

Notes du mont Royal

www.notesdumontroyal.com

Cette œuvre est hébergée sur « *Notes du mont Royal* » dans le cadre d'un exposé gratuit sur la littérature.

SOURCE DES IMAGES
Google Livres

Orontij Finei Del

PHINATIS, REGII
Mathematicarum
professoris,

IN SEX PRIORES LIBROS
geometricorum elementorum
Euclidis Megarensis De-
monstrationes.

Quibus ipsius Euclidis textus græcus, suis lo-
cis insertus est: vnà cum interpretatione
latina Bartholamæi Zamberti Ve-
neti, ad fidem geometricâ per
eundem Orontium
recognita.



CVM PRIVILEGIÒ
Regis ad decennium,

PARISIIS.
Apud Simonem Colinæum.

1 5 3 6.

Virescit vulnere virtus.

9.16



Christianissimo ac potentiss.

GALLIARVM REGI, FRANCISCO

huius nominis primo, Orontius Fineus, Delphinus, S. D.



Vm celebres illas & fidissimas artes, Francisce Rex inuictissime, quæ solæ Mathematicæ, hoc est, disciplinæ meruerunt adpellari, sub tuo felici profiterer nomine: raros admodum offendi (etiam in numerosa auditorum multitudine) qui satis fido ac liberali animo, tam vtile ac iucundum philosophandi genus, à limine (vt aiunt) salutare, ne dicā ad illius penetralia, penitioraq; secreta, peruenire dignarentur. Cuius adeo miseræ ac deplorandæ infelicitatis radicē, ex eo maximè pullulare vel facile percepi: q̃ siue inclementia tēporis, siue parentū & præceptorū incuria, Geometriæ nusquā prægustauerint elemēta. sine quorum præuia, ac exacta cognitione: omnis prorsus, nedum Mathematica, negatur philosophia. Perscrutatur enim Geometria continuæ, & prout immobilis est, quantitatis accidentia: nempe magnitudinum, & figurarū rationes, affectiones item, positionesq; diuersas: multiformia ipsarū discrimina subtili admodū examine discutiedo. Exordiū præterea sumit, à per sese, & vulgo notis principijs. & potissimis dialectices innixa præceptis, ac collecta syllogismis: ad prima demonstrationū insurgit elemēta. à quibus per mediōrū ordinē discurredo, atq; simplicia compositis, & cōposita simplicibus comparando, progreditur ad vltima: ad propria tandē singula resoluendo principia. Quanquā insuper circa intellectilia & abstracta, quemadmodū & diuina versetur philosophia: sensilia tamē & ipsi materiæ subiecta, veluti physica ratiocinatio, simul attingere cōperitur. Et proinde fit, vt nulla disciplina certior existat Geometria: vel quæ antiquitatis dignitate præcellat. Nulla etiā quæ vires ingenij magis foueat, augeat, locupletetq;: vel quæ ingenium ipsum ad puriora studia, omniūmq; ingenuarum adinventionum excogitationē, adeo facile reddat, ac suapte natura propēsū. Adde quod vsui, & cōmodo generis humani plurimū cedit. Hinc

præclara illa & toti Orbi decora liberaliū artiū facultas, cæterarum mater & alumna, ad veterū philosophorū imitationē, prudētissima fanciuit institutione: ne quispiā in doctorum, seu (vt vocāt) magistrorū admittatur ordinē, ni cū cæteris philosophici discursus authoribus, sex priores libros geometricorū elemētōrū Euclidis saltē audiuerit. quasi ignoratis Geometriæ rudimentis, ad cæteras disci- plinas præclusa videatur esse via. Cuius rei vestigia, Parisiensis ad- huc obseruat academia. qui enim ad laureā adspirāt philosophicā: iureiurādo profitētur arcētissimo, sese prænominatos Euclidis libros audiuisse. An verò illius elementa, multis abhinc annis, vsq; ad no- stra viderint (ne dicā intellexerint) tēpora (paucis forsītā exceptis, quos æquus amauit Iupiter) non ausim honestè cōfiteri. Nouerunt enim singuli, etiā exteri: quibus deliramētis nō modò fœcūdissima iuuenū ingenia hætenus torserint, ac penè dixerim deprauarint pseudophilosophi, verum etiā omnē bonā extinxerint eruditionē.

Redit tamē suus singulis honos, suāq; dignitas: & in pristinū illū disciplinarū splendorē (reiectis barbaris, ac sophisticis nugis) pau- latim cūcta reduci cōspicimus. Id'q; tuo in primis fauore, ac libe- rali succurrēte munificētia, Princeps humanissime: qui primus in- ter maiores tuos, non sine magna tui nominis ac dignitatis propa- gatione, & incōparabili reipub. cōmodo, bonarū literarū studia fo- uere cœpisti, & publicis augere professoribus. Inter quos, me libera- liū Mathematicarū interpretē simul instituisti: & præter decretū sti- pendiū, nō aspernandis plerūq; donasti muneribus. Vt igitur pro mea virili parte, tū erga munificentia tuā, tum erga ipsam rēpub. debito fungar officio, & præter quotidianas lectiones, aliquod ho- minis vestigiū, in fidele tuæ liberalitatis & clementiæ testimoniū, posteris relinquā, vt'q; viā ad grauiora ijs simul aperiā, qui mathe- matici fieri, hoc est, aliquid scire desiderāt: cōscripsi nuper in sex (quos paulo antè dixi) libros Euclidis, cōmentaria admodū vtilia, clarissimāsq; propositionum demōstrationes, & sub nomine auspi- ciōq; tuo sclicissimo tandē ædidi. cōscripturus deinceps & suo ædi- turus ordine (Deo in primis, & tuo opitulāte subsidio) cætera ma- thematicæ philosophiæ rudimēta: quibus studiosa iuuentus profi- ciēdo delectabitur, & ad vberimū (vt spero) prouehetur incremē- tū. Interea clementissime Rex, hosce labores nostros, tuæ maiestati consecratos, liberaliter suscipito. Vale Regum decus, & literarū vnicum refugium. Lutetiæ Parisiorum, M. D. XXXVI.

AD CANDIDVM QVENVQVE, AC
studioſum Lectorem.

Absoluimus tandem, candide ac ſtudioſe Lector, & tibi liberali admodum communicamus animo, toties promiſſas, totieſq; deſideratas in ſex priores libros, elementorum Euclidis, diſciplinarum omnium ianitoris, demonſtrationes. Quibus græcū ipſius Euclidis cōtextum ſuis locis inſeruimus, vñà cum interpretatione latina Bartholamæi Zamberti Veneti: quam vbi geometricum viſa eſt offendere ſenſum, ea qua decet modeſtia, fideliter emendauimus, & ſingula in ſuam redegimus harmoniã. In primis itaq; diffinitiones ipſas (quæ durioris, quàm iuuenum captus expoſceret, plerunq; videbantur interpretationis) qua potuimus elucidauimus facilitate: atque cætera principiorum genera, à quibus vniuerſa problematum atque theorematum multitudo conſurgit. Ipſorum porro theorematum atque problematum ſubtiles difficileſq; demonſtrationes, tali artificio, adeoq; ordinato ac facili diſcurſu conſcripſimus, & cōuincenſibus probauimus ſyllogiſmis (multis tum in melius commutatis, tum recenter adinuentis: nulliſque, præter ea quæ in ipſo continentur Euclide, ſubrogatis principiis) vt nemo futurus ſit, qui legendo ſimul non valeat intelligere: quique minimū addere verbum abſque temeritate, aut detrabere ſine iactura poſſit. Adde quòd ipſarum demonſtrationum ſchemata ſiue figuras, ad rigore artis ſeu literæ, propria manu depinximus: quò ſatis ex omni parte huic labori faceremus. Primo itaque libro deſcribuntur trianguſa, lineæ, anguli, paralleli, necnon quadrata & parallelogramma tum iuuicem tum ipſis comparata triangulis. Secundo, gnomon atque reſtangulum diffinitur parallelogrammū: linearum in ſuper tum ſectarum, tum coniunctarū adinuicem poteſtates: hoc eſt, ex ipſis lineis, ac earundem ſegmentis reſultantium quadratorum & reſtilinearum qualitates edocentur. Tertio autem, circuloꝝ perſcrutantur inſpectiones, atq; reſtarum in circulo ſubtenſarum, & ipſorum anguloꝝ tum ad centrū tum ad circuli circunſeretiã conſiſtentium diſcrimina. Quarto porro libro, figurarum inſcriptiones, atq; circunſcriptiones oſtenduntur. Quinto, magnitudinum rationes atque proportionē in vniuerſum diſcutiuntur. Sexto deniq; libro, poſt diffinitam rationum compoſitionem, linearum proportionalium inuentiones, rationes item atque proportionē figurarū, mirabili reſoluuntur artificio. Quæ quidem omnia ſyllogiſmis, tum à cauſis, tum ab inſpectionibus ſumptis (quæ fidem efficere poſſunt) ſuo demonſtratur ordine. Incepit igitur Euclides à triangulis, & angulis, atque lineis reſtis: propterea quòd reſtilinearum figurarum prima eſt trilatera, in quam cæteræ reſtilineæ figuræ reſoluuntur. Penes in ſuper laterum & anguloꝝ diuerſam habitudinem, earundē reſtilinearū figurarum attendūtur, conſiderantūꝝ de diſcrimina. Et proinde liber primus, vniuerſalior eſt ſecundo, ſecundus tertio, tertius quarto: & deinceps

Quæ ſingulis
ſex libris con
tineantur.

Cur hos sex li-
bros seorsum
ediderit Orō-
tius.

ita de cæteris. Nec alienum velim habeas iudicium, de propriis singulorum librorū diffinitionibus. Hos autem sex priores libros, ad continuam spectantes quantita- tem, seorsum de industria collibuit exponere. Nempe in gratiam tum auditorum no- strorum, atque professorum artium liberalium, nostræ potissimum vniuersitatis Pa- risiensis, qui eosdem libros suis tenentur interpretari discipulis: tum etiā ob ipsorum discipulorum non aspernamdam vtilitatem. Poterunt siquidem eorundem sex libro- rum adminiculo, viam sibi ad vniuersam parare philosophiam: præcipuè Aristote- licam, quæ geometricum præsupponere videtur auditorem. hinc fit, vt iis qui Geo- metriam ignorant, subobscurus difficilisq; videatur Aristoteles. Quantum igitur publicæ studentium consuluerimus vtilitati, quàm longè præterea cæteros omnes hac in parte superauerimus: non facile persuadebitur ambitiosis illis & vanissimis rabulis, qui dum nihil agunt boni, sed vitam protrahunt parasiticam, suum de om- nibus impudenter audent proferre iudicium. Sed tu æquissime ac humanissime Le- ctor, qui iudicio, doctrina & eruditione polles, qui boni & æqui semper nosti consu- lere, nec ignoras quàm pulchrum & quàm decorum sit, pro concessa dexteritate, cæ- teros iuuare mortales: dum perlegeris, & perpenderis singula, poteris apud te tan- dem iudicare. Quòd si hunc laborem nostrum, tibi pergratum (vt optamus & spe- ramus) futurum acceperimus: in reliquos omnes ipsius Euclidis libros non aspernā- da tibi parabimus commentaria, aliáq; non minus vtilia q̃ iucunda demū commu- nicabimus opera. Vale igitur interea feliciter: & Christianissimo Francorū Regi, meccænati nostro clementissimo (cuius fauore & auxilio id facimus quod facimus) vitæ in primis, dein rerum omnium felicissimū imprecare successum. Vale iterū. Lutetiæ Parisiorum mense Octobri. Anno Christi saluatoris M. D. XXXVI.

Ad Inuidum ex Martiali
distichon.

Qui ducis vultus, & non vides ista libenter:
Omnibus inuideas liuide, nemo tibi.

INDEX OPERVM, AB ORONTIO FINEO
Delphinatē, Regio Mathematicarum professore, in gratiam
studiosorum omnium hactenus conscriptorum.

¶ Quæ ab eo ædita & iam impressa sunt.

¶ Protomathesis, ingens volumen: in quo hæc continentur.

De Arithmetica practica, libri quatuor: his qui ad mathematicam adspirant philosophiam haud parum conducentes.

De Geometria libri duorū de longitudinū, planorum, & solidorū dimensionibus.

De Mundi sphaera, siue Cosmographia, primæ Astronomiæ parte, libri quinque: proprijs eiusdem Orontij commentarijs elucidati.

De Quadrantibus & solaribus horologijs, libri quatuor: in quibus præter aliorum emendatas inuentiones, plurima suo excogitauit ingenio scitu dignissima, à Muxtero quodam statim inciuiliter vsurpata.

¶ Arithmeticae practicae æditio secunda, ab ipso autore castigata, aucta, & recognita, & in suum candorem restituta, ac seorsum impressa.

Quadrans vniuersalis astrolabicus, omnibus Europæ regionibus inserviēs, eiusdem & amplioris cum ipso Astrolabio commoditatis.

Commentaria, siue demonstrationes in sex priores libros elementorum Euclidis, præsentī contenta volumine.

Aequatorium Planetarū, instrumento quadrangulārī & altera parte longiori comprehensum.

¶ Almanach cōiunctionum & oppositionum Luminarium, cum ijs quæ ad ecclesiasticum pertinent computum: xxxv. annis inserviens.

Aliud item almanach vniuersale, vtilissimis refertum cōmoditatibus: ad plures annos inuiolabile, & tam latinè quàm gallicè conscriptum.

¶ Charta siue Chorographia Galliarum, elegantissimè depicta.

Vniuersi orbis descriptio, gemina cordis humani figura, & vnico papiri folio comprehensa.

Eadem orbis designatio, ampliore & vnica humani itidem cordis effigie coextensa, Viaticum diui Pauli: siue terrarum ad sacrae scripturae intelligentiam necessariarū Chorographiam primus ædidi.

Nunc verò promissa Terræ sanctæ Chorographia, ad verum (quoad fieri potuit) descripta sculpsit: & propediem emittetur.

Ædidi & alia quàm plurima minutiora opuscula (etiam gallica) quæ longum esset recensere. Singula quoq; figuris elegantissimis, propria manu depictis, illustrauit.

¶ Aliena per eundem Orontium emendata.

Compendium sphaeræ Ioannis à Sacrobo. annotationibus & figuris ornauit.

Theoricas planetarum Georgij Purbachij, scholijs, ac figuris non aspernandis clariiores reddidit.

Arithmetice Ioannis Martini Blasij, primus in suam redegit harmoniam, & figuras admodum necessarias cum numeris adiunxit.

Margaritam insuper philosophicam F. Gregorij Resch. Cartusiani, suæ integritati restituit: & non aspernandis illustrauit appendicibus.

Emendauit & varios sub prælo autores: quos data prætermittimus opera.

¶ Quæ nūc autē ipse moliatur Orontius, sequēti disces priuilegio.

Proximo disticho, corrige. & non legis ista libenter.

 Coppie du priuilege de ce present liure, &
aultres oeuvres contenues en icelluy.

Francoys Par la grace de Dieu Roy de France, au pre-
uost de Paris, Bailly de Rouen, Seneschal de Lyon. Et a tous noz aultes iusticiers,
officiers, ou a leurs lieutenans quil appartiendra, salut. Nostre cher & bien ame mai-
stre Oronce Fine, lesteur ordinaire de par nous es sciēces Mathematicques, en no-
stre ville & vniuersite dudiēt Paris: Nous a faict entēdre, que avec grāt peine & la-
beur, Il a faict & cōpile plusieurs liures & cartes, intitulez ainsi ql sensuit, assauoir.
Les cōmētaires sur les six premiers, & dixiesme liures de Euclide: & sur la perspe-
ctiue dicelluy. Trois liures, touchāt lart de scauoir mesurer toutes lōgeurs, plates
formes, & corps solides. Cinq liures, sur la Cosmographie ou Sphere du Mōde, con-
cernans la premiere & principale partie Dastronomie. Vng Astrolabe nouveau,
avec le liure de la declaration dicelluy. Vng quadrant representāt ledit Astrolabe,
avec sa declaratiō, tant en Latin que en langage Frācoys. Vne oeuvre tresutile sur
la theoricque des Planettes, avec les tables & instrumens a ce requis. Vng Aequa-
toire, pour scauoir le cours & mouuement desdictz Planettes: avec vng Directoire.
Le tout nouuellement excogite, par lediēt Oronce: & les liures declaratifz diceulx.
Vng almanach a plusieurs annees, fort vtile. Plus oultre lesdictz liures, a redigez
en forme de deux grās rondeaulx hemisphericques, la description geographique
de tout le Mōde. Aussi la description & Carte de Europe, le plus au vray distincte
quil luy a este possible. En tous lesquels liures & cartes susdictes, sont contenues
plusieurs bonnes oeuvres de tresgrant prouffit & vtilite: a linstruction, edification,
& recreation des bons esperitz, qui se voudront appliquer a les veoir & entēdre.
Nous suppliant & requerant, que a ceste cause luy vueillons permettre la publica-
tion desdictz liures & cartes, par nostre Royaulme. ¶ Pource est il, que nous ce
considere, desirans fauoriser & gratifier au labeur dudiēt Oronce Fine. A icelluy
auons permis & octroye, permettons & octroyōs, voulons, & nous plaist: Que par
tel ou telz des imprimeurs iurez de nostredict Royaulme que bō luy semblera, il
puisse & luy loise faire imprimer lesdictz liures & cartes des intitulations dessusdi-
ctes. En deffendāt tresexpressēmēt a tous aultres libraires & imprimeurs de noz vil-
les & vniuersitez quelz quilz soient, sinon celluy ou celux qui en auront charge de
par luy. Que durāt le tēps & terme de dix ans prochain venās, Ilz nayēt a impri-
mer ou faire imprimer, vendre ne lucider lesdictz liures & cartes susdictes, sur pei-
ne damende arbitraire & de cōfiscation diceulx liures & cartes. Si voulons, vous
mandons, & a chascun de vous en droict soy & si comme a luy appartiendra, Que
de noz present grace conge permission & octroy, vous faictes souffrez & laissez le-
diēt Oronce Fine, iouyr & vsr, Et icelles nosdictes deffenses entretenir, garder, &
observer de poinct en poinct, selon & ainsi que dict est cy dessus. Cessans tous aul-
tres empeschemens au contraire. Car tel est nostre plaisir. Donne a Valence, le cin-
quiesme iour de Septembre, Lan de grace mil cinq cens trente six. Et de nostre re-
gne le vingdeuxiesme. Ainsi signe

Par le Roy, monseigneur le Cardinal
de Lorraine, & aultres presens.

Preudomme.

Et scelle a simple queue de cire Iaulne.



Orontij Finci Delphinatis, Re-

GII MATHEMATICARVM PROFESSO-
ris, In Primum elementorum Euclidis, Demonstrationes.

¶ Principiorum Interpretatio.



RECEPTVM EST AB OMNIBVS, VNAMQVAM
que disciplinā propria sibi vēdicare principia: quę et si nulla prorsus
videātur indigere probatione, ex ipsis tamen sanē intellectis prin-
cipijs, ad ea quę eadem consequūtur principia, deuenire vel facili cō-
tingit. Idcirco generalē principiorū geometricorū elucidationē, pro-
theoriāme in sex priores libros geometricorū elementorū Euclidis
Megarensis (quos in gratiam studiorum omnium suscepimus in-
terpretādos) pręmittere: atq; intellectualem illam magnitudinum,

Cuiuslibet dis-
ciplinę pro-
pria recipiens
da fore princi-
pia.

& figurarum cōtemplationem (prius, quā ad propositionum expositionem deueniamus)
rudioribus geometricarum speculationum tyruntulis aperire, non duximus importunum.

¶ Triplicem itaque principiorum offendimus ordinem: vtpote, diffinitiones, terminorum
naturam exprimentes: postulata, ex ipsis collecta diffinitionibus: & effata, seu cōmunes sen-
tentias, quę dicuntur axiomata. In primis ergo diffinitiones: dein reliqua suo declarabimus
ordine. ¶ Animaduertendum est igitur, subiectum ipsius Geometrię fore magnitudinem, à
numero quidem & materia seorsum abstractam. Magnitudinis autem, triplex assignatur di-
mensio. Aut enim magnitudo longa tantū imaginatur: aut longa, & lata: vel denique lon-
ga, & lata, simulque profunda, siue crassa abstrahitur. Quorum omnium mediatum vel im-
mediatum principijs, punctum (aliās signum) esse dicitur. Fingitur enim magnitudo per con-
tinuam sui ipsius diuisionem (quāquā in semper diuisibilia distribuatur) deuenire tandem
ad partem minimam, quę videlicet amplius diuidi non possit, ac si foret omni dimensione
priuata: instar quidem vnitatis in discreta quantitate. Vt quemadmodū ex vnitatis mul-
tiplicatione, omnis conficitur numerus: haud dissimiliter ex huiuscemodi parte, vel indiuisi-
bili nota, per abstractum seu transsumptium eiusdem notulę motum, omnem effingamus
oriri seu produci magnitudinē. Hanc itaq; magnitudinis partem minimā, siue notulā indi-
uisibilem seorsum abstractam, punctum adpellamus: & ab Eudide ita primum describitur,

Triplex ordo
principiorum
geometrico-
rum.

Geometrię
subiectum.

Triplex i ma-
gnitudine di-
mensio.

Punctū omnis
magnitudinis
principium.

Puncti cū vni-
tate compara-
tio.

¶ De puncto, linea, atque superficie, Diffinitiones.

¶ Σημείον ἔστιν ἡ μέγιστος ὀψότης.

Punctum

1 Punctum est, cuius pars nulla.

Id est, quod abstractū à cōtinuo, velut ipsius cōtinui pars minima, omni dimēsiōne priua-
tū imaginatur. ¶ Ex cuius quidē puncti abstracto defluxu, per infinitā sui ipsius multiplicatio-
nē, longitudo dimensionū primaria cōficitur: quę Linea vocatur, in hunc diffinita modū,

Vt linea ex
puncto descri-
batur.

¶ Γραμμὴ δὲ, μήκος ἀπὸ λατῆς.

2 Linea verò, est longitudo latitudinis expers.

Hoc est, latitudine priuata. Cū enim punctū omni careat dimēsiōne: suo fluxu, seu trāssum-
ptiuo motu, causat tantummodò longitudinem.

¶ Γραμμῆς δὲ τέρετα, σημεῖα.

3 Lineę autem limites, sunt puncta.

Incipit enim à puncto, & ex infinitis conficitur punctis, in punctūmq; terminatur. Omnis
porrò linea, vel recta, vel obliqua venit imaginanda.

a. j.

ti voglio gettare a
-ra y che tie un cagnon
e chi tu farò q.
e me non piace in
che le troppa midan
anti, e in ti andu a
se.

ξίσου *hēdē gōn* ¶ Ενδεῶς γραμμῇ, ἵσιν ἥ τις ἐξίσου τοῖς ἰφ' αὐτῆς σημαίοις καῖται.

Recta linea est, quæ ex æquali sua interioret puncta.

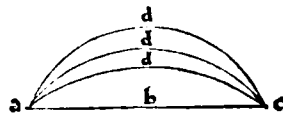
Vtpote, quæ à puncto in punctum brevissimè ducitur, ipsa terminatiua puncta intermedijs æquali positione cōnectens: vti subscripta a/b/c/linea representat. Cùm igitur à dato puncto, in datum quodcūque punctum *unica sit brevissima via*: sit, vt nulla recta linea rectior detur altera, sed quotquot ab eodem puncto ad idem punctum producentur lineæ rectæ, in vnam

**Recta linea
non datur res
ctior.**

**Obliquarum
linearũ infin-
ita diuersitas.**

**Supficiei ab-
stractivae de-
scriptio.**

eandemq; lineam rectam coincidunt. Secus est de obliqua: quæ per contrariam ipsius rectæ diffinitionē faciliē describitur. nam ab eodem puncto ad idem punctum, infinitę producuntur obliquæ lineæ, quæ circumferentiarum portiones adpellantur: danturque obliquis obliquiores. Veluti, quæ ab eodem pūcto a/ad punctum c/ per ipsum d/ protrahuntur, ostendunt. ¶ Ex lineæ succedentium adinuicem linearum vestigium relinqueret, latissimè spondenter acquiritur, describiturq; superficies.



Επιφάνεια δ' ἔστιν, ὃ μῆκος καὶ πλάτος μόνοι ἔχει.

Superficies est, quæ longitudinem, latitudinẽq; tantũm habet.

Quæ cum exordiat a linea, & ipsius lineæ terminatiua puncta, ad motum eiusdem, res
etiam vel obliquam lineam describant, in eademque linea mota quiescat ipsa superficies: res
linquitur evidens quod

Επιφανείας πέρχεται γραμμαί.

Superficieii extrema sunt lineæ.

Porro cum linea, ad descriptionem mota superficiei, recta fuerit, atq; in longum lineæ res-
 pectus sit solæ vniformiter, breuissimæque traducta: fit superficies, quæ plana dicitur, & in hunc diffi-
 nitur modum,

Επί περὸς ἐπιφάνειά ἐστιν, ἥτις ἐξίστηται ἐφ' αὐτῆς δι' ἑαυτῆς.

Plana superficies est, quæ ex æquali suas interiâcet lineas.

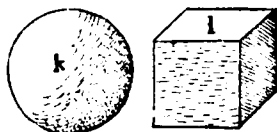


**Curua super-
ficies.**

Hinc curvæ superficiei diffinitio, per contrariam elicitur ima-
ginationem: quæ ex ea parte qua circumflectitur, cōcava: forin-
secus autem, convexa nominatur. quemadmodum tibi repræ-
sentat figura g/h.



Solidorum origo.



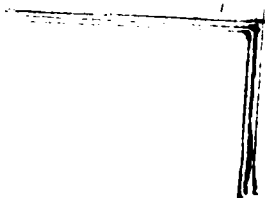
Vnde superfi-
cierū & corpo-
rū tāta diuersi-
tas.

diuersoque eorundem motu, seu abstracto defluxu : varia, & penè infinita tum planorum, tum etiam solidorum, hoc est superficierum & corporum abstrahitur multitudo, pro limitum & angulorum varietate, diuersis expressa nominibus.

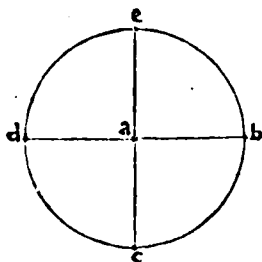
De rectilineis angulis.

Angulus, **ANGVLORVM** IGITVR, QVIDAM PLANI: QVIDAM VE

ro solidi. Planos vocitamus angulos, qui ex mutua concurrentium adinvicem linearum cau-
santur inclinatione. Solidi autem dicuntur anguli, qui ex planorum angulorum cōcursu fi-
gurantur: de quibus in postremis elementorum libris. Nunc itaque de planis tractandum
angulis. Pro quorū elucidatione animaduertendum est, quoties linea recta, altero limitum
manente fixo, altero autem moto, completè circumducitur: describi superficiem, quæ circuli
adpellatur. vtpote, si a/b/ recta, immoto puncto a, ex b/ in c, per d/ & e, rediens tandem



in superficie sine
profunditate, qui
si plures in uno
pingantur officina
solidos. plures quoque
sunt involucris, et
superficiis solidi
quibus accipit pro
funditas.



in b, circum idem punctum a, completè reuoluatur: describens planum circulare b/c/d/e. Nam punctum b/ hoc modo circūdu-
ctum, lineam efficit orbicularem, quæ circumferentia dicitur: &
immutum punctum a, medium, siue centrum eiusdem vocatur
circuli. Hinc orta est subscripta circuli, & in ordine decimaquin-
ta diffinitio. Prius quàm autem eiusmodi linea vniuersum
compleuerit orbē, diuersas cum prima & relicta linea facit in-
clinationes, nusquā ab immoto recedendo pñcto. Hæc igitur
linearum super eodem plano sese ita contingētium inclinatio
mutua, vel inclinationis habitudo (vt linearum a/ b/ & a/e/ vel

a/e & a/d) & non in directum constitutarum, hoc est, vnam eandemque rectam lineam minimè efficientium (cuiusmodi sunt a/b/ & a/d, vel a/c/ & a/e) planus vocitatur angulus: qui ab ipso Euclide, hoc modo consequenter diffinitur,

¶ Ἐπὶ τοῦδε τῆς γωνίας, ἐστὶν ἡ οὐ ἀδιαιρέτως ἡ γραμμὴ ἀπὸ τοῦ αὐτοῦ ἀλλήλων, καὶ μὴ ἔπ' ἀντιθέτως καμνοῦσαν πρὸς ἀλλήλας τῇ γραμμῇ κλίσις.

- 8 Planus angulus, est duarum linearum in plano sese tangentium,
& non in directo iacentium, ad alterutram inclinatio.

Hæc autem inclinatio de rectis lineis potissimum venit intelligenda: tales enim anguli in his primis sex libris geometricorum elementorum præcipue considerantur. Hinc dicit Euclides,

¶ ΟΤΑΙ καὶ πωλεῖναι τὴν πωλίσαν γραμματὴ διδύμα ὄντι, διδύμ γραμμος ἑκατὶ ἡ πωλίσα.

- 9 Quando autem quæ angulum continent rectæ lineæ fuerint, rectilineus angulus nuncupatur.

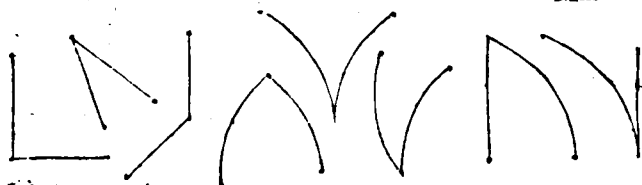
Quod si eadem lineæ datum efficientes angulum fuerint obliquæ, siue curvæ: curvilineus dicitur angulus. quales sunt qui à circumferentiarum causantur intersectionibus. Si autem

A N G V L I.

Rectilinei.

Curvilinci.

Mixti.



ex recta & curva angulus ipse
conficiatur: is mixtus venit ad
pellendus. Veluti sunt anguli
ex dimetiēte, seu chorda, & ar-
cibus circularū comprehensi.
Potissima tamen inter planos
angulos, rectilineorū apud Ge-
ometras (vti supra diximus)
habetur consideratio.

¶ Penes quid rectilineorum angulorum attendenda magnitudo.

CCVIVSLIBET IGITVR ANGVLI PLANI RECTILINEI MA
gnitudo siue quantitas, dicitur arcus circuli, ab ipsis lineis rectis datū efficientibus angulum
comprehēsus: circuli inquā, cuius centrū ad concursum dictarum linearū imaginatur, & qui
ad completam minoris earundem linearum reuolutionem describitur. Si datæ itaque lineæ
rectæ angulum continentes, quadrantē aduissim comprehendant ipsius circuli: huiusmo-
di angulus rectus dicitur. Si verò arcum includant quadrante minorem: acutus. Quoties au-
tem idem arcus, quadrantem exuperauerit circuli: datus angulus nominatur obtulus. Quod
ex ipso facile colligitur Euclide, cum dicit,

¶ Οταν δὲ ἀνῴκησεν ὁ ἀνῴκησας ταῖς ἐφελῆς πωλίσας ἰσως ἀλλήλους ποιῆ, ὁρῶντες ἐκ-
 τέρως τῆς ἰσως πωλίσας καὶ ἡ ἐφελῆς ἀνῴκησας καλῶτα ἐφ' ἡν ἐφίστανται.

- 10 Cùm verò recta linea super rectam consistens lineam, vtroque angulos adinuicem æquales fecerit: rectus est vterque æqualium angulorum. Et quæ superstat recta linea, perpendicularis vocatur, super quam steterit.

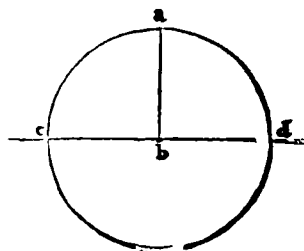
Angulus,
Rectus,
Acutus,
Obtusus.

Anguli re-
diffinitio.

Linea per-
dicularis.

2. ij. squiblos 77 vult
radix vult id ppendit

Cuiusmodi sunt anguli $a/b/c$ & $a/b/d$, à recta a/b super rectam c/d ad perpendicularum incidente, causati. Fit enim recta c/d , in quam cadit a/b , dimetiens circuli, à circumducta b/a , circa punctum b descripti. Nec possunt iidem anguli $a/b/c$ & $a/b/d$ adinuicem æquales esse, quin vterque quadrantem includat circuli: & a/b recta, super rectam c/d perpendicularis existat. Ex quibus infert consequenter, quod



11

¶ Αμβλῆα πῶς ἐστὶν, ἢ μάζων ὁρῶν.

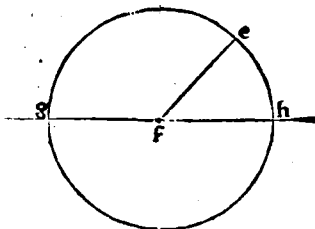
Obtusus angulus, maior est recto

Vt angulus $e/f/g$, includens arcum e/g , quadrante maiorem, descripti circa punctum f circuli. Dicitur autem idem angulus $e/f/g$ obtusus: quoniam e/f & f/g lineæ rectæ, obtusam extrinsecus faciunt inclinationem.

¶ Αἰῶν δὲ, ἢ ἰσάων ὁρῶν.

Acutus verò, minor est recto.

Veluti angulus $e/f/h$: cuius arcus e/h eodem circuli quadrante minor est. Vnde fit, vt e/f & f/h rectarum linearum inclinatio, in acutam conueniat habitudinem. Quanto igitur obtusus angulus $e/f/g$ maior extiterit, tanto minor erit acutus $e/f/h$: ipsa porro linea e/f , incidens in g/h vocitetur. Et quoniā eiusdem circuli quadrantes sunt adinuicē æquales: non datur propterea rectus angulus altero rectior angulo. Secus de obtusis, vel acutis angulis: quoniā arcus circuli quadrante maiores, eodēve quadrante minores varij sunt, atque infiniti. Linearum itaq; maior aut minor longitudo, quemadmodum nec magnitudo circuli, angulū non immutat: hoc est, neque maiorem, neque minorem eundem efficit angulum.



12

¶ De termino & figura.

¶ CUM AVTEM OMNIS MAGNITUDO FINITA SIT, ET terminata: diffinit cōsequēter Euclides ipsi⁹ magnitudinis terminū, in hūc qui sequit modū,

¶ Ορος ἐστὶν, ὃ πρὸς ἐστὶ τέλος.

Terminus est, quod cuiusque finis est.

Vt pote, punctum ipsius lineæ, linea superficiei, superficies denique solidi: quemadmodum ex eorundem abstractiua descriptione facillē colligitur. Itaque

¶ Σχῆμα ἐστὶ, τὸ ὑπὸ πινός ἢ πινῶν ὁρῶν περιεχόμενον. Linea igitur est schema, quæ continetur duobus terminis.

Figura sub aliquo, vel aliquibus terminis comprehenditur.

Sub aliquo quidem, vt planū circulare, vel solidum sphæricum: sub aliquibus verò, vt triangulum vel quadrangulū inter planas, & cubū aut pyramis inter solidas, & quæ sunt eiusdemodi. Sed de planis figuris, atq; de lineis & angulis in eodē plano constitutis, his sex prioribus libris determinandum.

¶ De circulo, eiusque partibus.

¶ INTER FIGURAS, QVAE PLANAEE VOCANTVR, EA DICITUR esse simplicissima, quæ vnico comprehenditur termino: cuiusmodi videtur esse circulus. Hunc itaque primū diffinit Euclides,

¶ Κύκλος ἐστὶ σχῆμα ὑπὸ πινός, ὑπὸ μιᾷ γραμμῇ περιεχόμενον, ἢ καλεῖται περιφέρεια, πρὸς ᾧ ἅφ' οὗς σημεία τῶν οὗτων σχήματος καμίνον, πᾶσι αἰ περὶ αὐτὴν αἰσθάνονται, ἴσται ἀλλήλους εἶσι.

Circulus, est figura plana, vna linea contenta, quæ circumferentia adpellatur: ad quam ab vno puncto introrsum medio existēte,

13

14

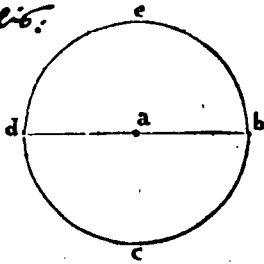
omnes prodeuntes lineæ, in ipsius circuli circumferentiâ incidentes, adinuicem sunt æquales.

*supra 2
de rectis
vnde angulis.*

Hæc diffinitio, ex data nuper (cûm de planis loqueremur angulis) abstractiua circuli descripti-
ptione fit manifesta. Cûm enim a/b/ recta linea data, circum a/ punctum completè reuolui-
tur: punctum b/ suo motu circumferentiâ causat, & immo-
tum punctum a/ in circuli centrum permutatur. Hoc itaq; cir-
culi centrum, secundum longitudinē ipsius a/b/ rectæ lineæ da-
tæ, ex omni parte distabit à circumferentiâ. Ex quo necessum
est, omnes rectas lineas ab ipsius circuli centro in circumferen-
tiâ eiusdem incidentes, fore eidem a/b (ex qua circulus de-
scribitur) atque adinuicem æquales. Hoc est, eiusdem circuli
circumferentiâ à suo cetro æqualiter vndiquaq; distare. Hinc
dicit consequenter,

sumoh

*quia a circumferentiâ
est æquidistant
vnde dicitur
circulus*



Κέντρον δὲ τῆς κύκλου, τὸ σημεῖον καλεῖται.

16 Centrum verò ipsius circuli, punctum adpellatur.

De puncto medio velim intelligas: vt punctum a, in obiecta circuli figura b/c/d/e. Lineæ
nanque limites sunt puncta: quorum immotum (circa quod videlicet alterum in circuli de-
scriptione circunducitur) in medio permanet, & centrum efficitur circuli.

Διαιόμετρος δὲ τῆς κύκλου, ἐστὶν ἀθροῦς τις, διὰ τῆς κέντρος ἡγμένη, καὶ περὶ τοῦ μέσου ἐφ' ἧς καὶ περὶ
τὰ μέρη ὑπὸ τῆς τῆς κύκλου περιφραδαῖσθαι, ἥ τις καὶ δὴ καὶ τέμνει τὸν κύκλον.

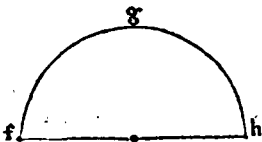
17 Dimetiens circuli, est recta quædam linea per centrum acta, & ex
vtraque parte in circuli circumferentiâ terminata, quæ circum
bifariam dispescit.

Cuiusmodi est linea b/d/ supra scripti circuli b/c/d/e, per a/ centrum vtrunque producta: &
quæcunque illi similis. Dimetiens enim, siue diameter, propriè circulorum esse videtur: dia-
gonius autem, rectilinearum figurarum: axis verò, solidorum.

*Dimetiētis δὲ
diagohio & αὐ-
τὴ διαφέρεια.*

Ἡ μὲν κύκλιος δὲ, ἐστὶν ὁ περιγεγραμμένος ἡμικύκλιος ὡς πρὸς τῇ διαιόμετρῳ καὶ τῆς ἀπὸ τοῦ κέντρος ἡγμένης
ἡμικύκλιος περιφραδαῖσθαι.

18 Semicirculus, est figura quæ sub dimetiente, & ea quæ ex ipsa cir-
culi circumferentiâ sublata est, cōtinetur.

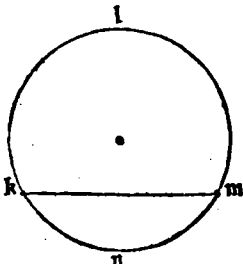


Vt ea figura, quæ ex f/h/ dimetiente, & dimidia circuli cir-
cumferentiâ f/ g/ h/ comprehenditur. Semicirculus enim cûm
sit dimidium circuli: non potest alijs lineis quàm dimetiente,
& media claudi circumferentiâ.

ἀπὸ τῆς περιφραδαῖσθαι.

Ἡ μὲν κύκλιος δὲ, ἐστὶν ὁ περιγεγραμμένος ἡμικύκλιος ὡς πρὸς τῇ διαιόμετρῳ καὶ τῆς ἀπὸ τοῦ κέντρος ἡγμένης
ἡμικύκλιος περιφραδαῖσθαι.

19 Sectio circuli, est figura quæ sub recta linea, & circuli circumferen-
tiâ aut maiore aut minore semicirculo, continetur.



Cûm enim recta linea per circuli centrum minimè ducitur,
vtrunque tamen in circumferentiâ terminatur: ea circum
ipsam in binas partes dispescit inæquales, quæ circuli sectio-
nes adpellantur. Quarum ea quæ centrum includit circuli, vt
k/l/m/ obiectæ descriptionis, maior dicitur: reliqua verò, vt k/
n/m/, minor adpellatur. Ipsa porro linea recta k/m/, chorda siue
subtensa: & comprehensa circumferentiæ pars, arcus respon-
denter nominatur.

*Chorda.
Arcus.*

De rectilineis figuris.

*ἡ ἀπὸ τοῦ κέντρος ἡγμένη
ἡμικύκλιος περιφραδαῖσθαι*

POST CIRCULAREM FIGURAM, QUÆ VNICO CLAUDITVR
a. iij.

limite, succedunt rectilineæ, hoc est, rectis lineis terminatæ figuræ, variam quidem, pro laterum numero, angulorumve qualitate, denominatione obtinētes: quæ ita ab Euclide diffiniuntur,

Τριγωνα ῥα μὲν ὀνόμαται, τὰ ὑπὸ τριῶν ἀθροῦν περιχέμενα.

Rectilineæ figuræ, sunt quæ sub rectis lineis continentur.

20

Trilatera figura rectilinearum prima.

Porro inter rectilineas figuras, primum locum sibi vendicant trilateræ, sub tribus rectis lineis comprehensæ. Quoniam sub duabus lineis rectis non potest contineri figura, per ipsius lineæ rectæ descriptionem. Subiungit itaq; generalem trilaterarum figurarum diffinitionem.

Τριγωνα ῥα μὲν ὀνόμαται, τὰ ὑπὸ τριῶν ἀθροῦν περιχέμενα.

Trilateræ figuræ, sunt quæ sub tribus rectis continentur lineis.

21

His succedunt quadrilateræ, à quaternario laterum numero denominatæ.

Τετράγωνα ῥα μὲν ὀνόμαται, τὰ ὑπὸ τεσσάρων ἀθροῦν περιχέμενα.

Quadrilateræ figuræ sunt, quæ sub quatuor comprehenduntur rectis lineis.

22

Et quoniam rectilinearum figurarum supra quadrilateras per continuam laterum additionem, infinita videtur excrecere multitudo, quam singulatim describere, longum nimis vel impossibile foret: idcirco reliquas omnes multilateras adpellavit Euclides, & sub hac diffinitione complexus est,

Πολύγωνα ῥα μὲν ὀνόμαται, τὰ ὑπὸ πολλῶν ἢ τεσσάρων ἀθροῦν περιχέμενα.

Multilateræ figuræ, sunt quæ sub pluribus quàm quatuor rectis lineis comprehenduntur.

23

Quæ quidem multilateræ figuræ, longè faciliore ab angulis, quàm ab ipsa laterum multitudine, sortiuntur nomenclaturâ: utpote, pentagona, hexagona, heptagona, octogona, &c. Sunt enim in rectilinea quacunque figura tot anguli, quot & latera. Cum autem omnis multilatera figura immediate resolvetur in trilateras, vel partim in trilateras, partim verò in quadrilateras: subiungit propterea primum trilaterarum, deinde quadrilaterarum figurarum, tum ab ipsis lateribus, tum ab angulis sumpta discrimina. Omnis itaque trilateræ figuræ, aut tria latera sunt adinuicem æqualia, vel duo tantum, aut nulla.

Τὸν δὲ τριγώνου ὀνόμαται, ὅταν τὰς τρεῖς ἰσὺς ἔχῃ πλευράς.

Trilaterarum porro figurarum, æquilaterum est triangulum, quod tria continet æqualia latera.

24

Veluti subscripta in exemplum trianguli figura a & quæ illi similes.

Ἰσοσκελὲς δὲ, τὸ τὰς δύο μόνων ἰσὺς ἔχον πλευράς.

Isoceles autem, est quod sub binis tantum equalibus lateribus continetur.

25

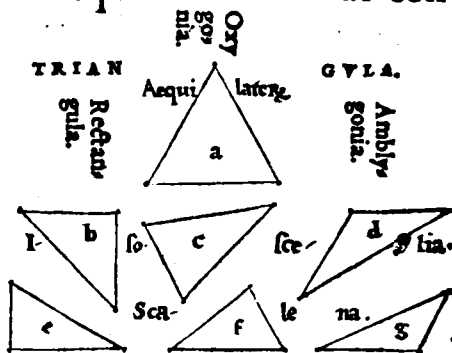
Cuiusmodi sunt triangula b, c, d, ad clariorem singulorum euidentiā depicta.

Ἰσόπλευρον δὲ, τὸ τὰς τρεῖς ἀίσας ἔχον πλευράς.

Scalenum verò, est quod sub tribus inæqualibus lateribus continetur.

