Orontij Finei Delphinatis, Regii Mathematicarum profeſſoris,

IN SEX PRIORES LIBROS geometricorum elementorum Euclidis Megarenſis Demonſtrationes.

Quibus ipſius Euclidis textus græcus, ſuis locis inſertus eſt: vnà cum interpretatione latina Bartholamæi Zamberti Veneti, ad fidem geometricã per eundem Orontium recognita.

CVM PRIVILEGIO
Regis ad decennium.

PARISIIS.
Apud Simonem Colinæum.
1 5 3 6.

Vireſcit vulnere virtus.

Christianissimo ac potentiss.

GALLIARVM REGI, FRANCISCO huius nominis primo, Orontius Fineus, Delphinas, S. D.

DVm celebres illas & fidissimas artes, Francisce Rex inuictissime, quæ solæ Mathematicę, hoc est, disciplinæ meruerunt adpellari, sub tuo felici profiterer nomine: raros admodùm offendi (etiam in numerosa auditorum multitudine) qui satis fido ac liberali animo, tam vtile ac iucundum philosophandi genus, à limine (vt aiunt) salutare, ne dicã ad illius penetralia, penitioráq; secreta, peruenire dignarentur. Cuius adeò miseræ ac deplorandæ infelicitatis radicẽ, ex eo maximè pullulare vel facilè percepi: ꝙ siue inclementia tẽporis, siue parentũ & præceptorũ incuria, Geometriæ nusquàm prægustauerint elemẽta. sine quorum præuia, ac exacta cognitione: omnis prorsus, nedum Mathematica, negatur philosophia. Perscrutatur enim Geometria continuæ, & prout immobilis est, quantitatis accidentia: nempe magnitudinum, & figurarũ rationes, affectiones item, positionésq; diuersas: multiformia ipsarũ discrimina subtili admodũ examine discutiẽdo. Exordiũ præterea sumit, à per sese, & vulgo notis principijs. & potissimis dialectices innixa pręceptis, ac collecta syllogismis: ad prima demonstrationũ insurgit elemẽta. à quibus per mediorũ ordinẽ discurrẽdo, atq; simplicia compositis, & cõposita simplicibus comparando, progreditur ad vltima: ad propria tandẽ singula resoluendo principia. Quanquã insuper circa intellectilia & abstracta, quemadmodũ & diuina versetur philosophia: sensilia tamẽ & ipsi materiæ subiecta, veluti physica ratiocinatio, simul attingere cõperitur. Et proinde fit, vt nulla disciplina certior existat Geometria: vel quæ antiquitatis dignitate præcellat. Nulla etiam quæ vires ingenij magis foueat, augeat, locupletétq;: vel quæ ingenium ipsum ad puriora studia, omniúmq; ingenuarum adinuentionum excogitationẽ, adeò facile reddat, ac suapte natura propẽsum. Adde quòd vsui, & cõmodo generis humani plurimùm cedit. Hinc prçclara illa & toti Orbi decora liberaliũ artiũ facultas, cæterarum mater & alumna, ad veterũ philosophorũ imitationẽ, prudẽtissima sanciuit institutione: ne quispiã in doctorum, seu (vt vocãt) magistrorũ admittatur ordinẽ, ni cũ cæteris philosophici discursus authoribus, sex priores libros geometricorũ elemẽtorũ Euclidis saltẽ audiuerit. quasi ignoratis Geometriæ rudimentis, ad cæteras disciplinas præclusa videatur esse via. Cuius rei vestigia, Parisiensis adhuc obseruat academia. qui enim ad laureã adspirãt philosophicã: iureiurãdo profitẽtur arctissimo, sese prçnominatos Euclidis libros audiuisse. An verò illius elementa, multis abhinc annis, vsq; ad nostra viderint (ne dicã intellexerint) tẽpora (paucis forsitã exceptis, quos æquus amauit Iupiter) non ausim honestè cõfiteri. Nouerunt enim singuli, etiã exteri: quibus deliramẽtis nõ modò fœcũdissima iuuenũ ingenia hactenus torserint, ac penè dixerim deprauarint pseudophilosophi, verumetiã omnẽ bonã extinxerint eruditionẽ.

Redit tamẽ suus singulis honos, suáq; dignitas: & in pristinũ illũ disciplinarũ splendorẽ (reiectis barbaris, ac sophisticis nugis) paulatim cũcta reduci cõspicimus. Id'q; tuo in primis fauore, ac liberali succurrẽte munificẽtia, Princeps humanissime: qui primus inter maiores tuos, non sine magna tui nominis ac dignitatis propagatione, & incõparabili reipub. cõmodo, bonarũ literarũ studia fouere cœpisti, & publicis augere professoribus. Inter quos, me liberaliũ Mathematicarũ interpretẽ simul instituisti: & prçter decretũ stipendiũ, nõ aspernandis plerũq; donasti muneribus. Vt igitur pro mea virili parte, tũ erga munificentiã tuã, tum erga ipsam rẽpub. debito fungar officio, & prçter quotidianas lectiones, aliquod hominis vestigiũ, in fidele tuæ liberalitatis & clementiæ testimoniũ, posteris relinquã, vt'q; viã ad grauiora ijs simul aperiã, qui mathematici fieri, hoc est, aliquid scire desiderãt: cõscripsi nuper in sex (quos paulo antè dixi) libros Euclidis, cõmentaria admodũ vtilia, clarissimásq; propositionum demõstrationes, & sub nomine auspicióq; tuo felicissimo tandẽ ædidi. cõscripturus deinceps & suo æditurus ordine (Deo in primis, & tuo opitulãte subsidio) cçtera mathematicæ philosophiæ rudimẽta: quibus studiosa iuuentus proficiẽdo delectabitur, & ad vberrimũ (vt spero) prouehetur incremẽtũ. Interea clementissime Rex, hosce labores nostros, tuæ maiestati consecratos, liberaliter suscipito. Vale Regum decus, & literarũ vnicum refugium. Lutetiæ Parisiorum, M. D. XXXVI.

AD CANDIDVM QVENQVE, AC studiosum Lectorem.

ABsoluimus tandem, candide ac studiose Lector, & tibi liberali admodùm communicamus animo, toties promissas, totiésque desideratas in sex priores libros elementorum Euclidis, disciplinarum omnium ianitoris, demõstrationes. Quibus græcũ ipsius Euclidis cõtextum suis locis inseruimus, vnà cum interpretatione latina Bartholamæi Zamberti Veneti: quam vbi geometricum visa est offendere sensum, ea qua decet modestia, fideliter emendauimus, & singula in suam redegimus harmoniã. In primis itaque diffinitiones ipsas (quæ durioris, quàm iuuenum captus exposceret, plerunque videbantur interpretationis) qua potuimus elucidauimus facilitate: atque cætera principiorum genera, à quibus vniuersa problematum atque theorematum multitudo consurgit. Ipsorum porrò theorematum atque problematum subtiles difficilésque demonstrationes, tali artificio, adeóque ordinato ac facili discursu conscripsimus, & cõuincentibus probauimus syllogismis (multis tum in melius commutatis, tum recenter adinuentis: nullísque, præter ea quæ in ipso continentur Euclide, subrogatis principiis) vt nemo futurus sit, qui legendo simul non valeat intelligere: quíque minimũ addere verbum absque temeritate, aut detrahere sine iactura possit. Adde quòd ipsarum demonstrationum schemata siue figuras, ad rigorẽ artis seu literæ, propria manu depinximus: quò satis ex omni parte huic labori faceremus. Primo itaque libro describuntur triangula, lineæ, anguli, paralleli, necnon quadrata & parallelogramma tum inuicem tum ipsis comparata triangulis. Secundo, gnomon atque rectangulum diffinitur parallelogrammũ: linearum insuper tum sectarum, tum coniunctarũ adinuicem potestates: hoc est, ex ipsis lineis, ac earundem segmentis resultantium quadratorum & rectilineorum qualitates edocentur. Tertio autem, circulorum perscrutantur inspectiones, atque rectarum in circulo subtensarum, & ipsorum angulorũ tum ad centrũ tum ad circuli circunferẽtiam consistentium discrimina. Quarto porrò libro, figurarum inscriptiones, atque circunscriptiones ostenduntur. Quinto, magnitudinum rationes atque proportiones in vniuersum discutiuntur. Sexto deniquè libro, post diffinitam rationum compositionem, linearum proportionalium inuentiones, rationes item atque proportiones figurarũ, mirabili resoluuntur artificio. Quæ quidem omnia syllogismis, tum à causis, tum ab inspectionibus sumptis (quæ fidem efficere possunt) suo demonstrãtur ordine. Incepit igitur Euclides à triangulis, & angulis, atque lineis rectis: propterea quòd rectilinearum figurarum prima est trilatera, in quam cæteræ rectilineæ figuræ resoluuntur. Penes insuper laterum & angulorum diuersam habitudinem, earundẽ rectilinearũ figurarum attendũtur, considerantúrve discrimina. Et proinde liber primus, vniuersalior est secundo, secundus tertio, tertius quarto: & deinceps

Quæ singulis sex libris contineantur.

Cur hos sex libros seorsum ędiderit Orōtius.

ita de cæteris. Nec alienum velim habeas iudicium, de propriis singulorum librorũ diffinitionibus. Hos autem sex priores libros, ad continuam spectantes quantitatem, seorsum de industria collibuit exponere. Nempe in gratiam tum auditorum nostrorum, atque professorum artium liberalium, nostræ potissimùm vniuersitatis Parisiensis, qui eosdem libros suis tenentur interpretari discipulis: tum etiã ob ipsorum discipulorum non aspernandam vtilitatem. Poterunt siquidem eorundem sex librorum adminiculo, viam sibi ad vniuersam parare philosophiam: præcipuè Aristotelicam, quæ geometricum præsupponere videtur auditorem. hinc fit, vt iis qui Geometriam ignorant, subobscurus difficilisq́ue videatur Aristoteles. Quantum igitur publicæ studentium consuluerimus vtilitati, quàm longè præterea cæteros omnes hac in parte superauerimus: non facilè persuadebitur ambitiosis illis & vanissimis rabulis, qui dum nihil agunt boni, sed vitam protrahunt parasiticam, suum de omnibus impudenter audent proferre iudicium. Sed tu æquissime ac humanissime Lector, qui iudicio, doctrina & eruditione polles, qui boni & æqui semper nosti consulere, nec ignoras quàm pulchrum & quàm decorum sit, pro concessa dexteritate, cæteros iuuare mortales: dum perlegeris, & perpenderis singula, poteris apud te tandem iudicare. Quòd si hunc laborem nostrum, tibi pergratum (vt optamus & speramus) futurum acceperimus: in reliquos omnes ipsius Euclidis libros non aspernãda tibi parabimus commentaria, aliáq́ue non minus vtilia q̃ iucunda demũ communicabimus opera. Vale igitur interea feliciter: & Christianissimo Francorũ Regi, mecœnati nostro clementissimo (cuius fauore & auxilio id facimus quod facimus) vitæ in primis, dein rerum omnium felicissimũ imprecare successum. Vale iterũ. Lutetiæ Parisiorum mense Octobri. Anno Christi saluatoris M.D.XXXVI.

Ad Inuidum ex Martiali distichon.

Qui ducis vultus, & non vides ista libenter:
Omnibus inuideas liuide, nemo tibi.

INDEX OPERVM, AB ORONTIO FINEO Delphinate, Regio Mathematicarum professore, in gratiam studiosorum omnium hactenus conscriptorum.

¶ Quæ ab eo ædita & iam impressa sunt.

¶ Protomathesis, ingens volumen: in quo hæc continentur.
De Arithmetica practica, libri quatuor: his qui ad mathematicam adspirant philosophiam haud parum conducentes.
De Geometria libri duo: vbi de longitudinũ, planorum, & solidorũ dimensionibus.
De Mundi sphæra, siue Cosmographia, primáve Astronomiæ parte, libri quinque: proprijs eiusdem Orontij commentarijs elucidati.
De Quadrantibus & solaribus horologijs, libri quatuor: in quibus præter aliorum emendatas inuentiones, plurima suo excogitauit ingenio scitu dignissima, à Mustero quodam statim inciuiliter vsurpata.
¶ Arithmeticæ practicæ æditio secunda, ab ipso authore castigata, aucta, & recognita, & in suum candorem restituta, ac seorsum impressa.
Quadrans vniuersalis astrolabicus, omnibus Europæ regionibus inseruiẽs, eiusdem & amplioris cum ipso Astrolabio commoditatis.
Commentaria, siue demonstrationes in sex priores libros elementorum Euclidis, præsenti contenta volumine.
Aequatorium Planetarũ, instrumento quadrangulari & altera parte longiori comprehensum.
¶ Almanach cõiunctionum & oppositionum Luminarium, cum ijs quæ ad ecclesiasticum pertinent computum: xxxv. annis inseruiens.
Aliud item almanach vniuersale, vtilissimis refertum cõmoditatibus: ad plures annos inuiolabile, & tam latinè quàm gallicè conscriptum.
¶ Charta siue Chorographia Galliarum, elegantissimè depicta.
Vniuersi orbis descriptio, gemina cordis humani figura, & vnico papiri folio comprehensa.
Eadem orbis designatio, ampliore & vnica humani itidem cordis effigie coextensa.
Viaticum diui Pauli: siue terrarum ad sacræ scripturæ intelligentiam necessariarũ Chorographiam primus ædidit.
Nunc verò promissa Terræ sanctæ Chorographia, ad verum (quoad fieri potuit) descripta sculpitur: & propediem emittetur.
Aedidit & alia quàmplurima minutiora opuscula (etiam gallica) quæ longum esset recensere. Singula quoq; figuris elegãtissimis, propria manu depictis, illustrauit.

¶ Aliena per eundem Orontium emendata.

Compendium sphæræ Ioannis à Sacrobo. annotationibus & figuris ornauit.
Theoricas planetarum Georgij Purbachij, scholijs, ac figuris non aspernandis clariores reddidit.
Arithmeticen Ioannis Martini Blasij, primus in suam redegit harmoniam, & figuras admodùm necessarias cum numeris adiunxit.
Margaritam insuper philosophicum F. Gregorij Resch. Cartusiani, suæ integritati restituit: & non aspernandis illustrauit appendicibus.
Emendauit & varios sub prælo authores: quos data prætermittimus opera.

¶ Quę nũc autẽ ipse moliatur Orontius, sequẽti disces priuilegio.

Proximo disticho, corrige. & non legis ista libenter.

Coppie du priuilege de ce present liure, & aultres oeuures contenues en icelluy.

Francoys Par la grace de Dieu Roy de France, au preuost de Paris, Bailly de Rouen, Seneschal de Lyon. Et a tous noz aultes iusticiers, officiers, ou a leurs lieuxtenãs quil appartiẽdra, salut. Nostre cher & bien ame maistre Oronce Fine, lecteur ordinaire de par nous es sciẽces Mathematicques, en nostre ville & vniuersite dudict Paris: Nous a faict entẽdre, que auec grãt peine & labeur, Il a faict & cõpille plusieurs liures & cartes, intitulez ainsi ql sensuit, assauoir. Les cõmẽtaires sur les six premiers, & dixiesme liures de Euclide: & sur la perspectiue dicelluy. Trois liures, touchãt lart de scauoir mesurer toutes lõgueurs, plates formes, & corps solides. Cinq liures, sur la Cosmographie ou Sphere du Mõde, concernans la premiere & principalle partie Dastronomie. Vng Astrolabe nouueau, auec le liure de la declaration dicelluy. Vng quadrant representãt ledit Astrolabe, auec sa declaratiõ, tant en Latin que en langaige Frãcoys. Vne oeuure tresutile sur la theoricque des Planettes, auec les tables & instrumens a ce requis. Vng Aequatoire, pour scauoir le cours & mouuement desdictz Planettes: auec vng Directoire. Le tout nouuellement excogite, par ledict Oronce: & les liures declaratifz diceulx. Vng almanach a plusieurs annees, fort vtile. Plus oultre lesdictz liures, a redigez en forme de deux grãs rondeaulx hemisphericques, la description geographicque de tout le Mõde. Aussi la description & Carte de Europe, le plus au vray distincte quil luy a este possible. En tous lesquelz liures & cartes susdictes, sont contenues plusieurs bonnes oeuures de tresgrant prouffit & vtilite: a linstruction, edification, & recreation des bons esperitz, qui se vouldront applicquer a les veoir & entẽdre. Nous suppliant & requerant, que a ceste cause luy vueillons permettre la publication desdictz liures & cartes, par nostre Royaulme. ¶Pource est il, que nous ce considere, desirans fauoriser & gratiffier au labeur dudict Oronce Fine. A icelluy auons permis & octroye, permectons & octroyõs, voulons, & nous plaist: Que par tel ou telz des imprimeurs iurez de nostredict Royaulme que bõ luy semblera, il puisse & luy loise faire imprimer lesdictz liures & cartes des intitulations dessusdictes. En deffendãt tresexpressemẽt a tous aultres libraires & imprimeurs de noz villes & vniuersitez quelz quilz soient, sinon celluy ou celux qui en auront charge de par luy. Que durãt le tẽps & terme de dix ans prochain venãs, Ilz nayẽt a imprimer ou faire imprimer, vendre ne lucider lesdictz liures & cartes susdictes, sur peine damende arbitraire & de cõfiscation diceulx liures & cartes. Si voulons, vous mandons, & a chascun de vous en droict soy & si comme a luy appartiendra, Que de noz present grace conge permission & octroy, vous faictes souffrez & laissez ledict Oronce Fine, iouyr & vser, Et icelles nosdictes deffenses entretenir, garder, & obseruer de poinct en poinct, selon & ainsi que dict est cy dessus. Cessans tous aultres empeschemens au contraire. Car tel est nostre plaisir. Donne a Valence, le cinquiesme iour de Septembre, Lan de grace mil cinq cens trente six. Et de nostre regne le vingtdeuxiesme. Ainsi signe

Par le Roy, monseigneur le Cardinal de Lorraine, & aultres presens.

Preudomme.

Et seelle a simple queue de cire Iaulne.

Orontij Finei Delphinatis, Regii Mathematicarum Professoris, In Primum elementorum Euclidis, Demonstrationes.

¶ *Principiorum Interpretatio.*

RECEPTVM EST AB OMNIBVS, VNAMQVANque disciplinã propria sibi vẽdicare principia: quę etsi nulla prorsus videãtur indigere probatione, ex ipsis tamen saneq̃ intellectis principijs, ad ea quæ eadem consequũtur principia, deuenire vel facile cõtingit. Idcirco generalẽ principiorũ geometricorũ elucidationẽ, protheoriámve in sex priores libros geometricorũ elementorũ Euclidis Megarensis (quos in gratiam studiosorum omnium suscepimus interpretãdos) præmittere: atq; intellectualem illam magnitudinum, & figurarum cõtemplationem (prius, quàm ad propositionum expositionem deueniamus) rudioribus geometricarum speculationum tyrunculis aperire, non duximus importunum.

Cuiuslibet disciplinæ propria recipienda fore principia.

¶Triplicem itaque principiorum offendimus ordinem: vtpote, diffinitiones, terminorum naturam exprimentes: postulata, ex ipsis collecta diffinitionibus: & effata, seu cõmunes sententias, quæ dicuntur axiomata. In primis ergo diffinitiones: dein reliqua suo declarabimus ordine.

Triplex ordo principiorum geometricorum.

¶Animaduertendum est igitur, subiectum ipsius Geometriæ fore magnitudinem, à numero quidem & materia seorsum abstractam. Magnitudinis autem, triplex assignatur dimensio. Aut enim magnitudo longa tantùm imaginatur: aut longa, & lata: vel denique longa, & lata, simúlque profunda, siue crassa abstrahitur. Quorum omnium mediatum vel immediatum principiũ, punctum (aliàs signum) esse dicitur. Fingitur enim magnitudo per continuam suiipsius diuisionem (quãquàm in semper diuisibilia distribuatur) deuenire tandem ad partem minimam, quæ videlicet amplius diuidi non possit, ac si foret omni dimensione priuata: instar quidem vnitatis in discreta quantitate. Vt quemadmodùm ex vnitatis multiplicatione, omnis conficitur numerus: haud dissimiliter ex huiuscemodi parte, vel indiuisibili nota, per abstractum seu transsumptiuum eiusdem notulę motum, omnem effingamus oriri seu produci magnitudinẽ. Hanc itaq; magnitudinis partem minimã, siue notulã indiuisibilem seorsum abstractam, punctum adpellamus: & ab Euclide ita primùm describitur,

Geometriæ subiectum.
Triplex in magnitudine dimensio.
Pũctũ omnis magnitudinis principium.
Pũcti cũ vnitate comparatio.

¶ *De puncto, linea, atque superficie, Diffinitiones.*

¶Σημεῖόν ἐστιν, οὗ μέρος οὐθέν.

Punctum

1 Punctum est, cuius pars nulla.

Id est, quod abstractũ à cõtinuo, velut ipsius cõtinui pars minima, omni dimẽsione priuatũ imaginatur. ¶Ex cuius quidẽ pũcti abstracto defluxu, per infinitã suiipsius multiplicationẽ, longitudo dimensionũ primaria cõficitur: quæ Linea vocitatur, in hunc diffinita modũ,

Vt linea ex puncto describatur.

¶Γραμμὴ δὲ, μῆκος ἀπλατές.

2 Linea verò, est longitudo latitudinis expers.

Hoc est, latitudine priuata. Cũ enim punctũ omni careat dimẽsione: suo fluxu, seu trãssumptiuo motu, causat tantummodò longitudinem.

¶Γραμμῆς δὲ πέρατα, σημεῖα.

3 Lineæ autem limites, sunt puncta.

Incipit enim à puncto, & ex infinitis conficitur punctis, in punctúmq; terminatur. Omnis porrò linea, vel recta, vel obliqua venit imaginanda.

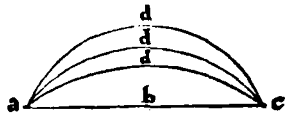
¶Εὐθεῖα γραμμή, ἐστιν ἥτις ἐξ ἴσου τοῖς ἐφ' ἑαυτῆς σημείοις κεῖται.

Recta linea est, quæ ex æquali sua interiacet puncta. 4

Vtpote, quæ à puncto in pūctum breuissimè ducitur, ipsa terminatiua puncta intermedijs æquali positione cōnectens: vti subscripta a/b/c/linea repræsentat. Cùm igitur à dato pūcto, in datum quodcūque punctum vnica sit breuissima via: fit, vt nulla recta linea rectior detur altera, sed quotquot ab eodem puncto ad idem punctum producentur lineæ rectæ, in vnam eandémq; lineam rectam coincidant. Secus est de obliqua: quæ per contrariam ipsius rectæ diffinitionē facilè describitur. nam ab eodem puncto ad idem punctum, infinitę producūtur obliquæ lineæ, quæ circunferentiarum portiones adpellantur: dantúrque obliquis obliquiores. Veluti, quæ ab eodem pūcto a/ad punctum c/ per ipsum d/ protrahuntur, ostendunt.

Recta linea non datur rectior.

Obliquarum linearū infinita diuersitas.



¶Ex lineæ autem imaginario fluxu, acsi succedentium adinuicem linearum vestigium relinqueret, latitudo dimensionum altera respondenter acquiritur, describitúrq; superficies.

Superficiei abstractiua descriptio.

¶Ἐπιφάνεια δέ ἐστιν, ὃ μῆκος καὶ πλάτος μόνον ἔχει.

Superficies est, quæ longitudinem, latitudinémq; tantùm habet. 5

Quæ cùm exordiatur à linea, & ipsius lineæ terminatiua puncta, ad motum eiusdem, rectam vel obliquam lineam describant, in eadémque linea mota quiescat ipsa superficies: relinquitur euidens quòd

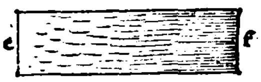
¶Ἐπιφανείας δὲ πέρατα γραμμαί.

Superficiei extrema sunt lineæ. 6

Porrò cùm linea, ad descriptionem mota superficięi, recta fuerit, atq; in longum lineæ rectæ vniformiter, breuissiméque traducta: fit superficies, quæ plana dicitur, & in hunc diffinitur modum,

¶Ἐπίπεδος ἐπιφάνειά ἐστιν ἥτις ἐξ ἴσου ταῖς ἐφ' ἑαυτῆς εὐθείαις κεῖται.

Plana superficies est, quæ ex æquali suas interiacet lineas. 7

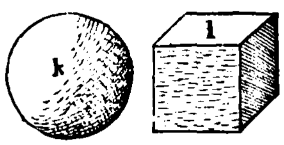


Id est, quæ per totam rectam lineam quaquauersum accommodatur, nullo prorsus inflexa curuamine: veluti obiecta superficies e/f.

Curua superficies.

Hinc curuæ superficiei diffinitio, per contrariam elicitur imaginationem: quæ ex ea parte qua circunflectitur, cōcaua: forinsecus autem, conuexa nominatur. quemadmodùm tibi repræsentat figura g/h.

Solidorum origo.



¶Ex superficiei deniq; fluxu, solidum siue corpus trina dimēsione, vtpote, longitudine, latitudine, atque profunditate contentū, abstractiuè describitur. Quod vel vnica tantummodò superficie, vti sphæra k: pluribúsve superficiebus, vt cubum l/terminatur. Sed de his in posterioribus libris ipsius Euclidis tractandum. Igitur pro linearum atque superficierum varietate, diuersóque eorundem motu, seu abstracto defluxu: varia, & penè infinita tum planorum, tum etiam solidorum, hoc est superficierum & corporum abstrahitur multitudo, pro limitum & angulorum varietate, diuersis expressa nominibus.

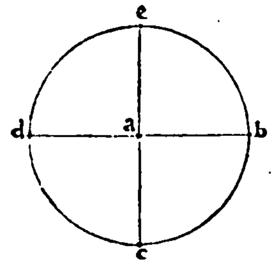
Vnde superficierū & corporū tāta diuersitas.

¶De rectilineis angulis.

Angulus, Planus, Solidus.

¶ANGVLORVM IGITVR, QVIDAM PLANI: QVIDAM VERò solidi. Planos vocitamus angulos, qui ex mutua concurrentium adinuicem linearum causantur inclinatione. Solidi autem dicuntur anguli, qui ex planorum angulorum cōcursu figurantur: de quibus in postremis elementorum libris. Nunc itaque de planis tractandum angulis. Pro quorū elucidatione animaduertendum est, quoties linea recta, altero limitum manente fixo, altero autem moto, completè circunducitur: describi superficiem, quæ circulus adpellatur. vtpote, si a/b/ recta, immoto puncto a, ex b/ in c, per d/ & e, rediens tandem

Angulorū origo notanda.



in b,circum idem punctum a,completè reuoluatur: deſcribens planum circulare b/c/d/e.Nam punctum b/ hoc modo circũductum, lineam efficit orbicularem,quæ circunferentia dicitur:& immotum punctum a, medium,ſiue centrum eiuſdem vocatur circuli.Hinc orta eſt ſubſcripta circuli,& in ordine decimaquinta diffinitio. Prius quàm autem eiuſcemodi linea vniuerſum compleuerit orbẽ, diuerſas cum prima & relicta linea facit inclinationes,nuſquã ab immoto recedendo pũcto. Hæc igitur linearum ſuper eodem plano ſeſe ita contingẽtium inclinatio mutua,vel inclinationis habitudo (vt linearum a/ b/ & a/e/ vel a/e/& a/d) & non in directum conſtitutarum,hoc eſt,vnam eandémque rectam lineam minimè efficientium (cuiuſmodi ſunt a/b/& a/d,vel a/c/& a/e)planus vocitatur angulus:qui ab ipſo Euclide,hoc modo conſequenter diffinitur,

¶Ἐπίπεδος δὲ γωνία, ἐστὶν ἡ ἐν ἐπιπέδῳ δύο γραμμῶν ἁπτομένων ἀλλήλων, καὶ μὴ ἐπ' εὐθείας κειμένων πρὸς ἀλλήλας τῶν γραμμῶν κλίσις.

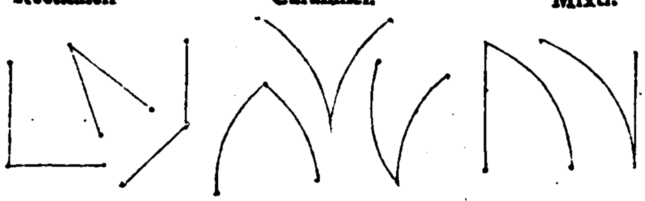
8 Planus angulus,eſt duarum linearum in plano ſeſe tangentium, & non in directo iacentium,ad alterutram inclinatio.

Hæc autem inclinatio de rectis lineis potiſſimùm venit intelligenda: tales enim anguli in his primis ſex libris geometricorũ elementorũ præcipuè conſiderãtur.Hinc dicit Euclides,

¶Ὅταν δὲ αἱ περιέχουσαι τὴν γωνίαν γραμμαὶ εὐθεῖαι ὦσιν, εὐθύγραμμος καλεῖται ἡ γωνία.

9 Quando autem quæ angulum continent rectæ lineæ fuerint,rectilineus angulus nuncupatur.

Quòd ſi eædem lineæ datum efficientes angulum fuerint obliquæ,ſiue curuæ:curuilineus dicetur angulus.quales ſunt qui à circunferentiarum cauſantur interſertionibus. Si autem ex recta & curua angulus ipſe cõficiatur: is mixtus venit adpellandus . Veluti ſunt anguli ex dimetiẽte,ſeu chorda,& arcubus circulorũ comprehenſi. Potiſſima tamen inter planos angulos,rectilineorũ apud Geometras (vti ſupra diximus) habetur conſideratio. Planorum angulorũ diuerſitas.



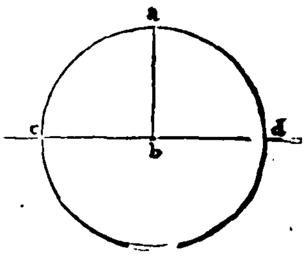
¶Penes quid rectilineorum angulorum attendenda magnitudo.

¶CVIVSLIBET IGITVR ANGVLI PLANI RECTILINEI MAgnitudo ſiue quantitas,dicitur arcus circuli,ab ipſis lineis rectis datũ efficientibus angulum comprehẽſus:circuli inquã,cuius centrũ ad concurſum dictarum linearũ imaginatur,& qui ad completam minoris earundem linearum reuolutionem deſcribitur.Si datæ itaque lineæ rectæ angulum continentes,quadrantẽ adamuſſim comprehendant ipſius circuli: huiuſmodi angulus rectus dicitur.Si verò arcum includant quadrante minorem:acutus.Quoties autem idem arcus,quadrantem exuperauerit circuli:datus angulus nominatur obtuſus.Quod ex ipſo facile colligitur Euclide,cùm dicit, Angulus, Rectus, Acutus, Obtuſus.

¶Ὅταν δὲ εὐθεῖα ἐπ' εὐθεῖαν σταθεῖσα τὰς ἐφεξῆς γωνίας ἴσας ἀλλήλαις ποιῇ, ὀρθὴ ἐστιν ἑκατέρα τῶν ἴσων γωνιῶν: καὶ ἡ ἐφεστηκυῖα εὐθεῖα, κάθετος καλεῖται ἐφ' ἣν ἐφέστηκεν.

10 Cùm verò recta linea ſuper rectam conſiſtens lineam, vtrobique angulos adinuicem æquales fecerit:rectus eſt vterque æqualium angulorum.Et quæ ſuperſtat recta linea,perpendicularis vocitatur,ſuper quam ſteterit. Anguli recti diffinitio. Linea perpendicularis.

Cuiusmodi sunt anguli a/b/c/ & a/b/d, à recta a/b/ super rectam c/d/ ad perpendiculum incidente, causati. Fit enim recta c/d, in quam cadit a/b, dimetiens circuli, à circunducta b/a, circa punctum b/descripti. Nec possunt ijdem anguli a/b/c/ & a/b/d/ adinuicem æquales esse, quin vterque quadrantem includat circuli: & a/b/ recta, super rectam c/d/ perpendicularis existat. Ex quibus infert consequenter, quòd



¶Ἀμβλεῖα γωνία ἐστὶν, ἡ μείζων ὀρθῆς.

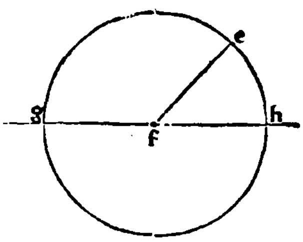
Obtusus angulus, maior est recto 11

Vt angulus e/ f/ g, includens arcum e/ g, quadrante maiorem, descripti circa punctum f/ circuli. Dicitur autem idem angulus e/f/g/obtusus: quoniam e/f/& f/g/lineę rectæ, obtusam extrinsecus faciunt inclinationem.

¶Ὀξεῖα δὲ, ἡ ἐλάσσων ὀρθῆς.

Acutus verò, minor est recto. 12

Veluti angulus e/f/h: cuius arcus e/h/eodem circuli quadrante minor est. Vnde fit, vt e/f/& f/h/ rectarum linearum inclinatio, in acutam conueniat habitudinem. Quanto igitur obtusus angulus e/f/g/maior extiterit, tanto minor erit acutus e/f/h: ipsa porrò linea e/f, incidens in g/h/vocitetur. Et quoniã eiusdem circuli quadrantes sunt adinuicẽ æquales: non datur propterea rectus angulus altero rectior angulo. Secus de obtusis, vel acutis angulis: quoniã arcus circuli quadrãte maiores, eodémve quadrante minores varij sunt, atque infiniti. Linearum itaque maior aut minor longitudo, quemadmodùm nec magnitudo circuli, angulũ non immutat: hoc est, neque maiorem, neque minorem eundem efficit angulum.



Cur õnes anguli recti inuicẽ æquales.
Acutorum & obtusorum angulorũ diuersitas.
Linearũ quãtitas angulũ nõ immutat.

¶*De termino & figura.*

¶CVM AVTEM OMNIS MAGNITVDO FINITA SIT, ET terminata: diffinit cõsequẽter Euclides ipsius magnitudinis terminũ, in hũc qui sequit modũ,

¶Ὅρος ἐστὶν, ὅ τινός ἐστι πέρας.

Terminus est, quod cuiusque finis est. 13

Vtpote, punctum ipsius lineæ, linea superficiei, superficies denique solidi: quemadmodùm ex eorundem abstractiua descriptione facilè colligitur. Itaque

¶Σχῆμα ἐστὶ, τὸ ὑπό τινος ἢ τινῶν ὅρων περιεχόμενον.

Figura sub aliquo, vel aliquibus terminis comprehenditur. 14

Sub aliquo quidem, vt planũ circulare, vel solidum sphæricum: sub aliquibus verò, vt triãgulum vel quadrangulũ inter planas, & cubũ aut pyramis inter solidas, & quæ sunt eiuscemodi. Sed de planis figuris, atque de lineis & angulis in eodẽ plano constitutis, his sex prioribus libris determinandum.

Notandum.

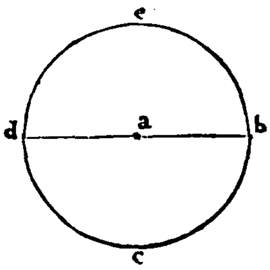
¶*De circulo, eiúsque partibus.*

¶INTER FIGVRAS, QVAE PLANAE VOCANTVR, EA DICItur esse simplicissima, quæ vnico comprehenditur termino: cuiusmodi videtur esse circulus. Hunc itaque primùm diffinit Euclides,

¶Κύκλος ἐστὶ σχῆμα ἐπίπεδον, ὑπὸ μιᾶς γραμμῆς περιεχόμενον, ἣ καλεῖται περιφέρεια, πρὸς ἣν ἀφ' ἑνὸς σημείου τῶν ἐντὸς τοῦ σχήματος κειμένου, πᾶσαι αἱ προσπίπτουσαι εὐθεῖαι, ἴσαι ἀλλήλαις εἰσί.

Circulus, est figura plana, vna linea contenta, quæ circunferentia adpellatur: ad quam ab vno puncto introrsum medio existẽte, 15 omnes prodeuntes lineæ, in ipſius circuli circunferẽtiam inciden tes, adinuicem ſunt æquales.

Hęc diffinitio, ex data nuper (cùm de planis loqueremur angulis) abſtractiua circuli deſcriptione fit manifeſta. Cùm enim a/b/ recta linea data, circum a/ punctum completè reuoluitur: punctum b/ ſuo motu circunferentiam cauſat, & immotum punctum a/ in circuli centrum permutatur. Hoc itaq; circuli centrum, ſecundum longitudinẽ ipſius a/b/ rectæ lineæ datæ, ex omni parte diſtabit à circunferentia. Ex quo neceſſum eſt, omnes rectas lineas ab ipſius circuli centro in circunferentiam eiuſdem incidentes, fore eidem a/b (ex qua circulus deſcribitur) atque adinuicem æquales. Hoc eſt, eiuſdem circuli circunferentiam à ſuo cẽtro æqualiter vndiquaq; diſtare. Hinc dicit conſequenter,



¶ Κέντρον δὲ τοῦ κύκλου, τὸ σημεῖον καλεῖται.

16 Centrum verò ipſius circuli, punctum adpellatur.

De puncto medio velim intelligas: vt punctum a, in obiecta circuli figura b/c/d/e. Lineæ nanque limites ſunt puncta: quorum immotum (circa quod videlicet alterum in circuli deſcriptione circunducitur) in medio permanet, & centrum efficitur circuli.

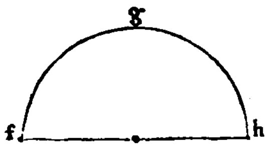
¶ Διάμετρος δὲ τοῦ κύκλου, ἐστὶν εὐθεῖά τις, διὰ τοῦ κέντρου ἠγμένη, καὶ περατουμένη ἐφ᾽ ἑκάτερα τὰ μέρη ὑπὸ τῆς τοῦ κύκλου περιφερείας, ἥτις καὶ δίχα τέμνει τὸν κύκλον.

17 Dimetiens circuli, eſt recta quædam linea per centrum acta, & ex vtraque parte in circuli circunferẽtiam terminata, quæ circulum bifariam diſpeſcit.

Cuiuſmodi eſt linea b/d/ ſupra ſcripti circuli b/c/d/e, per a/ centrum vtrinque producta: & quæcunque illi ſimilis. Dimetiens enim, ſiue diameter, propriè circulorum eſſe videtur: diagonius autem, rectilinearum figurarum: axis verò, ſolidorum. Dimetiẽtis à diagonio & axe differẽtia.

¶ Ἡμικύκλιον δέ, ἐστὶ τὸ περιεχόμενον σχῆμα ὑπό τε τῆς διαμέτρου καὶ τῆς ἀπολαμβανομένης ὑπὸ τῆς τοῦ κύκλου περιφερείας.

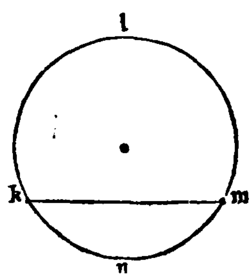
18 Semicirculus, eſt figura quæ ſub dimetiente, & ea quæ ex ipſa circuli circunferentia ſublata eſt, cõtinetur.



Vt ea figura, quæ ex f/h/ dimetiente, & dimidia circuli circunferentia f/ g/ h/ comprehenditur. Semicirculus enim cùm ſit dimidium circuli: non poteſt alijs lineis quàm dimetiente, & media claudi circunferentia.

¶ Τμῆμα κύκλου, ἐστὶ τὸ περιεχόμενον ὑπό τε εὐθείας καὶ κύκλου περιφερείας.

19 Sectio circuli, eſt figura quæ ſub recta linea, & circuli circunferentia aut maiore aut minore ſemicirculo, continetur.



Cùm enim recta linea per circuli centrum minimè ducitur, vtrinque tamen in circunferentiam terminatur: ea circulum ipſum in binas partes diſpeſcit inæquales, quæ circuli ſectiones adpellantur. Quarum ea quæ centrum includit circuli, vt k/l/m/ obiectæ deſcriptionis, maior dicitur: reliqua verò, vt k/n/m, minor adpellatur. Ipſa porrò linea recta k/m, chorda ſiue ſubtenſa: & comprehenſa circunferentiæ pars, arcus reſpondenter nominatur. Chorda. Arcus.

¶ *De rectilineis figuris.*

¶ POST CIRCVLAREM FIGVRAM, QVAE VNICO CLAVDITVR limite, succedunt rectilineæ, hoc est, rectis lineis terminatæ figuræ, variam quidem, pro laterũ numero, angulorúmve qualitate, denominationẽ obtinẽtes: quæ ita ab Euclide diffiniũtur,

¶Εὐθύγραμμα σχήματα, τὰ ὑπὸ εὐθειῶν περιεχόμενα.

Rectilineæ figuræ, sunt quæ sub rectis lineis continentur. 20

Trilatera figura rectilinearũ prima.

Porrò inter rectilineas figuras, primum locum sibi vendicant trilateræ, sub tribus rectis lineis comprehensæ. Quoniam sub duabus lineis rectis non potest cõtineri figura, per ipsius lineæ rectæ descriptionem. Subiungit itaque generalem trilaterarum figurarũ diffinitionem.

¶Τρίπλευρα μὲν, τὰ ὑπὸ τριῶν.

Trilateræ figuræ, sunt quæ sub tribus rectis continentur lineis. 21

His succedunt quadrilateræ, à quaternario laterum numero denominatæ.

¶Τετράπλευρα δὲ, τὰ ὑπὸ τεσσάρων.

Quadrilateræ figuræ sunt, quæ sub quatuor comprehẽduntur rectis lineis. 22

Et quoniam rectilinearum figurarum supra quadrilateras per continuam laterum additionem, infinita videtur excrescere multitudo, quam singulatim describere, longum nimis vel impossibile foret: idcirco reliquas omnes multilateras adpellauit Euclides, & sub hac diffinitione complexus est,

¶Πολύπλευρα δὲ, τὰ ὑπὸ πλειόνων ἢ τεσσάρων εὐθειῶν περιεχόμενα.

Multilateræ figuræ, sunt quæ sub pluribus quàm quatuor rectis lineis comprehenduntur. 23

Quæ quidem multilateræ figuræ, longè faciliorẽ ab angulis, quàm ab ipsa laterũ multitudine, sortiuntur nomẽclaturã: vtpote, pentagona, hexagona, heptagona, octogona, &c. Sunt enim in rectilinea quacunque figura tot anguli, quot & latera. Cùm autem omnis multilatera figura immediate resoluatur in trilateras, vel partim in trilateras, partim verò in quadrilateras: subiungit propterea primùm trilaterarũ, deinde quadrilaterarum figurarum, tum ab ipsis lateribus, tum ab angulis sumpta discrimina. Omnis itaque trilateræ figuræ, aut tria latera sunt adinuicem æqualia, vel duo tantùm, aut nulla.

Trilaterarũ figurarũ à lateribus discrimina.

¶Τῶν δὲ τριπλεύρων σχημάτων, ἰσόπλευρον μὲν τρίγωνόν ἐστι, τὸ τὰς τρεῖς ἴσας ἔχον πλευράς.

Trilaterarum porrò figurarum, æquilaterũ est triangulum, quod tria continet æqualia latera. 24

Veluti subscripta in exemplum trianguli figura a, & quæ illi similes.

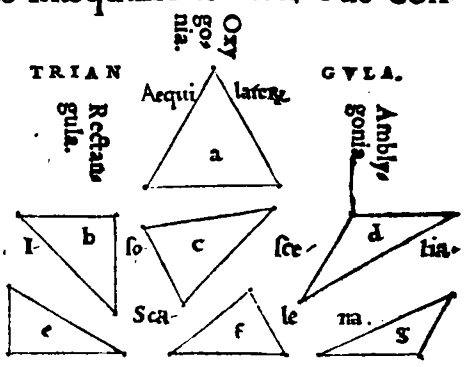
¶Ἰσοσκελὲς δὲ, τὸ τὰς δύο μόνας ἴσας ἔχον πλευράς.

Isósceles autẽ, est quod sub binis tantũ ęqualibus lateribus cõtinet. 25

Cuiusmodi sunt triangula b, c, d, ad clariorem singulorum euidentiam depicta.

¶Σκαληνὸν δὲ, τὸ τὰς τρεῖς ἀνίσους ἔχον πλευράς.

Scalenum verò, est quod sub tribus inæqualibus lateribus continetur. 26



Vt obiecta e, f, g, triangula: & quæ sunt eiuscemodi. Ab angulis autem totidem differentias nanciscũtur ipsa triangula. Omnis siquidem trianguli, vel tres anguli sunt acuti, vel vnus rectus & cæteri duo acuti, aut denique vnus obtusus & reliqui itidem acuti: duos enim rectos aut duos obtusos, vel vnum rectũ & vnum obtusum angulũ in triangulo offendere nõ est possibile. Hanc igitur angularem trilaterarum differentiam, ita subscribit Euclides, Ἔτι δὲ τῶν τριπλεύρων σχημάτων, ὀρθογώνιον μὲν τρίγωνόν ἐστι, τὸ ἔχον ὀρθὴν γωνίαν.

27 Amplius trilaterarum figurarum, rectangulum triangulum est, quod rectum angulum habet. Trilaterarũ figurarum ab angulis differentiæ.

Vt isosceles b, vel scalenum triangulum e, proxima diffinitione descriptum.

Ἀμβλυγώνιον δὲ, τὸ ἔχον ἀμβλεῖαν γωνίαν.

28 Amblygonium autem, quod obtusum angulum habet.

Veluti antecedens isosceles d, scalenúmve triangulum g.

Ὀξυγώνιον δὲ, τὸ τρεῖς ὀξείας ἔχον γωνίας.

29 Oxygonium verò, quod tres habet acutos angulos.

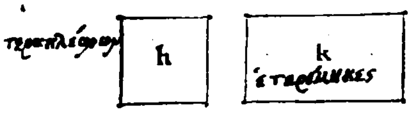
Cuiusmodi sunt æquilaterum a, & isosceles c, atq; triangulum scalenum f: & quæ eis similia sunt triangula. Omnis porrò trianguli vnumquodque latus, cæteris duobus expressis, basis vocitatur. Sequitur itaq;, rectãgula & amblygonia triangula: fore tantummodò isoscelia, vel scalena. Oxygonium autem: & æquilaterum, & isosceles, & scalenum offenditur triãgulum. Quemadmodùm ex suprascriptis triangulorum licet elicere figuris. Haud dissimiliter quadrilaterarum figurarum, tum ab angulorũ rectitudine vel obliquitate, tum ab æqualitate vel inæqualitate laterum, succedentia colliguntur discrimina.

Basis triãguli

Quadrilaterarum figurarũ discrimina

Τῶν δὲ τετραπλεύρων σχημάτων, τετράγωνον μέν ἐστιν, ὃ ἰσόπλευρόν τέ ἐστι καὶ ὀρθογώνιον.

30 Quadrilaterarum autem figurarum, quadratũ quidem est, quod & æquilaterum & rectangulum est.



Veluti quadratum h. Omnis itaq; quadrati vnumquodque latus, radix eiusdem indifferenter adpellatur. Fit enim quadratum, ex data linea recta abstractiuè in seipsam rectissimè ducta: quemadmodùm numerus in seipsum ductus, quadratum efficit numerum.

Radix quadrati.

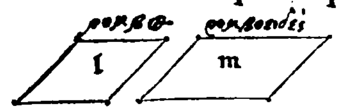
Ἑτερόμηκες δὲ, ὃ ὀρθογώνιον μὲν, οὐκ ἰσόπλευρον δέ.

31 Altera parte longius, est quod rectangulum quidem, at æquilaterum non est.

Quemadmodũ suprascripta figura k, quoad angulorum rectitudinem conueniẽs cum ipso quadrato, dissidens autem ex parte laterum.

Ῥόμβος δὲ, ὃ ἰσόπλευρον μὲν, οὐκ ὀρθογώνιον δέ.

32 Rhombus, est quæ æquilatera, at rectangula non est.



Cuiusmodi est figura l. Cõuenit itaque rhombus cum ipso quadrato, in sola laterũ æqualitate: habet enim duos obtusos, & totidem acutos angulos, quatuor rectorum simul efficientes quantitatem.

Ῥομβοειδὲς δὲ, τὸ τὰς ἀπεναντίον πλευράς τε καὶ γωνίας ἴσας ἀλλήλαις ἔχον, ὃ οὔτε ἰσόπλευρόν ἐστιν, οὔτε ὀρθογώνιον.

33 Rhomboides verò, est quæ ex opposito latera & angulos habens æquales, neque æquilatera, neque rectangula est.

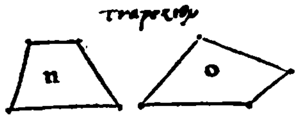
Quemadmodùm suprà depicta figura m, repræsentat. Súntque hæc omnia nuper enarrata quadrilatera, parallelogramma: id est, quorum opposita latera sunt adinuicem parallela, seu æquidistantia. Neque plures quadrilaterarum & regularium figurarum contingit inueniri differentias: hinc dicit Euclides,

Parallelogramma.

Τὰ δὲ παρὰ ταῦτα τετράπλευρα, τραπέζια καλείσθω.

34 Præter hæc autem reliqua quadrilatera, trapezia adpellantur.

In quibus videlicet nulla oppositorum vel laterum, vel angulorũ simul obseruatur æqualitas, siue respõdentia: veluti sunt n/ & o, & quæcunque eis similes quadrilaterorum descriptiones.

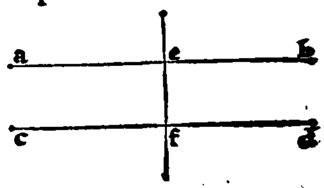


¶ *Parallelarum linearum diffinitio vltima.*

¶ Παράλληλοί εἰσιν εὐθεῖαι αἵ τινες ἐν τῷ αὐτῷ ἐπιπέδῳ οὖσαι, καὶ ἐκβαλλόμεναι εἰς ἄπειρον ἐφ᾽ ἑκάτερα τὰ μέρη ἐπὶ μηδέτερα συμπίπτουσαι ἀλλήλαις.

Parallelæ rectæ lineæ sunt quæ in eodem exiſtentes plano, & ex 35
vtraque parte in infinitum productæ, in nulla parte concurrunt.

Quales tibi repræsentant a/b/ & c/d/ lineæ rectæ. In quarum videlicet alteram, vtpote a/b, recta linea e/f/ ad æquales seu rectos incidẽs angulos: & cũ reliqua c/d/ rectos itidem vel æquales angulos efficit. Ex eo enim, alterius in alterã æqualis vtrobiq; surgit inclinatio: vnde fit, vt ipsæ datæ lineæ in infinitũ ex vtraq; parte productæ, æqualiter seu parallelicè distent, nusquam adinuicem concurrentes.



¶ Αἰτήματα. *Postulata.*

ORONTIVS.

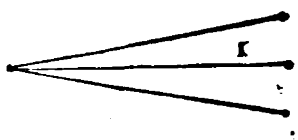
SECVNDO LOCO, SESE OFFERVNT POSTVLATA: QVAE petitiones à nõnullis adpellãtur. Sunt autem postulata, generales quędam propositiones, ex ipsis collectæ diffinitionibus: quæ pendenter ab auditore concessæ, postulantur assumuntúrve in ordinem seu rationem principij. Primum itaq; postulatum, est huiusmodi.

postulata quę

¶ Ἠιτήσθω, ἀπὸ παντὸς σημείου ἐπὶ πᾶν σημεῖον εὐθεῖαν γραμμὴν ἀγαγεῖν.

Ab omni puncto in omne punctum, rectam lineam ducere 1

Poteſt enim datum quodcunq; punctum, in aliud quodlibet punctum, etiam vbilibet imaginatũ, per viam abstractiuè fluẽdo breuissimam: rectam describere lineam. quemadmodùm ex quatuor primis licet elicere diffinitionibus. Admittẽda est itaq; linea recta quantalibet, ac quibus voluerimus punctis, vbilibet indifferenter terminata.



¶ Καὶ πεπερασμένην εὐθεῖαν κατὰ τὸ συνεχὲς ἐπ᾽ εὐθείας ἐκβαλεῖν.

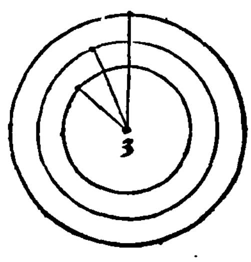
Rectam lineam terminatã, in continuum rectúmq; producere. 2

Nam vtrunq; punctum ipsius datæ rectæ lineæ terminatiuum, per rectum eiusdem puncti defluxũ, quantumlibet abstractiuè continuatũ: poteſt ipsam datam lineam rectã efficere lõgiorem. quemadmodùm ex data linearum rectarum colligitur descriptione.

¶ Καὶ παντὶ κέντρῳ καὶ διαστήματι κύκλον γράφεσθαι.

Omni centro & interuallo circulum describere. 3

Hoc est, licet vbicunque volueris centrum designare circuli, & circa idem centrum, ad liberam semidiametri quantitatem, ipsum figurare circulum. Aut (si velis) ex data quacunque linea recta terminata, altero eiusdem lineæ termino vbiuis collocato, per completam ipsius lineæ circunductionem, circulum describere. Admittendi igitur sunt, liberæ quantitatis circuli, pro data semidiametri vel interualli magnitudine.



¶ Καὶ πᾶσαι αἱ ὀρθαὶ γωνίαι ἴσαι ἀλλήλαις εἰσί.

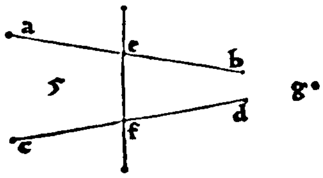
Omnes angulos rectos adinuicẽ æquales esse. 4

Cùm enim dati cuiuslibet anguli recti magnitudo quadrans existat circuli, eiusdémque circuli quardrantes sint adinuicem æquales: fit vt inter quosuis angulos rectos nulla possit esse differentia, sed omnes sint adinuicẽ æquales. Quemadmodùm ex his quæ septima, nona, & decima præmisimus diffinitionibus, elicere vel facilè potes.

¶Καὶ ἐὰν εἰς δύο εὐθείας, εὐθεῖα ἐμπίπτουσα, τὰς ἐντὸς καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη γωνίας, δύο ὀρθῶν ἐλάσσονας ποιῇ, ἐκβαλλόμεναι αἱ δύο αὗται εὐθεῖαι ἐπ᾽ ἄπειρον, συμπεσοῦνται ἀλλήλαις, ἐφ᾽ ἃ μέρη εἰσὶν αἱ τῶν δύο ὀρθῶν ἐλάσσονες γωνίαι.

5 Si in duas rectas lineas recta linea incidens, interiores & in eadem parte angulos duobus rectis minores fecerit: rectas lineas in infinitum productas concurrere necesse est, ad eas partes in quibus anguli duobus rectis minores existunt.

Vtpote, si in rectas a/b/ & c/d, recta incidens e/f, interiores angulos b/e/f/ & d/f/e/ simul cõparatos, duobus rectis minores fecerit: ipsæ lineæ a/b/ & c/d, in infinitũ productæ, conueniẽt tandem in g, ad partes quidem b/ & d. Quoniam plus inclinãtur adinuicem partes b/d, quàm a/c. Vnde quantò magis producentur b/e, & d/f/ partes, tantò propiores efficientur, in vnũ tandem signum (vtpote g) concurrentes. Secus est de a/e, & c/f/ partibus: propterea quòd anguli a/e/f/ & c/f/e/ sunt duobus angulis rectis tantò maiores, quantò eisdem rectis minores fuerint ipsi b/e/f/ atque d/f/e/ anguli.



¶Possent & alia his haud dissimilia subrogari postulata: quæ cùm sunt omnibus (etiam rudissimis) per sese manifesta, vel quæ recenseantur indigna, hoc quinario cum Euclide contenti erimus numero.

De cęteris postulatis.

¶Κοιναὶ ἔννοιαι. *Communes sententiæ.*

ORONTIVS.

RELIQVVM EST TANDEM, COMMVNES ELVCIDARE sententias: quas græci axiomata, latini verò effata solent adpellare. Sũt igitur cõmunes sẽtẽtiæ, generales quædã ac per sese manifestę propositiones, cõmunitérve scitæ ab omnibus, & in principij rationem vel ordinem coassumptæ. Quarum prima est hæc.

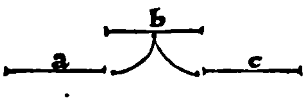
Axiomata, effata, seu communes sententiæ.

¶Τὰ τῷ αὐτῷ ἴσα, καὶ ἀλλήλοις ἐστὶν ἴσα.

1 Quæ eidem æqualia, & adinuicem sunt æqualia,

5. communes sententiæ ratione æqualitatis respiciẽtes.

Vtpote, si a/ magnitudo sit æqualis b/ magnitudini, eidem quoque b/ sit æqualis magnitudo c: necessum est a/ & c/ magnitudines fore adinuicem æquales. Idem habeto iudicium de numeris, atque cæteris eiusdem generis adinuicem comparabilibus.



¶Καὶ ἐὰν ἴσα ἴσοις προστεθῇ, τὰ ὅλα ἐστὶν ἴσα.

2 Et si æqualibus æqualia adijciantur, omnia erunt æqualia.

¶Καὶ ἐὰν ἀπὸ ἴσων ἴσα ἀφαιρεθῇ, τὰ καταλειπόμενά ἐστιν ἴσα.

3 Et si ab æqualibus æqualia auferãtur, quę relinquẽtur æqualia erũt.

Vt si d/ & e/ magnitudinibus inuicẽ æqualibus, æquales addantur magnitudines f/ & g: consurgent d/f/ & e/g/ magnitudines adinuicem pariter æquales. Quòd si versavice ab ipsis d/f/ & e/g/ magnitudinibus inuicem æqualibus, æquales tollantur f/ quidẽ & g/ magnitudines: relinquentur d/ & e/ magnitudines rursum adinuicem æquales.

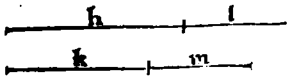
¶Καὶ ἐὰν ἀνίσοις ἴσα προστεθῇ, τὰ ὅλα ἐστὶν ἄνισα.

4 Et si inæqualibus æqualia adiungantur, omnia inæqualia erunt.

¶Καὶ ἐὰν ἀπὸ ἀνίσων ἴσα ἀφαιρεθῇ, τὰ λοιπά ἐστιν ἄνισα.

5 Et si ab inæqualibus æqualia auferantur, reliqua inæqualia erunt.

Si nanq; h,k/magnitudinibus inæqualibus,æquales adiungantur magnitudines l,m:consurgent inæquales adinuicem magnitudines h/l/& k/m. Aut si ab eisdem inæqualibus magnitudinibus datis h/l/& k/m, æquales auferantur l/& m,quæ relinquentur h/& k/magnitudines, erũt adinuicem inæquales. Vnde &versa vice,si æqualibus inæqualia adiungantur,vel ab æqualibus inæqualia auferantur:consurgent,aut relinquentur inæqualia.



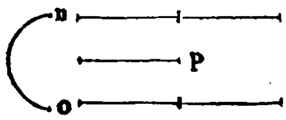
Hæ sunt igitur quinque præcipuæ communes sententiæ,rationem æqualitatis inter magnitudines,atq; inuicẽ comparabilia,tum facta inuicem comparatione, tum addendo,subtrahendóve occurrentem,respicientes.

¶Καὶ τὰ τοῦ αὐτοῦ διπλάσια, ἴσα ἀλλήλοις ἐστί.

Quæ eiusdem duplicia sunt, adinuicem sunt æqualia. 6

Cõmunis sentẽtia ꝓ ratione maioris inæqualitatis.

Hoc est,quę eiusdem sunt æquè multiplicia,vel æquè superparticularia,aut æquè superpartientia, vel(vt summatim comprehendam)æquè maiora:ea sunt adinuicẽ æqualia,nempe quòd æquali excessu eandem superent magnitudinem. Vt si n/& o/ magnitudines, eiusdẽ magnitudinis p/sint ęquè maiores,vtpote duplæ: necessum est easdẽ magnitudines n/& o/ fore adinuicem æquales.Nam æqualibus magnitudinibus ipsi p/in eisdem n/& o/comprehensis,æquales adduntur excessus.



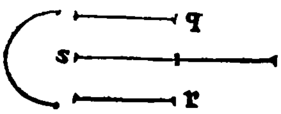
Idem censeto de numeris,& quibuscunq; inuicem comparabilibus rebus,eandem ad tertiã maioris inæqualitatis rationem obtinentibus.

¶Καὶ τὰ τοῦ αὐτοῦ ἥμισυ, ἴσα ἀλλήλοις ἐστί.

Et quæ eiusdem sunt dimidium,æqualia sunt adinuicem. 7

cõ.sententia, pro ratiõe minoris inæqualitatis.

Hæc communis sententia,pro magnitudinibus rationẽ minoris inæqualitatis ad eandem tertiam obseruantibus magnitudinẽ, ita venit intelligenda:vt quæcũq; eiusdẽ sunt ęquè submultiplicia,aut subsuperparticularia,vel subsuperpartientia,hoc est,æquè minora,ea sunt adinuicem æqualia.Vtpote,si q/& r/magnitudines,eiusdem magnitudinis s/sint(verbi gratia)subduplæ: illæ erunt adinuicem æquales,propterea quòd æquali ab eadem magnitudine superentur excessu.



¶Καὶ τὰ ἐφαρμόζοντα ἐπ᾽ ἄλληλα, ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν.

Et quæ sibimet ipsis conueniunt,æqualia sunt adinuicem. 8

Vtpote,si duę rectę lineę in limitibꝰ,duæve superficies in terminis,seu lateribꝰ& angulis, & quę sunt similia similibus ex õni parte cõueniãt:ea oportet adinuicẽ ęquari, & ecõtrario.

¶Καὶ τὸ ὅλον μεῖζον τοῦ μέρους ἐστί.

Totum est sua parte maius. 9

Adde quòd & æquale suis partibus integralibus, id est quæ simul sumptæ ipsum totum videntur integrare.

¶Καὶ δύο εὐθεῖαι χωρίον οὐ περιέχουσι.

Duæ rectæ lineæ superficiem non concludunt. 10

Prius q̃ enim superficiẽ cõcludere valerẽt:operęprętiũ esset,gemina pũcta vtriusq; datarũ linearũ terminos limitãtia mutuo cõuenire.Duæ itaq; lineę rectę,à dato pũcto in datũ punctũ producerentur:coinciderẽt igitur in vnã atq; eandem lineam rectã,superficiem concludere non valentes.queadmodùm ex ijs quę quarta prædiximus diffinitione fit manifestum.

¶*De Problemate,Theoremate,atque Hypothesi.*

Problemata. Theoremata

❡EX HIS ITAQVE SANE QVAM INTELLECTIS PRINCIpijs, colliguntur problemata: hoc est, ambiguæ propositiones, sciscitationésve,practicas figurarũ affectiones discutiẽtes:& Theoremata,id est,speculatiuæ propositiones,præceptionis vtcũq; participes, quæ singulis accidunt figuris sola inspectione diiudicãtes.Quæ quidẽ omnia tali sunt artificio ab Euclide distributa,vt ex antecedentibus omnis subsequentiũ videatur pendere comprobatio:fiátq; mutua subministratio singulorum inter sese & problematum & theorematum.Quibus suffragantur hypotheses,hoc est,ex pręuia supradictorum cognitione,assumenti concessæ suppositiones.

Hypotheses.

ΕΥΚΛΕΙΔΟΥ ΒΙΒΛΙΟΥ ΠΡΩΤΟΥ

Πρόβλημα α, Πρότασις α.

Ἐπὶ τῆς δοθείσης εὐθείας πεπερασμένης, τρίγωνον ἰσόπλευρον συστήσασθαι.

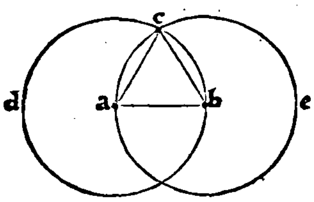
EVCLIDIS LIBRI PRIMI

Problema 1. Propositio 1.

1 SVper data linea recta terminata, triangulũ æquilaterum constituere.

ORONTIVS. ¶ Sit data recta linea terminata a/b, cuius limites sint a/ & b/ pũcta: super quã oporteat triangulũ æquilaterum cõstituere: hoc est, datam lineam rectam terminatam in latus ipsius coaptare triãguli, & reliqua duo latera, quæ sint eidem lineæ datæ æqualia, ex superius enarratis principijs inuestigare. Centro igitur a, interuallo autẽ a/b, describatur circulus b/c/d, per tertium postulatum. Et per idem postulatum, centro rursum b, eodémq; interuallo b/a, describatur circulus a/c/e. Cùm igitur circuli b/c/d/ & a/c/e/ in eodem sint plano, & cõmunem habeant semidiametrum, nempe datam a/b/ rectam, transeátque per constructionem vnius circunferentia per centrum alterius: necessum est, b/c/d/ circunferentiã partim esse intra circulum a/c/e, partim verò extra, & è contrario, & propterea sese mutuo intersecare. Sit ergo sectionũ altera in puncto c, & connectantur tandem rectæ lineæ a/c/ & b/c, per primũ postulatũ. Triangulũ est itaq; a,b,c, (nõ congruũt enim, neq; in directũ cõstituũtur ipsæ a/b, b/c, & c/a/ lineæ rectæ: sed trigonã includũt superficiẽ a/b/c) dico ꝙ & æquilaterũ. Quoniã punctum a, centrũ est circuli b/c/d: æqualis est igitur a/c/ recta, ipsi a/b, per decimãquintã diffinitionẽ. Rursum, quoniã punctum b, centrũ est circuli a/c/e: æqualis est, per eandẽ diffinitionẽ b/c/ recta, eidẽ a/b. Duæ igitur a/c, & b/c, eidẽ a/b, sunt æquales: eapropter & æquales adinuicem, per primam communem sentẽtiam. Tres itaque lineæ a/b, b/c, c/a, sunt adinuicem æquales. Igitur super data recta linea terminata a/b, constitutũ est triangulum æquilaterum a/b/c. Quod facere oportebat.

Nota propositionis interpretationem.



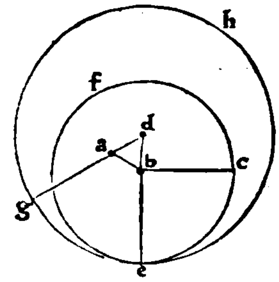
Πρόβλημα β, Πρότασις β.

Πρὸς τῷ δοθέντι σημείῳ τῇ δοθείσῃ εὐθείᾳ ἴσην εὐθεῖαν θέσθαι.

Problema 2, Propositio 2.

2 AD datum punctũ, datæ rectę lineæ æquam rectã lineã ponere.

ORONTIVS. ¶ Sit datũ punctũ a, data verò linea recta b/c, cui expedit, ad ipsum punctum a, æquam rectam lineam ponere. Ducatur itaque recta a/b, per primum postulatum: super qua triangulum æquilaterum constituatur a/b/ d, per primam propositionem. Et centro b, interuallo autẽ b/c, circulus describatur c/e/f, per tertium postulatum. Atque per secũdum postulatum, producatur recta b/d/ in ipſius circuli circunferentiam: ſitq́; d/e. Centro rurſum d, interuallo autẽ d/e, circulus deſcribatur e/g/h, per idem tertium poſtulatũ. Producatúrque tandem recta d/a, in circunferentiam ipſius e/g/h/ circuli, per ſecũdum poſtulatum: ſitq́; d/g. Cùm igitur punctum b, centrũ exiſtat circuli c/e/f: æqualis eſt b/c/ recta ipſi b/ e, per decimamquintam diffinitionem. Rurſum quoniam punctum d, cẽtrum eſt e/g/h/ circuli: æqualis eſt, per eandem diffinitionem, recta d/e/ ipſi d/g. A quibus ſi auferãtur a/d, & b/d/ inuicẽ æquales (nempe latera trianguli æquilateri) reliqua a/ g, reliquæ b/e, per tertiam communem ſentẽtiam erit æqualis. Atqui monſtratum eſt, quòd & b/c/ eidem b/e/ eſt æqualis. Binæ igitur a/g/ & b/c, eidem b/e/ ſunt æquales: quapropter & æquales adinuicem, per primam communem ſententiam. Ad datum ergo pũctum a/ datæ rectæ lineæ b/c, æqualis recta linea poſita eſt a/g. Quod oportuit feciſſe.



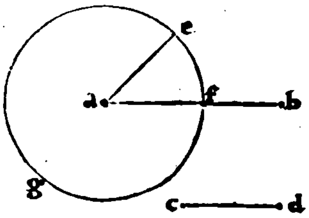
Πρόβλημα γ, Πρόθεσις γ.

Δύο δοθεισῶν εὐθειῶν ἀνίσων, ἀπὸ τῆς μάζονος, τῇ ἐλάσονι ἴσην εὐθεῖαν ἀφελεῖν.

Problema 3, Propoſitio 3.

3 DVabus datis rectis lineis inæqualibus, à maiori minori æquã rectam lineam abſcindere.

ORONTIVS. ¶ Sint datæ binæ rectæ lineæ inæquales, a/b/ quidẽ maior, minor verò c/d: cui receptũ ſit, ab ipſa maiore a/b, æquã lineam rectã abſcindere. Ad datũ ergo punctum a/ alterum ipſius maioris a/b/ limitem, eidem minori c/d/ ponatur æqualis, per ſecundam propoſitionẽ: ſitq́; a/e. Et centro a, interuallo autem a/e, circulus deſcribatur e/f/g, per tertium poſtulatum. Cùm igitur a/ e/ recta ſit æqualis ipſi c/d, ſitq́; c/d minor ipſa a/b, per hypotheſin: erit & a/e/ eadem a/b/ minor. quæ enim ſunt æqualia, eiuſdem ſunt æquè minora, per conuerſam ſeptimæ cõmunis ſententiæ. Egredietur ergo a/b/ maior ipſa a/e, circunferẽtiã circuli e/f/g, ad interuallum eiuſdem a/e/ deſcripti, eandémq; circunferẽtiam egrediendo ſecabit: ſecet igitur in puncto f. Et quoniã punctũ a, centrum eſt circuli e/f/g: æqualis eſt a/f/ recta ipſi a/e, per decimamquintã diffinitionẽ. Eidẽ porrò a/e, æqualis eſt & recta c/d. Binæ igitur a/f/ & c/d, eidem a/e/ ſunt æquales: & propterea æquales adinuicẽ, per primã cõmunem ſentẽtiam. Eſt autẽ & a/f, pars ipſius maioris a/b. Duabus ergo lineis rectis inæqualibus datis, a/b/ quidẽ & c/d: à maiori a/b, ſecta eſt a/f/ ipſi c/d/ minori æqualis. Quod oportebat facere.



Θεώρημα α, Πρόθεσις δ.

Ἐὰν δύο τρίγωνα τὰς δύο πλευρὰς, ταῖς δυσὶ πλευραῖς ἴσας ἔχῃ ἑκατέραν ἑκατέρᾳ, καὶ τὴν γωνίαν τῇ γωνίᾳ ἴσην ἔχῃ, τὴν ὑπὸ τῶν ἴσων εὐθειῶν περιεχομένην, καὶ τὴν βάσιν τῇ βάσει ἴσην ἕξει, καὶ τὸ τρίγωνον τῷ τριγώνῳ ἴσον ἔσται, καὶ αἱ λοιπαὶ γωνίαι ταῖς λοιπαῖς γωνίαις ἴσαι ἔσονται ἑκατέρα ἑκατέρᾳ, ὑφ' ἃς αἱ ἴσαι πλευραὶ ὑποτείνουσι.

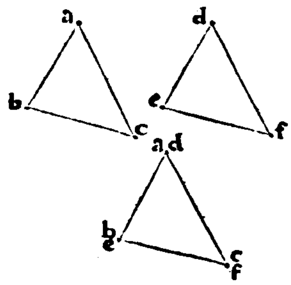
Theorema 1, Propoſitio 4.

4 SI duo triãgula duo latera duobus lateribus æqualia habuerint alterũ alteri, & angulum angulo æqualem ſub æqualibus rectis

lineis contentum: & basin basi æqualem habebunt, & triangulum triangulo æquum erit, & reliqui anguli reliquis angulis æquales erunt alter alteri, sub quibus æqualia latera subtenduntur.

ORONTIVS. ¶ Sint bina triangula a/b/c/ & d/e/f, habentia duo latera a/b/ & a/c, duobus lateribus d/e/ & d/f/ alternatim æqualia, hoc est, a/b/ ipsi d/e, & a/c/ ipsi d/f atq; angulum b/a/c, æqualem angulo e/d/f/ sub æqualibus rectis lineis contento. Dico primùm, quòd basis b/c/ est æqualis basi e/f. Comparato nanq; triangulo a/b/c/ ipsi d/e/f, atque puncto a/ supra d/ pũctum constituto, extensáque recta a/b/ super rectam d/e: conueniet punctũ b/ ipsi puncto e: nam a/b/ ipsi d/e/ per hypothesin est æqualis. quæ autem sunt adinuicem æqualia, sibimetipsis conueniunt, per conuersam octauæ communis sententiæ. Et quoniam angulus b/a/c, angulo e/d/f/ per hypothesin quoque est æqualis: cadet igitur, per eandem conuersam, a/c/ recta, super rectam d/f. secus enim alter angulorum foret reliquo maior, cõtra ipsam hypothesin. At cùm a/c/ & d/f/ rectæ, sint ex eadem hypothesi adinuicem æquales: conueniet rursum punctum c/ ipsi puncto f, per allegatam octauæ communis sententiæ conuersionem. Binæ igitur rectæ b/c/ & e/f, ab eodem communi pũcto, ad idem commune punctum educentur: cõuenient ergo adinuicem, per datam ipsius lineæ rectæ diffinitionem. Conuenientibus enim b, e/ & c, f/ limitibus, si eædem b/c/ & e/f/ rectæ minimè conuenirent: duæ lineæ rectæ includerent superficiem, contra decimam communem sententiam, & diffinitam rectarum linearum descriptionem. conuenit itaq; b/c/ ipsi e/f. Quæ autem sibimetipsis conueniunt, æqualia sunt adinuicem, per octauam cõmunem sententiam. basis ergo b/c, basi e/f/ cõcluditur æqualis. ¶ Dico præterea, quòd triangulum a/b/c/ triangulo d/e/f/ æquum est. Conueniunt enim singula latera ipsius a/b/c/ trianguli, singulis d/e/f/ trianguli lateribus: & triangulum igitur triangulo conuenit. Vnde per eandem octauam communem sentẽtiam, a/b/c/ triãgulum, ipsi d/e/f/ triangulo æquum erit. ¶ Aio tãdem, reliquos angulos reliquis angulis, sub quibus æqualia subtenduntur latera, fore alterum alteri æquales: vtpote, a/b/c/ ipsi d/e/f, sub quibus a/c/ & d/f, & a/c/b/ ipsi d/f/e, sub quibus a/b/ & d/e/ latera subtenduntur æqualia. Conueniunt enim singula latera singulis lateribus, sub quibus ipsi continentur anguli. Ex laterum porrò conuenientia æqualis eorũdem subsequitur inclinatio. ex æquali autẽ inclinatione laterum, contentorũ angulorum cõuincitur æqualitas. Si bina igitur triãgula duo latera duobus lateribus æqualia habuerint &c. vt in theoremate. Quod erat demonstrandum.

Pars prima theorematis.



Pars secunda

Tertia pars.

Θεώρημα β, Πρότασις ε.

Τῶν ἰσοσκελῶν τριγώνων αἱ πρὸς τῇ βάσει γωνίαι ἴσαι ἀλλήλαις εἰσί. καὶ προσεκβληθεισῶν τῶν ἴσων εὐθειῶν, αἱ ὑπὸ τὴν βάσιν γωνίαι ἴσαι ἀλλήλαις ἔσονται.

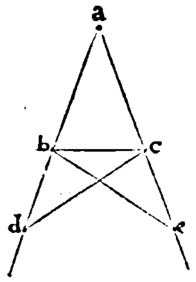
Theorema 2, Propositio 5.

5 ISoscelium triangulorum qui ad basin sunt anguli, adinuicem sunt æquales: & productis æqualibus rectis lineis, qui sub basi sunt anguli adinuicem æquales erunt.

ORONTIVS. ¶ Sit triangulũ isosceles a/b/c: cuius latera a/b/ & a/c/ sint adinuicem æqualia. Hæc autẽ versus d, & e, puncta, in cõtinuũ rectũmq; producantur:

per ſecundum poſtulatum. A io itaque primùm, angulos a/b/c/& a/c/b, qui ad baſin b/c,fore adinuicẽ æquales:angulum præterea d/b/c,angulo b/c/e/ſub eadẽ baſi b/c/cõſtituto,itidem coæquari. Suſcipiatur enim in b/d/recta cõtingens punctũ, ſitq; illud d:& data recta b/d,ſecetur ei æqualis c/e,per tertiam propoſitionem:connectantúrq; b/e,& c/d,lineæ rectæ,per primũ poſtulatũ. Cùm igitur a/b/ſit æqualis a/c,per hypotheſin,& b/d/ipſi c/e,per cõſtructionẽ:erit & a/d/ipſi a/e,per ſecundam communẽ ſententiã,æqualis.Bina ergo latera a/b/& a/e/trianguli a/b/e,ſunt æqualia duobus a/c/& a/d/triãguli a/c/d,alterum alteri: eſtq; angulus qui ad a/ſub æquis lateribus comprehẽſus,vtriq; triãgulo communis.Baſis igitur b/e/ baſi c/d/ eſt æqualis,& totũ triangulum a/b/ e/ toti triãgulo a/c/d/æquale,atq; reliqui anguli reliquis angulis, ſub quibus æqualia ſubtenduntur latera,reſpõdenter æquales,vtpote/a/b/e/ipſi a/c/d,& a/d/c/ipſi a/e/b:per quartã propoſitionem.

Primus oſtenſionis diſcurſus.



Secundus.

Rurſum,quoniã b/d/ipſi c/e/per conſtructionẽ eſt æqualis,& b/e/ ipſi c/d/æqualis oſtenſa eſt:bina propterea latera d/b/& d/c/ triãguli d/b/c,duobus e/b/& e/c/ipſius e/b/c/ triãguli lateribꝰ ſunt alternatim æqualia.& cõtẽtos ſub ipſis æqualibus lateribus angulos,vtpote,qui ad d/& e/monſtrauimus æquales:eandémq; baſin ſubtendunt b/c.Triangulũ igitur d/b/c,triangulo e/b/c/eſt æquale, & reliqui anguli reliquis angulis,ſub quibus æqualia ſubtenduntur latera,adinuicẽ æquales:per eandem quartã propoſitionẽ.Angulus itaq; d/b/c, angulo b/c/e/eſt æqualis: necnõ angulus b/c/d,ipſi angulo b/c/e.Totus porrò angulus a/b/e,toti angulo a/c/d/æqualis nuper oſtẽſus eſt.Igitur ſi ab eiſdem æqualibus angulis a/b/e/& a/c/d, æquales auferantur anguli b/c/d/& c/b/e:qui relinquentur anguli a/b/c/ & a/ c/ b/ ad baſin b/c,erunt per tertiam communem ſententiam adinuicem æquales.Et qui ſub eadẽ baſi b/c/ſunt anguli,vtpote,d/b/c/& b/c/e,nunc quoq; mõſtrati ſunt æquales. Iſoſceliũ ergo triangulorũ,qui ad baſin ſunt anguli &c.vt in theoremate.Quod demonſtrare oportebat.

Recollectio demonſtrationis.

Corollarium.

¶Hinc manifeſtum eſt,triangulum æquilaterum tres angulos adinuicem æquales continere. Quoniam binatim ſumpta latera, ſemper offenduntur æqualia: & duo quoq; anguli omnifariam ſumpti conſequenter æquales.

Θεώρημα γ, Πρόθεσις ς.

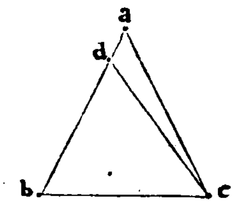
Ἐὰν τριγώνου αἱ δύο γωνίαι ἴσαι ἀλλήλαις ὦσι, καὶ αἱ ὑπὸ τὰς ἴσας γωνίας ὑποτείνουσαι πλευραὶ ἴσαι ἀλλήλαις ἔσονται.

Theorema 3, Propoſitio 6.

SI trianguli duo anguli, æquales adinuicem fuerint: æquales 6
quoq; angulos ſubtendentia latera æqualia adinuicem erunt.

ORONTIVS.¶Eſto a/b/c/triãgulũ,cuius anguli a/b/c/& a/c/b/ſint adinuicẽ æquales.Dico propterea,quòd latus a/b/æquũ eſt lateri a/c.Si nanq; a/b/ & a/c/latera forent inæqualia,alterum eſſet maius:vtpote, a/b.Poſſet itaq; à maiori a/b,ſecari ipſi a/c/minori æqualis,per tertiã propoſitionẽ.eſto igitur b/d: & connectatur c/ d/ recta,per primum poſtulatum.Cadet igitur recta c/d/intra triangulum a/b/c,diuidétq; latus a/b,& angulum a/c/b/in duos angulos,atq; datum a/b/c/triangulum in bina triangula a/c/d/& d/b/c.Atqui a/b/c/triangulum,ipſo d/b/c/triangulo(nempe totum ſua parte)maius eſt:per nonam communem ſententiam.Quòd ſi a/c/recta foret æqualis ipſi b/d,& b/c/ſit vtriq; triangulo communis:eſſent bina latera a/c/&

Demõſtratio ab impoſſibili



c/b/ trianguli a/c/b, æqualia binis lateribus c/b/ & b/d/ ipsius trianguli c/b/d.quæ cùm æquales adinuicem comprehendant angulos a/b/c/& a/c/b,per hypothesin:basis a/b/dati a/c/b/trianguli,foret æqualis basi c/d/ipsius triãguli c/b/d,per quartam propositionem:ipsum deniq; triangulum a/b/c,ipsi triangulo d/b/c/æquale, totum videlicet suæ parti.quod per nonam communem sententiã est impossibile.Non est igitur a/b/latus,maius a/c.Similiter ostendetur,quòd neq; minus.Aequũ est itaq; latus a/b,ipsi lateri a/c. Si trianguli itaq; duo anguli æquales adinuicem fuerint,æquales quoq; angulos subtendentia latera æqualia adinuicem erunt.Quod fuerat ostendendum.

Corollarium.

¶Et proinde fit manifestum, triangulum æquiangulum, fore versa vice æquilaterum.anguli enim binatim sumpti,semper offenduntur æquales: & duo quoq; latera omnifariam sumpta,respondenter æqualia.

Θεώρημα δ', Πρόθεσις ζ.

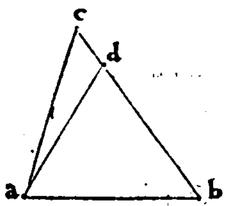
Ἐπὶ τῆς αὐτῆς εὐθείας δυσὶ ταῖς αὐταῖς εὐθείαις, ἄλλαι δύο εὐθεῖαι ἴσαι ἑκατέρα ἑκατέρᾳ οὐ συσταθήσονται, πρὸς ἄλλῳ καὶ ἄλλῳ σημείῳ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη τὰ αὐτὰ πέρατα ἔχουσαι ταῖς ἐξ ἀρχῆς εὐθείαις.

Theorema 4, Propositio 7.

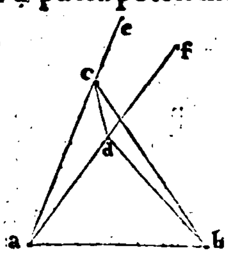
7 SVper eadem recta linea, duabus eisdem rectis lineis,aliæ duæ rectæ lineæ æquales altera alteri non constituentur, ad aliud atque aliud punctum, ad easdem partes, eosdem fines primis rectis lineis possidentes.

ORONTIVS. ¶Super data inquàm recta linea a/b, duæ rectæ lineæ a/c/& b/c,à limitibus a/& b,ad datum punctum c/constituantur. Dico quòd super eadem a/b,aliæ duæ rectæ lineæ,vtpote a/d/& b/d,ad aliud punctum,hoc est d, ad easdem quoq; partes,non constituentur eisdem a/c/& b/c/altera alteri æquales,vtpote a/d/ ipsi a/c,& b/d/ ipsi b/c, eosdem fines a/& b,cum eisdem primis rectis lineis a/c/& b/c/possidentes. Aut enim punctum d/ cadet in alterutram linearum a/c/& b/c,vel intra easdem,aut extra.Atqui in alterutram datarum linearum,ipsum d/punctum minimè potest incidere. Cadat enim (si possibile sit) in rectam b/c.coincidet igitur b/d/recta,super rectam b/c: & cùm d/sit aliud pũctum quàm c, erit eadem b/d/pars ipsius b/c. Non erit igitur b/d,æqualis b/c: totum enim foret æquale suæ parti,contra nonã communem sententiam. Similiter ostendetur, ꝙ neq; in a/c/rectam,neq; in alterutrã aut a/c/aut b/c/in continuũ rectũmq; productã,cadet idem punctũ d. ¶Dico prætere,ꝙ neq; intra easdẽ lineas a/c/ & b/c, ipsum d/pũctũ potest incidere.Esto enim (si fuerit possibile) vt in subscripta figura & cõnexa c/d/ recta,per primũ postulatũ,vtraq; a/c/& a/d, per secundũ postulatũ,in continuũ rectũmq;,vsq; ad e/& f/ signa producatur. Triãgula igitur a/c/d/& b/c/d/super eadẽ basi c/d/cõstituta,forẽt isosceles.& angulus propterea a/c/d,æquus esset angulo a/d/c:necnõ b/c/d/ angulus, ipsi b/d/c/respondenter æqualis,per primã partẽ quintæ propositionis:& per secundã eiusdem propositionis partem,qui sub eadem basi c/d/fiunt anguli,adinuicẽ quoq;

Prima figuræ dispositio.



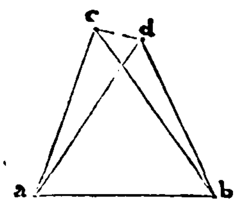
Secunda.



forẽt æquales:vtpote,c/d/f/ipſi d/c/e.Angulus porrò d/c/e,maior eſt angulo b/c/d (nẽpe totus ſua parte)eapropter & c/d/f/angulus, foret eodẽ angulo b/c/d/ maior: & maior conſequẽter ipſo angulo b/d/c.nam æquales anguli,eiuſdẽ ſunt æquè maiores,vel æquè minores:per cõuerſam ſextæ,atq; ſeptimæ cõmunis ſentẽtiæ interpretationẽ.Eſt autẽ c/d/f/angulus,pars ipſius anguli b/d/c.Particularis igitur angulus,maior eſſet totali: quod per eandem nonam cõmunẽ ſententiã eſt impoſſibile.

Tertia figuræ diſpoſitio.

❡Haud diſſimile ſequetur incõueniens:vbi datũ punctũ d,inciderit extra præfatas lineas rectas a/c/& b/c.Si nãq; id poſſibile foret,vel earum altera quæ ex a/pũcto, alterã quæ ex b/ſecabit: aut nulla dabitur prædictarum linearũ interſectio.Secet primùm a/d/ipſam b/c:& connectatur c/d/recta, per primum poſtulatum.Triangula rurſum a/c/d/& b/c/d/eſſent iſoſcelia:& qui ad communẽ vtriuſq; triãguli baſin c/d/fiunt anguli,per primam partem ipſius quintæ propoſitionis,æquales adinuicem.vtpote,a/c/d/ ipſi a/d/c,& b/c/d/ ipſi b/d/c. Atqui angulus a/c/d,angulo b/c/d/maior eſt, per nonam communem ſententiam: recta enim b/c/ diuidit a/b/d/c/quadrilaterum, & angulum propterea a/c/d.Igitur & a/d/c/ angulus,eodẽ angulo b/c/d/maior eſſet:& maior conſequenter ipſo b/d/c/angulo.angulus porrò a/d/c,eſt pars ipſius anguli b/d/c:recta nãq; a/d,diuidit eũdem b/d/c/angulum,atq; a/b/d/c/quadrilaterum.Pars itaq;,totum rurſum excederet: quod ipſi nonæ communi videtur aduerſari ſententiæ.Idem etiam concludetur,vbi a/c/recta ſecuerit b/d:vbíve punctum d/ita ſeorſum locabitur,vt nulla ſubſequatur prædictarum linearũ interſectio. quemadmodùm ex ſecunda figuræ diſpoſitione deducere vel facilè potes, c/in d,atq; è diuerſo permutato. Non ſunt igitur a/c/& a/d/rectæ lineæ,neq; b/c/& b/d/adinuicem ſimul æquales.Super eadem ergo recta linea, duabus eiſdem rectis lineis &c.vt in theoremate.Quod demonſtrare oportebat.



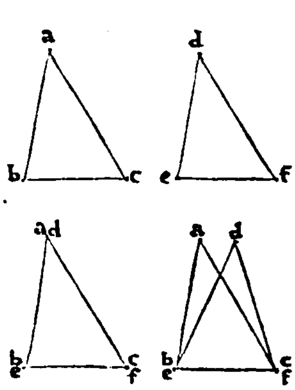
Θεώρημα ε, Πρόθεσις η,

Ἐὰν δύο τρίγωνα, τὰς δύο πλευρὰς ταῖς δυσὶ πλευραῖς ἴσας ἔχῃ ἑκατέραν ἑκατέρᾳ, ἔχῃ δὲ καὶ τὴν βάσιν τῇ βάσει ἴσην, καὶ τὴν γωνίαν τῇ γωνίᾳ ἴσην ἕξει τὴν ὑπὸ τῶν ἴσων εὐθειῶν περιεχομένην.

Theorema 5, Propoſitio 8.

SI bina triangula, duo latera duobus lateribus alterum alteri 8
æqualia habuerint,& baſin quoq; baſi æqualẽ:angulum quoq; ſub æqualibus rectis lineis contentum æqualem habebunt.

ORONTIVS.❡Sint bina triangula a/b/c/ & d/e/f,habẽtia duo latera a/b/& & a/c,duobus lateribus d/e/& d/f/alternatim æqualia,hoc eſt,a/b/ipſi d/e,& a/c/ipſi d/f:ſitq; baſis b/c,baſi d/f/itidem æqualis.Aio itaq; angulum b/a/c,angulo e/d/f/ eſſe reſpondenter æqualẽ.Comparatis nanque adinuicem triangulis,& puncto b/ſupra punctum e/ conſtituto, extenſáque baſi b/c/ in rectum ipſius e/f: conueniet punctum c/cum puncto f, per conuerſam octauæ cõmunis ſententiæ.Cõuenientibus autẽ b/& e,atq; c/& f/punctis,cõueniet & punctũ a/cũ puncto d.Quoniã ſi a/& d/puncta minimè cõuenirent:ſequeretur ex hypotheſi laterũ, ꝙ ſuper eadem recta linea b/c/ aut e/f,duabus eiſdẽ lineis a/b/& a/c, vel a/e/ & a/f, aliæ duæ rectæ lineæ d/b/& d/c, ſeu d/e/& d/f, ad aliud atq; aliud punctum, hoc eſt a/ & d,ad eaſdem quoq; partes,



eoſdem deniq; fines b/ & c/vel e/& f/primis rectis lineis poſſidentes, altera alteri conſtituerētur æquales.quod per antecedentē ſeptimā propoſitionē demonſtratū eſt impoſſibile.Cõgruit igitur d/punctū,ipſi puncto a: quapropter & angulū b/a/c, angulo e/d/f,congruere neceſſum eſt,foreq; illi æqualē.Cõgruentibus enim terminis:congruūt & ipſæ lineæ rectæ.ex rectarū porrò cõuenientia,ſub quibus ipſi continētur anguli:eadem ſurgit inclinatio.ex qua demum pari linearum inclinatione: eorundem angulorū conuincitur æqualitas.Ergo ſi bina triangula, duo latera duobus lateribus &c.vt in theoremate.Quod oportuit demonſtraſſe.

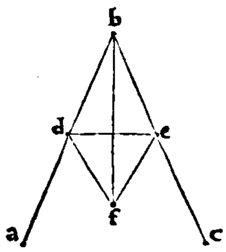
Πρόβλημα δ, Πρόθεσις θ.

Τὴν δοθεῖσαν γωνίαν εὐθύγραμμον δίχα τεμεῖν.

Problema 4, Propoſitio 9.

9 DAtum angulum rectilineum,bifariam ſecare.

ORONTIVS. ¶Eſto datus rectilineus angulus a/b/c:quem oporteat bifariam ſecare.Suſcipiatur igitur in a/b/recta contingens punctum d:ſecetúrq; à reliqua b/c, ipſi b/d/æqualis, per tertiā propoſitionem, ſitq; illa b/e.Et per primū poſtulatum,connectatur recta d/e:ſuper quā triangulum æquilaterū d/e/f, per primā propoſitionem conſtituatur.connectatur tandem recta b/f, per idem primum poſtulatum.Manifeſtum eſt igitur,rectam b/f/ſecare datum angulum a/b/c:protrahitur enim ab angulo qui ad b,ad oppoſitum angulum qui ad f/in b/d/f/e/quadrilatero.Aio quòd & ipſa b/f,datum a/b/c/angulum bifariā ſecat.Cùm enim b/d/per conſtructionē ſit æqualis ipſi b/e,cõmunis autem b/f:bina itaq; latera d/b/& b/f/trianguli d/b/f,duobus lateribus f/b/& b/e/trianguli f/b/e/ ſunt alternatim æqualia.Eſt inſuper baſis d/f,baſi e/f/itidem æqualis:ſunt enim latera triāguli æquilateri d/e/f.Angulus igitur d/b/f,angulo f/b/e,per octauam propoſitionem eſt æqualis.Datus itaq; rectilineus angulus a/b/c,bifariam à recta b/f/ſecatur.Quod facere oportebat.



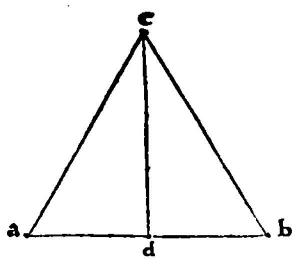
Πρόβλημα ε, Πρόθεσις ι.

Τὴν δοθεῖσαν γωνίαν πεπερασμένην δίχα τεμεῖν.

Problema 5, Propoſitio 10.

10 DAtam rectam lineam terminatam bifariam ſecare.

ORONTIVS.¶Sit data recta linea terminata a/b,quam bifariā ſecare ſit operæpretium. Conſtituatur igitur ſuper eadem a/b, triangulum æquilaterum a/c/b,per primam propoſitionem :ſecetúrq; per antecedentem nonam propoſitionem angulus a/c/b/bifariam,recta quidem c/d,à puncto c/in d/punctum ipſius lateris a/b/ coextenſa.Dico lineā a/b/datam,ſecari bifariam in pūcto d. Cùm enim a/c/b/ triangulum ſit æquilaterum,æqualis eſt a/c/ ipſi c/b: cõmunis verò c/d.Binæ igitur a/c/& c/ d/ trianguli a/ c/ d, duabus d/c/& c/b/triāguli d/c/b,ſunt altera alteri æquales: & qui ſub ipſis æquis lateribus continentur anguli, per conſtructionē ſunt adinuicem æquales,hoc eſt,a/c/d, ipſi d/c/b.Baſis igitur a/d,baſi d/b/eſt æqualis,per quartam propoſitionem.Data igitur recta linea terminata a/b,bifariam ſecta eſt in puncto d.Quod oportuit feciſſe.



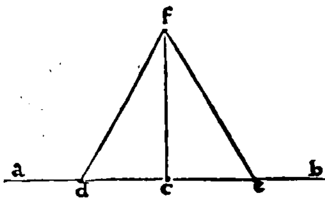
Πρόβλημα ϛ, Πρόθεσις ια.

ΤΗ δοθείσῃ γωνίᾳ, ἀπὸ τοῦ πρὸς αὐτῇ δοθέντος σημείου, πρὸς ὀρθὰς γωνίας εὐθεῖαν γραμμὴν ἀγαγεῖν.

Problema 6, Propositio 11.

DAta recta linea, à pũcto in ea dato, rectam lineam ad angulos rectos excitare. 11

ORONTIVS. ¶Esto recta linea data a/b, datúmq; in ea pũctũ c: à quo oporteat rectã lineã ad angulos rectos excitare. Suſcipiatᷣ igitur in a/c/recta, cõtingẽs punctũ: ſitq; illud d. ſecetur præterea à recta c/b, ipſi d/c/æqualis, per tertiã propoſitionẽ, vtpote c/e. deniq; ſuper recta d/e, triãgulũ æquilaterũ cõſtituatᷣ d/f/e, per primã propoſitionẽ: cõnectatúrq; recta c/f, per primũ poſtulatũ. Dico c/f/rectã, ad rectos angulos cõſiſtere ſuper datã rectã a/b. Quoniã d/c/eſt æqualis ipſi c/e, cõmunis autẽ c/f/diuidẽs d/f/e/triãgulũ. Duæ igitur f/c/& c/d/triãguli f/c/d, duabus f/c/& c/e/trianguli f/c/e, ſunt altera alteri æquales: & baſis d/f/baſi f/e, per conſtructionem æqualis. Angulus itaq; f/c/d, angulo f/c/e/ſub æqualibus rectis lineis cõtento, per octauam propoſitionem eſt æqualis. Recta igitur c/f/conſiſtens ſuper rectã a/b, æquales vtrobique facit angulos: ergo rectos, per decimam diffinitionem. A dato igitur pũcto c, datæ rectæ lineæ a/b, recta linea c/f/ad rectos excitata eſt angulos. Quod faciendum ſuſceperamus.



Πρόβλημα ζ, Πρόθεσις ιβ.

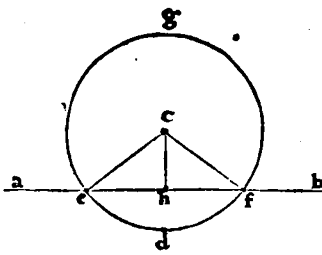
ΕΠὶ τὴν δοθεῖσαν εὐθεῖαν ἄπειρον, ἀπὸ τοῦ δοθέντος σημείου, ὃ μή ἐστιν ἐπ' αὐτῆς, κάθετον εὐθεῖαν γραμμὴν ἀγαγεῖν.

Problema 7, Propoſitio 12.

SVper datam rectam lineam infinitam, à dato puncto quod in ea non eſt, perpendicularem rectam lineam deducere. 12

ORONTIVS. ¶Sit data recta linea infinita a/b, datum verò pũctum quod in ea non eſt c: à quo, in ipſam a/b, perpendicularem rectã lineam deducere ſit operæpretium. In eodem itaque plano, in quo data a/b/recta linea infinita, & datum punctum c, ex altera quidem parte ipſius a/b, contingens punctũ ſuſcipiatur: ſitq; illud d. Erit igitur c/d/interuallum, dirimétq; ipſam a/b/rectam. Centro ergo c, interuallo autem c/d, circulus deſcribatur e/f/g, per tertium poſtulatum. Hic porrò circulus e/f/g, cùm in eodem ſit plano in quo & recta a/b, ſitq; finitus, eadem verò a/b/infinita, & dirempta ab interuallo c/d: ſubtendet propterea idem e/f/g/circulus partem ipſius a/b, egredietúrq; eadem a/b, recta circũferentiam ipſius e/f/g/circuli, eandémque circunferẽtiam egrediendo ſecabit. Secet igitur in e/& f/punctis: diuidatúrq; recta & ſubtenſa e/f/bifariam, in puncto quidem h, per decimã propoſitionem. & connectantur tandem c/e, c/h, atq; c/f/rectæ, per primum poſtulatũ. Dico itaq;, rectã c/h/perpendiculariter incidere ſuper datã, rectã a/b. Quoniam e/h/æqualis eſt ipſi h/f, per conſtructionem: c/h/verò dirimens c/e/f/triangulum, vtrique communis. Binæ igitur c/h/& h/e/trianguli c/h/e, duabus c/h/& h/f/trianguli c/h/f/ſunt altera alteri æquales: baſis quoq; c/e, baſi c/f/æqualis, per decimamquintam diffinitionem. Aequus eſt igitur angulus c/h/e, angulo c/h/f/ſub æquis lateribus cõtento, per octauã propoſitionẽ.

Conſtructio figuræ.



Oſtenſio problematis.

Recta ergo c/h/conſiſtens ſuper datã rectam lineã a/b,æquales vtrobiq; facit angulos:ergo rectos.Et proinde c/h/perpendicularis eſt ſuper a/b,per decimam diffinitionem.Super datam itaque rectam lineam infinitã a/b,à dato puncto c/quod in ea non eſt,deducta eſt perpendicularis c/h.Quod feciſſe oportuit.

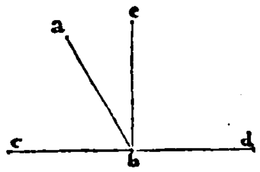
Θεώρημα ϛ, Πρόθεσις ιγ.

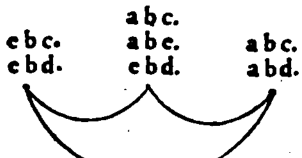
ΩΣ ἂν εὐθεῖα ἐπ' εὐθεῖαν σταθεῖσα γωνίας ποιῇ, ἤτοι δύο ὀρθὰς, ἢ δυσὶν ὀρθαῖς ἴσας ποιήσει.

Theorema 6, Propoſitio 13.

13 CVm recta linea ſuper rectam conſiſtens lineã angulos fecerit: aut duos rectos,aut duobus rectis æquales efficiet.

ORONTIVS. ¶Incidat inquàm a/b/recta,ſuper rectam c/d,efficiens angulos a/b/c/& a/b/d. Anguli itaque a/b/c/& a/b/d,aut ſunt æquales adinuicẽ,aut inæquales.Si æquales,ergo recti,per decimam diffinitionẽ:prima igitur pars vera. Quòd ſi inæquales extiterint ipſi a/b/c/& a/b/d/anguli,vtpote,a/b/c/recto minor,& eodẽ recto maior a/b/d: dico nihilominus eoſdẽ angulos a/b/c/& a/b/d,fore binis rectis angulis æquales.Quoniam a/b/c/& a/b/d/anguli ſunt inæquales:non eſt igitur a/b/recta,perpendicularis ſuper rectam c/d, per conuerſam ipſius decimæ diffinitionis. Excitetur ergo ſuper data recta linea c/d,à dato in ea puncto b, perpẽdicularis b/e, per vndecimam propoſitionem.Diuidet itaq; recta b/e/angulum a/b/d/recto maiorem:necnõ recta a/b,ipſum angulum e/b/c/rectũ,maiorem acuto a/b/c. Aequus eſt igitur angulus e/b/c, binis angulis a/b/c/& a/b/e. communis adijciatur angulus e/b/d.bini itaq; anguli e/b/c/& e/b/d,tribus angulis, hoc eſt a/b/c,a/b/e,& e/b/d,ſunt æquales, per ſecũdam communẽ ſentẽtiam.Angulus rurſum a/b/d,æquus eſt duobus angulis a/b/e/ & e/b/d. communis addatur angulus a/b/c. Duo igitur anguli a/b/c/& a/b/d, tribus angulis, vtpote,a/b/c,a/b/e,& e/b/d,ſunt per eandẽ ſecundã communẽ ſententiã æquales.Atqui monſtratũ eſt,ꝙ & anguli e/b/c/& e/b/d,eiſdem tribus æquantur angulis. Anguli porrò qui eiſdem ſunt æquales angulis, adinuicem quoq; ſunt æquales, per primam cõmunem ſentẽtiam.Igitur anguli a/b/c/& a/b/d, duobus e/b/c/& e/b/d/ſunt æquales. Sũt autem per conſtructionem anguli e/b/c/& e/b/d/recti. & duo igitur anguli a/b/c/& a/b/d, binis ſunt rectis æquales. Idem etiã oſtendetur, vbi a/b/c/angulus,fuerit maior ipſo a/b/d. Cùm igitur recta linea,ſuper rectam conſiſtens lineam, angulos fecerit:aut duos rectos,aut duobus rectis æquales efficiet. Quod oportebat demonſtrare.





Θεώρημα ζ, Πρόθεσις ιγ.

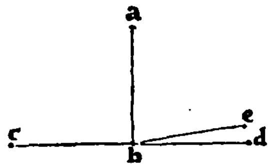
ΕΑν πρός τινι εὐθείᾳ καὶ τῷ πρὸς αὐτῇ σημείῳ, δύο εὐθεῖαι μὴ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη κείμεναι, τὰς ἐφεξῆς γωνίας δυσὶν ὀρθαῖς ἴσας ποιῶσιν, ἐπ' εὐθείας ἔσονται ἀλλήλαις αἱ εὐθεῖαι.

