Orontij Finei Del PHINATIS, REGII Mathematicarum professoris,

IN SEX PRIORES LIBROS geometricorum elementorum Euclidis Megarensis Demonstrationes.

Quibus ipsius Euclidis textus græcus, suis locis insertus est: unà cum interpretatione latina Bartholamæi Zamberti Veneti, ad fidem geometricā per eundem Orontium recognita.

CVM PRIVILEGIO
Regis ad decennium,

PARISIIS.
Apud Simonem Colinæum.
1 5 3 6.

Virescit vulnere virtus.

Chriſtianiſſimo ac potentiſs.

GALLIARVM REGI, FRANCISCO huius nominis primo, Orontius Fineus, Delphinas, S. D.

DVm celebres illas & fidiſſimas artes, Franciſce Rex inuictiſſime, quæ ſolæ Mathematicę, hoc eſt, diſciplinæ meruerunt adpellari, ſub tuo felici profiterer nomine: raros admodùm offendi (etiam in numeroſa auditorum multitudine) qui ſatis fido ac liberali animo, tam vtile ac iucundum philoſophandi genus, à limine (vt aiunt) ſalutare, ne dicã ad illius penetralia, penitioráq; ſecreta, peruenire dignarentur. Cuius adeò miſeræ ac deplorandæ infelicitatis radicẽ, ex eo maximè pullulare vel facilè percepi: ꝙ ſiue inclementia tẽporis, ſiue parentũ & præceptorũ incuria, Geometriæ nuſquàm præguſtauerint elemẽta. ſine quorum præuia, ac exacta cognitione: omnis prorſus, nedum Mathematica, negatur philoſophia. Perſcrutatur enim Geometria continuæ, & prout immobilis eſt, quantitatis accidentia: nempe magnitudinum, & figurarũ rationes, affectiones item, poſitionéſq; diuerſas: multiformia ipſarũ diſcrimina ſubtili admodũ examine diſcutiẽdo. Exordiũ præterea ſumit, à per ſeſe, & vulgo notis principijs. & potiſſimis dialectices innixa pręceptis, ac collecta ſyllogiſmis: ad prima demonſtrationũ inſurgit elemẽta. à quibus per mediorũ ordinẽ diſcurrẽdo, atq; ſimplicia compoſitis, & cõpoſita ſimplicibus comparando, progreditur ad vltima: ad propria tandẽ ſingula reſoluendo principia. Quanquã inſuper circa intellectilia & abſtracta, quemadmodũ & diuina verſetur philoſophia: ſenſilia tamẽ & ipſi materiæ ſubiecta, veluti phyſica ratiocinatio, ſimul attingere cõperitur. Et proinde fit, vt nulla diſciplina certior exiſtat Geometria: vel quæ antiquitatis dignitate præcellat. Nulla etiam quæ vires ingenij magis foueat, augeat, locupletétq;: vel quæ ingenium ipſum ad puriora ſtudia, omniúmq; ingenuarum adinuentionum excogitationẽ, adeò facile reddat, ac ſuapte natura propẽſum. Adde quòd vſui, & cõmodo generis humani plurimùm cedit. Hinc prę̨clara illa & toti Orbi decora liberaliũ artiũ facultas, cæterarum mater & alumna, ad veterũ philosophorũ imitationẽ, prudẽtissima sanciuit institutione: ne quispiã in doctorum, seu (vt vocãt) magistrorũ admittatur ordinẽ, ni cũ cæteris philosophici discursus authoribus, sex priores libros geometricorũ elemẽtorũ Euclidis saltẽ audiuerit. quasi ignoratis Geometriæ rudimentis, ad cæteras disciplinas præclusa videatur esse via. Cuius rei vestigia, Parisiensis adhuc obseruat academia. qui enim ad laureã adspirãt philosophicã: iureiurãdo profitẽtur arctissimo, sese prę̨nominatos Euclidis libros audiuisse. An verò illius elementa, multis abhinc annis, vsq; ad nostra viderint (ne dicã intellexerint) tẽpora (paucis forsitã exceptis, quos æquus amauit Iupiter) non ausim honestè cõfiteri. Nouerunt enim singuli, etiã exteri: quibus deliramẽtis nõ modò fœcũdissima iuuenũ ingenia hactenus torserint, ac penè dixerim deprauarint pseudophilosophi, verumetiã omnẽ bonã extinxerint eruditionẽ.

Redit tamẽ suus singulis honos, suáq; dignitas: & in pristinũ illũ disciplinarũ splendorẽ (reiectis barbaris, ac sophisticis nugis) paulatim cũcta reduci cõspicimus. Id'q; tuo in primis fauore, ac liberali succurrẽte munificẽtia, Princeps humanissime: qui primus inter maiores tuos, non sine magna tui nominis ac dignitatis propagatione, & incõparabili reipub. cõmodo, bonarũ literarũ studia fouere cœpisti, & publicis augere professoribus. Inter quos, me liberaliũ Mathematicarũ interpretẽ simul instituisti: & prę̨ter decretũ stipendiũ, nõ aspernandis plerũq; donasti muneribus. Vt igitur pro mea virili parte, tũ erga munificentiã tuã, tum erga ipsam rẽpub. debito fungar officio, & prę̨ter quotidianas lectiones, aliquod hominis vestigiũ, in fidele tuæ liberalitatis & clementiæ testimoniũ, posteris relinquã, vt'q; viã ad grauiora ijs simul aperiã, qui mathematici fieri, hoc est, aliquid scire desiderãt: cõscripsi nuper in sex (quos paulo antè dixi) libros Euclidis, cõmentaria admodũ vtilia, clarissimásq; propositionum demõstrationes, & sub nomine auspicióq; tuo felicissimo tandẽ ædidi. cõscripturus deinceps & suo æditurus ordine (Deo in primis, & tuo opitulãte subsidio) cę̨tera mathematicæ philosophiæ rudimẽta: quibus studiosa iuuentus proficiẽdo delectabitur, & ad vberrimũ (vt spero) prouehetur incremẽtũ. Interea clementissime Rex, hosce labores nostros, tuæ maiestati consecratos, liberaliter suscipito. Vale Regum decus, & literarũ vnicum refugium. Lutetiæ Parisiorum, M. D. XXXVI.

AD CANDIDVM QVENQVE, AC studiosum Lectorem.

ABsoluimus tandem, candide ac studiose Lector, & tibi liberali admodùm communicamus animo, toties promissas, totiésque desideratas in sex priores libros elementorum Euclidis, disciplinarum omnium ianitoris, demõstrationes. Quibus græcũ ipsius Euclidis cõtextum suis locis inseruimus, vnà cum interpretatione latina Bartholamæi Zamberti Veneti: quam vbi geometricum visa est offendere sensum, ea qua decet modestia, fideliter emendauimus, & singula in suam redegimus harmoniã. In primis itaque diffinitiones ipsas (quæ durioris, quàm iuuenum captus exposceret, plerunque videbantur interpretationis) qua potuimus elucidauimus facilitate: atque cætera principiorum genera, à quibus vniuersa problematum atque theorematum multitudo consurgit. Ipsorum porrò theorematum atque problematum subtiles difficilésque demonstrationes, tali artificio, adeóque ordinato ac facili discursu conscripsimus, & cõuincentibus probauimus syllogismis (multis tum in melius commutatis, tum recenter adinuentis: nullísque, præter ea quæ in ipso continentur Euclide, subrogatis principiis) vt nemo futurus sit, qui legendo simul non valeat intelligere: quíque minimũ addere verbum absque temeritate, aut detrahere sine iactura possit. Adde quòd ipsarum demonstrationum schemata siue figuras, ad rigorẽ artis seu literæ, propria manu depinximus: quò satis ex omni parte huic labori faceremus. Primo itaque libro describuntur triangula, lineæ, anguli, parallelí, necnon quadrata & parallelogramma tum iuuicem tum ipsis comparata triangulis. Secundo, gnomon atque rectangulum diffinitur parallelogrammũ: linearum insuper tum sectarum, tum coniunctarũ adinuicem potestates: hoc est, ex ipsis lineis, ac earundem segmentis resultantium quadratorum & rectilineorum qualitates edocentur. Tertio autem, circulorum perscrutantur inspectiones, atque rectarum in circulo subtensarum, & ipsorum angulorũ tum ad centrũ tum ad circuli circunferẽtiam consistentium discrimina. Quarto porrò libro, figurarum inscriptiones, atque circunscriptiones ostenduntur. Quinto, magnitudinum rationes atque proportiones in vniuersum discutiuntur. Sexto deníque libro, post diffinitam rationum compositionem, linearum proportionalium inuentiones, rationes item atque proportiones figurarũ, mirabili resoluuntur artificio. Quæ quidem omnia syllogismis, tum à causis, tum ab inspectionibus sumptis (quæ fidem efficere possunt) suo demonstrãtur ordine. Incepit igitur Euclides à triangulis, & angulis, atque lineis rectis: propterea quòd rectilinearum figurarum prima est trilatera, in quam cæteræ rectilineæ figuræ resoluuntur. Penes insuper laterum & angulorum diuersam habitudinem, earundẽ rectilinearũ figurarum attendũtur, considerantúrve discrimina. Et proinde liber primus, vniuersalior est secundo, secundus tertio, tertius quarto: & deinceps

Quæ singulis sex libris continentur.

ita de cæteris. Nec alienum velim habeas iudicium, de propriis singulorum librorũ diffinitionibus. Hos autem sex priores libros, ad continuam spectantes quantitatem, seorsum de industria collibuit exponere. Nempe in gratiam tum auditorum nostrorum, atque professorum artium liberalium, nostræ potissimùm vniuersitatis Parisiensis, qui eosdem libros suis tenentur interpretari discipulis: tum etiã ob ipsorum discipulorum non aspernandam vtilitatem. Poterunt siquidem, eorundem sex librorum adminiculo, viam sibi ad vniuersam parare philosophiam: præcipuè Aristotelicam, quæ geometricum præsupponere videtur auditorem. hinc fit, vt iis qui Geometriam ignorant, subobscurus difficilísq; videatur Aristoteles. Quantum igitur publicæ studentium consuluerimus vtilitati, quàm longè præterea cæteros omnes hac in parte superauerimus: non facilè persuadebitur ambitiosis illis & vanissimis rabulis, qui dum nihil agunt boni, sed vitam protrahunt parasiticam, suum de omnibus impudenter audent proferre iudicium. Sed tu æquissime ac humanissime Lector, qui iudicio, doctrina & eruditione polles, qui boni & æqui semper nosti consulere, nec ignoras quàm pulchrum & quàm decorum sit, pro concessa dexteritate, cæteros iuuare mortales: dum perlegeris, & perpenderis singula, poteris apud te tandem iudicare. Quòd si hunc laborem nostrum, tibi pergratum (vt optamus & speramus) futurum acceperimus: in reliquos omnes ipsius Euclidis libros non aspernãda tibi parabimus commentaria, aliáq; non minus vtilia quàm iucunda demũ communicabimus opera. Vale igitur interea feliciter: & Christianissimo Francorũ Regi, mecœnati nostro clementissimo (cuius fauore & auxilio id facimus quod facimus) vitæ in primis, dein rerum omnium felicissimũ imprecare successum. Vale iterũ. Lutetiæ Parisiorum mense Octobri. Anno Christi saluatoris M.D.XXXVI.

Cur hos sex libros seorsum ediderit Orõtius.

Ad Inuidum ex Martiali distichon.

Qui ducis vultus, & non vides ista libenter:
Omnibus inuideas liuide, nemo tibi.

INDEX OPERVM, AB ORONTIO FINEO Delphinate, Regio Mathematicarum professore, in gratiam studiosorum omnium hactenus conscriptorum.

Quæ ab eo ædita & iam impressa sunt.

Protomathesis, ingens volumen: in quo hæc continentur.

De Arithmetica practica, libri quatuor: his qui ad mathematicam adspirant philosophiam haud parum conducentes.

De Geometria libri duo: vbi de longitudinũ, planorum, & solidorũ dimensionibus.

De Mundi sphæra, siue Cosmographia, primáve Astronomiæ parte, libri quinque: proprijs eiusdem Orontij commentarijs elucidati.

De Quadrantibus & solaribus horologijs, libri quatuor: in quibus præter aliorum emendatas inuentiones, plurima suo excogitauit ingenio scitu dignissima, à Mustero quodam statim inciuiliter vsurpata.

Arithmeticæ practicæ æditio secunda, ab ipso authore castigata, aucta, & recognita, & in suum candorem restituta, ac seorsum impressa.

Quadrans vniuersalis astrolabicus, omnibus Europæ regionibus inseruiẽs, eiusdem & amplioris cum ipso Astrolabio commoditatis.

Commentaria, siue demonstrationes in sex priores libros elementorum Euclidis, præsenti contenta volumine.

Aequatorium Planetarũ, instrumento quadrangulari & altera parte longiori comprehensum.

Almanach cõiunctionum & oppositionum Luminarium, cum ijs quæ ad ecclesiasticum pertinent computum: xxxv. annis inseruiens.

Aliud item almanach vniuersale, vtilissimis refertum cõmoditatibus: ad plures annos inuiolabile, & tam latinè quàm gallicè conscriptum.

Charta siue Chorographia Galliarum, elegantissimè depicta.

Vniuersi orbis descriptio, gemina cordis humani figura, & vnico papiri folio comprehensa.

Eadem orbis designatio, ampliore & vnica humani itidem cordis effigie coextensa.

Viaticum diui Pauli: siue terrarum ad sacræ scripturæ intelligentiam necessariarũ Chorographiam primus ædidit.

Nunc verò promissa Terræ sanctæ Chorographia, ad verum (quoad fieri potuit) descripta sculpitur: & propediem emittetur.

Aedidit & alia quàmplurima minutiora opuscula (etiam gallica) quæ longum esset recensere. Singula quoq; figuris elegãtissimis, propria manu depictis, illustrauit.

Aliena per eundem Orontium emendata.

Compendium sphæræ Ioannis à Sacrobo annotationibus & figuris ornauit.

Theoricas planetarum Georgij Purbachij, scholijs, ac figuris non aspernandis clariores reddidit.

Arithmeticen Ioannis Martini Blasij, primus in suam redegit harmoniam, & figuras admodùm necessarias cum numeris adiunxit.

Margaritam insuper philosophicum F. Gregorij Resch. Cartusiani, suæ integritati restituit: & non aspernandis illustrauit appendicibus.

Emendauit & varios sub prælo authores: quos data prætermittimus opera.

Quę nũc autẽ ipse moliatur Orontius, sequẽti disces priuilegio.

Proximo disticho, corrige. & non legis ista libenter.

Coppie du priuilege de ce present liure,& aultres oeuures contenues en icelluy.

Francoys Par la grace de Dieu Roy de France,au preuost de Paris,Bailly de Rouen, Seneschal de Lyon.Et a tous noz aultes iusticiers, officiers,ou a leurs lieuxtenās quil appartiēdra,salut.Nostre cher & bien ame maistre Oronce Fine,lecteur ordinaire de par nous es sciēces Mathematicques,en nostre ville & vniuersite dudict Paris:Nous a faict entēdre,que auec grāt peine & labeur,Il a faict & cōpille plusieurs liures & cartes,intitulez ainsi ql sensuit,assauoir. Les cōmētaires sur les six premiers,& dixiesme liures de Euclide:& sur la perspectiue dicelluy.Trois liures,touchāt lart de scauoir mesurer toutes lōgueurs,plates formes,& corps solides.Cinq liures,sur la Cosmographie ou Sphere du Mōde,concernans la premiere & principalle partie Dastronomie. Vng Astrolabe nouueau, auec le liure de la declaration dicelluy.Vng quadrant represētāt ledit Astrolabe, auec sa declaratiō,tant en Latin que en langaige Frācoys.Vne oeuure tresutile sur la theoricque des Planettes,auec les tables & instrumens a ce requis.Vng Aequatoire,pour scauoir le cours & mouuement desdictz Planettes:auec vng Directoire. Le tout nouuellement excogite,par ledict Oronce:& les liures declaratifz diceulx. Vng almanach a plusieurs annees,fort vtile. Plus oultre lesdictz liures, a redigez en forme de deux grās rondeaulx hemisphericques,la description geographicque de tout le Mōde. Aussi la description & Carte de Europe,le plus au vray distincte quil luy a este possible. En tous lesquelz liures & cartes susdictes, sont contenues plusieurs bonnes oeuures de tresgrant prouffit & vtilite:a linstruction,edification, & recreation des bons esperitz,qui se vouldront applicquer a les veoir & entēdre. Nous suppliant & requerant, que a ceste cause luy vueillons permettre la publication desdictz liures & cartes, par nostre Royaulme. ¶Pource est il,que nous ce considere,desirans fauoriser & gratiffier au labeur dudict Oronce Fine. A icelluy auons permis & octroye, permectons & octroyōs,voulons,& nous plaist:Que par tel ou telz des imprimeurs iurez de nostredict Royaulme que bō luy semblera,il puisse & luy loise faire imprimer lesdictz liures & cartes des intitulations dessusdictes.En deffendāt tresexpressemēt a tous aultres libraires & imprimeurs de noz villes & vniuersitez quelz quilz soient, sinon celluy ou celux qui en auront charge de par luy.Que durāt le tēps & terme de dix ans prochain venās,Ilz nayēt a imprimer ou faire imprimer,vendre ne lucider lesdictz liures & cartes susdictes,sur peine damende arbitraire & de cōfiscation diceulx liures & cartes. Si voulons,vous mandons, & a chascun de vous en droict soy & si comme a luy appartiendra,Que de noz present grace conge permission & octroy,vous faictes souffrez & laissez ledict Oronce Fine,iouyr & vser,Et icelles nosdictes deffenses entretenir, garder,& obseruer de poinct en poinct, selon & ainsi que dict est cy dessus.Cessans tous aultres empeschemens au contraire.Car tel est nostre plaisir. Donne a Valence,le cinquiesme iour de Septembre,Lan de grace mil cinq cens trente six.Et de nostre regne le vingtdeuxiesme. Ainsi signe

Par le Roy,monseigneur le Cardinal de Lorraine, & aultres presens.

Preudomme.

Et seelle a simple queue de cire Iaulne.

Orontij Finei Delphinatis, Re-

GII MATHEMATICARVM PROFESSOris, In Primum elementorum Euclidis, Demonſtrationes.

¶ *Principiorum Interpretatio.*

RECEPTVM EST AB OMNIBVS, VNAMQVANque diſciplinã propria ſibi vẽdicare principia: quę etſi nulla prorſus videãtur indigere probatione, ex ipſis tamen ſaneq́ intellectis principijs, ad ea quæ eadem conſequũtur principia, deuenire vel facile cõtingit. Idcirco generalẽ principiorũ geometricorũ elucidationẽ, protheoriámve in ſex priores libros geometricorũ elementorũ Euclidis Megarenſis (quos in gratiam ſtudioſorum omnium ſuſcepimus interpretãdos) præmittere: atq; intellectualem illam magnitudinum, & figurarum cõtemplationem (prius, quàm ad propoſitionum expoſitionem deueniamus) rudioribus geometricarum ſpeculationum tyrunculis aperire, non duximus importunum. Cuiuſlibet diſciplinæ propria recipienda fore principia.

¶ Triplicem itaque principiorum offendimus ordinem: vtpote, diffinitiones, terminorum naturam exprimentes: poſtulata, ex ipſis collecta diffinitionibus: & effata, ſeu cõmunes ſententias, quæ dicuntur axiomata In primis ergo diffinitiones: dein reliqua ſuo declarabimus ordine. Triplex ordo principiorum geometricorum.

¶ Animaduertendum eſt igitur, ſubiectum ipſius Geometriæ fore magnitudinem, à numero quidem & materia ſeorſum abſtractam. Geometriæ ſubiectum. Magnitudinis autem, triplex aſſignatur dimenſio Aut enim magnitudo longa tantùm imaginatur: aut longa, & lata: vel denique longa, & lata, ſimúlque profunda, ſiue craſſa abſtrahitur. Triplex ĩ magnitudine dimenſio. Quorum omnium mediatum vel immediatum principiũ, punctum (aliàs ſignum) eſſe dicitur. Pũctũ omnis magnitudinis principium. Fingitur enim magnitudo per continuam ſuiipſius diuiſionem (quãquàm in ſemper diuiſibilia diſtribuatur) deuenire tandem ad partem minimam, quæ videlicet amplius diuidi non poſſit, ac ſi foret omni dimenſione priuata: inſtar quidem vnitatis in diſcreta quantitate. Pũcti cũ vnitate comparatio. Vt quemadmodùm ex vnitatis multiplicatione, omnis conficitur numerus: haud diſſimiliter ex huiuſcemodi parte, vel indiuiſibili nota, per abſtractum ſeu tranſſumptiuum eiuſdem notulę motum, omnem effingamus oriri ſeu produci magnitudinẽ. Hanc itaq; magnitudinis partem minimã, ſiue notulã indiuiſibilem ſeorſum abſtractam, punctum adpellamus: & ab Euclide ita primùm deſcribitur,

¶ De *puncto, linea, atque ſuperficie, Diffinitiones.*

¶ Σημεῖόν ἐστιν, οὗ μέρος οὐθέν.

1 Punctum eſt, cuius pars nulla. Punctum

Id eſt, quod abſtractũ à cõtinuo, velut ipſius cõtinui pars minima, omni dimẽſione priuatũ imaginatur ¶ Ex cuius quidẽ pũcti abſtracto defluxu, per infinitã ſuiipſius multiplicationẽ, longitudo dimenſionũ primaria cõficitur: quæ Linea vocitatur, in hunc diffinita modũ, Vt linea ex puncto deſcribatur.

¶ Γραμμὴ δὲ, μῆκος ἀπλατές.

2 Linea verò, eſt longitudo latitudinis expers.

Hoc eſt, latitudine priuata. Cũ enim punctũ omni careat dimẽſione: ſuo fluxu, ſeu trãſſumptiuo motu, cauſat tantummodò longitudinem.

¶ Γραμμῆς δὲ πέρατα, σημεῖα.

3 Lineæ autem limites, ſunt puncta.

Incipit enim à puncto, & ex infinitis conficitur punctis, in punctúmq; terminatur. Omnis porrò linea, vel recta, vel obliqua venit imaginanda.

¶Εὐθεῖα γραμμή ἐστιν ἥτις ἐξ ἴσου τοῖς ἐφ' ἑαυτῆς σημείοις κεῖται.

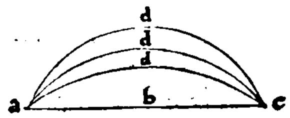
Recta linea est, quæ ex æquali sua interiacet puncta. 4

Vtpote, quæ à puncto in pũctum breuissimè ducitur, ipsa terminatiua puncta intermedijs æquali positione cõnectens: vti subscripta a/b/c/linea repręsentat. Cùm igitur à dato pũcto, in datum quodcũque punctum vnica sit breuissima via: fit, vt nulla recta linea rectior detur altera, sed quotquot ab eodem puncto ad idem punctum producentur lineæ rectæ, in vnam eandémq; lineam rectam coincidant. Secus est de obliqua: quæ per contrariam ipsius rectæ diffinitionẽ facilè describitur. nam ab eodem puncto ad idem punctum, infinitę producũtur obliquæ lineæ, quæ circunferentiarum portiones adpellantur: dantúrque obliquis obliquiores. Veluti, quæ ab eodem pũcto a/ad punctum c/ per ipsum d/ protrahuntur, ostendunt. ¶Ex lineæ autem imaginario fluxu, acsi succedentium adinuicem linearum vestigium relinqueret, latitudo dimensionum altera respondenter acquiritur, describitúrq; superficies.

Recta linea non datur rectior.

Obliquarum linearũ infinita diuersitas.

Supficiei abstractiua descriptio.



¶Ἐπιφάνεια δέ ἐστιν, ὃ μῆκος καὶ πλάτος μόνον ἔχει.

Superficies est, quæ longitudinem, latitudinémq; tantùm habet. 5

Quæ cùm exordiatur à linea, & ipsius lineæ terminatiua puncta, ad motum eiusdem, rectam vel obliquam lineam describant, in eadémque linea mota quiescat ipsa superficies: relinquitur euidens quòd

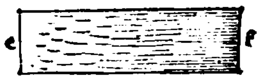
¶Ἐπιφανείας πέρατα γραμμαί.

Superficiei extrema sunt lineæ. 6

Porrò cùm linea, ad descriptionem mota superficiei, recta fuerit, atq; in longum lineæ rectæ vniformiter, breuissiméque traducta: fit superficies, quæ plana dicitur, & in hunc diffinitur modum,

¶Ἐπίπεδος ἐπιφάνειά ἐστιν ἥτις ἐξ ἴσου ταῖς ἐφ' ἑαυτῆς εὐθείαις κεῖται.

Plana superficies est, quæ ex æquali suas interiacet lineas. 7

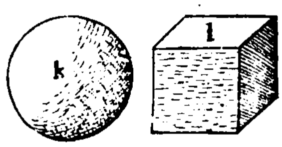


Id est, quæ per totam rectam lineam quaquauersum accommodatur, nullo prorsus inflexa curuamine: veluti obiecta superficies e/f.

Curua superficies.

Hinc curuæ superficiei diffinitio, per contrariam elicitur imaginationem: quæ ex ea parte qua circunflectitur, cõcaua: forinsecus autem, conuexa nominatur. quemadmodùm tibi repræsentat figura g/h.

Solidorum origo.



¶Ex superficiei deniq; fluxu, solidum siue corpus trina dimẽsione, vtpote, longitudine, latitudine, atque profunditate contentũ, abstractiuè describitur. Quod vel vnica tantummodò superficie, vti sphæra k: pluribúsve superficiebus, vt cubum l/terminatur. Sed de his in posterioribus libris ipsius Euclidis tractandum. Igitur pro linearum atque superficierum varietate, diuersóque eorundem motu, seu abstracto defluxu: varia, & penè infinita tum planorum, tum etiam solidorum, hoc est superficierum & corporum abstrahitur multitudo, pro limitum & angulorum varietate, diuersis expressa nominibus.

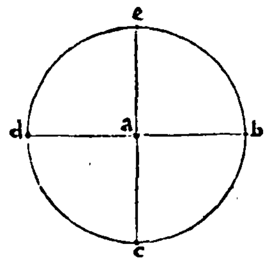
Vnde superficierũ & corporũ tãta diuersitas.

¶*De rectilineis angulis.*

¶ANGVLORVM IGITVR, QVIDAM PLANI: QVIDAM VERò solidi. Planos vocitamus angulos, qui ex mutua concurrentium adinuicem linearum causantur inclinatione. Solidi autem dicuntur anguli, qui ex planorum angulorum cõcursu figurantur: de quibus in postremis elementorum libris. Nunc itaque de planis tractandum angulis. Pro quorũ elucidatione animaduertendum est, quoties linea recta, altero limitum manente fixo, altero autem moto, completè circunducitur: describi superficiem, quæ circulus adpellatur. vtpote, si a/b/ recta, immoto puncto a, ex b/ in c, per d/ & e, rediens tandem

Angulus, Planus, Solidus.

Angulorũ origo notanda.



in b,circum idem punctum a,completè reuoluatur: describens planum circulare b/c/d/e.Nam punctum b/ hoc modo circũductum, lineam efficit orbicularem,quæ circunferentia dicitur:& immotum punctum a, medium,siue centrum eiusdem vocatur circuli.Hinc orta est subscripta circuli,& in ordine decimaquinta diffinitio. Prius quàm autem eiuscemodi linea vniuersum compleuerit orbẽ, diuersas cum prima & relicta linea facit inclinationes,nusquã ab immoto recedendo pũcto. Hæc igitur linearum super eodem plano sese ita contingẽtium inclinatio mutua,vel inclinationis habitudo (vt linearum a/ b/ & a/e/ vel a/c/& a/d) & non in directum constitutarum,hoc est,vnam eandémque rectam lineam minimè efficientium (cuiusmodi sunt a/b/& a/d,vel a/c/& a/e)planus vocitatur angulus:qui ab ipso Euclide,hoc modo consequenter diffinitur,

¶Ἐπίπεδος δὲ γωνία,ἐστὶν ἡ ἐν ἐπιπέδῳ δύο γραμμῶν ἁπτομένων ἀλλήλων,καὶ μὴ ἐπ' εὐθείας κειμένων πρὸς ἀλλήλας τῶν γραμμῶν κλίσις.

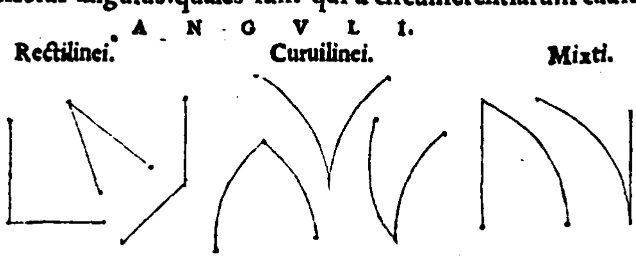
8 Planus angulus,est duarum linearum in plano sese tangentium, & non in directo iacentium,ad alterutram inclinatio.

Hæc autem inclinatio de rectis lineis potissimùm venit intelligenda: tales enim anguli in his primis sex libris geometricorũ elementorũ præcipuè consideratur.Hinc dicit Euclides,

¶Ὅταν δὲ αἱ περιέχουσαι τὴν γωνίαν γραμμαὶ εὐθεῖαι ὦσιν,εὐθύγραμμος καλεῖται ἡ γωνία.

9 Quando autem quæ angulum continent rectæ lineæ fuerint,rectilineus angulus nuncupatur.

Quòd si eædem lineæ datum efficientes angulum fuerint obliquæ,siue curuæ:curuilineus dicetur angulus.quales sunt qui à circunferentiarum causantur intersertionibus. Si autem ex recta & curua angulus ipse cõficiatur: is mixtus venit adpellandus. Veluti sunt anguli ex dimetiẽte,seu chorda,& arcubus circulorũ comprehensi. Potissima tamen inter planos angulos,rectilineorũ apud Geometras (vti supra diximus) habetur consideratio. Planorum angulorũ diuersitas.



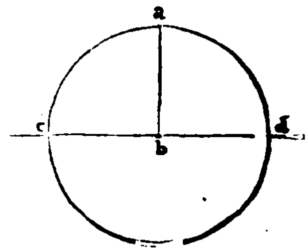
¶*Penes quid rectilineorum angulorum attendenda magnitudo.*

¶CVIVSLIBET IGITVR ANGVLI PLANI RECTILINEI MAgnitudo siue quantitas,dicitur arcus circuli ab ipsis lineis rectis datũ efficientibus angulum comprehensus:circuli inquã,cuius centrũ ad concursum dictarum linearũ imaginatur,& qui ad completam minoris earundem linearum reuolutionem describitur.Si datæ itaque lineæ rectæ angulum continentes,quadrantẽ adamussim comprehendant ipsius circuli: huiusmodi angulus rectus dicitur. Si verò arcum includant quadrante minorem:acutus.Quoties autem idem arcus,quadrantem exuperauerit circuli:datus angulus nominatur obtusus.Quod ex ipso facile colligitur Euclide,cùm dicit, Angulus, Rectus, Acutus, Obtusus.

¶Ὅταν δὲ εὐθεῖα ἐπ' εὐθεῖαν σταθεῖσα τὰς ἐφεξῆς γωνίας ἴσας ἀλλήλαις ποιῇ, ὀρθὴ ἐστιν ἑκατέρα τῶν ἴσων γωνιῶν,καὶ ἡ ἐφεστηκυῖα εὐθεῖα,κάθετος καλεῖται ἐφ' ἣν ἐφέστηκεν.

10 Cùm verò recta linea super rectam consistens lineam, vtrobique angulos adinuicem æquales fecerit:rectus est vterque æqualium angulorum.Et quæ superstat recta linea,perpendicularis vocitatur,super quam steterit. Anguli recti diffinitio. Linea perpendicularis.

Cuiusmodi sunt anguli a/b/c/ & a/b/d, à recta a/b/ super rectam c/d/ ad perpendiculum incidente, causati. Fit enim recta c/d, in quam cadit a/b, dimetiens circuli, à circunducta b/a, circa punctum b/ descripti. Nec possunt ijdem anguli a/b/c/ & a/b/d/ adinuicem æquales esse, quin vterque quadrantem includat circuli: & a/b/ recta, super rectam c/d/ perpendicularis existat. Ex quibus infert consequenter, quòd



Ἀμβλεῖα γωνία ἐςίν, ἡ μείζων ὀρθῆς.

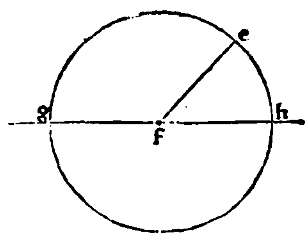
Obtusus angulus, maior est recto 11

Vt angulus e/ f/ g, includens arcum e/ g, quadrante maiorem, descripti circa punctum f/ circuli. Dicitur autem idem angulus e/f/g/ obtusus: quoniam e/f/ & f/g/ lineę rectæ, obtusam extrinsecus faciunt inclinationem.

Ὀξεῖα δὲ, ἡ ἐλάσσων ὀρθῆς.

Acutus verò, minor est recto. 12

Veluti angulus e/f/h: cuius arcus e/h/ eodem circuli quadrante minor est. Vnde fit, vt e/f/ & f/h/ rectarum linearum inclinatio, in acutam conueniat habitudinem. Quanto igitur obtusus angulus e/f/g/ maior extiterit, tanto minor erit acutus e/f/h: ipsa porrò linea e/f, incidens in g/h/ vocitetur. Et quoniã eiusdem circuli quadrantes sunt adinuicē æquales: non datur propterea rectus angul⁹ altero rectior angulo. Secus de obtusis, vel acutis angulis: quoniã arcus circuli quadrāte maiores, eodémve quadrante minores varij sunt, atque infiniti. Linearum itaq; maior aut minor longitudo, quemadmodùm nec magnitudo circuli, angulũ non immutat: hoc est, neque maiorem, neque minorem eundem efficit angulum.



Cur ōnes anguli recti inuicē æquales.
Acutorum & obtusorum angulorũ diuersitas.
Linearũ quãtitas angulũ nō immutat.

De termino & figura.

CVM AVTEM OMNIS MAGNITVDO FINITA SIT, ET terminata: diffinit cōsequēter Euclides ipsi⁹ magnitudinis terminũ, in hũc qui sequit̃ modũ,

Ὅρος ἐςὶν, ὅ τινός ἐςι πέρας.

Terminus est, quod cuiusque finis est. 13

Vtpote, punctum ipsius lineæ, linea superficiei, superficies denique solidi: quemadmodùm ex eorundem abstractiua descriptione facilè colligitur. Itaque

Σχῆμά ἐςι, τὸ ὑπό τινος ἤ τινων ὅρων περιεχόμενον.

Figura sub aliquo, vel aliquibus terminis comprehenditur. 14

Sub aliquo quidem, vt planũ circulare, vel solidum sphæricum: sub aliquibus verò, vt triãgulum vel quadrangulũ inter planas, & cubũ aut pyramis inter solidas, & quæ sunt eiuscemodi. Sed de planis figuris, atq; de lineis & angulis in eodē plano constitutis, his sex prioribus libris determinandum.

Notandum.

De circulo, eiúsque partibus.

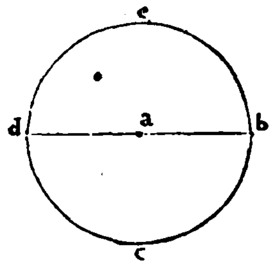
INTER FIGVRAS, QVAE PLANAE VOCANTVR, EA DICItur esse simplicissima, quæ vnico comprehenditur termino: cuiusmodi videtur esse circulus. Hunc itaque primùm diffinit Euclides,

Κύκλος ἐςὶ σχῆμα ἐπίπεδον, ὑπὸ μιᾶς γραμμῆς περιεχόμενον, ἣ καλεῖται περιφέρεια, πρὸς ἣν ἀφ' ἑνὸς σημείου τῶν ἐντὸς τοῦ σχήματος κειμένων, πᾶσαι αἱ προσπίπτουσαι εὐθεῖαι, ἴσαι ἀλλήλαις εἰσί.

Circulus, est figura plana, vna linea contenta, quæ circunferentia adpellatur: ad quam ab vno puncto introrsum medio existēte, 15

omnes prodeuntes lineæ, in ipſius circuli circunferẽtiam inciden tes, adinuicem ſunt æquales.

Hęc diffinitio, ex data nuper (cùm de planis loqueremur angulis) abſtractiua circuli deſcriptione fit manifeſta. Cùm enim a/b/ recta linea data, circum a/ punctum completè reuoluitur: punctum b/ ſuo motu circunferentiam cauſat, & immotum punctum a/ in circuli centrum permutatur. Hoc itaq; circuli centrum, ſecundum longitudinẽ ipſius a/b/ rectæ lineæ datæ, ex omni parte diſtabit à circunferentia. Ex quo neceſſum eſt, omnes rectas lineas ab ipſius circuli centro in circunferentiam eiuſdem incidentes, fore eidem a/b (ex qua circulus deſcribitur) atque adinuicem æquales. Hoc eſt, eiuſdem circuli circunferentiam à ſuo cẽtro æqualiter vndiquaq; diſtare. Hinc dicit conſequenter,



¶Κέντρον δὲ τοῦ κύκλου, τὸ σημεῖον καλεῖται.

16 Centrum verò ipſius circuli, punctum adpellatur.

De puncto medio velim intelligas: vt punctum a, in obiecta circuli figura b/c/d/e. Lineæ nanque limites ſunt puncta: quorum immotum (circa quod videlicet alterum in circuli deſcriptione circunducitur) in medio permanet, & centrum efficitur circuli.

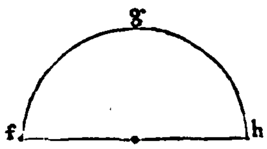
¶Διάμετρος δὲ τοῦ κύκλου, ἐστὶν εὐθεῖά τις, διὰ τοῦ κέντρου ἠγμένη, καὶ περατουμένη ἐφ' ἑκάτερα τὰ μέρη ὑπὸ τῆς τοῦ κύκλου περιφερείας, ἥτις καὶ δίχα τέμνει τὸν κύκλον.

17 Dimetiens circuli, eſt recta quædam linea per centrum acta, & ex vtraque parte in circuli circunferẽtiam terminata, quæ circulum bifariam diſpeſcit.

Cuiuſmodi eſt linea b/d/ ſupra ſcripti circuli b/c/d/e, per a/ centrum vtrinque producta: & quæcunque illi ſimilis. Dimetiens enim, ſiue diameter, propriè circulorum eſſe videtur: diagonius autem, rectilinearum figurarum: axis verò, ſolidorum. Dimetiẽtis à diagonio & axe differẽtia.

¶Ἡμικύκλιον δέ, ἐστὶ τὸ περιεχόμενον σχῆμα ὑπό τε τῆς διαμέτρου καὶ τῆς ἀπολαμβανομένης ὑπὸ τῆς τοῦ κύκλου περιφερείας.

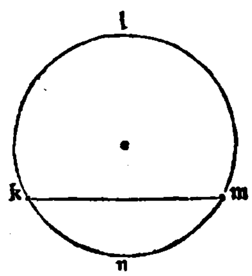
18 Semicirculus, eſt figura quæ ſub dimetiente, & ea quæ ex ipſa circuli circunferentia ſublata eſt, cõtinetur.



Vt ea figura, quæ ex f/h/ dimetiente, & dimidia circuli circunferentia f/ g/ h/ comprehenditur. Semicirculus enim cùm ſit dimidium circuli: non poteſt alijs lineis quàm dimetiente, & media claudi circunferentia.

¶Τμῆμα κύκλου, ἐστὶ τὸ περιεχόμενον ὑπό τε εὐθείας καὶ κύκλου περιφερείας.

19 Sectio circuli, eſt figura quæ ſub recta linea, & circuli circunferentia aut maiore aut minore ſemicirculo, continetur.



Cùm enim recta linea per circuli centrum minimè ducitur, vtrinque tamen in circunferentiam terminatur: ea circulum ipſum in binas partes diſpeſcit inæquales, quæ circuli ſectiones adpellantur. Quarum ea quæ centrum includit circuli, vt k/l/m/ obiectæ deſcriptionis, maior dicitur: reliqua verò, vt k/n/m, minor adpellatur. Ipſa porrò linea recta k/m, chorda ſiue ſubtenſa: & comprehenſa circunferentiæ pars, arcus reſpondenter nominatur. Chorda. Arcus.

¶*De rectilineis figuris.*

¶POST CIRCVLAREM FIGVRAM, QVAE VNICO CLAVDITVR limite, ſuccedunt rectilineæ, hoc eſt, rectis lineis terminatæ figuræ, variam quidem, pro laterũ numero, angulorúmve qualitate, denominationẽ obtinẽtes: quæ ita ab Euclide diffiniũtur,

¶Εὐθύγραμμα σχήματα, τὰ ὑπὸ εὐθειῶν περιεχόμενα.

Rectilineæ figuræ, ſunt quæ ſub rectis lineis continentur. 20

Trilatera figura rectilinearũ prima.

Porrò inter rectilineas figuras. primum locum ſibi vendicant trilateræ, ſub tribus rectis lineis comprehenſæ. Quoniam ſub duabus lineis rectis non poteſt cõtineri figura, per ipſius lineæ rectæ deſcriptionem. Subiungit itaq; generalem trilaterarum figurarũ diffinitionem.

¶Τρίπλευρα μὲν, τὰ ὑπὸ τριῶν.

Trilateræ figuræ, ſunt quæ ſub tribus rectis continentur lineis. 21

His ſuccedunt quadrilateræ, à quaternario laterum numero denominatæ.

¶Τετράπλευρα δὲ, τὰ ὑπὸ τεσσάρων.

Quadrilateræ figuræ ſunt, quæ ſub quatuor compreheduntur rectis lineis. 22

Et quoniam rectilinearum figurarum ſupra quadrilateras per continuam laterum additionem, infinita videtur excreſcere multitudo, quam ſingulatim deſcribere, longum nimis vel impoſſibile foret: idcirco reliquas omnes multilateras adpellauit Euclides, & ſub hac diffinitione complexus eſt,

¶Πολύπλευρα δὲ, τὰ ὑπὸ πλειόνων ἢ τεσσάρων εὐθειῶν περιεχόμενα.

Multilateræ figuræ, ſunt quæ ſub pluribus quàm quatuor rectis lineis comprehenduntur. 23

Quæ quidem multilateræ figuræ, longè faciliorẽ ab angulis, q̃ ab ipſa laterũ multitudine, ſortiuntur nomẽclaturã: vtpote, pentagona, hexagona, heptagona, octogona, &c. Sunt enim in rectilinea quacunq; figura tot anguli, quot & latera. Cùm autem omnis multilatera figura immediate reſoluatur in trilateras, vel partim in trilateras, partim verò in quadrilateras: ſubiungit propterea primùm trilaterarũ, deinde quadrilaterarum figurarum, tum ab ipſis lateribus, tum ab angulis ſumpta diſcrimina. Omnis itaque trilateræ figuræ, aut tria latera ſunt adinuicem æqualia, vel duo tantùm, aut nulla.

Trilaterarũ figurarũ à lateribus diſcrimina.

¶Τῶν δὲ τριπλεύρων σχημάτων, ἰσόπλευρον μὲν τρίγωνόν ἐστι, τὸ τὰς τρεῖς ἴσας ἔχον πλευράς.

Trilaterarum porrò figurarum, æquilaterũ eſt triangulum, quod tria continet æqualia latera. 24

Veluti ſubſcripta in exemplum trianguli figura a, & quæ illi ſimiles.

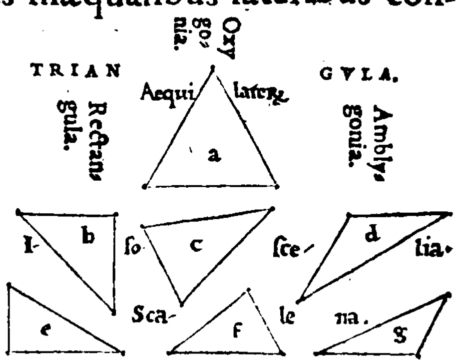
¶Ἰσοσκελὲς δὲ, τὸ τὰς δύο μόνας ἴσας ἔχον πλευράς.

Iſoſceles autẽ, eſt quod ſub binis tantũ ęqualibus lateribus cõtinet. 25

Cuiuſmodi ſunt triangula b, c, d, ad clariorem ſingulorum euidentiam depicta.

¶Σκαληνὸν δὲ, τὸ τὰς τρεῖς ἀνίσους ἔχον πλευράς.

Scalenum verò, eſt quod ſub tribus inæqualibus lateribus continetur. 26



Vt obiecta e, f, g, triangula: & quæ ſunt eiuſcemodi. Ab angulis autem totidem differentias nanciſcũtur ipſa triangula. Omnis ſiquidem trianguli, vel tres anguli ſunt acuti, vel vnus rectus & cæteri duo acuti, aut denique vnus obtuſus & reliqui itidem acuti: duos enim rectos aut duos obtuſos, vel vnum rectũ & vnum obtuſum angulũ in triangulo offendere nõ eſt poſſibile. Hanc igitur angularem trilaterarum differentiam, ita ſubſcribit Euclides,

¶Ἔτι δὲ τῶν τριπλεύρων σχημάτων, ὀρθογώνιον μὲν τρίγωνόν ἐστι, τὸ ἔχον ὀρθὴν γωνίαν.

27 Amplius trilaterarum figurarum, rectangulum triangulum eſt, quod rectum angulum habet. Trilaterarũ figurarum ab angulis differentiæ.

Vt iſoſceles b, vel ſcalenum triangulum e, proxima diffinitione deſcriptum.

¶Ἀμβλυγώνιον δὲ, τὸ ἔχον ἀμβλεῖαν γωνίαν.

28 Amblygonium autem, quod obtuſum angulum habet.

Veluti antecedens iſoſceles d, ſcalenúmve triangulum g.

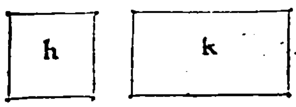
¶Ὀξυγώνιον δὲ, τὸ τρεῖς ὀξείας ἔχον γωνίας.

29 Oxygonium verò, quod tres habet acutos angulos.

Cuiuſmodi ſunt æquilaterum a, & iſoſceles c, atq; triangulum ſcalenum f: & quæ eis ſimilia ſunt triangula. Omnis porrò trianguli vnumquodque latus, cæteris duobus expreſſis, baſis vocitatur. Baſis triãguli Sequitur itaq;, rectãgula & amblygonia triangula: fore tantummodo iſoſcelia, vel ſcalena. Oxygonium autem: & æquilaterum, & iſoſceles, & ſcalenum offenditur triãgulum. Quemadmodùm ex ſupraſcriptis triangulorum licet elicere figuris. ¶Haud diſſimiliter quadrilaterarum figurarum, tum ab angulorũ rectitudine vel obliquitate, tum ab æqualitate vel inæqualitate laterum, ſuccedentia colliguntur diſcrimina. Quadrilaterarum figurarũ diſcrimina

¶Τῶν δὲ τετραπλεύρων σχημάτων, τετράγωνον μέν ἐστιν, ὃ ἰσόπλευρόν τέ ἐστι καὶ ὀρθογώνιον.

30 Quadrilaterarum autem figurarum, quadratũ quidem eſt, quod & æquilaterum & rectangulum eſt.



Veluti quadratum h. Omnis itaq; quadrati vnumquodque latus, radix eiuſdem indifferenter adpellatur. Radix quadrati. Fit enim quadratum, ex data linea recta abſtractiuè in ſeipſam rectiſſimè ducta: quemadmodùm numerus in ſeipſum ductus, quadratum efficit numerum.

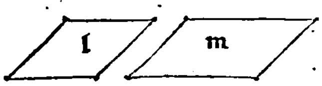
¶Ἑτερόμηκες δὲ, ὃ ὀρθογώνιον μὲν, οὐκ ἰσόπλευρον δέ.

31 Altera parte longius, eſt quod rectangulum quidem, at æquilaterum non eſt.

Quemadmodũ ſupraſcripa figura k, quoad angulorum rectitudinem conueniẽs cum ipſo quadrato, diſſidens autem ex parte laterum.

¶Ῥόμβος δὲ, ὃ ἰσόπλευρον μὲν, οὐκ ὀρθογώνιον δέ.

32 Rhombus, eſt quæ æquilatera, at rectangula non eſt.



Cuiuſmodi eſt figura l. Cõuenit itaque rhombus cum ipſo quadrato, in ſola laterũ æqualitate: habet enim duos obtuſos, & totidem acutos angulos, quatuor rectorum ſimul efficientes quantitatem.

¶Ῥομβοειδὲς δὲ, τὸ τὰς ἀπεναντίον πλευράς τε καὶ γωνίας ἴσας ἀλλήλαις ἔχον, ὃ οὔτε ἰσόπλευρόν ἐστιν, οὔτε ὀρθογώνιον.

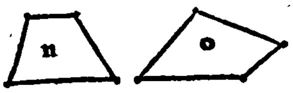
33 Rhomboides verò, eſt quæ ex oppoſito latera & angulos habens æquales, neque æquilatera, neque rectangula eſt.

Quemadmodùm ſuprà depicta figura m repræſentat. Súntque hæc omnia nuper enarrata quadrilatera, parallelogramma: id eſt, quorum oppoſita latera ſunt adinuicem parallela, Parallelogrãma. ſeu æquidiſtantia. Neque plures quadrilaterarum & regularium figurarum contingit inueniri differentias: hinc dicit Euclides,

¶Τὰ δὲ παρὰ ταῦτα τετράπλευρα, τραπέζια καλείσθω.

34 Præter hæc autem reliqua quadrilatera, trapezia adpellantur.

In quibus videlicet nulla oppositorum vel laterum, vel angulorũ simul obseruatur æqualitas, siue respõdentia: veluti sunt n/ & o, & quæcunque eis similes quadrilaterorum descriptiones.

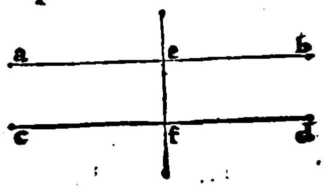


¶ *Parallelarum linearum diffinitio vltima.*

¶ Παράλληλοί εἰσιν εὐθεῖαι αἵτινες ἐν τῷ αὐτῷ ἐπιπέδῳ οὖσαι, καὶ ἐκβαλλόμεναι ἐπ' ἄπειρον ἐφ' ἑκάτερα τὰ μέρη ἐπὶ μηδέτερα συμπίπτουσιν ἀλλήλαις.

Parallelæ rectæ lineæ sunt quæ in eodem existentes plano, & ex 35
vtraque parte in infinitum productæ, in nulla parte concurrunt.

Quales tibi repræsentant a/b/ & c/d/ lineæ rectæ. In quarum videlicet alteram, vtpote a/b, recta linea e/f/ ad æquales seu rectos incidẽs angulos: & cũ reliqua c/d/ rectos itidem vel æquales angulos efficit. Ex eo enim, alterius in alterã æqualis vtrobiq; surgit inclinatio: vnde fit, vt ipsæ datæ lineæ in infinitũ ex vtraq; parte productæ, æqualiter seu parallelicè distent, nusquam adinuicem concurrentes.



¶ Αἰτήματα. *Postulata.*

ORONTIVS.

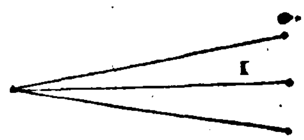
SECVNDO LOCO, SESE OFFERVNT POSTVLATA: QVAE petitiones à nõnullis adpellãtur. Sunt autem postulata, generales quędam propositiones, ex ipsis collectæ diffinitionibus: quæ pendenter ab auditore concessæ, postulantur assumuntúrve in ordinem seu rationem principij. Primum itaq; postulatum, est huiusmodi,

postulata quę

¶ Ἠτήσθω, ἀπὸ παντὸς σημείου ἐπὶ πᾶν σημεῖον εὐθεῖαν γραμμὴν ἀγαγεῖν.

1 Ab omni puncto in omne punctum, rectam lineam ducere 1

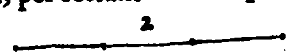
Potest enim datum quodcunq; punctum, in aliud quodlibet punctum, etiam vbilibet imaginatũ, per viam abstractiuè fluẽdo breuissimam: rectam describere lineam. quemadmodùm ex quatuor primis licet elicere diffinitionibus. Admittẽda est itaq; linea recta quantalibet, ac quibus voluerimus punctis, vbilibet indifferenter terminata.



¶ Καὶ πεπερασμένην εὐθεῖαν κατὰ τὸ συνεχὲς ἐπ' εὐθείας ἐκβάλλειν.

2 Rectam lineam terminatã, in continuum rectúmq; producere. 2

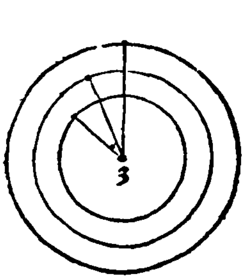
Nam vtrunq; punctum ipsius datæ rectæ lineæ terminatiuum, per rectum eiusdem puncti defluxũ, quantumlibet abstractiuè continuatũ: potest ipsam datam lineam rectã efficere lõgiorem. quemadmodùm ex data linearum rectarum colligitur descriptione.



¶ Καὶ παντὶ κέντρῳ καὶ διαστήματι κύκλον γράφεσθαι.

3 Omni centro & interuallo circulum describere. 3

Hoc est, licet vbicunque volueris centrum designare circuli, & circa idem centrum, ad liberam semidiametri quantitatem, ipsum figurare circulum. Aut (si velis) ex data quacunque linea recta terminata, altero eiusdem lineæ termino vbiuis collocato, per completam ipsius lineæ circunductionem, circulum describere. Admittendi igitur sunt, liberæ quantitatis circuli, pro data semidiametri vel interualli magnitudine.



¶ Καὶ πάσαι αἱ ὀρθαὶ γωνίαι ἴσαι ἀλλήλαις εἰσί.

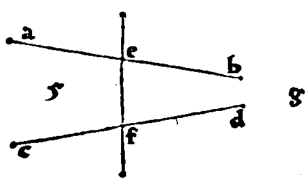
Omnes angulos rectos adinuicẽ æquales esse. 4

Cùm enim dati cuiuslibet anguli recti magnitudo quadrans existat circuli, eiusdémq; circuli quardrantes sint adinuicem æquales: fit vt inter quosuis angulos rectos nulla possit esse differentia, sed omnes sint adinuicē æquales. Quemadmodùm ex his quæ septima, nona, & decima præmisimus diffinitionibus, elicere vel facilè potes.

¶Καὶ ἐὰν εἰς δύο εὐθείας, εὐθεῖα ἐμπίπτουσα, τὰς ἐντὸς καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη γωνίας, δύο ὀρθῶν ἐλάσσονας ποιῇ, ἐκβαλλόμεναι αἱ δύο αὗται εὐθεῖαι ἐπ' ἄπειρον, συμπεσοῦνται ἀλλήλαις, ἐφ' ἃ μέρη εἰσὶν αἱ τῶν δύο ὀρθῶν ἐλάσσονες γωνίαι.

5 Si in duas rectas lineas recta linea incidens, interiores & in eadem parte angulos duobus rectis minores fecerit: rectas lineas in infinitum productas concurrere necesse est, ad eas partes in quibus anguli duobus rectis minores existunt.

Vtpote, si in rectas a/b/& c/d, recta incidens e/f, interiores angulos b/e/f/& d/f/e/ simul cōparatos, duobus rectis minores fecerit: ipsæ lineæ a/b/& c/d, in infinitū productæ, conueniēt



tandem in g, ad partes quidem b/& d. Quoniam plus inclinātur adinuicem partes b/d, quàm a/c. Vnde quantò magis producentur b/e, & d/f/ partes, tantò propiores efficientur, in vnū tandem signum (vtpote g) concurrentes. Secus est de a/e, & c/f/ partibus: propterea quòd anguli a/e/f/& c/f/e/ sunt duobus angulis rectis tantò maiores, quantò eisdem rectis minores fuerint ipsi b/e/f/atq; d/f/e/ anguli. ¶Possent & alia his haud dissimilia subrogari postulata: quæ cùm sunt omnibus (etiam rudissimis) per sese manifesta, vel quæ recenseantur indigna, hoc quinario cum Euclide contenti erimus numero. De cęteris postulatis.

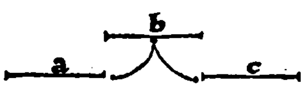
¶Κοιναὶ ἔννοιαι. *Communes sententiæ.*

ORONTIVS.

RELIQVVM EST TANDEM, COMMVNES ELVCIDARE sententias: quas græci axiomata, latini verò effata solent adpellare. Sūt igitur cōmunes sentētiæ, generales quædā ac per sese manifestę propositiones, cōmunitérve scitæ ab omnibus, & in principij rationem vel ordinem coassumptæ. Quarum prima est hæc. Axiomata, effata, seu communes sententiæ.

¶Τὰ τῷ αὐτῷ ἴσα, καὶ ἀλλήλοις ἐστὶν ἴσα.

1 Quæ eidem æqualia, & adinuicem sunt æqualia, 5. communes sententiæ ratione æqualitatis respicientes.



Vtpote, si a/ magnitudo sit æqualis b/ magnitudini, eidem quoq; b/sit æqualis magnitudo c: necessum est a/& c/magnitudines fore adinuicem æquales. Idem habeto iudicium de numeris, atque cæteris eiusdem generis adinuicem comparabilibus.

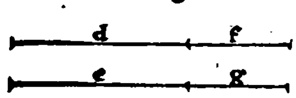
¶Καὶ ἐὰν ἴσοις ἴσα προστεθῇ, τὰ ὅλα ἐστὶν ἴσα.

2 Et si æqualibus æqualia adijciantur, omnia erunt ~~æqualia~~.

¶Καὶ ἐὰν ἀπὸ ἴσων ἴσα ἀφαιρεθῇ, τὰ καταλειπόμενά ἐστιν ἴσα.

3 Et si ab æqualibus æqualia auferātur, quę relinquētur æqualia erūt.

Vt si d/& e/magnitudinibus inuicē æqualibus, æquales addantur magnitudines f/& g: consurgent d/f/& e/g/ magnitudines adinuicem pariter æquales. Quòd si versavice ab ipsis d/f/& e/g/magnitudinibus inuicem æqualibus, æquales tollantur f/quidē & g/magnitudines: relinquentur d/& e/magnitudines rursum adinuicem æquales.



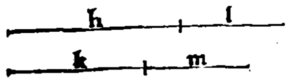
¶Καὶ ἐὰν ἀνίσοις ἴσα προστεθῇ, τὰ ὅλα ἐστὶν ἄνισα.

4 Et si inæqualibus æqualia adiungantur, omnia inæqualia erunt.

¶Καὶ ἐὰν ἀπὸ ἀνίσων ἴσα ἀφαιρεθῇ, τὰ λοιπά ἐστιν ἄνισα.

5 Et si ab inæqualibus æqualia auferantur, reliqua inæqualia erunt.

Si nanque h,k/magnitudinibus inæqualibus,æquales adiungantur magnitudines l,m:consurgent inæquales adinuicem magnitudines h/l/& k/m. Aut si ab eisdem inæqualibus magnitudinibus datis h/l/& k/m, æquales auferantur l/& m,quæ relinquentur h/& k/magnitudines, erũt adinuicem inæquales. Vnde &versa vice,si æqualibus inæqualia adiungantur,vel ab æqualibus inæqualia auferantur:consurgent,aut relinquentur inæqualia. Hæ sunt igitur quinque præcipuæ communes sententiæ,rationem æqualitatis inter magnitudines,atque inuicẽ comparabilia,tum facta inuicem comparatione, tum addendo,subtrahendóve occurrentem,respicientes.

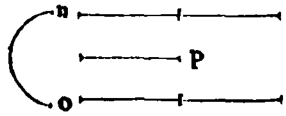


Καὶ τὰ τοῦ αὐτοῦ διπλάσια, ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν.

Quæ eiusdem duplicia sunt, adinuicem sunt æqualia. 6

Cõmunis sententia pro ratione maioris inæqualitatis.

Hoc est,quę eiusdem sunt æquè multiplicia,vel æquè superparticularia,aut æquè superpartientia, vel(vt summatim comprehendam)æquè maiora:ea sunt adinuicẽ æqualia,nempe quòd æquali excessu eandem superent magnitudinem. Vt si n/& o/ magnitudines, eiusdẽ magnitudinis p/sint ęquè maiores,vtpote duplæ: necessum est easdẽ magnitudines n/& o/ fore adinuicem æquales.Nam æqualibus magnitudinibus ipsi p/in eisdem n/& o/comprehensis,æquales adduntur excessus. Idem censeto de numeris,& quibuscunque inuicem comparabilibus rebus,eandem ad tertiã maioris inæqualitatis rationem obtinentibus.

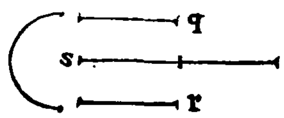


Καὶ τὰ τοῦ αὐτοῦ ἡμίση, ἴσα ἀλλήλοις ἐστί.

Et quæ eiusdem sunt dimidium,æqualia sunt adinuicem. 7

cõ.sententia, pro ratiõe minoris inæqualitatis.

Hæc communis sententia,pro magnitudinibus rationẽ minoris inæqualitatis ad eandem tertiam obseruantibus magnitudinẽ, ita venit intelligenda:vt quæcunque eiusdẽ sunt ęquè submultiplicia,aut subsuperparticularia,vel subsuperpartientia,hoc est,æquè minora,ea sunt adinuicem æqualia.Vtpote,si q/& r/magnitudines,eiusdem magnitudinis s/sint(verbi gratia)subduplæ: illæ erunt adinuicem æquales,propterea quòd æquali ab eadem magnitudine superentur excessu.



Καὶ τὰ ἐφαρμόζοντα ἐπ' ἄλληλα, ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν.

Et quæ sibimet ipsis conueniunt,æqualia sunt adinuicem. 8

Vtpote,si duę rectę lineę in limitib9,duæve superficies in terminis,seu laterib9& angulis, & quę sunt similia similibus ex õni parte cõueniãt:ea oportet adinuicẽ ęquari, & ecõtrario.

Καὶ τὸ ὅλον μεῖζον τοῦ μέρους ἐστί.

Totum est sua parte maius. 9

Adde quòd & æquale suis partibus integralibus, id est quæ simul sumptæ ipsum totum videntur integrare.

Καὶ δύο εὐθεῖαι χωρίον οὐ περιέχουσι.

Duæ rectæ lineæ superficiem non concludunt. 10

Prius q̃ enim superficiẽ cõcludere valerẽt:operępretiũ esset,gemina pũcta vtriusque datarũ linearũ terminos limitãtia mutuo cõuenire.Duæ itaque lineę rectę,à dato pũcto in datũ punctũ producerentur:coinciderẽt igitur in vnã atque eandem lineam rectã,superficiem concludere non valentes.quẽadmodùm ex ijs quę quarta prædiximus diffinitione fit manifestum.

De Problemate, Theoremate, atque Hypothesi.

EX HIS ITAQVE SANE QVAM INTELLECTIS PRINCIpijs, colliguntur problemata: hoc est, ambiguæ propositiones, sciscitationésve,practicas figurarũ affectiones discutiẽtes:& Theoremata,id est,speculatiuæ propositiones,præceptionis vtriusque participes, quæ singulis accidunt figuris sola inspectione diiudicãtes.Quæ quidẽ omnia tali sunt artificio ab Euclide distributa,vt ex antecedentibus omnis subsequentiũ videatur pendere comprobatio:fiátque mutua subministratio singulorum inter sese & problematum & theorematum.Quibus suffragantur hypotheses,hoc est,ex pręuia supradictorum cognitione,assumenti concessæ suppositiones.

Problemata. Theoremata. Hypotheses.

ΕΥΚΛΕΙΔΟΥ ΒΙΒΛΙΟΥ ΠΡΩΤΟΥ

Πρόβλημα α, Πρότασις α.

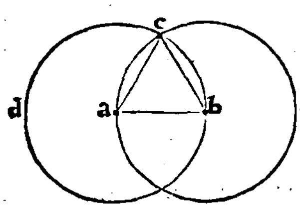
Ἐπὶ τῆς δοθείσης εὐθείας πεπερασμένης, τρίγωνον ἰσόπλευρον συστήσασθαι.

EVCLIDIS LIBRI PRIMI

Problema 1. *Propositio* 1.

1 SVper data linea recta terminata, triangulū æquilaterum constituere

ORONTIVS. ¶Sit data recta linea terminata a/b, cuius limites sint a/ & b/ pūcta: super quā oporteat triangulū æquilaterum cōstituere: hoc est, datam lineam rectam terminatam in latus ipsius coaptare triāguli, & reliqua duo latera, quæ sint eidem lineæ datæ æqualia, ex superius enarratis principijs inuestigare. Centro igitur a, interuallo autē a/b, describatur circulus b/c/d, per tertium postulatum. Et per idem postulatum, centro rursum b, eodémq; interuallo b/a, describatur circulus a/c/e. Cùm igitur circuli b/c/d/ & a/c/e/ in eodem sint plano, & cōmunem habeant semidiametrum, nempe datam a/b/ rectam, transeátque per constructionem vnius circunferentia per centrum alterius: necessum est, b/c/d/ circunferentiā partim esse intra circulum a/c/e, partim verò extra, & è contrario, & propterea sese mutuo intersecare. Sit ergo sectionū altera in puncto c, & connectantur tandem rectæ lineæ a/c/ & b/c, per primū postulatū. Triangulū est itaq; a, b, c, (nō congruūt enim, neq; in directū cōstituūtur ipsæ a/b, b/c, & c/a/ lineæ rectæ: sed trigonā includūt superficiē a/b/c) dico q̄ & æquilaterū. Quoniā punctum a, centrū est circuli b/c/d: æqualis est igitur a/c/ recta, ipsi a/b, per decimāquintā diffinitionē. Rursum, quoniā punctum b, centrū est circuli a/c/e: æqualis est, per eandē diffinitionē b/c/ recta, eidē a/b. Duæ igitur a/c, & b/c, eidē a/b, sunt æquales: eapropter & æquales adinuicem, per primam communem sentētiam. Tres itaque lineæ a/b, b/c, c/a, sunt adinuicem æquales. Igitur super data recta linea terminata a/b, constitutū est triangulum æquilaterum a/b/c. Quod facere oportebat.



Nota propositiōis interpretationem.

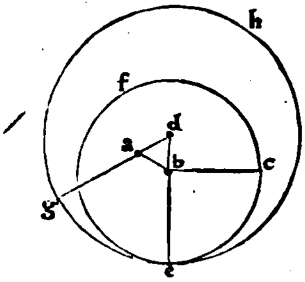
Πρόβλημα β, Πρότασις β.

Πρὸς τῷ δοθέντι σημείῳ τῇ δοθείσῃ εὐθείᾳ ἴσην εὐθεῖαν θέσθαι.

Problema 2, *Propositio* 2.

2 AD datum punctū, datæ rectę lineæ æquam rectā lineā ponere.

ORONTIVS. ¶Sit datū punctū a, data verò linea recta b/c: cui expedit, ad ipsum punctum a, æquam rectam lineam ponere. Ducatur itaque recta a/b, per primum postulatum: super qua triangulum æquilaterum constituatur a/b/d, per primam propositionem. Et centro b, interuallo autē b/c, circulus describatur c/e/f, per tertium postulatum. Atque per secūdum postulatum, producatur recta b/d/in ipsius circuli circunferentiam: sitq; d/e. Centro rursum d, interuallo autẽ d/e, circulus describatur e/g/h, per idem tertium postulatũ. Producatúrque tandem recta d/a, in circunferentiam ipsius e/g/h/circuli, per secũdum postulatum: sitq; d/g. Cùm igitur punctum b, centrũ existat circuli c/e/f: æqualis est b/c/recta ipsi b/e, per decimamquintam diffinitionem. Rursum quoniam punctum d, cẽtrum est e/g/h/ circuli: æqualis est, per eandem diffinitionem, recta d/e/ipsi d/g. A quibus si auferãtur a/d, & b/d/inuicẽ æquales (nempe latera trianguli æquilateri) reliqua a/g, reliquæ b/e, per tertiam communem sẽtẽtiam erit æqualis. Atqui monstratum est, quòd & b/c/ eidem b/e/est æqualis. Binæ igitur a/g/& b/c, eidem b/e/sunt æquales: quapropter & æquales adinuicem, per primam communem sententiam. Ad datum ergo pũctum a/datæ rectæ lineæ b/c, æqualis recta linea posita est a/g. Quod oportuit fecisse.



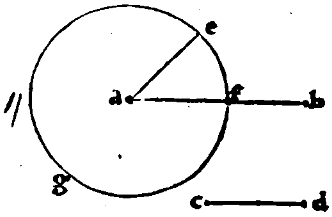
Πρόβλημα γ, Πρόθεσις γ.

Δύο δοθεισῶν εὐθειῶν ἀνίσων, ἀπὸ τῆς μείζονος, τῇ ἐλάσσονι ἴσην εὐθεῖαν ἀφελεῖν.

Problema 3, Propositio 3.

DVabus datis rectis lineis inæqualibus, à maiori minori æquã rectam lineam abscindere. 3

ORONTIVS. ¶Sint datæ binæ rectæ lineæ inæquales, a/b/quidẽ maior, minor verò c/d: cui receptũ sit, ab ipsa maiore a/b, æquã lineam rectã abscindere. Ad datũ ergo punctum a/ alterum ipsius maioris a/b/ limitem, eidem minori c/d/ ponatur æqualis, per secundam propositionẽ: sitq; a/e. Et centro a, interuallo autem a/e, circulus describatur e/f/g, per tertium postulatum. Cùm igitur a/e/ recta sit æqualis ipsi c/d, sitq; c/d minor ipsa a/b, per hypothesin: erit & a/e/eadem a/b/ minor. quæ enim sunt æqualia, eiusdem sunt æquè minora, per conuersam septimæ cõmunis sententiæ. Egredietur ergo a/b/maior ipsa a/e, circunferẽtiã circuli e/f/g, ad interuallum eiusdem a/e/ descripti, eandémq; circunferẽtiam egrediendo secabit: secet igitur in puncto f. Et quoniã punctũ a, centrum est circuli e/f/g: æqualis est a/f/recta ipsi a/e, per decimamquintã diffinitionẽ. Eidẽ porrò a/e, æqualis est & recta c/d. Binæ igitur a/f/& c/d, eidem a/e/ sunt æquales: & propterea æquales adinuicẽ, per primã cõmunem sentẽtiam. Est autẽ & a/f, pars ipsius maioris a/b. Duabus ergo lineis rectis inæqualibus datis, a/b/quidẽ & c/d: à maiori a/b, secta est a/f/ ipsi c/d/minori æqualis. Quod oportebat facere.



Θεώρημα α, Πρόθεσις δ.

Ἐὰν δύο τρίγωνα τὰς δύο πλευρὰς, ταῖς δυσὶ πλευραῖς ἴσας ἔχῃ ἑκατέραν ἑκατέρᾳ, καὶ τὴν γωνίαν τῇ γωνίᾳ ἴσην ἔχῃ, τὴν ὑπὸ τῶν ἴσων εὐθειῶν περιεχομένην, καὶ τὴν βάσιν τῇ βάσει ἴσην ἕξει, καὶ τὸ τρίγωνον τῷ τριγώνῳ ἴσον ἔσται, καὶ αἱ λοιπαὶ γωνίαι ταῖς λοιπαῖς γωνίαις ἴσαι ἔσονται ἑκατέρα ἑκατέρᾳ, ὑφ' ἃς αἱ ἴσαι πλευραὶ ὑποτείνουσι.

Theorema 1, Propositio 4.

SI duo triãgula duo latera duobus lateribus æqualia habuerint 4
alterũ alteri, & angulum angulo æqualem sub æqualibus rectis

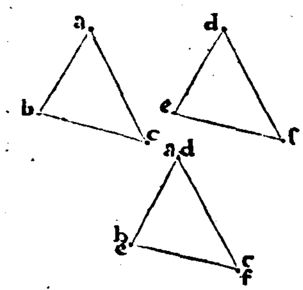
lineis contentum:& basin basi æqualem habebunt,& triangulum triangulo æquum erit, & reliqui anguli reliquis angulis æquales erunt alter alteri,sub quibus æqualia latera subtenduntur.

ORONTIVS. ¶Sint bina triangula a/b/c/& d/e/f,habentia duo latera a/b/ & a/c,duobus lateribus d/e/& d/f/alternatim æqualia,hoc est,a/b/ipsi d/e,& a/c/ipsi d/f:atq; angulum b/a/c,æqualem angulo e/d/f/ sub æqualibus rectis lineis contento. Dico primùm, quòd basis b/c/est æqualis basi e/f. Comparato nanq; triangulo a/b/c/ipsi d/e/f, atque puncto a/supra d/pūctum constituto, extensáque recta a/b/ super rectam d/e:conueniet punctū b/ipsi puncto e:nam a/b/ipsi d/e/per hypothesin est æqualis.quæ autem sunt adinuicem æqualia,sibimetipsis conueniunt,per conuersam octauæ communis sententiæ. Et quoniam angulus b/a/c, angulo e/d/f/ per hypothesin quoque est æqualis: cadet igitur,per eandem conuersam,a/c/recta,super rectam d/f.secus enim alter angulorum foret reliquo maior,cōtra ipsam hypothesin.At cùm a/c/& d/f/rectæ,sint ex eadem hypothesi adinuicem æquales: conueniet rursum punctum c/ipsi puncto f,per allegatam octauæ communis sententiæ conuersionem.Binæ igitur rectæ b/c/& e/f, ab eodem communi pūcto,ad idem commune punctum educentur: cōuenient ergo adinuicem,per datam ipsius lineæ rectæ diffinitionem.Conuenientibus enim b,e/& c,f/limitibus,si eædem b/c/& e/f/ rectæ minimè conuenirent: duæ lineæ rectæ includerent superficiem,contra decimam communem sententiam,& diffinitam rectarum linearum descriptionem.conuenit itaq; b/c/ipsi e/f.Quæ autem sibimetipsis conueniunt,æqualia sunt adinuicem,per octauam cōmunem sententiam.basis ergo b/c,basi e/f/cōcluditur æqualis. ¶Dico præterea,q̄ triangulum a/b/c/triangulo d/e/f/æquum est.Conueniunt enim singula latera ipsius a/b/c/trianguli, singulis d/e/f/ trianguli lateribus: & triangulum igitur triangulo conuenit. Vnde per eandem octauam communem sentētiam,a/b/c/ triāgulum, ipsi d/e/f/triangulo æquum erit. ¶Aio tādem,reliquos angulos reliquis angulis,sub quibus æqualia subtenduntur latera,fore alterum alteri æquales:vtpote, a/b/c/ipsi d/e/f,sub quibus a/c/& d/f,& a/c/b/ipsi d/f/e,sub quibus a/b/ & d/e/latera subtenduntur æqualia. Conueniunt enim singula latera singulis lateribus, sub quibus ipsi continentur anguli. Ex laterum porrò conuenientia æqualis eorūdem subsequitur inclinatio.ex æquali autē inclinatione laterum,contentorū angulorum cōuincitur æqualitas. Si bina igitur triāgula duo latera duobus lateribus æqualia habuerint &c. vt in theoremate. Quod erat demonstrandum.

Pars prima theorematis.

Pars secunda

Tertia pars.



Θεώρημα β, Πρότασις ε.

Τῶν ἰσοσκελῶν τριγώνων αἱ πρὸς τῇ βάσει γωνίαι ἴσαι ἀλλήλαις εἰσί. καὶ προσεκβληθεισῶν τῶν ἴσων εὐθειῶν, αἱ ὑπὸ τὴν βάσιν γωνίαι ἴσαι ἀλλήλαις ἔσονται.

Theorema 2, Propositio 5.

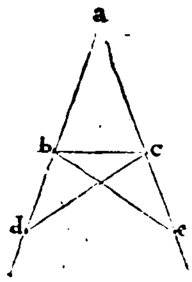
5 ISoscelium triangulorum qui ad basin sunt anguli,adinuicem sunt æquales: & productis æqualibus rectis lineis, qui sub basi sunt anguli adinuicem æquales erunt.

ORONTIVS. ¶Sit triangulū isosceles a/b/c: cuius latera a/b/& a/c/sint adinuicem æqualia.Hæc autē versus d,& e,puncta,in cōtinuū rectūmq; producantur:

per ſecundum poſtulatum. Aio itaque primùm, angulos a/b/c/& a/c/b, qui ad baſin b/c, fore adinuicẽ æquales: angulum præterea d/b/c, angulo b/c/e/ſub eadẽ baſi b/c/cõſtituto, itidem coæquari. Suſcipiatur enim in b/d/recta cõtingens punctũ, ſitq; illud d: & data recta b/d, ſecetur ei æqualis c/e, per tertiam propoſitionem: connectantúrq; b/e, & c/d, lineæ rectæ, per primũ poſtulatũ. Cùm igitur a/b/ſit æqualis a/c, per hypotheſin, & b/d/ipſi c/e, per cõſtructionẽ: erit & a/d/ipſi a/e, per ſecundam communẽ ſententiã, æqualis. Bina ergo latera a/b/& a/e/trianguli a/b/e, ſunt æqualia duobus a/c/& a/d/triãguli a/c/d, alterum alteri: eſtq; angulus qui ad a/ſub æquis lateribus comprehẽſus, vtriq; triãgulo communis. Baſis igitur b/e/ baſi c/d/ eſt æqualis, & totũ triangulum a/b/e/ toti triãgulo a/c/d/æquale, atq; reliqui anguli reliquis angulis, ſub quibus æqualia ſubtenduntur latera, reſpõdenter æquales, vtpote/a/b/e/ipſi a/c/d, & a/d/c/ipſi a/e/b: per quartã propoſitionem. Rurſum, quoniã b/d/ipſi c/e/per conſtructionẽ eſt æqualis, & b/e/ ipſi c/d/æqualis oſtenſa eſt: bina propterea latera d/b/& d/c/ triãguli d/b/c, duobus e/b/& e/c/ipſius e/b/c/ triãguli lateribꝰ ſunt alternatim æqualia. & cõtẽtos ſub ipſis æqualibus lateribus angulos, vtpote, qui ad d/& e/monſtrauimus æquales: eandémq; baſin ſubtendunt b/c. Triangulũ igitur d/b/c, triangulo e/b/c/eſt æquale, & reliqui anguli reliquis angulis, ſub quibus æqualia ſubtenduntur latera, adinuicẽ æquales: per eandem quartã propoſitionẽ. Angulus itaq; d/b/c, angulo b/c/e/eſt æqualis: necnõ angulus b/c/d, ipſi angulo b/c/e. Totus porrò angulus a/b/e, toti angulo a/c/d/æqualis nuper oſtẽſus eſt. Igitur ſi ab eiſdem æqualibus angulis a/b/e/ & a/c/d, æquales auferantur anguli b/c/d/& c/b/e: qui relinquentur anguli a/b/c/ & a/ c/b/ ad baſin b/c, erunt per tertiam communem ſententiam adinuicem æquales. Et qui ſub eadẽ baſi b/c/ſunt anguli, vtpote, d/b/c/& b/c/e, nunc quoq; mõſtrati ſunt æquales. Iſoſceliũ ergo triangulorũ, qui ad baſin ſunt anguli &c. vt in theoremate. Quod demonſtrare oportebat.

Primus oſtenſionis diſcurſus.

Secundus.



Recollectio demonſtrationis.

Corollarium.

¶ Hinc manifeſtum eſt, triangulum æquilaterum tres angulos adinuicem æquales continere. Quoniam binatim ſumpta latera, ſemper offenduntur æqualia: & duo quoq; anguli omnifariam ſumpti conſequenter æquales.

Θεώρημα γ, Πρόθεσις ς.

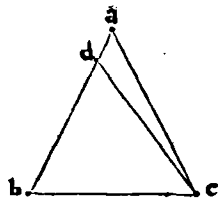
Ἐὰν τριγώνου αἱ δύο γωνίαι ἴσαι ἀλλήλαις ὦσι, καὶ αἱ ὑπὸ τὰς ἴσας γωνίας ὑποτείνουσαι πλευραὶ ἴσαι ἀλλήλαις ἔσονται.

Theorema 3, Propoſitio 6.

SI trianguli duo anguli, æquales adinuicem fuerint: æquales 6
quoq; angulos ſubtendentia latera æqualia adinuicem erunt.

ORONTIVS. ¶ Eſto a/b/c/triãgulũ, cuius anguli a/b/c/& a/c/b/ſint adinuicẽ æquales. Dico propterea, quòd latus a/b/æquũ eſt lateri a/c. Si nanq; a/b/ & a/c/latera forent inæqualia, alterum eſſet maius: vtpote, a/b. Poſſet itaq; à maiori a/b, ſecari ipſi a/c/minori æqualis, per tertiã propoſitionẽ. eſto igitur b/d: & connectatur c/d/ recta, per primum poſtulatum. Cadet igitur recta c/d/intra triangulum a/b/c: diuidétq; latus a/b, & angulum a/c/b/in duos angulos, atq; datum a/b/c/triangulum in bina triangula a/c/d/& d/b/c. Atqui a/b/c/triangulum, ipſo d/b/c/triangulo (nempe totum ſua parte) maius eſt: per nonam communem ſententiam. Quòd ſi a/c/recta foret æqualis ipſi b/d, & b/c/ſit vtriq; triangulo communis: eſſent bina latera a/c/&

Demõſtratio ab impoſſibili



c/b/ trianguli a/c/b, æqualia binis lateribus c/b/ & b/d/ ipſius trianguli c/b/d. quæ cùm æquales adinuicem comprehendant angulos a/b/c/& a/c/b, per hypotheſin: baſis a/b/ dati a/c/b/ trianguli, foret æqualis baſi c/d/ ipſius triãguli c/b/d, per quartam propoſitionem: ipſum deniq; triangulum a/b/c, ipſi triangulo d/b/c/ æquale, totum videlicet ſuæ parti. quod per nonam communem ſententiã eſt impoſſibile. Non eſt igitur a/b/ latus, maius a/c. Similiter oſtendetur, quòd neq; minus. Aequũ eſt itaq; latus a/b, ipſi lateri a/c. Si trianguli itaq; duo anguli æquales adinuicem fuerint, æquales quoq; angulos ſubtendentia latera æqualia adinuicem erunt. Quod fuerat oſtendendum.

Corollarium.

¶Et proinde fit manifeſtum, triangulum æquiangulum, fore verſa vice æquilaterum. anguli enim binatim ſumpti, ſemper offenduntur æquales: & duo quoq; latera omnifariam ſumpta, reſpondenter æqualia.

Θεώρημα δ΄, Πρόθεσις ζ.

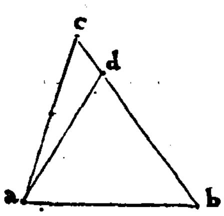
Ἐπὶ τῆς αὐτῆς εὐθείας δυσὶ ταῖς αὐταῖς εὐθείαις, ἄλλαι δύο εὐθεῖαι ἴσαι ἑκατέρα ἑκατέρᾳ οὐ συσαθήσονται, πρὸς ἄλλῳ καὶ ἄλλῳ σημείῳ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη τὰ αὐτὰ πέρατα ἔχουσαι ταῖς ἐξ ἀρχῆς εὐθείαις.

Theorema 4, Propoſitio 7.

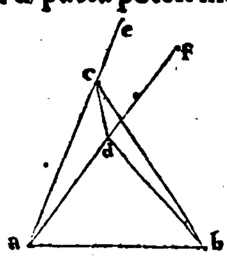
7 SVper eadem recta linea, duabus eiſdem rectis lineis, aliæ duæ rectæ lineæ æquales altera alteri non conſtituentur, ad aliud atque aliud punctum, ad eaſdem partes, eoſdem fines primis rectis lineis poſſidentes.

ORONTIVS. ¶Super data inquàm recta linea a/b, duæ rectæ lineæ a/c/& b/c, à limitibus a/& b, ad datum punctum c/ conſtituantur. Dico quòd ſuper eadem a/b, aliæ duæ rectæ lineæ, vtpote a/d/& b/d, ad aliud punctum, hoc eſt d, ad eaſdem quoq; partes, non conſtituentur eiſdem a/c/& b/c/ altera alteri æquales, vtpote a/d/ ipſi a/c, & b/d/ ipſi b/c, eoſdem fines a/& b, cum eiſdem primis rectis lineis a/c/& b/c/ poſſidentes. Aut enim punctum d/ cadet in alterutram linearum a/c/& b/c, vel intra eaſdem, aut extra. Atqui in alterutram datarum linearum, ipſum d/ punctum minimè poteſt incidere. Cadat enim (ſi poſſibile ſit) in rectam b/c. coincidet igitur b/d/ recta, ſuper rectam b/c: & cùm d/ ſit aliud pũctum quàm c, erit eadem b/d/ pars ipſius b/c. Non erit igitur b/d, æqualis b/c: totum enim foret æquale ſuæ parti, contra nonã communem ſententiam. Similiter oſtendetur, ꝙ neq; in a/c/ rectam, neq; in alterutrã aut a/c/ aut b/c/ in continuũ rectũmq; productã, cadet idem punctũ d. ¶Dico præterea, ꝙ neq; intra eaſdẽ lineas a/c/ & b/c, ipſum d/ pũctũ poteſt incidere. Eſto enim (ſi fuerit poſſibile) vt in ſubſcripta figura & cõnexa c/d/ recta, per primũ poſtulatũ, vtraq; a/c/& a/d, per ſecundũ poſtulatũ, in continuũ rectũmq;, vſq; ad e/& f/ ſigna producatur. Triãgula igitur a/c/d/& b/c/d/ ſuper eadẽ baſi c/d/ cõſtituta, forẽt iſoſcelia. & angulus propterea a/c/d, æquus eſſet angulo a/d/c: necnõ b/c/d/ angulus, ipſi b/d/c/ reſpondenter æqualis, per primã partẽ quintæ propoſitionis: & per ſecundã eiuſdem propoſitionis partem, qui ſub eadem baſi c/d/ fiunt anguli, adinuicẽ quoq;

Prima figuræ diſpoſitio.



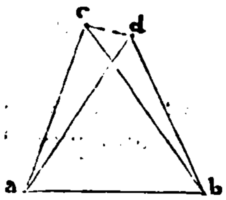
Secunda.



forēt æquales:vtpote,c/d/f/ipſi d/c/e.Angulus porrò d/c/e,maior eſt angulo b/c/d (nēpe totus ſua parte)eapropter & c/d/f/angulus, foret eodē angulo b/c/d/ maior: & maior conſequēter ipſo angulo b/d/c.nam æquales anguli,eiuſdē ſunt æquè maiores,vel æquè minores:per cōuerſam ſextæ,atq; ſeptimæ cōmunis ſentētiæ interpretationē.Eſt autē c/d/f/angulus,pars ipſius anguli b/d/c.Particularis igitur angulus,maior eſſet totali: quod per eandem nonam cōmunē ſententiā eſt impoſſibile.

Tertia figuræ diſpoſitio.

¶Haud diſſimile ſequetur incōueniens:vbi datū punctū d,inciderit extra præfatas lineas rectas a/c/& b/c.Si nāq; id poſſibile foret,vel earum altera quæ ex a/pūcto, alterā quæ ex b/ſecabit: aut nulla dabitur prædictarum linearū interſectio.Secet primùm a/d/ipſam b/c:& connectatur c/d/recta, per primum poſtulatum. Triangula rurſum a/c/d/& b/c/d/eſſent iſoſcelia:& qui ad communē vtriuſq; triāguli baſin c/d/fiunt anguli,per primam partem ipſius quintæ propoſitionis,æquales adinuicem.vtpote,a/c/d/ ipſi a/d/c,& b/c/d/ ipſi b/d/c. Atqui angulus a/c/d,angulo b/c/d/maior eſt, per nonam communem ſententiam: recta enim b/c/ diuidit a/b/d/c/quadrilaterum, & angulum propterea a/c/d.Igitur & a/d/c/ angulus,eodē angulo b/c/d/maior eſſet:& maior conſequenter ipſo b/d/c/angulo.angulus porrò a/d/c,eſt pars ipſius anguli b/d/c:recta nāq; a/d,diuidit eūdem b/d/c/angulum,atq; a/b/d/c/quadrilaterum.Pars itaq;,totum rurſum excederet:quod ipſi nonæ communi videtur aduerſari ſententiæ.Idem etiam concludetur,vbi a/c/recta ſecuerit b/d:vbíve punctum d/ita ſeorſum locabitur,vt nulla ſubſequatur prædictarum linearū interſectio. quemadmodùm ex ſecunda figuræ diſpoſitione deducere vel facilè potes, c/in d,atq; è diuerſo permutato. Non ſunt igitur a/c/& a/d/rectæ lineæ,neq; b/c/& b/d/adinuicem ſimul æquales.Super eadem ergo recta linea,duabus eiſdem rectis lineis &c.vt in theoremate.Quod demonſtrare oportebat.



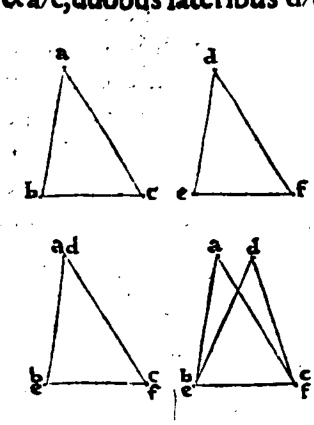
Θεώρημα ε, Πρόθεσις η.

Ἐὰν δύο τρίγωνα, τὰς δύο πλευρὰς ταῖς δυσὶ πλευραῖς ἴσας ἔχῃ ἑκατέραν ἑκατέρᾳ, ἔχῃ δὲ καὶ τὴν βάσιν τῇ βάσει ἴσην, καὶ τὴν γωνίαν τῇ γωνίᾳ ἴσην ἕξει τὴν ὑπὸ τῶν ἴσων εὐθειῶν περιεχομένην.

Theorema 5, Propoſitio 8.

SI bina triangula, duo latera duobus lateribus alterum alteri 8
æqualia habuerint,& baſin quoq; baſi æqualē:angulum quoq; ſub æqualibus rectis lineis contentum æqualem habebunt.

ORONTIVS.¶Sint bina triangula a/b/c/ & d/e/f,habētia duo latera a/b/& & a/c,duobus lateribus d/e/& d/f/alternatim æqualia,hoc eſt,a/b/ipſi d/e,& a/c/ipſi d/f:ſitq; baſis b/c,baſi d/f/itidem æqualis.Aio itaq; angulum b/a/c,angulo e/d/f/ eſſe reſpondenter æqualē.Comparatis nanque adinuicem triangulis,& puncto b/ſupra punctum e/ conſtituto, extenſáque baſi b/c/ in rectum ipſius e/f: conueniet punctum c/cum puncto f, per conuerſam octauæ cōmunis ſententiæ.Cōuenientibus autē b/& e,atq; c/& f/punctis,cōueniet & punctū a/cū puncto d.Quoniā ſi a/& d/puncta minimè cōuenirent:ſequetur ex hypotheſi laterū, ꝙ ſuper eadem recta linea b/c/ aut e/f,duabus eiſdē lineis a/b/& a/c, vel a/e/ & a/f, aliæ duæ rectæ lineæ d/b/& d/c, ſeu d/e/& d/f, ad aliud atq; aliud punctum,hoc eſt a/ & d,ad eaſdem quoq; partes,



eosdem deniq; fines b/ & c/vel e/& f/primis rectis lineis possidentes, altera alteri constituerētur æquales. quod per antecedentē septimā propositionē demonstratū est impossibile. Cōgruit igitur d/punctū, ipsi puncto a: quapropter & angulū b/a/c, angulo e/d/f, congruere necessum est, foréq; illi æqualē. Cōgruentibus enim terminis: congruūt & ipsæ lineæ rectæ. ex rectarū porrò cōuenientia, sub quibus ipsi continētur anguli: eadem surgit inclinatio. ex qua demum pari linearum inclinatione: eorundem angulorū conuincitur æqualitas. Ergo si bina triangula, duo latera duobus lateribus &c. vt in theoremate. Quod oportuit demonstrasse.

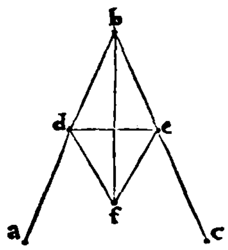
Πρόβλημα δ, Πρόθεσις θ.

Τὴν δοθεῖσαν γωνίαν εὐθύγραμμον δίχα τεμεῖν.

Problema 4, Propositio 9.

9 DAtum angulum rectilineum, bifariam secare.

ORONTIVS. ¶Esto datus rectilineus angulus a/b/c: quem oporteat bifariam secare. Suscipiatur igitur in a/b/recta contingens punctum d: secetúrq; à reliqua b/c, ipsi b/d/æqualis, per tertiā propositionem, sitq; illa b/e. Et per primū postulatum, connectatur recta d/e: super quā triangulum æquilaterū d/e/f, per primā propositionem constituatur. connectatur tandem recta b/f, per idem primum postulatum. Manifestum est igitur, rectam b/f/secare datum angulum a/b/c: protrahitur enim ab angulo qui ad b, ad oppositum angulum qui ad f/in b/d/f/e/quadrilatero. Aio quòd & ipsa b/f, datum a/b/c/angulum bifariā secat. Cùm enim b/d/per constructionē sit æqualis ipsi b/e, cōmunis autem b/f: bina itaq; latera d/b/& b/f/trianguli d/b/f, duobus lateribus f/b/& b/e/trianguli f/b/e/ sunt alternatim æqualia. Est insuper basis d/f, basi e/f/itidem æqualis: sunt enim latera triāguli æquilateri d/e/f. Angulus igitur d/b/f, angulo f/b/e, per octauam propositionem est æqualis. Datus itaq; rectilineus angulus a/b/c, bifariam à recta b/f/secatur. Quod facere oportebat.



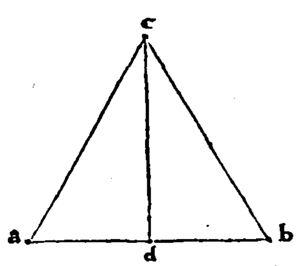
Πρόβλημα ε, Πρόθεσις ι.

Τὴν δοθεῖσαν γωνίαν πεπερασμένην δίχα τεμεῖν.

Problema 5, Propositio 10.

10 DAtam rectam lineam terminatam bifariam secare.

ORONTIVS. ¶Sit data recta linea terminata a/b, quam bifariā secare sit operæpretium. Constituatur igitur super eadem a/b, triangulum æquilaterum a/c/b, per primam propositionem: secetúrq; per antecedentem nonam propositionem angulus a/c/b/bifariam, recta quidem c/d, à puncto c/in d/punctum ipsius lateris a/b/ coextensa. Dico lineā a/b/datam, secari bifariam in pūcto d. Cùm enim a/c/b/ triangulum sit æquilaterum, æqualis est a/c/ ipsi c/b: cōmunis verò c/d. Binæ igitur a/c/& c/d/ trianguli a/c/d, duabus d/c/& c/b/triāguli d/c/b, sunt altera alteri æquales: & qui sub ipsis æquis lateribus continentur anguli, per constructionē sunt adinuicem æquales, hoc est, a/c/d, ipsi d/c/b. Basis igitur a/d, basi d/b/est æqualis, per quartam propositionem. Data igitur recta linea terminata a/b, bifariam secta est in puncto d. Quod oportuit fecisse.



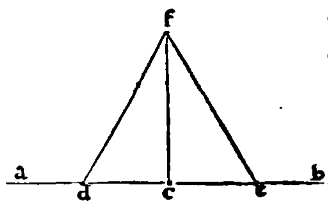
Πρόβλημα ς, Πρόθεσις ια.

ΤΗ δοθείσῃ γωνίᾳ, ἀπὸ τοῦ πρὸς αὐτῇ δοθέντος σημείου, πρὸς ὀρθὰς γωνίας εὐθεῖαν γραμμὴν ἀγαγεῖν.

Problema 6, Propositio 11.

DAta recta linea, à pūcto in ea dato, rectam lineam ad angu- 11
los rectos excitare.

ORONTIVS. ¶ Esto recta linea data a/b, datúmq; in ea pūctū c: à quo oporteat rectā lineā ad angulos rectos excitare. Suscipiat igitur in a/c/ recta, cōtingēs punctū: sitq; illud d. secetur præterea à recta c/b, ipsi d/c/ æqualis, per tertiā propositionē, vt-pote c/e. deniq; super recta d/e, triāgulū æquilaterū cōstituat d/f/e, per primā propositionē: cōnectatúrq; recta c/f, per primū postulatū. Dico c/f/ rectā, ad rectos angulos cōsistere super datā rectā a/b. Quoniā d/c/ est æqualis ipsi c/e, cōmunis autē c/f/ diuidēs d/f/e/ triāgulū. Duæ igitur f/c/ & c/d/ triāguli f/c/d, duabus f/c/ & c/e/ trianguli f/c/e, sunt altera alteri æquales: & basis d/f/ basi f/e, per constructionem æqualis. Angulus itaq; f/c/d, angulo f/c/e/ sub æqualibus rectis lineis cōtento, per octauam propositionem est æqualis. Recta igitur c/f/ consistens super rectā a/b, æquales vtrobique facit angulos: ergo rectos, per decimam diffinitionem. A dato igitur pūcto c, datæ rectæ lineæ a/b, recta linea c/f/ ad rectos excitata est angulos. Quod faciendum susceperamus.



Πρόβλημα ζ, Πρόθεσις ιβ.

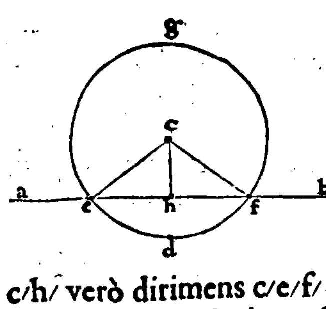
ΕΠὶ τὴν δοθεῖσαν εὐθεῖαν ἄπειρον, ἀπὸ τοῦ δοθέντος σημείου, ὃ μή ἐστιν ἐπ᾽ αὐτῆς, κάθετον εὐθεῖαν γραμμὴν ἀγαγεῖν.

Problema 7, Propositio 12.

SVper datam rectam lineam infinitam, à dato puncto quod in 12
ea non est, perpendicularem rectam lineam deducere.

ORONTIVS. ¶ Sit data recta linea infinita a/b, datum verò pūctum quod in ea non est c: à quo, in ipsam a/b, perpendicularem rectā lineam deducere sit operæpretium. In eodem itaque plano, in quo data a/b/ recta linea infinita, & datum punctum c, ex altera quidem parte ipsius a/b, contingens punctū suscipiatur: sitq; illud d. Erit igitur c/d/ interuallum, dirimétq; ipsam a/b/ rectam. Centro ergo c, interuallo autem c/d, circulus describatur e/f/g, per tertium postulatum. Hic porrò circulus e/f/g, cùm in eodem sit plano in quo & recta a/b, sitq; finitus, eadem verò a/b/ infinita, & dirempta ab interuallo c/d: subtendet propterea idem e/f/g/ circulus partem ipsius a/b, egredietúrq; eadem a/b, recta circūferentiam ipsius e/f/g/ circuli, eandémque circunferētiam egrediendo secabit. Secet igitur in e/ & f/ punctis: diuidatúrq; recta & subtensa e/f/ bifariam, in puncto quidem h, per decimā propositionem. & connectantur tandem c/e, c/h, atq; c/f/ rectæ, per primum postulatū. Dico itaq;, rectā c/h/ perpendiculariter incidere super datā, rectā a/b. Quoniam e/h/ æqualis est ipsi h/f, per constructionem: c/h/ verò dirimens c/e/f/ triangulum, vtrique communis. Binæ igitur c/h/ & h/e/ trianguli c/h/e, duabus c/h/ & h/f/ trianguli c/h/f/ sunt altera alteri æquales: basis quoq; c/e, basi c/f/ æqualis, per decimamquintam diffinitionem. Aequus est igitur angulus c/h/e, angulo c/h/f/ sub æquis lateribus cōtento, per octauā propositionē.

Constructio figuræ.



Ostensio problematis.

Recta ergo c/h/consistens super datã rectam lineã a/b,æquales vtrobiq; facit angulos:ergo rectos.Et proinde c/h/perpendicularis est super a/b,per decimam diffinitionem.Super datam itaque rectam lineam infinitã a/b,à dato puncto c/quod in ea non est,deducta est perpendicularis c/h.Quod fecisse oportuit.

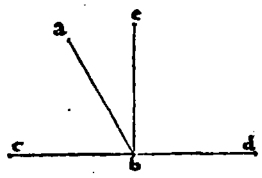
Θεώρημα ϛ, Πρόθεσις ιγ.

Ὡς ἂν εὐθεῖα ἐπ᾽ εὐθεῖαν σταθεῖσα γωνίας ποιῇ, ἤτοι δύο ὀρθὰς, ἢ δυσὶν ὀρθαῖς ἴσας ποιήσει.

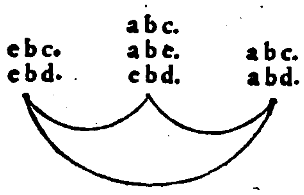
Theorema 6, Propositio 13.

13 CVm recta linea super rectam consistens lineã angulos fecerit: aut duos rectos,aut duobus rectis æquales efficiet.

ORONTIVS. ¶Incidat inquàm a/b/recta,super rectam c/d,efficiens angulos a/b/c/& a/b/d. Anguli itaque a/b/c/& a/b/d,aut sunt æquales adinuicẽ,aut inæquales.Si æquales,ergo recti,per decimam diffinitionẽ:prima igitur pars vera. Quòd si inæquales extiterint ipsi a/b/c/& a/b/d/anguli,vtpote,a/b/c/recto minor,& eodẽ recto maior a/b/d: dico nihilominus eosdẽ angulos a/b/c/& a/b/d,fore binis rectis angulis æquales.Quoniam a/b/c/& a/b/d/anguli sunt inæquales:non est igitur a/b/ recta,perpendicularis super rectam c/d, per conuersam ipsius decimæ diffinitionis. Excitetur ergo super data recta linea c/d,à dato in ea puncto b, perpẽdicularis b/ e, per vndecimam propositionem.Diuidet itaq; recta b/e/angulum a/b/d/ recto maiorem:necnõ recta a/b,ipsum angulum e/b/c/rectũ,maiorem acuto a/ b/c. Aequus est igitur angulus e/b/c, binis angulis a/b/c/& a/b/e. communis adijciatur angulus



e/b/d.bini itaq; anguli e/b/c/& e/b/d,tribus angulis, hoc est a/b/c,a/b/e,& e/b/d,sunt æquales, per secũdam communẽ sentẽtiam.Angulus rursum a/b/d,æquus est duobus angulis a/b/e/ & e/b/d. communis addatur angulus a/ b/ c. Duo igitur anguli a/b/c/& a/ b/ d, tribus angulis, vtpote,a/b/c,a/b/e,& e/b/d,sunt per eandẽ secundã communẽ sententiã æquales.Atqui monstratũ est,ꝙ & anguli e/b/c/& e/b/d,eisdem tribus æquantur angulis . Anguli porrò qui eisdem sunt æquales angulis, adinuicem quoq; sunt æquales, per primam cõmunem sentẽtiam.Igitur anguli a/b/c/& a/b/d, duobus e/b/c/& e/b/d/sunt æquales . Sũt autem per constructionem anguli e/b/c/& e/b/d/recti.& duo igitur anguli a/b/c/& a/b/d, binis sunt rectis æquales. Idem etiã ostendetur, vbi a/ b/ c/ angulus,fuerit maior ipso a/b/d.



Cùm igitur recta linea,super rectam consistens lineam, angulos fecerit:aut duos rectos,aut duobus rectis æquales efficiet. Quod oportebat demonstrare.

Θεώρημα ζ, Πρόθεσις ιγ.

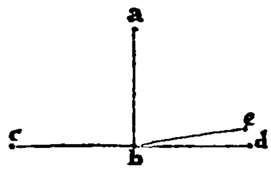
Ἐὰν πρὸς τινι εὐθείᾳ καὶ τῷ πρὸς αὐτῇ σημείῳ, δύο εὐθεῖαι μὴ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη κείμεναι, τὰς ἐφεξῆς γωνίας δυσὶν ὀρθαῖς ἴσας ποιῶσιν, ἐπ᾽ εὐθείας ἔσονται ἀλλήλαις αἱ εὐθεῖαι.