26

Vt obiecta e, f, g, triangula: & quæ sunt eiusdemodi. Ab angulis autem totidem differentias nanciscuntur ipsa triangula. Omnis siquidem trianguli, vel tres anguli sunt acuti, vel unus rectus & ceteri duo acuti, aut denique unus obtusus & reliqui itidem acuti: duos enim rectos aut duos obtusos, vel unum rectum & unum obtusum angulum in triangulo offendere non est possibile. Hanc igitur angularem trilaterarum differentiam, ita subscribit Euclides,



ΕΤΙ ΔΕ ΤΗ ΤΡΙΠΛΩΡΩΝ ΟΜΟΙΩΝ, ὁρθογωνίον μὲν τριγωνόν ἐστι, τὸ ἔχει ὁρθὴν γωνίαν.

- 27 Amplius trilaterarum figurarum, rectangulum triangulum est, quod rectum angulum habet.

Vt isosceles b, vel scalenum triangulum e, proxima diffinitione descriptum.

Αμβλυγωνίον δὲ, τὸ ἔχει ἀμβλῆαν γωνίαν.

- 28 Amblygonium autem, quod obtusum angulum habet.

Veluti antecedens isosceles d, scalenumve triangulum g.

Οξυγωνίον δὲ, τὸ ὅς ἐστι ὀξεῖαν γωνίαν.

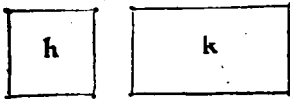
- 29 Oxygonium verò, quod tres habet acutos angulos.

Cuiusmodi sunt æquilaterum a, & isosceles c, atq; triangulum scalenum f & quæ eis similia sunt trianguia. Omnis porro trianguli vnumquodque latus, cæteris duobus expressis, basis vocatur. Sequitur itaq; rectāgula & amblygonia trianguia: fore tantummodo isosceles, vel scalena. Oxygonium autem: & æquilaterum, & isosceles, & scalenum offenditur trianguium. Quemadmodum ex superscriptis triangulorum licet elicere figuris. Haud dissimiliter quadrilaterarum figurarum, tum ab angulorū rectitudine vel obliquitate, tum ab æqualitate vel inæqualitate laterum, succedentia colliguntur discrimina.

Τῶν δὲ τετραπλῶν ὁμοίων, τετραγωνόν μὲν ἐστὶ, ὃ ἰσὺς ἔχει ὁρθογωνίον.

- 30 Quadrilaterarum autem figurarum, quadratū quidem est, quod & æquilaterum & rectangulum est.

Veluti quadratum h. Omnis itaq; quadrati vnumquodque latus, radix eiusdem indifferenter adpellatur. Fit enim quadratum, ex data linea recta abstractivè in seipsam rectissimè ducta: quemadmodum numerus in seipsum ductus, quadratum efficit numerum.



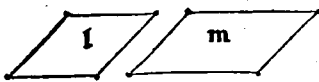
Περόμνηκες δὲ, ὃ ὁρθογωνίον μὲν ἔχει ἰσὺς ἔχει ὁρθογωνίον.

- 31 Altera parte longius, est quod rectangulum quidem, at æquilaterum non est.

Quemadmodū superscripita figura k, quoad angulorum rectitudinem conveniēs cum ipso quadrato, dissidens autem ex parte laterum.

Ρόμβος δὲ, ὃ ἰσὺς ἔχει ὁρθογωνίον μὲν ὄν, ὁρθογωνίον δὲ.

- 32 Rhombus, est quæ æquilatera, at rectangula non est.



Cuiusmodi est figura l. Cōvenit itaque rhombus cum ipso quadrato, in sola laterū æqualitate: habet enim duos obtusos, & totidem acutos angulos, quatuor rectorum simul efficientes quantitatem.

Ρομβοειδὲς δὲ, τὸ τὰς ἀπ' ὁμοίων ὁρθογωνίων ἔχει ἰσὺς ἔχει ὁρθογωνίον.

- 33 Rhomboides verò, est quæ ex opposito latera & angulos habens æquales, neque æquilatera, neque rectangula est.

Quemadmodum supra depicta figura m/representat. Sūntque hæc omnia nuper enarrata quadrilatera, parallelogramma: id est, quorum opposita latera sūnt adinuicem parallela, seu æquidistantia. Neque plures quadrilaterarum & regularium figurarum contingit inveni differentias: hinc dicit Euclides,

Παρά ταυτα πάντα τετραπλῶν, τραπεζία καλεῖται.

- 34 Præter hæc autem, reliqua quadrilatera, trapezia adpellantur.

a.iiiij.

Trilaterarū figurarum ab angulis differentia.

Basis trianguli.

Quadrilaterarum figurarum discrimina.

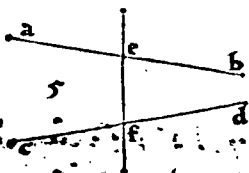
Parallelogramma.

Cum enim dati cuiuslibet anguli recti magnitudo quadrans existat circuli, eiusdemque circuli quadrantes sint aduicem æquales: sit ut inter quosuis angulos rectos nulla possit esse differentia, sed omnes sint aduicem æquales. Quemadmodum ex his quæ septima, nona, & decima præmisimus diffinitionibus, elicere vel facillè potes.

¶ Καὶ ἐὰν εἰς δύο διθῶσιν, διθῶν ἐμπιπῶσιν, τὰς εἰσὶν καὶ ὑπὸ τὰ αὐτὰ μέρη γωνίας, ὅνῃ ὁρθῶν ἰσότητος ποιῶν, ἡ καλλόμηναι αἱ δύο αὐταὶ διθῶναι ἐπ' ἅπασιν, συμπίπτουσι καὶ ὅσον ὁρθῶν ἰσότητος ποιῶν.

- 5 Si in duas rectas lineas recta linea incidens, interiores & in eadem parte angulos duobus rectis minores fecerit: rectas lineas in infinitum productas concurrere necesse est, ad eas partes in quibus anguli duobus rectis minores existunt.

Vtpote, si in rectas a/b & c/d , recta incidens e/f , interiores angulos $b/e/f$ & $d/f/e$ simul comparatos, duobus rectis minores fecerit: ipsæ lineæ a/b & c/d , in infinitum productæ, conueniunt tandem in g , ad partes quidem b & d . Quoniam plus inclinatur aduicem partes b/d , quàm a/c . Vnde quantum magis producentur b/e , & d/f partes, tantò propiores efficientur, in vnũ tandem signum (vtpote g) concurrentes. Secus est de a/e , & c/f partibus: propterea quòd anguli $a/e/f$ & $c/f/e$ sunt duobus angulis rectis tantò maiores, quantum eisdem rectis minores fuerint ipsi $b/e/f$ atque $d/f/e$ anguli. ¶ Possent & alia his haud diffinita subrogari postulata: quæ cum sunt omnibus (etiam rudissimis) per sese manifesta, vel quæ recenscantur indigna, hoc quinario cum Euclide contenti erimus numero.



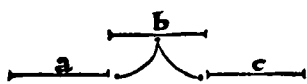
¶ Κοινὰὶ ὁνομασίαι. Communes sententiæ.

ORONTIVS.

RELIVVM EST TANDEM, COMMVNES ELVCIDARE sententias: quas græci axiomata, latini verò effata solent adpellare. Sūt igitur cōmunes sententiæ, generales quædā ac per sese manifestæ propositiones, cōmuniterve scilicet ab omnibus, & in principij rationem vel ordinem coassumptæ. Quarum prima est hæc.

¶ Τὰ τῷ αὐτῷ ἴσα, καὶ ἀλλήλοις ἴσιν ἴσα.

- 1 Quæ eidem æqualia, & aduicem sunt æqualia,



Vtpote, si a magnitudo sit æqualis b magnitudini, eidem quoque b sit æqualis magnitudo c : necessum est a & c magnitudines fore aduicem æquales. Idem habeto iudicium de numeris, atque cæteris eiusdem generis aduicem comparabilibus.

¶ Καὶ ἐὰν ἴσα ἴσιν πρὸς τὴν, τὰ ὅλα ἴσιν ἴσα.

- 2 Et si æqualibus æqualia adijciantur, omnia erunt æqualia.

¶ Καὶ ἐὰν ἀπὸ ἴσων ἴσα ἀφαιρῇ, τὰ καταλειπόμενα ἴσιν ἴσα.

- 3 Et si ab æqualibus æqualia auferantur, quæ relinquentur æqualia erunt.

Vt si d & e magnitudinibus inuicem æqualibus, æquales addantur magnitudines f & g : consergent d/f & e/g magnitudines aduicem pariter æquales. Quòd si versavice ab ipsis d/f & e/g magnitudinibus inuicem æqualibus, æquales tollantur f quidē & g magnitudines: relinquentur d & e magnitudines rursus aduicem æquales.

¶ Καὶ ἐὰν ἀίσιν ἴσα πρὸς τὴν, τὰ ὅλα ἴσιν ἴσα.

- 4 Et si inæqualibus æqualia adiungantur, omnia inæqualia erunt.

¶ Καὶ ἐὰν ἀπὸ ἀίσων ἴσα ἀφαιρῇ, τὰ λοιπὰ ἴσιν ἴσα.

- 5 Et si ab inæqualibus æqualia auferantur, reliqua inæqualia erunt.

Axiomata, effata, seu communes sententiæ.

5. communes sententiæ ratione æqualitatis respiciuntur.

Si namq; h, k magnitudinibus inæqualibus, æquales adiungantur magnitudines l, m : consurgunt inæquales adinuicem magnitudines h/l & k/m . Aut si ab eisdem inæqualibus magnitudinibus datis h/l & k/m , æquales auferantur l & m , quæ relinquentur h & k magnitudines, erunt adinuicem inæquales. Vnde & versa vice, si æqualibus inæqualia adiungantur, vel ab æqualibus inæqualia auferantur: consurgunt, aut relinquentur inæqualia.

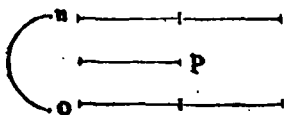
Hæ sunt igitur quinque præcipuæ communes sententiæ, rationem æqualitatis inter magnitudines, atq; inuicē comparabilia, tum facta inuicem comparatione, tum addendo, subtrahendove occurrentem, respicientes.

¶ Καὶ τὰ τῷ αὐτῷ διπλασιασά, ἢ ἀλλήλοις ἴσα.

Quæ eiusdem duplicia sunt, adinuicem sunt æqualia.

6

Hoc est, quæ eiusdem sunt æquæ multiplicia, vel æquæ superparticularia, aut æquæ superpartientia, vel (ut summam comprehendam) æquæ maiora: ea sunt adinuicē æqualia, nempe quod æquali excessu eandem superent magnitudinem. Vt si n & o magnitudines, eiusdē magnitudinis p sint æquæ maiores, utpote duplæ: necessum est easdē magnitudines n & o fore adinuicem æquales. Nam æqualibus magnitudinibus ipsi p in eisdem n & o comprehensis, æquales adduntur excessus.



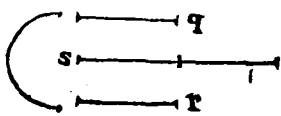
Idem censeto de numeris, & quibuscunq; inuicem comparabilibus rebus, eandem ad tertiā maiorem inæqualitatis rationem obtinentibus.

¶ Καὶ τὰ τῷ αὐτῷ ἡμισυ, ἢ ἀλλήλοις ἴσα.

Et quæ eiusdem sunt dimidium, æqualia sunt adinuicem.

7

Hæc communis sententia, pro magnitudinibus rationē minoris inæqualitatis ad eandem tertiam obseruantibus magnitudinē, ita venit intelligenda: ut quæcunq; eiusdē sunt æquæ submultiplicia, aut subsuperparticularia, vel subsuperpartientia, hoc est, æquæ minora, ea sunt adinuicem æqualia. Vtpote, si q & r magnitudines, eiusdē magnitudinis s sint (verbi gratia) subduplæ: illæ erunt adinuicem æquales, propterea quod æquali ab eadem magnitudine superentur excessu.



¶ Καὶ τὰ ἰσοαρμόζοντα ἢ ἀλλήλα, ἢ ἀλλήλοις ἴσα.

Et quæ sibimet ipsis conueniunt, æqualia sunt adinuicem.

8

Vtpote, si duæ rectæ lineæ in limitibus, duæve superficies in terminis, seu lateribus & angulis, & quæ sunt similes similibus ex omni parte cōueniāt: ea oportet adinuicē equari, & ecōtrario.

¶ Καὶ τὸ ὅλον μᾶλλον τῷ μέρει ἴσι.

Totum est sua parte maius.

9

Adde quod & æquale suis partibus integralibus, id est quæ simul sumptæ ipsum totum videntur integrare.

¶ Καὶ δύο διδᾶται ἄριστοι ἢ περιέχονσι.

Duæ rectæ lineæ superficiem non concludunt.

10

Prius q̄ enim superficiē cōcludere valerēt: operēpretiū esset, gemina pūcta vtriusq; datarū linearū terminos limitātia mutuo cōuenire. Duæ itaq; lineæ rectæ, à dato pūcto in datū punctū producerentur: coinciderēt igitur in vnā atq; eandem lineam rectā, superficiem concludere non valentes. quādmōdum ex ijs quæ quarta prædiximus diffinitione fit manifestum.

¶ De Problemate, Theoremate, atque Hypothesi.

Problemata.

Theoremata

Hypotheses.

EX HIS ITAQVE SANE QVAM INTELLECTIS PRINCIPIJS, colliguntur problemata: hoc est, ambiguarum propositiones, sciscitationesve, practicas figurarū affectiones discutiētes: & Theoremata, id est, speculatiuarum propositiones, præceptionis vtcūq; participes, quæ singulis accidunt figuris sola inspectione diiudicātes. Quæ quidē omnia tali sunt artificio ab Euclide distributa, ut ex antecedentibus omnis subsequentiū videatur pendere comprobatio: fiatq; mutua subministratio singulorum inter se & problematum & theorematum. Quibus suffragantur hypotheses, hoc est, ex præuia supradictorum cognitione, assumenti concessæ suppositiones.



ΕΥΚΛΕΙΔΟΥ ΒΙΒΛΙΟΥ ΠΡΩΤΟΥ

Πρόβλημα α, Πρόβλημα α.

Eπὶ τῆς δοθείσης ἐνθείας πεπιρασμένης, τρίγωνοῖς ὁσὸν πλευρὰς εἰσάγει.

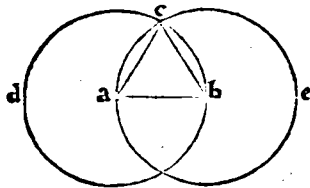
ΕΥΚΛΙΔΙΣ LIBRI PRIMI

Problema I. Propositio I.



Super data linea recta terminata, triangulū æquilaterum constituere

ORONTIVS. ¶ Sit data recta linea terminata a/b , cuius limites sint $a/$ & $b/$ puncta: super quā oporteat triangulū æquilaterum cōstiture: hoc est, datam lineam rectam terminatam in latus ipsius coaptare triāguli, & reliqua duo latera, quæ sint eidem lineæ datæ æqualia, ex superius enarratis principijs inuestigare. Centro igitur a , interuallo autē a/b , describatur circulus $b/c/d$, per tertium postulatū. Et per idem postulatū, centro rursum b , eodēmq; interuallo b/a , describatur circulus $a/c/e$. Cū igitur circuli $b/c/d$ & $a/c/e$ in eodem sint plano, & cōmunem habeant semidiametrum, nempe datam a/b rectam, transeatque per constructionem vnius circumferentiæ per centrum alterius: necessum est, $b/c/d$ circumferentiā partim esse



intra circulum $a/c/e$, partim verò extra, & è contrario, & propterea sese mutuo interfecare. Sit ergo sectionū altera in puncto c , & connectantur tandem rectæ lineæ a/c & b/c , per primū postulatū. Triangulū est itaq; $a/b/c$, (nō congruūt enim, neq; in directū cōstituūtur ipsæ a/b , b/c , & c/a lineæ rectæ: sed trigonā includūt superficiē $a/b/c$) dico ϕ & æquilaterū. Quoniā punctum a , centrū est cir-

culi $b/c/d$: æqualis est igitur a/c recta, ipsi a/b , per decimāquintā diffinitionē. Rursum, quoniā punctum b , centrū est circuli $a/c/e$: æqualis est, per eandē diffinitionē b/c recta, eidē a/b . Dux igitur a/c , & b/c , eidē a/b , sunt æquales: eapropter & æquales adinuicem, per primam communem sentētiam. Tres itaque lineæ a/b , b/c , c/a , sunt adinuicem æquales. Igitur super data recta linea terminata a/b , constitutū est triangulum æquilaterum $a/b/c$. Quod facere oportebat.

Π

Πρόβλημα β,

Πρόβλημα β.

Ἐπὶ τῇ δοθείσῃ σημείῳ τῇ δοθείσῃ ἐνθείᾳ ἵσμεν ἐνθεῖαν εἰσάγει.

Problema 2, Propositio 2.

2 **A**D datum punctū, datæ rectæ lineæ æquam rectā lineā ponere.

ORONTIVS. ¶ Sit datū punctū a , data verò linea recta b/c cui expedit, ad ipsum punctum a , æquam rectam lineam ponere. Ducatur itaque recta a/b , per primum postulatū: super qua triangulum æquilaterum constituatur $a/b/d$, per primam propositionem. Et centro b , interuallo autē b/c , circulus describatur $c/e/f$,

3. post. per tertium postulatū. Atque per secundum postulatū, producatū recta b/d in

propositio 1
finita per punctum
a/b
pleinon
to in puncto
b/c
b/c
b/c
b/c

Nota propo
tiois interpre
tationem.

1. post.

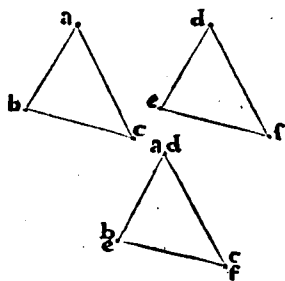
per lineam
qua potest a
puncto in puncto

15. def.

lineis contentum: & basin basi æqualem habebunt, & triangulum triangulo æquum erit, & reliqui anguli reliquis angulis æquales erunt alter alteri, sub quibus æqualia latera subtenduntur.

O R O N T I V S. ¶ Sint bina triangu-
la $a/b/c$ & $d/e/f$, habentia duo latera a/b
& a/c , duobus lateribus d/e & d/f alternatim æqualia, hoc est, a/b ipsi d/e , & a/c ipsi
 d/f atq; angulum $b/a/c$, æqualem angulo $e/d/f$ sub æqualibus rectis lineis conten-
to. Dico primum, quod basis b/c est æqualis basi e/f . Comparato nanq; triangulo
 $a/b/c$ ipsi $d/e/f$, atque puncto a supra d punctum constituto, extensaque recta a/b

Pars prima
theorematis.



super rectam d/e : conueniet punctum b ipsi puncto e : nam
 a/b ipsi d/e per hypothesin est æqualis. quæ autem sunt
adinuicem æqualia, sibi metipsis conueniunt, per conuer-
sam octauæ communis sententiæ. Et quoniam angulus
 $b/a/c$, angulo $e/d/f$ per hypothesin quoque est æqualis:
cadet igitur, per eandem conuersam, a/c recta, super re-
ctam d/f . secus enim alter angulorum foret reliquo ma-
ior, cõtra ipsam hypothesin. At cum a/c & d/f rectæ, sint
ex eadem hypothesi adinuicem æquales: conueniet rur-

Summa autem quæ
est huius theorematis
est hæc: Si duo trian-
gula habuerint duo
latera æqualia, &
angulum sub illis
lateralibus æqualem,
erunt æqualia trian-
gula, & æqualis erit
basis.

sum punctum c ipsi puncto f , per allegatam octauæ communis sententiæ conuer-
sionem. Binæ igitur rectæ b/c & e/f , ab eodem communi puncto, ad idem commune
punctum educuntur: cõuenient ergo adinuicem, per datam ipsius linearum rectarum diffi-
nitionem. Conuenientibus enim b, c & e, f limitibus, si eadem b/c & e/f rectæ mi-
nimè conuenirent: duæ linearum rectæ includerent superficiem, contra decimam com-
munem sententiam, & diffinitam rectarum linearum descriptionem. conuenit itaq;
 b/c ipsi e/f . Quæ autem sibi metipsis conueniunt, æqualia sunt adinuicem, per octa-
uam cõmunem sententiam. basis ergo b/c , basi e/f cõcluditur æqualis. ¶ Dico præ-
terea, qd triangulum $a/b/c$ triangulo $d/e/f$ æquum est. Conueniunt enim singula la-
tera ipsius $a/b/c$ trianguli, singulis $d/e/f$ trianguli lateribus: & triangulum igitur
triangulo conuenit. Vnde per eandem octauam communem sententiæ, $a/b/c$ trian-
gulum, ipsi $d/e/f$ triangulo æquum erit. ¶ Aio tãdem, reliquos angulos reliquis an-
gulis, sub quibus æqualia subtenduntur latera, fore alterum alteri æquales: utpote,
 $a/b/c$ ipsi $d/e/f$, sub quibus a/c & d/f , & $a/c/b$ ipsi $d/f/e$, sub quibus a/b & d/e late-
ra subtenduntur æqualia. Conueniunt enim singula latera singulis lateribus, sub
quibus ipsi continentur anguli. Ex laterum porro conuenientia æqualis eorũdem
subsequitur inclinatio. ex æquali autẽ inclinatione laterum, contentorũ angulorum
cõuincitur æqualitas. Si bina igitur triangu-
la duo latera duobus lateribus æqualia
habuerint &c. ut in theoremate. Quod erat demonstrandum.

Pars secunda

Tertia pars.

Θεώρημα β, Πρόθεσις ε.

Tριῖς σκελεῖς τριγώνων αὐτῶν πρὸς τῇ βάσει γωνίαι ἴσαι ἀλλήλαις εἰσὶ. καὶ πρὸς κελευσθεῖσιν
ἴσων ἰσθαῶν, αὐτῶν τῶν βασίον γωνίαι ἴσαι ἀλλήλαις εἰσὶν τοι.

Theorema 2, Propositio 5.

Isoſcelium triangulorum qui ad basin sunt anguli, adinuicem
sunt æquales: & productis æqualibus rectis lineis, qui sub basi
sunt anguli adinuicem æquales erunt.

O R O N T I V S. ¶ Sit triangulũ isosceles $a/b/c$: cuius latera a/b & a/c sint ad-
inuicem æqualia. Hæc autẽ uersus d , & e , puncta, in cõtinuũ rectũmq; producantur:

b.j.

Primus often-
sionis discursus.

Secundus.

per secundum postulatum. Aio itaque primum, angulos $a/b/c$ & $a/c/b$, qui ad basin b/c , fore adinuicē æquales: angulum præterea $d/b/c$, angulo $b/c/d$ sub eadē basi b/c constituto, itidem cōæquari. Suscipiatur enim in b/d recta cōtingens punctū, sitq; illud d : & data recta b/d , secetur ei æqualis c/e , per tertiam propositionem: connectanturq; b/e , & c/d , lineæ rectæ, per primū postulatū. Cū igitur a/b sit æqualis a/c , per hypothesin, & b/d ipsi c/e , per cōstructionē: erit & a/d ipsi a/e , per secundam communē sententiā, æqualis. Bina ergo latera a/b & a/c trianguli $a/b/c$, sunt æqualia duobus a/c & a/d trianguli $a/c/d$, alterum alteri: estq; angulus qui ad a sub æquis lateribus comprehēsus, utriq; triangulo communis. Basī igitur b/e basi c/d est æqualis, & totū triangulum $a/b/e$ toti triangulo $a/c/d$ æquale, atq; reliqui anguli reliquis angulis, sub quibus æqualia subtenduntur latera, respōdenter æquales, utpote $a/b/e$ ipsi $a/c/d$, & a/d ipsi $a/e/b$: per quartā propositionem. Rursum, quoniam b/d ipsi c/e per cōstructionē est æqualis, & b/e ipsi c/d æqualis ostēsa est: bina propterea latera d/b & d/c trianguli $d/b/c$, duobus e/b & e/c ipsius $e/b/c$ trianguli laterib⁹ sunt alternatim æqualia. & cōtētos sub ipsis æqualibus lateribus angulos, utpote, qui ad d & e monstraui-mus æquales: eandēq; basī subtendunt b/c . Triangulū igitur $d/b/c$, triangulo $e/b/c$ est æquale, & reliqui anguli

reliquis angulis, sub quibus æqualia subtenduntur latera, adinuicē æquales: per eandem quartā propositionē. Angulus itaq; $d/b/c$, angulo $b/c/e$ est æqualis: necnō angulus $b/c/d$, ipsi angulo $b/c/e$. Totus porro angulus $a/b/e$, toti angulo $a/c/d$ æqualis nuper ostēsus est. Igitur si ab eisdem æqualibus angulis $a/b/e$ & $a/c/d$, æquales auferantur anguli $b/c/d$ & $b/c/e$: qui relinquentur anguli $a/b/c$ & $a/c/b$ ad basin b/c , erunt per tertiam communem sententiā adinuicem æquales. Et qui sub eadē basi b/c sunt anguli, utpote, $d/b/c$ & $b/c/e$, nunc quoq; mōstrati sunt æquales. Isosceliū ergo triangulorū, qui ad basin sunt anguli & c. ut in theoremate. Quod demonstrare oportebat.

Corollarium.

Hinc manifestum est, triangulum æquilaterum tres angulos adinuicem æquales continere. Quoniam binatim sumpta latera, semper offenduntur æqualia: & duo quoq; anguli omnifariam sumpti consequenter æquales.

Θεώρημα γ, Πρόθεσις 5.

Εἰ περιγώνος αὐ τοῦ γωνίου ἴσαι ἀλλήλους ᾖσι, καὶ αὐτὰς τὰς ἴσας γωνίας ἀποτείνουσαι πλευραὶ ἴσαι ἀλλήλους ἵσονται.

Theorema 3, Propositio 6.

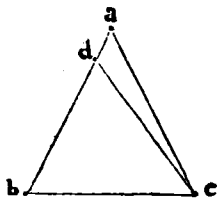
SI trianguli duo anguli, æquales adinuicem fuerint: æquales quoq; angulos subtendentia latera æqualia adinuicem erunt.

ORONTIVS. Estō $a/b/c$ triagulū, cuius anguli $a/b/c$ & $a/c/b$ sint adinuicē æquales. Dico propterea, quod latus a/b æquū est lateri a/c . Si namq; a/b & a/c latera forent inæqualia, alterum esset maius: utpote, a/b . Posset itaq; à maiori a/b , secari ipsi a/c minori æqualis, per tertiā propositionē. esto igitur b/d : & connectatur c/d recta, per primum postulatum. Cadet igitur recta c/d intra triangulum $a/b/c$ diuidētq; latus a/b , & angulum $a/c/b$ in duos angulos, atq; datum $a/b/c$ triangulum in bina triangula $a/c/d$ & $d/b/c$. Atqui $a/b/c$ triangulum, ipso $d/b/c$ triangulo (nempe totum sua parte) maius est: per nonam communem sententiā. Quod si a/c recta foret æqualis ipsi b/d , & b/c sit utriq; triangulo communis: essent bina latera a/c &

a, b, c .

Demonstratio
ab impossibili

ergo duo anguli in triangulo suo sunt latera æqualia



c/b/ trianguli a/c/b, æqualia binis lateribus c/b/ & b/d/ ipsius trianguli c/b/d. quæ cum æquales adinuicem comprehendant angulos a/b/c/ & a/c/b, per hypothesin: basis a/b/ dati a/c/b/ trianguli, foret æqualis basi c/d/ ipsius trianguli c/b/d, per quartam propositionem: ipsum deniq; triangulum a/b/c, ipsi triangulo d/b/c/ æquale, totum videlicet suæ parti. quod per nonam communem sententiã est impossibile. Non est igitur a/b/ latus, maius a/c. Similiter ostendetur, quod neq; minus. Aequũ est itaq; latus a/b, ipsi lateri a/c. Si trianguli itaq; duo anguli æquales adinuicem fuerint, æquales quoq; angulos subtendentia latera æqualia adinuicem erunt. Quod fuerat ostendendum.

Corollarium.

¶ Et proinde fit manifestum, triangulum æquiangulum, fore versa vice æquilaterum. anguli enim binatim sumpti, semper offenduntur æquales: & duo quoq; latera omnifariam sumpta, responderent æqualia.

Θεώρημα δ,

Πρόβλησις ζ.

Εἰ τῆς αὐτῆς ὑποθέσεως δυοὶ τῶν αὐτῶν ὑποθέσεως, ἄλλαι δὲ ὑποθέσεως ἴσαι ἑκατέρῃ ἑκατέρῃ, οὐ συνάδουσιν, πρὸς ἄλλῃ καὶ ἄλλῃ συμπίπτει τὰ αὐτὰ μὴν τὰ αὐτὰ πέρατα ἔχουσαι τῶν ἐξ ἀρχῆς ὑποθέσεως.

Theorema 4,

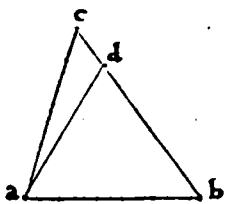
Propositio 7.

7 **S**uper eadem recta linea, duabus eisdem rectis lineis, aliæ duæ rectæ lineæ æquales altera alteri non constituentur, ad aliud atque aliud punctum, ad easdem partes, eisdem fines primis rectis lineis possidentes.

O R O N T I V S. ¶ Super data inquàm recta linea a/b, duæ rectæ lineæ a/c/ & b/c, à limitibus a/ & b, ad datum punctum c/ constituentur. Dico quod super eadem a/b, aliæ duæ rectæ lineæ, vtpote a/d/ & b/d, ad aliud punctum, hoc est d, ad easdem

W. 7. q. 1.

quoq; partes, non constituentur eisdem a/c/ & b/c/ altera alteri æquales, vtpote a/d/ ipsi a/c, & b/d/ ipsi b/c, eisdem fines a/ & b, cum eisdem primis rectis lineis a/c/ & b/c/ possidentes. Aut enim punctum d/ cadet in alterutram linearum a/c/ & b/c, vel intra easdem, aut extra. At-



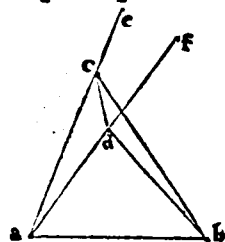
qui in alterutram datarum linearum, ipsum d/ punctum minimè potest incidere. Cadat enim (si possibile sit) in rectam b/c. coincidet igitur b/d/ recta, super rectam b/c/ & cum d/ sit aliud pñctum quàm c, erit eadem b/d/ pars ipsius b/c. Non erit igitur b/d, æqualis b/c: totum enim foret æquale suæ parti, contra nonam communem sententiã. Similiter ostendetur, q neq; in a/c/ rectam, neq; in alterutrã aut a/c/ aut b/c/ in continuũ rectũmq; produ-

altera alteri, ea intelligitur quod tunc idem est pñctum

Prima figuræ dispositio. h. b. puncta a. b. c. d. e. f. g. h. i. k. l. m. n. o. p. q. r. s. t. u. v. w. x. y. z. a. b. c. d. e. f. g. h. i. k. l. m. n. o. p. q. r. s. t. u. v. w. x. y. z.

ctã, cadet idem punctũ d. ¶ Dico præterea, q neq; intra easdẽ lineas a/c/ & b/c, ipsum d/ pñctũ potest incidere. Esto enim (si fuerit possibile) vt in subscripta figura & cõnexa c/d/ recta, per primũ postulatũ, vtraq; a/c/ & a/d, per secundũ postulatũ, in continuũ rectũmq; vsq; ad e/ & f/ signa producat. Triãgula igitur a/c/d/ & b/c/d/ super eadẽ basi c/d/ cõstituta, foret isoscelia. & angulus propterea a/c/d, æquus esset angulo a/d/ cne cõ b/c/d/ angulus, ipsi b/d/c/ responderent æqualis, per primã partẽ quintæ propositionis: & per secundã eiusdem propositionis partem, qui sub eadem basi c/d/ fiunt anguli, adinuicẽ quoq;

Secunda.



quia isoscelia anguli sub a basi respondent: oppositi æquales, & quia qd a. b. c. d. e. f. g. h. i. k. l. m. n. o. p. q. r. s. t. u. v. w. x. y. z. a. b. c. d. e. f. g. h. i. k. l. m. n. o. p. q. r. s. t. u. v. w. x. y. z.

h. a. g. u. b. a. c. d. e. f. g. h. i. k. l. m. n. o. p. q. r. s. t. u. v. w. x. y. z. a. b. c. d. e. f. g. h. i. k. l. m. n. o. p. q. r. s. t. u. v. w. x. y. z.

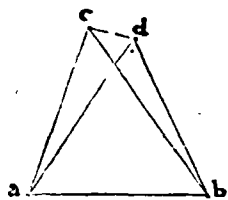
quia isoscelia anguli sub a basi respondent: oppositi æquales, & quia qd a. b. c. d. e. f. g. h. i. k. l. m. n. o. p. q. r. s. t. u. v. w. x. y. z. a. b. c. d. e. f. g. h. i. k. l. m. n. o. p. q. r. s. t. u. v. w. x. y. z.

forat quidam isoscelia quæ duo latera habent quod a. b. c. d. e. f. g. h. i. k. l. m. n. o. p. q. r. s. t. u. v. w. x. y. z. a. b. c. d. e. f. g. h. i. k. l. m. n. o. p. q. r. s. t. u. v. w. x. y. z.

h. a. g. u. b. a. c. d. e. f. g. h. i. k. l. m. n. o. p. q. r. s. t. u. v. w. x. y. z. a. b. c. d. e. f. g. h. i. k. l. m. n. o. p. q. r. s. t. u. v. w. x. y. z.

forēt æquales: vtpote, $c/d/f$ ipsi $d/c/e$. Angulus porro $d/c/e$, maior est angulo $b/c/d$: maior: minor.
(nēpe totus sua parte) eaproppter & $c/d/f$ angulus, foret eodē angulo $b/c/d$: maior: minor.
& maior consequēter ipso angulo $b/d/c$. nam æquales anguli, eiusdē sunt æquē ma-
iores, vel æquē minores: per cōuersam sextæ, atq; septimæ cōmunis sententiæ inter-
pretationē. Est autē $c/d/f$ angulus, pars ipsius anguli $b/d/c$. Particularis igitur angu-
lus, maior esset totali: quod per eandem nonam cōmunē sententiā est impossibile.

¶ Haud dissimile sequetur incōueniens: vbi datū punctū d , inciderit extra præfatas
lineas rectas a/c & b/c . Si nāq; id possibile foret, vel earum altera quæ ex a pūcto,



alterā quæ ex b secabit: aut nulla dabitur prædictarum
linearū interseccio. Secet primū a/d ipsam b/c & con-
nectatur c/d recta, per primum postulatū. Triangula
rursus $a/c/d$ & $b/c/d$ essent isoscelia: & qui ad cōmunē
vtriusq; triāguli basim c/d sunt anguli, per primam par-
tem ipsius quintæ propositionis, æquales adinuicem. vt
pote, $a/c/d$ ipsi $a/d/c$, & $b/c/d$ ipsi $b/d/c$. Atqui angulus
 $a/c/d$, angulo $b/c/d$ maior est, per nonam cōmunem sententiā: recta enim b/c
diuidit $a/b/d/c$ quadrilaterum, & angulum propterea $a/c/d$. Igitur & $a/d/c$ angu-
lus, eodē angulo $b/c/d$ maior esset: & maior consequenter ipso $b/d/c$ angulo. angu-
lus porro $a/d/c$, est pars ipsius anguli $b/d/c$: recta nāq; a/d , diuidit eūdem $b/d/c$ an-
gulum, atq; $a/b/d/c$ quadrilaterum. Pars itaq; totum rursus excederet: quod ipsi
nonæ cōmuni videtur aduersari sententiæ. Idem etiam concludetur, vbi a/c recta
secuerit b/d : vbiue punctum d ita seorsum locabitur, vt nulla subsequatur prædicta-
rum linearū interseccio. quemadmodū ex secunda figuræ dispositione deducere
vel facillē potes, c in d , atq; è diuerso permutato. Non sunt igitur a/c & a/d rectæ
lineæ, neq; b/c & b/d adinuicem simul æquales. Super eadem ergo recta linea, dua-
bus eisdem rectis lineis & c. vt in theoremate. Quod demonstrare oportebat.

Θέωρημα

ε,

Πρόβλησις

η,

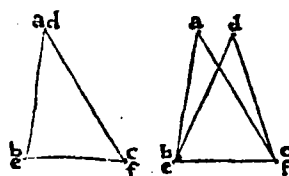
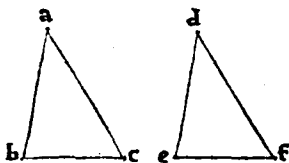
EΑν δύο τρίγωνα, τῶν δύο πλευρῶν ταῖς δύο πλευραῖς ἴσας ἔχῃ καὶ τὴν ἑκατέραν ἑκατέρᾳ, ἔχῃ
καὶ τὴν βάσιν τῇ βάσει ἴσην, καὶ τὴν γωνίαν τῇ γωνίᾳ ἴσην ἢ τὴν ὑπὸ τῶν ἴσων ἐν-
θεν ὑπομέγεθον.

Theorema 5,

Propositio 8.

SI bina triangula, duo latera duobus lateribus alterum alteri
æqualia habuerint, & basim quoq; basi æqualē: angulum quoq;
sub æqualibus rectis lineis contentum æqualem habebunt.

O R O N T I V S. ¶ Sint bina triangula $a/b/c$ & $d/e/f$, habētia duo latera a/b &
& a/c , duobus lateribus d/e & d/f alternatim æqualia, hoc est, a/b ipsi d/e , & a/c ipsi



d/f sitq; basim b/c , basi d/f itidem æqualis. Aio itaq; angu-
lum $b/a/c$, angulo $e/d/f$ esse responderēter æqualē. Com-
paratis nanque adinuicem triangulis, & puncto b supra
punctum e constituto, extensāque basi b/c in rectum
ipsius e/f conueniet punctum c cum puncto f , per con-
uersam octauæ cōmunis sententiæ. Cōuenientibus autē
 b/e , atq; c/f punctis, cōueniet & punctū a cū puncto
 d . Quoniā si a & d puncta minimē cōuenirent: sequeretur
ex hypothēsi laterū, qd super eadem recta linea b/c
aut e/f , duabus eisdē lineis a/b & a/c , vel a/e & a/f , alia
duæ rectæ lineæ d/b & d/c , seu d/e & d/f , ad aliud atq;
aliud punctum, hoc est a & d , ad easdem quoq; partes

eosdem deniq; fines $b/$ & $c/$ vel $e/$ & $f/$ primis rectis lineis possidentes, altera alteri constitueretur æquales. quod per antecedentē septimā propositionē demonstratū est impossibile. Cōgruit igitur $d/$ punctū, ipsi puncto a : quapropter & angulū $b/a/c$, angulo $e/d/f$, congruere necessum est, foreq; illi æqualē. Cōgruentibus enim terminis: congruit & ipsæ lineæ rectæ. ex rectarū porro cōuenientia, sub quibus ipsi continētur anguli: eadem surgit inclinatio. ex qua demum pari linearum inclinatione: eorundem angulorū conuincitur æqualitas. Ergo si bina triangula, duo latera duobus lateribus & c. vt in theoremate. Quod oportuit demonstraſſe.

*por diffini
vobis ang
9*

T *Πρόβλημα δ,
Ηρ δοθέντες γωνίαρ ι υθύγραμμορ δίχα τιμήρ.*

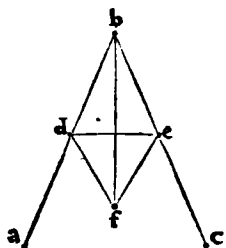
Πρόβλησις θ.

Problema 4,

Propositio 9.

9 **D**atum angulum rectilineum, bifariam secare.

R O R O N T I V S. ¶ Esto datus rectilineus angulus $a/b/c$: quem oporteat bifariam secare. Suscipiatur igitur in $a/b/$ recta contingens punctum $d/$ seceturq; à reliqua b/c , ipsi $b/d/$ æqualis, per tertiā propositionem, sitq; illa b/c . Et per primū postulatum, connectatur recta $d/e/$ super quā triangulum æquilaterū $d/e/f$, per primā propositionem constituatur. connectatur tandem recta b/f , per idem primum postulatum. Manifestum est igitur, rectam $b/f/$ secare datum angulum $a/b/c$: protrahitur enim ab angulo qui ad b , ad oppositum angulum qui ad f in $b/d/f/e/$ quadrilatero. Aio quod & ipsa b/f , datum $a/b/c$ angulum bifariā secat. Cū enim $b/d/$ per constructionē sit æqualis ipsi b/e , cōmunis autem b/f : bina itaq; latera $d/b/$ & $b/f/$ trianguli $d/b/f$, duobus lateribus $f/b/$ & $b/e/$ trianguli $f/b/e$ sunt alternatim æqualia. Est insuper basis d/f , basi $e/f/$ itidem æqualis: sunt enim latera triaguli æquilateri $d/e/f$. Angulus igitur $d/b/f$, angulo $f/b/e$, per octauam propositionem est æqualis. Datus itaq; rectilineus angulus $a/b/c$, bifariam à recta $b/f/$ secatur. Quod facere oportebat.



oſtauatam propositionem est æqualis. Datus itaq; rectilineus angulus $a/b/c$, bifariam à recta $b/f/$ secatur. Quod facere oportebat.

T

*Πρόβλημα ε,
Ηρ δοθέντες γωνίαρ πεπρωσμένηρ δίχα τιμήρ.*

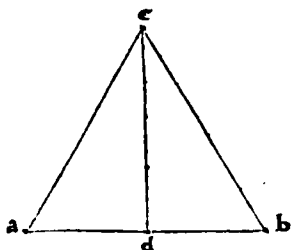
Πρόβλησις ι.

Problema 5,

Propositio 10.

10 **D**atam rectam lineam terminatam bifariam secare.

R O R O N T I V S. ¶ Sit data recta linea terminata a/b , quam bifariā secare sit operæpretium. Constituatur igitur super eadem a/b , triangulum æquilaterum $a/c/b$, per primam propositionem: seceturq; per antecedentem nonam propositionem angulus $a/c/b$ bifariam, recta quidem c/d , à puncto c in $d/$ punctum ipsius lateris $a/b/$ coextensā. Dico lineā $a/b/$ datam, secari bifariam in pūcto d . Cū enim $a/c/b/$ triangulum sit æquilaterum, æqualis est $a/c/$ ipsi c/b : cōmunis verò c/d . Binæ igitur $a/c/$ & $c/d/$ trianguli $a/c/d$, duabus $d/c/$ & $c/b/$ triaguli $d/c/b$, sunt altera alteri æquales: & qui sub ipsis æquis lateribus continentur anguli, per constructionē sunt adinuicem æquales, hoc est, $a/c/d$, ipsi $d/c/b$. Basis igitur a/d , basi $d/b/$ est æqualis, per quartam propositionem. Data igitur recta linea terminata a/b , bifariam secata est in puncto d . Quod oportuit fecisse.



tam propositionem. Data igitur recta linea terminata a/b , bifariam secata est in puncto d . Quod oportuit fecisse.

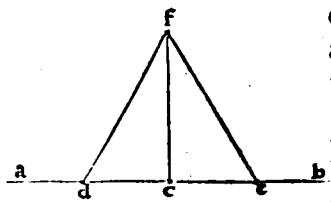
b. iij.

Πρόβλημα 5, Πρόθεσις 1α.
Ἐνθεία Τ Η Δοθείση γωνία, ἀπὸ τῆς πρὸς αὐτῇ διορθώσεως σημείου, πρὸς ὁρθὰς γωνίαν ἐνθείαν γραμμὴν ἀγαγῆν.

Problema 6, Propositio 11.

Data recta linea, à pūcto in ea dato, rectam lineam ad angulos rectos excitare.

3. pr. **ORONTIVS.** ¶ Esto recta linea data a/b, datūmq; in ea pūctū c: à quo oporteat rectā lineā ad angulos rectos excitare. Suscipiat igitur in a/c recta, cōtingēs pūctū: sitq; illud d. secetur præterea à recta c/b, ipsi d/c æqualis, per tertiā propositionē, utpote c/e. deniq; super recta d/e, triagulū æquilaterū cōstituat d/f/e, per primā propositionē: cōnectatūq; recta c/f, per primū postulatū. Dico c/f/rectā, ad rectos angulos cōsistere super datā rectā a/b. Quoniā d/c est æqualis ipsi c/e, cōmunis autē c/f/ dividēs d/f/e/ triagulū. Duæ igitur f/c/ & c/d/ triaguli f/c/d, duabus f/c/ & c/e/ triaguli f/c/e, sunt altera alteri æquales: & basis d/f/ basi f/e, per constructionem æqualis. Angulus itaq; f/c/d, angulo f/c/e/ sub æqualibus rectis lineis cōtento, per octauam propositionem est æqualis. Recta igitur c/f/ consistens super rectā a/b, æquales utrobique facit angulos: ergo rectos, per decimam diffinitionem. A dato igitur pūcto c, datæ rectæ lineæ a/b, recta linea c/f/ ad rectos excitata est angulos. Quod faciendum susceperamus.