Theorema 7, Propoſitio 14.

14 SI ad aliquam rectam lineam, atque ad eius punctum,duæ rectæ lineæ non ad eaſdem partes ductæ, vtrobique duobus rectis angulos æquales fecerint: ipſæ in directum rectæ lineæ adinuicem erunt.

ORONTIVS. ¶Ad datam enim rectam lineam a/b,atque ad eius punctum b,duæ rectæ lineæ b/c, & b/d, altera quidem ad læuam c, reliqua verò ad dextram partẽ d/conueniẽtes,angulos efficiant a/b/c/& a/b/d, aut rectos,aut duobus rectis æquales. Aio propterea,rectam lineam b/d,in directum ipsius b/c/fore cõstitutam, hoc est, vnam eandémq; rectam efficere lineã. Nam si recta b/d,non fuerit in directum ipsius b/c/constituta:producta b/c/in continuũ rectúmq;,ab ipso b/versus e, per secundum postulatum,non cadet ipsa b/e/cum b/d. Cadat ergo(si possibile sit) inter a/b/& b/d. Recta igitur a/b,incideret super rectam c/e/ ad angulos a/b/c/& a/b/e,aut rectos, vel duobus rectis æquales,per decimãtertiam propositionẽ. Atqui duo anguli a/b/c/ & a/b/d/ aut recti sunt,aut binis itidem rectis æquales,per hypothesin. Anguli itaq; a/b/c/& a/b/d,angulis a/b/c/& a/b/e, forent per primam communẽ sententiã æquales. Dempto igitur communi angulo a/b/c:reliquus a/b/d/ reliquo a/b/e,per tertiam communẽ sententiam æquaretur,maior minori,hoc est,totũ suæ parti:quod per nonam communem sententiam est impossibile. Idem quoq; deducetur inconueniens,si producta b/e,detur incidere sub ipsa b/d. In directum est igitur b/d/ipsi b/c.quod demonstrandum fuerat. Si ad aliquã igitur rectam lineam, atq; ad eius pũctum duæ rectæ lineæ,&c.vt in theoremate.

Demõstratio ab impossibili



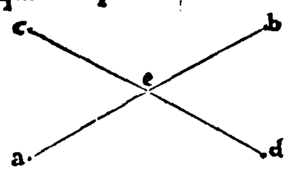
Θεώρημα η, Πρόθεσις ιε.

EAν δύο εὐθεῖαι τέμνωσιν ἀλλήλας, τὰς κατὰ κορυφὴν γωνίας ἴσας ἀλλήλαις ποιήσουσιν.

Theorema 8, Propositio 15.

SI duæ rectæ lineæ se adinuicẽ secuerint:angulos qui circa verticem sunt æquos adinuicem efficient. 15

ORONTIVS. ¶Secent se adinuicem binæ rectæ lineæ a/b,& c/d,in pũcto quidem e:dico quòd angulus a/e/c,æquus est angulo b/e/d,circa e/ verticem posito. Incidit enim recta c/e /in rectam a/b,efficiens angulos a/e/c/& c/e/b/duobus rectis æquales: per decimamtertiam propositionem. Recta insuper b/e/ incidens super rectam c/d,facit angulos c/e/b/& b/e/d/binis itidem rectis æquales:per eãdem decimamtertiam propositionẽ. Anguli porrò qui eisdem,vtpote binis rectis æquantur: & hi quoq; sunt adinuicem æquales, per primã communem sententiam. Et duo igitur anguli a/e/c/& c/e/b,duobus angulis c/e/b/& b/e/d/ sunt æquales. Dempto itaque communi c/e/b:reliquus a/e/c/reliquo b/e/d,per tertiam communem sentẽtiam est æqualis. Simili discursu monstrabitur,ꝙ anguli a/e/d/& c/e/b/sunt æquales adinuicem. Si duæ igitur rectæ lineæ se adinuicem secuerint,angulos qui circa verticem sunt, æquos adinuicem efficient. Quod oportebat ostendere.



Corollarium.

¶Hinc manifestum est,quotlibet rectas lineas in eodem pũcto sese adinuicem intersecantes,angulos efficere quatuor rectis æquales.

Θεώρημα θ, Πρόθεσις ις.

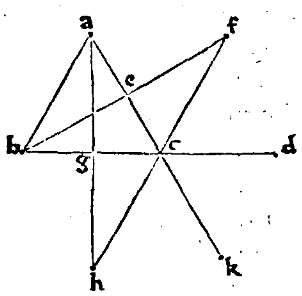
ΠΑντὸς τριγώνου μιᾶς τῶν πλευρῶν ἐκβληθείσης, ἡ ἐκτὸς γωνία, ἑκατέρας τῶν ἐντὸς καὶ ἀπ' ἐναντίον μείζων ἐστί.

Theorema 9, Propositio 16.

OMnis triãguli vno latere producto,exterior angulus vtrisq; interioribus & ex opposito maior est. 16

ORONTIVS. ¶Esto datum a/b/c/triãgulum,cuius vnum latus,vtpote b/c, producatur in directum ad punctum vsq; d, per secundum postulatum. Aio itaq; primùm, exteriorem angulum a/c/d, maiorem esse intrinseco & ex opposito b/a/c. Secetur enim a/c/bifariam in pūcto e, per decimam propositionem: & connectatur b/e/recta, per primū postulatum. quæ per secundum postulatum, extendatur in directum versus f: seceturq; recta e/f/æqualis ipsi b/e, per tertiā propositionem. tandem connectatur recta c/f, per idem primū postulatum. Cùm igitur a/e/sit æqualis e/c, & b/e/ipsi e/f/itidem æqualis, per constructionem: binæ itaq; a/e/& e/b/trianguli a/c/b, duabus c/e/& e/f/trianguli c/e/f, sunt altera alteri æquales. & æquos adinuicē efficiunt angulos a/e/b/& c/e/f, per decimamquintam propositionem, nempe qui circa e/verticem. Basis igitur a/b, basi c/f/est æqualis: & triangulum a/e/b, æquale triangulo c/e/f, atque reliquus angulus b/a/e, reliquo e/c/f/æqualis, per quartā propositionem. Angulus porrò a/c/d, maior est angulo a/c/f, per nonam communem sentētiam: quapropter & ipso b/a/c/angulo maior. æquales enim anguli, eiusdem sunt æquè minores. ¶Dico insuper, quòd idem angulus a/c/d, maior est a/b/c/angulo. Diuisa nanq; b/c/ bifariam in puncto g, & connexa a/g/ recta, productáq; ipsi a/g/æquali g/h, connexa item c/h, atq; tandem producta a/c/ in k, per nunc expressa postulata, citatásq; propositiones: haud dissimili discursu colligemus, angulum a/b/g, æquum esse angulo g/c/h. Et quoniam angulus b/c/k, angulo b/c/h/maior est, per nonā communem sententiā: erit & idem angulus b/c/k/ ipso a/b/c/angulo maior. Aequus est autem a/c/d/angulus ipsi b/c/k, per decimamquintam propositionē: & angulus igitur a/c/d/eodē angulo a/b/c/maior est. Omnis itaq; trianguli vno latere producto, exterior angulus vtrisq; interioribus & ex opposito maior est. Quod erat demonstrandum.

Prima demonstrationis pars.



Secunda pars

Θεώρημα ι, Πρόθεσις ιζ.

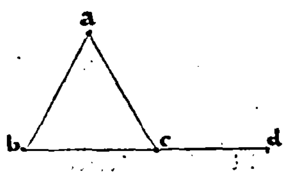
ΠΑντὸς τριγώνου αἱ δύο γωνίαι, δύο ὀρθῶν ἐλάσσονές εἰσι, πάντῃ μεταλαμβανόμεναι.

Theorema 10, Propositio 17.

17 OMnis trianguli, duo anguli duobus rectis sunt minores, omnifariam sumpti.

ORONTIVS. ¶Sit triangulum a/b/c. Dico in primis, duos angulos a/b/c/& a/c/b, duobus rectis esse minores. Producatur enim b/c/ latus in directum vsq; ad punctum d: per secundum postulatum. Exterior igitur angulus a/c/d, maior est interiore & ex opposito a/b/c, per decimamsextam propositionem. Addatur vtrique eorundem angulorum, communis a/c/b. Duo igitur anguli a/b/c/& a/c/ b, duobus angulis a/c/b/ & a/c/d/ sunt minores, per quartam communem sententiam. Anguli porrò a/c/b/& a/c/d, duobus rectis sunt æquales, per decimamtertiam propositionē. Et duo igitur anguli a/b/c/ & a/c/b, eisdem binis rectis sunt minores: ijdem nanq; anguli, æqualium angulorū æquè minores existunt. ¶Nec dissimili via, anguli b/a/c/ & a/c/b, duobus itidem rectis ostendentur esse minores: necnon a/b/c/& c/a/b/anguli, producto a/b/vel a/c/latere. Omnis itaq; trianguli, duo anguli duobus rectis sunt minores, omnifariam sumpti. Quod expediebat demonstrare.

Precipua ostensionis pars.



De ceteris angulorum combinationibus.

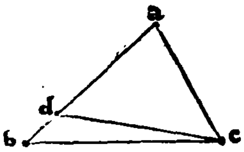
Θεώρημα ια, Πρόθεσις ιη.

Παντὸς τριγώνου ἡ μείζων πλευρὰ, τὴν μείζονα γωνίαν ὑποτείνει.

Theorema 11, *Propositio* 18.

OMnis trianguli maius latus, ſub maiori angulo ſubtenditur. 18

ORONTIVS. ¶Sit triangulum a/b/c: cuius latus a/b, maius ſit a/c/ latere. dico quòd a/c/b/ angulus, maior eſt angulo a/b/c. Secetur enim à maiori a/b, ipſi minori a/c/ æqualis, per tertiam propoſitionem: ſitq; illa a/d. & connectatur c/d/ recta, per primum poſtulatum. Diuidit itaque recta c/d/ triangulum a/b/c, & angulum propterea a/c/b. Maior eſt igitur angulus a/c/b/ angulo a/c/d, per nonam communem ſententiam. Ipſi porrò a/c/d/ angulo, æquus eſt angulus a/d/c, per primam partem quintæ propoſitionis: ſunt enim per conſtructionem a/c/& a/d/ latera adinuicē æqualia. Et a/c/b/ igitur angulus, maior eſt angulo a/d/c. Angulus rurſum a/d/c, maior eſt interiore & ex oppoſito d/b/c, hoc eſt a/b/c/ angulo, per decimamſextam propoſitionem. Multò maior igitur eſt angulus a/c/b, ipſo d/b/c/ ſeu a/b/c/ angulo. quod enim maiore maius eſt, à fortiori videtur eſſe maius. Omnis itaque trianguli maius latus, ſub maiori angulo ſubtenditur. Quod demonſtrandum ſuſceperamus.



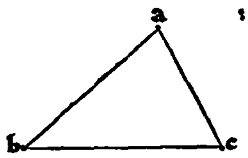
Θεώρημα ιβ, Πρόθεσις ιθ.

Παντὸς τριγώνου ὑπὸ τὴν μείζονα γωνίαν ἡ μείζων πλευρὰ ὑποτείνει.

Theorema 12, *Propositio* 19.

OMnis trianguli maior angulus, ſub maiori latere ſubtēditur. 19

ORONTIVS. ¶Sit rurſum a/b/c/ triangulum, habens angulum a/c/b, maiorē angulo a/b/c. Aio verſa vice, ꝙ latus a/b, maius eſt ipſo latere a/c. Si nanq; a/b/ latus, non foret maius a/c: eſſet igitur vel eidē a/c/ æquale, vel eo minus. Aequū porrò nō eſt a/b/ ipſi a/c: quoniā anguli a/b/c/ & a/c/b, per quintam propoſitionem, forēt adinuicem æquales. ſunt autem inæquales, per hypotheſin. non eſt igitur a/b/ latus, æquale ipſi a/c. Neque etiā minus eſt a/b, eodem a/c/ latere: eſſet enim angulus a/c/b, minor angulo a/b/c, per antecedentem decimam octauam propoſitionem. hoc autem aduerſatur hypotheſi. Igitur a/b/ latus, nō eſt minus ipſo a/c/ latere. Oſtēſum eſt autē, quòd nec eidem æquale. maius eſt igitur ipſum latus a/b, eodem a/c/ latere. Omnis ergo trianguli maior angulus, ſub maiori latere ſubtenditur. Quod demonſtrare fuerat operæpretium.



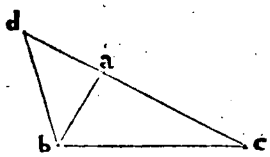
Θεώρημα ιγ, Πρόθεσις κ.

Παντὸς τριγώνου αἱ δύο πλευραὶ, τῆς λοιπῆς μείζονές εἰσι, πάντῃ μεταλαμβανόμεναι.

Theorema 13, *Propositio* 20.

OMnis trianguli duo latera, reliquo ſunt maiora, quomodocunque aſſumpta. 20

ORONTIVS. ¶Eſto datum a/b/c triangulum. Dico primùm, duo latera a/b/ & a/c, fore maiora reliquo b/c. Producatur enim per ſecundum poſtulatum, recta c/a/ in directum, vſque ad punctum d: ſeceturq; a/d/ recta, æqualis ipſi a/b, per tertiā propositionem.& connectatur b/d/recta,per primũ postulatum. Cùm igitur a/b, sit æqualis ipsi a/d,per constructionem:qui ad basin b/d/sunt anguli,æquales adinuicem erunt,per quintam propositionem, vtpote,a/b/d, ipsi a/d/b.Angulus porrò d/b/c,maior est angulo a/b/d, per nonam communem sententiam: igitur & angulo a/d/b/maior.Triangulum igitur d/b/c,habet angulum d/b/c/maiorẽ angulo b/d/c. Omnis autẽ trianguli maior angulus sub maiori latere subtenditur,per decimamnonam propositionem.maius est itaq; d/c/latus,ipso latere d/b. Atqui latus d/c, æquũ est ipsis a/b/& a/c/lateribus: data est enim a/d, ipsi a/b/ æqualis, & vtrique iungitur a/c. Duo igitur latera a/b/& a/c,sunt maiora reliquo b/c.Similiter ostendemus,quòd a/b/& b/c latera,maiora sunt reliquo a/c:atq; a/c/& c/b, reliquo a/b, itidem maiora. Omnis itaque trianguli duo latera, reliquo sunt maiora,quomodocunq; assumpta. Quod oportuit ostendere.



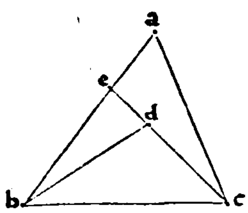
Θεώρημα ιδ, Πρόθεσις κα.

Ἐὰν τριγώνου ἐπὶ μιᾶς τῶν πλευρῶν ἀπὸ τῶν περάτων δύο εὐθεῖαι ἐντὸς συσταθῶσιν, αἱ συσταθεῖσαι, τῶν λοιπῶν τοῦ τριγώνου δύο πλευρῶν, ἐλάττονες μὲν ἔσονται, μείζονα δὲ γωνίαν περιέξουσι.

Theorema 14, Propositio 21.

21 SI trianguli à limitibus vnius lateris, binæ rectæ lineæ introrsum constituantur: quæ constituuntur, reliquis trianguli binis lateribus minores quidem erunt, maiorémque angulum continebunt.

ORONTIVS.¶In triangulo enim a/b/c,à limitibus lateris b/c, duæ rectæ lineæ d/b/& d/c/introrsum,ad punctum d, constituantur. Aio itaque primùm, ipsas d/b/& d/c/ lineas rectas, minores esse reliquis a/b/& a/c/lateribus. Producta nanq; c/d, quousq; secet latus a/b,in puncto quidem e,per secundum postulatum: erũt bina latera a/e/& a/c/triãguli a/e/c,maiora reliquo e/c,per vigesimam propositionẽ. Addatur ipsis a/e/& a/c,atq; ipsi e/c, communis e/b. & composita igitur a/b/ & a/c/ latera,ipsis e/b/& e/c/lateribus, per quartam cõmunem sententiam,erunt maiora.Bina rursum latera e/b/& e/d/ trianguli e/b/d,sunt maiora reliquo b/d,per eandem vigesimam propositionẽ.Addatur ipsis inæqualibus, communis d/c.ergo bina latera e/b/& e/c,binis d/b/ & d/c/lineis rectis sunt maiora,per eandem quartam cõmunem sentẽtiam. Ostensum est autem, quòd a/b/& a/c/ latera, eisdem e/b/& e/c/sunt maiora.Multò igitur maiora sunt eadem a/b/& a/c/latera, ipsis d/b/& d/c/lineis rectis, à limitibus b/& c/ introrsum constitutis. Primæ partis ostensio.



¶Dico præterea, quòd angulus b/ d/ c, maior est angulo b/a/c. Trianguli enim e/b/d, exterior angulus b/d/c, maior est interiore & ex opposito b/ e/ d: idem quoque angulus b/e/d, interiore &/ex opposito e/ a/ c, ipsius a/e/c/ trianguli maior,per decimamsextam propositionem.Longè itaque maior est angulus b/d/c, ipso e/a/c,hoc est,b/ a/ c/ angulo. Igitur si triãguli à limitibus vnius lateris, binæ rectæ lineæ,& quæ sequuntur reliqua,vt in theoremate.Quod demonstrare oportebat. Secunda pars

Πρόβλημα η, Πρόθεσις κβ.

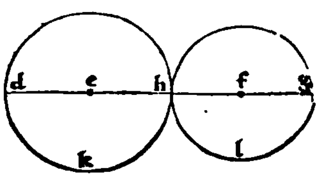
Ἐκ τριῶν εὐθειῶν αἵ εἰσιν ἴσαι τρισὶ ταῖς δοθείσαις εὐθείαις, τρίγωνον συστήσασθαι. δεῖ δὴ τὰς δύο τῆς λοιπῆς μείζονας εἶναι, πάντη μεταλαμβανομένας, διὰ τὸ καὶ παντὸς τριγώνου τὰς δύο πλευρὰς τῆς λοιπῆς μείζονας εἶναι, πάντη μεταλαμβανομένας.

Problema 8, *Propositio* 22.

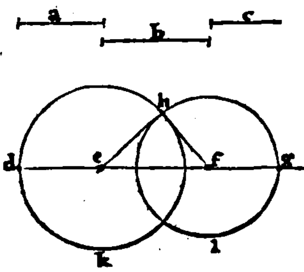
EX tribus rectis lineis, quæ sunt tribus datis rectis lineis æquales, triangulum cōstruere. Oportet autem duo latera, reliquo esse maiora quomodocunque assumpta: quoniam trianguli bina latera quomodocunque assumpta, reliquo sunt maiora. 22

ORONTIUS. ¶ Dentur ergo tres lineæ rectæ a, b, & c, adinuicem ita proportionatæ, vt duæ quomodocunque assumptæ, sint maiores reliqua: vtpote, a & b ipsa c, atq; b & c ipsa a, denique a & c ipsa b maiores. Oportet enim ipsius trianguli, ex tribus rectis lineis, quæ sunt tribus datis æquales, cōstruendi duo latera, reliquo esse maiora, per vigesimam propositionem. Assumatur itaque recta quædam linea, ex altera parte puncto d limitata: infinita verò secundum reliquam. à qua secētur tres rectæ lineæ, ipsis datis singulatim æquales, per tertiam propositionē: d e quidem æqualis ipsi a, e f autem ipsi b, & f g ipsi c. Et centro e, interuallo autē e d, circulus describatur d h k: centro rursum f, & interuallo f g, alius describatur circulus g h l, per tertium postulatum. Et quoniam circuli d h k & g h l, in eodem sunt plano, & e f recta, ab vnius circuli centro, ad centrum alterius producitur: necessum est, eosdem circulos d h k & g h l sese mutuo intersecare. Si nanque minimè se secarent, sed sese adinuicem tangerent, vtpote in puncto h: tūc recta e f ipsi b æqualis, vtriusque circuli semidiametrum necessario contineret. quapropter & duarum rectarum a & c magnitudinē. Esset enim e h pars ipsius e f, æqualis d e, & propterea ipsi a: pars quoque h f, ipsi f g, & ipsi ergo c æqualis. quemadmodùm ex decimaquinta diffinitione, & prima cōmuni sententia deducere vel facilè est. Bina ergo triāguli latera, essent æqualia reliquo: contra datam hypothesin, & vigesimam propositionē. Longè item maius inconueniēs sequeretur: vbi circuli ipsi vtcunque distare ponerētur. Secat igitur circulus d h k, circulum g h l. esto sectionum altera in puncto h: & cōnectātur rectæ e h & h f, per primum postulatum. Triangulū est igitur e h f: dico quòd ex tribus rectis lineis cōstructū, quæ sunt tribus datis æquales. Cùm enim punctum e sit centrum circuli d h k: æqualis est d e ipsi e h, per decimamquintam diffinitionē. ipsa porrò d e, secta est æqualis ipsi a. Binæ igitur, hoc est a & e h, eidem rectæ d e sunt æquales: quapropter & æquales adinuicem, per primam communem sententiam. e f autem, ipsi b data est æqualis, per constructionem. Rursum quoniam punctum f, centrum est circuli g h l: æqualis est f h ipsi f g, per eandem decimamquintam diffinitionem. ipsa autem f g, secta est æqualis ipsi c. Ergo f h & c, eidem f g sunt æquales: igitur & æquales adinuicem, per eandem primam cōmunem sententiam. Tres igitur rectæ lineæ e h, e f, & f h, tribus datis a, b, & c, sunt adinuicem æquales: & constituunt triangulum e h f. Ex tribus igitur rectis lineis e h, e f, & f h, quæ tribus datis, hoc est, a, b, & c, sunt æquales, cōstructum est triangulum e h f. Quod faciendum susceperamus.

Constructio figuræ.



Problematis ostensio.



Πρόβλημα θ, Πρόθεσις κγ.

Πρὸς τῇ δοθείσῃ εὐθείᾳ καὶ τῷ πρὸς αὐτῇ σημείῳ, τῇ δοθείσῃ γωνίᾳ εὐθυγράμμῳ, ἴσην γωνίαν εὐθύγραμμον συστήσασθαι.

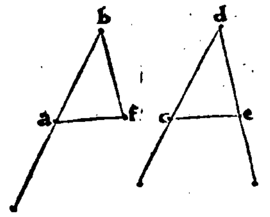
Problema 9, Propositio 23.

23 AD datam rectam lineam, ad datúmque in ea punctum, dato angulo rectilineo, æqualem angulum rectilineũ constituere.

ORONTIVS. ¶ Sit data recta linea a/b, & datum in ea punctum b, rectilineus porrò angulus c/d/e: cui receptum sit, ad datum punctum b, datæ rectæ lineæ a/b, æquum angulum rectilineum constituere. Suscipiatur itaq; in c/d/recta contingẽs punctum, sitq́; illud c: in d/e/quoque recta, contingens punctum, & illud sit e. cõnectatur deinde recta c/e, per primum postulatum. Ex tribus deniq; lineis rectis a/b, b/f, & f/a, quæ sint tribus datis, hoc est, ipsius c/d/e trianguli lateribus æquales, vtpote a/b/ipsi c/d, & b/f/ipsi d/e, atque f/a/ipsi e/c, triangulum cõstruatur a/b/f, per præcedẽtẽ vigesimãsecundã propositionẽ. Dico angulũ a/b/f, æquũ fore ipsi angulo dato c/d/e. Cùm enim binæ lineæ rectæ a/b/& b/f/triãguli a/b/f, duabus lineis rectis c/d/& d/e/trianguli c/d/e, sint altera alteri æquales, basis quoque a/f, basi c/e/per constructionem æqualis: erit angulus a/b/f, angulo c/d/e/sub æqualibus rectis lineis contento, per octauam propositionẽ, æqualis. Ad datam ergo lineam rectam a/b, & datum in ea punctũ b, dato angulo rectilineo c/d/e, æqualis angulus rectilineus a/b/f/constitutus est. Quod fecisse oportuit.

Figuræ constitutio.

Cõclusio problematis.



Θεώρημα ιε, Πρόθεσις κδ.

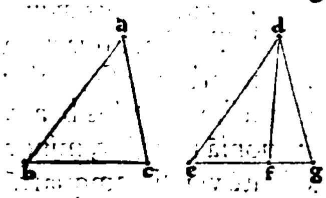
Ἐὰν δύο τρίγωνα τὰς δύο πλευρὰς ταῖς δυσὶ πλευραῖς ἴσας ἔχῃ ἑκατέραν ἑκατέρᾳ, τὴν δὲ γωνίαν τῆς γωνίας μείζονα ἔχῃ τὴν ὑπὸ τῶν ἴσων εὐθειῶν περιεχομένην, καὶ τὴν βάσιν τῆς βάσεως μείζονα ἕξει.

Theorema 15, Propositio 24.

24 SI bina triangula, duo latera duobus lateribus æqualia habuerint alterum alteri, angulum verò angulo maiorem sub æquis rectis lineis contentum: basin quoq; basi maiorem habebunt.

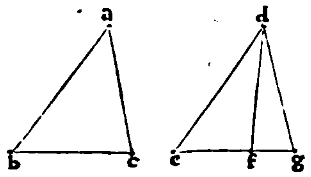
ORONTIVS. ¶ Sint bina triangula a/b/c, & d/e/f, habentia duo latera duobus lateribus alterum alteri æqualia, vtpote, a/b/ipsi d/e, & a/c/ipsi d/f: sit'que angulus qui ad a, maior angulo qui ad d/sub æquis lateribus contento. Aio itaque, basin b/c/trianguli a/b/c, maiorem esse basi e/f/triãguli d/e/f. Quoniam angulus b/a/c, maior est angulo e/d/f, per hypothesin: ad datam ergo lineam rectam e/d, ad datúmque in ea punctũ d, dato angulo rectilineo b/a/c, æqualis angulus rectilineus constituatur e/d/g, per vigesimamtertiã propositionem. V triq; demum a/c/ & d/f, æqualis ponatur d/g, per secũdam aut tertiam propositionem: cõnectantúrq; rectæ e/g/& g/f, per secũdum postulatũ. Erunt itaq; bina latera a/b/& a/c/triãguli a/b/c, æqualia duobus lateribus d/e/& d/g/trianguli d/e/g/alterum alteri: & qui sub eisdẽ lateribus continentur anguli adinuicem æquales, per constructionem. Basis igitur b/c, basi e/g, per quartam propositionem est æqualis.

Cõstructio figuræ generalis.



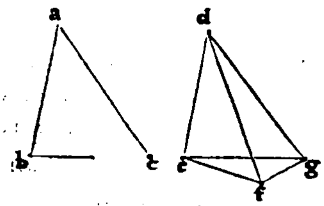
¶ His ita præmissis, quoniam triangulorum adinuicem comparatorum, varia contingit habitudo: poterit itaque recta e/g, diuersis incidere modis, vtpote, aut in directũ ipsius e/f, aut supra, vel infra. Cadat ergo primùm in rectam e/f, vt in hac prima figuræ dispositione. Igitur cùm

Primus inferendi modus.



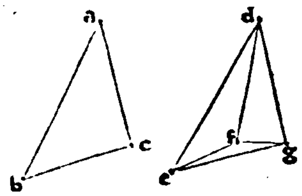
in triangulo d/e/g, ab angulo qui ad d/ in oppositum latus e/g, recta producatur d/f, diuidẽs tum ex hypothesi, tum ex constructione ipsum e/d/g/angulũ: diuidet quoq; ipsa d/f, basin e/g, in puncto quidem f. Est itaque basis e/f, pars ipsius e/g: & propterea ipsa e/g, maior eadem e/f, per nonam communem sententiam. Ipsi porrò e/g, æqualis ostẽsa est b/c: & b/c/igitur basis, maior est basi e/f, per conuersam sextæ cõmunis sentẽtiæ interpretationem. ¶ Quòd si e/g/recta inciderit supra e/f, velut in secũda figura: fiet triangulũ e/f/g, ex tribus basibus cõstitutum. Et quoniã trianguli d/f/g, latus d/f/lateri d/g/est æquale: æquus erit & d/f/g/ angulus, angulo d/g/f, per quintam propositionẽ. Atqui d/g/f/angulus, maior est angulo e/g/f, per nonam communem sententiam: & d/f/g/itaq; angulus, maior erit eodem angulo e/g/f, per eandem sextæ communis sententiæ conuersionem. Angulo rursum d/f/g, maior est

Secundus modus.



Terti9 modus

angulus e/f/g, nẽpe totus sua parte: & propterea ipso angulo e/g/f/tantò maior. Omnis porrò triãguli maius latus, sub maiori angulo subtenditur, per decimamoctauã propositionẽ: maior est itaq; e/g, ipsa e/f/recta. Præostensum est autẽ quod & b/c/ipsi e/g/coæquatur: basis ergo b/c, basi e/f consequenter est maior. ¶ Cùm autẽ e/g/sub eadem e/f, vt in tertia figuræ dispositione, ceciderit: idẽ etiã concludetur. Nam in triangulo d/e/g, à limitibus lateris d/e, binæ rectæ lineæ d/f/ & e/f/introrsum constituentur: erunt itaq; d/f/& e/f/reliquis ipsius trianguli lateribus d/g/& e/g/minores, per vigesimamprimam propositionem. Subductis ergo d/f/& d/g/inuicem æqualibus: quæ relinquẽtur erunt pariter inæquales, e/g/ quidem maior e/f. Ipsi porrò e/g, æqualis mõstrata est b/c: cõcludes ergo rursum, b/c/basin fore maiorẽ ipsa basi e/f. Igitur si bina triãgula, duo latera duobus lateribus æqualia habuerint alterum alteri, angulum verò: &c. vt in theoremate. Quod ostendere fuerat operæpretium.



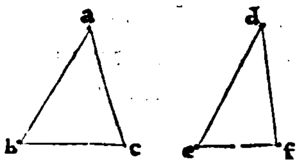
Θεώρημα ις, Πρότασις κε.

Ἐὰν δύο τρίγωνα τὰς δύο πλευρὰς ταῖς δυσὶ πλευραῖς ἴσας ἔχῃ ἑκατέραν ἑκατέρᾳ, τὴν βάσιν δὲ τῆς βάσεως μείζονα ἔχῃ, καὶ τὴν γωνίαν τῆς γωνίας μείζονα ἕξει τὴν ὑπὸ τῶν ἴσων εὐθειῶν περιεχομένην.

Theorema 16, *Propositio* 25.

SI bina triangula duo latera duobus lateribus æqualia habue- 25
rint, basin verò basi maiorem: angulum quoq; sub æqualibus rectis lineis contentum, angulo maiorem habebunt.

ORONTIVS. ¶ Dentur inquàm bina triangula a/b/c/& d/e/f/, habentia duo latera a/b/& a/c, duobus lateribus d/e/& d/f/æqualia alterum alteri, vtpote, a/b/ipsi d/e, & a/c/ipsi d/f: esto autẽ b/c/basis, maior ipsa e/f. Aio versa vice, angulum b/a/c, angulo e/d/f/esse maiorem. Quoniam angulus b/a/c/non potest in primis æqualis esse angulo e/d/f: basis enim b/c, basi e/f/per quartam propositionem foret æqualis. Est autem b/c/basis, maior ipsa e/f, per hypothesin. Neq; rursum angulus b/a/c, minor erit eodem angulo e/d/f: quoniã basis b/c, minor itidem foret basi e/f, per antecedentẽ vigesimamquartã



propositionem. Atqui data est maior: non est igitur angulus b/a/c, ipso e/d/f/ angulo minor. Patuit autẽ ꝙ nec eidem æqualis: ergo maior. Si bina igitur triangula duo latera: & reliqua, vt in theoremate. Quod erat demonstrandum.

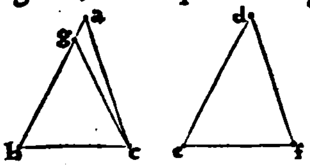
Θεώρημα ιζ, Πρόθεσις κϛ.

Ἐὰν δύο τρίγωνα τὰς δύο γωνίας ταῖς δυσὶ γωνίαις ἴσας ἔχῃ ἑκατέραν ἑκατέρᾳ, καὶ μίαν πλευρὰν μιᾷ πλευρᾷ ἴσην, ἤτοι τὴν πρὸς ταῖς ἴσαις γωνίαις, ἢ τὴν ὑποτείνουσαν ὑπὸ μίαν τῶν ἴσων γωνιῶν, καὶ τὰς λοιπὰς πλευρὰς ταῖς λοιπαῖς πλευραῖς ἴσας ἕξει ἑκατέραν ἑκατέρᾳ, καὶ τὴν λοιπὴν γωνίαν τῇ λοιπῇ γωνίᾳ.

Theorema 17, Propositio 26.

26 SI bina triangula, duos angulos duobus angulis alterum alteri æquales habuerint, vnúmq; latus vni lateri æquale, aut quod æquis adiacet angulis, aut quod sub vno æqualium angulorum subtenditur: reliqua quoq; latera reliquis lateribus æqualia alterũ alteri, & reliquum angulum reliquo angulo æqualem habebunt.

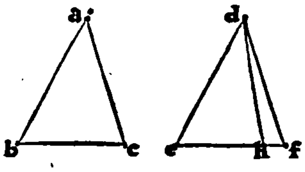
ORONTIVS. ¶ Sint duo triangula a/b/c/ & d/e/f, habẽtia duos angulos qui ad latus b/c, duobus angulis qui ad latus e/f/ alterum alteri æquales, vtpote, a/b/c/ ipsi d/e/f, & a/c/b/ ipsi d/f/e, vnum præterea latus vni lateri æquale: primò quidem quod æquis adiacet angulis, hoc est b/c/ ipsi e/f. Dico propterea, quòd & reliqua latera reliquis lateribus alterum alteri habebũt æqualia, a/b/ quidem ipsi d/e, & a/c/ ipsi d/f: atq; reliquum angulum b/a/c, reliquo e/d/f/ æqualem. Si nanq; a/b/ non fuerit æqualis ipsi d/e: altera earum maior erit, vtpote a/b. poterit igitur à maiori a/b, secari, ipsi d/e/ minori æqualis, per tertiã propositionẽ. Abscindatur ergo, sitq; b/g: & connectatur c/g/ recta, per primum postulatum. Bina itaq; latera g/b/ & b/c/ trianguli g/b/c, duobus lateribus d/e/ & e/f/ trianguli d/e/f, erunt alternatim æqualia: & qui ad b/ & e/ sub æquis lateribus continentur anguli, adinuicem æquales, per hypothesin. Basis igitur c/g, basi d/f, & reliquus angulus g/c/b/ reliquo qui ad f (sub quo latus æquale subtenditur) erit per quartã propositionem æqualis. Eidem porrò qui ad f/ angulo, æquus est angulus a/c/b, per hypothesin. duo igitur anguli a/c/b/ & g/c/b, eidem qui ad f/ angulo erunt æquales: & propterea æquales adinuicem, per primam communem sententiam. totus itaque angulus, suæ parti æquabitur: quod per nonam communem sententiã est impossibile. Non est igitur a/b/ maior ipsa d/e. similiter ostendetur, quòd neq; minor. ergo æqualis. Et quoniã b/c/ ipsi e/f/ per hypothesin est æqualis: bina ideò latera a/b/ & b/c/ triãguli a/b/c, duob⁹ lateribus d/e/ & e/f/ triãguli d/e/f, sunt æqualia alterum alteri: & æquales qui ad b/ & e/ comprehendunt angulos, per hypothesin. basis itaq; a/c, basi d/f (seu reliquum latus, reliquo lateri) atq; reliquus angulus b/a/c, reliquo e/d/f, per quartam propositionem æquatur. ¶ Sint autẽ quæ sub altero æqualium subtenduntur angulorum latera adinuicem æqualia: scilicet a/b, ipsi d/e. Aio rursum, quòd & reliqua latera, reliquis lateribus habebunt æqualia, alterũ alteri, vtpote a/c/ ipsi d/f, & b/c/ ipsi e/f: atque reliquum angulum qui ad a/ reliquo qui ad d/ æqualem. In primis enim, si b/c/ non fuerit æqualis ipsi e/f, altera maior erit: esto verbi gratia e/f. poterit ergo ab eadẽ maiori e/f, secari æqualis ipsi minori b/c, per tertiã propositionẽ. Secetur itaq;, & sit e/h: connectatúrq; d/h/ recta, per primum postulatum. Erunt igitur bina latera a/b/ & b/c/ trianguli a/b/c, æqualia



Primæ partis demõstratio, ex prima hypothesi laterum.

Ostensio secũdæ partis, ex secũda hypothesi laterũ.

duobus lateribus d/e/& e/h/trianguli d/e/h/alterum alteri:& qui ad b/& e/sub eisdē æquis lateribus continentur anguli,sunt per hypothesin adinuicem æquales. Basis ergo a/c,basi d/h: & reliquus angulus a/c/b,reliquo d/h/e(sub quibus æqualia subtendūtur latera)per quartam propositionē æquabitur.Angulus porrò d/f/e,eidem angulo a/c/b,per hypothesin est æqualis. duo itaq; anguli d/f/e/& d/h/e,eidem angulo qui ad c/erunt æquales:& æquales propterea adinuincem,per primam cōmunem sententiam.In triangulo igitur d/f/h,producto f/h/ latere, exterior angulus d/h/ e, interiori & ex opposito d/f/h/ æquabitur angulo: quod per decimāmsextā propositionē est impossibile.Non est igitur e/f,maior b/c.simili discursu monstrabitur,ꝙ nec minor.æqualis est igitur b/c, eidem e/f. est autē & a/b/ipsi d/e/ per hypothesin æqualis. Binæ igitur a/b/& b/c,duabus rursum d/e/& e/f/sunt æquales altera alteri:& æquos adinuicem per eandem hypothesin capiunt angulos.Reliquum ergo latus a/c,reliquo d/f,hoc est basis basi,atq; reliquus angulus qui ad a,reliquo qui ad d,respondenter æquatur,per sæpius allegatam quartam propositionē. Ergo si bina triāgula duos angulos duobus angulis alterum alteri æquales habuerint:& quæ sequuntur reliqua,vt in theoremate.Quod oportuit demonstrasse.



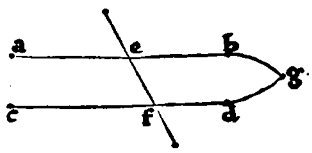
Θεώρημα ιη, Πρόθεσις κζ.

Ἐὰν εἰς δύο εὐθείας εὐθεῖα ἐμπίπτουσα τὰς ἐναλλὰξ γωνίας ἴσας ἀλλήλαις ποιῇ, παράλληλοι ἔσονται ἀλλήλαις αἱ εὐθεῖαι.

Theorema 18, *Propositio* 27.

SI in binas rectas lineas recta incidens linea, alternatim angulos æquos adinuicem fecerit:parallelæ adinuicem ipsæ rectæ lineæ erunt. 27

ORONTIVS.¶Sint binæ rectæ lineæ a/b,& c/d,& in eas incidat e/f/recta, efficiátq; alternos angulos a/e/f/& e/f/d/æquales adinuicem.Aio quòd a/b/recta, parallela est ipsi c/d. Si nanq; minimè forent parallelæ:productæ tandem in aliqua parte conuenirent,per conuersam vltimæ diffinitionis.Concurrant ergo(si possibile sit)ad partes b, d, in puncto quidem g. Efficietur itaq; triangulum e/f/g, cuius exterior angulus a/e/f,interiori & ex opposito e/f/g/æquabitur:quod per decimāsextam propositionem non videtur esse possibile.Non cōueniunt igitur a/b, & c/d, ad partes b,d. neque similiter ad partes a,eidem nāq; sequeretur inconueniens. Quæ autem in nulla parte conueniunt,per vltimam diffinitionē existunt parallelæ.Igitur a/b,parallela est ipsi c/d. Si in binas ergo rectas lineas:& quæ sequuntur reliqua,vt in theoremate.Quod erat ostendendum.



Θεώρημα ιθ, Πρόθεσις κη.

Ἐὰν εἰς δύο εὐθείας εὐθεῖα ἐμπίπτουσα, τὴν ἐκτὸς γωνίαν τῇ ἐντὸς καὶ ἀπεναντίον καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη ἴσην ποιῇ, ἢ τὰς ἐντὸς καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη δυσὶν ὀρθαῖς ἴσας ποιῇ, παράλληλοι ἀλλήλαις ἔσονται αἱ εὐθεῖαι.

Theorema 19, *Propositio* 28.

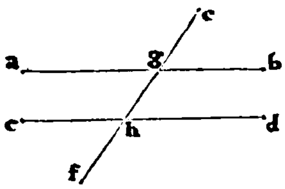
SI in binas rectas lineas recta incidens linea,exteriorem angu- 28
lum interiori & opposito ad easdem partes æqualem fecerit,

aut interiores & ad easdem partes duobus rectis ęquales: parallelę erunt adinuicem ipsæ rectæ lineæ.

ORONTIVS. ¶Sint rursum binæ lineæ a/b, c/d: & in eas incidens e/f/recta, efficiat primùm exteriorem angulũ e/g/a, interiori & ex opposito ad easdem partes g/h/c/æqualem. Dico, quòd a/b/ipsi c/d/est parallela. Angulus enim g/h/c, angulo e/g/a/per hypothesin est æqualis. eidem rursum angulo e/g/a, æquus est ad verticem positus b/g/h: per decimamquintam propositionẽ. Anguli porrò qui eidem æquãtur angulo, æquales sunt adinuicem: per primã communem sententiã. Angulus itaque b/g/h, æquatur alterno g/h/c. Parallela est igitur a/b/ipsi c/d, per vigesimamseptimam propositionem. ¶Sint rursum interiores & ad easdem partes a/g/h/ & g/h/c/anguli, binis rectis æquales. Aio rursum, quòd & eadem a/b, ipsi c/d/est parallela. Anguli nanq; a/g/h/ & b/g/h, duobus itidem rectis æquãtur, per decimamtertiam propositionẽ. Qui autẽ eisdem, vtpote binis rectis, sunt æquales anguli, & adinuicem sunt æquales: per primam communem sententiam. Duo itaque anguli a/g/h/ & g/h/c, binis angulis a/g/h/ & b/g/h/sunt æquales. A quibus subducto communi angulo a/g/h: reliquus b/g/h, reliquo & alterno angulo g/h/c/æquabitur: per tertiam communem sententiam. Parallela est igitur a/b/ ipsi c/d: per eandem vigesimamseptimam propositionem. Si in binas itaq; rectas lineas, recta incidens linea: &c. vt in theoremate. Quod demonstrare oportebat.

Primæ partis ostensio.

Demõstratio secũdę partis



Θεώρημα κ, Πρότασις κθ.

Ἡ εἰς τὰς παραλλήλους εὐθείας εὐθεῖα ἐμπίπτουσα, τάς τε ἐναλλὰξ γωνίας ἴσας ἀλλήλαις ποιεῖ, καὶ τὴν ἐκτὸς τῇ ἐντὸς καὶ ἀπεναντίον, καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη ἴσην, καὶ τὰς ἐντὸς καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη δυσὶν ὀρθαῖς ἴσας.

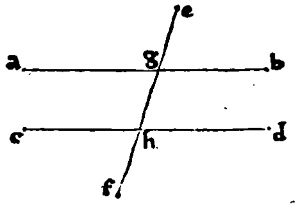
Theorema 20, Propositio 29.

29 IN parallelas rectas lineas, recta incidẽs linea: & alternatim angulos adinuicem æquales, & exteriorem interiori & opposito & ad easdem partes æqualem, & interiores & ad easdem partes duobus rectis æquales efficit.

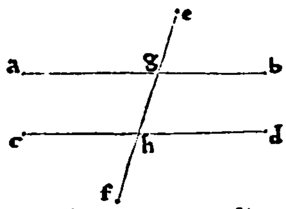
ORONTIVS. ¶Sint a/b/& c/d/inuicem parallelæ: in quas incidat recta e/f. Dico primùm, ꝙ alternatim sumptos angulos efficit æquales: vtpote, a/g/h/ipsi g/h/d. Nam si a/g/h/nõ fuerit æqualis ipsi angulo g/h/d: alter eorum maior erit. Esto maior (si fieri possit) a/g/h: & vtriq; inæqualium angulorum, communis addatur b/g/h. Compositi igitur anguli b/g/h/& g/h/d, ipsis a/g/h/& b/g/h/angulis minores erunt: per quartam communem sententiam. Anguli porrò a/g/h/& b/g/h, binis rectis sunt æquales: per decimamtertiam propositionẽ. Igitur b/g/h/& g/h/d/ anguli, duobus rectis erunt minores. In rectas ergo lineas a/ b/ & c/d/recta incidens e/f, interiores & in eadem parte angulos duobus rectis minores efficiet. Conuenient itaque tandem a/b/& c/d/ rectæ lineæ in infinitum productæ, ad partes b, d: non erunt ergo parallelæ, per conuersam vltimæ diffinitionis. Hoc autem aduersatur hypothesi: æqualis est igitur angulus a/g/h, alterno g/ h/ d. ¶Aio rursum, eandem e/f/ rectam exteriorem angulum, vtpote e/ g/ b, interiori & opposito & ad easdem partes g/h/d, angulo æqualem efficere. Angulus siquidem e/g/b, ipsi ad verticem posito a/g/h, per decimamquintam propositionem est æqualis: patuit

Prima theorematis pars.

Pars secũda.



Tertia pars.



quòd & g/h/d. Bini itaq; anguli e/g/b/& g/h/d, eidem a/g/h/sunt æquales:quapropter & æquales adinuicē,per primam communē sententiam. ¶Dico tandem,quòd & interiores & ad easdem partes sumptos angulos, vtpote,a/g/h/& g/h/c,binis rectis æquales efficit. Ostensum est enim,quòd angulus a/g/h,alterno g/h/d/est æqualis. cōmunis vtriq; æqualium addatur angulus g/h/c.Bini igitur anguli a/g/h/& g/h/c, duobus angulis g/h/c/& g/h/d,per secundam communem sentētiam adæquantur. Eisdem quoq; angulis g/h/c/& g/h/d,bini recti sunt æquales: per decimamtertiam propositionem.Et a/g/h/igitur atq; g/h/c/anguli,duobus rectis,per primam cōmunem sententiā coæquantur. In parallelas igitur rectas lineas,recta incidens linea: & alternatim angulos:& quæ sequuntur reliqua,vt in theoremate. Quod oportuit demonstrasse.

Corollarium.

¶Quæ igitur in parallelas rectas lineas incidit, & in alteram perpendicularis existit:cum reliqua itidem cadit ad perpendiculum.

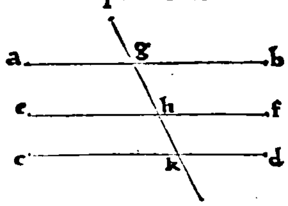
Θεώρημα κα, Πρόθεσις λ.

Αἱ τῇ αὐτῇ εὐθείᾳ παράλληλοι, καὶ ἀλλήλαις εἰσὶ παράλληλοι.

Theorema 21, Propositio 30.

QVæ eidem rectæ lineæ paralleli: & adinuicem sunt paralleli. 30

ORONTIVS. ¶Sit vtraq; a/b/& c/d recta,eidem e/f/parallela. Dico a/b/ipsi c/d/fore itidem parallelas.Coincidat enim in ipsas lineas,recta quædā g/h/k. Cùm igitur præfatæ lineæ in eodem existant plano, & recta g/h/ incidat in a/b/& c/e/parallelas:erit angulus a/g/h,alterno g/h/f/æqualis,per primam partem vigesimænonæ propositionis.Rursum, quoniam recta g/k/ incidit in e/f/& c/d/parallelas:æquus erit interior & oppositus angulus h/k/d,exteriori & ad easdem partes,hoc est, eidem g/h/f/ angulo, per secundam partem eiusdē vigesimænonæ propositionis. Duo itaq; anguli a/g/h/& h/k/d,hoc est,a/g/k/& g/k/d,eidē angulo g/h/f/ sunt æquales: & æquales igitur adinuicem, per primam communem sententiam.Sunt autem a/g/k/& g/k/d/anguli alterni,à recta g/k/in a/b/& c/d/rectas incidēte causati.Parallela est igitur a/b/ipsi c/d,per vigesimamseptimam propositionē. Quæ eidem igitur rectæ lineæ parallelæ: & adinuicem sunt parallelæ. Quod oportebat ostendere.



Corollarium.

¶Quæ vni igitur parallelarum est parallela:alteri quoque parallela est.

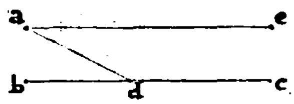
Πρόβλημα ι, Πρόθεσις λα.

Ἀπὸ τοῦ δοθέντος σημείου, τῇ δοθείσῃ εὐθείᾳ παράλληλον εὐθεῖαν γραμμὴν ἀγαγεῖν.

Problema 10, Propositio 31.

PEr datum punctum,datæ rectæ lineæ parallelam rectam lineam ducere. 31

ORONTIVS. ¶Esto datum punctū a:data verò linea recta,cui per a/ punctū oporteat ducere parallelā,sit b/c.Suscipiatur ergo in b/c/recta, cōtingens punctū d: & connectatur a/d/recta,per primum postulatum.Ad datam insuper lineam a/d,& in ea datum punctum a,dato angulo rectilineo a/d/b, æqualis angulus rectilineus



constituatur d/a/e: per vigesimatertiam propositionem. Et quoniam in rectas a/e/atq; b/c/ recta incidit a/d, efficiens alternos angulos æquales, hoc est a/d/b/ipsi d/a/e: parallela est igitur a/e/ipsi b/c, per vigesimamseptimam propositionem. Per datum itaque punctum a, datæ rectæ lineæ b/c, parallelam duximus a/e. Quod expediebat facere.

Θεώρημα κβ, Πρόθεσις λβ.

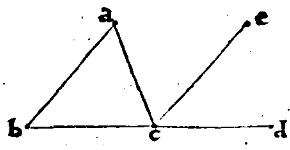
Παντὸς τριγώνου μιᾶς τῶν πλευρῶν προσεκβληθείσης, ἡ ἐκτὸς γωνία δυσὶ ταῖς ἐντὸς καὶ ἀπεναντίον ἴση ἐστί. Καὶ αἱ ἐντὸς τοῦ τριγώνου τρεῖς γωνίαι, δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσί.

Theorema 22, Propositio 32.

32 OMnis trianguli, vno latere producto, exterior angulus binis interioribus & ex opposito est æqualis: & trianguli tres interiores anguli, binis sunt rectis æquales.

ORONTIVS. ¶Sit triangulum a/b/c: cuius vnum latus, vtpote b/c, producatur in d, per secũdum postulatũ. Aio primùm quòd exterior angulus a/c/d, binis interioribus & ex opposito, hoc est a/b/c, & b/a/c/angulis est æqualis. Ducatur enim per datum punctum c, datæ rectæ lineæ a/b, parallela c/e: per trigesimamprimam propositionem. Quoniam igitur in a/b/& c/e/parallelas, recta incidit a/c: æquus est angulus b/a/c, alterno a/c/e, per primã partem vigesimænonæ propositionis. Rursum, quoniam in easdem parallelas a/b/ & c/e, coincidit recta b/d: exterior angulus e/c/d, æqualis est interiori & opppposito, & ad easdem partes a/b/c, per secundã partẽ eiusdem vigesimænonæ propositionis. Porrò si æqualibus angulis, æquales addãtur anguli: qui inde cõsurgẽt erunt adinuicem æquales, per secundam cõmunem sentẽtiam. Totus igitur angulus a/c/d, binis interioribus & oppositis a/b/c/& b/a/c/angulis est æqualis. ¶Dico insuper, quòd eiusdem trianguli tres interiores anguli, binis sunt rectis æquales. Patuit enim exteriorem angulum a/c/d, æquũ esse duobus angulis a/b/c/& b/a/c. Quibus æqualibus angulis, si idem communis addatur angulus a/c/b: erunt per secundam communem sententiam, tres anguli a/b/c, b/a/c, & a/c/b, æquales binis angulis a/c/b/& a/c/d. Eisdem porrò angulis a/c/b/& a/c/d, duo recti itidem æquãtur anguli, per decimamtertiã propositionẽ. Tres igitur anguli a/b/c, b/a/c, & a/c/b, trianguli a/b/c, per primam communem sententiam, binis sunt rectis æquales. Omnis itaque triãguli, vno latere producto: & reliqua, vt in theoremate. Quod oportuit demonstrasse.

Primæ illationis demõstratio.



Secundæ partis vel illationis ostensio.

Corollarium.

¶Hinc fit manifestum, cuiuslibet trianguli tres angulos, æquales esse tribus angulis alterius cuiuscunq; trianguli: nempe quòd eisdem, vtpote binis rectis vtrobique sint æquales.

Θεώρημα κγ, Πρόθεσις λγ.

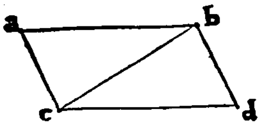
Αἱ τὰς ἴσας τε καὶ παραλλήλους ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη ἐπιζευγνύουσαι εὐθεῖαι, καὶ αὐταὶ ἴσαι τε καὶ παράλληλοί εἰσι.

Theorema 23, Propositio 33.

33 ÆQuas & parallelos, ad easdem partes rectæ lineæ coniungẽtes: & ipsæ æquales & parallelæ sunt.

ORONTIVS. ¶Sint æquales & adinuicem parallelæ rectæ lineæ a/b, & c/d:

quas ad easdem partes coniungant rectæ a/c, & b/d. Dico a/c, & b/d/ rectas fore adinuicem æquales & parallelas. Connectatur enim b/c/ diagonius, per primũ postulatum. In datas igitur a/b/ & c/d parallelas, recta incidens b/c, efficit alternos angulos a/b/c/ & b/c/d/ adinuicem æquales: per primam partem vigesimænonæ propositionis. Est autem a/b/ recta æqualis ipsi c/d, per hypothesin: & vtrique cómunis b/c. Binæ igitur a/b, & b/c/ trianguli a/ b/c, duabus b/c/ & c/d/ trianguli b/c/d, sunt altera alteri æquales: & æquos adinuicem continent angulos, nempe alternos a/ b/c/ & b/c/d. Per quartam ergo propositionem, basis a/c/ æqualis est ipsi b/d: atque reliquus angulus a/ c/ b, reliquo c/ b/ d/ æqualis, vtpote sub quibus æqualia subtenduntur latera. In rectas itaque lineas a/c/ & b/d, recta incidens b/c, efficit alternos angulos a/c/b/ & c/b/d/ adinuicem æquales. parallela est igitur a/c/ recta ipsi b/d, per vigesimamseptimam propositionem. Patuit autem ꝙ & eidem æqualis. Aequas igitur & parallelas: & quæ sequuntur reliqua. Quod demonstrandum susceperamus.



Θεώρημα κδ', Πρόθεσις λδ'.

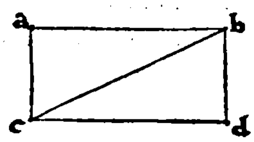
Τῶν παραλληλογράμμων χωρίων αἱ ἀπεναντίον πλευραί τε καὶ γωνίαι, ἴσαι ἀλλήλαις εἰσί, καὶ ἡ διάμετρος αὐτὰ δίχα τέμνει.

Theorema 24, Propositio 34.

PArallelogrammorum locorum, latera quæ ex opposito, & an- 34
guli æqualia sunt adinuicem: & dimetiens ea bifariam secat.

Prima pars. ORONTIVS. ¶ Esto datum parallelogrammum a/b/c/d: illius verò dimetiẽs b/c. Aio primùm, ipsius a/b/c/d/ parallelogrammi latera quæ ex opposito, & angulos fore adinuicem æqualia. In parallelas enim a/b/ & c/d/ recta incidens b/c, facit alternos angulos a/b/c/ & b/c/d/ æquales adinuicem: per primam partem vigesimæ nonæ propositionis. Eadem quoq; b/c/ incidens in parallelas a/c/ & b/d, efficit rursum alternos angulos a/c/b/ & c/b/d/ adinuicem æquales, per eandem vigesimamnonam propositionem. Duo itaque tiangula a/ b/ c/ & b/ c/ d, habent duos angulos duobus angulis æquales alterum alteri: vnúmque latus vni lateri æquale, commune scilicet b/c, quod æquis adiacet angulis. Reliqua igitur latera reliquis lateribus erũt æqualia alterũ alteri, hoc est, a/b/ ipsi c/d, & a/c/ ipsi b/d: atque reliquus angulus qui ad a/ reliquo qui ad d/ æquabitur, per vigesimamsextam propositionem. Monstrauimus autem binos angulos qui circa b, duobus angulis qui circa c/ fore alternatim æquales: totus igitur angulus qui ad b, toti qui ad c, per secundam communem sententiam æquabitur. Parallelogrammi igitur a/ b/ c/d, latera quæ ex opposito, & anguli æquantur adinuicem.

Pars secũda. ¶ Dico præterea, quòd & dimetiẽs illud bifariam secat. Ostensa est enim a/b/ æqualis ipsi c/ d, atque a/ c / ipsi b/ d: éstque b/ c/ communis. Bina itaque triangula a/ b/ c/ & b/ c/ d, habent singula latera singulis lateribus æqualia: & eos qui sub æqualibus lateribus continentur angulos (vti nunc monstrauimus) singulatim æquales, vtpote a/ b/ c/ ipsi b/ c/ d, & a/ c/ b/ ipsi c/ b/ d: atque eum qui ad a/ ei qui ad d/ æqualem. Conuenit ergo triangulum a/b/c, triangulo b/c/d. Quæ autem sibimetipsis conueniunt, æqualia sunt adinuicem: per octauam communem sententiam. Triangulum igitur a/b/c/ triangulo b/c/d/ est æquale. Dimetiens itaque b/c, datum parallelogrammum a/b/c/d/ bifariam secat. Quod ostendendum fuerat.



Θεώρημα κε, Πρόθεσις λε.

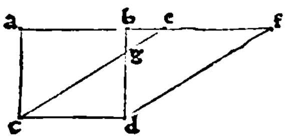
Τὰ παραλληλόγραμμα, τὰ ἐπὶ τῆς αὐτῆς βάσεως ὄντα, καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις, ἴσα ἀλλήλοις ἐστί.

Theorema 25, Propoſitio 35.

35 PArallelogramma in eadem baſi & in eiſdem parallelis exiſtẽtia, adinuicem ſunt æqualia.

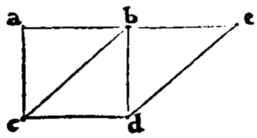
Prima theorematis differẽtia.

ORONTIVS. ¶Sint parallelogramma a/b/c/d/ & c/d/e/f, in eadem baſi c/d, atque in eiſdem parallelis a/f/& c/d/conſtituta. Dico a/b/c/d/ parallelogrammum, æquum eſſe c/ d/ e/ f/ parallelogrammo. Secet enim in primis latus vnius, vtpote c/ e, alterius latus b/ d, in puncto quidem g. Et quoniam parallelogrammorum locorum latera quæ ex oppoſito ſunt adinuicem æqualia, per trigeſimâquartam propoſitionem: vtraque igitur a/b/& e/f, æqualis eſt ipſi c/d. Quæ autem eidem æqualia, & adinuicem ſunt æqualia, per primam communem ſententiam: æqualis eſt igitur a/b/ ipſi e/f. Communis addatur b/e: tota igitur a/e, toti b/f/ erit æqualis, per ſecundam communem ſententiam. Eſt autem & a/c, ipſi b/d/æqualis, per eandem trigeſimam quartam propoſitionem. Binæ itaque a/c/& a/e, trianguli a/c/e, duabus b/d/ & b/ f/ trianguli b/ d/ f/ æquales ſunt altera alteri: & æquos adinuicem continent angulos, nempe exteriorem d/ b/ f/ interiori qui ad a, per ſecundam partem vigeſimænonæ propoſitionis. Baſis itaq; c/e, baſi d/f, per quartam propoſitionẽ eſt æqualis: atq; triangulũ a/c/e/ triangulo b/d/f. A quibus ſubducto communi triangulo b/e/g: reliquũ trapeziũ a/b/g/c, reliquo trapezio e/f/d/g, per tertiam communem ſententiam æquabitur. Eiſdem rurſum æqualibus trapezijs, commune adijciatur triangulum c/ d/ g: conſurgent a/ b/c/d/ & c/d/e/ f/ parallelogramma adinuicem æqualia, per ſecundam communem ſententiam.



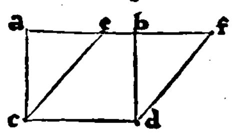
Differẽtia ſecunda.

¶Quòd ſi latus vnius parallelogrammi, dimetiẽs alterius efficiatur, vt in hac ſecunda figura: idem, ſed paulò leuius, concludetur. Triãgula enim a/b/c/ & b/d/ e, ſupraſcripto diſcurſu oſtendentur æqualia adinuicem. quibus adiuncto communi triangulo b/c/d: conſurgẽt a/b/c/d/& b/ c/d/e/ parallelogramma rurſum adinuicem æqualia, per ſecundam cõmunem ſententiã.



Tertia differentia.

¶Nec minus facilè deducetur propoſitionis intelligentia: vbi latus vnius parallelogrãmi, in latus alterius inciderit, velut in tertia figuræ diſpoſitione. Erũt enim rurſum a/b/& e/f/æquales adinuicẽ: à quibus dempta communi b/e, reliqua a/e/reliquæ b/f, per tertiã cõmunem ſẽtẽtiam erit æqualis. Hinc triangulũ a/c/e, triãgulo b/d/f, veluti ſuprà mõſtrabitur, æquale. Qꝫ ſi vtriq; æqualium angulorũ, addatur cõmune trapeziũ e/b/c/d: reſultabit iterum a/b/c/d/parallelogrãmum, eidem parallelogrãmo c/d/e/f, per ſecundã cõmunem ſententiã æquale. Igitur parallelogrãma in eadem baſi, & in eiſdem parallelis exiſtentia, adinuicem ſunt æqualia. Quod erat oſtendendum.



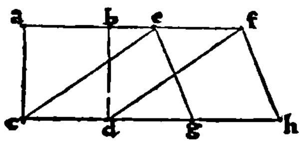
Θεώρημα κϛ, Πρόθεσις λϛ.

Τὰ παραλληλόγραμμα τὰ ἐπὶ τῶν ἴσων βάσεων ὄντα, καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις, ἴσα ἀλλήλοις ἐστί.

Theorema 26, Propoſitio 36.

36 PArallelogramma in æqualibus baſibus, & in eiſdem parallelis exiſtentia: adinuicem ſunt æqualia.

ORONTIVS. ¶Sint a/b/c/d/& e/f/g/h/parallelogramma, in baſibus æqualibus c/d/& g/h, atque in eiſdem parallelis a/f/ & c/h/cõſiſtentia. Dico a/b/c/d/parallelogrammum, æquari parallelogrammo e/f/g/h. Connectantur enim rectæ c/e/ & d/f, per primum poſtulatum. Et quoniam parallelogrammum eſt e/f/g/h, æqualis eſt e/f/ ipſi g/h, per trigeſimamquartã propoſitionem. Eidem quoq; g/h, æqualis eſt c/d, per hypotheſin. Binæ igitur c/d/& e/f, eidem g/h/ſunt æquales: & propterea æquales adinuicem, per primam communem ſentẽtiam. ſũntq; adinuicem parallelæ, ex hypotheſi. Quæ autem æquales & parallelas coniungunt lineæ rectæ, æquales ſunt & parallelæ, per trigeſimamtertiam propoſitionem: & c/e/igitur atque d/f/ æquales ſunt & parallelæ. Parallelogrammum eſt itaque c/d/e/f. Ipſi porrò c/d/e/f/ parallelogrammo, æquum eſt a/b/c/d/parallelogrammum, per trigeſimamquintam propoſitionẽ: in eadem enim baſi c/d, atque in eiſdem parallelis a/f/& c/h/ conſtituũtur. Et per eandem trigeſimamquintam propoſitionem, e/f/g/h/parallelogrãmum, æquum eſt ipſi c/d/e/f/ parallelogrammo: ſunt enim in eadem baſi e/f, atque in eiſdem parallelis a/f/ & c/h. Bina igitur parallelogramma a/b/c/d/& e/f/g/h, eidem parallelogrammo c/d/e/f/ ſunt æqualia: quapropter & æqualia adinuicem, per primam cõmunem ſentẽtiam. Idem etiam oſtendere licebit, de quacunq; parallelogrammorum diſpoſitione: hypotheſi ſeruata. Parallelogrãma igitur in baſibus æqualibus: & cætera, vt in theoremate. Quod demonſtrare oportebat.



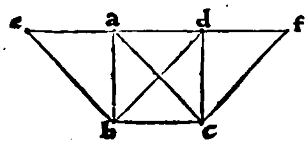
Θεώρημα κζ, Πρόθεσις λζ.

ΤΑ τρίγωνα τὰ ἐπὶ τῆς αὐτῆς βάσεως ὄντα καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν.

Theorema 27, Propoſitio 37.

TRiangula in eadem baſi, & in eiſdem parallelis conſtituta: adinuicem ſunt æqualia. 37

ORONTIVS. ¶Sint triangula a/b/c/& d/b/c, in eadem baſi b/c, atq; in eiſdẽ parallelis a/d/& b/c/exiſtentia. Dico triangulum a/b/c, æquari propterea triangulo d/b/c. Producatur enim vtrobique a/d/recta, vſq; ad puncta e/& f, per primum poſtulatum. & per punctum b/datæ rectæ lineæ a/c, parallela ducatur b/e: atq; ipſi b/d/ parallela c/f, per trigeſimamprimã propoſitionem. Sunt itaq; a/c/b/e/& d/b/c/f/ parallelogramma, & in eadem baſi b/c, atque in eiſdem parallelis b/c/& e/f, per hypotheſin cõſtituta: igitur adinuicem æqualia, per trigeſimamquintam propoſitionẽ. Triangulum porrò a/b/c, dimidiũ eſt parallelogrammi a/c/b/e, atq; d/b/c, triãgulum dimidiũ ipſius d/b/c/f/ parallelogrammi: dimetientes enim a/b/& c/d, ipſa bifariam ſecant parallelogramma, per trigeſimamquartam propoſitionem. Quæ autem æqualium ſunt dimidiũ, æqualia ſunt adinuicem, per ſeptimam communẽ ſententiam. Igitur a/b/c/triangulum, æquum eſt d/b/c/ triãgulo. Ergo triangula in eadem baſi: & quæ ſequũtur reliqua. Quod oſtendendum fuerat.



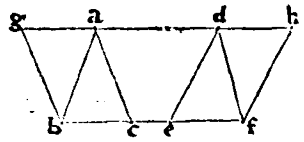
Θεώρημα κη, Πρόθεσις λη.

ΤΑ τρίγωνα τὰ ἐπὶ τῶν ἴσων βάσεων ὄντα, καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις, ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν.

Theorema 28, Propoſitio 38.

TRiangula in æqualibus baſibus, & in eiſdem parallelis conſtituta: adinuicem ſunt æqualia. 38

ORONTIVS. ❡Sint a/b/c/& d/e/f/triangula, in basibus æqualibus b/c/& e/f, in eisdémq; parallelis a/d/& b/f/constituta. Aio triangulum a/b/c, æquũ esse d/e/f/ triangulo. Producatur enim vtrobique in directum & continuum recta a/d, vsq; ad g/& h/puncta, per secundum postulatum. Et per datum punctum b, datæ rectæ lineæ a/c, parallela ducatur b/g: atq; per f/punctum ipsi d/e/parallela f/h, per trigesimamprimam propositionem. Sunt igitur a/c/b/g/ & d/e/f/h/ parallelogramma, in basibus quidem æqualibus b/c/& e/f, ac in eisdem parallelis b/f/ & g/h/ per hypothesin constituta: & propter id æqualia adinuicem, per trigesimamsextam propositionem. Atqui parallelogramma a/c/b/g/& d/e/f/h, à dimetientibus a/b/ & d/f/ bifariam secantur, per trigesimamquartam propositionem. Est igitur a/b/c/triãgulum dimidiũ ipsius a/c/b/g/ parallelogrammi, atq; triãgulum d/e/f/ipsius d/e/f/h/parallelogrammi dimidium. Quæ autẽ æqualium sunt dimidium, ea sunt adinuicẽ æqualia, per septimam communem sententiam. æquum est igitur triangulum a/b/c, ipsi d/e/f/triangulo. Triangula itaq; in æqualibus basibus: &c. vt in theoremate. Quod demonstrandum erat.



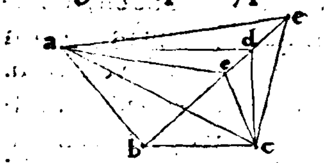
Θεώρημα κθ, Πρόθεσις λθ.

Τὰ ἴσα τρίγωνα τὰ ἐπὶ τῆς αὐτῆς βάσεως ὄντα καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη, καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ἐστίν.

Theorema 29, Propositio 39.

39 TRiangula ęqualia, in eadem basi constituta, & ad easdem partes: & in eisdem sunt parallelis. Conuersa 37.

ORONTIVS. ❡Sint in eadem basi b/c, atq; ad easdem partes a/& d/triangula a/b/c/& d/b/c/adinuicem æqualia. Dico ꝙ ex a/in d/cõnexa linea recta, ipsi b/c/ est parallela. Si nanq; a/d/non fuerit parallela ipsi b/c: poterit per datum punctum a, ipsi b/c/duci parallela, per trigesimamprimã propositionem. Ducatur igitur, & sit a/e: quæ vel incidet sub a/d, aut supra. Cadat primo infra, si possibile sit: & per primũ postulatum cõnectatur recta c/e. quæ cùm incidat intra d/b/c/triangulum, & ab angulo qui ad c/in b/d/subtensum latus extendatur: diuidet ipsum d/b/c/triangulum. (Prima ostensionis differẽtia.) Erunt itaq; a/b/c/& e/b/c/triangula in eadem basi b/c, ac in eisdem parallelis a/e/ & b/c constituta: æquum erit propterea triangulum e/b/c, ipsi a/b/c/triangulo, per trigesimamseptimã propositionem. Eidem porrò a/b/c/triangulo, æquũ est d/b/c/ triangulum, per hypothesin. Bina itaq; triangula d/b/c/& e/b/c, eidem a/b/c/triangulo erunt æqualia: & proinde æqualia adinuicem, per primam communẽ sententiam. Triãgulum ergo d/b/c, æquum erit ipsi e/b/c, maius scilicet minori, seu (maius) totũ suæ parti: quod nõ est possibile. Non cadit igitur a/e/ parallela sub a/d. ❡Idem sequetur inconueniens, si eadẽ a/e/detur incidere super a/d. (Secũda differentia.) Producta enim b/d/per secundum postulatum, conueniet tandem cum ipsa a/e, per quintum postulatum: propterea quòd recta a/b, incidens in a/e/& b/d/rectas, facit interiores angulos & ad easdẽ partes a/b/d/& b/a/e/ minores duobus rectis (nempe minores a/b/c/& b/a/e angulis, qui per tertiam partem vigesimænonæ propositionis erunt binis rectis æquales) Connexa itaq; c/e/ recta, per primum postulatũ, ea cadet extra d/b/c/triangulum: fiet propterea triangulum d/b/c, pars ipsius e/b/c/trianguli. Vtrunque rursum, ipsi a/b/c/concludetur æquale (e/b/c/quidem per trigesimamseptimã propositionẽ, & d/b/c/per hypothesin) & e/b/c/consequenter ipsi d/b/c, totum suæ parti: quod rursum est impossibile.



omne siquidem totum est sua parte maius,per nonam communem sententiã. Non cadit ergo parallela super a/d. patuit quòd nec infra.igitur ex a/in ipsum d. Triangula igitur æqualia:& quæ sequuntur reliqua. Quod oportuit ostendisse.

Θεώρημα λ, Πρόθεσις μ.

Τὰ ἴσα τρίγωνα τὰ ἐπὶ τῶν ἴσων βάσεων ὄντα καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη, καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ἐστίν.

Theorema 30, Propositio 40.

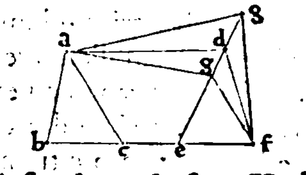
Triangula æqualia in æqualibus basibus existentia,& ad easdem partes:& in eisdem sunt parallelis. 40

Conuersa 38.

ORONTIVS. ¶Sint a/b/c/& d/e/f/triãgula æqualia adinuicem,& in basibus æqualibus b/c/& e/f(in directũ quidem existentibus,semper velim intelligas)atq; ad easdem partes a/& d/constituta: & connectatur a/d/recta, per primum postulatum. Aio ꝙ a/d,ipsi b/f/est parallela. Nam si a/d/non fuerit eidẽ b/f/parallela:poterit per datum punctum a/ipsi datæ lineæ b/f/alia quædam parallela duci,per trigesimamprimam propositionem. Ducatur igitur,si possibile sit:& sit a/g. Cadet itaque a/g/recta vel super a/d, aut infra. Quodcũq; autẽ dederis:eam cũ e/d(vtraq; in directũ producta)cõuenire necessum est.quoniã ex a/in e/connexa per imaginationẽ linea recta,incidit in a/g/& e/d, efficiẽs angulos interiores & ad easdẽ partes a/e/d/ & e/a/g/duobus rectis(veluti suprà)minores. ¶Incidat ergo primũ a/g/sub a/d:& connectatur f/g,per primũ postulatum,dirimens d/e/f/triangulum. Erit igitur triangulum g/e/f,æquũ ipsi a/b/c/triangulo,per trigesimamoctauam propositionem: sunt enim in basibus æqualibus b/c/& e/f/ex hypothesi,& in eisdem parallelis a/g/ & b/f/per datam constructionẽ. Ipsi porrò a/b/c/triangulo,æquum est per hypothesin d/e/f/triangulũ. Triangula igitur d/e/f/& g/e/f,eidem a/b/c/ triangulo erũt æqualia:& æqualia propterea adinuicem,per primam communẽ sententiam. Itaq; triangulum d/e/f,æquum erit ipsi g/e/f/triangulo:maius scilicet minori,hoc est,totum suæ parti.quod per nonam communem sententiam est impossibile. ¶At si detur a/g/incidere super a/d:conuenient rursum a/g/ & e/d,idémque subsequetur inconueniens. Producta siquidem e/d/in g, per secundum postulatum:cõnectatur rursum f/g,per primum,cadens extra d/e/f/triangulum. Tuncq; g/e/f/& d/e/f/triãgula, eidem a/b/c/triangulo concludentur æqualia: g/e/f/quidem per trigesimamoctauam propositionẽ,& d/e/f/per ipsam hypothesin. Vnde rursum totũ g/e/f/triangulum,suæ parti,hoc est, d/e/f/ triangulo,per primam communem sententiam æquabitur.quod per ipsam nonam communem sententiam est impossibile. Cadit igitur parallela ex a/in d/ verticem.

Prima demõstrationis differentia.

Secũda pars siue differẽtia



Concludendum ergo,triangula æqualia in æqualibus basibus existentia,& ad easdem partes:& in eisdem fore parallelis. Quod demonstrare fuerat operæpretium.

Notandum.

¶Eadem quoq; via,supradictarum sex propositionum concludetur intentum, vbi plura duobus oblata fuerint vel triangula vel parallelogrãma: facta binatim,iuxta hypothesin,eorundem triangulorum vel parallelogrammorum comparatione.

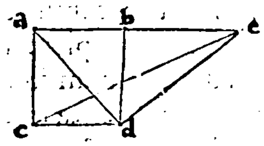
Θεώρημα λα, Πρόθεσις μα.

Ἐὰν παραλληλόγραμμον τριγώνῳ βάσιν τε ἔχῃ τὴν αὐτὴν καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ᾖ, διπλάσιον ἔσται τὸ παραλληλόγραμμον τοῦ τριγώνου.

Theorema 31, Propositio 41.

SI parallelogrammũ & triangulum eandem basin habuerint, 41 in eiſdémq; fuerint parallelis: trianguli parallelogrammum duplum eſt.

ORONTIVS. ¶Eſto parallelogrammum a/b/c/d, eandem habens baſin c/d/ cum triangulo c/d/e, in eiſdémq; parallelis a/e/& c/d/conſtitutum. Aio a/b/c/d/parallelogrammum, fore duplum ipſius trianguli c/d/e. Connectatur enim a/d/recta, per primum poſtulatum. Triangula igitur a/c/d/& c/d/e/erunt adinuicē æqualia, per trigeſimamſeptimam propoſitionem: habēt enim eandem baſin c/d, ſuntq; in eiſdē parallelis a/e/& c/d. Atqui triangulum a/c/d/ dimidiū eſt ipſius a/b/c/d/parallelogrammi: ſecat enim illud bifariam dimetiens a/ d, per trigeſimamquartam propoſitionem. Quæ autem ſunt æqualia, eiuſdem ſunt dimidium: per conuerſam ſeptimæ communis ſentētiæ.



Triangulum igitur c/d/e/, dimidium eſt a/b/c/d/parallelogrammi: & ipſum itaque parallelogrāmum a/b/c/d, eiuſdem c/d/e/trianguli duplum. Si parallelogrammū igitur & triangulū: &c. vt in theoremate. Quod oportebat oſtēdere. ¶Idem quoq; demonſtrabitur: vbi parallelogrammum & triangulum æquales habuerint baſes, in eiſdémq; fuerint parallelis. Notandum.

Corollarium.

¶Hinc fit manifeſtum, cur in dimetiendis triangulorum areis, dimidium baſis ducatur in perpendicularem: aut ipſius perpendicularis dimidiū, per baſin ipſam multiplicetur. Fit enim hoc modo dimidium parallelogrammi, quod in eadem baſi atq; in eiſdem collocatur parallelis cum ipſo triangulo dato.

Πρόβλημα ια, Πρότασις μβ.

Τῷ δοθέντι τριγώνῳ ἴσον παραλληλόγραμμον συστήσασθαι ἐν τῇ δοθείσῃ εὐθυγράμμῳ γωνίᾳ.

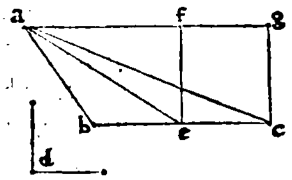
Problema 11, Propoſitio 42.

42 Dato triangulo, æquale parallelogrammum conſtituere, in dato angulo rectilineo.

ORONTIVS. ¶Sit datum a/b/c/triangulum, cui oporteat in angulo æquali ei qui ad d, æquum parallelogrammum conſtituere. Diuidatur itaque b/c/latus bifariam in puncto e, per decimam propoſitionē: & connectatur a/e/recta, per primum poſtulatum. Ad datam inſuper lineam rectam e/c, datúmq; in ea punctum e, dato angulo rectilineo qui ad d, æqualis angulus rectilineꝰ cōſtituatur f/e/c: per vigeſimamtertiam propoſitionem. Et per punctum a, datæ rectæ lineæ b/c/ parallela ducatur a/g: atq; per punctum c, ipſi e/f/parallela c/g, per trigeſimamprimam propoſitionem. Et quoniam a/b/e/& a/e/c/triangula, in baſibus ſunt æqualibus b/e/& e/c, atque in eiſdem parallelis a/g/& b/c/conſtituta: ipſa propterea ſunt adinuicem æqualia, per trigeſimamoctauam propoſitionem. Triāgulum igitur a/b/c, duplum eſt a/e/c/trianguli. Atqui parallelogrammū f/e/c/g, eiuſdem a/e/c/triāguli duplum eſt, per quadrageſimamprimam propoſitionem: habent nanque eandem baſin b/c, in eiſdémque ſunt parallelis a/g/& b/c. Quæ autem eiuſdem ſunt duplicia, æqualia ſunt adinuicem: per ſextam communem ſentētiam. Parallelogrammū ergo f/e/c/g, æquum ipſi a/b/c/ triangulo dato: ſuſcipítque angulum f/e/c, æqualem ei qui ad d. Dato itaq; triangulo, æquale parallelogrammum conſtituitur, in dato angulo rectilineo. Quod faciendum erat.

Coſtructio figuræ.

Oſtenſio problematis.



Θεώρημα λβ, Πρόθεσις μγ.

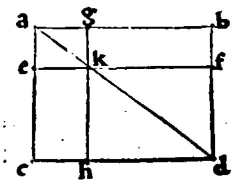
ΠΑντὸς παραλληλογράμμου τῶν περὶ τὴν διάμετρον παραλληλογράμμων τὰ παραπληρώματα, ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν.

Theorema 32, Propositio 43.

OMnis parallelogrammi eorum quæ circa dimetientem ſunt 43.
parallelogrammorũ ſupplementa, ſibi inuicẽ ſunt æqualia.

Parallelogrã ma circa dimetientem. Suppleměta.

ORONTIVS. ¶Parallelogramma circa dimetientem alicuius dicuntur eſſe parallelogrammi, quando eundem cum toto poſſident dimetientem. Supplementa autem, vocantur reliqua parallelogramma extra communem dimetientem conſtituta. Sit igitur a/b/c/d/ parallelogrammum, cuius dimetiens a/d, & circa ipſum dimetientẽ ſint e/g/& h/f/parallelogramma, ſupplementa verò ſint e/h/& g/f: quæ dico fore adinuicem æqualia. Parallelogrammum enim a/b/c/d, bifariam ſecatur à dimetiente a/d, per trigeſimamquartam propoſitionem: igitur a/b/d/triangulum, æquum eſt ipſi triangulo a/c/d. Dimetiens inſuper a/k, bifariam ſecat e/g/parallelogrammum, necnon & k/d/ ipſum h/f, per eandem trigeſimamquartam propoſitionem. æquum eſt igitur a/e/k/ triãgulum, ipſi a/g/k: atq; triangulum k/h/d, ipſi k/f/d/ triangulo. Si autem æqualibus triãgulis æqualia iungantur triangula: omnia erũt æqualia, per ſecundam communem ſententiam. Triangula itaq; a/e/k/& k/h/d, triangulis a/g/k/& k/f/d/ſunt æqualia. Patuit autem ꝙ & totũ a/b/d/triangulum, toti triangulo a/c/d/itidem coæquatur. Porrò ſi ab æqualibus triangulis, æqualia ſubducantur triangula: quæ relinquentur, æqualia erũt, per tertiam communem ſententiam. Subductis itaq; triangulis a/g/k/& k/f/d/ab ipſo a/b/d/triãgulo, atq; a/e/k & k/h/d/ triangulis, ab ipſo triangulo a/c/d: relinquentur g/f/& e/h/ſupplementa adinuicem æqualia. Omnis ergo parallelogrammi: &c. vt in theoremate. Quod demonſtrare fuerat operæpretium.



Πρόβλημα ιβ, Πρόθεσις μδ.

ΠΑρὰ τὴν δοθεῖσαν εὐθεῖαν τῷ δοθέντι τριγώνῳ, ἴσον παραλληλόγραμμον παραβαλεῖν ἐν τῇ δοθείσῃ γωνίᾳ εὐθυγράμμῳ.

Problema 12, Propositio 44.

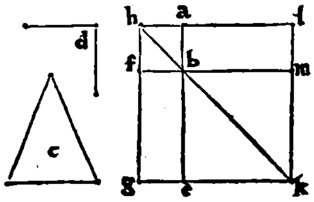
AD datam rectam lineam: dato triangulo, æquale parallelo- 44
grammum conſtruere, in dato angulo rectilineo.

Problematis interpretatio

ORONTIVS. ¶Conſtruere parallelogrammum ad datam lineam rectam & in dato angulo rectilineo, eſt ipſam lineam datam coaſſumere in latus eiuſdem parallelogrammi: ſic vt eadem linea cum altero adiacentium laterum, angulum comprehendat æqualem ipſi angulo dato. Eſto igitur data linea recta a/b: ad quã oporteat conſtruere parallelogrammum, dato triangulo c/æquale, & in angulo æquali ei qui ad d. Producatur in primis a/b/ recta in directum vſque ad punctum e, per ſecundum poſtulatum: & ad datam rectam lineam b/e, ad datúmq; in ea punctum b, dato angulo rectilineo qui ad d, æqualis angulus rectilineus conſtituatur f/b/e, per vigeſimamtertiam propoſitionem. In ipſo conſequenter angulo f/b/e, dato triangulo c, æquale cõſtruatur parallelogrãmum f/g/e/b, per quadrageſimãſecundam propoſitionem: extendatúrque g/f/in directum vſque ad h, per ſecundum poſtulatum. Per datum inſuper punctum a, vtrique & f/ b/ & g/ e/ parallela ducatur h/ a, per

Cõſtructio figuræ.

trigesimam primam propositionem: connectatúrq; per primum postulatum, dimetiens h/b. Et quoniam in rectas g/e/ & h/b, recta incidens h/g/ interiores angulos & ad easdem partes g/h/b/ & h/g/e, duobus rectis minores efficit (nempe minores ipsis g/h/a/ & h/g/e, qui binis rectis per vltimam partem



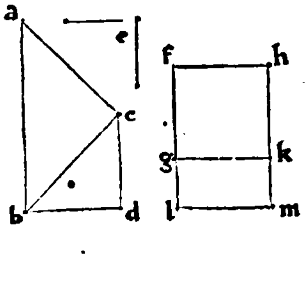
vigesimænonæ propositionis sunt æquales) concurrent ergo tandem g/e/ & h/b, in infinitum ad partes b/ & e/ productæ, per quintum postulatum. Producãtur igitur, per secundum postulatum: & concurrant in pũcto k. Per idem rursum postulatum, extendantur f/b/ & h/a/ vsque ad puncta l, & m: & per datum punctum k, vtrique h/g/ & a/e/ parallela ducatur l/k, per trigesimamprimam propositionem. ❡His ita constructis, quoniam h/g/l/k/ parallelogrammi, eorum quæ circa dimetientem h/k/ sunt parallelogrammorum supplementa, sibi inuicem sunt æqualia, per quadragesimamtertiam propositionem: æquum est supplementum seu parallelogrammum a/b/m/l/ ipsi f/g/e/b/ parallelogrãmo. Eidem porrò f/g/e/b/ parallelogrãmo, æquũ est datum c/ triangulum, per quadragesimamsecundam propositionẽ: ita enim constructum est. Igitur parallelogrammum a/b/m/l, ipsi triangulo c/ per primam com munem sententiam coæquatur. Est autem & a/b/m/ angulus, ei qui ad d/ æqualis: vterque enim æquatur ipsi f/b/e, a/b/m/ quidem per decimamquintã propositionẽ, qui ad d/ verò per vigesimamtertiã. Coassumitur præterea data linea recta a/b, in latus ipsius a/b/l/m/ parallelogrãmi. Ad datam igitur lineã rectam a/b, dato triangulo c, æquale parallelogrammum construitur a/b/m/ l, in dato angulo rectilineo a/b/m, ei qui ad d/ æquali. Quod facere oportebat. Demõstratio nis resolutio.

Πρόβλημα ιγ, Πρότασις με.

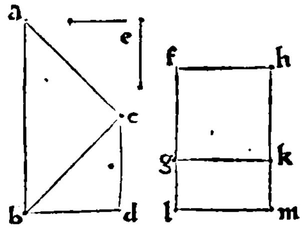
Τῷ δοθέντι εὐθυγράμμῳ, ἴσον παραλληλόγραμμον συστήσασθαι ἐν τῇ δοθείσῃ εὐθυγράμμῳ γωνίᾳ. *Problema* 13, *Propositio* 45.

45 **DAto rectilineo, æquale parallelogrammum cõstituere, in dato angulo rectilineo.**

ORONTIVS. ❡Sit datum rectilineũ a/b/c/d: cui oporteat construere æquale parallelogrammum, in dato angulo rectilineo qui ad e. Cõnectatur ergo b/c/ recta, per primum postulatum. & dato a/b/c/ triangulo, æquale parallelogrammum constituatur f/g/h/k, in dato angulo rectilineo f/h/ k, ei qui ad e/ æquali: per quadragesimamsecundam propositionem. Ad datam insuper rectam lineã g/k, dato b/c/d/ triangulo, æquum construatur parallelogrammũ g/k/l/m, in dato angulo rectilineo g/k/ m, æquali eidem qui ad e: per antecedentẽ quadragesimamquartam propositionem. Ostendendum est itaque primùm, hæc duo parallelogrãma vnum efficere parallelogrammum: quod ita fit manifestum. Quoniam anguli f/h/k/ & g/ k/ m, eidem angulo qui ad e/ sunt æquales, per cõstructionem: sunt igitur æquales adinuicem, per primam communem sententiam. Addatur vtriq; cõmunis angulus g/k/h: igitur anguli g/k/h/ & g/k/m, sunt per primam communem sententiam, æquales an Quòd cõstructa parallelogrãma vnum efficiãt parallelogrammũ. gulis f/h/k/ & g/k/h. Eisdẽ porrò angulis f/h/k/ & g/k/h,



duo recti sunt æquales anguli, per vltimã partẽ vigesimænonæ propositionis: anguli igitur g/k/h/ & g/k/m, binis sunt rectis æquales, per eandẽ primã communẽ sen tentiam. In directũ est igitur h/k/ ipsi k/m, per decimamquartã propositionẽ. Rursum quoniã angulus f/g/ k, opposito qui ad h/ per trigesimamquartã propositionẽ



eſt æqualis:patuit autem quòd & g/k/m. Bini itaque anguli f/g/k/& g/k/m,eidē qui ad h/ſunt æquales:& æquales propterea adinuicem, per primam communem ſententiam.Communis rurſum addatur angulus k/g/l.erūt igitur f/g/k/& k/g/l/ anguli, binis interioribus & ad eaſdem partes l/g/k & g/k/m,per ſecundam cōmunem ſententiā æquales. Ipſis porrò l/g/k/& g/k/m/ angulis, bini recti coæquātur, per eandem partem vltimā vigeſimænonæ propoſitionis:per primam ergo cōmunem ſententiam,anguli f/g/k/ & k/g/l/ ſunt æquales duobus rectis.In directum eſt itaque f/g/ipſi g/l,per ipſam decimamquartam propoſitionem.Eſt autem & f/g/ipſi h/k,atq; g/l/ipſi k/m,per trigeſimamquartam propoſitionem æqualis:& vtraque vtriq; parallela. Igitur f/l/ & h/ m, per ſecundam communem ſententiam,ſunt æquales adinuicem,atque parallelæ:& eas itaq; coniungentes rectæ lineæ f/h/& l/m,æquales & parallelæ ſunt, per trigeſimātertiam propoſitionem.Parallelogrammum eſt igitur f/l/h/m. Huius autem pars f/g/h/k/triangulo a/b/c/æquatur:& reliqua g/k/l/m/ipſi triangulo b/c/d,per ipſam conſtructionem. Totum ergo f/ l/ h/ k/ parallelogrammum, ipſi dato a / b/ c/ d/ rectilineo eſt æquale: ſuſcipítque angulum f/ h/ m/ æqualem dato qui ad e/ angulo.Dato itaque rectilineo a/b/c/d, æquale conſtruximus parallelogrāmum f/l/h/m, in dato angulo rectilineo qui ad e.Quod faciēdum propoſueramus.

Demōſtrationis reſolutio.

Notandum.

¶Idem quoq; licebit oſtendere, vbi datum rectilineum, in plura duobus ſeparabitur triangula. Cuilibet enim triangulo peculiare conſtruetur parallelogrammum, per quadrageſimamſecundam & quadrageſimamquartam propoſitionem: quæ ſimul vnum efficere parallelogrāmū ipſi dato rectilineo æquale, haud diſſimili diſcurſu cōuincētur.

Πρόβλημα ιδ, Πρόθεσις μς.

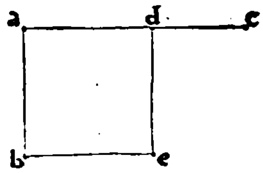
Απὸ τῆς δοθείσης εὐθείας τετράγωνον ἀναγράψαι.

Problema 14, *Propoſitio* 46.

EX data recta linea, quadratum deſcribere. 46

ORONTIVS. ¶Eſto data linea recta a/b: ex qua ſit operæpretium deſcribere quadratum.A dato itaque puncto a,ipſi rectæ lineæ a/b,ad angulos rectos excitetur a/c, per vndecimam propoſitionem, indefinitæ quidem quantitatis, donec ipſam ſuperet a/b. A qua ſecetur æqualis eidem a/b: ſitq́; a/ d, per tertiam propoſitionem. Rurſum per datum punctum d, ipſi a/b/ rectæ parallela ducatur d/e, atque per punctum b / ipſi a / d/ parallela b/ e , per trigeſimamprimam propoſitionem. Parallelogrammum eſt igitur a/b/d/e:dico quòd & quadratum.Nam parallelogrammorum locorum latera quæ ex oppoſito,æquantur adinuicem: per trigeſimamquartam propoſitionem .Aequum eſt igitur latus d/e/ipſi a/b:atque b/e/ipſi a/d.Sūt autem a/b/& a/d, per conſtructionē æquales.Quatuor igitur a/b,a/d,b/e/ & e/d/latera,æqualia ſunt adinuicem: quæ enim æqualibus ſunt æqualia, & adinuicē æqualia ſunt, per primam communem ſententiam.Aequilaterū eſt igitur a/b/d/e/ parallelogrammum.Rurſum quoniam in parallelas a/b/& d/e/recta incidit a/c: facit igitur interiores & ad eaſdem partes angulos b/a/d/& a/d/e,binis rectis æquales, per vltimam partem vigeſimænonæ propoſitionis.Rectus autem eſt qui ad a/angulus:igitur & qui ad d/rectus.& qui ex oppoſito conſiſtunt ad b/& e/ anguli, itidem recti ſunt: per eandem trigeſimāquartam propoſitionem. Rectangulum eſt igitur a/b/d/e/parallelogrāmum. Patuit ꝗ & æquilaterū: ergo quadratū, per trigeſimam

Quòd deſcriptū parallelogrammum ſit quadratum.



diffinitionem. Ex data igitur linea recta a/b, quadratum descripsimus. Quod oportuit fecisse.

Corollarium.

¶ Quæ ab æqualibus igitur lineis rectis quadrata describuntur, æqualia sunt adinuicem: & ediuerso. quæ autem ab inæqualibus fiunt quadrata, sunt inequalia: maius quidem quod à maiore, minus autem quod à minore describitur.

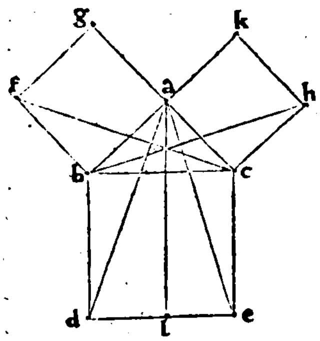
Θεώρημα λγ, Πρόθεσις μζ.

ΕΝ τοῖς ὀρθογωνίοις τριγώνοις, τὸ ἀπὸ τῆς τὴν ὀρθὴν γωνίαν ὑποτεινούσης πλευρᾶς τετράγωνον ἴσον ἐστὶ, τοῖς ἀπὸ τῶν τὴν ὀρθὴν γωνίαν περιεχουσῶν πλευρῶν τετραγώνοις.

Theorema 33, *Propositio* 47.

47 IN rectangulis triangulis, quadratum quod à latere rectum angulum subtendente fit, æquum est quadratis quæ fiunt ex lateribus angulum rectum continentibus.

ORONTIVS. ¶ Sit rectangulum triangulum a/b/c, cuius sub b/a/ & a/c/ lateribus cõtentus angulus, rectus existat. Dico quod descriptũ ex b/c/ quadratum, ijs quæ ex b/a/ & a/c/ fiunt quadratis, est æquale. Describãtur ergo quadrata, per quadragesimã sextã propositionẽ: ex b/c/ quidem quadratũ b/c/d/e, ex a/b/ verò a/b/f/g, & ex ipso a/c/ quadratũ a/c/h/k. Deinde per a punctũ, vtriq; b/d/ & c/e/ parallela ducatur a/l: per trigesimãprimã propositionẽ. Parallelogrãma igitur erunt b/l/ & c/l/ quadrangula. Connectãtur deniq; a/d/ & c/f/ lineæ rectæ: per primũ postulatum. Et quoniã ad rectam lineã a/b, atq; ad eius punctũ a, duæ rectæ lineæ a/c/ & a/g/ nõ ad easdem partes ductæ, angulos vtrobiq; rectos efficiunt (recti enim sunt, qui circa punctũ a/ cõsistunt anguli) in directũ est igitur a/c/ ipsi a/g: & a/b/ consequẽter ipsi a/k, per decimãquartã propositionẽ. Parallelæ itaq; sunt b/f/ & c/g: similiter & b/k/ atq; c/h. Cũ porrò omnes anguli recti sint adinuicẽ æquales, per quartũ postulatum: erit angulus a/b/f, æqualis angulo c/b/d. Communis apponatur angulus a/ b/ c: totus igitur a/b/d, toti f/b/c/ angulo, per secundam cõmunẽ sententiam erit æqualis. Rursum, quoniam per trigesimã diffinitionem, æqualis est a/b/ ipsi b/f, atque b/c/ ipsi b/d: sunt igitur bina latera a/b/ & b/d/ trianguli a/b/d, duobus lateribus f/b/ & b/c/ triãguli f/b/c/ æqualia alterum alteri. & æquales continent angulos a/b/d/ & f/b/c. Basis ergo a/d/ basi f/c, & triangulũ a/b/d/ triangulo f/b/c, per quartã æquatur propositionẽ. Ipsius porrò trianguli a/ b/d, duplum est b/l/ parallelogrãmũ, in eadem basi b/d, atq; in eisdem parallelis a/l/ & b/d/ constitutum: per quadragesimamprimam propositionem. & per eandem propositionem, a/b/f/g/ quadratum, duplum ipsius f/b/c/ trianguli: habent enim eandem basin b/f, in eisdémq; consistunt parallelis f/b/ & g/c. Quæ autẽ æqualium duplicia sunt, & adinuicẽ sunt æqualia: per sextam cõmunem sententiã. Igitur b/l/ parallelogrammũ, æquũ est a/b/f/g/ quadrato. Haud dissimili via, ostendetur c/l/ parallelogrammũ, æquũ esse a/c/h/k/ parallelogrammo siue quadrato. Connexis enim a/e/ & b/h/ lineis rectis, per primum postulatum: erunt rursum a/c/e/ & b/c/h/ triãgula adinuicẽ æqualia. Et cùm c/l/ parallelogrãmum duplum sit a/c/e/ trianguli, & quadratum a/c/h/k/ ipsius b/c/h/ trianguli itidem duplum, per eandem quadragesimãprimam propositionem: concludetur tandem parallelogrammum c/l, æquari quadrato a/c/h/k. Atqui b/l/ & c/l/ parallelogramma, conficiunt quadratum b/c/d/e, quod fit ex b/c: quadratum ergo b/c/d/e, æquum est a/b/f/g/ & a/c/h/k/ descriptis ex a/b/ &

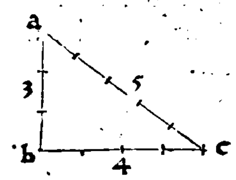


Alterius partis demõstratio.

Reliquæ partis ostensio.

a/c/quadratis. In rectangulis itaq; triangulis:& quæ ſequuntur reliqua,vt in theoremate.Quod expediebat demonſtrare. ¶Hoc ſpectabile & ſemper admirãdum theorema, Pythagoras in his fertur offendiſſe numeris,3,4,5: velut ex obiecta potes elicere figura.in qua angulus qui ad b/rectus eſt: & qualium partium a/b/latus eſt trium,& b/c/quatuor,talium a/c/rectum ſubtendens angulum 5/reperitur.Quinquies porrò 5,faciunt 25:ter 3 verò/9,& quater 4/ſedecim.atqui 9 & 16/cõficiũt 25.

Notandum.



Corollarium.

¶In triangulis itaque rectangulis,duobus lateribus datis,ipſorum adminiculo,deuenire licebit in cognitionem reliqui: per quadratorum nempe tum additionem, tum ſubductionem adinuicem, & lateris ſeu radicis eorundem inueſtigationem. Quemadmodùm in dimetiendis rerum paſſim offendes magnitudinibus.

Θεώρημα λδ, Πρόθεσις μη.

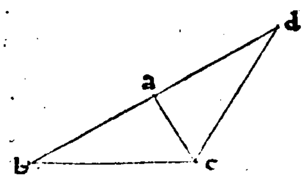
Ἐὰν τριγώνου τὸ ἀπὸ μιᾶς τῶν πλευρῶν τετράγωνον, ἴσον ᾖ τοῖς ἀπὸ τῶν λοιπῶν τοῦ τριγώνου δύο πλευρῶν τετραγώνοις, ἡ περιεχομένη γωνία ὑπὸ τῶν λοιπῶν τοῦ τριγώνου δύο πλευρῶν ὀρθή ἐστι.

Theorema 34, Propoſitio 48.

Cõuerſa precedentis.

SI trianguli quod ab vno laterum quadratum,æquale fuerit eis quæ reliquis trianguli lateribus quadratis:angulus cõprehenſus ſub reliquis trianguli duobus lateribus,rectus erit. 48

ORONTIVS.¶Eſto a/b/c/trianguli quod ex b/c/quadratum,æquum eis quæ ex a/b/& a/c/lateribus fiũt quadratis:aio propterea,angulũ b/a/c/fore rectũ. A dato enim puncto a,datæ lineæ a/c,perpendicularis excitetur a/d:per vndecimã propoſitionẽ.Et per tertiam propoſitionẽ,ponatur a/d/ipſi a/b/æqualis:connectatúrq; c/d/recta,per primũ poſtulatũ. Cùm igitur a/b/ipſi a/d/ſit æqualis: æquũ eſt quod ex a/b/quadratum,ei quod fit ex a/d,per corollarium quadrageſimæſextæ propoſitionis.Addatur vtriq;,id quod ex a/c/quadratũ.Quæ ex a/b/igitur & a/c/quadrata, æqualia ſunt eis quæ ex a/c/& a/d/quadratis:per ſecundam communẽ ſentẽtiam. Eis autem quæ ex a/c/ & a/d/ quadratis,æquum eſt quod ex c/d,per antecedentẽ quadrageſimamſeptimã propoſitionẽ: angulus enim c/a/d/ rectus eſt. Quadratis porrò quæ ex a/b/& a/c,æquum eſt quod ex b/c/quadratum: per hypotheſin. Quæ autẽ æqualibus ſunt æqualia,ea ſunt æqualia adinuicẽ,per primã communẽ ſententiam. Quadratum igitur quod ex b/c,æquum eſt ei quod ex c/d/quadrato. Aequalis eſt ergo b/c/ipſi c/d:æqualia enim quadrata ſunt,quæ ab æqualibus deſcribuntur lineis rectis. Poſita eſt autem a/d/ipſi a/b/æqualis,& a/c/vtriq; cõmunis.Bina ergo latera a/b/& a/c/trianguli a/b/c,binis lateribus a/c/& a/d/trianguli a/c/d/ſunt alternatim æqualia:baſis quoq; b/c,baſi c/d/æqualis.Angulus igitur b/a/c,angulo c/a/d,per octauã propoſitionẽ eſt æqualis. Eſt autẽ c/a/d,angulus rectus,per conſtructionẽ: & b/a/c/ igitur angulus rectus eſt. Si trianguli itaq; quod ab vno laterum quadratum:&c.vt in theoremate.Quod erat oſtendendum.



Primi Libri Geometricorum Elementorum,
FINIS.

Orontij Finei Delphinatis, Regii Mathematicarvm Professoris, In Secundum elementorum Euclidis, Demonſtrationes.

ΕΥΚΛΕΙΔΟΥ ΣΤΟΙΧΕΙΟΝ ΔΕΥΤΕΡΟΝ.

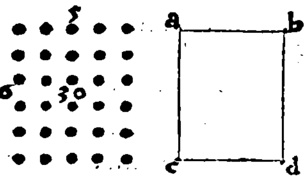
Παραλληλόγραμμον ὀρθογώνιον.

Πᾶν παραλληλόγραμμον ὀρθογώνιον περιέχεσθαι λέγεται ὑπὸ δύο τῶν τὴν ὀρθὴν γωνίαν περιεχουσῶν εὐθειῶν.

Parallelogrammum rectangulum.

