliquæ e/k, per ipsam tertiam cõmunem sententiam, est æqualis. Aequalia porrò eiusdem sunt æquè multiplicia, per ipsius sextæ communis sententiæ cõuersionem. Et d/h/ igitur & e/k/ eiusdem f/ æquè multiplicia sunt. At e/ k/ ipsius f/ tã multiplex est per constructionem, quàm multiplex est g/b/ ipsius c. Et reliqua igitur d/ h/ æquè est multiplex ipsius f, quotuplex est reliqua g/b/ ipsius c. Hæc autẽ omnia subsequẽs numerorũ, ad faciliorẽ demõstrationis intelligentiã adiũcta, corroborat formula.



Prima theorematis differẽtia.



Secũda theorematis differentia.

Exemplum in numeris.

Magnitudines datæ.

prima.	ſecunda.	tertia.	quarta.	Ablata.	reliqua.	Ablata.	reliqua.	
a/b.	c.	d/e.	f.	a/g.	g/b.	h/e.	d/h.	
12	3	8	2	9	3	6	2	vt in prima figura.
12	3	8	2	6	6	4	4	vt in ſecunda figura.

Si duæ itaque magnitudines:& quæ ſequũtur reliqua. Quod fuerat oſtendendum.

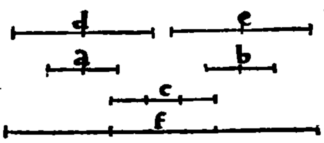
Θεώρημα ζ, Πρότασις ζ.

Τὰ ἴσα πρὸς τὸ αὐτὸ τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, καὶ τὸ αὐτὸ πρὸς τὰ ἴσα.

Theorema 7, *Propoſitio* 7.

AEquales ad eandẽ, eandẽ habẽt rationẽ:& eadem ad æquales, 7

ORONTIVS. Sint binæ & inuicem æquales magnitudines a/& b,ad aliam quandam magnitudinem relatæ,vtpote c.Dico primũ,a/& b/ad eandem c/eandem habere rationem.Aſſumantur enim ipſarum a/& b/æquè multiplices d/& e: ipſius autem c,alia vtcunque multiplex f.Cùm igitur æquè multiplex ſit d/ipſius a,vt e/ ipſius b, & per hypotheſin a/& b/ magnitudines ſint adinuicem æquales: erit & d/ æqualis ipſi e.quæ enim eiuſdem vel æqualium ſunt æquè multiplicia,æqualia ſunt adinuicem,per ſextam communem ſententiam.Atqui f/magnitudo binas ipſius c/ repræſentans æquè multiplices,ſibimet æqualis eſt.Vt ſe habet igitur d/multiplex ad f,ita e/ad eandem f: nam quæ ſunt æqualia eiuſdem ſunt æquè multiplicia aut ſubmultiplicia, per ſextæ aut ſeptimæ communis ſententiæ conuerſionem.Eſt autem a/prima magnitudo,c/ſecũda,b/tertia,& c/rurſum in ordine quarta: ſuntq; d/& e/ipſarum a/& b/æquè multiplicia,primæ inquàm & tertiæ magnitudinis: f/porrò bis repetita,ipſius c/bis repetẽdæ,hoc eſt, ſecundæ & quartæ alia vtcunq; multiplex. Præoſtenſum eſt inſuper d/ multiplex primæ ad f/ multiplex ſecundæ ita ſe habere,vt e/multiplex tertiæ ad ipſum f/multiplex quartæ.Eſt igitur per ſextam huius quinti diffinitionem,vt a/ ad c,ita b/ad eandem c. Aequales igitur magnitudines a/ & b,ad eandem magnitudinem c,eandem habent rationem.



Prima theorematis pars.

Pars ſecunda theorematis.

Aio quoq;,eandem magnitudinem c,ad a/& b/ inuicem æquales magnitudines,eandem verſa vice obſeruare rationem. Hoc autẽ conuerſo licebit ordine concludere.Oſtendemus enim(veluti ſuprà)d/& e/ multiplices,fore rurſum inuicẽ æquales:& f/bis coaſſumpta, geminas æquè multiplices repræſentare non denegabitur.Et proinde d/ad f/ita ſe habere concludetur,vt e/ad eandem f.hinc per aſſumptum,ſiue lemma quartæ propoſitionis huius quinti,f/ad d/ſe habebit,vt eadem f/ad e. Eſt autem f/primæ & tertiæ magnitudinis,hoc eſt,ipſius c/bis repetẽdæ æquè multiplex:d/verò & e/ſecundæ & quartæ,vtpote ipſarum a/& b/æquè multiplices.Eſt igitur vt c/ad a, ſic eadem c/ad b, per eandem ſextam huius quinti diffinitionem.

Idem aliter.

Idem quoq; à conuerſa ratione, per quartæ propoſitionis huius quinti corollarium,leuius concludere licebit. Si quatuor enim magnitudines fuerint proportionales,& è contra proportionales erunt. Atqui oſtenſum eſt a/ad c/eandem habere rationem,quam b/ad eandem c: & è cõtra igitur,vt c/ad a,ita eadem c/ad b. Aequales ergo ad eandem,eandem habent rationem:& eadem ad æquales. Quod oportuit oſtendiſſe.

Θεώρημα η, Πρότασις η.

Τῶν ἀνίσων μεγεθῶν τὸ μεῖζον πρὸς τὸ αὐτὸ μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ τὸ ἔλαττον: καὶ τὸ αὐτὸ πρὸς τὸ ἔλαττον, μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ πρὸς τὸ μεῖζον.

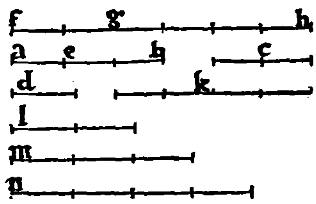
Theorema 8, *Propoſitio* 8.

INæqualium magnitudinum maior ad eãdem, maiorem rationẽ 8 habet, quàm minor: & eadem ad minorem maiorem rationem habet, quàm ad maiorem.

ORONTIVS. ¶ Sint binæ magnitudines inæquales, a/b/ quidem maior, & c/ minor: d/ autem alia quædam magnitudo. Aio primùm quòd a/b/ ad d/ maiorẽ rationẽ habet, quàm c/ ad ipsam d. Cùm enim ex hypothesi a/b/ sit maior magnitudine c: comprehendet itaq; a/b/ magnitudo eandem c, & aliquam insuper magnitudinẽ. Sit igitur e/b, æqualis ipsi c, & a/e/ residua eiusdem magnitudinis pars. Erũt ergo a/e/ & e/b/ aut inæquales, aut æquales adinuicẽ. Sint primũ inæquales, & a/e/ minor ipsa e/b. Suscipiatur autem ipsius minoris a/e/ vtcunq; multiplex, maius tamen ipsa magnitudine d: sitq; illud f/g. Quàm multiplex insuper est f/g/ ipsius a/e, tam multiplex detur g/h/ ipsius e/b, & k/ ipsius c. Suscipiatur rursum duplum ipsius d, vtpote l: postea triplum, sitq; illud m. & deinceps ita, vno semper adiũcto: quatenus resultet multiplex ipsius d, proximò maius ipso k, id est, quod inter multiplicia ipsius d/ per continuam simplicis additionem consurgentia, primò incipiat excedere k: sitq; illud n/ quadruplum ipsius d. Erit ergo k/ multiplex, proximò minus ipso n: & proinde non minus ipso m. ¶ His ita constructis, quoniã æquè multiplex est f/g/ ipsius a/e, vt g/h/ ipsius e/b: quotuplex igitur est f/g/ ipsius a/e, totuplex est f/h/ ipsius a/b, per primã huius quinti. Sed quotuplex est f/g/ ipsius a/e, totuplex est k/ ipsius c. Et f/h/ igitur tam multiplex est ipsius a/b, q̃ multiplex est k, ipsius c. Insuper quoniam æquè multiplex est g/h/ ipsius e/b, vt k/ ipsius c: & e/b/ ipsi c/ per cõstructionẽ est æqualis. quæ autẽ æqualiũ sunt æquè multiplicia, æqualia sunt adinuicem, per sextam communem sententiam. Aequalis est igitur g/h/ ipsi k. Verùm k/ ipsa m/ nõ est minor, vti nuper ostensum est: & g/h/ itaq; eadem m/ non erit minor. Porrò f/g/ data est maior ipsa d. & tota igitur f/h, binis d/ & m/ erit maior. Sunt autem d/ & m/ ipsi n/ æquales. est enim n/ quadruplum ipsius d, & m/ triplum, vnà cum ipso d/ efficiens quadruplum. Et f/h/ igitur ipso n/ maius est: nam idem, æqualium est æquè maius. Atqui f/h/ & k, ipsarum a/b/ & c, primæ inquàm & tertiæ magnitudinis sunt æquè multiplicia: n/ verò vtcunq; multiplex ipsius d/ secundam & quartam magnitudinem repræsentãtis. & multiplex primæ excedit multiplex secundæ: at multiplex tertiæ non excedit multiplex quartæ. Prima igitur a/b/ ad secundam d/ maiorem rationem habet, quàm tertia c/ ad quartam d: per octauam diffinitionem huius quinti.

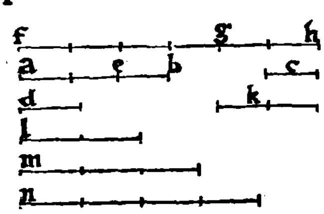
Primæ partis differẽtia prima.

Demõstratio eiusdẽ primæ differentiæ.



¶ Quòd si a/e/ fuerit maior e/b, multiplicetur iam ipsa e/b/ minor, quatenus insurgat multiplex maius ipsa d/ magnitudine: sitq; illud g/h. Quàm multiplex insuper est g/h/ ipsius e/b, tã multiplex accipiatur f/g/ ipsius a/e: & k/ rursum ipsius c. Subsumatur præterea multiplex ipsius d, proximò maius ipso f/g: sitq; rursum n/ quadruplum ipsius d. Haud dissimiliter ostendemus, totam f/h/ ipsius a/b/ fore totuplicẽ, quotuplex est g/h/ ipsius e/b: & demum f/h/ & k, ipsarum a/b/ & c/ æquè itidem fore multiplices. item g/h/ æquari ipsi k. Et quoniam n/ multiplex, proximo maius est f/g: non est igitur f/g, minus ipso m. Atqui g/h/ maius est ipso d, per constructionem. totum igitur f/h, ipsis d/ & m/ maius est: & maius consequenter ipso n. Porrò k/ non excedit ipsum n: est enim k, ipsi g/h/ æquale, quod tam multiplex est ipsius minoris e/b, quàm multiplex est f/g/ ipsius maioris a/e. quæ autem inæqualium sunt æquè multiplicia, sunt respondenter inæqualia. Et k/ igitur, minus est ipso f/g: & ipso n/

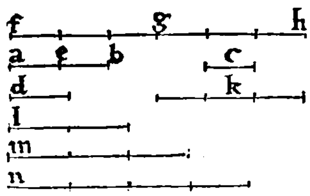
Eiusdẽ primæ partis differẽtia secunda.



Ostẽsionis resolutio.

propterea lōgè minus. Rursum itaq; multiplex primi excedit multipex secūdi: at multiplex tertij,nō excedit multiplex quarti. Per ipsam igitur octauā huius quinti diffinitionem,primum a/b,ad secundum d/maiorem rationem habet,q̃ tertiū c/ad quartum d. ¶ Porrò cùm a/e,fuerit æqualis ipsi e/b:vtraque erit æqualis ipsi c. Cuiuslibet itaq; ipsarum trium magnitudinum,sumēda sunt æquè multiplicia,ipso d/

Tertia eiusdē primæ partis differentia.



maiora: f/g/quidem ipsius a/e,& g/h/ipsius e/b,& k/rursum ipsius c. quæ per sextam communem sententiam, erunt adinuicē æqualia. Item n/multiplex ipsius d, quod illorum quolibet proximò maius existat. Quibus constructis,ostendētur rursum f/h/& k,ipsarum a/b/& c/fore æquè multiplicia:& f/h/multiplex primæ magnitudinis,excedere ipsum n/multiplex secundæ:k/autem multiplex tertiæ,non excedere multiplex quartæ. Hinc priori deductione colligemus, a/b/ad d/maiorē habere rationē, quàm c/ad ipsam d. ¶ Dico insuper,quòd eadem magnitudo d,ad minorem c/maiorem rationē habet,quàm ad maiorem a/b. Hoc autem ex suprascripto discursu, immutato magnitudinū & æquè multiplicium ordine,haud obscurè colligemus. Cùm enim omnibus modis præostēsum sit,f/h/excedere ipsum n,& k/ab eodē n/superari: & cōuersim igitur,n/excedit k, nō excedit autē f/h. Porrò n/est multiplex ipsius d,hoc est,primæ & tertiæ magnitudinis:k/autem multiplex secundæ,vtpote c,& f/h/ æquè multiplex quartæ, scilicet a/b. Multiplex insuper primæ,excedit multiplex secundæ : at multiplex tertiæ non excedit multiplex quartæ. Per octauam ergo diffinitionem huius quinti,prima d/ad secundam c/maiorem rationem habet,quàm tertia d/ad quartam a/b. Ergo d/ad minorem c/maiorem rationem habet, quàm ad maiorem a/b. Inæqualium igitur magnitudinum: &c.vt in theoremate. Quod ostendere oportebat.

Pars secunda pricipalis theorematis.

Θεώρημα θ, Πρόθεσις θ.

ΤΑ πρὸς τὸ αὐτὸ τὸν αὐτὸν ἔχοντα λόγον, ἴσα ἀλλήλοις ἐστί: καὶ πρὸς ἃ τὸ αὐτὸ τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, κἀκεῖνα ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν.

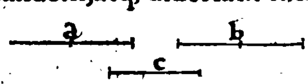
Theorema 9, Propositio 9.

QVæ ad eandem , eandem habent rationem , æquales inuicem sunt : & ad quas eadem eandem habet rationem , ipsæ sunt æquales. 9

Primæ partis ostensio.

ORONTIVS. ¶ Sint binæ magnitudines a/& b, ad tertiam c/eandem rationē obtinentes. Aio quòd æqualis est a,ipsi b. Nam si a/& b/magnitudines,forent inæquales:maior ad eādem c/maiorem rationem haberet,quàm minor,per primam partem antecedentis octauæ propositionis huius quinti. Habet autem vtraq; ipsarum a/& b/eandem rationem ad ipsam c,per hypothesin. Haberent igitur a/ & b, eandem,atq; diuersam rationē ad eandem c:quod est impossibile. Aequalis est itaq;

Pars secunda theorematis.



a,ipsi b. ¶ Quòd si c/ad easdem a/& b/eandem habuerit rationem: dico rursum, quòd a/& b/æquales sunt adinuicem. Si enim forēt inæquales:eadem c/ad ipsas a/& b/ magnitudines eandem non haberet rationem ad minorem enim maiorem rationem obtineret,quàm ad maiorem,per secundam partem eiusdem octauæ propositionis. Supponitur autem,eadem c/ad ipsas a/& b/eandem habere rationem. Eadē itaq; magnitudo c,ad ipsas a/& b/magnitudines,eandem simul atq; diuersam rationem haberet. Quod videtur absurdum. Aequalis est igitur a/ipsi b. Quod susceperamus ostendendum.

Θεώρημα ι, Πρόθεσις ι.

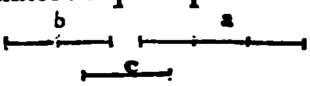
Τῶν πρὸς τὸ αὐτὸ λόγον ἐχόντων, τὸ τὸν μείζονα λόγον ἔχον, ἐκεῖνο μεῖζόν ἐστι: πρὸς ὃ δὲ τὸ αὐτὸ μείζονα λόγον ἔχει, ἐκεῖνο ἔλαττόν ἐστιν.

Theorema 10, *Propositio* 10.

10 AD eandem rationem habentium, maiorem rationem habens, illa maior eſt: ad quam autem eadem maiorem rationem habet, illa minor eſt.

ORONTIVS. ¶Sint rurſum a/& b/ magnitudines ad eandem magnitudinẽ c/comparatæ: habeátq; a/ad c/maiorem rationem, quàm b/ad eandem c. Dico quòd a, ipſa b/maior eſt. Quoniam ſi non fuerit maior: vel erit æqualis ipſi b, vel eadem minor. Aequalis porrò non eſt a/ipſi b: haberẽt enim a/& b/ eandem rationem ad c/magnitudinem, per primam partem ſeptimæ propoſitionis huius quinti. quod aduerſatur hypotheſi. Non eſt igitur a, æqualis ipſi b. Haud diſſimiliter oſtẽdetur, quòd neq; minor eſt a/ipſa b: quoniam a/magnitudo, minorem rationem haberet ad c/magnitudinem, quàm ipſa b/ad eandem c, per primam partem octauæ propoſitionis eiuſdem quinti. habet autem a, maiorem rationem, quàm b/ad eandem c/ per hypotheſin. Haberet igitur a/ad c/maiorem & minorem rationem, quàm b/ad ipſam c. Quod non eſt poſſibile. Itaque a/non eſt minor b: neque eidem (vti nunc oſtendimus) æqualis. Et a/igitur, ipſa b/maior eſt. ¶Quòd ſi eadem magnitudo c, maiorem rationem habuerit ad b/ quàm ad a: dico rurſum, a/fore maiorem ipſa b. Non erit enim a/ipſi b/æqualis: quoniã c/ad a, eandem rationem haberet quã ad b, per ſecundam partẽ præallegatæ ſeptimæ propoſitionis. Habet autẽ c, maiorẽ rationẽ ad a, q̃ ad b, ex hypotheſi. quæ ſimul ſtare non poſſunt. Non eſt igitur a, ipſi b/ æqualis. Neq; etiã minor: tunc enim c/ad ipſam a/maiorẽ rationẽ haberet, q̃ ad b, per ſecundã partẽ ipſius octauæ propoſitionis huius quinti. Habet autẽ c/ minorẽ rationem ad a, q̃ ad b, ex ipſa hypotheſi. Haberet itaq; c/minorem ſimul atq; maiorẽ rationem ad a, quàm ad b. quod videtur impoſſibile. Igitur a/non eſt minor ipſa b. oſtẽſum eſt, quòd nec eidẽ æqualis. Maior eſt itaq; rurſum a/ipſa b. Ad eandem ergo rationem habentiũ: & quæ ſequuntur reliqua. Quod opórtuit demonſtraſſe.

Prima theorematis pars.



Partis ſecundæ demõſtratio.

Θεώρημα ια, Πρόθεσις ια.

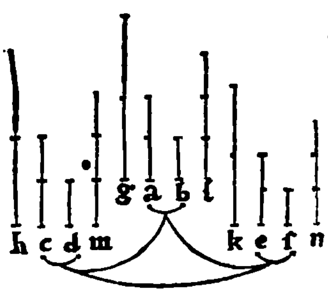
Οἱ τῷ αὐτῷ λόγοι οἱ αὐτοί, καὶ ἀλλήλοις εἰσὶν οἱ αὐτοί.

Theorema 11, *Propoſitio* 11.

11 QVæ eidem ſunt eædem rationes, & adinuicem ſunt eædem.

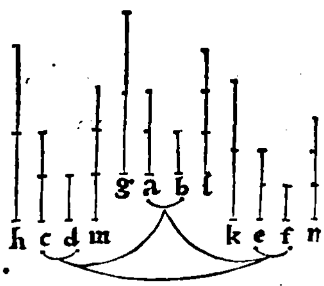
ORONTIVS. ¶Sint eidem rationi quæ a/ad b, eædem rationes quæ c/ad d/ & e/ad f. Aio quòd rationes c/ ad d/& e/ad f, ſunt eædem adinuicem: ſicut quidem c/ad d, ſic e/ad f. Accipiantur enim ipſarum antecedentium a, c, e, æquè multiplicia g/h/k: ipſarũ autẽ conſequẽtium b, d, f, alia quæuis æquè multiplicia l, m, n. Cũm igitur ex hypotheſi a/ad b/eandem habeat rationem, quam c/ad d, & ipſarum a/ & c, primæ inquã & tertiæ magnitudinis, ſumpta ſint æquè multiplicia g, h, ſecundæ rurſum & quartæ, vtpote ipſarum b/& d/alia itidem æquè multiplicia l, m: igitur ſi g/ excedit l, & h/proportionaliter excedit m, & ſi æquale, æquale: ſi autem minus, itidem proportionaliter minus, per ſextæ diffinitionis huius quinti conuerſionem. Inſuper quoniam per ipſam hypotheſin, ſicut a/ad b, ita e/ad f, & ipſarum a/& b, primæ

Diſcurſus æquè multiplicium.



videlicet & tertiæ magnitudinis, sumpta sunt æquè multiplicia g/k, secundæ rursum & quartæ, vtpote ipsarum b/& f, alia vtcunq; æquè multiplicia l/n. si itaq; g/excedit l,& k/proportionaliter excedit n: etsi æquale, æquale: si verò minus, itidem proportionaliter minus, per eãdem sextæ diffinitionis cõuersionẽ. Atqui præostẽsum est, quod si g/excedit l, excedit & h/ipsum m: etsi æquale, æquale: si autem minus, & h/proportionaliter minus est ipso m. Quapropter si h/excedit m, excedit & k/proportionaliter ipsum n: & si h/æquatur ipsi m, coæquatur & k/ipsi n: & si minus fuerit h/ipso m, & k/demum proportionaliter minus est ipso n. Porrò h/& k/ipsarum c/& e, primæ videlicet & tertiæ magnitudinis data sunt æquè multiplicia: ipsarum autem d/& f, hoc est secundæ & quartæ, alia vtcunque æquè multiplicia m/& n. Est igitur per sextã huius quinti diffinitionẽ, sicut c/ad d, ita e/ad f. Quæ eidem itaq; sunt eædem rationes, & adinuicem sunt eædem. Quod fuerat ostendendum.

Resolutio demõstrationis.



Θεώρημα ιϐ, Πρόθεσις ιϐ.

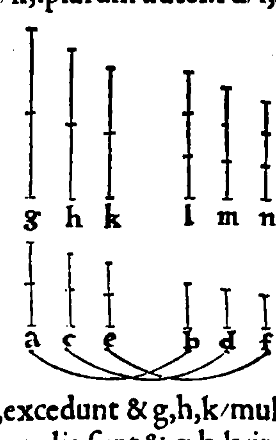
Ἐὰν ᾖ ὁποσαοῦν μεγέθη ἀνάλογον, ἔσται ὡς ἓν τῶν ἡγουμένων πρὸς ἓν τῶν ἑπομένων, οὕτως ἅπαντα τὰ ἡγούμενα, πρὸς ἅπαντα τὰ ἑπόμενα.

Theorema 12, *Propositio* 12.

SI fuerint quælibet magnitudines proportionem habentes: erit sicut vna antecedentium ad vnam consequentium, sic omnes antecedentes ad omnes consequentes. 12

ORONTIVS. ¶ Sint a,b,c, & d,e,f/ quotlibet magnitudines inuicem proportionales: sicut quidem a/ad b, ita c/ad d, sicutq; c/ad d, sic e/ad f. Aio quòd quam rationem habet a/ad b, eam habent & compositæ a/c/e, ad coniunctas b/d/f. Suscipiãtur enim ipsarum antecedentium a/c/e, æquè multiplicia g,h,k: & ipsarũ consequentium b,d,f, alia quæuis æquè multiplicia l,m,n. Cùm sit igitur vt a/ad b, sic c/ad d, & ipsarum a/& c/æquè multiplicia sunt g,h, ipsarum verò b,d, alia itidem æquè multiplicia l/m: sicut se habet igitur g/ad l, sic h/ad ipsum m, per quartam huius *quinti*. Rursum quoniam est vt c/ad d, sic e/ad f, & ipsarum c/& e/ æquè *multiplicia* sunt h/k, ipsarum autem d/f, alia vtcunq; æquè multiplicia m,n: sicut se habet igitur h/multiplex ad ipsum m, sic k/ad ipsum n, per eandem quartam ipsius quinti. Vt autem se habet h/ad m, sic g/ad l/se habere præostensum est. Est igitur vt g/ad l, sic k/ad n, per antecedentem vndecimam propositionem. Sunt itaque g,h,k,& l,m,n, multiplicia inuicem proportionalia: sicut quidem g/ad l, sic h/ad m, & k ad n. Igitur si g/ multiplex excedit l, excedit & h/ proportionaliter ipsum m, necnõ & k/ipsum n: & si g/æquatur ipsi l, æquũ est & h/ipsi m, & k/respondenter ipsi n: si autem g/minus fuerit ipso l, est & h/ proportionaliter minus ipso m, & k/demũ ipso n. Et proinde si g/ multiplex excedit l, excedunt & g,h,k/multiplicia proportionaliter ipsa l,m,n: & si æquum est g/ipsi l, æqualia sunt & g,h,k/ipsis l,m,n: si autem g/sit minus ipso l, erunt & eadem g,h,k, eisdem l, m, n, tandem æquè minora, per secundam & quartam communem sententiam. Atqui g,h, k/ magnitudines, ipsarum a, c, e/ magnitudinum sunt per constructionem singulæ singularum æquè multiplices: quotuplex igitur est vnius vna

Quatuor æquè multiplicium inuicem proportionalium, inferendarum magnitudinũ, subtilis adinuẽtio.



g.	l.	g,h,k.	l, m, n.
a.	b.	a,c, e.	b, d, f.
prima.	ſecunda.	tertia.	quarta.

magnitudo,hoc eſt g/ipſius a,totuplices ſunt & omnes g/h/k,omniũ a/c/e, per primã eiuſdem quinti. Et proinde quotuplex eſt l/ ipſius b, totuplices ſunt l/m/n/ipſarum b/d/f.Sunt itaque g/& g/h/k,ipſarũ a/& a/c/e,hoc eſt,primæ & tertiæ magnitudinis æquè multiplicia: l/autem/& l/m/n/ſecũdæ.b/& tertiæ b/d/f,æquè itidẽ multiplicia.Et oſtẽſum eſt,ꝙ ſi g/multiplex excedit l,excedit & g/h/k/proportionaliter ipſum l/m/n : etſi æquale,æquale:ſi verò minus,itidem proportionaliter minus. Eſt igitur per ſextam huius quinti diffinitionem,ſicut a/ad b,ſic a/c/e/compoſita ad b/d/f/ compoſitam:hoc eſt, ſicut vna antecedentium ad vnam conſequentium, ſic omnes antecedentes ad omnes conſequentes.Quod demonſtrandum ſuſceperamus. Sũmaria theorematis oſtẽſio.

Θεώρημα ιγ, Πρόθεσις ιγ.

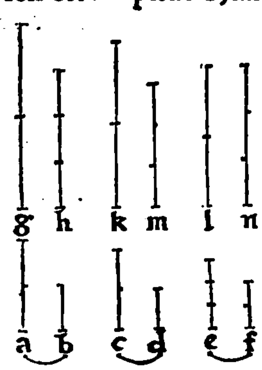
Ἐὰν πρῶτον πρὸς δεύτερον τὸν αὐτὸν ἔχῃ λόγον, καὶ τρίτον πρὸς τέταρτον, τρίτον δὲ πρὸς τέταρτον μείζονα λόγον ἔχῃ, ἤπερ πέμπτον πρὸς ἕκτον: καὶ πρῶτον πρὸς δεύτερον μείζονα λόγον ἕξει, ἤπερ πέμπτον πρὸς ἕκτον.

Theorema 13, *Propoſitio* 13.

13 SI prima ad ſecundam eandem habuerit rationem, & tertia ad quartam, tertia autem ad quartam maiorem rationẽ habeat quàm quinta ad ſextam:prima quoque ad ſecundam maiorem rationem habebit,quàm quinta ad ſextam.

ORONTIVS. ¶Habeat enim prima magnitudo a/ad ſecundam b/ eandem rationem, quam tertia c/ad quartam d : ipſa porrò tertia c/ad eandem quartam d/ maiorem rationẽ habeat, quàm e/quinta ad f/ſextam magnitudinem. Aio quòd & a/prima magnitudo ad ſecundam b/maiorem itidem rationem habebit,quàm ipſa e/quinta ad eandem ſextam f. Multiplicetur enim vtraque ipſarum a, b: ſintq́; earundem a,b, vtcunq; multiplicia g,h,ſed g/ maius ipſo h . poteſt enim a/toties multiplicari,quouſq; multiplex ipſius a/ſuperet multiplex eiuſdem b.Quàmmultiplex inſuper eſt g/ipſius a,tam multiplex detur k/ipſius c,& l/ipſius e. Rurſum q̄ multiplex eſt h/ ipſius b,tam multiplex eſto m/ipſius d,& n/ipſius f. Cùm igitur a/ad b/eandem rationẽ habeat,quam c/ad d,ſint'q; g/& k/primæ & tertiæ æquè multiplicia, h/ autem & m/ ſecundæ & quartæ æquè itidem multiplicia:ſi g/itaque excedit h, excedit & k/ipſum m,per ſextæ diffinitionis huius quinti cõuerſionem.Atqui g/ſuperat h, per conſtructionem: & k/igitur ſuperat m.Rurſum quoniã c/ ad d/ maiorem rationem habet,q̄ e/ad f, & ipſarũ c/ & e/ primæ inquàm & tertiæ magnitudinis,æquè multiplicia ſunt k,l,ſecũdæ porrò d/& quartæ f/ alia vtcunq; æquè multiplicia m, n: ſi k/igitur excedit m,non excedit l/ipſum n,per conuerſionem octauæ diffinitionis eiuſdem quinti.Porrò k(vti nunc oſtenſum eſt) excedit m: & l/igitur non excedit n.Excedit autem & g/ipſum h,ſunt'q; g/& l/ipſarum a/& e,hoc eſt, primæ & tertiæ magnitudinis æquè multiplicia, per conſtructionem:h/ rurſum & n/ipſarũ b/& f, vtpote ſecundæ & quartæ alia vtcunque æquè multiplicia:& g/multiplex primæ excedit multiplex ſecundæ,l/autem multiplex tertiæ nõ excedit n/multiplex quartæ. prima igitur a/ad ſecundam b/maiorem rationem habet,quàm e/tertia ad quartam f, per octauam huius quinti

Diſcurſ⁹ multiplicium ad theorematis illationẽ nos perducentiũ.



diffinitionem. Ergo si prima ad secundam eandem ratione habuerit: &c. vt in theoremate. Quod oportuit ostendisse.

Θεώρημα ιδ', Πρόθεσις ιδ'.

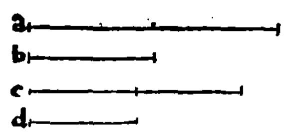
Ἐὰν πρῶτον πρὸς δεύτερον τὸν αὐτὸν ἔχῃ λόγον, καὶ τρίτον πρὸς τέταρτον: τὸ δὲ πρῶτον τοῦ τρίτου μεῖζον ᾖ, καὶ τὸ δεύτερον τοῦ τετάρτου μεῖζον ἔσται: κἂν ἴσον, ἴσον, κἂν ἔλασσον, ἔλασσον.

Theorema 14, Propositio 14.

SI prima ad secundam eandem habuerit rationem, & tertia ad quartá: prima verò tertia maior fuerit, & secunda quarta maior erit: etsi æqualis, æqualis: etsi minor, minor. 14

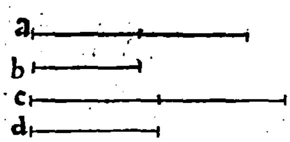
ORONTIVS. ¶ Sint verbi gratia quatuor magnitudines a,b,c,d, inuicē proportionales: sicut quidem a ad b, ita c ad d. sit autem primùm, a maior ipsa c: dico quod & b, ipsa d respondenter est maior. Cùm enim ex hypothesi a sit maior c: habebit igitur a ad b maiorem rationem, quàm c ad eandem b, per octauam huius quinti. Est autem ratio a ad b eadem, quæ c ad d, per hypothesin: & c igitur ad d maiorem rationem habet, quàm eadem c ad b. Ad quam autem eadem maiorem rationem habet: & illa minor est, per secundam partem decimæ propositionis ipsius quinti. Minor est itaque d, ipsa b: & b propterea ipsa d maior.

Quando prima maior est tertia.



¶ Quòd si a fuerit minor c: erit & b minor ipsa d magnitudine. Rursum enim per eandem octauā huius quinti, c maior, ad ipsam b maiorem ratione habebit, quam a minor ad eandem b. Quam rationem porrò habet a ad b, eam seruat ex hypothesi c ad d. Et c igitur ad b maiorem ratione habet, quàm ad d. Est igitur b minor ipsa d, per ipsam decimā eiusdem quinti.

Quando prima minor est tertia.



¶ Porrò si a fuerit æqualis ipsi b: haud dissimiliter ostendemus, b fore æqualem ipsi d. Aequales enim a & c ad eandem b eandem rationem habebunt, per septimam huius quinti. sed quam rationem habet a ad b, eā rursum habet c ad d, per hypothesin. Et c igitur ad vtranque b & d, eandem obseruabit rationem. Ad quas autē eadem eandem habet rationem, ipsæ sunt æquales, per nonam ipsius quinti propositionem. Aequalis erit igitur b ipsi d. Si prima igitur ad secundā eandem habuerit rationem: & quæ sequuntur reliqua. Quod demonstrare oportebat.

Vbi prima æquatur tertiæ.

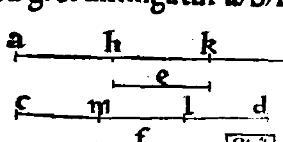
Θεώρημα ιε', Πρόθεσις ιε'.