8. pr.
10. d.

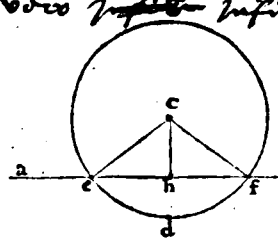
Πρόβλημα 7, Πρόθεσις 1β.

Eπί τῇ διορθῶσιν ἐνθείαν ἀπειροσ, ἀπὸ τῆς διορθώσεως σημείου, ὃ μὴ ἐστὶν ἐπ' αὐτῆς, κάθετον ἐνθείαν γραμμὴν ἀγαγῆν.

Problema 7, Propositio 12.

SVper datam rectam lineam infinitam, à dato puncto quod in ea non est, perpendicularem rectam lineam deducere.

Constructio figuræ.
3. po. **ORONTIVS.** ¶ Sit data recta linea infinita a/b, datum verò pūctum quod in ea non est c: à quo, in ipsam a/b, perpendicularem rectā lineam deducere sit operæpretium. In eodem itaque plano, in quo data a/b/ recta linea infinita, & datum pūctum c, ex altera quidem parte ipsius a/b, contingens pūctū suscipiatur: sitq; illud d. Erit igitur c/d/ interuallum, dirimētq; ipsam a/b/ rectam. Centro ergo c, in interuallo autem c/d, circulus describatur e/f/g, per tertium postulatū. Hic porro circulus e/f/g, cū in eodem sit plano in quo & recta a/b, sitq; finitus, eadem verò a/b/ infinita, & dirempta ab interuallo c/d: subtendet propterea idem e/f/g/ circulus partem ipsius a/b, egredietūq; eadem a/b, recta circūferentiam ipsius e/f/g/ circuli, eandēque circunferētiā egrediendo secabit. Secet igitur in e/ & f/ pūctis: dividatūq; recta & subtenfa e/f/ bifariam, in pūcto quidem h, per decimā propositionem. & connectantur tandem c/e, c/h, atq; c/f/ rectæ, per primum postulatū. Dico itaq; rectā c/h/ perpendiculariter incidere super datā, rectā a/b. Quoniam c/h/ æqualis est ipsi h/f/, per constructionem: c/h/ verò dirimens c/e/f/ triagulum, utrique communis. Binæ igitur c/h/ & h/e/ triaguli c/h/e, duabus c/h/ & h/f/ triaguli c/h/f/ sunt altera alteri æquales: basis quoq; c/e, basi c/f/ æqualis, per decimam quintam diffinitionem. Aequus est igitur angulus c/h/e, angulo c/h/f/ sub æquis lateribus cōtento, per octauā propositionē.



10. pr.
15. d.
8. pr.
Offensio problematis.
Bifariam utpote.

Recta ergo c/h consistens super datā rectam lineā a/b , æquales utrobique facit angulos: ergo rectos. Et proinde c/h perpendicularis est super a/b , per decimam diffinitionem. Super datam itaque rectam lineam infinitā a/b , à dato puncto c quod in ea non est, deducta est perpendicularis c/h . Quod fecisse oportuit. 10. d.

Ω

Θεωρημα 5,

Προβλεψεις 17.

Σ ἀπ' ἐνθεῶς ἐπ' ἐνθεῶν σαθεῖσαι γωνίας ποιῆ, ἢ τοὶ δὲ ὁρθὰς, ἢ διὰ τὴν ὁρθὰς ἴσας ποιῆσαι.

Theorema 6, Propositio 13.

13 C Vm recta linea super rectam consistens lineā angulos fecerit: aut duos rectos, aut duobus rectis æquales efficiet.

ORONTIVS. Incidat inquam a/b recta, super rectam c/d , efficiens angulos

$a/b/c$ & $a/b/d$. Anguli itaque $a/b/c$ & $a/b/d$, aut sunt æquales adinuicē, aut inæquales. Si æquales, ergo recti, per decimam diffinitionē: prima igitur pars vera. Quod

si inæquales extiterint ipsi $a/b/c$ & $a/b/d$ anguli, utpote, $a/b/c$ recto minor, & eodē recto maior $a/b/d$: dico nihilominus eosdē angulos $a/b/c$ & $a/b/d$, fore binis rectis

angulis æquales. Quoniam $a/b/c$ & $a/b/d$ anguli sunt inæquales: non est igitur a/b recta, perpendicularis super rectam c/d , per conuersam ipsius decimæ diffinitionis.

Excitetur ergo super data recta linea c/d , à dato in eapuncto b , perpendicularis b/c , per vndecimam propositionem. Diuidet itaq; recta b/c angulum $a/b/d$ recto maiorem: necnō recta a/b , ipsum angulum $e/b/c$ rectū, maiorem acuto $a/b/c$. Aequus

est igitur angulus $e/b/c$, binis angulis $a/b/c$ & $a/b/e$. communis adijciatur angulus $e/b/d$. binis itaq; angulis $e/b/c$ & $e/b/d$, tribus angulis, hoc

est $a/b/c$, $a/b/e$, & $e/b/d$, sunt æquales, per secundam communē sententiam. Angulus rursus $a/b/d$, æquus est duobus angulis $a/b/c$ & $e/b/d$. communis addatur angulus $a/b/e$. Duo igitur anguli $a/b/c$ & $a/b/d$, tribus angulis, utpote, $a/b/e$, $a/b/c$, & $e/b/d$, sunt per eandē secundā com-

munē sententiā æquales. Atqui monstratū est, qd & anguli $e/b/c$ & $e/b/d$, eisdem tribus æquantur angulis. Anguli porro qui eisdem sunt æquales angulis, adinuicem

quoq; sunt æquales, per primam comunem sententiā. Igitur anguli $a/b/c$ & $a/b/d$, duobus $e/b/c$ & $e/b/d$ sunt æquales. Sūt autem per constructionem anguli $e/b/c$ & $e/b/d$ recti. & duo igitur anguli $a/b/c$ & $a/b/d$, binis sunt rectis æquales. Idem etiā ostendetur, ubi $a/b/c$ angulus, fuerit maior ipso $a/b/d$.

Cū igitur recta linea, super rectam consistens lineam, angulos fecerit: aut duos rectos, aut duobus rectis æquales efficiet. Quod oportebat demonstrare.

Ab $a/b/c$ & $a/b/d$ angulis, utpote, $a/b/c$ recto minor, & eodē recto maior $a/b/d$: dico nihilominus eosdē angulos $a/b/c$ & $a/b/d$, fore binis rectis angulis æquales. Quoniam $a/b/c$ & $a/b/d$ anguli sunt inæquales: non est igitur a/b recta, perpendicularis super rectam c/d , per conuersam ipsius decimæ diffinitionis.

Excitetur ergo super data recta linea c/d , à dato in eapuncto b , perpendicularis b/c , per vndecimam propositionem. Diuidet itaq; recta b/c angulum $a/b/d$ recto maiorem: necnō recta a/b , ipsum angulum $e/b/c$ rectū, maiorem acuto $a/b/c$. Aequus est igitur angulus $e/b/c$, binis angulis $a/b/c$ & $a/b/e$. communis adijciatur angulus $e/b/d$. binis itaq; angulis $e/b/c$ & $e/b/d$, tribus angulis, hoc est $a/b/c$, $a/b/e$, & $e/b/d$, sunt æquales, per secundam communē sententiam. Angulus rursus $a/b/d$, æquus est duobus angulis $a/b/c$ & $e/b/d$. communis addatur angulus $a/b/e$. Duo igitur anguli $a/b/c$ & $a/b/d$, tribus angulis, utpote, $a/b/e$, $a/b/c$, & $e/b/d$, sunt per eandē secundā communē sententiā æquales. Atqui monstratū est, qd & anguli $e/b/c$ & $e/b/d$, eisdem tribus æquantur angulis. Anguli porro qui eisdem sunt æquales angulis, adinuicem quoq; sunt æquales, per primam comunem sententiā. Igitur anguli $a/b/c$ & $a/b/d$, duobus $e/b/c$ & $e/b/d$ sunt æquales. Sūt autem per constructionem anguli $e/b/c$ & $e/b/d$ recti. & duo igitur anguli $a/b/c$ & $a/b/d$, binis sunt rectis æquales. Idem etiā ostendetur, ubi $a/b/c$ angulus, fuerit maior ipso $a/b/d$.

Cū igitur recta linea, super rectam consistens lineam, angulos fecerit: aut duos rectos, aut duobus rectis æquales efficiet. Quod oportebat demonstrare.

Ab $a/b/c$ & $a/b/d$ angulis, utpote, $a/b/c$ recto minor, & eodē recto maior $a/b/d$: dico nihilominus eosdē angulos $a/b/c$ & $a/b/d$, fore binis rectis angulis æquales. Quoniam $a/b/c$ & $a/b/d$ anguli sunt inæquales: non est igitur a/b recta, perpendicularis super rectam c/d , per conuersam ipsius decimæ diffinitionis.

Excitetur ergo super data recta linea c/d , à dato in eapuncto b , perpendicularis b/c , per vndecimam propositionem. Diuidet itaq; recta b/c angulum $a/b/d$ recto maiorem: necnō recta a/b , ipsum angulum $e/b/c$ rectū, maiorem acuto $a/b/c$. Aequus est igitur angulus $e/b/c$, binis angulis $a/b/c$ & $a/b/e$. communis adijciatur angulus $e/b/d$. binis itaq; angulis $e/b/c$ & $e/b/d$, tribus angulis, hoc est $a/b/c$, $a/b/e$, & $e/b/d$, sunt æquales, per secundam communē sententiam. Angulus rursus $a/b/d$, æquus est duobus angulis $a/b/c$ & $e/b/d$. communis addatur angulus $a/b/e$. Duo igitur anguli $a/b/c$ & $a/b/d$, tribus angulis, utpote, $a/b/e$, $a/b/c$, & $e/b/d$, sunt per eandē secundā communē sententiā æquales. Atqui monstratū est, qd & anguli $e/b/c$ & $e/b/d$, eisdem tribus æquantur angulis. Anguli porro qui eisdem sunt æquales angulis, adinuicem quoq; sunt æquales, per primam comunem sententiā. Igitur anguli $a/b/c$ & $a/b/d$, duobus $e/b/c$ & $e/b/d$ sunt æquales. Sūt autem per constructionem anguli $e/b/c$ & $e/b/d$ recti. & duo igitur anguli $a/b/c$ & $a/b/d$, binis sunt rectis æquales. Idem etiā ostendetur, ubi $a/b/c$ angulus, fuerit maior ipso $a/b/d$.

Cū igitur recta linea, super rectam consistens lineam, angulos fecerit: aut duos rectos, aut duobus rectis æquales efficiet. Quod oportebat demonstrare.

Ab $a/b/c$ & $a/b/d$ angulis, utpote, $a/b/c$ recto minor, & eodē recto maior $a/b/d$: dico nihilominus eosdē angulos $a/b/c$ & $a/b/d$, fore binis rectis angulis æquales. Quoniam $a/b/c$ & $a/b/d$ anguli sunt inæquales: non est igitur a/b recta, perpendicularis super rectam c/d , per conuersam ipsius decimæ diffinitionis.

Excitetur ergo super data recta linea c/d , à dato in eapuncto b , perpendicularis b/c , per vndecimam propositionem. Diuidet itaq; recta b/c angulum $a/b/d$ recto maiorem: necnō recta a/b , ipsum angulum $e/b/c$ rectū, maiorem acuto $a/b/c$. Aequus est igitur angulus $e/b/c$, binis angulis $a/b/c$ & $a/b/e$. communis adijciatur angulus $e/b/d$. binis itaq; angulis $e/b/c$ & $e/b/d$, tribus angulis, hoc est $a/b/c$, $a/b/e$, & $e/b/d$, sunt æquales, per secundam communē sententiam. Angulus rursus $a/b/d$, æquus est duobus angulis $a/b/c$ & $e/b/d$. communis addatur angulus $a/b/e$. Duo igitur anguli $a/b/c$ & $a/b/d$, tribus angulis, utpote, $a/b/e$, $a/b/c$, & $e/b/d$, sunt per eandē secundā communē sententiā æquales. Atqui monstratū est, qd & anguli $e/b/c$ & $e/b/d$, eisdem tribus æquantur angulis. Anguli porro qui eisdem sunt æquales angulis, adinuicem quoq; sunt æquales, per primam comunem sententiā. Igitur anguli $a/b/c$ & $a/b/d$, duobus $e/b/c$ & $e/b/d$ sunt æquales. Sūt autem per constructionem anguli $e/b/c$ & $e/b/d$ recti. & duo igitur anguli $a/b/c$ & $a/b/d$, binis sunt rectis æquales. Idem etiā ostendetur, ubi $a/b/c$ angulus, fuerit maior ipso $a/b/d$.

Cū igitur recta linea, super rectam consistens lineam, angulos fecerit: aut duos rectos, aut duobus rectis æquales efficiet. Quod oportebat demonstrare.

Ab $a/b/c$ & $a/b/d$ angulis, utpote, $a/b/c$ recto minor, & eodē recto maior $a/b/d$: dico nihilominus eosdē angulos $a/b/c$ & $a/b/d$, fore binis rectis angulis æquales. Quoniam $a/b/c$ & $a/b/d$ anguli sunt inæquales: non est igitur a/b recta, perpendicularis super rectam c/d , per conuersam ipsius decimæ diffinitionis.

Excitetur ergo super data recta linea c/d , à dato in eapuncto b , perpendicularis b/c , per vndecimam propositionem. Diuidet itaq; recta b/c angulum $a/b/d$ recto maiorem: necnō recta a/b , ipsum angulum $e/b/c$ rectū, maiorem acuto $a/b/c$. Aequus est igitur angulus $e/b/c$, binis angulis $a/b/c$ & $a/b/e$. communis adijciatur angulus $e/b/d$. binis itaq; angulis $e/b/c$ & $e/b/d$, tribus angulis, hoc est $a/b/c$, $a/b/e$, & $e/b/d$, sunt æquales, per secundam communē sententiam. Angulus rursus $a/b/d$, æquus est duobus angulis $a/b/c$ & $e/b/d$. communis addatur angulus $a/b/e$. Duo igitur anguli $a/b/c$ & $a/b/d$, tribus angulis, utpote, $a/b/e$, $a/b/c$, & $e/b/d$, sunt per eandē secundā communē sententiā æquales. Atqui monstratū est, qd & anguli $e/b/c$ & $e/b/d$, eisdem tribus æquantur angulis. Anguli porro qui eisdem sunt æquales angulis, adinuicem quoq; sunt æquales, per primam comunem sententiā. Igitur anguli $a/b/c$ & $a/b/d$, duobus $e/b/c$ & $e/b/d$ sunt æquales. Sūt autem per constructionem anguli $e/b/c$ & $e/b/d$ recti. & duo igitur anguli $a/b/c$ & $a/b/d$, binis sunt rectis æquales. Idem etiā ostendetur, ubi $a/b/c$ angulus, fuerit maior ipso $a/b/d$.

Cū igitur recta linea, super rectam consistens lineam, angulos fecerit: aut duos rectos, aut duobus rectis æquales efficiet. Quod oportebat demonstrare.

Ab $a/b/c$ & $a/b/d$ angulis, utpote, $a/b/c$ recto minor, & eodē recto maior $a/b/d$: dico nihilominus eosdē angulos $a/b/c$ & $a/b/d$, fore binis rectis angulis æquales. Quoniam $a/b/c$ & $a/b/d$ anguli sunt inæquales: non est igitur a/b recta, perpendicularis super rectam c/d , per conuersam ipsius decimæ diffinitionis.

Excitetur ergo super data recta linea c/d , à dato in eapuncto b , perpendicularis b/c , per vndecimam propositionem. Diuidet itaq; recta b/c angulum $a/b/d$ recto maiorem: necnō recta a/b , ipsum angulum $e/b/c$ rectū, maiorem acuto $a/b/c$. Aequus est igitur angulus $e/b/c$, binis angulis $a/b/c$ & $a/b/e$. communis adijciatur angulus $e/b/d$. binis itaq; angulis $e/b/c$ & $e/b/d$, tribus angulis, hoc est $a/b/c$, $a/b/e$, & $e/b/d$, sunt æquales, per secundam communē sententiam. Angulus rursus $a/b/d$, æquus est duobus angulis $a/b/c$ & $e/b/d$. communis addatur angulus $a/b/e$. Duo igitur anguli $a/b/c$ & $a/b/d$, tribus angulis, utpote, $a/b/e$, $a/b/c$, & $e/b/d$, sunt per eandē secundā communē sententiā æquales. Atqui monstratū est, qd & anguli $e/b/c$ & $e/b/d$, eisdem tribus æquantur angulis. Anguli porro qui eisdem sunt æquales angulis, adinuicem quoq; sunt æquales, per primam comunem sententiā. Igitur anguli $a/b/c$ & $a/b/d$, duobus $e/b/c$ & $e/b/d$ sunt æquales. Sūt autem per constructionem anguli $e/b/c$ & $e/b/d$ recti. & duo igitur anguli $a/b/c$ & $a/b/d$, binis sunt rectis æquales. Idem etiā ostendetur, ubi $a/b/c$ angulus, fuerit maior ipso $a/b/d$.

Cū igitur recta linea, super rectam consistens lineam, angulos fecerit: aut duos rectos, aut duobus rectis æquales efficiet. Quod oportebat demonstrare.

Demôstratio
ab impossibili

2. po.

b, duæ rectæ lineæ b/c, & b/d, altera quidem ad læuam c, reliqua verò ad dextram partē d/conueniētes, angulos efficiant a/b/c & a/b/d, aut rectos, aut duobus rectis æquales. Aio propterea, rectam lineam b/d, in directum ipsius b/c fore cōstitutam, hoc est, vnam eandemq; rectam efficere lineā. Nam si recta b/d, non fuerit in directum ipsius b/c constituta: producta b/c in continuū rectūmq; ab ipso b/versus e, /sed a b in, per secundum postulatū, non cadet ipsa b/e cum b/d. Cadat ergo (si possibile sit) e dextrā inter a/b & b/d. Recta igitur a/b, incideret super rectam c/e ad angulos a/b/c & a/b/e, aut rectos, vel duobus rectis æquales, per decimā tertiam propositionē. Atqui duo anguli a/b/c & a/b/d aut recti sunt, aut binis itidem rectis æquales, per hypothesin. Anguli itaq; a/b/c & a/b/d, angulis a/b/c & a/b/e, forent per primam communē sententiā æquales. Dempto igitur communi angulo a/b/c reliquus a/b/d reliquo a/b/e, per tertiam communē sententiā æquaretur, maior minori, hoc est, totū suæ parti: quod per nonam communem sententiā est impossibile. Idem quoq; deducetur inconueniens, si producta b/e, detur incidere sub ipsa b/d. In directum est igitur b/d ipsi b/c, quod demonstrandum fuerat. Si ad aliquā igitur rectam lineam, atq; ad eius pūctum duæ rectæ lineæ, &c. vt in theoremate.

E Αἰ δύο εὐθεῖαι τέμνουσιν ἀλλήλας, τὰς κατὰ κορυφὴν γωνίας ἴσας ἀλλήλους ποιεῖσσι.

Theorema 8,

Propositio 15.

SI duæ rectæ lineæ se adinuicē secuerint: angulos qui circa verticem sunt æquos adinuicem efficient.

ORONTIVS. ¶ Secent se adinuicem binæ rectæ lineæ a/b, & c/d, in pūcto quidem e: dico quòd angulus a/e/c, æquus est angulo b/e/d, circa e/verticem posito. Incidit enim recta c/e in rectam a/b, efficiens angulos a/e/c & c/e/b duobus rectis æquales: per decimā tertiam propositionem. Recta insuper b/e incidens super rectam c/d, facit angulos c/e/b & b/e/d binis itidem rectis æquales: per eādem decimā tertiam propositionē. Anguli porro qui eisdem, vtpote binis rectis æquantur: & hi quoq; sunt adinuicem æquales, per primā communem sententiā. Et duo igitur anguli a/e/c & c/e/b, duobus angulis c/e/b & b/e/d sunt æquales. Dempto itaque communi c/e/b: reliquus angulus a/e/c reliquo b/e/d, per tertiam communem sententiā est æqualis. Simili discursu monstrabitur, qd anguli a/e/d & c/e/b sunt æquales adinuicem. Si duæ igitur rectæ lineæ se adinuicem secuerint, angulos qui circa verticem sunt, æquos adinuicem efficiunt. Quod oportebat ostendere.

Hinc manifestum est, quotlibet rectas lineas in eodem pūcto sese adinuicem intersectantes, angulos efficere quatuor rectis æquales.

Corollarium.

¶ Hinc manifestum est, quotlibet rectas lineas in eodem pūcto sese adinuicem intersectantes, angulos efficere quatuor rectis æquales.

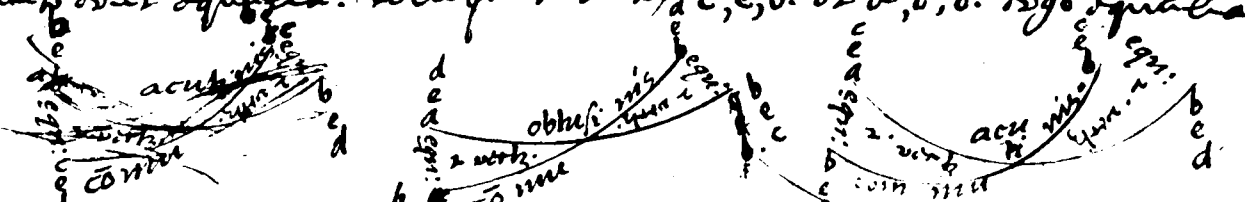
Π Αἰ τὸς τριγώνου μίαν τὴν πλευρὰν ἐκβλάσας, ἡ ἐκτὸς γωνία, ἐκείνη τῶν ἐντὸς καὶ ἀπ' ἐναντίου μείζων ἐστίν.

Theorema 9,

Propositio 16.

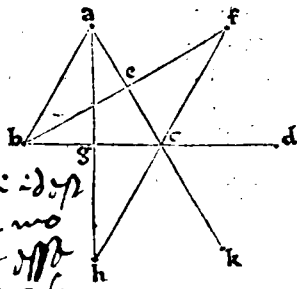
OMnis triánguli vno latere producto, exterior angulus vtriusq; interioribus & ex opposito maior est.

ORONTIVS. ¶ Esto datum a/b/c triángulum, cuius vnum latus, vtpote b/c, sit productum in d. Dico quòd exterior angulus a/d/c maior est interioribus a/b/c & a/c/b, & ex opposito maior est. Incidit enim recta a/c in rectam b/d, efficiens angulos a/c/b & a/c/d duobus rectis æquales: per decimā tertiam propositionem. Recta insuper b/c incidens super rectam a/d, facit angulos a/c/d & b/c/d binis itidem rectis æquales: per eādem decimā tertiam propositionē. Anguli porro qui eisdem, vtpote binis rectis æquantur: & hi quoq; sunt adinuicem æquales, per primā communem sententiā. Et duo igitur anguli a/c/d & b/c/d, duobus angulis a/c/b & a/b/c sunt æquales. Dempto itaque communi a/c/d: reliquus angulus b/c/d reliquo a/c/b, per tertiam communem sententiā est æqualis. Simili discursu monstrabitur, qd angulus a/d/c maior est interioribus a/b/c & a/c/b, & ex opposito maior est. Quod oportebat ostendere.



producat in directum ad punctum vsq; d, per secundum postulatū. Aio itaq; primū, exteriorem angulum a/c/d, maiorem esse intrinseco & ex opposito b/a/c. Secetur enim a/c/bifariam in pūcto e, per decimam propositionem: & connectatur b/e/recta, per primū postulatū. quæ per secundum postulatū, extendatur in directum versus f: seceturq; recta e/f/æqualis ipsi b/e, per tertiā propositionem. tandem connectatur recta c/f, per idem primū postulatū. Cū igitur a/e/sit æqualis e/c, & b/e/ipsi e/f/itidem æqualis, per constructionem: binæ itaq; a/e/& e/b/trianguli a/e/b, duabus c/e/& e/f/trianguli c/e/f, sunt altera alteri æquales. & æquos adin-

Prima demon- stratiōis pars.



recta, productaq; ipsi a/g , æquali g/h , connexa item c/h , atq; tandem producta a/c in k , per nunc expressa postulata, citataq; propositiones: haud dissimili discursu colligemus, angulum $a/b/g$, æquum esse angulo $g/c/h$. Et quoniam angulus $b/c/k$, angulo $b/c/h$ maior est, per nonā communem sententiā: erit & idem angulus $b/c/k$ ipso $a/b/c$ angulo maior. Aequus est autem $a/c/d$ angulus ipsi $b/c/k$, per decimam quintam propositionē: & angulus igitur $a/c/d$ eodē angulo $a/b/c$ maior est. Omnis itaq; trianguli vno latere producto, exterior angulus vtriusq; interioribus & ex opposito maior est. Quod erat demonstrandum.

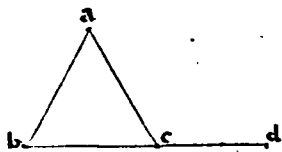
Περὶ τῆς ἐξουσίας τοῦ Θεοῦ.

Θεῶν μα 1, Περὶ θεοῦ 12.
 Αὐτὸς ἵσχυρός ἐστι διὸ γνωρίζεται, διὸ ὁρθῶς ἡ λαοσυνέχῃ ἐστὶ, πάντων μεταλαμβανόμενος.

Theorema 10, Propositio 17.

17 **O**Mnis trianguli, duo anguli duobus rectis sunt minores, omnifariam sumpti.

ORONTIVS. ¶ Sit triangulum $a/b/c$. Dico in primis, duos angulos $a/b/c$ & $a/c/b$, duobus rectis esse minores. Producat enim b/c latus in directum vsq; ad punctum d : per secundum postulatū. Exterior igitur angulus $a/c/d$, maior est interiore & ex opposito $a/b/c$, per decimam sextam propositionem. Addatur vtrique eorundem angulorum, communis $a/c/b$. Duo igitur anguli $a/b/c$ & $a/c/b$, duobus angulis $a/c/b$ & $a/c/d$ sunt minores, per quartam communem sententiam. Anguli porro $a/c/b$ & $a/c/d$, duobus rectis sunt æquales, per decimam tertiam propositionē. Et duo igitur anguli $a/b/c$ & $a/c/b$, eisdem binis rectis sunt minores: ijdem nanq; an-



**Præcipua offi-
tionis pars.**

a, c, d, addati a, c, b.
a id 7 a, c, b, addati
b, c, a. qui or
magistrali adior
fuit ignata q
cipit fuit mag
e a 4 sete.

**De ceteris an-
gulum com-
binationibus.**

demonstrare.
 qui de p^{re}z^oti p^{re}z^oti offe minorib^{us} illib^{us} duo
 qui rep^{re}z^oti duob^{us} x^oib^{us}

Π

Θεώρημα ια,

Πρόθεσις ια.

Αντὶς τριγώνου ἡ μὲν ὑπὸ τῶν ἁλυσσά, τὴν μείζονα γωνίαν ὑποτείνει.

Theorema 11,

Propositio 18.

Omnis trianguli maius latus, sub maiori angulo subtenditur. 18

ORONTIVS. ¶ Sit triangulum $a/b/c$ cuius latus a/b , maius sit a/c late-re. dico quòd $a/c/b$ angulus, maior est angulo $a/b/c$. Secetur enim à maiori a/b , ipsi minori a/c æqualis, per tertiam propositionem: sitq; illa a/d . & connectatur c/d recta, per primum postulatam. Diuidit itaque recta c/d triangulum $a/b/c$, & angulum propterea $a/c/b$. Maior est igitur angulus $a/c/b$ angulo $a/c/d$, per nonam communem sententiam. Ipsi porro $a/c/d$ angulo, æquus est angulus $a/d/c$, per pri-mam partem quintæ propositionis: sunt enim per constructionem a/c & a/d latera adinuicē æqualia. Et $a/c/b$ igitur angulus, maior est angulo $a/d/c$. Angulus rursus $a/d/c$, maior est interiore & ex opposito $d/b/c$, hoc est $a/b/c$ angulo, per decimam sextam propositionem. Multò maior igitur est angulus $a/c/b$, ipso $d/b/c$ seu $a/b/c$ angulo. quod enim maiore maius est, à fortiori videtur esse maius. Omnis itaque trianguli maius latus, sub maiori angulo subtenditur. Quod demonstrandum fuisse ceperamus.

Π

Θεώρημα ιβ,

Πρόθεσις ιβ.

Αντὶς τριγώνου ὑπὸ τῶν μείζονα γωνίαν ἡ μείζων ἁλυσσά ὑποτείνει.

Theorema 12,

Propositio 19.

Omnis trianguli maior angulus, sub maiori latere subtenditur. 19

ORONTIVS. ¶ Sit rursus $a/b/c$ triangulum, habens angulum $a/c/b$, maiorem angulo $a/b/c$. Aio versa vice, qd latus a/b , maius est ipso latere a/c . Si namq; a/b latus, non foret maius a/c esset igitur vel eidē a/c æquale, vel eo minus. Acquū porro nō est a/b ipsi a/c : quoniā anguli $a/b/c$ & $a/c/b$, per quintam propositionem,forēt adinuicem æquales. sunt autem inæquales, per hypothesein. non est igitur a/b latus, æquale ipsi a/c . Neque etiā minus est a/b , eodem a/c latere: esset enim angulus $a/c/b$, minor angulo $a/b/c$, per antecedentem decimam octauam propositionem. hoc autem aduersatur hypothefi. Igitur a/b latus, nō est minus ipso a/c latere. Ostēsum est autē, quòd nec eidem æquale. maius est igitur ipsum latus a/b , eodem a/c latere. Omnis ergo trianguli maior angulus, sub maiori latere subtenditur. Quod demonstrare fuerat operæpretium.

Π

Θεώρημα ιγ,

Πρόθεσις ιγ.

Αντὶς τριγώνου αἱ δύο ἁλυσσά, τῆς λοιπῆς μείζονος ἀσιν, πᾶντι μὲν ἁλυσσά μείζονα.

Theorema 13,

Propositio 20.

Omnis trianguli duo latera, reliquo sunt maiora, quomodo- 20 cunque assumpta.

ORONTIVS. ¶ Esto datum $a/b/c$ triangulum. Dico primū, duo latera a/b & a/c , fore maiora reliquo b/c . Producatur enim per secundum postulatam, recta c/a in directum, vsque ad punctum d : seceturq; a/d recta, æqualis ipsi a/b , per tertiampropositionem. Igitur a/b latus, nō est minus ipso a/c latere. Ostēsum est autē, quòd nec eidem æquale. maius est igitur ipsum latus a/b , eodem a/c latere. Omnis ergo trianguli maior angulus, sub maiori latere subtenditur. Quod demonstrare fuerat operæpretium.

quia h^{oc} equali
calore.

quia vovisti - b.
maior offa agn

lib
quia sub 15 di

mauro, d'g

que fides de
Kumbia.

59

Journal of Management Studies, 19(1), 67-80.

100

Primæ partis
ostensio.

das Kloster Wang
Sinn der alten

the first of the
series of papers
found in the

brant.

1911-12-10

Secunda pars *Alib d. 1*

216 maior

Dr. A. C. DeGuz
wa minorib.

Πρόβλημα 8,

Πρόβλημα 22.

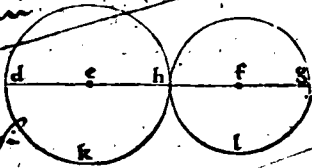
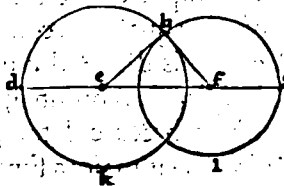
Εκ τριῶν εὐθετῶν αἰσὶν ἴσαι τρεῖς δοθεῖσαις εὐθείαις, τρίγωνον συστήσασθαι. ὅτι δὴ τὰς δύο τῆς λοιπῆς μείζονας εἶναι, πάντῃ μεταλαμβανόμενος, ὅτι καὶ πάντῃς τριγώνου τὰς δύο πλεονέκτας τῆς λοιπῆς μείζονας εἶναι, πάντῃ μεταλαμβανόμενος.

Problema 8,

Propositio 22.

EX tribus rectis lineis, quæ sunt tribus datis rectis lineis æqua- 22
les, triangulum cōstruere. Oportet autem duo latera, reliquo
esse maiora quomodocunque assumpta: quoniam trianguli bina
latera quomodocunque assumpta, reliquo sunt maiora.

O R O N T I V S. Dantur ergo tres lineæ rectæ a, b, & c, adinuicem ita propor-
tionatæ, vt duæ quomodocunque assumptæ, sint maiores reliquæ: vt pote, a & b ipsa
c, atq; b & c ipsa a, denique a & c ipsa b maiores. Oportet enim ipsius trianguli, ex
tribus rectis lineis, quæ sunt tribus datis æquales, cōstruendi duo latera, reliquo esse
maiora, per vigesimam propositionem. Assumatur itaque recta quædam linea, ex
altera parte puncto d/limitata: infinita verò secundum reliquam. à qua secetur tres
rectæ lineæ, ipsis datis singulatim æquales, per tertiam propositionē: d/e/quidem
æqualis ipsi a, e/f/autem ipsi b, & f/g/ipsi c. Et centro e, interuallo autē e/d, circulus
describatur d/h/k/centro rursus f, & interuallo f/g, alius describatur circulus g/h/l,
per tertium postulatum. Et quoniam circuli d/h/k/ & g/h/l, in eodem sunt plano, &
e/f/recta, ab vnus circuli centro, ad centrum alterius producit: necessum est, eos-
dem circulos d/h/k/ & g/h/l/ se se mutuo interfecare. Si nanque minimè se secarent,
sed se adinuicem tangerent, vt pote in puncto h: tunc re-
cta e/f/ ipsi b/ æqualis, vtriusque circuli semidiametrum
necessario contineret. quapropter & duarum rectarum
a/ & c/ magnitudinē. Effet enim e/h/ pars ipsius e/f, æqua-
lis d/e, & propterea ipsi a: pars quoque h/f, ipsi f/g, & ipsi
ergo c/ æqualis. quemadmodum ex decima quinta diffini-
tione, & prima cōmuni sententia deducere vel facile est. Bina ergo triāguli latera,
essent æqualia reliquo: contra datam hypothesin, & vigesimam propositionē. Lon-
gè item maius inconueniēs sequeretur: vbi circuli ipsi vt cunque distare poneretur,
Secat igitur circulus d/h/k, circulum g/h/l. esto sectionum altera in puncto h: & cō-
nectatur rectæ e/h/ & h/f, per primum postulatum. Tri-
angulū est igitur e/h/ f: dico quòd ex tribus rectis lineis
cōstruētū, quæ sunt tribus datis æquales. Cū enim pun-
ctum e/ sit centrum circuli d/h/k: æqualis est d/e/ ipsi e/h,
per decimā quintam diffinitionē. ipsa porrò d/e, secta
est æqualis ipsi a. Binæ igitur, hoc est a/ & e/h, eidem re-
ctæ d/e/ sunt æquales: quapropter & æquales adinuicem,
per primam communem sententiam. e/f/ autem, ipsi b/
data est æqualis, per constructionem. Rursus quoniam
punctum f, centrum est circuli g/h/l: æqualis est f/h/ ipsi f/g, per eandem decimā
quintam diffinitionem. ipsa autem f/g, secta est æqualis ipsi c. Ergo f/h/ & c, eidem
f/g/ sunt æquales: igitur & æquales adinuicem, per eandem primam cōmunem sen-
tentiam. Tres igitur rectæ lineæ e/h, e/f, & f/h, tribus datis a, b, & c. sunt adinuicem
æquales; & constituunt triangulum e/h/f. Ex tribus igitur rectis lineis e/h, e/f, &
f/h, quæ tribus datis, hoc est a, b, & c, sunt æquales, cōstruētum est triangulum e/h/f.
Quod faciendum susceperamus.

Constructio
guz.Problematis
ostensio.

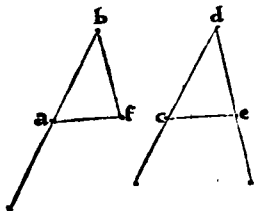
Πρόβλημα θ, Πρόθεσις κγ.
 Πρὸς τῇ Δοθείσῃ ἑυθείᾳ καὶ τῷ πρὸς αὐτῇ σημείῳ, τῇ Δοθείσῃ γωνίᾳ ἐκθῆναι ἑυθύγραμμον ἴσην γωνίᾳ ἐκθῆναι ἑυθύγραμμον συσχεῖσθαι.

Problema 9, Propositio 23.

23 AD datam rectam lineam, ad datumque in ea punctum, dato angulo rectilineo, æqualem angulum rectilineū constituere.

ORONTIVS. ¶ Sit data recta linea a/b, & datum in ea punctum b, rectilineus porro angulus c/d/e: cui receptum sit, ad datum punctum b, data recta linea a/b, æquum angulum rectilineum constituere. Suscipiatur itaq; in c/d/recta contingēs punctum, sitq; illud cin d/e/quoque recta, contingens punctum, & illud sit e. cōnectatur deinde recta c/e, per primum postulatū. Ex tribus deniq; lineis rectis a/b, b/f, & f/a, quæ sint tribus datis, hoc est, ipsius c/d/e trianguli lateribus æquales, utpote a/b/ipsi c/d, & b/f/ipsi d/e, atque f/a/ipsi e/c, triangulum cōstruatur a/b/f, per præcedētē vigesimāsecundā propositionē. Dico angulū a/b/f, æquū fore ipsi angulo dato c/d/e. Cum enim binæ lineæ rectæ a/b/ & b/f/ triāguli a/b/f, duabus lineis rectis c/d/ & d/e/ triāguli c/d/e, sint altera alteri æquales, basis quoque a/f, basi c/e/ per constructionem æqualis: erit angulus a/b/f, angulo c/d/e/ sub æqualibus rectis lineis contento, per octauam propositionē, æqualis. Ad datam ergo lineam rectam a/b, & datum in ea punctū b, dato angulo rectilineo c/d/e, æqualis angulus rectilineus a/b/f/ constitutus est. Quod fecisse oportuit.

Figure constitutio.



3 æquales lineæ
 3 datis trianguli
 Cōclusio problematis.

Εἰ δύο τρίγωνα πρὸς δύο πλευράς τῶν δύο πλευρῶν ἴσας ἔχῃ καὶ τὴν ἑκατέρωθεν ἑκατέρωθεν γωνίαν τῆς γωνίας μᾶλλον ἔχῃ τὴν ἑκατέρωθεν ἑκατέρωθεν πρὸς ἀλλήλων, καὶ τὴν βάσιν τῆς ἑκατέρωθεν μᾶλλον ἔχῃ.

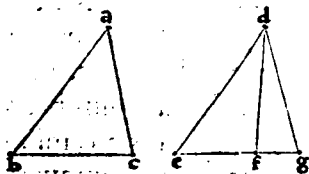
Theorema 15,

Propositio 24.

SI bina triangula, duo latera duobus lateribus æqualia habuerint alterum alteri, angulum verò angulo maiorem sub æquis rectis lineis contentum: basin quoq; basi maiorem habebunt.

ORONTIVS. ¶ Sint bina triangula a/b/c, & d/e/f, habentia duo latera duobus lateribus alterum alteri æqualia, utpote, a/b/ipsi d/e, & a/c/ipsi d/f: sitque angulus qui ad a, maior angulo qui ad d/ sub æquis lateribus contento. Aio itaque, basin b/c/ triāguli a/b/c, maiorem esse basi e/f/ triāguli d/e/f. Quoniam angulus b/a/c, maior est angulo e/d/f, per hypothesin: ad datam ergo lineam rectam e/d, ad datumque in ea punctū d, dato angulo rectilineo b/a/c, æqualis angulus rectilineus constituatur e/d/g, per vigesimātertiam propositionem. V triq; demum a/c/ & d/f, æqualis ponatur d/g, per secundam aut tertiam propositionem: cōnectanturq; rectæ e/g/ & g/f, per secundum postulatū. Erunt itaq; bina latera a/b/ & a/c/ triāguli a/b/c, æqualia duobus lateribus d/e/ & d/g/ triāguli d/e/g/ alterum alteri: & qui sub eisdē lateribus continentur anguli adinuicem æquales, per constructionem. Basis igitur b/c, basi e/g, per quartam propositionem est æqualis.

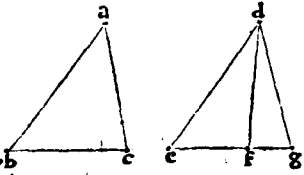
Constructio figure generis



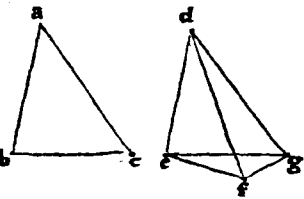
¶ His ita præmissis, quoniam triangulorum adinuicem comparatorum, varia contingit habitudo: poterit itaque recta e/g, diuersis incidere modis, utpote, aut in directū ipsius e/f, aut supra, vel infra. Cadat ergo primum in rectam e/f, ut in hac prima figuræ dispositione. Igitur cum

Primus inferendi modus.

c.j.

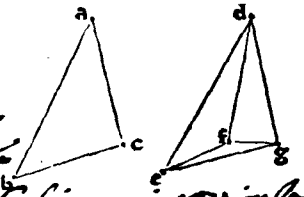


in triangulo $d/e/g$, ab angulo qui ad d in oppositum la-
tus e/g , recta producat d/f , diuidens tum ex hypothesi,
tum ex constructione ipsum $e/d/g$ angulū: diuidet quoq;
ipsa d/f , basim e/g , in puncto quidem f . Est itaque basis
 e/f , pars ipsius e/g : & propterea ipsa e/g , maior eadem
 e/f , per nonam communem sententiam. Ipsi porro e/g ,
æqualis ostēsa est b/c : & b/c igitur basis, maior est basi e/f , per conuersam sextæ cō-
munis sententiæ interpretationem. ¶ Quod si e/g recta inciderit supra e/f , velut in
secūda figura: fiet triangulū $e/f/g$, ex tribus basibus cōstitutum. Et quoniā triangu-
li $d/f/g$, latus d/f lateri d/g est æquale: æquus erit & $d/f/g$ angulus, angulo $d/g/f$,
per quintam propositionē. Atqui $d/g/f$ angulus, maior est angulo $e/g/f$, per nonam
communem sententiam: & $d/f/g$ itaq; angulus, maior erit eodem angulo $e/g/f$, per
eandem sextæ communis sententiæ conuersionem. Angulo rursū $d/f/g$, maior est



Terti⁹ modus

angulus $e/f/g$, nēpe totus sua parte: & propterea ipso an-
gulo $e/g/f$ tantō maior. Omnis porro triāguli maius la-
tus, sub maiori angulo subtenditur, per decimamoctauā
propositionē: maior est itaq; e/g , ipsa e/f recta. Præosten-
sum est autē qd & b/c ipsi e/g cōæquatur: basis ergo b/c ,
basis e/f consequenter est maior. ¶ Cum autē e/g sub ea-
dem e/f , vt in tertia figuræ dispositione, ceciderit: idē etiā
concludetur. Nam in triangulo $d/e/g$, à limitibus lateris d/e , binæ rectæ linæ d/f
& e/f introrsum constituentur: erunt itaq; d/f & e/f reliquis ipsius trianguli lateri-
bus d/g & e/g minores, per vigesimā primā propositionem. Subductis ergo
 d/f & d/g inuicem æqualibus: quæ relinquetur erunt pa-
rites inæquales, e/g quidem maior e/f . Ipsi porro e/g ,
æqualis mōstrata est b/c : cōcludes ergo rursū, b/c ba-
sin fore maiorem ipsa basi e/f . Igitur si bina triāgula, duo
latera duobus lateribus æqualia habuerint alterum alte-
ri, angulum verò: & c. vt in theoremate. Quod ostendere
fuerat operæpretium.

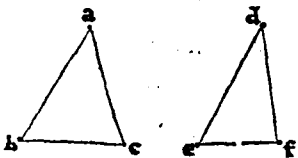


Εάν δύο τρίγωνα τὰς δύο πλευρὰς τὰς δύο πλευρὰς ἴσας ἔχῃ κατέρας κατέρας, τὴν
ἐκαστὴν διὰ τῆς βάσεως μείζονα ἔχῃ, καὶ τὴν γωνίαν τῆς γωνίας μείζονα ἔσται τὴν ἑκά-
στῳ ἐκαστῷ πρὸς τὸν κοινὸν ᾠκόν.

Theorema 16, Propositio 25.

SI bina triangula duo latera duobus lateribus æqualia habue- 25
rint, basim verò basi maiorem: angulum quoq; sub æqualibus
rectis lineis contentum, angulo maiorem habebunt.

