Orontij Finei Delphinatis, Regii Mathematicarum professoris,

IN SEX PRIORES LIBROS geometricorum elementorum Euclidis Megarensis Demonstrationes.

Quibus ipsius Euclidis textus græcus, suis locis insertus est: vnà cum interpretatione latina Bartholamæi Zamberti Veneti, ad fidem geometricã per eundem Orontium recognita.

CVM PRIVILEGIO
Regis ad decennium,

In manibus Domini sortes meæ.

PARISIIS.
Apud Simonem Colinæum.
1536. pla

Virescit vulnere virtus.

Recompact. 21. Nov. 1591.

Chriſtianiſſimo ac potentiſs. GALLIARVM REGI, FRANCISCO huius nominis primo, Orontius Fineus, Delphinas, S. D.

DVm celebres illas & fidiſſimas artes, Franciſce Rex inuictiſſime, quæ ſolæ Mathematicę, hoc eſt, diſciplinæ meruerunt adpellari, ſub tuo felici profiterer nomine: raros admodùm offendi (etiam in numeroſa auditorum multitudine) qui ſatis fido ac liberali animo, tam vtile ac iucundum philoſophandi genus, à limine (vt aiunt) ſalutare, ne dicā ad illius penetralia, penitioráq; ſecreta, peruenire dignarentur. Cuius adeò miſeræ ac deplorandæ infelicitatis radicē, ex eo maximè pullulare vel facilè percepi: ꝗ ſiue inclementia tēporis, ſiue parentū & præceptorū incuria, Geometriæ nuſquàm prægustauerint elemēta. ſine quorum præuia, ac exacta cognitione: omnis prorſus, nedum Mathematica, negatur philoſophia. Perſcrutatur enim Geometria continuæ, & prout immobilis eſt, quantitatis accidentia: nempe magnitudinum, & figurarū rationes, affectiones item, poſitionéſq; diuerſas: multiformia ipſarū diſcrimina ſubtili admodū examine diſcutiēdo. Exordiū præterea ſumit, à per ſeſe, & vulgo notis principijs. & potiſſimis dialectices innixa pręceptis, ac collecta ſyllogiſmis: ad prima demonſtrationū inſurgit elemēta. à quibus per mediorū ordinē diſcurrēdo, atq; ſimplicia compoſitis, & cōpoſita ſimplicibus comparando, progreditur ad vltima: ad propria tandē ſingula reſoluendo principia. Quanquā inſuper circa intellectilia & abſtracta, quemadmodū & diuina verſetur philoſophia: ſenſilia tamē & ipſi materiæ ſubiecta, veluti phyſica ratiocinatio, ſimul attingere cōperitur. Et proinde fit, vt nulla diſciplina certior exiſtat Geometria: vel quæ antiquitatis dignitate præcellat. Nulla etiam quæ vires ingenij magis foueat, augeat, locupletétq;: vel quæ ingenium ipſum ad puriora ſtudia, omniúmq; ingenuarum adinuentionum excogitationē, adeò facile reddat, ac ſuapte natura propēſum. Adde quòd vſui, & cōmodo generis humani plurimùm cedit. Hinc prçclara illa & toti Orbi decora liberaliũ artiũ facultas, cæterarum mater & alumna, ad veterũ philosophorũ imitationẽ, prudẽtissima sanciuit institutione: ne quispiã in doctorum, seu (vt vocãt) magistrorũ admittatur ordinẽ, ni cũ cæteris philosophici discursus authoribus, sex priores libros geometricorũ elemẽtorũ Euclidis saltẽ audiuerit. quasi ignoratis Geometriæ rudimentis, ad cæteras disciplinas præclusa videatur esse via. Cuius rei vestigia, Parisiensis adhuc obseruat academia. qui enim ad laureã adspirãt philosophicã: iureiurãdo profitẽtur arctissimo, sese prçnominatos Euclidis libros audiuisse. An verò illius elementa, multis abhinc annis, vsq; ad nostra viderint (ne dicã intellexerint) tẽpora (paucis forsitã exceptis, quos æquus amauit Iupiter) non ausim honestè cõfiteri. Nouerunt enim singuli, etiã exteri: quibus deliramẽtis nõ modò fœcũdissima iuuenũ ingenia hactenus torserint, ac penè dixerim deprauarint pseudophilosophi, verumetiã omnẽ bonã extinxerint eruditionẽ.

Redit tamẽ suus singulis honos, suáq; dignitas: & in pristinũ illũ disciplinarũ splendorẽ (reiectis barbaris, ac sophisticis nugis) paulatim cũcta reduci cõspicimus. Id'q; tuo in primis fauore, ac liberali succurrẽte munificẽtia, Princeps humanissime: qui primus inter maiores tuos, non sine magna tui nominis ac dignitatis propagatione, & incõparabili reipub. cõmodo, bonarũ literarũ studia fouere cœpisti, & publicis augere professoribus. Inter quos, me liberaliũ Mathematicarũ interpretẽ simul instituisti: & prçter decretũ stipendiũ, nõ aspernandis plerũq; donasti muneribus. Vt igitur pro mea virili parte, tũ erga munificentiã tuã, tum erga ipsam rẽpub. debito fungar officio, & prçter quotidianas lectiones, aliquod hominis vestigiũ, in fidele tuæ liberalitatis & clementiæ testimoniũ, posteris relinquã, vt'q; viã ad grauiora ijs simul aperiã, qui mathematici fieri, hoc est, aliquid scire desiderãt: cõscripsi nuper in sex (quos paulo antè dixi) libros Euclidis, cõmentaria admodũ vtilia, clarissimásq; propositionum demõstrationes, & sub nomine auspicióq; tuo felicissimo tandẽ ædidi. cõscripturus deinceps & suo æditurus ordine (Deo in primis, & tuo opitulãte subsidio) cçtera mathematicæ philosophiæ rudimẽta: quibus studiosa iuuentus proficiẽdo delectabitur, & ad vberrimũ (vt spero) prouehetur incremẽtũ. Interea clementissime Rex, hosce labores nostros, tuæ maiestati consecratos, liberaliter suscipito. Vale Regum decus, & literarũ vnicum refugium. Lutetiæ Parisiorum, M. D. XXXVI.

AD CANDIDVM QVENQVE, AC studiosum Lectorem.

ABsoluimus tandem, candide ac studiose Lector, & tibi liberali admodùm communicamus animo, toties promissas, totiésque desideratas in sex priores libros elementorum Euclidis, disciplinarum omnium ianitoris, demõstrationes. Quibus græcũ ipsius Euclidis cõtextum suis locis inseruimus, vnà cum interpretatione latina Bartholamæi Zamberti Veneti: quam vbi geometricum visa est offendere sensum, ea qua decet modestia, fideliter emendauimus, & singula in suam redegimus harmoniã. In primis itaque diffinitiones ipsas (quæ durioris, quàm iuuenum captus exposceret, plerunque videbantur interpretationis) qua potuimus elucidauimus facilitate: atque cætera principiorum genera, à quibus vniuersa problematum atque theorematum multitudo consurgit. Ipsorum porrò theorematum atque problematum subtiles difficiléśque demonstrationes, tali artificio, adeóque ordinato ac facili discursu conscripsimus, & cõuincentibus probauimus syllogismis (multis tum in melius commutatis, tum recenter adinuentis: nullísque, præter ea quæ in ipso continentur Euclide, subrogatis principiis) vt nemo futurus sit, qui legendo simul non valeat intelligere: quíque minimũ addere verbum absque temeritate, aut detrahere sine iactura possit. Adde quòd ipsarum demonstrationum schemata siue figuras, ad rigorẽ artis seu literæ, propria manu depinximus: quò satis ex omni parte huic labori faceremus. Primo itaque libro describuntur triangula, lineæ, anguli, paralleli, necnon quadrata & parallelogramma tum iuuicem tum ipsis comparata triangulis. Secundo, gnomon atque rectangulum diffinitur parallelogrammũ: linearum insuper tum sectarum, tum coniunctarũ adinuicem potestates: hoc est, ex ipsis lineis, ac earundem segmentis resultantium quadratorum & rectilineorum qualitates edocentur. Tertio autem, circulorum perscrutantur inspectiones, atque rectarum in circulo subtensarum, & ipsorum angulorũ tum ad centrũ tum ad circuli circunferẽtiam consistentium discrimina. Quarto porrò libro, figurarum inscriptiones, atque circunscriptiones ostenduntur. Quinto, magnitudinum rationes atque proportiones in vniuersum discutiuntur. Sexto deniq; libro, post diffinitam rationum compositionem, linearum proportionalium inuentiones, rationes item atque proportiones figurarũ, mirabili resoluuntur artificio. Quæ quidem omnia syllogismis, tum à causis, tum ab inspectionibus sumptis (quæ fidem efficere possunt) suo demonstrãtur ordine. Incepit igitur Euclides à triangulis, & angulis, atque lineis rectis: propterea quòd rectilinearum figurarum prima est trilatera, in quam cæteræ rectilineæ figuræ resoluuntur. Penes insuper laterum & angulorum diuersam habitudinem, earundẽ rectilinearũ figurarum attendũtur, considerantúrve discrimina. Et proinde liber primus, vniuersalior est secundo, secundus tertio, tertius quarto: & deinceps

Quæ singulis sex libris continea ntur.

Cur hos sex libros seorsum ędiderit Orōtius.

ita de cæteris. Nec alienum velim habeas iudicium, de propriis singulorum librorũ diffinitionibus. Hos autem sex priores libros, ad continuam spectantes quantitatem, seorsum de industria collibuit exponere. Nempe in gratiam tum auditorum nostrorum, atque professorum artium liberalium, nostræ potissimùm vniuersitatis Parisiensis, qui eosdem libros suis tenentur interpretari discipulis: tum etiã ob ipsorum discipulorum non aspernandam vtilitatem. Poterunt siquidem eorundem sex librorum adminiculo, viam sibi ad vniuersam parare philosophiam: præcipuè Aristotelicam, quæ geometricum præsupponere videtur auditorem. hinc fit, vt iis qui Geometriam ignorant, subobscurus difficilisq́ videatur Aristoteles. Quantum igitur publicæ studentium consuluerimus vtilitati, quàm longè præterea cæteros omnes hac in parte superauerimus: non facilè persuadebitur ambitiosis illis & vanissimis rabulis, qui dum nihil agunt boni, sed vitam protrahunt parasiticam, suum de omnibus impudenter audent proferre iudicium. Sed tu æquissime ac humanissime Lector, qui iudicio, doctrina & eruditione polles, qui boni & æqui semper nosti consulere, nec ignoras quàm pulchrum & quàm decorum sit, pro concessa dexteritate, cæteros iuuare mortales: dum perlegeris, & perpenderis singula, poteris apud te tandem iudicare. Quòd si hunc laborem nostrum, tibi pergratum (vt optamus & speramus) futurum acceperimus: in reliquos omnes ipsius Euclidis libros non aspernãda tibi parabimus commentaria, aliáq́ non minus vtilia q̃ iucunda demũ communicabimus opera. Vale igitur interea feliciter: & Christianissimo Francorũ Regi, mecœnati nostro clementissimo (cuius fauore & auxilio id facimus quod facimus) vitæ in primis, dein rerum omnium felicissimũ imprecare successum. Vale iterũ. Lutetiæ Parisiorum mense Octobri. Anno Christi saluatoris M.D.XXXVI.

Ad Inuidum ex Martiali distichon.

Qui ducis vultus, & non vides ista libenter:
Omnibus inuideas liuide, nemo tibi.

INDEX OPERVM, AB ORONTIO FINEO Delphinate, Regio Mathematicarum professore, in gratiam studiosorum omnium hactenus conscriptorum.

¶ Quæ ab eo ædita & iam impressa sunt.

¶ Protomathesis, ingens volumen: in quo hæc continentur.

De Arithmetica practica, libri quatuor: his qui ad mathematicam adspirant philosophiam haud parum conducentes.

De Geometria libri duo: vbi de longitudinũ, planorum, & solidorũ dimensionibus.

De Mundi sphæra, siue Cosmographia, primáve Astronomiæ parte, libri quinque: proprijs eiusdem Orontij commentarijs elucidati.

De Quadrantibus & solaribus horologijs, libri quatuor: in quibus præter aliorum emendatas inuentiones, plurima suo excogitauit ingenio scitu dignissima, à Mustero quodam statim inciuiliter vsurpata.

¶ Arithmeticæ practicæ æditio secunda, ab ipso authore castigata, aucta, & recognita, & in suum candorem restituta, ac seorsum impressa.

Quadrans vniuersalis astrolabicus, omnibus Europæ regionibus inseruiẽs, eiusdem & amplioris cum ipso Astrolabio commoditatis.

Commentaria, siue demonstrationes in sex priores libros elementorum Euclidis, præsenti contenta volumine.

Aequatorium Planetarũ, instrumento quadrangulari & altera parte longiori comprehensum.

¶ Almanach cõiunctionum & oppositionum Luminarium, cum ijs quæ ad ecclesiasticum pertinent computum: xxxv. annis inseruiens.

Aliud item almanach vniuersale, vtilissimis refertum cõmoditatibus: ad plures annos inuiolabile, & tam latinè quàm gallicè conscriptum.

¶ Charta siue Chorographia Galliarum, elegantissimè depicta.

Vniuersi orbis descriptio, gemina cordis humani figura, & vnico papiri folio comprehensa.

Eadem orbis designatio, ampliore & vnica humani itidem cordis effigie coextensa.

Viaticum diui Pauli: siue terrarum ad sacræ scripturæ intelligentiam necessariarũ Chorographiam primus ædidit.

Nunc verò promissa Terræ sanctæ Chorographia, ad verum (quoad fieri potuit) descripta sculpitur: & propediem emittetur.

Aedidit & alia quàmplurima minutiora opuscula (etiam gallica) quæ longum esset recensere. Singula quoq; figuris elegãtissimis, propria manu depictis, illustrauit.

¶ Aliena per eundem Orontium emendata.

Compendium sphæræ Ioannis à Sacrobo. annotationibus & figuris ornauit.

Theoricas planetarum Georgij Purbachij, scholijs, ac figuris non aspernandis clariores reddidit.

Arithmeticen Ioannis Martini Blasij, primus in suam redegit harmoniam, & figuras admodũm necessarias cum numeris adiunxit.

Margaritam insuper philosophicum F. Gregorij Resch. Cartusiani, suæ integritati restituit: & non aspernandis illustrauit appendicibus.

Emendauit & varios sub prælo authores: quos data prætermittimus opera.

¶ Quę nũc autẽ ipse moliatur Orontius, sequẽti disces priuilegio.

Proximo distícho, corrige. & non legis ista libenter.

Coppie du priuilege de ce present liure, & aultres oeuures contenues en icelluy.

Francoys Par la grace de Dieu Roy de France, au preuost de Paris, Bailly de Rouen, Seneschal de Lyon. Et a tous noz aultes iusticiers, officiers, ou a leurs lieuxtenãs quil appartiẽdra, salut. Nostre cher & bien ame maistre Oronce Fine, lecteur ordinaire de par nous es sciẽces Mathematicques, en nostre ville & vniuersite dudict Paris: Nous a faict entẽdre, que auec grãt peine & labeur, Il a faict & cõpille plusieurs liures & cartes, intitulez ainsi ql sensuit, assauoir. Les cõmẽtaires sur les six premiers, & dixiesme liures de Euclide: & sur la perspectiue dicelluy. Trois liures, touchãt lart de scauoir mesurer toutes lõgueurs, plates formes, & corps solides. Cinq liures, sur la Cosmographie ou Sphere du Mõde, concernans la premiere & principalle partie Dastronomie. Vng Astrolabe nouueau, auec le liure de la declaration dicelluy. Vng quadrant representãt ledit Astrolabe, auec sa declaratiõ, tant en Latin que en langaige Frãcoys. Vne oeuure tresutile sur la theoricque des Planettes, auec les tables & instrumens a ce requis. Vng Aequatoire, pour scauoir le cours & mouuement desdictz Planettes: auec vng Directoire. Le tout nouuellement excogite, par ledict Oronce: & les liures declaratifz diceulx. Vng almanach a plusieurs annees, fort vtile. Plus oultre lesdictz liures, a redigez en forme de deux grãs rondeaulx hemisphericques, la description geographicque de tout le Mõde. Aussi la descripti on & Carte de Europe, le plus au vray distincte quil luy a este possible. En tous lesquelz liures & cartes susdictes, sont contenues plusieurs bonnes oeuures de tresgrant prouffit & vtilite: a linstruction, edification, & recreation des bons esperitz, qui se vouldront applicquer a les veoir & entẽdre. Nous suppliant & requerant, que a ceste cause luy vueillons permettre la publication desdictz liures & cartes, par nostre Royaulme. ¶ Pource est il, que nous ce considere, desirans fauoriser & gratiffier au labeur dudict Oronce Fine. A icelluy auons permis & octroye, permectons & octroyõs, voulons, & nous plaist: Que par tel ou telz des imprimeurs iurez de nostredict Royaulme que bõ luy semblera, il puisse & luy loise faire imprimer lesdictz liures & cartes des intitulations dessusdictes. En deffendãt tresexpressemẽt a tous aultres libraires & imprimeurs de noz villes & vniuersitez quelz quilz soient, sinon celluy ou celux qui en auront charge de par luy. Que durãt le tẽps & terme de dix ans prochain venãs, Ilz nayẽt a imprimer ou faire imprimer, vendre ne lucider lesdictz liures & cartes susdictes, sur peine damende arbitraire & de cõfiscation diceulx liures & cartes. Si voulons, vous mandons, & a chascun de vous en droict soy & si comme a luy appartiendra, Que de noz present grace conge permission & octroy, vous faictes souffrez & laissez ledict Oronce Fine, iouyr & vser, Et icelles nosdictes deffenses entretenir, garder, & obseruer de poinct en poinct, selon & ainsi que dict est cy dessus. Cessans tous aultres empeschemens au contraire. Car tel est nostre plaisir. Donne a Valence, le cinquiesme iour de Septembre, Lan de grace mil cinq cens trente six. Et de nostre regne le vingtdeuxiesme. Ainsi signe

Par le Roy, monseigneur le Cardinal de Lorraine, & aultres presens.

Preudomme.

Et seelle a simple queue de cire Iaulne.

Orontij Finei Delphinatis, Regii Mathematicarum Professoris, In Primum elementorum Euclidis, Demonstrationes.

Principiorum Interpretatio.

RECEPTUM EST AB OMNIBUS, VNAMQVANque disciplinā propria sibi vēdicare principia: quę etsi nulla prorsus videātur indigere probatione, ex ipsis tamen saneq; intellectis principijs, ad ea quæ eadem consequūtur principia, deuenire vel facilè cōtingit. Idcirco generalē principiorū geometricorū elucidationē, protheoriāmve in sex priores libros geometricorū elementorū Euclidis Megarensis (quos in gratiam studiosorum omnium suscepimus interpretādos) præmittere: atq; intellectualem illam magnitudinum, & figurarum cōtemplationem (prius, quàm ad propositionum expositionem deueniamus) rudioribus geometricarum speculationum tyrunculis aperire, non duximus importunum. *Cuiuslibet disciplinæ propria recipienda fore principia.*

Triplicem itaque principiorum offendimus ordinem: vtpote, diffinitiones, terminorum naturam exprimentes: postulata, ex ipsis collecta diffinitionibus: & effata, seu cōmunes sententias, quæ dicuntur axiomata In primis ergo diffinitiones: dein reliqua suo declarabimus ordine. *Triplex ordo principiorum geometricorum.* Animaduertendum est igitur, subiectum ipsius Geometriæ fore magnitudinem, à numero quidem & materia seorsum abstractam. *Geometriæ subiectum.* Magnitudinis autem, triplex assignatur dimensio Aut enim magnitudo longa tantùm imaginatur: aut longa, & lata: vel denique longa, & lata, simúlque profunda, siue crassa abstrahitur. *Triplex i magnitudine dimensio.* Quorum omnium mediatum vel immediatum principiū, punctum (aliàs signum) esse dicitur. Fingitur enim magnitudo per continuam suiipsius diuisionem (quāquàm in semper diuisibilia distribuatur) deuenire tandem ad partem minimam, quæ videlicet amplius diuidi non possit, ac si foret omni dimensione priuata: instar quidem vnitatis in discreta quantitate. *Pūctū omnis magnitudinis principium.* Vt quemadmodùm ex vnitatis multiplicatione, omnis conficitur numerus: haud dissimiliter ex huiuscemodi parte, vel indiuisibili nota, per abstractum seu transsumptiuum eiusdem notulę motum, omnem effingamus oriri seu produci magnitudinē. *Pūcti cū vnitate comparatio.* Hanc itaq; magnitudinis partem minimā, siue notulā indiuisibilem seorsum abstractam, punctum adpellamus: & ab Euclide ita primùm describitur,

De puncto, linea, atque superficie, Diffinitiones.

Σημεῖόν ἐστιν, οὗ μέρος οὐθέν.

Punctum

1 Punctum est, cuius pars nulla.

Id est, quod abstractū à cōtinuo, velut ipsius cōtinui pars minima, omni dimēsione priuatū imaginatur. Ex cuius quidē pūcti abstracto defluxu, per infinitā suiipsius multiplicationē, longitudo dimensionū primaria cōficitur: quæ Linea vocitatur, in hunc diffinita modū, *Vt linea ex puncto describatur.*

Γραμμὴ δὲ, μῆκος ἀπλατές.

2 Linea verò, est longitudo latitudinis expers.

Hoc est, latitudine priuata. Cū enim punctū omni careat dimēsione: suo fluxu, seu trāssumptiuo motu, causat tantummodò longitudinem.

Γραμμῆς δὲ πέρατα, σημεῖα.

3 Lineæ autem limites, sunt puncta.

Incipit enim à puncto, & ex infinitis conficitur punctis, in punctúmq; terminatur. Omnis porrò linea, vel recta, vel obliqua venit imaginanda.

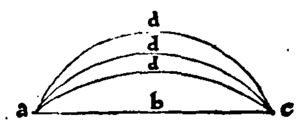
Εὐθεῖα γραμμή, ἐστιν ἥτις ἐξ ἴσου τοῖς ἐφ' ἑαυτῆς σημείοις κεῖται.

Recta linea est, quæ ex æquali sua interiacet puncta. 4

Vtpote, quæ à puncto in pūctum breuissimè ducitur, ipsa terminatiua puncta intermedijs æquali positione cōnectens: vti subscripta a/b/c/linea repræsentat. Cùm igitur à dato pūcto, in datum quodcūque punctum vnica sit breuissima via: fit, vt nulla recta linea rectior detur altera, sed quotquot ab eodem puncto ad idem punctum producentur lineæ rectæ, in vnam eandémq; lineam rectam coincidant. Secus est de obliqua: quæ per contrariam ipsius rectæ diffinitionē facilè describitur. nam ab eodem puncto ad idem punctum, infinitæ producūtur obliquæ lineæ, quæ circunferentiarum portiones adpellantur: dantúrque obliquis obliquiores. Veluti, quæ ab eodem pūcto a/ad punctum c/ per ipsum d/ protrahuntur, ostendunt.

Recta linea non datur rectior.

Obliquarum linearū infinita diuersitas.



Ex lineæ autem imaginario fluxu, acsi succedentium adinuicem linearum vestigium relinqueret, latitudo dimensionum altera respondenter acquiritur, describitúrq; superficies.

Supficiei abstractiua descriptio.

Ἐπιφάνεια δέ ἐστιν, ὃ μῆκος καὶ πλάτος μόνον ἔχει.

Superficies est, quæ longitudinem, latitudinémq; tantùm habet. 5

Quæ cùm exordiatur à linea, & ipsius lineæ terminatiua puncta, ad motum eiusdem, rectam vel obliquam lineam describant, in eadémque linea mota quiescat ipsa superficies: relinquitur euidens quòd

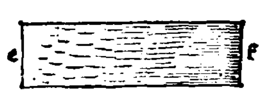
Ἐπιφανείας πέρατα γραμμαί.

Superficiei extrema sunt lineæ. 6

Porrò cùm linea, ad descriptionem mota superficiei, recta fuerit, atq; in longum lineæ rectæ vniformiter, breuissiméque traducta: fit superficies, quæ plana dicitur, & in hunc diffinitur modum,

Ἐπίπεδος ἐπιφάνειά, ἐστιν ἥτις ἐξ ἴσου ταῖς ἐφ' ἑαυτῆς εὐθείαις ἔχει.

Plana superficies est, quæ ex æquali suas interiacet lineas. 7

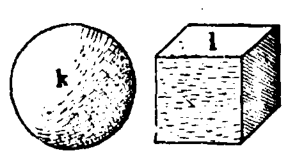


Id est, quæ per totam rectam lineam quaquauersum accommodatur, nullo prorsus inflexa curuamine: veluti obiecta superficies e/f.

Curua superficies.

Hinc curuæ superficiei diffinitio, per contrariam elicitur imaginationem: quæ ex ea parte qua circunflectitur, cōcaua: forinsecus autem, conuexa nominatur. quemadmodùm tibi repræsentat figura g/h.

Solidorum origo.



Ex superficiei deniq; fluxu, solidum siue corpus trina dimēsione, vtpote, longitudine, latitudine, atque profunditate contentū, abstractiuè describitur. Quod vel vnica tantummodò superficie, vti sphæra k: pluribúsve superficiebus, vt cubum l/terminatur. Sed de his in posterioribus libris ipsius Euclidis tractandum. Igitur pro linearum atque superficierum varietate, diuersóque eorundem motu, seu abstracto defluxu: varia, & penè infinita tum planorum, tum etiam solidorum, hoc est superficierum & corporum abstrahitur multitudo, pro limitum & angulorum varietate, diuersis expressa nominibus.

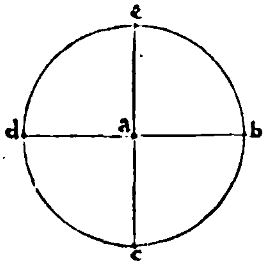
Vnde superficierū & corporū tāta diuersitas.

De rectilineis angulis.

Angulus, Planus, Solidus.

ANGVLORUM IGITVR, QVIDAM PLANI: QVIDAM VErò solidi. Planos vocitamus angulos, qui ex mutua concurrentium adinuicem linearum causantur inclinatione. Solidi autem dicuntur anguli, qui ex planorum angulorum cōcursu figurantur: de quibus in postremis elementorum libris. Nunc itaque de planis tractandum angulis. Pro quorū elucidatione animaduertendum est, quoties linea recta, altero limitum manente fixo, altero autem moto, completè circunducitur: describi superficiem, quæ circulus adpellatur. vtpote, si a/b/ recta, immoto puncto a, ex b/ in c, per d/ & e, rediens tandem

Angulorū origo notanda.



in b, circum idem punctum a, complete reuoluatur: describens planum circulare b/c/d/e. Nam punctum b/ hoc modo circūductum, lineam efficit orbicularem, quæ circunferentia dicitur: & immotum punctum a, medium, siue centrum eiusdem vocatur circuli. Hinc orta est subscripta circuli, & in ordine decimaquinta diffinitio. Prius quàm autem eiuscemodi linea vniuersum compleuerit orbē, diuersas cum prima & relicta linea facit inclinationes, nusquā ab immoto recedendo pūcto. Hæc igitur linearum super eodem plano sese ita contingētium inclinatio mutua, vel inclinationis habitudo (vt linearum a/ b/ & a/e/ vel a/e/& a/d) & non in directum constitutarum, hoc est, vnam eandémque rectam lineam minimè efficientium (cuiusmodi sunt a/b/& a/d, vel a/c/& a/e) planus vocitatur angulus: qui ab ipso Euclide, hoc modo consequenter diffinitur,

¶Ἐπίπεδος δὲ γωνία, ἐστὶν ἡ ἐν ἐπιπέδῳ δύο γραμμῶν ἁπτομένων ἀλλήλων, καὶ μὴ ἐπ' εὐθείας κειμένων πρὸς ἀλλήλας τῶν γραμμῶν κλίσις.

8 Planus angulus, est duarum linearum in plano sese tangentium, & non in directo iacentium, ad alterutram inclinatio.

Hæc autem inclinatio de rectis lineis potissimùm venit intelligenda: tales enim anguli in his primis sex libris geometricorū elementorū præcipuè considerātur. Hinc dicit Euclides,

¶Ὅταν δὲ αἱ περιέχουσαι τὴν γωνίαν γραμμαὶ εὐθεῖαι ὦσιν, εὐθύγραμμος καλεῖται ἡ γωνία.

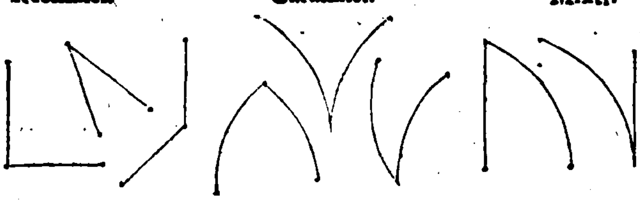
9 Quando autem quæ angulum continent rectæ lineæ fuerint, rectilineus angulus nuncupatur. quando aut recte linee fuerint que angulum continent: rectilineus nuncupatur

Quòd si eædem lineæ datum efficientes angulum fuerint obliquæ, siue curuæ: curuilineus dicetur angulus. quales sunt qui à circunferentiarum causantur intersertionibus. Si autem ex recta & curua angulus ipse cōficiatur: is mixtus venit adpellandus. Veluti sunt anguli ex dimetiēte, seu chorda, & arcubus circulorū comprehensi. Potissima tamen inter planos angulos, rectilineorū apud Geometras (vti supra diximus) habetur consideratio.

Planorum angulorū diuersitas.

ANGVLI.

Rectilinei. Curuilinei. Mixti.



¶Penes quid rectilineorum angulorum attendenda magnitudo.

¶CVIVSLIBET IGITVR ANGVLI PLANI RECTILINEI MAgnitudo siue quantitas, dicitur arcus circuli, ab ipsis lineis rectis datū efficientibus angulum comprehēsus: circuli inquā, cuius centrū ad concursum dictarum linearū imaginatur, & qui ad completam minoris earundem linearum reuolutionem describitur. Si datæ itaque lineæ rectæ angulum continentes, quadrantē adamussim comprehendant ipsius circuli: huiusmodi angulus rectus dicitur. Si verò arcum includant quadrante minorem: acutus. Quoties autem idem arcus, quadrantem exuperauerit circuli: datus angulus nominatur obtusus. Quod ex ipso facile colligitur Euclide, cùm dicit,

Angulus, Rectus, Acutus, Obtusus.

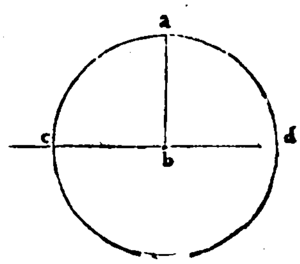
¶Ὅταν δὲ εὐθεῖα ἐπ' εὐθεῖαν σταθεῖσα τὰς ἐφεξῆς γωνίας ἴσας ἀλλήλαις ποιῇ, ὀρθή ἐστιν ἑκατέρα τῶν ἴσων γωνιῶν· καὶ ἡ ἐφεστηκυῖα εὐθεῖα, κάθετος καλεῖται ἐφ' ἣν ἐφέστηκεν.

10 Cùm verò recta linea super rectam consistens lineam, vtrobique angulos adinuicem æquales fecerit: rectus est vterque æqualium angulorum. Et quæ superstat recta linea, perpendicularis vocitatur, super quam steterit.

Anguli recti diffinitio.

Linea perpendicularis.

Cuiusmodi sunt anguli a/b/c/ & a/b/d, à recta a/b/ super rectam c/d/ ad perpendiculum incidente, causati. Fit enim recta c/d, in quam cadit a/b, dimetiens circuli, à circunducta b/a, circa punctum b/descripti. Nec possunt ijdem anguli a/b/c/ & a/b/d/ adinuicem æquales esse, quin vterque quadrantem includat circuli: & a/b/ recta, super rectam c/d/ perpendicularis existat. Ex quibus infert consequenter, quòd



❡Ἀμβλεῖα γωνία ἐστὶν, ἡ μείζων ὀρθῆς.

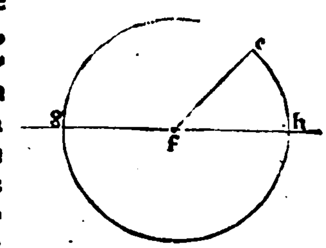
Obtusus angulus, maior est recto 11

Vt angulus e/ f/ g, includens arcum e/ g, quadrante maiorem, descripti circa punctum f/ circuli. Dicitur autem idem angulus e/f/g/ obtusus: quoniam e/f/ & f/g/ lineæ rectæ, obtusam extrinsecus faciunt inclinationem.

❡Ὀξεῖα δὲ, ἡ ἐλάσσων ὀρθῆς.

Acutus verò, minor est recto. 12

Veluti angulus e/f/h: cuius arcus e/h/ eodem circuli quadrante minor est. Vnde fit, vt e/f/ & f/h/ rectarum linearum inclinatio, in acutam conueniat habitudinem. Quanto igitur obtusus angulus e/f/g/ maior extiterit, tanto minor erit acutus e/f/h: ipsa porrò linea e/f, incidens in g/h/ vocitetur. Et quoniã eiusdem circuli quadrantes sunt adinuicẽ æquales: non datur propterea rectus angul9 altero rectior angulo. Secus de obtusis, vel acutis angulis: quoniã arcus circuli quadrãte maiores, eodémve quadrante minores varij sunt, atque infiniti. Linearum itaq; maior aut minor longitudo, quemadmodùm nec magnitudo circuli, angulũ non immutat: hoc est, neque maiorem, neque minorem eundem efficit angulum.



Cur õnes anguli recti inuicẽ æquales.
Acutorum & obtusorum angulorũ diuersitas.
Linearũ quãtitas angulũ nõ immutat.

❡*De termino & figura.*

❡CVM AVTEM OMNIS MAGNITVDO FINITA SIT, ET terminata: diffinit cõsequẽter Euclides ipsi9 magnitudinis terminũ, in hũc qui sequit modũ,

❡Ὅρος ἐστὶν, ὅ τινός ἐστι πέρας.

Terminus est, quod cuiusque finis est. 13

Vtpote, punctum ipsius lineæ, linea superficiei, superficies denique solidi: quemadmodùm ex eorundem abstractiua descriptione facilè colligitur. Itaque

❡Σχῆμα ἐστὶ, τὸ ὑπό τινος ἢ τινῶν ὅρων περιεχόμενον.

Figura sub aliquo, vel aliquibus terminis comprehenditur. 14

Sub aliquo quidem, vt planũ circulare, vel solidum sphæricum: sub aliquibus verò, vt triãgulum vel quadrangulũ inter planas, & cubũ aut pyramis inter solidas, & quæ sunt eiuscemodi. Sed de planis figuris, atq; de lineis & angulis in eodẽ plano constitutis, his sex prioribus libris determinandum.

Notandum.

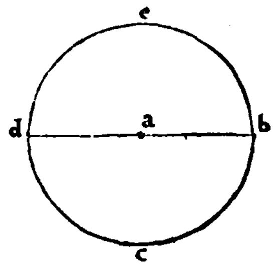
❡*De circulo, eiúsque partibus.*

❡INTER FIGVRAS, QVAE PLANAE VOCANTVR, EA DICItur esse simplicissima, quæ vnico comprehenditur termino: cuiusmodi videtur esse circulus. Hunc itaque primùm diffinit Euclides,

❡Κύκλος ἐστὶ σχῆμα ἐπίπεδον, ὑπὸ μιᾶς γραμμῆς περιεχόμενον, ἣ καλεῖται περιφέρεια, πρὸς ἣν ἀφ' ἑνὸς σημείου τῶν ἐντὸς τοῦ σχήματος κειμένων, πᾶσαι αἱ προσπίπτουσαι εὐθεῖαι, ἴσαι ἀλλήλαις εἰσί.

Circulus, est figura plana, vna linea contenta, quæ circunferentia adpellatur: ad quam ab vno puncto introrsum medio existẽte, 15 omnes prodeuntes lineæ, in ipſius circuli circunferẽtiam inciden tes, adinuicem ſunt æquales.

Hęc diffinitio, ex data nuper (cùm de planis loqueremur angulis) abſtractiua circuli deſcriptione fit manifeſta. Cùm enim a/b/ recta linea data, circum a/ punctum completè reuoluitur: punctum b/ ſuo motu circunferentiam cauſat, & immotum punctum a/ in circuli centrum permutatur. Hoc itaq; circuli centrum, ſecundum longitudinẽ ipſius a/b/ rectæ lineæ datæ, ex omni parte diſtabit à circunferentia. Ex quo neceſſum eſt, omnes rectas lineas ab ipſius circuli centro in circunferentiam eiuſdem incidentes, fore eidem a/b (ex qua circulus deſcribitur) atque adinuicem æquales. Hoc eſt, eiuſdem circuli circunferentiam à ſuo cẽtro æqualiter vndiquaq; diſtare. Hinc dicit conſequenter,



Κέντρον δὲ τοῦ κύκλου, τὸ σημεῖον καλεῖται.

16 Centrum verò, ipſius circuli, punctum adpellatur.

De puncto medio velim intelligas: vt punctum a, in obiecta circuli figura b/c/d/e. Lineæ nanque limites ſunt puncta: quorum immotum (circa quod videlicet alterum in circuli deſcriptione circunducitur) in medio permanet, & centrum efficitur circuli.

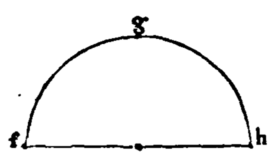
Διάμετρος δὲ τοῦ κύκλου, ἐστὶν εὐθεῖά τις, διὰ τοῦ κέντρου ἠγμένη, καὶ περατουμένη ἐφ' ἑκάτερα τὰ μέρη ὑπὸ τῆς τοῦ κύκλου περιφερείας, ἥτις καὶ δίχα τέμνει τὸν κύκλον.

17 Dimetiens circuli, eſt recta quædam linea per centrum acta, & ex vtraque parte in circuli circunferẽtiam terminata, quæ circulum bifariam diſpeſcit.

Cuiuſmodi eſt linea b/d/ ſupra ſcripti circuli b/c/d/e, per a/ centrum vtrinque producta: & quæcunque illi ſimilis. Dimetiens enim, ſiue diameter, propriè circulorum eſſe videtur: diagonius autem, rectilinearum figurarum: axis verò, ſolidorum. Dimetiẽtis à diagonio & axe differẽtia.

Ἡμικύκλιον δέ, ἐστὶ τὸ περιεχόμενον σχῆμα ὑπό τε τῆς διαμέτρου καὶ τῆς ἀπολαμβανομένης ὑπὸ τῆς τοῦ κύκλου περιφερείας.

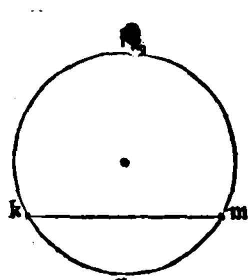
18 Semicirculus, eſt figura quæ ſub dimetiente, & ea quæ ex ipſa circuli circunferentia ſublata eſt, cõtinetur.



Vt ea figura, quæ ex f/h/ dimetiente, & dimidia circuli circunferentia f/ g/ h/ comprehenditur. Semicirculus enim cùm ſit dimidium circuli: non poteſt alijs lineis quàm dimetiente, & media claudi circunferentia.

Τμῆμα κύκλου, ἐστὶ τὸ περιεχόμενον ὑπό τε εὐθείας καὶ κύκλου περιφερείας.

19 Sectio circuli, eſt figura quæ ſub recta linea, & circuli circunferentia aut maiore aut minore ſemicirculo, continetur.



Cùm enim recta linea per circuli centrum minimè ducitur, vtrinque tamen in circunferentiam terminatur: ea circulum ipſum in binas partes diſpeſcit inæquales, quæ circuli ſectiones adpellantur. Quarum ea quæ centrum includit circuli, vt k/l/m/ obiectæ deſcriptionis, maior dicitur: reliqua verò, vt k/n/m, minor adpellatur. Ipſa porrò linea recta k/m, chorda ſiue ſubtenſa: & comprehenſa circunferentiæ pars, arcus reſpondenter nominatur. Chorda. Arcus.

De rectilineis figuris.

POST CIRCVLAREM FIGVRAM, QVAE VNICO CLAVDITVR limite, succedunt rectilineæ, hoc est, rectis lineis terminatæ figuræ, variam quidem, pro laterũ numero, angulorúmve qualitate, denominationẽ obtinẽtes: quæ ita ab Euclide diffiniũtur,

¶ Εὐθύγραμμα σχήματα, τὰ ὑπὸ εὐθειῶν περιεχόμενα.

Rectilineæ figuræ, sunt quæ sub rectis lineis continentur. 20

Trilatera figura rectilinearũ prima.

Porrò inter rectilineas figuras, primum locum sibi vendicant trilateræ, sub tribus rectis lineis comprehensæ. Quoniam sub duabus lineis rectis non potest cõtineri figura, per ipsius lineæ rectæ descriptionem. Subiungit itaq; generalem trilaterarum figurarũ diffinitionem.

¶ Τρίπλευρα μὲν, τὰ ὑπὸ τριῶν.

Trilateræ figuræ, sunt quæ sub tribus rectis continentur lineis. 21

His succedunt quadrilateræ, à quaternario laterum numero denominatæ.

¶ Τετράπλευρα δὲ, τὰ ὑπὸ τεσσάρων.

Quadrilateræ figuræ sunt, quæ sub quatuor comprehẽduntur rectis lineis. 22

Et quoniam rectilinearum figurarum supra quadrilateras per continuam laterum additionem, infinita videtur excrescere multitudo, quam singulatim describere, longum nimis vel impossibile foret: idcirco reliquas omnes multilateras adpellauit Euclides, & sub hac diffinitione complexus est,

¶ Πολύπλευρα δὲ, τὰ ὑπὸ πλειόνων ἢ τεσσάρων εὐθειῶν περιεχόμενα.

Multilateræ figuræ, sunt quæ sub pluribus quàm quatuor rectis lineis comprehenduntur. 23

Quæ quidem multilateræ figuræ, longè faciliorẽ ab angulis, q̃ ab ipsa laterũ multitudine, sortiuntur nomẽclaturã: vtpote, pentagona, hexagona, heptagona, octogona, &c. Sunt enim in rectilinea quacunq; figura tot anguli, quot & latera. Cùm autem omnis multilatera figura immediate resoluatur in trilateras, vel partim in trilateras, partim verò in quadrilateras: subiungit propterea primùm trilaterarũ, deinde quadrilaterarum figurarum, tum ab ipsis lateribus, tum ab angulis sumpta discrimina. Omnis itaque trilateræ figuræ, aut tria latera sunt adinuicem æqualia, vel duo tantùm, aut nulla.

Trilaterarũ figurarũ à lateribus discrimina.

¶ Τῶν δὲ τριπλεύρων σχημάτων, ἰσόπλευρον μὲν τρίγωνόν ἐστι, τὸ τρεῖς ἴσας ἔχον πλευράς.

Trilaterarum porrò figurarum, æquilaterũ est triangulum, quod tria continet æqualia latera. 24

Veluti subscripta in exemplum trianguli figura a, & quæ illi similes.

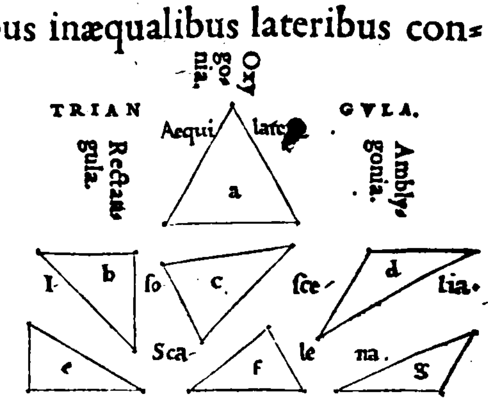
¶ Ἰσοσκελὲς δὲ, τὸ τὰς δύο μόνας ἴσας ἔχον πλευράς.

Isosceles autẽ, est quod sub binis tantũ ęqualibus lateribus cõtinetur. 25

Cuiusmodi sunt triangula b, c, d, ad clariorem singulorum euidentiam depicta.

¶ Σκαληνὸν δὲ, τὸ τὰς τρεῖς ἀνίσους ἔχον πλευράς.

Scalenum verò, est quod sub tribus inæqualibus lateribus continetur. 26



Vt obiecta e, f, g, triangula: & quæ sunt eiusce modi. Ab angulis autem totidem differentias nanciscũtur ipsa triangula. Omnis siquidem trianguli, vel tres anguli sunt acuti, vel vnus rectus & cæteri duo acuti, aut denique vnus obtusus & reliqui itidem acuti: duos enim rectos aut duos obtusos, vel vnum rectũ & vnum obtusum angulũ in triangulo offendere nõ est possibile. Hanc igitur angularem trilaterarum differentiam, ita subscribit Euclides, Ἔτι δὲ τῶν τριπλεύρων σχημάτων, ὀρθογώνιον μὲν τρίγωνόν ἐστι, τὸ ἔχον ὀρθὴν γωνίαν.

27 Amplius trilaterarum figurarum, rectangulum triangulum est, quod rectum angulum habet.

Trilaterarũ figurarum ab angulis differentiæ.

Vt isosceles b, vel scalenum triangulum e, proxima diffinitione descriptum.

Ἀμβλυγώνιον δὲ, τὸ ἔχον ἀμβλεῖαν γωνίαν.

28 Amblygonium autem, quod obtusum angulum habet.

Veluti antecedens isosceles d, scalenúmve triangulum g.

Ὀξυγώνιον δὲ, τὸ τρεῖς ὀξείας ἔχον γωνίας.

29 Oxygonium verò, quod tres habet acutos angulos.

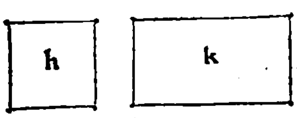
Cuiusmodi sunt æquilaterum a, & isosceles c, atque triangulum scalenum f: & quæ eis similia sunt triangula. Omnis porrò trianguli vnumquodque latus, cæteris duobus expressis, basis vocitatur. Sequitur itaque, rectãgula & amblygonia triangula: fore tantummodò isoscelia, vel scalena. Oxygonium autem: & æquilaterum, & isosceles, & scalenum offenditur triãgulum. Quemadmodùm ex suprascriptis triangulorum licet elicere figuris. Haud dissimiliter quadrilaterarum figurarum, tum ab angulorũ rectitudine vel obliquitate, tum ab æqualitate vel inæqualitate laterum, succedentia colliguntur discrimina.

Basis triãguli

Quadrilaterarum figurarũ discrimina

Τῶν δὲ τετραπλεύρων σχημάτων, τετράγωνον μέν ἐστιν, ὃ ἰσόπλευρόν τέ ἐστι καὶ ὀρθογώνιον.

30 Quadrilaterarum autem figurarum, quadratũ quidem est, quod & æquilaterum & rectangulum est.



Veluti quadratum h. Omnis itaque quadrati vnumquodque latus, radix eiusdem indifferenter adpellatur. Fit enim quadratum, ex data linea recta abstractiuè in seipsam rectissimè ducta: quemadmodùm numerus in seipsum ductus, quadratum efficit numerum.

Radix quadrati.

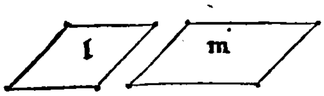
Ἑτερόμηκες δὲ, ὃ ὀρθογώνιον μὲν οὐκ ἰσόπλευρον δέ.

31 Altera parte longius, est quod rectangulum quidem, at æquilaterum non est.

Quemadmodũ suprascripa figura k, quoad angulorum rectitudinem conueniẽs cum ipso quadrato, dissidens autem ex parte laterum.

Ῥόμβος δὲ, ὃ ἰσόπλευρον μὲν οὐκ ὀρθογώνιον δέ.

32 Rhombus, est quæ æquilatera, at rectangula non est.



Cuiusmodi est figura l. Cõuenit itaque rhombus cum ipso quadrato, in sola laterũ æqualitate: habet enim duos obtusos, & totidem acutos angulos, quatuor rectorum simul efficientes quantitatem.

Ῥομβοειδὲς δὲ, τὸ τὰς ἀπεναντίον πλευράς τε καὶ γωνίας ἴσας ἀλλήλαις ἔχον, ὃ οὔτε ἰσόπλευρόν ἐστιν, οὔτε ὀρθογώνιον.

33 Rhomboides verò, est quæ ex opposito latera & angulos habens æquales, neque æquilatera, neque rectangula est.

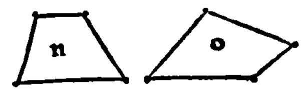
Quemadmodùm suprà depicta figura m repræsentat. Súntque hæc omnia nuper enarrata quadrilatera, parallelogramma: id est, quorum opposita latera sunt adinuicem parallela, seu æquidistantia. Neque plures quadrilaterarum & regularium figurarum contingit inueniri differentias: hinc dicit Euclides,

Parallelogramma.

Τὰ δὲ παρὰ ταῦτα τετράπλευρα, τραπέζια καλείσθω.

34 Præter hæc autem reliqua quadrilatera, trapezia adpellantur.

In quibus videlicet nulla oppositorum vel laterum, vel angulorũ simul obseruatur æqualitas, siue respõdentia: veluti sunt n/ & o, & quæcunque eis similes quadrilaterorum descriptiones.

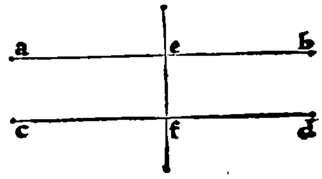


¶ *Parallelarum linearum diffinitio vltima.*

¶ Παράλληλοί εἰσιν εὐθεῖαι αἵτινες ἐν τῷ αὐτῷ ἐπιπέδῳ οὖσαι, καὶ ἐκβαλλόμεναι ἐπ' ἄπειρον ἐφ' ἑκάτερα τὰ μέρη ἐπὶ μηδέτερα συμπίπτουσιν ἀλλήλαις.

Parallelæ rectæ lineæ sunt quæ in eodem existentes plano, & ex vtraque parte in infinitum productæ, in nulla parte concurrunt. 35

Quales tibi repræsentant a/b/& c/d/ lineæ rectæ. In quarum videlicet alteram, vtpote a/b, recta linea e/f/ad æquales seu rectos incidẽs angulos: & cũ reliqua c/d/ rectos itidem vel æquales angulos efficit. Ex eo enim, alterius in alterã æqualis vtrobiq; surgit inclinatio: vnde fit, vt ipsæ datæ lineæ in infinitũ ex vtraq; parte productæ, æqualiter seu parallelicè distent, nusquam adinuicem concurrentes.



¶ Αἰτήματα. *Postulata.*

ORONTIVS.

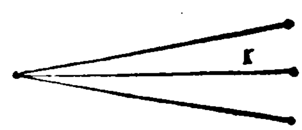
SECVNDO LOCO, SESE OFFERVNT POSTVLATA: QVAE petitiones à nõnullis adpellãtur. Sunt autem postulata, generales quędam propositiones, ex ipsis collectæ diffinitionibus: quæ pendenter ab auditore concessæ, postulantur assumunturve in ordinem seu rationem principij. Primum itaq; postulatum, est huiusmodi,

postulata quę

¶ Ἠιτήσθω, ἀπὸ παντὸς σημείου ἐπὶ πᾶν σημεῖον εὐθεῖαν γραμμὴν ἀγαγεῖν.

Ab omni puncto in omne punctum, rectam lineam ducere 1

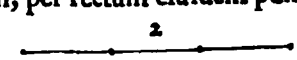
Potest enim datum quodcunq; punctum, in aliud quodlibet punctum, etiam vbilibet imaginatũ, per viam abstractiuè fluẽdo breuissimam: rectam describere lineam. quemadmodùm ex quatuor primis licet elicere diffinitionibus. Admittẽda est itaq; linea recta quantalibet, ac quibus voluerimus punctis, vbilibet indifferenter terminata.



¶ Καὶ πεπερασμένην εὐθεῖαν κατὰ τὸ συνεχὲς ἐπ' εὐθείας ἐκβάλλειν.

Rectam lineam terminatã, in continuum rectúmq; producere. 2

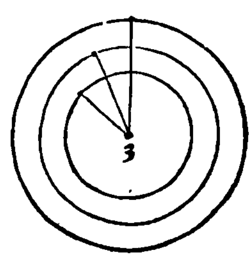
Nam vtrunq; punctum ipsius datæ rectæ lineæ terminatiuum, per rectum eiusdem puncti defluxũ, quantumlibet abstractiuè continuatũ: potest ipsam datam lineam rectã efficere lõgiorem. quemadmodùm ex data linearum rectarum colligitur descriptione.



¶ Καὶ παντὶ κέντρῳ καὶ διαστήματι κύκλον γράφεσθαι.

Omni centro & interuallo circulum describere. 3

Hoc est, licet vbicunque volueris centrum designare circuli, & circa idem centrum, ad liberam semidiametri quantitatem, ipsum figurare circulum. Aut (si velis) ex data quacunque linea recta terminata, altero eiusdem lineæ termino vbiuis collocato, per completam ipsius lineæ circunductionem, circulum describere. Admittendi igitur sunt, liberæ quantitatis circuli, pro data semidiametri vel interualli magnitudine.



¶ Καὶ πᾶσαι αἱ ὀρθαὶ γωνίαι ἴσαι ἀλλήλαις εἰσί.

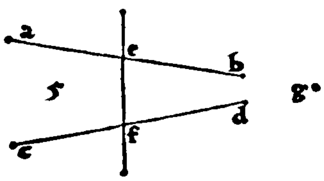
Omnes angulos rectos adinuicẽ æquales esse. 4

Cùm enim dati cuiuslibet anguli recti magnitudo quadrans existat circuli, eiusdémq; circuli quardrantes sint adinuicem æquales: fit vt inter quosuis angulos rectos nulla possit esse differentia, sed omnes sint adinuicē æquales. Quemadmodùm ex his quæ septima, nona, & decima præmisimus diffinitionibus, elicere vel facilè potes.

¶Καὶ ἐὰν εἰς δύο εὐθείας, εὐθεῖα ἐμπίπτουσα, τὰς ἐντὸς καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη γωνίας, δύο ὀρθῶν ἐλάσσονας ποιῇ, ἐκβαλλόμεναι αἱ δύο αὗται εὐθεῖαι ἐπ' ἄπειρον, συμπεσοῦνται ἀλλήλαις, ἐφ' ἃ μέρη εἰσὶν αἱ τῶν δύο ὀρθῶν ἐλάσσονες γωνίαι.

5 Si in duas rectas lineas recta linea incidens, interiores & in eadem parte angulos duobus rectis minores fecerit: rectas lineas in infinitum productas concurrere necesse est, ad eas partes in quibus anguli duobus rectis minores existunt.

Vtpote, si in rectas a/b/& c/d, recta incidens e/f, interiores angulos b/e/f/& d/f/e/simul cōparatos, duobus rectis minores fecerit: ipsæ lineæ a/b/& c/d, in infinitū productæ, conueniēt



tandem in g, ad partes quidem b/& d. Quoniam plus inclinātur adinuicem partes b/d, quàm a/c. Vnde quantò magis producentur b/e, & d/f/partes, tantò propiores efficientur, in vnū tandem signum (vtpote g) concurrentes. Secus est de a/e, & c/f/ partibus: propterea quòd anguli a/e/f/& c/f/e/sunt duobus angulis rectis tantò maiores, quantò eisdem rectis minores fuerint ipsi b/e/f/atq; d/f/e/anguli. ¶Possent & alia his haud dissimilia subrogari postulata: quæ cùm sunt omnibus (etiam rudissimis) per sese manifesta, vel quæ recenseantur indigna, hoc quinario cum Euclide contenti erimus numero.

De cęteris postulatis.

¶Κοιναὶ ἔννοιαι. *Communes sententiæ.*

ORONTIVS.

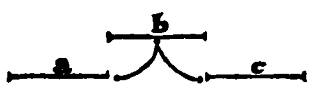
RELIQVVM EST TANDEM, COMMVNES ELVCIDARE sententias: quas græci axiomata, latini verò effata solent adpellare. Sūt igitur cōmunes sentētiæ, generales quædā ac per sese manifestę propositiones, cōmunitérve scitæ ab omnibus, & in principij rationem vel ordinem coassumptæ. Quarum prima est hæc.

Axiomata, effata, seu communes sententiæ.

¶Τὰ τῷ αὐτῷ ἴσα, καὶ ἀλλήλοις ἐστὶν ἴσα.

1 Quæ eidem æqualia, & adinuicem sunt æqualia,

5. communes sententiæ ratione æqualitatis respiciētes.



Vtpote, si a/ magnitudo sit æqualis b/ magnitudini, eidem quoq; b/sit æqualis magnitudo c: necessum est a/& c/magnitudines fore adinuicem æquales. Idem habeto iudicium de numeris, atque cæteris eiusdem generis adinuicem comparabilibus.

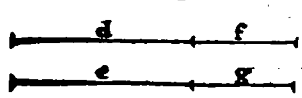
¶Καὶ ἐὰν ἴσα ἴσοις προστεθῇ, τὰ ὅλα ἐστὶν ἴσα.

2 Et si æqualibus æqualia adijciantur, omnia erunt æqualia.

¶Καὶ ἐὰν ἀπὸ ἴσων ἴσα ἀφαιρεθῇ, τὰ καταλειπόμενά ἐστιν ἴσα.

3 Et si ab æqualibus æqualia auferātur, quę relinquētur æqualia erūt.

Vt si d/& e/magnitudinibus inuicē æqualibus, æquales addantur magnitudines f/& g: con



surgent d/f/& e/g/ magnitudines adinuicem pariter æquales. Quòd si versa vice ab ipsis d/f/& e/g/magnitudinibus inuicem æqualibus, æquales tollantur f/quidē & g/magnitudines: relinquentur d/& e/magnitudines rursum adinuicem æquales.

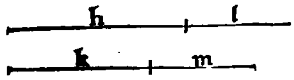
¶Καὶ ἐὰν ἀνίσοις ἴσα προστεθῇ, τὰ ὅλα ἐστὶν ἄνισα.

4 Et si inæqualibus æqualia adiungantur, omnia inæqualia erunt.

¶Καὶ ἐὰν ἀπὸ ἀνίσων ἴσα ἀφαιρεθῇ, τὰ λοιπά ἐστιν ἄνισα.

5 Et si ab inæqualibus æqualia auferantur, reliqua inæqualia erunt.

Si nanq; h,k/magnitudinibus inæqualibus,æquales adiungantur magnitudines l,m:consurgent inæquales adinuicem magnitudines h/l/& k/m. Aut si ab eisdem inæqualibus magnitudinibus datis h/l/& k/m, æquales auferantur l/& m,quæ relinquentur h/& k/magnitudines, erũt adinuicem inæquales. Vnde &versa vice,si æqualibus inæqualia adiungantur,vel ab æqualibus inæqualia auferantur:consurgent,aut relinquentur inæqualia.



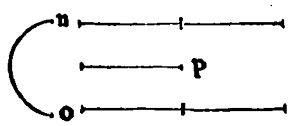
Hæ sunt igitur quinque præcipuæ communes sententiæ,rationem æqualitatis inter magnitudines,atq; inuicẽ comparabilia,tum facta inuicem comparatione, tum addendo,subtrahendóve occurrentem,respicientes.

Καὶ τὰ τοῦ αὐτοῦ διπλάσια, ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν.

Quæ eiusdem duplicia sunt, adinuicem sunt æqualia. 6

Cõmunis sẽtẽtia p ratione maioris inæqualitatis.

Hoc est,quę eiusdem sunt æquè multiplicia,vel æquè superparticularia,aut æquè superpartientia, vel(vt summatim comprehendam)æquè maiora:ea sunt adinuicẽ æqualia,nempe quòd æquali excessu eandem superent magnitudinem. Vt si n/& o/ magnitudines, eiusdẽ magnitudinis p/sint ęquè maiores,vtpote duplæ: necessum est easdẽ magnitudines n/& o/ fore adinuicem æquales.Nam æqualibus magnitudinibus ipsi p/in eisdem n/& o/comprehensis,æquales adduntur excessus. Idem censeto de numeris,& quibuscunq; inuicem comparabilibus rebus,eandem ad tertiã maioris inæqualitatis rationem obtinentibus.

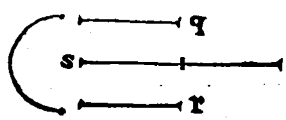


Καὶ τὰ τοῦ αὐτοῦ ἥμισυ, ἴσα ἀλλήλοις ἐστί.

Et quæ eiusdem sunt dimidium,æqualia sunt adinuicem. 7

cõ.sententia, pro ratiõe minoris inæqualitatis.

Hæc communis sententia,pro magnitudinibus rationẽ minoris inæqualitatis ad eandem tertiam obseruantibus magnitudinẽ, ita venit intelligenda:vt quæcũq; eiusdẽ sunt ęquè submultiplicia,aut subsuperparticularia,vel subsuperpartientia,hoc est,æquè minora,ea sunt adinuicem æqualia.Vtpote,si q/& r/magnitudines,eiusdem magnitudinis s/sint(verbi gratia)subduplæ: illæ erunt adinuicem æquales,propterea quòd æquali ab eadem magnitudine superentur excessu.



Καὶ τὰ ἐφαρμόζοντα ἐπ' ἄλληλα, ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν.

Et quæ sibimet ipsis conueniunt,æqualia sunt adinuicem. 8

Vtpote,si duę rectę lineę in limitib9,duæve superficies in terminis,seu laterib9& angulis, & quę sunt similia similibus ex õni parte cõueniãt:ea oportet adinuicẽ ęquari, & ecõtrario.

Καὶ τὸ ὅλον μεῖζον τοῦ μέρους ἐστί.

Totum est sua parte maius. 9

Adde quòd & æquale suis partibus integralibus, id est quæ simul sumptæ ipsum totum videntur integrare.

Καὶ δύο εὐθεῖαι χωρίον οὐ περιέχουσι.

Duæ rectæ lineæ superficiem non concludunt. 10

Prius q̃ enim superficiẽ cõcludere valerẽt:operępretiũ esset,gemina pũcta vtriusq; datarũ linearũ terminos limitãtia mutuo cõuenire.Duæ itaq; lineę rectę,à dato pũcto in datũ punctũ producerentur:coinciderẽt igitur in vnã atq; eandem lineam rectã,superficiem concludere non valentes.queadmodùm ex ijs quę quarta prædiximus diffinitione fit manifestum.

De Problemate, Theoremate, atque Hypothesi.

Problemata. Theoremata

EX HIS ITAQVE SANE QVAM INTELLECTIS PRINCIpijs, colliguntur problemata: hoc est, ambiguæ propositiones, sciscitationésve,practicas figurarũ affectiones discutiẽtes:& Theoremata,id est,speculatiuæ propositiones,præceptionis vtcũq; participes, quæ singulis accidunt figuris sola inspectione diiudicãtes.Quæ quidẽ omnia tali sunt artificio ab Euclide distributa,vt ex antecedentibus omnis subsequentiũ videatur pendere comprobatio:fiátq; mutua subministratio singulorum inter sese & problematum & theorematum.Quibus suffragantur hypotheses,hoc est,ex pręuia supradictorum cognitione,assumenti concessæ suppositiones.

Hypotheses.

Triangulus equilatera faciliter formabitur primo sit linea recta a b sm longitudinem cuius triangulum formare optas secundo pedem circini immobilem in puncto a locabis / mobilem extendere in puncto b per quem circulum sinuabis similiter modo circino variato pedem immobilem in puncto b et per a alium circulum formabis equalem priori / hij duo circuli in duobus locis se intersecant ut in puncto d e / duc igitur linea recta ab a in puncto d Et aliam lineam ab b in d. Hec due linee scilicet a d et b c sunt aequalis cum priori a b et constituunt triangulum aequilaterum cum tribus equalibus rectis lineis

ΕΥΚΛΕΙΔΟΥ ΒΙΒΛΙΟΥ ΠΡΩΤΟΥ

Πρόβλημα α, Πρότασις α.

Ἐπὶ τῆς δοθείσης εὐθείας πεπερασμένης, τρίγωνον ἰσόπλευρον συστήσασθαι.

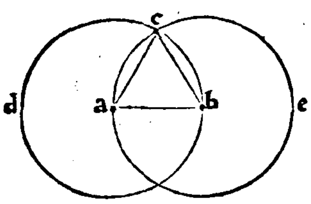
EVCLIDIS LIBRI PRIMI

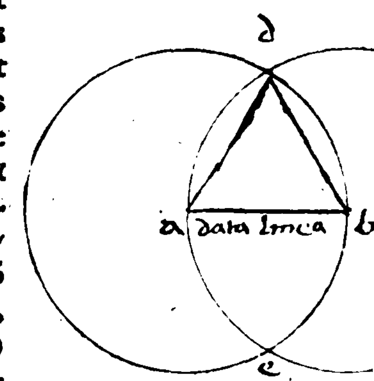
Problema 1. Propositio 1.

1 Super data linea recta terminata, triangulũ æquilaterum constituere

ORONTIVS. ¶ Sit data recta linea terminata a/b, cuius limites sint a/ & b/ pũcta: super quã oporteat triangulũ æquilaterum cõstituere: hoc est, datam lineam rectam terminatam in latus ipsius coaptare triãguli, & reliqua duo latera, quæ sint eidem lineæ datæ æqualia, ex superius enarratis principijs inuestigare. Centro igitur a, interuallo autẽ a/b, describatur circulus b/c/d, per tertium postulatum. Et per idem postulatum, centro rursum b, eodémq; interuallo b/a, describatur circulus a/c/e. Cùm igitur circuli b/c/d/ & a/c/e/ in eodem sint plano, & cõmunem habeant semidiametrum, nempe datam a/b/ rectam, transeátque per constructionem vnius circunferentia per centrum alterius: necessum est, b/c/d/ circunferentiã partim esse intra circulum a/c/e, partim verò extra, & è contrario, & propterea sese mutuo intersecare. Sit ergo sectionũ altera in puncto c, & connectantur tandem rectæ lineæ a/c/ & b/c, per primũ postulatũ. Triangulũ est itaq; a, b, c, (nõ congruũt enim, neq; in directũ cõstituũtur ipsæ a/b, b/c, & c/a/ lineæ rectæ: sed trigonũ includũt superficiẽ a/b/c) dico ꝙ & æquilaterũ. Quoniã punctum a, centrũ est circuli b/c/d: æqualis est igitur a/c/ recta, ipsi a/b, per decimãquintã diffinitionẽ. Rursum, quoniã punctum b, centrũ est circuli a/c/e: æqualis est, per eandẽ diffinitionẽ b/c/ recta, eidẽ a/b. Duæ igitur a/c, & b/c, eidẽ a/b, sunt æquales: eapropter & æquales adinuicem, per primam communem sentẽtiam. Tres itaque lineæ a/b, b/c, c/a, sunt adinuicem æquales. Igitur super data recta linea terminata a/b, constitutũ est triangulum æquilaterum a/b/c. Quod facere oportebat.

Nota propositiõis interpretationem.





possumus quoque per hanc propositionem perpendicularem per lineam a b formare illo modo trahe lineam rectam ab puncto a in c Et aliam ab b in c que due linee a c et b c cum priori data a b constituunt aliud triangulum duc igitur lineam rectam ab puncto d in e que intersecet lineam a b perpendiculariter in angulis rectis

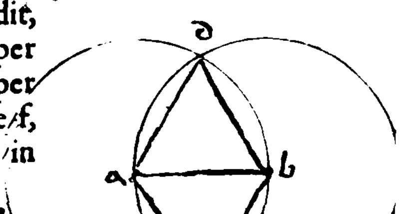
Πρόβλημα β, Πρότασις β.

Πρὸς τῷ δοθέντι σημείῳ, τῇ δοθείσῃ εὐθείᾳ ἴσην εὐθεῖαν θέσθαι.

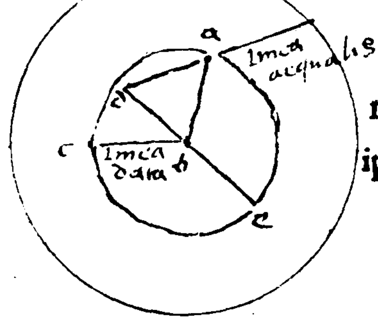
Problema 2, Propositio 2.

2 Ad datum punctũ, datæ rectę lineæ æquam rectã lineã ponere.

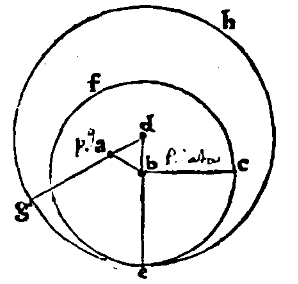
ORONTIVS. ¶ Sit datũ punctũ a, data verò linea recta b/c: cui expedit, ad ipsum punctum a, æquam rectam lineam ponere. Ducatur itaque recta a/b, per primum postulatum: super qua triangulum æquilaterum constituatur a/b/ d, per primam propositionem. Et centro b, interuallo autẽ b/c, circulus describatur c/e/f, per tertium postulatum. Atque per secũdum postulatum, producatur recta b/d/ in



Hec secunda propositio docet a puncto dato contra lineam et lineam data cuius longitudinis a puncto data consimilem rectam lineam formare videlicet primo sit datum punctum a / et linea b c



ipſius circuli circunferentiam: ſitq́; d/e. Centro rurſum d, interuallo autē d/e, circulus deſcribatur e/g/h, per idem tertium poſtulatū. Producatúrque tandem recta d/a, in circunferentiam ipſius e/g/h/ circuli, per ſecūdum poſtulatum: ſitq́; d/g. Cùm igitur punctum b, centrū exiſtat circuli c/e/f: æqualis eſt b/c/ recta ipſi b/e, per decimamquintam diffinitionem. Rurſum quoniam punctum d, cētrum eſt e/g/h/ circuli: æqualis eſt, per eandem diffinitionem, recta d/e/ ipſi d/g. A quibus ſi auferātur a/d, & b/d/ inuicē æquales (nempe latera trianguli æquilateri) reliqua a/g, reliquæ b/e, per tertiam communem ſentētiam erit æqualis. Atqui monſtratum eſt, quòd & b/c/ eidem b/e/ eſt æqualis. Binæ igitur a/g/ & b/c, eidem b/e/ ſunt æquales: quapropter & æquales adinuicem, per primam communem ſententiam. Ad datum ergo pūctum a/ datæ rectæ lineæ b/c, æqualis recta linea poſita eſt a/g. Quod oportuit feciſſe.



Πρόβλημα γ, Πρόθεσις γ.

Δύο δοθεισῶν εὐθειῶν ἀνίσων, ἀπὸ τῆς μείζονος, τῇ ἐλάσσονι ἴσην εὐθεῖαν ἀφελεῖν.

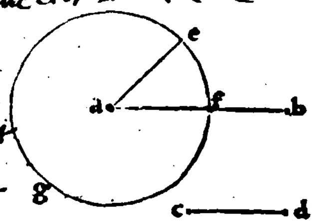
Problema 3, Propoſitio 3.

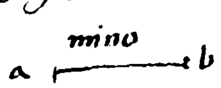
...ria pro duabus datis rectis
...neis inaequalibus de
...ngiori data / breuiori aequa
...m abscindere

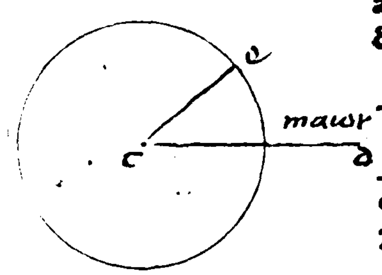
...atur linea a b minor
...t alia c d maior cupi
...bscindere minorē linea
... b ab maiore linea c d
...rimo datur ab puncto c
linea recta longitudinis
huius minoris linee a b / que erit linea c e
... arta her localis pedem
...ermini inmobile in puncto c
...mobile in puncto e et
describo circulum / qui scindet
c d in puncto f unde dicta
linea c f et c e sunt
illius longitudinis a b

DVabus datis rectis lineis inæqualibus, à maiori minori æquā rectam lineam abſcindere. 3

ORONTIVS. ¶ Sint datæ binæ rectæ lineæ inæquales, a/b/ quidē maior, minor verò c/d: cui receptū ſit, ab ipſa maiore a/b, æquā lineam rectā abſcindere. Ad datū ergo punctum a/ alterum ipſius maioris a/b/ limitem, eidem minori c/d/ ponatur æqualis, per ſecundam propoſitionē: ſitq́; a/e. Et centro a, interuallo autem a/e, circulus deſcribatur e/f/g, per tertium poſtulatum. Cùm igitur a/e/ recta ſit æqualis ipſi c/d, ſitq́; c/d minor ipſa a/b, per hypotheſin: erit & a/e/ eadem a/b/ minor. quæ enim ſunt æqualia, eiuſdem ſunt æquè minora, per conuerſam ſeptimæ cōmunis ſentētiæ. Egredietur ergo a/b/ maior ipſa a/e, circunferētiā circuli e/f/g, ad interuallum eiuſdem a/e/ deſcripti, eandémq; circunferētiam egrediendo ſecabit: ſecet igitur in puncto f. Et quoniā punctū a, centrum eſt circuli e/f/g: æqualis eſt a/f/ recta ipſi a/e, per decimamquintā diffinitionē. Eidē porrò a/e, æqualis eſt & recta c/d. Binæ igitur a/f/ & c/d, eidem a/e/ ſunt æquales: & propterea æquales adinuicē, per primā cōmunem ſentētiam. Eſt autē & a/f, pars ipſius maioris a/b Duabus ergo lineis rectis inæqualibus datis, a/b/ quidē & c/d: à maiori a/b, ſecta eſt a/f/ ipſi c/d/ minori æqualis. Quod oportebat facere.







Θεώρημα α, Πρόθεσις δ.

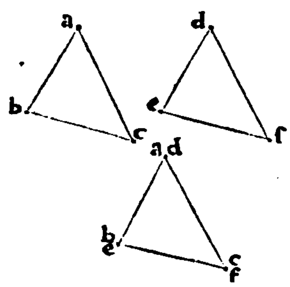
Ἐὰν δύο τρίγωνα τὰς δύο πλευρὰς, ταῖς δυσὶ πλευραῖς ἴσας ἔχῃ ἑκατέραν ἑκατέρᾳ, καὶ τὴν γωνίαν τῇ γωνίᾳ ἴσην ἔχῃ, τὴν ὑπὸ τῶν ἴσων εὐθειῶν περιεχομένην, καὶ τὴν βάσιν τῇ βάσει ἴσην ἕξει, καὶ τὸ τρίγωνον τῷ τριγώνῳ ἴσον ἔσται, καὶ αἱ λοιπαὶ γωνίαι ταῖς λοιπαῖς γωνίαις ἴσαι ἔσονται ἑκατέρα ἑκατέρᾳ, ὑφ' ἃς αἱ ἴσαι πλευραὶ ὑποτείνουσι.

Theorema 1, Propoſitio 4.

SI duo triāgula duo latera duobus lateribus æqualia habuerint alterū alteri, & angulum angulo æqualem ſub æqualibus rectis 4 lineis contentum: & basin basi æqualem habebunt, & triangulum triangulo æquum erit, & reliqui anguli reliquis angulis æquales erunt alter alteri, sub quibus æqualia latera subtenduntur.

ORONTIVS. ¶ Sint bina triangula a/b/c/ & d/e/f, habentia duo latera a/b/ & a/c, duobus lateribus d/e/ & d/f/ alternatim æqualia, hoc est, a/b/ ipsi d/e, & a/c/ ipsi d/f: atq; angulum b/a/c, æqualem angulo e/d/f/ sub æqualibus rectis lineis contento. Dico primùm, quòd basis b/c/ est æqualis basi e/f. Comparato nanq; triangulo a/b/c/ ipsi d/e/f, atque puncto a/ supra d/ pũctum constituto, extensáque recta a/b/ super rectam d/e: conueniet punctũ b/ ipsi puncto e: nam a/b/ ipsi d/e/ per hypothesin est æqualis. quæ autem sunt adinuicem æqualia, sibimetipsis conueniunt, per conuersam octauæ communis sententiæ. Et quoniam angulus b/a/c, angulo e/d/f/ per hypothesin quoque est æqualis: cadet igitur, per eandem conuersam, a/c/ recta, super rectam d/f. secus enim alter angulorum foret reliquo maior, cõtra ipsam hypothesin. At cùm a/c/ & d/f/ rectæ, sint ex eadem hypothesi adinuicem æquales: conueniet rursum punctum c/ ipsi puncto f, per allegatam octauæ communis sententiæ conuersionem. Binæ igitur rectæ b/c/ & e/f, ab eodem communi pũcto, ad idem commune punctum educentur: cõuenient ergo adinuicem, per datam ipsius lineæ rectæ diffinitionem. Conuenientibus enim b, e/ & c, f/ limitibus, si eædem b/c/ & e/f/ rectæ minimè conuenirent: duæ lineæ rectæ includerent superficiem, contra decimam communem sententiam, & diffinitam rectarum linearum descriptionem. conuenit itaq; b/c/ ipsi e/f. Quæ autem sibimetipsis conueniunt, æqualia sunt adinuicem, per octauam cõmunem sententiam. basis ergo b/c, basi e/f/ cõcluditur æqualis. ¶ Dico prætcrea, quòd triangulum a/b/c/ triangulo d/e/f/ æquum est. Conueniunt enim singula latera ipsius a/b/c/ trianguli, singulis d/e/f/ trianguli lateribus: & triangulum igitur triangulo conuenit. Vnde per eandem octauam communem sentẽtiam, a/b/c/ triãgulum, ipsi d/e/f/ triangulo æquum erit. ¶ Aio tãdem, reliquos angulos reliquis angulis, sub quibus æqualia subtenduntur latera, fore alterum alteri æquales: vtpote, a/b/c/ ipsi d/e/f, sub quibus a/c/ & d/f, & a/c/b/ ipsi d/f/e, sub quibus a/b/ & d/e/ latera subtenduntur æqualia. Conueniunt enim singula latera singulis lateribus, sub quibus ipsi continentur anguli. Ex laterum porrò conuenientia æqualis eorũdem subsequitur inclinatio. ex æquali autẽ inclinatione laterum, contentorũ angulorum cõuincitur æqualitas. Si bina igitur triãgula duo latera duobus lateribus æqualia habuerint &c. vt in theoremate. Quod erat demonstrandum.

Pars prima theorematis.



Pars secunda

Tertia pars.

Θεώρημα β, Πρόθεσις ε.

Τῶν ἰσοσκελῶν τριγώνων αἱ πρὸς τῇ βάσει γωνίαι ἴσαι ἀλλήλαις εἰσί. καὶ προσεκβληθεισῶν τῶν ἴσων εὐθειῶν, αἱ ὑπὸ τὴν βάσιν γωνίαι ἴσαι ἀλλήλαις ἔσονται.

Theorema 2, Propositio 5.

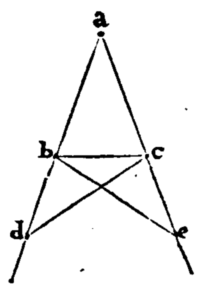
5 Isoscelium triangulorum qui ad basin sunt anguli, adinuicem sunt æquales: & productis æqualibus rectis lineis, qui sub basi sunt anguli adinuicem æquales erunt.

ORONTIVS. ¶ Sit triangulũ isosceles a/b/c: cuius latera a/b/ & a/c/ sint adinuicem æqualia. Hæc autẽ versus d, & e, puncta, in cõtinuũ rectũmq; producantur:

per ſecundum poſtulatum. Aio itaque primùm, angulos a/b/c/& a/c/b, qui ad baſin b/c,fore adinuicē æquales:angulum præterea d/b/c,angulo b/c/e/ſub eadē baſi b/c/cōſtituto,itidem coæquari. Suſcipiatur enim in b/d/recta cōtingens punctū, ſitq; illud d:& data recta b/d,ſecetur ei æqualis c/e,per tertiam propoſitionem:connectantúrq; b/e,& c/d,lineæ rectæ,per primū poſtulatū. Cùm igitur a/b/ſit æqualis a/c,per hypotheſin,& b/d/ipſi c/e,per cōſtructionē:erit & a/d/ipſi a/e,per ſecundam communē ſententiā,æqualis.Bina ergo latera a/b/& a/e/trianguli a/b/e,ſunt æqualia duobus a/c/& a/d/triāguli a/c/d,alterum alteri: eſtq; angulus qui ad a/ſub æquis lateribus comprehēſus,vtriq; triāgulo communis.Baſis igitur b/c/ baſi c/d/, b e eſt æqualis,& totū triangulum a/b/e/ toti triāgulo a/c/d/æquale,atq; reliqui anguli reliquis angulis,ſub quibus æqualia ſubtenduntur latera,reſpōdenter æquales,vtpote/a/b/e/ipſi a/c/d,& a/d/c/ipſi a/e/b:per quartā propoſitionem. Rurſum,quoniā b/d/ipſi c/e/per conſtructionē eſt æqualis,& b/e/ ipſi c/d/æqualis oſtenſa eſt:bina propterea latera d/b/& d/c/triāguli d/b/c,duobus e/b/& e/c/ipſius e/b/c/ triāguli lateribꝰ ſunt alternatim æqualia.& cōtētos ſub ipſis æqualibus lateribus angulos,vtpote,qui ad d/& e/monſtrauimus æquales:eandémq; baſin ſubtendunt b/c.Triangulū igitur d/b/c,triangulo e/b/c/eſt æquale, & reliqui anguli reliquis angulis,ſub quibus æqualia ſubtenduntur latera,adinuicē æquales:per eandem quartā propoſitionē.Angulus itaq; d/b/c, angulo b/c/e/eſt æqualis: necnō angulus b/c/d,ipſi angulo b/c/e.Totus porrò angulus a/b/e,toti angulo a/c/d/æqualis nuper oſtēſus eſt.Igitur ſi ab eiſdem æqualibus angulis a/b/e/& a/c/d, æquales auferantur anguli b/c/d/& c/b/e:qui relinquentur anguli a/b/c/ & a/ c/ b/ ad baſin b/c,erunt per tertiam communem ſententiam adinuicem æquales.Et qui ſub eadē baſi b/c/ſunt anguli,vtpote,d/b/c/& b/c/e,nunc quoq; mōſtrati ſunt æquales. Iſoſceliū ergo triangulorū,qui ad baſin ſunt anguli &c.vt in theoremate.Quod demonſtrare oportebat.

Primus oſtenſionis diſcurſus.

Secundus.



Recollectio demonſtrationis.

Corollarium.

¶Hinc manifeſtum eſt,triangulum æquilaterum tres angulos adinuicem æquales continere. Quoniam binatim ſumpta latera, ſemper offenduntur æqualia: & duo quoq; anguli omnifariam ſumpti conſequenter æquales.

Θεώρημα γ, Πρόθεσις ς.

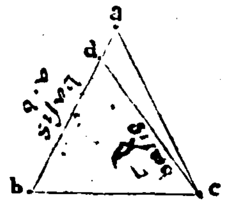
Ἐὰμ τριγώνου αἱ δύο γωνίαι ἴσαι ἀλλήλαις ὦσι, καὶ αἱ ὑπὸ τὰς ἴσας γωνίας ὑποτείνουσαι πλευραὶ ἴσαι ἀλλήλαις ἔσονται.

Theorema 3, Propoſitio 6.

SI trianguli duo anguli, æquales adinuicem fuerint: æquales 6
quoq; angulos ſubtendentia latera æqualia adinuicem erunt.

ORONTIVS.¶Eſto a/b/c/triāgulū,cuius anguli a/b/c/& a/c/b/ſint adinuicē æquales.Dico propterea,quòd latus a/b/æquū eſt lateri a/c.Si nanq; a/b/ & a/c/latera forent inæqualia,alterum eſſet maius:vtpote, a/b.Poſſet itaq; à maiori a/b,ſecari ipſi a/c/minori æqualis,per tertiā propoſitionē.eſto igitur b/d: & connectatur c/ d/ recta,per primum poſtulatum.Cadet igitur recta c/d/intra triangulum a/b/c:diuidétq; latus a/b,& angulum a/c/b/in duos angulos,atq; datum a/b/c/triangulum in bina triangula a/c/d/& d/b/c.Atqui a/b/c/triangulum,ipſo d/b/c/triangulo(nempe totum ſua parte)maius eſt:per nonam communem ſententiam.Quòd ſi a/c/recta foret æqualis ipſi b/d,& b/c/ſit vtriq; triangulo communis:eſſent bina latera a/c/&

Demōſtratio ab impoſſibili



c/b/ trianguli a/c/b, æqualia binis lateribus c/b/ & b/d/ ipsius trianguli c/b/d.quæ cùm æquales adinuicem comprehendant angulos a/b/c/& a/c/b,per hypothesin:basis a/b/dati a/c/b/trianguli,foret æqualis basi c/d/ipsius triãguli c/b/d,per quartam propositionem:ipsum deniq; triangulum a/b/c,ipsi triangulo d/b/c/æquale, totum videlicet suæ parti.quod per nonam communem sententiã est impossibile.Non est igitur a/b/latus,maius a/c.Similiter ostendetur,quòd neq; minus.Aequũ est itaq; latus a/b,ipsi lateri a/c. Si trianguli itaq; duo anguli æquales adinuicem fuerint,æquales quoq; angulos subtendentia latera æqualia adinuicem erunt.Quod fuerat ostendendum.

Corollarium.

¶Et proinde fit manifestum, triangulum æquiangulum, fore versa vice æquilaterum.anguli enim binatim sumpti,semper offenduntur æquales: & duo quoq; latera omnifariam sumpta,respondenter æqualia.

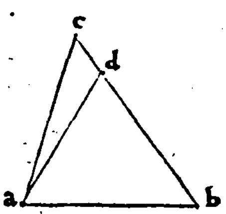
Θεώρημα δ', Πρόθεσις ζ.

Ἐπὶ τῆς αὐτῆς εὐθείας δυσὶ ταῖς αὐταῖς εὐθείαις, ἄλλαι δύο εὐθεῖαι ἴσαι ἑκατέρα ἑκατέρᾳ οὐ συσταθήσονται, πρὸς ἄλλῳ καὶ ἄλλῳ σημείῳ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη τὰ αὐτὰ πέρατα ἔχουσαι ταῖς ἐξ ἀρχῆς εὐθείαις.

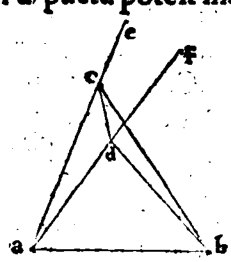
Theorema 4, Propositio 7.

7 SVper eadem recta linea, duabus eisdem rectis lineis,aliæ duæ rectæ lineæ æquales altera alteri non constituentur, ad aliud atque aliud punctum, ad easdem partes, eosdem fines primis rectis lineis possidentes.

ORONTIVS. ¶Super data inquàm recta linea a/b, duæ rectæ lineæ a/c/& b/c,à limitibus a/& b,ad datum punctum c/constituantur. Dico quòd super eadem a/b,aliæ duæ rectæ lineæ,vtpote a/d/& b/d,ad aliud punctum,hoc est d, ad easdem quoq; partes,non constituentur eisdem a/c/&b/c/altera alteri æquales,vtpote a/d/ ipsi a/c,& b/d/ ipsi b/c, eosdem fines a/& b,cum eisdem primis rectis lineis a/c/& b/c/possidentes. Aut enim punctum d/ cadet in alterutram linearum a/c/& b/c,vel intra easdem,aut extra.Atqui in alterutram datarum linearum,ipsum d/punctum minimè potest incidere. Cadat enim (si possibile sit) in rectam b/c.coincidet igitur b/d/recta,super rectam b/c: & cùm d/sit aliud pũctum quàm c, erit eadem b/d/pars ipsius b/c. Non erit igitur b/d,æqualis b/c: totum enim foret æquale suæ parti,contra nonã communem sententiam. Similiter ostendetur, ꝙ neq; in a/c/rectam,neq; in alterutrã aut a/c/aut b/c/in continuũ rectũmq; productã,cadet idem punctũ d. ¶Dico præterea,ꝙ neq; intra easdẽ lineas a/c/ & b/c, ipsum d/pũctũ potest incidere.Esto enim(si fuerit possibile)vt in subscripta figura & cõnexa c/d/ recta,per primũ postulatũ,vtraq; a/c/&a/d, per secundũ postulatũ,in continuũ rectũmq;,vsq; ad e/& f/ signa producatur. Triãgula igitur a/c/d/& b/c/d/super eadẽ basi c/d/cõstituta,forẽt isoscelia.& angulus propterea a/c/d,æquus esset angulo a/d/c:necnõ b/c/d/ angulus, ipsi b/d/c/respondenter æqualis,per primã partẽ quintæ propositionis:& per secundã eiusdem propositionis partem,qui sub eadem basi c/d/fiunt anguli,adinuicẽ quoq;



Prima figuræ dispositio.

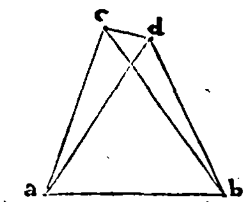


Secunda.

forẽt æquales:vtpote,c/d/f/ipſi d/c/e.Angulus porrò d/c/e,maior eſt angulo b/c/d (nẽpe totus ſua parte)eapropter & c/d/f/angulus, foret eodẽ angulo b/c/d/ maior: & maior conſequẽter ipſo angulo b/d/c.nam æquales anguli,eiuſdẽ ſunt æquè maiores,vel æquè minores:per cõuerſam ſextæ,atq; ſeptimæ cõmunis ſentẽtiæ interpretationẽ.Eſt autẽ c/d/f/angulus,pars ipſius anguli b/d/c.Particularis igitur angulus,maior eſſet totali: quod per eandem nonam cõmunẽ ſententiã eſt impoſſibile.

Tertia figuræ diſpoſitio.

¶Haud diſſimile ſequetur incõueniens:vbi datũ punctũ d,inciderit extra præfatas lineas rectas a/c/& b/c.Si nãq; id poſſibile foret,vel earum altera quæ ex a/pũcto, alterã quæ ex b/ſecabit: aut nulla dabitur prædictarum linearũ interſectio.Secet primùm a/d/ipſam b/c:& connectatur c/d/recta, per primum poſtulatum. Triangula rurſum a/c/d/& b/c/d/eſſent iſoſcelia:& qui ad communẽ vtriuſq; triãguli baſin c/d/fiunt anguli,per primam partem ipſius quintæ propoſitionis,æquales adinuicem.vtpote,a/c/d/ ipſi a/d/c,& b/c/d/ ipſi b/d/c. Atqui angulus a/c/d,angulo b/c/d/maior eſt, per nonam communem ſententiam: recta enim b/c/ diuidit a/b/d/c/quadrilaterum, & angulum propterea a/c/d.Igitur & a/d/c/ angulus,eodẽ angulo b/c/d/maior eſſet:& maior conſequenter ipſo b/d/c/angulo.angulus porrò a/d/c,eſt pars ipſius anguli b/d/c:recta nãq; a/d,diuidit eũdem b/d/c/angulum,atq; a/b/d/c/quadrilaterum.Pars itaq;,totum rurſum excederet:quod ipſi nonæ communi videtur aduerſari ſententiæ.Idem etiam concludetur,vbi a/c/recta ſecuerit b/d:vbíve punctum d/ita ſeorſum locabitur,vt nulla ſubſequatur prædictarum linearũ interſectio. quemadmodùm ex ſecunda figuræ diſpoſitione deducere vel facilè potes, c/in d,atq; è diuerſo permutato. Non ſunt igitur a/c/& a/d/rectæ lineæ,neq; b/c/& b/d/adinuicem ſimul æquales.Super eadem ergo recta linea,duabus eiſdem rectis lineis &c.vt in theoremate.Quod demonſtrare oportebat.



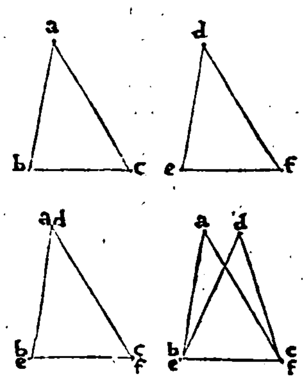
Θεώρημα ε, Πρόθεσις η,

Ἐὰν δύο τρίγωνα, τὰς δύο πλευρὰς ταῖς δυσὶ πλευραῖς ἴσας ἔχῃ ἑκατέραν ἑκατέρᾳ, ἔχῃ δὲ καὶ τὴν βάσιν τῇ βάσει ἴσην, καὶ τὴν γωνίαν τῇ γωνίᾳ ἴσην ἕξει τὴν ὑπὸ τῶν ἴσων εὐθειῶν περιεχομένην.

Theorema 5, Propoſitio 8.

SI bina triangula, duo latera duobus lateribus alterum alteri 8
æqualia habuerint,& baſin quoq; baſi æqualẽ:angulum quoq; ſub æqualibus rectis lineis contentum æqualem habebunt.

ORONTIVS.¶Sint bina triangula a/b/c/ & d/e/f,habẽtia duo latera a/b/& & a/c,duobus lateribus d/e/& d/f/alternatim æqualia,hoc eſt,a/b/ipſi d/e,& a/c/ipſi d/f:ſitq; baſis b/c,baſi d/f/itidem æqualis.Aio itaq; angulum b/a/c,angulo e/d/f/ eſſe reſpondenter æqualẽ.Comparatis nanque adinuicem triangulis,& puncto b/ſupra punctum e/ conſtituto, extenſáque baſi b/c/ in rectum ipſius e/f: conueniet punctum c/cum puncto f, per conuerſam octauæ cõmunis ſententiæ.Cõuenientibus autẽ b/& e,atq;c/& f/punctis,cõueniet & punctũ a/cũ puncto d.Quoniã ſi a/& d/puncta minimè cõuenirent:ſequeretur ex hypotheſi laterũ, ꝙ ſuper eadem recta linea b/c/ aut e/f,duabus eiſdẽ lineis a/b/& a/c, vel a/e/ & a/f, aliæ duæ rectæ lineæ d/b/& d/c, ſeu d/e/& d/f, ad aliud atq; aliud punctum, hoc eſt a/& d,ad eaſdem quoq; partes,



eoſdem deniq; fines b/ & c/vel e/& f/primis rectis lineis poſſidentes, altera alteri conſtituerētur æquales.quod per antecedentē ſeptimā propoſitionē demonſtratū eſt impoſſibile.Cōgruit igitur d/punctū,ipſi puncto a: quapropter & angulū b/a/c, angulo e/d/f,congruere neceſſum eſt,foreq; illi æqualē.Cōgruentibus enim terminis:congruūt & ipſæ lineæ rectæ.ex rectarū porrò cōuenientia,ſub quibus ipſi continētur anguli:eadem ſurgit inclinatio.ex quā demum pari lineatum inclinatione: eorundem angulorū conuincitur æqualitas.Ergo ſi bina triangula, duo latera duobus lateribus &c.vt in theoremate.Quod oportuit demonſtraſſe.

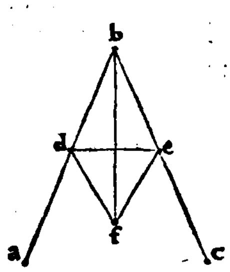
Πρόβλημα δ, Πρόθεσις θ.

Τὴν δοθεῖσαν γωνίαν εὐθύγραμμον δίχα τεμεῖν.

Problema 4, Propoſitio 9.

9 DAtum angulum rectilineum,bifariam ſecare.

ORONTIVS. Eſto datus rectilineus angulus a/b/c:quem oporteat bifariam ſecare.Suſcipiatur igitur in a/b/recta contingens punctum d:ſecetúrq; à reliqua b/c, ipſi b/d/æqualis, per tertiā propoſitionem, ſitq; illa b/e.Et per primū poſtulatum,connectatur recta d/e:ſuper quā triangulum æquilaterū d/e/f, per primā propoſitionem conſtituatur.connectatur tandem recta b/f, per idem primum poſtulatum.Manifeſtum eſt igitur,rectam b/f/ſecare datum angulum a/b/c:protrahitur enim ab angulo qui ad b,ad oppoſitum angulum qui ad f/in b/d/f/e/quadrilatero.Aio quòd & ipſa b/f,datum a/b/c/angulum bifariā ſecat.Cùm enim b/d/per conſtructionē ſit æqualis ipſi b/e,cōmunis autem b/f:bina itaq; latera d/b/& b/f/trianguli d/b/f,duobus lateribus f/b/& b/e/trianguli f/b/e/ ſunt alternatim æqualia.Eſt inſuper baſis d/f,baſi e/f/itidem æqualis:ſunt enim latera triāguli æquilateri d/e/f.Angulus igitur d/b/f,angulo f/b/e,per octauam propoſitionem eſt æqualis.Datus itaq; rectilineus angulus a/b/c,bifariam à recta b/f/ſecatur.Quod facere oportebat.



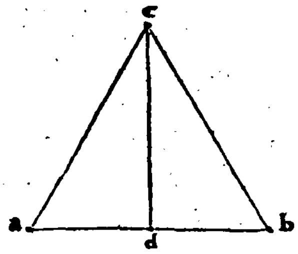
Πρόβλημα ε, Πρόθεσις ι.

Τὴν δοθεῖσαν εὐθεῖαν πεπερασμένην δίχα τεμεῖν.

Problema 5, Propoſitio 10.

10 DAtam rectam lineam terminatam bifariam ſecare.

ORONTIVS. Sit data recta linea terminata a/b,quam bifariā ſecare ſit operæpretium. Conſtituatur igitur ſuper eadem a/b, triangulum æquilaterum a/c/b,per primam propoſitionem : ſecetúrq; per antecedentem nonam propoſitionem angulus a/c/b/bifariam,recta quidem c/d,à puncto c/in d/punctum ipſius lateris a/b/ coextenſa.Dico lineā a/b/datam,ſecari bifariam in pūcto d. Cùm enim a/c/b/ triangulum ſit æquilaterum,æqualis eſt a/c/ ipſi c/b: cōmunis verò c/d.Binæ igitur a/c/& c/ d/ trianguli a/ c/ d, duabus d/c/& c/b/ triāguli d/c/b,ſunt altera alteri æquales: & qui ſub ipſis æquis lateribus continentur anguli, per conſtructionē ſunt adinuicem æquales,hoc eſt,a/c/d, ipſi d/c/b.Baſis igitur a/d,baſi d/b/eſt æqualis,per quartam propoſitionem.Data igitur recta linea terminata a/b,bifariam ſecta eſt in puncto d.Quod oportuit feciſſe.



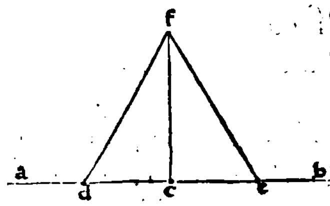
Πρόβλημα ς. Πρότασις ια.

Τῃ δοθείσῃ γωνίᾳ, ἀπὸ τ πρὸς αὐτῇ δοθέντος σημείου, πρὸς ὀρθὰς γωνίας εὐθεῖαν γραμμὴν ἀγαγεῖν.

Problema 6. Propositio 11.

Data recta linea, à pũcto in ea dato, rectam lineam ad angulos rectos excitare. 11

ORONTIVS. ¶Esto recta linea data a/b, datũmq; in ea pũctũ c: à quo oporteat rectã lineã ad angulos rectos excitare. Suscipiat igitur in a/c/recta, cõtingẽs punctũ: sitq; illud d. secetur præterea à recta c/b, ipsi d/c/æqualis, per tertiã propositionẽ, vtpote c/e. deniq; super recta d/e, triãgulũ æquilaterũ cõstituat d/f/e, per primã propositionẽ: cõnectatúrq; recta c/f, per primũ postulatũ. Dico c/f/rectã, ad rectos angulos cõsistere super datã rectã a/b. Quoniã d/c/est æqualis ipsi c/e, cõmunis autẽ c/f/diuidẽs d/f/e/triãgulũ. Duæ igitur f/c/& c/d/triãguli f/c/d, duabus f/c/& c/e/trianguli f/c/e, sunt altera alteri æquales: & basis d/f/basi f/e, per constructionem æqualis. Angulus itaq; f/c/d, angulo f/c/e/sub æqualibus rectis lineis cõtento, per octauam propositionem est æqualis. Recta igitur c/f/consistens super rectã a/b, æquales vtrobique facit angulos: ergo rectos, per decimam diffinitionem. A dato igitur pũcto c, datæ rectæ lineæ a/b, recta linea c/f/ad rectos excitata est angulos. Quod faciendum susceperamus.



Πρόβλημα ζ. Πρότασις ιβ.

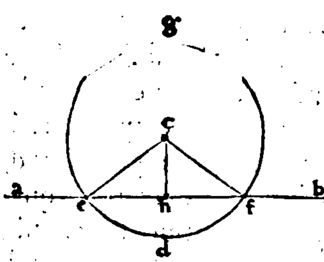
Ἐπὶ τὴν δοθεῖσαν εὐθεῖαν ἄπειρον, ἀπὸ τ δοθέντος σημείου, ὃ μή ἐστιν ἐπ' αὐτῆς, κάθετον εὐθεῖαν γραμμὴν ἀγαγεῖν.

Problema 7. Propositio 12.

Super datam rectam lineam infinitam, à dato puncto quod in ea non est, perpendicularem rectam lineam deducere. 12

ORONTIVS. ¶Sit data recta linea infinita a/b, datum verò pũctum quod in ea non est c: à quo, in ipsam a/b, perpendicularem rectã lineam deducere sit operæpretium. In eodem itaque plano, in quo data a/b/ recta linea infinita, & datum punctum c, ex altera quidem parte ipsius a/b, contingens punctũ suscipiatur: sitq; illud d. Erit igitur c/d/interuallum, dirimétq; ipsam a/b/rectam. Centro ergo c, interuallo autem c/d, circulus describatur e/f/g, per tertium postulatum. Hic porrò circulus e/f/g, cùm in eodem sit plano in quo & recta a/b, sitq; finitus, eadem verò a/b/infinita, & dirempta ab interuallo c/d: subtendet propterea idem e/f/g/circulus partem ipsius a/b, egredietúrq; eadem a/b, recta circũferentiam ipsius e/f/g/ circuli, eandémque circunferẽtiam egrediendo secabit. Secet igitur in e/& f/punctis: diuidatúrq; recta & subtensa e/f/bifariam, in puncto quidem h, per decimã propositionem. & connectantur tandem c/e, c/h, atq; c/f/rectæ, per primum postulatũ. Dico itaq;, rectã c/h/perpendiculariter incidere super datã, rectã a/b. Quoniam e/h/ æqualis est ipsi h/f, per constructionem: c/h/ verò dirimens c/e/f/ triangulum, vtrique communis. Binæ igitur c/h/& h/e/ trianguli c/h/e, duabus c/h/ & h/f/ trianguli c/h/f/ sunt altera alteri æquales: basis quoq; c/e, basi c/f/æqualis, per decimamquintam diffinitionem. Aequus est igitur angulus c/h/e, angulo c/h/f/sub æquis lateribus cõtento, per octauã propositionẽ.

Constructio figuræ.



Ostensio problematis.

Recta ergo c/h/conſiſtens ſuper datã rectam lineã a/b,æquales vtrobiq; facit angulos:ergo rectos. Et proinde c/h/perpendicularis eſt ſuper a/b,per decimam diffinitionem. Super datam itaque rectam lineam infinitã a/b,à dato puncto c/quod in ea non eſt,deducta eſt perpendicularis c/h. Quod feciſſe oportuit.

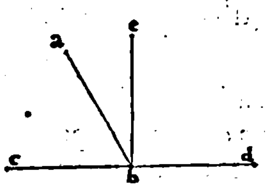
Θεώρημα ς, πρότασις ιγ.

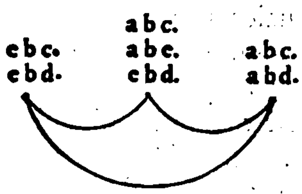
Ὡς ἂν εὐθεῖα ἐπ' εὐθεῖαν σταθεῖσα γωνίας ποιῇ, ἤτοι δύο ὀρθὰς, ἢ δυσὶν ὀρθαῖς ἴσας ποιήσει.

Theorema 6, Propoſitio 13.