Τὰ μέρη τοῖς ὡσαύτως πολλαπλασίοις, τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ληφθέντα κατάλληλα.

Theorema 15, Propositio. 15.

PArtes eodem modo multiplicium, eandem rationem habent sumptæ adinuicem. 15

ORONTIVS. ¶ Sint a b & c d ipsarum e & f æquè multiplices. Aio partem e ad partem f eandem rationem habere, quam a b multiplex ad c d multiplicem. Cùm enim a b æquè multiplex sit ipsius e, vt c d ipsius f: quot igitur partes sunt in a b æquales ipsi e, tot sunt & in c d æquales ipsi f. Sint exēpli gratia iuxta numerū g: & distingatur a b in partes æquales ipsi e, sintq; a h, h k, & k b: necnon & c d in partes æquales ipsi f, vtpote in c m, m l, & l d. Erit itaq; multitudo ipsarū a h, h k, & k b, multitudini c m, m l, & l d æqualis: vtraque enim æqualis ipsi numero g. Rursum quoniam a h, h k, & k b eidem e sunt æquales: sunt igitur æquales adinuicē, per primam communē



ſententiam. & proinde c/m, & m/l, l/d, ſunt quoque adinuicem æquales. Aequales porrò ad eandem, vel æquales, eandem habent rationem, & eadem ad æquales: per ſeptimam huius quinti. Eſt igitur vt a/h/ad c/m, ſic h/k/ad m/l, & k/b/ad l/d. Proportionales igitur ſunt ipſæ a/h, h/k, & k/b, ipſis c/m, & m/l, l/d. Et ſicut igitur vna antecedentium ad vnam conſequentium, ſic omnes antecedentes ad omnes conſequentes, per duodecimam ipſius quinti. Ergo ſicut a/h/ad c/m, ſic tota a/b/ad totam c/d. æqualis porrò eſt a/h/ipſi e, & c/m/ipſi f. Et ſicut igitur pars e/ad partẽ f, ſic a/b/ multiplex ad c/d/multiplicem. Partes itaq; eodem modo multipliciũ, eandem rationem habent ſumptæ adinuicem. Quod oſtendendum fuerat.

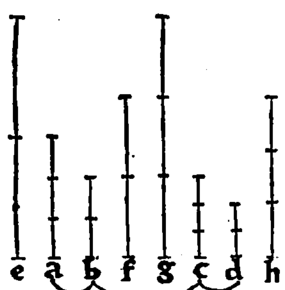
Θεώρημα ις, Πρόθεσις ις.

EΑν τέσσαρα μεγέθη ἀνάλογον ᾖ, καὶ ἐναλλὰξ ἀνάλογον ἔσαι.

Theorema 16, Propoſitio 16.

16 SI quatuor magnitudines proportionales fuerint: & permutatim proportionales erunt.

ORONTIVS. ¶ Sint verbi gratia quatuor magnitudines a, b, c, d, inuicẽ proportionales: ſicut a/ ad b, ſic c/ ad d. Dico quòd & viciſſim, hoc eſt, permutatim proportionales exiſtunt: ſicut quidem a/ad c, ſic b/ad d. Accipiantur enim ipſarum a, b, æquè multiplices e, f: ipſarũ quoq; c, d, aliæ vtcũq; æquè multiplices g, h. Cùm igitur æquè multiplex ſit e/ipſius a, vt f/ipſius b: erit vt a/ad b, ſic e/ad f: nã partes eodem modo multiplicium, eandem rationem habent ſumptæ adinuicem, per antecedentem decimamquintam propoſitionem. Vt autem a/ad b, ſic ſe habet c/ad d, per hypotheſin. & ſicut igitur e/ad f, ſic c/ad d: nã quæ eidem ſunt eædem rationes, & adinuicem ſunt eædem, per vndecimam huius quinti. Inſuper quoniam æquè multiplex eſt g/ipſius c, vt h/ipſius d: erit rurſum vt c/ad d, ſic g/ad h, per eandem quindecimam huius quinti. ſicut porrò c/ ad d, ſic e/ad f/ſe habere præoſtenſum eſt. & ſicut igitur e/ ad f, ſic g/ ad h, per ipſum vndecimam ipſius quinti. *Permutatę rationis demonſtratio.*



Quatuor itaq; magnitudines e, f, g, h, ſunt inuicem proportionales: habétque prima e/ad ſecundam f/eam rationem, quam tertia g/ad quartã h. Si prima igitur e, fuerit maior tertia g: & ſecũda f, ipſa h/quarta maior erit: etſi æqualis, æqualis: etſi minor, minor, per decimamquartã eiuſdem quinti. A tqui e/& f, ipſarum a/& b, hoc eſt primæ & tertiæ magnitudinis (de illationis ordine velim intelligas) ſunt æquè multiplices: g/autem & h, ſecundæ & quartæ, vtpote ipſarum c/& d/ æquè rurſum multiplices. Eſt igitur per ſextam huius quinti diffinitionem, vt prima a/ad ſecundam c, ſic tertia b, ad quartã d. Si quatuor igitur magnitudines proportionales fuerint: & permutatim ſeu viciſſim proportionales erunt. Quod erat demonſtrandum.

Θεώρημα ιζ, Πρόθεσις ιζ.

EΑν συγκείμενα μεγέθη ἀνάλογον ᾖ, καὶ διαιρεθέντα ἀνάλογον ἔσαι.

Theorema 17, Propoſitio 17.

17 SI cõpoſitæ magnitudines proportionales fuerint: diuiſæ quoque proportionales erunt.

ORONTIVS. ¶ Sint cõpoſitæ magnitudines a/b, b/c, d/e, & e/f, inuicem proportionales: ſicut a/b/ad b/c, ſic d/e/ad e/f. Aio quòd & diuiſæ proportionales erũt: ſicut quidem a/c/ad c/b, ſic d/f/ad f/e. Accipiantur enim ipſarum a/c, c/b, d/f, & f/e, *Diuiſa ratio, ſiue modus arguendi à compoſitis ad diuiſa.*

æquè multiplices g/h,h/k,l/m,& m/n. ipſarum rurſum b/c/& e/f, aliæ itidem æquè multiplices k/o,& n/p. His ita conſtructis, quoniam g/h/& h/ k/ magnitudines, ipſarum a/c/& c/b/magnitudinũ æqualium numero ſingulæ ſingularum,per conſtructionẽ, ſunt æquè multiplices:quotuplex igitur eſt vna g/h/ vnius a/c, totuplex eſt & tota g/k/totius a/b,per primam huius quinti.Quotuplex autem eſt g/h/ipſius a/c,totuplex eſt l/m,ipſius d/f, per conſtructionẽ:tam multiplex eſt igitur g/k/ipſius a/b, quàm multiplex eſt l/m/ ipſius d/f, per vndecimam ipſius quinti.Rurſum quoniam l/m/& m/n/ipſarum d/f/ & f/e/ æqualium numero ſingulæ ſingularũ æquè ſunt multiplices,per ipſam conſtructionẽ:quotuplex igitur eſt vna l/m/vnius d/f,totuplex eſt tota l/n/ totius d/ e, per eandem primam huius quinti.Quotuplex autem eſt l/m/ipſius d/f,totuplicem oſtendimus g/k/ipſius a/b: quotuplex eſt igitur g/k/ipſius a/b,totuplex eſt l/n/ipſius d/e,per ipſam vndecimã eiuſdem quinti.Sunt itaq; g/k/& l/n,ipſarũ a/b/& d/e/æquè multiplices. Item quoniã æquè multiplex eſt h/k/ipſius b/c/vt m/n/ ipſius e/f:quinta rurſum k/o,eiuſdem b/c/æquè multiplex eſt, vt ſexta n/p/ eiuſdem e/f.Et compoſita igitur h/o,eiuſdem b/c/ æquè erit multiplex, ac tota m/p/eiuſdem e/f,per ſecundam huius quinti.Et proinde h/o/& m/p,ipſarũ b/c/& e/f/ſunt æquè multiplices. Inſuper quoniam ex hypotheſi, ſicut a/b, ad b/c, ſic d/e/ad e/f: & ipſarum a/b/& d/e,primæ inquàm & tertiæ æquè multiplices ſunt g/ k/ & l/ n: ipſarum rurſum b/ c/ & e/ f, hoc eſt ſecundæ & quartæ, æquè itidem multiplices h/o/& m/p.Eſt igitur vt g/k/ad h/o,ſic l/n/ad m/p, per quartam huius quinti.Auferantur vtriſque cõmunes h/k, & m/n:vt reliqua igitur g/h/ad reliquam k/o,ſic l/m/reliqua ad reliquam n/p, per tertiam & quintam cõmunem ſententiã.Igitur ſi g/h/excedit k/o,excedit & l/m/ proportionaliter ipſam n/ p: etſi æqualis,æqualis:ſi autẽ minor,itidem proportionaliter minor.Atqui g/h/& l/m, primæ & tertiæ magnitudinis(iuxta ordinem illationis)hoc eſt,ipſarũ a/c/& d/f/datæ ſunt æquè multiplices:k/o/verò & n/p, ipſarum c/b/,& f/e, ſecundæ inquàm & quartæ magnitudinis æquè itidem multiplices.Prima igitur a/c, ad ſecundam c/b/eam rationem habet:quam tertia d/f, ad quartam f/e, per ſextã huius quinti diffinitionẽ. Si compoſitæ itaque magnitudines proportionales fuerint,diuiſæ quoque proportionales erunt.Quod ſuſceperamus oſtendendum.

g/k.	g/h.	l/m.
a/b.	a/c.	d/f.

g/k.	l/m.	l/n.
a/b.	d/f.	d/e.

g/k.	h/o.	l/n.	m/p.
a/b.	b/c.	d/e.	e/f.

g/h.	k/o.	l/m.	n/p.
a/c.	c/b.	d/f.	f/e.

Θεώρημα ιη, Πρόθεσις ιη.

Ἐὰν διῃρημένα μεγέθη ἀνάλογον ᾖ, καὶ συντεθέντα ἀνάλογον ἔσται.

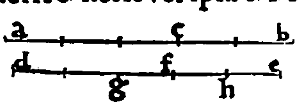
Theorema 18, Propoſitio 18.

SI diuiſæ magnitudines proportionales fuerint:cõpoſitæ quoque proportionales erunt. 18

Compoſita ratio,ſiue arguendi modus à diuiſis ad coniuncta.

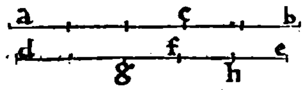
ORONTIVS.¶Sint diuiſæ magnitudines a/c,c/b,d/f,& f/e,inuicem proportionales:ſicut a/c/ad c/b,ſic d/f/ad f/e.Aio quòd & compoſitæ,erunt verſa vice proportionales:ſicut quidem a/b/ad b/c,ſic d/e/ad e/f.Sicut enim a/b/ad b/c,ſic d/e/ ad aliam quãdam magnitudinem ſe habere neceſſum eſt.Hæc autem magnitudo,ſi nõ fuerit e/f:erit vel ipſa e/f/maior,aut eadem minor.Eſto primũ a/b/ad b/c,ſicut d/e/ ad maiorẽ(ſi poſſibile fuerit)ipſa e/f:vtpote ad e/g. Erit igitur ſicut a/b/ad b/c, ſic d/ e/ ad e/ g. Si compoſitæ autem magnitudines proportionales fuerint:diuiſæ quoq;

Prima oſtenſionis differẽtia.



proportionales erunt, per antecedentẽ decimamſeptimam propoſitionem. Erit itaque ſicut a/c/ad c/b, ſic d/g/ad g/e. Sicut porrò a/c/ad c/b, ſic per hypotheſin d/f/ad f/e. Ergo ſicut d/f/ad f/e, ſic d/g/ad g/e: nam quæ eidem ſunt eædem rationes, adinuicem ſunt eædem, per vndecimam huius quinti. Quatuor itaque magnitudines d/f, f/e, d/g, atq; g/e, ſunt inuicem proportionales, & prima d/f, maior eſt tertia d/g: & ſecunda igitur f/e, maior erit quarta g/e, per decimamquartam eiuſdem quinti. Atqui f/e, minor eſt ipſa g/e, per hypotheſin. Erit itaque f/e, minor ſimul & maior eadem g/e/magnitudine. quod eſt impoſſibile. Non eſt igitur ſicut a/b/ad b/c, ſic d/e/ad maiorem ipſa e/f. ¶ Aio rurſum, quòd neque ad minorem ipſa e/f: vtpote e/h. Concludemus enim iterũ ex decimaſeptima & vndecima huius quinti, fore ſicut d/f/ad f/e, ſic d/h, ad h/e: vtrobique enim ſicut a/c/ad c/b. Et quoniam prima d/f, minor eſt tertia d/h: erit rurſum per ipſam decimamquartam eiuſdem quinti, ſecunda f/e, minor quarta h/e. Supponitur autẽ maior: quæ ſimul ſtare non poſſunt. Non eſt ergo ſicut a/b/ad b/c, ſic d/e/ad minorẽ e/f. patuit quòd neq; ad maiorem. Et ſicut igitur a/b/ad b/c, ſic d/e, ad ipſam e/f. Itaque ſi diuiſæ magnitudines proportionales fuerint: compoſitæ quoq; proportionales erunt. Quod oſtendere fuerat operæpretiũ.

d/f.	a/c.	d/g.
f/e.	c/b.	g/e.



Secunda pars ſiue differentia.

d/f.	a/c.	d/h.
f/e.	c/b.	h/e.

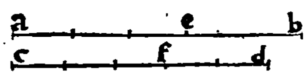
Θεώρημα ιθ, Πρότασις ιθ.

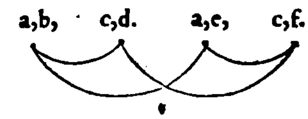
Ἐὰν ᾖ ὡς ὅλον πρὸς ὅλον, οὕτως ἀφαιρεθὲν πρὸς ἀφαιρεθέν, καὶ τὸ λοιπὸν πρὸς τὸ λοιπὸν ἔσται, ὡς ὅλον πρὸς ὅλον.

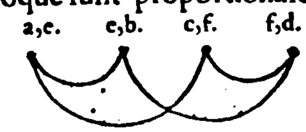
Theorema 19, Propoſitio 19.

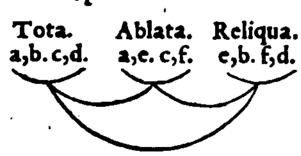
19 SI fuerit ſicut totum ad totum, ſic ablatum ad ablatum: & reliquum ad reliquum, erit ſicut totum ad totum.

ORONTIVS. ¶ Sit inquàm totũ a/b/ad totũ c/d, velut ablatũ a/e/ ad ablatũ c/f. Aio reliquum e/b/ad reliquũ f/d, fore ſicut idem totũ a/b/ad idem totum c/d. Cùm enim ſit velut a/b/ad c/d, ſic a/e/ad c/f, per hypotheſin: erit per decimamſextam huius quinti, & permutatim ſicut a/b/ compoſita ad a/e, ſic c/d/ compoſita ad c/f. Cùm autem compoſitæ magnitudines proportionales ſunt, & diuiſæ quoque ſunt proportionales, per decimamſeptimam huius quinti propoſitionem. Et ſicut igitur a/e/ad e/b, ſic c/f/ad f/d. & permutatim rurſum, per eandem decimamſextam huius quinti, ſicut a/e/ ablata, ad ablatã c/f, ſic reliqua e/b/ad reliquam f/d. Sicut porrò ablata a/e/ ad ablatam c/f, ſic totum a/b/ad totum c/d, per hypotheſin. Reliquum igitur e/b/ ad reliquum f/d, ſe habet vt totum a/b/ad totum c/d, per vndecimam eiuſdem quinti. Si fuerit ergo ſicut totum ad totum: &c. vt in theoremate. Quod expediebat demonſtrare.



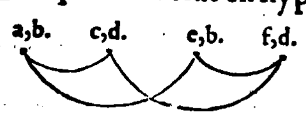






Lemma ſiue aſſumptum.

¶ Et quoniam erat ex hypotheſi, vt a/b/ad c/d, ſic a/e/ad c/f: & permutatim deinde vt a/b/ad a/e, ſic c/d/ad c/f. Nunc porrò oſtenſum eſt, ꝙ ſicut a/b/ad c/d, ſic e/b/ad f/d. & permutatim itaque rurſum, vt a/b/ad e/b, ſic c/d/ad f/d, per ſæpius allegatam



decimamsextã huius quinti. Fit igitur vt sicut a/b/ad a/e, sic c/d/ad e/f: atq; rursum velut idem a/b/ad e/b, sic idem c/d/ad f/d.

Corollarium.

Conuersio rationis. ¶Et proinde cóuersio rationis, hoc est, acceptio antecedẽtis ad excessum quo antecedens ipsum excedit consequens, fit manifesta.

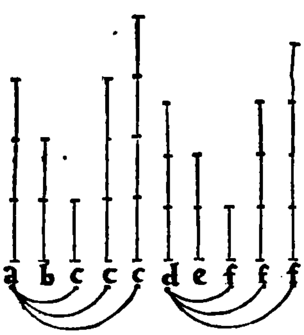
Θεώρημα κ, Πρόθεσις κ.

Ἐὰν ᾖ τρία μεγέθη, καὶ ἄλλα αὐτοῖς ἴσα τὸ πλῆθος σύνδυο λαμβανόμενα, καὶ ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ, δι' ἴσου δὲ τὸ πρῶτον τοῦ τρίτου μεῖζον ᾖ, καὶ τὸ τέταρτον τοῦ ἕκτου μεῖζον ἔσται, κἂν ἴσον, ἴσον, κἂν ἔλασσον, ἔλασσον.

Theorema 20, *Propositio* 20.

SI fuerint tres magnitudines, & aliæ eisdem æquales numero, binatim sumptæ, & in eadem ratione, ex æquali autem prima tertia maior fuerit: & quarta sexta maior erit: etsi æqualis, æqualis: etsi minor, minor. 20

Æquam rationẽ respiciẽtia in ordinatis. ORONTIVS. ¶Sint tres magnitudines a, b, c, & rursum aliæ tres d/e/f, cum duabus ordinatim sumptis in eadẽ ratione: vtpote, sicut a/ad b, sic d/ad e, sicut item b/ad c, sic e/ad f. Aio quòd si a/fuerit maior ipsa c, erit ex æquali d/maior ipsa f: etsi æqualis, æqualis: si autẽ minor, itidem minor. Prima differẽtia. Sit primùm a, maior ipsa c. Et quoniã est sicut b/ad c, sic e/ad f: erit & à conuersa ratione, sicut c/ad b, sic f/ad e, per corollariũ quartæ huius quinti. verũ c/minor est a, per hypothesin, & b/alia quædam magnitudo: habet igitur a/ad b/maiorem rationem, quàm c/ad eandem b, per primam partẽ octauæ huius quinti. Sicut porrò c/ ad b, sic f/ad e: & a/igitur ad b/maiorem rationem habet, quàm f/ad e. Sicut rursum a/ad b, sic d/ad e, per hypothesin: & d/ igitur ad e/ maiorem rationem habet, quàm f/ad ipsam e. Ad eandem autem rationẽ habentium, maiorem rationem habens illa maior est, per decimam ipsius quinti. Et d/igitur, ipsa f/maior est.



Secũda differentia. ¶Quòd si a/ sit æqualis ipsi c: erit & d/æqualis ipsi f. habebunt enim a/& c/ad eandem b/ eandem rationem, per primam partem septimæ huius quinti. Et quoniam est sicut a/ad b, sic d/ad e, sicutq; c/ad b, sic f/ad ipsam e: habebunt quoq; d/& f/ eandem rationem ad ipsam e. Quæ autem ad eandem eandem habent rationem, æquales adinuícem sunt, per primam partem nonæ ipsius quinti. Aequalis est igitur d, ipsi f. Tertia differentia. ¶Haud dissimiliter ostẽdetur, quòd si a/ fuerit minor ipsa c: erit consequenter d/ minor ipsa f. Tunc enim c/ ad b/ maiorem rationem habebit, quàm a/ad ipsam b, per eandem octauam huius quinti. Est autẽ vt a/ad b, sic d/ad e, per hypothesin: sicutq; c/ad b, sic f/ad e/se habere præostensum est. Et proinde f/ad e/maiorem rationem habebit, quàm d/ad ipsam e. Hinc rursum per primam partem decimæ eiusdem quinti, f/ipsa d/maior erit: & d/propterea ipsa f/minor. Itaq; si fuerint tres magnitudines, & aliæ eisdẽ æquales numero: & quæ sequuntur reliqua. Quod oportuit demonstrasse.

Θεώρημα κα, Πρόθεσις κα.

Ἐὰν ᾖ τρία μεγέθη, καὶ ἄλλα αὐτοῖς ἴσα τὸ πλῆθος σύνδυο λαμβανόμενα, καὶ ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ, ᾖ δὲ τεταραγμένη αὐτῶν ἡ ἀναλογία, δι' ἴσου δὲ τὸ πρῶτον τοῦ τρίτου μεῖζον ᾖ, καὶ τὸ τέταρτον τοῦ ἕκτου μεῖζον ἔσται: κἂν ἴσον, ἴσον, κἂν ἔλασσον, ἔλασσον.

Theorema 21, *Propositio* 21.

SI fuerint tres magnitudines, & aliæ eisdem æquales numero, 21
binatim sumptæ, & in eadem ratione, fuerit autem perturbata

earũ proportio: ex æquali verò prima tertia maior fuerit, & quarta sexta maior erit: etsi æqualis, æqualis: etsi minor, minor.

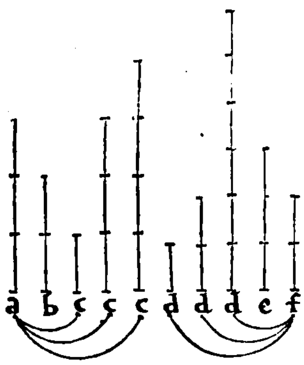
ORONTIVS. ¶ Sint tres magnitudines a, b, c, & rursum aliæ tres d, e, f, cum duabus perturbatim in eadem ratione coassumptis: vtpote, sicut a/ ad b, sic e/ ad f, sicútq; b/ ad c, sic d/ ad e. Dico quòd si a/ fuerit maior c, erit ex æquali d/ maior f: etsi æqualis, æqualis: etsi minor, minor. Sit primùm a/ maior c: iam recipio probandum, quòd d/ sit maior f. Et quoniã est sicut b/ ad c, sic d/ ad e, per hypothesin: erit à conuersa ratione, vt c/ ad b, sic e/ ad d, per quartæ huius quinti corollariũ. Rursum quoniam a/ maior est c, & b/ alia quædam magnitudo: habet igitur a/ ad b/ maiorem rationem, quàm c/ ad eandem b, per primam partem octauæ huius quinti. Sicut porrò a/ ad b, sic ex hypothesi e/ ad f: sicútq; c/ ad b, sic e/ ad d (vti nunc ostensum est). & e/ propterea ad f/ maiorem rationẽ habet, quàm ad d. Ad quã autẽ eadem magnitudo maiorẽ rationẽ habet, & illa minor est: per secundã partẽ decimæ ipsius quinti. Est igitur f, ipsa d/ minor: & d/ propterea maior f. ¶ Haud dissimiliter si a/ fuerit æqualis ipsi c: ostendetur & d/ æqualis ipsi f. Nam a/ & c, ad eandem b/ eandem rationẽ habebũt: per primã partem septimæ huius quinti. Et quoniã est sicut a/ ad b, sic e/ ad f, sicútq; c/ ad b, sic e/ ad d: & e/ igitur ad vtranq; d/ & f/ eãdem rationẽ habebit. Ad quas autẽ eadem eandem habet rationẽ, ipsæ sunt æquales: per secundam partem nonæ ipsius quinti. Aequalis erit igitur d, ipsi f. ¶ Item si a/ fuerit minor c: dico tandem, quòd & d/ minor erit f. Tunc enim c/ ad b/ maiorem rationẽ habebit, quàm a/ ad eandem b: per eandem octauã huius quinti. Et cùm sit velut c/ ad b, sic e/ ad d, sicútq; a/ ad b, sic e/ ad f (veluti suprà deductum est) habebit consequenter e/ ad d/ maiorẽ rationem, quàm e/ ad f. Ad quam autẽ eadem maiorem rationem habet, & illa minor est: per secundam partem decimæ eiusdem quinti. Est itaq; d/ ipsa f/ minor. Ergo si fuerint tres magnitudines: &c. vt in theoremate. Quod ostendendum fuerat.

Æquã rationem respicientia in perturbatis.

Quando prima maior est tertia.

Vbi prima æquatur tertię.

Quando prima minor est tertia.



Θεώρημα κβ, Πρόθεσις κβ.

Ἐὰν ᾖ ὁποσαοῦν μεγέθη καὶ ἄλλα αὐτοῖς ἴσα τὸ πλῆθος σύνδυο λαμβανόμενα ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ, καὶ δι᾽ ἴσου ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ ἔσται.

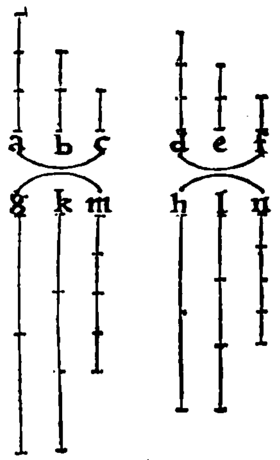
Theorema 22, Propositio. 22.

22 SI fuerint quælibet magnitudines, & alię eisdem æquales numero, binatim sumptæ in eadem ratione: & ex æquali in eadem ratione erunt.

ORONTIVS. ¶ Sint verbi gratia tres magnitudines a, b, c, & aliæ eisdem numero æquales d, e, f, cum duabus ordinatim sumptis in eadem ratione: vtpote, sicut a/ ad b, sic d/ ad e, sicut autẽ b/ ad c, sic e/ ad f. Dico quòd extremæ vtriusque ordinis magnitudines, ex æquali in eadem ratione erunt: sicut quidẽ a/ ad c, sic d/ ad f. Accipiantur enim ipsarum a, d/ æquè multiplices g, h: ipsarũ verò b, e, aliæ itidem æquè multiplices k, l: ipsarũ deniq; c, f, vtcunq; etiam multiplices m, n. Cùm sit igitur vt a/ ad b, sic d/ ad e: & ipsarum a, d, hoc est primæ & tertiæ, æquè multiplices sint g, h: secũdæ autem & quartæ, vtpote ipsarũ b, e, aliæ itidem æquè multiplices k, l. Est igitur sicut g/ multiplex ad k/ multiplicẽ, sic h/ ad l: per quartam huius quinti. Et proinde erit, vt k/ ad m, sic l/ ad n: est enim ex hypothesi, vt b/ ad c, sic e/ ad f, & ipsarum b, e, æquè multiplices k, l: ipsarũ autẽ c, f, æquè rursum multiplices m, n, per cõstructionẽ.

Æqua ratio in ordinatis.

Sunt ergo g,k,m,tres magnitudines,& h,l,n,aliæ eiſdem numero æquales,cum duabus ordinatim ſumptis in eadem ratione:ſicut quidem g/ad k,ſic h/ad l,ſicútq; k/ ad m, ſic l/ad n. Si g/itaq; fuerit maior ipſa m,& ex æquali h/ipſa n/maior erit: etſi æqualis,æqualis:etſi minor,minor,per huius quinti viceſimam. Atqui g,h,ipſarũ a,d, hoc eſt primæ & tertiæ magnitudinis(quoad illationis ordinẽ)datæ ſunt æquè multiplices:m,n/autẽ ſecundæ & quartæ,vtpote ipſarũ c,f/ æquè itidẽ multiplices. Eſt igitur per ſextã huiuſce quinti diffinitionẽ,vt prima a/ad ſecundã c/ſic d/tertia ad quartam f. ¶ Idem quoq; licebit oſtendere,vbi plures tribus in vtroq; magnitudinũ extiterint ordine. Vtpote ſi fuerint quatuor a, b,c,d, & aliæ quatuor e,f,g,h: ſimiliter oſtendemus cum tribus primis magnitudinibus a,b,c,& e,f,g,fore velut a/ad c,ſic e/ad g. Et rurſum cum tribus ſuccedentibus (ſecunda vtrobique prætermiſſa,& coaſſumpta quarta) vtpote a,c,d, & e,g,h,concludemus veluti ſuprà,fore vt a/ad d,ſic e/ad h. Et deinceps quantumlibet,pro vtriuſque ordinis multitudine. Si fuerint ergo quælibet magnitudines,& aliæ eiſdẽ æquales numero:& quæ ſequuntur reliqua. Quod oſtendendum propoſueramus.



Vbi plures tribus in vtroq; magnitudinũ extiterint ordine.

a, b, c, d. e, f, g, h.

Θεώρημα κγ, Πρόθεσις κγ.

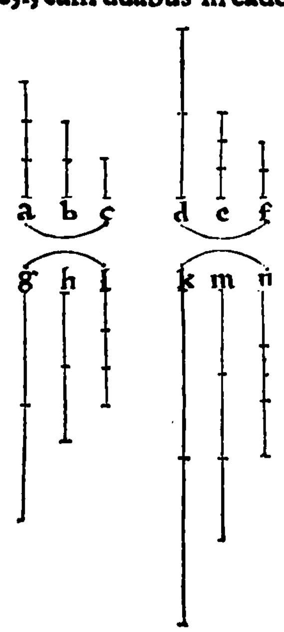
Ἂν ᾖ τρία μεγέθη, καὶ ἄλλα αὐτοῖς ἴσα τὸ πλῆθος σύνδυο λαμβανόμενα ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ, ᾖ δὲ τεταραγμένη αὐτῶν ἡ ἀναλογία, καὶ δι' ἴσου ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ ἔσται.

Theorema 23, Propoſitio 23.

SI fuerint tres magnitudines, aliæ'que eiſdem æquales numero, binatim ſumptæ in eadem ratione, fuerit autem perturbata earum proportio:& ex æquali in eadem ratione erunt. 23

ORONTIVS. ¶ Sint tres magnitudines a,b,c,& aliæ eiſdem numero æquales d,e,f, cum duabus in eadem ratione perturbatim coaſſumptis:ſicut quidem a/ad b, ſic e/ ad f, ſicútque b/ ad c, ſic d/ad e. Aio fore ex æqua ratione,ſicut a/ad c, ſic d/ad f. Aſſumantur enim ipſarum a,b,d,æquè multiplices g,h,k:ipſarum porrò c,e,f, aliæ itidem æquè multiplices l,m,n. Cùm ergo g,h, ipſarum a,b,ſint per conſtructionem æquè multiplices, & partes eodem modo multipliciũ eandem habeãt rationem ſumptæ adinuicem,per quindecimam huius quinti: eſt igitur vt a/ad b,ſic g/ad h. ſicut autẽ a/ad b,ſic e/ ad f,per hypotheſin:& ſicut igitur g/ad h,ſic e/ad f,per vndecimam ipſius quinti. Rurſum quoniam m,n, ipſarum e,f,ſunt æquè multiplices:erit rurſum per eandem quindecimam huius quinti,vt e/ad f, ſic m/ad n. Sicut porrò e/ad f,ſic g/ ad h, ſe habere monſtratum eſt: & ſicut itaque g/ad h, ſic m/ad n, per ipſam vndecimam eiuſdem quinti. Inſuper quoniam eſt ſicut b/ ad c/ ſic d/ad e,per hypotheſin,& ipſarũ b,d/ſumptæ ſunt æquè multiplices h,k : ipſarũ verò c,e,aliæ itidem æquè multiplices l,m. Eſt igitur vt h/ multiplex,ad l/ multiplicẽ,

Æqua ratio in perturbatis.



fic k/ad m, per quartam huius quinti propositionem. Ostensum est autem, quòd sicut g/ad h, sic m/ad n. Sunt itaque g, h, l, tres magnitudines, & k, m, n, aliæ eisdem æquales numero, cum duabus in eadem ratione perturbatim coassumptis: sicut quidem g/ad h, sic m/ad n, sicut rursum h/ad l, sic k/ad m. Ergo si g/fuerit maior l, erit ex æquali k/maior n: & si æqualis, æqualis: si autem minor, itidem minor, per vigesimamprimam huius quinti. Porrò g, k/sunt æquè multiplices ipsarum a, d, primæ & tertiæ magnitudinis (seruato illationis ordine) l/autem & n/secundæ & quartæ, hoc est ipsarum c, f/æquè rursum multiplices, per constructionem. Est igitur vt prima a/ad secundam c, sic tertia d/ad quartam f: per sextam eiusdem quinti diffinitionem. Si fuerint igitur tres magnitudines, aliæq; eisdem æquales: &c. vt in theoremate. Quod oportuit ostendisse.

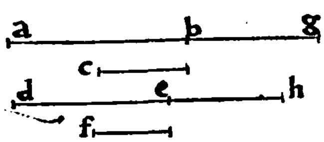
Θεώρημα κδ', Πρόθεσις κδ'.

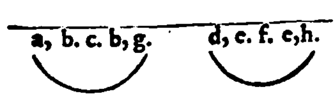
Ἐὰν πρῶτον πρὸς δεύτερον τὸν αὐτὸν ἔχῃ λόγον, καὶ τρίτον πρὸς τέταρτον, ἔχῃ δὲ καὶ πέμπτον πρὸς δεύτερον τὸν αὐτὸν λόγον, καὶ ἕκτον πρὸς τέταρτον, καὶ συντεθὲν πρῶτον καὶ πέμπτον πρὸς δεύτερον, τὸν αὐτὸν ἕξει λόγον, καὶ τρίτον καὶ ἕκτον πρὸς τέταρτον.