ORONTIVS. ¶ Dentur inquàm bina triangula $a/b/c$ & $d/e/f$, habentia duo
latera a/b & a/c , duobus lateribus d/e & d/f æqualia alterum alteri, vtpote, a/b ipsi
 d/e , & a/c ipsi d/f facto autē b/c basis, maior ipsa e/f . Aio versā vice, angulum $b/a/c$,
angulo $e/d/f$ esse maiorem. Quoniam angulus $b/a/c$ non potest in primis æqua-
lis esse angulo $e/d/f$: basis enim b/c , basi e/f per quartam
propositionem foret æqualis. Est autem b/c basis, maior
ipsa e/f , per hypothesin. Neq; rursū angulus $b/a/c$,
minor erit eodem angulo $e/d/f$: quoniā basis b/c , minor
itidem foret basi e/f , per antecedentē vigesimā quartā



propositionem. At qui data est maior: non est igitur angulus $b/a/c$, ipso $e/d/f$ angulo minor. Patuit autē q̄ nec eidem æqualis: ergo maior. Si bina igitur triangula duo latera: & reliqua, vt in theoremate. Quod erat demonstrandum.

Θεώρημα 1ξ, Πρόθεσις κς.

Εὰρ δύο τρίγωνα πᾶς δύο γωνίας αἰς δύοσι γωνίαις ἴσας ἔχῃ ἑκατέρωρ ἑκατέρω, καὶ μίαν πλευρὰν μιᾷ πλευρᾷ ἴσην, ἢ τοὶ τὴν πρὸς αἰς ἴσας γωνίας, ἢ τὴν ὑποτίθεντοσαν ὑπο μίαν τῶ ἴσων γωνιῶν, καὶ αἱ λοιπὰς πλευραὶ αἰς λοιπαῖς πλευραῖς ἴσας ἔσθι ἑκατέρωρ ἑκατέρω, καὶ τὴν λοιπὴν γωνίαν τῇ λοιπῇ γωνίᾳ.

Theorema 17, Propositio 26.

26 **S**I bina triangula, duos angulos duobus angulis alterum alteri
æquales habuerint, vnúmque; latus vni lateri æquale, aut quod
æquis adiacet angulis, aut quod sub vno æqualium angulorum
subtenditur: reliqua quoque; latera reliquis lateribus æqualia alterum
alteri, & reliquum angulum reliquo angulo æqualem habebunt.

O R O N T I V S. ¶ Sint duo triangu-
 la $a/b/c/$ & $d/e/f$, habētia duos angulos qui
 ad latus b/c , duobus angulis qui ad latus e/f alterum alteri æquales, vtpote, $a/b/c/$
 ipsi $d/e/f$, & $a/c/b/$ ipsi $d/f/e$, vnum præterea latus vni lateri æquale: primò quidem
 quod æquis adiacet angulis, hoc est $b/c/$ ipsi e/f . Dico propterea, quòd & reliqua la-
 tera reliquis lateribus alterum alteri habebūt æqualia, $a/b/$ quidem ipsi d/e , & $a/c/$
 ipsi d/f : atq; reliquum angulum $b/a/c$, reliquo $e/d/f$ æqualem. Si nanq; $a/b/$ non
 fuerit æqualis ipsi d/e : altera earum maior erit, vtpote a/b . poterit igitur à maiori
 a/b , secari, ipsi d/e minori æqualis, per tertiā propositionē. Abscindatur ergo, sitq;
 $b/g/$: & connectatur $c/g/$ recta, per primum postulatum. Bina itaq; latera $g/b/$ & $b/c/$
 trianguli $g/b/c$, duobus lateribus $d/e/$ & $e/f/$ trianguli $d/e/f$, erunt alternatim æqua-
 lia: & qui ad $b/$ & $e/$ sub æquis lateribus continentur anguli, adinuicem æquales, per
 hypothesin. Basis igitur c/g , basi d/f , & reliquus angulus $g/c/b/$ reliquo qui ad $f/$ (sub
 quo latus æquale subtenditur) erit per quartā propositionem æqualis. Eidem por-
 rò qui ad $f/$ angulo, æquus est angulus $a/c/b$, per hypothesin. duo igitur anguli $a/c/b/$
 & $g/c/b$, eidem qui ad $f/$ angulo erunt æquales: & propterea æquales adinuicem, per
 primam communem sententiam. totus itaque angulus,
 suæ parti æquabitur: quod per nonam communem sen-
 tentiā est impossibile. Non est igitur $a/b/$ maior ipsa d/e .
 similiter ostendetur, quòd neq; minor ergo æqualis. Et
 quoniā $b/c/$ ipsi $e/f/$ per hypothesin est æqualis: bina idēd

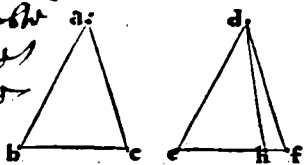
Primæ partis
demonstratio,
ex prima hy-
pothesi late-
rum.

9,6.

Ostensio secū
dæ partis, ex
secūda hypo
thesi laterū.

iguales dos
iguales se ha
biangulos.

duobus lateribus d/e & e/h trianguli $d/e/h$ alterum alteri: & qui ad b & e sub eisdē æquis lateribus continentur anguli, sunt per hypothesin adinuicem æquales. Basis ergo a/c , basi d/h : & reliquus angulus $a/c/b$, reliquo $d/h/e$ (sub quibus æqualia subtenduntur latera) per quartam propositionē æquabitur. Angulus porro $d/f/e$, eidem angulo $a/c/b$, per hypothesin est æqualis. duo itaq; anguli $d/f/e$ & $d/h/e$, eidem angulo qui ad c erunt æquales: & æquales propterea adinuicem, per primam cōmūnem sententiam. In triangulo igitur $d/f/h$, producto f/h latere, exterior angulus $d/h/e$, interiori & ex opposito $d/f/h$ æquabitur angulo: quod per decimasextā propositionē est impossibile. Non est igitur e/f , maior b/c . simili discursu monstrabitur, q̄ nec minor. æqualis est igitur b/c , eidem e/f . est autē & a/b ipsi d/e per hypothesin æqualis. Binæ igitur a/b & b/c , duabus rursus d/e & e/f sunt æquales altera alteri: & æquos adinuicem per eandem hypothesin capiunt angulos. Reliquum ergo latus a/c , reliquo d/f , hoc est basis basi, atq; reliquus angulus qui ad a , reliquo qui ad d , respondentē æquatur, per sæpius allegatam quartam propositionē. Ergo si bina triāgula duos angulos duobus angulis alterum alteri æquales habuerint: & quæ sequuntur reliqua, vt in theoremate. Quod oportuit demonstrasse.



sin æqualis. Binæ igitur a/b & b/c , duabus rursus d/e & e/f sunt æquales altera alteri: & æquos adinuicem per eandem hypothesin capiunt angulos. Reliquum ergo latus a/c , reliquo d/f , hoc est basis basi, atq; reliquus angulus qui ad a , reliquo qui ad d , respondentē æquatur, per sæpius allegatam quartam propositionē. Ergo si bina triāgula duos angulos duobus angulis alterum alteri æquales habuerint: & quæ sequuntur reliqua, vt in theoremate. Quod oportuit demonstrasse.

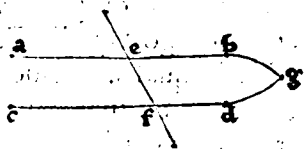
E $\alpha\pi\epsilon\iota\varsigma$ δύο ὑποθέσας ὑποθέσας ἐμπλήσσει, πᾶς ὁ ἀλλὰ γωνίας ἴσας ἀλλήλαις ποιῇ, παρὰ ἄλλοι ἴσονται ἀλλήλαις αἱ ὑποθέσας.

Theorema 18,

Propositio 27.

SI in binas rectas lineas recta incidens linea, alternatim angulos æquos adinuicem fecerit: parallelæ adinuicem ipsæ rectæ lineæ erunt. 27

O R O N T I V S. ¶ Sint binæ rectæ lineæ a/b , & c/d , & in eas incidat e/f recta, efficiatq; alternos angulos $a/e/f$ & $e/f/d$ æquales adinuicem. Aio quodd a/b recta, parallela est ipsi c/d . Si namq; minimè forent parallelæ: productæ tandem in aliqua parte conuenirent, per conuersam vltimæ diffinitionis. Concurrent ergo (si possibile sit) ad partes b, d , in puncto quidem g . Efficietur itaq; triangulum $e/f/g$, cuius exterior angulus $a/e/f$, interiori & ex opposito $e/f/g$ æquabitur: quod per decimasextam propositionem non videtur esse possibile. Non cōueniunt igitur a/b , & c/d , ad partes b, d . neque similiter ad partes a, c eidem nāq; sequeretur inconueniens. Quæ autem in nulla parte conueniunt, per vltimam diffinitionē existunt parallelæ. Igitur a/b , parallela est ipsi c/d . Si in binas ergo rectas lineas: & quæ sequuntur reliqua, vt in theoremate. Quod erat ostendendum.



$\alpha\pi\epsilon\iota\varsigma$ δύο ὑποθέσας ὑποθέσας ἐμπλήσσει, πᾶς ὁ ἀλλὰ γωνίας ἴσας ἀλλήλαις ποιῇ, παρὰ ἄλλοι ἴσονται ἀλλήλαις αἱ ὑποθέσας.

E $\alpha\pi\epsilon\iota\varsigma$ δύο ὑποθέσας ὑποθέσας ἐμπλήσσει, πᾶς ὁ ἀλλὰ γωνίας ἴσας ἀλλήλαις ποιῇ, παρὰ ἄλλοι ἴσονται ἀλλήλαις αἱ ὑποθέσας.

Theorema 19,

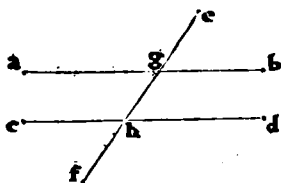
Propositio 28.

SI in binas rectas lineas recta incidens linea, exteriorem angulum interiori & opposito ad easdem partes æqualem fecerit, 28

aut interiores & ad easdem partes duobus rectis æquales: parallele erunt adinuicem ipsæ rectæ lineæ.

ORONTIVS. ¶ Sint rursum binæ lineæ $a/b, c/d$: & in eas incidens e/f recta, efficiat primùm exteriorem angulū $e/g/a$, interiori & ex opposito ad easdem partes $g/h/c$ æqualem. Dico, quòd a/b ipsi c/d est parallela. Angulus enim $g/h/c$, angulo $e/g/a$ per hypothesin est æqualis. eidem rursum angulo $e/g/a$, æquus est ad verticem positus $b/g/h$: per decimam quintam propositionē. Anguli porrò qui eidem æquatur angulo, æquales sunt adinuicem: per primā communem sententiā. Angulus itaque $b/g/h$, æquatur alterno $g/h/c$. Parallela est igitur a/b ipsi c/d , per vigesimam septimam propositionem.

Primæ partis
ostensio.



¶ Sint rursum interiores & ad easdem partes $a/g/h$ & $g/h/c$ anguli, binis rectis æquales. Aio rursum, quòd & eadem a/b , ipsi c/d est parallela. Anguli nanq; $a/g/h$ & $b/g/h$, duobus itidem rectis æquatur, per decimam tertiam propositionē. Qui autē eisdem, utpote binis rectis, sunt æquales anguli, &

Demonstratio
secundæ partis

adinuicem sunt æquales: per primam communem sententiam. Duo itaque anguli $a/g/h$ & $g/h/c$, binis angulis $a/g/h$ & $b/g/h$ sunt æquales. A quibus subducto communi angulo $a/g/h$: reliquus $b/g/h$, reliquo & alterno angulo $g/h/c$ æquabitur: per tertiam communem sententiam. Parallela est igitur a/b ipsi c/d : per eandem vigesimam septimam propositionem. Si in binas itaq; rectas lineas, recta incidens linea: & c. ut in theoremate. Quod demonstrare oportebat.

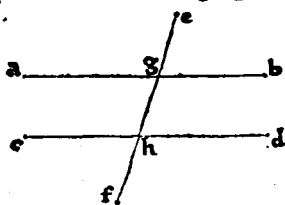
Θεώρημα κ, Πρόβλημα κθ.

H ἐὰν τὰς παραλλήλους εὐθείας ἐμπέσωσιν, τότε οἱ ἀλλήτερον ἴσους ἀλλήλους ποιῶν, καὶ τὴν ἐκ τῶν τῶν αὐτῶν καὶ ἀπὸ αὐτῶν, καὶ ὡς τὰς αὐτὰς μέγεθους ἴσους καὶ αὐτὰς καὶ ὡς τὰς αὐτὰς μέγεθους διὸς ὁμοῦ ἴσους.

Theorema 20, Propositio 29.

IN parallelas rectas lineas, recta incidēs linea: & alternatim angulos adinuicem æquales, & exteriorem interiori & opposito & ad easdem partes æqualem, & interiores & ad easdem partes duobus rectis æquales efficit.

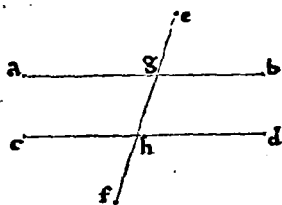
ORONTIVS. ¶ Sint a/b & c/d inuicem parallelæ: in quas incidat recta e/f . Dico primùm, qd alternatim sumptos angulos efficit æquales: utpote, $a/g/h$ ipsi $g/h/d$. Nam si $a/g/h$ nō fuerit æqualis ipsi angulo $g/h/d$: alter eorum maior erit. Estō maior (si fieri possit) $a/g/h$: & utriq; inæqualium angulorum, communis addatur $b/g/h$. Compositi igitur anguli $b/g/h$ & $g/h/d$, ipsis $a/g/h$ & $b/g/h$ angulis minores erunt: per quartam communem sententiam. Anguli porrò $a/g/h$ & $b/g/h$, binis rectis sunt æquales: per decimam tertiam propositionē. Igitur $b/g/h$ & $g/h/d$ anguli, duobus rectis erunt minores. In rectas ergo lineas a/b & c/d recta incidens e/f , interiores & in eadem parte angulos duobus rectis minores efficit. Conuenient itaque tandem a/b & c/d rectæ lineæ in infinitum productæ, ad partes b, d : non erunt ergo parallelæ, per conuersam vltimæ diffinitionis. Hoc autem



aduersatur hypothesi: æqualis est igitur angulus $a/g/h$, alterno $g/h/d$. ¶ Aio rursum, eandem e/f rectam exteriorem angulum, utpote $e/g/b$, interiori & opposito & ad easdem partes $g/h/d$, angulo æqualem efficere. Angulus siquidem $e/g/b$, ipsi ad verticem posito $a/g/h$, per decimam quintam propositionem est æqualis: patuit c. iij.

Pars secunda.

Tertia pars.



quod & $g/h/d$. Bini itaq; anguli $e/g/b$ & $g/h/d$, eidem $a/g/h$ sunt æquales: quapropter & æquales adinuicem, per primam communem sententiam. ¶ Dico tandem, quod & interiores & ad easdem partes sumptos angulos, utpote, $a/g/h$ & $g/h/c$, binis rectis æquales efficit. Ostensum est enim, quod angulus $a/g/h$, alterno $g/h/d$ est æqualis.

comunis utriq; æqualium addatur angulus $g/h/c$. Bini igitur anguli $a/g/h$ & $g/h/c$, duobus angulis $g/h/c$ & $g/h/d$, per secundam communem sententiam adæquantur. Eisdem quoq; angulis $g/h/c$ & $g/h/d$, bini recti sunt æquales: per decimam tertiam propositionem. Et $a/g/h$ igitur atq; $g/h/c$ anguli, duobus rectis, per primam communem sententiam coæquantur. In parallelas igitur rectas lineas, recta incidens linea: & alternatim angulos: & quæ sequuntur reliqua, ut in theoremate. Quod oportuit demonstrasse.

Corollarium.

¶ Quæ igitur in parallelas rectas lineas incidit, & in alteram perpendicularis existit: cum reliqua itidem cadit ad perpendicularum.

A

Θεώρημα κα,

Πρόθεσις λ.

Ἡ ἀντὶ ἐνθαῖ παρὰλληλοι, καὶ ἀλλήλους εἰσι παρὰλληλοι.

Theorema 21,

Propositio 30.

Quæ eidem rectæ lineæ paralleli: & adinuicem sunt paralleli. 30

ORONTIVS. ¶ Sit utraq; a/b & c/d recta, eidem e/f parallela. Dico a/b ipsi c/d fore itidem parallelas. Coincidat enim in ipsas lineas, recta quædā $g/h/k$. Cum igitur præfatæ lineæ in eodem existant plano, & recta g/h incidat in a/b & e/f parallelas: erit angulus $a/g/h$, alterno $g/h/f$ æqualis, per primam partem vigesimæ nonæ propositionis. Rursum, quoniam recta g/k incidit in e/f & c/d parallelas: æquus erit interior & oppositus angulus $h/k/d$, exteriori & ad easdem partes, hoc est, eidem $g/h/f$ angulo, per secundam partem eiusdē vigesimæ nonæ propositionis. Duo itaq; anguli $a/g/h$ & $h/k/d$, hoc est, $a/g/k$ & $g/k/d$, eidē angulo $g/h/f$ sunt æquales: & æquales igitur adinuicem, per primam communem sententiam. Sunt autem $a/g/k$ & $g/k/d$ anguli alterni, à recta g/k in a/b & c/d rectas incidēte causati. Parallela est igitur a/b ipsi c/d , per vigesimam septimam propositionē. Quæ eidem igitur rectæ lineæ parallela: & adinuicem sunt parallela. Quod oportebat ostendere.

Corollarium.

¶ Quæ vni igitur parallelarum est parallela: alteri quoque parallela est.

A

Πρόβλημα ι,

Πρόθεσις λα.

τὸ πρὸς δ' οὐδ' ἴσθι σημεῖον, τῇ δ' οὐδ' ἴσθι ἐνθαῖ παρὰλληλον ἐνθαῖ γράμμη ἰσχυρῇ.

Problema 10,

Propositio 31.

Per datum punctum, datæ rectæ lineæ parallelam rectam lineam ducere. 31

ORONTIVS. ¶ Esto datum punctū a : data verò linea recta, cui per a punctū oporteat ducere parallelā, sit b/c . Suscipiatur ergo in b/c recta, cōtingens punctū d : & connectatur a/d recta, per primum postulatum. Ad datam insuper lineam a/d , & in ea datum punctum a , dato angulo rectilineo $a/d/b$, æqualis angulus rectilineus

constituatur $d/a/c$: per vigesimātertiam propositionem. Et quoniam in rectas a/c atq; b/c recta incidit a/d , efficiens alternos angulos æquales, hoc est $a/d/b$ ipsi $d/a/c$: parallela est igitur a/c ipsi b/c , per vigesimāseptimam propositionem. Per datum itaque punctum a , datæ rectæ lineæ b/c , parallelam duximus a/c . Quod expediebat facere.

Π

Αὐτὸς τριγώνου μιᾶς τῶν πλὴν τῶν προσκεκληθείσης, ἡ ἐκ τῶν γωνιᾶν διῶσι ταῖς αὐτῆς καὶ ἀποκαταστήσῃ ἑστὶ. Ὁ αὐτὸς δὲ τριγώνου τρεῖς γωνίας, διῶσι ὁμοῦς ἵσαι ἑαυτοῖς.

Θεώρημα κβ, Πρόβλημα λβ.

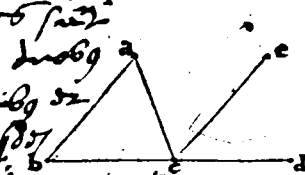
Theorema 22, Propositio 32.

32 **O**Mnis trianguli, vno latere producto, exterior angulus binis interioribus & ex opposito est æqualis: & trianguli tres interiores anguli, binis sunt rectis æquales.

ORONTIVS. ¶ Sit triangulum $a/b/c$ cuius vnum latus, vtpote b/c , producat in d , per secundum postulatū. Aio primum quod exterior angulus $a/c/d$, binis interioribus & ex opposito, hoc est $a/b/c$, & $b/a/c$ angulis est æqualis. Ducatur enim per datum punctum c , datæ rectæ lineæ a/b , parallela c/e : per trigesimāprimam propositionem. Quoniam igitur in a/b & c/e parallelas, recta incidit a/c quæ est angulus $b/a/c$, alterno $a/c/e$, per primā partem vigesimānonæ propositionis. Rursum, quoniam in easdem parallelas a/b & c/e , coincidit recta b/d : exterior angulus $c/c/d$, æqualis est interiori & opposito, & ad easdem partes $a/b/c$, per secundā partē eiusdem vigesimānonæ propositionis. Porro si æqualibus angulis, æquales addatur anguli: qui inde cōsurgēt erunt adinuicem æquales, per secundam cōmunem sententiā. Totus igitur angulus $a/c/d$, binis interioribus & oppositis $a/b/c$ & $b/a/c$ angulis est æqualis. ¶ Dico insuper, quod eiusdem trianguli tres interiores anguli, binis sunt rectis æquales. Patuit enim exteriorem angulum $a/c/d$, æquū esse duobus angulis $a/b/c$ & $b/a/c$. Quibus æqualibus angulis, si idem communis addatur angulus $a/c/b$ erunt per secundam communem sententiam, tres anguli $a/b/c$, $b/a/c$, & $a/c/b$, æquales binis angulis $a/c/b$ & $a/c/d$. Eisdem portō angulis $a/c/b$ & $a/c/d$, duo recti eidem æquātur anguli, per decimātertiam propositionē. Tres igitur anguli $a/b/c$, $b/a/c$, & $a/c/b$, trianguli $a/b/c$, per primam communem sententiam, binis sunt rectis æquales. Omnis itaque triaguli, vno latere producto: & reliqua, vt in theoremate. Quod oportuit demonstrasse.

Primæ illationis demonstratio.

p. 16. prop.



Corollarium. ¶ Hinc fit manifestum, cuiuslibet trianguli tres angulos, æquales esse tribus angulis alterius cuiuscunq; trianguli: nempe quod eisdem, vtpote binis rectis utrobique sunt æquales.

Θεώρημα κγ, Πρόβλημα λγ.

AΙ τὰς ἴσας καὶ παραλλήλους ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη ἐπιτεθῆναι ἑυθείαι, καὶ ἀρῶσαι ἴσας τι καὶ παραλλήλους ἑστὶ.

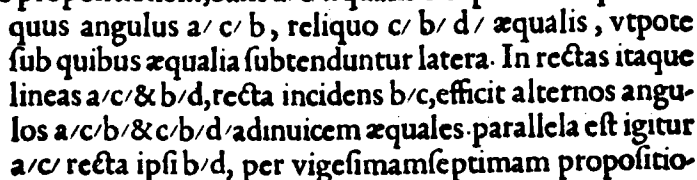
Theorema 23, Propositio 33.

33 **Æ**Quas & parallelos, ad easdem partes rectæ lineæ coniungēs: & ipsæ æquales & parallelæ sunt.

ORONTIVS. ¶ Sint æquales & adinuicem parallelæ rectæ lineæ a/b , & c/d : c.iiiij.

ad correspondentes
et oppositos sicut
mōstrat ut a c, c
b, d.

quas ad easdem partes coniungant rectæ a/c , & b/d . Dico a/c , & b/d /rectas fore adinuicem æquales & parallelas. Connectatur enim b/c /diagonius, per primū postulatū. In datis igitur a/b & c/d parallelas, recta incidens b/c , efficit alternos angulos $a/b/c$ & $b/c/d$ /adinuicem æquales: per primam partem vigesimæ nonæ propositionis. Est autem a/b /recta æqualis ipsi c/d , per hypothesin: & utrique cōmunis b/c . Binæ igitur a/b , & b/c /trianguli $a/b/c$, duabus b/c & c/d /trianguli $b/c/d$, sunt altera alteri æquales: & æquos adinuicem continent angulos, nempe alternos $a/b/c$ & $b/c/d$. Per quartam ergo propositionem, basis a/c æqualis est ipsi b/d : atque reli-

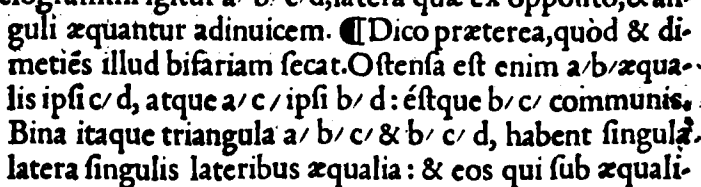


Θεώρημα κδ', Πρόθεσις λδ'.

Theorema 24, Propositio 34.

P Arallelogrammorum locorum, latera quæ ex opposito, & anguli æqualia sunt adinuicem: & dimetiense ea bifariam secat. 34

O R O N T I V S. ¶ Est datum parallelogrammum $a/b/c/d$ illius verò dimetiēs b/c . Aio primū, ipsius $a/b/c/d$ parallelogrammi latera quæ ex opposito, & angulos fore adinuicem æqualia. In parallelas enim a/b & c/d recta incidens b/c , facit alternos angulos $a/b/c$ & $b/c/d$ æquales adinuicem: per primam partem vigesimæ nonæ propositionis. Eadem quoq; b/c incidens in parallelas a/c & b/d , efficit rursum alternos angulos $a/c/b$ & $c/b/d$ adinuicem æquales, per eandem vigesimam nonam propositionem. Duo itaque triangula $a/b/c$ & $b/c/d$, habent duos angulos duobus angulis æquales alterum alteri: vnūque latus vni lateri æquale commune scilicet b/c , quod æquis adiacet angulis. Reliqua igitur latera reliquis lateribus erūt æqualia alterū alteri, hoc est, a/b ipsi c/d , & a/c ipsi b/d : atque reliquus angulus qui ad a /reliquo qui ad d /æquabitur, per vigesimam sextam propositionem. Monstrauimus autem binos angulos qui circa b , duobus angulis qui circa c /fore alternatim æquales: totus igitur angulus qui ad b , toti qui ad c , per secundam communem sententiam æquabitur. Parallelogrammi igitur $a/b/c/d$, latera quæ ex opposito, & anguli æquantur adinuicem. ¶ Dico præterea, quòd & di-



bus lateribus continentur angulos (vti nunc monſtrauimus) ſingulatim æquales, vtpote $a/b/c$ ipſi $b/c/d$, & $a/c/b$ ipſi $c/b/d$: atque eum qui ad a/ei qui ad d æqualem. Conuenit ergo triangulum $a/b/c$, triangulo $b/c/d$. Quæ autem ſibimet-
ipſis conueniunt, æqualia ſunt adinuicem: per octauam communem ſententiam. Triangulum igitur $a/b/c$ triangulo $b/c/d$ eſt æquale. Dimetiens itaque b/c , datum parallelogrammum $a/b/c/d$ bifariam ſecat. Quod oſtendendum fuerat.

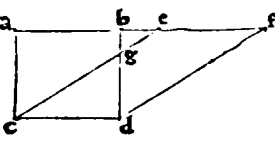
Θεώρημα κς, Πρόθεσις λς.
TΑ παραλληλόγραμμα, τὰ ἐν τῇ αὐτῇ βάσει ὄντα, καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις, ἴσα ἑκάλληλοις ὄντι.

Theorema 25, Propositio 35.

35 **P**arallelogramma in eadem basi & in eisdem parallelis existentia, adinuicem sunt æqualia.

ORONTIVS. ¶ Sint parallelogramma $a/b/c/d$ & $c/d/e/f$, in eadem basi c/d , atque in eisdem parallelis a/f & c/d constituta. Dico $a/b/c/d$ parallelogrammum, æquum esse $c/d/e/f$ parallelogrammo. Secet enim in primis latus vnus, utpote c/e , alterius latus b/d , in puncto quidem g . Et quoniam parallelogrammorum latera quæ ex opposito sunt adinuicem æqualia, per trigesimalquartam propositionem: utraque igitur a/b & c/f , æqualis est ipsi c/d . Quæ autem eidem æqualia, & adinuicem sunt æqualia, per primam communem sententiam: æqualis est igitur a/b ipsi c/f . Communis addatur b/c : tota igitur a/c , toti b/f erit æqualis, per secundam communem sententiam. Est autem & a/c , ipsi b/d æqualis, per eandem trigesimalam quartam propositionem. Binæ itaque a/c & a/c , trianguli $a/c/e$, duabus b/d & b/f trianguli $b/d/f$ æquales sunt altera alteri: & æquos adinuicem continent angulos, nempe exteriorem $d/b/f$ interiori qui ad a , per secundam partem

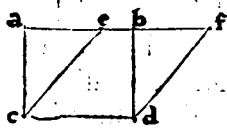
Prima theorematidis differentia.



vigesimalnonæ propositionis. Basis itaq; c/e , basi d/f , per quartam propositionem est æqualis: atq; triangulū $a/c/e$ triangulo $b/d/f$. A quibus subducto communi triangulo $b/c/g$: reliquū trapeziū $a/b/g/c$, reliquo trapezio $e/f/d/g$, per tertiam communem sententiam æquabitur. Eisdem

rursus æqualibus trapezijs, commune adiiciatur triangulum $c/d/g$: consurgent $a/b/c/d$ & $c/d/e/f$ parallelogramma adinuicem æqualia, per secundam communem sententiam. ¶ Quod si latus vnus parallelogrammi, dimetiēs alterius efficiatur, ut in hac secunda figura: idem, sed paulò leuius, concludetur. Triangula enim $a/b/c$ & $b/d/e$, supra scripto discursu ostendentur æqualia adinuicem. quibus adiuncto communi triangulo $b/c/d$: consurgēt $a/b/c/d$ & $b/c/d/e$ parallelogramma rursus adinuicem æqualia, per secundam cōmunem sententiā.

Differentia secunda.



¶ Nec minus facile deducetur propositionis intelligentia: vbi latus vnus parallelogrammi, in latus alterius incidit, velut in tertia figura dispositione. Erūt enim rursus a/b & c/f æquales adinuicē: à quibus dempta communi b/c , reliqua a/c reliquæ b/f , per tertiā cōmunem sententiā erit æqualis. Hinc

Tertia differentia.

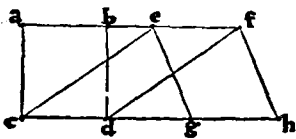
triangulū $a/c/e$, triangulo $b/d/f$, veluti suprā mōstrabitur, æquale. Quæ si vtriq; æqualium angulorū, addatur cōmune trapeziū $e/b/c/d$: resultabit iterum $a/b/c/d$ parallelogrammum, eidem parallelogrammo $c/d/e/f$, per secundā cōmunem sententiā æquale. Igitur parallelogramma in eadem basi, & in eisdem parallelis existentia, adinuicem sunt æqualia. Quod erat ostendendum.

Θεώρημα κς, Πρόθεσις λς.
TΑ παραλληλόγραμμα, τὰ ἐν τῇ αὐτῇ βάσει ὄντα, καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις, ἴσα ἑκάλληλοις ὄντι.

Theorema 26, Propositio 36.

36 **P**arallelogramma in æqualibus basibus, & in eisdem parallelis existentia: adinuicem sunt æqualia.

ORONTIVS. ¶ Sint $a/b/c/d$ & $e/f/g/h$ parallelogramma, in basibus æqualibus c/d & g/h , atque in eisdem parallelis a/f & c/h cōsistentia. Dico $a/b/c/d$ parallelogrammum, æquari parallelogrammo $e/f/g/h$. Connectantur enim rectæ c/e & d/f , per primum postulatū. Et quoniam parallelogrammum est $e/f/g/h$, æqualis est e/f ipsi g/h , per trigessimamquartā propositionem. Eidem quoq; g/h , æqualis est c/d , per hypothesin. Binæ igitur c/d & e/f , eidem g/h sunt æquales: & propterea æquales adinuicem, per primam communem sententiā. sūntq; adinuicem parallelæ, ex hypothesi. Quæ autem æquales & parallelas coniungunt lineæ rectæ, æquales sunt & parallelæ, per trigessimamtertiam propositionem: & c/e igitur atque d/f æquales sunt & parallelæ. Parallelogrammum est itaque $c/d/e/f$. Ipsi porro $c/d/e/f$ parallelogrammo, æquum est $a/b/c/d$ parallelogrammum, per trigessimamquintam propositionē: in eadem enim basi c/d , atque in eisdem parallelis a/f & c/h constituitur. Et per eandem trigessimamquintam propositionem, $e/f/g/h$ parallelogrammum, æquum est ipsi $c/d/e/f$ parallelogrammo: sunt enim in eadem basi e/f , atque in eisdem parallelis a/f & c/h . Bina igitur parallelogramma $a/b/c/d$ & $e/f/g/h$, eidem parallelogrammo $c/d/e/f$ sunt æqualia: quapropter & æqualia adinuicem, per primam cōmunem sententiā. Idem etiam ostendere licebit, de quacūq; parallelogrammorum dispositione: hypothesi seruata. Parallelogrāma igitur in basibus æqualibus: & cætera, vt in theoremate. Quod demonstrare oportebat.



tuūtur. Et per eandem trigessimamquintam propositionem, $e/f/g/h$ parallelogrammum, æquum est ipsi $c/d/e/f$ parallelogrammo: sunt enim in eadem basi e/f , atque in eisdem parallelis a/f & c/h . Bina igitur parallelogramma $a/b/c/d$ & $e/f/g/h$, eidem parallelogrammo $c/d/e/f$

sunt æqualia: quapropter & æqualia adinuicem, per primam cōmunem sententiā. Idem etiam ostendere licebit, de quacūq; parallelogrammorum dispositione: hypothesi seruata. Parallelogrāma igitur in basibus æqualibus: & cætera, vt in theoremate. Quod demonstrare oportebat.

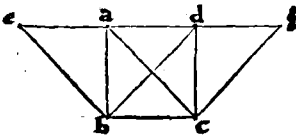
Θεώρημα κξ, Πρόθεσις λξ.

TΑ τρίγωνα τὰ ἐπὶ τῆς αὐτῆς βάσεως ὄντα καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ἵσα ἐστί. *Theorema 27, Propositio 37.*

Theorema 27, Propositio 37.

Triangula in eadem basi, & in eisdem parallelis constituta: 37
adinuicem sunt æqualia.

ORONTIVS. ¶ Sint triangula $a/b/c$ & $d/b/c$, in eadem basi b/c , atq; in eisdem parallelis a/d & b/c existentia. Dico triangulum $a/b/c$, æquari propterea triangulo $d/b/c$. Producatur enim utrobique a/d recta, vsq; ad puncta e & f , per primum postulatū. & per punctum b datæ rectæ lineæ a/c , parallela ducatur b/e : atq; ipsi b/d parallela c/f , per trigessimamprimā propositionem. Sunt itaq; $a/c/b/e$ & $d/b/c/f$



parallelogramma, & in eadem basi b/c , atque in eisdem parallelis b/c & e/f , per hypothesin cōstituta: igitur adinuicem æqualia, per trigessimamquintam propositionē.

Triangulum porro $a/b/c$, dimidiū est parallelogrammi $a/c/b/e$, atq; $d/b/c$, triāgulum dimidiū ipsius $d/b/c/f$

parallelogrammi: dimetientes enim a/b & c/d , ipsa bifariam secant parallelogramma, per trigessimamquartam propositionem. Quæ autem æqualium sunt dimidiū, æqualia sunt adinuicem, per septimam communē sententiā. Igitur $a/b/c$ triangulum, æquum est $d/b/c$ triāgulo. Ergo triangula in eadem basi: & quæ sequūtur reliqua. Quod ostendendum fuerat.

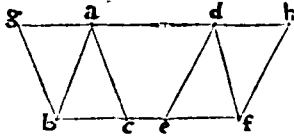
Θεώρημα κη, Πρόθεσις λη.

TΑ τρίγωνα τὰ ἐπὶ τῶν ἴσων βάσεων ὄντα, καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις, ἵσα ἐστί. *Theorema 28, Propositio 38.*

Theorema 28, Propositio 38.

Triangula in æqualibus basibus, & in eisdem parallelis constituta: adinuicem sunt æqualia. 38

ORONTIVS. ¶ Sint $a/b/c$ & $d/e/f$ triangu-
la, in basibus æqualibus b/c & e/f ,
in eisdemq; parallelis a/d & b/f constituta. Aio triangulum $a/b/c$, æquū esse $d/e/f$
triangulo. Producatur enim utrobique in directum & continuum recta a/d , vsq; ad
 g & h puncta, per secundum postulatū. Et per datum punctum b , datæ rectæ li-
neæ a/c , parallela ducatur b/g : atq; per f punctum ipsi d/e parallela f/h , per trigesi-
mamprimam propositionem. Sunt igitur $a/c/b/g$ & $d/e/f/h$ parallelogramma,
in basibus quidem æqualibus b/c & e/f , ac in eisdem parallelis b/f & g/h per hy-



pothesin constituta: & propter id æqualia adinuicem,
per trigesimam sextam propositionem. Atqui parallelo-
gramma $a/c/b/g$ & $d/e/f/h$, à dimetientibus a/b & d/f
bifariam secantur, per trigesimam quartam proposi-
tionem. Est igitur $a/b/c$ triagulum dimidiū ipsius $a/c/b/g$

parallelogrammi, atq; triagulum $d/e/f$ ipsius $d/e/f/h$ parallelogrammi dimidium.
Quæ autē æqualium sunt dimidium, ea sunt adinuicē æqualia, per septimam com-
munem sententiam. æquum est igitur triangulum $a/b/c$, ipsi $d/e/f$ triangulo. Trian-
gula itaq; in æqualibus basibus: & c. ut in theoremate. Quod demonstrandum erat.

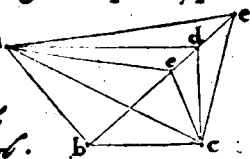
Θεώρημα κθ, Πρόθεσις λθ.

Τὰ ἐν τριγῶναι παρὰ τὴν αὐτῆς βάσεως ὄντων καὶ ἀπὸ τῆς αὐτῆς μέρης, καὶ οἱ παρὰ αὐταῖς
παράλληλοις ἔσιν.

Theorema 29. Propositio 39.

Triangula æqualia, in eadem basi constituta, & ad easdem par-
tes: & in eisdem sunt parallelis.

ORONTIVS. ¶ Sint in eadem basi b/c , atq; ad easdem partes a & d triangu-
la $a/b/c$ & $d/b/c$ adinuicem æqualia. Dico qd ex a in d cōnexa linea recta, ipsi b/c
est parallela. Si namq; a/d non fuerit parallela ipsi b/c poterit per datum punctum
 a , ipsi b/c duci parallela, per trigesimamprimā propositionem. Ducatur igitur, & sit
 a/e : quæ vel incidet sub a/d , aut supra. Cadat primo infra, si possibile sit: & per primū
postulatū cōnectatur recta c/e . quæ cū incidat intra $d/b/c$ triagulum, & ab an-
gulo qui ad c in b/d subtensum latus extendatur: diuidet ipsum $d/b/c$ triagulum.
Erunt itaq; $a/b/c$ & $e/b/c$ triangu-
la in eadem basi b/c , ac in eisdem parallelis a/e
& b/c constituta: æquum erit propterea triangulum $e/b/c$, ipsi $a/b/c$ triangu-
lo, per trigesimamseptimā propositionem. Eidem porrò $a/b/c$ triangu-
lo, æquū est $d/b/c$
triangulum, per hypothesin. Bina itaq; triangu-
la $d/b/c$ & $e/b/c$, eidem $a/b/c$ trian-
gulo erunt æqualia: & proinde æqualia adinuicem, per
primam communē sententiam. Triagulum ergo $d/b/c$,
æquum erit ipsi $e/b/c$, maius scilicet minori, seu (maius)
totū suæ parti: quod nō est possibile. Non cadit igitur a/e
parallela sub a/d . ¶ Idem sequetur inconueniens, si eadē



a/e detur incidere super a/d . Producta enim b/d per secundum postulatū, conue-
niet tandem cum ipsa a/e , per quintum postulatū: propterea quod recta a/b , inci-
dens in a/e & b/d rectas, facit interiores angulos & ad easdē partes $a/b/d$ & $b/a/e$ angulos, qui per tertiam par-
tem vigesimæ nonæ propositionis erunt binis rectis æquales. Connexa itaq; c/e
recta, per primum postulatū, ea cadet extra $d/b/c$ triagulum: fiet propterea trian-
gulum $d/b/c$, pars ipsius $e/b/c$ trianguli. Vtrunque rursum, ipsi $a/b/c$ concludetur
æquale ($e/b/c$ quidem per trigesimamseptimā propositionē, & $d/b/c$ per hypothe-
sin) & $e/b/c$ consequenter ipsi $d/b/c$, totum suæ parti: quod rursum est impossibile.

Conuersa 39a

Prima ostensio-
nis differē-
tia.

Secunda differē-
rentia.

omne siquidem totum est sua parte maius, per nonam communem sententiā. Non cadit ergo parallela super a/d . patuit quod nec infra. igitur ex a in ipsum d . Triangula igitur æqualia: & quæ sequuntur reliqua. Quod oportuit ostendisse.

τὸν ὅτι ἡ ἀπόδειξις
ἐστὶν ἀπὸ τοῦ ὅτι
ἡ ἀπόδειξις ἐστὶν ἀπὸ τοῦ ὅτι

Θεώρημα λ,

Πρόβλημα μ.

Τὰ ἴσα τρίγωνα τὰ ὑπὸ τῶν ἴσων βάσεων ὄντα καὶ ὑπὸ τῶν αὐτῶν μέσων, καὶ οἱ παῖς αὐ-
ταῖς παραλλήλοις ὄντι.

Theorema 30,

Propositio 40.

Conuersa 30.

Τριangula æqualia in æqualibus basibus existentia, & ad eas- 40
dem partes: & in eisdem sunt parallelis.

ΟΡΟΝΤΙ V S. ¶ Sint $a/b/c$ & $d/e/f$ triagula æqualia adinuicem, & in basibus
æqualibus b/c & e/f (in directū quidem existentibus, semper velim intelligas) atq;
ad easdem partes a & d constituta: & connectatur a/d recta, per primum postula-
tum. Aio q̄ a/d , ipsi b/f est parallela. Nam si a/d non fuerit eidē b/f parallela: pote-
rit per datum punctum a ipsi datæ lineæ b/f alia quædam parallela duci, per trige-
simam primam propositionem. Ducatur igitur, si possibile sit: & sit a/g . Cadet itaque
 a/g recta vel super a/d , aut infra. Quodcūq; autē dedēris: eam cū e/d (vtraq; in di-
rectū producta) cōuenire necessum est. quoniā ex a in e connexa per imaginationē
linea recta, incidit in a/g & e/d , efficiēs angulos interiores & ad easdē partes $a/e/d$
& $e/a/g$ duobus rectis (veluti suprà) minores. ¶ Incidat ergo primū a/g sub a/d : &
connectatur f/g , per primū postulatū, dirimens $d/e/f$ triagulum. Erit igitur tri-
angulum $g/e/f$, æquū ipsi $a/b/c$ triangulo, per trigesimalmoctauam propositionem:
sunt enim in basibus æqualibus b/c & e/f ex hypothesi, & in eisdem parallelis a/g
& b/f per datam constructionē. Ipsi porro $a/b/c$ triangulo, æquum est per hypo-
thesin $d/e/f$ triangulū. Triangula igitur $d/e/f$ & $g/e/f$, eidem $a/b/c$ triangulo erūt
æqualia: & æqualia propterea adinuicem, per primam communē sententiā. Itaq;
triangulum $d/e/f$, æquum erit ipsi $g/e/f$ triangulo: maius scilicet minori, hoc est, to-
tum suæ parti. quod per nonam communem sententiā est impossibile. ¶ At si de-
tur a/g incidere super a/d : conuenient rursum a/g & e/d , idēque subsequetur in-
conueniens. Producta siquidem e/d in g , per secundum
postulatū: cōnectatur rursum f/g , per primum, cadens
extra $d/e/f$ triagulum. Tuncq; $g/e/f$ & $d/e/f$ triagula,
eidem $a/b/c$ triangulo concludentur æqualia: $g/e/f$ qui-
dem per trigesimalmoctauam propositionē, & $d/e/f$ per
ipsam hypothesin. Vnde rursum totū $g/e/f$ triagulum, suæ parti, hoc est, $d/e/f$
triangulo, per primam communem sententiā æquabitur. quod per ipsam nonam
communem sententiā est impossibile. Cadit igitur parallela ex a in d verticem.

Concludendum ergo, triangula æqualia in æqualibus basibus existentia, & ad eas-
dem partes: & in eisdem fore parallelis. Quod demonstrare fuerat operæpretium.

Notandum.

¶ Eadem quoq; via, supradictarum sex propositionum concludetur intentum, vbi
plura duobus oblata fuerint vel triangula vel parallelogrāma: facta binatim, iuxta
hypothesin, eorundem triangulorum vel parallelogrammorum comparatione.

Θεώρημα λ,

Πρόβλημα μ.

Ἄν παραλληλόγραμμοι τρίγωνοι βάσει τε ἔχῃ τὴν αὐτὴν καὶ οἱ παῖς αὐτῶν παραλλ-
λοις ᾖ, διπλασίου ἔσσι τὸ παραλληλόγραμμοι τῶν τρίγωνων.

Theorema 31,

Propositio 41.

Si parallelogrammū & triagulum eandem basin habuerint, 41

in eisdemq; fuerint parallelis: trianguli parallelogrammum duplum est.