13 CVm recta linea ſuper rectam conſiſtens lineã angulos fecerit: aut duos rectos,aut duobus rectis æquales efficiet.

ORONTIVS. ¶ Incidat inquàm a/b/recta,ſuper rectam c/d,efficiens angulos a/b/c/& a/b/d. Anguli itaque a/b/c/& a/b/d,aut ſunt æquales adinuicẽ,aut inæquales. Si æquales,ergo recti,per decimam diffinitionẽ:prima igitur pars vera. Quòd ſi inæquales extiterint ipſi a/b/c/& a/b/d/anguli,vtpote,a/b/c/recto minor,& eodẽ recto maior a/b/d: dico nihilominus eoſdẽ angulos a/b/c/& a/b/d,fore binis rectis angulis æquales. Quoniam a/b/c/& a/b/d/anguli ſunt inæquales:non eſt igitur a/b/ recta,perpendicularis ſuper rectam c/d, per conuerſam ipſius decimæ diffinitionis. prop 10 datã rectã lineam terminatã bifariã secare
Excitetur ergo ſuper data recta linea c/d,à dato in ea puncto b, perpẽdicularis b/e, per vndecimam propoſitionem. Diuidet itaq; recta b/e/angulum a/b/d/ recto maiorem:necnõ recta a/b,ipſum angulum e/b/c/rectũ,maiorem acuto a/b/c. Aequus eſt igitur angulus e/b/c, binis angulis a/b/c/&a/b/e. communis adijciatur angulus e/b/d. bini itaq; anguli e/b/c/& e/b/d,tribus angulis, hoc eſt a/b/c,a/b/e,& e/b/d,ſunt æquales, per ſecũdam communẽ ſentẽtiam. Angulus rurſum a/b/d,æquus eſt duobus angulis a/b/e/ & e/b/d. communis addatur angulus a/b/c. Duo igitur anguli a/b/c/& a/b/d, tribus angulis, vtpote,a/b/c,a/b/e,& e/b/d,ſunt per eandẽ ſecũdã communẽ ſententiã æquales. Atqui monſtratũ eſt,ꝙ & anguli e/b/c/& e/b/d,eiſdem tribus æquantur angulis. Anguli porrò qui eiſdem ſunt æquales angulis, adinuicem quoq; ſunt æquales, per primam cõmunem ſentẽtiam. Igitur anguli a/b/c/& a/b/d, duobus e/b/c/& e/b/d/ſunt æquales. Sũt autem per conſtructionem anguli e/b/c/& e/b/d/recti. & duo igitur anguli a/b/c/& a/b/d, binis ſunt rectis æquales. Idem etiã oſtendetur, vbi a/b/c/ angulus,fuerit maior ipſo a/b/d. Cùm igitur recta linea,ſuper rectam conſiſtens lineam, angulos fecerit:aut duos rectos,aut duobus rectis æquales efficiet. Quod oportebat demonſtrare.





Θεώρημα ζ, πρότασις ιγ.

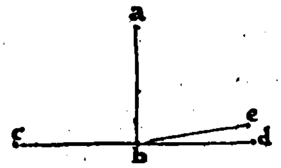
Ἐὰν πρός τινι εὐθείᾳ καὶ τῷ πρὸς αὐτῇ σημείῳ, δύο εὐθεῖαι μὴ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη κείμεναι, τὰς ἐφεξῆς γωνίας δυσὶν ὀρθαῖς ἴσας ποιῶσιν, ἐπ' εὐθείας ἔσονται ἀλλήλαις αἱ εὐθεῖαι.

Theorema 7, Propoſitio 14.

14 SI ad aliquam rectam lineam, atque ad eius punctum, duæ rectæ lineæ non ad eaſdem partes ductæ, vtrobique duobus rectis angulos æquales fecerint: ipſæ in directum rectæ lineæ adinuicem erunt.

ORONTIVS. ¶ Ad datam enim rectam lineam a/b, atque ad eius punctum b,duæ rectæ lineæ b/c, & b/d, altera quidem ad læuam c, reliqua verò ad dextram partẽ d/conuenientes,angulos efficiant a/b/c/& a/b/d, aut rectos,aut duobus rectis æquales. Aio propterea,rectam lineam b/d,in directum ipsius b/c/fore cõstitutam, hoc est, vnam eandémq; rectam efficere lineã. Nam si recta b/d,non fuerit in directum ipsius b/c/constituta:producta b/c/in continuũ rectúmq;,ab ipso b/versus e, per secundum postulatum,non cadet ipsa b/e/cum b/d. Cadat ergo(si possibile sit) inter a/b/& b/d. Recta igitur a/b,incideret super rectam c/e/ ad angulos a/b/c/& a/b/e,aut rectos, vel duobus rectis æquales,per decimã-tertiam propositionẽ. Atqui duo anguli a/b/c/ & a/b/d/ aut recti sunt,aut binis itidem rectis æquales,per hypothesin. Anguli itaq; a/b/c/& a/b/d,angulis a/b/c/& a/b/e, forent per primam communẽ sententiã æquales. Dempto igitur communi angulo a/b/c:reliquus a/b/d/ reliquo a/b/e,per tertiam communẽ sententiam æquaretur,maior minori,hoc est,totũ suæ parti:quod per nonam communem sententiam est impossibile. Idem quoq; deducetur inconueniens,si producta b/e,detur incidere sub ipsa b/d. In directum est igitur b/d/ipsi b/c.quod demonstrandum fuerat. Si ad aliquã igitur rectam lineam, atq; ad eius pũctum duæ rectæ lineæ,&c.vt in theoremate.

Demõstratio ab impossibili



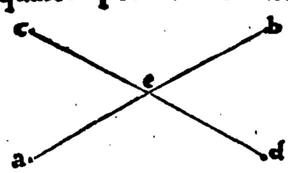
Θεώρημα η, Πρότασις ιε.

ΕΑν δύο εὐθεῖαι τέμνωσιν ἀλλήλας, τὰς κατὰ κορυφὴν γωνίας ἴσας ἀλλήλαις ποιήσουσιν.

Theorema 8, *Propositio* 15.

SI duæ rectæ lineæ se adinuicẽ secuerint:angulos qui circa verticem sunt æquos adinuicem efficient. 15

ORONTIVS. ¶Secent se adinuicem binæ rectæ lineæ a/b,& c/d,in pũcto quidem e:dico quòd angulus a/e/c,æquus est angulo b/e/d,circa e/verticem posito. Incidit enim recta c/e /in rectam a/b,efficiens angulos a/e/c/& c/e/b/duobus rectis æquales: per decimamtertiam propositionem. Recta insuper b/e/ incidens super rectam c/d,facit angulos c/e/b/& b/e/d/binis itidem rectis æquales:per eãdem decimamtertiam propositionẽ. Anguli porrò qui eisdem,vtpote binis rectis æquantur: & hi quoq; sunt adinuicem æquales, per primã communem sententiam. Et duo igitur anguli a/e/c/& c/e/b,duobus angulis c/e/b/& b/e/d/ sunt æquales. Dempto itaque communi c/e/b:reliquus a/e/c/reliquo b/e/d,per tertiam communem sẽtẽtiam est æqualis. Simili discursu monstrabitur,q̃ anguli a/e/d/& c/e/b/sunt æquales adinuicem. Si duæ igitur rectæ lineæ se adinuicem secuerint,angulos qui circa verticem sunt, æquos adinuicem efficient. Quod oportebat ostendere.



Corollarium.

¶Hinc manifestum est,quotlibet rectas lineas in eodem pũcto sese adinuicem intersecantes,angulos efficere quatuor rectis æquales.

Θεώρημα θ, Πρότασις ις.

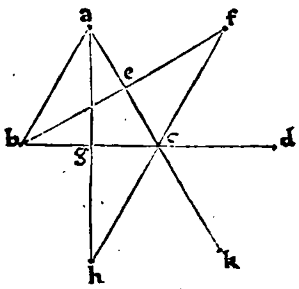
ΠΑντὸς τριγώνου μιᾶς τῶν πλευρῶν ἐκβληθείσης, ἡ ἐκτὸς γωνία, ἑκατέρας τῶν ἐντὸς καὶ ἀπ' ἐναντίον μείζων ἐστί.

Theorema 9, *Propositio* 16.

OMnis triãguli vno latere producto,exterior angulus vtrisq; interioribus & ex opposito maior est. 16

ORONTIVS. ¶Esto datum a/b/c/triãgulum,cuius vnum latus,vtpote b/c, productatur in directum ad punctum vſq; d, per ſecundum poſtulatum. Aio itaq; primùm, exteriorem angulum a/c/d, maiorem eſſe intrinſeco & ex oppoſito b/a/c. Secetur enim a/c/ biſariam in pũcto e, per decimam propoſitionem: & connectatur b/e/ recta, per primũ poſtulatum. quæ per ſecundum poſtulatum, extendatur in directum verſus f: ſecetúrq; recta e/f/ æqualis ipſi b/e, per tertiã propoſitionem. tandem connectatur recta c/f, per idem primũ poſtulatum. Cùm igitur a/e/ ſit æqualis e/c, & b/e/ ipſi e/f/ itidem æqualis, per conſtructionem: binæ itaq; a/e/ & e/b/ trianguli a/e/b, duabus c/e/ & e/f/ trianguli c/e/f, ſunt altera alteri æquales. & æquos adinuicẽ efficiunt angulos a/e/b/ & c/e/f, per decimamquintam propoſitionem, nempe qui circa e/ verticem. Baſis igitur a/b, baſi c/f/ eſt æqualis: & triangulum a/e/b, æquale triangulo c/e/f, atque reliquus angulus b/a/e, reliquo e/c/f/ æqualis, per quartã propoſitionem. Angulus porrò a/c/d, maior eſt angulo a/c/f, per nonam communem ſentẽtiam: quapropter & ipſo b/a/c/ angulo maior. æquales enim anguli, eiuſdem ſunt æquè minores. ¶ Dico inſuper, quòd idem angulus a/c/d, maior eſt a/b/c/ angulo. Diuiſa nanq; b/c/ biſariam in puncto g, & connexa a/g/ recta, productáq; ipſi a/g/ æquali g/h, connexa item c/h, atq; tandem producta a/c/ in k, per nunc expreſſa poſtulata, citatáſq; propoſitiones: haud diſſimili diſcurſu colligemus, angulum a/b/g, æquum eſſe angulo g/c/h. Et quoniam angulus b/c/k, angulo b/c/h/ maior eſt, per nonã communem ſententiã: erit & idem angulus b/c/k/ ipſo a/b/c/ angulo maior. Aequus eſt autem a/c/d/ angulus ipſi b/c/k, per decimamquintam propoſitionẽ: & angulus igitur a/c/d/ eodẽ angulo a/b/c/ maior eſt. Omnis itaq; trianguli vno latere producto, exterior angulus vtriſq; interioribus & ex oppoſito maior eſt. Quod erat demonſtrandum.

Prima demõſtratiõis pars.



Secunda pars

Θεώρημα ι, Πρόθεσις ιζ.

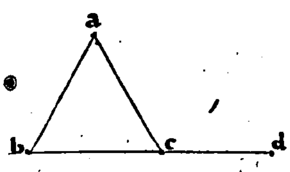
Παντὸς τριγώνου αἱ δύο γωνίαι, δύο ὀρθῶν ἐλάσσονές εἰσι, πάντῃ μεταλαμβανόμεναι.

Theorema 10, Propoſitio 17.

17 OMnis trianguli, duo anguli duobus rectis ſunt minores, omnifariam ſumpti.

ORONTIVS. ¶ Sit triangulum a/b/c. Dico in primis, duos angulos a/b/c/ & a/c/b, duobus rectis eſſe minores. Producatur enim b/c/ latus in directum vſq; ad punctum d: per ſecundum poſtulatum. Exterior igitur angulus a/c/d, maior eſt interiore & ex oppoſito a/b/c, per decimamſextam propoſitionem. Addatur vtrique eorundem angulorum, communis a/c/b. Duo igitur anguli a/b/c/ & a/c/ b, duobus angulis a/c/b/ & a/c/d/ ſunt minores, per quartam communem ſententiam. Anguli porrò a/c/b/ & a/c/d, duobus rectis ſunt æquales, per decimamtertiam propoſitionẽ. Et duo igitur anguli a/b/c/ & a/c/b, eiſdem binis rectis ſunt minores: ijdem nanq; anguli, æqualium angulorũ æquè minores exiſtunt. ¶ Nec diſſimili via, anguli b/a/c/ & a/c/b, duobus itidem rectis oſtendentur eſſe minores: necnon a/b/c/ & c/a/b/ anguli, producto a/b/ vel a/c/ latere. Omnis itaq; trianguli, duo anguli duobus rectis ſunt minores, omnifariam ſumpti. Quod expediebat demonſtrare.

Præcipua oſtẽſionis pars.



De cæteris angulorum combinationibus.

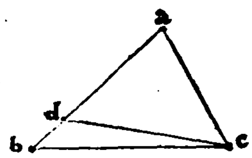
Θεώρημα ια, Πρότασις ιη.

Παντὸς τριγώνου ἡ μείζων πλευρὰ, τὴν μείζονα γωνίαν ὑποτείνει.

Theorema 11, *Propositio* 18.

Omnis trianguli maius latus, ſub maiori angulo ſubtenditur. 18

ORONTIVS. ¶Sit triangulum a/b/c: cuius latus a/b, maius ſit a/c/ latere. dico quòd a/c/b/ angulus, maior eſt angulo a/b/c. Secetur enim à maiori a/b, ipſi minori a/c/ æqualis, per tertiam propoſitionem: ſitq; illa a/d. & connectatur c/d/ recta, per primum poſtulatum. Diuidit itaque recta c/d/ triangulum a/b/c, & angulum propterea a/c/b. Maior eſt igitur angulus a/c/b/ angulo a/c/d, per nonam communem ſententiam. Ipſi porrò a/c/d/ angulo, æquus eſt angulus a/d/c, per primam partem quintæ propoſitionis: ſunt enim per conſtructionem a/c/ & a/d/ latera adinuicē æqualia. Et a/c/b/ igitur angulus, maior eſt angulo a/d/c. Angulus rurſum a/d/c, maior eſt interiore & ex oppoſito d/b/c, hoc eſt a/b/c/ angulo, per decimamſextam propoſitionem. Multò maior igitur eſt angulus a/c/b, ipſo d/b/c/ ſeu a/b/c/ angulo. quod enim maiore maius eſt, à fortiori videtur eſſe maius. Omnis itaque trianguli maius latus, ſub maiori angulo ſubtenditur. Quod demonſtrandum ſuſceperamus.



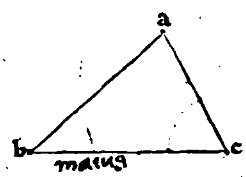
Θεώρημα ιβ, Πρότασις ιθ.

Παντὸς τριγώνου ὑπὸ τὴν μείζονα γωνίαν ἡ μείζων πλευρὰ ὑποτείνει.

Theorema 12, *Propositio* 19.

Omnis trianguli maior angulus, ſub maiori latere ſubtēditur. 19

ORONTIVS. ¶Sit rurſum a/b/c/ triangulum, habens angulum a/c/b, maiorē angulo a/b/c. Aio verſa vice, ꝙ latus a/b, maius eſt ipſo latere a/c. Si nanq; a/b/ latus, non foret maius a/c: eſſet igitur vel eidē a/c/ æquale, vel eo minus. Aequū porrò nō eſt a/b/ ipſi a/c: quoniā anguli a/b/c/ & a/c/b, per quintam propoſitionem, forēt adinuicem æquales. ſunt autem inæquales, per hypotheſin. non eſt igitur a/b/ latus, æquale ipſi a/c. Neque etiā minus eſt a/b, eodem a/c/ latere: eſſet enim angulus a/c/b, minor angulo a/b/c, per antecedentem decimam octauam propoſitionem. hoc autem aduerſatur hypotheſi. Igitur a/b/ latus, nō eſt minus ipſo a/c/ latere. Oſtēſum eſt autē, quòd nec eidem æquale. maius eſt igitur ipſum latus a/b, eodem a/c/ latere. Omnis ergò trianguli maior angulus, ſub maiori latere ſubtenditur. Quod demonſtrare fuerat operæpretium.



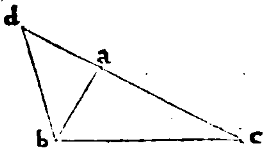
Θεώρημα ιγ, Πρότασις κ.

Παντὸς τριγώνου αἱ δύο πλευραὶ, τῆς λοιπῆς μείζονές εἰσι, πάντη μεταλαμβανόμεναι.

Theorema 13, *Propoſitio* 20.

Omnis trianguli duo latera, reliquo ſunt maiora, quomodocunque aſſumpta. 20

ORONTIVS. ¶Eſto datum a/b/c triangulum. Dico primùm, duo latera a/b/ & a/c, fore maiora reliquo b/c. Producatur enim per ſecundum poſtulatum, recta c/a/ in directum, vſque ad punctum d: ſecetúrq; a/d/ recta, æqualis ipſi a/b, per tertiā propositionem.& connectatur b/d/recta,per primũ postulatum. Cùm igitur a/b/ sit æqualis ipsi a/d,per constructionem:qui ad basin b/d/ sunt anguli,æquales adinuicem erunt, per quintam propositionem, vtpote,a/b/d, ipsi a/d/b.Angulus porrò d/b/c,maior est angulo a/b/d, per nonam communem sententiam: igitur & angulo a/d/b/maior.Triangulum igitur d/b/c,habet angulum d/b/c/maiorẽ angulo b/d/c.



Omnis autẽ trianguli maior angulus sub maiori latere subtenditur,per decimamnonam propositionem.maius est itaq; d/c/latus,ipso latere d/b. Atqui latus d/c, æquũ est ipsis a/b/ & a/c/lateribus: data est enim a/d, ipsi a/b/ æqualis, & vtrique iungitur a/c. Duo igitur latera a/b/& a/c,sunt maiora reliquo b/c.Similiter ostendemus,quòd a/b/& b/c latera,maiora sunt reliquo a/c:atq; a/c/& c/b, reliquo a/b, itidem maiora. Omnis itaque trianguli duo latera, reliquo sunt maiora, quomodocunq; assumpta. Quod oportuit ostendere.

Θεώρημα ιδ', Πρόθεσις κα.

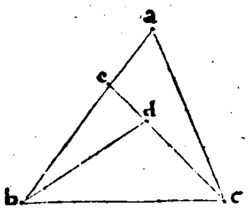
Ἐὰν τριγώνου ἐπὶ μιᾶς τῶν πλευρῶν ἀπὸ τῶν περάτων δύο εὐθεῖαι ἐντὸς συσταθῶσιν, αἱ συσταθεῖσαι, τῶν λοιπῶν τοῦ τριγώνου δύο πλευρῶν, ἐλάττονες μὲν ἔσονται, μείζονα δὲ γωνίαν περιέξουσι.

Theorema 14, Propositio 21.

21 SI trianguli à limitibus vnius lateris, binæ rectæ lineæ introrsum constituantur: quæ constituuntur, reliquis trianguli binis lateribus minores quidem erunt, maiorémque angulum continebunt.

ORONTIVS. ¶In triangulo enim a/b/c,à limitibus lateris b/c, duæ rectæ lineæ d/b/& d/c/introrsum,ad punctum d, constituantur. Aio itaque primùm, ipsas d/b/& d/c/ lineas rectas, minores esse reliquis a/b/& a/c/lateribus. Producta nanq; c/d, quousq; secet latus a/b,in puncto quidem e,per secundum postulatum: erũt bina latera a/e/& a/c/triãguli a/e/c,maiora reliquo e/c,per vigesimam propositionẽ. Addatur ipsis a/e/& a/c,atq; ipsi e/c, communis e/b. & composita igitur a/b/ & a/c/ latera,ipsis e/b/& e/c/lateribus, per quartam cõmunem sententiam,erunt maiora.Bina rursum latera e/b/& e/d/ trianguli e/b/d,sunt maiora reliquo b/d,per eandem vigesimam propositionẽ.Addatur ipsis inæqualibus, communis d/c.ergo bina latera e/b/& e/c,binis d/b/ & d/c/lineis rectis sunt maiora,per eandem quartam cõmunem sentẽtiam. Ostensum est autem, quòd a/b/& a/c/ latera, eisdem e/b/& e/c/sunt maiora.Multò igitur maiora sunt eadem a/b/& a/c/latera, ipsis d/b/& d/c/lineis rectis, à limitibus b/& c/ introrsum constitutis. ¶Dico præterea, quòd angulus b/ d/ c, maior est angulo b/a/c.Trianguli enim e/b/d, exterior angulus b/d/c, maior est interiore & ex opposito b/e/d: idem quoque angulus b/e/d, interiore &/ex opposito e/a/c, ipsius a/e/c/ trianguli maior,per decimamsextam propositionem,Longè itaque maior est angulus b/d/c, ipso e/a/c,hoc est,b/a/c/angulo. Igitur si triãguli à limitibus vnius lateris, binæ rectæ lineæ,& quæ sequuntur reliqua,vt in theoremate.Quod demonstrare oportebat.

Primæ partis ostensio.



Secunda pars

Πρόβλημα η, Πρόθεσις κβ.

Ἐκ τριῶν εὐθειῶν, αἵ εἰσιν ἴσαι τρισὶ ταῖς δοθείσαις εὐθείαις, τρίγωνον συστήσασθαι. δεῖ δὲ τὰς δύο τῆς λοιπῆς μείζονας εἶναι, πάντῃ μεταλαμβανομένας, διὰ τὸ καὶ παντὸς τριγώνου τὰς δύο πλευρὰς τῆς λοιπῆς μείζονας εἶναι, πάντῃ μεταλαμβανομένας.

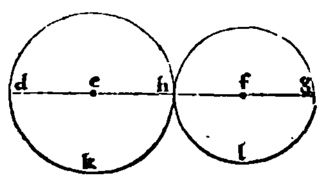
Problema 8, Propositio 22.

EX tribus rectis lineis, quæ sunt tribus datis rectis lineis æquales, triangulum cōstruere. Oportet autem duo latera, reliquo esse maiora quomodocunque assumpta: quoniam trianguli bina latera quomodocunque assumpta, reliquo sunt maiora. 22

ORONTIVS. ¶ Dentur ergo tres lineæ rectæ a, b, & c, adinuicem ita proportionatæ, vt duæ quomodocunque assumptæ, sint maiores reliqua: vtpote, a/& b/ipsa c, atq; b/& c/ipsa a, denique a/& c/ipsa b/maiores. Oportet enim ipsius trianguli, ex tribus rectis lineis, quæ sunt tribus datis æquales, cōstruendi duo latera, reliquo esse

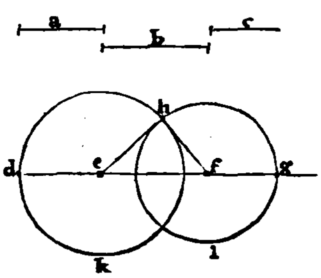
Constructio figuræ.

maiora, per vigesimam propositionem. Assumatur itaque recta quædam linea, ex altera parte puncto d/limitata: infinita verò secundum reliquam. à qua secētur tres rectæ lineæ, ipsis datis singulatim æquales, per tertiam propositionē: d/e/quidem æqualis ipsi a, e/f/autem ipsi b, & f/g/ipsi c. Et centro e, interuallo autē e/d, circulus describatur d/h/k: centro rursum f, & interuallo f/g, alius describatur circulus g/h/l, per tertium postulatum. Et quoniam circuli d/h/k/& g/h/l, in eodem sunt plano, & e/f/recta, ab vnius circuli centro, ad centrum alterius producitur: necessum est, eosdem circulos d/h/k/& g/h/l/sese mutuo intersecare. Si nanque minimè se secarent, sed sese adinuicem tangerent, vtpote in puncto h: tūc recta e/f/ ipsi b/ æqualis, vtriusque circuli semidiametrum necessario contineret. quapropter & duarum rectarum a/& c/magnitudinē. Esset enim e/h/pars ipsius e/f, æqualis d/e, & propterea ipsi a: pats quoque h/f, ipsi f/g, & ipsi ergo c/æqualis. quemadmodùm ex decimaquinta diffinitione, & prima cōmuni sententia deducere vel facilè est. Bina ergo triāguli latera, essent æqualia reliquo: contra datam hypothesin, & vigesimam propositionē. Longè item maius inconueniēs sequeretur: vbi circuli ipsi vtcunque distare ponerētur.



Secat igitur circulus d/h/k, circulum g/h/l. esto sectionum altera in puncto h: & cōnectātur rectæ e/h/& h/f, per primum postulatum. Triangulū est igitur e/h/f: dico quòd ex tribus rectis lineis cōstructū, quæ sunt tribus datis æquales. Cùm enim punctum e/sit centrum circuli d/h/k: æqualis est d/e/ipsi e/h, per decimamquintam diffinitionē. ipsa porrò d/e, secta est æqualis ipsi a. Binæ igitur, hoc est a/& e/h, eidem rectæ d/e/sunt æquales: quapropter & æquales adinuicem, per primam communem sententiam. e/f/autem, ipsi b/ data est æqualis, per constructionem. Rursùm quoniam punctum f, centrum est circuli g/h/l: æqualis est f/h/ipsi f/g, per eandem decimamquintam diffinitionem. ipsa autem f/g, secta est æqualis ipsi c. Ergo f/h/ & c, eidem f/g/sunt æquales: igitur & æquales adinuicem, per eandem primam cōmunem sententiam. Tres igitur rectæ lineæ e/h, e/f, & f/h, tribus datis a, b, & c, sunt adinuicem æquales: & constituunt triangulum e/h/f. Ex tribus igitur rectis lineis e/h, e/f, & f/h, quæ tribus datis, hoc est, a, b, & c, sunt æquales, cōstructum est triangulum e/h/f. Quod faciendum susceperamus.

Problematis ostensio.



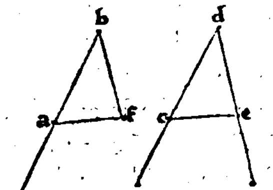
Πρόβλημα θ, Πρότασις κγ.

Πρὸς τῇ δοθείσῃ εὐθείᾳ καὶ τῷ πρὸς αὐτῇ σημείῳ, τῇ δοθείσῃ γωνίᾳ εὐθυγράμμῳ, ἴσην γωνίαν εὐθύγραμμον συστήσασθαι.

Problema 9, Propositio 23.

23 AD datam rectam lineam, ad datúmque in ea punctum, dato angulo rectilineo, æqualem angulum rectilineũ constituere.

ORONTIVS. ¶Sit data recta linea a/b, & datum in ea punctum b, rectilineus porrò angulus c/d/e: cui receptum sit, ad datum punctum b, datæ rectæ lineæ a/b, æquum angulum rectilineum constituere. Suscipiatur itaq; in c/d/ recta contingẽs punctum, sitq; illud c: in d/e/ quoque recta, contingens punctum, & illud sit e. cõnectatur deinde recta c/e, per primum postulatum. Ex tribus deniq; lineis rectis a/b, b/f, & f/a, quæ sint tribus datis, hoc est, ipsius c/d/e trianguli lateribus æquales, vtpote a/b/ ipsi c/d, & b/f/ ipsi d/e, atque f/a/ ipsi e/c, triangulum cõstruatur a/b/f, per præcedẽtẽ vigesimãsecundã propositionẽ. Dico angulũ a/b/f, æquũ fore ipsi angulo dato c/d/e. Cùm enim binæ lineæ rectæ a/b/ & b/f/ triãguli a/b/f, duabus lineis rectis c/d/ & d/e/ trianguli c/d/e, sint altera alteri æquales, basis quoque a/f, basi c/e/ per constructionem æqualis: erit angulus a/b/f, angulo c/d/e/ sub æqualibus rectis lineis contento, per octauam propositionẽ, æqualis. Ad datam ergo lineam rectam a/b, & datum in ea punctũ b, dato angulo rectilineo c/d/e, æqualis angulus rectilineus a/b/f/ constitutus est. Quod fecisse oportuit. Figurę constitutio. Cõclusio problematis.



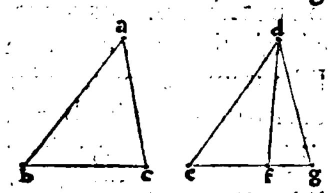
Θεώρημα ιε, Πρότασις κδ.

Ἐὰν δύο τρίγωνα τὰς δύο πλευρὰς ταῖς δυσὶ πλευραῖς ἴσας ἔχῃ ἑκατέραν ἑκατέρᾳ, τὴν δὲ γωνίαν τῆς γωνίας μείζονα ἔχῃ τὴν ὑπὸ τῶν ἴσων εὐθειῶν περιεχομένην, καὶ τὴν βάσιν τῆς βάσεως μείζονα ἕξει.

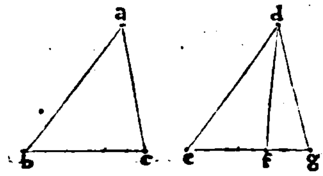
Theorema 15, Propositio 24.

24 SI bina triangula, duo latera duobus lateribus æqualia habuerint alterum alteri, angulum verò angulo maiorem sub æquis rectis lineis contentum: basin quoq; basi maiorem habebunt.

ORONTIVS. ¶Sint bina triangula a/b/c, & d/e/f, habentia duo latera duobus lateribus alterum alteri æqualia, vtpote, a/b/ ipsi d/e, & a/c/ ipsi d/f: sit'que angulus qui ad a, maior angulo qui ad d/ sub æquis lateribus contento. Aio itaque, basin b/c/ trianguli a/b/c, maiorem esse basi e/f/ triãguli d/e/f. Quoniam angulus b/a/c, maior est angulo e/d/f, per hypothesin: ad datam ergo lineam rectam e/d, ad datúmque in ea punctũ d, dato angulo rectilineo b/a/c, æqualis angulus rectilineus constituatur e/d/g, per vigesimamtertiã propositionem. Vtriq; demum a/c/ & d/f, æqualis ponatur d/g, per secũdam aut tertiam propositionem: cõnectantúrq; rectæ e/g/ & g/f, per secũdum postulatũ. Erunt itaq; bina latera a/b/ & a/c/ triãguli a/b/c, æqualia duobus lateribus d/e/ & d/g/ trianguli d/e/g/ alterum alteri; & qui sub eisdẽ lateribus continentur anguli adinuicem æquales, per constructionem. Basis igitur b/c; basi e/g, per quartam propositionem est æqualis. Cõstructio figuræ generalis.

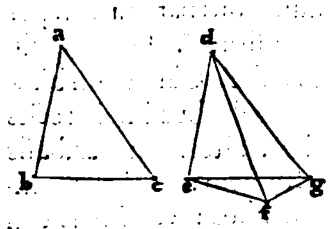


¶His ita præmissis, quoniam triangulorum adinuicem comparatorum, varia contingit habitudo: poterit itaque recta e/g, diuersis incidere modis, vtpote, aut in directũ ipsius e/f, aut supra, vel infra. Cadat ergo primùm in rectam e/f, vt in hac prima figuræ dispositione. Igitur cùm Primus inferendi modus.



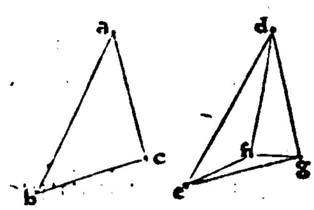
in triangulo d/e/g, ab angulo qui ad d/ in oppositum latus e/g, recta producatur d/f, diuidēs tum ex hypothesi, tum ex constructione ipsum e/d/g/ angulū: diuidet quoq; ipsa d/f, basin e/g, in puncto quidem f. Est itaque basis e/f, pars ipsius e/g: & propterea ipsa e/g, maior eadem e/f, per nonam communem sententiam. Ipsi porrò e/g, æqualis ostēsa est b/c: & b/c/ igitur basis, maior est basi e/f, per conuersam sextæ cōmunis sentētiæ interpretationem. ¶ Quòd si e/g/ recta inciderit supra e/f, velut in secūda figura: fiet triangulū e/f/g, ex tribus basibus cōstitutum. Et quoniā trianguli d/f/g, latus d/f/ lateri d/g/ est æquale: æquus erit & d/f/g/ angulus, angulo d/g/f, per quintam propositionē. Atqui d/g/f/ angulus, maior est angulo e/g/f, per nonam communem sententiam: & d/f/g/ itaq; angulus, maior erit eodem angulo e/g/f, per eandem sextæ communis sententiæ conuersionem. Angulo rursum d/f/g, maior est

Secundus modus.



angulus e/f/g, nēpe totus sua parte: & propterea ipso angulo e/g/f/ tantò maior. Omnis porrò triāguli maius latus, sub maiori angulo subtenditur, per decimamoctauā propositionē: maior est itaq; e/g, ipsa e/f/ recta. Præostensum est autē & b/c/ ipsi e/g/ coæquatur: basis ergo b/c, basi e/f/ consequenter est maior. ¶ Cùm autē e/g/ sub eadem e/f, vt in tertia figuræ dispositione, ceciderit: idē etiā concludetur. Nam in triangulo d/e/g, à limitibus lateris d/e, binæ rectæ lineæ d/f/ & e/f/ introrsum constituentur: erunt itaq; d/f/ & e/f/ reliquis ipsius trianguli lateribus d/g/ & e/g/ minores, per vigesimamprimam propositionem. Subductis ergo

Terti⁹ modus



d/f/ & d/g/ inuicem æqualibus: quæ relinquētur erunt pariter inæquales, e/g/ quidem maior e/f. Ipsi porrò e/g, æqualis mōstrata est b/c: cōcludes ergo rursum, b/c/ basin fore maiorē ipsa basi e/f. Igitur si bina triāgula, duo latera duobus lateribus æqualia habuerint alterum alteri, angulum verò: &c. vt in theoremate. Quod ostendere fuerat operæpretium.

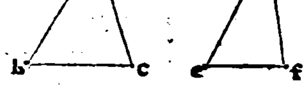
Θεώρημα ιϛ, Πρόθεσις. κε.

Ἐὰν δύο τρίγωνα τὰς δύο πλευρὰς ταῖς δυσὶ πλευραῖς ἴσας ἔχῃ ἑκατέραν ἑκατέρᾳ, τὴν βάσιν δὲ τῆς βάσεως μείζονα ἔχῃ, καὶ τὴν γωνίαν τῆς γωνίας μείζονα ἕξει τὴν ὑπὸ τῶν ἴσων εὐθειῶν περιεχομένην.

Theorema 16, Propositio 25.

SI bina triangula duo latera duobus lateribus æqualia habuerint, basin verò basi maiorem: angulum quoq; sub æqualibus rectis lineis contentum, angulo maiorem habebunt. 25

ORONTIVS. ¶ Dentur inquàm bina triangula a/b/c/ & d/e/f/, habentia duo latera a/b/ & a/c, duobus lateribus d/e/ & d/f/ æqualia alterum alteri, vtpote, a/b/ ipsi d/e, & a/c/ ipsi d/f: esto autē b/c/ basis, maior ipsa e/f. Aio versa vice, angulum b/a/c, angulo e/d/f/ esse maiorem. Quoniam angulus b/a/c/ non potest in primis æqualis esse angulo e/d/f: basis enim b/c, basi e/f/ per quartam propositionem foret æqualis. Est autem b/c/ basis, maior ipsa e/f, per hypothesin. Neq; rursum angulus b/a/c, minor erit eodem angulo e/d/f: quoniā basis b/c, minor itidem foret basi e/f, per antecedentē vigesimamquartā



propositionem. Atqui data est maior: non est igitur angulus b/a/c, ipso e/d/f/angulo minor. Patuit autē quod nec eidem æqualis: ergo maior. Si bina igitur triangula duo latera: & reliqua, vt in theoremate. Quod erat demonstrandum.

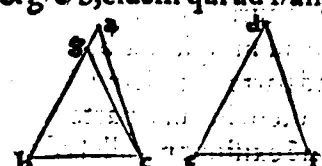
Θεώρημα ιζ, Πρόθεσις κϛ.

Ἐὰν δύο τρίγωνα τὰς δύο γωνίας ταῖς δυσὶ γωνίαις ἴσας ἔχῃ ἑκατέραν ἑκατέρᾳ, καὶ μίαν πλευρὰν μιᾷ πλευρᾷ ἴσην, ἤτοι τὴν πρὸς ταῖς ἴσαις γωνίαις, ἢ τὴν ὑποτείνουσαν ὑπὸ μίαν τῶν ἴσων γωνιῶν, καὶ τὰς λοιπὰς πλευρὰς ταῖς λοιπαῖς πλευραῖς ἴσας ἕξει ἑκατέραν ἑκατέρᾳ, καὶ τὴν λοιπὴν γωνίαν τῇ λοιπῇ γωνίᾳ.

Theorema 17, Propositio 26.

26 SI bina triangula, duos angulos duobus angulis alterum alteri æquales habuerint, vnúmq; latus vni lateri æquale, aut quod æquis adiacet angulis, aut quod sub vno æqualium angulorum subtenditur: reliqua quoq; latera reliquis lateribus æqualia alterū alteri, & reliquum angulum reliquo angulo æqualem habebunt.

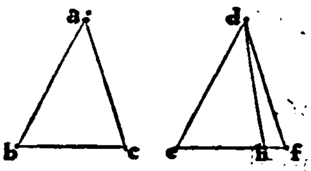
ORONTIVS. ¶Sint duo triangula a/b/c/ & d/e/f, habētia duos angulos qui ad latus b/c, duobus angulis qui ad latus e/f/ alterum alteri æquales, vtpote, a/b/c/ ipsi d/e/f, & a/c/b/ ipsi d/f/e, vnum præterea latus vni lateri æquale: primò quidem quod æquis adiacet angulis, hoc est b/c/ ipsi e/f. Dico propterea, quòd & reliqua latera reliquis lateribus alterum alteri habebūt æqualia, a/b/ quidem ipsi d/e, & a/c/ ipsi d/f: atq; reliquum angulum b/a/c, reliquo e/d/f/ æqualem. Si nanq; a/b/ non fuerit æqualis ipsi d/e altera earum maior erit, vtpote a/b. poterit igitur à maiori a/b, secari, ipsi d/e/ minori æqualis, per tertiā propositionē. Abscindatur ergo, sitq; b/g: & connectatur c/g/ recta, per primum postulatum. Bina itaq; latera g/b/ & b/c/ trianguli g/b/c, duobus lateribus d/e/ & e/f/ trianguli d/e/f, erunt alternatim æqualia: & qui ad b/ & e/ sub æquis lateribus continentur anguli, adinuicem æquales, per hypothesin. Basis igitur c/g, basi d/f, & reliquus angulus g/c/b/ reliquo qui ad f (sub quo latus æquale subtenditur) erit per quartā propositionem æqualis. Eidem porrò qui ad f/ angulo, æquus est angulus a/c/b, per hypothesin. duo igitur anguli a/c/b/ & g/c/b, eidem qui ad f/ angulo erunt æquales: & propterea æquales adinuicem, per primam communem sententiam. totus itaque angulus, suæ parti æquabitur: quod per nonam communem sententiā est impossibile. Non est igitur a/b/ maior ipsa d/e. similiter ostendetur, quòd neq; minor. ergo æqualis. Et quoniā b/c/ ipsi e/f/ per hypothesin est æqualis: bina ideò latera a/b/ & b/c/ triāguli a/b/c, duob⁹ lateribus d/e/ & e/f/ triāguli d/e/f, sunt æqualia alterum alteri: & æquales qui ad b/ & e/ comprehendunt angulos, per hypothesin. basis itaq; a/c, basi d/f (seu reliquum latus, reliquo lateri) atq; reliquus angulus b/a/c, reliquo e/d/f, per quartam propositionem æquatur. ¶Sint autē quæ sub altero æqualium subtenduntur angulorum latera adinuicem æqualia: scilicet a/b, ipsi d/e. Aio rursum, quòd & reliqua latera, reliquis lateribus habebunt æqualia, alterū alteri, vtpote a/c/ ipsi d/f, & b/c/ ipsi e/f: atque reliquum angulum qui ad a/ reliquo qui ad d/ æqualem. Inprimis enim, si b/c/ non fuerit æqualis ipsi e/f, altera maior erit: esto verbi gratia e/f. poterit ergo ab eadē maiori e/f, secari æqualis ipsi minori b/c, per tertiā propositionē. Secetur itaq;, & sit e/h: connectatúrq; d/h/ recta, per primum postulatum. Erunt igitur bina latera a/b/ & b/c/ trianguli a/b/c, æqualia,



Primæ partis demōstratio, ex prima hypothesi laterum.

Ostensio secūdæ partis, ex secūda hypothesi laterū.

duobus lateribus d/e/& e/h/trianguli d/e/h/alterum alteri:& qui ad b/& e/sub eisdē æquis lateribus continentur anguli,sunt per hypothesin adinuicem æquales. Basis ergo a/c,basi d/h: & reliquus angulus a/c/b,reliquo d/h/e(sub quibus æqualia subtendūtur latera)per quartam propositionē æquabitur. Angulus porrò d/f/e,eidem angulo a/c/b,per hypothesin est æqualis. duo itaq; anguli d/f/e/& d/h/e,eidem angulo qui ad c/erunt æquales:& æquales propterea adinuincem,per primam cōmunem sententiam. In triangulo igitur d/f/h,producto f/h/ latere, exterior angulus d/h/e, interiori & ex opposito d/f/h/ æquabitur angulo: quod per decimamsextā propositionē est impossibile. Non est igitur e/f,maior b/c. simili discursu monstrabitur,ꝙ nec minor. æqualis est igitur b/c, eidem e/f, est autē & a/b/ipsi d/e/ per hypothesin æqualis. Binæ igitur a/b/& b/c,duabus rursum d/e/& e/f/sunt æquales altera alteri:& æquos adinuicem per eandem hypothesin capiunt angulos. Reliquum ergo latus a/c,reliquo d/f,hoc est basis basi,atq; reliquus angulus qui ad a,reliquo qui ad d,respondenter æquatur,per sæpius allegatam quartam propositionē. Ergo si bina triāgula duos angulos duobus angulis alterum alteri æquales habuerint:& quæ sequuntur reliqua,vt in theoremate. Quod oportuit demonstrasse.



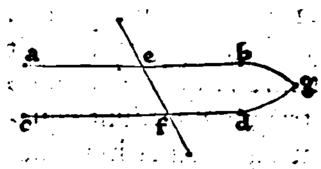
Θεώρημα ιη, Πρότασις κζ.

Ἐὰν εἰς δύο εὐθείας εὐθεῖα ἐμπίπτουσα τὰς ἐναλλὰξ γωνίας ἴσας ἀλλήλαις ποιῇ, παράλληλοι ἔσονται ἀλλήλαις αἱ εὐθεῖαι.

Theorema 18, Propositio 27.

SI in binas rectas lineas recta incidens linea, alternatim angulos æquos adinuicem fecerit: parallelæ adinuicem ipsæ rectæ lineæ erunt. 27

ORONTIVS. ¶Sint binæ rectæ lineæ a/b,& c/d,& in eas incidat e/f/recta, efficiátq; alternos angulos a/e/f/& e/f/d/æquales adinuicem. Aio quòd a/b/recta, parallela est ipsi c/d. Si nanq; minimè forent parallelæ: productæ tandem in aliqua parte conuenirent,per conuersam vltimæ diffinitionis. Concurrant ergo(si possibile sit)ad partes b, d, in puncto quidem g. Efficietur itaq; triangulum e/f/g, cuius exterior angulus a/e/f,interiori & ex opposito e/f/g/æquabitur: quod per decimāsextam propositionem non videtur esse possibile. Non cōueniunt igitur a/b, & c/d, ad partes b,d. neque similiter ad partes a,eidem nāq; sequeretur inconueniens. Quæ autem in nulla parte conueniunt,per vltimam diffinitionē existunt parallelæ. Igitur a/b,parallela est ipsi c/d. Si in binas ergo rectas lineas:& quæ sequuntur reliqua,vt in theoremate. Quod erat ostendendum.



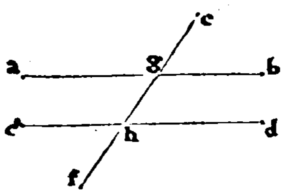
Θεώρημα ιθ, Πρότασις κη.

Ἐὰν εἰς δύο εὐθείας εὐθεῖα ἐμπίπτουσα, τὴν ἐκτὸς γωνίαν τῇ ἐντὸς καὶ ἀπεναντίον καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη ἴσην ποιῇ, ἢ τὰς ἐντὸς καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη δυσὶν ὀρθαῖς ἴσας ποιῇ, παράλληλοι ἔσονται ἀλλήλαις αἱ εὐθεῖαι.

Theorema 19, Propositio 28.

SI in binas rectas lineas recta incidens linea, exteriorem angulum interiori & opposito ad easdem partes æqualem fecerit, 28 aut interio res & ad easdem partes duobus rectis ęquales: parallelę erunt adinuicem ipsæ rectæ lineæ.

ORONTIVS. ¶Sint rursum binæ lineæ a/b, c/d: & in eas incidens e/f/ recta, efficiat primùm exteriorem angulũ e/g/a, interiori & ex opposito ad easdem partes g/h/c/ æqualem. Dico, quòd a/b/ ipsi c/d/ est parallela. Angulus enim g/h/c, angulo e/g/a/ per hypothesin est æqualis. eidem rursum angulo e/g/a, æquus est ad verticem positus b/g/h: per decimamquintam propositionē. Anguli porrò qui eidem æquātur angulo, æquales sunt adinuicem: per primā communem sententiā. Angulus itaque b/g/h, æquatur alterno g/h/c. Parallela est igitur a/b/ ipsi c/d, per vigesimamseptimam propositionem. Prima partis ostensio.



¶Sint rursum interiores & ad easdem partes a/g/h/ & g/h/c/ anguli, binis rectis æquales. Aio rursum, quòd & eadem a/b, ipsi c/d/ est parallela. Anguli nanq; a/g/h/ & b/g/h, duobus itidem rectis æquātur, per decimamtertiam propositionē. Qui autē eisdem, vtpote binis rectis, sunt æquales anguli, & adinuicem sunt æquales: per primam communem sententiam. Duo itaque anguli a/g/h/ & g/h/c, binis angulis a/g/h/ & b/g/h/ sunt æquales. A quibus subducto communi angulo a/g/h: reliquus b/g/h, reliquo & alterno angulo g/h/c/ æquabitur: per tertiam communem sententiam. Parallela est igitur a/b/ ipsi c/d: per eandem vigesimamseptimam propositionem. Si in binas itaq; rectas lineas, recta incidens linea: &c. vt in theoremate. Quod demonstrare oportebat. Demōstratio secūdę partis

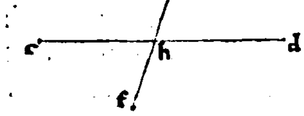
Θεώρημα κ, Πρότασις κθ.

Ἡ εἰς τὰς παραλλήλους εὐθείας εὐθεῖα ἐμπίπτουσα, τάς τε ἐναλλὰξ γωνίας ἴσας ἀλλήλαις ποιεῖ, καὶ τὴν ἐκτὸς τῇ ἐντὸς καὶ ἀπεναντίον, καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη ἴσην, καὶ τὰς ἐντὸς καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη δυσὶν ὀρθαῖς ἴσας.

Theorema 20, Propositio 29.

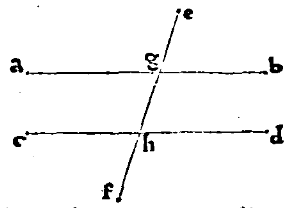
29 IN parallelas rectas lineas, recta incidēs linea: & alternatim angulos adinuicem æquales, & exteriorem interiori & opposito & ad easdem partes æqualem, & interiores & ad easdem partes duobus rectis æquales efficit.

ORONTIVS. ¶Sint a/b/ & c/d/ inuicem parallelæ: in quas incidat recta e/f. Dico primùm, ꝙ alternatim sumptos angulos efficit æquales: vtpote, a/g/h/ ipsi g/h/d. Nam si a/g/h/ nō fuerit æqualis ipsi angulo g/h/d: alter eorum maior erit. Esto maior (si fieri possit) a/g/h: & vtriq; inæqualium angulorum, communis addatur b/g/h. Compositi igitur anguli b/g/h/ & g/h/d, ipsis a/g/h/ & b/g/h/ angulis minores erunt: per quartam communem sententiam. Anguli porrò a/g/h/ & b/g/h, binis rectis sunt æquales: per decimamtertiam propositionē. Igitur b/g/h/ & g/h/d/ anguli, duobus rectis erunt minores. In rectas ergo lineas a/b/ & c/d/ recta incidens e/f, interiores & in eadem parte angulos duobus rectis minores efficiet. Conuenient itaque tandem a/b/ & c/d/ rectæ lineæ in infinitum productæ, ad partes b, d: non erunt ergo parallelæ, per conuersam vltimæ diffinitionis. Hoc autem aduersatur hypothesi: æqualis est igitur angulus a/g/h, alterno g/h/d. Prima theorematis pars.



¶Aio rursum, eandem e/f/ rectam exteriorem angulum, vtpote e/g/b, interiori & opposito & ad easdem partes g/h/d, angulo æqualem efficere. Angulus siquidem e/g/b, ipsi ad verticem posito a/g/h, per decimamquintam propositionem est æqualis: patuit Pars secūda.

Tertia pars.



quòd & g/h/d. Bini itaq; anguli e/g/b/& g/h/d, eidem a/g/h/sunt æquales:quapropter & æquales adinuicē,per primam communē sententiam.¶Dico tandem,quòd & interiores & ad easdem partes sumptos angulos, vtpote,a/g/h/& g/h/c,binis rectis æquales efficit. Ostensum est enim,quòd angulus a/g/h,alterno g/h/d/est æqualis. cōmunis vtriq; æqualium addatur angulus g/h/c.Bini igitur anguli a/g/h/& g/h/c, duobus angulis g/h/c/& g/h/d,per secundam communem sentētiam adæquantur. Eisdem quoq; angulis g/h/c/& g/h/d,bini recti sunt æquales: per decimamtertiam propositionem.Et a/g/h/igitur atq; g/h/c/anguli,duobus rectis,per primam cōmunem sententiā coæquantur. In parallelas igitur rectas lineas,recta incidens linea: & alternatim angulos:& quæ sequuntur reliqua,vt in theoremate. Quod oportuit demonstrasse.

Corollarium.

¶Quæ igitur in parallelas rectas lineas incidit, & in alteram perpendicularis existit:cum reliqua itidem cadit ad perpendiculum.

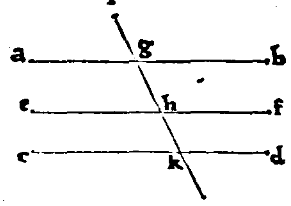
Θεώρημα κα, Πρόθεσις λ.

Αἱ τῇ αὐτῇ εὐθείᾳ παράλληλοι, καὶ ἀλλήλαις εἰσὶ παράλληλοι.

Theorema 21, Propositio 30.

QVæ eidem rectæ lineæ paralleli: & adinuicem sunt paralleli. 30

ORONTIVS.¶Sit vtraq; a/b/& c/d recta,eidem e/f/parallela. Dico a/b/ipsi c/d/fore itidem parallelas.Coincidat enim in ipsas lineas,recta quædā g/h/k. Cùm igitur præfatæ lineæ in eodem existant plano, & recta g/h/ incidat in a/b/& c/e/parallelas:erit angulus a/g/h,alterno g/h/f/æqualis,per primam partem vigesimænonæ propositionis.Rursum, quoniam recta g/k/ incidit in e/f/& c/d/parallelas:æquus erit interior & oppositus angulus h/k/d,exteriori & ad easdem partes,hoc est, eidem g/h/f/ angulo, per secundam partem eiusdē vigesimænonæ propositionis. Duo itaq; anguli a/g/h/& h/k/d,hoc est,a/g/k/& g/k/d,eidē angulo g/h/f/ sunt æquales: & æquales igitur adinuicem,per primam communem sententiam.Sunt autem a/g/k/& g/k/d/anguli alterni,à recta g/k/in a/b/& c/d/rectas incidēte causati.Parallela est igitur a/b/ipsi c/d,per vigesimamseptimam propositionē. Quæ eidem igitur rectæ lineæ parallelæ: & adinuicem sunt parallelæ. Quod oportebat ostendere.



Corollarium.

¶Quæ vni igitur parallelarum est parallela:alteri quoque parallela est.

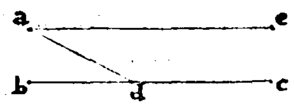
Πρόβλημα ι, Πρόθεσις λα.

Ἀπὸ τοῦ δοθέντος σημείου, τῇ δοθείσῃ εὐθείᾳ παράλληλον εὐθεῖαν γραμμὴν ἀγαγεῖν.

Problema 10, Propositio 31.

PEr datum punctum,datæ rectæ lineæ parallelam rectam lineam ducere. 31

ORONTIVS.¶Esto datum punctū a:data verò linea recta,cui per a/ punctū oporteat ducere parallelā,sit b/c.Suscipiatur ergo in b/c/recta, cōtingens punctū d: & connectatur a/d/recta,per primum postulatum.Ad datam insuper lineam a/d,& in ea datum punctum a,dato angulo rectilineo a/d/b, æqualis angulus rectilineus



constituatur d/a/e: per vigesimatertiam propositionem. Et quoniam in rectas a/e/atq; b/c/ recta incidit a/d, efficiens alternos angulos æquales, hoc est a/d/b/ipsi d/a/e: parallela est igitur a/e/ipsi b/c, per vigesimamseptimam propositionem. Per datum itaque punctum a, datæ rectæ lineæ b/c, parallelam duximus a/e. Quod expediebat facere.

Θεώρημα κβ, Πρότασις λβ.

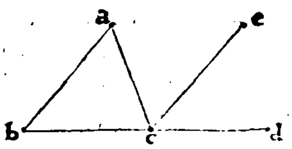
Παντὸς τριγώνου μιᾶς τῶν πλευρῶν προσεκβληθείσης, ἡ ἐκτὸς γωνία δυσὶ ταῖς ἐντὸς καὶ ἀπεναντίον ἴση ἐστί. καὶ αἱ ἐντὸς τοῦ τριγώνου τρεῖς γωνίαι, δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσί.

Theorema 22, Propositio 32.

32 OMnis trianguli, vno latere producto, exterior angulus binis interioribus & ex opposito est æqualis: & trianguli tres interiores anguli, binis sunt rectis æquales. Omis triangulus con... ex tribus angulis duo... rectis

ORONTIVS. ¶Sit triangulum a/b/c: cuius vnum latus, vtpote b/c, producatur in d, per secũdum postulatũ. Aio primùm quòd exterior angulus a/c/d, binis interioribus & ex opposito, hoc est a/b/c, & b/a/c/angulis est æqualis. Ducatur enim per datum punctum c, datæ rectæ lineæ a/b, parallela c/e: per trigesimamprimam propositionem. Quoniam igitur in a/b/& c/e/parallelas, recta incidit a/c: æquus est angulus b/a/c, alterno a/c/e, per primã partem vigesimænonæ propositionis. Rursum, quoniam in easdem parallelas a/b/ & c/e, coincidit recta b/d: exterior angulus e/c/d, æqualis est interiori & opppos ito, & ad easdem partes a/b/c, per secundã partẽ eiusdem vigesimænonæ propositionis. Porrò si æqualibus angulis, æquales addãtur anguli: qui inde cõsurgẽt erunt adinuicem æquales, per secundam cõmunem sententiam. Totus igitur angulus a/c/d, binis interioribus & oppositis a/b/c/& b/a/c/angulis est æqualis. ¶Dico insuper, quòd eiusdem trianguli tres interiores anguli, binis sunt rectis æquales. Patuit enim exteriorem angulum a/c/d, æquũ esse duobus angulis a/b/c/& b/a/c. Quibus æqualibus angulis, si idem communis addatur angulus a/c/b: erunt per secundam communem sententiam, tres anguli a/b/c, b/a/c, & a/c/b, æquales binis angulis a/c/b/& a/c/d. Eisdem porrò angulis a/c/b/& a/c/d, duo recti itidem æquãtur anguli, per decimamtertiã propositionẽ. Tres igitur anguli a/b/c, b/a/c, & a/c/b, trianguli a/b/c, per primam communem sententiam, binis sunt rectis æquales. Omnis itaque triãguli, vno latere producto: & reliqua, vt in theoremate. Quod oportuit demonstrasse.

Primæ illationis demõstratio.



Secundæ partis vel illationis ostensio.

Corollarium.

¶Hinc fit manifestum, cuiuslibet trianguli tres angulos, æquales esse tribus angulis alterius cuiuscunq; trianguli: nempe quòd eisdem, vtpote binis rectis vtrobique sint æquales.

Θεώρημα κγ, Πρότασις λγ.

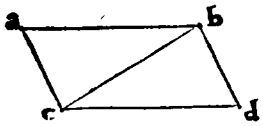
Αἱ τὰς ἴσας τε καὶ παραλλήλους ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη ἐπιζευγνύουσαι εὐθεῖαι, καὶ αὐταὶ ἴσαι τε καὶ παράλληλοί εἰσι.

Theorema 23, Propositio 33.

33 ÆQuas & parallelos, ad easdem partes rectæ lineæ coniungẽtes: & ipsæ æquales & parallelæ sunt.

ORONTIVS. ¶Sint æquales & adinuicem parallelæ rectæ lineæ a/b, & c/d:

quas ad easdem partes coniungant rectæ a/c, & b/d. Dico a/c, & b/d/ rectas fore adinuicem æquales & parallelas. Connectatur enim b/c/ diagonius, per primũ postulatum. In datas igitur a/b/ & c/d parallelas, recta incidens b/c, efficit alternos angulos a/b/c/ & b/c/d/ adinuicem æquales: per primam partem vigesimænonæ propositionis. Est autem a/b/ recta æqualis ipsi c/d, per hypothesin: & vtrique cõmunis b/c. Binæ igitur a/b, & b/c/ trianguli a/b/c, duabus b/c/ & c/d/ trianguli b/c/d, sunt altera alteri æquales: & æquos adinuicem continent angulos, nempe alternos a/b/c/ & b/c/d. Per quartam ergo propositionem, basis a/c/ æqualis est ipsi b/d: atque reliquus angulus a/c/b, reliquo c/b/d/ æqualis, vtpote sub quibus æqualia subtenduntur latera. In rectas itaque lineas a/c/ & b/d, recta incidens b/c, efficit alternos angulos a/c/b/ & c/b/d/ adinuicem æquales. parallela est igitur a/c/ recta ipsi b/d, per vigesimamseptimam propositionem. Patuit autem q & eidem æqualis. Aequas igitur & parallelas: & quæ sequuntur reliqua. Quod demonstrandum susceperamus.



Θεώρημα κδ, Πρόθεσις λδ.

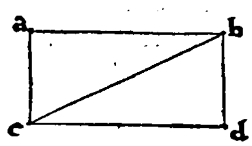
Τῶν παραλληλογράμμων χωρίων αἱ ἀπεναντίον πλευραί τε καὶ γωνίαι, ἴσαι ἀλλήλαις εἰσί, καὶ ἡ διάμετρος αὐτὰ δίχα τέμνει.

Theorema 24, Propositio 34.

PArallelogrammorum locorum, latera quæ ex opposito, & anguli æqualia sunt adinuicem: & dimetiens ea bifariam secat. 34

Prima pars. ORONTIVS. ¶ Esto datum parallelogrammum a/b/c/d: illius verò dimetiẽs b/c. Aio primùm, ipsius a/b/c/d/ parallelogrammi latera quæ ex opposito, & angulos fore adinuicem æqualia. In parallelas enim a/b/ & c/d/ recta incidens b/c, facit alternos angulos a/b/c/ & b/c/d/ æquales adinuicem: per primam partem vigesimæ nonæ propositionis. Eadem quoq; b/c/ incidens in parallelas a/c/ & b/d, efficit rursum alternos angulos a/c/b/ & c/b/d/ adinuicem æquales, per eandem vigesimamnonam propositionem. Duo itaque tiangula a/b/c/ & b/c/d, habent duos angulos duobus angulis æquales alterum alteri: vnúmque latus vni lateri æquale, commune scilicet b/c, quod æquis adiacet angulis. Reliqua igitur latera reliquis lateribus erũt æqualia alterũ alteri, hoc est, a/b/ ipsi c/d, & a/c/ ipsi b/d: atque reliquus angulus qui ad a/ reliquo qui ad d/ æquabitur, per vigesimamsextam propositionem. Monstrauimus autem binos angulos qui circa b, duobus angulis qui circa c/ fore alternatim æquales: totus igitur angulus qui ad b, toti qui ad c, per secundam communem sententiam æquabitur. Parallelogrammi igitur a/b/c/d, latera quæ ex opposito, & anguli æquantur adinuicem.

Pars secũda. ¶ Dico præterea, quòd & dimetiẽs illud bifariam secat. Ostensa est enim a/b/ æqualis ipsi c/d, atque a/c/ ipsi b/d: éstque b/c/ communis. Bina itaque triangula a/b/c/ & b/c/d, habent singula latera singulis lateribus æqualia: & eos qui sub æqualibus lateribus continentur angulos (vti nunc monstrauimus) singulatim æquales, vtpote a/b/c/ ipsi b/c/d, & a/c/b/ ipsi c/b/d: atque eum qui ad a/ ei qui ad d/ æqualem. Conuenit ergo triangulum a/b/c, triangulo b/c/d. Quæ autem sibimetipsis conueniunt, æqualia sunt adinuicem: per octauam communem sententiam. Triangulum igitur a/b/c/ triangulo b/c/d/ est æquale. Dimetiens itaque b/c, datum parallelogrammum a/b/c/d/ bifariam secat. Quod ostendendum fuerat.



Θεώρημα κε, Πρόθεσις λε.

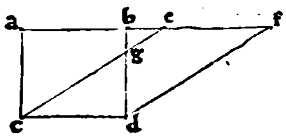
Τὰ παραλληλόγραμμα, τὰ ἐπὶ τῆς αὐτῆς βάσεως ὄντα, καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις, ἴσα ἀλλήλοις ἐστί.

Theorema 25, Propositio 35.

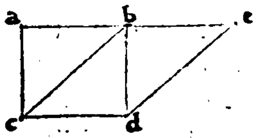
35 **Parallelogramma in eadem basi & in eisdem parallelis existētia, adinuicem sunt æqualia.**

ORONTIVS. ¶Sint parallelogramma a/b/c/d/ & c/d/e/f, in eadem basi c/d, atque in eisdem parallelis a/f/ & c/d/ constituta. Dico a/b/c/d/ parallelogrammum, æquum esse c/ d/ e/ f/ parallelogrammo. Secet enim in primis latus vnius, vtpote c/ e, alterius latus b/ d, in puncto quidem g. Et quoniam parallelogrammorum locorum latera quæ ex opposito sunt adinuicem æqualia, per trigesimāquartam propositionem: vtraque igitur a/b/ & e/f, æqualis est ipsi c/d. Quæ autem eidem æqualia, & adinuicem sunt æqualia, per primam communem sententiam: æqualis est igitur a/b/ ipsi e/f. Communis addatur b/e: tota igitur a/e, toti b/f/ erit æqualis, per secundam communem sententiam. Est autem & a/c, ipsi b/d/ æqualis, per eandem trigesimam quartam propositionem. Binæ itaque a/c/ & a/e, trianguli a/c/e, duabus b/d/ & b/ f/ trianguli b/ d/ f/ æquales sunt altera alteri: & æquos adinuicem continent angulos, nempe exteriorem d/ b/ f/ interiori qui ad a, per secundam partem vigesimænonæ propositionis. Basis itaq; c/e, basi d/f, per quartam propositionē est æqualis: atq; triangulū a/c/e/ triangulo b/d/f. A quibus subducto communi triangulo b/e/g: reliquū trapeziū a/b/g/c, reliquo trapezio e/f/d/g, per tertiam communem sententiam æquabitur. Eisdem rursum æqualibus trapezijs, commune adijciatur triangulum c/ d/ g: consurgent a/ b/c/d/ & c/d/ e/ f/ parallelogramma adinuicem æqualia, per secundam communem sententiam. ¶Quòd si latus vnius parallelogrammi, dimetiēs alterius efficiatur, vt in hac secunda figura: idem, sed paulò leuius, concludetur. Triāgula enim a/b/e/ & b/d/ e, suprascripto discursu ostendentur æqualia adinuicem. quibus adiuncto communi triangulo b/c/d: consurgēt a/b/c/d/ & b/ c/d/e/ parallelogramma rursum adinuicem æqualia, per secundam cōmunem sententiā. ¶Nec minus facilè deducetur propositionis intelligentia: vbi latus vnius parallelogrāmi, in latus alterius inciderit, velut in tertia figuræ dispositione. Erūt enim rursum a/b/ & e/f/ æquales adinuicē: à quibus dempta communi b/e, reliqua a/e/ reliquæ b/f, per tertiā cōmunem sentētiam erit æqualis. Hinc triangulū a/c/e, triāgulo b/d/f, veluti suprà mōstrabitur, æquale. Q[uod] si vtriq; æqualium angulorū, addatur cōmune trapeziū e/b/c/d: resultabit iterum a/b/c/d/ parallelogrāmum, eidem parallelogrāmo c/d/e/f, per secundā cōmunem sententiā æquale. Igitur parallelogrāma in eadem basi, & in eisdem parallelis existentia, adinuicem sunt æqualia. Quod erat ostendendum.

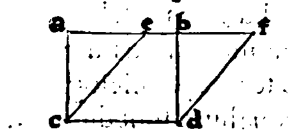
Prima theorematis differētia.



Differētia secunda.



Tertia differentia.



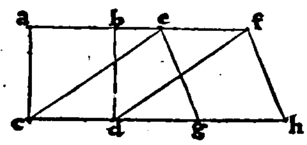
Θεώρημα κϛ, Πρόθεσις λϛ.

Τὰ παραλληλόγραμμα τὰ ἐπὶ τῶν ἴσων βάσεων ὄντα, καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις, ἴσα ἀλλήλοις ἐστί.

Theorema 26, Propositio 36.

36 **Parallelogramma in æqualibus basibus, & in eisdem parallelis existentia: adinuicem sunt æqualia.**

ORONTIVS. ¶Sint a/b/c/d/& e/f/g/h/parallelogramma, in basibus æqualibus c/d/& g/h, atque in eisdem parallelis a/f/ & c/h/cõsistentia. Dico a/b/c/d/parallelogrammum, æquari parallelogrammo e/f/g/h. Connectantur enim rectæ c/e/ & d/f, per primum postulatum. Et quoniam parallelogrammum est e/f/g/h, æqualis est e/f/ ipsi g/h, per trigesimamquartã propositionem. Eidem quoq; g/h, æqualis est c/d, per hypothesin. Binæ igitur c/d/& e/f, eidem g/h/sunt æquales: & propterea æquales adinuicem, per primam communem sentẽtiam. súntq; adinuicem parallelæ, ex hypothesi. Quæ autem æquales & parallelas coniungunt lineæ rectæ, æquales sunt & parallelæ, per trigesimamtertiam propositionem: & c/e/igitur atque d/f/ æquales sunt & parallelæ. Parallelogrammum est itaque c/d/e/f. Ipsi porrò c/d/e/f/ parallelogrammo, æquum est a/b/c/d/parallelogrammum, per trigesimamquintam propositionẽ: in eadem enim basi c/d, atque in eisdem parallelis a/f/& c/h/ constituũtur. Et per eandem trigesimamquintam propositionem, e/f/g/h/parallelogrãmum, æquum est ipsi c/d/e/f/ parallelogrammo: sunt enim in eadem basi e/f, atque in eisdem parallelis a/f/ & c/h. Bina igitur parallelogramma a/b/c/d/& e/f/g/h, eidem parallelogrammo c/d/e/f/ sunt æqualia: quapropter & æqualia adinuicem, per primam cõmunem sentẽtiam. Idem etiam ostendere licebit, de quacunq; parallelogrammorum dispositione: hypothesi seruata. Parallelogrãma igitur in basibus æqualibus: & cætera, vt in theoremate. Quod demonstrare oportebat.



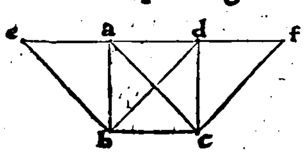
Θεώρημα κζ, Πρότασις λζ.

Τὰ τρίγωνα τὰ ἐπὶ τῆς αὐτῆς βάσεως ὄντα καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν.

Theorema 27, Propositio 37.

Triangula in eadem basi, & in eisdem parallelis constituta: adinuicem sunt æqualia. 37

ORONTIVS. ¶Sint triangula a/b/c/& d/b/c, in eadem basi b/c, atq; in eisdẽ parallelis a/d/& b/c/existentia. Dico triangulum a/b/c, æquari propterea triangulo d/b/c. Producatur enim vtrobique a/d/recta, vsq; ad puncta e/& f, per primum postulatum. & per punctum b/datæ rectæ lineæ a/c, parallela ducatur b/e: atq; ipsi b/d/ parallela c/f, per trigesimamprimã propositionem. Sunt itaq; a/c/b/e/& d/b/c/f/ parallelogramma, & in eadem basi b/c, atque in eisdem parallelis b/c/& e/f, per hypothesin cõstituta: igitur adinuicem æqualia, per trigesimamquintam propositionẽ. Triangulum porrò a/b/c, dimidiũ est parallelogrammi a/c/b/e, atq; d/b/c, triãgulum dimidiũ ipsius d/b/c/f/ parallelogrammi: dimetientes enim a/b/& c/d, ipsa bifariam secant parallelogramma, per trigesimamquartam propositionem. Quæ autem æqualium sunt dimidiũ, æqualia sunt adinuicem, per septimam communẽ sententiam. Igitur a/b/c/triangulum, æquum est d/b/c/ triãgulo. Ergo triangula in eadem basi: & quæ sequũtur reliqua. Quod ostendendum fuerat.



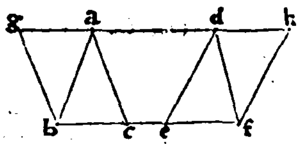
Θεώρημα κη, Πρότασις λη.

Τὰ τρίγωνα τὰ ἐπὶ τῶν ἴσων βάσεων ὄντα, καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις, ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν.

Theorema 28, Propositio 38.

Triangula in æqualibus basibus, & in eisdem parallelis constituta: adinuicem sunt æqualia. 38

ORONTIVS. ❡Sint a/b/c/& d/e/f/triangula, in basibus æqualibus b/c/& e/f, in eisdémq; parallelis a/d/& b/f/constituta. Aio triangulum a/b/c, æquũ esse d/e/f/ triangulo. Producatur enim vtrobique in directum & continuum recta a/d, vsq; ad g/& h/puncta, per secundum postulatum. Et per datum punctum b, datæ rectæ lineæ a/c, parallela ducatur b/g: atq; per f/punctum ipsi d/e/parallela f/h, per trigesimamprimam propositionem. Sunt igitur a/c/b/g/ & d/e/f/h/ parallelogramma, in basibus quidem æqualibus b/c/& e/f, ac in eisdem parallelis b/f/ & g/h/ per hypothesin constituta: & propter id æqualia adinuicem, per trigesimamsextam propositionem. Atqui parallelogramma a/c/b/g/& d/e/f/h, à dimetientibus a/b/ & d/f/ bifariam secantur, per trigesimamquartam propositionem. Est igitur a/b/c/triãgulum dimidiũ ipsius a/c/b/g/ parallelogrammi, atq; triãgulum d/e/f/ipsius d/e/f/h/parallelogrammi dimidium. Quæ autẽ æqualium sunt dimidium, ea sunt adinuicẽ æqualia, per septimam communem sententiam. æquum est igitur triangulum a/b/c, ipsi d/e/f/triangulo. Triangula itaq; in æqualibus basibus: &c. vt in theoremate. Quod demonstrandum erat.



Θεώρημα κθ, πρότασις λθ.

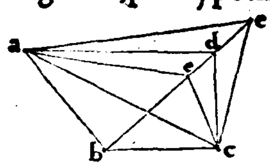
Τὰ ἴσα τρίγωνα τὰ ἐπὶ τῆς αὐτῆς βάσεως ὄντα καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη, καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ἐστίν.

Theorema 29, Propositio 39.

39 Triangula ęqualia, in eadem basi constituta, & ad easdem partes: & in eisdem sunt parallelis. Conuersa 37.

ORONTIVS. ❡Sint in eadem basi b/c, atq; ad easdem partes a/& d/triangula a/b/c/& d/b/c/adinuicem æqualia. Dico ꝙ ex a/in d/cõnexa linea recta, ipsi b/c/ est parallela. Si nanq; a/d/non fuerit parallela ipsi b/c: poterit per datum punctum a, ipsi b/c/duci parallela, per trigesimamprimã propositionem. Ducatur igitur, & sit a/e: quæ vel incidet sub a/d, aut supra. Cadat primo infra, si possibile sit: & per primũ postulatum cõnectatur recta c/e. quæ cùm incidat intra d/b/c/triangulum, & ab angulo qui ad c/in b/d/subtensum latus extendatur: diuidet ipsum d/b/c/triangulum. Prima ostensionis differẽtia.

Erunt itaq; a/b/c/& e/b/c/triangula in eadem basi b/c, ac in eisdem parallelis a/e/ & b/c constituta: æquum erit propterea triangulum e/b/c, ipsi a/b/c/triangulo, per trigesimamseptimã propositionem. Eidem porrò a/b/c/triangulo, æquũ est d/b/c/ triangulum, per hypothesin. Bina itaq; triangula d/b/c/& e/b/c, eidem a/b/c/triangulo erunt æqualia: & proinde æqualia adinuicem, per primam communẽ sententiam. Triãgulum ergo d/b/c, æquum erit ipsi e/b/c, maius scilicet minori, seu (mauis) totũ suæ parti: quod nõ est possibile. Non cadit igitur a/e/ parallela sub a/d. ❡Idem sequetur inconueniens, si eadẽ a/e/detur incidere super a/d. Producta enim b/d/per secundum postulatum, conueniet tandem cum ipsa a/e, per quintum postulatum: propterea quòd recta a/b, incidens in a/e/& b/d/rectas, facit interiores angulos & ad easdẽ partes a/b/d/& b/a/e/ minores duobus rectis (nempe minores a/b/c/& b/a/e angulis, qui per tertiam partem vigesimænonæ propositionis erunt binis rectis æquales) Connexa itaq; c/e/ recta, per primum postulatũ, ea cadet extra d/b/c/triangulum: fiet propterea triangulum d/b/c, pars ipsius e/b/c/trianguli. Vtrunque rursum, ipsi a/b/c/concludetur æquale (e/b/c/quidem per trigesimamseptimã propositionẽ, & d/b/c/per hypothesin) & e/b/c/consequenter ipsi d/b/c, totum suæ parti: quod rursum est impossibile. Secũda differentia.



omne siquidem totum est sua parte maius, per nonam communem sententiã. Non cadit ergo parallela super a/d. patuit quòd nec infra. igitur ex a/in ipsum d. Triangula igitur æqualia: & quæ sequuntur reliqua. Quod oportuit ostendisse.

Θεώρημα λ, Πρόθεσις μ.

Τὰ ἴσα τρίγωνα τὰ ἐπὶ τῶν ἴσων βάσεων ὄντα καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη, καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ἐστίν.

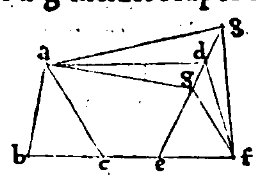
Theorema 30, Propositio 40.

Triangula æqualia in æqualibus basibus existentia, & ad eas- 40
Conuersa 38. dem partes: & in eisdem sunt parallelis.

ORONTIVS. ¶ Sint a/b/c/ & d/e/f/ triãgula æqualia adinuicem, & in basibus æqualibus b/c/ & e/f (in directũ quidem existentibus, semper velim intelligas) atq; ad easdem partes a/ & d/ constituta: & connectatur a/d/ recta, per primum postulatum. Aio q̃ a/d, ipsi b/f/ est parallela. Nam si a/d/ non fuerit eidẽ b/f/ parallela: poterit per datum punctum a/ ipsi datæ lineæ b/f/ alia quædam parallela duci, per trigesimamprimam propositionem. Ducatur igitur, si possibile sit: & sit a/g. Cadet itaque a/g/ recta vel super a/d, aut infra. Quodcũq; autẽ dederis: eam cũ e/d (vtraq; in directũ producta) cõuenire necessum est. quoniã ex a/in e/ connexa per imaginationẽ linea recta, incidit in a/g/ & e/d, efficiẽs angulos interiores & ad easdẽ partes a/e/d/ & e/a/g/ duobus rectis (veluti suprà) minores. ¶ Incidat ergo primũ a/g/ sub a/d: & connectatur f/g, per primũ postulatum, dirimens d/e/f/ triangulum. Erit igitur triangulum g/e/f, æquũ ipsi a/b/c/ triangulo, per trigesimamoctauam propositionem: sunt enim in basibus æqualibus b/c/ & e/f/ ex hypothesi, & in eisdem parallelis a/g/ & b/f/ per datam constructionẽ. Ipsi porrò a/b/c/ triangulo, æquum est per hypothesin d/e/f/ triangulũ. Triangula igitur d/e/f/ & g/e/f, eidem a/b/c/ triangulo erũt æqualia: & æqualia propterea adinuicem, per primam communẽ sententiam. Itaq; triangulum d/e/f, æquum erit ipsi g/e/f/ triangulo: maius scilicet minori, hoc est, totum suæ parti. quod per nonam communem sententiam est impossibile. ¶ At si detur a/g/ incidere super a/d: conuenient rursum a/g/ & e/d, idémque subsequetur inconueniens. Producta siquidem e/d/ in g, per secundum postulatum: cõnectatur rursum f/g, per primum, cadens extra d/e/f/ triangulum. Tuncq; g/e/f/ & d/e/f/ triãgula, eidem a/b/c/ triangulo concludentur æqualia: g/e/f/ quidem per trigesimamoctauam propositionẽ, & d/e/f per ipsam hypothesin. Vnde rursum totũ g/e/f/ triangulum, suæ parti, hoc est, d/e/f/ triangulo, per primam communem sententiam æquabitur. quod per ipsam nonam communem sententiam est impossibile. Cadit igitur parallela ex a/in d/ verticem.

Prima demõstrationis differentia.

Secũda pars siue differẽtia



Concludendum ergo, triangula æqualia in æqualibus basibus existentia, & ad easdem partes: & in eisdem fore parallelis. Quod demonstrare fuerat operæpretium.

Notandum. ¶ Eadem quoq; via, supradictarum sex propositionum concludetur intentum, vbi plura duobus oblata fuerint vel triangula vel parallelogrãma: facta binatim, iuxta hypothesin, eorundem triangulorum vel parallelogrammorum comparatione.

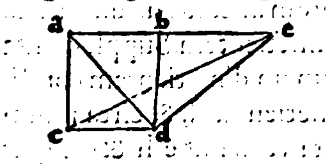
Θεώρημα λα, Πρόθεσις μα.

Ἐὰν παραλληλόγραμμον τριγώνῳ βάσιν τε ἔχῃ τὴν αὐτὴν καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ᾖ, διπλάσιον ἔσται τὸ παραλληλόγραμμον τοῦ τριγώνου.

Theorema 31, Propositio 41.

SI parallelogrammũ & triangulum eandem basin habuerint, 41 in eiſdémq; fuerint parallelis: trianguli parallelogrammum duplum eſt.

ORONTIVS. ¶Eſto parallelogrammum a/b/c/d, eandem habens baſin c/d/ cum triangulo c/d/e, in eiſdémq; parallelis a/e/& c/d/conſtitutum. Aio a/b/c/d parallelogrammum, fore duplum ipſius trianguli c/d/e. Connectatur enim a/d/recta, per primum poſtulatum. Triangula igitur a/c/d/& c/d/e/erunt adinuicē æqualia, per trigeſimamſeptimam propoſitionem: habēt enim eandem baſin c/d, ſuntq; in eiſdē parallelis a/e/& c/d. Atqui triangulum a/c/d/ dimidiū eſt ipſius a/b/c/d/parallelogrammi: ſecat enim illud bifariam dimetiens a/d, per trigeſimamquartam propoſitionem. Quæ autem ſunt æqualia, eiuſdem ſunt dimidium: per conuerſam ſeptimæ communis ſentētiæ. Triangulum igitur c/d/e, dimidium eſt a/b/c/d/parallelogrammi: & ipſum itaque parallelogrāmum a/b/c/d, eiuſdem c/d/e/trianguli duplum. Si parallelogrammū igitur & triangulū: &c. vt in theoremate. Quod oportebat oſtēdere. ¶Idem quoq; demonſtrabitur: vbi parallelogrammum & triangulum æquales habuerint baſes, in eiſdémq; fuerint parallelis. Notandum.



Corollarium.

¶Hinc fit manifeſtum, cur in dimetiendis triangulorum areis, dimidium baſis ducatur in perpendicularem: aut ipſius perpendicularis dimidiū, per baſin ipſam multiplicetur. Fit enim hoc modo dimidium parallelogrammi, quod in eadem baſi atq; in eiſdem collocatur parallelis cum ipſo triangulo dato.

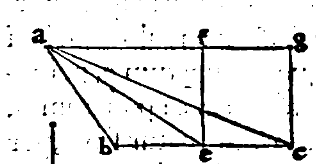
Πρόβλημα ια, Πρότασις μβ.

Τῷ δοθέντι τριγώνῳ ἴσον παραλληλόγραμμον συστήσασθαι ἐν τῇ δοθείσῃ εὐθυγράμμῳ γωνίᾳ.

Problema 11, *Propoſitio* 42.

42 DAto triangulo, æquale parallelogrammum conſtituere, in dato angulo rectilineo.

ORONTIVS. ¶Sit datum a/b/c/triangulum, cui oporteat in angulo æquali ei qui ad d, æquum parallelogrammum conſtituere. Diuidatur itaque b/c/latus bifariam in puncto e, per decimam propoſitionē: & connectatur a/e/recta, per primum poſtulatum. Ad datam inſuper lineam rectam e/c, datúmq; in ea punctum e, dato angulo rectilineo qui ad d, æqualis angulus rectilineus cōſtituatur f/e/c per vigeſimamtertiam propoſitionem. Et per punctum a, datæ rectæ lineæ b/c/ parallela ducatur a/g: atq; per punctum c, ipſi e/f/parallela c/g, per trigeſimamprimam propoſitionem. Et quoniam a/b/e/& a/e/c/triangula, in baſibus ſunt æqualibus b/e/& e/c, atque in eiſdem parallelis a/g/& b/c/conſtituta: ipſa propterea ſunt adinuicem æqualia, per trigeſimamoctauam propoſitionem. Triāgulum igitur a/b/c, duplum eſt a/e/c/trianguli. Atqui parallelogrammū f/e/c/g, eiuſdem a/e/c/triāguli duplum eſt, per quadrageſimamprimam propoſitionem: habent nanque eandem baſin b/c, in eiſdémque ſunt parallelis a/g/& b/c. Quæ autem eiuſdem ſunt duplicia, æqualia ſunt adinuicem: per ſextam communem ſentētiam. Parallelogrammū ergo f/e/c/g, æquum ipſi a/b/c/ triangulo dato: ſuſcipítque angulum f/e/c, æqualem ei qui ad d. Dato itaq; triangulo, æquale parallelogrammum conſtituitur, in dato angulo rectilineo. Quod faciendum erat. Conſtructio figuræ. Oſtenſio problematis.



Θεώρημα λβ, Πρόθεσις μγ.

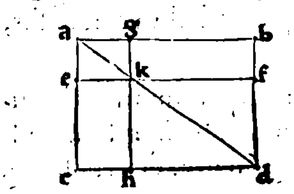
ΠΑντὸς παραλληλογράμμου τῶν περὶ τὴν διάμετρον παραλληλογράμμων τὰ παραπληρώματα, ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν.

Theorema 32, Propoſitio 43.

OMnis parallelogrammi eorum quæ circa dimetientem ſunt parallelogrammorũ ſupplementa, ſibi inuicẽ ſunt æqualia. 43

Parallelogrã ma circa dimetientem. Supplemẽta.

ORONTIVS. ¶Parallelogramma circa dimetientem alicuius dicuntur eſſe parallelogrammi, quando eundem cum toto poſſident dimetientem. Supplementa autem, vocantur reliqua parallelogramma extra communem dimetientem conſtituta. Sit igitur a/b/c/d/ parallelogrammum, cuius dimetiens a/d, & circa ipſum dimetientẽ ſint e/g/& h/f/ parallelogramma, ſupplementa verò ſint e/h/& g/f: quæ dico fore adinuicem æqualia. Parallelogrammum enim a/b/c/d, bifariam ſecatur à dimetiente a/d, per trigeſimamquartam propoſitionem: igitur a/b/d/triangulum, æquum eſt ipſi triangulo a/c/d. Dimetiens inſuper a/k, bifariam ſecat e/g/parallelogrammum, necnon & k/d/ ipſum h/f, per eandem trigeſimamquartam propoſitionem. æquum eſt igitur a/e/k/ triãgulum, ipſi a/g/k: atq; triangulum k/h/d, ipſi k/f/d/ triangulo. Si autem æqualibus triãgulis æqualia iungantur triangula: omnia erũt æqualia, per ſecundam communem ſententiam. Triangula itaq; a/e/k/& k/h/d, triangulis a/g/k/& k/f/d/ſunt æqualia. Patuit autem ꝙ & totũ a/b/d/triangulum, toti triangulo a/c/d/ itidem coæquatur. Porrò ſi ab æqualibus triangulis, æqualia ſubducantur triangula: quæ relinquentur, æqualia erũt, per tertiam communem ſententiam. Subductis itaq; triangulis a/g/k/& k/f/d/ab ipſo a/b/d/triãgulo, atq; a/e/k & k/h/d/ triangulis, ab ipſo triangulo a/c/d: relinquentur g/f/& e/h/ſupplementa adinuicem æqualia. Omnis ergo parallelogrammi: &c. vt in theoremate. Quod demonſtrare fuerat operæpretium.



Πρόβλημα ιβ, Πρόθεσις μδ.

ΠΑρὰ τὴν δοθεῖσαν εὐθεῖαν τῷ δοθέντι τριγώνῳ, ἴσον παραλληλόγραμμον παραβαλεῖν ἐν τῇ δοθείσῃ γωνίᾳ εὐθυγράμμῳ.

Problema 12, Propoſitio 44.

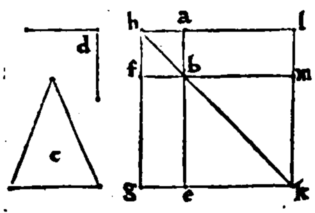
AD datam rectam lineam: dato triangulo, æquale parallelogrammum conſtruere, in dato angulo rectilineo. 44

Problematis interpretatio

ORONTIVS. ¶Conſtruere parallelogrammum ad datam lineam rectam & in dato angulo rectilineo, eſt ipſam lineam datam coaſſumere in latus eiuſdem parallelogrammi: ſic vt eadem linea cum altero adiacentium laterum, angulum comprehendat æqualem ipſi angulo dato. Eſto igitur data linea recta a/b: ad quã oporteat conſtruere parallelogrammum, dato triangulo c/æquale, & in angulo æquali ei qui ad d. Producatur in primis a/b/ recta in directum vſque ad punctum e, per ſecundum poſtulatum: & ad datam rectam lineam b/e, ad datũmq; in ea punctum b, dato angulo rectilineo qui ad d, æqualis angulus rectilineus conſtituatur f/b/e, per vigeſimamtertiam propoſitionem. In ipſo conſequenter angulo f/b/e, dato triangulo c, æquale cõſtruatur parallelogrãmum f/g/e/b, per quadrageſimãſecundam propoſitionem: extendatúrque g/f/in directum vſque ad h, per ſecundum poſtulatum. Per datum inſuper punctum a, vtrique & f/ b/ & g/ e/ parallela ducatur h/ a, per

Cõſtructio figuræ.

trigesimam primam propositionem:connectatúrq;,per primum postulatum,dimetiens h/b. Et quoniam in rectas g/e/ & h/b, recta incidens h/g/interiores angulos & ad easdem partes g/h/b/& h/g/e,duobus rectis minores efficit (nempe minores



ipsis g/h/a/& h/g/e,qui binis rectis per vltimam partem vigesimænonæ propositionis sunt æquales) concurrent ergo tandem g/e/& h/b, in infinitum ad partes b/ & e/ productæ,per quintum postulatum. Producãtur igitur, per secundum postulatum: & concurrant in pũcto k.Per idem rursum postulatum,extendantur f/b/& h/a/vsque ad puncta l, & m: & per datum punctum k,vtrique h/g/ & a/e/parallela ducatur l/k,per trigesimamprimam propositionem.¶His ita constructis, quoniam h/g/l/k/ parallelogrammi, eorum quæ circa dimetientem h/k/ sunt parallelogrammorum supplementa,sibi inuicem sunt æqualia,per quadragesimamtertiam propositionem: æquum est supplementum seu parallelogrammum a/b/m/l/ipsi f/g/e/b/parallelogrãmo. Eidem porrò f/g/e/b/parallelogrãmo, æquũ est datum c/triangulum,per quadragesimamsecundam propositionẽ:ita enim constructum est.Igitur parallelogrammum a/b/m/l,ipsi triangulo c/per primam communem sententiam coæquatur. Est autem & a/b/m/angulus, ei qui ad d/ æqualis: vterque enim æquatur ipsi f/b/e,a/b/m/quidem per decimamquintã propositionẽ, qui ad d/verò per vigesimamtertiã. Coassumitur præterea data linea recta a/b, in latus ipsius a/b/l/m/parallelogrãmi. Ad datam igitur lineã rectam a/b,dato triangulo c, æquale parallelogrammum construitur a/b/m/ l, in dato angulo rectilineo a/b/m,ei qui ad d/æquali.Quod facere oportebat. Demõstratio nis resolutio.

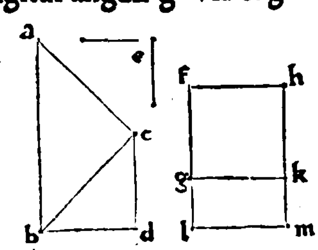
Πρόβλημα ιγ, Πρόθεσις με.

Τῷ δοθέντι εὐθυγράμμῳ, ἴσον παραλληλόγραμμον συστήσασθαι ἐν τῇ δοθείσῃ εὐθυγράμμῳ γωνίᾳ.

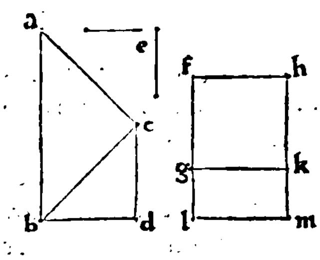
Problema 13, Propositio 45.

45 **DAto rectilineo, æquale parallelogrammum cõstituere,in dato angulo rectilineo.**

ORONTIVS.¶Sit datum rectilineũ a/b/c/d: cui oporteat construere æquale parallelogrammum,in dato angulo rectilineo qui ad e.Cõnectatur ergo b/c/recta, per primum postulatum.& dato a/b/c/triangulo,æquale parallelogrammum constituatur f/g/h/k,in dato angulo rectilineo f/h/ k,ei qui ad e/æquali:per quadragesimamsecundam propositionem. Ad datam insuper rectam lineã g/k, dato b/c/d/ triangulo,æquum construatur parallelogrammũ g/k/l/m,in dato angulo rectilineo g/k/ m, æquali eidem qui ad e : per antecedentẽ quadragesimamquartam propositionem. Ostendendum est itaque primùm,hæc duo parallelogrãma vnum efficere parallelogrammum:quod ita fit manifestum.Quoniam anguli f/h/k/ & g/ k/ m, eidem angulo qui ad e/sunt æquales,per cõstructionem:sunt igitur æquales adinuicem,per primam communem sententiam. Addatur vtriq; cõmunis angulus g/k/h: igitur anguli g/k/h/& g/k/m,sunt per primam communem sententiam,æquales an Quòd cõstructa parallelogrãma vnum efficiãt parallelogrammũ.



gulis f/h/k/& g/k/h.Eisdẽ porrò angulis f/h/k/& g/k/h, duo recti sunt æquales anguli, per vltimã partẽ vigesimænonæ propositionis:anguli igitur g/k/h/& g/k/m,binis sunt rectis æquales,per eandẽ primã communẽ sententiam.In directũ est igitur h/k/ipsi k/m,per decimamquartã propositionẽ. Rursum quoniã angulus f/g/ k, opposito qui ad h/ per trigesimamquartã propositionẽ



est æqualis:patuit autem quòd & g/k/m. Bini itaque anguli f/g/k/& g/k/m,eidē qui ad h/sunt æquales:& æquales propterea adinuicem, per primam communem sententiam.Communis rursum addatur angulus k/g/l.erūt igitur f/g/k/& k/g/l/ anguli, binis interioribus & ad easdem partes l/g/k & g/k/m,per secundam cōmunem sententiā æquales. Ipsis porrò l/g/k/& g/k/m/ angulis, bini recti coæquātur, per eandem partem vltimā vigesimænonæ propositionis:per primam ergo cōmunem sententiam,anguli f/g/k/ & k/g/l/ sunt æquales duobus rectis.In directum est itaque f/g/ipsi g/l,per ipsam decimamquartam propositionem.Est autem & f/g/ipsi h/k,atq; g/l/ipsi k/m,per trigesimamquartam propositionem æqualis:& vtraque vtriq; parallela. Igitur f/l/ & h/ m, per secundam communem sententiam,sunt æquales adinuicem,atque parallelæ:& eas itaq; coniungentes rectæ lineæ f/h/& l/m,æquales & parallelæ sunt, per trigesimātertiam propositionem.Parallelogrammum est igitur f/l/h/m. Huius autem pars f/g/h/k/triangulo a/b/c/æquatur:& reliqua g/k/l/m/ipsi triangulo b/c/d,per ipsam constructionem. Totum ergo f/ l/ h/ k/ parallelogrammum, ipsi dato a / b/ c/ d/ rectilineo est æquale: suscipítque angulum f/ h/ m/ æqualem dato qui ad e/ angulo.Dato itaque rectilineo a/b/c/d, æquale construximus parallelogrāmum f/l/h/m, in dato angulo rectilineo qui ad e. Quod faciēdum proposueramus.

Demōstrationis resolutio.

Notandum.

¶Idem quoq; licebit ostendere, vbi datum rectilineum, in plura duobus separabitur triangula. Cuilibet enim triangulo peculiare construetur parallelogrammum, per quadragesimamsecundam & quadragesimamquartam propositionem: quæ simul vnum efficere parallelogrāmū ipsi dato rectilineo æquale, haud dissimili discursu cōuincētur.

Πρόβλημα ιδ', Πρότασις μϛ'.

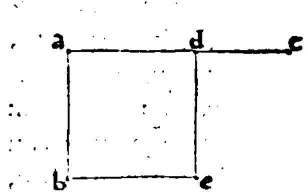
Ἀπὸ τῆς δοθείσης εὐθείας τετράγωνον ἀναγράψαι.

Problema 14, Propositio 46.

EX data recta linea,quadratum describere. 46

ORONTIVS. ¶Esto data linea recta a/b: ex qua sit operæpretium describere quadratum.A dato itaque puncto a,ipsi rectæ lineæ a/b,ad angulos rectos excitetur a/c, per vndecimam propositionem, indefinitæ quidem quantitatis, donec ipsam superet a/b. A qua secetur æqualis eidem a/b : sitq; a/ d, per tertiam propositionem. Rursum per datum punctum d, ipsi a/b/ rectæ parallela ducatur d/e, atque per punctum b / ipsi a / d/ parallela b/ e , per trigesimamprimam propositionem. Parallelogrammum est igitur a/b/d/e:dico quòd & quadratum.Nam parallelogrammorum locorum latera quæ ex opposito,æquantur adinuicem: per trigesimamquartam propositionem .Aequum est igitur latus d/e/ipsi a/b:atque b/e/ipsi a/d.Sūt autem a/b/& a/d, per constructionē æquales.Quatuor igitur a/b,a/d,b/e/ & e/d/latera,æqualia sunt adinuicem: quæ enim æqualibus sunt æqualia, & adinuicē æqualia sunt, per primam communem sententiam.Aequilaterū est igitur a/b/d/e/ parallelogrammum.Rursum quoniam in parallelas a/b/& d/e/recta incidit a/c: facit igitur interiores & ad easdem partes angulos b/a/d/& a/d/e,binis rectis æquales, per vltimam partem vigesimænonæ propositionis.Rectus autem est qui ad a/angulus:igitur & qui ad d/rectus.& qui ex opposito consistunt ad b/& e/ anguli, itidem recti sunt: per eandem trigesimāquartam propositionem. Rectangulum est igitur a/b/d/e/parallelogrāmum. Patuit ꝙ & æquilaterū: ergo quadratū, per trigesimam

Quòd descriptū parallelogrammum sit quadratum.



diffinitionem. Ex data igitur linea recta a/b, quadratum descripsimus. Quod oportuit fecisse.

Corollarium.

¶ Quæ ab æqualibus igitur lineis rectis quadrata describuntur, æqualia sunt adinuicem: & ediuerso. quæ autem ab inæqualibus fiunt quadrata, sunt inequalia: maius quidem quod à maiore, minus autem quod à minore describitur.

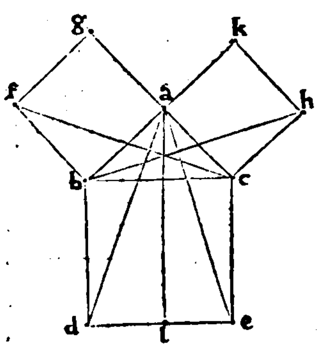
Θεώρημα λγ, Πρόθεσις μζ.

Ἐν τοῖς ὀρθογωνίοις τριγώνοις, τὸ ἀπὸ τῆς τὴν ὀρθὴν γωνίαν ὑποτεινούσης πλευρᾶς τετράγωνον ἴσον ἐστὶ, τοῖς ἀπὸ τῶν τὴν ὀρθὴν γωνίαν περιεχουσῶν πλευρῶν τετραγώνοις.

Theorema 33, Propositio 47.

47 In rectangulis triangulis, quadratum quod à latere rectum angulum subtendente fit, æquum est quadratis quæ fiunt ex lateribus angulum rectum continentibus.

ORONTIVS. ¶ Sit rectangulum triangulum a/b/c, cuius sub b/a/ & a/c/ lateribus cõtentus angulus, rectus existat. Dico ꝙ descriptũ ex b/c/ quadratum, ijs quæ ex b/a/ & a/c/ fiunt quadratis, est æquale. Describãtur ergo quadrata, per quadragesimã sextã propositionẽ: ex b/c/ quidem quadratũ b/c/d/e, ex a/b/ verò a/b/f/g, & ex ipso a/c/ quadratũ a/c/h/k. Deinde per a punctũ, vtriq; b/d/ & c/e/ parallela ducatur a/l: per trigesimãprimã propositionẽ. Parallelogrãma igitur erunt b/l/ & c/l/ quadrangula. Connectãtur deniq; a/d/ & c/f/ lineæ rectæ: per primũ postulatum. Et quoniã ad rectam lineã a/b, atq; ad eius punctũ a, duæ rectæ lineæ a/c/ & a/g/ nõ ad easdem partes ductæ, angulos vtrobiq; rectos efficiunt (recti enim sunt, qui circa punctũ a/ cõsistunt anguli) in directũ est igitur a/c/ ipsi a/g: & a/b/ consequẽter ipsi a/k, per decimãquartã propositionẽ. Parallelæ itaq; sunt b/f/ & c/g: similiter & b/k/ atq; c/h. Cũ porrò omnes anguli recti sint adinuicẽ æquales, per quartũ postulatum: erit angulus a/b/f, æqualis angulo c/b/d. Communis apponatur angulus a/ b/ c: totus igitur a/b/d, toti f/b/c/ angulo, per secundam cõmunẽ sententiam erit æqualis. Rursum, quoniam per trigesimã diffinitionem, æqualis est a/b/ ipsi b/f, atque b/c/ ipsi b/d: sunt igitur bina latera a/b/ & b/d/ trianguli a/b/d, duobus lateribus f/b/ & b/c/ triãguli f/b/c/ æqualia alterum alteri. & æquales continent angulos a/b/d/ & f/b/c. Basis ergo a/d/ basi f/c, & triangulũ a/b/d/ triangulo f/b/c, per quartã æquatur propositionẽ. Ipsius porrò trianguli a/ b/ d, duplum est b/l/ parallelogrãmũ, in eadem basi b/d, atq; in eisdem parallelis a/l/ & b/d/ constitutum: per quadragesimamprimam propositionem. & per eandem propositionem, a/b/f/g/ quadratum, duplum ipsius f/b/c/ trianguli: habent enim eandem basin b/f, in eisdémq; consistunt parallelis f/b/ & g/c. Quæ autẽ æqualium duplicia sunt, & adinuicẽ sunt æqualia: per sextam cõmunem sententiã. Igitur b/l/ parallelogrammũ, æquũ est a/b/f/g/ quadrato. Haud dissimili via, ostendetur c/l/ parallelogrammũ, æquũ esse a/c/h/k/ parallelogrammo siue quadrato. Connexis enim a/e/ & b/h/ lineis rectis, per primum postulatum: erunt rursum a/c/e/ & b/c/h/ triãgula adinuicẽ æqualia. Et cùm c/l/ parallelogrãmum duplum sit a/c/e/ trianguli, & quadratum a/c/h/k/ ipsius b/c/h/ trianguli itidem duplum, per eandem quadragesimãprimam propositionem: concludetur tandem parallelogrammum c/l, æquari quadrato a/c/h/k. Atqui b/l/ & c/l/ parallelogramma, conficiunt quadratum b/c/d/e, quod fit ex b/c: quadratum ergo b/c/d/e, æquum est a/b/f/g/ & a/c/h/k/ descriptis ex a/b/ &

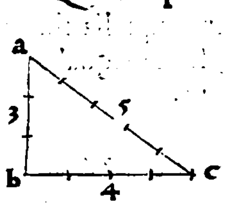


Alterius partis demõstratio.

Reliquæ partis ostensio.

a/c/quadratis. In rectangulis itaq; triangulis:& quæ sequuntur reliqua,vt in theoremate. Quod expediebat demonstrare. ¶Hoc spectabile & semper admirãdum theorema, Pythagoras in his fertur offendisse numeris,3,4,5: velut ex obiecta potes elicere figura.in qua angulus qui ad b/rectus est: & qualium partium a/b/latus est trium,& b/c/quatuor,talium a/c/rectum subtendens angulum 5/reperitur. Quinquies porrò 5,faciunt 25:ter 3 verò/9,& quater 4/sedecim.atqui 9 & 16/cõficiũt 25.

Notandum.



Corollarium.

¶In triangulis itaque rectangulis,duobus lateribus datis,ipsorum adminiculo,deuenire licebit in cognitionem reliqui: per quadratorum nempe tum additionem, tum subductionem adinuicem, & lateris seu radicis eorundem inuestigationem. Quemadmodùm in dimetiendis rerum passim offendes magnitudinibus.

Θεώρημα λδ, Πρόθεσις μη.

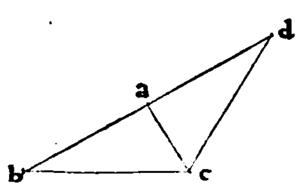
Εἀν τριγώνου τὸ ἀπὸ μιᾶς τῶν πλευρῶν τετράγωνον, ἴσον ᾖ τοῖς ἀπὸ τῶν λοιπῶν τοῦ τριγώνου δύο πλευρῶν τετραγώνοις, ἡ περιεχομένη γωνία ὑπὸ τῶν λοιπῶν τοῦ τριγώνου δύο πλευρῶν ὀρθή ἐστι.

Theorema 34, Propositio 48.

Cõuersa præcedentis.

SI trianguli quod ab vno laterum quadratum,æquale fuerit eis quæ reliquis trianguli lateribus quadratis:angulus cõprehensus sub reliquis trianguli duobus lateribus,rectus erit. 48

ORONTIVS.¶Esto a/b/c/trianguli quod ex b/c/quadratum,æquum eis quæ ex a/b/& a/c/lateribus fiũt quadratis:aio propterea,angulũ b/a/c/fore rectũ. A dato enim puncto a,datæ lineæ a/c,perpendicularis excitetur a/d:per vndecimã propositionẽ. Et per tertiam propositionẽ,ponatur a/d/ipsi a/b/æqualis:connectatúrq; c/d/recta,per primũ postulatũ. Cùm igitur a/b/ipsi a/d/sit æqualis: æquũ est quod ex a/b/quadratum,ei quod fit ex a/d,per corollarium quadragesimæsextæ propositionis. Addatur vtriq;,id quod ex a/c/quadratũ. Quæ ex a/b/igitur & a/c/quadrata, æqualia sunt eis quæ ex a/c/& a/d/quadratis:per secundam communẽ sentẽtiam. Eis autem quæ ex a/c/ & a/d/ quadratis,æquum est quod ex c/d,per antecedentẽ quadragesimamseptimã propositionẽ: angulus enim c/a/d/ rectus est. Quadratis porrò quæ ex a/b/& a/c,æquum est quod ex b/c/quadratum: per hypothesin. Quæ autẽ æqualibus sunt æqualia,ea sunt æqualia adinuicẽ,per primã communẽ sententiam. Quadratum igitur quod ex b/c,æquum est ei quod ex c/d/quadrato. Aequalis est ergo b/c/ipsi c/d:æqualia enim quadrata sunt,quæ ab æqualibus describuntur lineis rectis. Posita est autem a/d/ipsi a/b/æqualis,& a/c/vtriq; cõmunis. Bina ergo latera a/b/& a/c/trianguli a/b/c,binis lateribus a/c/& a/d/trianguli a/c/d/sunt alternatim æqualia:basis quoq; b/c,basi c/d/æqualis. Angulus igitur b/a/c,angulo c/a/d,per octauã propositionẽ est æqualis. Est autẽ c/a/d,angulus rectus,per constructionẽ: & b/a/c/ igitur angulus rectus est. Si trianguli itaq; quod ab vno laterum quadratum:&c.vt in theoremate. Quod erat ostendendum.