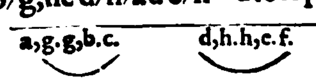
Theorema 24, Propositio 24.

24 SI primum ad secundum eandem habuerit rationem, & tertium ad quartum, habuerit autem & quintum ad secundum eandem rationem & sextum ad quartum: & composita primùm & quintum ad secundum eandem habebunt rationem, & tertium & sextum ad quartum.

ORONTIVS. ¶ Habeat primùm a/b/ad secundũ c/eandem rationem, quam tertium d/e/ad quartum f: quintum rursus b/g/ad secundum c, eandem quoq; rationem habeat, quam sextum e/h/ad ipsum f/quartum. Aio, quòd & composita primũ & quintum a/g, eandem rationem habebũt ad idem secundum c, quam tertium & sextum d/h/ad idem quartum f. Cùm enim sit ex hypothesi, vt b/g/ad c, sic e/h/ad f: & à conuersa itaq; ratione, erit vt c/ad b/g, sic f/ad e/h, per corollariũ quartæ huius quinti. Præterea quoniam ex ipsa hypothesi, est sicut a/b/ad c, sic d/e/ad f: sicut rursum c/ad b/g, sic f/ad e/h. Et ex æquali igitur, sicut a/b/ad b/g, sic d/e/ad e/h: per vigesimãsecũdam huius quinti. Diuisæ itaq; magnitudines a/b, b/g, d/e, & e/h, sunt proportionales. Et compositæ igitur, per decimam octauam ipsius quinti, proportionales erunt: vt a/g/ad b/g, sic d/h/ad e/h. Receptum est autẽ, sicut b/g/ad c, sic e/h/ad f. Et ex æquali igitur, per eandem vigesimamsecundam quinti, sicut a/g/ad c, sic d/h/ad f. Ergo si primum ad secundum eandem habuerit rationem, & tertium ad quartum: & quæ sequuntur reliqua. Quod expediebat demonstrare.







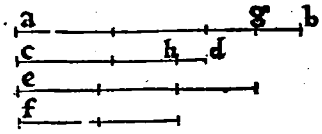
Θεώρημα κε', Πρόθεσις κε'.

Ἐὰν τέσσαρα μεγέθη ἀνάλογον ᾖ, τὸ μέγιστον καὶ τὸ ἐλάχιστον, δύο τῶν λοιπῶν μείζονά ἐστιν.

Theorema 25, Propositio 25.

25 SI quatuor magnitudines proportionales fuerint, maxima & minima reliquis maiores erunt.

ORONTIVS. ¶Sint quatuor eiusdem generis magnitudines a/b, c/d/e, & f, inuicem proportionales, sicut quidem a/b/ad c/d, sic e/ad f: sit'q; a/b/omnium maxima, f/verò minima. Dico quòd a/b/& f, reliquis c/d/& e/sunt maiores. Quoniam enim a/b/omnium quatuor supponitur maxima: maior est igitur a/b, ipsa e/magnitudine. A maiori itaq; a/b, secetur æqualis ipsi e/minori, per tertiam primi: sit'q; a/g. Rursum, quoniã est vt a/b/ ad c/d, sic e/ad f, prima autem a/b, maior est tertia e: & secunda igitur c/d, ipsa f/quarta maior erit, per decimã-quartam huius quinti. A maiori rursum c/d, secetur ipsi f/æqualis, per eandem tertiam primi: sit'que c/h. Cùm igitur sit vt a/b/ad c/d, sic e/ ad f, & æqualis sit a/g/ipsi e, & c/h/ipsi f: est igitur vt a/b/ad c/d, sic a/g/ ad c/h, hoc est, sicut totum a/b/ ad totum c/ d, sic ablatum a/g/ ad ablatum c/h. Et reliquum itaque g/b/ad reliquum h/d/erit sicut totum a/b/ad totum c/d: per decimamnonam ipsius quinti. Prima autem a/b/maior est tertia c/d: & secunda itaque g/b, maior erit quarta h/d, per ipsam decimamquartam eiusdem quinti. Porrò a/ g/ æqualis est ipsi e: & c/ h/ ipsi f, per constructionem. Binæ igitur a/ g/ & f, duabus c/h/ &/e, sunt per secundam communem sententiam æquales. Si autem inæqualia æqualibus adiungantur, omnia erunt inæqualia: per quartam communem sentẽtiam. Et quoniam ipsis a/g/ & f/ additur g/ b, ipsis autem c/ h/ & e/additur h/d, & maior est g/b/ipsa h/ d: maiores ergo sunt a/b/maxima & f/minima, reliquis c/d/ & e/ magnitudinibus. Quod receperamus ostendendum.



∴ ∴ ∴

Quinti Libri Geometricorum Elementorum

FINIS.

Orontij Finei Delphinatis, Regii Mathematicarum Professoris, In Sextum elementorum Euclidis, Demonstrationes.

ΕΥΚΛΕΙΔΟΥ ΣΤΟΙΧΕΙΟΝ ΕΚΤΟΝ.

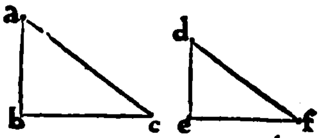
Ὅροι ε.

Ὅμοια σχήματα εὐθύγραμμά ἐστιν, ὅσα τάς τε γωνίας ἴσας ἔχει κατὰ μίαν, καὶ τὰς περὶ τὰς ἴσας γωνίας πλευρὰς, ἀνάλογον.

¶Diffinitiones 5.

1 Similes figuræ sunt, quæ & angulos æquales habēt ad vnum, & quæ circa angulos æquales sunt latera proportionalia.

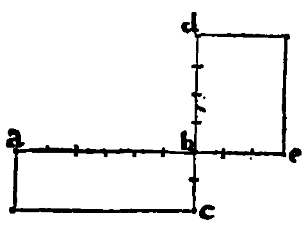
Vtpote, si fuerint bina triangula a/b/c, & d/e/f/ inuicem æquiangula: fuerítque angulus qui ad a/ æqualis angulo qui ad d, & qui ad b/ est angulus ei qui ad e, atque is qui ad c/ angulo qui ad f/ respōdenter æqualis. sítque insuper vt a/b/ latus ad b/c, sic d/e/ad e/f: vtq; b/c/ad c/a, sic e/f/ad f/ d: atque demum sicut c/a/ad a/b, sic f/d/ad d/e. Huiuscemodi nanque triangula, similia nuncupamus: etiam si fuerint inæqualia.



¶Ἀντιπεπονθότα δὲ σχήματά ἐστιν, ὅταν ἐν ἑκατέρῳ τῶν σχημάτων ἡγούμενοί τε καὶ ἑπόμενοι λόγοι ὦσιν.

2 Reciprocæ autem figuræ sunt, quando in vtraq; figura antecedētes & consequentes termini rationales fuerint.

De rectilineis videtur intelligere figuris. quemadmodùm si duorum rectilineorum & æquiangulorum a/ b/c/ & d/b/e, angulū qui sub a/b/& b/c, ei qui sub d/b/& b/e/cōtinetur ęqualem habētium: fuerit sicut latus a/b/ad latus b/d, sic latus e/ b/ ad latus b/c: aut sicut a/b/ad b/e, sic d/b/ad b/c. Tali nanq; modo fit antecedentium & consequentium terminorum, hoc est comparatorum adinuicem laterū, quæ circum æquales angulos, reflexa proportio, reciprocáve rationum similitudo: dicūtúrque eiuscemodi figuræ, cùm adinuicem comparantur, reciprocæ.



¶Ἄκρον καὶ μέσον λόγον εὐθεῖα τετμῆσθαι λέγεται, ὅταν ᾖ ὡς ἡ ὅλη πρὸς τὸ μεῖζον τμῆμα, οὕτως τὸ μεῖζον πρὸς τὸ ἔλασσον.

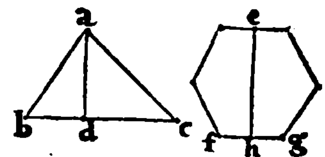
3 Per extremam & mediam rationē, recta linea diuidi dicitur: quādo fuerit sicut tota ad maius segmentum, sic maius ad minus.

Vtpote, si data recta linea a/b/ diuidatur in puncto c: fuerítque vt tota a/b/ad segmentum maius b/c, sic idem segmentum b/c, ad reliquum c/a.

¶Ὕψος ἐστὶ, παντὸς σχήματος ἡ ἀπὸ τῆς κορυφῆς ἐπὶ τὴν βάσιν κάθετος ἀγομένη.

4 Altitudo est, vniuscuiusque figuræ à vertice ad basin perpendicularis deducta.

Exempli gratia, trianguli a/ b/ c/ altitudo erit a/ d/ recta linea, ab a/ vertice ad basin b/c/ perpendiculariter incidens. Et hexagoni e/f/g/ altitudinem ostendet perpendicularis e/h, quę ab e/vertice, in basin f/g/ deducitur.



Λόγος ἐκ λόγων συγκεῖσθαι λέγεται, ὅταν αἱ τῶν λόγων πηλικότητες ἐφ' ἑαυτὰς πολλαπλασιασθεῖσαι, ποιῶσι τινάς.

Ratio ex duabus rationibus, aut ex pluribus cōstare dicitur: quā- 5
do rationū quātitates multiplicatæ, aliquam efficiunt quātitatem.

De cōpositione rationum, interpretatio notanda.

Expressimus diffinitione tertia libri quinti, quidnā rationē adpellemus: quot insuper rationū fuerint species siue differentiæ, atq; singula in vniuersum comprehensa rationū discrimina. Nunc porrò diffinit Euclides, quonā modo ratio ex rationibus cōponi, seu constare dicatur. Ea nanq; ratio ex rationibus constat, siue cōponitur: quarū quantitates inuicē multiplicatæ illam efficere videtur. De ea rationis cōpositione, seu rationalium terminorū illatione, hic minimè velim intelligas: quam decimaquarta libri quinti diffinitione, cōpositam rationem adpellauimus: acceptionem videlicet antecedentis cum consequente, sicut vnius, ad ipsum consequens. Aliud siquidem est, rationē ex rationibus cōponere: aliud verò in proportionibus, à diuisis rationum terminis ad coniunctos siue compositos, rationum subinferre similitudinem.

Diffinitionis interpretatio

¶ Ait igitur Euclides, rationem ex binis aut pluribus rationibus componi, siue constare: cùm datarū rationum quantitates fuerint adinuicē multiplicatæ, & aliam quampiam genuerint rationis quantitatem. Ea enim quantitas, rationem exprimit, quæ ex datis rationibus procreatur. Fit autem huiuscemodi quātitatum multiplicatio, inter duarum tantummodò rationum quantitates.

Vbi plures duabus extiterit rationes.

Nam vbi plures sese obtulerint rationes: ea in primis colligatur ratio, quæ ex multiplicatione duarum primarum quantitatū generatur. Ex hac postmodùm ratione & sequente tertia, alia ratio procreanda est. Hinc rursum, per quantitatū huiusce rationis & succedentis quartæ multiplicationem, consurgēs ratio tandem eliciatur. Idque deinceps, pro datarum rationum multitudine: siue datæ rationes eiusdem, aut diuersæ fuerint speciei, & sub continua aut discontinua, ordinatáve seu perturbata proportione constitutæ.

Notandum.

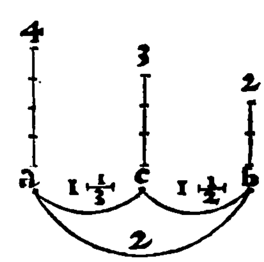
Adde quòd hæc intelligenda sunt de rationibus omnino maioris, vel omnino minoris inæqualitatis. Nam si vna propositarum rationum foret maioris, altera verò minoris inæqualitatis (de quibus tertia diffinitione libri quinti) tunc quantitas maioris, per quantitatem minoris veniret diuidenda: resultans enim quantitas, procreatam inde rationem ostendet.

Quęnam sint rationū quantitates.

¶ Quantitates autem rationum hic vocat Euclides, non eas quæ sub datis continentur rationibus: sed numeros, à quibus rationes ipsæ denominantur. Vt duo, à quibus dupla: tria, à quibus tripla: & quatuor, vnde quadrupla ratio in multiplicibus exprimitur. Aut in superparticularibus vnum & dimidium, à quo sesqualtera: vnum & tertium, à quo sesquitertia: vnum insuper & quartum, vnde sesquiquarta ratio nomenclaturam accipit. Item vnum & duo tertia, vnde rationem superbipartientem tertias: atque vnum & tria quarta, ex quibus supertripartientem quartas in superpartientibus adpellamus. Haud alienum habeto iudicium, de rationibus ex multiplici & superparticulari ratione, aut ex multiplici & superpartiente compositis: & datis quibuscunque singularum quinq; rationalium specierum differentijs.

Exēplū vbi ratio multiplex ex binis cōponitur rationibus.

¶ ESTO, LVCIDIORIS INTELLIGENTIAE GRATIA, DAta in exemplum ratio multiplex, ipsius inquàm a/ad b/dupla: ponatúrq; inter a/& b, alia quædā magnitudo c, subsesquitertia ipsius a, & sesqualtera ipsius b. Aio rationem a/ad b, componi siue constare, ex ratione a/ad c, & ratione c/ad b. Nam si quantitas rationis a/ad c, vtpote vnum & tertium, per rationis quantitatem ipsius c/ad b, vnum inquàm & dimidium multiplicetur: prouenient duo, à quibus dupla ratio (quā habet a/ad b) nominatur.

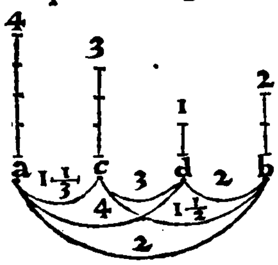


Exēpli demōstratio.

Cùm enim c/magnitudo ad a/magnitudinem sit subsesquitertia, ad b/autem sesqualtera: qualium igitur partium c/est trium, talium necessum est a/fore quatuor, & b/duarū similium. Habet igitur a/ad b/rationem, quam quatuor ad duo: & proinde duplam, ex sesquitertia ipsius a/ad c,

& sesqualtera ipsius c/ad b/resultantem. ❡Sit rursum in maiorem expressionem, inter c/& b/alia quædam magnitudo d, subtripla ipsius c, ipsius autem b/subdupla. A io quoq; rationẽ a/ad b, ex rationibus a/ad c, & c/ad d, atque d/ad b/constare. Duco enim vnum & tertiũ rationis a/ ad c/ denominatorem, in tria denominatorem triplæ, quæ est c/ad d: fient quatuor, ostẽdentia a/ad d/quadruplam obtinere rationem. Et quoniã d/ad b/ ratio minoris est inæqualitatis, nempe subdupla: diuidam quatuor, à quibus nominatur quadrupla, per duo ipsius subduplæ denominatorem: prouenient enim duo, duplã (quæ est ipsius a/ad b) rationem denominantia. Nam cum d/ subduplum sit ipsius b, & subtriplum ipsius c: qualium igitur d/est vnum, talium b/est duorum, & c/trium similium. Item quoniam a/ad c/est sesquitertiũ: qualium propterea c/ est trium, a/erit quatuor. Sed qualium c/est trium, b/duorum esse deductum est: qualium itaq; b/est duorum, a/quatuor erit similium. Quatuor rursum ad duo, rationem habent duplam, qualem a/ad b/obtinere supposuimus.

Exemplũ vbi tres rationes (quarum vna minoris est inæqualitatis) eandem cõponunt multiplicem.

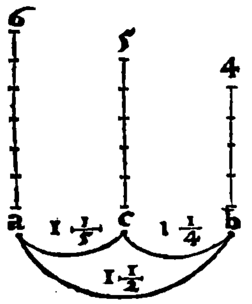


Ostensio eiusdem exẽpli.

❡Sed demus exemplum in ratione superparticulari: sitq; a/ad b/sesqualtera, ad c/autem sesquiquinta, & c/ad b/sesquiquarta. Dico rationem sesqualteram, ex sesquiquarta & sesquiquinta resultare. Si nanque multiplicaueris vnum & quartum, per vnũ & quintum: proueniet vnum & dimidium, à quibus sesqualtera ratio denominatur. Cùm enim c/subsesquiquintum sit ipsius a, & sesquiquartũ ipsius b: qualiũ ergo partiũ c/est quinq;, talium a/erit sex, & b/quatuor similiũ. habent autem sex ad quatuor, veluti a/ad b/rationem sesqualteram.

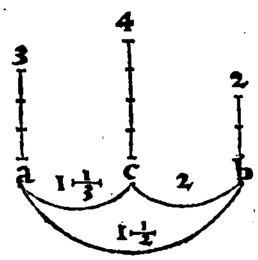
Exemplũ de ratione superparticulari.

Inductio.



❡Quòd si c/magnitudo fuerit ipsius a/sesquitertia, & dupla ipsius b, vt in secũda figura: nõ multiplicabis vnum & tertium subsesquitertiæ (quæ est a/ad c) denominatorem, per duo, à quibus dupla ratio ipsius c/ ad b/denominatur. Diuides itaque duo, per vnũ & tertium: propterea quòd a/ad c/ratio minoris sit inæqualitatis. Vnum igitur & tertium, efficiunt quatuor tertia: duo autem, tertia sex. Diuide itaque sex per quatuor: proueniet vnum & dimidium, sesqualteræ rationis (quæ est a/ad b) denominator. Nam cùm c/ ad a/ sit sesquitertium, ad b/ autem duplum: qualium proinde partium c/est quatuor, talium a/est trium, & b/duarum similium. Ratio igitur a/ad b, est vt tria ad duo, quæ sesqualtera nuncupatur.

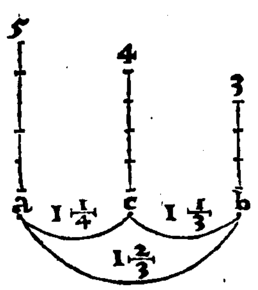
Aliud exẽplũ superparticularis, vbi vna rationũ minoris est inequalitatis.



Exẽpli declaratio.

❡Idem in superpartiente ratione tandẽ obseruari videbis. Sit enim a/ ad b/ superbipartiens tertias: & inter a/& b/incidat c, subsesquiquartum ipsius a, & sesquitertium ipsius b. Dico iam rationẽ a/ad b, componi ex ratione a/ad c/sesquiquarta, & sesquitertia ipsius c/ad b. Multiplicetur enim vnum & quartum, per vnum & tertium: fiet vnũ & duo tertia, vnde superbipartiẽs tertias (quæ est ipsius a/ad b) denominatur. Oportet enim propter rationum hypotheses, qualium partium c/ fuerit quatuor, talium b/fore trium, & a/quinque similium. Quinque porrò ad tria, eam seruant rationẽ, quam a/ad b: nẽpe superbipartiẽtem tertias.

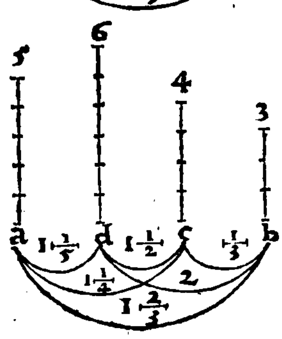
Exẽplũ de superpartientis cõpositione.



Ostensio exẽpli.

❡Quòd si inter a/& c/inciderit magnitudo d, sesquiquinta ipsius a, & ipsius c/sesqualtera. Ratio a/ad b, ex rationibus a/ ad d, & d/ ad c, atq; c/ad b/itidem componetur. Duco enim vnum & tertium rationis c/ad b/denominatorem, in vnum & dimidium denominatorẽ rationis quam habet d/ad c: fient duo, à quibus ratio d/ad b/denominatur, vtpote dupla. At quoniã a/ad d/ratio minoris est inæqualitatis, nẽpe subsesquiquinta: diuidam ipsa duo per vnum & quintum, in hunc modum. vnum & quintum, efficiunt quinta sex: & duo, vertuntur in decem

Aliud superpartiẽtis exẽplum, vbi vna rationũ minoris est inequalitatis.



quinta. Diuido ergo decem per sex: proueniunt vnum & duo tertia, à quibus ratio a/ad b/ denominanda est, quæ superbipartiens tertias adpellatur. Idem quoque per superius expressam partium cum rationibus datis, & rationũ cum partibus respondentiam, deducere vel facilè licebit: qualium enim partium c/fuerit quatuor, & d/sex, talium b/erit trium, & a/ quinque similium. Hinc rursum cõsurgit a/ad b/ratio, vt quinque ad tria. ¶Porrò si forsitan in hac partium quotarum, seu fractionum vulgarium multiplicatione minus fueris exercitatus: cõsulito librũ secundũ nostræ Arithmeticæ practicæ. Nec volumus te latere, huiuscemodi quantitatum (à quibus datæ rationes nominantur) tum expressionem, tum etiã multiplicationem, per astronomicas, hoc est sexagenarias integrorum fractiones (quæ scrupula, seu minuta vocant) indifferenter absolui posse: de quibus libro tertio eiusdem Arithmeticę nostræ abundè tractauimus. Est enim sexagenarius numerus, propter partiũ quotarum in eo contentarum multitudinem, omnibus rerum supputationibus indifferenter adcõmodus.

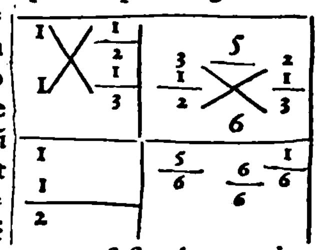
Sũmaria exẽpli recollectio.

Notandum.

De fractionũ astronomicarũ cõmoditate in rationũ cõpositionib⁹.

¶Conferamus in exemplum vtrunq; calculum: & primam rationis compositionem, vbi rationem a/ad b/duplam, ex sesqualtera & sesquitertia cõstare monstrauimus, rursum examinemus. Multiplico itaque vnum & dimidium, per vnum & tertiũ, in hunc qui sequitur modum. Duco primùm integra in sese: fit vnum integrũ. Deinde numeratorem fractionis multiplicandæ, in integrum multiplicantis: atque numeratorem multiplicãtis, per integrũ multiplicandæ: procreabuntur enim fractiones prioribus haud dissimiles, vtpote dimidiũ, & vnum tertium, quę reducta ad vnam fractionem simplicem, efficiunt quinque sexta. Tandem multiplico fractiones ipsas adinuicem, numeratores quidem per sese, atque denominatores: fiet vnum tantummodò sextum. Compono vnũ sextum & quinque sexta: consurgunt sexta sex, quæ vnum valẽt integrum priori integro adijciendum. Resultabunt itaq; duo integra, à quibus proposita ratio dupla denominatur.

Primi exẽpli supputatio, p fractiones vulgares.



¶Verùm idẽ per astronomica inquiramus scrupula siue minuta. Denominator itaque sesqualteræ rationis, erit vnum integrum, & triginta integri minuta: ipsius verò sesquitertiæ rationis denominator, vnum itidem integrum & minuta viginti. Sunt enim triginta, dimidium: viginti autem, tertiũ sexagenarij numeri. Duco igitur triginta minuta, in minuta viginti: fiunt secũda sexcẽta, quæ diuisa per sexaginta, restituunt decẽ minuta. hæc subscribo suo loco. Deinde multiplico vnũ integrũ per ipsa viginti minuta: redeunt minuta viginti. hæc noto sub priorib⁹ decem minutis. Postea duco triginta minuta in vnum integrũ: restituuntur minuta triginta (nam fractio per integra multiplicata, similem videtur producere fractionẽ) Quibus subnotatis, multiplico integra adinuicẽ, & vnũ tantummodò restituitur integrum. Compono tãdem decem, viginti & triginta minuta, consurgũt sexaginta, quæ vnum valent integrum priori demum adiungendum. Proueniunt igitur ex hac quãtitatum multiplicatione duo integra, à quibus dupla ratio (quæ erat a/ad b/) venit denominanda. In cæteris respondenter facito, siue vulgaribus, siue astronomicis iuuet vti fractionibus.

Eiusdẽ exempli supputatio, p fractiones astronomicas.

Integra.	Minuta.	Secũda.
1	30.	00
1	20.	00
	10	$\cancel{6}00$
	20	10
1	30	$\cancel{6}\cancel{0}0$
2		6

Alius modus cõponẽdi rationes adinuicem.

¶EST ET ALIVS RATIONALIVM QVANTITATVM multiplicandi modus, ipsis potissimum numeris, ad numerúmve relatis quantitatibus peculiaris: siue numeri ipsi in maioris aut minoris inæqualitatis ratione proponantur. Nam ex eorundem numerorum sub datis rationibus constitutorum multiplicatione, numeri procreantur, sub composita, vel inde constante ratione se habentes. Multiplicandi sunt itaq; primũ antecedentes numeri adinuicem, & antecedens ipsius compositæ rationis efficietur. Deinde consequentes itidem inter sese ducendi, vt consequens eiusdem rationis generetur. ¶Repetatur in maiorem singulorum euidentiam, antecedentis primæ compositionis exemplum: sintq; rursum numeri, tria ad duo in ratione sesqualtera, & quatuor ad tria in sesquitertia ratione constituti. Duc igitur anntecedentes numeros inter sese, vtpote quatuor in tria: fient duodecim, quæ pro generatæ rationis antecedente subnotabis. Postea consequentes, hoc est tria & duo, inuicem mulplicato:

Primũ exemplũ de cõpositione multiplicis.

Ratio	sesqualtera.	3——2
	sesquitertia.	4——3
Dupla ex eisdẽ cõposita.		12——6

fient ſex,eiuſdẽ productę rationis conſequentẽ exprimẽtia numerũ. Atqui duodecim ad ſex, duplam conſtat obtinere rationem, ex ſeſqualtera & ſeſquitertia reſultantẽ. ¶Sint rurſum binæ rationes;altera quidem ſubſeſquitertia, vt trium ad quatuor: altera verò dupla,veluti quatuor ad duo. Si compoſitã ex his volueris obtinere rationem,ducito tria in quatuor,vnum videlicet antecedentium in reliquum: fient duodecim. Poſtmodùm ipſa conſequentia inuicẽ multiplicato,vtpote quatuor in duo:fient octo. Porrò duodecim ad octo, ſeſqualterã rationem obſeruant,qualem exemplo quarto(denominatorem duplæ, per ipſius ſubſeſquitertiæ denominatorem diuidendo) reperimus.

Secũdũ exẽplũ,de cõpoſitione ſuperparticularis.

Subſeſquitertia.	3——4
Dupla.	4——2
Seſqualtera ratio.	12——8

¶Haud diſſimiliter ex ſeſquiquarta & ſeſquitertia,veluti quinq; ad quatuor,& quatuor ad tria, ſuperbipartiens tertias producetur : quemadmodùm obiecta mõſtrat formula. Ex antecedentium nanq; multiplicatione,fient viginti:ex multiplicatione verò conſequentium,duodecim. continent autẽ viginti ſemel duodecim,& duo inſuper eorundem tertia.

Tertiũ exẽplũ de cõpoſitione ſuperpartientis.

Ratio {	ſeſquiquarta.	5——4
	ſeſquitertia.	4——3
Superbipartiens tertias.		20—12

¶Et proinde non minus facilè colligemꝰ,ex quintupla & ſubdupla ratione, conflari duplam ſeſqualterã: necnon ex dupla & ſeſquitertia, duplam ſuperbipartientem tertias reſultare. Sed hæc de rationum compoſitione,ſiue rationalium quantitatum multiplicatione,ſint ſatis.

Ratio {	Quintupla.	5——1	Ratio {	Dupla.	2——1
	Subdupla.	2——4		Seſquitertia.	4——3
Dupla ſeſqualtera.		10——4	Dupla ſupbiptiẽs tertias		8——3

Corollarium.

De ſubtractione rationũ adinuicẽ.

¶HINC FIT MANIFESTVM QVOD SI A QVALIBET RAtione compoſita,vnaquæq; componentium ſubtrahatur : proſiliet ipſarum componentium reliqua. Subtrahitur quidem ratio,non omnis indifferenter à qualibet:ſed minor tantùm à maiori. Hæc autem rationum diſgregatio per diuiſionem,ſicuti compoſitio per multiplicationem abſoluitur:ídq; rurſum dupliciter.

Primꝰ modus

¶In primis enim ſi compoſitæ rationis denominatorem,per denominatorem alterius componẽtium diuiſeris:habebis reliquæ rationis denominatorem,ſiue numeros in relicta ratione cõſtitutos. Oportet autẽ (vbi alterius vel vtriuſq; rationis denominator,integro & fracto exprimetur numero)ipſa integra ad ſimile genus denominationis cum propria,vel occurrente fractione reducere:poſtea numeratorẽ diuidendæ rationis,per communẽ multiplicare denominatorem,fiet enim relictæ rationis,numerator . Deinde numeratorem diuidentis , in eundem communem denominatorem ducere, nam eiuſdem relictæ rationis prodibit denominator . Quemadmodùm ex ſecundo libro noſtræ deprehendere potes Arithmeticæ.

Primũ exemplum.

¶Reſumatur in exemplũ ratio dupla,ex ſeſquitertia & ſeſqualtera reſultans: ſítq; propoſitam alteram componentium, vtpote ſeſquitertiam,ab ipſa dupla ratione ſubducere. Denominator itaq; ſeſquitertię,eſt vnum & tertium, quę quatuor efficiũt tertia:duo autẽ,à quibus dupla denominatur ratio, conficiunt tertia ſex. Diuide itaq; ſex tertia,per quatuor tertia,in hunc modũ.

$$\frac{6}{3} \times \frac{4}{3} \qquad \frac{18}{12}$$

Duc ſex in tria,fient decem & octo:& rurſum quatuor per tria multiplicato, fient duodecim. Et quoniam decem & octo continent ſemel duodecim, & alteram eorundem partem:relicta itaq; ratio,ſeſqualtera eſt.

Secundum exemplum.

¶Detur rurſum ſeſqualtera ratio,à qua velis auferre ſeſquiquintam. Ex vno itaq; & dimidio,à quibus ſeſqualtera denominatur,fiunt tria ſecũda: ex vno autem & quinto,ipſius ſeſquiquintæ denominatore , fiunt quinta ſex. diuidenda ſunt igitur tria ſecunda, per ſex quinta.

$$\frac{3}{2} \times \frac{6}{5} \qquad \frac{15}{12}$$

Duc itaq; tria in quinq;,fient quindecim:poſtea ſex in duo multiplicato,prouenient duodecim. Et quoniam quindecim ad duodecim rationem habent ſeſquiquartã : idcirco relicta ratio ſeſquiquarta dicetur. Nam ex ſeſquiquarta & ſeſquiquinta ratione, ſeſqualtera(veluti ſuprà deduximus)generatur.

Alius ſubtrahendi modus rationes adinuicem.

¶POTERIS ET IDEM PER NVMEROS IN DATIS RATIOnibus conſtitutos reſpondenter abſoluere. Dẽtur enim rurſum numeri, ſub antecedentibus rationibus cõſtituti,vtpote duo ad vnum in dupla,& quatuor ad tria in ſeſquitertia ratione ſe habentes:ſítque veluti prius,ſeſquitertia ab ipſa dupla ratione ſubducẽda. Scribatur

In primis sesquitertia, sub eadē ratione dupla. Postea multiplicato duo in tria, hoc est, antecedēs diuidendæ rationis, in consequēs diuidētis: fiēt sex. Rursum ducto vnū in quatuor, vtpote consequēs ipsius diuidendæ rationis, in diuidentis antecedens: fient quatuor. A ratione igitur quam habent sex ad quatuor, relicta ratio denominanda est: quæ rursum offenditur sesqualtera. ¶Subducamus rursum ad maiorem singulorum respondentiam, à sesqualtera ratione, præfatam rationem sesquiquintam. Propone itaque tibi numeros sub datis rationibus constitutos: vtpote, tria ad duo in sesqualtera, & sex ad quinque in sesquiquinta. Et posita sesquiquinta sub sesqualtera, ducito tria in quinque: fient quindecim. postea multiplicato duo per sex, prouenient duodecim. Habent autem quindecim ad duodecim, rationem sesquiquartam, qualem superius offendimus. Haud aliter, de cæteris quibuscunq; inuicem subducendis facito rationibus. & si minus in hoc genere calculi fueris exercitatus, ad caput secundum libri quarti ipsius Arithmeticę nostræ cōfugito.

2	1	Dupla, diuidenda.
4	3	Sesquitertia.
6	4	Sesqualtera, relicta.

Aliud exēplū

3	2	sesqualtera ratio.
6	5	sesquiquinta.
15	12	sesquiquarta.

Θεώρημα α, πρότασις α.

Τὰ τρίγωνα καὶ τὰ παραλληλόγραμμα, τὰ ὑπὸ τὸ αὐτὸ ὕψος ὄντα, πρὸς ἄλληλά ἐστιν ὡς αἱ βάσεις.

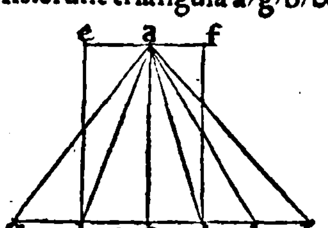
Theorema 1, Propositio 1.