O R O N T I V S. ¶ Esto parallelogrammum $a/b/c/d$, eandem habens basin c/d cum triangulo $c/d/e$, in eisdemq; parallelis a/e & c/d constitutum. Aio $a/b/c/d$ parallelogrammum fore duplum ipsius trianguli $c/d/e$. Connectatur enim a/d recta, per primum postulatam. Triangula igitur $a/c/d$ & $c/d/e$ erunt adinuicē æqualia, per trigessimamseptimam propositionem: habēt enim eandem basin c/d , suntq; in eisdē parallelis a/e & c/d . Atqui triangulum $a/c/d$ dimidiū est ipsius $a/b/c/d$ parallelogrammi: secat enim illud bifariam dimetiens a/d , per trigessimamquartam propositionem. Quæ autem sunt æqualia, eiusdem sunt dimidium: per conuersam septimæ communis sententiæ.

Triangulum igitur $c/d/e$, dimidium est $a/b/c/d$ parallelogrammi: & ipsum itaque parallelogrammum $a/b/c/d$, eiusdem $c/d/e$ trianguli duplum. Si parallelogrammū igitur & triangulū: &c. ut in theoremate. Quod oportebat ostēdere. ¶ Idem quoq; demonstrabitur: ubi parallelogrammum & triangulum æquales habuerint bases, in eisdemq; fuerint parallelis.

Notandum.

Corollarium.

¶ Hinc fit manifestum, cur in dimetiendis triangulorum arcis, dimidium basis ducatur in perpendicularē: aut ipsius perpendicularis dimidiū, per basin ipsam multiplicetur. Fit enim hoc modo dimidium parallelogrammi, quod in eadem basi atq; in eisdem collocatur parallelis cum ipso triangulo dato.

Πρόβλημα ια, Πρόβλημα ιβ.

Tὸ δοθέν τρίγωνον ἴσῳ παραλληλογράμμῳ συστήσασθαι οὗ τῆ δοθείσης ἐνθυγράμμου γωνίας.

Problema II, Propositio 42.

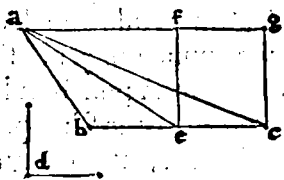
42 **D**ato triangulo, æquale parallelogrammum constituere, in dato angulo rectilineo.

O R O N T I V S. ¶ Sit datum $a/b/c$ triangulum, cui oporteat in angulo æquali ei qui ad d , æquum parallelogrammum constituere. Diuidatur itaque b/c latus bifariam in puncto e , per decimam propositionē: & connectatur a/e recta, per primum postulatam. Ad datam insuper lineam rectam e/c , datūmq; in ea punctum f , dato angulo rectilineo qui ad d , æqualis angulus rectilineus constituitur $f/e/c$ per vigesimamtertiam propositionem. Et per punctum a , datæ rectæ lineæ b/c parallela ducatur a/g atq; per punctum c , ipsi e/f parallela c/g , per trigessimamprimam propositionem. Et quoniam $a/b/e$ & $a/e/c$ triangula, in basibus sunt æqualibus b/e & e/c , atque in eisdem parallelis a/g & b/c constituta: ipsa propterea sunt adinuicem æqualia, per trigessimamoctauam propositionem. Triangulum igitur $a/b/c$, duplum est $a/e/c$ trianguli. Atqui parallelogrammū $f/e/c/g$, eiusdem $a/e/c$ triāguli duplum est, per quadragessimamprimam propositionem: habent namque eandem basin b/c , in eisdemque sunt parallelis a/g & b/c . Quæ autem eiusdem sunt duplicia, æqualia sunt adinuicem: per sextam communem sententiā. Parallelogrammū ergo $f/e/c/g$, æquum ipsi $a/b/c$ triangulo dato: suscipitque angulum $f/e/c$, æqualem ei qui ad d . Dato itaq; triangulo, æquale parallelogrammum constituitur, in dato angulo rectilineo. Quod faciendum erat.

Constructio figura.

Εἰς τὴν γωνίαν δὲ ἴσην τῇ ἐν τῷ δοθέν τριγώνῳ ἐκ τοῦ ἐκείνου ὀρθογώνιου ὡς ἐν τῷ ἑξῆς.

Ostensio problematis.



d.j.

*homothe paral
o gnomone que
ingit circa dia
huz bnius paral
o gnomon pnt mlt
equalia.*

*g, e, h;
f, b, d;
circu panti dia
huz a, d. bnius
c, d;
huz pnt g, b, e, f;
e, b, c, d.*

*modus pnt
huz equalis
modus pnt
huz.*

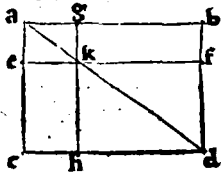
Π *Αντὸς παραλληλογράμμου τῶν πρὸς τὴν διμέτρειν παραλληλογράμμου πὲρ παρα-
πληρώματα, ἴσα ἐκείλοις εἶναι.*

Theorema 32,

Propositio 43.

OMnis parallelogrammi eorum quæ circa dimetientem sunt 43
parallelogrammorum supplementa, sibi inuicē sunt æqualia.

O R O N T I V S. ¶ Parallelogramma circa dimetientem alicuius dicuntur esse parallelogrammi, quando eundem cum toto possident dimetientem. Supplementa autem, vocantur reliqua parallelogramma extra communem dimetientem constituta. Sit igitur $a/b/c/d$ parallelogrammum, cuius dimetiens a/d , & circa ipsum dimetientē sint e/g & h/f parallelogramma, supplementa verò sint e/h & g/f : quæ dico fore adinuicem æqualia. Parallelogrammum enim $a/b/c/d$, bifariam secatur à dimetiente a/d , per trigessimam quartam propositionem: igitur $a/b/d$ triangulum, æquum est ipsi triangulo $a/c/d$. Dimetiens insuper a/k , bifariam secat e/g parallelogrammum, necnon & k/d ipsum h/f , per eandem trigessimam quartam propositionem. æquum est igitur $a/e/k$ triangulum, ipsi $a/g/k$: atq; triangulum $k/h/d$, ipsi $k/f/d$ triangulo. Si autem æqualibus triangulis æqualia iungantur triacula: omnia erūt æqualia, per secundam communem sententiam. Triacula itaq; $a/e/k$ & $k/h/d$, triangulis $a/g/k$ & $k/f/d$ sunt æqualia. Patuit autem qd & totū $a/b/d$ triangulum, toti triangulo $a/c/d$ itidem coæquatur. Porro si ab æqualibus triangulis, æqualia subducantur triacula: quæ relinquentur, æqualia erūt, per tertiam communem sententiam. Subductis itaq; triangulis $a/g/k$ & $k/f/d$ ab ipso $a/b/d$ triangulo, atq; $a/e/k$ & $k/h/d$ triangulis, ab ipso triangulo $a/c/d$ relinquentur g/f & e/h supplementa adinuicem æqualia. Omnis ergo parallelogrammi: & c. vt in theoremate. Quod demonstrare fuerat operæ pretium.



Πρόβλημα 1β,

Πρόδοσις 44.

Π *Αρὰ τὴν δοθεὶν ἑνὸς τῶν ὁρθῶν, ἴσος, παραλληλόγραμμου παρακαλεῖν ὅ
τῇ δοθείσῃ γωνίᾳ ἴσων γράμμοι.*

Problema 12,

Propositio 44.

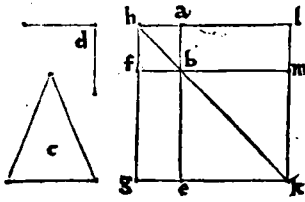
AD datam rectam lineam: dato triangulo, æquale parallelo- 44
grammum construere, in dato angulo rectilineo.

Problematis
interpretatio

Constructio
fuit.

O R O N T I V S. ¶ Construere parallelogrammum ad datam lineam rectam & in dato angulo rectilineo, est ipsam lineam datam coassumere in latus eiusdem parallelogrammi: sic vt eadem linea cum altero adiacentium laterum, angulum comprehendat æqualem ipsi angulo dato. Esto igitur data linea recta a/b ad quā oporteat construere parallelogrammum, dato triangulo c æquale, & in angulo æquali ei qui ad d . Producat in primis a/b recta in directum vsque ad punctum e , per secundum postulatum: & ad datam rectam lineam b/c , ad datumq; in ea punctum b , dato angulo rectilineo qui ad d , æqualis angulus rectilineus constituatur $f/b/e$, per vigesimam tertiam propositionem. In ipso consequenter angulo $f/b/e$, dato triangulo c , æquale cōstruatur parallelogrammum $f/g/e/b$, per quadagesimā secundam propositionem: extendaturque g/f in directum vsque ad h , per secundum postulatum. Per datum insuper punctum a , utriusque f/b & g/e parallela ducatur h/a , per

trigesimam primam propositionem: connectaturq; per primum postulatum, dime-
tens h/b . Et quoniam in rectas g/e & h/b , recta incidens h/g interiores angulos
& ad easdem partes $g/h/b$ & $h/g/e$, duobus rectis minores efficit (nempe minores



ipsis $g/h/a$ & $h/g/e$, qui binis rectis per ultimam partem qui sunt ab h, g . ra
vigésimæ nonæ propositionis sunt æquales) concurrent h/a . & g/e . pos
ergo tandem g/e & h/b , in infinitum ad partes h & e . h/a & g/e .
productæ, per quintum postulatum. Producatur igitur, ad quos partibus f
per secundum postulatum: & concurrant in puncto k . Per angulos minores d
idem rursum postulatum, extendantur f/b & h/a vsque b
ad puncta l , & m : & per datum punctum k , utriusque h/g
& a/e parallela ducatur l/k , per trigésimam primam propositionem. ¶ His ita con-

structis, quoniam $h/g/l/k$ parallelogrammi, eorum quæ circa dime-
tens h/k sunt parallelogrammorum supplementa, sibi inuicem sunt æqualia, per quadragési-
mam tertiam propositionem: æquum est supplementum seu parallelogrammum
 $a/b/m/l$ ipsi $f/g/e/b$ parallelogrammo. Eidem porro $f/g/e/b$ parallelogrammo, æquū
est datum c triangulum, per quadragésimam secundam propositionem: ita enim con-
structum est. Igitur parallelogrammum $a/b/m/l$, ipsi triangulo c per primam com-
munem sententiam cœquatur. Est autem & $a/b/m$ angulus, ei qui ad d æqualis:
uterque enim æquatur ipsi $f/b/e$, $a/b/m$ quidem per decimam quintam propositionem,
qui ad d verò per vigésimam tertiam. Coassumitur præterea data linea recta a/b , in
latus ipsius $a/b/l$ parallelogrammi. Ad datam igitur lineam rectam a/b , dato trian-
gulo c , æquale parallelogrammum construatur $a/b/m/l$, in dato angulo rectilineo
 $a/b/m$, ei qui ad d æquali. Quod facere oportebat.

Demonstratio
nis resolutio.

Πρόβλημα 13,

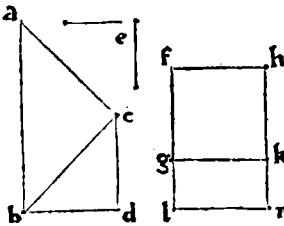
Πρόταση 45.

Τὸ δοθέν ἐν ἑυθυγράμμῳ, ἴσον παραλληλόγραμμον συστήσαι αὐτῇ τῇ δοθείσῃ ἑυθυγράμμῳ
γωνίᾳ. Problema 13, Propositio 45.

45 Dato rectilineo, æquale parallelogrammum cōstituere, in da-
to angulo rectilineo.

¶ ORONTIVS. ¶ Sit datum rectilineū $a/b/c/d$: cui oporteat construere æquale
parallelogrammum, in dato angulo rectilineo qui ad c . Cōnectatur ergo b/c recta,
per primum postulatum. & dato $a/b/c$ triangulo, æquale parallelogrammum con-
stituatur $f/g/h/k$, in dato angulo rectilineo $f/h/k$, ei qui ad e æqualis: per quadra-
gésimam secundam propositionem. Ad datam insuper rectam lineam g/k , dato $b/c/d$
triangulo, æquum construatur parallelogrammū $g/k/l/m$, in dato angulo rectilineo
 $g/k/m$, æquali eidem qui ad e : per antecedentē quadragésimam quartam proposi-
tionem. Ostendendum est itaque primum, hæc duo parallelogramma vnum effice-
re parallelogrammum: quod ita fit manifestum. Quoniam anguli $f/h/k$ & $g/k/m$,
eidem angulo qui ad e sunt æquales, per cōstructionem: sunt igitur æquales ad inui-
cem, per primam communem sententiam. Addatur utriusq; cōmunis angulus $g/k/h$:
igitur anguli $g/k/h$ & $g/k/m$, sunt per primam communem sententiam, æquales an-
gulis $f/h/k$ & $g/k/h$. Eisdē porro angulis $f/h/k$ & $g/k/h$,
duo recti sunt æquales anguli, per ultimā partē vigési-
mæ nonæ propositionis: anguli igitur $g/k/h$ & $g/k/m$, bi-
nis sunt rectis æquales, per eandē primā communē sen-
tentiam. In directū est igitur h/k ipsi k/m , per decimam
quartā propositionē. Rursum quoniā angulus $f/g/k$,
opposito qui ad h per trigésimam quartā propositionē

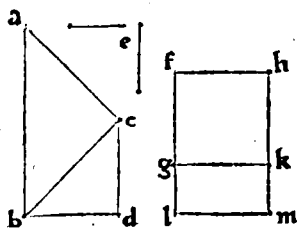
Quod cōstru-
ctū parallelo-
gramma vnum
efficiat paral-
lelogrammū.



ad lineam g/h & partem h/a d.ij.
hæc sunt op. dimensio partibus cōmunes
affirmat angulos duobus vobis æquales.

quia sunt æ
qua vobis h, h
d.ij. & h, h
d.ij. & h, h

quæ sunt anguli op.
hæc sunt op. dimensio partibus cōmunes



est æqualis: patuit autem quòd & $g/k/m$. Bini itaque anguli $f/g/k/$ & $g/k/m$, eidẽ qui ad $h/$ sunt æquales: & æquales propterea adinuicem, per primam communem sententiam. Communis rursum addatur angulus $k/g/l$. erũt igitur $f/g/k/$ & $k/g/l/$ anguli, binis interioribus & ad easdem partes $l/g/k/$ & $g/k/m$, per secundam cõmunem sententiã æquales. Iphis porrò $l/g/k/$ & $g/k/m/$ angulis, bini recti cõsequũtur, per eandem partem vltimã vigesimã.

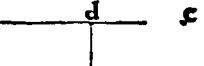
nonæ propositionis: per primam ergo cōmunem sententiā, anguli $f/g/k$ & $k/g/l$ sunt æquales duobus rectis. In directum est itaque f/g ipsi g/l , per ipsam decimā quartam propositionem. Est autem & f/g ipsi h/k , atq; g/l ipsi k/m , per trigessimā quartam propositionem æqualis: & utraque utriq; parallela. Igitur f/l & h/m , per secundam communem sententiā, sunt æquales adinuicem, atque parallelæ: & eas itaq; coniungentes rectæ linæ f/h & l/m , æquales & parallelæ sunt, per trigessimā tertiam propositionem. Parallelogrammum est igitur $f/l/h/m$. Huius autem pars $f/g/h/k$ triangulo $a/b/c$ æquatur: & reliqua $g/k/l/m$ ipsi triangulo $b/c/d$, per ipsam constructionem. Totum ergo $f/l/h/k$ parallelogrammum, ipsi dato $a/b/c/d$ rectilineo est æquale: suscipitque angulum $f/h/m$ æqualem dato qui ad e angulo. Dato itaque rectilineo $a/b/c/d$, æquale construximus parallelogrāmum $f/l/h/m$, in dato angulo rectilineo qui ad e . Quod faciendum proposueramus. ¶ Idem quoq; licebit ostendere, vbi datum rectilineum, in plura duobus separabitur triangula. Cuilibet enim triangulo peculiare constructur parallelogrammum, per quadragessimā secundam & quadragessimā quartam propositionem: quæ simul vnum efficere parallelogrāmū ipsi dato rectilineo æquale, haud dissimili discursu cōvincētur.

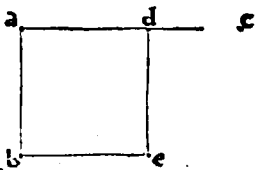
Notandum.

Α Πρόβλημα 18, Πρόθεσις 15.
 Γὸ τῆς διοθείσης ἐυθείας τετραγώνου ἀναγράφει.

EX data recta linea, quadratum describere.

O R O N T I V S. ¶ **E**sto data linea recta a/b : ex qua sit operæpretium describere quadratum. A dato itaque puncto a , ipsi rectæ lineæ a/b , ad angulos rectos excitetur a/c , per vndecimam propositionem, indefinitæ quidem quantitatis, donec ipsam superet a/b . A qua secetur æqualis eidem a/b : sitq; a/d , per tertiam propositionem. Rursum per datum punctum d , ipsi a/b / rectæ parallela ducatur d/e , atque per punctum b / ipsi a/d / parallela b/c , per trigessimam primam propositionem. Parallelogrammum est igitur $a/b/d/e$: dico quod & quadratum. Nam parallelogrammorum locorum latera quæ ex opposito, æquantur adinuicem: per trige-


 fimam quartam propositionem. Aequum est igitur la-
 tus d/e ipsi a/b : atque b/e ipsi a/d . Sūt autem a/b & a/d ,
 per constructionē æquales. Quatuor igitur $a/b, a/d, b/e$ &
 & c/d latera, æqualia sunt adinuicem: quæ enim æquali-
 bus sunt æqualia, & adinuicē æqualia sunt, per primam
 communem sententiam. Aequilaterū est igitur $a/b/d/e$
 parallelogrammum. Rursū quoniam in parallelas a/b & d/e recta incidit a/c : fa-
 cit igitur interiores & ad easdem partes angulos $b/a/d$ & $a/d/e$, binis rectis æquales,
 per ultimam partem vigesimæ nonæ propositionis. Rectus autem est qui ad a angu-
 lus: igitur & qui ad d rectus. & qui ex opposito consistunt ad b & c anguli, itidem
 recti sunt: per eandem trigessimā quartam propositionem. Rectangulum est igitur
 $a/b/d/e$ parallelogrammum. Patuit quod & æquilaterū: ergo quadratū, per trigessimam



fimam quartam propositionem . Aequum est igitur la-
tus d/e ipsi a/b : atque b/c ipsi a/d . Sūt autem a/b & a/d,
per constructionē æquales . Quatuor igitur a/b , a/d , b/c
& c/d latera , æqualia sunt adinuicem : quæ enim æquali-
bus sunt æqualia , & adinuicē æqualia sunt , per primam
communem sententiam . Aequilaterū est igitur a/b/d/e/

parallelogrammum. Rursum quoniam in parallelas $a/b/$ & $d/e/$ recta incidit $a/c/$ facit igitur interiores & ad easdem partes angulos $b/a/d/$ & $a/d/e/$, binis rectis & aequales, per ultimam partem vigesimæ nonæ propositionis. Rectus autem est qui ad $a/$ angulus: igitur & qui ad $d/$ rectus. & qui ex opposito consistunt ad $b/$ & $e/$ anguli, itidem recti sunt: per eandem trigessimā quartam propositionem. Rectangulum est igitur $a/b/d/e/$ parallelogrammum. Patuit ϕ & æquilaterū: ergo quadratū, per trigessimam

B, e. ergo d, e. & B, e. sunt latera æqualia: Biqui igitur oia

diffinitionem. Ex data igitur linea recta a/b , quadratum descripsimus. Quod oportuit fecisse.

Corollarium.

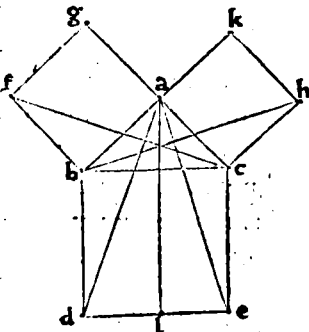
¶ Quæ ab æqualibus igitur lineis rectis quadrata describuntur, æqualia sunt adinuicem: & ediuerso. quæ autem ab inæqualibus fiunt quadrata, sunt inæqualia: maius quidem quod à maiore, minus autem quod à minore describitur.

Θεωρημα λγ, Πρόταση μξ.
EN τοις ὀρθογωνίοις ἑνγώνοις, τὸ ἀπὸ τῆς τῶν ὀρθῶν γωνιᾶν ὑποτανύσσης πλὴν ὅσας τετραγώνου ἵσου ἔστι, τοῖς ἀπὸ τῶν τῶν ὀρθῶν γωνιᾶν ὑπομεχουσῶν πλὴν ὅσων τετραγώνοις.

Theorema 33, Propositio 47.

47 **I**N rectangulis triangulis, quadratum quod à latere rectum angulum subtendente fit, æquum est quadratis quæ fiunt ex lateribus angulum rectum continentibus.

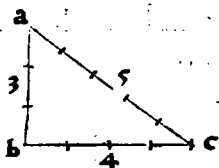
ORONTIVS. ¶ Sit rectangulum triangulum $a/b/c$, cuius sub b/a & a/c lateribus cōtensus angulus, rectus existat. Dico q̄ descriptū ex b/c quadratum, ijs quæ ex b/a & a/c fiunt quadratis, est æquale. Describatur ergo quadrata, per quadragesimā sextā propositionē: ex b/c quidem quadratū $b/c/d/e$, ex a/b verò $a/b/f/g$, & ex ipso a/c quadratū $a/c/h/k$. Deinde per a punctū, vtriq; b/d & c/e parallela ducatur a/l : per trigesimalprimā propositionē. Parallelogrāma igitur erunt b/l & c/l quadrangula. Connectatur deniq; a/d & c/f lineæ rectæ: per primū postulatū. Et quoniā ad rectam lineā a/b , atq; ad eius punctū a , duæ rectæ lineæ a/c & a/g nō ad easdem partes ductæ, angulos vtrobiq; rectos efficiunt (recti enim sunt, qui circa punctū a cōsistunt anguli) in directū est igitur a/c ipsi a/g : & a/b consequēter ipsi a/k , per decimā quartā propositionē. Parallelæ itaq; sunt b/f & c/g : similiter & b/k atq; c/h . Cū porrò omnes anguli recti sint adinuicē æquales, per quartū postulatū: erit angulus $a/b/f$, æqualis angulo $c/b/d$. Communis apponatur angulus $a/b/c$: totus igitur $a/b/d$, toti $f/b/c$ angulo, per secundam cōmunē sententiam erit æqualis. Rursū, quoniam per trigesimalā diffinitionem, æqualis est a/b ipsi b/f , atque b/c ipsi b/d : sunt igitur bina latera a/b & b/d trianguli $a/b/d$, duobus lateribus f/b & b/c triāguli $f/b/c$ æqualia alterum alteri. & æquales continent angulos $a/b/d$ & $f/b/c$. Basis ergo a/d basi f/c , & triāgulū $a/b/d$ triāgulo $f/b/c$, per quartā æquatur propositionē. Ipsius porrò triāguli $a/b/d$ duplum est b/l parallelogrāmū, in eadem basi b/d , atq; in eisdem parallelis a/l & b/d constitutum: per quadragesimā primā propositionem. & per eandem propositionem, $a/b/f/g$ quadratum, duplum ipsius $f/b/c$ triāguli: habent enim eandem basin b/f , in eisdemq; consistunt parallelis f/b & g/c . Quæ autē æqualium duplicia sunt, & adinuicē sunt æqualia: per sextam cōmunem sententiā. Igitur b/l parallelogrāmū, æquū est $a/b/f/g$ quadrato. Haud dissimili via, ostendetur c/l parallelogrāmū, æquū esse $a/c/h/k$ parallelogrammo siue quadrato. Connexis enim a/e & b/h lineis rectis, per primum postulatū: erunt rursū $a/c/e$ & $b/c/h$ triāgula adinuicē æqualia. Et cū c/l parallelogrāmum duplum sit $a/c/e$ triāguli, & quadratum $a/c/h/k$ ipsius $b/c/h$ triāguli itidem duplum, per eandem quadragesimā primā propositionem: concludetur tandem parallelogrāmum c/l , æquari quadrato $a/c/h/k$. Atqui b/l & c/l parallelogramma, conficiunt quadratum $b/c/d/e$, quod fit ex b/c quadratum ergo $b/c/d/e$, æquum est $a/b/f/g$ & $a/c/h/k$ descriptis ex a/b &



Alterius partis demonstratio.

Reliquæ partis ostensio.

Notandum. a/c /quadratis. In rectangulis itaq; triangulis: & quæ sequuntur reliqua, vt in theoremate. Quod expediebat demonstrare. ¶ Hoc spectabile & semper admirandum



theoremata, Pythagoras in his fertur offendisse numeris, 3, 4, 5: velut ex obiecta potes elicere figuram in qua angulus qui ad b/rectus est: & qualium partium a/b/latus est trium, & b/c/quatuor, talium a/c/rectum subtendens angulum 5/reperitur. Quinque porro 5, faciunt 25: ter 3 verò 9, & quater 4/ sedecim atqui 9 & 16/ cōficiūt 25.

Corollarium.

¶ In triangulis itaque rectangulis, duobus lateribus datis, ipsorum adminiculo, deuenire licebit in cognitionem reliqui: per quadratorum nempe tum additionem, tum subductionem adinuicem, & lateris seu radicis eorundem inuestigationem. Quemadmodum in dimetiendis rerum passim offendet magnitudinibus.

Θεώρημα λδ,

Πρόβλεψις μη.

Εἰ ἄν τριγώνον ᾗ ἀπὸ μιᾶς τῶν πλευρῶν τετραγώνον, ἴσον ἢ τοῖς ἀπὸ τῶν λοιπῶν τῶν τριγώνων δύο πλευρῶν τετραγώνοις, ἢ πᾶσι τοῖς ἑξήκοντα ὅσον τῶν λοιπῶν τῶν τριγώνων δύο πλευρῶν ὁρθὸν ὄντι.

Theorema 34,

Propositio 48.

Cōuersa præcedentis.

SI trianguli quod ab vno laterum quadratum, æquale fuerit eis 48 quæ reliquis trianguli lateribus quadratis: angulus cōprehensus sub reliquis trianguli duobus lateribus, rectus erit.

ORONTIVS. ¶ Esto a/b/c/ trianguli quod ex b/c/ quadratum, æquum eis quæ ex a/b/ & a/c/ lateribus sūt quadratis: aio propterea, angulū b/a/c/ fore rectū. A dato enim puncto a, data lineæ a/c, perpendicularis excitetur a/d: per vndecimā propositionē. Et per tertiam propositionē, ponatur a/d/ ipsi a/b/ æqualis: connectaturq; c/d/ recta, per primū postulatū. Cum igitur a/b/ ipsi a/d/ sit æqualis: æquū est quod ex a/b/ quadratum, ei quod fit ex a/d/, per corollarium quadragesimæ sextæ propositionis. Addatur vtriq; id quod ex a/c/ quadratū. Quæ ex a/b/ igitur & a/c/ quadrata, æqualia sunt eis quæ ex a/c/ & a/d/ quadratis: per secundam communē sententiā. Eis autem quæ ex a/c/ & a/d/ quadratis, æquum est quod ex c/d/, per antecedentē quadragesimam septimā propositionē: angulus enim c/a/d/ rectus est. Quadratis porro quæ ex a/b/ & a/c/, æquum est quod ex b/c/ quadratum: per hypothesin. Quæ autē æqualibus sunt æqualia, ea sunt æqualia adinuicē, per primā communē sententiā.

Quadratum igitur quod ex b/c/, æquum est ei quod ex c/d/ quadrato. Aequalis est ergo b/c/ ipsi c/d/: æqualia enim quadrata sunt, quæ ab æqualibus describuntur lineis rectis. Posita est autem a/d/ ipsi a/b/ æqualis, & a/c/ vtriq; cōmunis. Bina ergo latera a/b/ & a/c/ trianguli a/b/c/, binis lateribus a/c/ & a/d/ trianguli a/c/d/ sunt alternatim æqualia: basis quoq; b/c/, basis c/d/ æqualis. Angulus igitur b/a/c/, angulo c/a/d/, per octauā propositionē est æqualis. Est autē c/a/d/, angulus rectus, per constructionē & b/a/c/ igitur angulus rectus est. Si trianguli itaq; quod ab vno laterum quadratum: &c. vt in theoremate. Quod erat ostendendum.

Primi Libri Geometricorum Elementorum,

FINIS.



Orontij Finci Delphinatis, Re-

GII MATHEMATICARVM PROFESSO-

ris, In Secundum elementorum Euclidis, Demonstrationes.

ΕΥΚΛΕΪΔΟΥ ΣΤΟΙΧΕΙΩΝ ΔΕΥΤΕΡΟΝ.

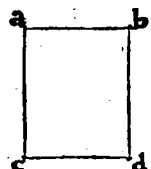
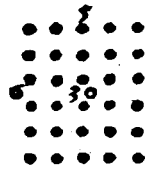
Παραλληλόγραμμοι ὁρθογώνιοι.
 Ἄν παραλληλόγραμμοι ὁρθογώνιοι περιέχονται λίγαται ὑπὸ δύο τῶν τῶν ὁρθῶν γωνίᾳ περιεχόμενῳ ὀρθῶν.

Parallelogrammum rectangulum.

I Mne parallelogrammum rectangulum, sub duabus rectum angulum comprehendentibus rectis lineis dicitur contineri.



ORONTIVS. ¶ Parallelogrammum, dicitur figura quadrilatera, ex oppositis lateribus adinuicem æqualibus comprehensa. Sunt autem parallelogrammorum quatuor tantummodo genera: utpote, quadratū, altera parte longius, rhombus, & rhomboides: quem admodum trigesimalertia primi libri ante monuimus diffinitione. Vt trunq; porro & quadratum & altera parte longius, rectangulum adpellatur: cōtineturq; sub duabus lineis rectis ad rectum convenientibus angulum, quarum altera in reliquam abstractiue ducta, ipsum efficit parallelogrammum. ¶ Vt ex a/b/c/d/potes elicere parallelogrammo: quod sub a/b/ & a/c/ lateribus, rectum qui ad a/ comprehendentibus angulum, continetur. Non potest enim angulus qui ad a/ fore rectus, quin per vigesimam nonam & trigesimalam quartam propositionē libri primi, reliqui tres anguli sint itidem recti. Imaginanda est igitur a/b/ recta, fluere directa via in c: & punctū b/ describere latus b/d. vel a/c/ rectam, venire recto fluxu in b: atq; punctum c/ efficere latus c/d. Ita enim abstractiue describuntur parallelogramma rectangula. Ad quorum similitudinem, numerus per alium quenuis munerum multiplicatus, planum atq; rectangulum efficit numerū: uti subiecta videtur indicare figura, in qua 6/vnitates per 5/multiplicatae, reddunt 30/planum & rectangulum numerum.



Quid parallelogrammum.
 Quot parallelogrammorum genera.

Exemplum.

Handwritten notes and diagrams on the right margin, including a small grid and various annotations.

Παντες δι' παραλληλογράμμου χωρὶς τῶν πρὸς τὴν διὰ μέτρον αὐτῶν ἐν παραλληλογράμμῳ ὁποιονοῦν (ὡς ταῖς δύοσι παραπληρώμασι, γινώμεν καλεῖσθαι).

Quid gnomon.

2 Omnis parallelogrami loci eorum quæ circa dimetientē illius sunt parallelogrammorum, vnumquodq; eorum cum binis supplementis, gnomon vocetur.

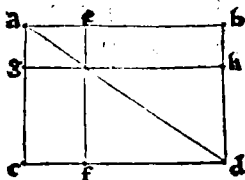
Handwritten notes at the bottom, including 'd.iiiij.' and a signature.

ORONTIVS. ¶ Quoniam gnomonem proprie intelligamus rectangulum: accipitur tamen supra scripta gnomonis diffinitio, pro quacunq; figura ex duobus cuiusvis oblatis parallelogrammi supplementis, & altero eorum quæ circa dimetiētem illius sunt parallelogrammorum comprehensa. Diximus autem quadragesima-
 tertia propositione primi libri, quænam sint parallelogramma circa dimetientem alicuius consistentia parallelogrammi: quæ item sint eorundem parallelogrammo-
 rum supplementa. ¶ Sit igitur $a/b/c/d$ parallelogrammum, & illius dimetiens a/d circa verò dimetientem consistant g/e & f/h parallelogramma, atque illorum sup-
 plementa g/f & e/h . Dico itaque g/e parallelogrammū, vnā cum binis supplementis g/f & e/h : gnomonem effi-
 cere $f/g/e/h$, seu $f/a/h$. Cui si addatur f/h parallelogram-
 mum: totum integrabitur $a/b/c/d$. aut si eidem f/h pa-
 rallelogrammo, gnomon circumponatur $f/g/e/h$: nō mu-
 tabitur, sed augmentabitur figura. Est autem eiusmodi gnomonum tradita descriptio, in partium oblatorum
 in demonstrationibus parallelogrammorum expeditiorem expressionem, principa-
 liter excogitata.

Vide 43 primi

Gnomonisex
emplum.

Cur tales as-
sumpti gno-
mones.



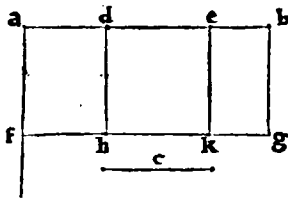
ὁρίσματος α, πρόθεσις α.

Εἰ δὲ δύο ἑυθεῖαι, τμηθῇ δὲ ἡ ἐν τῇ αὐτῇ, αὐτῶν δὲ δὲ δὲ κινητοῦ τμήματα, ἡ ὑποχόρμη-
 νορ ὁρθογωνίου ἑκαστῇ τῶν δύο ἑυθεῶν ἴσος ᾗ τοῖς ἑκαστῇ τῶν αὐτῶν καὶ ἑκάστου τῶν
 τμημάτων περιχορμῶν ὁρθογωνίους.

Theorema I. Propositio I.

SI fuerint binæ rectæ lineæ, seceturq; ipsarum altera in quot-
 cunque segmenta: rectangulum comprehensum sub duabus
 rectis lineis, æquum est eis quæ ab infecta & quolibet segmento
 rectangulis comprehenduntur.

ORONTIVS. ¶ Sint binæ rectæ lineæ a/b & c : quarum altera, vtpote a/b , se-
 cetur in a/d , d/e , & e/b segmenta. Aio quòd sub a/b & ipsa c comprehensum rectā-
 gulum: æquum est eis, quæ sub c & a/d & d/e atque e/b comprehenduntur rectan-
 gulis. A dato enim puncto a , datæ rectæ lineæ a/b , recta quædam, per vndecimā pri-
 mi libri propositionem, ad rectos excitetur angulos, excedens datam lineā c : à qua
 secetur æqualis eidem c , per tertiā eiusdem primi, sitq; a/f . Per datū insuper pun-
 ctum f , ipsi a/b parallela ducatur f/g atque per b , d , & e
 puncta ipsi a/f , atque inuicem parallelæ ducantur b/g ,
 d/h , & e/k , per trigessimā primā eiusdē primi. Rectan-
 gula igitur sunt $a/b/f/g$, a/h , d/k , & e/g parallelogrāma.
 Quælibet insuper & b/g & d/h & e/k , ipsi a/f est æqua-
 lis, per trigessimā quartā eiusdē primi. eidē quoq; a/f est
 æqualis c . omnes igitur adinuicē, atq; ipsi c sunt æqua-
 les: per primā communem sententiam. Quod igitur sub c & a/b continetur re-
 ctangulum, æquum est ipsi a/h : & quod sub c & d/e , ipsi d/k : atq; id quod sub eadem
 c & e/b , ipsi e/g rectangulo æquale. Ipsi porro a/h , d/k , & e/g rectangulis, æquum
 est $a/b/f/g$ rectangulum (nempe totum suis partibus integralibus simul sumptis)
 contineturq; sub a/b & a/f , quæ ipsi c data est æqualis. Datīs igitur binis lineis re-
 ctis a/b & c , quod sub eis continetur rectangulum, æquum est eis quæ sub infe-
 cta c , & quolibet ipsius a/b segmento comprehenduntur rectangulis. Quod opor-
 tebat demonstrare.



Ex hac propo-
sitione, nume-
rorum ab Ar-
rithmeticiis
tradita collig-
itur multipli-
catio.

Θεώρημα β, Πρόβις β.

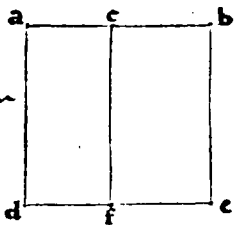
Εἰ ἐνθεῖα γραμμὴ τμηθῇ ὡς ἔτυχῃ, καὶ ἡ ἀπὸ τῆς ὅλης καὶ ἑκατέρῃ τῶν τμημάτων περιχόμενα ὀρθογώνια, ἴσα ὦσι τῷ ἀπὸ τῆς ὅλης τετραγώνῳ.

Theorema 2, Propositio 2.

2 **S**I recta linea secetur vtcunq; : quæ sub tota & quolibet segmētorum rectangula comprehenduntur, æqualia sunt ei quod ex tota est quadrato.

ORONTIVS. ¶ Recta linea vtcunque secari dicitur, quæ in quouis dato illius puncto, absq; partiū determinata ratione, indifferenter diuiditur. Sit igitur a/b/ linea recta, quæ vtcunq; secetur in c. Dico q̄ sub a/b/ & a/c, atq; sub eadem a/b/ & c/b/ cōprehensa rectangula: æqua sunt ei, quod ex tota a/b/ fit quadrato. Ex data nanq; a/b, quadratum describatur a/b/d/e: per quadragesimam sextā primi. Et per datum punctum c, vtriq; & a/d/ & b/e/ parallela ducatur c/f: per trigesimalprimam eius-

Quid rectam lineam vtcūque secari.



dem primi libri propositionem. Rectangula igitur sunt, a/f/ & c/e/ parallelogramma: atque ipsum a/f/ sub a/d/ & a/c, ipsum verò c/e/ sub c/b/ & b/e, per primam huius diffinitionem comprehensum.

Et quoniam a/b/ & a/d/ sunt binæ quædam lineæ rectæ: & ipsarū altera, scilicet a/b, secata est in a/c/ & c/b/ segmēta, ex hypothesi. Quæ igitur ab insecta a/d, & vtroque segmento a/c/ & c/b/ continetur rectangula: æqua sunt ei, quod sub duabus lineis rectis a/b/ & a/d/ cōprehenditur rectangulo, per primam huius secundi propositionem.

Atqui b/e/ ipsi a/d, & vtraque ipsi a/b, per trigesimal diffinitionem primi est æqualis: necnon a/b/d/e/ rectangulum, id quod ex ipsa a/b/ fit quadratū. Quæ sub tota igitur a/b, & quolibet segmento a/c/ & c/b, rectangula comprehenduntur: æqualia sunt ei quod ex tota a/b/ est quadrato. Quod erat ostendendum.

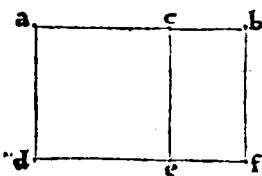
Θεώρημα γ, Πρόβις γ.

Εἰ ἐνθεῖα γραμμὴ ὡς ἔτυχῃ τμηθῇ, καὶ ἡ ἀπὸ τῆς ὅλης καὶ ὁδὸς τῶν τμημάτων περιχόμενα ὀρθογώνια ἴσα ὦσι τῷ ἀπὸ τῆς ὅλης τετραγώνῳ, καὶ τῷ ἀπὸ τῆς περιχόμενης τμήματος τετραγώνῳ.

Theorema 3, Propositio 3.

3 **S**I recta linea secetur vtcunque: rectangulum sub tota & vno segmentorum cōprehensum, æquum est ei quod sub segmētis comprehenditur rectangulo, & ei quod ex prædicto segmento fit quadrato.

ORONTIVS. ¶ Esto a/b/ recta linea, vtcunq; secata in puncto c. Aio quòd sub tota a/b/ & altero segmentorum, vtpote a/c, comprehensum rectangulum: æquum est ei quod sub a/c/ & c/b/ segmētis rectángulo cōtinetur, & ei quod ex eodē segmento a/c/ fit quadrato. Describatur enim ex a/c, quadratū a/c/d/e: per quadragesimā sextam primi. & producatu r d/e/ in directū vsq; ad f, per secundum postulatū. Per



punctum deniq; b, vtriq; & a/d/ & c/e/ parallela ducatur b/f: per trigesimalprimam ipsius primi. Rectangula igitur sunt a/f/ & c/f/ parallelogramma, per primam huius diffinitionē. Et quoniam a/b/ & a/d/ binæ quædam videntur esse lineæ rectæ: quarū altera, vtpote a/b, secata est per hypothesin in a/c/ & c/b/ segmēta. Sub duabus igitur lineis

ipſi c/k , per quadrageſimamtertiam primi: & c/k id quod ſub a/c & c/b , nam ipſi a/c oſtenſa eſt æqualis c/g . Rectangula igitur c/k & h/f , æqua ſunt ei, quod bis ſub ſegmentis comprehenditur, rectangulo. Oſtenſum eſt autem a/g & g/e quadrata, eis fore æqualia/ quæ ab eiſdem ſegmentis fiunt quadratis. Et a/g igitur & g/e , vnà cum c/k & h/f , æqualia ſunt quadratis quæ fiunt ex ſegmētis, & ei quod bis ſub ſegmentis comprehenditur rectangulo. Eiſdem porro a/g , g/e , c/k , & h/f , æquum eſt quadratum $a/b/d/e$, ex ipſa a/b deſcriptum: nempe totum ſuis partibus integralibus. Quod igitur ex tota a/b fit quadratum: æquum eſt quadratis quæ fiunt ex a/c & c/b ſegmentis, & ei quod bis ſub eiſdem ſegmentis comprehenditur rectangulo. Quod fuerat demonſtrandum.

Corollarium.

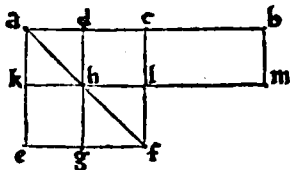
¶ Parallelogramma igitur, quæ circa quadrati dimetientem cōſiſtunt, fore itidem quadrata: relinquitur manifeſtum.

Εἰς τοῦτο αὖτε γράμμη τὴν διὰ τῶν ἀνίσων τῆς ὁλῆς τριμήτων τοῦ τετραγώνου ὁρθογώνιον μὲν τὸ ἀπὸ τῆς μὲν τῶν τομῶν τετραγώνου, ἵσους δὲ τῶν ἀπὸ τῆς ἡμισυαὶς τετραγώνου.

Theorema 5, Propositio 5.

5 SI recta linea ſecetur in æqualia, & non æqualia: rectangulum comprehenſum ab inæqualibus ſectionibus totius, vnà cum quadrato quod à medio ſectionum, æquum eſt ei quod à dimidia fit quadrato.

ORONTIVS. ¶ Sit rurſum a/b linea recta: quæ bifariam ſecetur in puncto c , atque in non æqualia, in puncto d . Aio quod ſub a/d & d/b comprehenſum rectangulū, vnà cum eo quod ex d/c quadrato: æquum eſt ei, quod ex a/c dimidia fit quadrato. Deſcribatur ergo ex a/c , quadratum $a/c/e/f$: per quadrageſimamſextam primi. & connectatur dimetiens a/f , per primum poſtulatū. per punctum inſuper d , vtrique a/e & c/f parallela ducatur d/g , ſecans a/f dimetientem in puncto h . Rurſum per datum pūctum h , ducatur $k/l/m$, ipſis a/b & e/f parallela: per trigefimā primam ipſius primi. tandem per pūctum b , ipſis a/k & c/l parallela ducatur b/m : per eandem trigefimā primam primi. His ita conſtructis, quoniam ſupplemen-



tum g/k , æquum eſt ſupplemēto d/l , per quadrageſimā tertiam ipſius primi: addatur commune a/h . totum ergo a/g , toti a/l rectangulo, per ſecundam communem ſententiā erit æquale. At c/m eidem a/l eſt æquale, per trigefimāſextā eiufdē primi: ſunt enim in baſibus æqualibus a/c & c/b , & in eiſdem parallelis a/b & k/m . Et a/g igitur ipſi c/m , per primam communem ſententiam eſt æquale. Addatur rurſum commune rectangulum d/l . Et d/m igitur rectangulum, per eandem ſecundā cōmunem ſententiam, æquabitur gnomoni $g/a/l$. Atqui d/m rectangulum æquum eſt ei quod ſub a/d & d/b continetur: quadratum eſt enim a/h , per corollarium quartæ propoſitionis huius: & æqualis propterea a/d ipſi d/h , ſub qua & d/b , ipſum d/m cōprehenditur rectangulū. Quod igitur ſub a/d & d/b continetur rectangulum, æquum eſt gnomoni $g/a/l$. Addatur tandem commune quadratum h/f . Comprehenuſum igitur ſub a/d & d/b rectangulum, vnà cum quadrato h/f , æquum eſt gnomoni $g/a/l$, atque ipſi quadrato h/f . Quadratū porro h/f , æquum eſt ei quod ſub d/c medio ſectionum: fit enim ex h/l , quæ ipſi d/c , per trigefimā quartā primi eſt æqualis. Quod igitur ſub a/d & d/b cōtinetur rectangulū,

vnà cum quadrato quod ex d/c , æquum est gnomoni $g/a/l$, atque ipsi quadrato h/f .
Ipsis demum $g/a/l$ gnomoni & quadrato h/f , æquum est $a/c/e/f$, quod à dimidia
 a/c descriptum est quadratum. Rectangulum igitur comprehensum sub a/d & d/b ,
inæqualibus sectionibus, vnà cum quadrato quod à medio sectionū d/c , æquum est
ei quod ex a/b dimidia fit quadrato: Si recta igitur linea, & quæ sequuntur reliqua:
vt in theoremate. Quod ostendendum susceperamus.