Primi Libri Geometricorum Elementorum,
FINIS.

Orontij Finei Delphinatis, Regii Mathematicarum Professoris, In Secundum elementorum Euclidis, Demonſtrationes.

ΕΥΚΛΕΙΔΟΥ ΣΤΟΙΧΕΙΟΝ ΔΕΥΤΕΡΟΝ.

Παραλληλόγραμμον ὀρθογώνιον.

Πᾶν παραλληλόγραμμον ὀρθογώνιον περιέχεσθαι λέγεται ὑπὸ δύο τῶν τὴν ὀρθὴν γωνίαν περιεχουσῶν εὐθειῶν.

Parallelogrammum rectangulum.

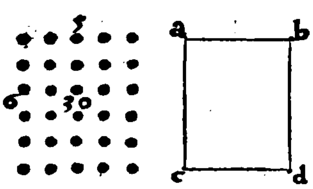
1 OMne parallelogrammum rectangulum, ſub duabus rectum angulum comprehendentibus rectis lineis dicitur contineri.

ORONTIVS. ¶ Parallelogrammum, dicitur figura quadrilatera, ex oppoſitis lateribus adinuicem æqualibus comprehenſa. Sunt autem parallelogrammorũ quatuor tantummodò genera: vtpote, quadratũ, altera parte longius, rhombus, & rhomboides: quemadmodũ trigeſimatertia primi libri antè monuimus diffinitione. Vtrunq; porrò & quadratum & altera parte longius, rectangulum adpellatur: cõtinetúrq; ſub duabus lineis rectis ad rectum conuenientibus angulum, quarum altera in reliquam abſtractiuè ducta, ipſum efficit parallelogrammum. ¶ Vt ex a/b/c/d/potes elicere parallelogrammo: quod ſub a/b/& a/c/lateribus, rectum qui ad a/comprehendentibus angulum, continetur. Non poteſt enim angulus qui ad a/fore rectus, quin per vigeſimamnonam & trigeſimamquartam propoſitionẽ libri primi, reliqui tres anguli ſint itidem recti. Imaginanda eſt igitur a/b/ recta, fluere directa via in c: & punctũ b/deſcribere latus b/d. vel a/c/rectam, venire recto fluxu in b: atq; punctum c/efficere latus c/d. Ita enim abſtractiuè deſcribuntur parallelogramma rectangula. Ad quorum ſimilitudinem, numerus per alium quenuis munerum multiplicatus, planum atq; rectãgulum efficit numerũ: vti ſubiecta videtur indicare figura, in qua 6/vnitates per 5/multiplicatæ, reddunt 30/planum & rectangulum numerum.

Quid parallelogrãmum.

Quot parallelogrammorũ genera.

Exemplum.



Γνώμων τί.

Παντὸς δὲ παραλληλογράμμου χωρίου τῶν περὶ τὴν διάμετρον αὐτοῦ ἓν παραλληλογράμμων ὁποιονοῦν σὺν τοῖς δυσὶ παραπληρώμασι, γνώμων καλείσθω.

Quid gnomon.

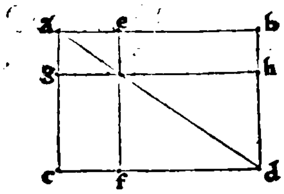
2 OMnis parallelogrãmi loci eorum quæ circa dimetientẽ illius ſunt parallelogrammorum, vnumquodq; eorum cum binis ſupplementis, gnomon vocetur.

ORONTIVS. ¶ Quanquàm gnomonem propriè intelligamus rectangulum: accipitur tamen suprà scripta gnomonis diffinitio, pro quacunq; figura ex duobus cuiusuis oblati parallelogrammi supplementis, & altero eorum quæ circa dimetiẽtem illius sunt parallelogrammorũ comprehensa. Diximus autem quadragesimatertia propositione primi libri, quænam sint parallelogramma circa dimetientem alicuius consistentia parallelogrammi: quæ item sint eorundem parallelogrammorum supplementa. ¶ Sit igitur a/b/c/d/ parallelogrammum, & illius dimetiens a/d: circa verò dimetientem consistant g/e/& f/h/ parallelogramma, atque illorum supplementa g/f/& e/h. Dico itaque g/e/ parallelogrammũ, vnà cum binis supplementis g/f/& e/h: gnomonem efficere f/g/e/h, seu f/a/h. Cui si addatur f/h/ parallelogrammum: totum integrabitur a/b/c/d. aut si eidem f/h/ parallelogrammo, gnomon circumponatur f/g/e/h: nõ mutabitur, sed augmentabitur figura. Est autem eiuscemodi gnomonum tradita descriptio, in partium oblatorum in demonstrationibus parallelogrammorum expeditiorem expressionem, principaliter excogitata.

Vide 43 primi

Gnomonis exemplum.

Cur tales assumpti gnomones.



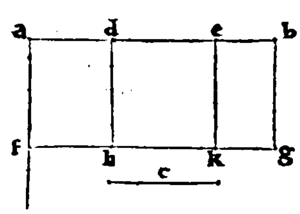
Θεώρημα α, Πρόθεσις α.

Ἐὰν ὦσι δύο εὐθεῖαι, τμηθῇ δὲ ἡ ἑτέρα αὐτῶν εἰς ὁσαδηποτοῦν τμήματα, τὸ περιεχόμενον ὀρθογώνιον ὑπὸ τῶν δύο εὐθειῶν ἴσον ἐστὶ τοῖς ὑπό τε τῆς ἀτμήτου καὶ ἑκάστου τῶν τμημάτων περιεχομένοις ὀρθογωνίοις.

Theorema 1, Propositio 1.

SI fuerint binæ rectæ lineæ, seceturq; ipsarum altera in quot- 1
cunque segmenta: rectangulum comprehensum sub duabus rectis lineis, æquum est eis quæ ab insecta & quolibet segmento rectangulis comprehenduntur.

ORONTIVS. ¶ Sint binæ rectæ lineæ a/b/& c: quarum altera, vtpote a/b, secetur in a/d, d/e, & e/b/ segmenta. Aio quòd sub a/b/& ipsa c/ comprehensum rectãgulum: æquum est eis, quæ sub c/& a/d/& d/e/ atque e/b/ comprehenduntur rectangulis. A dato enim puncto a, datæ rectæ lineæ a/b, recta quædam, per vndecimã primi libri propositionem, ad rectos excitetur angulos, excedens datam lineã c: à qua secetur æqualis eidem c, per tertiã eiusdem primi, sitq; a/f. Per datũ insuper punctum f, ipsi a/b/ parallela ducatur f/g: atque per b, d, & e/ puncta ipsi a/f, atque inuicem parallelæ ducantur b/g, d/h, & e/k, per trigesimamprimã eiusdẽ primi. Rectangula igitur sunt a/b/f/g, a/h, d/k, & e/g/ parallelogrãma. Quælibet insuper/& b/g/& d/h/& e/k, ipsi a/f/ est æqualis, per trigesimamquartã eiusdẽ primi. eidẽ quoq; a/f/ est æqualis c. ommes igitur adinuicẽ, atq; ipsi c/ sunt æquales: per primam communem sententiam. Quod igitur sub c/& a/d/ continetur rectangulum, æquum est ipsi a/h: & quod sub c/& d/e, ipsi d/k: atq; id quod sub eadem c/& e/b, ipsi e/g/ rectangulo æquale. Ipsis porrò a/h, d/k, & e/g/ rectangulis, æquum est a/b/f/g/ rectangulum (nempe totum suis partibus integralibus simul sumptis) continetúrq; sub a/b/& a/f, quæ ipsi c/ data est æqualis. Datis igitur binis lineis rectis a/b/& c, quod sub eisdem continetur rectangulum, æquum est eis quæ sub insecta c, & quolibet ipsius a/b/ segmento comprehenduntur rectangulis. Quod oportebat demonstrare.



Ex hac propositione, numerorum ab Arithmeticis tradita colligitur multiplicatio.

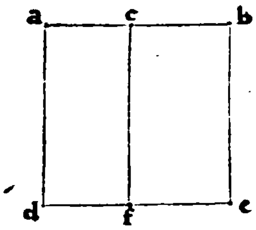
Θεώρημα β, Πρόθεσις β.

Ἐὰν εὐθεῖα γραμμὴ τμηθῇ ὡς ἔτυχε, τὰ ὑπὸ τῆς ὅλης καὶ ἑκατέρου τῶν τμημάτων περιεχόμενα ὀρθογώνια, ἴσα ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ὅλης τετραγώνῳ.

Theorema 2, Propositio 2.

2 SI recta linea secetur vtcunq; : quæ sub tota & quolibet segmẽtorum rectangula comprehenduntur, æqualia sunt ei quod ex tota est quadrato.

ORONTIVS. ¶Recta linea vtcunque secari dicitur, quæ in quouis dato illius puncto, absq; partiũ determinata ratione, indifferenter diuiditur. Sit igitur a/b/ linea recta, quæ vtcunq; secetur in c. Dico quod sub a/b/ & a/c, atq; sub eadem a/b/ & c/b/ cõprehensa rectangula: æqua sunt ei, quod ex tota a/b/ fit quadrato. Ex data nanq; a/b, quadratum describatur a/b/d/e: per quadragesimamsextã primi. Et per datum punctum c, vtriq; & a/d/ & b/e/ parallela ducatur c/f: per trigesimamprimam eiusdem primi libri propositionem. Rectangula igitur sunt, a/f/ & c/e/ parallelogrãma: atque ipsum a/f/ sub a/d/ & a/c, ipsum verò c/e/ sub c/b/ & b/e, per primam huius diffinitionem comprehensum. — Quid rectam lineam vtcũque secari.



Et quoniam a/b/ & a/d/ sunt binæ quædam lineæ rectæ: & ipsarũ altera, scilicet a/b, secta est in a/c/ & c/b/ segmẽta, ex hypothesi. Quæ igitur ab insecta a/d, & vtroque segmento a/c/ & c/b/ continẽtur rectangula: æqua sunt ei, quod sub duabus lineis rectis a/b/ & a/d/ cõprehenditur rectangulo, per primam huius secundi propositionem. Atqui b/e/ ipsi a/d, & vtraque ipsi a/b, per trigesimam diffinitionem primi est æqualis: necnon a/b/d/e/ rectangulum, id quod ex ipsa a/b/ fit quadratũ. Quæ sub tota igitur a/b, & quolibet segmento a/c/ & c/b, rectangula comprehenduntur: æqualia sunt ei quod ex tota a/b/ est quadrato. Quod erat ostendendum.

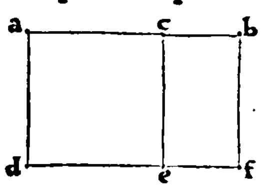
Θεώρημα γ, Πρόθεσις γ.

Ἐὰν εὐθεῖα γραμμὴ ὡς ἔτυχε τμηθῇ, τὸ ὑπὸ τῆς ὅλης καὶ ἑνὸς τῶν τμημάτων περιεχόμενον ὀρθογώνιον ἴσον ἐστὶ τῷ τε ὑπὸ τῶν τμημάτων περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ, καὶ τῷ ἀπὸ τοῦ προειρημένου τμήματος τετραγώνῳ.

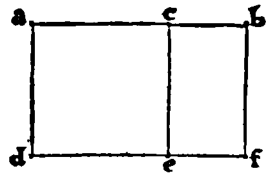
Theorema 3, Propositio 3.

3 SI recta linea secetur vtcunque: rectangulum sub tota & vno segmentorum cõprehensum, æquum est ei quod sub segmentis comprehenditur rectangulo, & ei quod ex prædicto segmento fit quadrato.

ORONTIVS. ¶Esto a/b/ recta linea, vtcunq; secta in puncto c. Aio quòd sub tota a/b/ & altero segmentorum, vtpote a/c, comprehensum rectangulum: æquum est ei quod sub a/c/ & c/b/ segmẽtis rectãgulo cõtinetur, & ei quod ex eodẽ segmento a/c/ fit quadrato. Describatur enim ex a/c, quadratũ a/c/d/e: per quadragesimãsextam primi. & producatur d/e/ in directũ vsq; ad f, per secundum postulatũ. Per



punctum deniq; b, vtriq; & a/d/ & c/e/ parallela ducatur b/f: per trigesimãprimam ipsius primi. Rectãgula igitur sunt a/f/ & c/f/ parallelogramma, per primam huius diffinitionẽ. Et quoniam a/b/ & a/d/ binæ quædam videntur esse lineæ rectæ: quarũ altera, vtpote a/b, secta est per hypothesin in a/c/ & c/b/ segmẽta. Sub duabus igitur lineis



rectis a/b/& a/d/compreheſum rectangulum a/f,æquũ eſt eis quæ ab inſecta a/d/ & quolibet ſegmento a/c/ & c/b/continentur rectangulis: per primam huius ſecundi propoſitionem, hoc eſt rectangulis a/ e/ & c/f. Atqui a/f/rectangulum, æquum eſt ei quod ſub tota a/b,& ſegmento a/c/continetur: nam a/d/ipſi a/c/eſt æqualis, per trigeſimam diffinitionem primi. A/e/porrò quadratũ, quod ex eodem ſegmento a/c/deſcribitur. Rectangulũ deniq; c/f, æquũ eſt ei quod ſub a/c/& c/b/ſegmentis cõtinetur: eſt enim c/e/eidẽ a/c, per ipſius quadrati diffinitionẽ æqualis. Si recta igitur linea a/b, vtcũq; ſecetur in puncto c: rectangulũ ſub tota a/b/& altero ſegmentorum a/c/cõprehenſum, æquũ eſt ei quod ſub a/c/& c/b/ ſegmentis fit rectangulo,& ei quod ex prædicto ſegmento a/c/ eſt quadrato. Quod oſtendere oportebat.

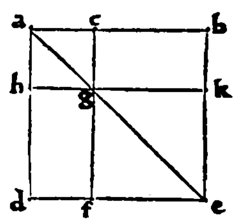
Θεώρημα δ', Πρόθεσις δ'.

Ἐὰν εὐθεῖα γραμμὴ τμηθῇ ὡς ἔτυχε, τὸ ἀπὸ τῆς ὅλης τετράγωνον ἴσον ἐστὶ τοῖς τε ἀπὸ τῶν τμημάτων τετραγώνοις, καὶ τῷ δὶς ὑπὸ τῶν τμημάτων περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ.

Theorema 4, Propoſitio 4.

SI recta linea ſecetur vtcũq;: quadratum quod fit ex tota, æquũ eſt quadratis quę fiunt ex ſegmẽtis, & ei quod bis ſub ſegmentis comprehenditur rectangulo. 4

ORONTIVS. ¶Sit a/b/linea recta, quæ ſecetur vtcunq; in pũcto c. Dico quadratum quod ex tota fit a/ b, æquum eſſe eis quæ ex a/c/& c/b/ deſcribuntur quadratis, & bis ſub a/c/ & c/ b/ ſegmentis comprehenſo rectangulo. Deſcribatur in primis ex a/b, quadratum a/b/d/e: per quadrageſimamſextam primi. Et connectatur a/e/dimetiens, per primum poſtulatum. & per datum punctum c, vtrique a/d/ & b/e/parallela ducatur c/f/ſecans a/e/dimetientem in puncto g. Per punctum deniq; g, ipſis a/b/& d/e/parallela ducatur h/k: per trigeſimamprimam eiuſdem primi. Cum igitur a/b/d/e/ſit quadratũ, æqualis eſt a/b/ipſi b/e: per trigeſimã ipſius primi diffinitionem. Iſoſcelis igitur a/b/e/trianguli, qui ad baſin a/e/fiunt anguli, hoc eſt b/a/e/& a/e/b, ſunt per quintam primi adinuicẽ æquales. Eiuſdem porrò trianguli a/b/e/tres anguli, binis ſunt rectis æquales: per trigeſimamſecũdam primi. Rectus eſt autem angulus qui ad b. reliqui igitur anguli b/a/e/& a/e/b, vni recto ſunt æquales. ſunt autem & æquales adinuicem: vterq; igitur dimidium eſt anguli recti. Trianguli rurſum a/c/g/ tres anguli, duobus rectis, per eandem trigeſimamſecundam primi, coæquantur. a/c/g/porrò angulus, rectus eſt: nempe æqualis interiori, & ad eaſdẽ partes qui ad b, per vigeſimamnonã ipſius primi. Ergo reliqui duo anguli c/a/g/& a/g/c, vni recto ſunt æquales. ſed dimidium recti eſt c/a/g/angulus: igitur & a/g/c, recti itidem eſt dimidiũ. Aequus eſt propterea angulus c/a/g/ipſi a/c/g: per primam communem ſententiam. Et latus conſequenter a/c, lateri c/g, per ſextam primi æquale. Eſt autem & a/h/latus, ipſi c/g, necnon h/g/ipſi a/c/æquale: per trigeſimamquartã eiuſdem primi. Aequilaterum eſt itaq; a/c/g/h/ parallelogrammum. aio quòd & rectangulum: nam angulus qui ad/ a, rectus eſt. Rectangulum porrò ſub duabus rectis lineis angulum rectũ comprehendentibus, per primam huius diffinitionem, cõtineri dicitur. Quadratum eſt igitur a/c/g/h: & æquum ei quod ex a/c. Haud diſſimili diſcurſu, f/k/parallelogrammũ, quadratũ eſſe conuincetur: & æquale ei quod ex c/b/. Nam æqualis eſt g/k/eidẽ a/c, per eandem trigeſimamquartã primi. Et quoniam æquum eſt h/f/ſupplementũ



Hoc theorema à nõnullis aliter demonſtratũ: ſed hæc demonſtratio eſt omniũ clariſſima.

ipſi c/k, per quadrageſimamtertiam primi: & c/ k/ id quod ſub a/ c/ & c/ b, nam ipſi a/c/ oſtenſa eſt æqualis c/ g. Rectangula igitur c/ k/ & h/f, æqua ſunt ei, quod bis ſub ſegmentis comprehenditur, rectangulo. Oſtenſum eſt autem a/g/ & g/e/ quadrata, eis fore æqualia/ quæ ab eiſdem ſegmentis fiunt quadratis. Et a/g/ igitur & g/e, vnà cum c/k/ & h/f, æqualia ſunt quadratis quæ fiunt ex ſegmẽtis, & ei quod bis ſub ſegmentis comprehenditur rectangulo. Eiſdem porrò a/g, g/e, c/k, & h/f, æquum eſt quadratum a/b/d/e, ex ipſa a/b/ deſcriptum: nempe totum ſuis partibus integralibus. Quod igitur ex tota a/b/ fit quadratum: æquum eſt quadratis quæ fiunt ex a/c/ & c/b/ ſegmentis, & ei quod bis ſub eiſdem ſegmentis comprehenditur rectangulo. Quod fuerat demonſtrandum.

Corollarium.

¶Parallelogramma igitur, quæ circa quadrati dimetientem cõſiſtunt, fore itidem quadrata: relinquitur manifeſtum.

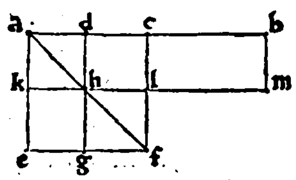
Θεώρημα ε, Πρόθεσις ε.

Ἐὰν εὐθεῖα γραμμὴ τμηθῇ εἰς ἴσα καὶ ἄνισα, τὸ ὑπὸ τῶν ἀνίσων τῆς ὅλης τμημάτων περιεχόμενον ὀρθογώνιον μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς μεταξὺ τῶν τομῶν τετραγώνου, ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ἡμισείας τετραγώνῳ.

Theorema 5, Propoſitio 5.

5 SI recta linea ſecetur in æqualia, & non æqualia: rectangulum comprehenſum ab inæqualibus ſectionibus totius, vnà cum quadrato quod à medio ſectionum, æquum eſt ei quod à dimidia fit quadrato.

ORONTIVS. ¶Sit rurſum a/b/ linea recta: quæ biſariam ſecetur in puncto c, atque in non æqualia, in puncto d. Aio quod ſub a/d/ & d/b/ comprehenſum rectangulũ, vnà cum eo quod ex d/c/ quadrato: æquum eſt ei, quod ex a/c/ dimidia fit quadrato. Deſcribatur ergo ex a/c, quadratum a/c/e/f: per quadrageſimamſextam primi. & connectatur dimetiens a/f, per primum poſtulatum. per punctum inſuper d, vtrique a/e/ & c/f/ parallela ducatur d/g, ſecans a/f/ dimetientem in puncto h. Rurſum per datum pũctum h, ducatur k/l/m, ipſis a/b/ & e/ f/ parallela: per trigeſimã primam ipſius primi. tandem per pũctum b, ipſis a/k/ & c/l/ parallela ducatur b/m: per eandem trigeſimamprimam primi. His ita conſtructis, quoniam ſupplementum g/k, æquum eſt ſupplemẽto d/l, per quadrageſimã tertiam ipſius primi: addatur commune a/h. totum ergo a/g, toti a/l/ rectangulo, per ſecundam communem ſententiã erit æquale. At c/m/ eidem a/l/ eſt æquale, per trigeſimãſextã eiuſdẽ primi: ſunt enim in baſibus æqualibus a/c/ & c/b, & in eiſdem parallelis a/b/ & k/m. Et a/g/ igitur ipſi c/m, per primam communem ſententiam eſt æquale. Addatur rurſum commune rectangulum d/l. Et d/m/ igitur rectangulum, per eandem ſecundã cõmunem ſententiam, æquabitur gnomoni g/a/l. Atqui d/m/ rectãgulum æquum eſt ei quod ſub a/d/ & d/b/ continetur: quadratum eſt enim a/h, per corollarium quartæ propoſitionis huius: & æqualis propterea a/d/ ipſi d/h, ſub qua & d/b, ipſum d/m/ cõprehenditur rectangulũ. Quod igitur ſub a/d/ & d/b/ continetur rectangulum, æquum eſt gnomoni g/a/l. Addatur tandem commune quadratum h/ f. Comprehenſum igitur ſub a/ d/ & d/ b/ rectangulum, vnà cum quadrato h/f, æquum eſt gnomoni g/a/l, atque ipſi quadrato h/f. Quadratũ porrò h/f, æquum eſt ei quod ſub d/c/ medio ſectionum: fit enim ex h/l, quæ ipſi d/c, per trigeſimãquartã primi eſt æqualis. Quod igitur ſub a/d/ & d/b/ cõtinetur rectangulũ,



Cõſtructio figuræ.

Demõſtratio theorematis.

vnà cum quadrato quod ex d/c, æquum eſt gnomoni g/a/l,atque ipſi quadrato h/f. Ipſis demum g/a/l/gnomoni & quadrato h/f, æquum eſt a/c/e/f,quod à dimidia a/c/deſcriptum eſt quadratum. Rectangulum igitur compreheſum ſub a/d/ & d/b/ inæqualibus ſectionibus,vnà cum quadrato quod à medio ſectionũ d/c, æquum eſt ei quod ex a/b/dimidia fit quadrato. Si recta igitur linea,& quæ ſequũtur reliqua: vt in theoremate. Quod oſtendendum ſuſceperamus.

Θεώρημα ς, Πρόθεσις ς.

Ἐὰν εὐθεῖα γραμμὴ τμηθῇ δίχα, προστεθῇ δέ τις αὐτῇ εὐθεῖα ἐπ' εὐθείας, τὸ ἀπὸ τῆς ὅλης σὺν τῇ προσκειμένῃ, καὶ τῆς προσκειμένης περιεχόμενον ὀρθογώνιον, μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς ἡμισείας τετραγώνου, ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς συγκειμένης ἔκ τε τῆς ἡμισείας καὶ τῆς προσκειμένης ὡς ἀπὸ μιᾶς ἀναγραφέντι τετραγώνῳ.

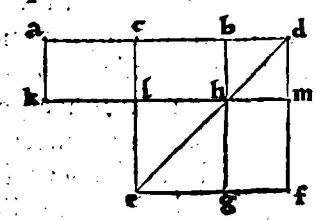
Theorema 6, Propoſitio 6.

SI recta linea bifariam ſecetur,adijciatúrque ei aliqua recta linea in rectum: rectangulum comprehenſum ſub tota cum appoſita & appoſita,vnà cum quadrato quod fit à dimidia, æquum eſt ei quod ex coniecta ex dimidia & appoſita,tãquàm ex vna deſcripto quadrato. 6

ORONTIVS. ¶Eſto a/b/linea recta,ſecta bifariã in puncto c: cui recta quædam linea b/d/in directum adijciatur.Dico,quod ſub a/d,& d/b/ comprehenſum rectãgulum,vnà cum eo quod ex c/b/quadrato:æquũ eſt quadrato quod ex c/d. Fiat enim ex c/d/quadratum c/d/e/f,per quadrageſimamſextam primi: & connectatur e/d/per primum poſtulatum.Per punctum inſuper b, vtrique c/e/& d/f,per trigeſimamprimam eiuſdem primi,parallela ducatur b/g,quæ ſecet dimetientem e/d/in puncto h. Rurſum per punctum h,ducatur k/l/m,ipſis a/d/& e/f/parallela: necnon per a/punctũ, vtriq; c/l/& d/m/ parallela a/k, per eandem trigeſimamprimam primi. Cùm igitur a/c/ æqualis ſit ipſi c/b/per hypotheſin, & a/d/ipſi k/m/parallela: æquum eſt a/l/parallelogrammum,ipſi c/h/parallelogrammo, per trigeſimamſextam primi. Eidem porrò c/h, æquum eſt h/f/ ſupplemẽtum: per quadrageſimamtertiam eiuſdem primi.Et a/l/ igitur ipſi h/f, per primam communem ſententiam eſt æquale. Addatur vtrique æqualium commune c/m. totum igitur a/m/ rectangulum, gnomoni l/ d/ g, per ſecundam communem ſententiam æquabitur. Atqui a/m/ eſt æquale ei,quod ſub a/d/ & d/ b/ comprehenditur rectangulo: continetur enim ſub a/d/& d/m,quæ eſt æqualis ipſi d/b, nam b/ m/ quadratũ eſt,per corollarium quartæ huius ſecundi.Comprehenſum igitur ſub a/d/& d/b/rectangulum, æquum eſt gnomoni l/ d/g. commune rurſum addatur l/g,quod per idem corollarium quartæ huius eſt quadratum.Quod igitur ſub a/d/& d/b/cõtinetur rectangulum,vnà cum l/g/quadrato:æquũ eſt gnomoni l/d/g,& eidem quadrato l/g. Ipſis porrò gnomoni l/d/g, & quadrato l/ g: æquum eſt c/d/e/f/ quadratum.& quadratum l/g, æquũ eſt ei quod ex c/b: eſt enim l/h/(ex qua fit ipſum l/g/ quadratum)æqualis ipſi c/b,per trigeſimamquartã primi. Rectangulũ igitur ſub a/d,hoc eſt ſub tota a/b/cum adpoſita b/d,& ipſa b/d/adpoſita comprehenſum,vnà cum quadrato quod fit à dimidia c/b: æquũ ei eſt quod fit ex c/d,hoc eſt ex dimidia c/b, & adpoſita b/d, tanquàm ex vna deſcripto quadrato. Quod demonſtrare fuerat operæpretium.

Figuræ compoſitio.

Oſtenſionis deductio.



Θεώρημα ζ, Πρόθεσις ζ.

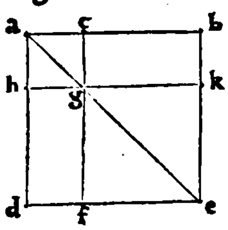
Ἐὰν εὐθεῖα γραμμὴ τμηθῇ ὡς ἔτυχε, τὸ ἀπὸ τῆς ὅλης καὶ ἀφ' ἑνὸς τῶν τμημάτων τὰ συναμφότερα τετράγωνα ἴσα ἐστὶ τῷ τε δὶς ὑπὸ τῆς ὅλης καὶ τοῦ εἰρημένου τμήματος περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ, καὶ τῷ ἀπὸ τοῦ λοιποῦ τμήματος τετραγώνῳ.

Theorema 7, Propoſitio 7.

7 SI recta linea ſecetur vtcunque: quod à tota & ab vno ſegmentorum vtraque fiunt quadrata, æqualia ſunt rectangulo comprehenſo bis ſub tota & dicto ſegmento, & ei quod à reliquo ſegmento fit quadrato.

ORONTIVS. ¶ Data enim recta linea a/b, vtcunq; ſecetur in puncto c. Aio ex tota a/b, & vno ſegmentorũ, vtpote a/c, vtraq; deſcripta quadrata: æqualia fore ei quod bis ſub a/b/ & a/c/ cõtinetur rectangulo, & ei quod ex c/b/ fit quadrato. Ex ipſa enim a/b, deſcribatur quadratum a/b/d/e, per quadrageſimamſextam primi: & connectatur a/e/ dimetiens, per primum poſtulatum. Per punctum deinde c, ducatur c/f/ ipſis a/d/ & b/e/ parallela, ſecans a/e/ dimetientem in g. & per idem punctũ g, vtrique a/b/ & d/e/ parallela rurſum ducatur h/k: per trigeſimamprimam primi. Figuræ præparatio.

Erunt igitur h/c/ & f/k/ parallelogramma, circa dimetientem a/e/ cõſiſtentia, quadrata: per quartæ huius corollarium. Et quoniam c/k/ & h/f/ ſupplementa, ſunt per quadrageſimamtertiam ipſius primi adinuicem æqualia. addatur vtrique, commune quadratum h/c. Totum igitur a/k, toti a/f, per ſecundam communem ſententiam erit æquale. Eſt autem a/k/ æquum ei quod ſub tota a/b, & ſegmento a/c/ continetur rectangulo: nam a/c, ipſi a/h, per quadrati diffinitionem eſt æqualis. Rectangulis itaque a/k/ & a/f/ æquum eſt id, quod bis ſub a/b/ & a/c/ continetur rectangulum. Eiſdẽ porrò a/k/ & a/f/ rectangulis, æquatur gnomon f/a/k, & quadratũ inſuper h/c (bis enim cum ipſis a/k/ & a/f/ rectangulis, includitur quadratum h/c) gnomon igitur f/a/k, vnà cũ quadrato h/c, æqualis eſt ei quod bis ſub a/b/ & a/c/ comprehẽditur rectangulo. Addatur rurſum cõmune quadratum f/k. Gnomon igitur f/a/k, vnà cum quadratis h/c/ & f/k: ei quod bis ſub a/b/ & a/c/ cõtinetur rectangulo, & ipſi quadrato f/k/ eſt æqualis. Atqui f/a/k/ gnomoni, & quadrato f/k: æquum eſt a/b/d/e/ quadratum. Igitur quadratum a/b/d/e, vnà cum quadrato h/c: æquum eſt cõprehenſo bis ſub a/b/ & a/c/ rectangulo, & ipſi f/k/ quadrato. Sed a/b/d/e/ quadratũ, ex tota a/b/ deſcriptũ eſt. & h/c/ quadratum, id quod ſub a/c/ ſegmento. f/k/ autem æquale ei, quod fit ex reliquo ſegmento c/b: fit enim ex g/k, quæ ipſi c/b, per trigeſimamquartã primi eſt æqualis. Quod igitur ex tota a/b/ & ſegmento a/c/ vtraq; fiunt quadrata: æqualia ſunt rectangulo comprehenſo bis ſub tota a/b, & dicto ſegmẽto a/c, & ei quod ſub reliquo ſegmento c/b/ fit quadrato. Si recta igitur linea: &c. vt in theoremate. Quod oportuit oſtendiſſe. Demõſtratio theorematis.



Θεώρημα η, Πρόθεσις η.

Ἐὰν εὐθεῖα γραμμὴ τμηθῇ ὡς ἔτυχε, τὸ τετράκις ὑπὸ τῆς ὅλης καὶ ἑνὸς τῶν τμημάτων περιεχόμενον ὀρθογώνιον μετὰ τοῦ ἀπὸ λοιποῦ τμήματος τετραγώνου, ἴσον ἐστὶ τῷ τε ἀπὸ τῆς ὅλης καὶ τοῦ εἰρημένου τμήματος, ὡς ἀπὸ μιᾶς ἀναγραφέντι τετραγώνῳ.

Theorema 8, Propoſitio 8.

8 SI recta linea ſecetur vtcunque: rectangulum comprehenſum quater ſub tota & vno ſegmentorum, cũ eo quod ex reliquo

ſegmento eſt quadrato,æquum eſt ei quod fit ex tota & prædicto ſegmento tanquam ab vna deſcripto quadrato.

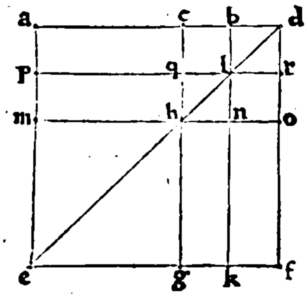
ORONTIVS. ¶ Eſto a/b/recta linea,vcunque ſecta in puncto c. dico quòd rectangulum quater ſub tota a/b,& vno ſegmentorũ,vtpote b/c/comprehenſum,vnà cum quadrato quod fit ex a/c:æquum eſt ei,quod ex a/b/& eodem ſegmento b/c, tanquam ab vna deſcribitur quadrato.

Figuræ cõſtructio.

Producatur enim a/b/in directum verſus d,per ſecundum poſtulatum:& ponatur b/d/æqualis ipſi b/c,per tertiam primi. Ex a/d/ autem deſcribatur quadratũ a/d/e/f, per quadrageſimamſextam eiuſdem primi:& connectatur dimetiens e/d,per primum poſtulatum.Per trigeſimamprimam deinde ipſius primi,per c/& b/puncta,ipſis a/e/& d/f/parallelæ ducãtur c/g/& b/k, dimetiẽtem e/d/ſecantes in pũctis h,l:& per eandem trigeſimãprimam,per puncta h/& l,ipſis a/d/& e/f/parallelæ ruſum ducantur m/n/o/& p/q/r.

Demõſtratio theorematis.

Et quoniam per conſtructionem c/b/ipſi b/d/eſt æqualis:& q/l/ipſi c/b,necnon l/r,ipſi b/d,per trigeſimamquartam primi.Eſt igitur q/l/æqualis ipſi l/r, per primam communem ſententiam:quæ enim æqualibus æqualia ſunt,ea ſunt æqualia adinuicem.& h/n/cõſequenter,ipſi n/o/itidem concludetur æqualis.Parallelogrammum itaque b/r/æquũ eſt ipſi c/l,& proinde q/n/ipſi l/o/parallelogrammo æquale,per trigeſimamſextam



ipſius primi: ſunt enim b/r/ & c/l/in æqualibus baſibus, ac in eiſdem parallelis conſtituta,ſimiliter & q/n/ atque l/o.Atqui c/l/& l/o/ſupplemẽta eorum quæ circa dimetientem h/d/ſunt parallelogrammorum, per quadrageſimamtertiam eiuſdem primi æqualia ſunt adinuicem. Igitur b/r/& q/n/parallelogramma, æquis ſunt æqualia parallelogrammis:& æqua propterea adinuicẽ,per eandem primam communem ſententiam. Quatuor igitur b/r,c/l,l/o, & q/n,ſunt adinuicem æqualia: & quadrupla conſequenter ipſius c/l. Inſuper quoniam b/r/& q/n/parallelogrãma,per corollarium quartæ huius ſunt quadrata:æqualis eſt b/l/ipſi b/d,& q/h/ipſi q/l,per ipſius quadrati diffinitionem.Eidem porrò b/d/æqualis eſt c/b,per cõſtructionem:& b/l/ igitur ipſi c/b,per primã communem ſententiã eſt æqualis.Ipſi rurſum c/b/æqualis eſt q/l,necnon c/q/ipſi b/l/æqualis, per trigeſimamquartam primi:& c/q/igitur ipſi q/l,per eandem cõmunem ſententiã eſt æqualis.at q/h,eidem q/l/æqualis præoſtenſa eſt:& c/q/igitur,ipſi q/h,per ipſam primam communẽ ſententiam eſt æqualis.Patuit autẽ,quòd & h/n/ipſi n/o/itidem æqualis eſt. Parallelogrammum igitur a/q/ipſi p/h,necnon h/k/ipſi n/f/,per trigeſimamſextã primi coæquatur:ſunt enim a/q/& p/h/in baſibus æqualibus/ac in eiſdẽ parallelis,ſimiliter & h/k/atq; n/f/ conſtituta. Ipſa verò p/h/& h/k/,ſunt rurſum adinuicẽ æqualia,per quadrageſimãtertiam ipſius primi:nempe ſupplementa eorũ,quæ circa dimetientẽ e/l/ſunt parallelogrammorum.Et a/q/igitur & n/f/ parallelogramma,æqualibus ſunt æqualia parallelogrãmis:& æqualia propterea adinuicẽ,per primã communẽ ſententiã. Quatuor igitur a/q,p/h,h/k,& n/f, æqualia ſunt adinuicem: & quadrupla conſequenter ipſius a/q/parallelogrãmi.Oſtenſum eſt autem,ꝙ & b/r,c/l,l/o, & q/n, quadruplũ ſunt ipſius c/l.Octo igitur parallelogrãma,m/d/g/gnomonẽ conſtituentia,quadruplum efficiunt totius a/l/parallelogrãmi.Eſt autẽ a/l/ parallelogrãmũ,ei quod ſub a/b/& b/c/cõtinetur rectangulo æquale:nam b/l,ipſi b/c,æqualis oſtẽſa eſt.Rectangulum igitur quater ſub a/b/& b/c/cõprehenſum,æquum eſt gnomoni m/d/g.Addatur commune quadratum m/g.Quater igitur ſub a/b/& b/c/comprehenſum rectangulũ,vnà cũ quadrato m/g:æquatur gnomoni m/d/g,& eidem m/g/ quadrato.

Ipſis porrò gnomoni m/d/g,& quadrato m/ g: æquum eſt quàdratū a/d/e/f.Comprehēſum igitur quater ſub a/b/& b/d/rectangulū,vnà cum quadrato m/g:æquum eſt,per primam communem ſententiam,ipſi quadrato a/d/e/f.Atqui m/g/quadratum æquum eſt ei, quod ex a/c: fit enim ex m/h, quæ eidem a/c, per trigeſimamquartam primi,eſt æqualis.Quadratum autē a/d/e/f, æquum eſt ei,quod ex a/b/& b/c/tanq̃ ex vna deſcribitur quadrato:data eſt enim b/d,ipſi b/c/æqualis. Si recta igitur linea a/b,ſecetur vtcunque in puncto c:rectangulum comprehenſum quater ſub tota a/b/& ſegmento b/c, cum eo quod ex reliquo ſegmento a/c/ eſt quadrato, æquum eſt ei quod fit ſub tota a/b,& prædicto ſegmento b/c/,tanquam ex vna deſcripto quadrato.Quod demonſtrare fuerat operæpretium.

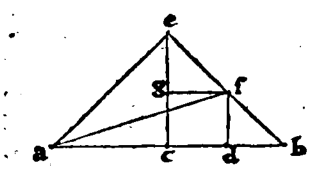
Θεώρημα θ, Πρόθεσις θ.

Ἐὰν εὐθεῖα γραμμὴ τμηθῇ εἰς ἴσα καὶ ἄνισα, τὰ ἀπὸ τῶν ἀνίσων τῆς ὅλης τμημάτων τετράγωνα, διπλάσιά ἐστι τοῦ τε ἀπὸ τῆς ἡμισείας καὶ τοῦ ἀπὸ τῆς μεταξὺ τῶν τομῶν τετραγώνου.

Theorema 9, Propoſitio 9.

9 SI recta linea ſecetur in æqualia & nō æqualia: quæ ab inæqualibus totius ſegmenti fiunt quadrata, dupla ſunt eius quod à dimidia,& eius quod à medio ſectionum fit quadratorum.

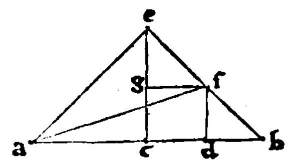
ORONTIVS.¶Secetur enim a/b/recta bifariam,in puncto c:& in non æqualia,in d.Aio quòd deſcripta ex a/d/& d/b/quadrata,dupla ſunt eorum quæ ex a/c/ & c/d fiunt quadratorum. A dato enim puncto c, datæ rectæ lineæ a/b, recta linea c/e/ad rectos excitetur angulos,per vndecimā primi:& vtrique ipſarum a/c/& c/b/ ponatur æqualis,per tertiā eiuſdem primi.Connectātur deinde a/e/& e/b, per primum poſtulatū.Per punctū inſuper d,ipſi c/e/ducatur parallella d/f: atq; per punctum f,ipſi a/b/parallela ducatur f/g,per trigeſimamprimā ipſius primi.connectatur tandem a/f, per idem primū poſtulatum. Cùm igitur a/c/ſit æqualis ipſi c/e: erit per quintam primi, angulus c/a/e,æqualis angulo a/e/c. Et quoniam trianguli e/a/c/tres anguli,ſunt æquales duobus rectis,per trigeſimamſecundam ipſius primi,rectus eſt autē qui ad c:reliqui igitur anguli c/a/e/& a/e/c,vni recto ſunt æquales.ſunt autē æquales adinuicem,vterque igitur c/a/e/& a/e/c,recti dimidius eſt.Et proinde vterq; eorū qui ad baſin e/b, iſoſcelis e/c/b, dimidius eſt recti.Itaq; totus a/e/b/angulus,rectus eſt.Rurſum,quoniam e/g/f/trianguli tres anguli,binis rectis ſunt æquales,per eandē trigeſimamſecūdam primi. rectus eſt autem qui ad g: nam æqualis interiori & oppoſito ad eaſdem partes,qui ad c, per vigeſimamnonam primi.dimidius item recti eſt,qui ſub g/e/f.Reliquus igitur qui ſub e/f/g, recti itidem eſt dimidius.Ambo igitur eidem,vtpote dimidio vnius recti,ſunt æquales:& æquales propterea adinuicem,per primam communem ſententiam.Et latus conſequenter e/g,lateri g/f/æquale,per ſextā primi.Haud diſſimili via,latus f/d,lateri d/b/cōcluditur æquale. His ità præoſtenſis,quoniam a/c/æqualis eſt ipſi c/e:æquū eſt quadratū quod fit ex a/c,ei quod ex c/e/fit quadrato:per corollariū quadrageſimæſextæ ipſius primi.Eis porrò quæ ex a/c/ & c/e/fiunt quadratis,æquū eſt quod ex a/e/ deſcribitur, per quadrageſimamſeptimam eiuſdem primi:& propterea duplū eius quod fit ex a/c. quod enim binis æqualibus eſt æquale,alterutrius æqualiū duplum eſt. Item quoniam æqualis eſt e/g/ipſi g/f:æquum eſt rurſum per idem corollariū, deſcriptum ex e/g/quadratum,ei quod fit ex g/f. Eiſdem porrò quadratis quæ ex e/g/& g/f,æquum eſt quod fit ex e/f, per eandem penultimam primi.Duplum eſt



Vt conſtruenda figura.

Primus demōſtratiōis progreſſus.

Secūd⁹ & pricipalis proceſſus demōſtrationis.



igitur quod ex e/f/quadratum, eius quod ex g/f/describitur. Atqui g/f/ipsi c/d/est æqualis, per trigesimãquartam primi: & ab æqualibus rectis, æqualia describuntur quadrata, per corollariũ ipsius quadragesimæsextæ primi libri. Quod igitur ex e/ f/ quadratum, duplum est eius quod fit ex c/ d. Ostensum est autem, descriptũ ex a/e/quadratum, duplum fore eius quod ex a/c. Descripta igitur ex a/e/& e/f/ quadrata, dupla sunt eorum quæ ex a/c/ & c/d/ fiunt quadratorum. Eis porrò quæ ex a/e/& e/f/quadratis, æquum est id quod ex a/f/describitur, per quadragesimamseptimam primi: rectus est enim angulus a/e/ f. Descriptũ igitur ex a/f/ quadratum, duplum est eorum quæ ex a/c/& c/d/ fiunt quadratorum. Ei rursum quod ex a/f/ describitur quadrato, æqua sunt quæ ex a/d/& d/f/quadrata, per eandem quadragesimamseptimam primi: rectus est enim angulus qui ad d, per vigesimamnonã ipsius primi. Quæ igitur ex a/d/& d/f/ vtraq; quadrata, dupla sunt eorum quæ ex a/c/& c/d/fiunt quadratorũ. Atqui d/f/æqualis est ipsi d/b: & ab æqualibus lineis, æqualia describũtur quadrata, per allegatũ quadragesimæsextæ primi corollariũ. Descripta igitur ex a/d/& d/b/ quadrata, eorũ quæ ex a/c/& c/d/fiunt quadratorũ dupla sunt. Si recta igitur linea: &c. vt in theoremate. Quod ostendendum susceperamus.

Θεώρημα ι, Πρόθεσις. ι.

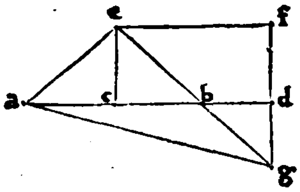
Ἐὰν εὐθεῖα γραμμὴ τμηθῇ δίχα, προστεθῇ δέ τις αὐτῇ εὐθεῖα ἐπ᾽ εὐθείας, τὸ ἀπὸ τῆς ὅλης σὺν τῇ προσκειμένῃ καὶ τὸ ἀπὸ τῆς προσκειμένης τὰ συναμφότερα τετράγωνα, διπλάσιά ἐστι τοῦ τε ἀπὸ τῆς ἡμισείας καὶ τοῦ ἀπὸ τῆς συγκειμένης, ἔκ τε τῆς ἡμισείας καὶ τῆς προσκειμένης, ὡς ἀπὸ μιᾶς ἀναγραφοῦντος τετραγώνου.

Theorema 10, *Propositio* 10.

SI recta linea secetur bifariã, apponatur autẽ ei quæpiã recta li- 10
nea in rectum: quod ex tota cum apposita, & quod ex apposita vtraq; quadrata, dupla sunt eius quod ex dimidia, & eius quod ex adiacẽte dimidia & adiuncta, tanq̃ ex vna descriptorũ quadratorũ.

ORONTIVS. ¶ Data enim a/b/recta linea, bifariam secetur in c: addatúrq; ei in directum recta quædam linea b/d. Aio quòd ex a/d/& d/b/vtraque quadrata, dupla sunt eorum quæ ex a/c/& c/d/fiunt quadratorum. Excitetur enim per vnde-
Cõstructio figuræ. cimam primi, à puncto c/datæ rectæ lineæ a/d, ad angulos rectos c/e: ponatúrque vtriq; a/c/& c/b/æqualis, per tertiam ipsius primi. connectantur deinde a/ e/ & e/b, per primũ postulatum. Et per e/punctum, ipsi a/d/parallela ducatur e/ f: necnon & per punctum d, ipsi c/e/parallela/d/f, per trigesimamprimam eiusdem primi. In parallelas igitur c/e/& d/f, recta linea incidens e/f, interiores & ad easdem partes angulos c/e/f/& e/f/d, binis rectis per vigesimamnonam primi, efficit æquales. Atqui b/e/f/angulus, minor est ipso c/e/ f: duo itaque anguli b/e/f/& e/f/d, à recta e/f, in b/e/& d/f/rectas incidente causati, binis rectis sunt minores. Productæ igitur e/b/ & f/d, ad partes b, d, tandem concurrent, per quintum postulatum. Producãtur igitur, per secundum postulatũ: & conueniant in puncto g. & connectatur a/g, per primum postulatum. Cùm igitur a/c/sit æqualis ipsi c/e: erit per quintam primi an-
Ostẽsio theorematis. gulus c/a/e/æqualis angulo a/e/c. Et quoniam trianguli e/a/c/tres anguli, binis sunt rectis æquales, per trigesimamsecundam primi: rectus est autem, qui ad c. Reliqui igitur c/a/e/& e/a/c/anguli, vni recto sunt æquales: qui cùm sint æquales adinuicẽ, vterq; dimidius est recti. Et vterq; propterea c/e/b/& e/b/c, qui ad basin e/ b, isoscelis e/c/b, recti dimidius est. Ergo totus a/e/b/angulus est rectus. Insuper, quoniã

per trigeſimamſecundam primi, trianguli b/d/g/ tres anguli, ſunt æquales duobus rectis: rectus autem eſt qui ad d/(nam æqualis alterno e/c/d, per vigeſimamnonam primi) & d/b/g/ recti dimidius eſt (æqualis ſiquidem ad verticem poſito c/b/e, per quindecimam ipſius primi) reliquus igitur angulus b/g/d, dimidius itidem eſt recti. Ambo ergo d/b/g/ & b/g/d/ anguli, eidem (hoc eſt dimidio vnius recti) ſunt æquales: & æquales propterea adinuicē, per primam communē ſententiā. hinc b/d/ latus, ipſi d/g/ lateri, per ſextam primi reſpondenter æquatur. Præterea, quoniam e/f/g/ trianguli tres anguli, binis rectis, per eandem trigeſimamſecundam primi, ſunt rurſum æquales: rectus eſt autē qui ad f, (nam æqualis oppoſito qui ad c, per trigeſimamquartam eiuſdem primi) & e/g/f/ recti dimidius eſt. reliquus igitur f/e/g/ dimidius itidem eſt recti. Aequalis igitur eſt angulus f/e/g, ipſi e/g/f, per primam communem ſententiam: & latus conſequenter e/f/ lateri f/g, per ſextam primi æquale. His ita demōſtratis, quoniā æqualis eſt a/c/ ipſi c/e: quod igitur ex a/c/ quadratū, æquum eſt ei quod ex c/e/ fit quadrato, per corollarium quadrageſimæſextæ ipſius primi. Eis porrò quæ ex a/c/ & c/e/ fiunt quadratis: æquū eſt id, quod ex a/e/ deſcribitur, per quadrageſimamſeptimam primi. Quod igitur ex a/e/ fit quadratum, duplum eſt eius quod ex a/c. Item, quoniam æqualis eſt e/f, ipſi f/g: quæ ab ipſis deſcribuntur quadrata, ſunt rurſum adinuicem æqualia. Eiſdem porrò quæ ex e/f/ & f/g/ fiunt quadratis, æquum eſt ex e/g/ deſcriptum quadratum, per eandem quadrageſimamſeptimam primi: rectus eſt enim qui ad f/ angulus. Quod igitur ex e/g/ fit quadratum, duplum eſt eius quod ex e/f. Aequalis autem eſt e/f/ ipſi c/d, per trigeſimamquartā primi: & quæ ab æqualibus rectis deſcribuntur quadrata, æqualia ſunt adinuicem, per ipſum quadrageſimæſextæ primi corollarium. Quod igitur ex e/g/ fit quadratum, duplum eſt eius quod ex c/d. Oſtendimus autem deſcriptū ex a/e/ quadratum, duplū itidem fore eius quod fit ex a/c. Quæ igitur ex a/e/ & e/g/ vtraq; quadrata, dupla ſunt eorum quæ ex a/c/ & c/d/ fiunt quadratorum. Eis autē quæ ex a/e/ & e/g/ fiunt quadratis, æquū eſt rurſum quod ex a/g/ deſcribitur, per ipſam quadrageſimamſeptimam primi: rectus eſt enim a/e/g, angulus. Deſcriptum itaque ex a/g/ quadratum, duplum eſt eorum quæ ex a/c/ & c/d/ fiunt quadratorum. Ei demū quod ex a/g/ fit quadrato, æqualia ſunt quæ ex a/d/ & d/g/ quadrata deſcribuntur, per ſæpius allegatā quadrageſimamſeptimā primi: quoniam a/d/g/ angulus rectus eſt. Ergo deſcripta ex a/d/ & d/g/ quadrata, eorū quæ ex a/c/ & c/d/ fiunt quadratorū dupla ſunt. Aequalis porrò oſtenſa d/b, ipſi d/g: & vnius propterea quadratum, alterius quadrato æquū fore neceſſum eſt. Quod igitur ex tota a/b/ cū adpoſita b/d, & quod ex eadem b/d/ adpoſita vtraq; quadrata: dupla ſunt eius quod ex a/c/ dimidia, & eius quod ex adiacente dimidia c/b/ & adiuncta b/d/ tanquàm ex vna deſcriptorum quadratorum. Quod demonſtrare oportebat.



Demōſtrationis reſolutio.

Πρόβλημα α, Πρότασις ια.

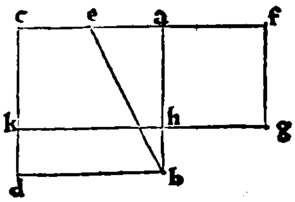
Τὴν δοθεῖσαν εὐθεῖαν τεμεῖν, ὥστε τὸ ὑπὸ τῆς ὅλης καὶ τοῦ ἑτέρου τῶν τμημάτων περιεχόμενον ὀρθογώνιον, ἴσον εἶναι τῷ ἀπὸ τοῦ λοιποῦ τμήματος τετραγώνῳ.

Problema 1, *Propoſitio* 11.

11 DAtam rectam lineā ſecare: vt quod ex tota & altero ſegmento comprehenſum rectangulum, æquū ſit ei quod fit ex reliquo ſegmento quadrato.

ORONTIVS. ¶Eſto recta linea a/b: quam oporteat ita ſecare, vt quod ex tota a/b,& altero ſegmẽto comprehendetur rectangulum, æquum ſit ei quod à reliquo ſegmento fiet quadrato. Ex a/b/igitur,deſcribatur quadratũ a/b/c/d, per quadrageſimamſextam primi.Ipſa poſtmodùm c/a,bifariam ſecetur in puncto e,per decimam ipſius primi.& per primum poſtulatum, connectatur e/ b/ recta. producatur deinde c/a/in rectũ verſus f,per ſecundum poſtulatum:atq; ipſi b/e, ſecetur æqualis e/f,per tertiam primi. Per ipſam rurſum quadrageſimamſextam primi, deſcribatur ex a/f,quadratum a/f/g/h: & per idem ſecundum poſtulatũ,producatur g/h/ directè in k. Secta eſt igitur a/b/in puncto h:idque tali ratione,vt quod ſub a/b/& b/h/comprehenditur rectangulum,æquum ſit ei quod ex a/h/fit quadrato. Recta enim linea c/a/ſecta eſt bifariam in puncto e,cui in rectum adpoſita eſt a/f:comprehenſum igitur ſub c/f/& f/a/rectangulum,vnà cum quadrato quod fit ex e/a,æquũ eſt quadrato quod ex e/ f/ deſcribitur, per ſextam huius propoſitionem. Data eſt autem e/ f/ ipſi e/b/æqualis:& quæ ab æqualibus rectis quadrata deſcribuntur,ſunt adinuicem æqualia. Comprehenſum igitur ſub c/ f/ & f/ a/rectangulum, vnà cum quadrato quod fit ex e/a: æquum eſt ei quod ex e/b/deſcribitur quadrato. Quadrato rurſum quod fit ex e/ b, æqualia ſunt quæ ex e/a/ & a/b/ deſcribuntur quadrata, per quadrageſimamſeptimam primi.Rectangulum igitur quod ſub c/f/& f/a/continetur, vnà cum eo quod ab e/a/fit quadrato:æquatur eis,quæ ex e/a/& a/b/fiũt quadratis.Auferatur quadratum quod ex e/a/vtrique commune.Reliquum ergo quod ſub c/f/ & f/a/continetur rectangulum: æquum eſt ei quod ex a/b/deſcribitur quadrato,per tertiam cõmunem ſententiã.Atqui a/b/c/d/ quadratum eſt id,quod fit ex a/b.& c/g/rectãgulum,æquum ei quod ſub c/f/ & f/a, continetur:æqualis eſt enim f/g/ipſi f/a, ſunt enim eiuſdem quadrati latera. Rectãgulum igitur c/g,æquum eſt quadrato a/b/c/d. Auferatur pars c/h, vtriq; communis.Reliquum itaq; rectangulum d/h, reliquo a/g/ quadrato, per eandem tertiam communem ſententiam eſt æquale.Porrò d/h/rectangulum,æquũ eſt ei quod ſub a/b/& b/h ſegmento continetur:eſt enim b/d,ipſi a/b/æqualis, per ipſius quadrati diffinitionem.a/g/ verò, æquum eſt ei quod ex h/a/ reliquo ſegmento fit quadrato: deſcriptum eſt enim ex a/f,quæ ipſi a/h/rurſum æquatur.Comprehẽſum ergo ſub a/b/& b/h/rectangulum, æquũ eſt ei quod ex a/h/ fit quadrato. Data igitur recta linea a/ b, tali ratione ſecta eſt in puncto h : vt comprehenſum ſub tota a/b, & vno ſegmentorum(vtpote b/h) rectangulum, æquum ſit ei quod ex reliquo ſegmento h/a/fit quadrato. Quod faciendum ſuſceperamus.

Confirmatio problematis.



Θεώρημα ια, Πρότασις ιβ.

ἘΝ τοῖς ἀμβλυγωνίοις τριγώνοις, τὸ ἀπὸ τῆς τὴν ἀμβλεῖαν γωνίαν ὑποτεινούσης πλευρᾶς τετράγωνον, μεῖζόν ἐστι τῶν ἀπὸ τῶν τὴν ἀμβλεῖαν περιεχουσῶν πλευρῶν τετραγώνων, τῷ περιεχομένῳ δὶς ὑπό τε μιᾶς τῶν περὶ τὴν ἀμβλεῖαν γωνίαν, ἐφ᾽ ἣν ἐκβληθεῖσα ἡ κάθετος πίπτει, καὶ τῆς ἀπολαμβανομένης ἐκτὸς ὑπὸ τῆς καθέτου πρὸς τῇ ἀμβλείᾳ γωνίᾳ.

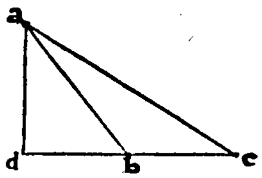
Theorema 11, *Propoſitio* 12.

IN obtuſiangulis triangulis, quod ab obtuſum angulũ ſubtendente latere fit quadratum,maius eſt eis quæ fiunt ab obtuſum angulum comprehendẽtibus lateribus quadratis : cõprehenſo bis ſub vno eorum, quæ ſunt circa obtuſum angulum, in quod protractũ cadit perpendicularis,& aſſumpto extrinſecus ſub perpendiculari ad obtuſum angulum. 12

ORONTIVS. ¶Sit triangulum obtusiangulum seu amblygonium a/b/c, habẽs obtusum angulum qui ad b. producatur ergo c/b/ latus in rectum versus d, per secundum postulatum: & per duodecimam primi, à dato puncto a, in productum latus c/b, perpendicularis ducatur a/d. Aio quod descriptum ex a/c/ quadratum, eis quæ ex a/b/ & b/c/ fiunt quadratis, maius est, comprehẽso bis sub d/b/ & b/c/ rectangulo.

Cùm enim recta c/d, vtcunq; secta sit in b: descriptum igitur ex d/c/ quadratum, æquum est eis quæ ex d/b/ & b/c/ quadratis, & ei quod bis sub d/b/ & b/c/ cóprehenditur rectangulo, per quartam huius secundi. His autem æqualibus, addatur cómune quadratum quod ex a/d. quæ igitur ex a/d/ & d/c/ vtraq; quadrata, æqua sunt eis quæ ex a/d, & d/b, & b/c/ fiunt quadratis, & bis comprehenso sub d/b/ & b/c/ rectangulo. Quadratis porrò quæ ex a/d/ & d/b, æquum est id quod fit ex a/b, per quadragesimamseptimam primi: rectus est enim angulus qui ad d. Quadrata igitur quæ ex a/d/ & d/c, eis quæ fiunt ex a/b/ & b/c/ quadratis sunt æqualia, & ei quod bis sub d/b/ & b/c/ continetur rectangulo. Quadratis rursum quæ ex a/ d/ & d/ c, æquum est quadratum quod ex/a/c, per eandem quadragesimamseptimam primi. Quod igitur ex a/ c/ fit quadratum, æquũ est eis quæ ex a/b/ & b/c/ fiunt quadratis, & comprehenso bis sub d/b/ & b/c/ rectangulo. Superat igitur descriptum ex a/c/ quadratum, ea quæ ex a/b/ & b/c/ fiunt quadrata: cóprehenso bis sub d/b/ & b/c/ rectágulo. In obtusiangulis igitur, seu amblygonijs triangulis: & quæ sequuntur reliqua. Quod oportuit ostendisse.

Deductio theorematis.



Θεώρημα ιβ, Πρότασις ιγ.

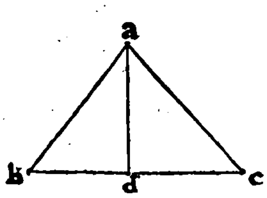
Ἐν τοῖς ὀξυγωνίοις τριγώνοις τὸ ἀπὸ τῆς τὴν ὀξεῖαν γωνίαν ὑποτεινούσης πλευρᾶς τετράγωνον ἔλαττόν ἐστι τῶν ἀπὸ τῶν τὴν ὀξεῖαν γωνίαν περιεχουσῶν πλευρῶν τετραγώνων, τῷ περιεχομένῳ δὶς ὑπό τε μιᾶς τῶν περὶ τὴν ὀξεῖαν γωνίαν ἐφ' ἣν ἡ κάθετος πίπτει, καὶ τῆς ἀπολαμβανομένης ἐντὸς ὑπὸ τῆς καθέτου πρὸς τῇ ὀξείᾳ γωνίᾳ.

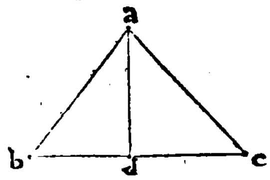
Theorema 12, Propositio 13.

13 IN oxygonijs triangulis, quod ex acutum angulum subtendente latere fit quadratũ, minus est eis quæ ex acutum angulũ comprehendétibus lateribus fiunt quadratis: comprehenso bis sub vno eorum, quæ sunt circa acutum angulum in quod perpendicularis cadit, & sumpto intus sub perpendiculari ad acutum angulũ.

ORONTIVS. ¶Sit datum oxygonium, siue acutiangulum triangulum a/b/c, & datus in eo acutus angulus qui ad b. Ducatur itaq; in latus b/c, à puncto a, quod in eo non est, perpendicularis a/d: per duodecimam primi. Dico quadratum quod fit ex a/c, minus esse eis quæ ex a/b/ & b/c/ fiũt quadratis, comprehenso bis sub c/b/ & b/d/ rectangulo. Recta siquidem linea b/c, secta est vtcunq; in pũcto d: quod igitur ex tota c/b/ & segmento b/d/ vtraq; quadrata, æqualia sunt comprehẽso bis sub tota c/ b/ & eodem segméto b/d/ rectangulo, & ei quod ex reliquo segméto d/c/ fit quadrato: per septimam huius secundi. Addatur ipsis æqualibus, cómune quadratũ quod fit ex a/d: quæ igitur ex c/b/ & b/d/ & d/a/ fiunt quadrata, æqualia sunt comprehenso bis sub c/b/ & b/d/ rectangulo, & eis quæ ex a/d/ & d/c/ fiunt quadratis, per secundam communem sententiã. Eis autem quæ ex b/d/ & d/ a/ fiunt quadratis, æquum est id quod ex a/ b/ describitur, per quadragesimamseptimam primi: rectus

Sũmaria theorematis ostẽsio.





est enim angulus qui ad/ d. Igitur quadrata quæ fiunt ex a/b/& b/c, æqualia sunt bis sumpto sub c/b/& b/d/rectangulo, & eis quæ ex a/ d/ & d/c/ fiunt quadratis. Eisdem porrò quæ ex a/d/& d/c/fiunt quadratis, æquũ est rursum id quod ex a/c/describitur, per eandem quadragesimamseptimã primi: rectus est enim, qui sub a/d/c/angulus. Quæ igitur ex a/b/& b/c/vtraq; quadrata, æqua sunt bis comprehenso sub c/b/& b/d/rectangulo, & ei quod ex a/c/est quadrato. Superatur ergo id quod ex a/c/fit quadratum, ab ijs quæ ex a/b/& b/c/fiunt quadratis, comprehenso bis sub c/b/& b/d/rectangulo. In oxygonijs itaq;, vel acutiãgulis triãgulis: &c. vt in theoremate. Quod ostendere fuerat operæpretium.

Corollarium.

¶Hinc facilè colligitur, huiuscemodi perpendicularem, in rectãgulis triangulis, necessariò coincidere super ipsius trianguli latus, hoc est, neq; intra, neq; extra triangulum: in amblygonijs verò extra, & in oxygonijs intra. Non potest enim in amblygonijs neq; in oxygonijs, cum ipso trianguli latere conuenire: obtusus enim vel acutus angulus, foret æqualis recto, contra vndecimam & duodecimam diffinitionẽ primi. Similiter nec in amblygonijs intra, vel in oxygonijs extra potest incidere: tũc enim trianguli exterior angulus, minor esset interiore & ex opposito, contra decimamsextã ipsius primi. ¶Nec te fugiat insuper, quòd hic de latere oxygonij proponitur triãguli: verum etiam habere, de quocunq; latere angulum acutum tam in rectangulis quàm amblygonijs triangulis subtendente.

Notandum.

Πρόβλημα β, πρόθεσις ιδ'.

Τῷ δοθέντι εὐθυγράμμῳ ἴσον τετράγωνον συστήσασθαι.

Problema 2, Propositio 14.

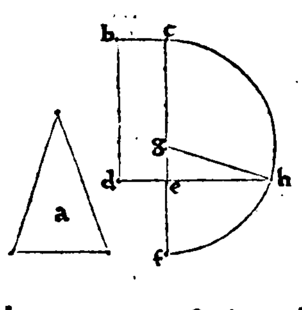
DAto rectilineo, æquum quadratum constituere. 14

Vt constituẽda figura.

ORONTIVS. ¶Esto datum rectilineũ a: cui oporteat æquale quadratum constituere. In primis ergo ipsi a/rectilineo, æquale constituatur parallelogrammum rectangulum b/c/d/e: per quadragesimamquintam primi. Si igitur c/e/& e/d/latera fuerint adinuicem æqualia: constabit iam ipsius problematis intentio, erit enim b/c/d/e/parallelogrammum quadratum. At si latus c/e/ ipsi e/d/non fuerit æquale, alterum eorum erit maius: esto maius c/e. Producatur igitur c/e/in rectum versus f, per secundum postulatum: detúrque e/f, ipsi e/d/æqualis, per tertiam primi.

Recta insuper c/f/diuidatur bifariam in puncto g, per decimam eiusdem primi. Et centro g, interuallo autem g/c/aut g/f, semicirculus describatur c/h/f: per tertiũ postulatum. Et per secundum postulatum, producatur d/e/in rectum vsque ad h: & connectatur g/h/recta, per primum postulatum. His ita constructis, quoniam recta linea c/ f/ secta est in æqualia in g/ & in non æqualia in puncto e: rectangulum igitur comprehensum sub c/e/ & e/f, vnà cum quadrato quod ex e/ g, æquum est ei quod à dimidia g/ f/ describitur quadrato, per quintam huius. Aequalis est autem g/ f/ ipsi g/h, per decimamquintam diffinitionem primi: & ab æqualibus lineis rectis, æqualia describuntur quadrata, per corollarium quadragesimæsextæ primi. Comprehensum igitur sub c/e/& e/f/rectangulum, vnà cum quadrato quod ab e/g: æquum est ei quod ex g/h/fit quadrato. Ei porrò quod ex g/h/fit quadrato,

Demõstratur problema.



æqualia sunt ea, quæ ex g/e/ & e/h/ describuntur, per quadragesimamseptimam primi: rectus est enim angulus qui ad e, per decimamtertiam, aut vigesimamnonam ipsius primi. Comprehensum igitur sub c/e/ & e/f/ rectangulum, vnà cum eo quod ex g/e/ fit quadrato: æquum est ijs, quæ ab eadem g/e/ & ipsa e/h/ fiunt quadratis. Tollatur id quod ex g/ e/ fit quadratum, vtrisque æqualibus commune. Reliquum igitur rectangulum sub c/ e/ & e/f/ comprehensum, æquum erit descripto ex e/h/ quadrato: per tertiam communem sententiam. Ipsi porrò sub c/e/ & e/f/ comprehenso rectangulo, æquum est b/c/d/e/ parallelogrammum: ipsa enim e/f, data est æqualis e/ d. Igitur b/c/ d/e/ parallelogrammo, æquum est id quod ex e/h/ fit quadratum, per primam communem sententiam. Eidem rursum b/c/d/e/ parallelogrammo, æquum est datū a/ rectilineum, per constructionem. Per eandem itaque primam communem sententiā, dato a/ rectilineo: æquū est id quod ex e/h/ fit quadratum.

Quod fuerat constituendum.

Secundi Libri Geometricorum Elementorum

FINIS.

Orontij Finei Delphinatis, Regii Mathematicarum Professoris, In Tertium elementorum Euclidis, Demonstrationes.

ΕΥΚΛΕΙΔΟΥ ΣΤΟΙΧΕΙΟΝ ΤΡΙΤΟΝ.

Ὅροι.

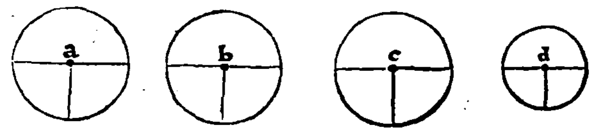
Ἴσοι κύκλοι ἐισὶν, ὧν αἱ διάμετροι ἐισὶν ἴσαι, ἢ ὧν αἱ ἐκ τῶν κέντρων, ἴσαι ἐισίν.

Diffinitiones.

Aequales circuli: sunt quorũ dimetiẽtes sunt aequales, vel quorum quae ex centris sunt aequales. 1

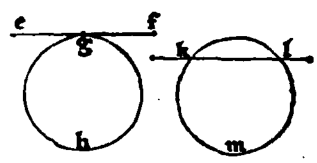
Quales tibi repraesentant subscripti a/ & b/ circuli. Hinc patet circulorum non aequalium diffinitio. quorum enim dimetientes, vel quae ex centris fuerint inaequales: & ipsi quoque inaequales erunt circuli. Maior autẽ erit, cuius dimetiens, vel quae ex centro maior: minor verò, cuius dimetiens, vel quae ex centro minor extiterit. veluti sunt c/ & d/ circuli: quorum c, maior est ipso d.

Circulorũ inaequaliũ contraria diffinitio.



Εὐθεῖα κύκλου ἐφάπτεσθαι λέγεται, ἥτις ἁπτομένη τοῦ κύκλου καὶ ἐκβαλλομένη οὐ τέμνει τὸν κύκλον.

Recta linea circulum tangere dicitur: quae circulũ tangens & eiecta, circulum non secat. 2



Hanc tibi repraesentat e/ f, tangens circulum g/ h, in puncto quidem g. Quae igitur cadit intra circulum: eiectã, circulum secare perhibetur. veluti recta k/ l, quae datum k/ l/ m/ circulum intersecat.

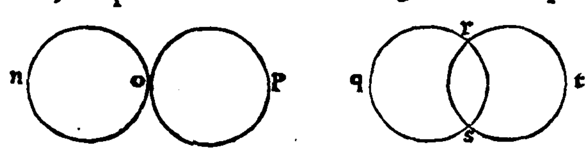
Quae circulũ secat.

Κύκλοι ἐφάπτεσθαι ἀλλήλων λέγονται, οἵτινες ἁπτόμενοι ἀλλήλων, οὐ τέμνουσιν ἀλλήλους.

Circuli sese tangere adinuicem dicuntur: qui sese inuicem tangẽtes, se non inuicem secant. 3

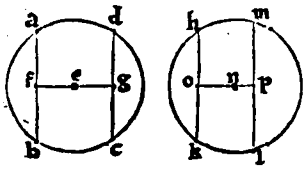
Quales esse videntur n/ o/ & o/ p/ circuli, in o/ puncto sese inuicem cõtingentes. Cùm porrò vnius circunferentia, alterius ingreditur circũferentiam: tunc huiuscemodi circuli, sese dicũtur intersecare. Veluti circuli q/ r/ s, & r/ s/ t, in punctis quidem r/ & s/ se mutuo intersecãtes.

Circuli sese intersecãtes.



Ἐν κύκλῳ ἴσον ἀπέχειν τοῦ κέντρου εὐθεῖαι λέγονται, ὅταν αἱ ἀπὸ τοῦ κέντρου ἐπ' αὐτὰς κάθετοι ἀγόμεναι ἴσαι ὦσιν. μεῖζον δὲ ἀπέχειν λέγεται, ἐφ' ἣν ἡ μείζων κάθετος πίπτει.

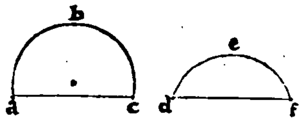
In circulo aequaliter distare à centro rectae lineae dicuntur: cùm à 4 centro in eas perpendiculares ductæ ſunt æquales. Magis autẽ diſtare dicitur: in quam maior perpendicularis cadit.



Quemadmodũm in a/b/c/d/circulo, cuius centrum e, exiſtẽtes lineæ rectæ a/b/& c/d, æqualiter ab eodem centro e/diſtare cenſentur: propterea quòd e/f/& e/g/perpendiculares, ſunt inuicem æquales. In circulo porrò h/k/l/m, cuius cẽtrum n, h/ k/ plus diſtare dicitur à centro n, quàm l/ m: quoniam perpendicularis n/o, maior eſt n/p.

¶Τμῆμα κύκλου ἐστὶ τὸ περιεχόμενον σχῆμα, ὑπό τε εὐθείας καὶ κύκλου περιφερείας.

5 Sectio circuli: eſt figura comprehẽſa ſub recta linea, & circuli circunferentia.



In exemplum habes a/b/c/& d/e/f/circulorum ſectiones: ſub rectis a/ c/ & d/ f, & a/ b/ c/ atque d/ e/ f/ circunferentijs comprehenſas. Quarum a/ b/ c/ centrum iucludens, maior eſt ipſa d/e/f/ extra centrum conſtituta. Sectio, maior minor.

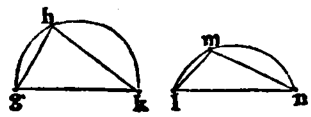
¶Τμήματος δὲ γωνία ἐστὶν, ἡ περιεχομένη ὑπό τε εὐθείας, καὶ κύκλου περιφερείας.

6 Sectionis angulus: eſt qui ſub recta linea, & circuli circunferentia comprehenditur.

Cuiuſmodi eſt angulus b/a/c, antecedentis deſcriptionis: ſub a/c/recta, & a/b/ circunferentia comprehenſus. aut e/d/f/angulus, qui ſub recta d/f, & d/e/circunferẽtia continetur. Quos quidem angulos mixtos vocitare ſolemus: id eſt, ſub recta & curua linea comprehenſos. Anguli mixti

¶Ἐν τμήματι δὲ γωνία ἐστὶν, ὅταν ἐπὶ τῆς περιφερείας τοῦ τμήματος, ληφθῇ τι σημεῖον, καὶ ἀπ' αὐτοῦ ἐπὶ τὰ πέρατα τῆς εὐθείας, ἥτις ἐστὶ βάσις τοῦ τμήματος, ἐπιζευχθῶσιν εὐθεῖαι. ἡ περιεχομένη γωνία ὑπὸ τῶν ἐπιζευχθεισῶν εὐθειῶν.

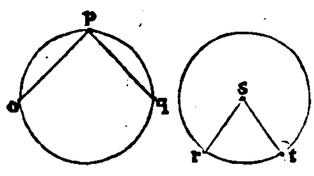
7 In ſectione autẽ angulus eſt: cùm in circunferentia ſectionis contingit aliquod punctum, & ab eo in rectæ lineæ fines, quæ baſis eſt ſectionis, rectæ lineæ coniunguntur. Contentus autẽ angulus, ſub coniunctis rectis lineis eſt.



Quemadmodũm ex ſubiectę deſcriptionis angulis g/h/k, & l/m/n, deprehendere licet. A pũcto enim h, in fines ipſius rectę g, k (quæ baſis dicitur) rectę lineæ h/g/& h/k/coniunctæ: angulum ipſum g/h/k/in data ſectione, & ad punctum h/conſtituũt. Idem cenſeto de l/m/n/alterius ſectionis angulo.

¶Ὅταν δὲ αἱ περιέχουσαι τὴν γωνίαν εὐθεῖαι ἀπολαμβάνωσί τινα περιφέρειαν, ἐπ' ἐκείνης λέγεται βεβηκέναι ἡ γωνία.

8 Cùm verò comprehendentes angulum rectę lineæ, aliquam ſuſcipiunt circunferentiam: in illa angulus eſſe dicitur.



Veluti ſunt o/p/& p/q/lineę rectæ, angulũ qui ad punctũ p/ comprehendentes, & o/p/q/ſuſcipiẽtes circunferentiã. In ipſa igitur circunferẽtia o/p/q, comprehenſus angulus eſſe dicitur. Quòd ſi rectæ lineæ angulum conſtituẽtes, ad centrum conueniant circuli: comprehenſus tũc angulus in centro dicetur eſſe circuli, veluti angulus r/s/t, ſub rectis r/s/& s/t/ex cẽtro s/prodeuntibus comprehenſus. Angulus in cẽtro.

¶Τομεὺς δὲ κύκλου ἐστὶν, ὅταν πρὸς τῷ κέντρῳ αὐτοῦ τοῦ κύκλου σταθῇ ἡ γωνία τὸ περιεχόμενον σχῆμα ὑπό τε τῶν τὴν γωνίαν περιεχουσῶν εὐθειῶν, καὶ τῆς ἀπολαμβανομένης ὑπ' αὐτῶν περιφερείας.

9 Sector autem circuli: eſt cùm ad centrum circuli ſteterit angulus,

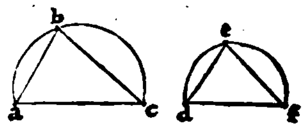
comprehensa figura sub angulum comprehendentibus rectis lineis, & assumpta sub eis circunferentia.

Cuiusmodi esse videtur figura r/s/t/antecedentis descriptionis, sub rectis lineis r/s/& s/t/ angulum qui ad centrum s, constituentibus, & circunferentia r/t/comprehensa. Differt igitur sector à sectione circuli.

¶Ὅμοια τμήματα κύκλου ἐστὶ, τὰ δεχόμενα γωνίας ἴσας, ἢ ἐν οἷς αἱ γωνίαι ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν.

Similes sectiones circuli: sunt quæ angulos æquos suscipiunt, vel in quibus anguli sibi inuicem sunt æquales. 10

Vti subiectæ circuli sectiones a/b/c/ & d/e/f: in quibus anguli qui ad b/& e, sunt inuicem æquales. Quanuis itaq; circuli sectiones fuerint inæquales, possunt nihilominus esse similes. Nam similitudo sectionum respicit tātummodò susceptorū angulorum æqualitatē: nō autem datarum sectionum magnitudinem. quēadmodùm angulorū magnitudo, non linearum angulos ipsos comprehendentium quātitatem: sed earundem linearum solam respicit inclinationem.



Πρόβλημα α, Πρόθεσις α.

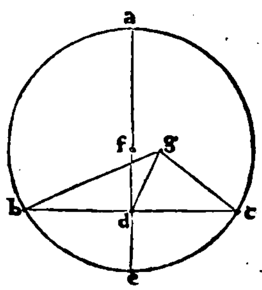
Τοῦ δοθέντος κύκλου τὸ κέντρον εὑρεῖν.

Problema I, *Propositio* I.

DAti circuli, centrum inuenire. I

ORONTIVS. ¶Esto datus a/b/c/circulus: cuius oporteat inuenire centrum. Ducatur in ipso a/b/c/circulo, recta quædam linea b/c: quæ bifariam secetur in d, per decimam primi. Et à puncto d, datæ rectæ lineæ b/c, ad angulos rectos excitetur d/a, per vndecimam eiusdem primi: producatúrq; in rectum vsque ad e, per secundum postulatum. Secetur tandem a/e/ bifariam in puncto f, per ipsam decimam primi. Dico, ꝙ f/punctū, centrum est ipsius dati a/b/c/ circuli. Si enim non fuerit in a/e/linea recta, erit igitur extra eam. esto (si possibile sit) in g: & connectātur g/b, g/d, & g/c/rectæ, per primum postulatum. Et quoniam b/d, ipsi d/c/est æqualis, & vtriq; cōmunis d/g: binæ igitur b/d/& d/g/triāguli b/d/g, duabus g/d/& d/c/ trianguli g/d/c, sunt altera alteri æquales. Basis quoq; b/g, basi g/c (si g/foret centrum circuli) per decimāquintam primi diffinitionem esset æqualis. Per octauā igitur ipsius primi, angulus b/d/g, angulo g/d/c/ sub æquis lateribus comprehenso, respondenter æquaretur. Recta itaq; linea g/d, incidēs in rectā b/c, efficeret vtrobiq; angulos æquales: ergo rectos, per decimam primi diffinitionē. Rectus igitur esset b/d/g/ angulus. Atqui b/d/a/ rectus est, per constructionem: suntq; recti omnes æquales adinuicem, per quartum postulatum. Et b/d/g/itaq; angulus, æquus esset angulo b/d/a: totus videlicet suæ parti, contra nonā communē sententiā. Recta enim d/a/cadit inter b/d/& d/g: diuidítq; propterea angulum b/d/g. Non est igitur centrū a/b/c/circuli in g. Haud dissimiliter ostendemus, ꝙ nec alibi q̄ in pūcto f. Igitur f/centrū est dati circuli a/b/c. Quod inueniendū fuerat.

Demōstratio ab impossibili



Corollarium.

¶Si igitur in circulo recta linea, aliam quandam rectam lineam bifariam, & ad rectos secuerit angulos: in ipsa diuidente erit centrum dati circuli.

Θεώρημα α, Πρότασις β.

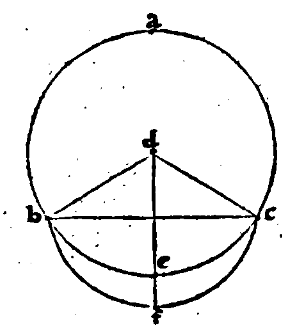
Ἐὰν κύκλου ἐπὶ τῆς περιφερείας ληφθῇ δύο τυχόντα σημεῖα, ἡ ἐπὶ τὰ αὐτὰ σημεῖα ἐπιζευγνυμένη εὐθεῖα ἐντὸς πεσεῖται τοῦ κύκλου.

Theorema 1, Propoſitio 2.

2 SI in circuli circunferentia duo fuerint puncta vtcunque contingentia: ad ea puncta applicata recta linea, intra ipſum circulum cadit.

ORONTIVS. ¶Sit a/b/c/circulus: in cuius circunferentia ſint b/& c/vtcunq; contingentia puncta. Aio quòd cónexa ex b/in c/recta linea, cadit intra circulum a/b/c. Si enim non cadit intra: coincidit igitur in comprehenſam circunferentiam, vel cadit extra circulum. Atqui recta ipſa, cum ipſius circuli circunferētia minimè poteſt conuenire: non differret enim rectum à curuo. Cadat igitur, ſi poſſibile ſit, extra circulum a/b/c. & inuento ipſius circuli centro d, per primam huius, ſuſceptóq; pūcto e/in b/c/circūferentia: connectantur d/b, d/e, & d/c/rectæ lineæ, per primum poſtulatum: producatúrq; per ſecundum poſtulatū, recta d/e/ in directum vſque ad f, hoc eſt, in eam quæ extra cadere conceſſa eſt. Erunt igitur d/b, d/e, & d/c, adinuicem æquales, per decimamquintam diffinitionem primi: & d/f/ inſuper maior ipſa d/e, per nonam communem ſententiā. Triangulum igitur erit d/b/f/c, atq; iſoſceles: quoniam d/b/æqualis eſt ipſi d/c. Vnde per quintā primi, anguli d/b/c/& d/c/b, qui ad baſin b/f/c: erunt adinuicem æquales. Triangulū inſuper erit d/b/f, & ipſum b/f/latus, productum in c. exterior igitur angulus d/f/c, maior erit interiore & ex oppoſito d/ b/ f, per decimamſextam ipſius primi. Ipſi porrò d/b/f/ angulo, oſtenſus eſt æqualis d/c/f: & d/f/c/ igitur angulus, ipſo d/c/f/ angulo maior erit: quæ enim ſunt æqualia eiuſdem ſunt æquè minora, per ſeptimæ cōmunis ſententiæ conuerſionem. In triangulo igitur d/c/f, angulus qui ad f, maior erit angulo qui ad c. Omnis porrò trianguli maius latus, ſub maiori angulo ſubtenditur, per decimamoctauam eiuſdem primi. maius igitur erit latus d/c, ipſo d/f. Ipſi autem d/c, æqualis eſt d/e, vti nuper oſtendimus. Et d/e/igitur maior erit ipſa d/f, minor videlicet maiore, ſeu pars toto: quod per nonam communem ſentētiam eſt impoſſibile. Non cadit igitur connexa ex b/in c/recta, extra circulum a/b/c, neq; in circunferentiam b/e/c: igitur intra. Quod oſtendendum fuerat.

Oſtenſio per impoſſibile.



Θεώρημα β, Πρότασις γ.

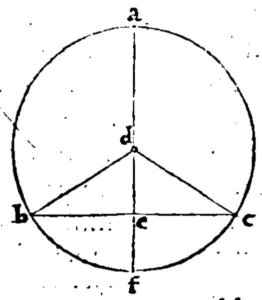
Ἐὰν ἐν κύκλῳ εὐθεῖά τις διὰ τοῦ κέντρου, εὐθεῖάν τινα μὴ διὰ τοῦ κέντρου δίχα τέμνῃ, καὶ πρὸς ὀρθὰς αὐτὴν τέμνει· καὶ ἐὰν πρὸς ὀρθὰς αὐτὴν τέμνῃ, καὶ δίχα αὐτὴν τεμεῖ.

Theorema 2, Propoſitio 3.

3 SI in circulo recta linea quædam per centrum extenſa, quandam non per centrum extenſam rectam lineam bifariam ſecuerit: & ad angulos rectos ipſam diſpeſcet. Et ſi ad angulos rectos ipſam diſpeſcat: bifariam quoq; ipſam ſecabit.

ORONTIVS. ¶Sit datus a/b/c/ circulus, & illius centrum d: recta verò linea per idem centrum extenſa ſit a/f, quæ aliam quandam rectam lineam b/c/non ductam per centrum, bifariam in primis ſecet, in puncto e. Aio quòd & ad rectos eam ſimul diſpeſcit angulos. Connectantur enim d/b/& d/c/rectæ, per primum poſtulatum. Cùm igitur ex hypotheſi recta b/e/ſit æqualis e/c, & e/d/vtriq; communis: binæ igitur b/e/ & e/d/trianguli b/e/d, duabus d/e/& e/c/ trianguli d/e/c/ ſunt æquales altera alteri. baſis quoq; b/d, baſi d/c/eſt æqualis, per decimamquintã diffinitionem primi. Angulus ergo b/e/d, angulo d/e/c/ſub æquis lateribus comprehenſo, per octauam ipſius primi, eſt æqualis. Recta itaq; d/e/conſiſtens ſuper rectã b/c, efficit vtrobiq; angulos adinuicem æquales: ergo rectos, per decimam eiuſdem primi diffinitionem. Rectus eſt igitur vterque angulorum qui ſub b/ e/ d/ & d/ e/ c.

Pars ſecũda conuerſa præcedentis.



¶Secet rurſum eadem a/f/, datam ipſam b/c/ ad rectos angulos. Dico, ꝙ & bifariam eandem verſa vice diuidet. Eadem nanque figuræ manente diſpoſitione, quoniam vterq; angulorum qui circa e/rectus eſt, per hypotheſin: rectangula igitur ſunt b/e/d/& d/e/c/triangula. quæ igitur ex b/e/& e/d/vtraq; fiũt quadrata, æqua ſunt ei quod ex b/d: ſimiliter & quæ ex d/e/& e/c, ei quod fit ex d/c, per quadrageſimamſeptimã primi. Quadrata porrò quæ fiunt ex b/d/& d/c, æqualia ſunt adinuicem, per quadrageſimæſextæ primi libri corollarium: recta enim b/d, ipſi d/c/eſt æqualis, per decimamquintam ipſius primi diffinitionem. Quæ autem æqualibus æqualia ſunt: ea ſunt inuicem æqualia, per primam communem ſententiam. Quæ igitur ex b/e/ & e/d/fiunt quadrata, æqua ſunt eis, quæ ex d/e/& e/c. Tollatur cõmune quadratum quod fit ex e/d: reliquum ergo quadratum quod ex b/e, reliquo quod fit ex e/c, per tertiam communem ſententiam eſt æquale. Aequalia porrò quadrata ſunt, quæ ab æqualibus rectis deſcribuntur: per idem corollarium quadrageſimæſextæ primi libri. Aequalis eſt igitur b/e/ipſi e/c. Itaq; ſi in circulo recta linea quædam: & quæ ſequuntur reliqua. Quod demonſtrare oportebat.

Θεώρημα γ, πρόθεσις δ.

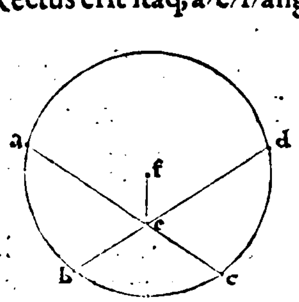
Ἐὰν ἐν κύκλῳ δύο εὐθεῖαι τέμνωσιν ἀλλήλας, μὴ διὰ τοῦ κέντρου οὖσαι, οὐ τέμνουσιν ἀλλήλας δίχα.

Theorema 3, Propoſitio 4.

SI in circulo binæ rectæ lineæ ſeſe inuicem ſecuerint non per centrum extenſæ: ſeſe inuicem bifariam non ſecabunt. 4

ORONTIVS. ¶Eſto datus a/b/c/d/ circulus: in quo binæ rectæ lineæ a/c/ & b/d, non per centrum extenſæ, ſeſe inuicẽ ſecent in puncto e. Aio ꝙ altera alteram bifariam non ſecat in eodem puncto e. Inueniatur enim centrũ dati circuli a/b/c/d, ſitq; illud f, per primam huius: & connectatur e/f/recta, per primum poſtulatum. Si igitur a/e/ipſi e/c/fuerit æqualis: recta e/f/per centrum extenſa, eandem a/c/nõ ductam per centrum bifariam ſecabit, & ad rectos igitur angulos, per tertiam huius. Rectus erit itaq; a/e/f/angulus. Haud diſſimiliter ſi b/e/ſit æqualis ipſi e/d: eadem e/f/per centrum educta, ipſam b/d/non per centrum extenſam, bifariã & ad rectos quoq; ſecabit angulos, per eãdem tertiam huius. Rectus erit igitur angulus b/e/f. Atqui rectum itidem fore monſtrauimus a/e/ f/ angulum: ſuntq; recti omnes inuicẽ æquales, per quartum poſtulatũ. Aequus erit igitur b/e/f/angulus, ipſi angulo a/e/f. Angulus porrò a/e/f, eſt pars ipſius b/e/f/ anguli: recta ſiquidem e/a, cadit inter b/e/& e/f/rectas, diuidítq; propterea ipſum angulum b/e/f. Totus itaq; b/e/f/angulus,

Demõſtratio ab impoſſibili



ſuæ parti a/e/f/erit æqualis: quod per nonã cõmunẽ ſententiã eſt impoſſibile. Si in circulo igitur a/b/c/d/binæ rectæ lineæ a/c/& b/d,ſeſe inuicẽ ſecuerint nõ per centrum extẽſæ:ſeſe inuicẽ bifariã non ſecabunt. Quod oſtendere fuerat operæpretiũ.

Θεώρημα δ, Πρόθεσις ε.

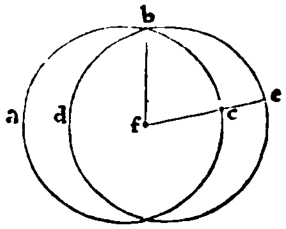
Ἐὰν δύο κύκλοι τέμνωσιν ἀλλήλους, οὐκ ἔσται αὐτῶν τὸ αὐτὸ κέντρον.

Theorema 4, Propoſitio 5.

5 SI bini circuli ſeſe inuicem ſecuerint : non erit eorum idem centrum.

ORONTIVS. ¶Bini enim circuli a/b/c/& d/b/e,ſeſe inuicem ſecent in duobus punctis,quorum alterum ſit b.Dico quòd ipſorum circulorũ non eſt idem centrum. Si enim fuerit poſſibile,vt idem habeant centrum:eſto illud f. & connectantur f/b/& f/c,per primum poſtulatum:extẽdãtúrq; per ſecundum poſtulatum,eadẽ f/c/in rectum vſq; ad e. Si igitur f/punctum,fuerit centrũ circuli a/b/c: erit f/c/ipſi f/b/æqualis, per decimamquintam diffinitionem primi.Si idem quoque punctum f, centrum extiterit ipſius d/b/e/circuli:æqualis rurſum erit f/e/eidem f/b, per eandem decimamquintam diffinitionẽ.Binæ igitur f/c/& f/e,eidem f/b/erũt æquales:& æquales propterea adinuicẽ,per primã communẽ ſentẽtiã.Aequalis igitur erit f/e/ipſi f/c.atqui f/c/pars eſt ipſius f/e: totũ igitur eſſet æquale ſuæ parti.Omne porrò totũ eſt ſua parte maius,per nonam communem ſententiam: igitur punctum f, non eſt commune centrum datorum a/b/c/& d/b/e/circulorũ. Si bini itaq; circuli:& quæ ſequũtur reliqua. Quod receperamus oſtendendum.

Oſtenſio rurſum ab impoſſibili.



Θεώρημα ε, Πρόθεσις ς.

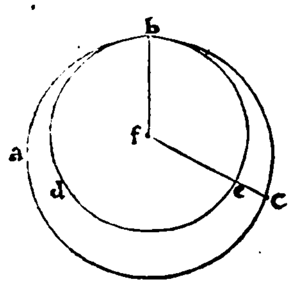
Ἐὰν δύο κύκλοι ἐφάπτονται ἀλλήλων ἐντὸς, οὐκ ἔσται αὐτῶν τὸ αὐτὸ κέντρον.

Theorema 5, Propoſitio 6.

6 SI duo circuli ſe adinuicem tetigerint : eorum non eſt idem centrum.

ORONTIVS. ¶De circulis potiſſimùm intelligit Euclides,quorum vnus intra aliũ collocatur. Tangãt igitur ſe bini circuli a/b/c/& d/b/e,in pũcto b.Dico rurſum,quòd ipſorum circulorum non eſt idem commune centrum.Si id enim fuerit poſſibile:eſto illud f.& connectantur f/b/& f/e,per primũ poſtulatum: & per ſecundum poſtulatum extendatur in rectum f/e/in punctum c. Si f/igitur punctum,ſit centrum a/ b/ c/ circuli: æqualis erit f/ c/ ipſi f/ b, per decimamquintam diffinitionem primi Item ſi idem punctũ f,centrum fuerit circuli d/b/e:æqualis rurſum erit f/e/eidem f/b, per eãdem decimamquintam ipſius primi diffinitionẽ. Binæ igitur f/c/& f/e,eidem f/b/erunt æquales:& propterea æquales adinuicem,per primam communẽ ſententiam. Ergo f/c, æqualis erit ipſi f/e. eſt autem f/e,pars ipſius f/c:tota igitur f/c,ſuæ parti f/e/coæquabitur. quod per nonam communẽ ſententiam non videtur eſſe poſſibile. Ergo punctum f, non eſt idem commune centrum eorundem circulorum a/b/c/& d/b/e,intus ſe adinuicem tangentium(nam de ijs qui ſe tangunt extra,per ſe fit manifeſtum)Si duo igitur circuli:&c.vt in theoremate. Quod oportuit oſtendiſſe.

Idem qui prius arguendi modus ab impoſſibili.



Θεώρημα ϛ, Πρόθεσις ζ.

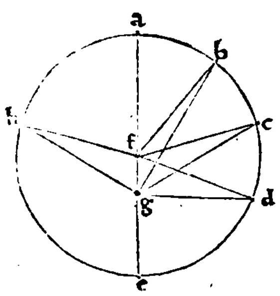
ἘΑν κύκλου ἐπὶ τῆς διαμέτρου ληφθῇ τι σημεῖον, ὃ μή ἐστι κέντρον τοῦ κύκλου, ἀπὸ δὲ τοῦ σημείου προσπίπτωσιν εὐθεῖαι τινὲς πρὸς κύκλον, μεγίστη μὲν ἔσται ἐφ' ἧς τὸ κέντρον, ἐλαχίστη δὲ ἡ λοιπή. τῶν δ' ἄλλων ἀεὶ ἡ ἔγγιον τῆς διὰ τοῦ κέντρου, τῆς ἀπώτερον μείζων ἐστί. δύο δὲ μόνον εὐθεῖαι ἴσαι ἀπὸ τοῦ αὐτοῦ σημείου προσπεσοῦνται πρὸς τὸν κύκλον, ἐφ' ἑκάτερα τῆς ἐλαχίστης.

Theorema 6, Propositio 7.

SI in diametro circuli aliquod contingat punctum quod minimè circuli centrum sit, ab eóque puncto in circulum quædam rectæ lineæ procidant: maxima erit in qua centrum, minima verò reliqua. aliarum verò, semper propinquior ei quæ per centrum extenditur, remotiore maior est. Duæ autem solùm rectæ lineæ æquales, ab eodem puncto in circulum cadunt, ad vtrasque partes minimæ. 7

ORONTIVS. ¶ Esto datus circulus a/c/e/h, cuius centrum f, dimetiens verò a/f/e, & contingens in eo punctum g, quod non est circuli centrum: procidentes autem ex eodem puncto g/ in ipsius circuli circunferentiam lineæ rectæ, sint g/b, g/c, & g/d. Aio primùm, quod g/a/ est omnium maxima, & g/e/ minima: aliarum porrò, g/b/ ipsi g/a/ propinquior, maior ipsa g/c, atq; g/c/ remotiore g/d/ maior. Connectãtur enim f/b, f/c, & f/d/ rectæ, per primum postulatum. Cùm igitur f/a, ipsi f/b, per decimãquintam diffinitionem primi, sit æqualis, & vtriq; communis f/g: binæ igitur g/f/ & f/a, duabus g/f/ & f/b/ sunt æquales. g/f/ porrò & f/b, maiores sunt ipsa g/b: omnis siquidẽ trianguli bina latera, reliquo sunt maiora quomodocunq; assumpta, per vigesimam primi. Et g/a/ igitur, ipsa g/b/ maior est: quæ enim sunt æqualia, eiusdem sunt æquè maiora, per ipsius sextæ communis sententiæ conuersionem. Item quoniam æqualis est f/b/ ipsi f/c, & g/f/ rursum vtriq; communis: binæ igitur g/f/ & f/b/ trianguli g/f/b, duabus g/f/ & f/c/ trianguli g/f/c, sunt æquales altera alteri. Atqui g/f/b/ angulus, maior est ipso g/f/c/ sub æquis lateribus comprehenso: recta enim f/c, cadit inter f/b/ & f/g, & diuidit propterea ipsum angulum g/f/b. Basis itaq; g/b, basi g/c/ maior est, per vigesimamquartam primi. Simili discursu, g/c/ ipsa g/d/ maior ostendetur. Insuper quoniam f/g/ & g/d/ maiores sunt ipsa f/d, per ipsam vigesimam primi, & æqualis est f/e/ ipsi f/d, per decimamquintam eiusdem primi diffinitionem: igitur f/g/ & g/d, maiores sunt eadem f/e, quæ enim sunt æqualia, eiusdem sunt æquè minora, per septimæ communis sententiæ conuersionem. Tollatur cõmunis f/g: ergo reliqua g/d/ reliqua g/e, per quintam communem sententiam erit maior. Omnium itaq; maxima est g/a, minima verò reliqua g/e: aliarum porrò, g/b/ maior ipsa g/c, & eadẽ g/c/ ipsa g/d/ itidem maior.

Pars prima theorematis.



Secunda pars

¶ Dico præterea quòd ab eodem puncto g, duæ rectæ lineæ coincidunt æquales, ad vtrasq; partes ipsius g/e/ minimæ: vtpote ipsi g/c, æqualis versus h. Ad datam enim rectã lineam g/f, datúmq; in ea punctum f, dato angulo rectilineo g/f/c: æqualis angulus rectilineus constituatur g/f/h, per vigesimamtertiam primi. connectatur deinde g/h, per primum postulatum. Cùm igitur f/c, ipsi f/h/ sit æqualis, per decimamquintã ipsius primi diffinitionem, & g/f/ vtriq; communis: binæ ergo g/f/ & f/c/ trianguli g/f/c, duabus g/f/ & f/h/ trianguli g/f/h/ sunt altera alteri æquales: & æquos inuicẽ comprehendunt angulos, per cõstructionem. Basis igitur g/c, basi g/h, per quartam eiusdem primi est æqualis. ¶ Aio tandem, quòd ipsi g/c, ab eodem puncto g, alia quàm g/h/non cadet æqualis. Si enim id possibile fuerit: aut illa cadet supra punctum h, vel infra. Si ceciderit supra versus a: tunc ipsa erit propinquior ei quæ per centrum, vtpote ipsi g/a, ergo maior ipsa g/h/remotiore, per primam partem iam demonstratam: & maior consequenter ipsa g/c. Quòd si detur incidere infra punctum h, versus e: tunc ipsa linea, remotior erit ab eadem g/a/quæ per centrum. ergo minor ipsa g/h/propinquiore, per eandem præostensam primam partem: & minor igitur ipsa g/c. Similiter ostendemus, quod nec ipsi g/h/alia quàm g/c/dabitur æqualis, ab eodem puncto g, & ad partes b/d. De cæteris quibuscunq;, idem respondẽter subsequetur. Igitur si in diametro circuli aliquod contingat punctũ: & quæ sequuntur reliqua. Quod demonstrandum fuerat. Tertia pars.

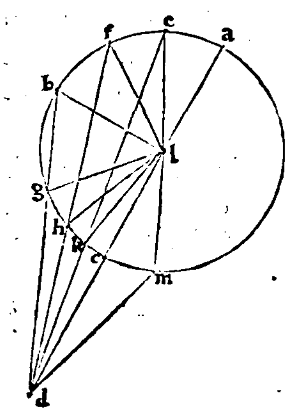
Θεώρημα ζ, Πρόθεσις η.

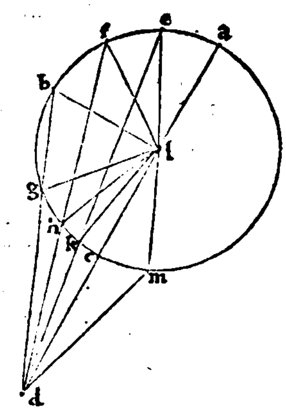
Ἐὰν κύκλου ληφθῇ τι σημεῖον ἐκτὸς, ἀπὸ δὲ τοῦ σημείου πρὸς τὸν κύκλον διαχθῶσιν εὐθεῖαί τινες, ὧν μία μὲν διὰ τοῦ κέντρου, αἱ δὲ λοιπαὶ ὡς ἔτυχε, τῶν μὲν πρὸς τὴν κοίλην περιφέρειαν προσπιπτουσῶν εὐθειῶν, μεγίστη μὲν ἡ διὰ τοῦ κέντρου. τῶν δὲ ἄλλων, ἀεὶ ἡ ἔγγιον τῆς διὰ τοῦ κέντρου, τῆς ἀπώτερον, μείζων ἐστί. τῶν δὲ πρὸς τὴν κυρτὴν περιφέρειαν προσπιπτουσῶν εὐθειῶν, ἐλαχίστη μὲν ἐστιν ἡ μεταξὺ τοῦ τε σημείου καὶ τῆς διαμέτρου. τῶν δὲ ἄλλων ἀεὶ ἡ ἔγγιον τῆς ἐλαχίστης, τῆς ἀπώτερόν ἐστιν ἐλάττων. δύο δὲ μόνον εὐθεῖαι ἴσαι προσπεσοῦνται ἀπὸ τοῦ σημείου πρὸς τὸν κύκλον ἐφ' ἑκάτερα τῆς ἐλαχίστης.

Theorema 7, Propositio 8.

8 SI extra circulum suscipiatur aliquod punctum, ab eóque puncto ad circulum deducantur rectæ lineę aliquæ, quarũ quidem vna per centrum extendatur, reliquæ verò vtcunque: In cõuexam circunferentiam cadentium rectarum linearum, maxima est, quæ per centrũ ducta est: In curuam verò circunferentiam cadentium rectarum linearum, minima est, quæ inter punctum & dimetientẽ iacet. minimæ verò propinquior: semper remotiore minor est. Duæ autem tantùm rectæ lineæ, ab eo puncto cadunt æquales, ad vtrasque partes minimæ.