Triangula & parallelogramma, quæ sub eadem sunt altitudine: ad se inuicem sunt, vt bases. 1

ORONTIVS. ¶Sint bina triangula a/b/c/& a/c/d, totidémque parallelogramma e/c/quidem atque c/f, sub eadem altitudine, seu perpendiculari ex a/ vertice in b/d/ basin incidente constituta. Aio triangulum a/ b/c/ ad triangulum a/c/d/se habere, veluti basis b/c/ad basin c/d. Cùm enim e/c/ & c/f/ parallelogramma, in eadem sint altitudine: in directum est igitur e/a/ipsi a/f, atque b/c/ipsi c/d, & proinde e/f/ipsi b/d/parallela. Producatur igitur recta b/d/ ex vtraque parte in cōtinuum rectúmq;, ad g/& h/puncta: per secundum postulatum. Secetur deinde b/g/ æqualis ipsi b/c, necnon d/l/& l/h/ipsi c/d/æquales: per tertiam primi. & per primū postulatū, connectantur a/g, a/l, & a/h/lineæ rectæ. Cùm itaq; g/b, ipsi b/c/ sit æqualis: erunt triangula a/g/b/& a/b/c/in basibus æqualibus, & in eisdem parallelis e/f/& g/h/constituta, & propterea inuicem æqualia: per trigesimamoctauā primi. & proinde a/c/d, a/d/l/& a/l/h/triangula, æqualia quoq; erunt adinuicem. Quotuplex igitur est g/c/basis, ipsius b/c: totuplex est triāgulū a/g/c, ipsius a/b/c/triāguli. quotuplex rursum est c/h/basis ipsius c/d: totuplex est & a/c/h/triangulum, ipsius trianguli a/c/d. Si basis itaq; g/c, maior est basi c/h: erit a/g/c/triangulum, triangulo a/c/h/proportionaliter maius. Et si g/c/& c/h/bases, fuerint inuicem æquales: erunt a/g/c/& a/c/h/triangula, æqualia quoque adinuicem. Quòd si basis g/c, minor extiterit basi c/h: erit & a/ g/ c/ triangulum, ipso a/c/h/ triangulo æquè itidem minus. Quatuor itaque magnitudinum, duarū inquàm basium b/c/& c/d, totidémq; triangulorū a/b/c/& a/c/d, sumpta sunt æquè multiplicia primæ & tertiæ: necnon secundæ & quartæ, alia vtcunque æquè multiplicia. Et sicut multiplex primæ magnitudinis, ad multiplex secundæ, hoc est, g/c/basis, ad basin c/h: sic multiplex tertiæ, ad multiplex quartæ, vtpote a/g/c/triangulum, ad triangulum a/c/h, se habere præostensum est. Sicut

Figuræ cōstitutio.

Prima deductio theorematis, de triangulis.



g/c.	c/h.	a/g/c.	a/c/h.
b/c.	c/d.	a/b/c.	a/c/d.

igitur prima,ad ſecundam prædictarum magnitudinum,ſic tertia ad quartam: per ſextã ipſius quinti diffinitionẽ. Vt baſis ergo b/c,ad baſin c/d:ſic triangulum a/b/c, ad triangulũ a/c/d. Quod prius veniebat oſtendendum. ¶ Inſuper quoniam a/b/c/ triangulum,& parallelogrammũ e/c,in eadem ſunt baſi,& in eiſdem parallelis conſtituta:duplum eſt e/c/parallelogrammum ipſius a/b/c/triãguli, per quadrageſimã primam primi:& propterea c/f/parallelogrammum, ipſius trianguli a/c/d/ itidem duplum. Sunt igitur e/c/& c/f/parallelogramma, ipſorum a/b/c/& a/c/d/triangulorum æquè multiplicia. Partes autem æquè multiplicium,eandem rationem habent ſumptæ adinuicem:per decimamquintam quinti. Vt igitur a/b/c/triangulũ,ad triãgulum a/c/d: ſic parallelogrammum e/c, ad c/f/parallelogrammum. Oſtenſum eſt autem a/b/c/triangulum,ad triãgulum a/c/d/ ſe habere, veluti b/c/baſis,ad baſin c/d. Binæ itaque rationes,vtpote b/c/baſis,ad baſin c/d, atque parallelogrammi e/c/ad c/f/parallelogrammum,eædem ſunt cum ratione ipſius a/b/c/trianguli,ad triãgulum a/c/d. Quæ autem eidem ſunt eædem rationes, & adinuicem ſunt eædem: per vndecimã eiuſdem quinti. Eſt igitur vt baſis b/c,ad baſin c/d:ſic parallelogrammum e/c,ad c/f/parallelogrammum. Poterit & ipſorum parallelogrammorum ratio,quemadmodum & triangulorũ, ſeorſum demonſtrari: deſcriptis ſuper g/b, d/ l, & l/h/ baſibus, & in eadem altitudine parallelogrammis.

Secunda theorematis reſolutio,de parallelogrammis.

| b/c.c/d | a/b/c.a/c/d | e/c.c/f. |

Notandum.

Triangula itaque & parallelogramma, quæ ſub eadem ſunt altitudine:ad ſe inuicem ſunt, vt baſes. Quod erat oſtendendum.

Θεώρημα β, Πρόθεσις β.

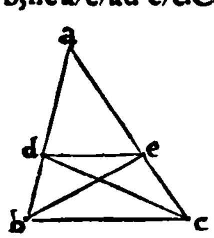
Ἐὰν τριγώνου παρὰ μίαν τῶν πλευρῶν ἀχθῇ τις εὐθεῖα παράλληλος, ἀνάλογον τεμεῖ τὰς τοῦ τριγώνου πλευράς: καὶ ἐὰν αἱ τοῦ τριγώνου πλευραὶ ἀνάλογον τμηθῶσιν, ἡ ἐπὶ τὰς τομὰς ἐπιζευγνυμένη εὐθεῖα, παρὰ τὴν λοιπὴν ἔσται τοῦ τριγώνου πλευρὰν παράλληλος.

Theorema 2, Propoſitio 2.

2 SI trianguli ad vnum laterum acta fuerit aliqua recta linea parallela:proportionaliter ſecat ipſius triãguli latera. Et ſi trianguli latera proportionaliter ſecta fuerint:ad ſegmenta cõnexa recta linea,parallela ad reliquum erit ipſius trianguli latus.

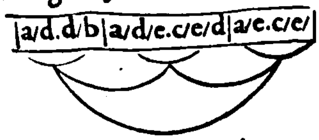
ORONTIVS. ¶ In triãgulo enim a/b/c,agatur recta d/e, ipſi b/c/lateri parallela. Dico quòd ipſa d/e,ſecat a/b/& a/c/latera proportionaliter: ſicut quidem a/d/ ad d/b,ſic a/e/ad e/c. Connectantur enim b/e/& c/d/lineæ rectæ: per primũ poſtulatum. Erunt itaque b/d/e/& c/e/d/triangula, in eadem baſi d/e,ac in eiſdẽ parallelis b/c/& d/e: & proinde inuicem æqualia,per trigeſimamſeptimã primi. Eſt autẽ & a/d/e,aliud quoddam triangulum. Idem porrò triangulum,ad æqualia triangula eandem habet rationem:per ſeptimam quinti. Ergo ſicut a/d/e/ triangulum, ad triangulum b/d/e: ſic idem triangulum a/d/e, ad c/e/d/ triangulum. Eſt autem a/ d/ e / triangulum, ad triangulum b/ d/ e, veluti baſis a/ d/ ad baſin d/ b: per primam huius ſexti. ſunt enim ſub eodem vertice e, & proinde ſub eadem altitudine. Et ſicut igitur baſis a/d, ad baſin d/ b: ſic a/d/e/triangulum, ad triangulum c/ e/ d, per vndecimam quinti. Sicut rurſum a/d/e/triangulum,ad triangulum c/e/d:ſic baſis a/e,ad baſin e/c,per eandem primã huius ſexti. ſunt enim a/d/e/ & c/e/d/

Prima theorematis pars.

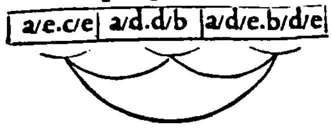


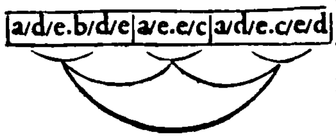
| a/d.d/b | a/d/e.b/d/e | a/d/e.c/e/d |

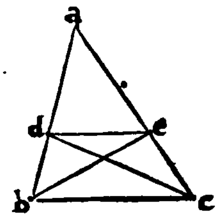
triangula, sub eodem vertice d: & sub eadem consequẽter altitudine. Et sicut igitur a/d/basis, ad basin d/b: sic basis a/e, ad basin e/c, per eandem vndecimam quinti. Secat ergo d/e/ parallela, ipsa a/b/ & a/c/latera, in punctis d/& e/ proportionaliter.



Partis secũdę demõstratio. ¶Sed iam esto vt a/d/ad d/b, sic a/e/ad e/c: & cõnectatur recta d/e, per primum postulatum. Aio versa vice, d/e/ipsi b/c/ fore parallelam. Cõnexis enim (veluti prius) b/e/atq; c/d/rectis, per idem primum postulatum: erit rursum, per primam huius sexti, triangulũ a/d/e/ ad triangulum b/d/e, veluti basis a/d/ad basin d/b. At sicut a/d/ad d/b, sic per hypothesin a/e/ad e/c. Et sicut igitur per vndecimam quinti, a/e/ad e/c: sic a/d/e/triangulũ, ad triangulũ b/d/e. Sicut rursum per eandem primã sexti, a/e/basis, ad basin e/c: sic idem triãgulũ a/d/e, ad triangulum c/e/d. Et proinde sicut a/d/e/triangulũ, ad triangulum b/d/e: sic idem triangulum a/d/e, ad triangulũ c/e/d, per vndecimã ipsius quinti. Idem ergo triangulum a/d/e, ad ipsa b/d/e/& c/e/d/ triangula, eandem habet rationem. Ad quæ autem triangula, idem triangulum eandem habet rationem: & ipsa sunt inuicem æqualia, per nonam eiusdem quinti. Aequũ est igitur b/d/e/triangulum, ipsi c/e/d/triãgulo. Quæ cùm in eadem sint basi d/e, & ad easdem partes: & in eisdem quoque sunt parallelis, per trigesimamnonã primi. Parallela est itaq; d/e, ipsi b/c. Si trianguli ergo ad vnum latus: &c. vt in theoremate. Quod demonstrare oportebat.







Θεώρημα γ, Πρόθεσις γ.

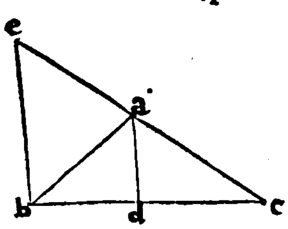
Ἐὰν τριγώνου γωνία δίχα τμηθῇ, ἡ δὲ τέμνουσα τὴν γωνίαν εὐθεῖα τέμνει καὶ τὴν βάσιν: τὰ τῆς βάσεως τὸν αὐτὸν ἕξει λόγον ταῖς λοιπαῖς τοῦ τριγώνου πλευραῖς. καὶ ἐὰν τὰ τῆς βάσεως τμήματα, τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον ταῖς λοιπαῖς τοῦ τριγώνου πλευραῖς: ἀπὸ τῆς κορυφῆς ἐπὶ τὴν τομὴν, ἐπιζευγνυμένη εὐθεῖα, δίχα τέμνει τὴν τοῦ τριγώνου γωνίαν.

Theorema 3, Propositio 3.

SI trianguli angulus bifariam secetur, dispescens autem angulum recta linea secuerit & basin: basis segmenta eandem habebunt rationem, reliquis ipsius triãguli lateribus. Et si basis segmenta eandem habuerint rationem, reliquis ipsius trianguli lateribus: à vertice ad basin coniuncta recta linea, bifariam dispescit trianguli angulum. 3

ORONTIVS. ¶Sit datum a/b/c/ triangulum, cuius angulus b/a/c/bifariam secetur, per nonam primi: recta quidem a/d, basin ipsam b/c/itidem secante in puncto d. Aio quòd b/d/ad/d/c/se habet, vt b/a/ad a/c. Per datum enim punctum b, datæ rectæ lineæ a/d, parallela ducatur b/e, per trigesimamprimam primi: producatúrque c/a/recta, per secundum postulatũ, donec conuenerit in punctũ e/cum ipsa b/e, fecerítq; triãgulũ b/e/c. Conueniet autem c/a/cum b/e, per quintum postulatũ: propterea ꝙ anguli e/b/c/& b/c/e, duobus rectis sunt minores. nã angulus e/b/c, exteriori & opposito a/d/c, per vigesimamnonam primi est æqualis: & duo anguli a/d/c/ & d/c/a/trianguli a/d/c, binis rectis minores existũt, per

Figuræ cõpositio.



ipſius primi decimamſeptimã. His ita conſtructis, quoniam in parallelas a/d/& b/c,rectæ incidunt a/b/& e/c: æqualis eſt angulus a/b/e/alterno b/a/d,necnon interior a/e/b/exteriori & ex oppoſito d/a/c,per vigeſimamnonã primi.Atqui b/a/d/ & d/a/c/anguli,ſunt inuicẽ per hypotheſin æquales:duo itaq; anguli a/b/e/&a/e/b, æquales proinde ſunt adinuicem.hinc latus a/b,lateri a/e,per ſextam primi,æquale. Trianguli demũ b/e/c,ad latus b/e/acta eſt parallelus a/d,per conſtructionẽ: ſecat igitur a/d/proportionaliter ipſius trianguli latera,per ſecundam huius ſexti, ſicut quidem b/d/ad d/c,ſic e/a/ad a/c.Ipſi porrò e/a,oſtẽſa eſt æqualis b/a.æquales autẽ ad eandem,eandem habẽt rationem:per ſeptimã quinti.Et ſicut igitur b/d,ad d/c: ſic b/a,ad a/c. ¶Sit autem vt b/d/ad d/c,ſic b/a/ad a/c:& connectatur a/d/recta,per primum poſtulatum. Dico verſa vice,quòd a/d/ recta bifariam diſcindit angulum b/a/c. Constructa enim vt prius figura, quoniam ex hypotheſi receptum eſt,ſicut b/d/ad d/c,ſic b/a/ad a/c.ſed per ſecundã huius ſexti,ſicut b/d/ad d/c,ſic e/a/ad a/c: in triangulo enim b/e/d, ad latus b/e/acta eſt parallelus a/d.Binæ itaq; rationes,b/a/inquàm ad a/c, & e/a/ ad a/c, eidem rationi b/d/ad d/c/ ſunt eædem : & propterea eædem adinuicem,per vndecimam quinti.Et ſicut igitur b/a/ad a/c,ſic e/a/ad eandem a/c.Quæ autem ad eandem,eandem habent rationem:æquales ſunt adinuicem, per nonam ipſius quinti.Aequalis eſt itaque b/a,ipſi e/a:& proinde qui ad baſin b/e/ſunt anguli,adinuicem æquales,per quintam primi, hoc eſt, a/b/e/ipſi a/e/b. Et quoniam parallela eſt a/d/ipſi b/e, & in eas incidunt a/b/& e/c/lineæ rectæ:æqualis eſt angulus b/a/d/alterno a/b/e, necnon & exterior angulus d/a/c/interiori & oppoſito a/e/b, per vigeſimamnonã ipſius primi. Oſtenſum eſt autẽ,angulos a/b/e/& a/e/b/fore inuicem æquales. quæ verò æqualibus æqualia ſunt,ea quoq; inuicem ſunt æqualia:per primæ communis ſententiæ interpretationem.Aequalis eſt igitur angulus b/a/d,angulo d/a/c.Et proinde angulus b/a/c,ſub a/d/recta bifariam diſcinditur. Si trianguli itaque angulus bifariam ſecetur:& quæ ſequuntur reliqua.Quod demonſtrandum ſuſceperamus.

b/a. a/c.	b/d. d/c.	e/a. a/c.

Primæ partis oſtenſio.

Pars ſecunda theorematis, conuerſa primæ.

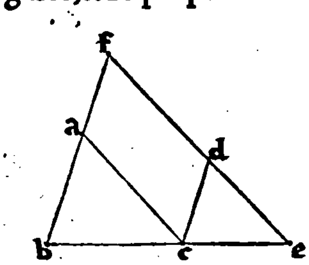
Θεώρημα δ', Πρότασις δ'.

Τῶν ἰσογωνίων τριγώνων, ἀνάλογόν εἰσιν αἱ πλευραὶ αἱ περὶ τὰς ἴσας γωνίας: καὶ ὁμόλογοι αἱ ὑπὸ τὰς ἴσας γωνίας ὑποτείνουσαι πλευραί.

Theorema 4, *Propoſitio* 4.

4 AEquiangulorum triangulorum, proportionalia ſunt latera quæ circũ æquales angulos:& ſimilis ſunt rationis,quæ æqualibus angulis latera ſubtenduntur.

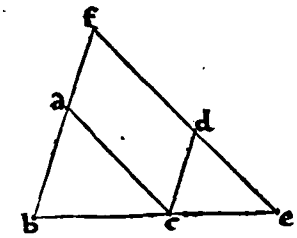
ORONTIVS. ¶Sint bina triangula inuicem æquiangula,a/b/c/& d/c/e:ſitq; angulus a/b/c/æqualis angulo d/c/e,& b/a/c/angulus ipſi c/d/e,atq; a/c/b/ipſi angulo d/e/c. Aio latera ipſorum triangulorum a/b/c/& d/c/e/quæ circum æquales angulos,fore proportionalia:& quæ angulis ſubtenduntur æqualibus,eiuſdem eſſe rationis. Conſtituatur enim b/c/latus,in directum ipſius c/e:id autem efficietur, cùm anguli b/c/d/& d/c/e/ binis rectis fuerint æquales,per decimamquartã primi. Producantur inſuper b/a/& e/d/latera in rectũ & continuũ ad partes a/& d,per ſecundum poſtulatũ:donec tandem in vnum congrediantur punctũ. Id enim per quintum poſtulatũ euenire neceſſum eſt, propterea quòd anguli a/b/c/& a/c/b, duobus rectis per decimãſeptimã primi

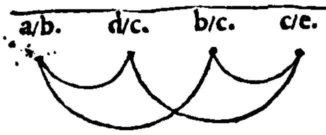


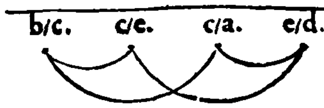
Conſtructio figuræ.

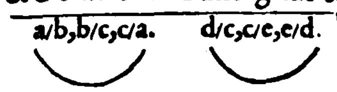
ſunt minores: & angulus d/e/c/ angulo a/c/b/ per hypotheſin eſt æqualis. Ex quo fit, vt anguli a/b/e/ & d/e/b, eiſdem angulis a/b/c/ & a/c/ b/ ſint æquales: & proinde binis rectis itidem minores. Et quoniam ex hypotheſi angulus d/ c/ e, interiori & oppoſito ad eaſdem partes a/b/c/ eſt æqualis angulo, necnon & a/c/b/ ipſi d/e/c/ itidem interiori & oppoſito æqualis: parallela eſt igitur c/d/ ipſi b/f, & a/c/ ipſi f/e, per vigeſimamoctauam primi. Parallelogrammum eſt itaq; a/c/d/f: & proinde a/c/ latus oppoſito f/d/ æquale, ſimiliter & a/f/ ipſi c/d, per trigeſimãquartã eiuſdẽ primi. His ita conſtructis, quoniã trianguli b/f/e, ad latus f/e, acta eſt parallela a/c: ſecat igitur a/c, ipſius trianguli latera proportionaliter, per ſecundã huius ſexti, ſicut quidem b/a/ ad a/f, ſic b/c/ ad c/e. & æqualis oſtenſa eſt a/f, ipſi c/d. æquales autem ad eandem, eandem habent rationẽ: & eadem ad æquales, per ſeptimã quinti. Et ſicut igitur a/b, ad d/c: ſic b/c, ad c/e. Et permutatim inſuper, ſicut a/b, ad b/c: ſic d/c, ad c/e, per decimamſextam eiuſdem quinti. Item quoniam ipſius trianguli b/ f/ e, ad latus b/f, acta eſt parallela c/d: ſecat rurſum eadem c/d, eiuſdem trianguli latera proportionaliter, per eandem ſecundam huius ſexti, ſicut quidẽ b/c, ad c/e: ſic f/d, ad d/e. Ipſi porrò f/ d, oſtẽſa eſt æqualis a/c. Et ſicut igitur b/c, ad c/e: ſic c/a/ ad e/d, per eandẽ ſeptimã quinti. atq; rurſum permutatim, per ipſius quinti decimamſextã, ſicut b/c/ ad c/a: ſic c/e/ ad e/d. Iam itaq; oſtẽſum eſt, ſicut a/b/ ad b/c/ ſic d/c/ ad c/e: ſicútq; b/c/ ad c/a, ſic & c/e/ ad e/d. Sunt igitur tres magnitudines a/b, b/c, & c/a: & aliæ eiſdẽ æquales numero d/c, c/e, & e/d, cũ duab⁹ ſumptis in eadẽ ratione. & ex æqua igitur ratione, erit ſicut b/a, ad a/c: ſic etiã c/d, ad d/e. Aequiãgulorũ itaq; triangulorũ a/b/c/ & d/c/e, proportionalia ſunt latera quæ circũ æquales angulos: & ſimilis ſunt rationis quæ æqualibus angulis latera ſubtenduntur. Quod demonſtrandum fuerat.

Demõſtratio theorematis.









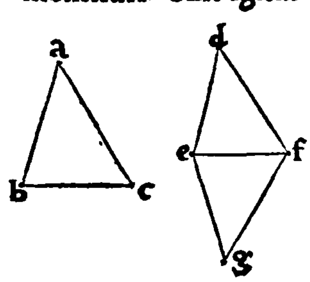
Θεώρημα ε, Πρότασις ε.

Ἐὰν δύο τρίγωνα τὰς πλευρὰς ἀνάλογον ἔχῃ, ἰσογώνια ἔσται τὰ τρίγωνα, καὶ ἴσας ἕξει τὰς γωνίας ὑφ' ἃς αἱ ὁμόλογοι πλευραὶ ὑποτείνουσιν.

Theorema 5, Propoſitio 5.

SI duo triangula, latera proportionalia habuerint: æquiangula erunt triangula, & æquales habebunt angulos ſub quibus eiuſdem rationis latera ſubtenduntur. 5

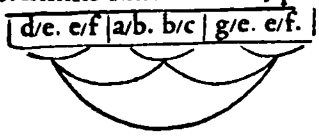
ORONTIVS. ¶Hæc eſt conuerſa præcedentis: quæ non potuit eadem figura, vel deductione (quemadmodùm ſecunda & tertia obſeruauimus propoſitione) demonſtrari. Sint igitur bina triãgula a/b/c/ & d/e/f, habentia latera proportionalia: ſicut quidem a/b, ad b/c, ſic d/e/ ad e/f, ſicũtq; b/c/ ad c/a, ſic e/f/ ad f/d. Aio triangula ipſa a/b/c/ & d/e/f, fore æquiangula: & æquales angulos comprehendere, ſub quibus eiuſdem rationis latera ſubtenduntur: vtpote, angulum a/b/c, æquum fore angulo d/e/f, & angulum b/c/a/ angulo e/f/d, atque angulum b/a/c/ angulo e/d/f.



Cõſtructio figuræ.

Ad datam enim rectam lineam e/f, & data illius puncta e/ & f, datis angulis rectilineis a/b/c/ & a/c/b, æquales anguli constituatur, per vigesimamtertiam primi: f/e/g/ quidem ipsi a/b/c, & e/f/g/ ipsi a/c/b. Et quoniam anguli a/b/c/ & a/c/b, per decimamseptimam ipsius primi, binis rectis sunt minores: & f/e/g/ itaque ac e/f/g/ anguli binis itidem rectis minores erunt. Conuenient ergo tandem e/g/ & f/g/ rectæ lineæ, per quintum postulatum. Conueniant ad punctum g. triangulum erit igitur e/f/g: & reliquus angulus qui ad g, reliquo qui ad a/ æqualis, per corollariū trigesimæsecundæ eiusdem primi, vnà cum ipsa tertia communi sententia. Aequiangula sunt itaque a/b/c/ & e/f/g/ triangula, & proinde latera ipsorum proportionalia, quæ circum æquales angulos: & similis sunt rationis, quæ æqualibus angulis latera subtēduntur, per quartā huius sexti. Est igitur sicut a/b/ad b/c/sic g/e/ad e/f. sicut porrò a/b/ad b/c, sic est per hypothesin d/e/ ad ipsam e/f. Et sicut igitur d/e/ad e/f, sic g/e/ad eandem e/f, per vndecimam quinti. Quæ autem ad eandem eandē habent rationem, æquales sunt adinuicē, per nonam quinti: æqualis est igitur d/e, ipsi e/g. Haud dissimiliter ostendemus d/f, ipsi f/g/ æqualem. eadem enim e/f/ad vtranque, tum ex hypothesi, tum ex quarta huius sexti, eandem habet rationem: nēpe quam b/c/ad c/a. Ad quas porrò magnitudines, eadem magnitudo eandē habet rationē, ipsæ sunt æquales, per eandem nonam quinti. Et quoniā æqualis est d/e/ ipsi e/g, vtrique autem cōmunis e/f: binæ itaq; d/e/ & e/f/ trianguli d/e/f, duabus f/e/ & e/g/ trianguli e/f/g/ sunt æquales altera alteri. & basis d/f, basi f/g/ æqualis. Angulus igitur d/e/f, angulo f/e/g/ sub æqualibus rectis comprehenso, per octauam primi, est æqualis. Nec dissimili via demonstrabimus, angulum e/d/f, angulo e/g/f æqualem: atq; e/f/d, ipsi e/f/g. semper enim ipsorum triangulorum bina latera, binis lateribus alterum alteri offendentur æqualia: necnon & basis, basi æqualis. Et cōtentos propterea sub æqualibus lineis rectis angulos, æquales habebunt: per eandē octauam primi. His præostensis, quoniam angulus d/e/f, æqualis est angulo f/e/g: eidē quoq; angulo f/e/g, æquus est per constructionem angulus a/b/c. Duo itaq; anguli a/b/c/ & d/e/f, eidem angulo f/e/g/ sunt æquales: & proinde æquales adinuicem, per primam communem sententiam. Pari discursu angulus a/c/b, angulo d/f/e: necnon & b/a/c/ angulus, ipsi e/d/f/ angulo cōcludetur æqualis. Aequiāgula sunt itaq; a/b/c, & d/e/f/ triangula. Si bina ergo triangula: &c. vt in theoremate. Quod oportuit ostendisse.

Ostēsionis deductio.



Resolutio theorematis.

Θεώρημα ς, Πρόθεσις ς.

Ἐὰν δύο τρίγωνα μίαν γωνίαν μιᾷ γωνίᾳ ἴσην ἔχῃ, περὶ δὲ τὰς ἴσας γωνίας τὰς πλευρὰς ἀνάλογον: ἰσογώνια ἔσαι τὰ τρίγωνα, καὶ ἴσας ἕξει τὰς γωνίας, ὑφ' ἃς αἱ ὁμόλογοι πλευραὶ ὑποτείνουσιν.

Theorema 6, Propositio 6.

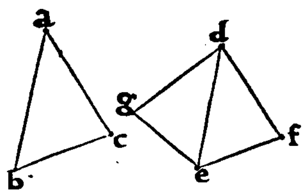
6 SI bina triangula vnum angulum vni angulo æqualem habuerint, & circum æquales angulos latera proportionalia: æquiangula erunt triangula, & æquales habebunt angulos, sub quibus eiusdem rationis latera subtenduntur.

ORONTIVS. ¶Sint rursum bina triangula a/b/c/ & d/e/f, habētia vnum angulum vni angulo æqualem, vtpote eum qui ad b/ ei qui ad e: atque circum eosdem æquales angulos latera proportionalia, sicut a/b/ad b/c, sic d/e/ad e/f. Dico ipsa triāgula a/b/c/ & d/e/f, fore æquiangula: & angulum b/a/c/ angulo e/d/f, atq; a/c/b, ipsi d/f/e/ respondenter coæquari. Ad datam enim rectam lineam d/e, datúmq; illius punctum e, vtriq; æqualium qui ad b/ & e/ sunt angulorū, æqualis angulus constituatur d/e/g, per vigesimamtertiā primi: & per eandem, ad punctū d, ipsi angulo b/a/c/

Figuræ compositio.

æqualis rurſum conſtituatur angulus e/d/g. Et quoniam duo anguli a/b/c/& b/a/c/ ſunt minores duobus rectis, per decimamſeptimam ipſius primi: erunt & ipſi anguli d/e/g/& e/d/g/ binis itidem rectis minores. Conuenient ergo tandem d/g/& e/g/ rectæ in continuum productæ, per quintum poſtulatum: ſit illarũ concurſus in puncto g. Triangulum erit itaq; d/e/g: & reliquus angulus qui ad g, reliquo qui ad c/ æqualis, per tertiam communem ſententiam, & ipſius trigeſimæſecundæ primi corollarium. Aequiangula ſunt itaque a/b/c/& d/e/g/ triãgula: & proinde latera ipſorum proportionalia, ſimiliſq; rationis erunt quæ æqualibus angulis latera ſubtenduntur, per quartam huius ſexti. Et ſicut igitur a/b/ ad b/c, ſic d/e/ad e/g. Sicut porrò a/b/ad b/c, ſic per hypotheſin d/e/ad e/f. Et ſicut igitur d/e/ad e/f, ſic ipſa d/e/ad e/g: quæ enim eidem ſunt eædem rationes, & adinuicem ſunt eædem, per vndecimam quinti. Eadem itaque d/e, ad ipſas e/f/& e/g/ eandem habet rationem: æqualis eſt igitur e/f/ ipſi e/g, per nonam ipſius quinti. His ita præoſtenſis, quoniam æqualis eſt e/f/ ipſi e/g, vtrique autem cõmunis d/e: binæ itaq; d/e/& e/f/ trianguli d/e/f, duabus d/e/& e/g/ trianguli d/e/g, ſunt æquales altera alteri: & æquos adinuicem continent angulos, per conſtructionem. Baſis ergo d/f, baſi d/g/ eſt æqualis, & totum triangulum toti triangulo æquale, reliqui inſuper anguli reliquis angulis æquales ſub quibus æqualia ſubtenduntur latera: per quartam primi. Aequalis eſt igitur angulus e/d/f/ ipſi e/d/g, atq; is qui ad f/ ei qui ad g, æqualis. Sed eidem angulo e/d/g, æqualis eſt per conſtructionẽ angulus b/a/c: eidem inſuper qui ad g, is qui ad c/ itidem æqualis. quæ autem eidem æqualia & adinuicem ſunt æqualia: per primam communem ſentẽtiam. Aequus eſt igitur angulus e/d/f, ipſi b/a/c: necnon &/d/f/e, ipſi angulo a/c/b. Reliquũ porrò angulum d/e/f, reliquo a/b/c, ex hypotheſi recepimus æqualem. Aequiangula itaque ſunt a/b/c/ & d/e/f/ triangula: & æquales habent angulos, ſub quibus eiuſdem rationis latera ſubtenduntur. Ergo ſi bina triangula: & quæ ſequũtur reliqua. Quod demonſtrare fuerat operæpretium.

Deductio theorematis.



Reſolutio demõſtrationis.

d/e. e/f	a/b. b/c	d/e. e/g.

Θεώρημα ζ, Πρόθεσις ζ.

Ἐὰν δύο τρίγωνα μίαν γωνίαν μιᾷ γωνίᾳ ἴσην ἔχῃ, περὶ δὲ τὰς ἄλλας γωνίας, τὰς πλευρὰς ἀνάλογον, τῶν δὲ λοιπῶν ἑκατέραν ἅμα ἤτοι ἐλάσσονα ἢ μὴ ἐλάσσονα ὀρθῆς: ἰσογώνια ἔσται τὰ τρίγωνα, καὶ ἴσας ἕξει τὰς γωνίας, περὶ ἃς ἀνάλογόν εἰσιν αἱ πλευραί.

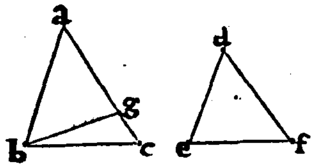
Theorema 7, Propoſitio. 7.

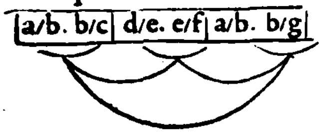
SI bina triãgula vnum angulum vni angulo æqualẽ habuerint, circum autem alios angulos latera proportionalia, reliquorũ verò vtrunq; ſimul aut minorem aut non minorẽ recto: æquiangula erunt triangula, & æquales habebunt angulos, circum quos proportionalia ſunt latera. 7

Prima theorematis ſiue hypotheſis pars.