Θεώρημα 5, Πρόθεσις 5.

Εὰν εὐθεῖα γραμμὴ τέμνῃ διὰ τῆς ἀντιθέτου εὐθείας ἐκ τῆς ὅλης συν-
 τῆς προσκείμενης, καὶ τῆς προσκείμενης πᾶσι χόμνοντο ὁρθογωνίον, μὴ δὲ ἀπὸ τῆς ἡμισείας τε-
 τραγών, ἴσον ὅτι τῷ ἀπὸ τῆς συγκαμείνης ἐκ τῆς ἡμισείας καὶ τῆς προσκείμενης ὡς ἀπὸ μιᾶς ἀνα-
 γραφοῦσι τετραγώνῳ.

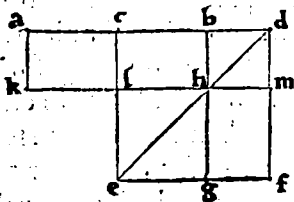
Theorema 6.

Propositio 6.

SI recta linea bifariam secetur, adijciaturque ei aliqua recta li- 6
nea in rectum: rectangulum comprehensum sub tota cum ap-
posita & apposita, vnà cum quadrato quod fit à dimidia, æquum
est ei quod ex coniecta ex dimidia & apposita, tãquàm ex vna de-
scripto quadrato.

Figuræ composi-
positio.

ORONTIVS. ¶ Eſto a/b/linea recta, ſecta bifariā in puncto c: cui recta quādam linea b/d/in directum adiiciatur. Dico, quod ſub a/d,& d/b/ comprehenſum rectāgulum, vnā cum eo quod ex c/b/quadrato: æquū eſt quadrato quod ex c/d. Fiat enim ex c/d/quadratum c/d/e/f, per quadrageſimam ſextam primi: & connectatur c/d/per primum poſtulatū. Per punctum in ſuper b, vtrique c/e/& d/f, per trigefimam primam eiſdem primi, parallela ducatur b/g, quæ ſecet dimetientem c/d/in puncto h. Rurſum per punctum h, ducatur k/l/m, ipſis a/d/& e/f/parallela: necnon per a/punctū, veriq; c/l/& d/m/ parallela a/k, per eandem trigefimam primam primi. Cum igitur a/c/ æqualis ſit ipſi c/b/per hypotheſin, & a/d/ ipſi k/m/ parallela: æquum eſt a/l/ parallelogrammum, ipſi c/h/ parallelogrammo, per trigefimam ſextam primi.



amiki bolan, my appo
ita, panchal ad kum
shub, appasita biro
26 ad acharya kate
upahar.

Θεώρημα ξ, Πρόθεσις ξ.

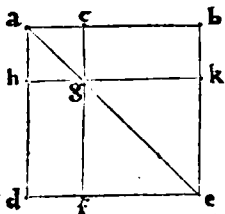
Eὰ μὲν ἑστὶν ἡ γραμμὴ τμηθῆναι ὡς ἔτυχεν, τὸ ἀπὸ τῆς ὅλης καὶ ἀπ' οὗδενος τῶν τμημάτων πάλιν συν-
αμφοτέρω τε τετραγώνῳ ἴσα ὅστις τῷ τε διὰ τῆς ὅλης καὶ τῷ ἐρημονίᾳ τμήματος πε-
ριεχομένῳ ὀρθογώνῳ, ὃ τῷ ἀπὸ τῶν λοιπῶν τμημάτων τετραγώνῳ.

Theorema 7. Propositio 7.

7 **S**I recta linea secetur vtcunque: quod à tota & ab vno segmen-
torum vtraque sunt quadrata, æqualia sunt rectangulo com-
prehenso bis sub tota & dicto segmento, & ei quod à reliquo seg-
mento fit quadrato.

ORONTIVS. ¶ Data enim recta linea a/b, vtcunq; secetur in pūcto c. Aio qd ex tota a/b, & vno segmentorū, vtpote a/c, vtraq; descripta quadrata: æqualia fore ei. quod bis sub a/b & a/c continetur rectangulo, & ei quod ex c/b fit quadrato. Ex ipsa enim a/b, describatur quadratum a/b/d/e, per quadagesimam sextam primi: & connectatur a/e dimetiens, per primum postulatū. Per punctum deinde c, ducatur c/f ipsi a/d & b/e parallela, secans a/e dimetientem in g. & per idem punctu g, vtrique a/b & d/e parallela rursū ducatur h/k: per trigesimalam primam primi.

Erunt igitur h/c & f/k parallelogramma, circa dimetientem a/e cōsistentia, quadrata: per quartā huius corollarium. Et quoniam c/k & h/f supplementa, sunt per quadagesimam tertiam ipsius primi adinuicem æqualia. addatur vtrique, commu-



ne quadratum h/c. Totum igitur a/k, toti a/f, per secundam communem sententiam erit æquale. Est autem a/k æquum ei quod sub tota a/b, & segmento a/c continetur rectangulo: nam a/c, ipsi a/h, per quadrati diffinitionem est æqualis. Rectangulis itaque a/k & a/f æquum est id, quod bis sub a/b & a/c continetur rectangulum. Eisdē

porrò a/k & a/f rectangulis, æquatur gnomon f/a/k, & quadratū insuper h/c (bis enim cum ipsis a/k & a/f rectangulis, includitur quadratum h/c) gnomon igitur f/a/k, vnā cū quadrato h/c, æqualis est ei quod bis sub a/b & a/c comprehenditur rectangulo. Addatur rursū cōmune quadratum f/k. Gnomon igitur f/a/k, vnā cum quadratis h/c & f/k: ei quod bis sub a/b & a/c continetur rectangulo, & ipsi quadrato f/k est æqualis. Atqui f/a/k gnomoni, & quadrato f/k æquum est a/b/d/e quadratum. Igitur quadratum a/b/d/e, vnā cum quadrato h/c æquum est cōprehenso bis sub a/b & a/c rectangulo, & ipsi f/k quadrato. Sed a/b/d/e quadratū, ex tota a/b descriptū est. & h/c quadratum, id quod sub a/c segmento. f/k autem æquale ei, quod fit ex reliquo segmento c/b: fit enim ex g/k, quæ ipsi c/b, per trigesimalam quartā primi est æqualis. Quod igitur ex tota a/b & segmento a/c vtraq; sunt quadrata: æqualia sunt rectangulo comprehenso bis sub tota a/b, & dicto segmēto a/c, & ei quod sub reliquo segmento c/b fit quadrato. Si recta igitur linea: &c. vt in theoremate. Quod oportuit ostendisse.

Θεώρημα η, Πρόθεσις η.

Eὰ μὲν ἑστὶν ἡ γραμμὴ τμηθῆναι ὡς ἔτυχεν, τὸ τετράκις ἑκαστὸς τῆς ὅλης καὶ οὗδενος τῶν τμημάτων περιεχομένῳ ὀρθογώνῳ μὲν τῷ ἀπὸ λοιπῶν τμημάτων τετραγώνῳ, ἴσον ὅστις τῷ τε ἀπὸ τῆς ὅλης καὶ τῷ ἐρημονίᾳ τμήματος, ὡς ἀπὸ μιᾶς ἀναγραφῆς τετραγώνῳ.

Theorema 8. Propositio 8.

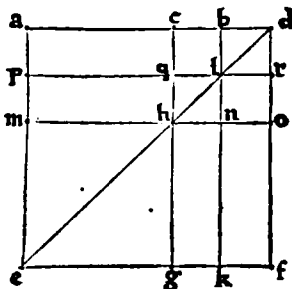
8 **S**I recta linea secetur vtcunque: rectangulum comprehensum quater sub tota & vno segmentorum, cū eo quod ex reliquo
c.j.

segmento est quadrato, æquum est ei quod fit ex tota & prædicto segmento tanquam ab vna descripto quadrato.

Figure cõstru-
ctio.

Demonstratio
theorematis.

PROPOSITION V S. ¶ Est a/b recta linea, vñque secta in puncto c . dico quòd re-
ctangulum quater sub tota a/b , & vno segmentorũ, vtpote b/c comprehensum, vnà
cum quadrato quod fit ex a/c æquum est ei, quod ex a/b & eodem segmento b/c ,
tanquam ab vna describitur quadrato. Producatur enim a/b in directum versus
 d , per secundum postulatũ: & ponatur b/d æqualis ipsi b/c , per tertiam primi. Ex
 a/d autem describatur quadratũ $a/d/e/f$, per quadragesimam sextam eiusdem pri-
mi: & connectatur dimetiens e/d , per primum postulatũ. Per trigessimam primam
deinde ipsius primi, per c & b puncta, ipsis a/e & d/f parallelæ ducantur c/g & b/k ,
dimetiẽtem e/d secantes in punctis h, l : & per eandem trigessimam primam, per puncta
 h & l , ipsis a/d & e/f parallelæ rursus ducantur $m/n/o$ & $p/q/r$. Et quoniam per
constructionem c/b ipsi b/d est æqualis: & q/l ipsi c/b , necnon l/r , ipsi b/d , per trige-
simam quartam primi. Est igitur q/l æqualis ipsi l/r , per primam communem sen-
tentiam: quæ enim æqualibus æqualia sunt, ea sunt æqualia adinuicem. & h/n cõse-
quenter, ipsi n/o itidem concludetur æqualis. Parallelogrammum itaque b/r æquũ
est ipsi c/l , & proinde q/n ipsi l/o parallelogrammo æquale, per trigessimam sextam



ipsius primi: sunt enim b/r & c/l in æqualibus basibus,
ac in eisdem parallelis constituta, similiter & q/n atque
 l/o . Atqui c/l & l/o supplementa eorum quæ circa dime-
tientiẽtem h/d sunt parallelogrammorum, per quadre-
simam tertiam eiusdem primi æqualia sunt adinuicem.
Igitur b/r & q/n parallelogramma, æquis sunt æqualia
parallelogrammis: & æqua propterea adinuicẽ, per ean-
dem primam communem sententiam. Quatuor igitur
 $b/r, c/l, l/o$, & q/n , sunt adinuicem æqualia: & quadrupla
consequenter ipsius c/l . Insuper quoniam b/r & q/n parallelogrãma, per corol-
larium quartæ huius sunt quadrata: æqualis est b/l ipsi b/d , & q/h ipsi q/l , per ipsius
quadrati diffinitionem. Eidem porro b/d æqualis est c/b , per cõstructionem: & b/l
igitur ipsi c/b , per primã communem sententiã est æqualis. Ipsi rursus c/b æqua-
lis est q/l , necnon c/q ipsi b/l æqualis, per trigessimam quartam primi: & c/q igitur
ipsi q/l , per eandem cõmunem sententiã est æqualis. at q/h , eidem q/l æqualis præ-
ostensa est: & c/q igitur, ipsi q/h , per ipsã primam communẽ sententiam est æqua-
lis. Patuit autẽ, quòd & h/n ipsi n/o itidem æqualis est. Parallelogrammum igitur
 a/q ipsi p/h , necnon h/k ipsi n/f , per trigessimam sextã primi cõæquatur: sunt enim
 a/q & p/h in basibus æqualibus ac in eisdẽ parallelis, similiter & h/k atq; n/f con-
stituta. Ipsa verò p/h & h/k , sunt rursus adinuicẽ æqualia, per quadagesimã ter-
tiam ipsius primi: nempe supplementa eorũ, quæ circa dimetiẽtẽ e/l sunt paralle-
logrammorum. Et a/q igitur & n/f parallelogramma, æqualibus sunt æqualia pa-
rallelogrãmis: & æqualia propterea adinuicẽ, per primã communẽ sententiã. Qua-
tuor igitur $a/q, p/h, h/k$, & n/f , æqualia sunt adinuicem: & quadrupla consequenter
ipsius a/q parallelogrãmi. Ostensum est autem, quòd & $b/r, c/l, l/o$, & q/n , quadruplũ
sunt ipsius c/l . Oẽto igitur parallelogrãma, $m/d/g$ gnomonẽ constituentia, quadru-
plum efficiunt totius a/l parallelogrãmi. Est autẽ a/l parallelogrãmũ, ei quod sub
 a/b & b/c cõtinetur rectangulo æquale: nam b/l , ipsi b/c , æqualis ostẽsa est. Rectan-
gulum igitur quater sub a/b & b/c cõprehensum, æquum est gnomoni $m/d/g$. Ad-
datur commune quadratum m/g . Quater igitur sub a/b & b/c comprehensum re-
ctangulũ, vnà cũ quadrato m/g æquatur gnomoni $m/d/g$, & eidem m/g quadrato.

Ipsis porro gnomoni $m/d/g$, & quadrato m/g : æquum est quadratū $a/d/e/f$. Compre-
hensum igitur quater sub a/b , & b/d rectangulū, vñā cum quadrato m/g : æquum
est, per primam communem sententiam, ipsi quadrato $a/d/e/f$. Atqui m/g quadra-
tum æquum est ei, quod ex a/c : fit enim ex m/h , quæ eidem a/c , per trigessimam-
quartam primi, est æqualis. Quadratum autē $a/d/e/f$, æquum est ei, quod ex a/b , &
 b/d tanq̃ ex vna describitur quadrato: data est enim b/d , ipsi b/c æqualis. Si recta
igitur linea a/b , secetur vtcunque in puncto c : rectangulum comprehensum quater
sub tota a/b , & segmento b/c , cum eo quod ex reliquo segmento a/c est quadrato,
æquum est ei quod fit sub tota a/b , & prædicto segmento b/c , tanquam ex vna de-
scripto quadrato. Quod demonstrare fuerat operæpretium.

Θεώρημα

θ,

Πρόθεσις

θ.

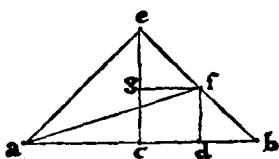
E Ἄρ' εὐθεῖα γραμμή τμηθῇ ἐν ἴσῃ καὶ ἀνίσῃ, καὶ ἀπὸ τῶν ἀνίσων τῆς ὅλης τῶν τμημάτων
τετραγώνου, διπλασιάσῃ ὅτι τῆς ἀπὸ τῆς ἡμισείας καὶ τῆς ἀπὸ τῆς μετὰ τῶν τομῶν
τετραγώνου.

Theorema 9,

Propositio 9.

9 **S**I recta linea secetur in æqualia & nō æqualia: quæ ab inæqua-
libus totius segmenti fiunt quadrata, dupla sunt eius quod à
dimidia, & eius quod à medio sectionum fit quadratorum.

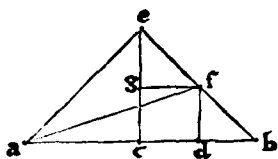
ORONTIVS. ¶ Secetur enim a/b recta bifariam, in puncto c : & in non æqua-
lia, in d . Aio quod descripta ex a/d , & d/b quadrata, dupla sunt eorum quæ ex a/c
& c/d fiunt quadratorum. A dato enim puncto c , datæ rectæ lineæ a/b , recta linea
 $c/e/ad$ rectos excitetur angulos, per vndecimā primi: & vtrique ipsarum a/c & c/b /
ponatur æqualis, per tertiā eiusdem primi. Connectatur deinde a/e & e/b , per pri-
mum postulātū. Per punctū in super d , ipsi c/e ducatur parallela d/f : atq; per pun-
ctum f , ipsi a/b parallela ducatur f/g , per trigessimā primā ipsius primi. connecta-
tur tandem a/f , per idem primū postulātum. Cū igitur a/c sit æqualis ipsi c/e :
erit per quintam primi, angulus $c/a/e$, æqualis angulo $a/e/c$. Et quoniam trianguli
 $c/a/c$ tres anguli, sunt æquales duobus rectis, per trigessimā secundam ipsius pri-
mi, rectus est autē qui ad c : reliqui igitur anguli $c/a/e$ & $a/e/c$, vni recto sunt æqua-
les. sunt autē æquales adinuicem, vterque igitur $c/a/e$ & $a/e/c$, recti dimidius est. Et
proinde vterq; eorū qui ad basin e/b , isoscelis $e/c/b$, dimidius est recti. Itaq; totus
 $a/e/b$ angulus, rectus est. Rursum, quoniam $e/g/f$ trian-

Vt constuen-
da figura.Primus demō-
stratiōis pro-
gressus.

guli tres anguli, binis rectis sunt æquales, per eandē tri-
gesimā secundam primi. rectus est autem qui ad g : nam
æqualis interiori & opposito ad easdem partes, qui ad c ,
per vigesimā nonam primi. dimidius item recti est, qui
sub $g/e/f$. Reliquus igitur qui sub $e/f/g$, recti itidem est

dimidius. Ambo igitur eidem, vtpote dimidio vnius recti, sunt æquales: & æquales
propterea adinuicem, per primam communem sententiam. Et latus consequenter
 e/g , lateri g/f æquale, per sextā primi. Haud dissimili via, latus f/d , lateri d/b cōclu-
ditur æquale. His ita præostensis, quoniam a/c æqualis est ipsi c/e : æquū est qua-
dratū quod fit ex a/c , ei quod ex c/e fit quadrato: per corollarīū quadragesimæ sex-
tæ ipsius primi. Eis porro quæ ex a/c & c/e fiunt quadratis, æquū est quod ex a/e /
describitur, per quadragesimā septimā eiusdem primi: & propterea duplū eius
quod fit ex a/c . quod enim binis æqualibus est æquale, alterutrius æqualiū duplum
est. Item quoniam æqualis est e/g ipsi g/f : æquum est rursum per idem corollarīū,
descriptum ex e/g quadratum, ei quod fit ex g/f . Eisdem porro quadratis quæ ex
 e/g & g/f , æquum est quod fit ex e/f , per eandem penultimā primi. Duplum est
c. ij.

Secūdo & pri-
cipalis proces-
sus demōstrat-
ionis. ErVñāq; l
g, f. e. h.



a, c quidam duplus dimidius quod ex a, c.
od vero ex e, f. duplus
quod ex c, d.

duplus quadratus
2.

quadrata sunt du
o in opo ex a, f. d
iplo quadrato.

igitur quod ex e/f quadratum, eius quod ex g/f describitur. Atqui g/f ipsi c/d est æqualis, per trigesimalquartam primi: & ab æqualibus rectis, æqualia describuntur quadrata, per corollarium ipsius quadragesimæ sextæ primi libri. Quod igitur ex e/f quadratum, duplum est eius quod fit ex c/d . Ostensum est autem, descriptum ex a/c quadratum, duplum fore eius quod ex a/c . Descripta igitur ex a/c & e/f quadrata, dupla sunt eorum quæ ex a/c & c/d fiunt quadratorum. Eis porro quæ ex a/c & e/f quadratis, æquum est id quod ex a/f describitur, per quadragesimam septimam primi: rectus est enim angulus $a/e/f$. Descriptum igitur ex a/f quadratum, duplum est eorum quæ ex a/c & c/d fiunt quadratorum. Ei rursum quod ex a/f describitur quadrato, æqua sunt quæ ex a/d & d/f quadrata, per eandem quadragesimam septimam primi: rectus est enim angulus qui ad d , per vigesimam nonam ipsius primi. Quæ igitur ex a/d & d/f vtræque quadrata, dupla sunt eorum quæ ex a/c & c/d fiunt quadratorum. Atqui d/f æqualis est ipsi d/b : & ab æqualibus lineis, æqualia describuntur quadrata, per allegatum quadragesimæ sextæ primi corollarium. Descripta igitur ex a/d & d/b quadrata, eorum quæ ex a/c & c/d fiunt quadratorum dupla sunt. Si recta igitur linea: & c. ut in theoremate. Quod ostendendum susceperamus.

Θεώρημα

1,

Πρόβλησις.

1.

EΑν ἑυθεῖα γραμμὴ τμηθῇ δίχα, προσεθῇ δὲ τῆς αὐτῆς ἑυθεῖας ἐπὶ τῆς ἐνθεῖας, ὅ ἀπὸ τῆς ὅλης (ὡς τῆς προσκεμένης) ὁ ἀπὸ τῆς προσκεμένης τὰς ἀναμφοτέρων τετραγώνων, διωλευσάσθαι τὰ τε ἀπὸ τῆς ἡμισείας καὶ τὸ ἀπὸ τῆς συγκαμένης, ἕκαστον τῶν ἡμισείας καὶ τῆς προσκεμένης, ὡς ἀπὸ μιᾶς ἀναγραφούσης τετραγώνου.

Theorema 10,

Propositio 10.

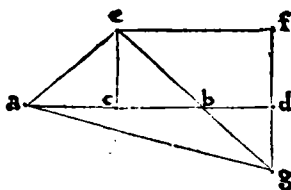
SI recta linea secetur bifariam, apponatur autem ei quæpiã recta linea in rectum: quod ex tota cum apposita, & quod ex apposita vtræque quadrata, dupla sunt eius quod ex dimidia, & eius quod ex adiacente dimidia & adiuncta, tanquam ex vna descriptorum quadratorum. 10

Constructio figuræ.

O R O N T I V S. Data enim a/b recta linea, bifariam secetur in c : addaturque ei in directum recta quædam linea b/d . Aio quod ex a/d & d/b vtræque quadrata, dupla sunt eorum quæ ex a/c & c/d fiunt quadratorum. Excitetur enim per vndecimam primi, à puncto c data rectæ lineæ a/d , ad angulos rectos c/e : ponaturque vtrique a/c & c/b æqualis, per tertiam ipsius primi. connectantur deinde a/e & c/b , per primum postulatam. Et per e punctum, ipsi a/d parallela ducatur e/f : necnon & per punctum d , ipsi c/e parallela d/f , per trigesimalprimam eiusdem primi. In parallelas igitur c/e & d/f , recta linea incidens e/f , interiores & ad easdem partes angulos $c/e/f$ & $e/f/d$, binis rectis per vigesimam nonam primi, efficit æquales. Atqui $b/e/f$ angulus, minor est ipso $c/e/f$: duo itaque anguli $b/e/f$ & $e/f/d$, à recta e/f , in b/e & d/f rectas incidente causati, binis rectis sunt minores. Productæ igitur c/b & f/d , ad partes b, d , tandem concurrent, per quintum postulatam. Producatur igitur, per secundum postulatam: & conueniant in puncto g . & connectatur a/g , per primum postulatam. Cum igitur a/c sit æqualis ipsi c/e : erit per quintam primi angulus $c/a/e$ æqualis angulo $a/e/c$. Et quoniam trianguli $c/a/c$ tres anguli, binis sunt rectis æquales, per trigesimalsecundam primi: rectus est autem, qui ad c . Reliqui igitur $c/a/e$ & $e/a/c$ anguli, vni recto sunt æquales: qui cum sint æquales adinuicem, vterque dimidius est recti. Et vterque propterea $c/e/b$ & $e/b/c$, qui ad basin e/b , ifoscelis $c/e/b$, recti dimidius est. Ergo totus $a/e/b$ angulus est rectus. Insuper, quoniam

Ostensio theorematidis.

per trigessimamsecundam primi, trianguli $b/d/g$ tres anguli, sunt æquales duobus rectis: rectus autem est qui ad d (nam æqualis alterno $e/c/d$, per vigesimamnonam primi) & $d/b/g$ recti dimidius est (æqualis siquidem ad verticem posito $c/b/e$, per quindecimam ipsius primi) reliquus igitur angulus $b/g/d$, dimidius itidem est recti. Ambo ergo $d/b/g$ & $b/g/d$ anguli, eidem (hoc est dimidio vnus recti) sunt æquales: & æquales propterea adinuicē, per primam communē sententiā. hinc b/d latus, ipsi d/g lateri, per sextam primi respondententer æquatur. Præterea, quoniam $e/f/g$ trianguli tres anguli, binis rectis, per eandem trigessimamsecundam primi, sunt rursus æquales: rectus est autē qui ad f , (nam æqualis opposito qui ad c , per



trigessimamquartam eiusdem primi) & $e/g/f$ recti dimidius est. reliquus igitur $f/e/g$ dimidius itidem est recti. Aequalis igitur est angulus $f/e/g$, ipsi $e/g/f$, per primam communem sententiā: & latus consequenter e/f lateri f/g , per sextam primi æquale. His ita demonstratis, quoniam æqualis est a/c ipsi c/e : quod igitur ex a/c quadratū,

Demonstratio
nis resolutio.

æquum est ei quod ex c/e fit quadrato, per corollarium quadragesimæ sextæ ipsius primi. Eis porro quæ ex a/c & c/e fiunt quadratis: æquū est id, quod ex a/e describitur, per quadragesimamseptimam primi. Quod igitur ex a/e fit quadratum, duplum est eius quod ex a/c . Item, quoniam æqualis est e/f , ipsi f/g : quæ ab ipsis describuntur quadrata, sunt rursus adinuicem æqualia. Eisdem porro quæ ex e/f & f/g fiunt quadratis, æquum est ex e/g descriptum quadratum, per eandem quadragesimamseptimam primi: rectus est enim qui ad f angulus. Quod igitur ex e/g fit quadratum, duplum est eius quod ex e/f . Aequalis autem est e/f ipsi c/d , per trigessimamquartā primi: & quæ ab æqualibus rectis describuntur quadrata, æqualia sunt adinuicem, per ipsum quadragesimæ sextæ primi corollarium. Quod igitur ex e/g fit quadratum, duplum est eius quod ex c/d . Ostendimus autem descriptū ex a/c quadratum, duplū itidem fore eius quod fit ex a/c . Quæ igitur ex a/e & e/g vtraque quadrata, dupla sunt eorum quæ ex a/c & c/d fiunt quadratorum. Eis autē quæ ex a/c & c/e fiunt quadratis, æquū est rursus quod ex a/g describitur, per ipsam quadragesimamseptimam primi: rectus est enim $a/e/g$ angulus. Descriptum itaque ex a/g quadratum, duplum est eorum quæ ex a/c & c/d fiunt quadratorum. Ei demū quod ex a/g fit quadrato, æqualia sunt quæ ex a/d & d/g quadrata describuntur, per sæpius allegatā quadragesimamseptimā primi: quoniam $a/d/g$ angulus rectus est. Ergo descripta ex a/d & d/g quadrata, eorū quæ ex a/c & c/d fiunt quadratorum dupla sunt. Aequalis porro ostensa d/b , ipsi d/g : & vnus propterea quadratum, alterius quadrato æquū fore necessum est. Quod igitur ex tota a/b cū adposita b/d , & quod ex eadem b/d adposita vtraque quadrata: dupla sunt eius quod ex a/c dimidia, & eius quod ex adiacente dimidia c/b & adiuncta b/d tanquā ex vna descriptorum quadratorum. Quod demonstrare oportebat.

quæ ab ipsis
describuntur
quadrata
æqualia
sunt.

quia duplū æquū
quod ex a, g quæ
describitur
est totius
quæ ab ipsis
describuntur
quadrata
æqualia
sunt.

Πρόβλημα α,

Πρόθεσις ια.

Τῇ δοθείσῃ ἐνθεσίᾳ τεμῆν, ὥστε τὸ ἄνω τὸ δὲ καὶ τὸ ἑτέρον τῶν τμημάτων περιεχόμενον ὁρθογώνιον, ἴσους εἶναι τὰ ἀπὸ τοῦ λοιποῦ τμήματος τετραγώνῳ.

Problema I,

Propositio II.

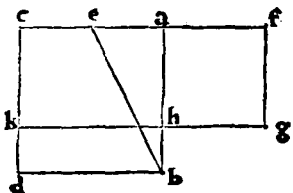
II D Atam rectam lineā secare: vt quod ex tota & altero segmento comprehensum rectangulum, æquū sit ei quod fit ex reliquo segmento quadrato.

ORONTIVS. ¶ Esto recta linea a/b : quam oporteat ita secare, vt quod ex tota

c. iij.

Confirmatio
problematis.

a/b , & altero segmēto comprehendetur rectangulum, æquum sit ei quod à reliquo segmento fiet quadrato. Ex a/b igitur, describatur quadratū $a/b/c/d$, per quadragesimam sextam primi. Ipsa postmodum c/a , bifariam secetur in puncto e , per decimam ipsius primi. & per primum postulatū, connectatur e/b recta. producaturs deinde c/a in rectū versus f , per secundum postulatū: atq; ipsi b/e , secetur æqualis e/f , per tertiam primi. Per ipsam rursus quadragesimam sextam primi, describatur ex a/f , quadratum $a/f/g/h$: & per idem secundum postulatū, producaturs g/h directè in k . Secta est igitur a/b in puncto h : idque tali ratione, vt quod sub a/b & b/h comprehenditur rectangulum, æquum sit ei quod ex a/h fit quadrato. Recta enim linea c/a secta est bifariam in puncto e , cui in rectum adposita est a/f : comprehensum igitur sub c/f & f/a rectangulum, vnà cum quadrato quod fit ex e/a , æquū est quadrato quod ex e/f describitur, per sextam huius propositionem. Data est autem e/f ipsi e/b æqualis: & quæ ab æqualibus rectis quadrata describuntur, sunt adinuicem æqualia. Comprehensum igitur sub c/f & f/a rectangulum, vnà cum quadrato quod fit ex e/a : æquum est ei quod ex e/b describitur quadrato. Quadrato rursus quod fit ex e/b , æqualia sunt quæ ex e/a & a/b describuntur quadrata, per quadragesimam septimam primi. Rectangulum igitur quod sub c/f & f/a continetur, vnà cum eo quod ab e/a fit quadrato: æquatur eis, quæ ex e/a & a/b fiūt quadratis. Auferatur quadratum quod ex e/a vtrique commune. Reliquum ergo quod sub c/f & f/a continetur rectangulum: æquum est ei quod ex a/b describitur quadrato, per tertiam cōmunem sententiā. Atqui $a/b/c/d$ quadratum est id, quod fit ex a/b & c/g rectangulum, æquum ei quod sub c/f & f/a , continetur: æqualis est enim f/g ipsi f/a , sunt enim eiusdem quadrati latera. Rectangulum igitur c/g , æquum est quadrato $a/b/c/d$. Auferatur pars c/h , vtrique communis. Reliquum itaq; rectangulum d/h , reliquo a/g quadrato, per eandem tertiam communem sententiam est æquale. Porro d/h rectangulum, æquū est ei quod sub a/b & b/h segmento continetur: est enim b/d , ipsi a/b æqualis, per ipsius quadrati diffinitionem. a/g verò, æquum est ei quod ex h/a reliquo segmento fit quadrato: descriptum est enim ex a/f , quæ ipsi a/h rursus æquatur. Comprehensum ergo sub a/b & b/h rectangulum, æquū est ei quod ex a/h fit quadrato. Data igitur recta linea a/b , tali ratione secta est in puncto h : vt comprehensum sub tota a/b , & vno segmentorum (vtpote b/h) rectangulum, æquum sit ei quod ex reliquo segmento h/a fit quadrato. Quod faciendum susceperamus.



quod ex a/b describitur quadrato, per tertiam cōmunem sententiā. Atqui $a/b/c/d$ quadratum est id, quod fit ex a/b & c/g rectangulum, æquum ei quod sub c/f & f/a , continetur: æqualis est enim f/g ipsi f/a , sunt enim eiusdem quadrati latera. Rectangulum igitur c/g , æquum est quadrato $a/b/c/d$. Auferatur pars c/h , vtrique communis. Reliquum itaq; rectangulum d/h , reliquo a/g quadrato, per eandem tertiam communem sententiam est æquale. Porro d/h rectangulum, æquū est ei quod sub a/b & b/h segmento continetur: est enim b/d , ipsi a/b æqualis, per ipsius quadrati diffinitionem. a/g verò, æquum est ei quod ex h/a reliquo segmento fit quadrato: descriptum est enim ex a/f , quæ ipsi a/h rursus æquatur. Comprehensum ergo sub a/b & b/h rectangulum, æquū est ei quod ex a/h fit quadrato. Data igitur recta linea a/b , tali ratione secta est in puncto h : vt comprehensum sub tota a/b , & vno segmentorum (vtpote b/h) rectangulum, æquum sit ei quod ex reliquo segmento h/a fit quadrato. Quod faciendum susceperamus.

Θεώρημα 11, Πρόβλημα 12.

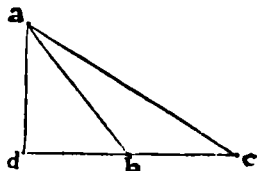
ΕΝ τοῖς ἀμβλυγωνίοις τριγώνοις, ὃ ἀπὸ τοῦ τῷ ἀμβλείᾳ γωνίᾳ ὑποτανύσσης πλὴν ὅτι τῆς ἀγώνου, μᾶλλον ὅτι τῷ ἀπὸ τῶν τῷ ἀμβλείᾳ ὑπομυχσῶν πλὴν ὅτι τῆς ἀγώνου, τῶν ὑπομυχσῶν δις ὥστε μᾶλλον τῶν πλὴν τῷ ἀμβλείᾳ γωνίᾳ, ἐφ' ἣν ἐκβληθῶν ἡ κάθετος πρὸς τὴν πρὸς τῆς ἀπολαμβανόμενης ἐκείνης ὥστε τῆς καθέτης πρὸς τῆς ἀμβλείᾳ γωνίας.

Theorema 11, Propositio 12.

IN obtusiangulis triangulis, quod ab obtusum angulū subtendente latere fit quadratum, maius est eis quæ fiunt ab obtusum angulum comprehendētibz lateribus quadratis: cōprehenso bis sub vno eorum, quæ sunt circa obtusum angulum, in quod protractū cadit perpendicularis, & assumpto extrinsecus sub perpendiculari ad obtusum angulum.

ORONTIVS. ¶ Sit triangulum obtusiangulum seu amblygonium $a/b/c$, habes obtusum angulum qui ad b . producat ergo c/b latus in rectum versus d , per secundum postulatū: & per duodecimam primi, à dato puncto a , in productum latus c/b , perpendicularis ducatur a/d . Aio quod descriptum ex a/c quadratum, eis quæ ex a/b & b/c fiunt quadratis, maius est, comprehenso bis sub d/b & b/c rectangulo.

Cum enim recta c/d , utcumque secta sit in b : descriptum igitur ex d/c quadratum, æquum est eis quæ ex d/b & b/c quadratis, & ei quod bis sub d/b & b/c comprehenditur rectangulo, per quartam huius secundi. His autem æqualibus, addatur commune quadratum quod ex a/d . quæ igitur ex a/d & d/c utraq; quadrata, æqua sunt eis quæ ex a/d , & d/b , & b/c fiunt quadratis, & bis comprehenso sub d/b & b/c rectangulo. Quadratis porro quæ ex a/d & d/b , æquum est id quod fit ex a/b , per quadragesimam septimam primi: rectus est enim angulus qui ad d .



Quadrata igitur quæ ex a/d & d/c , eis quæ fiunt ex a/b & b/c quadratis sunt æqualia, & ei quod bis sub d/b & b/c continetur rectangulo. Quadratis rursus quæ ex a/d & d/c , æquum est quadratum quod ex a/c , per eandem quadragesimam septimam primi. Quod igitur ex a/c fit quadratum, æquum est eis quæ ex a/b & b/c fiunt quadratis, & comprehenso bis sub d/b & b/c rectangulo. Superat igitur descriptum ex a/c quadratum, ea quæ ex a/b & b/c fiunt quadrata: comprehenso bis sub d/b & b/c rectangulo. In obtusiangulis igitur, seu amblygonijs triangulis: & quæ sequuntur reliqua. Quod oportuit ostendisse.

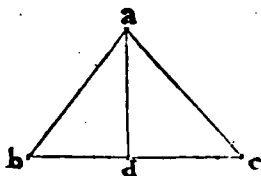
Θεώρημα 12, Πρόθεσις 13.

ΕΝ τοῖς ὀξυγωνίοις τριγώνοις ὃ ἀπὸ τοῦ τῷ ὀξείᾳ γωνίᾳ ἑπὶ τὴν ὑπὸ τῷ ὀξείᾳ γωνίᾳ ὑποκείμενης πλευρᾶς τετραγώνου ἢ λαττοῦ ὅστις τῷ ἀπὸ τοῦ τῷ ὀξείᾳ γωνίᾳ ὑποκείμενης πλευρᾶς τετραγώνου, τῷ περιεχομένῳ δις ἑπὶ τοῦ μὲν τῷ ὀξείᾳ γωνίᾳ ἐφ' ἧς ἡ κάθετος πύπτῃ, τῷ ἀπολαμνομένῳ οὗτος ὑπὸ τῆς καθέτης πρὸς τῇ ὀξείᾳ γωνίᾳ.

Theorema 12, Propositio 13.

- 13 **I**N oxygonijs triangulis, quod ex acutum angulum subtenden te latere fit quadratū, minus est eis quæ ex acutum angulū comprehendētibus lateribus fiunt quadratis: comprehenso bis sub vno eorum, quæ sunt circa acutum angulum in quod perpendicularis cadit, & sumpto intus sub perpendiculari ad acutum angulū.

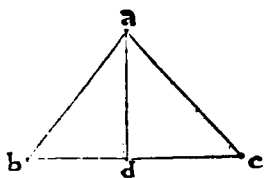
ORONTIVS. ¶ Sit datum oxygonium, siue acutiangulum triangulum $a/b/c$, & datus in eo acutus angulus qui ad b . Ducatur itaq; in latus b/c , à puncto a , quod in eo non est, perpendicularis a/d : per duodecimam primi. Dico quadratum quod fit ex a/c , minus esse eis quæ ex a/b & b/c fiunt quadratis, comprehenso bis sub c/b & b/d rectangulo. Recta siquidem linea b/c , secta est utcumque in puncto d : quod igitur ex tota c/b & segmento b/d utraq; quadrata, æqualia sunt comprehenso bis sub tota c/b & eodem segmento b/d rectangulo, & ei quod ex reliquo segmento d/c fit quadrato: per septimam huius secundi. Addatur ipsis æqualibus, commune quadratū quod fit ex a/d : quæ igitur ex c/b & b/d & d/a fiunt quadrata, æqualia sunt comprehenso bis sub c/b & b/d rectangulo, & eis quæ ex a/d & d/c fiunt quadratis, per secundam communem sententiā. Eis autem quæ ex b/d & d/a fiunt quadratis, æquum est id quod ex a/b describitur, per quadragesimam septimam primi: rectus



est enim angulus qui ad d . Quadrata igitur quæ ex a/d & d/c , eis quæ fiunt ex a/b & b/c quadratis sunt æqualia, & ei quod bis sub d/b & b/c continetur rectangulo. Quadratis rursus quæ ex a/d & d/c , æquum est quadratum quod ex a/c , per eandem quadragesimam septimam primi. Quod igitur ex a/c fit quadratum, æquum est eis quæ ex a/b & b/c fiunt quadratis, & comprehenso bis sub d/b & b/c rectangulo. Superat igitur descriptum ex a/c quadratum, ea quæ ex a/b & b/c fiunt quadrata: comprehenso bis sub d/b & b/c rectangulo. In obtusiangulis igitur, seu amblygonijs triangulis: & quæ sequuntur reliqua. Quod oportuit ostendisse.

Sumaria theorematum ostensio.

c. iij.



est enim angulus qui ad d . Igitur quadrata quæ fiunt ex a/b & b/c , æqualia sunt bis sumpto sub c/b & b/d rectangulo, & eis quæ ex a/d & d/c fiunt quadratis. Eisdem porro quæ ex a/d & d/c fiunt quadratis, æquū est rursum id quod ex a/c describitur, per eandem quadragesimam sextā primī: rectus est enim, qui sub $a/d/c$ angulus. Quæ igitur ex a/b & b/c vtraq; quadrata, æqua sunt bis comprehenso sub c/b & b/d rectangulo, & ei quod ex a/c est quadrato. Superatur ergo id quod ex a/c fit quadratum, ab ijs quæ ex a/b & b/c fiunt quadratis, comprehenso bis sub c/b & b/d rectangulo. In oxygonijs itaq; vel acutiangulis triāgulis: &c. vt in theoremate. Quod ostendere fuerat operæpretium.

Corollarium.

¶ Hinc facile colligitur, huiuscemodi perpendicularem, in rectāgulis triangulis, necessariō coincidere super ipsius trianguli latus, hoc est, neq; intra, neq; extra triangulum: in amblygonijs verō extra, & in oxygonijs intra. Non potest enim in amblygonijs neq; in oxygonijs, cum ipso trianguli latere conuenire: obtusus enim vel acutus angulus, foret æqualis recto, contra vndecimam & duodecimam diffinitionē primī. Similiter nec in amblygonijs intra, vel in oxygonijs extra potest incidere: tūc enim trianguli exterior angulus, minor esset interiore & ex opposito, contra decimam sextā ipsius primī. ¶ Nec te fugiat insuper, quōd hic de latere oxygonij proponitur triāguli: verum etiam habere, de quocunq; latere angulum acutum tam in rectangulis quā in amblygonijs triangulis subtendente.

Notandum.

T $\Gamma\epsilon\delta\beta\lambda\eta\mu\alpha\ \beta,$ $\Gamma\epsilon\delta\theta\epsilon\iota\varsigma\ \iota\delta'.$
 $\Omega\ \delta\ \theta\epsilon\alpha\tau\epsilon\ \iota\upsilon\theta\upsilon\chi\epsilon\acute{\alpha}\mu\epsilon\phi\ \iota\sigma\sigma\epsilon\ \tau\epsilon\tau\epsilon\acute{\alpha}\gamma\omega\nu\omicron\ \sigma\upsilon\varsigma\ \iota\delta\epsilon\ \alpha\delta\alpha\iota.$

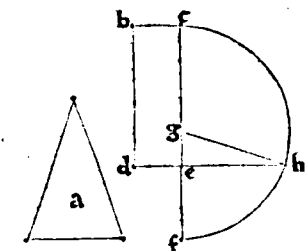
D *Problema 2, Propositio 14.*
 Ato rectilineo, æquum quadratum constituere.

14

Vt constituenda figura.

ORONTIVS. ¶ Estō datum rectilineū a : cui oporteat æquale quadratum constituere. In primis ergo ipsi a rectilineo, æquale constituatur parallelogrammum rectangulum $b/c/d/e$: per quadragesimam quintam primī. Si igitur c/e & e/d latera fuerint adinuicem æqualia: constabit iam ipsius problematis intentio, erit enim $b/c/d/e$ parallelogrammum quadratum. At si latus c/e ipsi e/d non fuerit æquale, alterum eorum erit maius: esto maius c/e . Producatur igitur c/e in rectum versus f , per secundum postulatū: deturque e/f , ipsi e/d æqualis, per tertiam primī.

Recta insuper c/f diuidatur bifariam in puncto g , per decimam eiusdem primī. Et centro g , interuallo autem g/c aut g/f , semicirculus describatur $c/h/f$: per tertium postulatū. Et per secundum postulatū, producatur d/e in rectum vsque ad h : & connectatur g/h recta, per primum postulatū. His ita constructis, quoniam recta linea c/f secta est in æqualia in g & in non æqualia in puncto e : rectangulum igitur comprehensum sub c/e & e/f , vnā cum quadrato quod ex e/g , æquum est ei quod à dimidia g/f describitur quadrato, per quintam huius. Aequalis est autem g/f ipsi g/h , per decimam quintam diffinitionem primī: & ab æqualibus lineis rectis, æqualia describuntur quadrata, per corollarium quadragesimæ sextæ primī. Comprehensum igitur sub c/e & e/f rectangulum, vnā cum quadrato quod



Demōstratur problema.

ab e/g : æquum est ei quod ex g/h fit quadrato. Ei porro quod ex g/h fit quadrato,

æqualia sunt ea, quæ ex g/e & e/h describuntur, per quadragessimaseptimam
 primi: rectus est enim angulus qui ad e , per decimamtertiam, aut vigesimam-
 nonam ipsius primi. Comprehensum igitur sub c/e & e/f rectangulum, vnà
 cum eo quod ex g/e fit quadrato, æquum est ijs, quæ ab eadem g/e & ipsa
 e/h fiunt quadratis. Tollatur id quod ex g/e fit quadratum, vtrisque
 æqualibus commune. Reliquum igitur rectangulum sub c/e &
 e/f comprehensum, æquum erit descripto ex e/h quadra-
 to: per tertiam communem sententiam. Ipsi porro
 sub c/e & e/f comprehenso rectangulo, æquum
 est $b/c/d/e$ parallelogrammum: ipsa enim
 e/f , data est æqualis e/d . Igitur b/c /
 d/e parallelogrammo, æquum
 est id quod ex e/h fit qua-
 dratum, per primam
 communem sen-
 tentiam. Ei-
 dem rur-
 sum
 $b/c/d/e$
 parallelogram-
 mo, æquum est datū
 a /rectilineum, per constru-
 ctionem. Per eandem itaque pri-
 mam communem sententiā,
 dato a /rectilineo: æquū
 est id quod ex e/h /
 fit quadra-
 tum.