1 OMne parallelogrammum rectangulum, ſub duabus rectum angulum comprehendentibus rectis lineis dicitur contineri.

ORONTIVS. ¶Parallelogrammum, dicitur figura quadrilatera, ex oppoſitis lateribus adinuicem æqualibus comprehenſa. Sunt autem parallelogrammorũ quatuor tantummodò genera: vtpote, quadratũ, altera parte longius, rhombus, & rhomboides: quemadmodùm trigeſimatertia primi libri antè monuimus diffinitione. Vtrunq; porrò & quadratum & altera parte longius, rectangulum adpellatur: cõtinetúrq; ſub duabus lineis rectis ad rectum conuenientibus angulum, quarum altera in reliquam abſtractiuè ducta, ipſum efficit parallelogrammum. ¶Vt ex a/b/c/d/ potes elicere parallelogrammo: quod ſub a/b/ & a/c/ lateribus, rectum qui ad a/ conprehendentibus angulum, continetur. Non poteſt enim angulus qui ad a/ fore rectus, quin per vigeſimamnonam & trigeſimamquartam propoſitionẽ libri primi, reliqui tres anguli ſint itidem recti. Imaginanda eſt igitur a/b/ recta, fluere directa via in c: & punctũ b/ deſcribere latus b/d. vel a/c/ rectam, venire recto fluxu in b: atq; punctum c/ efficere latus c/d. Ita enim abſtractiuè deſcribuntur parallelogramma rectangula. Ad quorum ſimilitudinem, numerus per alium quenuis munerum multiplicatus, planum atq; rectãgulum efficit numerũ: vti ſubiecta videtur indicare figura, in qua 6/ vnitates per 5/ multiplicatæ, reddunt 30/ planum & rectangulum numerum.



Γνώμων τί.

Παντὸς δὲ παραλληλογράμμου χωρίου τῶν περὶ τὴν διάμετρον αὐτοῦ ἓν παραλληλογράμμων ὁποιονοῦν σὺν τοῖς δυσὶ παραπληρώμασι, γνώμων καλείσθω.

Quid gnomon.

2 OMnis parallelogrãmi loci eorum quæ circa dimetientẽ illius ſunt parallelogrammorum, vnumquodq; eorum cum binis ſupplementis, gnomon vocetur.

Quid parallelogrãmum.

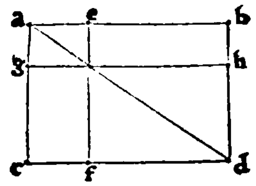
Quot parallelogrammorũ genera.

Exemplum.

ORONTIVS. ¶ Quanquàm gnomonem propriè intelligamus rectangulum: accipitur tamen suprà scripta gnomonis diffinitio, pro quacunq; figura ex duobus cuiusuis oblati parallelogrammi supplementis, & altero eorum quæ circa dimetiétem illius sunt parallelogrammorũ comprehensa. Diximus autem quadragesima-tertia propositione primi libri, quænam sint parallelogramma circa dimetientem alicuius consistentia parallelogrammi: quæ item sint eorundem parallelogrammorum supplementa. ¶ Sit igitur a/b/c/d/parallelogrammum, & illius dimetiens a/d: circa verò dimetientem consistant g/e/& f/h/parallelogramma, atque illorum supplementa g/f/& e/h. Dico itaque g/e/parallelogrammũ, vnà cum binis supplementis g/f/& e/h: gnomonem efficere f/g/e/h, seu f/a/h. Cui si addatur f/h/parallelogrammum: totum integrabitur a/b/c/d. aut si eidem f/h/parallelogrammo, gnomon circumponatur f/g/e/h: nõ mutabitur, sed augmentabitur figura. Est autem eiuscemodi gnomonum tradita descriptio, in partium oblatorum in demonstrationibus parallelogrammorum expeditiorem expressionem, principaliter excogitata.

Vide 43 primi

Gnomonis exemplum.



Cur tales assumpti gnomones.

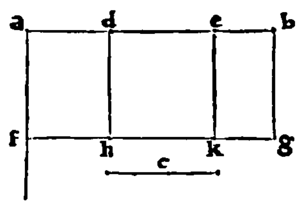
Θεώρημα α, Πρόθεσις α.

Ἐὰν ὦσι δύο εὐθεῖαι, τμηθῇ δὲ ἡ ἑτέρα αὐτῶν, εἰς ὁσαδηποτοῦν τμήματα, τὸ περιεχόμενον ὀρθογώνιον ὑπὸ τῶν δύο εὐθειῶν ἴσον ἐστὶ τοῖς ὑπό τε τῆς ἀτμήτου καὶ ἑκάστου τῶν τμημάτων περιεχομένοις ὀρθογωνίοις.

Theorema 1, Propositio 1.

SI fuerint binæ rectæ lineæ, seceturq; ipsarum altera in quot- 1
cunque segmenta: rectangulum comprehensum sub duabus rectis lineis, æquum est eis quæ ab insecta & quolibet segmento rectangulis comprehenduntur.

ORONTIVS. ¶ Sint binæ rectæ lineæ a/b/& c: quarum altera, vtpote a/b, secetur in a/d, d/e, & e/b/segmenta. Aio quòd sub a/b/& ipsa c/comprehensum rectãgulum: æquum est eis, quæ sub c/& a/d/& d/e/atque e/b/comprehenduntur rectangulis. A dato enim puncto a, datæ rectæ lineæ a/b, recta quædam, per vndecimã primi libri propositionem, ad rectos excitetur angulos, excedens datam lineã c: à qua secetur æqualis eidem c, per tertiã eiusdem primi, sitq; a/f. Per datũ insuper punctum f, ipsi a/b/parallela ducatur f/g: atque per b, d, & e/puncta ipsi a/f, atque inuicem parallelæ ducantur b/g, d/h, & e/k, per trigesimamprimã eiusdẽ primi. Rectangula igitur sunt a/b/f/g, a/h, d/k, & e/g/ parallelogrãma. Quælibet insuper/& b/g/& d/h/& e/k, ipsi a/f/est æqualis, per trigesimamquartã eiusdẽ primi. eidẽ quoq; a/f/est æqualis c. ommes igitur adinuicẽ, atq; ipsi c/sunt æquales: per primam communem sententiam. Quod igitur sub c/& a/d/continetur rectangulum, æquum est ipsi a/h: & quod sub c/& d/e, ipsi d/k: atq; id quod sub eadem c/& e/b, ipsi e/g/rectangulo æquale. Ipsis porrò a/h, d/k, & e/g/rectangulis, æquum est a/b/f/g/ rectangulum (nempe totum suis partibus integralibus simul sumptis) continetúrq; sub a/b/& a/f, quæ ipsi c/data est æqualis. Datis igitur binis lineis rectis a/b/& c, quod sub eisdem continetur rectangulum, æquum est eis quæ sub insecta c, & quolibet ipsius a/b/ segmento comprehenduntur rectangulis. Quod oportebat demonstrare.



Ex hac propositione, numerorum ab Arithmeticis tradita colligitur multiplicatio.

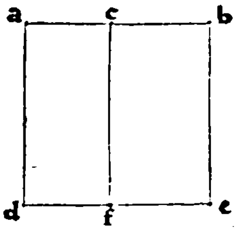
Θεώρημα β, Πρόθεσις β.

ΕΑν εὐθεῖα γραμμὴ τμηθῇ ὡς ἔτυχε, τὰ ὑπὸ τῆς ὅλης καὶ ἑκατέρου τῶν τμημάτων περιεχόμενα ὀρθογώνια, ἴσα ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ὅλης τετραγώνῳ.

Theorema 2, Propositio 2.

2 SI recta linea secetur vtcunq; : quæ sub tota & quolibet segmẽtorum rectangula comprehenduntur, æqualia sunt ei quod ex tota est quadrato.

ORONTIVS. ¶Recta linea vtcunque secari dicitur, quæ in quouis dato illius puncto, absq; partiũ determinata ratione, indifferenter diuiditur. Sit igitur a/b/linea recta, quæ vtcunq; secetur in c. Dico ꝙ sub a/b/& a/c, atq; sub eadem a/b/& c/b/cõprehensa rectangula: æqua sunt ei, quod ex tota a/b/fit quadrato. Ex data nanq; a/b, quadratum describatur a/b/d/e: per quadragesimamsextã primi. Et per datum punctum c, vtriq; & a/d/& b/e/ parallela ducatur c/f: per trigesimamprimam eiusdem primi libri propositionem. Rectangula igitur sunt, a/f/& c/e/parallelogrãma: atque ipsum a/f/sub a/d/& a/c, ipsum verò c/e/ sub c/b/ & b/e, per primam huius diffinitionem comprehensum. Quid rectam lineam vtcũque secari.



Et quoniam a/b/& a/d/sunt binæ quædam lineæ rectæ: & ipsarũ altera, scilicet a/b, secta est in a/c/& c/b/segmẽta, ex hypothesi. Quæ igitur ab insecta a/ d, & vtroque segmento a/c/& c/b/continẽtur rectangula: æqua sunt ei, quod sub duabus lineis rectis a/b/& a/d/cõprehenditur rectangulo, per primam huius secundi propositionem. Atqui b/e/ipsi a/d, & vtraque ipsi a/b, per trigesimam diffinitionem primi est æqualis: necnon a/b/d/e/rectangulum, id quod ex ipsa a/b/fit quadratũ. Quæ sub tota igitur a/b, & quolibet segmento a/c/& c/b, rectangula comprehenduntur: æqualia sunt ei quod ex tota a/b/est quadrato. Quod erat ostendendum.

Θεώρημα γ, Πρόθεσις. γ.

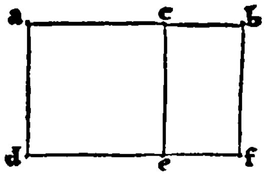
ΕΑν εὐθεῖα γραμμὴ ὡς ἔτυχε τμηθῇ, τὸ ὑπὸ τῆς ὅλης καὶ ἑνὸς τῶν τμημάτων περιεχόμενον ὀρθογώνιον ἴσον ἐστὶ τῷ τε ὑπὸ τῶν τμημάτων περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ, καὶ τῷ ἀπὸ τοῦ προειρημένου τμήματος τετραγώνῳ.

Theorema 3, Propositio 3.

3 SI recta linea secetur vtcunque: rectangulum sub tota & vno segmentorum cõprehensum, æquum est ei quod sub segmentis comprehenditur rectangulo, & ei quod ex prædicto segmento fit quadrato.

ORONTIVS. ¶Esto a/b/recta linea, vtcunq; secta in puncto c. Aio quòd sub tota a/b/& altero segmentorum, vtpote a/c, comprehensum rectangulum: æquum est ei quod sub a/c/&c/b/segmẽtis rectãgulo cõtinetur, & ei quod ex eodẽ segmento a/c/fit quadrato. Describatur enim ex a/c, quadratũ a/c/d/e: per quadragesimãsextam primi. & producatur d/e/in directũ vsq; ad f, per secundum postulatũ. Per

punctum deniq; b, vtriq; & a/d/& c/e/ parallela ducatur b/f: per trigesimãprimam ipsius primi. Rectãgula igitur sunt a/f/&c/f/parallelogramma, per primam huius diffinitionẽ. Et quoniam a/b/ & a/d/ binæ quædam videntur esse lineæ rectæ: quarũ altera, vtpote a/b, secta est per hypothesin in a/c/& c/b/segmẽta. Sub duabus igitur lineis



rectis a/b/& a/d/comprehēsum rectangulum a/f,æquū est eis quæ ab insecta a/d/ & quolibet segmento a/c/ & c/b/continentur rectangulis: per primam huius secundi propositionem, hoc est rectangulis a/e/ & c/f. Atqui a/f/rectangulum, æquum est ei quod sub tota a/b,& segmento a/c/continetur: nam a/d/ipsi a/c/est æqualis, per trigesimam diffinitionem primi. A/e/porrò quadratū, quod ex eodem segmento a/c/describitur. Rectangulū deniq; c/f,æquū est ei quod sub a/c/& c/b/segmentis cōtinetur: est enim c/e/eidē a/c, per ipsius quadrati diffinitionē æqualis. Si recta igitur linea a/b,vtcūq; secetur in puncto c:rectangulū sub tota a/b/& altero segmentorum a/c/cōprehensum,æquū est ei quod sub a/c/& c/b/ segmentis fit rectangulo,& ei quod ex prædicto segmento a/c/ est quadrato. Quod ostendere oportebat.

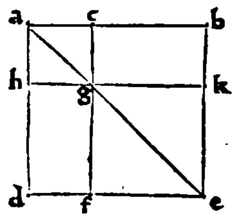
Θεώρημα δ', Πρόθεσις δ'.

Ἐὰν εὐθεῖα γραμμὴ τμηθῇ ὡς ἔτυχε, τὸ ἀπὸ τῆς ὅλης τετράγωνον ἴσον ἐστὶ τοῖς τε ἀπὸ τῶν τμημάτων τετραγώνοις, καὶ τῷ δὶς ὑπὸ τῶν τμημάτων περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ.

Theorema 4, Propositio 4.

SI recta linea secetur vtcūq;:quadratum quod fit ex tota,æquū est quadratis quę fiunt ex segmētis,& ei quod bis sub segmentis comprehenditur rectangulo, 4

ORONTIVS. ¶Sit a/b/linea recta,quæ secetur vtcunq; in pūcto c. Dico quadratum quod ex tota fit a/ b, æquum esse eis quæ ex a/c/& c/b/ describuntur quadratis, & bis sub a/c/ & c/ b/ segmentis comprehenso rectangulo. Describatur in primis ex a/b,quadratum a/b/d/e:per quadragesimamsextam primi. Et connectatur a/e/dimetiens,per primum postulatum.& per datum punctum c, vtrique a/d/ & b/e/parallela ducatur c/f/secans a/e/dimetientem in puncto g. Per punctum deniq; g,ipsis a/b/& d/e/parallela ducatur h/k:per trigesimamprimam eiusdem primi. Cūm igitur a/b/d/e/sit quadratū,æqualis est a/b/ipsi b/e:per trigesimā ipsius primi diffinitionem. Isosceles igitur a/b/e/trianguli, qui ad basin a/e/fiunt anguli,hoc est b/a/e/& a/e/b,sunt per quintam primi adinuicē æquales. Eiusdem porrò trianguli a/b/e/tres anguli, binis sunt rectis æquales:per trigesimamsecūdam primi. Rectus est autem angulus qui ad b. reliqui igitur anguli b/a/e/& a/e/b, vni recto sunt æquales. sunt autem & æquales adinuicem:vterq; igitur dimidium est anguli recti. Trianguli rursum a/c/g/ tres anguli, duobus rectis,per eandem trigesimamsecundam primi,coæquantur. a/c/g/porrò angulus, rectus est: nempe æqualis interiori,& ad easdē partes qui ad b,per vigesimamnonā ipsius primi. Ergo reliqui duo anguli c/a/g/& a/g/c,vni recto sunt æquales. sed dimidium recti est c/a/g/angulus:igitur & a/g/c,recti itidem est dimidiū. Aequus est propterea angulus c/a/g/ipsi a/c/g:per primam communem sententiam. Et latus consequenter a/c,lateri c/g,per sextam primi æquale. Est autem & a/h/latus,ipsi c/g, necnon h/g/ipsi a/c/æquale:per trigesimamquartā eiusdem primi. Aequilaterum est itaq; a/c/g/h/ parallelogrammum. aio quòd & rectangulum:nam angulus qui ad a,rectus est. Rectangulum porrò sub duabus rectis lineis angulum rectū comprehendentibus,per primam huius diffinitionem,cótineri dicitur. Quadratum est igitur a/c/g/h:& æquum ei quod ex a/c. Haud dissimili discursu,f/k/parallelogrammū, quadratū esse conuincetur:& æquale ei quod ex c/b/. Nam æqualis est g/k/eidē a/c, per eandem trigesimamquartā primi. Et quoniam æquum est h/f/supplementū



Hoc theorema à nōnullis aliter demonstrat: sed hæc demonstratio est omniū clarissima.

ipſi c/k, per quadrageſimamtertiam primi: & c/ k/ id quod ſub a/ c/ & c/ b, nam ipſi a/c/ oſtenſa eſt æqualis c/ g. Rectangula igitur c/ k/ & h/f, æqua ſunt ei, quod bis ſub ſegmentis comprehenditur, rectangulo. Oſtenſum eſt autem a/g/ & g/e/ quadrata, eis fore æqualia/ quæ ab eiſdem ſegmentis fiunt quadratis. Et a/g/ igitur & g/e, vnà cum c/k/ & h/f, æqualia ſunt quadratis quæ fiunt ex ſegmētis, & ei quod bis ſub ſegmentis comprehenditur rectangulo. Eiſdem porrò a/g, g/e, c/k, & h/f, æquum eſt quadratum a/b/d/e, ex ipſa a/b/ deſcriptum: nempe totum ſuis partibus integralibus. Quod igitur ex tota a/b/ fit quadratum: æquum eſt quadratis quæ fiunt ex a/c/ & c/b/ ſegmentis, & ei quod bis ſub eiſdem ſegmentis comprehenditur rectangulo. Quod fuerat demonſtrandum.

Corollarium.

¶ Parallelogramma igitur, quæ circa quadrati dimetientem cōſiſtunt, fore itidem quadrata: relinquitur manifeſtum.

Θεώρημα ε, Πρόθεσις ε.

Ἐὰν εὐθεῖα γραμμὴ τμηθῇ εἰς ἴσα καὶ ἄνισα, τὸ ὑπὸ τῶν ἀνίσων τῆς ὅλης τμημάτων περιεχόμενον ὀρθογώνιον μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς μεταξὺ τῶν τομῶν τετραγώνου, ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ἡμισείας τετραγώνῳ.

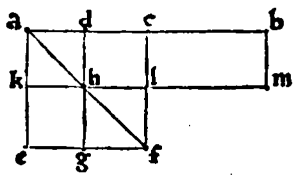
Theorema 5, Propoſitio 5.

5 SI recta linea ſecetur in æqualia, & non æqualia: rectangulum comprehenſum ab inæqualibus ſectionibus totius, vnà cum quadrato quod à medio ſectionum, æquum eſt ei quod à dimidia fit quadrato.

ORONTIVS. ¶ Sit rurſum a/b/ linea recta: quæ bifariam ſecetur in puncto c, atque in non æqualia, in puncto d. Aio quod ſub a/d/ & d/b/ comprehenſum rectangulū, vnà cum eo quod ex d/c/ quadrato: æquum eſt ei, quod ex a/c/ dimidia fit quadrato. Deſcribatur ergo ex a/c, quadratum a/c/e/f: per quadrageſimamſextam primi. & connectatur dimetiens a/f, per primum poſtulatum. per punctum inſuper d, vtrique a/e/ & c/f/ parallela ducatur d/g, ſecans a/f/ dimetientem in puncto h. Rurſum per datum pūctum h, ducatur k/l/m, ipſis a/b/ & e/ f/ parallela: per trigeſimā primam ipſius primi. tandem per pūctum b, ipſis a/k/ & c/l/ parallela ducatur b/m: per eandem trigeſimamprimam primi. His ita conſtructis, quoniam ſupplementum g/k, æquum eſt ſupplemēto d/l, per quadrageſimā tertiam ipſius primi: addatur commune a/h. totum ergo a/g, toti a/l/ rectangulo, per ſecundam communem ſententiā erit æquale. At c/m/ eidem a/l/ eſt æquale, per trigeſimāſextā eiuſdē primi: ſunt enim in baſibus æqualibus a/c/ & c/b, & in eiſdem parallelis a/b/ & k/m. Et a/g/ igitur ipſi c/m, per primam communem ſententiam eſt æquale. Addatur rurſum commune rectangulum d/l. Et d/m/ igitur rectangulum, per eandem ſecundā cōmunem ſententiam, æquabitur gnomoni g/a/l. Atqui d/m/ rectāgulum æquum eſt ei quod ſub a/d/ & d/b/ continetur: quadratum eſt enim a/h, per corollarium quartæ propoſitionis huius: & æqualis propterea a/d/ ipſi d/h, ſub qua & d/b, ipſum d/m/ cōprehenditur rectangulū. Quod igitur ſub a/d/ & d/b/ continetur rectangulum, æquum eſt gnomoni g/a/l. Addatur tandem commune quadratum h/f. Comprehenſum igitur ſub a/ d/ & d/ b/ rectangulum, vnà cum quadrato h/f, æquum eſt gnomoni g/a/l, atque ipſi quadrato h/f. Quadratū porrò h/f, æquum eſt ei quod ſub d/c/ medio ſectionum: fit enim ex h/l, quæ ipſi d/c, per trigeſimāquartā primi eſt æqualis. Quod igitur ſub a/d/ & d/b/ cōtinetur rectangulū,

Cōſtructio figuræ.

Demōſtratio theorematis.



vnà cum quadrato quod ex d/c, æquum est gnomoni g/a/l, atque ipsi quadrato h/f. Ipsis demum g/a/l/gnomoni & quadrato h/f, æquum est a/c/e/f, quod à dimidia a/c/descriptum est quadratum. Rectangulum igitur comprehẽsum sub a/d/ & d/b/ inæqualibus sectionibus, vnà cum quadrato quod à medio sectionũ d/c, æquum est ei quod ex a/b/dimidia fit quadrato. Si recta igitur linea, & quæ sequũtur reliqua: vt in theoremate. Quod ostendendum susceperamus.

Θεώρημα ϛ, Πρόθεσις ϛ.

Ἐὰν εὐθεῖα γραμμὴ τμηθῇ δίχα, προστεθῇ δέ τις αὐτῇ εὐθεῖα ἐπ' εὐθείας, τὸ ἀπὸ τῆς ὅλης σὺν τῇ προσκειμένῃ, καὶ τῆς προσκειμένης περιεχόμενον ὀρθογώνιον, μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς ἡμισείας τετραγώνου, ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς συγκειμένης ἔκ τε τῆς ἡμισείας καὶ τῆς προσκειμένης ὡς ἀπὸ μιᾶς ἀναγραφέντι τετραγώνῳ.

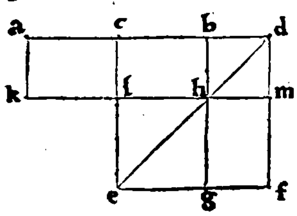
Theorema 6, Propositio 6.

SI recta linea bifariam secetur, adijciatúrque ei aliqua recta linea in rectum: rectangulum comprehensum sub tota cum apposita & apposita, vnà cum quadrato quod fit à dimidia, æquum est ei quod ex coniecta ex dimidia & apposita, tãquàm ex vna descripto quadrato. 6

ORONTIVS. ¶Esto a/b/linea recta, secta bifariã in puncto c: cui recta quædam linea b/d/in directum adijciatur. Dico, quod sub a/d, & d/b/ comprehensum rectãgulum, vnà cum eo quod ex c/b/quadrato: æquũ est quadrato quod ex c/d. Fiat enim ex c/d/quadratum c/d/e/f, per quadragesimamsextam primi: & connectatur e/d/per primum postulatum. Per punctum insuper b, vtrique c/e/& d/f, per trigesimamprimam eiusdem primi, parallela ducatur b/g, quæ secet dimetientem e/d/in puncto h. Rursum per punctum h, ducatur k/l/m, ipsis a/d/& e/f/parallela: necnon per a/punctũ, vtriq; c/l/& d/m/ parallela a/k, per eandem trigesimamprimam primi. Cùm igitur a/c/ æqualis sit ipsi c/b/per hypothesin, & a/d/ipsi k/m/parallela: æquum est a/l/parallelogrammum, ipsi c/h/parallelogrammo, per trigesimamsextam primi. Eidem porrò c/h, æquum est h/f/ supplemẽtum: per quadragesimamtertiam eiusdem primi. Et a/l/ igitur ipsi h/f, per primam communem sententiam est æquale. Addatur vtrique æqualium commune c/m. totum igitur a/m/ rectangulum, gnomoni l/d/g, per secundam communem sententiam æquabitur. Atqui a/m/ est æquale ei, quod sub a/d/ & d/b/ comprehenditur rectangulo: continetur enim sub a/d/& d/m, quæ est æqualis ipsi d/b, nam b/m/ quadratũ est, per corollarium quartæ huius secundi. Comprehensum igitur sub a/d/& d/b/rectangulum, æquum est gnomoni l/d/g. commune rursum addatur l/g, quod per idem corollarium quartæ huius est quadratum. Quod igitur sub a/d/& d/b/cõtinetur rectangulum, vnà cum l/g/quadrato: æquũ est gnomoni l/d/g, & eidem quadrato l/g. Ipsis porrò gnomoni l/d/g, & quadrato l/g: æquum est c/d/e/f/ quadratum. & quadratum l/g, æquũ est ei quod ex c/b: est enim l/h/(ex qua fit ipsum l/g/ quadratum) æqualis ipsi c/b, per trigesimamquartã primi. Rectangulũ igitur sub a/d, hoc est sub tota a/b/cum adposita b/d, & ipsa b/d/adposita comprehensum, vnà cum quadrato quod fit à dimidia c/b: æquũ ei est quod fit ex c/d, hoc est ex dimidia c/b, & adposita b/d, tanquàm ex vna descripto quadrato. Quod demonstrare fuerat operæpretium.

Figuræ compositio.

Ostensionis deductio.



Θεώρημα ζ, Πρόθεσις ζ.

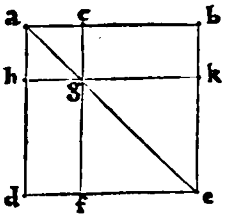
Ἐὰν εὐθεῖα γραμμὴ τμηθῇ ὡς ἔτυχε, τὸ ἀπὸ τῆς ὅλης καὶ ἀφ᾽ ἑνὸς τῶν τμημάτων τὰ συναμφότερα τετράγωνα ἴσα ἐστὶ τῷ τε δὶς ὑπὸ τῆς ὅλης καὶ τοῦ εἰρημένου τμήματος περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ, καὶ τῷ ἀπὸ τοῦ λοιποῦ τμήματος τετραγώνῳ.

Theorema 7, Propositio 7.

7 SI recta linea ſecetur vtcunque: quod à tota & ab vno ſegmentorum vtraque fiunt quadrata, æqualia ſunt rectangulo comprehenſo bis ſub tota & dicto ſegmento, & ei quod à reliquo ſegmento fit quadrato.

ORONTIVS. ¶ Data enim recta linea a/b, vtcunq; ſecetur in puncto c. Aio ex tota a/b, & vno ſegmentorũ, vtpote a/c, vtraq; deſcripta quadrata: æqualia fore ei, quod bis ſub a/b/ & a/c/ cõtinetur rectangulo, & ei quod ex c/b/ fit quadrato. Ex ipſa enim a/b, deſcribatur quadratum a/b/d/e, per quadrageſimamſextam primi: & connectatur a/e/ dimetiens, per primum poſtulatum. Per punctum deinde c, ducatur c/f/ ipſis a/d/ & b/e/ parallela, ſecans a/e/ dimetientem in g. & per idem punctũ g, vtrique a/b/ & d/e/ parallela rurſum ducatur h/k: per trigeſimamprimam primi. Figuræ præparatio.

Erunt igitur h/c/ & f/k/ parallelogramma, circa dimetientem a/e/ cõſiſtentia, quadrata: per quartæ huius corollarium. Et quoniam c/k/ & h/f/ ſupplementa, ſunt per quadrageſimamtertiam ipſius primi adinuicem æqualia. addatur vtrique, commune quadratum h/c. Totum igitur a/k, toti a/f, per ſecundam communem ſententiam erit æquale. Eſt autem a/k/ æquum ei quod ſub tota a/b, & ſegmento a/c/ continetur rectangulo: nam a/c, ipſi a/h, per quadrati diffinitionem eſt æqualis. Rectangulis itaque a/k/ & a/f/ æquum eſt id, quod bis ſub a/b/ & a/c/ continetur rectangulum. Eiſdẽ porrò a/k/ & a/f/ rectangulis, æquatur gnomon f/a/k, & quadratũ inſuper h/c (bis enim cum ipſis a/k/ & a/f/ rectangulis, includitur quadratum h/c) gnomon igitur f/a/k, vnà cũ quadrato h/c, æqualis eſt ei quod bis ſub a/b/ & a/c/ comprehẽditur rectangulo. Addatur rurſum cõmune quadratum f/k. Gnomon igitur f/a/k, vnà cum quadratis h/c/ & f/k: ei quod bis ſub a/b/ & a/c/ cõtinetur rectangulo, & ipſi quadrato f/k/ eſt æqualis. Atqui f/a/k/ gnomoni, & quadrato f/k: æquum eſt a/b/d/e/ quadratum. Igitur quadratum a/b/d/e, vnà cum quadrato h/c: æquum eſt cõprehenſo bis ſub a/b/ & a/c/ rectangulo, & ipſi f/k/ quadrato. Sed a/b/ d/e/ quadratũ, ex tota a/b/ deſcriptũ eſt. & h/c/ quadratum, id quod ſub a/c/ ſegmento. f/k/ autem æquale ei, quod fit ex reliquo ſegmento c/b: fit enim ex g/k, quæ ipſi c/b, per trigeſimamquartã primi eſt æqualis. Quod igitur ex tota a/b/ & ſegmento a/c/ vtraq; fiunt quadrata: æqualia ſunt rectangulo comprehenſo bis ſub tota a/b, & dicto ſegmẽto a/c, & ei quod ſub reliquo ſegmento c/b/ fit quadrato. Si recta igitur linea: &c. vt in theoremate. Quod oportuit oſtendiſſe. Demõſtratio theorematis.



Θεώρημα η, Πρόθεσις η.

Ἐὰν εὐθεῖα γραμμὴ τμηθῇ ὡς ἔτυχε, τὸ τετράκις ὑπὸ τῆς ὅλης καὶ ἑνὸς τῶν τμημάτων περιεχόμενον ὀρθογώνιον μετὰ τοῦ ἀπὸ λοιποῦ τμήματος τετραγώνου, ἴσον ἐστὶ τῷ τε ἀπὸ τῆς ὅλης καὶ τοῦ εἰρημένου τμήματος, ὡς ἀπὸ μιᾶς ἀναγραφέντι τετραγώνῳ.

Theorema 8, Propositio 8.

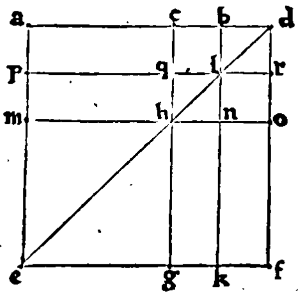
8 SI recta linea ſecetur vtcunque: rectangulum comprehenſum quater ſub tota & vno ſegmentorum, cũ eo quod ex reliquo

ſegmento eſt quadrato,æquum eſt ei quod fit ex tota & prædicto ſegmento tanquam ab vna deſcripto quadrato.

ORONTIVS. ¶ Eſto a/b/recta linea,vcunque ſecta in puncto c. dico quòd rectangulum quater ſub tota a/b,& vno ſegmentorū,vtpote b/c/comprehenſum,vnà cum quadrato quod fit ex a/c:æquum eſt ei,quod ex a/b/& eodem ſegmento b/c, tanquam ab vna deſcribitur quadrato. Producatur enim a/b/in directum verſus d,per ſecundum poſtulatum:& ponatur b/d/æqualis ipſi b/c,per tertiam primi. Ex a/d/ autem deſcribatur quadratū a/d/e/f, per quadrageſimamſextam eiuſdem primi:& connectatur dimetiens e/d,per primum poſtulatum.Per trigeſimamprimam deinde ipſius primi,per c/& b/puncta,ipſis a/e/& d/f/parallelæ ducātur c/g/& b/k, dimetiētem e/d/ſecantes in pūctis h,l:& per eandem trigeſimāprimam,per puncta h/& l,ipſis a/d/& e/f/parallelæ rurſum ducantur m/n/o/& p/q/r. Et quoniam per conſtructionem c/b/ipſi b/d/eſt æqualis:& q/l/ipſi c/b,necnon l/r,ipſi b/d,per trigeſimamquartam primi.Eſt igitur q/l/æqualis ipſi l/r, per primam communem ſententiam:quæ enim æqualibus æqualia ſunt,ea ſunt æqualia adinuicem.& h/n/cóſequenter,ipſi n/o/itidem concludetur æqualis.Parallelogrammum itaque b/r/æquū eſt ipſi c/l,& proinde q/n/ipſi l/o/parallelogrammo æquale,per trigeſimamſextam ipſius primi: ſunt enim b/r/ & c/l/in æqualibus baſibus, ac in eiſdem parallelis conſtituta,ſimiliter & q/n/ atque l/o.Atqui c/l/& l/o/ſupplemēta eorum quæ circa dimetientem h/d/ſunt parallelogrammorum, per quadrageſimamtertiam eiuſdem primi æqualia ſunt adinuicem. Igitur b/r/& q/n/parallelogramma, æquis ſunt æqualia parallelogrammis:& æqua propterea adinuicē,per eandem primam communem ſententiam. Quatuor igitur b/r,c/l,l/o,& q/n,ſunt adinuicem æqualia: & quadrupla conſequenter ipſius c/l. Inſuper quoniam b/r/& q/n/parallelogrāma,per corollarium quartæ huius ſunt quadrata:æqualis eſt b/l/ipſi b/d,& q/h/ipſi q/l,per ipſius quadrati diffinitionem.Eidem porrò b/d/æqualis eſt c/b,per cóſtructionem:& b/l/ igitur ipſi c/b,per primā communem ſententiā eſt æqualis.Ipſi rurſum c/b/æqualis eſt q/l,necnon c/q/ipſi b/l/æqualis, per trigeſimamquartam primi:& c/q/igitur ipſi q/l,per eandem cómunem ſententiā eſt æqualis.at q/h,eidem q/l/æqualis præoſtenſa eſt:& c/q/igitur,ipſi q/h,per ipſam primam communē ſententiam eſt æqualis.Patuit autē,quòd & h/n/ipſi n/o/itidem æqualis eſt. Parallelogrammum igitur a/q/ipſi p/h,necnon h/k/ipſi n/f/,per trigeſimamſextā primi coæquatur:ſunt enim a/q/& p/h/in baſibus æqualibus/ac in eiſdē parallelis,ſimiliter & h/k/atq; n/f/ conſtituta. Ipſa verò p/h/& h/k/ſunt rurſum adinuicē æqualia,per quadrageſimātertiam ipſius primi:nempe ſupplementa eorū,quæ circa dimetientē e/l/ſunt parallelogrammorum.Et a/q/igitur & n/f/ parallelogramma,æqualibus ſunt æqualia parallelogrāmis:& æqualia propterea adinuicē,per primā communē ſententiā. Quatuor igitur a/q,p/h,h/k,& n/f, æqualia ſunt adinuicem: & quadrupla conſequenter ipſius a/q/parallelogrāmi.Oſtenſum eſt autem,ꝙ & b/r,c/l,l/o, & q/n, quadruplū ſunt ipſius c/l.Octo igitur parallelogrāma,m/d/g/gnomonē conſtituentia,quadruplum efficiunt totius a/l/parallelogrāmi.Eſt autē a/l/ parallelogrāmū,ei quod ſub a/b/& b/c/cótinetur rectangulo æquale:nam b/l,ipſi b/c,æqualis oſtēſa eſt.Rectangulum igitur quater ſub a/b/& b/c/cóprehenſum,æquum eſt gnomoni m/d/g.Addatur commune quadratum m/g.Quater igitur ſub a/b/& b/c/comprehenſum rectangulū,vnà cū quadrato m/g:æquatur gnomoni m/d/g,& eidem m/g/ quadrato.

Figurę cōſtructio.

Demōſtratio theorematis.



Ipſis porrò gnomoni m/d/g,& quadrato m/ g: æquum eſt quadratũ a/d/e/f.Comprehẽſum igitur quater ſub a/b/& b/d/rectangulũ,vnà cum quadrato m/g:æquum eſt,per primam communem ſententiam,ipſi quadrato a/d/e/f.Atqui m/g/quadratum æquum eſt ei, quod ex a/c: fit enim ex m/h, quæ eidem a/c, per trigeſimamquartam primi,eſt æqualis.Quadratum autẽ a/d/e/f, æquum eſt ei,quod ex a/b/& b/c/tanq̃ ex vna deſcribitur quadrato:data eſt enim b/d,ipſi b/c/æqualis. Si recta igitur linea a/b,ſecetur vtcunque in puncto c:rectangulum comprehenſum quater ſub tota a/b/& ſegmento b/c, cum eo quod ex reliquo ſegmento a/c/ eſt quadrato, æquum eſt ei quod fit ſub tota a/b,& prædicto ſegmento b/c/,tanquam ex vna deſcripto quadrato.Quod demonſtrare fuerat operæpretium.

Θεώρημα θ, Πρότασις θ.

Ἐὰν εὐθεῖα γραμμὴ τμηθῇ εἰς ἴσα καὶ ἄνισα, τὰ ἀπὸ τῶν ἀνίσων τῆς ὅλης τμημάτων τετράγωνα, διπλάσιά ἐστι τοῦ τε ἀπὸ τῆς ἡμισείας καὶ τοῦ ἀπὸ τῆς μεταξὺ τῶν τομῶν τετραγώνου.

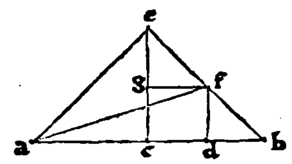
Theorema 9, Propoſitio 9.

9 SI recta linea ſecetur in æqualia & nõ æqualia:quæ ab inæqualibus totius ſegmenti fiunt quadrata,dupla ſunt eius quod à dimidia,& eius quod à medio ſectionum fit quadratorum.

ORONTIVS.¶Secetur enim a/b/recta bifariam,in puncto c:& in non æqualia,in d.Aio quòd deſcripta ex a/d/& d/b/quadrata,dupla ſunt eorum quæ ex a/c/& c/d fiunt quadratorum. A dato enim puncto c, datæ rectæ lineæ a/b, recta linea c/e/ad rectos excitetur angulos,per vndecimã primi:& vtrique ipſarum a/c/& c/b/ ponatur æqualis,per tertiã eiuſdem primi.Connectãtur deinde a/e/& e/b, per primũm poſtulatũ.Per punctũ inſuper d,ipſi c/e/ducatur parallella d/f: atq; per punctum f,ipſi a/b/parallela ducatur f/g,per trigeſimamprimã ipſius primi.connectatur tandem a/f, per idem primũ poſtulatum. Cùm igitur a/c/ſit æqualis ipſi c/e: erit per quintam primi, angulus c/a/e,æqualis angulo a/e/c. Et quoniam trianguli e/a/c/tres anguli,ſunt æquales duobus rectis,per trigeſimamſecundam ipſius primi,rectus eſt autẽ qui ad c:reliqui igitur anguli c/a/e/& a/e/c,vni recto ſunt æquales.ſunt autẽ æquales adinuicem,vterque igitur c/a/e/& a/e/c,recti dimidius eſt.Et proinde vterq; eorũ qui ad baſin e/b, iſoſcelis e/c/b, dimidius eſt recti.Itaq; totus

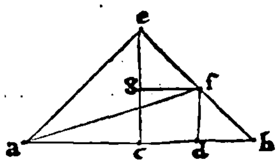
Vt conſtruenda figura.

Primus demõſtratiõis progreſſus.



a/e/b/angulus,rectus eſt.Rurſum,quoniam e/g/f/trianguli tres anguli,binis rectis ſunt æquales,per eandẽ trigeſimamſecũdam primi. rectus eſt autem qui ad g: nam æqualis interiori & oppoſito ad eaſdem partes,qui ad c, per vigeſimamnonam primi.dimidius item recti eſt,qui ſub g/e/f.Reliquus igitur qui ſub e/f/g, recti itidem eſt dimidius.Ambo igitur eidem,vtpote dimidio vnius recti,ſunt æquales:& æquales propterea adinuicem,per primam communem ſententiam.Et latus conſequenter e/g,lateri g/f/æquale,per ſextã primi.Haud diſſimili via,latus f/d,lateri d/b/cócluditur æquale. His ita præoſtenſis,quoniam a/c/æqualis eſt ipſi c/e:æquũ eſt quadratũ quod fit ex a/c,ei quod ex c/e/fit quadrato:per corollariũ quadrageſimæſextæ ipſius primi.Eis porrò quæ ex a/c/ & c/e/fiunt quadratis,æquũ eſt quod ex a/e/ deſcribitur, per quadrageſimamſeptimam eiuſdem primi:& propterea duplũ eius quod fit ex a/c. quod enim binis æqualibus eſt æquale,alterutrius æqualiũ duplum eſt. Item quoniam æqualis eſt e/g/ipſi g/f:æquum eſt rurſum per idem corollariũ, deſcriptum ex e/g/quadratum,ei quod fit ex g/f. Eiſdem porrò quadratis quæ ex e/g/& g/f,æquum eſt quod fit ex e/f, per eandem penultimam primi.Duplum eſt

Secũd⁹ & pricipalis proceſſus demõſtrationis.



igitur quod ex e/f/quadratum, eius quod ex g/f/describitur. Atqui g/f/ipsi c/d/est æqualis, per trigesimãquartam primi: & ab æqualibus rectis, æqualia describuntur quadrata, per corollariũ ipsius quadragesimæsextæ primi libri. Quod igitur ex e/ f/ quadratum, duplum est eius quod fit ex c/ d. Ostensum est autem, descriptũ ex a/e/quadratum, duplum fore eius quod ex a/c. Descripta igitur ex a/e/& e/f/ quadrata, dupla sunt eorum quæ ex a/c/ & c/d/ fiunt quadratorum. Eis porrò quæ ex a/e/& e/f/quadratis, æquum est id quod ex a/f/describitur, per quadragesimamseptimam primi: rectus est enim angulus a/e/ f. Descriptũ igitur ex a/f/ quadratum, duplum est eorum quæ ex a/c/& c/d/ fiunt quadratorum. Ei rursum quod ex a/f/ describitur quadrato, æqua sunt quæ ex a/d/& d/f/quadrata, per eandem quadragesimamseptimam primi: rectus est enim angulus qui ad d, per vigesimamnonã ipsius primi. Quæ igitur ex a/d/& d/f/ vtraq; quadrata, dupla sunt eorum quæ ex a/c/& c/d/fiunt quadratorũ. Atqui d/f/æqualis est ipsi d/b: & ab æqualibus lineis, æqualia describũtur quadrata, per allegatũ quadragesimæsextæ primi corollariũ. Descripta igitur ex a/d/& d/b/ quadrata, eorũ quæ ex a/c/& c/d/fiunt quadratorũ dupla sunt. Si recta igitur linea: &c. vt in theoremate. Quod ostendendum susceperamus.

Θεώρημα ι, Πρότασις ι.

Ἐὰν εὐθεῖα γραμμὴ τμηθῇ δίχα, προστεθῇ δέ τις αὐτῇ εὐθεῖα ἐπ' εὐθείας, τὸ ἀπὸ τῆς ὅλης σὺν τῇ προσκειμένῃ καὶ τὸ ἀπὸ τῆς προσκειμένης τὰ συναμφότερα τετράγωνα, διπλάσιά ἐστι τοῦ τε ἀπὸ τῆς ἡμισείας καὶ τοῦ ἀπὸ τῆς συγκειμένης, ἔκ τε τῆς ἡμισείας καὶ τῆς προσκειμένης, ὡς ἀπὸ μιᾶς ἀναγραφοῦντος τετραγώνου.

Theorema 10, *Propositio* 10.

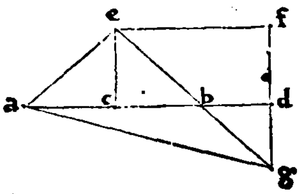
SI recta linea secetur bifariã, apponatur autẽ ei quæpiã recta linea in rectum: quod ex tota cum apposita, & quod ex apposita vtraq; quadrata, dupla sunt eius quod ex dimidia, & eius quod ex adiacẽte dimidia & adiuncta, tanq̃ ex vna descriptorũ quadratorũ. 10

ORONTIUS. ¶Data enim a/b/recta linea, bifariam secetur in c: addatúrq; ei in directum recta quædam linea b/d. Aio quòd ex a/d/& d/b/vtraque quadrata, dupla sunt eorum quæ ex a/c/& c/d/fiunt quadratorum. Excitetur enim per vndecimam primi, à puncto c/datæ rectæ lineæ a/d, ad angulos rectos c/e: ponatúrque vtriq; a/c/& c/b/æqualis, per tertiam ipsius primi. connectantur deinde a/ e/ & e/b, per primũ postulatum. Et per e/punctum, ipsi a/d/parallela ducatur e/ f: necnon & per punctum d, ipsi c/e/parallela/d/f, per trigesimamprimam eiusdem primi. In parallelas igitur c/e/& d/f, recta linea incidens e/f, interiores & ad easdem partes angulos c/e/f/& e/f/d, binis rectis per vigesimamnonam primi, efficit æquales. Atqui b/e/f/angulus, minor est ipso c/e/ f: duo itaque anguli b/e/f/& e/f/d, à recta e/f, in b/e/& d/f/rectas incidente causati, binis rectis sunt minores. Productæ igitur e/b/ & f/d, ad partes b, d, tandem concurrent, per quintum postulatum. Producãtur igitur, per secundum postulatũ: & conueniant in puncto g. & connectatur a/g, per primum postulatum. Cùm igitur a/c/sit æqualis ipsi c/e: erit per quintam primi angulus c/a/e/æqualis angulo a/e/c. Et quoniam trianguli e/a/c/tres anguli, binis sunt rectis æquales, per trigesimamsecundam primi: rectus est autem, qui ad c. Reliqui igitur c/a/e/& e/a/c/anguli, vni recto sunt æquales: qui cùm sint æquales adinuicẽ, vterq; dimidius est recti. Et vterq; propterea c/e/b/& e/b/c, qui ad basin e/ b, isosceles e/c/b, recti dimidius est. Ergo totus a/e/b/angulus est rectus. Insuper, quoniã

Cõstructio figuræ.

Ostẽsio theorematis.

per trigeſimamſecundam primi, trianguli b/d/g/ tres anguli, ſunt æquales duobus rectis: rectus autem eſt qui ad d/ (nam æqualis alterno e/c/d, per vigeſimamnonam primi) & d/b/g/ recti dimidius eſt (æqualis ſiquidem ad verticem poſito c/b/e, per quindecimam ipſius primi) reliquus igitur angulus b/g/d, dimidius itidem eſt recti. Ambo ergo d/b/g/ & b/g/d/ anguli, eidem (hoc eſt dimidio vnius recti) ſunt æquales: & æquales propterea adinuicē, per primam communē ſententiā. hinc b/d/ latus, ipſi d/g/ lateri, per ſextam primi reſpondenter æquatur. Præterea, quoniam e/f/g/ trianguli tres anguli, binis rectis, per eandem trigeſimamſecundam primi, ſunt rurſum æquales: rectus eſt autē qui ad f, (nam æqualis oppoſito qui ad c, per trigeſimamquartam eiuſdem primi) & e/g/f/ recti dimidius eſt. reliquus igitur f/e/g/ dimidius itidem eſt recti. Aequalis igitur eſt angulus f/e/g, ipſi e/g/f, per primam communem ſententiam: & latus conſequenter e/f/ lateri f/g, per ſextam primi æquale. His ita demõſtratis, quoniā æqualis eſt a/c/ ipſi c/e: quod igitur ex a/c/ quadratū, æquum eſt ei quod ex c/e/ fit quadrato, per corollarium quadrageſimæſextæ ipſius primi. Eis porrò quæ ex a/c/ & c/e/ fiunt quadratis: æquū eſt id, quod ex a/e/ deſcribitur, per quadrageſimamſeptimam primi. Quod igitur ex a/e/ fit quadratum, duplum eſt eius quod ex a/c. Item, quoniam æqualis eſt e/f, ipſi f/g: quæ ab ipſis deſcribuntur quadrata, ſunt rurſum adinuicem æqualia. Eiſdem porrò quæ ex e/f/ & f/g/ fiunt quadratis, æquum eſt ex e/g/ deſcriptum quadratum, per eandem quadrageſimamſeptimam primi: rectus eſt enim qui ad f/ angulus. Quod igitur ex e/g/ fit quadratum, duplum eſt eius quod ex e/f. Aequalis autem eſt e/f/ ipſi c/d, per trigeſimamquartā primi: & quæ ab æqualibus rectis deſcribuntur quadrata, æqualia ſunt adinuicem, per ipſum quadrageſimæſextæ primi corollarium. Quod igitur ex e/g/ fit quadratum, duplum eſt eius quod ex c/d. Oſtendimus autem deſcriptū ex a/e/ quadratum, duplū itidem fore eius quod fit ex a/c. Quæ igitur ex a/e/ & e/g/ vtraq; quadrata, dupla ſunt eorum quæ ex a/c/ & c/d/ fiunt quadratorum. Eis autē quæ ex a/e/ & e/g/ fiunt quadratis, æquū eſt rurſum quod ex a/g/ deſcribitur, per ipſam quadrageſimamſeptimam primi: rectus eſt enim a/e/g, angulus. Deſcriptum itaque ex a/g/ quadratum, duplum eſt eorum quæ ex a/c/ & c/d/ fiunt quadratorum. Ei demū quod ex a/g/ fit quadrato, æqualia ſunt quæ ex a/d/ & d/g/ quadrata deſcribuntur, per ſæpius allegatā quadrageſimamſeptimā primi: quoniam a/d/g/ angulus rectus eſt. Ergo deſcripta ex a/d/ & d/g/ quadrata, eorū quæ ex a/c/ & c/d/ fiunt quadratorū dupla ſunt. Aequalis porrò oſtenſa d/b, ipſi d/g: & vnius propterea quadratum, alterius quadrato æquū fore neceſſum eſt. Quod igitur ex tota a/b/ cū adpoſita b/d, & quod ex eadem b/d/ adpoſita vtraq; quadrata: dupla ſunt eius quod ex a/c/ dimidia, & eius quod ex adiacente dimidia c/b/ & adiuncta b/d/ tanquàm ex vna deſcriptorum quadratorum. Quod demonſtrare oportebat.



Demõſtrationis reſolutio.

Πρόβλημα α, Πρόθεσις ια.

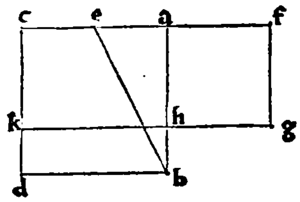
Τὴν δοθεῖσαν εὐθεῖαν τεμεῖν, ὥστε τὸ ὑπὸ τῆς ὅλης καὶ τοῦ ἑτέρου τῶν τμημάτων περιεχόμενον ὀρθογώνιον, ἴσον εἶναι τῷ ἀπὸ τοῦ λοιποῦ τμήματος τετραγώνῳ.

Problema I, Propoſitio II.

11 DAtam rectam lineā ſecare: vt quod ex tota & altero ſegmento comprehenſum rectangulum, æquū ſit ei quod fit ex reliquo ſegmento quadrato.

ORONTIVS. ¶ Eſto recta linea a/b: quam oporteat ita ſecare, vt quod ex tota a/b,& altero ſegmẽto comprehendetur rectangulum, æquum ſit ei quod à reliquo ſegmento fiet quadrato. Ex a/b/igitur,deſcribatur quadratũ a/b/c/d, per quadrageſimamſextam primi.Ipſa poſtmodùm c/a,bifariam ſecetur in puncto e,per decimam ipſius primi.& per primum poſtulatum, connectatur e/ b/ recta. producatur deinde c/a/in rectũ verſus f,per ſecundum poſtulatum:atq; ipſi b/e, ſecetur æqualis e/f,per tertiam primi. Per ipſam rurſum quadrageſimamſextam primi, deſcribatur ex a/f,quadratum a/f/g/h: & per idem ſecundum poſtulatũ,producatur g/h/ directè in k. Secta eſt igitur a/b/in puncto h:idque tali ratione,vt quod ſub a/b/& b/h/comprehenditur rectangulum,æquum ſit ei quod ex a/h/fit quadrato. Recta enim linea c/a/ſecta eſt bifariam in puncto e,cui in rectum adpoſita eſt a/f:comprehenſum igitur ſub c/f/& f/a/rectangulum,vnà cum quadrato quod fit ex e/a,æquũ eſt quadrato quod ex e/ f/ deſcribitur, per ſextam huius propoſitionem. Data eſt autem e/ f/ ipſi e/b/æqualis:& quæ ab æqualibus rectis quadrata deſcribuntur,ſunt adinuicem æqualia. Comprehenſum igitur ſub c/ f/ & f/ a/rectangulum, vnà cum quadrato quod fit ex e/a: æquum eſt ei quod ex e/b/deſcribitur quadrato. Quadrato rurſum quod fit ex e/ b, æqualia ſunt quæ ex e/a/ & a/b/ deſcribuntur quadrata, per quadrageſimamſeptimam primi.Rectangulum igitur quod ſub c/f/& f/a/continetur, vnà cum eo quod ab e/a/fit quadrato:æquatur eis,quæ ex e/a/& a/b/fiũt quadratis.Auferatur quadratum quod ex e/a/vtrique commune.Reliquum ergo quod ſub c/f/ & f/a/continetur rectangulum: æquum eſt ei quod ex a/b/deſcribitur quadrato,per tertiam cómunem ſententiã.Atqui a/b/c/d/ quadratum eſt id,quod fit ex a/b.& c/g/rectãgulum,æquum ei quod ſub c/f/ & f/a, continetur:æqualis eſt enim f/g/ipſi f/a, ſunt enim eiuſdem quadrati latera. Rectãgulum igitur c/g,æquum eſt quadrato a/b/c/d. Auferatur pars c/h, vtriq; communis.Reliquum itaq; rectangulum d/h, reliquo a/g/ quadrato, per eandem tertiam communem ſententiam eſt æquale.Porrò d/h/rectangulum,æquũ eſt ei quod ſub a/b/& b/h ſegmento continetur:eſt enim b/d,ipſi a/b/æqualis, per ipſius quadrati diffinitionem.a/g/ verò, æquum eſt ei quod ex h/a/ reliquo ſegmento fit quadrato: deſcriptum eſt enim ex a/f,quæ ipſi a/h/rurſum æquatur.Compreheſum ergo ſub a/b/& b/h/rectangulum, æquũ eſt ei quod ex a/h/ fit quadrato. Data igitur recta linea a/ b, tali ratione ſecta eſt in puncto h : vt comprehenſum ſub tota a/b, & vno ſegmentorum(vtpote b/h) rectangulum, æquum ſit ei quod ex reliquo ſegmento h/a/fit quadrato.Quod faciendum ſuſceperamus.

Confirmatio problematis.



Θεώρημα ια, Πρόθεσις ιβ.

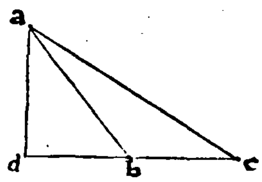
Ἐν τοῖς ἀμβλυγωνίοις τριγώνοις, τὸ ἀπὸ τῆς τὴν ἀμβλεῖαν γωνίαν ὑποτεινούσης πλευρᾶς τετράγωνον, μεῖζόν ἐστι τῶν ἀπὸ τῶν τὴν ἀμβλεῖαν περιεχουσῶν πλευρῶν τετραγώνων, τῷ περιεχομένῳ δὶς ὑπό τε μιᾶς τῶν περὶ τὴν ἀμβλεῖαν γωνίαν, ἐφ' ἣν ἐκβληθεῖσαν ἡ κάθετος πίπτει, καὶ τῆς ἀπολαμβανομένης ἐκτὸς ὑπὸ τῆς καθέτου πρὸς τῇ ἀμβλείᾳ γωνίᾳ.

Theorema 11, *Propoſitio* 12.

IN obtuſiangulis triangulis, quod ab obtuſum angulũ ſubtendente latere fit quadratum,maius eſt eis quæ fiunt ab obtuſum angulum comprehendẽtibus lateribus quadratis : cõprehenſo bis ſub vno eorum, quæ ſunt circa obtuſum angulum, in quod protractũ cadit perpendicularis,& aſſumpto extrinſecus ſub perpendiculari ad obtuſum angulum. 12

ORONTIVS. ❡Sit triangulum obtuſiangulum ſeu amblygonium a/b/c, habẽs obtuſum angulum qui ad b. producatur ergo c/b/latus in rectum verſus d, per ſecundum poſtulatum: & per duodecimam primi, à dato puncto a, in productum latus c/b, perpendicularis ducatur a/d. Aio ꝙ deſcriptum ex a/c/quadratum, eis quæ ex a/b/& b/c/fiunt quadratis, maius eſt, comprehẽſo bis ſub d/b/& b/c/ rectangulo.

Cùm enim recta c/d, vtcunq; ſecta ſit in b: deſcriptum igitur ex d/c/ quadratum, æquum eſt eis quæ ex d/b/& b/c/quadratis, & ei quod bis ſub d/b/& b/c/cõprehenditur rectangulo, per quartam huius ſecundi. His autem æqualibus, addatur cõmune quadratum quod ex a/d. quæ igitur ex a/d/& d/c/vtraq; quadrata, æqua ſunt eis quæ ex a/d, & d/b, & b/c/fiunt quadratis, & bis comprehenſo ſub d/b/ & b/c/rectangulo. Quadratis porrò quæ ex a/d/& d/b, æquum eſt id quod fit ex a/b, per quadrageſimamſeptimam primi: rectus eſt enim angulus qui ad d. Quadrata igitur quæ ex a/d/& d/c, eis quæ fiunt ex a/b/ & b/c/ quadratis ſunt æqualia, & ei quod bis ſub d/b/& b/c/ continetur rectangulo. Quadratis rurſum quæ ex a/ d/ & d/c, æquum eſt quadratum quod ex/a/c, per eandem quadrageſimamſeptimam primi. Quod igitur ex a/ c/fit quadratum, æquũ eſt eis quæ ex a/b/& b/c/ fiunt quadratis, & comprehenſo bis ſub d/b/& b/c/rectangulo. Superat igitur deſcriptum ex a/c/quadratum, ea quæ ex a/b/& b/c/fiunt quadrata: cõprehenſo bis ſub d/b/& b/c/rectãgulo. In obtuſiangulis igitur, ſeu amblygonijs triangulis: & quæ ſequuntur reliqua. Quod oportuit oſtendiſſe. Deductio theorematis.



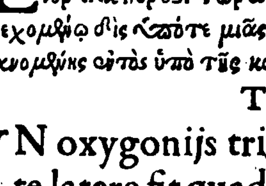
Θεώρημα ιβ, Πρόθεσις ιγ.

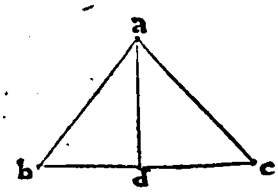
Ἐν τοῖς ὀξυγωνίοις τριγώνοις τὸ ἀπὸ τῆς τὴν ὀξεῖαν γωνίαν ὑποτεινούσης πλευρᾶς τετράγωνον ἔλαττόν ἐστι τῶν ἀπὸ τῶν τὴν ὀξεῖαν γωνίαν περιεχουσῶν πλευρῶν τετραγώνων, τῷ περιεχομένῳ δὶς ὑπό τε μιᾶς τῶν περὶ τὴν ὀξεῖαν γωνίαν ἐφ' ἣν ἡ κάθετος πίπτει, καὶ τῆς ἀπολαμβανομένης ἐντὸς ὑπὸ τῆς καθέτου πρὸς τῇ ὀξείᾳ γωνίᾳ.

Theorema 12, Propoſitio 13.

13 IN oxygonijs triangulis, quod ex acutum angulum ſubtendente latere fit quadratũ, minus eſt eis quæ ex acutum angulũ comprehendẽtibus lateribus fiunt quadratis: comprehenſo bis ſub vno eorum, quæ ſunt circa acutum angulum in quod perpendicularis cadit, & ſumpto intus ſub perpendiculari ad acutum angulũ.

ORONTIVS. ❡Sit datum oxygonium, ſiue acutiangulum triangulum a/b/c, & datus in eo acutus angulus qui ad b. Ducatur itaq; in latus b/c, à puncto a; quod in eo non eſt, perpendicularis a/d: per duodecimam primi. Dico quadratum quod fit ex a/c, minus eſſe eis quæ ex a/b/& b/c/fiũt quadratis, comprehenſo bis ſub c/b/ & b/d/rectangulo. Recta ſiquidem linea b/c, ſecta eſt vtcunq; in pũcto d: quod igitur ex tota c/b/& ſegmento b/d/vtraq; quadrata, æqualia ſunt comprehẽſo bis ſub tota c/ b/& eodem ſegmẽto b/d/ rectangulo, & ei quod ex reliquo ſegmẽto d/c/ fit quadrato: per ſeptimam huius ſecundi. Addatur ipſis æqualibus, cõmune quadratũ quod fit ex a/d: quæ igitur ex c/b/& b/d/& d/a/fiunt quadrata, æqualia ſunt comprehenſo bis ſub c/b/& b/d/ rectangulo, & eis quæ ex a/d/& d/c/fiunt quadratis, per ſecundam communem ſententiã. Eis autem quæ ex b/d/ & d/a/ fiunt quadratis, æquum eſt id quod ex a/ b/ deſcribitur, per quadrageſimamſeptimam primi: rectus Sũmaria theorematis oſteſio.





eſt enim angulus qui ad/ d. Igitur quadrata quæ fiunt ex a/b/& b/c,æqualia ſunt bis ſumpto ſub c/b/& b/d/rectangulo, & eis quæ ex a/ d/ & d/ c/ fiunt quadratis. Eiſdem porrò quæ ex a/d/& d/c/fiunt quadratis,æquũ eſt rurſum id quod ex a/c/deſcribitur,per eandem quadrageſimamſeptimã primi:rectus eſt enim, qui ſub a/d/c/angulus. Quæ igitur ex a/b/& b/c/vtraq; quadrata,æqua ſunt bis comprehenſo ſub c/b/& b/d/rectangulo,& ei quod ex a/c/eſt quadrato. Superatur ergo id quod ex a/c/fit quadratum,ab ijs quæ ex a/b/& b/c/fiunt quadratis,comprehenſo bis ſub c/b/& b/d/rectangulo. In oxygonijs itaq;,vel acutiãgulis triãgulis: &c.vt in theoremate.Quod oſtendere fuerat operæpretium.

Corollarium.

¶Hinc facilè colligitur,huiuſcemodi perpendicularem,in rectãgulis triangulis,neceſſariò coincidere ſuper ipſius trianguli latus,hoc eſt,neq; intra, neq; extra triangulum:in amblygonijs verò extra, & in oxygonijs intra. Non poteſt enim in amblygonijs neq; in oxygonijs,cum ipſo trianguli latere conuenire : obtuſus enim vel acutus angulus,foret æqualis recto,contra vndecimam & duodecimam diffinitionẽ primi.Similiter nec in amblygonijs intra,vel in oxygonijs extra poteſt incidere:tũc enim trianguli exterior angulus, minor eſſet interiore & ex oppoſito,contra decimamſextã ipſius primi.¶Nec te fugiat inſuper, quòd hic de latere oxygonij proponitur triãguli:verum etiam habere,de quocunq; latere angulum acutum tam in rectangulis quàm amblygonijs triangulis ſubtendente.

Notandum.

Πρόβλημα β, Πρόθεσις ιδ.

Τῷ δοθέντι εὐθυγράμμῳ ἴσον τετράγωνον συστήσασθαι.

Problema 2, Propoſitio 14.

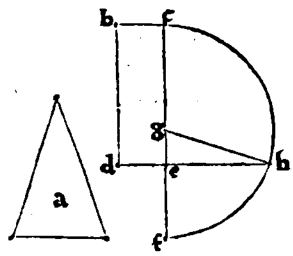
DAto rectilineo,æquum quadratum conſtituere. 14

Vt conſtituẽda figura.

ORONTIVS.¶Eſto datum rectilineũ a:cui oporteat æquale quadratum conſtituere. In primis ergo ipſi a/rectilineo,æquale conſtituatur parallelogrammum rectangulum b/c/d/e:per quadrageſimamquintam primi. Si igitur c/e/& e/d/latera fuerint adinuicem æqualia:conſtabit iam ipſius problematis intentio,erit enim b/c/d/e/parallelogrammum quadratum.At ſi latus c/e/ ipſi e/d/non fuerit æquale,alterum eorum erit maius:eſto maius c/e.Producatur igitur c/e/in rectum verſus f, per ſecundum poſtulatum: detúrque e/f, ipſi e/d/æqualis,per tertiam primi.

Recta inſuper c/f/diuidatur bifariam in puncto g,per decimam eiuſdem primi. Et centro g,interuallo autem g/c/aut g/f,ſemicirculus deſcribatur c/h/f:per tertiũ poſtulatum.Et per ſecundum poſtulatum,producatur d/e/in rectum vſque ad h:& connectatur g/h/recta,per primum poſtulatum. His ita conſtructis,quoniam recta linea c/ f/ ſecta eſt in æqualia in g/ & in non æqualia in puncto e:rectangulum igitur comprehenſum ſub c/ e/ & e/f, vnà cum quadrato quod ex e/ g, æquum eſt ei quod à dimidia g/ f/ deſcribitur quadrato, per quintam huius. Aequalis eſt autem g/ f/ ipſi g/ h, per decimamquintam diffinitionem primi: & ab æqualibus lineis rectis, æqualia deſcribuntur quadrata, per corollarium quadrageſimæſextæ primi.Comprehenſum igitur ſub c/e/& e/f/rectangulum,vnà cum quadrato quod ab e/g:æquum eſt ei quod ex g/h/fit quadrato.Ei porrò quod ex g/h/fit quadrato,

Demõſtratur problema.



æqualia ſunt ea, quæ ex g/e/ & e/h/ deſcribuntur, per quadrageſimamſeptimam primi: rectus eſt enim angulus qui ad e, per decimamtertiam, aut vigeſimamnonam ipſius primi. Comprehenſum igitur ſub c/e/ & e/f/ rectangulum, vnà cum eo quod ex g/e/ fit quadrato: æquum eſt ijs, quæ ab eadem g/e/ & ipſa e/h/ fiunt quadratis. Tollatur id quod ex g/ e/ fit quadratum, vtriſque æqualibus commune. Reliquum igitur rectangulum ſub c/ e/ & e/f/ comprehenſum, æquum erit deſcripto ex e/h/ quadrato: per tertiam communem ſententiam. Ipſi porrò ſub c/e/ & e/f/ comprehenſo rectangulo, æquum eſt b/c/d/e/ parallelogrammum: ipſa enim e/f, data eſt æqualis e/ d. Igitur b/c/d/e/ parallelogrammo, æquum eſt id quod ex e/h/ fit quadratum, per primam communem ſententiam. Eidem rurſum b/c/d/e/ parallelogrammo, æquum eſt datũ a/ rectilineum, per conſtructionem. Per eandem itaque primam communem ſententiã, dato a/ rectilineo: æquũ eſt id quod ex e/h/ fit quadratum. Quod fuerat conſtituendum.

Secundi Libri Geometricorum Elementorum

FINIS.

Orontij Finei Delphinatis, Re-

GII MATHEMATICARVM PROFESSO-ris, In Tertium elementorum Euclidis, Demonſtrationes.

ΕΥΚΛΕΙΔΟΥ ΣΤΟΙΧΕΙΟΝ ΤΡΙΤΟΝ.

Ὅροι.

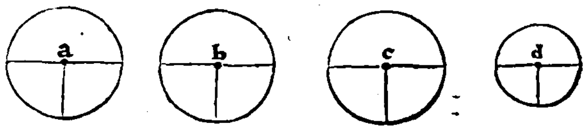
Ἴσοι κύκλοι εἰσὶν, ὧν αἱ διάμετροι εἰσὶν ἴσαι, ἢ ὧν αἱ ἐκ τῶν κέντρων, ἴσαι εἰσίν.

Diffinitiones.

AEquales circuli: ſunt quorũ dimetiẽtes ſunt æqua- 1
les, vel quorum quæ ex centris ſunt æquales.

Circulorũ inæqualiũ contraria diffinitio.

Quales tibi repræſentant ſubſcripti a/ & b/ circuli. Hinc patet circulorum non æqualium diffinitio. quorum enim dimetientes, vel quæ ex centris fuerint inæquales: & ipſi quoque inæquales erunt circuli. Maior autẽ erit, cuius dimetiens, vel quæ ex centro maior: minor verò, cuius dimetiens, vel quæ ex centro minor extiterit. veluti ſunt c/ & d/ circuli: quorum c, maior eſt ipſo d.

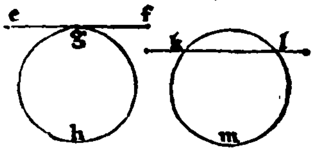


Εὐθεῖα κύκλου ἐφάπτεσθαι λέγεται, ἥτις ἁπτομένη τοῦ κύκλου καὶ ἐκβαλλομένη οὐ τέμνει τὸν κύκλον.

Recta linea circulum tangere dicitur: quæ circulũ tangens & eie- 2
cta, circulum non ſecat.

Quæ circulũ ſecat.

Hanc tibi repræſentat e/f, tangens circulum g/ h, in puncto quidem g. Quæ igitur cadit intra circulum: eiecta, circulum ſecare perhibetur. veluti recta k/ l, quæ datum k/ l/ m/ circulum interſecat.

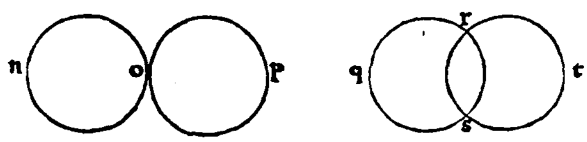


Κύκλοι ἐφάπτεσθαι ἀλλήλων λέγονται, οἵτινες ἁπτόμενοι ἀλλήλων, οὐ τέμνουσιν ἀλλήλους.

Circuli ſeſe tangere adinuicem dicuntur: qui ſeſe inuicem tangẽ- 3
tes, ſe non inuicem ſecant.

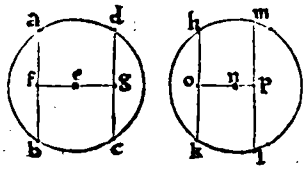
Circuli ſeſe interſecãtes.

Quales eſſe videntur n/o/ & o/p/ circuli, in o/ puncto ſeſe inuicem cõtingentes. Cùm porrò vnius circunferentia, alterius ingreditur circũferentiam: tunc huiuſcemodi circuli, ſeſe dicũtur interſecare. Veluti circuli q/ r/ s, & r/s/t, in punctis quidem r/ & s/ ſe mutuo interſecãtes.



Ἐν κύκλῳ ἴσον ἀπέχειν τοῦ κέντρου εὐθεῖαι λέγονται, ὅταν αἱ ἀπὸ τοῦ κέντρου ἐπ' αὐτὰς κάθετοι ἀγόμεναι ἴσαι ὦσιν. μεῖζον δὲ ἀπέχειν λέγεται, ἐφ' ἣν ἡ μείζων κάθετος πίπτει.

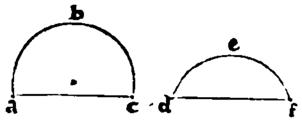
In circulo æqualiter diſtare à centro rectæ lineæ dicuntur: cùm à 4 centro in eas perpendiculares ductæ sunt æquales. Magis autē distare dicitur: in quam maior perpendicularis cadit.



Quemadmodùm in a/b/c/d/circulo, cuius centrum e, existētes lineæ rectæ a/b/& c/d, æqualiter ab eodem centro e/distare censentur: propterea quòd e/f/& e/g/perpendiculares, sunt inuicem æquales. In circulo porrò h/k/l/m, cuius cētrum n, h/ k/ plus distare dicitur à centro n, quàm l/ m: quoniam perpendicularis n/o, maior est n/p.

Τμῆμα κύκλου ἐστὶ τὸ περιεχόμενον σχῆμα, ὑπό τε εὐθείας καὶ κύκλου περιφερείας.

5 Sectio circuli: est figura comprehēsa sub recta linea, & circuli circunferentia.



In exemplum habes a/b/c/& d/e/f/circulorum sectiones: sub rectis a/ c/ & d/ f, & a/ b/ c/ atque d/ e/ f/ circunferentijs comprehensas. Quarum a/ b/ c/ centrum includens, maior est ipsa d/e/f/ extra centrum constituta. Sectio, maior minor.

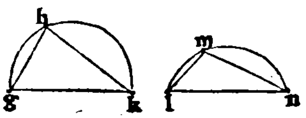
Τμήματος δὲ γωνία ἐστὶν, ἡ περιεχομένη ὑπό τε εὐθείας, καὶ κύκλου περιφερείας.

6 Sectionis angulus: est qui sub recta linea, & circuli circunferentia comprehenditur.

Cuiusmodi est angulus b/a/c, antecedentis descriptionis: sub a/c/recta, & a/b/ circunferentia comprehensus. aut e/d/f/angulus, qui sub recta d/f, & d/e/circunferētia continetur. Quos quidem angulos mixtos vocitare solemus: id est, sub recta & curua linea comprehensos. Anguli mixti

Ἐν τμήματι δὲ γωνία ἐστὶν, ὅταν ἐπὶ τῆς περιφερείας τοῦ τμήματος, ληφθῇ τι σημεῖον, καὶ ἀπ' αὐτοῦ ἐπὶ τὰ πέρατα τῆς εὐθείας, ἥτις ἐστὶ βάσις τοῦ τμήματος, ἐπιζευχθῶσιν εὐθεῖαι. ἡ περιεχομένη γωνία ὑπὸ τῶν ἐπιζευχθεισῶν εὐθειῶν.

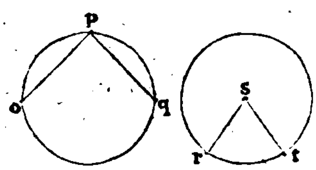
7 In sectione autē angulus est: cùm in circunferentia sectionis contingit aliquod punctum, & ab eo in rectæ lineæ fines, quæ basis est sectionis, rectæ lineæ coniunguntur. Contentus autē angulus, sub coniunctis rectis lineis est.



Quemadmodùm ex subiectę descriptionis angulis g/h/k, & l/m/n, deprehendere licet. A pūcto enim h, in fines ipsius rectę g, k (quæ basis dicitur) rectę lineæ h/g/& h/k/coniunctæ: angulum ipsum g/h/k/in data sectione, & ad punctum h/constituūt. Idem censeto de l/m/n/alterius sectionis angulo.

Ὅταν δὲ αἱ περιέχουσαι τὴν γωνίαν εὐθεῖαι ἀπολαμβάνωσί τινα περιφέρειαν, ἐπ' ἐκείνης λέγεται βεβηκέναι ἡ γωνία.

8 Cùm verò comprehendentes angulum rectę lineæ, aliquam suscipiunt circunferentiam: in illa angulus esse dicitur.



Veluti sunt o/p/& p/q/lineę rectæ, angulū qui ad punctū p/ comprehendentes, & o/p/q/suscipiētes circunferentiā. In ipsa igitur circunferētia o/p/q, comprehensus angulus esse dicitur. Quòd si rectæ lineæ angulum constituētes, ad centrum conueniant circuli: comprehensus tūc angulus in centro dicetur esse circuli, veluti angulus r/s/t, sub rectis r/s/& s/t/ex cētro s/prodeuntibus comprehensus. Angulus in cētro.

Τομεὺς δὲ κύκλου ἐστὶν, ὅταν πρὸς τῷ κέντρῳ αὐτοῦ τοῦ κύκλου σταθῇ ἡ γωνία τὸ περιεχόμενον σχῆμα ὑπό τε τῶν τὴν γωνίαν περιεχουσῶν εὐθειῶν, καὶ τῆς ἀπολαμβανομένης ὑπ' αὐτῶν περιφερείας.

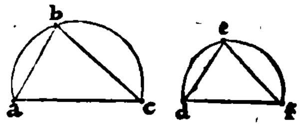
9 Sector autem circuli: est cùm ad centrum circuli steterit angulus,

comprehensa figura sub angulum comprehendentibus rectis lineis, & assumpta sub eis circunferentia.

Cuiusmodi esse videtur figura r/s/t/antecedentis descriptionis, sub rectis lineis r/s/& s/t/ angulum qui ad centrum s, constituentibus, & circunferentia r/t/comprehensa. Differt igitur sector à sectione circuli.

¶Ὅμοια τμήματα κύκλου ἐστὶ, τὰ δεχόμενα γωνίας ἴσας, ἢ ἐν οἷς αἱ γωνίαι ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν.

Similes sectiones circuli: sunt quæ angulos æquos suscipiunt, vel 10
in quibus anguli sibi inuicem sunt æquales.



Vti subiectæ circuli sectiones a/b/c/ & d/e/f: in quibus anguli qui ad b/& e, sunt inuicem æquales. Quanuis itaque circuli sectiones fuerint inæquales, possunt nihilominus esse similes. Nam similitudo sectionum respicit tãtummodò susceptorũ angulorum æqualitatẽ: nõ autem datarum sectionum magnitudinem. quẽadmodùm angulorũ magnitudo, non linearum angulos ipsos comprehendentium quãtitatem: sed earundem linearum solam respicit inclinationem.

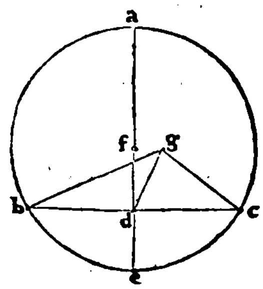
T Πρόβλημα α, Πρόθεσις α.
Τοῦ δοθέντος κύκλου τὸ κέντρον εὑρεῖν.

Problema 1, *Propositio* 1.

DAti circuli, centrum inuenire. I

ORONTIVS. ¶Esto datus a/b/c/circulus: cuius oporteat inuenire centrum. Ducatur in ipso a/b/c/circulo, recta quædam linea b/c: quæ bifariam secetur in d, per decimam primi. Et à puncto d, datæ rectæ lineæ b/c, ad angulos rectos excitetur d/a, per vndecimam eiusdem primi: producatúrque in rectum vsque ad e, per secundum postulatum. Secetur tandem a/e/ bifariam in puncto f, per ipsam decimam primi. Dico, quod f/punctũ, centrum est ipsius dati a/b/c/ circuli. Si enim non fuerit in a/e/linea recta, erit igitur extra eam. esto (si possibile sit) in g: & connectãtur g/b, g/d, & g/c/rectæ, per primum postulatum. Et quoniam b/d, ipsi d/c/est æqualis, & vtrique cõmunis d/g: binæ igitur b/d/& d/g/triãguli b/d/g, duabus g/d/& d/c/ trianguli g/d/c, sunt altera alteri æquales. Basis quoque b/g, basi g/c (si g/foret centrum circuli) per decimãquintam primi diffinitionem esset æqualis. Per octauã igitur ipsius primi, angulus b/d/g, angulo g/d/c/ sub æquis lateribus comprehenso, respondenter æquaretur. Recta itaque linea g/d, incidẽs in rectã b/c, efficeret vtrobique angulos æquales: ergo rectos, per decimam primi diffinitionẽ. Rectus igitur esset b/d/g/ angulus. Atqui b/d/a/ rectus est, per constructionem: suntque recti omnes æquales adinuicem, per quartum postulatum. Et b/d/g/itaque angulus, æquus esset angulo b/d/a: totus videlicet suæ parti, contra nonã communẽ sententiã. Recta enim d/a/cadit inter b/d/& d/g: diuiditque propterea angulum b/d/g. Non est igitur centrũ a/b/c/circuli in g. Haud dissimiliter ostendemus, quod nec alibi quàm in pũcto f. Igitur f/centrũ est dati circuli a/b/c. Quod inueniendũ fuerat.

Demõstratio ab impossibili



Corollarium.

¶Si igitur in circulo recta linea, aliam quandam rectam lineam bifariam, & ad rectos secuerit angulos: in ipsa diuidente erit centrum dati circuli.

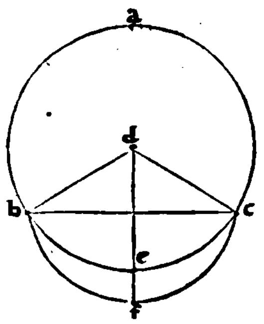
Θεώρημα α, Πρόθεσις β.

ΕΑν κύκλου ἐπὶ τῆς περιφερείας ληφθῇ δύο τυχόντα σημεῖα, ἡ ἐπὶ τὰ αὐτὰ σημεῖα ἐπιζευγνυμένη εὐθεῖα ἐντὸς πεσεῖται τοῦ κύκλου.

Theorema 1, Propositio 2.

2 SI in circuli circunferentia duo fuerint puncta vtcunque contingentia: ad ea puncta applicata recta linea, intra ipsum circulum cadit.

ORONTIVS. ¶Sit a/b/c/circulus:in cuius circunferentia sint b/& c/vtcunq; contingentia puncta. Aio ꝙ cõnexa ex b/in c/recta linea,cadit intra circulum a/b/c. Si enim non cadit intra:coincidit igitur in comprehensam circunferentiam, vel cadit extra circulum.Atqui recta ipsa, cum ipsius circuli circunferētia minimè potest conuenire:non differret enim rectum à curuo.Cadat igitur,si possibile sit,extra circulum a/b/c.& inuento ipsius circuli centro d,per primam huius, susceptóq; pũcto e/in b/c/circũferentia:connectantur d/b,d/e,& d/c/rectæ lineæ,per primum postu- Ostensio rursum per impossibile.



latum: producatúrq; per secundum postulatũ, recta d/e/ in directum vsque ad f,hoc est, in eam quæ extra cadere concessa est.Erunt igitur d/b,d/e,& d/c,adinuicem æquales,per decimamquintam diffinitionem primi: & d/f/insuper maior ipsa d/e,per nonam communem sententiã. Triangulum igitur erit d/b/f/c,atq; isosceles : quoniam d/b/æqualis est ipsi d/c. Vnde per quintã primi, anguli d/b/c/& d/c/b,qui ad basin b/f/c:erunt adinuicem æquales. Triangulũ insuper erit d/b/f,& ipsum b/f/latus,productum in c.exterior igitur angulus d/f/c, maior erit interiore & ex opposito d/ b/ f, per decimamsextam ipsius primi . Ipsi porrò d/b/f/ angulo,ostensus est æqualis d/c/f:& d/f/c/ igitur angulus, ipso d/c/f/ angulo maior erit:quæ enim sunt æqualia eiusdem sunt æquè minora,per septimæ cõmunis sententiæ conuersionem.In triangulo igitur d/c/f,angulus qui ad f,maior erit angulo qui ad c.Omnis porrò trianguli maius latus,sub maiori angulo subtenditur,per decimamoctauam eiusdem primi.maius igitur erit latus d/c, ipso d/f. Ipsi autem d/c, æqualis est d/e,vti nuper ostendimus.Et d/e/igitur maior erit ipsa d/f,minor videlicet maiore,seu pars toto:quod per nonam communem sentẽtiam est impossibile. Non cadit igitur connexa ex b/in c/recta,extra circulum a/b/c, neq; in circunferentiam b/e/c: igitur intra. Quod ostendendum fuerat.

Θεώρημα β, Πρόθεσις γ.

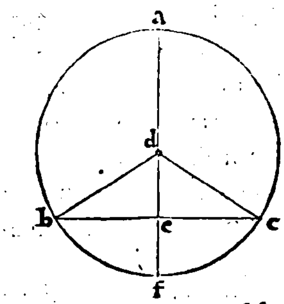
ΕΑν ἐν κύκλῳ εὐθεῖά τις διὰ τοῦ κέντρου, εὐθεῖαν τινὰ μὴ διὰ τοῦ κέντρου δίχα τέμνῃ, καὶ πρὸς ὀρθὰς αὐτὴν τεμεῖ: καὶ ἐὰν πρὸς ὀρθὰς αὐτὴν τέμνῃ, καὶ δίχα αὐτὴν τεμεῖ.

Theorema 2, Propositio 3.

3 SI in circulo recta linea quædam per centrum extensa, quandam non per centrum extensam rectam lineam bifariam secuerit : & ad angulos rectos ipsam dispescet. Et si ad angulos rectos ipsam dispescat:bifariam quoq; ipsam secabit.

ORONTIVS. ¶Sit datus a/ b/c/ circulus, & illius centrum d : recta verò linea per idem centrum extensa sit a/f,quæ aliam quandam rectam lineam b/c/non ductam per centrum, bifariam in primis secet, in puncto e. Aio quòd & ad rectos eam simul dispescit angulos. Connectantur enim d/b/& d/c/rectæ, per primum postulatum. Cùm igitur ex hypothesi recta b/e/sit æqualis e/c, & e/d/vtrinq; communis: binæ igitur b/e/ & e/d/trianguli b/e/d, duabus d/e/& e/c/ trianguli d/e/c/ sunt æquales altera alteri. basis quoq; b/d, basi d/c/est æqualis, per decimamquintã diffinitionem primi. Angulus ergo b/e/d, angulo d/e/c/sub æquis lateribus comprehenso, per octauam ipsius primi, est æqualis. Recta itaq; d/e/consistens super rectã b/c, efficit vtrobiq; angulos adinuicem æquales: ergo rectos, per decimam eiusdem primi diffinitionem. Rectus est igitur vterque angulorum qui sub b/e/ d/ & d/e/c.

Pars secũda conuersa præcedentis.



¶Secet rursum eadem a/f/, datam ipsam b/c/ad rectos angulos. Dico, quòd & bifariam eandem versa vice diuidet. Eadem nanque figuræ manente dispositione, quoniam vterq; angulorum qui circa e/rectus est, per hypothesin: rectangula igitur sunt b/e/d/& d/e/c/triangula. quæ igitur ex b/e/& e/d/vtraq; fiũt quadrata, æqua sunt ei quod ex b/d: similiter & quæ ex d/e/& e/c, ei quod fit ex d/c, per quadragesimamseptimã primi. Quadrata porrò quæ fiunt ex b/d/& d/c, æqualia sunt adinuicem, per quadragesimæsextæ primi libri corollarium: recta enim b/d, ipsi d/c/est æqualis, per decimamquintam ipsius primi diffinitionem. Quæ autem æqualibus æqualia sunt: ea sunt inuicem æqualia, per primam communem sententiam. Quæ igitur ex b/e/ & e/d/fiunt quadrata, æqua sunt eis, quæ ex d/e/& e/c. Tollatur cõmune quadratum quod fit ex e/d: reliquum ergo quadratum quod ex b/e, reliquo quod fit ex e/c, per tertiam communem sententiam est æquale. Aequalia porrò quadrata sunt, quæ ab æqualibus rectis describuntur: per idem corollarium quadragesimæsextæ primi libri. Aequalis est igitur b/e/ipsi e/c. Itaq; si in circulo recta linea quædam: & quæ sequuntur reliqua. Quod demonstrare oportebat.

Θεώρημα γ, Πρόθεσις δ.

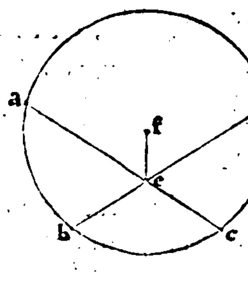
Ἐὰν ἐν κύκλῳ δύο εὐθεῖαι τέμνωσιν ἀλλήλας, μὴ διὰ τοῦ κέντρου οὖσαι, οὐ τέμνουσιν ἀλλήλας δίχα.

Theorema 3, Propositio 4.

SI in circulo binæ rectæ lineæ sese inuicem secuerint non per centrum extensæ: sese inuicem bifariam non secabunt. 4

ORONTIVS. ¶Esto datus a/b/c/d/ circulus: in quo binæ rectæ lineæ a/c/ & b/d, non per centrum extensæ, sese inuicẽ secent in puncto e. Aio quòd altera alteram bifariam non secat in eodem puncto e. Inueniatur enim centrũ dati circuli a/b/c/d, sitq; illud f, per primam huius: & connectatur e/f/recta, per primum postulatum. Si igitur a/e/ipsi e/c/fuerit æqualis: recta e/f/per centrum extensa, eandem a/c/nõ ductam per centrum bifariam secabit, & ad rectos igitur angulos, per tertiam huius. Rectus erit itaq; a/e/f/angulus. Haud dissimiliter si b/e/sit æqualis ipsi e/d: eadem e/f/per centrum educta, ipsam b/d/non per centrum extensam, bifariã & ad rectos quoq; secabit angulos, per eãdem tertiam huius. Rectus erit igitur angulus b/e/f. Atqui rectum itidem fore monstrauimus a/e/ f/ angulum: suntq; recti omnes inuicẽ æquales, per quartum postulatũ. Aequus erit igitur b/e/f/angulus, ipsi angulo a/e/f. Angulus porrò a/e/f, est pars ipsius b/e/f/ anguli: recta siquidem e/a, cadit inter b/e/& e/f/rectas, diuiditq; propterea ipsum angulum b/e/f. Totus itaq; b/e/f/angulus,

Demõstratio ab impossibili



ſuæ parti a/e/f/erit æqualis: quod per nonã cõmunẽ ſententiã eſt impoſſibile. Si in circulo igitur a/b/c/d/binæ rectæ lineæ a/c/& b/d, ſeſe inuicẽ ſecuerint nõ per centrum extẽſæ: ſeſe inuicẽ bifariã non ſecabunt. Quod oſtendere fuerat operæpretiũ.

Θεώρημα δ, Πρόθεσις ε.

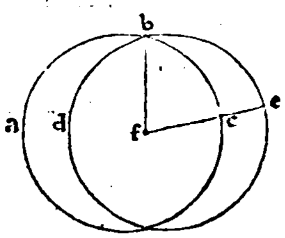
Ἐὰν δύο κύκλοι τέμνωσιν ἀλλήλους, οὐκ ἔσαι αὐτῶν τὸ αὐτὸ κέντρον.

Theorema 4, Propoſitio 5.

5 SI bini circuli ſeſe inuicem ſecuerint: non erit eorum idem centrum.

ORONTIVS. ¶Bini enim circuli a/b/c/& d/b/e, ſeſe inuicem ſecent in duobus punctis, quorum alterum ſit b. Dico quòd ipſorum circulorũ non eſt idem centrum. Si enim fuerit poſſibile, vt idem habeant centrum: eſto illud f. & connectantur f/b/& f/c, per primum poſtulatum: ẽxtẽdãtúrq; per ſecundum poſtulatum, eadẽ f/c/in rectum vſq; ad e. Si igitur f/punctum, fuerit centrũ circuli a/b/c: erit f/c/ipſi f/b/æqualis, per decimamquintam diffinitionem primi. Si idem quoque punctum f, centrum extiterit ipſius d/b/e/circuli: æqualis rurſum erit f/e/eidem f/b, per eandem decimamquintam diffinitionẽ. Binæ igitur f/c/& f/e, eidem f/b/erũt æquales: & æquales propterea adinuicẽ, per primã communẽ ſentẽtiã. Aequalis igitur erit f/e/ipſi f/c. atqui f/c/pars eſt ipſius f/e: totũ igitur eſſet æquale ſuæ parti. Omne porrò totũ eſt ſua parte maius, per nonam communem ſententiam: igitur punctum f, non eſt commune centrum datorum a/b/c/& d/b/e/circulorũ. Si bini itaq; circuli: & quæ ſequũtur reliqua. Quod receperamus oſtendendum.

Oſtenſio rurſum ab impoſſibili.



Θεώρημα ε, Πρόθεσις ς.

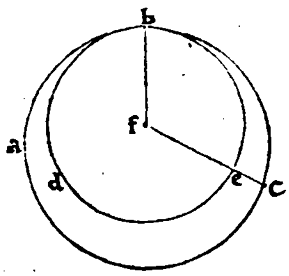
Ἐὰν δύο κύκλοι ἐφάπτονται ἀλλήλων ἐντὸς, οὐκ ἔσαι αὐτῶν τὸ αὐτὸ κέντρον.

Theorema 5, Propoſitio 6.

6 SI duo circuli ſe adinuicem tetigerint: eorum non eſt idem centrum.

ORONTIVS. ¶De circulis potiſſimùm intelligit Euclides, quorum vnus intra aliũ collocatur. Tangãt igitur ſe bini circuli a/b/c/& d/b/e, in pũcto b. Dico rurſum, quòd ipſorum circulorum non eſt idem commune centrum. Si id enim fuerit poſſibile: eſto illud f. & connectantur f/b/& f/e, per primũ poſtulatum: & per ſecundum poſtulatum extendatur in rectum f/e/in punctum c. Si f/igitur punctum, ſit centrum a/b/c/circuli: æqualis erit f/c/ipſi f/b, per decimamquintam diffinitionem primi. Item ſi idem punctũ f, centrum fuerit circuli d/b/e: æqualis rurſum erit f/e/eidem f/b, per eãdem decimamquintam ipſius primi diffinitionẽ. Binæ igitur f/c/& f/e, eidem f/b/erunt æquales: & propterea æquales adinuicem, per primam communẽ ſententiam. Ergo f/c, æqualis erit ipſi f/e. eſt autem f/e, pars ipſius f/c: tota igitur f/c, ſuæ parti f/e/coæquabitur. quod per nonam communẽ ſententiam non videtur eſſe poſſibile. Ergo punctum f, non eſt idem commune centrum eorundem circulorum a/b/c/& d/b/e, intus ſe adinuicem tangentium (nam de ijs qui ſe tangunt extra, per ſe fit manifeſtum) Si duo igitur circuli: &c. vt in theoremate. Quod oportuit oſtendiſſe.

Idem qui prius arguendi modus ab impoſſibili.



Θεώρημα ϛ, Πρόθεσις ζ.

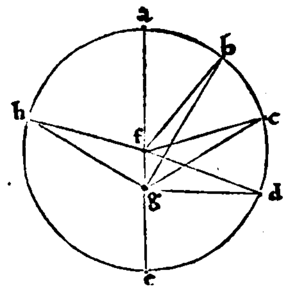
Ἐὰν κύκλου ἐπὶ τῆς διαμέτρου ληφθῇ τι σημεῖον, ὃ μή ἐστι κέντρον τοῦ κύκλου, ἀπὸ δὲ τοῦ σημείου προσπίπτωσιν εὐθεῖαι τινὲς πρὸς κύκλον, μεγίστη μὲν ἔσται ἐφ᾽ ἧς τὸ κέντρον, ἐλαχίστη δὲ ἡ λοιπή. τῶν δ᾽ ἄλλων ἀεὶ ἡ ἔγγιον τῆς διὰ τοῦ κέντρου, τῆς ἀπώτερον μείζω ἐστί. δύο δὲ μόνον εὐθεῖαι ἴσαι ἀπὸ τοῦ αὐτοῦ σημείου προσπεσοῦνται πρὸς τὸν κύκλον, ἐφ᾽ ἑκάτερα τῆς ἐλαχίστης.

Theorema 6, Propositio 7.

SI in diametro circuli aliquod contingat punctum quod minimè circuli centrum sit, ab eóque puncto in circulum quædam rectæ lineæ procidant: maxima erit in qua centrum, minima verò reliqua. aliarum verò, semper propinquior ei quæ per centrum extenditur, remotiore maior est. Duæ autem solùm rectæ lineæ æquales, ab eodem puncto in circulum cadunt, ad vtrasque partes minimæ. 7

ORONTIVS. ¶ Esto datus circulus a/c/e/h, cuius centrum f, dimetiens verò a/f/e, & contingens in eo punctum g, quod non est circuli centrum: procidentes autem ex eodem puncto g/ in ipsius circuli circunferentiam lineæ rectæ, sint g/b, g/c, & g/d. Aio primùm, quod g/a/ est omnium maxima, & g/e/ minima: aliarum porrò, g/b/ ipsi g/a/ propinquior, maior ipsa g/c, atq; g/c/ remotiore g/d/ maior. Connectãtur enim f/b, f/c, & f/d/ rectæ, per primum postulatum. Cùm igitur f/a, ipsi f/b, per decimãquintam diffinitionem primi, sit æqualis, & vtriq; communis f/g: binæ igitur g/f/ & f/a, duabus g/f/ & f/b/ sunt æquales. g/f/ porrò & f/b, maiores sunt ipsa g/b: omnis siquidẽ trianguli bina latera, reliquo sunt maiora quomodocunq; assumpta, per vigesimam primi. Et g/a/ igitur, ipsa g/b/ maior est: quæ enim sunt æqualia, eiusdem sunt æquè maiora, per ipsius sextæ communis sententiæ conuersionem. Item quoniam æqualis est f/b/ ipsi f/c, & g/f/ rursum vtriq; communis: binæ igitur g/f/ & f/b/ trianguli g/f/b, duabus g/f/ & f/c/ trianguli g/f/c, sunt æquales altera alteri. Atqui g/f/b/ angulus, maior est ipso g/f/c/ sub æquis lateribus comprehenso: recta enim f/c, cadit inter f/b/ & f/g, & diuidit propterea ipsum angulum g/f/b. Basis itaq; g/b, basi g/c/ maior est, per vigesimamquartam primi. Simili discursu, g/c/ ipsa g/d/ maior ostendetur. Insuper quoniam f/g/ & g/d/ maiores sunt ipsa f/d, per ipsam vigesimam primi, & æqualis est f/e/ ipsi f/d, per decimamquintam eiusdem primi diffinitionem: igitur f/g/ & g/d, maiores sunt eadem f/e, quæ enim sunt æqualia, eiusdem sunt æquè minora, per septimæ communis sententiæ conuersionem. Tollatur cõmunis f/g: ergo reliqua g/d/ reliqua g/e, per quintam communem sententiam erit maior. Omnium itaq; maxima est g/ a, minima verò reliqua g/e: aliarum porrò, g/b/ maior ipsa g/c, & eadẽ g/c/ ipsa g/d/ itidem maior.

Pars prima theorematis.



Secunda pars

¶ Dico præterea quòd ab eodem puncto g, duæ rectæ lineæ coincidunt æquales, ad vtrasq; partes ipsius g/e/ minimæ: vtpote ipsi g/c, æqualis versus h. Ad datam enim rectã lineam g/f, datúmq; in ea punctum f, dato angulo rectilineo g/f/c: æqualis angulus rectilineus constituatur g/f/h, per vigesimamtertiam primi. connectatur deinde g/h, per primum postulatum. Cùm igitur f/c, ipsi f/h/ sit æqualis, per decimamquintã ipsius primi diffinitionem, & g/f/ vtriq; communis: binæ ergo g/f/ & f/c/ trianguli g/f/c, duabus g/f/ & f/h/ trianguli g/f/h/ sunt altera alteri æquales: & æquos inuicẽ comprehendunt angulos, per cõstructionem. Basis igitur g/c, basi g/h, per quartam eiusdem primi est æqualis. ¶ Aio tandem, quòd ipſi g/c, ab eodem puncto g, alia quàm g/h/non cadet æqualis. Si enim id poſſibile fuerit: aut illa cadet ſupra punctum h, vel infra. Si ceciderit ſupra verſus a: tunc ipſa erit propinquior ei quæ per centrum, vtpote ipſi g/a, ergo maior ipſa g/h/remotiore, per primam partem iam demonſtratam: & maior conſequenter ipſa g/c. Quòd ſi detur incidere infra punctum h, verſus e: tunc ipſa linea, remotior erit ab eadem g/a/quæ per centrum. ergo minor ipſa g/h/propinquiore, per eandem præoſtenſam primam partem: & minor igitur ipſa g/c. Similiter oſtendemus, ꝙ nec ipſi g/h/alia quàm g/c/dabitur æqualis, ab eodem puncto g, & ad partes b/d. De cæteris quibuſcunq;, idem reſpondẽter ſubſequetur. Igitur ſi in diametro circuli aliquod contingat punctũ: & quæ ſequuntur reliqua. Quod demonſtrandum fuerat. Tertia pars.

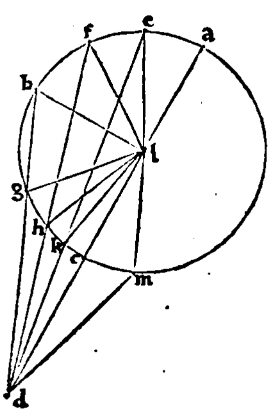
Θεώρημα ζ, Πρόθεσις η.

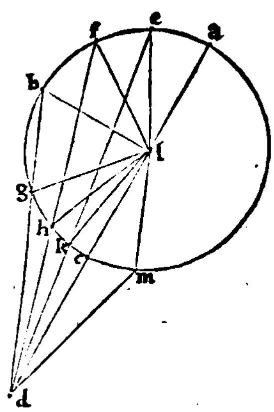
Ἐὰν κύκλου ληφθῇ τι σημεῖον ἐκτὸς, ἀπὸ δὲ τοῦ σημείου πρὸς τὸν κύκλον διαχθῶσιν εὐθεῖαι τινὲς, ὧν μία μὲν διὰ τοῦ κέντρου, αἱ δὲ λοιπαὶ ὡς ἔτυχε, τῶν μὲν πρὸς τὴν κοίλην περιφέρειαν προσπιπτουσῶν εὐθειῶν, μεγίστη μὲν ἡ διὰ τοῦ κέντρου. τῶν δὲ ἄλλων, ἀεὶ ἡ ἔγγιον τῆς διὰ τοῦ κέντρου, τῆς ἀπώτερον, μείζων ἐστί. τῶν δὲ πρὸς τὴν κυρτὴν περιφέρειαν προσπιπτουσῶν εὐθειῶν, ἐλαχίστη μὲν ἐστὶν ἡ μεταξὺ τοῦ τε σημείου καὶ τῆς διαμέτρου. τῶν δὲ ἄλλων ἀεὶ ἡ ἔγγιον τῆς ἐλαχίστης, τῆς ἀπώτερόν ἐστιν ἐλάττων. δύο δὲ μόνον εὐθεῖαι ἴσαι προσπεσοῦνται ἀπὸ τοῦ σημείου πρὸς τὸν κύκλον ἐφ᾽ ἑκάτερα τῆς ἐλαχίστης.

Theorema 7, Propoſitio 8.

8 SI extra circulum ſuſcipiatur aliquod punctum, ab eóque puncto ad circulum deducantur rectæ lineę aliquæ, quarũ quidem vna per centrum extendatur, reliquæ verò vtcunque: In cõuexam circunferentiam cadentium rectarum linearum, maxima eſt, quæ per centrũ ducta eſt: In curuam verò circunferentiam cadentium rectarum linearum, minima eſt, quæ inter punctum & dimetientẽ iacet. minimæ verò propinquior: ſemper remotiore minor eſt. Duæ autem tantùm rectæ lineæ, ab eo puncto cadunt æquales, ad vtraſque partes minimæ.

ORONTIVS. ¶ Eſto circulus a/b/c, datum vero punctum extra circulum d: à quo in ipſum circulum procidãt rectæ lineæ d/a, d/e, d/f, & d/b, curuam eiuſdem circuli circunferentiam in punctis g, h, k, c, diſpeſcẽtes: quarum d/a/per ipſius circuli centrum (quod ſit l) extendatur. Dico primùm, ꝙ in a/b/ conuexã circunferẽtiam cadẽtium rectarum linearum, maxima eſt d/a, per l/centrum educta: & quæ illi vicinior d/e, remotiore d/f/ maior, eadémq; d/f/maior ipſa d/b. Connectantur enim l/e, l/f, & l/b/rectæ lineæ, per primum poſtulatum. Et quoniam æqualis eſt l/a/ipſi l/e, per decimamquintam diffinitionem primi, & vtriq; communis d/l: tota igitur d/a, ipſis d/l/ & l/e, per ſecundam communem ſententiam eſt æqualis. Atqui d/l, & l/e/bina ipſius d/l/e/ trianguli latera, ſunt maiora reliquo d/e, per vigeſimam primi: & ipſa igitur d/a, maior eſt ipſa d/e. æqualia enim eiuſdem ſunt æquè maiora, per ſextæ communis ſententiæ cõuerſionem. Inſuper, quoniam l/e/ipſi l/f, per eandem decimamquintam diffinitionem primi eſt æqualis, & Prima pars theorematis.





vtriq; cõmunis d/l: binæ igitur d/l/& l/e/ triãguli d/l/e, duabus d/l/& l/f/trianguli d/l/f,sunt æquales altera alteri, per eandem secundam communem sententiam. Angulus porrò d/l/e,maior est ipso d/l/f/ sub æquis lateribus cõprehenso:recta siquidẽ l/f,cadit inter d/l/& l/e,diuidítq; propterea ipsum angulum d/l/e.Basis igitur d/e, basi d/f,maior est,per vigesimamquartã primi.Et proinde d/f/maior est ipsa d/b.Igitur d/a/maxima est: & d/e/ ipsa d/f,atq; d/f/ipsa d/b/maior.

Pars secũda. ¶Dico præterea,ꝙ incidentiũ in curuã circunferentiã g/c,minima est d/c:& quæ ipsi d/c/minimæ propinquior,semper remotiore minor, hoc est,d/k/ipsa d/h,& d/h/ipsa d/g.Connectantur enim l/g,l/h,& l/k/rectæ,per primũ postulatũ.Et quoniã trianguli d/k/l,bina latera d/k/& k/l, reliquo d/l,per vigesimã primi sunt maiora:tollãtur l/c/ & k/l,quæ per decimãquintã ipsius primi diffinitionẽ sunt æquales.Reliqua igitur d/c,reliqua d/k,per quintam communem sententiam erit minor.Item, quoniam trianguli d/h/l,à limitibus lateris d/l, duæ rectæ lineæ d/k/ & k/l/ introrsum constituuntur: ipsæ igitur constitutæ, reliquis ipsius trianguli lateribus d/h/& h/l, per vigesimamprimam ipsius primi,sunt minores. Auferãtur l/h/& l/k, per ipsam decimamquintam diffinitionem primi,adinuicem æquales.Reliqua igitur d/k,reliqua d/h/minor erit,per eandem quintam communẽ sententiam.Et d/h/propterea minor erit ipsa d/g. Minima igitur est d/c: & quæ illi propinquior d/k/ minor ipsa d/h,eadémq; d/h/remotiore d/g/itidem minor.