Theorema 7, Propositio 14.

14 SI ad aliquam rectam lineam, atque ad eius punctum,duæ rectæ lineæ non ad easdem partes ductæ, vtrobique duobus rectis angulos æquales fecerint: ipsæ in directum rectæ lineæ adinuicem erunt.

ORONTIVS. ¶Ad datam enim rectam lineam a/b, atque ad eius punctum b,duæ rectæ lineæ b/c, & b/d, altera quidem ad læuam c, reliqua verò ad dextram partẽ d/conueniẽtes,angulos efficiant a/b/c/& a/b/d, aut rectos,aut duobus rectis æquales. Aio propterea,rectam lineam b/d,in directum ipſius b/c/fore cõſtitutam, hoc eſt, vnam eandémq; rectam efficere lineã. Nam ſi recta b/d,non fuerit in directum ipſius b/c/conſtituta:producta b/c/in continuũ rectúmq;,ab ipſo b/verſus e, per ſecundum poſtulatum,non cadet ipſa b/e/cum b/d. Cadat ergo(ſi poſſibile ſit) inter a/b/& b/d. Recta igitur a/b,incideret ſuper rectam c/e/ ad angulos a/b/c/& a/b/e,aut rectos, vel duobus rectis æquales,per decimãtertiam propoſitionẽ.Atqui duo anguli a/b/c/ & a/b/d/ aut recti ſunt,aut binis itidem rectis æquales,per hypotheſin.Anguli itaq; a/b/c/& a/b/d,angulis a/b/c/& a/b/e, forent per primam communẽ ſententiã æquales.Dempto igitur communi angulo a/b/c:reliquus a/b/d/ reliquo a/b/e,per tertiam communẽ ſententiam æquaretur,maior minori,hoc eſt,totũ ſuæ parti:quod per nonam communem ſententiam eſt impoſſibile.Idem quoq; deducetur inconueniens,ſi producta b/e,detur incidere ſub ipſa b/d.In directum eſt igitur b/d/ipſi b/c.quod demonſtrandum fuerat.Si ad aliquã igitur rectam lineam, atq; ad eius pũctum duæ rectæ lineæ,&c.vt in theoremate.

Demõſtratio ab impoſſibili.



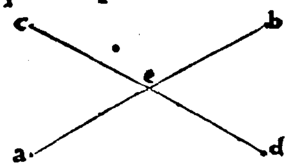
Θεώρημα η, Πρόθεσις ιε.

Εἀν δύο εὐθεῖαι τέμνωσιν ἀλλήλας, τὰς κατὰ κορυφὴν γωνίας ἴσας ἀλλήλαις ποιήσουσιν.

Theorema 8, Propoſitio 15.

SI duæ rectæ lineæ ſe adinuicẽ ſecuerint:angulos qui circa verticem ſunt æquos adinuicem efficient. 15

ORONTIVS. ¶Secent ſe adinuicem binæ rectæ lineæ a/b,& c/d,in pũcto quidem e:dico quòd angulus a/e/c,æquus eſt angulo b/e/d,circa e/verticem poſito.Incidit enim recta c/e /in rectam a/b,efficiens angulos a/e/c/& c/e/b/duobus rectis æquales: per decimamtertiam propoſitionem.Recta inſuper b/e/ incidens ſuper rectam c/d,facit angulos c/e/b/& b/e/d/binis itidem rectis æquales:per eãdem decimamtertiam propoſitionẽ. Anguli porrò qui eiſdem,vtpote binis rectis æquantur: & hi quoq; ſunt adinuicem æquales, per primã communem ſententiam.Et duo igitur anguli a/e/c/& c/e/b,duobus angulis c/e/b/& b/e/d/ ſunt æquales. Dempto itaque communi c/e/b:reliquus a/e/c/reliquo b/e/d,per tertiam communem ſentẽtiam eſt æqualis.Simili diſcurſu monſtrabitur,ꝙ anguli a/e/d/& c/e/b/ſunt æquales adinuicem. Si duæ igitur rectæ lineæ ſe adinuicem ſecuerint,angulos qui circa verticem ſunt, æquos adinuicem efficient. Quod oportebat oſtendere.



Corollarium.

¶Hinc manifeſtum eſt,quotlibet rectas lineas in eodem pũcto ſeſe adinuicem interſecantes,angulos efficere quatuor rectis æquales.

Θεώρημα θ, Πρόθεσις ις.

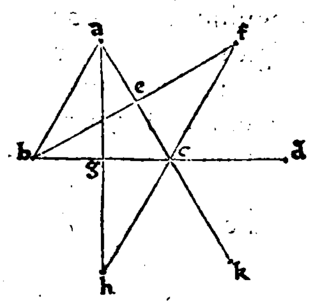
Παντὸς τριγώνου μιᾶς τῶν πλευρῶν ἐκβληθείσης, ἡ ἐκτὸς γωνία, ἑκατέρας τῶν ἐντὸς καὶ ἀπ᾽ ἐναντίον μείζων ἐστί.

Theorema 9, Propoſitio 16.

OMnis triãguli vno latere producto,exterior angulus vtriſq; interioribus & ex oppoſito maior eſt. 16

ORONTIVS. ¶Eſto datum a/b/c/triãgulum,cuius vnum latus,vtpote b/c, producatur in directum ad punctum vsq; d, per secundum postulatum. Aio itaq; primùm, exteriorem angulum a/c/d, maiorem esse intrinseco & ex opposito b/a/c. Secetur enim a/c/bifariam in pũcto e, per decimam propositionem: & connectatur b/e/recta, per primũ postulatum. quæ per secundum postulatum, extendatur in directum versus f: seceturq; recta e/f/æqualis ipsi b/e, per tertiã propositionem: tandem connectatur recta c/f, per idem primũ postulatum. Cùm igitur a/e/sit æqualis e/c, & b/e/ipsi e/f/itidem æqualis, per constructionem: binæ itaq; a/e/& e/b/trianguli a/e/b, duabus c/e/& e/f/trianguli c/e/f, sunt altera alteri æquales. & æquos adinuicẽ efficiunt angulos a/e/b/& c/e/f, per decimamquintam propositionem, nempe qui circa e/verticem. Basis igitur a/b, basi c/f/est æqualis: & triangulum a/e/b, æquale triangulo c/e/f, atque reliquus angulus b/a/e, reliquo e/c/f/æqualis, per quartã propositionem. Angulus porrò a/c/d, maior est angulo a/c/f, per nonam communem sentẽtiam: quapropter & ipso b/a/c/angulo maior. æquales enim anguli, eiusdem sunt æquè minores. ¶Dico insuper, quòd idem angulus a/c/d, maior est a/b/c/angulo. Diuisa nanq; b/c/ bifariam in puncto g, & connexa a/g/recta, productáq; ipsi a/g/æquali g/h, connexa item c/h, atq; tandem producta a/c/in k, per nunc expressa postulata, citatásq; propositiones: haud dissimili discursu colligemus, angulum a/b/g, æquum esse angulo g/c/h. Et quoniam angulus b/c/k, angulo b/c/h/maior est, per nonã communem sententiã: erit & idem angulus b/c/k/ipso a/b/c/angulo maior. Aequus est autem a/c/d/angulus ipsi b/c/k, per decimamquintam propositionẽ: & angulus igitur a/c/d/eodẽ angulo a/b/c/maior est. Omnis itaq; trianguli vno latere producto, exterior angulus vtrisq; interioribus & ex opposito maior est. Quod erat demonstrandum.

Prima demonstratiõis pars.



Secunda pars

Θεώρημα ι, Πρότασις ιζ.

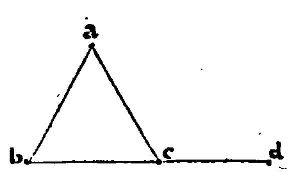
Παντὸς τριγώνου αἱ δύο γωνίαι, δύο ὀρθῶν ἐλάσσονές εἰσι, πάντῃ μεταλαμβανόμεναι.

Theorema 10, Propositio 17.

17 Omnis trianguli, duo anguli duobus rectis sunt minores, omnifariam sumpti.

ORONTIVS. ¶Sit triangulum a/b/c. Dico in primis, duos angulos a/b/c/& a/c/b, duobus rectis esse minores. Producatur enim b/c/latus in directum vsq; ad punctum d: per secundum postulatum. Exterior igitur angulus a/c/d, maior est interiore & ex opposito a/b/c, per decimamsextam propositionem. Addatur vtrique eorundem angulorum, communis a/c/b. Duo igitur anguli a/b/c/& a/c/ b, duobus angulis a/c/b/ & a/c/d/ sunt minores, per quartam communem sententiam. Anguli porrò a/c/b/& a/c/d, duobus rectis sunt æquales, per decimamtertiam propositionẽ. Et duo igitur anguli a/b/c/& a/c/b, eisdem binis rectis sunt minores: ijdem nanq; anguli, æqualium angulorũ æquè minores existunt. ¶Nec dissimili via, anguli b/a/c/& a/c/b, duobus itidem rectis ostendentur esse minores: necnon a/b/c/& c/a/b/anguli, producto a/b/vel a/c/latere. Omnis itaq; trianguli, duo anguli duobus rectis sunt minores, omnifariam sumpti. Quod expediebat demonstrare.

Precipua ostẽsionis pars.



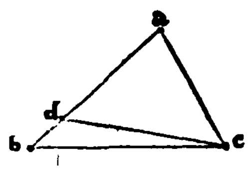
De cęteris angulorum combinationibus.

Θεώρημα ια, Πρόθεσις ιη.
Παντὸς τριγώνου ἡ μείζων πλευρὰ, τὴν μείζονα γωνίαν ὑποτείνει.

Theorema 11, *Propoſitio* 18.

OMnis trianguli maius latus, ſub maiori angulo ſubtenditur. 18

ORONTIVS. ¶Sit triangulum a/b/c: cuius latus a/b, maius ſit a/c/ latere. dico quòd a/c/b/ angulus, maior eſt angulo a/b/c. Secetur enim à maiori a/b, ipſi minori a/c/ æqualis, per tertiam propoſitionem: ſitq; illa a/d. & connectatur c/d/ recta, per primum poſtulatum. Diuidit itaque recta c/d/ triangulum a/b/c, & angulum propterea a/c/b. Maior eſt igitur angulus a/c/b/ angulo a/c/d, per nonam communem ſententiam. Ipſi porrò a/c/d/ angulo, æquus eſt angulus a/d/c, per primam partem quintæ propoſitionis: ſunt enim per conſtructionem a/c/ & a/d/ latera adinuicē æqualia. Et a/c/b/ igitur angulus, maior eſt angulo a/d/c. Angulus rurſum a/d/c, maior eſt interiore & ex oppoſito d/b/c, hoc eſt a/b/c/ angulo, per decimamſextam propoſitionem. Multò maior igitur eſt angulus a/c/b, ipſo d/b/c/ ſeu a/b/c/ angulo. quod enim maiore maius eſt, à fortiori videtur eſſe maius. Omnis itaque trianguli maius latus, ſub maiori angulo ſubtenditur. Quod demonſtrandum ſuſceperamus.

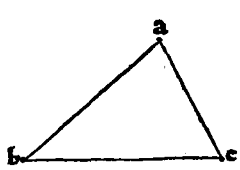


Θεώρημα ιβ, Πρόθεσις ιθ.
Παντὸς τριγώνου ὑπὸ τὴν μείζονα γωνίαν ἡ μείζων πλευρὰ ὑποτείνει.

Theorema 12, *Propoſitio* 19.

OMnis trianguli maior angulus, ſub maiori latere ſubtēditur. 19

ORONTIVS. ¶Sit rurſum a/b/c/ triangulum, habens angulum a/c/b, maiorē angulo a/b/c. Aio verſa vice, ꝙ latus a/b, maius eſt ipſo latere a/c. Si nanq; a/b/ latus, non foret maius a/c: eſſet igitur vel eidē a/c/ æquale, vel eo minus. Aequū porrò nō eſt a/b/ ipſi a/c: quoniā anguli a/b/c/ & a/c/b, per quintam propoſitionem, forēt adinuicem æquales. ſunt autem inæquales, per hypotheſin. non eſt igitur a/b/ latus, æquale ipſi a/c. Neque etiā minus eſt a/b, eodem a/c/ latere: eſſet enim angulus a/c/b, minor angulo a/b/c, per antecedentem decimam octauam propoſitionem. hoc autem aduerſatur hypotheſi. Igitur a/b/ latus, nō eſt minus ipſo a/c/ latere. Oſtēſum eſt autē, quòd nec eidem æquale. maius eſt igitur ipſum latus a/b, eodem a/c/ latere. Omnis ergo trianguli maior angulus, ſub maiori latere ſubtenditur. Quod demonſtrare fuerat operæpretium.

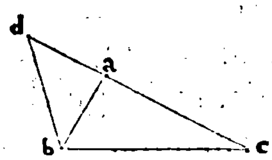


Θεώρημα ιγ, Πρόθεσις κ.
Παντὸς τριγώνου αἱ δύο πλευραὶ, τῆς λοιπῆς μείζονές εἰσι, πάντη μεταλαμβανόμεναι.

Theorema 13, *Propoſitio* 20.

OMnis trianguli duo latera, reliquo ſunt maiora, quomodocunque aſſumpta. 20

ORONTIVS. ¶Eſto datum a/b/c triangulum. Dico primùm, duo latera a/b/ & a/c, fore maiora reliquo b/c. Producatur enim per ſecundum poſtulatum, recta c/a/ in directum, vſque ad punctum d: ſecetúrq; a/d/ recta, æqualis ipſi a/b, per tertiā propositionem. & connectatur b/d/recta, per primũ postulatum. Cùm igitur a/b, sit æqualis ipsi a/d, per constructionem: qui ad basin b/d/sunt anguli, æquales adinuicem erunt, per quintam propositionem, vtpote, a/b/d, ipsi a/d/b. Angulus porrò d/b/c, maior est angulo a/b/d, per nonam communem sententiam: igitur & angulo a/d/b/maior. Triangulum igitur d/b/c, habet angulum d/b/c/maiorẽ angulo b/d/c.



Omnis autẽ trianguli maior angulus sub maiori latere subtenditur, per decimamnonam propositionem. maius est itaq; d/c/latus, ipso latere d/b. Atqui latus d/c, æquũ est ipsis a/b/ & a/c/lateribus: data est enim a/d, ipsi a/b/ æqualis, & vtrique iungitur a/c. Duo igitur latera a/b/ & a/c, sunt maiora reliquo b/c. Similiter ostendemus, quòd a/b/ & b/c latera, maiora sunt reliquo a/c: atq; a/c/ & c/b, reliquo a/b, itidem maiora. Omnis itaque trianguli duo latera, reliquo sunt maiora, quomodocunq; assumpta. Quod oportuit ostendere.

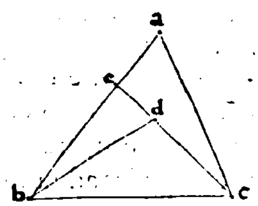
Θεώρημα ιδ, Πρόθεσις κα.

Ἐὰν τριγώνου ἐπὶ μιᾶς τῶν πλευρῶν ἀπὸ τῶν περάτων δύο εὐθεῖαι ἐντὸς συσταθῶσιν, αἱ συσταθεῖσαι, τῶν λοιπῶν τοῦ τριγώνου δύο πλευρῶν, ἐλάττονες μὲν ἔσονται, μείζονα δὲ γωνίαν περιέξουσι.

Theorema 14, Propositio 21.

21 SI trianguli à limitibus vnius lateris, binæ rectæ lineæ introrsum constituantur: quæ constituuntur, reliquis trianguli binis lateribus minores quidem erunt, maiorémque angulum continebunt.

ORONTIVS. ❡In triangulo enim a/b/c, à limitibus lateris b/c, duæ rectæ lineæ d/b/ & d/c/introrsum, ad punctum d, constituantur. Aio itaque primùm, ipsas d/b/ & d/c/ lineas rectas, minores esse reliquis a/b/ & a/c/lateribus. Producta nanq; c/d, quousq; secet latus a/b, in puncto quidem e, per secundum postulatum: erũt bina latera a/e/ & a/c/triãguli a/e/c, maiora reliquo e/c, per vigesimam propositionẽ. Addatur ipsis a/e/ & a/c, atq; ipsi e/c, communis e/b. & composita igitur a/b/ & a/c/ latera, ipsis e/b/ & e/c/lateribus, per quartam cõmunem sententiam, erunt maiora. Bina rursum latera e/b/ & e/d/ trianguli e/b/d, sunt maiora reliquo b/d, per eandem vigesimam propositionẽ. Addatur ipsis inæqualibus, communis d/c. ergo bina latera e/b/ & e/c, binis d/b/ & d/c/lineis rectis sunt maiora, per eandem quartam cõmunem sentẽtiam. Ostensum est autem, quòd a/b/ & a/c/ latera, eisdem e/b/ & e/c/sunt maiora. Multò igitur maiora sunt eadem a/b/ & a/c/latera, ipsis d/b/ & d/c/lineis rectis, à limitibus b/ & c/ introrsum constitutis. Primæ partis ostensio.



❡Dico prætereà, quòd angulus b/ d/ c, maior est angulo b/a/c. Trianguli enim e/b/d, exterior angulus b/d/c, maior est interiore & ex opposito b/ e/ d: idem quoque angulus b/e/d, interiore & ex opposito e/ a/ c, ipsius a/e/c/ trianguli maior, per decimamsextam propositionem. Longè itaque maior est angulus b/d/c, ipso e/a/c, hoc est, b/ a/ c/ angulo. Igitur si triãguli à limitibus vnius lateris, binæ rectæ lineæ, & quæ sequuntur reliqua, vt in theoremate. Quod demonstrare oportebat. Secunda pars

Πρόβλημα η, Πρότασις κβ.

Ἐκ τριῶν εὐθειῶν αἵ εἰσιν ἴσαι τρισὶ ταῖς δοθείσαις εὐθείαις, τρίγωνον συστήσασθαι. δεῖ δὴ τὰς δύο τῆς λοιπῆς μείζονας εἶναι, πάντη μεταλαμβανομένας, διὰ τὸ καὶ παντὸς τριγώνου τὰς δύο πλευρὰς τῆς λοιπῆς μείζονας εἶναι, πάντη μεταλαμβανομένας.

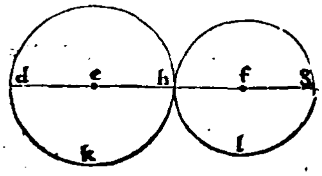
Problema 8, Propositio 22.

Ex tribus rectis lineis, quæ sunt tribus datis rectis lineis æqua- 22
les, triangulum cõstruere. Oportet autem duo latera, reliquo esse maiora quomodocunque assumpta: quoniam trianguli bina latera quomodocunque assumpta, reliquo sunt maiora.

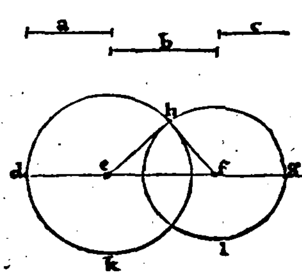
ORONTIVS. ¶Dentur ergo tres lineæ rectæ a, b, & c, adinuicem ita proportionatæ, vt duæ quomodocunque assumptæ, sint maiores reliqua: vtpote, a/& b/ipsa c, atq; b/& c/ipsa a, denique a/& c/ipsa b/maiores. Oportet enim ipsius trianguli, ex tribus rectis lineis, quæ sunt tribus datis æquales, cõstruendi duo latera, reliquo esse maiora, per vigesimam propositionem.

Constructio figuræ.

Assumatur itaque recta quædam linea, ex altera parte puncto d/limitata: infinita verò secundum reliquam. à qua secetur tres rectæ lineæ, ipsis datis singulatim æquales, per tertiam propositionẽ: d/e/quidem æqualis ipsi a, e/f/autem ipsi b, & f/g/ipsi c. Et centro e, interuallo autẽ e/d, circulus describatur d/h/k: centro rursum f, & interuallo f/g, alius describatur circulus g/h/l, per tertium postulatum. Et quoniam circuli d/h/k/& g/h/l, in eodem sunt plano, & e/f/recta, ab vnius circuli centro, ad centrum alterius producitur: necessum est, eosdem circulos d/h/k/& g/h/l/sese mutuo intersecare. Si nanque minimè se secarent, sed sese adinuicem tangerent, vtpote in puncto h: tũc recta e/f/ipsi b/æqualis, vtriusque circuli semidiametrum necessario contineret. quapropter & duarum rectarum a/& c/magnitudinẽ. Esset enim e/h/pars ipsius e/f, æqualis d/e, & propterea ipsi a: pars quoque h/f, ipsi f/g, & ipsi ergo c/æqualis. quemadmodùm ex decimaquinta diffinitione, & prima cõmuni sententia deducere vel facilè est. Bina ergo triãguli latera, essent æqualia reliquo: contra datam hypothesin, & vigesimam propositionẽ. Longè item maius inconueniẽs sequeretur: vbi circuli ipsi vtcunque distare ponerẽtur.



Secat igitur circulus d/h/k, circulum g/h/l. esto sectionum altera in puncto h: & cõnectãtur rectæ e/h/& h/f, per primum postulatum.



Problematis ostensio.

Triangulũ est igitur e/h/f: dico quòd ex tribus rectis lineis cõstructũ, quæ sunt tribus datis æquales. Cùm enim punctum e/sit centrum circuli d/h/k: æqualis est d/e/ipsi e/h, per decimamquintam diffinitionẽ. ipsa porrò d/e, secta est æqualis ipsi a. Binæ igitur, hoc est a/& e/h, eidem rectæ d/e/sunt æquales: quapropter & æquales adinuicem, per primam communem sententiam. e/f/autem, ipsi b/data est æqualis, per constructionem. Rursum quoniam punctum f, centrum est circuli g/h/l: æqualis est f/h/ipsi f/g, per eandem decimamquintam diffinitionem. ipsa autem f/g, secta est æqualis ipsi c. Ergo f/h/& c, eidem f/g/sunt æquales: igitur & æquales adinuicem, per eandem primam cõmunem sententiam. Tres igitur rectæ lineæ e/h, e/f, & f/h, tribus datis a, b, & c, sunt adinuicem æquales: & constituunt triangulum e/h/f. Ex tribus igitur rectis lineis e/h, e/f, & f/h, quæ tribus datis, hoc est, a, b, & c, sunt æquales, cõstructum est triangulum e/h/f. Quod faciendum susceperamus.

Πρόβλημα θ, πρόθεσις κγ.

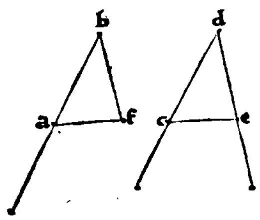
Πρὸς τῇ δοθείσῃ εὐθείᾳ καὶ τῷ πρὸς αὐτῇ σημείῳ, τῇ δοθείσῃ γωνίᾳ εὐθυγράμμῳ, ἴσην γωνίαν εὐθύγραμμον συστήσασθαι.

Problema 9, Propositio 23.

23 AD datam rectam lineam, ad datúmque in ea punctum, dato angulo rectilineo, æqualem angulum rectilineũ constituere.

ORONTIUS. ¶Sit data recta linea a/b, & datum in ea punctum b, rectilineus porrò angulus c/d/e: cui receptum sit, ad datum punctum b, datæ rectæ lineæ a/b, æquum angulum rectilineum constituere. Suscipiatur itaq; in c/d/recta contingẽs punctum, sitq; illud c: in d/e/quoque recta, contingens punctum, & illud sit e. cõnectatur deinde recta c/e, per primum postulatum. Ex tribus deniq; lineis rectis a/b, b/f, & f/a, quæ sint tribus datis, hoc est, ipsius c/d/e trianguli lateribus æquales, vtpote a/b/ipsi c/d, & b/f/ipsi d/e, atque f/a/ipsi e/c, triangulum cõstruatur a/b/f, per præcedẽtẽ vigesimãsecundã propositionẽ. Dico angulũ a/b/f, æquũ fore ipsi angulo dato c/d/e. Cùm enim binæ lineæ rectæ a/b/& b/f/triãguli a/b/f, duabus lineis rectis c/d/& d/e/trianguli c/d/e, sint altera alteri æquales, basis quoque a/f, basi c/e/per constructionem æqualis: erit angulus a/b/f, angulo c/d/e/sub æqualibus rectis lineis contento, per octauam propositionẽ, æqualis. Ad datam ergo lineam rectam a/b, & datum in ea punctũ b, dato angulo rectilineo c/d/e, æqualis angulus rectilineus a/b/f/constitutus est. Quod fecisse oportuit.

Figuræ constitutio.



Cõclusio problematis.

Θεώρημα ιε, πρόθεσις κδ.

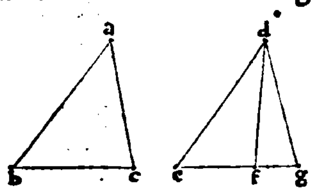
Ἐὰν δύο τρίγωνα τὰς δύο πλευρὰς ταῖς δυσὶ πλευραῖς ἴσας ἔχῃ ἑκατέραν ἑκατέρᾳ, τὴν δὲ γωνίαν τῆς γωνίας μείζονα ἔχῃ τὴν ὑπὸ τῶν ἴσων εὐθειῶν περιεχομένην, καὶ τὴν βάσιν τῆς βάσεως μείζονα ἕξει.

Theorema 15, Propositio 24.

24 SI bina triangula, duo latera duobus lateribus æqualia habuerint alterum alteri, angulum verò angulo maiorem sub æquis rectis lineis contentum: basin quoq; basi maiorem habebunt.

ORONTIUS. ¶Sint bina triangula a/b/c, & d/e/f, habentia duo latera duobus lateribus alterum alteri æqualia, vtpote, a/b/ipsi d/e, & a/c/ipsi d/f: sit'que angulus qui ad a, maior angulo qui ad d/sub æquis lateribus contento. Aio itaque, basin b/c/trianguli a/b/c, maiorem esse basi e/f/triãguli d/e/f. Quoniam angulus b/a/c, maior est angulo e/d/f, per hypothesin: ad datam ergo lineam rectam e/d, ad datúmque in ea punctũ d, dato angulo rectilineo b/a/c, æqualis angulus rectilineus constituatur e/d/g, per vigesimamtertiã propositionem. Vtriq; demum a/c/& d/f, æqualis ponatur d/g, per secũdam aut tertiam propositionem: cõnectantúrq; rectæ e/g/& g/f, per secũdum postulatũ. Erunt itaq; bina latera a/b/& a/c/triãguli a/b/c, æqualia duobus lateribus d/e/& d/g/trianguli d/e/g/alterum alteri: & qui sub eisdẽ lateribus continentur anguli adinuicem æquales, per constructionem. Basis igitur b/c, basi e/g, per quartam propositionem est æqualis.

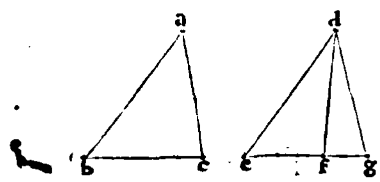
Cõstructio figuræ generalis.



¶His ita præmissis, quoniam triangulorum adinuicem comparatorum, varia contingit habitudo: poterit itaque recta e/g, diuersis incidere modis, vtpote, aut in directũ ipsius e/f, aut supra, vel infra. Cadat ergo primùm in rectam e/f, vt in hac prima figuræ dispositione. Igitur cùm

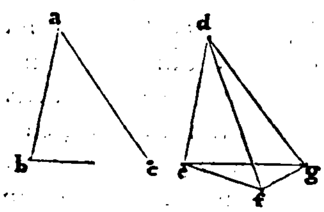
Primus inferendi modus.

c.j.



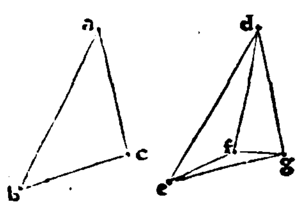
in triangulo d/e/g, ab angulo qui ad d/ in oppositum latus e/g, recta producatur d/f, diuidēs tum ex hypothesi, tum ex constructione ipsum e/d/g/angulū: diuidet quoq; ipsa d/f, basin e/g, in puncto quidem f. Est itaque basis e/f, pars ipsius e/g: & propterea ipsa e/g, maior eadem e/f, per nonam communem sententiam. Ipsi porrò e/g, æqualis ostēsa est b/c: & b/c/igitur basis, maior est basi e/f, per conuersam sextæ cōmunis sentētiæ interpretationem. ¶ Quòd si e/g/recta inciderit supra e/f, velut in secūda figura: fiet triangulū e/f/g, ex tribus basibus cōstitutum. Et quoniā trianguli d/f/g, latus d/f/lateri d/g/est æquale: æquus erit & d/f/g/angulus, angulo d/g/f, per quintam propositionē. Atqui d/g/f/angulus, maior est angulo e/g/f, per nonam communem sententiam: & d/f/g/itaq; angulus, maior erit eodem angulo e/g/f, per eandem sextæ communis sententiæ conuersionem. Angulo rursum d/f/g, maior est

Secundus modus.



angulus e/f/g, nēpe totus sua parte: & propterea ipso angulo e/g/f/tantò maior. Omnis porrò triāguli maius latus, sub maiori angulo subtenditur, per decimamoctauā propositionē: maior est itaq; e/g, ipsa e/f/recta. Præostensum est autē quod & b/c/ipsi e/g/coæquatur: basis ergo b/c, basi e/f/consequenter est maior. ¶ Cùm autē e/g/sub eadem e/f, vt in tertia figuræ dispositione, ceciderit: idē etiā concludetur. Nam in triangulo d/e/g, à limitibus lateris d/e, binæ rectæ lineæ d/f/ & e/f/introrsum constituentur: erunt itaq; d/f/& e/f/reliquis ipsius trianguli lateribus d/g/& e/g/minores, per vigesimamprimam propositionem. Subductis ergo

Terti⁹ modus



d/f/& d/g/inuicem æqualibus: quæ relinquētur erunt pariter inæquales, e/g/quidem maior e/f. Ipsi porrò e/g, æqualis mōstrata est b/c: cōcludes ergo rursum, b/c/basin fore maiorē ipsa basi e/f. Igitur si bina triāgula, duo latera duobus lateribus æqualia habuerint alterum alteri, angulum verò: &c. vt in theoremate. Quod ostendere fuerat operæpretium.

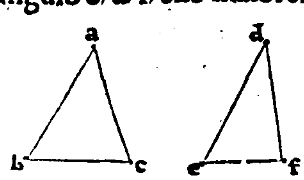
Θεώρημα ις, Πρόθεσις. κε.

Ἐὰν δύο τρίγωνα τὰς δύο πλευρὰς ταῖς δυσὶ πλευραῖς ἴσας ἔχῃ ἑκατέραν ἑκατέρα, τὴν βάσιν δὲ τῆς βάσεως μείζονα ἔχῃ, καὶ τὴν γωνίαν τῆς γωνίας μείζονα ἕξει τὴν ὑπὸ τῶν ἴσων εὐθειῶν περιεχομένην.

Theorema 16, Propositio 25.

SI bina triangula duo latera duobus lateribus æqualia habue- 25
rint, basin verò basi maiorem: angulum quoq; sub æqualibus rectis lineis contentum, angulo maiorem habebunt.

ORONTIVS. ¶ Dentur inquàm bina triangula a/b/c/& d/e/f/, habentia duo latera a/b/& a/c, duobus lateribus d/e/& d/f/æqualia alterum alteri, vtpote, a/b/ipsi d/e, & a/c/ipsi d/f: esto autē b/c/basis, maior ipsa e/f. Aio versa vice, angulum b/a/c, angulo e/d/f/esse maiorem. Quoniam angulus b/a/c/non potest in primis æqualis esse angulo e/d/f: basis enim b/c, basi e/f/per quartam propositionem foret æqualis. Est autem b/c/basis, maior ipsa e/f, per hypothesin. Neq; rursum angulus b/a/c, minor erit eodem angulo e/d/f: quoniā basis b/c, minor itidem foret basi e/f, per antecedentē vigesimamquartā



propositionem. Atqui data est maior: non est igitur angulus b/a/c, ipso e/d/f/ angulo minor. Patuit autē ꝙ nec eidem æqualis: ergo maior. Si bina igitur triangula duo latera: & reliqua, vt in theoremate. Quod erat demonstrandum.

Θεώρημα ιζ, Πρότασις κς.

Ἐὰν δύο τρίγωνα τὰς δύο γωνίας ταῖς δυσὶ γωνίαις ἴσας ἔχῃ ἑκατέραν ἑκατέρᾳ, καὶ μίαν πλευρὰν μιᾷ πλευρᾷ ἴσην, ἤτοι τὴν πρὸς ταῖς ἴσαις γωνίαις, ἢ τὴν ὑποτείνουσαν ὑπὸ μίαν τῶν ἴσων γωνιῶν, καὶ τὰς λοιπὰς πλευρὰς ταῖς λοιπαῖς πλευραῖς ἴσας ἕξει ἑκατέραν ἑκατέρᾳ, καὶ τὴν λοιπὴν γωνίαν τῇ λοιπῇ γωνίᾳ.

Theorema 17, Propositio 26.

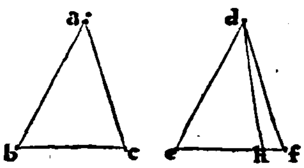
26 SI bina triangula, duos angulos duobus angulis alterum alteri æquales habuerint, vnúmq; latus vni lateri æquale, aut quod æquis adiacet angulis, aut quod sub vno æqualium angulorum subtenditur: reliqua quoq; latera reliquis lateribus æqualia alterũ alteri, & reliquum angulum reliquo angulo æqualem habebunt.

ORONTIVS. ¶ Sint duo triangula a/b/c/ & d/e/f, habētia duos angulos qui ad latus b/c, duobus angulis qui ad latus e/f/ alterum alteri æquales, vtpote, a/b/c/ ipsi d/e/f, & a/c/b/ ipsi d/f/e, vnum præterea latus vni lateri æquale: primò quidem quod æquis adiacet angulis, hoc est b/c/ ipsi e/f. Dico propterea, quòd & reliqua latera reliquis lateribus alterum alteri habebũt æqualia, a/b/ quidem ipsi d/e, & a/c/ ipsi d/f: atq; reliquum angulum b/a/c, reliquo e/d/f/ æqualem. Si nanq; a/b/ non fuerit æqualis ipsi d/e: altera earum maior erit, vtpote a/b. poterit igitur à maiori a/b, secari, ipsi d/e/ minori æqualis, per tertiā propositionē. Abscindatur ergo, sitq; b/g: & connectatur c/g/ recta, per primum postulatum. Bina itaq; latera g/b/ & b/c/ trianguli g/b/c, duobus lateribus d/e/ & e/f/ trianguli d/e/f, erunt alternatim æqualia: & qui ad b/ & e/ sub æquis lateribus continentur anguli, adinuicem æquales, per hypothesin. Basis igitur c/g, basi d/f, & reliquus angulus g/c/b/ reliquo qui ad f (sub quo latus æquale subtenditur) erit per quartā propositionem æqualis. Eidem porrò qui ad f/ angulo, æquus est angulus a/c/b, per hypothesin. duo igitur anguli a/c/b/ & g/c/b, eidem qui ad f/ angulo erunt æquales: & propterea æquales adinuicem, per primam communem sententiam. totus itaque angulus, suæ parti æquabitur: quod per nonam communem sententiā est impossibile. Non est igitur a/b/ maior ipsa d/e. similiter ostendetur, quòd neq; minor. ergo æqualis. Et quoniā b/c/ ipsi e/f/ per hypothesin est æqualis: bina ideò latera a/b/ & b/c/ triāguli a/b/c, duob⁹ lateribus d/e/ & e/f/ triāguli d/e/f, sunt æqualia alterum alteri: & æquales qui ad b/ & e/ comprehendunt angulos, per hypothesin. basis itaq; a/c, basi d/f (seu reliquum latus, reliquo lateri) atq; reliquus angulus b/a/c, reliquo e/d/f, per quartam propositionem æquatur. ¶ Sint autē quæ sub altero æqualium subtenduntur angulorum latera adinuicem æqualia: scilicet a/b, ipsi d/e. Aio rursum, quòd & reliqua latera, reliquis lateribus habebunt æqualia, alterũ alteri, vtpote a/c/ ipsi d/f, & b/c/ ipsi e/f: atque reliquum angulum qui ad a/ reliquo qui ad d/ æqualem. In primis enim, si b/c/ non fuerit æqualis ipsi e/f, altera maior erit: esto verbi gratia e/f. poterit ergo ab eadē maiori e/f, secari æqualis ipsi minori b/c, per tertiā propositionē. Secetur itaq;, & sit e/h: connectatúrq; d/h/ recta, per primum postulatum. Erunt igitur bina latera a/b/ & b/c/ trianguli a/b/c, æqualia

Primæ partis demōstratio, ex prima hypothesi laterum.

Ostensio secūdæ partis, ex secūda hypothesi laterū.

duobus lateribus d/e/& e/h/trianguli d/e/h/alterum alteri:& qui ad b/& e/sub eisdē æquis lateribus continentur anguli, sunt per hypothesin adinuicem æquales. Basis ergo a/c, basi d/h: & reliquus angulus a/c/b, reliquo d/h/e (sub quibus æqualia subtendūtur latera) per quartam propositionē æquabitur. Angulus porrò d/f/e, eidem angulo a/c/b, per hypothesin est æqualis. duo itaq; anguli d/f/e/& d/h/e, eidem angulo qui ad c/erunt æquales:& æquales propterea adinuincem, per primam cōmunem sententiam. In triangulo igitur d/f/h, producto f/h/ latere, exterior angulus d/h/e, interiori & ex opposito d/f/h/ æquabitur angulo: quod per decimamsextā propositionē est impossibile. Non est igitur e/f, maior b/c. simili discursu monstrabitur, nec minor. æqualis est igitur b/c, eidem e/f. est autē & a/b/ipsi d/e/ per hypothesin æqualis. Binæ igitur a/b/& b/c, duabus rursum d/e/& e/f/sunt æquales altera alteri:& æquos adinuicem per eandem hypothesin capiunt angulos. Reliquum ergo latus a/c, reliquo d/f, hoc est basis basi, atq; reliquus angulus qui ad a, reliquo qui ad d, respondenter æquatur, per sæpius allegatam quartam propositionē. Ergo si bina triāgula duos angulos duobus angulis alterum alteri æquales habuerint:& quæ sequuntur reliqua, vt in theoremate. Quod oportuit demonstrasse.



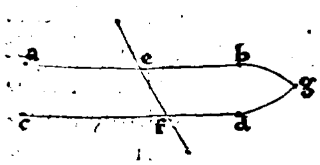
Θεώρημα ιη, Πρόθεσις κζ.

Ἐὰν εἰς δύο εὐθείας εὐθεῖα ἐμπίπτουσα τὰς ἐναλλὰξ γωνίας ἴσας ἀλλήλαις ποιῇ, παράλληλοι ἔσονται ἀλλήλαις αἱ εὐθεῖαι.

Theorema 18, Propositio 27.

SI in binas rectas lineas recta incidens linea, alternatim angulos æquos adinuicem fecerit: parallelæ adinuicem ipsæ rectæ lineæ erunt. 27

ORONTIVS. ¶ Sint binæ rectæ lineæ a/b, & c/d, & in eas incidat e/f/recta, efficiátq; alternos angulos a/e/f/& e/f/d/æquales adinuicem. Aio quòd a/b/recta, parallela est ipsi c/d. Si nanq; minimè forent parallelæ: productæ tandem in aliqua parte conuenirent, per conuersam vltimæ diffinitionis. Concurrant ergò (si possibile sit) ad partes b, d, in puncto quidem g. Efficietur itaq; triangulum e/f/g, cuius exterior angulus a/e/f, interiori & ex opposito e/f/g/æquabitur: quod per decimāsextam propositionem non videtur esse possibile. Non cōueniunt igitur a/b, & c/d, ad partes b, d. neque similiter ad partes a, c: idem nāq; sequeretur inconueniens. Quæ autem in nulla parte conueniunt, per vltimam diffinitionē existunt parallelæ. Igitur a/b, parallela est ipsi c/d. Si in binas ergo rectas lineas: & quæ sequuntur reliqua, vt in theoremate. Quod erat ostendendum.



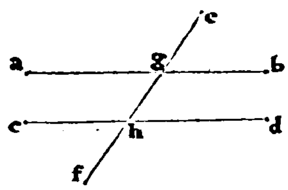
Θεώρημα ιθ, Πρόθεσις κη.

Ἐὰν εἰς δύο εὐθείας εὐθεῖα ἐμπίπτουσα, τὴν ἐκτὸς γωνίαν τῇ ἐντὸς καὶ ἀπεναντίον καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη ἴσην ποιῇ, ἢ τὰς ἐντὸς καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη δυσὶν ὀρθαῖς ἴσας ποιῇ, παράλληλοι ἀλλήλαις ἔσονται αἱ εὐθεῖαι.

Theorema 19, Propositio 28.

SI in binas rectas lineas recta incidens linea, exteriorem angulum interiori & opposito ad easdem partes æqualem fecerit, 28 aut interiores & ad easdem partes duobus rectis ęquales: parallelę erunt adinuicem ipsæ rectæ lineæ.

ORONTIVS. ¶Sint rursum binæ lineæ a/b, c/d: & in eas incidens e/f/ recta, efficiat primùm exteriorem angulũ e/g/a, interiori & ex opposito ad easdem partes g/h/c/ æqualem. Dico, quòd a/b/ ipsi c/d/ est parallela. Angulus enim g/h/c, angulo e/g/a/ per hypothesin est æqualis. eidem rursum angulo e/g/a, æquus est ad verticem positus b/g/h: per decimamquintam propositionẽ. Anguli porrò qui eidem æquãtur angulo, æquales sunt adinuicem: per primã communem sententiã. Angulus itaque b/g/h, æquatur alterno g/h/c. Parallela est igitur a/b/ ipsi c/d, per vigesimamseptimam propositionem. Primæ partis ostensio.



¶Sint rursum interiores & ad easdem partes a/g/h/ & g/h/c/ anguli, binis rectis æquales. Aio rursum, quòd & eadem a/b, ipsi c/d/ est parallela. Anguli nanq; a/g/h/ & b/g/h, duobus itidem rectis æquãtur, per decimamtertiam propositionẽ. Qui autẽ eisdem, vtpote binis rectis, sunt æquales anguli, & adinuicem sunt æquales: per primam communem sententiam. Duo itaque anguli a/g/h/ & g/h/c, binis angulis a/g/h/ & b/g/h/ sunt æquales. A quibus subducto communi angulo a/g/h: reliquus b/g/h, reliquo & alterno angulo g/h/c/ æquabitur: per tertiam communem sententiam. Parallela est igitur a/b/ ipsi c/d: per eandem vigesimamseptimam propositionem. Si in binas itaq; rectas lineas, recta incidens linea: &c. vt in theoremate. Quod demonstrare oportebat. Demõstratio secũdę partis

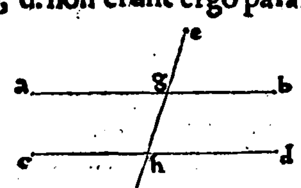
Θεώρημα κ, Πρόθεσις κθ.

Ἡ εἰς τὰς παραλλήλους εὐθείας εὐθεῖα ἐμπίπτουσα, τάς τε ἐναλλὰξ γωνίας ἴσας ἀλλήλαις ποιεῖ, καὶ τὴν ἐκτὸς τῇ ἐντὸς καὶ ἀπεναντίον, καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη ἴσην καὶ τὰς ἐντὸς καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη δυσὶν ὀρθαῖς ἴσας.

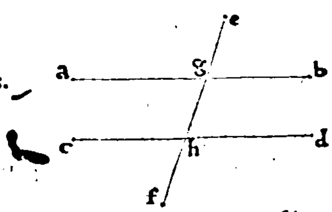
Theorema 20, Propositio 29.

29 IN parallelas rectas lineas, recta incidẽs linea: & alternatim angulos adinuicem æquales, & exteriorem interiori & opposito & ad easdem partes æqualem, & interiores & ad easdem partes duobus rectis æquales efficit.

ORONTIVS. ¶Sint a/b/ & c/d/ inuicem parallelæ: in quas incidat recta e/f. Dico primùm, ꝙ alternatim sumptos angulos efficit æquales: vtpote, a/g/h/ ipsi g/h/d. Nam si a/g/h/ nõ fuerit æqualis ipsi angulo g/h/d: alter eorum maior erit. Prima theorematis pars. Esto maior (si fieri possit) a/g/h: & vtriq; inæqualium angulorum, communis addatur b/g/h. Compositi igitur anguli b/g/h/ & g/h/d, ipsis a/g/h/ & b/g/h/ angulis minores erunt: per quartam communem sententiam. Anguli porrò a/g/h/ & b/g/h, binis rectis sunt æquales: per decimamtertiam propositionẽ. Igitur b/g/h/ & g/h/d/ anguli, duobus rectis erunt minores. In rectas ergo lineas a/b/ & c/d/ recta incidens e/f, interiores & in eadem parte angulos duobus rectis minores efficiet. Conuenient itaque tandem a/b/ & c/d/ rectæ lineæ in infinitum productæ, ad partes b, d: non erunt ergo parallelæ, per conuersam vltimæ diffinitionis. Hoc autem



aduersatur hypothesi: æqualis est igitur angulus a/g/h, alterno g/h/d. ¶Aio rursum, eandem e/f/ rectam exteriorem angulum, vtpote e/g/b, interiori & opposito & ad easdem partes g/h/d, angulo æqualem efficere. Pars secũda. Angulus siquidem e/g/b, ipsi ad verticem posito a/g/h, per decimamquintam propositionem est æqualis: patuit



Tertia pars.

quòd & g/h/d. Bini itaq; anguli e/g/b/& g/h/d, eidem a/g/h/sunt æquales:quapropter & æquales adinuicē,per primam communē sententiam. ¶Dico tandem,quòd & interiores & ad easdem partes sumptos angulos, vtpote,a/g/h/& g/h/c,binis rectis æquales efficit. Ostensum est enim,quòd angulus a/g/h,alterno g/h/d/est æqualis. cōmunis vtriq; æqualium addatur angulus g/h/c.Bini igitur anguli a/g/h/& g/h/c, duobus angulis g/h/c/& g/h/d,per secundam communem sentētiam adæquantur. Eisdem quoq; angulis g/h/c/& g/h/d,bini recti sunt æquales: per decimamtertiam propositionem.Et a/g/h/igitur atq; g/h/c/anguli,duobus rectis,per primam cōmunem sententiā coæquantur. In parallelas igitur rectas lineas,recta incidens linea: & alternatim angulos:& quæ sequuntur reliqua,vt in theoremate. Quod oportuit demonstrasse.

Corollarium.

¶Quæ igitur in parallelas rectas lineas incidit, & in alteram perpendicularis existit:cum reliqua itidem cadit ad perpendiculum.

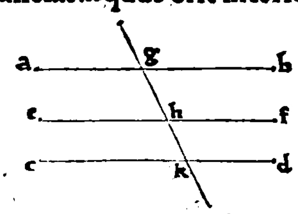
Θεώρημα κα, πρόθεσις λ.

Αἱ τῇ αὐτῇ εὐθείᾳ παράλληλοι, καὶ ἀλλήλαις εἰσὶ παράλληλοι.

Theorema 21, Propositio 30.

QVæ eidem rectæ lineæ paralleli: & adinuicem sunt paralleli. 30

ORONTIVS.¶Sit vtraq; a/b/& c/d recta,eidem e/f/parallela. Dico a/b/ipsi c/d/fore itidem parallelas.Coincidat enim in ipsas lineas,recta quædā g/h/k. Cùm igitur præfatæ lineæ in eodem existant plano, & recta g/h/ incidat in a/b/& c/e/parallelas:erit angulus a/g/h,alterno g/h/f/æqualis,per primam partem vigesimænonæ propositionis.Rursum, quoniam recta g/k/ incidit in e/f/& c/d/parallelas:æquus erit interior & oppositus angulus h/k/d,exteriori & ad easdem partes,hoc est, eidem g/h/f/ angulo, per secundam partem



eiusdē vigesimænonæ propositionis. Duo itaq; anguli a/g/h/& h/k/d,hoc est,a/g/k/& g/k/d,eidē angulo g/h/f/ sunt æquales: & æquales igitur adinuicem, per primam communem sententiam.Sunt autem a/g/k/& g/k/d/anguli alterni,à recta g/k/in a/b/& c/d/rectas incidēte causati.Parallela est igitur a/b/ipsi c/d/,per vigesimamseptimam propositionē. Quæ eidem igitur rectæ lineæ parallelæ: & adinuicem sunt parallelæ. Quod oportebat ostendere.

Corollarium.

¶Quæ vni igitur parallelarum est parallela:alteri quoque parallela est.

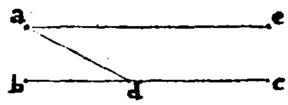
Πρόβλημα ι, πρόθεσις λα.

Ἀπὸ τοῦ δοθέντος σημείου, τῇ δοθείσῃ εὐθείᾳ παράλληλον εὐθεῖαν γραμμὴν ἀγαγεῖν.

Problema 10, Propositio 31.

PEr datum punctum, datæ rectæ lineæ parallelam rectam lineam ducere. 31

ORONTIVS.¶Esto datum punctū a:data verò linea recta,cui per a/ punctū oporteat ducere parallelā,sit b/c.Suscipiatur ergo in b/c/recta, cōtingens punctū d: & connectatur a/d/recta,per primum postulatum.Ad datam insuper lineam a/d,& in ea datum punctum a,dato angulo rectilineo a/d/b, æqualis angulus rectilineus



constituatur d/a/e: per vigesimãtertiam propositionem. Et quoniam in rectas a/e/atq; b/c/ recta incidit a/d, efficiens alternos angulos æquales, hoc est a/d/b/ipsi d/a/e: parallela est igitur a/e/ipsi b/c, per vigesimamseptimam propositionem. Per datum itaque punctum a, datæ rectæ lineæ b/c, parallelam duximus a/e. Quod expediebat facere.

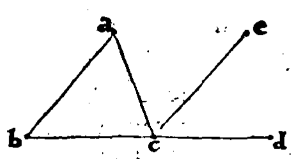
Θεώρημα κβ, Πρόθεσις λβ.

Παντὸς τριγώνου μιᾶς τῶν πλευρῶν προσεκβληθείσης, ἡ ἐκτὸς γωνία δυσὶ ταῖς ἐντὸς καὶ ἀπεναντίον ἴση ἐστί. καὶ αἱ ἐντὸς τοῦ τριγώνου τρεῖς γωνίαι, δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσί.

Theorema 22, Propositio 32.

32 Omnis trianguli, vno latere producto, exterior angulus binis interioribus & ex opposito est æqualis: & trianguli tres interiores anguli, binis sunt rectis æquales.

ORONTIVS. ¶Sit triangulum a/b/c: cuius vnum latus, vtpote b/c, producatur in d, per secũdum postulatũ. Aio primùm quòd exterior angulus a/c/d, binis interioribus & ex opposito, hoc est a/b/c, & b/a/c/angulis est æqualis. Ducatur enim per datum punctum c, datæ rectæ lineæ a/b, parallela c/e: per trigesimamprimam propositionem. Quoniam igitur in a/b/& c/e/parallelas, recta incidit a/c: æquus est angulus b/a/c, alterno a/c/e, per primã partem vigesimænonæ propositionis. Rursum, quoniam in easdem parallelas a/b/ & c/e, coincidit recta b/d: exterior angulus e/c/d, æqualis est interiori & opppposito, & ad easdem partes a/b/c, per secundã partẽ eiusdem vigesimænonæ propositionis. Porrò si æqualibus angulis, æquales addãtur anguli: qui inde cõsurgẽt erunt adinuicem æquales, per secundam cõmunem sententiam. Totus igitur angulus a/c/d, binis interioribus & oppositis a/b/c/& b/a/c/angulis est æqualis. ¶Dico insuper, quòd eiusdem trianguli tres interiores anguli, binis sunt rectis æquales. Patuit enim exteriorem angulum a/c/d, æquũ esse duobus angulis a/b/c/& b/a/c. Quibus æqualibus angulis, si idem communis addatur angulus a/c/b: erunt per secundam communem sententiam, tres anguli a/b/c, b/a/c, & a/c/b, æquales binis angulis a/c/b/& a/c/d. Eisdem porrò angulis a/c/b/& a/c/d, duo recti itidem æquãtur anguli, per decimamtertiã propositionẽ. Tres igitur anguli a/b/c, b/a/c, & a/c/b, trianguli a/b/c, per primam communem sententiam, binis sunt rectis æquales. Omnis itaque triãguli, vno latere producto: & reliqua, vt in theoremate. Quod oportuit demonstrasse.



Primæ illationis demõstratio.

Secundæ partis vel illationis ostensio.

Corollarium.

¶Hinc fit manifestum, cuiuslibet trianguli tres angulos, æquales esse tribus angulis alterius cuiuscunq; trianguli: nempe quòd eisdem, vtpote binis rectis vtrobique sint æquales.

Θεώρημα κγ, Πρόθεσις λγ.

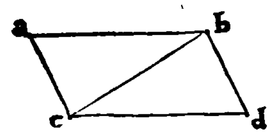
Αἱ τὰς ἴσας τε καὶ παραλλήλους ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη ἐπιζευγνύουσαι εὐθεῖαι, καὶ αὐταὶ ἴσαι τε καὶ παράλληλοι εἰσί.

Theorema 23, Propositio 33.

33 ÆQuas & parallelos, ad easdem partes rectæ lineæ coniungẽtes: & ipsæ æquales & parallelæ sunt.

ORONTIVS. ¶Sint æquales & adinuicem parallelæ rectæ lineæ a/b, & c/d:

quas ad easdem partes coniungant rectæ a/c, & b/d. Dico a/c, & b/d/rectas fore adinuicem æquales & parallelas. Connectatur enim b/c/diagonius, per primũ postulatum. In datas igitur a/b/& c/d parallelas, recta incidens b/c, efficit alternos angulos a/b/c/& b/c/d/ adinuicem æquales: per primam partem vigesimænonæ propositionis. Est autem a/b/recta æqualis ipsi c/d, per hypothesin: & vtrique cõmunis b/c. Binæ igitur a/b, & b/c/ trianguli a/b/c, duabus b/c/ & c/d/ trianguli b/c/d, sunt altera alteri æquales: & æquos adinuicem continent angulos, nempe alternos a/b/c/ & b/c/d. Per quartam ergo propositionem, basis a/c/æqualis est ipsi b/d: atque reliquus angulus a/c/b, reliquo c/b/d/ æqualis, vtpote sub quibus æqualia subtenduntur latera. In rectas itaque lineas a/c/& b/d, recta incidens b/c, efficit alternos angulos a/c/b/& c/b/d/adinuicem æquales. parallela est igitur a/c/ recta ipsi b/d, per vigesimamseptimam propositionem. Patuit autem & eidem æqualis. Aequas igitur & parallelas: & quæ sequuntur reliqua. Quod demonstrandum susceperamus.



Θεώρημα κδ', Πρόθεσις λδ'.

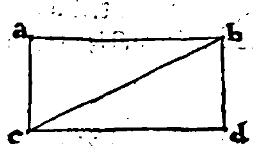
Τῶν παραλληλογράμμων χωρίων αἱ ἀπεναντίον πλευραί τε καὶ γωνίαι, ἴσαι ἀλλήλαις εἰσὶ, καὶ ἡ διάμετρος αὐτὰ δίχα τέμνει.

Theorema 24, Propositio 34.

PArallelogrammorum locorum, latera quæ ex opposito, & anguli æqualia sunt adinuicem: & dimetiens ea bifariam secat. 34

Prima pars. ORONTIVS. ¶Esto datum parallelogrammum a/b/c/d: illius verò dimetiẽs b/c. Aio primùm, ipsius a/b/c/d/ parallelogrammi latera quæ ex opposito, & angulos fore adinuicem æqualia. In parallelas enim a/b/& c/d/recta incidens b/c, facit alternos angulos a/b/c/& b/c/d/ æquales adinuicem: per primam partem vigesimæ nonæ propositionis. Eadem quoq; b/c/ incidens in parallelas a/c/& b/d, efficit rursum alternos angulos a/c/b/& c/b/d/ adinuicem æquales, per eandem vigesimamnonam propositionem. Duo itaque tiangula a/b/c/ & b/c/d, habent duos angulos duobus angulis æquales alterum alteri: vnũmque latus vni lateri æquale, commune scilicet b/c, quod æquis adiacet angulis. Reliqua igitur latera reliquis lateribus erũt æqualia alterũ alteri, hoc est, a/b/ipsi c/d, & a/c/ipsi b/d: atque reliquus angulus qui ad a/reliquo qui ad d/ æquabitur, per vigesimamsextam propositionem. Monstrauimus autem binos angulos qui circa b, duobus angulis qui circa c/fore alternatim æquales: totus igitur angulus qui ad b, toti qui ad c, per secundam communem sententiam æquabitur. Parallelogrammi igitur a/b/c/d, latera quæ ex opposito, & anguli æquantur adinuicem.

Pars secũda. ¶Dico præterea, quòd & dimetiẽs illud bifariam secat. Ostensa est enim a/b/æqualis ipsi c/d, atque a/c/ipsi b/d: ẽstque b/c/ communis. Bina itaque triangula a/b/c/ & b/c/d, habent singula latera singulis lateribus æqualia: & eos qui sub æqualibus lateribus continentur angulos (vti nunc monstrauimus) singulatim æquales, vtpote a/b/c/ ipsi b/c/d, & a/c/b/ ipsi c/b/d: atque eum qui ad a/ ei qui ad d/ æqualem. Conuenit ergo triangulum a/b/c, triangulo b/c/d. Quæ autem sibimetipsis conueniunt, æqualia sunt adinuicem: per octauam communem sententiam. Triangulum igitur a/b/c/triangulo b/c/d/est æquale. Dimetiens itaque b/c, datum parallelogrammum a/b/c/d/bifariam secat. Quod ostendendum fuerat.



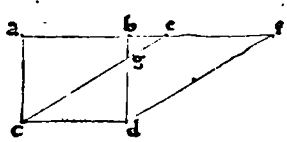
Θεώρημα κε, Πρόθεσις λε.

ΤΑ παραλληλόγραμμα, τὰ ἐπὶ τῆς αὐτῆς βάσεως ὄντα, καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις, ἴσα ἀλλήλοις ἐστί.

Theorema 25, Propositio 35.

35 PArallelogramma in eadem basi & in eisdem parallelis existẽtia, adinuicem sunt æqualia.

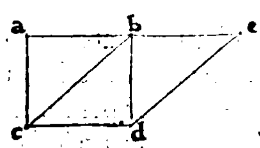
ORONTIVS. ¶Sint parallelogramma a/b/c/d/ & c/d/e/f, in eadem basi c/d, atque in eisdem parallelis a/f/ & c/d/ constituta. Dico a/b/c/d/ parallelogrammum, æquum esse c/ d/ e/ f/ parallelogrammo. Secet enim in primis latus vnius, vtpote c/ e, alterius latus b/ d, in puncto quidem g. Et quoniam parallelogrammorum locorum latera quæ ex opposito sunt adinuicem æqualia, per trigesimãquartam propositionem: vtraque igitur a/b/ & e/f, æqualis est ipsi c/d. Quæ autem eidem æqualia, & adinuicem sunt æqualia, per primam communem sententiam: æqualis est igitur a/b/ ipsi e/f. Communis addatur b/e: tota igitur a/e, toti b/f/ erit æqualis, per secundam communem sententiam. Est autem & a/c, ipsi b/d/ æqualis, per eandem trigesimam quartam propositionem. Binæ itaque a/c/ & a/e, trianguli a/c/e, duabus b/d/ & b/ f/ trianguli b/ d/ f/ æquales sunt altera alteri: & æquos adinuicem continent angulos, nempe exteriorem d/ b/ f/ interiori qui ad a, per secundam partem vigesimænonæ propositionis. Basis itaq; c/e, basi d/f, per quartam propositionẽ est æqualis: atq; triangulũ a/c/e/ triangulo b/d/f. A quibus subducto communi triangulo b/e/g: reliquũ trapeziũ a/b/g/c, reliquo trapezio e/f/d/g, per tertiam communem sententiam æquabitur. Eisdem rursum æqualibus trapezijs, commune adijciatur triangulum c/ d/ g: consurgent a/ b/c/d/ & c/d/ e/ f/ parallelogramma adinuicem æqualia, per secundam communem sententiam.



Prima theorematis differẽtia.

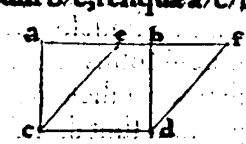
¶Quòd si latus vnius parallelogrammi, dimetiẽs alterius efficiatur, vt in hac secunda figura: idem, sed paulò leuius, concludetur. Triãgula enim a/b/c/ & b/d/ e, suprascripto discursu ostendentur æqualia adinuicem. quibus adiuncto communi triangulo b/c/d: consurgẽt a/b/c/d/ & b/ c/d/e/ parallelogramma rursum adinuicem æqualia, per secundam cõmunem sententiã.

Differẽtia secunda.



¶Nec minus facilè deducetur propositionis intelligentia: vbi latus vnius parallelogrãmi, in latus alterius inciderit, velut in tertia figuræ dispositione. Erũt enim rursum a/b/ & e/f/ æquales adinuicẽ: à quibus dempta communi b/e, reliqua a/e/ reliquæ b/f, per tertiã cõmunem sẽtẽtiam erit æqualis. Hinc triangulũ a/c/e, triãgulo b/d/f, veluti suprà mõstrabitur, æquale. Quod si vtriq; æqualium angulorũ, addatur cõmune trapeziũ e/b/c/d: resultabit iterum a/b/c/d/ parallelogrãmum, eidem parallelogrãmo c/d/e/f, per secundã cõmunem sententiã æquale. Igitur parallelogrãma in eadem basi, & in eisdem parallelis existentia, adinuicem sunt æqualia. Quod erat ostendendum.

Tertia differentia.



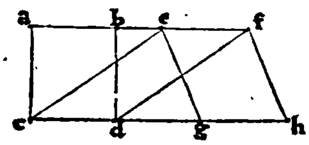
Θεώρημα κς, Πρόθεσις λς.

ΤΑ παραλληλόγραμμα τὰ ἐπὶ τῶν ἴσων βάσεων ὄντα, καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις, ἴσα ἀλλήλοις ἐστί.

Theorema 26, Propositio 36.

36 PArallelogramma in æqualibus basibus, & in eisdem parallelis existentia: adinuicem sunt æqualia.

ORONTIVS. ¶Sint a/b/c/d/& e/f/g/h/parallelogramma, in basibus æqualibus c/d/& g/h, atque in eisdem parallelis a/f/ & c/h/cõsistentia. Dico a/b/c/d/parallelogrammum, æquari parallelogrammo e/f/g/h. Connectantur enim rectæ c/e/ & d/f, per primum postulatum. Et quoniam parallelogrammum est e/f/g/h, æqualis est e/f/ ipsi g/h, per trigesimamquartã propositionem. Eidem quoq; g/h, æqualis est c/d, per hypothesin. Binæ igitur c/d/& e/f, eidem g/h/sunt æquales: & propterea æquales adinuicem, per primam communem sentẽtiam. súntq; adinuicem parallelæ, ex hypothesi. Quæ autem æquales & parallelas coniungunt lineæ rectæ, æquales sunt & parallelæ, per trigesimamtertiam propositionem: & c/e/igitur atque d/f/ æquales sunt & parallelæ. Parallelogrammum est itaque c/d/e/f. Ipsi porrò c/d/e/f/ parallelogrammo, æquum est a/b/c/d/parallelogrammum, per trigesimamquintam propositionẽ: in eadem enim basi c/d, atque in eisdem parallelis a/ f/& c/h/ constituũtur. Et per eandem trigesimamquintam propositionem, e/f/g/h/parallelogrãmum, æquum est ipsi c/d/e/f/ parallelogrammo: sunt enim in eadem basi e/f, atque in eisdem parallelis a/f/ & c/ h. Bina igitur parallelogramma a/b/c/d/& e/f/g/h, eidem parallelogrammo c/d/e/f/ sunt æqualia: quapropter & æqualia adinuicem, per primam cõmunem sentẽtiam. Idem etiam ostendere licebit, de quacunq; parallelogrammorum dispositione: hypothesi seruata. Parallelogrãma igitur in basibus æqualibus: & cætera, vt in theoremate. Quod demonstrare oportebat.



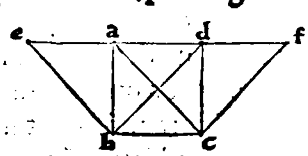
Θεώρημα κζ, Πρόθεσις λζ.

ΤΑ τρίγωνα τὰ ἐπὶ τῆς αὐτῆς βάσεως ὄντα καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν.

Theorema 27, *Propositio* 37.

TRiangula in eadem basi, & in eisdem parallelis constituta: adinuicem sunt æqualia. 37

ORONTIVS. ¶Sint triangula a/b/c/& d/b/c, in eadem basi b/c, atq; in eisdẽ parallelis a/d/& b/c/existentia. Dico triangulum a/b/c, æquari propterea triangulo d/b/c. Producatur enim vtrobique a/d/recta, vsq; ad puncta e/& f, per primum postulatum. & per punctum b/datæ rectæ lineæ a/c, parallela ducatur b/e: atq; ipsi b/d/ parallela c/f, per trigesimamprimã propositionem. Sunt itaq; a/c/b/e/& d/b/c/f/ parallelogramma, & in eadem basi b/c, atque in eisdem parallelis b/c/& e/f, per hypothesin cõstituta: igitur adinuicem æqualia, per trigesimamquintam propositionẽ. Triangulum porrò a/b/c, dimidiũ est parallelogrammi a/c/b/e, atq; d/b/c, triãgulum dimidiũ ipsius d/b/c/f/ parallelogrammi: dimetientes enim a/b/& c/d, ipsa bifariam secant parallelogramma, per trigesimamquartam propositionem. Quæ autem æqualium sunt dimidiũ, æqualia sunt adinuicem, per septimam communẽ sententiam. Igitur a/b/c/triangulum, æquum est d/b/c/triãgulo. Ergo triangula in eadem basi: & quæ sequũtur reliqua. Quod ostendendum fuerat.



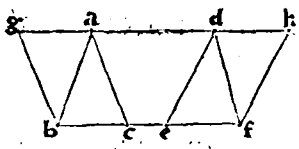
Θεώρημα κη, Πρόθεσις λη.

ΤΑ τρίγωνα τὰ ἐπὶ τῶν ἴσων βάσεων ὄντα, καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις, ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν.

Theorema 28, *Propositio* 38.

TRiangula in æqualibus basibus, & in eisdem parallelis constituta: adinuicem sunt æqualia. 38

ORONTIVS. ¶Sint a/b/c/& d/e/f/triangula, in basibus æqualibus b/c/& e/f, in eisdémq; parallelis a/d/& b/f/constituta. Aio triangulum a/b/c, æquũ esse d/e/f/ triangulo. Producatur enim vtrobique in directum & continuum recta a/d, vsq; ad g/& h/puncta, per secundum postulatum. Et per datum punctum b, datæ rectæ lineæ a/c, parallela ducatur b/g: atq; per f/punctum ipsi d/e/parallela f/h, per trigesimamprimam propositionem. Sunt igitur a/c/b/g/ & d/e/f/h/ parallelogramma, in basibus quidem æqualibus b/c/& e/f, ac in eisdem parallelis b/f/ & g/h/ per hypothesin constituta: & propter id æqualia adinuicem, per trigesimamsextam propositionem. Atqui parallelogramma a/c/b/g/& d/e/f/h, à dimetientibus a/b/ & d/f/ bifariam secantur, per trigesimamquartam propositionem. Est igitur a/b/c/triãgulum dimidiũ ipsius a/c/b/g/ parallelogrammi, atq; triãgulum d/e/f/ipsius d/e/f/h/parallelogrammi dimidium. Quæ autẽ æqualium sunt dimidium, ea sunt adinuicẽ æqualia, per septimam communem sententiam. æquum est igitur triangulum a/b/c, ipsi d/e/f/triangulo. Triangula itaq; in æqualibus basibus: &c. vt in theoremate. Quod demonstrandum erat.



Θεώρημα κθ, Πρόθεσις λθ.

ΤΑ ἴσα τρίγωνα τὰ ἐπὶ τῆς αὐτῆς βάσεως ὄντα καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη, καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ἐστίν.

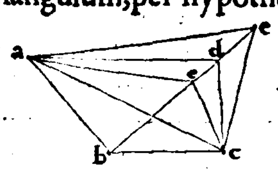
Theorema 29, Propositio 39.

39 TRiangula ęqualia, in eadem basi constituta, & ad easdem partes: & in eisdem sunt parallelis. * Conuersa 37.

ORONTIVS. ¶Sint in eadem basi b/c, atq; ad easdem partes a/& d/triangula a/b/c/& d/b/c/adinuicem æqualia. Dico ꝙ ex a/in d/cõnexa linea recta, ipsi b/c/ est parallela. Si nanq; a/d/non fuerit parallela ipsi b/c: poterit per datum punctum

37 a, ipsi b/c/duci parallela, per trigesimamprimã propositionem. Ducatur igitur, & sit a/e: quæ vel incidet sub a/d, aut supra. Cadat primo infra, si possibile sit: & per primũ postulatum cõnectatur recta c/e. quæ cũm incidat intra d/b/c/triangulum, & ab angulo qui ad c/in b/d/subtensum latus extendatur: diuidet ipsum d/b/c/triangulum. Prima ostensionis differẽtia.

Erunt itaq; a/b/c/& e/b/c/triangula in eadem basi b/c, ac in eisdem parallelis a/e/ & b/c constituta: æquum erit propterea triangulum e/b/c, ipsi a/b/c/triangulo, per trigesimamseptimã propositionem. Eidem porrò a/b/c/triangulo, æquũ est d/b/c/ triangulum, per hypothesin. Bina itaq; triangula d/b/c/& e/b/c, eidem a/b/c/triangulo erunt æqualia: & proinde æqualia adinuicem, per primam communẽ sententiam. Triãgulum ergo d/b/c, æquum erit ipsi e/b/c, maius scilicet minori, seu (mauis) totũ suæ parti: quod nõ est possibile. Non cadit igitur a/e/ parallela sub a/d. ¶Idem sequetur inconueniens, si eadẽ a/e/detur incidere super a/d. Producta enim b/d/per secundum postulatum, conueniet tandem cum ipsa a/e, per quintum postulatum: propterea quòd recta a/b, incidens in a/e/& b/d/rectas, facit interiores angulos & ad easdẽ partes a/b/d/& b/a/e/ minores duobus rectis (nempe minores a/b/c/& b/a/e angulis, qui per tertiam partem vigesimænonæ propositionis erunt binis rectis æquales) Connexa itaq; c/e/ recta, per primum postulatũ, ea cadet extra d/b/c/triangulum: fiet propterea triangulum d/b/c, pars ipsius e/b/c/trianguli. Vtrunque rursum, ipsi a/b/c/concludetur æquale (e/b/c/quidem per trigesimamseptimã propositionẽ, & d/b/c/per hypothesin) & e/b/c/consequenter ipsi d/b/c, totum suæ parti: quod rursum est impossibile. Secũda differentia.



38

omne ſiquidem totum eſt ſua parte maius,per nonam communem ſententiā.Non cadit ergo parallela ſuper a/d. patuit quòd nec infra.igitur ex a/in ipſum d.Triangula igitur æqualia:& quæ ſequuntur reliqua:Quod oportuit oſtendiſſe.

Θεώρημα λ, Πρόθεσις μ.

Τὰ ἴσα τρίγωνα τὰ ἐπὶ τῶν ἴσων βάσεων ὄντα καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη, καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ἐστίν.

Theorema 30, Propoſitio 40.

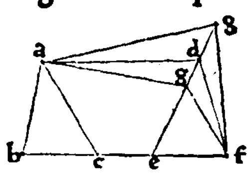
TRiangula æqualia in æqualibus baſibus exiſtentia,& ad eaſdem partes:& in eiſdem ſunt parallelis. 40

Conuerſa 38.

ORONTIVS.¶Sint a/b/c/& d/e/f/triāgula æqualia adinuicem,& in baſibus æqualibus b/c/& e/f(in directū quidem exiſtentibus,ſemper velim intelligas)atq; ad eaſdem partes a/& d/conſtituta:& connectatur a/d/recta,per primum poſtulatum.Aio ꝙ a/d,ipſi b/f/eſt parallela.Nam ſi a/d/non fuerit eidē b/f/parallela:poterit per datum punctum a/ipſi datæ lineæ b/f/alia quædam parallela duci,per trigeſimamprimam propoſitionem.Ducatur igitur,ſi poſſibile ſit:& ſit a/g.Cadet itaque a/g/recta vel ſuper a/d, aut infra.Quodcūq; autē dederis:eam cū e/d(vtraq; in directū producta)cōuenire neceſſum eſt.quoniā ex a/in e/connexa per imaginationē linea recta,incidit in a/g/& e/d, efficiēs angulos interiores & ad eaſdē partes a/e/d/ & e/a/g/duobus rectis(veluti ſuprà)minores. ¶Incidat ergo primū a/g/ſub a/d:& connectatur f/g,per primū poſtulatum,dirimens d/e/f/triangulum. Erit igitur triangulum g/e/f,æquū ipſi a/b/c/triangulo,per trigeſimamoctauam propoſitionem: ſunt enim in baſibus æqualibus b/c/& e/f/ex hypotheſi,& in eiſdem parallelis a/g/ & b/f/per datam conſtructionē. Ipſi porrò a/b/c/triangulo,æquum eſt per hypotheſin d/e/f/triangulū.Triangula igitur d/e/f/& g/e/f,eidem a/b/c/ triangulo erūt æqualia:& æqualia propterea adinuicem,per primam communē ſententiam. Itaq; triangulum d/e/f,æquum erit ipſi g/e/f/triangulo:maius ſcilicet minori,hoc eſt,totum ſuæ parti.quod per nonam communem ſententiam eſt impoſſibile.¶At ſi detur a/g/incidere ſuper a/d:conuenient rurſum a/g/ & e/d,idémque ſubſequetur inconueniens.Producta ſiquidem e/d/in g, per ſecundum poſtulatum:cōnectatur rurſum f/g,per primum,cadens extra d/e/f/triangulum. Tuncq; g/e/f/& d/e/f/triāgula, eidem a/b/c/triangulo concludentur æqualia:g/e/f/quidem per trigeſimamoctauam propoſitionē,& d/e/f/per ipſam hypotheſin. Vnde rurſum totū g/e/f/triangulum,ſuæ parti,hoc eſt, d/e/f/ triangulo,per primam communem ſententiam æquabitur.quod per ipſam nonam communem ſententiam eſt impoſſibile. Cadit igitur parallela ex a/in d/ verticem.

Prima demōſtrationis differentia.

Secūda pars ſiue differētia



Concludendum ergo,triangula æqualia in æqualibus baſibus exiſtentia,& ad eaſdem partes:& in eiſdem fore parallelis.Quod demonſtrare fuerat operæpretium.

Notandum.

¶Eadem quoq; via,ſupradictarum ſex propoſitionum concludetur intentum, vbi plura duobus oblata fuerint vel triangula vel parallelogrāma: facta binatim,iuxta hypotheſin,eorundem triangulorum vel parallelogrammorum comparatione.

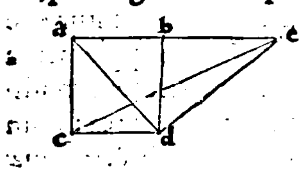
Θεώρημα λα, Πρόθεσις μα.

Ἐὰν παραλληλόγραμμον τριγώνῳ βάσιν τε ἔχῃ τὴν αὐτὴν καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ᾖ, διπλάσιον ἔσται τὸ παραλληλόγραμμον τοῦ τριγώνου.

Theorema 31, Propoſitio 41.

SI parallelogrammū & triangulum eandem baſin habuerint, 41 in eisdémq; fuerint parallelis: trianguli parallelogrammum duplum est.

ORONTIVS. ¶Esto parallelogrammum a/b/c/d, eandem habens basin c/d/ cum triangulo c/d/e, in eisdémq; parallelis a/e/& c/d/constitutum. Aio a/b/c/d/parallelogrammum, fore duplum ipsius trianguli c/d/e. Connectatur enim a/d/recta, per primum postulatum. Triangula igitur a/c/d/& c/d/e/erunt adinuicẽ æqualia, per trigesimamseptimam propositionem: habẽt enim eandem basin c/d, suntq; in eisdẽ parallelis a/e/& c/d. Atqui triangulum a/c/d/ dimidiũ est ipsius a/b/c/d/parallelogrammi: secat enim illud bifariam dimetiens a/ d, per trigesimamquartam propositionem. Quæ autem sunt æqualia, eiusdem sunt dimidium: per conuersam septimæ communis sentẽtiæ. Triangulum igitur c/d/e/, dimidium est a/b/c/d/parallelogrammi: & ipsum itaque parallelogrãmum a/b/c/d, eiusdem c/d/e/trianguli duplum. Si parallelogrammũ igitur & triangulũ: &c. vt in theoremate. Quod oportebat ostẽdere. ¶Idem quoq; demonstrabitur: vbi parallelogrammum & triangulum æquales habuerint bases, in eisdémq; fuerint parallelis. Notandum.



Corollarium.

¶Hinc fit manifestum, cur in dimetiendis rriangulorum areis, dimidium basis ducatur in perpendicularem: aut ipsius perpendicularis dimidiũ, per basin ipsam multiplicetur. Fit enim hoc modo dimidium parallelogtammi, quod in eadem basi atq; in eisdem collocatur parallelis cum ipso triangulo dato.

Πρόβλημα ια, Πρόθεσις μβ.

Τῷ δοθέντι τριγώνῳ ἴσον παραλληλόγραμμον συστήσασθαι ἐν τῇ δοθείσῃ εὐθυγράμμῳ γωνίᾳ.

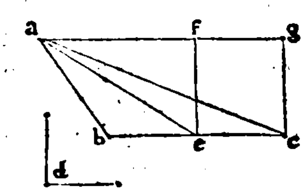
Problema 11. *Propositio* 42.

42 DAto triangulo, æquale parallelogrammum constituere, in dato angulo rectilineo.

ORONTIVS. ¶Sit datum a/b/c/triangulum, cui oporteat in angulo æquali ei qui ad d, æquum parallelogrammum constituere. Diuidatur itaque b/c/latus bifariam in puncto e, per decimam propositionẽ: & connectatur a/e/recta, per primum postulatum. Ad datam insuper lineam rectam e/c, datúmq; in ea punctum e, dato angulo rectilineo qui ad d, æqualis angulus rectiline⁹ cõstituatur f/e/c: per vigesimamtertiam propositionem. Et per punctum a, datæ rectæ lineæ b/c/ parallela ducatur a/g: atq; per punctum c, ipsi e/f/parallela c/g, per trigesimamprimam propositionem. Et quoniam a/b/e/& a/e/c/triangula, in basibus sunt æqualibus b/e/& e/c, atque in eisdem parallelis a/g/& b/c/constituta: ipsa propterea sunt adinuicem æqualia, per trigesimamoctauam propositionem. Triãgulum igitur a/b/c, duplum est a/e/c/trianguli. Atqui parallelogrammũ f/e/c/g, eiusdem a/e/c/triãguli duplum est, per quadragesimamprimam propositionem: habent nanque eandem basin b/c, in eisdémque sunt parallelis a/g/& b/c. Quæ autem eiusdem sunt duplicia, æqualia sunt adinuicem: per sextam communem sentẽtiam. Parallelogrammũ ergo f/e/c/g, æquum ipsi a/b/c/ triangulo dato: suscipítque angulum f/e/c, æqualem ei qui ad d. Dato itaq; triangulo, æquale parallelogrammum constituitur, in dato angulo rectilineo. Quod faciendum erat.

Costructio figuræ.

Ostensio problematis.



Θεώρημα λβ, Πρόθεσις μγ.

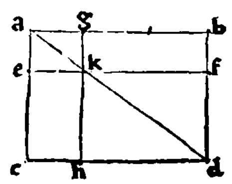
Παντὸς παραλληλογράμμου τῶν περὶ τὴν διάμετρον παραλληλογράμμων τὰ παραπληρώματα, ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν.

Theorema 32, Propositio 43.

OMnis parallelogrammi eorum quæ circa dimetientem ſunt parallelogrammorũ ſupplementa, ſibi inuicẽ ſunt æqualia. 43

Parallelogrã ma circa dimetientem. Supplemẽta.

ORONTIVS. ¶Parallelogramma circa dimetientem alicuius dicuntur eſſe parallelogrammi, quando eundem cum toto poſſident dimetientem. Supplementa autem, vocantur reliqua parallelogramma extra communem dimetientem conſtituta. Sit igitur a/b/c/d/ parallelogrammum, cuius dimetiens a/d, & circa ipſum dimetientẽ ſint e/g/& h/f/parallelogramma, ſupplementa verò ſint e/h/& g/f: quæ dico fore adinuicem æqualia. Parallelogrammum enim a/b/c/d, bifariam ſecatur à dimetiente a/d, per trigeſimamquartam propoſitionem: igitur a/b/d/triangulum, æquum eſt ipſi triangulo a/c/d. Dimetiens inſuper a/k, bifariam ſecat e/g/parallelogrammum, necnon & k/d/ ipſum h/f, per eandem trigeſimamquartam propoſitionem. æquum eſt igitur a/e/k/ triãgulum, ipſi a/g/k: atq; triangulum k/h/d, ipſi k/f/d/ triangulo. Si autem æqualibus triãgulis æqualia iungantur triangula: omnia erũt æqualia, per ſecundam communem ſententiam. Triangula itaq; a/e/k/& k/h/d, triangulis a/g/k/& k/f/d/ſunt æqualia. Patuit autem ꝙ & totũ a/b/d/triangulum, toti triangulo a/c/d/itidem coæquatur. Porrò ſi ab æqualibus triangulis, æqualia ſubducantur triangula: quæ relinquentur, æqualia erũt, per tertiam communem ſententiam. Subductis itaq; triangulis a/g/k/& k/f/d/ab ipſo a/b/d/triãgulo, atq; a/e/k & k/h/d/ triangulis, ab ipſo triangulo a/c/d: relinquentur g/f/& e/h/ſupplementa adinuicem æqualia. Omnis ergo parallelogrammi: &c. vt in theoremate. Quod demonſtrare fuerat operæpretium.



Πρόβλημα ιβ, Πρόθεσις μδ.

Παρὰ τὴν δοθεῖσαν εὐθεῖαν τῷ δοθέντι τριγώνῳ, ἴσον παραλληλόγραμμον παραβαλεῖν ἐν τῇ δοθείσῃ γωνίᾳ εὐθυγράμμῳ.

Problema 12, Propoſitio 44.

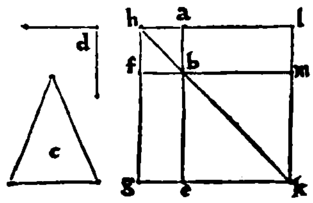
AD datam rectam lineam: dato triangulo, æquale parallelogrammum conſtruere, in dato angulo rectilineo. 44

Problematis interpretatio

ORONTIVS. ¶Conſtruere parallelogrammum ad datam lineam rectam & in dato angulo rectilineo, eſt ipſam lineam datam coaſſumere in latus eiuſdem parallelogrammi: ſic vt eadem linea cum altero adiacentium laterum, angulum comprehendat æqualem ipſi angulo dato. Eſto igitur data linea recta a/b: ad quã oporteat conſtruere parallelogrammum, dato triangulo c/æquale, & in angulo æquali ei qui ad d. Producatur in primis a/b/ recta in directum vſque ad punctum e, per ſecundum poſtulatum: & ad datam rectam lineam b/e, ad datúmq; in ea punctum b, dato angulo rectilineo qui ad d, æqualis angulus rectilineus conſtituatur f/b/e, per vigeſimamtertiam propoſitionem. In ipſo conſequenter angulo f/b/e, dato triangulo c, æquale cõſtruatur parallelogrãmum f/g/e/b, per quadrageſimãſecundam propoſitionem: extendatúrque g/f/in directum vſque ad h, per ſecundum poſtulatum. Per datum inſuper punctum a, vtrique & f/b/ & g/e/ parallela ducatur h/a, per

Cõſtructio figuræ.

trigesimam primam propositionem: connectatúrq; per primum postulatum, dimetiens h/b. Et quoniam in rectas g/e/ & h/b, recta incidens h/g/ interiores angulos & ad easdem partes g/h/b/ & h/g/e, duobus rectis minores efficit (nempe minores ipsis g/h/a/ & h/g/e, qui binis rectis per vltimam partem vigesimænonæ propositionis sunt æquales) concurrent ergo tandem g/e/ & h/b, in infinitum ad partes b/ & e/ productæ, per quintum postulatum. Producātur igitur, per secundum postulatum: & concurrant in pūcto k. Per idem rursum postulatum, extendantur f/b/ & h/a/ vsque ad puncta l, & m: & per datum punctum k, vtrique h/g/ & a/e/ parallela ducatur l/k, per trigesimamprimam propositionem. ¶ His ita constructis, quoniam h/g/l/k/ parallelogrammi, eorum quæ circa dimetientem h/k/ sunt parallelogrammorum supplementa, sibi inuicem sunt æqualia, per quadragesimamtertiam propositionem: æquum est supplementum seu parallelogrammum a/b/m/l/ ipsi f/g/e/b/ parallelogrāmo. Eidem porrò f/g/e/b/ parallelogrāmo, æquū est datum c/ triangulum, per quadragesimamsecundam propositionē: ita enim constructum est. Igitur parallelogrammum a/b/m/l, ipsi triangulo c/ per primam communem sententiam coæquatur. Est autem & a/b/m/ angulus, ei qui ad d/ æqualis: vterque enim æquatur ipsi f/b/e, a/b/m/ quidem per decimamquintā propositionē, qui ad d/ verò per vigesimamtertiā. Coassumitur præterea data linea recta a/b, in latus ipsius a/b/l/m/ parallelogrāmi. Ad datam igitur lineā rectam a/b, dato triangulo c, æquale parallelogrammum construitur a/b/m/ l, in dato angulo rectilineo a/b/m, ei qui ad d/ æquali. Quod facere oportebat. Demōstratio nis resolutio.

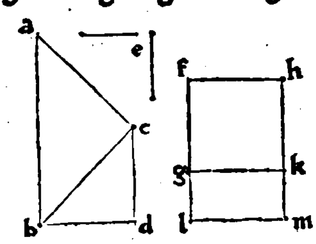


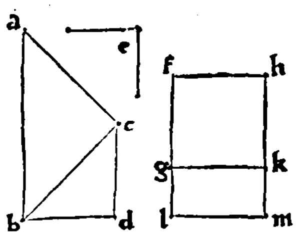
Πρόβλημα ιγ, Πρότασις με.

Τῷ δοθέντι εὐθυγράμμῳ, ἴσον παραλληλόγραμμον συστήσασθαι ἐν τῇ δοθείσῃ εὐθυγράμμῳ γωνίᾳ. *Problema* 13, *Propositio* 45.

45 Dato rectilineo, æquale parallelogrammum cōstituere, in dato angulo rectilineo.

ORONTIVS. ¶ Sit datum rectilineū a/b/c/d: cui oporteat construere æquale parallelogrammum, in dato angulo rectilineo qui ad e. Cōnectatur ergo b/c/ recta, per primum postulatum. & dato a/b/c/ triangulo, æquale parallelogrammum constituatur f/g/h/k, in dato angulo rectilineo f/h/ k, ei qui ad e/ æquali: per quadragesimamsecundam propositionem. Ad datam insuper rectam lineā g/k, dato b/c/d/ triangulo, æquum construatur parallelogrammū g/k/l/m, in dato angulo rectilineo g/k/ m, æquali eidem qui ad e: per antecedentē quadragesimamquartam propositionem. Ostendendum est itaque primùm, hæc duo parallelogrāma vnum efficere parallelogrammum: quod ita fit manifestum. Quoniam anguli f/h/k/ & g/ k/ m, eidem angulo qui ad e/ sunt æquales, per cōstructionem: sunt igitur æquales adinuicem, per primam communem sententiam. Addatur vtriq; cōmunis angulus g/k/h: igitur anguli g/k/h/ & g/k/m, sunt per primam communem sententiam, æquales angulis f/h/k/ & g/k/h. Eisdē porrò angulis f/h/k/ & g/k/h, duo recti sunt æquales anguli, per vltimā partē vigesimænonæ propositionis: anguli igitur g/k/h/ & g/k/m, binis sunt rectis æquales, per eandē primā communē sententiam. In directū est igitur h/k/ ipsi k/m, per decimamquartā propositionē. Rursum quoniā angulus f/g/ k, opposito qui ad h/ per trigesimamquartā propositionē Quòd cōstructa parallelogrāma vnum efficiāt parallelogrammū.





eſt æqualis:patuit autem quòd & g/k/m. Bini itaque anguli f/g/k/& g/k/m,eidē qui ad h/ſunt æquales:& æquales propterea adinuicem, per primam communem ſententiam.Communis rurſum addatur angulus k/g/l.erũt igitur f/g/k/& k/g/l/ anguli, binis interioribus & ad eaſdem partes l/g/k & g/k/m,per ſecundam cõmunem ſententiã æquales. Ipſis porrò l/g/k/& g/k/m/ angulis, bini recti coæquãtur, per eandem partem vltimã vigeſimænonæ propoſitionis:per primam ergo cõmunem ſententiam,anguli f/g/k/ & k/g/l/ ſunt æquales duobus rectis.In directum eſt itaque f/g/ipſi g/l,per ipſam decimamquartam propoſitionem.Eſt autem & f/g/ipſi h/k,atq; g/l/ipſi k/m,per trigeſimamquartam propoſitionem æqualis:& vtraque vtriq; parallela. Igitur f/l/ & h/ m, per ſecundam communem ſententiam,ſunt æquales adinuicem,atque parallelæ:& eas itaq; coniungentes rectæ lineæ f/h/& l/m,æquales & parallelæ ſunt, per trigeſimãtertiam propoſitionem.Parallelogrammum eſt igitur f/l/h/m. Huius autem pars f/g/h/k/triangulo a/b/c/æquatur:& reliqua g/k/l/m/ipſi triangulo b/c/d,per ipſam conſtructionem . Totum ergo f/ l/ h/ k/ parallelogrammum , ipſi dato a / b/ c/ d/ rectilineo eſt æquale: ſuſcipítque angulum f/ h/ m/ æqualem dato qui ad e/ angulo.Dato itaque rectilineo a/b/c/d, æquale conſtruximus parallelogrãmum f/l/h/m, in dato angulo rectilineo qui ad e.Quod faciẽdum propoſueramus.¶Idem quoq; licebit oſtendere , vbi datum rectilineum , in plura duobus ſeparabitur triangula. Cuilibet enim triangulo peculiare conſtruetur parallelogrammum, per quadrageſimamſecundam & quadrageſimamquartam propoſitionem: quæ ſimul vnum efficere parallelogrãmũ ipſi dato rectilineo æquale, haud diſſimili diſcurſu cõuincẽtur.

Demõſtrationis reſolutio.

Notandum.

Πρόβλημα ιδ', Πρόθεσις μς'.

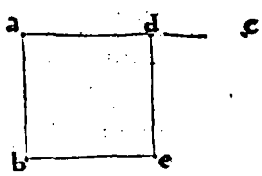
Ἀπὸ τῆς δοθείσης εὐθείας τετράγωνον ἀναγράψαι.

Problema 14, Propoſitio 46.

EX data recta linea, quadratum deſcribere. 46

ORONTIVS.¶Eſto data linea recta a/b: ex qua ſit operæpretium deſcribere quadratum.A dato itaque puncto a,ipſi rectæ lineæ a/b,ad angulos rectos excitetur a/c, per vndecimam propoſitionem, indefinitæ quidem quantitatis, donec ipſam ſuperet a/b. A qua ſecetur æqualis eidem a/b : ſitq; a/ d, per tertiam propoſitionem. Rurſum per datum punctum d, ipſi a/b/ rectæ parallela ducatur d/e, atque per punctum b/ ipſi a / d/ parallela b/ e , per trigeſimamprimam propoſitionem. Parallelogrammum eſt igitur a/b/d/e:dico quòd & quadratum.Nam parallelogrammorum locorum latera quæ ex oppoſito,æquantur adinuicem: per trigeſimamquartam propoſitionem .Aequum eſt igitur latus d/e/ipſi a/b: atque b/e/ipſi a/d.Sũt autem a/b/& a/d, per conſtructionẽ æquales.Quatuor igitur a/b,a/d,b/e/ & e/d/latera,æqualia ſunt adinuicem: quæ enim æqualibus ſunt æqualia, & adinuicẽ æqualia ſunt, per primam communem ſententiam.Aequilaterũ eſt igitur a/b/d/e/ parallelogrammum.Rurſum quoniam in parallelas a/b/& d/e/recta incidit a/c: facit igitur interiores & ad eaſdem partes angulos b/a/d/& a/d/e,binis rectis æquales, per vltimam partem vigeſimænonæ propoſitionis.Rectus autem eſt qui ad a/angulus:igitur & qui ad d/rectus.& qui ex oppoſito conſiſtunt ad b/& e/ anguli, itidem recti ſunt: per eandem trigeſimãquartam propoſitionem. Rectangulum eſt igitur a/b/d/e/parallelogrãmum. Patuit ꝗ & æquilaterũ: ergo quadratũ, per trigeſimam

Quòd deſcriptũ parallelogrammum ſit quadratum.



diffinitionem. Ex data igitur linea recta a/b, quadratum descripsimus. Quod oportuit fecisse.

Corollarium.

¶ Quæ ab æqualibus igitur lineis rectis quadrata describuntur, æqualia sunt adinuicem: & ediuerso. quæ autem ab inæqualibus fiunt quadrata, sunt inequalia: maius quidem quod à maiore, minus autem quod à minore describitur.

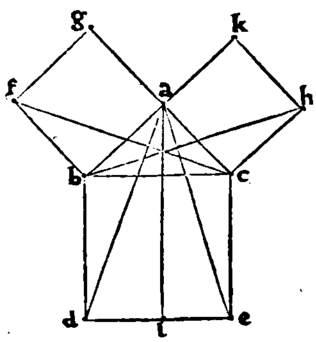
Θεώρημα λγ, Πρόθεσις μζ.

ΕΝ τοῖς ὀρθογωνίοις τριγώνοις, τὸ ἀπὸ τῆς τὴν ὀρθὴν γωνίαν ὑποτεινούσης πλευρᾶς τετράγωνον ἴσον ἐστὶ, τοῖς ἀπὸ τῶν τὴν ὀρθὴν γωνίαν περιεχουσῶν πλευρῶν τετραγώνοις.

Theorema 33, Propositio 47.

47 IN rectangulis triangulis, quadratum quod à latere rectum angulum subtendente fit, æquum est quadratis quæ fiunt ex lateribus angulum rectum continentibus.

ORONTIVS. ¶ Sit rectangulum triangulum a/b/c, cuius sub b/a/ & a/c/ lateribus cōtentus angulus, rectus existat. Dico q̄ descriptū ex b/c/ quadratum, ijs quæ ex b/a/ & a/c/ fiunt quadratis, est æquale. Describātur ergo quadrata, per quadragesimā sextā propositionē: ex b/c/ quidem quadratū b/c/d/e, ex a/b/ verò a/b/f/g, & ex ipso a/c/ quadratū a/c/h/k. Deinde per a punctū, vtriq; b/d/ & c/e/ parallela ducatur a/l: per trigesimāprimā propositionē. Parallelogrāma igitur erunt b/l/ & c/l/ quadrangula. Connectātur deniq; a/d/ & c/f/ lineæ rectæ: per primū postulatum. Et quoniā ad rectam lineā a/b, atq; ad eius punctū a, duæ rectæ lineæ a/c/ & a/g/ nō ad easdem partes ductæ, angulos vtrobiq; rectos efficiunt (recti enim sunt, qui circa punctū a/ cōsistunt anguli) in directū est igitur a/c/ ipsi a/g: & a/b/ consequēter ipsi a/k, per decimāquartā propositionē. Parallelæ itaq; sunt b/f/ & c/g: similiter & b/k/ atq; c/h. Cū porrò omnes anguli recti sint adinuicē æquales, per quartū postulatum: erit angulus a/b/f, æqualis angulo c/b/d. Communis apponatur angulus a/ b/ c: totus igitur a/b/d, toti f/b/c/ angulo, per secundam cōmunē sententiam erit æqualis. Rursum, quoniam per trigesimā diffinitionem, æqualis est a/b/ ipsi b/f, atque b/c/ ipsi b/d: sunt igitur bina latera a/b/ & b/d/ trianguli a/b/d, duobus lateribus f/b/ & b/c/ triāguli f/b/c/ æqualia alterum alteri. & æquales continent angulos a/b/d/ & f/b/c. Basis ergo a/d/ basi f/c, & triangulū a/b/d/ triangulo f/b/c, per quartā æquatur propositionē. Ipsius porrò trianguli a/ b/d, duplum est b/l/ parallelogrāmū, in eadem basi b/d, atq; in eisdem parallelis a/l/ & b/d/ constitutum: per quadragesimamprimam propositionem. & per eandem propositionem, a/b/f/g/ quadratum, duplum ipsius f/b/c/ trianguli: habent enim eandem basin b/f, in eisdémq; consistunt parallelis f/b/ & g/c. Quæ autē æqualium duplicia sunt, & adinuicē sunt æqualia: per sextam cōmunem sententiā. Igitur b/l/ parallelogrammū, æquū est/a/b/f/g/ quadrato. Haud dissimili via, ostendetur c/l/ parallelogrammū, æquū esse a/c/h/k/ parallelogrammo siue quadrato. Connexis enim a/e/ & b/h/ lineis rectis, per primum postulatum: erunt rursum a/c/e/ & b/c/h/ triāgula adinuicē æqualia. Et cùm c/l/ parallelogrāmum duplum sit a/c/e/ trianguli, & quadratum a/c/h/k/ ipsius b/c/h/ trianguli itidem duplum, per eandem quadragesimāprimam propositionem: concludetur tandem parallelogrammum c/l, æquari quadrato a/c/h/k. Atqui b/l/ & c/l/ parallelogramma, conficiunt quadratum b/c/d/e, quod fit ex b/c: quadratum ergo b/c/d/e, æquum est a/b/f/g/ & a/c/h/k/ descriptis ex a/b/ &

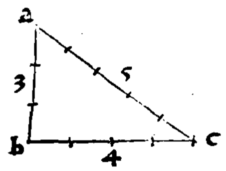


Alterius partis demōstratio.

Reliquæ partis ostensio.

a/c/quadratis. In rectangulis itaq; triangulis:& quæ sequuntur reliqua,vt in theoremate.Quod expediebat demonstrare.

Notandum. ¶Hoc spectabile & semper admirãdum theorema, Pythagoras in his fertur offendisse numeris,3,4,5: velut ex obiecta potes elicere figura.in qua angulus qui ad b/rectus est: & qualium partium a/b/latus est trium,& b/c/quatuor,talium a/c/rectum subtendens angulum 5/reperitur.Quinquies porrò 5,faciunt 25:ter 3 verò/9,& quater 4/sedecim.atqui 9 & 16/cõficiũt 25.



Corollarium.

¶In triangulis itaque rectangulis,duobus lateribus datis,ipsorum adminiculo,deuenire licebit in cognitionem reliqui: per quadratorum nempe tum additionem, tum subductionem adinuicem, & lateris seu radicis eorundem inuestigationem. Quemadmodùm in dimetiendis rerum passim offendes magnitudinibus.

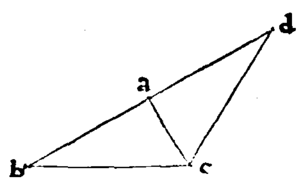
Θεώρημα λδ', Πρόθεσις μη.

Ἐὰν τριγώνου τὸ ἀπὸ μιᾶς τῶν πλευρῶν τετράγωνον, ἴσον ᾖ τοῖς ἀπὸ τῶν λοιπῶν τοῦ τριγώνου δύο πλευρῶν τετραγώνοις, ἡ περιεχομένη γωνία ὑπὸ τῶν λοιπῶν τοῦ τριγώνου δύο πλευρῶν ὀρθή ἐστι.

Theorema 34, Propositio 48.

Cõuersa præcedentis. SI trianguli quod ab vno laterum quadratum,æquale fuerit eis quæ reliquis trianguli lateribus quadratis:angulus cõprehensus sub reliquis trianguli duobus lateribus,rectus erit. 48

ORONTIVS.¶Esto a/b/c/trianguli quod ex b/c/quadratum,æquum eis quæ ex a/b/& a/c/lateribus fiũt quadratis:aio propterea,angulũ b/a/c/fore rectũ. A dato enim puncto a,datæ lineæ a/c,perpendicularis excitetur a/d:per vndecimã propositionẽ.Et per tertiam propositionẽ,ponatur a/d/ipsi a/b/æqualis:connectatúrq; c/d/recta,per primũ postulatũ. Cùm igitur a/b/ipsi a/d/sit æqualis: æquũ est quod ex a/b/quadratum,ei quod fit ex a/d,per corollarium quadragesimæsextæ propositionis.Addatur vtriq;,id quod ex a/c/quadratũ.Quæ ex a/b/igitur & a/c/quadrata, æqualia sunt eis quæ ex a/c/& a/d/quadratis:per secundam communẽ sentẽtiam. Eis autem quæ ex a/c/ & a/d/ quadratis,æquum est quod ex c/d,per antecedentẽ quadragesimamseptimã propositionẽ: angulus enim c/a/d/ rectus est. Quadratis porrò quæ ex a/b/& a/c,æquum est quod ex b/c/quadratum: per hypothesin. Quæ autẽ æqualibus sunt æqualia,ea sunt æqualia adinuicẽ,per primã communẽ sententiam. Quadratum igitur quod ex b/c,æquum est ei quod ex c/d/quadrato. Aequalis est ergo b/c/ipsi c/d:æqualia enim quadrata sunt,quæ ab æqualibus describuntur lineis rectis. Posita est autem a/d/ipsi a/b/æqualis,& a/c/vtriq; cõmunis.Bina ergo latera a/b/& a/c/trianguli a/b/c,binis lateribus a/c/& a/d/trianguli a/c/d/sunt alternatim æqualia:basis quoq; b/c,basi c/d/æqualis.Angulus igitur b/a/c,angulo c/a/d,per octauã propositionẽ est æqualis. Est autẽ c/a/d,angulus rectus,per constructionẽ: & b/a/c/ igitur angulus rectus est. Si trianguli itaq; quod ab vno laterum quadratum:&c.vt in theoremate.Quod erat ostendendum.



Primi Libri Geometricorum Elementorum,

FINIS.

Orontij Finei Delphinatis, Regii Mathematicarvm Professoris, In Secundum elementorum Euclidis, Demonstrationes.

ΕΥΚΛΕΙΔΟΥ ΣΤΟΙΧΕΙΟΝ ΔΕΥΤΕΡΟΝ.

Παραλληλόγραμμον ὀρθογώνιον.

Πᾶν παραλληλόγραμμον ὀρθογώνιον περιέχεσθαι λέγεται ὑπὸ δύο τῶν τὴν ὀρθὴν γωνίαν περιεχουσῶν εὐθειῶν.

Parallelogrammum rectangulum.

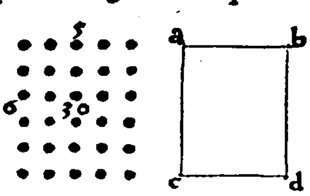
1 Omne parallelogrammum rectangulum, ſub duabus rectum angulum comprehendentibus rectis lineis dicitur contineri.