Quod fuerat constituendum.

Secundi Libri Geometricorum Elementorum

FINIS.





Orontij Fini Delphinatis, Re-

GII MATHEMATICARVM PROFESSORIS, In Tertium elementorum Euclidis, Demonstrationes.

ΕΥΚΛΕΙΔΟΥ ΣΤΟΙΧΕΙΟΝ ΤΡΙΤΟΝ.

Iσοι κύκλοι ἔσονται, ὅταν αἱ διμέτρου αἰσὶν ἴσαι, ἢ ὅταν αἱ ἐκ τοῦ κέντρου ἰσῶν αἰσὶν. Οροι.
Diffinitiones.

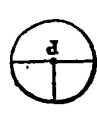
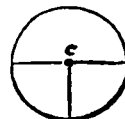
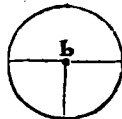
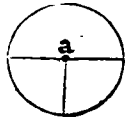


Circularū in
æqualiū con-
traria diffini-
tio.

A Equales circuli: sunt quorū dimetiētes sunt æqua-
les, vel quorum quæ ex centris sunt æquales.

Quales tibi repræsentant subscripti a/ & b/ circuli. Hinc patet circulo-
rum non æqualium diffinitio. quorum enim dimetiētes, vel quæ ex
centris fuerint inæquales: & ipsi quoque inæquales erunt circuli. Ma-
ior autē erit,

cuius dimetiēns, vel quæ ex cen-
tro maior: minor verò, cuius di-
metiens, vel quæ ex centro minor
extiterit. veluti sunt c/ & d/ circuli:

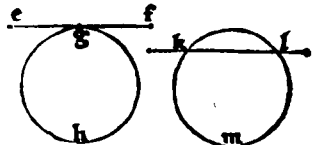


li: quorum c, maior est ipso d.
Ἐυθεῖα κύκλῳ ἐφάπτεσθαι λέγεται, ἥ τις ἀποτομὴ τῆς κύκλου καὶ ἐκκαλλομένη διὰ τμήματος τοῦ κύκλου.

Recta linea circulum tangere dicitur: quæ circulū tangens & eie-
cta, circulum non secat.

Quæ circuli
secat.

Hanc tibi repræsentat e/ f, tangens circulum g/ h, in puncto
quidem g. Quæ igitur cadit intra circulum: electa, circulum se-
care perhibetur. veluti recta k/ l, quæ datum k/ l/ m/ circulum
intersecat.

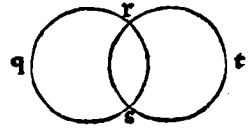
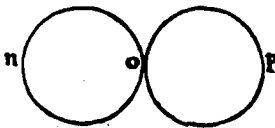


Ἐκ κύκλοι ἐφάπτεσθαι ἀλλήλων λέγονται, ὅταν τινες ἀπὸ τοῦ κέντρου ἀλλήλων, διὰ τμήματος αὐτῶν ἐκκαλλομένη.

Circuli sese tangere adinuicem dicuntur: qui sese inuicem tangē-
tes, se non inuicem secant.

Circuli sese
intersecantes.

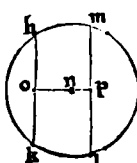
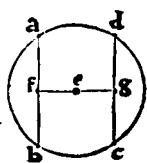
Quales esse videntur n/o/ & o/p/ circuli, in o/ puncto sese inuicem cōtingentes. Cū porro
vnius circumferentia, alterius in-
greditur circumferentiam: tunc hu-
iusmodi circuli, sese dicuntur in-
tersecare. Veluti circuli q/ r/ s, &
r/s/t, in punctis quidem r/ & s/ se
mutuo intersecantes.



Ἐν κύκλῳ ἴσων ἀπέχων τὸ κέντρος εὐθεῖαι λέγονται, ὅταν αἱ ἀπὸ τοῦ κέντρου ἐπὶ ταύτας κείμεναι ἀ-
γόμεναι ἰσῶν ἀποτομῶν ἢ ἀπέχων λέγεται, ἐφ' ἧν ἡ μέγιστος κείνεται πύγμα.

In circulo æqualiter distare à centro rectæ lineæ dicuntur: cū à

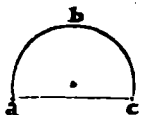
centro in eas perpendiculares ductæ sunt æquales. Magis autē distare dicitur: in quam maior perpendicularis cadit.



Quemadmodum in $a/b/c/d$ circulo, cuius centrum e , existētēs lineæ rectæ a/b & c/d , æqualiter ab eodem centro e distare censentur: propterea quod e/f & e/g perpendiculares, sunt inuicem æquales. In circulo porro $h/k/l/m$, cuius cētrum n , h/k plus distare dicitur à centro n , quàm l/m : quoniam perpendicularis n/o , maior est n/p .

Ἐτμήμα κύκλου, ὅστις τὸ περιεχόμενον σχῆμα, ἔσθ' ἐκ τοῦ κέντρου καὶ κύκλου περιφερέας.

- 5 Sectio circuli: est figura comprehēsa sub recta linea, & circuli circumferentia.



In exemplum habes $a/b/c$ & $d/e/f$ circulorum sectiones: sub rectis a/c & d/f , & $a/b/c$ atque $d/e/f$ circumferentijs comprehensas. Quarum $a/b/c$ centrum includens, maior est ipsa $d/e/f$ extra centrum constituta.

Sectio, maior minor.

Ἐτμήμα γωνία, ὅστις ἡ περιεχομένη ὑπὸ τοῦ κέντρου καὶ κύκλου περιφερέας.

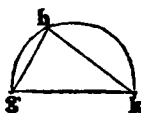
- 6 Sectionis angulus: est qui sub recta linea, & circuli circumferentia comprehenditur.

Cuiusmodi est angulus $b/a/c$, antecedentis descriptionis: sub a/c recta, & a/b circumferentia comprehensus. aut $e/d/f$ angulus, qui sub recta d/f , & d/e circumferētia continetur. Quos quidem angulos mixtos vocitare solemus: id est, sub recta & curua linea comprehensos.

Anguli mixti

Ἐπεὶ τμήματα γωνία ὅστις, ὅταν ᾖ τῆς περιφερέας τὸ τμήμα, λαμβάνει σημεῖον, καὶ ὅταν ᾖ τῆς περὶ πέρατος τῆς ὑποθέσεως, ἢ τῆς ὅστις ἐκείνης τὸ τμήμα, ἡ δὲ περιεχομένη γωνία ἔσθ' ἐκ τῶν ὑποθέσεων ἢ περιφερέας.

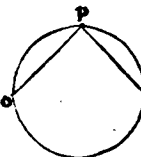
- 7 In sectione autē angulus est: cū in circumferentia sectionis contingit aliquod punctum, & ab eo in rectæ lineæ fines, quæ basis est sectionis, rectæ lineæ coniunguntur. Contentus autē angulus, sub coniunctis rectis lineis est.



Quemadmodum ex subiectæ descriptionis angulis $g/h/k$, & $l/m/n$, deprehendere licet. A pūcto enim h , in fines ipsius rectæ g,k (quæ basis dicitur) rectæ lineæ h/g & h/k coniunguntur: angulum ipsum $g/h/k$ in data sectione, & ad punctum h constituit. Idem censeto de $l/m/n$ alterius sectionis angulo.

Ἐοῦται γὰρ αἱ περιέχουσαι τὴν γωνίαν ὑποθέσει ἀπολαμβάνουσι τὴν περιφερέαν, ἐπ' ἐκείνης λέγεται περιεχέσθαι ἡ γωνία.

- 8 Cū verò comprehendentes angulum rectæ lineæ, aliquam suscipiunt circumferentiam: in illa angulus esse dicitur.



Veluti sunt o/p & p/q lineæ rectæ, angulū qui ad punctū p comprehendentes, & $o/p/q$ suscipiētes circumferentiā. In ipsa igitur circumferētia $o/p/q$, comprehensus angulus esse dicitur. Quod si rectæ lineæ angulum constituētes, ad centrum conueriant circuli: comprehensus tūc angulus in centro dicitur esse circuli, veluti angulus $r/s/t$, sub rectis r/s & s/t ex cētro s prodeuntibus comprehensus.

Ἐπὶ τοῦ κέντρου ὅστις, ὅταν περὶ τοῦ κέντρου ᾖ ἡ γωνία, τὸ περιεχόμενον σχῆμα ἔσθ' ἐκ τῶν γωνιῶν περιεχόμενον ὑπὸ τοῦ κέντρου καὶ κύκλου περιφερέας.

- 9 Sector autem circuli: est cū ad centrum circuli steterit angulus,

comprehensa figura sub angulum comprehendentibus rectis lineis, & assumpta sub eis circumferentia.

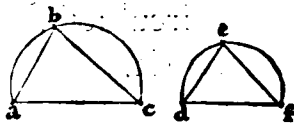
hinc apparet de definitione angulorum & sectionum descriptis.

Cuiusmodi esse videtur figura $r/s/t$ antecedentis descriptionis, sub rectis lineis r/s & s/t angulum qui ad centrum s , constituentibus, & circumferentia r/t comprehensa. Differt igitur sector à sectione circuli.

Ὅμοιαι τμήματα κύκλου ὅστι, τὰς δεχόμεναι γωνίας ἴσας, ἢ οὐ οἷς αὐτὴν γωνίας ἴσας ἀλλήλων ἐστί.

Similes sectiones circuli: sunt quæ angulos æquos suscipiunt, vel in quibus anguli sibi inuicem sunt æquales.

Vti subiectæ circuli sectiones $a/b/c$ & $d/e/f$: in quibus anguli qui ad b & e , sunt inuicem æquales. Quamvis itaq; circuli sectiones fuerint inæquales, possunt nihilominus esse similes. Nam similitudo sectionum respicit tantummodò susceptorū angulorum æqualitatē: nō autem datarum sectionum magnitudinem.



quæadmodum angulorū magnitudo, non linearum angulos ipsos comprehendentium quātitatem: sed earundem linearum solam respicit inclinationem.

hinc ad similitudinem ad demonstrandum de tunc affirmantem quodlibet.

Tὸ ὁδοῦν τὸν κύκλον ὃ καὶ τὸν ἐυρεῖν.

Πρόβλημα α,

Πρόθεσις α.

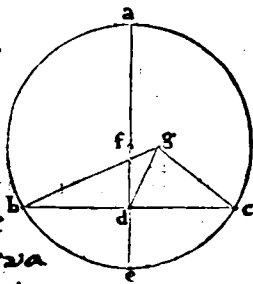
Problema I,

Propositio I.

Dati circuli, centrum inuenire.

hinc ad demonstrandum de tunc affirmantem quodlibet.

DORONTIVS. ¶ Esto datus $a/b/c$ circulus: cuius oporteat inuenire centrum. Ducatur in ipso $a/b/c$ circulo, recta quædam linea b/c : quæ bifariam secetur in d , per decimam primi. Et à puncto d , datæ rectæ lineæ b/c , ad angulos rectos excitetur d/a , per vndecimam eiusdem primi: producatúrque in rectum vsque ad e , per secundum postulatam. Secetur tandem a/e bifariam in puncto f , per ipsam decimam primi. Dico, q̄ f punctū, centrum est ipsius dati $a/b/c$ circuli. Si enim non fuerit in a/e linea recta, erit igitur extra eam. esto (si possibile sit) in g : & connectatur g/b , g/d , & g/c rectæ, per primum postulatam. Et quoniam b/d , ipsi d/c est æqualis, & utriq; cōmunis d/g : binæ igitur b/d & d/g triāguli $b/d/g$, duabus g/d & d/c triāguli $g/d/c$, sunt altera alteri æquales. Basis quoq; b/g , basi g/c (si g foret centrum circuli) per decimā quintam primi diffinitionem esset æqualis. Per octauā igitur ipsius primi, angulus $b/d/g$, angulo $g/d/c$ sub æquis lateribus comprehenso, responderet æquaretur. Recta itaq; linea g/d , incidēs in rectā b/c , efficeret utrobique angulos æquales: ergo rectos, per decimam primi diffinitionē. Rectus igitur esset $b/d/g$ angulus. Atqui $b/d/a$ rectus est, per constructionem: suntq; recti omnes æquales adinuicem, per quartum postulatam. Et $b/d/g$ itaq; angulus, æquus esset angulo $b/d/a$: totus videlicet suæ parti, contra nonā communē sententiā. Recta enim d/a cadit inter b/d & d/g : diuiditq; propterea angulum $b/d/g$. Non est igitur centrū $a/b/c$ circuli in g . Haud dissimiliter ostendemus, q̄ nec alibi q̄ in pūcto f . Igitur f centrū est dati circuli $a/b/c$. Quod inueniendū fuerat.



hinc ad demonstrandum de tunc affirmantem quodlibet.

¶ Si igitur in circulo recta linea, aliam quandam rectam lineam bifariam, & ad rectos secuerit angulos: in ipsa diuidente erit centrum dati circuli.

Corollarium.

¶ Si igitur in circulo recta linea, aliam quandam rectam lineam bifariam, & ad rectos secuerit angulos: in ipsa diuidente erit centrum dati circuli.

Θεώρημα α, Πρόθεσις β.

Eὰν κύκλος ᾗ δι' τῆς περιφερείας ληφθῇ δύο τυχόντα σημεῖα, ἢ ἡδὶ τὰ αὐτὰ σημεῖα ᾗ δι' ἐξ ἑνὸς σημείου ἐκείνου ὅτις ποιεῖται τὸ κύκλος.

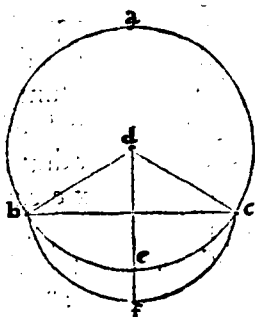
Theorema 1,

Propositio 2.

2 **S**I in circuli circumferentia duo fuerint puncta vtcunque contingentia: ad ea puncta applicata recta linea, intra ipsum circumulum cadit.

ORONTIVS. ¶ Sit $a/b/c$ circulus: in cuius circumferentia sint b & c vtcunq; contingentia puncta. Aio qd conexa ex b in c recta linea, cadit intra circumulum $a/b/c$. Si enim non cadit intra: coincidit igitur in comprehensam circumferentiam, vel cadit extra circumulum. At qui recta ipsa, cum ipsius circuli circumferentia minimè potest conuenire: non differret enim rectum à curuo. Cadat igitur, si possibile sit, extra circumulum $a/b/c$. & inuento ipsius circuli centro d , per primam huius, susceptoq; puncto e in b/c circumferentia: connectantur d/b , d/e , & d/c rectæ lineæ, per primum postu-

Ostensio rursus
sum per im-
possibile.



latum: producatúrque per secundum postulatum, recta d/e in directum vsque ad f , hoc est, in eam quæ extra cadere concessa est. Erunt igitur d/b , d/e , & d/c , adinuicem æquales, per decimam quintam diffinitionem primi: & d/f insuper maior ipsa d/e , per nonam communem sententiã. Triangulum igitur erit $d/b/f$, atq; isosceles: quoniam d/b æqualis est ipsi d/c . Vnde per quintã primi, anguli $d/b/c$ & $d/c/b$, qui ad basin b/f erunt adinuicem æquales. Triangulũ insuper erit $d/b/f$, & ipsum b/f latus, productum in c . exterior igitur angulus $d/f/c$, maior erit in-

teriore & ex opposito $d/b/f$, per decimam sextam ipsius primi. Ipsi porro $d/b/f$ angulo, ostensus est æqualis $d/c/f$: & $d/f/c$ igitur angulus, ipso $d/c/f$ angulo maior erit: quæ enim sunt æqualia eiusdem sunt æquè minora, per septimã comunis sententiæ conuersionem. In triangulo igitur $d/c/f$, angulus qui ad f , maior erit angulo qui ad c . Omnis porro trianguli maius latus, sub maiori angulo subtenditur, per decimam octauam eiusdem primi. maius igitur erit latus d/c , ipso d/f . Ipsi autem d/e , æqualis est d/e , vti nuper ostendimus. Et d/e igitur maior erit ipsa d/f , minor videlicet maiore, scđ pars toto: quod per nonam communem sententiã est impossibile. Non cadit igitur conexa ex b in c recta, extra circumulum $a/b/c$, neq; in circumferentiam b/c : igitur intra. Quod ostendendum fuerat.

Θεώρημα β, Πρόθεσις γ.

Eὰν αὐτὸν κύκλος ἐκείνου τῆς καὶ τῆς ἐκείνου πῶς μὴ δι' ἑνὸς σημείου διέχῃ τέμνηται, καὶ πῶς δι' ἑνὸς αὐτῶν σημείων καὶ ἐκείνου πῶς δι' ἑνὸς αὐτῶν σημείων διέχῃ αὐτῶν τέμνηται.

Theorema 2,

Propositio 3.

3 **S**I in circulo recta linea quædam per centrum extensa, quædam non per centrum extensam rectam lineam bifariam secuerit: & ad angulos rectos ipsam dispescet. Et si ad angulos rectos ipsam dispescat: bifariam quoq; ipsam secabit.

ORONTIVS. ¶ Sit datus $a/b/c$ circulus, & illius centrum d : recta verò linea per idem centrum extensa sit a/f , quæ aliam quandam rectam lineam b/c non ductam per centrum, bifariam in primis secet, in puncto e . Aio quod & ad rectos

f. j.

id est ad rectos
angulos bifariam
secabit.

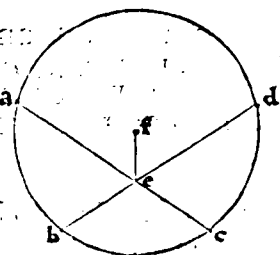
bifariam bifariam
secabit bifariam
secabit bifariam
secabit bifariam

gesimæ sextæ primi libri corollarium: recta enim b/d , ipsi d/c est æqualis, per decimam quintam ipsius primi diffinitionem. Quæ autem æqualibus æqualia sunt: ea sunt inuicem æqualia, per primam communem sententiam. Quæ igitur ex b/e & e/d fiunt quadrata, æqua sunt eis, quæ ex d/e & e/c . Tollatur cômune quadratum quod fit ex e/d : reliquum ergo quadratum quod ex b/e , reliquo quod fit ex e/c , per tertiam communem sententiam est æquale. Aequalia porrò quadrata sunt, quæ ab æqualibus rectis describuntur: per idem corollarium quadragesimæ sextæ primi libri. Aequalis est igitur b/e ipsi e/c . Itaq; si in circulo recta linea quædam: & quæ sequuntur reliqua. Quod demonstrare oportebat.

Θιῶρημα γ, Γρόθεις δ.
Εὰν οὐ κύκλῳ δύο ἐνθεῖαι τίμνωσιρ ἀλλήλας, μὴ δὲ τῷ κέντρῳ οὖσαι, οὐ τίμνωσιρ ἀλλήλας δίχα.

Si in circulo binæ rectæ lineæ sese inuicem secuerint non per 4
centrum extensæ: sese inuicem bifariam non secabunt.

Demostratio ab impossibili



e/f per centrum educta, ipsam b/d non per centrum ex-
tensam, bifariam & ad rectos quoq; secabit angulos, per eā-
dem tertiam huius. Rectus erit igitur angulus b/e/f. At-
qui rectum itidem fore monstrauiamus a/e/f angulum:
suntq; recti omnes inuicē æquales, per quartum postu-
latū. Aequus erit igitur b/e/f angulus, ipsi angulo a/e/f.
Angulus porro a/e/f, est pars ipsius b/e/f anguli: recta
siquidem e/a, cadit inter b/e/ & e/f rectas, diuiditq; pro-
pterea ipsum angulum b/e/f. Totus itaq; b/e/f angulus,

suæ parti a/c/f/erit æqualis: quod per nonā cōmunē sententiā est impossibile. Si in circulo igitur a/b/c/d/binæ rectæ lineæ a/c/& b/d, sese inuicē secuerint nō per centrum extēlæ: sese inuicē bifariā non secabunt. Quod ostendere fuerat operæpretiū.

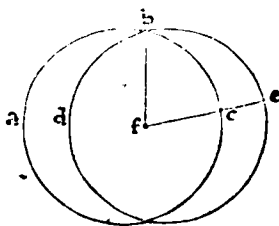
E ^{Θεώρημα δ,} ^{Πρόθεσις ε.}
 Ἀν δύο κύκλοι τέμνουσιν ἀλλήλους, οὐκ ἔσται αὐτῶν δ' αὐτὸ κέντρον.

Theorema 4, Propositio 5.

5 **S**I bini circuli sese inuicem secuerint: non erit eorum idem centrum.

ORONTIVS. ¶ Bini enim circuli a/b/c/& d/b/e, sese inuicem secant in duobus punctis, quorum alterum sit b. Dico quod ipsorum circularū non est idem centrum. Si enim fuerit possibile, ut idem habeant centrum: esto illud f. & connectantur f/b/& f/c, per primum postulatū: extēdāturq; per secundum postulatū, eadē

Ostensio rursum ab impossibili.



f/c/in rectum vsq; ad e. Si igitur f/punctum, fuerit centrū circuli a/b/c: erit f/c/ipsi f/b/æqualis, per decimamquintam diffinitionem primi. Si idem quoque punctum f, centrum extiterit ipsius d/b/e/circuli: æqualis rursum erit f/e/eidem f/b, per eandem decimamquintam diffinitionē. Binæ igitur f/c/& f/e, eidem f/b/erūt æquales: & æquales propterea adinuicē, per primā communē sententiā. Aequalis igitur erit f/e/ipsi f/c. atqui f/c/pars est ipsi-

us f/c: totū igitur esset æquale suæ parti. Omne porrò totū est sua parte maius, per nonam communem sententiā: igitur punctum f, non est commune centrum datorum a/b/c/& d/b/e/circularū. Si bini itaq; circuli: & quæ sequūtur reliqua. Quod receperamus ostendendum.

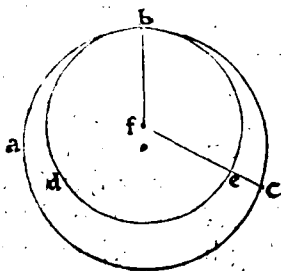
E ^{Θεώρημα ε,} ^{Πρόθεσις ζ.}
 Ἀν δύο κύκλοι ἐφάπτονται ἀλλήλων ὁμοῦς, οὐκ ἔσται αὐτῶν ὁ αὐτὸ κέντρον.

Theorema 5, Propositio 6.

6 **S**I duo circuli se adinuicem tetigerint: eorum non est idem centrum.

ORONTIVS. ¶ De circulis potissimū intelligit Euclides, quorum vnus intra aliū collocatur. Tangāt igitur se bini circuli a/b/c/& d/b/e, in pūcto b. Dico rursum, quod ipsorum circularum non est idem commune centrum. Si id enim fuerit possibile: esto illud f. & connectantur f/b/& f/c, per primū postulatū: & per secundum postulatū extendatur in rectum f/e/in punctum c. Si f/igitur punctum, sit centrum a/b/c/circuli: æqualis erit f/c/ipsi f/b, per decimamquintam diffinitionem primi. Item si idem punctū f, centrum fuerit circuli d/b/e: æqualis rursum erit f/e/eidem f/b, per eādē decimamquintam ipsius primi diffinitionē. Binæ igitur f/c/& f/e, eidem f/b/erunt æquales: & propterea æquales adinuicem, per primam communē sententiā. Ergo f/c, æqualis erit ipsi f/e. est autem f/e, pars ipsius f/c: tota igitur f/c, suæ parti f/e/coæquabitur. quod per nonam communē sententiā non videtur esse possibile. Ergo punctum f, non est idem commune centrum eorūdem cir-

Idem qui prius arguendi modus ab impossibili.



culorum a/b/c/& d/b/e, intus se adinuicem tangentium (nam de ijs qui se tangunt extra, per se fit manifestum) Si duo igitur circuli: & c. ut in theoremate. Quod oportuit ostendisse.

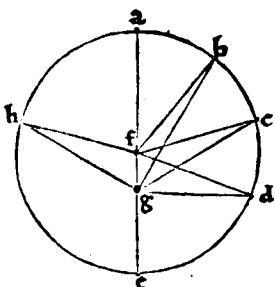
Θεώρημα 5, Πρόβλημα 7.

Εὰν κύκλου ὑπὸ τῆς διμετρῆς λαβῇ τι σημεῖον, ὃ μὴ ᾖ τὸ κέντρον τῆς κύκλου, ἀπὸ τοῦ τοῦ σημείου προωπίῃωσι μὲν εὐθεῖαι πρὸς τὸν κύκλον, μετὰ μὲν ἔσται ἐφ' ἧς τὸ κέντρον, ἐλαχίστη ἢ ἡ λοιπὴ. τῶν δ' ἄλλων αὖ ἐγγιω τῆς διμετρῆς τοῦ κέντρου, τῆς ἀπώτερον μάλ' ᾖ. δύο δὲ μόνον εὐθεῖαι ἴσαι ἀπὸ τοῦ τοῦ σημείου προωπισσύνται πρὸς τὸν κύκλον, ἐφ' ἑκάτερα τῆς ἐλαχίστης.

Theorema 6, Propositio 7.

SI in diametro circuli aliquod contingat punctum quod minime circuli centrum sit, ab eoque puncto in circulum quædam rectæ lineæ procidant: maxima erit in qua centrum, minima verò reliqua. aliarum verò, semper propinquior ei quæ per centrum extenditur, remotiore maior est. Duæ autem solùm rectæ lineæ æquales, ab eodem puncto in circulum cadunt, ad vtrasque partes minimæ.

ORONTIVS. ¶ Est datus circulus a/c/e/h, cuius centrum f, dimetiens verò a/f/e, & contingens in eo punctum g, quod non est circuli centrum: procidentes autem ex eodem puncto g in ipsius circuli circumferentiam lineæ rectæ, sint g/b, g/c, & g/d. Aio primum, qd g/a est omnium maxima, & g/e minima: aliarum porro, g/b ipsi g/a propinquior, maior ipsa g/c, atq; g/c remotiore g/d maior. Connectatur enim f/b, f/c, & f/d rectæ, per primum postulatum. Cum igitur f/a, ipsi f/b, per decimāquintam diffinitionem primi, sit æqualis, & vtriq; communis f/g: binæ igitur g/f & f/a, duabus g/f & f/b sunt æquales. g/f porro & f/b, maiores sunt ipsa g/b: omnis siquidē trianguli bina latera, reliquo sunt maiora quomodocunq; assumpta, per vigesimam primi. Et g/a igitur, ipsa g/b maior est: quæ enim sunt æqualia, eiusdem sunt æquæ maiora, per ipsius sextæ communis sententiæ conuersionem. Item quoniam æqualis est f/b ipsi f/c, & g/f rursum vtriq; communis: binæ igitur g/f & f/b trianguli g/f/b, duabus g/f & f/c trianguli g/f/c, sunt æquales altera alteri. Atqui g/f/b angulus, maior est ipso g/f/c sub æquis lateribus comprehenso: recta enim f/c, cadit inter f/b & f/g, & diuidit propterea ipsum angulum g/f/b. Basis itaq; g/b, basi g/c maior est, per vigesimāquartam primi. Simili discursu, g/c ipsa g/d maior ostendetur. Insuper quoniam f/g & g/d maiores sunt ipsa f/d, per ipsam vigesimam primi, & æqualis est f/e ipsi f/d, per decimāquintam eiusdem primi diffinitionem: igitur f/g & g/d, maiores sunt eadem f/e, quæ enim sunt æqualia, eiusdem sunt æquæ minora, per septimæ communis sententiæ conuersionem. Tollatur cōmunis f/g: ergo reliqua g/d reliqua g/e, per quintam communem sententiam erit maior. Omnium itaq; maxima est g/a, minima verò reliqua g/e: aliarum porro,



Secunda pars

g/b maior ipsa g/c, & eadē g/c ipsa g/d itidem maior. ¶ Dico præterea quòd ab eodem puncto g, duæ rectæ lineæ coincidunt æquales, ad vtrasq; partes ipsius g/e/minimæ: vtpote ipsi g/c, æqualis versus h. Ad datam enim rectā lineam g/f, datūmq; in ea punctum f, dato angulo rectilineo g/f/c: æqualis angulus rectilineus constituitur g/f/h, per vigesimātertiam primi. connectatur deinde g/h, per primum postulatum. Cum igitur f/c, ipsi f/h sit æqualis, per decimāquintā ipsius primi diffinitionem, & g/f vtriq; communis: binæ ergo g/f & f/c trianguli g/f/c, duabus g/f & f/h trianguli g/f/h sunt altera alteri æquales: & æquos inuicē comprehendunt angulos, per cōstructionem. Basis igitur g/c, basi g/h, per quartam eiusdem primi est

æqualis. ¶ Aio tandem, quòd ipsi g/c , ab eodem puncto g , alia quàm g/h non cadet æqualis. Si enim id possibile fuerit: aut illa cadet supra punctum h , vel infra. Si ceciderit supra versus a : tunc ipsa erit propinquior ei quæ per centrum, vtpote ipsi g/a , ergo maior ipsa g/h /remotiore, per primam partem iam demonstratam: & maior consequenter ipsa g/c . Quòd si detur incidere infra punctum h , versus e : tunc ipsa linea, remotior erit ab eadem g/a /quæ per centrum. ergo minor ipsa g/h /propinquior, per eandem præostensam primam partem: & minor igitur ipsa g/c . Similiter ostendemus, quòd nec ipsi g/h /alia quàm g/c dabitur æqualis, ab eodem puncto g , & ad partes b/d . De cæteris quibuscunq; idem respondēter subsequetur. Igitur si in diametro circuli aliquod contingat punctū: & quæ sequuntur reliqua. Quod demonstrandum fuerat.

Θεώρημα ξ, Πρόθεσις η.

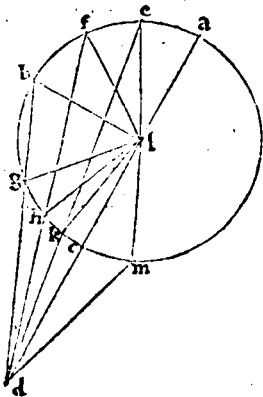
Εὰν κύκλος λαβῇ τι σημεῖον ἐν τῷ, ἀπὸ δὲ τῶ σημεῖου πρὸς τὸν κύκλον διεσθῶσιν ἐνθεῖαι πνις, ὧν μία μὴ δ/ε τῶ κοίτης, αἱ ἄλοιποι αὖς ἐτυχε, ἢ μὴ πρὸς τὴν κοίτην περιφέρειαν πρὸς-
ωπιπῶσιν ἐνθεῖαι, μείων μὴ ἢ δ/ε τῶ κοίτης, τῶν δὲ ἄλλων, αἱ ἢ ἐγγιον τῆς δ/ε τῶ κοίτης, τῆς
ἀπώτερον, μείων εἶσιν. ἢ ἢ πρὸς τὴν κυρτὴν περιφέρειαν πρὸςωπιπῶσιν ἐνθεῖαι, ἐλαχιστη μὴ
ἔστιν ἢ μεταξὺ τῶν σημείων τῆς διεσθῆτος. τῶν ἢ ἄλλων αἱ ἢ ἐγγιον τῆς ἐλαχιστης, τῆς ἀπώτερον
ἔστιν ἐλάττω. οὗτο ἢ μόνον ἐνθεῖαι ἴσαι πρὸςωπιπῶσιν ἀπὸ τῶ σημείου πρὸς τὸν κύκλον ἐφ' ἐκεί-
της τῆς ἐλαχιστης.

διασῶσιν.

Theorema 7, Propositio 8.

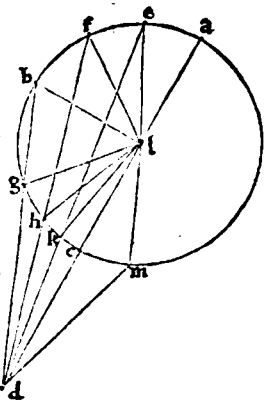
8 SI extra circumulum suscipiatur aliquod punctum, ab eoque pun-
cto ad circumulum deducantur rectæ lineæ aliquæ, quarū quidem
vna per centrum extendatur, reliquæ verò vtcunque: In cōuexam
circunferentiam cadentium rectarum linearum, maxima est, quæ
per centrū ducta est: In curuam verò circunferentiam cadentium
rectarum linearum, minima est, quæ inter punctum & dimetien-
tē iacet. minimæ verò propinquior: semper remotiore minor est.
Dux autem tantum rectæ lineæ, ab eo puncto cadunt æquales, ad
vtrasque partes minimæ.

¶ O R O N T I V S. ¶ Esto circulus $a/b/c$, datum vero punctum extra circumulum d :
à quo in ipsum circumulum procidāt rectæ lineæ $d/a, d/e, d/f$, & d/b , curuam eiusdem
circuli circunferentiam in punctis g, h, k, c , dispescētes: quarum d/a /per ipsius circu-
li centrum (quod sit l) extendatur. Dico primum, quòd in a/b /cōuexam circunferentiam
cadētium rectarum linearum, maxima est d/a , per l /cen-
trum educta: & quæ illi vicinior d/e , remotiore d/f /ma-
ior, eademq; d/f /maior ipsa d/b . Connectantur enim l/e ,
 l/f , & l/b /rectæ lineæ, per primum postulatū. Et quo-
niam æqualis est l/a /ipsi l/e , per decimā quintam diffi-
nitionem primi, & vtriq; communis d/l : tota igitur d/a ,
ipsis d/l & l/e , per secundam communem sententiam
est æqualis. Atqui d/l , & l/e /bina ipsius $d/l/e$ /trianguli
latera, sunt maiora reliquo d/e , per vigesimam primi:
& ipsa igitur d/a , maior est ipsa d/e . æqualia enim eiuf-
dem sunt æquē maiora, per sextæ communis sententiæ
cōuersionem. Insuper, quoniam l/e /ipsi l/f , per eandem
decimā quintam diffinitionem primi est æqualis, &



prima pars
theorematis.

Pars secūda.



Tertia pars.

vtriq; cōmunis d/l : binæ igitur d/l & l/e triāguli $d/l/e$, duabus d/l & l/f triāguli $d/l/f$, sunt æquales altera alteri, per eandem secundam communem sententiam. Angulus porro $d/l/e$, maior est ipso $d/l/f$ sub æquis lateribus cōprehensō: recta siquidē l/f , cadit inter d/l & l/e , diuiditq; propterea ipsum angulum $d/l/e$. Basis igitur d/e , basi d/f , maior est, per vigesimāquartā primi. Et proinde d/f maior est ipsa d/b . Igitur d/a maxima est: & d/e ipsa d/f , atq; d/f ipsa d/b maior. ¶ Dico præterea, q̄ incidentiū in curuā circumferentiā g/c , minima est d/c & quæ ipsi d/c minimæ propinquior, semper remotiore minor, hoc est, d/k ipsa d/h , & d/h ipsa d/g . Connectantur enim l/g , l/h , & l/k rectæ, per primū postulatū. Et quoniā trian-

guli $d/k/l$, bina latera d/k & k/l , reliquo d/l , per vigesimā primi sunt maiora: tollātur l/c & k/l , quæ per decimāquintā ipsius primi diffinitionē sunt æquales. Reliqua igitur d/c , reliqua d/k , per quintam communem sententiam erit minor. Item, quoniam triāguli $d/h/l$, à limitibus lateris d/l , duæ rectæ lineæ d/k & k/l introrsum constituuntur: ipsæ igitur constitutæ, reliquis ipsius triāguli lateribus d/h & h/l , per vigesimāprimam ipsius primi, sunt minores. Auferātur l/h & l/k , per ipsam decimāquintam diffinitionem primi, adinuicem æquales. Reliqua igitur d/k , reliqua d/h minor erit, per eandem quintam communem sententiam. Et d/h propterea minor erit ipsa d/g . Minima igitur est d/c : & quæ illi propinquior d/k minor ipsa d/h , eadēmq; d/h remotiore d/g itidem minor. ¶ Aio tandem, quod binæ tantum æquales, à puncto d , in circulum ipsum $a/b/c$ cadunt, ad vtrasque partes ipsius d/c minimæ: vtpote, ipsi d/h vna tantum æqualis, ad alterā partem ipsius d/c , versus m . Ad rectam enim d/l , atque ad datum in ea punctum l , dato angulo rectilineo $d/l/h$: æqualis angulus rectilineus constituatur $d/l/m$, per vigesimātertiam primi. & connectatur d/m , per primum postulatū. Cū igitur l/h ipsi l/m sit æqualis, per decimāquintam ipsius primi diffinitionem, & vtriq; cōmunis d/l : binæ igitur d/l & l/h triāguli $d/l/h$, duabus d/l & l/m triāguli $d/l/m$, sunt æquales altera alteri: & æquos inuicem comprehendunt angulos, per constructionem. Basis igitur d/h basi d/m , per quartā primi est æqualis. Neq; ipsi d/h alia cadit æqualis, præter d/m , & ediuerso. Aut enim caderet inter h & m puncta: tūc q; minor esset vtraq; & d/h & d/m , nempe vicinior ipsi d/c minimæ. vel caderet extra pūcta h & m versus a : & tūc remotior esset ab eadem minima, & propterea maior ipsa d/h vel d/m , per primam partē iam demonstratam. Idem quoq; ac non dissimili via licebit ostendere, de rectis in conuexam eiusdem circuli circumferētiā coincidentibus, ad vtrasque partes ipsius d/a maximæ. Non cadunt igitur ab eodē puncto d , in circulū ipsum $a/b/c$, plures duabus rectis lineis æquales, ad vtrasq; partes ipsius d/c minimæ, aut d/a maximæ. Si extra igitur circulum: &c, vt in theoremate. Quod tandem erat ostendendum.

Corollarium.

¶ Quæ igitur à pūcto extra circulū dato, in circulum ipsum cadunt rectæ lineæ, ab ipsa minima, vel maxima (quæ per centrū) æquē distātes: æquales sunt adinuicem, & è diuerso, siue in conuexā, siue in curuā inciderint eiusdem circuli circumferētiā.

Θεώρημα

Πρόθεσις

Εἰ κύκλος ληφθῇ πὶ σημείον ἀπὸ τοῦ ἧς σημείας πρὸς τὸν κύκλον περὶ ἑπτασὶν πλάγας ἡ δύο ἐυθεῖαι ἴσαι, ἡ ληφθῇ σημείον, καὶ τὸν ἑστὶ τῷ κύκλῳ.

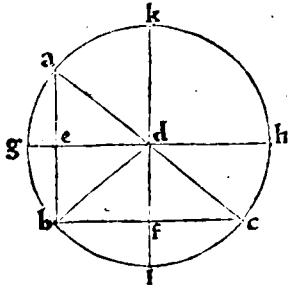
Theorema 8,

Propositio 9.

SI in circulo suscipiatur punctum aliquod, & ab eo puncto ad 9

circulum cadant plures quàm duæ rectæ lineæ æquales: susceptum punctum, centrum ipsius est circuli.

ORONTIVS. ¶ Sit intra circulum $a/b/c$ susceptum pūctum d : à quo in eundem circulum cadant plures quàm duæ rectæ lineæ inuicē æquales, d/a , d/b , & d/c . Aio quòd punctum d , est centrum ipsius circuli $a/b/c$. Connectantur enim a/b & b/c rectæ, per primum postulatū: seceturq; bifariam a/b in puncto e , & b/c in pūcto f , per decimam primi. connectantur rursum d/e & d/f , per idem primum postulatū: & per secundum postulatū, producantur in directum vtroque ad puncta quidem g , h & k , l . Cū igitur a/e sit æqualis e/b , & vtrique communis e/d : binæ



igitur a/e & e/d trianguli $a/e/d$, duabus b/e & e/d trianguli $b/e/d$, sunt æquales altera alteri: basis quoq; d/a , $b/d/b$, per hypothesin est æqualis. Angulus igitur $a/e/d$, æquus est per octauam primi, angulo $b/e/d$: & proinde vterque rectus, per decimam ipsius primi diffinitionem. Recta igitur g/h , rectam a/b , bifariam & ad rectos angulos interfecat: in discescente itaq; g/h , erit centrum ipsius $a/b/c$ circuli, per corollarium primæ huius tertij. Haud dissimili via ostendetur, eiusdem circuli cētrum fore in

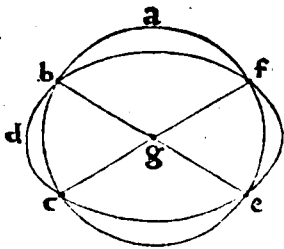
recta k/l . In vtraq; igitur g/h & k/l , est centrum dati circuli $a/b/c$: & in puncto propterea vtriq; communi. Atqui nullum aliud pūctum habent commune, præter ipsum d : punctum igitur d , centrū est ipsius $a/b/c$ circuli. Si ergo intra circulum suscipiatur punctū aliquod: & quæ sequuntur reliqua. Quod oportuit demonstrasse.

Κ ^Θ ὁρμημα ^θ, ^Γ πρόθεσις ^ι.
 κηλος ου τέμνη κύκλον κατὰ πλείονα σημεία ἢ δύο.

Theorema 9, Propositio 10.

10 C Irculus, circulum in pluribus duobus punctis non secat.

ORONTIVS. ¶ Secet enim (si possibile sit) circulus $a/b/c$, circulum $d/e/f$, in pluribus duobus punctis, hoc est in punctis b, c, e, f . Et suscipiatur centrum ipsius circuli $a/b/c$, per primā huius, sitq; illud g : & cōnectantur g/b , g/c , g/e , & g/f rectæ, per primum postulatū. Cū igitur punctum g , sit centrum circuli $a/b/c$: erunt g/b , g/c ,



g/e , & g/f adinuicē æquales, per decimam quintam primi libri diffinitionem. Et quoniam b, c, e, f , sunt communes vtriusque circuli sectiones, per hypothesin: erit punctum g , vtcunq; susceptum intra circulum $d/e/f$. Ab ipso itaq; puncto g , in eundem circulum $d/e/f$, cadunt plures q̄ duæ rectæ lineæ inuicem æquales: vtpote g/b , g/c , g/e , & g/f . Erit ergo pūctum g , cētrum eiusdem circuli $d/e/f$, per antecedentē nonam propositionē. Atqui idem punctum g , centrum est ipsius $a/b/c$ circuli. Duorum itaque

circulorum $a/b/c$, & $d/e/f$, sese inuicem secantium, idem erit centrū: quod per quintam huius tertij, nō est possibile. Circulus ergo, circulum in pluribus duobus pūctis non secat. Quod ostendere fuerat operæpretium.

Θεώρημα ^ι, ^Γ πρόθεσις. ^ια.

Ε ^Α μ δύο κύκλοι ἐφάπτονται ἀλλήλων οὐτὸς, καὶ λαβὼν αὐτῶν πρὸς κοίτης, ἢ ὑπὸ πρὸς κοίτης αὐτῶν ὑπὸ ζώνῃ μὴ ἐνθεῖα καὶ ἐκβαλλομένη, ὑπὸ τῇ σφαίρῃ πρὸς τοὺς κύκλους.

Theorema 10, Propositio 11.

11 S I bini orbes se introrsum adinuicem tetigerint, suscipiātúrq; f.iiiij.

Hoc theorema aliter ostēdi potest: sed hæc est demonstratio potissīma.

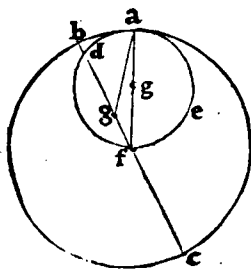
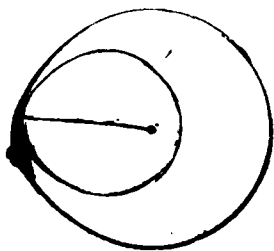
Hæc rursum aliter potuisset ostēdi, sed hanc potiorē existimo demonstrationē.

eorum centra: ad eorum centra applicata recta linea & eiecta, in contactum circulorum cadit.

ORONTIVS. ¶ Duo enim circuli a/b/c/ & a/d/e/, se introrsum adinuicem tangent, in puncto quidem a: sitq; ipsius a/b/c/circuli centrum f, ipsius verò a/d/e/centrum g. Dico quòd ad centra f/g, applicata recta linea, & eiecta: cadit in contactum a. Si enim non ceciderit in punctum a: cadet igitur alibi. Cadat ergo (si possibile sit) ut eiecta versus g, in d/ & b/puncta: & connectatur a/g/ recta, per primum postulatam. Triangulum erit igitur a/g/f/ & duo propterea latera a/g/ & g/f/, erunt maiora reliquo a/f/, per vigesimam primi. Atqui ipsi a/f/, æqualis est f/b/ (vtraq; enim à cetro f, in circumferentiam circuli a/b/c/) & a/g/ igitur & g/f/, maiores sunt eadem f/b/. Tollatur f/g/, vtrisque inæqualibus cõmunis: reliqua igitur a/g/, reliqua g/b/ maior erit, per quintam communem sententiam. Ipsi porrò a/g/, æqualis est g/d/ (vtraque enim à centro g, in circumferentiã ipsius a/d/e/circuli) & g/d/ igitur maior erit ipsa g/b/. quæ enim sunt æqualia, eiusdẽ sunt æquẽ maiora: per sextã cõmunis sententiæ conuersionem. Ipsa porrò g/d/, pars est ipsius g/b/: pars igitur erit maior toto, contra nonam communem sententiã. Cadit igitur f/g/eiecta, in contactũ a.