Tertia pars. ¶Aio tandem,quòd binæ tantùm æquales,à puncto d,in circulum ipsum a/b/c/cadunt,ad vtrasque partes ipsius d/c/ minimæ:vtpote,ipsi d/h/vna tantùm æqualis,ad alterã partem ipsius d/c,versus m. Ad rectam enim d/l,atque ad datum in ea punctum l,dato angulo rectilineo d/l/h: æqualis angulus rectilineus constituatur d/l/m, per vigesimãtertiam primi.& connectatur d/m,per primum postulatum.Cùm igitur l/h/ipsi l/m/sit æqualis,per decimamquintam ipsius primi diffinitionem,& vtrique cõmunis d/l:binæ igitur d/ l/ & l/h/trianguli d/l/h,duabus d/l/& l/m/ trianguli d/l/m, sunt æquales altera alteri: & æquos inuicem comprehendunt angulos,per constructionem. Basis igitur d/h/ basi d/m,per quartã primi est æqualis.Neq; ipsi d/h/alia cadit æqualis,præter d/m, & ediuerso.Aut enim caderet inter h/& m/puncta:túncq; minor esset vtraq;:& d/h/ & d/m,nempe vicinior ipsi d/c/minimæ.vel caderet extra pũcta h/& m/versus a:& tũc remotior esset ab eadem minima,& propterea maior ipsa d/h/vel d/m,per primam partẽ iam demonstratam. Idem quoq;,ac non dissimili via licebit ostendere, de rectis in conuexam eiusdem circuli circunferẽtiam coincidentibus,ad vtrasque partes ipsius d/a/maximæ. Non cadunt igitur ab eodẽ puncto d,in circulũ ipsum a/b/c,plures duabus rectis lineis æquales,ad vtrasq; partes ipsius d/c/ minimæ,aut d/a/maximæ. Si extra igitur circulum : &c, vt in theoremate. Quod tandem erat ostendendum.

Corollarium.

¶Quæ igitur à pũcto extra circulũ dato,in circulum ipsum cadunt rectæ lineæ,ab ipsa minima,vel maxima (quæ per centrũ) æquè distãtes æquales sunt adinuicem, & è diuerso,siue in conuexã, siue in curuã inciderint eiusdem circuli circũferẽtiam.

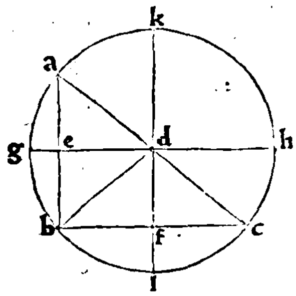
Θεώρημα η, Πρόθεσις θ.

Ἐὰν κύκλου ληφθῇ τι σημεῖον ἐντὸς, ἀπὸ δὲ τοῦ σημείου πρὸς τὸν κύκλον προσπίπτωσι πλείους ἢ δύο εὐθεῖαι ἴσαι, τὸ ληφθὲν σημεῖον, κέντρον ἐστὶ τοῦ κύκλου.

Theorema 8, Propositio 9.

SI in circulo suscipiatur punctum aliquod, & ab eo puncto ad 9 circulum cadant plures quàm duæ rectę lineæ æquales: susceptum punctum, centrum ipsius est circuli.

ORONTIVS. ¶Sit intra circulum a/b/c/ susceptum pũctum d: à quo in eundem circulum cadant plures quàm duæ rectæ lineæ inuicẽ æquales, d/a, d/b, & d/c. Aio quòd punctum d, est centrum ipsius circuli a/b/c. Connectantur enim a/b/& b/c/rectæ, per primum postulatum: secetúrq; bifariam a/b/in puncto e, & b/c/in pũcto f, per decimam primi. connectantur rursum d/e/& d/f, per idem primum postulatum: & per secundum postulatum, producantur in directum vtrobique ad puncta quidem g, h/& k, l. Cùm igitur a/e/sit æqualis e/b, & vtrique communis e/d: binæ igitur a/e/& e/d/trianguli a/e/d, duabus b/e/& e/d/trianguli b/e/d, sunt æquales altera alteri: basis quoq; d/a, basi d/b, per hypothesin est æqualis. Angulus igitur a/e/d, æquus est per octauam primi, angulo b/ e/ d: & proinde vterque rectus, per decimam ipsius primi diffinitionem. Recta igitur g/h, rectam a/b, bifariam & ad rectos angulos intersecat: in dispescente itaq; g/h, erit centrum ipsius a/b/c/circuli, per corollarium primæ huius tertij. Haud dissimili via ostendetur, eiusdem circuli cẽtrum fore in recta k/l. In vtraq; igitur & g/h/& k/ l, est centrum dati circuli a/b/c: & in puncto propterea vtriq; communi. Atqui nullum aliud pũctum habent commune, præter ipsum d: punctum igitur d, centrũ est ipsius a/b/c/ circuli. Si ergo intra circulum suscipiatur punctũ aliquod: & quæ sequuntur reliqua. Quod oportuit demõstrasse.



Hoc theorema aliter ostẽdi potest: sed hæc est demõstratio potissima.

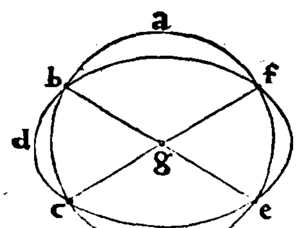
Θεώρημα θ, πρόθεσις ι.

Κύκλος οὐ τέμνει κύκλον κατὰ πλείονα σημεῖα ἢ δύο.

Theorema 9, Propositio 10.

10 Circulus, circulum in pluribus duobus punctis non secat.

ORONTIVS. ¶Secet enim (si possibile sit) circulus a/b/ c, circulum d/e/f, in pluribus duobus punctis, hoc est in punctis b, c, e, f. Et suscipiatur centrum ipsius circuli a/b/c, per primã huius, sitq; illud g: & cõnectantur g/b, g/c, g/e, & g/f/rectæ, per primum postulatũ. Cùm igitur punctum g, sit centrum circuli a/b/c: erunt g/b, g/c, g/e, & g/f/adinuicẽ æquales, per decimamquintam primi libri diffinitionem. Et quoniam b, c, e, f, sunt communes vtriusque circuli sectiones, per hypothesin: erit punctum g, vtcunq; susceptum intra circulum d/e/f. Ab ipso itaq; puncto g, in eundem circulum d/e/f, cadunt plures q̃ duæ rectæ lineæ inuicem æquales: vtpote g/b, g/c, g/e, & g/f. Erit ergo pũctum g, cẽtrum eiusdem circuli d/e/f, per antecedentẽ nonam propositionẽ. Atqui idem punctum g, centrum est ipsius a/b/c/circuli. Duorum itaque circulorum a/b/c, & d/e/f, sese inuicem secantium, idem erit centrũ: quod per quintam hnius tertij, nõ est possibile. Circulus ergo, circulum in pluribus duobus pũctis non secat. Quod ostendere fuerat operæpretium.



Hæc rursum aliter potuisset ostẽdi, sed hanc potiorẽ existimo demõstrationẽ.

Θεώρημα ι, πρόθεσις ια.

Ἐὰν δύο κύκλοι ἐφάπτωνται ἀλλήλων ἐντός, καὶ ληφθῇ αὐτῶν τὰ κέντρα, ἡ ἐπὶ τὰ κέντρα αὐτῶν ἐπιζευγνυμένη εὐθεῖα καὶ ἐκβαλλομένη, ἐπὶ τὴν συναφὴν πεσεῖται τῶν κύκλων.

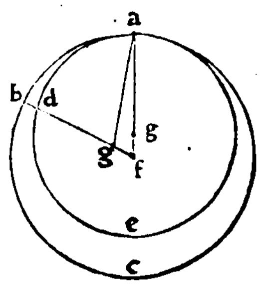
Theorema 10, Propositio 11.

11 Si bini orbes se introrsum adinuicem tetigerint, suscipiátúrq;

eorum centra: ad eorum centra applicata recta linea & eiecta, in contactum circulorum cadit.

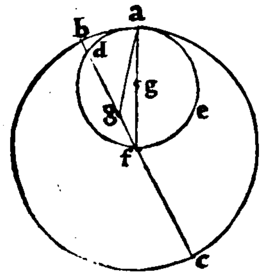
ORONTIVS. ¶ Duo enim circuli a/b/c/ & a/d/e, se introrsum adinuicem tangant, in puncto quidem a: sitq; ipsius a/b/c/ circuli centrum f, ipsius verò a/d/e/ centrum g. Dico quòd ad centra f/g, applicata recta linea, & eiecta: cadit in contactum a. Si enim non ceciderit in punctum a: cadet igitur alibi. Cadat ergo (si possibile sit) vt eiecta versus g, in d/ & b/ puncta: & connectatur a/g/ recta, per primum postulatum. Triangulum erit igitur a/g/f: & duo propterea latera a/g/ & g/f, erunt maiora reliquo a/f, per vigesimam primi. Atqui ipsi a/f, æqualis est f/b (vtraq; enim à cẽtro f, in circunferentiam circuli a/b/c) & a/g/ igitur & g/f, maiores sunt eadem f/b. Tollatur f/g, vtrisque inæqualibus cõmunis: reliqua igitur a/g, reliqua g/b/ maior erit, per quintam communem sententiam. Ipsi porrò a/g, æqualis est g/d (vtraque enim à centro g, in circunferentiã ipsius a/d/e/ circuli) & g/d/ igitur maior erit ipsa g/b. quæ enim sunt æqualia, eiusdẽ sunt æquè maiora: per sextæ cõmunis sententiæ conuersionem. Ipsa porrò g/d, pars est ipsius g/b: pars igitur erit maior toto, contra nonam communem sententiã. Cadit igitur f/g/ eiecta, in contactũ a.

Demõstratio ab impossibili



Alia figuræ dispositio.

¶ Quòd si g/f/ connexa, & eiecta versus f, detur incidere veluti g/f/c, & centrum f/ exterioris circuli a/b/c/ extra circulum interiorem a/d/e/ constituatur: idem nihilominus subsequetur inconueniens. Connexa enim & eiecta g/f/c/ recta, producatur in directum versus g, ad d/ & b/ puncta, per primum postulatum. Erunt itaque rursum a/g/ & g/f, maiores ipsa f/a, per ipsam vigesimã primi libri propositionem. Eidem porrò f/a, æqualis est f/c, per decimamquintam diffinitionem ipsius primi. Igitur a/g/ & g/f, maiores sunt ipsa f/c. Eidem rursum f/c, æqualis est f/b, per eandem decimãquintã primi libri diffinitionẽ. Et a/g/ igitur & g/f, maiores sunt ipsa f/b, per septimæ cõmunis sententiæ cõuersionẽ. Auferatur f/g/ vtrisq; inæqualibus cõmunis. Reliqua igitur a/g, reliqua g/b, per quintam cõmunem sententiam maior erit: & multò igitur maior ipsa g/d, quæ pars est ipsius g/b. In circulo itaq; a/d/e, quæ à centro g/ in circũferentiã prodeunt lineæ rectæ g/a, & g/d, non erũt inuicẽ æquales: contra decimãquintam diffinitionẽ primi. Cadit igitur f/g/ eiecta, in cõtactũ a. Ergo si bini orbes se introrsum: &c. vt in theoremate. Quod ostendendum fuerat.



Θεώρημα ια, Πρόθεσις ιβ.

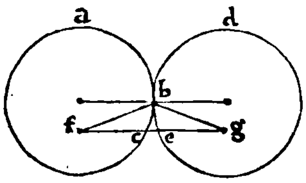
Ἐὰν δύο κύκλοι ἅπτωνται ἀλλήλων ἐκτὸς, ἡ ἐπὶ τὰ κέντρα αὐτῶν ἐπιζευγνυμένη, διὰ τῆς ἐπαφῆς ἐλεύσεται.

Theorema 11, Propositio 12.

SI duo circuli sese adinuicem exterius tetigerint: ad centra eorum applicata recta linea, per contactum transibit. 12

ORONTIVS. ¶ Tangãt se exterius bini circuli a/b/c/ & d/b/e, in pũcto quidẽ b: sitq; ipsius a/b/c/ circuli centrum f, & ipsius d/b/e/ centrum g. Aio quòd connexa f/g/ recta linea, trãsibit per contactum b. Si enim non transierit per punctum b, transeat (si possibile sit) per c/ & e/ puncta: & cõnectantur b/f/ & b/g/ rectæ lineæ, per primum postulatum. Et quoniam punctum f, centrum est circuli a/b/c: æqualis erit f/b/ ipsi f/c/, per decimamquintam diffinitionē primi. Rursum quoniam g/ centrū est circuli d/b/e: æqualis erit per eandem decimamquintam primi diffinitionem g/b, ipsi g/e. Binæ igitur f/b/ & b/g, duabus f/c/ & e/g, per secundam communē sententiam erunt æquales. Tota porrò f/g, ipsis f/c/ & e/g/ maior est (nempe c/e/ extra circulos incidente particula) Et tota igitur f/g, maior est eisdem f/b/ & b/g. In triangulo itaq; f/b/g, bina latera f/b/ & b/g, erunt minora reliquo f/g: sunt autē maiora, per vigesimam primi. quæ simul impossibilia sunt. Igitur à centro f/ ad centrum g/ adplicata recta linea f/g, transit per contactum b. Si duo igitur circuli: & quæ sequuntur reliqua. Quod demonstrare oportebat.

Idem qui prius ostendēdi modus ab impossibili.



Θεώρημα ιβ, Πρόθεσις ιγ.

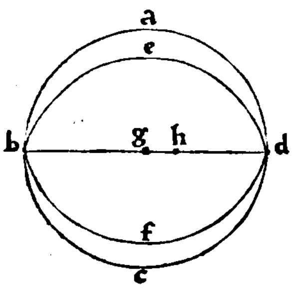
Κύκλος κύκλου οὐκ ἐφάπτεται πλείονα σημεῖα ἢ καθ' ἕν, ἐάν τε ἐντὸς, ἐάν τε ἐκτὸς ἐφάπτηται.

Theorema 12, *Propositio* 13.

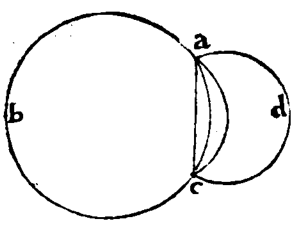
13 Circulus circulum non tangit in pluribus punctis vno: & si extra, & si intus tangat.

ORONTIVS. ¶ Tangat in primis circulus a/b/c/d, circulum b/e/d/f, introrsum (si fuerit possibile) in punctis b, d: sitq; ipsius a/b/c/d/ circuli centrum g, circuli autem b/e/d/f, centrum h. Adplicata igitur ex g/ in h/ recta linea, & eiecta: cadet in puncta contactum b, d, per vndecimam huius secundi libri. Et quoniam g/ centrum est circuli a/b/c/d: erit g/b, ipsi g/d, per circuli diffinitionem æqualis. Tollatur g/h, ab ipsa g/d: eadem ergo g/b, reliqua h/d/ maior erit. Rursum quoniam h/ centrum est circuli b/e/d/f: æqualis erit h/b, ipsi h/d, per eandem circuli diffinitionem. Tollatur rursum g/h, ab ipsa h/b: reliqua igitur g/ b, minor erit ipsa h/ d. Ostensum est autem, quòd & multò maior: quod non est possibile. Non tangit igitur circulus a/b/c/d/ circulum b/e/d/f/ introrsum in pluribus pūctis vno. ¶ Secet rursum circulus a/b/c, circulum a/c/d/ exterius in punctis a/ & c/ (si id fuerit possibile) & connectatur recta a/c/ per primum postulatum. Et quoniā in circunferentia circuli a/b/c, duo sunt accepta puncta a/ & c: adplicata igitur recta linea a/c, intra ipsum circulum cadet, per secundam huius: ergo extra circulum a/ d/c. Rursum quoniā eadem a/ & c/ puncta in circunferentia ipsius a/ d/ c/ circuli coassumpta sunt (vtpote vtrique circulo cōmunia) eadem igitur recta a/c, cadet intra circulum a/d/c, per eandem secundam huius: & extra igitur circulum a/b/c. Patuit autem, quòd & intra ipsum a/b/c/ circulū cadit eadem a/c, atque extra ipsum a/d/c/ circulum. Cadet igitur intra & extra vtrumq; datorrum circulorum: quod est impossibile. Non tangit ergo circulus a/b/c/ circulū a/d/c/ exterius in pluribus pūctis vno. Patuit, ꝙ nec introrsum. Quod ostēdere fuerat operæpretiū.

De circulis se se introrsum tangentibus.



De circulis qui se tangūt extra.



Θεώρημα ιγ, Πρόθεσις ιδ.

Ἐν κύκλῳ αἱ ἴσαι εὐθεῖαι, ἴσον ἀπέχουσιν ἀπὸ τοῦ κέντρου: καὶ αἱ ἴσον ἀπέχουσαι ἀπὸ τοῦ κέντρου, ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν.

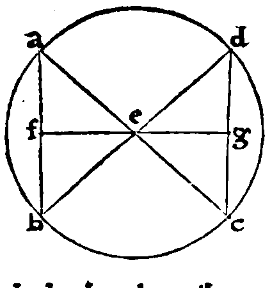
Theorema 13, *Propositio* 14.

14 IN circulo rectæ lineę sunt æquales, quæ æqualiter distāt à cētro:

& si æqualiter distant à centro, æquales adinuicem sunt.

Pars prima theorematis.

ORONTIVS. ¶ Sint in circulo a/b/c/d, cuius cẽtrum e, binæ rectæ lineæ a/b/ & d/c/ inuicem primùm æquales. Aio ꝙ & æqualiter distant à centro e. In rectas enim a/b/ & d/c, à puncto e/ quod in eis non est, perpendiculares deducantur e/f/ & e/g, per duodecimã primi: & connectãtur rectæ lineæ e/a, e/b, e/c, & e/d, per primũ postulatum, quæ per circuli diffinitionem erunt adinuicẽ æquales. Cùm igitur recta quædam linea e/f/ per centrum educta, ipsam a/b/ rectam non per centrum extensam, ad rectos diuidat angulos: & bifariam quoq; illam secat, per tertiam huius. Aequalis est igitur a/f, ipsi f/b: & vtraq; propterea dimidium ipsius a/b. Et proinde d/g, ipsi g/c/ est æqualis: & vtraque dimidium ipsius d/c. Atqui a/b/ per hypohesin, æqualis est ipsi d/c. quæ autem æqualium sunt dimidium, ea sunt inuicẽ æqualia, per septimã cõmunẽ sententiã: æqualis est igitur a/f, ipsi d/g, & f/b/ cõsequẽter ipsi g/c. Et quoniã a/b/ æqualis est ipsi d/c, & e/a/ ipsi e/d: bina igitur latera e/a/ & a/b/ trianguli e/a/b, duobus lateribus e/d/ & d/c/ trianguli e/d/c, sunt æqualia alterum alteri: basis quoq; e/b, basi e/c, per circuli diffinitionẽ, æqualis. Angulus igiť qui ad a, angulo qui ad d/ æqualis est: per octauã primi. Rursùm quoniã æqualis est e/a/ ipsi e/d, & a/f/ ipsi d/g: bina ergo latera e/a/ & a/f/ trianguli e/a/f, duobus lateribus e/d/ & d/g/ trianguli e/d/g/ sunt æqualia alterũ alteri: & qui sub æquis lateribus cõtinentur anguli, inuicẽ æquales. Basis igitur e/f, basi e/g, per quartã ipsius primi est æqualis. Quæ igitur in a/b & d/c/ rectas, ex centro e/ deducuntur perpendiculares e/f/ & e/g, æquales sunt adinuicẽ: distãt ergo a/b/ & d/c/ rectæ æqualiter ab eodẽ cẽtro e/ ipsius a/b/c/d/ circuli, per quartam huius diffinitionem.



Secunda pars cõuersa præcedentis.

¶ Esto autem e/f, ipsi e/g/ æqualis, hoc est, distent a/b/ & d/c/ æqualiter ab eodem cẽtro e. Dico quòd a/b/ æqualis est ipsi d/c. Eisdem nanq; constructis: ostendemus veluti suprà, vtranq; a/b/ & d/c/ bifariã discindi ab ipsis e/f/ & e/g/ perpẽdicularibus: atque a/f/ æqualem fore ipsi d/g, & f/b/ consequenter ipsi g/c/ æqualem. Cùm igitur æqualis sit e/a/ ipsi e/d, & e/f/ ipsi e/g: bina ergo latera a/e/ & e/f/ trianguli a/e/f, binis lateribus d/e/ & e/g/ trianguli d/e/g/ sunt alternatim æqualia: basis quoque a/f, basi d/g/ æqualis. Angulus igitur a/e/f, angulo d/e/g, per octauam primi est æqualis. Et proinde qui sub b/e/f/ angulus, ei qui sub c/e/g/ itidem ostendetur æqualis. Totus itaq; a/e/b/ angulus, toti angulo d/e/c, per secundam communem sententiam est æqualis. Bina ergo triangula a/e/b/ & d/e/c, habent duo latera a/e/ & e/b, duobus d/e/ & e/c/ æqualia alterum alteri (ex centro enim in circunferẽtiam eiusdem circuli a/b/c/d) & qui sub eisdem æqualibus rectis lineis continentur anguli, inuicẽ æquales. Basis igitur a/b, basi d/c, per quartã ipsius primi est æqualis. In circulo itaq; rectæ lineæ sunt æquales, quæ æqualiter distãt à centro: & si æqualiter distant à centro, æquales adinuicem sunt. Quod receperamus ostendendum.

Θεώρημα ιδ', Πρόθεσις ιε.

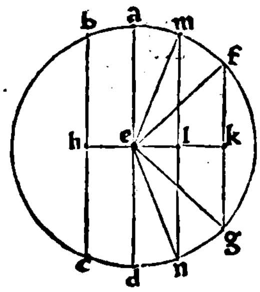
ΕΝ κύκλῳ μεγίστη μὲν ἐστιν ἡ διάμετρος· τῶν δὲ ἄλλων ἀεὶ ἡ ἔγγιον τοῦ κέντρου, τῆς ἀπώτερον μείζων ἐστίν.

Theorema 14, Propositio 15.

IN circulo, maximus quidem est dimetiens: aliarum autem sem- 15
per propinquior centro, remotiore maior.

ORONTIVS. ¶ Sit in circulo a/b/c/d, cuius centrum e, dimetiens a/ d: & ipsi centro vicinior b/c,remotior autem f/g.Aio quòd a/d/quæ per centrũ,maxima est: b/c/verò maior ipsa f/g.A centro enim e,in easdem rectas b/c/& f/g,perpendiculares deducantur e/h/& e/k:per duodecimam primi. Maior erit itaq; perpendicularis e/k,ipsa e/l:per quintam huius diffinitionẽ.Secetur itaque à maiori e/k,ipsi e/h/ minori æqualis,per tertiam primi:sitq; e/l. & per datum punctum l, datæ rectæ lineæ f/g,parallela ducatur m/n:per trigesimamprimam primi.cadet igitur e/l/ad perpendiculum super m/n:per corollarium vigesimænonæ ipsius primi.Et quoniã e/h/ est æqualis ipsi e/l: distant igitur b/c/& m/n/æqualiter à cẽtro e,per quartam huius tertij diffinitionem: suntq;, per decimamquartam ipsius tertij,inuicem æquales.Cõnectantur demum,per primum postulatũ, e/f,e/g, e/m, & e/n:quæ per circuli diffinitionem,æquales sunt adinuicem.Cùm igitur e/a/ipsi e/m, & e/d/ipsi e/n, per circuli diffinitionẽ sit æqualis: tota a/d, binis m/e/& e/n, per secundam communem sententiã æquabitur.Binæ porrò m/e/& e/n/trianguli m/e/n, sunt maiores reliqua m/n,per vigesimã primi.& a/d/igitur, maior est eadem m/n: & ipsa consequenter b/c/ maior, per conuersam sextæ atq; septimæ communis sententiæ interpretationem.Rursum quoniam æqualis est e/m/ipsi e/f,& e/n/ipsi e/g: bina igitur latera m/e/& e/n/ trianguli m/e/n, binis lateribus f/e/& e/g/ trianguli f/e/g,sunt æqualia alterum alteri:& qui sub m/e/n/angulus,eo qui sub f/e/g/ maior (rectæ siquidem e/f/& e/g,coincidunt inter e/m/& e/n,ipsum angulũ m/e/n/diuidentes)basis igitur m/n,per vigesimamquartã primi,basi f/g/maior est. Ipsi porrò m/n/æqualis est b/c.& b/c/igitur est eadem f/g/maior: quæ enim sunt æqualia,eiusdem sunt æquè maiora.ostensum est autem, quòd & a/d, ipsa b/c/ maior est.Dimetiens itaq; a/d,est omnium maxima:& b/c/centro vicinior,ipsa f/g/remotiore maior.Quod oportuit ostendisse.

Construitur figura.



Demõstratur theorema.

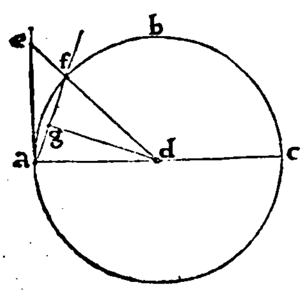
Θεώρημα ιε, Πρόθεσις. ις.

Ἡ τῇ διαμέτρῳ τοῦ κύκλου πρὸς ὀρθὰς ἀπ' ἄκρας ἀγομένη, ἐκτὸς πεσεῖται τοῦ κύκλου, καὶ εἰς τὸν μεταξὺ τόπον τῆς τε εὐθείας καὶ τῆς περιφερείας, ἑτέρα εὐθεῖα οὐ παρεμπεσεῖται. καὶ ἡ μὲν τοῦ ἡμικυκλίου γωνία, ἁπάσης ὀξείας γωνίας εὐθυγράμμου μείζων ἐστίν· ἡ δὲ λοιπὴ, ἐλάττων.

Theorema 15, Propositio 16.

16 QVæ à diametri circuli extremitate ad angulos rectos ducitur, extra ipsum circulum cadit: & in locum inter ipsam rectam lineam & circunferentiam,altera recta linea nõ cadet. & semicirculi angulus, omni angulo acuto rectilineo maior est: reliquus autem,minor.

ORONTIVS. ¶Esto circulus a/b/c,& illius centrum d,dimetiens verò a/c: & ab a/dimetientis extremitate, ad angulos rectos excitetur a/e,per vndecimã primi.Dico primũ,quòd a/e/recta extra ipsum cadit circulum.Suscipiatur enim in ipsa e/a, contingens aliquod punctum:sitq; illud e. & connectatur e/d, per primũ postulatum. Triangulũ erit igitur e/a/d. omnis porrò trianguli tres interiores anguli,binis rectis sunt æquales:per trigesimamsecundam primi.rectus est autem qui ad a, per constructionem.Reliqui igitur qui ad e/ & d/ sunt anguli,vni recto sunt æquales: & eorum

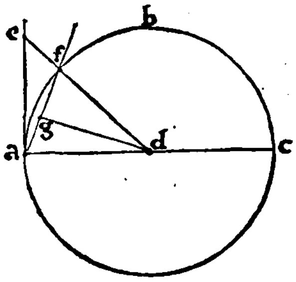


Prima pars theorematis.

propterea quilibet, ipso qui ad a/recto minor. In triangulo autem maior angulus, sub maiori latere subtenditur, per decimamnonam primi: maior est igitur d/e, ipsa a/d, quæ est ipsius dati circuli semidiameter. Egreditur ergo d/e, circunferentiam ipsius a/b/c/circuli: cadítq; punctum e/extra eundem circulum a/b/c. Haud dissimilis erit, cæterorum punctorũ ipsius a/e/demõstratio. Cadit ergo tota a/e, extra datum circulum a/b/c.

Pars secunda

¶ Aio rursum, quòd inter rectam a/e, & circunferentiam a/b, nõ cadit altera recta linea. Si enim id fuerit possibile: esto a/f. & ad datam rectam lineam a/d, ad datúmq; in ea punctum d, dato angulo rectilineo e/a/f, æqualis angulus rectilineus cõstituatur a/d/g: per vigesimamtertiam primi. Vterq; igitur a/d/g, & g/a/d, pars erit ipsius e/a/d: & recto propterea minor. In rectas itaq; a/f/& d/g, recta incidit a/d, efficiens interiores & in eadem parte angulos binis rectis minores: ipsæ igitur a/f/ & d/g, in infinitum productæ, tandem concurrent, per quintum postulatum, cõueniãt ergo ad punctũ g. Triangulũ est itaq; a/g/d: cuius tres interiores anguli binis rectis, per eandẽ trigesimãsecũdã primi, sunt æquales. & qui sub g/a/d/ & a/d/g/ anguli, vni recto, hoc est, ipsi e/a/d/coæquantur (datus est enim a/d/g, æqualis ipsi e/a/f) Reliquus igitur a/g/d, rectus est: & maior propterea vtroq;, & g/a/d/ & a/d/g. Vnde rursum a/d/semidiameter, maior est ipsa d/g, per eandem decimamnonam primi. Cadit igitur pũctum g, intra circulum a/b/c: ergo & a/f/recta (in qua punctũ g) circulum ipsum intersecat, vtpote in f. Non cadit itaq; a/f/recta, inter rectam a/e, & circunferentiã a/b.



Tertia pars de angulo cõtingentiæ.

¶ Dico tandem, quod angulus b/a/d/ipsius a/b/c/semicirculi, omni acuto & rectilineo angulo maior est: reliquus autem (vtpote, b/a/e) minor. Cùm enim angulus e/a/d/sit rectus, & diuisus à sola circunferentia a/b, inter quam & rectam a/e/non cadit altera recta linea (vti nunc ostensum est) non potest ipse angulus b/a/e/bipartiri: & proinde non minuetur neq; augebitur consequẽter ipse b/a/d. Igitur angulus b/a/d, sub a/b/circunferẽtia, & a/d/recta comprehensus, omni acuto rectilineo maior est angulo: b/a/e/ verò, qui sub eadem circunferentia, & a/e/ recta continetur (quem angulum contingẽtiæ nominare consueuimus) omni itidem acuto & rectilineo angulo minor est. Quæ omnia fuere demonstranda.

Corollarium.

¶ Quæ igitur ab extremitate dimetientis dati circuli, ad rectos ducitur angulos, ipsum circulũ tangit, ídq; in vno tantummodò puncto: ad duo enim puncta adplicata recta linea, per secundam huius tertij, cadit intra datum circulum.

Πρόβλημα β, Πρότασις ιζ.

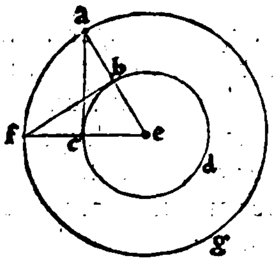
Ἀπὸ τοῦ δοθέντος σημείου, τοῦ δοθέντος κύκλου ἐφαπτομένην εὐθεῖαν γραμμὴν ἀγαγεῖν.

Problema 2, Propositio 17.

A Dato puncto, dato circulo, contingentẽ rectã lineam ducere. 17

Cõstructio figuræ.

ORONTIVS. ¶ Sit a/pũctum datũ: à quo oporteat in datum circulum b/c/d/contingentem rectam lineam ducere. Inueniatur ipsius b/c/d/circuli centrũ, per primam huius tertij: sitq; illud e/& connectatur a/e/ recta, per primum postulatum: quæ cùm ab interiore puncto e, ad exterius punctum a/deducatur, secabit b/c/d/circũferentiam. secet igitur in puncto b. & centro e, interuallo autem e/a, circulus describatur a/f/g, per tertium postulatum. Postmodùm à puncto b, datæ rectæ lineæ a/e, ad rectos angulos excitetur b/f: per vndecimam primi. & connectatur e/f, per primum postulatum: quæ eandem circunferentiam b/c/d, secet rursum in



pũcto c. Connectatur demũ a/c, per idem primũ postulatũ. Dico φ a/c, contingit circulũ b/c/d. Cũ enim per circuli diffinitionẽ, æqualis sit a/e/ipsi e/f, & b/e/ipsi e/c: erunt bina latera a/e/& e/c/triãguli a/e/c, æqualia duobus f/e/ & e/b/trianguli f/e/b: & communẽ comprehendunt angulum qui ad e. Basis igitur a/c/basi f/b, & triangulum a/e/c/triangulo f/e/b, & reliqui anguli reliquis angulis (sub quibus æqualia subtenduntur latera) per quartam primi coæquantur. æqualis est igitur angulus a/c/e, angulo e/b/f. Angulus porrò e/b/f/rectus est: igitur & qui sub a/c/e/rectus. Et quoniã e/c/semediameter est ipsius b/c/d/circuli, & ab illius dimetientis extremitate c, eadem a/c/ad rectos excitata est angulos: ipsa ergo a/c/tangit circulum b/c/d, per corollariũ decimæsextæ huius tertij. Igitur à dato puncto a, dato b/c/d/circulo, contingentem rectam lineam duximus. Quod facere oportebat. Demõstratio

Θεώρημα ις, Πρόθεσις ιη.

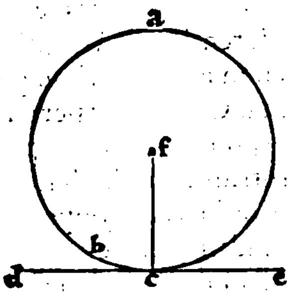
Ἐὰν κύκλου ἐφάπτηταί τις εὐθεῖα, ἀπὸ δὲ τοῦ κέντρου ἐπὶ τὴν ἁφὴν ἐπιζευχθῇ τις εὐθεῖα: ἡ ἐπιζευχθεῖσα, κάθετος ἔσται ἐπὶ τὴν ἁπτομένην.

Theorema 16, Propositio 18.

18 SI circulum tetigerit aliqua recta linea, à centro autẽ in contactum coniuncta fuerit aliqua recta linea: coniuncta, perpendicularis erit in contingente.

ORONTIVS. ¶ Sit datus circulus a/b/c, quem tangat recta linea d/e, in puncto quidem c: sitq; centrum ipsius circuli f, & connectatur f/c/recta, per primũ postulatum. Dico quòd f/c, perpendicularis est ipsi d/e. Si enim f/c, non fuerit perpendicularis ipsi d/e: erũt d/c/f/ & f/c/e/anguli, per decimæ diffinitionis primi libri conuersionem, inæquales, alter quidem recto maior, alter verò minor. Esto maior (si fuerit possibile) & obtusus f/c/e: erit itaq; d/c/f/acutus. Et quoniam recta d/e, tangit circulum a/b/c, per hypotesin: ipsum igitur nõ secat circulum. Cadit itaq; circũferẽtia b/c, inter d/c/& c/f/lineas rectas: & proinde acutus & rectilineus angulus d/c/f, maior erit angulo semicirculi b/c/f, ex circunferentia b/c/& recta c/f/comprehenso Dabitur itaque rectilineus & acutus angulus, maior angulo semicirculi: contra decimamsextam huius tertij propositionẽ. Angulus ergo d/c/f, non est recto minor: similiter ostendetur, quòd nec recto maior. est igitur rectus: & qui sub f/c/e/continetur angulus, itidem rectus. & proinde recta f/c, in ipsam d/e/ perpendicularis est, per decimam primi diffinitionẽ. Si circulum itaq; tetigerit aliqua recta linea: &c. vt in theoremate. Quod demonstrandum fuerat.

Hæc aliter ostendi potest, sed hic demõstrãdi modus præstat.



Θεώρημα ιζ, Πρόθεσις ιθ.

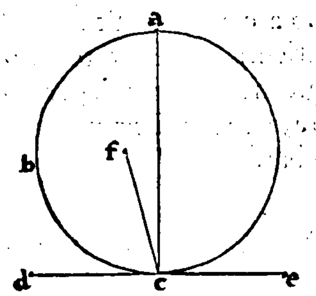
Ἐὰν κύκλου ἐφάπτηταί τις εὐθεῖα, ἀπὸ δὲ τῆς ἁφῆς τῇ ἐφαπτομένῃ πρὸς ὀρθὰς γωνίας εὐθεῖα γραμμὴ ἀχθῇ, ἐπὶ τῆς ἀχθείσης ἔσται τὸ κέντρον τοῦ κύκλου.

Theorema 17, Propositio 19.

19 SI circulum tetigerit aliqua recta linea, à contactu autẽ ipsi tangenti ad angulos rectos recta linea quædam excitetur: in excitata erit centrum circuli.

ORONTIVS. ¶ Esto circulus a/b/c: quem rursum tangat recta d/e, in puncto c. & à dato puncto c. datæ rectæ lineæ d/e, ad rectos excitetur angulos c/a: per vndecimam primi. Dico quod in c/a, est centrum ipsius dati circuli a/b/c. Si enim non fuerit in recta c/a: erit alicubi. Esto (si possibile sit) in puncto f. & connectatur f/c/recta, per primum postulatum. Et quoniam recta quædam linea d/e, tangit per hypothesin circulum a/b/c, à centro autẽ f, in contactum c, coniuncta erit f/c/recta linea: coniuncta igitur f/c, perpendicularis erit in contingente d/e, per antecedentem decimamoctauam huius tertij propositionem. Rectus erit igitur vterque angulorum d/c/f, & f/c/e. Atqui per constructionem, angulus d/c/a/ rectus est: suntq; recti omnes inuicem æquales, per quartum postulatum. Aequus erit igitur angulus d/c/a, ipsi angulo d/c/f. Est autem d/c/f, pars ipsius anguli d/c/a: recta siquidem f/c, cadit intra circulum, ac inter d/c/& c/a/ rectas, diuiditq; propterea ipsum angulum d/c/a. Totus igitur angulus d/c/a, suæ parti d/c/f, æquabitur: quod per nonam communem sentẽtiam est impossibile. Centrum itaque circuli a/b/c, non est in puncto f. haud dissimiliter ostendemus, quod nec alibi: præter quàm in a/c. Si circulũ ergo tetigerit aliqua recta linea: & quæ sequuntur reliqua. Quod oportuit demõstrasse.

Demõstratio ab impossibili



Θεώρημα ιη, Πρόθεσις κ.

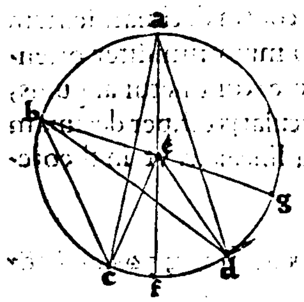
ΕΝ κύκλῳ ἡ πρὸς τῷ κέντρῳ γωνία, διπλασίων ἐστὶ τῆς πρὸς τῇ περιφερείᾳ, ὅταν τὴν αὐτὴν περιφέρειαν βάσιν ἔχωσιν αἱ γωνίαι.

Theorema 18, Propositio 20.

IN circulo angulus qui ad centrũ, duplus est eius qui ad circun- 20
ferentiam: quando anguli eandem circũferentiam habuerint.

ORONTIVS. ¶ Sit a/b/c/d/ circulus: ad cuius centrum e, sit angulus c/e/d, ad circunferentiam autem c/a/d, & vtriusq; basis eadẽ circunferentia c/d. Aio quòd angulus c/e/d, ipsius anguli c/a/d/duplus est. Connectatur enim a/e, per primũ postulatum: & per secundum postulatum, directè producatur in f. Cùm igitur per circuli diffinitionem, a/e/sit æqualis e/c: æquus est angulus e/a/c, ipsi angulo e/c/a, per quintã primi. Anguli itaq; e/a/c/& e/c/a simul sumpti, alterutrius eorũ dupli sunt: vtpote ipsius e/a/c. Exterior porrò angulus c/e/f, binis interioribus & ex opposito e/a/c/& e/c/a, per trigesimamsecundam primi est æqualis. quæ autem sunt æqualia, eiusdem duplicia sunt: per conuersam sextæ communis sententiæ, duplus est igitur c/e/f/angulus, ipsius e/a/c. Et proinde angulus f/e/d/ipsius e/a/d/anguli duplus est. Totus itaq; angulus c/e/d, totius anguli c/a/d/ consequenter est duplus. Si enim æquè multiplicibus, addãtur æquè multiplicia: æquè itidem multiplicia resultabunt. ¶ Quòd si angulus qui ad circunferentiam, fuerit extra centrum ipsius circuli, veluti c/b/d: idem nihilominus subsequetur. connexa enim recta b/e, per primum postulatũ, & directè producta in g/per secundum: concludemus veluti suprà, ex eadem quinta & trigesimasecunda primi, angulum c/e/g, duplum fore ipsius anguli c/b/e. quorum d/e/g/pars ipsius anguli c/e/g, duplus rursum est partis ipsius c/b/e, vtpote anguli c/b/d: reliquus igitur angulus c/e/d/qui ad centrum, duplus itidem est reliqui c/b/d/qui ad circunferentiam dati constituitur circuli. In circulo itaq; angulus qui ad centrum, duplus

Quãdo angulus qui ad circunferẽtiam includit centrum.



Quãdo idem angulus qui ad circũferentiã nõ capit centrum circuli.

eſt eius qui ad circunferentiam: quando ipſi anguli communem baſin eandem circunferentiam habuerint. Quod fuerat oſtendendum.

Θεώρημα ιθ, Πρόθεσις κα.

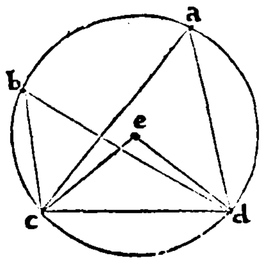
ΕΝ κύκλῳ αἱ ἐν τῷ αὐτῷ τμήματι γωνίαι, ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν.

Theorema 19, Propoſitio 21.

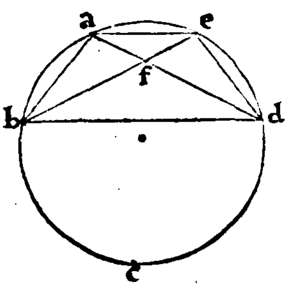
21 IN circulo qui in eodem ſegmento ſunt anguli: ſibi inuicem ſunt æquales.

ORONTIVS. ¶ Sint primùm in ſegmento ſemicirculo maiori c/a/d/ dati a/b/c/d/ circuli: anguli c/a/d/ & d/b/c/. Dico eoſdẽ angulos c/a/d/ & d/b/c, fore adinuicem æquales. Inueniatur enim centrum ipſius a/b/c/d/ circuli, per primam huius tertij, ſitq; illud e: & connectantur e/c/ & e/d, per primum poſtulatum. Cùm igitur angulus c/e/d/ ad centrum exiſtat circuli, c/a/d/ verò angulus ad circunferentiam, habeántq; baſin communem eandem circunferentiam c/d: angulus propterea c/e/d, duplus eſt, per antecedẽtem vigeſimam propoſitionem anguli c/a/d. Angulus itaque c/a/d, dimidius eſt ipſius anguli c/e/d. Et proinde præfatus angulus c/e/d, duplus eſt ipſius anguli d/b/c: atq; idem angulus d/b/c, eiuſdem c/e/d/ anguli dimidius. Quæ autem eiuſdem ſunt dimidium, ea ſunt adinuicem æqualia: per ſeptimam communem ſententiã. Aequus eſt igitur angulus c/a/d, angulo d/b/c. ¶ Sint rurſum in ſegmento b/a/d/ ſemicirculo minori, ipſius a/b/c/d/ circuli, b/a/d/ & d/e/b/ anguli. Hos dico fore ſimiliter æquales. Connectatur enim recta a/e, per primum poſtulatum: ſitq; ipſarum a/d/ & b/e/ ſectio f. Erit igitur a/c/e, ſegmentum maius: & qui in eodem ſegmento maiori ſunt anguli a/b/e/ & e/d/a, per primam partem iam demonſtratam, adinuicem æquales. Et quoniam trianguli a/b/f, interiores & qui ex oppoſito ſunt anguli a/b/f/ & f/a/b, extrinſeco b/f/d/ coæquantur angulo: necnon & duo anguli e/d/f/ & f/e/d/ ipſius e/f/d/ trianguli, eidẽ extrinſeco b/f/d/ ſunt itidẽ æquales, per trigeſimã ſecũdam primi. duo igitur anguli a/b/f/ & f/a/b, duobus angulis e/d/f/ & f/e/d, ſunt per primã communem ſententiã æquales. A quibus ſi demantur æquales anguli a/b/f/ & e/d/f: reliquus b/a/f, reliquo d/e/f, hoc eſt, b/a/d/ ipſi d/e/b, per tertiam communem ſẽtẽtiam erit æqualis. Idem quoque demõſtrare licebit in ſemicirculo. In circulo igitur, qui in eodem ſegmento ſunt anguli, ſibi inuicem ſunt æquales. Quod receperamus oſtendendum.

De ſegmento ſemicirculo maiori.



De ſegmento ſemicirculo minori.



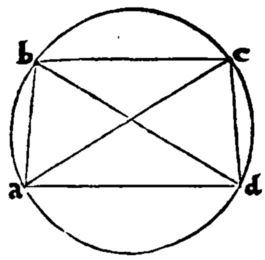
Θεώρημα κ, Πρόθεσις κβ.

ΤΩν ἐν τοῖς κύκλοις τετραπλεύρων αἱ ἀπεναντίον γωνίαι, δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν.

Theorema 20, Propoſitio 22.

22 IN circulis quadrilaterorum exiſtentium anguli, qui ex oppoſito: duobus rectis ſunt æquales.

ORONTIVS. ¶ Sit in a/b/c/d/ circulo, quadrilaterum a/b/c/d. dico angulos qui ad a/ & c, ſimiliter qui ad b/ & d/ ex oppoſito cõſtituũtur, duobus rectis coæquari. Connectantur enim a/c/ & b/d/ rectæ, per primum poſtulatum. Triangulum eſt igitur a/b/c. Et quoniam angulo b/a/c, æquus eſt angulus c/d/b, per antecedentem vigeſimamprimam huius tertij:ſunt enim in eodem ſegmēto b/a/d/c.Angulo rurſum a/c/b,æqualis eſt angulus b/d/a,per eandem vigeſimāprimam huius tertij: in eodē nanq; ſegmēto conſiſtunt a/d/c/b.Totus igitur qui ſub a/d/c/cōtinetur angulus,binis angulis b/a/c/& a/c/b(nempe ſuis partib⁹ integralibus)coæquatur.Adijciatur vtriſq; æqualibus,cōmunis angulus a/b/c. duo igitur anguli a/b/c/& c/d/a, tribus angulis b/a/c,a/c/b,& c/b/a, ipſius a/b/c/ trianguli, ſunt per ſecundam communem ſententiam æquales. Eiſdem porrò tribus angulis eiuſdē a/b/c/trianguli,duo recti ſunt æquales anguli:omnis ſiquidem triāguli, tres interiores anguli binis ſunt rectis æquales, per trigeſimamſecundā primi.Qui igitur ex oppoſito ſunt anguli a/b/c, & c/d/a, per primam communem ſentētiam,ſunt æquales duobus rectis.Nec diſſimiliter oſtēdemus,quòd anguli b/a/d/& d/c/b,duobus itidem rectis coæquantur.



Igitur in circulis quadrilaterorum exiſtentiū anguli,qui ex oppoſito:duobus rectis ſunt æquales.Quod demonſtrare oportebat.

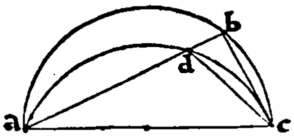
Θεώρημα κα, Πρόθεσις κγ.

Ἐπὶ τῆς αὐτῆς εὐθείας δύο τμήματα κύκλων ὅμοια καὶ ἄνισα, οὐ συσταθήσονται ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη.

Theorema 21, Propoſitio 23.

SVper eadem recta linea, duæ ſectiones circulorum ſimiles, & inæquales non conſtituentur ad eaſdem partes. 23

ORONTIVS. ¶Super eadem nanque recta linea a/c,binæ & inæquales circulorum ſectiones, a/b/c/quidem maior,minor autem a/d/c, ad eaſdem partes b, d/conſtituantur.Dico ꝙ ipſæ ſectiones nō ſunt ſimiles,& ſimul inæquales.Si enim id fuerit poſſibile: extendatur recta quædam linea a/d/b,quæ ſecet vtranq; ſectionem, maiorem quidem in b,& ipſam minorē in d:& connectantur b/c,& c/d/rectæ,per primum poſtulatū.Triangulum erit igitur b/c/d: cuius vnum latus b/d,producitur in a.exterior igitur angulus a/d/c,interiore & ex oppoſito c/b/d/maior eſt, per decimamſextam primi.



Quòd ſi ſegmentum a/d/c/,fuerit ipſi a/b/c/ſimile:æquus erit angulus a/d/c,eidem angulo c/b/d, per vltimam huius tertij diffinitionem.ſimiles nanq; ſectiones circuli ſunt,quæ angulos æquos ſuſcipiūt. Eſſet igitur angulus a/d/c,maior angulo c/b/d,atq; eidem æqualis:quod eſt impoſſibile. Super eadem itaq; recta linea,duæ ſectiones circulorum ſimiles,& inæquales non conſtituētur ad eaſdem partes.Quod oſtendere fuerat operæpretium.

Θεώρημα κβ, Πρόθεσις κδ.

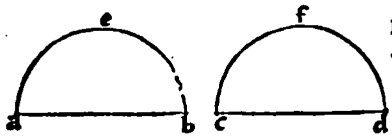
Τὰ ἐπὶ ἴσων εὐθειῶν ὅμοια τμήματα κύκλων, ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν

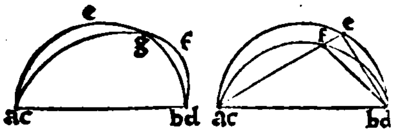
Theorema 22, Propoſitio 24.

SVper æqualibus rectis lineis ſimiles circulorum ſectiones conſtitutæ,ſibi inuicem ſunt æquales. 24

ORONTIVS. ¶Conſtituantur enim ſuper æqualibus rectis lineis a/b,& c,d, ſimiles circulorum ſectiones a/e/b,& c/f/d.Dico ꝙ ſectio a/e/b,ſectioni c/f/d/ eſt æqualis.Comparatis nanque adinuicem ipſis a/e/b/& c/f/d/ſectionibus, & puncto c/ſupra punctum a/ collocato, extenſaq; recta linea c/d/in directum ipſius a/b:congruet punctum d, ipſi puncto b. quæ enim ſunt æqualia, ſibimetipſis conueniunt, per octauæ cõmunis sententiæ conuersionem. Conueniente autem recta c/d/ ipsi a/b, conueniet & c/f/d/ circunferentia ipsi a/ e/ b: & illi consequenter erit æqualis. Tunc enim super eadem recta & communi linea a/b/vel c/d, duæ circulorum sectiones constituentur similes: igitur & æquales, per vigesimam tertiam huius. Aequalis est igitur a/e/b/ipsi c/f/d. ¶ Quòd si non fueris contentus hac demonstratione, & dixeris forsan circunferentiam c/ f/d, ipsi a/e/b/ minimè conuenire: tunc vel altera alteram secabit, vel vna cadet intra reliquam. Secent se primùm (si possibile sit) in puncto g. Et quoniam se secant iam, in communibus pũctis a,b/vel c,d: secabunt sese inuicẽ circuli, quorũ sunt sectiones, in pluribus duobus pũctis. quod per decimam huius tertij, est impossibile. Quòd si vna ceciderit intra reliquam, vtpote c/f/d/ intra a/e/b: idẽ quod in proxima sequetur inconueniẽs, velut ex ipsa potes elicere figura. Exterior enim angulus qui ad f, trianguli e/f/b/ aut e/f/d, maior erit intrinseco & ex opposito qui ad e, per decimãsextã primi: ac eidem æqualis, per similiũ sectionũ diffinitionẽ, quod non est possibile. Congruit itaque circunferentia c/f/d, ipsi a/e/b: quemadmodùm & recta c/d/ipsi a/b. quæ autem sibimetipsis conueniunt, æqualia sunt adinuicem: per octauam cómunem sententiam. Aequalis est igitur sectio a/e/ b, ipsi c/f/d. Igitur super æqualibus rectis lineis, similes circulorum sectiones cóstitutæ, sibi inuicem sunt æquales. Quod receperamus ostendendum.

Alia eiusdem theorematis ostensio.





Πρόβλημα γ, Πρότασις κε.

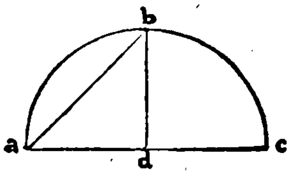
Κύκλου τμήματος δοθέντος, προσαναγράψαι τὸν κύκλον οὗπερ ἐστὶ τμῆμα.

Problema 3, Propositio 25.

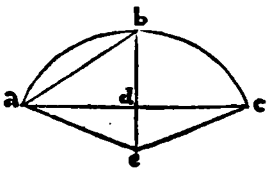
25 Circuli sectione data: describere circulum, cuius est sectio.

ORONTIVS. ¶ Esto data circuli sectio a/ b/ c, cuius centrum oporteat inuenire: hoc est, circulum cuius est sectio describere. Secetur itaque a/c/recta bifariam in puncto d, per decimam primi. & per vndecimam eiusdem primi, à puncto d/ipsius a/c/rectæ lineæ, perpendicularis excitetur d/b: & cónectatur a/b/ recta, per primum postulatum. Triangulum erit igitur a/b/d: cuius angulus b/a/d, ipsi angulo d/b/a/erit æqualis, aut eo minor, vel eodẽ angulo maior. Si æqualis (vt in hac prima figura) æqualis erit a/d, ipsi d/b, per sextã primi. Eidem porrò a/d, æqualis est d/c, per constructionem: & d/b/igitur ipsi d/c, per primam communem sententiam erit æqualis. Tres itaque a/d, d/b, & d/c, erunt inuicem æquales. Cadẽt ergo à puncto d, in circũferentiã a/b/c, plures quàm duæ rectæ lineæ æquales: erit igitur punctum d, centrum circuli, cuius a/b/c/est sectio, per nonam huius tertij. ¶ At si angulus b/a/d, minor fuerit angulo d/b/a (vt in secunda figuræ dispositione) cóstituatur ad datum punctum a/datæ rectæ lineæ a/b, dato angulo rectilineo d/b/a, æqualis angulus rectilineus b/a/e: per vigesimamtertiam primi. Et quoniam trianguli a/ b/d, angulus qui ad d/rectus est: igitur & qui ad b/minor est recto, per trigesimamsecundam primi. Angulo autẽ d/b/a, datus est æqualis b/a/e: & b/a/e/igitur angulus recto minor est. incidit itaq; recta linea a/b, in a/e/ & b/d/rectas, efficiens interiores &

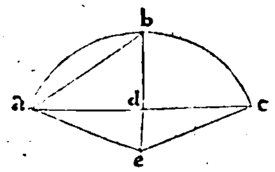
Prima huius ostẽsionis differentia.



Secunda differentia.

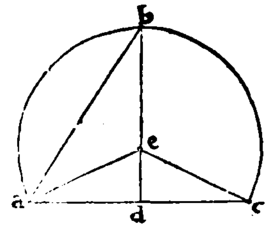


in eadem parte angulos, duobus rectis minores: conuenient igitur a/e/& b/d/ in rectum productæ, per quintum postulatum. conueniāt ergo ad punctum e: & connectatur e/c/ recta, per primum postulatum. Cùm igitur angulus e/a/b, æquus sit angulo a/b/e: æqualis est a/e, ipsi e/b, per sextam primi. Rursum quoniam a/d, ipsi d/c/ est æqualis, & d/e/ vtrique communis: bina igitur latera a/d/ & d/e/ trianguli



a/d/e, binis lateribus e/d/& d/c/trianguli e/d/c, sunt æqualia alterū alteri: & æquales comprehendunt angulos, nempe rectos qui circa d. Basis igitur e/c, basi a/e, per quartam primi est æqualis. Eidem porrò a/e, æqualis ostensa est e/b: tres igitur a/e, e/b, & e/c, sunt adinuicem æquales. Quare rursum, ex nona huius tertij, punctum e/centrum erit circuli, cuius a/b/c/est sectio. ¶ Quòd si idem angulus b/a/d, maior extiterit ipso d/b/a: idem respondenter concludetur. Dato enim rursum angulo b/a/e, ipsi d/b/a, per vigesimam tertiam primi, æquali: cōcludemus (veluti suprà) ex sexta primi, e/b/fore æqualem ipsi a/e: ac eidem a/e, ipsam e/c, per quartam ipsius primi, consequenter æquari. Et proinde punctum e, centrum erit circuli/cuius a/b/c/ est sectio: per nonam huius tertij.

Tertia differentia.

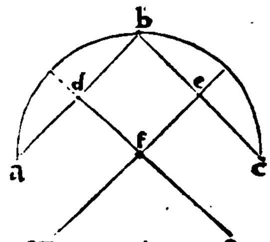


Corollarium.

¶ Hinc fit manifestū, in semicirculo angulum b/a/d, fore æqualē ipsi d/b/a: in sectione autē semicirculo minore, minorē: & in maiore maiorē.

Alia & vniuersalior eiusdē problematis ostensio.

¶ EST ET ALIVS modus vniuersalis inueniendi præfatū centrū, cuicunq; sectioni datæ indifferenter adcommodus. Assumantur itaque in data circunferentia siue sectione a/b/c, tria vtcunque contingentia puncta: sint'q; a, b, c. Connectantur deinde a/b, & b/c/rectæ, per primum postulatum. vtraq; postmodùm bifariam diuidatur, per decimā primi: a/b/quidem in puncto d, & b/c/ in puncto e. A punctis autem d/& e, in easdem a/b/& b/c, perpendiculares excitentur d/f/& e/f, per vndecimam eiusdem primi. Cùm igitur vterque angulorum b/d/f/& b/e/f/sit rectus: recta quæ ex puncto d/in pūctū e/producetur, vtrūq; diuidet angulum. quæ cùm incidat in d/f/& e/f/rectas, efficiet propterea interiores & in eadem parte angulos d/e/f/ & e/d/f/ duobus rectis minores. Cōcurrent igitur d/f/& e/f/productæ, per quintum postulatum, & sese tandem intersecabunt in eodem puncto f. Et quoniam recta quædam linea d/f, quandam rectam lineam a/b, bifariam & ad rectos dispescit angulos: in ipsa igitur d/f/est centrū circuli. & proinde in e/f/recta, erit eiusdem circuli centrum: per corollarium primæ huius tertij. Est igitur cētrū circuli, cuius sectio est a/b/c, in puncto f, vtriq; & d/f/& e/f/cōmuni. Data igitur circuli sectione a/b/c, describitur circulus cuius est sectio. Quod oportuit ostēdisse.



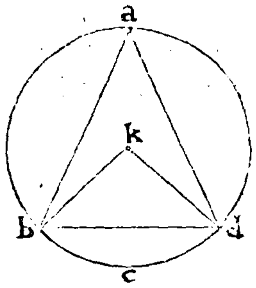
Θεώρημα κγ, Πρόθεσις κϛ.

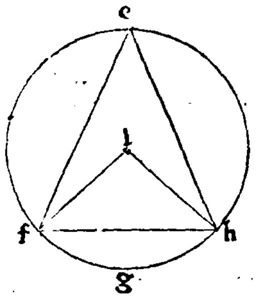
ΕΝ τοῖς ἴσοις κύκλοις αἱ ἴσαι γωνίαι ἐπὶ ἴσων περιφερειῶν βεβήκασι, ἐάν τε πρὸς τοῖς κέντροις, ἐάν τε πρὸς ταῖς περιφερείαις ὦσι βεβηκυῖαι.

Theorema 23, Propositio 26.

IN æqualibus circulis æquales anguli, in æqualibus circunferentijs subtenduntur: etsi ad centra, etsi ad circunferentias deducti fuerint. 26

ORONTIVS. ¶ Sint bini circuli a/b/c/d/ & e/f/g/h/ inuicem æquales: in quibus æquales deducantur anguli,ad eorum quidem centra k,l, anguli b/k/d,& f/l/h: ad circunferentias autem,b/a/d/& f/e/h.Dico quòd b/c/d/circunferẽtia,æqualis eſt f/g/h/circunferentiæ.Connectantur enim in primis b/d/& f/h/rectæ, per primum poſtulatũ.Et quoniam per hypotheſin circuli a/b/c/d/& e/f/g/h/ſunt inuicẽ æquales:quæ igitur ex eorum centris prodeũt rectæ lineæ,ſunt æquales adinuicem, per primã huius tertij diffinitionem.Duæ igitur b/ k/ & k/ d/ trianguli b/k/d, duabus f/l/& l/h/triãguli f/l/h/ ſũt æquales altera/alteri: & æquos inuicẽ, qui ad k/& l/cõprehẽdunt angulos.Baſis itaq; b/d,baſi f/h, per quartã primi eſt æqualis. Rurſum quoniã angulus qui ad a,æquus eſt angulo qui ad





e,ſimilis eſt ſectio b/a/d,ſectioni f/e/h,per decimam huius tertij diffinitionẽ: & ſuper æqualibus rectis cõſiſtunt b/d/& f/h. Aequalis eſt igitur ſectio b/a/d,ipſi f/e/h: ſuper æqualibus enim rectis lineis ſimiles circulorum ſectiones conſtitutæ, ſibi inuicem ſunt æquales,per vigeſimamquartam huius tertij. Atqui totus a/b/c/d/ circulus,toti e/f/g/h/circulo eſt æqualis.ſi ab æqualibus autem circulis, æquales auferantur circunferentiæ:quæ relinquentur æquales erunt,per tertiam cõmunem ſententiam. Aequalis eſt igitur circunferentia b/c/d,ipſi f/g/h. In æqualibus ergo circulis:&c.vt in theoremate.Quod demonſtrandum fuerat.

Θεώρημα κδ, Πρόθεσις κζ.

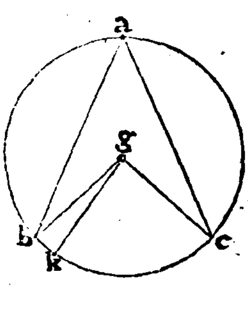
ΕΝ τοῖς ἴσοις κύκλοις, αἱ ἐπὶ ἴσων περιφερειῶν βεβηκυῖαι γωνίαι, ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν, ἐάν τε πρὸς τοῖς κέντροις, ἐάν τε πρὸς ταῖς περιφερείαις ὦσι βεβηκυῖαι.

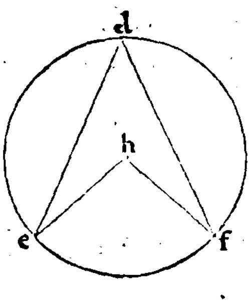
Theorema 24, Propoſitio 27.

27 IN æqualibus circulis,anguli qui ſuper æquales circunferentias deducuntur, ſibi inuicem ſunt æquales : etſi ad centra, etſi ad circunferentias fuerint deducti.

ORONTIVS. ¶Hæc eſt cõuerſa præcedentis.Sint ergo in circulis æqualibus a/b/c/& d/e/f,ſuper æqualibus circunferẽtijs b/c/& e/f,anguli b/g/c/& e/h/f,ad eorum centra g, h: ad circunferentias autem b/a/c/& e/d/f. Aio quòd angulus qui ad g,æquus eſt angulo qui ad h:necnon qui ad a,æqualis ei qui ad d. In primis enim, ſi angulus b/g/c/angulo e/h/f/nõ fuerit æqualis:alter eorum erit maior. Eſto maior (ſi poſſibile ſit)b/g/c:& ad datam rectam lineam g/c, ad datũmq; in ea punctum g, dato angulo rectilineo e/h/f,æqualis angulus rectilineus conſtituatur k/g/c,per vigeſimamtertiam primi. Maior erit itaque angulus b/g/c, ipſo k/g/c/angulo: incidétque propterea rectã g/k,inter b/g/ & g/c/rectas, & proinde ſecabit circũferentiã k/c/ipſa b/c/ minorẽ.At quoniã in circulis æqualibus æquales anguli, in æqualibus circunferẽtijs ſubtẽduntur,per antecedentẽ vigeſimamſextã propoſitionem:æqualis erit circunferentia k/c,ipſi e/f.Eidem porrò

Cõuerſa præcedentis,26.





circunferentiæ e/f, æqualis est per hypothesin circunferentia b/c.& b/c/ igitur circunferentia,ipsi k/c,per primam communem sententiam erit æqualis:maior videlicet minori,totúmve suæ parti.quod per nonam cõmunẽ sententiã est impossibile. Non est igitur angulus b/g/c,maior ipso e/h/f: similiter ostendemus,quòd neq; minor.Est igitur æqualis.Et quoniam per vigesimam huius tertij,angulus b/a/c,dimidius est eius qui ad centrum g:necnon & e/d/f/angulus,illius qui ad centrum h/dimidius.quæ autẽ eiusdem vel æqualium sunt dimidiũ,æqualia sunt adinuicem: per septimam communem sententiã.Et angulus igitur b/a/c,angulo e/d/f/est æqualis. In æqualibus ergo circulis,anguli qui super æquales circunferentias:& quæ sequuntur reliqua.Quod erat ostendendum.

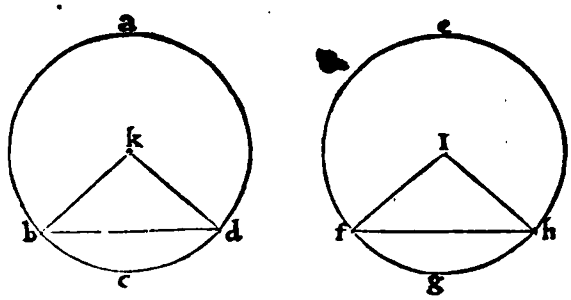
Θεώρημα κε, Πρόθεσις κη.

ΕΝ τοῖς ἴσοις κύκλοις αἱ ἴσαι εὐθεῖαι, ἴσας περιφερείας ἀφαιροῦσι. τὴν μὲν μείζονα, τῇ μείζονι: τὴν δὲ ἐλάττονα, τῇ ἐλάττονι.

Theorema 25, Propositio 28.

IN æqualibus circulis æquales rectæ lineæ, æquales circunferentias auferunt:maiorem maiori,minorem autem minori. 28

ORONTIVS.¶Sint bini circuli a/b/c/d/& e/f/g/h/inuicem æquales,quorum centra k,l:in ipsis verò æqualibus circulis,æquales sint rectæ lineæ b/d, & f/h,auferentes circunferentes b/a/d/quidem & f/e/h maiores,minores autem b/c/d/& f/g/h.Aio quòd circunferentia b/a/d,circunferentiæ f/e/h/est æqualis:necnon & b/c/d, ipsi f/g/h.Connectantur enim b/k/& k/d,atque f/l/& l/h/ rectæ, per primũ postulatum.Cũ igitur ex hypothesi circuli a/b/c/d/ & e/f/g/h/ sint æquales:& æquales quoq; adinuicẽ erunt quæ ex eorum cẽtris deducẽtur lineæ rectæ, per primam huius tertij diffinitionem. Duæ itaq; b/k/& k/d/trianguli b/k/d,binis f/l/ & l/h/trianguli f/l/h, sunt æquales altera alteri: basis quoq; b/c,basi f/h,per hypothesin æqualis. Angulus igitur b/k/d,angulo f/l/h,per octauam primi est æqualis.In æqualibus porrò circulis æquales anguli,& ad centra deducti, in æqualibus circunferentijs subtenduntur:per allegatam vigesimamsextam huius tertij.Et b/c/d/igitur circunferentia,ipsi f/g/h/circunferẽtiæ est æqualis. Atqui totus a/b/c/d/circulus,toti e/f/g/h/ circulo per hypothesin æquatur : & si ab æqualibus circulis æquales auferantur circunferentiæ, quæ relinquentur æquales erunt, per tertiam communem sententiam. Reliqua igitur circunferentia b/a/d, reliquæ f/e/h/est æqualis. Igitur in circulis æqualibus æquales rectæ lineæ, æquales circũferentias auferũt:maiorem maiori,minorẽ autem minori. Quod demõstrare fuerat operæpretium.



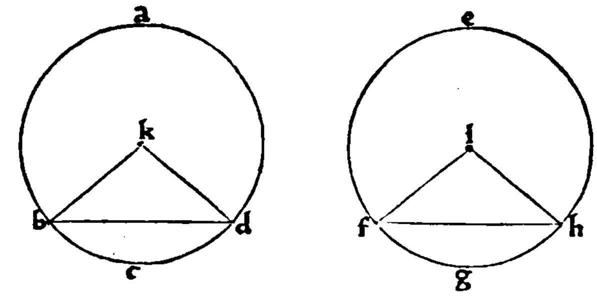
Θεώρημα κϛ, Πρόθεσις κθ.

ΕΝ τοῖς ἴσοις κύκλοις ὑπὸ τὰς ἴσας περιφερείας, ἴσαι εὐθεῖαι ὑποτείνουσιν.

Theorema 26, Propositio 29.

IN æqualibus circulis: sub æqualibus circunferẽtijs, æquales rectæ lineæ subtenduntur. 29

Cõuersa proximæ.28. ORONTIVS.¶Hæc est conuersa proximè antecedentis propositionis.Sint igitur rursum æquales circuli a/b/c/d/ & e/f/g/h, quorum cētra k, l: sintq; in eisdem circulis, b/c/d/ & f/g/h/ circūferentiæ inuicem æquales. Dico quòd connexæ b/d/ & f/h/ rectæ lineæ, æquales sunt adinuicem. Producātur enim ex centro k, rectæ lineæ b/k/ & k/d: necnon ex centro l, rectæ lineæ f/l/ & l/h, per primum postulatū. Et quoniam ex hypothesi circunferentia b/c/d/ æqualis est circunferentiæ f/g/h: æqualis est propterea angulus b/k/d/ angulo f/l/h, per vigesimamseptimam huius tertij. Rursum quoniam dati circuli per hypothesin sunt inuicem æquales: & quæ ex eorum centris igitur k/ & l, per primam huius diffinitionem sunt æquales. Aequales itaque inuicem sunt b/k, k/d, f/l, & l/h. Triangula ergo b/k/d/ & f/l/h, habent duo latera duobus lateribus æqualia alterum alteri: & contentos sub æquis lateribus angulos inuicem æquales. Basis igitur b/d, basi f/h, per quartam primi est æqualis. In æqualibus ergo circulis, sub æqualibus circunferētijs, æquales rectæ lineæ subtenduntur. Quod oportuit demonstrasse.



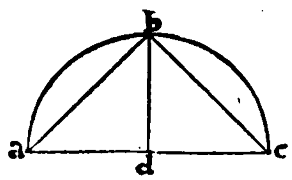
Πρόβλημα δ, Πρόθεσις λ.

Τὴν δοθεῖσαν περιφέρειαν δίχα τέμνειν.

Problema 4, Propositio 30.

30 DAtam circunferentiam bifariam discindere.

ORONTIVS. ¶Esto datā circūferentiā a/b/c: quam oporteat bifariam discindere. Connectatur ergo recta linea a/c, per primū postulatum: quæ bifariam secetur in puncto d, per decimam primi. Et per vndecimam eiusdem primi, à dato puncto d, datæ rectæ lineæ a/c, ad angulos rectos excitetur d/b: connectanturq; a/b/ & b/c/ lineæ rectæ, per primum postulatum. Cùm igitur a/d/ ipsi d/c/ sit æqualis, & d/b/ vtriq; communis: bina itaq; latera a/d/ & d/b/ trianguli a/d/b, duobus lateribus b/d/ & d/c/ trianguli b/d/c/ sunt æqualia alterum alteri: & æquos inuicem comprehendunt angulos, nempe rectos. Basis igitur a/b, basi b/c, per quartam primi est æqualis. Aequales porrò lineæ in eodē circulo, æquales circunferentias auferunt, maiorem maiori, minorem autem minori, per vigesimamoctauā huius tertij. Aequalis est ergo a/b/ circunferentia, ipsi b/c. Data itaq; circunferentia a/b/c, bifariam discinditur in puncto b. Quod facere oportebat.



Θεώρημα κζ, Πρόθεσις λα.

ΕΝ κύκλῳ, ἡ μὲν ἐν τῷ ἡμικυκλίῳ γωνία, ὀρθή ἐστιν: ἡ δὲ ἐν τῷ μείζονι τμήματι, ἐλάττων ὀρθῆς: ἡ δὲ ἐν τῷ ἐλάττονι, μείζων ὀρθῆς. καὶ ἔτι ἡ μὲν τοῦ μείζονος τμήματος γωνία, μείζων ἐστὶν ὀρθῆς: ἡ δὲ τοῦ ἐλάττονος τμήματος γωνία, ἐλάττων ἐστὶν ὀρθῆς.

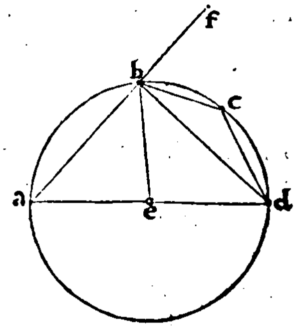
Theorema 27, Propositio 31.

31 IN circulo, angulus qui in semicirculo est, rectus est: qui autem in maiori segmento, minor recto: qui verò in minori segmento, maior est recto. Et insuper angulus maioris segmēti, recto quidem maior est: minoris autem segmenti angulus, minor est recto.

ORONTIVS. ¶Sit datus circulus a/b/c/d: cuius centrum e, dimetiens verò a/d: deſcriptus autem in ſemicirculo angulus, ſit a/b/d. & ſuſcipiatur in eodem circulo contingens aliquod punctum, ſitq; illud c: & per primum poſtulatum, connectantur rectæ lineæ b/c, b/e, & c/d. Dico primùm, quòd angulus a/b/d/ rectus eſt.

Prima theorematis pars.

Extendatur enim, per ſecundum poſtulatum, a/b/ recta in directum, verſus f. Cùm



igitur æqualis ſit a/e, ipſi e/b, per circuli diffinitionem: æquus erit angulus e/a/b, ipſi angulo a/b/e, per quintam primi. Et proinde æqualis eſt angulus e/b/d, ipſi angulo b/d/e: æqualis ſiquidẽ eſt e/b/ recta ipſi e/d, per eandẽ circuli diffinitionẽ. Totus itaq; angulus a/b/d, binis angulis b/a/d/ & a/d/b/ eſt æqualis. Eiſdem porrò angulis b/a/d/ & a/d/b, æquus eſt exterior angulus d/b/f, per trigeſimã ſecundã primi. Duo itaque anguli a/b/d/ & d/b/f, eiſdem angulis b/a/d/ & a/d/b/ ſunt æquales: igitur & æquales adinuicem, per primam communem ſententiam. Recta igitur b/d/ incidẽs ſuper a/f, efficit vtrobique angulos adinuicem æquales: ergo rectos, per decimam ipſius primi diffinitionem. Rectus eſt igitur angulus a/b/c/ in dato conſiſtens ſemicirculo.

Pars ſecũda.

¶Dico inſuper quòd angulus qui ad a/ exiſtens in maiori ſegmento b/a/d, recto minor eſt. Trianguli ſiquidem a/b/d/ tres anguli, binis rectis per trigeſimamſecundam primi ſunt æquales. Rectus eſt autem qui ad/b (veluti nunc oſtendimus) reliqui igitur qui ad a, & qui ad d, vni recto ſunt æquales: & proinde vterque recto minor.

Pars tertia.

¶Aio conſequenter quòd & angulus qui ad c/ in ſegmento b/c/d/ ſemicirculo minori, maior eſt recto. Nam a/b/c/d/ quadrilaterũ eſt, & in dato conſiſtens circulo. In circulis porrò quadrilaterorum exiſtentium, anguli qui ex oppoſito duobus rectis ſunt æquales, per vigeſimamſecundam huius tertij. Qui igitur ad a/ & c/ exiſtunt anguli, binis rectis ſunt æquales. Angulus porrò qui ad a, recto minor oſtenſus eſt: igitur & qui ad c, hoc eſt ſub b/c/d/ cõtinetur angulus, recto maior eſt.

Quarta eiuſdẽ theorematis pars.

¶Dico tandem, quòd angulus maioris ſegmenti b/a/d, vtpote a/b/c/d, ſub a/b/ recta, & circunferentia b/c/d, cõprehenſus, maior eſt recto. Minoris autẽ ſegmenti angulus, veluti c/b/d, ſub eadem b/c/d/ circunferentia & recta b/d/ comprehenſus, recto minor eſt. Anguli enim rectilinei a/b/d/ & d/b/f/ recti ſunt: caditq; b/d/ recta intra datum circulum, per ſecundam huius tertij. Eadem itaq; recta b/d, diuidit ipſum angulum ſub a/b/ recta, & b/c/d/ circũferentia comprehenſum: & proinde rectus angulus a/b/d, eiuſdem anguli ſub a/b/ recta & circunferentia b/c/d/ comprehenſi fit pars. Omne porrò totum, eſt ſua parte maius, per nonam cõmunem ſententiam. Datus igitur ſegmenti maioris angulus, ſub a/b/ recta, & b/c/d/ circunferentia contentus, recto maior eſt.

Pars quinta & vltima.

¶Rurſum, quoniam recta b/d, cadit intra datum circulum, & b/f/ extra: diuidit itaq; circunferentia b/c/d, ipſum angulum rectum d/b/f. Et proinde datus angulus ſub b/d/ recta/ & eadem circunferentia b/c/d/ comprehẽſus, pars eſt ipſius anguli recti d/b/f. Omnis autem pars minor eſt toto, per ipſius nonæ communis ſententiæ conuerſionem. Angulus igitur ſegmenti minoris, ſub d/b/ recta & b/c/d/ circunferentia comprehenſus, minor eſt recto. In circulo itaq; angulus qui in ſemicirculo eſt: & quæ ſequuntur reliqua. Quod oportebat oſtendere.

Corollarium primum.

¶Ex hac, & decimaſexta huius tertij propoſitione fit manifeſtum, quòd tametſi in mixtis angulis, ſub recta linea & circuli circunferentia comprehenſis, detur minor atque maior recto: nunquàm tamen dabitur æqualis.

Corollarium secundum.

¶Sequitur etiam ex huiusce propositionis demonstratione, quòd in triangulis angulus qui reliquis duobus æquatur, rectus est. ¶ Et quando vtrobique cõsistentes anguli, eisdem angulis fuerint æquales: vterq; æqualium angulorum rectus erit.

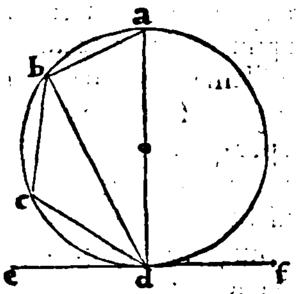
Θεώρημα κη, Πρόθεσις λβ.

Ἐὰν κύκλου ἐφάπτηταί τις εὐθεῖα, ἀπὸ δὲ τῆς ἁφῆς εἰς τὸν κύκλον διαχθῇ τις εὐθεῖα τέμνουσα τὸν κύκλον, ἃς ποιεῖ γωνίας πρὸς τῇ ἐφαπτομένῃ, ἴσαι ἔσονται ταῖς ἐν τοῖς ἐναλλὰξ τοῦ κύκλου τμήμασι γωνίαις.

Theorema 28, *Propositio* 32.

32 SI circulum tetigerit aliqua recta linea, à contactu autem extendatur quædam recta linea circulum dispescẽs: anguli quos efficit ad tangẽtem, æquales sunt eis, qui alterni in circuli segmentis consistunt, angulis.

ORONTIVS. ¶Esto enim circulus a/b/c/d, quem tangat recta linea e/f/in puncto d: à cõtactu autem d, extendatur recta quædam linea d/b, dispescẽs datum circulum a/b/c/d. Aio quòd angulus b/d/e, æqualis est angulo qui in segmento b/a/d: & angulus b/d/f, ei qui in segmento b/c/d/ itidem æqualis. In primis enim, aut b/d/recta super rectam e/f/ad rectos incidet angulos: aut non. Si ad rectos inciderit angulos: ea transibit per centrum, efficietúrque dimetiẽs ipsius a/b/c/d/circuli, per decimamnonam huius tertij. Qui autem in vtroq; semicirculo cõsistet angulus, rectus erit, per antecedentẽ trigesimamprimã ipsius tertij. hinc per quartum postulatũ, vterque rectus qui circa d, vtrique recto in alternis semicirculis constituto erit æqualis. ¶Sed esto d/b/ minimè perpendicularis super e/f: & per vndecimã primi, à dato puncto d, datæ rectæ lineæ e/f, perpendicularis excitetur a/d. Sumatur præterea in b/d/circũferentia punctum aliquod, sitq; illud c: & per primum postulatum, connectãtur rectæ a/b, b/c, atque c/d. Cùm igitur ex hypotesi, recta linea e/f, tangat ipsum a/b/c/d/ circulum, à contactu autem d, ipsi tangẽti e/f/ad rectos angulos excitata est a/d: transit igitur a/d/ recta per centrum, sitq; dimetiẽs ipsius a/b/c/d/circuli, per decimãnonã huius tertij. Triãguli igitur a/b/d, angulus qui ad b/in ipso existens semicirculo, per antecedentẽ trigesimãprimã huius tertij, rectus est: reliqui itaq; anguli a/d/b/ & b/a/d, vni recto, per trigesimamsecundam primi, sunt æquales. Angulus porrò a/d/e, rectus est: qui igitur sub a/d/b/ & b/a/d/cõtinentur anguli, ipsi angulo a/d/e/sunt æquales. vtriq; autẽ æqualiũ, cõmunis est a/d/b: reliquus igitur b/d/e, reliquo b/a/d (qui alternus in b/a/d/segmento consistit) angulo, per tertiam communem sententiam est æqualis. Rursum quoniã anguli b/d/e/ & b/d/f, duobus rectis, per decimamtertiam primi, sunt æquales: eisdẽ quoq; duobus rectis, æquales sunt qui, in a/b/c/d/ quadrilatero, ex opposito consistunt anguli b/a/d/ & b/c/d, per vigesimamsecundam huius tertij. Et anguli igitur b/a/d/ & b/c/d, ipsis angulis b/d/e/ & b/d/f, sunt per primam communem sententiã æquales: quorum alter, vtpote b/a/d, alteri b/d/e/ æqualis præostensus est. Reliquus igitur angulus b/d/f, reliquo & alterno b/c/d, per tertiam communem sententiam coæquatur. Si circulum igitur tetigerit aliqua recta linea: &c. vt in theoremate. Quod receperamus ostendendum.



Quãdo dispescẽs orthogonalis est ad tãgentem.

Quando extensa non est orthogonalis cum tãgente circulum.

πρόβλημα ε, πρόθεσις λγ.

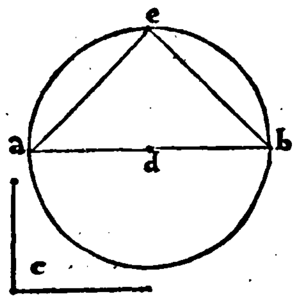
Ἐπὶ τῆς δοθείσης εὐθείας γράψαι τμῆμα κύκλου δεχόμενον γωνίαν ἴσην, τῇ δοθείσῃ γωνίᾳ εὐθυγράμμῳ.

Problema 5, Propositio 33.

SVper data recta linea, describere sectionem circuli, capientem angulum æqualem dato angulo rectilineo. 33

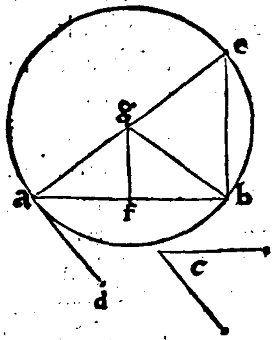
ORONTIVS. ¶ Sit data recta linea a/b, datus porrò angulus rectilineus qui ad c: sitq; receptum describere circuli sectionem, quæ capiat angulum ipsi dato angulo c/æqualem. Datus itaq; angulus, aut erit rectus, aut acutus, vel obtusus. Esto primũ rectus, vt in prima figura. Secetur ergo ipsa a/b/ recta linea bifariam, per decimam primi, in puncto d: & centro d, interuallo autem d/a, vel d/b, circulus describatur a/e/b, per tertium postulatum. Sumatur deinde contingens aliquod punctum in alterutro semicirculo, sitq; illud e: & cõiungantur a/e/& e/b/lineæ rectæ, per primũ postulatum. Et quoniã semicirculus est a/e/b: angulus igitur qui ad e, per trigesimamprimã huius tertij rectus est, & ipsi propterea angulo c, per quartum postulatum æqualis. Descriptus est itaque super a/b/recta, semicirculus a/e/b, suscipiẽs angulum qui ad e, dato angulo c/æqualem. ¶ Sit autem ipse datus angulus c/acutus, velut in secunda figuræ descriptione. Ad datam itaq; rectam lineam a/b, datũmq; in ea punctum a, dato angulo rectilineo c: æqualis angulus rectilineus constituatur b/a/d, per vigesimamtertiã primi. Erit igitur angulus b/a/d/ acutus: & proinde a/b, super ipsam a/d/non est perpendicularis. Excitetur ergo per vndecimam primi, à dato puncto a/datæ rectæ lineæ a/d, perpendicularis a/e: diuidatũrq; ipsa a/b/recta bifariã in puncto f, per decimam ipsius primi. & per vndecimã eiusdem primi, à dato puncto f, ipsi a/b/ rectæ lineæ ad angulos rectos excitetur f/g. Conuenient itaq; a/e/& f/g, per quintum postulatũ: interiores enim & in eadem parte anguli a/f/g/& g/a/f, binis rectis sunt minores. cõueniant igitur ad punctum g: & cõnectatur b/g/recta, per primũ postulatum. Cùm igitur a/f/ipsi f/b/sit æqualis, & vtriq; cõmunis f/g: duæ igitur a/f/& f/g/trianguli a/f/g, duabus g/f/& f/b/trianguli g/f/b, sunt æquales altera alteri. & æquos inuicẽ capiũt angulos: nempe rectos, qui circa f. Basis igitur a/g, basi g/b, per quartam primi est æqualis. Centro itaq; g, interuallo autem g/a/vel g/b, circulus describatur a/e/b, per tertium postulatum. transibit ergo circulus a/e/b, per ipsius a/b/limites. Extensa igitur a/e/recta, per secundum postulatum, in circunferentiam ipsius circuli: cõnectatur recta b/e, per primum postulatum. Et quoniam a/d/recta, ab a/puncto ipsius a/e/ dimetientis extremitate, ad rectos est angulos: tangit igitur a/d/ipsum a/e/b/circulum, per corollarium decimæsextæ huius tertij. Rursum, quoniam recta quædam linea a/d, tangit ipsum a/e/b/ circulum, à contactu autem extensa est recta quædam linea a/b/circulum dispescens: angulus igitur qui ad e/ consistens in alterno segmento a/e/b, angulo b/a/d/quem facit extensa a/b/cum tangente a/d, per trigesimamsecundã huius tertij est æqualis. Eidem porrò b/a/d, æquus est angulus c, per constructionem. Angulus igitur qui ad e, dato angulo c, per primã communẽ sentẽtiam est æqualis.

Quando datus angulus rectus est.



Cùm datus angulus est acutus.

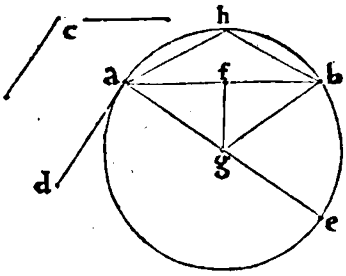
Partiũ figurę præparatio.



Resolutio demõstrationis

Super data itaq; recta linea a/b, descriptum est circuli segmentum a/e/b, suscipiens angulum qui ad e, dato angulo c/æqualem. ¶ Quòd si datus angulus c/fuerit obtusus: haud dissimili via propopositionis intentum perficietur. Dato enim rursum angulo b/a/d, ipsi angulo c/æquali, per vigesimātertiā primi: & a/b/ recta diuisa bifariam in puncto f/per decimā, excitatáq; perpendiculari f/g/ per vndecimā eiusdem primi: conuenient rursum a/e/ & f/g/ in rectum extensæ, per quintum postulatum (anguli enim a/f/g/ & g/a/f/ sunt minores duobus rectis) conueniant ergo ad punctum g. & sumpto puncto h, prout in a/b/circunferentia contigerit: cōnectantur a/h, h/b, & b/g/lineæ rectæ, per primū postulatum. Cùm igitur a/f/sit æqualis f/b, & f/g/vtriq; communis: duo latera a/f/ & f/g/ trianguli a/f/g, duobus lateribus g/f/ & f/b/ trianguli g/f/b, sunt æqualia alterū alteri: & æquales inuicem continent angulos, vtpote rectos qui circa punctū f. Basis igitur a/g, basi g/b, per quartā primi est æqualis. Centro itaque g, interuallo autē g/a/vel g/b, describatur a/e/b/circulus, per tertium postulatū. trāsibit ergo circulus ipse, per limites datæ rectæ lineæ a/b. Hinc rursum quoniam recta a/d/ab extremitate dimetientis a/e/ad rectos excitata est angulos: tangit igitur a/d/ipsum a/e/b/circulum, per corollarium decimæsextæ huius tertij. Item quoniam a/d/recta tangit a/e/b/circulum, à cōtactu autem extensa est a/b/recta, circulum dispescens: angulus igitur qui ad h/consistēs in alterno circuli segmento a/h/b, angulo b/a/d/sub contingente d/a/ & extensa a/b/comprehenso, per trigesimamsecundam huius tertij est æqualis. Eidem quoq; angulo b/a/d, æquus est per constructionem angulus qui ad c. Qui igitur ad c/ & h/puncta consistunt anguli, per primam communem sententiam, sunt inuicem æquales. Itaq; super data recta linea a/b, describitur sectio circuli a/h/b/capiens angulū qui ad h/æqualem dato angulo rectilineo qui ad c. Quod facere oportebat.

Quādo idem angulus dat⁹ est obtusus.



Resolutio demōstrationis priori similis.

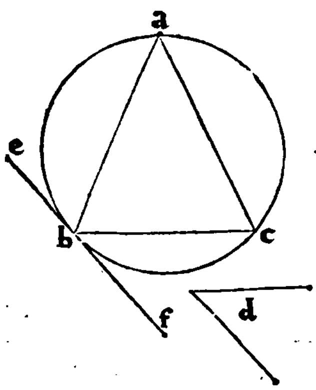
Πρόβλημα ς, Πρόθεσις λδ.

Ἀπὸ τοῦ δοθέντος κύκλου, τμῆμα ἀφελεῖν δεχόμενον γωνίαν ἴσην τῇ δοθείσῃ γωνίᾳ εὐθυγράμμῳ. *Problema 6, Propositio 34.*

34 A Dato circulo, segmentum abscindere, capiēs angulum æqualem dato angulo rectilineo.

ORONTIVS. ¶ Sit datus circulus a/b/c: à quo oporteat segmētum abscindere, capiens angulum æqualem dato angulo qui ad d. A dato igitur puncto e, ducatur recta linea e/f/contingēs ipsum a/b/c/circulum in puncto b, per decimamseptimam huius tertij. & ad datā rectam lineam b/f, datúmq; in ea punctum b, dato angulo rectilineo qui ad d, æqualis angulus rectilineus constituatur c/b/f, per vigesimātertiam primi. & per primū postulatum, coniungantur a/b/ & a/c/ lineæ rectæ comprehendentes angulum qui ad a. Cùm igitur recta quædā linea b/f/tangat circulū a/b/c, & à contactu b/alia quædā linea recta b/c/ extensa est, circulum dispescēs: angulus igitur qui ad a/ existens in alterno segmēto b/a/c, æquus est ipsi angulo c/b/f, quem efficit recta b/c/cum tangēte b/f, per trigesimamsecundam huius tertij. Eidem porrò c/b/f/angulo, æquus est per cōstructionem angulus d. Est igitur sub b/ a/ c/ contentus

Constructio figuræ.



Demōstratio problematis.

angulus, æqualis ipsi angulo d, per primam communem sententiam. A dato itaque circulo a/b/c, segmentum abscinditur b/a/c, capiens angulum qui ad a/æqualem dato angulo rectilineo d. Quod oportuit fecisse.

Θεώρημα κθ, Πρότασις λε.

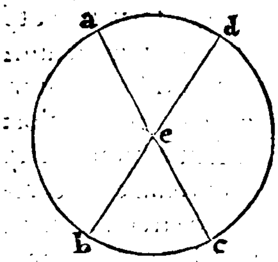
Ἐὰν ἐν κύκλῳ δύο εὐθεῖαι τέμνωσιν ἀλλήλας, τὸ ὑπὸ τῶν τῆς μιᾶς τμημάτων περιεχόμενον ὀρθογώνιον, ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν τῆς ἑτέρας τμημάτων περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ.

Theorema 29, Propositio 35.

SI in circulo duæ rectæ lineæ se adinuicem secuerint: rectangu- 35
lum comprehensum sub sectionibus vnius, æquū est ei quod sub segmentis alterius comprehenditur rectangulo.

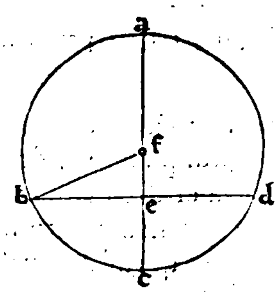
ORONTIVS. ¶In dato enim circulo a/b/c/d, binæ rectæ lineæ a/c/& b/d, se inuicem secent in puncto e. Aio quòd rectangulum comprehensum sub a/e/& e/c, æquum est comprehenso sub b/e/& e/d/rectangulo. In primis itaq;, vel vtraque linearum transit per centrum circuli, vel vna tantùm, aut neutra. Transeat primùm vtraque per centrum e, vt in prima figura. Erunt igitur, per decimamquintam diffinitionem primi, a/e, e/c, b/e, & e/d/inuicem æquales: nempe eiusdē circuli semidiametri. Quod igittur sub a/e/in e/c/ fit rectangulum, æquum est ei, quod sub b/e/& e/d/ continetur rectangulo, per corollarium quadragesimæsextæ primi libri: sunt enim ambo rectangula quadrata, & sub æqualibus rectis cōprehensa.

Prima linearū sese inuicē secātiū dispositio.



¶Sed iā altera tantūmodò linearum, vtpote a/c, transeat per centrū, quod sit f: secétq; reliquam b/d/in eodem puncto e. Secabit igitur a/c, ipsam b/d/in duo æqualia, vel in duo nō æqualia. Secet primùm bifariam: & ad rectos igitur eam secabit angulos, per tertiam huius tertij. Connectatur ergo recta b/f, per primum postulatum. Rectāgulum erit itaq; triangulum b/e/f. Et quoniam recta a/c/secatur in æqualia in puncto f, & in non æqualia in puncto e: quod igitur sub a/e/& e/c/ continetur rectangulum, vnà cum quadrato quod ex e/f, æquum est ei, per quintam secundi, quod ab f/c/fit quadrato. Ei porrò quod ab f/c/fit quadrato, æquum est id quod ex b/f, per corollariū quadragesimæsextæ primi: æqualis siquidem est b/f/ipsi f/c. Comprehēsum igitur sub a/e/& e/c/ rectangulum vnà cum quadrato quod ex e/f: æquum est quadrato quod fit ex b/f. Quadrato autem quod fit ex b/f, æqualia sunt per quadragesimamseptimā primi, quæ ex b/e/& e/f/describuntur quadrata. Cōprehensum itaq; sub a/e/& e/c/rectangulum, vnà cum quadrato quod fit ex e/f: æquum est quadratis quæ fiūt ex b/e/& e/f. Ablato igitur communi quadrato quod ex e/f: reliquum sub a/e/& e/c/ comprehensum rectāgulum: æquum erit, per tertiam communem sententiā, reliquo quod ex b/e/describitur quadrato. Quod autem ex b/e/ fit quadratum, idem est quod sub b/e & e/d/comprehensum rectangulum: est enim per hypothesin b/e/ipsi e/d/æqualis. Comprehensum igitur sub a/e/& e/c/rectangulū, æquū est rectangulo, quod sub b/e/& e/d/continetur.

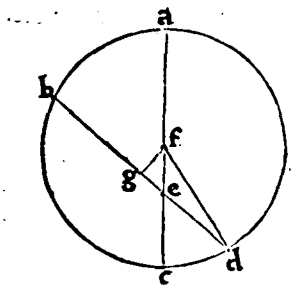
Secūda linearū supradictarū dispositio.

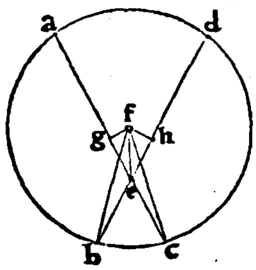


¶Quòd si a/c/per f/ centrum educta, ipsam b/d/non ductam per centrū secuerit inæqualiter: idem non minus facilè concludetur. A dato enim puncto f, in ipsam b/d, perpendicularis ducatur f/g, per duodecimam primi: & connectatur f/d, per primū postulatum. Cùm igitur f/g/per centrum educta, ipsam b/d/non ductam per centrum ad rectos diuidat angulos: &

Earundem linearum dispositio tertia.

ipſam quoq; bifariam diſpeſcet,per tertiã huius. Aequalis erit igitur b/g/ ipſi g/d: & triangula f/g/d,atque f/g/e/rectangula.Et quoniam recta a/c/bifariam ſecatur in puncto f,& in nõ æqualia in puncto e: quod igitur ſub a/e/& e/c/ continetur rectã-gulum,vnà cum quadrato quod ex e/f, æquum eſt ei quod ex f/c/ deſcribitur quadrato, per quintam ſecundi. Quadrato autem quod ex f/c,æquũ eſt id quod fit ex f/d: æqualis ſiquidem eſt f/c/ ipſi f/ d, per decimãquintam ipſius primi diffinitionem. Quadrato rurſum quod ex e/ f, æqualia ſunt deſcripta ex f/g/& g/ e/ quadrata, per quadrageſimãſeptimã eiuſdem primi.Comprehenſum igitur ſub a/e/& e/c/rectangulum,vnà cum deſcriptis ex f/g/& g/e/quadratis:æquũ eſt quadrato quod fit ex f/d.Quadrato inſuper quod fit ex f/d,æqualia ſunt quæ ex f/g/& g/d/fiũt quadrata, per eandem quadrageſimamſeptimam primi. Quod igitur ſub a/e/& e/c/continetur rectangulum,vnà cũ quadratis quæ ex f/g/& g/e:æquũ eſt eis,quæ ex f/g/& g/d/fiunt quadratis.Subducto igitur quod ex f/g,vtriſq; communi: reliquum ſub a/e/& e/c/comprehenſum rectangulum,vnà cum quadrato quod ex g/e,æquum eſt ei quod ex g/d/fit quadrato.Eidem rurſum quod ex g/d/fit quadrato,æquum eſt comprehenſum ſub b/e/ & e/d/ rectangulum, vnà cum eo quod ex eadem g/e/fit quadrato,per eandem quintam ſecundi:diuiditur enim b/d/ bifariã in g,& in non æqualia in puncto e. Quæ autẽ eidem æqualia ſunt, ea ſunt æqualia adinuicem, per primam communem ſententiam. Rectangulum itaq; ſub a/e/& e/c/cõprehenſum,vnà cum quadrato quod ex g/e: æquũ eſt cõprehenſo ſub b/e/& e/d/rectãgulo,vnà cũ eodem quadrato quod fit ex g/e.Ablato autẽ cõmuni quadrato quod ex g/e:reliquũ ſub a/e/& e/c/cõprehẽſum rectãgulũ,reliquo quod ſub b/e/ & e/d/cõtinetur rectangulo,per tertiã cõmunẽ ſentẽtiam eſt æquale.¶Neutra demum ſupradictarũ linearũ per cẽtrum educatur(vt in hac vltima figura) ſiue vna ſecet aliã per æqualia,ſiue nõ:ſitq; rurſum ipſius circuli centrũ f.Cõnectatur igitur e/f/ recta,per primũ poſtulatũ:& à centro f,in vtranq; a/c/ & b/d,ad rectos deducãtur angulos f/g/& f/h,per duodecimã primi: connectantúrque demũ b/f/& f/c,per idem primum poſtulatũ.Diuidet ergo f/g/ipſam a/c/bifariam,ſimiliter & f/h/ipſam b/d,per tertiã huius tertij propoſitionem:erúntq; triangula f/g/e/& e/f/h,necnon f/g/c/& f/b/h/ rectangula. Et quoniã a/c/bifariã ſecatur in g, & in non æqualia in puncto e:cõprehenſum igitur ſub a/e/& e/c/ rectangulũ,vnà cum eo quod ex g/e/fit quadrato,æquũ eſt per quintam ſecundi quadrato quod fit ex g/c.Addatur cõmune quadratũ,quod ex f/g/deſcribitur:quod igitur ſub a/e/& e/c/cõtinetur rectãgulum,vnà cum quadratis quæ fiunt ex f/g/& g/e,binis quadratis quæ ex f/g/& g/c, per tertiam communem ſentẽtiam eſt æquale.Quadratis porrò quæ fiunt ex f/g/& g/e, æquũ eſt quadratum quod fit ex e/f: eis item quæ ex f/g/& g/e/fiunt quadratis,æquũ id quod ex f/c, per quadrageſimamſeptimam primi. quod igitur ſub a/e/& e/c/ continetur rectangulum, vnà cum quadrato quod fit ex e/f, æquũ eſt quadrato quod ex f/c.Ipſi autem f/c/æqualis eſt f/b,per circuli diffinitionẽ:hinc per corollariũ quadrageſimæſextæ primi deſcriptũ ex f/b/quadratũ,æquum eſt ei quod fit ex f/c.Cõprehenſum igitur ſub a/e/ & e/c/rectangulũ,vnà cum quadrato quod fit ex e/f:æquũ eſt quadrato quod fit ex f/b.Et proinde quod ſub b/e/& e/d/cõtinetur rectãgulũ, vnà cũ ipſo quadrato quod fit ex e/f:æquum eſt eidem quadrato,quod fit ex f/b. Quæ autem eidem æqualia,&





Quarta prædictarũ linearũ diſpoſitio.

adinuicem æqualia ſunt,per primam communem ſententiam. Comprehenſum igitur ſub a/e/& e/c/rectangulum,vnà cum quadrato quod fit ex e/f: æquatur rectangulo,quod ſub b/e/& e/d/continetur,ac ipſi quadrato quod fit ex e/f.Dempto itaq; cõmuni quadrato quod ex e/f: reliquum ſub a/e/ & e/c/ comprehenſum rectangulum,reliquo quod ſub b/e/& e/d/continetur rectangulo,per tertiam cõmunem ſententiã eſt æquale. Si igitur in circulo duæ rectæ lineæ ſe adinuicem ſecuerint: &c. vt in theoremate. Quod demonſtrare oportebat.

Θεώρημα λ, Πρότασις λς.

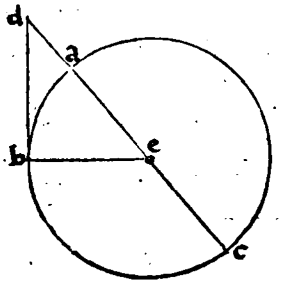
Ἐὰν κύκλου ληφθῇ τι σημεῖον ἐκτός, καὶ ἀπ' αὐτοῦ πρὸς τὸν κύκλον προσπίπτωσι δύο εὐθεῖαι, καὶ ἡ μὲν αὐτῶν τέμνῃ τὸν κύκλον, ἡ δὲ ἐφάπτηται: ἔσται τὸ ὑπὸ ὅλης τῆς τεμνούσης καὶ τῆς ἐκτὸς ἀπολαμβανομένης, μεταξὺ τοῦ τε σημείου καὶ τῆς κυρτῆς περιφερείας, περιεχόμενον ὀρθογώνιον ἴσον τῷ ἀπὸ τῆς ἐφαπτομένης τετραγώνῳ.

Theorema 30, Propoſitio 36.