ORONTIVS. ¶ Sint bina triangula a/b/c/& d/e/f, vnum angulum vni angulo, vtpote eum qui ad a/ ei qui ad d/ æqualem habentia: & circum alios angulos, ſcilicet a/b/c/& d/e/f/ latera proportionalia, ſicut quidem a/b/ad b/c, ſic d/e/ad e/f: reliquorũ porrò qui ad c/& f/ ſunt angulorum, vterque primùm ſit recto minor. Aio a/b/c/& d/e/f/ triangula, fore æquiangula: & angulum a/b/c/ æquũ eſſe angulo d/e/f, atque reliquum a/c/b/ reliquo d/f/e/ itidem æqualem. In primis enim, vel angulus a/b/c/est æqualis angulo d/e/f,vel eidẽ inæqualis.Si æqualis fuerit a/b/c/ipsi d/e/f: reliquus a/ c/b reliquo d/f/e, per corollarium trigesimæsecundæ primi, & tertiam communem sententiam,erit æqualis.& proinde ipsa triangula a/b/c/& d/e/f/ æquiangula. Quòd si angulus a/b/c,non fuerit æqualis ipsi d/e/f:alter eorum,reliquo maior erit.Esto(si possibile fuerit)a/b/c/angulus,ipso d/e/f/angulo maior. & ad datam rectam lineam a/b,& datum in ea punctum b:ipsi angulo d/e/f/æqualis angulus constituatur a/b/g, per vigesimãtertiã primi:producatúrq; b/g/in latus a/c.cùm enim angulus a/b/c, datus sit maior angulo d/e/f, cadet recta b/g/inter a/b/& b/c/ latera. His ita constructis,quoniam æqualis est angulus qui ad a/ei qui ad d,& qui sub a/b/g/ei qui sub d/e/f/ æqualis: reliquus igitur angulus a/g/b, reliquo d/ f/e, per corollarium trigesimæsecundæ primi, & tertiam cõmunem sẽtẽtiam erit æqualis. Et proinde a/b/g/triãgulum,ipsi d/e/f/triangulo æquiangulũ.Hinc per quartam huius sexti, proportionalia erunt latera quæ æqualibus subtenduntur angulis: sicut quidem d/e/ad e/f,sic a/b/ad b/g. sicut porrò d/e/ad/e/f, sic receptum est a/b/ ad b/c.Et sicut igitur a/b/ad b/c, sic a/b/ad b/g, per vndecimam quinti. Eadem itaque a/b,ad vtranq; ipsarum b/c/& b/g, eandem habet rationem: æqualis erit igitur a/b/ipsi b/g,per nonã ipsius quinti.hinc per quintã primi,angulus b/c/g/angulo b/g/c/erit equalis.Angulus porrò b/c/g, minor recto suppositus est,& b/g/c/propterea angulus recto minor erit. Recta autem b/g, incidẽs super latus a/c, efficit a/g/b/& b/g/c/ angulos binis rectis æquales, per decimãtertiam primi.Et quoniam b/g/c,recto minor ostẽsus est: operæpretium est,a/g/b/angulum,recto fore maiorem.Huic autem ostensus est æqualis d/f/e:& angulus itaq; d/f/e,recto maior erit.Atqui supponitur recto minor: quæ simul impossibilia sunt. Nõ est igitur a/b/c/angulus, maior angulo d/e/f.haud dissimiliter ostẽdetur,ꝙ neq; minor. Aequalis igitur est angulus a/b/c,ipsi d/e/f. Hinc reliquus qui ad c, reliquo qui ad f/(vti suprà)concludetur æqualis : & triangula consequenter a/b/c, & d/e/f/ inuicem æquiangula.

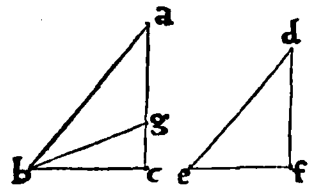
Demõstratio eiusdẽ primæ partis,ab impossibili.





¶Sed esto simul vterq; eorum qui ad c/& f/ sunt angulorum, non minor recto. Aio rursum triangula a/b/c/ & d/e/f, esse nihilominus æquiangula. Constructis nanq;(veluti suprà)figuræ partibus: haud dissimiliter ostẽdemus, b/c/atq; b/g/latera fore inuicem æqualia:& angulũ propterea b/c/g, angulo b/g/c/ per quintam primi respondenter coæquari. Et quoniam angulus b/c/g/nõ minor est recto:nec eodem recto minor erit angulus b/g/c.Trianguli itaq; b/g/c/duo anguli qui ad basin c/g,binis rectis non erunt minores:cõtra decimamseptimã ipsius primi.Non est igitur a/b/c/angulus,maior angulo d/e/f:neq; eodem angulo minor. Aequalis est propterea angulus a/b/c,ipsi d/e/f:& reliquus a/c/b, reliquo d/f/e/consequenter æqualis , veluti suprà deductum est. Aequiangula sunt igitur a/b/ c/ & d/e/f/triangula:& æquales habent angulos,circum quos proportionalia sunt latera. Quod ostendendum receperamus.

Pars secunda theorematis, siue hypothesis differẽtia.



Θεώρημα η, Πρόθεσις η.

Ἐὰν ἐν ὀρθογωνίῳ τριγώνῳ, ἀπὸ τῆς ὀρθῆς γωνίας ἐπὶ τὴν βάσιν κάθετος ἀχθῇ, τὰ πρὸς τῇ καθέτῳ τρίγωνα ὅμοιά ἐστι τῷ τε ὅλῳ καὶ ἀλλήλοις.

Theorema 8, Propositio 8.

8 SI in triãgulo rectãgulo,ab angulo recto in basin perpẽdicularis

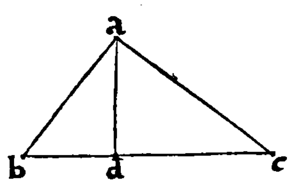
agatur: quæ ad perpendicularem triangula, similia sunt toti, & adinuicem.

ORONTIVS. Esto rectangulum triangulum a/b/c, habens angulũ qui sub b/a/c/rectum:& à dato puncto a, super datam rectam lineam b/c, perpendicularis deducatur a/d, per duodecimam primi. Cadet enim huiuscemodi perpendicularis, intra datum a/b/c/triangulum: ipsumq; in bina diuidet triangula. Si enim incideret extra, producto b/c/latere vsq; ad ipsam perpendicularem, triãgulum efficeretur, cuius exterior angulus minor esset interiore & ex opposito, nempe acutus recto, contra decimamsextam primi. Neq; in alterutrum laterũ aut a/b/ aut a/c/poterit coincidere: duo enim anguli eiusdem trianguli non essent binis rectis minores, contra eiusdem primi decimamseptimam. Cadit igitur intra a/b/c/ triangulũ.

Nota de casu ipsius perpendicularis.

Aio itaq; a/b/d/& a/d/c/triangula, toti a/b/c, atq; inuicem fore similia. In primis ꝙ triangulum a/b/d/simile sit toti a/b/c:in hunc ostenditur modum. Angulus enim a/d/b, æquus est angulo b/a/c, per quartum postulatum, nẽpe rectus recto. & angulus qui ad b, vtriq; triangulo communis. Ergo reliquus a/c/b, reliquo b/a/d, per corollarium trigesimæ secundæ primi, & tertiam communem sententiam est æqualis. Aequiangula sunt itaq; a/b/c/ & a/b/d/ triangula: & proinde quæ circum æquales angulos sunt latera, inuicem proportionalia, per quartam huius sexti. Sicut igitur b/c/ad c/a, trianguli a/b/c:sic b/a/ad a/d, trianguli a/b/d. sicut prætereà c/a/ad a/b, ipsius a/b/c/trianguli:sic a/d/ad d/b, ipsius a/b/d/trianguli. sicut demum c/b/ad b/a, eiusdem trianguli a/b/c:sic a/b/ad b/d, eiusdem trianguli a/b/d. Simile est itaq; triangulum a/b/d, toti a/b/c/triangulo: per primam huius sexti diffinitionem.

Quòd triangulum a,b,d: simile sit toti a,b,c.



Haud dissimili via ostendemus, triangulum a/d/c/ ipsi toti a/b/c/ fore simile. Rectus enim angulus a/d/c, recto b/a/c, per quartum æquatur postulatum. & is qui ad c/est angulus, vtrique rursum triãgulo communis. reliquus ergo d/a/c/angulus, reliquo a/b/c (veluti suprà deduximus) est æqualis. Aequiangula itaq; sunt a/b/c/& a/d/c triangula. Hinc per quartam huius sexti, proportionalia erunt latera quæ circum æquales sunt angulos. sicut quidem b/c/ ad c/a, trianguli a/b/c: sic a/c/ ad c/d, trianguli a/d/c. sicut rursum c/a/ad a/b, ipsius a/b/c/trianguli: sic c/d/ad d/a, ipsius a/d/c/triãguli. sicut prætereà c/b/ad b/a, eiusdem trianguli a/b/c: sic c/a/ ad a/d, eiusdem trianguli a/d/c. Simile est igitur a/d/c/ triangulum, toti a/b/c: per eandem primam diffinitionem huius sexti.

Quòd eidem triangulo a,b,c: simile sit a,d,c, triãgulum.

Reliquum est, demonstrare ꝙ ipsa a/b/d/& a/d/c/triangula similia sunt adinuicem. Id autem ex supradictis ostensionibus, haud difficilè colligemus. Angulus enim b/a/d, angulo qui ad c/ præostensus est æqualis:& is qui ad b, ipsi d/a/c. reliqui autem sunt recti, vtpote a/d/b/& a/d/c/ anguli:& proinde æquales adinuicem, per idem quartum postulatum. Aequiangulum est itaq; a/b/d/ triangulum, ipsi triangulo a/d/c. Et sicut igitur a/c/ad/c/d, sic b/a/ad/a/d. sicut prætereà c/d/ad d/a, sic a/d/ad d/b. sicut demũ c/a/ad a/d, sic a/b/ ad b/d. Proportionalia nanq; sunt latera, quæ circum æquales angulos: per sæpius allegatam quartam huius sexti. Triangula itaq; a/b/d/& a/d/c, similia sunt adinuicem: per eandem primam huius sexti diffinitionem. Si in rectangulo igitur triangulo, ab angulo recto:&c. vt in theoremate. Quod oportuit demonstrasse.

Quòd a,b,d, & a,d,c, triangula, sunt adinuicẽ similia

Corollarium.

Et quoniam ostẽsum est sicut c/d/ad d/a, sic a/d/ad d/b: sicut insuper c/b/ad b/a, sic a/b/ad b/d,: sicútque b/c/ad c/a, sic a/c/ad c/d. Proinde manifestum est, quòd in triangulo rectangulo deducta ex angulo recto in basin perpendicularis, est media proportionalis inter ipsius basis segmenta: & vnumquodq; præterea laterū rectum continentium angulum, medium itidem proportionale est inter basin & segmentum, quod cum ipso congreditur latere.

Πρόβλημα α, πρότασις θ.

Τῆς δοθείσης εὐθείας, τὸ προσταχθὲν μέρος ἀφελεῖν.

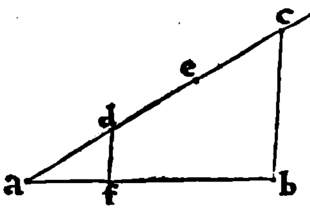
Problema 1, Propositio 9.

9 DAta recta linea, ordinatam partem abscindere.

ORONTIVS. ¶Ordinatam partem hic vocat Euclides, quæ ab ordinato aliquo denominatur numero, & quota pars integræ magnitudinis ab ipsis nuncupatur arithmeticis: vti secunda siue dimidia pars quæ à binario, tertia quæ à ternario, & quarta quæ ab ipso quaternario numero denominatur. Sit igitur data linea recta a/b: à qua sit operæpretium ordinatam aliquam, vtpote tertiam abscindere partem. A dato itaq; puncto a, recta quædam linea producatur a/c, contingentem qui sub b/a/c/ cum eadem efficiens angulum. Ipsius porrò a/c, liberum aliquod punctū versus a/ suscipiatur: sitq; illud d. Secentur deinde ipsi a/d/ æquales d/e/ & e/c, per tertiam primi: & connectatur recta b/c, per primum postulatum. Tandem per punctū d, ipsi b/c/ parallela ducatur d/f, per trigesimamprimam eiusdem primi. Triangulum est itaq; a/c/b, & ad latus c/b/ acta est parallela d/f: secat igitur d/f/ ipsius trianguli latera proportionaliter, per secundam huius sexti, sicut quidem c/d/ ad d/a, sic b/f/ ad f/a. Et à composita igitur ratione, sicut c/a/ ad a/d, sic b/a/ ad a/f: per decimāoctauam quinti. Tripla est autem c/a/ ipsius a/d: & b/a/ igitur ipsius a/f/ itidē erit tripla, & proinde a/f/ tertia pars ipsius a/b. Data itaque recta linea a/b, ordinatam partem (nempe tertiam) abscidimus. Quod facere oportebat.

Ordinata pars quid.

Exequutio problematis.



Πρόβλημα β, πρότασις ι.

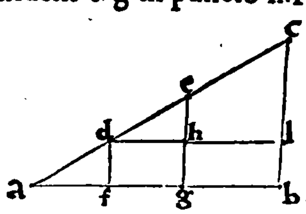
Τὴν δοθεῖσαν εὐθεῖαν ἄτμητον, τῇ δοθείσῃ εὐθείᾳ τετμημένῃ ὁμοίως τεμεῖν.

Problema 2, Propositio 10.

10 DAtam rectam lineam non sectam, datæ rectæ lineæ sectæ similiter secare.

ORONTIVS. ¶Sit rursum a/b/ data & insecta linea recta, a/c/ verò vtcunq; secta in punctis d/ & e. Cōponantur autē a/b/ & a/c/ datæ rectæ lineæ, ad contingentē angulum qui sub b/a/c: & connectatur recta b/c, per primum postulatum. Per puncta consequenter d/ & e, ipsi b/c, parallelæ ducantur rectæ lineæ d/f/ & e/g: itidem & per punctum d, ipsi a/b/ parallela ducatur d/h/l, per trigesimamprimam primi, diuidens e/g/ in puncto h. Parallelogrāma sunt itaq; d/g/ & h/b. æqualis est propterea f/g/ ipsi d/h, & g/b/ ipsi h/l: per trigesimamquartā ipsius primi. His ita præmissis, quoniam trianguli a/e/g, ad latus e/g/ acta est parallela d/f: secat igitur d/f/ ipsius trianguli latera proportionaliter, per secundam huius sexti. Et sicut igitur a/d/ ad d/e, sic a/f/ ad f/g. Insuper quoniā trianguli d/c/l, ad latus c/l/ acta est parallela e/h: sit rursum per eandem quartam huius sexti, sicut d/e/ ad e/c, sic d/h/ ad h/l. Ipsi verò d/h/ æqualis ostensa est f/g, atque ipsi h/l/ æqualis g/b. Aequales porrò ad easdem, eādem habent rationem, & eædem ad æquales: per septimā quinti. Sicut itaq; d/e/ ad e/c, sic f/g/ ad g/b. Præostensum est autem, sicut a/d/ ad d/e, sic a/f/ ad f/g. Et

Problematis ostensio.



sicut igitur a/d/ad d/e,sic a/f/ad f/g:sicútq; d/e/ad e/c,sic f/g/ad g/b. Data ergo recta linea insecta a/b,datæ rectæ lineæ vtcunq; sectæ a/c,similiter secatur. Quod faciendum receperamus.

Πρόβλημα γ, πρότασις ια.

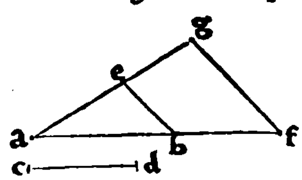
Δύο δοθεισῶν εὐθειῶν, τρίτην ἀνάλογον προσευρεῖν.

Problema 3, Propositio 11.

DVabus datis rectis lineis, tertiam proportionalem inuenire. 11

ORONTIVS. ¶Sint datæ binæ rectæ lineæ a/b/& c/d,quibus tertiam oporteat inuenire proportionalem. Ad datum itaque punctum a,datæ rectæ lineæ c/d/ æqualis recta linea ponatur a/e, per secūdam primi,contingentem qui sub e/a/b/ efficiens angulum. Et ipsis a/b/& a/e/in continuum rectúmq; ad f/& g/puncta productis: vtriq; ipsarū c/d/ & a/e/ æqualis abscindatur b/f, per tertiam ipsius primi:cōnectatúrq; recta b/e,per primum postulatum. Per trigesimam deinde primā eiusdē primi:per datū punctū f, ipsi b/e/ parallela ducatur f/g, conueniens cum a/e/ad punctū g. Conuenient enim tandem per quintum postulatū: propterea ꝙ anguli e/a/b/ & a/b/e/trianguli a/e/b, sunt per decimamseptimam primi binis rectis minores, & ipsi angulo a/b/e/interior,& ad easdem partes qui ad f/ per vigesimamnonam ipsius primi æqualis. His ita constructis, quoniam trianguli a/g/f/ ad latus f/g/ acta est parallela b/e:secat igitur b/e/ipsius a/g/f/trianguli latera proportionaliter, per quartam huius sexti,sicut quidem a/b/ad b/f,sic a/e/ad e/g. Aequalis porrò est c/d/vtriq; ipsarum a/e/& b/f/per constructionem : & æquales ad eandem, eandem habent rationem,& eadem ad æquales,per septimam quinti. Et sicut igitur a/b/ad c/d,sic eadem c/d/ad e/g. Datis itaq; binis rectis lineis a/b/& c/d,tertia proportionalis inuenta est e/g. Quod oportuit fecisse.

Constructio figuræ.



Demōstratio problematis.

Πρόβλημα δ, πρότασις ιβ.

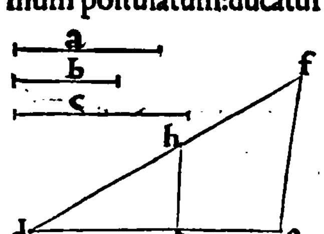
Τριῶν δοθεισῶν εὐθειῶν, τετάρτην ἀνάλογον προσευρεῖν.

Problema 4, Propositio 12.

TRibus datis rectis lineis, quartam proportionalem inuenire. 12

ORONTIVS. ¶Sint datæ tres lineæ rectæ a,b,c,quibus oporteat quartam inuenire proportionalem. Cōstituantur itaq; binæ quædam rectæ lineæ d/e/atq; d/f, contingentem qui sub e/d/f/angulum efficientes. Secetúrq; per tertiam primi ipsi a/æqualis d/g,ipsi verò b/æqualis g/e,& ipsi c/æqualis d/h. Et cōnexa g/h,per primum postulatum:ducatur e/f/ ipsi g/h/parallela, per trigesimamprimā ipsius primi. Per secundum tandem postulatum ipsæ d/h/& e/f/ in continuum rectumq;, producantur:donec conueniant ad punctum f. Concurrent enim tādem:quemadmodūm ex præcedenti potes elicere demonstratione. His in hūc modum præparatis,quoniam triangulum est d/f/e,& ad latus e/f/acta est parallela g/h: proportionalia itaq; sunt reliquorum laterum segmēta, per quartam huius sexti, sicut d/g/ad g/e,sic d/h/ad h/f. Ipsi porrò d/g/æqualis est a,& b/ipsi g/e, atq; c/ ipsi d/h/æqualis,per constructionem. Aequales autem ad eandem, eandem habent rationem,& eadem ad æquales,per septimā quinti. Et sicut igitur a/ad b, sic c/ad h/f.

Figuræ præparatio.



Demōstratio nis resolutio.

Tribus itaq; rectis lineis datis,a,b,c,quartam inuenimus proportionalē h/f. Quod faciendum fuerat.

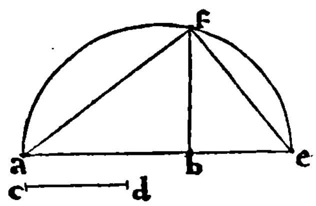
Πρόβλημα ε, Πρότασις ιγ.

Δύο δοθεισῶν εὐθειῶν, μέσην ἀνάλογον προσευρεῖν.

Problema 5, Propositio 13.

13 DVabus datis rectis lineis, mediam proportionalem inuenire.

ORONTIVS. ¶Sint datæ binæ rectæ lineæ a/b/& c/d, inter quas receptū sit mediam inuenire proportionalem. Producatur ergo altera earū, vtpote a/b/ in rectum & continuū versus e, per secūdum postulatū: & abscindatur b/e/ipsi c/d/æqualis, per tertiam primi. Et diuisa a/e/bifariam, per decimā ipsius primi: describatur ad alterutrius partis interuallum semicirculus a/f/e, per tertium postulatum. A puncto deniq; b, perpendicularis excitetur b/f, per vndecimam primi: & connectantur a/f/& f/e/ lineæ rectæ, per primū postulatum. Constructio figuræ.



His ita constructis, quoniam triāguli a/f/e/ angulus qui ad f/ est in semicirculo: is propterea rectus est, per trigesimāprimam tertij. Rectāgulum est itaq; a/f/e/triangulum, & ab angulo recto qui ad f/in basin a/e/perpēdicularis demittitur f/b. Est igitur ipsa perpēdicularis f/b/media proportionalis inter a/b/& b/e/ ipsius basis segmenta, per primam partem corollarij octauæ huius sexti. Est igitur vt a/b/ ad b/f, sic b/f/ad b/e. Ipsi porrò b/e/æqualis est c/d, per constructionem: & æquales ad eādem, eandem habēt rationem, & eadem ad æquales, per septimam quinti. Et sicut igitur a/b/ ad b/f, sic b/f/ad/c/d. Binis itaq; rectis lineis datis, a/b/& c/d, media proportionalis inuenta est b/f. Quod oportebat facere. Sūmaria problematis ostēsio.

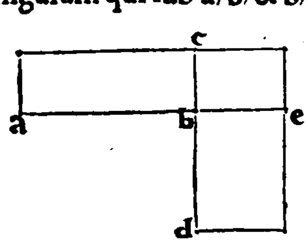
Θεώρημα θ, Πρότασις ιδ.

Τῶν ἴσων τε καὶ μίαν μιᾷ ἴσην ἐχόντων γωνίαν παραλληλογράμμων, ἀντιπεπόνθασιν αἱ πλευραὶ αἱ περὶ τὰς ἴσας γωνίας· καὶ ὧν παραλληλογράμμων μίαν μιᾷ ἴσην ἐχόντων γωνίαν, ἀντιπεπόνθασιν αἱ πλευραὶ αἱ περὶ τὰς ἴσας γωνίας, ἴσα ἐστὶν ἐκεῖνα.

Theorema 9, Propositio 14.

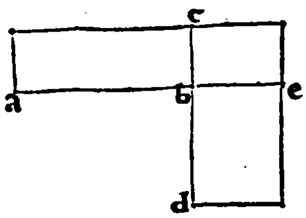
14 AEqualium & vnum vni æqualem habētium angulum parallelogrammorum: reciproca sunt latera, quæ circum æquales angulos. Et quorum parallelogrammorum vnum angulum vni angulo æqualem habentium, reciproca sunt latera, quæ circum æquales angulos: ea quoque sunt æqualia.

ORONTIVS. ¶Sint bina parallelogramma inuicem æqualia, a/b/c/& d/b/e, angulum qui sub a/b/& b/c, ei qui sub d/b/& b/e/continetur æqualē habentia. Dico quòd ipsorum parallelogrammorum a/b/c/& d/b/e/ reciproca sunt latera, quæ circum æquales angulos: sicut quidem a/b/ad b/e, sic d/b/ad b/c. Pars prima theorematis.



Constituantur enim a/b/& b/e/latera in directum: hoc autem fiet, cùm anguli a/b/c/& c/b/e/ fuerint æquales duobus rectis, per decimamquartam primi. In directum quoq; tunc erit d/b/ ipsi b/c, per eandem propositionem: anguli enim d/b/e/ & e/b/c, binis itidem rectis, per primam & secundam communē sententiam, erunt æquales. Compleatur tandem c/b/e/parallelogrammum: productis in continuum

Eiusdem primæ partis ostensio.



rectúmq; datorum parallelogrammorũ lateribus, per secundum postulatũ. Cùm igitur a/b/c/parallelogrammũ, æquale sit per hypothesin ipsi d/b/e/parallelogrãmo, & c/b/e/ aliud quoddam vtrique comparabile parallelogrammum:erit proinde vt a/b/c/ parallelogrammum,ad parallelogrammum c/b/e, sic parallelogrammum d/b/e/ ad idem c/b/e/ parallelogrammũ. Aequales enim magnitudines ad eandem magnitudinem, eandem habent rationem,per septimam quinti. Sicut porrò a/b/c/ parallelogrammũ,ad parallelogrammũ c/b/e, sic per primã huius sexti,basis a/b/ ad basin b/e. sub eadẽ enim sunt altitudine ipsa

| a/b.b/e | a/b/c.c/b/e | d/b/e.c/b/e |

a/b/c/ & c/b/e/ parallelogramma. Et sicut igitur basis a/b/ ad basin b/e, sic per vndecimam quinti,d/b/e/parallelogrammum, ad parallelogrammum c/b/e. Sicut rursum per eandem primam huius sexti, d/b/e/parallelogrammum, ad ipsum parallelogrammum c/b/e , sic basis d/b/ ad basin b/c.

| a/b.b/e | d/b/e.c/b/e | d/b.b/c |

Et sicut igitur per ipsam vndecimam quinti a/b/ad b/e, sic d/b/ ad b/c. Datorum itaque parallelogrammorum a/b/c/& d/b/e, reciproca sunt latera quæ circum æquales angulos: per secundam huius sexti diffinitionem.

Secunda pars theorematis, conuersa primæ.

¶Sed esto vt qui ad b/ sunt anguli æquales sint adinuicem, & circũ eosdem æquales angulos latera reciprocè proportionalia,sicut a/b/ad b/e,sic d/b/ad/b/c. Aio versa vice,ꝙ a/b/c/parallelogrammum,æquum est ipsi d/b/e/parallelogrammo. Receptum est enim ex hypothesi,vt a/b/ad b/e, sic d/b/ ad b/c.Sed sicut a/b/ ad b/e/ sic

| a/b/c.c/b/e | a/b.b/e | d/b. b/c |

per primam huius sexti, parallelogrammum a/b/c/ ad c/b/e/parallelogrammum.Et sicut igitur a/b/c/parallelogrammũ,ad parallelogrammum c/b/e,sic per vndecimam quinti d/b/ ad b/c. Sicut rursum d/b/ ad

| a/b/c.c/b/e | d/b.b/c | d/b/e.c/b/e |

b/c, sic per eandem primam huius sexti, parallelogrammum d/b/e/ad c/b/e/parallelogrammum.Et sicut igitur per ipsam vndecimam quinti a/b/c/ parallelogrammum,ad c/b/e/ parallelogrãmum, sic parallelogrammũ d/b/e/ ad idẽ c/b/e/ parallelogrammũ.Vtrunq; igitur a/b/c/& d/b/e/ parallelogrãmum,ad idem parallelogrammũ c/b/e/ habet eandẽ rationem. æquũ est itaq; a/b/c/parallelogrammũ ipsi d/b/e/ parallelogrãmo, per nonã ipsius quinti. Aequaliũ igitur & vnum vni æqualem habẽtium angulum parallelogrammorum:& quæ sequuntur reliqua.Quod ostendendum fuerat.

Θεώρημα ι, Πρόθεσις ιε.

Τῶν ἴσων καὶ μίαν μιᾷ ἴσην ἐχόντων γωνίαν τριγώνων, ἀντιπεπόνθασιν αἱ πλευραὶ αἱ περὶ τὰς ἴσας γωνίας: καὶ ὧν μίαν μιᾷ ἴσην ἐχόντων γωνίαν ἀντιπεπόνθασιν αἱ πλευραὶ αἱ περὶ τὰς ἴσας γωνίας, ἴσα ἐστὶν ἐκεῖνα.

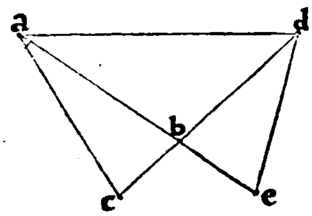
Theorema 10, *Propositio* 15.

AEqualium & vnũ vni æqualem habentium angulum triangulorum:reciproca sunt latera,quæ circum æquales angulos.Et quorum vnum vni angulum æqualem habentium triangulorum reciproca sunt latera,quæ circum æquales angulos: ea quoq; sunt æqualia, 15

Prima theorematis pars.

ORONTIVS. ¶Sint bina triangula a/b/c/& d/b/e, angulum qui sub a/b/ &

b/c,ei qui sub d/b/& b/e/continetur æqualem habentia. Dico latera ipsorum a/b/c/ & d/b/e/ triangulorum, quæ circum eosdem æquales sunt angulos, fore reciprocè proportionalia: sicut quidem a/b/ad b/e, sic d/b/ad b/c. Collocentur enim a/b/ & b/e/latera in directum, & d/b/ ipsi b/c: quemadmodùm præcedenti demonstratione, ex decimaquarta primi, de parallelogrammorũ deductum est lateribus. Connectatur demũ recta a/d, per primum postulatum. Et quoniam per hypothesin, æquũ est a/b/c/triangulum, ipsi triangulo d/b/e: & a/b/d/aliud quoddam vtriq; comparabile triangulum. Et sicut igitur a/b/d/triangulum ad triangulum a/b/c, sic idem triãgulum a/b/d/ ad triangulum d/b/e: eadem enim magnitudo, ad æquales eandem habet rationem, per septimam quinti. Sicut porrò triangulum a/b/d/ad triangulum d/b/e, sic per primam huius sexti, a/b/ad b/e. Et sicut igitur per vndecimam quinti, a/b/ad b/ e, sic a/b/d/ triangulum ad triangulum a/b/c.



|a/b/d.a/b/c|a/b/d. d/b/e|a/b.b/e|

Rursum vt triãgulum a/b/d/ ad triangulum a/b/c, sic per eandem primam huius sexti, d/b/ad b/c. Ergo sicut a/b/ad b/e, sic d/b/ad b/c, per ipsam vndecimam quinti. triangulorũ itaq; a/b/c/& d/b/e, latera quæ circũ æquales angulos reciprocè sunt proportionalia: per secundã huius sexti diffinitionem.

|a/b.b/e|a/b/d.a/b/c| d/b.b/c|

¶Sed receptum sit angulos qui ad b/fore inuicem æquales, & quæ circum eosdem æquales angulos latera reciprocè proportionalia: sicut a/b/ad b/e, sic d/b/ad b/c. Aio q a/b/c/triangulum, æquum est ipsi d/b/e/triangulo. Est enim ex hypothesi sicut a/b/ad b/e, sic d/b/ad b/c. Sed sicut a/b/ad b/e, sic a/b/d/ triangulum ad triangulũ d/b/e: per primam huius sexti. Et sicut igitur d/b/ad b/c, sic per vndecimam quinti, a/b/d/triangulum ad triangulum d/b/e. Sicut rursum d/b/ad b/c, sic triangulum a/b/d/ad triangulum a/b/c, per sæpius allegatam primã huius sexti. Et proinde sicut a/b/d/ triangulum ad triangulum a/b/c, sic per vndecimam ipsius quinti, idem a/b/d/triangulum ad triangulum d/b/e. Ad quas porrò magnitudines, eadẽ magnitudo eandem habet rationem: ipsæ per nonam eiusdem quinti, sunt æquales. Aequum est igitur a/b/c/triangulum, ipsi triangulo d/b/e. Aequalium itaq; & vnũ vni æqualẽ habentiũ angulũ: &c. vt in theoremate. Quod oportebat demonstrare.

Pars secunda conuersa primæ.

|a/b/d. d/b/e |a/b.b/e| d/b. b/c|

|a/b/d.a/b/c|d/b.b/c|a/b/d.d/b/e|

Θεώρημα ια, Πρόθεσις ιϛ.

Ἐὰν τέσσαρες εὐθεῖαι ἀνάλογον ὦσι, τὸ ὑπὸ τῶν ἄκρων περιεχόμενον ὀρθογώνιον, ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν μέσων περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ. καὶ ἐὰν τὸ ὑπὸ τῶν ἄκρων περιεχόμενον ὀρθογώνιον, ἴσον ᾖ τῷ ὑπὸ τῶν μέσων περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ, αἱ τέσσαρες εὐθεῖαι, ἀνάλογον ἔσονται.

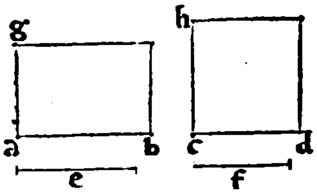
Theorema 11, *Propositio* 16.

16 SI quatuor rectæ lineæ proportionales fuerint: quod sub extremis comprehensum rectangulum, æquum est ei, quod sub medijs continetur rectangulo. Et si sub extremis comprehensum rectangulum, æquum fuerit ei, quod sub medijs continetur rectangulo: quatuor rectæ lineæ proportionales erunt.

ORONTIVS. ¶Sint datæ quatuor rectæ lineæ discontinuè proportionales

Primæ partis demõstratio.

a/b,c/d,e,& f:ſicut a/b/ad c/d,ſic e/ad f. Aio ꝙ ſub extremis a/b/& f/comprehenſum rectangulum,æquum eſt ei quod ſub medijs c/d/& e/rectangulo continetur. A datis enim punctis a/& c/datarum linearum a/b/ & c/d, perpendiculares excitentur a/g/& c/h,per vndecimam primi: ſecetúrq; a/g/ æqualis ipſi f,& c/h/ æqualis ipſi e, per tertiam ipſius primi propoſitionem. & ductis vtrinq; parallelis, per trigeſimã eiuſdem primi,compleantur g/b/& h/d/parallelogramma. Et quoniam receptum eſt vt a/b/ad c/d,ſic e/ad f. Ipſi porrò e/æqualis eſt c/h,& ipſi f/æqualis a/g,per conſtructionem:& æquales ad eandem,eandem habent rationem,per ſeptimam quinti.



Eſt igitur vt a/b/ad c/d, ſic c/h/ad a/g. Parallelogrãmorum itaq; g/b/& h/d,latera quæ circum æquales(vtpote rectos qui ad a/& c)ſunt angulos,reciprocè ſunt proportionalia. Aequum eſt proinde g/b/ parallelogrammum ipſi h/d/parallelogrammo, per ſecundam partem decimæquartæ propoſitionis huius ſexti. Eſt autẽ g/ b/ parallelogrammũ id quod ſub a/b/& f,parallelogrãmum verò h/d/id quod ſub c/d/& e/continetur rectangulum:æqualis eſt enim c/h/ipſi e,& a/g/ipſi f, per cõſtructionem. Comprehenſum itaq; ſub extremis a/b/& f/rectangulum, ei quod ſub medijs c/d/& e/continetur rectangulo,eſt æquale.