ORONTIVS. ¶ Esto circulus a/b/c, datum vero punctum extra circulum d: à quo in ipsum circulum procidãt rectæ lineæ d/a, d/e, d/f, & d/b, curuam eiusdem circuli circunferentiam in punctis g, h, k, c, dispescẽtes: quarum d/a/per ipsius circuli centrum (quod sit l) extendatur. Dico primùm, quod in a/b/ conuexã circunferẽtiam cadẽtium rectarum linearum, maxima est d/a, per l/centrum educta: & quæ illi vicinior d/e, remotiore d/f/ maior, eadémq; d/f/maior ipsa d/b. Connectantur enim l/e, l/f, & l/b/rectæ lineæ, per primum postulatum. Et quoniam æqualis est l/a/ipsi l/e, per decimamquintam diffinitionem primi, & vtriq; communis d/l: tota igitur d/a, ipsis d/l/ & l/e, per secundam communem sententiam est æqualis. Atqui d/l, & l/e/bina ipsius d/l/e/ trianguli latera, sunt maiora reliquo d/e, per vigesimam primi: & ipsa igitur d/a, maior est ipsa d/e. æqualia enim eiusdem sunt æquè maiora, per sextæ communis sententiæ cõuersionem. Insuper, quoniam l/e/ipsi l/f, per eandem decimamquintam diffinitionem primi est æqualis, & Prima pars theorematis.





vtriq; cómunis d/l: binæ igitur d/l/& l/e/ triãguli d/l/e, duabus d/l/& l/f/trianguli d/l/f,ſunt æquales altera alteri, per eandem ſecundam communem ſententiam. Angulus porrò d/l/e,maior eſt ipſo d/l/f/ ſub æquis lateribus cóprehenſo:recta ſiquidẽ l/f,cadit inter d/l/& l/e,diuidítq; propterea ipſum angulum d/l/e.Baſis igitur d/e, baſi d/f,maior eſt,per vigeſimamquartã primi.Et proinde d/f/maior eſt ipſa d/b.Igitur d/a/maxima eſt: & d/e/ ipſa d/f,atq; d/f/ipſa d/b/maior.

Pars ſecũda.

¶Dico præterea,q̃ incidentiũ in curuã circunferentiã g/c,minima eſt d/c:& quæ ipſi d/c/minimæ propinquior,ſemper remotiore minor, hoc eſt,d/k/ipſa d/h,& d/h/ipſa d/g.Connectantur enim l/g,l/h,& l/k/rectæ,per primũ poſtulatũ.Et quoniã trianguli d/k/l,bina latera d/k/& k/l, reliquo d/l,per vigeſimã primi ſunt maiora:tollãtur l/c/ & k/l,quæ per decimãquintã ipſius primi diffinitionẽ ſunt æquales.Reliqua igitur d/c,reliqua d/k,per quintam communem ſententiam erit minor.Item, quoniam trianguli d/h/l,à limitibus lateris d/l, duæ rectæ lineæ d/k/ &k/l/ introrſum conſtituuntur: ipſæ igitur conſtitutæ, reliquis ipſius trianguli lateribus d/h/& h/l, per vigeſimamprimam ipſius primi,ſunt minores. Auferãtur l/h/& l/k, per ipſam decimamquintam diffinitionem primi,adinuicem æquales.Reliqua igitur d/k,reliqua d/h/minor erit,per eandem quintam communẽ ſententiam.Et d/h/propterea minor erit ipſa d/g. Minima igitur eſt d/c: & quæ illi propinquior d/k/ minor ipſa d/h,eadémq; d/h/remotiore d/g/itidem minor.

Tertia pars.

¶Aio tandem,quòd binæ tantùm æquales,à puncto d,in circulum ipſum a/b/c/cadunt,ad vtraſque partes ipſius d/c/ minimæ:vtpote,ipſi d/h/vna tantùm æqualis,ad alterã partem ipſius d/c,verſus m. Ad rectam enim d/l,atque ad datum in ea punctum l,dato angulo rectilineo d/l/h: æqualis angulus rectilineus conſtituatur d/l/m, per vigeſimãtertiam primi.& connectatur d/m,per primum poſtulatum.Cùm igitur l/h/ipſi l/m/ſit æqualis,per decimamquintam ipſius primi diffinitionem,& vtrique cómunis d/l:binæ igitur d/ l/ & l/h/trianguli d/l/h,duabus d/l/& l/m/ trianguli d/l/m, ſunt æquales altera alteri: & æquos inuicem comprehendunt angulos,per conſtructionem. Baſis igitur d/h/ baſi d/m,per quartã primi eſt æqualis.Neq; ipſi d/h/alia cadit æqualis,præter d/m, & ediuerſo.Aut enim caderet inter h/& m/puncta:túncq; minor eſſet vtraq; & d/h/ & d/m,nempe vicinior ipſi d/c/minimæ.vel caderet extra pũcta h/& m/verſus a: & tũc remotior eſſet ab eadem minima,& propterea maior ipſa d/h/vel d/m,per primam partẽ iam demonſtratam. Idem quoq;,ac non diſſimili via licebit oſtendere, de rectis in conuexam eiuſdem circuli circunferẽtiam coincidentibus,ad vtraſque partes ipſius d/a/maximæ Non cadunt igitur ab eodẽ puncto d,in circulũ ipſum a/b/c,plures duabus rectis lineis æquales,ad vtraſq; partes ipſius d/c/ minimæ,aut d/a/maximæ. Si extra igitur circulum : &c, vt in theoremate. Quod tandem erat oſtendendum.

Corollarium.

¶Quæ igitur à pũcto extra circulũ dato,in circulum ipſum cadunt rectæ lineæ,ab ipſa minima,vel maxima (quæ per centrũ) æquè diſtãtes:æquales ſunt adinuicem, & è diuerſo,ſiue in conuexã, ſiue in curuã inciderint eiuſdem circuli circũferẽtiam.

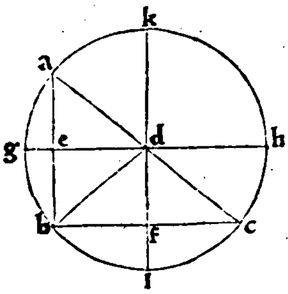
Θεώρημα η, Πρόθεσις θ.

Ἐὰν κύκλου ληφθῇ τι σημεῖον ἐντὸς, ἀπὸ δὲ τοῦ σημείου πρὸς τὸν κύκλον προσπίπτωσιν πλείους ἢ δύο εὐθεῖαι ἴσαι, τὸ ληφθὲν σημεῖον, κέντρον ἐστὶ τοῦ κύκλου.

Theorema 8, Propoſitio 9.

SI in circulo ſuſcipiatur punctum aliquod, & ab eo puncto ad 9 circulum cadant plures quàm duæ rectę lineæ æquales: ſuſceptum punctum, centrum ipſius eſt circuli.

ORONTIVS. ¶Sit intra circulum a/b/c/ ſuſceptum pũctum d: à quo in eundem circulum cadant plures quàm duæ rectæ lineæ inuicẽ æquales, d/a, d/b, & d/c. Aio quòd punctum d, eſt centrum ipſius circuli a/b/c. Connectantur enim a/b/& b/c/rectæ, per primum poſtulatum: ſecetúrq; bifariam a/b/in puncto e, & b/c/in pũcto f, per decimam primi. connectantur rurſum d/e/& d/f, per idem primum poſtulatum: & per ſecundum poſtulatum, producantur in directum vtrobique ad puncta quidem g, h/& k, l. Cùm igitur a/e/ſit æqualis e/b, & vtrique communis e/d: binæ igitur a/e/& e/d/trianguli a/e/d, duabus b/e/& e/d/trianguli b/e/d, ſunt æquales altera alteri: baſis quoq; d/a, baſi d/b, per hypotheſin eſt æqualis. Angulus igitur a/e/d, æquus eſt per octauam primi, angulo b/e/d: & proinde vterque rectus, per decimam ipſius primi diffinitionem. Recta igitur g/h, rectam a/b, bifariam & ad rectos angulos interſecat: in diſpeſcente itaq; g/h, erit centrum ipſius a/b/c/circuli, per corollarium primæ huius tertij. Haud diſſimili via oſtendetur, eiuſdem circuli cẽtrum fore in recta k/l. In vtraq; igitur & g/h/& k/l, eſt centrum dati circuli a/b/c: & in puncto propterea vtriq; communi. Atqui nullum aliud pũctum habent commune, præter ipſum d: punctum igitur d, centrũ eſt ipſius a/b/c/ circuli. Si ergo intra circulum ſuſcipiatur punctũ aliquod: & quæ ſequuntur reliqua. Quod oportuit demóſtraſſe.



Hoc theorema aliter oſtẽdi poteſt: ſed hæc eſt demõſtratio potiſſima.

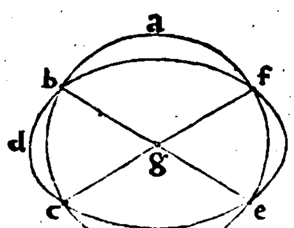
Θεώρημα θ, Πρόθεσις ι.

Κύκλος οὐ τέμνει κύκλον κατὰ πλείονα σημεῖα ἢ δύο.

Theorema 9, Propoſitio 10.

10 CIrculus, circulum in pluribus duobus punctis non ſecat.

ORONTIVS. ¶Secet enim (ſi poſſibile ſit) circulus a/b/c, circulum d/e/f, in pluribus duobus punctis, hoc eſt in punctis b, c, e, f. Et ſuſcipiatur centrum ipſius circuli a/b/c, per primã huius, ſítq; illud g: & cõnectantur g/b, g/c, g/e, & g/f/rectæ, per primum poſtulatũ. Cùm igitur punctum g, ſit centrum circuli a/b/c: erunt g/b, g/c, g/e, & g/f/adinuicẽ æquales, per decimamquintam primi libri diffinitionem. Et quoniam b, c, e, f, ſunt communes vtriuſque circuli ſectiones, per hypotheſin: erit punctum g, vtcunq; ſuſceptum intra circulum d/e/f. Ab ipſo itaq; puncto g, in eundem circulum d/e/f, cadunt plures q̃ duæ rectæ lineæ inuicem æquales: vtpote g/b, g/c, g/e, & g/f. Erit ergo pũctum g, cẽtrum eiuſdem circuli d/e/f, per antecedentẽ nonam propoſitionẽ. Atqui idem punctum g, centrum eſt ipſius a/b/c/circuli. Duorum itaque circulorum a/b/c, & d/e/f, ſeſe inuicem ſecantium, idem erit centrũ: quod per quintam huius tertij, nó eſt poſſibile. Circulus ergo, circulum in pluribus duobus pũctis non ſecat. Quod oſtendere fuerat operæpretium.



Hæc rurſum aliter potuiſſet oſtẽdi, ſed hanc potiorẽ exiſtimo demõſtrationẽ.

Θεώρημα ι, Πρόθεσις. ια.

Ἐὰν δύο κύκλοι ἐφάπτωνται ἀλλήλων ἐντός, καὶ ληφθῆ αὐτῶν τὰ κέντρα, ἡ ἐπὶ τὰ κέντρα αὐτῶν ἐπιζευγνυμένη εὐθεῖα καὶ ἐκβαλλομένη, ἐπὶ τὴν συναφὴν πεσεῖται τῶν κύκλων.

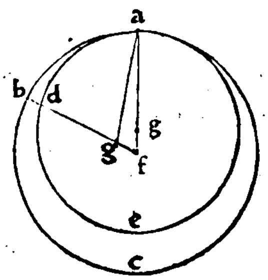
Theorema 10, Propoſitio 11.

11 SI bini orbes ſe introrſum adinuicem tetigerint, ſuſcipiátúrq;

eorum centra: ad eorum centra applicata recta linea & eiecta, in contactum circulorum cadit.

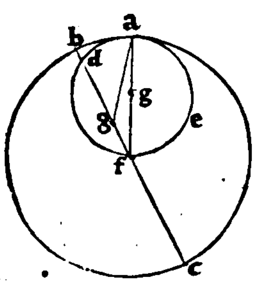
ORONTIVS. ¶ Duo enim circuli a/b/c/ & a/d/e, se introrsum adinuicem tangant, in puncto quidem a: sitq; ipsius a/b/c/circuli centrum f, ipsius verò a/d/e/centrum g. Dico quòd ad centra f/g, applicata recta linea, & eiecta: cadit in contactum a. Si enim non ceciderit in punctum a: cadet igitur alibi. Cadat ergo (si possibile sit) vt eiecta versus g, in d/& b/puncta: & connectatur a/g/ recta, per primum postulatum. Triangulum erit igitur a/g/f: & duo propterea latera a/g/& g/f, erunt maiora reliquo a/f, per vigesimam primi. Atqui ipsi a/f, æqualis est f/b (vtraq; enim à cētro f, in circunferentiam circuli a/b/c) & a/g/igitur & g/f, maiores sunt eadem f/b. Tollatur f/g, vtrisque inæqualibus cōmunis: reliqua igitur a/g, reliqua g/b/maior erit, per quintam communem sententiam. Ipsi porrò a/g, æqualis est g/d (vtraque enim à centro g, in circunferentiā ipsius a/d/e/circuli) & g/d/igitur maior erit ipsa g/b. quæ enim sunt æqualia, eiusdē sunt æquè maiora: per sextæ cōmunis sententiæ conuersionem. Ipsa porrò g/d, pars est ipsius g/b: pars igitur erit maior toto, contra nonam communem sententiā. Cadit igitur f/g/eiecta, in contactū a.

Demōstratio ab impossibili



¶ Quòd si g/f/connexa, & eiecta versus f, detur incidere veluti g/f/c, & centrum f/ exterioris circuli a/b/c/extra circulum interiorem a/d/e/constituatur: idem nihilominus subsequetur inconueniens. Connexa enim & eiecta g/f/c/ recta, producatur in directum versus g, ad d/ & b/puncta, per primum postulatum. Erunt itaque rursum a/g/& g/f, maiores ipsa f/a, per ipsam vigesimā primi libri propositionem. Eidem porrò f/a, æqualis est f/c, per decimamquintam diffinitionem ipsius primi. Igitur a/g/ & g/f, maiores sunt ipsa f/c. Eidem rursum f/c, æqualis est f/b, per eandem decimāquintā primi libri diffinitionē. Et a/g/igitur & g/f, maiores sunt ipsa f/b, per septimæ cōmunis sententiæ cōuersionē. Auferatur f/g/ vtrisq; inæqualibus cōmunis. Reliqua igitur a/g, reliqua g/b, per quintam cōmunem sententiam maior erit: & multò igitur maior ipsa g/d, quæ pars est ipsius g/b. In circulo itaq; a/d/e, quæ à centro g/in circūferentiā prodeunt lineæ rectæ g/a, & g/d; non erūt inuicē æquales: contra decimāquintam diffinitionē primi. Cadit igitur f/g/eiecta, in cōtactū a. Ergo si bini orbes se introrsum: &c. vt in theoremate. Quod ostendendum fuerat.

Alia figurę dispositio.



Θεώρημα ια, Πρόθεσις ιβ.

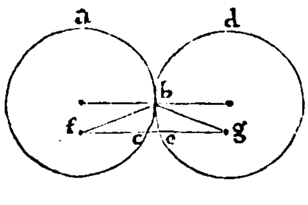
Ἐὰν δύο κύκλοι ἐφάπτωνται ἀλλήλων ἐκτὸς, ἡ ἐπὶ τὰ κέντρα αὐτῶν ἐπιζευγνυμένη, διὰ τῆς ἐπαφῆς ἐλεύσεται.

Theorema 11, Propositio 12.

SI duo circuli sese adinuicem exterius tetigerint: ad centra eorum applicata recta linea, per contactum transibit. 12

ORONTIVS. ¶ Tangāt se exterius bini circuli a/b/c/& d/b/e, in pūcto quidē b: sitq; ipsius a/b/c/circuli centrum f, & ipsius d/b/e/centrum g. Aio quòd connexa f/g/ recta linea, trāsibit per contactum b. Si enim non transierit per punctum b, transeat (si possibile sit) per c/& e/puncta: & cōnectantur b/f/& b/g/rectæ lineæ, per primum postulatum. Et quoniam punctum f, centrum est circuli a/b/c: æqualis erit f/b/ipsi f/c/, per decimamquintam diffinitionē primi. Rursum quoniam g/centrū est circuli d/b/e: æqualis erit per eandem decimamquintam primi diffinitionem g/b, ipsi g/e. Binæ igitur f/b/& b/g, duabus f/c/& e/g, per secundam communē sententiam erunt æquales. Tota porrò f/g, ipsis f/c/& e/g/maior est (nempe c/e/extra circulos incidente particula) Et tota igitur f/g, maior est eisdem f/b/ & b/g. In triangulo itaq; f/b/g, bina latera f/b/ & b/g, erunt minora reliquo f/g: sunt autē maiora, per vigesimam primi. quæ simul impossibilia sunt. Igitur à centro f/ad centrum g/adplicata recta linea f/g, transit per contactum b. Si duo igitur circuli: & quæ sequuntur reliqua. Quod demonstrare oportebat.

Idem qui prius ostendēdi modus ab impossibili.



Θεώρημα ιβ, πρότασις ιγ.

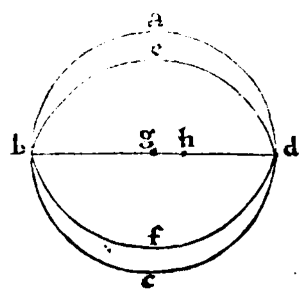
ΚΥΚΛΟΣ κύκλου οὐκ ἐφάπτεται κατὰ πλείονα σημεῖα ἢ καθ' ἕν, ἐάν τε ἐντός, ἐάν τε ἐκτὸς ἐφάπτηται.

Theorema 12, Propositio 13.

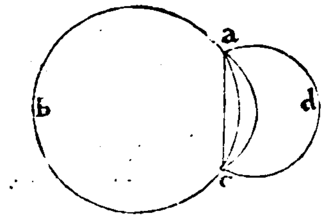
13 Circulus circulum non tangit in pluribus punctis vno: & si extra, & si intus tangat.

ORONTIVS. ¶ Tangat in primis circulus a/b/c/d, circulum b/e/d/f, introrsum (si fuerit possibile) in punctis b, d: sitq; ipsius a/b/c/d/ circuli centrum g, circuli autem b/e/d/f, centrum h. Adplicata igitur ex g/ in h/ recta linea, & eiecta: cadet in puncta contactum b, d, per vndecimam huius secundi libri. Et quoniam g/centrum est circuli a/b/c/d: erit g/b, ipsi g/d, per circuli diffinitionem æqualis. Tollatur g/h, ab ipsa g/d: eadem ergo g/b, reliqua h/d/ maior erit. Rursum quoniam h/centrum est circuli b/e/d/f: æqualis erit h/b, ipsi h/d, per eandem circuli diffinitionem. Tollatur rursum g/h, ab ipsa h/b: reliqua igitur g/ b, minor erit ipsa h/ d. Ostensum est autem, quòd & multò maior: quod non est possibile. Non tangit igitur circulus a/b/c/d/circulum b/e/d/f/ introrsum in pluribus pūctis vno. ¶ Secet rursum circulus a/b/c, circulum a/c/d/exterius in punctis a/& c/(si id fuerit possibile) & connectatur recta a/c/per primum postulatum. Et quoniā in circunferentia circuli a/b/c, duo sunt accepta puncta a/& c: adplicata igitur recta linea a/c, intra ipsum circulum cadet, per secundam huius: ergo extra circulum a/ d/c. Rursum quoniā eadem a/ & c/puncta in circunferentia ipsius a/ d/ c/ circuli coassumpta sunt (vtpote vtrique circulo cōmunia) eadem igitur recta a/c, cadet intra circulum a/d/c, per eandem secundam huius: & extra igitur circulum a/b/c. Patuit autem, quòd & intra ipsum a/b/c/circulū cadit eadem a/c, atque extra ipsum a/d/c/circulum. Cadet igitur intra & extra vtrumq; datorrum circulorum: quod est impossibile. Non tangit ergo circulus a/b/c/circulū a/d/c/exterius in pluribus pūctis vno. Patuit, ꝙ nec introrsum. Quod ostēdere fuerat operæpretiū.

De circulis se se introrsum tangentibus.



De circulis q se tangūt extra.



Θεώρημα ιγ, πρότασις ιδ.

ΕΝ κύκλῳ αἱ ἴσαι εὐθεῖαι, ἴσον ἀπέχουσιν ἀπὸ τοῦ κέντρου: καὶ αἱ ἴσον ἀπέχουσαι ἀπὸ τοῦ κέντρου, ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν.

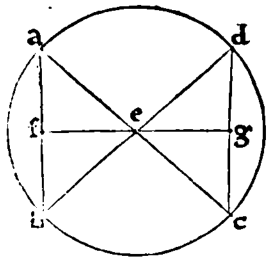
Theorema 13, Propositio 14.

14 IN circulo rectæ lineę sunt æquales, quæ æqualiter distāt à cētro:

& si æqualiter distant à centro,æquales adinuicem sunt.

Pars prima theorematis.

ORONTIVS. ❡ Sint in circulo a/b/c/d,cuius cẽtrum e,binæ rectæ lineæ a/b/ & d/c/inuicem primùm æquales.Aio ꝙ & æqualiter distant à centro e. In rectas enim a/b/& d/c,à puncto e/quod in eis non est,perpendiculares deducantur e/f/& e/g,per duodecimã primi: & connectãtur rectæ lineæ e/a,e/b,e/c,& e/d,per primũ postulatum, quæ per circuli diffinitionem erunt adinuicẽ æquales. Cùm igitur recta quædam linea e/f/per centrum educta,ipsam a/b/rectam non per centrum extensam,ad rectos diuidat angulos: & bifariam quoq; illam secat,per tertiam huius. Aequalis est igitur a/f,ipsi f/b:& vtraq; propterea dimidium ipsius a/b. Et proinde d/g,ipsi g/c/est æqualis:& vtraque dimidium ipsius d/c. Atqui a/b/per hypohesin,æqualis est ipsi d/c.quæ autem æqualium sunt dimidium,ea sunt inuicẽ æqualia,per septimã cõmunẽ sententiã:æqualis est igitur a/f, ipsi d/g, & f/b/cõsequẽter ipsi g/c.Et quoniã a/b/ æqualis est ipsi d/c,& e/a/ipsi e/d:bina igitur latera e/a/ & a/b/ trianguli e/a/b,duobus lateribus e/d/& d/c/trianguli e/d/c,sunt æqualia alterum alteri: basis quoq; e/b,basi e/c,per circuli diffinitionẽ, æqualis. Angulus igit͛ qui ad a,angulo qui ad d/æqualis est:per octauã primi. Rursum quoniã æqualis est e/a/ipsi e/d, & a/f/ipsi d/g:bina ergo latera e/a/&a/f/trianguli e/a/f,duobus lateribus e/d/& d/g/trianguli e/d/g/sunt æqualia alterũalteri:& qui sub æquis lateribus cõtinentur anguli, inuicẽ æquales. Basis igitur e/f,basi e/g,per quartã ipsius primi est æqualis. Quæ igitur in a/b & d/c/rectas,ex centro e/deducuntur perpendiculares e/f/& e/g,æquales sunt adinuicẽ:distãt ergo a/b/& d/c/rectæ æqualiter ab eodẽ cẽtro e/ipsius a/b/c/d/circuli,per quartam huius diffinitionem.



Secunda pars cõuersa præcedentis.

❡ Esto autem e/f,ipsi e/g/æqualis, hoc est, distent a/b/& d/c/æqualiter ab eodem cẽtro e. Dico quòd a/b/ æqualis est ipsi d/c. Eisdem nanq; constructis:ostendemus veluti suprà,vtranq; a/b/& d/c/bifariã discindi ab ipsis e/f/& e/g/perpẽdicularibus: atque a/f/æqualem fore ipsi d/g, & f/b/consequenter ipsi g/c/æqualem. Cùm igitur æqualis sit e/a/ipsi e/d,& e/f/ipsi e/g: bina ergo latera a/e/& e/f/trianguli a/e/f,binis lateribus d/e/& e/g/trianguli d/e/g/sunt alternatim æqualia:basis quoque a/f,basi d/g/æqualis. Angulus igitur a/e/f,angulo d/e/g,per octauam primi est æqualis. Et proinde qui sub b/e/f/ angulus, ei qui sub c/e/g/itidem ostendetur æqualis. Totus itaq; a/e/b/angulus,toti angulo d/e/c, per secundam communem sententiam est æqualis. Bina ergo triangula a/e/b/ & d/e/c, habent duo latera a/e/& e/b, duobus d/e/ & e/c/ æqualia alterum alteri (ex centro enim in circunferẽtiam eiusdem circuli a/b/c/d)& qui sub eisdem æqualibus rectis lineis continentur anguli,inuicẽ æquales. Basis igitur a/b,basi d/c,per quartã ipsius primi est æqualis. In circulo itaq; rectæ lineæ sunt æquales,quæ æqualiter distãt à centro:& si æqualiter distant à centro, æquales adinuicem sunt. Quod receperamus ostendendum.

Θεώρημα ιδ, Πρόθεσις ιε.

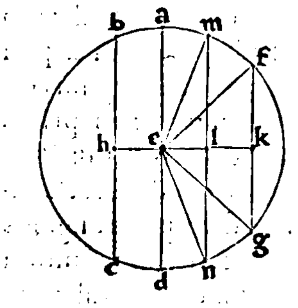
ΕΝ κύκλῳ μεγίστη μὲν ἐστὶν ἡ διάμετρος: τῶν δὲ ἄλλων ἀεὶ ἡ ἔγγιον τοῦ κέντρου, τῆς ἀπώτερον μείζων ἐστίν.

Theorema 14, Propositio 15.

IN circulo,maximus quidem est dimetiens:aliarum autem semper propinquior centro,remotiore maior. 15

ORONTIVS. ❡ Sit in circulo a/b/c/d, cuius centrum e, dimetiens a/d: & ipsi centro vicinior b/c, remotior autem f/g. Aio quòd a/d/quæ per centrũ, maxima est: b/c/verò maior ipsa f/g. A centro enim e, in easdem rectas b/c/& f/g, perpendiculares deducantur e/h/& e/k: per duodecimam primi. Maior erit itaq; perpendicularis e/k, ipsa e/l: per quintam huius diffinitionẽ. Secetur itaque à maiori e/k, ipsi e/h/ minori æqualis, per tertiam primi: sitq; e/l. & per datum punctum l, datæ rectæ lineæ f/g, parallela ducatur m/n: per trigesimamprimam primi. cadet igitur e/l/ad perpendiculum super m/n: per corollarium vigesimænonæ ipsius primi. Et quoniã e/h/ est æqualis ipsi e/l: distant igitur b/c/& m/n/æqualiter à cẽtro e, per quartam huius tertij diffinitionem: suntq;, per decimamquartam ipsius tertij, inuicem æquales. Cõnectantur demum, per primum postulatũ, e/f, e/g, e/m, & e/n: quæ per circuli diffinitionem, æquales sunt adinuicem. Cùm igitur e/a/ipsi e/m, & e/d/ipsi e/n, per circuli diffinitionẽ sit æqualis: tota a/d, binis m/e/& e/n, per secundam communem sententiã æquabitur. Binæ porrò m/e/& e/n/trianguli m/e/n; sunt maiores reliqua m/n, per vigesimã primi. & a/d/igitur, maior est eadem m/n: & ipsa consequenter b/c/ maior, per conuersam sextæ atq; septimæ communis sententiæ interpretationem. Rursum quoniam æqualis est e/m/ipsi e/f, & e/n/ipsi e/g: bina igitur latera m/e/& e/n/ trianguli m/e/n, binis lateribus f/e/& e/g/ trianguli f/e/g, sunt æqualia alterum alteri: & qui sub m/e/n/angulus, eo qui sub f/e/g/ maior (rectæ siquidem e/f/& e/g, coincidunt inter e/m/& e/n, ipsum angulũ m/e/n/diuidentes) basis igitur m/n, per vigesimamquartã primi, basi f/g/maior est. Ipsi porrò m/n/æqualis est b/c. & b/c/igitur est eadem f/g/maior: quæ enim sunt æqualia, eiusdem sunt æquè maiora. ostensum est autem, quòd & a/d, ipsa b/c/ maior est. Dimetiens itaq; a/d, est omnium maxima: & b/c/centro vicinior, ipsa f/g/remotiore maior. Quod oportuit ostendisse.

Construitur figura.



Demõstratur theorema.

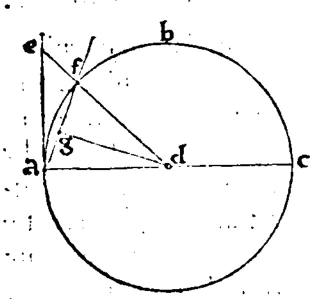
Θεώρημα ιε, Πρόθεσις ις.

Η τῇ διαμέτρῳ τοῦ κύκλου πρὸς ὀρθὰς ἀπ' ἄκρας ἀγομένη, ἐκτὸς πεσεῖται τοῦ κύκλου, καὶ εἰς τὸν μεταξὺ τόπον τῆς τε εὐθείας καὶ τῆς περιφερείας, ἑτέρα εὐθεῖα οὐ παρεμπεσεῖται. καὶ ἡ μὲν τοῦ ἡμικυκλίου γωνία, ἁπάσης ὀξείας γωνίας εὐθυγράμμου μείζων ἐστίν· ἡ δὲ λοιπή, ἐλάττων.

Theorema 15, Propositio 16.

16 QVæ à diametri circuli extremitate ad angulos rectos ducitur, extra ipsum circulum cadit: & in locum inter ipsam rectam lineam & circunferentiam, altera recta linea nõ cadet. & semicirculi angulus, omni angulo acuto rectilineo maior est: reliquus autem, minor.

ORONTIVS. ¶Esto circulus a/b/c, & illius centrum d, dimetiens verò a/c. & ab a/dimetientis extremitate, ad angulos rectos excitetur a/e, per vndecimã primi. Dico primũ, quòd a/e/recta extra ipsum cadit circulum. Suscipiatur enim in ipsa e/a, contingens aliquod punctum: sitq; illud e. & connectatur e/d, per primũ postulatum. Triangulũ erit igitur e/a/d. omnis porrò trianguli tres interiores anguli, binis rectis sunt æquales: per trigesimamsecundam primi. rectus est autem qui ad a, per constructionem. Reliqui igitur qui ad e/ & d/ sunt anguli, vni recto sunt æquales: & eorum

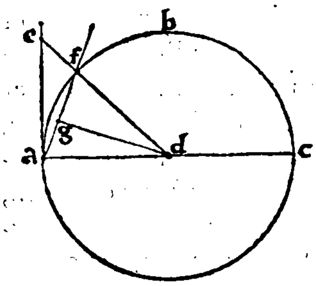


Prima pars theorematis.

propterea quilibet, ipso qui ad a/recto minor. In triangulo autem maior angulus, sub maiori latere subtenditur, per decimamnonam primi: maior est igitur d/e, ipsa a/d, quæ est ipsius dati circuli semidiameter. Egreditur ergo d/e, circunferentiam ipsius a/b/c/circuli: caditq; punctum e/extra eundem circulum a/b/c. Haud dissimilis erit, cæterorum punctorū ipsius a/e/demōstratio. Cadit ergo tota a/e, extra datum circulum a/b/c.

Pars secunda

¶ Aio rursum, quòd inter rectam a/e, & circunferentiam a/b, nō cadit altera recta linea. Si enim id fuerit possibile: esto a/f. & ad datam rectam lineam a/d, ad datúmq; in ea punctum d, dato angulo rectilineo e/a/f, æqualis angulus rectilineus cōstituatur a/d/g: per vigesimamtertiam primi.



Vterq; igitur a/d/g, & g/a/d, pars erit ipsius e/a/d: & recto propterea minor. In rectas itaq; a/f/& d/g, recta incidit a/d, efficiens interiores & in eadem parte angulos binis rectis minores: ipsæ igitur a/f/ & d/g, in infinitum productæ, tandem concurrent, per quintum postulatum, cōueniāt ergo ad punctū g. Triangulū est itaq; a/g/d: cuius tres interiores anguli binis rectis, per eandē trigesimāsecūdā primi, sunt æquales. & qui sub g/a/d/ & a/d/g/ anguli, vni recto, hoc est, ipsi e/a/d/coæquantur (datus est enim a/d/g, æqualis ipsi e/a/f) Reliquus igitur a/g/d, rectus est: & maior propterea vtroq;, & g/a/d/& a/d/g. Vnde rursum a/d/semidiameter, maior est ipsa d/g, per eandem decimamnonam primi. Cadit igitur pūctum g, intra circulum a/b/c: ergo & a/f/recta (in qua punctū g) circulum ipsum intersecat, vtpote in f. Non cadit itaq; a/f/recta, inter rectam a/e, & circunferentiā a/b.

Tertia pars de angulo cōtingentiæ.

¶ Dico tandem, ꝙ angulus b/a/d/ipsius a/b/c/semicirculi, omni acuto & rectilineo angulo maior est: reliquus autem (vtpote, b/a/e) minor. Cùm enim angulus e/a/d/sit rectus, & diuisus à sola circunferentia a/b, inter quam & rectam a/e/non cadit altera recta linea (vti nunc ostensum est) non potest ipse angulus b/a/e/bipartiri: & proinde non minuetur neq; augebitur consequēter ipse b/a/d. Igitur angulus b/a/d, sub a/b/circunferētia, & a/d/recta comprehensus, omni acuto rectilineo maior est angulo: b/a/e/ verò, qui sub eadem circunferentia, & a/e/ recta continetur (quem angulum contingētiæ nominare consueuimus) omni itidem acuto & rectilineo angulo minor est. Quæ omnia fuere demonstranda.

Corollarium.

¶ Quæ igitur ab extremitate dimetientis dati circuli, ad rectos ducitur angulos, ipsum circulū tangit, ídq; in vno tantummodò puncto: ad duo enim puncta adplicata recta linea, per secundam huius tertij, cadit intra datum circulum.

Πρόβλημα β, Πρότασις ιζ.

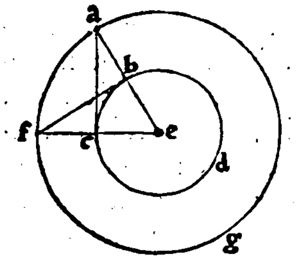
Ἀπὸ τοῦ δοθέντος σημείου, τοῦ δοθέντος κύκλου ἐφαπτομένην εὐθεῖαν γραμμὴν ἀγαγεῖν.

Problema 2, Propositio 17.

A Dato puncto, dato circulo, contingentē rectā lineam ducere. 17

Cōstructio figuræ.

ORONTIVS. ¶ Sit a/pūctum datū: à quo oporteat in datum circulum b/c/d/contingentem rectam lineam ducere. Inueniatur ipsius b/c/d/circuli centrū, per primam huius tertij: sitq; illud e/& connectatur a/e/ recta, per primum postulatum: quæ cùm ab interiore puncto e, ad exterius punctum a/deducatur, secabit b/c/d/circūferentiam. secet igitur in puncto b. & centro e, interuallo autem e/a, circulus describatur a/f/g, per tertium postulatum. Postmodùm à puncto b, datæ rectæ lineæ a/e, ad rectos angulos excitetur b/f: per vndecimam primi. & connectatur e/f, per primum postulatum: quæ eandem circunferentiam b/c/d, secet rursum in



pũcto c. Connectatur demũ a/c, per idem primũ postulatũ. Dico q̃ a/c, contingit circulũ b/c/d. Cũ enim per circuli diffinitionẽ, æqualis sit a/e/ ipsi e/f, & b/e/ ipsi e/c: erunt bina latera a/e/ & e/c/ triãguli a/e/c, æqualia duobus f/e/. & e/b/ trianguli f/e/b: & communẽ comprehendunt angulum qui ad e. Basis igitur a/c/ basi f/b, & triangulum a/e/c/ triangulo f/e/b, & reliqui anguli reliquis angulis (sub quibus æqualia subtenduntur latera) per quartam primi coæquantur. æqualis est igitur angulus a/c/e, angulo e/b/f. Angulus porrò e/b/f/ rectus est: igitur & qui sub a/c/e/ rectus. Et quoniã e/c/ semediameter est ipsius b/c/d/ circuli, & ab illius dimetientis extremitate c, eadem a/c/ ad rectos excitata est angulos: ipsa ergo a/c/ tangit circulum b/c/d, per corollariũ decimæsextæ huius tertij. Igitur à dato puncto a, dato b/c/d/ circulo, contingentem rectam lineam duximus. Quod facere oportebat. Demõstratio

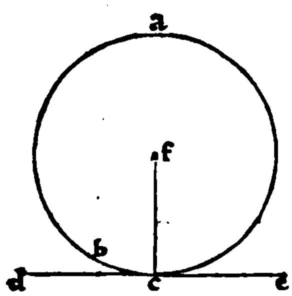
Θεώρημα ις, Πρότασις ιη.

Ἐὰν κύκλου ἐφάπτηταί τις εὐθεῖα, ἀπὸ δὲ τοῦ κέντρου ἐπὶ τὴν ἁφὴν ἐπιζευχθῇ τις εὐθεῖα: ἡ ἐπιζευχθεῖσα, κάθετος ἔσται ἐπὶ τὴν ἐφαπτομένην.

Theorema 16, *Propositio* 18.

18 SI circulum tetigerit aliqua recta linea, à centro autẽ in contactum coniuncta fuerit aliqua recta linea: coniuncta, perpendicularis erit in contingente.

ORONTIVS. ¶ Sit datus circulus a/b/c, quem tangat recta linea d/e, in puncto quidem c: sitq; centrum ipsius circuli f, & connectatur f/c/ recta, per primũ postulatum. Dico quòd f/c, perpendicularis est ipsi d/e. Si enim f/c, non fuerit perpendicularis ipsi d/e: erũt d/c/f/ & f/c/e/ anguli, per decimæ diffinitionis primi libri conuersionem, inæquales, alter quidem recto maior, alter verò minor. Esto maior (si fuerit possibile) & obtusus f/c/e: erit itaq; d/c/f/ acutus. Et quoniam recta d/e, tangit circulum a/b/c, per hypotesin: ipsum igitur nõ secat circulum. Cadit itaq; circũferẽtia b/c, inter d/c/ & c/f/ lineas rectas: & proinde acutus & rectilineus angulus d/c/f, maior erit angulo semicirculi b/c/f, ex circunferentia b/c/ & recta c/f/ comprehenso Dabitur itaque rectilineus & acutus angulus, maior angulo semicirculi: contra decimamsextam huius tertij propositionẽ. Angulus ergo d/c/f, non est recto minor: similiter ostendetur, quòd nec recto maior. est igitur rectus: & qui sub f/c/e/ continetur angulus, itidem rectus. & proinde recta f/c, in ipsam d/e/ perpendicularis est, per decimam primi diffinitionẽ. Si circulum itaq; tetigerit aliqua recta linea: &c. vt in theoremate. Quod demonstrandum fuerat. Hæc aliter ostendi potest, sed hic demõstrãdi modus præstat.



Θεώρημα ιζ, Πρότασις ιθ.

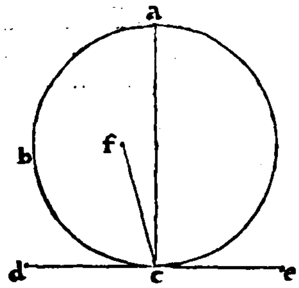
Ἐὰν κύκλου ἐφάπτηταί τις εὐθεῖα, ἀπὸ δὲ τῆς ἁφῆς τῇ ἐφαπτομένῃ πρὸς ὀρθὰς γωνίας εὐθεῖα γραμμὴ ἀχθῇ, ἐπὶ τῆς ἀχθείσης ἔσται τὸ κέντρον τοῦ κύκλου.

Theorema 17, *Propositio* 19.

19 SI circulum tetigerit aliqua recta linea, à contactu autẽ ipsi tangenti ad angulos rectos recta linea quædam excitetur: in excitata erit centrum circuli.

Demōſtratio ab impoſſibili

ORONTIVS. ¶Eſto circulus a/b/c: quem rurſum tangat recta d/e, in puncto c. & à dato pũcto c. datæ rectæ lineæ d/e, ad rectos excitetur angulos c/a: per vndecimam primi. Dico ꝙ in c/a, eſt centrum ipſius dati circuli a/b/c. Si enim non fuerit in recta c/a: erit alicubi. Eſto (ſi poſſibile ſit) in puncto f. & connectatur f/c/recta, per primum poſtulatum. Et quoniam recta quædam linea d/e, tangit per hypotheſin circulum a/b/c, à centro autẽ f, in contactum c, coniuncta erit f/c/recta linea: coniuncta igitur f/c, perpendicularis erit in contingente d/e, per antecedentem decimamoctauam huius tertij propoſitionem. Rectus erit igitur vterque angulorum d/c/f, & f/c/e. Atqui per conſtructionem, angulus d/c/a/ rectus eſt: ſuntq; recti omnes inuicem æquales, per quartum poſtulatum. Aequus erit igitur angulus d/c/a, ipſi angulo d/c/f. Eſt autem d/c/f, pars ipſius anguli d/c/a: recta ſiquidem f/c, cadit intra circulum, ac inter d/c/ & c/a/ rectas, diuiditq; propterea ipſum augulum d/c/a. Totus igitur angulus d/c/a, ſuæ parti d/c/f, æquabitur: quod per nonam communem ſentẽtiam eſt impoſſibile. Centrum itaque circuli a/b/c, non eſt in puncto f. haud diſſimiliter oſtendemus, ꝙ nec alibi: præter q̃ in a/c. Si circulũ ergo tetigerit aliqua recta linea: & quæ ſequuntur reliqua. Quod oportuit demõſtraſſe.



Θεώρημα ιη, πρόθεσις κ.

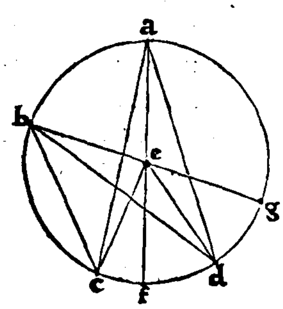
Ἐν κύκλῳ ἡ πρὸς τῷ κέντρῳ γωνία, διπλασίων ἐστὶ τῆς πρὸς τῇ περιφερείᾳ, ὅταν τὴν αὐτὴν περιφέρειαν βάσιν ἔχωσιν αἱ γωνίαι.

Theorema 18, *Propoſitio* 20.

IN circulo angulus qui ad centrũ, duplus eſt eius qui ad circunferentiam: quando anguli eandem circũferentiam habuerint. 20

Quãdo angulus qui ad circunferẽtiam includit centrum.

ORONTIVS. ¶Sit a/b/c/d/ circulus: ad cuius centrum e, ſit angulus c/e/d, ad circunferentiam autem c/a/d, & vtriuſq; baſis eadẽ circunferentia c/d. Aio quòd angulus c/e/d, ipſius anguli c/a/d/ duplus eſt. Connectatur enim a/e, per primũ poſtulatum: & per ſecundum poſtulatum, directè producatur in f. Cùm igitur per circuli diffinitionem, a/e/ſit æqualis e/c: æquus eſt angulus e/a/c, ipſi angulo e/c/a, per quintã primi. Anguli itaq; e/a/c/ & e/c/a ſimul ſumpti, alterutrius eorũ dupli ſunt: vtpote ipſius e/a/c. Exterior porrò angulus c/e/f, binis interioribus & ex oppoſito e/a/c/ & e/c/a, per trigeſimamſecundam primi eſt æqualis. quæ autem ſunt æqualia, eiuſdem duplicia ſunt: per conuerſam ſextæ communis ſententiæ. duplus eſt igitur c/e/f/ angulus, ipſius e/a/c. Et proinde angulus f/e/d/ ipſius e/a/d/ anguli duplus eſt. Totus itaq; angulus c/e/d, totius anguli c/a/d/ conſequenter eſt duplus. Si enim æquè multiplicibus, addãtur æquè multiplicia: æquè itidem multiplicia reſultabunt. ¶Quòd ſi angulus qui ad circunferentiam, fuerit extra centrum ipſius circuli, veluti c/b/d: idem nihilominus ſubſequetur. connexa enim recta b/e, per primum poſtulatũ, & directè producta in g/ per ſecundum: concludemus veluti ſuprà, ex eadem quinta & trigeſimaſecunda primi, angulum c/e/g, duplum fore ipſius anguli c/b/e. quorum d/e/g/ pars ipſius anguli c/e/g, duplus rurſum eſt partis ipſius c/b/e, vtpote anguli e/b/d: reliquus igitur angulus c/e/d/ qui ad centrum, duplus itidem eſt reliqui c/b/d/ qui ad circunferentiam dati conſtituitur circuli. In circulo itaq; angulus qui ad centrum, duplus



Quãdo idem angul⁹ qui ad circũferentiã nõ capit centrum circuli.

eſt eius qui ad circunferentiam: quando ipſi anguli communem baſin eandem circunferentiam habuerint. Quod fuerat oſtendendum.

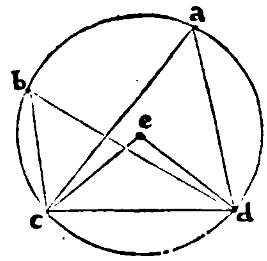
Θεώρημα ιθ, Πρόθεσις κα.

ΕΝ κύκλῳ αἱ ἐν τῷ αὐτῷ τμήματι γωνίαι, ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν.

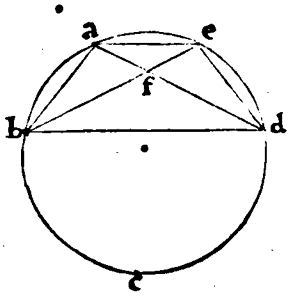
Theorema 19, Propoſitio 21.

21 IN circulo qui in eodem ſegmento ſunt anguli: ſibi inuicem ſunt æquales.

ORONTIVS. ¶ Sint primùm in ſegmento ſemicirculo maiori c/a/d/ dati a/b/c/d/circuli anguli c/a/d/& d/b/c/. Dico eoſdē angulos c/a/d/& d/b/c, fore adinuicem æquales. Inueniatur enim centrum ipſius a/b/c/d/circuli, per primam huius tertij, ſitq́; illud e: & connectantur e/c/& e/d, per primum poſtulatum. Cùm igitur angulus c/e/d/ad centrum exiſtat circuli, c/a/d/verò angulus ad circunferentiam, habeántq́; baſin communem eandem circunferentiam c/d: angulus propterea c/e/d, duplus eſt, per antecedētem vigeſimam propoſitionem anguli c/a/d. Angulus itaque c/a/d, dimidius eſt ipſius anguli c/e/d. Et proinde præfatus angulus c/e/d, duplus eſt ipſius anguli d/b/c: atq́; idem angulus d/b/c, eiuſdem c/e/d/anguli dimidius. Quæ autem eiuſdem ſunt dimidium, ea ſunt adinuicem æqualia: per ſeptimam communem ſententiā. Aequus eſt igitur angulus c/a/d, angulo d/b/c. De ſegmento ſemicirculo maiori.



¶ Sint rurſum in ſegmento b/a/d/ſemicirculo minori, ipſius a/b/c/d/circuli, b/a/d/ & d/e/b/ anguli. Hos dico fore ſimiliter æquales. Connectatur enim recta a/e, per primum poſtulatum: ſitq́; ipſarum a/d/& b/e/ſectio f. Erit igitur a/c/e, ſegmentum maius: & qui in eodem ſegmento maiori ſunt anguli a/b/e/& e/d/a, per primam partem iam demonſtratam, adinuicem æquales. Et quoniam trianguli a/b/f, interiores & qui ex oppoſito ſunt anguli a/b/f/& f/a/b, extrinſeco b/f/d/coæquantur angulo: necnon & duo anguli e/d/f/ & f/e/d/ ipſius e/f/d/trianguli, eidē extrinſeco b/f/d/ſunt itidē æquales, per trigeſimāſecūdam primi. duo igitur anguli a/b/f/& f/a/b, duobus angulis e/d/f/& f/e/d, ſunt per primā communem ſententiā æquales. A quibus ſi demantur æquales anguli a/b/f/& e/d/f: reliquus b/a/f, reliquo d/e/f, hoc eſt, b/a/d/ ipſi d/e/b, per tertiam communem ſentētiam erit æqualis. Idem quoque demōſtrare licebit in ſemicirculo. In circulo igitur, qui in eodem ſegmento ſunt anguli, ſibi inuicem ſunt æquales. Quod receperamus oſtendendum. De ſegmento ſemicirculo minori.



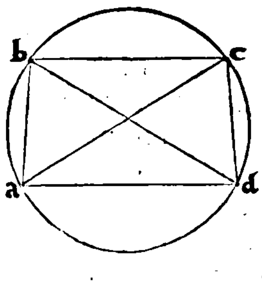
Θεώρημα κ, Πρόθεσις κβ.

ΤΩν ἐν τοῖς κύκλοις τετραπλεύρων αἱ ἀπεναντίον γωνίαι, δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν.

Theorema 20, Propoſitio 22.

22 IN circulis quadrilaterorum exiſtentium anguli, qui ex oppoſito: duobus rectis ſunt æquales.

ORONTIVS. ¶ Sit in a/b/c/d/ circulo, quadrilaterum a/b/c/d. dico angulos qui ad a/& c, ſimiliter qui ad b/& d/ex oppoſito cōſtituūtur, duobus rectis coæquari. Connectantur enim a/c/& b/d/rectæ, per primùm poſtulatum. Triangulum eſt igitur a/b/c. Et quoniam angulo b/a/c, æquus eſt angulus c/d/b, per antecedentem vigesimamprimam huius tertij:sunt enim in eodem segmēto b/a/d/c.Angulo rursum a/c/b,æqualis est angulus b/d/a,per eandem vigesimāprimam huius tertij: in eodē nanq; segmēto consistunt a/d/c/b.Totus igitur qui sub a/d/c/cōtinetur angulus,binis angulis b/a/c/& a/c/b(nempe suis partib⁹ integralibus)coæquatur.Adijciatur vtrisq; æqualibus,cōmunis angulus a/b/c. duo igitur anguli a/b/c/& c/d/a, tribus angulis b/a/c,a/c/b,& c/b/a,ipsius a/b/c/ trianguli, sunt per secundam communem sententiam æquales. Eisdem porrò tribus angulis eiusdē a/b/c/trianguli,duo recti sunt æquales anguli:omnis siquidem triāguli, tres interiores anguli binis sunt rectis æquales, per trigesimamsecundā primi.Qui igitur ex opposito sunt anguli a/b/c, & c/d/a, per primam communem sentētiam,sunt æquales duobus rectis.Nec dissimiliter ostēdemus,quòd anguli b/a/d/& d/c/b,duobus itidem rectis coæquantur. Igitur in circulis quadrilaterorum existentiū anguli,qui ex opposito:duobus rectis sunt æquales.Quod demonstrare oportebat.



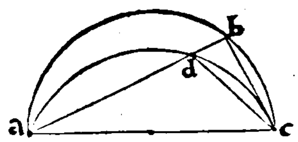
Θεώρημα κα, Πρόθεσις κγ.

Ἐπὶ τῆς αὐτῆς εὐθείας δύο τμήματα κύκλων ὅμοια καὶ ἄνισα, οὐ συσταθήσονται ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη.

Theorema 21, *Propositio* 23.

SVper eadem recta linea, duæ sectiones circulorum similes, & inæquales non constituentur ad easdem partes. 23

ORONTIVS. ¶Super eadem nanque recta linea a/c,binæ & inæquales circulorum sectiones, a/b/c/quidem maior,minor autem a/d/c, ad easdem partes b, d/constituantur.Dico ꝙ ipsæ sectiones nō sunt similes,& simul inæquales.Si enim id fuerit possibile: extendatur recta quædam linea a/d/b,quæ secet vtranq; sectionem, maiorem quidem in b,& ipsam minorē in d:& connectantur b/c,& c/d/rectæ,per primum postulatū.Triangulum erit igitur b/c/d: cuius vnum latus b/d,producitur in a.exterior igitur angulus a/d/c,interiore & ex opposito c/b/d/maior est, per decimamsextam primi. Quòd si segmentum a/d/c/,fuerit ipsi a/b/c/simile:æquus erit angulus a/d/c,eidem angulo c/b/d, per vltimam huius tertij diffinitionem.similes nanq; sectiones circuli sunt,quæ angulos æquos suscipiūt. Esset igitur angulus a/d/c,maior angulo c/b/d,atq; eidem æqualis:quod est impossibile. Super eadem itaq; recta linea ,duæ sectiones circulorum similes,& inæquales non constituētur ad easdem partes.Quod ostendere fuerat operæpretium.



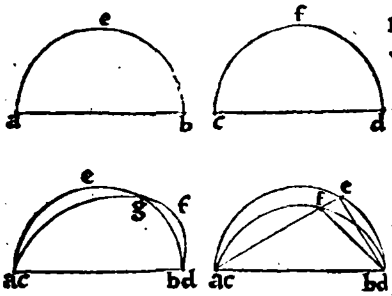
Θεώρημα κβ, Πρόθεσις κδ.

Τὰ ἐπὶ ἴσων εὐθειῶν ὅμοια τμήματα κύκλων, ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν

Theorema 22, *Propositio* 24.

SVper æqualibus rectis lineis similes circulorum sectiones constitutæ,sibi inuicem sunt æquales. 24

ORONTIVS. ¶Constituantur enim super æqualibus rectis lineis a/b,& c,d, similes circulorum sectiones a/e/b,& c/f/d.Dico ꝙ sectio a/e/b,sectioni c/f/d/est æqualis.Comparatis nanque adinuicem ipsis a/e/b/& c/f/d/sectionibus, & puncto c/supra punctum a/ collocato, extensaq; recta linea c/d/in directum ipsius a/b:congruet punctum d, ipsi puncto b. quæ enim sunt æqualia, sibimetipsis conueniunt, per octauæ cómunis sententiæ conuersionem. Conueniente autem recta c/d/ ipsi a/b, conueniet & c/f/d/ circunferentia ipsi a/ e/ b: & illi consequenter erit æqualis. Tunc enim super eadem recta & communi linea a/b/vel c/d,duæ circulorum sectiones constituentur similes:igitur & æquales, per vigesimam tertiam huius.Aequalis est igitur a/e/b/ipsi c/f/d. ¶ Quòd si non fueris contentus hac demonstratione, & dixeris forsan circunferentiam c/ f/d, ipsi a/e/b/ minimè conuenire:tunc vel altera alteram secabit, vel vna cadet intra reliquam.Secent se primùm(si possibile sit)in puncto g.Et quoniam se secant iam, in communibus pūctis a,b/vel c,d:secabunt sese inuicē circuli, quorū sunt sectiones, in pluribus duobus pūctis.quod per decimam huius tertij, est impossibile.Quòd si vna ceciderit intra reliquam,vtpote c/f/d/intra a/e/b:idē quod in proxima sequetur inconueniēs,velut ex ipsa potes elicere figura. Alia eiusdem theorematis ostensio.



Exterior enim angulus qui ad f, trianguli e/f/b/ aut e/f/d, maior erit intrinseco & ex opposito qui ad e,per decimāsextā primi:ac eidem æqualis,per similiū sectionū diffinitionē,quod non est possibile.Congruit itaque circunferentia c/f/d,ipsi a/e/b: quemadmodùm & recta c/d/ipsi a/b. quæ autem sibimetipsis conueniunt, æqualia sunt adinuicem:per octauam cómunem sententiam.Aequalis est igitur sectio a/e/ b,ipsi c/f/d.Igitur super æqualibus rectis lineis,similes circulorum sectiones cōstitutæ,sibi inuicem sunt æquales. Quod receperamus ostendendum.

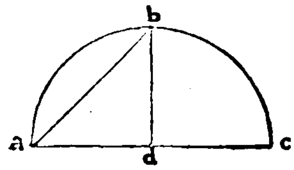
Πρόβλημα γ, Πρόθεσις κε.

Κύκλου τμήματος δοθέντος, προσαναγράψαι τὸν κύκλον οὗπερ ἐστὶ τμῆμα.

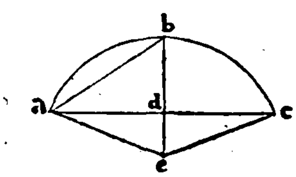
Problema 3, Propositio 25.

25 Circuli sectione data:describere circulum,cuius est sectio.

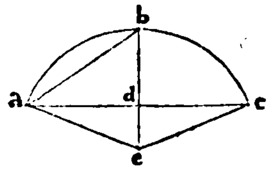
ORONTIVS. ¶ Esto data circuli sectio a/ b/ c, cuius centrum oporteat inuenire:hoc est,circulum cuius est sectio describere.Secetur itaque a/c/recta bifariam in puncto d, per decimam primi. & per vndecimam eiusdem primi, à puncto d/ipsius a/c/rectæ lineæ,perpendicularis excitetur d/b:& cōnectatur a/b/ recta, per primum postulatum. Triangulum erit igitur a/b/d: cuius angulus b/a/d, ipsi angulo d/b/a/erit æqualis, aut eo minor, vel eodē angulo maior. Si æqualis (vt in hac prima figura) æqualis erit a/d, ipsi d/b, per sextā primi. Eidem porrò a/d,æqualis est d/c,per constructionem: & d/b/igitur ipsi d/c,per primam communem sententiam erit æqualis.Tres itaque a/d,d/b,& d/c,erunt inuicem æquales.Cadēt ergo à puncto d,in circūferentiā a/b/c,plures quàm duæ rectæ lineæ æquales:erit igitur punctum d,centrum circuli,cuius a/b/c/est sectio,per nonam huius tertij. Prima huius ostēsionis differentia.



¶ At si angulus b/a/d,minor fuerit angulo d/b/a(vt in secunda figuræ dispositione) cōstituatur ad datum punctum a/datæ rectæ lineæ a/b, dato angulo rectilineo d/b/a,æqualis angulus rectilineus b/a/e: per vigesimamtertiam primi. Et quoniam trianguli a/ b/d,angulus qui ad d/rectus est:igitur & qui ad b/minor est recto, per trigesimamsecundam primi. Angulo autē d/b/a,datus est æqualis b/a/e:& b/a/e/igitur angulus recto minor est. incidit itaq; recta linea a/b,in a/e/& b/d/rectas,efficiens interiores & Secunda differentia.

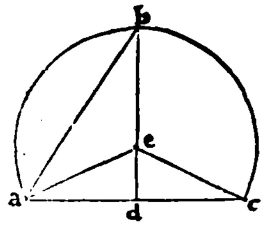


in eadem parte angulos, duobus rectis minores: conuenient igitur a/e/& b/d/ in



rectum productæ, per quintum postulatum. conueniat ergo ad punctum e: & connectatur e/ c/ recta, per primum postulatum. Cùm igitur angulus e/a/b, æquus sit angulo a/b/e: æqualis est a/e, ipsi e/b, per sextam primi. Rursum quoniam a/d, ipsi d/c/ est æqualis, & d/e/ vtrique communis: bina igitur latera a/ d/ & d/ e/ trianguli a/d/e, binis lateribus e/d/& d/c/trianguli e/d/c, sunt æqualia alterū alteri: & æquales comprehendunt angulos, nempe rectos qui circa d. Basis igitur e/c, basi a/e, per quartam primi est æqualis. Eidem porrò a/e, æqualis ostensa est e/b: tres igitur a/e, e/b, & e/c, sunt adinuicem æquales. Quare rursum, ex nona huius tertij, punctum e/centrum erit circuli, cuius a/b/c/est sectio. ¶Quòd si idem angulus b/a/d, maior

Tertia differentia.



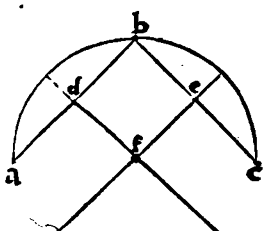
extiterit ipso d/b/a: idem respondenter concludetur. Dato enim rursum angulo b/a/e, ipsi d/b/a, per vigesimam tertiam primi, æquali: cōcludemus (veluti suprà) ex sexta primi, e/b/fore æqualem ipsi a/e: ac eidem a/e, ipsam e/c, per quartam ipsius primi, consequenter æquari. Et proinde punctum e, centrum erit circuli/cuius a/b/c/ est sectio: per nonam huius tertij.

Corollarium.

¶Hinc fit manifestū, in semicirculo angulum b/a/d, fore æqualē ipsi d/b/a: in sectione autē semicirculo minore, minorē: & in maiore maiorē.

Alia & vniuersalior eiusdē problematis ostensio.

¶EST ET ALIVS modus vniuersalis inueniendi præfatū centrū, cuicunq; sectioni datæ indifferenter adcommodus. Assumantur itaque in data circunferentia siue sectione a/b/c, tria vtcunque contingentia puncta: sintq; a, b, c. Connectantur deinde a/b, & b/c/rectæ, per primum postulatum. vtraq; postmodùm bifariam diuidatur, per decimā primi: a/b/quidem in puncto d, & b/c/ in puncto e. A punctis autem d/& e, in easdem a/b/& b/c, perpendiculares excitentur d/f/& e/f, per vndecimam eiusdem primi. Cùm igitur vterque angulorum



b/d/f/& b/e/f/sit rectus: recta quæ ex puncto d/in pūctū e/producetur, vtrūq; diuidet angulum. quæ cùm incidat in d/f/& e/f/rectas, efficiet propterea interiores & in eadem parte angulos d/e/f/ & e/d/f/ duobus rectis minores. Cōcurrent igitur d/f/& e/f/productæ, per quintum postulatum, & sese tandem intersecabunt in eodem puncto f. Et quoniam recta quædam linea d/f, quandam rectam lineam a/b, bifariam & ad rectos dispescit angulos: in ipsa igitur d/f/est centrū circuli. & proinde in e/f/recta, erit eiusdem circuli centrum: per corollarium primæ huius tertij. Est igitur cētrū circuli, cuius sectio est a/b/c, in puncto f, vtriq; & d/f/& e/f/cōmuni. Data igitur circuli sectione a/b/c, describitur circulus cuius est sectio. Quod oportuit ostēdisse.

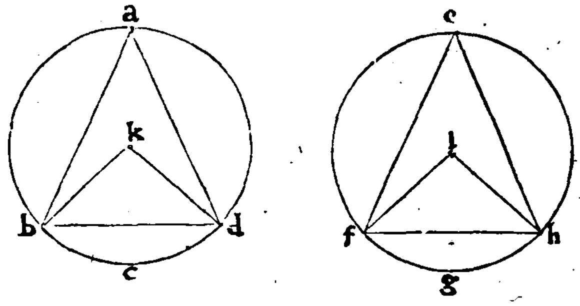
Θεώρημα κγ, Πρότασις κϛ.

ΕΝ τοῖς ἴσοις κύκλοις αἱ ἴσαι γωνίαι ἐπ᾽ ἴσων περιφερειῶν βεβήκασι, ἐάντε πρὸς τοῖς κέντροις, ἐάντε πρὸς ταῖς περιφερείαις ὦσι βεβηκυῖαι.

Theorema 23, Propositio 26.

IN æqualibus circulis æquales anguli, in æqualibus circunferentijs subtenduntur: etsi ad centra, etsi ad circunferentias deducti fuerint. 26

ORONTIVS. ¶Sint bini circuli a/b/c/d/ & e/f/g/h/ inuicem æquales: in quibus æquales deducantur anguli,ad eorum quidem centra k,l, anguli b/k/d,& f/l/h: ad circunferentias autem,b/a/d/& f/e/h. Dico quòd b/c/d/circunferẽtia,æqualis eſt f/g/h/circunferentiæ. Connectantur enim in primis b/d/& f/h/rectæ, per primum poſtulatũ. Et quoniam per hypotheſin circuli a/b/c/d/& e/f/g/h/ſunt inuicẽ æquales:quæ igitur ex eorum centris prodeũt rectæ lineæ,ſunt æquales adinuicem, per primã huius tertij diffinitionem. Duæ igitur b/ k/ & k/ d/ trianguli b/k/d, duabus f/l/& l/h/triãguli f/l/h/ ſũt æquales altera/alteri: & æquos inuicẽ, qui ad k/& l/cõprehẽdunt angulos. Baſis itaq; b/d,baſi f/h, per quartã primi eſt æqualis. Rurſum quoniã angulus qui ad a,æquus eſt angulo qui ad e,ſimilis eſt ſectio b/a/d,ſectioni f/e/h,per decimam huius tertij diffinitionẽ: & ſuper æqualibus rectis cõſiſtunt b/d/& f/h. Aequalis eſt igitur ſectio b/a/d,ipſi f/e/h: ſuper æqualibus enim rectis lineis ſimiles circulorum ſectiones conſtitutæ, ſibi inuicem ſunt æquales,per vigeſimamquartam huius tertij. Atqui totus a/b/c/d/ circulus,toti e/f/g/h/circulo eſt æqualis.ſi ab æqualibus autem circulis, æquales auferantur circunferentiæ:quæ relinquentur æquales erunt,per tertiam cõmunem ſententiam. Aequalis eſt igitur circunferentia b/c/d,ipſi f/g/h. In æqualibus ergo circulis:&c.vt in theoremate. Quod demonſtrandum fuerat.



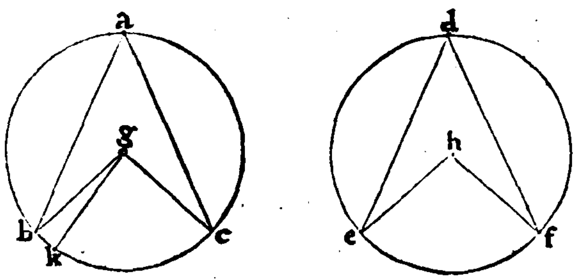
Θεώρημα κδ', Πρότασις κζ'.

Ἐν τοῖς ἴσοις κύκλοις, αἱ ἐπὶ ἴσων περιφερειῶν βεβηκυῖαι γωνίαι, ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν, ἐάν τε πρὸς τοῖς κέντροις, ἐάν τε πρὸς ταῖς περιφερείαις ὦσι βεβηκυῖαι.

Theorema 24, Propoſitio 27.

27 In æqualibus circulis,anguli qui ſuper æquales circunferentias deducuntur, ſibi inuicem ſunt æquales : etſi ad centra, etſi ad circunferentias fuerint deducti.

ORONTIVS. Hæc eſt cõuerſa præcedentis. Sint ergo in circulis æqualibus a/b/c/& d/e/f,ſuper æqualibus circunferẽtijs b/c/& e/f,anguli b/g/c/& e/h/f,ad eorum centra g, h: ad circunferentias autem b/a/c/& e/d/f. Aio quòd angulus qui ad g,æquus eſt angulo qui ad h:necnon qui ad a,æqualis ei qui ad d. In primis enim, ſi angulus b/g/c/angulo e/h/f/nõ fuerit æqualis:alter eorum erit maior. Eſto maior (ſi poſſibile ſit) b/g/c:& ad datam rectam lineam g/c, ad datúmq; in ea punctum g, dato angulo rectilineo e/h/f,æqualis angulus rectilineus conſtituatur k/g/c,per vigeſimamtertiam primi. Maior erit itaque angulus b/g/c, ipſo k/g/c/angulo: incidétque propterea recta g/k,inter b/g/ & g/c/rectas, & proinde ſecabit circũferentiã k/c/ipſa b/c/ minorẽ. At quoniã in circulis æqualibus æquales anguli, in æqualibus circunferẽtijs ſubtẽduntur,per antecedentẽ vigeſimamſextã propoſitionem:æqualis erit circunferentia k/c,ipſi e/f. Eidem porrò Cõuerſa præcedentis,26.



circunferentiæ e/f, æqualis eſt per hypotheſin circunferentia b/c.& b/c/ igitur circunferentia,ipſi k/c,per primam communem ſententiam erit æqualis:maior videlicet minori,totúmve ſuæ parti.quod per nonam cómunẽ ſententiã eſt impoſſibile. Non eſt igitur angulus b/g/c,maior ipſo e/h/f: ſimiliter oſtendemus,quòd neq; minor.Eſt igitur æqualis.Et quoniam per vigeſimam huius tertij,angulus b/a/c,dimidius eſt eius qui ad centrum g:necnon & e/d/f/angulus,illius qui ad centrum h/dimidius.quæ autẽ eiuſdem vel æqualium ſunt dimidiũ,æqualia ſunt adinuicem: per ſeptimam communem ſententiã.Et angulus igitur b/a/c,angulo e/d/f/eſt æqualis. In æqualibus ergo circulis,anguli qui ſuper æquales circunferentias:& quæ ſequuntur reliqua.Quod erat oſtendendum.

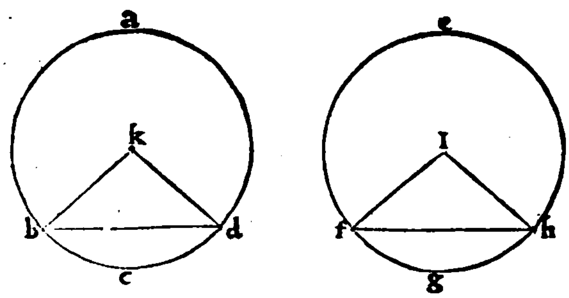
Θεώρημα κε, Πρόθεσις κη.

ΕΝ τοῖς ἴσοις κύκλοις αἱ ἴσαι εὐθεῖαι, ἴσας περιφερείας ἀφαιροῦσι. τὴν μὲν μείζονα, τῇ μείζονι: τὴν δὲ ἐλάττονα, τῇ ἐλάττονι.

Theorema 25, Propoſitio 28.

IN æqualibus circulis æquales rectæ lineæ, æquales circunferentias auferunt:maiorem maiori,minorem autem minori. 28

ORONTIVS.¶Sint bini circuli a/b/c/d/ & e/f/g/h/inuicem æquales,quorum centra k,l:in ipſis verò æqualibus circulis,æquales ſint rectæ lineæ b/d, & f/h,auferentes circunferentes b/a/d/quidem & f/e/h maiores,minores autem b/c/d/& f/g/h.Aio quòd circunferentia b/a/d,circunferentiæ f/e/h/eſt æqualis:necnon & b/c/d, ipſi f/g/h.Connectantur enim b/k/& k/d,atque f/l/& l/h/ rectæ, per primũ poſtulatum.Cũ igitur ex hypotheſi circuli a/b/c/ d/ & e/ f/ g/ h/ ſint æquales:& æquales quoq; adinuicẽ erunt quæ ex eorum cẽtris deducẽtur lineæ rectæ, per primam huius tertij diffinitionem. Duæ itaq; b/k/& k/d/trianguli b/k/d,binis f/l/ & l/h/trianguli f/l/h, ſunt æquales altera alteri: baſis quoq; b/c,baſi f/h,per hypotheſin æqualis.



Angulus igitur b/k/d,angulo f/l/h,per octauam primi eſt æqualis.In æqualibus porrò circulis æquales anguli,& ad centra deducti, in æqualibus circunferentijs ſubtenduntur:per allegatam vigeſimamſextam huius tertij.Et b/c/d/igitur circunferentia,ipſi f/g/h/circunferẽtiæ eſt æqualis. Atqui totus a/b/c/d/circulus,toti e/f/g/h/ circulo per hypotheſin æquatur : & ſi ab æqualibus circulis æquales auferantur circunferentiæ, quæ relinquentur æquales erunt, per tertiam communem ſententiam. Reliqua igitur circunferentia b/a/d, reliquæ f/e/h/eſt æqualis. Igitur in circulis æqualibus æquales rectæ lineæ, æquales circũferentias auferunt:maiorem maiori,minorẽ autem minori. Quod demóſtrare fuerat operæpretium.

Θεώρημα κϛ, Πρόθεσις κθ.

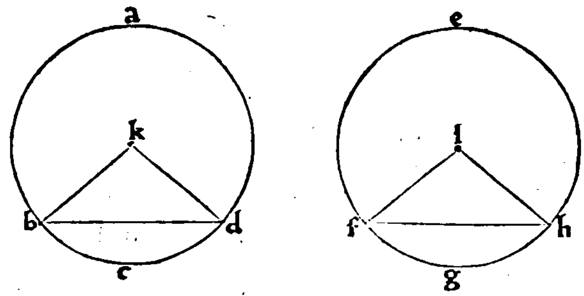
ΕΝ τοῖς ἴσοις κύκλοις ὑπὸ τὰς ἴσας περιφερείας, ἴσαι εὐθεῖαι ὑποτείνουσιν.

Theorema 26, Propoſitio 29.

IN æqualibus circulis: ſub æqualibus circunferẽtijs, æquales rectæ lineæ ſubtenduntur. 29

Cõuerſa proximæ.28.

ORONTIVS.¶Hæc eſt conuerſa proximè antecedentis propoſitionis.Sint igitur rursum æquales circuli a/b/c/d/& e/f/g/h,quorum cętra k,l: sintq; in eisdem circulis, b/c/d/& f/g/h/circũferentiæ inuicem æquales. Dico quòd connexæ b/d/& f/h/rectæ lineæ,æquales sunt adinuicem. Producãtur enim ex centro k,rectæ lineæ b/k/& k/d:necnon ex centro l,rectæ lineæ f/l/& l/h,per primum postulatũ. Et quoniam ex hypothesi circunferentia b/c/d/æqualis est circunferentiæ f/g/h: æqualis est propterea angulus b/k/d/ angulo f/l/h, per vigesimamseptimam huius tertij. Rursum quoniam dati circuli per hypothesin sunt inuicem æquales: & quæ ex eorum centris igitur k/ & l, per primam huius diffinitionem sunt æquales. Aequales itaque inuicem sunt b/k,k/d, f/l, & l/h. Triangula ergo b/k/d/ & f/l/h, habent



duo latera duobus lateribus æqualia alterum alteri: & contentos sub æquis lateribus angulos inuicem æquales. Basis igitur b/d,basi f/h, per quartam primi est æqualis. In æqualibus ergo circulis, sub æqualibus circunferẽtijs,æquales rectæ lineæ subtenduntur. Quod oportuit demonstrasse.

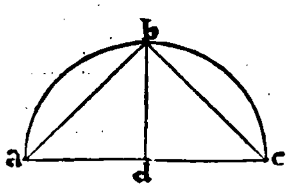
Πρόβλημα δ, Πρόθεσις λ.

Τὴν δοθεῖσαν περιφέρειαν δίχα τέμνειν.

Problema 4, Propositio 30.

30 DAtam circunferentiam bifariam discindere.

ORONTIVS. ¶Esto data circũferentia a/b/c:quam oporteat bifariam discindere. Connectatur ergo recta linea a/c,per primũ postulatum: quæ bifariam secetur in puncto d,per decimam primi. Et per vndecimam eiusdem primi, à dato puncto d,datæ rectæ lineæ a/c, ad angulos rectos excitetur d/b:connectanturq; a/b/& b/c/lineæ rectæ,per primum postulatum. Cùm igitur a/d/ipsi d/c/sit æqualis,& d/b/vtriq; communis:bina itaq; latera a/d/& d/b/trianguli a/d/b, duobus lateribus b/d/& d/c/trianguli b/d/c/sunt æqualia alterum alteri:& æquos inuicem comprehendunt angulos,nempe rectos.



Basis igitur a/b,basi b/c,per quartam primi est æqualis. Aequales porrò lineæ in eodẽ circulo,æquales circunferentias auferunt,maiorem maiori, minorem autem minori,per vigesimamoctauã huius tertij. Aequalis est ergo a/b/ circunferentia, ipsi b/c. Data itaq; circunferentia a/b/c, bifariam discinditur in puncto b. Quod facere oportebat.

Θεώρημα κζ, Πρόθεσις λα.

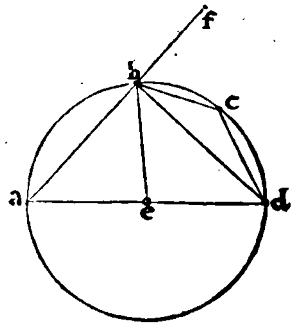
Ἐν κύκλῳ, ἡ μὲν ἐν τῷ ἡμικυκλίῳ γωνία, ὀρθή ἐστιν· ἡ δὲ ἐν τῷ μείζονι τμήματι, ἐλάττων ὀρθῆς· ἡ δὲ ἐν τῷ ἐλάττονι, μείζων ὀρθῆς· καὶ ἔτι ἡ μὲν τοῦ μείζονος τμήματος γωνία, μείζων ὀρθῆς· ἡ δὲ τοῦ ἐλάττονος τμήματος γωνία, ἐλάττων ἐστὶν ὀρθῆς.

Theorema 27, Propositio 31.

31 INn circulo,angulus qui in semicirculo est,rectus est:qui autem in maiori segmento, minor recto:qui verò in minori segmento,maior est recto. Et insuper angulus maioris segmẽti,recto quidem maior est:minoris autem segmenti angulus,minor est recto.

ORONTIVS. ¶ Sit datus circulus a/b/c/d: cuius centrum e, dimetiens verò a/d: descriptus autem in semicirculo angulus, sit a/b/d. & suscipiatur in eodem circulo contingens aliquod punctum, sitq; illud c: & per primum postulatum, connectantur rectæ lineæ b/c, b/e, & c/d. Dico primùm, quòd angulus a/b/d/ rectus est. Extendatur enim, per secundum postulatum, a/b/ recta in directum, versus f. Cùm

Prima theorematis pars.



igitur æqualis sit a/e, ipsi e/b, per circuli diffinitionem: æquus erit angulus e/a/b, ipsi angulo a/b/e, per quintam primi. Et proinde æqualis est angulus e/b/d, ipsi angulo b/d/e: æqualis siquidē est e/b/ recta ipsi e/d, per eandē circuli diffinitionē. Totus itaq; angulus a/b/d, binis angulis b/a/d/ & a/d/b/ est æqualis. Eisdem porrò angulis b/a/d/ & a/d/b, æquus est exterior angulus d/b/f, per trigesimā secundā primi. Duo itaque anguli a/b/d/ & d/b/f, eisdem angulis b/a/d/ & a/d/b/ sunt æquales: igitur & æquales adinuicem, per primam communem sententiam. Recta igitur b/d/ incidēs super a/f, efficit vtrobique angulos adinuicem æquales: ergo rectos, per decimam ipsius primi diffinitionem. Rectus est igitur angulus a/b/c/ in dato consistens semicirculo. ¶ Dico insuper quòd angulus qui ad a/ existens in maiori segmento b/a/d, recto minor est. Trianguli siquidem a/b/d/ tres anguli, binis rectis per trigesimamsecundam primi sunt æquales. Rectus est autem qui ad/b (veluti nunc ostendimus) reliqui igitur qui ad a, & qui ad d, vni recto sunt æquales: & proinde vterque recto minor. ¶ Aio consequenter quòd & angulus qui ad c/ in segmento b/c/d/ semicirculo minori, maior est recto. Nam a/b/c/d/ quadrilaterū est, & in dato consistens circulo. In circulis porrò quadrilaterorum existentium, anguli qui ex opposito duobus rectis sunt æquales, per vigesimamsecundam huius tertij. Qui igitur ad a/ & c/ existunt anguli, binis rectis sunt æquales. Angulus porrò qui ad a, recto minor ostensus est: igitur & qui ad c, hoc est sub b/c/d/ cōtinetur angulus, recto maior est. ¶ Dico tandem, quòd angulus maioris segmenti b/a/d, vtpote a/b/c/d, sub a/b/ recta, & circunferentia b/c/d, cōprehensus, maior est recto. Minoris autē segmenti angulus, veluti c/b/d, sub eadem b/c/d/ circunferentia & recta b/d/ comprehensus, recto minor est. Anguli enim rectilinei a/b/d/ & d/b/f/ recti sunt: caditq; b/d/ recta intra datum circulum, per secundam huius tertij. Eadem itaq; recta b/d, diuidit ipsum angulum sub a/b/ recta, & b/c/d/ circūferentia comprehensum: & proinde rectus angulus a/b/d, eiusdem anguli sub a/b/ recta & circunferentia b/c/d/ comprehensi sit pars. Omne porrò totum, est sua parte maius, per nonam cōmunem sententiam. Datus igitur segmenti maioris angulus, sub a/b/ recta, & b/c/d/ circunferentia contentus, recto maior est. ¶ Rursum, quoniam recta b/d, cadit intra datum circulum, & b f/ extra: diuidit itaq; circunferentia b/c/d, ipsum angulum rectum d/b/f. Et proinde datus angulus sub b/d/ recta/ & eadem circunferentia b/c/d/ comprehēsus, pars est ipsius anguli recti d/b/f. Omnis autem pars minor est toto, per ipsius nonæ communis sententiæ conuersionem. Angulus igitur segmenti minoris, sub d/b/ recta & b/c/d/ circunferentia comprehensus, minor est recto. In circulo itaq; angulus qui in semicirculo est: & quæ sequuntur reliqua. Quod oportebat ostendere.

Pars secūda.

Pars tertia.

Quarta eiusdē theorematis pars.

Pars quinta & vltima.

Corollarium primum.

¶ Ex hac, & decimasexta huius tertij propositione fit manifestum, quòd tametsi in mixtis angulis, sub recta linea & circuli circunferentia comprehensis, detur minor atque maior recto: nunquàm tamen dabitur æqualis.

Corollarium secundum.

¶Sequitur etiam ex huiusce propositionis demonstratione, quòd in triangulis angulus qui reliquis duobus æquatur, rectus est. ¶ Et quando vtrobique cõsistentes anguli, eisdem angulis fuerint æquales: vterq; æqualium angulorum rectus erit.

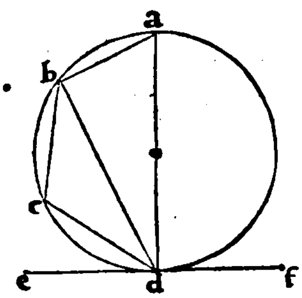
Θεώρημα κη, Πρόθεσις λβ.

Ἐὰν κύκλου ἐφάπτηταί τις εὐθεῖα, ἀπὸ δὲ τῆς ἁφῆς εἰς τὸν κύκλον διαχθῇ τις εὐθεῖα τέμνουσα τὸν κύκλον, ἃς ποιεῖ γωνίας πρὸς τῇ ἐφαπτομένῃ, ἴσαι ἔσονται ταῖς ἐν τοῖς ἐναλλὰξ τοῦ κύκλου τμήμασι γωνίαις.

Theorema 28, Propositio 32.

32 SI circulum tetigerit aliqua recta linea, à contactu autem extendatur quædam recta linea circulum dispescẽs: anguli quos efficit ad tangẽtem, æquales sunt eis, qui alterni in circuli segmentis consistunt, angulis.

ORONTIVS. ¶Esto enim circulus a/b/c/d, quem tangat recta linea e/f/in puncto d: à cõtactu autem d, extendatur recta quædam linea d/b, dispescẽs datum circulum a/b/c/d. Aio quòd angulus b/d/e, æqualis est angulo qui in segmento b/a/d: & angulus b/d/f, ei qui in segmento b/c/d/ itidem æqualis. In primis enim, aut b/d/recta super rectam e/f/ad rectos incidet angulos: aut non. Si ad rectos inciderit angulos: ea transibit per centrum, efficietúrque dimetiẽs ipsius a/b/c/d/circuli, per decimamnonam huius tertij. Qui autem in vtroq; semicirculo cõsistet angulus, rectus erit, per antecedentẽ trigesimamprimã ipsius tertij. hinc per quartum postulatũ, vterque rectus qui circa d, vtrique recto in alternis semicirculis constituto erit æqualis. ¶Sed esto d/b/minimè perpendicularis super e/f: & per vndecimã primi, à dato puncto d, datæ rectæ lineæ e/f, perpendicularis excitetur a/d. Sumatur præterea in b/d/circũferentia punctum aliquod, sitq; illud c: & per primum postulatum, connectãtur rectæ a/b, b/c, atque c/d. Cùm igitur ex hypotesi, recta linea e/f, tangat ipsum a/b/c/d/ circulum, à contactu autem d, ipsi tangẽti e/f/ad rectos angulos excitata est a/d: transit igitur a/d/ recta per centrum, sitq; dimetiẽs ipsius a/b/c/d/circuli, per decimãnonã huius tertij. Triãguli igitur a/b/d, angulus qui ad b/in ipso existens semicirculo, per antecedentẽ trigesimãprimã huius tertij, rectus est: reliqui itaq; anguli a/d/b/& b/a/d, vni recto, per trigesimamsecundam primi, sunt æquales. Angulus porrò a/d/e, rectus est: qui igitur sub a/d/b/& b/a/d/cõtinentur anguli, ipsi angulo a/d/e/sunt æquales. vtriq; autẽ æqualiũ, cõmunis est a/d/b: reliquus igitur b/d/e, reliquo b/a/ d(qui alternus in b/a/d/ segmento consistit) angulo, per tertiam communem sententiam est æqualis. Rursum quoniã anguli b/d/e/& b/d/f, duobus rectis, per decimamtertiam primi, sunt æquales: eisdẽ quoq; duobus rectis, æquales sunt qui in a/b/c/d/ quadrilatero, ex opposito consistunt anguli b/a/d/& b/c/d, per vigesimamsecundam huius tertij. Et anguli igitur b/a/d/& b/c/d, ipsis angulis b/d/e/& b/d/f, sunt per primam communem sententiã æquales: quorum alter, vtpote b/a/d, alteri b/d/e/æqualis præostensus est. Reliquus igitur angulus b/d/f, reliquo & alterno b/c/d, per tertiam communem sententiam coæquatur. Si circulum igitur tetigerit aliqua recta linea: &c. vt in theoremate. Quod receperamus ostendendum.



Quãdo dispescẽs orthogonalis est ad tãgentem.

Quando extensa non est orthogonalis cum tãgente circulum.

πρόβλημα ε, πρόθεσις λγ.

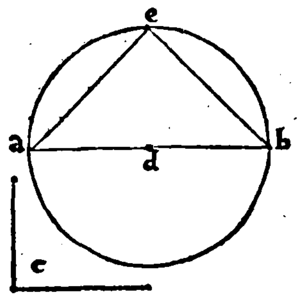
Ἐπὶ τῆς δοθείσης εὐθείας γράψαι τμῆμα κύκλου δεχόμενον γωνίαν ἴσην, τῇ δοθείσῃ γωνίᾳ εὐθυγράμμῳ.

Problema 5, Propoſitio 33.

SVper data recta linea, deſcribere ſectionem circuli, capientem angulum æqualem dato angulo rectilineo. 33

ORONTIVS. ¶Sit data recta linea a/b, datus porrò angulus rectilineus qui ad c: ſitq; receptum deſcribere circuli ſectionem, quæ capiat angulum ipſi dato angulo c/æqualem. Datus itaq; angulus, aut erit rectus, aut acutus, vel obtuſus. Eſto primũ rectus, vt in prima figura. Secetur ergo ipſa a/b/ recta linea bifariam, per decimam primi, in puncto d: & centro d, interuallo autem d/a, vel d/b, circulus deſcribatur a/e/b, per tertium poſtulatum. Sumatur deinde contingens aliquod punctum in alterutro ſemicirculo, ſitq; illud e: & cõiungantur a/e/& e/b/lineæ rectæ, per primũ poſtulatum. Et quoniã ſemicirculus eſt a/e/b: angulus igitur qui ad e, per trigeſimamprimã huius tertij rectus eſt, & ipſi propterea angulo c, per quartum poſtulatum æqualis. Deſcriptus eſt itaque ſuper a/b/recta, ſemicirculus a/e/b, ſuſcipiẽs angulum qui ad e, dato angulo c/æqualem.

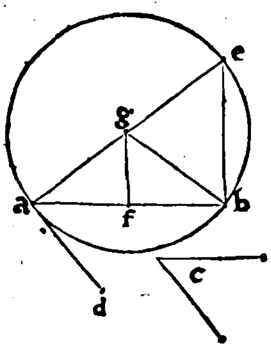
Quando datus angulus rectus eſt.



¶Sit autem ipſe datus angulus c/acutus, velut in ſecunda figuræ deſcriptione. Ad datam itaq; rectam lineam a/b, datũmq; in ea punctum a, dato angulo rectilineo c: æqualis angulus rectilineus conſtituatur b/a/d, per vigeſimamtertiã primi. Erit igitur angulus b/a/d/ acutus: & proinde a/b, ſuper ipſam a/d/non eſt perpendicularis. Excitetur ergo per vndecimam primi, à dato puncto a/datæ rectæ lineæ a/d, perpendicularis a/e: diuidatúrq; ipſa a/b/recta bifariã in puncto f, per decimam ipſius primi. & per vndecimã eiuſdem primi, à dato puncto f, ipſi a/b/ rectæ lineæ ad angulos rectos excitetur f/g. Conuenient itaq; a/e/& f/g, per quintum poſtulatũ: interiores enim & in eadem parte anguli a/f/g/& g/a/f, binis rectis ſunt minores. cõueniant igitur ad punctum g: & cõnectatur b/g/recta, per primũ poſtulatum. Cùm igitur a/f/ipſi f/b/ſit æqualis, & vtriq; cõmunis f/g: duæ igitur a/f/& f/g/trianguli a/f/g, duabus g/f/& f/b/trianguli g/f/b, ſunt æquales altera alteri. & æquos inuicẽ capiũt angulos: nempe rectos, qui circa f. Baſis igitur a/g, baſi g/b, per quartam primi eſt æqualis. Centro itaq; g, interuallo autem g/a/vel g/b, circulus deſcribatur a/e/b, per tertium poſtulatum. tranſibit ergo circulus a/e/b, per ipſius a/b/limites. Extenſa igitur a/e/recta, per ſecundum poſtulatum, in circunferentiam ipſius circuli: cõnectatur recta b/e, per primum poſtulatum.

Cùm datus angulus eſt acutus.

Partiũ figurę præparatio.

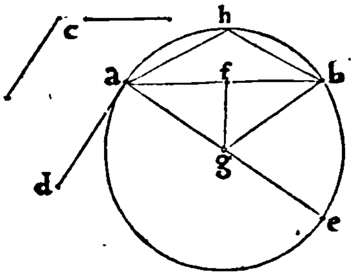


Et quoniam a/d/recta, ab a/puncto ipſius a/e/ dimetientis extremitate, ad rectos eſt angulos: tangit igitur a/d/ipſum a/e/b/ circulum, per corollarium decimæſextæ huius tertij. Rurſum, quoniam recta quædam linea a/d, tangit ipſum a/e/b/ circulum, à contactu autem extenſa eſt recta quædam linea a/b/circulum diſpeſcens: angulus igitur qui ad e/ conſiſtens in alterno ſegmento a/e/b, angulo b/a/d/quem facit extenſa a/b/cum tangente a/d, per trigeſimamſecundã huius tertij eſt æqualis. Eidem porrò b/a/d, æquus eſt angulus c, per conſtructionem. Angulus igitur qui ad e, dato angulo c, per primã communẽ ſentẽtiam eſt æqualis.

Reſolutio demõſtrationis.

Super data itaq; recta linea a/b,descriptum est circuli segmentum a/e/b,suscipiens angulum qui ad e,dato angulo c/æqualem.❡Quòd si datus angulus c/fuerit obtusus:haud dissimili via propopositionis intentum perficietur.Dato enim rursum angulo b/a/d,ipsi angulo c/æquali,per vigesimãtertiã primi:& a/b/ recta diuisa bifariam in puncto f/per decimã,excitatáq; perpendiculari f/g/ per vndecimã eiusdem primi: conuenient rursum a/e/ & f/g/ in rectum extensæ,per quintum postulatum (anguli enim a/f/g/& g/a/f/ sunt minores duobus rectis)conueniant ergo ad punctum g.& sumpto puncto h,prout in a/b/circunferentia contigerit:cõnectantur a/h,h/b,& b/g/lineæ rectæ, per primũ postulatum. Cùm igitur a/f/sit æqualis f/b,& f/g/vtriq; communis:duo latera a/f/ & f/g/ trianguli a/f/g, duobus lateribus g/f/ & f/b/ trianguli g/f/b, sunt æqualia alterũ alteri:& æquales inuicem continent angulos, vtpote rectos qui circa punctũ f.Basis igitur a/g,basi g/b, per quartã primi est æqualis. Centro itaque g,interuallo autẽ g/a/vel g/b,describatur a/e/b/circulus,per tertium postulatũ. trãsibit ergo circulus ipse,per limites datæ rectæ lineæ a/b.Hinc rursum quoniam recta a/d/ab extremitate dimetientis a/e/ad rectos excitata est angulos: tangit igitur a/d/ipsum a/e/b/circulum,per corollarium decimæsextæ huius tertij. Item quoniam a/d/recta tangit a/e/b/circulum,à cõtactu autem extensa est a/b/recta,circulum dispescens:angulus igitur qui ad h/consistẽs in alterno circuli segmento a/h/b,angulo b/a/d/sub contingente d/a/& extensa a/b/comprehenso,per trigesimamsecundam huius tertij est æqualis.Eidem quoq; angulo b/a/d,æquus est per constructionem angulus qui ad c.Qui igitur ad c/& h/puncta consistunt anguli,per primam communem sententiam,sunt inuicem æquales. Itaq; super data recta linea a/b,describitur sectio circuli a/h/b/capiens angulũ qui ad h/æqualem dato angulo rectilineo qui ad c. Quod facere oportebat.

Quãdo idem angulus dat⁹ est obtusus.



Resolutio demõstrationis priori similis.

Πρόβλημα ς, Πρότασις λδ.

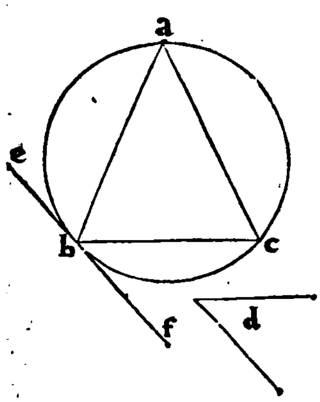
Ἀπὸ τοῦ δοθέντος κύκλου, τμῆμα ἀφελεῖν δεχόμενον γωνίαν ἴσην τῇ δοθείσῃ γωνίᾳ εὐθυγράμμῳ.

Problema 6, Propositio 34.

34 A Dato circulo,segmentum abscindere,capiẽs angulum æqualem dato angulo rectilineo.

ORONTIVS.❡Sit datus circulus a/b/c: à quo oporteat segmẽtum abscindere,capiens angulum æqualem dato angulo qui ad d. A dato igitur puncto e, ducatur recta linea e/f/contingẽs ipsum a/b/c/circulum in puncto b,per decimamseptimam huius tertij.& ad datã rectam lineam b/f, datúmq; in ea punctum b,dato angulo rectilineo qui ad d,æqualis angulus rectilineus constituatur c/b/f, per vigesimãtertiam primi.& per primũ postulatum, coniungantur a/b/ & a/ c/ lineæ rectæ comprehendentes angulum qui ad a. Cùm igitur recta quædã linea b/f/tangat circulũ a/b/c,& à contactu b/alia quædã linea recta b/c/ extensa est,circulum dispescẽs: angulus igitur qui ad a/ existens in alterno segmẽto b/a/c,æquus est ipsi angulo c/b/f,quem efficit recta b/c/cum tangẽte b/f, per trigesimamsecundam huius tertij.Eidem porrò c/b/f/angulo,æquus est per cõstructionem angulus d.Est igitur sub b/ a/ c/ contentus

Constructio figuræ.



Demõstratio problematis.

angulus, æqualis ipsi angulo d, per primam communem sententiam. A dato itaque circulo a/b/c, segmentum abscinditur b/a/c, capiens angulum qui ad a/ æqualem dato angulo rectilineo d. Quod oportuit fecisse.

Θεώρημα κθ, Πρότασις λε.

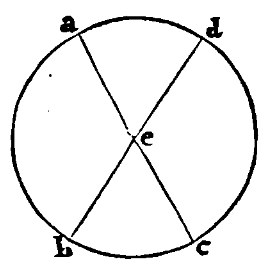
Ἐὰν ἐν κύκλῳ δύο εὐθεῖαι τέμνωσιν ἀλλήλας, τὸ ὑπὸ τῶν τῆς μιᾶς τμημάτων περιεχόμενον ὀρθογώνιον, ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν τῆς ἑτέρας τμημάτων περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ.

Theorema 29, Propositio 35.

SI in circulo duæ rectæ lineæ se adinuicem secuerint: rectangu- 35
lum comprehensum sub sectionibus vnius, æquũ est ei quod sub segmentis alterius comprehenditur rectangulo.

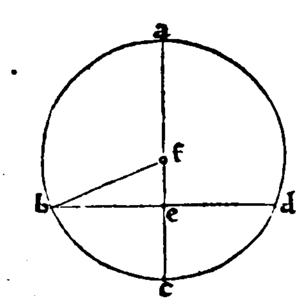
ORONTIVS. ¶In dato enim circulo a/b/c/d, binæ rectæ lineæ a/c/ & b/d, se inuicem secent in puncto e. Aio quòd rectangulum comprehensum sub a/e/ & e/c, æquum est comprehenso sub b/e/ & e/d/ rectangulo. In primis itaq;, vel vtraque linearum transit per centrum circuli, vel vna tantùm, aut neutra.

Prima linearũ sese inuicẽ secãtiũ dispositio.



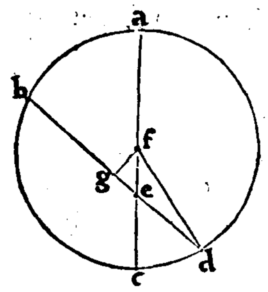
Transeat primùm vtraque per centrum e, vt in prima figura. Erunt igitur, per decimamquintam diffinitionem primi, a/e, e/c, b/e, & e/d/ inuicem æquales: nempe eiusdẽ circuli semidiametri. Quod igittur sub a/e/ in e/c/ fit rectangulum, æquum est ei, quod sub b/e/ & e/d/ continetur rectangulo, per corollarium quadragesimæsextæ primi libri: sunt enim ambo rectangula quadrata, & sub æqualibus rectis cóprehensa. ¶Sed iã altera tantũmodò linearum, vtpote a/c, transeat per centrũ, quod sit f: secétq; reliquam b/d/ in eodem puncto e. Secabit igitur a/c, ipsam b/d/ in duo æqualia, vel in duo nó æqualia. Secet primùm bifariam: & ad rectos igitur eam secabit angulos, per tertiam huius tertij. Connectatur ergo recta b/f, per primum postulatum. Rectãgulum erit itaq; triangulum b/e/f. Et quoniam recta a/c/ secatur in æqualia in puncto f, & in non æqualia in puncto e: quod igitur sub a/e/ & e/c/ continetur rectangulum, vnà cum quadrato quod ex e/f, æquum est ei, per quintam secundi, quod ab f/c/ fit quadrato. Ei porrò quod ab f/c/ fit quadrato, æquum est id quod ex b/f, per corollariũ quadragesimæsextæ primi: æqualis siquidem est b/f/ ipsi f/c. Comprehẽsum igitur sub a/e/ & e/c/ rectangulum vnà cum quadrato quod ex e/f: æquum est quadrato quod fit ex b/f. Quadrato autem quod fit ex b/f, æqualia sunt per quadragesimamseptimã primi, quæ ex b/e/ & e/f/ describuntur quadrata. Cóprehensum itaq; sub a/e/ & e/c/ rectangulum, vnà cum quadrato quod fit ex e/f: æquum est quadratis quæ fiũt ex b/e/ & e/f. Ablato igitur communi quadrato quod ex e/f: reliquum sub a/e/ & e/c/ comprehensum rectãgulum: æquum erit, per tertiam communem sententiã, reliquo quod ex b/e/ describitur quadrato. Quod autem ex b/e/ fit quadratum, idem est quod sub b/e & e/d/ comprehensum rectangulum: est enim per hypothesin b/e/ ipsi e/d/ æqualis. Comprehensum igitur sub a/e/ & e/c/ rectangulũ, æquũ est rectangulo, quod sub b/e/ & e/d/ continetur. ¶Quòd si a/c/ per f/ centrum educta, ipsam b/d/ non ductam per centrũ secuerit inæqualiter: idem non minus facilè concludetur. A dato enim puncto f, in ipsam b/d, perpendicularis ducatur f/g, per duodecimam primi: & connectatur f/d, per primũ postulatum. Cùm igitur f/g/ per centrum educta, ipsam b/d/ non ductam per centrum ad rectos diuidat angulos: &

Secũda linearũ supradictarũ dispositio.

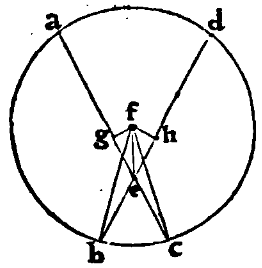


Earundem linearum dispositio tertia.

ipſam quoq; bifariam diſpeſcet, per tertiã huius. Aequalis erit igitur b/g/ ipſi g/d: & triangula f/g/d, atque f/g/e/rectangula. Et quoniam recta a/c/bifariam ſecatur in puncto f, & in nõ æqualia in puncto e: quod igitur ſub a/e/& e/c/ continetur rectãgulum, vnà cum quadrato quod ex e/f, æquum eſt ei quod ex f/c/ deſcribitur quadrato, per quintam ſecundi. Quadrato autem quod ex f/c, æquũ eſt id quod fit ex f/d: æqualis ſiquidem eſt f/c/ ipſi f/d, per decimãquintam ipſius primi diffinitionem. Quadrato rurſum quod ex e/f, æqualia ſunt deſcripta ex f/g/& g/e/ quadrata, per quadrageſimãſeptimã eiuſdem primi. Comprehenſum igitur ſub a/e/& e/c/rectangulum, vnà cum deſcriptis ex f/g/& g/e/quadratis: æquũ eſt quadrato quod fit ex f/d. Quadrato inſuper quod fit ex f/d, æqualia ſunt quæ ex f/g/& g/d/fiũt quadrata, per eandem quadrageſimamſeptimam primi. Quod igitur ſub a/e/& e/c/continetur rectangulum, vnà cũ quadratis quæ ex f/g/& g/e: æquũ eſt eis, quæ ex f/g/& g/d/fiunt quadratis. Subducto igitur quod ex f/g, vtriſq; communi: reliquum ſub a/e/& e/c/comprehenſum rectangulum, vnà cum quadrato quod ex g/e, æquum eſt ei quod ex g/d/fit quadrato. Eidem rurſum quod ex g/d/fit quadrato, æquum eſt comprehenſum ſub b/e/ & e/d/ rectangulum, vnà cum eo quod ex eadem g/e/fit quadrato, per eandem quintam ſecundi: diuiditur enim b/d/ bifariã in g, & in non æqualia in puncto e. Quæ autẽ eidem æqualia ſunt, ea ſunt æqualia adinuicem, per primam communem ſententiam. Rectangulum itaq; ſub a/e/& e/c/cõprehenſum, vnà cum quadrato quod ex g/e: æquũ eſt cõprehenſo ſub b/e/& e/d/rectãgulo, vnà cũ eodem quadrato quod fit ex g/e. Ablato autẽ cõmuni quadrato quod ex g/e: reliquũ ſub a/e/& e/c/cõprehẽſum rectãgulũ, reliquo quod ſub b/e/ & e/d/cõtinetur rectangulo, per tertiã cõmunẽ ſentẽtiam eſt æquale. ❡ Neutra demum ſupradictarũ linearũ per cẽtrum educatur (vt in hac vltima figura) ſiue vna ſecet aliã per æqualia, ſiue nõ: ſitq; rurſum ipſius circuli centrũ f. Cõnectatur igitur e/f/ recta, per primũ poſtulatũ: & à centro f, in vtranq; a/c/ & b/d, ad rectos deducãtur angulos f/g/& f/h, per duodecimã primi: connectantúrque demũ b/f/& f/c, per idem primum poſtulatũ. Diuidet ergo f/g/ipſam a/c/bifariam, ſimiliter & f/h/ipſam b/d, per tertiã huius tertij propoſitionem: erúntq; triangula f/g/e/& e/f/h, necnon f/g/c/& f/b/h/ rectangula. Et quoniã a/c/bifariã ſecatur in g, & in non æqualia in puncto e: cõprehenſum igitur ſub a/e/& e/c/ rectangulũ, vnà cum eo quod ex g/e/fit quadrato, æquũ eſt per quintam ſecundi quadrato quod fit ex g/c. Addatur cõmune quadratũ, quod ex f/g/deſcribitur: quod igitur ſub a/e/& e/c/cõtinetur rectãgulum, vnà cum quadratis quæ fiunt ex f/g/& g/e, binis quadratis quæ ex f/g/& g/c, per tertiam communem ſentẽtiam eſt æquale. Quadratis porrò quæ fiunt ex f/g/& g/e, æquũ eſt quadratum quod fit ex e/f: eis item quæ ex f/g/& g/e/fiunt quadratis, æquũ id quod ex f/c, per quadrageſimamſeptimam primi. quod igitur ſub a/e/& e/c/ continetur rectangulum, vnà cum quadrato quod fit ex e/f, æquũ eſt quadrato quod ex f/c. Ipſi autem f/c/æqualis eſt f/b, per circuli diffinitionẽ: hinc per corollariũ quadrageſimæſextæ primi deſcriptũ ex f/b/quadratũ, æquum eſt ei quod fit ex f/c. Cõprehenſum igitur ſub a/e/ & e/c/rectangulũ, vnà cum quadrato quod fit ex e/f: æquũ eſt quadrato quod fit ex f/b. Et proinde quod ſub b/e/& e/d/cõtinetur rectãgulũ, vnà cũ ipſo quadrato quod fit ex e/f: æquum eſt eidem quadrato, quod fit ex f/b. Quæ autem eidem æqualia, &



Quarta prædictarũ linearũ diſpoſitio.



adinuicem æqualia ſunt, per primam communem ſententiam. Comprehenſum igitur ſub a/e/& e/c/rectangulum, vnà cum quadrato quod fit ex e/f: æquatur rectangulo, quod ſub b/e/& e/d/continetur, ac ipſi quadrato quod fit ex e/f. Dempto itaq; cõmuni quadrato quod ex e/f: reliquum ſub a/e/ & e/c/ comprehenſum rectangulum; reliquo quod ſub b/e/& e/d/continetur rectangulo, per tertiam cõmunem ſententiã eſt æquale. Si igitur in circulo duæ rectæ lineæ ſe adinuicem ſecuerint: &c. vt in theoremate. Quod demonſtrare oportebat.