SI extra circulum ſumatur punctum aliquod, ab eóque in circulum cadant duæ rectæ lineæ, & earũ altera circulum diſpeſcat, altera verò tangat: quod ſub tota diſpeſcente, & extrinſecus ſumpta inter punctum & curuam circunferentiam comprehenditur rectangulum, æquum eſt ei quod fit ex tangente quadrato. 36

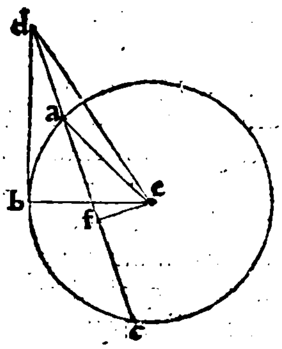
ORONTIVS. ¶Eſto datus circulus a/b/c, extra quem ſumatur punctum d: & à puncto d/in ipſum circulum cadant binæ rectæ lineæ d/b/& d/a/c,quarum d/b/ tangat ipſum circulum,d/a/c/verò eundem circulum diſpeſcat. Aio quòd rectãgulũ ſub c/d/& d/a comprehẽſum:æquum eſt quadrato,quod fit ex d/b. Aut enim recta linea d/a/c/tranſit per circuli centrũ,vel extra. Tranſeat primò per centrum,ſitq; illud e: & connectatur e/b/ recta,per primum poſtulatum. Aequalis eſt igitur a/e,ipſi e/c, per circuli diffinitionem. Diſcinditur itaque a/c/bifariam,in puncto e:& illi in rectum adijcitur a/d. Quod igitur ſub c/d/ in d/a/ continetur rectãgulũ,vnà cum eo quod ex a/e/fit quadrato:æquũ eſt, per ſextam ſecundi, quadrato quod fit ex e/d. Ei porrò quod ex a/e/ fit quadrato,æquum eſt quadratũ quod ex b/e: ſunt enim a/e/ & b/e,per ipſius circuli diffinitionem, inuicem æquales. Comprehenſum igitur ſub c/d/ & d/a/rectangulum,vnà cum eo quod ex b/e/fit quadrato: æquum eſt quadrato,quod ex e/d. Quadrato rurſum quod fit ex e/d,æqualia ſunt,quæ ex d/b/& b/e/ vtraque fiunt quadrata,per quadrageſimamſeptimam primi: angulus enim qui ad b,per decimamoctauam huius tertij, rectus eſt. Quod igitur ſub c/d/& d/a/ continetur rectangulum,vnà cum eo, quod ex b/e/ fit quadrato: æquum eſt eis,quæ ex d/b/& b/e/fiunt quadratis.Subducto itaque communi quadrato, quod ex b/e: reliquum quod ſub c/d/& d/a/continetur rectangulum, æquum eſt per tertiam cõmunem ſententiam reliquo,quod ex tangente d/b/fit quadrato.

Vbi diſpeſcẽs circulũ trãſit per centrum.



¶Non extendatur autem d/a/c/recta per centrũ ipſius circuli,quod rurſum ſit e. & à centro e, in rectam a/c, perpendicularis deducatur e/f, per duodecimam primi: connectantúrque per primum poſtulatum, e/a, e/b/& e/d/ lineæ rectæ. Erit igitur vterq; angulorum qui ad b/& qui ad f/rectus:diuidetúrque rurſum a/c/bifariam in puncto f,cui in rectum coniuncta eſt a/d.Quod igitur ex c/d/in d/a/continetur rectangulum, vnà cum eo

Quãdo circulũ diſpeſcens nõ tranſit per centrum.



quod ex a/f/deſcribitur quadrato:æquũ eſt, per ſextam ipſius ſecundi, quadrato quod fit ex d/f. Addatur commune quadratum, quod fit ex f/e:comprehenſum igitur ſub c/d/ & d/a/ rectangulum, vnà cum deſcriptis ex a/f/ & f/e/quadratis, æquum eſt quadratis, quæ ex d/f/ & f/e/ deſcribuntur. Quadratis porrò quæ fiunt ex a/f/ & f/e, æquum eſt quadratum quod ex a/e:eis item quæ ex d/f/ & f/e, fiunt quadratis, æquũ id quod ex ipſa d/e, per quadrageſimamſeptimam primi. Quod fit igitur ex c/d/ in d/a, vnà cum eo quod ex a/e/fit quadrato:æquũ eſt quadrato, quod fit ex d/e. Quadrato rurſum quod fit ex a/e, æquum eſt id quod ex e/b: æqualis eſt enim a/e, ipſi e/b, per ipſam circuli diffinitionem. Quod igitur ſub c/d/& d/a/cõtinetur rectangulum, vnà cum quadrato quod fit ex e/b:æquum eſt quadrato, quod fit ex d/e. Ipſi autem quod ex d/e/fit quadrato: æqualia ſunt, per eandem quadrageſimamſeptimam primi, deſcripta ex e/b/ & b/d/quadrata. Comprehenſum igitur ex c/d/in d/a/rectãgulum, vnà cum quadrato quod ex e/b:æquũ eſt eis, quæ ex eadem e/b/& ipſa b/d/fiunt quadratis. Ablato itaq; quadrato quod ex e/b/vtrique æqualium cõmuni:reliquum ex c/d/in d/a/comprehenſum rectangulum, reliquo quod ex tangente b/d/fit quadrato, per tertiam communem ſententiã eſt æquale. Igitur ſi extra circulum ſumatur punctũ aliquod:& quæ ſequuntur reliqua. Quod oſtendendum ſuſceperamus.

Corollarium.

¶Quotlibet igitur rectangula, ſub rectis ſingulis ex eodem pũcto extra circulum ſumpto deductis, atque circulum ipſum diſpeſcentibus, & extrinſecus ſumptis inter punctum & curuam circunferentiam comprehenſa: ſunt inuicem æqualia. Nam eidem æqualia quadrato, quod ex ipſa tangente deſcribitur.

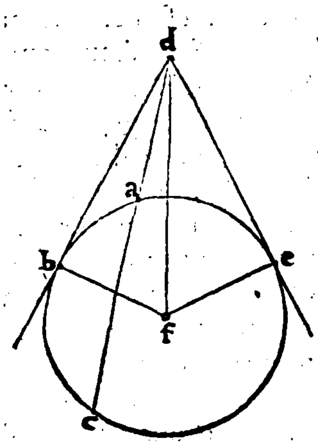
Θεώρημα λα, Πρόθεσις λζ.

Ἐὰν κύκλου ληφθῇ τι σημεῖον ἐκτός, ἀπὸ δὲ τοῦ σημείου πρὸς τὸν κύκλον προσπίπτωσιν δύο εὐθεῖαι, καὶ ἡ μὲν αὐτῶν τέμνῃ τὸν κύκλον, ἡ δὲ προσπίπτῃ: ᾖ δὲ τὸ ὑπὸ τῆς ὅλης τεμνούσης, καὶ τῆς ἐκτὸς ἀπολαμβανομένης μεταξὺ τοῦ τε σημείου καὶ τῆς κυρτῆς περιφερείας, ἴσον τῷ ἀπὸ τῆς προσπιπτούσης, ἡ προσπίπτουσα ἐφάψεται τοῦ κύκλου.

Theorema 31, Propoſitio 37.

37 SI extra circulum ſumatur punctum aliquod, & ab eo puncto in circulum duæ rectæ lineæ ceciderint, & earum altera circulum ſecet, altera verò cadat: ſit autem quod fit ſub tota diſpeſcente & extrinſecus ſumpta inter punctum & curuam circunferentiam, æquale ei quod fit ex cadente: cadens circulum tanget. Cõuerſa præcedentis.

ORONTIVS. ¶Hæc eſt conuerſa præcedentis. Sit igitur rurſum extra circulum a/b/c/, ſuſceptum punctum d, à quo in eundem circulum duæ procidant lineæ rectæ, d/b/quidem in circulum incidens, d/a/c/verò eundem circulum diſpeſcẽs: ſit autem receptum, vt id quod ſub c/d/ in d/a/comprehenditur rectangulum, æquum ſit ei quod ex cadente d/b/fit quadrato. Aio quòd d/b/tangit circulũ a/b/c. A dato enim puncto d, dato circulo a/b/c, contingens recta linea ducatur, per decimamſeptimam huius tertij: ſitq; illa d/e. Ipſius autem circuli centrum eſto f: & per primũ poſtulatum connectantur rectæ lineæ f/b, f/d, & f/e. Erit igitur f/e/perpendicularis in contingente d/e, per decimamoctauam huius tertij: & proinde angulus d/e/f/



rectus. Cũ igitur à puncto d/cadant binæ lineæ rectæ d/a/c/& d/e,quarum altera,vtpote d/a/c,circulum secat, reliqua verò d/e/ipsum tangit circulum: quod igitur ex d/e/fit quadratum, æquum est comprehenso sub c/d/& d/a/rectangulo,per antecedẽtem trigesimamsextã propositionem.Eidem porrò quod ex c/d/in d/a/fit rectangulo,æquum est per hypothesin,quod ex d/b/fit quadratum. quæ igitur ex d/b/ & d/e/ fiunt quadrata, sunt per primam communẽ sententiam inuicem æqualia.Et proinde recta d/b, æqualis ipsi d/e, per corollarij quadragesimæsextæ primi conuersionẽ. Aequalis rursum est f/e/ ipsi f/b,per sæpius allegatam circuli diffinitionem.Binæ igitur d/b/& b/f/trianguli d/b/f,duabus d/e/& e/f/trianguli d/e/f/sunt æquales altera alteri: habéntque eandem basin communem d/f. Angulus itaque d/b/f,ipsi angulo d/e/f, per octauam primi est æqualis. Atqui d/e/f/angulus est rectus:& qui sub d/b/f/igitur continetur angulus, rectus est. Est autem f/b/semidiameter circuli, & altera igitur pars diametri, à cuius extremitate b,ad angulos rectos excitatur b/d: tangit igitur b/d/circulum ipsum a/b/c,per corollarium decimæsextæ huius tertij.Idem quoq; deducetur,vbi d/a/c/recta per centrum ipsius transibit circuli. Si extra circulum igitur sumatur punctũ aliquod:&c. vt in ipso theoremate. Quod tandem fuerat ostendendum.

Tertij Libri Geometricorum Elementorum

FINIS.

Orontij Finei Delphinatis, Regii Mathematicarvm Professoris, In Quartum elementorum Euclidis, Demonstrationes.

ΕΥΚΛΕΙΔΟΥ ΣΤΟΙΧΕΙΟΝ ΤΕΤΑΡΤΟΝ

Περὶ τοῦ ἐγγράφεσθαι καὶ περιγράφεσθαι σχήματα, ὅροι ζ.

Σχῆμα εὐθύγραμμον εἰς σχῆμα εὐθύγραμμον ἐγγράφεσθαι λέγεται, ὅταν ἑκάστη τῶν τοῦ ἐγγραφομένου σχήματος γωνιῶν, ἑκάστης πλευρᾶς τοῦ εἰς ὃ ἐγγράφεται ἅπτηται.

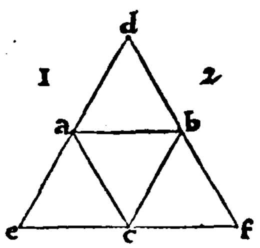
¶De inscriptione ac circunscriptione figurarum, Diffinitiones 7.

1 Figura rectilinea, in figura rectilinea describi dicitur: quando vnusquisque inscriptæ figurę angulus, vnumquodque latus eius in qua describitur tãgit.

¶Σχῆμα δὲ ὁμοίως περὶ σχῆμα περιγράφεσθαι λέγεται, ὅταν ἑκάστη πλευρὰ τοῦ περιγραφομένου, ἑκάστης γωνίας τοῦ περὶ ὃ περιγράφεται ἅπτηται.

2 Figura autem similiter circa figuram describi dicitur: quando vnumquodq; latus circunscriptæ, vnumquenq; angulum eius circum quam describitur tangit.

ORONTIVS. ¶Huiuscemodi figurarum inscriptiones ac circunscriptiones, de regularibus, hoc est, æqualia latera, & angulos inuicẽ æquales habentibus (exceptis forsitan triangulis, in quæ cæteræ resoluuntur rectilineæ figuræ) veniunt potissimùm intelligendæ. Inscribuntur præterea, atque inuicem circunscribuntur rectilineę tantũmodò figuræ, quæ eiusdem sunt speciei: vtpote, triangulũ triãgulo, quadratũ quadrato, pẽtagonũ pẽtagono: &c. Oportet enim tot esse latera circũscriptæ, quot ipsius inscriptę sunt anguli. Quanquàm porrò circulus non sit figura rectilinea: propter illius tamen regularitatem, possunt & ipsæ rectilineæ ac æquilateræ figuræ, circulo inscribi ac circunscribi, & è diuerso. Quæ figuræ inscribãtur & circũscribantur adinuicẽ.



In exẽplum igitur primæ ac secundæ diffinitionis, habes obiectum a/b/c/triangulum æquilaterum, descriptũ in d/e/f/triangulo: vel ipsum d/e/f/triangulum, ipsi a/b/c/triangulo respondenter circunscriptum.

¶Σχῆμα δὲ εὐθύγραμμον εἰς κύκλον ἐγγράφεσθαι λέγεται, ὅταν ἑκάστη γωνία τοῦ ἐγγραφομένου, ἅπτηται τῆς τοῦ κύκλου περιφερείας.

3 Figura rectilinea, in circulo describi dicitur: quando vnusquisque angulus inscriptæ, circuli circunferentiam tangit.

¶Κύκλος δὲ περὶ σχῆμα περιγράφεσθαι λέγεται, ὅταν ἡ τοῦ κύκλου περιφέρεια ἑκάστης γωνίας, τοῦ περὶ ὃ περιγράφεται ἅπτηται.

4 Circulus verò, circa figuram rectilineam describi dicitur: quando

circuli circunferentia, vnumquenque eius, circum quam describitur, angulum tangit.

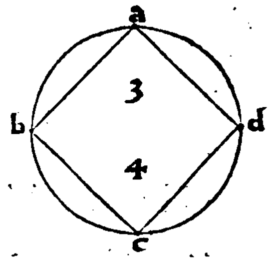


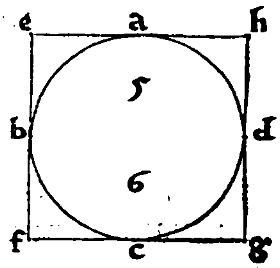
Figura circularis, ob vniformem & regulatam circunferentiæ à cẽtro distantiam, rectilineas omnes ac regulares figuras, tum intra, tũ extra facilè capit: singulos angulos inscriptæ, vel omnia circunscriptæ contingẽs latera. Quẽadmodùm in præcedentium tertiæ & quartæ diffinitionum elucidationẽ, ostendit descriptum in a/b/c/d/ circulo quadratum: vel idem circulus, quadrato a/b/c/d/circunscriptus.

¶Κύκλος δὲ ὁμοίως εἰς σχῆμα λέγεται ἐγγράφεσθαι, ὅταν ἡ τοῦ κύκλου περιφέρεια ἑκάστης πλευρᾶς, τοῦ εἰς ὃ ἐγγράφεται ἅπτηται.

Circulus autem in figura rectilinea describi dicitur: quãdo circuli circunferentia, vnumquodq; latus eius in qua describitur tãgit. 5

¶Σχῆμα δὲ εὐθύγραμμον περὶ κύκλον περιγράφεσθαι λέγεται, ὅταν ἑκάστη πλευρὰ τῆς τοῦ κύκλου περιφερείας, τοῦ περιγραφομένου ἐφάπτηται.

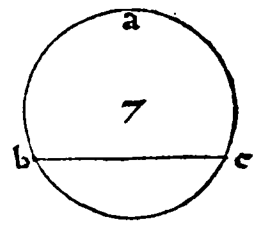
Figura verò rectilinea, circa circulũ describi dicitur: quando vnũquodque latus circunscriptæ, circuli circunferentiam tangit. 6



In exemplum, habes circulum a/b/c/d, in quadrato e/f/g/h/ descriptum: atque idem quadratum e/ f/ g/ h, descriptum circa eundem circulum a/b/c/d. Idem respondenter velim intelligas de cæteris quibuscunque regularibus figuris, in circulo, vel circa eundem circulum, prius diffinita ratione descriptis.

¶Εὐθεῖα εἰς κύκλον ἐναρμόζεσθαι λέγεται, ὅταν τὰ πέρατα αὐτῆς, ἐπὶ τῆς περιφερείας ᾖ τοῦ κύκλου.

Recta linea circulo congruere dicitur: quando eius extrema, in circuli circunferentiam cadunt. 7



Quanquàm hæc vltima diffinitio, tam de circuli dimetientibus, quàm de cæteris rectis non per cẽtrum eductis (quas vocant chordas) sit intelligenda: ipsas tamen rectas circuli dimetiente minores potissimùm respicere videtur, quę sunt videlicet latera inscribendarum intra circulum rectilinearum figurarum. Cuiusmodi videtur esse recta b/c: cuius extrema, siue limites b/& c, in dati circuli a/b/c/circunferentiam cadunt.

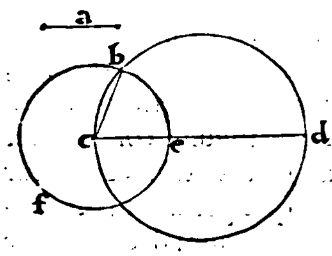
Πρόβλημα α, Πρότασις α.

Εἰς τὸν δοθέντα κύκλον τῇ δοθείσῃ εὐθείᾳ μὴ μείζονι οὔσῃ τῆς τοῦ κύκλου διαμέτρου, ἴσην εὐθεῖαν ἐναρμόσαι.

Problema 1, *Propositio* 1.

IN dato circulo, datæ rectæ lineæ minimè maiori circuli diametro existenti: æqualem rectam lineam coaptare. 1

ORONTIVS. ¶Sit data recta linea a, non maior dimetiente dati circuli b/c/d/ (non intraret enim circulum, si foret maior: quoniam in circulo maximus est dimetiens, per decimamquintam tertij) in quo quidem circulo oporteat ipsi datæ rectæ lineæ a, æqualẽ rectã lineã coaptare. Producatur ergo circuli b/c/d, dimetiẽs c/d. Erit itaq; a/recta linea, aut æqualis ipsi dimetiẽti: aut eo minor. Si æqualis: iam coaptata est recta linea c/d, æqualis ipsi datæ rectæ lineæ a. Quòd si a/recta linea, fuerit minor dimetiente c/d: secetur à maiori c/d, ipsi a/ minori æqualis, per tertiã primi: sitq; illa c/e. Et centro c, interuallo autẽ c/e, describatur circulus b/e/f, per tertium postulatũ. Secabit igitur circulus b/e/f, datum b/c/d/circulum: sunt enim in eodem plano, & vnius circunferentia partim intra reliquum, partim verò extra. Secet igitur in pũcto b: & per primum postulatum, connectatur recta b/c. Coaptatur itaq; b/c/recta, in dato b/c/d/circulo: cadunt enim extrema b/& c, in ipsius b/c/d/ circuli circunferentiã.



Aio quòd æqualis est ipsi a. Quoniam punctum c/centrum est circuli b/e/f: æqualis est igitur b/c/ipsi c/e, per circuli diffinitionem. Eidem porrò c/e, æqualis est a/recta linea, per constructionem. Duæ igitur, a/inquàm, & b/c, eidem c/e/sunt æquales: & proinde æquales adinuicem, per primam communem sententiã. Datæ igitur rectæ lineæ a, æqualis recta linea b/c, in dato circulo b/c/d/ coaptatur. Quod oportebat facere.

Πρόβλημα β, Πρότασις β.

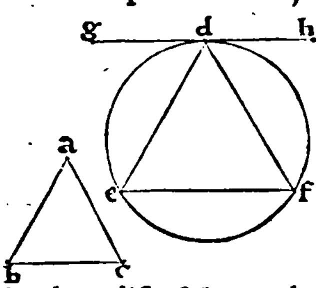
Εἰς τὸν δοθέντα κύκλον, τῷ δοθέντι τριγώνῳ, ἰσογώνιον τρίγωνον ἐγγράψαι.

Problema 2, Propositio 2.

2 IN dato circulo, dato triangulo, æquiangulum triangulum describere.

ORONTIVS. ¶ Esto datum triangulum a/b/c, cui oporteat describere æquiangulum triangulũ, in dato circulo d/e/f. A dato igitur puncto g, dato circulo d/e/f: contingens recta linea ducatur g/d/h, tangens ipsum circulũ d/e/f/in puncto d, per decimamseptimam tertij. Et ad datam rectam lineam d/h, datũmq; in ea punctum d, dato angulo rectilineo qui ad b, æqualis angulus rectilineus cõstituatur f/d/h, per vigesimamtertiam primi: & per eandem, angulo qui ad c, æqualis angulus cõstituatur ad idem pũctum d, datæ rectæ lineæ g/d, sitq; g/d/e: ipsis d/e/& d/f, circulo d/e/f/ coaptatis. cõnectatur demum e/f/ recta, per primũ postulatum. Et quoniam circulũ d/e/f, tangit quædam recta linea g/d/h, à cõtactu autem d, recta quædam linea d/f/extenditur, circulum dispescẽs: angulus igitur qui ad e, in alterno segmẽto d/e/f, angulo f/d/h, per trigesimamsecundã tertij est æqualis. Eidẽ porrò angulo f/d/h, datus est æqualis angulus qui ad b: per primam igitur communem sententiam, angulus qui ad b, æquus est angulo qui ad e. Et proinde angulus qui ad f, ipsi angulo qui ad c/æqualis. Reliquus igitur/angulus qui ad a, reliquo qui ad d, per trigesimamsecũdam primi est æqualis. Aequiangulum est itaq; triangulum d/e/f, ipsi a/b/c/ triangulo: describitúrque in dato circulo d/e/f. In dato igitur circulo, dato triangulo, æquiangulum triangulum describitur. Quod fecisse oportuit.

Constructio figuræ.



Ostensio problematis.

Πρόβλημα γ, Πρότασις γ.

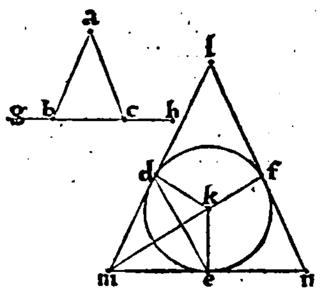
Περὶ τὸν δοθέντα κύκλον, τῷ δοθέντι τριγώνῳ, ἰσογώνιον τρίγωνον περιγράψαι.

Problema 3, Propositio 3.

3 CIrca datum circulum, dato triangulo, æquiangulum triangulum describere.

ORONTIVS. ¶ Sit datum triangulum a/b/c, datus verò circulus d/e/f, circa quem expediat describere triangulum æquiangulum ipsi a/b/c/ triangulo dato. Producatur itaq; in directum ex vtraq; parte latus b/c, in g/ & h/ puncta, per secũdum postulatũ: sitq; per primam tertij, ipsius circuli a/b/c/ cẽtrum k, & connectatur d/k/ semidiameter, per primũ postulatum. Ad punctum deinde k, datæ rectæ lineæ d/k, ipsi angulo a/b/g/ æqualis angulus constituatur d/k/e, per vigesimamtertiam primi: & per eandem, ad idem punctum k, datæ rectæ lineæ e/k, angulus constituatur e/k/f/ ipsi angulo a/c/h/ æqualis. A punctis autem d,e,f, ad rectos vtrinq; excitẽtur angulos d/l, d/m, e/m, e/n, f/n, & f/l, per vndecimam primi: quæ per decimamquartam eiusdem primi, in directum constituentur, atq; per corollarium decimæsextæ tertij, tangent ipsum circulum in punctis d,e, f, conueniéntq; ad pũcta l,m,n. Connexa enim d/e/ per primũ postulatum, diuidet vtrunq; angulum rectum qui ad d, & qui ad e: efficiétq; propterea ad easdem partes versus m, interiores angulos m/d/e/ & d/e/m/ binis rectis minores. quare per quintum postulatum, conuenient d/m/ & e/m/ in punctum m. Et proinde e/n/ & f/n, in punctum n: atque d/l/ & f/l, ad punctum l. Triangulum erit igitur l/m/n: & circa datum circulum d/e/f, per sextam diffinitionem huius descriptum. Dico, ꝙ & a/b/c/ triangulo, est æquiangulum. Quadrilaterum enim d/m/e/k, cõnexa m/k, in bina triangula diuidetur: & cuiuslibet triãguli tres anguli, binis rectis, per trigesimamsecundam primi, sunt æquales. Et quatuor igitur anguli ipsius quadrilateri d/m/e/k, sunt æquales quatuor rectis. quorum qui ad d/ & e, recti sunt per constructionem: reliqui igitur qui ad m/ & k/ puncta consistunt anguli, duobus rectis coæquantur. Eisdem quoq; duobus rectis, æquales sunt per decimamtertiam primi, a/b/g/ & a/b/c/ anguli. Aequales igitur sunt anguli qui ad m/ & k/ puncta, hoc est d/m/e/ & d/k/e, ipsis angulis a/b/g/ & a/b/c, per primam communem sententiam. Angulus porrò a/b/g, angulo d/k/e, per constructionem est æqualis: reliquus igitur d/m/e, seu qui ad m/ angulus, reliquo qui sub a/b/c, per tertiam cõmunem sententiã est æqualis. Haud dissimiliter ostendemus angulum qui ad n, æqualem esse angulo a/c/b: atq; reliquũ angulum qui ad l, reliquo qui sub b/a/c/ tandẽ coæquari. Aequiangulum est igitur l/m/n/ triãgulum, ipsi dato triangulo a/b/c: describitúrq; circa datum circulũ d/e/f. Circa datum itaq; circulum, dato triangulo, æquiangulum descriptum est triangulum. Quod faciendum fuerat.

Quòd l,m,n, sit triangulũ.



Quòd triangulum l,m,n, ipsi a, b,c, sit æquiãgulum.

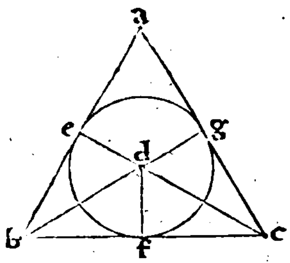
Πρόβλημα δ', πρόθεσις δ'.

Εἰς τὸ δοθὲν τρίγωνον κύκλον ἐγγράψαι.

Problema 4, Propositio 4.

IN dato triangulo, circulum describere. 4

ORONTIVS. ¶ Esto datum triangulum a/b/c, in quo oporteat circulum describere. Secentur ergo bifariam, per nonam primi, qui sub a/b/c/ & a/c/b/ continentur anguli: rectis quidem lineis b/ d/ & d/ c, in punctum d, per quintum postulatum, tandem conuenientibus. Et à puncto d, in rectas a/b, b/c, & c/a, perpendiculares deducãtur d/e, d/f, & d/g, per duodecimam primi. Aio itaq; primùm, d/e, d/f, & d/g, fore inuicem æquales. Triangula enim b/e/d/ & d/f/b, habent duos angulos duobus angulis æquales: vtpote, e/b/d/ ipsi d/b/f/ per cõstructionẽ, & rectum qui ad e, recto qui ad f, per quartum postulatum. habent insuper vnum latus, vni lateri



æquale:cómune ſcilicet b/d,quod ſub vno æqualium ſubtenditur angulorum.Reliqua itaque latera,reliquis lateribus habebunt æqualia alterum alteri, per vigeſimamſextam primi.Aequalis eſt igitur d/e,ipſi d/f.& proinde d/g,ipſi d/f/itidem æqualis.Hinc per primam communẽ ſententiam,d/e/atque d/g,inuicem æquales erunt.Tres igitur d/e,d/f,atque d/g,æquales ſunt adinuicem.Centro igitur d, interuallo autem d/e,aut d/f, aut d/g, circulus deſcribatur e/f/g,per tertium poſtulatum.Tranſibit ergo circulus ipſe,per eadem puncta e,f,g:tangéntque propterea eundem circulum e/f/g,ipſa a/b,b/c,& c/a,dati a/b/c/trianguli latera, per decimæſextæ tertij corollarium: excitantur enim ad rectos angulos,ab ipſorum dimetientium d/e,d/f,& d/g,extremitatibus.Circulus autem in figura rectilinea deſcribi dicitur:quando circuli circunferentia, vnumquodque latus eius in qua deſcribitur tangit,per quintam huius quarti diffinitionẽ. In dato itaque triangulo a/b/c, circulus deſcribitur e/f/g.Quod oportuit feciſſe.

Πρόβλημα ε, Πρότασις ε.
Περὶ τὸ δοθὲν τρίγωνον κύκλον περιγράψαι.

Problema 5, Propoſitio 5.

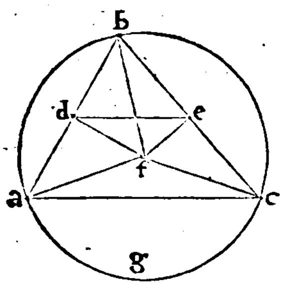
5 CIrca datum triangulum,circulum deſcribere.

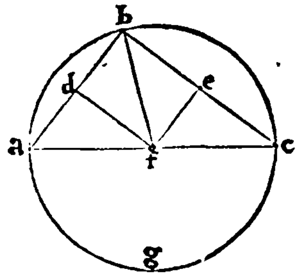
ORONTIVS.¶Sit triangulum a/b/c: circa quod receptum ſit deſcribere circulum.Secentur itaq; bifariam,per decimam primi,a/b/& b/c/ ipſius dati trianguli latera:in punctis quidem d/& e.Ab ipſis deinde punctis d/& e,ad rectos excitetur angulos d/f/& e/f,per vndecimã ipſius primi.Aio primùm,rectas d/f/ & e/f/in directum productas,tandem conuenire. Cõnexa enim recta d/e,per primum poſtulatum:ea diuidet vtrunque rectũ angulum b/d/f/& b/e/f.& proinde in rectas d/f/& e/f,recta incidẽs d/e:efficiet/ad eaſdem partes interiores angulos,duobus rectis minores.Conuenient igitur ipſæ d/f/ & e/f/ per quintũ poſtulatum: conueniant itaque,ad punctum f.Aut igitur f/ punctum cadet intra triangulum a/b/c, aut ſuper latus a/c, vel extra ipſum a/b/c/ triangulum. Cadat primùm intra triangulũ,velut in prima figuræ diſpoſitione:& connectantur,per primum poſtulatum, f/a, f/b,& f/c/ lineæ rectæ.Cùm igitur a/d,ſit æqualis ipſi d/b, & vtriq; communis d/ f:erunt duo latera a/d/& d/ f/ trianguli a/d/f, duobus lateribus f/d/& d/b/trianguli f/d/b/ æqualia alterũ alteri:& æquos inuicẽ continent angulos,per quartum poſtulatum:nempe rectos,qui circa d.Baſis igitur a/f,baſi f/b,per quartam primi eſt æqualis.Haud diſſimiliter oſtẽdetur,quòd f/c,eidem f/b/æqualis eſt:& proinde f/a,æqualis ipſi f/c,per primam communem ſententiam.Tres igitur f/a,f/b/,& f/c,ſunt inuicem æquales. Centro itaq; f,interuallo autem f/a,vel f/b,aut f/c:circulus deſcribatur a/b/c/g, per tertium poſtulatum.Tranſibit igitur deſcriptus ipſe circulus, per puncta a, b, c,ad quæ dati trianguli a/b/c/continentur anguli:tangétque propterea ipſius circuli circunferentia,vnumquenque angulum dati a/b/c/trianguli.Ergo per quartam huius quarti diffinitionem,circa datum triangulum a/b/c, circulus diſcribitur.¶Concurrant autem ipſæ rectæ lineæ d/f/& e/f,ſuper latus a/c,vt in ſuccedenti figura:& connectatur f/b,per primum poſtulatum.Haud diſſimiliter oſtendemus, quòd f/a ipſi f/b/eſt æqualis:necnon & f/c,eidem f/b,per eandem quartam primi.Hinc rurſum,

Generalis figuræ præparatio.

Prima figuræ differentia.

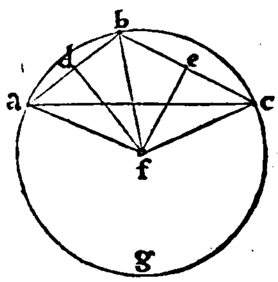
Secunda figuræ differẽtia.





iuxta præmiſſam demonſtrationem, colligemus tres rectas lineas f/a, f/b, & f/c, fore inuicem æquales. Quapropter ſi centro f, interuallo autem f/a, vel f/b, aut f/c, circulus per tertiũ deſcribatur poſtulatũ: is per puncta a, b, c, tranſire cogetur. Ipſius itaque circuli circunferentia, tanget vnumquenque angulum ipſius a/ b/ c/ trianguli: deſcribetúrque propterea circulus ipſe, circa datum triangulum a/b/c, per eandem quartã huius quarti libri diffinitionem. ¶ Sed conueniant demum ipſæ d/f/ & e/f/ perpendiculares, extra datum a/b/c/ triangulum, vt habet vltima deſcriptionis formula: & connectantur rurſum f/a, f/b, & f/c/ lineæ rectæ, per primum poſtulatum. Simili prorſus concludemus oſtenſione, tres rectas lineas f/a, f/b, & f/c, fore rurſum inuicem æquales. habent enim triangula a/d/f/ & f/d/b, duo latera a/d/ & d/f, duobus lateribus f/d/ & d/b/ æqualia alterum alteri: & æquos angulos, vtpote rectos qui circa d/ continentia. vnde per quartã ipſius primi, baſis a/f, baſi f/b, concludetur æqualis. Et proinde f/c, æqualis eidem f/b. Hinc per primam communem ſententiam f/a, ipſi f/c/ æquabitur: tres quoque f/a, f/b, & f/c, tandem conuincentur æquales. Quapropter deſcripto, per tertium poſtulatum, pro centro f, ad ipſius f/a, vel f/b, aut f/c/ interuallum circulo: tranſibit ipſius circuli circunferentia, per eadem puncta a, b, c, ad quæ dati trianguli a/b/c/ conueniũt latera. Hinc per quartam huius quarti diffinitionem, deſcriptus erit idem circulus, circa datum a/b/c/ triangulum. Quod faciendum ſuſceperamus.

Tertia figuræ diſpoſitio.



Corollarium.

¶ Ex his, & trigeſimaprima tertij fit manifeſtum, quòd dùm f/ centrum circuli cadit intra datum a/b/c/ triangulum: angulus qui ad b/ recto minor eſt, nempe in ſegmẽto ſemicirculo maiori conſiſtens. Dùm autem cadit in latus b/c: angulus ipſe qui ad b, in ſemicirculo eſt, & proinde rectus. Quãdo verò centrũ ipſum cadit extra datũ triangulum: idem angulus qui ad b/ recto maior eſt, vtpote in ſegmento ſemicirculo minori cõſtitutus. Hinc verſa vice ſequitur, quòd in oxygonijs triãgulis circũſcribendi circuli centrũ cadit intra datum triangulum: in rectangulis verò, in medium ſubtenſi lateris: in amblygonijs deniq; triãgulis, extra ipſum triangulũ datum.

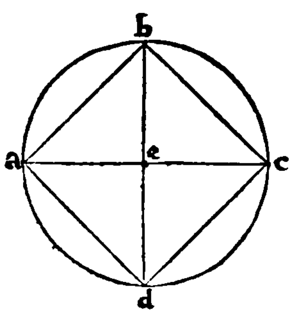
Πρόβλημα ς, Πρότασις ς.

Εἰς τὸν δοθέντα κύκλον τετράγωνον ἐγγράψαι.

Problema 6, Propoſitio 6.

IN dato circulo, quadratum deſcribere. 6

ORONTIVS. ¶ Eſto datus circulus a/b/c/d, cuius centrũ e: in quo quidem circulo oporteat deſcribere quadratum. Coaptentur igitur ipſi a/b/c/d/ circulo, dimetientes a/c/ & b/d, ad rectos angulos ſeſe inuicem dirimentes: & coniungantur a/ b, b/c, c/d, & d/a/ lineæ rectæ, per primũ poſtulatum. Quadrilaterũ erit igitur a/b/c/d: & intra datum circulum, per tertiã huius quarti diffinitionẽ deſcriptum: vnuſquiſq; enim angulus inſcripti quadrilateri, circuli circunferẽtiam tangit. Aio ipſum a/b/c/d/ quadrilaterum, fore quadratum. Nam e/a, e/b, e/c, & e/d/ lineæ rectæ, ſunt per circuli diffinitionẽ inuicẽ æquales: ex centro enim in circunferentiã.



Potiſſima demõſtrationis pars.

Binæ igitur a/e/& e/b/trianguli a/e/b,duabus b/e/& e/c/trianguli b/e/c coæquãtur: & æquos inuicẽ continent angulos,nẽpe rectos qui ad centrũ e.Basis igitur a/b,basi b/c,per quartã primi est æqualis.Et proinde a/d/& d/c,tum inuicẽ,tum vtriq; ipsarũ a/b/& b/c,ostendentur æquales.Aequilaterum est itaq; a/b/c/d/ quadrilaterum. Insuper,quoniam a/c,dimetiens est ipsius dati circuli:vterque propterea angulorũ qui ad b/& qui ad d,est in semicirculo,& proinde rectus, per trigesimamprimã tertij.Et per eandem,qui ad a/& c/sunt anguli,itidem recti:dimetiens enim est b/d.Rectangulum est igitur ipsum a/b/c/d/quadrilaterum.Patuit quòd & æquilaterũ: ergo quadratũ,per trigesimã ipsius primi diffinitionẽ. In dato igitur circulo a/b/c/d, quadratum describitur.Quod facere oportebat.

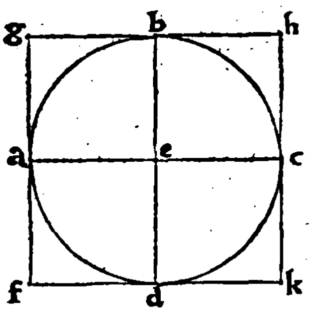
Πρόβλημα ζ, Πρόθεσις ζ.

Περὶ τὸν δοθέντα κύκλον, τετράγωνον περιγράψαι.

Problema 7, Propositio 7.

7 Circa datum circulum,quadratum describere.

ORONTIVS.¶Sit datus circulus a/b/c/d:circa quem receptum sit quadratũ describere.Coextendantur ergo ipsius dati circuli dimetientes a/c/& b/d,in centro e/ ad rectos sese dirimentes angulos. Et per ipsorum dimetientium extrema puncta a,b,c,d,parallelæ ducãtur,per trigesimamprimam primi:f/g/quidem & h/k/ipsi b/d,f/k/autem & g/h/ipsi a/c,ad puncta tandem f,g,h,k,inuicẽ(veluti cum ipsis dimetientibus)concurrentes.Quæ autem eidem rectæ lineæ parallelæ:& adinuicem, per trigesimam ipsius primi,sunt parallelæ.Parallela est igitur f/g/ipsi h/k, & f/k/ ipsi g/h: & proinde quadrilaterum f/g/h/k/parallelogrammum, atq; singula in eodem f/g/h/k/cõprehensa quadrilatera itidẽ parallelogrãma. Dico ipsum f/g/h/k/ parallelogrammum, fore quadratum:descriptúmq; circa datum a/b/c/d/ circulum.Parallelogrammorũ enim locorum latera quæ ex opposito,æqualia sunt adinuicem, per trigesimamquartã primi. æqualis est igitur f/g/ ipsi h/k, & f/k/ ipsi g/h: necnon vtraque f/g/& h/k/ ipsi b/d, vtraque rursum f/k/& g/h/ipsi a/c/æqualis.Porrò a/c/& b/d,æquales sunt adinuicem: nempe eiusdem circuli dimetiẽtes.Quæ autem æqualibus æqualia sunt, ea quoq; sunt inuicem æqualia, per primam communem sententiam.Quatuor igitur f/g,g/h, h/k,& k/f,sunt adinuicem æquales: & proinde f/g/h/k/parallelogrammum,æquilaterum. Parallelogrammorum rursum a/b, b/c, c/d,& d/a, qui ex opposito sunt anguli, æquales sunt adinuicem,per eandem trigesimamquartam primi: æquales sunt igitur singuli qui ad pũcta f,g,h,k, sunt anguli, singulis qui ad e/ centrum ex opposito consistunt angulis. Anguli porrò qui circa e,per costructionẽ recti sunt:& recti igitur sunt,qui ad puncta f,g,h,k, continentur.Rectangulum est itaque f/g/h/k/parallelogrãmum. Patuit quòd & æquilaterum:est igitur quadratum, per trigesimam ipsius primi diffinitionem. Aio demum,quòd & circa datum circulum a/b/c/d/describitur.In parallelas enim f/g/& b/d,recta incidens a/e, facit alternos angulos a/e/b/& e/a/f:similiter & a/e/d/atque e/a/g,inuicem æquales, per vigesimamnonam primi. Atqui recti sunt qui sub a/e/b/& a/e/d,per constructionem: & vterque igitur qui circa a, rectus est. Haud aliter ostendemus,quòd & reliqui circa puncta b,c,d/cõsistentes anguli,recti sunt.Quæ autem à circuli dimetientium extremitatibus,ad rectos ducuntur angulos: ipsum circulum tangunt, per decimæsextæ tertij corollarium. Tangit igitur



Quòd descriptũ parallelogrammum, fit quadratum.

Quòd ipsum quadratũ, circulo circũscribatur.

vnumquodque latus ipsius quadrati f/g/h/k, circunferentiam dati a/b/c/d/ circuli. Igitur per sextam huius quarti diffinitionē, circa datum circulum a/b/c/d, quadratū describitur f/g/h/k. Quod faciendum receperamus.

Πρόβλημα η, Πρόθεσις η.

Εἰς τὸ δοθὲν τετράγωνον, κύκλον ἐγγράψαι.

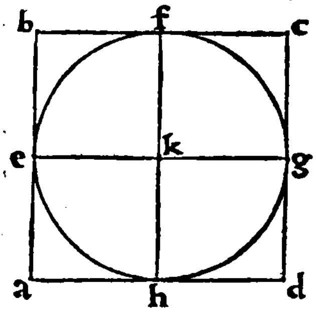
Problema 8, Propositio 8.

IN dato quadrato, circulum describere. 8

ORONTIVS. ¶In quadrato enim a/b/c/d, circulum describere sit operæpretium. Secetur itaque bifariam vtrunq; latus a/b/& b/c, in punctis quidem e/& f: per decimam primi. æquales erūt igitur a/e, e/b, b/f, & f/c/ adinuicem, per septimā communem sententiā: nempe æqualium laterum a/b/& b/c/ dimidiæ. Per trigesimāprimam rursum eiusdem primi, per punctū e, ipsis a/d/& b/c/ parallela ducatur e/g: per f/autem punctum, ipsis a/b/ & c/d/ parallela f/h, secans eandem e/g/ in puncto k.

Centri inscribēdi circuli inuestigatio.

Parallelogramma sunt igitur a/f, f/d, d/e, & e/c: necnon e/f, f/g, g/h, & h/e. Parallelogrammorum autem locorum latera quæ ex opposito, & anguli, æqualia sunt adinuicem: per trigesimamquartam ipsius primi. Parallelogrammi igitur d/e, angulus qui ad e, æqualis est opposito qui ad d: ipsius item e/c/ parallelogrammi angulus qui ad e, opposito qui ad c/ itidem æqualis. qui autem ad c/& d/ consistunt anguli, recti sunt, per quadrati diffinitionem. Rectus est igitur vterque angulus, qui circa punctum e. Haud dissimiliter ostendetur, quòd vterque angulus, qui circa f, aut g, vel h/ punctum, rectus est. Aequalis insuper est k/h, ipsi a/e, & k/f/ ipsi e/b: item k/e/ ipsi b/f, & k/g/ demum ipsi f/c.



Atqui a/e, e/b, b/ f, & f/c, sunt æquales adinuicem: quæ autē æqualibus sunt æqualia, & adinuicem æqualia sunt, per primam communem sententiam. Quatuor igitur k/e, k/f, k/g, & k/h, æquales sunt adinuicem. Centro ergo k, interuallo autē k/e, vel k/f, aut k/g, seu k/h, circulus per tertiū describatur postulatū e/f/g/h. Transibit igitur ipsius circuli circunferentia, per eadem puncta e, f, g, h, ipsorū e/g/& f/h/ dimetientium extremitates: cum quibus dimetiētibus, ipsius a/b/c/d/ quadrati latera, ad rectos (vt præostensum est) conueniunt angulos. Tangit ergo circuli e/f/g/h/ circunferentia, vnūquodq; latus eiusdem quadrati a/b/c/d, per decimæsextæ tertij corollarium. Hinc per quintam huius quarti diffinitionē, in dato quadrato a/b/c/d, circulus describitur e/f/g/h. Quod faciendum fuerat.

Absolutio problematis.

Πρόβλημα θ, Πρόθεσις θ.

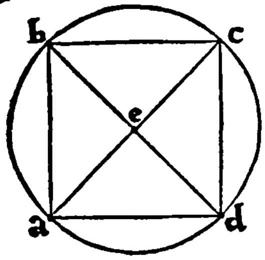
Περὶ τὸ δοθὲν τετράγωνον, κύκλον περιγράψαι.

Problema 9, Propositio 9.

CIrca datum quadratum, circulum describere. 9

ORONTIVS. ¶Esto quadratum a/b/c/d, circa quod oporteat describere circulum. Connectantur igitur a/c/& b/d/ rectæ lineæ, per primū postulatum, in puncto e/ sese inuicem dirimentes. Et quoniā per quadrati diffinitionem, æqualis est a/b/ ipsi b/c, & b/d/ vtrique communis: binæ igitur a/b/& b/d/ trianguli a/b/d, duabus d/b/& b/c/ trianguli d/b/c/ sunt æquales altera alteri: & basis a/d, basi d/c/ itidē æqualis. Angulus igitur a/b/d, angulo d/b/c, per octauam primi est æqualis. Totus itaq; angulus a/b/c, bifariam diuiditur sub recta b/d. Haud aliter monstrabimus

Vt circunscribendi circuli centrum inueniatur.



quòd vnusquisq; reliquorum angulorum qui sub b/a/d, b/c/d,& a/d/c,bifariam itidem sub ipsa b/d, & a/c/ recta diuiditur. Angulus porrò a/b/c, angulo b/a/d, per quartum postulatum est æqualis: nempe rectus recto. Quæ autem æqualium sunt dimidium, æqualia sunt adinuicem, per septimam communem sententiam. Aequalis est igitur angulus a/ b/ e, angulo e/ a/ b : & proinde latus e/a, lateri e/ b, æquale, per sextam primi. Eodem prorsus modo ostendemus, e/c/ & e/ d/ rectas, tum adinuicem, tum ipsis e/ a/ & e/ b/ rectis lineis coæquari. Quatuor igitur e/a, e/b, e/c,& e/d, æquales sunt adinuicem. Cẽtro igitur e, interuallo autem e/a, vel e/b, aut e/c, vel e/d, circulus describatur, per tertium postulatum. Transibit ergo descriptus circulus per puncta a,b,c, d : quapropter & ipsius circuli circunferẽtia tanget vnũquenq; angulum ipsius quadrati a/b/c/d. Per quartã igitur huius quarti diffinitionem: circa datum quadratum a/b/c/d, circulus describitur. Quod oportuit fecisse.

Ostensio problematis, priori similis.

Πρόβλημα ι, Πρόθεσις ι.

Ἰσοσκελὲς τρίγωνον συστήσασθαι, ἔχον ἑκατέραν τῶν πρὸς τῇ βάσει γωνιῶν διπλασίονα τῆς λοιπῆς.

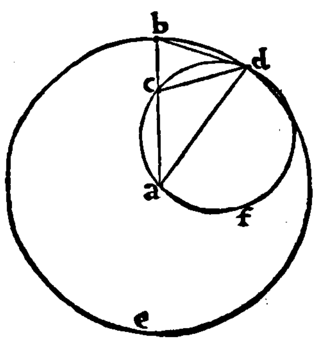
Problema 10, Propositio 10.

10 Isosceles triangulum cõstituere, habens vnumquenque eorum qui ad basin sunt angulorum, duplum reliqui.

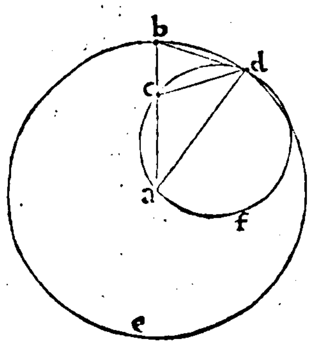
ORONTIVS. ¶ Hoc quæsitum, ad succedentiũ propositionum demonstrationem, ita confirmatur. Sit data recta quædam linea a/b: quæ per vndecimam secundi ita secetur in puncto c, vt comprehensum sub tota a/b/ & segmento b/ c/ rectangulum, æquum sit ei quod ex reliquo segmento a/c/ fit quadrato. Et centro a/ interuallo autẽ a/b, circulus describatur b/d/e, per tertium postulatum. Et per primã huius quarti, in circulo b/d/e, datæ rectæ lineæ a/ c/ (quæ non est maior ipsius circuli semidiametro) æqualis recta linea coaptetur: sitq; b/d. connectãtúrq; a/d/ & c/d/ lineæ rectæ, per primum postulatum. Triangulum erit igitur a/b/d, atq; isosceles: æqualis est enim a/b/ ipsi a/d, per quindecimam diffinitionem primi. Dico quòd vnusquisq; angulorum qui ad basin b/d, duplus est reliqui anguli qui ad a. Circa enim triangulum a/c/d, per quintam huius quarti, describatur circulus a/c/d/f. Et quoniam per constructionem, quod sub a/b/ & b/c/ cõtinetur rectangulum, æquum est ei quod ex c/a/ fit quadrato: & ipsi c/a/ data est æqualis b/d, ab æqualibus autem rectis æqualia

Constructio figuræ.

Ostensio problematis.



describũtur quadrata, per corollariũ quadragesimæsextæ primi. Cõprehensum igitur sub a/b/ & b/c/ rectangulum, æquum est ei, quod ex b/d/ fit quadrato. Atqui b/ punctũ extra circulum a/c/d/f/ suscipitur, ab eóq; in circulum geminæ procidunt lineæ rectæ a/b/ & b/d, quarũ altera vtpote a/b/ circulum secat, altera verò b/d/ cadit, estq; sub tota dispescẽte & extrinsecus sumpta b/c/ comprehensum rectangulũ, æquale ei quod ex cadente b/d/ fit quadrato. Cadens igitur b/d, tangit per vltimam tertij circulum a/c/d/f, in pũcto d/ vtriq; circulo communi. Rursum quoniã b/d/ recta tangit circulũ a/c/d/f, & à cõtactu d/ extẽditur recta quædã linea d/c/ circulum dispescens: angulus igitur b/d/c, angulo c/a/d, (qui in alterno consistit segmento) per trigesimã secundam tertij, est



æqualis. Quòd si vtrique æqualium angulorum addatur cõmunis angulus a/d/c: totus angulus a/d/b, duobus qui sub c/a/d/ & a/d/c/ sunt angulis, erit per secundam communem sentẽtiam æqualis. Eisdem porrò qui sub c/a/d/ & a/d/c/ cõtinentur angulis, exterior angulus b/c/d, per trigesimamsecũdam primi coæquatur. Per primã igitur communem sententiã, angulus a/d/b, angulo b/c/d/ est æqualis. Angulo rursum a/d/b, æquus est angulus c/b/d, aut (si velis) a/b/d, per quintã primi: sunt enim ad basin b/d/ isoscelis triãguli a/b/d. Duo itaque anguli b/c/d/ & c/b/d, eidem angulo a/d/b/ sunt æquales: & æquales propterea adinuicẽ, per primã communẽ sententiã. Hinc latus c/d/ lateri b/d, per sextã ipsius primi coæquatur: sed eidem b/d, æqualis est per constructionem a/c. binæ igitur a/c/ & c/d, eidem b/d/ sunt æquales: & æquales itaq; rursum adinuicẽ, per eãdem primam cõmunem sententiam. Angulus igitur a/d/c, angulo c/a/d, per eandẽ quintam primi est æqualis: & vterq; propterea dimidius ipsius anguli a/d/b, nã angulus a/d/b/ eisdem angulis a/d/c/ & c/a/d/ æqualis iam ostensus est. Duplus est igitur angulus a/d/b, ipsius anguli qui ad a. Eidem porrò angulo a/d/b, æqualis rursum est a/b/d: quæ autem æqualia sunt, eiusdem sunt duplicia, per sextæ communis sententiæ conuersionem. Et a/b/d/ itaq; angulus, eiusdem anguli qui ad a/ duplus itidem est. Isosceles ergo triangulum constituitur a/b/d, habens vnumquenq; eorum qui ad basin b/d/ sunt angulorum duplum reliqui. Quod facere oportebat.

Πρόβλημα ια, Πρόθεσις ια.

Εἰς τὸν δοθέντα κύκλον, πεντάγωνον ἰσόπλευρόν τε καὶ ἰσογώνιον ἐγγράψαι.

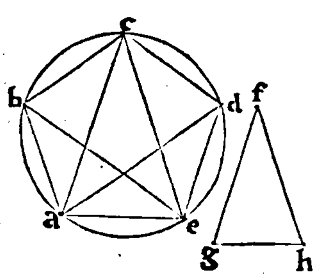
Problema 11, *Propositio* 11.

IN dato circulo, pentagonum æquilaterum & æquiangulum describere. 11

Cõstructio inscribendi pentagoni.

ORONTIVS. ¶ Esto datus circulus a/b/c/d/e, in quo receptum sit describere pentagonum æquilaterum & æquiangulum. Constituatur per antecedentem decimam propositionem, triangulum f/g/h: cuius vnusquisq; eorum qui ad basin g/h/ sunt angulorum, duplus sit reliqui anguli qui ad f. Et per secundam huius quarti, in dato circulo a/b/c/d/e, dato triangulo f/g/h, æquiangulum triangulum describatur a/c/e: sitq; angulus qui ad c, angulo qui ad f/ æqualis. Cùm igitur vterq; angulorum qui ad basin g/h, duplus sit reliqui qui ad f: erit & vterque eorum qui ad basin a/e, reliqui anguli qui ad c/ itidem duplus. Secetur itaque bifariam, per nonam primi, vterq; angulorum qui sub c/a/e/ & a/e/c, productis in circunferẽtiam a/d/ & e/b/ rectis: & connectantur a/b, b/c, c/d, & d/e/ lineæ rectæ, per primum postulatum. Pentagonum est itaq; a/b/c/d/e/ rectilineum: & in dato circulo, per tertiam huius quarti diffinitionem descriptum.

Quòd inscriptũ pentagonũ sit æquilaterum.



¶ Aio primùm, ꝙ & æquilaterũ. Nam angulus qui sub a/c/e, dimidius est vtriusq; æqualium angulorum qui sub c/a/e/ & a/e/c. sed anguli c/a/d/ & d/a/e, ipsius c/a/e: anguli item a/e/b/ & b/e/c, ipsius a/e/c/ sunt dimidium, secti enim sunt bifariã c/a/e/ & a/e/c/ anguli. Quæ autem eiusdem, vel æqualium sunt dimidium, æqualia sunt adinuicẽ, per septimam communem sententiam. Quinq; igitur anguli a/c/e, a/e/b, b/e/c, c/a/d, & d/a/e, ad circũferentiã ipsius circuli consistẽtes, ſunt adinuicē æquales. In eodem porrò circulo æquales anguli, in æqualibus circunferētijs ſubtenduntur, etſi ad centrum, etſi ad circunferentiam deducti fuerint, per vigeſimamſextam tertij. Quinq; ergo circunferētiæ a/b, b/c, c/d, d/e, & e/a, æquales ſunt adinuicem. In eodem rurſum circulo, ſub æqualibus circunferentijs æquales rectæ lineæ ſubtenduntur, per vigeſimamnonam ipſius tertij. Aequales itaq; inuicem ſunt præfatas circunferentias ſubtendentes lineæ rectæ: & proinde a/b/c/d/e/ pentagonum æquilaterum. ¶Dico tandem ꝙ & æquiangulum. Quoniam circunferentia a/b, circunferentiæ c/d/eſt æqualis: ſi vtriq; æqualium addatur cōmunis circunferentia a/e/d, reſultabunt a/e/d/c/& b/a/e/d/circunferentiæ, per ſecundam cōmunem ſententiam inuicem æquales. Sub ipſa porrò circunferentia a/e/d/c, deducitur angulus a/b/c: ſub ipſa autem b/a/e/d, angulus b/c/d, & vterq; ad circunferentiam eiuſdem circuli. Aequalis eſt igitur angulus a/b/c, angulo b/c/d: ſub æqualibus enim circunferentijs æquales deducuntur anguli, in eodem potiſſimū circulo, etſi ad centrum etſi ad circunferentiam fuerint deducti, per vigeſimamſeptimam tertij. Haud diſſimiliter oſtendemus, reliquos angulos qui ſub c/d/e, & d/e/a, & e/a/b, tum inuicem, tum vnicuiq; ipſorum a/b/c/& b/c/d/ coæquari. Aequiangulum eſt igitur a/b/c/d/e, pentagonū. patuit ꝙ & æquilaterum. In dato itaq; circulo, pentagonū æquilaterū & æquiangulum deſcripſimus. Quod faciendum receperamus.

Quòd idē pētagonum ſit æquiangulū.

Πρόβλημα ιβ, Πρότασις ιβ.

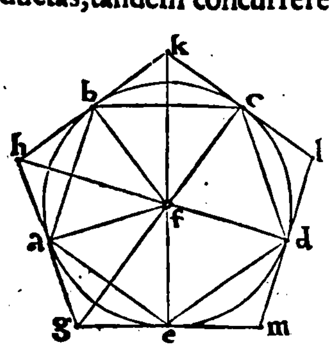
Περὶ τὸν δοθέντα κύκλον, πεντάγωνον ἰσόπλευρόν τε καὶ ἰσογώνιον περιγράψαι.

Problema 12, Propoſitio 12.

12 CIrca datum circulum, pentagonum æquilaterum & æquiangulum deſcribere.

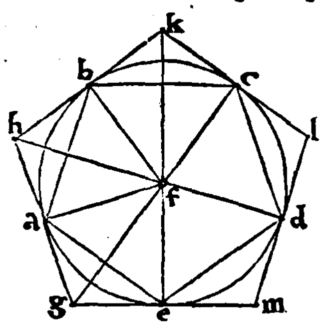
ORONTIVS. ¶Sit rurſum datus circulus a/b/c/d/e, cuius centrum f: circa quem oporteat deſcribere pētagonum æquilaterum & æquiangulum. Deſcribatur in primis in ipſo circulo dato, pentagonū æquilaterū & æquiāgulum a/b/c/d/e, per antecedentem vndecimam propoſitionem: & cōnectantur f/a, f/b, f/c, f/d, & f/e/ ſemidiametri, per primum poſtulatum. A punctis autem a, b, c, d, e, ad rectos vtrinq; ſuſcitētur angulos a/g, a/h, b/h, b/k, c/k, c/l, d/l, d/m, e/m/ & e/g, per vndecimam primi. In directum igitur conſtituentur g/a/h, h/b/k, k/c/l, l/d/m, & m/e/g, per decimāquartam eiuſdem primi: tangéntq; circulum datum, per decimæſextæ tertij corollarium, in punctis quidem a, b, c, d, e. Conuenient inſuper ad puncta g, h, k, l, m. Recta enim a/b, incidēs in g/h/& h/k/rectas, diuidit vtrunq; angulum rectum qui ſub f/a/h/& h/b/f, efficítque propterea interiores & in eadem parte angulos a/b/h/& h/a/b/duobus rectis minores: neceſſum eſt igitur, rectas g/h/& h/k/in infinitū productas, tandem concurrere ad partes h, per quintum poſtulatum. Haud diſſimiliter oſtendemus, quòd h/k/& k/l/ conuenient ad punctū k, atq; k/l/& l/m/ad punctum l, necnon l/m/& m/g/ ad punctum m: m/g/tandem & g/h/ad punctū g. Pentagonū eſt igitur g/h/k/l/m: & circa datū circulū a/b/c/d, per ſextā huius quarti diffinitionē, deſcriptū. ¶Aio iam ꝙ & æquilaterū. Cōiungātur enim f/g, f/h, & f/k/ rectæ lineæ, per primū poſtulatū. Rectāgula igit̄ erūt a/f/h/& h/f/b/ triangula. vnde per quadrageſimāſeptimā primi quæ ab ipſis f/a/& a/h/vtraq; fiūt quadrata, æqualia ſunt ei quod ex f/h: & per eādē, quæ ex f/b/& b/h, eidē quod ex f/h/fit quadrato æqualia. Quæ igitur ex f/a/& a/h/fiūt quadrata, eis quæ ex f/b/& b/h/fiūt

Pentagoni poſiti circunſcriptio.



Quòd circunſcriptum pentagonum ſit æquilaterū.

quadratis, ſunt per primam communem ſententiam æqualia: quorum id quod ex f/a,ei quod ex f/b/eſt æquale,per corollariũ quadrageſimæſextæ primi:nam f/a,ipſi f/b/æqualis eſt,per circuli diffinitionem.Reliquum igitur quod ex a/h/ fit quadratum,reliquo quod ex h/b/per tertiam cõmunem ſententiam eſt æquale: & proinde a/h,ipſi h/b,per idem æquatur corollarium.Similiter oſtendetur ꝙ a/g/ ipſi g/e, & b/k/ipſi k/c/eſt æqualis: & conſequenter ita de cæteris. Rurſum quoniam a/f/ipſi f/b/eſt æqualis,& f/h/vtrique cõmunis:duo igitur latera a/f/&f/h/ trianguli a/f/h, duobus h/f/& f/b/trianguli h/f/b, ſunt æqualia alterum alteri:baſis quoq; a/h, baſi h/b/æqualis.Angulus igitur a/f/h, angulo h/f/b/æqualis eſt, per octauam primi: & vterque proinde,ipſius anguli a/f/b/dimidius. Eodem modo colligemus, angulum a/f/g/dimidiũ fore ipſius anguli a/f/e. Atqui anguli a/f/b/& a/f/e, æquales ſunt adinuicem,per vigeſimamſeptimam tertij: nempe ad centrum f, ſub circunferentijs a/b/& a/e/inuicem æqualibus deducti.Quæ autem æqualium ſunt dimidium,æqualia ſunt adinuicem,per ſeptimam communem ſententiam.Aequalis eſt igitur angulus a/f/g, angulo a/f/h: & rectus f/a/g, recto f/a/h, per



quartum poſtulatum æqualis.Triangula igitur a/f/g/& a/f/h,habent duos angulos duobus angulis æquales alterum alteri.vnúmq; latus a/f/vtriq; cõmune,quod æquis adiacet angulis : reliqua igitur latera, reliquis lateribus æqualia, & reliquum angulũ reliquo angulo æqualẽ habebunt,per vigeſimamſextam primi.Aequalis eſt igitur a/g/ipſi a/h,& tota conſequenter g/h/ ipſius a/h/ dupla: necnon angulus a/g/f,angulo f/h/a/æqualis.Haud aliter oſtendemus quòd h/k,dupla eſt ipſius b/h.Porrò a/h/& h/b,æquales præoſtenſæ ſunt:quæ autem æqualium duplicia ſunt, adinuicem ſunt æqualia,per ſextam cõmunem ſententiã. Aequalis eſt igitur g/h/ipſi h/k. Similiter quoq; demonſtrabitur,quòd cætera ipſius pentagoni latera,vtpote k/l,l/m,& m/g, tum inuicem,tum vtrique ipſarum g/h/& h/k/ſunt æqualia. Aequilaterũ eſt igitur g/h/k/l/m/ pentagonum. ¶Dico tandem quòd & æquiangulum . Quoniam enim æqualis eſt a/h/ipſi h/b,& h/f/vtriq; cõmunis:binæ igitur a/h/& h/f/triãguli a/h/f, duabus f/h/& h/b/triãguli f/h/b,ſunt æquales altera alteri:baſis quoq; a/f,baſi f/b/ æqualis,per diffinitionem circuli.Angulus igitur a/h/f,angulo f/h/b,per octauã primi eſt æqualis.Totus itaq; angulus a/h/b,ipſius a/h/f/duplus eſt.Haud aliter monſtrabitur,quòd angulus a/g/f,angulo f/g/e/itidem coæquatur: totúſq; a/g/e,duplus eſt ipſius a/g/f.Anguli porrò a/g/f/& a/h/f,æquales nunc oſtenſi ſunt : quæ autem æqualium duplicia ſunt,adinuicem ſunt æqualia,per ſextam communẽ ſententiam. Aequalis eſt igitur angulus a/g/e,angulo a/h/b.Similiter oſtendemus,quòd reliqui anguli qui ſub b/k/c,& c/l/d,atq; d/m/e,tum inuicem, tum vtrique ipſorum a/g/e/ & a/h/b/reſpondenter coæquantur.Aequiangulum eſt itaque g/h/k/l/m/ pentagonum.Patuit quòd & æquilaterum: deſcriptúmq; circa a/b/c/d/e/circulũ. Circa datum ergo circulum a/b/c/d/e,pentagonũ æquilaterum & æquiangulum deſcribitur g/h/k/l/m.Quod oportuit feciſſe.

Quòd idẽ circũſcriptũ pentagonum ſit æquiangulũ.

Πρόβλημα ιγ, Πρότασις ιγ.

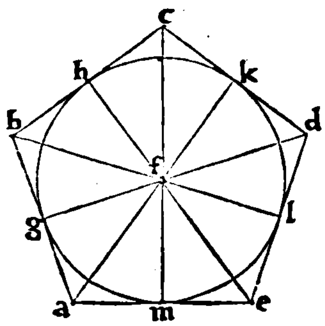
Εἰς τὸ δοθὲν πεντάγωνον, ὅ ἐστιν ἰσόπλευρόν τε καὶ ἰσογώνιον κύκλον, ἐγγράψαι.

Problema 13, *Propoſitio* 13.

IN dato pẽtagono æquilatero & æquiangulo, circulũ deſcribere. 13

ORONTIVS. ¶Eſto datum pentagonũ æquilaterũ & æquiangulũ a/b/c/d/e, in quo expediat deſcribere circulum.Secetur in primis vterq; angulorum a/b/c/&

b/a/e/bifariam,per nonã primi,ſub rectis quidem lineis a/f/& b/f: quas operæpretium eſt tandem conuenire. Angulus enim a/b/c,minor eſt duobus rectis(nam aliàs a/b/& b/c,in rectum conſtituerentur)quapropter & angulus a/b/f, dimidius ipſius anguli a/b/c,recto minor eſt. Et proinde b/a/f,recto itidẽ minor. Hinc fit,vt recta a/b, incidat in a/f/& b/f/lineas rectas,efficiẽs in eadẽ parte interiores angulos binis rectis minores. Concurrent igitur,per quintum poſtulatum a/f/& b/f/ in directum productæ:idq; intra datum pentagonum. Angulo enim a/b/c,opponitur latus d/e:& & c/d/latus,ipſi b/a/e/angulo. Recta igitur a/f/in rectum extenſa,cadet in latus c/d:& ipſa b/f, in latus d/e: ſeſe inuicem intra datum interſecantes pentagonum. Secẽt ſe igitur,& concurrant in puncto f. Aio punctũ f, fore centrum deſcribendi in dato pẽtagono circuli. Connectantur enim f/c,f/d,& f/e/lineæ rectæ,per primum poſtulatum. Cùm igitur a/b,ſit æqualis b/c,& b/f,vtrique cómunis: erunt bina latera a/b/& b/f/ trianguli a/b/f, duobus lateribus c/b/& b/f/triãguli c/b/f/alternatim æqualia: & qui ſub æquis lateribus cõtinẽtur anguli a/ b/ f/& c/b/f, ſunt per cõſtructionẽ adinuicem æquales. Baſis igitur a/f, baſi f/c, & angulus b/a/f, angulo b/c/f,per quartã primi eſt æqualis. Angulus porrò b/a/f,dimidius eſt ipſius anguli b/a/e, & ipſi b/a/e,æqualis angulus b/c/d,per hypotheſin. Quæ autem inuicem æqualia ſunt,eiuſdem vel æqualium dimidium eſſe videntur: per ſeptimæ cõmunis ſententiæ conuerſionẽ. Angulus igitur b/c/f,dimidius eſt ipſius anguli b/a/e, & proinde anguli b/c/d: reliquus inſuper angulus f/c/d, dimidius itidem eſt eiuſdẽ anguli b/c/d. Bifariam itaque diuiditur angulus b/c/d,ſub recta c/f. Nec diſſimiliter oſtendetur,vterque reliquorum angulorum qui ſub c/d/e/& d/e/a, bifariam diſcindi ſub rectis lineis d/f/& e/f. Conſequenter à puncto f/ in ſingula ipſius pentagoni latera,perpendiculares deducãtur f/g,f/h,f/k,f/l, & f/m,per duodecimam primi. Et quoniam triangulorum b/f/g, & b/f/h , angulus g/b/f/ æquus eſt angulo f/b/h, necnon & rectus b/g/f/recto b/h/f/per quartum poſtulatum æqualis,latus inſuper b/f/vtrique triangulo commune, quod ſub vno æqualium ſubtenditur angulorum: reliqua igitur latera, reliquís lateribus æqualia habebunt alterum alteri, per vigeſimamſextam primi. Aequalis eſt igitur f/g/ipſi f/h. Haud diſſimiliter oſtendentur reliquæ perpendiculares f/k, f/l,& f/m,tum inuicem, tum vtriq; ipſarum f/g/& f/h/ coæquari. Quinque ergo rectæ lineæ f/g,f/h,f/k,f/l,& f/m,ſunt æquales adinuicem. Centro itaq; f, interuallo autem f/g,aut f/h,vel f/k,ſeu f/l,aut f/m,circulus deſcribatur g/h/k/l/m,per tertium poſtulatum. Tranſibit ergo ipſius circuli circunferentia,per ſingula puncta g,h,k,l,m. Et quoniam ab eiſdem punctis g,h,k,l, m, eorundem ſemidiametrorũ extremitatibus,dati pentagoni latera ad rectos excitata ſunt angulos : tanget propterea eiuſdem circuli circunferentia ſingula ipſius dati pentagoni latera,per decimæſextæ tertij corollarium. Circulus porrò in figura rectilinea deſcribi dicitur,quando circuli circunferentia,vnumquodq; latus eius in qua deſcribitur tangit:per quintam huius quarti diffinitionem. In dato igitur pentagono a/b/c/d/e,circulus deſcribitur g/h/k/l/m. Quod expediebat facere.



Vt centrũ in ſcribẽdi circuli reperiatur.

Quòd inuentum punctũ f, centrum exiſtat eiuſdem circuli.

Problematis abſoluta reſolutio.

Πρόβλημα ιδ', Πρόθεσις ιδ'.

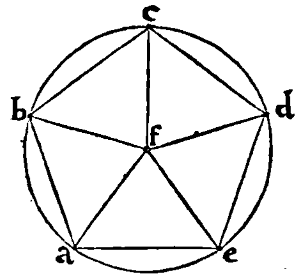
Περὶ τὸ δοθὲν πεντάγωνον, ὅ ἐστιν ἰσόπλευρόν τε καὶ ἰσογώνιον, κύκλον περιγράψαι.

Problema 14, Propoſitio 14.

14 Circa datum pentagonum æquilaterum & ęquiangulum, circulum deſcribere.

ORONTIVS. ¶Sit datum pentagonum æquilaterum & æquiangulum a/b/c/d/e, circa quod circulum deſcribere ſit operæpretium. Secetur bifariã vterque angulorum qui ſub a/b/c/& b/a/e, per nonam primi, productis a/f/& b/f/lineis rectis: quæ veluti patuit in antecedente decimatertia propoſitione, cõcurrent tandem adinuicem intra datum pentagonum. Concurrant igitur rurſum ad punctum f. Proximam itaque recolligendo demonſtrationẽ, rurſum oſtendere licebit, cæteros angulos qui ſub b/c/d, c/d/e, & d/e/a/ bifariam ſecari, ſub rectis quidem lineis c/f, d/f, & e/f: quemadmodùm ex ipſa præcedente decimatertia potes elicere propoſitione. Et quoniam angulus a/b/f, dimidium eſt anguli a/b/c, & angulus b/a/f, dimidiũ ipſius anguli b/a/e, ſuntq; per hypotheſin anguli a/b/c/ & b/a/e inuicẽ æquales: angulus igitur a/b/f, angulo b/a/f, per ſeptimã cõmunẽ ſentẽtiã æquus eſt: quæ enim æqualiũ ſunt dimidiũ, æqualia ſunt adinuicẽ. Et proinde latus f/a, lateri f/b, per ſextã primi, eſt æquale. Eodẽ prorſus modo cõcludemus, cæteras rectas lineas f/c, f/d, & f/e, tũ ſibi inuicẽ, tũ vtriq; ipſarũ f/a/& f/b/ coæquari. Quinq; ergo lineæ rectæ f/a, f/b, f/c, f/d, & f/e, æquales ſunt adinuicem. Centro igitur f, interuallo autem f/a, vel f/b, aut f/c, vel f/d, aut f/e, circulus deſcribatur a/b/c/d/e, per tertiũ poſtulatum. Veniet ergo ipſius circuli circunferentia, per ſingula puncta a, b, c, d, e: tangétque propterea vnumquenq; angulum dati pentagoni. Circa datum igitur pentagonum æquilaterum &/æquiangulum a/b/c/d/e: circulus, per quartam huius diffinitionẽ, deſcribitur. Quod faciendum fuerat.

Quę à proximę ꝓpoſitionis pẽdent oſtenſione.



Πρόβλημα ιε, Πρότασις ιε.

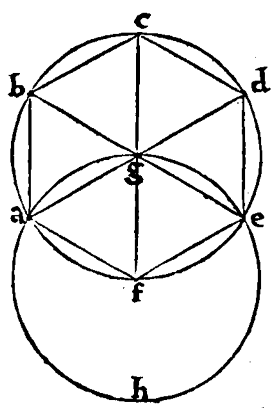
Εἰς τὸν δοθέντα κύκλον, ἑξάγωνον ἰσόπλευρόν τε καὶ ἰσογώνιον ἐγγράψαι

Problema 15, Propoſitio 15.

IN dato circulo, hexagonũ æquilaterũ & æquiãgulũ deſcribere. 15

ORONTIVS. ¶Eſto datus circulus a/b/c/d/e/f, cuius centrum g: in quo quidem circulo oporteat deſcribere hexagonum æquilaterum & æquiangulum. Coaptetur itaq; in circulo a/b/c/d/e/f, dimetiens c/f. Et centro f, interuallo autem f/g, deſcribatur per tertium poſtulatum circulus a/g/e/h. Et quoniam præfati circuli in eodem ſunt plano, communem habentes ſemidiametrum f/g, & centrum vnius in alterius circunferentia conſtituitur: fit vt vnus prædictorum circulorum, ſit partim intra reliquum, partim verò extra. Vnde neceſſum eſt, circulum a/g/e/h, interſecare datum circulum a/b/c/d/e/f: idq; per decimam tertij, in duobus tãtummodò punctis, vtpote a, & e. Coniungantur igitur a/g, & e/g/ lineæ rectæ, per primum poſtulatum: & per ſecundum poſtulatum, directè producantur in puncta b, d. Rurſum per idem primum poſtulatum, connectantur rectæ lineæ a/b, b/c, c/d, d/e, e/f, & f/a. Hexagonum eſt itaq; a/b/c/d/e/f/ rectilineum: & in dato circulo, per tertiam huius quarti diffinitionem, deſcritum. ¶Aio primùm ipſum fore æquilaterũ. Quoniam punctum g/ centrũ eſt circuli a/b/c/d/e/f: æqualis eſt igitur a/g, ipſi g/f, per circuli diffinitionẽ. Rurſum quoniam punctum f/ centrum eſt circuli a/g/e/h: æqualis eſt, per eandem circuli diffinitionem, a/f/ ipſi f/g. Binæ igitur a/g/& a/f, eidẽ f/g/ ſunt æquales: & æquales propterea adinuicem, per primam cõmunem ſentẽtiam. Aequilaterũ

Inſcriptio propoſiti hexagoni.



Quòd inſcriptum hexagonum ſit æquilaterum.

est igitur ipsum a/f/g/triangulum:& proinde æquiangulum, per quintæ libri primi corollarium. Et quoniam per trigesimamsecundam primi,omnis trianguli tres anguli sunt æquales duobus rectis:quilibet trium angulorum eiusdem triãguli a/f/g, vnum tertium duorum rectorum comprehendit. Angulus itaque a/g/f, duorum rectorum tertium est. Et proinde triangulum e/f/g, æquilaterum & æquiangulum est:& angulus cõsequentur f/g/e, vnum itidem tertium duorum rectorum. Recta insuper a/g, consistens super rectã b/e:efficit duos angulos b/g/a/& a/g/e/ binis rectis æquales, per decimam tertiam ipsius primi. quorum a/g/e duo tertia eorundem duorum rectorũ comprehendit:reliquus igitur angulus b/g/a,vni tertio duorum rectorum est æqualis. Tres igitur anguli b/g/a,a/g/f, & f/g/e, vni tertio duorum rectorum sunt æquales:& æquales ob id adinuicem, per primam communem sententiam. Et qui ad verticem igitur cõsistunt anguli b/g/c,c/g/d, & d/g/e,eisdem angulis,perdecimamquintam primi coæquantur: hoc est,d/g/e/ipsi b/g/a,& c/g/d/ ipsi a/g/f,atq; b/g/c/ipsi f/g/e. Hinc colligitur,sex angulos ad g/cẽtrum deductos fore inuicem æquales. In eodem porrò circulo æquales anguli, in æqualibus circunferentijs subtenduntur, per vigesimamsextam tertij. Sex igitur circunferentiæ a/b,b/c,c/d,d/e,e/f, & f/a,sunt adinuicem æquales. Sub æqualibus rursum circunferentijs,æquales rectæ lineæ, per vigesimãnonã tertij subtenduntur.Sex itaq; rectæ lineæ a/b,b/c,c/d,d/e,e/f,& f/a,sibi inuicem coæquãtur.Aequilaterum est propterea hexagonum a/b/c/d/e/f. ¶Dico iam quòd & æquiangulum.Nam circunferentia a/b, circunferentiæ c/ d/ est æqualis: si addatur igitur communis circunferentia d/e/f/a:consurgent per secundam communem sententiam,æquales circunferentiæ c/d/e/f/a,& d/e/f/a/b. Sub ipsa porrò circunferentia c/d/e/f/a,continetur angulus a/b/c:sub ipsa verò circunferentia d/e/f/a/b,angulus b/c/d. Anguli autem qui super æquales circunferentias in eodem circulo deducuntur, sibi inuicem sunt æquales,etsi ad centra, etsi ad circunferentias deducti fuerint, per vigesimamseptimam tertij. Aequalis est igitur angulus a/b/c,angulo b/c/d. Haud aliter mõstrabitur, quòd reliqui anguli ipsius a/b/c/d/e/f/hexagoni, vtpote c/d/e, d/e/f, & e/f/a, tum sibi inuicem,tum vtriq; ipsorum a/b/c/& b/c/d/coæquantur. Aequiangulũ est igitur ipsum a/b/c/d/e/f/hexagonum. Patuit iam quòd & æquilaterum,& in dato circulo descriptum. In dato igitur circulo a/b/c/d/e/ f/ hexagonum æquilaterum & æquiangulum describitur. Quod fecisse oportuit.

Quòd idem hexagonũ sit æquiangulũ.

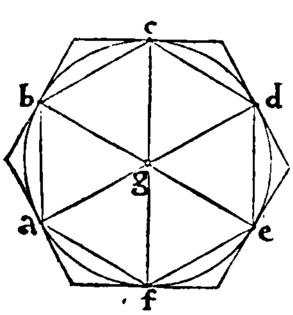
Corollarium.

¶Hinc fit manifestum,quòd hexagoni latus,ei quæ ex centro circuli,in quo ipsum discribitur hexagonum,est æquale.

¶Item si per puncta a,b,c,d,e,f,rectæ ducãtur lineæ circulũ ipsum contingentes,& cũ illius dimetiẽtibus ad rectos cõuenientes angulos:hexagonum æquilaterum & æquiangulum circa datum circulum describetur.quemadmodùm ex duodecima huius quarti propositione de pentagono, & obiecta figura vel facilè deducetur.¶Præterea,nec minus facilè in dato hexagono æquilatero & æquiangulo,circulũ describere, & circunscribere poterimus:per ea quæ decimatertia & decimaquarta propositione, de pentagono ipso præostensa sunt.Quod ex supradictis colligere oportebat.

Vt circulo hexagonum circũscribatur.

De circuli in dato hexago no inscriptione ac circunscriptione.



Πρόβλημα ις, Πρόθεσις ις.

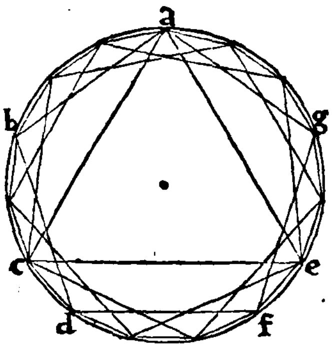
Εἰς τὸν δοθέντα κύκλον πεντεκαιδεκάγωνον, ἰσόπλευρόν τε καὶ ἰσογώνιον ἐγγράψαι.

Problema 16, Propositio 16.

IN dato circulo, quintidecagonum æquilaterum & æquiangulum describere. 16

ORONTIVS. ¶Sit datus circulus a/b/c/d/e, in quo receptum sit describere quintidecagonum æquilaterum & æquiangulum. Describatur in primis super data quapiam recta linea terminata triangulum æquilaterum, per primã primi: quod per quintæ eiusdem primi corollarium erit æquiangulum. Huic postmodũ triangulo, æquiangulum rursum describatur triangulum in dato circulo a/b/c/d/e, per secundam huius quarti propositionem: sitq; a/c/e. Item à pũcto a, in eodem circulo a/b/c/d/e, pentagonum æquilaterum & æquiangulum describatur a/b/d/f/g, per vndecimam huius quarti. Erit igitur triangulum a/c/e/æquilaterum, per sextæ primi libri corollarium: cuius latus quodlibet, subtendit tertiam circunferentiæ partem circuli a/b/c/d/e. quodlibet autem ipsius a/b/d/f/g, pentagoni latus subtendit quintam eiusdem circunferẽtiæ partem. Qualium igitur partium vel segmẽtorum, tota circuli a/b/c/d/e/circunferẽtia est quindecim: talium segmentum a/b/c/erit quinq;, & vtrunque segmẽtũ a/b/& b/d/triũ, & proinde totũ segmẽtũ a/b/d, sex. Et quoniã segmẽtũ a/b/c/est quinq;: erit reliqua pars c/d/sextũ ipsius a/b/d, seu tertium ipsius b/d, & totius propterea a/b/c/d/e/circuli quindecimum. Coniuncta igitur c/d/recta, per primũ postulatũ, erit latus quintidecagoni in dato circulo describendi. Cui si æquales rectas lineas, in dato circulo a/b/c/d/e, ab ipso quidem puncto d/versus e/& a/in c/continuè, per primam huius quarti coaptaueris: erit in eodem circulo descriptum quintidecagonum æquilaterum.

Artificiosa lateris quintidecagoni adinuentio.



Idem aliter.

¶Poterunt & singulorum quindecim segmentorum distinctiones, per ipsius pentagoni æquilateri & æquiãguli, in dato circulo a/b/c/d/e, geminatam rursum descriptionẽ obtineri, à punctis quidem c/& e: & comparatis inuicem segmentis, demonstratiuè concludi. Quemadmodũm ex ipsa licet inspicere figura.

Quòd descriptũ quintidecagonum æquilaterũ, sit æquiangulũ.

¶Aio iam quòd ipsum quintidecagonum æquilaterum, est æquiangulum. Quibuslibet enim angulis, sub duobus quibusuis ipsius quintidecagoni lateribus ad circunferentiam comprehensis, æquales subtenduntur circunferentiæ: nempe segmentorum inuicem æqualium tredecim, qualium totus circulus est quindecim. In eodem porrò circulo, anguli qui super æquales circunferẽtias deducuntur, sibi inuicem sunt æquales, etsi ad centra, etsi ad circunferentias fuerint deducti, per vigesimamseptimam tertij. Aequiangulũ est igitur ipsum a/b/c/d/e/quintidecagonum. Patuit quòd & æquilaterum, & in dato circulo descriptum. In dato itaque circulo a/b/c/d/e, quintidecagonum æquilaterum & æquiangulum describitur. Quod tandem faciendum receperamus.

Corollarium.

¶Quòd si per singulas segmentorum & angulorum quintidecagoni distinctiones, rectæ ducãtur lineæ circulum ipsum contingentes, & ad rectos angulos cum productis è centro semidiametris conuenientes: quintidecagonum æquilaterum & æquiangulum, circa datum circulũ describetur. quemadmodũm duodecima huius quarti propositione, de circunscribendo tradidimus pentagono. ¶Haud dissimiliter, per ea quæ decimatertia & decimaquarta eiusdẽ quarti propositione, de pẽtagonis ostensa sunt: in dato quintidecagono æquilatero & æquiangulo, circulum describere, ac circunscribere licebit.

Quarti libri geometricorũ elementorũ, FINIS.

Orontij Finei Delphinatis, Regii Mathematicarum Professoris, In Quintum elementorum Euclidis, Demonstrationes.

¶ *Diffinitionum elucidatio non aspernanda.*

ORONTIVS.

POSTQVAM EVCLIDES QVATVOR ANTEcedentibus libris, quantitatis continuæ qualitatem, illiúsque dimensiones apertè demonstrauit: iam binis succedentibus libris, magnitudinũ rationes, atque proportiones, acutissimis prosequitur ostensionibus. Huius itaque libri quinti scopus est, de proportionibus in vniuersum pertractare: singula enim quę in eo demõstrãtur, nõ solùm ad geometricã videntur spectare contẽplationẽ, sed cõmune aliquid habẽt cum Arithmetica, & Musica, & cum doctrinis omnibus quę sub mathematica traditione cõprehendũtur. Verùm quoniã de proportionibus futurus est sermo, proportio autẽ rationũ videtur esse similitudo: de rationibus, quibus ipsæ cõponuntur proportiones, in primis tractandũ est. prius enim oportet agnoscere simplicia, q̃ cõposita. Cùm igitur binæ magnitudines inuicẽ cõparantur: hæ proculdubio aut æquales, aut inæquales offendũtur. Propriũ enim quantitatis esse diffinit Aristoteles, secundũ eam æquale, vel inæquale dici. & huiuscemodi cõparatio, habitudo dicitur: quã Euclides, ad veterũ imitationem, rationẽ adpellat. Ipsæ autẽ magnitudines, termini tunc vocitãtur: illa quidẽ quæ alteri refertur, antecedẽs: reliqua verò, consequens, ad quam scilicet alterius fit cõparatio. Id porrò, quo altera distat à reliqua: differẽtia propriè dicitur. ¶ Quoties itaque propositæ & adinuicẽ comparatæ magnitudines, fuerint inæquales, & minor metitur maiorẽ, hoc est, aliquotiens sumpta, seu per datum aliquem multiplicata numerum, ipsam maiorem restituit magnitudinem: tunc minor magnitudo, pars ipsius maioris dicitur: quam vulgus peculiari nomenclatura, iuxta multiplicationis numerum, multiplicatiuam seu quotam partem eiusdem maioris adpellat. Quæ ab Euclide ita primùm diffinitur,

Scopus huius libri quinti.

De magnitudinum cõparatione.

Habitudo.

Ratio.

Quota seu multiplicatiua pars.

ΕΥΚΛΕΙΔΟΥ ΣΤΟΙΧΕΙΟΝ ΠΕΜΠΤΟΝ.

¶ Μέρος ἐστὶ μέγεθος μεγέθους, τὸ ἔλασσον τοῦ μείζονος, ὅταν καταμετρῇ τὸ μεῖζον.

1 Pars est magnitudo magnitudinis minor maioris, quando minor metitur maiorem.

Vtpote, binis magnitudinibus datis, quarum altera bipedalis, altera verò sextupedalis existat, quoniam bipedalis ter sumpta, seu per tria multiplicata, sextupedalem metitur magnitudinẽ: idcirco bipedalis magnitudo, pars est ipsius sextupedalis magnitudinis, & tertia pars eiusdem sextupedalis peculiari discretione vocatur. ¶ Ipsa porrò maior magnitudo, quam minor suprascripta multiplicatione metitur: multiplex ipsius minoris adpellatur magnitudinis, hoc est, multotiens ipsam minorem comprehendens magnitudinem, vel ex multiplici eiusdem minoris repetitione consurgens. Hinc dicit Euclides.

Exẽplũ quotæ partis.

Multiplex.

¶ Πολλαπλάσιον δὲ, τὸ μεῖζον τοῦ ἐλάσσονος, ὅταν καταμετρῆται ὑπὸ τοῦ ἐλάττονος.

2 Multiplex autem, maior minore, quando eam metitur minor.

Vt in præassumpto nuper exẽplo, sextupedalis magnitudo multiplex dicĩt ipsius bipedalis

Exemplũ multiplicis.

magnitudinis, vtpote, quod multotiens, hoc est ter, eandem bipedalem contineat magnitudinē, seu quam bipedalis ter multiplicata metitur. & propterea sextupedalis, triplex ipsius bipedalis peculiari restrictione vocatur.

Pars adgregatiua.

¶Cùm autem minor magnitudo aliquotiēs sumpta, seu multiplicata, plus aut minus efficit, quàm sit ipsa magnitudo maior: nō quota, sed adgregatiua pars ipsius maioris videtur esse magnitudinis, ex quotis scilicet partibus adgregata, ab ipsarum partium quotarum tum numero, tum qualitate denominanda.

Exemplum.

Veluti quadrupedalis ad sextupedalem relata magnitudinē, adgregatiua pars eiusdem sextupedalis dicenda est magnitudinis. Componitur enim ex geminis bipedalibus magnitudinibus, quarum quęlibet tertiam sextupedalis partem efficit: hinc bipartiens tertias eiusdem sextupedalis denominatur.

Cōmensurabiles & rationales magnitudines.

¶Quæ igitur adinuicem comparatæ magnitudines, cōmuni aliqua metiuntur magnitudine: commensurabiles, seu communicātes, & rationales adpellantur. Cuiusmodi sunt omnes numeri, à binario in infinitum distributi, quos indifferenter metitur vnitas: omnes insuper ad numeros relatæ magnitudines, determinatam inter sese rationem vel habitudinem obtinentes.

Incommensurabiles & irrationales.

Quibus autem non accidit aliqua & per numerum expressa mensura: incōmensurabiles, & incommunicātes, irrationalésve dicuntur magnitudines, quarum habitudo determinatis non exprimitur numeris. Veluti sunt diagonius, & latus quadrati geometrici.

Illa igitur rationalium vel irrationalium, seu cōmensurabilium & incōmensurabilium magnitudinum comparátio, vel habitudo, ratio (quemadmodùm suprà dictum est) à veteribus adpellatur: quæ ab Euclide in hunc modum diffinitur,

¶Λόγος ἐστὶ δύο μεγεθῶν ὁμογενῶν ἡ κατὰ πηλικότητα πρὸς ἄλληλα ποιὰ σχέσις.

Ratio est duarum magnitudinum eiusdem generis aliquatenus adinuicem quædam habitudo. 3

Quę inuicem cōparantur.

Sola enim vniuoca veniunt inter sese comparanda, vtpote, numerus numero, linea lineæ, superficies superficiei, solidum solido, sonus sono, tēpus tempori, velocitas velocitati, & quę sunt huiuscemodi. Inter ea enim quę diuersorum sunt generum, nulla videtur accidere comparatio.

Ratio Arithmetica. Harmonica. Geometrica.

¶Offenditur autem ratio inter numeros absolutè consideratos, quam arithmeticā nuncupamus rationem: intérve sonoros, hoc est, ad sonorum hormoniam relatos numeros, quæ harmonica ratio dicitur: vel inter abstractas tum à materia, tum à numero magnitudines, quæ ratio geometrica propriè nominatur. Quæcunque porrò rationes inter ipsos inueniuntur numeros, eædem inter singula continuorum offenduntur genera: at non è diuerso. Arithmetica siquidem ratio, tantummodò rationalium videtur esse magnitudinum: geometrica verò, tam rationaliū quàm irrationalium contemplatur magnitudinum habitudinem. Quæcunque insuper rationis diuersitates vni continuorū accidunt generi, vtpote lineis: cæteris continuorū videntur euenire generibus, superficiebus inquàm & solidis. quod ipsis non solet accidere numeris. Idcircò de geometrica, & veluti principatum obtinēte ratione, hoc loco tractare principaliter intendit Euclides.

Ratio æqualitatis. inæqualitatis

¶Duplex est autem ratio geometrica: altera quidē æqualitatis, cuius differētia nulla est: altera verò inæqualitatis, cuius rationales species sunt quinque: tres quidē simplices, vtpote multiplex, superparticularis, & superpartiēs: & duæ ex eis cōpositæ, scilicet multiplex superparticularis, & multiplex superpartiens. Primò igitur doctrina simplicium, postea cætera in vniuersum perscrutātur rationum discrimina: debet enim simplicium doctrina, in omnibus doctrinam præcedere compositorum.

Ratio multiplex.

¶Multiplicem itaque solemus adpellare rationem, quoties maior magnitudo minorem (vti suprà dictum est) pluries & adæquatè comprehēdit magnitudinem: quæ in duplam vt quaternarij ad binarium, triplam veluti senarij ad ipsum binarium, quadruplam vt duodenarij ad ternarium, & deinceps ita quantumlibet subdiuiditur, prout maior magnitudo bis, ter, quater, pluriésve minorem comprehendit.

Superparticularis ratio.

Superparticularis autē ratio dicitur, cùm maior magnitudo minorem semel, & quotam insuper minoris partem continet: quæ sesqualtera dicitur vt ternarij ad binarium, aut sesquitertia veluti quaternarij ad ternariū, vel sesquiquarta vt quinarij ad quaternarium, & respondenter ita quantumlibet, prout pars ipsa alteram minoris magnitudinis partem, vel tertiam, aut quartam, aliámve quotam partem efficit, à dato quouis numero denominatam.

Ratio superpartiens.

Superpartientem verò rationem adpellamus, quoties maior magnitudo minorem itidem semel comprehendit, & contingentem prætera vel adgregatiuam eiusdem minoris partem, ex quotis ipsius minoris partibus compositam: quæ varia, pro numero ac ratione partium, sortitur discrimina. Alia enim superbipartiens tertias dicitur, vt quinarij ad ternarium: alia ſupertripartiens quartas, velut ſeptenarij ad quaternarium: alia verò ſuperquadripartiens quintas, veluti nouenarij ad quinariū, & deinceps ita ſine ſtatu, vocitatur. Hinc facilè colligitur, vtriuſq; cōpoſitarum rationum diffinitio. Multiplex enim & ſuperparticularis ratio dicitur, cùm maior magnitudo minorē pluries, & quotam inſuper eiuſdem minoris partem comprehendit. Multiplex deniq; & ſuperpartiens ratio nominatur, quoties eadem magnitudo maior, minorem itidem pluries, & partem vltra non quotam, ſed ex quotis eiuſdem minoris partibus adgregatam continet. Quæ tum pro varietate multiplicis, tum pro vtriuſque & ſuperparticularis & ſuperpartientis diuerſitate, in varia, & (ſi liceat dicere) infinita compoſitarum rationū partiuntur diſcrimina. Cæteræ autem ab his magnitudinum habitudines, quarum denominationes ignoramus: ſurdæ irrationaléſve nuncupantur. Porrò hæc omnia velim intelligas, dum maiores minoribus comparantur magnitudines: nam ſi minores ipſis maioribus comparētur magnitudinibus, ſubrationales erunt minores maioribus. Hinc talium magnitudinum rationes, ſubmultiplices, ſubſuperparticulares, ſubſuperpartientes, ſubmultiplices ſuperparticulares, & ſubmultiplices ſuperpartientes, pro ratione atque tranſpoſitione terminorū, adpellātur. ¶Cuiuſlibet autem ſupraſcriptarum rationū cum alia quauis ſimili ratione cōparatio vel habitudo (non vt magnitudo magnitudini, ſed vt hæc ratio cum illa ratione comparatur) proportio dicitur: cuius hæc eſt ſummaria diffinitio,

Multiplex ſuperparticularis.
Multiplex ſuperpartiens.
Surdæ rationes.
Notandum.
De rationum cōparatione.

¶Ἀναλογία δὲ ἐστιν, ἡ τῶν λόγων ὁμοιότης.

4 Proportio verò, eſt rationum identitas.

Hoc eſt, duarū pluriúmve geometricarū rationū ſimilitudo. vt ſi duplam duplæ, ſeſqualteram ſeſqualteræ, pluréſve duplas, aut ſeſqualteras, & alias quaſcunque ſimiles rationes inuicem comparaueris. Nam de arithmetica ratione, quam vocant æqualium differentiarum inter datos numeros obſeruatam progreſſionem: nihil ad præſentem doctrinam. Neque de ratione muſica, quæ potius harmonia quædā eſſe videtur: vtpote, quæ fit cùm oblatis tribus numeris, quam rationem maximus obtinet ad minimum, eam quoq; ſeruat differentia maximi ſupra medium ad differentiam medij ſupra minimum, in ſuprà ſcripta rationum ſimilitudine minimè conſiſtens. Sicuti enim arithmetica progreſſio, à muſica differre perhibetur harmonia: ſic & geometrica proportio (quæ ſola peculiari nomine proportionis venit adpellanda) ab vtraque diſtinguitur. ¶Eſt autem geometrica proportio aut continua, aut diſcontinua. Continuam adpellamus proportionem, cùm datis quotlibet eiuſdem generis quantitatibus, omnium antecedentium ad proximè ſuccedentes cōtinuata ſeruatur rationis habitudo: ſic vt prima ſolùm antecedentis, vltima verò cōſequentis, intermediæ autem & antecedentis & conſequentis fungantur officio. Vtpote cùm prima ad ſecundam eam ſeruat rationem, quam ſecunda ad tertiam, & tertia ad quartam, & deinceps ita quantumlibet. Quæcunq; igitur continua proportione ligantur, eiuſdem oportet eſſe generis: propter neceſſariam cuiuſlibet antecedentis cum ſuo conſequente reſpondentiam, & continuādam inuicem cōparabilium habitudinem, ſiue relationem. ¶Diſcontinua verò proportio, fit: cùm oblatis quatuor, pluribúſve quantitatibus, prima ad ſecundā eam habet rationem, quam tertia ad quartam, & quinta ad ſextam, & conſequentur ita quantumlibet. Huiuſcemodi nanq; rationū ſimilitudo, vel identitas, proportio, ſed diſcontinua vocitatur. conſequens enim primæ rationis, non fit antecedens ſecundæ: neq; item conſequens ipſius ſecundæ, in tertiæ rationis continuatur antecedēs. velut ipſi cōtinuæ diximus euenire proportioni. Poſſunt itaque genere diuerſa, diſcōtinua inuicem proportione colligari: ob ſingulorum antecedentium, ad ſingula conſequentia, ſeparatim factam comparationē. Eadem nanque ratio inter duos accidens numeros: poteſt ſimul inter duas lineas, bináſve ſuperficies, aut alias quaſuis inuicem comparabiles inueniri magnitudines. Hinc patet, diſcontinuam proportionem ſub pari ſemper terminorum comprehendi numero: continuā verò tam parem, quàm imparem admittere terminorum ſeu quantitatum multitudinem.

De ratione arithmetica.
De muſica ratione.
Proportio geometrica continua
Sola vniuocā cōtinua proportione ligā tur.
Diſcontinua proportio geometrica.
Genere diuerſa diſcōtinuā proportionē obſeruant.
Corollarium.

¶Λόγον ἔχειν πρὸς ἄλληλα μεγέθη λέγεται, ἃ δύναται πολλαπλασιαζόμενα ἀλλήλων ὑπερέχειν.

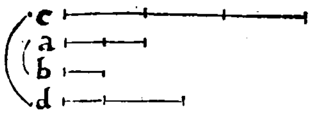
5 Rationem habere adinuicē magnitudines dicuntur, quæ poſſunt multiplicatæ inuicem excedere.

Poſt ipſius rationis, atq; proportionis adſignatas diffinitiones: deſcribit cōſequēter Euclides, qualiter inuicem comparatæ magnitudines rationē habere dicātur. Cùm igitur tam

Quonam modo magnitudines rationē habere diffiniantur.

rationalium quàm irrationalium hic perſcrutentur magnitudinũ habitudines, & ipſa irrationalium magnitudinum habitudo, tum nobis, tum ipſi naturę ſit ignota, denominationem ab aliquo non valens accipere numero: coactus eſt Euclides (vt generalem quandam rationalium & irrationalium præſcriberet diffinitionem) ad cõparatarum inuicem magnitudinum confugere multiplicationẽ, hoc eſt, per ipſarum magnitudinum æquè multiplicia diffinire, qualiter magnitudo alteri comparata magnitudini rationem habere dicatur. Si igitur magnitudo a magnitudini b comparetur, & ambæ æqualiter multiplicentur, hoc eſt, ambarum ſumantur æquè multiplicia, c quidem ipſius a, & d ipſius b: quam rationem habebit multiplex c ad multiplex d, eam ſeruabit & a magnitudo, ad b magnitudinem. Quaſi ignota inter a & b differentia, per multiplicationem ipſarũ augeatur magnitudinum: & in rationis ignotæ nos inducat agnitionem. Tanta ſiquidẽ multiplicium cũ ſubmultiplicibus, ſeu partibus inuenitur eſſe fraternitas: vt ipſę æquè multiplices magnitudines nõ poſſint aliquã rationalẽ aut irrationalẽ inter ſeſe habitudinẽ obſeruare, quin ea ſimul partibus accidat ſubmultiplicibus, & è contrario.

Exemplum.



Notandum.

¶Ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ μεγέθη λέγεται εἶναι, πρῶτον πρὸς δεύτερον, καὶ τρίτον πρὸς τέταρτον, ὅταν τὰ τοῦ πρώτου καὶ τρίτου ἰσάκις πολλαπλάσια, τῶν τοῦ δευτέρου καὶ τετάρτου ἰσάκις πολλαπλασίων, καθ' ὁποιονοῦν πολλαπλασιασμὸν ἑκάτερον ἑκατέρου, ἢ ἅμα ἐλλείπῃ, ἢ ἅμα ἴσα ᾖ, ἢ ἅμα ὑπερέχῃ ληφθέντα κατάλληλα.

In eadẽ ratione magnitudines dicũtur eſſe, prima ad ſecundã & tertia ad quartã: quãdo primę & tertię ęquè multiplicia, ſecũdę & quartę æquè multiplicia, iuxta quãuis multiplicationẽ vtraq; vtrãq; vel vnà excedũt, vel vnà æquales ſunt, vel vnà deficiũt ſũptæ adinuicẽ. 6

Quæ magnitudines in eadem ratione conſiſtant.

Oſtenſo qualiter magnitudines rationẽ habere adinuicẽ iudicentur: diffinit reſpondenter Euclides, quonam modo magnitudines ipſę ſimilem videãtur obtinere rationẽ, habitudiníſve nanciſcantur identitatem. Quæ diffinitio non potuit per alicuius præcedentium quinq; rationalium ſpecierum ipſius rationis vel habitudinis, vtpote aut multiplicis, aut ſuperparticularis, aut ſuperpartientis, vel multiplicis ſuperparticularis, vel deniq; multiplicis ſuperpartientis deſcribi ſimilitudinem: propter ſurdas (vt vocãt) irrationaliũ magnitudinum habitudines, quarum denominationes exprimi non poſſunt. Confugiendum ergo fore exiſtimauit Euclides, ad contingentem æquè multiplicium habitudinem, tam continuè, quàm ſeparatim facta earũdem magnitudinum relatione. Nam in proportionibus ſicuti antecedentia adinuicem, & ipſa pariter conſequentia, mutuam quandam inter ſeſe videtur habere relationem: haud diſſimiliter ipſorum antecedentium, pariter & cõſequentium æquè multiplicia, iuxta quamuis multiplicationem coaſſumpta, fraterna quadam rationum colligantur ſimilitudine, atque è diuerſo: tametſi alia inter ipſa æquè multiplicia, ab ea quæ inter partes offenditur ſubmultiplices, contingat plerunque rationum identitas. Quòd autẽ ex multiplicium proportione, earundem partiũ, ſub multipliciúmve magnitudinũ proportio, vel è contrario ſubſequatur: ſuccedentibus oſtẽdetur propoſitionibus. prius enim diffinire, quàm diffinitorum concludere neceſſitatem eſt operæpretium. ¶Cùm itaque ſimilitudo rationis, binarium ad minus rationum, & proinde quaternarium magnitudinum videatur exoptare numerum: ait Euclides, magnitudines in eadem eſſe ratione, prima quidem ad ſecundam, & tertia ad quartam: quando primæ & tertiæ, hoc eſt antecedentiũ magnitudinum ſumptis æquè multiplicibus, & conſequentium itidem magnitudinum, ſecũdæ videlicet & quartæ, æquè multiplicibus (etiam in alia quauis ab antecedentium multiplicatione) coaſſumptis, multiplex primæ ad multiplex ſecũdæ eam ſeruat rationem, quam multiplex tertiæ ad multiplex quartæ: ſiue ipſa ratio maioris, aut minoris extiterit inæqualitatis. Hæc enim de exceſſu, vel defectu proportionali veniũt intelligenda. Velut ex obiecta numerorum potes colligere formula. In qua numeri dati ſint a, b, c, d: & ipſorum a & c, primi inquàm & tertij æquè multiplices e, f, nempe dupli: numerorum autem b, d,

Notandum.