Secundæ partis conuerſæ prioris,oſtenſio.

¶Eſto nunc vt ipſum g/b/ ſub extremis comprehenſum rectangulum,æquum ſit h/d/rectangulo,quod ſub medijs c/d/& e/continetur. Dico verſa vice, quatuor ipſas rectas lineas fore inuicem proportionales. Eadem nanque manente conſtructione, quoniam g/b/ eſt id quod ſub a/b/ & a/g,ipſum verò h/d/id quod ſub c/d/& c/h/continetur rectangulum,per primã diffinitionẽ ſecundi: & e/ipſi c/h, atq; f/ipſi a/g, per conſtructionem æqualis. Eſt itaq; g/b/id quod ſub a/b/& f, necnon & h/d/ id quod ſub c/d/& e/comprehenditur rectangulum. Sed id quod ſub a/b/& f/cõprehenditur rectangulum,æquum eſt ei per hypotheſin quod ſub c/d/& e/continetur rectangulo. Aequũ eſt igitur g/b/rectangulum,ipſi rectãgulo h/d:& angulus qui ad a/angulo qui ad c/æqualis,per quartũ poſtulatũ,nempe rectus recto. Aequalium porrò & vnum vni æqualem habẽtium angulum parallelogrammorũ,reciproca ſunt latera quæ circum æquales angulos, per primam partem ipſius decimæquartæ huius ſexti. Et ſicut igitur a/b/ad c/d,ſic c/h/ad a/g. Ipſi porrò c/h/æqualis eſt e,& f/ipſi a/g,per ipſam conſtructionẽ: æquales præterea ad eandem,eandem habent rationem,& eadem ad æquales,per ſeptimam quinti. Eſt igitur vt a/b/ad c/d,ſic e/ad f. Si quatuor itaque rectæ lineæ proportionales fuerint:& quæ ſequuntur reliqua. Quod erat oſtendendum. 18

Θεώρημα ιβ, Πρόθεσις ιζ.

Ἐὰν τρεῖς εὐθεῖαι ἀνάλογον ὦσι, τὸ ὑπὸ τῶν ἄκρων περιεχόμενον ὀρθογώνιον, ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς μέσης τετραγώνῳ. καὶ ἐὰν τὸ ὑπὸ τῶν ἄκρων περιεχόμενον ὀρθογώνιον, ἴσον ᾖ τῷ ἀπὸ τῆς μέσης τετραγώνῳ, αἱ τρεῖς εὐθεῖαι ἀνάλογον ἔσονται.

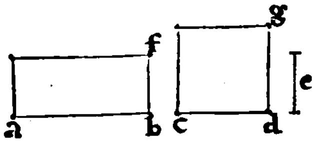
Theorema 12, Propoſitio 17.

SI tres rectæ lineæ proportionales fuerint: quod ſub extremis comprehenſum rectangulũ,æquũ eſt ei quod à media fit quadrato. Et ſi quod ſub extremis continetur rectangulum,æquum fuerit ei quod à media fit quadrato: ipſæ tres rectæ lineæ proportionales erunt. 17

ORONTIVS. ¶Sint tres rectæ lineæ continuè proportionales a/b, c/d, & e: ſicut a/b/ad c/d,ſic c/d/ad e.

Pars prima theorematis.

Dico quòd ſub a/b/& e/comprehenſum rectangulum, æquum eſt ei quod à media c/d/fit quadrato. Deſcribatur enim ex a/b/& b/f/quæ fit æqualis ipſi e, rectangulum a/f, per vndecimam, & tertiam, atq; trigeſimāprimā primi: ex c/d/ verò, quadratum c/g, per ipſius primi quadrageſimamſextam. Aequalis erit igitur d/g, ipſi c/d, per ipſius quadrati diffinitionem: & æquales ad eandem, eandem habent rationē, per ſeptimam quinti. Sicut igitur a/b/ ad c/d, ſic d/g/ ad e.



Quatuor itaque rectæ lineæ a/b, c/d, d/g, & e, ſunt diſcōtinuè proportionales. Cōprehenſum ergo ſub extremis rectangulum, æquum eſt ei quod ſub medijs rectangulo cōtinetur: per primam partem antecedentis decimæſextæ propoſitionis. Sed rectangulū a/f, eſt id quod ſub a/b/ & e, nam a/f/ eſt æqualis ipſi e, per conſtructionem: rectangulum autem c/g, id quod ex c/d/ quadratum. Quod igitur ſub extremis a/b/ & e/ comprehēditur rectāgulum, æquū eſt ei quod à media c/d/ fit quadrato. ¶Sed detur vt id quod ſub a/b/ & e/ continetur rectangulum, æquū ſit ei quod ex c/d/ fit quadrato. Aio reſpondenter, fore ſicut a/b/ ad c/d, ſic c/d/ ad e. Eiſdem nanq; veluti ſuprà conſtructis: quoniā id quod ſub a/b/ & e/ continetur rectangulum, æquū eſt ei per hypotheſin quod ex c/d/ fit quadrato. Sed ei quod ſub a/b/ & e/ continetur rectangulo, æquum eſt rectangulum a/f, (æqualis ſiquidem eſt b/f/ ipſi e, per conſtructionem) & c/g, id quod ex c/d/ fit quadratum. Aequum eſt igitur a/f/ rectangulum ipſi quadrato c/g. Quadratum porrò c/g/ ſub duabus rectis lineis c/d/ & d/g, per primam diffinitionem ſecūdi cōtinetur. Quatuor itaque ſunt rectæ lineæ a/b, c/d, d/g, & b/f: & quod ſub extremis a/b/ & b/f/ rectangulum continetur, æquum eſt ei quod ſub medijs c/d/ & d/g/ comprehenditur rectangulo. Proportionales itaque ſunt eædem quatuor rectæ lineæ, per ſecūdam partem ipſius antecedentis decimæſextæ propoſitionis: ſicut a/b/ ad c/d, ſic d/g/ ad b/f. Sed e/ ipſi b/f/ per conſtructionem eſt æqualis: & c/d/ ipſi d/g, per quadrati diffinitionem. æquales porrò ad eandem, eandem habent rationem, & eædem ad æquales, per ſeptimam quinti. Eſt igitur vt a/b/ ad c/d, ſic eadem c/d/ ad e. Si tres itaq; rectæ lineæ proportionales fuerint: &c. vt in theoremate. Quod demonſtrandum receperamus.

Secūda pars conuerſa primæ.

Πρόβλημα ϛ, Πρόθεσις ιη.

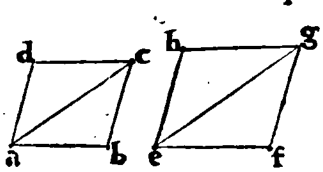
Ἀπὸ τῆς δοθείσης εὐθείας, τῷ δοθέντι εὐθυγράμμῳ ὅμοιόν τε καὶ ὁμοίως κείμενον εὐθύγραμμον ἀναγράψαι.

Problema 6, Propoſitio 18.

18 A Data recta linea: dato rectilineo ſimile, ſimilitérq; poſitum rectilineum deſcribere.

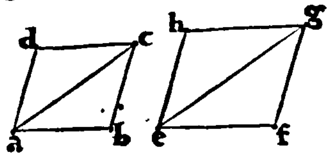
ORONTIVS. ¶Sit datum rectilineū a/b/c/d, data verò linea recta e/f, ex qua, vel ſuper quam, oporteat ipſi a/b/c/d/ rectilineo ſimile ſimilitérque poſitum deſcribere rectilineum. Connectatur itaq; a/c/ recta, per primum poſtulatum. & ad datam rectam lineam e/f, & data illius puncta e/ & f, datis angulis c/a/b/ & a/b/c, æquales per vigeſimātertiam primi conſtituātur anguli, g/e/f/ quidē ipſi c/a/b, & e/f/g/ ipſi a/b/c. Et quoniā anguli c/a/b/ & a/b/c, per decimāſeptimā primi, ſunt minores duobus rectis: & ipſi quoq; anguli g/e/f/ & e/f/g, binis itidem rectis ſunt minores. concurrent ergo tandem e/g/ & f/g/ in continuum rectúmq; productæ, per quintum poſtulatum: cōueniant itaq; ad punctū g. Reliquus igitur angulus e/g/f, reliquo a/c/b, per corollarium trigeſimæſecundæ primi, & tertiam cōmunem ſententiam erit æqualis. Aequiangulum eſt propterea e/f/g/ triāgulum, ipſi a/b/c/ triangulo. Ad datam rurſum lineam rectam e/ g, & data illius puncta e/ & g: datis angulis d/a/c/ & a/c/d, æquales anguli per eandem

Deſcriptio propoſiti rectilinei.



vigesimamtertiam primi constituatur, h/e/g/ quidem ipsi d/a/c, & e/g/h/ ipsi a/c/d. & producãtur e/h/ & g/h, per secundum postulatum: donec (veluti priores) congrediantur ad punctum h. Erit itaq; reliquus angulus qui ad h, reliquo qui ad d/ consequenter æqualis: & proinde e/g/h/ triangulum, ipsi a/c/d/ triangulo æquiangulum.

Problematis ostensiua resolutio.



Aequiangulum insuper est e/f/g/ triangulum, ipsi triangulo a/b/c. Aequiangulorum porrò triangulorum proportionalia sunt latera, quæ circũ æquales angulos, per quartam huius sexti. Est igitur vt a/b/ ad b/c, sic e/f/ ad f/g. sicut insuper b/c/ ad a/c, sic f/g/ ad e/g. sicut præterea a/c/ ad c/d, sic e/g/ ad g/h.

| b/c. a/c. c/d. | f/g. e/g. g/h. |

Et ex æquali igitur, per vigesimamsecundam quinti, sicut b/c/ ad c/d, sic f/g/ ad g/h. Rursum est sicut c/d/ ad d/a, sic g/h/ ad h/e. Et sicut d/a/ ad a/c, sic h/e/ ad e/g. sicútq; a/c/ ad a/b, sic e/g/ ad e/f. Et ex æquali rursum, per eandem vigesimamsecundam quinti, sicut d/a/ ad a/b, sic h/e/ ad e/f. Et quoniam angulus g/e/f, angulo c/a/b/ est æqualis: & h/e/g/ ipsi d/a/c: totus propterea angulus h/e/f, toti d/a/b, per secundam cõmunem sententiã æqualis est. Et proinde totus f/g/h, toti b/c/d/ respondenter æqualis. Angulus porrò qui ad f, angulo qui ad b: & reliquus qui ad h, reliquo qui ad d/ æqualis ostensus est.

| d/a. a/c. a/b. | h/e. e/g. e/f. |

Aequiangulum est itaque e/f/g/h/ rectilineum, ipsi rectilineo a/b/c/d. Patuit, quòd & latera quæ circũ æquales sunt angulos, cum eodem habet proportionalia: sicut a/b/ ad b/c, sic e/f/ ad f/g: sicut item b/c/ ad c/d, sic f/g/ ad g/h: & sicut c/d/ ad d/a, sic g/h/ ad h/e: sicut denique d/a/ ad a/b, sic h/e/ ad e/f. Simile est itaq; rectilineum e/f/g/h, ipsi rectilineo a/b/c/d, atq; similiter positũ: per primã huius sexti diffinitionem. Super data igitur recta linea e/f, dato rectilineo a/b/c/d, simile similitérq; positum rectilineum descriptũ est e/f/g/h. Quod fecisse oportuit.

Θεώρημα ιγ', πρότασις ιθ'.

Τὰ ὅμοια τρίγωνα, πρὸς ἄλληλα ἐν διπλασίονι λόγῳ ἐστὶ τῶν ὁμολόγων πλευρῶν.

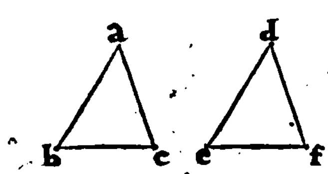
Theorema 13, Propositio 19.

Similia triangula: adinuicem in dupla sunt ratione laterum similis rationis. 19

ORONTIVS. ¶ Sint bina & similia, hoc est æquiangula & proportionalium laterum triangula, a/b/c/ & d/e/f: habẽtia angulum qui ad b/ æqualem angulo qui ad e, & sicut a/b/ ad b/c, sic d/e/ ad e/f. Dico triangulum a/b/c/ ad triangulum d/e/f/ duplicem habere rationem, quam latus b/c/ ad latus e/f: seu quòd ratio ipsius a/b/c/ trianguli ad triangulum d/e/f, ex lateris b/c/ ad latus e/f/ duplata ratione cõsurgit.

Prima ostensionis differẽtia.

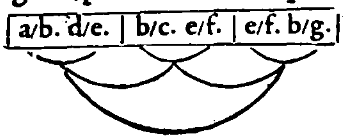
In primis itaq; aut b/c/ est æqualis ipsi e/f, aut inæqualis. Si æqualis: erit sicut a/b/ ad e/f, sic d/e/ ad b/c. æquales enim ad eandem, eandem habent rationem, & eadem ad æquales, per septimam quinti. Et proinde triangula a/b/c/ & d/e/f, habebũt vnũ angulum vni angulo æqualem: & quæ circũ æquales angulos latera reciprocè proportionalia. Aequum erit itaque triangulum a/b/c/ ipsi triangulo d/e/f, per secundam partẽ decimæquintæ huius sexti: sicuti & basis b/c, basi e/f. Atqui ratio æqualitatis eorundem triangulorum, ex ipsa ratione æqualitatis laterũ b/c/ & e/f/ duplicata, aut quouis alio modo multiplicata cõsurgit. Quantitates enim duarum rationum æqualitatis, per quintam diffinitionem huius sexti multiplicatæ: restituunt æqualitatis itidem quãtitatem.

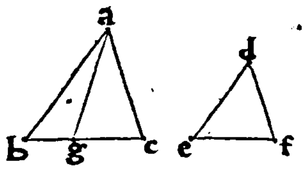


¶ At si b/c/ fuerit inæqualis ipsi e/f, altera earũ erit maior.

Esto b/c, ipsa e/f/ maior. Et ipsis b/c/ & e/f, tertia suscipiatur proportionalis b/g, per vndecimam huius sexti: sicut b/c/ad e/f, sic e/f/ad b/g. & connectatur recta a/g, per primum postulatum. Et quoniã est vt a/b/ad b/c, sic d/e/ad e/f: & permutatim igitur, per sedecimam quinti, sicut a/b/ad d/e, sic b/c/ad e/f. Sicut porrò b/c/ad e/f, sic e/f/ad b/g: & proinde sicut a/b/ad d/e, sic per vndecimam quinti e/f/ad b/g. Triangulorum itaq; a/b/g/ & d/e/f, vnũ angulum qui ad b/vni angulo qui ad e/æqualem habentium, reciproca sunt latera quæ circũ æquales angulos. Aequum est itaq; a/b/g/triangulum, ipsi triangulo d/e/f, per secundam partem quindecimæ huius sexti. Rursum quoniã est sicut b/c/ad e/f, sic e/f/ad b/g: tres itaque rectæ lineæ sunt proportionales. Prima igitur ad tertiam, duplicem rationem habet, quam ad secundam: per decimam huius quinti diffinitionem. Sed sicut prima b/c/ad tertiam b/g, sic a/b/c/ triãgulum ad triangulum a/b/g, per primam huius sexti: sub eodem enim sunt vertice, atque in eadem altitudine ipsa triangula. Et triangulum igitur a/b/c/ad triangulum a/b/g, duplam rationẽ habet quam b/c/ad e/f. Ipsi porrò a/b/g/ triangulo, æquum est triangulum d/e/f: & idem triangulum ad æqualia triangula eandem habet rationem, per septimam quinti. Et triangulum igitur a/b/c/ad triangulum d/e/f, duplicem rationem habet quam b/c/ad e/f. Simila itaq; triangula, in dupla ratione sunt laterũ similis rationis. Quod demonstrandum receperamus.

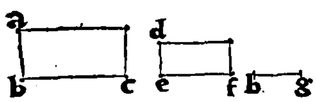
Secũda eiusdem ostensionis differẽtia.





Corollarium.

¶ Fit proinde manifestũ, quòd si tres rectæ lineæ fuerint proportionales: erit sicut prima ad tertiam, sic quod à prima describitur rectangulum, ad simile similitérq; positũ rectangulum quod à secunda. Ostensum est enim sicut b/c/ad b/g, sic a/b/c/triangulũ ad triãgulum a/b/g. Et sicut igitur b/c/ad b/g, sic a/c/ rectangulum ad d/f/ rectangulum.



Θεώρημα ιδ', Πρότασις κ.

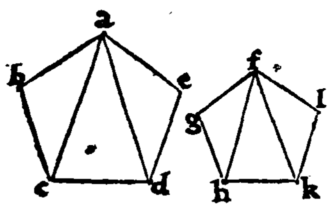
ΤΑ ὅμοια πολύγωνα, εἰς τὰ ὅμοια τρίγωνα διαιρεῖται, καὶ εἰς ἴσα τὸ πλῆθος, καὶ ὁμόλογα τοῖς ὅλοις. καὶ τὸ πολύγωνον διπλασίονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ ὁμόλογος πλευρὰ πρὸς τὴν ὁμόλογον πλευράν.

Theorema 14, Propositio 20.

20 SImilia polygona, in similia triangula diuiduntur, & in æqualia numero: & æquà ratione totis. Et polygonum ad polygonum duplicem rationem habet, quàm similis rationis latus ad similis rationis latus.

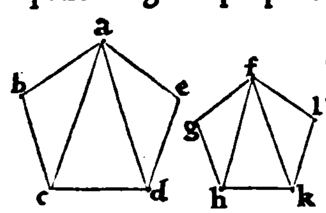
ORONTIVS. ¶ Sint bina & similia polygona a/b/c/d/e/& f/g/h/k/l: habentia angulum qui ad f/angulo qui ad a/æqualem, & eum qui ad g/ei qui ad b, & qui ad h/ei qui ad c, & sic de cæteris: sitq; vt latus a/b/ad b/c, sic f/g/ad g/h, sicútq; b/c/ ad c/d, sic g/h/ad h/k, & deinceps ita, seruata laterũ & angulorũ respondentia. Dico primũ, quòd ipsa a/b/c/d/e/ & f/g/h/k/l/ polygona, in similia & æqualia numero diuiduntur triangula. Connectãtur enim a/c/& a/d, necnon f/h/& f/k/lineæ rectæ, per primum postulatum. Et quoniã per hypothesin (hoc est, datam polygonorũ similitudinẽ) angulus qui ad b/æquus est angulo qui ad g,

Prima theorematis pars.



& ſicut latus a/b/ad b/c, ſic f/g/ad g/h : fit vt bina triangula a/b/c/& f/g/h, habeant vnum angulum vni angulo æqualem, & quæ circũ æquales angulos latera proportionalia. Aequiangula ſunt propterea a/b/c/ & f/g/h/ triangula, per ſextam huius ſexti:& æquales habent angulos,ſub quibus eiuſdem rationis latera ſubtenduntur, vtpote angulum b/ a/ c/angulo g/f/h, & angulum b/c/a/ipſi g/h/f. Hinc per quartam eiuſdem ſexti,proportionalia ſunt latera quæ circum æquales angulos,& ſimilis rationis quæ æqualibus angulis latera ſubtenduntur : ſicut igitur a/c/ad b/c, ſic f/h/ad g/h. Sed per hypotheſin, vt b/c/ ad c/d,ſic g/h/ ad h/k. Et ex æquali igitur,ſicut a/c/ad c/d,ſic f/h/ad h/k:per vigeſimamſecundam quinti. Et quoniam totus angulus b/c/ d, toti angulo g/ h/ k, per hypotheſin eſt æqualis,& angulus b/c/a,ipſi g/h/f/æqualis nunc oſtenſus eſt:reliquus igitur a/c/d, reliquo f/h/k,per tertiam communem ſententiã eſt æqualis. Triangula itaq; a/c/d/ & f/h/k,habent rurſum vnum angulum vni angulo æqualem,& quæ circum æquales angulos latera proportionalia: æquiangula ſunt igitur a/c/d/& f/g/h/ triangula,per eandem ſextam huius ſexti. Et per quartam ipſius ſexti, latera quæ circum æquales angulos proportionalia. Haud diſſimiliter oſtendetur triangulum a/d/e, triangulo f/k/l/fore æquiangulũ:& proportionalia quæ circum æquales angulos habere latera. Simile eſt itaque a/b/c/triangulũ ipſi f/g/h/triangulo, & a/c/d/ipſi f/h/k, necnon a/d/e/ipſi triangulo f/k/l: per primã huius ſexti libri diffinitionẽ. Data igitur a/b/ c/d/e/ & f/g/h/k/l/polygona,in ſimilia & æqualia numero triãgula diuidũtur.

| a/c. b/c. c/d | f/h. g/h. h/k |



Pars ſecunda theorematis.

❡Dico inſuper,ꝙ ipſa triangula ſunt inuicẽ,atq; totis ipſis polygonis proportionalia:ſicut triangulũ a/b/c/ad triangulũ f/g/h,ſic a/c/d/ad f/h/k,& a/d/e/ad f/k/l/triãgulũ:ſicũtq; a/b/c/triangulum ad ipſum triangulũ f/g/h, ſic a/b/c/d/e/polygonum ad polygonũ f/g/h/k/l. Cùm enim a/b/c/triangulũ ſimile ſit f/g/h/triangulo,ſintq; a/c/& f/h/ſimilis rationis latera:triangulum igitur a/b/c/ ad triangulum f/g/h, duplicem rationẽ habet,quam latus a/c/ad latus f/h, per antecedentẽ decimamnonã propoſitionẽ. Et proinde triãgulum a/c/d/ad triangulũ f/h/k/duplatam itidem rationẽ habet,quam idem latus a/c/ad latus f/h. Quæ autẽ eidem ſunt eædem rationes,adinuicẽ ſunt eædem:per vndecimã quinti. Et ſicut igitur a/b/c/triangulum ad triangulum f/g/h,ſic triangulum a/c/d/ad triangulum f/h/k. Rurſum quoniã triangulum a/c/d/ſimile eſt triãgulo f/h/k,& latus a/d/ſimilis rationis cum f/k:triangulum propterea a/c/d/ad triãgulum f/h/k/duplatam rationem habet,quam latus a/d/ad latus f/k,per ipſam antecedentem decimamnonam huius ſexti. Et triangulum conſequẽter a/d/e/ad triangulum f/k/l/duplatam itidem rationẽ habet,quam idem latus a/d/ad ipſum latus f/k. Et ſicut igitur a/c/d/triangulum,ad triangulum f/h/k:ſic per eandem vndecimã quinti,triangulum a/d/e/ad triangulum f/k/l. Sicut porrò a/c/d/ad f/h/k,ſit patuit a/b/c/triangulum ad triangulum f/g/h. Et ſicut igitur, per vndecimam ipſius quinti,triangulum a/b/c/ad triangulũ f/g/h: ſic triangulum a/d/e/ad triangulum f/k/l. Proportionalia itaque ſunt ipſa nuper expreſſa triangula:ſicut a/b/c/ad f/g/h, ſic a/c/d/ad f/h/k,& a/d/e/ad f/k/l. Eſt igitur per duodecimã quinti,ſicut vnũ antecedentium ad vnum conſequentiũ:ſic omnia antecedentia,ad omnia conſequẽtia. Sicut itaq; triangulum a/ b/ c, ad triangulum f/g/h: ſic a/ b/ c/ d/ e/ polygonum, ad polygonum f/g/h/k/l. Sunt igitur ipſa triangula tum inuicem, tum ipſis totis polygonis

| a/b/c. f/g/h | a/c/d. f/h/k | a/d/e. f/k/l |

Sicut—a/b/c.	ad	f/ g/ h.
ſic——a/ c/d.		f/ h/ k.
&——a/d/e.		f/ k/ l.

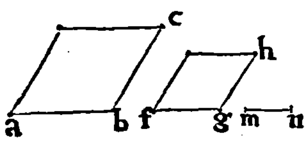
proportionalia. ¶Aio demũ ꝙ polygonũ a/b/c/d/e, ad f/g/h/k/l, duplatam rationẽ habet, quam latus a/b/ad similis rationis latus f/g. Ostensum est enim vt triangulũ a/b/c, ad triangulum f/g/h: sic a/b/c/d/e/polygonum, ad polygonum f/g/h/k/l. Sed triangulum a/b/c/ad triangulum f/g/h/duplatam rationem habet, quam a/b/latus ad similis rationis latus f/g, per antecedentem decimamnonã propositionem huius sexti: simile nanq; ostensum est a/b/c/ triangulum, ipsi f/g/h/triangulo. Et polygonum igitur a/b/c/d/e, ad polygonum f/g/h/k/l/duplatam rationem habet, quam latus a/b/ad similis rationis latus f/g. Similia itaq; polygona: &c. vt in theoremate. Quod fuerat ostendendum. Tertia pars.

Corollarium primum.

¶Fit itaq; generaliter manifestum, ꝙ similes quæcunq; rectilineæ figuræ, in dupla ratione sunt adinuicem similis rationis laterum: id est, ꝙ ratio similium rectilinearũ figurarum, ex duplata similium laterum ratione consurgit. Id enim primò patuit in triangulis, & rectangulis, siue quadratis: nunc autem in polygonis, & omnia polygona in triangula diuisibilia sunt.

Corollarium secundum.

¶Sequitur rursum, quòd si tres rectæ lineæ fuerint proportionales: erit sicut prima ad tertiam, sic descripta super primam vel à prima species rectilinei, ad similẽ similitérq; positam speciem, quæ à secunda vel supra secundam conscribitur. Ostensum est enim polygonũ a/b/c/d/e, ad polygonum f/g/h/k/l/duplam rationẽ habere, quam latus a/b/ad latus f/g. & si ipsarum a/b/& f/g/tertiam acceperimus proportionalem, per vndecimam huius sexti, vtpote m/n: ipsa a/b/ad m/n/duplam itidem rationẽ habebit, quam eadẽ a/b/ad f/g, per decimam diffinitionem quinti. Et proinde sicut a/b/ad m/n, sic a/b/c/rectilineum ad simile similitérque positum rectilineum f/g/h.



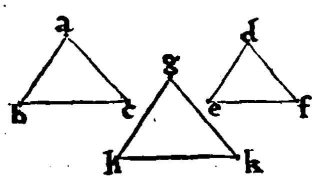
Θεώρημα ιε, Πρόθεσις κα.

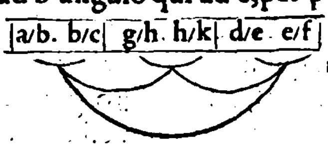
Τὰ τῷ αὐτῷ εὐθυγράμμῳ ὅμοια καὶ ἀλλήλοις ἐστὶν ὅμοια.

Theorema 15, Propositio 21.

21 Quæ eidem rectilineo sunt similia: & adinuicem sunt similia.

ORONTIVS. ¶Sint bina rectilinea a/b/c/ & d/e/f, eidem rectilineo g/h/k/ similia. Dico a/b/c/rectilineum, simile fore rectilineo d/e/f. Cùm enim ex hypothesi a/b/c/ & g/h/k/ rectilinea, similia sint adinuicem: habebunt propterea angulos æquales ad vnum, & quæ circum æquales angulos sunt latera proportionalia: per primæ diffinitionis huius sexti conuersionem. Et proinde rectilinea d/e/f/& g/h/k, æquiangula erũt, & proportionaliũ itidem laterũ: cùm ex ipsa hypothesi similia sint adinuicem. Sit vterq; angulorum qui ad b/& e, ipsi angulo qui ad h/æqualis: & sicut g/h/ad h/k, sic a/b/ad b/c, & d/e/ad e/f. Et quoniam angulus qui ad b/æqualis est angulo qui ad h, & eidẽ angulo qui ad h/ æqualis angulus qui ad e: angulus igitur qui ad b/angulo qui ad e, per primam communẽ sententiam est æqualis. Insuper quoniam est vt a/b/ad b/c, sic g/h/ad h/k: sicut rursum g/h/ad h/k, sic d/e/ad e/f. Et sicut igitur a/b/ad b/c, sic per vndecimam quinti, d/e/ad e/f. Proportionalia itaq; sunt latera, quæ circũ eosdem æquales angulos qui ad b/& e.





Haud dissimiliter ostendemus, reliquos angulos ipsius a/b/c/ rectilinei, reliquis angulis ipsius d/e/f/fore inuicem æquales: & circum eosdem æquales angulos latera proportionalia. Simile est itaq; a/b/c/rectilineũ, ipsi rectilineo d/e/f, per primam huius sexti diffinitionem. Quod oportebat demonstrare.

Θεώρημα ιϛ, Πρόθεσις κβ.

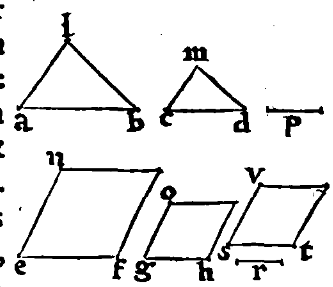
Ἐὰν τέσσαρες εὐθεῖαι ἀνάλογον ὦσι, καὶ τὰ ἀπ᾽ αὐτῶν εὐθύγραμμα ὅμοιά τε καὶ ὁμοίως ἀναγεγραμμένα, ἀνάλογον ἔσται. κἂν τὰ ἀπ᾽ αὐτῶν εὐθύγραμμα ὅμοιά τε καὶ ὁμοίως ἀναγεγραμμένα ἀνάλογον ᾖ, καὶ αὐταὶ αἱ εὐθεῖαι ἀνάλογον ἔσονται.

Theorema 16, Propositio 22.

SI quatuor rectæ lineæ proportionales fuerint: & ab eis rectilinea similia similitérque descripta, proportionalia erunt. Et si ab ipsis rectilinea similia similitérque descripta, proportionalia fuerint: ipsæ quoque rectæ lineæ proportionales erunt. 22

ORONTIVS. ¶ Sint quatuor rectæ lineæ discõtinuè proportionales a/b, c/d, e/f, & g/h: sicut quidem a/b/ad c/d, sic e/f/ad g/h. Et per decimamoctauam huius sexti, ab ipsis a/b/& c/d, similia similitérq; posita rectilinea describantur, l/a/b/& m/c/d: & per eandem decimamoctauã, ab ipsis e/f/& g/h, alia quædam similia similitérque posita rectilinea, n/e/f/& o/g/h. Aio fore sicut l/a/b/ad m/c/d, sic n/e/f/ ad o/g/h. Inueniatur enim ipsis a/b/ & c/ d, tertia proportionalis p: ipsis autem e/f/& g/h, tertia itidem proportionalis r, per vndecimam huius sexti. Cùm sit igitur ex hypothesi, vt a/b/ ad c/d, sic e/f/ad g/h, & per constructionem sicut c/d/ad p, sic g/h/ad r. Et ex æqua igitur ratione, sicut a/b/ ad p: sic e/f/ ad r, per vigesimamsecundam quinti. Sicut porrò a/b/ad p, sic l/a/b/ rectilineum, ad rectilineum m/c/d: per secundum corollarium vigesimæ huius sexti. Et sicut igitur l/ a/ b/ rectilineum, ad rectilineũ m/c/d: sic per vndecimam ipsius quinti, e/f/ ad r. Sicut rursum e/f, ad r: sic, per idem corollarium, rectilineum n/e/f/ad rectilineum o/g/h. Et sicut itaque l/a/b, ad m/c/d: sic per eandem vndecimam quinti, n/e/f/ ad o/g/h.

Pars prima theorematis.



| a/b. c/d. p | e/f. g/h. r |

| l/a/b.m/c/d | a/b. p | e/f. r |

| l/a/b.m/c/d | e/f. r | n/e/f.o/g/h |

¶ Si autem fuerit vt l/a/b/ad m/c/d, sic n/e/f/ad o/g/h: dico versa vice, quatuor lineas rectas a/b, c/d, e/f/ & g/h, fore proportionales, sicut a/b/ad c/d, sic e/f/ad g/h. Datis enim tribus rectis lineis a/b, c/d, & e/f: quarta inueniatur proportionalis s/t, per duodecimã huius sexti. Et per decimamoctauam eiusdem, ab eadem s/t, ipsis n/e/f/& o/g/h/simile similitérque positum rectilineum describatur v/s/t. Et quoniam est vt a/b/ad c/d, sic e/f/ ad s/t, & ab ipsis a/b/& c/d/similia similitérque posita describuntur rectilinea l/a/b/ & m/c/d, ab ipsis autem e/f/& s/t/similia itidem similitérq; posita rectilinea n/e/f/ & v/s/t: est igitur per primam partem iam demonstratã huius propositionis, sicut l/a/b/ad m/c/d, sic n/e/f/ ad v/s/t. Receptum est autem ex hypothesi, vt l/a/b/ad m/c/d, sic n/e/f/ad o/g/h. Et sicut igitur n/e/f, ad o/g/h: sic per vndecimam quinti, n/e/f/ad v/s/t. Eadem itaque magnitudo n/e/ f, ad vtrasq; o/g/h/ & v/s/t, eandem habet rationem. Aequum est igitur

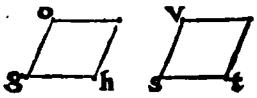
Secunda pars conuersa primæ.