Θεώρημα λ, Πρόθεσις λς.

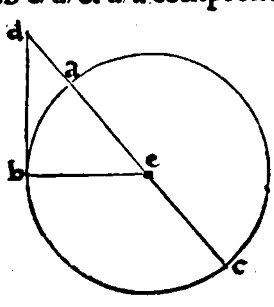
Ἐὰν κύκλου ληφθῇ τι σημεῖον ἐκτός, καὶ ἀπ' αὐτοῦ πρὸς τὸν κύκλον προσπίπτωσι δύο εὐθεῖαι, καὶ ἡ μὲν αὐτῶν τέμνῃ τὸν κύκλον, ἡ δὲ ἐφάπτηται: ἔσται τὸ ὑπὸ ὅλης τῆς τεμνούσης καὶ τῆς ἐκτὸς ἀπολαμβανομένης, μεταξὺ τοῦ τε σημείου καὶ τῆς κυρτῆς περιφερείας, περιεχόμενον ὀρθογώνιον ἴσον τῷ ἀπὸ τῆς ἐφαπτομένης τετραγώνῳ.

Theorema 30, Propoſitio 36.

SI extra circulum ſumatur punctum aliquod, ab eóque in circulum cadant duæ rectæ lineæ, & earũ altera circulum diſpeſcat, altera verò tangat: quod ſub tota diſpeſcente, & extrinſecus ſumpta inter punctum & curuam circunferentiam comprehenditur rectangulum, æquum eſt ei quod fit ex tangente quadrato. 36

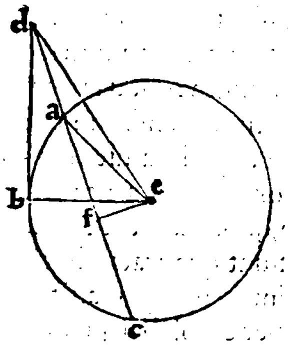
ORONTIVS. ¶Eſto datus circulus a/b/c, extra quem ſumatur punctum d: & à puncto d/in ipſum circulum cadant binæ rectæ lineæ d/b/& d/a/c, quarum d/b/ tangat ipſum circulum, d/a/c/verò eundem circulum diſpeſcat. Aio quòd rectãgulũ ſub c/d/& d/a comprehẽſum: æquum eſt quadrato, quod fit ex d/b. Aut enim recta

Vbi diſpeſcẽs circulũ trãſit per centrum.



linea d/a/c/tranſit per circuli centrũ, vel extra. Tranſeat primò per centrum, ſit'q; illud e: & connectatur e/b/ recta, per primum poſtulatum. Aequalis eſt igitur a/e, ipſi e/c, per circuli diffinitionem. Diſcinditur itaque a/c/bifariam, in puncto e: & illi in rectum adijcitur a/d. Quod igitur ſub c/d/ in d/a/ continetur rectãgulũ, vnà cum eo quod ex a/e/fit quadrato: æquũ eſt, per ſextam ſecundi, quadrato quod fit ex e/d. Ei porrò quod ex a/e/ fit quadrato, æquum eſt quadratũ quod ex b/e: ſunt enim a/e/ & b/e, per ipſius circuli diffinitionem, inuicem æquales. Comprehenſum igitur ſub c/d/ & d/a/rectangulum, vnà cum eo quod ex b/e/fit quadrato: æquum eſt quadrato, quod ex e/d. Quadrato rurſum quod fit ex e/d, æqualia ſunt, quæ ex d/b/& b/e/ vtraque fiunt quadrata, per quadrageſimamſeptimam primi: angulus enim qui ad b, per decimamoctauam huius tertij, rectus eſt. Quod igitur ſub c/d/& d/a/ continetur rectangulum, vnà cum eo, quod ex b/e/ fit quadrato: æquum eſt eis, quæ ex d/b/& b/e/fiunt quadratis. Subducto itaque communi quadrato, quod ex b/e: reliquum quod ſub c/d/& d/a/continetur rectangulum, æquum eſt per tertiam cõmunem ſententiam reliquo, quod ex tangente d/b/fit quadrato. ¶Non extendatur autem d/a/c/recta per centrũ ipſius circuli, quod rurſum ſit e. & à centro e, in rectam a/c, perpendicularis deducatur e/f, per duodecimam primi: connectantúrque per primum poſtulatum, e/a, e/b/& e/d/ lineæ rectæ. Erit igitur vterq; angulorum qui ad b/& qui ad f/rectus: diuidetúrque rurſum a/c/bifariam in puncto f, cui in rectum coniuncta eſt a/d. Quod igitur ex c/d/in d/a/continetur rectangulum, vnà cum eo

Quãdo circulũ diſpeſcens nõ tranſit per centrum.



quod ex a/f/describitur quadrato: æquũ est, per sextam ipsius secundi, quadrato quod fit ex d/f. Addatur commune quadratum, quod fit ex f/e: comprehensum igitur sub c/d/ & d/a/ rectangulum, vnà cum descriptis ex a/f/ & f/e/ quadratis, æquum est quadratis, quæ ex d/f/ & f/e/ describuntur. Quadratis porrò quæ fiunt ex a/f/ & f/e, æquum est quadratum quod ex a/e: eis item quæ ex d/f/ & f/e, fiunt quadratis, æquũ id quod ex ipsa d/e, per quadragesimamseptimam primi. Quod fit igitur ex c/d/ in d/a, vnà cum eo quod ex a/e/fit quadrato: æquũ est quadrato, quod fit ex d/e. Quadrato rursum quod fit ex a/e, æquum est id quod ex e/b: æqualis est enim a/e, ipsi e/b, per ipsam circuli diffinitionem. Quod igitur sub c/d/& d/a/ cótinetur rectangulum, vnà cum quadrato quod fit ex e/b: æquum est quadrato, quod fit ex d/e. Ipsi autem quod ex d/e/fit quadrato: æqualia sunt, per eandem quadragesimamseptimam primi, descripta ex e/b/& b/d/quadrata. Comprehensum igitur ex c/d/in d/a/rectãgulum, vnà cum quadrato quod ex e/b: æquũ est eis, quæ ex eadem e/b/& ipsa b/d/fiunt quadratis. Ablato itaq; quadrato quod ex e/b/vtrique æqualium cómuni: reliquum ex c/d/in d/a/comprehensum rectangulum, reliquo quod ex tangente b/d/fit quadrato, per tertiam communem sententiã est æquale. Igitur si extra circulum sumatur punctũ aliquod: & quæ sequuntur reliqua. Quod ostendendum susceperamus.

Corollarium.

¶Quotlibet igitur rectangula, sub rectis singulis ex eodem pũcto extra circulum sumpto deductis, atque circulum ipsum dispescentibus, & extrinsecus sumptis inter punctum & curuam circunferentiam comprehensa: sunt inuicem æqualia. Nam eidem æqualia quadrato, quod ex ipsa tangente describitur.

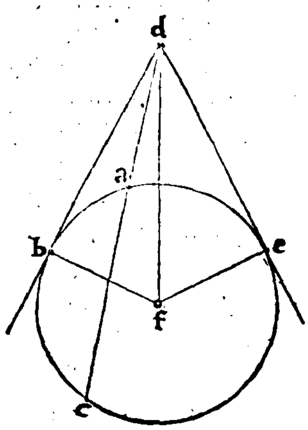
Θεώρημα λα, Πρότασις λζ.

Ἐὰν κύκλου ληφθῇ τι σημεῖον ἐκτὸς, ἀπὸ δὲ τοῦ σημείου πρὸς τὸν κύκλον προσπίπτωσιν δύο εὐθεῖαι, καὶ ἡ μὲν αὐτῶν τέμνῃ τὸν κύκλον, ἡ δὲ προσπίπτῃ: ᾖ δὲ τὸ ὑπὸ τῆς ὅλης τεμνούσης, καὶ τῆς ἐκτὸς ἀπολαμβανομένης μεταξὺ τοῦ τε σημείου καὶ τῆς κυρτῆς περιφερείας, ἴσον τῷ ἀπὸ τῆς προσπιπτούσης, ἡ προσπίπτουσα ἐφάψεται τοῦ κύκλου.

Theorema 31, Propositio 37.

37 SI extra circulum sumatur punctum aliquod, & ab eo puncto in circulum duæ rectæ lineæ ceciderint, & earum altera circulum secet, altera verò cadat: sit autem quod fit sub tota dispescente & extrinsecus sumpta inter punctum & curuam circunferentiam, æquale ei quod fit ex cadente: cadens circulum tanget. Cõuersa præcedentis.

ORONTIVS. ¶Hæc est conuersa præcedentis. Sit igitur rursum extra circulum a/b/c/, susceptum punctum d, à quo in eundem circulum duæ procidant lineæ rectæ, d/b/quidem in circulum incidens, d/a/c/verò eundem circulum dispescẽs: sit autem receptum, vt id quod sub c/d/in d/a/comprehenditur rectangulum, æquum sit ei quod ex cadente d/b/fit quadrato. Aio quòd d/b/tangit circulũ a/b/c. A dato enim puncto d, dato circulo a/b/c, contingens recta linea ducatur, per decimamseptimam huius tertij: sitq; illa d/e. Ipsius autem circuli centrum esto f: & per primũ postulatum connectantur rectæ lineæ f/b, f/d, & f/e. Erit igitur f/e/perpendicularis in contingente d/e, per decimamoctauam huius tertij: & proinde angulus d/e/f/



rectus. Cũ igitur à puncto d/cadant binæ lineæ rectæ d/a/c/& d/e,quarum altera,vtpote d/a/c,circulum secat, reliqua verò d/e/ipsum tangit circulum: quod igitur ex d/e/fit quadratum, æquum est comprehenso sub c/d/& d/a/rectangulo,per antecedẽtem trigesimamsextã propositionem.Eidem porrò quod ex c/d/in d/a/fit rectangulo,æquum est per hypothesin,quod ex d/b/fit quadratum. quæ igitur ex d/b/ & d/e/ fiunt quadrata, sunt per primam communẽ sententiam inuicem æqualia.Et proinde recta d/b, æqualis ipsi d/e, per corollarij quadragesimæsextæ primi conuersionẽ. Aequalis rursum est f/e/ ipsi f/b,per sæpius allegatam circuli diffinitionem.Binæ igitur d/b/& b/f/trianguli d/b/f,duabus d/e/& e/f/trianguli d/e/f/sunt æquales altera alteri: habéntque eandem basin communem d/f. Angulus itaque d/b/f,ipsi angulo d/e/f, per octauam primi est æqualis. Atqui d/e/f/angulus est rectus:& qui sub d/b/f/igitur continetur angulus, rectus est. Est autem f/b/semidiameter circuli, & altera igitur pars diametri, à cuius extremitate b,ad angulos rectos excitatur b/d: tangit igitur b/d/circulum ipsum a/b/c,per corollarium decimæsextæ huius tertij.Idem quoq; deducetur,vbi d/a/c/recta per centrum ipsius transibit circuli. Si extra circulum igitur sumatur punctũ aliquod:&c. vt in ipso theoremate.Quod tandem fuerat ostendendum.

Tertij Libri Geometricorum Elementorum

FINIS.

Orontij Finei Delphinatis, Regii Mathematicarum Professoris, In Quartum elementorum Euclidis, Demonstrationes.

ΕΥΚΛΕΙΔΟΥ ΣΤΟΙΧΕΙΟΝ ΤΕΤΑΡΤΟΝ

Περὶ τοῦ ἐγγράφεσθαι καὶ περιγράφεσθαι σχήματα, ὅροι ζ.

Σχῆμα εὐθύγραμμον εἰς σχῆμα εὐθύγραμμον ἐγγράφεσθαι λέγεται, ὅταν ἑκάστη τῶν τοῦ ἐγγραφομένου σχήματος γωνιῶν, ἑκάστης πλευρᾶς τοῦ εἰς ὃ ἐγγράφεται ἅπτηται.

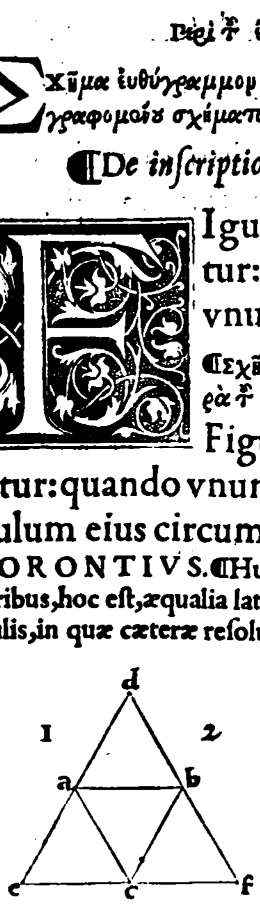
¶De inscriptione ac circunscriptione figurarum, Diffinitiones 7.

1 Figura rectilinea, in figura rectilinea describi dicitur: quando vnusquisque inscriptæ figuræ angulus, vnumquodque latus eius in qua describitur tágit.

¶Σχῆμα δὲ ὁμοίως περὶ σχῆμα περιγράφεσθαι λέγεται, ὅταν ἑκάστη πλευρὰ τοῦ περιγραφομένου, ἑκάστης γωνίας τοῦ περὶ ὃ περιγράφεται ἅπτηται.

2 Figura autem similiter circa figuram describi dicitur: quando vnumquodq; latus circunscriptæ, vnumquenq; angulum eius circum quam describitur tangit.

ORONTIVS. ¶Huiuscemodi figurarum inscriptiones ac circunscriptiones, de regularibus, hoc est, æqualia latera, & angulos inuicē æquales habentibus (exceptis forsitan triangulis, in quæ cæteræ resoluuntur rectilineæ figuræ) veniunt potissimùm intelligendæ. Inscribuntur præterea, atque inuicem circunscribuntur rectilineæ tantũmodò figuræ, quæ eiusdem sunt speciei: vtpote, triangulū triágulo, quadratū quadrato, pētagonū pētagono: &c. Oportet enim tot esse latera circūscriptæ, quot ipsius inscriptæ sunt anguli. Quanquàm porrò circulus non sit figura rectilinea: propter illius tamen regularitatem, possunt & ipsæ rectilineæ ac æquilateræ figuræ, circulo inscribi ac circunscribi, & è diuerso. Quæ figuræ inscribātur & circūscribantur adinuicē.



In exēplum igitur primæ ac secundæ diffinitionis, habes obiectum a/b/c/triangulum æquilaterum, descriptū in d/e/f/triangulo: vel ipsum d/e/f/triangulum, ipsi a/b/c/triangulo respondenter circunscriptum.

¶Σχῆμα δὲ εὐθύγραμμον εἰς κύκλον ἐγγράφεσθαι λέγεται, ὅταν ἑκάστη γωνία τοῦ ἐγγραφομένου, ἅπτηται τῆς τοῦ κύκλου περιφερείας.

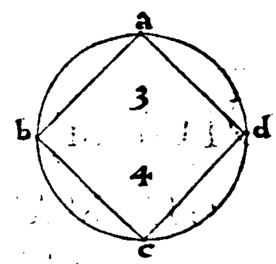
3 Figura rectilinea, in circulo describi dicitur: quando vnusquisque angulus inscriptæ, circuli circunferentiam tangit.

¶Κύκλος δὲ περὶ σχῆμα περιγράφεσθαι λέγεται, ὅταν ἡ τοῦ κύκλου περιφέρεια ἑκάστης γωνίας, τοῦ περὶ ὃ περιγράφεται ἅπτηται.

4 Circulus verò, circa figuram rectilineam describi dicitur: quando

circuli circunferentia, vnumquenque eius, circum quam deſcribitur, angulum tangit.

Figura circularis, ob vniformem & regulatam circunferentiæ à cētro diſtantiam, rectilineas omnes ac regulares figuras, tum intra, tū extra facilè capit: ſingulos angulos inſcriptæ, vel omnia circunſcriptæ contingēs latera. Quēadmodùm in præcedentium tertiæ & quartæ diffinitionum elucidationē, oſtendit deſcriptum in a/b/c/d/ circulo quadratum: vel idem circulus, quadrato a/b/c/d/ circunſcriptus.



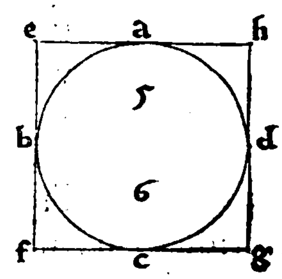
Κύκλος δὲ ὁμοίως εἰς σχῆμα λέγεται ἐγγράφεσθαι, ὅταν ἡ τοῦ κύκλου περιφέρεια ἑκάστης πλευρᾶς, τοῦ εἰς ὃ ἐγγράφεται ἅπτηται.

Circulus autem in figura rectilinea deſcribi dicitur: quādo circuli circunferentia, vnumquodq; latus eius in qua deſcribitur tāgit. 5

Σχῆμα δὲ εὐθύγραμμον περὶ κύκλον περιγράφεσθαι λέγεται, ὅταν ἑκάστη πλευρὰ τῆς τοῦ κύκλου περιφερείας, τοῦ περιγραφομένου ἐφάπτηται.

Figura verò rectilinea, circa circulū deſcribi dicitur: quando vnūquodque latus circunſcriptæ, circuli circunferentiam tangit. 6

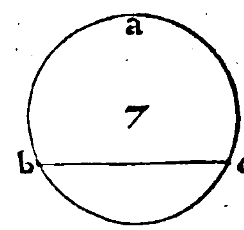
In exemplum, habes circulum a/b/c/d, in quadrato e/f/g/h/ deſcriptum: atque idem quadratum e/ f/ g/ h, deſcriptum circa eundem circulum a/b/c/d. Idem reſpondenter velim intelligas de cæteris quibuſcunque regularibus figuris, in circulo, vel circa eundem circulum, prius diffinita ratione deſcriptis.



Εὐθεῖα εἰς κύκλον ἐναρμόζεσθαι λέγεται, ὅταν τὰ πέρατα αὐτῆς, ἐπὶ τῆς περιφερείας ᾖ τοῦ κύκλου.

Recta linea circulo congruere dicitur: quando eius extrema, in circuli circunferentiam cadunt. 7

Quanquàm hæc vltima diffinitio, tam de circuli dimetientibus, quàm de cæteris rectis non per cētrum eductis (quas vocant chordas) ſit intelligenda: ipſas tamen rectas circuli dimetiente minores potiſſimùm reſpicere videtur, quę ſunt videlicet latera inſcribendarum intra circulum rectilinearum figurarum. Cuiuſmodi videtur eſſe recta b/c: cuius extrema, ſiue limites b/& c, in dati circuli a/b/c/ circunferentiam cadunt.



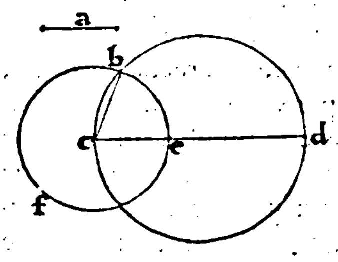
Πρόβλημα α, Πρόθεσις α.

Εἰς τὸν δοθέντα κύκλον τῇ δοθείσῃ εὐθείᾳ μὴ μείζονι οὔσῃ τῆς τοῦ κύκλου διαμέτρου, ἴσην εὐθεῖαν ἐναρμόσαι.

Problema 1, *Propoſitio* 1.

IN dato circulo, datæ rectæ lineæ minimè maiori circuli diametro exiſtenti: æqualem rectam lineam coaptare. 1

ORONTIVS. Sit data recta linea a, non maior dimetiente dati circuli b/c/d/ (non intraret enim circulum, ſi foret maior: quoniam in circulo maximus eſt dimetiens, per decimamquintam tertij) in quo quidem circulo oporteat ipſi datæ rectæ lineæ a, æqualē rectā lineā coaptare. Producatur ergo circuli b/c/d, dimetiẽs c/d. Erit itaq; a/recta linea, aut æqualis ipsi dimetiẽti: aut eo minor. Si æqualis iam coaptata est recta linea c/d, æqualis ipsi datæ rectæ lineæ a. Quòd si a/recta linea, fuerit minor dimetiente c/d: secetur à maiori c/d, ipsi a/ minori æqualis, per tertiã primi: sitq; illa c/e. Et centro c, interuallo autẽ c/e, describatur circulus b/e/f, per tertium postulatũ. Secabit igitur circulus b/e/f, datum b/c/d/circulum: sunt enim in eodem plano, & vnius circunferentia partim intra reliquum, partim verò extra. Secet igitur in pũcto b: & per primum postulatum, connectatur recta b/c. Coaptatur itaq; b/c/recta, in dato b/c/d/circulo: cadunt enim extrema b/& c, in ipsius b/c/d/ circuli circunferentiã. Aio quòd æqualis est ipsi a. Quoniam punctum c/centrum est circuli b/e/f: æqualis est igitur b/c/ipsi c/e, per circuli diffinitionem. Eidem porrò c/e, æqualis est a/recta linea, per constructionem. Duæ igitur, a/inquàm, & b/c, eidem c/e/sunt æquales: & proinde æquales adinuicem, per primam communem sententiã. Datæ igitur rectæ lineæ a, æqualis recta linea b/c, in dato circulo b/c/d/ coaptatur. Quod oportebat facere.



Πρόβλημα β, Πρόθεσις β.

Εἰς τὸν δοθέντα κύκλον, τῷ δοθέντι τριγώνῳ, ἰσογώνιον τρίγωνον ἐγγράψαι.

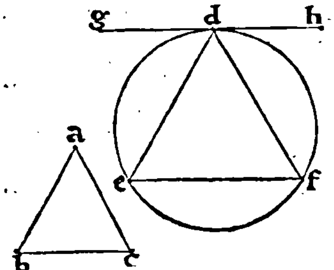
Problema 2, Propositio 2.

2 IN dato circulo, dato triangulo, æquiangulum triangulum describere.

ORONTIVS. ¶ Esto datum triangulum a/b/c, cui oporteat describere æquiangulum triangulũ, in dato circulo d/e/f. A dato igitur puncto g, dato circulo d/e/f: contingens recta linea ducatur g/d/h, tangens ipsum circulũ d/e/f/in puncto d, per decimamseptimam tertij. Et ad datam rectam lineam d/h, datúmq; in ea punctum d, dato angulo rectilineo qui ad b, æqualis angulus rectilineus cõstituatur f/d/h, per vigesimamtertiam primi: & per eandem, angulo qui ad c, æqualis angulus cõstituatur ad idem pũctum d, datæ rectæ lineæ g/d, sitq; g/d/e: ipsis d/e/& d/f, circulo d/e/f/ coaptatis. cõnectatur demum e/f/ recta, per primũ postulatum. Et quoniam circulũ d/e/f, tangit quædam recta linea g/d/h, à cõtactu autem d, recta quædam linea d/f/extenditur, circulum dispescẽs: angulus igitur qui ad e, in alterno segmẽto d/e/f, angulo f/d/h, per trigesimamsecundã tertij est æqualis. Eidẽ porrò angulo f/d/h, datus est æqualis angulus qui ad b: per primam igitur communem sententiam, angulus qui ad b, æquus est angulo qui ad e. Et proinde angulus qui ad f, ipsi angulo qui ad c/æqualis. Reliquus igitur/angulus qui ad a, reliquo qui ad d, per trigesimamsecũdam primi est æqualis. Aequiangulum est itaq; triangulum d/e/f, ipsi a/b/c/ triangulo: describitúrque in dato circulo d/e/f. In dato igitur circulo, dato triangulo, æquiangulum triangulum describitur. Quod fecisse oportuit.

Constructio figuræ.

Ostensio problematis.



Πρόβλημα γ, Πρόθεσις γ.

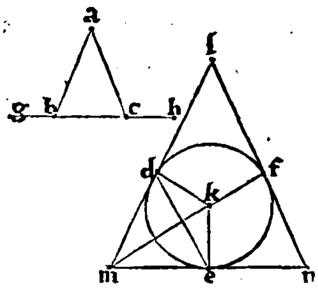
Περὶ τὸν δοθέντα κύκλον, τῷ δοθέντι τριγώνῳ, ἰσογώνιον τρίγωνον περιγράψαι.

Problema 3, Propositio 3.

3 CIrca datum circulum, dato triangulo, æquiangulum triangulum describere.

ORONTIVS. ¶Sit datum triangulum a/b/c,datus verò circulus d/e/f, circa quem expediat deſcribere triangulum æquiangulum ipſi a/b/c/triangulo dato. Producatur itaq; in directum ex vtraq; parte latus b/c,in g/& h/ puncta,per ſecũdum poſtulatũ:ſitq; per primam tertij,ipſius circuli a/b/c/cẽtrum k, & connectatur d/k/ ſemidiameter,per primũ poſtulatum. Ad punctum deinde k,datæ rectæ lineæ d/k, ipſi angulo a/b/g/ æqualis angulus conſtituatur d/k/e, per vigeſimamtertiam primi:& per eandem,ad idem punctum k,datæ rectæ lineæ e/k, angulus conſtituatur e/k/f/ipſi angulo a/c/h/æqualis. A punctis autem d,e,f, ad rectos vtrinq; excitẽtur angulos d/l,d/m,e/m,e/n,f/n,& f/l,per vndecimam primi: quæ per decimamquartam eiuſdem primi,in directum conſtituentur, atq; per corollarium decimæſextæ tertij, tangent ipſum circulum in punctis d,e, f, conueniéntq; ad pũcta l,m,n. Connexa enim d/e/per primũ poſtulatum,diuidet vtrunq; angulum rectum qui ad d, & qui ad e:efficiétq; propterea ad eaſdem partes verſus m, interiores angulos m/d/e/ & d/e/m/binis rectis minores. quare per quintum poſtulatum,conuenient d/m/ & e/m/in punctum m. Et proinde e/n/& f/n,in punctum n:atque d/l/& f/l, ad punctum l. Triangulum erit igitur l/m/n:& circa datum circulum d/e/f, per ſextam diffinitionem huius deſcriptum. Dico, ꝙ & a/b/c/triangulo, eſt æquiangulum.

Quòd l,m,n, ſit triangulũ.



Quòd triangulum l,m,n, ipſi a, b,c, ſit æquiágulum.

Quadrilaterum enim d/m/e/k,cõnexa m/k,in bina triangula diuidetur:& cuiuſlibet triãguli tres anguli,binis rectis,per trigeſimamſecundam primi, ſunt æquales. Et quatuor igitur anguli ipſius quadrilateri d/m/e/k,ſunt æquales quatuor rectis. quorum qui ad d/& e,recti ſunt per conſtructionem:reliqui igitur qui ad m/ & k/ puncta conſiſtunt anguli, duobus rectis coæquantur. Eiſdem quoq; duobus rectis,æquales ſunt per decimamtertiam primi, a/b/g/ & a/b/c/ anguli. Aequales igitur ſunt anguli qui ad m/& k/puncta,hoc eſt d/m/e/& d/k/e,ipſis angulis a/b/g/& a/b/c,per primam communem ſententiam. Angulus porrò a/b/g, angulo d/k/e,per conſtructionem eſt æqualis: reliquus igitur d/m/e, ſeu qui ad m/ angulus,reliquo qui ſub a/b/c,per tertiam cõmunem ſententiã eſt æqualis. Haud diſſimiliter oſtendemus angulum qui ad n,æqualem eſſe angulo a/c/b: atq; reliquũ angulum qui ad l,reliquo qui ſub b/a/c/tandẽ coæquari. Aequiangulum eſt igitur l/m/n/triãgulum,ipſi dato triangulo a/b/c : deſcribitúrq; circa datum circulũ d/e/f. Circa datum itaq; circulum,dato triangulo, æquiangulum deſcriptum eſt triangulum. Quod faciendum fuerat.

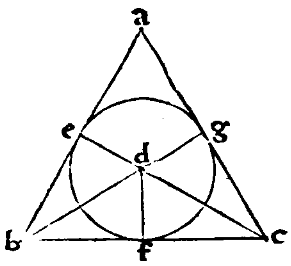
Πρόβλημα δ', Πρότασις δ'.

Εἰς τὸ δοθὲν τρίγωνον κύκλον ἐγγράψαι.

Problema 4, *Propoſitio* 4.

IN dato triangulo,circulum deſcribere. 4

ORONTIVS. ¶Eſto datum triangulum a/b/c, in quo oporteat circulum deſcribere. Secentur ergo bifariam, per nonam primi, qui ſub a/b/c/ & a/c/b/ continentur anguli : rectis quidem lineis b/ d/ & d/ c, in punctum d, per quintum poſtulatum, tandem conuenientibus. Et à puncto d,in rectas a/b, b/c, & c/a, perpendiculares deducãtur d/e,d/f,& d/g,per duodecimam primi. Aio itaq; primùm, d/e, d/f,& d/g,fore inuicem æquales. Triangula enim b/e/d/& d/f/b,habent duos angulos duobus angulis æquales:vtpote,e/b/d/ipſi d/b/f/per cõſtructionẽ,& rectum qui ad e,recto qui ad f,per quartum poſtulatum. habent inſuper vnum latus,vni lateri



æquale:cómune ſcilicet b/d,quod ſub vno æqualium ſubtenditur angulorum.Reliqua itaque latera,reliquis lateribus habebunt æqualia alterum alteri, per vigeſimamſextam primi.Aequalis eſt igitur d/e,ipſi d/f.& proinde d/g,ipſi d/f/itidem æqualis.Hinc per primam communẽ ſententiam,d/e/atque d/g,inuicem æquales erunt.Tres igitur d/e,d/f,atque d/g,æquales ſunt adinuicem.Centro igitur d, interuallo autem d/e,aut d/f, aut d/g, circulus deſcribatur e/f/g,per tertium poſtulatum.Tranſibit ergo circulus ipſe,per eadem puncta e,f,g: tangéntque propterea eundem circulum e/f/g,ipſa a/b,b/c,& c/a,dati a/b/c/trianguli latera, per decimæſextæ tertij corollarium: excitantur enim ad rectos angulos,ab ipſorum dimetientium d/e,d/f,& d/g,extremitatibus.Circulus autem in figura rectilinea deſcribi dicitur:quando circuli circunferentia, vnumquodque latus eius in qua deſcribitur tangit,per quintam huius quarti diffinitionẽ. In dato itaque triangulo a/b/c, circulus deſcribitur e/f/g.Quod oportuit feciſſe.

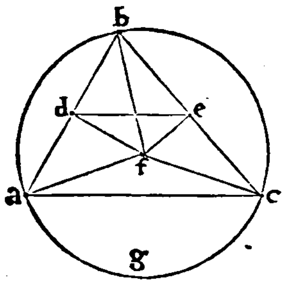
Πρόβλημα ε, Πρόθεσις ε.
Περὶ τὸ δοθὲν τρίγωνον κύκλον περιγράψαι.

Problema 5, Propoſitio 5.

5 CIrca datum triangulum,circulum deſcribere.

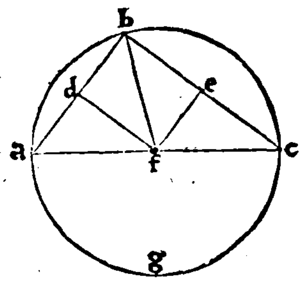
ÓRONTIVS.¶Sit triangulum a/b/c: circa quod receptum ſit deſcribere circulum.Secentur itaq; bifariam,per decimam primi,a/b/& b/c/ ipſius dati trianguli latera:in punctis quidem d/& e.Ab ipſis deinde punctis d/& e,ad rectos excitẽtur angulos d/f/& e/f,per vndecimã ipſius primi.Aio primùm,rectas d/f/ & e/f/in directum productas,tandem conuenire. Cõnexa enim recta d/e,per primum poſtulatum:ea diuidet vtrunque rectũ angulum b/d/f/& b/e/f.& proinde in rectas d/f/& e/f,recta incidẽs d/e:efficiet/ad eaſdem partes interiores angulos,duobus rectis minores.Conuenient igitur ipſæ d/f/ & e/f/ per quintũ poſtulatum: conueniant itaque,ad punctum f.Aut igitur f/ punctum cadet intra triangulum a/ b/c, aut ſuper latus a/c, vel extra ipſum a/b/c/ triangulum. Cadat primùm intra triangulũ,velut in prima figuræ diſpoſitione:& connectantur,per primum poſtulatum,f/a, f/b,& f/c/ lineæ rectæ.Cùm igitur a/d,ſit æqualis ipſi d/b, & vtriq; communis d/ f:erunt duo latera a/d/& d/ f/ trianguli a/d/f, duobus lateribus f/d/& d/b/trianguli f/d/b/ æqualia alterũ alteri:& æquos inuicẽ continent angulos,per quartum poſtulatum:nempe rectos,qui circa d.Baſis igitur a/f,baſi f/b,per quartam primi eſt æqualis.Haud diſſimiliter oſtẽdetur,quòd f/c,eidem f/b/æqualis eſt:& proinde f/a,æqualis ipſi f/c,per primam communem ſententiam.Tres igitur f/a,f/b/,& f/c,ſunt inuicem æquales. Centro itaq; f,interuallo autem f/a,vel f/b,aut f/c:circulus deſcribatur a/b/c/g, per tertium poſtulatum.Tranſibit igitur deſcriptus ipſe circulus, per puncta a, b, c,ad quæ dati trianguli a/b/c/continentur anguli:tangétque propterea ipſius circuli circunferentia,vnumquenque angulum dati a/b/c/trianguli.Ergo per quartam huius quarti diffinitionem,circa datum triangulum a/b/c, circulus diſcribitur.¶Concurrant autem ipſæ rectæ lineæ d/f/& e/f,ſuper latus a/c,vt in ſuccedenti figura:& connectatur f/b,per primum poſtulatum.Haud diſſimiliter oſtendemus, quòd f/a ipſi f/b/eſt æqualis:necnon & f/c,eidem f/b,per eandem quartam primi.Hinc rurſum,

Generalis figuræ præparatio.



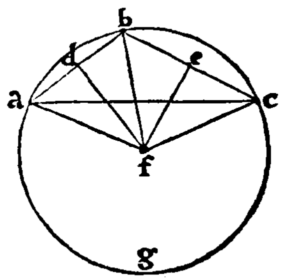
Prima figuræ differentia.

Secunda figuræ differẽtia.



iuxta præmissam demonstrationem, colligemus tres rectas lineas f/a, f/b, & f/c, fore inuicem æquales. Quapropter si centro f, interuallo autem f/a, vel f/b, aut f/c, circulus per tertiũ describatur postulatũ: is per puncta a, b, c, transire cogetur. Ipsius itaque circuli circunferentia, tanget vnumquenque angulum ipsius a/ b/ c/ trianguli: describetúrque propterea circulus ipse, circa datum triangulum a/b/c, per eandem quartã huius quarti libri diffinitionem. ¶ Sed conueniant demum ipsæ d/f/ & e/f/ perpendiculares, extra datum a/b/c/ triangulum, vt habet vltima descriptionis formula: & connectantur rursum f/a, f/b, & f/c/ lineæ rectæ, per primum postulatum. Simili prorsus concludemus ostensione, tres rectas lineas f/a, f/b, & f/c, fore rursum inuicem æquales. habent enim triangula a/d/f/ & f/d/b, duo latera a/d/ & d/f, duobus lateribus f/d/ & d/b/ æqualia alterum alteri: & æquos angulos, vtpote rectos qui circa d/ continentia. vnde per quartã ipsius primi, basis a/f, basi f/b, concludetur æqualis. Et proinde f/c, æqualis eidem f/b. Hinc per primam communem sententiam f/a, ipsi f/c/ æquabitur: tres quoque f/a, f/b, & f/c, tandem conuincentur æquales. Quapropter descripto, per tertium postulatum, pro centro f, ad ipsius f/a, vel f/b, aut f/c/ interuallum circulo: transibit ipsius circuli circunferentia, per eadem puncta a, b, c, ad quæ dati trianguli a/b/c/ conueniũt latera. Hinc per quartam huius quarti diffinitionem, descriptus erit idem circulus, circa datum a/b/c/ triangulum. Quod faciendum susceperamus.

Tertia figurę dispositio.



Corollarium.

¶ Ex his, & trigesimaprima tertij fit manifestum, quòd dùm f/ centrum circuli cadit intra datum a/b/c/ triangulum: angulus qui ad b/ recto minor est, nempe in segmẽto semicirculo maiori consistens. Dùm autem cadit in latus b/c: angulus ipse qui ad b, in semicirculo est, & proinde rectus. Quãdo verò centrũ ipsum cadit extra datũ triangulum: idem angulus qui ad b/ recto maior est, vtpote in segmento semicirculo minori cõstitutus. Hinc versa vice sequitur, quòd in oxygonijs triãgulis circũscribendi circuli centrũ cadit intra datum triangulum: in rectangulis verò, in medium subtensi lateris: in amblygonijs deniq; triãgulis, extra ipsum triangulũ datum.

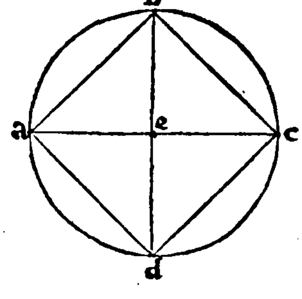
Πρόβλημα ς, Πρόθεσις ς.

Εἰς τὸν δοθέντα κύκλον τετράγωνον ἐγγράψαι.

Problema 6, Propositio 6.

IN dato circulo, quadratum describere. 6

ORONTIVS. ¶ Esto datus circulus a/b/c/d, cuius centrũ e: in quo quidem circulo oporteat describere quadratum. Coaptentur igitur ipsi a/b/c/d/ circulo, dimetientes a/c/ & b/d, ad rectos angulos sese inuicem dirimentes: & coniungantur a/b, b/c, c/d, & d/a/ lineæ rectæ, per primũ postulatum. Quadrilaterũ erit igitur a/b/c/d: & intra datum circulum, per tertiã huius quarti diffinitionẽ descriptum: vnusquisq; enim angulus inscripti quadrilateri, circuli circunferẽtiam tangit. Aio ipsum a/b/c/d/ quadrilaterum, fore quadratum. Nam e/a, e/b, e/c, & e/d/ lineæ rectæ, sunt per circuli diffinitionẽ inuicẽ æquales: ex centro enim in circunferentiã.



Potissima demõstrationis pars.

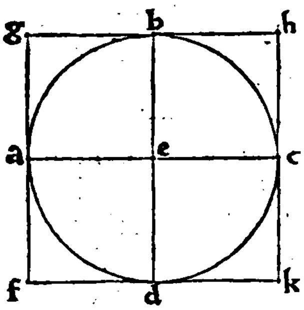
Binæ igitur a/e/& e/b/trianguli a/e/b,duabus b/e/& e/c/trianguli b/e/c coæquãtur: & æquos inuicẽ continent angulos,nẽpe rectos qui ad centrũ e.Basis igitur a/b,basi b/c,per quartã primi est æqualis.Et proinde a/d/& d/c,tum inuicẽ,tum vtriq; ipsarũ a/b/& b/c,ostendentur æquales.Aequilaterum est itaq; a/b/c/d/ quadrilaterum. Insuper,quoniam a/c,dimetiens est ipsius dati circuli:vterque propterea angulorũ qui ad b/& qui ad d,est in semicirculo,& proinde rectus, per trigesimamprimã tertij.Et per eandem,qui ad a/& c/sunt anguli,itidem recti:dimetiens enim est b/d.Rectangulum est igitur ipsum a/b/c/d/quadrilaterum.Patuit quòd & æquilaterũ : ergo quadratũ,per trigesimã ipsius primi diffinitionẽ. In dato igitur circulo a/b/c/d, quadratum describitur.Quod facere oportebat.

Πρόβλημα ζ, Πρόθεσις ζ.
Περὶ τὸν δοθέντα κύκλον, τετράγωνον περιγράψαι.

Problema 7, Propositio 7.

7 Circa datum circulum,quadratum describere.

ORONTIVS.¶Sit datus circulus a/b/c/d:circa quem receptum sit quadratũ describere.Coextendantur ergo ipsius dati circuli dimetientes a/c/& b/d,in centro e/ ad rectos sese dirimentes angulos. Et per ipsorum dimetientium extrema puncta a,b,c,d,parallelæ ducãtur,per trigesimamprimam primi:f/g/quidem & h/k/ipsi b/d,f/k/autem & g/h/ipsi a/c,ad puncta tandem f,g,h,k,inuicẽ(veluti cum ipsis dimetientibus)concurrentes.Quæ autem eidem rectæ lineæ parallelæ:& adinuicem, per trigesimam ipsius primi,sunt parallelæ.Parallela est igitur f/g/ipsi h/k, & f/k/ ipsi g/h: & proinde quadrilaterum f/g/h/k/parallelogrammum, atq; singula in eodem f/g/h/k/cõprehensa quadrilatera itidẽ parallelogrãma. Dico ipsum f/g/h/k/ parallelogrammum, fore quadratum:descriptúmq; circa datum a/b/c/d/ circulum.Parallelogrammorũ enim locorum latera quæ ex opposito,æqualia sunt adinuicem, per trigesimamquartã primi. æqualis est igitur f/g/ ipsi h/k, & f/k/ ipsi g/h: necnon vtraque f/g/& h/k/ ipsi b/d, vtraque rursum f/k/& g/h/ipsi a/c/æqualis.Porrò a/c/& b/d,æquales sunt adinuicem: nempe eiusdem circuli dimetiẽtes.Quæ autem æqualibus æqualia sunt, ea quoq; sunt inuicem æqualia, per primam communem sententiam.Quatuor igitur f/g,g/h, h/k,& k/f,sunt adinuicem æquales: & proinde f/g/h/k/parallelogrammum,æquilaterum. Parallelogrammorum rursum a/b, b/c, c/d,& d/a, qui ex opposito sunt anguli, æquales sunt adinuicem,per eandem trigesimamquartam primi: æquales sunt igitur singuli qui ad pũcta f,g,h,k, sunt anguli, singulis qui ad e/ centrum ex opposito consistunt angulis. Anguli porrò qui circa e,per costructionẽ recti sunt:& recti igitur sunt,qui ad puncta f,g,h,k, continentur.Rectangulum est itaque f/g/h/k/parallelogrãmum. Patuit quòd & æquilaterum:est igitur quadratum, per trigesimam ipsius primi diffinitionem. Aio demum,quòd & circa datum circulum a/b/c/d/describitur.In parallelas enim f/g/& b/d,recta incidens a/e, facit alternos angulos a/e/b/& e/a/f:similiter & a/e/d/atque e/a/g,inuicem æquales, per vigesimamnonam primi. Atqui recti sunt qui sub a/e/b/& a/e/d, per constructionem: & vterque igitur qui circa a, rectus est. Haud aliter ostendemus,quòd & reliqui circa puncta b,c,d/cõsistentes anguli,recti sunt.Quæ autem à circuli dimetientium extremitatibus,ad rectos ducuntur angulos : ipsum circulum tangunt, per decimæsextæ tertij corollarium. Tangit igitur



Quòd descriptũ parallelogrammum,sit quadratum.

Quòd ipsum quadratũ,circulo circũscribatur.

vnumquodque latus ipsius quadrati f/g/h/k, circunferentiam dati a/b/c/d/ circuli. Igitur per sextam huius quarti diffinitionẽ, circa datum circulum a/b/c/d, quadratũ describitur f/g/h/k. Quod faciendum receperamus.

Πρόβλημα η, Πρόθεσις η.

Εἰς τὸ δοθὲν τετράγωνον, κύκλον ἐγγράψαι.

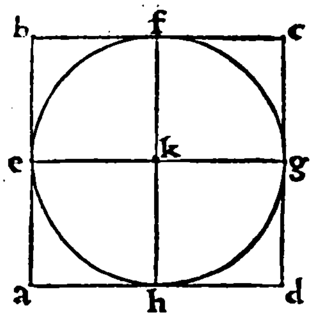
Problema 8, Propositio 8.

IN dato quadrato, circulum describere. 8

ORONTIVS. ¶ In quadrato enim a/b/c/d, circulum describere sit operæpretium. Secetur itaque bifariam vtrunq; latus a/b/ & b/c, in punctis quidem e/ & f: per decimam primi. æquales erũt igitur a/e, e/b, b/f, & f/c/ adinuicem, per septimã communem sententiã: nempe æqualium laterum a/b/ & b/c/ dimidiæ. Per trigesimãprimam rursum eiusdem primi, per punctũ e, ipsis a/d/ & b/c/ parallela ducatur e/g: per f/ autem punctum, ipsis a/b/ & c/d/ parallela f/h, secans eandem e/g/ in puncto k.

Centri inscribẽdi circuli inuestigatio.

Parallelogramma sunt igitur a/f, f/d, d/e, & e/c: necnon e/f, f/g, g/h, & h/e. Parallelogrammorum autem locorum latera quæ ex opposito, & anguli, æqualia sunt adinuicem: per trigesimam quartam ipsius primi. Parallelogrammi igitur d/e, angulus qui ad e, æqualis est opposito qui ad d: ipsius item e/c/ parallelogrammi angulus qui ad e, opposito qui ad c/ itidem æqualis. qui autem ad c/ & d/ consistunt anguli, recti sunt, per quadrati diffinitionem. Rectus est igitur vterque angulus, qui circa punctum e. Haud dissimiliter ostendetur, quòd vterque angulus, qui circa f, aut g, vel h/ punctum, rectus est. Aequalis insuper est k/h, ipsi a/e, & k/f/ ipsi e/b: item k/e/ ipsi b/f, & k/g/ demum ipsi f/c.



Atqui a/e, e/b, b/ f, & f/c, sunt æquales adinuicem: quæ autẽ æqualibus sunt æqualia, & adinuicem æqualia sunt, per primam communem sententiam. Quatuor igitur k/e, k/f, k/g, & k/h, æquales sunt adinuicem. Centro ergo k, interuallo autẽ k/e, vel k/f, aut k/g, seu k/h, circulus per tertiũ describatur postulatũ e/f/g/h. Transibit igitur ipsius circuli circunferentia, per eadem puncta e, f, g, h, ipsorũ e/g/ & f/h/ dimetientium extremitates: cum quibus dimetiẽtibus, ipsius a/b/c/d/ quadrati latera, ad rectos (vt præostensum est) conueniunt angulos. Tangit ergo circuli e/f/g/h/ circunferentia, vnũquodq; latus eiusdem quadrati a/b/c/d, per decimæsextæ tertij corollarium. Hinc per quintam huius quarti diffinitionẽ, in dato quadrato a/b/c/d, circulus describitur e/f/g/h. Quod faciendum fuerat.

Absolutio problematis.

Πρόβλημα θ, Πρόθεσις θ.

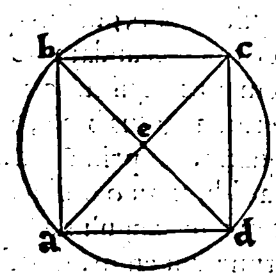
Περὶ τὸ δοθὲν τετράγωνον, κύκλον περιγράψαι.

Problema 9, Propositio 9.

CIrca datum quadratum, circulum describere. 9

ORONTIVS. ¶ Esto quadratum a/b/c/d, circa quod oporteat describere circulum. Connectantur igitur a/c/ & b/d/ rectæ lineæ, per primũ postulatum, in puncto e/ sese inuicem dirimentes. Et quoniã per quadrati diffinitionem, æqualis est a/b/ ipsi b/c, & b/d/ vtrique communis: binæ igitur a/b/ & b/d/ trianguli a/b/d, duabus d/b/ & b/c/ trianguli d/b/c/ sunt æquales altera alteri: & basis a/d, basi d/c/ itidẽ æqualis. Angulus igitur a/b/d, angulo d/b/c, per octauam primi est æqualis. Totus itaq; angulus a/b/c, bifariam diuiditur sub recta b/d. Haud aliter monstrabimus

Vt circunscribendi circuli centrum inueniatur.



quòd vnuſquiſq; reliquorum angulorum qui ſub b/a/d, b/c/d,& a/d/c, bifariam, itidem ſub ipſa b/d, & a/c/ recta diuiditur. Angulus porrò a/b/c, angulo b/a/d, per quartum poſtulatum eſt æqualis; nempe rectus recto. Quæ autem æqualium ſunt dimidium, æqualia ſunt adinuicem, per ſeptimam communem ſententiam. Aequalis eſt igitur angulus a/b/e, angulo e/a/b: & proinde latus e/a, lateri e/b, æquale, per ſextam primi. Eodem prorſus modo oſtendemus, e/c/ & e/d/ rectas, tum adinuicem, tum ipſis e/a/ & e/b/ rectis lineis coæquari. Quatuor igitur e/a, e/b, e/c, & e/d, æquales ſunt adinuicem. Cẽtro igitur e, interuallo autem e/a, vel e/b, aut e/c, vel e/d, circulus deſcribatur, per tertium poſtulatum. Oſtenſio problematis, priori ſimilis. Tranſibit ergo deſcriptus circulus per puncta a, b, c, d: quapropter & ipſius circuli circunferẽtia tanget vnũquenq; angulum ipſius quadrati a/b/c/d. Per quartã igitur huius quarti diffinitionem: circa datum quadratum a/b/c/d, circulus deſcribitur. Quod oportuit feciſſe.

Πρόβλημα ι, Πρόθεσις ι.

Ἰσοσκελὲς τρίγωνον συστήσασθαι, ἔχον ἑκατέραν τῶν πρὸς τῇ βάσει γωνιῶν διπλασίονα τῆς λοιπῆς.

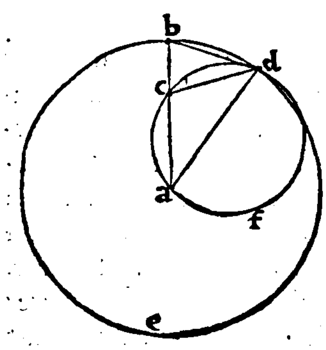
Problema 10, *Propoſitio* 10.

10 ISoſceles triangulum cõſtituere, habens vnumquenque eorum qui ad baſin ſunt angulorum, duplum reliqui.

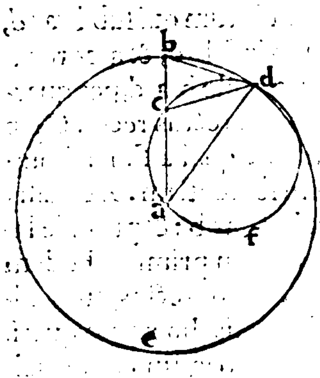
ORONTIVS. ¶Hoc quæſitum, ad ſuccedentiũ propoſitionum demonſtrationem, ita confirmatur. Sit data recta quædam linea a/b: quæ per vndecimam ſecundi ita ſecetur in puncto c, vt comprehenſum ſub tota a/b/ & ſegmento b/c/ rectangulum, æquum ſit ei quod ex reliquo ſegmento a/c/ fit quadrato. Et centro a/ interuallo autẽ a/b, circulus deſcribatur b/d/e, per tertium poſtulatum. Et per primã huius quarti, in circulo b/d/e, datæ rectæ lineæ a/c/ (quæ non eſt maior ipſius circuli ſemidiametro) æqualis recta linea coaptetur: ſitq; b/d. connectãtúrq; a/d/ & c/d/ lineæ rectæ, per primum poſtulatum. Triangulum erit igitur a/b/d, atq; iſoſceles: æqualis eſt enim a/b/ ipſi a/d, per quindecimam diffinitionem primi. Dico quòd vnuſquiſq; angulorum qui ad baſin b/d, duplus eſt reliqui anguli qui ad a. Circa enim triangulum a/c/d, per quintam huius quarti, deſcribatur circulus a/c/d/f. Et quoniam per conſtructionem, quod ſub a/b/ & b/c/ cõtinetur rectangulum, æquum eſt ei quod ex c/a/ fit quadrato: & ipſi c/a/ data eſt æqualis b/d, ab æqualibus autem rectis æqualia

Conſtructio figuræ.

Oſtenſio problematis.



deſcribũtur quadrata, per corollariũ quadrageſimæſextæ primi. Cõprehenſum igitur ſub a/b/ & b/c/ rectangulum, æquum eſt ei, quod ex b/d/ fit quadrato. Atqui b/ punctũ extra circulum a/c/d/f/ ſuſcipitur, ab eóq; in circulum geminæ procidunt lineæ rectæ a/b/ & b/d, quarũ altera vtpote a/b/ circulum ſecat, altera verò b/d/ cadit, eſtq; ſub tota diſpeſcẽte & extrinſecus ſumpta b/c/ comprehenſum rectangulũ, æquale ei quod ex cadente b/d/ fit quadrato. Cadens igitur b/d, tangit per vltimam tertij circulum a/c/d/f, in pũcto d/ vtriq; circulo communi. Rurſum quoniã b/d/ recta tangit circulũ a/c/d/f, & à cõtactu d/ extẽditur recta quædã linea a/c/ circulum diſpeſcens: angulus igitur b/d/c, angulo c/a/d, (qui in alterno conſiſtit ſegmento) per trigeſimã ſecundam tertij, eſt



æqualis. Quòd si vtrique æqualium angulorum addatur cõmunis angulus a/d/c: totus angulus a/d/b, duobus qui sub c/a/d/ & a/d/c/ sunt angulis, erit per secundam communem sentẽtiam æqualis. Eisdem porrò qui sub c/a/d/ & a/d/c/ cõtinentur angulis, exterior angulus b/c/d, per trigesimamsecũdam primi coæquatur. Per primã igitur communem sententiã, angulus a/d/b, angulo b/c/d/ est æqualis. Angulo rursum a/d/b, æquus est angulus c/b/d, aut (si velis) a/b/d, per quintã primi: sunt enim ad basin b/d/ isosceles triãguli a/b/d. Duo itaque anguli b/c/d/ & c/b/d, eidem angulo a/d/b/ sunt æquales: & æquales propterea adinuicẽ, per primã communẽ sententiã. Hinc latus c/d/ lateri b/d, per sextã ipsius primi coæquatur. sed eidem b/d, æqualis est per constructionem a/c: binæ igitur a/c/ & c/d, eidem b/d/ sunt æquales: & æquales itaq; rursum adinuicẽ, per eãdem primam cõmunem sententiam. Angulus igitur a/d/c, angulo c/a/d, per eandẽ quintam primi est æqualis: & vterq; propterea dimidius ipsius anguli a/d/b, nã angulus a/d/b/ eisdem angulis a/d/c/ & c/a/d/ æqualis iam ostensus est. Duplus est igitur angulus a/d/b, ipsius anguli qui ad a. Eidem porrò angulo a/d/b, æqualis rursum est a/b/d: quæ autem æqualia sunt, eiusdem sunt duplicia, per sextæ communis sententiæ conuersionem. Et a/b/d/ itaq; angulus, eiusdem anguli qui ad a/ duplus itidem est. Isosceles ergo triangulum constituitur a/b/d, habens vnumquenq; eorum qui ad basin b/d/ sunt angulorum duplum reliqui. Quod facere oportebat.

Πρόβλημα ια, Πρόθεσις ια.

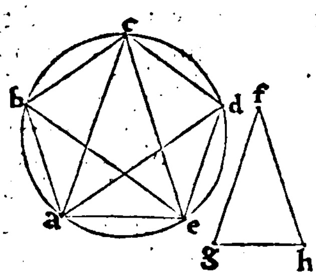
Εἰς τὸν δοθέντα κύκλον, πεντάγωνον ἰσόπλευρόν τε καὶ ἰσογώνιον ἐγγράψαι.

Problema 11, *Propositio* 11.

IN dato circulo, pentagonum æquilaterum & æquiangulum describere. 11

ORONTIVS. ¶ Esto datus circulus a/b/c/d/e, in quo receptum sit describere pentagonum æquilaterum & æquiangulum. Constituatur per antecedentem decimam propositionem, triangulum f/g/h: cuius vnusquisq; eorum qui ad basin g/h/ sunt angulorum, duplus sit reliqui anguli qui ad f. Et per secundam huius quarti, in dato circulo a/b/c/d/e, dato triangulo f/g/h, æquiangulum triangulum describatur a/c/e: sitq; angulus qui ad c, angulo qui ad f/ æqualis. Cùm igitur vterq; angulorum qui ad basin g/h, duplus sit reliqui qui ad f: erit & vterque eorum qui ad basin a/e, reliqui anguli qui ad c/ itidem duplus. Secetur itaque bifariam, per nonam primi, vterq; angulorum qui sub c/a/e/ & a/e/c, productis in circunferẽtiam a/d/ & e/b/ rectis: & connectantur a/b, b/c, c/d, & d/e/ lineæ rectæ, per primum postulatum. Pentagonum est itaq; a/b/c/d/e/ rectilineum: & in dato circulo, per tertiam huius quarti diffinitionem descriptum.

Cõstructio inscribendi pẽtagoni.



¶ Aio primùm, ꝙ & æquilaterũ. Nam angulus qui sub a/c/e, dimidius est vtriusq; æqualium angulorum qui sub c/a/e/ & a/e/c. sed anguli c/a/d/ & d/a/e, ipsius c/a/e: anguli item a/e/b/ & b/e/c, ipsius a/e/c/ sunt dimidium, secti enim sunt bifariã c/a/e/ & a/e/c/ anguli. Quæ autem eiusdem, vel æqualium sunt dimidium, æqualia sunt adinuicẽ, per septimam communem sententiam. Quinq; igitur anguli a/c/e, a/e/b, b/e/c, c/a/d, & d/a/e, ad circũferentiã ipsius circuli consistẽtes,

Quòd inscriptũ pentagonũ sit æquilaterum.

ſunt adinuicē æquales. In eodem porrò circulo æquales anguli, in æqualibus circunferētijs ſubtenduntur, etſi ad centrum, etſi ad circunferentiam deducti fuerint, per vigeſimamſextam tertij. Quinq; ergo circunferētiæ a/b, b/c, c/d, d/e, & e/a, æquales ſunt adinuicem. In eodem rurſum circulo, ſub æqualibus circunferentijs æquales rectæ lineæ ſubtenduntur, per vigeſimamnonam ipſius tertij. Aequales itaq; inuicem ſunt præfatas circunferentias ſubtendentes lineæ rectæ: & proinde a/b/c/d/e/ pentagonum æquilaterum. ¶Dico tandem ꝙ & æquiangulum. Quoniam circunferentia a/b, circunferentiæ c/d/ eſt æqualis: ſi vtriq; æqualium addatur cōmunis circunferentia a/e/d, reſultabunt a/e/d/c/ & b/a/e/d/ circunferentiæ, per ſecundam cōmunem ſententiam inuicem æquales. Sub ipſa porrò circunferentia a/e/d/c, deducitur angulus a/b/c: ſub ipſa autem b/a/e/d, angulus b/c/d, & vterq; ad circunferentiam eiuſdem circuli. Aequalis eſt igitur angulus a/b/c, angulo b/c/d: ſub æqualibus enim circunferentijs æquales deducuntur anguli, in eodem potiſſimū circulo, etſi ad centrum etſi ad circunferentiam fuerint deducti, per vigeſimamſeptimam tertij. Haud diſſimiliter oſtendemus, reliquos angulos qui ſub c/d/e, & d/e/a, & e/a/b, tum inuicem, tum vnicuiq; ipſorum a/b/c/ & b/c/d/ coæquari. Aequiangulum eſt igitur a/b/c/d/e, pentagonū. patuit ꝙ & æquilaterum. In dato itaq; circulo, pentagonū æquilaterū & æquiangulum deſcripſimus. Quod faciendum receperamus.

Quòd idē pentagonum ſit æquiangulū.

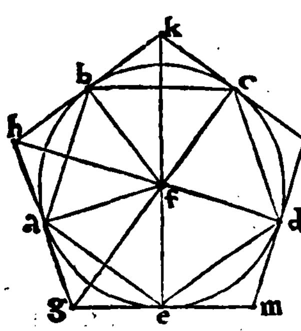
Πρόβλημα ιβ, Πρόθεσις ιβ.

Περὶ τὸν δοθέντα κύκλον, πεντάγωνον ἰσόπλευρόν τε καὶ ἰσογώνιον περιγράψαι.

Problema 12, Propoſitio 12.

12 Circa datum circulum, pentagonum æquilaterum & æquiangulum deſcribere.

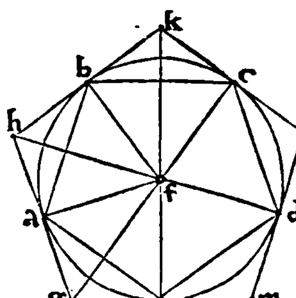
ORONTIVS. ¶Sit rurſum datus circulus a/b/c/d/e, cuius centrum f: circa quem oporteat deſcribere pētagonum æquilaterum & æquiangulum. Deſcribatur in primis in ipſo circulo dato, pentagonū æquilaterū & æquiāgulum a/b/c/d/e, per antecedentem vndecimam propoſitionem: & cōnectantur f/a, f/b, f/c, f/d, & f/e/ ſemidiametri, per primum poſtulatum. A punctis autem a, b, c, d, e, ad rectos vtrinq; ſuſcitētur angulos a/g, a/h, b/h, b/k, c/k, c/l, d/l, d/m, e/m/ & e/g, per vndecimam primi. In directum igitur conſtituentur g/a/h, h/b/k, k/c/l, l/d/m, & m/e/g, per decimāquartam eiuſdem primi: tangéntq; circulum datum, per decimæſextæ tertij corollarium, in punctis quidem a, b, c, d, e. Conuenient inſuper ad puncta g, h, k, l, m. Recta enim a/b, incidēs in g/h/ & h/k/ rectas, diuidit vtrunq; angulum rectum qui ſub f/a/h/ & h/b/f, efficítque propterea interiores & in eadem parte angulos a/b/h/ & h/a/b/ duobus rectis minores: neceſſum eſt igitur, rectas g/h/ & h/k/ in infinitū productas, tandem concurrere ad partes h, per quintum poſtulatum. Haud diſſimiliter oſtendemus, quòd h/k/ & k/l/ conuenient ad punctū k, atq; k/l/ & l/m/ ad punctum l, necnon l/m/ & m/g/ ad punctum m: m/g/ tandem & g/h/ ad punctū g. Pentagonū eſt igitur g/h/k/l/m: & circa datū circulū a/b/c/d, per ſextā huius quarti diffinitionē, deſcriptū. ¶Aio iam ꝙ & æquilaterū. Cōiungātur enim f/g, f/h, & f/k/ rectæ lineæ, per primū poſtulatū. Rectāgula igit' erūt a/f/h/ & h/f/b/ triangula. vnde per quadrageſimāſeptimā primi quæ ab ipſis f/a/ & a/h/ vtraq; fiūt quadrata, æqualia ſunt ei quod ex f/h: & per eādē, quæ ex f/b/ & b/h, eidē quod ex f/h/ fit quadrato æqualia. Quæ igitur ex f/a/ & a/h/ fiūt quadrata, eis quæ ex f/b/ & b/h/ fiūt



Pentagoni poſiti circunſcriptio.

Quòd circunſcriptum pentagonum ſit æquilaterū.

quadratis, ſunt per primam communem ſententiam æqualia: quorum id quod ex f/a,ei quod ex f/b/eſt æquale,per corollariū quadrageſimæſextæ primi:nam f/a,ipſi f/b/æqualis eſt,per circuli diffinitionem.Reliquum igitur quod ex a/h/ fit quadratum,reliquo quod ex h/b/per tertiam cōmunem ſententiam eſt æquale: & proinde a/h,ipſi h/b,per idem æquatur corollarium.Similiter oſtendetur ꝙ a/g/ ipſi g/e, & b/k/ipſi k/c/eſt æqualis: & conſequenter ita de cæteris. Rurſum quoniam a/f/ipſi f/b/eſt æqualis,& f/h/vtrique cōmunis:duo igitur latera a/f/& f/h/ trianguli a/f/h, duobus h/f/& f/b/trianguli h/f/b, ſunt æqualia alterum alteri:baſis quoq; a/h, baſi h/b/æqualis. Angulus igitur a/f/h, angulo h/f/b/æqualis eſt, per octauam primi: & vterque proinde,ipſius anguli a/f/b/dimidius. Eodem modo colligemus, angulum a/f/g/dimidiū fore ipſius anguli a/f/e. Atqui anguli a/f/b/& a/f/e, æquales ſunt adinuicem,per vigeſimamſeptimam tertij: nempe ad centrum f, ſub circunferentijs a/b/& a/e/inuicem æqualibus deducti. Quæ autem æqualium ſunt dimidium,æqualia ſunt adinuicem,per ſeptimam communem ſententiam. Aequalis eſt igitur angulus a/f/g, angulo a/f/h: & rectus f/a/g, recto f/a/h, per quartum poſtulatum æqualis. Triangula igitur a/f/g/& a/f/h,habent duos angulos duobus angulis æquales alterum alteri.vnúmq; latus a/f/vtriq; cōmune,quod æquis adiacet angulis : reliqua igitur latera, reliquis lateribus æqualia, & reliquum angulū reliquo angulo æqualē habebunt,per vigeſimamſextam primi. Aequalis eſt igitur a/g/ipſi a/h,& tota conſequenter g/h/ ipſius a/h/ dupla: necnon angulus a/g/f,angulo f/h/a/æqualis. Haud aliter oſtendemus quòd h/k,dupla eſt ipſius b/h. Porrò a/h/& h/b,æquales præoſtenſæ ſunt:quæ autem æqualium duplicia ſunt, adinuicem ſunt æqualia,per ſextam cōmunem ſententiā. Aequalis eſt igitur g/h/ipſi h/k. Similiter quoq; demonſtrabitur,quòd cætera ipſius pentagoni latera,vtpote k/l,l/m,& m/g, tum inuicem,tum vtrique ipſarum g/h/& h/k/ſunt æqualia. Aequilaterū eſt igitur g/h/k/l/m/ pentagonum.



Quòd idē circūſcriptū pentagonum ſit æquiangulū.

¶ Dico tandem quòd & æquiangulum . Quoniam enim æqualis eſt a/h/ipſi h/b,& h/f/vtriq; cōmunis:binæ igitur a/h/& h/f/triāguli a/h/f, duabus f/h/& h/b/triāguli f/h/b,ſunt æquales altera alteri:baſis quoq; a/f,baſi f/b/ æqualis,per diffinitionem circuli. Angulus igitur a/h/f,angulo f/h/b,per octauā primi eſt æqualis. Totus itaq; angulus a/h/b,ipſius a/h/f/duplus eſt. Haud aliter monſtrabitur,quòd angulus a/g/f,angulo f/g/e/itidem coæquatur: totúſq; a/g/e,duplus eſt ipſius a/g/f. Anguli porrò a/g/f/& a/h/f,æquales nunc oſtenſi ſunt : quæ autem æqualium duplicia ſunt,adinuicem ſunt æqualia,per ſextam communē ſententiam. Aequalis eſt igitur angulus a/g/e,angulo a/h/b. Similiter oſtendemus,quòd reliqui anguli qui ſub b/k/c,& c/l/d,atq; d/m/e,tum inuicem, tum vtrique ipſorum a/g/e/ & a/h/b/reſpondenter coæquantur. Aequiangulum eſt itaque g/h/k/l/m/ pentagonum. Patuit quòd & æquilaterum: deſcriptúmq; circa a/b/c/d/e/circulū. Circa datum ergo circulum a/b/c/d/e,pentagonū æquilaterum & æquiangulum deſcribitur g/h/k/l/m. Quod oportuit feciſſe.

Πρόβλημα ιγ, Πρόθεσις ιγ.

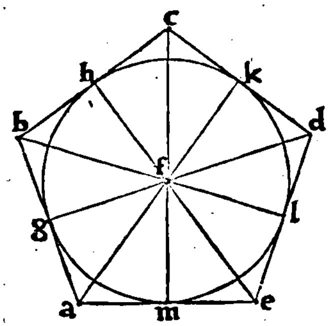
Εἰς τὸ δοθὲν πεντάγωνον, ὅ ἐστιν ἰσόπλευρόν τε καὶ ἰσογώνιον κύκλον ἐγγράψαι.

Problema 13, Propoſitio 13.

IN dato pētagono æquilatero & æquiangulo, circulū deſcribere. 13

ORONTIVS. ¶ Eſto datum pentagonū æquilaterū & æquiangulū a/b/c/d/e, in quo expediat deſcribere circulum. Secetur in primis vterq; angulorum a/b/c/&

b/a/e/bifariam,per nonã primi,sub rectis quidem lineis a/f/& b/f: quas operæpretium est tandem conuenire. Angulus enim a/b/c,minor est duobus rectis(nam aliàs a/b/& b/c,in rectum constituerentur)quapropter & angulus a/b/f, dimidius ipsius anguli a/b/c,recto minor est. Et proinde b/a/f,recto itidẽ minor. Hinc fit,vt recta a/b, incidat in a/f/& b/f/lineas rectas,efficiẽs in eadẽ parte interiores angulos binis rectis minores. Concurrent igitur,per quintum postulatum a/f/& b/f/ in directum productæ:idq; intra datum pentagonum. Angulo enim a/b/c,opponitur latus d/e:& Vt centrũ in scribẽdi circuli reperiatur.



& c/d/latus,ipsi b/a/e/angulo. Recta igitur a/f/in rectum extensa,cadet in latus c/d:& ipsa b/f, in latus d/e: sese inuicem intra datum intersecantes pentagonum. Secẽt se igitur,& concurrant in puncto f. Aio punctũ f, fore centrum describendi in dato pẽtagono circuli. Connectantur enim f/c,f/d,& f/e/lineæ rectæ,per primum postulatum. Cùm igitur a/b,sit æqualis b/c,& b/f,vtrique cõmunis:erunt bina latera a/b/& b/f/ trianguli a/b/f, duobus lateribus c/b/& b/f/triãguli c/b/f/alternatim æqualia: & qui sub æquis lateribus cõtinẽtur anguli a/ b/ f/& c/b/f, sunt per cõstructionẽ adinuicem æquales. Basis igitur a/f, basi f/c, & angulus b/a/f, angulo b/c/f,per quartã primi est æqualis. Angulus porrò b/a/f,dimidius est ipsius anguli b/a/e, & ipsi b/a/e,æqualis angulus b/c/d,per hypothesin. Quæ autem inuicem æqualia sunt,eiusdem vel æqualium dimidium esse videntur: per septimæ cõmunis sententiæ conuersionẽ. Angulus igitur b/c/f,dimidius est ipsius anguli b/a/e, & proinde anguli b/c/d: reliquus insuper angulus f/c/d, dimidius itidem est eiusdẽ anguli b/c/d. Bifariam itaque diuiditur angulus b/c/d,sub recta c/f. Nec dissimiliter ostendetur,vterque reliquorum angulorum qui sub c/d/e/& d/e/a, bifariam discindi sub rectis lineis d/f/& e/f. Consequenter à puncto f/ in singula ipsius pentagoni latera,perpendiculares deducãtur f/g,f/h,f/k,f/l, & f/m,per duodecimam primi. Et quoniam triangulorum b/f/g, & b/f/h, angulus g/b/f/ æquus est angulo f/b/h, necnon & rectus b/g/f/recto b/h/f/per quartum postulatum æqualis,latus insuper b/f/vtrique triangulo commune, quod sub vno æqualium subtenditur angulorum: reliqua igitur latera, reliquis lateribus æqualia habebunt alterum alteri, per vigesimamsextam primi. Aequalis est igitur f/g/ipsi f/h. Haud dissimiliter ostendentur reliquæ perpendiculares f/k, f/l,& f/m,tum inuicem, tum vtriq; ipsarum f/g/& f/h/ coæquari. Quinque ergo rectæ lineæ f/g,f/h,f/k,f/l,& f/m,sunt æquales adinuicem. Centro itaq; f, interuallo autem f/g,aut f/h,vel f/k,seu f/l,aut f/m,circulus describatur g/h/k/l/m,per tertium postulatum. Transibit ergo ipsius circuli circunferentia,per singula puncta g,h,k,l,m. Et quoniam ab eisdem punctis g,h,k,l, m, eorundem semidiametrorũ extremitatibus,dati pentagoni latera ad rectos excitata sunt angulos: tanget propterea eiusdem circuli circunferentia singula ipsius dati pentagoni latera,per decimæsextæ tertij corollarium. Circulus porrò in figura rectilinea describi dicitur,quando circuli circunferentia,vnumquodq; latus eius in qua describitur tangit:per quintam huius quarti diffinitionem. In dato igitur pentagono a/b/c/d/e,circulus describitur g/h/k/l/m. Quod expediebat facere.

Quòd inuentum punctũ f, centrum existat eiusdem circuli.

Problematis absoluta resolutio.

Πρόβλημα ιδ', Πρότασις ιδ'.

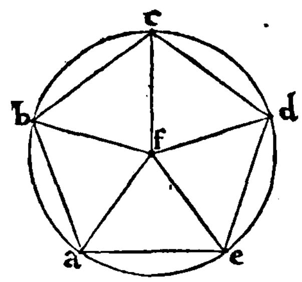
Περὶ τὸ δοθὲν πεντάγωνον, ὅ ἐστιν ἰσόπλευρόν τε καὶ ἰσογώνιον, κύκλον περιγράψαι.

Problema 14, *Propositio* 14.

14 CIrca datum pentagonum æquilaterum & ęquiangulum, circulum describere.

ORONTIVS. ¶Sit datum pentagonum æquilaterum & æquiangulum a/b/c/d/e, circa quod circulum describere sit operæpretium. Secetur bifariã vterque angulorum qui sub a/b/c/& b/a/e, per nonam primi, productis a/f/& b/f/lineis rectis: quæ veluti patuit in antecedente decimatertia propositione, cócurrent tandem adinuicem intra datum pentagonum. Concurrant igitur rursum ad punctum f. Proximam itaque recolligendo demonstrationẽ, rursum ostendere licebit, cæteros angulos qui sub b/c/d, c/d/e, & d/e/a/bifariam secari, sub rectis quidem lineis c/f, d/f, & e/f: quemadmodùm ex ipsa præcedente decimatertia potes elicere propositione. Et quoniam angulus a/b/f, dimidium est anguli a/b/c, & angulus b/a/f, dimidiũ ipsius anguli b/a/e, suntq; per hypothesin anguli a/b/c/ & b/a/e inuicẽ æquales: angulus igitur a/b/f, angulo b/a/f, per septimã cómunẽ sentẽtiã æquus est: quæ enim æqualiũ sunt dimidiũ, æqualia sunt adinuicẽ. Et proinde latus f/a, lateri f/b, per sextã primi, est æquale. Eodẽ prorsus modo cócludemus, cæteras rectas lineas f/c, f/d, & f/e, tũ sibi inuicẽ, tũ vtriq; ipsarũ f/a/& f/b/coæquari. Quinq; ergo lineæ rectæ f/a, f/b, f/c, f/d, & f/e, æquales sunt adinuicem. Centro igitur f, interuallo autem f/a, vel f/b, aut f/c, vel f/d, aut f/e, circulus describatur a/b/c/d/e, per tertiũ postulatum. Veniet ergo ipsius circuli circunferentia, per singula puncta a, b, c, d, e: tangétque propterea vnumquenq; angulum dati pentagoni. Circa datum igitur pentagonum æquilaterum &/æquiangulum a/b/c/d/e: circulus, per quartam huius diffinitionẽ, describitur. Quod faciendum fuerat.

Quę à proximę ꝓpositionis pẽdent ostensione.



Πρόβλημα ιε, Πρόθεσις ιε.

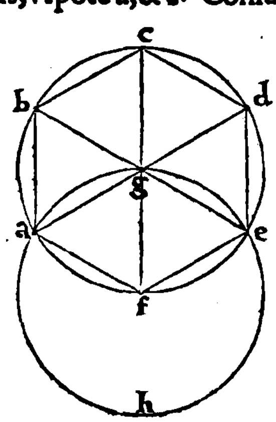
Εἰς τὸν δοθέντα κύκλον, ἑξάγωνον ἰσόπλευρόν τε καὶ ἰσογώνιον ἐγγράψαι

Problema 15, Propositio 15.

IN dato circulo, hexagonũ æquilaterũ & æquiãgulũ describere. 15

ORONTIVS. ¶Esto datus circulus a/b/c/d/e/f, cuius centrum g: in quo quidem circulo oporteat describere hexagonum æquilaterum & æquiangulum. Coaptetur itaq; in circulo a/b/c/d/e/f, dimetiens c/f. Et centro f, interuallo autem f/g, describatur per tertium postulatum circulus a/g/e/h. Et quoniam præfati circuli in eodem sunt plano, communem habentes semidiametrum f/g, & centrum vnius in alterius circunferentia constituitur: fit vt vnus prædictorum circulorum, sit partim intra reliquum, partim verò extra. Vnde necessum est, circulum a/g/e/h, intersecare datum circulum a/b/c/d/e/f: idq; per decimam tertij, in duobus tãtummodò punctis, vtpote a, & e. Coniungantur igitur a/g, & e/g/lineæ rectæ, per primum postulatum: & per secundum postulatum, directè producantur in puncta b, d. Rursum per idem primum postulatum, connectantur rectæ lineæ a/b, b/c, c/d, d/e, e/f, & f/a. Hexagonum est itaq; a/b/c/d/e/f/rectilineum: & in dato circulo, per tertiam huius quarti diffinitionem, descritum. ¶Aio primùm ipsum fore æquilaterũ. Quoniam punctum g/centrũ est circuli a/b/c/d/e/f: æqualis est igitur a/g, ipsi g/f, per circuli diffinitionẽ. Rursum quoniam punctum f/ centrum est circuli a/g/e/h: æqualis est, per eandem circuli diffinitionem, a/f/ipsi f/g. Binæ igitur a/g/& a/f, eidẽ f/g/ sunt æquales: & æquales propterea adinuicem, per primam cómunem sentẽtiam. Aequilaterũ

Inscriptio propositi hexagoni.



Quòd inscriptum hexagonum sit æquilaterum.

est igitur ipsum a/f/g/triangulum:& proinde æquiangulum, per quintæ libri primi corollarium. Et quoniam per trigesimamsecundam primi,omnis trianguli tres anguli sunt æquales duobus rectis:quilibet trium angulorum eiusdem triãguli a/f/g, vnum tertium duorum rectorum comprehendit. Angulus itaque a/g/f, duorum rectorum tertium est. Et proinde triangulum e/f/g, æquilaterum & æquiangulum est:& angulus cõsequentur f/g/e, vnum itidem tertium duorum rectorum. Recta insuper a/g, consistens super rectã b/e:efficit duos angulos b/g/a/& a/g/e/ binis rectis æquales, per decimam tertiam ipsius primi. quorum a/g/e duo tertia eorundem duorum rectorũ comprehendit:reliquus igitur angulus b/g/a,vni tertio duorum rectorum est æqualis. Tres igitur anguli b/g/a,a/g/f, & f/g/e, vni tertio duorum rectorum sunt æquales:& æquales ob id adinuicem, per primam communem sententiam. Et qui ad verticem igitur cõsistunt anguli b/g/c,c/g/d, & d/g/e,eisdem angulis,perdecimamquintam primi coæquantur: hoc est,d/g/e/ipsi b/g/a,& c/g/d/ ipsi a/g/f,atq; b/g/c/ipsi f/g/e. Hinc colligitur,sex angulos ad g/cẽtrum deductos fore inuicem æquales. In eodem porrò circulo æquales anguli, in æqualibus circunferentijs subtenduntur, per vigesimamsextam tertij. Sex igitur circunferentiæ a/b,b/c,c/d,d/e,e/f, & f/a,sunt adinuicem æquales. Sub æqualibus rursum circunferentijs,æquales rectæ lineæ, per vigesimãnonã tertij subtenduntur.Sex itaq; rectæ lineæ a/b,b/c,c/d,d/e,e/f,& f/a,sibi inuicem coæquãtur.Aequilaterum est propterea hexagonum a/b/c/d/e/f. ¶Dico iam quòd & æquiangulum. Nam circunferentia a/b, circunferentiæ c/d/ est æqualis: si addatur igitur communis circunferentia d/e/f/a:consurgent per secundam communem sententiam,æquales circunferentiæ c/d/e/f/a,& d/e/f/a/b. Sub ipsa porrò circunferentia c/d/e/f/a,continetur angulus a/b/c:sub ipsa verò circunferentia d/e/f/a/b,angulus b/c/d. Anguli autem qui super æquales circunferentias in eodem circulo deducuntur, sibi inuicem sunt æquales,etsi ad centra, etsi ad circunferentias deducti fuerint, per vigesimamseptimam tertij. Aequalis est igitur angulus a/b/c,angulo b/c/d. Haud aliter mõstrabitur, quòd reliqui anguli ipsius a/b/c/d/e/f/hexagoni, vtpote c/d/e, d/e/f, & e/f/a, tum sibi inuicem,tum vtriq; ipsorum a/b/c/& b/c/d/coæquantur. Aequiangulũ est igitur ipsum a/b/c/d/e/f/hexagonum. Patuit iam quòd & æquilaterum,& in dato circulo descriptum. In dato igitur circulo a/b/c/d/e/f/ hexagonum æquilaterum & æquiangulum describitur. Quod fecisse oportuit.

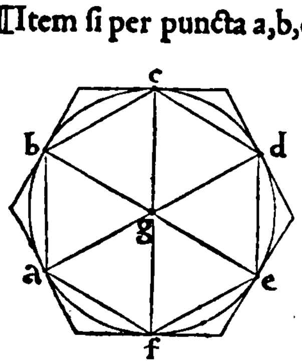
Quòd idem hexagonũ sit æquiangulũ.

Corollarium.

¶Hinc fit manifestum,quòd hexagoni latus,ei quæ ex centro circuli,in quo ipsum discribitur hexagonum,est æquale.

¶Item si per puncta a,b,c,d,e,f,rectæ ducãtur lineæ circulũ ipsum contingentes,& cũ illius dimetiẽtibus ad rectos cõuenientes angulos:hexagonum æquilaterum & æquiangulum circa datum circulum describetur.quemadmodùm ex duodecima huius quarti propositione de pentagono, & obiecta figura vel facilè deducetur.¶Præterea,nec minus facilè in dato hexagono æquilatero & æquiangulo,circulũ describere, & circunscribere poterimus:per ea quæ decimatertia & decimaquarta propositione, de pentagono ipso præostensa sunt.Quod ex supradictis colligere oportebat.

Vt circulo hexagonum circũscribatur.



De circuli in dato hexagono inscriptione ac circunscriptione.

Πρόβλημα ις, Πρόθεσις ις.

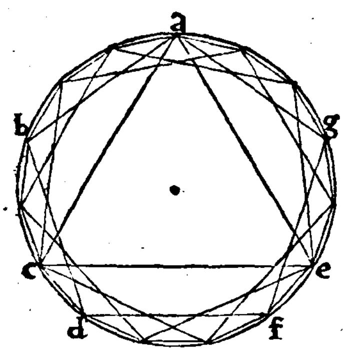
Εἰς τὸν δοθέντα κύκλον πεντεκαιδεκάγωνον, ἰσόπλευρόν τε καὶ ἰσογώνιον ἐγγράψαι.

Problema 16, Propositio 16.

IN dato circulo, quintidecagonum æquilaterum & æquiangulum describere. 16

ORONTIVS. ¶Sit datus circulus a/b/c/d/e, in quo receptum sit describere quintidecagonum æquilaterum & æquiangulum. Describatur in primis super data quapiam recta linea terminata triangulum æquilaterum, per primã primi: quod per quintæ eiusdem primi corollarium erit æquiangulum. Huic postmodũ triangulo, æquiangulum rursum describatur triangulum in dato circulo a/b/c/d/e, per secundam huius quarti propositionem: sitq; a/c/e. Item à pũcto a, in eodem circulo a/b/c/d/e, pentagonum æquilaterum & æquiangulum describatur a/b/d/f/g, per vndecimam huius quarti. Erit igitur triangulum a/c/e/æquilaterum, per sextæ primi libri corollarium: cuius latus quodlibet, subtendit tertiam circunferentiæ partem circuli a/b/c/d/e. quodlibet autem ipsius a/b/d/f/g, pentagoni latus subtendit quintam eiusdem circunferẽtiæ partem.

Artificiosa lateris quintidecagoni adinuentio.



Qualium igitur partium vel segmẽtorum, tota circuli a/b/c/d/e/circunferẽtia est quindecim: talium segmentum a/b/c/erit quinq;, & vtrunque segmẽtũ a/b/& b/d/ triũ, & proinde totũ segmẽtũ a/b/d, sex. Et quoniã segmẽtũ a/b/c/est quinq;: erit reliqua pars c/d/sextũ ipsius a/b/d, seu tertium ipsius b/d, & totius propterea a/b/c/d/e/circuli quindecimum. Coniuncta igitur c/d/recta, per primũ postulatũ, erit latus quintidecagoni in dato circulo describendi. Cui si æquales rectas lineas, in dato circulo a/b/c/d/e, ab ipso quidem puncto d/versus e/& /in c/continuè, per primam huius quarti coaptaueris: erit in eodem circulo descriptum quintidecagonum æquilaterum. ¶Poterunt & singulorum quindecim segmentorum distinctiones, per ipsius pentagoni æquilateri & æquiãguli, in dato circulo a/b/c/d/e, geminatam rursum descriptionẽ obtineri, à punctis quidem c/& e: & comparatis inuicem segmentis, demonstratiuè concludi. Quemadmodùm ex ipsa licet inspicere figura. ¶Aio iam quòd ipsum quintidecagonum æquilaterum, est æquiangulum. Quibuslibet enim angulis, sub duobus quibusuis ipsius quintidecagoni lateribus ad circunferentiam comprehensis, æquales subtenduntur circunferentiæ: nempe segmentorum inuicem æqualium tredecim, qualium totus circulus est quindecim. In eodem porrò circulo, anguli qui super æquales circunferẽtias deducuntur, sibi inuicem sunt æquales, etsi ad centra, etsi ad circunferentias fuerint deducti, per vigesimamseptimam tertij. Aequiangulũ est igitur ipsum a/b/c/d/e/ quintidecagonum. Patuit quòd & æquilaterum, & in dato circulo descriptum. In dato itaque circulo a/b/c/d/e, quintidecagonum æquilaterum & æquiangulum describitur. Quod tandem faciendum receperamus.

Idem aliter.

Quòd descriptũ quintidecagonum æquilaterũ, sit æquiangulũ.

Corollarium.

¶Quòd si per singulas segmentorum & angulorum quintidecagoni distinctiones, rectæ ducãtur lineæ circulum ipsum contingentes, & ad rectos angulos cum productis è centro semidiametris conuenientes: quintidecagonum æquilaterum & æquiangulum, circa datum circulũ describetur. quemadmodùm duodecima huius quarti propositione, de circunscribendo tradidimus pentagono. ¶Haud dissimiliter, per ea quæ decimatertia & decimaquarta eiusdẽ quarti propositione, de pẽtagonis ostensa sunt: in dato quintidecagono æquilatero & æquiangulo, circulum describere, ac circunscribere licebit.

Quarti libri geometricorũ elementorũ, FINIS.

Orontij Finei Delphinatis, Regii Mathematicarum Professoris, In Quintum elementorum Euclidis, Demonstrationes.

¶ *Diffinitionum elucidatio non aspernanda.*

ORONTIVS.

POSTQVAM EVCLIDES QVATVOR ANTEcedentibus libris, quantitatis continuæ qualitatem, illiúsq; dimensiones apertè demonstrauit: iam binis succedentibus libris, magnitudinũ rationes, atque proportiones, acutissimis prosequitur ostensionibus. Huius itaq; libri quinti scopus est, de proportionibus in vniuersum pertractare: singula enim quę in eo demõstrãtur, nõ solùm ad geometricã videntur spectare contẽplationẽ, sed cõmune aliquid habẽt cum Arithmetica, & Musica, & cum doctrinis omnibus quę sub mathematica traditione cõprehendũtur. Verùm quoniã de proportionibus futurus est sermo, proportio autẽ rationũ videtur esse similitudo: de rationibus, quibus ipsæ cõponuntur proportiones, in primis tractandũ est. prius enim oportet agnoscere simplicia, q̃ cõposita. Cùm igitur binæ magnitudines inuicẽ cõparantur: hæ proculdubio aut æquales, aut inæquales offendũtur Propriũ enim quantitatis esse diffinit Aristoteles, secundũ eam æquale, vel inæquale dici, & huiuscemodi cõparatio, habitudo dicitur: quã Euclides, ad veterũ imitationem, rationẽ appellat. Ipsæ autẽ magnitudines, termini tunc vocitãtur: illa quidẽ quæ alteri refertur, antecedẽs: reliqua verò, consequens, ad quam scilicet alterius fit cõparatio. Id porrò, quo altera distat à reliqua: differẽtia propriè dicitur. ¶ Quoties itaq; propositæ & adinuicẽ comparatæ magnitudines, fuerint inæquales, & minor metiãtur maiorẽ, hoc est, aliquotiens sumpta, seu per datum aliquem multiplicata numerum, ipsam maiorem restituit magnitudinem : tunc minor magnitudo, pars ipsius maioris dicitur: quam vulgus peculiari nomenclatura, iuxta multiplicatonis numerum, multiplicatiuam seu quotam partem eiusdem maioris adpellat. Quæ ab Euclide ita primùm diffinitur,

Scopus huius libri quinti.

De magnitudinum cõparatione.

Habitudo.

Ratio.

Quota seu multiplicatiua pars.

ΕΥΚΛΕΙΔΟΥ ΣΤΟΙΧΕΙΟΝ ΠΕΜΠΤΟΝ.

¶ *Μέρος ἐστὶ μέγεθος μεγέθους, τὸ ἔλασσον τοῦ μείζονος, ὅταν καταμετρῇ τὸ μεῖζον.*

1 Pars est magnitudo magnitudinis minor maioris, quando minor metitur maiorem.

Vtpote, binis magnitudinibus datis, quarum altera bipedalis, altera verò sextupedalis existat, quoniam bipedalis ter sumpta, seu per tria multiplicata, sextupedalem metitur magnitudinẽ: idcirco bipedalis magnitudo, pars est ipsius sextupedalis magnitudinis, & tertia pars eiusdem sextupedalis peculiari discretione vocatur. ¶ Ipsa porrò maior magnitudo, quam minor suprascripta multiplicatione metitur: multiplex ipsius minoris adpellatur magnitudinis, hoc est, multotiens ipsam minorem comprehendens magnitudinem, vel ex multiplici eiusdem minoris repetitione consurgens. Hinc dicit Euclides.

Exẽplũ quotæ partis.

Multiplex.

¶ *Πολλαπλάσιον δὲ, τὸ μεῖζον τοῦ ἐλάσσονος, ὅταν καταμετρῆται ὑπὸ τοῦ ἐλάττονος.*

2 Multiplex autem, maior minore, quando eam metitur minor.

Vt in præassumpto nuper exẽplo, sextupedalis magnitudo multiplex dicitẽ ipsius bipedalis

Exemplũ multiplicis.

magnitudinis, vtpote, quę multotiens, hoc est ter, eandem bipedalem contineat magnitudinē, seu quam bipedalis ter multiplicata metitur. & propterea sextupedalis, triplex ipsius bipedalis peculiari restrictione vocatur. ¶Cùm autem minor magnitudo aliquotiēs sumpta, seu multiplicata, plus aut minus efficit, quàm sit ipsa magnitudo maior: nō quota, sed adgregatiua pars ipsius maioris videtur esse magnitudinis, ex quotis scilicet partibus adgregata, ab ipsarum partium quotarum tum numero, tum qualitate denominanda. Veluti quadrupedalis ad sextupedalem relata magnitudinē, adgregatiua pars eiusdem sextupedalis dicenda est magnitudinis. Componitur enim ex geminis bipedalibus magnitudinibus, quarum quęlibet tertiam sextupedalis partem efficit: hinc bipartiens tertias eiusdem sextupedalis denominatur. ¶Quæ igitur adinuicem comparatæ magnitudines, cōmuni aliqua metiuntur magnitudine: commensurabiles, seu communicātes, & rationales adpellantur. Cuiusmodi sunt omnes numeri, à binario in infinitum distributi, quos indifferenter metitur vnitas: omnes insuper ad numeros relatæ magnitudines, determinatam inter sese rationem vel habitudinem obtinentes. Quibus autem non accidit aliqua & per numerum expressa mensura: incōmensurabiles, & incommunicātes, irrationalésve dicuntur magnitudines, quarum habitudo determinatis non exprimitur numeris. Veluti sunt diagonius, & latus quadrati geometrici.

Pars adgregatiua. *Exemplum.* *Cōmensurabiles & rationales magnitudines.* *Incommensurabiles & irrationales.*

Illa igitur rationalium vel irrationalium, seu cōmensurabilium & incōmensurabilium magnitudinum comparatio, vel habitudo, ratio (quemadmodùm suprà dictum est) à veteribus adpellatur: quæ ab Euclide in hunc modum diffinitur,

¶Λόγος ἐστὶ δύο μεγεθῶν ὁμογενῶν ἡ κατὰ πηλικότητα πρὸς ἄλληλα ποιὰ σχέσις.

Ratio est duarum magnitudinum eiusdem generis aliquatenus adinuicem quædam habitudo. 3

Quę inuicem cōparantur.

Sola enim vniuoca veniunt inter sese comparanda, vtpote, numerus numero, linea lineæ, superficies superficiei, solidum solido, sonus sono, tēpus tempori, velocitas velocitati, & quę sunt huiuscemodi. Inter ea enim quę diuersorum sunt generum, nulla videtur accidere comparatio. ¶Offenditur autem ratio inter numeros absolutè consideratos, quam arithmeticā nuncupamus rationem: intérve sonoros, hoc est, ad sonorum hormoniam relatos numeros, quæ harmonica ratio dicitur: vel inter abstractas tum à materia, tum à numero magnitudines, quæ ratio geometrica propriè nominatur. Quæcunque porrò rationes inter ipsos inueniuntur numeros, eædem inter singula continuorum offenduntur genera: at non è diuerso. Arithmetica siquidem ratio, tantummodò rationalium videtur esse magnitudinum: geometrica verò, tam rationaliū quàm irrationalium contemplatur magnitudinum habitudinem. Quæcunque insuper rationis diuersitates vni continuorū accidunt generi, vtpote lineis: cæteris continuorū videntur euenire generibus, superficiebus inquàm & solidis. quod ipsis non solet accidere numeris. Idcirco de geometrica, & veluti principatum obtinēte ratione, hoc loco tractare principaliter intendit Euclides. ¶Duplex est autem ratio geometrica: altera quidē æqualitatis, cuius differētia nulla est: altera verò inæqualitatis, cuius rationales species sunt quinque: tres quidē simplices, vtpote multiplex, superparticularis, & superpartiēs: & duæ ex eis cōpositæ, scilicet multiplex superparticularis, & multiplex superpartiens. Primò igitur doctrina simplicium, postea cætera in vniuersum perscrutātur rationum discrimina: debet enim simplicium doctrina, in omnibus doctrinam præcedere compositorum. ¶Multiplicem itaque solemus adpellare rationem, quoties maior magnitudo minorem (vti suprà dictum est) pluries & adæquatè comprehēdit magnitudinem: quæ in duplam vt quaternarij ad binarium, triplam veluti senarij ad ipsum binarium, quadruplam vt duodenarij ad ternarium, & deinceps ita quantumlibet subdiuiditur, prout maior magnitudo bis, ter, quater, pluriésve minorem comprehendit. Superparticularis autē ratio dicitur, cùm maior magnitudo minorem semel, & quotam insuper minoris partem continet: quæ sesqualtera dicitur vt ternarij ad binarium, aut sesquitertia veluti quaternarij ad ternariū, vel sesquiquarta vt quinarij ad quaternarium, & respondenter ita quantumlibet, prout pars ipsa alteram minoris magnitudinis partem, vel tertiam, aut quartam, aliámve quotam partem efficit, à dato quouis numero denominatam. Superpartientem verò rationem adpellamus, quoties maior magnitudo minorem itidem semel comprehendit, & contingentem præterea vel adgregatiuam eiusdem minoris partem, ex quotis ipsius minoris partibus compositam: quæ varia, pro numero ac ratione partium, sortitur discrimina. Alia enim superbipartiens tertias

Ratio Arithmetica. *Harmonica.* *Geometrica.* *Ratio æqualitatis. inæqualitatis* *Ratio multiplex.* *Superparticularis ratio.* *Ratio superpartiens.*

dicitur, vt quinarij ad ternarium: alia ſupertripartiens quartas, velut ſeptenarij ad quaternarium: alia verò ſuperquadripartiens quintas, veluti nouenarij ad quinariū, & deinceps ita ſine ſtatu, vocitatur. Hinc facilè colligitur, vtriuſq; cōpoſitarum rationum diffinitio. Multiplex enim & ſuperparticularis ratio dicitur, cùm maior magnitudo minorē pluries, & quotam inſuper eiuſdem minoris partem comprehendit. Multiplex deniq; & ſuperpartiens ratio nominatur, quoties eadem magnitudo maior, minorem itidem pluries, & partem vltra non quotam, ſed ex quotis eiuſdem minoris partibus adgregatam continet. Quæ tum pro varietate multiplicis, tum pro vtriuſque & ſuperparticularis & ſuperpartientis diuerſitate, in varia, & (ſi liceat dicere) infinita compoſitarum rationū partiuntur diſcrimina. Cæteræ autem ab his magnitudinum habitudines, quarum denominationes ignoramus: ſurdæ irrationaléſve nuncupantur. Porrò hæc omnia velim intelligas, dum maiores minoribus comparantur magnitudines: nam ſi minores ipſis maioribus comparētur magnitudinibus, ſubrationales erunt minores maioribus. Hinc talium magnitudinum rationes, ſubmultiplices, ſubſuperparticulares, ſubſuperpartientes, ſubmultiplices ſuperparticulares, & ſubmultiplices ſuperpartientes, pro ratione atque tranſpoſitione terminorū, adpellātur. ¶Cuiuſlibet autem ſupraſcriptarum rationū cum alia quauis ſimili ratione cōparatio vel habitudo (non vt magnitudo magnitudini, ſed vt hæc ratio cum illa ratione comparatur) proportio dicitur: cuius hæc eſt ſummaria diffinitio,

Multiplex ſuperparticularis.

Multiplex ſuperpartiens.

Surdæ rationes.

Notandum.

De rationum cōparatione.

¶Ἀναλογία δὲ ἐστὶν, ἡ τῶν λόγων ὁμοιότης.

4 Proportio verò, eſt rationum identitas.

Hoc eſt, duarū pluriúmve geometricarū rationū ſimilitudo. vt ſi duplam duplæ, ſeſqualteram ſeſqualteræ, pluréſve duplas, aut ſeſqualteras, & alias quaſcunque ſimiles rationes inuicem comparaueris. Nam de arithmetica ratione, quam vocant æqualium differentiarum inter datos numeros obſeruatam progreſſionem: nihil ad præſentem doctrinam. Neque de ratione muſica, quæ potius harmonia quædā eſſe videtur: vtpote, quæ fit cùm oblatis tribus numeris, quam rationem maximus obtinet ad minimum, eam quoq; ſeruat differentia maximi ſupra medium ad differentiam medij ſupra minimum, in ſuprà ſcripta rationum ſimilitudine minimè conſiſtens. Sicuti enim arithmetica progreſſio, à muſica differre perhibetur harmonia: ſic & geometrica proportio (quæ ſola peculiari nomine proportionis venit adpellanda) ab vtraque diſtinguitur. ¶Eſt autem geometrica proportio aut continua, aut diſcontinua. Continuam adpellamus proportionem, cùm datis quotlibet eiuſdem generis quantitatibus, omnium antecedentium ad proximè ſuccedentes cōtinuata ſeruatur rationis habitudo: ſic vt prima ſolùm antecedentis, vltima verò cōſequentis, intermediæ autem & antecedentis & conſequentis fungantur officio. Vtpote cùm prima ad ſecundam eam ſeruat rationem, quam ſecunda ad tertiam, & tertia ad quartam, & deinceps ita quantumlibet. Quæcunq; igitur continua proportione ligantur, eiuſdem oportet eſſe generis: propter neceſſariam cuiuſlibet antecedentis cum ſuo conſequente reſpondentiam, & continuādam inuicem cōparabilium habitudinem, ſiue relationem. ¶Diſcontinua verò proportio, fit: cùm oblatis quatuor, pluribúſve quantitatibus, prima ad ſecundā eam habet rationem, quam tertia ad quartam, & quinta ad ſextam, & conſequentur ita quantumlibet. Huiuſcemodi nanq; rationū ſimilitudo, vel identitas, proportio, ſed diſcontinua vocitatur. conſequens enim primæ rationis, non fit antecedens ſecundæ: neq; item conſequens ipſius ſecundæ, in tertiæ rationis continuatur antecedēs. velut ipſi cōtinuæ diximus euenire proportioni. Poſſunt itaque genere diuerſa, diſcōtinua inuicem proportione colligari: ob ſingulorum antecedentium, ad ſingula conſequentia, ſeparatim factam comparationē. Eadem nanque ratio inter duos accidens numeros: poteſt ſimul inter duas lineas, bináſve ſuperficies, aut alias quaſuis inuicem comparabiles inueniri magnitudines. Hinc patet, diſcontinuam proportionem ſub pari ſemper terminorum comprehendi numero: continuā verò tam parem, quàm imparem admittere terminorum ſeu quantitatum multitudinem.

De ratione arithmetica.

De muſica ratione.

Proportio geometrica continua

Sola vniuoca cōtinua proportione ligātur.

Diſcontinua proportio geometrica.

Genere diuerſa diſcōtinuā proportionē obſeruant.

Corollarium.

¶Λόγον ἔχειν πρὸς ἄλληλα μεγέθη λέγεται, ἃ δύναται πολλαπλασιαζόμενα ἀλλήλων ὑπερέχειν.

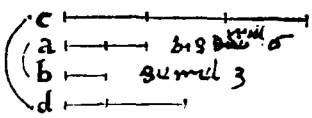
5 Rationem habere adinuicē magnitudines dicuntur, quæ poſſunt multiplicatæ inuicem excedere.

Quonam modo magnitudines rationē habere diffiniantur.

Poſt ipſius rationis, atq; proportionis adſignatas diffinitiones: deſcribit cōſequēter Euclides, qualiter inuicem comparatæ magnitudines rationē habere dicātur. Cùm igitur tam rationalium quàm irrationalium hic perſcrutentur magnitudinũ habitudines, & ipſa irrationalium magnitudinum habitudo,tum nobis,tum ipſi naturę ſit ignota,denominationem ab aliquo non valens accipere numero: coactus eſt Euclides(vt generalem quandam rationalium & irrationalium præſcriberet diffinitionem) ad cõparatarum inuicem magnitudinum confugere multiplicationẽ,hoc eſt, per ipſarum magnitudinum æquè multiplicia diffinire, qualiter magnitudo alteri comparata magnitudini rationem habere dicatur. Si igitur magnitudo a/magnitudini b/comparetur, & ambæ æqualiter multiplicentur, hoc eſt, ambarum ſumantur æquè multiplicia,c/quidem ipſius a,& d/ ipſius b: quam rationem habebit multiplex c/ad multiplex d, eam ſeruabit & a/magnitudo,ad b/magnitudinem.Quaſi ignota inter a/& b/differentia,per multiplicationem ipſarũ augeatur magnitudinum:& in rationis ignotæ nos inducat agnitionem. Tanta ſiquidẽ multiplicium cũ ſubmultiplicibus,ſeu partibus inuenitur eſſe fraternitas:vt ipſę æquè multiplices magnitudines nõ poſſint aliquã rationalẽ aut irrationalẽ inter ſeſe habitudinẽ obſeruare, quin ea ſimul partibus accidat ſubmultiplicibus, & è contrario.

Exemplum.

a dupla ad b



Notandum.

Ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ μεγέθη λέγεται εἶναι, πρῶτον πρὸς δεύτερον, καὶ τρίτον πρὸς τέταρτον, ὅταν τὰ τοῦ πρώτου καὶ τρίτου ἰσάκις πολλαπλάσια, τῶν τοῦ δευτέρου καὶ τετάρτου ἰσάκις πολλαπλασίων, καθ' ὁποιονοῦν πολλαπλασιασμὸν ἑκάτερον ἑκατέρου, ἢ ἅμα ἐλλείπῃ, ἢ ἅμα ἴσα ᾖ, ἢ ἅμα ὑπερέχῃ ληφθέντα κατάλληλα.