Diffinitionis elucidatio.

Exemplum.

a	b	c	d	
12	6	8	4	Nu. diſcontinuè proportionales.
e	g	f	h	
24	18	16	12	Aequè multiplices.

hoc est secundi & quarti æquè itidem multiplices g,h,vtpote tripli. Et quoniã multiplex e/ ad multiplicem g/eam habet rationem, quam multiplex f/ad multiplicem h (vtrobiq; enim sesquitertia) necessum est primum numerum a/ad secundum numerum b/eam simul obseruare rationem, quam tertius numerus c/ad quartũ d, nempe duplam. Haud aliter de magnitudinibus, siue continuis intelligito. ¶ Hinc fit, vt in continuè proportionatis, vbi videlicet consequens primæ rationis sit antecedens secundæ, sumenda sint æquè multiplicia singularum magnitudinum iuxta eandem multiplicationem, hoc est, aut simul tripla, aut simul quadrupla, &c. propterea ꝙ secũda magnitudo, ipsius tertiæ simul fungatur officio, & geminas potentia magnitudines repræsentet. Vt datis in exemplum a,b,c, numeris: quorum æquè multiplices sint d,e,f, vtpote tripli, d/quidem ipsius a, & e/ipsius b, atq; f/ipsius c. Si multiplex d/ad multiplicẽ e/ habuerit eam rationem, quam idem e/ ad f: tunc a/primus numerus ad secundum b/ eam simul obseruabit rationem, quam idem numerus b, ad tertiũ c. quemadmodùm ex ipsa numerorum potes elicere descriptione: in qua tam dati numeri a,b,c, q̃ eorũdem numerorum æquè multiplices d,e,f, sub dupla inuicem ratione proportionantur.

De continuè proportionalibus.

Exemplum.

a	b	c	
8	4	2	Nu. continuè proportionales.
d	e	f	
24	12	6	Aequè multiplices.

¶ Τὰ δὲ τὸν αὐτὸν ἔχοντα μεγέθη λόγον, ἀνάλογον καλείσθω.

7 Eandem autem habentes rationem magnitudines, proportionales vocentur. Diffinitio proportionalium.

Cùm enim proportio rationum sit idẽtitas: fit vt magnitudines, quæ in eadem offendentur esse ratione, vel inter quas rationum offendetur similitudo (siue continua, siue discontinua eiusdem rationis obseruetur identitas) proportionales adpellentur.

¶ Ὅταν δὲ τῶν ἰσάκις πολλαπλασίων τὸ μὲν τοῦ πρώτου πολλαπλάσιον ὑπερέχῃ τοῦ τοῦ δευτέρου πολλαπλασίου, τὸ δὲ τοῦ τρίτου πολλαπλάσιον, μὴ ὑπερέχῃ τοῦ τοῦ τετάρτου πολλαπλασίου, τότε τὸ πρῶτον πρὸς τὸ δεύτερον μείζονα λόγον ἔχειν λέγεται, ἤπερ τὸ τρίτον πρὸς τὸ τέταρτον.

8 Quando verò æquè multipliciũ multiplex primi excesserit multiplex secundi, multiplex autem tertij non excesserit multiplex quarti: tunc primum ad secundum maiorem rationem habere dicetur, quàm tertium ad quartum. Improportionalium magnitudinum diffinitio.

Quemadmodùm datarum magnitudinum continuam vel discontinuam proportionem, ex coassumptorum æquè multiplicium, & ordinatim comparatorum proportione pendere diffinitum est: haud dissimiliter & improportionalium magnitudinum disproportio, ex supraescripto modo sumptorum æquè multipliciũ disproportione, versa vice colligitur. Est enim disproportio, rationũ dissimilitudo: vtpote, quando prima magnitudo ad secundã maiorem vel minorem rationem habet, q̃ tertia ad quartam. Huius itaque diffinitionis hæc est summa. Si quatuor oblatarum magnitudinũ coassumantur æquè multiplicia primæ & tertiæ, atq; secundæ & quartæ, & multiplex primæ ad multiplex secundæ maiorem rationem habuerit, q̃ multiplex tertiæ ad multiplex quartæ: tunc prima magnitudo ad secundã maiorem itidem rationem obseruabit, quàm tertia ad quartã: & si minorẽ, minorẽ. Et proinde rationum subsequetur dissimilitudo, ergo disproportio: siue ipsæ magnitudines continua, vel discontinua ratione, seu relatione terminorum inuicem conferãtur. Quorum exempla dare, inutile iudicamus: vtpote, quæ à contraria proportionalium interpretatione colligi vel facilè possunt.

Disproportio

Diffinitionis interpretatio

¶ Ἀναλογία δὲ ἐν τρισὶν ὅροις ἐλαχίστοις ἐστίν.

9 Proportio autem in tribus terminis ad minus est.

De continua velim intelligas proportione. Cùm enim proportio rationũ existat similitudo: operæpretium est in ipsa proportione duas ad minus inuicem similes occurrere rationes, & proinde terminos quatuor, duo inquàm antecedentia & totidẽ consequẽtia. Et quoniam in proportione continua, consequens primæ rationis fit antecedẽs secundæ, in discontinua verò minimè: fit vt continua proportio non possit consistere in paucioribus tribus terminis, discontinua autem in paucioribus quatuor. Hi sunt ergo numeri terminorum minimi, inter quos videtur accidere proportio: maximi verò, nusquā dabiles sunt, vtpote, quoniam similitudo rationum in infinitum potest deuenire numerum.

¶Ὅταν τρία μεγέθη ἀνάλογον ᾖ, τὸ πρῶτον πρὸς τὸ τρίτον, διπλασίονα λόγον ἔχειν λέγεται, ἤπερ πρὸς τὸ δεύτερον. Ὅταν δὲ τέσσαρα μεγέθη ἀνάλογον, τὸ πρῶτον πρὸς τὸ τέταρτον, τριπλασίονα λόγον ἔχειν λέγεται, ἤπερ πρὸς τὸ δεύτερον, καὶ ἀεὶ ἑξῆς ἑνὶ πλεῖον, ἕως ἂν ἡ ἀναλογία ὑπάρχῃ.

Quā rationē habeat prima magnitudo ad vltimā in cōtinuè proportionalib⁹.

ex tribus rationibus inuicem [compositis] triplicatis

proportiones continuatiuas et discontinuatiuas

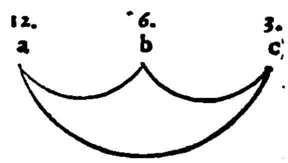
Quando tres magnitudines proportionales fuerint: prima ad ter- 10
continue
tiam duplicē rationem habere dicetur, quàm ad secundam. Quando autem quatuor magnitudines proportionales fuerint: prima ad quartam triplicem rationē habere dicetur, quàm ad secundā, & semper ordine vna plus, quousq; sit absoluta proportio.

Hic diffinit Euclides quam rationem habeat prima magnitudo ad vltimam, in continuè proportionalibus. Sensus itaq; diffinitionis est, quòd in proportione continua ratio extremarum magnitudinum, ex singulis rationibus in eadem occurrētibus proportione inuicem compositis generatur. Hinc fit, vt in minima proportione, quæ sub tribus comprehenditur terminis, prima magnitudo ad vltimam duplicem rationem habere dicatur, quàm ad secundam, hoc est, ex ipsis duabus rationibus similibus, primę inquàm magnitudinis ad secundā, & eiusdem secundæ ad tertiam inuicem compositis, vel altera earum duplata consurgentē. Multiplicandi sunt igitur ipsarum rationum denominatores adinuicem: producetur enim optatæ rationis denominator. quemadmodùm secūdo capite, libri quarti nostræ docuimus Arithmeticæ. & quinta diffinitione libri sexti clarius ostendemus. Sint exempli causa obiecti numeri a, b, c, sub dupla ratione proportionati. vtraque igitur ratio à binario denominatur numero. Bis autem duo efficiunt quatuor: à quibus ratio primi numeri ad tertiū, hoc est, a/ad c/denominabitur. Erit ergo primi ad ipsum tertium ratio quadrupla, seu primi ad secundum duplicata. ¶Porrò si quatuor extiterint magnitudines cōtinuè itidem proportionales: prima ad quartam triplicem rationem habere dicetur, quàm ad secundam, hoc est, ex tribus rationibus, primæ quidem ad secundam, & secundæ ad tertiam, atq; tertiæ ad quartam generatam. Sed adnimaduertas oportet, q in trium aut plurium rationum compositione, operæpretium est ex duabus primis vnam efficere rationem, & ex illa consequenter & succedente tertia vnam rursum constituere: & deinceps ita quantumlibet, pro datarum rationū multitudine. Dentur in exemplum quatuor numeri continuè proportionales d, e, f, g, sub pupla itidem ratione distributi. Quælibet igitur trium rationum, à binario rursum denominatur numero. bis autē duo, efficiunt quatuor, quæ ostēdunt primum numerum ad tertiū, vel secundum ad quartum, quadruplam obtinere rationem: bis autem quatuor, restituūt octo, à quibus octupla ratio denominatur. Aio itaque eundem primū numerum ad quartū, octuplam seruare rationē. quæ non propterea primi ad secundum triplata ratio vocitatur, quòd ipsa ratio primi ad secundum per tria sit multiplicanda: sed quoniam ter in eadem proportione reperiatur, ex qua quidem triplici ratione, extremorum ratio suprascripto modo consurgit. Eadem quoque ratio primi ad quartum resultabit, si eam rationem quæ est primi ad tertium, vel secundi ad quartum, per rationem eiusdem primi ad secundum multiplicaueris. Vtraque enim in præassumpto numerorum exemplo est quadrupla: quæ in duplam ducta, restituit octuplam. ¶Quòd si quinq; magnitudines cōtinuè fuerint proportionales, prima ad quintam quadruplicem rationem habere dicetur, quàm ad secundam: si sex, quintuplam, & consequenter ita, vna semper ordinatim adiuncta ratione, pro extēsione proportionis, vel adiuncto magnitudinum continuè proportionalium numero.

Vbi tres tantùm magnitudines proportionales.

habet et verum in proportionibus discontinuatiuis et erunt tres rationes, hoc et verum in quantitatibus discontinuatiuis

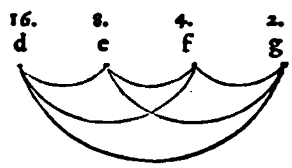
Exemplum.



Vbi quatuor magnitudines continuè fuerint proportionales.

Notandum.

Exemplum.



Vbi quinque vel plures fuerint magnitudines.

¶Ὁμόλογα μεγέθη λέγεσθαι εἶναι, τὰ μὲν ἡγούμενα τοῖς ἡγουμένοις, τὰ δὲ ἑπόμενα τοῖς ἑπομένοις.

Similis rationis magnitudines dicuntur, antecedentia antecedentibus, & consequentia consequentibus. 11

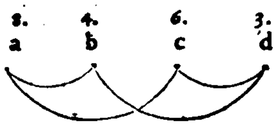
Id est, similitudo rationum inter easdem magnitudines inuicem proportionales, non solùm inuenitur per relationem antecedentium ad sua consequẽtia, vel è diuerso: sed tum ex ipsorum antecedentium, tum etiam consequentium inuicem facta comparatione. Ex quibus subscriptæ rationum illationes, speciésve proportionum deriuatæ sunt: quæ primùm diffiniuntur ab Euclide, postea suo elucidantur & ostenduntur ordine.

De varia rationum similitudine.

¶Ἐναλλὰξ λόγος ἐστὶ, λῆψις τοῦ ἡγουμένου πρὸς τὸ ἡγούμενον, καὶ τοῦ ἑπομένου πρὸς τὸ ἑπόμενον.

12 Permutata ratio, est acceptio antecedentis ad antecedens, & consequentis ad consequens.

Vtpote, si fuerint quatuor magnitudines inuicem proportionales a, b, c, d, sicut quidem a/ad b, ita c/ad d: inferamus autem, & permutatim igitur sicut a/ad c, ita b/ad d. Hanc rationum illationem, permutatam appellamus. permutatur enim cõsequens primæ rationis, in antecedens secundæ: & antecedens eiusdem secundæ rationis, in consequens ipsius primæ vertitur. Primæ itaque rationis vterque terminus, antecedentis: & vterque terminus secundæ rationis, consequentis fungitur officio.



Cur hęc rationis illatio permutata dicatur.

¶Ἀνάπαλιν λόγος ἐστὶ, λῆψις τοῦ ἑπομένου ὡς ἡγουμένου, πρὸς τὸ ἡγούμενον ὡς ἑπόμενον.

13 Conuersa ratio, est acceptio consequẽtis tanquàm antecedentis, ad antecedens tanquàm ad consequens.

Id est, consequentium in antecedentia, & antecedentium in consequentia permutatio: rationem maioris inæqualitatis, in rationem minoris, aut è diuerso, cõuertendo. Vt si a/ad b/ eam habuerit rationem, quam c/ad d: & à cõuersa terminorum ratione inferamus. ergo sicut b/ad a, ita d/ad/c. Igitur in permutata atque conuersa ratione, nulla terminorum subsequitur alteratio: sed & antecedentia, & consequentia manent substantialiter eadem. Notandum.

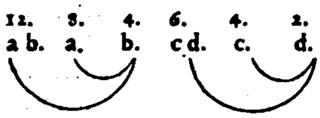
¶Σύνθεσις λόγου ἐστὶ, λῆψις τοῦ ἡγουμένου μετὰ τοῦ ἑπομένου, ὡς ἑνὸς πρὸς αὐτὸ τὸ ἑπόμενον.

14 Composita ratio, est acceptio antecedentis cum consequente, sicut vnius, ad ipsum consequens.

Solemus nonnunquàm in proportionibus arguere à diuisis ad coniuncta: vnde huiuscemodi rationis illatio, cõposita, seu coniuncta ratio dicitur. Est enim acceptio cuiuslibet antecedentis cum proprio consequente, tanquàm vnius antecedentis, ad ipsum consequens. Vtpote, si a/ad b/eã habeat rationem, quã c/ad d: & cõiunctim inferamus. Igitur sicut a/b/ ad b, ita c/d/ad d. augentur enim proportionaliter antecedentia, per consequentium ipsorum compositionem. Huic cõtraria est diuisa, seu disiuncta ratio: quæ ita diffinitur,

Illatio rationis à diuisis ad cõiuncta.

Exemplum.



¶Διαίρεσις λόγου ἐστὶ, λῆψις τῆς ὑπεροχῆς, ᾗ ὑπερέχει τὸ ἡγούμενον τοῦ ἑπομένου πρὸς αὐτὸ τὸ ἑπόμενον.

15 Diuisa ratio, est acceptio excessus, quo excedit antecedens ipsum consequens, ad ipsum consequens.

Hoc est, comparatio differentiæ cuiuslibet antecedentis supra consequens proprium, ad ipsum consequens. Veluti si eadẽ sit ratio a/b/ad b, quæ est c/d/ad d: & diuisim in hunc modum inferatur. Igitur sicut a/ad b, ita c/ad d. Est enim a/differentia, qua tota a/b/ipsam b/superat: & c/itidem differentia, qua tota c/d/excedit ipsam d. Hic autẽ modus arguendi, à coniunctis ad diuisa nuncupatur.

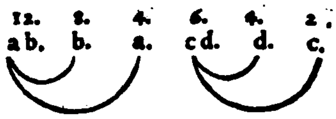
Illatio rationis à cõiũctis ad diuisa.

¶Ἀναστροφὴ λόγου ἐστὶ, λῆψις τοῦ ἡγουμένου πρὸς τὴν ὑπεροχὴν, ᾗ ὑπερέχει τὸ ἡγούμενον τοῦ ἑπομένου.

16 Cõuersio rationis, est acceptio antecedentis ad excessum, quo excedit antecedens ipsum consequens.

Hanc euersam rationem plerique nominant. Est enim comparatio cuiuslibet antecedentis, ad differentiam, qua idem antecedens suum excedit consequens. Exempli gratia. Sit rursum Euersa ratio.

Exemplum. veluti a/b/ad b,ita c/d/ad d:& conuertamus in hunc modũ. Ergo ſicut a/b/ ad a,ita c/d/ ad c. Sunt enim a/ & c/differentiæ, quibus c/& d/ab ipſis a/b/& c/d/ſuperantur.



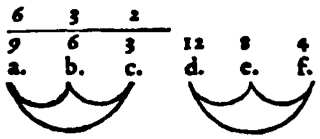
Notandum. In compoſita igitur,& diuiſa ratione, ac conuerſione rationis,quanquàm nihil ſumatur extrinſecum: alterantur nihilominus termini, ijdem ſecundum ſubſtantiam minimè permanentes.

¶Δι' ἴσου λόγος ἐστὶ, πλειόνων ὄντων μεγεθῶν, καὶ ἄλλων αὐτοῖς ἴσων τὸ πλῆθος, σὺν δύο λαμβανομένων, καὶ ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ: ὅταν ᾖ ὡς ἐν τοῖς πρώτοις μεγέθεσι, τὸ πρῶτον πρὸς τὸ ἔσχατον, οὕτως ἐν τοῖς δευτέροις μεγέθεσι, τὸ πρῶτον πρὸς τὸ ἔσχατον: ἢ ἄλλως, λῆψις τῶν ἄκρων, καθ' ὑπεξαίρεσιν τῶν μέσων.

Aequa ratio, eſt pluribus exiſtentibus magnitudinibus,& alijs eis æqualibus multitudine,cum duabus ſumptis & in eadem ratione: quando fuerit ſicut in primis magnitudinibus primum ad vltimum,ſic in ſecundis magnitudinibus primũ ad vltimum. Vel aliter. acceptio extremorum, per ſubtractionem mediorum. 16

Exempli gratia,ſint primi ordinis quantitates a,b,c,ſecundi verò d,e,f:ſitq; a/ad b/veluti d/ad e,& b/ad c/ſicut e/ad f:vel a/ad b/ſicut e/ad f,& b/ad c/veluti d/ad e:& concludendo ſubinferamus. Igitur ſicut a/ad c,ita d/ad f.

Inferendi modus ex æqua ratione. Hunc modum arguẽdi,ex æquali, aut ex æqua ratione vocitamus. Vt ſi a ad b/& d/ad e/ſeſqualteram, b/autem ad c/& e/ ad f/duplam obtinuerit rationem:vel a/ad b/& e/ad f/dupla,b/ autem ad c/atque d/ ad e/ſeſqualtera ratione proportionetur: neceſſum eſt a/ ad c, atque d/ad f,triplam obſeruare rationem. vt ex ipſa numerorum potes elicere formula.



¶Τεταγμένη ἀναλογία ἐστὶν, ὅταν ᾖ ὡς ἡγούμενον πρὸς ἑπόμενον, οὕτως ἡγούμενον πρὸς τὸ ἑπόμενον: ᾖ δὲ καὶ ὡς ἑπόμενον πρὸς ἄλλό τι, οὕτως ἑπόμενον πρὸς ἄλλό τι.

Ordinata proportio, eſt cùm fuerit antecedens ad conſequens, ſicut antecedens ad conſequẽs:& conſequẽs ad rem aliam, ſicut conſequens ad rem aliam. 17

Expeditis quæ ex eadem proportione ſubinferuntur rationum comparationibus: diffinit tandem Euclides,binas proportionum ſpecies,inter geminos proportionalium magnitudinum ordines accidentes. Ordinatam itaque proportionem adpellamus, quando antecedentium & cõſequẽtium ordinatim fit comparatio.

Exẽplũ ordinatæ proportionis. Vt ſi bini(verbi gratia) fuerint numerorum ordines,a/b/c/inquã primus,& d/e/f/ſecũdus: fuerítq; a/ad b/veluti d/ad e,& b/ad c/ſicut e/ad f. Hãc rationũ identitatem, ordinatam ſolemus vocitare proportionem. Huic contraria eſt perturbata,quæ ſic diffinitur,

a	b	c		d	e	f
9	6	3		12	8	4

¶Τεταραγμένη δὲ ἀναλογία ἐστὶν, ὅταν τριῶν ὄντων μεγεθῶν, καὶ ἄλλων ἴσων αὐτοῖς τὸ πλῆθος γίνηται: ὡς μὲν ἐν τοῖς πρώτοις μεγέθεσιν ἡγούμενον, πρὸς ἑπόμενον, οὕτως ἐν τοῖς δευτέροις μεγέθεσιν ἡγούμενον πρὸς ἑπόμενον: ὡς δὲ ἐν τοῖς πρώτοις μεγέθεσιν ἑπόμενον πρὸς ἄλλό τι, οὕτως ἐν τοῖς δευτέροις μεγέθεσιν ἡγούμενον πρὸς ἄλλό τι.

Perturbata autẽ proportio, eſt quando tribus exiſtentibus magnitudinibus,& alijs eis æqualibus multitudine:fit ſicut quidẽ in primis magnitudinibus antecedens ad cõſequens,ſic in ſecundis magnitudinibus antecedens ad conſequens:ſicut autẽ in primis magnitudinibus conſequens ad rem aliam, ſic in ſecundis res alia ad antecedens. 18

Hæc diffinitio tam lucida est, vt ampliori non videatur indigere declaratione. Non grauaberis tamen exemplarem intelligere formulam. Sint igitur rursum a/b/c, & d/e/f/ gemini numerorum ordines: sitque a/ad b/ sicut e/ ad f, & b/ad c/ veluti d/ad e. Exēplū perturbatę rationis.

a	b	c		d	e	f
8	6	4		6	4	3

Hunc itaq; inuersum proportionis ordinē, perturbatam proportionē adpellamus. ¶Præter has autē, Zābertus Venetus adiecit extensæ atq; inordinatæ proportionis diffinitiones, ab ipsius ordinatæ atq; perturbatæ proportionis diffinitionibus minimè discrepātes: quas tum quia in græcis nusquàm reperi exemplaribus, tum quòd mihi superabundare videantur, cōsultò prætermisi. Omnis siquidem extensa proportio, ordinata est: & inordinata, eadē quę perturbata. Ni forsitan voluerimus extensam proportionem, terminorum vtriusq; ordinis continuatam præsupponere relationem: cùm scilicet præcedentium rationum cōsequentia, fiunt antecedentia succedentium. Vt extensa proportio, continuè proportionalium solummodò respiciat magnitudinum habitudinē: ordinata verò, tam continuè, quàm discontinuè proportionata. Et sic extensa proportio, simul erit ordinata: sed non omnis ordinata, extensa vocabitur. Idem velim habeas iudicium, de inordinata atq; perturbata proportione.

De extensa, atq; inordinata ratione.

Notandum.

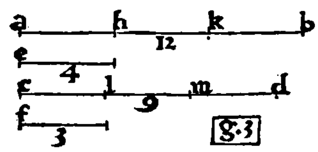
Θεώρημα α, Πρότασις α.

Ἐὰν ᾖ ὁποσαοῦν μεγέθη, ὁποσωνοῦν μεγεθῶν ἴσων τὸ πλῆθος, ἕκαστον ἑκάστου ἰσάκις πολλαπλάσιον, ὁσαπλάσιόν ἐστιν ἓν τῶν μεγεθῶν ἑνὸς, τοσαυταπλάσια ἔσται καὶ τὰ πάντα τῶν πάντων.

Theorema 1, Propositio 1.

1 SI fuerint quælibet magnitudines quarumlibet magnitudinum æqualium numero, singulæ singularū æquè multiplices: quotuplex est vnius vna magnitudo, totuplices erunt & omnes omnium.

ORONTIVS. ¶Sint a/b/ & c/d/ quælibet magnitudines, ipsarum e/ & f/ magnitudinum, æqualium numero, singulæ singularum æquè multiplices: vtpote, a/b/ ipsius e, & c/d/ ipsius f. Aio, a/b/ & c/d/ magnitudines, totuplices fore ipsarum e/ & f/ magnitudinum, quotuplex est a/b/ ipsius e, vel c/d/ ipsius f. Nam ex hypothesi, tot sunt magnitudines in a/b, æquales ipsi e: quot in c/d/ magnitudine, æquales ipsi f. Sit vtraque multitudo, æqualis numero g. Et distingantur (exēpli gratia) in a/b, magnitudines æquales ipsi e, iuxta numerū g, sintq; a/h, h/k, & k/b: in ipsa porrò c/d, æquales ipsi f, quæ sint c/l, l/m, & m/d. Cuilibet enim magnitudini, quotlibet dari, vel adsignari posse æquales, recipiendū est. Omnis præterea magnitudo, in determinatas quotlibet, & adinuicē æquales partes (etsi forsitan nondum præostensum fuerit, quanam ratione id exæquatur) abstractiuè saltē partibilis est. Cùm igitur a/h/ æqualis sit ipsi e, & c/l/ ipsi f: æquales erunt a/h/ & c/l, ipsis e/ & f/ magnitudinibus, per secundam communē sententiam. Rursum quoniā æqualis est h/k/ ipsi e, & l/m/ ipsi f: æquales rursum erūt, per eandem communem sententiam, h/k/ & l/m, ipsis e/ & f. Haud dissimiliter ostēdetur, quòd & cæteræ k/b/ & m/d, eisdem e/ & f/ coæquantur. Quoties igitur a/b/ continet ipsam e, aut c/d/ ipsam f: toties a/b/ & c/d, easdem e/ & f/ simul comprehendunt, nempe secundum eundem numerum g. Quotuplex igitur est a/b/ ipsius e, vel c/d/ ipsius f: totuplices sunt a/b/ & c/d, ipsarū e/ & f. Hoc autem in discretis euidētius manifestatur: quemadmodùm subiecti formulæ videntur indicare numeri. Si fuerint igitur quælibet magnitudines quarumlibet magnitudinum: &c, vt in theoremate. Quod oportebat demonstrare.



Notandum.

Deductio theorematis.

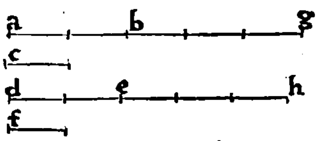
Θεώρημα β, Πρόθεσις β.

Ἐὰν πρῶτον δευτέρου ἰσάκις ᾖ πολλαπλάσιον, καὶ τρίτον τετάρτου, ᾖ δὲ καὶ πέμπτον δευτέρου ἰσάκις πολλαπλάσιον, καὶ ἕκτον τετάρτου: καὶ συντεθὲν πρῶτον, καὶ πέμπτον, δευτέρου ἰσάκις ἔσται πολλαπλάσιον, καὶ τρίτον, καὶ ἕκτον τετάρτου.

Theorema 2, Propoſitio 2.

SI prima ſecundæ æquè fuerit multiplex & tertia quartæ, fuerit autem & quinta ſecundæ æquè multiplex & ſexta quartæ: & compoſita prima & quinta ſecundæ æquè multiplex erit, & tertia & ſexta quartæ. 2

ORONTIVS. ¶ Sint enim ſex magnitudines, a/b/prima, c/ſecunda, d/e/tertia, f/quarta, b/g/quinta, & e/h/ſexta: quarum prima a/b/ſecundæ c/ſit æquè multiplex,



ac tertia d/e/ipſius quartæ f: & quinta rurſum b/g/eiuſdem ſecundæ c/æquè multiplex eſto, ac ſexta e/h/eiuſdem f/quartæ. Aio quòd compoſita ex prima & quinta vtpote a/g, ipſius ſecundæ c/erit æquè multiplex: ac tertia & ſexta ſimul, videlicet d/h, ipſius quartæ f. Cùm enim ex hypotheſi, æquè multiplex eſt a/b/ipſius c, vt d/e/ipſius f: quot igitur magnitudines ſunt in a/b/æquales ipſi c, tot ſunt & in d/e, æquales ipſi f. Rurſum quoniam b/g/æquè multiplex eſt eiuſdem c, ac e/h/eiuſdem f: tot igitur ſunt magnitudines eidem c/æquales in b/g, quot & in e/h/æquales eidem f. Quot igitur ſunt magnitudines in tota a/g, ipſi c/æquales: tot ſunt & in tota d/h, æquales ipſi f. ſi enim æquè multiplicibus, æquè multiplices addantur magnitudines: cõſurgẽt æquè multiplices. Sed a/g, continet primã & quintam magnitudinẽ: d/h/autẽ, tertiam & ſextam. Et compoſita igitur prima & quinta a/g, ſecundæ c/æquè multipex erit: ac tertia & ſexta d/h, ipſius quartæ f. Igitur ſi prima ſecũdæ æquè fuerit multiplex, & tertia quartæ: & quæ ſequuntur reliqua. Quod fuerat oſtendendum.

Demõſtratio theorematis.

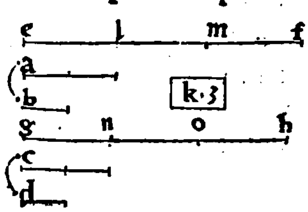
Θεώρημα γ, Πρόθεσις γ.

Ἐὰν πρῶτον δευτέρου ἰσάκις ᾖ πολλαπλάσιον, καὶ τρίτον τετάρτου, ληφθῇ δὲ ἰσάκις πολλαπλάσια τοῦ πρώτου καὶ τρίτου: καὶ δι᾽ ἴσου τῶν ληφθέντων ἑκάτερον ἑκατέρου ἰσάκις ἔσται πολλαπλάσιον, τὸ μὲν, τοῦ δευτέρου, τὸ δὲ, τοῦ τετάρτου.

Theorema 3, Propoſitio 3.

SI primum ſecundi æquè fuerit multiplex, & tertium quarti, ſumãtur autem æquè multiplicia primi & tertij: & æquè ſumptorum vtrunque vtriuſq; æquè erit multiplex, alterum quidem ſecundi, alterum autem quarti. 3

ORONTIVS. ¶ Sit primum a/ſecundi b/æquè multiplex, ac tertium c/ipſius quarti d: & accipiantur ipſorum a/& c/æquè multiplicia, e/f/& g/h. Dico quòd e/f/tam multiplex eſt ipſius ſecundi b, quàm multiplex eſt g/h/ipſius quarti d. Cùm



enim per hypotheſin, totuplex ſit e/f/ipſius a, quotuplex eſt g/h/ipſius c: tot igitur erũt magnitudines in e/f/æquales ipſi a, quot in magnitudine g/h/æquales ipſi c. Sit vtraq; multitudo, iuxta numerum k. & diſcernantur (maioris euidentiæ gratia) in e/f, magnitudines æquales ipſi a, ſint'que e/l, l/m, & m/f: & in g/h/magnitudine, ipſi c/æquales, vtpote g/n, n/o, & o/h. Et quoniam per hypothesin, æquè multiplex est a/ipsius b, atque c/ipsius d. Est autem e/l/ipsi a, & g/n/ ipsi c/per cōstructionem æqualis. Aequalia porrò eiusdē sunt æquè multiplicia, per sextæ diffinitionis primi libri conuersionem. Aequè multiplex igitur est e/l/ipsius b, ac g/n/ipsius d. Et proinde l/m/æquè multiplex itidem est ipsius b, ac n/o/ ipsius d. Sunt itaque sex magnitudines, quarū prima e/l/secundæ b/æquè multiplex est, ac tertia g/n/ipsius quartæ d: quinta rursum l/m/ eiusdem secundæ b/æquè multiplex est, ac sexta n/o/eiusdem quartæ d. Et composita igitur prima & quinta e/m/ ipsius secundæ d/æquè multiplex est, ac tertia & sexta g/o/ipsius quartæ d: per antecedentem secūdam propositionem. Rursum quoniam æqualis est m/f/ ipsi a, & o/h/ ipsi c: æquè multiplex itidē erit m/f/ipsius b, atq; o/h/ipsius d, per eandē sextæ diffinitionis primi libri conuersionem. Ostensum est autem e/m/ & g/o/ipsarum b/ & d/fore æquè multiplices. Sunt itaq; rursum sex magnitudines, quarū prima e/m/ secundæ b/æquè multiplex est, ac tertia g/o/ ipsius quartæ d: quinta insuper m/f/ eiusdem secundæ b/æquè est multiplex, ac sexta o/h/eiusdem quartæ d. Et composita igitur prima & quinta e/f, ipsius secūdæ b/æquè multiplex est, ac tertia & sexta g/h/eiusdem quartæ d: per allegatam huius quinti secundam propositionem. Et deinceps ita quantumlibet, prioribus consequentes adiungendo magnitudines, pro contingente ipsorum æquè multiplicium e/f/& g/h/multitudine. Atqui multitudo e/l, l/m, & m/f, multitudini g/n, n/o, & o/h/æqualis est: vtraque enim ipsi k/numero æqualis. Si igitur primū secundi æquè fuerit multiplex & tertiū quarti: &c. vt in theoremate. Quod fuerat ostendendum.

Primus ostensionis discursus.

Secūdus, priori similis, discursus ostensionis.

Θεώρημα δ', Πρόθεσις δ'.

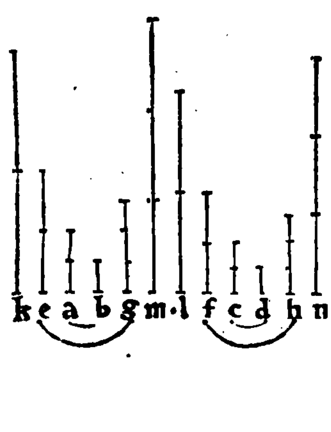
ΕΑν πρῶτον πρὸς δεύτερον τὸν αὐτὸν ἔχῃ λόγον, καὶ τρίτον πρὸς τέταρτον: καὶ τὰ ἰσάκις πολλαπλάσια τοῦ τε πρώτου καὶ τρίτου πρὸς τὰ ἰσάκις πολλαπλάσια τοῦ δευτέρου καὶ τετάρτου καθ' ὁποιονοῦν πολλαπλασιασμὸν, τὸν αὐτὸν ἕξει λόγον ληφθέντα κατάλληλα.

Theorema 4, Propositio 4.

4 SI primum ad secundum eandem habuerit rationem, & tertiū ad quartum: & æquè multiplicia primi & tertij ad æquè multiplicia secundi & quarti iuxta quāuis multiplicationem, eandem habebunt rationem sumpta adinuicem.

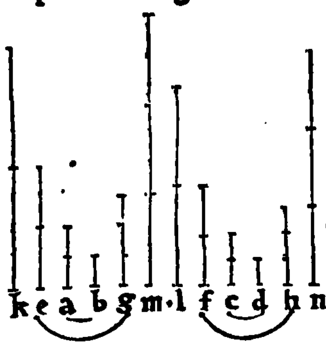
ORONTIVS. ¶Esto enim vt primū a/ad secundum b/eandem habeat rationem, quam c/tertium ad quartum d: & accipiantur ipsorum a/& c, hoc est, primi & tertij æquè multiplicia e/& f, secundi pariter & quarti, vtpote, ipsorum b/& d/ alia itidem æquè multiplicia g/& h. Aio quòd e/multiplex primi, ad g/ multiplex secundi eandem habet rationem, quam f/multiplex tertij ad h/multiplex quarti. Sumantur enim ipsorum e/& f, æquè multiplicia k/& l: ipsorū porrò g/& h, alia similiter æquè multiplicia m/& n. Cùm igitur e/totuplex sit ipsius a, quotuplex est f/ ipsius c, & ipsorū e/& f/ sumpta sunt æquè multiplicia k/& l: igitur æquè multiplex est k/ipsius a, & l/ipsius c, per tertiā huius quinti. & per eandem æquè multiplex est m/ipsius b, atq; n/ipsius d. Est autem ex hypothesi, sicut a/ ad b/ ita c/ad d: & ipsorum a/& c/ ostensa sunt æquè multiplicia k/& l, necnon ipsorum b/& d/ alia itidem æquè multiplicia m/ & n. Est igitur sicut k/ ad m, ita l/ad n: per conuersionem sextæ diffinitionis huius quinti. Sicuti enim ex ipsorum æquè multiplicium proportione, datas magnitudines in eadē esse ratione, sexta huius quinti visa est innuere diffinitio: haud dissimiliter

Demōstratio theorematis.



De æquè multipliciū & submultiplicium proportione reciproca.

ex ipsarum magnitudinũ habitudine proportionata, eorundem æquè multiplicium rationis versa vice concluditur identitas. tanta est æquè multiplicium cum submultiplicibus necessitudo. Est igitur vt k/ad m, ita l, ad n: hoc est, sicut multiplex primi ad multiplex secũdi, ita multiplex tertij ad multiplex quarti. Ipsa porrò k/ & l, ipsorũ e/ & f/ sunt æquè multiplicia: m/ verò & n/ æquè multiplicia ipsorũ g/ & h, per constructionem. Est igitur vt e/ad g, sic f/ad h: per sextam huius quinti diffinitionem. Atqui e/ & f, sunt æquè multiplicia primi & tertij: g/autem & h, secundi & quarti alia itidem æquè multiplicia. Si primũ igitur ad secundũ eandem habuerit rationẽ: & quæ sequuntur reliqua. Quod demõstrandum susceperamus.



Lemma, siue assumptum.

¶ Et quoniã ostẽsum est, quòd multiplex k/ad multiplex m/se habet, vt multiplex l/ad multiplex n. si igitur k/excedit m, & l/proportionaliter excedit n: & si æquale, æquale: & si minus, itidem proportionaliter minus. Quare & versa vice, si m/excedit k, & n/proportionaliter excedit l: & si æquale, æquale: si autem minus, & proportionaliter denique minus. Et proinde, per sextam huius quinti diffinitionem, erit vt g/ad e, sic h/ad f: atque respondenter sicut b/ad a, ita d/ad c.

Corollarium.

Conuersa ratio.

¶ Si quatuor igitur magnitudines fuerint proportionales: & ècontra, seu à cõuersa ratione proportionales erunt: facta videlicet consequentium tanquàm antecedentium, ad antecedentia tanquàm ad consequentia relatione.

Θεώρημα ε, Πρότασις ε.

Ἐὰν μέγεθος μεγέθους ἰσάκις ᾖ πολλαπλάσιον, ὅπερ ἀφαιρεθὲν ἀφαιρεθέντος, καὶ τὸ λοιπὸν τοῦ λοιποῦ ἰσάκις ἔσαι πολλαπλάσιον, ὁσαπλάσιόν ἐστι τὸ ὅλον τοῦ ὅλου.

Theorema 5, Propositio 5.

SI magnitudo magnitudinis æquè fuerit multiplex, & ablata ablatæ: & reliqua reliquæ erit multiplex, quotuplex tota totius est multiplex. 5

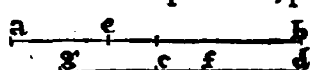
ORONTIVS. ¶ Esto magnitudo a/b/magnitudinis c/d/tam multiplex, quàm multiplex est ablata a/e/ablatæ c/f. Dico reliquam e/b, reliquæ f/d/ totuplicem fore, quotuplex est tota a/b/totius c/d.

Assumptum.

Ponatur enim e/b/æquè multiplex ipsius g/c, vt a/e/ipsius c/f.

Demõstratio theorematis.

Cùm igitur tũ per hypothesin, tum per constructionẽ, totuplex sit a/e/ipsius c/f, quotuplex est e/b/ipsius g/c: quotuplex autem est vna vnius, totuplices sunt & omnes omnium, per primã huius quinti. Quotuplex est itaq; a/e/ipsius c/f, totuplex est & tota a/b/totius g/f. At quotuplex est a/e/ipsius c/f, totuplex est & eadem a/b/ipsius c/d, per hypothesin. Et a/b/ igitur vtriusque & g/f/ & c/d/ est æquè multiplex: & proinde vtraque g/f/ & c/d, eiusdem a/b/ æquè submultiplex est. Quæ autem eiusdem sunt æquè submultiplicia, æqualia sunt adinuicem, per septimam communem sententiam. Aequalis est igitur g/f/ipsi c/d, & vtrique communis c/f: qua dempta, reliqua g/c/reliquæ f/d, per tertiam cõmunem sententiã est æqualis. Aequalia rursum eiusdem sunt æquè submultiplicia, per ipsius septimæ communis sententiæ conuersionem. Et g/c/igitur atque f/d, eiusdem a/b/sunt æquè submultiplices: & proinde a/b/vtriusque & g/c/ & f/d/æquè est multiplex. Porrò e/b/ æquè multiplex est ipsius g/c, per constructionẽ, vt a/e ipsius c/f. Et eadẽ propterea



e/b,ipsius f/d/tam multiplex est, quàm multiplex est ipsa a/e/ eiusdem c/f. Atqui per hypothesin a/e/totuplex est ipsius c/f,quotuplex est tota a/b/totius c/d.Et reliqua igitur e/b,reliquæ f/d/æquè multiplex est,atq; tota a/b/totius c/d. Ergo si magnitudo magnitudinis æquè fuerit multiplex & ablata ablatæ,& reliqua reliquæ:&c. vt in theoremate. Quod ostendere fuerat operæpretium.

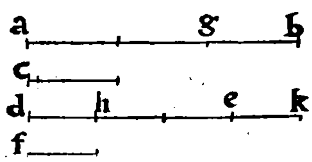
Θεώρημα ς, Πρόθεσις ς.

Ἐὰν δύο μεγέθη δύο μεγεθῶν ἰσάκις ᾖ πολλαπλάσια, καὶ ἀφαιρεθέντα τινὰ τῶν αὐτῶν ἰσάκις ᾖ πολλαπλάσια, καὶ τὰ λοιπὰ τοῖς αὐτοῖς ἤτοι ἴσα ἐστίν, ἢ ἰσάκις αὐτῶν πολλαπλάσια.

Theorema 6, Propositio 6.

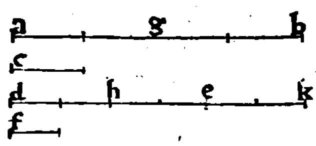
6 SI duæ magnitudines duarũ magnitudinũ æquè fuerint multiplices, & ablatæ aliquæ earum æquè fuerint multiplices:& reliquæ eisdem vel æquales sunt, vel æquè ipsarum multiplices.

ORONTIVS. ¶ Sit a/b/magnitudo tam multiplex ipsius c, q̃ multiplex est d/e/ipsius f: æquè insuper multiplex esto ablata a/g/eiusdem c,vt ablata h/e/ipsius f. Aio ꝙ reliquæ g/b/& d/h, ipsis c/& f/aut sunt æquales altera alteri: vel earundem c/ & f/æquè multiplices. Esto primũ vt g/b/sit æqualis ipsi c:dico quòd & d/h/ipsi f/ est æqualis. Detur enim e/k/ipsi f/æqualis. Cũ igitur a/g/ æquè multiplex sit ipsius c,vt h/e/ipsius f,per hypothesin. Porrò g/b/æqualis est ipsi c,per hypothesin:& e/k/ ipsi f,per cõstructionẽ. Et æquè igitur multiplex est a/b/ipsius c,& h/k/ipsius f. Ponitur autem ex hypothesi,a/b/æquè multiplex ipsius c,vt d/e/ipsius f. Et vtraq; igitur d/e/& h/k,æquè est multiplex ipsius f: nempe vt a/b/ipsius c. Quæ autem eiusdem sunt æquè multiplicia,æqualia sunt adinuicem,per sextæ communis sententiæ interpretationem. Aequalis est ergo d/e/ipsi h/k,& vtriq; communis h/ e: ea itaque dempta,reliqua d/h/reliquæ e/k/erit per tertiam communem sententiã æqualis. Eidem porrò e/k, æqualis est per constructionẽ ipsa f/magnitudo. Binæ igitur magnitudines d/h/& f,eidem e/k/ sunt æquales:& proinde æquales adinuicẽ,per primã cõmunẽ sententiã. Si reliqua igitur g/b,sit æqualis ipsi c:& reliqua d/h,ipsi f/ erit æqualis.



Prima theorematis differẽtia.

¶ Quòd si g/b/fuerit multiplex ipsius c: aio respondenter d/h,æquè multiplicẽ fore ipsius f. Quotuplex est enim g/b/ipsius c,totuplex assumatur e/k/ipsius f. Et quoniam per hypothesin,a/g/ prima secundæ c/ æquè est multiplex, ac tertia h/ e/ quartæ f: quinta rursum g/b/ eiusdem secundæ c/tam multiplex est per constructionẽ,q̃ multiplex est sexta e/k/ eiusdem quartæ f. Et composita igitur prima & quinta a/b, eiusdem secũdæ c/ æquè erit multiplex,ac tertia & sexta h/k/ipsius quartæ f,per secũdã huius quinti. Quotuplex est autẽ a/b/ipsius c,totũplex data est d/e/ ipsius f,per hypothesin. Et vtraque igitur d/e/ & h/k,æquè est multiplex ipsius f,vt a/b/ipsius c. Hinc per sextam communem sẽtẽtiam,æqualis rursum est d/e/ipsi h/k,& vtriq; communis h/e: qua subtracta,reliqua d/h/reliquæ e/k,per ipsam tertiam cõmunem sententiam, est æqualis. Aequalia porrò eiusdem sunt æquè multiplicia,per ipsius sextæ communis sententiæ cõuersionem. Et d/h/ igitur & e/k/eiusdem f/æquè multiplicia sunt. At e/ k/ipsius f/tã multiplex est per constructionem, quàm multiplex est g/b/ ipsius c. Et reliqua igitur d/ h/ æquè est multiplex ipsius f,quotuplex est reliqua g/b/ ipsius c. Hæc autẽ omnia subsequẽs numerorũ,ad faciliorẽ demõstrationis intelligentiã adiuncta,corroborat formula.



Secũda theorematis differentia.

¶Magnitudines datæ.

Exemplum in numeris.

prima.	secunda.	tertia.	quarta.	Ablata.	reliqua.	Ablata.	reliqua.	
a/b.	c.	d/e.	f.	a/g.	g/b.	h/e.	d/h.	
12	3	8	2	9	3	6	2	vt in prima figura.
12	3	8	2	6	6	4	4	vt in secunda figura.

Si duæ itaque magnitudines:& quæ sequũtur reliqua. Quod fuerat ostendendum.

Θεώρημα ζ, Πρόθεσις ζ.

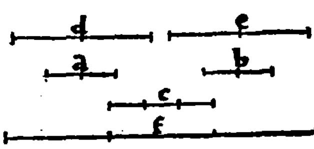
Τὰ ἴσα πρὸς τὸ αὐτὸ τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, καὶ τὸ αὐτὸ πρὸς τὰ ἴσα.

Theorema 7, *Propositio* 7.

AEquales ad eandẽ, eandẽ habẽt rationẽ:& eadem ad æquales, 7

ORONTIVS. ¶Sint binæ & inuicem æquales magnitudines a/& b, ad aliam quandam magnitudinem relatæ, vtpote c. Dico primũ, a/& b/ad eandem c/eandem habere rationem. Assumantur enim ipsarum a/& b/æquè multiplices d/& e: ipsius autem c, alia vtcunque multiplex f. Cùm igitur æquè multiplex sit d/ipsius a, vt e/ ipsius b, & per hypothesin a/& b/ magnitudines sint adinuicem æquales: erit & d/ æqualis ipsi e. quæ enim eiusdem vel æqualium sunt æquè multiplicia, æqualia sunt adinuicem, per sextam communem sententiam. Atqui f/magnitudo binas ipsius c/ repræsentans æquè multiplices, sibimet æqualis est. Vt se habet igitur d/multiplex ad f, ita e/ad eandem f: nam quæ sunt æqualia eiusdem sunt æquè multiplicia aut submultiplicia, per sextæ aut septimæ communis sententiæ conuersionem. Est autem a/prima magnitudo, c/secũda, b/tertia, & c/rursum in ordine quarta: suntq; d/& e/ipsarum a/& b/æquè multiplicia, primæ inquàm & tertiæ magnitudinis: f/porrò bis repetita, ipsius c/bis repetẽdæ, hoc est, secundæ & quartæ alia vtcunq; multiplex. Præostensum est insuper d/ multiplex primæ ad f/ multiplex secundæ ita se habere, vt e/multiplex tertiæ ad ipsum f/multiplex quartæ. Est igitur per sextam huius quinti diffinitionem, vt a/ ad c, ita b/ad eandem c. Aequales igitur magnitudines a/ & b, ad eandem magnitudinem c, eandem habent rationem.

Prima theorematis pars.



¶Aio quoq;, eandem magnitudinem c, ad a/& b/ inuicem æquales magnitudines, eandem versa vice obseruare rationem. Hoc autẽ conuerso licebit ordine concludere. Ostendemus enim (veluti suprà) d/& e/ multiplices, fore rursum inuicẽ æquales:& f/bis coassumpta, geminas æquè multiplices repræsentare non denegabitur. Et proinde d/ad f/ita se habere concludetur, vt e/ad eandem f. hinc per assumptum, siue lemma quartæ propositionis huius quinti, f/ad d/se habebit, vt eadem f/ad e. Est autem f/primæ & tertiæ magnitudinis, hoc est, ipsius c/bis repetẽdæ æquè multiplex: d/verò & e/secundæ & quartæ, vtpote ipsarum a/& b/æquè multiplices. Est igitur vt c/ad a, sic eadem c/ad b, per eandem sextam huius quinti diffinitionem.

Pars secunda theorematis.

¶Idem quoq; à conuersa ratione, per quartæ propositionis huius quinti corollarium, leuius concludere licebit. Si quatuor enim magnitudines fuerint proportionales, & è contra proportionales erunt. Atqui ostensum est a/ad c/eandem habere rationem, quam b/ad eandem c: & è cõtra igitur, vt c/ad a, ita eadem c/ad b. Aequales ergo ad eandem, eandem habent rationem:& eadem ad æquales. Quod oportuit ostendisse.

Idem aliter.

Θεώρημα η, Πρόθεσις η.

Τῶν ἀνίσων μεγεθῶν τὸ μεῖζον πρὸς τὸ αὐτὸ μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ τὸ ἔλαττον: καὶ τὸ αὐτὸ πρὸς τὸ ἔλαττον, μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ πρὸς τὸ μεῖζον.

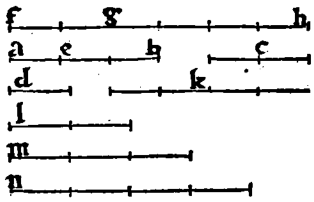
Theorema 8, *Propositio* 8.

INæqualium magnitudinum maior ad eãdem, maiorem rationẽ 8 habet, quàm minor: & eadem ad minorem maiorem rationem habet, quàm ad maiorem.

ORONTIVS. ¶Sint binæ magnitudines inæquales, a/b/ quidem maior, & c/ minor: d/ autem alia quædam magnitudo. Aio primùm quòd a/b/ ad d/ maiorẽ rationẽ habet, quàm c/ ad ipsam d. Cùm enim ex hypothesi a/b/ sit maior magnitudine c: comprehendet itaq; a/b/ magnitudo eandem c, & aliquam insuper magnitudinẽ. Sit igitur e/b, æqualis ipsi c, & a/e/ residua eiusdem magnitudinis pars. Erũt ergo a/e/ & e/b/ aut inæquales, aut æquales adinuicẽ. Sint primũ inæquales, & a/e/ minor ipsa e/b. Suscipiatur autem ipsius minoris a/e/ vtcunq; multiplex, maius tamen ipsa magnitudine d: sitq; illud f/g. Quàm multiplex insuper est f/g/ ipsius a/e, tam multiplex detur g/h/ ipsius e/b, & k/ ipsius c. Suscipiatur rursum duplum ipsius d, vtpote l: postea triplum, sitq; illud m. & deinceps ita, vno semper adiũcto: quatenus resultet multiplex ipsius d, proximò maius ipso k, id est, quod inter multiplicia ipsius d/ per continuam simplicis additionem consurgentia, primò incipiat excedere k: sitq; illud n/ quadruplum ipsius d. Erit ergo k/ multiplex, proximò minus ipso n: & proinde non minus ipso m. ¶His ita constructis, quoniã æquè multiplex est f/g/ ipsius a/e, vt g/h/ ipsius e/b: quotuplex igitur est f/g/ ipsius a/e, totuplex est f/h/ ipsius a/b, per primã huius quinti. Sed quotuplex est f/g/ ipsius a/e, totuplex est k/ ipsius c. Et f/h/ igitur tam multiplex est ipsius a/b, q̃ multiplex est k, ipsius c. Insuper quoniam æquè multiplex est g/h/ ipsius e/b, vt k/ ipsius c: & e/b/ ipsi c/ per cõstructionẽ est æqualis. quæ autẽ æqualiũ sunt æquè multiplicia, æqualia sunt adinuicem, per sextam communem sententiam. Aequalis est igitur g/h/ ipsi k. Verùm k/ ipsa m/ nõ est minor, vti nuper ostensum est: & g/h/ itaq; eadem m/ non erit minor. Porrò f/g/ data est maior ipsa d. & tota igitur f/h, binis d/ & m/ erit maior. Sunt autem d/ & m/ ipsi n/ æquales. est enim n/ quadruplum ipsius d, & m/ triplum, vnà cum ipso d/ efficiens quadruplum. Et f/h/ igitur ipso n/ maius est: nam idem, æqualium est æquè maius. Atqui f/h/ & k, ipsarum a/b/ & c, primæ inquàm & tertiæ magnitudinis sunt æquę multiplicia: n/ verò vtcunq; multiplex ipsius d/ secundam & quartam magnitudinem repræsentãtis. & multiplex primæ excedit multiplex secundæ: at multiplex tertiæ non excedit multiplex quartæ. Prima igitur a/b/ ad secundam d/ maiorem rationem habet, quàm tertia c/ ad quartam d: per octauam diffinitionem huius quinti.

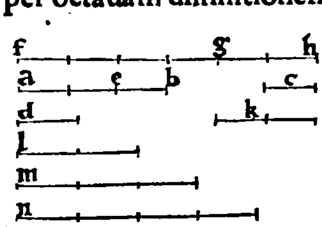
Primæ partis differẽtia prima.

Demõstratio eiusdẽ primæ differentiæ.



¶Quòd si a/e/ fuerit maior e/b, multiplicetur iam ipsa e/b/ minor, quatenus insurgat multiplex maius ipsa d/ magnitudine: sitq; illud g/h. Quàm multiplex insuper est g/h/ ipsius e/b, tã multiplex accipiatur f/g/ ipsius a/e: & k/ rursum ipsius c. Subsumatur prætereà multiplex ipsius d, proximò maius ipso f/g: sitq; rursum n/ quadruplum ipsius d. Haud dissimiliter ostendemus, totam f/h/ ipsius a/b/ fore totuplicẽ, quotuplex est g/h/ ipsius e/b: & demum f/h/ & k, ipsarum a/b/ & c/ æquè itidem fore multiplices. item g/h/ æquari ipsi k. Et quoniam n/ multiplex, proximo maius est f/g: non est igitur f/g, minus ipso m. Atqui g/h/ maius est ipso d, per constructionem. totum igitur f/h, ipsis d/ & m/ maius est: & maius consequenter ipso n. Porrò k/ non excedit ipsum n: est enim k, ipsi g/h/ æquale, quod tam multiplex est ipsius minoris e/b, quàm multiplex est f/g/ ipsius maioris a/e. quæ autem inæqualium sunt æquè multiplicia, sunt respondenter inæqualia. Et k/ igitur, minus est ipso f/g: & ipso n/

Eiusdẽ primæ partis, differẽtia secunda.

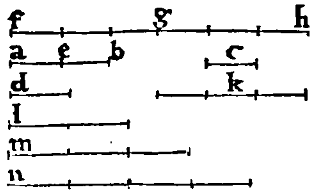


Ostẽsionis resolutio.

propterea lōgè minus. Rursum itaq; multiplex primi excedit multipex secūdi: at multiplex tertij, nō excedit multiplex quarti. Per ipsam igitur octauā huius quinti diffinitionem, primum a/b, ad secundum d/maiorem rationem habet, q̄ tertiū c/ad

Tertia eiusdē primæ partis differentia.

quartum d. ¶ Porrò cùm a/e, fuerit æqualis ipsi e/b: vtraque erit æqualis ipsi c. Cuiuslibet itaq; ipsarum trium magnitudinum, sumēda sunt æquè multiplicia, ipso d/



maiora: f/g/quidem ipsius a/e, & g/h/ipsius e/b, & k/rursum ipsius c. quæ per sextam communem sententiam, erunt adinuicē æqualia. Item n/multiplex ipsius d, quod illorum quolibet proximò maius existat. Quibus constructis, ostendētur rursum f/h/& k, ipsarum a/b/& c/fore æquè multiplicia: & f/h/multiplex primæ magnitudinis, excedere ipsum n/multiplex secundæ: k/autem multiplex tertiæ, non excedere multiplex quartæ. Hinc priori deductione colligemus, a/b/ad d/maiorē habere rationē, quàm c/ad ipsam d. ¶ Dico insuper, quòd eadem magnitudo d, ad minorem c/maiorem rationē habet, quàm ad maiorem a/b. Hoc autem ex suprascripto discursu, immutato magnitudinū & æquè multiplicium ordine, haud obscurè colligemus. Cūm enim omnibus modis præostēsum sit, f/h/excedere ipsum n, & k/ab eodē n/superari: & cōuersim igitur, n/excedit k, nō excedit autē f/h. Porrò n/est multiplex ipsius d, hoc est, primæ & tertiæ magnitudinis: k/autem multiplex secundæ, vtpote c, & f/h/ æquè multiplex quartæ, scilicet a/b. Multiplex insuper primæ, excedit multiplex secundæ: at multiplex tertiæ non excedit multiplex quartæ. Per octauam ergo diffinitionem huius quinti, prima d/ad secundam c/maiorem rationem habet, quàm tertia d/ad quartam a/b. Ergo d/ad minorem c/maiorem rationem habet, quàm ad maiorem a/b. Inæqualium igitur magnitudinum: &c. vt in theoremate. Quod ostendere oportebat.

Pars secunda pricipalis theorematis.

Θεώρημα θ, Πρόθεσις θ.

ΤΑ πρὸς τὸ αὐτὸ τὸν αὐτὸν ἔχοντα λόγον, ἴσα ἀλλήλοις ἐστί: καὶ πρὸς ἃ τὸ αὐτὸ τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, κἀκεῖνα ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν.

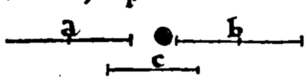
Theorema 9, Propositio 9.

QVæ ad eandem, eandem habent rationem, æquales inuicem sunt: & ad quas eadem eandem habet rationem, ipsæ sunt æquales. 9

Primæ partis ostensio.

ORONTIVS. ¶ Sint binæ magnitudines a/& b, ad tertiam c/eandem rationē obtinentes. Aio quòd æqualis est a, ipsi b. Nam si a/& b/magnitudines, forent inæquales: maior ad eādem c/maiorem rationem haberet, quàm minor, per primam partem antecedentis octauæ propositionis huius quinti. Habet autem vtraq; ipsarum a/& b/eandem rationem ad ipsam c, per hypothesin. Haberent igitur a/ & b, eandem, atq; diuersam rationē ad eandem c: quod est impossibile. Aequalis est itaq;

Pars secunda theorematis.



a, ipsi b. ¶ Quòd si c/ad easdem a/& b/eandem habuerit rationem: dico rursum, quòd a/& b/æquales sunt adinuicem. Si enim forēt inæquales: eadem c/ad ipsas a/& b/ magnitudines eandem non haberet rationem ad minorem enim maiorem rationem obtineret, quàm ad maiorem, per secundam partem eiusdem octauæ propositionis. Supponitur autem, eadem c/ad ipsas a/& b/eandem habere rationem. Eadē itaq; magnitudo c, ad ipsas a/& b/magnitudines, eandem simul atq; diuersam rationem haberet. Quod videtur absurdum. Aequalis est igitur a/ipsi b. Quod susceperamus ostendendum.

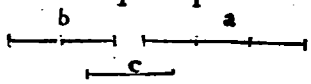
Θεώρημα ι, πρότασις ι.

Τῶν πρὸς τὸ αὐτὸ λόγον ἐχόντων, τὸ τὸν μείζονα λόγον ἔχον, ἐκεῖνο μεῖζόν ἐστι· πρὸς ὃ δὲ τὸ αὐτὸ μείζονα λόγον ἔχει, ἐκεῖνο ἔλαττόν ἐστιν.

Theorema 10, Propositio 10.

10 AD eandem rationem habentium, maiorem rationem habens, illa maior eſt: ad quam autem eadem maiorem rationem habet, illa minor eſt.

ORONTIVS. ❡Sint rurſum a/& b/ magnitudines ad eandem magnitudinẽ c/comparatæ:habeátq; a/ad c/maiorem rationem,quàm b/ad eandem c.Dico quòd a,ipſa b/maior eſt.Quoniam ſi non fuerit maior: vel erit æqualis ipſi b, vel eadem minor.Aequalis porrò non eſt a/ipſi b:haberet enim a/& b/ eandem rationem ad c/magnitudinem, per primam partem ſeptimæ propoſitionis huius quinti. quod aduerſatur hypotheſi. Non eſt igitur a,æqualis ipſi b. Haud diſſimiliter oſtẽdetur, quòd neq; minor eſt a/ipſa b: quoniam a/magnitudo, minorem rationem haberet ad c/magnitudinem,quàm ipſa b/ad eandem c,per primam partem octauæ propoſitionis eiuſdem quinti.habet autem a, maiorem rationem, quàm b/ad eandem c/ per hypotheſin.Haberet igitur a/ad c/maiorem & minorem rationem,quàm b/ad ipſam c. Quod non eſt poſſibile. Itaque a/non eſt minor b: neque eidem(vti nunc oſtendimus) æqualis. Et a/igitur, ipſa b/maior eſt. Prima theorematis pars.



❡Quòd ſi eadem magnitudo c, maiorem rationem habuerit ad b/ quàm ad a: dico rurſum,a/fore maiorem ipſa b.Non erit enim a/ipſi b/æqualis:quoniã c/ad a,eandem rationem haberet quã ad b,per ſecundam partẽ prææallegatæ ſeptimæ propoſitionis. Habet autẽ c,maiorẽ rationẽ ad a,q̃ ad b,ex hypotheſi.quæ ſimul ſtare non poſſunt.Non eſt igitur a,ipſi b/ æqualis. Neq; etiã minor:tunc enim c/ad ipſam a/maiorẽ rationẽ haberet, q̃ ad b, per ſecundã partẽ ipſius octauæ propoſitionis huius quinti.Habet autẽ c/ minorẽ rationem ad a,q̃ ad b,ex ipſa hypotheſi.Haberet itaq; c/minorem ſimul atq; maiorẽ rationem ad a,quàm ad b.quod videtur impoſſibile.Igitur a/non eſt minor ipſa b.oſtẽſum eſt,quòd nec eidẽ æqualis.Maior eſt itaq; rurſum a/ipſa b. Ad eandem ergo rationem habentiũ:& quæ ſequuntur reliqua.Quod oportuit demonſtraſſe. Partis ſecundæ demõſtratio.

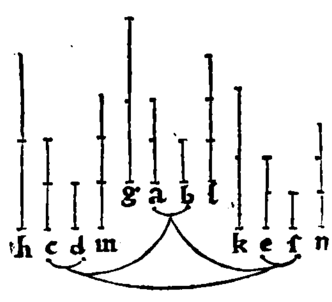
Θεώρημα ια, πρότασις ια.

Οἱ τῷ αὐτῷ λόγοι οἱ αὐτοί, καὶ ἀλλήλοις εἰσὶν οἱ αὐτοί.

Theorema 11, Propoſitio 11.

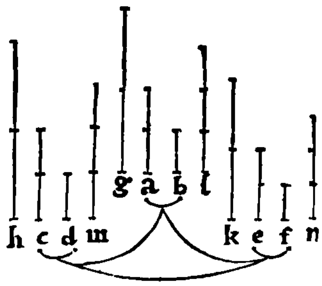
11 QVæ eidem ſunt eædem rationes,& adinuicem ſunt eædem.

ORONTIVS. ❡Sint eidem rationi quæ a/ad b, eædem rationes quæ c/ad d/ & e/ad f.Aio quòd rationes c/ ad d/& e/ad f, ſunt eædem adinuicem: ſicut quidem c/ad d,ſic e/ad f.Accipiantur enim ipſarum antecedentium a,c, e, æquè multiplicia g/h/k:ipſarũ autẽ conſequẽtium b,d,f,alia quæuis æquè multiplicia l,m,n. Cùm igitur ex hypotheſi a/ad b/eandem habeat rationem, quam c/ad d, & ipſarum a/ & c, primæ inquã & tertiæ magnitudinis, ſumpta ſint æquè multiplicia g, h,ſecundæ rurſum & quartæ,vtpote ipſarum b/& d/alia itidem æquè multiplicia l, m:igitur ſi g/ excedit l, & h/proportionaliter excedit m, &ſi æquale, æquale:ſi autem minus,itidem proportionaliter minus, per ſextæ diffinitionis huius quinti conuerſionem.Inſuper quoniam per ipſam hypotheſin, ſicut a/ad b,ita e/ad f,& ipſarum a/& b,primæ Diſcurſus æquè multiplicium.



videlicet & tertiæ magnitudinis, ſumpta ſunt æquè multiplicia g/k, ſecundæ rurſum & quartæ, vtpote ipſarum b/& f, alia vtcunq; æquè multiplicia l/n. ſi itaq; g/excedit l, & k/proportionaliter excedit n: etſi æquale, æquale: ſi verò minus, itidem proportionaliter minus, per eãdem ſextæ diffinitionis cõuerſionẽ. Atqui præoſtẽſum eſt, quòd ſi g/excedit l, excedit & h/ipſum m: etſi æquale, æquale: ſi autem minus, & h/proportionaliter minus eſt ipſo m. Quapropter ſi h/excedit m, excedit & k/proportionaliter ipſum n: & ſi h/æquatur ipſi m, coæquatur & k/ipſi n: & ſi minus fuerit h/ipſo m, & k/demum proportionaliter minus eſt ipſo n. Porrò h/& k/ipſarum c/& e, primæ videlicet & tertiæ magnitudinis data ſunt æquè multiplicia: ipſarum autem d/& f, hoc eſt ſecundæ & quartæ, alia vtcunque æquè multiplicia m/& n. Eſt igitur per ſextã huius quinti diffinitionẽ, ſicut c/ad d, ita e/ad f. Quæ eidem itaq; ſunt eædem rationes, & adinuicem ſunt eædem. Quod fuerat oſtendendum.

Reſolutio demõſtrationis.



Θεώρημα ιβ, Πρόθεσις ιβ.

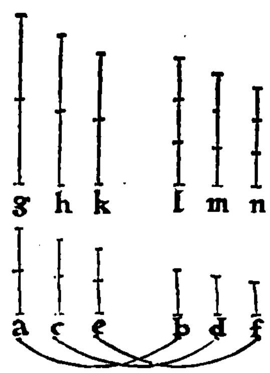
Ἐὰν ἢ ὁποσαοῦν μεγέθη ἀνάλογον, ἔσται ὡς ἓν τῶν ἡγουμένων πρὸς ἓν τῶν ἑπομένων, οὕτως ἅπαντα τὰ ἡγούμενα, πρὸς ἅπαντα τὰ ἑπόμενα.

Theorema 12, Propoſitio 12.

SI fuerint quælibet magnitudines proportionem habentes: erit ſicut vna antecedentium ad vnam conſequentium, ſic omnes antecedentes ad omnes conſequentes. 12

ORONTIVS. Sint a, b, c, & d, e, f/ quotlibet magnitudines inuicem proportionales: ſicut quidem a/ad b, ita c/ad d, ſicutq; c/ad d, ſic e/ad f. Aio quòd quam rationem habet a/ad b, eam habent & compoſitæ a/c/e, ad coniunctas b/d/f. Suſcipiãtur enim ipſarum antecedentium a/c/e, æquè multiplicia g, h, k: & ipſarũ conſequentium b, d, f, alia quæuis æquè multiplicia l, m, n. Cùm ſit igitur vt a/ad b, ſic c/ ad d, & ipſarum a/& c/æquè multiplicia ſunt g, h, ipſarum verò b, d, alia itidem æquè multiplicia l/m: ſicut ſe habet igitur g/ad l, ſic h/ad ipſum m, per quartam huius quinti. Rurſum quoniam eſt vt c/ad d, ſic e/ ad f, & ipſarum c/& e/ æquè multiplicia ſunt h/k, ipſarum autem d/f, alia vtcunq; æquè multiplicia m, n: ſicut ſe habet igitur h/multiplex ad ipſum m, ſic k / ad ipſum n, per eandem quartam ipſius quinti. Vt autem ſe habet h/ad m, ſic g/ad l/ſe habere præoſtenſum eſt. Eſt igitur vt g/ ad l, ſic k/ad n, per antecedentem vndecimam propoſitionem. Sunt itaque g, h, k, & l, m, n, multiplicia inuicem proportionalia: ſicut quidem g/ad l, ſic h/ad m, & k ad n. Igitur ſi g/ multiplex excedit l, excedit & h/ proportionaliter ipſum m, necnõ & k/ipſum n: & ſi g/æquatur ipſi l, æquũ eſt & h/ipſi m, & k/reſpondenter ipſi n: ſi autem g/minus fuerit ipſo l, eſt & h/ proportionaliter minus ipſo m, & k/demũ ipſo n. Et proinde ſi g/ multiplex excedit l, excedunt & g, h, k/multiplicia proportionaliter ipſa l, m, n: & ſi æquum eſt g/ipſi l, æqualia ſunt & g, h, k/ipſis l, m, n: ſi autem g/ſit minus ipſo l, erunt & eadem g, h, k, eiſdem l, m, n, tandem æquè minora, per ſecundam & quartam communem ſententiam. Atqui g, h, k/ magnitudines, ipſarum a, c, e/ magnitudinum ſunt per conſtructionem ſingulæ ſingularum æquè multiplices: quotuplex igitur eſt vnius vna

Quatuor æquè multiplicium inuicem proportionalium, inferendarum magnitudinũ, ſubtilis adinuẽtio.



g.	l.	g,h,k.	l, m, n.
a.	b.	a,c, e.	b, d, f.
prima.	secunda.	tertia.	quarta.

magnitudo, hoc est g/ ipsius a, totuplices sunt & omnes g/h/k, omniū a/c/e, per primā eiusdem quinti. Et proinde quotuplex est l/ ipsius b, totuplices sunt l/m/n/ ipsarum b/d/f. Sunt itaque g/& g/h/k, ipsarū a/& a/c/e, hoc est, primæ & tertiæ magnitudinis æquè multiplicia: l/autem/& l/m/n/ secūdæ. b/& tertiæ b/d/f, æquè itidē multiplicia. Et ostēsum est, q̃ si g/multiplex excedit l, excedit & g/h/k/ proportionaliter ipsum l/m/n: etsi æquale, æquale: si verò minus, itidem proportionaliter minus. Est igitur per sextam huius quinti diffinitionem, sicut a/ad b, sic a/c/e/ composita ad b/d/f/ compositam: hoc est, sicut vna antecedentium ad vnam consequentium, sic omnes antecedentes ad omnes consequentes. Quod demonstrandum susceperamus.

Sūmaria theorematis ostēsio.

Θεώρημα ιγ, Πρόθεσις ιγ.

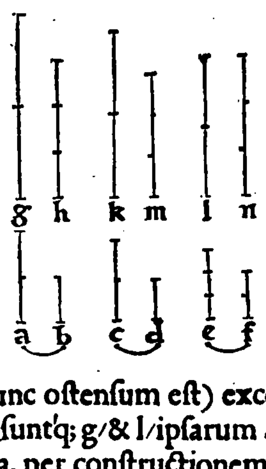
Ἐὰν πρῶτον πρὸς δεύτερον τὸν αὐτὸν ἔχῃ λόγον, καὶ τρίτον πρὸς τέταρτον, τρίτον δὲ πρὸς τέταρτον μείζονα λόγον ἔχῃ, ἤπερ πέμπτον πρὸς ἕκτον: καὶ πρῶτον πρὸς δεύτερον μείζονα λόγον ἕξει, ἤπερ πέμπτον πρὸς ἕκτον.

Theorema 13, Propositio 13.

13 SI prima ad secundam eandem habuerit rationem, & tertia ad quartam, tertia autem ad quartam maiorem rationē habeat quàm quinta ad sextam: prima quoque ad secundam maiorem rationem habebit, quàm quinta ad sextam.

ORONTIVS. ¶ Habeat enim prima magnitudo a/ ad secundam b/ eandem rationem, quam tertia c/ad quartam d: ipsa porrò tertia c/ad eandem quartam d/ maiorem rationē habeat, quàm e/quinta ad f/sextam magnitudinem. Aio quòd & a/prima magnitudo ad secundam b/maiorem itidem rationem habebit, quàm ipsa e/quinta ad eandem sextam f. Multiplicetur enim vtraque ipsarum a, b: sintq; earundem a, b, vtcunq; multiplicia g, h, sed g/ maius ipso h. potest enim a/toties multiplicari, quousq; multiplex ipsius a/superet multiplex eiusdem b. Quàmmultiplex insuper est g/ipsius a, tam multiplex detur k/ipsius c, & l/ipsius e. Rursum q̃ multiplex est h/ ipsius b, tam multiplex esto m/ipsius d, & n/ipsius f. Cùm igitur a/ad

Discursꝰ multiplicium ad theorematis illationē nos perducentiū.



b/eandem rationē habeat, quam c/ad d, sintq; g/& k/ primæ & tertiæ æquè multiplicia, h/ autem & m/ secundæ & quartæ æquè itidem multiplicia: si g/itaque excedit h, excedit & k/ipsum m, per sextæ diffinitionis huius quinti cōuersionem. Atqui g/superat h, per constructionem: & k/igitur superat m. Rursum quoniā c/ ad d/ maiorem rationem habet, q̃ e/ad f, & ipsarū c/ & e/ primæ inquàm & tertiæ magnitudinis, æquè multiplicia sunt k, l, secūdæ porrò d/& quartæ f/ alia vtcunq; æquè multiplicia m, n: si k/igitur excedit m, non excedit l/ipsum n, per conuersionem octauæ diffinitionis eiusdem quinti. Porrò k (vti nunc ostensum est) excedit m: & l/igitur non excedit n. Excedit autem & g/ipsum h, suntq; g/& l/ipsarum a/& e, hoc est, primæ & tertiæ magnitudinis æquè multiplicia, per constructionem: h/ rursum & n/ipsarū b/& f, vtpote secundæ & quartæ alia vtcunque æquè multiplicia: & g/multiplex primæ excedit multiplex secundæ, l/autem multiplex tertiæ nō excedit n/multiplex quartæ. prima igitur a/ad secundam b/maiorem rationem habet, quàm e/tertia ad quartam f, per octauam huius quinti diffinitionem. Ergo si prima ad secundam eandem rationẽ habuerit: &c. vt in theoremate. Quod oportuit ostendisse.

Θεώρημα ιδ, Πρόθεσις ιδ.

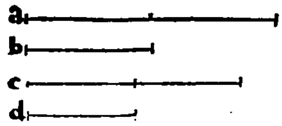
Ἐὰν πρῶτον πρὸς δεύτερον τὸν αὐτὸν ἔχῃ λόγον, καὶ τρίτον πρὸς τέταρτον: τὸ δὲ πρῶτον τοῦ τρίτου μεῖζον ᾖ, καὶ τὸ δεύτερον τοῦ τετάρτου μεῖζον ἔσται: κἂν ἴσον, ἴσον, κἂν ἔλαττον, ἔλαττον.

Theorema 14, Propositio 14.

SI prima ad secundam eandem habuerit rationem, & tertia ad quartã: prima verò tertia maior fuerit, & secunda quarta maior erit: etsi æqualis, æqualis: etsi minor, minor. 14

Quando prima maior est tertia.

ORONTIVS. ¶ Sint verbi gratia quatuor magnitudines a, b, c, d, inuicẽ proportionales: sicut quidem a ad b, ita c ad d. sit autem primũ, a maior ipsa c: dico quòd b, ipsa d respondenter est maior. Cùm enim ex hypothesi a sit maior c: habebit

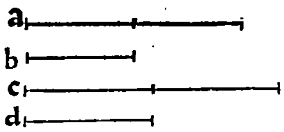


igitur a ad b maiorem rationem, quàm c ad eandem b, per octauam huius quinti. Est autem ratio a ad b eadem, quæ c ad d, per hypothesin: & c igitur ad d maiorem rationem habet, quàm eadem c ad b. Ad quam autem eadem maiorem rationem habet: & illa minor est, per secundam partem decimæ propositionis ipsius quinti. Minor est itaque d, ipsa b: & b propterea ipsa d maior.

Quando prima minor est tertia.

¶ Quòd si a fuerit minor c: erit & b minor ipsa d magnitudine. Rursum enim per eandem octauã huius quinti, c maior, ad ipsam b maiorem rationẽ habebit, quam a minor ad eandem b. Quam rationem porrò habet a ad b, eam seruat ex hypothesi c ad d. Et c igitur ad b maiorem rationẽ habet, quàm ad d. Est igitur b minor ipsa d, per ipsam decimã eiusdem quinti.

Vbi prima æquatur tertię.



¶ Porrò si a fuerit æqualis ipsi b: haud dissimiliter ostendemus, b fore æqualem ipsi d. Aequales enim a & c ad eandem b eandem rationem habebunt, per septimam huius quinti. sed quam rationem habet a ad b, eã rursum habet c ad d, per hypothesin. Et c igitur ad vtranque b & d, eandem obseruabit rationem. Ad quas autẽ eadem eandem habet rationem, ipsæ sunt æquales, per nonam ipsius quinti propositionem. Aequalis erit igitur b ipsi d. Si prima igitur ad secundã eandem habuerit rationem: & quæ sequuntur reliqua. Quod demonstrare oportebat.

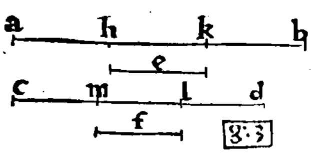
Θεώρημα ιε, Πρόθεσις ιε.

Τὰ μέρη τοῖς ὡσαύτως πολλαπλασίοις, τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ληφθέντα κατάλληλα.

Theorema 15, Propositio. 15.

PArtes eodem modo multiplicium, eandem rationem habent sumptæ adinuicem. 15

ORONTIVS. ¶ Sint a b & c d ipsarum e & f æquè multiplices. Aio partem e ad partem f eandem rationem habere, quam a b multiplex ad c d multiplicem. Cùm enim a b æquè multiplex sit ipsius e, vt c d ipsius f: quot igitur partes sunt in a b æquales ipsi e, tot sunt & in c d æquales ipsi f. Sint exẽpli gratia iuxta numerũ g: & distingatur a b in partes æquales ipsi e, sintq; a h, h k, & k b: necnon & c d in partes æquales ipsi f, vtpote in c m, m l, & l d. Erit itaq; multitudo ipsarũ a h, h k, & k b, multitudini c m, m l, & l d æqualis: vtraque enim æqualis ipsi numero g. Rursum quoniam a h, h k, & k b eidem e sunt æquales: sunt igitur æquales adinuicẽ, per primam communẽ



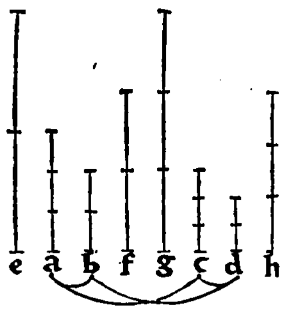
ſententiam. & proinde c/m, & m/l, l/d, ſunt quoque adinuicem æquales. Aequales porrò ad eandem, vel æquales, eandem habent rationem, & eadem ad æquales: per ſeptimam huius quinti. Eſt igitur vt a/h/ad c/m, ſic h/k/ad m/l, & k/b/ad l/d. Proportionales igitur ſunt ipſæ a/h, h/k, & k/b, ipſis c/m, & m/l, l/d. Et ſicut igitur vna antecedentium ad vnam conſequentium, ſic omnes antecedentes ad omnes conſequentes, per duodecimam ipſius quinti. Ergo ſicut a/h/ad c/m, ſic tota a/b/ad totam c/d. æqualis porrò eſt a/h/ipſi e, & c/m/ipſi f. Et ſicut igitur pars e/ad partẽ f, ſic a/b/ multiplex ad c/d/multiplicem. Partes itaq; eodem modo multipliciũ, eandem rationem habent ſumptæ adinuicem. Quod oſtendendum fuerat.

Θεώρημα ις, Πρόθεσις ις.
Ἐὰν τέσσαρα μεγέθη ἀνάλογον ᾖ, καὶ ἐναλλὰξ ἀνάλογον ἔσται.

Theorema 16, Propoſitio 16.

16 SI quatuor magnitudines proportionales fuerint: & permutatim proportionales erunt.

ORONTIVS. ¶Sint verbi gratia quatuor magnitudines a, b, c, d, inuicẽ proportionales: ſicut a/ ad b, ſic c/ ad d. Dico quòd & viciſſim, hoc eſt, permutatim proportionales exiſtunt: ſicut quidem a/ad c, ſic b/ad d. Accipiantur enim ipſarum a, b, æquè multiplices e, f: ipſarũ quoq; c, d, aliæ vtcũq; æquè multiplices g, h. Cùm igitur æquè multiplex ſit e/ipſius a, vt f/ipſius b: erit vt a/ad b, ſic e/ad f: nã partes eodem modo multiplicium, eandem rationem habent ſumptæ adinuicem, per antecedentem decimamquintam propoſitionem. Vt autem a/ad b, ſic ſe habet c/ad d, per hypotheſin. & ſicut igitur e/ad f, ſic c/ad d: nã quæ eidem ſunt eædem rationes, & adinuicem ſunt eædem, per vndecimam huius quinti. Inſuper quoniam æquè multiplex eſt g/ipſius c, vt h/ipſius d: erit rurſum vt c/ad d, ſic g/ad h, per eandem quindecimam huius quinti. ſicut porrò c/ ad d, ſic e/ad f/ſe habere præoſtenſum eſt. & ſicut igitur e/ ad f, ſic g/ ad h, per ipſum vndecimam ipſius quinti. Permutatæ rationis demonſtratio.



Quatuor itaq; magnitudines e, f, g, h, ſunt inuicem proportionales: habétque prima e/ad ſecundam f/eam rationem, quam tertia g/ad quartã h. Si prima igitur e, fuerit maior tertia g: & ſecũda f, ipſa h/quarta maior erit: etſi æqualis, æqualis: etſi minor, minor, per decimamquartã eiuſdem quinti. Atqui e/& f, ipſarum a/& b, hoc eſt primæ & tertiæ magnitudinis (de illationis ordine velim intelligas) ſunt æquè multiplices: g/autem & h, ſecundæ & quartæ, vtpote ipſarum c/& d/ æquè rurſum multiplices. Eſt igitur per ſextam huius quinti diffinitionem, vt prima a/ad ſecundam c, ſic tertia b, ad quartã d. Si quatuor igitur magnitudines proportionales fuerint: & permutatim ſeu viciſſim proportionales erunt. Quod erat demonſtrandum.

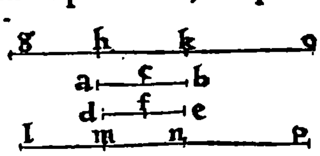
Θεώρημα ιζ, Πρόθεσις ιζ.
Ἐὰν συγκείμενα μεγέθη ἀνάλογον ᾖ, καὶ διαιρεθέντα ἀνάλογον ἔσται.

Theorema 17, Propoſitio 17.

17 SI cõpoſitæ magnitudines proportionales fuerint: diuiſæ quoque proportionales erunt.

ORONTIVS. ¶Sint cõpoſitæ magnitudines a/b, b/c, d/e, & e/f, inuicem proportionales: ſicut a/b/ad b/c, ſic d/e/ad e/f. Aio quòd & diuiſæ proportionales erũt: ſicut quidem a/c/ad c/b, ſic d/f/ad f/e. Accipiantur enim ipſarum a/c, c/b, d/f, & f/e, Diuiſa ratio, ſiue modus arguendi à compoſitis ad diuiſa.

æquè multiplices g/h,h/k,l/m,& m/n. ipsarum rursum b/c/& e/f, aliæ itidem æquè multiplices k/o,& n/p. His ita constructis, quoniam g/h/& h/k/ magnitudines, ipsarum a/c/& c/b/magnitudinũ æqualium numero singulæ singularum,per constructionẽ, sunt æquè multiplices:quotuplex igitur est vna g/h/ vnius a/c, totuplex est & tota g/k/totius a/b,per primam huius quinti. Quotuplex autem est g/h/ipsius a/c,totuplex est l/m,ipsius d/f, per constructionẽ:tam multiplex est igitur g/k/ipsius a/b, quàm multiplex est l/m/ ipsius d/f, per vndecimam ipsius quinti. Rursum quoniam l/m/& m/n/ipsarum d/f/ & f/e/ æqualium numero singulæ singularũ æquè sunt multiplices,per ipsam constructionẽ:quotuplex igitur est vna l/m/vnius d/f,totuplex est tota l/n/ totius d/ e, per eandem primam huius quinti. Quotuplex autem est l/m/ipsius d/f,totuplicem ostendimus g/k/ipsius a/b: quotuplex est igitur g/k/ipsius a/b,totuplex est l/n/ipsius d/e,per ipsam vndecimã eiusdem quinti. Sunt itaq; g/k/& l/n,ipsarũ a/b/& d/e/æquè multiplices. Item quoniã æquè multiplex est h/k/ipsius b/c/vt m/n/ ipsius e/f:quinta rursum k/o,eiusdem b/c/æquè multiplex est, vt sexta n/p/ eiusdem e/f. Et composita igitur h/o,eiusdem b/c/ æquè erit multiplex, ac tota m/p/eiusdem e/f,per secundam huius quinti. Et proinde h/o/& m/p,ipsarũ b/c/& e/f/sunt æquè multiplices. Insuper quoniam ex hypothesi, sicut a/b, ad b/c, sic d/e/ad e/f: & ipsarum a/b/& d/e,primæ inquàm & tertiæ æquè multiplices sunt g/ k/ & l/ n: ipsarum rursum b/ c/ & e/ f, hoc est secundæ & quartæ, æquè itidem multiplices h/o/& m/p. Est igitur vt g/k/ad h/o,sic l/n/ad m/p, per quartam huius quinti. Auferantur vtrisque cõmunes h/k, & m/n:vt reliqua igitur g/h/ad reliquam k/o,sic l/m/reliqua ad reliquam n/p, per tertiam & quintam cõmunem sententiã. Igitur si g/h/excedit k/o,excedit & l/m/ proportionaliter ipsam n/ p: etsi æqualis,æqualis:si autẽ minor,itidem proportionaliter minor. Atqui g/h/& l/m, primæ & tertiæ magnitudinis(iuxta ordinem illationis)hoc est,ipsarũ a/c/& d/f/datæ sunt æquè multiplices:k/o/verò & n/p, ipsarum c/b/ & f/e, secundæ inquàm & quartæ magnitudinis æquè itidem multiplices. Prima igitur a/c, ad secundam c/b/eam rationem habet:quam tertia d/f, ad quartam f/e, per sextã huius quinti diffinitionẽ. Si compositæ itaque magnitudines proportionales fuerint,diuisæ quoque proportionales erunt. Quod susceperamus ostendendum.



g/ k.	g/h.	l/m.
a/ b.	a/c.	d/ f.

g/ k.	l/m.	l/ n.
a/ b.	d/ f.	d/e.

g/k.	h/o.	l/n.	m/p.
a/b.	b/c.	d/e.	e/ f.

g/h.	k/o.	l/m.	n/p
a/c.	c/b.	d/ f.	f/ e.

Θεώρημα ιη, Πρότασις ιη.

Ἐὰν διῃρημένα μεγέθη ἀνάλογον ᾖ, καὶ συντεθέντα ἀνάλογον ἔσται.

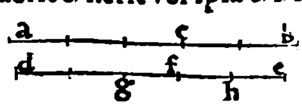
Theorema 18, *Propositio* 18.

SI diuisæ magnitudines proportionales fuerint:cõpositæ quoque proportionales erunt. 18

Compositarationis,siue arguendi modus à diuisis ad coniuncta.

ORONTIVS. ¶Sint diuisæ magnitudines a/c,c/b,d/f,& f/e,inuicem proportionales:sicut a/c/ad c/b,sic d/f/ad f/e. Aio quòd & compositæ,erunt versa vice proportionales:sicut quidem a/b/ad b/c,sic d/e/ad e/f. Sicut enim a/b/ad b/c,sic d/e/ ad aliam quãdam magnitudinem se habere necessum est. Hæc autem magnitudo,si nõ fuerit e/f:erit vel ipsa e/f/maior,aut eadem minor. Esto primũ a/b/ad b/c,sicut d/e/ ad maiorẽ(si possibile fuerit)ipsa e/f:vtpote ad e/g. Erit igitur sicut a/b/ad b/c, sic d/ e/ ad e/ g. Si compositæ autem magnitudines proportionales fuerint:diuisæ quoq;

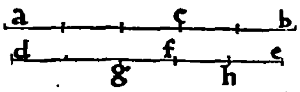
Prima ostensionis differẽtia.



proportionales erunt,per antecedentē decimamſeptimam propoſitionem.Erit itaque ſicut a/c/ad c/b,ſic d/g/ad g/e.Sicut porrò a/c/ad c/b,

d/ f.	a/ c.	d/ g.
f/ e.	c/ b.	g/ e.

ſic per hypotheſin d/f/ad f/e. Ergo ſicut d/ f/ ad f/e, ſic d/g/ad g/e:nam quæ eidem ſunt eædem rationes, adinuicem ſunt eædem,per vndecimam huius quinti.Quatuor itaque magnitudines d/f, f/e,d/g,atq; g/e,ſunt inuicem proportionales,& prima d/f,maior eſt tertia d/g:& ſecunda igitur f/e,maior erit quarta g/e,per decimamquartam eiuſdem quinti.Atqui f/e,minor eſt ipſa g/e,per hypotheſin.Erit itaque f/e,minor ſimul & maior eadem



g/e/magnitudine. quod eſt impoſſibile Non eſt igitur ſicut a/b/ad b/c,ſic d/e/ad maiorem ipſa e/f. ❡Aio rurſum,quòd neque ad minorem ipſa e/f:vtpote e/h.Concludemus enim iterū ex decimaſeptima & vndecima huius quinti, fore ſicut d/f/ ad f/e,ſic d/h, ad h/e: vtrobique enim ſicut a/c/ad c/b. Et Secunda pars ſiue differentia.

d/ f.	a/ c.	d/ h.
f/ e.	c/ b.	h/ e.

quoniam prima d/f,minor eſt tertia d/h: erit rurſum per ipſam decimamquartam eiuſdem quinti,ſecunda f/e,minor quarta h/e.Supponitur autē maior:quæ ſimul ſtare non poſſunt. Non eſt ergo ſicut a/b/ad b/c,ſic d/e/ad minorē e/f.patuit quòd neq; ad maiorem.Et ſicut igitur a/b/ad b/c,ſic d/e,ad ipſam e/f. Itaque ſi diuiſæ magnitudines proportionales fuerint:compoſitæ quoq; proportionales erunt.Quod oſtendere fuerat operæpretiū.

Θεώρημα ιθ, Πρόθεσις ιθ.

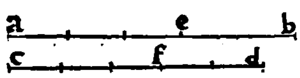
Ἐὰν ᾖ ὡς ὅλον πρὸς ὅλον, οὕτως ἀφαιρεθὲν πρὸς ἀφαιρεθέν, καὶ τὸ λοιπὸν πρὸς τὸ λοιπὸν ἔσται, ὡς ὅλον πρὸς ὅλον.

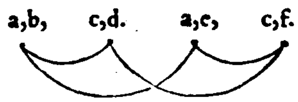
Theorema 19, Propoſitio 19.

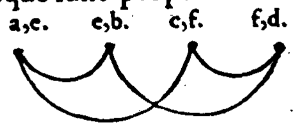
19 SI fuerit ſicut totum ad totum,ſic ablatum ad ablatum:& reliquum ad reliquum,erit ſicut totum ad totum.

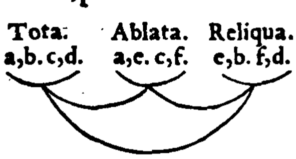
ORONTIVS. ❡Sit inquàm totū a/b/ad totū c/d,velut ablatū a/e/ ad ablatū c/f. Aio reliquum e/b/ad reliquū f/d,fore ſicut idem totū a/b/ad idem totum c/d.

Cùm enim ſit velut a/b/ad c/d,ſic a/e/ad c/f, per hypotheſin: erit per decimamſextam huius quinti, & permutatim ſicut a / b/ compoſita ad a / e, ſic c/ d / compoſita ad c/f. Cùm autem compoſitæ magnitudines proportionales ſunt, & diuiſæ quoque ſunt proportionales, per decimamſeptimam huius quinti propoſitionem. Et ſicut igitur a/e/ad e/b, ſic c/f/ad f/d. & permutatim rurſum,per eandem decimamſextam huius quinti, ſicut a/e/ ablata,ad ablatā c/f,





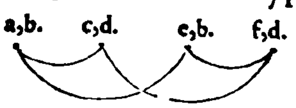




ſic reliqua e/b/ad reliquam f/d. Sicut porrò ablata a/e/ ad ablatam c/f,ſic totum a/b/ad totum c/d,per hypotheſin. Reliquum igitur e/b/ ad reliquum f/d, ſe habet vt totum a/b/ad totum c/d,per vndecimam eiuſdem quinti. Si fuerit ergo ſicut totum ad totum : &c. vt in theoremate. Quod expediebat demonſtrare.

Lemma ſiue aſſumptum.

❡Et quoniam erat ex hypotheſi,vt a/b/ad c/d,ſic a/e/ad c/f:& permutatim deinde vt a/b/ad a/e,ſic c/d/ad c/f. Nunc porrò oſtenſum eſt,quòd ſicut a/b/ad c/d,ſic e/b/ad f/d.& permutatim itaque rurſum,vt a/b/ad e/b, ſic c/ d/ad f/d, per ſæpius allegatam



decimamſextã huius quinti. Fit igitur vt ſicut a/b/ad a/e, ſic c/d/ad e/f: atq; rurſum velut idem a/b/ad e/b, ſic idem c/d/ad f/d.

Corollarium.

Conuerſio rationis. ¶ Et proinde cõuerſio rationis, hoc eſt, acceptio antecedẽtis ad exceſſum quo antecedens ipſum excedit conſequens, fit manifeſta.

Θεώρημα κ, Πρόθεσις κ.

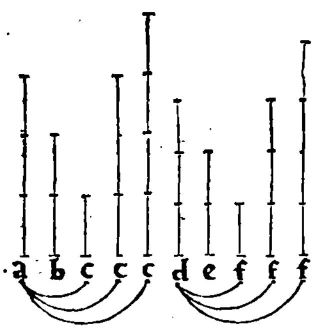
Ἐὰν ᾖ τρία μεγέθη, καὶ ἄλλα αὐτοῖς ἴσα τὸ πλῆθος σύνδυο λαμβανόμενα, καὶ ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ, δι' ἴσου δὲ τὸ πρῶτον τοῦ τρίτου μεῖζον ᾖ, καὶ τὸ τέταρτον τοῦ ἕκτου μεῖζον ἔσαι, κἂν ἴσον, ἴσον, κἂν ἔλασσον, ἔλασσον.

Theorema 20, *Propoſitio* 20.

SI fuerint tres magnitudines, & aliæ eiſdem æquales numero, binatim ſumptæ, & in eadem ratione, ex æquali autem prima tertia maior fuerit: & quarta ſexta maior erit: etſi æqualis, æqualis: etſi minor, minor. 20

Æquam rationẽ reſpiciẽtia in ordinatis. ORONTIVS. ¶ Sint tres magnitudines a, b, c, & rurſum aliæ tres d/e/f, cum duabus ordinatim ſumptis in eadẽ ratione: vtpote, ſicut a/ad b, ſic d/ad e, ſicut item b/ad c, ſic e/ad f. Aio quòd ſi a/fuerit maior ipſa c, erit ex æquali d/maior ipſa f: etſi æqualis, æqualis: ſi autẽ minor, itidem minor.

Prima differẽtia. Sit primùm a, maior ipſa c. Et quoniã eſt ſicut b/ad c, ſic e/ad f: erit & à conuerſa ratione, ſicut c/ad b, ſic f/ad e, per corollariũ quartæ huius quinti. verũ c/minor eſt a, per hypotheſin, & b/alia quædam magnitudo: habet igitur a/ad b/maiorem rationem, quàm c/ad eandem b, per primam partẽ octauæ huius quinti. Sicut porrò c/ad b, ſic f/ad e: & a/igitur ad b/maiorem rationem habet, quàm f/ad e. Sicut rurſum a/ad b, ſic d/ad e, per hypotheſin: & d/ igitur ad e/ maiorem rationem habet, quàm f/ad ipſam e. Ad eandem autem rationẽ habentium, maiorem rationem habens illa maior eſt, per decimam ipſius quinti. Et d/igitur, ipſa f/maior eſt.



Secũda differentia. ¶ Quòd ſi a/ ſit æqualis ipſi c: erit & d/æqualis ipſi f. habebunt enim a/& c/ad eandem b/ eandem rationem, per primam partem ſeptimæ huius quinti. Et quoniam eſt ſicut a/ad b, ſic d/ad e, ſicútq; c/ad b, ſic f/ad ipſam e: habebunt quoq; d/& f/ eandem rationem ad ipſam e. Quæ autem ad eandem eandem habent rationem, æquales adinuicem ſunt, per primam partem nonæ ipſius quinti. Aequalis eſt igitur d, ipſi f.

Tertia differentia. ¶ Haud diſſimiliter oſtẽdetur, quòd ſi a/ fuerit minor ipſa c: erit conſequenter d/ minor ipſa f. Tunc enim c/ ad b/ maiorem rationem habebit, quàm a/ad ipſam b, per eandem octauam huius quinti. Eſt autẽ vt a/ad b, ſic d/ad e, per hypotheſin: ſicútq; c/ad b, ſic f/ad e/ſe habere præoſtenſum eſt. Et proinde f/ad e/maiorem rationem habebit, quàm d/ad ipſam e. Hinc rurſum per primam partem decimæ eiuſdem quinti, f/ipſa d/maior erit: & d/propterea ipſa f/minor. Itaq; ſi fuerint tres magnitudines, & aliæ eiſdẽ æquales numero: & quæ ſequuntur reliqua. Quod oportuit demonſtraſſe.

Θεώρημα κα, Πρόθεσις κα.

Ἐὰν ᾖ τρία μεγέθη, καὶ ἄλλα αὐτοῖς ἴσα τὸ πλῆθος σύνδυο λαμβανόμενα, καὶ ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ, ᾖ δὲ τεταραγμένη αὐτῶν ἡ ἀναλογία, δι' ἴσου δὲ τὸ πρῶτον τοῦ τρίτου μεῖζον ᾖ, καὶ τὸ τέταρτον τοῦ ἕκτου μεῖζον ἔσαι: κἂν ἴσον, ἴσον, κἂν ἔλασσον, ἔλασσον.

Theorema 21, *Propoſitio* 21.

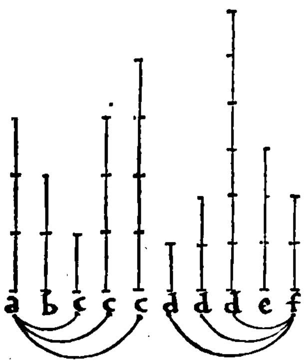
SI fuerint tres magnitudines, & aliæ eiſdem æquales numero, 21
bintim ſumptæ, & in eadem ratione, fuerit autem perturbata

earũ proportio: ex æquali verò prima tertia maior fuerit, & quarta sexta maior erit: etsi æqualis, æqualis: etsi minor, minor.

ORONTIVS. ¶ Sint tres magnitudines a,b,c, & rursum aliæ tres d, e, f, cum duabus perturbatim in eadem ratione coassumptis: vtpote, sicut a/ ad b, sic e/ad f, sicutq; b/ad c, sic d/ad e. Dico quòd si a/fuerit maior c, erit ex æquali d/maior f: etsi æqualis, æqualis: etsi minor, minor. Sit primùm a/maior c: iam recipio probandum, quòd d/sit maior f. Et quoniã est sicut b/ad c, sic d/ad e, per hypothesin: erit à conuersa ratione, vt c/ad b, sic e/ad d, per quartæ huius quinti corollariũ. Rursum quoniam a/maior est c, & b/alia quædam magnitudo: habet igitur a/ ad b/maiorem rationem, quàm c/ad eandem b, per primam partem octauæ huius quinti. Sicut porrò a/ ad b, sic ex hypothesi e/ad f: sicútq; c/ad b, sic e/ad d (vti nunc ostensum est). & e/propterea ad f/maiorem rationẽ habet, q̃ ad d. Ad quã autẽ eadem magnitudo maiorẽ rationẽ habet, & illa minor est: per secundã partẽ decimæ ipsius quinti. Est igitur f, ipsa d/minor: & d/propterea maior f. ¶ Haud dissimiliter si a/fuerit æqualis ipsi c: ostendetur & d/æqualis ipsi f. Nam a/& c, ad eandem b/eandem rationẽ habebũt: per primã partem septimæ huius quinti. Et quoniã est sicut a/ad b, sic e/ ad f, sicútq; c/ad b, sic e/ ad d: & e/ igitur ad vtranq; d/& f/eãdem rationẽ habebit. Ad quas autẽ eadem eandem habet rationẽ, ipsæ sunt æquales: per secundam partem nonæ ipsius quinti. Aequalis erit igitur d, ipsi f. ¶ Item si a/fuerit minor c: dico tandem, q̃ & d/minor erit f. Tunc enim c/ad b/maiorem rationẽ habebit, quàm a/ad eandem b: per eandem octauã huius quinti. Et cùm sit velut c/ad b, sic e/ad d, sicútq; a/ad b, sic e/ad f (veluti suprà deductum est) habebit consequenter e/ad d/maiorẽ rationem, q̃ e/ad f. Ad quam autẽ eadem maiorem rationem habet, & illa minor est: per secundam partem decimæ eiúsdem quinti. Est itaq; d/ipsa f/minor. Ergo si fuerint tres magnitudines: &c. vt in theoremate. Quod ostendendum fuerat.

Æquã rationem respicientia in perturbatis.

Quando prima maior est tertia.



Vbi prima æquatur tertię.

Quando prima minor est tertia.

Θεώρημα κβ, Πρόθεσις κβ.

Ἐὰν ᾖ ὁποσαοῦν μεγέθη καὶ ἄλλα αὐτοῖς ἴσα τὸ πλῆθος σύνδυο λαμβανόμενα ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ, καὶ δι' ἴσου ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ ἔσται.

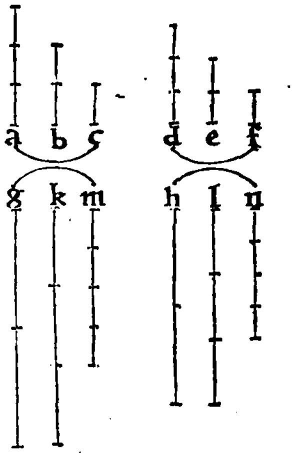
Theorema 22, Propositio. 22.

22 SI fuerint quælibet magnitudines, & alię eisdem æquales numero, binatim sumptæ in eadem ratione: & ex æquali in eadem ratione erunt.

ORONTIVS. ¶ Sint verbi gratia tres magnitudines a,b,c, & aliæ eisdem numero æquales d,e,f, cum duabus ordinatim sumptis in eadem ratione: vtpote, sicut a/ad b, sic d/ad e, sicut autẽ b/ad c, sic e/ad f. Dico quòd extremæ vtriusque ordinis magnitudines, ex æquali in eadem ratione erunt: sicut quidẽ a/ad c, sic d/ad f. Accipiantur enim ipsarum a,d/æquè multiplices g,h: ipsarũ verò b,e, aliæ itidem æquè multiplices k,l: ipsarũ deniq; c,f, vtcunq; etiam multiplices m,n. Cùm sit igitur vt a/ad b, sic d/ad e: & ipsarum a,d, hoc est primæ & tertiæ, æquè multiplices sint g,h: secũdæ autem & quartæ, vtpote ipsarũ b,e, aliæ itidem æquè multiplices k,l. Est igitur sicut g/ multiplex ad k/multiplicẽ, sic h/ad l: per quartam huius quinti. Et proinde erit, vt k/ad m, sic l/ad n: est enim ex hypothesi, vt b/ad c, sic e/ad f, & ipsarum b,e, æquè multiplices k,l: ipsarũ autẽ c,f, æquè rursum multiplices m,n, per cõstructionẽ.