ORONTIVS. ¶ Parallelogrammum, dicitur figura quadrilatera, ex oppoſitis lateribus adinuicem æqualibus comprehenſa. Sunt autem parallelogrammorũ quatuor tantummodò genera: vtpote, quadratũ, altera parte longius, rhombus, & rhomboides: quemadmodùm trigeſimatertia primi libri antè monuimus diffinitione. Vtrunq; porrò & quadratum & altera parte longius, rectangulum adpellatur: cõtinetúrq; ſub duabus lineis rectis ad rectum conuenientibus angulum, quarum altera in reliquam abſtractiuè ducta, ipſum efficit parallelogrammum. ¶ Vt ex a/b/c/d/ potes elicere parallelogrammo: quod ſub a/b/ & a/c/ lateribus, rectum qui ad a/ conprehendentibus angulum, continetur. Non poteſt enim angulus qui ad a/ fore rectus, quin per vigeſimamnonam & trigeſimamquartam propoſitionẽ libri primi, reliqui tres anguli ſint itidem recti. Imaginanda eſt igitur a/b/ recta, fluere directa via in c: & punctũ b/ deſcribere latus b/d. vel a/c/ rectam, venire recto fluxu in b: atq; punctum c/ efficere latus c/d. Ita enim abſtractiuè deſcribuntur parallelogramma rectangula. Ad quorum ſimilitudinem, numerus per alium quenuis munerum multiplicatus, planum atq; rectãgulum efficit numerũ: vti ſubiecta videtur indicare figura, in qua 6/ vnitates per 5/ multiplicatæ, reddunt 30/ planum & rectangulum numerum.

Quid parallelogrãmum.

Quot parallelogrammorũ genera.

Exemplum.



Γνώμων τί.

Παντὸς δὲ παραλληλογράμμου χωρίου τῶν περὶ τὴν διάμετρον αὐτῶν ἓν παραλληλογράμμων ὁποιονοῦν σὺν τοῖς δυσὶ παραπληρώμασι, γνώμων καλείσθω.

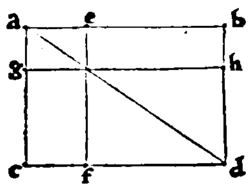
Quid gnomon.

2 Omnis parallelogrãmi loci eorum quæ circa dimetientẽ illius ſunt parallelogrammorum, vnumquodq; eorum cum binis ſupplementis, gnomon vocetur.

ORONTIVS. ¶ Quanquàm gnomonem propriè intelligamus rectangulum: accipitur tamen suprà scripta gnomonis diffinitio, pro quacunq; figura ex duobus cuiusuis oblati parallelogrammi supplementis,& altero eorum quæ circa dimetiẽtem illius sunt parallelogrammorũ comprehensa. Diximus autem quadragesimatertia propositione primi libri, quænam sint parallelogramma circa dimetientem alicuius consistentia parallelogrammi: quæ item sint eorundem parallelogrammorum supplementa. ¶ Sit igitur a/b/c/d/parallelogrammum, & illius dimetiens a/d: circa verò dimetientem consistant g/e/& f/h/parallelogramma, atque illorum supplementa g/f/& e/h. Dico itaque g/e/parallelogrammũ, vnà cum binis supplementis g/f/& e/h: gnomonem efficere f/g/e/h, seu f/a/h. Cui si addatur f/h/parallelogrammum: totum integrabitur a/b/c/d. aut si eidem f/h/parallelogrammo, gnomon circumponatur f/g/e/h: nõ mutabitur, sed augmentabitur figura. Est autem eiuscemodi gnomonum tradita descriptio, in partium oblatorum in demonstrationibus parallelogrammorum expeditiorem expressionem, principaliter excogitata.

Vide 43 primi

Gnomonis exemplum.



Cur tales assumpti gnomones.

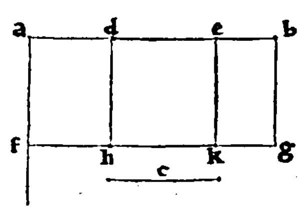
Θεώρημα α, Πρότασις α.

Ἐὰν ὦσι δύο εὐθεῖαι, τμηθῇ δὲ ἡ ἑτέρα αὐτῶν, εἰς ὁσαδηποτοῦν τμήματα, τὸ περιεχόμενον ὀρθογώνιον ὑπὸ τῶν δύο εὐθειῶν ἴσον ἐστὶ τοῖς ὑπό τε τῆς ἀτμήτου καὶ ἑκάστου τῶν τμημάτων περιεχομένοις ὀρθογωνίοις.

Theorema 1, *Propositio* 1.

SI fuerint binæ rectæ lineæ, seceturq; ipsarum altera in quot- 1
cunque segmenta: rectangulum comprehensum sub duabus rectis lineis, æquum est eis quæ ab insecta & quolibet segmento rectangulis comprehenduntur.

ORONTIVS. ¶ Sint binæ rectæ lineæ a/b/& c: quarum altera, vtpote a/b, secetur in a/d, d/e,& e/b/segmenta. Aio quòd sub a/b/& ipsa c/comprehensum rectãgulum: æquum est eis, quæ sub c/& a/d/& d/e/atque e/b/comprehenduntur rectangulis. A dato enim puncto a, datæ rectæ lineæ a/b, recta quædam, per vndecimã primi libri propositionem, ad rectos excitetur angulos, excedens datam lineã c: à qua secetur æqualis eidem c, per tertiã eiusdem primi, sitq; a/f. Per datũ insuper punctum f, ipsi a/b/parallela ducatur f/g: atque per b, d, & e/puncta ipsi a/f, atque inuicem parallelæ ducantur b/g, d/h,& e/k, per trigesimamprimã eiusdẽ primi. Rectangula igitur sunt a/b/f/g, a/h, d/k,& e/g/ parallelogrãma. Quælibet insuper/& b/g/& d/h/& e/k, ipsi a/f/est æqualis, per trigesimamquartã eiusdẽ primi. eidẽ quoq; a/f/est æqualis c. ommes igitur adinuicẽ, atq; ipsi c/sunt æquales: per primam communem sententiam. Quod igitur sub c/& a/d/continetur rectangulum, æquum est ipsi a/h: & quod sub c/& d/e, ipsi d/k: atq; id quod sub eadem c/& e/b, ipsi e/g/rectangulo æquale. Ipsis porrò a/h, d/k,& e/g/rectangulis, æquum est a/b/f/g/ rectangulum (nempe totum suis partibus integralibus simul sumptis) continetúrq; sub a/b/& a/f, quæ ipsi c/data est æqualis. Datis igitur binis lineis rectis a/b/& c, quod sub eisdem continetur rectangulum, æquum est eis quæ sub insecta c, & quolibet ipsius a/b/ segmento comprehenduntur rectangulis. Quod oportebat demonstrare.



Ex hac propositione, numerorum ab Arithmeticis tradita colligitur multiplicatio.

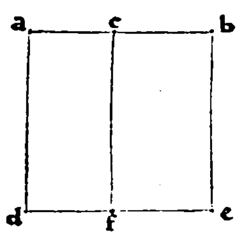
Θεώρημα β, Πρόθεσις β.

Ἐὰν εὐθεῖα γραμμὴ τμηθῇ ὡς ἔτυχε, τὰ ὑπὸ τῆς ὅλης καὶ ἑκατέρου τῶν τμημάτων περιεχόμενα ὀρθογώνια, ἴσα ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ὅλης τετραγώνῳ.

Theorema 2, Propositio 2.

2 SI recta linea secetur vtcunq; : quæ sub tota & quolibet segmētorum rectangula comprehenduntur, æqualia sunt ei quod ex tota est quadrato.

ORONTIVS. ¶Recta linea vtcunque secari dicitur, quæ in quouis dato illius puncto, absq; partiū determinata ratione, indifferenter diuiditur. Sit igitur a/b/linea recta, quæ vtcunq; secetur in c. Dico q̄ sub a/b/& a/c, atq; sub eadem a/b/& c/b/ cōprehensa rectangula: æqua sunt ei, quod ex tota a/b/fit quadrato. Ex data nanq; a/b, quadratum describatur a/b/d/e: per quadragesimamsextā primi. Et per datum punctum c, vtriq; & a/d/& b/e/ parallela ducatur c/f: per trigesimamprimam eiusdem primi libri propositionem. Rectangula igitur sunt, a/f/& c/e/parallelogrāma: atque ipsum a/f/sub a/d/& a/c, ipsum verò c/e/ sub c/b/ & b/e, per primam huius diffinitionem comprehensum. Et quoniam a/b/& a/d/sunt binæ quædam lineæ rectæ: & ipsarū altera, scilicet a/b, secta est in a/c/& c/b/segmēta, ex hypothesi. Quæ igitur ab insecta a/ d, & vtroque segmento a/c/& c/b/continētur rectangula: æqua sunt ei, quod sub duabus lineis rectis a/b/& a/d/cōprehenditur rectangulo, per primam huius secundi propositionem. Atqui b/e/ipsi a/d, & vtraque ipsi a/b, per trigesimam diffinitionem primi est æqualis: necnon a/b/d/e/rectangulum, id quod ex ipsa a/b/fit quadratū. Quæ sub tota igitur a/b, & quolibet segmento a/c/& c/b, rectangula comprehenduntur: æqualia sunt ei quod ex tota a/b/est quadrato. Quod erat ostendendum. Quid rectam lineam vtcūque secari.



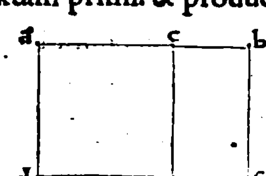
Θεώρημα γ, Πρόθεσις γ.

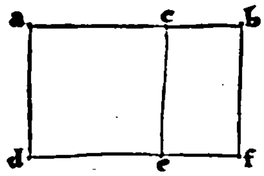
Ἐὰν εὐθεῖα γραμμὴ ὡς ἔτυχε τμηθῇ, τὸ ὑπὸ τῆς ὅλης καὶ ἑνὸς τῶν τμημάτων περιεχόμενον ὀρθογώνιον ἴσον ἐστὶ τῷ τε ὑπὸ τῶν τμημάτων περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ, καὶ τῷ ἀπὸ τοῦ προειρημένου τμήματος τετραγώνῳ.

Theorema 3, Propositio 3.

3 SI recta linea secetur vtcunque: rectangulum sub tota & vno segmentorum cōprehensum, æquum est ei quod sub segmentis comprehenditur rectangulo, & ei quod ex prædicto segmento fit quadrato.

ORONTIVS. ¶Esto a/b/recta linea, vtcunq; secta in puncto c. Aio quòd sub tota a/b/& altero segmentorum, vtpote a/c, comprehensum rectangulum: æquum est ei quod sub a/c/& c/b/segmētis rectāgulo cōtinetur, & ei quod ex eodē segmento a/c/fit quadrato. Describatur enim ex a/c, quadratū a/c/d/e: per quadragesimāsextam primi. & producatur d/e/in directū vsq; ad f, per secundum postulatū. Per punctum deniq; b, vtriq; & a/d/& c/e/ parallela ducatur b/f: per trigesimāprimam ipsius primi. Rectāgula igitur sunt a/f/& c/f/parallelogramma, per primam huius diffinitionē. Et quoniam a/b/ & a/d/ binæ quædam videntur esse lineæ rectæ: quarū altera, vtpote a/b, secta est per hypothesin in a/c/& c/b/segmēta. Sub duabus igitur lineis





rectis a/b/& a/d/comprehẽsum rectangulum a/f,æquũ est eis quæ ab insecta a/d/ & quolibet segmento a/c/ & c/b/continentur rectangulis: per primam huius secundi propositionem, hoc est rectangulis a/e/ & c/f. Atqui a/f/rectangulum, æquum est ei quod sub tota a/b,& segmento a/c/continetur: nam a/d/ipsi a/c/est æqualis, per trigesimam diffinitionem primi. A/e/porrò quadratũ, quod ex eodem segmento a/c/describitur. Rectangulũ deniq; c/f, æquũ est ei quod sub a/c/& c/b/segmentis cótinetur: est enim c/e/eidẽ a/c, per ipsius quadrati diffinitionẽ æqualis. Si recta igitur linea a/b, vtcũq; secetur in puncto c: rectangulũ sub tota a/b/& altero segmentorum a/c/cóprehensum, æquũ est ei quod sub a/c/& c/b/ segmentis fit rectangulo, & ei quod ex prædicto segmento a/c/ est quadrato. Quod ostendere oportebat.

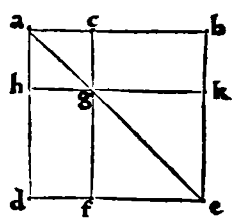
Θεώρημα δʹ, Πρόθεσις δʹ.

Ἐὰν εὐθεῖα γραμμὴ τμηθῇ ὡς ἔτυχε, τὸ ἀπὸ τῆς ὅλης τετράγωνον ἴσον ἐστὶ τοῖς τε ἀπὸ τῶν τμημάτων τετραγώνοις, καὶ τῷ δὶς ὑπὸ τῶν τμημάτων περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ.

Theorema 4, Propositio 4.

SI recta linea secetur vtcũq;: quadratum quod fit ex tota, æquũ est quadratis quę fiunt ex segmẽtis, & ei quod bis sub segmentis comprehenditur rectangulo, 4

ORONTIVS. ¶ Sit a/b/linea recta, quæ secetur vtcunq; in pũcto c. Dico quadratum quod ex tota fit a/b, æquum esse eis quæ ex a/c/& c/b/ describuntur quadratis, & bis sub a/c/ & c/b/ segmentis comprehenso rectangulo. Describatur in primis ex a/b, quadratum a/b/d/e: per quadragesimamsextam primi. Et connectatur a/e/dimetiens, per primum postulatum. & per datum punctum c, vtrique a/d/ & b/e/parallela ducatur c/f/secans a/e/dimetientem in puncto g. Per punctum deniq; g, ipsis a/b/& d/e/parallela ducatur h/k: per trigesimamprimam eiusdem primi. Cũm igitur a/b/d/e/sit quadratũ, æqualis est a/b/ipsi b/e: per trigesimã ipsius



Hoc theorema à nõnullis aliter demonstrat: sed hæc demonstratio est omniũ clarissima.

primi diffinitionem. Isosceles igitur a/b/e/trianguli, qui ad basin a/e/fiunt anguli, hoc est b/a/e/& a/e/b, sunt per quintam primi adinuicẽ æquales. Eiusdem porrò trianguli a/b/e/tres anguli, binis sunt rectis æquales: per trigesimamsecũdam primi. Rectus est autem angulus qui ad b. reliqui igitur anguli b/a/e/& a/e/b, vni recto sunt æquales. sunt autem & æquales adinuicem: vterq; igitur dimidium est anguli recti. Trianguli rursum a/c/g/ tres anguli, duobus rectis, per eandem trigesimamsecundam primi, coæquantur. a/c/g/porrò angulus, rectus est: nempe æqualis interiori, & ad easdẽ partes qui ad b, per vigesimamnonã ipsius primi. Ergo reliqui duo anguli c/a/g/& a/g/c, vni recto sunt æquales. sed dimidium recti est c/a/g/angulus: igitur & a/g/c, recti itidem est dimidiũ. Aequus est propterea angulus c/a/g/ipsi a/c/g: per primam communem sententiam. Et latus consequenter a/c, lateri c/g, per sextam primi æquale. Est autem & a/h/latus, ipsi c/g, necnon h/g/ipsi a/c/æquale: per trigesimamquartã eiusdem primi. Aequilaterum est itaq; a/c/g/h/ parallelogrammum. aio quòd & rectangulum: nam angulus qui ad/a, rectus est. Rectangulum porrò sub duabus rectis lineis angulum rectũ comprehendentibus, per primam huius diffinitionem, cõtineri dicitur. Quadratum est igitur a/c/g/h: & æquum ei quod ex a/c. Haud dissimili discursu, f/k/parallelogrammũ, quadratũ esse conuincetur: & æquale ei quod ex c/b/. Nam æqualis est g/k/eidẽ a/c, per eandem trigesimamquartã primi. Et quoniam æquum est h/f/supplementũ ipsi c/k, per quadragesimamtertiam primi: & c/ k/ id quod sub a/ c/ & c/ b, nam ipsi a/c/ ostensa est æqualis c/ g. Rectangula igitur c/ k/ & h/f, æqua sunt ei, quod bis sub segmentis comprehenditur, rectangulo. Ostensum est autem a/g/ & g/e/ quadrata, eis fore æqualia/ quæ ab eisdem segmentis fiunt quadratis. Et a/g/ igitur & g/e, vnà cum c/k/ & h/f, æqualia sunt quadratis quæ fiunt ex segmẽtis, & ei quod bis sub segmentis comprehenditur rectangulo. Eisdem porrò a/g, g/e, c/k, & h/f, æquum est quadratum a/b/d/e, ex ipsa a/b/ descriptum: nempe totum suis partibus integralibus. Quod igitur ex tota a/b/ fit quadratum: æquum est quadratis quæ fiunt ex a/c/ & c/b/ segmentis, & ei quod bis sub eisdem segmentis comprehenditur rectangulo. Quod fuerat demonstrandum.

Corollarium.

¶ Parallelogramma igitur, quæ circa quadrati dimetientem cósistunt, fore itidem quadrata: relinquitur manifestum.

Θεώρημα ε, Πρόθεσις ε.

Ἐὰν εὐθεῖα γραμμὴ τμηθῇ εἰς ἴσα καὶ ἄνισα, τὸ ὑπὸ τῶν ἀνίσων τῆς ὅλης τμημάτων περιεχόμενον ὀρθογώνιον μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς μεταξὺ τῶν τομῶν τετραγώνου, ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ἡμισείας τετραγώνῳ.

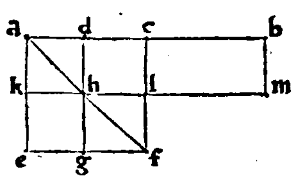
Theorema 5, Propositio 5.

5 SI recta linea secetur in æqualia, & non æqualia: rectangulum comprehensum ab inæqualibus sectionibus totius, vnà cum quadrato quod à medio sectionum, æquum est ei quod à dimidia fit quadrato.

ORONTIVS. ¶ Sit rursum a/b/ linea recta: quæ bifariam secetur in puncto c, atque in non æqualia, in puncto d. Aio quod sub a/d/ & d/b/ comprehensum rectangulũ, vnà cum eo quod ex d/c/ quadrato: æquum est ei, quod ex a/c/ dimidia fit quadrato. Describatur ergo ex a/c, quadratum a/c/e/f: per quadragesimamsextam primi. & connectatur dimetiens a/f, per primum postulatum. per punctum insuper d, vtrique a/e/ & c/f/ parallela ducatur d/g, secans a/f/ dimetientem in puncto h. Rursum per datum pũctum h, ducatur k/l/m, ipsis a/b/ & e/ f/ parallela: per trigesimãprimam ipsius primi. tandem per pũctum b, ipsis a/k/ & c/l/ parallela ducatur b/m: per eandem trigesimamprimam primi. His ita constructis, quoniam supplementum g/k, æquum est suppleméto d/l, per quadragesimãtertiam ipsius primi: addatur commune a/h. totum ergo a/g, toti a/l/ rectangulo, per secundam communem sententiã erit æquale. At c/m/ eidem a/l/ est æquale, per trigesimãsextã eiusdẽ primi: sunt enim in basibus æqualibus a/c/ & c/b, & in eisdem parallelis a/b/ & k/m. Et a/g/ igitur ipsi c/m, per primam communem sententiam est æquale. Addatur rursum commune rectangulum d/l. Et d/m/ igitur rectangulum, per eandem secundã cómũnem sententiam, æquabitur gnomoni g/a/l. Atqui d/m/ rectãgulum æquum est ei quod sub a/d/ & d/b/ continetur: quadratum est enim a/h, per corollarium quartæ propositionis huius: & æqualis propterea a/d/ ipsi d/h, sub qua & d/b, ipsum d/m/ cóprehenditur rectangulũ. Quod igitur sub a/d/ & d/b/ continetur rectangulum, æquum est gnomoni g/a/l. Addatur tandem commune quadratum h/f. Comprehensum igitur sub a/ d/ & d/ b/ rectangulum, vnà cum quadrato h/f, æquum est gnomoni g/a/l, atque ipsi quadrato h/f. Quadratũ porrò h/f, æquum est ei quod sub d/c/ medio sectionum: fit enim ex h/l, quæ ipsi d/c, per trigesimãquartã primi est æqualis. Quod igitur sub a/d/ & d/b/ cótinetur rectangulũ,

Cóstructio figuræ.

Demóstratio theorematis.



vnà cum quadrato quod ex d/c, æquum est gnomoni g/a/l,atque ipsi quadrato h/f. Ipsis demum g/a/l/gnomoni & quadrato h/f, æquum est a/c/e/f,quod à dimidia a/c/descriptum est quadratum. Rectangulum igitur comprehẽsum sub a/d/ & d/b/ inæqualibus sectionibus,vnà cum quadrato quod à medio sectionũ d/c, æquum est ei quod ex a/b/dimidia fit quadrato. Si recta igitur linea,& quæ sequũtur reliqua: vt in theoremate. Quod ostendendum susceperamus.

Θεώρημα ς, Πρόθεσις ς.

Ἐὰν εὐθεῖα γραμμὴ τμηθῇ δίχα, προστεθῇ δέ τις αὐτῇ εὐθεῖα ἐπ' εὐθείας, τὸ ἀπὸ τῆς ὅλης σὺν τῇ προσκειμένῃ, καὶ τῆς προσκειμένης περιεχόμενον ὀρθογώνιον, μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς ἡμισείας τετραγώνου, ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς συγκειμένης ἔκ τε τῆς ἡμισείας καὶ τῆς προσκειμένης ὡς ἀπὸ μιᾶς ἀναγραφέντι τετραγώνῳ.

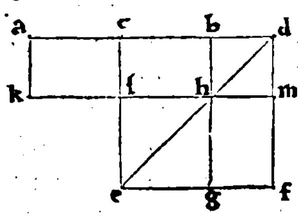
Theorema 6, Propositio 6.

SI recta linea bifariam secetur,adijciatúrque ei aliqua recta linea in rectum:rectangulum comprehensum sub tota cum apposita & apposita,vnà cum quadrato quod fit à dimidia, æquum est ei quod ex conie cta ex dimidia & apposita,tãquàm ex vna descripto quadrato. 6

ORONTIVS. ¶Esto a/b/linea recta,secta bifariã in puncto c: cui recta quædam linea b/d/in directum adijciatur.Dico,quod sub a/d,& d/b/ comprehensum rectãgulum,vnà cum eo quod ex c/b/quadrato:æquũ est quadrato quod ex c/d. Fiat enim ex c/d/quadratum c/d/e/f,per quadragesimamsextam primi: & connectatur e/d/per primum postulatum.Per punctum insuper b, vtrique c/e/& d/f,per trigesimamprimam eiusdem primi,parallela ducatur b/g,quæ secet dimetientem e/d/in puncto h. Rursum per punctum h,ducatur k/l/m,ipsis a/d/& e/f/parallela: necnon per a/punctũ, vtriq; c/l/& d/m/ parallela a/k, per eandem trigesimamprimam primi. Cùm igitur a/c/ æqualis sit ipsi c/b/per hypothesin, & a/d/ipsi k/m/parallela: æquum est a/l/parallelogrammum,ipsi c/h/parallelogrammo, per trigesimamsextam primi. Eidem porrò c/h, æquum est h/f/supplemẽtum: per quadragesimamtertiam eiusdem primi.Et a/l/ igitur ipsi h/f, per primam communem sententiam est æquale. Addatur vtrique æqualium commune c/m. totum igitur a/m/ rectangulum, gnomoni l/ d/ g, per secundam communem sententiam æquabitur. Atqui a/m/ est æquale ei,quod sub a/d/ & d/ b/ comprehenditur rectangulo: continetur enim sub a/d/& d/m,quæ est æqualis ipsi d/b, nam b/ m/ quadratũ est,per corollarium quartæ huius secundi. Comprehensum igitur sub a/d/& d/b/rectangulum, æquum est gnomoni l/ d/g. commune rursum addatur l/g,quod per idem corollarium quartæ huius est quadratum. Quod igitur sub a/d/& d/b/cõtinetur rectangulum,vnà cum l/g/quadrato:æquũ est gnomoni l/d/g,& eidem quadrato l/g. Ipsis porrò gnomoni l/d/g, & quadrato l/ g: æquum est c/d/e/f/ quadratum.& quadratum l/g, æquũ est ei quod ex c/b: est enim l/h/(ex qua fit ipsum l/g/ quadratum)æqualis ipsi c/b,per trigesimamquartã primi. Rectangulũ igitur sub a/d,hoc est sub tota a/b/cum adposita b/d,& ipsa b/d/adposita comprehensum,vnà cum quadrato quod fit à dimidia c/b: æquũ ei est quod fit ex c/d,hoc est ex dimidia c/b, & adposita b/d, tanquàm ex vna descripto quadrato. Quod demonstrare fuerat operæpretium.

Figuræ compositio.

Ostensionis deductio.



Θεώρημα ζ, Πρόθεσις ζ.

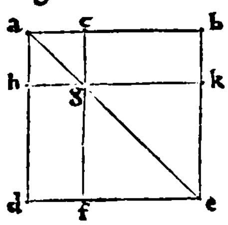
Ἐὰν εὐθεῖα γραμμὴ τμηθῇ ὡς ἔτυχε, τὸ ἀπὸ τῆς ὅλης καὶ ἀφ' ἑνὸς τῶν τμημάτων τὰ συναμφότερα τετράγωνα ἴσα ἐστὶ τῷ τε δὶς ὑπὸ τῆς ὅλης καὶ τοῦ εἰρημένου τμήματος περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ, καὶ τῷ ἀπὸ τοῦ λοιποῦ τμήματος τετραγώνῳ.

Theorema 7. Propoſitio 7.

7 SI recta linea ſecetur vtcunque: quod à tota & ab vno ſegmentorum vtraque fiunt quadrata, æqualia ſunt rectangulo comprehenſo bis ſub tota & dicto ſegmento, & ei quod à reliquo ſegmento fit quadrato.

ORONTIVS. ¶Data enim recta linea a/b, vtcunq; ſecetur in puncto c. Aio ex tota a/b, & vno ſegmentorũ, vtpote a/c, vtraq; deſcripta quadrata: æqualia fore ei quod bis ſub a/b/ & a/c/ cõtinetur rectangulo, & ei quod ex c/b/ fit quadrato. Ex ipſa enim a/b, deſcribatur quadratum a/b/d/e, per quadrageſimamſextam primi: & connectatur a/e/ dimetiens, per primum poſtulatum. Per punctum deinde c, ducatur c/f/ ipſis a/d/ & b/e/ parallela, ſecans a/e/ dimetientem in g. & per idem punctũ g, vtrique a/b/ & d/e/ parallela rurſum ducatur h/k: per trigeſimamprimam primi. Figuræ præparatio.

Erunt igitur h/c/ & f/k/ parallelogramma, circa dimetientem a/e/ cõſiſtentia, quadrata: per quartæ huius corollarium. Et quoniam c/k/ & h/f/ ſupplementa, ſunt per quadrageſimamtertiam ipſius primi adinuicem æqualia. addatur vtrique, commune quadratum h/c. Totum igitur a/k, toti a/f, per ſecundam communem ſententiam erit æquale. Eſt autem a/k/ æquum ei quod ſub tota a/b, & ſegmento a/c/ continetur rectangulo: nam a/c, ipſi a/h, per quadrati diffinitionem eſt æqualis. Rectangulis itaque a/k/ & a/f/ æquum eſt id, quod bis ſub a/b/ & a/c/ continetur rectangulum. Eiſdẽ porrò a/k/ & a/f/ rectangulis, æquatur gnomon f/a/k, & quadratũ inſuper h/c (bis enim cum ipſis a/k/ & a/f/ rectangulis, includitur quadratum h/c) gnomon igitur f/a/k, vnà cũ quadrato h/c, æqualis eſt ei quod bis ſub a/b/ & a/c/ comprehẽditur rectangulo. Addatur rurſum cõmune quadratum f/k. Gnomon igitur f/a/k, vnà cum quadratis h/c/ & f/k: ei quod bis ſub a/b/ & a/c/ cõtinetur rectangulo, & ipſi quadrato f/k/ eſt æqualis. Atqui f/a/k/ gnomoni, & quadrato f/k: æquum eſt a/b/d/e/ quadratum. Igitur quadratum a/b/d/e, vnà cum quadrato h/c: æquum eſt cõprehenſo bis ſub a/b/ & a/c/ rectangulo, & ipſi f/k/ quadrato. Sed a/b/d/e/ quadratũ, ex tota a/b/ deſcriptũ eſt. & h/c/ quadratum, id quod ſub a/c/ ſegmento. f/k/ autem æquale ei, quod fit ex reliquo ſegmento c/b: fit enim ex g/k, quæ ipſi c/b, per trigeſimamquartã primi eſt æqualis. Quod igitur ex tota a/b/ & ſegmento a/c/ vtraq; fiunt quadrata: æqualia ſunt rectangulo comprehenſo bis ſub tota a/b, & dicto ſegmẽto a/c, & ei quod ſub reliquo ſegmento c/b/ fit quadrato. Si recta igitur linea: &c. vt in theoremate. Quod oportuit oſtendiſſe. Demõſtratio theorematis.



Θεώρημα η, Πρόθεσις η.

Ἐὰν εὐθεῖα γραμμὴ τμηθῇ ὡς ἔτυχε, τὸ τετράκις ὑπὸ τῆς ὅλης καὶ ἑνὸς τῶν τμημάτων περιεχόμενον ὀρθογώνιον μετὰ τοῦ ἀπὸ λοιποῦ τμήματος τετραγώνου, ἴσον ἐστὶ τῷ τε ἀπὸ τῆς ὅλης καὶ τοῦ εἰρημένου τμήματος, ὡς ἀπὸ μιᾶς ἀναγραφέντι τετραγώνῳ.

Theorema 8, Propoſitio 8.

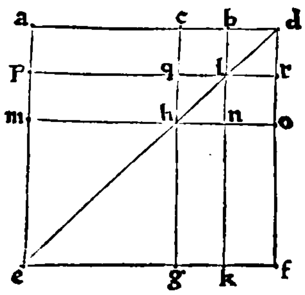
8 SI recta linea ſecetur vtcunque: rectangulum comprehenſum quater ſub tota & vno ſegmentorum, cũ eo quod ex reliquo

ſegmento eſt quadrato, æquum eſt ei quod fit ex tota & prædicto ſegmento tanquam ab vna deſcripto quadrato.

ORONTIVS. ¶ Eſto a/b/ recta linea, vcunque ſecta in puncto c. dico quòd rectangulum quater ſub tota a/b, & vno ſegmentorũ, vtpote b/c/ comprehenſum, vnà cum quadrato quod fit ex a/c: æquum eſt ei, quod ex a/b/ & eodem ſegmento b/c, tanquam ab vna deſcribitur quadrato. Producatur enim a/b/ in directum verſus d, per ſecundum poſtulatum: & ponatur b/d/ æqualis ipſi b/c, per tertiam primi. Ex a/d/ autem deſcribatur quadratũ a/d/e/f, per quadrageſimamſextam eiuſdem primi: & connectatur dimetiens e/d, per primum poſtulatum. Per trigeſimamprimam deinde ipſius primi, per c/ & b/ puncta, ipſis a/e/ & d/f/ parallelæ ducãtur c/g/ & b/k, dimetiẽtem e/d/ ſecantes in pũctis h, l: & per eandem trigeſimãprimam, per puncta h/ & l, ipſis a/d/ & e/f/ parallelæ rurſum ducantur m/n/o/ & p/q/r. Et quoniam per conſtructionem c/b/ ipſi b/d/ eſt æqualis: & q/l/ ipſi c/b, necnon l/r, ipſi b/d, per trigeſimamquartam primi. Eſt igitur q/l/ æqualis ipſi l/r, per primam communem ſententiam: quæ enim æqualibus æqualia ſunt, ea ſunt æqualia adinuicem. & h/n/ cõſequenter, ipſi n/o/ itidem concludetur æqualis. Parallelogrammum itaque b/r/ æquũ eſt ipſi c/l, & proinde q/n/ ipſi l/o/ parallelogrammo æquale, per trigeſimamſextam ipſius primi: ſunt enim b/r/ & c/l/ in æqualibus baſibus, ac in eiſdem parallelis conſtituta, ſimiliter & q/n/ atque l/o. Atqui c/l/ & l/o/ ſupplemẽta eorum quæ circa dimetientem h/d/ ſunt parallelogrammorum, per quadrageſimamtertiam eiuſdem primi æqualia ſunt adinuicem. Igitur b/r/ & q/n/ parallelogramma, æquis ſunt æqualia parallelogrãmmis: & æqua propterea adinuicẽ, per eandem primam communem ſententiam. Quatuor igitur b/r, c/l, l/o, & q/n, ſunt adinuicem æqualia: & quadrupla conſequenter ipſius c/l. Inſuper quoniam b/r/ & q/n/ parallelogrãma, per corollarium quartæ huius ſunt quadrata: æqualis eſt b/l/ ipſi b/d, & q/h/ ipſi q/l, per ipſius quadrati diffinitionem. Eidem porrò b/d/ æqualis eſt c/b, per cõſtructionem: & b/l/ igitur ipſi c/b, per primã communem ſententiã eſt æqualis. Ipſi rurſum c/b/ æqualis eſt q/l, necnon c/q/ ipſi b/l/ æqualis, per trigeſimamquartam primi: & c/q/ igitur ipſi q/l, per eandem cõmunem ſententiã eſt æqualis. at q/h, eidem q/l/ æqualis præoſtenſa eſt: & c/q/ igitur, ipſi q/h, per ipſam primam communẽ ſententiam eſt æqualis. Patuit autẽ, quòd & h/n/ ipſi n/o/ itidem æqualis eſt. Parallelogrammum igitur a/q/ ipſi p/h, necnon h/k/ ipſi n/f/, per trigeſimamſextã primi coæquatur: ſunt enim a/q/ & p/h/ in baſibus æqualibus/ ac in eiſdẽ parallelis, ſimiliter & h/k/ atq; n/f/ conſtituta. Ipſa verò p/h/ & h/k, ſunt rurſum adinuicẽ æqualia, per quadrageſimãtertiam ipſius primi: nempe ſupplementa eorũ, quæ circa dimetientẽ e/l/ ſunt parallelogrammorum. Et a/q/ igitur & n/f/ parallelogramma, æqualibus ſunt æqualia parallelogrãmis: & æqualia propterea adinuicẽ, per primã communẽ ſententiã. Quatuor igitur a/q, p/h, h/k, & n/f, æqualia ſunt adinuicem: & quadrupla conſequenter ipſius a/q/ parallelogrãmi. Oſtenſum eſt autem, quod & b/r, c/l, l/o, & q/n, quadruplũ ſunt ipſius c/l. Octo igitur parallelogrãma, m/d/g/ gnomonẽ conſtituentia, quadruplum efficiunt totius a/l/ parallelogrãmi. Eſt autẽ a/l/ parallelogrãmũ, ei quod ſub a/b/ & b/c/ cõtinetur rectangulo æquale: nam b/l, ipſi b/c, æqualis oſtẽſa eſt. Rectangulum igitur quater ſub a/b/ & b/c/ cõprehenſum, æquum eſt gnomoni m/d/g. Addatur commune quadratum m/g. Quater igitur ſub a/b/ & b/c/ comprehenſum rectangulũ, vnà cũ quadrato m/g: æquatur gnomoni m/d/g, & eidem m/g/ quadrato.

Figuræ cõſtructio.

Demõſtratio theorematis.



Ipsis porrò gnomoni m/d/g,& quadrato m/ g: æquum est quadratū a/d/e/f.Comprehēsum igitur quater sub a/b/& b/d/rectangulū,vnà cum quadrato m/g:æquum est,per primam communem sententiam,ipsi quadrato a/d/e/f.Atqui m/g/quadratum æquum est ei, quod ex a/c: fit enim ex m/h, quæ eidem a/c, per trigesimamquartam primi,est æqualis.Quadratum autē a/d/e/f, æquum est ei,quod ex a/b/& b/c/tanq̄ ex vna describitur quadrato:data est enim b/d,ipsi b/c/æqualis. Si recta igitur linea a/b,secetur vtcunque in puncto c:rectangulum comprehensum quater sub tota a/b/& segmento b/c, cum eo quod ex reliquo segmento a/c/ est quadrato, æquum est ei quod fit sub tota a/b,& prædicto segmento b/c/,tanquam ex vna descripto quadrato.Quod demonstrare fuerat operæpretium.

Θεώρημα θ, Πρόθεσις θ.

Ἐὰν εὐθεῖα γραμμὴ τμηθῇ εἰς ἴσα καὶ ἄνισα, τὰ ἀπὸ τῶν ἀνίσων τῆς ὅλης τῶν τμημάτων τετράγωνα, διπλάσιά ἐστι τοῦ τε ἀπὸ τῆς ἡμισείας καὶ τοῦ ἀπὸ τῆς μεταξὺ τῶν τομῶν τετραγώνου.

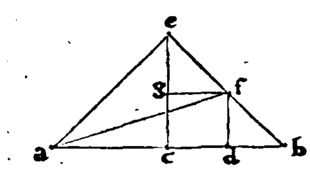
Theorema 9, Propositio 9.

9 SI recta linea secetur in æqualia & nō æqualia: quæ ab inæqualibus totius segmenti fiunt quadrata, dupla sunt eius quod à dimidia,& eius quod à medio sectionum fit quadratorum.

ORONTIVS. ¶Secetur enim a/b/recta bifariam,in puncto c:& in non æqualia,in d.Aio quòd descripta ex a/d/& d/b/quadrata,dupla sunt eorum quæ ex a/c/ & c/d fiunt quadratorum. A dato enim puncto c, datæ rectæ lineæ a/b, recta linea c/e/ad rectos excitetur angulos,per vndecimā primi:& vtrique ipsarum a/c/& c/b/ ponatur æqualis,per tertiā eiusdem primi.Connectātur deinde a/e/& e/b, per primum postulatū.Per punctū insuper d,ipsi c/e/ducatur parallella d/f: atq; per punctum f,ipsi a/b/parallela ducatur f/g,per trigesimamprimā ipsius primi.connectatur tandem a/f, per idem primū postulatum. Cùm igitur a/c/sit æqualis ipsi c/e: erit per quintam primi, angulus c/a/e,æqualis angulo a/e/c. Et quoniam trianguli e/a/c/tres anguli,sunt æquales duobus rectis,per trigesimamsecundam ipsius primi,rectus est autē qui ad c:reliqui igitur anguli c/a/e/& a/e/c,vni recto sunt æquales.sunt autē æquales adinuicem,vterque igitur c/a/e/& a/e/c,recti dimidius est.Et proinde vterq; eorū qui ad basin e/b, isosceles e/c/b, dimidius est recti.Itaq; totus

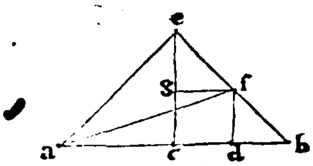
Vt construenda figura.

Primus demōstratiōis progressus.



a/e/b/angulus,rectus est.Rursum,quoniam e/g/f/trianguli tres anguli,binis rectis sunt æquales,per eandē trigesimamsecūdam primi. rectus est autem qui ad g: nam æqualis interiori & opposito ad easdem partes,qui ad c, per vigesimamnonam primi.dimidius item recti est,qui sub g/e/f.Reliquus igitur qui sub e/f/g, recti itidem est dimidius.Ambo igitur eidem,vtpote dimidio vnius recti,sunt æquales:& æquales propterea adinuicem,per primam communem sententiam.Et latus consequenter e/g/lateri g/f/æquale,per sextā primi.Haud dissimili via,latus f/d,lateri d/b/cōcluditur æquale. His ita præostensis,quoniam a/c/æqualis est ipsi c/e:æquū est quadratū quod fit ex a/c,ei quod ex c/e,fit quadrato:per corollariū quadragesimæsextæ ipsius primi.Eis porrò quæ ex a/c/ & c/e/fiunt quadratis,æquū est quod ex a/e/ describitur, per quadragesimamseptimam eiusdem primi:& propterea duplū eius quod fit ex a/c. quod enim binis æqualibus est æquale,alterutrius æqualiū duplum est. Item quoniam æqualis est e/g/ipsi g/f:æquum est rursum per idem corollariū, descriptum ex e/g/quadratum,ei quod fit ex g/f. Eisdem porrò quadratis quæ ex e/g/& g/f,æquum est quod fit ex e/f, per eandem penultimam primi.Duplum est

Secūd⁹ & principalis processus demōstrationis.



igitur quod ex e/f/quadratum, eius quod ex g/f/describitur. Atqui g/f/ipsi c/d/est æqualis, per trigesimãquartam primi: & ab æqualibus rectis, æqualia describuntur quadrata, per corollariũ ipsius quadragesimæsextæ primi libri. Quod igitur ex e/f/ quadratum, duplum est eius quod fit ex c/ d. Ostensum est autem, descriptũ ex a/e/quadratum, duplum fore eius quod ex a/c. Descripta igitur ex a/e/& e/f/ quadrata, dupla sunt eorum quæ ex a/c/ & c/d/ fiunt quadratorum. Eis porrò quæ ex a/e/& e/f/quadratis, æquum est id quod ex a/f/describitur, per quadragesimamseptimam primi: rectus est enim angulus a/e/ f. Descriptũ igitur ex a/f/ quadratum, duplum est eorum quæ ex a/c/& c/d/ fiunt quadratorum. Ei rursum quod ex a/f/ describitur quadrato, æqua sunt quæ ex a/d/& d/f/quadrata, per eandem quadragesimamseptimam primi: rectus est enim angulus qui ad d, per vigesimamnonã ipsius primi. Quæ igitur ex a/d/& d/f/ vtraq; quadrata, dupla sunt eorum quæ ex a/c/& c/d/fiunt quadratorũ. Atqui d/f/æqualis est ipsi d/b: & ab æqualibus lineis, æqualia describũtur quadrata, per allegatũ quadragesimæsextæ primi corollariũ. Descripta igitur ex a/d/& d/b/ quadrata, eorũ quæ ex a/c/& c/d/fiunt quadratorũ dupla sunt.

Si recta igitur linea: &c. vt in theoremate. Quod ostendendum susceperamus.

Θεώρημα ι, Πρόθεσις ι.

Ἐὰν εὐθεῖα γραμμὴ τμηθῇ δίχα, προστεθῇ δέ τις αὐτῇ εὐθεῖα ἐπ' εὐθείας, τὸ ἀπὸ τῆς ὅλης σὺν τῇ προσκειμένῃ καὶ τὸ ἀπὸ τῆς προσκειμένης τὰ συναμφότερα τετράγωνα, διπλάσιά ἐστι τοῦ τε ἀπὸ τῆς ἡμισείας καὶ τοῦ ἀπὸ τῆς συγκειμένης, ἔκ τε τῆς ἡμισείας καὶ τῆς προσκειμένης, ὡς ἀπὸ μιᾶς ἀναγραφέντος τετραγώνου.

Theorema 10, *Propositio* 10.

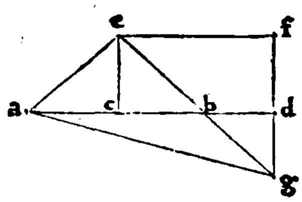
SI recta linea secetur bifariã, apponatur autẽ ei quæpiã recta linea in rectum: quod ex tota cum apposita, & quod ex apposita vtraq; quadrata, dupla sunt eius quod ex dimidia, & eius quod ex adiacẽte dimidia & adiuncta, tanq̃ ex vna descriptorũ quadratorũ. 10

ORONTIVS. ¶Data enim a/b/recta linea, bifariam secetur in c: addatúrq; ei in directum recta quædam linea b/d. Aio quòd ex a/d/& d/b/vtraque quadrata, dupla sunt eorum quæ ex a/c/& c/d/fiunt quadratorum. Excitetur enim per vndecimam primi, à puncto c/datæ rectæ lineæ a/d, ad angulos rectos c/e: ponatúrque vtriq; a/c/& c/b/æqualis, per tertiam ipsius primi. connectantur deinde a/e/ & e/b, per primũ postulatum. Et per e/punctum, ipsi a/d/parallela ducatur e/ f: necnon & per punctum d, ipsi c/e/parallela/d/f, per trigesimamprimam eiusdem primi. In parallelas igitur c/e/& d/f, recta linea incidens e/f, interiores & ad easdem partes angulos c/e/f/& e/f/d, binis rectis per vigesimamnonam primi, efficit æquales. Atqui b/e/f/angulus, minor est ipso c/e/ f: duo itaque anguli b/e/f/& e/f/d, à recta e/f, in b/e/& d/f/rectas incidente causati, binis rectis sunt minores. Productæ igitur e/b/ & f/d, ad partes b, d, tandem concurrent, per quintum postulatum. Producãtur igitur, per secundum postulatũ: & conueniant in puncto g. & connectatur a/g, per primum postulatum. Cùm igitur a/c/sit æqualis ipsi c/e: erit per quintam primi angulus c/a/e/æqualis angulo a/e/c. Et quoniam trianguli e/a/c/tres anguli, binis sunt rectis æquales, per trigesimamsecundam primi: rectus est autem, qui ad c. Reliqui igitur c/a/e/& e/a/c/anguli, vni recto sunt æquales: qui cùm sint æquales adinuicẽ, vterq; dimidius est recti. Et vterq; propterea c/e/b/& e/b/c, qui ad basin e/ b, isosceelis e/c/b, recti dimidius est. Ergo totus a/e/b/angulus est rectus. Insuper, quoniã

Cõstructio figuræ.

Ostẽsio theorematis.

per trigeſimamſecundam primi,trianguli b/d/g/ tres anguli, ſunt æquales duobus rectis:rectus autem eſt qui ad d/(nam æqualis alterno e/c/d,per vigeſimamnonam primi) & d/b/g/ recti dimidius eſt (æqualis ſiquidem ad verticem poſito c/b/e, per quindecimam ipſius primi)reliquus igitur angulus b/g/d, dimidius itidem eſt recti.Ambo ergo d/b/g/ & b/g/ d/ anguli, eidem (hoc eſt dimidio vnius recti)ſunt æquales:& æquales propterea adinuicẽ, per primam communẽ ſententiã.hinc b/d/ latus,ipſi d/g/lateri,per ſextam primi reſpondenter æquatur. Præterea, quoniam e/f/g/trianguli tres anguli, binis rectis, per eandem trigeſimamſecundam primi, ſunt rurſum æquales : rectus eſt autẽ qui ad f,(nam æqualis oppoſito qui ad c, per trigeſimamquartam eiuſdem primi)& e/g/f/recti dimidius eſt. reliquus igitur f/e/g/ dimidius itidem eſt recti. Aequalis igitur eſt angulus f/e/g,ipſi e/g/f,per primam communem ſententiam:& latus conſequenter e/f/lateri f/g,per ſextam primi æquale. His ita demõſtratis,quoniã æqualis eſt a/c/ipſi c/e:quod igitur ex a/c/quadratũ, æquum eſt ei quod ex c/e/fit quadrato,per corollarium quadrageſimæſextæ ipſius primi.Eis porrò quæ ex a/c/& c/e/fiunt quadratis:æquũ eſt id,quod ex a/e/ deſcribitur,per quadrageſimamſeptimam primi. Quod igitur ex a/e/fit quadratum, duplum eſt eius quod ex a/c. Item,quoniam æqualis eſt e/ f, ipſi f/g: quæ ab ipſis deſcribuntur quadrata, ſunt rurſum adinuicem æqualia.Eiſdem porrò quæ ex e/f/& f/g/fiunt quadratis,æquum eſt ex e/g/deſcriptum quadratum,per eandem quadrageſimamſeptimam primi:rectus eſt enim qui ad f/angulus. Quod igitur ex e/g/fit quadratum,duplum eſt eius quod ex e/f.Aequalis autem eſt e/f/ipſi c/d,per trigeſimamquartã primi:& quæ ab æqualibus rectis deſcribuntur quadrata, æqualia ſunt adinuicem,per ipſum quadrageſimæſextæ primi corollarium.Quod igitur ex e/g/ fit quadratum,duplum eſt eius quod ex c/d.Oſtendimus autem deſcriptũ ex a/ e/ quadratum,duplũ itidem fore eius quod fit ex a/c.Quæ igitur ex/a/e/& e/g/vtraq; quadrata,dupla ſunt eorum quæ ex a/c/& c/ d/ fiunt quadratorum. Eis autẽ quæ ex a/e/& e/g/fiunt quadratis,æquũ eſt rurſum quod ex a/g/deſcribitur,per ipſam quadrageſimamſeptimam primi:rectus eſt enim a/e/g,angulus.Deſcriptum itaque ex a/g/quadratum,duplum eſt eorum quæ ex a/c/& c/d/ fiunt quadratorum.Ei demũ quod ex a/ g/ fit quadrato, æqualia ſunt quæ ex a/d/& d/g/ quadrata deſcribuntur, per ſæpius allegatã quadrageſimamſeptimã primi:quoniam a/d/g/ angulus rectus eſt.Ergo deſcripta ex a/d/& d/g/quadrata,eorũ quæ ex a/c/& c/d/fiunt quadratorũ dupla ſunt.Aequalis porrò oſtenſa d/b,ipſi d/g:& vnius propterea quadratum,alterius quadrato æquũ fore neceſſum eſt. Quod igitur ex tota a/b/cũ adpoſita b/d, & quod ex eadem b/d/adpoſita vtraq; quadrata:dupla ſunt eius quod ex a/c/dimidia,& eius quod ex adiacente dimidia c/b/& adiuncta b/d/tanquàm ex vna deſcriptorum quadratorum. Quod demonſtrare oportebat.



Demõſtrationis reſolutio.

Πρόβλημα α, Πρόθεσις ια.

Τὴν δοθεῖσαν εὐθεῖαν τεμεῖν, ὥστε τὸ ὑπὸ τῆς ὅλης καὶ τοῦ ἑτέρου τῶν τμημάτων περιεχόμενον ὀρθογώνιον, ἴσον εἶναι τῷ ἀπὸ τοῦ λοιποῦ τμήματος τετραγώνῳ.

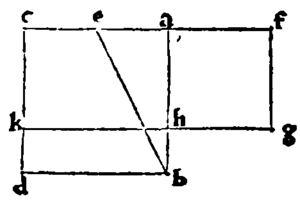
Problema I, *Propoſitio* II.

11 DAtam rectam lineã ſecare:vt quod ex tota & altero ſegmento comprehenſum rectangulum,æquũ ſit ei quod fit ex reliquo ſegmento quadrato.

ORONTIVS. ¶Eſto recta linea a/b:quam oporteat ita ſecare,vt quod ex tota a/b,& altero ſegmēto comprehendetur rectangulum, æquum ſit ei quod à reliquo ſegmento fiet quadrato: Ex a/b/igitur,deſcribatur quadratū a/b/c/d, per quadrageſimamſextam primi.Ipſa poſtmodùm c/a,bifariam ſecetur in puncto e,per decimam ipſius primi.& per primum poſtulatum, connectatur e/ b/ recta. producatur deinde c/a/in rectū verſus f,per ſecundum poſtulatum:atq; ipſi b/e, ſecetur æqualis e/f,per tertiam primi. Per ipſam rurſum quadrageſimamſextam primi, deſcribatur ex a/f,quadratum a/f/g/h: & per idem ſecundum poſtulatū,producatur g/h/ directè in k. Secta eſt igitur a/b/in puncto h:idque tali ratione,vt quod ſub a/b/& b/h/comprehenditur rectangulum,æquum ſit ei quod ex a/h/fit quadrato. Recta

Confirmatio problematis.

enim linea c/a/ſecta eſt bifariam in puncto e,cui in rectum adpoſita eſt a/f:comprehenſum igitur ſub c/f/& f/a/rectangulum,vnà cum quadrato quod fit ex e/a,æquū eſt quadrato quod ex e/ f/ deſcribitur, per ſextam huius propoſitionem. Data eſt autem e/ f/ ipſi e/b/æqualis:& quæ ab æqualibus rectis quadrata deſcribuntur,ſunt adinuicem æqualia. Comprehenſum igitur ſub c/ f/ & f/ a/rectangulum, vnà cum quadrato quod fit ex e/a: æquum eſt ei quod ex e/b/deſcribitur quadrato. Quadrato rurſum quod fit ex e/ b, æqualia ſunt quæ ex e/a/ & a/b/ deſcribuntur quadrata, per quadrageſimamſeptimam primi.Rectangulum igitur quod ſub c/f/& f/a/continetur, vnà cum eo quod ab e/a/fit quadrato:æquatur eis,quæ ex e/a/& a/b/fiūt quadratis.Auferatur quadratum quod ex e/a/vtrique commune.Reliquum ergo quod ſub c/f/ & f/a/continetur rectangulum: æquum eſt ei quod ex a/b/deſcribitur quadrato,per tertiam cómunem ſententiā.Atqui a/b/c/d/ quadratum eſt id,quod fit ex a/b.& c/g/rectāgulum,æquum ei quod ſub c/f/ & f/a, continetur:æqualis eſt enim f/g/ipſi f/a, ſunt enim eiuſdem quadrati latera. Rectāgulum igitur c/g,æquum eſt quadrato a/b/c/d. Auferatur pars c/h, vtriq; communis.Reliquum itaq; rectangulum d/h, reliquo a/g/ quadrato, per eandem tertiam communem ſententiam eſt æquale.Porrò d/h/rectangulum,æquū eſt ei quod ſub a/b/& b/h ſegmento continetur:eſt enim b/d,ipſi a/b/æqualis, per ipſius quadrati diffinitionem.a/g/ verò, æquum eſt ei quod ex h/a/ reliquo ſegmento fit quadrato: deſcriptum eſt enim ex a/f,quæ ipſi a/h/rurſum æquatur.Comprehēſum ergo ſub a/b/& b/h/rectangulum, æquū eſt ei quod ex a/h/ fit quadrato. Data igitur recta linea a/ b, tali ratione ſecta eſt in puncto h : vt comprehenſum ſub tota a/b, & vno ſegmentorum(vtpote b/h) rectangulum, æquum ſit ei quod ex reliquo ſegmento h/a/fit quadrato.Quod faciendum ſuſceperamus.



Θεώρημα ια, Πρόθεσις ιβ.

ΕΝ τοῖς ἀμβλυγωνίοις τριγώνοις, τὸ ἀπὸ τῆς τὴν ἀμβλεῖαν γωνίαν ὑποτεινούσης πλευρᾶς τετράγωνον, μεῖζόν ἐστι τῶν ἀπὸ τῶν τὴν ἀμβλεῖαν περιεχουσῶν πλευρῶν τετραγώνων, τῷ περιεχομένῳ δὶς ὑπό τε μιᾶς τῶν περὶ τὴν ἀμβλεῖαν γωνίαν, ἐφ' ἣν ἐκβληθεῖσα ἡ κάθετος πίπτει, καὶ τῆς ἀπολαμβανομένης ἐκτὸς ὑπὸ τῆς καθέτου πρὸς τῇ ἀμβλείᾳ γωνίᾳ.

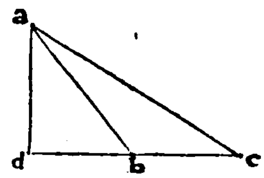
Theorema 11, *Propoſitio* 12.

IN obtuſiangulis triangulis, quod ab obtuſum angulū ſubtendente latere fit quadratum,maius eſt eis quæ fiunt ab obtuſum angulum comprehendētibus lateribus quadratis : cōprehenſo bis ſub vno eorum, quæ ſunt circa obtuſum angulum, in quod protractū cadit perpendicularis,& aſſumpto extrinſecus ſub perpendiculari ad obtuſum angulum. 12

ORONTIVS. ¶Sit triangulum obtusiangulum seu amblygonium a/b/c, habēs obtusum angulum qui ad b. producatur ergo c/b/latus in rectum versus d, per secundum postulatum: & per duodecimam primi, à dato puncto a, in productum latus c/b, perpendicularis ducatur a/d. Aio quod descriptum ex a/c/quadratum, eis quæ ex a/b/& b/c/fiunt quadratis, maius est, comprehēso bis sub d/b/& b/c/ rectangulo.

Cùm enim recta c/d, vtcunq; secta sit in b: descriptum igitur ex d/c/ quadratum, æquum est eis quæ ex d/b/& b/c/quadratis, & ei quod bis sub d/b/& b/c/cōprehenditur rectangulo, per quartam huius secundi. His autem æqualibus, addatur cōmune quadratum quod ex a/d. quæ igitur ex a/d/& d/c/vtraq; quadrata, æqua sunt eis quæ ex a/d, & d/b, & b/c/fiunt quadratis, & bis comprehenso sub d/b/ & b/c/rectangulo. Quadratis porrò quæ ex a/d/& d/b, æquum est id quod fit ex a/b, per quadragesimamseptimam primi: rectus est enim angulus qui ad d. Quadrata igitur quæ ex a/d/& d/c, eis quæ fiunt ex a/b/ & b/c/ quadratis sunt æqualia, & ei quod bis sub d/b/& b/c/ continetur rectangulo. Quadratis rursum quæ ex a/ d/ & d/c, æquum est quadratum quod ex/a/c, per eandem quadragesimamseptimam primi. Quod igitur ex a/ c/fit quadratum, æquū est eis quæ ex a/b/& b/c/ fiunt quadratis, & comprehenso bis sub d/b/& b/c/rectangulo. Superat igitur descriptum ex a/c/quadratum, ea quæ ex a/b/& b/c/fiunt quadrata: cōprehenso bis sub d/b/& b/c/rectāgulo. In obtusiangulis igitur, seu amblygonijs triangulis: & quæ sequuntur reliqua. Quod oportuit ostendisse.

Deductio theorematis.



Θεώρημα ιβ, Πρόθεσις ιγ.

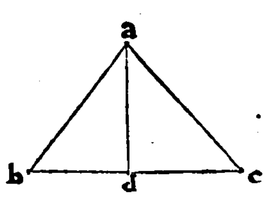
ΕΝ τοῖς ὀξυγωνίοις τριγώνοις τὸ ἀπὸ τῆς τὴν ὀξεῖαν γωνίαν ὑποτεινούσης πλευρᾶς τετράγωνον ἔλαττόν ἐστι τῶν ἀπὸ τῶν τὴν ὀξεῖαν γωνίαν περιεχουσῶν πλευρῶν τετραγώνων, τῷ περιεχομένῳ δὶς ὑπό τε μιᾶς τῶν περὶ τὴν ὀξεῖαν γωνίαν ἐφ' ἣν ἡ κάθετος πίπτει, καὶ τῆς ἀπολαμβανομένης ἐντὸς ὑπὸ τῆς καθέτου πρὸς τῇ ὀξείᾳ γωνίᾳ.

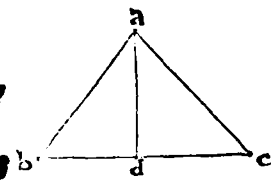
Theorema 12, *Propositio* 13.

13 IN oxygonijs triangulis, quod ex acutum angulum subtendente latere fit quadratū, minus est eis quæ ex acutum angulū comprehendētibus lateribus fiunt quadratis: comprehenso bis sub vno eorum, quæ sunt circa acutum angulum in quod perpendicularis cadit, & sumpto intus sub perpendiculari ad acutum angulū.

ORONTIVS. ¶Sit datum oxygonium, siue acutiangulum triangulum a/b/c, & datus in eo acutus angulus qui ad b. Ducatur itaq; in latus b/c, à puncto a, quod in eo non est, perpendicularis a/d: per duodecimam primi. Dico quadratum quod fit ex a/c, minus esse eis quæ ex a/b/& b/c/fiūt quadratis, comprehenso bis sub c/b/ & b/d/rectangulo. Recta siquidem linea b/c, secta est vtcunq; in pūcto d: quod igitur ex tota c/b/& segmento b/d/vtraq; quadrata, æqualia sunt comprehēso bis sub tota c/ b/& eodem segmēto b/d/ rectangulo, & ei quod ex reliquo segmēto d/c/ fit quadrato: per septimam huius secundi. Addatur ipsis æqualibus, cōmune quadratū quod fit ex a/d: quæ igitur ex c/b/& b/d/& d/a/fiunt quadrata, æqualia sunt comprehenso bis sub c/b/& b/d/ rectangulo, & eis quæ ex a/d/& d/c/fiunt quadratis, per secundam communem sententiā. Eis autem quæ ex b/d/ & d/a/ fiunt quadratis, æquum est id quod ex a/ b/ describitur, per quadragesimamseptimam primi: rectus

Sūmaria theorematis ostēsio.





eſt enim angulus qui ad/ d. Igitur quadrata quæ fiunt ex a/b/& b/c,æqualia ſunt bis ſumpto ſub c/b/& b/d/rectangulo, & eis quæ ex a/ d/ & d/ c/ fiunt quadratis. Eiſdem porrò quæ ex a/d/& d/c/fiunt quadratis,æquū eſt rurſum id quod ex a/c/deſcribitur,per eandem quadrageſimamſeptimā primi:rectus eſt enim, qui ſub a/d/c/angulus. Quæ igitur ex a/b/& b/c/vtraq; quadrata,æqua ſunt bis comprehenſo ſub c/b/& b/d/rectangulo,& ei quod ex a/c/eſt quadrato. Superatur ergo id quod ex a/c/fit quadratum,ab ijs quæ ex a/b/& b/c/fiunt quadratis,comprehenſo bis ſub c/b/& b/d/rectangulo. In oxygonijs itaq;,vel acutiāgulis triāgulis: &c.vt in theoremate. Quod oſtendere fuerat operæpretium.

Corollarium.

¶Hinc facilè colligitur,huiuſcemodi perpendicularem,in rectāgulis triangulis,neceſſariò coincidere ſuper ipſius trianguli latus,hoc eſt,neq; intra, neq; extra triangulum:in amblygonijs verò extra, & in oxygonijs intra. Non poteſt enim in amblygonijs neq; in oxygonijs,cum ipſo trianguli latere conuenire : obtuſus enim vel acutus angulus,foret æqualis recto,contra vndecimam & duodecimam diffinitionē primi.Similiter nec in amblygonijs intra,vel in oxygonijs extra poteſt incidere:tūc enim trianguli exterior angulus, minor eſſet interiore & ex oppoſito,contra decimamſextā ipſius primi. ¶Nec te fugiat inſuper, quòd hic de latere oxygonij proponitur triāguli:verum etiam habere,de quocunq; latere angulum acutum tam in rectangulis quàm amblygonijs triangulis ſubtendente.

Notandum.

Πρόβλημα β, Πρόθεσις ιδ.

ΤΩ δοθέντι εὐθυγράμμῳ ἴσον τετράγωνον συστήσασθαι.

Problema 2, Propoſitio 14.

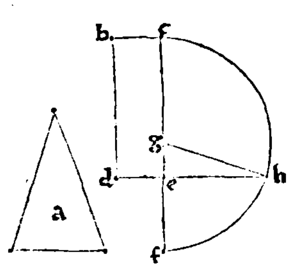
DAto rectilineo,æquum quadratum conſtituere. 14

Vt conſtituēda figura.

ORONTIVS. ¶Eſto datum rectilineū a:cui oporteat æquale quadratum conſtituere. In primis ergo ipſi a/rectilineo,æquale conſtituatur parallelogrammum rectangulum b/c/d/e:per quadrageſimamquintam primi. Si igitur c/e/& e/d/latera fuerint adinuicem æqualia:conſtabit iam ipſius problematis intentio,erit enim b/c/d/e/parallelogrammum quadratum.At ſi latus c/e/ ipſi e/d/non fuerit æquale,alterum eorum erit maius:eſto maius c/e.Producatur igitur c/e/in rectum verſus f, per ſecundum poſtulatum: detúrque e/f, ipſi e/d/æqualis,per tertiam primi.

Recta inſuper c/f/diuidatur bifariam in puncto g,per decimam eiuſdem primi. Et centro g,interuallo autem g/c/aut g/f,ſemicirculus deſcribatur c/h/f:per tertiū poſtulatum.Et per ſecundum poſtulatum,producatur d/e/in rectum vſque ad h:& connectatur g/h/recta,per primum poſtulatum. His ita conſtructis,quoniam recta linea c/ f/ ſecta eſt in æqualia in g/ & in non æqualia in puncto e:rectangulum igitur comprehenſum ſub c/ e/ & e/ f, vnà cum quadrato quod ex e/ g, æquum eſt ei quod à dimidia g/ f/ deſcribitur quadrato, per quintam huius. Aequalis eſt autem g/ f/ ipſi g/ h, per decimamquintam diffinitionem primi : & ab æqualibus lineis rectis, æqualia deſcribuntur quadrata, per corollarium quadrageſimæſextæ primi.Comprehenſum igitur ſub c/e/& e/f/rectangulum,vnà cum quadrato quod ab e/g:æquum eſt ei quod ex g/h/fit quadrato.Ei porrò quod ex g/h/fit quadrato,

Demōſtratur problema.



æqualia ſunt ea, quæ ex g/e/ & e/h/ deſcribuntur, per quadrageſimamſeptimam primi: rectus eſt enim angulus qui ad e, per decimamtertiam, aut vigeſimamnonam ipſius primi. Comprehenſum igitur ſub c/e/ & e/f/ rectangulum, vnà cum eo quod ex g/e/ fit quadrato: æquum eſt ijs, quæ ab eadem g/e/ & ipſa e/h/ fiunt quadratis. Tollatur id quod ex g/e/ fit quadratum, vtriſque æqualibus commune. Reliquum igitur rectangulum ſub c/e/ & e/f/ comprehenſum, æquum erit deſcripto ex e/h/ quadrato: per tertiam communem ſententiam. Ipſi porrò ſub c/e/ & e/f/ comprehenſo rectangulo, æquum eſt b/c/d/e/ parallelogrammum: ipſa enim e/f, data eſt æqualis e/d. Igitur b/c/d/e/ parallelogrammo, æquum eſt id quod ex e/h/ fit quadratum, per primam communem ſententiam. Eidem rurſum b/c/d/e/ parallelogrammo, æquum eſt datũ a/rectilineum, per conſtructionem. Per eandem itaque primam communem ſententiã, dato a/rectilineo: æquũ eſt id quod ex e/h/ fit quadratum.

Quod fuerat conſtituendum.

Secundi Libri Geometricorum Elementorum

FINIS.

Orontij Finei Delphinatis, Regii Mathematicarum Professoris, In Tertium elementorum Euclidis, Demonstrationes.

ΕΥΚΛΕΙΔΟΥ ΣΤΟΙΧΕΙΟΝ ΤΡΙΤΟΝ.

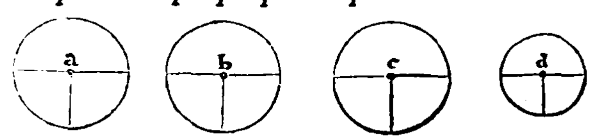
Ἴσοι κύκλοι εἰσίν, ὧν αἱ διάμετροι εἰσὶν ἴσαι, ἢ ὧν αἱ ἐκ τῶν κέντρων ἴσαι εἰσίν.

Diffinitiones.

Aequales circuli: sunt quorũ dimetiẽtes sunt æquales, vel quorum quæ ex centris sunt æquales. 1

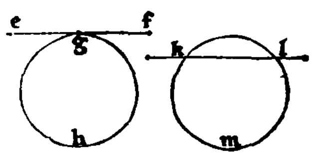
Circulorũ inæqualiũ contraria diffinitio.

Quales tibi repræsentant subscripti a/ & b/circuli. Hinc patet circulorum non æqualium diffinitio. quorum enim dimetientes, vel quæ ex centris fuerint inæquales: & ipsi quoque inæquales erunt circuli. Maior autẽ erit, cuius dimetiens, vel quæ ex centro maior: minor verò, cuius dimetiens, vel quæ ex centro minor extiterit. veluti sunt c/ & d/circuli: quorum c, maior est ipso d.



Εὐθεῖα κύκλου ἐφάπτεσθαι λέγεται, ἥτις ἁπτομένη τοῦ κύκλου καὶ ἐκβαλλομένη οὐ τέμνει τὸν κύκλον.

Recta linea circulum tangere dicitur: quæ circulũ tangens & eiecta, circulum non secat. 2



Quæ circulũ secat.

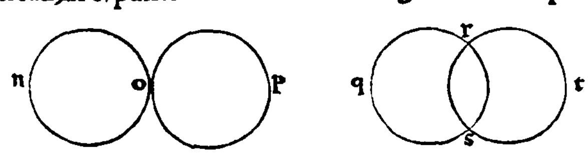
Hanc tibi repræsentat e/f, tangens circulum g/ h, in puncto quidem g. Quæ igitur cadit infra circulum: eiecta, circulum secare perhibetur. veluti recta k/ l, quæ datum k/ l/ m/circulum intersecat.

Κύκλοι ἐφάπτεσθαι ἀλλήλων λέγονται, οἵτινες ἁπτόμενοι ἀλλήλων, οὐ τέμνουσιν ἀλλήλους.

Circuli sese tangere adinuicem dicuntur: qui sese inuicem tangẽtes, se non inuicem secant. 3

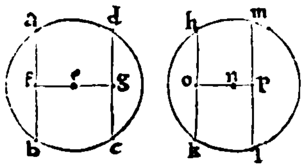
Circuli sese intersecãtes.

Quales esse videntur n/o/ & o/p/circuli, in o/puncto sese inuicem cõtingentes. Cùm porrò vnius circunferentia, alterius ingreditur circũferentiam: tunc huiuscemodi circuli, sese dicũtur intersecare. Veluti circuli q/ r/ s, & r/s/t, in punctis quidem r/ & s/ se mutuo intersecãtes.



Ἐν κύκλῳ ἴσον ἀπέχειν τοῦ κέντρου εὐθεῖαι λέγονται, ὅταν αἱ ἀπὸ τοῦ κέντρου ἐπ' αὐτὰς κάθετοι ἀγόμεναι ἴσαι ὦσιν. μεῖζον δὲ ἀπέχειν λέγεται, ἐφ' ἣν ἡ μείζων κάθετος πίπτει.

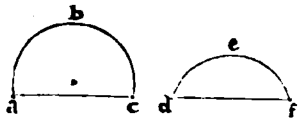
In circulo æqualiter distare à centro rectæ lineæ dicuntur: cùm à 4 centro in eas perpendiculares ductæ sunt æquales. Magis autē distare dicitur: in quam maior perpendicularis cadit.



Quemadmodùm in a/b/c/d/circulo, cuius centrum e, existētes lineæ rectæ a/b/& c/d, æqualiter ab eodem centro e/distare censentur: propterea quòd e/f/& e/g/perpendiculares, sunt inuicem æquales. In circulo porrò h/k/l/m, cuius cētrum n, h/ k/ plus distare dicitur à centro n, quàm l/ m : quoniam perpendicularis n/o, maior est n/p.

Τμῆμα κύκλου, ἐστὶ τὸ περιεχόμενον σχῆμα, ὑπό τε εὐθείας καὶ κύκλου περιφερείας.

5 Sectio circuli: est figura comprehēsa sub recta linea, & circuli circunferentia.



In exemplum habes a/b/c/& d/e/f/circulorum sectiones: sub rectis a/ c/ & d/ f, & a/ b/ c/ atque d/ e/ f/ circunferentijs comprehensas. Quarum a/ b/ c/ centrum iucludens, maior est ipsa d/e/f/ extra centrum constituta. Sectio, maior minor.

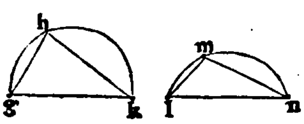
Τμήματος δὲ γωνία ἐστὶν, ἡ περιεχομένη ὑπό τε εὐθείας, καὶ κύκλου περιφερείας.

6 Sectionis angulus: est qui sub recta linea, & circuli circunferentia comprehenditur.

Cuiusmodi est angulus b/a/c, antecedentis descriptionis: sub a/c/recta, & a/b/ circunferentia comprehensus. aut e/d/ f/angulus, qui sub recta d/f, & d/e/circunferētia continetur. Quos quidem angulos mixtos vocitare solemus: id est, sub recta & curua linea comprehensos. Anguli mixti

Ἐν τμήματι δὲ γωνία ἐστὶν, ὅταν ἐπὶ τῆς περιφερείας τοῦ τμήματος, ληφθῇ τι σημεῖον, καὶ ἀπ᾽ αὐτοῦ ἐπὶ τὰ πέρατα τῆς εὐθείας, ἥτις ἐστὶ βάσις τοῦ τμήματος, ἐπιζευχθῶσιν εὐθεῖαι. ἡ περιεχομένη γωνία ὑπὸ τῶν ἐπιζευχθεισῶν εὐθειῶν.

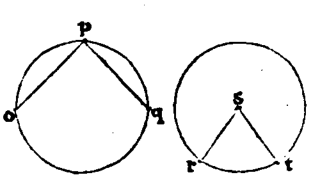
7 In sectione autē angulus est: cùm in circunferentia sectionis contingit aliquod punctum, & ab eo in rectæ lineæ fines, quæ basis est sectionis, rectæ lineæ coniunguntur. Contentus autē angulus, sub coniunctis rectis lineis est.



Quemadmodùm ex subiectę descriptionis angulis g/h/k, & l/m/n, deprehendere licet. A pūcto enim h, in fines ipsius rectę g, k (quæ basis dicitur) rectę lineæ h/g/& h/k/coniunctæ: angulum ipsum g/h/k/in data sectione, & ad punctum h/constituūt. Idem censeto de l/m/n/alterius sectionis angulo.

Ὅταν δὲ αἱ περιέχουσαι τὴν γωνίαν εὐθεῖαι ἀπολαμβάνωσί τινα περιφέρειαν, ἐπ᾽ ἐκείνης λέγεται βεβηκέναι ἡ γωνία.

8 Cùm verò comprehendentes angulum rectę lineæ, aliquam suscipiunt circunferentiam: in illa angulus esse dicitur.



Veluti sunt o/p/& p/q/lineę rectæ, angulū qui ad punctū p/ comprehendentes, & o/p/q/suscipiētes circunferentiā. In ipsa igitur circumferētia o/p/q, comprehensus angulus esse dicitur. Quòd si rectæ lineæ angulum constituētes, ad centrum conueniant circuli : comprehensus tūc angulus in centro dicetur esse circuli, veluti angulus r/s/t, sub rectis r/s/& s/t/ex cētro s/prodeuntibus comprehensus. Angulus in cētro.

Τομεὺς δὲ κύκλου ἐστὶν, ὅταν πρὸς τῷ κέντρῳ αὐτοῦ τοῦ κύκλου σταθῇ ἡ γωνία τὸ περιεχόμενον σχῆμα ὑπό τε τῶν τὴν γωνίαν περιεχουσῶν εὐθειῶν, καὶ τῆς ἀπολαμβανομένης ὑπ᾽ αὐτῶν περιφερείας.

9 Sector autem circuli: est cùm ad centrum circuli steterit angulus,

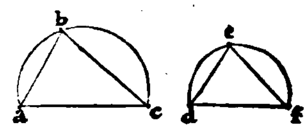
comprehenſa figura ſub angulum comprehendentibus rectis lineis, & aſſumpta ſub eis circunferentia.

Cuiuſmodi eſſe videtur figura r/s/t/antecedentis deſcriptionis,ſub rectis lineis r/s/& s/t/ angulum qui ad centrum s, conſtituentibus, & circunferentia r/t/comprehenſa. Differt igitur ſector à ſectione circuli.

Ὁμοῖα τμήματα κύκλου ἐστὶ, τὰ δεχόμενα γωνίας ἴσας, ἢ ἐν οἷς αἱ γωνίαι ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν.

Similes ſectiones circuli : ſunt quæ angulos æquos ſuſcipiunt, vel 10
in quibus anguli ſibi inuicem ſunt æquales.

Vti ſubiectæ circuli ſectiones a/b/c/ & d/e/f:in quibus anguli qui ad b/& e,ſunt inuicem æquales.Quanuis itaq; circuli ſectiones fuerint inæquales, poſſunt nihilominus eſſe ſimiles.Nam ſimilitudo ſectionum reſpicit tãtummodò ſuſceptorũ angulorum æqualitatẽ:nõ autem datarum ſectionum magnitudinem. quẽadmodùm angulorũ magnitudo, non linearum angulos ipſos comprehendentium quãtitatem: ſed earundem linearum ſolam reſpicit inclinationem.



Πρόβλημα α, Πρόθεσις α.

Τοῦ δοθέντος κύκλου τὸ κέντρον εὑρεῖν.

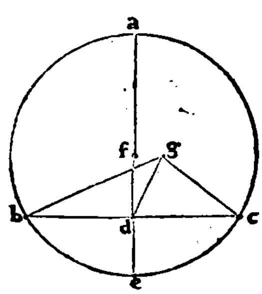
Problema 1, *Propoſitio* 1.

DAti circuli,centrum inuenire. 1

ORONTIVS. Eſto datus a/b/c/circulus:cuius oporteat inuenire centrum.Ducatur in ipſo a/b/c/circulo,recta quædam linea b/c : quæ bifariam ſecetur in d,per decimam primi.Et à puncto d,datæ rectæ lineæ b/c,ad angulos rectos excitetur d/a,per vndecimam eiuſdem primi : producatúrq; in rectum vſque ad e,per ſecundum poſtulatum. Secetur tandem a/e/ bifariam in puncto f,per ipſam decimam primi.Dico,quòd f/punctũ,centrum eſt ipſius dati a/b/c/ circuli. Si enim non fuerit in a/e/linea recta,erit igitur extra eam.eſto (ſi poſſibile

Demõſtratio ab impoſſibili

ſit)in g:& connectãtur g/b,g/d,& g/c/rectæ,per primum poſtulatum. Et quoniam b/d,ipſi d/c/eſt æqualis,& vtriq; cõmunis d/g:binæ igitur b/d/& d/g/triãguli b/d/g, duabus g/d/& d/c/ trianguli g/d/c, ſunt altera alteri æquales. Baſis quoq; b/g, baſi g/c (ſi g/foret centrum circuli) per decimãquintam primi diffinitionem eſſet æqualis . Per octauã igitur ipſius primi, angulus b/d/g, angulo g/d/c/ ſub æquis lateribus comprehenſo,reſpondenter æquaretur.Recta itaq; linea g/d,incidẽs in rectã b/c,efficeret vtrobiq; angulos æquales:ergo rectos,per decimam primi diffinitionẽ. Rectus igitur eſſet b/d/g/ angulus. Atqui b/d/a/ rectus eſt, per conſtructionem:ſuntq; recti omnes æquales adinuicem, per quartum poſtulatum.Et b/d/g/itaq; angulus,æquus eſſet angulo b/d/a:totus videlicet ſuæ parti,contra nonã communẽ ſententiã.Recta enim d/a/cadit inter b/d/& d/g: diuidítq; propterea angulum b/d/g.Non eſt igitur centrũ a/b/c/circuli in g.Haud diſſimiliter oſtendemus,quòd nec alibi quàm in pũcto f.Igitur f/centrũ eſt dati circuli a/b/c. Quod inueniendũ fuerat.



Corollarium.

Si igitur in circulo recta linea,aliam quandam rectam lineam bifariam,& ad rectos ſecuerit angulos:in ipſa diuidente erit centrum dati circuli.

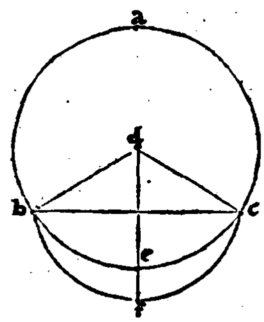
Θεώρημα α, Πρότασις β.

EΑρ κύκλου ἐπὶ τῆς περιφερείας ληφθῇ δύο τυχόντα σημεῖα, ἡ ἐπὶ τὰ αὐτὰ σημεῖα ἐπιζευγνυμένη εὐθεῖα ἐντὸς πεσεῖται τοῦ κύκλου.

Theorema 1, Propositio 2.

2 SI in circuli circunferentia duo fuerint puncta vtcunque contingentia: ad ea puncta applicata recta linea, intra ipsum circulum cadit.

ORONTIVS. ❡Sit a/b/c/circulus:in cuius circunferentia sint b/& c/vtcunq; contingentia puncta. Aio ꝙ cõnexa ex b/in c/recta linea,cadit intra circulum a/b/c. Si enim non cadit intra:coincidit igitur in comprehensam circunferentiam, vel cadit extra circulum. Atqui recta ipsa, cum ipsius circuli circunferẽtia minimè potest conuenire:non differret enim rectum à curuo. Cadat igitur,si possibile sit,extra circulum a/b/c.& inuento ipsius circuli centro d,per primam huius, susceptóq; pũcto e/in b/c/circũferentia:connectantur d/b,d/e,& d/c/rectæ lineæ,per primum postu- Ostensio rursum per impossibile.



latum: producatúrq; per secundum postulatũ, recta d/e/ in directum vsque ad f,hoc est, in eam quæ extra cadere concessa est. Erunt igitur d/b,d/e,& d/c,adinuicem æquales,per decimamquintam diffinitionem primi: & d/f/insuper maior ipsa d/e,per nonam communem sententiã. Triangulum igitur erit d/b/f/c,atq; isosceles : quoniam d/b/æqualis est ipsi d/c. Vnde per quintã primi, anguli d/b/c/& d/c/b,qui ad basin b/f/c:erunt adinuicem æquales. Triangulũ insuper erit d/b/f,& ipsum b/f/latus,productum in c.exterior igitur angulus d/f/c, maior erit interiore & ex opposito d/ b/ f, per decimamsextam ipsius primi. Ipsi porrò d/b/f/ angulo,ostensus est æqualis d/c/f:& d/f/c/ igitur angulus, ipso d/c/f/ angulo maior erit:quæ enim sunt æqualia eiusdem sunt æquè minora,per septimæ cõmunis sententiæ conuersionem. In triangulo igitur d/c/f,angulus qui ad f,maior erit angulo qui ad c.Omnis porrò trianguli maius latus,sub maiori angulo subtenditur,per decimamoctauam eiusdem primi.maius igitur erit latus d/c, ipso d/f. Ipsi autem d/c, æqualis est d/e,vti nuper ostendimus. Et d/e/igitur maior erit ipsa d/f,minor videlicet maiore,seu pars toto:quod per nonam communem sentẽtiam est impossibile. Non cadit igitur connexa ex b/in c/recta,extra circulum a/b/c, neq; in circunferentiam b/e/c: igitur intra. Quod ostendendum fuerat.

Θεώρημα β, Πρότασις γ.

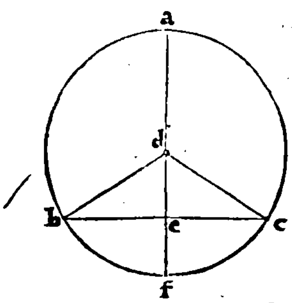
EΑρ ἐν κύκλῳ εὐθεῖα τὶς διὰ τοῦ κέντρου, εὐθεῖαν τινὰ μὴ διὰ τοῦ κέντρου δίχα τέμνῃ, καὶ πρὸς ὀρθὰς αὐτὴν τεμεῖ· καὶ ἐὰν πρὸς ὀρθὰς αὐτὴν τέμνῃ, καὶ δίχα αὐτὴν τεμεῖ.

Theorema 2, Propositio 3.

3 SI in circulo recta linea quædam per centrum extensa, quandam non per centrum extensam rectam lineam bifariam secuerit : & ad angulos rectos ipsam dispescet. Et si ad angulos rectos ipsam dispescat:bifariam quoq; ipsam secabit.

ORONTIVS. ❡Sit datus a/ b/ c/ circulus, & illius centrum d : recta verò linea per idem centrum extensa sit a/f,quæ aliam quandam rectam lineam b/c/non ductam per centrum, bifariam in primis secet, in puncto e. Aio quòd & ad rectos eam ſimul diſpeſcit angulos. Connectantur enim d/b/ & d/c/rectæ, per primum poſtulatum. Cùm igitur ex hypotheſi recta b/e/ſit æqualis e/c, & e/d/vtriq; communis: binæ igitur b/e/ & e/d/trianguli b/e/d, duabus d/e/ & e/c/ trianguli d/e/c/ ſunt æquales altera alteri. baſis quoq; b/d, baſi d/c/eſt æqualis, per decimamquintã diffinitionem primi. Angulus ergo b/e/d, angulo d/e/c/ſub æquis lateribus comprehenſo, per octauam ipſius primi, eſt æqualis. Recta itaq; d/e/conſiſtens ſuper rectã b/c, efficit vtrobiq; angulos adinuicem æquales: ergo rectos, per decimam eiuſdem primi diffinitionem. Rectus eſt igitur vterque angulorum qui ſub b/ e/ d/ & d/ e/ c.

Pars ſecũda conuerſa præcedentis.



¶Secet rurſum eadem a/f/, datam ipſam b/c/ ad rectos angulos. Dico, ꝙ & bifariam eandem verſa vice diuidet. Eadem nanque figuræ manente diſpoſitione, quoniam vterq; angulorum qui circa e/rectus eſt, per hypotheſin: rectangula igitur ſunt b/e/d/ & d/e/c/triangula. quæ igitur ex b/e/ & e/d/vtraq; fiũt quadrata, æqua ſunt ei quod ex b/d: ſimiliter & quæ ex d/e/ & e/c, ei quod fit ex d/c, per quadrageſimamſeptimã primi. Quadrata porrò quæ fiunt ex b/d/ & d/c, æqualia ſunt adinuicem, per quadrageſimæſextæ primi libri corollarium: recta enim b/d, ipſi d/c/eſt æqualis, per decimamquintam ipſius primi diffinitionem. Quæ autem æqualibus æqualia ſunt: ea ſunt inuicem æqualia, per primam communem ſententiam. Quæ igitur ex b/e/ & e/d/fiunt quadrata, æqua ſunt eis, quæ ex d/e/ & e/c. Tollatur cõmune quadratum quod fit ex e/d: reliquum ergo quadratum quod ex b/e, reliquo quod fit ex e/c, per tertiam communem ſententiam eſt æquale. Aequalia porrò quadrata ſunt, quæ ab æqualibus rectis deſcribuntur: per idem corollarium quadrageſimæſextæ primi libri. Aequalis eſt igitur b/e/ipſi e/c. Itaq; ſi in circulo recta linea quædam: & quæ ſequuntur reliqua. Quod demonſtrare oportebat.

Θεώρημα γ, Πρόθεσις δ.

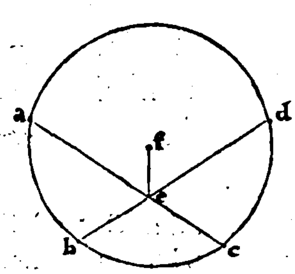
Ἐὰν ἐν κύκλῳ δύο εὐθεῖαι τέμνωσιν ἀλλήλας, μὴ διὰ τοῦ κέντρου οὖσαι, οὐ τέμνουσιν ἀλλήλας δίχα.

Theorema 3, Propoſitio 4.

SI in circulo binæ rectæ lineæ ſeſe inuicem ſecuerint non per 4
centrum extenſæ: ſeſe inuicem bifariam non ſecabunt.

ORONTIVS. ¶Eſto datus a/b/c/d/ circulus: in quo binæ rectæ lineæ a/c/ & b/d, non per centrum extenſæ, ſeſe inuicẽ ſecent in puncto e. Aio ꝙ altera alteram bifariam non ſecat in eodem puncto e. Inueniatur enim centrũ dati circuli a/b/c/d, ſitq́; illud f, per primam huius: & connectatur e/f/recta, per primum poſtulatum. Si igitur a/e/ipſi e/c/fuerit æqualis: recta e/f/per centrum extenſa, eandem a/c/nõ ductam per centrum bifariam ſecabit, & ad rectos igitur angulos, per tertiam huius. Rectus erit itaq; a/e/f/angulus. Haud diſſimiliter ſi b/e/ſit æqualis ipſi e/d: eadem e/f/per centrum educta, ipſam b/d/non per centrum extenſam, bifariã & ad rectos quoq; ſecabit angulos, per eãdem tertiam huius. Rectus erit igitur angulus b/e/f. Atqui rectum itidem fore monſtrauimus a/e/ f/ angulum: ſuntq́; recti omnes inuicẽ æquales, per quartum poſtulatũ. Aequus erit igitur b/e/f/angulus, ipſi angulo a/e/f. Angulus porrò a/e/f, eſt pars ipſius b/e/f/ anguli: recta ſiquidem e/a, cadit inter b/e/ & e/f/rectas, diuidítq; propterea ipſum angulum b/e/f. Totus itaq; b/e/f/angulus,

Demõſtratio ab impoſſibili



ſuæ parti a/e/f/erit æqualis: quod per nonā cōmunē ſententiā eſt impoſſibile. Si in circulo igitur a/b/c/d/binæ rectæ lineæ a/c/& b/d, ſeſe inuicē ſecuerint nō per centrum extēſæ: ſeſe inuicē bifariā non ſecabunt. Quod oſtendere fuerat operæpretiū.

Θεώρημα δ, Πρόθεσις ε.

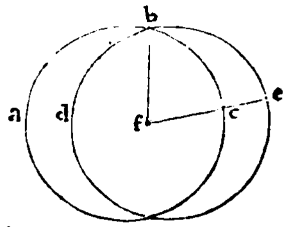
Εὰν δύο κύκλοι τέμνωσιν ἀλλήλους, οὐκ ἔσται αὐτῶν τὸ αὐτὸ κέντρον.

Theorema 4, Propoſitio 5.

5 SI bini circuli ſeſe inuicem ſecuerint: non erit eorum idem centrum.

ORONTIVS. ¶Bini enim circuli a/b/c/& d/b/e, ſeſe inuicem ſecent in duobus punctis, quorum alterum ſit b. Dico quòd ipſorum circulorū non eſt idem centrum. Si enim fuerit poſſibile, vt idem habeant centrum: eſto illud f. & connectantur f/b/& f/c, per primum poſtulatum: extēdātúrq; per ſecundum poſtulatum, eadē f/c/in rectum vſq; ad e. Si igitur f/punctum, fuerit centrū circuli a/b/c: erit f/c/ipſi f/b/æqualis, per decimamquintam diffinitionem primi. Si idem quoque punctum f, centrum extiterit ipſius d/b/e/circuli: æqualis rurſum erit f/e/eidem f/b, per eandem decimamquintam diffinitionē. Binæ igitur f/c/& f/e, eidem f/b/erūt æquales: & æquales propterea adinuicē, per primā communē ſentētiā. Aequalis igitur erit f/e/ipſi f/c. atqui f/c/pars eſt ipſius f/e: totū igitur eſſet æquale ſuæ parti. Omne porrò totū eſt ſua parte maius, per nonam communem ſententiam: igitur punctum f, non eſt commune centrum datorum a/b/c/& d/b/e/circulorū. Si bini itaq; circuli: & quæ ſequūtur reliqua. Quod receperamus oſtendendum.

Oſtenſio rurſum ab impoſſibili.



Θεώρημα ε, Πρόθεσις ϛ.

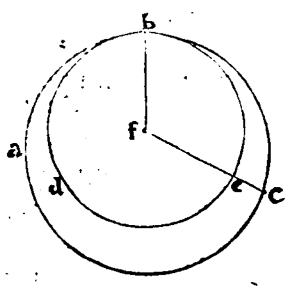
Εὰν δύο κύκλοι ἐφάπτωνται ἀλλήλων αὐτὸς, οὐκ ἔσται αὐτῶν τὸ αὐτὸ κέντρον.

Theorema 5, Propoſitio 6.

6 SI duo circuli ſe adinuicem tetigerint: eorum non eſt idem centrum.

ORONTIVS. ¶De circulis potiſſimùm intelligit Euclides, quorum vnus intra aliū collocatur. Tangāt igitur ſe bini circuli a/b/c/& d/b/e, in pūcto b. Dico rurſum, quòd ipſorum circulorum non eſt idem commune centrum. Si id enim fuerit poſſibile: eſto illud f. & connectantur f/b/& f/e, per primū poſtulatum: & per ſecundum poſtulatum extendatur in rectum f/e/in punctum c. Si f/igitur punctum, ſit centrum a/b/c/circuli: æqualis erit f/c/ipſi f/b, per decimamquintam diffinitionem primi. Item ſi idem punctū f, centrum fuerit circuli d/b/e: æqualis rurſum erit f/e/eidem f/b, per eādem decimamquintam ipſius primi diffinitionē. Binæ igitur f/c/& f/e, eidem f/b/erunt æquales: & propterea æquales adinuicem, per primam communē ſententiam. Ergo f/c, æqualis erit ipſi f/e. eſt autem f/e, pars ipſius f/c: tota igitur f/c, ſuæ parti f/e/coæquabitur. quod per nonam communē ſententiam non videtur eſſe poſſibile. Ergo punctum f, non eſt idem commune centrum eorundem circulorum a/b/c/& d/b/e, intus ſe adinuicem tangentium (nam de ijs qui ſe tangunt extra, per ſe fit manifeſtum) Si duo igitur circuli: &c. vt in theoremate. Quod oportuit oſtendiſſe.

Idem qui priꝰ arguendi modus ab impoſſibili.



Θεώρημα ϛ, Πρόθεσις ζ.

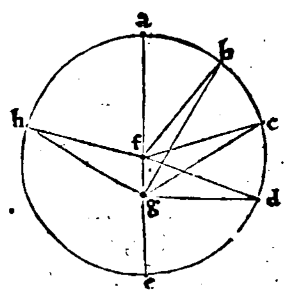
Εὰν κύκλου ἐπὶ τῆς διαμέτρου ληφθῇ τι σημεῖον, ὃ μή ἐστι κέντρον τοῦ κύκλου, ἀπὸ δὲ τοῦ σημείου πρὸς τὸν κύκλον προσπίπτωσιν εὐθεῖαι τινὲς πρὸς κύκλον, μεγίστη μὲν ἔσται ἐφ' ἧς τὸ κέντρον, ἐλαχίστη δὲ ἡ λοιπή. τῶν δ' ἄλλων ἀεὶ ἡ ἔγγιον τῆς διὰ τοῦ κέντρου, τῆς ἀπώτερον μείζων ἐστί. δύο δὲ μόνον εὐθεῖαι ἴσαι ἀπὸ τοῦ αὐτοῦ σημείου προσπεσοῦνται πρὸς τὸν κύκλον, ἐφ' ἑκάτερα τῆς ἐλαχίστης.

Theorema 6, Propositio 7.

SI in diametro circuli aliquod contingat punctum quod mi= 7
nimè circuli centrum sit, ab eóque puncto in circulum quæ=dam rectæ lineæ procidant: maxima erit in qua centrum, minima verò reliqua. aliarum verò, semper propinquior ei quæ per cen=trum extenditur, remotiore maior est. Duæ autem solùm rectæ lineæ æquales, ab eodem puncto in circulum cadunt, ad vtrasque partes minimæ.

ORONTIVS. ¶ Esto datus circulus a/c/e/h, cuius centrum f, dimetiens verò a/f/c, & contingens in eo punctum g, quod non est circuli centrum: procidentes autem ex eodem puncto g/ in ipsius circuli circunferentiam lineæ rectæ, sint g/b, g/c, & g/d. Aio primùm, quod g/a/ est omnium maxima, & g/e/ minima: aliarum porrò, g/b/ ipsi g/a/ propinquior, maior ipsa g/c, atq; g/c/ remotiore g/d/ maior. Connectatur enim f/b, f/c, & f/d/ rectæ, per primum postulatum. Cùm igitur f/a, ipsi f/b, per decimáquintam diffinitionem primi, sit æqualis, & vtriq; communis f/g: binæ igitur g/f/ & f/a, duabus g/f/ & f/b/ sunt æquales. g/f/ porrò & f/b, maiores sunt ipsa g/b: omnis siquidē trianguli bina latera, reliquo sunt maiora quomodocunq; assumpta, per vigesimam primi. Et g/a/ igitur, ipsa g/b/ maior est: quæ enim sunt æqualia, eiusdem sunt æquè maiora, per ipsius sextæ communis sententiæ conuersionem. Item quoniam æqualis est f/b/ ipsi f/c, & g/f/ rursum vtriq; communis: binæ igitur g/f/ & f/b/ trianguli g/f/b, duabus g/f/ & f/c/ trianguli g/f/c, sunt æquales altera alteri. Atqui g/f/b/ angulus, maior est ipso g/f/c/ sub æquis lateribus comprehenso: recta enim f/c, cadit inter f/b/ & f/g, & diuidit propterea ipsum angulum g/f/b. Basis itaq; g/b, basi g/c/ maior est, per vigesimamquartam primi. Simili discursu, g/c/ ipsa g/d/ maior ostendetur. Insuper quoniam f/g/ & g/d/ maiores sunt ipsa f/d, per ipsam vigesimam primi, & æqualis est f/e/ ipsi f/d, per decimamquintam eiusdem primi diffinitionem: igitur f/g/ & g/d, maiores sunt eadem f/e, quæ enim sunt æqualia, eiusdem sunt æquè minora, per septimæ communis sententiæ conuersionem. Tollatur cōmunis f/g: ergo reliqua g/d/ reliqua g/e, per quintam communem sententiam erit maior. Omnium itaq; maxima est g/ a, minima verò reliqua g/e: aliarum porrò, g/b/ maior ipsa g/c, & eadē g/c/ ipsa g/d/ itidem maior.

Pars prima theorematis.



Secunda pars

¶ Dico præterea quòd ab eodem puncto g, duæ rectæ lineæ coincidunt æquales, ad vtrasq; partes ipsius g/e/ minimæ: vtpote ipsi g/c, æqualis versus h. Ad datam enim rectā lineam g/f, datúmq; in ea punctum f, dato angulo rectilineo g/f/c: æqualis angulus rectilineus constituatur g/f/h, per vigesimamtertiam primi. connectatur deinde g/h, per primum postulatum. Cùm igitur f/c, ipsi f/h/ sit æqualis, per decimamquintā ipsius primi diffinitionem, & g/f/ vtriq; communis: binæ ergo g/f/ & f/c/ trianguli g/f/c, duabus g/f/ & f/h/ trianguli g/f/h/ sunt altera alteri æquales: & æquos inuicē comprehendunt angulos, per cōstructionem. Basis igitur g/c, basi g/h, per quartam eiusdem primi est æqualis. ¶ Aio tandem, quòd ipsi g/c, ab eodem puncto g, alia quàm g/h/ non cadet æqualis. Si enim id possibile fuerit: aut illa cadet supra punctum h, vel infra. Si ceciderit supra versus a: tunc ipsa erit propinquior ei quæ per centrum, vtpote ipsi g/a, ergo maior ipsa g/h/ remotiore, per primam partem iam demonstratam: & maior consequenter ipsa g/c. Quòd si detur incidere infra punctum h, versus e: tunc ipsa linea, remotior erit ab eadem g/a/ quæ per centrum. ergo minor ipsa g/h/ propinquiore, per eandem præostensam primam partem: & minor igitur ipsa g/c. Similiter ostendemus, quòd nec ipsi g/h/ alia quàm g/c/ dabitur æqualis, ab eodem puncto g, & ad partes b/d. De cæteris quibuscunque, idem respondēter subsequetur. Igitur si in diametro circuli aliquod contingat punctū: & quæ sequuntur reliqua. Quod demonstrandum fuerat. Tertia pars.

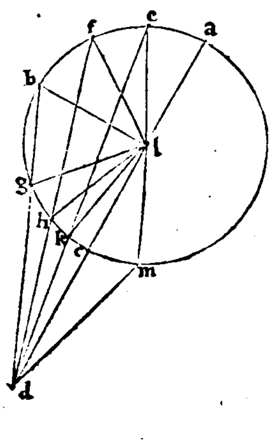
Θεώρημα ζ, Πρόθεσις η.

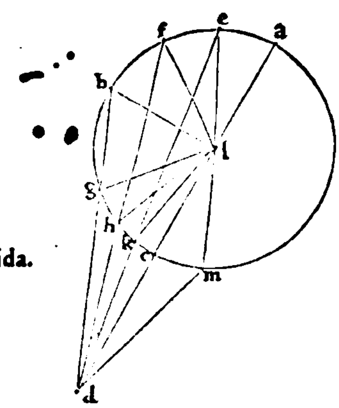
Ἐὰν κύκλου ληφθῇ τι σημεῖον ἐκτὸς, ἀπὸ δὲ τοῦ σημείου πρὸς τὸν κύκλον διαχθῶσιν εὐθεῖαί τινες, ὧν μία μὲν διὰ τοῦ κέντρου, αἱ δὲ λοιπαὶ ὡς ἔτυχε, τῶν μὲν πρὸς τὴν κοίλην περιφέρειαν προσπιπτουσῶν εὐθειῶν, μεγίστη μὲν ἡ διὰ τοῦ κέντρου. τῶν δὲ ἄλλων, ἀεὶ ἡ ἔγγιον τῆς διὰ τοῦ κέντρου, τῆς ἀπώτερον, μείζων ἐστί. τῶν δὲ πρὸς τὴν κυρτὴν περιφέρειαν προσπιπτουσῶν εὐθειῶν, ἐλαχίστη μέν ἐστιν ἡ μεταξὺ τοῦ τε σημείου καὶ τῆς διαμέτρου. τῶν δὲ ἄλλων ἀεὶ ἡ ἔγγιον τῆς ἐλαχίστης, τῆς ἀπώτερόν ἐστιν ἐλάττων. δύο δὲ μόνον εὐθεῖαι ἴσαι προσπεσοῦνται ἀπὸ τοῦ σημείου πρὸς τὸν κύκλον ἐφ' ἑκάτερα τῆς ἐλαχίστης.

Theorema 7, Propositio 8.

8 SI extra circulum suscipiatur aliquod punctum, ab eóque puncto ad circulum deducantur rectæ lineę aliquæ, quarū quidem vna per centrum extendatur, reliquæ verò vtcunque: In cōuexam circunferentiam cadentium rectarum linearum, maxima est, quæ per centrū ducta est: In curuam verò circunferentiam cadentium rectarum linearum, minima est, quæ inter punctum & dimetientē iacet. minimæ verò propinquior: semper remotiore minor est. Duæ autem tantùm rectæ lineæ, ab eo puncto cadunt æquales, ad vtrasque partes minimæ.

ORONTIVS. ¶ Esto circulus a/b/c, datum vero punctum extra circulum d: à quo in ipsum circulum procidāt rectæ lineæ d/a, d/e, d/f, & d/b, curuam eiusdem circuli circunferentiam in punctis g, h, k, c, dispescētes: quarum d/a/ per ipsius circuli centrum (quod sit l) extendatur. Dico primùm, quòd in a/b/ conuexā circunferētiam cadētium rectarum linearum, maxima est d/a, per l/ centrum educta: & quæ illi vicinior d/e, remotiore d/f/ maior, eadémque d/f/ maior ipsa d/b. Connectantur enim l/e, l/f, & l/b/ rectæ lineæ, per primum postulatum. Et quoniam æqualis est l/a/ ipsi l/e, per decimamquintam diffinitionem primi, & vtrique communis d/l: tota igitur d/a, ipsis d/l/ & l/e, per secundam communem sententiam est æqualis. Atqui d/l, & l/e/ bina ipsius d/l/e/ trianguli latera, sunt maiora reliquo d/e, per vigesimam primi: & ipsa igitur d/a, maior est ipsa d/e. æqualia enim eiusdem sunt æquè maiora, per sextæ communis sententiæ cōuersionem. Insuper, quoniam l/e/ ipsi l/f, per eandem decimamquintam diffinitionem primi est æqualis, & Prima pars theorematis.





vtriq; cõmunis d/l: binæ igitur d/l/& l/e/ triãguli d/l/e, duabus d/l/& l/f/trianguli d/l/f,ſunt æquales altera alteri, per eandem ſecundam communem ſententiam. Angulus porrò d/l/e,maior eſt ipſo d/l/f/ ſub æquis lateribus cõprehenſo:recta ſiquidẽ l/f,cadit inter d/l/& l/e,diuidítq; propterea ipſum angulum d/l/e.Baſis igitur d/e, baſi d/f,maior eſt,per vigeſimamquartã primi.Et proinde d/f/maior eſt ipſa d/b.Igitur d/a/maxima eſt: & d/e/ ipſa d/f,atq; d/f/ipſa d/b/maior.

Pars ſecũda.