In eadẽ ratione magnitudines dicũtur eſſe, prima ad ſecundã & tertia ad quartã: quãdo primę & tertię ęquè multiplicia, ſecũdę & quartę æquè multiplicia, iuxta quãuis multiplicationẽ vtraq; vtrãq; vel vnà excedũt, vel vnà æquales ſunt, vel vnà deficiũt ſũptæ adinuicẽ. 6

Quæ magnitudines in eadem ratione conſiſtant.

Oſtenſo qualiter magnitudines rationẽ habere adinuicẽ iudicentur: diffinit reſpondenter Euclides,quonam modo magnitudines ipſę ſimilem videãtur obtinere rationẽ,habitudiniſve nanciſcantur identitatem. Quæ diffinitio non potuit per alicuius præcedentium quinque rationalium ſpecierum ipſius rationis vel habitudinis,vtpote aut multiplicis,aut ſuperparticularis, aut ſuperpartientis,vel multiplicis ſuperparticularis, vel denique multiplicis ſuperpartientis deſcribi ſimilitudinem:propter ſurdas (vt vocãt) irrationaliũ magnitudinum habitudines, quarum denominationes exprimi non poſſunt. Confugiendum ergo fore exiſtimauit Euclides,ad contingentem æquè multiplicium habitudinem, tam continuè, quàm ſeparatim facta earũdem magnitudinum relatione. Nam in proportionibus ſicuti antecedentia adinuicem,& ipſa pariter conſequentia,mutuam quandam inter ſeſe videtur habere relationem: haud diſſimiliter ipſorum antecedentium, pariter & cõſequentium æquè multiplicia, iuxta quamuis multiplicationem coaſſumpta,fraterna quadam rationum colligantur ſimilitudine, atque è diuerſo: tametſi alia inter ipſa æquè multiplicia, ab ea quæ inter partes offenditur ſubmultiplices, contingat plerunque rationum identitas. Quòd autẽ ex multiplicium proportione,earundem partiũ, ſub multipliciũmve magnitudinũ proportio, vel è contrario ſubſequatur:ſuccedentibus oſtẽdetur propoſitionibus.prius enim diffinire, quàm diffinitorum concludere neceſſitatem eſt operæpretium. Cùm itaque ſimilitudo rationis,binarium ad minus rationum, & proinde quaternarium magnitudinum videatur exoptare numerum:ait Euclides,magnitudines in eadem eſſe ratione,prima quidem ad ſecundam,& tertia ad quartam:quando primæ & tertiæ,hoc eſt antecedentiũ magnitudinum ſumptis æquè multiplicibus,& conſequentium itidem magnitudinum, ſecũdæ videlicet & quartæ, æquè multiplicibus(etiam in alia quauis ab antecedentium multiplicatione) coaſſumptis,multiplex primæ ad multiplex ſecũdæ eam ſeruat rationem,quam multiplex tertiæ ad multiplex quartæ:ſiue ipſa ratio maioris, aut minoris extiterit inæqualitatis.Hæc enim de exceſſu,vel defectu proportionali veniũt intelligenda. Velut ex obiecta numerorum potes colligere formula.In qua numeri dati ſint a,b,c,d:& ipſorum a/& c, primi inquàm & tertij æquè multiplices e,f,nempe dupli:numerorum autem b,d,

Notandum.

Diffinitionis elucidatio.

Exemplum.

a	b	c	d	
12	6	8	4	Nu. diſcontinuè proportionales.
e	g	f	h	
24	18	16	~~12~~ 8	Aequè multiplices.

hoc est ſecundi & quarti æquè itidem multiplices g,h,vtpote tripli. Et quoniã multiplex e/ ad multiplicem g/eam habet rationem, quam multiplex f/ad multiplicem h (vtrobiq; enim ſeſquitertia) neceſſum est primum numerum a/ad ſecundum numerum b/eam ſimul obſeruare rationem, quam tertius numerus c/ad quartũ d, nempe duplam. Haud aliter de magnitudinibus, ſiue continuis intelligito. ¶ Hinc fit, vt in continuè proportionatis, vbi videlicet conſequens primæ rationis fit antecedens ſecundæ, ſumenda ſint æquè multiplicia ſingularum magnitudinum iuxta eandem multiplicationem, hoc eſt, aut ſimul tripla, aut ſimul quadrupla, &c. propterea quòd ſecũda magnitudo, ipſius tertiæ ſimul fungatur officio, & geminas potentia magnitudines repræſentet. Vt datis in exemplum a,b,c, numeris: quorum æquè multiplices ſint d,e,f, vtpote tripli, d/quidem ipſius a, & e/ipſius b, atq; f/ipſius c. Si multiplex d/ad multiplicẽ e/ habuerit eam rationem, quam idem e/ ad f: tunc a/primus numerus ad ſecundum b/ eam ſimul obſeruabit rationem, quam idem numerus b, ad tertiũ c. quemadmodùm ex ipſa numerorum potes elicere deſcriptione: in qua tam dati numeri a,b,c, quàm eorũdem numerorum æquè multiplices d,e,f, ſub dupla inuicem ratione proportionantur.

De continuè proportionalibus.

Exemplum.

a	b	c	
8	4	2	Nu. continuè proportionales.
d	e	f	
24	12	6	Aequè multiplices.

¶ Τὰ δὲ τὸν αὐτὸν ἔχοντα μεγέθη λόγον, ἀνάλογον καλείσθω.

7 Eandem autem habentes rationem magnitudines, proportionales vocentur.

Diffinitio proportionaliũ.

Cùm enim proportio rationum ſit idẽtitas: fit vt magnitudines, quæ in eadem offendentur eſſe ratione, vel inter quas rationum offendetur ſimilitudo (ſiue continua, ſiue diſcontinua eiuſdem rationis obſeruetur identitas) proportionales adpellentur.

¶ Ὅταν δὲ τῶν ἰσάκις πολλαπλασίων τὸ μὲν τοῦ πρώτου πολλαπλάσιον ὑπερέχῃ τοῦ τοῦ δευτέρου πολλαπλασίου, τὸ δὲ τοῦ τρίτου πολλαπλάσιον, μὴ ὑπερέχῃ τοῦ τοῦ τετάρτου πολλαπλασίου, τότε τὸ πρῶτον πρὸς τὸ δεύτερον μείζονα λόγον ἔχειν λέγεται, ἤπερ τὸ τρίτον πρὸς τὸ τέταρτον.

8 Quando verò æquè multipliciũ multiplex primi exceſſerit multiplex ſecundi, multiplex autem tertij non exceſſerit multiplex quarti: tunc primum ad ſecundum maiorem rationem habere dicetur, quàm tertium ad quartum.

Improportionaliũ magnitudinum diffinitio.

Quemadmodùm datarum magnitudinum continuam vel diſcontinuam proportionem, ex coaſſumptorum æquè multiplicium, & ordinatim comparatorum proportione pendere diffinitum eſt: haud diſſimiliter & improportionalium magnitudinum diſproportio, ex ſupraſcripto modo ſumptorum æquè multipliciũ diſproportione, verſa vice colligitur. Eſt enim diſproportio, rationũ diſſimilitudo: vtpote, quando prima magnitudo ad ſecundã maiorem vel minorem rationem habet, quàm tertia ad quartam. Huius itaque diffinitionis hæc eſt ſumma. Si quatuor oblatarum magnitudinũ coaſſumantur æquè multiplicia primæ & tertiæ, atq; ſecundæ & quartæ, & multiplex primæ ad multiplex ſecundæ maiorem rationem habuerit, quàm multiplex tertiæ ad multiplex quartæ: tunc prima magnitudo ad ſecundã maiorem itidem rationem obſeruabit, quàm tertia ad quartã: & ſi minorẽ, minorẽ. Et proinde rationum ſubſequetur diſſimilitudo, ergo diſproportio: ſiue ipſæ magnitudines continua, vel diſcontinua ratione, ſeu relatione terminorum inuicem conferãtur. Quorum exempla dare, inutile iudicamus: vtpote, quæ à contraria proportionalium interpretatione colligi vel facilè poſſunt.

Diſproportio

Diffinitionis interpretatio

¶ Ἀναλογία δὲ ἐν τρισὶν ὅροις ἐλαχίστοις ἐστίν.

9 Proportio autem in tribus terminis ad minus eſt.

De continua velim intelligas proportione. Cùm enim proportio rationũ exiſtat ſimilitudo: operæpretium eſt in ipſa proportione duas ad minus inuicem ſimiles occurrere rationes, & proinde terminos quatuor, duo inquàm antecedentia & totidẽ conſequẽtia. Et quoniam in proportione continua, conſequens primæ rationis fit antecedẽs ſecundæ, in diſcontinua verò minimè: fit vt continua proportio non poſſit conſiſtere in paucioribus tribus terminis, discontinua autem in paucioribus quatuor. Hi sunt ergo numeri terminorum minimi, inter quos videtur accidere proportio: maximi verò, nusquã dabiles sunt, vtpote, quoniam similitudo rationum in infinitum potest deuenire numerum.

❡Ὅταν τρία μεγέθη ἀνάλογον ᾖ, τὸ πρῶτον πρὸς τὸ τρίτον, διπλασίονα λόγον ἔχειν λέγεται, ἤπερ πρὸς τὸ δεύτερον. Ὅταν δὲ τέσσαρα μεγέθη ἀνάλογον, τὸ πρῶτον πρὸς τὸ τέταρτον, τριπλασίονα λόγον ἔχειν λέγεται, ἤπερ πρὸς τὸ δεύτερον, καὶ ἀεὶ ἑξῆς ἑνὶ πλεῖον, ἕως ἂν ἡ ἀναλογία ὑπάρχῃ.

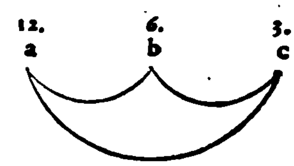
Quã ratione habeat prima magnitudo ad vltimã in cõtinuè proportionalib⁹.

Quando tres magnitudines proportionales fuerint: prima ad tertiam duplicẽ rationem habere dicetur, quàm ad secundam. Quando autem quatuor magnitudines proportionales fuerint: prima ad quartam triplicem rationẽ habere dicetur, quàm ad secundã, & semper ordine vna plus, quousq; sit absoluta proportio. 10

Hic diffinit Euclides quam rationem habeat prima magnitudo ad vltimam, in continuè proportionalibus. Sensus itaq; diffinitionis est, quòd in proportione continua ratio extremarum magnitudinum, ex singulis rationibus in eadem occurrẽtibus proportione inuicem compositis generatur. Hinc fit, vt in minima proportione, quæ sub tribus comprehenditur terminis, prima magnitudo ad vltimam duplicem rationem habere dicatur, quàm ad secundam, hoc est, ex ipsis duabus rationibus similibus, primę inquàm magnitudinis ad secundã, & eiusdem secundæ ad tertiam inuicem compositis, vel altera earum duplata consurgentẽ. Multiplicandi sunt igitur ipsarum rationum denominatores adinuicem: producetur enim optatæ rationis denominator. quemadmodùm secũdo capite, libri quarti nostræ docuimus Arithmeticæ. & quinta diffinitione libri sexti clarius ostendemus. Sint exempli causa obiecti numeri a, b, c, sub dupla ratione proportionati. vtraque igitur ratio à binario denominatur numero. Bis autem duo efficiunt quatuor: à quibus ratio primi numeri ad tertiũ, hoc est, a/ad c/denominabitur. Erit ergo primi ad ipsum tertium ratio quadrupla, seu primi ad secundum duplicata. ❡Porrò si quatuor extiterint magnitudines cõtinuè itidem proportionales: prima ad quartam triplicem rationem habere dicetur, quàm ad secundam, hoc est, ex tribus rationibus, primæ quidem ad secundam, & secundæ ad tertiam, atq; tertiæ ad quartam generatam. Sed adnimaduertas oportet, ꝙ in trium aut plurium rationum compositione, operæpretium est ex duabus primis vnam efficere rationem, & ex illa consequenter & succedente tertia vnam rursum constituere: & deinceps ita quantumlibet, pro datarum rationũ multitudine. Dentur in exemplum quatuor numeri continuè proportionales d, e, f, g, sub pupla itidem ratione distributi. Quælibet igitur trium rationum, à binario rursum denominatur numero. bis autẽ duo, efficiunt quatuor, quæ ostẽdunt primum numerum ad tertiũ, vel secundum ad quartum, quadruplam obtinere rationem: bis autem quatuor, restituũt octo, à quibus octupla ratio denominatur. A io itaque eundem primũ numerum ad quartũ, octuplam seruare rationẽ. quæ non propterea primi ad secundum triplata ratio vocitatur, quòd ipsa ratio primi ad secundum per tria sit multiplicanda: sed quoniam ter in eadem proportione reperiatur, ex qua quidem triplici ratione, extremorum ratio suprascripto modo consurgit. Eadem quoque ratio primi ad quartum resultabit, si eam rationem quæ est primi ad tertium, vel secundi ad quartum, per rationem eiusdem primi ad secundum multiplicaueris. Vtraque enim in præassumpto numerorum exemplo est quadrupla: quæ in duplam ducta, restituit octuplam. ❡Quòd si quinq; magnitudines cõtinuè fuerint proportionales, prima ad quintam quadruplicem rationem habere dicetur, quàm ad secundam: si sex, quintuplam, & consequenter ita, vna semper ordinatim adiuncta ratione, pro extẽsione proportionis, vel adiuncto magnitudinum continuè proportionalium numero.

Vbi tres tantùm magnitudines proportionales.

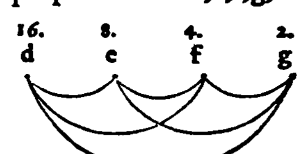
Exemplum.



Vbi quatuor magnitudines continuè fuerint proportionales.

Notandum.

Exemplum.



Vbi quinque vel plures fuerint magnitudines.

❡Ὁμόλογα μεγέθη λέγεσθαι εἶναι, τὰ μὲν ἡγούμενα τοῖς ἡγουμένοις, τὰ δὲ ἑπόμενα τοῖς ἑπομένοις.

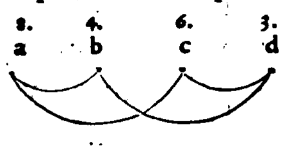
Similis rationis magnitudines dicuntur, antecedentia antecedentibus, & consequentia consequentibus. 11

Id est, similitudo rationum inter easdem magnitudines inuicem proportionales, non solùm inuenitur per relationem antecedentium ad sua consequẽtia, vel è diuerso: sed tum ex ipsorum antecedentium, tum etiam consequentium inuicem facta comparatione. Ex quibus subscriptæ rationum illationes, speciésve proportionum deriuatæ sunt: quæ primùm diffiniuntur ab Euclide, postea suo elucidantur & ostenduntur ordine. De varia rationum simillitudine.

¶Ἐναλλὰξ λόγος ἐστὶ, λῆψις τοῦ ἡγουμένου πρὸς τὸ ἡγούμενον, καὶ τοῦ ἑπομένου πρὸς τὸ ἑπόμενον.

12 Permutata ratio, est acceptio antecedentis ad antecedens, & consequentis ad consequens.

Vtpote, si fuerint quatuor magnitudines inuicem proportionales a, b, c, d, sicut quidem a/ad b, ita c/ad d: inferamus autem, & permutatim igitur sicut a/ad c, ita b/ad d. Hanc rationum illationem, permutatam adpellamus. permutatur enim cõsequens primæ rationis, in antecedens secundæ: & antecedens eiusdem secundæ rationis, in consequens ipsius primæ vertitur. Primæ itaq; rationis vterq; terminus, antecedentis: & vterq; terminus secundæ rationis, consequentis fungitur officio. Cur hęc rationis illatio permutata dicatur.



¶Ἀνάπαλιν λόγος ἐστὶ, λῆψις τοῦ ἑπομένου ὡς ἡγουμένου, πρὸς τὸ ἡγούμενον ὡς ἑπόμενον.

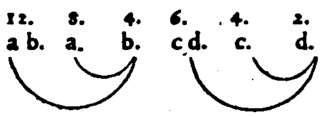
13 Conuersa ratio, est acceptio consequẽtis tanquàm antecedentis, ad antecedens tanquàm ad consequens.

Id est, consequentium in antecedentia, & antecedentium in consequentia permutatio: rationem maioris inæqualitatis, in rationem minoris, aut è diuerso, cõuertendo. Vt si a/ad b/ eam habuerit rationem, quam c/ad d: & à cõuersa terminorum ratione inferamus. ergo sicut b/ad a, ita d/ad/c. Igitur in permutata atq; conuersa ratione, nulla terminorum subsequitur alteratio: sed & antecedentia, & consequentia manent substantialiter eadem. Notandum.

¶Σύνθεσις λόγου ἐστὶ, λῆψις τοῦ ἡγουμένου μετὰ τοῦ ἑπομένου, ὡς ἑνὸς πρὸς αὐτὸ τὸ ἑπόμενον.

14 Composita ratio, est acceptio antecedentis cum consequente, sicut vnius, ad ipsum consequens.

Solemus nonnunquàm in proportionibus arguere à diuisis ad coniuncta: vnde huiuscemodi rationis illatio, cõposita, seu coniuncta ratio dicitur. Est enim acceptio cuiuslibet antecedentis cum proprio consequente, tanquàm vnius antecedentis, ad ipsum consequens. Vtpote, si a/ad b/eã habeat rationem, quã c/ad d: & cõiunctim inferamus. Igitur sicut a/b/ ad b, ita c/d/ad d. augentur enim proportionaliter antecedentia, per consequentium ipsorum compositionem. Huic cõtraria est diuisa, seu disiuncta ratio: quæ ita diffinitur, Illatio rationis à diuisis ad cõiuncta. Exemplum.



¶Διαίρεσις λόγου ἐστὶ, λῆψις τῆς ὑπεροχῆς, ᾗ ὑπερέχει τὸ ἡγούμενον τοῦ ἑπομένου πρὸς αὐτὸ τὸ ἑπόμενον.

15 Diuisa ratio, est acceptio excessus, quo excedit antecedens ipsum consequens, ad ipsum consequens.

Hoc est, comparatio differentiæ cuiuslibet antecedentis supra consequens proprium, ad ipsum consequens. Veluti si eadẽ sit ratio a/b/ad b, quæ est c/d/ad d: & diuisim in hunc modum inferatur. Igitur sicut a/ad b, ita c/ad d. Est enim a/differentia, qua tota a/b/ipsam b/superat: & c/itidem differentia, qua tota c/d/excedit ipsam d. Hic autẽ modus arguendi, à coniunctis ad diuisa nuncupatur. Illatio rationis à cõiũctis ad diuisa.

¶Ἀναστροφὴ λόγου ἐστὶ, λῆψις τοῦ ἡγουμένου πρὸς τὴν ὑπεροχὴν, ᾗ ὑπερέχει τὸ ἡγούμενον τοῦ ἑπομένου.

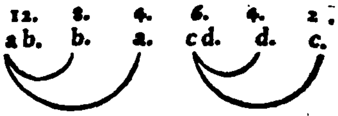
16 Cõuersio rationis, est acceptio antecedentis ad excessum, quo excedit antecedens ipsum consequens.

Hanc euersam rationem pleriq; nominant. Est enim comparatio cuiuslibet antecedentis, ad differentiam, qua idem antecedens suum excedit consequens. Exempli gratia. Sit rursum Euersa ratio.

Exemplum.

Notandum.

veluti a/b/ad b,ita c/d/ad d:& conuertamus in hunc modū. Ergo ſicut a/b/ ad a,ita c/d/ ad c. Sunt enim a/ & c/differentiæ, quibus c/& d/ab ipſis a/b/& c/d/ſuperantur. In compoſita igitur,& diuiſa ratione, ac conuerſione rationis,quanquàm nihil ſumatur extrinſecum: alterantur nihilominus termini, ijdem ſecundum ſubſtantiam minimè permanentes.

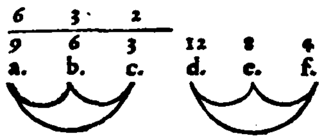


Δι' ἴσου λόγος ἐστὶ, πλειόνων ὄντων μεγεθῶν, καὶ ἄλλων αὐτοῖς ἴσων τὸ πλῆθος σὺν δύο λαμβανομένων, καὶ ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ: ὅταν ᾖ ὡς ἐν τοῖς πρώτοις μεγέθεσι, τὸ πρῶτον πρὸς τὸ ἔσχατον, οὕτως ἐν τοῖς δευτέροις μεγέθεσι, τὸ πρῶτον πρὸς τὸ ἔσχατον: ἢ ἄλλως, λῆψις τῶν ἄκρων, καθ' ὑπεξαίρεσιν τῶν μέσων.

Aequa ratio, eſt pluribus exiſtentibus magnitudinibus,& alijs eis 16
æqualibus multitudine,cum duabus ſumptis & in eadem ratione:
quando fuerit ſicut in primis magnitudinibus primum ad vltimum,
ſic in ſecundis magnitudinibus primū ad vltimum. Vel aliter.
acceptio extremorum, per ſubtractionem mediorum.

Inferendi modus ex æqua ratione.

Exempli gratia,ſint primi ordinis quantitates a,b,c,ſecundi verò d,e,f:ſitq́ a/ad b/veluti d/ad e,& b/ad c/ſicut e/ad f:vel a/ad b/ſicut e/ad f,& b/ad c/veluti d/ad e:& concludendo ſubinferamus. Igitur ſicut a/ad c,ita d/ad f. Hunc modum arguēdi,ex æquali, aut ex æqua ratione vocitamus. Vt ſi a ad b/& d/ad e/ſeſqualteram, b/autem ad c/& e/ ad f/duplam obtinuerit rationem:vel a/ad b/& e/ad f/dupla,b/ autem ad c/atque d/ ad e/ſeſqualtera ratione proportionetur: neceſſum eſt a/ ad c, atque d/ad f,triplam obſeruare rationem. vt ex ipſa numerorum potes elicere formula.



Τεταγμένη ἀναλογία ἐστὶν, ὅταν ᾖ ὡς ἡγούμενον πρὸς ἑπόμενον, οὕτως ἡγούμενον πρὸς τὸ ἑπόμενον: ᾖ δὲ καὶ ὡς ἑπόμενον πρὸς ἄλλό τι, οὕτως ἑπόμενον πρὸς ἄλλό τι.

Ordinata proportio, eſt cùm fuerit antecedens ad conſequens, ſi- 17
cut antecedens ad conſequēs:& conſequēs ad rem aliam, ſicut con
ſequens ad rem aliam.

Exēplū ordinatæ proportionis.

Expeditis quæ ex eadem proportione ſubinferuntur rationum comparationibus: diffinit tandem Euclides,binas proportionum ſpecies,inter geminos proportionalium magnitudinum ordines accidentes. Ordinatam itaque proportionem adpellamus, quando antecedentium & cōſequētium ordinatim fit comparatio. Vt ſi bini(verbi gratia) fuerint numerorum ordines,a/b/c/inquā primus,& d/e/f/ſecūdus: fueritq́ a/ad b/veluti d/ad e,& b/ad c/ſicut e/ad f. Hāc rationū identitátem, ordinatam ſolemus vocitare proportionem. Huic contraria eſt perturbata,quæ ſic diffinitur,

a	b	c		d	e	f
9	6	3		12	8	4

Τεταραγμένη δὲ ἀναλογία ἐστὶν, ὅταν τριῶν ὄντων μεγεθῶν, καὶ ἄλλων ἴσων αὐτοῖς τὸ πλῆθος γίνηται: ὡς μὲν ἐν τοῖς πρώτοις μεγέθεσιν ἡγούμενον, πρὸς ἑπόμενον, οὕτως ἐν τοῖς δευτέροις μεγέθεσιν ἡγούμενον πρὸς ἑπόμενον: ὡς δὲ ἐν τοῖς πρώτοις μεγέθεσιν ἑπόμενον πρὸς ἄλλό τι, οὕτως ἐν τοῖς δευτέροις μεγέθεσιν ἡγούμενον πρὸς ἄλλό τι.

Perturbata autē proportio, eſt quando tribus exiſtentibus magni- 18
tudinibus,& alijs eis æqualibus multitudine:fit ſicut quidē in pri-
mis magnitudinibus antecedens ad cōſequens,ſic in ſecundis ma-
gnitudinibus antecedens ad conſequens:ſicut autē in primis ma-
gnitudinibus conſequens ad rem aliam, ſic in ſecundis res alia ad
antecedens.

Hæc diffinitio tam lucida eſt,vt ampliori non videatur indigere declaratione.Non grauaberis tamen exemplarem intelligere formulam. Sint igitur rurſum a/b/c,& d/e/f/gemini numerorum ordines: ſítque a/ad b/ſicut e/ ad f,& b/ad c/veluti d/ad e. Exẽplũ perturbatę rationis.

a	b	c		d	e	f
8	6	4		6	4	3

Hunc itaq; inuerſum proportionis ordinẽ,perturbatam proportionẽ adpellamus. ¶Præter has autẽ, Zãbertus Venetus adiecit extenſæ atq; inordinatæ proportionis diffinitiones,ab ipſius ordinatæ atq; perturbatæ proportionis diffinitionibus minimè diſcrepãtes:quas tum quia in græcis nuſquàm reperi exemplaribus,tum quòd mihi ſuperabundare videantur,cõſultò prætermiſi. Omnis ſiquidem extenſa proportio, ordinata eſt:& inordinata,eadẽ quę perturbata. Ni forſitan voluerimus extenſam proportionem,terminorum vtriuſq; ordinis continuatam præſupponere relationem:cùm ſcilicet præcedentium rationum cõſequentia, fiunt antecedentia ſuccedentium. Vt extenſa proportio, continuè proportionalium ſolummodò reſpiciat magnitudinum habitudinẽ:ordinata verò,tam continuè, quàm diſcontinuè proportionata.Et ſic extenſa proportio,ſimul erit ordinata:ſed non omnis ordinata,extenſa vocabitur. Idem velim habeas iudicium,de inordinata atq; perturbata proportione.

De extenſa, atq; inordinata ratione.

Notandum.

Θεώρημα α, Πρόθεσις α.

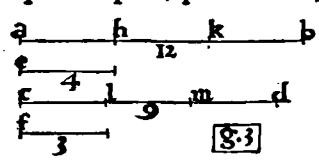
Ἐὰν ᾖ ὁποσαοῦν μεγέθη, ὁποσωνοῦν μεγεθῶν ἴσων τὸ πλῆθος, ἕκαστον ἑκάστου ἰσάκις πολλαπλάσιον, ὁσαπλάσιόν ἐστιν ἓν τῶν μεγεθῶν ἑνός, τοσαυταπλάσια ἔσται καὶ τὰ πάντα τῶν πάντων.

Theorema 1, Propoſitio 1.

1 SI fuerint quælibet magnitudines quarumlibet magnitudinum æqualium numero, ſingulæ ſingularũ æquè multiplices: quotuplex eſt vnius vna magnitudo, totuplices erunt & omnes omnium.

ORONTIVS. ¶Sint a/b/ & c/d/quælibet magnitudines, ipſarum e/ & f/magnitudinum,æqualium numero,ſingulæ ſingularum æquè multiplices:vtpote,a/b/ ipſius e,& c/d/ipſius f. Aio,a/b/& c/d/magnitudines,totuplices fore ipſarum e/& f/ magnitudinum,quotuplex eſt a/b/ipſius e, vel c/d/ipſius f. Nam ex hypotheſi,tot ſunt magnitudines in a/b, æquales ipſi e : quot in c/d/magnitudine, æquales ipſi f. Sit vtraque multitudo,æqualis numero g. Et diſtingantur(exẽpli gratia)in a/b,magnitudines æquales ipſi e,iuxta numerũ g, ſintq; a/h,h/k,& k/b: in ipſa porrò c/d, æquales ipſi f,quæ ſint c/l,l/m,& m/d. Cuilibet enim magnitudini, quotlibet dari, vel adſignari poſſe æquales, recipiendũ eſt. Omnis præterea magnitudo,in determinatas quotlibet, & adinuicẽ æquales partes (etſi forſitan nondum præoſtenſum fuerit, quanam ratione id exæquatur) abſtractiuè ſaltẽ partibilis eſt. Cùm igitur a/h/æqualis ſit ipſi e,& c/l/ipſi f: æquales erunt a/h/& c/l,ipſis e/& f/magnitudinibus, per ſecundam communẽ ſententiam. Rurſum quoniã æqualis eſt h/k/ipſi e,& l/m/ipſi f: æquales rurſum erũt, per eandem communem ſententiam,h/k/& l/m,ipſis e/& f. Haud diſſimiliter oſtẽdetur,quòd & cæteræ k/b/ & m/d, eiſdem e/& f/ coæquantur. Quoties igitur a/b/ continet ipſam e,aut c/d/ipſam f: toties a/b/& c/d,eaſdem e/& f/ſimul comprehendunt,nempe ſecundum eundem numerum g. Quotuplex igitur eſt a/b/ipſius e,vel c/d/ipſius f: totuplices ſunt a/b/& c/d,ipſarũ e/& f. Hoc autem in diſcretis euidẽtius manifeſtatur: quemadmodùm ſubiecti formulæ videntur indicare numeri. Si fuerint igitur quælibet magnitudines quarumlibet magnitudinum:&c,vt in theoremate. Quod oportebat demonſtrare.

Notandum.



Deductio theorematis.

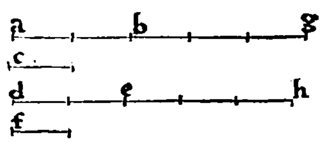
Θεώρημα β, Πρόθεσις β.

Ἐὰν πρῶτον δευτέρου ἰσάκις ᾖ πολλαπλάσιον, καὶ τρίτον τετάρτου, ᾖ δὲ καὶ πέμπτον δευτέρου ἰσάκις πολλαπλάσιον, καὶ ἕκτον τετάρτου: καὶ συντεθὲν πρῶτον, καὶ πέμπτον, δευτέρου ἰσάκις ἔσται πολλαπλάσιον, καὶ τρίτον, καὶ ἕκτον τετάρτου.

Theorema 2, Propositio 2.

SI prima ſecundæ æquè fuerit multiplex & tertia quartæ, fuerit autem & quinta ſecundæ æquè multiplex & ſexta quartæ: & compoſita prima & quinta ſecundæ æquè multiplex erit, & tertia & ſexta quartæ. 2

ORONTIVS. ¶Sint enim ſex magnitudines, a/b/prima, c/ſecunda, d/e/tertia, f/quarta, b/g/quinta, & e/h/ſexta: quarum prima a/b/ſecundæ c/ſit æquè multiplex, ac tertia d/e/ipſius quartæ f: & quinta rurſum b/g/eiuſdem ſecundæ c/æquè multiplex eſto, ac ſexta e/h/eiuſdem f/quartæ. Aio quòd compoſita ex prima & quinta vtpote a/g, ipſius ſecundæ c/erit æquè multiplex: ac tertia & ſexta ſimul, videlicet d/h, ipſius quartæ f.



Demõſtratio theorematis.

Cùm enim ex hypotheſi, æquè multiplex eſt a/b/ipſius c, vt d/e/ipſius f: quot igitur magnitudines ſunt in a/b/æquales ipſi c, tot ſunt & in d/e, æquales ipſi f. Rurſum quoniam b/g/æquè multiplex eſt eiuſdem c, ac e/h/eiuſdem f: tot igitur ſunt magnitudines eidem c/æquales in b/g, quot & in e/h/æquales eidem f. Quot igitur ſunt magnitudines in tota a/g, ipſi c/æquales: tot ſunt & in tota d/h, æquales ipſi f. ſi enim æquè multiplicibus, æquè multiplices addantur magnitudines: cõſurgẽt æquè multiplices. Sed a/g, continet primã & quintam magnitudinẽ: d/h/autẽ, tertiam & ſextam. Et compoſita igitur prima & quinta a/g, ſecundæ c/æquè multipex erit: ac tertia & ſexta d/h, ipſius quartæ f. Igitur ſi prima ſecũdæ æquè fuerit multiplex, & tertia quartæ: & quæ ſequuntur reliqua. Quod fuerat oſtendendum.

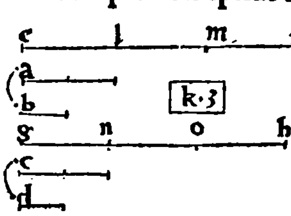
Θεώρημα γ, Πρόθεσις γ.

Ἐὰν πρῶτον δευτέρου ἰσάκις ᾖ πολλαπλάσιον, καὶ τρίτον τετάρτου, ληφθῇ δὲ ἰσάκις πολλαπλάσια τοῦ πρώτου καὶ τρίτου: καὶ διίσου τῶν ληφθέντων ἑκάτερον ἑκατέρου ἰσάκις ἔσται πολλαπλάσιον, τὸ μὲν, τοῦ δευτέρου, τὸ δὲ, τοῦ τετάρτου.

Theorema 3, Propoſitio 3.

SI primum ſecundi æquè fuerit multiplex, & tertium quarti, ſumãtur autem æquè multiplicia primi & tertij: & æquè ſumptorum vtrunque vtriuſq; æquè erit multiplex, alterum quidem ſecundi, alterum autem quarti. 3

ORONTIVS. ¶Sit primum a/ſecundi b/æquè multiplex, ac tertium c/ ipſius quarti d: & accipiantur ipſorum a/& c/æquè multiplicia, e/f/& g/h. Dico quòd e/f/tam multiplex eſt ipſius ſecundi b, quàm multiplex eſt g/h/ipſius quarti d.



Cùm enim per hypotheſin, totuplex ſit e/f/ipſius a, quotuplex eſt g/h/ipſius c: tot igitur erũt magnitudines in e/f/æquales ipſi a, quot in magnitudine g/h/æquales ipſi c. Sit vtraq; multitudo, iuxta numerum k. & diſcernantur (maioris euidentiæ gratia) in e/f, magnitudines æquales ipſi a, ſint'que e/l, l/m, & m/f: & in g/h/magnitudine, ipſi c/ æquales, vtpote g/n, n/o, & o/h. Et quoniam per hypothesin, æquè multiplex est a/ipsius b, atq; c/ipsius d. Est autem e/l/ipsi a, & g/n/ ipsi c/per cóstructionem æqualis. Aequalia porrò eiusdẽ sunt æquè multiplicia, per sextæ diffinitionis primi libri conuersionem. Aequè multiplex igitur est e/l/ipsius b, ac g/n/ipsius d. Et proinde l/m/æquè multiplex itidem est ipsius b, ac n/o/ ipsius d. Sunt itaque sex magnitudines, quarũ prima e/l/secundæ b/æquè multiplex est, ac tertia g/n/ipsius quartæ d: quinta rursum l/m/ eiusdem secundæ b/æquè multiplex est, ac sexta n/o/eiusdem quartæ d. Et composita igitur prima & quinta e/m/ ipsius secundæ d/æquè multiplex est, ac tertia & sexta g/o/ipsius quartæ d: per antecedentem secũdam propositionem. Rursum quoniam æqualis est m/f/ ipsi a, & o/h/ ipsi c: æquè multiplex itidẽ erit m/f/ipsius b, atq; o/h/ipsius d, per eandẽ sextæ diffinitionis primi libri conuersionem. Ostensum est autem e/m/& g/o/ipsarum b/ & d/fore æquè multiplices. Sunt itaq; rursum sex magnitudines, quarũ prima e/m/ secundæ b/æquè multiplex est, ac tertia g/o/ ipsius quartæ d: quinta insuper m/f/ eiusdem secundæ b/æquè est multiplex, ac sexta o/h/eiusdem quartæ d. Et composita igitur prima & quinta e/f, ipsius secũdæ b/æquè multiplex est, ac tertia & sexta g/h/eiusdem quartæ d: per allegatam huius quinti secundam propositionem. Et deinceps ita quantumlibet, prioribus consequentes adiungendo magnitudines, pro contingente ipsorum æquè multiplicium e/f/& g/h/multitudine. Atqui multitudo e/l, l/m, & m/f, multitudini g/n, n/o, & o/h/æqualis est: vtraque enim ipsi k/numero æqualis. Si igitur primũ secundi æquè fuerit multiplex & tertiũ quarti: &c. vt in theoremate. Quod fuerat ostendendum.

Primus ostensionis discursus.

Secũdus, priori similis, discursus ostensionis.

Θεώρημα δ', Πρόθεσις δ'.

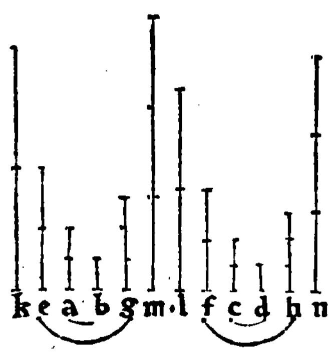
Ἐὰν πρῶτον πρὸς δεύτερον τὸν αὐτὸν ἔχῃ λόγον, καὶ τρίτον πρὸς τέταρτον: καὶ τὰ ἰσάκις πολλαπλάσια τοῦ τε πρώτου καὶ τρίτου πρὸς τὰ ἰσάκις πολλαπλάσια τοῦ δευτέρου καὶ τετάρτου καθ' ὁποιονοῦν πολλαπλασιασμὸν, τὸν αὐτὸν ἕξει λόγον ληφθέντα κατάλληλα.

Theorema 4, Propositio 4.

4 SI primum ad secundum eandem habuerit rationem, & tertiũ ad quartum: & æquè multiplicia primi & tertij ad æquè multiplicia secundi & quarti iuxta quãuis multiplicationem, eandem habebunt rationem sumpta adinuicem.

ORONTIVS. ¶Esto enim vt primũ a/ad secundum b/eandem habeat rationem, quam c/tertium ad quartum d: & accipiantur ipsorum a/& c, hoc est, primi & tertij æquè multiplicia e/& f, secundi pariter & quarti, vtpote, ipsorum b/& d/ alia itidem æquè multiplicia g/& h. Aio quòd e/multiplex primi, ad g/ multiplex secundi eandem habet rationem, quam f/multiplex tertij ad h/multiplex quarti. Sumantur enim ipsorum e/& f, æquè multiplicia k/& l: ipsorũ porrò g/& h, alia similiter æquè multiplicia m/& n. Cùm igitur e/totuplex sit ipsius a, quotuplex est f/ ipsius c, & ipsorũ e/& f/ sumpta sunt æquè multiplicia k/& l: igitur æquè multiplex est k/ipsius a, & l/ipsius c, per tertiã huius quinti. & per eandem æquè multiplex est m/ipsius b, atq; n/ipsius d. Est autem ex hypothesi, sicut a/ ad b/ ita c/ad d: & ipsorum a/& c/ ostensa sunt æquè multiplicia k/& l, necnon ipsorum b/& d/ alia itidem æquè multiplicia m/ & n. Est igitur sicut k/ ad m, ita l/ ad n: per conuersionem sextæ diffinitionis huius quinti. Sicuti enim ex ipsorum æquè multiplicium proportione, datas magnitudines in eadẽ esse ratione, sexta huius quinti visa est innuere diffinitio: haud dissimiliter

Demõstratio theorematis.



De æquè multipliciũ & submultiplicium proportione reciproca.

ex ipsarum magnitudinũ habitudine proportionata, eorundem æquè multiplicium rationis versa vice concluditur identitas. tanta est æquè multiplicium cum submultiplicibus necessitudo. Est igitur vt k/ad m, ita l, ad n: hoc est, sicut multiplex primi ad multiplex secũdi, ita multiplex tertij ad multiplex quarti. Ipsa porrò k/ & l, ipsorũ e/ & f/ sunt æquè multiplicia: m/ verò & n/ æquè multiplicia ipsorũ g/ & h, per constructionem. Est igitur vt e/ad g, sic f/ad h: per sextam huius quinti diffinitionem. Atqui e/ & f, sunt æquè multiplicia primi & tertij: g/autem & h, secundi & quarti alia itidem æquè multiplicia. Si primũ igitur ad secundũ eandem habuerit rationẽ: & quæ sequuntur reliqua. Quod demõstrandum susceperamus.

Lemma, siue assumptum.

¶Et quoniã ostẽsum est, quòd multiplex k/ad multiplex m/se habet, vt multiplex l/ad multiplex n. si igitur k/excedit m, & l/proportionaliter excedit n: & si æquale, æquale: & si minus, itidem proportionaliter minus. Quare & versa vice, si m/excedit k, & n/proportionaliter excedit l: & si æquale, æquale: si autem minus, & proportionaliter denique minus. Et proinde, per sextam huius quinti diffinitionem, erit vt g/ad e, sic h/ad f: atque respondenter sicut b/ad a, ita d/ad c.

Corollarium.

Conuersa ratio.

¶Si quatuor igitur magnitudines fuerint proportionales: & ècontra, seu à cõuersa ratione proportionales erunt: facta videlicet consequentium tanquàm antecedentium, ad antecedentia tanquàm ad consequentia relatione.

Θεώρημα ε, Πρόθεσις ε.

Ἐὰν μέγεθος μεγέθους ἰσάκις ᾖ πολλαπλάσιον, ὅπερ ἀφαιρεθὲν ἀφαιρεθέντος, καὶ τὸ λοιπὸν τοῦ λοιποῦ ἰσάκις ἔσται πολλαπλάσιον, ὁσαπλάσιόν ἐστι τὸ ὅλον τοῦ ὅλου.

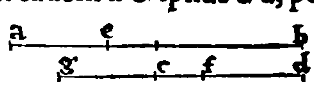
Theorema 5, Propositio 5.

SI magnitudo magnitudinis æquè fuerit multiplex, & ablata ablatæ: & reliqua reliquæ erit multiplex, quotuplex tota totius est multiplex. 5

ORONTIVS. ¶Esto magnitudo a/b/magnitudinis c/d/tam multiplex, quàm multiplex est ablata a/e/ablatæ c/f. Dico reliquam e/b, reliquæ f/d/ totuplicem fore, quotuplex est tota a/b/totius c/d. Ponatur enim e/b/æquè multiplex ipsius g/c, vt a/e/ipsius c/f. Cùm igitur tũ per hypothesin, tum per constructionẽ, totuplex sit a/e/ipsius c/f, quotuplex est e/b/ipsius g/c: quotuplex autem est vna vnius, totuplices sunt & omnes omnium, per primã huius quinti. Quotuplex est itaq; a/e/ipsius c/f, totuplex est & tota a/b/totius g/f. At quotuplex est a/e/ipsius c/ f, totuplex est & eadem a/b/ipsius c/d, per hypothesin. Et a/b/ igitur vtriusque & g/ f/ & c/d/ est æquè multiplex: & proinde vtraque g/f/ & c/d, eiusdem a/ b/ æquè submultiplex est. Quæ autem eiusdem sunt æquè submultiplicia, æqualia sunt adinuicem, per septimam communem sententiam. Aequalis est igitur g/f/ipsi c/d, & vtrique communis c/f: qua dempta, reliqua g/c/reliquæ f/d, per tertiam cõmunem sententiã est æqualis. Aequalia rursum eiusdem sunt æquè submultiplicia, per ipsius septimæ communis sententiæ conuersionem. Et g/c/igitur atque f/d, eiusdem a/b/sunt æquè submultiplices: & proinde a/b/vtriusque & g/c/ & f/d/æquè est multiplex. Porrò e/b/ æquè multiplex est ipsius g/c, per constructionẽ, vt a/e ipsius c/f. Et eadẽ propterea

Assumptum.

Demõstratio theorematis.



e/b,ipsius f/d/tam multiplex est, quàm multiplex est ipsa a/e/ eiusdem c/f. Atqui per hypothesin a/e/totuplex est ipsius c/f,quotuplex est tota a/b/totius c/d.Et reliqua igitur e/b,reliquæ f/d/æquè multiplex est,atq; tota a/b/totius c/d. Ergo si magnitudo magnitudinis æquè fuerit multiplex & ablata ablatæ,& reliqua reliquæ:&c. vt in theoremate.Quod ostendere fuerat operæpretium.

Θεώρημα ς, Πρόθεσις ς.

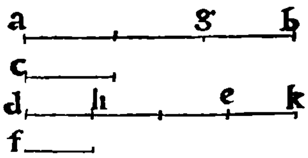
Ἐὰν δύο μεγέθη δύο μεγεθῶν ἰσάκις ᾖ πολλαπλάσια, καὶ ἀφαιρεθέντα τινὰ τῶν αὐτῶν ἰσάκις ᾖ πολλαπλάσια, καὶ τὰ λοιπὰ τοῖς αὐτοῖς ἤτοι ἴσα ἐστὶν, ἢ ἰσάκις αὐτῶν πολλαπλάσια.

Theorema 6, Propositio 6.

6 SI duæ magnitudines duarũ magnitudinũ æquè fuerint multiplices, & ablatæ aliquæ earum æquè fuerint multiplices:& reliquæ eisdem vel æquales sunt, vel æquè ipsarum multiplices.

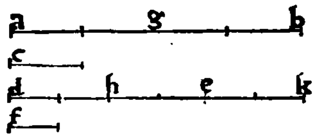
ORONTIVS. ¶Sit a/b/magnitudo tam multiplex ipsius c, q̃ multiplex est d/e/ipsius f: æquè insuper multiplex esto ablata a/g/eiusdem c,vt ablata h/e/ipsius f.Aio quod reliquæ g/b/& d/h, ipsis c/& f/aut sunt æquales altera alteri: vel earundem c/ & f/æquè multiplices.Esto primũ vt g/b/sit æqualis ipsi c:dico quòd & d/h/ipsi f/ est æqualis.Detur enim e/k/ipsi f/æqualis. Cũ igitur a/g/ æquè multiplex sit ipsius c,vt h/e/ipsius f,per hypothesin.Porrò g/b/æqualis est ipsi c,per hypothesin:& e/k/ ipsi f,per cõstructionẽ.Et æquè igitur multiplex est a/b/ipsius c,& h/k/ipsius f.Ponitur autem ex hypothesi,a/b/æquè multiplex ipsius c,vt d/e/ipsius f.Et vtraq; igitur d/e/& h/k,æquè est multiplex ipsius f: nempe vt a/b/ipsius c.Quæ autem eiusdem sunt æquè multiplicia,æqualia sunt adinuicem,per sextæ communis sententiæ interpretationem. Aequalis est ergo d/e/ipsi h/k,& vtriq; communis h/ e: ea itaque dempta,reliqua d/h/reliquæ e/k/erit per tertiam communem sententiã æqualis.Eidem porrò e/k, æqualis est per constructionẽ ipsa f/magnitudo.Binæ igitur magnitudines d/h/& f,eidem e/k/ sunt æquales:& proinde æquales adinuicẽ,per primã cõmunẽ sententiã. Si reliqua igitur g/b,sit æqualis ipsi c:& reliqua d/h,ipsi f/ erit æqualis.

Prima theorematis differẽtia.



¶Quod si g/b/fuerit multiplex ipsius c: aio respondenter d/h,æquè multiplicẽ fore ipsius f. Quotuplex est enim g/b/ipsius c,totuplex assumatur e/k/ipsius f.Et quoniam per hypothesin,a/g/ prima secundæ c/ æquè est multiplex, ac tertia h/ e/ quartæ f : quinta rursum g/b/ eiusdem secundæ c/tam multiplex est per constructionẽ,q̃ multiplex est sexta e/k/ eiusdem quartæ f. Et composita igitur prima & quinta a/b, eiusdem secũdæ c/ æquè erit multiplex,ac tertia & sexta h/k/ipsius quartæ f,per secũdã huius quinti. Quotuplex est autẽ a/b/ipsius c,totuplex data est d/e/ ipsius f,per hypothesin.Et vtraque igitur d/e/ & h/k,æquè est multiplex ipsius f,vt a/b/ipsius c.Hinc per sextam communem sentẽtiam,æqualis rursum est d/e/ipsi h/k,& vtriq; communis h/e: qua subtracta,reliqua d/h/reliquæ e/k,per ipsam tertiam cõmunem sententiam, est æqualis. Aequalia porrò eiusdem sunt æquè multiplicia,per ipsius sextæ communis sententiæ cõuersionem.Et d/h/ igitur & e/k/eiusdem f/æquè multiplicia sunt. At e/ k/ipsius f/tã multiplex est per constructionem, quàm multiplex est g/b/ ipsius c. Et reliqua igitur d/ h/ æquè est multiplex ipsius f,quotuplex est reliqua g/b/ ipsius c. Hæc autẽ omnia subsequẽs numerorũ,ad faciliorẽ demõstrationis intelligentiã adiuncta,corroborat formula.

Secũda theorematis differentia.



Exemplum in numeris.

¶Magnitudines datæ.

prima.	ſecunda.	tertia.	quarta.	Ablata.	reliqua.	Ablata.	reliqua.	
a/b.	c.	d/e.	f.	a/g.	g/b.	h/e.	d/h.	
12	3	8	2	9	3	6	2	vt in prima figura.
12	3	8	2	6	6	4	4	vt in ſecunda figura.

Si duæ itaque magnitudines:& quæ ſequũtur reliqua. Quod fuerat oſtendendum.

Θεώρημα ζ, Πρόθεσις ζ.

Τὰ ἴσα πρὸς τὸ αὐτὸ τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, καὶ τὸ αὐτὸ πρὸς τὰ ἴσα.

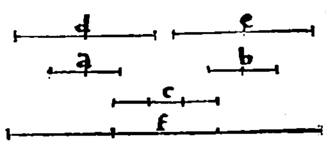
Theorema 7, *Propoſitio* 7.

AEquales ad eandẽ, eandẽ habẽt rationẽ:& eadem ad æquales, 7

ORONTIVS. ¶Sint binæ & inuicem æquales magnitudines a/& b, ad aliam quandam magnitudinem relatæ, vtpote c. Dico primũ, a/& b/ad eandem c/eandem

Prima theorematis pars.

habere rationem. Aſſumantur enim ipſarum a/& b/æquè multiplices d/& e: ipſius autem c, alia vtcunque multiplex f. Cùm igitur æquè multiplex ſit d/ipſius a, vt e/ ipſius b, & per hypotheſin a/& b/ magnitudines ſint adinuicem æquales: erit & d/ æqualis ipſi e. quæ enim eiuſdem vel æqualium ſunt æquè multiplicia, æqualia ſunt adinuicem, per ſextam communem ſententiam. Atqui f/magnitudo binas ipſius c/ repræſentans æquè multiplices, ſibimet æqualis eſt. Vt ſe habet igitur d/multiplex ad f, ita e/ad eandem f: nam quæ ſunt æqualia eiuſdem ſunt æquè multiplicia aut ſubmultiplicia, per ſextæ aut ſeptimæ communis ſententiæ conuerſionem. Eſt autem a/prima magnitudo, c/ſecũda, b/tertia, & c/rurſum in ordine quarta: ſuntq; d/& e/ipſarum a/& b/æquè multiplicia, primæ inquàm & tertiæ magnitudinis: f/porrò bis repetita, ipſius c/bis repetẽdæ, hoc eſt, ſecundæ & quartæ alia vtcunq; multiplex. Præoſtenſum eſt inſuper d/ multiplex primæ ad f/ multiplex ſecundæ ita ſe habere, vt e/multiplex tertiæ ad ipſum f/multiplex quartæ. Eſt igitur per ſextam huius quinti diffinitionem, vt a/ ad c, ita b/ad eandem c. Aequales igitur magnitudines a/ & b, ad eandem magnitudinem c, eandem habent rationem.



¶Aio quoq;, eandem magnitudinem c, ad a/& b/ inuicem æquales magnitudines, eandem verſa vice obſeruare rationem. Hoc autẽ conuerſo licebit ordine concludere. Oſtendemus enim (veluti ſuprà) d/& e/ multiplices, fore rurſum inuicẽ æquales:& f/bis coaſſumpta, geminas æquè multiplices repræſentare non denegabitur. Et proinde d/ad f/ita ſe habere concludetur, vt e/ad eandem f. hinc per aſſumptum, ſiue lemma quartæ propoſitionis huius quinti, f/ad d/ſe habebit, vt eadem f/ad e. Eſt autem f/primæ & tertiæ magnitudinis, hoc eſt, ipſius c/bis repetẽdæ æquè multiplex: d/verò & e/ſecundæ & quartæ, vtpote ipſarum a/& b/æquè multiplices. Eſt igitur vt c/ad a, ſic eadem c/ad b, per eandem ſextam huius quinti diffinitionem.

Pars ſecunda theorematis.

Idem aliter.

¶Idem quoq; à conuerſa ratione, per quartæ propoſitionis huius quinti corollarium, leuius concludere licebit. Si quatuor enim magnitudines fuerint proportionales, & è contra proportionales erunt. Atqui oſtenſum eſt a/ad c/eandem habere rationem, quam b/ad eandem c: & è cõtra igitur, vt c/ad a, ita eadem c/ad b. Aequales ergo ad eandem, eandem habent rationem:& eadem ad æquales. Quod oportuit oſtendiſſe.

Θεώρημα η, Πρόθεσις η.

Τῶν ἀνίσων μεγεθῶν τὸ μεῖζον πρὸς τὸ αὐτὸ μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ τὸ ἔλαττον· καὶ τὸ αὐτὸ πρὸς τὸ ἔλαττον, μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ πρὸς τὸ μεῖζον.

Theorema 8, *Propoſitio* 8.

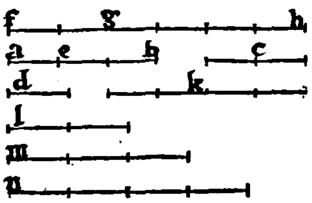
INæqualium magnitudinum maior ad eãdem, maiorem rationẽ 8 habet, quàm minor: & eadem ad minorem maiorem rationem habet, quàm ad maiorem.

ORONTIVS. ¶Sint binæ magnitudines inæquales, a/b/quidem maior, & c/ minor: d/autem alia quædam magnitudo. Aio primùm quòd a/b/ad d/maiorē rationē habet, quàm c/ad ipsam d. Cùm enim ex hypothesi a/b/sit maior magnitudine c: comprehendet itaq; a/b/magnitudo eandem c, & aliquam insuper magnitudinē. Sit igitur e/b, æqualis ipsi c, & a/e/residua eiusdem magnitudinis pars. Erūt ergo a/e/& e/b/aut inæquales, aut æquales adinuicē. Sint primū inæquales, & a/e/ minor ipsa e/b. Suscipiatur autem ipsius minoris a/e/vtcunq; multiplex, maius tamen ipsa magnitudine d: sitq; illud f/g. Quàm multiplex insuper est f/g/ipsius a/e, tam multiplex detur g/h/ipsius e/b, & k/ipsius c. Suscipiatur rursum duplum ipsius d, vtpote l: postea triplum, sitq; illud m. & deinceps ita, vno semper adiūcto: quatenus resultet multiplex ipsius d, proximò maius ipso k, id est, quod inter multiplicia ipsius d/ per continuam simplicis additionem consurgentia, primò incipiat excedere k: sitq; illud n/quadruplum ipsius d. Erit ergo k/multiplex, proximò minus ipso n: & proinde non minus ipso m.

Primæ partis differētia prima.

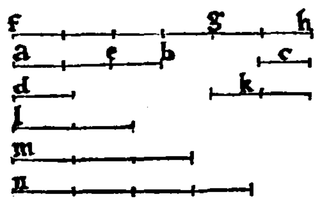
¶His ita constructis, quoniā æquè multiplex est f/g/ipsius a/e, vt g/h/ipsius e/b: quotuplex igitur est f/g/ipsius a/e, totuplex est f/h/ipsius a/b, per primā huius quinti. Sed quotuplex est f/g/ipsius a/e, totuplex est k/ipsius c. Et f/h/igitur tam multiplex est ipsius a/b, q̄ multiplex est k, ipsius c. Insuper quoniam æquè multiplex est g/h/ipsius e/b, vt k/ipsius c: & e/b/ipsi c/per cōstructionē est æqualis. quæ autē æqualiū sunt æquè multiplicia, æqualia sunt adinuicem, per sextam communem sententiam. Aequalis est igitur g/h/ipsi k. Verùm k/ipsa m/nō est minor, vti nuper ostensum est: & g/h/itaq; eadem m/non erit minor. Porrò f/g/data est maior ipsa d. & tota igitur f/h, binis d/ & m/erit maior. Sunt autem d/& m/ipsi n/æquales. est enim n/quadruplum ipsius d, & m/triplum, vnà cum ipso d/efficiens quadruplum. Et f/h/igitur ipso n/maius est: nam idem, æqualium est æquè maius. Atqui f/h/& k, ipsarum a/b/& c, primæ inquàm & tertiæ magnitudinis sunt æquè multiplicia: n/ verò vtcunq; multiplex ipsius d/secundam & quartam magnitudinem repræsentātis. & multiplex primæ excedit multiplex secundæ: at multiplex tertiæ non excedit multiplex quartæ. Prima igitur a/b/ad secundam d/maiorem rationem habet, quàm tertia c/ad quartam d: per octauam diffinitionem huius quinti.

Demōstratio eiusdē primæ differentiæ.



¶Quòd si a/e/fuerit maior e/b, multiplicetur iam ipsa e/b/minor, quatenus insurgat multiplex maius ipsa d/magnitudine: sitq; illud g/h. Quàm multiplex insuper est g/h/ipsius e/b, tā multiplex accipiatur f/g/ipsius a/e: & k/rursum ipsius c. Subsumatur præterea multiplex ipsius d, proximò maius ipso f/g: sitq; rursum n/quadruplum ipsius d. Haud dissimiliter ostendemus, totam f/h/ipsius a/b/fore totuplicē, quotuplex est g/h/ipsius e/b: & demum f/h/& k, ipsarum a/b/& c/æquè itidem fore multiplices. item g/h/æquari ipsi k. Et quoniam n/multiplex, proximo maius est f/g: non est igitur f/g, minus ipso m. Atqui g/h/maius est ipso d, per constructionem. totum igitur f/h, ipsis d/ & m/ maius est: & maius consequenter ipso n. Porrò k/ non excedit ipsum n: est enim k, ipsi g/h/æquale, quod tam multiplex est ipsius minoris e/b, quàm multiplex est f/g/ipsius maioris a/e. quæ autem inæqualium sunt æquè multiplicia, sunt respondenter inæqualia. Et k/ igitur, minus est ipso f/g: & ipso n/

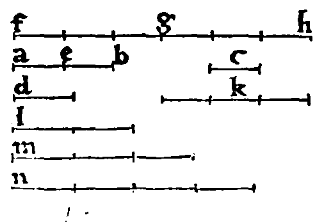
Eiusdē primæ partis, differētia secunda.



Ostēsionis resolutio.

propterea lõgè minus. Rurſum itaq; multiplex primi excedit multipex ſecũdi: at multiplex tertij,nõ excedit multiplex quarti. Per ipſam igitur octauã huius quinti diffinitionem,primum a/b,ad ſecundum d/maiorem rationem habet,q̃ tertiũ c/ad quartum d. ¶ Porrò cùm a/e,fuerit æqualis ipſi e/b:vtraque erit æqualis ipſi c. Cuiuſlibet itaq; ipſarum trium magnitudinum,ſumẽda ſunt æquè multiplicia,ipſo d/ maiora: f/g/quidem ipſius a/e,& g/h/ipſius e/b,& k/rurſum ipſius c. quæ per ſextam communem ſententiam, erunt adinuicẽ æqualia. Item n/multiplex ipſius d, quod illorum quolibet proximò maius exiſtat. Quibus conſtructis,oſtendẽtur rurſum f/h/& k,ipſarum a/b/& c/fore æquè multiplicia:& f/h/multiplex primæ magnitudinis,excedere ipſum n/multiplex ſecundæ:k/autem multiplex tertiæ,non excedere multiplex quartæ. Hinc priori deductione colligemus, a/b/ad d/maiorẽ habere rationẽ, quàm c/ad ipſam d.

Tertia eiuſdẽ primæ partis differentia.



Pars ſecunda pricipalis theorematis.

¶ Dico inſuper,quòd eadem magnitudo d,ad minorem c/maiorem rationẽ habet,quàm ad maiorem a/b. Hoc autem ex ſupraſcripto diſcurſu, immutato magnitudinũ & æquè multiplicium ordine,haud obſcurè colligemus. Cùm enim omnibus modis præoſtẽſum ſit,f/h/excedere ipſum n,& k/ab eodẽ n/ſuperari: & cõuerſim igitur,n/excedit k, nõ excedit autẽ f/h. Porrò n/eſt multiplex ipſius d,hoc eſt,primæ & tertiæ magnitudinis:k/autem multiplex ſecundæ,vtpote c,& f/h/ æquè multiplex quartæ, ſcilicet a/b. Multiplex inſuper primæ,excedit multiplex ſecundæ : at multiplex tertiæ non excedit multiplex quartæ. Per octauam ergo diffinitionem huius quinti,prima d/ad ſecundam c/maiorem rationem habet,quàm tertia d/ad quartam a/b. Ergo d/ad minorem c/maiorem rationem habet, quàm ad maiorem a/b. Inæqualium igitur magnitudinum: &c. vt in theoremate. Quod oſtendere oportebat.

Θεώρημα θ, Πρόθεσις θ.

ΤΑ πρὸς τὸ αὐτὸ τὸν αὐτὸν ἔχοντα λόγον, ἴσα ἀλλήλοις ἐστί: καὶ πρὸς ἃ τὸ αὐτὸ τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, κἀκεῖνα ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν.

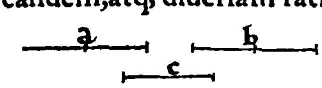
Theorema 9, Propoſitio 9.

QVæ ad eandem , eandem habent rationem , æquales inuicem ſunt : & ad quas eadem eandem habet rationem , ipſæ ſunt æquales. 9

Primæ partis oſtenſio.

ORONTIVS. ¶ Sint binæ magnitudines a/& b, ad tertiam c/eandem rationẽ obtinentes. Aio quòd æqualis eſt a,ipſi b. Nam ſi a/& b/magnitudines,forent inæquales:maior ad eãdem c/maiorem rationem haberet,quàm minor,per primam partem antecedentis octauæ propoſitionis huius quinti. Habet autem vtraq; ipſarum a/& b/eandem rationem ad ipſam c,per hypotheſin. Haberent igitur a/ & b, eandem,atq; diuerſam rationẽ ad eandem c:quod eſt impoſſibile. Aequalis eſt itaq; a,ipſi b.

Pars ſecunda theorematis.



¶ Quòd ſi c/ad eaſdem a/& b/eandem habuerit rationem: dico rurſum, quòd a/& b/æquales ſunt adinuicem. Si enim forẽt inæquales:eadem c/ad ipſas a/& b/ magnitudines eandem non haberet rationem ad minorem enim maiorem rationem obtineret,quàm ad maiorem,per ſecundam partem eiuſdem octauæ propoſitionis. Supponitur autem,eadem c/ad ipſas a/& b/eandem habere rationem. Eadẽ itaq; magnitudo c,ad ipſas a/& b/magnitudines,eandem ſimul atq; diuerſam rationem haberet. Quod videtur abſurdum. Aequalis eſt igitur a/ipſi b. Quod ſuſceperamus oſtendendum.

Θεώρημα ι, Πρόθεσις ι.

Τῶν πρὸς τὸ αὐτὸ λόγον ἐχόντων, τὸ τὸν μείζονα λόγον ἔχον, ἐκεῖνο μεῖζόν ἐστι: πρὸς ὃ δὲ τὸ αὐτὸ μείζονα λόγον ἔχει, ἐκεῖνο ἔλαττόν ἐστιν.

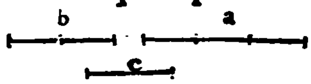
Theorema 10, *Propositio* 10.

10 AD eandem rationem habentium, maiorem rationem habens, illa maior est: ad quam autem eadem maiorem rationem habet, illa minor est.

ORONTIVS. ¶Sint rursum a/& b/ magnitudines ad eandem magnitudinẽ c/comparatæ: habeátq; a/ad c/maiorem rationem, quàm b/ad eandem c. Dico quòd a, ipsa b/maior est. Quoniam si non fuerit maior: vel erit æqualis ipsi b, vel eadem minor. Aequalis porrò non est a/ipsi b: haberẽt enim a/& b/ eandem rationem ad c/magnitudinem, per primam partem septimæ propositionis huius quinti. quod aduersatur hypothesi. Non est igitur a, æqualis ipsi b. Haud dissimiliter ostẽdetur, quòd neq; minor est a/ipsa b: quoniam a/magnitudo, minorem rationem haberet ad c/magnitudinem, quàm ipsa b/ad eandem c, per primam partem octauæ propositionis eiusdem quinti. habet autem a, maiorem rationem, quàm b/ad eandem c/ per hypothesin. Haberet igitur a/ad c/maiorem & minorem rationem, quàm b/ad ipsam c. Quod non est possibile. Itaque a/non est minor b: neque eidem (vti nunc ostendimus) æqualis. Et a/igitur, ipsa b/maior est. ¶Quòd si eadem magnitudo c, maiorem rationem habuerit ad b/ quàm ad a: dico rursum, a/fore maiorem ipsa b. Non erit enim a/ipsi b/æqualis: quoniã c/ad a, eandem rationem haberet quã ad b, per secundam partẽ præallegatæ septimæ propositionis. Habet autẽ c, maiorẽ rationẽ ad a, q̃ ad b, ex hypothesi. quæ simul stare non possunt. Non est igitur a, ipsi b/ æqualis. Neq; etiã minor: tunc enim c/ad ipsam a/maiorẽ rationẽ haberet, q̃ ad b, per secundã partẽ ipsius octauæ propositionis huius quinti. Habet autẽ c/ minorẽ rationem ad a, q̃ ad b, ex ipsa hypothesi. Haberet itaq; c/minorem simul atq; maiorẽ rationem ad a, quàm ad b. quod videtur impossibile. Igitur a/non est minor ipsa b. ostẽsum est, quòd nec eidẽ æqualis. Maior est itaq; rursum a/ipsa b. Ad eandem ergo rationem habentiũ: & quæ sequuntur reliqua. Quod oportuit demonstrasse.

Prima theorematis pars.

Partis secundæ demõstratio.



Θεώρημα ια, Πρόθεσις ια.

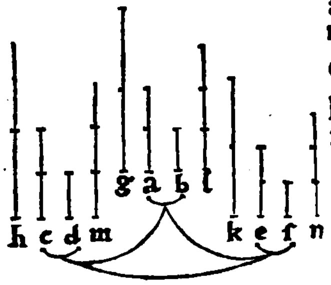
Οἱ τῷ αὐτῷ λόγοι οἱ αὐτοὶ, καὶ ἀλλήλοις εἰσὶν οἱ αὐτοί.

Theorema 11, *Propositio* 11.

11 QVæ eidem sunt eædem rationes, & adinuicem sunt eædem.

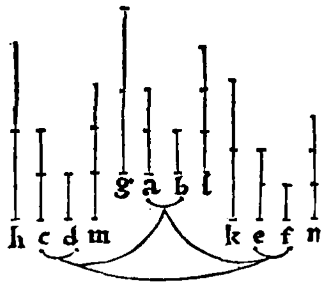
ORONTIVS. ¶Sint eidem rationi quæ a/ad b, eædem rationes quæ c/ad d/ & e/ad f. Aio quòd rationes c/ ad d/& e/ad f, sunt eædem adinuicem: sicut quidem c/ad d, sic e/ad f. Accipiantur enim ipsarum antecedentium a, c, e, æquè multiplicia g/h/k: ipsarũ autẽ consequẽtium b, d, f, alia quæuis æquè multiplicia l, m, n. Cùm igitur ex hypothesi a/ad b/eandem habeat rationem, quam c/ad d, & ipsarum a/ & c, primæ inquã & tertiæ magnitudinis, sumpta sint æquè multiplicia g, h, secundæ rursum & quartæ, vtpote ipsarum b/& d/alia itidem æquè multiplicia l, m: igitur si g/ excedit l, & h/proportionaliter excedit m, & si æquale, æquale: si autem minus, itidem proportionaliter minus, per sextæ diffinitionis huius quinti conuersionem. Insuper quoniam per ipsam hypothesin, sicut a/ad b, ita e/ad f, & ipsarum a/& b, primæ

Discursus æquè multiplicium.



videlicet & tertiæ magnitudinis, ſumpta ſunt æquè multiplicia g/k, ſecundæ rurſum & quartæ, vtpote ipſarum b/& f, alia vtcunq; æquè multiplicia l/n. ſi itaq; g/excedit l, & k/proportionaliter excedit n: etſi æquale, æquale: ſi verò minus, itidem proportionaliter minus, per eãdem ſextæ diffinitionis cõuerſionẽ. Atqui præoſtẽſum eſt, quod ſi g/excedit l, excedit & h/ipſum m: etſi æquale, æquale: ſi autem minus, & h/proportionaliter minus eſt ipſo m. Quapropter ſi h/excedit m, excedit & k/proportionaliter ipſum n: & ſi h/æquatur ipſi m, coæquatur & k/ipſi n: & ſi minus fuerit h/ipſo m, & k/demum proportionaliter minus eſt ipſo n. Porrò h/& k/ipſarum c/& e, primæ videlicet & tertiæ magnitudinis data ſunt æquè multiplicia: ipſarum autem d/& f, hoc eſt ſecundæ & quartæ, alia vtcunque æquè multiplicia m/& n. Eſt igitur per ſextã huius quinti diffinitionẽ, ſicut c/ad d, ita e/ad f. Quæ eidem itaq; ſunt eædem rationes, & adinuicem ſunt eædem. Quod fuerat oſtendendum.

Reſolutio demõſtrationis.



Θεώρημα ιβ, Πρόθεσις ιβ.

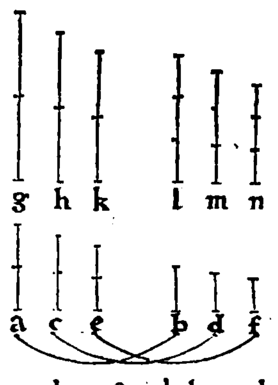
Ἂν ᾖ ὁποσαοῦν μεγέθη ἀνάλογον, ἔσται ὡς ἓν τῶν ἡγουμένων πρὸς ἓν τῶν ἑπομένων, οὕτως ἅπαντα τὰ ἡγούμενα, πρὸς ἅπαντα τὰ ἑπόμενα.

Theorema 12, Propoſitio 12.

SI fuerint quælibet magnitudines proportionem habentes: erit ſicut vna antecedentium ad vnam conſequentium, ſic omnes antecedentes ad omnes conſequentes. 12

ORONTIVS. ¶ Sint a, b, c, & d, e, f/ quotlibet magnitudines inuicem proportionales: ſicut quidem a/ad b, ita c/ad d, ſicutq; c/ad d, ſic e/ad f. Aio quòd quam rationem habet a/ad b, eam habent & compoſitæ a/c/e, ad coniunctas b/d/f. Suſcipiãtur enim ipſarum antecedentium a/c/e, æquè multiplicia g, h, k: & ipſarũ conſequentium b, d, f, alia quæuis æquè multiplicia l, m, n. Cùm ſit igitur vt a/ad b, ſic c/ad d, & ipſarum a/& c/æquè multiplicia ſunt g, h, ipſarum verò b, d, alia itidem æquè multiplicia l/m: ſicut ſe habet igitur g/ad l, ſic h/ad ipſum m, per quartam huius quinti. Rurſum quoniam eſt vt c/ad d, ſic e/ad f, & ipſarum c/& e/æquè multiplicia ſunt h/k, ipſarum autem d/f, alia vtcunq; æquè multiplicia m, n: ſicut ſe habet igitur h/multiplex ad ipſum m, ſic k/ad ipſum n, per eandem quartam ipſius quinti. Vt autem ſe habet h/ad m, ſic g/ad l/ſe habere præoſtenſum eſt. Eſt igitur vt g/ad l, ſic k/ad n, per antecedentem vndecimam propoſitionem. Sunt itaque g, h, k, & l, m, n, multiplicia inuicem proportionalia: ſicut quidem g/ad l, ſic h/ad m, & k ad n. Igitur ſi g/multiplex excedit l, excedit & h/proportionaliter ipſum m, necnõ & k/ipſum n: & ſi g/æquatur ipſi l, æquũ eſt & h/ipſi m, & k/reſpondenter ipſi n: ſi autem g/minus fuerit ipſo l, eſt & h/proportionaliter minus ipſo m, & k/demũ ipſo n. Et proinde ſi g/multiplex excedit l, excedunt & g, h, k/multiplicia proportionaliter ipſa l, m, n: & ſi æquum eſt g/ipſi l, æqualia ſunt & g, h, k/ipſis l, m, n: ſi autem g/ſit minus ipſo l, erunt & eadem g, h, k, eiſdem l, m, n, tandem æquè minora, per ſecundam & quartam communem ſententiam. Atqui g, h, k/magnitudines, ipſarum a, c, e/magnitudinum ſunt per conſtructionem ſingulæ ſingularum æquè multiplices: quotuplex igitur eſt vnius vna

Quatuor æquè multiplicium inuicem proportionalium, inferendarum magnitudinũ, ſubtilis adinuẽtio.



g.	l.	g, h, k.	l, m, n.
a.	b.	a, c, e.	b, d, f.
prima.	ſecunda.	tertia.	quarta.

magnitudo, hoc eſt g/ipſius a, totuplices ſunt & omnes g/h/k, omniũ a/c/e, per primã eiuſdem quinti. Et proinde quotuplex eſt l/ ipſius b, totuplices ſunt l/m/n/ipſarum b/d/f. Sunt itaque g/& g/h/k, ipſarũ a/& a/c/e, hoc eſt, primæ & tertiæ magnitudinis æquè multiplicia: l/autem/& l/m/n/ſecũdæ.b/& tertiæ b/d/f, æquè itidẽ multiplicia. Et oſtẽſum eſt, ꝙ ſi g/multiplex excedit l, excedit & g/h/k/proportionaliter ipſum l/m/n: etſi æquale, æquale: ſi verò minus, itidem proportionaliter minus. Eſt igitur per ſextam huius quinti diffinitionem, ſicut a/ad b, ſic a/c/e/compoſita ad b/d/f/ compoſitam: hoc eſt, ſicut vna antecedentium ad vnam conſequentium, ſic omnes antecedentes ad omnes conſequentes. Quod demonſtrandum ſuſceperamus.

Sũmaria theorematis oſtẽſio.

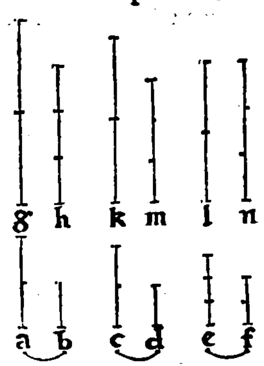
Θεώρημα ιγ, Πρόθεσις ιγ.

Ἐὰν πρῶτον πρὸς δεύτερον τὸν αὐτὸν ἔχῃ λόγον, καὶ τρίτον πρὸς τέταρτον, τρίτον δὲ πρὸς τέταρτον μείζονα λόγον ἔχῃ, ἤπερ πέμπτον πρὸς ἕκτον· καὶ πρῶτον πρὸς δεύτερον μείζονα λόγον ἕξει, ἤπερ πέμπτον πρὸς ἕκτον.

Theorema 13, Propoſitio 13.

13 SI prima ad ſecundam eandem habuerit rationem, & tertia ad quartam, tertia autem ad quartam maiorem rationẽ habeat quàm quinta ad ſextam: prima quoque ad ſecundam maiorem rationem habebit, quàm quinta ad ſextam.

ORONTIVS. ¶Habeat enim prima magnitudo a/ad ſecundam b/ eandem rationem, quam tertia c/ad quartam d: ipſa porrò tertia c/ad eandem quartam d/ maiorem rationẽ habeat, quàm e/quinta ad f/ſextam magnitudinem. Aio quòd & a/prima magnitudo ad ſecundam b/maiorem itidem rationem habebit, quàm ipſa e/quinta ad eandem ſextam f. Multiplicetur enim vtraque ipſarum a, b: ſintq; earundem a, b, vtcunq; multiplicia g, h, ſed g/ maius ipſo h. poteſt enim a/toties multiplicari, quouſq; multiplex ipſius a/ſuperet multiplex eiuſdem b. Quàmmultiplex inſuper eſt g/ipſius a, tam multiplex detur k/ipſius c, & l/ipſius e. Rurſum ꝙ multiplex eſt h/ ipſius b, tam multiplex eſto m/ipſius d, & n/ipſius f. Cùm igitur a/ad b/eandem rationẽ habeat, quam c/ad d, ſintq; g/& k/primæ & tertiæ æquè multiplicia, h/ autem & m/ ſecundæ & quartæ æquè itidem multiplicia: ſi g/itaque excedit h, excedit & k/ipſum m, per ſextæ diffinitionis huius quinti cõuerſionem. Atqui g/ſuperat h, per conſtructionem: & k/igitur ſuperat m. Rurſum quoniã c/ ad d/ maiorem rationem habet, ꝙ e/ad f, & ipſarũ c/ & e/ primæ inquàm & tertiæ magnitudinis, æquè multiplicia ſunt k, l, ſecũdæ porrò d/& quartæ f/ alia vtcunq; æquè multiplicia m, n: ſi k/igitur excedit m, non excedit l/ipſum n, per conuerſionem octauæ diffinitionis eiuſdem quinti. Porrò k (vti nunc oſtenſum eſt) excedit m: & l/igitur non excedit n. Excedit autem & g/ipſum h, ſuntq; g/& l/ipſarum a/& e, hoc eſt, primæ & tertiæ magnitudinis æquè multiplicia, per conſtructionem: h/ rurſum & n/ipſarũ b/& f, vtpote ſecundæ & quartæ alia vtcunque æquè multiplicia: & g/multiplex primæ excedit multiplex ſecundæ, l/autem multiplex tertiæ nõ excedit n/multiplex quartæ. prima igitur a/ad ſecundam b/maiorem rationem habet, quàm e/tertia ad quartam f, per octauam huius quinti



Diſcurſ⁹ multiplicium ad theorematis illationẽ nos perducentiũ.

diffinitionem. Ergo si prima ad secundam eandem ratione habuerit: &c. vt in theoremate. Quod oportuit ostendisse.

Θεώρημα ιδ, Πρόθεσις ιδ.

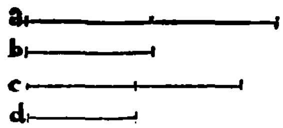
Ἐὰν πρῶτον πρὸς δεύτερον τὸν αὐτὸν ἔχῃ λόγον, καὶ τρίτον πρὸς τέταρτον· τὸ δὲ πρῶτον τοῦ τρίτου μεῖζον ᾖ, καὶ τὸ δεύτερον τοῦ τετάρτου μεῖζον ἔσται· κἂν ἴσον, ἴσον, κἂν ἔλασσον, ἔλασσον.

Theorema 14, Propositio 14.

SI prima ad secundam eandem habuerit rationem, & tertia ad quartã: prima verò tertia maior fuerit, & secunda quarta maior erit: etsi æqualis, æqualis: etsi minor, minor. 14

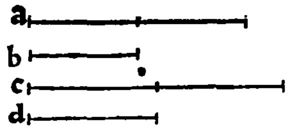
ORONTIVS. ¶ Sint verbi gratia quatuor magnitudines a,b,c,d/ inuicẽ proportionales: sicut quidem a/ ad b, ita c/ ad d. sit autem primũm, a/ maior ipsa c: dico quod & b, ipsa d/ respondenter est maior. Cùm enim ex hypothesi a/ sit maior c: habebit igitur a/ ad b/ maiorem rationem, quàm c/ ad eandem b, per octauam huius quinti. Est autem ratio a/ ad b/ eadem, quæ c/ ad d, per hypothesin: & c/ igitur ad d/ maiorem rationem habet, quàm eadem c/ ad b. Ad quam autem eadem maiorem rationem habet: & illa minor est, per secundam partem decimæ propositionis ipsius quinti. Minor est itaque d, ipsa b: & b/ propterea ipsa d/ maior.

Quando prima maior est tertia.



¶ Quòd si a/ fuerit minor c: erit & b/ minor ipsa d/ magnitudine. Rursum enim per eandem octauã huius quinti, c/ maior, ad ipsam b/ maiorem rationẽ habebit, quam a/ minor ad eandem b. Quam rationem porrò habet a/ ad b, eam seruat ex hypothesi c/ ad d. Et c/ igitur ad b/ maiorem rationẽ habet, quàm ad d. Est igitur b/ minor ipsa d, per ipsam decimã eiusdem quinti.

Quando prima minor est tertia.



¶ Porrò si a/ fuerit æqualis ipsi b: haud dissimiliter ostendemus, b/ fore æqualem ipsi d. Aequales enim a/ & c/ ad eandem b/ eandem rationem habebunt, per septimam huius quinti: sed quam rationem habet a/ ad b, eã rursum habet c/ ad d, per hypothesin. Et c/ igitur ad vtranque b/ & d, eandem obseruabit rationem. Ad quas autẽ eadem eandem habet rationem, ipsæ sunt æquales, per nonam ipsius quinti propositionem. Aequalis erit igitur b/ ipsi d. Si prima igitur ad secundã eandem habuerit rationem: & quæ sequuntur reliqua. Quod demonstrare oportebat.

Vbi prima æquatur tertiæ.

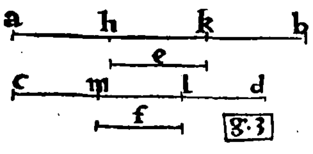
Θεώρημα ιε, Πρόθεσις ιε.

Τὰ μέρη τοῖς ὡσαύτως πολλαπλασίοις, τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ληφθέντα κατάλληλα.

Theorema 15, Propositio. 15.

PArtes eodem modo multiplicium, eandem rationem habent sumptæ adinuicem. 15

ORONTIVS. ¶ Sint a/b/ & c/d/ ipsarum e/ & f/ æquè multiplices. Aio partem e/ ad partem f/ eandem rationem habere, quam a/b/ multiplex ad c/d/ multiplicem. Cùm enim a/b/ æquè multiplex sit ipsius e, vt c/d/ ipsius f: quot igitur partes sunt in a/b/ æquales ipsi e, tot sunt & in c/d/ æquales ipsi f. Sint exẽpli gratia iuxta numerũ g: & distingatur a/b/ in partes æquales ipsi e, sintq́; a/h, h/k, & k/b: necnon & c/d/ in partes æquales ipsi f, vtpote in c/m, m/l, & l/d. Erit itaq; multitudo ipsarũ a/h, h/k, & k/b, multitudini c/m, m/l, & l/d/ æqualis: vtraque enim æqualis ipsi numero g. Rursum quoniam a/h, h/k, & k/b/ eidem e/ sunt æquales: sunt igitur æquales adinuicẽ, per primam communẽ



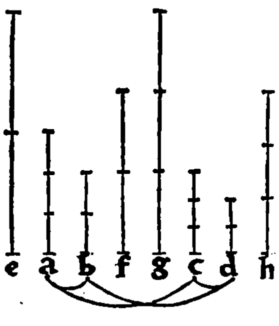
ſententiam. & proinde c/m, & m/l, l/d, ſunt quoque adinuicem æquales. Aequales porrò ad eandem, vel æquales, eandem habent rationem, & eadem ad æquales: per ſeptimam huius quinti. Eſt igitur vt a/h/ad c/m, ſic h/k/ad m/l, & k/b/ad l/d. Proportionales igitur ſunt ipſæ a/h, h/k, & k/b, ipſis c/m, & m/l, l/d. Et ſicut igitur vna antecedentium ad vnam conſequentium, ſic omnes antecedentes ad omnes conſequentes, per duodecimam ipſius quinti. Ergo ſicut a/h/ad c/m, ſic tota a/b/ad totam c/d. æqualis porrò eſt a/h/ipſi e, & c/m/ipſi f. Et ſicut igitur pars e/ad partẽ f, ſic a/b/ multiplex ad c/d/multiplicem. Partes itaq; eodem modo multipliciũ, eandem rationem habent ſumptæ adinuicem. Quod oſtendendum fuerat.

Θεώρημα ιϛ, πρόθεσις ιϛ.
Ἐὰν τέσσαρα μεγέθη ἀνάλογον ᾖ, καὶ ἐναλλὰξ ἀνάλογον ἔσαι.

Theorema 16, Propoſitio 16.

16 SI quatuor magnitudines proportionales fuerint: & permutatim proportionales erunt.

ORONTIVS. ¶Sint verbi gratia quatuor magnitudines a, b, c, d, inuicẽ proportionales: ſicut a/ ad b, ſic c/ ad d. Dico quòd & viciſſim, hoc eſt, permutatim proportionales exiſtunt: ſicut quidem a/ad c, ſic b/ad d. Accipiantur enim ipſarum a, b, æquè multiplices e, f: ipſarũ quoq; c, d, aliæ vtcũq; æquè multiplices g, h. Cùm igitur æquè multiplex ſit e/ipſius a, vt f/ipſius b: erit vt a/ad b, ſic e/ad f: nã partes eodem modo multiplicium, eandem rationem habent ſumptæ adinuicem, per antecedentem decimamquintam propoſitionem. Vt autem a/ad b, ſic ſe habet c/ad d, per hypotheſin. & ſicut igitur e/ad f, ſic c/ad d: nã quæ eidem ſunt eædem rationes, & adinuicem ſunt eædem, per vndecimam huius quinti. Inſuper quoniam æquè multiplex eſt g/ipſius c, vt h/ipſius d: erit rurſum vt c/ad d, ſic g/ad h, per eandem quindecimam huius quinti. ſicut porrò c/ ad d, ſic e/ad f/ſe habere præoſtenſum eſt. & ſicut igitur e/ ad f, ſic g/ ad h, per ipſum vndecimam ipſius quinti.



Quatuor itaq; magnitudines e, f, g, h, ſunt inuicem proportionales: habétque prima e/ad ſecundam f/eam rationem, quam tertia g/ad quartã h. Si prima igitur e, fuerit maior tertia g: & ſecũda f, ipſa h/quarta maior erit: etſi æqualis, æqualis: etſi minor, minor, per decimamquartã eiuſdem quinti. Atqui e/& f, ipſarum a/& b, hoc eſt primæ & tertiæ magnitudinis (de illationis ordine velim intelligas) ſunt æquè multiplices: g/autem & h, ſecundæ & quartæ, vtpote ipſarum c/& d/ æquè rurſum multiplices. Eſt igitur per ſextam huius quinti diffinitionem, vt prima a/ad ſecundam c, ſic tertia b, ad quartã d. Si quatuor igitur magnitudines proportionales fuerint: & permutatim ſeu viciſſim proportionales erunt. Quod erat demonſtrandum.

Permutatæ rationis demonſtratio.

Θεώρημα ιζ, πρόθεσις ιζ.
Ἐὰν συγκείμενα μεγέθη ἀνάλογον ᾖ, καὶ διαιρεθέντα ἀνάλογον ἔσαι.

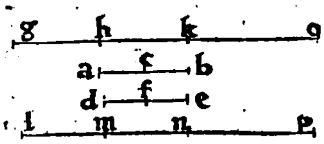
Theorema 17, Propoſitio 17.

17 SI cõpoſitæ magnitudines proportionales fuerint: diuiſæ quoque proportionales erunt.

ORONTIVS. ¶Sint cõpoſitæ magnitudines a/b, b/c, d/e, & e/f, inuicem proportionales: ſicut a/b/ad b/c, ſic d/e/ad e/f. Aio quòd & diuiſæ proportionales erũt: ſicut quidem a/c/ad c/b, ſic d/f/ad f/e. Accipiantur enim ipſarum a/c, c/b, d/f, & f/e,

Diuiſa ratio, ſiue modus arguendi à compoſitis ad diuiſa.

æquè multiplices g/h,h/k,l/m,& m/n. ipſarum rurſum b/c/& e/f, aliæ itidem æquè multiplices k/o,& n/p. His ita conſtructis, quoniam g/h/& h/k/ magnitudines, ipſarum a/c/& c/b/magnitudinũ æqualium numero ſingulæ ſingularum,per conſtructionẽ, ſunt æquè multiplices:quotuplex igitur eſt vna g/h/ vnius a/c, totuplex eſt & tota g/k/totius a/b,per primam huius quinti.Quotuplex autem eſt g/h/ipſius a/c,totuplex eſt l/m,ipſius d/f, per conſtructionẽ:tam multiplex eſt igitur g/k/ipſius a/b, quàm multiplex eſt l/m/ ipſius d/f, per vndecimam ipſius quinti.Rurſum quoniam l/m/& m/n/ipſarum d/f/ & f/e/ æqualium numero ſingulæ ſingularũ æquè ſunt multiplices,per ipſam conſtructionẽ:quotuplex igitur eſt vna l/m/vnius d/f,totuplex eſt tota l/n/ totius d/e, per eandem primam huius quinti.Quotuplex autem eſt l/m/ipſius d/f,totuplicem oſtendimus g/k/ipſius a/b: quotuplex eſt igitur g/k/ipſius a/b,totuplex eſt l/n/ipſius d/e,per ipſam vndecimã eiuſdem quinti.Sunt itaq; g/k/& l/n,ipſarũ a/b/& d/e/æquè multiplices. Item quoniã æquè multiplex eſt h/k/ipſius b/c/vt m/n/ ipſius e/f:quinta rurſum k/o,eiuſdem b/c/æquè multiplex eſt, vt ſexta n/p/ eiuſdem e/f.Et compoſita igitur h/o,eiuſdem b/c/ æquè erit multiplex, ac tota m/p/eiuſdem e/f,per ſecundam huius quinti.Et proinde h/o/& m/p,ipſarũ b/c/& e/f/ſunt æquè multiplices. Inſuper quoniam ex hypotheſi, ſicut a/b, ad b/c, ſic d/e/ad e/f: & ipſarum a/b/& d/e,primæ inquàm & tertiæ æquè multiplices ſunt g/k/& l/n: ipſarum rurſum b/c/ & e/f, hoc eſt ſecundæ & quartæ, æquè itidem multiplices h/o/& m/p.Eſt igitur vt g/k/ad h/o,ſic l/n/ad m/p, per quartam huius quinti.Auferantur vtriſque cõmunes h/k, & m/n:vt reliqua igitur g/h/ad reliquam k/o,ſic l/m/reliqua ad reliquam n/p, per tertiam & quintam cõmunem ſententiã.Igitur ſi g/h/excedit k/o,excedit & l/m/ proportionaliter ipſam n/p: etſi æqualis,æqualis:ſi autẽ minor,itidem proportionaliter minor.Atqui g/h/& l/m, primæ & tertiæ magnitudinis(iuxta ordinem illationis)hoc eſt,ipſarũ a/c/& d/f/datæ ſunt æquè multiplices:k/o/verò & n/p, ipſarum c/b/ & f/e, ſecundæ inquàm & quartæ magnitudinis æquè itidem multiplices.Prima igitur a/c, ad ſecundam c/b/eam rationem habet:quam tertia d/f,ad quartam f/e, per ſextã huius quinti diffinitionẽ. Si compoſitæ itaque magnitudines proportionales fuerint,diuiſæ quoque proportionales erunt.Quod ſuſceperamus oſtendendum.



g/k.	g/h.	l/m.
a/b.	a/c.	d/f.

g/k.	l/m.	l/n.
a/b.	d/f.	d/e.

g/k.	h/o.	l/n.	m/p.
a/b.	b/c.	d/e.	e/f.

g/h.	k/o.	l/m.	n/p
a/c.	c/b.	d/f.	f/e.

Θεώρημα ιη, Πρόθεσις ιη.

Εὰν διῃρημένα μεγέθη ἀνάλογον ᾖ, καὶ συντεθέντα ἀνάλογον ἔσται.

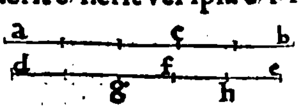
Theorema 18, Propoſitio 18.

SI diuiſæ magnitudines proportionales fuerint:cõpoſitæ quoque proportionales erunt. 18

Compoſita ratio,ſiue arguendi modus à diuiſis ad coniuncta.

ORONTIVS.¶Sint diuiſæ magnitudines a/c,c/b,d/f,& f/e,inuicem proportionales:ſicut a/c/ad c/b,ſic d/f/ad f/e.Aio quòd & compoſitæ,erunt verſa vice proportionales:ſicut quidem a/b/ad b/c,ſic d/e/ad e/f.Sicut enim a/b/ad b/c,ſic d/e/ ad aliam quãdam magnitudinem ſe habere neceſſum eſt.Hæc autem magnitudo,ſi nõ fuerit e/f:erit vel ipſa e/f/maior,aut eadem minor.Eſto primũ a/b/ad b/c,ſicut d/e/ ad maiorẽ(ſi poſſibile fuerit)ipſa e/f:vtpote ad e/g. Erit igitur ſicut a/b/ad b/c, ſic d/e/ ad e/g. Si compoſitæ autem magnitudines proportionales fuerint:diuiſæ quoq;

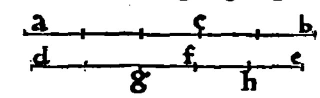
Prima oſtenſionis differẽtia.



proportionales erunt,per antecedentẽ decimamſeptimam propoſitionem.Erit itaque ſicut a/c/ad c/b,ſic d/g/ad g/e.Sicut porrò a/c/ad c/b, ſic per hypotheſin d/f/ad f/e. Ergo ſicut d/ f/ ad f/e, ſic d/g/ad g/e:nam quæ eidem ſunt eædem rationes, adinuicem ſunt eædem,per vndecimam huius quinti.

d/f.	a/c.	d/g.
f/e.	c/b.	g/e.

Quatuor itaque magnitudines d/f, f/e,d/g,atq; g/e,ſunt inuicem proportionales,& prima d/f,maior eſt tertia d/g:& ſecunda igitur f/e,maior erit quarta g/e,per decimamquartam eiuſdem quinti.Atqui f/e,minor eſt ipſa g/e,per hypotheſin.Erit itaque f/e,minor ſimul & maior eadem



g/e/magnitudine . quod eſt impoſſibile .Non eſt igitur ſicut a/b/a d b/c,ſic d/e/ad maiorem ipſa e/f.¶Aio rurſum,quòd neque ad minorem ipſa e/f:vtpote e/h.Concludemus enim iterũ ex decimaſeptima & vndecima huius quinti, fore ſicut d/f/ ad f/e,ſic d/h, ad h/e: vtrobique enim ſicut a/c/ad c/b. Et quoniam prima d/f,minor eſt tertia d/h: erit rurſum per ipſam decimamquartam eiuſdem quinti,ſecunda f/e,minor quarta h/e.Supponitur autẽ maior:quæ ſimul ſtare non poſſunt. Non eſt ergo ſicut a/b/ad b/c,ſic d/e/ad minorẽ e/f.patuit quòd neq; ad maiorem.Et ſicut igitur a/b/ad b/c,ſic d/e,ad ipſam e/f. Itaque ſi diuiſæ magnitudines proportionales fuerint:compoſitæ quoq; proportionales erunt.Quod oſtendere fuerat operæpretiũ.

Secunda pars ſiue differentia.

d/f.	a/c.	d/h.
f/e.	c/b.	h/e.

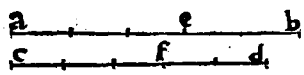
Θεώρημα ιθ, Πρόθεσις ιθ.

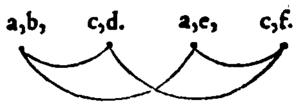
ΕΑν ᾖ ὡς ὅλον πρὸς ὅλον, οὕτως ἀφαιρεθὲν πρὸς ἀφαιρεθὲν, καὶ τὸ λοιπὸν πρὸς τὸ λοιπὸν ἔσται, ὡς ὅλον πρὸς ὅλον.

Theorema 19, *Propoſitio* 19.

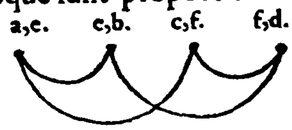
19 SI fuerit ſicut totum ad totum,ſic ablatum ad ablatum:& reliquum ad reliquum,erit ſicut totum ad totum.

ORONTIVS.¶Sit inquàm totũ a/b/ad totũ c/d, velut ablatũ a/e/ ad ablatũ c/f. Aio reliquum e/b/ad reliquũ f/d,fore ſicut idem totũ a/b/ad idem totum c/d. Cùm enim ſit velut a/b/ad c/d,ſic a/e/ad c/f, per hypotheſin: erit per decimamſextam huius quinti, & permutatim ſicut a / b/ compoſita ad a / e, ſic c/ d / compoſita ad c/f. Cùm autem compoſitæ magnitudines proportionales ſunt, & diuiſæ quoque ſunt proportionales, per decimamſeptimam huius quinti propoſitionem.



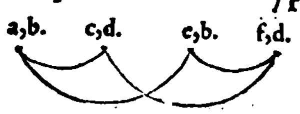


Et ſicut igitur a/e/ad e/b, ſic c/f/ad f/d. & permutatim rurſum,per eandem decimamſextam huius quinti, ſicut a/e/ ablata,ad ablatã c/f, ſic reliqua e/b/ad reliquam f/d. Sicut porrò ablata a/e/ ad ablatam c/f,ſic totum a/b/ad totum c/d,per hypotheſin. Reliquum igitur e/b/ ad reliquum f/d, ſe habet vt totum a/b/ad totum c/d,per vndecimam eiuſdem quinti. Si fuerit ergo ſicut totum ad totum : &c. vt in theoremate. Quod expediebat demonſtrare.



Lemma ſiue aſſumptum.

¶Et quoniam erat ex hypotheſi,vt a/b/ad c/d,ſic a/e/ad c/f:& permutatim deinde vt a/b/ad a/e,ſic c/d/ad c/f. Nunc porrò oſtenſum eſt,quòd ſicut a/b/ad c/d,ſic e/b/ad f/d.& permutatim itaque rurſum,vt a/b/ad e/b, ſic c/ d/ ad f/d, per ſæpius allegatam



decimamsextã huius quinti. Fit igitur vt sicut a/b/ad a/e, sic c/d/ad e/f: atq; rursum velut idem a/b/ad e/b, sic idem c/d/ad f/d.

Corollarium.

Conuersio rationis. ¶Et proinde cõuersio rationis, hoc est, acceptio antecedẽtis ad excessum quo antecedens ipsum excedit consequens, fit manifesta.

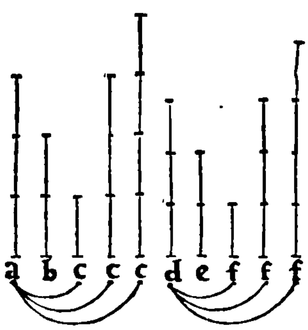
Θεώρημα κ, Πρόθεσις κ.

Ἐὰν ᾖ τρία μεγέθη, καὶ ἄλλα αὐτοῖς ἴσα τὸ πλῆθος σύνδυο λαμβανόμενα, καὶ ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ, δι' ἴσου δὲ τὸ πρῶτον τοῦ τρίτου μεῖζον ᾖ, καὶ τὸ τέταρτον τοῦ ἕκτου μεῖζον ἔσται, κἂν ἴσον, ἴσον, κἂν ἔλασσον, ἔλασσον.

Theorema 20, Propositio 20.

SI fuerint tres magnitudines, & aliæ eisdem æquales numero, 20
binatim sumptæ, & in eadem ratione, ex æquali autem prima tertia maior fuerit: & quarta sexta maior erit: etsi æqualis, æqualis: etsi minor, minor.

Æquam ratio nẽ respiciẽtia in ordinatis. ORONTIVS. ¶Sint tres magnitudines a, b, c, & rursum aliæ tres d/e/f, cum duabus ordinatim sumptis in eadẽ ratione: vtpote, sicut a/ad b, sic d/ad e, sicut item b/ad c, sic e/ad f. Aio quòd si a/fuerit maior ipsa c, erit ex æquali d/maior ipsa f: etsi æqualis, æqualis: si autẽ minor, itidem minor. Prima differẽtia. Sit primùm a, maior ipsa c. Et quoniã est sicut b/ad c, sic e/ad f: erit & à conuersa ratione, sicut c/ad b, sic f/ad e, per corollariũ quartæ huius quinti. verũ c/minor est a, per hypothesin, & b/alia quædam magnitudo: habet igitur a/ad b/maiorem rationem, quàm c/ad eandem b, per primam partẽ octauæ huius quinti. Sicut porrò c/ad b, sic f/ad e: & a/igitur ad b/maiorem rationem habet, quàm f/ad e. Sicut rursum a/ad b, sic d/ad e, per hypothesin: & d/igitur ad e/maiorem rationem habet, quàm f/ad ipsam e. Ad eandem autem rationẽ habentium, maiorem rationem habens illa maior est, per decimam ipsius quinti. Et d/igitur, ipsa f/maior est.



Secũda differentia. ¶Quòd si a/sit æqualis ipsi c: erit & d/æqualis ipsi f. habebunt enim a/& c/ad eandem b/eandem rationem, per primam partem septimæ huius quinti. Et quoniam est sicut a/ad b, sic d/ad e, sicutq; c/ad b, sic f/ad ipsam e: habebunt quoq; d/& f/eandem rationem ad ipsam e. Quæ autem ad eandem eandem habent rationem, æquales adinuicem sunt, per primam partem nonæ ipsius quinti. Aequalis est igitur d, ipsi f. Tertia differentia. ¶Haud dissimiliter ostẽdetur, quòd si a/fuerit minor ipsa c: erit consequenter d/minor ipsa f. Tunc enim c/ad b/maiorem rationem habebit, quàm a/ad ipsam b, per eandem octauam huius quinti. Est autẽ vt a/ad b, sic d/ad e, per hypothesin: sicutq; c/ad b, sic f/ad e/se habere præostensum est. Et proinde f/ad e/maiorem rationem habebit, quàm d/ad ipsam e. Hinc rursum per primam partem decimæ eiusdem quinti, f/ipsa d/maior erit: & d/propterea ipsa f/minor. Itaq; si fuerint tres magnitudines, & aliæ eisdẽ æquales numero: & quæ sequuntur reliqua. Quod oportuit demonstrasse.

Θεώρημα κα, Πρόθεσις κα.

Ἐὰν ᾖ τρία μεγέθη, καὶ ἄλλα αὐτοῖς ἴσα τὸ πλῆθος σύνδυο λαμβανόμενα, καὶ ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ, ᾖ δὲ τεταραγμένη αὐτῶν ἡ ἀναλογία, δι' ἴσου δὲ τὸ πρῶτον τοῦ τρίτου μεῖζον ᾖ, καὶ τὸ τέταρτον τοῦ ἕκτου μεῖζον ἔσται: κἂν ἴσον, ἴσον, κἂν ἔλασσον, ἔλασσον.

Theorema 21, Propositio 21.

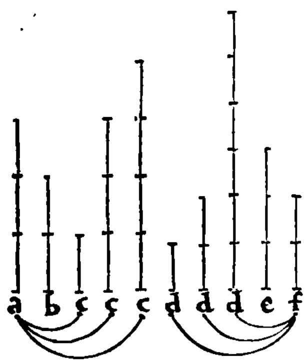
SI fuerint tres magnitudines, & aliæ eisdem æquales numero, 21
binatim sumptæ, & in eadem ratione, fuerit autem perturbata

earũ proportio: ex æquali verò prima tertia maior fuerit, & quarta ſexta maior erit: etſi æqualis, æqualis: etſi minor, minor.

ORONTIVS. ¶ Sint tres magnitudines a,b,c, & rurſum aliæ tres d, e, f, cum duabus perturbatim in eadem ratione coaſſumptis: vtpote, ſicut a/ ad b, ſic e/ad f, ſicútq; b/ad c, ſic d/ad e. Dico quòd ſi a/fuerit maior c, erit ex æquali d/maior f: etſi æqualis, æqualis: etſi minor, minor. Sit primùm a/maior c: iam recipio probandum, quòd d/ſit maior f. Et quoniã eſt ſicut b/ad c, ſic d/ad e, per hypotheſin: erit à conuerſa ratione, vt c/ad b, ſic e/ad d, per quartæ huius quinti corollariũ. Rurſum quoniam a/maior eſt c, & b/alia quædam magnitudo: habet igitur a/ ad b/maiorem rationem, quàm c/ad eandem b, per primam partem octauæ huius quinti. Sicut porrò a/ ad b, ſic ex hypotheſi e/ad f: ſicútq; c/ad b, ſic e/ad d (vti nunc oſtenſum eſt). & e/propterea ad f/maiorem rationẽ habet, q̃ ad d Ad quã autẽ eadem magnitudo maiorẽ rationẽ habet, & illa minor eſt: per ſecundã partẽ decimæ ipſius quinti. Eſt igitur f, ipſa d/minor: & d/propterea maior f. ¶ Haud diſſimiliter ſi a/fuerit æqualis ipſi c: oſtendetur & d/æqualis ipſi f. Nam a/& c, ad eandem b/eandem rationẽ habebũt: per primã partem ſeptimæ huius quinti. Et quoniã eſt ſicut a/ad b, ſic e/ ad f, ſicútq; c/ad b, ſic e/ ad d: & e/ igitur ad vtranq; d/& f/eãdem rationẽ habebit. Ad quas autẽ eadem eandem habet rationẽ, ipſæ ſunt æquales: per ſecundam partem nonæ ipſius quinti. Aequalis erit igitur d, ipſi f. ¶ Item ſi a/fuerit minor c: dico tandem, q̃ & d/minor erit f. Tunc enim c/ad b maiorem rationẽ habebit, quàm a/ad eandem b: per eandem octauã huius quinti. Et cùm ſit velut c/ad b, ſic e/ad d, ſicútq; a/ad b, ſic e/ad f (veluti ſuprà deductum eſt) habebit conſequenter e/ad d/maiorẽ rationem, q̃ e/ad f. Ad quam autẽ eadem maiorem rationem habet, & illa minor eſt: per ſecundam partem decimæ eiuſdem quinti. Eſt itaq; d/ipſa f/minor. Ergo ſi fuerint tres magnitudines: &c. vt in theoremate. Quod oſtendendum fuerat.