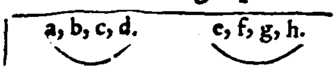
Æqua ratio in ordinatis.

Sunt ergo g,k,m,tres magnitudines,& h,l,n,aliæ eisdem numero æquales,cum duabus ordinatim sumptis in eadem ratione:sicut quidem g/ad k,sic h/ad l,sicútq; k/ad m, sic l/ad n. Si g/itaq; fuerit maior ipsa m,& ex æquali h/ipsa n/maior erit: etsi



æqualis,æqualis:etsi minor,minor,per huius quinti vigesimam. Atqui g,h,ipsarũ a,d, hoc est primæ & tertiæ magnitudinis(quoad illationis ordinẽ)datæ sunt æquè multiplices:m,n/autẽ secundæ & quartæ,vtpote ipsarũ c,f/ æquè itidẽ multiplices. Est igitur per sextã huiusce quinti diffinitionẽ,vt prima a/ad secundã c:sic d/tertia ad quartam f. ¶Idem quoq; licebit ostendere,vbi plures tribus in vtroq; magnitudinũ extiterint ordine. Vtpote si fuerint quatuor a, b,c,d, & aliæ quatuor e,f,g,h: similiter ostendemus cum tribus primis magnitudinibus a,b,c,& e,f,g,fore velut a/ad c,sic e/ad g. Et rursum cum tribus succedentibus (secunda vtrobique prætermissa,& coassumpta quarta)vtpote a,c,d, & e,g,h,concludemus veluti suprà,fore vt a/ad d,sic e/ad h. Et deinceps quantumlibet,pro vtriusque ordinis multitudine. Si fuerint ergo quælibet magnitudines,& aliæ eisdẽ æquales numero:& quæ sequuntur reliqua. Quod ostendendum proposueramus.

Vbi plures tribus in vtroq; magnitudinũ extiterint ordine.



Θεώρημα κγ, Πρότασις κγ.

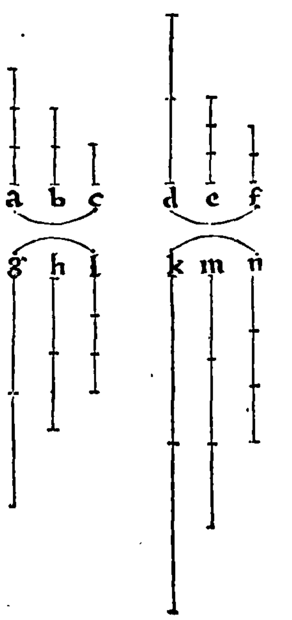
Ἐὰν ᾖ τρία μεγέθη, καὶ ἄλλα αὐτοῖς ἴσα τὸ πλῆθος, σύνδυο λαμβανόμενα ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ, ᾖ δὲ τεταραγμένη αὐτῶν ἡ ἀναλογία, καὶ δι' ἴσου ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ ἔσται.

Theorema 23, Propositio 23.

SI fuerint tres magnitudines, aliæ'que eisdem æquales numero, binatim sumptæ in eadem ratione, fuerit autem perturbata earum proportio:& ex æquali in eadem ratione erunt. 23

Æqua ratio in perturbatis.

ORONTIVS. ¶Sint tres magnitudines a,b,c,& aliæ eisdem numero æquales d,e,f, cum duabus in eadem ratione perturbatim coassumptis:sicut quidem a/ad b, sic e/ ad f, sicútque b/ ad c, sic d/ad e. Aio fore ex æqua ratione,sicut a/ad c, sic d/ad f. Assumantur enim ipsarum a,b,d,æquè multiplices g,h,k:ipsarum porrò c,e,f, aliæ itidem æquè multiplices l,m,n. Cùm ergo g,h, ipsarum a,b,sint per constructionem æquè multiplices, & partes eodem modo multipliciũ eandem habeãt rationem sumptæ adinuicem,per quindecimam huius quinti: est igitur vt a/ad b,sic g/ad h. sicut autẽ a/ad b,sic e/ad f,per hypothesin:& sicut igitur g/ad h,sic e/ad f,per vndecimam ipsius quinti. Rursum quoniam m,n, ipsarum e,f,sunt æquè multiplices:erit rursum per eandem quindecimam huius quinti,vt e/ad f, sic m/ad n. Sicut porrò e/ad f,sic g/ ad h, se habere monstratum est: & sicut itaque g/ad h, sic m/ad n, per ipsam vndecimam eiusdem quinti. Insuper quoniam est sicut b/ ad c/ sic d/ad e,per hypothesin,& ipsarũ b,d/sumptæ sunt æquè multiplices h,k: ipsarũ verò c,e,aliæ itidem æquè multiplices l,m. Est igitur vt h/ multiplex,ad l/ multiplicẽ,



sic k/ad m, per quartam huius quinti propositionem. Ostensum est autem, quòd sicut g/ad h, sic m/ad n. Sunt itaque g,h,l, tres magnitudines, & k,m,n, aliæ eisdem æquales numero, cum duabus in eadem ratione perturbatim coassumptis: sicut quidem g/ad h, sic m/ad n, sicut rursum h/ad l, sic k/ad m. Ergo si g/fuerit maior l, erit ex æquali k/maior n: & si æqualis, æqualis: si autem minor, itidem minor, per vigesimamprimam huius quinti. Porrò g,k/sunt æquè multiplices ipsarum a,d, primæ & tertiæ magnitudinis (seruato illationis ordine) l/autem & n/secundæ & quartæ, hoc est ipsarum c,f/æquè rursum multiplices, per constructionem. Est igitur vt prima a/ad secundam c, sic tertia d/ad quartam f: per sextam eiusdem quinti diffinitionem. Si fuerint igitur tres magnitudines, aliæq; eisdem æquales: &c. vt in theoremate. Quod oportuit ostendisse.

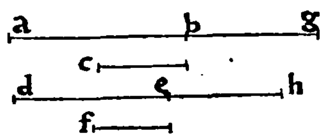
Θεώρημα κδ, Πρόθεσις κδ.

Ἐὰν πρῶτον πρὸς δεύτερον τὸν αὐτὸν ἔχῃ λόγον, καὶ τρίτον πρὸς τέταρτον, ἔχῃ δὲ καὶ πέμπτον πρὸς δεύτερον τὸν αὐτὸν λόγον, καὶ ἕκτον πρὸς τέταρτον, καὶ συντεθὲν πρῶτον καὶ πέμπτον πρὸς δεύτερον, τὸν αὐτὸν ἕξει λόγον, καὶ τρίτον καὶ ἕκτον πρὸς τέταρτον.

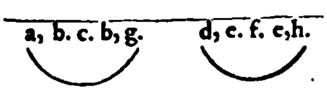
Theorema 24, Propositio 24.

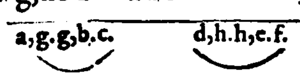
24 SI primum ad secundum eandem habuerit rationem, & tertium ad quartum, habuerit autem & quintum ad secundum eandem rationem & sextum ad quartum: & composita primùm & quintum ad secundum eandem habebunt rationem, & tertium & sextum ad quartum.

ORONTIVS. ¶Habeat primùm a/b/ad secundū c/eandem rationem, quam tertium d/e/ad quartum f: quintum rursus b/g/ad secundum c, eandem quoq; rationem habeat, quam sextum e/h/ad ipsum f/quartum. Aio, quòd & composita primū & quintum, a/g, eandem rationem habebūt ad idem secundum c, quam tertium & sextum d/h/ad idem quartum f. Cùm enim sit ex hypothesi, vt b/g/ad c, sic e/h/ad f: & à conuersa itaq; ratione, erit vt c/ad b/g, sic f/ad e/h, per corollariū quartæ huius quinti. Præterea quoniam ex ipsa hypothesi, est sicut a/b/ad c, sic d/e/ad f: sicut rursùm c/ad b/g, sic f/ad e/h. Et ex æquali igitur, sicut a/b/ad b/g, sic d/e/ad e/h: per vigesimāsecūdam huius quinti.



Diuisæ itaq; magnitudines a/b, b/g, d/e, & e/h, sunt proportionales. Et compositæ igitur, per decimam octauam ipsius quinti, proportionales erunt: vt a/g/ad b/g, sic d/h/ad e/h. Receptum est autē, sicut b/g/ad c, sic e/h/ad f. Et ex æquali igitur, per eandem vigesimamsecundam quinti, sicut a/g/ad c, sic d/h/ad f. Ergo si primum ad secundum eandem habuerit rationem, & tertium ad quartum: & quæ sequuntur reliqua. Quod expediebat demonstrare.





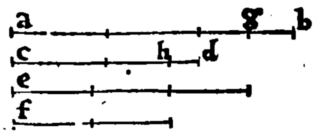
Θεώρημα κε, Πρόθεσις κε.

Ἐὰν τέσσαρα μεγέθη ἀνάλογον ᾖ, τὸ μέγιστον καὶ τὸ ἐλάχιστον, δύο τῶν λοιπῶν μείζονά ἐστιν.

Theorema 25, Propositio 25.

25 SI quatuor magnitudines proportionales fuerint, maxima & minima reliquis maiores erunt.

ORONTIVS. ¶Sint quatuor eiusdem generis magnitudines a/b, c/d/e, & f, inuicem proportionales, sicut quidem a/b/ad c/d, sic e/ad f:sit'q; a/b/omnium maxima, f/verò minima. Dico quòd a/b/& f, reliquis c/d/& e/sunt maiores. Quoniam enim a/b/omnium quatuor supponitur maxima:maior est igitur a/b,ipsa e/magnitudine. A maiori itaq; a/b,secetur æqualis ipsi e/minori, per tertiam primi:sit'q; a/g. Rursum, quoniã est vt a/b/ ad c/d,sic e/ad f,prima autem a/b,maior est tertia e : & secunda igitur c/d,ipsa f/quarta maior erit,per decimã-quartam huius quinti. A maiori rursum c/d,secetur ipsi f/æqualis, per eandem tertiam primi:sit'que c/h. Cùm igitur sit vt a/b/ad c/d,sic e/ad f,& æqualis sit a/g/ipsi e,& c/h/ipsi f: est igitur vt a/b/ad c/d, sic a/g/ ad c/h,hoc est, sicut totum a/b/ ad totum c/d, sic ablatum a/g/ ad ablatum c/h. Et reliquum itaque g/b/ad reliquum h/d/erit sicut totum a/b/ad totum c/d:per decimamnonam ipsius quinti. Prima autem a/b/maior est tertia c/d:& secunda itaque g/b,maior erit quarta h/d, per ipsam decimamquartam eiusdem quinti. Porrò a/g/ æqualis est ipsi e: & c/h/ ipsi f, per constructionem. Binæ igitur a/g/ & f, duabus c/h/ &/e, sunt per secundam communem sententiam æquales. Si autem inæqualia æqualibus adiungantur, omnia erunt inæqualia: per quartam communem sentẽtiam. Et quoniam ipsis a/g/ & f/ additur g/b, ipsis autem c/h/ & e/additur h/d, & maior est g/b/ipsa h/d:maiores ergo sunt a/b/maxima & f/minima, reliquis c/d/ & e/ magnitudinibus. Quod receperamus ostendendum.



.·. .·. .·.

Quinti Libri Geometricorum Elementorum

FINIS.

Orontij Finei Delphinatis, Regii Mathematicarvm Professoris, In Sextum elementorum Euclidis, Demonstrationes.

ΕΥΚΛΕΙΔΟΥ ΣΤΟΙΧΕΙΟΝ ΕΚΤΟΝ.

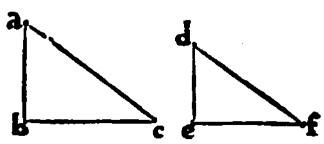
Ὅροι ε.

Ὅμοια σχήματα εὐθύγραμμά ἐστιν, ὅσα τάς τε γωνίας ἴσας ἔχει κατὰ μίαν, καὶ τὰς περὶ τὰς ἴσας γωνίας πλευρὰς, ἀνάλογον.

¶Diffinitiones 5.

1 Similes figuræ sunt, quæ & angulos æquales habēt ad vnum, & quæ circa angulos æquales sunt latera proportionalia.

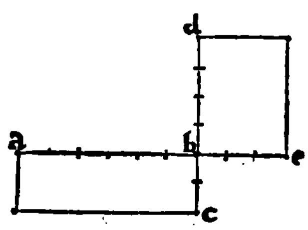
Vtpote, si fuerint bina triangula a/b/c, & d/e/f/ inuicem æquiangula: fuerítque angulus qui ad a/ æqualis angulo qui ad d, & qui ad b/ est angulus ei qui ad e, atque is qui ad c/ angulo qui ad f/ respōdenter æqualis. sítque insuper vt a/b/ latus ad b/c, sic d/e/ ad e/f: vtq; b/c/ ad c/a, sic e/f/ ad f/ d: atque demum sicut c/a/ ad a/b, sic f/d/ ad d/e. Huiuscemodi nanque triangula, similia nuncupamus: etiam si fuerint inæqualia.



¶Ἀντιπεπονθότα δὲ σχήματά ἐστιν, ὅταν ἑκατέρῳ τῶν σχημάτων ἡγούμενοί τε καὶ ἑπόμενοι λόγοι ὦσιν.

2 Reciprocæ autem figuræ sunt, quando in vtraq; figura antecedētes & consequentes termini rationales fuerint.

De rectilineis videtur intelligere figuris. quemadmodùm si duorum rectilineorum & æquiangulorum a/ b/c/ & d/b/e, angulū qui sub a/b/ & b/c, ei qui sub d/b/ & b/e/ cōtinetur æqualem habētium: fuerit sicut latus a/b/ ad latus b/d, sic latus e/ b/ ad latus b/c: aut sicut a/b/ ad b/e, sic d/b/ ad b/c. Tali nanq; modo fit antecedentium & consequentium terminorum, hoc est comparatorum adinuicem laterū, quæ circum æquales angulos, reflexa proportio, reciprocáve rationum similitudo: dicūtúrque eiuscemodi figuræ, cùm adinuicem comparantur, reciprocæ.



¶Ἄκρον καὶ μέσον λόγον εὐθεῖα τετμῆσθαι λέγεται, ὅταν ᾖ ὡς ἡ ὅλη πρὸς τὸ μεῖζον τμῆμα, οὕτως τὸ μεῖζον πρὸς τὸ ἔλαττον.

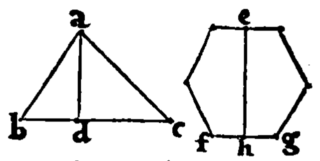
3 Per extremam & mediam rationē, recta linea diuidi dicitur: quādo fuerit sicut tota ad maius segmentum, sic maius ad minus.

Vtpote, si data recta linea a/b/ diuidatur in puncto c: fuerítque vt tota a/b/ ad segmentum maius b/c, sic idem segmentum b/c, ad reliquum c/a.

¶Ὕψος ἐστὶ, παντὸς σχήματος ἡ ἀπὸ τῆς κορυφῆς ἐπὶ τὴν βάσιν κάθετος ἀγομένη.

4 Altitudo est, vniuscuiusque figuræ à vertice ad basin perpendicularis deducta.

Exempli gratia, trianguli a/ b/ c/ altitudo erit a/ d/ recta linea, ab a/ vertice ad basin b/c/ perpendiculariter incidens. Et hexagoni e/f/g/altitudinem ostendet perpendicularis e/h, quę ab e/vertice, in basin f/g/deducitur.



¶ Λόγος ἐκ λόγων συγκεῖσθαι λέγεται, ὅταν αἱ τῶν λόγων πηλικότητες ἐφ' ἑαυτὰς πολλαπλασιασθεῖσαι, ποιῶσί τινας.

Ratio ex duabus rationibus, aut ex pluribus cõstare dicitur: quãdo rationũ quãtitates multiplicatæ, aliquam efficiunt quãtitatem. 5

De cõpositione rationum, interpretatio notanda. Expressimus diffinitione tertia libri quinti, quidnã rationẽ adpellemus: quot insuper rationũ fuerint species siue differentiæ, atq; singula in vniuersum comprehensa rationũ discrimina. Nunc porrò diffinit Euclides, quonã modo ratio ex rationibus cõponi, seu constare dicatur. Ea nanq; ratio ex rationibus constat, siue cõponitur: quarũ quantitates inuicẽ multiplicatæ illam efficere videtur. De ea rationis cõpositione, seu rationalium terminorũ illatione, hic minimè velim intelligas: quam decimaquarta libri quinti diffinitione, cõpositam rationem adpellauimus: acceptionem videlicet antecedentis cum consequente, sicut vnius, ad ipsum consequens. Aliud siquidem est, rationẽ ex rationibus cõponere: aliud verò in proportionibus, à diuisis rationum terminis ad coniunctos siue compositos, rationum subinferre similitudinem. ¶ Ait igitur Euclides, rationem ex binis aut pluribus rationibus componi, siue constare: cùm datarũ rationum quantitates fuerint adinuicẽ multiplicatæ, & aliam quampiam genuerint rationis quantitatem. Ea enim quantitas, rationem exprimit, quæ ex datis rationibus procreatur. Fit autem huiuscemodi quãtitatum multiplicatio, inter duarum tantummodò rationum quantitates. Nam vbi plures sese obtulerint rationes: ea in primis colligatur ratio, quæ ex multiplicatione duarum primarum quantitatũ generatur. Ex hac postmodùm ratione & sequente tertia, alia ratio procreanda est Hinc rursum, per quantitatũ huiusce rationis & succedentis quartæ multiplicationem, consurgẽs ratio tandem eliciatur. Idque deinceps, pro datarum rationum multitudine: siue datæ rationes eiusdem, aut diuersæ fuerint speciei, & sub continua aut discontinua, ordinatáve seu perturbata proportione constitutæ. Adde quòd hæc intelligenda sunt de rationibus omnino maioris, vel omnino minoris inæqualitatis. Nam si vna propositarum rationum foret maioris, altera verò minoris inæqualitatis (de quibus tertia diffinitione libri quinti) tunc quantitas maioris, per quantitatem minoris veniret diuidenda: resultans enim quantitas, procreatam inde rationem ostendet. ¶ Quantitates autem rationum hic vocat Euclides, non eas quæ sub datis continentur rationibus: sed numeros, à quibus rationes ipsæ denominantur. Vt duo, à quibus dupla: tria, à quibus tripla: & quatuor, vnde quadrupla ratio in multiplicibus exprimitur. Aut in superparticularibus vnum & dimidium, à quo sesqualtera: vnum & tertium, à quo sesquitertia: vnum insuper & quartum, vnde sesquiquarta ratio nomenclaturam accipit. Item vnum & duo tertia, vnde rationem superbipartientem tertias: atque vnum & tria quarta, ex quibus supertripartientem quartas in superpartientibus adpellamus. Haud alienum habeto iudicium, de rationibus ex multiplici & superparticulari ratione, aut ex multiplici & superpartiente compositis: & datis quibuscunque singularum quinq; rationalium specierum differentijs.

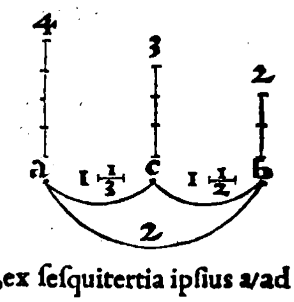
Diffinitionis interpretatio. (margin, beside "¶ Ait igitur Euclides")

Vbi plures duabus extiterit rationes. (margin, beside "Nam vbi plures")

Notandum. (margin, beside "Adde quòd")

Quęnam sint rationũ quantitates. (margin, beside "¶ Quantitates autem")

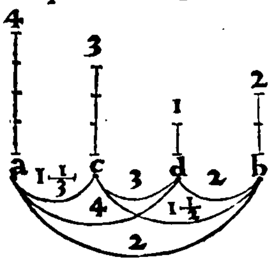
Exẽplũ vbi ratio multiplex ex binis cõponitẽ rationib⁹. ¶ ESTO, LVCIDIORIS INTELLIGENTIAE GRATIA, DAta in exemplum ratio multiplex, ipsius inquàm a/ad b/dupla: ponatúrq; inter a/& b, alia quædã magnitudo c, subsesquitertia ipsius a, & sesqualtera ipsius b Aio rationem a/ad b, componi siue constare, ex ratione a/ad c, & ratione c/ad b. Nam si quantitas rationis a/ad c, vtpote vnum & tertium, per rationis quantitatem ipsius c/ad b, vnum inquàm & dimidium multiplicetur: prouenient duo, à quibus dupla ratio (quã habet a/ad b) nominatur. Exẽpli demõstratio. Cùm enim c/magnitudo ad a/magnitudinem sit subsesquitertia, ad b/autem sesqualtera: qualium igitur partium c/est trium, talium necessum est a/fore quatuor, & b/duarũ similium. Habet igitur a/ad b/rationem, quam quatuor ad duo: & proinde duplam, ex sesquitertia ipsius a/ad c,



& ſeſqualtera ipſius c/ad b/reſultantem. ❡Sit rurſum in maiorem expreſſionem, inter c/& b/alia quædam magnitudo d, ſubtripla ipſius c, ipſius autem b/ſubdupla. Aio quoq; rationē a/ad b, ex rationibus a/ad c, & c/ad d, atque d/ad b/conſtare. Duco enim vnum & tertiū rationis a/ ad c/ denominatorem, in tria denominatorem triplæ, quæ eſt c/ad d: fient quatuor, oſtēdentia a/ad d/quadruplam obtinere rationem. Et quoniā d/ad b/ ratio minoris eſt inæqualitatis, nempe ſubdupla: diuidam quatuor, à quibus nominatur quadrupla, per duo ipſius ſubduplæ denominatorem: prouenient enim duo, duplā (quæ eſt ipſius a/ad b) rationem denominantia. Nam cum d/ ſubduplum ſit ipſius b, & ſubtriplum ipſius c: qualium igitur d/eſt vnum, talium b/eſt duorum, & c/trium ſimilium. Item quoniam a/ad c/eſt ſeſquitertiū: qualium propterea c/ eſt trium, a/erit quatuor. Sed qualium c/eſt trium, b/duorum eſſe deductum eſt: qualium itaq; b/eſt duorum, a/quatuor erit ſimilium. Quatuor rurſum ad duo, rationem habent duplam, qualem a/ad b/obtinere ſuppoſuimus.

Exemplū vbi tres rationes (quarum vna minoris eſt inæqualitatis) eandem cōponunt multiplicem.

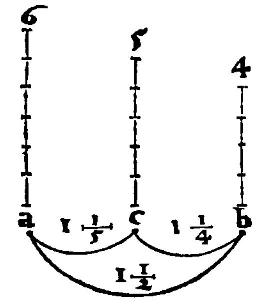
Oſtenſio eiuſdem exēpli.



❡Sed demus exemplum in ratione ſuperparticulari: ſitq; a/ad b/ſeſqualtera, ad c/autem ſeſquiquinta, & c/ad b/ſeſquiquarta. Dico rationem ſeſqualteram, ex ſeſquiquarta & ſeſquiquinta reſultare. Si nanque multiplicaueris vnum & quartum, per vnū & quintum: proueniet vnum & dimidium, à quibus ſeſqualtera ratio denominatur. Cùm enim c/ſubſeſquiquintum ſit ipſius a, & ſeſquiquartū ipſius b: qualiū ergo partiū c/eſt quinq;, talium a/erit ſex, & b/quatuor ſimiliū. habent autem ſex ad quatuor, veluti a/ad b/rationem ſeſqualteram.

Exemplū de ratione ſuperparticulari.

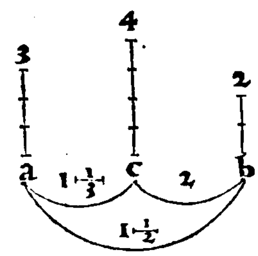
Inductio.



❡Quòd ſi c/magnitudo fuerit ipſius a/ſeſquitertia, & dupla ipſius b, vt in ſecūda figura: nō multiplicabis vnum & tertium ſubſeſquitertiæ (quæ eſt a/ad c) denominatorem, per duo, à quibus dupla ratio ipſius c/ ad b/denominatur. Diuides itaque duo, per vnū & tertium: propterea quòd a/ad c/ratio minoris ſit inæqualitatis. Vnum igitur & tertium, efficiunt quatuor tertia: duo autem, tertia ſex. Diuide itaque ſex per quatuor: proueniet vnum & dimidium, ſeſqualteræ rationis (quæ eſt a/ad b) denominator. Nam cùm c/ ad a/ ſit ſeſquitertium, ad b/ autem duplum: qualium proinde partium c/eſt quatuor, talium a/eſt trium, & b/duarum ſimilium. Ratio igitur a/ad b, eſt vt tria ad duo, quæ ſeſqualtera nuncupatur.

Aliud exēplū ſuperparticularis, vbi vna rationū minoris eſt inęqualitatis.

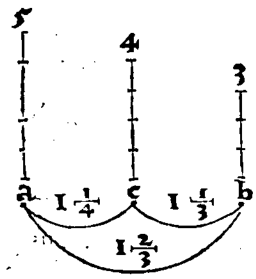
Exēpli declaratio.



❡Idem in ſuperpartiente ratione tandē obſeruari videbis. Sit enim a/ ad b/ ſuperbipartiens tertias: & inter a/& b/incidat c, ſubſeſquiquartum ipſius a, & ſeſquitertium ipſius b. Dico iam rationē a/ad b, componi ex ratione a/ad c/ſeſquiquarta, & ſeſquitertia ipſius c/ad b. Multiplicetur enim vnum & quartum, per vnum & tertium: fiet vnū & duo tertia, vnde ſuperbipartiēs tertias (quæ eſt ipſius a/ad b) denominatur. Oportet enim propter rationum hypotheſes, qualium partium c/ fuerit quatuor, talium b/fore trium, & a/quinque ſimilium. Quinque porrò ad tria, eam ſeruant rationē, quam a/ad b: nēpe ſuperbipartiētem tertias.

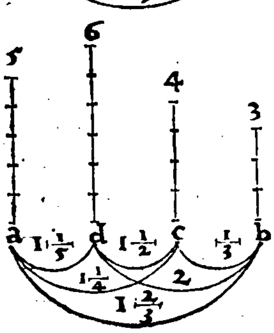
Exēplū de ſuperpartientis cōpoſitione.

Oſtenſio exēpli.



❡Quòd ſi inter a/& c/inciderit magnitudo d, ſeſquiquinta ipſius a, & ipſius c/ſeſqualtera. Ratio a/ad b, ex rationibus a/ ad d, & d/ ad c, atq; c/ad b/itidem componetur. Duco enim vnum & tertium rationis c/ad b/denominatorem, in vnum & dimidium denominatorē rationis quam habet d/ad c: fient duo, à quibus ratio d/ad b/denominatur, vtpote dupla. At quoniā a/ad d/ratio minoris eſt inæqualitatis, nēpe ſubſeſquiquinta: diuidam ipſa duo per vnum & quintum, in hunc modum. vnum & quintum, efficiunt quinta ſex: & duo, vertuntur in decem

Aliud ſuperpartiētis exēplum, vbi vna rationū minoris eſt inęqualitatis.



Sũmaria exẽpli recollectio

quinta. Diuido ergo decem per ſex: proueniunt vnum & duo tertia, à quibus ratio a/ad b/ denominanda eſt, quæ ſuperbipartiens tertias adpellatur. Idem quoque per ſuperius expreſſam partium cum rationibus datis, & rationũ cum partibus reſpondentiam, deducere vel facilè licebit: qualium enim partium c/ fuerit quatuor, & d/ ſex, talium b/ erit trium, & a/ quinque ſimilium. Hinc rurſum cõſurgit a/ad b/ ratio, vt quinque ad tria.

Notandum.

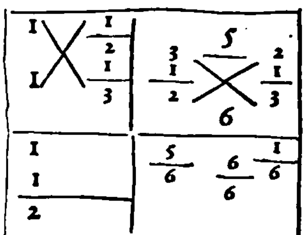
¶Porrò ſi forſitan in hac partium quotarum, ſeu fractionum vulgarium multiplicatione minus fueris exercitatus: cõſulito librũ ſecundũ noſtræ Arithmeticæ practicæ.

De fractionũ aſtronomicarũ cõmoditate in rationũ cõpoſitionibꝰ

Nec volumus te latere, huiuſcemodi quantitatum (à quibus datæ rationes nominantur) tum expreſſionem, tum etiã multiplicationem, per aſtronomicas, hoc eſt ſexagenarias integrorum fractiones (quæ ſcrupula, ſeu minuta vocant) indifferenter abſolui poſſe: de quibus libro tertio eiuſdem Arithmeticę noſtræ abundè tractauimus. Eſt enim ſexagenarius numerus, propter partiũ quotarum in eo contentarum multitudinem, omnibus rerum ſuppu tationibus indifferenter adcõmodus.

Primi exẽpli ſupputatio, p fractiones vulgares.

¶Conferamus in exemplum vtrunq; calculum: & primam rationis compoſitionem, vbi rationem a/ad b/ duplam, ex ſeſqualtera & ſeſquitertia cõſtare monſtrauimus, rurſum examinemus. Multiplico itaque vnum & dimidium, per vnum & tertiũ, in hunc qui ſequitur modum. Duco primùm integra in ſeſe: fit vnum integrũ. Deinde numeratorem fractionis multiplicandæ, in integrum multiplicantis: atque numeratorem multiplicãtis, per integrũ multiplicandæ: procreabuntur enim fractiones prioribus haud diſſimiles, vtpote dimidiũ, & vnum tertium, quę reducta ad vnam fractionem ſimplicem, efficiunt quinque ſexta. Tandem multiplico fractiones ipſas adinuicem, numeratores quidem per ſeſe, atque denominatores: fiet vnum tantummodò ſextum. Compono vnũ ſextum & quinque ſexta: conſurgunt ſexta ſex, quæ vnum valẽt integrum priori integro adijciendum. Reſultabunt itaq; duo integra, à quibus propoſita ratio dupla denominatur.



Eiuſdẽ exempli ſupputatio, p fractiones aſtronomicas.

¶Verùm idẽ per aſtronomica inquiramus ſcrupula ſiue minuta. Denominator itaque ſeſqualteræ rationis, erit vnum integrum, & triginta integri minuta: ipſius verò ſeſquitertiæ rationis denominator, vnum itidem integrum & minuta viginti. Sunt enim triginta, dimidium: viginti autem, tertiũ ſexagenarij numeri. Duco igitur triginta minuta, in minuta viginti: fiunt ſecũda ſexcẽta, quæ diuiſa per ſexaginta, reſtituunt decẽ minuta. hæc ſubſcribo ſuo loco. Deinde multiplico vnũ integrũ per ipſa viginti minuta: redeunt minuta viginti. hæc noto ſub prioribꝰ decem minutis. Poſtea duco triginta minuta in vnum integrũ: reſtituuntur minuta triginta (nam fractio per integra multiplicata, ſimilem videtur producere fractionẽ) Quibus ſubnotatis, multiplico integra adinuicẽ, & vnũ tantummodò reſtituitur integrum. Compono tãdem decem, viginti & triginta minuta, cõnſurgũt ſexaginta, quæ vnum valent integrum priori demum adiungendum. Proueniunt igitur ex hac quãtitatum multiplicatione duo integra, à quibus dupla ratio (quæ erat a/ad b) venit denominanda. In cæteris reſpondenter facito, ſiue vulgaribus, ſiue aſtronomicis iuuet vti fractionibus.

Integra.	Minuta.	Secũda.
1	30.	00
1	20.	00
	10	~~6~~00
	20	10
1	30	~~6~~~~6~~0
2		6

Alius modus cõponẽdi rationes adinuicem.

¶EST ET ALIVS RATIONALIVM QVANTITATVM multiplicandi modus, ipſis potiſſimum numeris, ad numerúmve relatis quantitatibus peculiaris: ſiue numeri ipſi in maioris aut minoris inæqualitatis ratione proponantur. Nam ex eorundem numerorum ſub datis rationibus conſtitutorum multiplicatione, numeri procreantur, ſub compoſita, vel inde conſtante ratione ſe habentes. Multiplicandi ſunt itaq; primũ antecedentes numeri adinuicem, & antecedens ipſius compoſitæ rationis efficietur. Deinde conſequentes itidem inter ſeſe ducendi, vt conſequens eiuſdem rationis generetur.

Primũ exemplũ de cõpoſitione multiplicis.

¶Repetatur in maiorem ſingulorum euidentiam, antecedentis primæ compoſitionis exemplum: ſintq; rurſum numeri, tria ad duo in ratione ſeſqualtera, & quatuor ad tria in ſeſquitertia ratione conſtituti. Duc igitur anntecedentes numeros inter ſeſe, vtpote quatuor in tria: fient duodecim, quæ pro generatæ rationis antecedente ſubnotabis. Poſtea conſequentes, hoc eſt tria & duo, inuicem mulplicato:

Ratio	ſeſqualtera.	3——2
	ſeſquitertia.	4——3
Dupla ex eiſdẽ cõpoſita.		12——6

fient ſex,eiuſdē producte rationis conſequentē exprimētia numerū.Atqui duodecim ad ſex, duplam conſtat obtinere rationem, ex ſeſqualtera & ſeſquitertia reſultantē. ¶Sint rurſum binæ rationes,altera quidem ſubſeſquitertia, vt trium ad quatuor: altera verò dupla,veluti quatuor ad duo.Si compoſitā ex his volueris obtinere rationem,ducito tria in quatuor,vnum videlicet antecedentium in reliquum: fient duodecim. Poſtmodùm ipſa conſequentia inuicē multiplicato,vtpote quatuor in duo:fient octo.Porrò duodecim ad octo, ſeſqualterā rationem obſeruant,qualem exemplo quarto(denominatorem duplæ, per ipſius ſubſeſquitertiæ denominatorem diuidendo) reperimus. ¶Haud diſſimiliter ex ſeſquiquarta & ſeſquitertia,veluti quinque ad quatuor,& quatuor ad tria, ſuperbipartiens tertias producetur : quemadmodùm obiecta mōſtrat formula.Ex antecedentium nanque multiplicatione,fient viginti:ex multiplicatione verò conſequentium,duodecim.continent autē viginti ſemel duodecim,& duo inſuper eorundem tertia.¶Et proinde non minus facilè colligemus,ex quintupla & ſubdupla ratione, conflari duplam ſeſqualterā: necnon ex dupla & ſeſquitertia, duplam ſuperbipartientem tertias reſultare.Sed hæc de rationum compoſitione,ſiue rationalium quantitatum multiplicatione,ſint ſatis.

Secūdū exēplū,de cōpoſitione ſuperparticularis.

Subſeſquitertia.	3——4
Dupla.	4——2
Seſqualtera ratio.	12——8

Tertiū exemplū de cōpoſitione ſuperpartientis.

Ratio	ſeſquiquarta.	5——4
	ſeſquitertia.	4——3
Superbipartiens tertias.		20—12

Ratio	Quintupla.	5——1	Ratio	Dupla.	2——1
	Subdupla.	2——4		Seſquitertia.	4——3
Dupla ſeſqualtera.		10——4	Dupla ſupbiptiēs tertias		8——3

Corollarium.

¶HINC FIT MANIFESTVM QVOD SI A QVALIBET RAtione compoſita,vnaquæque componentium ſubtrahatur : proſiliet ipſarum componentium reliqua.Subtrahitur quidem ratio,non omnis indifferenter à qualibet:ſed minor tantùm à maiori.Hæc autem rationum diſgregatio per diuiſionem,ſicuti compoſitio per multiplicationem abſoluitur:idque rurſum dupliciter.¶In primis enim ſi compoſitæ rationis denominatorem,per denominatorem alterius componētium diuiſeris:habebis reliquæ rationis denominatorem,ſiue numeros in relicta ratione cōſtitutos.Oportet autē (vbi alterius vel vtriuſque rationis denominator,integro & fracto exprimetur numero)ipſa integra ad ſimile genus denominationis cum propria,vel occurrente fractione reducere:poſtea numeratorē diuidendæ rationis,per communē multiplicare denominatorem,fiet enim relictæ rationis,numerator . Deinde numeratorem diuidentis , in eundem communem denominatorem ducere, nam eiuſdem relictæ rationis prodibit denominator . Quemadmodùm ex ſecundo libro noſtræ deprehendere potes Arithmeticæ. ¶Reſumatur in exemplū ratio dupla,ex ſeſquitertia & ſeſqualtera reſultans: ſitque propoſitam alteram componentium, vtpote ſeſquitertiam,ab ipſa dupla ratione ſubducere.Denominator itaque ſeſquitertię,eſt vnum & tertium, quę quatuor efficiūt tertia:duo autē,à quibus dupla denominatur ratio,conficiunt tertia ſex.Diuide itaque ſex tertia,per quatuor tertia,in hunc modū. Duc ſex in tria,fient decem & octo:& rurſum quatuor per tria multiplicato, fient duodecim.Et quoniam decem & octo continent ſemel duodecim, & alteram eorundem partem:relicta itaque ratio,ſeſqualtera eſt.¶Detur rurſum ſeſqualtera ratio,à qua velis auferre ſeſquiquintam.Ex vno itaque & dimidio,à quibus ſeſqualtera denominatur,fiunt tria ſecūda: ex vno autem & quinto,ipſius ſeſquiquintæ denominatore, fiunt quinta ſex. diuidenda ſunt igitur tria ſecunda, per ſex quinta.Duc itaque tria in quinque,fient quindecim:poſtea ſex in duo multiplicato,prouenient duodecim.Et quoniam quindecim ad duodecim rationem habent ſeſquiquartā : idcirco relicta ratio ſeſquiquarta dicetur.Nam ex ſeſquiquarta & ſeſquiquinta ratione, ſeſqualtera(veluti ſuprà deduximus)generatur.

De ſubtractione rationū adinuicē.

Prim⁹ modus

Primū exemplum.

$$\frac{6}{3} \times \frac{4}{3} \qquad \frac{18}{12}$$

Secundum exemplum.

$$\frac{3}{2} \times \frac{6}{5} \qquad \frac{15}{12}$$

¶POTERIS ET IDEM PER NVMEROS IN DATIS RATIOnibus conſtitutos reſpondenter abſoluere.Detur enim rurſum numeri, ſub antecedentibus rationibus cōſtituti,vtpote duo ad vnum in dupla,& quatuor ad tria in ſeſquitertia ratione ſe habentes:ſitque veluti prius,ſeſquitertia ab ipſa dupla ratione ſubducēda. Scribatur

Alius ſubtrahendi modus rationes adinuicem.

in primis ſeſquitertia, ſub eadẽ ratione dupla. Poſtea multiplicato duo in tria, hoc eſt, antecedẽs diuidendæ rationis, in conſequẽs diuidẽtis: fiẽt ſex. Rurſum ducito vnũ in quatuor, vtpote conſequẽs ipſius diuidendæ rationis, in diuidentis antecedens: fient quatuor. A ratione igitur quam habent ſex ad quatuor, relicta ratio denominanda eſt: quæ rurſum offenditur ſeſqualtera.

2	1	Dupla, diuidenda.
4	3	Seſquitertia.
6	4	Seſqualtera, relicta.

Aliud exẽplũ

¶Subducamus rurſum ad maiorem ſingulorum reſpondentiam, à ſeſqualtera ratione, præfatam rationem ſeſquiquintam. Propone itaque tibi numeros ſub datis rationibus conſtitutos: vtpote, tria ad duo in ſeſqualtera, & ſex ad quinque in ſeſquiquinta. Et poſita ſeſquiquinta ſub ſeſqualtera, ducito tria in quinque: fient quindecim. poſtea multiplicato duo per ſex, prouenient duodecim. Habent autem quindecim ad duodecim, rationem ſeſquiquartam, qualem ſuperius offendimus. Haud aliter, de cæteris quibuſcunque inuicem ſubducendis facito rationibus. & ſi minus in hoc genere calculi fueris exercitatus, ad caput ſecundum libri quarti ipſius Arithmeticę noſtræ cõfugito.

3	2	ſeſqualtera ratio.
6	5	ſeſquiquinta.
15	12	ſeſquiquarta.

Θεώρημα α, Πρόθεσις α.

ΤΑ τρίγωνα καὶ τὰ παραλληλόγραμμα, τὰ ὑπὸ τὸ αὐτὸ ὕψος ὄντα, πρὸς ἄλληλα ἐστὶν ὡς αἱ βάσεις.

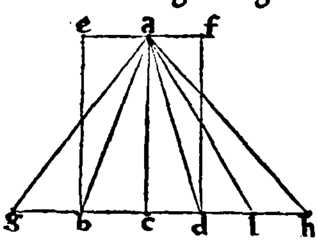
Theorema 1, Propoſitio 1.

TRiangula & parallelogramma, quæ ſub eadem ſunt altitudine: ad ſe inuicem ſunt, vt baſes. 1

ORONTIVS. ¶Sint bina triangula a/b/c/ & a/c/d, totidémque parallelogramma e/c/ quidem atque c/f, ſub eadem altitudine, ſeu perpendiculari ex a/ vertice in b/d/ baſin incidente conſtituta. Aio triangulum a/b/c/ ad triangulum a/c/d/ ſe habere, veluti baſis b/c/ ad baſin c/d. Cùm enim e/c/ & c/f/ parallelogramma, in eadem ſint altitudine: in directum eſt igitur e/a/ ipſi a/f, atque b/c/ ipſi c/d, & proinde e/f/ ipſi b/d/ parallela. Producatur igitur recta b/d/ ex vtraque parte in cõtinuum rectúmque, ad g/ & h/ puncta: per ſecundum poſtulatum. Secetur deinde b/g/ æqualis ipſi b/c, necnon d/l/ & l/h/ ipſi c/d/ æquales: per tertiam primi. & per primũ poſtulatũ, connectantur a/g, a/l, & a/h/ lineæ rectæ. Cùm itaque g/b, ipſi b/c/ ſit æqualis: erunt triangula a/g/b/ & a/b/c/ in baſibus æqualibus, & in eiſdem parallelis e/f/ & g/h/ conſtituta, & propterea inuicem æqualia: per trigeſimamoctauã primi. & proinde a/c/d, a/d/l/ & a/l/h/ triangula, æqualia quoque erunt adinuicem. Quotuplex igitur eſt g/c/ baſis, ipſius b/c: totuplex eſt triãgulũ a/g/c, ipſius a/b/c/ triãguli. quotuplex rurſum eſt c/h/ baſis ipſius c/d: totuplex eſt & a/c/h/ triangulum, ipſius trianguli a/c/d.

Figuræ cõſtitutio.

Prima deductio theorematis, de triangulis.

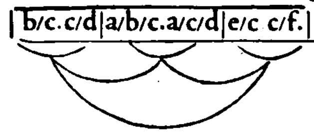


Si baſis itaque g/c, maior eſt baſi c/h: erit a/g/c/ triangulum, triangulo a/c/h/ proportionaliter maius. Et ſi g/c/ & c/h/ baſes, fuerint inuicem æquales: erunt a/g/c/ & a/c/h/ triangula, æqualia quoque adinuicem. Quòd ſi baſis g/c, minor extiterit baſi c/h: erit & a/ g/ c/ triangulum, ipſo a/c/h/ triangulo æquè itidem minus. Quatuor itaque magnitudinum, duarũ inquàm baſium b/c/ & c/d, totidémque triangulorũ a/b/c/ & a/c/d, ſumpta ſunt æquè multiplicia primæ & tertiæ: necnon ſecundæ & quartæ, alia vtcunque æquè multiplicia. Et ſicut multiplex primæ magnitudinis, ad multiplex ſecundæ, hoc eſt, g/c/ baſis, ad baſin c/h: ſic multiplex tertiæ, ad multiplex quartæ, vtpote a/g/c/ triangulum, ad triangulum a/c/h, ſe habere præoſtenſum eſt. Sicut

g/c.	c/h.	a/g/c.	a/c/h.
b/c.	c/d.	a/b/c.	a/c/d.

igitur prima, ad secundam prædictarum magnitudinum, sic tertia ad quartam: per sextã ipsius quinti diffinitionẽ. Vt basis ergo b/c, ad basin c/d: sic triangulum a/b/c, ad triangulũ a/c/d. Quod prius veniebat ostendendum. ¶ Insuper quoniam a/b/c/ triangulum, & parallelogrammũ e/c, in eadem sunt basi, & in eisdẽm parallelis constituta: duplum est e/c/parallelogrammum ipsius a/b/c/triãguli, per quadragesimã primam primi: & propterea c/f/parallelogrammum, ipsius trianguli a/c/d/ itidem duplum. Sunt igitur e/c/ & c/f/parallelogramma, ipsorum a/b/c/ & a/c/d/triangulorum æquè multiplicia. Partes autem æquè multiplicium, eandem rationem habent sumptæ adinuicem: per decimamquintam quinti. Vt igitur a/b/c/triangulũ, ad triãgulum a/c/d: sic parallelogrammum e/c, ad c/f/parallelogrammum. Ostensum est

Secunda theorematis resolutio, de parallelogrammis.



autem a/b/c/triangulum, ad triãgulum a/c/d/ se habere, veluti b/c/basis, ad basin c/d. Binæ itaque rationes, vtpote b/c/basis, ad basin c/d, atque parallelogrammi e/c/ad c/f/parallelogrammum, eædem sunt cum ratione ipsius a/b/c/trianguli, ad triãgulum a/c/d. Quæ autem eidem sunt eædem rationes, & adinuicem sunt eædem: per vndecimã eiusdem quinti. Est igitur vt basis b/c, ad basin c/d: sic parallelogrammum e/c, ad c/f/parallelogrammum. Poterit & ipsorum parallelogrammorum ratio, quemadmodùm & triangulorũ, seorsum demonstrari: descriptis super g/b, d/ l, & l/h/ basibus, & in eadem altitudine parallelogrammis.

Notandum.

Triangula itaque & parallelogramma, quæ sub eadem sunt altitudine: ad se inuicem sunt, vt bases. Quod erat ostendendum.

Θεώρημα β, Πρόθεσις β.

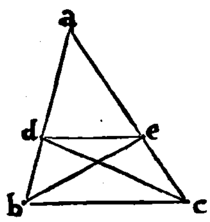
Ἐὰν τριγώνου παρὰ μίαν τῶν πλευρῶν ἀχθῇ τις εὐθεῖα παράλληλος, ἀνάλογον τεμεῖ τὰς τοῦ τριγώνου πλευράς: καὶ ἐὰν αἱ τοῦ τριγώνου πλευραὶ ἀνάλογον τμηθῶσιν, ἡ ἐπὶ τὰς τομὰς ἐπιζευγνυμένη εὐθεῖα, παρὰ τὴν λοιπὴν ἔσται τοῦ τριγώνου πλευρὰν παράλληλος.

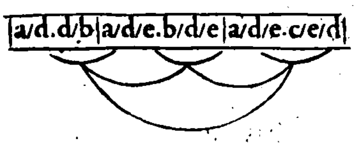
Theorema 2, Propositio 2.

2 SI trianguli ad vnum laterum acta fuerit aliqua recta linea parallela: proportionaliter secat ipsius triãguli latera. Et si trianguli latera proportionaliter secta fuerint: ad segmenta cõnexa recta linea, parallela ad reliquum erit ipsius trianguli latus.

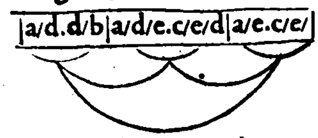
ORONTIVS. ¶ In triãgulo enim a/b/c, agatur recta d/e, ipsi b/c/lateri parallela. Dico quòd ipsa d/e, secat a/b/ & a/c/latera proportionaliter: sicut quidem a/d/ ad d/b, sic a/e/ad e/c. Connectantur enim b/e/ & c/d/lineæ rectæ: per primũ postulatum. Erunt itaque b/d/e/ & c/e/d/triangula, in eadem basi d/e, ac in eisdẽ parallelis b/c/ & d/e: & proinde inuicem æqualia, per trigesimamseptimã primi. Est autẽ & a/d/e, aliud quoddam triangulum. Idem porrò triangulum, ad æqualia triangula eandem habet rationem: per septimam quinti. Ergo sicut a/d/e/ triangulum, ad triangulum b/d/e: sic idem triangulum a/d/e, ad c/e/d/ triangulum. Est autem a/ d/ e/ triangulum, ad triangulum b/ d/ e, veluti basis a/ d/ ad basin d/ b: per primam huius sexti. sunt enim sub eodem vertice e, & proinde sub eadem altitudine. Et sicut igitur basis a/d, ad basin d/ b: sic a/d/e/triangulum, ad triangulum c/ e/ d, per vndecimam quinti. Sicut rursum a/d/e/triangulum, ad triangulum c/e/d: sic basis a/e, ad basin e/c, per eandem primã huius sexti. sunt enim a/d/e/ & c/e/d/

Prima theorematis pars.

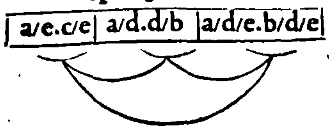


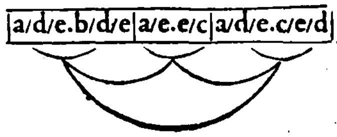


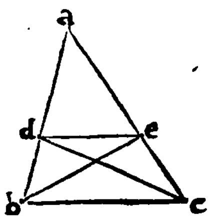
triangula, sub eodem vertice d: & sub eadem consequẽter altitudine. Et sicut igitur a/d/basis, ad basin d/b: sic basis a/e, ad basin e/c, per eandem vndecimam quinti. Secat ergo d/e/ parallela, ipsa a/b/ & a/c/ latera, in punctis d/ & e/ proportionaliter.



Partis secũdę demõstratio. ¶ Sed iam esto vt a/d/ad d/b, sic a/e/ad e/c: & cõnectatur recta d/e, per primum postulatum. Aio versa vice, d/e/ ipsi b/c/ fore parallelam. Cõnexis enim (veluti prius) b/e/ atq; c/d/ rectis, per idem primum postulatum: erit rursum, per primam huius sexti, triangulũ a/d/e/ ad triangulum b/d/e, veluti basis a/d/ad basin d/b. At sicut a/d/ad d/b, sic per hypothesin a/e/ad e/c. Et sicut igitur per vndecimam quinti, a/e/ad e/c: sic a/d/e/ triangulũ, ad triangulũ b/d/e. Sicut rursum per eandem primã sexti, a/e/ basis, ad basin e/c: sic idem triãgulũ a/d/e, ad triangulum c/e/d. Et proinde sicut a/d/e/ triangulũ, ad triangulum b/d/e: sic idem triangulum a/d/e, ad triangulũ c/e/d, per vndecimã ipsius quinti. Idem ergo triangulum a/d/e, ad ipsa b/d/e/ & c/e/d/ triangula, eandem habet rationem. Ad quæ autem triangula, idem triangulum eandem habet rationem: & ipsa sunt inuicem æqualia, per nonam eiusdem quinti. Aequũ est igitur b/d/e/ triangulum, ipsi c/e/d/ triãgulo. Quæ cùm in eadem sint basi d/e, & ad easdem partes: & in eisdem quoque sunt parallelis, per trigesimamnonã primi. Parallela est itaq; d/e, ipsi b/c. Si trianguli ergo ad vnum latus: &c. vt in theoremate. Quod demonstrare oportebat.







Θεώρημα γ, Πρόθεσις γ.

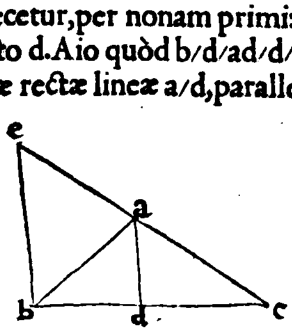
Ἐὰν τριγώνου γωνία δίχα τμηθῇ, ἡ δὲ τέμνουσα τὴν γωνίαν εὐθεῖα τέμνῃ καὶ τὴν βάσιν: τὰ τῆς βάσεως τὸν αὐτὸν ἕξει λόγον ταῖς λοιπαῖς τοῦ τριγώνου πλευραῖς. καὶ ἐὰν τὰ τῆς βάσεως τμήματα, τὸν αὐτὸν ἔχῃ λόγον ταῖς λοιπαῖς τοῦ τριγώνου πλευραῖς: ἀπὸ τῆς κορυφῆς ἐπὶ τὴν τομὴν ἐπιζευγνυμένη εὐθεῖα, δίχα τέμνει τὴν τοῦ τριγώνου γωνίαν.

Theorema 3, Propositio 3.

SI trianguli angulus bifariam secetur, dispescens autem angulum recta linea secuerit & basin: basis segmenta eandem habebunt rationem, reliquis ipsius triãguli lateribus. Et si basis segmenta eandem habuerint rationem, reliquis ipsius trianguli lateribus: à vertice ad basin coniuncta recta linea, bifariam dispescit trianguli angulum. 3

ORONTIVS. ¶ Sit datum a/b/c/ triangulum, cuius angulus b/a/c/ bifariam secetur, per nonam primi: recta quidem a/d, basin ipsam b/c/ itidem secante in puncto d. Aio quòd b/d/ad/d/c/ se habet, vt b/a/ad a/c. Per datum enim punctum b, datæ rectæ lineæ a/d, parallela ducatur b/e, per trigesimamprimam primi: producatúrque c/a/ recta, per secundum postulatũ, donec conuenerit in punctũ e/ cum ipsa b/e, feceritq; triãgulũ b/e/c.

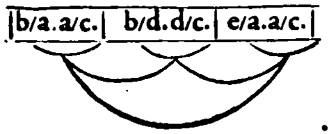
Figuræ cõpositio.



Conueniet autem c/a/ cum b/e, per quintum postulatũ: propterea ꝙ anguli e/b/c/ & b/c/e, duobus rectis sunt minores. nã angulus e/b/c, exteriori & opposito a/d/c, per vigesimamnonam primi est æqualis: & duo anguli a/d/c/ & d/c/a/ trianguli a/d/c, binis rectis minores existũt, per ipsius primi decimamseptimã. His ita constructis, quoniam in parallelas a/d/& b/e, rectæ incidunt a/b/& e/c: æqualis est angulus a/b/e/ alterno b/a/d, necnon interior a/e/b/exteriori & ex opposito d/a/c, per vigesimamnonã primi. Atqui b/a/d/ & d/a/c/anguli, sunt inuicẽ per hypothesin æquales: duo itaq; anguli a/b/e/& a/e/b, æquales proinde sunt adinuicem. hinc latus a/b, lateri a/e, per sextam primi, æquale. Trianguli demũ b/e/c, ad latus b/e/acta est parallelus a/d, per constructionẽ: secat igitur a/d/proportionaliter ipsius trianguli latera, per secundam huius sexti, sicut quidem b/d/ad d/c, sic e/a/ad a/c. Ipsi porrò e/a, ostẽsa est æqualis b/a. æquales autẽ ad eandem, eandem habẽt rationem: per septimã quinti. Et sicut igitur b/d, ad d/c: sic b/a, ad a/c. ¶ Sit autem vt b/d/ad d/c, sic b/a/ad a/c: & connectatur a/d/recta, per primum postulatum. Dico versa vice, quòd a/d/ recta bifariam discindit angulum b/a/c. Constructa enim vt prius figura, quoniam ex hypothesi receptum est, sicut b/d/ad d/c, sic b/a/ad a/c. sed per secundã huius sexti, sicut b/d/ad d/c, sic e/a/ad a/c: in triangulo enim b/e/d, ad latus b/e/acta est parallelus a/d. Binæ itaq; rationes, b/a/inquàm ad a/c, & e/a/ ad a/c, eidem rationi b/d/ad d/c/ sunt eædem: & propterea eædem adinuicem, per vndecimam quinti. Et sicut igitur b/a/ad a/c, sic e/a/ad eandem a/c. Quæ autem ad eandem, eandem habent rationem: æquales sunt adinuicem, per nonam ipsius quinti. Aequalis est itaque b/a, ipsi e/a: & proinde qui ad basin b/e/sunt anguli, adinuicem æquales, per quintam primi, hoc est, a/b/e/ipsi a/e/b. Et quoniam parallela est a/d/ipsi b/e, & in eas incidunt a/b/& e/c/lineæ rectæ: æqualis est angulus b/a/d/alterno a/b/e, necnon & exterior angulus d/a/c/interiori & opposito a/e/b, per vigesimamnonã ipsius primi. Ostensum est autẽ, angulos a/b/e/& a/e/b/fore inuicem æquales. quæ verò æqualibus æqualia sunt, ea quoq; inuicem sunt æqualia: per primæ communis sententiæ interpretationem. Aequalis est igitur angulus b/a/d, angulo d/a/c. Et proinde angulus b/a/c, sub a/d/recta bifariam discinditur. Si trianguli itaque angulus bifariam secetur: & quæ sequuntur reliqua. Quod demonstrandum susceperamus.

Primæ partis ostensio.

Pars secunda theorematis, conuersa primæ.



Θεώρημα δ, Πρόθεσις δ.

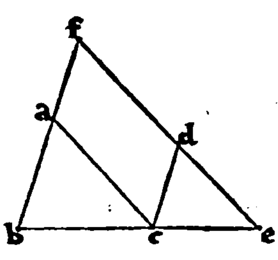
Τῶν ἰσογωνίων τριγώνων, ἀνάλογόν ἐστιν αἱ πλευραὶ αἱ περὶ τὰς ἴσας γωνίας: καὶ ὁμόλογοι αἱ ὑπὸ τὰς ἴσας γωνίας ὑποτείνουσαι πλευραί:

Theorema 4, Propositio 4.

4 AEquiangulorum triangulorum, proportionalia sunt latera quæ circũ æquales angulos: & similis sunt rationis, quæ æqualibus angulis latera subtenduntur.

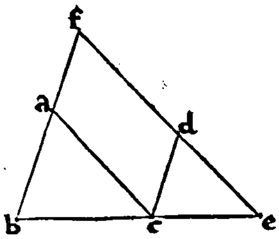
ORONTIVS. ¶ Sint bina triangula inuicem æquiangula, a/b/c/& d/c/e: sitq; angulus a/b/c/æqualis angulo d/c/e, & b/a/c/angulus ipsi c/d/e, atq; a/c/b/ipsi angulo d/e/c. Aio latera ipsorum triangulorum a/b/c/& d/c/e/quæ circum æquales angulos, fore proportionalia: & quæ angulis subtenduntur æqualibus, eiusdem esse rationis. Constituatur enim b/c/latus, in directum ipsius c/e: id autem efficietur, cùm anguli b/c/d/& d/c/e/ binis rectis fuerint æquales, per decimamquartã primi. Producantur insuper b/a/& e/d/latera in rectũ & continuũ ad partes a/& d, per secundum postulatũ: donec tandem in vnum congrediantur punctũ. Id enim per quintum postulatũ euenire necessum est, propterea quòd anguli a/b/c/& a/c/b, duobus rectis per decimãseptimã primi

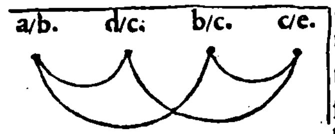
Constructio figuræ.

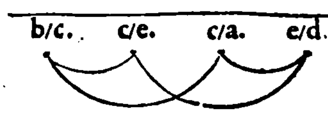


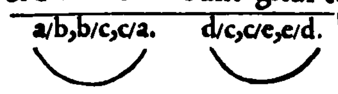
ſunt minores: & angulus d/e/c/angulo a/c/b/ per hypotheſin eſt æqualis. Ex quo fit, vt anguli a/b/e/ & d/e/b, eiſdem angulis a/b/c/ & a/c/ b/ ſint æquales: & proinde binis rectis itidem minores. Et quoniam ex hypotheſi angulus d/ c/ e, interiori & oppoſito ad eaſdem partes a/b/c/ eſt æqualis angulo, necnon & a/c/b/ipſi d/e/c/ itidem interiori & oppoſito æqualis: parallela eſt igitur c/d/ipſi b/f,& a/c/ipſi f/e,per vigeſimamoctauam primi. Parallelogrammum eſt itaq; a/c/d/f: & proinde a/c/latus oppoſito f/d/ æquale, ſimiliter & a/f/ipſi c/d,per trigeſimâquartã eiuſdẽ primi. His ita conſtructis,quoniã trianguli b/f/e, ad latus f/e,acta eſt parallela a/c: ſecat igitur a/c,ipſius trianguli latera proportionaliter,per ſecundã huius ſexti,ſicut quidem b/a/ad a/f, ſic b/c/ad c/e.& æqualis oſtenſa eſt a/f,ipſi c/d.æquales autem ad eandem, eandem habent rationẽ:& eadem ad æquales, per ſeptimã quinti. Et ſicut igitur a/b, ad d/c:ſic b/c, ad c/e. Et permutatim inſuper,ſicut a/b,ad b/c:ſic d/c,ad c/e,per decimamſextam eiuſdem quinti. Item quoniam ipſius trianguli b/ f/ e, ad latus b/f, acta eſt parallela c/d :ſecat rurſum eadem c/d,eiuſdem trianguli latera proportionaliter,per eandem ſecundam huius ſexti,ſicut quidẽ b/c,ad c/e:ſic f/d,ad d/e. Ipſi porrò f/ d, oſtẽſa eſt æqualis a/c. Et ſicut igitur b/c,ad c/e:ſic c/a/ ad e/d,per eandẽ ſeptimã quinti. atq; rurſum permutatim,per ipſius quinti decimamſextã,ſicut b/c/ ad c/a:ſic c/e/ad e/d. Iam itaq; oſtẽſum eſt,ſicut a/b/ad b/c/ſic d/c/ad c/e:ſicũtq; b/c/ad c/a,ſic & c/e/ad e/d. Sunt igitur tres magnitudines a/b,b/c,& c/a:& aliæ eiſdẽ æquales numero d/c,c/e,& e/d, cũ duab9 ſumptis in eadẽ ratione.& ex æqua igitur ratione,erit ſicut b/a, ad a/c: ſic etiã c/d, ad d/e. Aequiãgulorũ itaq; triangulorũ a/b/c/& d/c/e, proportionalia ſunt latera quæ circũ æquales angulos:& ſimilis ſunt rationis quæ æqualibus angulis latera ſubtenduntur. Quod demonſtrandum fuerat.

Demõſtratio theorematis.









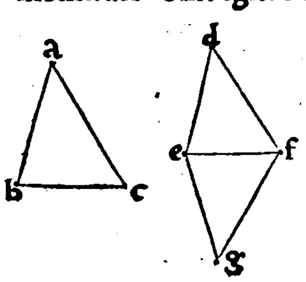
Θεώρημα ε, Πρόθεσις ε.

Ἐὰν δύο τρίγωνα τὰς πλευρὰς ἀνάλογον ἔχῃ, ἰσογώνια ἔσται τὰ τρίγωνα, καὶ ἴσας ἕξει τὰς γωνίας ὑφ' ἃς αἱ ὁμόλογοι πλευραὶ ὑποτείνουσιν.

Theorema 5, Propoſitio 5.

SI duo triangula, latera proportionalia habuerint: æquiangula erunt triangula, & æquales habebunt angulos ſub quibus eiuſdem rationis latera ſubtenduntur. 5

ORONTIVS. ¶Hæc eſt conuerſa præcedentis: quæ non potuit eadem figura, vel deductione (quemadmodùm ſecunda & tertia obſeruauimus propoſitione) demonſtrari. Sint igitur bina triãgula a/b/c/& d/e/f,habentia latera proportionalia:ſicut quidem a/b,ad b/c,ſic d/e/ad e/f,ſicũtq; b/c/ad c/a,ſic e/f/ad f/d. Aio triangula ipſa a/b/c/& d/e/f, fore æquiangula: & æquales angulos comprehendere, ſub quibus eiuſdem rationis latera ſubtenduntur: vtpote, angulum a/b/c,æquum fore angulo d/e/f, & angulum b/c/a/angulo e/f/d, atque angulum b/a/c/angulo e/d/f.

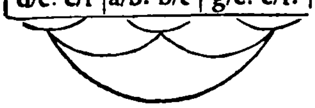


Cõſtructio figuræ.

Ad datam enim rectam lineam e/f,& data illius puncta e/& f,datis angulis rectilineis a/b/c/& a/c/b, æquales anguli constituãtur, per vigesimamtertiam primi: f/e/g/ quidem ipsi a/b/c, & e/f/g/ ipsi a/c/b. Et quoniam anguli a/b/c/ & a/c/b, per decimamseptimam ipsius primi, binis rectis sunt minores: & f/e/g/ itaque ac e/f/g/ anguli binis itidem rectis minores erunt. Conuenient ergo tandem e/g/ & f/g/ rectæ lineæ, per quintum postu latum. Conueniant ad punctum g. triangulum erit igitur e/f/g: & reliquus angulus qui ad g, reliquo qui ad a/ æqualis, per corollariũ trigesimæsecundæ eiusdem primi, vnà cum ipsa tertia communi sententia. Aequiangula sunt itaque a/b/c/ & e/f/g/ triangula, & proinde latera ipsorum proportionalia, quæ circum æquales angulos: & similis sunt rationis, quæ æqualibus angulis latera subtẽduntur, per quartã huius sexti. Est igitur sicut a/b/ad b/c/ sic g/e/ad e/f. sicut porrò a/b/ad b/c, sic est per hypothesin d/e/ ad ipsam e/f. Et sicut igitur d/e/ad e/f, sic g/e/ad eandem e/f, per vndecimam quinti. Quæ autem ad eandem eandẽ habent rationem, æquales sunt adinuicẽ, per nonam quinti: æqualis est igitur d/e, ipsi e/ g. Haud dissimiliter ostendemus d/f, ipsi f/g/ æqualem. eadem enim e/f/ ad vtranque, tum ex hypothesi, tum ex quarta huius sexti, eandem habet rationem: nẽpe quam b/c/ad c/a. Ad quas porrò magnitudines, eadem magnitudo eandẽ habet rationẽ, ipsæ sunt æquales, per eandem nonam quinti. Et quoniã æqualis est d/e/ ipsi e/g, vtrique autem cõmunis e/f: binæ itaq; d/e/ & e/f/ trianguli d/e/f, duabus f/e/ & e/g/ trianguli e/ f/ g/ sunt æquales altera alteri. & basis d/f, basi f/g/ æqualis. Angulus igitur d/e/f, angulo f/e/g/ sub æqualibus rectis comprehenso, per octauam primi, est æqualis. Nec dissimili via demonstrabimus, angulum e/d/f, angulo e/g/f æqualem: atq; e/f/d, ipsi e/f/g. semper enim ipsorum triangulorum bina latera, binis lateribus alterum alteri offendentur æqualia: necnon & basis, basi æqualis. Et cõtentos propterea sub æqualibus lineis rectis angulos, æquales habebunt: per eandẽ octauam primi. His præostensis, quoniam angulus d/e/f, æqualis est angulo f/e/g: eidẽ quoq; angulo f/e/g, æquus est per constructionem angulus a/b/c. Duo itaq; anguli a/b/c/ & d/e/f, eidem angulo f/e/g/ sunt æquales: & proinde æquales adinuicem, per primam communem sententiam. Pari discursu angulus a/c/b, angulo d/f/e: necnon & b/a/c/ angulus, ipsi e/d/f/ angulo cõcludetur æqualis. Aequiãgula sunt itaq; a/b/c, & d/e/f/ triangula. Si bina ergo triangula: &c. vt in theoremate. Quod oportuit ostendisse.

Ostẽsionis deductio.

| d/e. e/f | a/b. b/c | g/e. e/f. |



Resolutio theorematis.

Θεώρημα ϛ, Πρόθεσις ϛ.

Ἐὰν δύο τρίγωνα μίαν γωνίαν μιᾷ γωνίᾳ ἴσην ἔχῃ, περὶ δὲ τὰς ἴσας γωνίας τὰς πλευρὰς ἀνάλογον: ἰσογώνια ἔσται τὰ τρίγωνα, καὶ ἴσας ἕξει τὰς γωνίας, ὑφ' ἃς αἱ ὁμόλογοι πλευραὶ ὑποτείνουσιν.

Theorema 6, Propositio 6.

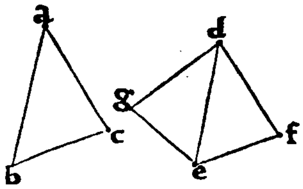
6 SI bina triangula vnum angulum vni angulo æqualem habuerint, & circum æquales angulos latera proportionalia: æquiangula erunt triangula, & æquales habebunt angulos, sub quibus eiusdem rationis latera subtenduntur.

ORONTIVS. ¶ Sint rursum bina triangula a/b/c/ & d/e/f, habẽtia vnum angulum vni angulo æqualem, vtpote eum qui ad b/ei qui ad e: atque circum eosdem æquales angulos latera proportionalia, sicut a/b/ad b/c, sic d/e/ad e/f. Dico ipsa triãgula a/b/c/ & d/e/f, fore æquiangula: & angulum b/a/c/ angulo e/d/f, atq; a/c/b, ipsi d/f/e/ respondenter coæquari. Ad datam enim rectam lineam d/e, datũmq; illius punctum e, vtriq; æqualium qui ad b/ & e/ sunt angulorũ, æqualis angulus constituatur d/e/g, per vigesimamtertiã primi: & per eandem, ad punctũ d, ipsi angulo b/a/c/

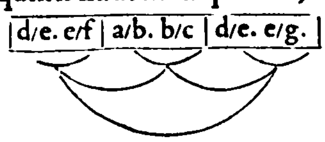
Figuræ compositio.

æqualis rurſum conſtituatur angulus e/d/g. Et quoniam duo anguli a/b/c/& b/a/c/ ſunt minores duobus rectis, per decimamſeptimam ipſius primi: erunt & ipſi anguli d/e/g/& e/d/g/binis itidem rectis minores. Conuenient ergo tandem d/g/& e/g/ rectæ in continuum productæ, per quintum poſtulatum: ſit illarũ concurſus in puncto g. Triangulum erit itaq; d/e/g: & reliquus angulus qui ad g, reliquo qui ad c/ æqualis, per tertiam communem ſententiam, & ipſius trigeſimæſecundæ primi corollarium. Aequiangula ſunt itaque a/b/c/&d/e/g/triãgula: & proinde latera ipſorum proportionalia, ſimiliſq; rationis erunt quæ æqualibus angulis latera ſubtenduntur, per quartam huius ſexti. Et ſicut igitur a/b/ ad b/c, ſic d/e/ad e/g. Sicut porrò a/b/ad b/c, ſic per hypotheſin d/e/ad e/f. Et ſicut igitur d/e/ad e/f, ſic ipſa d/e/ad e/g: quæ enim eidem ſunt eædem rationes, & adinuicem ſunt eædem, per vndecimam quinti. Eadem itaque d/e, ad ipſas e/f/& e/g/eandem habet rationem: æqualis eſt igitur e/f/ipſi e/g, per nonam ipſius quinti. His ita præoſtenſis, quoniam æqualis eſt e/f/ ipſi e/g, vtrique autem cõmunis d/e: binæ itaq; d/e/& e/f/ trianguli d/e/f, duabus d/e/& e/g/ trianguli d/e/g, ſunt æquales altera alteri: & æquos adinuicem continent angulos, per conſtructionem. Baſis ergo d/f, baſi d/g/eſt æqualis, & totum triangulum toti triangulo æquale, reliqui inſuper anguli reliquis angulis æquales ſub quibus æqualia ſubtenduntur latera: per quartam primi. Aequalis eſt igitur angulus e/d/f/ipſi e/d/g, atq; is qui ad f/ei qui ad g, æqualis. Sed eidem angulo e/d/g, æqualis eſt per conſtructionẽ angulus b/a/c: eidem inſuper qui ad g, is qui ad c/itidem æqualis. quæ autem eidem æqualia & adinuicem ſunt æqualia: per primam communem ſentẽtiam. Aequus eſt igitur angulus e/d/f, ipſi b/a/c: necnon &/d/f/e, ipſi angulo a/c/b. Reliquũ porrò angulum d/e/f, reliquo a/b/c, ex hypotheſi recepimus æqualem. Aequiangula itaque ſunt a/b/c/ & d/e/f/ triangula: & æquales habent angulos, ſub quibus eiuſdem rationis latera ſubtenduntur. Ergo ſi bina triangula: & quæ ſequũtur reliqua. Quod demonſtrare fuerat operæpretium.

Deductio theorematis.



Reſolutio demõſtrationis.



Θεώρημα ζ, Πρότασις ζ.

Ἐὰν δύο τρίγωνα μίαν γωνίαν μιᾷ γωνίᾳ ἴσην ἔχῃ, περὶ δὲ τὰς ἄλλας γωνίας, τὰς πλευρὰς ἀνάλογον, τῶν δὲ λοιπῶν ἑκατέραν ἅμα ἤτοι ἐλάσσονα ἢ μὴ ἐλάσσονα ὀρθῆς: ἰσογώνια ἔσται τὰ τρίγωνα, καὶ ἴσας ἕξει τὰς γωνίας, περὶ ἃς ἀνάλογόν εἰσιν αἱ πλευραί.

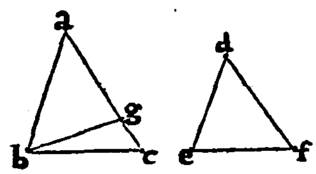
Theorema 7, *Propoſitio.* 7.

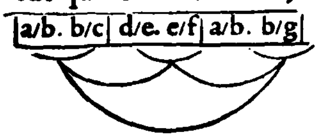
SI bina triãgula vnum angulum vni angulo æqualẽ habuerint, 7
circum autem alios angulos latera proportionalia, reliquorũ verò vtrunq; ſimul aut minorem aut non minorẽ recto: æquiangula erunt triangula, & æquales habebunt angulos, circum quos proportionalia ſunt latera.

Prima theorematis ſiue hypotheſis pars.

ORONTIVS. ¶ Sint bina triangula a/b/c/& d/e/f, vnum angulum vni angulo, vtpote eum qui ad a/ei qui ad d/æqualem habentia: & circum alios angulos, ſcilicet a/b/c/& d/e/f/latera proportionalia, ſicut quidem a/b/ad b/c, ſic d/e/ad e/f: reliquorũ porrò qui ad c/& f/ſunt angulorum, vterque primùm ſit recto minor. Aio a/b/c/& d/e/f/triangula, fore æquiangula: & angulum a/b/c/æquũ eſſe angulo d/e/f, atque reliquum a/c/b/reliquo d/f/e/ itidem æqualem. In primis enim, vel angulus a/b/c/est æqualis angulo d/e/f,vel eidē inæqualis.Si æqualis fuerit a/b/c/ipsi d/e/f: reliquus a/c/b reliquo d/f/e, per corollarium trigesimæsecundæ primi, & tertiam communem sententiam,erit æqualis.& proinde ipsa triangula a/b/c/& d/e/f/ æquiangula. Quòd si angulus a/b/c,non fuerit æqualis ipsi d/e/f:alter eorum,reliquo maior erit.Esto(si possibile fuerit)a/b/c/angulus,ipso d/e/f/angulo maior. & ad datam rectam lineam a/b,& datum in ea punctum b:ipsi angulo d/e/f/æqualis angulus constituatur a/b/g, per vigesimā tertiā primi:producatúrq; b/g/in latus a/c.cùm enim angulus a/b/c, datus sit maior angulo d/e/f, cadet recta b/g/inter a/b/& b/c/ latera. His ita constructis,quoniam æqualis est angulus qui ad a/ei qui ad d,& qui sub a/b/g/ei qui sub d/e/f/ æqualis: reliquus igitur angulus a/g/b, reliquo d/f/e, per corollarium trigesimæsecundæ primi, & tertiam cō munem sentētiam erit æqualis. Et proinde a/b/g/triā gulum,ipsi d/e/f/triangulo æquiangulū.Hinc per quartam huius sexti, proportionalia erunt latera quæ æqualibus subtenduntur angulis: sicut quidem d/e/ad e/f,sic a/b/ad b/g. sicut porrò d/e/ad/e/f, sic receptum est a/b/ ad b/c.Et sicut igitur a/b/ad b/c, sic a/b/ad b/g, per vndecimam quinti. Eadem itaque a/b,ad vtranq; ipsarum b/c/& b/g, eandem habet rationem: æqualis erit igitur a/b/ipsi b/g,per nonā ipsius quinti.hinc per quintā primi,angulus b/c/g/angulo b/g/c/erit equalis.Angulus porrò b/c/g, minor recto suppositus est,& b/g/c/propterea angulus recto minor erit. Recta autem b/g, incidēs super latus a/c, efficit a/g/b/& b/g/c/ angulos binis rectis æquales, per decimātertiam primi.Et quoniam b/g/c,recto minor ostēsus est: operæpretium est,a/g/b/angulum,recto fore maiorem.Huic autem ostensus est æqualis d/f/e:& angulus itaq; d/f/e,recto maior erit.Atqui supponitur recto minor: quæ simul impossibilia sunt. Nō est igitur a/b/c/angulus, maior angulo d/e/f.haud dissimiliter ostēdetur,ꝙ neq; minor. Aequalis igitur est angulus a/b/c,ipsi d/e/f. Hinc reliquus qui ad c, reliquo qui ad f/(vti suprà)concludetur æqualis: & triangula consequenter a/b/c, & d/e/f/ inuicem æquiangula.

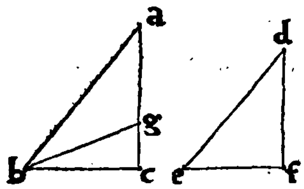
Demōstratio eiusdē primæ partis,ab impossibili.





¶Sed esto simul vterq; eorum qui ad c/& f/sunt angulorum, non minor recto. Aio rursum triangula a/b/c/ & d/e/f, esse nihilominus æquiangula. Constructis nanq;(veluti suprà)figuræ partibus: haud dissimiliter ostēdemus, b/c/atq; b/g/latera fore inuicem æqualia:& angulū propterea b/c/g, angulo b/g/c/ per quintam primi respondenter coæquari. Et quoniam angulus b/c/g/nō minor est recto:nec eodem recto minor erit angulus b/g/c.Trianguli itaq; b/g/c/duo anguli qui ad basin c/g,binis rectis non erunt minores:cōtra decimamseptimā ipsius primi.Non est igitur a/b/c/angulus,maior angulo d/e/f:neq; eodem angulo minor. Aequalis est propterea angulus a/b/c,ipsi d/e/f:& reliquus a/c/b, reliquo d/f/e/consequenter æqualis, veluti suprà deductum est. Aequiangula sunt igitur a/b/c/ & d/e/f/triangula:& æquales habent angulos,circum quos proportionalia sunt latera. Quod ostendendum receperamus.

Pars secunda theorematis, siue hypothesis differētia.



Θεώρημα η, Πρότασις η.

Ἐὰν ἐν ὀρθογωνίῳ τριγώνῳ, ἀπὸ τῆς ὀρθῆς γωνίας ἐπὶ τὴν βάσιν κάθετος ἀχθῇ, τὰ πρὸς τῇ καθέτῳ τρίγωνα ὅμοιά ἐστι τῷ τε ὅλῳ καὶ ἀλλήλοις.

Theorema 8, Propositio 8.

8 SI in triāgulo rectāgulo,ab angulo recto in basin perpēdicularis

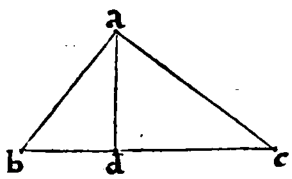
agatur: quæ ad perpendicularem triangula, similia sunt toti, & adinuicem.

ORONTIVS. ¶Esto rectangulum triangulum a/b/c, habens angulũ qui sub b/a/c/rectum:& à dato puncto a,super datam rectam lineam b/c, perpendicularis deducatur a/d,per duodecimam primi. Cadet enim huiuscemodi perpendicularis, intra datum a/b/c/triangulum: ipsumq; in bina diuidet triangula. Si enim incideret extra,producto b/c/latere vsq; ad ipsam perpendicularem, triãgulum efficeretur,cuius exterior angulus minor esset interiore & ex opposito, nempe acutus recto, contra decimamsextam primi. Neq; in alterutrum laterũ aut a/b/ aut a/c/poterit coincidere: duo enim anguli eiusdem trianguli non essent binis rectis minores,contra eiusdem primi decimamseptimam. Cadit igitur intra a/b/c/ triangulũ.

Nota de casu ipsius perpendicularis.

Aio itaq; a/b/d/& a/d/c/triangula, toti a/b/c,atq; inuicem fore similia. ¶In primis ꝙ triangulum a/b/d/simile sit toti a/b/c:in hunc ostenditur modum. Angulus enim a/d/b,æquus est angulo b/a/c,per quartum postulatum,nẽpe rectus recto.& angulus qui ad b,vtriq; triangulo communis. Ergo reliquus a/c/b,reliquo b/a/d,per corollarium trigesimæ secundæ primi, & tertiam communem sententiam est æqualis. Aequiangula sunt itaq; a/b/c/ & a/b/d/ triangula: & proinde quæ circum æquales angulos sunt latera,inuicem proportionalia,per quartam huius sexti.

Quòd triangulum a,b,d: simile sit toti a,b,c.



Sicut igitur b/c/ad c/a,trianguli a/b/c:sic b/a/ad a/d,trianguli a/b/d.sicut præterea c/a/ad a/b,ipsius a/b/c/trianguli:sic a/d/ad d/b,ipsius a/b/d/trianguli.sicut demum c/b/ad b/a,eiusdem trianguli a/b/c:sic a/b/ad b/d,eiusdem trianguli a/b/d. Simile est itaq; triangulum a/b/d,toti a/b/c/triangulo: per primam huius sexti diffinitionem. ¶Haud dissimili via ostendemus,triangulum a/d/c/ ipsi toti a/b/c/ fore simile. Rectus enim angulus a/d/c,recto b/a/c,per quartum æquatur postulatum. & is qui ad c/est angulus,vtrique rursum triãgulo communis. reliquus ergo d/a/c/angulus,reliquo a/b/c (veluti suprà deduximus) est æqualis. Aequiangula itaq; sunt a/b/c/& a/d/c triangula.Hinc per quartam huius sexti,proportionalia erunt latera quæ circum æquales sunt angulos. sicut quidem b/c/ ad c/a, trianguli a/b/c: sic a/c/ ad c/d,trianguli a/d/c.sicut rursum c/a/ad a/b,ipsius a/b/c/trianguli: sic c/d/ad d/a,ipsius a/d/c/triãguli.sicut præterea c/b/ad b/a,eiusdem trianguli a/b/c: sic c/a/ ad a/d,eiusdem trianguli a/d/c. Simile est igitur a/d/c/ triangulum, toti a/b/c: per eandem primam diffinitionem huius sexti. ¶Reliquum est, demonstrare ꝙ ipsa a/b/d/& a/d/c/triangula similia sunt adinuicem. Id autem ex supradictis ostensionibus,haud difficilè colligemus. Angulus enim b/a/d,angulo qui ad c/ præostensus est æqualis:& is qui ad b,ipsi d/a/c.reliqui autem sunt recti, vtpote a/d/b/& a/d/c/ anguli:& proinde æquales adinuicem,per idem quartum postulatum. Aequiangulum est itaq; a/b/d/ triangulum, ipsi triangulo a/d/c. Et sicut igitur a/c/ad/c/d, sic b/a/ad/a/d,sicut præterea c/d/ad d/a,sic a/d/ad d/b. sicut demũ c/a/ad a/d, sic a/b/ ad b/d.Proportionalia nanq; sunt latera, quæ circum æquales angulos:per sæpius allegatam quartam huius sexti. Triangula itaq; a/b/d/& a/d/c, similia sunt adinuicem:per eandem primam huius sexti diffinitionem. Si in rectangulo igitur triangulo,ab angulo recto:&c.vt in theoremate. Quod oportuit demonstrasse.

Quòd eidem triangulo a, b,c: simile sit a,d,c,triãgulum.

Quòd a,b,d, & a,d,c,triangula,sunt adinuicẽ similia

Corollarium.

¶Et quoniam ostẽsum est sicut c/d/ad d/a,sic a/d/ad d/b:sicut insuper c/b/ad b/a, sic a/b/ad b/d,: sicútque b/c/ad c/a,sic a/c/ad c/d. Proinde manifestum est,quòd in triangulo rectangulo deducta ex angulo recto in basin perpendicularis, est media proportionalis inter ipsius basis segmenta:& vnumquodq; præterea laterũ rectum continentium angulum, medium itidem proportionale est inter basin & segmentum, quod cum ipso congreditur latere.

Πρόβλημα α, Πρόθεσις θ.

Τῆς δοθείσης εὐθείας, τὸ προσταχθὲν μέρος ἀφελεῖν.

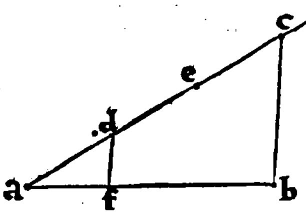
Problema 1, Propositio 9.

9 DAta recta linea, ordinatam partem abscindere.

ORONTIVS. ¶Ordinatam partem hic vocat Euclides, quæ ab ordinato aliquo denominatur numero, & quota pars integræ magnitudinis ab ipsis nuncupatur arithmeticis: vti secunda siue dimidia pars quæ à binario, tertia quæ à ternario, & quarta quæ ab ipso quaternario numero denominatur. Sit igitur data linea recta a/b: à qua sit operæpretium ordinatam aliquam, vtpote tertiam abscindere partem. A dato itaq; puncto a, recta quædam linea producatur a/c, contingentem qui sub b/a/c/ cum eadem efficiens angulum. Ipsius porrò a/c, liberum aliquod punctũ versus a/ suscipiatur : sitq; illud d. Secentur deinde ipsi a/d/ æquales d/e/ & e/c, per tertiam primi:& connectatur recta b/c, per primum postulatum. Tandem per punctũ d, ipsi b/c/ parallela ducatur d/f, per trigesimamprimam eiusdem primi. Triangulum est itaq; a/c/b, & ad latus c/b/ acta est parallela d/f: secat igitur d/f/ ipsius trianguli latera proportionaliter, per secundam huius sexti, sicut quidem c/d/ad d/a, sic b/f/ad f/a. Et à composita igitur ratione, sicut c/a/ ad a/d, sic b/a/ad a/f: per decimãoctauam quinti. Tripla est autem c/a/ ipsius a/d: & b/a/ igitur ipsius a/f/ itidẽ erit tripla, & proinde a/f/ tertia pars ipsius a/b. Data itaque recta linea a/b, ordinatam partem (nempe tertiam) abscidimus. Quod facere oportebat.

Ordinata pars quid.

Exequutio problematis.



Πρόβλημα β, Πρόθεσις ι.

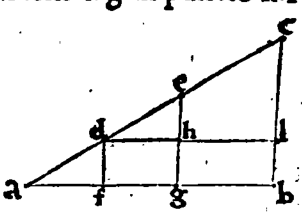
Τὴν δοθεῖσαν εὐθεῖαν ἄτμητον, τῇ δοθείσῃ εὐθείᾳ τετμημένῃ ὁμοίως τεμεῖν.

Problema 2, Propositio 10.

10 DAtam rectam lineam non sectam, datæ rectæ lineæ sectæ similiter secare.

ORONTIVS. ¶Sit rursum a/b/data & insecta linea recta, a/c/verò vtcunq; secta in punctis d/& e. Cõponantur autẽ a/b/& a/c/datæ rectæ lineæ, ad contingentẽ angulum qui sub b/a/c:& connectatur recta b/c, per primum postulatum. Per puncta consequenter d/& e, ipsi b/c, parallelæ ducantur rectæ lineæ d/f/& e/g: itidem & per punctum d, ipsi a/b/parallela ducatur d/h/l, per trigesimamprimam primi, diuidens e/g/in puncto h. Parallelogrãma sunt itaq; d/g/& h/b. æqualis est propterea f/g/ipsi d/h, & g/b/ipsi h/l: per trigesimamquartã ipsius primi. His ita præmissis, quoniam trianguli a/e/g, ad latus e/g/acta est parallela d/f: secat igitur d/f/ipsius trianguli latera proportionaliter, per secundam huius sexti. Et sicut igitur a/d/ ad d/e, sic a/f/ad f/g. Insuper quoniã trianguli d/c/l, ad latus c/l/acta est parallela e/h: fit rursum per eandem quartam huius sexti, sicut d/e/ad e/c, sic d/h/ad h/l. Ipsi verò d/ h/ æqualis ostensa est f/g, atque ipsi h/l/æqualis g/b. Aequales porrò ad easdem, eãdem habent rationem, & eædem ad æquales: per septimã quinti. Sicut itaq; d/e/ad e/c, sic f/g/ad g/b. Præostensum est autem, sicut a/d/ad d/e, sic a/f/ad f/g. Et

Problematis ostensio.



ſicut igitur a/d/ad d/e,ſic a/f/ad f/g:ſicútq; d/e/ad e/c,ſic f/g/ad g/b. Data ergo recta linea inſecta a/b,datæ rectæ lineæ vtcunq; ſectæ a/c,ſimiliter ſecatur. Quod faciendum receperamus.

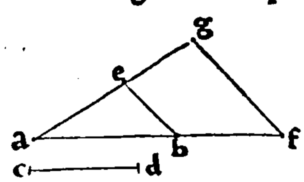
Πρόβλημα γ, Πρότασις ια.
Δύο δοθεισῶν εὐθειῶν, τρίτην ἀνάλογον προσευρεῖν.

Problema 3, Propoſitio 11.

DVabus datis rectis lineis,tertiam proportionalem inuenire. 11

Conſtructio figuræ.

ORONTIVS. ¶Sint datæ binæ rectæ lineæ a/b/& c/d,quibus tertiam oporteat inuenire proportionalem.Ad datum itaque punctum a,datæ rectæ lineæ c/d/ æqualis recta linea ponatur a/e, per ſecũdam primi,contingentem qui ſub e/a/b/ efficiens angulum.Et ipſis a/b/& a/e/in continuum rectúmq; ad f/& g/puncta productis:vtriq; ipſarũ c/d/ & a/e/ æqualis abſcindatur b/f, per tertiam ipſius primi:cõnectatúrq; recta b/e,per primum poſtulatum.Per trigeſimam deinde primã eiuſdẽ primi:per datũ punctũ f, ipſi b/e/ parallela ducatur f/g, conueniens cum a/e/ad punctũ g.Conuenient enim tandem per quintum poſtulatũ:propterea quod anguli e/a/b/ & a/b/e/trianguli a/e/b, ſunt per decimamſeptimam primi binis rectis minores, & ipſi angulo a/b/e/interior,& ad eaſdem partes qui ad f/ per vigeſimamnonam ipſius primi æqualis.



Demõſtratio problematis.

His ita conſtructis, quoniam trianguli a/g/f/ ad latus f/g/ acta eſt parallela b/e:ſecat igitur b/e/ipſius a/g/f/trianguli latera proportionaliter, per quartam huius ſexti,ſicut quidem a/b/ad b/f,ſic a/e/ad e/g.Aequalis porrò eſt c/d/vtriq; ipſarum a/e/& b/f/per conſtructionem : & æquales ad eandem,eandem habent rationem,& eadem ad æquales,per ſeptimam quinti. Et ſicut igitur a/b/ad c/d,ſic eadem c/d/ad e/g.Datis itaq; binis rectis lineis a/b/& c/d,tertia proportionalis inuenta eſt e/g.Quod oportuit feciſſe.

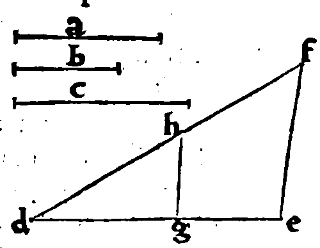
Πρόβλημα δ, Πρότασις ιβ.
Τριῶν δοθεισῶν εὐθειῶν, τετάρτην ἀνάλογον προσευρεῖν.

Problema 4, Propoſitio 12.

TRibus datis rectis lineis, quartam proportionalem inuenire. 12

Figuræ præparatio.

ORONTIVS.¶Sint datæ tres lineæ rectæ a,b,c,quibus oporteat quartam inuenire proportionalem.Cõſtituantur itaq; binæ quædam rectæ lineæ d/e/atq; d/f, contingentem qui ſub e/d/f/angulum efficientes. Secetúrq; per tertiam primi ipſi a/æqualis d/g,ipſi verò b/æqualis g/e,& ipſi c/æqualis d/h.Et connexa g/h,per primum poſtulatum:ducatur e/f/ ipſi g/h/parallela, per trigeſimamprimã ipſius primi. Per ſecundum tandem poſtulatum ipſæ d/h/& e/f/ in continuum rectumq́;,producantur:donec conueniant ad punctum f.Concurrent enim tãdem:quemadmodũm ex præcedenti potes elicere demonſtratione.



Demõſtratio ais reſolutio.

His in hũc modum præparatis,quoniam triangulum eſt d/f/e,& ad latus e/f/acta eſt parallela g/h: proportionalia itaq; ſunt reliquorum laterum ſegmẽta, per quartam huius ſexti, ſicut d/g/ad g/e,ſic d/h/ad h/f.Ipſi porrò d/g/æqualis eſt a,& b/ipſi g/e, atq; c/ ipſi d/h/æqualis,per conſtructionem.Aequales autem ad eandem, eandem habent rationem,& eadem ad æquales,per ſeptimã quinti.Et ſicut igitur a/ad b, ſic c/ad h/f.

Tribus itaq; rectis lineis datis, a, b, c, quartam inuenimus proportionalē h/f. Quod faciendum fuerat.

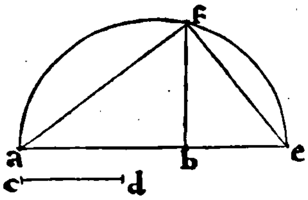
Πρόβλημα ε, Πρόθεσις ιγ.

Δύο δοθεισῶν εὐθειῶν, μέσην ἀνάλογον προσευρεῖν.

Problema 5, Propositio 13.

13 DVabus datis rectis lineis, mediam proportionalem inuenire.

ORONTIVS. ¶Sint datæ binæ rectæ lineæ a/b/& c/d, inter quas receptū sit mediam inuenire proportionalem. Producatur ergo altera earū, vtpote a/b/ in rectum & continuū versus e, per secūdum postulatū: & abscindatur b/e/ipsi c/d/æqualis, per tertiam primi. Et diuisa a/e/bifariam, per decimā ipsius primi: describatur ad alterutrius partis interuallum semicirculus a/f/e, per tertium postulatum. A puncto deniq; b, perpendicularis excitetur b/f, per vndecimam primi: & connectantur a/f/& f/e/ lineæ rectæ, per primū postulatum. His ita constructis, quoniam triāguli a/f/e/ angulus qui ad f/ est in semicirculo: is propterea rectus est, per trigesimāprimam tertij. Rectāgulum est itaq; a/f/e/triangulum, & ab angulo recto qui ad f/in basin a/e/perpēdicularis demittitur f/b. Est igitur ipsa perpēdicularis f/b/media proportionalis inter a/b/& b/e/ ipsius basis segmenta, per primam partem corollarij octauæ huius sexti. Est igitur vt a/b/ ad b/f, sic b/f/ad b/e. Ipsi porrò b/e/æqualis est c/d, per constructionem: & æquales ad eādem, eandem habēt rationem, & eadem ad æquales, per septimam quinti. Et sicut igitur a/b/ ad b/f, sic b/f/ad/c/d. Binis itaq; rectis lineis datis, a/b/& c/d, media proportionalis inuenta est b/f. Quod oportebat facere.



Constructio figuræ.

Sūmaria problematis ostēsio.

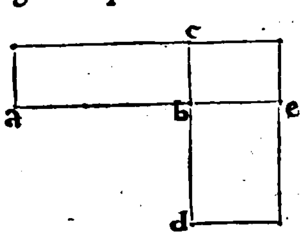
Θεώρημα θ, Πρόθεσις ιδ.

Τῶν ἴσων τε καὶ μίαν μιᾷ ἴσην ἐχόντων γωνίαν παραλληλογράμμων, ἀντιπεπόνθασιν αἱ πλευραὶ, αἱ περὶ τὰς ἴσας γωνίας: καὶ ὧν παραλληλογράμμων μίαν μιᾷ ἴσην ἐχόντων γωνίαν, ἀντιπεπόνθασιν αἱ πλευραὶ αἱ περὶ τὰς ἴσας γωνίας, ἴσα ἐστὶν ἐκεῖνα.

Theorema 9, Propositio 14.

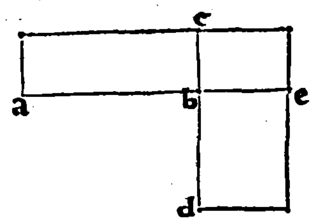
14 AEqualium & vnum vni æqualem habētium angulum parallelogrammorum: reciproca sunt latera, quæ circum æquales angulos. Et quorum parallelogrammorum vnum angulum vni angulo æqualem habentium, reciproca sunt latera, quæ circum æquales angulos: ea quoque sunt æqualia.

ORONTIVS. ¶Sint bina parallelogramma inuicem æqualia, a/b/c/& d/b/e, angulum qui sub a/b/& b/c, ei qui sub d/b/& b/e/continetur æqualē habentia. Dico quòd ipsorum parallelogrammorum a/b/c/& d/b/e/ reciproca sunt latera, quæ circum æquales angulos: sicut quidem a/b/ad b/e, sic d/b/ad b/c. Constituantur enim a/b/& b/e/latera in directum: hoc autem fiet, cùm anguli a/b/c/& c/b/e/ fuerint æquales duobus rectis, per decimāmquartam primi. In directum quoq; tunc erit d/b/ ipsi b/c, per eandem propositionem: anguli enim d/b/e/ & e/b/c, binis itidem rectis, per primam & secundam communē sententiam, erunt æquales. Compleatur tandem c/b/e/parallelogrammum: productis in continuum

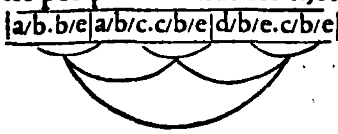


Pars prima theorematis.

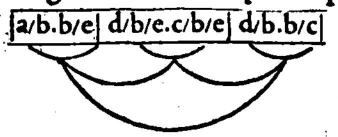
Eiusdem primæ partis ostensio.



rectúmq; datorum parallelogrammorũ lateribus, per secundum postulatũ. Cùm igitur a/b/c/parallelogrammũ, æquale sit per hypothesin ipsi d/b/e/parallelogrãmo, & c/b/e/ aliud quoddam vtrique comparabile parallelogrammum: erit proinde vt a/b/c/ parallelogrammum, ad parallelogrammum c/b/e, sic parallelogrammum d/b/e/ ad idem c/b/e/ parallelogrammũ. Aequales enim magnitudines ad eandem magnitudinem, eandem habent rationem, per septimam quinti. Sicut porrò a/b/c/ parallelogrammũ, ad parallelogrammũ c/b/e, sic per primã huius sexti, basis a/b/ ad basin b/e. sub eadẽ enim sunt altitudine ipsa



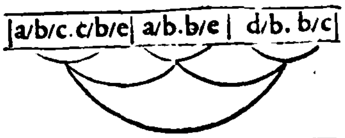
a/b/c/ & c/b/e/ parallelogramma. Et sicut igitur basis a/b/ ad basin b/e, sic per vndecimam quinti, d/b/e/parallelogrammum, ad parallelogrammum c/b/e. Sicut rursum per eandem primam huius sexti, d/b/e/parallelogrammum, ad ipsum parallelogrammum c/b/e, sic basis d/b/ ad basin b/c.



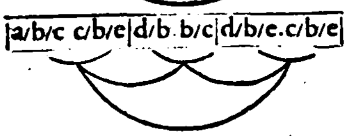
Et sicut igitur per ipsam vndecimam quinti a/b/ad b/e, sic d/b/ ad b/c. Datorum itaque parallelogrammorum a/b/c/& d/b/e, reciproca sunt latera quæ circum æquales angulos: per secundam huius sexti diffinitionem.

Secunda pars theorematis, conuersa primæ.

¶Sed esto vt qui ad b/ sunt anguli æquales sint adinuicem, & circũ eosdem æquales angulos latera reciprocè proportionalia, sicut a/b/ad b/e, sic d/b/ad/b/c. Aio versa vice, quòd a/b/c/parallelogrammum, æquum est ipsi d/b/e/parallelogrammo. Receptum est enim ex hypothesi, vt a/b/ad b/e, sic d/b/ ad b/c. Sed sicut a/b/ ad b/e/ sic



per primam huius sexti, parallelogrammum a/b/c/ ad c/b/e/parallelogrammum. Et sicut igitur a/b/c/parallelogrammũ, ad parallelogrammum c/b/e, sic per vndecimam quinti d/b/ ad b/c. Sicut rursum d/b/ ad b/c, sic per eandem primam huius sexti, parallelogrammum d/b/e/ad c/b/e/parallelogrammum. Et sicut igitur per ipsam vndecimam quinti a/b/c/ parallelogrammum, ad c/b/e/ parallelogrãmum, sic parallelogrammũ d/b/e/ ad idẽ c/b/e/ parallelogrammũ.



Vtrunq; igitur a/b/c/ & d/b/e/ parallelogrãmum, ad idem parallelogrammũ c/b/e/ habet eandẽ rationem. æquũ est itaq; a/b/c/parallelogrammũ ipsi d/b/e/ parallelogrãmo, per nonã ipsius quinti. Aequaliũ igitur & vnum vni æqualem habẽtium angulum parallelogrammorum: & quæ sequuntur reliqua. Quod ostendendum fuerat.

Θεώρημα ι, Πρόθεσις ιε.

Τῶν ἴσων καὶ μίαν μιᾷ ἴσην ἐχόντων γωνίαν τριγώνων, ἀντιπεπόνθασιν αἱ πλευραὶ αἱ περὶ τὰς ἴσας γωνίας: καὶ ὧν μίαν μιᾷ ἴσην ἐχόντων γωνίαν ἀντιπεπόνθασιν αἱ πλευραὶ αἱ περὶ τὰς ἴσας γωνίας, ἴσα ἐστὶν ἐκεῖνα.

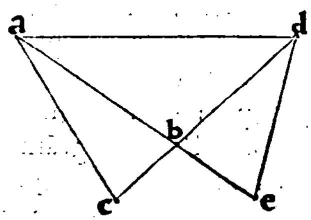
Theorema 10, *Propositio* 15.

AEqualium & vnũ vni æqualem habentium angulum triangu- 15
lorum: reciproca sunt latera, quæ circum æquales angulos. Et quorum vnum vni angulum æqualem habentium triangulorum reciproca sunt latera, quæ circum æquales angulos: ea quoq; sunt æqualia,

Prima theorematis pars.

ORONTIVS. ¶Sint bina triangula a/b/c/& d/b/e, angulum qui sub a/b/ &

b/c,ei qui sub d/b/& b/e/continetur æqualem habentia. Dico latera ipsorum a/b/c/ & d/b/e/ triangulorum, quæ circum eosdem æquales sunt angulos, fore reciprocè proportionalia: sicut quidem a/b/ad b/e, sic d/b/ad b/c. Collocentur enim a/b/ & b/e/latera in directum, & d/b/ ipsi b/c: quemadmodùm præcedenti demonstratione, ex decimaquarta primi, de parallelogrammorũ deductum est lateribus. Connectatur demũ recta a/d, per primum postulatum. Et quoniam per hypothesin, æquũ est a/b/c/triangulum, ipsi triangulo d/b/e: & a/b/d/aliud quoddam vtriq; comparabile triangulum. Et sicut igitur a/b/d/triangulum ad triangulum a/b/c, sic idem triãgulum a/b/d/ ad triangulum d/b/e: eadem enim magnitudo, ad æquales eandem habet rationem, per septimam quinti. Sicut porrò triangulum a/b/d/ad triangulum d/b/e, sic per primam huius sexti, a/b/ad b/e. Et sicut igitur per vndecimam quinti, a/b/ad b/ e, sic a/b/d/ triangulum ad triangulum a/b/c.



|a/b/d.a/b/c|a/b/d.d/b/e|a/b.b/e|

Rursùm vt triãgulum a/b/d/ ad triangulum a/b/c, sic per eandem primam huius sexti, d/b/ad b/c. Ergo sicut a/b/ad b/e, sic d/b/ad b/c, per ipsam vndecimam quinti. triangulorũ itaq; a/b/c/& d/b/e, latera quæ circũ æquales angulos reciprocè sunt proportionalia: per secundã huius sexti diffinitionem.

|a/b.b/e|a/b/d.a/b/c| d/b.b/c|

❡Sed receptum sit angulos qui ad b/fore inuicem æquales, & quæ circum eosdem æquales angulos latera reciprocè proportionalia: sicut a/b/ad b/e, sic d/b/ad b/c. Aio q̃ a/b/c/triangulum, æquum est ipsi d/b/e/triangulo. Est enim ex hypothesi sicut a/b/ad b/e, sic d/b/ad b/c. Sed sicut a/b/ad b/e, sic a/b/d/ triangulum ad triangulũ d/b/e: per primam huius sexti. Et sicut igitur d/b/ad b/c, sic per vndecimam quinti, a/b/d/triangulum ad triangulum d/b/e. Sicut rursùm d/b/ad b/c, sic triangulum a/b/d/ad triangulum a/b/c, per sæpius allegatam primã huius sexti. Et proinde sicut a/b/d/ triangulum ad triangulum a/b/c, sic per vndecimam ipsius quinti, idem a/b/d/triangulum ad triangulum d/b/e. Ad quas porrò magnitudines, eadẽ magnitudo eandem habet rationem: ipsæ per nonam eiusdem quinti, sunt æquales. Aequum est igitur a/b/c/triangulum, ipsi triangulo d/b/e. Aequalium itaq; & vnũ vni æqualẽ habentiũ angulũ: &c. vt in theoremate. Quod oportebat demonstrare.