¶Dico præterea,ꝙ incidentiũ in curuã circunferentiã g/c,minima eſt d/c:& quæ ipſi d/c/minimæ propinquior,ſemper remotiore minor, hoc eſt,d/k/ipſa d/h,& d/h/ipſa d/g.Connectantur enim l/g,l/h,& l/k/rectæ,per primũ poſtulatũ.Et quoniã trianguli d/k/l,bina latera d/k/& k/l, reliquo d/l,per vigeſimã primi ſunt maiora:tollãtur l/c/ & k/l,quæ per decimãquintã ipſius primi diffinitionẽ ſunt æquales.Reliqua igitur d/c,reliqua d/k,per quintam communem ſententiam erit minor.Item, quoniam trianguli d/h/l,à limitibus lateris d/l, duæ rectæ lineæ d/k/ &k/l/ introrſum conſtituuntur: ipſæ igitur conſtitutæ, reliquis ipſius trianguli lateribus d/h/& h/l, per vigeſimamprimam ipſius primi,ſunt minores. Auferãtur l/h/& l/k, per ipſam decimamquintam diffinitionem primi,adinuicem æquales.Reliqua igitur d/k,reliqua d/h/minor erit,per eandem quintam communẽ ſententiam.Et d/h/propterea minor erit ipſa d/g. Minima igitur eſt d/c: & quæ illi propinquior d/k/ minor ipſa d/h,eadémq; d/h/remotiore d/g/itidem minor.

Tertia pars.

¶Aio tandem,quòd binæ tantùm æquales,à puncto d,in circulum ipſum a/b/c/cadunt,ad vtraſque partes ipſius d/c/ minimæ:vtpote,ipſi d/h/vna tantùm æqualis,ad alterã partem ipſius d/c,verſus m. Ad rectam enim d/l,atque ad datum in ea punctum l,dato angulo rectilineo d/l/h: æqualis angulus rectilineus conſtituatur d/l/m, per vigeſimãtertiam primi.& connectatur d/m,per primum poſtulatum.Cùm igitur l/h/ipſi l/m/ſit æqualis,per decimamquintam ipſius primi diffinitionem,& vtrique cõmunis d/l:binæ igitur d/l/ & l/h/trianguli d/l/h,duabus d/l/& l/m/ trianguli d/l/m, ſunt æquales altera alteri: & æquos inuicem comprehendunt angulos,per conſtructionem. Baſis igitur d/h/ baſi d/m,per quartã primi eſt æqualis.Neq; ipſi d/h/alia cadit æqualis,præter d/m, & ediuerſo.Aut enim caderet inter h/& m/puncta:túncq; minor eſſet vtraq; & d/h/ & d/m,nempe vicinior ipſi d/c/minimæ.vel caderet extra pũcta h/& m/verſus a: & tũc remotior eſſet ab eadem minima,& propterea maior ipſa d/h/vel d/m,per primam partẽ iam demonſtratam. Idem quoq;,ac non diſſimili via licebit oſtendere, de rectis in conuexam eiuſdem circuli circunferẽtiam coincidentibus, ad vtraſque partes ipſius d/a/maximæ Non cadunt igitur ab eodẽ puncto d,in circulũ ipſum a/b/c,plures duabus rectis lineis æquales,ad vtraſq; partes ipſius d/c/ minimæ,aut d/a/maximæ. Si extra igitur circulum : &c, vt in theoremate. Quod tandem erat oſtendendum.

Corollarium.

¶Quæ igitur à pũcto extra circulũ dato,in circulum ipſum cadunt rectæ lineæ,ab ipſa minima,vel maxima (quæ per centrũ) æquè diſtãtes:æquales ſunt adinuicem, & è diuerſo,ſiue in conuexã, ſiue in curuã inciderint eiuſdem circuli circũferẽtiam.

Θεώρημα η, Πρότασις θ.

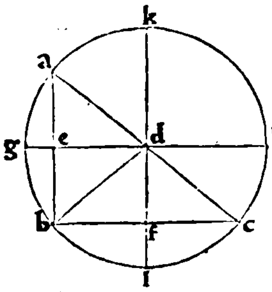
Ἐὰν κύκλου ληφθῇ τι σημεῖον ἐντὸς, ἀπὸ δὲ τοῦ σημείου πρὸς τὸν κύκλον προσπίπτωσιν πλείους ἢ δύο εὐθεῖαι ἴσαι, τὸ ληφθὲν σημεῖον, κέντρον ἐστὶ τοῦ κύκλου.

Theorema 8, Propoſitio 9.

SI in circulo ſuſcipiatur punctum aliquod, & ab eo puncto ad 9 circulum cadant plures quàm duæ rectę lineæ æquales: susceptum punctum, centrum ipsius est circuli.

ORONTIVS. ¶Sit intra circulum a/b/c/ susceptum pũctum d: à quo in eundem circulum cadant plures quàm duæ rectæ lineæ inuicẽ æquales, d/a, d/b, & d/c. Aio quòd punctum d, est centrum ipsius circuli a/b/c. Connectantur enim a/b/& b/c/rectæ, per primum postulatum: secetúrq; bifariam a/b/in puncto e, & b/c/in pũcto f, per decimam primi. connectantur rursum d/e/& d/f, per idem primum postulatum: & per secundum postulatum, producantur in directum vtrobique ad puncta quidem g, h/& k, l. Cùm igitur a/e/sit æqualis e/b, & vtrique communis e/d: binæ igitur a/e/& e/d/trianguli a/e/d, duabus b/e/& e/d/trianguli b/e/d, sunt æquales altera alteri: basis quoq; d/a, basi d/b, per hypothesin est æqualis. Angulus igitur a/e/d, æquus est per octauam primi, angulo b/e/d: & proinde vterque rectus, per decimam ipsius primi diffinitionem. Recta igitur g/h, rectam a/b, bifariam & ad rectos angulos intersecat: in dispescente itaq; g/h, erit centrum ipsius a/b/c/circuli, per corollarium primæ huius tertij. Haud dissimili via ostendetur, eiusdem circuli cẽtrum fore in recta k/l. In vtraq; igitur & g/h/& k/l, est centrum dati circuli a/b/c: & in puncto propterea vtriq; communi. Atqui nullum aliud pũctum habent commune, præter ipsum d: punctum igitur d, centrũ est ipsius a/b/c/ circuli. Si ergo intra circulum suscipiatur punctũ aliquod: & quæ sequuntur reliqua. Quod oportuit demóstrasse.

Hoc theorema aliter ostẽdi potest: sed hæc est demõstratio potissima.



Θεώρημα θ, Πρόθεσις ι.

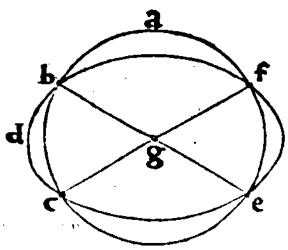
Κύκλος οὐ τέμνει κύκλον κατὰ πλείονα σημεῖα ἢ δύο.

Theorema 9, Propositio 10.

10 CIrculus, circulum in pluribus duobus punctis non secat.

ORONTIVS. ¶Secet enim (si possibile sit) circulus a/b/c, circulum d/e/f, in pluribus duobus punctis, hoc est in punctis b, c, e, f. Et suscipiatur centrum ipsius circuli a/b/c, per primã huius, sitq; illud g: & cõnectantur g/b, g/c, g/e, & g/f/rectæ, per primum postulatũ. Cùm igitur punctum g, sit centrum circuli a/b/c: erunt g/b, g/c, g/e, & g/f/adinuicẽ æquales, per decimamquintam primi libri diffinitionem. Et quoniam b, c, e, f, sunt communes vtriusque circuli sectiones, per hypothesin: erit punctum g, vtcunq; susceptum intra circulum d/e/f. Ab ipso itaq; puncto g, in eundem circulum d/e/f, cadunt plures q̃ duæ rectæ lineæ inuicem æquales: vtpote g/b, g/c, g/e, & g/f. Erit ergo pũctum g, cẽtrum eiusdem circuli d/e/f, per antecedentẽ nonam propositionẽ. Atqui idem punctum g, centrum est ipsius a/b/c/circuli. Duorum itaque circulorum a/b/c, & d/e/f, sese inuicem secantium, idem erit centrũ: quod per quintam huius tertij, nó est possibile. Circulus ergo, circulum in pluribus duobus pũctis non secat. Quod ostendere fuerat operæpretium.

Hæc rursum aliter potuisset ostẽdi, sed hanc potiorẽ existimo demõstrationẽ.



Θεώρημα ι, Πρόθεσις ια.

Ἐὰν δύο κύκλοι ἐφάπτωνται ἀλλήλων ἐντὸς, καὶ ληφθῇ αὐτῶν τὰ κέντρα, ἡ ἐπὶ τὰ κέντρα αὐτῶν ἐπιζευγνυμένη εὐθεῖα καὶ ἐκβαλλομένη, ἐπὶ τὴν συναφὴν πεσεῖται τῶν κύκλων.

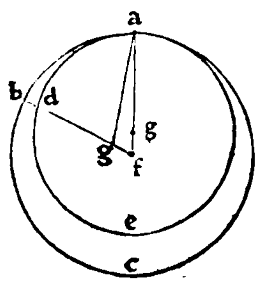
Theorema 10, Propositio 11.

11 SI bini orbes se introrsum adinuicem tetigerint, suscipiátúrq;

eorum centra: ad eorum centra applicata recta linea & eiecta, in contactum circulorum cadit.

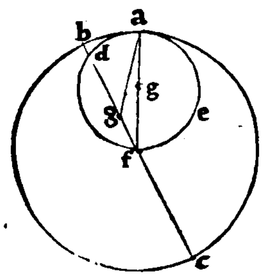
ORONTIVS. ❡Duo enim circuli a/b/c/ & a/d/e, ſe introrſum adinuicem tangant, in puncto quidem a: ſitq́; ipſius a/b/c/ circuli centrum f, ipſius verò a/d/e/ centrum g. Dico quòd ad centra f/g, applicata recta linea, & eiecta: cadit in contactum a. Si enim non ceciderit in punctum a: cadet igitur alibi. Cadat ergo (ſi poſſibile ſit) vt eiecta verſus g, in d/& b/puncta: & connectatur a/g/ recta, per primum poſtulatum. Triangulum erit igitur a/g/f: & duo propterea latera a/g/& g/f, erunt maiora reliquo a/f, per vigeſimam primi. Atqui ipſi a/f, æqualis eſt f/b (vtraq; enim à cẽtro f, in circunferentiam circuli a/b/c) & a/g/ igitur & g/f, maiores ſunt eadem f/b. Tollatur f/g, vtriſque inæqualibus cõmunis: reliqua igitur a/g, reliqua g/b/ maior erit, per quintam communem ſententiam. Ipſi porrò a/g, æqualis eſt g/d (vtraque enim à centro g, in circunferentiã ipſius a/d/e/ circuli) & g/d/ igitur maior erit ipſa g/b. quæ enim ſunt æqualia, eiuſdẽ ſunt æquè maiora: per ſextæ cõmunis ſẽntentiæ conuerſionem. Ipſa porrò g/d, pars eſt ipſius g/b: pars igitur erit maior toto, contra nonam communem ſententiã. Cadit igitur f/g/ eiecta, in contactũ a.

Demõſtratio ab impoſſibili



❡Quòd ſi g/f/ connexa, & eiecta verſus f, detur incidere veluti g/f/c, & centrum f/ exterioris circuli a/b/c/ extra circulum interiorem a/d/e/ conſtituatur: idem nihilominus ſubſequetur inconueniens. Connexa enim & eiecta g/f/c/ recta, producatur in directum verſus g, ad d/& b/puncta, per primum poſtulatum. Erunt itaque rurſum a/g/& g/f, maiores ipſa f/a, per ipſam vigeſimã primi libri propoſitionem. Eidem porrò f/a, æqualis eſt f/c, per decimamquintam diffinitionem ipſius primi. Igitur a/g/ & g/f, maiores ſunt ipſa f/c. Eidem rurſum f/c, æqualis eſt f/b, per eandem decimãquintã primi libri diffinitionẽ. Et a/g/ igitur & g/f, maiores ſunt ipſa f/b, per ſeptimæ cõmunis ſententiæ cõuerſionẽ. Auferatur f/g/ vtriſq; inæqualibus cõmunis. Reliqua igitur a/g, reliqua g/b, per quintam cõmunem ſententiam maior erit: & multò igitur maior ipſa g/d, quæ pars eſt ipſius g/b. In circulo itaq; a/d/e, quæ à centro g/ in circũferentiã prodeunt lineæ rectæ g/a, & g/d, non erũt inuicẽ æquales: contra decimãquintam diffinitionẽ primi. Cadit igitur f/g/ eiecta, in cõtactũ a. Ergo ſi bini orbes ſe introrſum: &c. vt in theoremate. Quod oſtendendum fuerat.

Alia figuræ diſpoſitio.



Θεώρημα ια, Πρόθεσις ιβ.

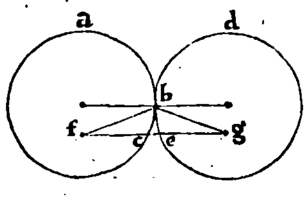
Ἐὰν δύο κύκλοι ἅπτωνται ἀλλήλων ἐκτὸς, ἡ ἐπὶ τὰ κέντρα αὐτῶν ἐπιζευγνυμένη, διὰ τῆς ἐπαφῆς ἐλεύσεται.

Theorema 11, *Propoſitio* 12.

SI duo circuli ſeſe adinuicem exterius tetigerint: ad centra eorum applicata recta linea, per contactum tranſibit. 12

ORONTIVS. ❡Tangãt ſe exterius bini circuli a/b/c/& d/b/e, in pũcto quidẽ b: ſitq́; ipſius a/b/c/ circuli centrum f, & ipſius d/b/e/ centrum g. Aio quòd connexa f/g/ recta linea, trãſibit per contactum b. Si enim non tranſierit per punctum b, tranſeat (ſi poſſibile ſit) per c/& e/puncta: & cõnectantur b/f/& b/g/ rectæ lineæ, per primum postulatum. Et quoniam punctum f, centrum est circuli a/b/c: æqualis erit f/b/ ipsi f/c/, per decimamquintam diffinitionẽ primi. Rursum quoniam g/centrũ est circuli d/b/e: æqualis erit per eandem decimamquintam primi diffinitionem g/b, ipsi g/e. Binæ igitur f/b/ & b/g, duabus f/c/ & e/g, per secundam communẽ sententiam erunt æquales. Tota porrò f/g, ipsis f/c/ & e/g/ maior est (nempe c/e/ extra circulos incidente particula) Et tota igitur f/g, maior est eisdem f/b/ & b/g. In triangulo itaq; f/b/g, bina latera f/b/ & b/g, erunt minora reliquo f/g: sunt autẽ maiora, per vigesimam primi. quæ simul impossibilia sunt. Igitur à centro f/ ad centrum g/ adplicata recta linea f/g, transit per contactum b. Si duo igitur circuli: & quæ sequuntur reliqua. Quod demonstrare oportebat.

Idem qui prius ostendẽdi modus ab impossibili.



Θεώρημα ιβ, Πρότασις ιγ.

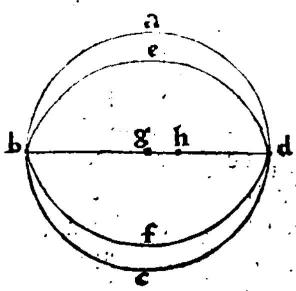
ΚΥΚΛΟΣ κύκλου οὐκ ἐφάπτεται πλείονα σημεῖα ἢ καθ' ἕν, ἐάν τε ἐντός, ἐάν τε ἐκτὸς ἐφάπτηται.

Theorema 12, Propositio 13.

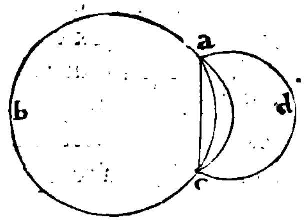
13 Circulus circulum non tangit in pluribus punctis vno: & si extra, & si intus tangat.

ORONTIVS. ¶Tangat in primis circulus a/b/c/d, circulum b/e/d/f, introrsum (si fuerit possibile) in punctis b, d: sitq; ipsius a/b/c/d/ circuli centrum g, circuli autem b/e/d/f, centrum h. Adplicata igitur ex g/ in h/ recta linea, & eiecta: cadet in puncta contactum b, d, per vndecimam huius secundi libri. Et quoniam g/centrum est circuli a/b/c/d: erit g/b, ipsi g/d, per circuli diffinitionem æqualis. Tollatur g/h, ab ipsa g/d: eadem ergo g/b, reliqua h/d/ maior erit. Rursum quoniam h/centrum est circuli b/e/d/f: æqualis erit h/b, ipsi h/d, per eandem circuli diffinitionem. Tollatur rursum g/h, ab ipsa h/b: reliqua igitur g/ b, minor erit ipsa h/ d. Ostensum est autem, quòd & multò maior: quod non est possibile. Non tangit igitur circulus a/b/c/d/ circulum b/e/d/f/ introrsum in pluribus pũctis vno. ¶Secet rursum circulus a/b/c, circulum a/c/d/ exterius in punctis a/ & c/ (si id fuerit possibile) & connectatur recta a/c/ per primum postulatum. Et quoniã in circunferentia circuli a/b/c, duo sunt accepta puncta a/ & c: adplicata igitur recta linea a/c, intra ipsum circulum cadet, per secundam huius: ergo extra circulum a/ d/c. Rursum quoniã eadem a/ & c/ puncta in circunferentia ipsius a/ d/ c/ circuli coassumpta sunt (vtpote vtrique circulo cõmunia) eadem igitur recta a/c, cadet intra circulum a/d/c, per eandem secundam huius: & extra igitur circulum a/b/c. Patuit autem, quòd & intra ipsum a/b/c/ circulũ cadit eadem a/c, atque extra ipsum a/d/c/ circulum. Cadet igitur intra & extra vtrumq; datorrum circulorum: quod est impossibile. Non tangit ergo circulus a/b/c/ circulũ a/d/c/ exterius in pluribus pũctis vno. Patuit, ꝙ nec introrsum. Quod ostẽdere fuerat operæpretiũ.

De circulis se se introrsum tangentibus.



De circulis q se tangũt extra.



Θεώρημα ιγ, Πρότασις ιδ.

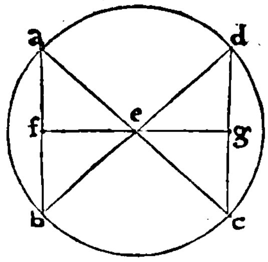
ΕΝ κύκλῳ αἱ ἴσαι εὐθεῖαι, ἴσον ἀπέχουσιν ἀπὸ τοῦ κέντρου· καὶ αἱ ἴσον ἀπέχουσαι ἀπὸ τοῦ κέντρου, ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν.

Theorema 13, Propositio 14.

14 IN circulo rectæ lineę sunt æquales, quæ æqualiter distãt à cẽtro:

& si æqualiter distant à centro, æquales adinuicem sunt.

Pars prima theorematis. ORONTIVS. ¶ Sint in circulo a/b/c/d, cuius cētrum e, binæ rectæ lineæ a/b/ & d/c/ inuicem primùm æquales. Aio ꝙ & æqualiter distant à centro e. In rectas enim a/b/ & d/c, à puncto e/ quod in eis non est, perpendiculares deducantur e/f/ & e/g, per duodecimā primi: & connectātur rectæ lineæ e/a, e/b, e/c, & e/d, per primū postulatum, quæ per circuli diffinitionem erunt adinuicē æquales. Cùm igitur recta quædam linea e/f/ per centrum educta, ipsam a/b/ rectam non per centrum extensam, ad rectos diuidat angulos: & bifariam quoq; illam secat, per tertiam huius. Aequalis est igitur a/f, ipsi f/b: & vtraq; propterea dimidium ipsius a/b. Et proinde d/g, ipsi g/c/ est æqualis: & vtraque dimidium ipsius d/c. Atqui a/b/ per hypohesin, æqualis est ipsi d/c. quæ autem æqualium sunt dimidium, ea sunt inuicē æqualia, per septimā cómunē sententiā: æqualis est igitur a/f, ipsi d/g, & f/b/ cōsequēter ipsi g/c. Et quoniā a/b/ æqualis est ipsi d/c, & e/a/ ipsi e/d: bina igitur latera e/a/ & a/b/ trianguli e/a/b, duobus lateribus e/d/ & d/c/ trianguli e/d/c, sunt æqualia alterum alteri: basis quoq; e/b, basi e/c, per circuli diffinitionē, æqualis. Angulus igitʳ qui ad a, angulo qui ad d/ æqualis est: per octauā primi. Rursum quoniā æqualis est e/a/ ipsi e/d, & a/f/ ipsi d/g: bina ergo latera e/a/ & a/f/ trianguli e/a/f, duobus lateribus e/d/ & d/g/ trianguli e/d/g/ sunt æqualia alterūalteri: & qui sub æquis lateribus cōtinentur anguli, inuicē æquales. Basis igitur e/f, basi e/g, per quartā ipsius primi est æqualis. Quæ igitur in a/b & d/c/ rectas, ex centro e/ deducuntur perpendiculares e/f/ & e/g, æquales sunt adinuicē: distāt ergo a/b/ & d/c/ rectæ æqualiter ab eodē cētro e/ ipsius a/b/c/d/ circuli, per quartam huius diffinitionem.



Secunda pars cōuersa præcedentis. ¶ Esto autem e/f, ipsi e/g/ æqualis, hoc est, distent a/b/ & d/c/ æqualiter ab eodem cētro e. Dico quòd a/b/ æqualis est ipsi d/c. Eisdem nanq; constructis: ostendemus velúti suprà, vtranq; a/b/ & d/c/ bifariā discindi ab ipsis e/f/ & e/g/ perpēdicularibus: atque a/f/ æqualem fore ipsi d/g, & f/b/ consequenter ipsi g/c/ æqualem. Cùm igitur æqualis sit e/a/ ipsi e/d, & e/f/ ipsi e/g: bina ergo latera a/e/ & e/f/ trianguli a/e/f, binis lateribus d/e/ & e/g/ trianguli d/e/g/ sunt alternatim æqualia: basis quoque a/f, basi d/g/ æqualis. Angulus igitur a/e/f, angulo d/e/g, per octauam primi est æqualis. Et proinde qui sub b/e/f/ angulus, ei qui sub c/e/g/ itidem ostendetur æqualis. Totus itaq; a/e/b/ angulus, toti angulo d/e/c, per secundam communem sententiam est æqualis. Bina ergo triangula a/e/b/ & d/e/c, habent duo latera a/e/ & e/b, duobus d/e/ & e/c/ æqualia alterum alteri (ex centro enim in circunferētiam eiusdem circuli a/b/c/d) & qui sub eisdem æqualibus rectis lineis continentur anguli, inuicē æquales. Basis igitur a/b, basi d/c, per quartā ipsius primi est æqualis. In circulo itaq; rectæ lineæ sunt æquales, quæ æqualiter distāt à centro: & si æqualiter distant à centro, æquales adinuicem sunt. Quod receperamus ostendendum.

Θεώρημα ιδ, πρότασις ιε.

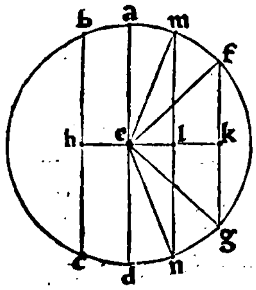
Ἐν κύκλῳ μεγίστη μὲν ἐστὶν ἡ διάμετρος· τῶν δὲ ἄλλων ἀεὶ ἡ ἔγγιον τοῦ κέντρου, τῆς ἀπώτερον μείζων ἐστίν.

Theorema 14, Propositio 15.

IN circulo, maximus quidem est dimetiens: aliarum autem semper propinquior centro, remotiore maior. 15

ORONTIVS. ¶ Sit in circulo a/b/c/d, cuius centrum e, dimetiens a/d: & ipsi centro vicinior b/c,remotior autem f/g.Aio quòd a/d/quæ per centrũ,maxima eſt: b/c/verò maior ipſa f/g.A centro enim e,in eaſdem rectas b/c/& f/g,perpendiculares deducantur e/h/& e/k:per duodecimam primi. Maior erit itaq; perpendicularis e/k,ipſa e/l:per quintam huius diffinitionẽ.Secetur itaque à maiori e/k,ipſi e/h/ minori æqualis,per tertiam primi:ſitq; e/l. & per datum punctum l, datæ rectæ lineæ f/g,parallela ducatur m/ n:per trigeſimamprimam primi.cadet igitur e/l/ad perpendiculum ſuper m/n:per corollarium vigeſimænonæ ipſius primi.Et quoniã e/h/ eſt æqualis ipſi e/ l: diſtant igitur b/c/& m/n/æqualiter à cẽtro e,per quartam huius tertij diffinitionem: ſũntq;, per decimamquartam ipſius tertij,inuicem æquales.Cõnectantur demum,per primum poſtulatũ, e/f,e/g, e/m, & e/n:quæ per circuli diffinitionem,æquales ſunt adinuicem.Cũm igitur e/a/ipſi e/m, & e/d/ipſi e/n, per circuli diffinitionẽ ſit æqualis: tota a/d, binis m/e/& e/n, per ſecundam communem ſententiã æquabitur.Binæ porrò m/e/& e/n/trianguli m/e/n, ſunt maiores reliqua m/n,per vigeſimã primi.& a/d/igitur, maior eſt eadem m/n: & ipſa conſequenter b/c/ maior, per conuerſam ſextæ atq; ſeptimæ communis ſententiæ interpretationem.Rurſum quoniam æqualis eſt e/m/ipſi e/f,& e/n/ipſi e/g: bina igitur latera m/e/& e/n/ trianguli m/e/n, binis lateribus f/e/& e/g/ trianguli f/e/g,ſunt æqualia alterum alteri:& qui ſub m/e/n/angulus,eo qui ſub f/e/g/ maior (rectæ ſiquidem e/f/& e/g,coincidunt inter e/m/& e/n,ipſum angulũ m/e/n/diuidentes)baſis igitur m/n,per vigeſimamquartã primi,baſi f/g/maior eſt. Ipſi porrò m/n/æqualis eſt b/c.& b/c/igitur eſt eadem f/g/maior: quæ enim ſunt æqualia,eiuſdem ſunt æquè maiora.oſtenſum eſt autem, quòd & a/d, ipſa b/c/ maior eſt.Dimetiens itaq; a/d,eſt omnium maxima:& b/c/centro vicinior,ipſa f/g/remotiore maior.Quod oportuit oſtendiſſe.

Construitur figura.



Demõstratur theorema.

Θεώρημα ιε, Πρότασις ις.

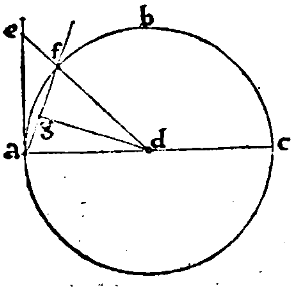
Ἡ τῇ διαμέτρῳ τοῦ κύκλου πρὸς ὀρθὰς ἀπ' ἄκρας ἀγομένη, ἐκτὸς πεσεῖται τοῦ κύκλου, καὶ εἰς τὸν μεταξὺ τόπον τῆς τε εὐθείας καὶ τῆς περιφερείας, ἑτέρα εὐθεῖα οὐ παρεμπεσεῖται. καὶ ἡ μὲν τοῦ ἡμικυκλίου γωνία, ἁπάσης ὀξείας γωνίας εὐθυγράμμου μείζων ἐστίν· ἡ δὲ λοιπή, ἐλάττων.

Theorema 15, Propoſitio 16.

16 QVæ à diametri circuli extremitate ad angulos rectos ducitur, extra ipſum circulum cadit: & in locum inter ipſam rectam lineam & circunferentiam,altera recta linea nõ cadet. & ſemicirculi angulus, omni angulo acuto rectilineo maior eſt: reliquus autem,minor.

ORONTIVS.¶Eſto circulus a/b/c,& illius centrum d,dimetiens verò a/c: & ab a/dimetientis extremitate, ad angulos rectos excitetur a/e,per vndecimã primi.Dico primũ,quòd a/e/recta extra ipſum cadit circulum.Suſcipiatur enim in ipſa e/a, contingens aliquod punctum:ſitq; illud e. & connectatur e/d, per primũ poſtulatum. Triangulũ erit igitur e/a/d. omnis porrò trianguli tres interiores anguli,binis rectis ſunt æquales:per trigeſimamſecundam primi.rectus eſt autem qui ad a, per conſtructionem.Reliqui igitur qui ad e/ & d/ ſunt anguli, vni recto ſunt æquales: & eorum

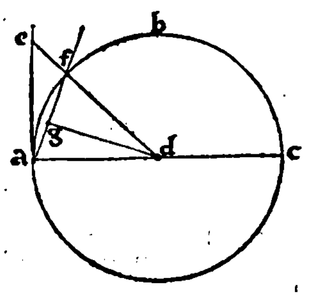
Prima pars theorematis.



propterea quilibet, ipso qui ad a/recto minor. In triangulo autem maior angulus, sub maiori latere subtenditur, per decimamnonam primi: maior est igitur d/e, ipsa a/d, quæ est ipsius dati circuli semidiameter. Egreditur ergo d/e, circunferentiam ipsius a/b/c/circuli: caditq; punctum e/extra eundem circulum a/b/c. Haud dissimi lis erit, cæterorum punctorũ ipsius a/e/demóstratio. Cadit ergo tota a/e, extra da- tum circulum a/b/c.

Pars secunda

¶ Aio rursum, quòd inter rectam a/e, & circunferentiam a/b, nõ cadit altera recta linea. Si enim id fuerit possibile: esto a/f. & ad datam rectam lineam a/d, ad datúmq; in ea punctum d, dato angulo rectilineo e/a/f, æqualis angulus rectilineus cõstituatur a/d/g: per vigesimamtertiam primi. Vterq; igitur a/d/g, & g/a/d, pars erit ipsius e/a/d: & recto propterea minor. In rectas itaq; a/f/& d/g, recta incidit a/d, efficiens interiores & in eadem parte angulos binis rectis minores: ipsæ igitur a/f/ & d/g, in infinitum productæ, tandem concurrent, per quintum postulatum,



cõueniãt ergo ad punctũ g. Triangulũ est itaq; a/g/d: cuius tres interiores anguli bi nis rectis, per eandẽ trigesimãsecũdã primi, sunt æquales. & qui sub g/a/d/ & a/d/g/ anguli, vni recto, hoc est, ipsi e/a/d/coæquantur (datus est enim a/d/g, æqualis ipsi e/a/f) Reliquus igitur a/g/d, rectus est: & maior propterea vtroq;, & g/a/d/ & a/d/g. Vnde rursum a/d/semidiameter, maior est ipsa d/g, per eandem decimamnonam primi. Cadit igitur pũctum g, intra circulum a/b/c: ergo & a/f/recta (in qua punctũ g) circulum ipsum interfecat, vtpote in f. Non cadit itaq; a/f/recta, inter rectam a/e, & circunferentiã a/b.

Tertia pars de angulo cõtingentiæ.

¶ Dico tandem, ꝙ angulus b/a/d/ipsius a/b/c/semicirculi, omni acuto & rectilineo angulo maior est: reliquus autem (vtpote, b/a/e) minor. Cùm enim angulus e/a/d/sit rectus, & diuisus à sola circunferentia a/b, inter quam & rectam a/e/non cadit altera recta linea (vti nunc ostensum est) non potest ipse angulus b/a/e/bipartiri: & proinde non minuetur neq; augebitur consequẽter ipse b/a/d. Igitur angulus b/a/d, sub a/b/circunferẽtia, & a/d/recta comprehensus, omni acuto rectilineo maior est angulo: b/a/e/ verò, qui sub eadem circunferentia, & a/e/ recta continetur (quem angulum contingẽtiæ nominare consueuimus) omni itidem acuto & rectilineo angulo minor est. Quæ omnia fuere demonstranda.

Corollarium.

¶ Quæ igitur ab extremitate dimetientis dati circuli, ad rectos ducitur angulos, ipsum circulũ tangit, ídq; in vno tantummodò puncto: ad duo enim puncta adplicata recta linea, per secundam huius tertij, cadit intra datum circulum.

Πρόβλημα β, Πρόθεσις ιζ.

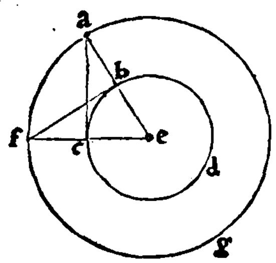
Ἀπὸ τοῦ δοθέντος σημείου, τοῦ δοθέντος κύκλου ἐφαπτομένην εὐθεῖαν γραμμὴν ἀγαγεῖν.

Problema 2, *Propositio* 17.

A Dato puncto, dato circulo, contingentẽ rectã lineam ducere. 17

Cõstructio figuræ.

ORONTIVS. ¶ Sit a/pũctum datũ: à quo oporteat in datum circulum b/c/d/contingentem rectam lineam ducere. Inueniatur ipsius b/c/d/circuli centrũ, per primam huius tertij: sitq; illud e/& connectatur a/e/ recta, per primum postulatum: quæ cùm ab interiore puncto e, ad exterius punctum a/deducatur, secabit b/c/d/circũferentiam. secet igitur in puncto b. & centro e, interuallo autem e/a, circulus describatur a/f/g, per tertium postulatum. Postmodùm à puncto b, datæ rectæ lineæ a/ e, ad rectos angulos excitetur b/ f: per vndecimam primi. & connectatur e/f, per primum postulatum: quæ eandem circunferentiam b/c/d, secet rursum in



pũcto c. Connectatur demũ a/c, per idem primũ postulatũ. Dico ꝙ a/c, contingit circulũ/b/c/d. Cũ enim per circuli diffinitionẽ, æqualis sit a/e/ipsi e/f, & b/e/ipsi e/c: erunt bina latera a/e/& e/c/triãguli a/e/c, æqualia duobus f/e/ & e/b/trianguli f/e/b: & communẽ comprehendunt angulum qui ad e. Basis igitur a/c/basi f/b, & triangulum a/e/c/triangulo f/e/b, & reliqui anguli reliquis angulis (sub quibus æqualia subtenduntur latera) per quartam primi coæquantur. æqualis est igitur angulus a/c/e, angulo e/b/f. Angulus porrò e/b/f/rectus est: igitur & qui sub a/c/e/rectus. Et quoniã e/c/semediameter est ipsius b/c/d/circuli, & ab illius dimetientis extremitate c, eadem a/c/ad rectos excitata est angulos: ipsa ergo a/c/tangit circulum b/c/d, per corollariũ decimæsextæ huius tertij. Igitur à dato puncto a, dato b/c/d/circulo, contingentem rectam lineam duximus. Quod facere oportebat. Demõstratio

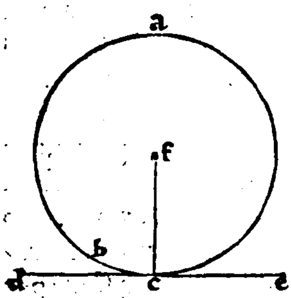
Θεώρημα ις, Πρόθεσις ιη.

Ἐὰν κύκλου ἐφάπτηταί τις εὐθεῖα, ἀπὸ δὲ τοῦ κέντρου ἐπὶ τὴν ἁφὴν ἐπιζευχθῇ τις εὐθεῖα· ἡ ἐπιζευχθεῖσα, κάθετος ἔσται ἐπὶ τὴν ἐφαπτομένην.

Theorema 16, Propositio 18.

18 SI circulum tetigerit aliqua recta linea, à centro autẽ in contactum coniuncta fuerit aliqua recta linea: coniuncta, perpendicularis erit in contingente.

ORONTIVS. ¶ Sit datus circulus a/b/c, quem tangat recta linea d/e, in puncto quidem c: sitq; centrum ipsius circuli f, & connectatur f/c/recta, per primũ postulatum. Dico quòd f/c, perpendicularis est ipsi d/e. Si enim f/c, non fuerit perpendicularis ipsi d/e: erũt d/c/f/&f/c/e/anguli, per decimæ diffinitionis primi libri conuersionem, inæquales, alter quidem recto maior, alter verò minor. Esto maior (si fuerit possibile) & obtusus f/c/e: erit itaq; d/c/f/acutus. Et quoniam recta d/e, tangit circulum a/b/c, per hypotesin: ipsum igitur nõ secat circulum. Cadit itaq; circũferẽtia b/c, inter d/c/& c/f/lineas rectas: & proinde acutus & rectilineus angulus d/c/f, maior erit angulo semicirculi b/c/f, ex circunferentia b/c/& recta c/f/comprehenso Dabitur itaque rectilineus & acutus angulus, maior angulo semicirculi: contra decimamsextam huius tertij propositionẽ. Angulus ergo d/c/f, non est recto minor: similiter ostendetur, quòd nec recto maior. est igitur rectus: & qui sub f/c/e/ continetur angulus, itidem rectus. & proinde recta f/c, in ipsam d/e/ perpendicularis est, per decimam primi diffinitionẽ. Si circulum itaq; tetigerit aliqua recta linea: &c. vt in theoremate. Quod demonstrandum fuerat. Hæc aliter ostendi potest, sed hic demõstrãdi modus præstat.



Θεώρημα ιζ, Πρόθεσις ιθ.

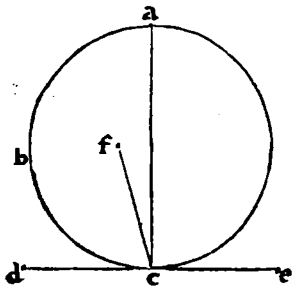
Ἐὰν κύκλου ἐφάπτηταί τις εὐθεῖα, ἀπὸ δὲ τῆς ἁφῆς τῇ ἐφαπτομένῃ πρὸς ὀρθὰς γωνίας εὐθεῖα γραμμὴ ἀχθῇ, ἐπὶ τῆς ἀχθείσης ἔσται τὸ κέντρον τοῦ κύκλου.

Theorema 17, Propositio 19.

19 SI circulum tetigerit aliqua recta linea, à contactu autẽ ipsi tangenti ad angulos rectos recta linea quædam excitetur: in excitata erit centrum circuli.

ORONTIVS. ¶Esto circulus a/b/c: quem rursum tangat recta d/e, in puncto c. & à dato pũcto c. datæ rectæ lineæ d/e, ad rectos excitetur angulos c/a: per vndecimam primi. Dico ꝙ in c/a, est centrum ipsius dati circuli a/b/c. Si enim non fuerit in recta c/a: erit alicubi. Esto (si possibile sit) in puncto f. & connectatur f/c/recta, per primum postulatum. Et quoniam recta quædam linea d/e, tangit per hypothesin circulum a/b/c, à centro autẽ f, in contactum c, coniuncta erit f/c/recta linea: coniuncta igitur f/c, perpendicularis erit in contingente d/e, per antecedentem decimamoctauam huius tertij propositionem. Rectus erit igitur vterque angulorum d/c/f, & f/c/e. Atqui per constructionem, angulus d/c/a/ rectus est: sunt'q; recti omnes inuicem æquales, per quartum postulatum. Aequus erit igitur angulus d/c/a, ipsi angulo d/c/f. Est autem d/c/f, pars ipsius anguli d/c/a: recta siquidem f/c, cadit intra circulum, ac inter d/c/& c/a/ rectas, diuidít'q; propterea ipsum augulum d/c/a. Totus igitur angulus d/c/a, suæ parti d/c/f, æquabitur: quod per nonam communem sentẽtiam est impossibile. Centrum itaque circuli a/b/c, non est in puncto f. haud dissimiliter ostendemus, ꝙ nec alibi: præter q̃ in a/c. Si circulũ ergo tetigerit aliqua recta linea: & quæ sequuntur reliqua. Quod oportuit demóstrasse.

Demõstratio ab impossibili



Θεώρημα ιη, Πρόθεσις κ.

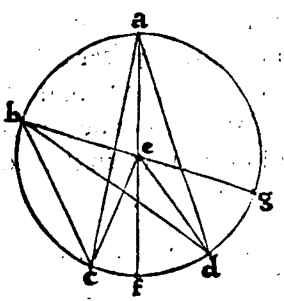
Ἐν κύκλῳ ἡ πρὸς τῷ κέντρῳ γωνία, διπλασίων ἐστὶ τῆς πρὸς τῇ περιφερείᾳ, ὅταν τὴν αὐτὴν περιφέρειαν βάσιν ἔχωσιν αἱ γωνίαι.

Theorema 18, *Propositio* 20.

IN circulo angulus qui ad centrũ, duplus est eius qui ad circunferentiam: quando anguli eandem circũferentiam habuerint. 20

ORONTIVS. ¶Sit a/b/c/d/ circulus: ad cuius centrum e, sit angulus c/e/d, ad circunferentiam autem c/a/d, & vtriusq; basis eadẽ circunferentia c/d. Aio quòd angulus c/e/d, ipsius anguli c/a/d/ duplus est. Connectatur enim a/e, per primũ postulatum: & per secundum postulatum, directè producatur in f. Cùm igitur per circuli diffinitionem, a/e/ sit æqualis e/c: æquus est angulus e/a/c, ipsi angulo e/c/a, per quintã primi. Anguli itaq; e/a/c/& e/c/a simul sumpti, alterutrius eorũ dupli sunt: vtpote ipsius e/a/c. Exterior porrò angulus c/e/f, binis interioribus & ex opposito e/a/c/& e/c/a, per trigesimamsecundam primi est æqualis. quæ autem sunt æqualia, eiusdem duplicia sunt: per conuersam sextæ communis sententiæ. duplus est igitur c/e/f/angulus, ipsius e/a/c. Et proinde angulus f/e/d/ ipsius e/a/d/anguli duplus est. Totus itaq; angulus c/e/d, totius anguli c/a/d/ consequenter est duplus. Si enim æquè multiplicibus, addãtur æquè multiplicia: æquè itidem multiplicia resultabunt. ¶Quòd si angulus qui ad circunferentiam, fuerit extra centrum ipsius circuli, veluti c/b/d: idem nihilominus subsequetur. connexa enim recta b/e, per primum postulatũ, & directè producta in g/ per secundum: concludemus veluti suprà, ex eadem quinta & trigesimasecunda primi, angulum c/e/g, duplum fore ipsius anguli c/b/e. quorum d/e/g/ pars ipsius anguli c/e/g, duplus rursum est partis ipsius c/b/e, vtpote anguli e/b/d: reliquus igitur angulus c/e/d/ qui ad centrum, duplus itidem est reliqui c/b/d/ qui ad circunferentiam dati constituitur circuli. In circulo itaq; angulus qui ad centrum, duplus

Quãdo angulus qui ad circunferẽtiam includit centrum.



Quãdo idem angul⁹ qui ad circũferentiã nõ capit centrum circuli.

est eius qui ad circunferentiam: quando ipsi anguli communem basin eandem circunferentiam habuerint. Quod fuerat ostendendum.

Θεώρημα ιθ, Πρόθεσις κα.

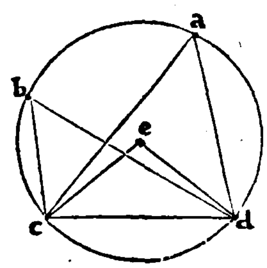
ΕΝ κύκλῳ αἱ ἐν τῷ αὐτῷ τμήματι γωνίαι, ἴσαι ἀλλήλαις ἐσίν.

Theorema 19, *Propositio* 21.

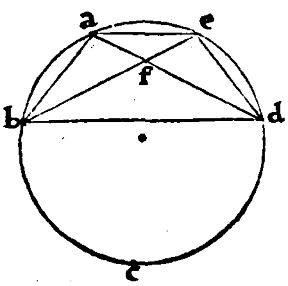
21 IN circulo qui in eodem segmento sunt anguli: sibi inuicem sunt æquales.

ORONTIVS. ¶ Sint primùm in segmento semicirculo maiori c/a/d/ dati a/b/c/d/circuli: anguli c/a/d/ & d/b/c/. Dico eosdē angulos c/a/d/ & d/b/c, fore adinuicem æquales. Inueniatur enim centrum ipsius a/b/c/d/ circuli, per primam huius tertij, sitq; illud e: & connectantur e/c/ & e/d, per primum postulatum. Cùm igitur angulus c/e/d/ ad centrum existat circuli, c/a/d/ verò angulus ad circunferentiam, habeántq; basin communem eandem circunferentiam c/d: angulus propterea c/e/ d, duplus est, per antecedētem vigesimam propositionem anguli c/a/d. Angulus itaque c/a/ d, dimidius est ipsius anguli c/e/d. Et proinde præfatus angulus c/e/d, duplus est ipsius anguli d/b/c atq; idem angulus d/b/c, eiusdem c/e/d/ anguli dimidius. Quæ autem eiusdem sunt dimidium, ea sunt adinuicem æqualia: per septimam communem sententiā. Aequus est igitur angulus c/a/d, angulo d/b/c. ¶ Sint rursum in segmento b/a/d/ semicirculo minori, ipsius a/b/c/d/ circuli, b/a/d/ & d/ e /b/ anguli. Hos dico fore similiter æquales. Connectatur enim recta a/e, per primum postulatum: sitq; ipsarum a/d/ & b/e/ sectio f. Erit igitur a/c/e, segmentum maius: & qui in eodem segmento maiori sunt anguli a/b/ e/ & e/d/a, per primam partem iam demonstratam, adinuicem æquales. Et quoniam trianguli a/b/f, interiores & qui ex opposito sunt anguli a/b/f/ & f/a/b, extrinseco b/f/d/ coæquantur angulo: necnon & duo anguli e/d/f/ & f/ e/ d/ ipsius e/f/d/ trianguli, eidē extrinseco b/f/d/ sunt itidē æquales, per trigesimāsecūdam primi. duo igitur anguli a/b/f/ & f/a/b, duobus angulis e/d/f/ & f/e/d, sunt per primā communem sententiā æquales. A quibus si demantur æquales anguli a/b/f/ & e/d/f: reliquus b/a/f, reliquo d/e/f, hoc est, b/a/d/ ipsi d/e/b, per tertiam communem sentētiam erit æqualis. Idem quoque demóstrare licebit in semicirculo. In circulo igitur, qui in eodem segmento sunt anguli, sibi inuicem sunt æquales. Quod receperamus ostendendum.

De segmento semicirculo maiori.



De segmento semicirculo minori.



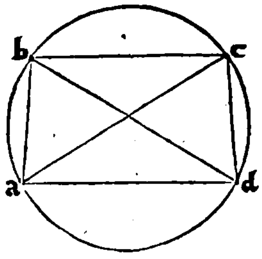
Θεώρημα κ, Πρόθεσις κβ.

Τῶν ἐν τοῖς κύκλοις τετραπλεύρων αἱ ἀπεναντίον γωνίαι, δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι ἐσίν.

Theorema 20, *Propositio* 22.

22 IN circulis quadrilaterorum existentium anguli, qui ex opposito: duobus rectis sunt æquales.

ORONTIVS. ¶ Sit in a/b/c/d/ circulo, quadrilaterum a/b/c/d. dico angulos qui ad a/ & c, similiter qui ad b/ & d/ ex opposito cōstituūtur, duobus rectis coæquari. Connectantur enim a/c/ & b/d/ rectæ, per primùm postulatum. Triangulum est igitur a/b/c. Et quoniam angulo b/a/c, æquus est angulus c/d/b, per antecedentem vigesimamprimam huius tertij:sunt enim in eodem segmēto b/a/d/c. Angulo rursum a/c/b, æqualis est angulus b/d/a, per eandem vigesimāprimam huius tertij: in eodē nanq; segmēto consistunt a/d/c/b. Totus igitur qui sub a/d/c/cōtinetur angulus, binis angulis b/a/c/& a/c/b (nempe suis partib⁹ integralibus) coæquatur. Adijciatur vtrisq; æqualibus, cōmunis angulus a/b/c. duo igitur anguli a/b/c/& c/d/a, tribus angulis b/a/c, a/c/b, & c/b/a, ipsius a/b/c/ trianguli, sunt per secundam communem sententiam æquales. Eisdem porrò tribus angulis eiusdē a/b/c/trianguli, duo recti sunt æquales anguli: omnis siquidem triāguli, tres interiores anguli binis sunt rectis æquales, per trigesimamsecundā primi. Qui igitur ex opposito sunt anguli a/b/c, & c/d/a, per primam communem sentētiam, sunt æquales duobus rectis. Nec dissimiliter ostēdemus, quòd anguli b/a/d/& d/c/b, duobus itidem rectis coæquantur. Igitur in circulis quadrilaterorum existentiū anguli, qui ex opposito: duobus rectis sunt æquales. Quod demonstrare oportebat.



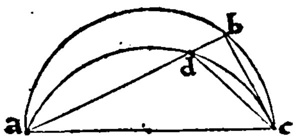
Θεώρημα κα, πρόθεσις κγ.

Ἐπὶ τῆς αὐτῆς εὐθείας δύο τμήματα κύκλων ὅμοια καὶ ἄνισα, οὐ συσταθήσονται ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη.

Theorema 21, Propositio 23.

SVper eadem recta linea, duæ sectiones circulorum similes, & inæquales non constituentur ad easdem partes. 23

ORONTIVS. ¶Super eadem nanque recta linea a/c, binæ & inæquales circulorum sectiones, a/b/c/quidem maior, minor autem a/d/c, ad easdem partes b, d/constituantur. Dico ꝙ ipsæ sectiones nō sunt similes, & simul inæquales. Si enim id fuerit possibile: extendatur recta quædam linea a/d/b, quæ secet vtranq; sectionem, maiorem quidem in b, & ipsam minorē in d: & connectantur b/c, & c/d/rectæ, per primum postulatū. Triangulum erit igitur b/c/d: cuius vnum latus b/d, producitur in a. exterior igitur angulus a/d/c, interiore & ex opposito c/b/d/maior est, per decimamsextam primi. Quòd si segmentum a/d/c/, fuerit ipsi a/b/c/simile: æquus erit angulus a/d/c, eidem angulo c/b/d, per vltimam huius tertij diffinitionem. similes nanq; sectiones circuli sunt, quæ angulos æquos suscipiūt. Esset igitur angulus a/d/c, maior angulo c/b/d, atq; eidem æqualis: quod est impossibile. Super eadem itaq; recta linea, duæ sectiones circulorum similes, & inæquales non constituētur ad easdem partes. Quod ostendere fuerat operæpretium.



Θεώρημα κβ, πρόθεσις κδ.

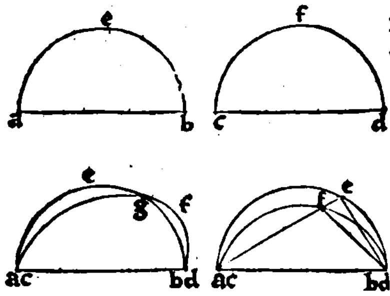
Τὰ ἐπὶ ἴσων εὐθειῶν ὅμοια τμήματα κύκλων, ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν.

Theorema 22, Propositio 24.

SVper æqualibus rectis lineis similes circulorum sectiones constitutæ, sibi inuicem sunt æquales. 24

ORONTIVS. ¶Constituantur enim super æqualibus rectis lineis a/b, & c, d, similes circulorum sectiones a/e/b, & c/f/d. Dico ꝙ sectio a/e/b, sectioni c/f/d/ est æqualis. Comparatis nanque adinuicem ipsis a/e/b/& c/f/d/sectionibus, & puncto c/supra punctum a/ collocato, extensaq; recta linea c/d/in directum ipsius a/b: congruet punctum d, ipsi puncto b. quæ enim sunt æqualia, sibimetipsis conueniunt, per octauæ cõmunis sententiæ conuersionem. Conueniente autem recta c/d/ ipsi a/b, conueniet & c/f/d/ circunferentia ipsi a/e/ b: & illi consequenter erit æqualis. Tunc enim super eadem recta & communi linea a/b/vel c/d, duæ circulorum sectiones constituentur similes:igitur & æquales, per vigesimam tertiam huius. Aequalis est igitur a/e/b/ipsi c/f/d. ¶ Quòd si non fueris contentus hac demonstratione, & dixeris forsan circunferentiam c/ f/d, ipsi a/e/b/ minimè conuenire:tunc vel altera alteram secabit, vel vna cadet intra reliquam. Secent se primùm (si possibile sit) in puncto g. Et quoniam se secant iam, in communibus pũctis a,b/vel c,d:secabunt sese inuicẽ circuli, quorũ sunt sectiones, in pluribus duobus pũctis. quod per decimam huius tertij, est impossibile. Quòd si vna ceciderit intra reliquam, vtpote c/f/d/intra a/e/b: idẽ quod in proxima sequetur inconueniẽs, velut ex ipsa potes elicere figura. Exterior enim angulus qui ad f, trianguli e/f/b/ aut e/f/d, maior erit intrinseco & ex opposito qui ad e, per decimãsextã primi: ac eidem æqualis, per similiũ sectionũ diffinitionẽ, quod non est possibile. Congruit itaque circunferentia c/f/d, ipsi a/e/b: quemadmodùm & recta c/d/ipsi a/b. quæ autem sibimetipsis conueniunt, æqualia sunt adinuicem: per octauam cõmunem sententiam. Aequalis est igitur sectio a/e/ b, ipsi c/f/d. Igitur super æqualibus rectis lineis, similes circulorum sectiones cõstitutæ, sibi inuicem sunt æquales. Quod receperamus ostendendum.

Alia eiusdem theorematis ostensio.



Πρόβλημα γ, Πρότασις κε.

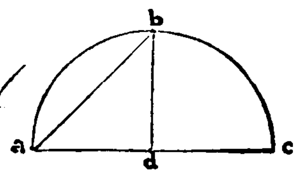
Κύκλου τμήματος δοθέντος, προσαναγράψαι τὸν κύκλον οὗπερ ἐστὶ τμῆμα.

Problema 3, Propositio 25.

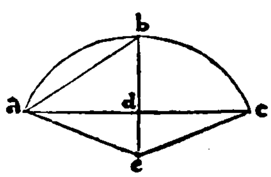
25 Circuli sectione data: describere circulum, cuius est sectio.

ORONTIVS. ¶ Esto data circuli sectio a/ b/ c, cuius centrum oporteat inuenire: hoc est, circulum cuius est sectio describere. Secetur itaque a/c/recta bifariam in puncto d, per decimam primi. & per vndecimam eiusdem primi, à puncto d/ipsius a/c/rectæ lineæ, perpendicularis excitetur d/b: & cõnectatur a/b/ recta, per primum postulatum. Triangulum erit igitur a/b/d: cuius angulus b/a/d, ipsi angulo d/b/a/erit æqualis, aut eo minor, vel eodẽ angulo maior. Si æqualis (vt in hac prima figura) æqualis erit a/d, ipsi d/b, per sextã primi. Eidem porrò a/d, æqualis est d/c, per constructionem: & d/b/igitur ipsi d/c, per primam communem sententiam erit æqualis. Tres itaque a/d, d/b, & d/c, erunt inuicem æquales. Cadẽt ergo à puncto d, in circũferentiã a/b/c, plures quàm duæ rectæ lineæ æquales: erit igitur punctum d, centrum circuli, cuius a/b/c/est sectio, per nonam huius tertij. ¶ At si angulus b/a/d, minor fuerit angulo d/b/a (vt in secunda figuræ dispositione) cõstituatur ad datum punctum a/datæ rectæ lineæ a/b, dato angulo rectilineo d/b/a, æqualis angulus rectilineus b/a/e: per vigesimamtertiam primi. Et quoniam trianguli a/ b/d, angulus qui ad d/rectus est: igitur & qui ad b/minor est recto, per trigesimamsecundam primi. Angulo autẽ d/b/a, datus est æqualis b/a/e: & b/a/e/igitur angulus recto minor est. incidit itaq; recta linea a/b, in a/e/ & b/d/rectas, efficiens interiores &

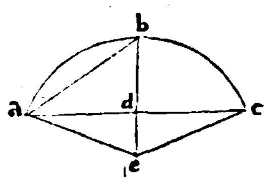
Prima huius ostẽsionis differentia.



Secunda differentia.

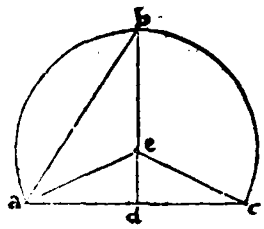


in eadem parte angulos, duobus rectis minores: conuenient igitur a/e/& b/d/ in rectum productæ, per quintum postulatum. conueniāt ergo ad punctum e: & connectatur e/c/ recta, per primum postulatum. Cùm igitur angulus e/a/b, æquus sit angulo a/b/e: æqualis est a/e, ipsi e/b, per sextam primi. Rursum quoniam a/d, ipsi d/c/ est æqualis, & d/e/ vtrique communis: bina igitur latera a/d/ & d/e/ trianguli a/d/e, binis lateribus e/d/& d/c/ trianguli e/d/c, sunt æqualia alterū alteri: & æquales comprehendunt angulos, nempe rectos qui circa d. Basis igitur e/c, basi a/e, per quartam primi est æqualis. Eidem porrò a/e, æqualis ostensa est e/b: tres igitur a/e, e/b, & e/c, sunt adinuicem æquales. Quare rursum, ex nona huius tertij, punctum e/centrum erit circuli, cuius a/b/c/ est sectio.



Tertia differentia.

¶ Quòd si idem angulus b/a/d, maior extiterit ipso d/b/a: idem respondenter concludetur. Dato enim rursum angulo b/a/e, ipsi d/b/a, per vigesimam tertiam primi, æquali: cōcludemus (veluti suprà) ex sexta primi, e/b/ fore æqualem ipsi a/e: ac eidem a/e, ipsam e/c, per quartam ipsius primi, consequenter æquari. Et proinde punctum e, centrum erit circuli/cuius a/b/c/ est sectio: per nonam huius tertij.

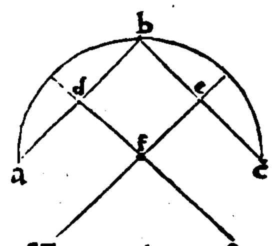


Corollarium.

¶ Hinc fit manifestū, in semicirculo angulum b/a/d, fore æqualē ipsi d/b/a: in sectione autē semicirculo minore, minorē: & in maiore maiorē.

Alia & vniuersalior eiusdē problematis ostensio.

¶ EST ET ALIVS modus vniuersalis inueniendi præfatū centrū, cuicunq; sectioni datæ indifferenter adcommodus. Assumantur itaque in data circunferentia siue sectione a/b/c, tria vtcunque contingentia puncta: sint'q; a, b, c. Connectantur deinde a/b, & b/c/ rectæ, per primum postulatum. vtraq; postmodùm bifariam diuidatur, per decimā primi: a/b/ quidem in puncto d, & b/c/ in puncto e. A punctis autem d/& e, in easdem a/b/& b/c, perpendiculares excitentur d/f/& e/f, per vndecimam eiusdem primi. Cùm igitur vterque angulorum b/d/f/& b/e/f/ sit rectus: recta quæ ex puncto d/in pūctū e/producetur, vtrūq; diuidet angulum. quæ cùm incidat in d/f/& e/f/ rectas, efficiet propterea interiores & in eadem parte angulos d/e/f/ & e/d/f/ duobus rectis minores. Cōcurrent igitur d/f/& e/f/ productæ, per quintum postulatum, & sese tandem intersecabunt in eodem puncto f. Et quoniam recta quædam linea d/f, quandam rectam lineam a/b, bifariam & ad rectos dispescit angulos: in ipsa igitur d/f/ est centrū circuli & proinde in e/f/ recta, erit eiusdem circuli centrum: per corollarium primæ huius tertij. Est igitur cētrū circuli, cuius sectio est a/b/c, in puncto f, vtriq; & d/f/& e/f/ cōmuni. Data igitur circuli sectione a/b/c, describitur circulus cuius est sectio. Quod oportuit ostēdisse.



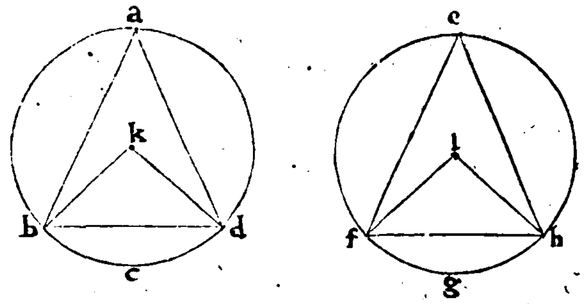
Θεώρημα κγ, Πρότασις κς.

ΕΝ τοῖς ἴσοις κύκλοις αἱ ἴσαι γωνίαι ἐπὶ ἴσων περιφερειῶν βεβήκασι, ἐάν τε πρὸς τοῖς κέντροις, ἐάν τε πρὸς ταῖς περιφερείαις ὦσι βεβηκυῖαι.

Theorema 23, Propositio 26.

IN æqualibus circulis æquales anguli, in æqualibus circunferentijs subtenduntur: etsi ad centra, etsi ad circunferentias deducti fuerint. 26

ORONTIVS. ¶ Sint bini circuli a/b/c/d/ & e/f/g/h/ inuicem æquales: in quibus æquales deducantur anguli, ad eorum quidem centra k, l, anguli b/k/d, & f/l/h: ad circunferentias autem, b/a/d/ & f/e/h. Dico quòd b/c/d/ circunferētia, æqualis est f/g/h/ circunferentiæ. Connectantur enim in primis b/d/ & f/h/ rectæ, per primum postulatũ. Et quoniam per hypothesin circuli a/b/c/d/ & e/f/g/h/ sunt inuicē æquales: quæ igitur ex eorum centris prodeũt rectæ lineæ, sunt æquales adinuicem, per primã huius tertij diffinitionem. Duæ igitur b/k/ & k/d/ trianguli b/k/d, duabus f/l/ & l/h/ triãguli f/l/h/ sũt æquales altera/alteri: & æquos inuicē, qui ad k/ & l/ cõprehēdunt angulos. Basis itaq; b/d, basi f/h, per quartã primi est æqualis. Rursum quoniã angulus qui ad a, æquus est angulo qui ad e, similis est sectio b/a/d, sectioni f/e/h, per decimam huius tertij diffinitionē: & super æqualibus rectis cõsistunt b/d/ & f/h. Aequalis est igitur sectio b/a/d, ipsi f/e/h: super æqualibus enim rectis lineis similes circulorum sectiones constitutæ, sibi inuicem sunt æquales, per vigesimamquartam huius tertij. Atqui totus a/b/c/d/ circulus, toti e/f/g/h/ circulo est æqualis. si ab æqualibus autem circulis, æquales auferantur circunferentiæ: quæ relinquentur æquales erunt, per tertiam cõmunem sententiam. Aequalis est igitur circunferentia b/c/d, ipsi f/g/h. In æqualibus ergo circulis: &c. vt in theoremate. Quod demonstrandum fuerat.



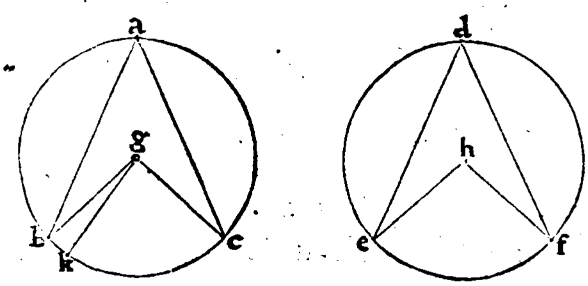
Θεώρημα κδ', Πρόθεσις κζ.

Ἐν τοῖς ἴσοις κύκλοις, αἱ ἐπὶ ἴσων περιφερειῶν βεβηκυῖαι γωνίαι, ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν, ἐάν τε πρὸς τοῖς κέντροις, ἐάν τε πρὸς ταῖς περιφερείαις ὦσι βεβηκυῖαι.

Theorema 24, Propositio 27.

27 IN æqualibus circulis, anguli qui super æquales circunferentias deducuntur, sibi inuicem sunt æquales: etsi ad centra, etsi ad circunferentias fuerint deducti.

ORONTIVS. ¶Hæc est cõuersa præcedentis. Sint ergo in circulis æqualibus a/b/c/ & d/e/f, super æqualibus circunferētijs b/c/ & e/f, anguli b/g/c/ & e/h/f, ad eorum centra g, h: ad circunferentias autem b/a/c/ & e/d/f. Aio quòd angulus qui ad g, æquus est angulo qui ad h: necnon qui ad a, æqualis ei qui ad d. In primis enim, si angulus b/g/c/ angulo e/h/f/ nõ fuerit æqualis: alter eorum erit maior. Esto maior (si possibile sit) b/g/c: & ad datam rectam lineam g/c, ad datũmq; in ea punctum g, dato angulo rectilineo e/h/f, æqualis angulus rectilineus constituatur k/g/c, per vigesimamtertiam primi. Maior erit itaque angulus b/g/c, ipso k/g/c/ angulo: incidétque propterea recta g/k, inter b/g/ & g/c/ rectas, & proinde secabit circũferentiã k/c/ ipsa b/c/ minorē. At quoniã in circulis æqualibus æquales anguli, in æqualibus circunferētijs subtēduntur, per antecedentē vigesimamsextã propositionem: æqualis erit circunferentia k/c, ipsi e/f. Eidem porrò Cõuersa præcedentis, 26.



circunferentiæ e/f, æqualis est per hypothesin circunferentia b/c.& b/c/ igitur circunferentia, ipsi k/c, per primam communem sententiam erit æqualis: maior videlicet minori, totúmve suæ parti. quod per nonam cómunẽ sententiã est impossibile. Non est igitur angulus b/g/c, maior ipso e/h/f: similiter ostendemus, quòd neq; minor. Est igitur æqualis. Et quoniam per vigesimam huius tertij, angulus b/a/c, dimidius est eius qui ad centrum g: necnon & e/d/f/angulus, illius qui ad centrum h/dimidius. quæ autẽ eiusdem vel æqualium sunt dimidiũ, æqualia sunt adinuicem: per septimam communem sententiã. Et angulus igitur b/a/c, angulo e/d/f/est æqualis. In æqualibus ergo circulis, anguli qui super æquales circunferentias: & quæ sequuntur reliqua. Quod erat ostendendum.

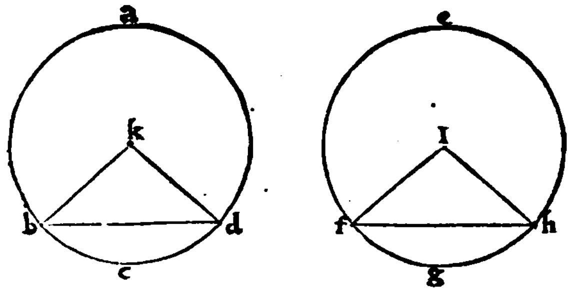
Θεώρημα κε, Πρότασις κη.

ΕΝ τοῖς ἴσοις κύκλοις αἱ ἴσαι εὐθεῖαι, ἴσας περιφερείας ἀφαιροῦσι. τὴν μὲν μείζονα, τῇ μείζονι: τὴν δὲ ἐλάττονα, τῇ ἐλάττονι.

Theorema 25, Propositio 28.

IN æqualibus circulis æquales rectæ lineæ, æquales circunferentias auferunt: maiorem maiori, minorem autem minori. 28

ORONTIVS. ¶Sint bini circuli a/b/c/d/& e/f/g/h/inuicem æquales, quorum centra k, l: in ipsis verò æqualibus circulis, æquales sint rectæ lineæ b/d, & f/h, auferentes circunferentes b/a/d/quidem & f/e/h maiores, minores autem b/c/d/& f/g/h. Aio quòd circunferentia b/a/d, circunferentiæ f/e/h/est æqualis: necnon & b/c/d, ipsi f/g/h. Connectantur enim b/k/& k/d, atque f/l/& l/h/ rectæ, per primũ postulatum.



Cũ igitur ex hypothesi circuli a/b/c/ d/ & e/ f/ g/ h/ sint æquales: & æquales quoq; adinuicẽ erunt quæ ex eorum cẽtris deducẽtur lineæ rectæ, per primam huius tertij diffinitionem. Duæ itaq; b/k/& k/d/trianguli b/k/d, binis f/ l/ & l/h/trianguli f/l/h, sunt æquales altera alteri: basis quoq; b/c, basi f/h, per hypothesin æqualis. Angulus igitur b/k/d, angulo f/l/h, per octauam primi est æqualis. In æqualibus porrò circulis æquales anguli, & ad centra deducti, in æqualibus circunferentijs subtenduntur: per allegatam vigesimamsextam huius tertij. Et b/c/d/igitur circunferentia, ipsi f/g/h/circunferẽtiæ est æqualis. Atqui totus a/b/c/d/circulus, toti e/f/g/h/ circulo per hypothesin æquatur: & si ab æqualibus circulis æquales auferantur circunferentiæ, quæ relinquentur æquales erunt, per tertiam communem sententiam. Reliqua igitur circunferentia b/a/d, reliquæ f/e/h/est æqualis. Igitur in circulis æqualibus æquales rectæ lineæ, æquales circũferentias auferunt: maiorem maiori, minorẽ autem minori. Quod demóstrare fuerat operæpretium.

Θεώρημα κς, Πρότασις κθ.

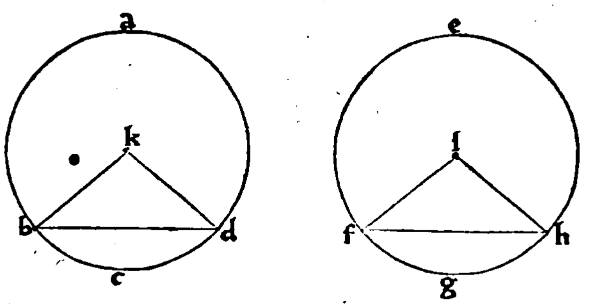
ΕΝ τοῖς ἴσοις κύκλοις ὑπὸ τὰς ἴσας περιφερείας, ἴσαι εὐθεῖαι ὑποτείνουσιν.

Theorema 26, Propositio 29.

IN æqualibus circulis: sub æqualibus circunferẽtijs, æquales rectæ lineæ subtenduntur. 29

Cõuersa proximæ. 28.

ORONTIVS. ¶Hæc est conuersa proximè antecedentis propositionis. Sint igitur rursum æquales circuli a/b/c/d/& e/f/g/h, quorum cētra k,l: sintq; in eisdem circulis, b/c/d/& f/g/h/circūferentiæ inuicem æquales. Dico quòd connexæ b/d & f/h/rectæ lineæ, æquales sunt adinuicem. Producātur enim ex centro k, rectæ lineæ b/k/& k/d: necnon ex centro l, rectæ lineæ f/l/& l/h, per primum postulatū. Et quoniam ex hypothesi circunferentia b/c/d/æqualis est circunferentiæ f/g/h: æqualis est propterea angulus b/k/d/angulo f/l/h, per vigesimamseptimam huius tertij. Rursum quoniam dati circuli per hypothesin sunt inuicem æquales: & quæ ex eorum centris igitur k/ & l, per primam huius diffinitionem sunt æquales. Aequales itaque inuicem sunt b/k, k/d, f/l, & l/h. Triangula ergo b/k/d/ & f/l/h, habent duo latera duobus lateribus æqualia alterum alteri: & contentos sub æquis lateribus angulos inuicem æquales. Basis igitur b/d, basi f/h, per quartam primi est æqualis. In æqualibus ergo circulis, sub æqualibus circunferētijs, æquales rectæ lineæ subtenduntur. Quod oportuit demonstrasse.



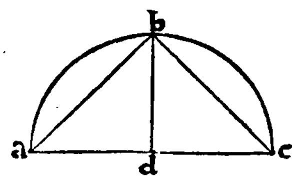
Πρόβλημα δ, Πρόθεσις λ.

Τὴν δοθεῖσαν περιφέρειαν δίχα τέμνειν.

Problema 4, *Propositio* 30.

30 DAtam circunferentiam bifariam discindere.

DORONTIVS. ¶Esto data circūferentia a/b/c: quam oporteat bifariam discindere. Connectatur ergo recta linea a/c, per primū postulatum: quæ bifariam secetur in puncto d, per decimam primi. Et per vndecimam eiusdem primi, à dato puncto d, datæ rectæ lineæ a/c, ad angulos rectos excitetur d/b: connectanturq; a/b/& b/c/lineæ rectæ, per primum postulatum. Cùm igitur a/d/ipsi d/c/sit æqualis, & d/b/vtriq; communis: bina itaq; latera a/d/& d/b/trianguli a/d/b, duobus lateribus b/d/& d/c/trianguli b/d/c/sunt æqualia alterum alteri: & æquos inuicem comprehendunt angulos, nempe rectos. Basis igitur/a/b, basi b/c, per quartam primi est æqualis. Aequales porrò lineæ in eodē circulo, æquales circunferentias auferunt, maiorem maiori, minorem autem minori, per vigesimamoctauā huius tertij. Aequalis est ergo a/b/circunferentia, ipsi b/c. Data itaq; circunferentia a/b/c, bifariam discinditur in puncto b. Quod facere oportebat.



Θεώρημα κζ, Πρόθεσις λα.

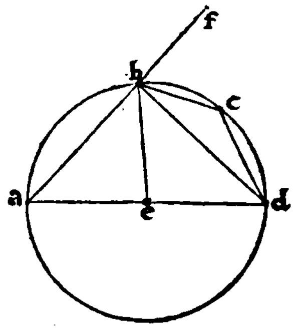
ΕΝ κύκλῳ, ἡ μὲν ἐν τῷ ἡμικυκλίῳ γωνία, ὀρθή ἐστιν: ἡ δὲ ἐν τῷ μείζονι τμήματι, ἐλάττων ὀρθῆς: ἡ δὲ ἐν τῷ ἐλάττονι, μείζων ὀρθῆς· καὶ ἔτι ἡ μὲν τοῦ μείζονος τμήματος γωνία, μείζων ἐστὶν ὀρθῆς: ἡ δὲ τοῦ ἐλάττονος τμήματος γωνία, ἐλάττων ἐστὶν ὀρθῆς.

Theorema 27, *Propositio* 31.

31 INn circulo, angulus qui in semicirculo est, rectus est: qui autem in maiori segmento, minor recto: qui verò in minori segmento, maior est recto. Et insuper angulus maioris segmēti, recto quidem maior est: minoris autem segmenti angulus, minor est recto.

ORONTIVS. ¶ Sit datus circulus a/b/c/d: cuius centrum e, dimetiens verò a/d: descriptus autem in semicirculo angulus, sit a/b/d. & suscipiatur in eodem circulo contingens aliquod punctum, sitq; illud c: & per primum postulatum, connectantur rectæ lineæ b/c, b/e, & c/d. Dico primùm, quòd angulus a/b/d/ rectus est. Extendatur enim, per secundum postulatum, a/b/ recta in directum, versus f. Cùm

Prima theorematis pars.



igitur æqualis sit a/e, ipsi e/b, per circuli diffinitionem: æquus erit angulus e/a/b, ipsi angulo a/b/e, per quintam primi. Et proinde æqualis est angulus e/b/d, ipsi angulo b/d/e: æqualis siquidē est e/b/ recta ipsi e/d, per eandē circuli diffinitionē. Totus itaq; angulus a/b/d, binis angulis b/a/d/ & a/d/b/ est æqualis. Eisdem porrò angulis b/a/d/ & a/d/b, æquus est exterior angulus d/b/f, per trigesimā secundā primi. Duo itaque anguli a/b/d/ & d/b/f, eisdem angulis b/a/d/ & a/d/b/ sunt æquales: igitur & æquales adinuicem, per primam communem sententiam. Recta igitur b/d/ incidēs super a/f, efficit vtrobique angulos adinuicem æquales: ergo rectos, per decimam ipsius primi diffinitionem. Rectus est igitur angulus a/b/c/ in dato consistens semicirculo. ¶ Dico insuper quòd angulus qui ad a/ existens in maiori segmento b/a/d, recto minor est. Trianguli siquidem a/b/d/ tres anguli, binis rectis per trigesimamsecundam primi sunt æquales. Rectus est autem qui ad/b (veluti nunc ostendimus) reliqui igitur qui ad a, & qui ad d, vni recto sunt æquales: & proinde vterque recto minor. ¶ Aio consequenter quòd & angulus qui ad c/ in segmento b/c/d/ semicirculo minori, maior est recto. Nam a/b/c/d/ quadrilaterū est, & in dato consistens circulo. In circulis porrò quadrilaterorum existentium, anguli qui ex opposito duobus rectis sunt æquales, per vigesimamsecundam huius tertij. Qui igitur ad a/ & c/ existunt anguli, binis rectis sunt æquales. Angulus porrò qui ad a, recto minor ostensus est: igitur & qui ad c, hoc est sub b/c/d/ cōtinetur angulus, recto maior est. ¶ Dico tandem, quòd angulus maioris segmenti b/a/d, vtpote a/b/c/d, sub a/b/ recta, & circunferentia b/c/d, cōprehensus, maior est recto. Minoris autē segmenti angulus, veluti c/b/d, sub eadem b/c/d/ circunferentia & recta b/d/ comprehensus, recto minor est. Anguli enim rectilinei a/b/d/ & d/b/f/ recti sunt: caditq; b/d/ recta intra datum circulum, per secundam huius tertij. Eadem itaq; recta b/d, diuidit ipsum angulum sub a/b/ recta, & b/c/d/ circūferentia comprehensum: & proinde rectus angulus a/b/d, eiusdem anguli sub a/b/ recta & circunferentia b/c/d/ comprehensi sit pars. Omne porrò totum, est sua parte maius, per nonam cōmunem sententiam. Datus igitur segmenti maioris angulus, sub a/b/ recta, & b/c/d/ circunferentia contentus, recto maior est. ¶ Rursum, quoniam recta b/d, cadit intra datum circulum, & b f/ extra: diuidit itaq; circunferentia b/c/d, ipsum angulum rectum d/b/f. Et proinde datus angulus sub b/d/ recta/ & eadem circunferentia b/c/d/ comprehēsus, pars est ipsius anguli recti d/b/f. Omnis autem pars minor est toto, per ipsius nonæ communis sententiæ conuersionem. Angulus igitur segmenti minoris, sub d/b/ recta & b/c/d/ circunferentia comprehensus, minor est recto. In circulo itaq; angulus qui in semicirculo est: & quæ sequuntur reliqua. Quod oportebat ostendere.

Pars secūda.

Pars tertia.

Quarta eiusdem theorematis pars.

Pars quinta & vltima.

Corollarium primum.

¶ Ex hac, & decimasexta huius tertij propositione fit manifestum, quòd tametsi in mixtis angulis, sub recta linea & circuli circunferentia comprehensis, detur minor atque maior recto: nunquàm tamen dabitur æqualis.

Corollarium secundum.

¶Sequitur etiam ex huiusce propositionis demonstratione, quòd in triangulis angulus qui reliquis duobus æquatur, rectus est. ¶ Et quando vtrobique cõsistentes anguli, eisdem angulis fuerint æquales: vterq; æqualium angulorum rectus erit.

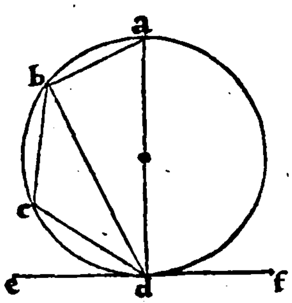
Θεώρημα κη, Πρόθεσις λβ.

Ἐὰν κύκλου ἐφάπτηταί τις εὐθεῖα, ἀπὸ δὲ τῆς ἁφῆς εἰς τὸν κύκλον διαχθῇ τις εὐθεῖα τέμνουσα τὸν κύκλον, ἃς ποιεῖ γωνίας πρὸς τῇ ἐφαπτομένῃ, ἴσαι ἔσονται ταῖς ἐν τοῖς ἐναλλὰξ τοῦ κύκλου τμήμασι γωνίαις.

Theorema 28, Propositio 32.

32 SI circulum tetigerit aliqua recta linea, à contactu autem extendatur quædam recta linea circulum dispescẽs: anguli quos efficit ad tangẽtem, æquales sunt eis, qui alterni in circuli segmentis consistunt, angulis.

ORONTIVS. ¶Esto enim circulus a/b/c/d, quem tangat recta linea e/f/ in puncto d: à cõtactu autem d, extendatur recta quædam linea d/b, dispescẽs datum circulum a/b/c/d. Aio quòd angulus b/d/e, æqualis est angulo qui in segmento b/a/d: & angulus b/d/f, ei qui in segmento b/c/d/ itidem æqualis. In primis enim, aut b/d/ recta super rectam e/f/ ad rectos incidet angulos: aut non. Si ad rectos inciderit angulos: ea transibit per centrum, efficietúrque dimetiẽs ipsius a/b/c/d/ circuli, per decimamnonam huius tertij. Qui autem in vtroq; semicirculo cõsistet angulus, rectus erit, per antecedentẽ trigesimamprimã ipsius tertij. hinc per quartum postulatũ, vterque rectus qui circa d, vtrique recto in alternis semicirculis constituto erit æqualis. ¶Sed esto d/b/ minimè perpendicularis super e/f: & per vndecimã primi, à dato puncto d, datæ rectæ lineæ e/f, perpendicularis excitetur a/d. Sumatur præterea in b/d/ circũferentia punctum aliquod, sitq; illud c: & per primum postulatum, connectãtur rectæ a/b, b/c, atque c/d. Cùm igitur ex hypotesi, recta linea e/f, tangat ipsum a/b/c/d/ circulum, à contactu autem d, ipsi tangẽti e/f/ ad rectos angulos excitata est a/d: transit igitur a/d/ recta per centrum, sitq; dimetiẽs ipsius a/b/c/d/ circuli, per decimãnonã huius tertij. Triãguli igitur a/b/d, angulus qui ad b/ in ipso existens semicirculo, per antecedentẽ trigesimãprimã huius tertij, rectus est: reliqui itaq; anguli a/d/b/ & b/a/d, vni recto, per trigesimamsecundam primi, sunt æquales. Angulus porrò a/d/e, rectus est: qui igitur sub a/d/b/ & b/a/d/ cõtinentur anguli, ipsi angulo a/d/e/ sunt æquales. vtriq; autẽ æqualiũ, cõmunis est a/d/b: reliquus igitur b/d/e, reliquo b/a/ d (qui alternus in b/a/d/ segmento consistit) angulo, per tertiam communem sententiam est æqualis. Rursùm quoniã anguli b/d/e/ & b/d/f, duobus rectis, per decimamtertiam primi, sunt æquales: eisdẽ quoq; duobus rectis, æquales sunt qui in a/b/c/d/ quadrilatero, ex opposito consistunt anguli b/a/d/ & b/c/d, per vigesimamsecundam huius tertij. Et anguli igitur b/a/d/ & b/c/d, ipsis angulis b/d/e/ & b/d/f, sunt per primam communem sententiã æquales: quorum alter, vtpote b/a/d, alteri b/d/e/ æqualis præostensus est. Reliquus igitur angulus b/d/f, reliquo & alterno b/c/d, per tertiam communem sententiam coæquatur. Si circulum igitur tetigerit aliqua recta linea: &c. vt in theoremate. Quod receperamus ostendendum.



Quãdo dispescẽs orthogonalis est ad tãgentem.

Quando extensa non est orthogonalis cum tãgente circulum.

Πρόβλημα ε, Πρότασις λγ.

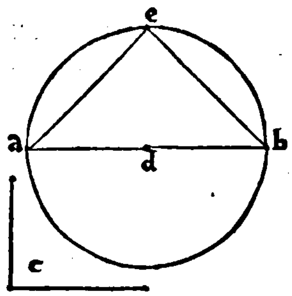
Επὶ τῆς δοθείσης εὐθείας γράψαι τμῆμα κύκλου δεχόμενον γωνίαν ἴσην, τῇ δοθείσῃ γωνίᾳ εὐθυγράμμῳ.

Problema 5, Propositio 33.

SVper data recta linea, describere sectionem circuli, capientem angulum æqualem dato angulo rectilineo. 33

ORONTIVS. ¶Sit data recta linea a/b, datus porrò angulus rectilineus qui ad c: sitq; receptum describere circuli sectionem, quæ capiat angulum ipsi dato angulo c/æqualem. Datus itaq; angulus, aut erit rectus, aut acutus, vel obtusus. Esto primũ rectus, vt in prima figura. Secetur ergo ipsa a/b/ recta linea bifariam, per decimam primi, in puncto d: & centro d, interuallo autem d/a, vel d/b, circulus describatur a/e/b, per tertium postulatum. Sumatur deinde contingens aliquod punctum in alterutro semicirculo, sitq; illud e: & cõiungantur a/e/& e/b/lineæ rectæ, per primũ postulatum. Et quoniã semicirculus est a/e/b: angulus igitur qui ad e, per trigesimamprimã huius tertij rectus est, & ipsi propterea angulo c, per quartum postulatum æqualis. Descriptus est itaque super a/b/recta, semicirculus a/e/b, suscipiẽs angulum qui ad e, dato angulo c/æqualem.

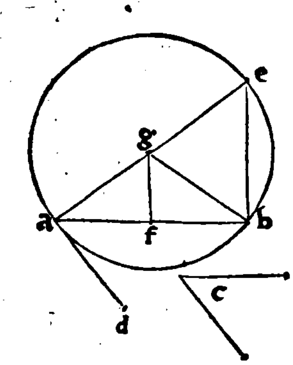
Quando datus angulus rectus est.



¶Sit autem ipse datus angulus c/acutus, velut in secunda figuræ descriptione. Ad datam itaq; rectam lineam a/b, datúmq; in ea punctum a, dato angulo rectilineo c: æqualis angulus rectilineus constituatur b/a/d, per vigesimamtertiã primi. Erit igitur angulus b/a/d/ acutus: & proinde a/b, super ipsam a/d/non est perpendicularis. Excitetur ergo per vndecimam primi, à dato puncto a/datæ rectæ lineæ a/d, perpendicularis a/e: diuidatúrq; ipsa a/b/recta bifariã in puncto f, per decimam ipsius primi. & per vndecimã eiusdem primi, à dato puncto f, ipsi a/b/ rectæ lineæ ad angulos rectos excitetur f/g. Conuenient itaq; a/e/& f/g, per quintum postulatũ: interiores enim & in eadem parte anguli a/f/g/& g/a/f, binis rectis sunt minores. cõueniant igitur ad punctum g: & cõnectatur b/g/recta, per primũ postulatum. Cùm igitur a/f/ipsi f/b/sit æqualis, & vtriq; cõmunis f/g: duæ igitur a/f/& f/g/trianguli a/f/g, duabus g/f/& f/b/trianguli g/f/b, sunt æquales altera alteri. & æquos inuicẽ capiũt angulos: nempe rectos, qui circa f. Basis igitur a/g, basi g/b, per quartam primi est æqualis. Centro itaq; g, interuallo autem g/a/vel g/b, circulus describatur a/e/b, per tertium postulatum. transibit ergo circulus a/e/b, per ipsius a/b/limites. Extensa igitur a/e/recta, per secundum postulatum, in circunferentiam ipsius circuli: cõnectatur recta b/e, per primum postulatum.

Cùm dat⁹ angul⁹ est acut⁹

Partiũ figuræ præparatio.

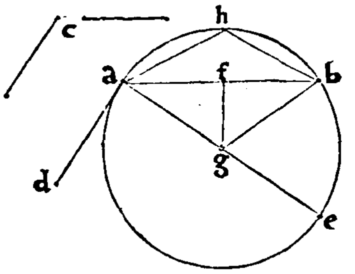


Resolutio demõstrationis

Et quoniam a/d/recta, ab a/puncto ipsius a/e/ dimetientis extremitate, ad rectos est angulos: tangit igitur a/d/ipsum a/e/b/ circulum, per corollarium decimæsextæ huius tertij. Rursum, quoniam recta quædam linea a/d, tangit ipsum a/e/b/ circulum, à contactu autem extensa est recta quædam linea a/b/circulum dispescens: angulus igitur qui ad e/ consistens in alterno segmento a/e/b, angulo b/a/d/quem facit extensa a/b/cum tangente a/d, per trigesimamsecundã huius tertij est æqualis. Eidem porrò b/a/d, æquus est angulus c, per constructionem. Angulus igitur qui ad e, dato angulo c, per primã communẽ sentẽtiam est æqualis.

Super data itaq; recta linea a/b,deſcriptum eſt circuli ſegmentum a/e/b,ſuſcipiens angulum qui ad e,dato angulo c/æqualem.¶Quòd ſi datus angulus c/fuerit obtuſus:haud diſſimili via propopoſitionis intentum perficietur.Dato enim rurſum angulo b/a/d,ipſi angulo c/æquali,per vigeſimátertiã primi:& a/b/ recta diuiſa bifariam in puncto f/per decimã,excitatáq; perpendiculari f/g/ per vndecimã eiuſdem primi: conuenient rurſum a/c/ & f/g/ in rectum extenſæ,per quintum poſtulatum (anguli enim a/f/g/& g/a/f/ ſunt minores duobus rectis)conueniant ergo ad punctum g.& ſumpto puncto h,prout in a/b/circunferentia contigerit:cõnectantur a/h,h/b,& b/g/lineæ rectæ, per primũ poſtulatum. Cùm igitur a/f/ſit æqualis f/b,& f/g/vtriq; communis:duo latera a/f/ & f/g/ trianguli a/f/g, duobus lateribus g/f/ & f/b/ trianguli g/f/b, ſunt æqualia alterũ alteri:& æquales inuicem continent angulos, vtpote rectos qui circa punctũ f.Baſis igitur a/g,baſi g/b, per quartã primi eſt æqualis. Centro itaque g,interuallo autẽ g/a/vel g/b,deſcribatur a/e/b/circulus,per tertium poſtulatũ. trãſibit ergo circulus ipſe,per limites datæ rectæ lineæ a/b.Hinc rurſum quoniam recta a/d/ab extremitate dimetientis a/e/ad rectos excitata eſt angulos: tangit igitur a/d/ipſum a/e/b/circulum,per corollarium decimæſextæ huius tertij. Item quoniam a/d/recta tangit a/e/b/circulum,à cõtactu autem extenſa eſt a/b/recta,circulum diſpeſcens:angulus igitur qui ad h/conſiſtẽs in alterno circuli ſegmento a/h/b,angulo b/a/d ſub contingente d/a/& extenſa a/b/comprehenſo,per trigeſimamſecundam huius tertij eſt æqualis.Eidem quoq; angulo b/a/d,æquus eſt per conſtructionem angulus qui ad c.Qui igitur ad c/& h/puncta conſiſtunt anguli,per primam communem ſententiam,ſunt inuicem æquales. Itaq; ſuper data recta linea a/b,deſcribitur ſectio circuli a/h/b/capiens angulũ qui ad h/æqualem dato angulo rectilineo qui ad c. Quod facere oportebat.

Quãdo idem angulus dat eſt obtuſus.



Reſolutio demõſtrationis priori ſimilis.

Πρόβλημα ϛ, Πρόθεσις λδ.

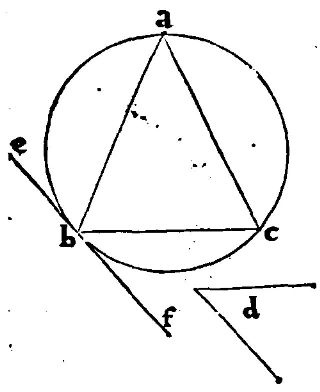
Ἀπὸ τοῦ δοθέντος κύκλου, τμῆμα ἀφελεῖν δεχόμενον γωνίαν ἴσην τῇ δοθείσῃ γωνίᾳ εὐθυγράμμῳ.

Problema 6, Propoſitio 34.

34 A Dato circulo,ſegmentum abſcindere,capiẽs angulum æqualem dato angulo rectilineo.

ORONTIVS.¶Sit datus circulus a/b/c: à quo oporteat ſegmẽtum abſcindere,capiens angulum æqualem dato angulo qui ad d. A dato igitur puncto e, ducatur recta linea e/f/contingẽs ipſum a/b/c/circulum in puncto b,per decimamſeptimam huius tertij.& ad datã rectam lineam b/f, datũmq; in ea punctum b,dato angulo rectilineo qui ad d,æqualis angulus rectilineus conſtituatur c/b/f, per vigeſimátertiam primi.& per primũ poſtulatum, coniungantur a/b/ & a/c/ lineæ rectæ comprehendentes angulum qui ad a. Cùm igitur recta quædã linea b/f/tangat circulũ a/b/c,& à contactu b/alia quædã linea recta b/c/ extenſa eſt,circulum diſpeſcẽs: angulus igitur qui ad a/ exiſtens in alterno ſegmẽto b/a/c,æquus eſt ipſi angulo c/b/f,quem efficit recta b/c/cum tangẽte b/f, per trigeſimamſecundam huius tertij.Eidem porrò c/b/f/angulo,æquus eſt per cõſtructionem angulus d. Eſt igitur ſub b/ a/ c/ contentus

Conſtructio figuræ.



Demõſtratio problematis.

angulus, æqualis ipſi angulo d,per primam communem ſententiam. A dato itaque circulo a/b/c,ſegmentum abſcinditur b/a/c,capiens angulum qui ad a/æqualem dato angulo rectilineo d.Quod oportuit feciſſe.

Θεώρημα κθ, Πρόθεσις λε.

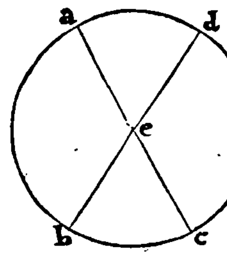
Ἐὰν ἐν κύκλῳ δύο εὐθεῖαι τέμνωσιν ἀλλήλας, τὸ ὑπὸ τῶν τῆς μιᾶς τμημάτων περιεχόμενον ὀρθογώνιον, ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν τῆς ἑτέρας τμημάτων περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ.

Theorema 29, Propoſitio 35.

SI in circulo duæ rectæ lineæ ſe adinuicem ſecuerint: rectangulum comprehenſum ſub ſectionibus vnius, æquũ eſt ei quod ſub ſegmentis alterius comprehenditur rectangulo. 35

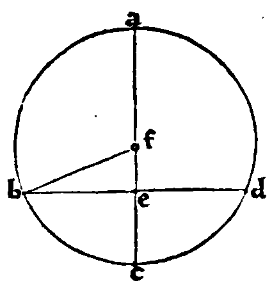
ORONTIVS. ¶In dato enim circulo a/b/c/d, binæ rectæ lineæ a/c/& b/d, ſe inuicem ſecent in puncto e. Aio quòd rectangulum comprehenſum ſub a/e/& e/c, æquum eſt comprehenſo ſub b/e/& e/d/rectangulo. In primis itaq;,vel vtraque linearum tranſit per centrum circuli,vel vna tantùm, aut neutra. Tranſeat primùm vtraque per centrum e,vt in prima figura.Erunt igitur,per decimamquintam diffinitionem primi,a/e,e/c,b/e,& e/d/inuicem æquales:nempe eiuſdẽ circuli ſemidiametri.Quod igittur ſub a/e/in e/c/ fit rectangulum,æquum eſt ei,quod ſub b/e/& e/d/ continetur rectangulo,per corollarium quadrageſimæſextæ primi libri: ſunt enim ambo rectangula quadrata, & ſub æqualibus rectis cõprehenſa.

Prima linearũ ſeſe inuicẽ ſecãtiũ diſpoſitio.



¶Sed iã altera tantũmodò linearum,vtpote a/c,tranſeat per centrũ,quod ſit f:ſecétq; reliquam b/d/in eodem puncto e.Secabit igitur a/c, ipſam b/d/in duo æqualia,vel in duo nõ æqualia.Secet primùm bifariam:& ad rectos igitur eam ſecabit angulos,per tertiam huius tertij. Connectatur ergo recta b/f,per primum poſtulatum.Rectãgulum erit itaq; triangulum b/e/f.Et quoniam recta a/c/ſecatur in æqualia in puncto f,& in non æqualia in puncto e: quod igitur ſub a/e/& e/c/ continetur rectangulum, vnà cum quadrato quod ex e/f, æquum eſt ei,per quintam ſecundi,quod ab f/c/fit quadrato.Ei porrò quod ab f/c/fit quadrato, æquum eſt id quod ex b/f, per corollariũ quadrageſimæſextæ primi: æqualis ſiquidem eſt b/f/ipſi f/c.Comprehẽſum igitur ſub a/e/& e/c/ rectangulum vnà cum quadrato quod ex e/f:æquum eſt quadrato quod fit ex b/ f. Quadrato autem quod fit ex b/f,æqualia ſunt per quadrageſimamſeptimã primi,quæ ex b/e/& e/f/deſcribuntur quadrata.Cõprehenſum itaq; ſub a/e/& e/c/rectangulum, vnà cum quadrato quod fit ex e/f:æquum eſt quadratis quæ fiũt ex b/e/& e/f.Ablato igitur communi quadrato quod ex e/f: reliquum ſub a/e/& e/c/ comprehenſum rectãgulum: æquum erit, per tertiam communem ſententiã,reliquo quod ex b/e/deſcribitur quadrato. Quod autem ex b/e/ fit quadratum,idem eſt quod ſub b/e & e/d/comprehenſum rectangulum:eſt enim per hypotheſin b/e/ipſi e/d/æqualis.Comprehenſum igitur ſub a/e/& e/c/rectangulũ, æquũ eſt rectangulo,quod ſub b/e/& e/d/continetur.

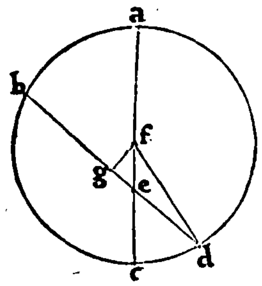
Secũda linearũ ſupradictarũ diſpoſitio.



¶Quòd ſi a/c/per f/ centrum educta,ipſam b/d/non ductam per centrũ ſecuerit inæqualiter: idem non minus facilè concludetur.A dato enim puncto f, in ipſam b/d, perpendicularis ducatur f/g, per duodecimam primi:& connectatur f/d,per primũ poſtulatum.Cùm igitur f/g/per centrum educta,ipſam b/d/non ductam per centrum ad rectos diuidat angulos: &

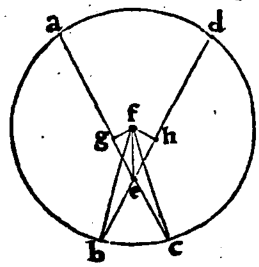
Earundem linearum diſpoſitio tertia.

ipſam quoq; bifariam diſpeſcet, per tertiã huius. Aequalis erit igitur b/g/ ipſi g/d: & triangula f/g/d, atque f/g/e/rectangula. Et quoniam recta a/c/bifariam ſecatur in puncto f, & in nõ æqualia in puncto e: quod igitur ſub a/e/& e/c/ continetur rectãgulum, vnà cum quadrato quod ex e/f, æquum eſt ei quod ex f/c/ deſcribitur quadrato, per quintam ſecundi. Quadrato autem quod ex f/c, æquũ eſt id quod fit ex f/d: æqualis ſiquidem eſt f/c/ ipſi f/ d, per decimãquintam ipſius primi diffinitionem. Quadrato rurſum quod ex e/ f, æqualia ſunt deſcripta ex f/g/& g/ e/ quadrata, per quadrageſimãſeptimã eiuſdem primi. Comprehenſum igitur ſub a/e/& e/c/rectangulum, vnà cum deſcriptis ex f/g/& g/e/quadratis: æquũ eſt quadrato quod fit ex f/d. Quadrato inſuper quod fit ex f/d, æqualia ſunt quæ ex f/g/& g/d/fiũt quadrata, per eandem quadrageſimamſeptimam primi. Quod igitur



ſub a/e/& e/c/continetur rectangulum, vnà cũ quadratis quæ ex f/g/& g/e: æquũ eſt eis, quæ ex f/g/& g/d/fiunt quadratis. Subducto igitur quod ex f/g, vtriſq; communi: reliquum ſub a/e/& e/c/comprehenſum rectangulum, vnà cum quadrato quod ex g/e, æquum eſt ei quod ex g/d/fit quadrato. Eidem rurſum quod ex g/d/fit quadrato, æquum eſt comprehenſum ſub b/e/ & e/d/ rectangulum, vnà cum eo quod ex eadem g/e/fit quadrato, per eandem quintam ſecundi: diuiditur enim b/d/ bifariã in g, & in non æqualia in puncto e. Quæ autẽ eidem æqualia ſunt, ea ſunt æqualia adinuicem, per primam communem ſententiam. Rectangulum itaq; ſub a/e/& e/c/cõprehenſum, vnà cum quadrato quod ex g/e: æquũ eſt cõprehenſo ſub b/e/& e/d/rectãgulo, vnà cũ eodem quadrato quod fit ex g/e. Ablato autẽ cõmuni quadrato quod ex g/e: reliquũ ſub a/e/& e/c/cõprehẽſum rectãgulũ, reliquo quod ſub b/e/ & e/d/cõtinetur rectangulo, per tertiã cõmunẽ ſentẽtiam eſt æquale. ¶ Neutra demum ſupradictarũ linearũ per cẽtrum educatur (vt in hac vltima figura) ſiue vna ſecet aliã per æqualia, ſiue nõ: ſitq; rurſum ipſius circuli centrũ f. Cõnectatur igitur e/f/ recta, per primũ poſtulatũ: & à centro f, in vtranq; a/c/ & b/d, ad rectos deducãtur angulos f/g/& f/h, per duodecimã primi: connectantúrque demũ b/f/& f/c, per idem primum poſtulatũ. Diuidet ergo f/g/ipſam a/c/bifariam, ſimiliter & f/h/ipſam b/d, per tertiã huius tertij propoſitionem: erúntq; triangula f/g/e/& e/f/h, necnon f/g/c/& f/b/h/ rectangula. Et quoniã a/c/bifariã ſecatur in g, & in non æqualia in puncto e: cõprehenſum igitur ſub a/e/& e/c/ rectangulũ, vnà cum eo quod ex g/e/fit quadrato, æquũ eſt per quintam

Quarta prædictarũ linearũ diſpoſitio.



ſecundi quadrato quod fit ex g/c. Addatur cõmune quadratũ, quod ex f/g/deſcribitur: quod igitur ſub a/e/& e/c/cõtinetur rectãgulum, vnà cum quadratis quæ fiunt ex f/g/& g/e, binis quadratis quæ ex f/g/& g/c, per tertiam communem ſentẽtiam eſt æquale. Quadratis porrò quæ fiunt ex f/g/& g/e, æquũ eſt quadratum quod fit ex e/f: eis item quæ ex f/g/& g/e/fiunt quadratis, æquũ id quod ex f/c, per quadrageſimamſeptimam primi. quod igitur ſub a/e/& e/c/ continetur rectangulum, vnà cum quadrato quod fit ex e/f, æquũ eſt quadrato quod ex f/c. Ipſi autem f/c/æqualis eſt f/b, per circuli diffinitionẽ: hinc per corollariũ quadrageſimæſextæ primi deſcriptũ ex f/b/quadratũ, æquum eſt ei quod fit ex f/c. Cõprehenſum igitur ſub a/e/ & e/c/rectangulũ, vnà cum quadrato quod fit ex e/f: æquũ eſt quadrato quod fit ex f/b. Et proinde quod ſub b/e/& e/d/cõtinetur rectãgulũ, vnà cũ ipſo quadrato quod fit ex e/f: æquum eſt eidem quadrato, quod fit ex f/b. Quæ autem eidem æqualia, &

adinuicem æqualia ſunt, per primam communem ſententiam. Comprehenſum igitur ſub a/e/& e/c/rectangulum, vnà cum quadrato quod fit ex e/f: æquatur rectangulo, quod ſub b/e/& e/d/continetur, ac ipſi quadrato quod fit ex e/f. Dempto itaque cõmuni quadrato quod ex e/f: reliquum ſub a/e/ & e/c/ comprehenſum rectangulum, reliquo quod ſub b/e/& e/d/continetur rectangulo, per tertiam cõmunem ſententiã eſt æquale. Si igitur in circulo duæ rectæ lineæ ſe adinuicem ſecuerint: &c. vt in theoremate. Quod demonſtrare oportebat.

Θεώρημα λ, Πρότασις λς.

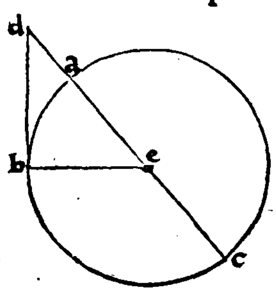
Ἐὰν κύκλου ληφθῇ τι σημεῖον ἐκτὸς, καὶ ἀπ' αὐτοῦ πρὸς τὸν κύκλον προσπίπτωσι δύο εὐθεῖαι, καὶ ἡ μὲν αὐτῶν τέμνῃ τὸν κύκλον, ἡ δὲ ἐφάπτηται: ἔσται τὸ ὑπὸ ὅλης τῆς τεμνούσης καὶ τῆς ἐκτὸς ἀπολαμβανομένης, μεταξὺ τοῦ τε σημείου καὶ τῆς κυρτῆς περιφερείας, περιεχόμενον ὀρθογώνιον ἴσον τῷ ἀπὸ τῆς ἐφαπτομένης τετραγώνῳ.