Æquã rationem reſpicientia in perturbatis.

Quando prima maior eſt tertia.



Vbi prima æquatur tertię.

Quando prima minor eſt tertia.

Θεώρημα κβ, Πρόθεσις κβ.

Ἐὰν ᾖ ὁποσαοῦν μεγέθη καὶ ἄλλα αὐτοῖς ἴσα τὸ πλῆθος σύνδυο λαμβανόμενα ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ, καὶ δι' ἴσου ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ ἔσαι.

Theorema 22, Propoſitio. 22.

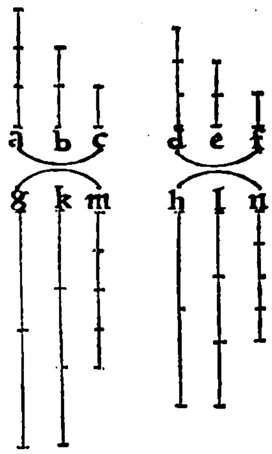
22 SI fuerint quælibet magnitudines, & alię eiſdem æquales numero, binatim ſumptæ in eadem ratione: & ex æquali in eadem ratione erunt.

ORONTIVS. ¶ Sint verbi gratia tres magnitudines a,b,c, & aliæ eiſdem numero æquales d,e,f, cum duabus ordinatim ſumptis in eadem ratione: vtpote, ſicut a/ad b, ſic d/ad e, ſicut autẽ b/ad c, ſic e/ad f. Dico quòd extremæ vtriuſque ordinis magnitudines, ex æquali in eadem ratione erunt: ſicut quidẽ a/ad c, ſic d/ad f. Accipiantur enim ipſarum a,d/æquè multiplices g,h: ipſarũ verò b,e, aliæ itidem æquè multiplices k,l: ipſarũ deniq; c,f, vtcunq; etiam multiplices m,n. Cùm ſit igitur vt a/ad b, ſic d/ad e: & ipſarum a,d, hoc eſt primæ & tertiæ, æquè multiplices ſint g,h: ſecũdæ autem & quartæ, vtpote ipſarũ b,e, aliæ itidem æquè multiplices k,l. Eſt igitur ſicut g/ multiplex ad k/multiplicẽ, ſic h/ad l: per quartam huius quinti. Et proinde erit, vt k/ad m, ſic l/ad n: eſt enim ex hypotheſi, vt b/ad c, ſic e/ad f, & ipſarum b,e, æquè multiplices k,l: ipſarũ autẽ c,f, æquè rurſum multiplices m,n, per cõſtructionẽ.

Æqua ratio in ordinatis.

Sunt ergo g,k,m,tres magnitudines,& h,l,n,aliæ eisdem numero æquales,cum duabus ordinatim sumptis in eadem ratione:sicut quidem g/ad k,sic h/ad l,sicútq; k/ad m, sic l/ad n. Si g/itaq; fuerit maior ipsa m,& ex æquali h/ipsa n/maior erit: etsi æqualis,æqualis:etsi minor,minor,per huius quinti vigesimam. Atqui g,h,ipsarū a,d, hoc est primæ & tertiæ magnitudinis(quoad illationis ordinē)datæ sunt æquè multiplices:m,n/autē secundæ & quartæ,vtpote ipsarū c,f/ æquè itidē multiplices. Est igitur per sextā huiusce quinti diffinitionē,vt prima a/ad secundā c:sic d/tertia ad quartam f. ¶ Idem quoq; licebit ostendere,vbi plures tribus in vtroq; magnitudinū extiterint ordine. Vtpote si fuerint quatuor a, b,c,d, & aliæ quatuor e,f,g,h: similiter ostendemus cum tribus primis magnitudinibus a,b,c,& e,f,g,fore velut a/ad c,sic e/ad g. Et rursum cum tribus succedentibus (secunda vtrobique prætermissa,& coassumpta quarta) vtpote a,c,d, & e,g,h,concludemus veluti suprà,fore vt a/ad d,sic e/ad h. Et deinceps quantumlibet,pro vtriusque ordinis multitudine. Si fuerint ergo quælibet magnitudines,& aliæ eisdē æquales numero:& quæ sequuntur reliqua. Quod ostendendum proposueramus.

Vbi plures tribus in vtroq; magnitudinū extiterint ordine.



a, b, c, d. e, f, g, h.

Θεώρημα κγ, Πρόθεσις κγ.

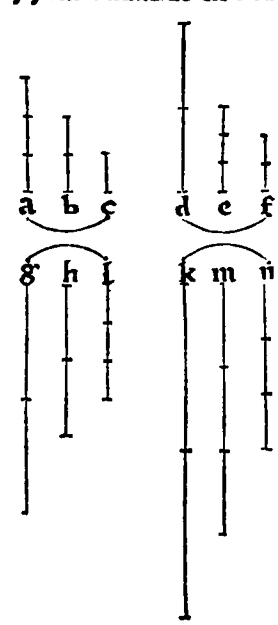
Ἐὰν ᾖ τρία μεγέθη, καὶ ἄλλα αὐτοῖς ἴσα τὸ πλῆθος σύνδυο λαμβανόμενα ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ, ᾖ δὲ τεταραγμένη αὐτῶν ἡ ἀναλογία, καὶ δι᾽ ἴσου ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ ἔσται.

Theorema 23, Propositio 23.

SI fuerint tres magnitudines, aliæ'que eisdem æquales numero, binatim sumptæ in eadem ratione, fuerit autem perturbata earum proportio:& ex æquali in eadem ratione erunt. 23

Æqua ratio in perturbatis.

ORONTIVS. ¶ Sint tres magnitudines a,b,c,& aliæ eisdem numero æquales d,e,f, cum duabus in eadem ratione perturbatim coassumptis:sicut quidem a/ad b, sic e/ ad f, sicútque b/ ad c, sic d/ad e. Aio fore ex æqua ratione,sicut a/ad c, sic d/ad f. Assumantur enim ipsarum a,b,d,æquè multiplices g,h,k:ipsarum porrò c,e,f, aliæ itidem æquè multiplices l,m,n. Cùm ergo g,h, ipsarum a,b,sint per constructionem æquè multiplices, & partes eodem modo multipliciū eandem habeāt rationem sumptæ adinuicem,per quindecimam huius quinti: est igitur vt a/ad b,sic g/ad h. sicut autē a/ad b,sic e/ad f,per hypothesin:& sicut igitur g/ad h,sic e/ad f,per vndecimam ipsius quinti. Rursum quoniam m,n, ipsarum e,f,sunt æquè multiplices:erit rursum per eandem quindecimam huius quinti,vt e/ad f, sic m/ad n. Sicut porrò e/ad f,sic g/ ad h, se habere monstratum est: & sicut itaque g/ad h, sic m/ad n, per ipsam vndecimam eiusdem quinti. Insuper quoniam est sicut b/ ad c/ sic d/ad e,per hypothesin,& ipsarū b,d/sumptæ sunt æquè multiplices h,k: ipsarū verò c,e,aliæ itidem æquè multiplices l,m. Est igitur vt h/ multiplex,ad l/ multiplicē,



ſic k/ad m, per quartam huius quinti propoſitionem. Oſtenſum eſt autem, quòd ſicut g/ad h,ſic m/ad n.Sunt itaque g,h,l,tres magnitudines,& k,m,n, aliæ eiſdem æquales numero,cum duabus in eadem ratione perturbatim coaſſumptis:ſicut quidem g/ad h,ſic m/ad n,ſicut rurſum h/ad l, ſic k/ad m.Ergo ſi g/fuerit maior l, erit ex æquali k/maior n:& ſi æqualis,æqualis:ſi autem minor,itidem minor, per vigeſimamprimam huius quinti. Porrò g,k/ſunt æquè multiplices ipſarum a,d,primæ & tertiæ magnitudinis (ſeruato illationis ordine) l/autem & n/ſecundæ & quartæ,hoc eſt ipſarum c,f/æquè rurſum multiplices,per conſtructionem. Eſt igitur vt prima a/ad ſecundam c,ſic tertia d/ad quartam f: per ſextam eiuſdem quinti diffinitionem.Si fuerint igitur tres magnitudines,aliæq; eiſdem æquales:&c.vt in theoremate.Quod oportuit oſtendiſſe.

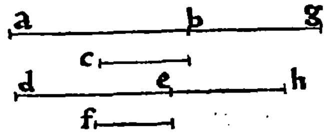
Θεώρημα κδ, Πρόθεσις κδ.

Ἐὰν πρῶτον πρὸς δεύτερον τὸν αὐτὸν ἔχῃ λόγον, καὶ τρίτον πρὸς τέταρτον, ἔχῃ δὲ καὶ πέμπτον πρὸς δεύτερον τὸν αὐτὸν λόγον, καὶ ἕκτον πρὸς τέταρτον, καὶ συντεθὲν πρῶτον καὶ πέμπτον πρὸς δεύτερον, τὸν αὐτὸν ἕξει λόγον, καὶ τρίτον καὶ ἕκτον πρὸς τέταρτον.

Theorema 24, Propoſitio 24.

24 SI primum ad ſecundum eandem habuerit rationem, & tertium ad quartum, habuerit autem & quintum ad ſecundum eandem rationem & ſextum ad quartum:& compoſita primùm & quintum ad ſecundum eandem habebunt rationem,& tertium & ſextum ad quartum.

ORONTIVS. ¶Habeat primùm a/b/ad ſecundũ c/eandem rationem,quam tertium d/e/ad quartum f:quintum rurſus b/g/ad ſecundum c,eandem quoq; rationem habeat,quam ſextum e/h/ad ipſum f/quartum.Aio,quòd & compoſita primũ & quintum a/g, eandem rationem habebũt ad idem ſecundum c,quam tertium & ſextum d/h/ad idem quartum f. Cùm enim ſit ex hypotheſi,vt b/g/ad c,ſic e/h/ad f:& à conuerſa itaq; ratione, erit vt c/ad b/g,ſic f/ad e/h,per corollariũ quartæ huius quinti. Præterea quoniam ex ipſa hypotheſi,eſt ſicut a/b/ad c,ſic d/e/ad f:ſicut rurſum c/ad b/g, ſic f/ad e/h.Et ex æquali igitur,ſicut a/b/ad b/g,ſic d/e/ad e/h : per vigeſimãſecũdam huius quinti. Diuiſæ itaq; magnitudines a/b,b/g, d/e,& e/h, ſunt proportionales.Et compoſitæ igitur,per decimam octauam ipſius quinti,proportionales erunt: vt a/g/ad b/g,ſic d/h/ad e/h. Receptum eſt autẽ,ſicut b/g/ad c,ſic e/h/ad f. Et ex æquali igitur,per eandem vigeſimamſecundam quinti, ſicut a/g/ad c,ſic d/h/ad f. Ergo ſi primum ad ſecundum eandem habuerit rationem, & tertium ad quartum : & quæ ſequuntur reliqua.Quod expediebat demonſtrare.



a, b. c. b, g. d, e. f. e, h.

a, g. g, b, c. d, h. h, e. f.

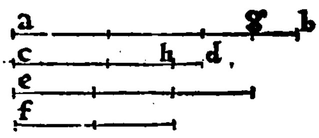
Θεώρημα κε, Πρόθεσις κε.

Ἐὰν τέσσαρα μεγέθη ἀνάλογον ᾖ, τὸ μέγιστον καὶ τὸ ἐλάχιστον, δύο τῶν λοιπῶν μείζονά ἐστιν.

Theorema 25, Propoſitio 25.

25 SI quatuor magnitudines proportionales fuerint, maxima & minima reliquis maiores erunt.

ORONTIVS. Sint quatuor eiusdem generis magnitudines a/b, c/d/e, & f, inuicem proportionales, sicut quidem a/b/ad c/d, sic e/ad f: sit'q; a/b/omnium maxima, f/verò minima. Dico quòd a/b/& f, reliquis c/d/& e/sunt maiores. Quoniam enim a/b/omnium quatuor supponitur maxima: maior est igitur a/b, ipsa e/magnitudine. A maiori itaq; a/b, secetur æqualis ipsi e/minori, per tertiam primi: sit'q; a/g. Rursum, quoniã est vt a/b/ad c/d, sic e/ad f, prima autem a/b, maior est tertia e: & secunda igitur c/d, ipsa f/quarta maior erit, per decimãquartam huius quinti. A maiori rursum c/d, secetur ipsi f/æqualis, per eandem tertiam primi: sit'que c/h. Cùm igitur sit vt a/b/ad c/d, sic e/ad f, & æqualis sit a/g/ipsi e, & c/h/ipsi f: est igitur vt a/b/ad c/d, sic a/g/ad c/h, hoc est, sicut totum a/b/ad totum c/d, sic ablatum a/g/ad ablatum c/h. Et reliquum itaque g/b/ad reliquum h/d/erit sicut totum a/b/ad totum c/d: per decimamnonam ipsius quinti. Prima autem a/b/maior est tertia c/d: & secunda itaque g/b, maior erit quarta h/d, per ipsam decimamquartam eiusdem quinti. Porrò a/g/ æqualis est ipsi e: & c/h/ ipsi f, per constructionem. Binæ igitur a/g/ & f, duabus c/h/ &/e, sunt per secundam communem sententiam æquales. Si autem inæqualia æqualibus adiungantur, omnia erunt inæqualia: per quartam communem sentẽtiam. Et quoniam ipsis a/g/ & f/ additur g/b, ipsis autem c/h/ & e/additur h/d, & maior est g/b/ipsa h/ d: maiores ergo sunt a/b/maxima & f/minima, reliquis c/d/ & e/ magnitudinibus. Quod receperamus ostendendum.



Quinti Libri Geometricorum Elementorum

FINIS.

Orontij Finei Delphinatis, Regii Mathematicarvm Professoris, In Sextum elementorum Euclidis, Demonstrationes.

ΕΥΚΛΕΙΔΟΥ ΣΤΟΙΧΕΙΟΝ ΕΚΤΟΝ.

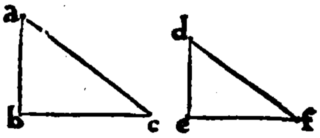
Ὅροι ε.

Ὅμοια σχήματα εὐθύγραμμά ἐστιν, ὅσα τάς τε γωνίας ἴσας ἔχει κατὰ μίαν, καὶ τὰς περὶ τὰς ἴσας γωνίας πλευρὰς ἀνάλογον.

¶Diffinitiones 5.

1 Similes figuræ sunt, quæ & angulos æquales habẽt ad vnum, & quæ circa angulos æquales sunt latera proportionalia.

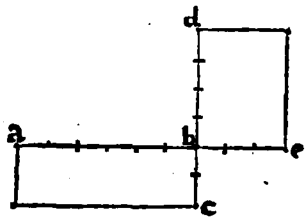
Vtpote, si fuerint bina triangula a/b/c, & d/e/f/ inuicem æquiangula: fuerítque angulus qui ad a/ æqualis angulo qui ad d, & qui ad b/ est angulus ei qui ad e, atque is qui ad c/ angulo qui ad f/ respõdenter æqualis. sítque insuper vt a/b/ latus ad b/c, sic d/e/ ad e/f: vtq; b/c/ ad c/a, sic e/f/ ad f/ d: atque demum sicut c/a/ ad a/b, sic f/d/ ad d/e. Huiuscemodi nanque triangula, similia nuncupamus: etiam si fuerint inæqualia.



¶Ἀντιπεπονθότα δὲ σχήματά ἐστιν, ὅταν ἑκατέρῳ τῶν σχημάτων ἡγούμενοί τε καὶ ἑπόμενοι λόγοι ὦσιν.

2 Reciprocæ autem figuræ sunt, quando in vtraq; figura antecedẽtes & consequentes termini rationales fuerint.

De rectilineis videtur intelligere figuris. quemadmodùm si duorum rectilineorum & æquiangulorum a/ b/c/ & d/b/e, angulũ qui sub a/b/ & b/c, ei qui sub d/b/ & b/e/ cõtinetur ęqualem habẽtium: fuerit sicut latus a/b/ ad latus b/d, sic latus e/ b/ ad latus b/c: aut sicut a/b/ ad b/e, sic d/b/ ad b/c. Tali nanq; modo fit antecedentium & consequentium terminorum, hoc est comparatorum adinuicem laterũ, quæ circum æquales angulos, reflexa proportio, reciprocáve rationum similitudo: dicũtúrque eiuscemodi figuræ, cùm adinuicem comparantur, reciprocæ.



¶Ἄκρον καὶ μέσον λόγον εὐθεῖα τετμῆσθαι λέγεται, ὅταν ᾖ ὡς ἡ ὅλη πρὸς τὸ μεῖζον τμῆμα, οὕτως τὸ μεῖζον πρὸς τὸ ἔλασσον.

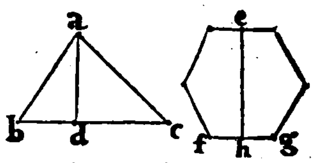
3 Per extremam & mediam rationẽ, recta linea diuidi dicitur: quãdo fuerit sicut tota ad maius segmentum, sic maius ad minus.

Vtpote, si data recta linea a/b/ diuidatur in puncto c: fuerítque vt tota a/b/ ad segmentum maius b/c, sic idem segmentum b/c, ad reliquum c/a.

¶Ὕψος ἐστὶ, παντὸς σχήματος ἡ ἀπὸ τῆς κορυφῆς ἐπὶ τὴν βάσιν κάθετος ἀγομένη.

4 Altitudo est, vniuscuiusque figuræ à vertice ad basin perpendicularis deducta.

Exempli gratia, trianguli a/ b/ c/ altitudo erit a/ d/ recta linea, ab a/ vertice ad basin b/c/ perpendiculariter incidens. Et hexagoni e/f/g/altitudinem ostendet perpendicularis e/h, quę ab e/vertice, in basin f/g/deducitur.



• Λόγος ἐκ λόγων συγκεῖσθαι λέγεται, ὅταν αἱ τῶν λόγων πηλικότητες ἐφ' ἑαυτὰς πολλαπλασιασθεῖσαι, ποιῶσί τινας.

Ratio ex duabus rationibus, aut ex pluribus cõstare dicitur: quãdo rationũ quãtitates multiplicatæ, aliquam efficiunt quãtitatem. 5

De cõpositione rationum, interpretatio notanda.

Expressimus diffinitione tertia libri quinti, quidnã rationẽ adpellemus: quot insuper rationũ fuerint species siue differentiæ, atq; singula in vniuersum comprehensa rationũ discrimina. Nunc porrò diffinit Euclides, quonã modo ratio ex rationibus cõponi, seu constare dicatur. Ea nanq; ratio ex rationibus constat, siue cõponitur: quarũ quantitates inuicẽ multiplicatæ illam efficere videntur. De ea rationis cõpositione, seu rationalium terminorũ illatione, hic minimè velim intelligas: quam decimaquarta libri quinti diffinitione, cõpositam rationem adpellauimus: acceptionem videlicet antecedentis cum consequente, sicut vnius, ad ipsum consequens. Aliud siquidem est, rationẽ ex rationibus cõponere: aliud verò in proportionibus, à diuisis rationum terminis ad coniunctos siue compositos, rationum subinferre similitudinem.

Diffinitionis interpretatio

¶ Ait igitur Euclides, rationem ex binis aut pluribus rationibus componi, siue constare: cùm datarũ rationum quantitates fuerint adinuicẽ multiplicatæ, & aliam quampiam genuerint rationis quantitatem. Ea enim quantitas, rationem exprimit, quæ ex datis rationibus procreatur. Fit autem huiuscemodi quãtitatum multiplicatio, inter duarum tantummodò rationum quantitates.

Vbi plures duabus extiterit rationes.

Nam vbi plures sese obtulerint rationes: ea in primis colligatur ratio, quæ ex multiplicatione duarum primarum quantitatũ generatur. Ex hac postmodùm ratione & sequente tertia, alia ratio procreanda est. Hinc rursum, per quantitatũ huiusce rationis & succedentis quartæ multiplicationem, consurgẽs ratio tandem eliciatur. Idque deinceps, pro datarum rationum multitudine: siue datæ rationes eiusdem, aut diuersæ fuerint speciei, & sub continua aut discontinua, ordinatáve seu perturbata proportione constitutæ.

Notandum.

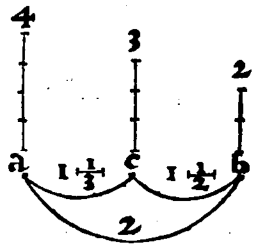
Adde quòd hæc intelligenda sunt de rationibus omnino maioris, vel omnino minoris inæqualitatis. Nam si vna propositarum rationum foret maioris, altera verò minoris inæqualitatis (de quibus tertia diffinitione libri quinti) tunc quantitas maioris, per quantitatem minoris veniret diuidenda: resultans enim quantitas, procreatam inde rationem ostendet.

Quęnam sint rationũ quantitates.

¶ Quantitates autem rationum hic vocat Euclides, non eas quæ sub datis continentur rationibus: sed numeros, à quibus rationes ipsæ denominantur. Vt duo, à quibus dupla: tria, à quibus tripla: & quatuor, vnde quadrupla ratio in multiplicibus exprimitur. Aut in superparticularibus vnum & dimidium, à quo sesqualtera: vnum & tertium, à quo sesquitertia: vnum insuper & quartum, vnde sesquiquarta ratio nomenclaturam accipit. Item vnum & duo tertia, vnde rationem superbipartientem tertias: atque vnum & tria quarta, ex quibus supertripartientem quartas in superpartientibus adpellamus. Haud alienum habeto iudicium, de rationibus ex multiplici & superparticulari ratione, aut ex multiplici & superpartiente compositis: & datis quibuscunque singularum quinq; rationalium specierum differentijs.

Exẽplũ vbi ratio multiplex ex binis cõponitur rationibus.

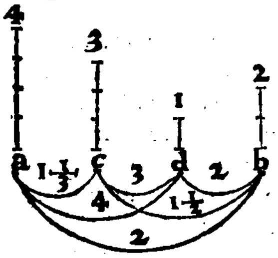
¶ ESTO, LVCIDIORIS INTELLIGENTIAE GRATIA, DATA in exemplum ratio multiplex, ipsius inquàm a/ad b/dupla: ponatúrq; inter a/ & b, alia quædã magnitudo c, subsesquitertia ipsius a, & sesqualtera ipsius b. Aio rationem a/ad b, componi siue constare, ex ratione a/ad c, & ratione c/ad b. Nam si quantitas rationis a/ad c, vtpote vnum & tertium, per rationis quantitatem ipsius c/ad b, vnum inquàm & dimidium multiplicetur: prouenient duo, à quibus dupla ratio (quã habet a/ad b) nominatur.

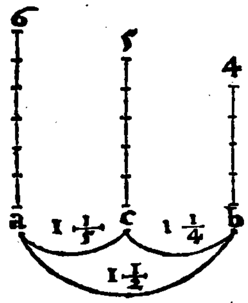


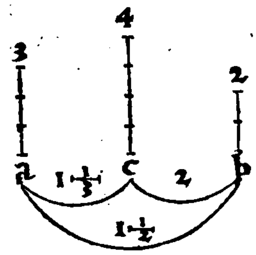
Exẽpli demõstratio.

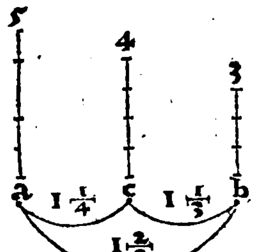
Cùm enim c/magnitudo ad a/magnitudinem sit subsesquitertia, ad b/autem sesqualtera: qualium igitur partium c/est trium, talium necessum est a/fore quatuor, & b/duarũ similium. Habet igitur a/ad b/rationem, quam quatuor ad duo: & proinde duplam, ex sesquitertia ipsius a/ad c,

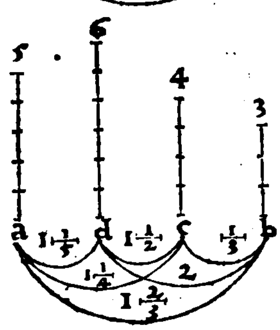
& sesqualtera ipsius c/ad b/resultantem. ¶Sit rursum in maiorem expressionem, inter c/& b/alia quædam magnitudo d, subtripla ipsius c, ipsius autem b/subdupla. Aio quoq; rationẽ a/ad b, ex rationibus a/ad c, & c/ad d, atque d/ad b/constare. Duco enim vnum & tertiũ rationis a/ ad c/ denominatorem, in tria denominatorem triplæ, quæ est c/ad d: fient quatuor, ostẽdentia a/ad d/quadruplam obtinere rationem. Et quoniã d/ad b/ ratio minoris est inæqualitatis, nempe subdupla: diuidam quatuor, à quibus nominatur quadrupla, per duo ipsius subduplæ denominatorem: prouenient enim duo, duplã (quæ est ipsius a/ad b) rationem denominantia. Nam cum d/ subduplum sit ipsius b, & subtriplum ipsius c: qualium igitur d/est vnum, talium b/est duorum, & c/trium similium. Item quoniam a/ad c/est sesquitertiũ: qualium propterea c/ est trium, a/erit quatuor. Sed qualium c/est trium, b/duorum esse deductum est: qualium itaq; b/est duorum, a/quatuor erit similium. Quatuor rursum ad duo, rationem habent duplam, qualem a/ad b/obtinere supposuimus. ¶Sed demus exemplum in ratione superparticulari: sitq; a/ad b/sesqualtera, ad c/autem sesquiquinta, & c/ad b/sesquiquarta. Dico rationem sesqualteram, ex sesquiquarta & sesquiquinta resultare. Si nanque multiplicaueris vnum & quartum, per vnũ & quintum: proueniet vnum & dimidium, à quibus sesqualtera ratio denominatur. Cùm enim c/subsesquiquintum sit ipsius a, & sesquiquartũ ipsius b: qualiũ ergo partiũ c/est quinq;, talium a/erit sex, & b/quatuor similiũ. habent autem sex ad quatuor, veluti a/ad b/rationem sesqualteram ¶Quòd si c/magnitudo fuerit ipsius a/sesquitertia, & dupla ipsius b, vt in secũda figura: nõ multiplicabis vnum & tertium subsesquitertiæ (quæ est a/ad c) denominatorem, per duo, à quibus dupla ratio ipsius c/ ad b/denominatur. Diuides itaque duo, per vnũ & tertium: propterea quòd a/ad c/ratio minoris sit inæqualitatis. Vnum igitur & tertium, efficiunt quatuor tertia: duo autem, tertia sex. Diuide itaque sex per quatuor: proueniet vnum & dimidium, sesqualteræ rationis (quæ est a/ad b) denominator. Nam cùm c/ ad a/ sit sesquitertium, ad b/ autem duplum: qualium proinde partium c/est quatuor, talium a/est trium, & b/duarum similium. Ratio igitur a/ad b, est vt tria ad duo, quæ sesqualtera nuncupatur. ¶Idem in superpartiente ratione tandẽ obseruari videbis. Sit enim a/ ad b/ superbipartiens tertias: & inter a/& b/incidat c, subsesquiquartum ipsius a, & sesquitertium ipsius b. Dico iam rationẽ a/ad b, componi ex ratione a/ad c/sesquiquarta, & sesquitertia ipsius c/ad b. Multiplicetur enim vnum & quartum, per vnum & tertium: fiet vnũ & duo tertia, vnde superbipartiẽs tertias (quæ est ipsius a/ad b) denominatur. Oportet enim propter rationum hypotheses, qualium partium c/ fuerit quatuor, talium b/fore trium, & a/quinque similium. Quinque porrò ad tria, eam seruant rationẽ, quam a/ad b: nẽpe superbipartiẽtem tertias. ¶Quòd si inter a/& c/inciderit magnitudo d, sesquiquinta ipsius a, & ipsius c/sesqualtera. Ratio a/ad b, ex rationibus a/ ad d, & d/ ad c, atq; c/ad b/itidem componetur. Duco enim vnum & tertium rationis c/ad b/denominatorem, in vnum & dimidium denominatorẽ rationis quam habet d/ad c: fient duo, à quibus ratio d/ad b/denominatur, vtpote dupla. At quoniã a/ad d/ratio minoris est inæqualitatis, nẽpe subsesquiquinta: diuidam ipsa duo per vnum & quintum, in hunc modum. vnum & quintum, efficiunt quinta sex: & duo, vertuntur in decem











Exemplũ vbi tres rationes (quarum vna minoris est inæqualitatis) eandem cõponunt multiplicem.

Ostensio eiusdem exẽpli.

Exemplũ de ratione superparticulari.

Inductio.

Aliud exẽplũ superparticularis, vbi vna rationũ minoris est inęqualitatis.

Exẽpli declaratio.

Exẽplũ de superpartientis cõpositione.

Ostensio exẽpli.

Aliud superpartiẽtis exẽplum, vbi vna rationũ minoris est inęqualitatis.

Sūmaria exē pli recollectio

quinta. Diuido ergo decem per ſex: proueniunt vnum & duo tertia, à quibus ratio a/ad b/ denominanda eſt, quæ ſuperbipartiens tertias adpellatur. Idem quoque per ſuperius expreſſam partium cum rationibus datis, & rationū cum partibus reſpondentiam, deducere vel facilè licebit: qualium enim partium c/fuerit quatuor, & d/ſex, talium b/erit trium, & a/ quinque ſimilium. Hinc rurſum cōſurgit a/ad b/ratio, vt quinque ad tria.

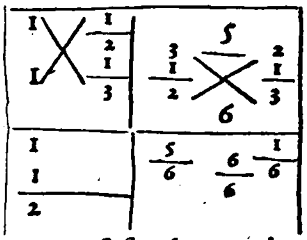
Notandum.

De fractionū aſtronomicarū cōmoditate in rationū cōpoſitionib9

¶Porrò ſi forſitan in hac partium quotarum, ſeu fractionum vulgarium multiplicatione minus fueris exercitatus: cōſulito librū ſecundū noſtræ Arithmeticæ practicæ. Nec volumus te latere, huiuſcemodi quantitatum (à quibus datæ rationes nominantur) tum expreſſionem, tum etiā multiplicationem, per aſtronomicas, hoc eſt ſexagenarias integrorum fractiones (quæ ſcrupula, ſeu minuta vocant) indifferenter abſolui poſſe: de quibus libro tertio eiuſdem Arithmeticę noſtræ abundè tractauimus. Eſt enim ſexagenarius numerus, propter partiū quotarum in eo contentarum multitudinem, omnibus rerum ſupputationibus indifferenter adcōmodus.

Primi exēpli ſupputatio, p fractiones vulgares.

¶Conferamus in exemplum vtrunque calculum: & primam rationis compoſitionem, vbi rationem a/ad b/duplam, ex ſeſqualtera & ſeſquitertia cōſtare monſtrauimus, rurſum examinemus. Multiplico itaque vnum & dimidium, per vnum & tertiū, in hunc qui ſequitur modum. Duco primùm integra in ſeſe: fit vnum integrū. Deinde numeratorem fractionis multiplicandæ, in integrum multiplicantis: atque numeratorem multiplicātis, per integrū multiplicandæ: procreabuntur enim fractiones prioribus haud diſſimiles, vtpote dimidiū, & vnum tertium, quę reducta ad vnam fractionem ſimplicem, efficiunt quinque ſexta. Tandem multiplico fractiones ipſas adinuicem, numeratores quidem per ſeſe, atque denominatores: fiet vnum tantummodò ſextum. Compono vnū ſextum & quinque ſexta: conſurgunt ſexta ſex, quæ vnum valēt integrum priori integro adijciendum. Reſultabunt itaque duo integra, à quibus propoſita ratio dupla denominatur.



Eiuſdē exempli ſupputatio, p fractiones aſtronomicas.

¶Verùm idē per aſtronomica inquiramus ſcrupula ſiue minuta. Denominator itaque ſeſqualteræ rationis, erit vnum integrum, & triginta integri minuta: ipſius verò ſeſquitertiæ rationis denominator, vnum itidem integrum & minuta viginti. Sunt enim triginta, dimidium: viginti autem, tertiū ſexagenarij numeri. Duco igitur triginta minuta, in minuta viginti: fiunt ſecūda ſexcēta, quæ diuiſa per ſexaginta, reſtituunt decē minuta. hæc ſubſcribo ſuo loco. Deinde multiplico vnū integrū per ipſa viginti minuta: redeunt minuta viginti. hæc noto ſub priorib9 decem minutis. Poſtea duco triginta minuta in vnum integrū: reſtituuntur minuta triginta (nam fractio per integra multiplicata, ſimilem videtur producere fractionē) Quibus ſubnotatis, multiplico integra adinuicē, & vnū tantummodò reſtituitur integrum. Compono tādem decem, viginti & triginta minuta, conſurgūt ſexaginta, quæ vnum valent integrum priori demum adiungendum. Proueniunt igitur ex hac quātitatum multiplicatione duo integra, à quibus dupla ratio (quæ erat a/ad b/) venit denominanda. In cæteris reſpondenter facito, ſiue vulgaribus, ſiue aſtronomicis iuuet vti fractionibus.

Integra.	Minuta.	Secūda.
1	30.	00
1	20.	00
	10	~~6~~00
	20	10
1	30.	~~6~~~~0~~0
2		6

Alius modus cōponēdi rationes adinuicem.

¶EST ET ALIVS RATIONALIVM QVANTITATVM multiplicandi modus, ipſis potiſſimum numeris, ad numerúmve relatis quantitatibus peculiaris: ſiue numeri ipſi in maioris aut minoris inæqualitatis ratione proponantur. Nam ex eorundem numerorum ſub datis rationibus conſtitutorum multiplicatione, numeri procreantur, ſub compoſita, vel inde conſtante ratione ſe habentes. Multiplicandi ſunt itaque primū antecedentes numeri adinuicem, & antecedens ipſius compoſitæ rationis efficietur. Deinde conſequentes itidem inter ſeſe ducendi, vt conſequens eiuſdem rationis generetur.

Primū exemplū de cōpoſitione multiplicis.

¶Repetatur in maiorem ſingulorum euidentiam, antecedentis primæ compoſitionis exemplum: ſintque rurſum numeri, tria ad duo in ratione ſeſqualtera, & quatuor ad tria in ſeſquitertia ratione conſtituti. Duc igitur anntecedentes numeros inter ſeſe, vtpote quatuor in tria: fient duodecim, quæ pro generatæ rationis antecedente ſubnotabis. Poſtea conſequentes, hoc eſt tria & duo, inuicem mulplicato:

Ratio	ſeſqualtera.	3——2
	ſeſquitertia.	4——3
Dupla ex eiſdē cōpoſita.		12——6

fient ſex,eiuſdē product̃ę rationis conſequentē exprimētia numerū. Atqui duodecim ad ſex, duplam conſtat obtinere rationem, ex ſeſqualtera & ſeſquitertia reſultantē. ¶Sint rurſum binæ rationes,altera quidem ſubſeſquitertia, vt trium ad quatuor: altera verò dupla,veluti quatuor ad duo. Si compoſitā ex his volueris obtinere rationem,ducito tria in quatuor,vnum videlicet antecedentium in reliquum: fient duodecim. Poſtmodùm ipſa conſequentia inuicē multiplicato,vtpote quatuor in duo:fient octo. Porrò duodecim ad octo, ſeſqualterā rationem obſeruant,qualem exemplo quarto(denominatorem duplæ, per ipſius ſubſeſquitertiæ denominatorem diuidendo) reperimus.

Secūdū exēplū,de cōpoſitione ſuperparticularis.

Subſeſquitertia.	3——4
Dupla.	4——2
Seſqualtera ratio.	12——8

¶Haud diſſimiliter ex ſeſquiquarta & ſeſquitertia,veluti quinq; ad quatuor,& quatuor ad tria, ſuperbipartiens tertias producetur : quemadmodùm obiecta mōſtrat formula. Ex antecedentium nanq; multiplicatione,fient viginti:ex multiplicatione verò conſequentium,duodecim. continent autē viginti ſemel duodecim,& duo inſuper eorundem tertia.

Tertiū exemplū de cōpoſitione ſuperpartientis.

Ratio { ſeſquiquarta.	5——4
Ratio { ſeſquitertia.	4——3
Superbipartiens tertias.	20——12

¶Et proinde non minus facilè colligem⁹, ex quintupla & ſubdupla ratione, conflari duplam ſeſqualterā: necnon ex dupla & ſeſquitertia, duplam ſuperbipartientem tertias reſultare. Sed hæc de rationum compoſitione,ſiue rationalium quantitatum multiplicatione,ſint ſatis.

Ratio { Quintupla.	5——1	Ratio { Dupla.	2——1
Ratio { Subdupla.	2——4	Ratio { Seſquitertia.	4——3
Dupla ſeſqualtera.	10——4	Dupla ſupbiptiēs tertias	8——3

Corollarium.

¶HINC FIT MANIFESTVM QVOD SI A QVALIBET RAtione compoſita,vnaquæq; componentium ſubtrahatur : proſiliet ipſarum componentium reliqua. Subtrahitur quidem ratio,non omnis indifferenter à qualibet:ſed minor tantùm à maiori. Hæc autem rationum diſgregatio per diuiſionem,ſicuti compoſitio per multiplicationem abſoluitur:ídq; rurſum dupliciter.

De ſubtractione rationū adinuicē.

¶In primis enim ſi compoſitæ rationis denominatorem,per denominatorem alterius componētium diuiſeris:habebis reliquæ rationis denominatorem,ſiue numeros in relicta ratione cōſtitutos. Oportet autē (vbi alterius vel vtriuſq; rationis denominator,integro & fracto exprimetur numero)ipſa integra ad ſimile genus denominationis cum propria,vel occurrente fractione reducere:poſtea numeratorē diuidendæ rationis,per communē multiplicare denominatorem,fiet enim relictæ rationis,numerator . Deinde numeratorem diuidentis , in eundem communem denominatorem ducere, nam eiuſdem relictæ rationis prodibit denominator . Quemadmodùm ex ſecundo libro noſtræ deprehendere potes Arithmeticæ.

Prim⁹ modus

¶Reſumatur in exemplū ratio dupla,ex ſeſquitertia & ſeſqualtera reſultans: ſitq; propoſitam alteram componentium, vtpote ſeſquitertiam,ab ipſa dupla ratione ſubducere. Denominator itaq; ſeſquitertię,eſt vnum & tertium, quę quatuor efficiūt tertia:duo autē,à quibus dupla denominatur ratio, conficiunt tertia ſex. Diuide itaq; ſex tertia,per quatuor tertia,in hunc modū. Duc ſex in tria,fient decem & octo:& rurſum quatuor per tria multiplicato, fient duodecim. Et quoniam decem & octo continent ſemel duodecim, & alteram eorundem partem:relicta itaq; ratio,ſeſqualtera eſt.

Primū exemplum.

$$\frac{6}{3} \times \frac{4}{3} \qquad \frac{18}{12}$$

¶Detur rurſum ſeſqualtera ratio,à qua velis auferre ſeſquiquintam. Ex vno itaq; & dimidio,à quibus ſeſqualtera denominatur,fiunt tria ſecūda: ex vno autem & quinto,ipſius ſeſquiquintæ denominatore , fiunt quinta ſex. diuidenda ſunt igitur tria ſecunda, per ſex quinta. Duc itaq; tria in quinq;,fient quindecim:poſtea ſex in duo multiplicato,prouenient duodecim. Et quoniam quindecim ad duodecim rationem habent ſeſquiquartā : idcirco relicta ratio ſeſquiquarta dicetur. Nam ex ſeſquiquarta & ſeſquiquinta ratione, ſeſqualtera(veluti ſuprà deduximus)generatur.

Secundum exemplum.

$$\frac{3}{2} \times \frac{6}{5} \qquad \frac{15}{12}$$

¶POTERIS ET IDEM PER NVMEROS IN DATIS RATIOnibus conſtitutos reſpondenter abſoluere. Dētur enim rurſum numeri, ſub antecedentibus rationibus cōſtituti,vtpote duo ad vnum in dupla,& quatuor ad tria in ſeſquitertia ratione ſe habentes:ſitque veluti prius,ſeſquitertia ab ipſa dupla ratione ſubducēda. Scribatur

Alius ſubtrahendi modus rationes adinuicem.

In primis ſeſquitertia, ſub eadē ratione dupla. Poſtea multiplicato duo in tria,hoc eſt,antecedēs diuidendæ rationis,in conſequēs diuidētis:fiēt ſex. Rurſum ducito vnū in quatuor,vtpote conſequēs ipſius diuidendæ rationis,in diuidentis antecedens: fient quatuor. A ratione igitur quam habent ſex ad quatuor,relicta ratio denominanda eſt:quæ rurſum offenditur ſeſqualtera.

2	1	Dupla,diuidenda.
4	3	Seſquitertia.
6	4	Seſqualtera,relicta.

Aliud exēplū

¶Subducamus rurſum ad maiorem ſingulorum reſpondentiam,à ſeſqualtera ratione,præfatam rationem ſeſquiquintam. Propone itaque tibi numeros ſub datis rationibus conſtitutos:vtpote,tria ad duo in ſeſqualtera, & ſex ad quinque in ſeſquiquinta. Et poſita ſeſquiquinta ſub ſeſqualtera,ducito tria in quinque:fient quindecim. poſtea multiplicato duo per ſex,prouenient duodecim. Habent autem quindecim ad duodecim,rationem ſeſquiquartam, qualem ſuperius offendimus. Haud aliter,de cæteris quibuſcunq; inuicem ſubducendis facito rationibus. & ſi minus in hoc genere calculi fueris exercitatus, ad caput ſecundum libri quarti ipſius Arithmeticę noſtræ cōfugito.

3	2	ſeſqualtera ratio.
6	5	ſeſquiquinta.
15	12	ſeſquiquarta.

Θεώρημα α, Πρόθεσις α.

Τὰ τρίγωνα καὶ τὰ παραλληλόγραμμα, τὰ ὑπὸ τὸ αὐτὸ ὕψος ὄντα, πρὸς ἄλληλά ἐστιν ὡς αἱ βάσεις.

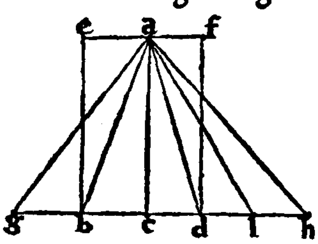
Theorema 1, *Propoſitio* 1.

Triangula & parallelogramma, quæ ſub eadem ſunt altitudine:ad ſe inuicem ſunt,vt baſes. 1

ORONTIVS. ¶Sint bina triangula a/b/c/& a/c/d,totidémque parallelogramma e/c/quidem atque c/f, ſub eadem altitudine, ſeu perpendiculari ex a/ vertice in b/d/ baſin incidente conſtituta. Aio triangulum a/b/c/ ad triangulum a/c/d/ſe habere,veluti baſis b/c/ad baſin c/d. Cùm enim e/c/ & c/f/ parallelogramma,in eadem ſint altitudine:in directum eſt igitur e/a/ipſi a/f, atque b/c/ipſi c/d,& proinde e/f/ipſi b/d/parallela. Producatur igitur recta b/d/ ex vtraque parte in cōtinuum rectúmq;,ad g/& h/puncta:per ſecundum poſtulatum. Secetur deinde b/g/ æqualis ipſi b/c,necnon d/l/& l/h/ipſi c/d/æquales:per tertiam primi. & per primū poſtulatū,connectantur a/g,a/l,& a/h/lineæ rectæ. Cùm itaq; g/b,ipſi b/c/ ſit æqualis:erunt triangula a/g/b/& a/b/c/in baſibus æqualibus,& in eiſdem parallelis e/f/& g/h/conſtituta,& propterea inuicem æqualia:per trigeſimamoctauā primi. & proinde a/c/d,a/d/l/& a/l/h/triangula,æqualia quoq; erunt adinuicem. Quotuplex igitur eſt g/c/baſis,ipſius b/c:totuplex eſt triāgulū a/g/c,ipſius a/b/c/triāguli. quotuplex rurſum eſt c/h/baſis ipſius c/d: totuplex eſt & a/c/h/triangulum, ipſius trianguli a/c/d.

Figuræ cōſtitutio.

Prima deductio theorematis,de triangulis.



Si baſis itaq; g/c,maior eſt baſi c/h: erit a/g/c/triangulum,triangulo a/c/h/proportionaliter maius. Et ſi g/c/& c/h/baſes,fuerint inuicem æquales: erunt a/g/c/& a/c/h/triangula,æqualia quoque adinuicem. Quòd ſi baſis g/c,minor extiterit baſi c/h: erit & a/ g/ c/ triangulum, ipſo a/c/h/ triangulo æquè itidem minus. Quatuor itaque magnitudinum, duarū inquàm baſium b/c/& c/d, totidémq; triangulorū a/b/c/& a/c/d, ſumpta ſunt æquè multiplicia primæ & tertiæ: necnon ſecundæ & quartæ, alia vtcunque æquè multiplicia. Et ſicut multiplex primæ magnitudinis,ad multiplex ſecundæ,hoc eſt,g/c/baſis,ad baſin c/h: ſic multiplex tertiæ, ad multiplex quartæ,vtpote a/g/c/triangulum,ad triangulum a/c/h,ſe habere præoſtenſum eſt. Sicut

g/c.	c/h.	a/g/c.	a/c/h.
b/c.	c/d.	a/b/c.	a/c/d.

igitur prima, ad secundam prædictarum magnitudinum, sic tertia ad quartam: per sextã ipsius quinti diffinitionẽ. Vt basis ergo b/c, ad basin c/d: sic triangulum a/b/c, ad triangulũ a/c/d. Quod prius veniebat ostendendum. ¶ Insuper quoniam a/b/c/ triangulum, & parallelogrammũ e/c, in eadem sunt basi, & in eisdem parallelis constituta: duplum est e/c/ parallelogrammum ipsius a/b/c/ triãguli; per quadragesimã primam primi: & propterea c/f/ parallelogrammum, ipsius trianguli a/c/d/ itidem duplum. Sunt igitur e/c/ & c/f/ parallelogramma, ipsorum a/b/c/ & a/c/d/ triangulorum æquè multiplicia. Partes autem æquè multiplicium, eandem rationem habent sumptæ adinuicem: per decimamquintam quinti. Vt igitur a/b/c/ triangulũ, ad triãgulum a/c/d: sic parallelogrammum e/c, ad c/f/ parallelogrammum. Ostensum est autem a/b/c/ triangulum, ad triãgulum a/c/d/ se habere, veluti b/c/ basis, ad basin c/d. Binæ itaque rationes, vtpote b/c/ basis, ad basin c/d, atque parallelogrammi e/c/ ad c/f/ parallelogrammum, eædem sunt cum ratione ipsius a/b/c/ trianguli, ad triãgulum a/c/d. Quæ autem eidem sunt eædem rationes, & adinuicem sunt eædem: per vndecimã eiusdem quinti. Est igitur vt basis b/c, ad basin c/d: sic parallelogrammum e/c, ad c/f/ parallelogrammum. Poterit & ipsorum parallelogrammorum ratio, quemadmodũm & triangulorũ, seorsum demonstrari: descriptis super g/b, d/ l, & l/h/ basibus, & in eadem altitudine parallelogrammis.

Secunda theorematis resolutio, de parallelogrammis.

|b/c.c/d|a/b/c.a/c/d|e/c.c/f.|

Notandum.

Triangula itaque & parallelogramma, quæ sub eadem sunt altitudine: ad se inuicem sunt, vt bases. Quod erat ostendendum.

Θεώρημα β, Πρότασις β.

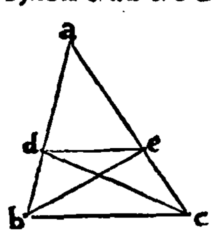
Ἐὰν τριγώνου παρὰ μίαν τῶν πλευρῶν ἀχθῇ τις εὐθεῖα παράλληλος, ἀνάλογον τεμεῖ τὰς τοῦ τριγώνου πλευράς: καὶ ἐὰν αἱ τοῦ τριγώνου πλευραὶ ἀνάλογον τμηθῶσιν, ἡ ἐπὶ τὰς τομὰς ἐπιζευγνυμένη εὐθεῖα, παρὰ τὴν λοιπὴν ἔσται τοῦ τριγώνου πλευρὰν παράλληλος.

Theorema 2, Propositio 2.

2 SI trianguli ad vnum laterum acta fuerit aliqua recta linea parallela: proportionaliter secat ipsius triãguli latera. Et si trianguli latera proportionaliter secta fuerint: ad segmenta cõnexa recta linea, parallela ad reliquum erit ipsius trianguli latus.

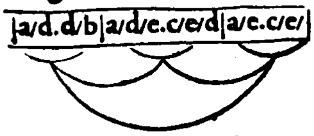
ORONTIVS. ¶ In triãgulo enim a/b/c, agatur recta d/e, ipsi b/c/ lateri parallela. Dico quòd ipsa d/e, secat a/b/ & a/c/ latera proportionaliter: sicut quidem a/d/ ad d/b, sic a/e/ ad e/c. Connectantur enim b/e/ & c/d/ lineæ rectæ: per primũ postulatum. Erunt itaque b/d/e/ & c/e/d/ triangula, in eadem basi d/e, ac in eisdẽ parallelis b/c/ & d/e: & proinde inuicem æqualia, per trigesimamseptimã primi. Est autẽ & a/d/e, aliud quoddam triangulum. Idem porrò triangulum, ad æqualia triangula eandem habet rationem: per septimam quinti. Ergo sicut a/d/e/ triangulum, ad triangulum b/d/e: sic idem triangulum a/d/e, ad c/e/d/ triangulum. Est autem a/ d/ e/ triangulum, ad triangulum b/ d/ e, veluti basis a/ d/ ad basin d/ b: per primam huius sexti. sunt enim sub eodem vertice e, & proinde sub eadem altitudine. Et sicut igitur basis a/d, ad basin d/ b: sic a/d/e/ triangulum, ad triangulum c/ e/ d, per vndecimam quinti. Sicut rursum a/d/e/ triangulum, ad triangulum c/e/d: sic basis a/e, ad basin e/c, per eandem primã huius sexti. sunt enim a/d/e/ & c/e/d/

Prima theorematis pars.



|a/d.d/b|a/d/e.b/d/e|a/d/e.c/e/d|

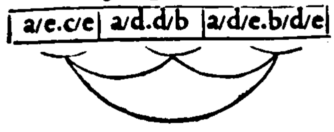
triangula, sub eodem vertice d: & sub eadem consequēter altitudine. Et sicut igitur



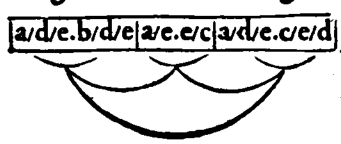
a/d/basis, ad basin d/b: sic basis a/e, ad basin e/c, per eandem vndecimam quinti. Secat ergo d/e/ parallela, ipsa a/b/ & a/c/latera, in punctis d/ & e/ proportionaliter.

Partis secūdę demōstratio.

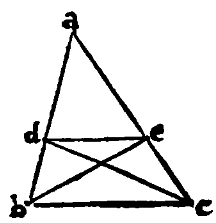
¶ Sed iam esto vt a/d/ad d/b, sic a/e/ad e/c: & cōnectatur recta d/e, per primum postulatum. Aio versa vice, d/e/ipsi b/c/ fore parallelam. Cōnexis enim (veluti prius) b/e/atq; c/d/rectis, per idem primum postulatum: erit rursum, per primam huius sexti, triangulū a/d/e/ ad triangulum b/d/e, veluti basis



a/d/ad basin d/b. At sicut a/d/ad d/b, sic per hypothesin a/e/ad e/c. Et sicut igitur per vndecimam quinti, a/e/ad e/c: sic a/d/e/triangulū, ad triangulū b/d/e. Sicut rursum per eandem primā sexti, a/e/basis, ad basin e/c: sic idem triāgulū a/d/e, ad triangulum c/e/d. Et proinde sicut a/d/e/triangulū, ad triangulum



b/d/e: sic idem triangulum a/d/e, ad triangulū c/e/d, per vndecimā ipsius quinti. Idem ergo triangulum a/d/e, ad ipsa b/d/e/ & c/e/d/ triangula, eandem habet rationem. Ad quæ autem triangula, idem triangulum eandem habet rationem: & ipsa sunt inuicem æqualia, per nonam eiusdem quinti. Aequū est igitur b/d/e/triangulum, ipsi c/e/d/triāgulo. Quæ cùm in eadem sint basi d/e, & ad easdem partes: & in eisdem quoque sunt parallelis, per trigesimamnonā primi. Parallela est itaq; d/e, ipsi b/c. Si trianguli ergo ad vnum latus: &c. vt in theoremate. Quod demonstrare oportebat.



Θεώρημα γ, Πρότασις γ.

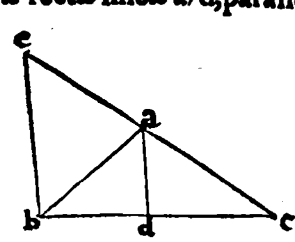
Ἐὰν τριγώνου γωνία δίχα τμηθῇ, ἡ δὲ τέμνουσα τὴν γωνίαν εὐθεῖα τέμνῃ καὶ τὴν βάσιν: τὰ τῆς βάσεως τὸν αὐτὸν ἕξει λόγον ταῖς λοιπαῖς τοῦ τριγώνου πλευραῖς. καὶ ἐὰν τὰ τῆς βάσεως τμήματα, τὸν αὐτὸν ἔχῃ λόγον ταῖς λοιπαῖς τοῦ τριγώνου πλευραῖς: ἀπὸ τῆς κορυφῆς ἐπὶ τὴν τομὴν, ἐπιζευγνυμένη εὐθεῖα, δίχα τέμνει τὴν τοῦ τριγώνου γωνίαν.

Theorema 3, Propositio 3.

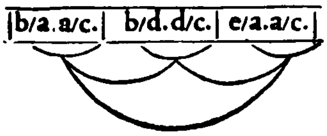
SI trianguli angulus bifariam secetur, dispescens autem angulum recta linea secuerit & basin: basis segmenta eandem habebunt rationem, reliquis ipsius triāguli lateribus. Et si basis segmenta eandem habuerint rationem, reliquis ipsius trianguli lateribus: à vertice ad basin coniuncta recta linea, bifariam dispescit trianguli angulum. 3

ORONTIVS. ¶ Sit datum a/b/c/ triangulum, cuius angulus b/a/c/bifariam secetur, per nonam primi: recta quidem a/d, basin ipsam b/c/itidem secante in puncto d. Aio quòd b/d/ad/d/c/se habet, vt b/a/ad a/c. Per datum enim punctum b, datæ rectæ lineæ a/d, parallela ducatur b/e, per trigesimamprimam primi: producatúrque c/a/recta, per secundum postulatū, donec conuenerit in punctū e/cum ipsa b/e, feceritq; triāgulū b/e/c. Conueniet autem c/a/cum b/e, per quintum postulatū: propterea φ anguli e/b/c/ & b/c/e, duobus rectis sunt minores. nā angulus e/b/c, exteriori & opposito a/d/c, per vigesimamnonam primi est æqualis: & duo anguli a/d/c/ & d/c/a/trianguli a/d/c, binis rectis minores existūt, per

Figuræ cōpositio.



ipsius primi decimamseptimã. His ita constructis, quoniam in parallelas a/d/& b/e,rectæ incidunt a/b/& e/c: æqualis est angulus a/b/e/ alterno b/a/d,necnon interior a/e/b/exteriori & ex opposito d/a/c,per vigesimamnonã primi. Atqui b/a/d/ & d/a/c/anguli,sunt inuicẽ per hypothesin æquales:duo itaq; anguli a/b/e/& a/e/b, æquales proinde sunt adinuicem.hinc latus a/b,lateri a/e,per sextam primi,æquale. Trianguli demũ b/e/c,ad latus b/e/acta est parallelus a/d,per constructionẽ: secat igitur a/d/proportionaliter ipsius trianguli latera,per secundam huius sexti, sicut quidem b/d/ad d/c,sic e/a/ad a/c. Ipsi porrò e/a,ostẽsa est æqualis b/a. æquales autẽ ad eandem,eandem habẽt rationem:per septimã quinti. Et sicut igitur b/d,ad d/c: sic b/a,ad a/c. ¶Sit autem vt b/d/ad d/c,sic b/a/ad a/c:& connectatur a/d/recta,per primum postulatum. Dico versa vice,quòd a/d/ recta bifariam discindit angulum b/a/c. Constructa enim vt prius figura, quoniam ex hypothesi receptum est,sicut b/d/ad d/c,sic b/a/ad a/c.sed per secundã huius sexti,sicut b/d/ad d/c,sic e/a/ad a/c: Primæ partis ostensio. Pars secunda theorematis, conuersa primæ.



in triangulo enim b/e/d, ad latus b/e/acta est parallelus a/d. Binæ itaq; rationes,b/a/inquàm ad a/c, & e/a/ ad a/c, eidem rationi b/d/ad d/c/ sunt eædem : & propterea eædem adinuicem,per vndecimam quinti. Et sicut igitur b/a/ad a/c,sic e/a/ad eandem a/c. Quæ autem ad eandem,eandem habent rationem:æquales sunt adinuicem, per nonam ipsius quinti. Aequalis est itaque b/a,ipsi e/a:& proinde qui ad basin b/e/sunt anguli,adinuicem æquales,per quintam primi, hoc est, a/b/e/ipsi a/e/b. Et quoniam parallela est a/d/ipsi b/e, & in eas incidunt a/b/& e/c/lineæ rectæ:æqualis est angulus b/a/d/alterno a/b/e, necnon & exterior angulus d/a/c/interiori & opposito a/e/b, per vigesimamnonã ipsius primi. Ostensum est autẽ,angulos a/b/e/& a/e/b/fore inuicem æquales. quæ verò æqualibus æqualia sunt,ea quoq; inuicem sunt æqualia:per primæ communis sententiæ interpretationem. Aequalis est igitur angulus b/a/d,angulo d/a/c. Et proinde angulus b/a/c,sub a/d/recta bifariam discinditur. Si trianguli itaque angulus bifariam secetur:& quæ sequuntur reliqua. Quod demonstrandum susceperamus.

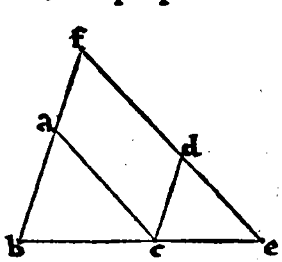
Θεώρημα δ', Πρότασις δ'.

Τῶν ἰσογωνίων τριγώνων, ἀνάλογόν εἰσιν αἱ πλευραὶ αἱ περὶ τὰς ἴσας γωνίας: καὶ ὁμόλογοι αἱ ὑπὸ τὰς ἴσας γωνίας ὑποτείνουσαι πλευραί.

Theorema 4, *Propositio* 4.

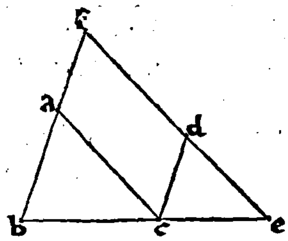
4 AEquiangulorum triangulorum, proportionalia sunt latera quæ circũ æquales angulos:& similis sunt rationis,quæ æqualibus angulis latera subtenduntur.

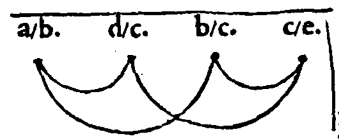
ORONTIVS. ¶Sint bina triangula inuicem æquiangula,a/b/c/& d/c/e:sitq; angulus a/b/c/æqualis angulo d/c/e,& b/a/c/angulus ipsi c/d/e,atq; a/c/b/ipsi angulo d/e/c. Aio latera ipsorum triangulorum a/b/c/& d/c/e/quæ circum æquales angulos,fore proportionalia:& quæ angulis subtenduntur æqualibus,eiusdem esse rationis. Constituatur enim b/c/latus,in directum ipsius c/e:id autem efficietur, cùm anguli b/c/d/& d/c/e/ binis rectis fuerint æquales,per decimamquartã primi. Producantur insuper b/a/& e/d/latera in rectũ & continuũ ad partes a/& d,per secundum postulatũ:donec tandem in vnum congrediantur punctũ. Id enim per quintum postulatũ euenire necessum est, propterea quòd anguli a/b/c/& a/c/b, duobus rectis per decimãseptimã primi Constructio figuræ.

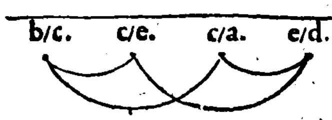


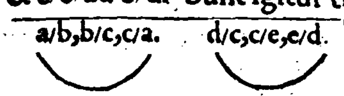
ſunt minores: & angulus d/e/c/angulo a/c/b/ per hypotheſin eſt æqualis. Ex quo fit, vt anguli a/b/e/ & d/e/b, eiſdem angulis a/b/c/ & a/c/ b/ ſint æquales: & proinde binis rectis itidem minores. Et quoniam ex hypotheſi angulus d/ c/ e, interiori & oppoſito ad eaſdem partes a/b/c/ eſt æqualis angulo, necnon & a/c/b/ ipſi d/e/c/ itidem interiori & oppoſito æqualis: parallela eſt igitur c/d/ipſi b/f,& a/c/ipſi f/e,per vigeſimamoctauam primi. Parallelogrammum eſt itaq; a/c/d/f: & proinde a/c/latus oppoſito f/d/ æquale, ſimiliter & a/f/ipſi c/d,per trigeſimãquartã eiuſdẽ primi. His ita conſtructis,quoniã trianguli b/f/e, ad latus f/e,acta eſt parallela a/c: ſecat igitur a/c,ipſius trianguli latera proportionaliter,per ſecundã huius ſexti,ſicut quidem b/a/ad a/f, ſic b/c/ad c/e.& æqualis oſtenſa eſt a/f,ipſi c/d.æquales autem ad eandem, eandem habent rationẽ:& eadem ad æquales, per ſeptimã quinti. Et ſicut igitur a/b, ad d/c:ſic b/c, ad c/e. Et permutatim inſuper,ſicut a/b,ad b/c:ſic d/c,ad c/e,per decimamſextam eiuſdem quinti. Item quoniam ipſius trianguli b/ f/ e, ad latus b/f, acta eſt parallela c/d: ſecat rurſum eadem c/d,eiuſdem trianguli latera proportionaliter,per eandem ſecundam huius ſexti,ſicut quidẽ b/c,ad c/e:ſic f/d,ad d/e. Ipſi porrò f/ d, oſtẽſa eſt æqualis a/c. Et ſicut igitur b/c,ad c/e:ſic c/a/ ad e/d,per eandẽ ſeptimã quinti. atq; rurſum permutatim,per ipſius quinti decimamſextã,ſicut b/c/ ad c/a:ſic c/e/ad e/d. Iam itaq; oſtẽſum eſt,ſicut a/b/ad b/c/ſic d/c/ad c/e:ſicũtq; b/c/ad c/a,ſic & c/e/ad e/d. Sunt igitur tres magnitudines a/b,b/c,& c/a:& aliæ eiſdẽ æquales numero d/c,c/e,& e/d, cũ duab⁹ ſumptis in eadẽ ratione.& ex æqua igitur ratione,erit ſicut b/a, ad a/c: ſic etiã c/d, ad d/e. Aequiãgulorũ itaq; triangulorũ a/b/c/& d/c/e, proportionalia ſunt latera quæ circũ æquales angulos:& ſimilis ſunt rationis quæ æqualibus angulis latera ſubtenduntur. Quod demonſtrandum fuerat.

Demõſtratio theorematis.









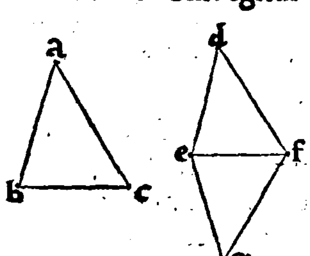
Θεώρημα ε, Πρόθεσις ε.

Ἐὰν δύο τρίγωνα τὰς πλευρὰς ἀνάλογον ἔχῃ, ἰσογώνια ἔσαι τὰ τρίγωνα, καὶ ἴσας ἕξει τὰς γωνίας ὑφ᾽ ἃς αἱ ὁμόλογοι πλευραὶ ὑποτείνουσιν.

Theorema 5, Propoſitio 5.

SI duo triangula, latera proportionalia habuerint: æquiangula erunt triangula, & æquales habebunt angulos ſub quibus eiuſdem rationis latera ſubtenduntur. 5

ORONTIVS. ¶Hæc eſt conuerſa præcedentis: quæ non potuit eadem figura,vel deductione(quemadmodùm ſecunda & tertia obſeruauimus propoſitione) demonſtrari. Sint igitur bina triãgula a/b/c/& d/e/f,habentia latera proportionalia:ſicut quidem a/b,ad b/c,ſic d/e/ad e/f,ſicũtq; b/c/ad c/a,ſic e/f/ad f/d. Aio triangula ipſa a/b/c/& d/e/f, fore æquiangula: & æquales angulos comprehendere, ſub quibus eiuſdem rationis latera ſubtenduntur: vtpote, angulum a/b/c,æquum fore angulo d/e/f, & angulum b/c/a/angulo e/f/d, atque angulum b/a/c/angulo e/d/f.



Cõſtructio figuræ.

Ad datam enim rectam lineam e/f,& data illius puncta e/& f,datis angulis rectilineis a/b/c/& a/c/b,æquales anguli constituatur, per vigesimamtertiam primi: f/e/g/ quidem ipsi a/b/c, & e/f/g/ ipsi a/c/b. Et quoniam anguli a/b/c/ & a/c/b, per decimamseptimam ipsius primi, binis rectis sunt minores: & f/e/g/ itaque ac e/f/g/ anguli binis itidem rectis minores erunt. Conuenient ergo tandem e/g/ & f/g/ rectæ lineæ, per quintum postulatum. Conueniant ad punctum g. triangulum erit igitur e/f/g: & reliquus angulus qui ad g, reliquo qui ad a/ æqualis, per corollariũ trigesimæsecundæ eiusdem primi, vnà cum ipsa tertia communi sententia. Aequiangula sunt itaque a/b/c/ & e/f/g/ triangula, & proinde latera ipsorum proportionalia, quæ circum æquales angulos: & similis sunt rationis, quæ æqualibus angulis latera subtẽduntur, per quartã huius sexti. Est igitur sicut a/b/ad b/c/ sic g/e/ad e/f. sicut porrò a/b/ad b/c, sic est per hypothesin d/e/ ad ipsam e/f. Et sicut igitur d/e/ad e/f, sic g/e/ad eandem e/f, per vndecimam quinti. Quæ autem ad eandem eandẽ habent rationem, æquales sunt adinuicẽ, per nonam quinti: æqualis est igitur d/e, ipsi e/g. Haud dissimiliter ostendemus d/f, ipsi f/g/ æqualem. eadem enim e/f/ad vtranque, tum ex hypothesi, tum ex quarta huius sexti, eandem habet rationem: nẽpe quam b/c/ad c/a. Ad quas porrò magnitudines, eadem magnitudo eandẽ habet rationẽ, ipsæ sunt æquales, per eandem nonam quinti. Et quoniã æqualis est d/e/ipsi e/g, vtrique autem cõmunis e/f: binæ itaq; d/e/ & e/f/ trianguli d/e/f, duabus f/e/ & e/g/ trianguli e/f/g/ sunt æquales altera alteri. & basis d/f, basi f/g/ æqualis. Angulus igitur d/e/f, angulo f/e/g/ sub æqualibus rectis comprehenso, per octauam primi, est æqualis. Nec dissimili via demonstrabimus, angulum e/d/f, angulo e/g/f æqualem: atq; e/f/d, ipsi e/f/g. semper enim ipsorum triangulorum bina latera, binis lateribus alterum alteri ostendentur æqualia: necnon & basis, basi æqualis. Et cõtentos propterea sub æqualibus lineis rectis angulos, æquales habebunt: per eandẽ octauam primi. His præostensis, quoniam angulus d/e/f, æqualis est angulo f/e/g: eidẽ quoq; angulo f/e/g, æquus est per constructionem angulus a/b/c. Duo itaq; anguli a/b/c/ & d/e/f, eidem angulo f/e/g/ sunt æquales: & proinde æquales adinuicem, per primam communem sententiam. Pari discursu angulus a/c/b, angulo d/f/e: necnon & b/a/c/ angulus, ipsi e/d/f/ angulo cõcludetur æqualis. Aequiãgula sunt itaq; a/b/c, & d/e/f/ triangula. Si bina ergo triangula: &c. vt in theoremate. Quod oportuit ostendisse.

| d/e. e/f | a/b. b/c | g/e. e/f. |

Ostẽsionis deductio.

Resolutio theorematis.

Θεώρημα 5, Πρόθεσις 5.

Ἐὰν δύο τρίγωνα μίαν γωνίαν μιᾷ γωνίᾳ ἴσην ἔχῃ, περὶ δὲ τὰς ἴσας γωνίας τὰς πλευρὰς ἀνάλογον: ἰσογώνια ἔσαι τὰ τρίγωνα, καὶ ἴσας ἕξει τὰς γωνίας, ὑφ' ἃς αἱ ὁμόλογοι πλευραὶ ὑποτείνουσιν.

Theorema 6, Propositio 6.

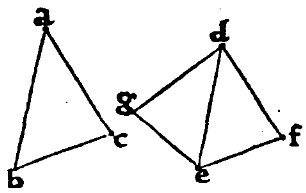
6 SI bina triangula vnum angulum vni angulo æqualem habuerint, & circum æquales angulos latera proportionalia: æquiangula erunt triangula, & æquales habebunt angulos, sub quibus eiusdem rationis latera subtenduntur.

ORONTIVS. ¶ Sint rursum bina triangula a/b/c/ & d/e/f, habẽtia vnum angulum vni angulo æqualem, vtpote eum qui ad b/ei qui ad e: atque circum eosdem æquales angulos latera proportionalia, sicut a/b/ad b/c, sic d/e/ad e/f. Dico ipsa triãgula a/b/c/ & d/e/f, fore æquiangula: & angulum b/a/c/ angulo e/d/f, atq; a/c/b, ipsi d/f/e/ respondenter coæquari. Ad datam enim rectam lineam d/e, datũmq; illius punctum e, vtriq; æqualium qui ad b/ & e/ sunt angulorũ, æqualis angulus constituatur d/e/g, per vigesimamtertiã primi: & per eandem, ad punctũ d, ipsi angulo b/a/c/

Figuræ compositio.

æqualis rursum constituatur angulus e/d/g. Et quoniam duo anguli a/b/c/& b/a/c/ sunt minores duobus rectis, per decimamseptimam ipsius primi: erunt & ipsi anguli d/e/g/& e/d/g/ binis itidem rectis minores. Conuenient ergo tandem d/g/& e/g/ rectæ in continuum productæ, per quintum postulatum: sit illarũ concursus in puncto g. Triangulum erit itaq; d/e/g: & reliquus angulus qui ad g, reliquo qui ad c/ æqualis, per tertiam communem sententiam, & ipsius trigesimæsecundæ primi corollarium. Aequiangula sunt itaque a/b/c/& d/e/g/ triãgula: & proinde latera ipsorum proportionalia, similisq; rationis erunt quæ æqualibus angulis latera subtenduntur, per quartam huius sexti. Et sicut igitur a/b/ ad b/c, sic d/e/ad e/g. Sicut porrò a/b/ad b/c, sic per hypothesin d/e/ad e/f. Et sicut igitur d/e/ad e/f, sic ipsa d/e/ad e/g: quæ enim eidem sunt eædem rationes, & adinuicem sunt eædem, per vndecimam quinti. Eadem itaque d/e, ad ipsas e/f/& e/g/ eandem habet rationem: æqualis est igitur e/f/ ipsi e/g, per nonam ipsius quinti. His ita præostensis, quoniam æqualis est e/f/ ipsi e/g, vtrique autem cõmunis d/e: binæ itaq; d/e/& e/f/ trianguli d/e/f, duabus d/e/& e/g/ trianguli d/e/g, sunt æquales altera alteri: & æquos adinuicem continent angulos, per constructionem. Basis ergo d/f, basi d/g/ est æqualis, & totum triangulum toti triangulo æquale, reliqui insuper anguli reliquis angulis æquales sub quibus æqualia subtenduntur latera: per quartam primi. Aequalis est igitur angulus e/d/f/ ipsi e/d/g, atq; is qui ad f/ ei qui ad g, æqualis. Sed eidem angulo e/d/g, æqualis est per constructionẽ angulus b/a/c: eidem insuper qui ad g, is qui ad c/ itidem æqualis. quæ autem eidem æqualia & adinuicem sunt æqualia: per primam communem sentẽtiam. Aequus est igitur angulus e/d/f, ipsi b/a/c: necnon &/d/f/e, ipsi angulo a/c/b. Reliquũ porrò angulum d/e/f, reliquo a/b/c, ex hypothesi recepimus æqualem. Aequiangula itaque sunt a/b/c/ & d/e/f/ triangula: & æquales habent angulos, sub quibus eiusdem rationis latera subtenduntur. Ergo si bina triangula: & quæ sequũtur reliqua. Quod demonstrare fuerat operæpretium.

Deductio theorematis.



Resolutio demõstrationis.

| d/e. e/f | a/b. b/c | d/e. e/g. |

Θεώρημα ζ, Πρότασις ζ.

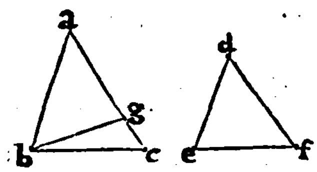
Ἐὰν δύο τρίγωνα μίαν γωνίαν μιᾷ γωνίᾳ ἴσην ἔχῃ, περὶ δὲ τὰς ἄλλας γωνίας, τὰς πλευρὰς ἀνάλογον, τῶν δὲ λοιπῶν ἑκατέραν ἅμα ἤτοι ἐλάσσονα ἢ μὴ ἐλάσσονα ὀρθῆς: ἰσογώνια ἔσται τὰ τρίγωνα, καὶ ἴσας ἕξει τὰς γωνίας, περὶ ἃς ἀνάλογόν εἰσιν αἱ πλευραί.

Theorema 7, Propositio. 7.

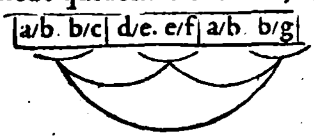
SI bina triãgula vnum angulum vni angulo æqualẽ habuerint, circum autem alios angulos latera proportionalia, reliquorũ verò vtrunq; simul aut minorem aut non minorẽ recto: æquiangula erunt triangula, & æquales habebunt angulos, circum quos proportionalia sunt latera. 7

Prima theorematis siue hypothesis pars.

ORONTIVS. ¶ Sint bina triangula a/b/c/& d/e/f, vnum angulum vni angulo, vtpote eum qui ad a/ ei qui ad d/ æqualem habentia: & circum alios angulos, scilicet a/b/c/& d/e/f/ latera proportionalia, sicut quidem a/b/ad b/c, sic d/e/ad e/f: reliquorũ porrò qui ad c/& f/ sunt angulorum, vterque primùm sit recto minor. Aio a/b/c/& d/e/f/ triangula, fore æquiangula: & angulum a/b/c/ æquũ esse angulo d/e/f, atque reliquum a/c/b/ reliquo d/f/e/ itidem æqualem. In primis enim, vel angulus a/b/c/est æqualis angulo d/e/f,vel eidē inæqualis.Si æqualis fuerit a/b/c/ipsi d/e/f: reliquus a/c/b reliquo d/f/e, per corollarium trigesimæsecundæ primi, & tertiam communem sententiam,erit æqualis.& proinde ipsa triangula a/b/c/& d/e/f/ æquiangula. Quòd si angulus a/b/c,non fuerit æqualis ipsi d/e/f:alter eorum,reliquo maior erit.Esto(si possibile fuerit)a/b/c/angulus,ipso d/e/f/angulo maior. & ad datam rectam lineam a/b,& datum in ea punctum b:ipsi angulo d/e/f/æqualis angulus constituatur a/b/g, per vigesimātertiā primi:producaturq; b/g/in latus a/c.cum enim angulus a/b/c, datus sit maior angulo d/e/f, cadet recta b/g/inter a/b/& b/c/ latera. His ita constructis,quoniam æqualis est angulus qui ad a/ei qui ad d,& qui sub a/b/g/ei qui sub d/e/f/ æqualis: reliquus igitur angulus a/g/b, reliquo d/f/e, per corollarium trigesimæsecundæ primi, & tertiam cōmunem sentētiam erit æqualis. Et proinde a/b/g/triāgulum,ipsi d/e/f/triangulo æquiangulū.Hinc per quartam huius sexti, proportionalia erunt latera quæ æqualibus subtenduntur angulis: sicut quidem d/e/ad e/f,sic a/b/ad b/g. sicut porrò d/e/ad/e/f, sic receptum est a/b/ ad b/c.Et sicut igitur a/b/ad b/c, sic a/b/ad b/g, per vndecimam quinti. Eadem itaque a/b,ad vtranq; ipsarum b/c/& b/g, eandem habet rationem: æqualis erit igitur a/b/ipsi b/g,per nonā ipsius quinti.hinc per quintā primi,angulus b/c/g/angulo b/g/c/erit equalis.Angulus porrò b/c/g, minor recto suppositus est,& b/g/c/propterea angulus recto minor erit. Recta autem b/g, incidēs super latus a/c, efficit a/g/b/& b/g/c/ angulos binis rectis æquales, per decimātertiam primi.Et quoniam b/g/c,recto minor ostēsus est: operæpretium est,a/g/b/angulum,recto fore maiorem.Huic autem ostensus est æqualis d/f/e:& angulus itaq; d/f/e,recto maior erit.Atqui supponitur recto minor: quæ simul impossibilia sunt. Nō est igitur a/b/c/angulus, maior angulo d/e/f.haud dissimiliter ostēdetur,ꝙ neq; minor. Aequalis igitur est angulus a/b/c,ipsi d/e/f. Hinc reliquus qui ad c, reliquo qui ad f/(vti suprà)concludetur æqualis : & triangula consequenter a/b/c, & d/e/f/ inuicem æquiangula.

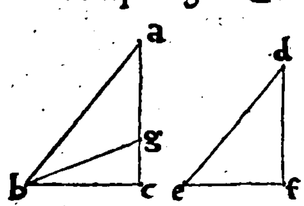


Demōstratio eiusdē primæ partis,ab impossibili.



¶Sed esto simul vterq; eorum qui ad c/& f/ sunt angulorum, non minor recto. Aio rursum triangula a/b/c/ & d/e/f, esse nihilominus æquiangula. Constructis nanq;(veluti suprà)figuræ partibus: haud dissimiliter ostēdemus, b/c/atq; b/g/latera fore inuicem æqualia:& angulū propterea b/c/g, angulo b/g/c/ per quintam primi respondenter coæquari. Et quoniam angulus b/c/g/nō minor est recto:nec eodem recto minor erit angulus b/g/c.Trianguli itaq; b/g/c/duo anguli qui ad basin c/g,binis rectis non erunt minores:cōtra decimamseptimā ipsius primi.Non est igitur a/b/c/angulus,maior angulo d/e/f:neq; eodem angulo minor. Aequalis est propterea angulus a/b/c,ipsi d/e/f:& reliquus a/c/b, reliquo d/f/e/consequenter æqualis , veluti suprà deductum est. Aequiangula sunt igitur a/b/c/ & d/e/f/triangula:& æquales habent angulos,circum quos proportionalia sunt latera. Quod ostendendum receperamus.

Pars secunda theorematis, siue hypothesis differētia.



Θεώρημα η, Πρόθεσις η.

Ἐὰν ἐν ὀρθογωνίῳ τριγώνῳ, ἀπὸ τῆς ὀρθῆς γωνίας ἐπὶ τὴν βάσιν κάθετος ἀχθῇ, τὰ πρὸς τῇ καθέτῳ τρίγωνα ὅμοιά ἐστι τῷ τε ὅλῳ καὶ ἀλλήλοις.

Theorema 8, Propositio 8.

8 SI in triāgulo rectāgulo,ab angulo recto in basin perpēdicularis

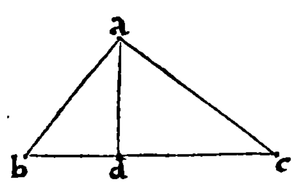
agatur: quæ ad perpendicularem triangula, similia sunt toti, & adinuicem.

ORONTIVS. ¶Esto rectangulum triangulum a/b/c, habens angulũ qui sub b/a/c/rectum:& à dato puncto a, super datam rectam lineam b/c, perpendicularis deducatur a/d, per duodecimam primi. Cadet enim huiuscemodi perpendicularis, intra datum a/b/c/triangulum: ipsumq; in bina diuidet triangula. Si enim incideret extra, producto b/c/latere vsq; ad ipsam perpendicularem, triãgulum efficeretur, cuius exterior angulus minor esset interiore & ex opposito, nempe acutus recto, contra decimamsextam primi. Neq; in alterutrum laterũ aut a/b/ aut a/c/poterit coincidere: duo enim anguli eiusdem trianguli non essent binis rectis minores, contra eiusdem primi decimamseptimam. Cadit igitur intra a/b/c/ triangulũ.

Nota de casu ipsius perpendicularis.

Quòd triangulum a,b,d: simile sit toti a,b,c.

Aio itaq; a/b/d/& a/d/c/triangula, toti a/b/c, atq; inuicem fore similia. ¶In primis ꝙ triangulum a/b/d/simile sit toti a/b/c:in hunc ostenditur modum. Angulus enim a/d/b, æquus est angulo b/a/c, per quartum postulatum, nẽpe rectus recto.& angulus qui ad b, vtriq; triangulo communis. Ergo reliquus a/c/b, reliquo b/a/d, per corollarium trigesimæsecundæ primi, & tertiam communem sententiam est æqualis. Aequiangula sunt itaq; a/b/c/ & a/b/d/ triangula: & proinde quæ circum æquales angulos sunt latera, inuicem proportionalia, per quartam huius sexti.



Sicut igitur b/c/ad c/a, trianguli a/b/c:sic b/a/ad a/d, trianguli a/b/d. sicut præterea c/a/ad a/b, ipsius a/b/c/trianguli:sic a/d/ad d/b, ipsius a/b/d/trianguli. sicut demum c/b/ad b/a, eiusdem trianguli a/b/c:sic a/b/ad b/d, eiusdem trianguli a/b/d. Simile est itaq; triangulum a/b/d, toti a/b/c/triangulo: per primam huius sexti diffinitionem.

Quòd eidem triangulo a,b,c: simile sit a,d,c, triãgulum.

¶Haud dissimili via ostendemus, triangulum a/d/c/ ipsi toti a/b/c/ fore simile. Rectus enim angulus a/d/c, recto b/a/c, per quartum æquatur postulatum. & is qui ad c/est angulus, vtrique rursum triãgulo communis. reliquus ergo d/a/c/angulus, reliquo a/b/c (veluti suprà deduximus) est æqualis. Aequiangula itaq; sunt a/b/c/& a/d/c triangula. Hinc per quartam huius sexti, proportionalia erunt latera quæ circum æquales sunt angulos. sicut quidem b/c/ ad c/a, trianguli a/b/c: sic a/c/ ad c/d, trianguli a/d/c. sicut rursum c/a/ad a/b, ipsius a/b/c/trianguli: sic c/d/ad d/a, ipsius a/d/c/triãguli. sicut præterea c/b/ad b/a, eiusdem trianguli a/b/c: sic c/a/ ad a/d, eiusdem trianguli a/d/c. Simile est igitur a/d/c/ triangulum, toti a/b/c: per eandem primam diffinitionem huius sexti.

Quòd a,b,d, & a,d,c, triangula, sunt adinuicẽ similia

¶Reliquum est, demonstrare ꝙ ipsa a/b/d/& a/d/c/triangula similia sunt adinuicem. Id autem ex supradictis ostensionibus, haud difficilè colligemus. Angulus enim b/a/d, angulo qui ad c/ præostensus est æqualis:& is qui ad b, ipsi d/a/c. reliqui autem sunt recti, vtpote a/d/b/& a/d/c/ anguli:& proinde æquales adinuicem, per idem quartum postulatum. Aequiangulum est itaq; a/b/d/ triangulum, ipsi triangulo a/d/c. Et sicut igitur a/c/ad c/d, sic b/a/ad/a/d. sicut præterea c/d/ad d/a, sic a/d/ad d/b. sicut demũ c/a/ad a/d, sic a/b/ ad b/d. Proportionalia nanq; sunt latera, quæ circum æquales angulos: per sæpius allegatam quartam huius sexti. Triangula itaq; a/b/d/& a/d/c, similia sunt adinuicem: per eandem primam huius sexti diffinitionem. Si in rectangulo igitur triangulo, ab angulo recto:&c. vt in theoremate. Quod oportuit demonstrasse.

Corollarium.

¶Et quoniam ostẽsum est sicut c/d/ad d/a, sic a/d/ad d/b: sicut insuper c/b/ad b/a, sic a/b/ad b/d: sicútque b/c/ad c/a, sic a/c/ad c/d. Proinde manifestum est, quòd in triangulo rectangulo deducta ex angulo recto in basin perpendicularis, est media proportionalis inter ipsius basis segmenta: & vnumquodq; prӕterea laterũ rectum continentium angulum, medium itidem proportionale est inter basin & segmentum, quod cum ipso congreditur latere.

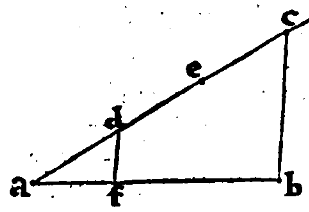
Πρόβλημα α, Πρότασις θ.

Τῆς δοθείσης εὐθείας, τὸ προσταχθὲν μέρος ἀφελεῖν.

Problema 1, *Propositio* 9.

9 DAta recta linea, ordinatam partem abscindere.

ORONTIVS. ¶Ordinatam partem hic vocat Euclides, quӕ ab ordinato aliquo denominatur numero, & quota pars integrӕ magnitudinis ab ipsis nuncupatur arithmeticis: vti secunda siue dimidia pars quӕ à binario, tertia quӕ à ternario, & quarta quӕ ab ipso quaternario numero denominatur. Sit igitur data linea recta a/b: à qua sit operӕpretium ordinatam aliquam, vtpote tertiam abscindere partem. A dato itaq; puncto a, recta quӕdam linea producatur a/c, contingentem qui sub b/a/c/ cum eadem efficiens angulum. Ipsius porrò a/c, liberum aliquod punctũ versus a/suscipiatur: sitq; illud d. Secentur deinde ipsi a/d/ӕquales d/e/ & e/c, per tertiam primi: & connectatur recta b/c, per primum postulatum. Tandem per punctũ d, ipsi b/c/parallela ducatur d/f, per trigesimamprimam eiusdem primi. Triangulum est itaq; a/c/b, & ad latus c/b/ acta est parallela d/f: secat igitur d/f/ ipsius trianguli latera proportionaliter, per secundam huius sexti, sicut quidem c/d/ad d/a, sic b/f/ad f/a. Et à composita igitur ratione, sicut c/a/ ad a/d, sic b/a/ad a/f: per decimãoctauam quinti. Tripla est autem c/a/ ipsius a/d: & b/a/igitur ipsius a/f/itidẽ erit tripla, & proinde a/f/ tertia pars ipsius a/ b. Data itaque recta linea a/b, ordinatam partem (nempe tertiam) abscidimus. Quod facere oportebat.



Ordinata pars quid.

Exequutio problematis.

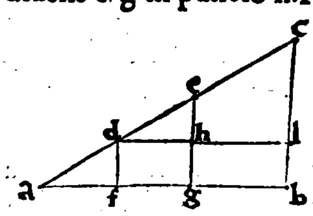
Πρόβλημα β, Πρότασις ι.

Τὴν δοθεῖσαν εὐθεῖαν ἄτμητον, τῇ δοθείσῃ εὐθείᾳ τετμημένῃ ὁμοίως τεμεῖν.

Problema 2, *Propositio* 10.

10 DAtam rectam lineam non sectam, datӕ rectӕ lineӕ sectӕ similiter secare.

ORONTIVS. ¶Sit rursum a/b/data & insecta linea recta, a/c/verò vtcunq; secta in punctis d/& e. Cõponantur autẽ a/b/& a/c/datӕ rectӕ lineӕ, ad contingentẽ angulum qui sub b/a/c: & connectatur recta b/c, per primum postulatum. Per puncta consequenter d/& e, ipsi b/c, parallelӕ ducantur rectӕ lineӕ d/f/& e/g: itidem & per punctum d, ipsi a/b/parallela ducatur d/h/l, per trigesimamprimam primi, diuidens e/g/in puncto h. Parallelogrãma sunt itaq; d/g/& h/b. ӕqualis est propterea f/g/ipsi d/h, & g/b/ipsi h/l: per trigesimamquartã ipsius primi. His ita prӕmissis, quoniam trianguli a/e/g, ad latus e/g/acta est parallela d/f: secat igitur d/f/ipsius trianguli latera proportionaliter, per secundam huius sexti. Et sicut igitur a/d/ ad d/e, sic a/f/ad f/g. Insuper quoniã trianguli d/c/l, ad latus c/l/acta est parallela e/h: fit rursum per eandem quartam huius sexti, sicut d/e/ad e/c, sic d/h/ad h/l. Ipsi verò d/h/ ӕqualis ostensa est f/g, atque ipsi h/l/ӕqualis g/b. Aequales porrò ad easdem, eãdem habent rationem, & eӕdem ad ӕquales: per septimã quinti. Sicut itaq; d/e/ad e/c, sic f/g/ad g/b. Prӕostensum est autem, sicut a/d/ad d/e, sic a/f/ad f/g. Et



Problematis ostensio.

ſicut igitur a/d/ad d/e,ſic a/f/ad f/g:ſicútq; d/e/ad e/c,ſic f/g/ad g/b. Data ergo recta linea inſecta a/b,datæ rectæ lineæ vtcunq; ſectæ a/c,ſimiliter ſecatur. Quod faciendum receperamus.

Πρόβλημα γ, Πρόθεσις ια.

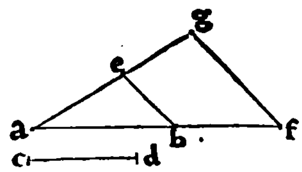
ΔΥο δοθεισῶν εὐθειῶν, τρίτην ἀνάλογον προσευρεῖν.

Problema 3, Propoſitio 11.

DVabus datis rectis lineis, tertiam proportionalem inuenire. 11

Conſtructio figuræ.

ORONTIVS. ¶Sint datæ binæ rectæ lineæ a/b/& c/d,quibus tertiam oporteat inuenire proportionalem. Ad datum itaque punctum a,datæ rectæ lineæ c/d/ æqualis recta linea ponatur a/e, per ſecũdam primi,contingentem qui ſub e/a/b/ efficiens angulum. Et ipſis a/b/& a/e/in continuum rectúmq; ad f/& g/puncta productis: vtriq; ipſarũ c/d/ & a/e/ æqualis abſcindatur b/f, per tertiam ipſius primi:cõnectatúrq; recta b/e,per primum poſtulatum. Per trigeſimam deinde primã eiuſdẽ primi:per datũ punctũ f, ipſi b/e/ parallela ducatur f/g, conueniens cum a/e/ad punctũ g. Conuenient enim tandem per quintum poſtulatũ: propterea quod anguli e/a/b/ & a/b/e/trianguli a/e/b, ſunt per decimamſeptimam primi binis rectis minores, & ipſi angulo a/b/e/interior,& ad eaſdem partes qui ad f/ per vigeſimamnonam ipſius primi æqualis.



Demõſtratio problematis.

His ita conſtructis, quoniam trianguli a/g/f/ ad latus f/g/ acta eſt parallela b/e:ſecat igitur b/e/ipſius a/g/f/trianguli latera proportionaliter, per quartam huius ſexti,ſicut quidem a/b/ad b/f,ſic a/e/ad e/g. Aequalis porrò eſt c/d/vtriq; ipſarum a/e/& b/f/per conſtructionem : & æquales ad eandem, eandem habent rationem,& eadem ad æquales,per ſeptimam quinti. Et ſicut igitur a/b/ad c/d,ſic eadem c/d/ad e/g. Datis itaq; binis rectis lineis a/b/& c/d,tertia proportionalis inuenta eſt e/g. Quod oportuit feciſſe.

Πρόβλημα δ, Πρόθεσις ιβ.

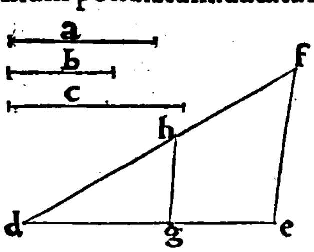
ΤΡιῶν δοθεισῶν εὐθειῶν, τετάρτην ἀνάλογον προσευρεῖν.

Problema 4, Propoſitio 12.

TRibus datis rectis lineis, quartam proportionalem inuenire. 12

Figuræ præparatio.

ORONTIVS. ¶Sint datæ tres lineæ rectæ a,b,c,quibus oporteat quartam inuenire proportionalem. Cõſtituantur itaq; binæ quædam rectæ lineæ d/e/atq; d/f, contingentem qui ſub e/d/f/angulum efficientes. Secetúrq; per tertiam primi ipſi a/æqualis d/g,ipſi verò b/æqualis g/e,& ipſi c/æqualis d/h. Et connexa g/h,per primum poſtulatum:ducatur e/f/ ipſi g/h/parallela, per trigeſimamprimã ipſius primi. Per ſecundum tandem poſtulatum ipſæ d/h/& e/f/ in continuum rectumq́;, producantur:donec conueniant ad punctum f. Concurrent enim tãdem:quemadmodũm ex præcedenti potes elicere demonſtratione.



Demõſtrationis reſolutio.

His in hũc modum præparatis,quoniam triangulum eſt d/f/e,& ad latus e/f/acta eſt parallela g/h: proportionalia itaq; ſunt reliquorum laterum ſegmẽta, per quartam huius ſexti, ſicut d/g/ad g/e,ſic d/h/ad h/f. Ipſi porrò d/g/æqualis eſt a,& b/ipſi g/e, atq; c/ ipſi d/h/æqualis,per conſtructionem. Aequales autem ad eandem, eandem habent rationem,& eadem ad æquales,per ſeptimã quinti. Et ſicut igitur a/ad b, ſic c/ad h/f.

Tribus itaq; rectis lineis datis, a, b, c, quartam inuenimus proportionalē h/f. Quod faciendum fuerat.

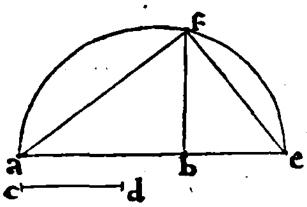
Πρόβλημα ε, Πρόθεσις ιγ.

Δύο δοθεισῶν εὐθειῶν, μέσην ἀνάλογον προσευρεῖν.

Problema 5, Propositio 13.

13 DVabus datis rectis lineis, mediam proportionalem inuenire.

ORONTIVS. ¶Sint datæ binæ rectæ lineæ a/b/ & c/d, inter quas receptū sit mediam inuenire proportionalem. Producatur ergo altera earū, vtpote a/b/ in rectum & continuū versus e, per secūdum postulatū: & abscindatur b/e/ ipsi c/d/ æqualis, per tertiam primi. Et diuisa a/e/ bifariam, per decimā ipsius primi: describatur ad alterutrius partis interuallum semicirculus a/f/e, per tertium postulatum. A puncto deniq; b, perpendicularis excitetur b/f, per vndecimam primi: & connectantur a/f/ & f/e/ lineæ rectæ, per primū postulatum. His ita constructis, quoniam triāguli a/f/e/ angulus qui ad f/ est in semicirculo: is propterea rectus est, per trigesimāprimam tertij. Rectāgulum est itaq; a/f/e/ triangulum, & ab angulo recto qui ad f/ in basin a/e/ perpēdicularis demittitur f/b. Est igitur ipsa perpēdicularis f/b/ media proportionalis inter a/b/ & b/e/ ipsius basis segmenta, per primam partem corollarij octauæ huius sexti. Est igitur vt a/b/ ad b/f, sic b/f/ ad b/e. Ipsi porrò b/e/ æqualis est c/d, per constructionem: & æquales ad eādem, eandem habēt rationem, & eadem ad æquales, per septimam quinti. Et sicut igitur a/b/ ad b/f, sic b/f/ ad/c/d. Binis itaq; rectis lineis datis, a/b/ & c/d, media proportionalis inuenta est b/f. Quod oportebat facere.



Constructio figuræ.

Sūmaria problematis ostēsio.

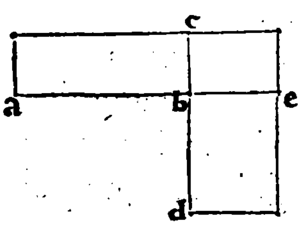
Θεώρημα θ, Πρόθεσις ιδ.

Τῶν ἴσων τε καὶ μίαν μιᾷ ἴσην ἐχόντων γωνίαν παραλληλογράμμων, ἀντιπεπόνθασιν αἱ πλευραὶ αἱ περὶ τὰς ἴσας γωνίας: καὶ ὧν παραλληλογράμμων μίαν μιᾷ ἴσην ἐχόντων γωνίαν, ἀντιπεπόνθασιν αἱ πλευραὶ αἱ περὶ τὰς ἴσας γωνίας, ἴσα ἐστὶν ἐκεῖνα.

Theorema 9, Propositio 14.

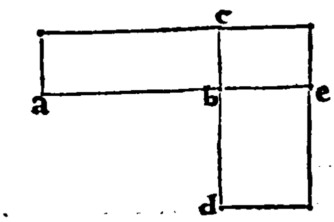
14 AEqualium & vnum vni æqualem habētium angulum parallelogrammorum: reciproca sunt latera, quæ circum æquales angulos. Et quorum parallelogrammorum vnum angulum vni angulo æqualem habentium, reciproca sunt latera, quæ circum æquales angulos: ea quoque sunt æqualia.

ORONTIVS. ¶Sint bina parallelogramma inuicem æqualia, a/b/c/ & d/b/e, angulum qui sub a/b/ & b/c, ei qui sub d/b/ & b/e/ continetur æqualē habentia. Dico quòd ipsorum parallelogrammorum a/b/c/ & d/b/e/ reciproca sunt latera, quæ circum æquales angulos: sicut quidem a/b/ ad b/e, sic d/b/ ad b/c. Constituantur enim a/b/ & b/e/ latera in directum: hoc autem fiet, cūm anguli a/b/c/ & c/b/e/ fuerint æquales duobus rectis, per decimamquartam primi. In directum quoq; tunc erit d/b/ ipsi b/c, per eandem propositionem: anguli enim d/b/e/ & e/b/c, binis itidem rectis, per primam & secundam communē sententiam, erunt æquales. Compleatur tandem c/b/e/ parallelogrammum: productis in continuum



Pars prima theorematis.

Eiuſdem primæ partis oſtenſio.



rectũmq; datorum parallelogrammorũ lateribus, per ſecundum poſtulatũ. Cùm igitur a/b/c/parallelogrammũ, æquale ſit per hypotheſin ipſi d/b/e/parallelogrãmo, & c/b/e/ aliud quoddam vtrique comparabile parallelogrammum: erit proinde vt a/b/c/ parallelogrammum, ad parallelogrammum c/b/e, ſic parallelogrammum d/b/e/ ad idem c/b/e/ parallelogrammũ. Aequales enim magnitudines ad eandem magnitudinem, eandem habent rationem, per ſeptimam quinti. Sicut porrò a/b/c/ parallelogrammũ, ad parallelogrammũ c/b/e, ſic per primã huius ſexti, baſis a/b/ ad baſin b/e. ſub eadẽ enim ſunt altitudine ipſa

|a/b. b/e|a/b/c. c/b/e|d/b/e. c/b/e|

a/b/c/ & c/b/e/ parallelogramma. Et ſicut igitur baſis a/b/ ad baſin b/e, ſic per vndecimam quinti, d/b/e/parallelogrammum, ad parallelogrammum c/b/e. Sicut rurſum per eandem primam huius ſexti, d/b/e/parallelogrammum, ad ipſum parallelogrammum c/b/e, ſic baſis d/b/ ad baſin b/c.

|a/b. b/e| d/b/e. c/b/e| d/b. b/c|

Et ſicut igitur per ipſam vndecimam quinti a/b/ad b/e, ſic d/b/ ad b/c. Datorum itaque parallelogrammorum a/b/c/& d/b/e, reciproca ſunt latera quæ circum æquales angulos: per ſecundam huius ſexti diffinitionem.

Secunda pars theorematis, conuerſa primæ.

¶Sed eſto vt qui ad b/ ſunt anguli æquales ſint adinuicem, & circũ eoſdem æquales angulos latera reciprocè proportionalia, ſicut a/b/ad b/e, ſic d/b/ad/b/c. Aio verſa vice, ꝙ a/b/c/parallelogrammum æquum eſt ipſi d/b/e/parallelogrammo. Receptum eſt enim ex hypotheſi, vt a/b/ad b/e, ſic d/b/ ad b/c. Sed ſicut a/b/ ad b/e/ ſic

|a/b/c. c/b/e| a/b. b/e | d/b. b/c|

per primam huius ſexti, parallelogrammum a/b/c/ ad c/b/e/parallelogrammum. Et ſicut igitur a/b/c/parallelogrammũ, ad parallelogrammum c/b/e, ſic per vndecimam quinti d/b/ ad b/c. Sicut rurſum d/b/ ad

|a/b/c. c/b/e|d/b. b/c|d/b/e. c/b/e|

b/c, ſic per eandem primam huius ſexti, parallelogrammum d/b/e/ad c/b/e/parallelogrammum. Et ſicut igitur per ipſam vndecimam quinti a/b/c/ parallelogrammum, ad c/b/e/ parallelogrãmum, ſic parallelogrammũ d/b/e/ ad idẽ c/b/e/ parallelogrammũ. Vtrunq; igitur a/b/c/& d/b/e/ parallelogrãmum, ad idem parallelogrammũ c/b/e/ habet eandẽ rationem. æquũ eſt itaq; a/b/c/parallelogrammũ ipſi d/b/e/ parallelogrãmo, per nonã ipſius quinti. Aequaliũ igitur & vnum vni æqualem habẽtium angulum parallelogrammorum: & quæ ſequuntur reliqua. Quod oſtendendum fuerat.

Θεώρημα ι, Πρόθεσις ιε.

Τῶν ἴσων καὶ μίαν μιᾷ ἴσην ἐχόντων γωνίαν τριγώνων, ἀντιπεπόνθασιν αἱ πλευραὶ αἱ περὶ τὰς ἴσας γωνίας: καὶ ὧν μίαν μιᾷ ἴσην ἐχόντων γωνίαν ἀντιπεπόνθασιν αἱ πλευραὶ αἱ περὶ τὰς ἴσας γωνίας, ἴσα ἐστὶν ἐκεῖνα.

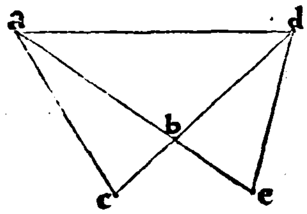
Theorema 10, Propoſitio 15.

Aequalium & vnũ vni æqualem habentium angulum triangu- 15
lorum: reciproca ſunt latera, quæ circum æquales angulos. Et quorum vnum vni angulum æqualem habentium triangulorum reciproca ſunt latera, quæ circum æquales angulos: ea quoq; ſunt æqualia.

Prima theorematis pars.