Pars secunda conuersa primæ.

|a/b/d. d/b/e |a/b.b/e| d/b. b/c|

|a/b/d.a/b/c|d/b.b/c|a/b/d.d/b/e|

Θεώρημα ια, Πρόθεσις ιϛ.

Ἐὰν τέσσαρες εὐθεῖαι ἀνάλογον ὦσι, τὸ ὑπὸ τῶν ἄκρων περιεχόμενον ὀρθογώνιον, ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν μέσων περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ. καὶ ἐὰν τὸ ὑπὸ τῶν ἄκρων περιεχόμενον ὀρθογώνιον, ἴσον ᾖ τῷ ὑπὸ τῶν μέσων περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ, αἱ τέσσαρες εὐθεῖαι, ἀνάλογον ἔσονται.

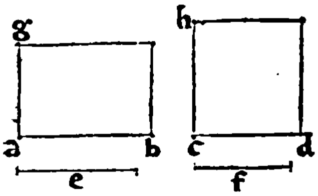
Theorema 11, Propositio 16.

16 SI quatuor rectæ lineæ proportionales fuerint: quod sub extremis comprehensum rectangulum, æquum est ei, quod sub medijs continetur rectangulo. Et si sub extremis comprehensum rectangulum, æquum fuerit ei, quod sub medijs continetur rectangulo: quatuor rectæ lineæ proportionales erunt.

ORONTIVS. ❡Sint datæ quatuor rectæ lineæ discontinuè proportionales

Primæ partis demóſtratio.

a/b,c/d,e,& f:ſicut a/b/ad c/d,ſic e/ad f.Aio ꝗ ſub extremis a/b/& f/comprehenſum rectangulum,æquum eſt ei quod ſub medijs c/d/& e/rectangulo continetur A datis enim punctis a/& c/datarum linearum a/b/ & c/d, perpendiculares excitentur a/g/& c/h,per vndecimam primi: ſecetúrq; a/g/ æqualis ipſi f,& c/h/ æqualis ipſi e, per tertiam ipſius primi propoſitionem. & ductis vtrinq; parallelis, per trigeſimã eiuſdem primi,compleantur g/b/& h/d/parallelogramma. Et quoniam receptum eſt vt a/b/ad c/d,ſic e/ad f.Ipſi porrò e/æqualis eſt c/h,& ipſi f/æqualis a/g,per conſtructionem:& æquales ad eandem,eandem habent rationem,per ſeptimam quinti.



Eſt igitur vt a/b/ad c/d, ſic c/h/ad a/g. Parallelogrãmorum itaq; g/b/& h/d,latera quæ circum æquales(vtpote rectos qui ad a/& c)ſunt angulos,reciprocè ſunt proportionalia.Aequum eſt proinde g/b/ parallelogrammum ipſi h/d/parallelogrammo, per ſecundam partem decimæquartæ propoſitionis huius ſexti. Eſt autẽ g/ b/ parallelogrammũ id quod ſub a/b/& f,parallelogrãmum verò h/d/id quod ſub c/d/& e/continetur rectangulum:æqualis eſt enim c/h/ipſi e,& a/g/ipſi f, per cõſtructionem.Comprehenſum itaq; ſub extremis a/b/& f/rectangulum, ei quod ſub medijs c/d/& e/continetur rectangulo,eſt æquale. ¶Eſto nunc vt ipſum g/b/ ſub extremis comprehenſum rectangulum,æquum ſit h/d/rectangulo,quod ſub medijs c/d/& e/ continetur.Dico verſa vice, quatuor ipſas rectas lineas fore inuicem proportionales. Eadem nanque manente conſtructione, quoniam g/b/ eſt id quod ſub a/b/ & a/g,ipſum verò h/d/id quod ſub c/d/& c/h/continetur rectangulum,per primã diffinitionẽ ſecundi: & e/ipſi c/h, atq; f/ipſi a/g, per conſtructionem æqualis. Eſt itaq; g/b/id quod ſub a/b/& f, necnon & h/d/ id quod ſub c/d/& e/comprehenditur rectangulum.Sed id quod ſub a/b/& f/cõprehenditur rectangulum,æquum eſt ei per hypotheſin quod ſub c/d/& e/continetur rectangulo.Aequũ eſt igitur g/b/rectangulum,ipſi rectãgulo h/d:& angulus qui ad a/angulo qui ad c/æqualis,per quartũ poſtulatũ,nempe rectus recto. Aequalium porrò & vnum vni æqualem habẽtium angulum parallelogrammorũ,reciproca ſunt latera quæ circum æquales angulos, per primam partem ipſius decimæquartæ huius ſexti.Et ſicut igitur a/b/ad c/d,ſic c/h/ad a/g.Ipſi porrò c/h/æqualis eſt e,& f/ipſi a/g,per ipſam conſtructionẽ: æquales præterea ad eandem,eandem habent rationem,& eadem ad æquales,per ſeptimam quinti Eſt igitur vt a/b/ad c/d,ſic e/ad f. Si quatuor itaque rectæ lineæ proportionales fuerint:& quæ ſequuntur reliqua. Quod erat oſtendendum.

Secundæ partis conuerſæ prioris,oſtenſio.

Θεώρημα ιβ, Πρότασις ιζ.

Ἐὰν τρεῖς εὐθεῖαι ἀνάλογον ὦσι, τὸ ὑπὸ τῶν ἄκρων περιεχόμενον ὀρθογώνιον, ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς μέσης τετραγώνῳ. καὶ ἐὰν τὸ ὑπὸ τῶν ἄκρων περιεχόμενον ὀρθογώνιον, ἴσον ᾖ τῷ ἀπὸ τῆς μέσης τετραγώνῳ, αἱ τρεῖς εὐθεῖαι ἀνάλογον ἔσονται.

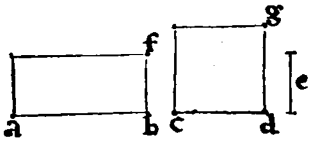
Theorema 12, *Propoſitio* 17.

SI tres rectæ lineæ proportionales fuerint: quod ſub extremis comprehenſum rectangulũ,æquũ eſt ei quod à media fit quadrato. Et ſi quod ſub extremis continetur rectangulum,æquum fuerit ei quod à media fit quadrato: ipſæ tres rectæ lineæ proportionales erunt. 17

ORONTIVS. ¶Sint tres rectæ lineæ continuè proportionales a/b, c/d, & e: ſicut a/b/ad c/d,ſic c/d/ad e. Dico quòd ſub a/b/& e/comprehenſum rectangulum, æquum eſt ei quod à media c/d/fit quadrato. Deſcribatur enim ex a/b/& b/f/quæ

Pars prima theorematis.

ſit æqualis ipſi e, rectangulum a/f, per vndecimam, & tertiam, atq; trigeſimāprimā primi: ex c/d/ verò, quadratum c/g, per ipſius primi quadrageſimamſextam. Aequa lis erit igitur d/g, ipſi c/d, per ipſius quadrati diffinitionem: & æquales ad eandem, eandem habent rationē, per ſeptimam quinti. Sicut igitur a/b/ ad c/d, ſic d/g/ ad e.



Quatuor itaque rectæ lineæ a/b, c/d, d/g, & e, ſunt diſcōtinuè proportionales. Cōprehenſum ergo ſub extremis rectangulum, æquum eſt ei quod ſub medijs rectangulo cōtinetur: per primam partem antecedentis decimæſextæ propoſitionis. Sed rectangulū a/f, eſt id quod ſub a/b/ & e, nam a/f/ eſt æqualis ipſi e, per conſtructionem: rectangulum autem c/g, id quod ex c/d/ quadratum. Quod igitur ſub extremis a/b/ & e/ comprehēditur rectāgulum, æquū eſt ei quod à media c/d/ fit quadrato. ¶ Sed detur vt id quod ſub a/b/ & e/ continetur rectangulum, æquū ſit ei quod ex c/d/ fit quadrato. Aio reſpondenter, fore ſicut a/b/ ad c/d, ſic c/d/ ad e. Eiſdem nanq; veluti ſuprà conſtructis: quoniā id quod ſub a/b/ & e/ continetur rectangulum, æquū eſt ei per hypotheſin quod ex c/d/ fit quadrato. Sed ei quod ſub a/b/ & e/ continetur rectangulo, æquum eſt rectangulum a/f, (æqualis ſiquidem eſt b/f/ ipſi e, per conſtructionem) & c/g, id quod ex c/d/ fit quadratum. Aequum eſt igitur a/f/ rectangulum ipſi quadrato c/g. Quadratum porrò c/g/ ſub duabus rectis lineis c/d/ & d/g, per primam diffinitionem ſecūdi cōtinetur. Quatuor itaque ſunt rectæ lineæ a/b, c/d, d/g, & b/f: & quod ſub extremis a/b/ & b/f/ rectangulum continetur, æquum eſt ei quod ſub medijs c/d/ & d/g/ comprehenditur rectangulo. Proportionales itaque ſunt eædem quatuor rectæ lineæ, per ſecūdam partem ipſius antecedentis decimæſextæ propoſitionis: ſicut a/b/ ad c/d, ſic d/g/ ad b/f. Sed e/ ipſi b/f/ per conſtructionem eſt æqualis: & c/d/ ipſi d/g, per quadrati diffinitionem. æquales porrò ad eandem, eandem habent rationem, & eædem ad æquales, per ſeptimam quinti. Eſt igitur vt a/b/ ad c/d, ſic eadem c/d/ ad e. Si tres itaq; rectæ lineæ proportionales fuerint: &c. vt in theoremate. Quod demonſtrandum receperamus. Secūda pars conuerſa primæ.

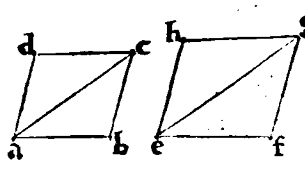
Πρόβλημα ς, Πρόθεσις ιη.

Ἀπὸ τῆς δοθείσης εὐθείας, τῷ δοθέντι εὐθυγράμμῳ ὅμοιόν τε καὶ ὁμοίως κείμενον εὐθύγραμμον ἀναγράψαι.

Problema 6, Propoſitio 18.

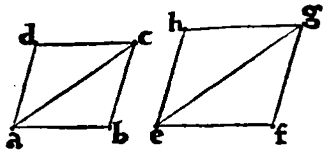
18 A Data recta linea: dato rectilineo ſimile, ſimilitérq; poſitum rectilineum deſcribere.

ORONTIVS. ¶ Sit datum rectilineū a/b/c/d, data verò linea recta e/f, ex qua, vel ſuper quam, oporteat ipſi a/b/c/d/ rectilineo ſimile ſimilitérque poſitum deſcribere rectilineum. Connectatur itaq; a/c/ recta, per primum poſtulatum. & ad datam rectam lineam e/f, & data illius puncta e/ & f, datis angulis c/a/b/ & a/b/c, æquales per vigeſimātertiam primi conſtituātur anguli, g/e/f/ quidē ipſi c/a/b, & e/f/g/ ipſi a/b/c. Et quoniā anguli c/a/b/ & a/b/c, per decimāſeptimā primi, ſunt minores duobus rectis: & ipſi quoq; anguli g/e/f/ & e/f/g, binis itidem rectis ſunt minores. concurrent ergo tandem e/g/ & f/g/ in continuum rectūmq; productæ, per quintum poſtulatum: cōueniant itaq; ad punctū g. Reliquus igitur angulus e/g/f, reliquo a/c/b, per corollarium trigeſimæſecundæ primi, & tertiam cōmunem ſententiam erit æqualis. Aequiangulum eſt propterea e/f/g/ triāgulum, ipſi a/b/c/ triangulo. Ad datam rurſum lineam rectam e/g, & data illius puncta e/ & g: datis angulis d/a/c/ & a/c/d, æquales anguli per eandem Deſcriptio propoſiti rectilinei.



vigeſimamtertiam primi conſtituãtur, h/c/g/ quidem ipſi d/a/c, & e/g/h/ ipſi a/c/d. & producãtur e/h/ & g/h, per ſecundum poſtulatum: donec (veluti priores) congrediantur ad punctum h. Erit itaq; reliquus angulus qui ad h, reliquo qui ad d/ conſequenter æqualis: & proinde e/g/h/ triangulum, ipſi a/c/d/ triangulo æquiangulum.

Problematis oſtenſiua reſolutio.



Aequiangulum inſuper eſt e/f/g/ triangulum, ipſi triangulo a/b/c. Aequiangulorum porrò triangulorum proportionalia ſunt latera, quæ circũ æquales angulos, per quartam huius ſexti. Eſt igitur vt a/b/ ad b/c, ſic e/f/ ad f/g. ſicut inſuper b/c/ ad a/c, ſic f/g/ ad e/g. ſicut præterea a/c/ ad c/d, ſic e/g/ ad g/h. Et ex æquali igitur, per vigeſimamſecundam quinti, ſicut b/c/ ad c/d, ſic f/g/ ad g/h. Rurſum eſt ſicut c/d/ ad d/a, ſic g/h/ ad h/e. Et ſicut d/a/ ad a/c, ſic h/e/ ad e/g. ſicútq; a/c/ ad a/b, ſic e/g/ ad e/f. Et ex æquali rurſum, per eandem vigeſimamſecundam quinti, ſicut d/a/ ad a/b, ſic h/e/ ad e/f. Et quoniam angulus g/e/f, angulo c/a/b/ eſt æqualis: & h/e/g/ ipſi d/a/c: totus propterea angulus h/e/f, toti d/a/b, per ſecundam cõmunem ſententiã æqualis eſt. Et proinde totus f/g/h, toti b/c/d/ reſpondenter æqualis. Angulus porrò qui ad f, angulo qui ad b: & reliquus qui ad h, reliquo qui ad d/ æqualis oſtenſus eſt.

| b/c. a/c. c/d. | f/g. e/g. g/h. |

| d/a. a/c. a/b. | h/e. e/g. e/f. |

Aequiangulum eſt itaque e/f/g/h/ rectilineum, ipſi rectilineo a/b/c/d. Patuit, quòd & latera quæ circũ æquales ſunt angulos, cum eodem habet proportionalia: ſicut a/b/ ad b/c, ſic e/f/ ad f/g: ſicut item b/c/ ad c/d, ſic f/g/ ad g/h: & ſicut c/d/ ad d/a, ſic g/h/ ad h/e: ſicut denique d/a/ ad a/b, ſic h/e/ ad e/f. Simile eſt itaq; rectilineum e/f/g/h, ipſi rectilineo a/b/c/d, atq; ſimiliter poſitũ: per primã huius ſexti diffinitionem. Super data igitur recta linea e/f, dato rectilineo a/b/c/d, ſimile ſimiliterq; poſitum rectilineum deſcriptũ eſt e/f/g/h. Quod feciſſe oportuit.

Θεώρημα ιγ, Πρόθεσις ιθ.

Τὰ ὅμοια τρίγωνα, πρὸς ἄλληλα ἐν διπλασίονι λόγῳ ἐστὶ τῶν ὁμολόγων πλευρῶν.

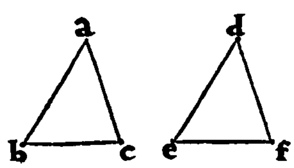
Theorema 13, Propoſitio 19.

SImilia triangula: adinuicem in dupla ſunt ratione laterum ſimilis rationis. 19

ORONTIVS. ¶ Sint bina & ſimilia, hoc eſt æquiangula & proportionalium laterum triangula, a/b/c/ & d/e/f: habentia angulum qui ad b/ æqualem angulo qui ad e, & ſicut a/b/ ad b/c, ſic d/e/ ad e/f. Dico triangulum a/b/c/ ad triangulum d/e/f/ duplicem habere rationem, quam latus b/c/ ad latus e/f: ſeu quòd ratio ipſius a/b/c/ trianguli ad triangulum d/e/f, ex lateris b/c/ ad latus e/f/ duplata ratione cõſurgit.

Prima oſtenſionis differẽtia.

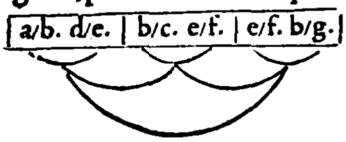
In primis itaq; aut b/c/ eſt æqualis ipſi e/f, aut inæqualis. Si æqualis: erit ſicut a/b/ ad e/f, ſic d/e/ ad b/c. æquales enim ad eandem, eandem habent rationem, & eadem ad æquales, per ſeptimam quinti. Et proinde triangula a/b/c/ & d/e/f, habebũt vnũ angulum vni angulo æqualem: & quæ circũ æquales angulos latera reciprocè proportionalia. Aequum erit itaque triangulum a/b/c/ ipſi triangulo d/e/f, per ſecundam partẽ decimæquintæ huius ſexti: ſicuti & baſis b/c, baſi e/f. Atqui ratio æqualitatis eorundem triangulorum, ex ipſa ratione æqualitatis laterũ b/c/ & e/f/ duplicata, aut quouis alio modo multiplicata cõſurgit. Quantitates enim duarum rationum æqualitatis, per quintam diffinitionem huius ſexti multiplicatæ: reſtituunt æqualitatis itidem quãtitatem.

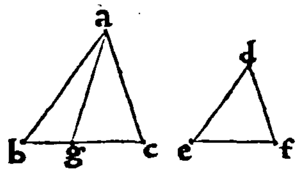


¶ At ſi b/c/ fuerit inæqualis ipſi e/f, altera earũ erit maior.

Esto b/c, ipsa e/f/ maior. Et ipsis b/c/ & e/f, tertia suscipiatur proportionalis b/g, per vndecimam huius sexti: sicut b/c/ad e/f, sic e/f/ad b/g. & connectatur recta a/g, per primum postulatum. Et quoniã est vt a/b/ad b/c, sic d/e/ad e/f: & permutatim igitur, per sedecimam quinti, sicut a/b/ad d/e, sic b/c/ad e/f. Sicut porrò b/c/ad e/f, sic e/f/ad b/g: & proinde sicut a/b/ad d/e, sic per vndecimam quinti e/f/ad b/g. Triangulorum itaq; a/b/g/ & d/e/f, vnũ angulum qui ad b/vni angulo qui ad e/æqualem habentium, reciproca sunt latera quæ circũ æquales angulos. Aequum est itaq; a/b/g/ triangulum, ipsi triangulo d/e/f, per secundam partem quindecimæ huius sexti. Rursum quoniã est sicut b/c/ad e/f, sic e/f/ad b/g: tres itaque rectæ lineæ sunt proportionales. Prima igitur ad tertiam, duplicem rationem habet, quam ad secundam: per decimam huius quinti diffinitionem. Sed sicut prima b/c/ad tertiam b/g, sic a/b/c/ triãgulum ad triangulum a/b/g, per primam huius sexti: sub eodem enim sunt vertice, atque in eadem altitudine ipsa triangula. Et triangulum igitur a/b/c/ad triangulum a/b/g, duplam rationẽ habet quam b/c/ad e/f. Ipsi porrò a/b/g/ triangulo, æquum est triangulum d/e/f: & idem triangulum ad æqualia triangula eandem habet rationem, per septimam quinti. Et triangulum igitur a/b/c/ad triangulum d/e/f, duplicem rationem habet quam b/c/ad e/f. Simila itaq; triangula, in dupla ratione sunt laterũ similis rationis. Quod demonstrandum receperamus.

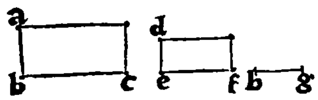
Secũda eiusdem ostensionis differẽtia.





Corollarium.

¶ Fit proinde manifestũ, quòd si tres rectæ lineæ fuerint proportionales: erit sicut prima ad tertiam, sic quod à prima describitur rectangulum, ad simile similitérq; positũ rectangulum quod à secunda. Ostensum est enim sicut b/c/ad b/g, sic a/b/c/triangulũ ad triãgulum a/b/g. Et sicut igitur b/c/ad b/g, sic a/c/ rectangulum ad d/f/ rectangulum.



Θεώρημα ιδʹ, Πρόθεσις κ.

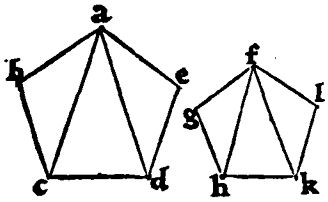
Τὰ ὅμοια πολύγωνα, ἐς τὰ ὅμοια τρίγωνα διαιρεῖται, καὶ ἐς ἴσα τὸ πλῆθος, καὶ ὁμόλογα τοῖς ὅλοις· καὶ τὸ πολύγωνον διπλασίονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ ὁμόλογος πλευρὰ πρὸς τὴν ὁμόλογον πλευράν.

Theorema 14, *Propositio* 20.

20 SImilia polygona, in similia triangula diuiduntur, & in æqualia numero: & æqua ratione totis. Et polygonum ad polygonum duplicem rationem habet, quàm similis rationis latus ad similis rationis latus.

ORONTIUS. ¶ Sint bina & similia polygona a/b/c/d/e/& f/g/h/k/l: habentia angulum qui ad f/angulo qui ad a/æqualem, & eum qui ad g/ei qui ad b, & qui ad h/ei qui ad c, & sic de cæteris: sitq; vt latus a/b/ad b/c, sic f/g/ad g/h, sicútq; b/c/ad c/d, sic g/h/ad h/k, & deinceps ita, seruata laterũ & angulorũ respondentia. Dico primũ, quòd ipsa a/b/c/d/e/ & f/g/h/k/l/ polygona, in similia & æqualia numero diuiduntur triangula. Connectãtur enim a/c/& a/d, necnon f/h/& f/k/lineæ rectæ, per primum postulatum. Et quoniã per hypothesin (hoc est, datam polygonorũ similitudinẽ) angulus qui ad b/æquus est angulo qui ad g,

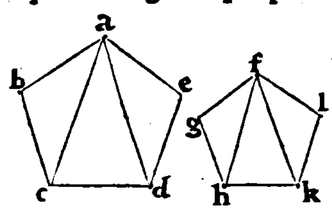
Prima theorematis pars.



& ſicut latus a/b/ad b/c, ſic f/g/ad g/h : ſit vt bina triangula a/b/c/& f/g/h, habeant vnum angulum vni angulo æqualem, & quæ circũ æquales angulos latera proportionalia. Aequiangula ſunt propterea a/b/c/ & f/g/h/ triangula, per ſextam huius ſexti:& æquales habent angulos,ſub quibus eiuſdem rationis latera ſubtenduntur, vtpote angulum b/ a/ c/angulo g/f/h, & angulum b/c/a/ipſi g/h/f. Hinc per quartam eiuſdem ſexti,proportionalia ſunt latera quæ circum æquales angulos,& ſimilis rationis quæ æqualibus angulis latera ſubtenduntur : ſicut igitur a/c/ad b/c, ſic

a/c. b/c. c/d | f/h. g/h. h/k

f/h/ad g/h.Sed per hypotheſin, vt b/c/ ad c/d,ſic g/h/ ad h/k. Et ex æquali igitur,ſicut a/c/ad c/d,ſic f/h/ad h/k:per vigeſimamſecundam quinti.Et quoniam totus angulus b/c/ d, toti angulo g/ h/ k, per hypotheſin eſt æqualis,& angulus b/c/a,ipſi g/h/f/æqualis nunc oſtenſus eſt:reliquus igitur a/c/d, reliquo f/h/k,per tertiam communem ſententiã eſt æqualis. Triangula itaq; a/c/d/ & f/h/k,habent rurſum vnum angulum vni angulo æqualem,& quæ circum æquales angulos latera proportionalia: æquiangula ſunt igitur a/c/d/& f/g/h/ triangula,per eandem ſextam huius ſexti.Et per quartam ipſius ſexti, latera quæ circum æquales angulos proportionalia. Haud diſſimiliter oſtendetur triangulum a/d/e, triangulo f/k/l/fore æquiangulũ:& proportionalia quæ circum æquales angulos habere latera.Simile eſt itaque a/b/c/triangulũ ipſi f/g/h/triangulo, & a/c/d/ipſi f/h/k, necnon a/d/e/ipſi triangulo f/k/l: per primã huius ſexti libri diffinitionẽ.Data igitur a/b/ c/d/e/ & f/g/h/k/l/polygona,in ſimilia & æqualia numero triãgula diuidũtur.



Pars ſecunda theorematis.

¶Dico inſuper,quod ipſa triangula ſunt inuicẽ,atq; totis ipſis polygonis proportionalia:ſicut triangulũ a/b/c/ad triangulũ f/g/h,ſic a/c/d/ad f/h/k,& a/d/e/ad f/k/l/triãgulũ:ſicútq; a/b/c/triangulum ad ipſum triangulũ f/g/h, ſic a/b/c/d/e/polygonum ad polygonũ f/g/h/k/l.Cùm enim a/b/c/triangulũ ſimile ſit f/g/h/triangulo,ſintq; a/c/& f/h/ſimilis rationis latera:triangulum igitur a/b/c/ ad triangulum f/g/h, duplicem rationẽ habet,quam latus a/c/ad latus f/h, per antecedentẽ decimamnonã propoſitionẽ.Et proinde triãgulum a/c/d/ad triangulũ f/h/k/duplatam itidem rationẽ habet,quam idem latus a/c/ad latus f/h.Quæ autẽ eidem ſunt eædem rationes,adinuicẽ ſunt eædem:per vndecimã quinti.Et ſicut igitur a/b/c/triangulum ad triangulum f/g/h,ſic triangulum a/c/d/ad triangulum f/h/k. Rurſum quoniã triangulum a/c/d/ſimile eſt triãgulo f/h/k,& latus a/d/ſimilis rationis cum f/k:triangulum propterea a/c/d/ad triãgulum f/h/k/duplatam rationem habet,quam latus a/d/ad latus f/k,per ipſam antecedentem decimamnonam huius ſexti.Et triangulum conſequẽter a/d/e/ad triangulum f/k/l/duplatam itidem rationẽ habet,quam idem latus a/d/ad ipſum latus f/k.Et ſicut igitur a/c/d/triangulum,ad triangulum f/h/k:ſic per eandem vndecimã quinti,triangulum a/d/e/ad triangulum f/k/l.Sicut

a/b/c.f/g/h | a/c/d.f/h/k | a/d/e. f/k/l

porrò a/c/d/ad f/h/k,ſit patuit a/b/c/triangulum ad triangulum f/g/h. Et ſicut igitur, per vndecimam ipſius quinti,triangulum a/b/c/ad triangulũ f/g/h: ſic triangulum a/d/e/ad triangulum f/k/l. Proportionalia itaque ſunt ipſa nuper expreſſa triangula:ſicut a/b/c/ad f/g/h, ſic a/c/d/ad f/h/k,& a/d/e/ad f/k/l.Eſt igitur per duodecimã quinti,ſicut vnũ antecedentium ad vnum conſequentiũ:ſic omnia antecedentia,ad omnia conſequẽtia.Sicut itaq; triangulum a/ b/ c, ad triangulum f/g/h: ſic a/ b/ c/ d/ e/ polygonum, ad polygonum f/g/h/k/l. Sunt igitur ipſa triangula tum inuicem, tum ipſis totis polygonis

Sicut—a/b/c.	ad	f/ g/ h.
ſic——a/ c/d.		f/ h/ k.
&——a/d/e.		f/ k/ l.

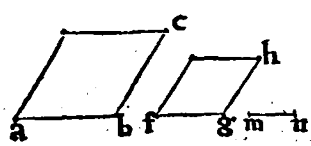
proportionalia. ❡Aio demũ ꝙ polygonũ a/b/c/d/e, ad f/g/h/k/l, duplatam rationẽ habet, quam latus a/b/ad similis rationis latus f/g. Ostensum est enim vt triangulũ a/b/c, ad triangulum f/g/h: sic a/b/c/d/e/polygonum, ad polygonum f/g/h/k/l. Sed triangulum a/b/c/ad triangulum f/g/h/duplatam rationem habet, quam a/b/latus ad similis rationis latus f/g, per antecedentem decimamnonã propositionem huius sexti: simile nanq; ostensum est a/b/c/ triangulum, ipsi f/g/h/triangulo. Et polygonum igitur a/b/c/d/e, ad polygonum f/g/h/k/l/duplatam rationem habet, quam latus a/b/ad similis rationis latus f/g. Similia itaq; polygona: &c. vt in theoremate. Quod fuerat ostendendum. Tertia pars.

Corollarium primum.

❡Fit itaq; generaliter manifestum, ꝙ similes quæcunq; rectilineæ figuræ, in dupla ratione sunt adinuicem similis rationis laterum: id est, ꝙ ratio similium rectilinearũ figurarum, ex duplatã similium laterum ratione consurgit. Id enim primò patuit in triangulis, & rectangulis, siue quadratis: nunc autem in polygonis, & omnia polygona in triangula diuisibilia sunt.

Corollarium secundum.

❡Sequitur rursum, quòd si tres rectæ lineæ fuerint proportionales: erit sicut prima ad tertiam, sic descripta super primam vel à prima species rectilinei, ad similẽ similitérq; positam speciem, quæ à secunda vel supra secundam conscribitur. Ostensum est enim polygonũ a/b/c/d/e, ad polygonum f/g/h/k/l/duplam rationẽ habere, quam latus a/b/ad latus f/g. & si ipsarum a/b/& f/g/tertiam acceperimus proportionalem, per vndecimam huius sexti, vtpote m/n: ipsa a/b/ad m/n/duplam itidem rationẽ habebit, quam eadẽ a/b/ad f/g, per decimam diffinitionem quinti. Et proinde sicut a/b/ad m/n, sic a/b/c/rectilineum ad simile similitérque positum rectilineum f/g/h.

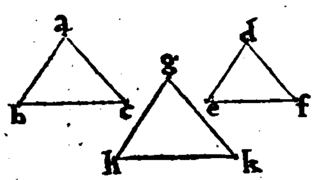


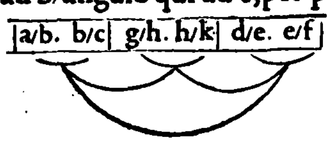
Θεώρημα ιε, πρόθεσις κα.
Τὰ τῷ αὐτῷ εὐθυγράμμῳ ὅμοια καὶ ἀλλήλοις ἐστὶν ὅμοια.

Theorema 15, *Propositio 21.*

21 QVæ eidem rectilineo sunt similia: & adinuicem sunt similia.

ORONTIVS. ❡Sint bina rectilinea a/b/c/ & d/e/f, eidem rectilineo g/h/k/ similia. Dico a/b/c/rectilineum, simile fore rectilineo d/e/f. Cùm enim ex hypothesi a/b/c/ & g/h/k/ rectilinea, similia sint adinuicem: habebunt propterea angulos æquales ad vnum, & quæ circum æquales angulos sunt latera proportionalia: per primæ diffinitionis huius sexti conuersionem. Et proinde rectilinea d/e/f/& g/h/k, æquiangula erũt, & proportionaliũ itidem laterũ: cùm ex ipsa hypothesi similia sint adinuicem. Sit vterq; angulorum qui ad b/& e, ipsi angulo qui ad h/æqualis: & sicut g/h/ad h/k, sic a/b/ad b/c, & d/e/ad e/f. Et quoniam angulus qui ad b/æqualis est angulo qui ad h, & eidẽ angulo qui ad h/ æqualis angulus qui ad e: angulus igitur qui ad b/angulo qui ad e, per primam communẽ sententiam est æqualis. Insuper quoniam est vt a/b/ad b/c, sic g/h/ad h/k: sicut rursum g/h/ad h/k, sic d/e/ad e/f. Et sicut igitur a/b/ad b/c, sic per vndecimam quinti, d/e/ad e/f. Proportionalia itaq; sunt latera, quæ circũ eosdem æquales angulos qui ad b/& e.





Haud dissimiliter ostendemus, reliquos angulos ipsius a/b/c/ rectilinei, reliquis angulis ipsius d/e/f/ fore inuicem æquales: & circum eosdem æquales angulos latera proportionalia. Simile est itaq; a/b/c/ rectilineũ, ipsi rectilineo d/e/f, per primam huius sexti diffinitionem. Quod oportebat demonstrare.

Θεώρημα ιϛ, Πρόθεσις κβ.

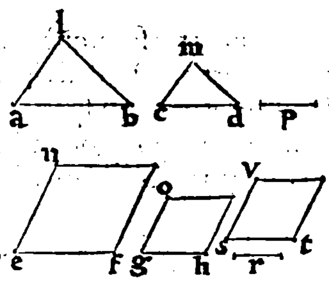
Ἐὰν τέσσαρες εὐθεῖαι ἀνάλογον ὦσι, καὶ τὰ ἀπ' αὐτῶν εὐθύγραμμα ὅμοιά τε καὶ ὁμοίως ἀναγεγραμμένα, ἀνάλογον ἔσται. κἂν τὰ ἀπ' αὐτῶν εὐθύγραμμα ὅμοιά τε καὶ ὁμοίως ἀναγεγραμμένα ἀνάλογον ᾖ, καὶ αὐταὶ αἱ εὐθεῖαι ἀνάλογον ἔσονται.

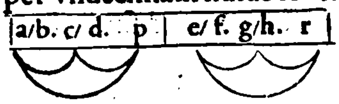
Theorema 16, Propositio 22.

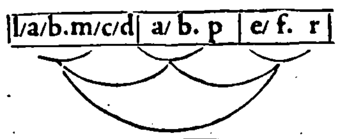
SI quatuor rectæ lineæ proportionales fuerint: & ab eis rectilinea similia similitérque descripta, proportionalia erunt. Et si ab ipsis rectilinea similia similitérque descripta, proportionalia fuerint: ipsæ quoque rectæ lineæ proportionales erunt. 22

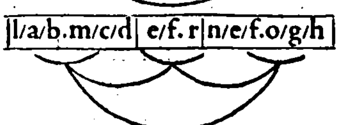
Pars prima theorematis.

ORONTIVS. ¶ Sint quatuor rectæ lineæ discõtinuè proportionales a/b, c/d, e/f, & g/h: sicut quidem a/b/ ad c/d, sic e/f/ ad g/h. Et per decimamoctauam huius sexti, ab ipsis a/b/ & c/d, similia similitérq; posita rectilinea describantur, l/a/b/ & m/c/d: & per eandem decimamoctauã, ab ipsis e/f/ & g/h, alia quædam similia similitérque posita rectilinea, n/e/f/ & o/g/h. Aio fore sicut l/a/b/ ad m/c/d, sic n/e/f/ ad o/g/h. Inueniatur enim ipsis a/b/ & c/d, tertia proportionalis p: ipsis autem e/f/ & g/h, tertia itidem proportionalis r, per vndecimam huius sexti. Cùm sit igitur ex hypothesi, vt a/b/ ad c/d, sic e/f/ ad g/h, & per constructionem sicut c/d/ ad p, sic g/h/ ad r. Et ex æqua igitur ratione, sicut a/b/ ad p: sic e/f/ ad r, per vigesimamsecundam quinti. Sicut porrò a/b/ ad p, sic l/a/b/ rectilineum, ad rectilineum m/c/d: per secundum corollarium vigesimæ huius sexti. Et sicut igitur l/a/b/ rectilineum, ad rectilineũ m/c/d: sic per vndecimam ipsius quinti, e/f/ ad r. Sicut rursum e/f, ad r: sic, per idem corollarium, rectilineum n/e/f/ ad rectilineum o/g/h. Et sicut itaque l/a/b, ad m/c/d: sic per eandem vndecimam quinti, n/e/f/ ad o/g/h.



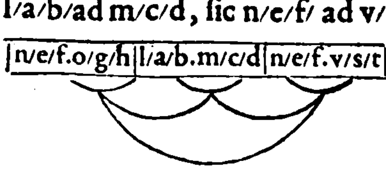






Secunda pars conuersa primæ.

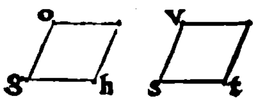
¶ Si autem fuerit vt l/a/b/ ad m/c/d, sic n/e/f/ ad o/g/h: dico versa vice, quatuor lineas rectas a/b, c/d, e/f/ & g/h, fore proportionales, sicut a/b/ ad c/d, sic e/f/ ad g/h. Datis enim tribus rectis lineis a/b, c/d, & e/f: quarta inueniatur proportionalis s/t, per duodecimã huius sexti. Et per decimamoctauam eiusdem, ab eadem s/t, ipsis n/e/f/ & o/g/h/ simile similitérque positum rectilineum describatur v/s/t. Et quoniam est vt a/b/ ad c/d, sic e/f/ ad s/t, & ab ipsis a/b/ & c/d/ similia similitérque posita describuntur rectilinea l/a/b/ & m/c/d, ab ipsis autem e/f/ & s/t/ similia itidem similitérq; posita rectilinea n/e/f/ & v/s/t: est igitur per primam partem iam demonstratã huius propositionis, sicut l/a/b/ ad m/c/d, sic n/e/f/ ad v/s/t. Receptum est autem ex hypothesi, vt l/a/b/ ad m/c/d, sic n/e/f/ ad o/g/h. Et sicut igitur n/e/f, ad o/g/h: sic per vndecimam quinti, n/e/f/ ad v/s/t. Eadem itaque magnitudo n/e/f, ad vtrasq; o/g/h/ & v/s/t, eandem habet rationem. Aequum est igitur

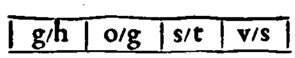


rectilineum o/g/h, ipsi v/s/t: per nonam quinti. Est autẽ & eidem simile, similitérq; positum, per constructionem. Similia porrò similitérque posita, & inuicem æqualia rectilinea: ab æqualibus, aut super æqualibus rectis lineis describũtur. Aequalis est igitur s/t/ipsi g/h. Est autẽ vt a/b/ad c/d, sic e/f/ad s/t. ipsi porrò s/t, æqualis ostensa est g/h: & eadem ad æquales, eandem habet rationem, per septimam quinti. Et sicut igitur a/b/ad c/d: sic e/f, ad g/h. Ergo si quatuor rectæ lineæ proportionales fuerint: & quæ sequuntur reliqua. Quod ostendendum susceperamus.

Lemma siue assumptum.

¶Quòd autem similia, similitérque posita, & inuicem æqualia rectilinea, habeant similis rationis latera inuicem æqualia: sic demonstratur. Sint rursum æqualia, & similia, similitérque posita rectilinea, o/g/h/ & v/s/t: sitq; vt o/g/ad g/h, sic v/s/ad s/t. Aio quòd g/h/ & s/t, sunt inuicem æquales. Si nanque fuerint inæquales: altera maior erit. Esto (si possibile sit) g/h, maior s/t. Et quoniam est vt o/g/ad g/h, sic v/s/ad s/t: & econtra igitur, vel à conuersa ratione, sicut g/h/ad o/g, sic erit s/t/ad v/s: per corollarium quartæ libri quinti. Sed prima g/h, maior est tertia s/t: & secunda itaque o/g, quarta v/s/maior erit, per decimamquartam ipsius quinti. Binæ itaque o/g/ & g/h, duabus v/s/ & s/t/erunt maiores: & proinde ipsum rectilineũ o/g/h, maius rectilineo v/s/t. Est autẽ eidem æquale, per hypothesin: quæ simul impossibilia sunt. Non est igitur g/h, maior ipsa s/t. Similiter ostendetur, quòd neq; minor. Aequalis est itaq; g/h, eidem s/t. Quod fuerat ostendendum.





Θεώρημα ιζ, Πρότασις κγ.

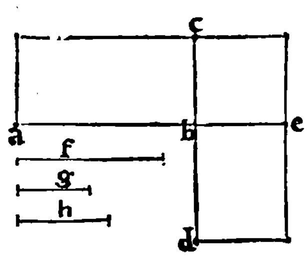
Τα ἰσογώνια παραλληλόγραμμα, πρὸς ἄλληλα λόγον ἔχει τὸν συγκείμενον ἐκ τῶν πλευρῶν.

Theorema 17, Propositio 23.

23 AEquiangula parallelogramma, adinuicem rationem habent compositam ex lateribus.

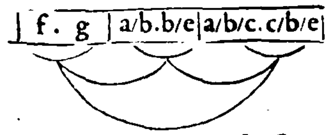
ORONTIVS. ¶De lateribus velim intelligas, quæ circum æquales sunt angulos. Sint igitur bina parallelogramma inuicẽ æquiangula, a/b/c/ & d/b/e: quorum angulus qui sub a/b/ & b/c, angulo qui sub d/b/ & b/e/ continetur sit æqualis. Dico a/b/c/parallelogrammum, ad parallelogrammum d/b/e, rationem habere compositam ex ratione laterum a/b/ad b/e, & c/b/ad b/d. Constituantur enim a/b/ & b/e/ latera in directum: hoc autem fiet, cùm anguli c/b/a/ & c/b/e/ duobus rectis fuerint æquales, per decimamquartam primi. tunc quoq; in directum erit c/b/ ipsi b/d, per eandem propositionem: nàm anguli e/b/c/ & e/b/d, per primam & tertiam communem sententiam, duobus itidem rectis æquabũtur. Compleatur denique parallelogrammum c/b/e: productis in continuum rectúmque, per secundum postulatum, eorundem parallelogrammorum lateribus. Proponatur insuper recta quædam linea f: & tribus datis rectis lineis a/b, b/e, & f: quarta subsumatur proportionalis g, per duodecimam huius sexti. Erit igitur vt a/b, ad b/e: sic f, ad g. Et per eandem duodecimam propositionem, tribus datis rectis lineis c/b, b/d, & g: quarta rursum proportionalis accipiatur h. Erit ergo vt c/b, ad b/d: sic g, ad h. Est autem sicut a/b/ ad b/e, sic f/ ad g. rationes itaque ipsius f/ ad g, & g/ ad h: eædem sunt ipsis rationibus a/b/ ad b/e, & c/b/ ad b/d. Ratio porrò f/ ad h, componitur ex ratione ipsius f/ ad g, atque

Partiũ figuræ præparatio.

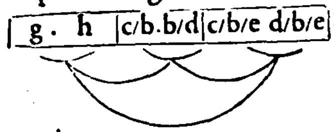


ipſius g/ ad h: veluti quinta huius ſexti præmiſſum eſt diffinitione. Et proinde ratio f/ad h, componitur ex ratione laterum a/b/ ad b/e, & c/b/ad b/d. His præoſtẽſis, quoniam a/b/c/ & c/b/e/ parallelogramma ſub eadem ſunt altitudine: ad ſe inuicem igitur ſunt vt baſes, per primam huius ſexti. Sicut itaque a/b, ad b/e: ſic a/b/c parallelogrammum, ad parallelogrammum c/ b/e. Sicut autem a/b/ ad b/e, ſic per

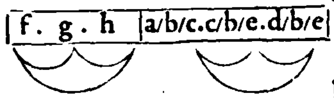
Præcipua demõſtrationis reſolutio.



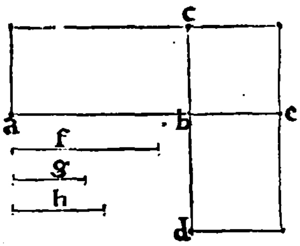
conſtructionem f/ ad g. Et ſicut igitur f, ad g: ſic per vndecimam quinti, a/ b/ c/ parallelogrammum, ad c/b/e/ parallelogrammum. Inſuper quoniam c/b/e/& d/ b/ e/ parallelogramma, in eadem ſunt altitudine: ad ſe inuicem rurſum ſunt vt baſes, per eandem primam huius ſexti. Sicut ergo c/ b/ ad b/d: ſic parallelogrammum c/b/e, ad d/b/e/ parallelogrammum. Sicut porrò c/b, ad b/d:



ſic per conſtructionem g, ad h. Et ſicut igitur g/ad h: ſic parallelogrammum c/b/e, ad d/b/e/ parallelogrãmum, per ipſam vndecimam quinti. Et quoniam oſtẽſum eſt, vt f/ ad g, ſic a/b/c/parallelogrammũ, ad parallelogrammum c/ b/ e: ſicut rurſum g/ ad h, ſic idem parallelogrammum c/ b/ e, ad d/ b/ e/



parallelogrammum. Et ex æqua igitur ratione, per vigeſimamſecũdam eiuſdem quinti, ſicut f/ad h: ſic a/b/c/ parallelogrammum, ad d/b/e/parallelogrammũ. Atqui ratio f / ad h, compoſita eſt (vti ſuprà deduximus) ex ratione laterum a/ b/ ad b/ e, & c/ b/ ad b/d. Et parallelogrammum igitur a/b/c/ad parallelogrammum d/b/e, rationem habet compoſitam ex ratione laterum a/b/ad b/e, & c/b/ad b/d. Aequiangula itaque parallelogramma, rationem habent compoſitam ex lateribus, angulos inuicem æquales continentibus. Quod demonſtrandum fuerat.



Θεώρημα ιη, Πρόθεσις κδ.

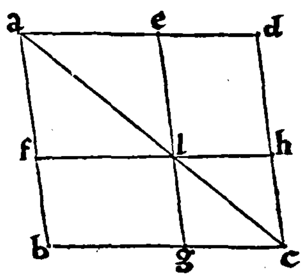
Παντὸς παραλληλογράμμου, τὰ περὶ τὴν διάμετρον παραλληλόγραμμα, ὅμοιά ἐστι τῷ τε ὅλῳ καὶ ἀλλήλοις.

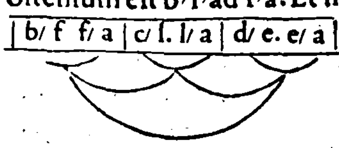
Theorema 18, Propoſitio 24.

OMnis parallelogrammi, quæ circa dimetiẽtem parallelogrã- 24
ma: ſimilia ſunt toti, & adinuicem.

ORONTIVS. ¶Eſto datum parallelogrammum a/b/c/d, cuius dimetiens ſit a/c, & circa ipſum dimetientem parallelogramma, e/f/ & g/h. Aio ipſa e/f/ & g/h/parallelogramma, toti parallelogrammo a/b/c/d, atque inuicem fore ſimilia. Trianguli enim a/b/c, ad latus b/ c/ acta eſt parallela f/l: ſecat igitur f/l/ipſius trianguli latera proportionaliter, per ſecundam huius ſexti, ſicut b/f/ ad f/a, ſic c/ l/ ad l/ a. Trianguli rurſum a/ d/ c, ad latus d/c/acta eſt parallela e/l: ſecat igitur e/l/ ipſius trianguli latera proportionaliter, per eãdem ſecundã huius ſexti, ſicut c/l/ ad l/a, ſic d/e/ ad e/a. Sicut porrò c/l/ad l/a, ſic oſtenſum eſt b/f/ad f/a. Et ſicut igitur b/f/ad f/a, ſic per

Quòd e, f, parallelogrãmũ ſimile ſit toti a, b, c, d.





vndecimã quinti, d/e/ad e/a. Si autem diuiſæ magnitudines, proportionales fuerint: compoſitæ quoq; proportionales erũt, per decimamoctauam quinti. Et ſicut igitur b/a/ad a/f, ſic d/a/ad a/e. Et permutatim rurſum, per

| b/a. | a/f. | d/a. | a/e. | decimamſextam eiuſdem quinti, ſicut b/a/ad a/d, ſic f/a/ ad a/e. Proportionalia itaq; ſunt latera, quæ circum angulum qui ad a/vtrique parallelogrammo communem. Inſuper, quoniam parallela eſt f/l/ ipſi b/c: æqualis eſt angulus a/f/l, ipſi angulo a/b/c: necnõ & a/l/f, ipſi a/c/b, per vigeſimamnonam primi. Angulus porrò qui ſub f/a/l/aut b/a/c, vtrique triangulo a/b/c/& a/f/l/ communis eſt. Aequiangulũ eſt itaque triangulũ a/f/l, triãgulo a/b/c Haud diſſimiliter triãgulum a/e/l, triãgulo a/d/c/ oſtendetur æquiangulũ: & angulus a/e/l/angulo a/d/c/ æqualis, atque a/l/e/ipſi angulo a/c/d. Si autem æquales anguli, æqualibus cõponantur angulis: conſurgent per ſecundam cõmunem ſententiã, æquales anguli. Aequus eſt igitur angulus f/l/ e, ipſi b/c/ d: & totum proinde parallelogrammum e/f, toti a/b/c/d/æquiangulum. Rurſum quoniam a/f/l/& a/b/c/triangula, ſimiliter & a/e/l/ atque a/d/c, ſunt inuicem æquiangula: proportionalia itaque ſunt latera, quæ circũ æquales angulos, per quartam huius ſexti. Sicut igitur a/b/ad b/c, ſic a/f/ad f/l: ſicútque b/c/ad c/a, ſic f/l/ad l/a. Sicut rurſum a/c/ad c/d, ſic a/l/ad l/e: ſicut denique c/d/ad d/a, ſic l/e/ ad e/a. Et quoniam oſtenſum eſt, vt b/c/ad c/a, ſic f/l/ad l/a: ſicut præterea a/c/ad c/d, ſic a/l/ad l/e. Et ex æqua igitur ratione, per vigeſimamſecũdam quinti, ſicut b/c/ad c/d, ſic f/l/ad l/e.

| a/b/ | b/c/ | c/a/ | c/d/ | d/a/ | | a/f/ | f/l/ | l/a/ | l/e/ | e/a/ |

Aequiangulorum itaque parallelogrammorum a/ b/ c/ d/& e/f, proportionalia ſunt latera quæ circum æquales angulos. Simile eſt igitur e/ f/ parallelogrammum, ipſi a/b/c/d/ parallelogrammo: per primam huius ſexti diffinitionem. Haud diſſimili via, g/h/parallelogrammum, ipſi a/b/c/d/ parallelogrammo ſimile fore conuincetur: eundem qui prius, verſus angulum c, & ipſum g/h/ parallelogrammum reſpondenter iterando diſcurſum. Et proinde vtrunque ipſorum e/f/& g/h/parallelogrammorum, ſimile eſt eidem a/b/c/d/parallelogrammo. Omne autem parallelogrammum, rectilineum eſt: & quæ eidem rectilineo ſunt ſimilia, & adinuicem ſimilia ſunt, per vigeſimamprimam huius ſexti. Simile eſt igitur e/f/parallelogrammum, ipſi g/h/parallelogrammo. Omnis itaque parallelogrammi, quæ circa dimetientẽ parallelogramma, ſimilia ſunt toti, & adinuicem. Quod oportuit oſtendiſſe.

Quòd g,h, parallelogrãmũ eidẽ a,b,c,d, ſit ſimile.

Quòd e,f, & g,h, ſimilia ſint adinuicẽ.

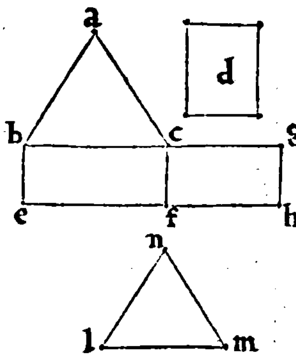
Πρόβλημα ζ, Πρότασις κε.

Τῷ δοθέντι εὐθυγράμμῳ ὅμοιον, καὶ ἄλλῳ τῷ δοθέντι ἴσον, τὸ αὐτὸ συστήσασθαι.

Problema 7, Propoſitio 25.

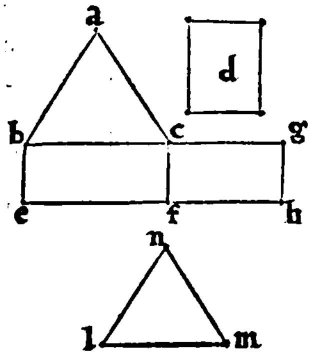
25 DAto rectilineo ſimile, & alij dato æquale, idem conſtituere.

ORONTIVS. ¶ Sint bina rectilinea, a/b/c/inquàm & d: ſitq; receptum, ipſi dato a/ b/ c/ rectilineo ſimile, ipſi verò d/ æquale, idem rectilineum cõſtituere. Ad datam itaque rectam lineam b/c, & in dato angulo qui ſub e/b/c, dato rectilineo a/b/c, æquale conſtruatur parallelogrammum b/ f: ſimiliter & ad rectam lineam f/c, atque in dato angulo qui ſub f/c/g/ ei qui ſub e/b/c/æquali, dato rectilineo d, æquale rurſum parallelogrammum conſtituatur c/h, per quadrageſimã quartam, & quadrageſimamquintam primi, vtroque rectilineo (ſi expediat) in triãgula diſtributo. Et quoniam angulus f/c/g, æquus eſt angulo e/b/c, per cõſtructionem, vtrique autem communis b/c/f: anguli propterea b/c/f,

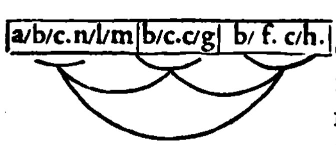


Partium figuræ præmittẽda deſcriptio.

& f/c/g/ duobus angulis e/b/c/ & c/b/f, ſunt per ſecundam communem ſententiam æquales.ſed anguli e/b/c/& b/c/f,ſunt æquales duobus rectis,per vigeſimamnonam ipſius primi.Et duo igitur anguli b/c/f/& f/c/g,binis itidem rectis ſunt æquales. In directum eſt igitur b/c,ipſi c/g,per decimamquartam eiuſdem primi: & e/f/ conſequenter ipſi f/h. Binis inſuper datis rectis lineis b/c/& c/g,media proportionalis



inueniatur l/m,per decimamtertiam huius ſexti.Et per decimamoctauam eiuſdem ſexti, ſuper data recta linea l/m, dato rectilineo a/ b/ c, ſimile ſimilitérque poſitum rectilineum deſcribatur,n/l/m. Aio rectilineum n/l/m, æquum fore ipſi d.Cùm enim tres lineæ rectæ b/c,l/m, & c/g,ſint per constructionem cõtinuè proportionales: erit per ſecundum corollariũ vigeſimæ huius ſexti, ſicut prima ad tertiam,ſic ſpecies rectilinei quæ à prima, ad ſimilem ſimilitérque poſitam ſpeciem quæ à ſecunda.Sicut igitur b/c,ad c/g:ſic a/b/c/rectilineum,ad rectilineũ n/l/m.Sicut porrò b/c,ad c/g: ſic b/f/ parallelogrãmum,ad parallelogrammum c/h, per primam huius ſexti:ſunt enim in eadem altitudine c/f.Ergo ſicut a/b/c/rectilineum,ad rectilineum n/l/m:ſic per vndecimam quinti,b/f/parallelogrammum,ad parallelogrammum c/h. Sed rectilineum a/b/c,æquum eſt per constructionem ipſi b/f/parallelogrãmo:& rectilineũ igitur n/l/m, ipſi parallelogrammo c/h/per decimamquartam quinti eſt æquale.Eidem rurſum parallelogrãmo c/h, æquũ eſt d/rectilineum,per conſtructionem:& n/l/m/itaq; rectilineum, ipſi d/rectilineo, per primam communem ſentẽtiam eſt æquale. Conſtructũ eſt autem & ipſi a/b/c/ ſimile. Idem itaque rectilineum n/l/m,ipſi dato rectilineo a/b/c/ſimile,& alij dato ſcilicet d/æquale conſtitutum eſt. Quod efficere oportebat.



Demonſtratiua problematis reſolutio.

Θεώρημα ιθ, Πρόθεσις κς.

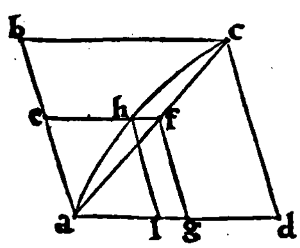
Ἐὰν ἀπὸ παραλληλογράμμου παραλληλόγραμμον ἀφαιρεθῇ ὅμοιόν τε τῷ ὅλῳ καὶ ὁμοίως κείμενον, κοινὴν γωνίαν ἔχον αὐτῷ, περὶ τὴν αὐτὴν διάμετρόν ἐστι τῷ ὅλῳ.

Theorema 19, Propoſitio 26.

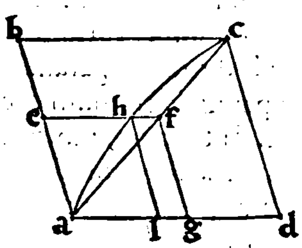
SI à parallelogrammo parallelogrammum auferatur, & ſimile toti & ſimiliter poſitum,communem angulum habens ei: circum eundem dimetientem eſt toti. 26

ORONTIVS. ¶Eſto datum parallelogrammum a/b/c/d: à quo ſimile ſimilitérque poſitum,& communem illi habens angulum qui ad a, auferatur diſtinguatúrve parallelogrammum a/e/f/g. Dico ipſa a/b/c/d/ & a/e/f/g/ parallelogramma, circa eundem fore dimetientem a/f/c:hoc eſt dimetientem a/ f/ c/ totius parallelogrammi a/b/c/d,tranſire per angulum qui ad f,& vtriq; parallelogrammo fore communem. Si enim a/c/non tranſierit per f: tranſeat (ſi poſſibile ſit)vt a/h/c. ſecabit igitur a/h/c,aut e/f,aut f/g/latus ipſius a/e/f/g/parallelogrammi.Secet ipſum latus e/f,in puncto h.& per punctum h,vtrique ipſarũ a/e/& f/g/parallela ducatur h/l, per trigeſimamprimam primi. Erit itaque e/l/ parallelogrammum, & circa eundem dimetientem cum ipſo a/b/c/d/parallelogrammo.Simile erit igitur e/l/ parallelogrammum, ipſi a/b/c/d/

Oſtẽſio theorematis ab i poſſibili.



parallelogrammo,per vigesimamquartam huius sexti.Eidem porrò a/b/c/d parallelogrammo,simile est per hypothesin,ipsum e/f/g/parallelogrammum. Quæ autem eidem rectilineo similia,& adinuicem similia sunt,per vigesimamprimam huius sexti.Simile erit itaque e/l/parallelogrammum,ipsi e/f/g/parallelogrammo.Similia porrò parallelogramma sunt, quæ angulos æquales habent ad vnum,& quæ circa angulos æquales latera proportionalia,per primæ diffinitionis huius sexti conuersionẽ.Et sicut igitur e/a/ ad a/g,sic e/a/ad e/l.Ad quas autẽ eadem, eandẽ habet rationem,ipsæ sunt æquales,per nonam quinti.Aequalis foret igitur a/g,ipsi a/l,totum suæ parti:quod per nonam communẽ sententiam est impossibile.Idem etiam subsequetur incōueniens,vbi posueris eundẽ a/c/dimetientẽ secare latus f/g.Transit igitur a/c/totius a/b/c/d/ parallelogrammi dimetiens,per angulum atq; punctũ f: & proinde ipsum a/e/f/g/ parallelogrammum,circum eundem dimetientem est toti a/b/c/d/ parallelogrammo. Igitur si à parallelogrammo parallelogrammum auferatur: &c.vt in theoremate.Quod demonstrare fuerat operæpretium.



Θεώρημα κ, Πρόθεσις κζ.

ΠΑντων τῶν παρὰ τὴν αὐτὴν εὐθεῖαν παραβαλλομένων παραλληλογράμμων, καὶ ἐλλειπόντων εἴδεσι παραλληλογράμμοις ὁμοίοις τε καὶ ὁμοίως κειμένοις τῷ ἀπὸ τῆς ἡμισείας ἀναγραφομένῳ: μέγιστόν ἐστι, τὸ ἀπὸ τῆς ἡμισείας παραβαλλόμενον παραλληλόγραμμον, ὅμοιον ὂν τῷ ἐλλείμματι.

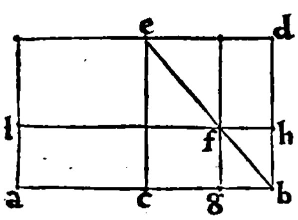
Theorema 20, Propositio 27.

27 OMnium parallelogrãmorum circum eandem rectam lineam proiectorum, deficientiúmq; specie parallelogrammis similibus similitérque positis ei quod à dimidia descriptum est: maximum est quod à dimidia proiectum parallelogrammum, simile existens sumpto.

ORONTIVS. ¶Deficere specie dicitur parallelogrammum, dato parallelogrammo:quando vtrunque parallelogrammum super eadem recta linea consistẽs, alterum deest alteri, ad complendum similis speciei parallelogrammum super totam datam rectam lineam coextẽsum. Vel dum cōparatum parallelogrammum, reliquo deficit ab ipso similis speciei parallelogrammo, super totam ipsam rectam lineam constituto. Sit igitur data recta linea a/b,secta bifariam in c,per decimam primi:describatúrque à dimidia c/b,contingens parallelogrammum c/d.Iuxta verò datam rectam lineam a/b, gemina comparentur parallelogramma. alterum proiectum à reliqua dimidia a/c,vtpote a/e, simile similitérq; descriptũ existens sumpto c/d,& deficiẽs specie ipso c/d/à toto a/d/ parallelogrammo:alterum autem a/f,super a/ g/ comparatum maiore dimidia ipsius a/ b, & proinde subingrediens ipsum parallelogrãmum c/d, deficiénsque specie parallelogrammo g/h,simili similitérque posito ipsi c/d/ quod à dimidia c/b/descriptum est,ad complendum ipsum a/h/parallelogrammum. Dico quòd a/e/parallelogrammum,maius est e/f/parallelogrammo. Cùm enim ex hypothesi g/h/ parallelogrammum, simile sit ipsi parallelogrammo c/d:circum igitur eundem sunt dimetientem e/f/b, per vigesimamsextam huius sexti. Producatur ergo g/ f/ in rectum & continuum

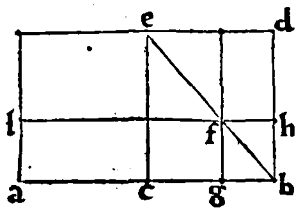
Quomodo parallelogrãmũ deficiat specie dato parallelogrammo.

Prima theorematis differẽtia.



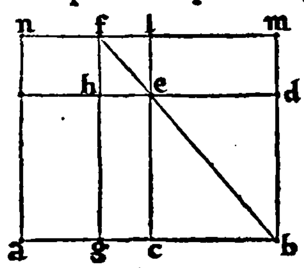
Demõstratio.

vſque ad latus e/d,per ſecũdum poſtulatum.Parallelogrãmi igitur c/d,eorum quæ circa dimetientem ſunt parallelogrammorum ſupplementa c/f/& f/d,ſunt per quadrageſimamtertiam primi adinuicem æqualia. Addatur vtrique commune g/h. totum ergo c/h,toti g/d,per ſecundam communem ſententiã eſt æquale.Eidem porrò c/h,æquum eſt c/l,per trigeſimamſextam primi: ſunt enim in baſibus æqualibus a/c/& c/b,in eiſdémque parallelis a/b/& l/h.Et g/d/itaque,ipſi c/l/per primam communem ſententiam æquum eſt. Commune rurſum adiatur c/f. totus igitur gnomon c/b/d,toti a/f/ parallelogrammo eſt æquale. Sed totum parallelogrãmum c/d, maius eſt per nonam communem ſententiam,ipſo gnomone c/b/d:& proinde ipſo a/f/maius.Aequum eſt porrò a/e/parallelogrammum, ipſi c/d/ parallelogrammo, per eandem trigeſimamſextam primi: in baſibus enim ſunt æqualibus a/c/& c/b,atq; in eiſdem parallelis a/b/& e/d. Quæ autẽ ſunt æqualia,eiuſdem ſunt æquè maiora: per ſextæ communis ſententiæ cõuerſionem.Maius eſt itaque parallelogrammum a/e,ipſo a/f/parallelogrammo.



Secunda theorematis differentia.

¶Sed eſto a/f/parallelogrammum,proiectum ſuper a/g,minore dimidia ipſius a/b/lineæ datæ, & egrediens ipſum a/e/parallelogrãmum:deficiens rurſum ſpecie ipſo f/b/parallelogrammo, ſimili ſimilitérque poſito ipſi c/d, quod à dimidia c/b/deſcriptum eſt,ad complendum totum a/m/parallelogrammum. Aio quòd & a/e/parallelogrammum, maius eſt ipſo a/f/parallelogrãmo.



Demõſtratio.

Cùm enim ex hypotheſi c/d/& f/b/parallelogramma, ſimilia ſint: circum eundem propterea dimetientẽ f/e/b, per vigeſimamſextam huius ſexti conſtituentur. Compleantur itaque, per trigeſimamprimam primi,& ſecundum poſtulatum,h/l/ & a/m/parallelogramma: vt in ipſa continetur figura. Et quoniam parallelogramma ſunt a/l/&c/m: ſunt igitur per trigeſimamquartã primi, n/l/& l/m/ ipſis a/c/ & c/b/ quæ ex oppoſito,atque inuicem æquales.Et proinde n/e/ parallelogrammum, ipſi e/m/parallelogrammo,per trigeſimãſextam primi æquale.Eidem porrò e/m,æquũ eſt e/g,per quadrageſimamtertiam ipſius primi.Et n/e/itaque ipſi e/g,per primam communem ſententiam eſt æquale.Subducto igitur h/l:,reliquum e/g,reliquo n/h/ maius eſt.Si autem inæqualibus e/g/& n/h/æqualia vel idem commune a/h/ apponatur:,omnia,per quartam communem ſententiam,erunt inæqualia.conſurget igitur a/e/parallelogrammum,maius ipſo a/f/parallelogrammo. Omnium itaq; parallelogrammorum iuxta eandem lineam conſiſtentium, & deficientium ſpecie : & quæ ſequuntur reliqua. Quod oſtendendum receperamus.

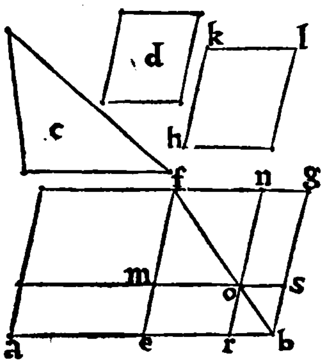
Πρόβλημα η, Πρόθεσις κη.

ΠΑρὰ τὴν δοθεῖσαν εὐθεῖαν τῷ δοθέντι εὐθυγράμμῳ ἴσον παραλληλόγραμμον παραβαλεῖν, ἐλλεῖπον εἴδει παραλληλογράμμῳ, ὁμοίῳ ὄντι τῷ δοθέντι. Δεῖ δὴ τὸ διδόμενον εὐθύγραμμον, ᾧ δεῖ ἴσον παραβαλεῖν, μὴ μεῖζον εἶναι τοῦ ἀπὸ τῆς ἡμισείας παραβαλλομένου, ὁμοίων ὄντων τῶν ἐλλειμμάτων, τοῦ τε ἀπὸ τῆς ἡμισείας, καὶ ᾧ δεῖ ὅμοιον ἐλλείπειν.

Problema 8, Propoſitio 28.

AD datam rectam lineam, dato rectilineo æquale parallelogrammum comparare,deficiens ſpecie parallelogrammo ſimili dato. Oportet iam datum rectilineum,cui expedit æquum comparare,nõ maius eſſe eo quod à dimidia comparatũ,ſimilibus 28 exiſtentibus ſumptis, & eius quod à dimidia, & cui expedit ſimile deficere.

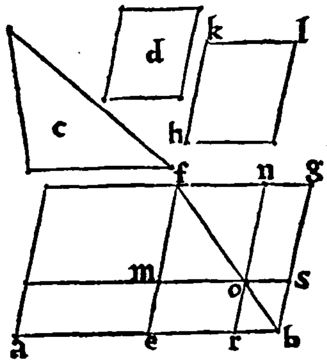
ORONTIVS. ¶ Oſtenſum eſt enim antecedenti vigeſimaſeptima propoſitione, omnium parallelogrammorum iuxta eandem rectam lineam comparatorum, deficientiúmq; ſpecie ſimilibus ſimilitérque poſitis parallelogrammis ei quod à dimidia deſcribitur: maximum eſſe quod à dimidia comparatum parallelogrammũ, ſimile exiſtens ſumpto. Oportet itaque datum rectilineum, cui ad datam rectam lineam æquale comparandum eſt parallelogrammum: nõ maius eſſe eo quod à dimidia ipſius datæ rectæ lineæ comparatur, ſimilibus ſimlitérque poſitis exiſtentibus vtriuſq; comparati parallelogrammi defectionibus (ad complenda ſimilis ſpeciei parallelogramma ſuper totam datam rectam lineam coextenſa) eius inquàm quod à dimidia, & eius cui ſimile ſimilitérq; poſitũ eidem quod à dimidia defuturũ eſt parallelogrammum. Notandum. ¶ Sit ergo data recta linea, a/b: datum verò rectilineum, cui oportet ad datam rectam lineã a/ b/ æquum parallelogrammũ comparare, eſto c, non exiſtens maius eo quod à dimidia comparatur, ſimilibus exiſtentibus vtriuſque defectionibus. Ipſum autem parallelogrammum, cui expedit ſimile deficere, ſit d. Interpretatio problematis.



Recipio itaq; ad datam rectam lineam a/b, dato rectilineo c, æquum parallelogrammũ comparare, deficiens ſpecie parallelogrãmo ipſi d/ ſimili. Secetur itaque a/b/recta bifariam in pũcto e, per decimam primi. Et per decimamoctauam huius ſexti, à data recta linea e/b, dato rectilineo d, ſimile ſimilitérq; poſitum rectilineũ (quod erit & parallelogrammũ) deſcribatur e/f/g: compleatúrque per trigeſimamprimam ipſius primi, & ſecũdum poſtulatum, a/e/f/parallelogrammum. Aut igitur a/e/f/parallelogrammum, æquum eſt ipſi rectilineo c, aut eo maius: non enim minus eſſe poteſt, per aſſumptã ex antecedenti vigeſimaſeptima propoſitione problematis determinationem. Prima oſtenſionis differẽtia. Si æquale fuerit a/e/f/parallelogrammum, ipſi rectilineo c: iam comparatũ erit ad datam rectam lineam a/b, dato rectilineo c, æquale parallelogrammũ a/e/f, deficiens ſpecie parallelogrammo e/ f/ g/ ſimili ipſi d. At ſi a/e/f/parallelogrammũ, eodem c/ rectilineo fuerit maius: erit & e/f/g/parallelogrãmum, æquè itidem maius ipſo c. ſunt enim a/e/f/ & e/f/g/parallelogramma, in baſibus æqualibus a/e/ & e/b, atq; in eiſdem parallelis a/b/ & f/g: & proinde, per trigeſimamſextam primi, inuicem æqualia. Differẽtia ſecunda, & abſoluta partiũ figurę compoſitio. Exceſſui autem ſiue rectilineo, quo e/f/g/parallelogrammum ſuperat ipſum c/ æquale, ipſi autem d/ ſimile ſimilitérque poſitum, idem conſtruatur h/k/l, per vigeſimamquintam huius ſexti. Eidem porrò d/ſimile eſt e/f/g, per conſtructionem: & h/l/igitur ſimile eſt ipſi e/f/g, per vigeſimamprimam eiuſdem ſexti. Similes autem rectilineæ figuræ, habent angulos æquales ad vnum, & quæ circum angulos æquales latera proportionalia, per primæ diffinitionis huius ſexti cõuerſionem. Sit igitur angulus qui ad k, æqualis angulo qui ad f: & ſicut e/f/ad f/g, ſic h/k/ ad k/l. Et quoniam e/f/g/parallelogrammum, æquum eſt ipſis c/ & h/l: maius eſt igitur e/f/g, ipſo h/l. & proinde latus e/f, maius ipſo h/k: & f/g, ipſo k/l/itidem maius. Secetur per tertiam primi, ipſi h/k/æqualis f/m, & ipſi k/l/æqualis f/n: & per trigeſimamprimam ipſius primi, compleatur m/o/n; & reliqua parallelogramma, vt in figura. Aequum eſt igitur m/n/parallelogrammum, ipſi h/l: atq; eidem ſimile. ſed h/l, ipſi e/f/g/ſimile eſt, per conſtructionem: & m/n/igitur, ipſi e/f/g/ſimile eſt, per eandem vigeſimamprimam huius ſexti. Circum ergo eundem ſunt dimetiẽtem f/o/b, ipſa e/f/g/& m/n/parallelogramma,per vigeſimamſextam eiuſdem ſexti. Et proinde parallelogrammum r/s,ipſi m/n,atq; toti e/f/g/ſimile eſt,per vigeſimamquartã huius ſexti:atq; demum ipſi d/ſimile,per ipſam vigeſimamprimam eiuſdem ſexti.

Præcipua demõſtrationis reſolutio.

His ita præmiſſis,quoniam e/f/g/ parallelogrammum, ipſis c/& h/l/eſt æquale, & ipſum h/l/æquale ipſi m/n:reliquus proinde gnomon m/b/n,rectilineo c,per tertiã communẽ ſententiam eſt æqualis.Rurſum quoniam e/o/ſupplementum,æquum eſt o/g/ſupplemẽto, per quadrageſimamtertiam primi: addatur vtriq; commune r/ s. totum igitur e/s,toti r/g: per ſecundam communem ſententiam eſt æquale. Sed eidem e/s, æquum eſt a/m, per trigeſimamſextam primi:ſunt enim a/m/& e/s,in baſibus æqualibus,ac in eiſdem parallelis.Et a/m,igitur ipſi r/g, per primam communem ſententiam æquũ eſt.Adponatur rurſum vtriq; commune e/o:totum igitur a/o, ipſi e/o/g/ aut m/b/n/ gnomoni,per eandem ſecundam communem ſententiam eſt æquale. Eidem porrò gnomoni m/b/n,æquũ eſt rectilineum c:& quæ eidem æqualia,adinuicẽ ſunt æqualia,per primam communẽ ſententiam. Aequũ eſt igitur a/o/ parallelogrammum, ipſi rectilineo c:deficítq; ſpecie(ad complendum a/s/parallelogrammum)ipſo r/s/ parallelogrammo,quod ſimile eſt ipſi d. Ad datam itaque rectam lineam a/b,dato rectilineo c,æquum parallelogrammum comparauimus a/o, deficiens ſpecie parallelogrammo r/s,dato parallelogrammo d/ſimili. Quod oportebat facere.



Πρόβλημα θ, Πρότασις κθ.

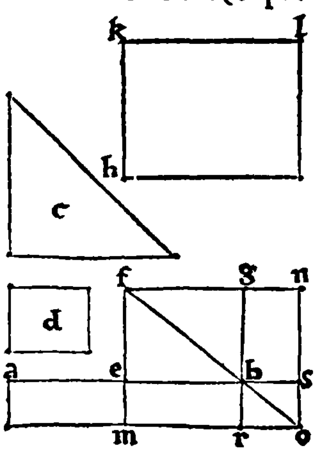
Παρὰ τὴν δοθεῖσαν εὐθεῖαν τῷ δοθέντι εὐθυγράμμῳ ἴσον παραλληλόγραμμον παραβαλεῖν, ὑπερβάλλον εἴδει παραλληλογράμμῳ ὁμοίῳ τῷ δοθέντι.

Problema 9, Propoſitio 29.

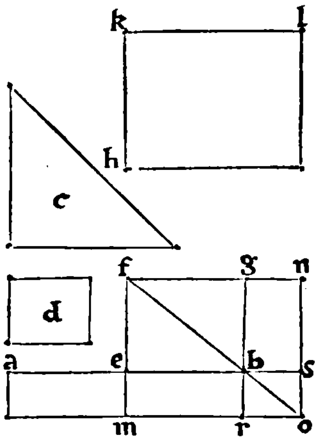
AD datã rectam lineã,dato rectilineo,æquale parallelogrammũ prætendere,excedens ſpecie parallelogrãmo ſimili dato. 29

ORONTIVS. ¶Sit rurſum data recta linea a/ b, datum verò rectilineum c, datum inſuper parallelogrammum d. Operæpretium itaque ſit, ad datam rectam lineam a/ b, dato rectilineo c, æquum parallelogrammum comparare, excedens ſimilis ſpeciei parallelogrammum ſuper totam a/b/comparatum, parallelogrammo ipſi d/ſimili. Secetur itaque primùm a / b/ recta bifariam, in puncto e, per decimam primi. & à data recta linea a/b, dato rectilineo d, ſimile ſimilitérque poſitum rectilineum(& proinde parallelogrammum)deſcribatur e/f/g/b : per decimamoctauam huius ſexti.Vtriſque præterea & e/g/parallelogrãmo & c/rectilineo æquale,ipſi autem d/ ſimile ſimilitérq; poſitum,idem conſtituatur h/k/l: per vigeſimamquintam ipſius ſexti.Vtrunq; igitur e/g/& h/l,ipſi d/ſimile eſt:& proinde e/g/& h/l/ſimilia adinuicem, per vigeſimamprimã eiuſdem ſexti.Similia verò rectilinea, habent angulos æquales ad vnum, & quæ circum æquales angulos latera proportionalia:per primæ diffinitionis huius ſexti conuerſionem.Eſto igitur angulus qui ad k, æqualis angulo qui ad f: & ſicut e/f/ ad f/g,ſic h/k/ad k/l.Et quoniã h/l,vtriſq; ſimul & e/g/parallelogrammo, & ipſi c/ rectilineo eſt æquale, per conſtructionẽ: maius eſt igitur h/l,ipſo e/g/parallelogrãmo.& latus propterea

Præparatio figurę,ipſius oſtẽſionis præambula.



h/k/ipſo e/f/maius:necnon & k/l/maius ipſo f/g. Producantur itaque in rectum & continuum, f/e/& f/g/verſus m/& n, per ſecundum poſtulatum:ſecetúrque ipſi h/k/ æqualis f/m, ipſi autem k/l/æqualis f/n, per tertiã primi. Compleatur deinde m/n/ parallelogrãmum, per trigeſimãprimã ipſius primi, vnà cum r/s, atq; cæteris quæ in figura ſunt parallelogrammis. Parallelogrammum itaq; m/n, æquum eſt & ſimile ipſi h/l. ſed eidem h/l/ ſimile oſtenſum eſt e/g: ſimile eſt igitur m/n, ipſi e/g, per vigeſimamprimã huius ſexti. & proinde ipſa e/g/& m/n/ parallelogrãma, circa eundem dimetientẽ f/b/o, per vigeſimamſextam ipſius ſexti ſunt conſtituta. Rurſum quoniam e/g/& r/s/parallelogramma, circa eundem ſunt dimetientem f/b/o: ſimile eſt propterea, per vigeſimamquartam eiuſdem ſexti, r/s/parallelogrammũ, ipſi e/g, atq; toti m/n, & proinde ipſi d/parallelogrammo. His ita præmiſſis, quoniã m/n, æquum eſt ipſi h/l, & ipſum h/l/vtriſq; & e/g/parallelogrãmo & c/rectilineo æquale: & m/n/igitur, eiſdẽ e/g/parallelogrãmo & c/rectilineo eſt æquale. quæ enim inuicẽ æqualia, eiſdẽ æqualia ſunt: per primæ cõmunis ſententiæ conuerſionẽ. Subducto igitur cõmuni/e/g: reliquum c/rectilineũ, reliquo gnomoni e/o/g, per tertiã communẽ ſententiã, eſt æquale. Et quoniam g/s/ſupplementum, ipſi e/r/ſupplemento, per quadrageſimamtertiam primi eſt æquale:& eidẽ e/r, æquum eſt a/m, per trigeſimamſextam eiuſdem primi, nempe in æquali baſi, ac in eiſdem parallelis conſtituto. Et a/m/igitur ipſi g/s, per primam communẽ ſententiam æquum eſt. Commune adponatur e/o: conſurget itaq; a/o/ parallelogrammum, ipſi e/o/g/gnomoni, per ſecundam communẽ ſententiam, æquale. Sed eidem gnomoni e/o/g, æquũ eſt rectilineũ c:& quæ eidem æqualia, adinuicem ſunt æqualia, per primã communem ſentẽtiam. Et a/o/igitur parallelogrammũ, æquum eſt ipſi dato rectilineo c: exceditq; ſimilis ſpeciei parallelogrammum a/r/ſuper totam rectam a/b/comparatum, ipſo parallelogrammo r/s, quod ipſi d/ſimile oſtenſum eſt. Ad datam igitur rectam lineam a/b, dato rectilineo c, æquale comparatum eſt parallelogrammum a/o, excedẽs ſimilis ſpeciei parallelogrammum a/r / ſuper totam a/b/comparatum, parallelogrammo r/s, ſimili dato parallelogrammo d. Quod faciendum receperamus.



Discurſus principalis demõſtrationis.

Πρόβλημα ι, Πρόθεσις λ.

Τὴν δοθεῖσαν εὐθεῖαν πεπερασμένην, ἄκρον καὶ μέσον λόγον τεμεῖν.

Problema 10, Propoſitio 30.

30 DAtam rectam lineam terminatam, per extremam ac mediã rationem diſpeſcere.

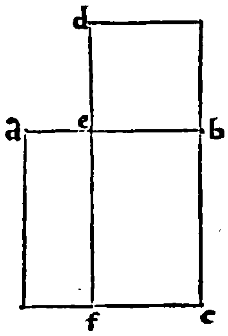
ORONTIVS. ¶Recta linea per extremam & mediam rationem ſecari dicitur: quãdo ſic diſpeſcitur, vt tota ad vnum ſegmentorum eandem habeat rationem, quam idem ſegmentum ad reliquum. Eſto igitur data recta linea terminata a/b, quam oporteat per extremam & mediam diſpeſcere rationem. Secetur itaque a/b/ recta in puncto c, per vndecimam ſecundi:vt quod ſub tota a/b/ & altero ſegmento a/c/ comprehenditur rectangulum, æquum ſit ei quod à c/b/ reliquo ſegmento fit quadrato. Propoſitis itaque tribus rectis lineis a/b, b/c/ & c/a, quod ſub extremis a/b/& c/a/continetur rectangulum, æquum erit ei quod à media b/c/fit quadrato. Ipſæ igitur tres rectæ lineæ proportionales erunt, per decimãſeptimam huius ſexti, ſicut a/b/ ad b/c, ſic b/c/ad c/a.

Problematis interpretatio

Executio demonſtratiua problematis.

Data ergo recta linea a/b, per extremam & mediam rationem secatur in c, & illius segmentum maius est b/c. ¶ Aut si velis describatur ex a/b/recta linea data, quadratum a/b/c, per quadragesimamsextam primi. Et ad datam rectam lineam b/c, dato quadrato a/b/c, æquum parallelogrammum comparetur c/d, excedens similis speciei parollelogrammum c/e/super totam b/c/comparatum, ipso d/b/parallelogrammo simili a/b/c/dato: per antecedentem vigesimamnonam propositionem. Et quoniam simile est a/b/c, ipsi d/b, & quadratum est a/b/c: & d/b/igitur est quadratum. Rursum quoniam c/d/parallelogrammum, æquum est quadrato a/b/c/& vtrique commune c/e: ablato itaque c/e, reliquum a/f/reliquo d/b, per tertiam communem sententiam est æquale. & qui circa e/sunt anguli, æquales sunt adinuicem, per decimamquintam primi, vel quartum postulatum. Aequalium porrò & vnum vni æqualem habentium angulum parallelogrãmorum, reciproca sunt latera quæ circum æquales angulos: per decimãquartam huius sexti. Et sicut igitur e/f/ad e/d, sic b/e/ad e/a. Sed b/e/æqualis est e/d, & a/b/ipsi b/c, per quadrati diffinitionem: eidem rursum b/c, æqualis est e/f, per trigesimamquartam primi. Et e/f/igitur, ipsi a/b, per primã communem sententiam est æqualis. Aequales autem ad eandem, eandem habent rationem, & eadem ad æquales: per septimam quinti. Et sicut igitur a/b/ad b/e, sic b/e/ad e/a. Data igitur recta linea a/b, per extremam & mediam rationem, in puncto e/dispescitur. Quod oportuit fecisse.

Idem alia ratione demonstrare.



Θεώρημα κα, Πρόθεσις λα.

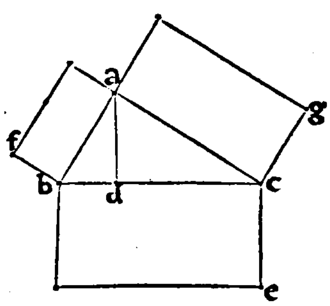
ΕΝ τοῖς ὀρθογωνίοις τριγώνοις, τὸ ἀπὸ τῆς τὴν ὀρθὴν γωνίαν ὑποτεινούσης πλευρᾶς εἶδος, ἴσον ἐστὶ τοῖς ἀπὸ τῶν τὴν ὀρθὴν γωνίαν περιεχουσῶν πλευρῶν εἴδεσι, τοῖς ὁμοίοις τε καὶ ὁμοίως ἀναγραφομένοις.

Theorema 21, Propositio 31.

IN rectangulis triangulis, quæ ab rectum angulum subtendente latere species: æqualis est eis, quæ ab rectũ angulum comprehendentibus lateribus speciebus similibus, similitérq; descriptis. 31

ORONTIVS. ¶ Quod de quadratis superficiebus, proposuit quadragesimaseptima primi: hic de quibuscunq; rectilineorum speciebus, proponit Euclides. Esto igitur datum rectangulum triangulum a/b/c, rectũ habens angulum qui ad a. Dico quòd species rectilinei, quæ describitur ex b/c/rectum angulum subtendente: æqualis est ambabus similibus similitérque descriptis speciebus, ab ipsis a/b/& a/c/ rectum angulum continentibus.

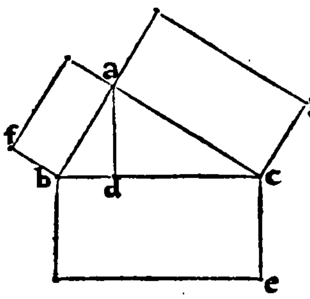
Interpretatio theorematis cũ partiũ figuræ descriptione.



A dato enim puncto a, super datam rectam lineã b/c, perpendicularis deducatur a/d, per duodecimam primi: quæ per octauam huius sexti, cadet intra datum a/b/c/ triangulum, ipsúmque in bina diuidet triãgula a/b/d/ & a/d/c, toti a/b/c/atque adinuicem similia. Describatur insuper ex b/c, contingens, & cuiuscunque libuerit speciei rectilineum b/e: & à datis rectis lineis a/b/& a/c, dato rectilineo b/e, similia similitérque posita rectilinea describantur a/f/& a/g, per decimamoctauã ipsius sexti. Et quoniã simile est a/b/c/ triangulum ipsi a/b/d/triangulo, & qui ad b/angulus vtrique communis: est igitur

Demõstratio ipsius theorematis.

vt c/b/ad b/a,sic a/b/ad b/d.sunt itaq; b/c/& a/b,similis rationis latera. Similia porrò triangula,adinuicem in dupla ratione sunt similis rationis laterum,per decimãnonam eiusdem sexti. Triãgulum igitur a/b/c,ad triãgulum a/b/d,duplam rationẽ habet quam b/c/ latus ad latus a/b. Rursum quoniã b/e/rectilineũ,simile est ipsi a/f: similes autẽ rectilineæ figuræ, in dupla ratione sunt adinuicẽ similis rationis laterũ,per primũ corollariũ vigesimæ huius sexti. Et b/e/itaq; rectilineũ,duplã rationẽ habet quam latus b/c/ad similis rationis latus a/b. Ostensum est autẽ,ꝙ & triangulum a/b/c/ad triangulum a/b/d,duplam itidem rationem habet quam latus b/c/ ad latus a/b. Et sicut igitur a/b/c/triangulũ ad triangulum a/b/d,sic per vndecimam quinti,b/e/rectilineum ad rectilineum a/f. & à conuersa insuper ratione,sicut a/b/d/ triangulum ad triangulum a/b/c,sic a/f/ rectilineum ad rectilineum b/e, per quartæ ipsius quinti corollarium.



Haud dissimiliter ostendemus triangulum a/b/c/ad triangulum a/d/c, atq; b/e/ rectilineum ad rectilineum a/g, duplicem itidem habere rationem,quam latus b/c/ ad similis rationis latus a/c. Et proinde fore sicut a/b/c/ triangulum ad triãgulum a/d/c, sic b/e/ rectilineum ad rectilineũ a/g. Et econtra rursum,sicut triangulũ a/d/c, ad triangulum a/b/c,sic a/g/rectilineũ ad rectilineũ b/e. Patuit autem,quòd sicut a/b/d/ triangulum ad triangulum a/b/c,sic a/f/rectilineum ad rectilineum b/e. Primum igitur a/b/d,ad secũdum a/b/c/eandem habet rationẽ,& tertium a/f/ad quartum b/e: habet rursum & quintum a/d/c/ad secundum a/b/c/eandem rationem,& sextum a/g/ad ipsum quartum b/e. Et composita igitur primum & quintũ a/b/d/& a/d/c, ad secundum a/b/c/ eandem habebunt rationem,& tertium a/f/ cum sexto a/g/ad ipsum quartum b/e: per vigesimamquartã ipsius quinti. Sed a/b/d/& a/d/c/triãgula,æqualia sunt ipsi a/b/c/ triangulo,tanquàm partes ipsum totum a/b/c/triangulum integrantes:& ipsa igitur a/f/& a/g/rectilinea,ipsi b/e/rectilineo sunt æqualia. Aequum est ergo rectilineum quod ex b/e,eis quæ ex a/b/& a/c/similibus similitérq; descriptis. ¶Idem etiã ostẽdere licebit, ex secundo corollario eiusdem vigesimæ huius sexti: coassumptis propter similitudinem triangulorum a/b/c,a/b/d,& a/d/c,tribus rectis lineis b/c, a/b/& b/d/proportionalibus, & alijs tribus itidem proportionalibus, b/c,a/c, & c/d. Erit enim per idem corollarium,sicut b/c/ad b/d,sic b/e/ ad a/f: sicútque eadem b/c/ ad c/d,sic b/e/ad a/g. Hinc ipsarum trium linearum b/c,b/d, & d/c, quemadmodùm & supradictorum triangulorum adminiculo, conclusionem haud dissimili poteris elicere discursu. In rectãgulis igitur triangulis,quæ ad rectum angulum subtendente latere species:&c.vt in theoremate. Quod ostendendum fuerat.

Idem alia ratione demonstrare.

Θεώρημα κβ, Πρόθεσις λβ.

Ἐὰν δύο τρίγωνα συντεθῇ κατὰ μίαν γωνίαν, τὰς δύο πλευρὰς ταῖς δυσὶ πλευραῖς ἀνάλογον ἔχοντα, ὥστε τὰς ὁμολόγους αὐτῶν πλευρὰς καὶ παραλλήλους εἶναι: αἱ λοιπαὶ τῶν τριγώνων πλευραὶ, ἐπ᾽ εὐθείας ἔσονται.

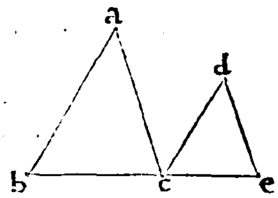
Theorema 22, Propositio 32.

32 SI duo triangula componantur ad vnum angulum, duo latera duobus lateribus proportionalia habentia, vt sint eiusdem rationis eorum latera & parallela: reliqua ipsorum triangulorum latera, in rectam lineam erunt.

ORONTIVS. ¶Sint bina triangula a/b/c/& d/c/e,ad vnum angulum qui sub a/c/d/compoſita,habētia duo latera b/a/& a/c/duobus lateribus c/d/& d/e/proportionalia,ſicut b/a/ad a/c/ita c/d/ad d/e:ſintq; eiuſdem rationis latera inuicem parallela,vtpote a/b/ipſi c/d,& a/c/ipſi d/e. Dico quòd reliqua latera b/c/& c/e,in rectā

Oſtēſio theorematis.

lineam ſunt conſtituta. Cùm enim ex hypotheſi a/b/& c/d/ ſint parallelæ,& in eas incidat a/c:erit angulus b/a/c/ æqualis alterno a/c/d, per vigeſimamnonam primi. Haud diſſimiliter quoniam a/c/parallela eſt ipſi d/e,& in eas incidit recta c/d: erit per eandem vigeſimamnonam primi,angulus c/d/e, alterno a/c/d/ itidem æqualis. Duo itaq; anguli b/a/c/& c/d/e,eidem angulo a/c/d/ſunt æquales:& proinde æquales adinuicem,per primam communem ſententiam.Bina itaque triangula a/b/c/& d/c/e,habent vnum angulum vni angulo æqualem,& quæ circum æquales angulos latera proportionalia:æquiangula ergo ſunt ipſa a/b/c/ & d/c/e/ triangula,& æqua-



les habēt angulos ſub quibus eiuſdē rationis latera ſubtenduntur, per ſextam huius ſexti.Aequus eſt itaq; angulus c/b/a,angulo d/c/e.Oſtenſum eſt autē,ꝙ & b/a/c/ angulus,æqu⁹ eſt angulo a/c/d.Duo igitur anguli a/c/d/ & d/c/e,duobus angulis b/a/c/& c/b/a/ſunt æquales.Totus rurſum qui ſub a/c/e/ cōtinetur angulus, eiſdem angulis a/c/d/& d/c/e/æqualis eſt.Et proinde angul⁹ a/c/e, duobus angulis b/a/c/& c/b/a/eſt æqualis.Cōmunis addatur angulus a/c/b: duo igitur anguli a/c/b/& a/c/e,tribus angulis b/a/c, a/c/b, & c/b/a/ipſius a/b/c/ trianguli, ſunt per ſecundam communem ſententiam æquales.Sed eiſdem tribus angulis ipſius a/b/c/triāguli,ſunt æquales duo recti, per trigeſimamſecundam primi. Et duo itaque anguli a/c/b/& a/c/e,duobus rectis per primam communem ſententiam coæquantur.Ad datam ergo rectam lineam a/c/atq; ad eius punctum c,duæ rectæ lineæ b/c/& c/e/ non ad eaſdem partes ductæ, efficiunt vtrobique angulos a/c/b/ & a/c/e/binis rectis æquales : ipſæ igitur rectæ lineæ b/c/ & c/e,in directū ſeu rectam lineam,per decimamquartam ipſius primi ſunt conſtitutæ. Ergo ſi bina triangula: & quæ ſequuntur reliqua. Quod expediebat demonſtraſſe.

Θεώρημα κγ, Πρόθεσις λγ.

Ἐν τοῖς ἴσοις κύκλοις, αἱ γωνίαι τὸν αὐτὸν λόγον ἔχουσι ταῖς περιφερείαις ἐφ' ὧν βεβήκασιν, ἐάντε πρὸς τοῖς κέντροις, ἐάντε πρὸς ταῖς περιφερείαις ὦσι βεβηκυῖαι. ἔτι δὲ καὶ οἱ τομεῖς, ἅτε πρὸς τοῖς κέντροις συνιστάμενοι.

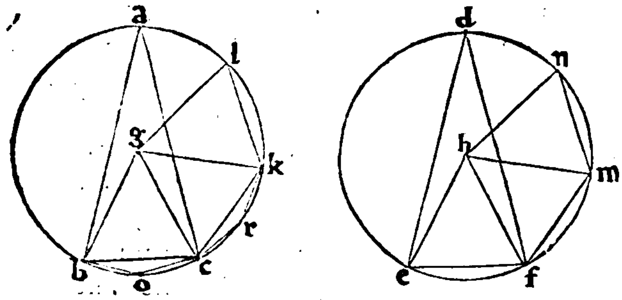
Theorema 23, Propoſitio 33.

IN æqualibus circulis,anguli eandem habent rationem ipſis cir- 33
cunferētijs in quibus deducūtur:etſi ad centra, etſi ad circunferētias fuerint deducti.Tum etiā ſectores, tanq̄ ad centra cōſtituti.

ORONTIVS.¶Sint bini & adinuicē æquales circuli,a/b/c/& d/e/f:ad quorū centra g/& h,anguli deducātur b/g/c/& e/h/f,ad circunferētias autē, b/a/c,& e/d/f, circunferentias b/c/& e/f/comprehendentes. Aio primùm,quòd veluti circunferentia b/c,ad e/f/circunferentiā,ſic angulus b/g/c/ ad angulum e/h/f,necnon & angulus b/a/c/ad angulum e/d/f. Connectantur enim per primum poſtulatum b/c/ & e/f.& in datis circulis a/b/c/& d/e/f,datis rectis lineis b/c/& e/f,nō maioribus eorundem circulorum dimetientibus:quotcunq; æquales rectæ lineæ ordine coaptentur,c/k/& k/l/ipſi b/c,atq; f/m,& m/n/ipſi e/f/æquales, per primā quarti.& per pri-

De angulis q ad centrum.

mum poſtulatum,connectantur g/k,g/l,h/m, & h/n/rectæ lineæ. Et quoniā æquales ſunt b/c,c/k, & k/l/ rectæ lineæ, æquales ſunt & circunferentiæ b/c, c/k, & k/l/ eaſdem rectas inuicem æquales ſubtendētes, per vigeſimamoctauam tertij. Hinc



per vigesimãseptimã eiusdẽ tertij,anguli b/g/c, c/g/k, & k/g/l, æquales sunt adinuicem.Et proinde anguli e/h/f, f/h/m, & m/h/n,adinuicẽ pariter æquales.Quotuplex igitur est b/c/l/ circunferentia, ipsius circunferentiæ b/c: totuplex est angulus b/g/l, ipsius anguli b/g/c.quotuplex insuper est e/f/n/circunferẽtia,ipsius e/f/circunferẽtiæ: totuplex est & angulus e/h/n,ipsius anguli e/h/f.Si itaq; circunferẽtia b/c/l/ maior est circunferẽtia e/f/n:æquè maior est & angulus b/g/l,ipso angulo e/h/n:& si æqualis,æqualis:si autem minor, itidem proportionaliter minor. Quatuor itaq; magnitudinum,vtpote b/c/& e/f/circunferẽtiarum,& angulorum b/g/c/ & e/h/f, sumpta sunt æquè multiplicia primæ & tertiæ:necnõ secundæ & quartæ alia vtcunque æquè multiplicia. & sicut multiplex primæ,ad multiplex secundæ:sic multiplex tertiæ, ad multiplex quartæ se habere deductum est.

Circunferentiæ		Anguli.	
b/c/l.	e/f/n.	b/g/l.	e/h/n.
b/c.	e/f.	b/g/c.	e/h/f.

In eadem ratione igitur est prima ad secundam,& tertia ad quartam,per sextam ipsius quinti diffinitionẽ:hoc est,sicut b/c/ circunferentia,ad e/f/circunferentiã:sic angulus b/g/c,ad angulum e/h/f. ❡Et quoniã angulus b/g/c/duplus est anguli b/a/c, & e/h/f/ipsius e/d/f/itidem duplus, per vigesimam tertij.Sunt itaque b/g/c/& e/h/f/anguli, ipsorum b/a/c/ & e/d/f/qui ad circunferentias sunt angulorũ, æquè multiplices. Partes autẽ eodem modo multiplicium, eandem rationem habent sumptæ adinuicem:per decimamquintam eiusdem quinti.Quam ratiõe igitur habet angulus b/g/c, ad angulum e/h/f: eam habet & angulus b/a/c,ad angulum e/d/f.Ostensum est autem,quòd angulus b/g/c/ad angulum e/h/f/ eam habet rationem:quam b/c/circũferentia,ad circunferentiã e/f.Et b/a/c/igitur angulus,ad angulum e/d/f/ eam habet rationem,per vndecimam quinti:quam b/c/ circunferentia, ad circunferentiam e/f. ❡Dico insuper quòd sicut eadem circunferentia b/c, ad circunferentiã e/f:sic g/b/c/sector,ad sectorem h/e/f.Coassumantur enim in b/c/& c/k/circunferẽtijs,contingentia signa,o/& r:& connectantur b/o,o/c,c/r,& r/k/lineæ rectæ,per primum postulatum.Et quoniã trianguli g/b/c/duo latera b/g/& g/c,sunt æqualia duobus c/g/& g/k/trianguli c/g/k, per quindecimam diffinitionem primi,& æquos adinuicem continent angulos,basis quoq; b/c/basi c/k/est æqualis: totum itaque triangulum g/b/c,toti triãgulo c/g/k,per quartã ipsius primi,est æquale. Rursum quoniam b/c/circunferentia,æqualis est circunferentiæ c/k:si à tota a/ b/ c/ circunferentia,eædẽ æquales auferantur circunferentiæ,reliqua b/a/c/reliquæ c/a/k, per tertiã communem sententiam,est æqualis.Et proinde anguli b/o/c/ & c/r/k, æquales sunt adinuicem, per vigesimamseptimam tertij. Similis est igitur sectio b/ o/ c, sectioni c/r/k, per decimam ipsius tertij diffinitionem: & in æqualibus rectis lineis b/ c/ & c/k/constitutæ sunt. Aequalis est igitur sectio b/o/c,sectioni c/r/k, per vigesimamquartam eiusdem tertij.Et quoniam æquum est triangulum g/b/c,triangulo c/g/k: totus propterea sector g/b/c, toti c/g/k/sectori, per secundam communem sententiam est æqualis.Et proinde sector g/k/l,vtrique ipsorum g/b/c,& c/g/k/conuincitur æqualis. Tres itaque sectores g/b/c,c/g/k, & g/k/l,sunt æquales adinuicẽ.Haud dissimiliter,sectores h/ e/ f, f/ h/ m, & h/ m/ n, inuicem æquales fore concludentur.

b/c. e/f	b/g/c.e/h/f	b/a/c.e/d/f

De angulis q ad circunferẽtiam.

De sectorib'.

Quotuplex est igitur circunferentia b/c/l, ipsius b/c/ circunferentiæ : totuplex est g/b/l/ sector, ipsius sectoris g/b/c. Et proinde quotuplex est circunferentia e/f/n, ipsius e/f/circunferentiæ:totuplex est & sector h/e/n, ipsius sectoris h/e/f. Ergo si b/c/l/circunferẽtia, maior est ipsa e/f/n:æquè maior est & sector g/b/l, ipsius sectoris h/e/n:& si æqualis, æqualis:& si minor, itidem proportionaliter minor. Quatuor itaque magnitudinum, duarum inquàm circunferẽtiarum b/c/& e/f, & duorum sectorum g/b/c/& h/e/f, sumpta sunt æquè multiplicia primæ & tertiæ, necnó secundæ & quartæ alia vtcunq; æquè multiplicia:& vt multiplex primæ ad multiplex secũdæ, sic multiplex tertiæ ad multiplex quartæ se habere deductũ est. Prima igitur ad secũdam, eandem habet rationẽ, & tertia ad quartam, per sextam diffinitionem quinti. Sicut igitur circunferentia b/c, ad circunferentiam e/f: sic g/b/c/ sector, ad sectorem h/e/f. In æqualibus igitur circulis, anguli eandem habent rationem ipsis circunferentijs in quibus deducuntur : etsi ad centra, etsi ad circunferentias fuerint deducti. Tum etiam sectores, tanquàm ad centra constituti. Quod tandem receperamus ostendendum.

Cicunferentiæ		Sectores.	
b/c/l.	e/f/n.	g/b/l.	h/e/n.
b/c.	e/f.	g/b/c.	h/e/f.

Corollarium.

Et proinde manifestum est, quòd veluti sector ad sectorẽ, sic per vndecimã quinti angulus ad angulum : vtrobique enim ratio offenditur, quæ circunferentiæ ad circunferentiam.

SEXTI LIBRI GEOMETRICOrum Elementorũ Euclidis Megarensis, Ex Orontij Finei Delphinatis, Regij Mathematicarum professoris, traditione,

FINIS.

Virescit vulnere virtus.

Errata quæ in paucis admodùm accidere exemplaribus.

Pagina 9. sub prima cõmuni sentẽtia:lege, sit æqualis magnitudo c. necessum est. &c.

Pagina 49. linea prima demonstrationis:tolle quòd, & lege aio ex tota a/b. &c. non, quòd ex tota.

Registrum.

2 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 2.

a. a. b. c. d. e. f. g. h. i. k. l. m. n. o. p.