Theorema 30, Propoſitio 36.

SI extra circulum ſumatur punctum aliquod, ab eóque in circulum cadant duæ rectæ lineæ, & earũ altera circulum diſpeſcat, altera verò tangat: quod ſub tota diſpeſcente, & extrinſecus ſumpta inter punctum & curuam circunferentiam comprehenditur rectangulum, æquum eſt ei quod fit ex tangente quadrato. 36

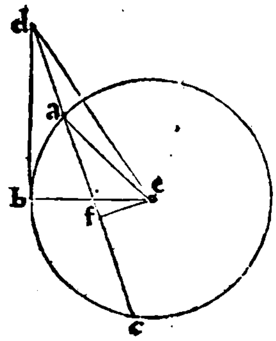
ORONTIVS. ¶Eſto datus circulus a/b/c, extra quem ſumatur punctum d: & à puncto d/in ipſum circulum cadant binæ rectæ lineæ d/b/& d/a/c, quarum d/b/ tangat ipſum circulum, d/a/c/verò eundem circulum diſpeſcat. Aio quòd rectãgulũ ſub c/d/& d/a comprehẽſum: æquum eſt quadrato, quod fit ex d/b. Aut enim recta

Vbi diſpeſcẽs circulũ trãſit per centrum.



linea d/a/c/tranſit per circuli centrũ, vel extra. Tranſeat primò per centrum, ſitque illud e: & connectatur e/b/ recta, per primum poſtulatum. Aequalis eſt igitur a/e, ipſi e/c, per circuli diffinitionem. Diſcinditur itaque a/c/bifariam, in puncto e: & illi in rectum adijcitur a/d. Quod igitur ſub c/d/ in d/a/ continetur rectãgulũ, vnà cum eo quod ex a/e/fit quadrato: æquũ eſt, per ſextam ſecundi, quadrato quod fit ex e/d. Ei porrò quod ex a/e/ fit quadrato, æquum eſt quadratũ quod ex b/e: ſunt enim a/e/ & b/e, per ipſius circuli diffinitionem, inuicem æquales. Comprehenſum igitur ſub c/d/ & d/a/rectangulum, vnà cum eo quod ex b/e/fit quadrato: æquum eſt quadrato, quod ex e/d. Quadrato rurſum quod fit ex e/d, æqualia ſunt, quæ ex d/b/& b/e/ vtraque fiunt quadrata, per quadrageſimamſeptimam primi: angulus enim qui ad b, per decimamoctauam huius tertij, rectus eſt. Quod igitur ſub c/d/& d/a/ continetur rectangulum, vnà cum eo, quod ex b/e/ fit quadrato: æquum eſt eis, quæ ex d/b/& b/e/fiunt quadratis. Subducto itaque communi quadrato, quod ex b/e: reliquum quod ſub c/d/& d/a/continetur rectangulum, æquum eſt per tertiam cõmunem ſententiam reliquo, quod ex tangente d/b/fit quadrato. ¶Non extendatur autem d/a/c/recta per centrũ ipſius circuli, quod rurſum ſit e. & à centro e, in rectam a/c, perpendicularis deducatur e/f, per duodecimam primi: connectantúrque per primum poſtulatum, e/a, e/b/& e/d/ lineæ rectæ. Erit igitur vterque angulorum qui ad b/& qui ad f/rectus: diuidetúrque rurſum a/c/bifariam in puncto f, cui in rectum coniuncta eſt a/d. Quod igitur ex c/d/in d/a/continetur rectangulum, vnà cum eo

Quãdo circulũ diſpeſcens nõ tranſit per centrum.



quod ex a/f/describitur quadrato:æquũ est, per sextam ipsius secundi, quadrato quod fit ex d/f. Addatur commune quadratum,quod fit ex f/e:comprehensum igitur sub c/d/ & d/a/ rectangulum, vnà cum descriptis ex a/f/ & f/e/quadratis,æquum est quadratis,quæ ex d/f/ & f/e/ describuntur. Quadratis porrò quæ fiunt ex a/f/ & f/e, æquum est quadratum quod ex a/e:eis item quæ ex d/f/ & f/e,fiunt quadratis,æquũ id quod ex ipsa d/e, per quadragesimamseptimam primi. Quod fit igitur ex c/d/ in d/a,vnà cum eo quod ex a/e/fit quadrato:æquũ est quadrato,quod fit ex d/e. Quadrato rursum quod fit ex a/e, æquum est id quod ex e/b: æqualis est enim a/e,ipsi e/b,per ipsam circuli diffinitionem.Quod igitur sub c/d/& d/a/cõtinetur rectangulum, vnà cum quadrato quod fit ex e/b:æquum est quadrato,quod fit ex d/e. Ipsi autem quod ex d/e/fit quadrato: æqualia sunt, per eandem quadragesimamseptimam primi, descripta ex e/b/& b/d/quadrata.Comprehensum igitur ex c/d/in d/a/rectãgulum,vnà cum quadrato quod ex e/b:æquũ est eis,quæ ex eadem e/b/& ipsa b/d/fiunt quadratis.Ablato itaq; quadrato quod ex e/b/vtrique æqualium cõmuni:reliquum ex c/d/in d/a/comprehensum rectangulum,reliquo quod ex tangente b/d/fit quadrato, per tertiam communem sententiã est æquale. Igitur si extra circulum sumatur punctũ aliquod:& quæ sequuntur reliqua. Quod ostendendum susceperamus.

Corollarium.

¶Quotlibet igitur rectangula,sub rectis singulis ex eodem pũcto extra circulum sumpto deductis,atque circulum ipsum dispescentibus,& extrinsecus sumptis inter punctum & curuam circunferentiam comprehensa:sunt inuicem æqualia. Nam eidem æqualia quadrato,quod ex ipsa tangente describitur.

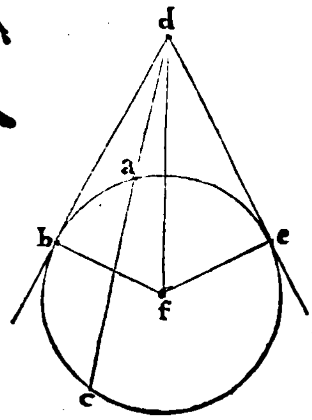
Θεώρημα λα, Πρόθεσις λζ.

Ἐὰν κύκλου ληφθῇ τι σημεῖον ἐκτὸς, ἀπὸ δὲ τοῦ σημείου πρὸς τὸν κύκλον προσπίπτωσιν δύο εὐθεῖαι, καὶ ἡ μὲν αὐτῶν τέμνῃ τὸν κύκλον, ἡ δὲ προσπίπτῃ: ᾖ δὲ τὸ ὑπὸ τῆς ὅλης τεμνούσης, καὶ τῆς ἐκτὸς ἀπολαμβανομένης μεταξὺ τοῦ τε σημείου καὶ τῆς κυρτῆς περιφερείας, ἴσον τῷ ἀπὸ τῆς προσπιπτούσης, ἡ προσπίπτουσα ἐφάψεται τοῦ κύκλου.

Theorema 31, Propositio 37.

37 SI extra circulum sumatur punctum aliquod,& ab eo puncto in circulum duæ rectæ lineæ ceciderint,& earum altera circulum secet,altera verò cadat:sit autem quod fit sub tota dispescente & extrinsecus sumpta inter punctum & curuam circunferentiam,æquale ei quod fit ex cadente:cadens circulum tanget. Cõuersa præcedentis.

ORONTIVS. ¶Hæc est conuersa præcedentis.Sit igitur rursum extra circulum a/b/c/,susceptum punctum d,à quo in eundem circulum duæ procidant lineæ rectæ,d/b/quidem in circulum incidens,d/a/c/verò eundem circulum dispescẽs:sit autem receptum,vt id quod sub c/d/in d/a/comprehenditur rectangulum,æquum sit ei quod ex cadente d/b/fit quadrato.Aio quòd d/b/tangit circulũ a/b/c. A dato enim puncto d,dato circulo a/b/c,contingens recta linea ducatur, per decimamseptimam huius tertij:sitq; illa d/e.Ipsius autem circuli centrum esto f:& per primũ postulatum connectantur rectæ lineæ f/b,f/d,& f/e.Erit igitur f/e/perpendicularis in contingente d/e, per decimamoctauam huius tertij: & proinde angulus d/e/f/



rectus. Cũ igitur à puncto d/cadant binæ lineæ rectæ d/a/c/& d/e,quarum altera,vtpote d/a/c,circulum secat, reliqua verò d/e/ipsum tangit circulum : quod igitur ex d/e/fit quadratum, æquum est comprehenso sub c/d/& d/a/rectangulo,per antecedẽtem trigesimamsextã propositionem.Eidem porrò quod ex c/d/irr d/a/fit rectangulo,æquum est per hypothesin,quod ex d/b/fit quadratum. quæ igitur ex d/b/ & d/e/ fiunt quadrata, sunt per primam communẽ sententiam inuicem æqualia.Et proinde recta d/b, æqualis ipsi d/e, per corollarij quadragesimæsextæ primi conuersionẽ. Aequalis rursum est f/e/ ipsi f/b,per sæpius allegatam circuli diffinitionem.Binæ igitur d/b/& b/f/trianguli d/b/f,duabus d/e/& e/f/trianguli d/e/f/sunt æquales altera alteri: habéntque eandem basin communem d/f. Angulus itaque d/b/f,ipsi angulo d/e/f, per octauam primi est æqualis.Atqui d/e/f/angulus est rectus:& qui sub d/b/f/igitur continetur angulus, rectus est. Est autem f/b/semidiameter circuli, & altera igitur pars diametri, à cuius extremitate b,ad angulos rectos excitatur b/d: tangit igitur b/d/circulum ipsum a/b/c,per corollarium decimæsextæ huius tertij.Idem quoq; deducetur,vbi d/a/c/recta per centrum ipsius transibit circuli. Si extra circulum igitur sumatur punctũ aliquod:&c. vt in ipso theoremate.Quod tandem fuerat ostendendum.

Tertij Libri Geometricorum Elementorum

FINIS.

Orontij Finei Delphinatis, Regii MATHEMATICARVM PROFESSOris, In Quartum elementorum Euclidis, Demonſtrationes.

ΕΥΚΛΕΙΔΟΥ ΣΤΟΙΧΕΙΟΝ ΤΕΤΑΡΤΟΝ

Περὶ τοῦ ἐγγράφεσθαι καὶ περιγράφεσθαι σχῆμα, ὅροι ζ.

Σχῆμα εὐθύγραμμον εἰς σχῆμα εὐθύγραμμον ἐγγράφεσθαι λέγεται, ὅταν ἑκάστη τῶν τοῦ ἐγγραφομένου σχήματος γωνιῶν, ἑκάστης πλευρᾶς τοῦ εἰς ὃ ἐγγράφεται ἅπτηται.

¶ *De inſcriptione ac circunſcriptione figurarum,* Diffinitiones 7.

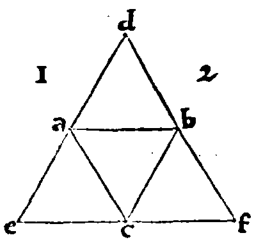
1 Figura rectilinea, in figura rectilinea deſcribi dicitur: quando vnuſquiſque inſcriptæ figurę angulus, vnumquodque latus eius in qua deſcribitur tãgit.

¶ Σχῆμα δὲ ὁμοίως περὶ σχῆμα περιγράφεσθαι λέγεται, ὅταν ἑκάστη πλευρὰ τοῦ περιγραφομένου, ἑκάστης γωνίας τοῦ περὶ ὃ περιγράφεται ἅπτηται.

2 Figura autem ſimiliter circa figuram deſcribi dicitur: quando vnumquodq; latus circunſcriptæ, vnumquenq; angulum eius circum quam deſcribitur tangit.

ORONTIVS. ¶ Huiuſcemodi figurarum inſcriptiones ac circunſcriptiones, de regularibus, hoc eſt, æqualia latera, & angulos inuicẽ æquales habentibus (exceptis forſitan triangulis, in quæ cæteræ reſoluuntur rectilineæ figuræ) veniunt potiſſimùm intelligendæ. Inſcribuntur præterea, atque inuicem circunſcribuntur rectilineę tantũmodò figuræ, quæ eiuſdem ſunt ſpeciei: vtpote, triangulũ triãgulo, quadratũ quadrato, pẽtagonũ pẽtagono: &c. Oportet enim tot eſſe latera circũſcriptæ, quot ipſius inſcriptę ſunt anguli. Quanquàm porrò circulus non ſit figura rectilinea: propter illius tamen regularitatem, poſſunt & ipſæ rectilineæ ac æquilateræ figuræ, circulo inſcribi ac circunſcribi, & è diuerſo.

Quæ figuræ inſcribãtur & circũſcribantur adinuicẽ.



In exẽplum igitur primæ ac ſecundæ diffinitionis, habes obiectum a/b/c/ triangulum æquilaterum, deſcriptũ in d/e/f/ triangulo: vel ipſum d/e/f/ triangulum, ipſi a/b/c/ triangulo reſpondenter circunſcriptum.

¶ Σχῆμα δὲ εὐθύγραμμον εἰς κύκλον ἐγγράφεσθαι λέγεται, ὅταν ἑκάστη γωνία τοῦ ἐγγραφομένου, ἅπτηται τῆς τοῦ κύκλου περιφερείας.

3 Figura rectilinea, in circulo deſcribi dicitur: quando vnuſquiſque angulus inſcriptæ, circuli circunferentiam tangit.

¶ Κύκλος δὲ περὶ σχῆμα περιγράφεσθαι λέγεται, ὅταν ἡ τοῦ κύκλου περιφέρεια ἑκάστης γωνίας, τοῦ περὶ ὃ περιγράφεται ἅπτηται.

4 Circulus verò, circa figuram rectilineam deſcribi dicitur: quando

circuli circunferentia, vnumquenque eius, circum quam descri-bitur, angulum tangit.

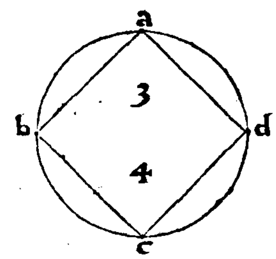


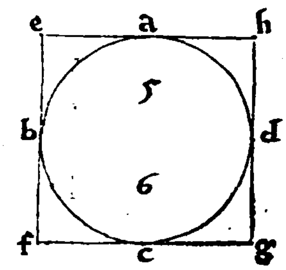
Figura circularis, ob vniformem & regulatam circunferentiæ à cētro distantiam, rectilineas omnes ac regulares figuras, tum intra, tū extra facilè capit: singulos angulos inscriptæ, vel omnia circunscriptæ contingēs latera. Quēadmodùm in præcedentium tertiæ & quartæ diffinitionum elucidationē, ostendit descriptum in a/b/c/d/ circulo quadratum: vel idem circulus, quadrato a/b/c/d/ circunscriptus.

¶Κύκλος δὲ ὁμοίως εἰς σχῆμα λέγεται ἐγγράφεσθαι, ὅταν ἡ τοῦ κύκλου περιφέρεια ἑκάστης πλευρᾶς, τοῦ εἰς ὃ ἐγγράφεται ἅπτηται.

Circulus autem in figura rectilinea describi dicitur: quādo circuli circunferentia, vnumquodq; latus eius in qua describitur tāgit. 5

¶Σχῆμα δὲ εὐθύγραμμον περὶ κύκλον περιγράφεσθαι λέγεται, ὅταν ἑκάστη πλευρὰ τῆς τοῦ κύκλου περιφερείας, τοῦ περιγραφομένου ἐφάπτηται.

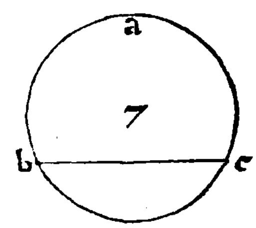
Figura verò rectilinea, circa circulū describi dicitur: quando vnūquodque latus circunscriptæ, circuli circunferentiam tangit. 6



In exemplum, habes circulum a/b/c/d, in quadrato e/f/g/h/ descriptum: atque idem quadratum e/ f/ g/ h, descriptum circa eundem circulum a/b/c/d. Idem respondenter velim intelligas de cæteris quibuscunque regularibus figuris, in circulo, vel circa eundem circulum, prius diffinita ratione descriptis.

¶Εὐθεῖα εἰς κύκλον ἐναρμόζεσθαι λέγεται, ὅταν τὰ πέρατα αὐτῆς, ἐπὶ τῆς περιφερείας ᾖ τοῦ κύκλου.

Recta linea circulo congruere dicitur: quando eius extrema, in circuli circunferentiam cadunt. 7



Quanquàm hæc vltima diffinitio, tam de circuli dimetientibus, quàm de cæteris rectis non per cētrum eductis (quas vocant chordas) sit intelligenda: ipsas tamen rectas circuli dimetiente minores potissimùm respicere videtur, quę sunt videlicet latera inscribendarum intra circulum rectilinearum figurarum. Cuiusmodi videtur esse recta b/c: cuius extrema, siue limites b/& c, in dati circuli a/b/c/circunferentiam cadunt.

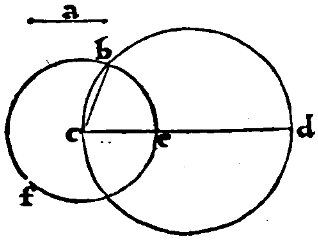
Πρόβλημα α, Πρότασις α.

Εἰς τὸν δοθέντα κύκλον τῇ δοθείσῃ εὐθείᾳ μὴ μείζονι οὔσῃ τῆς τοῦ κύκλου διαμέτρου, ἴσην εὐθεῖαν ἐναρμόσαι.

Problema I, *Propositio* I.

IN dato circulo, datæ rectæ lineæ minimè maiori circuli diametro existenti: æqualem rectam lineam coaptare. 1

ORONTIVS. ¶Sit data recta linea a, non maior dimetiente dati circuli b/c/d/ (non intraret enim circulum, si foret maior: quoniam in circulo maximus est dimetiens, per decimamquintam tertij) in quo quidem circulo oporteat ipsi datæ rectæ lineæ a, æqualē rectā lineā coaptare. Producatur ergo circuli b/c/d, dimetiẽs c/d. Erit itaq; a/recta linea, aut æqualis ipsi dimetiẽti: aut eo minor. Si æqualis: iam coaptata est recta linea c/d, æqualis ipsi datæ rectæ lineæ a. Quòd si a/recta linea, fuerit minor dimetiente c/d: secetur à maiori c/d, ipsi a/ minori æqualis, per tertiã primi: sitq; illa c/e. Et centro c, interuallo autẽ c/e, describatur circulus b/e/f, per tertium postulatũ. Secabit igitur circulus b/e/f, datum b/c/d/circulum: sunt enim in eodem plano, & vnius circunferentia partim intra reliquum, partim verò extra. Secet igitur in pũcto b: & per primum postulatum, connectatur recta b/c. Coaptatur itaq; b/c/recta, in dato b/c/d/circulo: cadunt enim extrema b/& c, in ipsius b/c/d/ circuli circunferentiã. Aio quòd æqualis est ipsi a. Quoniam punctum c/centrum est circuli b/e/f: æqualis est igitur b/c/ipsi c/e, per circuli diffinitionem. Eidem porrò c/e, æqualis est a/recta linea, per constructionem. Duæ igitur, a/inquàm, & b/c, eidem c/e/sunt æquales: & proinde æquales adinuicem, per primam communem sententiã. Datæ igitur rectæ lineæ a, æqualis recta linea b/c, in dato circulo b/c/d/ coaptatur. Quod oportebat facere.



πρόβλημα β, πρότασις β.

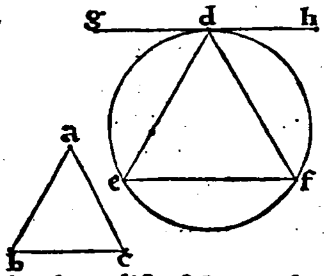
Εἰς τὸν δοθέντα κύκλον, τῷ δοθέντι τριγώνῳ, ἰσογώνιον τρίγωνον ἐγγράψαι.

Problema 2, Propositio 2.

2 IN dato circulo, dato triangulo, æquiangulum triangulum describere.

ORONTIVS. ¶ Esto datum triangulum a/b/c, cui oporteat describere æquiangulum triangulũ, in dato circulo d/e/f. A dato igitur puncto g, dato circulo d/e/f: contingens recta linea ducatur g/d/h, tangens ipsum circulũ d/e/f/in puncto d, per decimamseptimam tertij. Et ad datam rectam lineam d/h, datũmq; in ea punctum d, dato angulo rectilineo qui ad b, æqualis angulus rectilineus cõstituatur f/d/h, per vigesimamtertiam primi: & per eandem, angulo qui ad c, æqualis angulus cõstituatur ad idem pũctum d, datæ rectæ lineæ g/d, sitq; g/d/e: ipsis d/e/& d/f, circulo d/e/f/ coaptatis. cõnectatur demum e/f/ recta, per primũ postulatum. Et quoniam circulũ d/e/f, tangit quædam recta linea g/d/h, à cõtactu autem d, recta quædam linea d/f/extenditur, circulum dispescẽs: angulus igitur qui ad e, in alterno segmẽto d/e/f, angulo f/d/h, per trigesimamsecundã tertij est æqualis. Eidẽ porrò angulo f/d/h, datus est æqualis angulus qui ad b: per primam igitur communem sententiam, angulus qui ad b, æquus est angulo qui ad e. Et proinde angulus qui ad f, ipsi angulo qui ad c/æqualis. Reliquus igitur/angulus qui ad a, reliquo qui ad d, per trigesimamsecũdam primi est æqualis. Aequiangulum est itaq; triangulum d/e/f, ipsi a/b/c/ triangulo: describitúrque in dato circulo d/e/f. In dato igitur circulo, dato triangulo, æquiangulum triangulum describitur. Quod fecisse oportuit.

Constructio figuræ.



Ostensio problematis.

πρόβλημα γ, πρότασις γ.

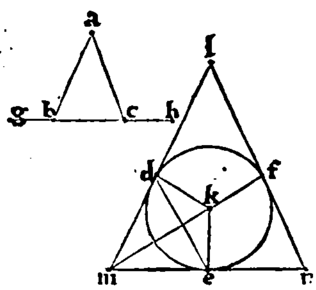
Περὶ τὸν δοθέντα κύκλον, τῷ δοθέντι τριγώνῳ, ἰσογώνιον τρίγωνον περιγράψαι.

Problema 3, Propositio 3.

3 CIrca datum circulum, dato triangulo, æquiangulum triangulum describere.

ORONTIVS. ¶Sit datum triangulum a/b/c,datus verò circulus d/e/f, circa quem expediat deſcribere triangulum æquiangulum ipſi a/b/c/triangulo dato. Producatur itaq; in directum ex vtraq; parte latus b/c,in g/& h/ puncta,per ſecũdum poſtulatũ:ſitq; per primam tertij,ipſius circuli a/b/c/cẽtrum k, & connectatur d/k/ ſemidiameter,per primũ poſtulatum. Ad punctum deinde k,datæ rectæ lineæ d/k, ipſi angulo a/b/g/ æqualis angulus conſtituatur d/k/e, per vigeſimamtertiam primi:& per eandem,ad idem punctum k,datæ rectæ lineæ e/k, angulus conſtituatur e/k/f/ipſi angulo a/c/h/æqualis. A punctis autem d,e,f, ad rectos vtrinq; excitẽtur angulos d/l,d/m,e/m,e/n,f/n,& f/l,per vndecimam primi: quæ per decimamquartam eiuſdem primi,in directum conſtituentur, atq; per corollarium decimæſextæ tertij, tangent ipſum circulum in punctis d,e, f, conueniẽntq; ad pũcta l,m,n. Connexa enim d/e/per primũ poſtulatum,diuidet vtrunq; angulum rectum qui ad d, & qui ad e:efficiétq; propterea ad eaſdem partes verſus m, interiores angulos m/d/e/ & d/e/m/binis rectis minores. quare per quintum poſtulatum,conuenient d/m/ & e/m/in punctum m. Et proinde e/n/& f/n,in punctum n:atque d/l/& f/l, ad punctum l. Triangulum erit igitur l/m/n:& circa datum circulum d/e/f, per ſextam diffinitionem huius deſcriptum. Dico, ꝙ & a/b/c/triangulo, eſt æquiangulum.

Quòd l,m,n, ſit triangulũ.



Quòd triangulum l,m,n, ipſi a, b,c, ſit æquiãgulum.

Quadrilaterum enim d/m/e/k,cõnexa m/k,in bina triangula diuidetur:& cuiuſlibet triãguli tres anguli,binis rectis,per trigeſimamſecundam primi, ſunt æquales. Et quatuor igitur anguli ipſius quadrilateri d/m/e/k,ſunt æquales quatuor rectis. quorum qui ad d/& e,recti ſunt per conſtructionem:reliqui igitur qui ad m/ & k/ puncta conſiſtunt anguli, duobus rectis coæquantur. Eiſdem quoq; duobus rectis,æquales ſunt per decimamtertiam primi, a/b/g/ & a/b/c/ anguli. Aequales igitur ſunt anguli qui ad m/& k/puncta,hoc eſt d/m/e/& d/k/e,ipſis angulis a/b/g/& a/b/c,per primam communem ſententiam. Angulus porrò a/b/g, angulo d/k/e,per conſtructionem eſt æqualis: reliquus igitur d/m/e, ſeu qui ad m/ angulus,reliquo qui ſub a/b/c,per tertiam cõmunem ſententiã eſt æqualis. Haud diſſimiliter oſtendemus angulum qui ad n,æqualem eſſe angulo a/c/b; atq; reliquũ angulum qui ad l,reliquo qui ſub b/a/c/tandẽ coæquari. Aequiangulum eſt igitur l/m/n/triãgulum,ipſi dato triangulo a/b/c: deſcribitúrq; circa datum circulũ d/e/f. Circa datum itaq; circulum,dato triangulo, æquiangulum deſcriptum eſt triangulum. Quod faciendum fuerat.

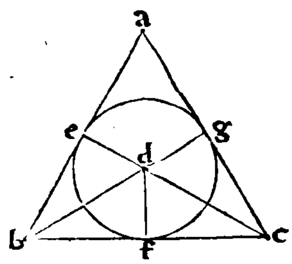
Πρόβλημα δ, Πρότασις δ.

Εἰς τὸ δοθὲν τρίγωνον κύκλον ἐγγράψαι.

Problema 4, Propoſitio 4.

IN dato triangulo,circulum deſcribere. 4

ORONTIVS. ¶Eſto datum triangulum a/b/c, in quo oporteat circulum deſcribere. Secentur ergo bifariam, per nonam primi, qui ſub a/b/c/ & a/c/b/ continentur anguli: rectis quidem lineis b/ d/ & d/ c, in punctum d, per quintum poſtulatum, tandem conuenientibus. Et à puncto d,in rectas a/b, b/c, & c/a, perpendiculares deducãtur d/e,d/f,& d/g,per duodecimam primi. Aio itaq; primùm, d/e, d/f,& d/g,fore inuicem æquales. Triangula enim b/e/d/& d/f/b,habent duos angulos duobus angulis æquales:vtpote,e/b/d/ipſi d/b/f/per cõſtructionẽ,& rectum qui ad e,recto qui ad f,per quartum poſtulatum. habent inſuper vnum latus,vni lateri



æquale:cõmune ſcilicet b/d,quod ſub vno æqualium ſubtenditur angulorum.Reliqua itaque latera,reliquis lateribus habebunt æqualia alterum alteri, per vigeſimamſextam primi.Aequalis eſt igitur d/e,ipſi d/f.& proinde d/g,ipſi d/f/itidem æqualis.Hinc per primam communẽ ſententiam,d/e/atque d/g,inuicem æquales erunt.Tres igitur d/e,d/f,atque d/g,æquales ſunt adinuicem.Centro igitur d, interuallo autem d/e,aut d/f, aut d/g, circulus deſcribatur e/f/g,per tertium poſtulatum.Tranſibit ergo circulus ipſe,per eadem puncta e,f,g: tangéntque propterea eundem circulum e/f/g,ipſa a/b,b/c,& c/a,dati a/b/c/trianguli latera, per decimæſextæ tertij corollarium: excitantur enim ad rectos angulos,ab ipſorum dimetientium d/e,d/f,& d/g,extremitatibus.Circulus autem in figura rectilinea deſcribi dicitur:quando circuli circunferentia, vnumquodque latus eius in qua deſcribitur tangit,per quintam huius quarti diffinitionẽ. In dato itaque triangulo a/b/c, circulus deſcribitur e/f/g.Quod oportuit feciſſe.

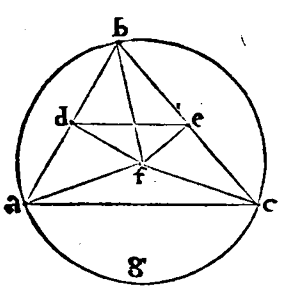
Πρόβλημα ε, Πρότασις ε.
Περὶ τὸ δοθὲν τρίγωνον κύκλον περιγράψαι.

Problema 5, Propoſitio 5.

5 CIrca datum triangulum,circulum deſcribere.

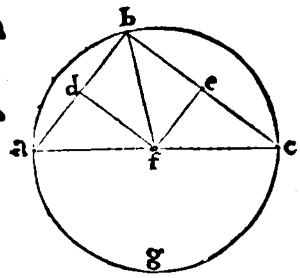
ORONTIVS.❡Sit triangulum a/b/c: circa quod receptum ſit deſcribere circulum.Secentur itaq; bifariam,per decimam primi,a/b/& b/c/ ipſius dati trianguli latera:in punctis quidem d/& e.Ab ipſis deinde punctis d/& e,ad rectos excitētur angulos d/f/& e/f,per vndecimã ipſius primi.Aio primùm,rectas d/f/ & e/f/in directum productas,tandem conuenire. Cõnexa enim recta d/e,per primum poſtulatum:ea diuidet vtrunque rectũ angulum b/d/f/& b/e/f.& proinde in rectas d/f/& e/f,recta incidẽs d/e:efficiet/ad eaſdem partes interiores angulos,duobus rectis minores.Conuenient igitur ipſæ d/f/ & e/f/ per quintũ poſtulatum: conueniant itaque,ad punctum f.Aut igitur f/ punctum cadet intra triangulum a/b/c, aut ſuper latus a/c, vel extra ipſum a/b/c/ triangulum. Cadat primùm intra triangulũ,velut in prima figuræ diſpoſitione:& connectantur,per primum poſtulatum, f/a, f/b,& f/c/ lineæ rectæ.Cùm igitur a/d,ſit æqualis ipſi d/b, & vtriq; communis d/ f: erunt duo latera a/d/& d/ f/ trianguli a/d/f, duobus lateribus f/d/& d/b/trianguli f/d/b/ æqualia alterũ alteri:& æquos inuicẽ continent angulos,per quartum poſtulatum:nempe rectos,qui circa d.Baſis igitur a/f,baſi f/b,per quartam primi eſt æqualis.Haud diſſimiliter oſtẽdetur,quòd f/c,eidem f/b/æqualis eſt:& proinde f/a,æqualis ipſi f/c,per primam communem ſententiam.Tres igitur f/a,f/b/,& f/c,ſunt inuicem æquales. Centro itaq; f,interuallo autem f/a,vel f/b,aut f/c:circulus deſcribatur a/b/c/g, per tertium poſtulatum.Tranſibit igitur deſcriptus ipſe circulus, per puncta a, b, c,ad quæ dati trianguli a/b/c/continentur anguli:tangẽtque propterea ipſius circuli circunferentia,vnumquenque angulum dati a/b/c/trianguli.Ergo per quartam huius quarti diffinitionem,circa datum triangulum a/b/c, circulus diſcribitur.❡Concurrant autem ipſæ rectæ lineæ d/f/& e/f,ſuper latus a/c,vt in ſuccedenti figura:& connectatur f/b,per primum poſtulatum.Haud diſſimiliter oſtendemus, quòd f/a ipſi f/b/eſt æqualis:necnon & f/c,eidem f/b,per eandem quartam primi.Hinc rurſum,

Generalis figuræ præparatio.



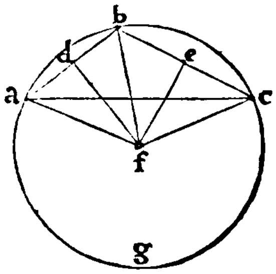
Prima figuræ differentia.

Secunda figuræ differẽtia.



iuxta præmissam demonstrationem, colligemus tres rectas lineas f/a, f/b, & f/c, fore inuicem æquales. Quapropter si centro f, interuallo autem f/a, vel f/b, aut f/c, circulus per tertiū describatur postulatū: is per puncta a, b, c, transire cogetur. Ipsius itaque circuli circunferentia, tanget vnumquenque angulum ipsius a/ b/ c/ trianguli: describetúrque propterea circulus ipse, circa datum triangulum a/b/c, per eandem quartā huius quarti libri diffinitionem. ¶ Sed conueniant demum ipsæ d/f/ & e/f/ perpendiculares, extra datum a/b/c/ triangulum, vt habet vltima descriptionis formula: & connectantur rursum f/a, f/b, & f/c/ lineæ rectæ, per primum postulatum. Simili prorsus concludemus ostensione, tres rectas lineas f/a, f/b, & f/c, fore rursum inuicem æquales. habent enim triangula a/d/f/ & f/d/b, duo latera a/d/ & d/f, duobus lateribus f/d/ & d/b/ æqualia alterum alteri: & æquos angulos, vtpote rectos qui circa d/ continentia. vnde per quartā ipsius primi, basis a/f, basi f/b, concludetur æqualis. Et proinde f/c, æqualis eidem f/b. Hinc per primam communem sententiam f/a, ipsi f/c/ æquabitur: tres quoque f/a, f/b, & f/c, tandem conuincentur æquales. Quapropter descripto, per tertium postulatum, pro centro f, ad ipsius f/a, vel f/b, aut f/c/ interuallum circulo: transibit ipsius circuli circunferentia, per eadem puncta a, b, c, ad quæ dati trianguli a/b/c/ conueniūt latera. Hinc per quartam huius quarti diffinitionem, descriptus erit idem circulus, circa datum a/b/c/ triangulum. Quod faciendum susceperamus.

Tertia figuræ dispositio.



Corollarium.

¶ Ex his, & trigesimaprima tertij fit manifestum, quòd dùm f/ centrum circuli cadit intra datum a/b/c/ triangulum: angulus qui ad b/ recto minor est, nempe in segmēto semicirculo maiori consistens. Dùm autem cadit in latus b/c: angulus ipse qui ad b, in semicirculo est, & proinde rectus. Quādo verò centrū ipsum cadit extra datū triangulum: idem angulus qui ad b/ recto maior est, vtpote in segmento semicirculo minori cōstitutus. Hinc versa vice sequitur, quòd in oxygonijs triāgulis circūscribendi circuli centrū cadit intra datum triangulum: in rectangulis verò, in medium subtensi lateris: in amblygonijs deniq; triāgulis, extra ipsum triangulū datum.

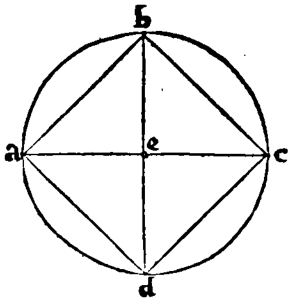
Πρόβλημα ς, Πρόθεσις ς.

Εἰς τὸν δοθέντα κύκλον τετράγωνον ἐγγράψαι.

Problema 6, Propositio 6.

IN dato circulo, quadratum describere. 6

ORONTIVS. ¶ Esto datus circulus a/b/c/d, cuius centrū e: in quo quidem circulo oporteat describere quadratum. Coaptentur igitur ipsi a/b/c/d/ circulo, dimetientes a/c/ & b/d, ad rectos angulos sese inuicem dirimentes: & coniungantur a/ b, b/c, c/d, & d/a/ lineæ rectæ, per primū postulatum. Quadrilaterū erit igitur a/b/c/d: & intra datum circulum, per tertiā huius quarti diffinitionē descriptum: vnusquisq; enim angulus inscripti quadrilateri, circuli circunferētiam tangit. Aio ipsum a/b/c/d/ quadrilaterum, fore quadratum. Nam e/a, e/b, e/c, & e/d/ lineæ rectæ, sunt per circuli diffinitionē inuicē æquales: ex centro enim in circunferentiā.



Potissima demōstrationis pars.

Binæ igitur a/e/& e/b/trianguli a/e/b,duabus b/e/& e/c/trianguli b/e/c coæquãtur: & æquos inuicẽ continent angulos,nẽpe rectos qui ad centrũ e.Basis igitur a/b,basi/ b/c,per quartã primi est æqualis.Et proinde a/d/& d/c,tum inuicẽ,tum vtriq; ipsarũ a/b/& b/c,ostendentur æquales.Aequilaterum est itaq; a/b/c/d/ quadrilaterum. Insuper,quoniam a/c,dimetiens est ipsius dati circuli:vterque propterea angulorũ qui ad b/& qui ad d,est in semicirculo,& proinde rectus, per trigesimamprimã tertij.Et per eandem,qui ad a/& c/sunt anguli,itidem recti:dimetiens enim est b/d.Rectangulum est igitur ipsum a/b/c/d/quadrilaterum.Patuit quòd & æquilaterũ: ergo quadratũ,per trigesimã ipsius primi diffinitionẽ. In dato igitur circulo a/b/c/d, quadratum describitur.Quod facere oportebat.

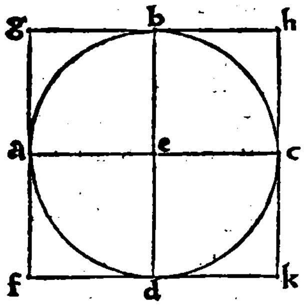
Πρόβλημα ζ, Πρόθεσις ζ.

Περὶ τὸν δοθέντα κύκλον, τετράγωνον περιγράψαι.

Problema 7, Propositio 7.

7 Circa datum circulum,quadratum describere.

ORONTIVS.¶Sit datus circulus a/b/c/d:circa quem receptum sit quadratũ describere.Coextendantur ergo ipsius dati circuli dimetientes a/c/& b/d,in centro e/ ad rectos sese dirimentes angulos. Et per ipsorum dimetientium extrema puncta a,b,c,d,parallelæ ducãtur,per trigesimamprimam primi:f/g/quidem & h/k/ipsi b/d,f/k/autem & g/h/ipsi a/c,ad puncta tandem f,g,h,k,inuicẽ(veluti cum ipsis dimetientibus)concurrentes.Quæ autem eidem rectæ lineæ parallelæ:& adinuicem, per trigesimam ipsius primi,sunt parallelæ.Parallela est igitur f/g/ipsi h/k, & f/k/ ipsi g/h: & proinde quadrilaterum f/g/h/k/parallelogrammum, atq; singula in eodem f/g/h/k/cõprehensa quadrilatera itidẽ parallelogrãma. Dico ipsum f/g/h/k/ parallelogrammum, fore quadratum:descriptúmq; circa datum a/b/c/d/ circulum.Parallelogrammorũ enim locorum latera quæ ex opposito,æqualia sunt adinuicem, per trigesimamquartã primi. æqualis est igitur f/g/ ipsi h/k, & f/k/ ipsi g/h: necnon vtraque f/g/& h/k/ ipsi b/d, vtraque rursum f/k/& g/h/ipsi a/c/æqualis. Porrò a/c/& b/d,æquales sunt adinuicem: nempe eiusdem circuli dimetiẽtes.Quæ autem æqualibus æqualia sunt, ea quoq; sunt inuicem æqualia, per primam communem sententiam.Quatuor igitur f/g,g/h, h/k,& k/f,sunt adinuicem æquales: & proinde f/g/h/k/parallelogrammum,æquilaterum. Parallelogrammorum rursum a/b, b/c, c/d,& d/a, qui ex opposito sunt anguli, æquales sunt adinuicem,per eandem trigesimamquartam primi: æquales sunt igitur singuli qui ad pũcta f,g,h,k, sunt anguli, singulis qui ad e/ centrum ex opposito consistunt angulis. Anguli porrò qui circa e,per costructionẽ recti sunt:& recti igitur sunt,qui ad puncta f,g,h,k, continentur.Rectangulum est itaque f/g/h/k/parallelogrãmum. Patuit quòd & æquilaterum:est igitur quadratum, per trigesimam ipsius primi diffinitionem. Aio demum,quòd & circa datum circulum a/b/c/d/describitur.In parallelas enim f/g/& b/d,recta incidens a/e, facit alternos angulos a/e/b/& e/a/f:similiter & a/e/d/atque e/a/g,inuicem æquales, per vigesimamnonam primi. Atqui recti sunt qui sub a/e/b/& a/e/d, per constructionem: & vterque igitur qui circa a, rectus est. Haud aliter ostendemus,quòd & reliqui circa puncta b,c,d/cõsistentes anguli,recti sunt.Quæ autem à circuli dimetientium extremitatibus,ad rectos ducuntur angulos: ipsum circulum tangunt, per decimæsextæ tertij corollarium. Tangit igitur



Quòd descriptũ parallelogrammum,sit quadratum.

Quòd ipsum quadratũ,circulo circũscribatur.

vnumquodque latus ipsius quadrati f/g/h/k, circunferentiam dati a/b/c/d/ circuli. Igitur per sextam huius quarti diffinitionē, circa datum circulum a/b/c/d, quadratū describitur f/g/h/k. Quod faciendum receperamus.

Πρόβλημα η, Πρότασις η.

Εἰς τὸ δοθὲν τετράγωνον, κύκλον ἐγγράψαι.

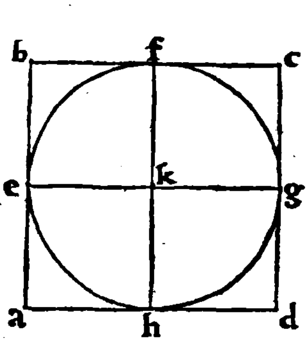
Problema 8, Propositio 8.

IN dato quadrato, circulum describere. 8

ORONTIVS. ¶In quadrato enim a/b/c/d, circulum describere sit operæprecium. Secetur itaque bifariam vtrunq; latus a/b/ & b/c, in punctis quidem e/ & f: per decimam primi. æquales erūt igitur a/e, e/b, b/f, & f/c/ adinuicem, per septimā communem sententiā: nempe æqualium laterum a/b/ & b/c/ dimidiæ. Per trigesimāprimam rursum eiusdem primi, per punctū e, ipsis a/d/ & b/c/ parallela ducatur e/g: per f/ autem punctum, ipsis a/b/ & c/d/ parallela f/h, secans eandem e/g/ in puncto k.

Centri inscribēdi circuli inuestigatio.

Parallelogramma sunt igitur a/f, f/d, d/e, & e/c: necnon e/f, f/g, g/h, & h/e. Parallelogrammorum autem locorum latera quæ ex opposito, & anguli, æqualia sunt adinuicem: per trigesimamquartam ipsius primi. Parallelogrammi igitur d/e, angulus qui ad e, æqualis est opposito qui ad d: ipsius item e/c/ parallelogrammi angulus qui ad e, opposito qui ad c/ itidem æqualis. qui autem ad c/ & d/ consistunt anguli, recti sunt, per quadrati diffinitionem. Rectus est igitur vterque angulus, qui circa punctum e. Haud dissimiliter ostendetur, quòd vterque angulus, qui circa f, aut g, vel h/ punctum, rectus est. Aequalis insuper est k/h, ipsi a/e, & k/f/ ipsi e/b: item k/e/ ipsi b/f, & k/g/ demum ipsi f/c.



Atqui a/e, e/b, b/ f, & f/c, sunt æquales adinuicem: quæ autē æqualibus sunt æqualia, & adinuicem æqualia sunt, per primam communem sententiam. Quatuor igitur k/e, k/f, k/g, & k/h, æquales sunt adinuicem. Centro ergo k, interuallo autē k/e, vel k/f, aut k/g, seu k/h, circulus per tertiū describatur postulatū e/f/g/h. Transibit igitur ipsius circuli circunferentia, per eadem puncta e, f, g, h, ipsorū e/g/ & f/h/ dimetientium extremitates: cum quibus dimetiētibus, ipsius a/b/c/d/ quadrati latera, ad rectos (vt præostensum est) conueniunt angulos. Tangit ergo circuli e/f/g/h/ circunferentia, vnūquodq; latus eiusdem quadrati a/b/c/d, per decimæsextæ tertij corollarium. Hinc per quintam huius quarti diffinitionē, in dato quadrato a/b/c/d, circulus describitur e/f/g/h. Quod faciendum fuerat.

Absolutio problematis.

Πρόβλημα θ, Πρότασις θ.

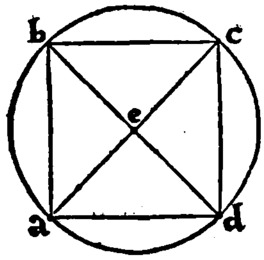
Περὶ τὸ δοθὲν τετράγωνον, κύκλον περιγράψαι.

Problema 9, Propositio 9.

CIrca datum quadratum, circulum describere. 9

ORONTIVS. ¶Esto quadratum a/b/c/d, circa quod oporteat describere circulum. Connectantur igitur a/c/ & b/d/ rectæ lineæ, per primū postulatum, in puncto e/ sese inuicem dirimentes. Et quoniā per quadrati diffinitionem, æqualis est a/b/ ipsi b/c, & b/d/ vtrique communis: binæ igitur a/b/ & b/d/ trianguli a/b/d, duabus d/b/ & b/c/ trianguli d/b/c/ sunt æquales altera alteri: & basis a/d, basi d/c/ itidē æqualis. Angulus igitur a/b/d, angulo d/b/c, per octauam primi est æqualis. Totus itaq; angulus a/b/c, bifariam diuiditur sub recta b/d. Haud aliter monstrabimus

Vt circunscribendi circuli centrum inueniatur.



quòd vnusquisq; reliquorum angulorum qui sub b/a/d, b/c/d,& a/d/c,bifariam itidem sub ipsa b/d, & a/c/ recta diuiditur. Angulus porrò a/b/c, angulo b/a/d,per quartum postulatum est æqualis: nempe rectus recto. Quæ autem æqualium sunt dimidium, æqualia sunt adinuicem, per septimam communem sententiam. Aequalis est igitur angulus a/ b/ e, angulo e/ a/ b: & proinde latus e/a,lateri e/ b, æquale, per sextam primi. Eodem prorsus modo ostendemus,e/c/ & e/ d/ rectas, tum adinuicem, tum ipsis e/ a/ & e/ b/ rectis lineis coæquari. Quatuor igitur e/a,e/b,e/c,& e/d,æquales sunt adinuicem. Cētro igitur e,interuallo autem e/a, vel e/b,aut e/c, vel e/d, circulus describatur,per tertium postulatum. Transibit ergo descriptus circulus per puncta a,b,c, d : quapropter & ipsius circuli circunferētia tanget vnūquenq; angulum ipsius quadrati a/b/c/d. Per quartā igitur huius quarti diffinitionem:circa datum quadratum a/b/c/d,circulus describitur. Quod oportuit fecisse. Ostensio problematis, priori similis.

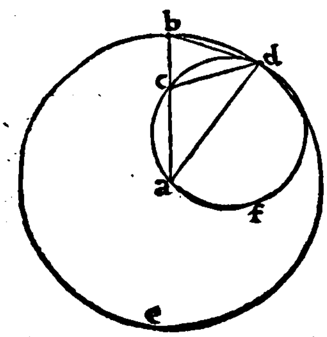
Πρόβλημα ι, Πρότασις ι.

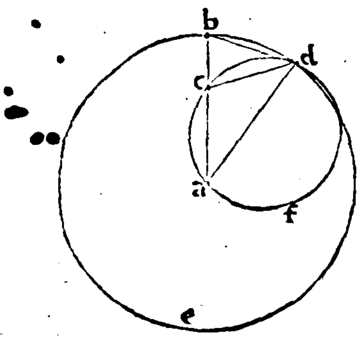
Ἰσοσκελὲς τρίγωνον συστήσασθαι, ἔχον ἑκατέραν τῶν πρὸς τῇ βάσει γωνιῶν διπλασίονα τῆς λοιπῆς.

Problema 10, *Propositio* 10.

10 ISosceles triangulum cōstituere, habens vnumquenque eorum qui ad basin sunt angulorum,duplum reliqui.

ORONTIVS. Hoc quæsitum,ad succedentiū propositionum demonstrationem,ita confirmatur. Sit data recta quædam linea a/b:quæ per vndecimam secundi ita secetur in puncto c,vt comprehensum sub tota a/b/ & segmento b/ c/ rectangulum,æquum sit ei quod ex reliquo segmento a/c/fit quadrato. Et centro a/interuallo autē a/b,circulus describatur b/d/e,per tertium postulatum. Et per primā huius quarti, in circulo b/d/e, datæ rectæ lineæ a/ c/ (quæ non est maior ipsius circuli semidiametro)æqualis recta linea coaptetur:sitq; b/d. connectātúrq; a/d/& c/d/lineæ rectæ,per primum postulatum. Triangulum erit igitur a/b/d,atq; isosceles:æqualis est enim a/b/ipsi a/d,per quindecimam diffinitionem primi. Dico quòd vnusquisq; angulorum qui ad basin b/d,duplus est reliqui anguli qui ad a. Circa enim triangulum a/c/d,per quintam huius quarti,describatur circulus a/c/d/f. Et quoniam per constructionem,quod sub a/b/& b/c/cōtinetur rectangulum,æquum est ei quod ex c/a/fit quadrato:& ipsi c/a/data est æqualis b/d, ab æqualibus autem rectis æqualia describūtur quadrata, per corollariū quadragesimæsextæ primi. Cōprehensum igitur sub a/b/& b/c/rectangulum, æquum est ei, quod ex b/d/fit quadrato. Atqui b/ punctū extra circulum a/c/d/f/suscipitur, ab eóq; in circulum geminæ procidunt lineæ rectæ a/b/& b/d, quarū altera vtpote a/b/circulum secat, altera verò b/d/ cadit, estq; sub tota dispeseēte & extrinsecus sumpta b/c/comprehensum rectangulū,æquale ei quod ex cadente b/d/ fit quadrato. Cadens igitur b/d,tangit per vltimam tertij circulum a/c/d/f, in pūcto d/vtriq; circulo communi. Rursum quoniā b/d/recta tangit circulū a/c/d/f,& à cōtactu d/extēditur recta quædā linea a/c/circulum dispescens: angulus igitur b/d/c, angulo c/a/d,(qui in alterno consistit segmento)per trigesimā secundam tertij, est Constructio figuræ. Ostensio problematis.





æqualis. Quòd ſi vtrique æqualium angulorum addatur cōmunis angulus a/d/c: totus angulus a/d/b, duobus qui ſub c/a/d/ & a/d/c/ ſunt angulis, erit per ſecundam communem ſentētiam æqualis. Eiſdem porrò qui ſub c/a/d/ & a/d/c/ cōtinentur angulis, exterior angulus b/c/d, per trigeſimamſecūdam primi coæquatur. Per primã igitur communem ſententiã, angulus a/d/b, angulo b/c/d/ eſt æqualis. Angulo rurſum a/d/b, æquus eſt angulus c/b/d, aut (ſi velis) a/b/d, per quintã primi: ſunt enim ad baſin b/d/ iſoſcelis triãguli a/b/d. Duo itaque anguli b/c/d/ & c/b/d, eidem angulo a/d/b/ ſunt æquales: & æquales propterea adinuicē, per primã communē ſententiã. Hinc latus c/d/ lateri b/d, per ſextã ipſius primi coæquatur. ſed eidem b/d, æqualis eſt per conſtructionem a/c. binæ igitur a/c/ & c/d, eidem b/d/ ſunt æquales: & æquales itaq; rurſum adinuicē, per eãdem primam cōmunem ſententiam. Angulus igitur a/d/c, angulo c/a/d, per eandē quintam primi eſt æqualis: & vterq; propterea dimidius ipſius anguli a/d/b, nã angulus a/d/b/ eiſdem angulis a/d/c/ & c/a/d/ æqualis iam oſtenſus eſt. Duplus eſt igitur angulus a/d/b, ipſius anguli qui ad a. Eidem porrò angulo a/d/b, æqualis rurſum eſt a/b/d: quæ autem æqualia ſunt, eiuſdem ſunt duplicia, per ſextæ communis ſententiæ conuerſionem. Et a/b/d/ itaq; angulus, eiuſdem anguli qui ad a/ duplus itidem eſt. Iſoſceles ergo triangulum conſtituitur a/b/d, habens vnumquenq; eorum qui ad baſin b/d/ ſunt angulorum duplum reliqui. Quod facere oportebat.

Πρόβλημα ια, Πρότασις ια.

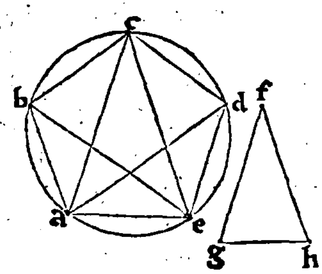
Εἰς τὸν δοθέντα κύκλον, πεντάγωνον ἰσόπλευρόν τε καὶ ἰσογώνιον ἐγγράψαι.

Problema 11, *Propoſitio* 11.

IN dato circulo, pentagonum æquilaterum & æquiangulum deſcribere. 11

ORONTIVS. ¶ Eſto datus circulus a/b/c/d/e, in quo receptum ſit deſcribere pentagonum æquilaterum & æquiangulum. Conſtituatur per antecedentem decimam propoſitionem, triangulum f/g/h: cuius vnuſquiſq; eorum qui ad baſin g/h/ ſunt angulorum, duplus ſit reliqui anguli qui ad f. Et per ſecundam huius quarti, in dato circulo a/b/c/d/e, dato triangulo f/g/h, æquiangulum triangulum deſcribatur a/c/e: ſitq; angulus qui ad c, angulo qui ad f/ æqualis. Cùm igitur vterq; angulorum qui ad baſin g/h, duplus ſit reliqui qui ad f: erit & vterque eorum qui ad baſin a/e, reliqui anguli qui ad c/ itidem duplus. Secetur itaque bifariam, per nonam primi, vterq; angulorum qui ſub c/a/e/ & a/e/c, productis in circunferētiam a/d/ & e/b/ rectis: & connectantur a/b, b/c, c/d, & d/e/ lineæ rectæ, per primum poſtulatum. Pentagonum eſt itaq; a/b/c/d/e/ rectilineum: & in dato circulo, per tertiam huius quarti diffinitionem deſcriptum.

Cōſtructio inſcribendi pentagoni.



¶ Aio primùm, ꝙ & æquilaterũ. Nam angulus qui ſub a/c/e, dimidius eſt vtriuſq; æqualium angulorum qui ſub c/a/e/ & a/e/c. ſed anguli c/a/d/ & d/a/e, ipſius c/a/e: anguli item a/e/b/ & b/e/c, ipſius a/e/c/ ſunt dimidium, ſecti enim ſunt bifariã c/a/e/ & a/e/c/ anguli. Quæ autem eiuſdem, vel æqualium ſunt dimidium, æqualia ſunt adinuicē, per ſeptimam communem ſententiam. Quinq; igitur anguli a/c/e, a/e/b, b/e/c, c/a/d, & d/a/e, ad circūferentiã ipſius circuli conſiſtētes,

Quòd inſcriptũ pentagonũ ſit æquilaterum.

ſunt adinuicẽ æquales. In eodem porrò circulo æquales anguli, in æqualibus circunferẽtijs ſubtenduntur, etſi ad centrum, etſi ad circunferentiam deducti fuerint, per vigeſimamſextam tertij. Quinq; ergo circunferẽtiæ a/b, b/c, c/d, d/e, & e/a, æquales ſunt adinuicem. In eodem rurſum circulo, ſub æqualibus circunferentijs æquales rectæ lineæ ſubtenduntur, per vigeſimamnonam ipſius tertij. Aequales itaq; inuicem ſunt præfatas circunferentias ſubtendentes lineæ rectæ: & proinde a/b/c/d/e/ pentagonum æquilaterum. ¶Dico tandem ꝙ & æquiangulum. Quoniam circunferentia a/b, circunferentiæ c/d/ eſt æqualis: ſi vtriq; æqualium addatur cõmunis circunferentia a/e/d, reſultabunt a/e/d/c/ & b/a/e/d/ circunferentiæ, per ſecundam cõmunem ſententiam inuicem æquales. Sub ipſa porrò circunferentia a/e/d/c, deducitur angulus a/b/c: ſub ipſa autem b/a/e/d, angulus b/c/d, & vterq; ad circunferentiam eiuſdem circuli. Aequalis eſt igitur angulus a/b/c, angulo b/c/d: ſub æqualibus enim circunferentijs æquales deducuntur anguli, in eodem potiſſimũ circulo, etſi ad centrum etſi ad circunferentiam fuerint deducti, per vigeſimamſeptimam tertij. Haud diſſimiliter oſtendemus, reliquos angulos qui ſub c/d/e, & d/e/a, & e/a/b, tum inuicem, tum vnicuiq; ipſorum a/b/c/ & b/c/d/ coæquari. Aequiangulum eſt igitur a/b/c/d/e, pentagonũ. patuit ꝙ & æquilaterum. In dato itaq; circulo, pentagonũ æquilaterũ & æquiangulum deſcripſimus. Quod faciendum receperamus.

Quòd idẽ pẽtagonum ſit æquiangulũ.

Πρόβλημα ιβ, Πρόθεσις ιβ.

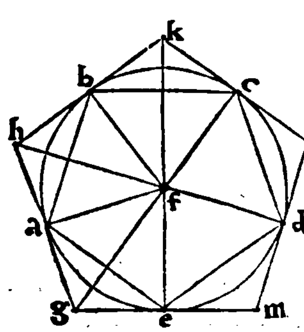
Περὶ τὸν δοθέντα κύκλον, πεντάγωνον ἰσόπλευρόν τε καὶ ἰσογώνιον περιγράψαι.

Problema 12, *Propoſitio* 12.

12 CIrca datum circulum, pentagonum æquilaterum & æquiangulum deſcribere.

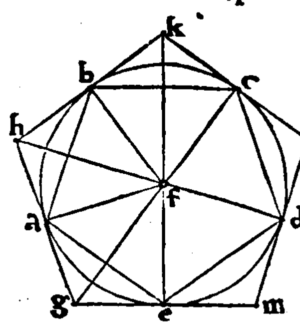
ORONTIVS. ¶Sit rurſum datus circulus a/b/c/d/e, cuius centrum f: circa quem oporteat deſcribere pẽtagonum æquilaterum & æquiangulum. Deſcribatur in primis in ipſo circulo dato, pentagonũ æquilaterũ & æquiãgulum a/b/c/d/e, per antecedentem vndecimam propoſitionem: & cõnectantur f/a, f/b, f/c, f/d, & f/e/ ſemidiametri, per primum poſtulatum. A punctis autem a, b, c, d, e, ad rectos vtrinq; ſuſcitẽtur angulos a/g, a/h, b/h, b/k, c/k, c/l, d/l, d/m, e/m/ & e/g, per vndecimam primi. In directum igitur conſtituentur g/a/h, h/b/k, k/c/l, l/d/m, & m/e/g, per decimãquartam eiuſdem primi: tangẽntq; circulum datum, per decimæſextæ tertij corollarium, in punctis quidem a, b, c, d, e. Conuenient inſuper ad puncta g, h, k, l, m. Recta enim a/b, incidẽs in g/h/ & h/k/ rectas, diuidit vtrunq; angulum rectum qui ſub f/a/h/ & h/b/f, efficítque propterea interiores & in eadem parte angulos a/b/h/ & h/a/b/ duobus rectis minores: neceſſum eſt igitur, rectas g/h/ & h/k/ in infinitũ productas, tandem concurrere ad partes h, per quintum poſtulatum. Haud diſſimiliter oſtendemus, quòd h/k/ & k/l/ conuenient ad punctũ k, atq; k/l/ & l/m/ ad punctum l, necnon l/m/ & m/g/ ad punctum m: m/g/ tandem & g/h/ ad punctũ g. Pentagonũ eſt igitur g/h/k/l/m: & circa datũ circulũ a/b/c/d, per ſextã huius quarti diffinitionẽ, deſcriptũ. ¶Aio iam ꝙ & æquilaterũ. Cõiungãtur enim f/g, f/h, & f/k/ rectæ lineæ, per primũ poſtulatũ. Rectãgula igit᷑ erũt a/f/h/ & h/f/b/ triangula. vnde per quadrageſimãſeptimã primi quæ ab ipſis f/a/ & a/h/ vtraq; fiũt quadrata, æqualia ſunt ei quod ex f/h: & per eãdẽ, quæ ex f/b/ & b/h, eidẽ quod ex f/h/ fit quadrato æqualia. Quæ igitur ex f/a/ & a/h/ fiũt quadrata, eis quæ ex f/b/ & b/h/ fiũt

Pentagoni propoſiti circunſcriptio.



Quòd circunſcriptum pentagonum ſit æquilaterũ.

quadratis, ſunt per primam communem ſententiam æqualia: quorum id quod ex f/a,ei quod ex f/b/eſt æquale,per corollariũ quadrageſimæſextæ primi:nam f/a,ipſi f/b/æqualis eſt,per circuli diffinitionem.Reliquum igitur quod ex a/h/ fit quadratum,reliquo quod ex h/b/per tertiam cõmunem ſententiam eſt æquale: & proinde a/h,ipſi h/b,per idem æquatur corollarium.Similiter oſtendetur ꝙ a/g/ ipſi g/e, & b/k/ipſi k/c/eſt æqualis: & conſequenter ita de cæteris. Rurſum quoniam a/f/ipſi f/b/eſt æqualis,& f/h/vtrique cõmunis:duo igitur latera a/f/& f/h/ trianguli a/f/h, duobus h/f/& f/b/trianguli h/f/b, ſunt æqualia alterum alteri:baſis quoq; a/h,baſi h/b/æqualis. Angulus igitur a/f/h, angulo h/f/b/æqualis eſt, per octauam primi: & vterque proinde,ipſius anguli a/f/b/dimidius. Eodem modo colligemus, angulum a/f/g/dimidiũ fore ipſius anguli a/f/e. Atqui anguli a/f/b/& a/f/e, æquales ſunt adinuicem,per vigeſimamſeptimam tertij: nempe ad centrum f, ſub circunferentijs a/b/& a/e/inuicem æqualibus deducti. Quæ autem æqualium ſunt dimidium,æqualia ſunt adinuicem,per ſeptimam communem ſententiam. Aequalis eſt igitur angulus a/f/g, angulo a/f/h: & rectus f/a/g, recto f/a/h, per quartum poſtulatum æqualis. Triangula igitur a/f/g/& a/f/h,habent duos angulos duobus angulis æquales alterum alteri.vnúmq; latus a/f/vtriq; cõmune,quod æquis adiacet angulis : reliqua igitur latera, reliquis lateribus æqualia, & reliquum angulũ reliquo angulo æqualẽ habebunt,per vigeſimamſextam primi. Aequalis eſt igitur a/g/ipſi a/h,& tota conſequenter g/h/ ipſius a/h/ dupla: necnon angulus a/g/f,angulo f/h/a/æqualis. Haud aliter oſtendemus quòd h/k,dupla eſt ipſius b/h. Porrò a/h/& h/b,æquales præoſtenſæ ſunt:quæ autem æqualium duplicia ſunt, adinuicem ſunt æqualia,per ſextam cõmunem ſententiã. Aequalis eſt igitur g/h/ipſi h/k. Similiter quoq; demonſtrabitur,quòd cætera ipſius pentagoni latera,vtpote k/l,l/m,& m/g, tum inuicem,tum vtrique ipſarum g/h/& h/k/ſunt æqualia. Aequilaterũ eſt igitur g/h/k/l/m/ pentagonum.



Quòd idẽ circũſcriptũ pentagonum ſit æquiangulũ.

¶Dico tandem quòd & æquiangulum. Quoniam enim æqualis eſt a/h/ipſi h/b,& h/f/vtriq; cõmunis:binæ igitur a/h/& h/f/triãguli a/h/f, duabus f/h/& h/b/triãguli f/h/b,ſunt æquales altera alteri:baſis quoq; a/f,baſi f/b/ æqualis,per diffinitionem circuli. Angulus igitur a/h/f,angulo f/h/b,per octauã primi eſt æqualis. Totus itaq; angulus a/h/b,ipſius a/h/f/duplus eſt. Haud aliter monſtrabitur,quòd angulus a/g/f,angulo f/g/e/itidem coæquatur: totúſq; a/g/e,duplus eſt ipſius a/g/f. Anguli porrò a/g/f/& a/h/f,æquales nunc oſtenſi ſunt: quæ autem æqualium duplicia ſunt,adinuicem ſunt æqualia,per ſextam communẽ ſententiam. Aequalis eſt igitur angulus a/g/e,angulo a/h/b. Similiter oſtendemus,quòd reliqui anguli qui ſub b/k/c,& c/l/d,atq; d/m/e,tum inuicem, tum vtrique ipſorum a/g/e/ & a/h/b/reſpondenter coæquantur. Aequiangulum eſt itaque g/h/k/l/m/ pentagonum. Patuit quòd & æquilaterum: deſcriptúmq; circa a/b/c/d/e/circulũ. Circa datum ergo circulum a/b/c/d/e,pentagonũ æquilaterum & æquiangulum deſcribitur g/h/k/l/m. Quod oportuit feciſſe.

Πρόβλημα ιγ, Πρόθεσις ιγ.

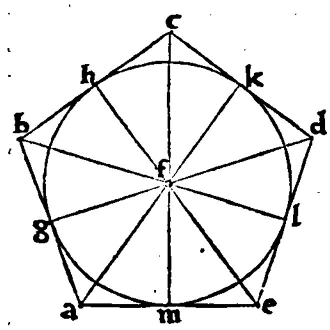
Εἰς τὸ δοθὲν πεντάγωνον,ὅ ἐστιν ἰσόπλευρόν τε καὶ ἰσογώνιον κύκλον,ἐγγράψαι.

Problema 13, Propoſitio 13.

IN dato pẽtagono æquilatero & æquiangulo,circulũ deſcribere. 13

ORONTIVS. ¶Eſto datum pentagonũ æquilaterũ & æquiangulũ a/b/c/d/e, in quo expediat deſcribere circulum. Secetur in primis vterq; angulorum a/b/c/&

b/a/e/biſariam,per nonã primi,ſub rectis quidem lineis a/f/& b/f: quas operæpretiũm eſt tandem conuenire. Angulus enim a/b/c,minor eſt duobus rectis(nam alìas a/b/& b/c,in rectum conſtituerentur)quapropter & angulus a/b/f, dimidius ipſius anguli a/b/c,recto minor eſt. Et proinde b/a/f,recto itidẽ minor. Hinc fit,vt recta a/b, incidat in a/f/& b/f/lineas rectas,efficiẽs in eadẽ parte interiores angulos binis rectis minores. Concurrent igitur,per quintum poſtulatum a/f/& b/f/ in directum productæ:idq; intra datum pentagonum. Angulo enim a/b/c,opponitur latus d/e:& & c/d/latus,ipſi b/a/e/angulo. Recta igitur a/f/in rectum extenſa,cadet in latus c/d:& ipſa b/f, in latus d/e: ſeſe inuicem intra datum interſecantes pentagonum. Secẽt ſe igitur,& concurrant in puncto f. Aio punctũ f, fore centrum deſcribendi in dato pẽtagono circuli. Connectantur enim f/c,f/d,& f/e/lineæ rectæ,per primum poſtulatum. Cùm igitur a/b,ſit æqualis b/c,& b/f,vtrique cõmunis:erunt bina latera a/b/& b/f/ trianguli a/b/f, duobus lateribus c/b/& b/f/triãguli c/b/f/alternatim æqualia: & qui ſub æquis lateribus cõtinẽtur anguli a/ b/ f/& c/b/f, ſunt per cõſtructionẽ adinuicem æquales. Baſis igitur a/f, baſi f/c, & angulus b/a/f, angulo b/c/f,per quartã primi eſt æqualis. Angulus porrò b/a/f,dimidius eſt ipſius anguli b/a/e, & ipſi b/a/e,æqualis angulus b/c/d,per hypotheſin. Quæ autem inuicem æqualia ſunt,eiuſdem vel æqualium dimidium eſſe videntur: per ſeptimæ cõmunis ſententiæ conuerſionẽ. Angulus igitur b/c/f,dimidius eſt ipſius anguli b/a/e, & proinde anguli b/c/d: reliquus inſuper angulus f/c/d, dimidius itidem eſt eiuſdẽ anguli b/c/d. Biſariam itaque diuiditur angulus b/c/d,ſub recta c/f. Nec diſſimiliter oſtendetur,vterque reliquorum angulorum qui ſub c/d/e/& d/e/a, biſariam diſcindi ſub rectis lineis d/f/& e/f. Conſequenter à puncto f/ in ſingula ipſius pentagoni latera,perpendiculares deducãtur f/g,f/h,f/k,f/l, & f/m,per duodecimam primi. Et quoniam triangulorum b/f/g, & b/f/h, angulus g/b/f/ æquus eſt angulo f/b/h, necnon & rectus b/g/f/recto b/h/f/per quartum poſtulatum æqualis,latus inſuper b/f/vtrique triangulo commune, quod ſub vno æqualium ſubtenditur angulorum: reliqua igitur latera, reliquis lateribus æqualia habebunt alterum alteri, per vigeſimamſextam primi. Aequalis eſt igitur f/g/ipſi f/h. Haud diſſimiliter oſtendentur reliquæ perpendiculares f/k, f/l,& f/m,tum inuicem, tum vtriq; ipſarum f/g/& f/h/ coæquari. Quinque ergo rectæ lineæ f/g,f/h,f/k,f/l,& f/m,ſunt æquales adinuicem. Centro itaq; f, interuallo autem f/g,aut f/h,vel f/k,ſeu f/l,aut f/m,circulus deſcribatur g/h/k/l/m,per tertium poſtulatum. Tranſibit ergo ipſius circuli circunferentia,per ſingula puncta g,h,k,l,m. Et quoniam ab eiſdem punctis g,h,k,l, m, eorundem ſemidiametrorũ extremitatibus,dati pentagoni latera ad rectos excitata ſunt angulos: tanget propterea eiuſdem circuli circunferentia ſingula ipſius dati pentagoni latera,per decimæſextæ tertij corollarium. Circulus porrò in figura rectilinea deſcribi dicitur,quando circuli circunferentia,vnumquodq; latus eius in qua deſcribitur tangit:per quintam huius quarti diffinitionem. In dato igitur pentagono a/b/c/d/e,circulus deſcribitur g/h/k/l/m. Quod expediebat facere.



Vt centrũ in ſcribẽdi circuli reperiatur.

Quòd inuentum punctũ f, centrum exiſtat eiuſdem circuli.

Problematis abſoluta reſolutio.

Πρόβλημα ιδ, Πρόθεσις ιδ.

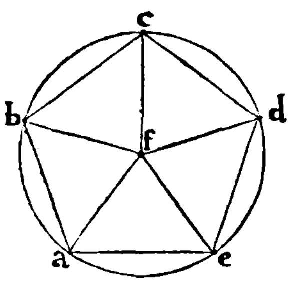
Περὶ τὸ δοθὲν πεντάγωνον, ὅ ἐστιν ἰσόπλευρόν τε καὶ ἰσογώνιον, κύκλον περιγράψαι.

Problema 14, *Propoſitio* 14.

14 Circa datum pentagonum æquilaterum & ęquiangulum, circulum deſcribere.

ORONTIVS. ¶Sit datum pentagonum æquilaterum & æquiangulum a/b/c/d/e, circa quod circulum deſcribere ſit operæpretium. Secetur bifariã vterque angulorum qui ſub a/b/c/& b/a/e, per nonam primi, productis a/f/& b/f/lineis rectis: quæ veluti patuit in antecedente decimatertia propoſitione, cõcurrent tandem adinuicem intra datum pentagonum. Concurrant igitur rurſum ad punctum f. Proximam itaque recolligendo demonſtrationẽ, rurſum oſtendere licebit, cæteros angulos qui ſub b/c/d, c/d/e, & d/e/a/bifariam ſecari, ſub rectis quidem lineis c/f, d/f, & e/f: quemadmodùm ex ipſa præcedente decimatertia potes elicere propoſitione. Et quoniam angulus a/b/f, dimidium eſt anguli a/b/c, & angulus b/a/f, dimidiũ ipſius anguli b/a/e, ſuntq; per hypotheſin anguli a/b/c/ & b/a/e inuicẽ æquales: angulus igitur a/b/f, angulo b/a/f, per ſeptimã cõmunẽ ſentẽtiã æquus eſt: quæ enim æqualiũ ſunt dimidiũ, æqualia ſunt adinuicẽ. Et proinde latus f/a, lateri f/b, per ſextã primi, eſt æquale. Eodẽ prorſus modo cõcludemus, cæteras rectas lineas f/c, f/d, & f/e, tũ ſibi inuicẽ, tũ vtriq; ipſarũ f/a/& f/b/coæquari. Quinq; ergo lineæ rectæ f/a, f/b, f/c, f/d, & f/e, æquales ſunt adinuicem. Centro igitur f, interuallo autem f/a, vel f/b, aut f/c, vel f/d, aut f/e, circulus deſcribatur a/b/c/d/e, per tertiũ poſtulatum. Veniet ergo ipſius circuli circunferentia, per ſingula puncta a, b, c, d, e: tangẽtque propterea vnumquenq; angulum dati pentagoni. Circa datum igitur pentagonum æquilaterum &/æquiangulum a/b/c/d/e: circulus, per quartam huius diffinitionẽ, deſcribitur. Quod faciendum fuerat.

Quę à proximę ꝓpoſitionis pẽdent oſtenſione.



Πρόβλημα ιε, Πρόθεσις ιε.

Εἰς τὸν δοθέντα κύκλον, ἑξάγωνον ἰσόπλευρόν τε καὶ ἰσογώνιον ἐγγράψαι

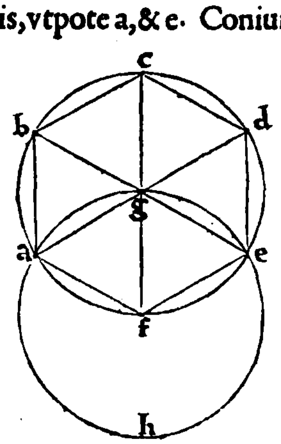
Problema 15, Propoſitio 15.

IN dato circulo, hexagonũ æquilaterũ & æquiãgulũ deſcribere. 15

ORONTIVS. ¶Eſto datus circulus a/b/c/d/e/f, cuius centrum g: in quo quidem circulo oporteat deſcribere hexagonum æquilaterum & æquiangulum. Coaptetur itaq; in circulo a/b/c/d/e/f, dimetiens c/f. Et centro f, interuallo autem f/g, deſcribatur per tertium poſtulatum circulus a/g/e/h. Et quoniam præfati circuli in eodem ſunt plano, communem habentes ſemidiametrum f/g, & centrum vnius in alterius circunferentia conſtituitur: fit vt vnus prædictorum circulorum, ſit partim intra reliquum, partim verò extra. Vnde neceſſum eſt, circulum a/g/e/h, interſecare datum circulum a/b/c/d/e/f: idq; per decimam tertij, in duobus tãtummodò punctis, vtpote a, & e. Coniungantur igitur a/g, & e/g/lineæ rectæ, per primum poſtulatum: & per ſecundum poſtulatum, directè producantur in puncta b, d. Rurſum per idem primum poſtulatum, connectantur rectæ lineæ a/b, b/c, c/d, d/e, e/f, & f/a. Hexagonum eſt itaq; a/b/c/d/e/f/rectilineum: & in dato circulo, per tertiam huius quarti diffinitionem, deſcritum. ¶Aio primùm ipſum fore æquilaterũ. Quoniam punctum g/centrũ eſt circuli a/b/c/d/e/f: æqualis eſt igitur a/g, ipſi g/f, per circuli diffinitionẽ. Rurſum quoniam punctum f/ centrum eſt circuli a/g/ e/ h: æqualis eſt, per eandem circuli diffinitionem, a/f/ipſi f/ g. Binæ igitur a/g/& a/f, eidẽ f/g/ ſunt æquales: & æquales propterea adinuicem, per primam cõmunem ſentẽtiam. Aequilaterũ

Inſcriptio propoſiti hexagoni.

Quòd inſcriptum hexagonum ſit æquilaterum.



est igitur ipsum a/f/g/triangulum:& proinde æquiangulum, per quintæ libri primi corollarium. Et quoniam per trigesimamsecundam primi,omnis trianguli tres anguli sunt æquales duobus rectis:quilibet trium angulorum eiusdem triãguli a/f/g, vnum tertium duorum rectorum comprehendit. Angulus itaque a/g/f, duorum rectorum tertium est. Et proinde triangulum e/f/g, æquilaterum & æquiangulum est:& angulus cõsequentur f/g/e, vnum itidem tertium duorum rectorum. Recta insuper a/g, consistens super rectã b/e:efficit duos angulos b/g/a/& a/g/e/ binis rectis æquales, per decimam tertiam ipsius primi. quorum a/g/e duo tertia eorundem duorum rectorũ comprehendit:reliquus igitur angulus b/g/a,vni tertio duorum rectorum est æqualis. Tres igitur anguli b/g/a,a/g/f, & f/g/e, vni tertio duorum rectorum sunt æquales:& æquales ob id adinuicem, per primam communem sententiam. Et qui ad verticem igitur cõsistunt anguli b/g/c,c/g/d, & d/g/e,eisdem angulis,perdecimamquintam primi coæquantur: hoc est,d/g/e/ipsi b/g/a,& c/g/d/ ipsi a/g/f,atq; b/g/c/ipsi f/g/e. Hinc colligitur,sex angulos ad g/cẽtrum deductos fore inuicem æquales. In eodem porrò circulo æquales anguli, in æqualibus circunferentijs subtenduntur, per vigesimamsextam tertij. Sex igitur circunferentiæ a/b,b/c,c/d,d/e,e/f, & f/a,sunt adinuicem æquales. Sub æqualibus rursum circunferentijs,æquales rectæ lineæ, per vigesimãnonã tertij subtenduntur.Sex itaq; rectæ lineæ a/b,b/c,c/d,d/e,e/f,& f/a,sibi inuicem coæquãtur.Aequilaterum est propterea hexagonum a/b/c/d/e/f. ¶Dico iam quòd & æquiangulum. Nam circunferentia a/b, circunferentiæ c/ d/ est æqualis: si addatur igitur communis circunferentia d/e/f/a:consurgent per secundam communem sententiam,æquales circunferentiæ c/d/e/f/a,& d/e/f/a/b. Sub ipsa porrò circunferentia c/d/e/f/a,continetur angulus a/b/c:sub ipsa verò circunferentia d/e/f/a/b,angulus b/c/d. Anguli autem qui super æquales circunferentias in eodem circulo deducuntur, sibi inuicem sunt æquales,etsi ad centra, etsi ad circunferentias deducti fuerint, per vigesimamseptimam tertij. Aequalis est igitur angulus a/b/c,angulo b/c/d. Haud aliter mõstrabitur, quòd reliqui anguli ipsius a/b/c/d/e/f/hexagoni, vtpote c/d/e, d/e/f, & e/f/a, tum sibi inuicem,tum vtriq; ipsorum a/b/c/& b/c/d/coæquantur. Aequiangulũ est igitur ipsum a/b/c/d/e/f/hexagonum. Patuit iam quòd & æquilaterum,& in dato circulo descriptum. In dato igitur circulo a/b/c/d/e/ f/ hexagonum æquilaterum & æquiangulum describitur. Quod fecisse oportuit.

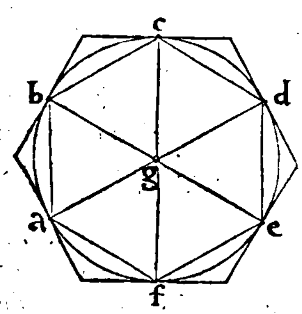
Quòd idem hexagonũ sit æquiangulũ.

Corollarium.

¶Hinc fit manifestum,quòd hexagoni latus,ei quæ ex centro circuli,in quo ipsum discribitur hexagonum,est æquale.

¶Item si per puncta a,b,c,d,e,f,rectæ ducãtur lineæ circulũ ipsum contingentes,& cũ illius dimetiẽtibus ad rectos cõuenientes angulos:hexagonum æquilaterum & æquiangulum circa datum circulum describetur.quemadmodùm ex duodecima huius quarti propositione de pentagono, & obiecta figura vel facilè deducetur.¶Præterea,nec minus facilè in dato hexagono æquilaterò & æquiangulo,circulũ describere, & circunscribere poterimus:per ea quæ decimatertia & decimaquarta propositione, de pentagono ipso præostensa sunt.Quod ex supradictis colligere oportebat.

Vt circulo hexagonum circũscribatur.



De circuli in dato hexagono inscriptione ac circumscriptione.

Πρόβλημα ις, Πρόθεσις ις.

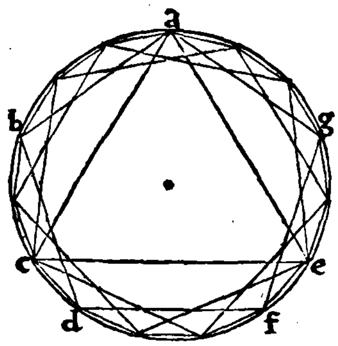
Εἰς τὸν δοθέντα κύκλον πεντεκαιδεκάγωνον, ἰσόπλευρόν τε καὶ ἰσογώνιον ἐγγράψαι.

Problema 16, *Propositio* 16.

IN dato circulo, quintidecagonum æquilaterum & æquiangu- 16
lum describere.

ORONTIVS. ¶Sit datus circulus a/b/c/d/e, in quo receptum sit describere quintidecagonum æquilaterum & æquiangulum. Describatur in primis super data quapiam recta linea terminata triangulum æquilaterum, per primã primi: quod per quintæ eiusdem primi corollarium erit, æquiangulum. Huic postmodũ triangulo, æquiangulum rursum describatur triangulum in dato circulo a/b/c/d/e, per secundam huius quarti propositionem: sitq; a/c/e. Item à pũcto a, in eodem circulo a/b/c/d/e, pentagonum æquilaterum & æquiangulum describatur a/b/d/f/g, per vndecimam huius quarti. Erit igitur triangulum a/c/e/æquilaterum, per sextæ primi libri corollarium: cuius latus quodlibet, subtendit tertiam circunferentiæ partem circuli a/b/c/d/e. quodlibet autem ipsius a/b/d/f/g, pentagoni latus subtendit quintam eiusdem circunferẽtiæ partem. Qualium igitur partium vel segmẽtorum, tota circuli a/b/c/d/e/circunferẽtia est quindecim: talium segmentum a/b/c/erit quinq;, & vtrunque segmẽtũ a/b/& b/d/ triũ, & proinde totũ segmẽtũ a/b/d, sex. Et quoniã segmẽtũ a/b/c/est quinq;: erit reliqua pars c/d/sextũ ipsius a/b/d, seu tertium ipsius b/d, & totius propterea a/b/c/d/e/circuli quindecimum. Coniuncta igitur c/d/recta, per primũ postulatũ, erit latus quintidecagoni in dato circulo describendi. Cui si æquales rectas lineas, in dato circulo a/b/c/d/e, ab ipso quidem puncto d/versus e/& a/in c/continuè, per primam huius quarti coaptaueris: erit in eodem circulo descriptum quintidecagonum æquilaterum.

Artificiosa lateris quintidecagoni adinuentio.



¶Poterunt & singulorum quindecim segmentorum distinctiones, per ipsius pentagoni æquilateri & æquiãguli, in dato circulo a/b/c/d/e, geminatam rursum descriptionẽ obtineri, à punctis quidem c/& e: & comparatis inuicem segmentis, demonstratiuè concludi. Quemadmodùm ex ipsa licet inspicere figura. ¶Aio iam quòd ipsum quintidecagonum æquilaterum, est æquiangulum. Quibuslibet enim angulis, sub duobus quibusuis ipsius quintidecagoni lateribus ad circunferentiam comprehensis, æquales subtenduntur circunferentiæ: nempe segmentorum inuicem æqualium tredecim, qualium totus circulus est quindecim. In eodem porrò circulo, anguli qui super æquales circunferẽtias deducuntur, sibi inuicem sunt æquales, etsi ad centra, etsi ad circunferentias fuerint deducti, per vigesimamseptimam tertij. Aequiangulũ est igitur ipsum a/b/c/d/e/ quintidecagonum. Patuit quòd & æquilaterum, & in dato circulo descriptum. In dato itaque circulo a/b/c/d/e, quintidecagonum æquilaterum & æquiangulum describitur. Quod tandem faciendum receperamus.

Idem aliter.

Quòd descriptũ quintidecagonum æquilaterũ, sit æquiangulũ.

Corollarium.

¶Quòd si per singulas segmentorum & angulorum quintidecagoni distinctiones, rectæ ducãtur lineæ circulum ipsum contingentes, & ad rectos angulos cum productis è centro semidiametris conuenientes: quintidecagonum æquilaterum & æquiangulum, circa datum circulũ describetur. quemadmodùm duodecima huius quarti propositione, de circunscribendo tradidimus pentagono. ¶Haud dissimiliter, per ea quæ decimatertia & decimaquarta eiusdẽ quarti propositione, de pẽtagonis ostensa sunt: in dato quintidecagono æquilatero & æquiangulo, circulum describere, ac circunscribere licebit.

Quarti libri geometricorũ elementorũ, FINIS.

Orontij Finei Delphinatis, Regii Mathematicarum Professoris, In Quintum elementorum Euclidis, Demonstrationes.

Diffinitionum elucidatio non aspernanda.

ORONTIVS.

POSTQVAM EVCLIDES QVATVOR ANTEcedentibus libris, quantitatis continuæ qualitatem, illiusq; dimensiones apertè demonstrauit: iam binis succedentibus libris, magnitudinũ rationes, atque proportiones, acutissimis prosequitur ostensionibus. Huius itaq; libri quinti scopus est, de proportionibus in vniuersum pertractare: singula enim quę in eo demõstrãtur, nõ solùm ad geometricã videntur spectare cõtẽplationẽ, sed cõmune aliquid habẽt cum Arithmetica, & Musica, & cum doctrinis omnibus quę sub mathematica traditione cõprehendũtur. Verùm quoniã de proportionibus futurus est sermo, proportio autẽ rationũ videtur esse similitudo: de rationibus, quibus ipsæ cõponuntur proportiones, in primis tractandũ est. prius enim oportet agnoscere simplicia, q̃ cõposita. Cùm igitur binæ magnitudines inuicẽ cõparantur: hæ proculdubio aut æquales, aut inæquales offendũtur. Propriũ enim quantitatis esse diffinit Aristoteles, secundũ eam æquale, vel inæquale dici. & huiuscemodi cõparatio, habitudo dicitur: quã Euclides, ad veterũ imitationem, rationẽ adpellat. Ipsæ autẽ magnitudines, termini tunc vocitãtur: illa quidẽ quæ alteri refertur, antecedẽs: reliqua verò, consequens, ad quam scilicet alterius fit cõparatio. Id porrò, quo altera distat à reliqua: differẽtia propriè dicitur. Quoties itaq; propositæ & adinuicẽ comparatæ magnitudines, fuerint inæquales, & minor metitur maiorẽ, hoc est, aliquotiens sumpta, seu per datum aliquem multiplicata numerum, ipsam maiorem restituit magnitudinem: tunc minor magnitudo, pars ipsius maioris dicitur: quam vulgus peculiari nomenclatura, iuxta multiplicationis numerum, multiplicatiuam seu quotam partem eiusdem maioris adpellat. Quæ ab Euclide ita primùm diffinitur,

Scopus huius libri quinti. *De magnitudinum cõparatione.* *Habitudo. Ratio.* *Quota seu multiplicatiua pars.*

ΕΥΚΛΕΙΔΟΥ ΣΤΟΙΧΕΙΟΝ ΠΕΜΠΤΟΝ.

Μέρος ἐστὶ μέγεθος μεγέθους, τὸ ἔλασσον τοῦ μείζονος, ὅταν καταμετρῇ τὸ μεῖζον.

1 Pars est magnitudo magnitudinis minor maioris, quando minor metitur maiorem.

Vtpote, binis magnitudinibus datis, quarum altera bipedalis, altera verò sextupedalis existat, quoniam bipedalis ter sumpta, seu per tria multiplicata, sextupedalem metitur magnitudinẽ: idcirco bipedalis magnitudo, pars est ipsius sextupedalis magnitudinis, & tertia pars eiusdem sextupedalis peculiari discretione vocatur. Ipsa porrò maior magnitudo, quam minor suprascripta multiplicatione metitur: multiplex ipsius minoris adpellatur magnitudinis, hoc est, multotiens ipsam minorem comprehendens magnitudinem, vel ex multiplici eiusdem minoris repetitione consurgens. Hinc dicit Euclides.

Exẽplũ quotæ partis. *Multiplex.*

Πολλαπλάσιον δὲ, τὸ μεῖζον τοῦ ἐλάσσονος, ὅταν καταμετρῆται ὑπὸ τοῦ ἐλάττονος.

2 Multiplex autem, maior minore, quando eam metitur minor.

Vt in præassumpto nuper exẽplo, sextupedalis magnitudo multiplex dicitẽ ipsius bipedalis

Exemplũ multiplicis.

magnitudinis,vtpote,q̄ multotiens,hoc est ter, eandem bipedalem contineat magnitudinē, seu quam bipedalis ter multiplicata metitur. & propterea sextupedalis, triplex ipsius bipedalis peculiari restrictione vocatur. ¶Cùm autem minor magnitudo aliquotiēs sumpta, seu multiplicata,plus aut minus efficit,quàm sit ipsa magnitudo maior:nō quota, sed adgregatiua pars ipsius maioris videtur esse magnitudinis,ex quotis scilicet partibus adgregata,ab ipsarum partium quotarum tum numero, tum qualitate denominanda. Veluti quadrupedalis ad sextupedalem relata magnitudinē, adgregatiua pars eiusdem sextupedalis dicenda est magnitudinis.Componitur enim ex geminis bipedalibus magnitudinibus,quarum quęlibet tertiam sextupedalis partem efficit:hinc bipartiens tertias eiusdem sextupedalis denominatur. ¶Quæ igitur adinuicem comparatæ magnitudines, cōmuni aliqua metiuntur magnitudine: commensurabiles, seu communicātes,& rationales adpellantur. Cuiusmodi sunt omnes numeri, à binario in infinitum distributi,quos indifferenter metitur vnitas: omnes insuper ad numeros relatæ magnitudines, determinatam inter sese rationem vel habitudinem obtinentes. Quibus autem non accidit aliqua & per numerum expressa mensura:incōmensurabiles,& incommunicātes,irrationalésve dicuntur magnitudines, quarum habitudo determinatis non exprimitur numeris. Veluti sunt diagonius,& latus quadrati geometrici.

Pars adgregatiua.

Exemplum.

Cōmensurabiles & rationales magnitudines.

Incommensurabiles & irrationales.

Illa igitur rationalium vel irrationalium,seu cōmensurabilium & incōmensurabilium magnitudinum comparatio, vel habitudo,ratio (quemadmodùm suprà dictum est) à veteribus adpellatur:quæ ab Euclide in hunc modum diffinitur,

¶Λόγος ἐστὶ δύο μεγεθῶν ὁμογενῶν ἡ κατὰ πηλικότητα πρὸς ἄλληλα ποιὰ σχέσις.

Ratio est duarum magnitudinum eiusdem generis aliquatenus adinuicem quædam habitudo. 3

Sola enim vniuoca veniunt inter sese comparanda,vtpote,numerus numero, linea lineæ, superficies superficiei,solidum solido,sonus sono,tēpus tempori,velocitas velocitati,& quę sunt huiuscemodi. Inter ea enim quę diuersorum sunt generum,nulla videtur accidere comparatio. ¶Offenditur autem ratio inter numeros absolutè consideratos, quam arithmeticā nuncupamus rationem:intérve sonoros,hoc est,ad sonorum hormoniam relatos numeros, quæ harmonica ratio dicitur: vel inter abstractas tum à materia,tum à numero magnitudines,quæ ratio geometrica propriè nominatur. Quæcunque porrò rationes inter ipsos inueniuntur numeros,eædem inter singula continuorum offenduntur genera:at non è diuerso. Arithmetica siquidem ratio,tantummodò rationalium videtur esse magnitudinum:geometrica verò, tam rationaliū quàm irrationalium contemplatur magnitudinum habitudinem. Quæcunq; insuper rationis diuersitates vni continuorū accidunt generi,vtpote lineis: cæteris continuorū videntur euenire generibus,superficiebus inquàm & solidis. quod ipsis non solet accidere numeris. Idcirco de geometrica, & veluti principatum obtinēte ratione, hoc loco tractare principaliter intendit Euclides. ¶Duplex est autem ratio geometrica:altera quidē æqualitatis,cuius differētia nulla est:altera verò inæqualitatis,cuius rationales species sunt quinq;: tres quidē simplices,vtpote multiplex,superparticularis,& superpartiēs:& duæ ex eis cōpositæ, scilicet multiplex superparticularis,& multiplex superpartiens. Primò igitur doctrina simplicium, postea cætera in vniuersum perscrutātur rationum discrimina: debet enim simplicium doctrina, in omnibus doctrinam præcedere compositorum. ¶Multiplicem itaq; solemus adpellare rationem, quoties maior magnitudo minorem (vti suprà dictum est) pluries & adæquatè comprehēdit magnitudinem: quæ in duplam vt quaternarij ad binarium, triplam veluti senarij ad ipsum binarium, quadruplam vt duodenarij ad ternarium,& deinceps ita quantumlibet subdiuiditur,prout maior magnitudo bis,ter,quater, pluriésve minorem comprehendit. Superparticularis autē ratio dicitur,cùm maior magnitudo minorem semel,& quotam insuper minoris partem continet:quæ sesqualtera dicitur vt ternarij ad binarium, aut sesquitertia veluti quaternarij ad ternariū, vel sesquiquarta vt quinarij ad quaternarium,& respondenter ita quantumlibet,prout pars ipsa alteram minoris magnitudinis partem,vel tertiam, aut quartam, aliámve quotam partem efficit, à dato quouis numero denominatam. Superpartientem verò rationem adpellamus,quoties maior magnitudo minorem itidem semel comprehendit, & contingentem præterea vel adgregatiuam eiusdem minoris partem,ex quotis ipsius minoris partibus compositam: quæ varia,pro numero ac ratione partium, sortitur discrimina. Alia enim superbipartiens tertias

Quę inuicem cōparantur.

Ratio Arithmetica. Harmonica. Geometrica.

Ratio æqualitatis, inæqualitatis

Ratio multiplex.

Superparticularis ratio.

Ratio superpartiens.

dicitur, vt quinarij ad ternarium: alia supertripartiens quartas, velut septenarij ad quaternarium: alia verò superquadripartiens quintas, veluti nouenarij ad quinariũ, & deinceps ita sine statu, vocitatur. Hinc facilè colligitur, vtriusq; cõpositarum rationum diffinitio. Multiplex enim & superparticularis ratio dicitur, cùm maior magnitudo minorẽ pluries, & quotam insuper eiusdem minoris partem comprehendit. Multiplex deniq; & superpartiens ratio nominatur, quoties eadem magnitudo maior, minorem itidem pluries, & partem vltra non quotam, sed ex quotis eiusdem minoris partibus adgregatam continet. Quæ tum pro varietate multiplicis, tum pro vtriusque & superparticularis & superpartientis diuersitate, in varia, & (si liceat dicere) infinita compositarum rationũ partiuntur discrimina. Cæteræ autem ab his magnitudinum habitudines, quarum denominationes ignoramus: surdæ irrationalésve nuncupantur. Porrò hæc omnia velim intelligas, dum maiores minoribus comparantur magnitudines: nam si minores ipsis maioribus comparẽtur magnitudinibus, subrationales erunt minores maioribus. Hinc talium magnitudinum rationes, submultiplices, subsuperparticulares, subsuperpartientes, submultiplices superparticulares, & submultiplices superpartientes, pro ratione atque transpositione terminorũ, adpellãtur. ¶Cuiuslibet autem suprascriptarum rationũ cum alia quauis simili ratione cõparatio vel habitudo (non vt magnitudo magnitudini, sed vt hæc ratio cum illa ratione comparatur) proportio dicitur: cuius hæc est summaria diffinitio,

Multiplex superparticularis.

Multiplex superpartiens.

Surdæ rationes.

Notandum.

De rationum cõparatione.

¶Ἀναλογία δὲ ἐστιν, ἡ τῶν λόγων ὁμοιότης.

4 Proportio verò, est rationum identitas.

Hoc est, duarũ pluriúmve geometricarũ rationũ similitudo. vt si duplam duplæ, sesquialteram sesqualteræ, pluresve duplas, aut sesqualteras, & alias quascunque similes rationes inuicem comparaueris. Nam de arithmetica ratione, quam vocant æqualium differentiarum inter datos numeros obseruatam progressionem: nihil ad præsentem doctrinam. Neque de ratione musica, quæ potius harmonia quædã esse videtur: vtpote, quæ fit cùm oblatis tribus numeris, quam rationem maximus obtinet ad minimum, eam quoq; seruat differentia maximi supra medium ad differentiam medij supra minimum, in suprà scripta rationum similitudine minimè consistens. Sicuti enim arithmetica progressio, à musica differre perhibetur harmonia: sic & geometrica proportio (quæ sola peculiari nomine proportionis venit adpellanda) ab vtraque distinguitur. ¶Est autem geometrica proportio aut continua, aut discontinua. Continuam adpellamus proportionem, cùm datis quotlibet eiusdem generis quantitatibus, omnium antecedentium ad proximè succedentes cõtinuata seruatur rationis habitudo: sic vt prima solùm antecedentis, vltima verò cõsequentis, intermediæ autem & antecedentis & consequentis fungantur officio. Vtpote cùm prima ad secundam eam seruat rationem, quam secunda ad tertiam, & tertia ad quartam, & deinceps ita quantumlibet. Quæcunq; igitur continua proportione ligantur, eiusdem oportet esse generis: propter necessariam cuiuslibet antecedentis cum suo consequente respondentiam, & continuãdam inuicem cõparabilium habitudinem, siue relationem. ¶Discontinua verò proportio, fit: cùm oblatis quatuor, pluribúsve quantitatibus, prima ad secundã eam habet rationem, quam tertia ad quartam, & quinta ad sextam, & consequentur ita quantumlibet. Huiuscemodi nanq; rationũ similitudo, vel identitas, proportio, sed discontinua vocitatur. consequens enim primæ rationis, non fit antecedens secundæ: neq; item consequens ipsius secundæ, in tertiæ rationis continuatur antecedẽs velut ipsi cõtinuæ diximus euenire proportioni. Possunt itaque genere diuersa, discõtinua inuicem proportione colligari: ob singulorum antecedentium, ad singula consequentia, separatim factam comparationẽ. Eadem nanque ratio inter duos accidens numeros: potest simul inter duas lineas, binásve superficies, aut alias quasuis inuicem comparabiles inueniri magnitudines. Hinc patet, discontinuam proportionem sub pari semper terminorum comprehendi numero: continuã verò tam parem, quàm imparem admittere terminorum seu quantitatum multitudinem.

De ratione arithmetica.

De musica ratione.

Proportio geometrica continua

Sola vniuoca cõtinua proportione ligãtur.

Discontinua proportio geometrica.

Genere diuersa discõtinuã proportionẽ obseruant

Corollarium.

¶Λόγον ἔχειν πρὸς ἄλληλα μεγέθη λέγεται, ἃ δύναται πολλαπλασιαζόμενα ἀλλήλων ὑπερέχειν.

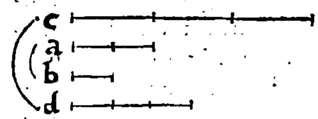
5 Rationem habere adinuicẽ magnitudines dicuntur, quæ possunt multiplicatæ inuicem excedere.

Post ipsius rationis, atq; proportionis adsignatas diffinitiones: describit cõsequẽter Euclides, qualiter inuicem comparatæ magnitudines rationẽ habere dicatur. Cùm igitur tam

Quonam modo magnitudines rationẽ habere diffiniantur.

rationalium quàm irrationalium hic perscrutentur magnitudinũ habitudines, & ipsa irrationalium magnitudinum habitudo, tum nobis, tum ipsi naturę sit ignota, denominationem ab aliquo non valens accipere numero: coactus est Euclides (vt generalem quandam rationalium & irrationalium praescriberet diffinitionem) ad cõparatarum inuicem magnitudinum confugere multiplicationẽ, hoc est, per ipsarum magnitudinum aequè multiplicia diffinire, qualiter magnitudo alteri comparata magnitudini rationem habere dicatur. Si igitur magnitudo a magnitudini b comparetur, & ambae aequaliter multiplicentur, hoc est, ambarum sumantur aequè multiplicia, c quidem ipsius a, & d ipsius b: quam rationem habebit multiplex c ad multiplex d, eam seruabit & a magnitudo ad b magnitudinem. Quasi ignota inter a & b differentia, per multiplicationem ipsarũ augeatur magnitudinum: & in rationis ignotae nos inducat agnitionem. Tanta siquidẽ multiplicium cũ submultiplicibus, seu partibus inuenitur esse fraternitas: vt ipsę aequè multiplices magnitudines nõ possint aliquã rationalẽ aut irrationalẽ inter sese habitudinẽ obseruare, quin ea simul partibus accidat submultiplicibus, & è contrario.

Exemplum.



Notandum.

Ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ μεγέθη λέγεται εἶναι, πρῶτον πρὸς δεύτερον, καὶ τρίτον πρὸς τέταρτον, ὅταν τὰ τοῦ πρώτου καὶ τρίτου ἰσάκις πολλαπλάσια, τῶν τοῦ δευτέρου καὶ τετάρτου ἰσάκις πολλαπλασίων, καθ' ὁποιονοῦν πολλαπλασιασμὸν ἑκάτερον ἑκατέρου, ἢ ἅμα ἐλλείπῃ, ἢ ἅμα ἴσα ᾖ, ἢ ἅμα ὑπερέχῃ ληφθέντα κατάλληλα.

6 In eadẽ ratione magnitudines dicũtur esse, prima ad secundã & tertia ad quartã: quãdo primę & tertię ęquè multiplicia, secũdę & quartę aequè multiplicia, iuxta quãuis multiplicationẽ vtraq; vtrãq; vel vnà excedũt, vel vnà aequales sunt, vel vnà deficiũt sũptae adinuicẽ.

Quae magnitudines in eadem ratione consistant.

Ostenso qualiter magnitudines rationẽ habere adinuicẽ iudicentur: diffinit respondenter Euclides, quonam modo magnitudines ipsę similem videãtur obtinere rationẽ, habitudinísve nanciscantur identitatem. Quae diffinitio non potuit per alicuius praecedentium quinq; rationalium specierum ipsius rationis vel habitudinis, vtpote aut multiplicis, aut superparticularis, aut superpartientis, vel multiplicis superparticularis, vel deniq; multiplicis superpartientis describi similitudinem: propter surdas (vt vocãt) irrationaliũ magnitudinum habitudines, quarum denominationes exprimi non possunt. Confugiendum ergo fore existimauit Euclides, ad contingentem aequè multiplicium habitudinem, tam continuè, quàm separatim facta earũdem magnitudinum relatione. Nam in proportionibus sicuti antecedentia adinuicem, & ipsa pariter consequentia, mutuam quandam inter sese videtur habere relationem: haud dissimiliter ipsorum antecedentium, pariter & cõsequentium aequè multiplicia, iuxta quamuis multiplicationem coassumpta, fraterna quadam rationum colligantur similitudine, atque è diuerso: tametsi alia inter ipsa aequè multiplicia, ab ea quae inter partes offenditur submultiplices, contingat plerunque rationum identitas. Quòd autẽ ex multiplicium proportione, earundem partiũ, sub multipliciúmve magnitudinũ proportio, vel è contrario subsequatur: succedentibus ostẽdetur propositionibus. prius enim diffinire, quàm diffinitorum concludere necessitatem est operaepretium. ¶ Cùm itaque similitudo rationis, binarium ad minus rationum, & proinde quaternarium magnitudinum videatur exoptare numerum: ait Euclides, magnitudines in eadem esse ratione, prima quidem ad secundam, & tertia ad quartam: quando primae & tertiae, hoc est antecedentiũ magnitudinum sumptis aequè multiplicibus, & consequentium itidem magnitudinum, secũdae videlicet & quartae, aequè multiplicibus (etiam in alia quauis ab antecedentium multiplicatione) coassumptis, multiplex primae ad multiplex secũdae eam seruat rationem, quam multiplex tertiae ad multiplex quartae: siue ipsa ratio maioris, aut minoris extiterit inaequalitatis. Haec enim de excessu, vel defectu proportionali veniũt intelligenda. Velut ex obiecta numerorum potes colligere formula. In qua numeri dati sint a, b, c, d: & ipsorum a & c, primi inquàm & tertij aequè multiplices e, f, nempe dupli: numerorum autem b, d,

Notandum.