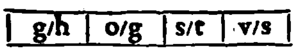
| n/e/f.o/g/h | l/a/b.m/c/d | n/e/f.v/s/t |

rectilineum o/g/h, ipsi v/s/t: per nonam quinti. Est autẽ & eidem simile, similitérq; positum, per constructionem. Similia porrò similitérque posita, & inuicem æqualia rectilinea: ab æqualibus, aut super æqualibus rectis lineis describũtur. Aequalis est igitur s/t/ ipsi g/h. Est autẽ vt a/b/ad c/d, sic e/f/ad s/t. ipsi porrò s/t, æqualis ostensa est g/h: & eadem ad æquales, eandem habet rationẽ, per septimam quinti. Et sicut igitur a/ b/ ad c/ d: sic e/f, ad g/h. Ergo si quatuor rectæ lineæ proportionales fuerint: & quæ sequuntur reliqua. Quod ostendendum susceperamus.

Lemma siue assumptum.

¶Quòd autem similia, similitérque posita, & inuicem æqualia rectilinea, habeant similis rationis latera inuicem æqualia: sic demonstratur. Sint rursum æqualia, & similia, similitérque posita rectilinea, o/g/h/& v/s/t: sitq; vt o/g/ad g/h, sic v/s/ad s/t. Aio quòd g/h/& s/t, sunt inuicem æquales. Si nanque fuerint inæquales: altera maior erit. Esto (si possibile sit) g/h, maior s/t. Et quoniam est vt o/g/ad g/h, sic v/s/ad s/t: & econtra igitur, vel à conuersa ratione, sicut g/h/ad o/g, sic erit s/t/ad v/s: per corollarium quartæ libri quinti. Sed prima g/h, maior est tertia s/t: & secunda itaque o/g, quarta v/s/ maior erit, per decimamquartam ipsius quinti. Binæ itaque o/g/& g/h, duabus v/s/& s/t/erunt maiores: & proinde ipsum rectilineũ o/ g/ h, maius rectilineo v/s/t. Est autẽ eidem æquale, per hypothesin: quæ simul impossibilia sunt. Non est igitur g/h, maior ipsa s/t. Similiter ostendetur, quòd neq; minor. Aequalis est itaq; g/h, eidem s/t. Quod fuerat ostendendum.





Θεώρημα ιζ, Πρότασις κγ.

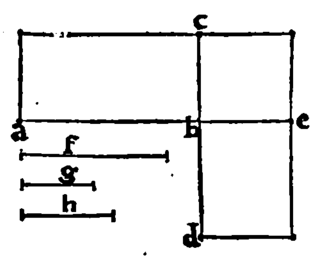
ΤΑ ἰσογώνια παραλληλόγραμμα, πρὸς ἄλληλα λόγον ἔχει τὸν συγκείμενον ἐκ τῶν πλευρῶν.

Theorema 17, Propositio 23.

23 AEquiangula parallelogramma, adinuicem rationem habent compositam ex lateribus.

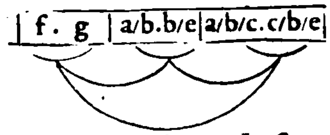
ORONTIVS. ¶De lateribus velim intelligas, quæ circum æquales sunt angulos. Sint igitur bina parallelogramma inuicẽ æquiangula, a/b/c/& d/b/e: quorum angulus qui sub a/ b/ & b/ c, angulo qui sub d/b/& b/e/ continetur sit æqualis. Dico a/b/c/parallelogrammum, ad parallelogrammum d/b/e, rationem habere compositam ex ratione laterum a/b/ad b/e, & c/b/ad b/d. Constituantur enim a/b/ & b/e/ latera in directum: hoc autem fiet, cùm anguli c/b/a/ & c/b/e/ duobus rectis fuerint æquales, per decimamquartam primi. tunc quoq; in directum erit c/ b/ ipsi b/ d, per eandem propositionem: nam anguli e/b/c/& e/b/d, per primam & tertiam communem sententiam, duobus itidem rectis æquabũtur. Compleatur denique parallelogrammum c/ b/ e: productis in continuum rectúmque, per secundum postulatum, eorundem parallelogrammorum lateribus. Proponatur insuper recta quædam linea f: & tribus datis rectis lineis a/ b, b / e, & f: quarta subsumatur proportionalis g, per duodecimam huius sexti. Erit igitur vt a/b, ad b/ e: sic f, ad g. Et per eandem duodecimam propositionem, tribus datis rectis lineis c/b, b/d, & g: quarta rursum proportionalis accipiatur h. Erit ergo vt c/b, ad b/d: sic g, ad h. Est autem sicut a/ b/ ad b/ e, sic f/ ad g. rationes itaque ipsius f/ ad g, & g/ ad h: eædem sunt ipsis rationibus a/ b/ ad b/e, & c/b/ ad b/d. Ratio porrò f/ ad h, componitur ex ratione ipsius f/ ad g, atque

Partiũ figuræ præparatio.

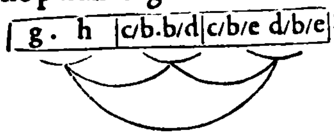


ipsius g/ ad h: veluti quinta huius sexti præmissum est diffinitione. Et proinde ratio f/ad h, componitur ex ratione laterum a/b/ ad b/e, & c/b/ad b/d. His præostensis, quoniam a/b/c/ & c/b/e/ parallelogramma sub eadem sunt altitudine: ad se inuicem igitur sunt vt bases, per primam huius sexti. Sicut itaque a/b, ad b/e: sic a/b/c parallelogrammum, ad parallelogrammum c/ b/e. Sicut autem a/b/ ad b/e, sic per

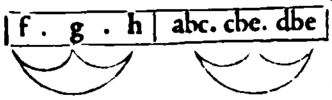
Præcipua demõstrationis resolutio.



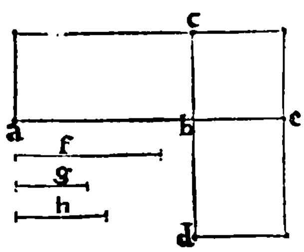
constructionem f/ ad g. Et sicut igitur f, ad g: sic per vndecimam quinti, a/b/ c/ parallelogrammum, ad c/b/e/ parallelogrammum. Insuper quoniam c/b/e/ & d/ b/ e/ parallelogramma, in eadem sunt altitudine: ad se inuicem rursum sunt vt bases, per eandem primam huius sexti. Sicut ergo c/ b/ ad b/d: sic parallelogrammum c/b/e, ad d/b/e/ parallelogrammum. Sicut porrò c/b, ad b/d:



sic per constructionem g, ad h. Et sicut igitur g/ad h: sic parallelogrammum c/b/e, ad d/b/e/ parallelogrãmum, per ipsam vndecimam quinti. Et quoniam ostẽsum est, vt f/ ad g, sic a/b/c/ parallelogrammũ, ad parallelogrammum c/ b/ e: sicut rursum g/ ad h, sic idem parallelogrammum c/ b/ e, ad d/ b/ e/



parallelogrammum. Et ex æqua igitur ratione, per vigesimamsecũdam eiusdem quinti, sicut f/ad h: sic a/b/c/ parallelogrammum, ad d/b/e/ parallelogrammũ. Atqui ratio f / ad h, composita est (vti suprà deduximus) ex



ratione laterum a/ b/ ad b/ e, & c/ b/ ad b/d. Et parallelogrammum igitur a/b/c/ ad parallelogrammum d/b/e, rationem habet compositam ex ratione laterum a/b/ ad b/e, & c/b/ ad b/d. Aequiangula itaque parallelogramma, rationem habent compositam ex lateribus, angulos inuicem æquales continentibus. Quod demonstrandum fuerat.

Θεώρημα ιη, Πρόθεσις κδ.

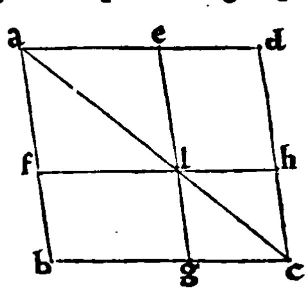
Παντὸς παραλληλογράμμȣ, τὰ περὶ τὴν διάμετρον παραλληλόγραμμα, ὅμοιά ἐστὶ τῷ τε ὅλῳ καὶ ἀλλήλοις.

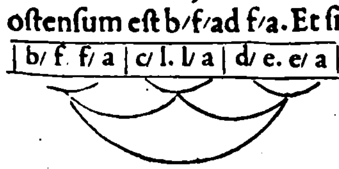
Theorema 18, Propositio 24.

OMnis parallelogrammi, quæ circa dimetiẽtem parallelogrãma: similia sunt toti, & adinuicem. 24

ORONTIVS. ¶Esto datum parallelogrammum a/b/c/d, cuius dimetiens sit a/c, & circa ipsum dimetientem parallelogramma, e/f/ & g/h. Aio ipsa e/f/ & g/h/ parallelogramma, toti parallelogrammo a/b/c/d, atque inuicem fore similia. Trianguli enim a/b/c, ad latus b/ c/ acta est parallela f/l: secat igitur f/l/ ipsius trianguli latera proportionaliter, per secundam huius sexti, sicut b/f/ ad f/a, sic c/ l/ ad l/ a. Trianguli rursum a/ d/ c, ad latus d/c/ acta est parallela e/l: secat igitur e/l/ ipsius trianguli latera proportionaliter, per eãdem secundã huius sexti, sicut c/l/ ad l/a, sic d/e/ ad e/a. Sicut porrò c/l/ ad l/a, sic ostensum est b/f/ad f/a. Et sicut igitur b/f/ad f/a, sic per

Quòd e, f, parallelogrãmũ simile sit toti a, b, c, d.





vndecimã quinti, d/e/ad e/a. Si autem diuisæ magnitudines, proportionales fuerint: compositæ quoq; proportionales erũt, per decimamoctauam quinti. Et sicut igitur b/a/ad a/f, sic d/a/ad a/e. Et permutatim rursum, per

| b/a. | a/f. | d/a. | a/e. | decimamſextam eiuſdem quinti,ſicut b/a/ad a/d,ſic f/a/ ad a/e. Proportionalia itaq; ſunt latera, quæ circum angulum qui ad a/vtrique parallelogrammo communem. Inſuper,quoniam parallela eſt f/l/ ipſi b/c: æqualis eſt angulus a/f/l,ipſi angulo a/b/c:necnõ & a/l/f,ipſi a/c/b,per vigeſimamnonam primi.Angulus porrò qui ſub f/a/l/aut b/a/c,vtrique triangulo a/b/c/& a/f/l/ communis eſt.Aequiangulũ eſt itaque triangulũ a/f/l,triãgulo a/b/c.Haud diſſimiliter triãgulum a/e/l,triãgulo a/d/c/ oſtendetur æquiangulũ:& angulus a/e/l/angulo a/d/c/ æqualis,atque a/l/e/ipſi angulo a/c/d.Si autem æquales anguli,æqualibus cõponantur angulis:conſurgent per ſecundam cõmunem ſententiã,æquales anguli.Aequus eſt igitur angulus f/ l/ e, ipſi b/ c/ d: & totum proinde parallelogrammum e/f, toti a/b/c/d/æquiangulum.Rurſum quoniam a/f/l/& a/b/c/triangula,ſimiliter & a/e/l/ atque a/d/c,ſunt inuicem æquiangula : proportionalia itaque ſunt latera, quæ circũ æquales angulos, per quartam huius ſexti. Sicut igitur a/b/ad b/c, ſic a/f/ad f/l: ſicũtque b/c/ad c/a,ſic f/l/ad l/a.Sicut rurſum a/c/ad c/d, ſic a/l/ad l/e: ſicut denique c/d/ad d/a, ſic l/e/ ad e/a. Et quoniam oſtenſum eſt,vt b/c/ad c/a, ſic f/l/ad l/a: ſicut præterea a/c/ad c/d,ſic a/l/ad l/e.Et ex æqua igitur ratione,per vigeſimamſecũdam quinti,ſicut b/c/ad c/d,ſic f/l/ad l/e.

| a/b/ | b/c/ | c/a/ | c/d/ | d/a/ |　　| a/f/ | f/ l/ | l/a/ | l/e/ | e/a/ |

Aequiangulorum itaque parallelogrammorum a/ b/ c/ d/& e/f,proportionalia ſunt latera quæ circum æquales angulos . Simile eſt igitur e/ f/ parallelogrammum, ipſi a/b/c/d/ parallelogrammo : per primam huius ſexti diffinitionem. Haud diſſimili via,g/h/parallelogrammum,ipſi a/b/c/d/ parallelogrammo ſimile fore conuincetur: eundem qui prius,verſus angulum c,& ipſum g/h/ parallelogrammum reſpondenter iterando diſcurſum. Et proinde vtrunque ipſorum e/f/& g/h/parallelogrammorum,ſimile eſt eidem a/b/c/d/parallelogrammo.Omne autem parallelogrammum, rectilineum eſt:& quæ eidem rectilineo ſunt ſimilia, & adinuicem ſimilia ſunt, per vigeſimamprimam huius ſexti.Simile eſt igitur e/f/parallelogrammum,ipſi g/h/parallelogrammo. Omnis itaque parallelogrammi,quæ circa dimetientẽ parallelogramma,ſimilia ſunt toti,& adinuicem. Quod oportuit oſtendiſſe.

Quòd g,h,parallelogrãmũ eidẽ a,b,c,d, ſit ſimile.

Quòd e,f, & g,h, ſimilia ſint adinuicẽ.

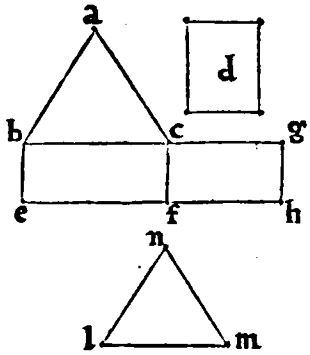
πρόβλημα ζ, πρότασις κε.

Τῷ δοθέντι εὐθυγράμμῳ ὅμοιον, καὶ ἄλλῳ τῷ δοθέντι ἴσον, τὸ αὐτὸ συστήσασθαι.

Problema 7, Propoſitio 25.

25 DAto rectilineo ſimile,& alij dato æquale,idem conſtituere.

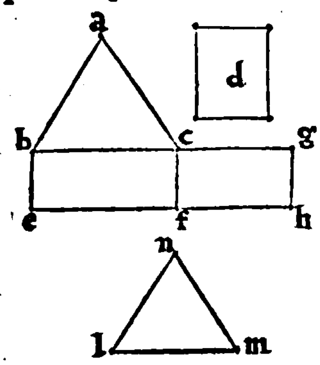
ORONTIVS. ¶Sint bina rectilinea, a/b/c/inquàm & d : ſit'q; receptum, ipſi dato a/ b/ c/ rectilineo ſimile, ipſi verò d/ æquale , idem rectilineum cõſtituere. Ad datam itaque rectam lineam b/c,& in dato angulo qui ſub e/b/c, dato rectilineo a/b/c, æquale conſtruatur parallelogrammum b/ f: ſimiliter & ad rectam lineam f/c,atque in dato angulo qui ſub f/c/g/ ei qui ſub e/b/c/æquali, dato rectilineo d,æquale rurſum parallelogrammum conſtituatur c/h,per quadrageſimã quartam,& quadrageſimamquintam primi,vtroque rectilineo(ſi expediat)in triãgula diſtributo . Et quoniam angulus f/c/g,æquus eſt angulo e/b/c,per cõſtructionem, vtrique autem communis b/c/f: anguli propterea b/c/f,

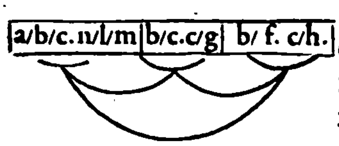


Partium figuræ præmittẽda deſcriptio.

& f/c/g/ duobus angulis e/b/c/ & c/b/f, ſunt per ſecundam communem ſententiam æquales. ſed anguli e/b/c/ & b/c/f, ſunt æquales duobus rectis, per vigeſimamnonam ipſius primi. Et duo igitur anguli b/c/f/ & f/c/g, binis itidem rectis ſunt æquales. In directum eſt igitur b/c, ipſi c/g, per decimamquartam eiuſdem primi: & e/f/ conſequenter ipſi f/h. Binis inſuper datis rectis lineis b/c/ & c/g, media proportionalis inueniatur l/m, per decimamtertiam huius ſexti. Et per decimamoctauam eiuſdem ſexti, ſuper data recta linea l/m, dato rectilineo a/ b/ c, ſimile ſimilitérque poſitum rectilineum deſcribatur, n/l/m. Aio rectilineum n/l/m, æquum fore ipſi d. Cùm enim tres lineæ rectæ b/c, l/m, & c/g, ſint per conſtructionem cõtinuè proportionales: erit per ſecundum corollariũ vigeſimæ huius ſexti, ſicut prima ad tertiam, ſic ſpecies rectilinei quæ à prima, ad ſimilem ſimilitérque poſitam ſpeciem quæ à ſecunda. Sicut igitur b/c, ad c/g: ſic a/b/c/ rectilineum, ad rectilineũ n/l/m. Sicut porrò b/c, ad c/g: ſic b/f/ parallelogrãmum, ad parallelogrammum c/h, per primam huius ſexti: ſunt enim in eadem altitudine c/f. Ergo ſicut a/b/c/ rectilineum, ad rectilineum n/l/m: ſic per vndecimam quinti, b/f/ parallelogrammum, ad parallelogrammum c/h. Sed rectilineum a/b/c, æquum eſt per conſtructionem ipſi b/f/ parallelogrãmo: & rectilineũ igitur n/l/m, ipſi parallelogrammo c/h/ per decimamquartam quinti eſt æquale. Eidem rurſum parallelogrãmo c/h, æquũ eſt d/ rectilineum, per conſtructionem: & n/l/m/ itaq; rectilineum, ipſi d/ rectilineo, per primam communem ſentẽtiam eſt æquale. Constructũ eſt autem & ipſi a/b/c/ ſimile. Idem itaque rectilineum n/l/m, ipſi dato rectilineo a/b/c/ ſimile, & alij dato ſcilicet d/ æquale conſtitutum eſt. Quod efficere oportebat.

Demonſtratiua problematis reſolutio.





Θεώρημα ιθ, Πρότασις κς.

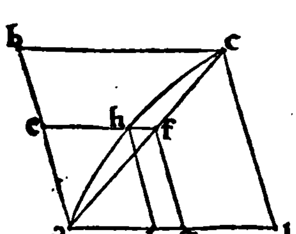
Ἐὰν ἀπὸ παραλληλογράμμου παραλληλόγραμμον ἀφαιρεθῇ ὅμοιόν τε τῷ ὅλῳ καὶ ὁμοίως κείμενον, κοινὴν γωνίαν ἔχον αὐτῷ, περὶ τὴν αὐτὴν διάμετρόν ἐστι τῷ ὅλῳ.

Theorema 19, Propoſitio 26.

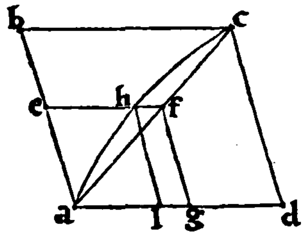
SI à parallelogrammo parallelogrammum auferatur, ſimile toti & ſimiliter poſitum, communem angulum habens ei: circum eundem dimetientem eſt toti. 26

ORONTIVS. ¶ Eſto datum parallelogrammum a/b/c/d: à quo ſimile ſimilitérque poſitum, & communem illi habens angulum qui ad a, auferatur diſtinguatúrve parallelogrammum a/e/f/g. Dico ipſa a/b/c/d/ & a/e/f/g/ parallelogramma, circa eundem fore dimetientem a/f/c: hoc eſt dimetientem a/ f/ c/ totius parallelogrammi a/b/c/d, tranſire per angulum qui ad f, & vtriq; parallelogrammo fore communem. Si enim a/c/ non tranſierit per f: tranſeat (ſi poſſibile ſit) vt a/h/c. ſecabit igitur a/h/c, aut e/f, aut f/g/ latus ipſius a/e/f/g/ parallelogrammi. Secet ipſum latus e/f, in puncto h. & per punctum h, vtrique ipſarũ a/e/ & f/g/ parallela ducatur h/l, per trigeſimamprimam primi. Erit itaque e/l/ parallelogrammum, & circa eundem dimetientem cum ipſo a/b/c/d/ parallelogrammo. Simile erit igitur e/l/ parallelogrammum, ipſi a/b/c/d/

Oſtẽſio theorematis ab impoſſibili.



parallelogrammo,per vigeſimamquartam huius ſexti.Eidem porrò a/b/c/d parallelogrammo,ſimile eſt per hypotheſin,ipſum e/f/g/parallelogrammum. Quæ autem eidem rectilineo ſimilia,& adinuicem ſimilia ſunt,per vigeſimamprimam huius ſexti.Simile erit itaque e/l/parallelogrammum,ipſi e/f/g/parallelogrammo.Similia porrò parallelogramma ſunt, quæ angulos æquales habent ad vnum,& quæ circa angulos æquales latera proportionalia,per primæ diffinitionis huius ſexti conuerſionē.Et ſicut igitur e/a/ ad a/g,ſic e/a/ad e/l.Ad quas autē eadem, eandē habet rationem,ipſæ ſunt æquales,per nonam quinti.Aequalis foret igitur a/g,ipſi a/l,totum ſuæ parti:quod per nonam communē ſententiam eſt impoſſibile.Idem etiam ſubſequetur incōueniens,vbi poſueris eundē a/c/dimetientē ſecare latus f/g.Tranſit igitur a/c/totius a/b/c/d/ parallelogrammi dimetiens,per angulum atq; punctū f: & proinde ipſum a/e/f/g/parallelogrammum,circum eundem dimetientem eſt toti a/b/c/d/ parallelogrammo. Igitur ſi à parallelogrammo parallelogrammum auferatur: &c.vt in theoremate.Quod demonſtrare fuerat operæpretium.



Θεώρημα κ, Πρόθεσις κζ.

ΠΑντων τῶν παρὰ τὴν αὐτὴν εὐθεῖαν παραβαλλομένων παραλληλογράμμων, καὶ ἐλλειπόντων εἴδεσι παραλληλογράμμοις ὁμοίοις τε καὶ ὁμοίως κειμένοις τῷ ἀπὸ τῆς ἡμισείας ἀναγραφομένῳ: μέγιστόν ἐστι, τὸ ἀπὸ τῆς ἡμισείας παραβαλλόμενον παραλληλόγραμμον, ὅμοιον ὂν τῷ ἐλλείμματι.

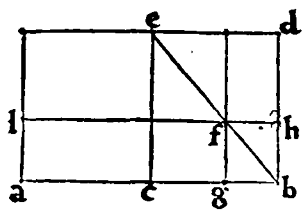
Theorema 20, Propoſitio 27.

27 OMnium parallelogrāmorum circum eandem rectam lineam proiectorum, deficientiúmq; ſpecie parallelogrammis ſimilibus ſimilitérque poſitis ei quod à dimidia deſcriptum eſt: maximum eſt quod à dimidia proiectum parallelogrammum, ſimile exiſtens ſumpto.

ORONTIVS. ¶Deficere ſpecie dicitur parallelogrammum, dato parallelogrammo:quando vtrunque parallelogrammum ſuper eadem recta linea conſiſtēs, alterum deeſt alteri, àd complendum ſimilis ſpeciei parallelogrammum ſuper totam datam rectam lineam coextēſum. Vel dum cōparatum parallelogrammum, reliquo deficit ab ipſo ſimilis ſpeciei parallelogrammo, ſuper totam ipſam rectam lineam conſtituto. Sit igitur data recta linea a/b,ſecta bifariam in c,per decimam primi:deſcribatúrque à dimidia c/b,contingens parallelogrammum c/d.Iuxta verò datam rectam lineam a/b, gemina comparentur parallelogramma. alterum proiectum à reliqua dimidia a/c,vtpote a/e, ſimile ſimiliterq; deſcriptū exiſtens ſumpto c/d,& deficiēs ſpecie ipſo c/d/à toto a/d/ parallelogrammo:alterum autem a/f,ſuper a/ g/ comparatum maiore dimidia ipſius a/ b, & proinde ſubingrediens ipſum parallelogrāmum c/d, deficiénſque ſpecie parallelogrammo g/h,ſimili ſimilitérque poſito ipſi c/d/ quod à dimidia c/b/deſcriptum eſt,ad complendum ipſum à/h/parallelogrammum. Dico quòd a/e/parallelogrammum,maius eſt e/f/parallelogrammo. Cùm enim ex hypotheſi g/h/ parallelogrammum, ſimile ſit ipſi parallelogrammo c/d:circum igitur eundem ſunt dimetientem e/f/b, per vigeſimamſextam huius ſexti. Producatúr ergo g/ f/ in rectum & continuum

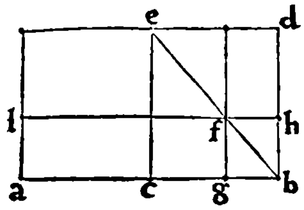
Quomodo parallelogrāmū deficiat ſpecie dato parallelogrammo.

Prima theorematis differētia.



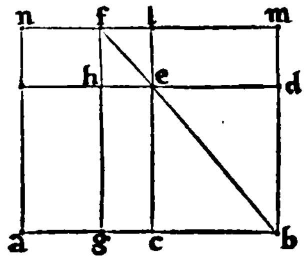
Demōſtratio.

vſque ad latus e/d,per ſecũdum poſtulatum. Parallelogrãmi igitur c/d,eorum quæ circa dimetientem ſunt parallelogrammorum ſupplementa c/f/& f/d,ſunt per quadrageſimamtertiam primi adinuicem æqualia. Addatur vtrique commune g/h. totum ergo c/h,toti g/d,per ſecundam communem ſententiã eſt æquale. Eidem porrò c/h,æquum eſt c/l,per trigeſimamſextam primi: ſunt enim in baſibus æqualibus a/c/& c/b,in eiſdémque parallelis a/b/& l/h. Et g/d/itaque,ipſi c/l/per primam communem ſententiam æquum eſt. Commune rurſum addatur c/f. totus igitur gnomon c/b/d,toti a/f/ parallelogrammo eſt æquale. Sed totum parallelogrãmum c/ d, maius eſt per nonam communem ſententiam,ipſo gnomone c/b/d:& proinde ipſo a/f/maius. Aequum eſt porrò a/e/parallelogrammum, ipſi c/d/ parallelogrammo, per eandem trigeſimamſextam primi: in baſibus enim ſunt æqualibus a/c/& c/b,atq; in eiſdem parallelis a/b/& e/d. Quæ autẽ ſunt æqualia,eiuſdem ſunt æquè maiora: per ſextæ communis ſententiæ cõuerſionem. Maius eſt itaque parallelogrammum a/e,ipſo a/f/parallelogrammo.



Secunda theorematis differentia.

¶ Sed eſto a/f/parallelogrammum,proiectum ſuper a/g,minore dimidia ipſius a/b/lineæ datæ, & egrediens ipſum a/e/parallelogrãmum: deficiens rurſum ſpecie ipſo f/b/parallelogrammo, ſimili ſimilitérque poſito ipſi c/ d, quod à dimidia c/b/deſcriptum eſt,ad complendum totum a/m/parallelogrammum. Aio quòd & a/e/parallelogrammum, maius eſt ipſo a/f/parallelogrãmo. Cùm enim ex hypotheſi c/d/& f/b/parallelogramma, ſimilia ſint: circum eundem propterea dimetientẽ f/e/b, per vigeſimamſextam huius ſexti conſtituentur. Compleantur itaque, per trigeſimamprimam primi,& ſecundum poſtulatum,h/l/ & a/m/parallelogramma: vt in ipſa continetur figura. Et quoniam parallelogramma ſunt a/l/& c/m: ſunt igitur per trigeſimamquartã primi, n/l/& l/m/ ipſis a/c/ & c/b/ quæ ex oppoſito,atque inuicem æquales. Et proinde n/e/ parallelogrammum, ipſi e/m/parallelogrammo,per trigeſimãſextam primi æquale. Eidem porrò e/m,æquũ eſt e/g,per quadrageſimamtertiam ipſius primi. Et n/e/itaque ipſi e/g,per primam communem ſententiam eſt æquale. Subducto igitur h/l:,reliquum e/g,reliquo n/h/ maius eſt. Si autem inæqualibus e/g/& n/h/æqualia vel idem commune a/h/ apponatur: omnia,per quartam communem ſententiam,erunt inæqualia. conſurget igitur a/e/parallelogrammum,maius ipſo a/f/parallelogrammo. Omnium itaq; parallelogrammorum iuxta eandem lineam conſiſtentium, & deficientium ſpecie: & quæ ſequuntur reliqua. Quod oſtendendum receperamus.



Demõſtratio.

Πρόβλημα κ, Πρόθεσις κη.

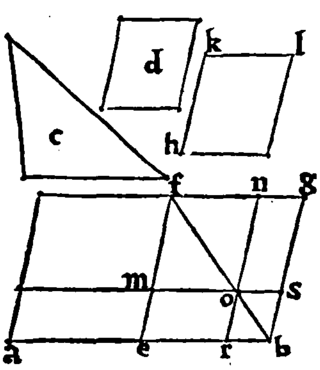
Παρὰ τὴν δοθεῖσαν εὐθεῖαν τῷ δοθέντι εὐθυγράμμῳ ἴσον παραλληλόγραμμον παραβαλεῖν, ἐλλεῖπον εἴδει παραλληλογράμμῳ, ὁμοίῳ ὄντι τῷ δοθέντι. Δεῖ δὴ τὸ διδόμενον εὐθύγραμμον, ᾧ δεῖ ἴσον παραβαλεῖν, μὴ μεῖζον εἶναι τοῦ ἀπὸ τῆς ἡμισείας παραβαλλομένου, ὁμοίων ὄντων τῶν ἐλλειμμάτων, τοῦ τε ἀπὸ τῆς ἡμισείας, καὶ ᾧ δεῖ ὅμοιον ἐλλείπειν.

Problema 8, Propoſitio 28.

AD datam rectam lineam, dato rectilineo æquale parallelo- 28
grammum comparare,deficiens ſpecie parallelogrammo ſimili dato. Oportet iam datum rectilineum,cui expedit æquum comparare,nõ maius eſſe eo quod à dimidia comparatũ,ſimilibus

exiſtentibus ſumptis, & eius quod à dimidia, & cui expedit ſimi-le deficere.

ORONTIVS. ¶ Oſtenſum eſt enim antecedenti vigeſimaſeptima propoſitione, omnium parallelogrammorum iuxta eandem rectam lineam comparatorum, deficientiũmq; ſpecie ſimilibus ſimilitérque poſitis parallelogrammis ei quod à dimidia deſcribitur: maximum eſſe quod à dimidia comparatum parallelogrammũ, ſimile exiſtens ſumpto. Oportet itaque datum rectilineum, cui ad datam rectam lineam æquale comparandum eſt parallelogrammum: nõ maius eſſe eo quod à dimidia ipſius datæ rectæ lineæ comparatur, ſimilibus ſimlitérque poſitis exiſtentibus vtriuſq; comparati parallelogrammi defectionibus (ad complenda ſimilis ſpeciei parallelogramma ſuper totam datam rectam lineam coextenſa) eius inquam quod à dimidia, & eius cui ſimile ſimilitérq; poſitũ eidem quod à dimidia defuturũ eſt parallelogrammum. Notandum. ¶ Sit ergo data recta linea, a/b: datum verò rectilineum, cui oportet ad datam rectam lineã a/ b/ æquum parallelogrammũ comparare, eſto c, non exiſtens maius eo quod à dimidia comparatur, ſimilibus exiſtentibus vtriuſque defectionibus. Ipſum autem parallelogrammum, cui expedit ſimile deficere, ſit d. Interpretatio problematis.

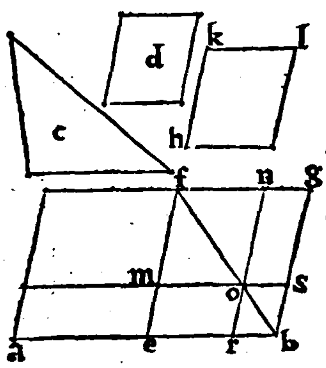


Recipio itaq; ad datam rectam lineam a/b, dato rectilineo c, æquum parallelogrammũ comparare, deficiens ſpecie parallelogrãmo ipſi d/ ſimili. Secetur itaque a/b/recta bifariam in pũcto e, per decimam primi. Et per decimamoctauam huius ſexti, à data recta linea e/b, dato rectilineo d, ſimile ſimilitérq; poſitum rectilineũ (quod erit & parallelogrammũ) deſcribatur e/f/g: compleatúrque per trigeſimamprimam ipſius primi, & ſecũdum poſtulatum, a/e/f/parallelogrammum. Aut igitur a/e/f/parallelogrammum, æquum eſt ipſi rectilineo c, aut eo maius: non enim minus eſſe poteſt, per aſſumptã ex antecedenti vigeſimaſeptima propoſitione problematis determinationem. Prima oſtenſionis differẽtia. Si æquale fuerit a/e/f/parallelogrammum, ipſi rectilineo c: iam comparatũ erit ad datam rectam lineam a/b, dato rectilineo c, æquale parallelogrammũ a/e/f, deficiens ſpecie parallelogrammo e/ f/ g/ ſimili ipſi d. At ſi a/e/f/parallelogrammũ, eodem c/ rectilineo fuerit maius: erit & e/f/g/parallelogrãmum, æquè itidem maius ipſo c. ſunt enim a/e/f/& e/f/g/parallelogramma, in baſibus æqualibus a/e/ & e/b, atq; in eiſdem parallelis a/b/ & f/g: & proinde, per trigeſimamſextam primi, inuicem æqualia. Exceſſui autem ſiue rectilineo, quo e/f/g/parallelogrammum ſuperat ipſum c/æquale, ipſi autem d/ ſimile ſimilitérque poſitum, idem conſtruatur h/k/l, per vigeſimamquintam huius ſexti. Eidem porrò d/ſimile eſt e/f/g, per conſtructionem: & h/l/igitur ſimile eſt ipſi e/f/g, per vigeſimamprimam eiuſdem ſexti. Similes autem rectilineæ figuræ, habent angulos æquales ad vnum, & quæ circum angulos æquales latera proportionalia, per primæ diffinitionis huius ſexti cõuerſionem. Sit igitur angulus qui ad k, æqualis angulo qui ad f: & ſicut e/f/ad f/g, ſic h/k/ ad k/l. Et quoniam e/f/g/parallelogrammum, æquum eſt ipſis c/& h/l: maius eſt igitur e/f/g, ipſo h/l. & proinde latus e/f, maius ipſo h/k: & f/g, ipſo k/l/itidem maius. Secetur per tertiam primi, ipſi h/k/æqualis f/m, & ipſi k/l/æqualis f/n: & per trigeſimamprimam ipſius primi, compleatur m/o/n, & reliqua parallelogramma, vt in figura. Aequum eſt igitur m/n/parallelogrammum, ipſi h/l: atq; eidem ſimile. ſed h/l, ipſi e/f/g/ſimile eſt, per conſtructionem: & m/n/igitur, ipſi e/f/g/ſimile eſt, per eandem vigeſimamprimam huius ſexti. Circum ergo eundem ſunt dimetiẽtem f/o/b, Differẽtia ſecunda, & abſoluta partiũ figurę compoſitio.

ipsa e/f/g/& m/n/parallelogramma, per vigesimamsextam eiusdem sexti. Et proinde parallelogrammum r/s, ipsi m/n, atq; toti e/f/g/simile est, per vigesimamquartã huius sexti: atq; demum ipsi d/simile, per ipsam vigesimamprimam eiusdem sexti.