ORONTIVS. ¶Sint bina triangula a/b/c/& d/b/e, angulum qui ſub a/b/ &

b/c,ei qui ſub d/b/& b/e/continetur æqualem habentia. Dico latera ipſorum a/b/c/ & d/b/e/ triangulorum, quæ circum eoſdem æquales ſunt angulos, fore reciprocè proportionalia: ſicut quidem a/b/ad b/e, ſic d/b/ad b/c. Collocentur enim a/b/ & b/e/latera in directum, & d/b/ ipſi b/c: quemadmodum præcedenti demonſtratione, ex decimaquarta primi, de parallelogrammorũ deductum eſt lateribus. Connectatur demũ recta a/d, per primum poſtulatum. Et quoniam per hypotheſin, æquũ eſt a/b/c/triangulum, ipſi triangulo d/b/e: & a/b/d/aliud quoddam vtriq; comparabile triangulum. Et ſicut igitur a/b/d/triangulum ad triangulum a/b/c, ſic idem triãgulum a/b/d/ ad triangulum d/b/e: eadem enim magnitudo, ad æquales eandem habet rationem, per ſeptimam quinti. Sicut porrò triangulum a/b/d/ad triangulum d/b/e, ſic per primam huius ſexti, a/b/ad b/e. Et ſicut igitur per vndecimam quinti, a/b/ad b/e, ſic a/b/d/ triangulum ad triangulum a/b/c.



| a/b/d.a/b/c | a/b/d. d/b/e | a/b. b/e |

Rurſum vt triãgulum a/b/d/ ad triangulum a/b/c, ſic per eandem primam huius ſexti, d/b/ad b/c. Ergo ſicut a/b/ad b/e, ſic d/b/ad b/c, per ipſam vndecimam quinti. triangulorũ itaq; a/b/c/& d/b/e, latera quæ circũ æquales angulos reciprocè ſunt proportionalia: per ſecundã huius ſexti diffinitionem.

| a/b. b/e | a/b/d. a/b/c | d/b. b/c |

¶ Sed receptum ſit angulos qui ad b/fore inuicem æquales, & quæ circum eoſdem æquales angulos latera reciprocè proportionalia: ſicut a/b/ad b/e, ſic d/b/ad b/c. Aio ꝙ a/b/c/triangulum, æquum eſt ipſi d/b/e/triangulo. Eſt enim ex hypotheſi ſicut a/b/ad b/e, ſic d/b/ad b/c. Sed ſicut a/b/ad b/e, ſic a/b/d/ triangulum ad triangulũ d/b/e: per primam huius ſexti. Et ſicut igitur d/b/ad b/c, ſic per vndecimam quinti, a/b/d/triangulum ad triangulum d/b/e. Sicut rurſum d/b/ad b/c, ſic triangulum a/b/d/ad triangulum a/b/c, per ſæpius allegatam primã huius ſexti. Et proinde ſicut a/b/d/ triangulum ad triangulum a/b/c, ſic per vndecimam ipſius quinti, idem a/b/d/triangulum ad triangulum d/b/e. Ad quas porrò magnitudines, eadẽ magnitudo eandem habet rationem: ipſæ per nonam eiuſdem quinti, ſunt æquales. Aequum eſt igitur a/b/c/triangulum, ipſi triangulo d/b/e. Aequalium itaq; & vnũ vni æqualẽ habentiũ angulũ: &c. vt in theoremate. Quod oportebat demonſtrare.

Pars ſecunda conuerſa primæ.

| a/b/d. d/b/e | a/b. b/e | d/b. b/c |

| a/b/d. a/b/c | d/b. b/c | a/b/d. d/b/e |

Θεώρημα ια, Πρότασις ις.

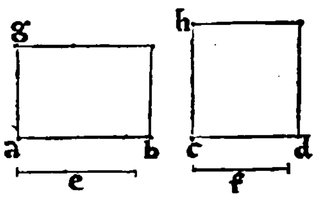
Ἐὰν τέσσαρες εὐθεῖαι ἀνάλογον ὦσι, τὸ ὑπὸ τῶν ἄκρων περιεχόμενον ὀρθογώνιον, ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν μέσων περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ. καὶ ἐὰν τὸ ὑπὸ τῶν ἄκρων περιεχόμενον ὀρθογώνιον, ἴσον ᾖ τῷ ὑπὸ τῶν μέσων περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ, αἱ τέσσαρες εὐθεῖαι, ἀνάλογον ἔσονται.

Theorema 11, *Propoſitio* 16.

16 SI quatuor rectæ lineæ proportionales fuerint: quod ſub extremis comprehenſum rectangulum, æquum eſt ei, quod ſub medijs continetur rectangulo. Et ſi ſub extremis comprehenſum rectangulum, æquum fuerit ei, quod ſub medijs continetur rectangulo: quatuor rectæ lineæ proportionales erunt.

ORONTIVS. ¶ Sint datæ quatuor rectæ lineæ diſcontinuè proportionales

Primæ partis demõſtratio. a/b,c/d,e,& f:ſicut a/b/ad c/d,ſic e/ad f. Aio ꝙ ſub extremis a/b/& f/comprehenſum rectangulum,æquum eſt ei quod ſub medijs c/d/& e/rectangulo continetur. A datis enim punctis a/& c/datarum linearum a/b/ & c/d, perpendiculares excitentur a/g/& c/h,per vndecimam primi: ſecetúrq; a/g/ æqualis ipſi f,& c/h/ æqualis ipſi e, per tertiam ipſius primi propoſitionem. & ductis vtrinq; parallelis, per trigeſimã eiuſdem primi,compleantur g/b/& h/d/parallelogramma. Et quoniam receptum eſt vt a/b/ad c/d,ſic e/ad f.Ipſi porrò e/æqualis eſt c/h,& ipſi f/æqualis a/g,per conſtructionem:& æquales ad eandem,eandem habent rationem,per ſeptimam quinti.



Eſt igitur vt a/b/ad c/d, ſic c/h/ad a/g. Parallelogrãmorum itaq; g/b/& h/d,latera quæ circum æquales(vtpote rectos qui ad a/& c)ſunt angulos,reciprocè ſunt proportionalia.Aequum eſt proinde g/b/ parallelogrammum ipſi h/d/parallelogrammo, per ſecundam partem decimæquartæ propoſitionis huius ſexti. Eſt autẽ g/ b/ parallelogrammũ id quod ſub a/b/& f,parallelogrãmum verò h/d/id quod ſub c/d/& e/continetur rectangulum:æqualis eſt enim c/h/ipſi e,& a/g/ipſi f, per cõſtructionem.Comprehenſum itaq; ſub extremis a/b/& f/rectangulum, ei quod ſub medijs c/d/& e/continetur rectangulo,eſt æquale.

Secundæ partis conuerſæ prioris,oſtenſio. ¶Eſto nunc vt ipſum g/b/ ſub extremis comprehenſum rectangulum,æquum ſit h/d/rectangulo,quod ſub medijs c/d/& e/continetur.Dico verſa vice, quatuor ipſas rectas lineas fore inuicem proportionales. Eadem nanque manente conſtructione, quoniam g/b/ eſt id quod ſub a/b/ & a/g,ipſum verò h/d/id quod ſub c/d/& c/h/continetur rectangulum,per primã diffinitionẽ ſecundi: & e/ipſi c/h, atq; f/ipſi a/g, per conſtructionem æqualis. Eſt itaq; g/b/id quod ſub a/b/& f, necnon & h/d/ id quod ſub c/d/& e/comprehenditur rectangulum.Sed id quod ſub a/b/& f/cõprehenditur rectangulum,æquum eſt ei per hypotheſin quod ſub c/d/& e/continetur rectangulo.Aequũ eſt igitur g/b/rectangulum,ipſi rectãgulo h/d:& angulus qui ad a/angulo qui ad c/æqualis,per quartũ poſtulatũ,nempe rectus recto. Aequalium porrò & vnum vni æqualem habẽtium angulum parallelogrammorũ,reciproca ſunt latera quæ circum æquales angulos, per primam partem ipſius decimæquartæ huius ſexti.Et ſicut igitur a/b/ad c/d,ſic c/h/ad a/g.Ipſi porrò c/h/æqualis eſt e,& f/ipſi a/g,per ipſam conſtructionẽ: æquales præterea ad eandem,eandem habent rationem,& eadem ad æquales,per ſeptimam quinti.Eſt igitur vt a/b/ad c/d,ſic e/ad f. Si quatuor itaque rectæ lineæ proportionales fuerint:& quæ ſequuntur reliqua. Quod erat oſtendendum.

Θεώρημα ιβ, Πρόθεσις ιζ.

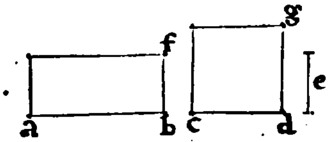
Ἐὰν τρεῖς εὐθεῖαι ἀνάλογον ὦσι, τὸ ὑπὸ τῶν ἄκρων περιεχόμενον ὀρθογώνιον, ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς μέσης τετραγώνῳ. καὶ ἐὰν τὸ ὑπὸ τῶν ἄκρων περιεχόμενον ὀρθογώνιον, ἴσον ᾖ τῷ ἀπὸ τῆς μέσης τετραγώνῳ, αἱ τρεῖς εὐθεῖαι ἀνάλογον ἔσονται.

Theorema 12, Propoſitio 17.

SI tres rectæ lineæ proportionales fuerint: quod ſub extremis comprehenſum rectangulũ,æquũ eſt ei quod à media fit quadrato. Et ſi quod ſub extremis continetur rectangulum,æquum fuerit ei quod à media fit quadrato: ipſæ tres rectæ lineæ proportionales erunt. 17

ORONTIVS. ¶Sint tres rectæ lineæ continuè proportionales a/b, c/d, & e:

Pars prima theorematis. ſicut a/b/ad c/d,ſic c/d/ad e. Dico quòd ſub a/b/& e/comprehenſum rectangulum, æquum eſt ei quod à media c/d/fit quadrato. Deſcribatur enim ex a/b/& b/f/quæ ſit æqualis ipſi e, rectangulum a/f, per vndecimam, & tertiam, atq; trigeſimāprimā primi: ex c/d/verò, quadratum c/g, per ipſius primi quadrageſimamſextam. Aequalis erit igitur d/g, ipſi c/d, per ipſius quadrati diffinitionem: & æquales ad eandem, eandem habent ationē, per ſeptimam quinti. Sicut igitur a/b/ ad c/d, ſic d/g/ ad e.



Quatuor itaque rectæ lineæ a/b, c/d, d/g, & e, ſunt diſcōtinuè proportionales. Cōprehenſum ergo ſub extremis rectangulum, æquum eſt ei quod ſub medijs rectangulo cōtinetur: per primam partem antecedentis decimæſextæ propoſitionis. Sed rectangulū a/f, eſt id quod ſub a/b/ & e, nam a/f/ eſt æqualis ipſi e, per conſtructionem: rectangulum autem c/g, id quod ex c/d/ quadratum. Quod igitur ſub extremis a/b/ & e/ comprehēditur rectāgulum, æquū eſt ei quod à media c/d/ fit quadrato. ¶ Sed detur vt id quod ſub a/b/ & e/ continetur rectangulum, æquū ſit ei quod ex c/d/ fit quadrato. Aio reſpondenter, fore ſicut a/b/ ad c/d, ſic c/d/ ad e. Eiſdem nanq; veluti ſuprà conſtructis: quoniā id quod ſub a/b/ & e/ continetur rectangulum, æquū eſt ei per hypotheſin quod ex c/d/ fit quadrato. Sed ei quod ſub a/b/ & e/ continetur rectangulo, æquum eſt rectangulum a/f, (æqualis ſiquidem eſt b/f/ ipſi e, per conſtructionem) & c/g, id quod ex c/d/ fit quadratum. Aequum eſt igitur a/f/ rectangulum ipſi quadrato c/g. Quadratum porrò c/g/ ſub duabus rectis lineis c/d/ & d/g, per primam diffinitionem ſecūdi cōtinetur. Quatuor itaque ſunt rectæ lineæ a/b, c/d, d/g, & b/f: & quod ſub extremis a/b/ & b/f/ rectangulum continetur, æquum eſt ei quod ſub medijs c/d/ & d/g/ comprehenditur rectangulo. Proportionales itaque ſunt eædem quatuor rectæ lineæ, per ſecūdam partem ipſius antecedentis decimæſextæ propoſitionis: ſicut a/b/ ad c/d, ſic d/g/ ad b/f. Sed e/ ipſi b/f/ per conſtructionem eſt æqualis: & c/d/ ipſi d/g, per quadrati diffinitionem. æquales porrò ad eandem, eandem habent rationem, & eædem ad æquales, per ſeptimam quinti. Eſt igitur vt a/b/ ad c/d, ſic eadem c/d/ ad e. Si tres itaq; rectæ lineæ proportionales fuerint: &c. vt in theoremate. Quod demonſtrandum receperamus. Secūda pars conuerſa primæ.

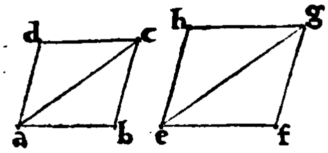
Πρόβλημα ϛ, Πρόθεσις ιη.

Ἀπὸ τῆς δοθείσης εὐθείας, τῷ δοθέντι εὐθυγράμμῳ ὅμοιόν τε καὶ ὁμοίως κείμενον εὐθύγραμμον ἀναγράψαι.

Problema 6, Propoſitio 18.

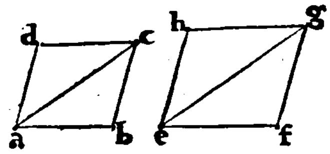
18 A Data recta linea: dato rectilineo ſimile, ſimilitérq; poſitum rectilineum deſcribere.

ORONTIVS. ¶ Sit datum rectilineū a/b/c/d, data verò linea recta e/f, ex qua, vel ſuper quam, oporteat ipſi a/b/c/d/ rectilineo ſimile ſimilitérque poſitum deſcribere rectilineum. Connectatur itaq; a/c/ recta, per primum poſtulatum. & ad datam rectam lineam e/f, & data illius puncta e/ & f, datis angulis c/a/b/ & a/b/c, æquales per vigeſimātertiam primi conſtituātur anguli, g/e/f/ quidē ipſi c/a/b, & e/f/g/ ipſi a/b/c. Et quoniā anguli c/a/b/ & a/b/c, per decimāſeptimā primi, ſunt minores duobus rectis: & ipſi quoq; anguli g/e/f/ & e/f/g, binis itidem rectis ſunt minores. concurrent ergo tandem e/g/ & f/g/ in continuum rectúmq; productæ, per quintum poſtulatum: cōueniant itaq; ad punctū g. Reliquus igitur angulus e/g/f, reliquo a/c/b, per corollarium trigeſimæſecundæ primi, & tertiam cōmunem ſententiam erit æqualis. Aequiangulum eſt propterea e/f/g/ triāgulum, ipſi a/b/c/ triangulo. Ad datam rurſum lineam rectam e/ g, & data illius puncta e/ & g: datis angulis d/a/c/ & a/c/d, æquales anguli per eandem Deſcriptio propoſiti rectilinei.

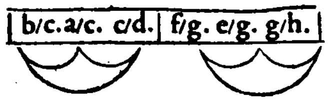


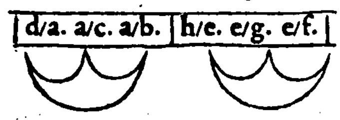
vigesimamtertiam primi constituãtur, h/e/g/ quidem ipsi d/a/c, & e/g/h/ ipsi a/c/d. & producãtur e/h/ & g/h, per secundum postulatum: donec (veluti priores) congrediantur ad punctum h. Erit itaq; reliquus angulus qui ad h, reliquo qui ad d/ consequenter æqualis: & proinde e/g/h/ triangulum, ipsi a/c/d/ triangulo æquiangulum.

Problematis ostensiua resolutio.



Aequiangulum insuper est e/f/g/ triangulum, ipsi triangulo a/b/c. Aequiangulorum porrò triangulorum proportionalia sunt latera, quæ circũ æquales angulos, per quartam huius sexti. Est igitur vt a/b/ ad b/c, sic e/f/ ad f/g. sicut insuper b/c/ ad a/c, sic f/g/ ad e/g. sicut præterea a/c/ ad c/d, sic e/g/ ad g/h. Et ex æquali igitur, per vigesimamsecundam quinti, sicut b/c/ ad c/d, sic f/g/ ad g/h. Rursum est sicut c/d/ ad d/a, sic g/h/ ad h/e. Et sicut d/a/ ad a/c, sic h/e/ ad e/g. sicútq; a/c/ ad a/b, sic e/g/ ad e/f. Et ex æquali rursum, per eandem vigesimamsecundam quinti, sicut d/a/ ad a/b, sic h/e/ ad e/f. Et quoniam angulus g/e/f, angulo c/a/b/ est æqualis: & h/e/g/ ipsi d/a/c: totus propterea angulus h/e/f, toti d/a/b, per secundam cõmunem sententiã æqualis est. Et proinde totus f/g/h, toti b/c/d/ respondenter æqualis. Angulus porrò qui ad f, angulo qui ad b: & reliquus qui ad h, reliquo qui ad d/ æqualis ostensus est.





Aequiangulum est itaque e/f/g/h/ rectilineum, ipsi rectilineo a/b/c/d. Patuit, quòd & latera quæ circũ æquales sunt angulos, cum eodem habet proportionalia: sicut a/b/ ad b/c, sic e/f/ ad f/g: sicut item b/c/ ad c/d, sic f/g/ ad g/h: & sicut c/d/ ad d/a, sic g/h/ ad h/e: sicut denique d/a/ ad a/b, sic h/e/ ad e/f. Simile est itaq; rectilineum e/f/g/h, ipsi rectilineo a/b/c/d, atq; similiter positũ: per primã huius sexti diffinitionem. Super data igitur recta linea e/f, dato rectilineo a/b/c/d, simile similitérq; positum rectilineum descriptũ est e/f/g/h. Quod fecisse oportuit.

Θεώρημα ιγ, Πρότασις ιθ.

Τὰ ὅμοια τρίγωνα, πρὸς ἄλληλα ἐν διπλασίονι λόγῳ ἐστὶ τῶν ὁμολόγων πλευρῶν.

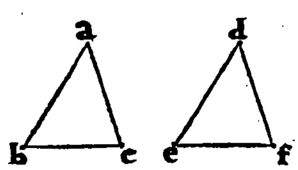
Theorema 13, *Propositio* 19.

Similia triangula: adinuicem in dupla sunt ratione laterum similis rationis. 19

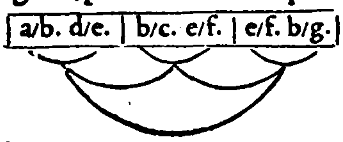
ORONTIVS. ¶Sint bina & similia, hoc est æquiangula & proportionalium laterum triangula, a/b/c/ & d/e/f: habentia angulum qui ad b/ æqualem angulo qui ad e, & sicut a/b/ ad b/c, sic d/e/ ad e/f. Dico triangulum a/b/c/ ad triangulum d/e/f/ duplicem habere rationem, quam latus b/c/ ad latus e/f: seu quòd ratio ipsius a/b/c/ trianguli ad triangulum d/e/f, ex lateris b/c/ ad latus e/f/ duplata ratione cõsurgit.

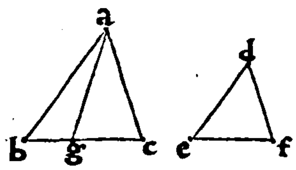
Prima ostensionis differẽtia.

In primis itaq; aut b/c/ est æqualis ipsi e/f, aut inæqualis. Si æqualis: erit sicut a/b/ ad e/f, sic d/e/ ad b/c. æquales enim ad eandem, eandem habent rationem, & eadem ad æquales, per septimam quinti. Et proinde triangula a/b/c/ & d/e/f, habebũt vnũ angulum vni angulo æqualem: & quæ circũ æquales angulos latera reciprocè proportionalia. Aequum erit itaque triangulum a/b/c/ ipsi triangulo d/e/f, per secundam partẽ decimæquintæ huius sexti: sicuti & basis b/c, basi e/f. Atqui ratio æqualitatis eorundem triangulorum, ex ipsa ratione æqualitatis laterũ b/c/ & e/f/ duplicata, aut quouis alio modo multiplicata cõsurgit. Quantitates enim duarum rationum æqualitatis, per quintam diffinitionem huius sexti multiplicatæ: restituunt æqualitatis itidem quãtitatem. ¶At si b/c/ fuerit inæqualis ipsi e/f, altera earũ erit maior.



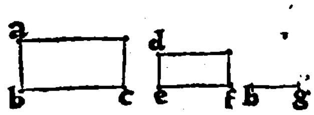
Eſto b/c, ipſa e/f/ maior. Et ipſis b/c/ & e/f, tertia ſuſcipiatur proportionalis b/g, per vndecimam huius ſexti: ſicut b/c/ad e/f, ſic e/f/ad b/g. & connectatur recta a/g, per primum poſtulatum. Et quoniã eſt vt a/b/ad b/c, ſic d/e/ad e/f: & permutatim igitur, per ſedecimam quinti, ſicut a/b/ad d/e, ſic b/c/ad e/f. Sicut porrò b/c/ad e/f, ſic e/f/ad b/g: & proinde ſicut a/b/ad d/e, ſic per vndecimam quinti e/f/ad b/g. Triangulorum itaq; a/b/g/ & d/e/f, vnũ angulum qui ad b/vni angulo qui ad e/æqualem habentium, reciproca ſunt latera quæ circũ æquales angulos. Aequum eſt itaq; a/b/g/triangulum, ipſi triangulo d/e/f, per ſecundam partem quindecimæ huius ſexti. Rurſum quoniã eſt ſicut b/c/ad e/f, ſic e/f/ad b/g: tres itaque rectæ lineæ ſunt proportionales. Prima igitur ad tertiam, duplicem rationem habet, quam ad ſecundam: per decimam huius quinti diffinitionem. Sed ſicut prima b/c/ad tertiam b/g, ſic a/b/c/ triãgulum ad triangulum a/b/g, per primam huius ſexti: ſub eodem enim ſunt vertice, atque in eadem altitudine ipſa triangula. Et triangulum igitur a/b/c/ad triangulum a/b/g, duplam rationẽ habet quam b/c/ad e/f. Ipſi porrò a/b/g/ triangulo, æquum eſt triangulum d/e/f: & idem triangulum ad æqualia triangula eandem habet rationem, per ſeptimam quinti. Et triangulum igitur a/b/c/ad triangulum d/e/f, duplicem rationem habet quam b/c/ad e/f. Simila itaq; triangula, in dupla ratione ſunt laterũ ſimilis rationis. Quod demonſtrandum receperamus.





Corollarium.

¶ Fit proinde manifeſtũ, quòd ſi tres rectæ lineæ fuerint proportionales: erit ſicut prima ad tertiam, ſic quod à prima deſcribitur rectangulum, ad ſimile ſimilitérq; poſitũ rectangulum quod à ſecunda. Oſtenſum eſt enim ſicut b/c/ad b/g, ſic a/b/c/triangulũ ad triãgulum a/b/g. Et ſicut igitur b/c/ad b/g, ſic a/c/ rectangulum ad d/f/ rectangulum.



Θεώρημα ιδ', Πρότασις κ'.

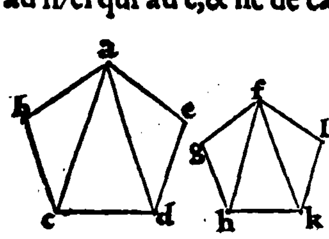
ΤΑ ὅμοια πολύγωνα, εἴς τε ὅμοια τρίγωνα διαιρεῖται, καὶ εἰς ἴσα τὸ πλῆθος, καὶ ὁμόλογα τοῖς ὅλοις· καὶ τὸ πολύγωνον διπλασίονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ ὁμόλογος πλευρὰ πρὸς τὴν ὁμόλογον πλευράν.

Theorema 14, *Propoſitio* 20.

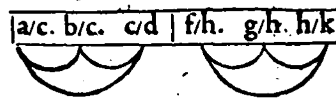
20 SImilia polygona, in ſimilia triangula diuiduntur, & in æqualia numero: & æqua ratione totis. Et polygonum ad polygonum duplicem rationem habet, quàm ſimilis rationis latus ad ſimilis rationis latus.

ORONTIVS. ¶ Sint bina & ſimilia polygona a/b/c/d/e/& f/g/h/k/l: habentia angulum qui ad f/angulo qui ad a/æqualem, & eum qui ad g/ei qui ad b, & qui ad h/ei qui ad c, & ſic de cæteris: ſitq; vt latus a/b/ad b/c, ſic f/g/ad g/h, ſicútq; b/c/ ad c/d, ſic g/h/ad h/k, & deinceps ita, ſeruata laterũ & angulorũ reſpondentia. Dico primũ, quòd ipſa a/b/c/d/e/ & f/g/h/k/l/ polygona, in ſimilia & æqualia numero diuiduntur triangula. Connectãtur enim a/c/& a/d, necnon f/h/& f/k/lineæ rectæ, per primum poſtulatum. Et quoniã per hypotheſin (hoc eſt, datam polygonorũ ſimilitudinẽ) angulus qui ad b/æquus eſt angulo qui ad g,

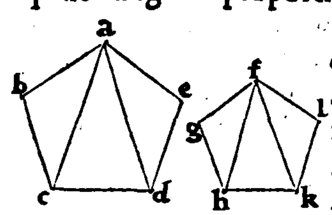
Prima theorematis pars.



& sicut latus a/b/ad b/c, sic f/g/ad g/h: sit vt bina triangula a/b/c/& f/g/h, habeant vnum angulum vni angulo æqualem, & quæ circũ æquales angulos latera proportionalia. Aequiangula sunt propterea a/b/c/ & f/g/h/ triangula, per sextam huius sexti:& æquales habent angulos,sub quibus eiusdem rationis latera subtenduntur, vtpote angulum b/ a/ c/angulo g/f/h, & angulum b/c/a/ipsi g/h/f. Hinc per quartam eiusdem sexti,proportionalia sunt latera quæ circum æquales angulos,& similis rationis quæ æqualibus angulis latera subtenduntur: sicut igitur a/c/ad b/c, sic f/h/ad g/h.Sed per hypothesin, vt b/c/ad c/d,sic g/h/ ad h/k. Et ex æquali igitur,sicut a/c/ad c/d,sic f/h/ad h/k:per vigesimamsecundam quinti.Et quoniam totus angulus b/c/ d, toti angulo g/ h/ k, per hypothesin est æqualis,& angulus b/c/a,ipsi g/h/f/æqualis nunc ostensus est:reliquus igitur a/c/d, reliquo f/h/k,per tertiam communem sententiã est æqualis.Triangula itaq; a/c/d/ & f/h/k,habent rursum vnum angulum vni angulo æqualem,& quæ circum æquales angulos latera proportionalia: æquiangula sunt igitur a/c/d/& f/g/h/ triangula,per eandem sextam huius sexti.Et per quartam ipsius sexti, latera quæ circum æquales angulos proportionalia. Haud dissimiliter ostendetur triangulum a/d/e,

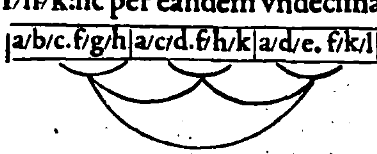


triangulo f/k/l/fore æquiangulũ:& proportionalia quæ circum æquales angulos habere latera.Simile est itaque a/b/c/triangulũ ipsi f/g/h/triangulo, & a/c/d/ipsi f/h/k, necnon a/d/e/ipsi triangulo f/k/l: per primã huius sexti libri diffinitionẽ.Data igitur a/b/ c/d/e/ & f/g/h/k/l/polygona,in similia & æqualia numero triãgula diuidũtur.



Pars secunda theorematis.

¶Dico insuper,ꝙ ipsa triangula sunt inuicẽ,atq; totis ipsis polygonis proportionalia:sicut triangulũ a/b/c/ad triangulũ f/g/h,sic a/c/d/ad f/h/k,& a/d/e/ad f/k/l/triãgulũ:sicutq; a/b/c/triangulum ad ipsum triangulũ f/g/h, sic a/b/c/d/e/polygonum ad polygonũ f/g/h/k/l.Cùm enim a/b/c/triangulũ simile sit f/g/h/triangulo,sintq; a/c/& f/h/similis rationis latera:triangulum igitur a/b/c/ ad triangulum f/g/h, duplicem rationẽ habet,quam latus a/c/ad latus f/h, per antecedentẽ decimamnonã propositionẽ.Et proinde triãgulum a/c/d/ad triangulũ f/h/k/duplatam itidem rationẽ habet,quam idem latus a/c/ad latus f/h.Quæ autẽ eidem sunt eædem rationes,adinuicẽ sunt eædem:per vndecimã quinti.Et sicut igitur a/b/c/triangulum ad triangulum f/g/h,sic triangulum a/c/d/ad triangulum f/h/k. Rursum quoniã triangulum a/c/d/simile est triãgulo f/h/k,& latus a/d/similis rationis cum f/k:triangulum propterea a/c/d/ad triãgulum f/h/k/duplatam rationem habet,quam latus a/d/ad latus f/k,per ipsam antecedentem decimamnonam huius sexti.Et triangulum consequẽter a/d/e/ad triangulum f/k/l/duplatam itidem rationẽ habet,quam idem latus a/d/ad ipsum latus f/k.Et sicut igitur a/c/d/triangulum,ad triangulum f/h/k:sic per eandem vndecimã quinti,triangulum a/d/e/ad triangulum f/k/l.Sicut



porrò a/c/d/ad f/h/k,sic patuit a/b/c/triangulum ad triangulum f/g/h. Et sicut igitur, per vndecimam ipsius quinti,triangulum a/b/c/ad triangulũ f/g/h: sic triangulum a/d/e/ad triangulum f/k/l. Proportionalia itaque sunt ipsa nuper expressa triangula:sicut a/b/c/ad f/g/h, sic a/c/d/ad f/h/k,& a/d/e/ad f/k/l.Est igitur per duodecimã quinti,sicut vnũ antecedentium ad vnum consequentiũ:sic omnia antecedentia,ad omnia consequẽtia.Sicut itaq;

Sicut—a/b/c.	ad	f/ g/ h.
sic——a/ c/d.		f/ h/ k.
&——a/d/e.		f/ k/ l.

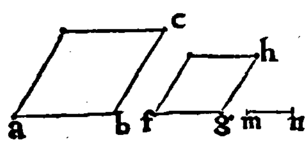
triangulum a/ b/ c, ad triangulum f/g/h: sic a/ b/ c/ d/ e/ polygonum, ad polygonum f/g/h/k/l. Sunt igitur ipsa triangula tum inuicem, tum ipsis totis polygonis proportionalia. ¶Aio demũ ꝙ polygonũ a/b/c/d/e,ad f/g/h/k/l,duplatam rationẽ habet,quam latus a/b/ad similis rationis latus f/g.Ostensum est enim vt triangulũ a/b/c,ad triangulum f/g/h:sic a/b/c/d/e/polygonum,ad polygonum f/g/h/k/l.Sed triangulum a/b/c/ad triangulum f/g/h/duplatam rationem habet,quam a/b/latus ad similis rationis latus f/g,per antecedentem decimamnonã propositionem huius sexti: simile nanq; ostensum est a/b/c/ triangulum, ipsi f/g/h/triangulo. Et polygonum igitur a/b/c/d/e,ad polygonum f/g/h/k/l/duplatam rationem habet,quam latus a/b/ad similis rationis latus f/g. Similia itaq; polygona: &c. vt in theoremate. Quod fuerat ostendendum. Tertia pars.

Corollarium primum.

¶Fit itaq; generaliter manifestum, ꝙ similes quæcunq; rectilineæ figuræ,in dupla ratione sunt adinuicem similis rationis laterum:id est,ꝙ ratio similium rectilinearũ figurarum, ex duplata similium laterum ratione consurgit. Id enim primò patuit in triangulis,& rectangulis,siue quadratis:nunc autem in polygonis,& omnia polygona in triangula diuisibilia sunt.

Corollarium secundum.

¶Sequitur rursum,quòd si tres rectæ lineæ fuerint proportionales: erit sicut prima ad tertiam, sic descripta super primam vel à prima species rectilinei, ad similẽ similitérq; positam speciem,quæ à secunda vel supra secundam conscribitur.Ostensum est enim polygonũ a/b/c/d/e,ad polygonum f/g/h/k/l/duplam rationẽ habere, quam latus a/b/ad latus f/g. & si ipsarum a/b/& f/g/tertiam acceperimus proportionalem,per vndecimam huius sexti, vtpote m/n: ipsa a/b/ad m/n/duplam itidem rationẽ habebit,quam eadẽ a/b/ad f/g,per decimam diffinitionem quinti. Et proinde sicut a/b/ad m/n, sic a/b/c/rectilineum ad simile similitérque positum rectilineum f/g/h.



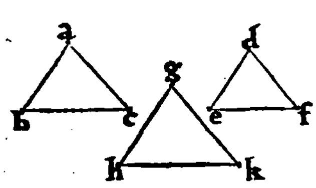
Θεώρημα ιε, Πρόθεσις κα.

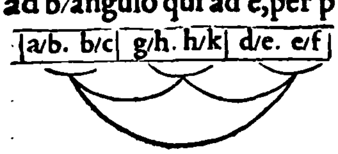
ΤΑ τῷ αὐτῷ εὐθυγράμμῳ ὅμοια καὶ ἀλλήλοις ἐστὶν ὅμοια.

Theorema 15, Propositio 21.

21 QVæ eidem rectilineo sunt similia: & adinuicem sunt similia.

ORONTIVS. ¶Sint bina rectilinea a/b/c/ & d/e/f, eidem rectilineo g/h/k/ similia.Dico a/b/c/rectilineum,simile fore rectilineo d/e/f.Cùm enim ex hypothesi a/b/c/ & g/h/k/ rectilinea, similia sint adinuicem: habebunt propterea angulos æquales ad vnum, & quæ circum æquales angulos sunt latera proportionalia: per primæ diffinitionis huius sexti conuersionem.Et proinde rectilinea d/e/f/& g/h/k,æquiangula erũt,& proportionaliũ itidem laterũ: cùm ex ipsa hypothesi similia sint adinuicem.Sit vterq; angulorum qui ad b/& e,ipsi angulo qui ad h/æqualis:& sicut g/h/ad h/k, sic a/b/ad b/c, & d/e/ad e/f. Et quoniam angulus qui ad b/æqualis est angulo qui ad h,& eidẽ angulo qui ad h/ æqualis angulus qui ad e: angulus igitur qui ad b/angulo qui ad e,per primam communẽ sententiam est æqualis. Insuper quoniam est vt a/b/ad b/c,sic g/h/ad h/k:sicut rursum g/h/ad h/k, sic d/e/ad e/f. Et sicut igitur a/b/ad b/c, sic per vndecimam quinti,d/e/ad e/f. Proportionalia itaq; sunt latera,quæ circũ eosdem æquales angulos qui ad b/& e.





Haud diſſimiliter oſtendemus, reliquos angulos ipſius a/b/c/ rectilinei, reliquis angulis ipſius d/e/f/fore inuicem æquales: & circum eoſdem æquales angulos latera proportionalia. Simile eſt itaq; a/b/c/rectilineũ, ipſi rectilineo d/e/f, per primam huius ſexti diffinitionem. Quod oportebat demonſtrare.

Θεώρημα ις, Πρόθεσις κβ.

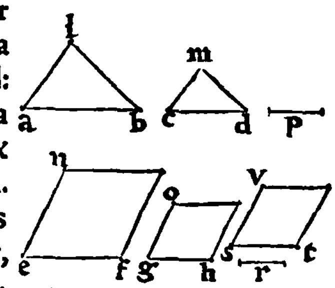
Ἐὰν τέσσαρες εὐθεῖαι ἀνάλογον ὦσι, καὶ τὰ ἀπ' αὐτῶν εὐθύγραμμα ὅμοιά τε καὶ ὁμοίως ἀναγεγραμμένα, ἀνάλογον ἔσται. κἂν τὰ ἀπ' αὐτῶν εὐθύγραμμα ὅμοιά τε καὶ ὁμοίως ἀναγεγραμμένα ἀνάλογον ᾖ, καὶ αὐταὶ αἱ εὐθεῖαι ἀνάλογον ἔσονται.

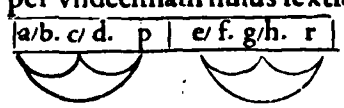
Theorema 16, Propoſitio 22.

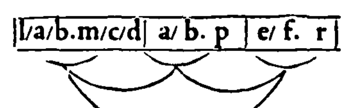
SI quatuor rectæ lineæ proportionales fuerint: & ab eis rectilinea ſimilia ſimilitérque deſcripta, proportionalia erunt. Et ſi ab ipſis rectilinea ſimilia ſimilitérque deſcripta, proportionalia fuerint: ipſæ quoque rectæ lineæ proportionales erunt. 22

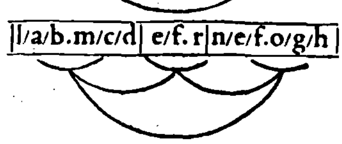
Pars prima theorematis.

ORONTIVS. ¶ Sint quatuor rectæ lineæ diſcõtinuè proportionales a/b, c/d, e/f, & g/h: ſicut quidem a/b/ad c/d, ſic e/f/ad g/h. Et per decimamoctauam huius ſexti, ab ipſis a/b/& c/d, ſimilia ſimilitérq; poſita rectilinea deſcribantur, l/a/b/& m/c/d: & per eandem decimamoctauã, ab ipſis e/f/& g/h, alia quædam ſimilia ſimilitérque poſita rectilinea, n/e/f/& o/g/h. Aio fore ſicut l/a/b/ad m/c/d, ſic n/e/f/ ad o/g/h. Inueniatur enim ipſis a/b/ & c/ d, tertia proportionalis p: ipſis autem e/f/& g/h, tertia itidem proportionalis r, per vndecimam huius ſexti. Cùm ſit igitur ex hypotheſi, vt a/b/ ad c/d, ſic e/f/ad g/h, & per conſtructionem ſicut c/d/ad p, ſic g/h/ad r. Et ex æqua igitur ratione, ſicut a/b/ ad p: ſic e/f/ ad r, per vigeſimamſecundam quinti. Sicut porrò a/b/ad p, ſic l/a/b/ rectilineum, ad rectilineum m/c/d: per ſecundum corollarium vigeſimæ huius ſexti. Et ſicut igitur l/a/b/ rectilineum, ad rectilineũ m/c/d: ſic per vndecimam ipſius quinti, e/f/ ad r. Sicut rurſum e/f, ad r: ſic, per idem corollarium, rectilineum n/e/f/ ad rectilineum o/g/h. Et ſicut itaque l/a/b, ad m/c/d: ſic per eandem vndecimam quinti, n/e/f/ ad o/g/h.



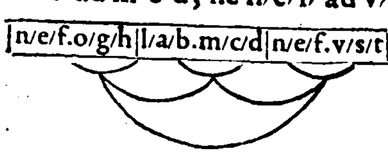






Secunda pars conuerſa primæ.

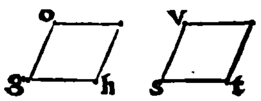
¶ Si autem fuerit vt l/a/b/ad m/c/d, ſic n/e/f/ad o/g/h: dico verſa vice, quatuor lineas rectas a/b, c/d, e/f/ & g/h, fore proportionales, ſicut a/b/ad c/d, ſic e/f/ad g/h. Datis enim tribus rectis lineis a/b, c/d, & e/f, quarta inueniatur proportionalis s/t, per duodecimã huius ſexti: Et per decimamoctauam eiuſdem, ab eadem s/t, ipſis n/e/f/& o/g/h/ſimile ſimilitérque poſitum rectilineum deſcribatur v/s/t. Et quoniam eſt vt a/b/ad c/d, ſic e/f/ ad s/t, & ab ipſis a/b/& c/d/ſimilia ſimilitérque poſita deſcribuntur rectilinea l/a/b/ & m/c/d, ab ipſis autem e/f/& s/t/ſimilia itidem ſimilitérq; poſita rectilinea n/e/f/ & v/s/t: eſt igitur per primam partem iam demonſtratã huius propoſitionis, ſicut l/a/b/ad m/c/d, ſic n/e/f/ ad v/s/t. Receptum eſt autem ex hypotheſi, vt l/a/b/ad m/c/d, ſic n/e/f/ ad o/g/h. Et ſicut igitur n/e/f, ad o/g/h: ſic per vndecimam quinti, n/e/f/ad v/s/t. Eadem itaque magnitudo n/e/f, ad vtraſq; o/g/h/ & v/s/t, eandem habet rationem. Aequum eſt igitur



rectilineum o/g/h,ipsi v/s/t:per nonam quinti. Est autẽ & eidem simile,similitérq; positum,per constructionem. Similia porrò similitérque posita,& inuicem æqualia rectilinea:ab æqualibus, aut super æqualibus rectis lineis describũtur. Aequalis est igitur s/t/ipsi g/h.Est autẽ vt a/b/ad c/d,sic e/f/ad s/t. ipsi porrò s/t,æqualis ostensa est g/h:& eadem ad æquales,eandem habet rationẽ,per septimam quinti.Et sicut igitur a/b/ ad c/ d:sic e/f,ad g/h. Ergo si quatuor rectæ lineæ proportionales fuerint:& quæ sequuntur reliqua.Quod ostendendum susceperamus.

Lemma siue assumptum.

¶Quòd autem similia, similitérque posita, & inuicem æqualia rectilinea, habeant similis rationis latera inuicem æqualia:sic demonstratur.Sint rursum æqualia,& similia, similitérque posita rectilinea, o/g/h/& v/s/t: sitq; vt o/g/ad g/h,sic v/s/ad s/t.Aio quòd g/h/& s/t,sint inuicem æquales.Si nanque fuerint inæquales: altera maior erit.Esto (si possibile sit) g/h, maior s/t.Et quoniam est vt o/g/ad g/h,sic v/s/ad s/t:& econtra igitur,vel à conuersa ratione,sicut g/h/ad o/g,sic erit s/t/ad v/s:per corollarium quartæ libri quinti.Sed prima g/h,maior est tertia s/t:& secunda itaque o/g,quarta v/s/maior erit, per decimamquartam ipsius quinti.Binæ itaque o/g/& g/h,duabus v/s/& s/t/erunt maiores:& proinde ipsum rectilineũ o/ g/ h, maius rectilineo v/s/t.Est autẽ eidem æquale,per hypothesin: quæ simul impossibilia sunt. Non est igitur g/h,maior ipsa s/t.Similiter ostendetur, quòd neq; minor. Aequalis est itaq; g/h,eidem s/t. Quod fuerat ostendendum.



g/h	o/g	s/t	v/s

Θεώρημα ιζ, Πρόθεσις κγ.

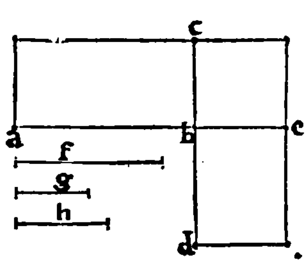
Τ Α ἰσογώνια παραλληλόγραμμα, πρὸς ἄλληλα λόγον ἔχει τὸν συγκείμενον ἐκ τῶν πλευρῶν.

Theorema 17, Propositio 23.

23 AEquiangula parallelogramma, adinuicem rationem habent compositam ex lateribus.

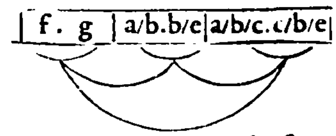
ORONTIVS. ¶De lateribus velim intelligas, quæ circum æquales sunt angulos.Sint igitur bina parallelogramma inuicẽ æquiangula,a/b/c/& d/b/e: quorum angulus qui sub a/b/ & b/c,angulo qui sub d/b/& b/e/ continetur sit æqualis. Dico a/b/c/parallelogrammum, ad parallelogrammum d/b/e, rationem habere compositam ex ratione laterum a/b/ad b/e,& c/b/ad b/d.Constituantur enim a/b/ & b/e/ latera in directum: hoc autem fiet, cùm anguli c/b/a/ & c/b/e/ duobus rectis fuerint æquales, per decimamquartam primi. tunc quoq; in directum erit c/ b/ ipsi b/ d, per eandem propositionem: nam anguli e/b/c/& e/b/d,per primam & tertiam communem sententiam, duobus itidem rectis æquabũtur. Compleatur denique parallelogrammum c/ b/ e: productis in continuum rectúmque, per secundum postulatum,eorundem parallelogrammorum lateribus. Proponatur insuper recta quædam linea f: & tribus datis rectis lineis a/b, b/e, & f: quarta subsumatur proportionalis g, per duodecimam huius sexti. Erit igitur vt a/b,ad b/e: sic f, ad g.Et per eandem duodecimam propositionem, tribus datis rectis lineis c/b, b/d, & g: quarta rursum proportionalis accipiatur h. Erit ergo vt c/b,ad b/d:sic g,ad h. Est autem sicut a/ b/ ad b/ e, sic f/ ad g. rationes itaque ipsius f/ ad g, & g/ ad h: eædem sunt ipsis rationibus a/ b/ ad b/e, & c/b/ ad b/d. Ratio porrò f/ ad h,componitur ex ratione ipsius f/ ad g, atque

Partiũ figuræ præparatio.

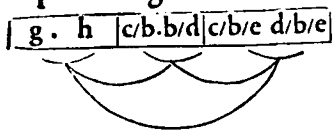


ipsius g/ ad h: veluti quinta huius sexti præmissum est diffinitione. Et proinde ratio f/ad h, componitur ex ratione laterum a/b/ ad b/e, & c/b/ad b/d. His præostẽsis, quoniam a/b/c/ & c/b/e/ parallelogramma sub eadem sunt altitudine: ad se inuicem igitur sunt vt bases, per primam huius sexti. Sicut itaque a/b, ad b/e: sic a/b/c parallelogrammum, ad parallelogrammum c/ b/e. Sicut autem a/b/ ad b/e, sic per

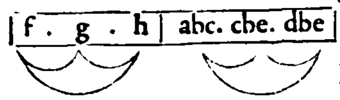
Præcipua demõstrationis resolutio.



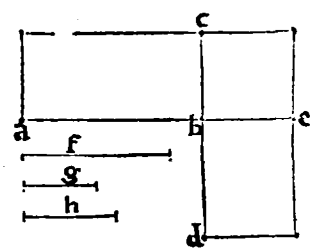
constructionem f/ ad g. Et sicut igitur f, ad g: sic per vndecimam quinti, a/ b/ c/ parallelogrammum, ad c/b/e/ parallelogrammum. Insuper quoniam c/b/e/ & d/ b/ e/ parallelogramma, in eadem sunt altitudine: ad se inuicem rursum sunt vt bases, per eandem primam huius sexti. Sicut ergo c/ b/ ad b/d: sic parallelogrammum c/b/e, ad d/b/e/ parallelogrammum. Sicut porrò c/b, ad b/d:



sic per constructionem g, ad h. Et sicut igitur g/ad h: sic parallelogrammum c/b/e, ad d/b/e/ parallelogrãmum, per ipsam vndecimam quinti. Et quoniam ostẽsum est, vt f/ ad g, sic a/b/c/ parallelogrammũ, ad parallelogrammum c/ b/ e: sicut rursum g/ ad h, sic idem parallelogrammum c/ b/ e, ad d/ b/ e/



parallelogrammum. Et ex æqua igitur ratione, per vigesimamsecũdam eiusdem quinti, sicut f/ad h: sic a/b/c/ parallelogrammum, ad d/b/e/ parallelogrammũ. Atqui ratio f/ ad h, composita est (vti suprà deduximus) ex ratione laterum a/ b/ ad b/ e, & c/ b/ ad b/d. Et parallelogrammum igitur a/b/c/ ad parallelogrammum d/b/e, rationem habet compositam ex ratione laterum a/b/ad b/e, & c/b/ad b/d. Aequiangula itaque parallelogramma, rationem habent compositam ex lateribus, angulos inuicem æquales continentibus. Quod demonstrandum fuerat.



Θεώρημα ιη, πρότασις κδ.

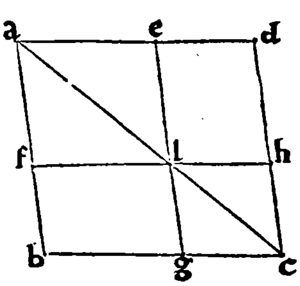
Παντὸς παραλληλογράμμου, τὰ περὶ τὴν διάμετρον παραλληλόγραμμα, ὅμοιά ἐστι τῷ τε ὅλῳ καὶ ἀλλήλοις.

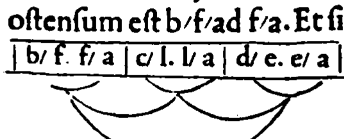
Theorema 18, *Propositio* 24.

OMnis parallelogrammi, quæ circa dimetiẽtem parallelogrãma: similia sunt toti, & adinuicem. 24

ORONTIVS. ¶ Esto datum parallelogrammum a/b/c/d, cuius dimetiens sit a/c, & circa ipsum dimetientem parallelogramma, e/f/ & g/h. Aio ipsa e/f/ & g/h/ parallelogramma, toti parallelogrammo a/b/c/d, atque inuicem fore similia. Trianguli enim a/b/c, ad latus b/ c/ acta est parallela f/l: secat igitur f/l/ ipsius trianguli latera proportionaliter, per secundam huius sexti, sicut b/f/ ad f/a, sic c/ l/ ad l/ a. Trianguli rursum a/ d/ c, ad latus d/c/ acta est parallela e/l: secat igitur e/l/ ipsius trianguli latera proportionaliter, per eãdem secundã huius sexti, sicut c/l/ ad l/a, sic d/e/ ad e/a. Sicut porrò c/l/ ad l/a, sic ostensum est b/f/ad f/a. Et sicut igitur b/f/ad f/a, sic per

Quòd e, f, parallelogrãmũ simile sit toti a, b, c, d.





vndecimã quinti, d/e/ad e/a. Si autem diuisæ magnitudines proportionales fuerint: compositæ quoq; proportionales erũt, per decimamoctauam quinti. Et sicut igitur b/a/ad a/f, sic d/a/ad a/e. Et permutatim rursum, per

| b/a. | a/f. | d/a | a/e. | decimamsextam eiusdem quinti,sicut b/a/ad a/d,sic f/a/ ad a/e. Proportionalia itaq; sunt latera, quæ circum angulum qui ad a/vtrique parallelogrammo communem. Insuper,quoniam parallela est f/l/ ipsi b/c: æqualis est angulus a/f/l,ipsi angulo a/b/c:necnõ & a/l/f,ipsi a/c/b,per vigesimamnonam primi.Angulus porrò qui sub f/a/l/aut b/a/c,vtrique triangulo a/b/c/& a/f/l/ communis est.Aequiangulũ est itaque triangulũ a/f/l,triãgulo a/b/c.Haud dissimiliter triãgulum a/e/l,triãgulo a/d/c/ ostendetur æquiangulũ:& angulus a/e/l/angulo a/d/c/ æqualis,atque a/l/e/ipsi angulo a/c/d.Si autem æquales anguli,æqualibus cõponantur angulis:consurgent per secundam cõmunem sententiã,æquales anguli.Aequus est igitur angulus f/ l/ e, ipsi b/ c/ d: & totum proinde parallelogrammum e/f, toti a/b/c/d/æquiangulum.Rursum quoniam a/f/l/& a/b/c/triangula,similiter & a/e/l/ atque a/d/c,sunt inuicem æquiangula : proportionalia itaque sunt latera, quæ circũ æquales angulos, per quartam huius sexti. Sicut igitur a/b/ad b/c, sic a/f/ad f/l: sicútque b/c/ad c/a,sic f/l/ad l/a.Sicut rursum a/c/ad c/d, sic a/l/ad l/e: sicut denique c/d/ad d/a, sic l/e/ ad e/a. Et quoniam ostensum est,vt b/c/ad c/a, sic f/l/ad l/a: sicut præterea a/c/ad c/d,sic a/l/ad l/e.Et ex æqua igitur ratione,per vigesimamsecũdam quinti,sicut b/c/ad c/d,sic f/l/ad l/e.

| a/b/ | b/c/ | c/a/ | c/d/ | d/a/ | | a/f/ | f/ l/ | l/a/ | l/e/ | e/a/ |

Aequiangulorum itaque parallelogrammorum a/ b/ c/ d/& e/f,proportionalia sunt latera quæ circum æquales angulos. Simile est igitur e/ f/ parallelogrammum, ipsi a/b/c/d/ parallelogrammo: per primam huius sexti diffinitionem. Haud dissimili via,g/h/parallelogrammum,ipsi a/b/c/d/ parallelogrammo simile fore conuincetur: eundem qui prius,versus angulum c,& ipsum g/h/ parallelogrammum respondenter iterando discursum. Et proinde vtrunque ipsorum e/f/& g/h/parallelogrammorum,simile est eidem a/b/c/d/parallelogrammo.Omne autem parallelogrammum, rectilineum est:& quæ eidem rectilineo sunt similia, & adinuicem similia sunt, per vigesimamprimam huius sexti.Simile est igitur e/f/parallelogrammum,ipsi g/h/parallelogrammo. Omnis itaque parallelogrammi,quæ circa dimetientẽ parallelogramma,similia sunt toti,& adinuicem.Quod oportuit ostendisse.

Quòd g,h,parallelogrãmũ eidẽ a,b,c,d, sit simile.

Quòd e,f, & g,h, similia sint adinuicẽ.

Πρόβλημα ζ, Πρότασις κε.

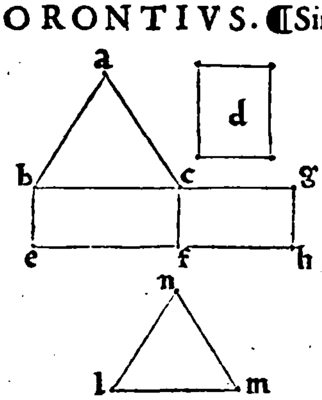
ΤΩ δοθέντι εὐθυγράμμῳ ὅμοιον, καὶ ἄλλῳ τῷ δοθέντι ἴσον, τὸ αὐτὸ συστήσασθαι.

Problema 7, Propositio 25.

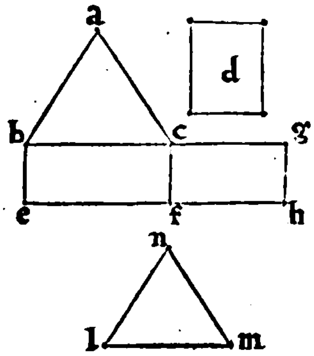
25 DAto rectilineo simile,& alij dato æquale,idem constituere.

ORONTIVS. ¶Sint bina rectilinea, a/b/c/inquàm & d : sitq; receptum, ipsi dato a/ b/ c/ rectilineo simile, ipsi verò d/ æquale , idem rectilineum cõstituere. Ad datam itaque rectam lineam b/c,& in dato angulo qui sub e/b/c, dato rectilineo a/b/c, æquale construatur parallelogrammum b/ f: similiter & ad rectam lineam f/c,atque in dato angulo qui sub f/c/g/ ei qui sub e/b/c/æquali, dato rectilineo d,æquale rursum parallelogrammum constituatur c/h,per quadragesimã quartam,& quadragesimamquintam primi,vtroque rectilineo(si expediat)in triãgula distributo. Et quoniam angulus f/c/g,æquus est angulo e/b/c,per cõstructionem, vtrique autem communis b/c/f: anguli propterea b/c/f,

Partium figuræ præmittẽda descriptio.

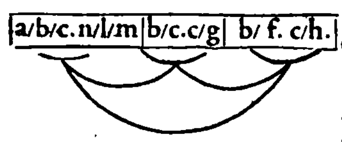


& f/c/g/ duobus angulis e/b/c/ & c/b/f, sunt per secundam communem sententiam æquales. sed anguli e/b/c/ & b/c/f, sunt æquales duobus rectis, per vigesimamnonam ipsius primi. Et duo igitur anguli b/c/f/ & f/c/g, binis itidem rectis sunt æquales. In directum est igitur b/c, ipsi c/g, per decimamquartam eiusdem primi: & e/f/ consequenter ipsi f/h. Binis insuper datis rectis lineis b/c/ & c/g, media proportionalis



Demonstratiua problematis resolutio.

inueniatur l/m, per decimamtertiam huius sexti. Et per decimamoctauam eiusdem sexti, super data recta linea l/m, dato rectilineo a/ b/ c, simile similitérque positum rectilineum describatur, n/l/m. Aio rectilineum n/l/m, æquum fore ipsi d. Cùm enim tres lineæ rectæ b/c, l/m, & c/g, sint per constructionem cõtinuè proportionales: erit per secundum corollariũ vigesimæ huius sexti, sicut prima ad tertiam, sic species rectilinei quæ à prima, ad similem similitérque positam speciem quæ à secunda. Sicut igitur b/c, ad c/g: sic a/b/c/ rectilineum, ad rectilineũ n/l/m. Sicut porrò b/c, ad c/g: sic b/f/ parallelogrãmum, ad parallelogrammum c/h, per primam huius sexti: sunt enim in eadem altitudine c/f. Ergo sicut a/b/c/ rectilineum, ad rectilineum n/l/m: sic per vndecimam quinti, b/f/ parallelogrammum, ad parallelogrammum c/h. Sed rectilineum a/b/c, æquum est per constructionem ipsi b/f/ parallelogrãmo: & rectilineũ igitur n/l/m, ipsi parallelogrammo c/h/ per decimamquartam quinti est æquale. Eidem rursum parallelogrãmo c/h, æquũ est d/ rectilineum, per constructionem: & n/l/m/ itaq; rectilineum, ipsi d/ rectilineo, per primam communem sentẽtiam est æquale. Constructũ est autem & ipsi a/b/c/ simile. Idem itaque rectilineum n/l/m, ipsi dato rectilineo a/b/c/ simile, & alij dato scilicet d/ æquale constitutum est. Quod efficere oportebat.



Θεώρημα ιθ, Πρόθεσις κϛ.

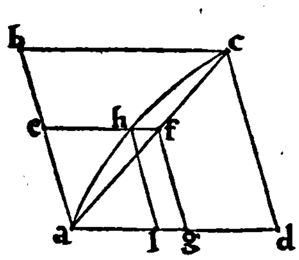
Ἐὰν ἀπὸ παραλληλογράμμου παραλληλόγραμμον ἀφαιρεθῇ ὅμοιόν τε τῷ ὅλῳ καὶ ὁμοίως κείμενον, κοινὴν γωνίαν ἔχον αὐτῷ, περὶ τὴν αὐτὴν διάμετρόν ἐστι τῷ ὅλῳ.

Theorema 19, Propositio 26.

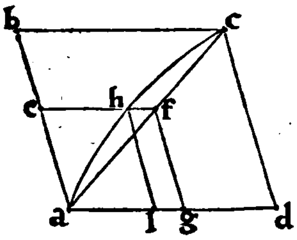
SI à parallelogrammo parallelogrammum auferatur, simile toti & similiter positum, communem angulum habens ei: circum eundem dimetientem est toti. 26

ORONTIVS. ¶Esto datum parallelogrammum a/b/c/d: à quo simile similitérque positum, & communem illi habens angulum qui ad a, auferatur distinguatúrve parallelogrammum a/e/f/g. Dico ipsa a/b/c/d/ & a/e/f/g/ parallelogramma, circa eundem fore dimetientem a/f/c: hoc est dimetientem a/ f/ c/ totius parallelogrammi a/b/c/d, transire per angulum qui ad f, & vtriq; parallelogrammo fore communem. Si enim a/c/ non transierit per f: transeat (si possibile sit) vt a/h/c. secabit igitur a/h/c, aut e/f, aut f/g/ latus ipsius a/e/f/g/ parallelogrammi. Secet ipsum latus e/f, in puncto h. & per punctum h, vtrique ipsarũ a/e/ & f/g/ parallela ducatur h/l, per trigesimamprimam primi. Erit itaque e/l/ parallelogrammum, & circa eundem dimetientem cum ipso a/b/c/d/ parallelogrammo. Simile erit igitur e/l/ parallelogrammum, ipsi a/b/c/d/

Ostensio theorematis ab impossibili.



parallelogrammo,per vigesimamquartam huius sexti.Eidem porrò a/b/c/d parallelogrammo,simile est per hypothesin,ipsum e/f/g/parallelogrammum. Quæ autem eidem rectilineo similia,& adinuicem similia sunt,per vigesimamprimam huius sexti.Simile erit itaque e/l/parallelogrammum,ipsi e/f/g/parallelogrammo.Similia porrò parallelogramma sunt, quæ angulos æquales habent ad vnum,& quæ circa angulos æquales latera proportionalia,per primæ diffinitionis huius sexti conuersionẽ.Et sicut igitur e/a/ ad a/g,sic e/a/ad e/l.Ad quas autẽ eadem, eandẽ habet rationem,ipsæ sunt æquales,per nonam quinti.Aequalis foret igitur a/g,ipsi a/l,totum suæ parti:quod per nonam communẽ sententiam est impossibile.Idem etiam subsequetur incõueniens,vbi posueris eundẽ a/c/dimetientẽ secare latus f/g.Transit igitur a/c/totius a/b/c/d/ parallelogrammi dimetiens,per angulum atq; punctũ f: & proinde ipsum a/e/f/g/ parallelogrammum,circum eundem dimetientem est toti a/b/c/d/ parallelogrammo. Igitur si à parallelogrammo parallelogrammum auferatur: &c.vt in theoremate.Quod demonstrare fuerat operæpretium.



Θεώρημα κ, Πρόθεσις κζ.

Πάντων τῶν παρὰ τὴν αὐτὴν εὐθεῖαν παραβαλλομένων παραλληλογράμμων, καὶ ἐλλειπόντων εἴδεσι παραλληλογράμμοις ὁμοίοις τε καὶ ὁμοίως κειμένοις τῷ ἀπὸ τῆς ἡμισείας ἀναγραφομένῳ: μέγιστόν ἐστι, τὸ ἀπὸ τῆς ἡμισείας παραβαλλόμενον παραλληλόγραμμον, ὅμοιον ὂν τῷ ἐλλέμματι.

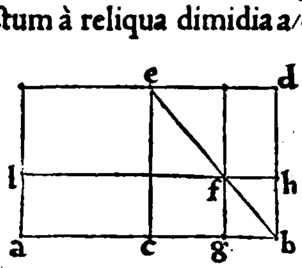
Theorema 20, Propositio 27.

27 OMnium parallelogrãmorum circum eandem rectam lineam proiectorum, deficientiúmq; specie parallelogrammis similibus similitérque positis ei quod à dimidia descriptum est: maximum est quod à dimidia proiectum parallelogrammum, simile existens sumpto.

ORONTIVS. ¶Deficere specie dicitur parallelogrammum , dato parallelogrammo:quando vtrunque parallelogrammum super eadem recta linea consistẽs, alterum deest alteri, ad complendum similis speciei parallelogrammum super totam datam rectam lineam coextẽsum. Vel dum cõparatum parallelogrammum, reliquo deficit ab ipso similis speciei parallelogrammo, super totam ipsam rectam lineam constituto. Sit igitur data recta linea a/b,secta bifariam in c,per decimam primi:describatúrque à dimidia c/b,contingens parallelogrammum c/d.Iuxta verò datam rectam lineam a/b, gemina comparentur parallelogramma. alterum proiectum à reliqua dimidia a/c,vtpote a/e, simile similitérq; descriptũ existens sumpto c/d,& deficiẽs specie ipso c/d/à toto a/d/ parallelogrammo:alterum autem a/f,super a/ g/ comparatum maiore dimidia ipsius a/ b, & proinde subingrediens ipsum parallelogrãmum c/d, deficiénsque specie parallelogrammo g/h,simili similitérque posito ipsi c/d/ quod à dimidia c/b/descriptum est,ad complendum ipsum a/h/ paralelogrammum. Dico quòd a/e/parallelogrammum,maius est e/f/parallelogrammo. Cùm enim ex hypothesi g/h/ parallelogrammum, simile sit ipsi parallelogrammo c/d:circum igitur eundem sunt dimetientem e/f/b, per vigesimamsextam huius sexti. Producatur ergo g/ f/ in rectum & continuum

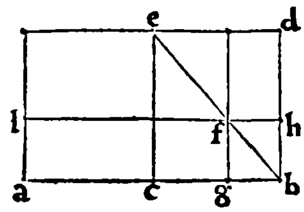
Quomodo parallelogrãmũ deficiat specie dato parallelogrammo.

Prima theorematis differẽtia.



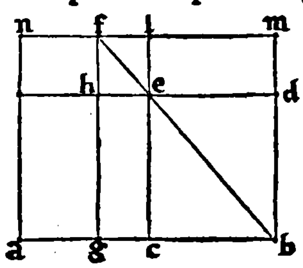
Demõstratio.

vſque ad latus e/d, per ſecũdum poſtulatum. Parallelogrãmi igitur c/d, eorum quæ circa dimetientem ſunt parallelogrammorum ſupplementa c/f/ & f/d, ſunt per quadrageſimamtertiam primi adinuicem æqualia. Addatur vtrique commune g/h. totum ergo c/h, toti g/d, per ſecundam communem ſententiã eſt æquale. Eidem porrò c/h, æquum eſt c/l, per trigeſimamſextam primi: ſunt enim in baſibus æqualibus a/c/ & c/b, in eiſdémque parallelis a/b/ & l/h. Et g/d/ itaque, ipſi c/l/ per primam communem ſententiam æquum eſt. Commune rurſum addatur c/f. totus igitur gnomon c/b/d, toti a/f/ parallelogrammo eſt æquale. Sed totum parallelogrãmum c/d, maius eſt per nonam communem ſententiam, ipſo gnomone c/b/d: & proinde ipſo a/f/ maius. Aequum eſt porrò a/e/ parallelogrammum, ipſi c/d/ parallelogrammo, per eandem trigeſimamſextam primi: in baſibus enim ſunt æqualibus a/c/ & c/b, atq; in eiſdem parallelis a/b/ & e/d. Quæ autẽ ſunt æqualia, eiuſdem ſunt æquè maiora: per ſextæ communis ſententiæ cõuerſionem. Maius eſt itaque parallelogrammum a/e, ipſo a/f/ parallelogrammo.



Secunda theorematis differentia.

¶ Sed eſto a/f/ parallelogrammum, proiectum ſuper a/g, minore dimidia ipſius a/b/ lineæ datæ, & egrediens ipſum a/e/ parallelogrãmum: deficiens rurſum ſpecie ipſo f/b/ parallelogrammo, ſimili ſimilitérque poſito ipſi c/d, quod à dimidia c/b/ deſcriptum eſt, ad complendum totum a/m/ parallelogrammum. Aio quòd & a/e/ parallelogrammum, maius eſt ipſo a/f/ parallelogrãmo.



Demõſtratio.

Cùm enim ex hypotheſi c/d/ & f/b/ parallelogramma, ſimilia ſint: circum eundem propterea dimetientẽ f/e/b, per vigeſimamſextam huius ſexti conſtituentur. Compleantur itaque, per trigeſimamprimam primi, & ſecundum poſtulatum, h/l/ & a/m/ parallelogramma: vt in ipſa continetur figura. Et quoniam parallelogramma ſunt a/l/ & c/m: ſunt igitur per trigeſimamquartã primi, n/l/ & l/m/ ipſis a/c/ & c/b/ quæ ex oppoſito, atque inuicem æquales. Et proinde n/e/ parallelogrammum, ipſi e/m/ parallelogrammo, per trigeſimãſextam primi æquale. Eidem porrò e/m, æquũ eſt e/g, per quadrageſimamtertiam ipſius primi. Et n/e/ itaque ipſi e/g, per primam communem ſententiam eſt æquale. Subducto igitur h/l:, reliquum e/g, reliquo n/h/ maius eſt. Si autem inæqualibus e/g/ & n/h/ æqualia vel idem commune a/h/ apponatur:, omnia, per quartam communem ſententiam, erunt inæqualia. conſurget igitur a/e/ parallelogrammum, maius ipſo a/f/ parallelogrammo. Omnium itaq; parallelogrammorum iuxta eandem lineam conſiſtentium, & deficientium ſpecie: & quæ ſequuntur reliqua. Quod oſtendendum receperamus.

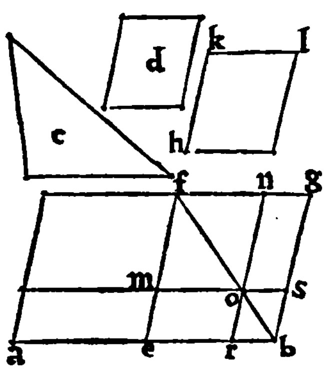
Πρόβλημα κ, Πρότασις κη.

Παρὰ τὴν δοθεῖσαν εὐθεῖαν τῷ δοθέντι εὐθυγράμμῳ ἴσον παραλληλόγραμμον παραβαλεῖν, ἐλλεῖπον εἴδει παραλληλογράμμῳ, ὁμοίῳ ὄντι τῷ δοθέντι. Δεῖ δὴ τὸ διδόμενον εὐθύγραμμον, ᾧ δεῖ ἴσον παραβαλεῖν, μὴ μεῖζον εἶναι τοῦ ἀπὸ τῆς ἡμισείας παραβαλλομένου, ὁμοίων ὄντων τῶν ἐλλειμμάτων, τοῦ τε ἀπὸ τῆς ἡμισείας, καὶ ᾧ δεῖ ὅμοιον ἐλλείπειν.

Problema 8, Propoſitio 28.

AD datam rectam lineam, dato rectilineo æquale parallelogrammum comparare, deficiens ſpecie parallelogrammo ſimili dato. Oportet iam datum rectilineum, cui expedit æquum comparare, nõ maius eſſe eo quod à dimidia comparatũ, ſimilibus 28 existentibus sumptis, & eius quod à dimidia, & cui expedit simile deficere.

ORONTIVS. ¶Ostensum est enim antecedenti vigesimaseptima propositione, omnium parallelogrammorum iuxta eandem rectam lineam comparatorum, deficientiúmq; specie similibus similitérque positis parallelogrammis ei quod à dimidia describitur: maximum esse quod à dimidia comparatum parallelogrammũ, simile existens sumpto. Oportet itaque datum rectilineum, cui ad datam rectam lineam æquale comparandum est parallelogrammum: nõ maius esse eo quod à dimidia ipsius datæ rectæ lineæ comparatur, similibus simlitérque positis existentibus vtriusq; comparati parallelogrammi defectionibus (ad complenda similis speciei parallelogramma super totam datam rectam lineam coextensa) eius inquàm quod à dimidia, & eius cui simile similitérq; positũ eidem quod à dimidia defuturũ est parallelogrammum. ¶Sit ergo data recta linea, a/b: datum verò rectilineum, cui oportet ad datam rectam lineã a/b/ æquum parallelogrammũ comparare, esto c, non existens maius eo quod à dimidia comparatur, similibus existentibus vtriusque defectionibus. Ipsum autem parallelogrammum, cui expedit simile deficere, sit d. Recipio itaq; ad datam rectam lineam a/b, dato rectilineo c, æquum parallelogrammũ comparare, deficiens specie parallelogrãmo ipsi d/ simili. Secetur itaque a/b/recta bifariam in pũcto e, per decimam primi. Et per decimamoctauam huius sexti, à data recta linea e/b, dato rectilineo d, simile similitérq; positum rectilineũ (quod erit & parallelogrammũ) describatur e/f/g: compleatúrque per trigesimamprimam ipsius primi, & secũdum postulatum, a/e/f/parallelogrammum. Aut igitur a/e/f/parallelogrammum, æquum est ipsi rectilineo c, aut eo maius: non enim minus esse potest, per assumptã ex antecedenti vigesimaseptima propositione problematis determinationem. Si æquale fuerit a/e/f/parallelogrammum, ipsi rectilineo c: iam comparatũ erit ad datam rectam lineam a/b, dato rectilineo c, æquale parallelogrammũ a/e/f, deficiens specie parallelogrammo e/f/g/ simili ipsi d. At si a/e/f/parallelogrammũ, eodem c/ rectilineo fuerit maius: erit & e/f/g/parallelogrãmum, æquè itidem maius ipso c. sunt enim a/e/f/& e/f/g/parallelogramma, in basibus æqualibus a/e/ & e/b, atq; in eisdem parallelis a/b/& f/g: & proinde, per trigesimamsextam primi, inuicem æqualia. Excessui autem siue rectilineo, quo e/f/g/parallelogrammum superat ipsum c/æquale, ipsi autem d/ simile similitérque positum, idem construatur h/k/l, per vigesimamquintam huius sexti. Eidem porrò d/simile est e/f/g, per constructionem: & h/l/igitur simile est ipsi e/f/g, per vigesimamprimam eiusdem sexti. Similes autem rectilineæ figuræ, habent angulos æquales ad vnum, & quæ circum angulos æquales latera proportionalia, per primæ diffinitionis huius sexti cõuersionem. Sit igitur angulus qui ad k, æqualis angulo qui ad f: & sicut e/f/ad f/g, sic h/k/ ad k/l. Et quoniam e/f/g/parallelogrammum, æquum est ipsis c/& h/l: maius est igitur e/f/g, ipso h/l. & proinde latus e/f, maius ipso h/k: & f/g, ipso k/l/itidem maius. Secetur per tertiam primi, ipsi h/k/æqualis f/m, & ipsi k/l/æqualis f/n: & per trigesimamprimam ipsius primi, compleatur m/o/n, & reliqua parallelogramma, vt in figura. Aequum est igitur m/n/parallelogrammum, ipsi h/l: atq; eidem simile. sed h/l, ipsi e/f/g/simile est, per constructionem: & m/n/igitur, ipsi e/f/g/simile est, per eandem vigesimamprimam huius sexti. Circum ergo eundem sunt dimetiẽtem f/o/b,



Notandum.

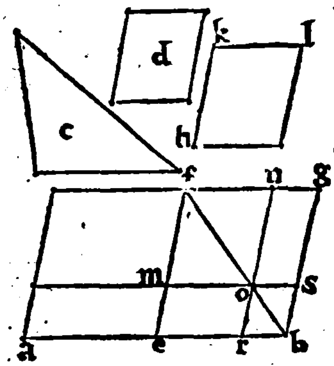
Interpretatio problematis.

Prima ostensionis differẽtia.

Differẽtia secunda, & absoluta partiũ figurę compositio.

ipsa e/f/g/& m/n/parallelogramma,per vigesimamsextam eiusdem sexti. Et proinde parallelogrammum r/s,ipsi m/n,atq; toti e/f/g/simile est,per vigesimamquartã huius sexti:atq; demum ipsi d/simile,per ipsam vigesimamprimam eiusdem sexti.

Præcipua demõstrationis resolutio. His ita præmissis,quoniam e/f/g/ parallelogrammum, ipsis c/& h/l/est æquale, & ipsum h/l/æquale ipsi m/n:reliquus proinde gnomon m/b/n,rectilineo c,per tertiã communẽ sententiam est æqualis.Rursum quoniam e/o/supplementum,æquum est o/g/supplemẽtò, per quadragesimamtertiam primi: addatur vtriq; commune r/ s. totum igitur e/s,toti r/g: per secundam communem sententiam est æquale. Sed eidem e/s, æquum est a/m, per trigesimamsextam primi:sunt enim a/m/& e/s,in basibus æqualibus,ac in eisdem parallelis.Et a/m,igitur ipsi r/g, per primam communem sententiam æquũ est.Adponatur rursum vtriq; commune e/o:totum igitur a/o, ipsi e/o/g/aut m/b/n/ gnomoni,per eandem secundam communem sententiam est æquale. Eidem porrò gnomoni m/b/n,æquũ est rectilineum c:& quæ eidem æqualia,adinuicẽ sunt æqualia,per primam communẽ sententiam. Aequũ est igitur a/o/ parallelogrammum, ipsi rectilineo c:deficitq; specie(ad complendum a/s/parallelogrammum)ipso r/s/ parallelogrammo,quod simile est ipsi d. Ad datam itaque rectam lineam a/b,dato rectilineo c,æquum parallelogrammum comparauimus a/o, deficiens specie parallelogrammo r/s,dato parallelogrammo d/simili. Quod oportebat facere.



Πρόβλημα θ, Πρότασις κθ.

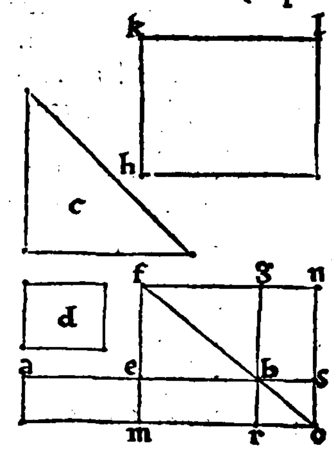
Παρὰ τὴν δοθεῖσαν εὐθεῖαν τῷ δοθέντι εὐθυγράμμῳ ἴσον παραλληλόγραμμον παραβαλεῖν, ὑπερβάλλον εἴδει παραλληλογράμμῳ ὁμοίῳ τῷ δοθέντι.

Problema 9, Propositio 29.

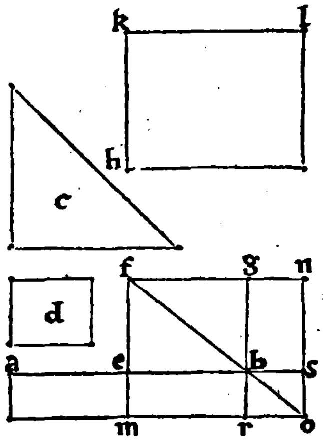
AD datã rectam lineã,dato rectilineo,æquale parallelogrammũ prætendere,excedens specie parallelogrãmo simili dato. 29

ORONTIVS. ¶Sit rursum data recta linea a/ b, datum verò rectilineum c, datum insuper parallelogrammum d. Operæpretium itaque sit, ad datam rectam lineam a/ b, dato rectilineo c, æquum parallelogrammum comparare, excedens similis speciei parallelogrammum super totam a/b/comparatum, parallelogrammo ipsi d/simili. Secetur itaque primùm a / b/ recta bifariam, in puncto e, per decimam primi. & à data recta linea a/b, dato rectilineo d, simile similitérque positum rectilineum (& proinde parallelogrammum)describatur e/f/g/b : per decimamoctauam huius sexti. Vtrisque præterea & e/g/parallelogrãmo & c/rectilineo æquale,ipsi autem d/ simile similitérq; positum,idem constituatur h/k/l: per vigesimamquintam ipsius sexti. Vtrunq; igitur e/g/& h/l,ipsi d/simile est:& proinde e/g/& h/l/similia adinuicem, per vigesimamprimã eiusdem sexti.Similia verò rectilinea, habent angulos æquales ad vnum, & quæ circum æquales angulos latera proportionalia:per primæ diffinitionis huius sexti conuersionem.Esto igitur angulus qui ad k, æqualis angulo qui ad f: & sicut e/f/ ad f/g,sic h/k/ad k/l.Et quoniã h/l,vtrisq; simul & e/g/parallelogrammo, & ipsi c/ rectilineo est æquale, per constructionẽ: maius est igitur h/l,ipso e/g/parallelogrãmo.& latus propterea

Præparatio figurę,ipsius ostẽsionis præambula.



h/k/ipſo e/f/maius:necnon & k/l/maius ipſo f/g. Producantur itaque in rectum & continuum,f/e/& f/g/verſus m/& n,per ſecundum poſtulatum:ſecetúrque ipſi h/k/ æqualis f/m,ipſi autem k/l/æqualis f/n,per tertiā primi. Compleatur deinde m/n/ parallelogrāmum,per trigeſimāprimā ipſius primi,vnà cum r/s, atq; cæteris quæ in figura ſunt parallelogrammis. Parallelogrammum itaq; m/n, æquum eſt & ſimile ipſi h/l. ſed eidem h/l/ ſimile oſtenſum eſt e/g: ſimile eſt igitur m/n, ipſi e/g, per vigeſimamprimā huius ſexti. & proinde ipſa e/g/& m/n/ parallelogrāma,circa eundem dimetientē f/b/o,per vigeſimamſextam ipſius ſexti ſunt conſtituta. Rurſum quoniam e/g/& r/s/parallelogramma,circa eundem ſunt dimetientem f/b/o: ſimile eſt propterea,per vigeſimamquartam eiuſdem ſexti, r/s/parallelogrammū,



ipſi e/g, atq; toti m/n, & proinde ipſi d/parallelogrammo. His ita præmiſſis,quoniā m/n,æquum eſt ipſi h/l, & ipſum h/l/vtriſq; & e/g/parallelogrāmo & c/rectilineo æquale: & m/n/igitur, eiſdē e/g/parallelogrāmo & c/rectilineo eſt æquale.quæ enim inuicē æqualia,eiſdē æqualia ſunt:per primæ cōmunis ſententiæ conuerſionē.Subducto igitur cōmuni/e/g: reliquum c/rectilineū,reliquo gnomoni e/o/g,per tertiā communē ſententiā,eſt æquale. Et quoniam g/s/ſupplementum,ipſi e/r/ſupplemento,per quadrageſimamtertiam primi eſt æquale:& eidē e/r,æquum eſt a/m,per trigeſimamſextam eiuſdem primi, nempe in æquali baſi, ac in eiſdem parallelis conſtituto. Et a/m/igitur ipſi g/s,per primam communē ſententiam æquum eſt.Commune adponatur e/o: conſurget itaq; a/o/ parallelogrammum,ipſi e/o/g/gnomoni,per ſecundam communē ſententiam,æquale. Sed eidem gnomoni e/o/g,æquū eſt rectilineū c:& quæ eidem æqualia,adinuicem ſunt æqualia, per primā communem ſentētiam. Et a/o/igitur parallelogrammū, æquum eſt ipſi dato rectilineo c:exceditq; ſimilis ſpeciei parallelogrammum a/r/ſuper totam rectam a/b/comparatum,ipſo parallelogrammo r/s,quod ipſi d/ſimile oſtenſum eſt. Ad datam igitur rectam lineam a/b,dato rectilineo c,æquale comparatum eſt parallelogrammum a/o,excedēs ſimilis ſpeciei parallelogrammuma/r / ſuper totam a/b/comparatum,parallelogrammo r/s, ſimili dato parallelogrammo d. Quod faciendum receperamus.

Πρόβλημα ι, Πρότασις λ.

Τὴν τεθεῖσαν εὐθεῖαν πεπερασμένην, ἄκρον καὶ μέσον λόγον τεμεῖν.

Problema 10, *Propoſitio* 30.

30 DAtam rectam lineam terminatam,per extremam ac mediā rationem diſpeſcere.

ORONTIVS. ¶Recta linea per extremam & mediam rationem ſecari dicitur: quādo ſic diſpeſcitur,vt tota ad vnum ſegmentorum eandem habeat rationem, quam idem ſegmentum ad reliquum. Eſto igitur data recta linea terminata a/ b, quam oporteat per extremam & mediam diſpeſcere rationem.Secetur itaque a/b/ recta in puncto c,per vndecimam ſecundi:vt quod ſub tota a/b/ & altero ſegmento a/c/ comprehenditur rectangulum, æquum ſit ei quod à c/b/ reliquo ſegmento fit

quadrato.Propoſitis itaque tribus rectis lineis a/b, b/c/ & c/a,quod ſub extremis a/b/&c/a/continetur rectangulum,æquum erit ei quod à media b/c/fit quadrato.Ipſæ igitur tres rectæ lineæ proportionales erunt,per decimāſeptimam huius ſexti,ſicut a/b/ ad b/c, ſic b/c/ad c/a.

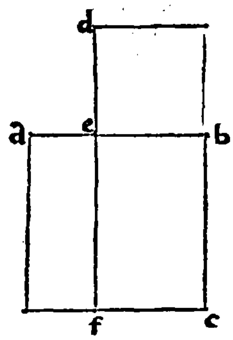
Diſcurſus principalis demōſtrationis.

Problematis interpretatio

Executio demonſtratiua problematis.

Data ergo recta linea a/ b,per extremam & mediam rationem secatur in c,& illius segmentum maius est b/c. ¶Aut si velis describatur ex a/b/recta linea data,quadratum a/b/c,per quadragesimamsextam primi. Et ad datam rectam lineam b/c,dato quadrato a/b/c,æquum parallelogrammum comparetur c/d,excedens similis speciei parollelogrammum c/e/super totam b/c/comparatum,ipso d/b/parallelogrammo simili a/b/c/dato:per antecedentem vigesimamnonam propositionem.Et quoniam simile est a/b/c,ipsi d/b, & quadratum est a/b/c: & d/b/igitur est quadratum. Rursum quoniam c/ d/ parallelogrammum, æquum est quadrato a/b/c/& vtrique commune c/e:ablato itaque c/e,reliquum a/f/reliquo d/b,per tertiam communem sententiam est æquale.& qui circa e/sunt anguli,æquales sunt adinuicem, per decimamquintam primi, vel quartum postulatum. Aequalium porrò & vnum vni æqualem habentium angulum parallelogrāmorum,reciproca sunt latera quæ circum æquales angulos: per decimāquartam huius sexti. Et sicut igitur e/f/ ad e/d,sic b/e/ad e/a.Sed b/e/æqualis est e/d, & a/b/ipsi b/c, per quadrati diffinitionem:eidem rursum b/c,æqualis est e/f,per trigesimamquartam primi.Et e/f/igitur,ipsi a/b,per primā communem sententiam est æqualis.Aequales autem ad eandem,eandem habent rationem,& eadem ad æquales:per septimam quinti.Et sicut igitur a/b/ad b/e,sic b/e/ad e/a. Data igitur recta linea a/b, per extremam & mediam rationem,in puncto e/dispescitur.Quod oportuit fecisse.

Idem alia ratione demonstrare.



Θεώρημα κα, πρόθεσις λα.

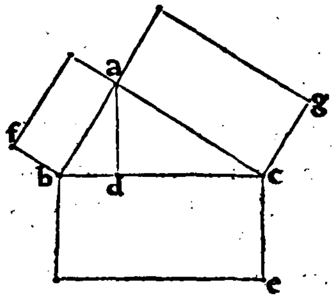
ΕΝ τοῖς ὀρθογωνίοις τριγώνοις, τὸ ἀπὸ τῆς τὴν ὀρθὴν γωνίαν ὑποτεινούσης πλευρᾶς εἶδος, ἴσον ἐστὶ τοῖς ἀπὸ τῶν τὴν ὀρθὴν γωνίαν περιεχουσῶν πλευρῶν εἴδεσι, τοῖς ὁμοίοις τε καὶ ὁμοίως ἀναγραφομένοις.

Theorema 21, Propositio 31.

IN rectangulis triangulis,quæ ab rectum angulum subtendente latere species: æqualis est eis,quæ ab rectū angulum comprehendentibus lateribus speciebus similibus,similiterq; descriptis. 31

Interpretatio theorematis cū partiū figuræ descriptione.

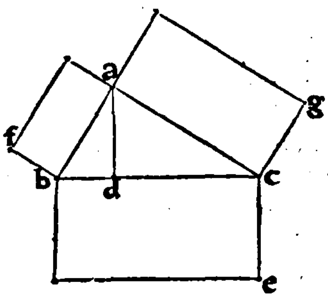
ORONTIVS. ¶Quod de quadratis superficiebus, proposuit quadragesimaseptima primi:hic de quibuscunq; rectilineorum speciebus,proponit Euclides. Esto igitur datum rectangulum triangulum a/b/c, rectū habens angulum qui ad a.Dico quòd species rectilinei,quæ describitur ex b/c/rectum angulum subtendente:æqualis est ambabus similibus similiterque descriptis speciebus,ab ipsis a/b/& a/c/ rectum angulum continentibus.



A dato enim puncto a, super datam rectam lineā b/c, perpendicularis deducatur a/d,per duodecimam primi: quæ per octauam huius sexti,cadet intra datum a/b/ c/ triangulum, ipsúmque in bina diuidet triāgula a/b/d/ & a/d/c,toti a/b/c/atque adinuicem similia.Describatur insuper ex b/c,contingens, & cuiuscunque libuerit speciei rectilineum b/e: & à datis rectis lineis a/b/& a/c,dato rectilineo b/e, similia similitérque posita rectilinea describantur a/f/& a/g,per decimamoctauā ipsius sexti. Et quoniā simile est a/b/c/ triangulum ipsi a/b/d/triangulo,& qui ad b/angulus vtrique communis : est igitur

Demōstratio ipsius theorematis.

vt c/b/ad b/a,sic a/b/ad b/d.sunt itaq; b/c/& a/b,similis rationis latera. Similia porrò triangula,adinuicem in dupla ratione sunt similis rationis laterum,per decimánonam eiusdem sexti. Triãgulum igitur a/b/c,ad triãgulum a/b/d,duplam rationẽ habet quam b/c/ latus ad latus a/b. Rursum quoniã b/e/rectilineũ,simile est ipsi a/f: similes autẽ rectilineæ figuræ, in dupla ratione sunt adinuicẽ similis rationis laterũ,per primũ corollariũ vigesimæ huius sexti. Et b/e/itaq; rectilineũ,duplã rationẽ habet quam latus b/c/ad similis rationis latus a/b. Ostensum est autẽ,ꝙ & triangulum a/b/c/ad triangulum a/b/d,duplam itidem rationem habet quam latus b/c/ ad latus a/b. Et sicut igitur a/b/c/triangulũ ad triangulum a/b/d,sic per vndecimam quinti,b/e/rectilineum ad rectilineum a/f.& à conuersa insuper ratione,sicut a/b/d/ triangulum ad triangulum a/b/c,sic a/f/ rectilineum ad rectilineum b/e, per quartæ ipsius quinti corollarium.



Haud dissimiliter ostendemus triangulum a/ b/ c/ad triangulum a/d/c, atq; b/e/ rectilineum ad rectilineum a/g, duplicem itidem habere rationem,quam latus b/c/ ad similis rationis latus a/c. Et proinde fore sicut a/b/c/ triangulum ad triãgulum a/d/c, sic b/e/ rectilineum ad rectilineũ a/g. Et econtra rursum,sicut triangulũ a/d/c, ad triangulum a/b/c,sic a/g/ rectilineũ ad rectilineũ b/e. Patuit autem,quòd sicut a/b/d/ triangulum ad triangulum a/b/c,sic a/f/rectilineum ad rectilineum b/e. Primum igitur a/b/d,ad secũdum a/b/c/eandem habet rationẽ,& tertium a/f/ad quartum b/e: habet rursum & quintum a/d/c/ad secundum a/b/c/eandem rationem,& sextum a/g/ad ipsum quartum b/e. Et composita igitur primum & quintũ a/b/d/& a/d/c, ad secundum a/b/c/ eandem habebunt rationem,& tertium a/f/ cum sexto a/g/ad ipsum quartum b/e: per vigesimamquartã ipsius quinti. Sed a/b/d/& a/d/c/triãgula,æqualia sunt ipsi a/b/c/ triangulo,tanquàm partes ipsum totum a/b/c/triangulum integrantes:& ipsa igitur a/f/& a/g/rectilinea,ipsi b/e/rectilineo sunt æqualia. Aequum est ergo rectilineum quod ex b/e,eis quæ ex a/b/& a/c/similibus similitérq; descriptis. ¶ Idem etiã ostẽdere licebit, ex secundo corollario eiusdem vigesimæ huius sexti: coassumptis propter similitudinem triangulorum a/b/c,a/b/d,& a/d/c,tribus rectis lineis b/c, a/b/& b/d/proportionalibus, & alijs tribus itidem proportionalibus, b/c,a/c, & c/ d. Erit enim per idem corollarium,sicut b/c/ad b/d,sic b/e/ ad a/f: sicútque eadem b/ c/ ad c/d,sic b/e/ad a/g. Hinc ipsarum trium linearum b/c,b/d, & d/c, quemadmodùm & supradictorum triangulorum adminiculo, conclusionem haud dissimili poteris elicere discursu. In rectãgulis igitur triangulis,quæ ad rectum angulum subtendente latere species:&c.vt in theoremate. Quod ostendendum fuerat. Idem alia ratione demonstrare.

Θεώρημα κβ, Πρότασις λβ.

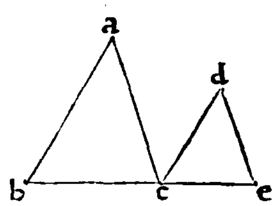
Ἐὰν δύο τρίγωνα συντεθῇ κατὰ μίαν γωνίαν, τὰς δύο πλευρὰς ταῖς δυσὶ πλευραῖς ἀνάλογον ἔχοντα, ὥστε τὰς ὁμολόγους αὐτῶν πλευρὰς καὶ παραλλήλους εἶναι: αἱ λοιπαὶ τῶν τριγώνων πλευραὶ, ἐπ' εὐθείας ἔσονται.

Theorema 22, Propositio 32.

32 SI duo triangula componantur ad vnum angulum, duo latera duobus lateribus proportionalia habentia, vt sint eiusdem rationis eorum latera & parallela: reliqua ipsorum triangulorum latera, in rectam lineam erunt.

ORONTIVS. ¶ Sint bina triangula a/b/c/& d/c/e,ad vnum angulum qui sub a/c/d/composita, habētia duo latera b/a/& a/c/duobus lateribus c/d/& d/e/proportionalia, ſicut b/a/ad a/c/ita c/d/ad d/e: ſintq́ eiuſdem rationis latera inuicem parallela, vtpote a/b/ipſi c/d, & a/c/ipſi d/e. Dico quòd reliqua latera b/c/& c/e, in rectā lineam ſunt conſtituta. Cùm enim ex hypotheſi a/b/& c/d/ ſint parallelæ, & in eas incidat a/c: erit angulus b/a/c/ æqualis alterno a/c/d, per vigeſimamnonam primi. Haud diſſimiliter quoniam a/c/parallela eſt ipſi d/e, & in eas incidit recta c/d: erit per eandem vigeſimamnonam primi, angulus c/d/e, alterno a/c/d/ itidem æqualis. Duo itaq; anguli b/a/c/& c/d/e, eidem angulo a/c/d/ſunt æquales: & proinde æquales adinuicem, per primam communem ſententiam. Bina itaque triangula a/b/c/& d/c/e, habent vnum angulum vni angulo æqualem, & quæ circum æquales angulos latera proportionalia: æquiangula ergo ſunt ipſa a/b/c/ & d/c/e/ triangula, & æquales habēt angulos ſub quibus eiuſdē rationis latera ſubtenduntur, per ſextam huius ſexti. Aequus eſt itaq; angulus c/b/a, angulo d/c/e. Oſtenſum eſt autē, ꝙ & b/a/c/ angulus, æqu9 eſt angulo a/c/d. Duo igitur anguli a/c/d/ & d/c/e, duobus angulis b/a/c/& c/b/a/ſunt æquales. Totus rurſum qui ſub a/c/e/ cōtinetur angulus, eiſdem angulis a/c/d/& d/c/e/æqualis eſt. Et proinde angul9 a/c/e, duobus angulis b/a/c/& c/b/a/eſt æqualis. Cōmunis addatur angulus a/c/b: duo igitur anguli a/c/b/& a/c/e, tribus angulis b/a/c, a/c/b, & c/b/a/ipſius a/b/c/ trianguli, ſunt per ſecundam communem ſententiam æquales. Sed eiſdem tribus angulis ipſius a/b/c/triāguli, ſunt æquales duo recti, per trigeſimamſecundam primi. Et duo itaque anguli a/c/b/& a/c/e, duobus rectis per primam communem ſententiam coæquantur. Ad datam ergo rectam lineam a/c/atq; ad eius punctum c, duæ rectæ lineæ b/c/& c/e/ non ad eaſdem partes ductæ, efficiunt vtrobique angulos a/c/b/ & a/c/e/binis rectis æquales: ipſæ igitur rectæ lineæ b/c/ & c/e, in directū ſeu rectam lineam, per decimamquartam ipſius primi ſunt conſtitutæ. Ergo ſi bina triangula: & quæ ſequuntur reliqua. Quod expediebat demonſtraſſe.

Oſtēſio theorematis.



Θεώρημα κγ, Πρόθεσις λγ.

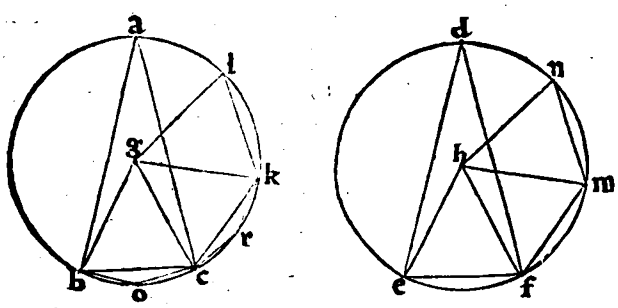
ΕΝ τοῖς ἴσοις κύκλοις, αἱ γωνίαι τὸν αὐτὸν λόγον ἔχουσι ταῖς περιφερείαις ἐφ' ὧν βεβήκασιν, ἐάν τε πρὸς τοῖς κέντροις, ἐάν τε πρὸς ταῖς περιφερείαις ὦσι βεβηκυῖαι. ἔτι δὲ καὶ οἱ τομεῖς, ἅτε πρὸς τοῖς κέντροις συνιστάμενοι.

Theorema 23, Propoſitio 33.

IN æqualibus circulis, anguli eandem habent rationem ipſis circunferētijs in quibus deducūtur: etſi ad centra, etſi ad circunferētias fuerint deducti. Tum etiā ſectores, tanq̄ ad centra cōſtituti. 33

ORONTIVS. ¶ Sint bini & adinuicē æquales circuli, a/b/c/& d/e/f: ad quorū centra g/& h, anguli deducātur b/g/c/& e/h/f, ad circunferētias autē, b/a/c, & e/d/f, circunferentias b/c/& e/f/comprehendentes. Aio primùm, quòd veluti circunferentia b/c, ad e/f/circunferentiā, ſic angulus b/g/c/ ad angulum e/h/f, necnon & angulus b/a/c/ad angulum e/d/f. Connectantur enim per primum poſtulatum b/c/ & e/f. & in datis circulis a/b/c/& d/e/f, datis rectis lineis b/c/& e/f, nō maioribus eorundem circulorum dimetientibus: quotcunq; æquales rectæ lineæ ordine coaptentur, c/k/& k/l/ipſi b/c, atq; f/m, & m/n/ipſi e/f/æquales, per primā quarti. & per primum poſtulatum, connectantur g/k, g/l, h/m, & h/n/rectæ lineæ. Et quoniā æquales ſunt b/c, c/k, & k/l/ rectæ lineæ, æquales ſunt & circunferentiæ b/c, c/k, & k/l/ eaſdem rectas inuicem æquales ſubtendētes, per vigeſimamoctauam tertij. Hinc

De angulis q ad centrum.



per vigeſimãſeptimã eiuſdẽ tertij,anguli b/g/c,c/g/k, & k/g/l, æquales ſunt adinuicem.Et proinde anguli e/h/f, f/h/m, & m/h/n,adinuicẽ pariter æquales.Quotuplex igitur eſt b/c/l/ circunferentia, ipſius circunferentiæ b/c: totuplex eſt angulus b/g/l, ipſius anguli b/g/c.quotuplex inſuper eſt e/f/n/circunferẽtia,ipſius e/f/circunferẽtiæ: totuplex eſt & angulus e/h/n,ipſius anguli e/h/f.Si itaq; circunferẽtia b/c/l/ maior eſt circunferẽtia e/f/n:æquè maior eſt & angulus b/g/l,ipſo angulo e/h/n:& ſi æqualis,æqualis:ſi autem minor, itidem proportionaliter minor. Quatuor itaq; magnitudinum,vtpote b/c/& e/f/circunferẽtiarum,& angulorum b/g/c/ & e/h/f, ſumpta ſunt æquè multiplicia primæ & tertiæ:necnõ ſecundæ & quartæ alia vtcunque æquè multiplicia. & ſicut multiplex primæ,ad multiplex ſecundæ:ſic multiplex tertiæ, ad multiplex quartæ ſe habere deductum eſt. In eadem ratione igitur eſt prima ad ſecundam,& tertia ad quartam,per ſextam ipſius quinti diffinitionẽ:hoc eſt,ſicut b/c/ circunferentia,ad e/f/circunferentiã:ſic angulus b/g/c,ad angulum e/h/f.

Circunferentiæ		Anguli.	
b/c/l.	e/f/n.	b/g/l.	e/h/n.
b/c.	e/f.	b/g/c.	e/h/f.

¶Et quoniã angulus b/g/c/duplus eſt anguli b/a/c,& e/h/f/ipſius e/d/f/itidem duplus, per vigeſimam tertij.Sunt itaque b/g/c/& e/h/f/anguli, ipſorum b/a/c/ & e/d/f/qui ad circunferentias ſunt angulorũ, æquè multiplices. Partes autẽ eodem modo multiplicium, eandem rationem habent ſumptæ adinuicem: per decimamquintam eiuſdem quinti.Quam rationẽ igitur habet angulus b/g/c, ad angulum e/h/f: eam habet & angulus b/a/c,ad angulum e/d/f.Oſtenſum eſt autem,quòd angulus b/g/c/ad angulum e/h/f/ eam habet rationem:quam b/c/circũferentia,ad circunferentiã e/f.Et b/a/c/igitur angulus,ad angulum e/d/f/ eam habet rationem,per vndecimam quinti:quam b/c/ circunferentia, ad circunferentiam e/f. De angulis q ad circunferẽtiam.

b/c. e/f	b/g/c.e/h/f	b/a/c.e/d/f

¶Dico inſuper quòd ſicut eadem circunferentia b/c, ad circunferentiã e/f:ſic g/b/c/ſector,ad ſectorem h/e/f.Coaſſumantur enim in b/c/& c/k/circunferẽtijs,contingentia ſigna,o/& r:& connectantur b/o,o/c,c/r,& r/k/lineæ rectæ,per primum poſtulatum.Et quoniã trianguli g/b/c/duo latera b/g/& g/c,ſunt æqualia duobus c/g/& g/k/trianguli c/g/k, per quindecimam diffinitionem primi,& æquos adinuicem continent angulos,baſis quoq; b/c/baſi c/k/eſt æqualis: totum itaque triangulum g/b/c,toti triãgulo c/g/k,per quartã ipſius primi,eſt æquale. Rurſum quoniam b/c/circunferentia,æqualis eſt circunferentiæ c/k:ſi à tota a/b/c/ circunferentia,eædẽ æquales auferantur circunferentiæ,reliqua b/a/c/reliquæ c/a/k, per tertiã communem ſententiam,eſt æqualis.Et proinde anguli b/o/c/ & c/r/k, æquales ſunt adinuicem, per vigeſimamſeptimam tertij. Similis eſt igitur ſectio b/o/c, ſectioni c/r/k, per decimam ipſius tertij diffinitionem: & in æqualibus rectis lineis b/c/ & c/k/conſtitutæ ſunt. Aequalis eſt igitur ſectio b/o/c,ſectioni c/r/k, per vigeſimamquartam eiuſdem tertij.Et quoniam æquum eſt triangulum g/b/c,triangulo c/g/k: totus propterea ſector g/b/c, toti c/g/k/ſectori, per ſecundam communem ſententiam eſt æqualis.Et proinde ſector g/k/l,vtrique ipſorum g/b/c,& c/g/k/conuincitur æqualis. Tres itaque ſectores g/b/c,c/g/k, & g/k/l,ſunt æquales adinuicẽ.Haud diſſimiliter,ſectores h/e/f, f/h/m, & h/m/n, inuicem æquales fore concludentur. De ſectorib⁹.

Quotuplex est igitur circunferentia b/c/l, ipsius b/c/ circunferentiæ : totuplex est g/b/l/ sector,ipsius sectoris g/b/c. Et proinde quotuplex est circunferentia e/f/n, ipsius e/f/circunferentiæ:totuplex est & sector h/e/n, ipsius sectoris h/e/f. Ergo si b/c/l/circunferētia,maior est ipsa e/f/n:æquè maior est & sector g/b/l, ipsius sectoris h/e/n:& si æqualis,æqualis:& si minor,itidem proportionaliter minor. Quatuor itaque magnitudinum,duarum inquàm circunferētiarum b/c/& e/f, & duorum sectorum g/b/c/& h/e/f,sumpta sunt æquè multiplicia primæ & tertiæ, necnō secundæ & quartæ alia vtcunq; æquè multiplicia:& vt multiplex primæ ad multiplex secūdæ,sic multiplex tertiæ ad multiplex quartæ se habere deductū est. Prima igitur ad secūdam, eandem habet rationē,& tertia ad quartam,per sextam diffinitionem quinti. Sicut igitur circunferentia b/c, ad circunferentiam e/f: sic g/b/c/ sector, ad sectorem h/e/f. In æqualibus igitur circulis, anguli eandem habent rationem ipsis circunferentijs in quibus deducuntur: etsi ad centra,etsi ad circunferentias fuerint deducti. Tum etiam sectores,tanquàm ad centra constituti. Quod tandem receperamus ostendendum.

Cicunferentiæ		Sectores.	
b/c/l.	e/f/n.	g/b/l.	h/e/n.
b/c.	e/f.	g/b/c.	h/e/f.

Corollarium.

¶Et proinde manifestum est,quòd veluti sector ad sectorē,sic per vndecimā quinti angulus ad angulum : vtrobique enim ratio offenditur, quæ circunferentiæ ad circunferentiam.

SEXTI LIBRI GEOMETRICOrum Elementorū Euclidis Megarensis, Ex Orontij Finei Delphinatis,Regij Mathematicarum professoris , traditione,

FINIS.

Virescit vulnere virtus.

Errata quæ in paucis admodùm accidere exemplaribus.

Pagina 9.sub prima cōmuni sentētia:lege,sit æqualis magnitudo c.necessum est.&c.
Pagina 49. linea prima demonstrationis:tolle quòd,& lege aio ex tota a/b.&c.non, quòd ex tota.

Registrum.

2	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	2.
❧.	a.	b.	c.	d.	e.	f.	g.	h.	i.	k.	l.	m.	n.	o.	p.