Diffinitionis elucidatio.

Exemplum.

a	b	c	d	
12	6	8	4	Nu. discontinuè proportionales.
e	g	f	h	
24	18	16	12	Aequè multiplices.

hoc est secundi & quarti æquè itidem multiplices g,h,vtpote tripli. Et quoniã multiplex e/ ad multiplicem g/eam habet rationem, quam multiplex f/ad multiplicem h (vtrobiq; enim sesquitertia) necessum est primum numerum a/ad secundum numerum b/eam simul obseruare rationem, quam tertius numerus c/ad quartũ d, nempe duplam. Haud aliter de magnitudinibus, siue continuis intelligito. ¶ Hinc fit, vt in continuè proportionatis, vbi videlicet consequens primæ rationis fit antecedens secundæ, sumenda sint æquè multiplicia singularum magnitudinum iuxta eandem multiplicationem, hoc est, aut simul tripla, aut simul quadrupla, &c. propterea ꝙ secũda magnitudo, ipsius tertiæ simul fungatur officio, & geminas potentia magnitudines repræsentet. Vt datis in exemplum a,b,c, numeris: quorum æquè multiplices sint d,e,f, vtpote tripli, d/quidem ipsius a, & e/ipsius b, atq; f/ipsius c. Si multiplex d/ad multiplicẽ e/ habuerit eam rationem, quam idem e/ ad f: tunc a/primus numerus ad secundum b/ eam simul obseruabit rationem, quam idem numerus b, ad tertiũ c. quemadmodùm ex ipsa numerorum potes elicere descriptione: in qua tam dati numeri a,b,c, ꝙ eorũdem numerorum æquè multiplices d,e,f, sub dupla inuicem ratione proportionantur.

De continuè proportionalibus.

Exemplum.

a	b	c	
8	4	2	Nu. continuè proportionales.
d	e	f	
24	12	6	Aequè multiplices.

¶ Τὰ δὲ τὸν αὐτὸν ἔχοντα μεγέθη λόγον, ἀνάλογον καλείσθω.

7 Eandem autem habentes rationem magnitudines, proportionales vocentur.

Diffinitio proportionaliũ.

Cùm enim proportio rationum sit idẽtitas: fit vt magnitudines, quæ in eadem offendentur esse ratione, vel inter quas rationum offendetur similitudo (siue continua, siue discontinua eiusdem rationis obseruetur identitas) proportionales adpellentur.

¶ Ὅταν δὲ τῶν ἰσάκις πολλαπλασίων τὸ μὲν τοῦ πρώτου πολλαπλάσιον ὑπερέχῃ τοῦ τοῦ δευτέρου πολλαπλασίου, τὸ δὲ τοῦ τρίτου πολλαπλάσιον, μὴ ὑπερέχῃ τοῦ τοῦ τετάρτου πολλαπλασίου, τότε τὸ πρῶτον πρὸς τὸ δεύτερον μείζονα λόγον ἔχειν λέγεται, ἤπερ τὸ τρίτον πρὸς τὸ τέταρτον.

8 Quando verò æquè multipliciũ multiplex primi excesserit multiplex secundi, multiplex autem tertij non excesserit multiplex quarti: tunc primum ad secundum maiorem rationem habere dicetur, quàm tertium ad quartum.

Improportionaliũ magnitudinum diffinitio.

Quemadmodùm datarum magnitudinum continuam vel discontinuam proportionem, ex coassumptorum æquè multiplicium, & ordinatim comparatorum proportione pendere diffinitum est: haud dissimiliter & improportionalium magnitudinum disproportio, ex suprascripto modo sumptorum æquè multipliciũ disproportione, versa vice colligitur. Est enim disproportio, rationũ dissimilitudo: vtpote, quando prima magnitudo ad secundã maiorem vel minorem rationem habet, ꝙ tertia ad quartam. Huius itaque diffinitionis hæc est summa. Si quatuor oblatarum magnitudinũ coassumantur æquè multiplicia primæ & tertiæ, atq; secundæ & quartæ, & multiplex primæ ad multiplex secundæ maiorem rationem habuerit, ꝙ multiplex tertiæ ad multiplex quartæ: tunc prima magnitudo ad secundã maiorem itidem rationem obseruabit, quàm tertia ad quartã: & si minorẽ, minorẽ. Et proinde rationum subsequetur dissimilitudo, ergo disproportio: siue ipsæ magnitudines continua, vel discontinua ratione, seu relatione terminorum inuicem conferãtur. Quorum exempla dare, inutile iudicamus: vtpote, quæ à contraria proportionalium interpretatione colligi vel facilè possunt.

Disproportio

Diffinitionis interpretatio

¶ Ἀναλογία δὲ ἐν τρισὶν ὅροις ἐλαχίστοις ἐστίν.

9 Proportio autem in tribus terminis ad minus est.

De continua velim intelligas proportione. Cùm enim proportio rationũ existat similitudo: operæpretium est in ipsa proportione duas ad minus inuicem similes occurrere rationes, & proinde terminos quatuor, duo inquàm antecedentia & totidẽ consequẽtia. Et quoniam in proportione continua, consequens primæ rationis fit antecedẽs secundæ, in discontinua verò minimè: fit vt continua proportio non possit consistere in paucioribus tribus terminis,diſcontinua autem in paucioribus quatuor. Hi ſunt ergo numeri terminorum minimi,inter quos videtur accidere proportio:maximi verò,nuſquã dabiles ſunt,vtpote,quoniam ſimilitudo rationum in infinitum poteſt deuenire numerum.

❡Ὅταν τρία μεγέθη ἀνάλογον ᾖ, τὸ πρῶτον πρὸς τὸ τρίτον, διπλασίονα λόγον ἔχειν λέγεται, ἤπερ πρὸς τὸ δεύτερον. Ὅταν δὲ τέσσαρα μεγέθη ἀνάλογον, τὸ πρῶτον πρὸς τὸ τέταρτον, τριπλασίονα λόγον ἔχειν λέγεται, ἤπερ πρὸς τὸ δεύτερον, καὶ ἀεὶ ἑξῆς ἑνὶ πλεῖον, ἕως ἂν ἡ ἀναλογία ὑπάρχῃ.

Quã ratione habeat prima magnitudo ad vltimã in cõtinuè proportionalib⁹.

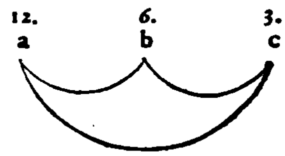
Quando tres magnitudines proportionales fuerint:prima ad tertiam duplicẽ rationem habere dicetur,quàm ad ſecundam.Quando autem quatuor magnitudines proportionales fuerint: prima ad quartam triplicem rationẽ habere dicetur, quàm ad ſecundã, & ſemper ordine vna plus,quouſq; ſit abſoluta proportio. 10

Vbi tres tantùm magnitudines proportionales.

Hic diffinit Euclides quam rationem habeat prima magnitudo ad vltimam,in continuè proportionalibus. Senſus itaq; diffinitionis eſt,quòd in proportione continua ratio extremarum magnitudinum,ex ſingulis rationibus in eadem occurrẽtibus proportione inuicem compoſitis generatur. Hinc fit,vt in minima proportione, quæ ſub tribus comprehenditur terminis,prima magnitudo ad vltimam duplicem rationem habere dicatur,quàm ad ſecundam,hoc eſt,ex ipſis duabus rationibus ſimilibus, primę inquàm magnitudinis ad ſecundã, & eiuſdem ſecundæ ad tertiam inuicem compoſitis,vel altera earum duplata conſurgentẽ. Multiplicandi ſunt igitur ipſarum rationum denominatores adinuicem : producetur enim optatæ rationis denominator. quemadmodùm ſecũdo capite, libri quarti noſtræ docuimus Arithmeticæ. & quinta diffinitione libri ſexti clarius oſtendemus.

Exemplum.

Sint exempli cauſa obiecti numeri a,b,c,ſub dupla ratione proportionati. vtraque igitur ratio à binario denominatur numero. Bis autem duo efficiunt quatuor:à quibus ratio primi numeri ad tertiũ, hoc eſt, a/ad c/denominabitur. Erit ergo primi ad ipſum tertium ratio quadrupla, ſeu primi ad ſecundum duplicata.



Vbi quatuor magnitudines continuè fuerint proportionales.

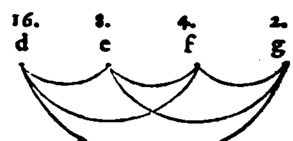
❡Porrò ſi quatuor extiterint magnitudines cõtinuè itidem proportionales: prima ad quartam triplicem rationem habere dicetur,quàm ad ſecundam,hoc eſt,ex tribus rationibus,primæ quidem ad ſecundam, & ſecundæ ad tertiam, atq; tertiæ ad quartam generatam.

Notandum.

Sed animaduertas oportet,quòd in trium aut plurium rationum compoſitione, operæpretium eſt ex duabus primis vnam efficere rationem,& ex illa conſequenter & ſuccedente tertia vnam rurſum conſtituere:& deinceps ita quantumlibet,pro datarum rationũ multitudine.

Exemplum.

Dentur in exemplum quatuor numeri continuè proportionales d,e,f,g, ſub pupla itidem ratione diſtributi. Quælibet igitur trium rationum, à binario rurſum denominatur numero. bis autẽ duo, efficiunt quatuor,quæ oſtẽdunt primum numerum ad tertiũ, vel ſecundum ad quartum,quadruplam obtinere rationem:bis autem quatuor,reſtituũt octo,à quibus octupla ratio denominatur. Aio itaque eundem primũ numerum ad quartũ,octuplam ſeruare rationẽ. quæ non propterea primi ad ſecundum triplata ratio vocitatur,quòd ipſa ratio primi ad ſecundum per tria ſit multiplicanda:ſed quoniam ter in eadem proportione reperiatur,ex qua quidem triplici ratione,extremorum ratio ſupraſcripto modo conſurgit. Eadem quoque ratio primi ad quartum reſultabit,ſi eam rationem quæ eſt primi ad tertium,vel ſecundi ad quartum, per rationem eiuſdem primi ad ſecundum multiplicaueris. Vtraque enim in præaſſumpto numerorum exemplo eſt quadrupla: quæ in duplam ducta, reſtituit octuplam.



Vbi quinque vel plures fuerint magnitudines.

❡Quòd ſi quinq; magnitudines cõtinuè fuerint proportionales, prima ad quintam quadruplicem rationem habere dicetur, quàm ad ſecundam:ſi ſex,quintuplam,& conſequenter ita,vna ſemper ordinatim adiuncta ratione, pro extẽſione proportionis,vel adiuncto magnitudinum continuè proportionalium numero.

❡Ὁμόλογα μεγέθη λέγεσθαι εἶναι, τὰ μὲν ἡγούμενα τοῖς ἡγουμένοις, τὰ δὲ ἑπόμενα τοῖς ἑπομένοις.

Similis rationis magnitudines dicuntur,antecedentia antecedentibus,& conſequentia conſequentibus. 11

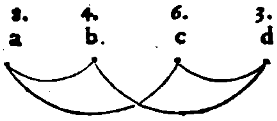
Id eſt, ſimilitudo rationum inter eaſdem magnitudines inuicem proportionales, non ſolùm inuenitur per relationem antecedentium ad ſua conſequẽtia, vel è diuerſo: ſed tum ex ipſorum antecedentium, tum etiam conſequentium inuicem facta comparatione. Ex quibus ſubſcriptæ rationum illationes, ſpeciéſve proportionum deriuatæ ſunt: quæ primùm diffiniuntur ab Euclide, poſtea ſuo elucidantur & oſtenduntur ordine.

De varia rationum ſimilitudine.

¶Ἐναλλὰξ λόγος ἐστὶ, λῆψις τοῦ ἡγουμένου πρὸς τὸ ἡγούμενον, καὶ τοῦ ἑπομένου πρὸς τὸ ἑπόμενον.

12 Permutata ratio, eſt acceptio antecedentis ad antecedens, & conſequentis ad conſequens.

Vtpote, ſi fuerint quatuor magnitudines inuicem proportionales a, b, c, d, ſicut quidem a/ad b, ita c/ad d: inferamus autem, & permutatim igitur ſicut a/ad c, ita b/ad d. Hanc rationum illationem, permutatam appellamus. permutatur enim cõſequens primæ rationis, in antecedens ſecundæ: & antecedens eiuſdem ſecundæ rationis, in conſequens ipſius primæ vertitur. Primæ itaqꝫ rationis vterqꝫ terminus, antecedentis: & vterqꝫ terminus ſecundæ rationis, conſequentis fungitur officio.



Cur hęc rationis illatio permutata dicatur.

¶Ἀνάπαλιν λόγος ἐστὶ, λῆψις τοῦ ἑπομένου ὡς ἡγουμένου, πρὸς τὸ ἡγούμενον ὡς ἑπόμενον.

13 Conuerſa ratio, eſt acceptio conſequẽtis tanquàm antecedentis, ad antecedens tanquàm ad conſequens.

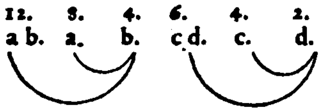
Id eſt, conſequentium in antecedentia, & antecedentium in conſequentia permutatio: rationem maioris inæqualitatis, in rationem minoris, aut è diuerſo, cõuertendo. Vt ſi a/ad b/ eam habuerit rationem, quam c/ad d: & à cõuerſa terminorum ratione inferamus. ergo ſicut b/ad a, ita d/ad/c. Igitur in permutata atqꝫ conuerſa ratione, nulla terminorum ſubſequitur alteratio: ſed & antecedentia, & conſequentia manent ſubſtantialiter eadem.

Notandum.

¶Σύνθεσις λόγου ἐστὶ, λῆψις τοῦ ἡγουμένου μετὰ τοῦ ἑπομένου, ὡς ἑνὸς πρὸς αὐτὸ τὸ ἑπόμενον.

14 Compoſita ratio, eſt acceptio antecedentis cum conſequente, ſicut vnius, ad ipſum conſequens.

Solemus nonnunquàm in proportionibus arguere à diuiſis ad coniuncta: vnde huiuſcemodi rationis illatio, cõpoſita, ſeu coniuncta ratio dicitur. Eſt enim acceptio cuiuſlibet antecedentis cum proprio conſequente, tanquàm vnius antecedentis, ad ipſum conſequens. Vtpote, ſi a/ad b/eã habeat rationem, quã c/ad d: & cõiunctim inferamus. Igitur ſicut a/b/ ad b, ita c/d/ad d. augentur enim proportionaliter antecedentia, per conſequentium ipſorum compoſitionem. Huic cõtraria eſt diuiſa, ſeu diſiuncta ratio: quæ ita diffinitur,



Illatio rationis à diuiſis ad cõiuncta.

Exemplum.

¶Διαίρεσις λόγου ἐστὶ, λῆψις τῆς ὑπεροχῆς, ᾗ ὑπερέχει τὸ ἡγούμενον τοῦ ἑπομένου πρὸς αὐτὸ τὸ ἑπόμενον.

15 Diuiſa ratio, eſt acceptio exceſſus, quo excedit antecedens ipſum conſequens, ad ipſum conſequens.

Hoc eſt, comparatio differentiæ cuiuſlibet antecedentis ſupra conſequens proprium, ad ipſum conſequens. Veluti ſi eadẽ ſit ratio a/b/ad b, quæ eſt c/d/ad d: & diuiſim in hunc modum inferatur. Igitur ſicut a/ad b, ita c/ad d. Eſt enim a/differentia, qua tota a/b/ipſam b/ſuperat: & c/itidem differentia, qua tota c/d/excedit ipſam d. Hic autẽ modus arguendi, à coniunctis ad diuiſa nuncupatur.

Illatio rationis à cõiũctis ad diuiſa.

¶Ἀναστροφὴ λόγου ἐστὶ, λῆψις τοῦ ἡγουμένου πρὸς τὴν ὑπεροχὴν, ᾗ ὑπερέχει τὸ ἡγούμενον τοῦ ἑπομένου.

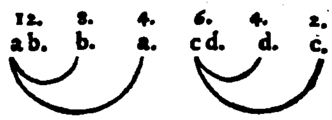
16 Cõuerſio rationis, eſt acceptio antecedentis ad exceſſum, quo excedit antecedens ipſum conſequens.

Hanc euerſam rationem pleriqꝫ nominant. Eſt enim comparatio cuiuſlibet antecedentis, ad differentiam, qua idem antecedens ſuum excedit conſequens. Exempli gratia. Sit rurſum

Euerſa ratio.

Exemplum. veluti a/b/ad b,ita c/d/ad d:& conuertamus in hunc modũ. Ergo ſicut a/b/ ad a,ita c/d/ ad c. Sunt enim a/ & c/differentiæ, quibus c/& d/ab ipſis a/b/& c/d/ſuperantur. In compoſita igitur,& diuiſa ratione, ac conuerſione rationis, quanquàm nihil ſumatur extrinſecum: alterantur nihilominus termini, ijdem ſecundum ſubſtantiam minimè permanentes.

Notandum.

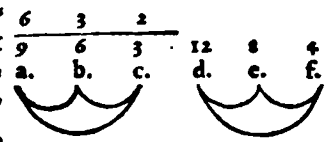


Δι᾽ ἴσου λόγος ἐστὶ, πλειόνων ὄντων μεγεθῶν, καὶ ἄλλων αὐτοῖς ἴσων τὸ πλῆθος, σύνδυο λαμβανομένων, καὶ ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ: ὅταν ᾖ ὡς ἐν τοῖς πρώτοις μεγέθεσι, τὸ πρῶτον πρὸς τὸ ἔσχατον, οὕτως ἐν τοῖς δευτέροις μεγέθεσι, τὸ πρῶτον πρὸς τὸ ἔσχατον: ἢ ἄλλως, λῆψις τῶν ἄκρων, καθ᾽ ὑπεξαίρεσιν τῶν μέσων.

16 Aequa ratio, eſt pluribus exiſtentibus magnitudinibus, & alijs eis æqualibus multitudine, cum duabus ſumptis & in eadem ratione: quando fuerit ſicut in primis magnitudinibus primum ad vltimum, ſic in ſecundis magnitudinibus primũ ad vltimum. Vel aliter. acceptio extremorum, per ſubtractionem mediorum.

Exempli gratia, ſint primi ordinis quantitates a,b,c, ſecundi verò d,e,f: ſitq; a/ad b/veluti d/ad e,& b/ad c/ſicut e/ad f: vel a/ad b/ſicut e/ad f,& b/ad c/veluti d/ad e:& concludendo ſubinferamus. Igitur ſicut a/ad c,ita d/ad f. Hunc modum arguẽdi, ex æquali, aut ex æqua ratione vocitamus. Vt ſi a ad b/& d/ad e/ſeſqualteram, b/autem ad c/& e/ ad f/duplam obtinuerit rationem: vel a/ad b/& e/ad f/dupla, b/ autem ad c/atque d/ ad e/ſeſqualtera ratione proportionetur: neceſſum eſt a/ ad c, atque d/ad f, triplam obſeruare rationem. vt ex ipſa numerorum potes elicere formula.

Inferendi modus ex æqua ratione.



Τεταγμένη ἀναλογία ἐστὶν, ὅταν ᾖ ὡς ἡγούμενον πρὸς ἑπόμενον, οὕτως ἡγούμενον πρὸς τὸ ἑπόμενον: ἦ δὲ καὶ ὡς ἑπόμενον πρὸς ἄλλό τι, οὕτως ἑπόμενον πρὸς ἄλλό τι.

17 Ordinata proportio, eſt cùm fuerit antecedens ad conſequens, ſicut antecedens ad conſequẽs: & conſequẽs ad rem aliam, ſicut conſequens ad rem aliam.

Expeditis quæ ex eadem proportione ſubinferuntur rationum comparationibus: diffinit tandem Euclides, binas proportionum ſpecies, inter geminos proportionalium magnitudinum ordines accidentes. Ordinatam itaque proportionem adpellamus, quando antecedentium & cõſequẽtium ordinatim fit comparatio. Vt ſi bini (verbi gratia) fuerint numerorum ordines, a/b/c/inquã primus, & d/e/f/ſecũdus: fueritq; a/ad b/veluti d/ad e,& b/ad c/ſicut e/ad f. Hãc rationũ identitatem, ordinatam ſolemus vocitare proportionem. Huic contraria eſt perturbata, quæ ſic diffinitur,

Exẽplũ ordinatæ proportionis.

a	b	c		d	e	f
9	6	3		12	8	4

Τεταραγμένη δὲ ἀναλογία ἐστὶν, ὅταν τριῶν ὄντων μεγεθῶν, καὶ ἄλλων ἴσων αὐτοῖς τὸ πλῆθος γίνηται: ὡς μὲν ἐν τοῖς πρώτοις μεγέθεσιν ἡγούμενον, πρὸς ἑπόμενον, οὕτως ἐν τοῖς δευτέροις μεγέθεσιν ἡγούμενον πρὸς ἑπόμενον: ὡς δὲ ἐν τοῖς πρώτοις μεγέθεσιν ἑπόμενον πρὸς ἄλλό τι, οὕτως ἐν τοῖς δευτέροις μεγέθεσιν ἡγούμενον πρὸς ἄλλό τι.

18 Perturbata autẽ proportio, eſt quando tribus exiſtentibus magnitudinibus, & alijs eis æqualibus multitudine: fit ſicut quidẽ in primis magnitudinibus antecedens ad cõſequens, ſic in ſecundis magnitudinibus antecedens ad conſequens: ſicut autẽ in primis magnitudinibus conſequens ad rem aliam, ſic in ſecundis res alia ad antecedens.

Hæc diffinitio tam lucida eſt,vt ampliori non videatur indigere declaratione.Non grauaberis tamen exemplarem intelligere formulam. Sint igitur rurſum a/b/c,& d/e/f/gemini numerorum ordines: ſitque a/ad b/ſicut e/ ad f,& b/ad c/veluti d/ad e. Hunc itaque inuerſum proportionis ordinē,perturbatam proportionē adpellamus.

a	b	c		d	e	f
8	6	4		6	4	3

Exēplū perturbatę rationis.

¶Præter has autē, Zābertus Venetus adiecit extenſæ atque inordinatæ proportionis diffinitiones,ab ipſius ordinatæ atque perturbatæ proportionis diffinitionibus minimè diſcrepātes:quas tum quia in græcis nuſquàm reperi exemplaribus,tum quòd mihi ſuperabundare videantur,cōſultò prætermiſi. Omnis ſiquidem extenſa proportio, ordinata eſt:& inordinata,eadē quę perturbata. Ni forſitan voluerimus extenſam proportionem,terminorum vtriuſque ordinis continuatam præſupponere relationem:cùm ſcilicet præcedentium rationum cōſequentia, fiunt antecedentia ſuccedentium. Vt extenſa proportio, continuè proportionalium ſolummodò reſpiciat magnitudinum habitudinē:ordinata verò,tam continuè, quàm diſcontinuè proportionata.Et ſic extenſa proportio,ſimul erit ordinata:ſed non omnis ordinata,extenſa vocabitur. Idem velim habeas iudicium,de inordinata atque perturbata proportione.

De extenſa, atque inordinata ratione.

Notandum.

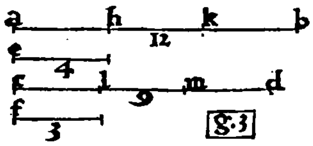
Θεώρημα α, Πρόθεσις α.

Ἐὰν ᾖ ὁποσαοῦν μεγέθη, ὁποσωνοῦν μεγεθῶν ἴσων τὸ πλῆθος, ἕκαστον ἑκάστου ἰσάκις πολλαπλάσιον, ὁσαπλάσιόν ἐστιν ἓν τῶν μεγεθῶν ἑνός, τοσαυταπλάσια ἔσται καὶ τὰ πάντα τῶν πάντων.

Theorema 1, Propoſitio 1.

1 SI fuerint quælibet magnitudines quarumlibet magnitudinum æqualium numero, ſingulæ ſingularū æquè multiplices: quotuplex eſt vnius vna magnitudo, totuplices erunt & omnes omnium.

ORONTIVS. ¶Sint a/b/ & c/d/ quælibet magnitudines, ipſarum e/ & f/ magnitudinum,æqualium numero,ſingulæ ſingularum æquè multiplices:vtpote,a/b/ ipſius e,& c/d/ipſius f. Aio,a/b/& c/d/magnitudines,totuplices fore ipſarum e/& f/ magnitudinum,quotuplex eſt a/b/ipſius e, vel c/d/ipſius f. Nam ex hypotheſi,tot ſunt magnitudines in a/b, æquales ipſi e : quot in c/d/magnitudine, æquales ipſi f. Sit vtraque multitudo,æqualis numero g.Et diſtingantur(exēpli gratia)in a/b,magnitudines æquales ipſi e,iuxta numerū g, ſintq; a/h,h/k,& k/b: in ipſa porrò c/d, æquales ipſi f,quæ ſint c/l,l/m,& m/d. Cuilibet enim magnitudini, quotlibet dari, vel adſignari poſſe æquales, recipiendū eſt.Omnis præterea magnitudo,in determinatas quotlibet, & adinuicē æquales partes (etſi forſitan nondum præoſtenſum fuerit, quanam ratione id exæquatur) abſtractiuè ſaltē partibilis eſt. Cùm igitur a/h/æqualis ſit ipſi e,& c/l/ipſi f: æquales erunt a/h/& c/l,ipſis e/& f/magnitudinibus, per ſecundam communē ſententiam. Rurſum quoniā æqualis eſt h/k/ipſi e,& l/m/ipſi f:æquales rurſum erūt, per eandem communem ſententiam,h/k/& l/m,ipſis e/& f.Haud diſſimiliter oſtēdetur,quòd & cæteræ k/b/ & m/d, eiſdem e/& f/ coæquantur. Quoties igitur a/b/ continet ipſam e,aut c/d/ipſam f:toties a/b/& c/d,eaſdem e/& f/ſimul comprehendunt,nempe ſecundum eundem numerum g.Quotuplex igitur eſt a/b/ipſius e,vel c/d/ipſius f:totuplices ſunt a/b/& c/d,ipſarū e/& f. Hoc autem in diſcretis euidētius manifeſtatur: quemadmodùm ſubiecti formulæ videntur indicare numeri. Si fuerint igitur quælibet magnitudines quarumlibet magnitudinum:&c,vt in theoremate.Quod oportebat demonſtrare.



Notandum.

Deductio theorematis.

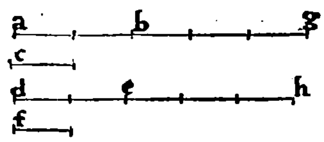
Θεώρημα β, Πρόθεσις β.

ΕΑν πρῶτον δευτέρου ἰσάκις ᾖ πολλαπλάσιον, καὶ τρίτον τετάρτου, ᾖ δὲ καὶ πέμπτον δευτέρου ἰσάκις πολλαπλάσιον, καὶ ἕκτον τετάρτου: καὶ συντεθὲν πρῶτον, καὶ πέμπτον, δευτέρου ἰσάκις ἔσαι πολλαπλάσιον, καὶ τρίτον, καὶ ἕκτον τετάρτου.

Theorema 2, Propositio 2.

SI prima ſecundæ æquè fuerit multiplex & tertia quartæ, fuerit autem & quinta ſecundæ æquè multiplex & ſexta quartæ: & compoſita prima & quinta ſecundæ æquè multiplex erit, & tertia & ſexta quartæ. 2

ORONTIVS. ¶ Sint enim ſex magnitudines, a/b/ prima, c/ ſecunda, d/e/ tertia, f/ quarta, b/g/ quinta, & e/h/ ſexta: quarum prima a/b/ ſecundæ c/ ſit æquè multiplex, ac tertia d/e/ ipſius quartæ f: & quinta rurſum b/g/ eiuſdem ſecundæ c/ æquè multiplex eſto, ac ſexta e/h/ eiuſdem f/ quartæ. Aio quòd compoſita ex prima & quinta vtpote a/g, ipſius ſecundæ c/ erit æquè multiplex: ac tertia & ſexta ſimul, videlicet d/ h, ipſius quartæ f. Cùm enim ex hypotheſi, æquè multiplex eſt a/b/ ipſius c, vt d/e/ ipſius f: quot igitur magnitudines ſunt in a/b/ æquales ipſi c, tot ſunt & in d/e, æquales ipſi f. Rurſum quoniam b/g/ æquè multiplex eſt eiuſdem c, ac e/ h/ eiuſdem f: tot igitur ſunt magnitudines eidem c/ æquales in b/g, quot & in e/h/ æquales eidem f. Quot igitur ſunt magnitudines in tota a/g, ipſi c/ æquales: tot ſunt & in tota d/h, æquales ipſi f. ſi enim æquè multiplicibus, æquè multiplices addantur magnitudines: cõſurgẽt æquè multiplices. Sed a/g, continet primã & quintam magnitudinẽ: d/h/ autẽ, tertiam & ſextam. Et compoſita igitur prima & quinta a/g, ſecundæ c/ æquè multipex erit: ac tertia & ſexta d/h, ipſius quartæ f. Igitur ſi prima ſecũdæ æquè fuerit multiplex, & tertia quartæ: & quæ ſequuntur reliqua. Quod fuerat oſtendendum.



Demõſtratio theorematis.

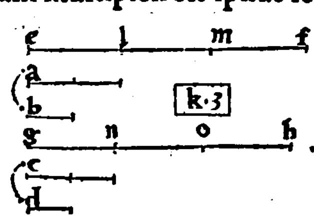
Θεώρημα γ, Πρόθεσις γ.

ΕΑν πρῶτον δευτέρου ἰσάκις ᾖ πολλαπλάσιον, καὶ τρίτον τετάρτου, ληφθῇ δὲ ἰσάκις πολλαπλάσια τοῦ πρώτου καὶ τρίτου: καὶ δι' ἴσου τῶν ληφθέντων ἑκάτερον ἑκατέρου ἰσάκις ἔσαι πολλαπλάσιον, τὸ μὲν, τοῦ δευτέρου, τὸ δὲ, τοῦ τετάρτου.

Theorema 3, Propoſitio 3.

SI primum ſecundi æquè fuerit multiplex, & tertium quarti, ſumãtur autem æquè multiplicia primi & tertij: & æquè ſumptorum vtrunque vtriuſq; æquè erit multiplex, alterum quidem ſecundi, alterum autem quarti. 3

ORONTIVS. ¶ Sit primum a/ ſecundi b/ æquè multiplex, ac tertium c/ ipſius quarti d: & accipiantur ipſorum a/ & c/ æquè multiplicia, e/f/ & g/h. Dico quòd e/f/ tam multiplex eſt ipſius ſecundi b, quàm multiplex eſt g/h/ ipſius quarti d. Cùm enim per hypotheſin, totuplex ſit e/f/ ipſius a, quotuplex eſt g/h/ ipſius c: tot igitur erũt magnitudines in e/f/ æquales ipſi a, quot in magnitudine g/h/ æquales ipſi c. Sit vtraq; multitudo, iuxta numerum k. & diſcernantur (maioris euidentiæ gratia) in e/f, magnitudines æquales ipſi a, ſint'que e/l, l/m, & m/f: & in g/h/ magnitudine, ipſi c/ æquales, vtpote g/n, n/o, & o/h. Et quoniam per



hypothesin, æquè multiplex est a/ ipsius b, atq; c/ ipsius d. Est autem e/l/ ipsi a, & g/n/ ipsi c/ per cõstructionem æqualis. Aequalia porrò eiusdē sunt æquè multiplicia, per sextæ diffinitionis primi libri conuersionem. Aequè multiplex igitur est e/l/ ipsius b, ac g/n/ ipsius d. Et proinde l/m/ æquè multiplex itidem est ipsius b, ac n/o/ ipsius d. Sunt itaque sex magnitudines, quarũ prima e/l/ secundæ b/ æquè multiplex est, ac tertia g/n/ ipsius quartæ d: quinta rursum l/m/ eiusdem secundæ b/ æquè multiplex est, ac sexta n/o/ eiusdem quartæ d. Et composita igitur prima & quinta e/m/ ipsius secundæ d/ æquè multiplex est, ac tertia & sexta g/o/ ipsius quartæ d: per antecedentem secũdam propositionem. Rursum quoniam æqualis est m/f/ ipsi a, & o/h/ ipsi c: æquè multiplex itidē erit m/f/ ipsius b, atq; o/h/ ipsius d, per eandē sextæ diffinitionis primi libri conuersionem. Ostensum est autem e/m/ & g/o/ ipsarum b/ & d/ fore æquè multiplices. Sunt itaq; rursum sex magnitudines, quarũ prima e/m/ secundæ b/ æquè multiplex est, ac tertia g/o/ ipsius quartæ d: quinta insuper m/f/ eiusdem secundæ b/ æquè est multiplex, ac sexta o/h/ eiusdem quartæ d. Et composita igitur prima & quinta e/f, ipsius secũdæ b/ æquè multiplex est, ac tertia & sexta g/h/ eiusdem quartæ d: per allegatam huius quinti secundam propositionem. Et deinceps ita quantumlibet, prioribus consequentes adiungendo magnitudines, pro contingente ipsorum æquè multiplicium e/f/ & g/h/ multitudine. Atqui multitudo e/l, l/m, & m/f, multitudini g/n, n/o, & o/h/ æqualis est: vtraque enim ipsi k/ numero æqualis. Si igitur primũ secundi æquè fuerit multiplex & tertiũ quarti: &c. vt in theoremate. Quod fuerat ostendendum.

Primus ostensionis discursus.

Secũdus, priori similis, discursus ostensionis.

Θεώρημα δʹ, Πρόθεσις δʹ.

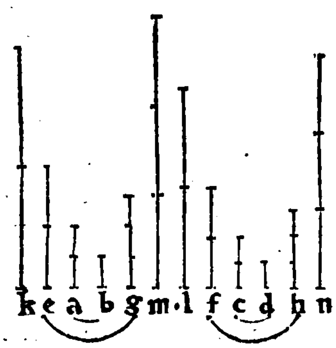
Ἐὰν πρῶτον πρὸς δεύτερον τὸν αὐτὸν ἔχῃ λόγον, καὶ τρίτον πρὸς τέταρτον: καὶ τὰ ἰσάκις πολλαπλάσια τοῦ τε πρώτου καὶ τρίτου πρὸς τὰ ἰσάκις πολλαπλάσια τοῦ δευτέρου καὶ τετάρτου καθ' ὁποιονοῦν πολλαπλασιασμὸν, τὸν αὐτὸν ἕξει λόγον ληφθέντα κατάλληλα.

Theorema 4, Propositio 4.

4 SI primum ad secundum eandem habuerit rationem, & tertiũ ad quartum: & æquè multiplicia primi & tertij ad æquè multiplicia secundi & quarti iuxta quãuis multiplicationem, eandem habebunt rationem sumpta adinuicem.

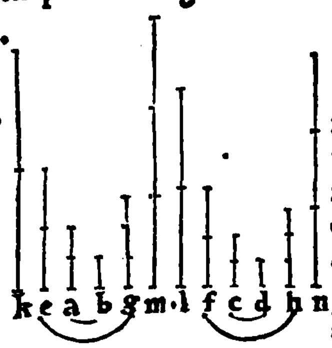
ORONTIVS. ¶ Esto enim vt primũ a/ ad secundum b/ eandem habeat rationem, quam c/ tertium ad quartum d: & accipiantur ipsorum a/ & c, hoc est, primi & tertij æquè multiplicia e/ & f, secundi pariter & quarti, vtpote, ipsorum b/ & d/ alia itidem æquè multiplicia g/ & h. Aio quòd e/ multiplex primi, ad g/ multiplex secundi eandem habet rationem, quam f/ multiplex tertij ad h/ multiplex quarti. Sumantur enim ipsorum e/ & f, æquè multiplicia k/ & l: ipsorũ porrò g/ & h, alia similiter æquè multiplicia m/ & n. Cùm igitur e/ totuplex sit ipsius a, quotuplex est f/ ipsius c, & ipsorũ e/ & f/ sumpta sunt æquè multiplicia k/ & l: igitur æquè multiplex est k/ ipsius a, & l/ ipsius c, per tertiã huius quinti. & per eandem æquè multiplex est m/ ipsius b, atq; n/ ipsius d. Est autem ex hypothesi, sicut a/ ad b/ ita c/ ad d: & ipsorum a/ & c/ ostensa sunt æquè multiplicia k/ & l, necnon ipsorum b/ & d/ alia itidem æquè multiplicia m/ & n. Est igitur sicut k/ ad m, ita l/ ad n: per conuersionem sextæ diffinitionis huius quinti. Sicuti enim ex ipsorum æquè multiplicium proportione, datas magnitudines in eadē esse ratione, sexta huius quinti visa est innuere diffinitio: haud dissimiliter

Demõstratio theorematis.



De æquè multiplicium & submultiplicium proportione reciproca.

ex ipsarum magnitudinũ habitudine proportionata, eorundem æquè multiplicium rationis versa vice concluditur identitas. tanta est æquè



multiplicium cum submultiplicibus necessitudo. Est igitur vt k/ad m, ita l, ad n: hoc est, sicut multiplex primi ad multiplex secũdi, ita multiplex tertij ad multiplex quarti. Ipsa porrò k/ & l, ipsorũ e/ & f/ sunt æquè multiplicia: m/verò & n/ æquè multiplicia ipsorũ g/ & h, per constructionem. Est igitur vt e/ad g, sic f/ad h: per sextam huius quinti diffinitionem. Atqui e/ & f, sunt æquè multiplicia primi & tertij: g/autem & h, secundi & quarti alia itidem æquè multiplicia. Si primũ igitur ad secundũ eandem habuerit rationẽ: & quæ sequuntur reliqua. Quod demõstrandum susceperamus.

Lemma, siue assumptum.

¶Et quoniã ostẽsum est, quòd multiplex k/ad multiplex m/se habet, vt multiplex l/ad multiplex n. si igitur k/excedit m, & l/proportionaliter excedit n: & si æquale, æquale: & si minus, itidem proportionaliter minus. Quare & versa vice, si m/excedit k, & n/proportionaliter excedit l: & si æquale, æquale: si autem minus, & proportionaliter denique minus. Et proinde, per sextam huius quinti diffinitionem, erit vt g/ad e, sic h/ad f: atque respondenter sicut b/ad a, ita d/ad c.

Corollarium.

Conuersa ratio.

¶Si quatuor igitur magnitudines fuerint proportionales: & èontra, seu à cõuersa ratione proportionales erunt: facta videlicet consequentium tanquàm antecedentium, ad antecedentia tanquàm ad consequentia relatione.

Θεώρημα ε, Πρόθεσις ε.

Ἀν μέγεθος μεγέθους ἰσάκις ᾖ πολλαπλάσιον, ὅπερ ἀφαιρεθὲν ἀφαιρεθέντος, καὶ τὸ λοιπὸν τοῦ λοιποῦ ἰσάκις ἔσαι πολλαπλάσιον, ὁσαπλάσιόν ἐστι τὸ ὅλον τοῦ ὅλου.

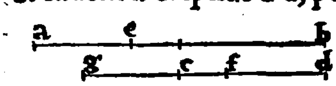
Theorema 5, Propositio 5.

SI magnitudo magnitudinis æquè fuerit multiplex, & ablata ablatæ: & reliqua reliquæ erit multiplex, quotuplex tota totius est multiplex. 5

ORONTIVS. ¶Esto magnitudo a/b/magnitudinis c/d/tam multiplex, quàm multiplex est ablata a/e/ablatæ c/f. Dico reliquam e/b, reliquæ f/d/ totuplicem fore, quotuplex est tota a/b/totius c/d. Ponatur enim e/b/æquè multiplex ipsius g/c, vt a/e/ipsius c/f. Cùm igitur tũ per hypothesin, tum per constructionẽ, totuplex sit a/e/ipsius c/f, quotuplex est e/b/ipsius g/c: quotuplex autem est vna vnius, totuplices sunt & omnes omnium, per primã huius quinti. Quotuplex est itaq; a/e/ipsius c/f, totuplex est & tota a/b/totius g/f. At quotuplex est a/e/ipsius c/ f, totuplex est & eadem a/b/ipsius c/d, per hypothesin. Et a/b/ igitur vtriusque & g/ f/ & c/d/ est

Assumptum.

Demõstratio theorematis.



æquè multiplex: & proinde vtraque g/f/ & c/d, eiusdem a/ b/ æquè submultiplex est. Quæ autem eiusdem sunt æquè submultiplicia, æqualia sunt adinuicem, per septimam communem sententiam. Aequalis est igitur g/f/ipsi c/d, & vtrique communis c/f: qua dempta, reliqua g/c/reliquæ f/d, per tertiam cõmunem sententiã est æqualis. Aequalia rursum eiusdem sunt æquè submultiplicia, per ipsius septimæ communis sententiæ conuersionem. Et g/c/igitur atque f/d, eiusdem a/b/sunt æquè submultiplices: & proinde a/b/vtriusque & g/c/ & f/d/æquè est multiplex. Porrò e/b/ æquè multiplex est ipsius g/c, per constructionẽ, vt a/e ipsius c/f. Et eadẽ propterea e/b, ipsius f/d/ tam multiplex est, quàm multiplex est ipsa a/e/ eiusdem c/f. Atqui per hypothesin a/e/ totuplex est ipsius c/f, quotuplex est tota a/b/ totius c/d. Et reliqua igitur e/b, reliquæ f/d/ æquè multiplex est, atq; tota a/b/ totius c/d. Ergo si magnitudo magnitudinis æquè fuerit multiplex & ablata ablatæ, & reliqua reliquæ: &c. vt in theoremate. Quod ostendere fuerat operæpretium.

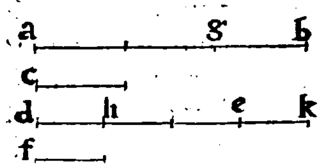
Θεώρημα ς, Πρόθεσις ς.

Ἐὰν δύο μεγέθη δύο μεγεθῶν ἰσάκις ᾖ πολλαπλάσια, καὶ ἀφαιρεθέντα τινὰ τῶν αὐτῶν ἰσάκις ᾖ πολλαπλάσια, καὶ τὰ λοιπὰ τοῖς αὐτοῖς ἤτοι ἴσα ἐστίν, ἢ ἰσάκις αὐτῶν πολλαπλάσια.

Theorema 6, Propositio 6.

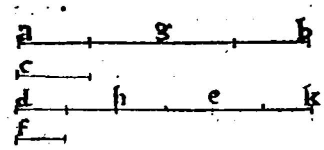
6 SI duæ magnitudines duarũ magnitudinũ æquè fuerint multiplices, & ablatæ aliquæ earum æquè fuerint multiplices: & reliquæ eisdem vel æquales sunt, vel æquè ipsarum multiplices.

ORONTIVS. ¶ Sit a/b/ magnitudo tam multiplex ipsius c, quàm multiplex est d/e/ ipsius f: æquè insuper multiplex esto ablata a/g/ eiusdem c, vt ablata h/e/ ipsius f. Aio quod reliquæ g/b/ & d/h, ipsis c/ & f/ aut sunt æquales altera alteri: vel earundem c/ & f/ æquè multiplices. Esto primũ vt g/b/ sit æqualis ipsi c: dico quòd & d/h/ ipsi f/ est æqualis. Detur enim e/k/ ipsi f/ æqualis. Cũ igitur a/g/ æquè multiplex sit ipsius c, vt h/e/ ipsius f, per hypothesin: Porrò g/b/ æqualis est ipsi c, per hypothesin: & e/k/ ipsi f, per cõstructionẽ. Et æquè igitur multiplex est a/b/ ipsius c, & h/k/ ipsius f. Ponitur autem ex hypothesi, a/b/ æquè multiplex ipsius c, vt d/e/ ipsius f. Et vtraq; igitur d/e/ & h/k, æquè est multiplex ipsius f: nempe vt a/b/ ipsius c. Quæ autem eiusdem sunt æquè multiplicia, æqualia sunt adinuicem, per sextæ communis sententiæ interpretationem. Aequalis est ergo d/e/ ipsi h/k, & vtriq; communis h/ e: ea itaque dempta, reliqua d/h/ reliquæ e/k/ erit per tertiam communem sententiã æqualis. Eidem porrò e/k, æqualis est per constructionẽ ipsa f/ magnitudo. Binæ igitur magnitudines d/h/ & f, eidem e/k/ sunt æquales: & proinde æquales adinuicẽ, per primã cõmunẽ sententiã. Si reliqua igitur g/b, sit æqualis ipsi c: & reliqua d/h, ipsi f/ erit æqualis.



Prima theorematis differẽtia.

¶ Quod si g/b/ fuerit multiplex ipsius c: aio respondenter d/h, æquè multiplicẽ fore ipsius f. Quotuplex est enim g/b/ ipsius c, totuplex assumatur e/k/ ipsius f. Et quoniam per hypothesin, a/g/ prima secundæ c/ æquè est multiplex, ac tertia h/ e/ quartæ f: quinta rursum g/b/ eiusdem secundæ c/ tam multiplex est per constructionẽ, quàm multiplex est sexta e/k/ eiusdem quartæ f. Et composita igitur prima & quinta a/b, eiusdem secũdæ c/ æquè erit multiplex, ac tertia & sexta h/k/ ipsius quartæ f, per secũdã huius quinti. Quotuplex est autẽ a/b/ ipsius c, totuplex data est d/e/ ipsius f, per hypothesin. Et vtraque igitur d/e/ & h/k, æquè est multiplex ipsius f, vt a/b/ ipsius c. Hinc per sextam communem sentẽtiam, æqualis rursum est d/e/ ipsi h/k, & vtriq; communis h/e: qua subtractã, reliqua d/h/ reliquæ e/k, per ipsam tertiam cõmunem sententiam, est æqualis. Aequalia porrò eiusdem sunt æquè multiplicia, per ipsius sextæ communis sententiæ cõuersionem. Et d/h/ igitur & e/k/ eiusdem f/ æquè multiplicia sunt. At e/ k/ ipsius f/ tã multiplex est per constructionem, quàm multiplex est g/b/ ipsius c. Et reliqua igitur d/ h/ æquè est multiplex ipsius f, quotuplex est reliqua g/b/ ipsius c. Hæc autẽ omnia subsequẽs numerorũ, ad faciliorẽ demõstrationis intelligentiã adiuncta, corroborat formula.



Secũda theorematis differentia.

Exemplum in numeris.

¶Magnitudines datæ.

prima.	secunda.	tertia.	quarta.	Ablata.	reliqua.	Ablata.	reliqua.	
a/b.	c.	d/e.	f.	a/g.	g/b.	h/e.	d/h.	
12	3	8	2	9	3	6	2	vt in prima figura.
12	3	8	2	6	6	4	4	vt in secunda figura.

Si duæ itaque magnitudines:& quæ sequũtur reliqua. Quod fuerat ostendendum.

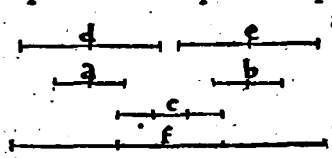
Θεώρημα ζ, Πρότασις ζ.

ΤΑ ἴσα πρὸς τὸ αὐτὸ τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, καὶ τὸ αὐτὸ πρὸς τὰ ἴσα.

Theorema 7, Propositio 7.

AEquales ad eandẽ, eandẽ habẽt rationẽ:& eadem ad æquales, 7

ORONTIVS. ¶Sint binæ & inuicem æquales magnitudines a/& b, ad aliam quandam magnitudinem relatæ, vtpote c. Dico primũ, a/& b/ad eandem c/eandem habere rationem. Assumantur enim ipsarum a/& b/æquè multiplices d/& e: ipsius autem c, alia vtcunque multiplex f. Cùm igitur æquè multiplex sit d/ipsius a, vt e/ ipsius b, & per hypothesin a/& b/ magnitudines sint adinuicem æquales: erit & d/ æqualis ipsi e. quæ enim eiusdem vel æqualium sunt æquè multiplicia, æqualia sunt adinuicem, per sextam communem sententiam. Atqui f/magnitudo binas ipsius c/ repræsentans æquè multiplices, sibimet æqualis est. Vt se habet igitur d/multiplex ad f, ita e/ad eandem f: nam quæ sunt æqualia eiusdem sunt æquè multiplicia aut submultiplicia, per sextæ aut septimæ communis sententiæ conuersionem. Est autem a/prima magnitudo, c/secũda, b/tertia, & c/rursum in ordine quarta: suntq; d/& e/ipsarum a/& b/æquè multiplicia, primæ inquàm & tertiæ magnitudinis: f/porrò bis repetita, ipsius c/bis repetẽdæ, hoc est, secundæ & quartæ alia vtcunq; multiplex. Præostensum est insuper d/ multiplex primæ ad f/ multiplex secundæ ita se habere, vt e/multiplex tertiæ ad ipsum f/multiplex quartæ. Est igitur per sextam huius quinti diffinitionem, vt a/ ad c, ita b/ad eandem c. Aequales igitur magnitudines a/ & b, ad eandem magnitudinem c, eandem habent rationem. ¶Aio quoq;, eandem magnitudinem c, ad a/& b/ inuicem æquales magnitudines, eandem versa vice obseruare rationem. Hoc autẽ conuerso licebit ordine concludere. Ostendemus enim (veluti suprà) d/& e/ multiplices, fore rursum inuicẽ æquales:& f/bis coassumpta, geminas æquè multiplices repræsentare non denegabitur. Et proinde d/ad f/ita se habere concludetur, vt e/ad eandem f. hinc per assumptum, siue lemma quartæ propositionis huius quinti, f/ad d/se habebit, vt eadem f/ad e. Est autem f/primæ & tertiæ magnitudinis, hoc est, ipsius c/bis repetẽdæ æquè multiplex: d/verò & e/secundæ & quartæ, vtpote ipsarum a/& b/æquè multiplices. Est igitur vt c/ad a, sic eadem c/ad b, per eandem sextam huius quinti diffinitionem. ¶Idem quoq; à conuersa ratione, per quartæ propositionis huius quinti corollarium, leuius concludere licebit. Si quatuor enim magnitudines fuerint proportionales, & è contra proportionales erunt. Atqui ostensum est a/ad c/eandem habere rationem, quam b/ad eandem c: & è cõtra igitur, vt c/ad a, ita eadem c/ad b. Aequales ergo ad eandem, eandem habent rationem:& eadem ad æquales. Quod oportuit ostendisse.



Prima theorematis pars.

Pars secunda theorematis.

Idem aliter.

Θεώρημα η, Πρότασις η.

ΤΩν ἀνίσων μεγεθῶν τὸ μεῖζον πρὸς τὸ αὐτὸ μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ τὸ ἔλαττον: καὶ τὸ αὐτὸ πρὸς τὸ ἔλαττον, μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ πρὸς τὸ μεῖζον.

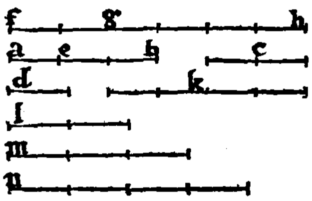
Theorema 8, Propositio 8.

INæqualium magnitudinum maior ad eãdem, maiorem rationẽ 8 habet, quàm minor: & eadem ad minorem maiorem rationem habet, quàm ad maiorem.

ORONTIVS. ¶Sint binæ magnitudines inæquales, a/b/ quidem maior, & c/ minor: d/ autem alia quædam magnitudo. Aio primùm quòd a/b/ ad d/ maiorē rationē habet, quàm c/ ad ipſam d. Cùm enim ex hypotheſi a/b/ ſit maior magnitudine c: comprehendet itaq; a/b/ magnitudo eandem c, & aliquam inſuper magnitudinē. Sit igitur e/b, æqualis ipſi c, & a/e/ reſidua eiuſdem magnitudinis pars. Erūt ergo a/e/ & e/b/ aut inæquales, aut æquales adinuicē. Sint primū inæquales, & a/e/ minor ipſa e/b. Suſcipiatur autem ipſius minoris a/e/ vtcunq; multiplex, maius tamen ipſa magnitudine d: ſitq; illud f/g. Quàm multiplex inſuper eſt f/g/ ipſius a/e, tam multiplex detur g/h/ ipſius e/b, & k/ ipſius c. Suſcipiatur rurſum duplum ipſius d, vtpote l: poſtea triplum, ſitq; illud m. & deinceps ita, vno ſemper adiūcto: quatenus reſultet multiplex ipſius d, proximò maius ipſo k, id eſt, quod inter multiplicia ipſius d/ per continuam ſimplicis additionem conſurgentia, primò incipiat excedere k: ſitq; illud n/ quadruplum ipſius d. Erit ergo k/ multiplex, proximò minus ipſo n: & proinde non minus ipſo m. ¶His ita conſtructis, quoniā æquè multiplex eſt f/g/ ipſius a/e, vt g/h/ ipſius e/b: quotuplex igitur eſt f/g/ ipſius a/e, totuplex eſt f/h/ ipſius a/b, per primā huius quinti. Sed quotuplex eſt f/g/ ipſius a/e, totuplex eſt k/ ipſius c. Et f/h/ igitur tam multiplex eſt ipſius a/b, q̄ multiplex eſt k, ipſius c. Inſuper quoniam æquè multiplex eſt g/h/ ipſius e/b, vt k/ ipſius c: & e/b/ ipſi c/ per cōſtructionē eſt æqualis. quæ autē æqualiū ſunt æquè multiplicia, æqualia ſunt adinuicem, per ſextam communem ſententiam. Aequalis eſt igitur g/h/ ipſi k. Verùm k/ ipſa m/ nō eſt minor, vti nuper oſtenſum eſt: & g/h/ itaq; eadem m/ non erit minor. Porrò f/g/ data eſt maior ipſa d. & tota igitur f/h, binis d/ & m/ erit maior. Sunt autem d/ & m/ ipſi n/ æquales. eſt enim n/ quadruplum ipſius d, & m/ triplum, vnà cum ipſo d/ efficiens quadruplum. Et f/h/ igitur ipſo n/ maius eſt: nam idem, æqualium eſt æquè maius. Atqui f/h/ & k, ipſarum a/b/ & c, primæ inquàm & tertiæ magnitudinis ſunt æquè multiplicia: n/ verò vtcunq; multiplex ipſius d/ ſecundam & quartam magnitudinem repræſentātis. & multiplex primæ excedit multiplex ſecundæ: at multiplex tertiæ non excedit multiplex quartæ. Prima igitur a/b/ ad ſecundam d/ maiorem rationem habet, quàm tertia c/ ad quartam d: per octauam diffinitionem huius quinti.

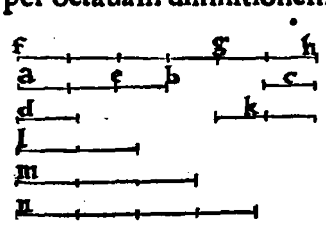
Primæ partis differētia prima.

Demōſtratio eiuſdē primæ differentiæ.



¶Quòd ſi a/e/ fuerit maior e/b, multiplicetur iam ipſa e/b/ minor, quatenus inſurgat multiplex maius ipſa d/ magnitudine: ſitq; illud g/h. Quàm multiplex inſuper eſt g/h/ ipſius e/b, tā multiplex accipiatur f/g/ ipſius a/e: & k/ rurſum ipſius c. Subſumatur præterea multiplex ipſius d, proximò maius ipſo f/g: ſitq; rurſum n/ quadruplum ipſius d. Haud diſſimiliter oſtendemus, totam f/h/ ipſius a/b/ fore totuplicē, quotuplex eſt g/h/ ipſius e/b: & demum f/h/ & k, ipſarum a/b/ & c/ æquè itidem fore multiplices. item g/h/ æquari ipſi k. Et quoniam n/ multiplex, proximo maius eſt f/g: non eſt igitur f/g, minus ipſo m. Atqui g/h/ maius eſt ipſo d, per conſtructionem. totum igitur f/h, ipſis d/ & m/ maius eſt: & maius conſequenter ipſo n. Porrò k/ non excedit ipſum n: eſt enim k, ipſi g/h/ æquale, quod tam multiplex eſt ipſius minoris e/b, quàm multiplex eſt f/g/ ipſius maioris a/e. quæ autem inæqualium ſunt æquè multiplicia, ſunt reſpondenter inæqualia. Et k/ igitur, minus eſt ipſo f/g: & ipſo n/

Eiuſdē primæ partis, differētia ſecunda.

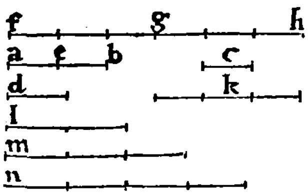


Oſtēſionis reſolutio.

propterea lõgè minus. Rurſum itaq; multiplex primi excedit multipex ſecũdi: at multiplex tertij,nõ excedit multiplex quarti. Per ipſam igitur octauã huius quinti diffinitionem,primum a/b,ad ſecundum d/maiorem rationem habet,q̃ tertiũ c/ad

Tertia eiuſdẽ primæ partis differentia.

quartum d. ¶ Porrò cùm a/e,fuerit æqualis ipſi e/b:vtraque erit æqualis ipſi c. Cuiuſlibet itaq; ipſarum trium magnitudinum,ſumẽda ſunt æquè multiplicia,ipſo d/



maiora: f/g/quidem ipſius a/e,& g/h/ipſius e/b,& k/rurſum ipſius c. quæ per ſextam communem ſententiam, erunt adinuicẽ æqualia. Item n/multiplex ipſius d, quod illorum quolibet proximò maius exiſtat. Quibus conſtructis,oſtendẽtur rurſum f/h/& k,ipſarum a/b/& c/fore æquè multiplicia:& f/h/multiplex primæ magnitudinis,excedere ipſum n/multiplex ſecundæ:k/autem multiplex tertiæ,non excedere multiplex quartæ. Hinc priori deductione colligemus,

Pars ſecunda prĩcipalis theorematis.

a/b/ad d/maiorẽ habere rationẽ, quàm c/ad ipſam d. ¶ Dico inſuper,quòd eadem magnitudo d,ad minorem c/maiorem rationẽ habet,quàm ad maiorem a/b. Hoc autem ex ſuprascripto diſcurſu, immutato magnitudinũ & æquè multiplicium ordine,haud obſcurè colligemus. Cùm enim omnibus modis præoſtẽſum ſit,f/h/excedere ipſum n,& k/ab eodẽ n/ſuperari: & cõuerſim igitur,n/excedit k, nõ excedit autẽ f/h. Porrò n/eſt multiplex ipſius d,hoc eſt,primæ & tertiæ magnitudinis:k/autem multiplex ſecundæ,vtpote c,& f/h/ æquè multiplex quartæ, ſcilicet a/b. Multiplex inſuper primæ,excedit multiplex ſecundæ : at multiplex tertiæ non excedit multiplex quartæ. Per octauam ergo diffinitionem huius quinti,prima d/ad ſecundam c/maiorem rationem habet,quàm tertia d/ad quartam a/b. Ergo d/ad minorem c/maiorem rationem habet, quàm ad maiorem a/b. Inæqualium igitur magnitudinum: &c. vt in theoremate. Quod oſtendere oportebat.

Θεώρημα θ, Πρόθεσις θ.

Τὰ πρὸς τὸ αὐτὸ τὸν αὐτὸν ἔχοντα λόγον, ἴσα ἀλλήλοις ἐστί: καὶ πρὸς ἃ τὸ αὐτὸ τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, κἀκεῖνα ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν.

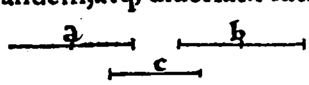
Theorema 9, Propoſitio 9.

QVæ ad eandem , eandem habent rationem , æquales inui- 9
cem ſunt : & ad quas eadem eandem habet rationem , ipſæ
ſunt æquales.

Primæ partis oſtenſio.

ORONTIVS. ¶ Sint binæ magnitudines a/& b, ad tertiam c/eandem rationẽ obtinentes. Aio quòd æqualis eſt a,ipſi b. Nam ſi a/& b/magnitudines,forent inæquales:maior ad eãdem c/maiorem rationem haberet,quàm minor,per primam partem antecedentis octauæ propoſitionis huius quinti. Habet autem vtraq; ipſarum a/& b/eandem rationem ad ipſam c,per hypotheſin. Haberent igitur a/ & b, eandem,atq; diuerſam rationẽ ad eandem c:quod eſt impoſſibile. Aequalis eſt itaq;

Pars ſecunda theorematis.



a,ipſi b. ¶ Quòd ſi c/ad eaſdem a/& b/eandem habuerit rationem: dico rurſum, quòd a/& b/æquales ſunt adinuicem. Si enim forẽt inæquales:eadem c/ad ipſas a/& b/ magnitudines eandem non haberet rationem ad minorem enim maiorem rationem obtineret,quàm ad maiorem,per ſecundam partem eiuſdem octauæ propoſitionis. Supponitur autem,eadem c/ad ipſas a/& b/eandem habere rationem. Eadẽ itaq; magnitudo c,ad ipſas a/& b/magnitudines,eandem ſimul atq; diuerſam rationem haberet. Quod videtur abſurdum. Aequalis eſt igitur a/ipſi b. Quod ſuſceperamus oſtendendum.

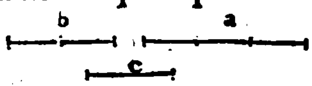
Θεώρημα ι, Πρότασις ι.

Τῶν πρὸς τὸ αὐτὸ λόγον ἐχόντων, τὸ τὸν μείζονα λόγον ἔχον, ἐκεῖνο μεῖζόν ἐστι· πρὸς ὃ δὲ τὸ αὐτὸ μείζονα λόγον ἔχει, ἐκεῖνο ἔλαττόν ἐστιν.

Theorema 10, *Propositio* 10.

10 AD eandem rationem habentium, maiorem rationem habens, illa maior est: ad quam autem eadem maiorem rationem habet, illa minor est.

ORONTIVS. ¶Sint rursum a/& b/ magnitudines ad eandem magnitudinē c/comparatæ: habeátq; a/ad c/maiorem rationem, quàm b/ad eandem c. Dico quòd a, ipsa b/maior est. Quoniam si non fuerit maior: vel erit æqualis ipsi b, vel eadem minor. Aequalis porrò non est a/ipsi b: haberēt enim a/& b/ eandem rationem ad c/magnitudinem, per primam partem septimæ propositionis huius quinti. quod aduersatur hypothesi. Non est igitur a, æqualis ipsi b. Haud dissimiliter ostēdetur, quòd neq; minor est a/ipsa b: quoniam a/magnitudo, minorem rationem haberet ad c/magnitudinem, quàm ipsa b/ad eandem c, per primam partem octauæ propositionis eiusdem quinti. habet autem a, maiorem rationem, quàm b/ad eandem c/ per hypothesin. Haberet igitur a/ad c/maiorem & minorem rationem, quàm b/ad ipsam c. Quod non est possibile. Itaque a/non est minor b: neque eidem (vti nunc ostendimus) æqualis. Et a/igitur, ipsa b/maior est. ¶Quòd si eadem magnitudo c, maiorem rationem habuerit ad b/ quàm ad a: dico rursum, a/fore maiorem ipsa b. Non erit enim a/ipsi b/æqualis: quoniā c/ad a, eandem rationem haberet quā ad b, per secundam partē præallegatæ septimæ propositionis. Habet autē c, maiorē rationē ad a, q̄ ad b, ex hypothesi. quæ simul stare non possunt. Non est igitur a, ipsi b/ æqualis. Neq; etiā minor: tunc enim c/ad ipsam a/maiorē rationē haberet, q̄ ad b, per secundā partē ipsius octauæ propositionis huius quinti. Habet autē c/ minorē rationem ad a, q̄ ad b, ex ipsa hypothesi. Haberet itaq; c/minorem simul atq; maiorē rationem ad a, quàm ad b. quod videtur impossibile. Igitur a/non est minor ipsa b. ostēsum est, quòd nec eidē æqualis. Maior est itaq; rursum a/ipsa b. Ad eandem ergo rationem habentiū: & quæ sequuntur reliqua. Quod oportuit demonstrasse.



Prima theorematis pars.

Partis secundæ demōstratio.

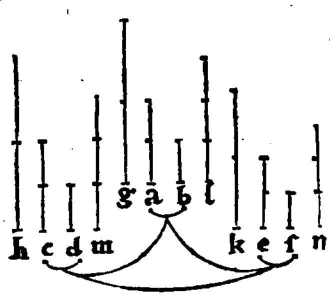
Θεώρημα ια, Πρότασις ια.

Οἱ τῷ αὐτῷ λόγοι οἱ αὐτοὶ, καὶ ἀλλήλοις εἰσὶν οἱ αὐτοί.

Theorema 11, *Propositio* 11.

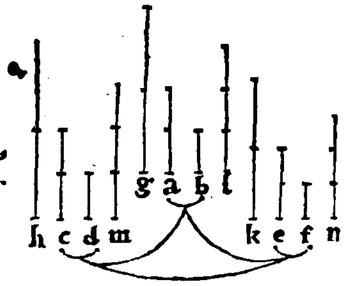
11 QVæ eidem sunt eædem rationes, & adinuicem sunt eædem.

ORONTIVS. ¶Sint eidem rationi quæ a/ad b, eædem rationes quæ c/ad d/ & e/ad f. Aio quòd rationes c/ ad d/& e/ad f, sunt eædem adinuicem: sicut quidem c/ad d, sic e/ad f. Accipiantur enim ipsarum antecedentium a, c, e, æquè multiplicia g/h/k: ipsarū autē consequētium b, d, f, alia quæuis æquè multiplicia l, m, n. Cùm igitur ex hypothesi a/ad b/eandem habeat rationem, quam c/ad d, & ipsarum a/ & c, primæ inquā & tertiæ magnitudinis, sumpta sint æquè multiplicia g, h, secundæ rursum & quartæ, vtpote ipsarum b/& d/alia itidem æquè multiplicia l, m: igitur si g/ excedit l, & h/proportionaliter excedit m, & si æquale, æquale: si autem minus, itidem proportionaliter minus, per sextæ diffinitionis huius quinti conuersionem. Insuper quoniam per ipsam hypothesin, sicut a/ad b, ita e/ad f, & ipsarum a/& b, primæ



Discursus æquè multiplicium.

videlicet & tertiæ magnitudinis,sumpta sunt æquè multiplicia g/k,secundæ rursum & quartæ,vtpote ipsarum b/& f,alia vtcunq; æquè multiplicia l/n. si itaq; g/excedit



l,& k/proportionaliter excedit n: etsi æquale, æquale: si verò minus,itidem proportionaliter minus, per eãdem sextæ diffinitionis cõuersioné. Atqui præostẽsum est, & si g/excedit l,excedit & h/ipsum m:etsi æquale, æquale: si autem minus,& h/proportionaliter minus est ipso m. Quapropter si h/excedit m,excedit & k/proportionaliter ipsum n: & si h/æquatur ipsi m,coæquatur & k/ipsi n:& si minus fuerit h/ipso m,& k/demum proportionaliter minus est ipso n. Porrò h/& k/ipsarum c/& e,primæ videlicet & tertiæ magnitudinis data sunt æquè multiplicia:ipsarum autem d/ & f,hoc est secundæ & quartæ,alia vtcunque æquè multiplicia m/& n.Est igitur per sextã huius quinti diffinitionẽ,sicut c/ad d,ita e/ad f. Quæ eidem itaq; sunt eædem rationes,& adinuicem sunt eædem. Quod fuerat ostendendum.

Resolutio demõstrationis.

Θεώρημα ιβ, Πρόθεσις ιβ.

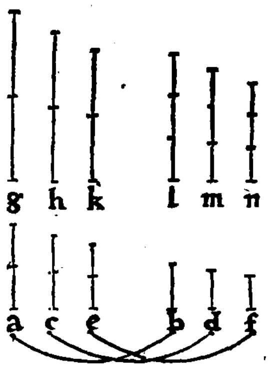
Ἐὰν ᾖ ὁποσαοῦν μεγέθη ἀνάλογον, ἔσται ὡς ἓν τῶν ἡγουμένων πρὸς ἓν τῶν ἑπομένων, οὕτως ἅπαντα τὰ ἡγούμενα, πρὸς ἅπαντα τὰ ἑπόμενα.

Theorema 12, *Propositio* 12.

SI fuerint quælibet magnitudines proportionem habentes: erit sicut vna antecedentium ad vnam consequentium,sic omnes antecedentes ad omnes consequentes. 12

ORONTIVS. ¶Sint a,b,c, & d,e,f/ quotlibet magnitudines inuicem proportionales:sicut quidem a/ad b,ita c/ad d,sicutq; c/ad d,sic e/ad f. Aio quòd quam rationem habet a/ad b, eam habent & compositæ a/c/e,ad coniunctas b/d/f.Suscipiãtur enim ipsarum antecedentium a/c/e,æquè multiplicia g,h,k:& ipsarũ consequentium b,d,f,alia quæuis æquè multiplicia l,m,n.Cùm sit igitur vt a/ad b,sic c/ad d, & ipsarum a/& c/æquè multiplicia sunt g,h,ipsarum verò b,d, alia itidem æquè multiplicia l/m: sicut se habet igitur g/ad l,sic h/ad ipsum m,per quartam huius quinti. Rursum quoniam est vt c/ad d,sic e/ ad f, & ipsarum c/& e/ æquè multiplicia sunt h/k,ipsarum autem d/f,alia vtcunq; æquè multiplicia m,n: sicut se habet igitur h/

Quatuor æquè multiplicium inuicem proportionalium, inferendarum magnitudinũ, subtilis adinuẽtio.



multiplex ad ipsum m, sic k/ad ipsum n, per eandem quartam ipsius quinti. Vt autem se habet h/ad m, sic g/ ad l/se habere præostensum est. Est igitur vt g/ ad l, sic k/ad n, per antecedentem vndecimam propositionem. Sunt itaque g,h,k,& l,m,n, multiplicia inuicem proportionalia: sicut quidem g/ad l,sic h/ad m,& k ad n. Igitur si g/ multiplex excedit l, excedit & h/ proportionaliter ipsum m,necnõ & k/ipsum n:& si g/æquatur ipsi l,æquũ est & h/ipsi m,& k/respondenter ipsi n: si autem g/minus fuerit ipso l, est & h/ proportionaliter minus ipso m,& k/demũ ipso n.Et proinde si g/ multiplex excedit l,excedunt & g,h,k/multiplicia proportionaliter ipsa l,m,n:& si æquum est g/ipsi l, æqualia sunt & g,h,k/ipsis l,m,n:si autem g/sit minus ipso l, erunt & eadem g,h,k, eisdem l, m, n, tandem æquè minora, per secundam & quartam communem sententiam. Atqui g,h, k/ magnitudines, ipsarum a, c, e/ magnitudinum sunt per constructionem singulæ singularum æquè multiplices:quotuplex igitur est vnius vna

g.	l.	g,h,k.	l, m, n.
a.	b.	a,c, e.	b, d, f.
prima.	ſecunda.	tertia.	quarta.

magnitudo, hoc eſt g/ipſius a, totuplices ſunt & omnes g/h/k, omniũ a/c/e, per primã eiuſdem quinti. Et proinde quotuplex eſt l/ ipſius b, totuplices ſunt l/m/n/ipſarum b/d/f. Sunt itaque g/& g/h/k, ipſarũ a/& a/c/e, hoc eſt, primæ & tertiæ magnitudinis æquè multiplicia, l/autem/& l/m/n/ſecũdæ.b/& tertiæ b/d/f, æquè itidẽ multiplicia. Et oſtẽſum eſt, ſi g/multiplex excedit l, excedit & g/h/k/proportionaliter ipſum l/m/n: etſi æquale, æquale: ſi verò minus, itidem proportionaliter minus. Eſt igitur per ſextam huius quinti diffinitionem, ſicut a/ad b, ſic a/c/e/compoſita ad b/d/f/ compoſitam: hoc eſt, ſicut vna antecedentium ad vnam conſequentium, ſic omnes antecedentes ad omnes conſequentes. Quod demonſtrandum ſuſceperamus.

Sũmaria theorematis oſtẽſio.

Θεώρημα ιγ, Πρόθεσις ιγ.

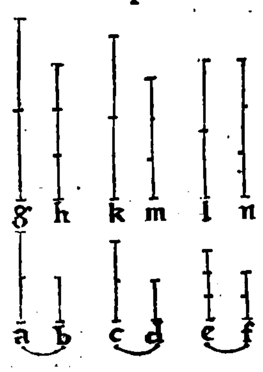
Ἐὰν πρῶτον πρὸς δεύτερον τὸν αὐτὸν ἔχῃ λόγον, καὶ τρίτον πρὸς τέταρτον, τρίτον δὲ πρὸς τέταρτον μείζονα λόγον ἔχῃ, ἤπερ πέμπτον πρὸς ἕκτον: καὶ πρῶτον πρὸς δεύτερον μείζονα λόγον ἕξει, ἤπερ πέμπτον πρὸς ἕκτον.

Theorema 13, Propoſitio 13.

13 SI prima ad ſecundam eandem habuerit rationem, & tertia ad quartam, tertia autem ad quartam maiorem rationẽ habeat quàm quinta ad ſextam: prima quoque ad ſecundam maiorem rationem habebit, quàm quinta ad ſextam.

ORONTIVS. ¶Habeat enim prima magnitudo a/ad ſecundam b/ eandem rationem, quam tertia c/ad quartam d: ipſa porrò tertia c/ad eandem quartam d/ maiorem rationẽ habeat, quàm e/quinta ad f/ſextam magnitudinem. Aio quòd & a/prima magnitudo ad ſecundam b/maiorem itidem rationem habebit, quàm ipſa e/quinta ad eandem ſextam f. Multiplicetur enim vtraque ipſarum a, b: ſintq́; earundem a, b, vtcunq; multiplicia g, h, ſed g/ maius ipſo h. poteſt enim a/toties multiplicari, quouſq; multiplex ipſius a/ſuperet multiplex eiuſdem b. Quàm multiplex inſuper eſt g/ipſius a, tam multiplex detur k/ipſius c, & l/ipſius e. Rurſum q̃ multiplex eſt h/ ipſius b, tam multiplex eſto m/ipſius d, & n/ipſius f. Cùm igitur a/ad b/eandem rationẽ habeat, quam c/ad d, ſintq́; g/& k/primæ & tertiæ æquè multiplicia, h/ autem & m/ ſecundæ & quartæ æquè itidem multiplicia: ſi g/itaque excedit h, excedit & k/ipſum m, per ſextæ diffinitionis huius quinti cõuerſionem. Atqui g/ſuperat h, per conſtructionem: & k/igitur ſuperat m. Rurſum quoniã c/ad d/ maiorem rationem habet, q̃ e/ad f, & ipſarũ c/ & e/ primæ inquàm & tertiæ magnitudinis, æquè multiplicia ſunt k, l, ſecũdæ porrò d/& quartæ f/ alia vtcunq; æquè multiplicia m, n: ſi k/igitur excedit m, non excedit l/ipſum n, per conuerſionem octauæ diffinitionis eiuſdem quinti. Porrò k (vti nunc oſtenſum eſt) excedit m: & l/igitur non excedit n. Excedit autem & g/ipſum h, ſuntq́; g/& l/ipſarum a/& e, hoc eſt, primæ & tertiæ magnitudinis æquè multiplicia, per conſtructionem: h/ rurſum & n/ipſarũ b/& f, vtpote ſecundæ & quartæ alia vtcunque æquè multiplicia: & g/multiplex primæ excedit multiplex ſecundæ, l/autem multiplex tertiæ nõ excedit n/multiplex quartæ. prima igitur a/ad ſecundam b/maiorem rationem habet, quàm e/tertia ad quartam f, per octauam huius quinti

Diſcurſ⁹ multiplicium ad theorematis illationẽ nos perducentiũ.



diffinitionem. Ergo si prima ad secundam eandem rationē habuerit: &c. vt in theoremate. Quòd oportuit ostendisse.

Θεώρημα ιδ', Πρόθεσις ιδ'.

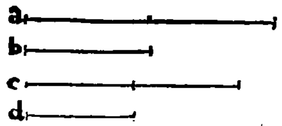
Ἐὰν πρῶτον πρὸς δεύτερον τὸν αὐτὸν ἔχῃ λόγον, καὶ τρίτον πρὸς τέταρτον· τὸ δὲ πρῶτον τοῦ τρίτου μεῖζον ᾖ, καὶ τὸ δεύτερον τοῦ τετάρτου μεῖζον ἔσται· κἂν ἴσον, ἴσον, κἂν ἔλασσον, ἔλασσον.

Theorema 14, Propositio 14.

SI prima ad secundam eandem habuerit rationem, & tertia ad quartā: prima verò tertia maior fuerit, & secunda quarta maior erit: etsi æqualis, æqualis: etsi minor, minor. 14

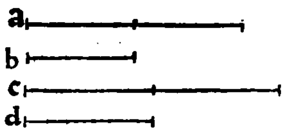
ORONTIVS. ¶ Sint verbi gratia quatuor magnitudines a, b, c, d, inuicē proportionales: sicut quidem a ad b, ita c ad d. sit autem primùm, a maior ipsa c: dico quòd & b, ipsa d respondenter est maior. Cùm enim ex hypothesi a sit maior c: habebit igitur a ad b maiorem rationem, quàm c ad eandem b, per octauam huius quinti. Est autem ratio a ad b eadem, quæ c ad d, per hypothesin: & c igitur ad d maiorem rationem habet, quàm eadem c ad b. Ad quam autem eadem maiorem rationem habet: & illa minor est, per secundam partem decimæ propositionis ipsius quinti. Minor est itaque d, ipsa b: & b propterea ipsa d maior. ¶ Quòd si a fuerit minor c: erit & b minor ipsa d magnitudine. Rursum enim per eandem octauā huius quinti, c maior, ad ipsam b maiorem rationē habebit, quam a minor ad eandem b. Quam rationem porrò habet a ad b, eam seruat ex hypothesi c ad d. Et c igitur ad b maiorem rationē habet, quàm ad d. Est igitur b minor ipsa d, per ipsam decimā eiusdem quinti. ¶ Porrò si a fuerit æqualis ipsi b: haud dissimiliter ostendemus, b fore æqualem ipsi d. Aequales enim a & c ad eandem b eandem rationem habebunt, per septimam huius quinti. sed quam rationem habet a ad b, eā rursum habet c ad d, per hypothesin. Et c igitur ad vtranque b & d, eandem obseruabit rationem. Ad quas autē eadem eandem habet rationem, ipsæ sunt æquales, per nonam ipsius quinti propositionem. Aequalis erit igitur b ipsi d. Si prima igitur ad secundā eandem habuerit rationem: & quæ sequuntur reliqua. Quod demonstrare oportebat.

Quando prima maior est tertia.



Quando prima minor est tertia.

Vbi prima æquatur tertię.



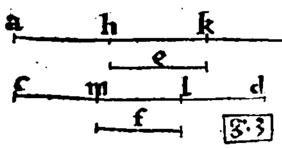
Θεώρημα ιε', Πρόθεσις ιε'.

Τὰ μέρη τοῖς ὡσαύτως πολλαπλασίοις τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ληφθέντα κατάλληλα.

Theorema 15, Propositio. 15.

PArtes eodem modo multiplicium, eandem rationem habent sumptæ adinuicem. 15

ORONTIVS. ¶ Sint a b & c d ipsarum e & f æquè multiplices. Aio partem e ad partem f eandem rationem habere, quam a b multiplex ad c d multiplicem. Cùm enim a b æquè multiplex sit ipsius e, vt c d ipsius f: quot igitur partes sunt in a b æquales ipsi e, tot sunt & in c d æquales ipsi f. Sint exēpli gratia iuxta numerū g: & distingatur a b in partes æquales ipsi e, sintq; a h, h k, & k b: necnon & c d in partes æquales ipsi f, vtpote in c m, m l, & l d. Erit itaq; multitudo ipsarū a h, h k, & k b, multitudini c m, m l, & l d æqualis: vtraque enim æqualis ipsi numero g. Rursum quoniam a h, h k, & k b eidem e sunt æquales: sunt igitur æquales adinuicē, per primam communē



ſententiam. & proinde c/m, & m/l, l/d, ſunt quoque adinuicem æquales. Aequales porrò ad eandem, vel æquales, eandem habent rationem, & eadem ad æquales: per ſeptimam huius quinti. Eſt igitur vt a/h/ad c/m, ſic h/k/ad m/l, & k/b/ad l/d. Proportionales igitur ſunt ipſæ a/h, h/k, & k/b, ipſis c/m, & m/l, l/d. Et ſicut igitur vna antecedentium ad vnam conſequentium, ſic omnes antecedentes ad omnes conſequentes, per duodecimam ipſius quinti. Ergo ſicut a/h/ad c/m, ſic tota a/b/ad totam c/d. æqualis porrò eſt a/h/ipſi e, & c/m/ipſi f. Et ſicut igitur pars e/ad partē f, ſic a/b/ multiplex ad c/d/multiplicem. Partes itaq; eodem modo multipliciū, eandem rationem habent ſumptæ adinuicem. Quod oſtendendum fuerat.

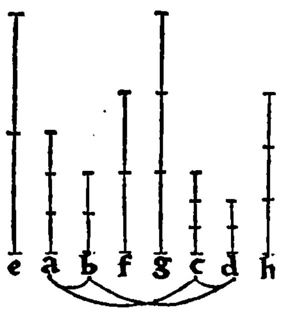
Θεώρημα ις, Πρόθεσις ις.

Ἐὰν τέσσαρα μεγέθη ἀνάλογον ᾖ, καὶ ἐναλλὰξ ἀνάλογον ἔσται.

Theorema 16, Propoſitio 16.

16 SI quatuor magnitudines proportionales fuerint: & permutatim proportionales erunt.

ORONTIVS. ¶Sint verbi gratia quatuor magnitudines a, b, c, d, inuicē proportionales: ſicut a/ ad b, ſic c/ ad d. Dico quòd & viciſſim, hoc eſt, permutatim proportionales exiſtunt: ſicut quidem a/ad c, ſic b/ad d. Accipiantur enim ipſarum a, b, æquè multiplices e, f: ipſarū quoq; c, d, aliæ vtcūq; æquè multiplices g, h. Cùm igitur æquè multiplex ſit e/ipſius a, vt f/ipſius b: erit vt a/ad b, ſic e/ad f: nā partes eodem modo multiplicium, eandem rationem habent ſumptæ adinuicem, per antecedentem decimamquintam propoſitionem. Vt autem a/ad b, ſic ſe habet c/ad d, per hypotheſin. & ſicut igitur e/ad f, ſic c/ad d: nā quæ eidem ſunt eædem rationes, & adinuicem ſunt eædem, per vndecimam huius quinti. Inſuper quoniam æquè multiplex eſt g/ipſius c, vt h/ipſius d: erit rurſum vt c/ad d, ſic g/ad h, per eandem quindecimam huius quinti. ſicut porrò c/ ad d, ſic e/ad f/ſe habere præoſtenſum eſt. & ſicut igitur e/ ad f, ſic g/ ad h, per ipſum vndecimam ipſius quinti. Quatuor itaq; magnitudines e, f, g, h, ſunt inuicem proportionales: habétque prima e/ad ſecundam f/eam rationem, quam tertia g/ad quartā h. Si prima igitur e, fuerit maior tertia g: & ſecūda f, ipſa h/quarta maior erit: etſi æqualis, æqualis: etſi minor, minor, per decimamquartā eiuſdem quinti. A tqui e/& f, ipſarum a/& b, hoc eſt primæ & tertiæ magnitudinis (de illationis ordine velim intelligas) ſunt æquè multiplices: g/autem & h, ſecundæ & quartæ, vtpote ipſarum c/& d/ æquè rurſum multiplices. Eſt igitur per ſextam huius quinti diffinitionem, vt prima a/ad ſecundam c, ſic tertia b, ad quartā d. Si quatuor igitur magnitudines proportionales fuerint: & permutatim ſeu viciſſim proportionales erunt. Quod erat demonſtrandum.



Permutatę rationis demonſtratio.

Θεώρημα ιζ, Πρόθεσις ιζ.

Ἐὰν συγκείμενα μεγέθη ἀνάλογον ᾖ, καὶ διαιρεθέντα ἀνάλογον ἔσται.

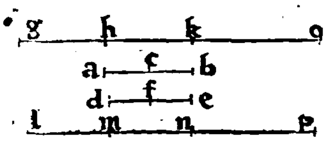
Theorema 17, Propoſitio 17.

17 SI cōpoſitæ magnitudines proportionales fuerint: diuiſæ quoque proportionales erunt.

ORONTIVS. ¶Sint cōpoſitæ magnitudines a/b, b/c, d/e, & e/f, inuicem proportionales: ſicut a/b/ad b/c, ſic d/e/ad e/f. Aio quòd & diuiſæ proportionales erūt: ſicut quidem a/c/ad c/b, ſic d/f/ad f/e. Accipiantur enim ipſarum a/c, c/b, d/f, & f/e,

Diuiſa ratio, ſiue modus arguendi à compoſitis ad diuiſa.

æquè multiplices g/h,h/k,l/m,& m/n. ipſarum rurſum b/c/& e/f, aliæ itidem æquè multiplices k/o,& n/p. His ita conſtructis, quoniam g/h/& h/k/ magnitudines, ipſarum a/c/& c/b/magnitudinū æqualium numero ſingulæ ſingularum,per conſtructionē, ſunt æquè multiplices:quotuplex igitur eſt vna g/h/ vnius a/c, totuplex eſt & tota g/k/totius a/b,per primam huius quinti. Quotuplex autem eſt g/h/ipſius a/c,totuplex eſt l/m,ipſius d/f, per conſtructionē:tam multiplex eſt igitur g/k/ipſius a/b, quàm multiplex eſt l/m/ ipſius d/f, per vndecimam ipſius quinti. Rurſum quoniam l/m/& m/n/ipſarum d/f/ & f/e/ æqualium numero ſingulæ ſingularū æquè ſunt multiplices,per ipſam conſtructionē:quotuplex igitur eſt vna l/m/vnius d/f,totuplex eſt tota l/n/ totius d/e, per eandem primam huius quinti. Quotuplex autem eſt l/m/ipſius d/f,totuplicem oſtendimus g/k/ipſius a/b: quotuplex eſt igitur g/k/ipſius a/b,totuplex eſt l/n/ipſius d/e,per ipſam vndecimā eiuſdem quinti. Sunt itaq; g/k/& l/n, ipſarū a/b/& d/e/æquè multiplices. Item quoniā æquè multiplex eſt h/k/ipſius b/c/vt m/n/ ipſius e/f:quinta rurſum k/o,eiuſdem b/c/æquè multiplex eſt, vt ſexta n/p/ eiuſdem e/f. Et compoſita igitur h/o,eiuſdem b/c/ æquè erit multiplex, ac tota m/p/eiuſdem e/f,per ſecundam huius quinti. Et proinde h/o/& m/p,ipſarū b/c/& e/f/ſunt æquè multiplices. Inſuper quoniam ex hypotheſi, ſicut a/b, ad b/c, ſic d/e/ad e/f: & ipſarum a/b/& d/e,primæ inquàm & tertiæ æquè multiplices ſunt g/k/& l/n: ipſarum rurſum b/c/ & e/f, hoc eſt ſecundæ & quartæ, æquè itidem multiplices h/o/& m/p. Eſt igitur vt g/k/ad h/o,ſic l/n/ad m/p, per quartam huius quinti. Auferantur vtriſque cōmunes h/k, & m/n:vt reliqua igitur g/h/ad reliquam k/o,ſic l/m/reliqua ad reliquam n/p, per tertiam & quintam cōmunem ſententiā. Igitur ſi g/h/excedit k/o,excedit & l/m/ proportionaliter ipſam n/p: etſi æqualis,æqualis:ſi autē minor,itidem proportionaliter minor. Atqui g/h/& l/m, primæ & tertiæ magnitudinis(iuxta ordinem illationis)hoc eſt,ipſarū a/c/& d/f/datæ ſunt æquè multiplices:k/o/verò & n/p, ipſarum c/b/ & f/e, ſecundæ inquàm & quartæ magnitudinis æquè itidem multiplices. Prima igitur a/c, ad ſecundam c/b/eam rationem habet:quam tertia d/f, ad quartam f/e, per ſextā huius quinti diffinitionē. Si compoſitæ itaque magnitudines proportionales fuerint,diuiſæ quoque proportionales erunt. Quod ſuſceperamus oſtendendum.



g/k.	g/h.	l/m.
a/b.	a/c.	d/f.

g/k.	l/m.	l/n.
a/b.	d/f.	d/e.

g/k.	h/o.	l/n.	m/p.
a/b.	b/c.	d/e.	e/f.

g/h.	k/o.	l/m.	n/p
a/c.	c/b.	d/f.	f/e.

Θεώρημα ιη, Πρόθεσις ιη.

Ἐὰν διῃρημένα μεγέθη ἀνάλογον ᾖ, καὶ συντεθέντα ἀνάλογον ἔσται.

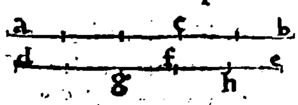
Theorema 18, *Propoſitio* 18.

SI diuiſæ magnitudines proportionales fuerint:cōpoſitæ quoque proportionales erunt. 18

Compoſita ratio,ſiue arguendi modus à diuiſis ad coniuncta.

ORONTIVS. ¶Sint diuiſæ magnitudines a/c,c/b,d/f,& f/e,inuicem proportionales:ſicut a/c/ad c/b,ſic d/f/ad f/e. Aio quòd & compoſitæ,erunt verſa vice proportionales:ſicut quidem a/b/ad b/c,ſic d/e/ad e/f. Sicut enim a/b/ad b/c,ſic d/e/ ad aliam quādam magnitudinem ſe habere neceſſum eſt. Hæc autem magnitudo,ſi nō fuerit e/f:erit vel ipſa e/f/maior,aut eadem minor. Eſto primū a/b/ad b/c,ſicut d/e/

Prima oſtenſionis differētia.

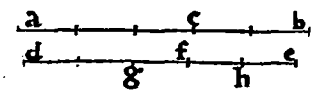


ad maiorē(ſi poſſibile fuerit)ipſa e/f:vtpote ad e/g. Erit igitur ſicut a/b/ad b/c, ſic d/e/ ad e/g. Si compoſitæ autem magnitudines proportionales fuerint:diuiſæ quoq;

proportionales erunt, per antecedentē decimamſeptimam propoſitionem. Erit itaque ſicut a/c/ad c/b, ſic d/g/ad g/e. Sicut porrò a/c/ad c/b, ſic per hypotheſin d/f/ad f/e. Ergo ſicut d/f/ad f/e, ſic d/g/ad g/e: nam quæ eidem ſunt eædem rationes, adinuicem ſunt eædem, per vndecimam huius quinti.

d/ f.	a/ c.	d/ g.
f/ e.	c/ b.	g/ e.

Quatuor itaque magnitudines d/f, f/e, d/g, atq; g/e, ſunt inuicem proportionales, & prima d/f, maior eſt tertia d/g: & ſecunda igitur f/e, maior erit quarta g/e, per decimamquartam eiuſdem quinti. Atqui f/e, minor eſt ipſa g/e, per hypotheſin. Erit itaque f/e, minor ſimul & maior eadem g/e/magnitudine. quod eſt impoſſibile. Non eſt igitur ſicut a/b/ad b/c, ſic d/e/ad maiorem ipſa e/f. ¶Aio rurſum, quòd neque ad minorem ipſa e/f: vtpote e/h. Concludemus enim iterū ex decimaſeptima & vndecima huius quinti, fore ſicut d/f/ad f/e, ſic d/h, ad h/e: vtrobique enim ſicut a/c/ad c/b. Et quoniam prima d/f, minor eſt tertia d/h: erit rurſum per ipſam decimamquartam eiuſdem quinti, ſecunda f/e, minor quarta h/e. Supponitur autē maior: quæ ſimul ſtare non poſſunt. Non eſt ergo ſicut a/b/ad b/c, ſic d/e/ad minorē e/f. patuit quòd neq; ad maiorem. Et ſicut igitur a/b/ad b/c, ſic d/e, ad ipſam e/f. Itaque ſi diuiſæ magnitudines proportionales fuerint: compoſitæ quoq; proportionales erunt. Quod oſtendere fuerat operæpretiū.



Secunda pars ſiue differentia.

d/ f.	a/ c.	d/ h.
f/ e.	c/ b.	h/ e.

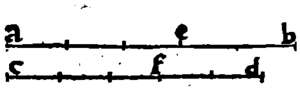
Θεώρημα ιθ, Πρόθεσις ιθ.

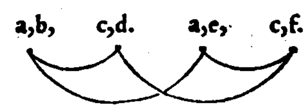
Ἐὰν ᾖ ὡς ὅλον πρὸς ὅλον, οὕτως ἀφαιρεθὲν πρὸς ἀφαιρεθέν, καὶ τὸ λοιπὸν πρὸς τὸ λοιπὸν ἔσται, ὡς ὅλον πρὸς ὅλον.

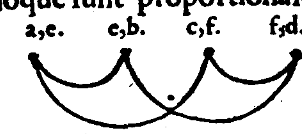
Theorema 19, Propoſitio 19.

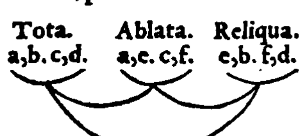
19 SI fuerit ſicut totum ad totum, ſic ablatum ad ablatum: & reliquum ad reliquum, erit ſicut totum ad totum.

ORONTIVS. ¶Sit inquàm totū a/b/ad totū c/d, velut ablatū a/e/ ad ablatū c/f. Aio reliquum e/b/ad reliquū f/d, fore ſicut idem totū a/b/ad idem totum c/d. Cùm enim ſit velut a/b/ad c/d, ſic a/e/ad c/f, per hypotheſin: erit per decimamſextam huius quinti, & permutatim ſicut a/b/ compoſita ad a/e, ſic c/d/compoſita ad c/f. Cùm autem compoſitæ magnitudines proportionales ſunt, & diuiſæ quoque ſunt proportionales, per decimamſeptimam huius quinti propoſitionem. Et ſicut igitur a/e/ad e/b, ſic c/f/ad f/d. & permutatim rurſum, per eandem decimamſextam huius quinti, ſicut a/e/ ablata, ad ablatā c/f, ſic reliqua e/b/ad reliquam f/d. Sicut porrò ablata a/e/ ad ablatam c/f, ſic totum a/b/ad totum c/d, per hypotheſin. Reliquum igitur e/b/ ad reliquum f/d, ſe habet vt totum a/b/ad totum c/d, per vndecimam eiuſdem quinti. Si fuerit ergo ſicut totum ad totum: &c. vt in theoremate. Quod expediebat demonſtrare.



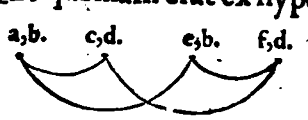






Lemma ſiue aſſumptum.

¶Et quoniam erat ex hypotheſi, vt a/b/ad c/d, ſic a/e/ad c/f: & permutatim deinde vt a/b/ad a/e, ſic c/d/ad c/f. Nunc porrò oſtenſum eſt, quòd ſicut a/b/ad c/d, ſic e/b/ad f/d. & permutatim itaque rurſum, vt a/b/ad e/b, ſic c/d/ad f/d, per ſæpius allegatam



decimamsextã huius quinti. Fit igitur vt sicut a/b/ad a/e, sic c/d/ad e/f: atq; rursum velut idem a/b/ad e/b, sic idem c/d/ad f/d.

Corollarium.

Conuersio rationis. ¶Et proinde cõuersio rationis, hoc est, acceptio antecedẽtis ad excessum quo antecedens ipsum excedit consequens, fit manifesta.

Θεώρημα κ, Πρόθεσις κ.

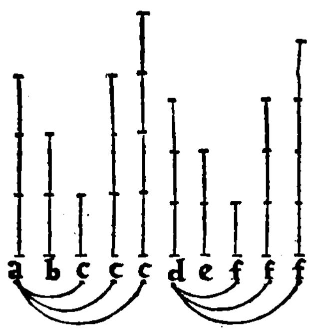
Ἐὰν ᾖ τρία μεγέθη, καὶ ἄλλα αὐτοῖς ἴσα τὸ πλῆθος σύνδυο λαμβανόμενα, καὶ ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ, δι᾽ ἴσου δὲ τὸ πρῶτον τοῦ τρίτου μεῖζον ᾖ, καὶ τὸ τέταρτον τοῦ ἕκτου μεῖζον ἔσται, κἂν ἴσον, ἴσον, κἂν ἔλασσον, ἔλασσον.

Theorema 20, Propositio 20.

SI fuerint tres magnitudines, & aliæ eisdem æquales numero, binatim sumptæ, & in eadem ratione, ex æquali autem prima tertia maior fuerit: & quarta sexta maior erit: etsi æqualis, æqualis: etsi minor, minor. 20

Æquam ratione respiciẽtia in ordinatis. ORONTIVS. ¶Sint tres magnitudines a, b, c, & rursum aliæ tres d/e/f, cum duabus ordinatim sumptis in eadẽ ratione: vtpote, sicut a/ad b, sic d/ad e, sicut item b/ad c, sic e/ad f. Aio quòd si a/fuerit maior ipsa c, erit ex æquali d/maior ipsa f: etsi æqualis, æqualis: si autẽ minor, itidem minor.

Prima differẽtia. Sit primùm a, maior ipsa c. Et quoniã est sicut b/ad c, sic e/ad f: erit & à conuersa ratione, sicut c/ad b, sic f/ad e, per corollariũ quartæ huius quinti. verũ c/minor est a, per hypothesin, & b/alia quædam magnitudo: habet igitur a/ad b/maiorem rationem, quàm c/ad eandem b, per primam partẽ octauæ huius quinti. Sicut porrò c/ad b, sic f/ad e: & a/igitur ad b/maiorem rationem habet, quàm f/ad e. Sicut rursum a/ad b, sic d/ad e, per hypothesin: & d/igitur ad e/maiorem rationem habet, quàm f/ad ipsam e. Ad eandem autem rationẽ habentium, maiorem rationem habens illa maior est, per decimam ipsius quinti. Et d/igitur, ipsa f/maior est.



Secũda differentia. ¶Quòd si a/sit æqualis ipsi c: erit & d/æqualis ipsi f. habebunt enim a/& c/ad eandem b/eandem rationem, per primam partem septimæ huius quinti. Et quoniam est sicut a/ad b, sic d/ad e, sicutq; c/ad b, sic f/ad ipsam e: habebunt quoq; d/& f/eandem rationem ad ipsam e. Quæ autem ad eandem eandem habent rationem, æquales adinuicem sunt, per primam partem nonæ ipsius quinti. Aequalis est igitur d, ipsi f.

Tertia differentia. ¶Haud dissimiliter ostẽdetur, quòd si a/fuerit minor ipsa c: erit consequenter d/minor ipsa f. Tunc enim c/ad b/maiorem rationem habebit, quàm a/ad ipsam b, per eandem octauam huius quinti. Est autẽ vt a/ad b, sic d/ad e, per hypothesin: sicútq; c/ad b, sic f/ad e/se habere præostensum est. Et proinde f/ad e/maiorem rationem habebit, quàm d/ad ipsam e. Hinc rursum per primam partem decimæ eiusdem quinti, f/ipsa d/maior erit: & d/propterea ipsa f/minor. Itaq; si fuerint tres magnitudines, & aliæ eisdẽ æquales numero: & quæ sequuntur reliqua. Quod oportuit demonstrasse.

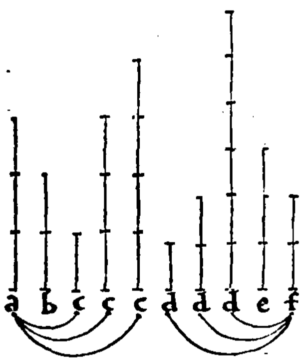
Θεώρημα κα, Πρόθεσις κα.

Ἐὰν ᾖ τρία μεγέθη, καὶ ἄλλα αὐτοῖς ἴσα τὸ πλῆθος σύνδυο λαμβανόμενα, καὶ ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ, ᾖ δὲ τεταραγμένη αὐτῶν ἡ ἀναλογία, δι᾽ ἴσου δὲ τὸ πρῶτον τοῦ τρίτου μεῖζον ᾖ, καὶ τὸ τέταρτον τοῦ ἕκτου μεῖζον ἔσται: κἂν ἴσον, ἴσον, κἂν ἔλασσον, ἔλασσον.

Theorema 21, Propositio 21.

SI fuerint tres magnitudines, & aliæ eisdem æquales numero, binatim sumptæ, & in eadem ratione, fuerit autem perturbata 21 earũ proportio:ex æquali verò prima tertia maior fuerit, & quarta ſexta maior erit: etſi æqualis,æqualis: etſi minor,minor.

ORONTIVS.¶Sint tres magnitudines a,b,c, & rurſum aliæ tres d, e, f,cum duabus perturbatim in eadem ratione coaſſumptis: vtpote, ſicut a/ ad b, ſic e/ad f, ſicũtq; b/ad c,ſic d/ad e.Dico quòd ſi a/fuerit maior c,erit ex æquali d/maior f: etſi æqualis,æqualis: etſi minor,minor.Sit primùm a/maior c:iam recipio probandum, quòd d/ſit maior f. Et quoniã eſt ſicut b/ad c,ſic d/ad e,per hypotheſin:erit à conuerſa ratione,vt c/ad b,ſic e/ad d,per quartæ huius quinti corollariũ.Rurſum quoniam a/maior eſt c,& b/alia quædam magnitudo: habet igitur a/ ad b/maiorem rationem,quàm c/ad eandem b, per primam partem octauæ huius quinti.Sicut porrò a/ad b,ſic ex hypotheſi e/ad f: ſicũtq; c/ad b, ſic e/ad d (vti nunc oſtenſum eſt).& e/propterea ad f/maiorem rationẽ habet,q̃ ad d.Ad quã autẽ eadem magnitudo maiorẽ rationẽ habet,& illa minor eſt: per ſecundã partẽ decimæ ipſius quinti.Eſt igitur f,ipſa d/minor:& d/propterea maior f.¶Haud diſſimiliter ſi a/fuerit æqualis ipſi c: oſtendetur & d/æqualis ipſi f.Nam a/& c, ad eandem b/eandem rationẽ habebũt:per primã partem ſeptimæ huius quinti.Et quoniã eſt ſicut a/ad b,ſic e/ ad f, ſicũtq; c/ad b,ſic e/ ad d: & e/ igitur ad vtranq; d/& f/eãdem rationẽ habebit.Ad quas autẽ eadem eandem habet rationẽ, ipſæ ſunt æquales:per ſecundam partem nonæ ipſius quinti. Aequalis erit igitur d, ipſi f.¶Item ſi a/fuerit minor c: dico tandem, ꝙ & d/minor erit f. Tunc enim c/ad b maiorem rationẽ habebit,quàm a/ad eandem b:per eandem octauã huius quinti.Et cùm ſit velut c/ad b,ſic e/ad d,ſicũtq; a/ad b,ſic e/ad f (veluti ſuprà deductum eſt) habebit conſequenter e/ad d/maiorẽ rationem,q̃ e/ad f.Ad quam autẽ eadem maiorem rationem habet,& illa minor eſt:per ſecundam partem decimæ eiuſdem quinti.Eſt itaq; d/ipſa f/minor. Ergo ſi fuerint tres magnitudines:&c.vt in theoremate.Quod oſtendendum fuerat.