Præcipua dem̃ostrationis resolutio.

His ita præmissis, quoniam e/f/g/ parallelogrammum, ipsis c/& h/l/est æquale, & ipsum h/l/æquale ipsi m/n: reliquus proinde gnomon m/b/n, rectilineo c, per tertiã communẽ sententiam est æqualis. Rursum quoniam e/o/supplementum, æquum est o/g/supplemẽto, per quadragesimamtertiam primi: addatur vtriq; commune r/ s. totum igitur e/s, toti r/g: per secundam communem sententiam est æquale. Sed eidem e/s, æquum est a/m, per trigesimamsextam primi: sunt enim a/m/& e/s, in basibus æqualibus, ac in eisdem parallelis. Et a/m, igitur ipsi r/g, per primam communem sententiam æquũ est. Adponatur rursum vtriq; commune e/o: totum igitur a/o, ipsi e/o/g/aut m/b/n/ gnomoni, per eandem secundam communem sententiam est æquale. Eidem porrò gnomoni m/b/n, æquũ est rectilineum c: & quæ eidem æqualia, adinuicẽ sunt æqualia, per primam communẽ sententiam. Aequũ est igitur a/o/ parallelogrammum, ipsi rectilineo c: deficitq; specie (ad complendum a/s/parallelogrammum) ipso r/s/ parallelogrammo, quod simile est ipsi d. Ad datam itaque rectam lineam a/b, dato rectilineo c, æquum parallelogrammum comparauimus a/o, deficiens specie parallelogrammo r/s, dato parallelogrammo d/simili. Quod oportebat facere.



Πρόβλημα θ, Πρόθεσις κθ.

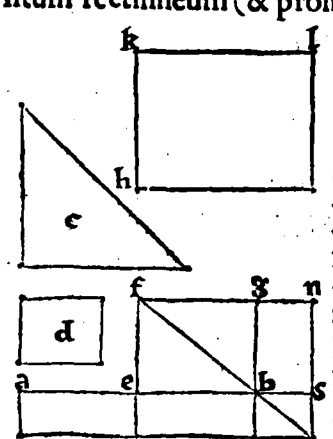
Παρὰ τὴν δοθεῖσαν εὐθεῖαν τῷ δοθέντι εὐθυγράμμῳ ἴσον παραλληλόγραμμον παραβάλλειν, ὑπερβάλλον εἴδει παραλληλογράμμῳ ὁμοίῳ τῷ δοθέντι.

Problema 9, Propositio 29.

AD datã rectam lineã, dato rectilineo, æquale parallelogrammũ prætendere, excedens specie parallelogrãmo simili dato. 29

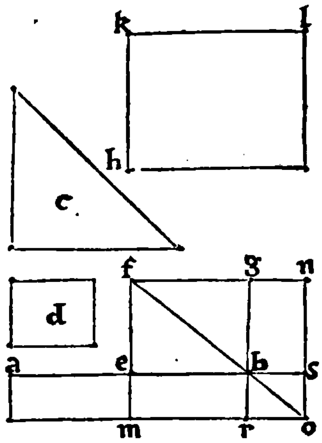
ORONTIVS. ¶Sit rursum data recta linea a/ b, datum verò rectilineum c, datum insuper parallelogrammum d. Operæpretium itaque sit, ad datam rectam lineam a/ b, dato rectilineo c, æquum parallelogrammum comparare, excedens similis speciei parallelogrammum super totam a/b/comparatum, parallelogrammo ipsi d/simili. Secetur itaque primùm a / b/ recta bifariam, in puncto e, per decimam primi. & à data recta linea a/b, dato rectilineo d, simile similitérque positum rectilineum (& proinde parallelogrammum) describatur e/f/g/b: per decimamoctauam huius sexti. Vtrisque præterea & e/g/parallelogrãmo & c/rectilineo æquale, ipsi autem d/ simile similiterq; positum, idem constituatur h/k/l: per vigesimamquintam ipsius sexti. Vtrunq; igitur e/g/& h/l, ipsi d/simile est: & proinde e/g/& h/l/similia adinuicem, per vigesimamprimã eiusdem sexti. Similia verò rectilinea, habent angulos æquales ad vnum, & quæ circum æquales angulos latera proportionalia: per primæ diffinitionis huius sexti conuersionem. Esto igitur angulus qui ad k, æqualis angulo qui ad f: & sicut e/f/ ad f/g, sic h/k/ad k/l. Et quoniã h/l, vtrisq; simul & e/g/parallelogrammo, & ipsi c/ rectilineo est æquale, per constructionẽ: maius est igitur h/l, ipso e/g/parallelogrãmo. & latus propterea

Præparatio figure, ipsius ostẽsionis præambula.



h/k/ipso e/f/maius:necnon & k/l/maius ipso f/g. Producantur itaque in rectum & continuum, f/e/& f/g/versus m/& n, per secundum postulatum: secetúrque ipsi h/k/ æqualis f/m, ipsi autem k/l/æqualis f/n, per tertiã primi. Compleatur deinde m/n/ parallelogrãmum, per trigesimãprimã ipsius primi, vnà cum r/s, atq; cæteris quæ in figura sunt parallelogrammis. Parallelogrammum itaq; m/n, æquum est & simile ipsi h/l. sed eidem h/l/ simile ostensum est e/g: simile est igitur m/n, ipsi e/g, per vigesimamprimã huius sexti. & proinde ipsa e/g/& m/n/ parallelogrãma, circa eundem dimetientẽ f/b/o, per vigesimamsextam ipsius sexti sunt constituta. Rursum quoniam e/g/& r/s/parallelogramma, circa eundem sunt dimetientem f/b/o: simile est propterea, per vigesimamquartam eiusdem sexti, r/s/parallelogrammũ, ipsi e/g, atq; toti m/n, & proinde ipsi d/parallelogrammo. His ita præmissis, quoniã m/n, æquum est ipsi h/l, & ipsum h/l/vtrisq; & e/g/parallelogrãmo & c/rectilineo æquale: & m/n/igitur, eisdẽ e/g/parallelogrãmo & c/rectilineo est æquale. quæ enim inuicẽ æqualia, eisdẽ æqualia sunt: per primæ cõmunis sententiæ conuersionẽ. Subducto igitur cõmuni/e/g: reliquum c/rectilineũ, reliquo gnomoni e/o/g, per tertiã communẽ sententiã, est æquale. Et quoniam g/s/supplementum, ipsi e/r/supplemento, per quadragesimamtertiam primi est æquale: & eidẽ e/r, æquum est a/m, per trigesimamsextam eiusdem primi, nempe in æquali basi, ac in eisdem parallelis constituto. Et a/m/igitur ipsi g/s, per primam communẽ sententiam æquum est. Commune adponatur e/o: consurget itaq; a/o/ parallelogrammum, ipsi e/o/g/gnomoni, per secundam communẽ sententiam, æquale. Sed eidem gnomoni e/o/g, æquũ est rectilineũ c: & quæ eidem æqualia, adinuicem sunt æqualia, per primã communem sentẽtiam. Et a/o/igitur parallelogrammũ, æquum est ipsi dato rectilineo c: exceditq; similis speciei parallelogrammum a/r/super totam rectam a/b/comparatum, ipso parallelogrammo r/s, quod ipsi d/simile ostensum est. Ad datam igitur rectam lineam a/b, dato rectilineo c, æquale comparatum est parallelogrammum a/o, excedẽs similis speciei parallelogrammum a/r / super totam a/b/comparatum, parallelogrammo r/s, simili dato parallelogrammo d. Quod faciendum receperamus.

Discursus principalis demõstrationis.



Πρόβλημα ι, Πρόθεσις λ.

Τὴν δοθεῖσαν εὐθεῖαν πεπερασμένην, ἄκρον καὶ μέσον λόγον τεμεῖν.

Problema 10, *Propositio* 30.

30 DAtam rectam lineam terminatam, per extremãm ac mediã rationem dispescere.

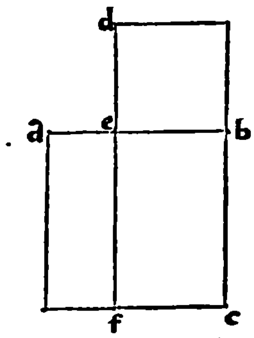
ORONTIVS. ¶Recta linea per extremam & mediam rationem secari dicitur: quãdo sic dispescitur, vt tota ad vnum segmentorum eandem habeat rationem, quam idem segmentum ad reliquum. Esto igitur data recta linea terminata a/b, quam oporteat per extremam & mediam dispescere rationem. Secetur itaque a/b/ recta in puncto c, per vndecimam secundi: vt quod sub tota a/b/ & altero segmento a/c/ comprehenditur rectangulum, æquum sit ei quod à c/b/ reliquo segmento fit quadrato. Propositis itaque tribus rectis lineis a/b, b/c/ & c/a, quod sub extremis a/b/& c/a/continetur rectangulum, æquum erit ei quod à media b/c/fit quadrato. Ipsæ igitur tres rectæ lineæ proportionales erunt, per decimãseptimam huius sexti, sicut a/b/ ad b/c, sic b/c/ad c/a.

Problematis interpretatio

Executio demonstratiua problematis.

Data ergo recta linea a/b,per extremam & mediam rationem ſecatur in c,& illius ſegmentum maius eſt b/c. ¶ Aut ſi velis deſcribatur ex a/b/recta linea data,quadratum a/b/c,per quadrageſimamſextam primi. Et ad datam rectam lineam b/c,dato quadrato a/b/c,æquum parallelogrammum comparetur c/d,excedens ſimilis ſpeciei parollelogrammum c/e/ſuper totam b/c/comparatum,ipſo d/b/parallelogrammo ſimili a/b/c/dato:per antecedentem vigeſimamnonam propoſitionem.Et quoniam ſimile eſt a/b/c,ipſi d/b, & quadratum eſt a/b/c: & d/b/igitur eſt quadratum. Rurſum quoniam c/d/ parallelogrammum, æquum eſt quadrato a/b/c/& vtrique commune c/e:ablato itaque c/e,reliquum a/f/reliquo d/b,per tertiam communem

Idem alia ratione demonſtrare.



ſententiam eſt æquale.& qui circa e/ſunt anguli,æquales ſunt adinuicem, per decimamquintam primi, vel quartum poſtulatum . Aequalium porrò & vnum vni æqualem habentium angulum parallelogrãmorum,reciproca ſunt latera quæ circum æquales angulos: per decimãquartam huius ſexti. Et ſicut igitur e/f/ ad e/d,ſic b/e/ad e/a.Sed b/e/æqualis eſt e/d, & a/b/ipſi b/c, per quadrati diffinitionem:eidem rurſum b/c,æqualis eſt e/f,per trigeſimamquartam primi.Et e/f/igitur,ipſi a/b,per primã communem ſententiam eſt æqualis.Aequales autem ad eandem,eandem habent rationem,& eadem ad æquales:per ſeptimam quinti.Et ſicut igitur a/b/ad b/e,ſic b/e/ad e/a. Data igitur recta linea a/b, per extremam & mediam rationem,in puncto e/diſpeſcitur.Quod oportuit feciſſe.

Θεώρημα κα, Πρόθεσις λα.

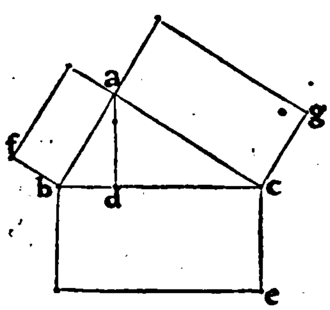
ΕΝ τοῖς ὀρθογωνίοις τριγώνοις, τὸ ἀπὸ τῆς τὴν ὀρθὴν γωνίαν ὑποτεινούσης πλευρᾶς εἶδος, ἴσον ἐστὶ τοῖς ἀπὸ τῶν τὴν ὀρθὴν γωνίαν περιεχουσῶν πλευρῶν εἴδεσι, τοῖς ὁμοίοις τε καὶ ὁμοίως ἀναγραφομένοις.

Theorema 21, Propoſitio 31.

IN rectangulis triangulis,quæ ab rectum angulum ſubtendente latere ſpecies: æqualis eſt eis,quæ ab rectũ angulum comprehendentibus lateribus ſpeciebus ſimilibus,ſimilitérq; deſcriptis. 31

Interpretatio theorematis cũ partiũ figuræ deſcriptione.

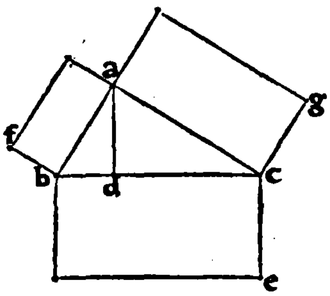
ORONTIVS. ¶ Quod de quadratis ſuperficiebus, propoſuit quadrageſimaſeptima primi:hic de quibuſcunq; rectilineorum ſpeciebus,proponit Euclides. Eſto igitur datum rectangulum triangulum a/b/c, rectũ habens angulum qui ad a.Dico quòd ſpecies rectilinei,quæ deſcribitur ex b/c/rectum angulum ſubtendente:æqualis eſt ambabus ſimilibus ſimilitérque deſcriptis ſpeciebus,ab ipſis a/b/& a/c/ rectum angulum continentibus.



A dato enim puncto a, ſuper datam rectam lineã b/c, perpendicularis deducatur a/d,per duodecimam primi: quæ per octauam huius ſexti,cadet intra datum a/b/c/ triangulum, ipſúmque in bina diuidet triãgula a/b/d/ & a/d/c,toti a/b/c/atque adinuicem ſimilia.Deſcribatur inſuper ex b/c,contingens, & cuiuſcunque libuerit ſpeciei rectilineum b/e: & à datis rectis lineis a/b/& a/c,dato rectilineo b/e, ſimilia ſimilitérque poſita rectilinea deſcribantur a/f/& a/g,per decimamoctauã ipſius ſexti. Et quoniã ſimile eſt a/b/c/ triangulum ipſi a/b/d/triangulo,& qui ad b/angulus vtrique communis : eſt igitur

Demõſtratio ipſius theorematis.

vt c/b/ad b/a,sic a/b/ad b/d.sunt itaq; b/c/& a/b,similis rationis latera. Similia porrò triangula,adinuicem in dupla ratione sunt similis rationis laterum,per decimãnonam eiusdem sexti. Triãgulum igitur a/b/c,ad triãgulum a/b/d,duplam rationẽ habet quam b/c/ latus ad latus a/b. Rursum quoniã b/e/rectilineũ,simile est ipsi a/f: similes autẽ rectilineæ figuræ, in dupla ratione sunt adinuicẽ similis rationis laterũ,per primũ corollariũ vigesimæ huius sexti.Et b/e/itaq; rectilineũ,duplã rationẽ habet quam latus b/c/ad similis rationis latus a/b.Ostensum est autẽ,ꝙ & triangulum a/b/c/ad triangulum a/b/d,duplam itidem rationem habet quam latus b/c/ ad latus a/b.Et sicut igitur a/b/c/triangulũ ad triangulum a/b/d,sic per vndecimam quinti,b/e/rectilineum ad rectilineum a/f.& à conuersa insuper ratione,sicut a/b/d/ triangulum ad triangulum a/b/c,sic a/f/ rectilineum ad rectilineum b/ e, per quartæ ipsius quinti corollarium.



Haud dissimiliter ostendemus triangulum a/ b/ c/ad triangulum a/d/c, atq; b/e/ rectilineum ad rectilineum a/g, duplicem itidem habere rationem,quam latus b/c/ ad similis rationis latus a/c. Et proinde fore sicut a/b/c/ triangulum ad triãgulum a/d/c, sic b/e/ rectilineum ad rectilineũ a/g. Et econtra rursum,sicut triangulũ a/d/c, ad triangulum a/b/c,sic a/g/ rectilineũ ad rectilineũ b/e. Patuit autem,quòd sicut a/b/d/ triangulum ad triangulum a/b/c,sic a/f/rectilineum ad rectilineum b/e. Primum igitur a/b/d,ad secũdum a/b/c/eandem habet rationẽ,& tertium a/f/ad quartum b/e: habet rursum & quintum a/d/c/ad secundum a/b/c/eandem rationem,& sextum a/g/ad ipsum quartum b/e.Et composita igitur primum & quintũ a/b/d/& a/d/c, ad secundum a/b/c/ eandem habebunt rationem,& tertium a/f/ cum sexto a/g/ad ipsum quartum b/e: per vigesimamquartã ipsius quinti.Sed a/b/d/& a/d/c/triãgula,æqualia sunt ipsi a/b/c/ triangulo,tanquàm partes ipsum totum a/b/c/triangulum integrantes:& ipsa igitur a/f/& a/g/rectilinea,ipsi b/e/rectilineo sunt æqualia.Aequum est ergo rectilineum quod ex b/e,eis quæ ex a/b/& a/c/similibus similitérq; descriptis. ¶Idem etiã ostẽdere licebit, ex secundo corollario eiusdem vigesimæ huius sexti: coassumptis propter similitudinem triangulorum a/b/c,a/b/d,& a/d/c,tribus rectis lineis b/c, a/b/& b/d/proportionalibus, & alijs tribus itidem proportionalibus, b/c,a/c, & c/ d. Erit enim per idem corollarium,sicut b/c/ad b/d,sic b/e/ ad a/f: sicútque eadem b/ c/ ad c/d,sic b/e/ad a/g.Hinc ipsarum trium linearum b/c,b/d, & d/c, quemadmodùm & supradictorum triangulorum adminiculo, conclusionem haud dissimili poteris elicere discursu. In rectãgulis igitur triangulis,quæ ad rectum angulum subtendente latere species:&c.vt in theoremate. Quod ostendendum fuerat.

Idem alia ratione demonstrare.

Θεώρημα κβ, Πρόθεσις λβ.

Ἐὰν δύο τρίγωνα συντεθῇ κατὰ μίαν γωνίαν, τὰς δύο πλευρὰς ταῖς δυσὶ πλευραῖς ἀνάλογον ἔχοντα, ὥστε τὰς ὁμολόγους αὐτῶν πλευρὰς καὶ παραλλήλους εἶναι: αἱ λοιπαὶ τῶν τριγώνων πλευραὶ ἐπ' εὐθείας ἔσονται.

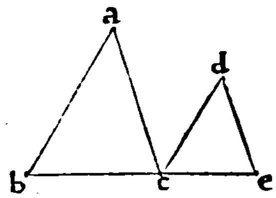
Theorema 22, Propositio 32.

32 SI duo triangula componantur ad vnum angulum, duo latera duobus lateribus proportionalia habentia, vt sint eiusdem rationis eorum latera & parallela: reliqua ipsorum triangulorum latera, in rectam lineam erunt.

ORONTIVS. ¶Sint bina triangula a/b/c/& d/c/e,ad vnum angulum qui sub a/c/d/composita,habētia duo latera b/a/& a/c/duobus lateribus c/d/& d/e/proportionalia,ſicut b/a/ad a/c/ita c/d/ad d/e:ſintq́; eiuſdem rationis latera inuicem parallela,vtpote a/b/ipſi c/d,& a/c/ipſi d/e. Dico quòd reliqua latera b/c/& c/e,in rectā

Oſtēſio theorematis.

lineam ſunt conſtituta. Cùm enim ex hypotheſi a/b/& c/d/ ſint parallelæ,& in eas incidat a/c:erit angulus b/a/c/ æqualis alterno a/c/d, per vigeſimamnonam primi. Haud diſſimiliter quoniam a/c/parallela eſt ipſi d/e,& in eas incidit recta c/d: erit per eandem vigeſimamnonam primi,angulus c/d/e, alterno a/c/d/ itidem æqualis. Duo itaq; anguli b/a/c/& c/d/e,eidem angulo a/c/d/ſunt æquales:& proinde æquales adinuicem,per primam communem ſententiam.Bina itaque triangula a/b/c/& d/c/e,habent vnum angulum vni angulo æqualem,& quæ circum æquales angulos latera proportionalia:æquiangula ergo ſunt ipſa a/b/c/ & d/c/e/ triangula,& æquales habēt angulos ſub quibus eiuſdē rationis latera ſubtenduntur, per ſextam huius ſexti.Aequus eſt itaq; angulus c/b/a,angulo d/c/e.Oſtenſum eſt autē,ꝙ & b/a/c/ angulus,æquꝰ eſt angulo a/c/d.Duo igitur anguli a/c/d/ & d/c/e,duobus angulis b/a/c/& c/b/a/ſunt æquales.Totus rurſum qui ſub a/c/e/ cōtinetur angulus, eiſdem angulis a/c/d/& d/c/e/æqualis eſt.Et proinde angulꝰ a/c/e, duobus angulis b/a/c/& c/b/a/eſt æqualis.Cōmunis addatur angulus a/c/b: duo igitur anguli a/c/b/& a/c/e,tribus angulis b/a/c, a/c/b, & c/b/a/ipſius a/b/c/ trianguli, ſunt per ſecundam communem ſententiam æquales.Sed eiſdem tribus angulis ipſius a/b/c/triāguli,ſunt æquales duo recti, per trigeſimamſecundam primi. Et duo itaque anguli a/c/b/& a/c/e,duobus rectis per primam communem ſententiam coæquantur.Ad datam ergo rectam lineam a/c/atq; ad eius punctum c,duæ rectæ lineæ b/c/& c/e/ non ad eaſdem partes ductæ, efficiunt vtrobique angulos a/c/b/ & a/c/e/binis rectis æquales : ipſæ igitur rectæ lineæ b/c/ & c/e,in directū ſeu rectam lineam,per decimamquartam ipſius primi ſunt conſtitutæ. Ergo ſi bina triangula: & quæ ſequuntur reliqua. Quod expediebat demonſtraſſe.



Θεώρημα κγ, Πρόθεσις λγ.

ΕΝ τοῖς ἴσοις κύκλοις, αἱ γωνίαι τὸν αὐτὸν λόγον ἔχουσι ταῖς περιφερείαις ἐφ' ὧν βεβήκασιν, ἐάν τε πρὸς τοῖς κέντροις, ἐάν τε πρὸς ταῖς περιφερείαις ὦσι βεβηκυῖαι. ἔτι δὲ καὶ οἱ τομεῖς, ἅτε πρὸς τοῖς κέντροις συνιστάμενοι.

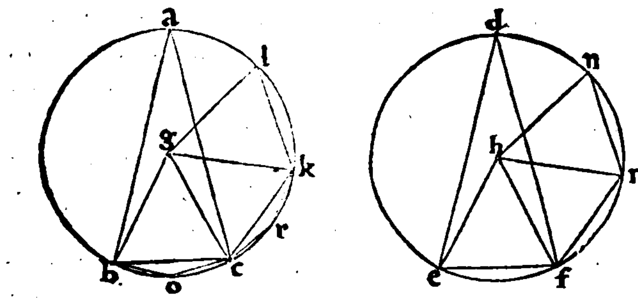
Theorema 23, Propoſitio 33.

IN æqualibus circulis,anguli eandem habent rationem ipſis cir- 33
cunferētijs in quibus deducūtur:etſi ad centra, etſi ad circunferētias fuerint deducti. Tum etiā ſectores, tanꝗ ad centra cōſtituti.

ORONTIVS. ¶Sint bini & adinuicē æquales circuli,a/b/c/& d/e/f: ad quorū centra g/& h,anguli deducātur b/g/c/& e/h/f,ad circunferētias autē,b/a/c,& e/d/f, circunferentias b/c/& e/f/comprehendentes. Aio primùm,quòd veluti circunferentia b/c,ad e/f/circunferentiā,ſic angulus b/g/c/ ad angulum e/h/f,necnon & angulus b/a/c/ad angulum e/d/f. Connectantur enim per primum poſtulatum b/c/ & e/f.& in datis circulis a/b/c/& d/e/f,datis rectis lineis b/c/& e/f,nō maioribus eorundem circulorum dimetientibus:quotcunq; æquales rectæ lineæ ordine coaptentur,c/k/& k/l/ipſi b/c,atq; f/m,& m/n/ipſi e/f/æquales, per primā quarti.& per pri

De angulis q ad centrum.

mum poſtulatum,connectantur g/k,g/l,h/m, & h/n/rectæ lineæ. Et quoniā æquales ſunt b/c,c/k, & k/l/ rectæ lineæ, æquales ſunt & circunferentiæ b/c, c/k, & k/l/ eaſdem rectas inuicem æquales ſubtendētes, per vigeſimamoctauam tertij. Hinc



per vigeſimāſeptimā eiuſdē tertij,anguli b/g/c, c/g/k, & k/g/l, æquales ſunt adinuicem.Et proinde anguli e/h/f, f/h/m, & m/h/n,adinuicē pariter æquales.Quotuplex igitur eſt b/c/l/ circunferentia, ipſius circunferentiæ b/c: totuplex eſt angulus b/g/l, ipſius anguli b/g/c.quotuplex inſuper eſt e/f/n/circunferētia,ipſius e/f/circunferētiæ: totuplex eſt & angulus e/h/n,ipſius anguli e/h/f.Si itaq; circunferētia b/c/l/ maior eſt circunferētia e/f/n:æquè maior eſt & angulus b/g/l,ipſo angulo e/h/n:& ſi æqualis,æqualis:ſi autem minor, itidem proportionaliter minor. Quatuor itaq; magnitudinum,vtpote b/c/& e/f/circunferētiarum,& angulorum b/g/c/ & e/h/f, ſumpta ſunt æquè multiplicia primæ & tertiæ:necnō ſecundæ & quartæ alia vtcunque æquè multiplicia. & ſicut multiplex primæ,ad multiplex ſecundæ:ſic multiplex tertiæ, ad multiplex quartæ ſe habere deductum eſt. In eadem ratione igitur eſt prima ad ſecundam,& tertia ad quartam,per ſextam ipſius quinti diffinitionē:hoc eſt,ſicut b/c/ circunferentia,ad e/f/circunferentiā:ſic angulus b/g/c,ad angulum e/h/f.

Circunferentiæ		Anguli.	
b/c/ l.	e/f/n.	b/g/l.	e/h/n.
b/ c.	e/ f.	b/g/c.	e/ h/ f.

¶Et quoniā angulus b/g/c/duplus eſt anguli b/a/c, & e/h/f/ipſius e/d/f/itidem duplus, per vigeſimam tertij.Sunt itaque b/g/c/& e/h/f/anguli, ipſorum b/a/c/ & e/d/f/qui ad circunferentias ſunt angulorū, æquè multiplices. Partes autē eodem modo multiplicium, eandem rationem habent ſumptæ adinuicem: per decimamquintam eiuſdem quinti.Quam rationē igitur habet angulus b/g/c, ad angulum e/h/f: eam habet & angulus b/a/c,ad angulum e/d/f.Oſtenſum eſt autem,quòd angulus b/g/c/ad angulum e/ h/ f/ eam habet rationem:quam b/c/circūferentia,ad circunferentiā e/f.Et b/a/c/igitur angulus,ad angulum e/d/f/ eam habet rationem,per vndecimam quinti:quam b/c/ circunferentia, ad circunferentiam e/f. De anguliſ q ad circunferē tiam.

b/ c. e/f	b/g/c.e/h/f	b/a/c.e/d/f

¶Dico inſuper quòd ſicut eadem circunferentia b/c, ad circunferentiā e/f:ſic g/b/c/ſector,ad ſectorem h/e/f.Coaſſumantur enim in b/c/& c/k/circunferētijs,contingentia ſigna,o/& r:& connectantur b/o,o/c,c/r,& r/k/lineæ rectæ,per primum poſtulatum.Et quoniā trianguli g/b/c/duo latera b/g/& g/c,ſunt æqualia duobus c/g/& g/k/trianguli c/g/k, per quindecimam diffinitionem primi,& æquos adinuicem continent angulos,baſis quoq; b/c/baſi c/k/eſt æqualis: totum itaque triangulum g/b/c,toti triāgulo c/g/k,per quartā ipſius primi,eſt æquale. Rurſum quoniam b/c/circunferentia,æqualis eſt circunferentiæ c/k:ſi à tota a/ b/ c/ circunferentia,eædē æquales auferantur circunferentiæ,reliqua b/a/c/reliquæ c/a/k, per tertiā communem ſententiam,eſt æqualis.Et proinde anguli b/o/c/ & c/r/k, æquales ſunt adinuicem, per vigeſimamſeptimam tertij. Similis eſt igitur ſectio b/ o/ c, ſectioni c/r/k, per decimam ipſius tertij diffinitionem: & in æqualibus rectis lineis b/ c/ & c/k/conſtitutæ ſunt. Aequalis eſt igitur ſectio b/o/c,ſectioni c/r/k, per vigeſimamquartam eiuſdem tertij.Et quoniam æquum eſt triangulum g/b/c,triangulo c/g/k: totus propterea ſector g/b/c, toti c/g/k/ſectori, per ſecundam communem ſententiam eſt æqualis.Et proinde ſector g/k/l,vtrique ipſorum g/b/c,& c/g/k/conuincitur æqualis. Tres itaque ſectores g/b/c,c/g/k,& g/k/l,ſunt æquales adinuicē.Haud diſſimiliter,ſectores h/ e/ f, f/ h/ m, & h/ m/ n, inuicem æquales fore concludentur. De ſectorib⁹.

Quotuplex eſt igitur circunferentia b/c/l, ipſius b/c/ circunferentiæ : totuplex eſt g/b/l/ ſector,ipſius ſectoris g/b/c. Et proinde quotuplex eſt circunferentia e/f/n, ipſius e/f/circunferentiæ:totuplex eſt & ſector h/e/n, ipſius ſectoris h/e/f. Ergo ſi b/c/l/circunferẽtia,maior eſt ipſa e/f/n:æquè maior eſt & ſector g/b/l, ipſius ſectoris h/e/n:& ſi æqualis,æqualis:& ſi minor,itidem proportionaliter minor. Quatuor itaque magnitudinum,duarum inquàm circunferẽtiarum b/c/& e/f, & duorum ſectorum g/b/c/& h/e/f,ſumpta ſunt æquè multiplicia primæ & tertiæ, necnõ ſecundæ & quartæ alia vtcunq; æquè multiplicia:& vt multiplex primæ ad multiplex ſecũdæ,ſic multiplex tertiæ ad multiplex quartæ ſe habere deductũ eſt. Prima igitur ad ſecũdam, eandem habet rationẽ,& tertia ad quartam,per ſextam diffinitionem quinti. Sicut igitur circunferentia b/c, ad circunferentiam e/f: ſic g/b/c/ ſector, ad ſectorem h/e/f. In æqualibus igitur circulis, anguli eandem habent rationem ipſis circunferentijs in quibus deducuntur : etſi ad centra,etſi ad circunferentias fuerint deducti. Tum etiam ſectores,tanquàm ad centra conſtituti. Quod tandem receperamus oſtendendum.

Cicunferentiæ		Sectores.	
b/c/l.	e/f/n.	g/b/l.	h/e/n.
b/c.	e/f.	g/b/c.	h/e/f.

Corollarium.

¶ Et proinde manifeſtum eſt,quòd veluti ſector ad ſectorẽ,ſic per vndecimã quinti angulus ad angulum : vtrobique enim ratio offenditur, quæ circunferentiæ ad circunferentiam.

SEXTI LIBRI GEOMETRICOrum Elementorũ Euclidis Megarenſis, Ex Orontij Finei Delphinatis,Regij Mathematicarum profeſſoris, traditione,

FINIS.

Vireſcit vulnere virtus.

Errata quæ in paucis admodùm accidere exemplaribus.

Pagina 9.ſub prima cõmuni ſentẽtia:lege,ſit æqualis magnitudo cnecesſum eſt.&c.
Pagina 49. linea prima demonſtrationis:tolle quòd,& lege aio ex tota a/b.&c.non, quòd ex tota.

Regiſtrum.

2 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 2.
a. b. c. d. e. f. g. h. i. k. l. m. n. o. p.