Æquã ratio nem reſpicientia in perturbatis.

Quando prima maior eſt tertia.

Vbi prima æquatur tertię.

Quando prima minor eſt tertia.

Θεώρημα κβ, Πρόθεσις κβ.

ΕΑν ᾖ ὁποσαοῦν μεγέθη καὶ ἄλλα αὐτοῖς ἴσα τὸ πλῆθος σύνδυο λαμβανόμενα ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ, καὶ δι' ἴσου ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ ἔσται.

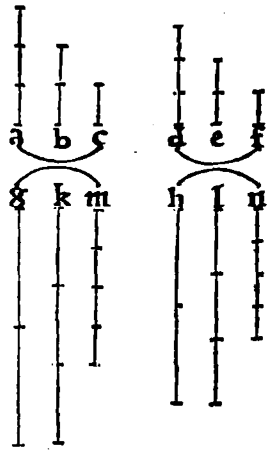
Theorema 22, Propoſitio. 22.

22 SI fuerint quælibet magnitudines,& alię eiſdem æquales numero, binatim ſumptæ in eadem ratione : & ex æquali in eadem ratione erunt.

ORONTIVS.¶Sint verbi gratia tres magnitudines a,b,c,& aliæ eiſdem numero æquales d,e,f,cum duabus ordinatim ſumptis in eadem ratione:vtpote,ſicut a/ad b,ſic d/ad e,ſicut autẽ b/ad c,ſic e/ad f.Dico quòd extremæ vtriuſque ordinis magnitudines, ex æquali in eadem ratione erunt:ſicut quidẽ a/ad c,ſic d/ad f.Accipiantur enim ipſarum a,d/æquè multiplices g,h: ipſarũ verò b,e,aliæ itidem æquè multiplices k,l: ipſarũ deniq; c,f,vtcunq; etiam multiplices m, n. Cùm ſit igitur vt a/ad b,ſic d/ad e:& ipſarum a,d;hoc eſt primæ & tertiæ,æquè multiplices ſint g,h:ſecũdæ autem & quartæ,vtpote ipſarũ b,e,aliæ itidem æquè multiplices k,l.Eſt igitur ſicut g/ multiplex ad k/multiplicẽ, ſic h/ad l: per quartam huius quinti.Et proinde erit,vt k/ad m,ſic l/ad n:eſt enim ex hypotheſi,vt b/ad c,ſic e/ad f,& ipſarum b,e,æquè multiplices k,l:ipſarũ autẽ c,f, æquè rurſum multiplices m,n,per cõſtructionẽ.

Æqua ratio in ordinatis.

Sunt ergo g,k,m, tres magnitudines, & h,l,n, aliæ eiſdem numero æquales, cum duabus ordinatim ſumptis in eadem ratione: ſicut quidem g/ad k, ſic h/ad l, ſicútq; k/ad m, ſic l/ad n. Si g/itaq; fuerit maior ipſa m, & ex æquali h/ipſa n/maior erit: etſi æqualis, æqualis: etſi minor, minor, per huius quinti vigeſimam. Atqui g,h, ipſarũ a,d, hoc eſt primæ & tertiæ magnitudinis (quoad illationis ordinẽ) datæ ſunt æquè multiplices: m,n/autẽ ſecundæ & quartæ, vtpote ipſarũ c,f/æquè itidẽ multiplices. Eſt igitur per ſextã huiuſce quinti diffinitionẽ, vt prima a/ad ſecundã c: ſic d/tertia ad quartam f. ¶ Idem quoq; licebit oſtendere, vbi plures tribus in vtroq; magnitudinũ extiterint ordine. Vtpote ſi fuerint quatuor a, b,c,d, & aliæ quatuor e,f,g,h: ſimiliter oſtendemus cum tribus primis magnitudinibus a,b,c, & e,f,g, fore velut a/ad c, ſic e/ad g. Et rurſum cum tribus ſuccedentibus (ſecunda vtrobique prætermiſſa, & coaſſumpta quarta) vtpote a,c,d, & e,g,h, concludemus veluti ſuprà, fore vt a/ad d, ſic e/ad h. Et deinceps quantumlibet, pro vtriuſque ordinis multitudine. Si fuerint ergo quælibet magnitudines, & aliæ eiſdẽ æquales numero: & quæ ſequuntur reliqua. Quod oſtendendum propoſueramus.



Vbi plures tribus in vtroq; magnitudinũ extiterint ordine.

a, b, c, d. e, f, g, h.

Θεώρημα κγ, Πρόθεσις κγ.

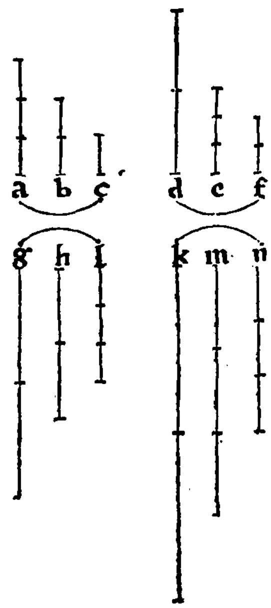
Ἐὰν ᾖ τρία μεγέθη, καὶ ἄλλα αὐτοῖς ἴσα τὸ πλῆθος, σύνδυο λαμβανόμενα ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ, ᾖ δὲ τεταραγμένη αὐτῶν ἡ ἀναλογία, καὶ δι' ἴσου ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ ἔσαι.

Theorema 23, Propoſitio 23.

SI fuerint tres magnitudines, aliæ'que eiſdem æquales numero, binatim ſumptæ in eadem ratione, fuerit autem perturbata earum proportio: & ex æquali in eadem ratione erunt. 23

Æqua ratio in perturbatis.

ORONTIVS. ¶ Sint tres magnitudines a,b,c, & aliæ eiſdem numero æquales d,e,f, cum duabus in eadem ratione perturbatim coaſſumptis: ſicut quidem a/ad b, ſic e/ ad f, ſicútque b/ ad c, ſic d/ad e. Aio fore ex æqua ratione, ſicut a/ad c, ſic d/ad f. Aſſumantur enim ipſarum a,b,d, æquè multiplices g,h,k: ipſarum porrò c,e,f, aliæ itidem æquè multiplices l,m,n. Cùm ergo g,h, ipſarum a,b, ſint per conſtructionem æquè multiplices, & partes eodem modo multipliciũ eandem habeãt rationem ſumptæ adinuicem, per quindecimam huius quinti: eſt igitur vt a/ad b, ſic g/ad h. ſicut autẽ a/ad b, ſic e/ad f, per hypotheſin: & ſicut igitur g/ad h, ſic e/ad f, per vndecimam ipſius quinti. Rurſum quoniam m,n, ipſarum e,f, ſunt æquè multiplices: erit rurſum per eandem quindecimam huius quinti, vt e/ad f, ſic m/ad n. Sicut porrò e/ad f, ſic g/ ad h, ſe habere monſtratum eſt: & ſicut itaque g/ad h, ſic m/ad n, per ipſam vndecimam eiuſdem quinti. Inſuper quoniam eſt ſicut b/ ad c/ ſic d/ad e, per hypotheſin, & ipſarũ b,d/ſumptæ ſunt æquè multiplices h,k: ipſarũ verò c,e, aliæ itidem æquè multiplices l,m. Eſt igitur vt h/ multiplex, ad l/ multiplicẽ,



ſic k/ad m, per quartam huius quinti propoſitionem. Oſtenſum eſt autem, quòd ſicut g/ad h,ſic m/ad n.Sunt itaque g,h,l,tres magnitudines,& k,m,n, aliæ eiſdem æquales numero,cum duabus in eadem ratione perturbatim coaſſumptis:ſicut quidem g/ad h,ſic m/ad n,ſicut rurſum h/ad l, ſic k/ad m.Ergo ſi g/fuerit maior l, erit ex æquali k/maior n:& ſi æqualis,æqualis:ſi autem minor,itidem minor, per vigeſimamprimam huius quinti. Porrò g,k/ſunt æquè multiplices ipſarum a,d,primæ & tertiæ magnitudinis (ſeruato illationis ordine) l/autem & n/ſecundæ & quartæ,hoc eſt ipſarum c,f/æquè rurſum multiplices,per conſtructionem. Eſt igitur vt prima a/ad ſecundam c,ſic tertia d/ad quartam f: per ſextam eiuſdem quinti diffinitionem.Si fuerint igitur tres magnitudines,aliæq; eiſdem æquales:&c.vt in theoremate.Quod oportuit oſtendiſſe.

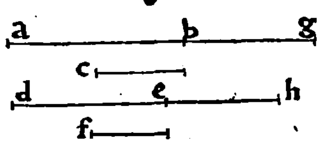
Θεώρημα κδ, Πρόθεσις κδ.

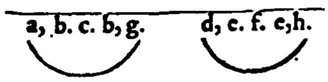
Ἐὰν πρῶτον πρὸς δεύτερον τὸν αὐτὸν ἔχῃ λόγον, καὶ τρίτον πρὸς τέταρτον, ἔχῃ δὲ καὶ πέμπτον πρὸς δεύτερον τὸν αὐτὸν λόγον, καὶ ἕκτον πρὸς τέταρτον, καὶ συντεθὲν πρῶτον καὶ πέμπτον πρὸς δεύτερον, τὸν αὐτὸν ἕξει λόγον, καὶ τρίτον καὶ ἕκτον πρὸς τέταρτον.

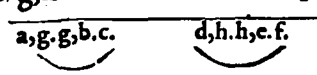
Theorema 24, Propoſitio 24.

24 SI primum ad ſecundum eandem habuerit rationem , & tertium ad quartum, habuerit autem & quintum ad ſecundum eandem rationem & ſextum ad quartum:& compoſita primùm & quintum ad ſecundum eandem habebunt rationem,& tertium & ſextum ad quartum.

ORONTIVS. ❡Habeat primùm a/b/ad ſecundũ c/eandem rationem,quam tertium d/e/ad quartum f:quintum rurſus b/g/ad ſecundum c,eandem quoq; rationem habeat,quam ſextum e/h/ad ipſum f/quartum.Aio,quòd & compoſita primũ & quintum a/ g, eandem rationem habebũt ad idem ſecundum c,quam tertium & ſextum d/h/ad idem quartum f. Cùm enim ſit ex hypotheſi,vt b/g/ad c,ſic e/h/ ad f:& à conuerſa itaq; ratione, erit vt c/ ad b/g,ſic f/ ad e/h,per corollariũ quartæ huius quinti. Præterea quoniam ex ipſa hypotheſi,eſt ſicut a/b/ad c,ſic d/e/ad f:ſicut rurſum c/ ad b/g, ſic f/ad e/h.Et ex æquali igitur,ſicut a/b/ad b/g,ſic d/e/ad e/h : per vigeſimãſecũdam huius quinti. Diuiſæ itaq; magnitudines a/ b,b/g, d/e,& e/h, ſunt proportionales.Et compoſitæ igitur,per decimam octauam ipſius quinti,proportionales erunt: vt a/ g/ ad b/g,ſic d/h/ad e/h. Receptum eſt autẽ,ſicut b/g/ad c,ſic e/h/ad f. Et ex æquali igitur,per eandem vigeſimamſecundam quinti, ſicut a/g/ ad c,ſic d/h/ad f. Ergo ſi primum ad ſecundum eandem habuerit rationem , & tertium ad quartum : & quæ ſequuntur reliqua.Quod expediebat demonſtrare.







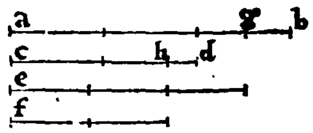
Θεώρημα κε, Πρόθεσις κε.

Ἐὰν τέσσαρα μεγέθη ἀνάλογον ᾖ, τὸ μέγιστον καὶ τὸ ἐλάχιστον, δύο τῶν λοιπῶν μείζονα ἐστίν.

Theorema 25, Propoſitio 25.

25 SI quatuor magnitudines proportionales fuerint, maxima & minima reliquis maiores erunt.

ORONTIVS. ¶Sint quatuor eiuſdem generis magnitudines a/b, c/d/e, & f, inuicem proportionales, ſicut quidem a/b/ad c/d, ſic e/ad f:ſitq; a/b/omnium maxima, f/verò minima. Dico quòd a/b/& f, reliquis c/d/& e/ſunt maiores. Quoniam enim a/b/omnium quatuor ſupponitur maxima: maior eſt igitur a/b, ipſa e/magnitudine. A maiori itaq; a/b, ſecetur æqualis ipſi e/minori, per tertiam primi: ſitq; a/g. Rurſum, quoniã eſt vt a/b/ ad c/d, ſic e/ad f, prima autem a/b, maior eſt tertia e: & ſecunda igitur c/d, ipſa f/quarta maior erit, per decimã-quartam huius quinti. A maiori rurſum c/d, ſecetur ipſi f/æqualis, per eandem tertiam primi: ſit'que c/h. Cùm igitur ſit vt a/b/ad c/d, ſic e/ ad f, & æqualis ſit a/g/ipſi e, & c/h/ipſi f: eſt igitur vt a/b/ad c/d, ſic a/g/ ad c/h, hoc eſt, ſicut totum a/b/ ad totum c/ d, ſic ablatum a/g/ ad ablatum c/h. Et reliquum itaque g/b/ad reliquum h/d/erit ſicut totum a/b/ad totum c/d: per decimamnonam ipſius quinti. Prima autem a/b/maior eſt tertia c/d: & ſecunda itaque g/b, maior erit quarta h/d, per ipſam decimamquartam eiuſdem quinti. Porrò a/ g/ æqualis eſt ipſi e: & c/ h/ ipſi f, per conſtructionem. Binæ igitur a/ g/ & f, duabus c/h/ &/e, ſunt per ſecundam communem ſententiam æquales. Si autem inæqualia æqualibus adiungantur, omnia erunt inæqualia: per quartam communem ſentẽtiam. Et quoniam ipſis a/g/ & f/ additur g/ b, ipſis autem c/ h/ & e/additur h/d, & maior eſt g/b/ipſa h/ d: maiores ergo ſunt a/b/maxima & f/minima, reliquis c/d/ & e/ magnitudinibus. Quod receperamus oſtendendum.



∴ ∴ ∴

Quinti Libri Geometricorum Elementorum

FINIS.

Orontij Finei Delphinatis, Regii Mathematicarvm Professoris, In Sextum elementorum Euclidis, Demonſtrationes.

ΕΥΚΛΕΙΔΟΥ ΣΤΟΙΧΕΙΟΝ ΕΚΤΟΝ.

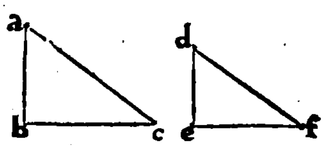
Ὅροι ε.

Ομοια σχήματα εὐθύγραμμα ἐστὶν, ὅσα τάς τε γωνίας ἔχει κατὰ μίαν, καὶ τὰς περὶ τὰς ἴσας γωνίας πλευρὰς, ἀνάλογον.

¶Diffinitiones 5.

1 Similes figuræ ſunt, quæ & angulos æquales habẽt ad vnum, & quæ circa angulos æquales ſunt latera proportionalia.

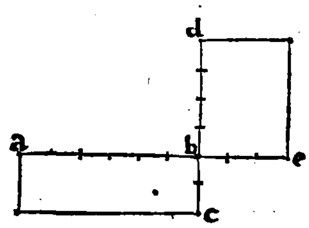
Vtpote, ſi fuerint bina triangula a/b/c, & d/e/f/ inuicem æquiangula: fuerítque angulus qui ad a/ æqualis angulo qui ad d, & qui ad b/ eſt angulus ei qui ad e, atque is qui ad c/ angulo qui ad f/ reſpõdenter æqualis. ſítque inſuper vt a/b/ latus ad b/c, ſic d/e/ ad e/f: vtq; b/c/ ad c/a, ſic e/f/ ad f/ d: atque demum ſicut c/a/ ad a/b, ſic f/d/ ad d/e. Huiuſcemodi nanque triangula, ſimilia nuncupamus: etiam ſi fuerint inæqualia.



¶Ἀντιπεπονθότα δὲ σχήματά ἐστιν, ὅταν ἑκατέρῳ τῶν σχημάτων ἡγούμενοί τε καὶ ἑπόμενοι λόγοι ὦσιν.

2 Reciprocæ autem figuræ ſunt, quando in vtraq; figura antecedẽtes & conſequentes termini rationales fuerint.

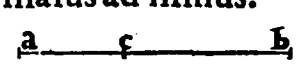
De rectilineis videtur intelligere figuris. quemadmodùm ſi duorum rectilineorum & æquiangulorum a/ b/c/ & d/b/e, angulũ qui ſub a/b/ & b/c, ei qui ſub d/b/ & b/e/ cõtinetur ęqualem habẽtium: fuerit ſicut latus a/b/ ad latus b/d, ſic latus e/ b/ ad latus b/c: aut ſicut a/b/ ad b/e, ſic d/b/ ad b/c. Tali nanq; modo fit antecedentium & conſequentium terminorum, hoc eſt comparatorum adinuicem laterũ, quæ circum æquales angulos, reflexa proportio, reciprocáve rationum ſimilitudo: dicũtúrque eiuſcemodi figuræ, cùm adinuicem comparantur, reciprocæ.



¶Ἄκρον καὶ μέσον λόγον εὐθεῖα τετμῆσθαι λέγεται, ὅταν ᾖ ὡς ἡ ὅλη πρὸς τὸ μεῖζον τμῆμα, οὕτως τὸ μεῖζον πρὸς τὸ ἔλασσον.

3 Per extremam & mediam rationẽ, recta linea diuidi dicitur: quãdo fuerit ſicut tota ad maius ſegmentum, ſic maius ad minus.

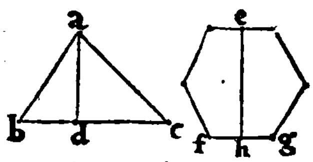
Vtpote, ſi data recta linea a/b/ diuidatur in puncto c: fuerítque vt tota a/b/ ad ſegmentum maius b/c, ſic idem ſegmentum b/c, ad reliquum c/a.



¶Ὕψος ἐστὶ, παντὸς σχήματος ἡ ἀπὸ τῆς κορυφῆς ἐπὶ τὴν βάσιν κάθετος ἀγομένη.

4 Altitudo eſt, vniuſcuiuſque figuræ à vertice ad baſin perpendicularis deducta.

Exempli gratia, trianguli a/ b/ c/ altitudo erit a/ d/ recta linea, ab a/ vertice ad basin b/c/ perpendiculariter incidens. Et hexagoni e/f/g/ altitudinem ostendet perpendicularis e/h, quę ab e/vertice, in basin f/g/ deducitur.



Λόγος ἐκ λόγων συγκεῖσθαι λέγεται, ὅταν αἱ τῶν λόγων πηλικότητες ἐφ' ἑαυτὰς πολλαπλασιασθεῖσαι, ποιῶσι τινάς.

Ratio ex duabus rationibus, aut ex pluribus cōstare dicitur: quādo rationū quātitates multiplicatæ, aliquam efficiunt quātitatem. 5

De cōpositione rationum, interpretatio notanda.

Expressimus diffinitione tertia libri quinti, quidnā rationē adpellemus: quot insuper rationū fuerint species siue differentiæ, atq; singula in vniuersum comprehensa rationū discrimina. Nunc porrò diffinit Euclides, quonā modo ratio ex rationibus cōponi, seu constare dicatur. Ea nanq; ratio ex rationibus constat, siue cōponitur: quarū quantitates inuicē multiplicatæ illam efficere videtur. De ea rationis cōpositione, seu rationalium terminorū illatione, hic minimè velim intelligas: quam decimaquarta libri quinti diffinitione, cōpositam rationem adpellauimus: acceptionem videlicet antecedentis cum consequente, sicut vnius, ad ipsum consequens. Aliud siquidem est, rationē ex rationibus cōponere: aliud verò in proportionibus, à diuisis rationum terminis ad coniunctos siue compositos, rationum subinferre similitudinem.

Diffinitionis interpretatio

Ait igitur Euclides, rationem ex binis aut pluribus rationibus componi, siue constare: cùm datarū rationum quantitates fuerint adinuicē multiplicatæ, & aliam quampiam genuerint rationis quantitatem. Ea enim quantitas, rationem exprimit, quæ ex datis rationibus procreatur. Fit autem huiuscemodi quātitatum multiplicatio, inter duarum tantummodò rationum quantitates.

Vbi plures duabus extiterīt rationes.

Nam vbi plures sese obtulerint rationes: ea in primis colligatur ratio, quæ ex multiplicatione duarum primarum quantitatū generatur. Ex hac postmodùm ratione & sequente tertia, alia ratio procreanda est. Hinc rursum, per quantitatū huiusce rationis & succedentis quartæ multiplicationem, consurgēs ratio tandem eliciatur. Idque deinceps, pro datarum rationum multitudine: siue datæ rationes eiusdem, aut diuersæ fuerint speciei, & sub continua aut discontinua, ordinatáve seu perturbata proportione constitutæ.

Notandum.

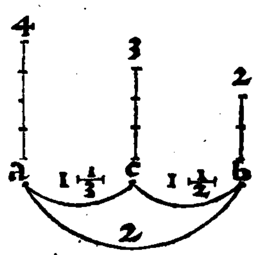
Adde quòd hæc intelligenda sunt de rationibus omnino maioris, vel omnino minoris inæqualitatis. Nam si vna propositarum rationum foret maioris, altera verò minoris inæqualitatis (de quibus tertia diffinitione libri quinti) tunc quantitas maioris, per quantitatem minoris veniret diuidenda: resultans enim quantitas, procreatam inde rationem ostendet.

Quęnam sint rationū quantitates.

Quantitates autem rationum hic vocat Euclides, non eas quæ sub datis continentur rationibus: sed numeros, à quibus rationes ipsæ denominantur. Vt duo, à quibus dupla: tria, à quibus tripla: & quatuor, vnde quadrupla ratio in multiplicibus exprimitur. Aut in superparticularibus vnum & dimidium, à quo sesqualtera: vnum & tertium, à quo sesquitertia: vnum insuper & quartum, vnde sesquiquarta ratio nomenclaturam accipit. Item vnum & duo tertia, vnde rationem superbipartientem tertias: atque vnum & tria quarta, ex quibus supertripartientem quartas in superpartientibus adpellamus. Haud alienum habeto iudicium, de rationibus ex multiplici & superparticulari ratione, aut ex multiplici & superpartiente compositis: & datis quibuscunque singularum quinq; rationalium specierum differentijs.

Exēplū vbi ratio multiplex ex binis cōponitū rationib⁹.

ESTO, LVCIDIORIS INTELLIGENTIAE GRATIA, DAta in exemplum ratio multiplex, ipsius inquàm a/ad b/dupla: ponatúrq; inter a/& b, alia quædā magnitudo c, subsesquitertia ipsius a, & sesqualtera ipsius b. Aio rationem a/ad b, componi siue constare, ex ratione a/ ad c, & ratione c/ad b. Nam si quantitas rationis a/ad c, vtpote vnum & tertium, per rationis quantitatem ipsius c/ad b, vnum inquàm & dimidium multiplicetur: prouenient duo, à quibus dupla ratio (quā habet a/ad b) nominatur.

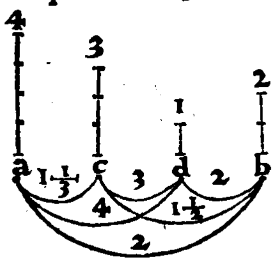


Exēpli demōstratio.

Cùm enim c/magnitudo ad a/magnitudinem sit subsesquitertia, ad b/autem sesqualtera: qualium igitur partium c/est trium, talium necessum est a/fore quatuor, & b/duarū similium. Habet igitur a/ad b/rationem, quam quatuor ad duo: & proinde duplam, ex sesquitertia ipsius a/ad c,

& sesqualtera ipsius c/ad b/resultantem. ¶Sit rursum in maiorem expressionem, inter c/& b/alia quædam magnitudo d, subtripla ipsius c, ipsius autem b/subdupla. Aio quoq; rationē a/ad b, ex rationibus a/ad c, & c/ad d, atque d/ad b/constare. Duco enim vnum & tertiū rationis a/ ad c/ denominatorem, in tria denominatorem triplæ, quæ est c/ad d: fient quatuor, ostēdentia a/ad d/quadruplam obtinere rationem. Et quoniā d/ad b/ ratio minoris est inæqualitatis, nempe subdupla: diuidam quatuor, à quibus nominatur quadrupla, per duo ipsius subduplæ denominatorem: prouenient enim duo, duplā (quæ est ipsius a/ad b) rationem denominantia. Nam cum d/ subduplum sit ipsius b, & subtriplum ipsius c: qualium igitur d/est vnum, talium b/est duorum, & c/trium similium. Item quoniam a/ad c/est sesquitertiū: qualium propterea c/ est trium, a/erit quatuor. Sed qualium c/est trium, b/duorum esse deductum est: qualium itaq; b/est duorum, a/quatuor erit similium. Quatuor rursum ad duo, rationem habent duplam, qualem a/ad b/obtinere supposuimus.

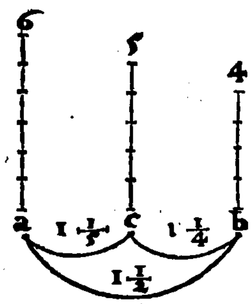
Exemplū vbi tres rationes (quarum vna minoris est inæqualitatis) eandem cōponunt multiplicem.



Ostensio eiusdem exēpli.

¶Sed demus exemplum in ratione superparticulari: sitq; a/ad b/sesqualtera, ad c/autem sesquiquinta, & c/ad b/sesquiquarta. Dico rationem sesqualteram, ex sesquiquarta & sesquiquinta resultare. Si nanque multiplicaueris vnum & quartum, per vnū & quintum: proueniet vnum & dimidium, à quibus sesqualtera ratio denominatur. Cùm enim c/subsesquiquintum sit ipsius a, & sesquiquartū ipsius b: qualiū ergo partiū c/est quinq;, talium a/erit sex, & b/quatuor similiū. habent autem sex ad quatuor, veluti a/ad b/rationem sesqualteram.

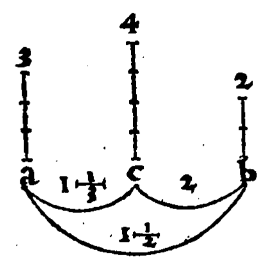
Exemplū de ratione superparticulari.



Inductio.

¶Quòd si c/magnitudo fuerit ipsius a/sesquitertia, & dupla ipsius b, vt in secūda figura: nō multiplicabis vnum & tertium subsesquitertiæ (quæ est a/ad c) denominatorem, per duo, à quibus dupla ratio ipsius c/ ad b/denominatur. Diuides itaque duo, per vnū & tertium: propterea quòd a/ad c/ratio minoris sit inæqualitatis. Vnum igitur & tertium, efficiunt quatuor tertia: duo autem, tertia sex. Diuide itaque sex per quatuor: proueniet vnum & dimidium, sesqualteræ rationis (quæ est a/ad b) denominator. Nam cùm c/ ad a/ sit sesquitertium, ad b/ autem duplum: qualium proinde partium c/est quatuor, talium a/est trium, & b/duarum similium. Ratio igitur a/ad b, est vt tria ad duo, quæ sesqualtera nuncupatur.

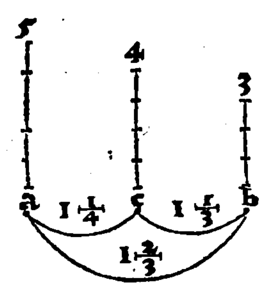
Aliud exēplū superparticularis, vbi vna rationū minoris est inæqualitatis.



Exēpli declaratio.

¶Idem in superpartiente ratione tandē obseruari videbis. Sit enim a/ ad b/ superbipartiens tertias: & inter a/& b/incidat c, subsesquiquartum ipsius a, & sesquitertium ipsius b. Dico iam rationē a/ad b, componi ex ratione a/ad c/sesquiquarta, & sesquitertia ipsius c/ad b. Multiplicetur enim vnum & quartum, per vnum & tertium: fiet vnū & duo tertia, vnde superbipartiēs tertias (quæ est ipsius a/ad b) denominatur. Oportet enim propter rationum hypotheses, qualium partium c/ fuerit quatuor, talium b/fore trium, & a/quinque similium. Quinque porrò ad tria, eam seruant rationē, quam a/ad b: nēpe superbipartiētem tertias.

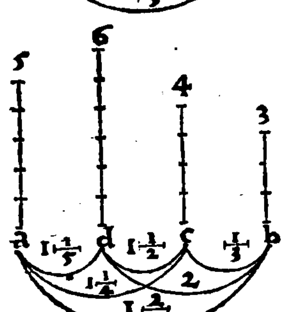
Exēplū de superpartientis cōpositione.



Ostensio exēpli.

¶Quòd si inter a/& c/inciderit magnitudo d, sesquiquinta ipsius a, & ipsius c/sesqualtera. Ratio a/ad b, ex rationibus a/ ad d, & d/ ad c, atq; c/ad b/itidem componetur. Duco enim vnum & tertium rationis c/ad b/denominatorem, in vnum & dimidium denominatorē rationis quam habet d/ad c: fient duo, à quibus ratio d/ad b/denominatur, vtpote dupla. At quoniā a/ad d/ratio minoris est inæqualitatis, nēpe subsesquiquinta: diuidam ipsa duo per vnum & quintum, in hunc modum. vnum & quintum, efficiunt quinta sex: & duo, vertuntur in decem

Aliud superpartiētis exēplum, vbi vna rationū minoris est inæqualitatis.



Sūmaria exē pli recollectio

quinta. Diuido ergo decem per sex: proueniunt vnum & duo tertia, à quibus ratio a/ad b/ denominanda est, quæ superbipartiens tertias adpellatur. Idem quoque per superius expressam partium cum rationibus datis, & rationū cum partibus respondentiam, deducere vel facilè licebit: qualium enim partium c/fuerit quatuor, & d/sex, talium b/erit trium, & a/ quinque similium. Hinc rursum cōsurgit a/ad b/ratio, vt quinque ad tria.

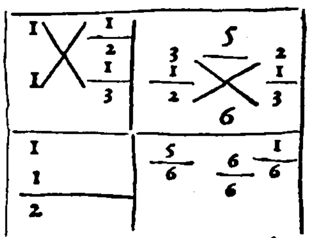
Notandum.

¶Porrò si forsitan in hac partium quotarum, seu fractionum vulgarium multiplicatione minus fueris exercitatus: cōsulito librū secundū nostræ Arithmeticæ practicæ. Nec volumus te latere, huiusce modi quantitatum (à quibus datæ rationes nominantur) tum expressionem, tum etiā multiplicationem, per astronomicas, hoc est sexagenarias integrorum fractiones (quæ scrupula, seu minuta vocant) indifferenter absolui posse: de quibus libro tertio eiusdem Arithmeticę nostræ abundè tractauimus. Est enim sexagenarius numerus, propter partiū quotarum in eo contentarum multitudinem, omnibus rerum supputationibus indifferenter adcōmodus.

De fractionū astronomicarū cōmoditate in rationū cōpositionib⁹

Primi exēpli supputatio, p fractiones vulgares.

¶Conferamus in exemplum vtrunq; calculum: & primam rationis compositionem, vbi rationem a/ad b/duplam, ex sesqualtera & sesquitertia cōstare monstrauimus, rursum examinemus. Multiplico itaque vnum & dimidium, per vnum & tertiū, in hunc qui sequitur modum. Duco primùm integra in sese: fit vnum integrū. Deinde numeratorem fractionis multiplicandæ, in integrum multiplicantis: atque numeratorem multiplicātis, per integrū multiplicandæ: procreabuntur enim fractiones prioribus haud dissimiles, vtpote dimidiū, & vnum tertium, quę reducta ad vnam fractionem simplicem, efficiunt quinque sexta. Tandem multiplico fractiones ipsas adinuicem, numeratores quidem per sese, atque denominatores: fiet vnum tantummodò sextum. Compono vnū sextum & quinque sexta: consurgunt sexta sex, quæ vnum valēt integrum priori integro adijciendum. Resultabunt itaq; duo integra, à quibus proposita ratio dupla denominatur.



Eiusdē exempli supputatio, p fractiones astronomicas.

¶Verùm idē per astronomica inquiramus scrupula siue minuta. Denominator itaque sesqualteræ rationis, erit vnum integrum, & triginta integri minuta: ipsius verò sesquitertiæ rationis denominator, vnum itidem integrum & minuta viginti. Sunt enim triginta, dimidium: viginti autem, tertiū sexagenarij numeri. Duco igitur triginta minuta, in minuta viginti: fiunt secūda sexcēta, quæ diuisa per sexaginta, restituunt decē minuta. hæc subscribo suo loco. Deinde multiplico vnū integrū per ipsa viginti minuta: redeunt minuta viginti. hæc noto sub priorib⁹ decem minutis. Postea duco triginta minuta in vnum integrū: restituuntur minuta triginta (nam fractio per integra multiplicata, similem videtur producere fractionē) Quibus subnotatis, multiplico integra adinuicē, & vnū tantummodò restituitur integrum. Compono tādem decem, viginti & triginta minuta, consurgūt sexaginta, quæ vnum valent integrum priori demum adiungendum. Proueniunt igitur ex hac quātitatum multiplicatione duo integra, à quibus dupla ratio (quæ erat a/ad b/) venit denominanda. In cæteris respondenter facito, siue vulgaribus, siue astronomicis iuuet vti fractionibus.

Integra.	Minuta.	Secūda.
1	30.	00
1	20.	00
	10	~~6~~00
	20	10
1	30	~~6~~~~0~~0
2		6

Alius modus cōponēdi rationes adinuicem.

¶EST ET ALIVS RATIONALIVM QVANTITATVM multiplicandi modus, ipsis potissimum numeris, ad numerúmve relatis quantitatibus peculiaris: siue numeri ipsi in maioris aut minoris inæqualitatis ratione proponantur. Nam ex eorundem numerorum sub datis rationibus constitutorum multiplicatione, numeri procreantur, sub composita, vel inde constante ratione se habentes. Multiplicandi sunt itaq; primū antecedentes numeri adinuicem, & antecedens ipsius compositæ rationis efficietur. Deinde consequentes itidem inter sese ducendi, vt consequens eiusdem rationis generetur.

Primū exemplū de cōpositione multiplicis.

¶Repetatur in maiorem singulorum euidentiam, antecedentis primæ compositionis exemplum: sintq; rursum numeri, tria ad duo in ratione sesqualtera, & quatuor ad tria in sesquitertia ratione constituti. Duc igitur anntecedentes numeros inter sese, vtpote quatuor in tria: fient duodecim, quæ pro generatæ rationis antecedente subnotabis. Postea consequentes, hoc est tria & duo, inuicem mulplicato:

Ratio	sesqualtera.	3——2
	sesquitertia.	4——3
Dupla ex eisdē cōposita.		12——6

fient sex, eiusdē productę rationis consequentē exprimētia numerū. Atqui duodecim ad sex, duplam constat obtinere rationem, ex sesqualtera & sesquitertia resultantē. ¶Sint rursum binæ rationes, altera quidem subsesquitertia, vt trium ad quatuor: altera verò dupla, veluti quatuor ad duo. Si compositā ex his volueris obtinere rationem, ducito tria in quatuor, vnum videlicet antecedentium in reliquum: fient duodecim. Postmodùm ipsa consequentia inuicē multiplicato, vtpote quatuor in duo: fient octo. Porrò duodecim ad octo, sesqualterā rationem obseruant, qualem exemplo quarto (denominatorem duplæ, per ipsius subsesquitertiæ denominatorem diuidendo) reperimus.

Secūdū exēplū, de cōpositione superparticularis.

Subsesquitertia.	3—4
Dupla.	4—2
Sesqualtera ratio.	12—8

¶Haud dissimiliter ex sesquiquarta & sesquitertia, veluti quinq; ad quatuor, & quatuor ad tria, superbipartiens tertias producetur: quemadmodùm obiecta mōstrat formula. Ex antecedentium nanq; multiplicatione, fient viginti: ex multiplicatione verò consequentium, duodecim. continent autē viginti semel duodecim, & duo insuper eorundem tertia.

Tertiū exemplū de cōpositione superpartientis.

Ratio	sesquiquarta.	5—4
	sesquitertia.	4—3
Superbipartiens tertias.		20—12

¶Et proinde non minus facilè colligem⁹, ex quintupla & subdupla ratione, conflari duplam sesqualterā: necnon ex dupla & sesquitertia, duplam superbipartientem tertias resultare. Sed hæc de rationum compositione, siue rationalium quantitatum multiplicatione, sint satis.

Ratio	Quintupla.	5—1	Ratio	Dupla.	2—1
	Subdupla.	2—4		Sesquitertia.	4—3
Dupla sesqualtera.		10—4	Dupla supbiptiēs tertias		8—3

Corollarium.

¶HINC FIT MANIFESTVM QVOD SI A QVALIBET RAtione composita, vnaquæq; componentium subtrahatur: prosiliet ipsarum componentium reliqua. Subtrahitur quidem ratio, non omnis indifferenter à qualibet: sed minor tantùm à maiori. Hæc autem rationum disgregatio per diuisionem, sicuti compositio per multiplicationem absoluitur: idq; rursum dupliciter.

De subtractione rationū adinuicē.

¶In primis enim si compositæ rationis denominatorem, per denominatorem alterius componētium diuiseris: habebis reliquæ rationis denominatorem, siue numeros in relicta ratione cōstitutos. Oportet autē (vbi alterius vel vtriusq; rationis denominator, integro & fracto exprimetur numero) ipsa integra ad simile genus denominationis cum propria, vel occurrente fractione reducere: postea numeratorē diuidendæ rationis, per communē multiplicare denominatorem, fiet enim relictæ rationis numerator. Deinde numeratorem diuidentis, in eundem communem denominatorem ducere, nam eiusdem relictæ rationis prodibit denominator. Quemadmodùm ex secundo libro nostræ deprehendere potes Arithmeticæ.

Prim⁹ modus

¶Resumatur in exemplū ratio dupla, ex sesquitertia & sesqualtera resultans: sitq; propositam alteram componentium, vtpote sesquitertiam, ab ipsa dupla ratione subducere. Denominator itaq; sesquitertię, est vnum & tertium, quę quatuor efficiūt tertia: duo autē, à quibus dupla denominatur ratio, conficiunt tertia sex. Diuide itaq; sex tertia, per quatuor tertia, in hunc modū. Duc sex in tria, fient decem & octo: & rursum quatuor per tria multiplicato, fient duodecim. Et quoniam decem & octo continent semel duodecim, & alteram eorundem partem: relicta itaq; ratio, sesqualtera est.

Primū exemplum.

$$\frac{6}{3} \times \frac{4}{3} \qquad \frac{18}{12}$$

¶Detur rursum sesqualtera ratio, à qua velis auferre sesquiquintam. Ex vno itaq; & dimidio, à quibus sesqualtera denominatur, fiunt tria secūda: ex vno autem & quinto, ipsius sesquiquintæ denominatore, fiunt quinta sex. diuidenda sunt igitur tria secunda, per sex quinta. Duc itaq; tria in quinq;, fient quindecim: postea sex in duo multiplicato, prouenient duodecim. Et quoniam quindecim ad duodecim rationem habent sesquiquartā: idcirco relicta ratio sesquiquarta dicetur. Nam ex sesquiquarta & sesquiquinta ratione, sesqualtera (veluti suprà deduximus) generatur.

Secundum exemplum.

$$\frac{3}{2} \times \frac{6}{5} \qquad \frac{15}{12}$$

¶POTERIS ET IDEM PER NVMEROS IN DATIS RATIOnibus constitutos respondenter absoluere. Dētur enim rursum numeri, sub antecedentibus rationibus cōstituti, vtpote duo ad vnum in dupla, & quatuór ad tria in sesquitertia ratione se habentes: sitque veluti prius, sesquitertia ab ipsa dupla ratione subducēda. Scribatur

Alius subtrahendi modus rationes adinuicem.

in primis sesquitertia, sub eadẽ ratione dupla. Postea multiplicato duo in tria,hoc est,antecedẽs diuidendæ rationis,in consequẽs diuidẽtis:fiẽt sex. Rursum ducito vnũ in quatuor,vtpote consequẽs ipsius diuidendæ rationis,in diuidentis antecedens: fient quatuor. A ratione igitur quam habent sex ad quatuor,relicta ratio denominanda est:quæ rursum offenditur sesqualtera. ¶Subducamus rursum ad maiorem singulorum respondentiam,à sesqualtera ratione,præfatam rationem sesquiquintam. Propone itaque tibi numeros sub datis rationibus constitutos:vtpote,tria ad duo in sesqualtera, & sex ad quinque in sesquiquinta. Et posita sesquiquinta sub sesqualtera,ducito tria in quinque:fient quindecim. postea multiplicato duo per sex,prouenient duodecim. Habent autem quindecim ad duodecim,rationem sesquiquartam, qualem superius offendimus. Haud aliter,de cæteris quibuscunq; inuicem subducendis facito rationibus. & si minus in hoc genere calculi fueris exercitatus, ad caput secundum libri quarti ipsius Arithmeticę nostræ cõfugito.

2	1	Dupla,diuidenda.
4	3	Sesquitertia.
6	4	Sesqualtera,relicta.

Aliud exẽplũ

3	2	sesqualtera ratio.
6	5	sesquiquinta.
15	12	sesquiquarta.

Θεώρημα α, Πρόθεσις α.

ΤΑ τρίγωνα καὶ τὰ παραλληλόγραμμα, τὰ ὑπὸ τὸ αὐτὸ ὕψος ὄντα, πρὸς ἄλληλά ἐστιν ὡς αἱ βάσεις.

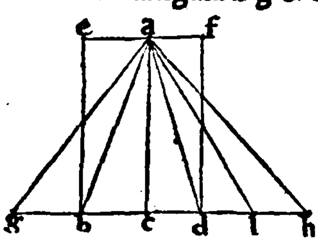
Theorema 1, Propositio 1.

TRiangula & parallelogramma, quæ sub eadem sunt altitudine:ad se inuicem sunt,vt bases. 1

ORONTIVS. ¶Sint bina triangula a/b/c/& a/c/d,totidémque parallelogramma e/c/quidem atque c/f, sub eadem altitudine, seu perpendiculari ex a/ vertice in b/d/ basin incidente constituta. Aio triangulum a/ b/c/ ad triangulum a/c/d/se habere,veluti basis b/c/ad basin c/d. Cùm enim e/c/ & c/f/ parallelogramma,in eadem sint altitudine:in directum est igitur e/a/ipsi a/f,atque b/c/ipsi c/d,& proinde e/f/ipsi b/d/parallela. Producatur igitur recta b/d/ ex vtraque parte in cõtinuum rectũmq;,ad g/& h/puncta:per secundum postulatum. Secetur deinde b/g/ æqualis ipsi b/c,necnon d/l/& l/h/ipsi c/d/æquales:per tertiam primi. & per primũ postulatũ,connectantur a/g,a/l,& a/h/lineæ rectæ. Cùm itaq; g/b,ipsi b/c/ sit æqualis:erunt triangula a/g/b/& a/b/c/in basibus æqualibus,& in eisdem parallelis e/f/& g/h/constituta,& propterea inuicem æqualia:per trigesimamoctauã primi. & proinde a/c/d,a/d/l/& a/l/h/triangula,æqualia quoq; erunt adinuicem. Quotuplex igitur est g/c/basis,ipsius b/c:totuplex est triãgulũ a/g/c,ipsius a/b/c/triãguli. quotuplex rursum est c/h/basis ipsius c/d: totuplex est & a/c/h/triangulum, ipsius trianguli a/c/d.

Figuræ cõstitutio.

Prima deductio theorematis,de triangulis.



Si basis itaq; g/c,maior est basi c/h: erit a/g/c/triangulum,triangulo a/c/h/proportionaliter maius. Et si g/c/& c/h/bases,fuerint inuicem æquales: erunt a/g/c/& a/c/h/triangula,æqualia quoque adinuicem. Quòd si basis g/c,minor extiterit basi c/h: erit & a/ g/ c/ triangulum, ipso a/c/h/ triangulo æquè itidem minus. Quatuor itaque magnitudinum, duarũ inquàm basium b/c/& c/d, totidémq; triangulorũ a/b/c/& a/c/d, sumpta sunt æquè multiplicia primæ & tertiæ: necnon secundæ & quartæ, alia vtcunque æquè multiplicia. Et sicut multiplex primæ magnitudinis,ad multiplex secundæ,hoc est,g/c/basis,ad basin c/h: sic multiplex tertiæ, ad multiplex quartæ,vtpote a/g/c/triangulum,ad triangulum a/c/h,se habere præostensum est. Sicut

g/c.	c/h.	a/g/c.	a/c/h.
b/c.	c/d.	a/b/c.	a/c/d.

igitur prima, ad secundam prædictarum magnitudinum, sic tertia ad quartam: per sextã ipsius quinti diffinitionẽ. Vt basis ergo b/c, ad basin c/d: sic triangulum a/b/c, ad triangulũ a/c/d. Quod prius veniebat ostendendum. ¶ Insuper quoniam a/b/c/ triangulum, & parallelogrammũ e/c, in eadem sunt basi, & in eisdem parallelis cõstituta: duplum est e/c/ parallelogrammum ipsius a/b/c/ triãguli, per quadragesimã primam primi: & propterea c/f/ parallelogrammum, ipsius trianguli a/c/d/ itidem duplum. Sunt igitur e/c/ & c/f/ parallelogramma, ipsorum a/b/c/ & a/c/d/ triangulorum æquè multiplicia. Partes autem æquè multiplicium eandem rationem habent sumptæ adinuicem: per decimamquintam quinti. Vt igitur a/b/c/ triangulũ, ad triãgulum a/c/d: sic parallelogrammum e/c, ad c/f/ parallelogrammum. Ostensum est

Secunda theorematis resolutio, de parallelogrammis.

b/c. c/d	a/b/c. a/c/d	e/c. c/f.

autem a/b/c/ triangulum, ad triãgulum a/c/d/ se habere, veluti b/c/ basis, ad basin c/d. Binæ itaque rationes, vtpote b/c/ basis, ad basin c/d, atque parallelogrammi e/c/ ad c/f/ parallelogrammum, eædem sunt cum ratione ipsius a/b/c/ trianguli, ad triãgulum a/c/d. Quæ autem eidem sunt eædem rationes, & adinuicem sunt eædem: per vndecimã eiusdem quinti. Est igitur vt basis b/c, ad basin c/d: sic parallelogrammum e/c, ad c/f/ parallelogrammum. Poterit & ipsorum parallelogrammorum ratio, quemadmodùm & triangulorũ, seorsum demonstrari: descriptis super g/b, d/ l, & l/h/ basibus, & in eadem altitudine parallelogrammis.

Notandum.

Triangula itaque & parallelogramma, quæ sub eadem sunt altitudine: ad se inuicem sunt, vt bases. Quod erat ostendendum.

Θεώρημα β, Πρότασις β.

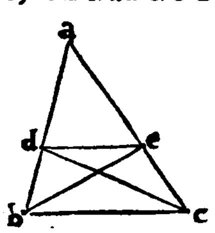
Ἐὰν τριγώνου παρὰ μίαν τῶν πλευρῶν ἀχθῇ τις εὐθεῖα παράλληλος, ἀνάλογον τεμεῖ τὰς τοῦ τριγώνου πλευράς: καὶ ἐὰν αἱ τοῦ τριγώνου πλευραὶ ἀνάλογον τμηθῶσιν, ἡ ἐπὶ τὰς τομὰς ἐπιζευγνυμένη εὐθεῖα, παρὰ τὴν λοιπὴν ἔσται τοῦ τριγώνου πλευρὰν παράλληλος.

Theorema 2, Propositio 2.

2 SI trianguli ad vnum laterum acta fuerit aliqua recta linea parallela: proportionaliter secat ipsius triãguli latera. Et si trianguli latera proportionaliter secta fuerint: ad segmenta cõnexa recta linea, parallela ad reliquum erit ipsius trianguli latus.

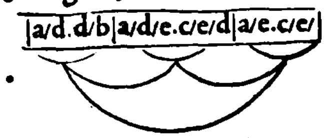
ORONTIVS. ¶ In triãgulo enim a/b/c, agatur recta d/e, ipsi b/c/ lateri parallela. Dico quòd ipsa d/e, secat a/b/ & a/c/ latera proportionaliter: sicut quidem a/d/ ad d/b, sic a/e/ ad e/c. Connectantur enim b/e/ & c/d/ lineæ rectæ: per primũ postulatum. Erunt itaque b/d/e/ & c/e/d/ triangula, in eadem basi d/e, ac in eisdẽ parallelis b/c/ & d/e: & proinde inuicem æqualia, per trigesimamseptimã primi. Est autẽ & a/d/e, aliud quoddam triangulum. Idem porrò triangulum, ad æqualia triangula eandem habet rationem: per septimam quinti. Ergo sicut a/d/e/ triangulum, ad triangulum b/d/e: sic idem triangulum a/d/e, ad c/e/d/ triangulum. Est autem a/ d/ e / triangulum, ad triangulum b/ d/ e, veluti basis a/ d/ ad basin d/ b: per primam huius sexti. sunt enim sub eodem vertice e, & proinde sub eadem altitudine. Et sicut igitur basis a/d, ad basin d/ b: sic a/d/e/ triangulum, ad triangulum c/ e/ d, per vndecimam quinti. Sicut rursum a/d/e/ triangulum, ad triangulum c/e/d: sic basis a/e, ad basin e/c, per eandem primã huius sexti. sunt enim a/d/e/ & c/e/d/

Prima theorematis pars.



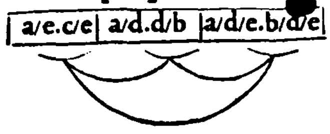
a/d. d/b	a/d/e. b/d/e	a/d/e. c/e/d

triangula,sub eodem vertice d:& sub eadem consequẽter altitudine. Et sicut igitur

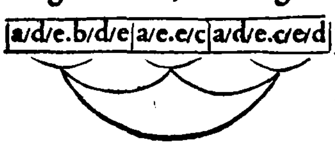


a/d/basis,ad basin d/b:sic basis a/e,ad basin e/c,per eandem vndecimam quinti.Secat ergo d/e/ parallela,ipsa a/ b/ & a/ c/latera,in punctis d/& e/ proportionaliter.

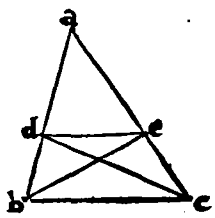
Partis secũdę demõstratio. ¶Sed iam esto vt a/d/ad d/b,sic a/e/ad e/c:& cõnectatur recta d/e,per primum postulatum.Aio versa vice,d/e/ipsi b/c/ fore parallelam. Cõnexis enim(veluti prius)b/e/atq; c/d/rectis,per idem primum postulatum:erit rursum,per primam huius sexti,triangulũ a/d/e/ ad triangulum b/d/e, veluti basis



a/d/ad basin d/b.At sicut a/d/ad d/b,sicper hypothesin a/e/ad e/c.Et sicut igitur per vndecimam quinti,a/e/ad e/c:sic a/d/e/triangulũ,ad triangulũ b/d/e.Sicut rursum per eandem primã sexti,a/e/basis,ad basin e/c: sic idem triãgulũ a/d/e,ad triangulum c/e/d.Et proinde sicut a/d/e/triangulũ,ad triangulum



b/d/e:sic idem triangulum a/d/e,ad triangulũ c/e/d,per vndecimã ipsius quinti.Idem ergo triangulum a/d/e,ad ipsa b/d/e/& c/e/d/ triangula,eandem habet rationem. Ad quæ autem triangula,idem triangulum eandem habet rationem:& ipsa sunt inuicem æqualia, per nonam eiusdem quinti.Aequũ est igitur b/d/e/triangulum, ipsi c/e/d/triãgulo.Quæ cùm in eadem sint basi d/e,& ad easdem partes:& in eisdem quoque sunt parallelis, per trigesimamnonã primi. Parallela est itaq; d/e, ipsi b/c. Si trianguli ergo ad vnum latus : &c. vt in theoremate. Quod demonstrare oportebat.



Θεώρημα γ, Πρότασις γ.

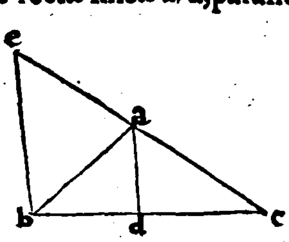
Ἐὰν τριγώνου γωνία δίχα τμηθῇ, ἡ δὲ τέμνουσα τὴν γωνίαν εὐθεῖα τέμνῃ καὶ τὴν βάσιν: τὰ τῆς βάσεως τὸν αὐτὸν ἕξει λόγον ταῖς λοιπαῖς τοῦ τριγώνου πλευραῖς. καὶ ἐὰν τὰ τῆς βάσεως τμήματα, τὸν αὐτὸν ἔχῃ λόγον ταῖς λοιπαῖς τοῦ τριγώνου πλευραῖς: ἀπὸ τῆς κορυφῆς ἐπὶ τὴν τομὴν, ἐπιζευγνυμένη εὐθεῖα, δίχα τέμνει τὴν τοῦ τριγώνου γωνίαν.

Theorema 3, Propositio 3.

SI trianguli angulus bifariam secetur,dispescens autem angulum recta linea secuerit & basin : basis segmenta eandem habebunt rationem,reliquis ipsius triãguli lateribus.Et si basis segmenta eandem habuerint rationem,reliquis ipsius trianguli lateribus:à vertice ad basin coniuncta recta linea, bifariam dispescit trianguli angulum. 3

ORONTIVS. ¶Sit datum a/b/c/ triangulum, cuius angulus b/a/c/bifariam secetur,per nonam primi:recta quidem a/d,basin ipsam b/c/itidem secante in puncto d.Aio quòd b/d/ad/d/c/se habet,vt b/a/ad a/c.Per datum enim punctum b,datæ rectæ lineæ a/d,parallela ducatur b/e, per trigesimamprimam primi : producatúrque c/a/recta,per secundum postulatũ,donec conuenerit in punctũ e/cum ipsa b/e,feceritq; triãgulũ b/e/c. Conueniet autem c/a/cum b/e, per quintum postulatũ: propterea quòd anguli e/b/c/& b/c/e;duobus rectis sunt minores. nã angulus e/b/c,exteriori & opposito a/d/c,per vigesimamnonam primi est æqualis:& duo anguli a/d/c/ & d/c/a/trianguli a/d/c,binis rectis minores existũt,per

Figuræ cõpositio.



ipsius primi decimamseptimã. His ita constructis, quoniam in parallelas a/d/& b/ e,rectæ incidunt a/ b/& e/c: æqualis est angulus a/b/e/ alterno b/a/d,necnon interior a/e/b/exteriori & ex opposito d/a/c,per vigesimamnonã primi. Atqui b/a/d/ & d/a/c/anguli,sunt inuicẽ per hypothesin æquales:duo itaq; anguli a/b/e/& a/e/b, æquales proinde sunt adinuicem.hinc latus a/b,lateri a/e,per sextam primi,æquale. Trianguli demũ b/e/c,ad latus b/e/acta est parallelus a/d,per constructionẽ: secat igitur a/d/proportionaliter ipsius trianguli latera,per secundam huius sexti, sicut quidem b/d/ad d/c,sic e/a/ad a/c. Ipsi porrò e/a,ostẽsa est æqualis b/a. æquales autẽ ad eandem,eandem habẽt rationem:per septimã quinti. Et sicut igitur b/d,ad d/c: sic b/a,ad a/c. ❡Sit autem vt b/d/ad d/c,sic b/a/ad a/c:& connectatur a/d/recta,per primum postulatum. Dico versa vice,quòd a/d/ recta bifariam discindit angulum b/a/c. Constructa enim vt prius figura, quoniam ex hypothesi receptum est,sicut b/d/ad d/c,sic b/a/ad a/c.sed per secundã huius sexti,sicut b/d/ad d/c,sic e/a/ad a/c: Prima partis ostensio. Pars secunda theorematis, conuersa primæ.

|b/a.a/c.| b/d.d/c.| e/a.a/c.|

in triangulo enim b/e/d, ad latus b/e/acta est parallelus a/d. Binæ itaq; rationes, b/a/inquàm ad a/c, & e/a/ ad a/c, eidem rationi b/d/ad d/c/ sunt eædem : & propterea eædem adinuicem,per vndecimam quinti. Et sicut igitur b/a/ad a/c,sic e/a/ad eandem a/c. Quæ autem ad eandem,eandem habent rationem:æquales sunt adinuicem, per nonam ipsius quinti. Aequalis est itaque b/ a,ipsi e/a:& proinde qui ad basin b/e/sunt anguli,adinuicem æquales,per quintam primi, hoc est, a/b/e/ipsi a/e/b. Et quoniam parallela est a/d/ipsi b/e, & in eas incidunt a/b/& e/c/lineæ rectæ:æqualis est angulus b/a/d/alterno a/b/e, necnon & exterior angulus d/a/c/interiori & opposito a/e/b, per vigesimamnonã ipsius primi. Ostensum est autẽ,angulos a/b/e/& a/e/b/fore inuicem æquales. quæ verò æqualibus æqualia sunt,ea quoq; inuicem sunt æqualia:per primæ communis sententiæ interpretationem. Aequalis est igitur angulus b/a/d,angulo d/a/c. Et proinde angulus b/a/c,sub a/d/recta bifariam discinditur. Si trianguli itaque angulus bifariam secetur:& quæ sequuntur reliqua. Quod demonstrandum susceperamus.

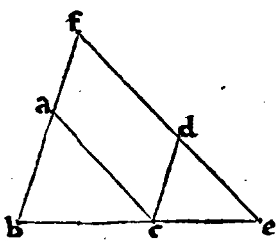
Θεώρημα δ', Πρόθεσις δ'.

Τῶν ἰσογωνίων τριγώνων, ἀνάλογόν εἰσιν αἱ πλευραὶ αἱ περὶ τὰς ἴσας γωνίας· καὶ ὁμόλογοι αἱ ὑπὸ τὰς ἴσας γωνίας ὑποτείνουσαι πλευραί.

Theorema 4, Propositio 4.

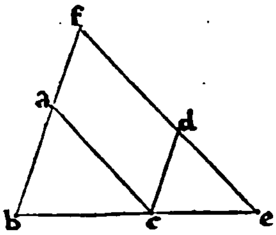
4 AEquiangulorum triangulorum, proportionalia sunt latera quæ circũ æquales angulos:& similis sunt rationis,quæ æqualibus angulis latera subtenduntur.

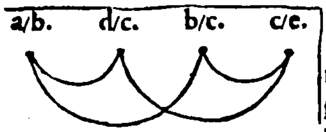
ORONTIVS. ❡Sint bina triangula inuicem æquiangula,a/b/c/& d/c/e:sitq; angulus a/b/c/æqualis angulo d/c/e,& b/a/c/angulus ipsi c/d/e,atq; a/c/b/ipsi angulo d/e/c. Aio latera ipsorum triangulorum a/b/c/& d/c/e/quæ circum æquales angulos,fore proportionalia:& quæ angulis subtenduntur æqualibus,eiusdem esse rationis. Constituatur enim b/c/latus,in directum ipsius c/e:id autem efficietur, cùm anguli b/c/d/& d/c/e/ binis rectis fuerint æquales,per decimamquartã primi. Producantur insuper b/a/& e/d/latera in rectũ & continuũ ad partes a/& d,per secundum postulatũ:donec tandem in vnum congrediantur punctũ. Id enim per quintum postulatũ euenire necessum est, propterea quòd anguli a/b/c/& a/c/b, duobus rectis per decimãseptimã primi Constructio figuræ.



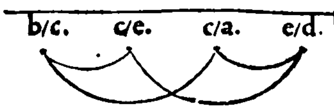
ſunt minores: & angulus d/e/c/angulo a/c/b/ per hypotheſin eſt æqualis. Ex quo fit, vt anguli a/b/e/ & d/e/b, eiſdem angulis a/b/c/ & a/c/ b/ ſint æquales: & proinde binis rectis itidem minores. Et quoniam ex hypotheſi angulus d/ c/ e, interiori & oppoſito ad eaſdem partes a/b/c/ eſt æqualis angulo, necnon & a/c/b/ipſi d/e/c/ itidem interiori & oppoſito æqualis: parallela eſt igitur c/d/ipſi b/f,& a/c/ipſi f/e,per vigeſimamoctauam primi. Parallelogrammum eſt itaq; a/c/d/f: & proinde a/c/latus oppoſito f/d/ æquale, ſimiliter & a/f/ipſi c/d,per trigeſimăquartă eiuſdē primi. His ita conſtructis,quoniă trianguli b/f/e, ad latus f/e,acta eſt parallela a/c: ſecat igitur a/c,ipſius trianguli latera proportionaliter,per ſecundă huius ſexti,ſicut quidem b/a/ad a/f, ſic b/c/ad c/e.& æqualis oſtenſa eſt a/f,ipſi c/d.æquales autem ad eandem, eandem

Demōſtratio theorematis.

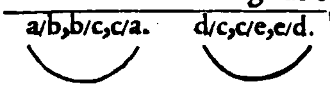




habent rationē:& eadem ad æquales, per ſeptimă quinti. Et ſicut igitur a/b, ad d/c:ſic b/c, ad c/e. Et permutatim inſuper,ſicut a/b,ad b/c:ſic d/c,ad c/e,per decimamſextam eiuſdem quinti. Item quoniam ipſius trianguli b/ f/ e, ad latus b/f, acta eſt parallela c/d :ſecat rurſum eadem c/d,eiuſdem trianguli latera proportionaliter,per eandem ſecundam huius



ſexti,ſicut quidē b/c,ad c/e:ſic f/d,ad d/e. Ipſi porrò f/ d, oſtēſa eſt æqualis a/c. Et ſicut igitur b/c,ad c/e:ſic c/a/ ad e/d,per eandē ſeptimă quinti. atq; rurſum permutatim,per ipſius quinti decimamſextă,ſicut b/c/ ad c/a:ſic c/e/ad e/d. Iam itaq; oſtēſum eſt,ſicut a/b/ad b/c/ſic d/c/ad c/e:ſicŭtq; b/c/ad c/a,ſic & c/e/ad e/d. Sunt igitur tres magnitudines a/b,b/c,& c/a:& aliæ eiſdē æquales nu



mero d/c,c/e,& e/d, cŭ duab⁹ ſumptis in eadē ratione.& ex æqua igitur ratione,erit ſicut b/a, ad a/c: ſic etiă c/d, ad d/e. Aequiăgulorŭ itaq; triangulorŭ a/b/c/ & d/c/e, proportionalia ſunt latera quæ circŭ æquales angulos:& ſimilis ſunt rationis quæ æqualibus angulis latera ſubtenduntur. Quod demonſtrandum fuerat.

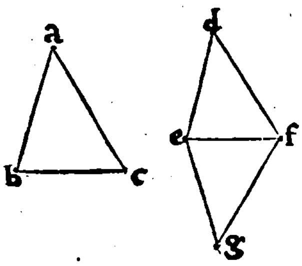
Θεώρημα ε, Πρόθεσις ε.

Ἐὰν δύο τρίγωνα τὰς πλευρὰς ἀνάλογον ἔχῃ, ἰσογώνια ἔσται τὰ τρίγωνα, καὶ ἴσας ἕξει τὰς γωνίας ὑφ᾽ ἃς αἱ ὁμόλογοι πλευραὶ ὑποτείνουσιν.

Theorema 5, Propoſitio 5.

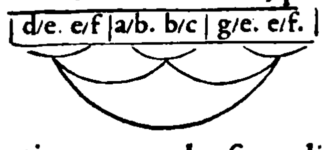
SI duo triangula,latera proportionalia habuerint:æquiangula erunt triangula,& æquales habebunt angulos ſub quibus eiuſdem rationis latera ſubtenduntur. 5

ORONTIVS. ¶Hæc eſt conuerſa præcedentis: quæ non potuit eadem figura,vel deductione(quemadmodùm ſecunda & tertia obſeruauimus propoſitione) demonſtrari. Sint igitur bina triăgula a/b/c/& d/e/f,habentia latera proportionalia:ſicut quidem a/b,ad b/c,ſic d/e/ad e/f,ſicŭtq; b/c/ad c/a,ſic e/f/ad f/d. Aio triangula ipſa a/b/c/& d/e/f, fore æquiangula: & æquales angulos comprehendere, ſub quibus eiuſdem rationis latera ſubtenduntur: vtpote, angulum a/b/c,æquum fore angulo d/e/f, & angulum b/c/a/angulo e/f/d, atque angulum b/a/c/angulo e/d/f.



Cōſtructio figuræ.

Ad datam enim rectam lineam e/f,& data illius puncta e/& f,datis angulis rectilineis a/b/c/& a/c/b,æquales anguli constituãtur, per vigesimamtertiam primi: f/e/g/ quidem ipsi a/b/c, & e/f/g/ ipsi a/c/b. Et quoniam anguli a/b/c/ & a/c/b, per decimamseptimam ipsius primi, binis rectis sunt minores: & f/e/g/ itaque ac e/f/g/ anguli binis itidem rectis minores erunt. Conuenient ergo tandem e/g/ & f/g/ rectæ lineæ, per quintum postulatum. Conueniant ad punctum g. triangulum erit igitur e/f/g: & reliquus angulus qui ad g, reliquo qui ad a/ æqualis, per corollariũ trigesimæsecundæ eiusdem primi, vnà cum ipsa tertia communi sententia. Aequiangula sunt itaque a/b/c/ & e/f/g/ triangula, & proinde latera ipsorum proportionalia, quæ circum æquales angulos: & similis sunt rationis, quæ æqualibus angulis latera subtẽduntur, per quartã huius Ostẽsionis deductio.



sexti. Est igitur sicut a/b/ad b/c/ sic g/e/ad e/f. sicut porrò a/b/ad b/c, sic est per hypothesin d/e/ ad ipsam e/f. Et sicut igitur d/e/ad e/f, sic g/e/ad eandem e/f, per vndecimam quinti. Quæ autem ad eandem eandẽ habent rationem, æquales sunt adinuicẽ, per nonam quinti: æqualis est igitur d/e, ipsi e/g. Haud dissimiliter ostendemus d/f, ipsi f/g/ æqualem. eadem enim e/f/ad vtranque, tum ex hypothesi, tum ex quarta huius sexti, eandem habet rationem: nẽpe quam b/c/ad c/a. Ad quas porrò magnitudines, eadem magnitudo eandẽ habet rationẽ, ipsæ sunt æquales, per eandem nonam quinti. Et quoniã æqualis est d/e/ ipsi e/g, vtrique autem cõmunis e/f: binæ itaq; d/e/ & e/f/ trianguli d/e/f, duabus f/e/ & e/g/ trianguli e/f/g/ sunt æquales altera alteri. & basis d/f, basi f/g/ æqualis. Angulus igitur d/e/f, angulo f/e/g/ sub æqualibus rectis comprehenso, per octauam primi, est æqualis. Nec dissimili via demonstrabimus, angulum e/d/f, angulo e/g/f æqualem: atq; e/f/d, ipsi e/f/g. semper enim ipsorum triangulorum bina latera, binis lateribus alterum alteri offendentur æqualia: necnon & basis, basi æqualis. Et cõtentos propterea sub æqualibus lineis rectis angulos, æquales habebunt: per eandẽ octauam primi. His præostensis, quoniam angulus d/e/f, æqualis est angulo f/e/g: eidẽ Resolutio theorematis. quoq; angulo f/e/g, æquus est per constructionem angulus a/b/c. Duo itaq; anguli a/b/c/ & d/e/f, eidem angulo f/e/g/ sunt æquales: & proinde æquales adinuicem, per primam communem sententiam. Pari discursu angulus a/c/b, angulo d/f/e: necnon & b/a/c/ angulus, ipsi e/d/f/ angulo cõcludetur æqualis. Aequiãgula sunt itaq; a/b/c, & d/e/f/ triangula. Si bina ergo triangula: &c. vt in theoremate. Quod oportuit ostendisse.

Θεώρημα ς, Πρόθεσις ς.

Ἐὰν δύο τρίγωνα μίαν γωνίαν μιᾷ γωνίᾳ ἴσην ἔχῃ, περὶ δὲ τὰς ἴσας γωνίας τὰς πλευρὰς ἀνάλογον: ἰσογώνια ἔσαι τὰ τρίγωνα, καὶ ἴσας ἕξει τὰς γωνίας, ὑφ' ἃς αἱ ὁμόλογοι πλευραὶ ὑποτείνουσιν.

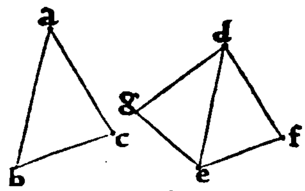
Theorema 6, Propositio 6.

6 SI bina triangula vnum angulum vni angulo æqualem habuerint, & circum æquales angulos latera proportionalia: æquiangula erunt triangula, & æquales habebunt angulos, sub quibus eiusdem rationis latera subtenduntur.

ORONTIVS. ¶ Sint rursum bina triangula a/b/c/ & d/e/f, habẽtia vnum angulum vni angulo æqualem, vtpote eum qui ad b/ ei qui ad e: atque circum eosdem æquales angulos latera proportionalia, sicut a/b/ad b/c, sic d/e/ad e/f. Dico ipsa triãgula a/b/c/ & d/e/f, fore æquiangula: & angulum b/a/c/ angulo e/d/f, atq; a/c/b, ipsi d/f/e/ respondenter coæquari. Ad datam enim rectam lineam d/e, datũmq; illius Figuræ compositio. punctum e, vtriq; æqualium qui ad b/ & e/ sunt angulorũ, æqualis angulus constituatur d/e/g, per vigesimamtertiã primi: & per eandem, ad punctũ d, ipsi angulo b/a/c/

æqualis rurſum conſtituatur angulus e/d/g.Et quoniam duo anguli a/b/c/& b/a/c/ ſunt minores duobus rectis,per decimamſeptimam ipſius primi:erunt & ipſi anguli d/e/g/& e/d/g/binis itidem rectis minores.Conuenient ergo tandem d/g/& e/g/ rectæ in continuum productæ,per quintum poſtulatum:ſit illarũ concurſus in puncto g. Triangulum erit itaq; d/e/g: & reliquus angulus qui ad g, reliquo qui ad c/ æqualis,per tertiam communem ſententiam, & ipſius trigeſimæſecundæ primi corollarium. Aequiangula ſunt itaque a/b/c/&d/e/g/triã-

Deductio theorematis.



gula:& proinde latera ipſorum proportionalia,ſimiliſq; rationis erunt quæ æqualibus angulis latera ſubtenduntur,per quartam huius ſexti. Et ſicut igitur a/ b/ ad b/c, ſic d/e/ad e/g. Sicut porrò a/b/ad b/c,ſic per hypotheſin d/e/ad e/f.Et ſicut igitur d/e/ad e/f,ſic ipſa d/ e/ad e/ g: quæ enim eidem ſunt eædem rationes, & adinuicem ſunt eædem, per vndecimam quinti.Eadem itaque d/e,ad ipſas e/f/& e/g/eandem habet rationem:æqualis eſt igitur e/f/ipſi e/g, per nonam ipſius quinti. His ita præoſtenſis, quoniam æqualis eſt e/ f/ ipſi e/ g, vtrique autem cõmunis d/e:binæ itaq; d/e/& e/f/ trianguli d/ e/ f, duabus d/e/& e/g/ trianguli d/e/g, ſunt æquales altera alteri: & æquos adinuicem continent angulos, per conſtructionem. Baſis ergo d/f, baſi d/g/eſt æqualis,& totum triangulum toti triangulo æquale,reliqui inſuper anguli reliquis angulis æquales ſub quibus æqualia ſubtenduntur latera:per quartam primi.Aequalis eſt igitur angulus e/d/f/ipſi e/d/g,atq; is qui ad f/ei qui ad g,æqualis.Sed eidem angulo e/d/g,æqualis eſt per conſtructionẽ angulus b/a/c: eidem inſuper qui ad g,is qui ad c/itidem æqualis. quæ autem eidem æqualia & adinuicem ſunt æqualia:per primam communem ſentẽtiam.Aequus eſt igitur angulus e/ d/f, ipſi b/a/c: necnon &/d/f/e,ipſi angulo a/c/b.Reliquũ porrò angulum d/e/f, reliquo a/b/c, ex hypotheſi recepimus æqualem. Aequiangula itaque ſunt a/b/c/ & d/e/f/ triangula : & æquales habent angulos, ſub quibus eiuſdem rationis latera ſubtenduntur. Ergo ſi bina triangula:& quæ ſequũtur reliqua.Quod demonſtrare fuerat operæpretium.

Reſolutio demõſtrationis.

d/e. e/f	a/b. b/c	d/e. e/g.

Θεώρημα ζ, Πρόθεσις ζ.

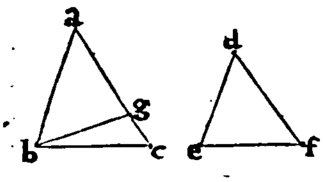
Ἐὰν δύο τρίγωνα μίαν γωνίαν μιᾷ γωνίᾳ ἴσην ἔχῃ, περὶ δὲ τὰς ἄλλας γωνίας, τὰς πλευρὰς ἀνάλογον, τῶν δὲ λοιπῶν ἑκατέραν ἅμα ἤτοι ἐλάσσονα ἢ μὴ ἐλάσσονα ὀρθῆς: ἰσογώνια ἔσται τὰ τρίγωνα, καὶ ἴσας ἕξει τὰς γωνίας, περὶ ἃς ἀνάλογόν εἰσιν αἱ πλευραί.

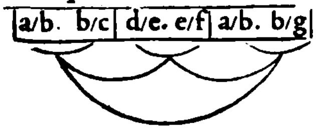
Theorema 7, Propoſitio. 7.

SI bina triãgula vnum angulum vni angulo æqualẽ habuerint, 7
circum autem alios angulos latera proportionalia, reliquorũ verò vtrunq; ſimul aut minorem aut non minorẽ recto : æquiangula erunt triangula, & æquales habebunt angulos, circum quos proportionalia ſunt latera.

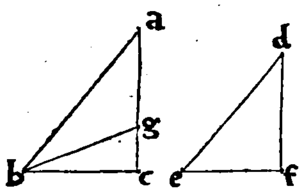
Prima theorematis ſiue hypotheſis pars.

ORONTIVS. ¶Sint bina triangula a/b/c/& d/e/f,vnum angulum vni angulo,vtpote eum qui ad a/ei qui ad d/æqualem habentia:& circum alios angulos, ſcilicet a/b/c/& d/e/f/latera proportionalia,ſicut quidem a/b/ad b/c, ſic d/e/ad e/f:reliquorũ porrò qui ad c/& f/ſunt angulorum, vterque primùm ſit recto minor. Aio a/b/c/& d/e/f/triangula,fore æquiangula:& angulum a/b/c/æquũ eſſe angulo d/e/f, atque reliquum a/c/b/reliquo d/f/e/ itidem æqualem. In primis enim,vel angulus a/b/c/est æqualis angulo d/e/f,vel eidẽ inæqualis.Si æqualis fuerit a/b/c/ipsi d/e/f: reliquus a/c/b reliquo d/f/e, per corollarium trigesimæsecundæ primi, & tertiam communem sententiam,erit æqualis.& proinde ipsa triangula a/b/c/& d/e/f/ æquiangula. Quòd si angulus a/b/c,non fuerit æqualis ipsi d/e/f:alter eorum,reliquo maior erit.Esto(si possibile fuerit)a/b/c/angulus,ipso d/e/f/angulo maior. & ad datam rectam lineam a/b,& datum in ea punctum b:ipsi angulo d/e/f/æqualis angulus constituatur a/b/g, per vigesimãtertiã primi:producaturq; b/g/in latus a/c.cùm enim angulus a/b/c, datus sit maior angulo d/e/f, cadet recta b/g/inter a/b/& b/c/ latera. His ita constructis,quoniam æqualis est angulus qui ad a/ei qui ad d,& qui sub a/b/g/ei qui sub d/e/f/ æqualis: reliquus igitur angulus a/g/b, reliquo d/f/e, per corollarium trigesimæsecundæ primi, & tertiam cõmunem sentẽtiam erit æqualis. Et proinde a/b/g/triãgulum,ipsi d/e/f/triangulo æquiangulũ.Hinc per quartam huius sexti, proportionalia erunt latera quæ æqualibus subtenduntur angulis: sicut quidem d/e/ad e/f,sic a/b/ad b/g. sicut porrò d/e/ad/e/f, sic receptum est a/b/ ad b/c.Et sicut igitur a/b/ad b/c, sic a/b/ad b/g, per vndecimam quinti. Eadem itaque a/b,ad vtranq; ipsarum b/c/& b/g, eandem habet rationem: æqualis erit igitur a/b/ipsi b/g,per nonã ipsius quinti.hinc per quintã primi,angulus b/c/g/angulo b/g/c/erit equalis.Angulus porrò b/c/g, minor recto suppositus est,& b/g/c/propterea angulus recto minor erit. Recta autem b/g, incidẽs super latus a/c, efficit a/g/b/& b/g/c/ angulos binis rectis æquales, per decimãtertiam primi.Et quoniam b/g/c,recto minor ostẽsus est: operæpretium est,a/g/b/angulum,recto fore maiorem.Huic autem ostensus est æqualis d/f/e:& angulus itaq; d/f/e,recto maior erit.Atqui supponitur recto minor: quæ simul impossibilia sunt. Nõ est igitur a/b/c/angulus, maior angulo d/e/f.haud dissimiliter ostẽdetur,ꝙ neq; minor. Aequalis igitur est angulus a/b/c,ipsi d/e/f. Hinc reliquus qui ad c, reliquo qui ad f/(vti suprà)concludetur æqualis: & triangula consequenter a/b/c, & d/e/f/ inuicem æquiangula. Demõstratio eiusdẽ primæ partis, ab impossibili.





¶Sed esto simul vterq; eorum qui ad c/& f/ sunt angulorum, non minor recto. Aio rursum triangula a/b/c/ & d/e/f, esse nihilominus æquiangula. Constructis nanq;(veluti suprà)figuræ partibus: haud dissimiliter ostẽdemus, b/c/atq; b/g/latera fore inuicem æqualia:& angulũ propterea b/c/g, angulo b/g/c/ per quintam primi respondenter coæquari. Et quoniam angulus b/c/g/nõ minor est recto:nec eodem recto minor erit angulus b/g/c.Trianguli itaq; b/g/c/duo anguli qui ad basin c/g,binis rectis non erunt minores:cõtra decimamseptimã ipsius primi.Non est igitur a/b/c/angulus,maior angulo d/e/f:neq; eodem angulo minor. Aequalis est propterea angulus a/b/c,ipsi d/e/f:& reliquus a/c/b, reliquo d/f/e/consequenter æqualis, veluti suprà deductum est. Aequiangula sunt igitur a/b/c/ & d/e/f/triangula:& æquales habent angulos,circum quos proportionalia sunt latera. Quod ostendendum receperamus. Pars secunda theorematis, siue hypothesis differẽtia.



Θεώρημα η, Πρόθεσις η.

Ἐὰν ἐν ὀρθογωνίῳ τριγώνῳ, ἀπὸ τῆς ὀρθῆς γωνίας ἐπὶ τὴν βάσιν κάθετος ἀχθῇ, τὰ πρὸς τῇ καθέτῳ τρίγωνα ὅμοιά ἐστι τῷ τε ὅλῳ καὶ ἀλλήλοις.

Theorema 8, Propositio 8.

8 SI in triãgulo rectãgulo,ab angulo recto in basin perpẽdicularis

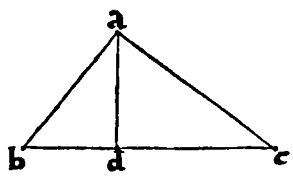
agatur: quæ ad perpendicularem triangula, similia sunt toti, & adinuicem.

Nota de casu ipsius perpendicularis.

ORONTIVS. ¶Esto rectangulum triangulum a/b/c, habens angulũ qui sub b/a/c/rectum:& à dato puncto a,super datam rectam lineam b/c, perpendicularis deducatur a/d,per duodecimam primi.Cadet enim huiuscemodi perpendicularis, intra datum a/b/c/triangulum: ipsumq; in bina diuidet triangula. Si enim incideret extra,producto b/c/latere vsq; ad ipsam perpendicularem, triãgulum efficeretur,cuius exterior angulus minor esset interiore & ex opposito, nempe acutus recto, contra decimamsextam primi. Neq; in alterutrum laterũ aut a/b/ aut a/c/poterit coincidere: duo enim anguli eiusdem trianguli non essent binis rectis minores,contra eiusdem primi decimamseptimam. Cadit igitur intra a/b/c/ triangulũ.

Quòd triangulum a,b,d: simile sit toti a,b,c.

Aio itaq; a/b/d/& a/d/c/triangula, toti a/b/c,atq; inuicem fore similia. ¶In primis ꝙ triangulum a/b/d/simile sit toti a/b/c:in hunc ostenditur modum. Angulus enim a/d/b,æquus est angulo b/a/c,per quartum postulatum,nẽpe rectus recto.& angulus qui ad b,vtriq; triangulo communis. Ergo reliquus a/c/b,reliquo b/a/d,per corollarium trigesimæsecundæ primi, & tertiam communem sententiam est æqualis. Aequiangula sunt itaq; a/b/c/ & a/b/d/ triangula: & proinde quæ circum æquales angulos sunt latera,inuicem proportionalia,per quartam huius sexti.



Sicut igitur b/c/ad c/a,trianguli a/b/c:sic b/a/ad a/d,trianguli a/b/d.sicut præterea c/a/ad a/b,ipsius a/b/c/trianguli:sic a/d/ad d/b,ipsius a/b/d/trianguli.sicut demum c/b/ad b/a,eiusdem trianguli a/b/c:sic a/b/ad b/d,eiusdem trianguli a/b/d. Simile est itaq; triangulum a/b/d,toti a/b/c/triangulo: per primam huius sexti diffinitionem.

Quòd eidem triangulo a, b,c: simile sit a,d,c,triãgulum.

¶Haud dissimili via ostendemus,triangulum a/d/c/ ipsi toti a/b/c/ fore simile.Rectus enim angulus a/d/c,recto b/a/c,per quartum æquatur postulatum. & is qui ad c/est angulus,vtrique rursum triãgulo communis. reliquus ergo d/a/c/angulus,reliquo a/b/c (veluti suprà deduximus) est æqualis. Aequiangula itaq; sunt a/b/c/& a/d/c triangula.Hinc per quartam huius sexti,proportionalia erunt latera quæ circum æquales sunt angulos. sicut quidem b/c/ ad c/a, trianguli a/b/c: sic a/c/ ad c/d,trianguli a/d/c.sicut rursum c/a/ad a/b,ipsius a/b/c/trianguli: sic c/d/ad d/a,ipsius a/d/c/triãguli.sicut præterea c/b/ad b/a,eiusdem trianguli a/b/c: sic c/a/ ad a/d,eiusdem trianguli a/d/c. Simile est igitur a/d/c/ triangulum, toti a/b/c: per eandem primam diffinitionem huius sexti.

Quòd a,b,d, & a,d,c,triangula,sunt adinuicẽ similia

¶Reliquum est, demonstrare ꝙ ipsa a/b/d/& a/d/c/triangula similia sunt adinuicem. Id autem ex supradictis ostensionibus,haud difficilè colligemus.Angulus enim b/a/d,angulo qui ad c/ præostensus est æqualis:& is qui ad b,ipsi d/a/c.reliqui autem sunt recti, vtpote a/d/b/& a/d/c/ anguli:& proinde æquales adinuicem,per idẽm quartum postulatum.Aequiangulum est itaq; a/b/d/ triangulum, ipsi triangulo a/d/c. Et sicut igitur a/c/ad c/d, sic b/a/ad/a/d.sicut præterea c/d/ad d/a,sic a/d/ad d/b. sicut demũ c/a/ad a/d, sic a/b/ ad b/d.Proportionalia nanq; sunt latera, quæ circum æquales angulos:per sæpius allegatam quartam huius sexti.Triangula itaq; a/b/d/& a/d/c, similia sunt adinuicem:per eandem primam huius sexti diffinitionem. Si in rectangulo igitur triangulo,ab angulo recto:&c.vt in theoremate.Quod oportuit demonstrasse.

Corollarium.

¶Et quoniam ostẽsum est sicut c/d/ad d/a,sic a/d/ad d/b:sicut insuper c/b/ad b/a, sic a/b/ad b/d,: sicútque b/c/ad c/a,sic a/c/ad c/d. Proinde manifestum est,quòd in triangulo rectangulo deducta ex angulo recto in basin perpendicularis, est media proportionalis inter ipſius baſis ſegmenta:& vnumquodq; præterea laterũ rectum continentium angulum, medium itidem proportionale eſt inter baſin & ſegmentum, quod cum ipſo congreditur latere.

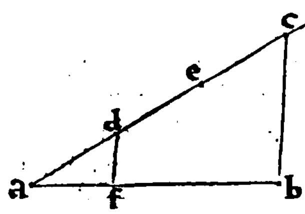
Πρόβλημα α, Πρόθεσις θ.

Τῆς δοθείσης εὐθείας, τὸ προσαχθὲν μέρος ἀφελεῖν.

Problema 1, Propoſitio 9.

9 Data recta linea, ordinatam partem abſcindere.

ORONTIVS. ¶Ordinatam partem hic vocat Euclides, quæ ab ordinato aliquo denominatur numero, & quota pars integræ magnitudinis ab ipſis nuncupatur arithmeticis: vti ſecunda ſiue dimidia pars quæ à binario, tertia quæ à ternario, & quarta quæ ab ipſo quaternario numero denominatur. Ordinata pars quid. Sit igitur data linea recta a/b: à qua ſit operæpretium ordinatam aliquam, vtpote tertiam abſcindere partem. Exequutio problematis.



A dato itaq; puncto a, recta quædam linea producatur a/c, contingentem qui ſub b/a/c/ cum eadem efficiens angulum. Ipſius porrò a/c, liberum aliquod punctũ verſus a/ſuſcipiatur: ſitq; illud d. Secentur deinde ipſi a/d/æquales d/e/ & e/c, per tertiam primi: & connectatur recta b/c, per primum poſtulatum. Tandem per punctũ d, ipſi b/c/parallela ducatur d/f, per trigeſimamprimam eiuſdem primi. Triangulum eſt itaq; a/c/b, & ad latus c/b/ acta eſt parallela d/f: ſecat igitur d/f/ ipſius trianguli latera proportionaliter, per ſecundam huius ſexti, ſicut quidem c/d/ad d/a, ſic b/f/ad f/a. Et à compoſita igitur ratione, ſicut c/a/ ad a/d, ſic b/a/ad a/f: per decimāoctauam quinti. Tripla eſt autem c/a/ ipſius a/d: & b/a/igitur ipſius a/f/itidẽ erit tripla, & proinde a/f/ tertia pars ipſius a/b. Data itaque recta linea a/b, ordinatam partem (nempe tertiam) abſcidimus. Quod facere oportebat.

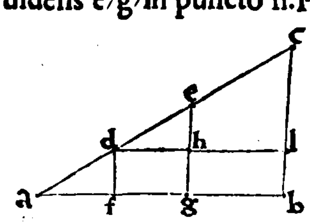
Πρόβλημα β, Πρόθεσις ι.

Τὴν δοθεῖσαν εὐθεῖαν ἄτμητον, τῇ δοθείσῃ εὐθείᾳ τετμημένῃ ὁμοίως τεμεῖν.

Problema 2, Propoſitio 10.

10 Datam rectam lineam non ſectam, datæ rectæ lineæ ſectæ ſimiliter ſecare.

ORONTIVS. ¶Sit rurſum a/b/data & inſecta linea recta, a/c/verò vtcunq; ſecta in punctis d/& e. Cōponantur autẽ a/b/& a/c/datæ rectæ lineæ, ad contingentẽ angulum qui ſub b/a/c: & connectatur recta b/c, per primum poſtulatum. Per puncta conſequenter d/& e, ipſi b/c, parallelæ ducantur rectæ lineæ d/f/& e/g: itidem & per punctum d, ipſi a/b/parallela ducatur d/h/l, per trigeſimamprimam primi, diuidens e/g/in puncto h. Parallelogrāma ſunt itaq; d/g/& h/b. æqualis eſt propterea f/g/ipſi d/h, & g/b/ipſi h/l: per trigeſimamquartā ipſius primi.



His ita præmiſſis, quoniam trianguli a/e/g, ad latus e/g/acta eſt parallela d/f: ſecat igitur d/f/ipſius trianguli latera proportionaliter, per ſecundam huius ſexti. Et ſicut igitur a/d/ ad d/e, ſic a/f/ad f/g. Problematis oſtenſio. Inſuper quoniā trianguli d/c/l, ad latus c/l/acta eſt parallela e/h: ſit rurſum per eandem quartam huius ſexti, ſicut d/e/ad e/c, ſic d/h/ad h/l. Ipſi verò d/h/ æqualis oſtenſa eſt f/g, atque ipſi h/l/æqualis g/b. Aequales porrò ad eaſdem, eādem habent rationem, & eædem ad æquales: per ſeptimā quinti. Sicut itaq; d/e/ad e/c, ſic f/g/ad g/b. Præoſtenſum eſt autem, ſicut a/d/ad d/e, ſic a/f/ad f/g. Et ſicut igitur a/d/ad d/e,ſic a/f/ad f/g:ſicútq; d/e/ad e/c,ſic f/g/ad g/b. Data ergo recta linea inſecta a/b,datæ rectæ lineæ vtcunq; ſectæ a/c,ſimiliter ſecatur. Quod faciendum receperamus.

Πρόβλημα γ, Πρόθεσις ια.

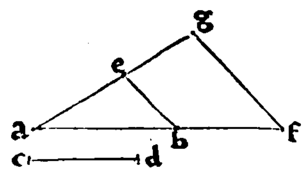
Δύο δοθεισῶν εὐθειῶν, τρίτην ἀνάλογον προσευρεῖν.

Problema 3, Propoſitio 11.

DVabus datis rectis lineis, tertiam proportionalem inuenire. 11

ORONTIVS. ¶Sint datæ binæ rectæ lineæ a/b/& c/d,quibus tertiam oporteat inuenire proportionalem. Ad datum itaque punctum a, datæ rectæ lineæ c/d/ æqualis recta linea ponatur a/e, per ſecũdam primi,contingentem qui ſub e/a/b/ efficiens angulum. Et ipſis a/b/& a/e/in continuum rectúmq; ad f/& g/puncta productis: vtriq; ipſarũ c/d/ & a/e/ æqualis abſcindatur b/f, per tertiam ipſius primi:cõnectatúrq; recta b/e,per primum poſtulatum. Per trigeſimam deinde primã eiuſdẽ primi:per datũ punctũ f, ipſi b/e/ parallela ducatur f/g, conueniens cum a/e/ad punctũ g. Conuenient enim tandem per quintum poſtulatũ: propterea ꝙ anguli e/a/b/ & a/b/e/trianguli a/e/b, ſunt per decimamſeptimam primi binis rectis minores, & ipſi angulo a/b/e/interior,& ad eaſdem partes qui ad f/ per vigeſimamnonam ipſius primi æqualis.

Conſtructio figuræ.



Demõſtratio problematis.

His ita conſtructis, quoniam trianguli a/g/f/ ad latus f/g/ acta eſt parallela b/e:ſecat igitur b/e/ipſius a/g/f/trianguli latera proportionaliter, per quartam huius ſexti,ſicut quidem a/b/ad b/f,ſic a/e/ad e/g. Aequalis porrò eſt c/d/vtriq; ipſarum a/e/& b/f/per conſtructionem : & æquales ad eandem, eandem habent rationem,& eadem ad æquales,per ſeptimam quinti. Et ſicut igitur a/b/ad c/d,ſic eadem c/d/ad e/g. Datis itaq; binis rectis lineis a/b/& c/d,tertia proportionalis inuenta eſt e/g. Quod oportuit feciſſe.

Πρόβλημα δ, Πρόθεσις ιβ.

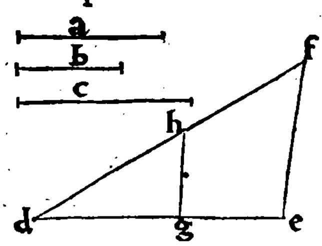
Τριῶν δοθεισῶν εὐθειῶν, τετάρτην ἀνάλογον προσευρεῖν.

Problema 4, Propoſitio 12.

TRibus datis rectis lineis, quartam proportionalem inuenire. 12

Figuræ præparatio.

ORONTIVS. ¶Sint datæ tres lineæ rectæ a,b,c,quibus oporteat quartam inuenire proportionalem. Cõſtituantur itaq; binæ quædam rectæ lineæ d/e/atq; d/f, contingentem qui ſub e/d/f/angulum efficientes. Secetúrq; per tertiam primi ipſi a/æqualis d/g,ipſi verò b/æqualis g/e,& ipſi c/æqualis d/h. Et connexa g/h,per primum poſtulatum:ducatur e/f/ ipſi g/h/parallela, per trigeſimamprimã ipſius primi. Per ſecundum tandem poſtulatum ipſæ d/h/& e/f/ in continuum rectumq́;, producantur:donec conueniant ad punctum f. Concurrent enim tãdem:quemadmodùm ex præcedenti potes elicere demonſtratione.



Demõſtrationis reſolutio.

His in hũc modum præparatis,quoniam triangulum eſt d/f/e,& ad latus e/f/acta eſt parallela g/h: proportionalia itaq; ſunt reliquorum laterum ſegmẽta, per quartam huius ſexti, ſicut d/g/ad g/e,ſic d/h/ad h/f. Ipſi porrò d/g/æqualis eſt a,& b/ipſi g/e, atq; c/ ipſi d/h/æqualis,per conſtructionem. Aequales autem ad eandem, eandem habent rationem,& eadem ad æquales,per ſeptimã quinti. Et ſicut igitur a/ad b, ſic c/ad h/f.

Tribus itaq; rectis lineis datis,a,b,c,quartam inuenimus proportionalẽ h/f. Quod faciendum fuerat.

Πρόβλημα ε, Πρόθεσις ιγ.

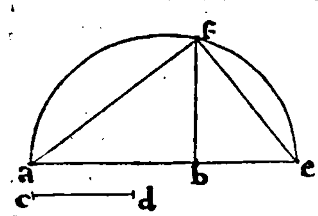
ΔΥο δοθεισῶν εὐθειῶν, μέσην ἀνάλογον προσευρεῖν.

Problema 5, Propositio 13.

13 DVabus datis rectis lineis, mediam proportionalem inuenire.

ORONTIVS. ¶Sint datæ binæ rectæ lineæ a/b/& c/d, inter quas receptũ sit mediam inuenire proportionalem. Producatur ergo altera earũ, vtpote a/b/ in rectum & continuũ versus e, per secũdum postulatũ: & abscindatur b/e/ipsi c/d/æqualis, per tertiam primi. Et diuisa a/e/bifariam, per decimã ipsius primi: describatur ad alterutrius partis interuallum semicirculus a/f/e, per tertium postulatum. A puncto deniq; b, perpendicularis excitetur b/f, per vndecimam primi: & connectantur a/f/& f/e/ lineæ rectæ, per primũ postulatum. His ita constructis, quoniam triãguli a/f/e/ angulus qui ad f/ est in semicirculo: is propterea rectus est, per trigesimãprimam tertij. Rectãgulum est itaq; a/f/e/triangulum, & ab angulo recto qui ad f/in basin a/e/perpẽdicularis demittitur f/b. Est igitur ipsa perpẽdicularis f/b/media proportionalis inter a/b/& b/e/ ipsius basis segmenta, per primam partem corollarij octauæ huius sexti. Est igitur vt a/b/ ad b/f, sic b/f/ad b/e. Ipsi porrò b/e/æqualis est c/d, per constructionem: & æquales ad eãdem, eandem habẽt rationem, & eadem ad æquales, per septimam quinti. Et sicut igitur a/b/ ad b/f, sic b/f/ad/c/d. Binis itaq; rectis lineis datis, a/b/& c/d, media proportionalis inuenta est b/f. Quod oportebat facere.

Constructio figuræ.



Sũmaria problematis ostẽsio.

Θεώρημα θ, Πρόθεσις ιδ.

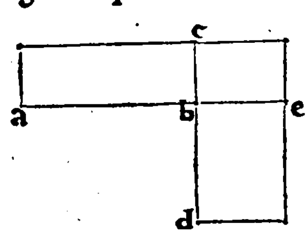
ΤΩν ἴσων τε καὶ μίαν μιᾷ ἴσην ἐχόντων γωνίαν παραλληλογράμμων, ἀντιπεπόνθασιν αἱ πλευραὶ, αἱ περὶ τὰς ἴσας γωνίας: καὶ ὧν παραλληλογράμμων μίαν μιᾷ ἴσην ἐχόντων γωνίαν, ἀντιπεπόνθασιν αἱ πλευραὶ αἱ περὶ τὰς ἴσας γωνίας, ἴσα ἐστὶν ἐκεῖνα.

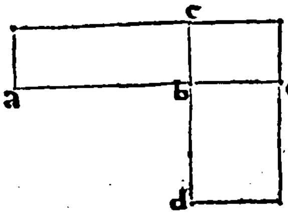
Theorema 9, Propositio 14.

14 AEqualium & vnum vni æqualem habẽtium angulum parallelogrammorum: reciproca sunt latera, quæ circum æquales angulos. Et quorum parallelogrammorum vnum angulum vni angulo æqualem habentium, reciproca sunt latera, quæ circum æquales angulos: ea quoque sunt æqualia.

ORONTIVS. ¶Sint bina parallelogramma inuicem æqualia, a/b/c/& d/b/e, angulum qui sub a/b/& b/c, ei qui sub d/b/& b/e/continetur æqualẽ habentia. Dico quòd ipsorum parallelogrammorum a/b/c/& d/b/e/ reciproca sunt latera, quæ circum æquales angulos: sicut quidem a/b/ad b/e, sic d/b/ad b/c. Constituantur enim a/b/& b/e/latera in directũm: hoc autem fiet, cùm anguli a/b/c/& c/b/e/ fuerint æquales duobus rectis, per decimamquartam primi. In directum quoq; tunc erit d/b/ ipsi b/c, per eandem propositionem: anguli enim d/b/e/ & e/b/c, binis itidem rectis, per primam & secundam communẽ sententiam, erunt æquales. Compleatur tandem c/b/e/parallelogrammum: productis in continuum

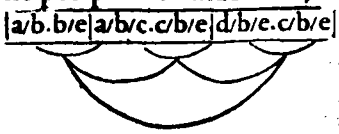
Pars prima theorematis.



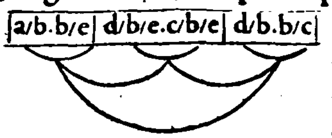


Eiusdem primæ partis ostensio.

rectúmq; datorum parallelogrammorũ lateribus, per secundum postulatũ. Cùm igitur a/b/c/parallelogrammũ, æquale sit per hypothesin ipsi d/b/e/parallelográmo, & c/b/e/ aliud quoddam vtrique comparabile parallelogrammum: erit proinde vt a/b/c/ parallelogrammum, ad parallelogrammum c/b/e, sic parallelogrammum d/b/e/ ad idem c/b/e/ parallelogrammũ. Aequales enim magnitudines ad eandem magnitudinem, eandem habent rationem, per septimam quinti. Sicut porrò a/b/c/ parallelogrammũ, ad parallelogrammũ c/b/e, sic per primã huius sexti, basis a/b/ ad basin b/e. sub eadẽ enim sunt altitudine ipsa



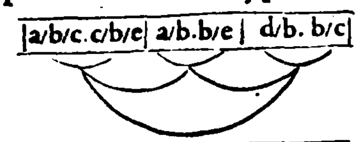
a/b/c/ & c/b/e/ parallelogramma. Et sicut igitur basis a/b/ ad basin b/e, sic per vndecimam quinti, d/b/e/parallelogrammum, ad parallelogrammum c/b/e. Sicut rursum per eandem primam huius sexti, d/b/e/parallelogrammum, ad ipsum parallelogrammum c/b/e, sic basis d/b/ ad basin b/c.



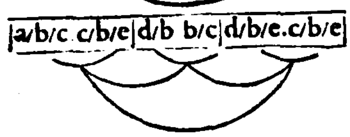
Et sicut igitur per ipsam vndecimam quinti a/b/ad b/e, sic d/b/ ad b/c. Datorum itaque parallelogrammorum a/b/c/& d/b/e, reciproca sunt latera quæ circum æquales angulos: per secundam huius sexti diffinitionem.

Secunda pars theorematis, conuersa primæ.

¶Sed esto vt qui ad b/ sunt anguli æquales sint adinuicem, & circũ eosdem æquales angulos latera reciprocè proportionalia, sicut a/b/ad b/e, sic d/b/ad/b/c. Aio versa vice, quòd a/b/c/parallelogrammum æquum est ipsi d/b/e/parallelogrammo. Receptum est enim ex hypothesi, vt a/b/ad b/e, sic d/b/ ad b/c. Sed sicut a/b/ ad b/e/ sic



per primam huius sexti, parallelogrammum a/b/c/ ad c/b/e/parallelogrammum. Et sicut igitur a/b/c/parallelogrammũ, ad parallelogrammum c/b/e, sic per vndecimam quinti d/b/ ad b/c. Sicut rursum d/b/ ad b/c, sic per eandem primam huius sexti, parallelogrammum d/b/e/ad c/b/e/parallelogrammum. Et sicut igitur per ipsam vndecimam quinti a/b/c/ parallelogrammum, ad c/b/e/ parallelográmum, sic parallelogrammũ d/b/e/ad idẽ c/b/e/ parallelogrammũ.



Vtrunq; igitur a/b/c/& d/b/e/ parallelográmum, ad idem parallelogrammũ c/b/e/ habet eandẽ rationem. æquũ est itaq; a/b/c/parallelogrammũ ipsi d/b/e/ parallelográmo, per nonã ipsius quinti. Aequaliũ igitur & vnum vni æqualem habẽtium angulum parallelogrammorum: & quæ sequuntur reliqua. Quod ostendendum fuerat.

Θεώρημα ι, Πρόθεσις ιε.

Τῶν ἴσων τε καὶ μίαν μιᾷ ἴσην ἐχόντων γωνίαν τριγώνων, ἀντιπεπόνθασιν αἱ πλευραὶ αἱ περὶ τὰς ἴσας γωνίας· καὶ ὧν μίαν μιᾷ ἴσην ἐχόντων γωνίαν ἀντιπεπόνθασιν αἱ πλευραὶ αἱ περὶ τὰς ἴσας γωνίας, ἴσα ἐστὶν ἐκεῖνα.

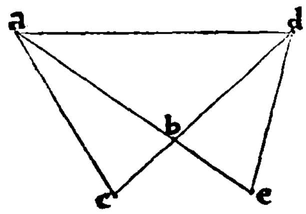
Theorema 10, Propositio 15.

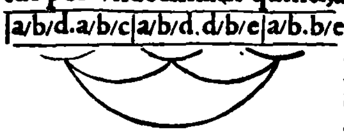
Aequalium & vnũ vni æqualem habentium angulum triangulorum: reciproca sunt latera, quæ circum æquales angulos. Et quorum vnum vni angulum æqualem habentium triangulorum reciproca sunt latera, quæ circum æquales angulos: ea quoq; sunt æqualia, 15

Prima theorematis pars.

ORONTIVS. ¶Sint bina triangula a/b/c/& d/b/e, angulum qui sub a/b/ &

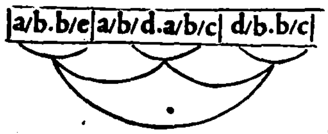
b/c,ei qui sub d/b/& b/e/continetur æqualem habentia. Dico latera ipsorum a/b/c/ & d/b/e/ triangulorum, quæ circum eosdem æquales sunt angulos, fore reciprocè proportionalia: sicut quidem a/b/ad b/e, sic d/b/ad b/c. Collocentur enim a/b/ & b/e/latera in directum, & d/b/ ipsi b/c: quemadmodùm præcedenti demonstratione, ex decimaquarta primi, de parallelogrammorũ deductum est lateribus. Connectatur demũ recta a/d, per primum postulatum. Et quoniam per hypothesin, æquũ est a/b/c/triangulum, ipsi triangulo d/b/e: & a/b/d/aliud quoddam vtriq; comparabile triangulum. Et sicut igitur a/b/d/triangulum ad triangulum a/b/c, sic idem triãgulum a/b/d/ ad triangulum d/b/e: eadem enim magnitudo, ad æquales eandem habet rationem, per septimam quinti. Sicut porrò triangulum a/b/d/ad triangulum d/b/e, sic per primam huius sexti, a/b/ad b/e. Et sicut igitur per vndecimam quinti, a/b/ad b/e, sic a/b/d/ triangulum ad triangulum a/b/c.

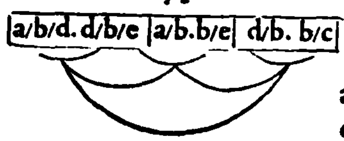


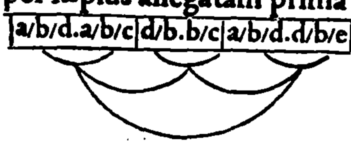


Rursum vt triãgulum a/b/d/ ad triangulum a/b/c, sic per eandem primam huius sexti, d/b/ad b/c. Ergo sicut a/b/ad b/e, sic d/b/ad b/c, per ipsam vndecimam quinti. triangulorũ itaq; a/b/c/& d/b/e, latera quæ circũ æquales angulos reciprocè sunt proportionalia: per secundã huius sexti diffinitionem. ¶ Sed receptum sit angulos qui ad b/ fore inuicem æquales, & quæ circum eosdem æquales angulos latera reciprocè proportionalia: sicut a/b/ad b/e, sic d/b/ad b/c. Aio ꝙ a/b/c/triangulum, æquum est ipsi d/b/e/triangulo. Est enim ex hypothesi sicut a/b/ad b/e, sic d/b/ad b/c. Sed sicut a/b/ad b/e, sic a/b/d/ triangulum ad triangulũ d/b/e: per primam huius sexti. Et sicut igitur d/b/ad b/c, sic per vndecimam quinti, a/b/d/triangulum ad triangulum d/b/e. Sicut rursum d/b/ad b/c, sic triangulum a/b/d/ad triangulum a/b/c, per sæpius allegatam primã huius sexti. Et proinde sicut a/b/d/ triangulum ad triangulum a/b/c, sic per vndecimam ipsius quinti, idem a/b/d/triangulum ad triangulum d/b/e. Ad quas porrò magnitudines, eadẽ magnitudo eandem habet rationem: ipsæ per nonam eiusdem quinti, sunt æquales. Aequum est igitur a/b/c/triangulum, ipsi triangulo d/b/e. Aequalium itaq; & vnũ vni æqualẽ habentiũ angulũ: &c. vt in theoremate. Quod oportebat demonstrare.

Pars secunda conuersa primæ.







Θεώρημα ια, Πρόθεσις ις.

Ἐὰν τέσσαρες εὐθεῖαι ἀνάλογον ὦσι, τὸ ὑπὸ τῶν ἄκρων περιεχόμενον ὀρθογώνιον, ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν μέσων περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ. καὶ ἐὰν τὸ ὑπὸ τῶν ἄκρων περιεχόμενον ὀρθογώνιον, ἴσον ᾖ τῷ ὑπὸ τῶν μέσων περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ, αἱ τέσσαρες εὐθεῖαι, ἀνάλογον ἔσονται.

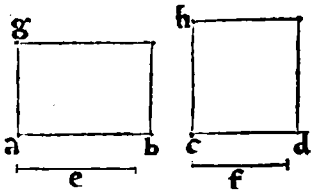
Theorema II, *Propositio* 16.

16 SI quatuor rectæ lineæ proportionales fuerint: quod sub extremis comprehensum rectangulum, æquum est ei, quod sub medijs continetur rectangulo. Et si sub extremis comprehensum rectangulum, æquum fuerit ei, quod sub medijs continetur rectangulo: quatuor rectæ lineæ proportionales erunt.

ORONTIVS. ¶ Sint datæ quatuor rectæ lineæ discontinuè proportionales

Primæ partis demõſtratio.

a/b,c/d,e,& f:ſicut a/b/ad c/d,ſic e/ad f. Aio ꝙ ſub extremis a/b/& f/comprehenſum rectangulum, æquum eſt ei quod ſub medijs c/d/& e/rectangulo continetur A datis enim punctis a/& c/datarum linearum a/b/ & c/d, perpendiculares excitentur a/g/& c/h, per vndecimam primi: ſecetúrq; a/g/ æqualis ipſi f,& c/h/ æqualis ipſi e, per tertiam ipſius primi propoſitionem. & ductis vtrinq; parallelis, per trigeſimã eiuſdem primi, compleantur g/b/& h/d/parallelogramma. Et quoniam receptum eſt vt a/b/ad c/d,ſic e/ad f. Ipſi porrò e/æqualis eſt c/h,& ipſi f/æqualis a/g, per conſtructionem: & æquales ad eandem, eandem habent rationem, per ſeptimam quinti. Eſt igitur vt a/b/ad c/d, ſic c/h/ad a/g. Parallelogrãmorum itaq; g/b/& h/d, latera quæ circum æquales (vtpote rectos qui ad a/& c) ſunt angulos, reciprocè ſunt proportionalia. Aequum eſt proinde g/b/ parallelogrammum, ipſi h/d/parallelogrammo, per ſecundam partem decimæquartæ propoſitionis huius ſexti. Eſt autẽ g/b/ parallelogrammũ id quod ſub a/b/& f, parallelogrãmum verò h/d/id quod ſub c/d/& e/continetur rectangulum: æqualis eſt enim c/h/ipſi e,& a/g/ipſi f, per cõſtructionem. Comprehenſum itaq; ſub extremis a/b/& f/rectangulum, ei quod ſub medijs c/d/& e/continetur rectangulo, eſt æquale.



Secundæ partis conuerſæ prioris, oſtenſio.

¶ Eſto nunc vt ipſum g/b/ ſub extremis comprehenſum rectangulum, æquum ſit h/d/rectangulo, quod ſub medijs c/d/& e/continetur. Dico verſa vice, quatuor ipſas rectas lineas fore inuicem proportionales. Eadem nanque manente conſtructione, quoniam g/b/ eſt id quod ſub a/b/ & a/g, ipſum verò h/d/id quod ſub c/d/& c/h/continetur rectangulum, per primã diffinitionẽ ſecundi: & e/ipſi c/h, atq; f/ipſi a/g, per conſtructionem æqualis. Eſt itaq; g/b/id quod ſub a/b/& f, necnon & h/d/ id quod ſub c/d/& e/comprehenditur rectangulum. Sed id quod ſub a/b/& f/cõprehenditur rectangulum, æquum eſt ei per hypotheſin quod ſub c/d & e/continetur rectangulo. Aequũ eſt igitur g/b/rectangulum, ipſi rectãgulo h/d: & angulus qui ad a/angulo qui ad c/æqualis, per quartũ poſtulatũ, nempe rectus recto. Aequalium porrò & vnum vni æqualem habẽtium angulum parallelogrammorũ, reciproca ſunt latera quæ circum æquales angulos, per primam partem ipſius decimæquartæ huius ſexti. Et ſicut igitur a/b/ad c/d, ſic c/h/ad a/g. Ipſi porrò c/h/æqualis eſt e,& f/ipſi a/g, per ipſam conſtructionẽ: æquales præterea ad eandem, eandem habent rationem, & eadem ad æquales, per ſeptimam quinti. Eſt igitur vt a/b/ad c/d, ſic e/ad f. Si quatuor itaque rectæ lineæ proportionales fuerint: & quæ ſequuntur reliqua. Quod erat oſtendendum.

Θεώρημα ιβ, Πρότασις ιζ.

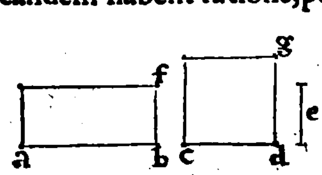
Ἐὰν τρεῖς εὐθεῖαι ἀνάλογον ὦσι, τὸ ὑπὸ τῶν ἄκρων περιεχόμενον ὀρθογώνιον, ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς μέσης τετραγώνῳ. καὶ ἐὰν τὸ ὑπὸ τῶν ἄκρων περιεχόμενον ὀρθογώνιον, ἴσον ᾖ τῷ ἀπὸ τῆς μέσης τετραγώνῳ, αἱ τρεῖς εὐθεῖαι ἀνάλογον ἔσονται.

Theorema 12, Propoſitio 17.

SI tres rectæ lineæ proportionales fuerint: quod ſub extremis 17
comprehenſum rectangulũ, æquũ eſt ei quod à media fit quadrato. Et ſi quod ſub extremis continetur rectangulum, æquum fuerit ei quod à media fit quadrato: ipſæ tres rectæ lineæ proportionales erunt.

Pars prima theorematis.

ORONTIVS. ¶ Sint tres rectæ lineæ continuè proportionales a/b, c/d, & e: ſicut a/b/ad c/d, ſic c/d/ad e. Dico quòd ſub a/b/& e/comprehenſum rectangulum, æquum eſt ei quod à media c/d/fit quadrato. Deſcribatur enim ex a/b/& b/f, quæ sit æqualis ipsi e,rectangulum a/f,per vndecimam,& tertiam, atq; trigesimāprimā primi:ex c/d/verò,quadratum c/g,per ipsius primi quadragesimamsextam.Aequa lis erit igitur d/g,ipsi c/d, per ipsius quadrati diffinitionem: & æquales ad eandem, eandem habent rationē,per septimam quinti.Sicut igitur a/b/ ad c/d; sic d/g/ ad e.



Quatuor itaque rectæ lineæ a/b,c/d, d/g,& e, sunt discō tinuè proportionales.Cōprehensum ergo sub extremis rectangulum,æquum est ei quod sub medijs rectangulo cōtinetur:per primam partem antecedentis decimæsextæ propositionis.Sed rectangulū a/f,estid quod sub a/b/& e,nam a/f/est æqualis ipsi e,per constructionem:rectangulum autem c/g, id quod ex c/d/quadratum.Quod igitur sub extremis a/b/& e/ comprehēditur rectāgulum,æquū est ei quod à media c/d/fit quadrato. ¶Sed detur vt id quod sub a/b/ & e/continetur rectangulum,æquū sit ei quod ex c/d/fit quadrato.Aio respondenter,fore sicut a/b/ad c/d,sic c/d/ad e.Eisdem nanq; veluti suprà constructis: quoniā id quod sub a/b/& e/ continetur rectangulum,æquū est ei per hypothesin quod ex c/d/fit quadrato.Sed ei quod sub a/b/& e/continetur rectangulo,æquum est rectangulum a/f,(æqualis siquidem est b/f/ipsi e,per constructionem) & c/g, id quod ex c/d/fit quadratum.Aequum est igitur a/f/rectangulum ipsi quadrato c/g. Quadratum porrò c/g/sub duabus rectis lineis c/d/& d/g, per primam diffinitionem secūdi cōtinetur.Quatuor itaque sunt rectæ lineæ a/b,c/d,d/g,& b/f:& quod sub extremis a/b/& b/f/rectangulum continetur, æquum est ei quod sub medijs c/d/& d/g/ comprehenditur rectangulo. Proportionales itaque sunt eædem quatuor rectæ lineæ,per secūdam partem ipsius antecedentis decimæsextæ propositionis:sicut a/b/ ad c/d,sic d/g/ad b/f.Sed e/ipsi b/f/per constructionem est æqualis : & c/d/ipsi d/g, per quadrati diffinitionem.æquales porrò ad eandem,eandem habent rationem,& eædem ad æquales,per septimam quinti.Est igitur vt a/b/ad c/d, sic eadem c/d/ ad e. Si tres itaq; rectæ lineæ proportionales fuerint:&c.vt in theoremate.Quod demonstrandum receperamus.

Secūda pars conuersa primæ.

Πρόβλημα ς, Πρότασις ιη.

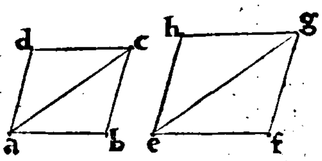
Ἀπὸ τῆς δοθείσης εὐθείας, τῷ δοθέντι εὐθυγράμμῳ ὅμοιόν τε καὶ ὁμοίως κείμενον εὐθύγραμμον ἀναγράψαι.

Problema 6, Propositio 18.

18 A Data recta linea : dato rectilineo simile,similitérq; positum rectilineum describere.

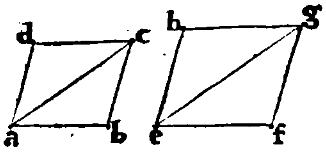
ORONTIVS.¶Sit datum rectilineū a/b/c/d,data verò linea recta e/f,ex qua, vel super quam,oporteat ipsi a/b/c/d/rectilineo simile similitérque positum describere rectilineum.Connectatur itaq; a/c/recta,per primum postulatum.& ad datam rectam lineam e/f,& data illius puncta e/& f, datis angulis c/a/b/& a/b/c, æquales per vigesimātertiam primi constituātur anguli,g/e/f/quidē ipsi c/a/b, & e/f/g/ ipsi a/b/c.Et quoniā anguli c/a/b/&a/b/c,per decimāseptimā primi,sunt minores duobus rectis:& ipsi quoq; anguli g/e/f/ & e/f/g,binis itidem rectis sunt minores. concurrent ergo tandem e/g/& f/g/in continuum rectūmq; productæ,per quintum postulatum:cōueniant itaq; ad punctū g.Reliquus igitur angulus e/g/f, reliquo a/c/b,

Descriptio propositi rectilinei.

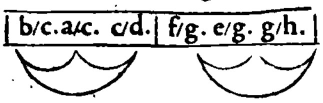


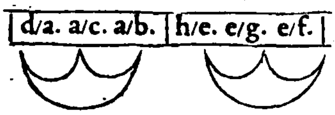
per corollarium trigesimæsecundæ primi,& tertiam cōmunem sententiam erit æqualis.Aequiangulum est propterea e/f/g/triāgulum,ipsi a/b/c/triangulo. Ad datam rursum lineam rectam e/ g, & data illius puncta e/ & g: datis angulis d/a/c/& a/c/d, æquales anguli per eandem vigesimamtertiam primi constituātur, h/e/g/ quidem ipsi d/a/c, & e/g/h/ ipsi a/c/d. & producātur e/h/ & g/h, per secundum postulatum: donec (veluti priores) congrediantur ad punctum h. Erit itaq; reliquus angulus qui ad h, reliquo qui ad d/ consequenter æqualis: & proinde e/g/h/ triangulum, ipsi a/c/d/ triangulo æquiangulum.

Problematis ostensiua resolutio.



Aequiangulum insuper est e/f/g/ triangulum, ipsi triangulo a/b/c. Aequiangulorum porrò triangulorum proportionalia sunt latera, quæ circū æquales angulos, per quartam huius sexti. Est igitur vt a/b/ ad b/c, sic e/f/ ad f/g. sicut insuper b/c/ad a/c, sic f/g/ad e/g. sicut præterea a/c/ad c/d, sic e/g/ad g/h. Et ex æquali igitur, per vigesimamsecundam quinti, sicut b/c/ ad c/d, sic f/g/ad g/h. Rursum est sicut c/ d/ ad d/a, sic g/h/ ad h/e. Et sicut d/a/ad a/c, sic h/e/ad e/g. sicútq; a/c/ad a/b, sic e/g/ad e/f. Et ex æquali rursum, per eandem vigesimamsecundam quinti, sicut d/a/ad a/b, sic h/e/ad e/f. Et quoniam angulus g/e/f, angulo c/a/b/ est æqualis: & h/e/g/ ipsi d/a/c: totus propterea angulus h/e/f, toti d/a/b, per secundam cōmunem sententiā æqualis est. Et proinde totus f/g/h, toti b/c/d/ respondenter æqualis. Angulus porrò qui ad f, angulo qui ad b: & reliquus qui ad h, reliquo qui ad d/ æqualis ostensus est.





Aequiangulum est itaque e/f/g/h/ rectilineum, ipsi rectilineo a/b/c/d. Patuit, quòd & latera quæ circū æquales sunt angulos, cum eodem habet proportionalia: sicut a/b/ad b/c, sic e/f/ad f/g: sicut item b/c/ad c/d, sic f/g/ ad g/h: & sicut c/d/ad d/a, sic g/h/ad h/e: sicut denique d/a/ad a/b, sic h/e/ad e/f. Simile est itaq; rectilineum e/f/g/h, ipsi rectilineo a/b/c/d, atq; similiter positū: per primā huius sexti diffinitionem. Super data igitur recta linea e/f, dato rectilineo a/b/c/d, simile similitérq; positum rectilineum descriptū est e/f/g/h. Quod fecisse oportuit.

Θεώρημα ιγ, Πρότασις ιθ.

Τὰ ὅμοια τρίγωνα, πρὸς ἄλληλα ἐν διπλασίονι λόγῳ ἐστὶ τῶν ὁμολόγων πλευρῶν.

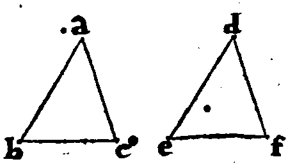
Theorema 13, Propositio 19.

Similia triangula: adinuicem in dupla sunt ratione laterum similis rationis. 19

ORONTIVS. ¶ Sint bina & similia, hoc est æquiangula & proportionalium laterum triangula, a/b/c/ & d/e/f: habentia angulum qui ad b/ æqualem angulo qui ad e, & sicut a/b/ad b/c, sic d/e/ad e/f. Dico triangulum a/b/c/ ad triangulum d/e/f/ duplicem habere rationem, quam latus b/c/ad latus e/f: seu quòd ratio ipsius a/b/c/ trianguli ad triangulum d/e/f, ex lateris b/c/ad latus e/f/ duplata ratione cōsurgit.

Prima ostensionis differētia.

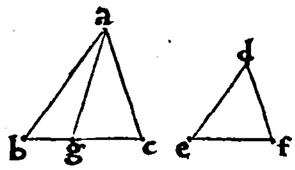
In primis itaq; aut b/c/ est æqualis ipsi e/f, aut inæqualis. Si æqualis: erit sicut a/b/ ad e/f, sic d/e/ad b/c. æquales enim ad eandem, eandem habent rationem, & eadem ad æquales, per septimam quinti. Et proinde triangula a/b/c/ & d/e/f, habebūt vnū angulum vni angulo æqualem: & quæ circū æquales angulos latera reciprocè proportionalia. Aequum erit itaque triangulum a/b/c/ ipsi triangulo d/e/f, per secundam partē decimæquintæ huius sexti: sicuti & basis b/c, basi e/f. Atqui ratio æqualitatis eorundem triangulorum, ex ipsa ratione æqualitatis laterū b/c/ & e/f/ duplicata, aut quouis alio modo multiplicata cōsurgit. Quantitates enim duarum rationum æqualitatis, per quintam diffinitionem huius sexti multiplicatæ: restituunt æqualitatis itidem quātitatem. ¶ At si b/c/ fuerit inæqualis ipsi e/f, altera earū erit maior.



Eſto b/c, ipſa e/f/ maior. Et ipſis b/c/ & e/f, tertia ſuſcipiatur proportionalis b/g, per vndecimam huius ſexti :ſicut b/c/ad e/f,ſic e/f/ad b/g. & connectatur recta a/g, per primum poſtulatum. Et quoniã eſt vt a/b/ad b/c, ſic d/e/ad e/f: & permutatim igitur, per ſedecimam quinti, ſicut a/b/ad d/e, ſic b/c/ad e/f. Sicut porrò b/c/ad e/f, ſic e/f/ad b/g:& proinde ſicut a/b/ad d/e, ſic per vndecimam quinti e/f/ad b/g. Triangulorum itaq; a/b/g/ & d/e/f, vnũ angulum qui ad b/vni angulo qui ad e/æqualem habentium, reciproca ſunt latera quæ circũ æquales angulos. Aequum eſt itaq; a/b/g/triangulum, ipſi triangulo d/e/f, per ſecundam partem quindecimæ huius ſexti. Rurſum quoniã eſt ſicut b/c/ad e/f, ſic e/f/ad b/g: Secũda eiuſdem oſtenſionis differẽtia.

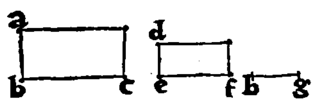
| a/b. d/e. | b/c. e/f. | e/f. b/g. |

tres itaque rectæ lineæ ſunt proportionales. Prima igitur ad tertiam, duplicem rationem habet, quam ad ſecundam: per decimam huius quinti diffinitionem. Sed ſicut prima b/c/ad tertiam b/g, ſic a/b/c/ triãgulum ad triangulum a/b/g, per primam huius ſexti: ſub eodem enim ſunt vertice, atque in eadem altitudine ipſa triangula. Et triangulum igitur a/b/c/ad triangulum a/b/g, duplam rationẽ habet quam b/c/ad e/f. Ipſi porrò a/b/g/ triangulo, æquum eſt triangulum d/e/f: & idem triangulum ad æqualia triangula eandem habet rationem, per ſeptimam quinti. Et triangulum igitur a/b/c/ad triangulum d/e/f, duplicem rationem habet quam b/c/ad e/f. Simila itaq; triangula, in dupla ratione ſunt laterũ ſimilis rationis. Quod demonſtrandum receperamus.



Corollarium.

¶ Fit proinde manifeſtũ, quòd ſi tres rectæ lineæ fuerint proportionales: erit ſicut prima ad tertiam, ſic quod à prima deſcribitur rectangulum, ad ſimile ſimilitérq; poſitũ rectangulum quod à ſecunda. Oſtenſum eſt enim ſicut b/c/ad b/g, ſic a/b/c/triangulũ ad triãgulum a/b/g. Et ſicut igitur b/c/ad b/g, ſic a/c/ rectangulum ad d/f/ rectangulum.



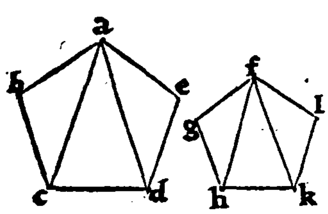
Θεώρημα ιδ', Πρόθεσις κ.

Τὰ ὅμοια πολύγωνα, εἰς τὰ ὅμοια τρίγωνα διαιρεῖται, καὶ εἰς ἴσα τὸ πλῆθος, καὶ ὁμόλογα τοῖς ὅλοις. καὶ τὸ πολύγωνον διπλασίονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ ὁμόλογος πλευρὰ πρὸς τὴν ὁμόλογον πλευράν.

Theorema 14, *Propoſitio* 20.

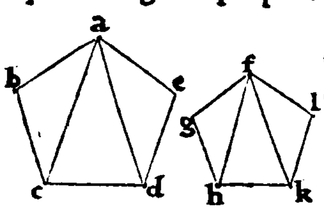
20 Similia polygona, in ſimilia triangula diuiduntur, & in æqualia numero: & æqua ratione totis. Et polygonum ad polygonum duplicem rationem habet, quàm ſimilis rationis latus ad ſimilis rationis latus.

ORONTIVS. ¶ Sint bina & ſimilia polygona a/b/c/d/e/ & f/g/h/k/l: habentia angulum qui ad f/angulo qui ad a/æqualem, & eum qui ad g/ei qui ad b, & qui ad h/ei qui ad c, & ſic de cæteris: ſitq; vt latus a/b/ad b/c, ſic f/g/ad g/h, ſicútq; b/c/ad c/d, ſic g/h/ad h/k, & deinceps ita, ſeruata laterũ & angulorũ reſpondentia. Dico primũ, quòd ipſa a/b/c/d/e/ & f/g/h/k/l/ polygona, in ſimilia & æqualia numero diuiduntur triangula. Connectãtur enim a/c/ & a/d, necnon f/h/ & f/k/ lineæ rectæ, per primum poſtulatum. Et quoniã per hypotheſin (hoc eſt, datam polygonorũ ſimilitudinẽ) angulus qui ad b/æquus eſt angulo qui ad g, Prima theorematis pars.



& ſicut latus a/b/ad b/c, ſic f/g/ad g/h: ſit vt bina triangula a/b/c/& f/g/h, habeant vnum angulum vni angulo æqualem, & quæ circũ æquales angulos latera proportionalia. Aequiangula ſunt propterea a/b/c/ & f/g/h/ triangula, per ſextam huius ſexti:& æquales habent angulos,ſub quibus eiuſdem rationis latera ſubtenduntur, vtpote angulum b/ a/ c/angulo g/f/h, & angulum b/c/a/ipſi g/h/f. Hinc per quartam eiuſdem ſexti,proportionalia ſunt latera quæ circum æquales angulos,& ſimilis rationis quæ æqualibus angulis latera ſubtenduntur: ſicut igitur a/c/ad b/c, ſic f/h/ad g/h. Sed per hypotheſin, vt b/c/ ad c/d,ſic g/h/ ad h/k. Et ex æquali igitur,ſicut a/c/ad c/d,ſic f/h/ad h/k:per vigeſimamſecundam quinti. Et quoniam totus angulus b/c/ d, toti angulo g/ h/ k, per hypotheſin eſt æqualis,& angulus b/c/a,ipſi g/h/f/æqualis nunc oſtenſus eſt:reliquus igitur a/c/d, reliquo f/h/k,per tertiam communem ſententiã eſt æqualis. Triangula itaq; a/c/d/ & f/h/k,habent rurſum vnum angulum vni angulo æqualem,& quæ circum æquales angulos latera proportionalia: æquiangula ſunt igitur a/c/d/& f/g/h/ triangula,per eandem ſextam huius ſexti. Et per quartam ipſius ſexti, latera quæ circum æquales angulos proportionalia. Haud diſſimiliter oſtendetur triangulum a/d/e, triangulo f/k/l/fore æquiangulũ:& proportionalia quæ circum æquales angulos habere latera. Simile eſt itaque a/b/c/triangulũ ipſi f/g/h/triangulo, & a/c/d/ipſi f/h/k, necnon a/d/e/ipſi triangulo f/k/l: per primã huius ſexti libri diffinitionẽ. Data igitur a/b/ c/d/e/ & f/g/h/k/l/polygona,in ſimilia & æqualia numero triãgula diuidũtur.

| a/c. b/c. c/d | f/h. g/h. h/k |



Pars ſecunda theorematis.

¶Dico inſuper,ꝙ ipſa triangula ſunt inuicẽ,atq; totis ipſis polygonis proportionalia:ſicut triangulũ a/b/c/ad triangulũ f/g/h,ſic a/c/d/ad f/h/k,& a/d/e/ad f/k/l/triãgulũ:ſicútq; a/b/c/triangulum ad ipſum triangulũ f/g/h, ſic a/b/c/d/e/polygonum ad polygonũ f/g/h/k/l. Cùm enim a/b/c/triangulũ ſimile ſit f/g/h/triangulo,ſintq; a/c/& f/h/ſimilis rationis latera:triangulum igitur a/b/c/ ad triangulum f/g/h, duplicem rationẽ habet,quam latus a/c/ad latus f/h, per antecedentẽ decimamnonã propoſitionẽ. Et proinde triãgulum a/c/d/ad triangulũ f/h/k/duplatam itidem rationẽ habet,quam idem latus a/c/ad latus f/h. Quæ autẽ eidem ſunt eædem rationes,adinuicẽ ſunt eædem:per vndecimã quinti. Et ſicut igitur a/b/c/triangulum ad triangulum f/g/h,ſic triangulum a/c/d/ad triangulum f/h/k. Rurſum quoniã triangulum a/c/d/ſimile eſt triãgulo f/h/k,& latus a/d/ſimilis rationis cum f/k:triangulum propterea a/c/d/ad triãgulum f/h/k/duplatam rationem habet,quam latus a/d/ad latus f/k,per ipſam antecedentem decimamnonam huius ſexti. Et triangulum conſequẽter a/d/e/ad triangulum f/k/l/duplatam itidem rationẽ habet,quam idem latus a/d/ad ipſum latus f/k. Et ſicut igitur a/c/d/triangulum,ad triangulum f/h/k:ſic per eandem vndecimã quinti,triangulum a/d/e/ad triangulum f/k/l. Sicut porrò a/c/d/ad f/h/k,ſit patuit a/b/c/triangulum ad triangulum f/g/h. Et ſicut igitur, per vndecimam ipſius quinti,triangulum a/b/c/ad triangulũ f/g/h: ſic triangulum a/d/e/ad triangulum f/k/l. Proportionalia itaque ſunt ipſa nuper expreſſa triangula:ſicut a/b/c/ad f/g/h, ſic a/c/d/ad f/h/k,& a/d/e/ad f/k/l. Eſt igitur per duodecimã quinti,ſicut vnũ antecedentium ad vnum conſequentiũ:ſic omnia antecedentia,ad omnia conſequẽtia. Sicut itaq; triangulum a/ b/ c, ad triangulum f/g/h: ſic a/ b/ c/ d/ e/ polygonum, ad polygonum f/g/h/k/l. Sunt igitur ipſa triangula tum inuicem, tum ipſis totis polygonis

| a/b/c. f/g/h | a/c/d. f/h/k | a/d/e. f/k/l |

Sicut—a/b/c.		f/ g/ h.
ſic——a/ c/d.	ad	f/ h/ k.
&——a/d/e.		f/ k/ l.

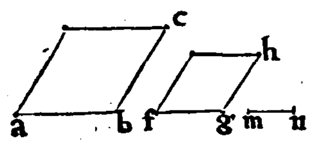
proportionalia. ¶ Aio demũ ꝙ polygonũ a/b/c/d/e,ad f/g/h/k/l,duplatam rationẽ habet,quam latus a/b/ad similis rationis latus f/g.Ostensum est enim vt triangulũ a/b/c,ad triangulum f/g/h:sic a/b/c/d/e/polygonum,ad polygonum f/g/h/k/l.Sed triangulum a/b/c/ad triangulum f/g/h/duplatam rationem habet,quam a/b/latus ad similis rationis latus f/g, per antecedentem decimamnonã propositionem huius sexti: simile nanq; ostensum est a/b/c/ triangulum, ipsi f/g/h/triangulo. Et polygonum igitur a/b/c/d/e,ad polygonum f/g/h/k/l/duplatam rationem habet,quam latus a/b/ad similis rationis latus f/g. Similia itaq; polygona: &c. vt in theoremate. Quod fuerat ostendendum. Tertia pars.

Corollarium primum.

¶ Fit itaq; generaliter manifestum, ꝙ similes quæcunq; rectilineæ figuræ,in dupla ratione sunt adinuicem similis rationis laterum:id est,ꝙ ratio similium rectilinearũ figurarum, ex duplata similium laterum ratione consurgit. Id enim primò patuit in triangulis,& rectangulis,siue quadratis:nunc autem in polygonis,& omnia polygona in triangula diuisibilia sunt.

Corollarium secundum.

¶ Sequitur rursum,quòd si tres rectæ lineæ fuerint proportionales: erit sicut prima ad tertiam, sic descripta super primam vel à prima species rectilinei, ad similẽ similitérq; positam speciem,quæ à secunda vel supra secundam conscribitur.Ostensum est enim polygonũ a/b/c/d/e,ad polygonum f/g/h/k/l/duplam rationẽ habere, quam latus a/b/ad latus f/g. & si ipsarum a/b/& f/g/tertiam acceperimus proportionalem,per vndecimam huius sexti, vtpote m/n: ipsa a/b/ad m/n/duplam itidem rationẽ habebit,quam eadẽ a/b/ad f/g,per decimam diffinitionem quinti. Et proinde sicut a/b/ad m/n, sic a/b/c/rectilineum ad simile similitérque positum rectilineum f/g/h.



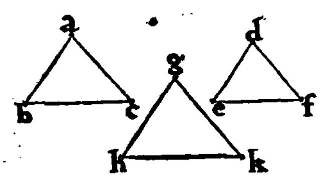
Θεώρημα ιε, Πρόθεσις κα.

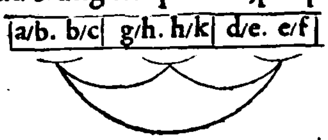
Τὰ τῷ αὐτῷ εὐθυγράμμῳ ὅμοια καὶ ἀλλήλοις ἐστὶν ὅμοια.

Theorema 15, Propositio 21.

21 QVæ eidem rectilineo sunt similia:& adinuicem sunt similia.

ORONTIVS. ¶ Sint bina rectilinea a/b/c/ & d/e/f, eidem rectilineo g/h/k/ similia.Dico a/b/c/rectilineum,simile fore rectilineo d/e/f.Cùm enim ex hypothesi a/b/c/ & g/h/k/ rectilinea, similia sint adinuicem : habebunt propterea angulos æquales ad vnum, & quæ circum æquales angulos sunt latera proportionalia : per primæ diffinitionis huius sexti conuersionem.Et proinde rectilinea d/e/f/& g/h/k,æquiangula erũt,& proportionaliũ itidem laterũ: cùm ex ipsa hypothesi similia sint adinuicem.Sit vterq; angulorum qui ad b/& e,ipsi angulo qui ad h/æqualis:& sicut g/h/ad h/k, sic a/b/ad b/c, & d/e/ad e/f. Et quoniam angulus qui ad b/æqualis est angulo qui ad h,& eidẽ angulo qui ad h/ æqualis angulus qui ad e: angulus igitur qui ad b/angulo qui ad e,per primam communẽ sententiam est æqualis. Insuper quoniam est vt a/b/ad b/c,sic g/h/ad h/k:sicut rursum g/h/ad h/k, sic d/e/ad e/f. Et sicut igitur a/b/ad b/c, sic per vndecimam quinti,d/e/ad e/f. Proportionalia itaq; sunt latera,quæ circũ eosdem æquales angulos qui ad b/& e.





Haud dissimiliter ostendemus, reliquos angulos ipsius a/b/c/ rectilinei, reliquis angulis ipsius d/e/f/fore inuicem æquales: & circum eosdem æquales angulos latera proportionalia. Simile est itaq; a/b/c/rectilineũ, ipsi rectilineo d/e/f, per primam huius sexti diffinitionem. Quod oportebat demonstrare.

Θεώρημα ιϛ, Πρόθεσις κβ.

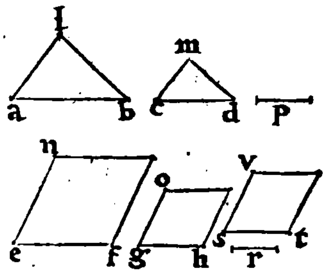
Ἐὰν τέσσαρες εὐθεῖαι ἀνάλογον ὦσι, καὶ τὰ ἀπ' αὐτῶν εὐθύγραμμα ὅμοιά τε καὶ ὁμοίως ἀναγεγραμμένα, ἀνάλογον ἔσται. κἂν τὰ ἀπ' αὐτῶν εὐθύγραμμα ὅμοιά τε καὶ ὁμοίως ἀναγεγραμμένα ἀνάλογον ᾖ, καὶ αὐταὶ αἱ εὐθεῖαι ἀνάλογον ἔσονται.

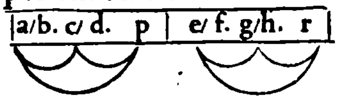
Theorema 16, Propositio 22.

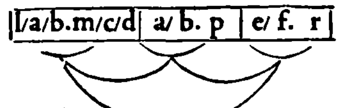
SI quatuor rectæ lineæ proportionales fuerint: & ab eis rectilinea similia similitérque descripta, proportionalia erunt. Et si ab ipsis rectilinea similia similitérque descripta, proportionalia fuerint: ipsæ quoque rectæ lineæ proportionales erunt. 22

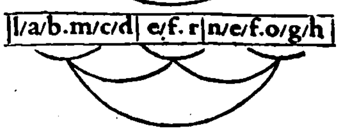
Pars prima theorematis.

ORONTIVS. ¶ Sint quatuor rectæ lineæ discõtinuè proportionales a/b, c/d, e/f, & g/h: sicut quidem a/b/ ad c/d, sic e/f/ ad g/h. Et per decimamoctauam huius sexti, ab ipsis a/b/ & c/d, similia similitérq; posita rectilinea describantur, l/a/b/ & m/c/d: & per eandem decimamoctauã, ab ipsis e/f/ & g/h, alia quædam similia similitérque posita rectilinea, n/e/f/ & o/g/h. Aio fore sicut l/a/b/ ad m/c/d, sic n/e/f/ ad o/g/h. Inueniatur enim ipsis a/b/ & c/ d, tertia proportionalis p: ipsis autem e/f/ & g/h, tertia itidem proportionalis r, per vndecimam huius sexti. Cùm sit igitur ex hypothesi, vt a/b/ ad c/d, sic e/f/ ad g/h, & per constructionem sicut b/c/ ad p, sic g/h/ ad r. Et ex æqua igitur ratione, sicut a/b/ ad p: sic e/f/ ad r, per vigesimamsecundam quinti. Sicut porrò a/b/ ad p, sic l/a/b/ rectilineum, ad rectilineum m/c/d: per secundum corollarium vigesimæ huius sexti. Et sicut igitur l/ a/ b/ rectilineum, ad rectilineũ m/c/d: sic per vndecimam ipsius quinti, e/f/ ad r. Sicut rursum e/f, ad r: sic, per idem corollarium, rectilineum n/e/f/ ad rectilineum o/g/h. Et sicut itaque l/a/b, ad m/c/d: sic per eandem vndecimam quinti, n/e/f/ ad o/g/h.



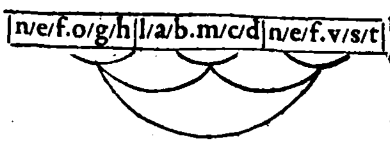






Secunda pars conuersa primæ.

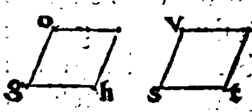
¶ Si autem fuerit vt l/a/b/ad m/c/d, sic n/e/f/ad o/g/h: dico versa vice, quatuor lineas rectas a/b, c/d, e/f/ & g/h, fore proportionales, sicut a/b/ad c/d, sic e/f/ad g/h. Datis enim tribus rectis lineis a/b, c/d, & e/f: quarta inueniatur proportionalis s/t, per duodecimã huius sexti. Et per decimamoctauam eiusdem, ab eadem s/t, ipsis n/e/f/ & o/g/h/simile similitérque positum rectilineum describatur v/s/t. Et quoniam est vt a/b/ad c/d, sic e/f/ ad s/t, & ab ipsis a/b/ & c/d/similia similitérque posita describuntur rectilinea l/a/b/ & m/c/d, ab ipsis autem e/f/ & s/t/similia itidem similitérq; posita rectilinea n/e/f/ & v/s/t. est igitur per primam partem iam demonstratã huius propositionis, sicut l/a/b/ad m/c/d, sic n/e/f/ ad v/s/t. Receptum est autem ex hypothesi, vt l/a/b/ad m/c/d, sic n/e/f/ ad o/g/h. Et sicut igitur n/e/f, ad o/g/h: sic per vndecimam quinti, n/e/f/ad v/s/t. Eadem itaque magnitudo n/e/f, ad vtrasq; o/g/h/ & v/s/t, eandem habet rationem. Aequum est igitur

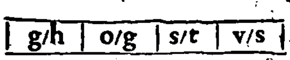


rectilineum o/g/h, ipsi v/s/t: per nonam quinti. Est autē & eidem simile, similitérq; positum, per constructionem. Similia porrò similitérque posita, & inuicem æqualia rectilinea ab æqualibus, aut super æqualibus rectis lineis describūtur. Aequalis est igitur s/t/ipsi g/h. Est autē vt a/b/ad c/d, sic e/f/ad s/t. ipsi porrò s/t, æqualis ostensa est g/h: & eadem ad æquales, eandem habet rationē, per septimam quinti. Et sicut igitur a/b/ad c/d: sic e/f, ad g/h. Ergo si quatuor rectæ lineæ proportionales fuerint: & quæ sequuntur reliqua. Quod ostendendum susceperamus.

Lemma siue assumptum.

¶ Quòd autem similia, similitérque posita, & inuicem æqualia rectilinea, habeant similis rationis latera inuicem æqualia: sic demonstratur. Sint rursum æqualia, & similia, similitérque posita rectilinea, o/g/h/& v/s/t: sitq; vt o/g/ad g/h, sic v/s/ad s/t. Aio quòd g/h/& s/t, sunt inuicem æquales. Si nanque fuerint inæquales: altera maior erit. Esto (si possibile sit) g/h, maior s/t. Et quoniam est vt o/g/ad g/h, sic v/s/ad s/t: & econtra igitur, vel à conuersa ratione, sicut g/h/ad o/g, sic erit s/t/ad v/s: per corollarium quartæ libri quinti. Sed prima g/h, maior est tertia s/t: & secunda itaque o/g, quarta v/s/maior erit, per decimamquartam ipsius quinti. Binæ itaque o/g/& g/h, duabus v/s/& s/t/erunt maiores: & proinde ipsum rectilineū o/g/h, maius rectilineo v/s/t. Est autē eidem æquale, per hypothesin: quæ simul impossibilia sunt. Non est igitur g/h, maior ipsa s/t. Similiter ostendetur, quòd neq; minor. Aequalis est itaq; g/h, eidem s/t. Quod fuerat ostendendum.





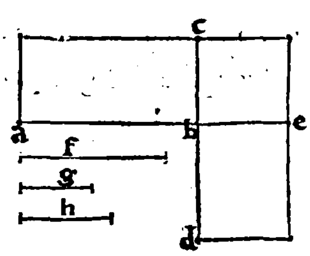
Θεώρημα ιζ, Πρότασις κγ.

Τὰ ἰσογώνια παραλληλόγραμμα, πρὸς ἄλληλα λόγον ἔχει τὸν συγκείμενον ἐκ τῶν πλευρῶν.

Theorema 17, Propositio 23.

23 AEquiangula parallelogramma, adinuicem rationem habent compositam ex lateribus.

ORONTIVS. ¶ De lateribus velim intelligas, quæ circum æquales sunt angulos. Sint igitur bina parallelogramma inuicē æquiangula, a/b/c/& d/b/e: quorum angulus qui sub a/b/ & b/c, angulo qui sub d/b/& b/e/ continetur sit æqualis. Dico a/b/c/parallelogrammum, ad parallelogrammum d/b/e, rationem habere compositam ex ratione laterum a/b/ad b/e, & c/b/ad b/d. Constituantur enim a/b/ & b/e/ latera in directum: hoc autem fiet, cùm anguli c/b/a/ & c/b/e/ duobus rectis fuerint æquales, per decimamquartam primi. tunc quoq; in directum erit c/ b/ ipsi b/ d, per eandem propositionem: nam anguli e/b/c/& e/b/d, per primam & tertiam communem sententiam, duobus itidem rectis æquabūtur. Compleatur denique parallelogrammum c/ b/ e: productis in continuum rectúmque, per secundum postulatum, eorundem parallelogrammorum lateribus. Proponatur insuper recta quædam linea f: & tribus datis rectis lineis a/ b, b / e, & f: quarta subsumatur proportionalis g, per duodecimam huius sexti. Erit igitur vt a/b, ad b/ e: sic f, ad g. Et per eandem duodecimam propositionem, tribus datis rectis lineis c/b, b/d, & g: quarta rursum proportionalis accipiatur h. Erit ergo vt c/b, ad b/d: sic g, ad h. Est autem sicut a/ b/ ad b/ e, sic f/ ad g. rationes itaque ipsius f/ ad g, & g/ ad h: eædem sunt ipsis rationibus a/ b/ ad b/e, & c/b/ ad b/d. Ratio porrò f/ ad h, componitur ex ratione ipsius f/ ad g, atque



Partiū figuræ præparatio.

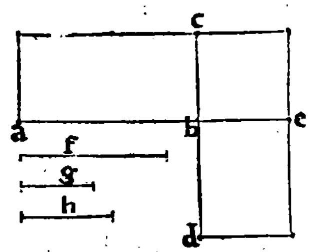
ipsius g/ ad h: veluti quinta huius sexti præmissum est diffinitione. Et proinde ratio f/ad h, componitur ex ratione laterum a/b/ ad b/e, & c/b/ad b/d. His præostẽsis, quoniam a/b/c/ & c/b/e/ parallelogramma sub eadem sunt altitudine: ad se inuicem igitur sunt vt bases, per primam huius sexti. Sicut itaque a/b, ad b/e: sic a/b/c parallelogrammum, ad parallelogrammum c/ b/e. Sicut autem a/b/ ad b/e, sic per constructionem f/ ad g. Et sicut igitur f, ad g: sic per vndecimam quinti, a/ b/ c/ parallelogrammum, ad c/b/e/ parallelogrammum. Insuper quoniam c/b/e/& d/ b/ e/ parallelogramma, in eadem sunt altitudine: ad se inuicem rursum sunt vt bases, per eandem primam huius sexti. Sicut ergo c/ b/ ad b/d: sic parallelogrammum c/b/e, ad d/b/e/ parallelogrammum. Sicut porrò c/b, ad b/d: sic per constructionem g, ad h. Et sicut igitur g/ad h: sic parallelogrammum c/b/e, ad d/b/e/ parallelogrãmum, per ipsam vndecimam quinti. Et quoniam ostẽsum est, vt f/ ad g, sic a/b/c/parallelogrammũ, ad parallelogrammum c/ b/ e: sicut rursum g/ ad h, sic idem parallelogrammum c/ b/ e, ad d/ b/ e/ parallelogrammum. Et ex æqua igitur ratione, per vigesimamsecũdam eiusdem quinti, sicut f/ad h: sic a/b/c/ parallelogrammum, ad d/b/e/parallelogrammũ. Atqui ratio f/ ad h, composita est (vti suprà deduximus) ex ratione laterum a/ b/ ad b/ e, & c/ b/ ad b/d. Et parallelogrammum igitur a/b/c/ad parallelogrammum d/b/e, rationem habet compositam ex ratione laterum a/b/ad b/e, & c/b/ad b/d. Aequiangula itaque parallelogramma, rationem habent compositam ex lateribus, angulos inuicem æquales continentibus. Quod demonstrandum fuerat.

Præcipua demõstrationis resolutio.

| f. g | a/b.b/e | a/b/c. c/b/e |

| g. h | c/b. b/d | c/b/e d/b/e |

| f. g. h | a/b/c. c/b/e. d/b/e |



Θεώρημα ιη, Πρόθεσις κδ.

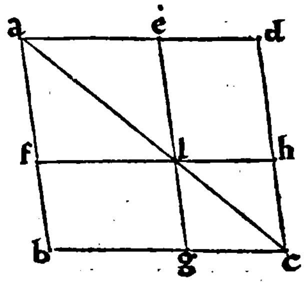
Παντὸς παραλληλογράμμου, τὰ περὶ τὴν διάμετρον παραλληλόγραμμα, ὅμοιά ἐστι τῷ τε ὅλῳ καὶ ἀλλήλοις.

Theorema 18, *Propositio* 24.

OMnis parallelogrammi, quæ circa dimetiẽtem parallelográma: similia sunt toti, & adinuicem. 24

ORONTIVS. ¶Esto datum parallelogrammum a/b/c/d, cuius dimetiens sit a/c, & circa ipsum dimetientem parallelogramma, e/f/ & g/h. Aio ipsa e/f/ & g/h/ parallelogramma, toti parallelogrammo a/b/c/d, atque inuicem fore similia. Trianguli enim a/b/c, ad latus b/ c/ acta est parallela f/l: secat igitur f/l/ ipsius trianguli latera proportionaliter, per secundam huius sexti, sicut b/f/ ad f/a, sic c/ l/ ad l/ a. Trianguli rursum a/ d/ c, ad latus d/c/ acta est parallela e/l: secat igitur e/l/ ipsius trianguli latera proportionaliter, per eãdem secundã huius sexti, sicut c/l/ ad l/a, sic d/e/ ad e/a. Sicut porrò c/l/ ad l/a, sic ostensum est b/f/ad f/a. Et sicut igitur b/f/ad f/a, sic per vndecimã quinti, d/e/ad e/a. Si autem diuisæ magnitudines proportionales fuerint: compositæ quoq; proportionales erũt, per decimamoctauam quinti. Et sicut igitur b/a/ad a/f, sic d/a/ad a/e. Et permutatim rursum, per

Quòd e,f, parallelogrãmũ simile sit toti a,b,c,d.



| b/f f/a | c/l. l/a | d/e. e/a |

| b/a. | a/f. | d/a. | a/e. | decimamsextam eiusdem quinti, sicut b/a/ad a/d, sic f/a/ ad a/e. Proportionalia itaq; sunt latera, quæ circum angulum qui ad a/vtrique parallelogrammo communem.

Insuper, quoniam parallela est f/l/ ipsi b/c: æqualis est angulus a/f/l, ipsi angulo a/b/c: necnō & a/l/f, ipsi a/c/b, per vigesimamnonam primi. Angulus porrò qui sub f/a/l/aut b/a/c, vtrique triangulo a/b/c/& a/f/l/ communis est. Aequiangulū est itaque triangulū a/f/l, triāgulo a/b/c. Haud dissimiliter triāgulum a/e/l, triāgulo a/d/c/ ostendetur æquiangulū: & angulus a/e/l/angulo a/d/c/ æqualis, atque a/l/e/ipsi angulo a/c/d. Si autem æquales anguli, æqualibus cōponantur angulis: consurgent per secundam cōmunem sententiā, æquales anguli. Aequus est igitur angulus f/l/ e, ipsi b/c/ d: & totum proinde parallelogrammum e/f, toti a/b/c/d/ æquiangulum. Rursum quoniam a/f/l/& a/b/c/triangula, similiter & a/e/l/ atque a/d/c, sunt inuicem æquiangula: proportionalia itaque sunt latera, quæ circū æquales angulos, per quartam huius sexti. Sicut igitur a/b/ad b/c, sic a/f/ad f/l: sicútque b/c/ad c/a, sic f/l/ad l/a. Sicut rursum a/c/ad c/d, sic a/l/ad l/e: sicut denique c/d/ad d/a, sic l/e/ ad e/a. Et quoniam ostensum est, vt b/c/ad c/a, sic f/l/ad l/a: sicut præterea a/c/ad c/d, sic a/l/ad l/e. Et ex æqua igitur ratione, per vigesimamsecūdam quinti, sicut b/c/ad c/d, sic f/l/ad l/e.

| a/b/ | b/c/ | c/a/ | c/d/ | d/a/ | | a/f/ | f/l/ | l/a/ | l/e/ | e/a/ |

Aequiangulorum itaque parallelogrammorum a/ b/ c/ d/& e/f, proportionalia sunt latera quæ circum æquales angulos. Simile est igitur e/ f/ parallelogrammum, ipsi a/b/c/d/ parallelogrammo: per primam huius sexti diffinitionem. Haud dissimili via, g/h/parallelogrammum, ipsi a/b/c/d/ parallelogrammo simile fore conuincetur: eundem qui prius, versus angulum c, & ipsum g/h/ parallelogrammum respondenter iterando discursum. Et proinde vtrunque ipsorum e/f/& g/h/parallelogrammorum, simile est eidem a/b/c/d/parallelogrammo. Omne autem parallelogrammum, rectilineum est: & quæ eidem rectilineo sunt similia, & adinuicem similia sunt, per vigesimamprimam huius sexti. Simile est igitur e/f/parallelogrammum, ipsi g/h/parallelogrammo. Omnis itaque parallelogrammi, quæ circa dimetientē parallelogramma, similia sunt toti, & adinuicem. Quod oportuit ostendisse.

Quòd g, h, parallelogrāmū eidē a, b, c, d, sit simile.

Quòd e, f, & g, h, similia sint adinuicē.

Πρόβλημα ζ, Πρόθεσις κε.

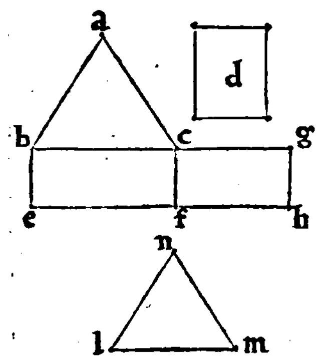
Τῷ δοθέντι εὐθυγράμμῳ ὅμοιον, καὶ ἄλλῳ τῷ δοθέντι ἴσον, τὸ αὐτὸ συστήσασθαι.

Problema 7, Propositio 25.

25 DAto rectilineo simile, & alij dato æquale, idem constituere.

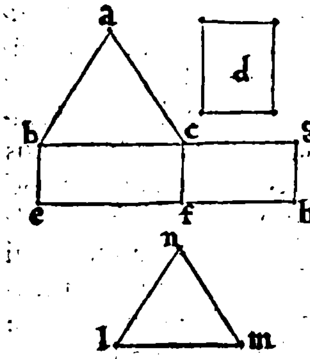
ORONTIVS. ¶ Sint bina rectilinea, a/b/c/inquàm & d: sitq; receptum, ipsi dato a/ b/ c/ rectilineo simile, ipsi verò d/ æquale, idem rectilineum cōstituere. Ad datam itaque rectam lineam b/c, & in dato angulo qui sub e/b/c, dato rectilineo a/b/c, æquale construatur parallelogrammum b/ f: similiter & ad rectam lineam f/c, atque in dato angulo qui sub f/c/g/ ei qui sub e/b/c/æquali, dato rectilineo d, æquale rursum parallelogrammum constituatur c/h, per quadragesimā quartam, & quadragesimamquintam primi, vtroque rectilineo (si expediat) in triāgula distributo. Et quoniam angulus f/c/g, æquus est angulo e/b/c, per cōstructionem, vtrique autem communis b/c/f: anguli propterea b/c/f,

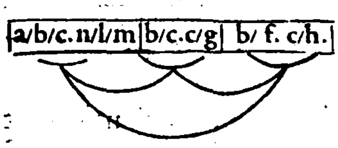
Partium figuræ præmittēda descriptio.



& f/c/g/ duobus angulis e/b/c/ & c/b/f, ſunt per ſecundam communem ſententiam æquales. ſed anguli e/b/c/ & b/c/f, ſunt æquales duobus rectis, per vigeſimamnonam ipſius primi. Et duo igitur anguli b/c/f/ & f/c/g, binis itidem rectis ſunt æquales. In directum eſt igitur b/c, ipſi c/g, per decimamquartam eiuſdem primi: & e/f/ conſequenter ipſi f/h. Binis inſuper datis rectis lineis b/c/ & c/g, media proportionalis inueniatur l/m, per decimamtertiam huius ſexti. Et per decimamoctauam eiuſdem ſexti, ſuper data recta linea l/m, dato rectilineo a/ b/ c, ſimile ſimilitérque poſitum rectilineum deſcribatur, n/l/m. Aio rectilineum n/l/m, æquum fore ipſi d. Cùm enim tres lineæ rectæ b/c, l/m, & c/g, ſint per constructionem cōtinuè proportionales: erit per ſecundum corollariū vigeſimæ huius ſexti, ſicut prima ad tertiam, ſic ſpecies rectilinei quæ à prima, ad ſimilem ſimilitérque poſitam ſpeciem quæ à ſecunda. Sicut igitur b/c, ad c/g: ſic a/b/c/ rectilineum, ad rectilineū n/l/m. Sicut porrò b/c, ad c/g: ſic b/f/ parallelogrāmum, ad parallelogrammum c/h, per primam huius ſexti: ſunt enim in eadem altitudine c/f. Ergo ſicut a/b/c/ rectilineum, ad rectilineum n/l/m: ſic per vndecimam quinti, b/f/ parallelogrammum, ad parallelogrammum c/h. Sed rectilineum a/b/c, æquum eſt per constructionem ipſi b/f/ parallelogrāmo: & rectilineū igitur n/l/m, ipſi parallelogrammo c/h/ per decimamquartam quinti eſt æquale. Eidem rurſum parallelogrāmo c/h, æquū eſt d/ rectilineum, per conſtructionem: & n/l/m/ itaq; rectilineum, ipſi d/ rectilineo, per primam communem ſentētiam eſt æquale. Constructū eſt autem & ipſi a/b/c/ ſimile. Idem itaque rectilineum n/l/m, ipſi dato rectilineo a/b/c/ ſimile, & alij dato ſcilicet d/ æquale conſtitutum eſt. Quod efficere oportebat.

Demonſtratiua problematis reſolutio.





Θεώρημα ιθ, Πρόθεσις κϛ.

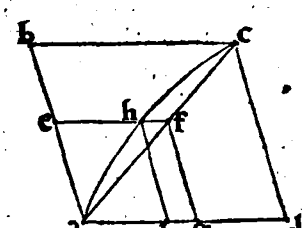
Ἐὰν ἀπὸ παραλληλογράμμου παραλληλόγραμμον ἀφαιρεθῇ ὅμοιόν τε τῷ ὅλῳ καὶ ὁμοίως κείμενον, κοινὴν γωνίαν ἔχον αὐτῷ, περὶ τὴν αὐτὴν διάμετρόν ἐστι τῷ ὅλῳ.

Theorema 19, Propoſitio 26.

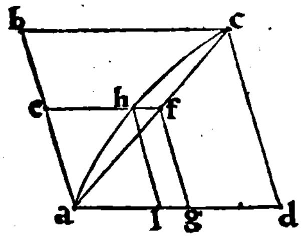
SI à parallelogrammo parallelogrammum auferatur, ſimile toti & ſimiliter poſitum, communem angulum habens ei: circum eundem dimetientem eſt toti. 26

ORONTIVS. ¶ Eſto datum parallelogrammum a/b/c/d: à quo ſimile ſimilitérque poſitum, & communem illi habens angulum qui ad a, auferatur diſtinguatúrve parallelogrammum a/e/f/g. Dico ipſa a/b/c/d/ & a/e/f/g/ parallelogramma, circa eundem fore dimetientem a/f/c: hoc eſt dimetientem a/ f/ c/ totius parallelogrammi a/b/c/d, tranſire per angulum qui ad f, & vtriq; parallelogrammo fore communem. Si enim a/c/ non tranſierit per f: tranſeat (ſi poſſibile ſit) vt a/h/c. ſecabit igitur a/h/c, aut e/f, aut f/g/ latus ipſius a/e/f/g/ parallelogrammi. Secet ipſum latus e/f, in puncto h. & per punctum h, vtrique ipſarū a/e/ & f/g/ parallela ducatur h/l, per trigeſimamprimam primi. Erit itaque e/l/ parallelogrammum, & circa eundem dimetientem cum ipſo a/b/c/d/ parallelogrammo. Simile erit igitur e/l/ parallelogrammum, ipſi a/b/c/d/

Oſtēſio theorematis ab impoſſibili.



parallelogrammo,per vigeſimamquartam huius ſexti.Eidem porrò a/b/c/d paral-lelogrammo,ſimile eſt per hypotheſin,ipſum e/f/g/parallelogrammum. Quæ autem eidem rectilineo ſimilia,& adinuicem ſimilia ſunt,per vigeſimamprimam huius ſexti.Simile erit itaque e/l/parallelogrammum,ipſi e/f/g/parallelogrammo.Similia porrò parallelogramma ſunt, quæ angulos æquales habent ad vnum,& quæ circa angulos æquales latera proportionalia,per primæ diffinitionis huius ſexti conuerſionẽ.Et ſicut igitur e/a/ ad a/g,ſic e/a/ad e/l.Ad quas autẽ eadem, eandẽ habet rationem,ipſæ ſunt æquales,per nonam quinti.Aequalis foret igitur a/g,ipſi a/l,totum ſuæ parti:quod per nonam communẽ ſententiam eſt impoſſibile.Idem etiam ſubſequetur incõueniens,vbi poſueris eundẽ a/c/dimetientẽ ſecare latus f/g.Tranſit igitur a/c/totius a/b/c/d/ parallelogrammi dimetiens,per angulum atq; punctũ f: & proinde ipſum a/e/f/g/ parallelogrammum,circum eundem dimetientem eſt toti a/b/c/d/ parallelogrammo. Igitur ſi à parallelogrammo parallelogrammum auferatur: &c.vt in theoremate.Quod demonſtrare fuerat operæpretium.



Θεώρημα κ, Πρόθεσις κζ.

Πάντων τῶν παρὰ τὴν αὐτὴν εὐθεῖαν παραβαλλομένων παραλληλογράμμων, καὶ ἐλλειπόντων εἴδεσι παραλληλογράμμοις ὁμοίοις τε καὶ ὁμοίως κειμένοις τῷ ἀπὸ τῆς ἡμισείας ἀναγραφομένῳ: μέγιστόν ἐστι, τὸ ἀπὸ τῆς ἡμισείας παραβαλλόμενον παραλληλόγραμμον, ὅμοιον ὂν τῷ ἐλλείμματι.

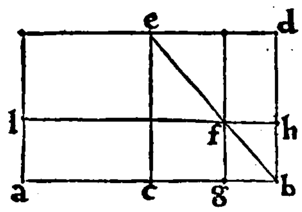
Theorema 20, Propoſitio 27.

27 OMnium parallelogrãmorum circum eandem rectam lineam proiectorum, deficientiumq; ſpecie parallelogrammis ſimilibus ſimilitérque poſitis ei quod à dimidia deſcriptum eſt: maximum eſt quod à dimidia proiectum parallelogrammum,ſimile exiſtens ſumpto.

ORONTIVS. ¶Deficere ſpecie dicitur parallelogrammum, dato parallelogrammo:quando vtrunque parallelogrammum ſuper eadem recta linea conſiſtẽs, alterum deeſt alteri, ad complendum ſimilis ſpeciei parallelogrammum ſuper totam datam rectam lineam coextẽſum. Vel dum cõparatum parallelogrammum, reliquo deficit ab ipſo ſimilis ſpeciei parallelogrammo, ſuper totam ipſam rectam lineam conſtituto. Sit igitur data recta linea a/b,ſecta bifariam in c,per decimam primi:deſcribatúrque à dimidia c/b,contingens parallelogrammum c/d.Iuxta verò datam rectam lineam a/b, gemina comparentur parallelogramma. alterum proiectum à reliqua dimidia a/c,vtpote a/e, ſimile ſimilitérq; deſcriptũ exiſtens ſumpto c/d,& deficiẽs ſpecie ipſo c/d/à toto a/d/ parallelogrammo:alterum autem a/f,ſuper a/ g/ comparatum maiore dimidia ipſius a/ b, & proinde ſubingrediens ipſum parallelogrãmum c/d, deficiénſque ſpecie parallelogrammo g/h,ſimili ſimilitérque poſito ipſi c/d/ quod à dimidia c/b/deſcriptum eſt,ad complendum ipſum a/h/parallelogrammum. Dico quòd a/e/parallelogrammum,maius eſt e/f/parallelogrammo. Cùm enim ex hypotheſi g/h/ parallelogrammum, ſimile ſit ipſi parallelogrammo c/d:circum igitur eundem ſunt dimetientem e/f/b, per vigeſimamſextam huius ſexti. Producatur ergo g/ f/ in rectum & continuum

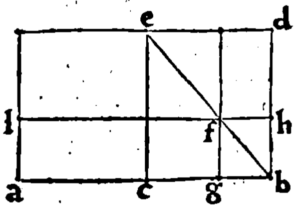
Quomodo parallelogrãmũ deficiat ſpecie dato parallelogrammo.

Prima theorematis differẽtia.



Demõſtratio.

vſque ad latus e/d, per ſecũdum poſtulatum. Parallelogrãmi igitur c/d, eorum quæ circa dimetientem ſunt parallelogrammorum ſupplementa c/f/ & f/d, ſunt per quadrageſimamtertiam primi adinuicem æqualia. Addatur vtrique commune g/h. totum ergo c/h, toti g/d, per ſecundam communem ſententiã eſt æquale. Eidem porrò c/h, æquum eſt c/l, per trigeſimamſextam primi: ſunt enim in baſibus æqualibus a/c/ & c/b, in eiſdémque parallelis a/b/ & l/h. Et g/d/ itaque, ipſi c/l/ per primam communem ſententiam æquum eſt. Commune rurſum addatur c/f. totus igitur gnomon c/b/d, toti a/f/ parallelogrammo eſt æquale. Sed totum parallelogrãmum c/d, maius eſt per nonam communem ſententiam, ipſo gnomone c/b/d: & proinde ipſo a/f/ maius. Aequum eſt porrò a/e/ parallelogrammum, ipſi c/d/ parallelogrammo, per eandem trigeſimamſextam primi: in baſibus enim ſunt æqualibus a/c/ & c/b, atq; in eiſdem parallelis a/b/ & e/d. Quæ autẽ ſunt æqualia, eiuſdem ſunt æquè maiora: per ſextæ communis ſententiæ cõuerſionem. Maius eſt itaque parallelogrammum a/e, ipſo a/f/ parallelogrammo.

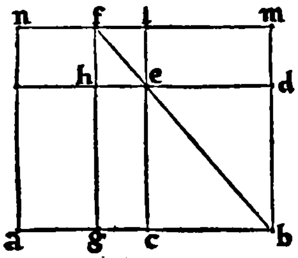


Secunda theorematis differentia.

¶ Sed eſto a/f/ parallelogrammum, proiectum ſuper a/g, minore dimidia ipſius a/b/ lineæ datæ, & egrediens ipſum a/e/ parallelogrãmum: deficiens rurſum ſpecie ipſo f/b/ parallelogrammo, ſimili ſimilitérque poſito ipſi c/d, quod à dimidia c/b/ deſcriptum eſt, ad complendum totum a/m/ parallelogrammum. Aio quòd & a/e/ parallelogrammum, maius eſt ipſo a/f/ parallelogrãmo.

Demõſtratio.

Cùm enim ex hypotheſi c/d & f/b/ parallelogramma, ſimilia ſint: circum eundem propterea dimetientẽ f/e/b, per vigeſimamſextam huius ſexti conſtituentur. Compleantur itaque, per trigeſimamprimam primi, & ſecundum poſtulatum, h/l/ & a/m/ parallelogramma: vt in ipſa continetur figura. Et quoniam parallelogramma ſunt a/l/ & c/m: ſunt igitur per trigeſimamquartã primi, n/l/ & l/m/ ipſis a/c/ & c/b/ quæ ex oppoſito, atque inuicem æquales. Et proinde n/e/ parallelogrammum, ipſi e/m/ parallelogrammo, per trigeſimãſextam primi æquale. Eidem porrò e/m, æquũ eſt e/g, per quadrageſimamtertiam ipſius primi. Et n/e/ itaque ipſi e/g, per primam communem ſententiam eſt æquale. Subducto igitur h/l: reliquum e/g, reliquo n/h/ maius eſt. Si autem inæqualibus e/g/ & n/h/ æqualia vel idem commune a/h/ apponatur: omnia, per quartam communem ſententiam, erunt inæqualia. conſurget igitur a/e/ parallelogrammum, maius ipſo a/f/ parallelogrammo. Omnium itaq; parallelogrammorum iuxta eandem lineam conſiſtentium, & deficientium ſpecie: & quæ ſequuntur reliqua. Quod oſtendendum receperamus.



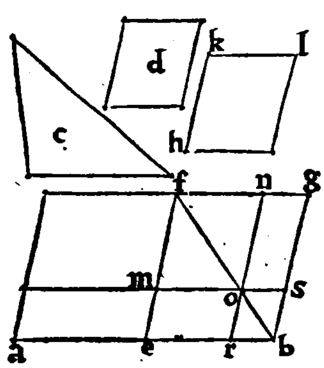
Πρόβλημα η, Πρόθεσις κη.

Παρὰ τὴν δοθεῖσαν εὐθεῖαν τῷ δοθέντι εὐθυγράμμῳ ἴσον παραλληλόγραμμον παραβαλεῖν, ἐλλεῖπον εἴδει παραλληλογράμμῳ, ὁμοίῳ ὄντι τῷ δοθέντι. Δεῖ δὴ τὸ διδόμενον εὐθύγραμμον, ᾧ δεῖ ἴσον παραβαλεῖν, μὴ μεῖζον εἶναι τοῦ ἀπὸ τῆς ἡμισείας παραβαλλομένου, ὁμοίων ὄντων τῶν ἐλλειμμάτων, τοῦ τε ἀπὸ τῆς ἡμισείας, καὶ ᾧ δεῖ ὅμοιον ἐλλείπειν.

Problema 8, Propoſitio 28.

AD datam rectam lineam, dato rectilineo æquale parallelogrammum comparare, deficiens ſpecie parallelogrammo ſimili dato. Oportet iam datum rectilineum, cui expedit æquum comparare, nõ maius eſſe eo quod à dimidia comparatũ, ſimilibus 28 existentibus sumptis, & eius quod à dimidia, & cui expedit simile deficere.

ORONTIVS. ¶Ostensum est enim antecedenti vigesimaseptima propositione, omnium parallelogrammorum iuxta eandem rectam lineam comparatorum, deficientiúmq; specie similibus similitérque positis parallelogrammis ei quod à dimidia describitur: maximum esse quod à dimidia comparatum parallelogrammū, simile existens sumpto. Oportet itaque datum rectilineum, cui ad datam rectam lineam æquale comparandum est parallelogrammum: nō maius esse eo quod à dimidia ipsius datæ rectæ lineæ comparatur, similibus similitérque positis existentibus vtriusq; comparati parallelogrammi defectionibus (ad complenda similis speciei parallelogramma super totam datam rectam lineam coextensa) eius inquàm quod à dimidia, & eius cui simile similitérq; positū eidem quod à dimidia defuturū est parallelogrammum. ¶Sit ergo data recta linea, a/b: datum verò rectilineum, cui oportet ad datam rectam lineā a/b/ æquum parallelogrammū comparare, esto c, non existens maius eo quod à dimidia comparatur, similibus existentibus vtriusque defectionibus. Ipsum autem parallelogrammum, cui expedit simile deficere, sit d. Recipio itaq; ad datam rectam lineam a/b, dato rectilineo c, æquum parallelogrammū comparare, deficiens specie parallelogrāmo ipsi d/ simili. Secetur itaque a/b/recta bifariam in pūcto e, per decimam primi. Et per decimamoctauam huius sexti, à data recta linea e/b, dato rectilineo d, simile similitérq; positum rectilineū (quod erit & parallelogrammū) describatur e/f/g: compleatúrque per trigesimamprimam ipsius primi, & secūdum postulatum, a/e/f/parallelogrammum. Aut igitur a/e/f/parallelogrammum, æquum est ipsi rectilineo c, aut eo maius: non enim minus esse potest, per assumptā ex antecedenti vigesimaseptima propositione problematis determinationem. Si æquale fuerit a/e/f/parallelogrammum, ipsi rectilineo c: iam comparatū erit ad datam rectam lineam a/b, dato rectilineo c, æquale parallelogrammū a/e/f, deficiens specie parallelogrammo e/f/g/ simili ipsi d. At si a/e/f/parallelogrammū, eodem c/ rectilineo fuerit maius: erit & e/f/g/parallelogrāmum, æquè itidem maius ipso c. sunt enim a/e/f/& e/f/g/parallelogramma, in basibus æqualibus a/e/ & e/b, atq; in eisdem parallelis a/b/& f/g: & proinde, per trigesimamsextam primi, inuicem æqualia. Excessui autem siue rectilineo, quo e/f/g/parallelogrammum superat ipsum c/æquale, ipsi autem d/ simile similitérque positum, idem construatur h/k/l, per vigesimamquintam huius sexti. Eidem porrò d/simile est e/f/g, per constructionem: & h/l/igitur simile est ipsi e/f/g, per vigesimamprimam eiusdem sexti. Similes autem rectilineæ figuræ, habent angulos æquales ad vnum, & quæ circum angulos æquales latera proportionalia, per primæ diffinitionis huius sexti cōuersionem. Sit igitur angulus qui ad k, æqualis angulo qui ad f: & sicut e/f/ad f/g, sic h/k/ ad k/l. Et quoniam e/f/g/parallelogrammum, æquum est ipsis c/& h/l: maius est igitur e/f/g, ipso h/l. & proinde latus e/f, maius ipso h/k: & f/g, ipso k/l/itidem maius. Secetur per tertiam primi, ipsi h/k/æqualis f/m, & ipsi k/l/æqualis f/n: & per trigesimamprimam ipsius primi, compleatur m/o/n, & reliqua parallelogramma, vt in figura. Aequum est igitur m/n/parallelogrammum, ipsi h/l: atq; eidem simile. sed h/l, ipsi e/f/g/simile est, per constructionem: & m/n/igitur, ipsi e/f/g/simile est, per eandem vigesimamprimam huius sexti. Circum ergo eundem sunt dimetiētem f/o/b,



Notandum.

Interpretatio problematis.

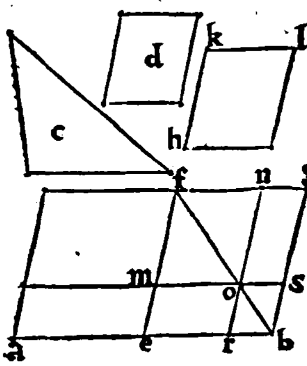
Prima ostensionis differētia.

Differētia secunda, & absoluta partiū figurę compositio.

ipsa e/f/g/& m/n/parallelogramma,per vigesimamsextam eiusdem sexti. Et proinde parallelogrammum r/s,ipsi m/n,atq; toti e/f/g/simile est,per vigesimamquartã huius sexti:atq; demum ipsi d/simile,per ipsam vigesimamprimam eiusdem sexti.

Præcipua demõstrationis resolutio.

His ita præmissis,quoniam e/f/g/ parallelogrammum, ipsis c/& h/l/est æquale, & ipsum h/l/æquale ipsi m/n:reliquus proinde gnomon m/b/n,rectilineo c,per tertiã communẽ sententiam est æqualis.Rursum quoniam e/o/supplementum,æquum est o/g/supplemẽto, per quadragesimamtertiam primi: addatur vtriq; commune r/ s. totum igitur e/s,toti r/g: per secundam communem sententiam est æquale. Sed eidem e/s, æquum est a/m, per trigesimamsextam primi:sunt enim a/m/& e/s,in basibus æqualibus,ac in eisdem parallelis.Et a/m,igitur ipsi r/g, per primam com munem sententiam æquũ est.Adponatur rursum vtriq; commune e/o:totum igitur a/o, ipsi e/o/g/ aut m/b/n/ gnomoni,per eandem secundam communem sententiam est æquale. Eidem porrò gnomoni m/b/n,æquũ est rectilineum c:& quæ eidem æqualia,adinuicẽ sunt æqualia,per primam communẽ sententiam. Aequũ est igitur a/o/ parallelogrammum, ipsi rectilineo c:deficítq; specie(ad complendum a/s/parallelogrammum)ipso r/s/ parallelogrammo,quod simile est ipsi d. Ad datam itaque rectam lineam a/b,dato rectilineo c,æquum parallelogrammum comparauimus a/o, deficiens specie parallelogrammo r/s,dato parallelogrammo d/simili. Quod oportebat facere.



Πρόβλημα θ, Πρότασις κθ.

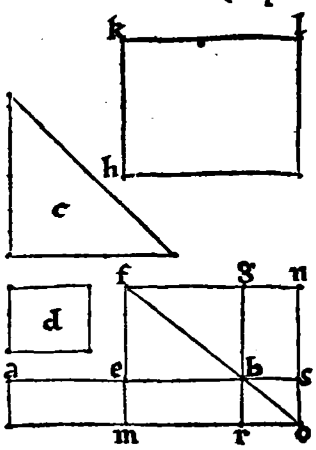
Παρὰ τὴν δοθεῖσαν εὐθεῖαν τῷ δοθέντι εὐθυγράμμῳ ἴσον παραλληλόγραμμον παραβαλεῖν, ὑπερβάλλον εἴδει παραλληλογράμμῳ ὁμοίῳ τῷ δοθέντι.

Problema 9, Propositio 29.

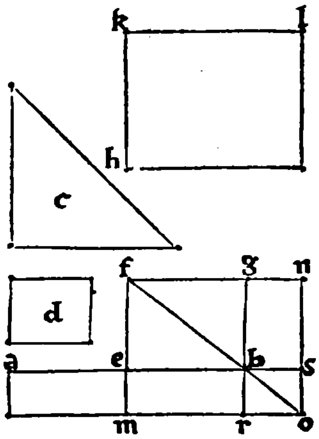
AD datã rectam lineã,dato rectilineo,æquale parallelogrammũ prætendere,excedens specie parallelogrãmo simili dato. 29

ORONTIVS. ¶Sit rursum data recta linea a/ b, datum verò rectilineum c, datum insuper parallelogrammum d. Operæpretium itaque sit, ad datam rectam lineam a/ b, dato rectilineo c, æquum parallelogrammum comparare, excedens similis speciei parallelogrammum super totam a/b/comparatum, parallelogrammo ipsi d/simili. Secetur itaque primùm a / b/ recta bifariam, in puncto e, per decimam primi. & à data recta linea a/b, dato rectilineo d, simile similitérque positum rectilineum (& proinde parallelogrammum)describatur e/f/g/b : per decimamoctauam huius sexti. Vtrisque præterea & e/g/parallelogrãmo & c/rectilineo æquale,ipsi autem d/ simile similiterq; positum,idem constituatur h/k/l: per vigesimamquintam ipsius sexti. Vtrunq; igitur e/g/& h/l,ipsi d/simile est:& proinde e/g/& h/l/similia adinuicem, per vigesimamprimã eiusdem sexti.Similia verò rectilinea, habent angulos æquales ad vnum, & quæ circum æquales angulos latera proportionalia:per primæ diffinitionis huius sexti conuersionem.Esto igitur angulus qui ad k, æqualis angulo qui ad f: & sicut e/f/ ad f/g,sic h/k/ad k/l.Et quoniã h/l,vtrisq; simul & e/g/parallelogrammo, & ipsi c/ rectilineo est æquale, per constructionẽ: maius est igitur h/l,ipso e/g/parallelogrãmo.& latus propterea

Præparatio figuræ,ipsius oſtẽsionis præambula.



h/k/ipſo e/f/maius:nec non & k/l/maius ipſo f/g. Producantur itaque in rectum & continuum,f/e/& f/g/verſus m/& n,per ſecundum poſtulatum:ſecetúrque ipſi h/k/ æqualis f/m,ipſi autem k/l/æqualis f/n,per tertiã primi. Compleatur deinde m/n/ parallelogrãmum,per trigeſimãprimã ipſius primi,vnà cum r/s, atq; cæteris quæ in figura ſunt parallelogrammis. Parallelogrammum itaq; m/n, æquum eſt & ſimile ipſi h/l. ſed eidem h/l/ ſimile oſtenſum eſt e/g: ſimile eſt igitur m/n, ipſi e/g, per vigeſimamprimã huius ſexti. & proinde ipſa e/g/& m/n/ parallelogrãma,circa eundem dimetientẽ f/b/o,per vigeſimamſextam ipſius ſexti ſunt conſtituta. Rurſum quoniam e/g/& r/s/parallelogramma,circa eundem ſunt dimetientem f/b/o: ſimile eſt propterea,per vigeſimamquartam eiuſdem ſexti, r/s/parallelogrammũ, ipſi e/g, atq; toti m/n, & proinde ipſi d/parallelogrammo.



His ita præmiſſis,quoniã m/n,æquum eſt ipſi h/l, & ipſum h/l/vtriſq; & e/g/parallelogrãmo & c/rectilineo æquale: & m/n/igitur, eiſdẽ e/g/parallelogrãmo & c/rectilineo eſt æquale.quæ enim inuicẽ æqualia,eiſdẽ æqualia ſunt:per primæ cõmunis ſententiæ conuerſionẽ.Subducto igitur cõmuni/e/g: reliquum c/rectilineũ,reliquo gnomoni e/o/g,per tertiã communẽ ſententiã,eſt æquale. Et quoniam g/s/ſupplementum,ipſi e/r/ſupplemento,per quadrageſimamtertiam primi eſt æquale:& eidẽ e/r,æquum eſt a/m,per trigeſimamſextam eiuſdem primi, nempe in æquali baſi, ac in eiſdem parallelis conſtituto. Et a/m/igitur ipſi g/s,per primam communẽ ſententiam æquum eſt.Commune adponatur e/o: conſurget itaq; a/o/ parallelogrammum,ipſi e/o/g/gnomoni,per ſecundam communẽ ſententiam,æquale. Sed eidem gnomoni e/o/g,æquũ eſt rectilineũ c:& quæ eidem æqualia,adinuicem ſunt æqualia, per primã communem ſentẽtiam. Et a/o/igitur parallelogrammũ, æquum eſt ipſi dato rectilineo c: exceditq; ſimilis ſpeciei parallelogrammum a/r/ſuper totam rectam a/b/comparatum,ipſo parallelogrammo r/s,quod ipſi d/ſimile oſtenſum eſt. Ad datam igitur rectam lineam a/b,dato rectilineo c,æquale comparatum eſt parallelogrammum a/o,excedẽs ſimilis ſpeciei parallelogrammum a/r / ſuper totam a/b/comparatum,parallelogrammo r/s, ſimili dato parallelogrammo d. Quod faciendum receperamus. Diſcurſus principalis demõſtrationis.

Πρόβλημα ι, Πρότασις λ.

Τὴν δοθεῖσαν εὐθεῖαν πεπερασμένην, ἄκρον καὶ μέσον λόγον τεμεῖν.

Problema 10, *Propoſitio* 30.

30 DAtam rectam lineam terminatam,per extremam ac mediá rationem diſpeſcere.

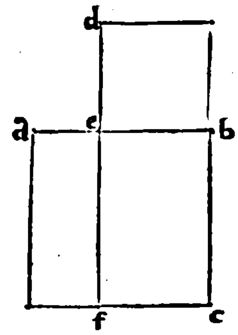
ORONTIVS. ¶Recta linea per extremam & mediam rationem ſecari dicitur: quãdo ſic diſpeſcitur,vt tota ad vnum ſegmentorum eandem habeat rationem, quam idem ſegmentum ad reliquum. Problematis interpretatio

Eſto igitur data recta linea terminata a/b, quam oporteat per extremam & mediam diſpeſcere rationem.Secetur itaque a/b/ recta in puncto c,per vndecimam ſecundi:vt quod ſub tota a/b/ & altero ſegmento a/c/ comprehenditur rectangulum, æquum ſit ei quod à c/b/ reliquo ſegmento fit quadrato. Executio demonſtratiua problematis.

Propoſitis itaque tribus rectis lineis a/b, b/c/ & c/a,quod ſub extremis a/b/& c/a/continetur rectangulum,æquum erit ei quod à media b/c/fit quadrato.Ipſæ igitur tres rectæ lineæ proportionales erunt,per decimãſeptimam huius ſexti,ſicut a/b/ ad b/c, ſic b/c/ad c/a.

Data ergo recta linea a/ b,per extremam & mediam rationem ſecatur in c,& illius ſegmentum maius eſt b/c. ❡Aut ſi velis deſcribatur ex a/b/recta linea data,quadratum a/b/c,per quadrageſimamſextam primi. Et ad datam rectam lineam b/c,dato quadrato a/b/c,æquum parallelogrammum comparetur c/d,excedens ſimilis ſpeciei parollelogrammum c/e/ſuper totam b/c/comparatum,ipſo d/b/parallelogrammo ſimili a/b/c/dato:per antecedentem vigeſimamnonam propoſitionem.Et quoniam ſimile eſt a/b/c,ipſi d/b, & quadratum eſt a/b/c: & d/b/igitur eſt quadratum. Rurſum quoniam c/ d/ parallelogrammum, æquum eſt quadrato a/b/c/& vtrique commune c/e:ablato itaque c/e,reliquum a/f/reliquo d/b,per tertiam communem

Idem alia ratione demonſtrare.



ſententiam eſt æquale.& qui circa e/ſunt anguli,æquales ſunt adinuicem, per decimamquintam primi, vel quartum poſtulatum. Aequalium porrò & vnum vni æqualem habentium angulum parallelogrãmorum,reciproca ſunt latera quæ circum æquales angulos: per decimãquartam huius ſexti. Et ſicut igitur e/f/ ad e/d,ſic b/e/ad e/a. Sed b/e/æqualis eſt e/d, & a/b/ipſi b/c, per quadrati diffinitionem:eidem rurſum b/c,æqualis eſt e/f,per trigeſimamquartam primi.Et e/f/igitur,ipſi a/b,per primã communem ſententiam eſt æqualis. Aequales autem ad eandem,eandem habent rationem,& eadem ad æquales:per ſeptimam quinti.Et ſicut igitur a/b/ad b/e,ſic b/e/ad e/a. Data igitur recta linea a/b, per extremam & mediam rationem,in puncto e/diſpeſcitur.Quod oportuit feciſſe.

Θεώρημα κα, Πρόθεσις λα.

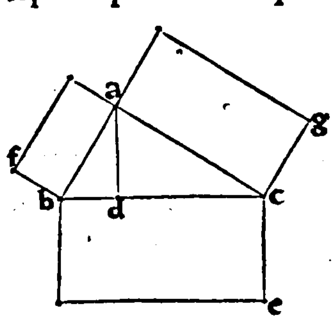
ΕΝ τοῖς ὀρθογωνίοις τριγώνοις, τὸ ἀπὸ τῆς τὴν ὀρθὴν γωνίαν ὑποτεινούσης πλευρᾶς εἶδος, ἴσον ἐστὶ τοῖς ἀπὸ τῶν τὴν ὀρθὴν γωνίαν περιεχουσῶν πλευρῶν εἴδεσι, τοῖς ὁμοίοις τε καὶ ὁμοίως ἀναγραφομένοις.

Theorema 21, *Propoſitio* 31.

IN rectangulis triangulis,quæ ab rectum angulum ſubtendente latere ſpecies: æqualis eſt eis,quæ ab rectũ angulum comprehendentibus lateribus ſpeciebus ſimilibus,ſimiliterq; deſcriptis. 31

ORONTIVS. ❡Quod de quadratis ſuperficiebus, propoſuit quadrageſimaſeptima primi:hic de quibuſcunq; rectilineorum ſpeciebus,proponit Euclides. Eſto igitur datum rectangulum triangulum a/b/c, rectũ habens angulum qui ad a.Dico quòd ſpecies rectilinei,quæ deſcribitur ex b/c/rectum angulum ſubtendente:æqualis eſt ambabus ſimilibus ſimiliterque deſcriptis ſpeciebus,ab ipſis a/b/& a/c/ rectum angulum continentibus.

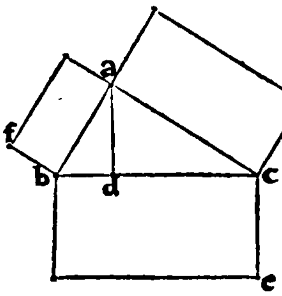
Interpretatio theorematis cũ partiũ figurę deſcriptione.



A dato enim puncto a, ſuper datam rectam lineã b/c, perpendicularis deducatur a/d,per duodecimam primi: quæ per octauam huius ſexti,cadet intra datum a/b/ c/ triangulum, ipſúmque in bina diuidet triãgula a/b/d/ & a/d/c,toti a/b/c/atque adinuicem ſimilia.Deſcribatur inſuper ex b/c,contingens, & cuiuſcunque libuerit ſpeciei rectilineum b/e: & à datis rectis lineis a/b/& a/c,dato rectilineo b/e, ſimilia ſimilitérque poſita rectilinea deſcribantur a/f/& a/g,per decimamoctauã ipſius ſexti. Et quoniã ſimile eſt a/b/c/ triangulum ipſi a/b/d/triangulo,& qui ad b/angulus vtrique communis : eſt igitur

Demõſtratio ipſius theorematis.

vt c/b/ad b/a,sic a/b/ad b/d.sunt itaq; b/c/& a/b,similis rationis latera. Similia porrò triangula,adinuicem in dupla ratione sunt similis rationis laterum,per decimánonam eiusdem sexti. Triãgulum igitur a/b/c,ad triãgulum a/b/d,duplam rationẽ habet quam b/c/ latus ad latus a/b. Rursum quoniã b/e/rectilineũ,simile est ipsi a/f: similes autẽ rectilineæ figuræ, in dupla ratione sunt adinuicẽ similis rationis laterũ, per primũ corollariũ vigesimæ huius sexti. Et b/e/itaq; rectilineũ,duplã rationẽ habet quam latus b/c/ad similis rationis latus a/b. Ostensum est autẽ,quod & triangulum a/b/c/ad triangulum a/b/d,duplam itidem rationem habet quam latus b/c/ ad latus a/b. Et sicut igitur a/b/c/triangulũ ad triangulum a/b/d,sic per vndecimam quinti,b/e/rectilineum ad rectilineum a/f.& à conuersa insuper ratione,sicut a/b/d/ triangulum ad triangulum a/b/c,sic a/f/ rectilineum ad rectilineum b/ e, per quartæ ipsius quinti corollarium.



Haud dissimiliter ostendemus triangulum a/ b/ c/ ad triangulum a/d/c, atq; b/e/ rectilineum ad rectilineum a/g, duplicem itidem habere rationem,quam latus b/c/ ad similis rationis latus a/c. Et proinde fore sicut a/b/c/ triangulum ad triãgulum a/d/c, sic b/e/ rectilineum ad rectilineũ a/g. Et econtra rursum,sicut triangulũ a/d/c, ad triangulum a/b/c,sic a/g/ rectilineũ ad rectilineũ b/e. Patuit autem,quòd sicut a/b/d/ triangulum ad triangulum a/b/c,sic a/f/rectilineum ad rectilineum b/e. Primum igitur a/b/d,ad secũdum a/b/c/eandem habet rationẽ,& tertium a/f/ad quartum b/e: habet rursum & quintum a/d/c/ad secundum a/b/c/eandem rationem,& sextum a/g/ad ipsum quartum b/e. Et composita igitur primum & quintũ a/b/d/& a/d/c, ad secundum a/b/c/ eandem habebunt rationem,& tertium a/f/ cum sexto a/g/ad ipsum quartum b/e: per vigesimamquartã ipsius quinti. Sed a/b/d/& a/d/c/triãgula,æqualia sunt ipsi a/b/c/ triangulo,tanquàm partes ipsum totum a/b/c/triangulum integrantes:& ipsa igitur a/f/& a/g/rectilinea,ipsi b/e/rectilineo sunt æqualia. Aequum est ergo rectilineum quod ex b/e,eis quæ ex a/b/& a/c/similibus similitérq; descriptis. ❡Idem etiã ostẽdere licebit, ex secundo corollario eiusdem vigesimæ huius sexti: coassumptis propter similitudinem triangulorum a/b/c,a/b/d,& a/d/c,tribus rectis lineis b/c, a/b/& b/d/proportionalibus, & alijs tribus itidem proportionalibus, b/c,a/c, & c/ d. Erit enim per idem corollarium,sicut b/c/ad b/d,sic b/e/ ad a/f: sicútque eadem b/ c/ ad c/d,sic b/e/ad a/g. Hinc ipsarum trium linearum b/c,b/d, & d/c, quemadmodùm & supradictorum triangulorum adminiculo, conclusionem haud dissimili poteris elicere discursu. In rectãgulis igitur triangulis,quæ ad rectum angulum subtendente latere species:&c.vt in theoremate. Quod ostendendum fuerat.

Idem alia ratione demonstrare.

Θεώρημα κβ, Πρότασις λβ.

Ἐὰν δύο τρίγωνα συντεθῇ κατὰ μίαν γωνίαν, τὰς δύο πλευρὰς ταῖς δυσὶ πλευραῖς ἀνάλογον ἔχοντα, ὥστε τὰς ὁμολόγους αὐτῶν πλευρὰς καὶ παραλλήλους εἶναι: αἱ λοιπαὶ τῶν τριγώνων πλευραὶ, ἐπ' εὐθείας ἔσονται.

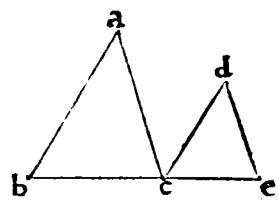
Theorema 22, Propositio 32.

32 SI duo triangula componantur ad vnum angulum, duo latera duobus lateribus proportionalia habentia, vt sint eiusdem rationis eorum latera & parallela: reliqua ipsorum triangulorum latera, in rectam lineam erunt.

ORONTIVS. ❡Sint bina triangula a/b/c/& d/c/e,ad vnum angulum qui sub a/c/d/composita,habētia duo latera b/a/& a/c/duobus lateribus c/d/& d/e/proportionalia,sicut b/a/ad a/c/ita c/d/ad d/e:sintq; eiusdem rationis latera inuicem parallela,vtpote a/b/ipsi c/d,& a/c/ipsi d/e. Dico quòd reliqua latera b/c/& c/e,in rectā

Ostēsio theorematis.

lineam sunt constituta. Cùm enim ex hypothesi a/b/& c/d/ sint parallelæ,& in eas incidat a/c:erit angulus b/a/c/ æqualis alterno a/c/d, per vigesimamnonam primi. Haud dissimiliter quoniam a/c/parallela est ipsi d/e,& in eas incidit recta c/d: erit per eandem vigesimamnonam primi,angulus c/d/e, alterno a/c/d/ itidem æqualis. Duo itaq; anguli b/a/c/& c/d/e,eidem angulo a/c/d/sunt æquales:& proinde æquales adinuicem,per primam communem sententiam.Bina itaque triangula a/b/c/& d/c/e,habent vnum angulum vni angulo æqualem,& quæ circum æquales angulos latera proportionalia:æquiangula ergo sunt ipsa a/b/c/ & d/c/e/ triangula,& æquales habēt angulos sub quibus eiusdē rationis latera subtenduntur, per sextam huius sexti.Aequus est itaq; angulus c/b/a,angulo d/c/e.Ostensum est autē,q & b/a/c/ angulus,æqu' est angulo a/c/d.Duo igitur anguli a/c/d/ & d/c/e,duobus angulis b/a/c/& c/b/a/sunt æquales.Totus rursum qui sub a/c/e/ cōtinetur angulus, eisdem angulis a/c/d/& d/c/e/æqualis est.Et proinde angul' a/c/e, duobus angulis b/a/c/& c/b/a/est æqualis.Cōmunis addatur angulus a/c/b: duo igitur anguli a/c/b/& a/c/e,tribus angulis b/a/c, a/c/b, & c/b/a/ipsius a/b/c/ trianguli, sunt per secundam communem sententiam æquales.Sed eisdem tribus angulis ipsius a/b/c/triāguli,sunt æquales duo recti, per trigesimamsecundam primi. Et duo itaque anguli a/c/b/& a/c/e,duobus rectis per primam communem sententiam coæquantur.Ad datam ergo rectam lineam a/c/atq; ad eius punctum c,duæ rectæ lineæ b/c/& c/e/ non ad easdem partes ductæ, efficiunt vtrobique angulos a/c/b/ & a/c/e/binis rectis æquales : ipsæ igitur rectæ lineæ b/c/ & c/e,in directū seu rectam lineam,per decimamquartam ipsius primi sunt constitutæ. Ergo si bina triangula: & quæ sequuntur reliqua. Quod expediebat demonstrasse.



Θεώρημα κγ, Πρόθεσις λγ.

ΕΝ τοῖς ἴσοις κύκλοις,αἱ γωνίαι τὸν αὐτὸν λόγον ἔχουσι ταῖς περιφερείαις ἐφ᾽ ὧν βεβήκασιν, ἐάν τε πρὸς τοῖς κέντροις,ἐάν τε πρὸς ταῖς περιφερείαις ὦσι βεβηκυῖαι.ἔτι δὲ καὶ οἱ τομεῖς, ἅτε πρὸς τοῖς κέντροις συνιστάμενοι.

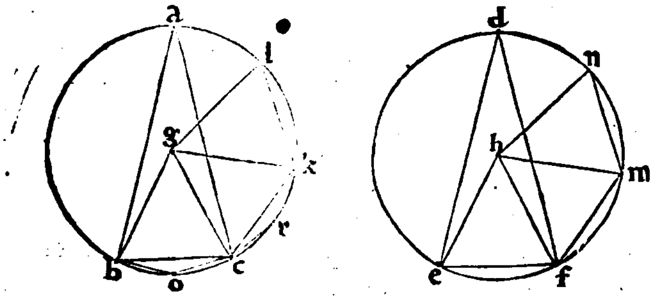
Theorema 23. Propositio 33.

IN æqualibus circulis,anguli eandem habent rationem ipsis circunferētijs in quibus deducūtur:etsi ad centra, etsi ad circunferētias fuerint deducti.Tum etiā sectores, tanq̃ ad centra cōstituti. 33

ORONTIVS. ¶Sint bini & adinuicē æquales circuli,a/b/c/& d/e/f:ad quorū centra g/& h,anguli deducātur b/g/c/& e/h/f,ad circunferētias autē, b/a/c,& e/d/f, circunferentias b/c/& e/f/comprehendentes. Aio primùm,quòd veluti circunferentia b/c,ad e/f/circunferentiā,sic angulus b/g/c/ ad angulum e/h/f,necnon & angulus b/a/c/ad angulum e/d/f. Connectantur enim per primum postulatum b/c/ & e/f.& in datis circulis a/b/c/& d/e/f,datis rectis lineis b/c/& e/f,nō maioribus eorundem circulorum dimetientibus:quotcunq; æquales rectæ lineæ ordine coaptentur,c/k/& k/l/ipsi b/c,atq; f/m,& m/n/ipsi e/f/æquales, per primā quarti.& per primum postulatum,connectantur g/k,g/l,h/m, & h/n/rectæ lineæ. Et quoniā æqua-

De angulis q ad centrum.

les sunt b/c,c/k, & k/l/ rectæ lineæ, æquales sunt & circunferentiæ b/c, c/ k, & k/l/ easdem rectas inuicem æquales subtendētes, per vigesimamoctauam tertij. Hinc



per vigesimăseptimă eiusdē tertij,anguli b/g/c,c/g/k, & k/g/l, æquales sunt adinuicem.Et proinde anguli e/h/f, f/h/m, & m/h/n,adinuicē pariter æquales.Quotuplex igitur est b/c/l/ circunferentia, ipsius circunferentiæ b/c: totuplex est angulus b/g/l, ipsius anguli b/g/c.quotuplex insuper est e/f/n/circunferētia,ipsius e/f/circunferētiæ: totuplex est & angulus e/h/n,ipsius anguli e/h/f.Si itaq; circunferētia b/c/l/ maior est circunferētia e/f/n:æquè maior est & angulus b/g/l,ipso angulo e/h/n:& si æqualis,æqualis:si autem minor, itidem proportionaliter minor. Quatuor itaq; magnitudinum,vtpote b/c/& e/f/circunferētiarum,& angulorum b/g/c/ & e/h/f, sumpta sunt æquè multiplicia primæ & tertiæ:necnō secundæ & quartæ alia vtcunque æquè multiplicia. & sicut multiplex primæ,ad multiplex secundæ:sic multiplex tertiæ, ad multiplex quartæ se habere deductum est.

Circunferentiæ		Anguli.	
b/c/l.	e/f/n.	b/g/l.	e/h/n.
b/c.	e/f.	b/g/c.	e/h/f.

In eadem ratione igitur est prima ad secundam,& tertia ad quartam,per sextam ipsius quinti diffinitionē:hoc est,sicut b/c/ circunferentia,ad e/f/circunferentiă:sic angulus b/g/c,ad angulum e/h/f. ¶Et quoniă angulus b/g/c/duplus est anguli b/a/c,& e/h/f/ipsius e/d/f/itidem duplus, per vigesimam tertij.Sunt itaque b/g/c/& e/h/f/anguli, ipsorum b/a/c/ & e/d/f/qui ad circunferentias sunt angulorū, æquè multiplices. Partes autē eodem modo multiplicium, eandem rationem habent sumptæ adinuicem: per decimamquintam eiusdem quinti.Quam rationē igitur habet angulus b/g/c, ad angulum e/h/f: eam habet & angulus b/a/c,ad angulum e/d/f.Ostensum est autem,quòd angulus b/g/c/ad angulum e/h/f/ eam habet rationem:quam b/c/circūferentia,ad circunferentiă e/f.Et b/a/c/igitur angulus,ad angulum e/d/f/ eam habet rationem,per vndecimam quinti:quam b/c/ circunferentia, ad circunferentiam e/f. De angulis q ad circunferētiam.

b/c. e/f	b/g/c.e/h/f	b/a/c.e/d/f

¶Dico insuper quòd sicut eadem circunferentia b/c, ad circunferentiă e/f:sic g/b/c/sector,ad sectorem h/e/f.Coassumantur enim in b/c/& c/k/circunferētijs,contingentia signa,o/& r:&connectantur b/o,o/c,c/r,& r/k/lineæ rectæ,per primum postulatum.Et quoniă trianguli g/b/c/duo latera b/g/& g/c,sunt æqualia duobus c/g/& g/k/trianguli c/g/k, per quindecimam diffinitionem primi,& æquos adinuicem continent angulos,basis quoq; b/c/basi c/k/est æqualis: totum itaque triangulum g/b/c,toti triăgulo c/g/k,per quartă ipsius primi,est æquale. Rursum quoniam b/c/circunferentia,æqualis est circunferentiæ c/k:si à totă a/b/c/ circunferentia,eædē æquales auferantur circunferentiæ,reliqua b/a/c/reliquæ c/a/k, per tertiă communem sententiam,est æqualis.Et proinde anguli b/o/c/ & c/r/k, æquales sunt adinuicem, per vigesimamseptimam tertij. Similis est igitur sectio b/o/c, sectioni c/r/k, per decimam ipsius tertij diffinitionem: & in æqualibus rectis lineis b/c/ & c/k/constitutæ sunt. Aequalis est igitur sectio b/o/c,sectioni c/r/k, per vigesimamquartam eiusdem tertij.Et quoniam æquum est triangulum g/b/c,triangulo c/g/k: totus propterea sector g/b/c, toti c/g/k/sectori, per secundam communem sententiam est æqualis.Et proinde sector g/k/l,vtrique ipsorum g/b/c,& c/g/k/conuincitur æqualis. Tres itaque sectores g/b/c,c/g/k,& g/k/l,sunt æquales adinuicē.Haud dissimiliter,sectores h/e/f, f/h/m, & h/m/n, inuicem æquales fore concludentur. De sectorib9.

Quotuplex eſt igitur circunferentia b/c/l, ipſius b/c/ circunferentiæ : totuplex eſt g/b/l/ ſector, ipſius ſectoris g/b/c. Et proinde quotuplex eſt circunferentia e/f/n, ipſius e/f/circunferentiæ: totuplex eſt & ſector h/e/n, ipſius ſectoris h/e/f. Ergo ſi b/c/l/circunferētia, maior eſt ipſa e/f/n: æquè maior eſt & ſector g/b/l, ipſius ſectoris h/e/n: & ſi æqualis, æqualis: & ſi minor, itidem proportionaliter minor. Quatuor itaque magnitudinum, duarum inquàm circunferētiarum b/c/& e/f, & duorum ſectorum g/b/c/& h/e/f, ſumpta ſunt æquè multiplicia primæ & tertiæ, necnõ ſecundæ & quartæ alia vtcunq; æquè multiplicia: & vt multiplex primæ ad multiplex ſecũdæ, ſic multiplex tertiæ ad multiplex quartæ ſe habere deductũ eſt. Prima igitur ad ſecũdam, eandem habet rationẽ, & tertia ad quartam, per ſextam diffinitionem quinti. Sicut igitur circunferentia b/c, ad circunferentiam e/f: ſic g/b/c/ ſector, ad ſectorem h/e/f. In æqualibus igitur circulis, anguli eandem habent rationem ipſis circunferentijs in quibus deducuntur: etſi ad centra, etſi ad circunferentias fuerint deducti. Tum etiam ſectores, tanquàm ad centra conſtituti. Quod tandem receperamus oſtendendum.

Circunferentiæ		Sectores.	
b/c/l.	e/f/n.	g/b/l.	h/e/n.
b/c.	e/f.	g/b/c.	h/e/f.

Corollarium.

¶ Et proinde manifeſtum eſt, quòd veluti ſector ad ſectorẽ, ſic per vndecimã quinti angulus ad angulum: vtrobique enim ratio offenditur, quæ circunferentiæ ad circunferentiam.

SEXTI LIBRI GEOMETRICOrum Elementorũ Euclidis Megarenſis, Ex Orontij Finei Delphinatis, Regij Mathematicarum profeſſoris, traditione,

FINIS.

Vireſcit vulnere virtus.

Errata quæ in paucis admodùm accidere exemplaribus.

Pagina 9. ſub prima cõmuni ſentẽtia: lege, ſit æqualis magnitudo c: neceſſum eſt. &c.

Pagina 49. linea prima demonſtrationis: tolle quòd, & lege aio ex tota a/b. &c. non, quòd ex tota.

Regiſtrum.

2 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 2.

a. a. b. c. d. e. f. g. h. i. k. l. m. n. o. p.