¶ Quòd si g/f/ connexa, & eiecta versus f, detur incidere veluti g/f/c/, & centrum f/ exterioris circuli a/b/c/ extra circumferentiam a/d/e/ constituitur: idem nihilominus subsequetur inconueniens. Connexa enim & eiecta g/f/c/ recta, producat in directum versus g, ad d/ & b/puncta, per primum postulatam. Erunt itaque rursum a/g/ & g/f/, maiores ipsa f/a/, per ipsam vigesimã primi libri propositionem. Eidem porrò f/a/, æqualis est f/c/, per decimã quintam diffinitionem ipsius primi. Igitur a/g/ & g/f/, maiores sunt ipsa f/c/. Eidem rursum f/c/, æqualis est f/b/, per eandem decimã quintã primi libri diffinitionem. Et a/g/ igitur & g/f/, maiores sunt ipsa f/b/, per septimã cõmunis sententiæ cõuersionem. Auferatur f/g/ vtrisque inæqualibus cõmunis. Reliqua igitur a/g/, reliqua g/b/, per quintam cõmunem sententiam maior erit: & multò igitur maior ipsa g/d/, quæ pars est ipsius g/b/. In circulo itaq; a/d/e/, quæ à centro g/ in circumferentiã prodeunt lineæ rectæ g/a/, & g/d/, non erũt inuicẽ æquales: contra decimã quintam diffinitionem primi. Cadit igitur f/g/eiecta, in cõtaetũ a. Ergo si bini orbes se introrsum: & c. vt in theoremate. Quod ostendendum fuerat.

Alia figuræ di
spositio.



E $\Theta\epsilon\omega\rho\eta\mu\alpha$ ια, $\Pi\rho\acute{o}\theta\epsilon\iota\varsigma$ ιβ.
Ἀν δύο κύκλοι ἀπ' ἑαυτῶν ἀλλήλων ἐκτὸς, ἢ ὑπὸ τὴν κοίτην αὐτῶν ὑπὸ ζῶνυμίν, δὲ πᾶς
ἐπαφῆς ἐλίνονται.

Theorema II,

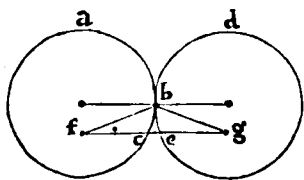
Propositio 12.

SI duo circuli sese adinuicem exterius tetigerint: ad centra eorum applicata recta linea, per contactum transibit.

ORONTIVS. ¶ Tangat se exterius bini circuli a/b/c/ & d/b/e/, in pũcto quidẽ b: sitq; ipsius a/b/c/circuli centrum f, & ipsius d/b/e/centrum g. Aio quòd connexa f/g/ recta linea, trãsibit per contactum b. Si enim non transierit per punctum b, transeat (si possibile sit) per c/ & e/puncta: & cõnectantur b/f/ & b/g/ rectæ lineæ, per

primum postulatam. Et quoniam punctum f , centrum est circuli $a/b/c$: æqualis erit f/b /ipsi f/c , per decimam quintam diffinitionem primi. Rursum quoniam g /centrum est circuli $d/b/e$: æqualis erit per eandem decimam quintam primi diffinitionem g/b , ipsi g/e . Binæ igitur f/b & b/g , duabus f/c & e/g , per secundam communem sententiam erunt æquales. Tota porro f/g , ipsis f/c & e/g maior est (nempe c/e extra circulos incidente particula) Et tota igitur f/g , maior est eisdem f/b & b/g . In triangulo itaq; $f/b/g$, bina latera f/b & b/g , erunt minora reliquo f/g : sunt autē maiora, per vigesimam primi. quæ simul impossibilia sunt. Igitur à centro f ad centrum g applicata recta linea f/g , transit per contactum b . Si duo igitur circuli: & quæ sequuntur reliqua. Quod demonstrare oportebat.

Idem qui prius ostendēdi modus ab impossibili.



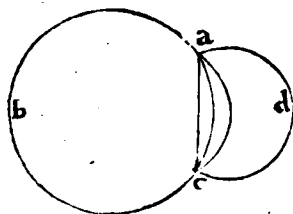
K $\chi\kappa\lambda\theta$ κύκλος οὐκ ἐφάπτεται πλείονα σημείων ἢ καὶ ἐν, ἐὰν τε αὐτὸς, ἐὰν τε ἐκτὸς ἐφάπτεται.

Theorema 12, Propositio 13.

- 13 **C**irculus circulum non tangit in pluribus punctis vno: & si extra, & si intus tangat.

ORONTIVS. ¶ Tangat in primis circulus $a/b/c/d$, circulum $b/c/d/f$, introsum (si fuerit possibile) in punctis b, d : sitq; ipsius $a/b/c/d$ circuli centrum g , circuli autem $b/c/d/f$, centrum h . Adplicata igitur ex g in h recta linea, & eiecta: cadet in puncta contactum b, d , per undecimam huius secundi libri. Et quoniam g /centrum est circuli $a/b/c/d$: erit g/b , ipsi g/d , per circuli diffinitionem æqualis. Tollatur g/h , ab ipsa g/d : eadem ergo g/b , reliqua h/d maior erit. Rursum quoniam h /centrum est circuli $b/c/d/f$: æqualis erit h/b , ipsi h/d , per eandem circuli diffinitionem. Tollatur rursum g/h , ab ipsa h/b : reliqua igitur g/b , minor erit ipsa h/d . Ostensum est

autem, quod & multò maior: quod non est possibile. Non tangit igitur circulus $a/b/c/d$ circulum $b/c/d/f$ introsum in pluribus punctis vno. ¶ Secet rursum circulus $a/b/c$, circulum $a/c/d$ exterius in punctis a & c (si id fuerit possibile) & connectatur recta a/c per primum postulatam. Et quoniā in circumferentia circuli $a/b/c$,



duo sunt accepta puncta a & c : applicata igitur recta linea a/c , intra ipsum circulum cadet, per secundam huius: ergo extra circulum $a/d/c$. Rursum quoniā eadem a & c puncta in circumferentia ipsius $a/d/c$ circuli coassumpta sunt (utpote utrique circulo communia) eadem igitur recta a/c , cadet intra circulum $a/d/c$, per eandem secundam huius: & extra igitur circulum $a/b/c$. Patuit autem, quod & intra ipsum $a/b/c$ circulum cadit eadem a/c , atque extra ipsum $a/d/c$ circulum. Cadet igitur intra & extra vtrumq; datorum circulo- rum: quod est impossibile. Non tangit ergo circulus $a/b/c$ circulum $a/d/c$ exterius in pluribus punctis vno. Patuit, & nec introsum. Quod ostēdere fuerat operæpretiū.

E $\chi\kappa\lambda\theta$ κύκλος οὐκ ἴσται ὑπερβαίνει, ἴσται ἀπὸ τοῦ κέντρου: καὶ οὐκ ἴσται ἀπὸ τοῦ κέντρου ὑπερβαίνει.

Theorema 13, Propositio 14.

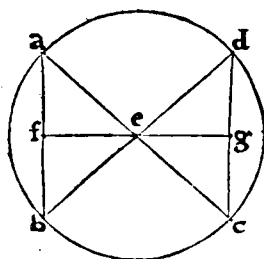
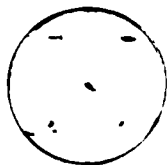
- 14 **I**N circulo rectæ lineæ sunt æquales, quæ æqualiter distāt à cētro:

GEOMET. ELEMENT.

*hinc ad
an ratione p. d. hinc
20 qui p. d. hinc
ambus equa
quod in e
alio d. r. hinc*

& si æqualiter distant à centro, æquales adinuicem sunt.

ORONTIVS. ¶ Sint in circulo a/b/c/d, cuius cētrum e, binæ rectæ lineæ a/b & d/c inuicem primū æquales. Aio qd & æqualiter distant à centro e. In rectas enim a/b & d/c, à puncto e quod in eis non est, perpendiculares deducantur e/f & e/g, per duodecimā primi: & connectātur rectæ lineæ e/a, e/b, e/c, & e/d, per primū postulatū, quæ per circuli diffinitionem erunt adinuicē æquales. Cū igitur recta quædam linea e/f per centrum e ducta, ipsam a/b rectam non per centrum ex-



tenfam, ad rectos diuidat angulos: & bifariam quoq; illam secat, per tertiam huius. Aequalis est igitur a/f, ipsi f/b: & vtraq; propterea dimidium ipsius a/b. Et proinde d/g, ipsi g/c est æqualis: & vtraque dimidium ipsius d/c. Atqui a/b per hypothesin, æqualis est ipsi d/c. quæ autem æqualium sunt dimidium, ea sunt inuicē æqualia, per septimā cōmunē sententiā: æqualis est igitur a/f, ipsi d/g, & f/b cōsequēter ipsi g/c. Et quoniā a/b æqualis est ipsi d/c, & e/a ipsi e/d: bina igitur latera e/a & a/b trianguli

e/a/b, duobus lateribus e/d & d/c trianguli e/d/c, sunt æqualia alterum alteri: basis quoq; e/b, basi e/c, per circuli diffinitionē, æqualis. Angulus igitur qui ad a, angulo qui ad d æqualis est: per octauā primi. Rursum quoniā æqualis est e/a ipsi e/d, & a/f ipsi d/g: bina ergo latera e/a & a/f trianguli e/a/f, duobus lateribus e/d & d/g trianguli e/d/g sunt æqualia alterū alteri: & qui sub æquis lateribus cōtinentur anguli, inuicē æquales. Basis igitur e/f, basi e/g, per quartā ipsius primi est æqualis. Quæ igitur in a/b & d/c rectas, ex centro e deducuntur perpendiculares e/f & e/g, æquales sunt adinuicē: distāt ergo a/b & d/c rectæ æqualiter ab eodē cētro e ipsius a/b/c/d circuli, per quartam huius diffinitionem. ¶ Eito autem e/f, ipsi e/g æqualis, hoc est, distent a/b & d/c æqualiter ab eodem cētro e. Dico quod a/b æqualis est ipsi d/c. Eisdem nanq; constructis: ostendemus veluti suprā, vtranq; a/b & d/c bifariā discindi ab ipsis e/f & e/g perpendiculis: atque a/f æqualem fore ipsi d/g, & f/b consequenter ipsi g/c æqualem. Cū igitur æqualis sit e/a ipsi e/d, & e/f ipsi e/g: bina ergo latera a/e & e/f trianguli a/e/f, binis lateribus d/e & e/g trianguli d/e/g sunt alternatim æqualia: basis quoque a/f, basi d/g æqualis. Angulus igitur a/e/f, angulo d/e/g, per octauam primi est æqualis. Et proinde qui sub b/e/f angulus, ei qui sub c/e/g itidem ostendetur æqualis. Totus itaq; a/e/b angulus, toti angulo d/e/c, per secundam communem sententiam est æqualis. Bina ergo triangula a/e/b & d/e/c, habent duo latera a/e & e/b, duobus d/e & e/c æqualia alterum alteri (ex centro enim in circumferētiā eiusdem circuli a/b/c/d) & qui sub eisdem æqualibus rectis lineis continentur anguli, inuicē æquales. Basis igitur a/b, basi d/c, per quartā ipsius primi est æqualis. In circulo itaq; rectæ lineæ sunt æquales, quæ æqualiter distāt à centro: & si æqualiter distant à centro, æquales adinuicem sunt. Quod receperamus ostendendum.

Secunda pars
cōuersa præ
cedentis.

Θεωρημα 14, Πρόβλημα 15.

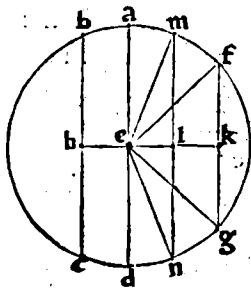
EΝ κύκλῳ μέγιστη μὲν ὅστις ἡ διέμετρος: τῇ δὲ ἀκτὼν ἀπὸ τοῦ κέντρου τῶν κοίτης, τῆς ἀπὸ τοῦ κέντρου μείζων ὅστις.

Theorema 14, Propositio 15.

IN circulo, maximus quidem est dimetiens: aliarum autem semper propinquior centro, remotiore maior.

ORONTIVS. ¶ Sit in circulo a/b/c/d, cuius centrum e, dimetiens a/d: & ipsi

centro vicinior b/c , remotior autem f/g . Aio quòd a/d quæ per centrū, maxima est: b/c verò maior ipsa f/g . A centro enim e , in eadem rectas b/c & f/g , perpendiculares deducantur e/h & e/k : per duodecimam primi. Maior erit itaq; perpendicularis e/k , ipsa e/l : per quintam huius diffinitionē. Secetur itaque à maiori e/k , ipsi e/h minori æqualis, per tertiam primi: sitq; e/l . & per datum punctum l , datæ rectæ lineæ f/g , parallela ducatur m/n : per trigessimam primam primi. cadet igitur e/l ad perpendicularum super m/n : per corollarium vigesimæ nonæ ipsius primi. Et quoniā e/h est æqualis ipsi e/l : distant igitur b/c & m/n æqualiter à cetro e , per quartam huius tertij diffinitionem: suntq; per decimam quartam ipsius tertij, inuicem æquales. Conectantur demum, per primum postulātū, e/f , e/g , e/m , & e/n : quæ per circuli diffinitionem, æquales sunt ad inuicem. Cum igitur e/a ipsi e/m , & e/d ipsi e/n , per circuli diffinitionē sit æqualis: tota a/d , binis m/e & e/n , per secundam communem sententiā æquabitur. Binæ porrò m/e & e/n trianguli $m/e/n$, sunt maiores reliqua m/n , per vigesimā primi. & a/d igitur, maior est eadem m/n : & ipsa consequenter b/c maior, per conuersam sextæ atq; septimæ communis sententiæ interpretationem. Rursum quoniam æqualis est e/m ipsi e/f , & e/n ipsi e/g : bina igitur latera m/e & e/n trianguli $m/e/n$, binis lateribus f/e & e/g trianguli $f/e/g$, sunt æqualia alterum alteri: & qui sub $m/e/n$ angulus, eo qui sub $f/e/g$ maior (rectæ siquidem e/f & e/g , coincidunt inter e/m & e/n , ipsum angulū $m/e/n$ diuidentes) basis igitur m/n , per vigesimam quartā primi, basi f/g maior est. Ipsi porrò m/n æqualis est b/c : & b/c igitur est eadem f/g maior: quæ enim sunt æqualia, eiusdem sunt æquè maiora. ostensum est autem, quòd & a/d , ipsa b/c maior est. Dimetiens itaq; a/d , est omnium maxima: & b/c centro vicinior, ipsa f/g remotiore maior. Quod oportuit ostendisse.



Demonstratur
theoremata.

secundam communem sententiā æquabitur. Binæ porrò m/e & e/n trianguli $m/e/n$, sunt maiores reliqua m/n , per vigesimā primi. & a/d igitur, maior est eadem m/n : & ipsa consequenter b/c maior, per conuersam sextæ atq; septimæ communis sententiæ interpretationem. Rursum quoniam æqualis est e/m ipsi e/f , & e/n ipsi e/g : bina igitur latera m/e & e/n trianguli $m/e/n$, binis lateribus f/e & e/g trianguli $f/e/g$, sunt æqualia alterum alteri: & qui sub $m/e/n$ angulus, eo qui sub $f/e/g$ maior (rectæ siquidem e/f & e/g , coincidunt inter e/m & e/n , ipsum angulū $m/e/n$ diuidentes) basis igitur m/n , per vigesimam quartā primi, basi f/g maior est. Ipsi porrò m/n æqualis est b/c : & b/c igitur est eadem f/g maior: quæ enim sunt æqualia, eiusdem sunt æquè maiora. ostensum est autem, quòd & a/d , ipsa b/c maior est. Dimetiens itaq; a/d , est omnium maxima: & b/c centro vicinior, ipsa f/g remotiore maior. Quod oportuit ostendisse.

Θεώρημα

15.

Πρόβλημα.

15.

H τῇ διχομήτῳ τῶ κύκλῳ πρὸς ὁρθὰς ἀπ' ἀκροῦ ἀγομένη, ἐκτὸς περὶ τοῦ κύκλου, καὶ εἰς τὸν μέγιστον τόπον πῦσι ἐυθείας κ) τῆς περιφερείας, εἴτε καὶ ἐυθεῖα δι' ἡμικυκλίου. κ) ἢ μὲν τὸ ἡμικυκλίῳ γωνία, ἀπὸ τοῦ ὁρθοῦ γωνία καὶ ἐυθυγράμμος μείζων ὅσῳ ἢ ἢ λοιπὴ, ἐλάττω.

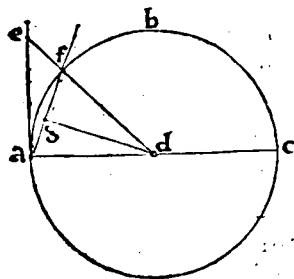
Theorema

15.

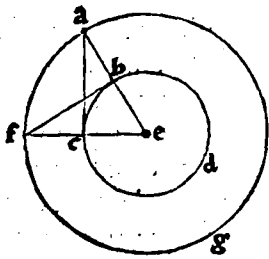
Propositio 16.

16 **Q**uæ à diametri circuli extremitate ad angulos rectos ducitur, extra ipsum circulum cadit: & in locum inter ipsam rectam lineam & circumferentiam, altera recta linea nō cadet. & semicirculi angulus, omni angulo acuto rectilineo maior est: reliquus autem, minor.

ORONTIVS. Estō circulus $a/b/c$, & illius centrum d , dimetiens verò a/c : & ab a dimetientis extremitate, ad angulos rectos excutetur a/e , per vndecimā primi. Dico primū, quòd a/e recta extra ipsum cadit circulum. Suscipiatur enim in ipsa e/a , contingens aliquod punctum: sitq; illud e . & connectatur e/d , per primū postulātum. Triangulū erit igitur $e/a/d$. omnis porrò trianguli tres interiores anguli, binis rectis sunt æquales: per trigesimam secundam primi. rectus est autem qui ad a , per constructionem. Reliqui igitur qui ad e & d sunt anguli, vni recto sunt æquales: & eorum



Prima pars
theorematis.



puncto c. Connectatur demum a/c, per idem primum postulatum. Dico quod a/c, contingit circulum b/c/d. Cum enim per circuli definitionem, æqualis sit a/e ipsi e/f, & b/e ipsi e/c: erunt bina latera a/e & e/c trianguli a/e/c, æqualia duobus f/e & e/b trianguli f/e/b: & commune comprehendunt angulum qui ad e. Basis igitur a/c basi f/b, & triangulum a/e/c triangulo f/e/b, & reliqui anguli reliquis angulis (sub quibus æqualia subtenduntur latera) per quartam primi cœquantur. æqualis est igitur angulus a/c/e, angulo e/b/f. Angulus porro e/b/f rectus est: igitur & qui sub a/c/e rectus. Et quoniam e/c semidiameter est ipsius b/c/d circuli, & ab illius dimetientis extremitate c, eadem a/c ad rectos excitata est angulos: ipsa ergo a/c tangit circulum b/c/d, per corollarium decimæ sextæ huius tertij. Igitur à dato puncto a, dato b/c/d circulo, contingentem rectam lineam duximus. Quod facere oportebat.

Démonstration

Θεώρημα

15,

Πρόβλημα

18.

EΑν κύκλος ἐφάπτηται πρὸς εὐθείᾳ, ἀπὸ τῆς κορυφῆς αὐτοῦ τῆς ἀφ' ἧς αὐτὸς ἐφάπτεται εὐθείᾳ: ἡ αὐτὴ εὐθεὶς ἐκείνης ἴσως αὐτὴν ἀπὸ τοῦ κέντρου.

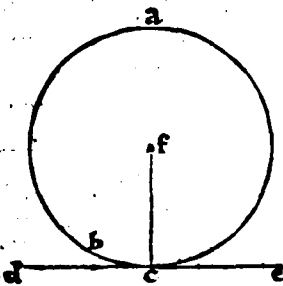
Theorema 16,

Propositio 18.

- 18 **S**I circulum tetigerit aliqua recta linea, à centro autē in contactum coniuncta fuerit aliqua recta linea: coniuncta, perpendicularis erit in contingente.

O R O N T I V S. Sit datus circulus a/b/c, quem tangat recta linea d/e, in puncto quidem c sitq; centrum ipsius circuli f, & connectatur f/c/ recta, per primum postulatum. Dico quod f/c, perpendicularis est ipsi d/e. Si enim f/c, non fuerit perpendicularis ipsi d/e: erūt d/c/f & f/c/e anguli, per decimam definitionis primi libri conversionem, inæquales, alter quidem recto maior, alter vero minor. Esto maior (si fuerit possibile) & obtusus f/c/e: erit itaq; d/c/f acutus. Et quoniam recta d/e, tangit circulum a/b/c, per hypotesin: ipsum igitur non secat circulum. Cadit itaq; circumferentia b/c, inter d/c & c/f lineas rectas: & proinde acutus & rectilineus angulus d/c/f, maior erit angulo semicirculi b/c/f, ex circumferentia b/c & recta c/f comprehenso. Dabitur itaque rectilineus & acutus angulus, maior angulo semicirculi: contra decimam sextam huius tertij propositionem. Angulus ergo d/c/f, non est recto minor: similiter ostendetur, quod nec recto maior. est igitur rectus: & qui sub f/c/e continetur angulus, itidem rectus. & proinde recta f/c, in ipsam d/e perpendicularis est, per decimam primi definitionem. Si circulum itaq; tetigerit aliqua recta linea: &c. ut in theoremate. Quod demonstrandum fuerat.

Hæc aliter ostendi potest, sed hic demonstrandi modus præstat.



huius tertij propositionem. Angulus ergo d/c/f, non est recto minor: similiter ostendetur, quod nec recto maior. est igitur rectus: & qui sub f/c/e continetur angulus, itidem rectus. & proinde recta f/c, in ipsam d/e perpendicularis est, per decimam primi definitionem. Si circulum itaq; tetigerit aliqua recta linea: &c. ut in theoremate. Quod demonstrandum fuerat.

Θεώρημα

17,

Πρόβλημα

19.

EΑν κύκλος ἐφάπτηται πρὸς εὐθείᾳ, ἀπὸ τοῦ κέντρου αὐτοῦ εὐθεὶς πρὸς δεξιὰς γωνίας εὐθείᾳ γραμμὴ ἀχθῆναι τῆς ἀχθίσσης ἴσως τὴν κορυφὴν τοῦ κύκλου.

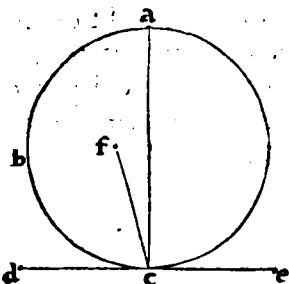
Theorema 17,

Propositio 19.

- 19 **S**I circulum tetigerit aliqua recta linea, à contactu autē ipsi tangenti ad angulos rectos recta linea quædam excitetur: in excitata erit centrum circuli.

Demōstratio
ab impossibili

ORONTIVS. ¶ Est circulus $a/b/c$ quem rursus tangat recta d/e , in puncto c . & à dato pūcto c . datæ rectæ lineæ d/e , ad rectos excitetur angulos c/a : per vndecimam primi. Dico q̄ in c/a , est centrum ipsius dati circuli $a/b/c$. Si enim non fuerit in recta c/a : erit alicubi. Est (si possibile sit) in puncto f & connectatur f/c recta, per primum postulatum. Et quoniam recta quædam linea d/e , tangit per hypothesin circulum $a/b/c$; à centro autē f , in contactum c , coniuncta erit f/c recta linea: coniuncta igitur f/c , perpendicularis erit in contingente d/e , per antecedentem decimam octauam huius tertij propositionem. Rectus erit igitur vterque angulorum $d/c/f$, & $f/c/e$. Atqui per constructionem, angulus $d/c/a$ rectus est: sunt q̄ recti omnes inuicem æquales, per quartum postulatum. Aequus erit igitur angulus $d/c/a$, ipsi angulo $d/c/f$. Est autem $d/c/f$, pars ipsius anguli $d/c/a$: recta siquidem f/c , cadit intra circulum, ac inter d/c & c/a rectas, diuiditq̄: propterea ipsum angulum $d/c/a$. Totus igitur angulus $d/c/a$, suæ parti $d/c/f$, æquabitur: quod per nonam communem sententiā est impossibile. Centrum itaque circuli $a/b/c$, non est in puncto f . haud dissimiliter ostendemus, q̄ nec alibi: præter q̄ in a/c . Si circulum ergo tetigerit aliqua recta linea: & quæ sequuntur reliqua. Quod oportuit demonstrasse.



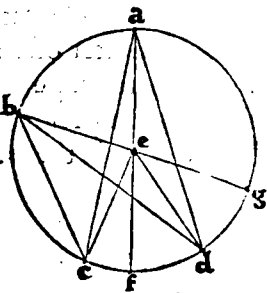
ΕΝ κύκλῳ ἡ πρὸς τῷ κέντρῳ γωνία, διπλασία ἐστὶ τῆς πρὸς τῇ περιφέρειᾳ, ὅταν τὴν ἀντιπῶν περιφέρειαν βάσι πρὸς αὐτὴν γωνία.

Theorema 18, Propositio 20.

IN circulo angulus qui ad centrū, duplus est eius qui ad circumferentiam: quando anguli eandem circūferentiam habuerint. 20

Quādo angulus qui ad circumferentiam includit centrum.

ORONTIVS. ¶ Sit $a/b/c/d$ circulus: ad cuius centrum e , sit angulus $c/e/d$, ad circumferentiam autem $c/a/d$, & vtriusq̄ basis eadē circumferentia c/d . Aio quod angulus $c/e/d$, ipsius anguli $c/a/d$ duplus est. Connectatur enim a/e , per primum postulatum: & per secundum postulatum, directē producat in f . Cum igitur per circuli diffinitionem, a/e sit æqualis e/c : æquus est angulus $e/a/c$, ipsi angulo $e/c/a$, per quintā primi. Anguli itaq̄ $e/a/c$ & $e/c/a$ simul sumpti, alterutrius eorū dupli sunt: vtpote ipsius $e/a/c$. Exterior porro angulus $c/e/f$, binis interioribus & ex opposito



Quādo idem angulus qui ad circumferentiam nō capit centrum circuli.

$e/a/c$ & $e/c/a$, per trigessimam secundam primi est æqualis. quæ autem sunt æqualia, eiusdem duplicia sunt: per conuersam sextæ communis sententiæ. duplus est igitur $c/e/f$ angulus, ipsius $e/a/c$. Et proinde angulus $f/e/d$ ipsius $e/a/d$ anguli duplus est. Totus itaq̄ angulus $c/e/d$, totius anguli $c/a/d$ consequenter est duplus. Si enim æquè multiplicibus, addātur æquè multiplicia: æquè itidem multiplicia resultabunt. ¶ Quod si angulus qui ad circumferentiam, fuerit extra centrum ipsius circuli, veluti $c/b/d$: idem nihilominus subsequetur. connexa enim recta b/e , per primum postulatum, & directē producta in

g per secundum: concludemus veluti supra, ex eadem quinta & trigessimam secundam primi, angulum $c/e/g$, duplum fore ipsius anguli $c/b/e$. quorum $d/e/g$ pars ipsius anguli $c/e/g$, duplus rursus est partis ipsius $c/b/e$, vtpote anguli $e/b/d$: reliquus igitur angulus $c/e/d$ qui ad centrum, duplus itidem est reliqui $c/b/d$ qui ad circumferentiam dati constituitur circuli. In circulo itaq̄ angulus qui ad centrum, duplus

est eius qui ad circumferentiam: quando ipsi anguli communem basin eandem circumferentiam habuerint. Quod fuerat ostendendum.

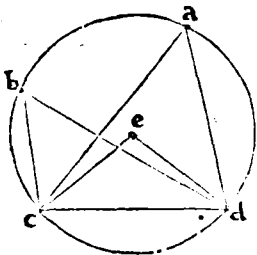
EΝ κύκλῳ αὖ οἱ τῶ αὐτοῦ τμήματι γωνίαι, ἔξαι ἀμύλων εἰσίν.

Theorema 19, Propositio 21.

21 **I**N circulo qui in eodem segmento sunt anguli: sibi inuicem sunt æquales.

ORONTIVS. ¶ Sint primum in segmento semicirculo maiori $c/a/d$ dati $a/b/c/d$ circuli: anguli $c/a/d$ & $d/b/c$. Dico eosdē angulos $c/a/d$ & $d/b/c$, fore adinuicem æquales. Inueniatur enim centrum ipsius $a/b/c/d$ circuli, per primam huius

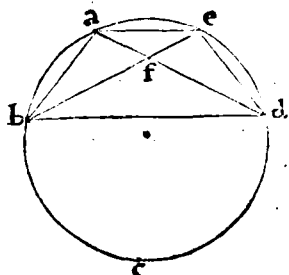
De segmento
semicirculo
maiori.



tertij, sitq; illud e : & connectantur e/c & e/d , per primum postulatum. Cum igitur angulus $c/e/d$ ad centrum existat circuli, $c/a/d$ verò angulus ad circumferentiam, habeantq; basin communem eandem circumferentiam c/d : angulus propterea $c/e/d$, duplus est, per antecedentem vigesimam propositionem anguli $c/a/d$. Angulus itaque $c/a/d$, dimidius est ipsius anguli $c/e/d$. Et proinde præfatus angulus $c/e/d$, duplus est ipsius anguli $d/b/c$ atq; idem angulus $d/b/c$, eiusdem $c/e/d$ anguli dimidius. Quæ autem eiusdem sunt dimidium, ea sunt adinuicem æqualia: per septimam communem sententiã. Aequus est igitur angulus $c/a/d$, angulo

$d/b/c$. ¶ Sint rursum in segmento $b/a/d$ semicirculo minori, ipsius $a/b/c/d$ circuli, $b/a/d$ & $d/e/b$ anguli. Hos dico fore similiter æquales. Connectatur enim recta a/e , per primum postulatum: sitq; ipsarum a/d & b/e sectio f . Erit igitur $a/c/e$, segmentum maius: & qui in eodem segmento maiori sunt anguli $a/b/e$ & $e/d/a$, per

De segmento
semicirculo
minori.



primam partem iam demonstratam, adinuicem æquales. Et quoniam triangula $a/b/f$, interiores & qui ex opposito sunt anguli $a/b/f$ & $f/a/b$, extrinseco $b/f/d$ coæquantur angulo: necnon & duo anguli $e/d/f$ & $f/e/d$ ipsius $e/f/d$ trianguli, eidē extrinseco $b/f/d$ sunt itidē æquales, per trigesimãsecundam primi. duo igitur anguli $a/b/f$ & $f/a/b$, duobus angulis $e/d/f$ & $f/e/d$, sunt per primã communem sententiã æquales. A quibus si demantur æquales anguli $a/b/f$ & $e/d/f$: reliquus $b/a/f$, reliquo $d/e/f$, hoc est, $b/a/d$ ipsi $d/e/b$, per tertiam communem sententiã

erit æqualis. Idem quoque demonstrare licebit in semicirculo. In circulo igitur, qui in eodem segmento sunt anguli, sibi inuicem sunt æquales. Quod receperamus ostendendum.

TΩν οὖν τοῖς κύκλοις τετραπλεύρων αἱ ἀπεναντίον γωνίαι, δύστην ὁρθαῖς ἔξαι εἰσίν.

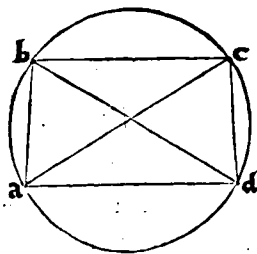
Theorema 20, Propositio 22.

22 **I**N circulis quadrilaterorum existentium anguli, qui ex opposito: duobus rectis sunt æquales.

ORONTIVS. ¶ Sit in $a/b/c/d$ circulo, quadrilaterum $a/b/c/d$. dico angulos qui ad a & c , similiter qui ad b & d ex opposito cõstituuntur, duobus rectis coæquare. Connectantur enim a/c & b/d rectæ, per primum postulatum. Triangulum est igitur $a/b/c$. Et quoniam angulo $b/a/c$, æquusest angulus $c/d/b$, per antecedentem

g.ij.

vigesimam primam huius tertij: sunt enim in eodem segmento $b/a/d/c$. Angulo rursum $a/c/b$, æqualis est angulus $b/d/a$, per eandem vigesimā primam huius tertij: in eodē nanq; segmento consistunt $a/d/c/b$. Totus igitur qui sub $a/d/c$ cōtinetur angulus, binis angulis $b/a/c$ & $a/c/b$ (nempe suis partib⁹ integralibus) cōæquatur. Adijciatur vtrifq; æqualibus, cōmunis angulus $a/b/c$. duo igitur anguli $a/b/c$ & $c/d/a$,



tribus angulis $b/a/c$, $a/c/b$, & $c/b/a$, ipsius $a/b/c$ trianguli, sunt per secundam communem sententiam æquales. Eisdem porrò tribus angulis eiusdē $a/b/c$ trianguli, duo recti sunt æquales anguli: omnis siquidem triāguli, tres interiores anguli binis sunt rectis æquales, per trigesimam secundā primi. Qui igitur ex opposito sunt anguli $a/b/c$, & $c/d/a$, per primam communem sententiā, sunt æquales duobus rectis. Nec dissimiliter ostēdemus, quòd anguli $b/a/d$ & $d/c/b$, duobus itidem rectis cōæquantur. Igitur in circulis quadrilaterorum existentium anguli, qui ex opposito: duobus rectis sunt æquales. Quod demonstrare oportebat.

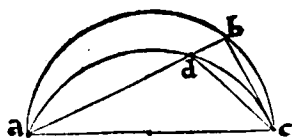
Θεώρημα κα, Πρόθεσις κγ.

Εἰ τῆς αὐτῆς ἐυθείας δύο τμήματα κύκλων ὁμοία καὶ ἀπὸ, οὐ συσπθίσονται ὑπὸ τῶ αὐτῶν μέρη.

Theorema 21, Propositio 23.

S Vper eadem recta linea, duæ sectiones circulorum similes, & 23
inæquales non constituentur ad easdem partes.

O R O N T I V S. ¶ Super eadem nanque recta linea a/c , binæ & inæquales circulorum sectiones, $a/b/c$ quidem maior, minor autem $a/d/c$, ad easdem partes b , d constituentur. Dico q̃ ipsæ sectiones nō sunt similes, & simul inæquales. Si enim



id fuerit possibile: extendatur recta quædam linea $a/d/b$, quæ secet vtranq; sectionem, maiorem quidem in b , & ipsam minorem in d : & connectantur b/c , & c/d rectæ, per primum postulātū. Triangulum erit igitur $b/c/d$: cuius vnum latus b/d , producitur in a . exterior igitur angulus

$a/d/c$, interiore & ex opposito $c/b/d$ maior est, per decimam sextam primi. Quòd si segmentum $a/d/c$, fuerit ipsi $a/b/c$ simile: æquus erit angulus $a/d/c$, eidem angulo $c/b/d$, per vltimam huius tertij diffinitionem. similes nanq; sectiones circuli sunt, quæ angulos æquos suscipiūt. Effet igitur angulus $a/d/c$, maior angulo $c/b/d$, atq; eidem æqualis: quod est impossibile. Super eadem itaq; recta linea, duæ sectiones circulorum similes, & inæquales non constituētur ad easdem partes. Quod ostendere fuerat operæpretium.

Θεώρημα κβ, Πρόθεσις κδ.
Α ὑπὸ ἴσων ἐυθεῶν ὁμοία τμήματα κύκλων, ἵα ἀλλήλοις εἶναι

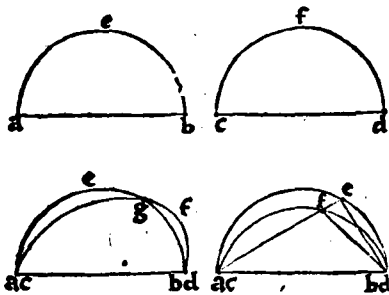
Theorema 22, Propositio 24.

S Vper æqualibus rectis lineis similes circulorum sectiones consti- 24
tutæ, sibi inuicem sunt æquales.

O R O N T I V S. ¶ Constituantur enim super æqualibus rectis lineis a/b , & c/d , similes circulorum sectiones $a/e/b$, & $c/f/d$. Dico q̃ sectio $a/e/b$, sectioni $c/f/d$ est æqualis. Comparatis nanque adinuicem ipsis $a/e/b$ & $c/f/d$ sectionibus, & puncto c supra punctum a collocato, extensa q; recta linea c/d in directum ipsius a/b : congruet punctum d , ipsi puncto b . quæ enim sunt æqualia, sibi metipsis conueniunt,

per octauæ cōmunis sententiæ conuerſionem. Conueniente autem recta c/d ipsi a/b , conueniet & $c/f/d$ circunferentia ipsi $a/e/b$: & illi conſequenter erit æqualis. Tunc enim ſuper eadem recta & comuni linea a/b vel c/d , duæ circulorum ſectiōnes conſtituentur ſimiles: igitur & æquales, per vigefimam tertiam huius. Aequalis eſt igitur $a/e/b$ ipsi $c/f/d$.

Alia eiſdem
theorematis
oſtenſio.



¶ Quod ſi non fueris contentus hac demonſtratione, & dixeris forſan circunferentiam $c/f/d$, ipſi $a/e/b$ minimè conuenire: tunc vel altera alteram ſecabit, vel vna cadet intra reliquam. Secent ſe primùm (ſi poſſibile ſit) in puncto g . Et quoniam ſe ſecant iam, in communibus punctis a, b vel c, d : ſecabunt ſe inuicè circuli, quorū ſunt ſectiōnes, in pluribus duobus punctis. quod per decimam huius tertij, eſt impoſſibile. Quod ſi vna ceciderit intra reliquam, vt pote $c/f/d$ intra $a/e/b$: idē quod in proxima ſequetur inconueniēs, velut ex ipſa potes elicere figura.

Exterior enim angulus qui ad f , trianguli $c/f/b$ aut $c/f/d$, maior erit intrinſeco & ex oppoſito qui ad e , per decimā ſextā primi: ac eidem æqualis, per ſimiliū ſectiōnū diffinitionē, quod non eſt poſſibile. Congruit itaque circunferentia $c/f/d$, ipſi $a/e/b$: quemadmodum & recta c/d ipſi a/b . quæ autem ſibi metiſſis conueniunt, æqualia ſunt adinuicem: per octauam cōmunem ſententiam. Aequalis eſt igitur ſectiō $a/e/b$, ipſi $c/f/d$. Igitur ſuper æqualibus rectis lineis, ſimiles circulorum ſectiōnes cōſtitutæ, ſibi inuicem ſunt æquales. Quod receperamus oſtendendum.

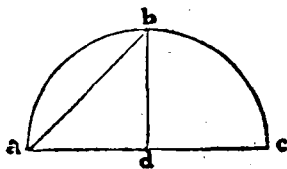
K $\text{Κύκλος τμήματος δοθέντος, προσαναγράφει τὸν κύκλον οὗ περιέχει τὸ τμήμα.}$

Πρόβλημα γ, Πρόθεσις κ.

Problema 3, Propoſitio 25.

25 **C**irculi ſectiōne data: deſcribere circulum, cuius eſt ſectiō.

CORONTIVS. ¶ Eſto data circuli ſectiō $a/b/c$, cuius centrum oporteat inuenire: hoc eſt, circulum cuius eſt ſectiō deſcribere. Secetur itaque a/c recta bifariam in puncto d , per decimam primi. & per vndecimam eiſdem primi, à puncto d ipſius a/c rectæ lineæ, perpendicularis excitetur d/b : & cōnectatur a/b recta,

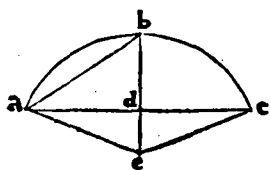


per primum poſtulatū. Triangulum erit igitur $a/b/d$: cuius angulus $b/a/d$, ipſi angulo $d/b/a$ erit æqualis, aut eo minor, vel eodē angulo maior. Si æqualis (vt in hac prima figura) æqualis erit a/d , ipſi d/b , per ſextā primi. Eidem porrò a/d , æqualis eſt d/c , per conſtructionem: & d/b igitur ipſi d/c , per primam communem ſententiam

Prima huius
oſtēſionis dif
ferentia.

erit æqualis. Tres itaque a/d , d/b , & d/c , erunt inuicem æquales. Cadēt ergo à puncto d , in circūferentiā $a/b/c$, plures quàm duæ rectæ lineæ æquales: erit igitur punctum d , centrum circuli, cuius $a/b/c$ eſt ſectiō, per nonam huius tertij. ¶ At ſi angulus $b/a/d$, minor fuerit angulo $d/b/a$ (vt in ſecunda figuræ diſpoſitione) cōſtitua-

Secunda diffe
rentia.

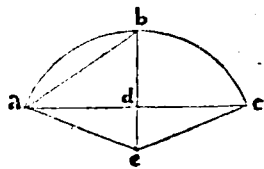


tur ad datum punctum a data rectæ lineæ a/b , dato angulo rectilineo $d/b/a$, æqualis angulus rectilineus $b/a/c$: per vigefimam tertiam primi. Et quoniam trianguli $a/b/d$, angulus qui ad d rectus eſt: igitur & qui ad b minor eſt recto, per trigefimam ſecundam primi. Angulo autē $d/b/a$, datus eſt æqualis $b/a/c$: & $b/a/c$ igitur angulus re-

cto minor eſt: incidit itaq; recta linea a/b , in a/c & b/d rectas, efficiens interiores &

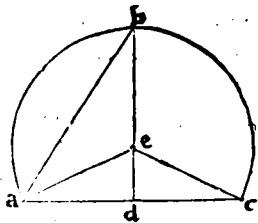
g. iij.

in eadem parte angulos, duobus rectis minores: conuenient igitur a/e & b/d in rectum productæ, per quintum postulatam. conueniāt ergo ad punctum e : & connectatur e/c recta, per primum postulatam. Cū igitur angulus $e/a/b$, æquus sit angulo $a/b/c$: æqualis est a/e , ipsi e/b , per sextam primi. Rursum quoniam a/d , ipsi d/c est æqualis, & d/e vtri- que communis: bina igitur latera a/d & d/e trianguli



$a/d/e$, binis lateribus e/d & d/c trianguli $e/d/c$, sunt æqualia alterū alteri: & æqua- les comprehendunt angulos, nempe rectos qui circa d . Basis igitur e/c , basi a/e , per quartam primi est æqualis. Eidem porro a/e , æqualis ostensa est e/b : tres igitur a/e , e/b , & e/c , sunt adinuicem æquales. Quare rursum, ex nona huius tertij, punctum e centrum erit circuli, cuius $a/b/c$ est sectio. ¶ Quod si idem angulus $b/a/d$, maior

Tertia diffe-
rentia.

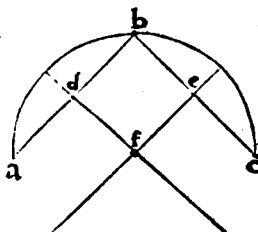


extiterit ipso $d/b/a$: idem responderet concludetur. Da- to enim rursum angulo $b/a/e$, ipsi $d/b/a$, per vigesimam tertiam primi, æquali: cōcludemus (veluti supra) ex sex- ta primi, e/b fore æqualem ipsi a/e : ac eidem a/e , ipsam e/c , per quartam ipsius primi, consequenter æquari. Et proinde punctum e , centrum erit circuli, cuius $a/b/c$ est sectio: per nonam huius tertij. Corollarium.

¶ Hinc fit manifestū, in semicirculo angulum $b/a/d$, fore æqualē ipsi $d/b/a$ in sectione autē semicirculo minore, minore: & in maiore maiore.

Alia & vniuer-
salior eiusdē
problematis
ostensio.

¶ EST ET ALIUS modus vniuersalis inueniendi præfatū centrū, cuiusq; sectioni datæ indifferenter ad commodum. Assumantur itaque in data circumferen- tia siue sectione $a/b/c$, tria vtunque contingentia puncta: sintq; a, b, c . Connectan- tur deinde a/b , & b/c rectæ, per primum postulatam. vtraq; postmodum bifariam diuidatur, per decimā primi: a/b quidem in puncto d , & b/c in puncto e . A punctis autem d & e , in eadem a/b & b/c , perpendiculares excitentur d/f & e/f , per vnde- cimam eiusdem primi. Cū igitur vterque angulorum $b/d/f$ & $b/e/f$ sit rectus: recta quæ ex puncto d in punctū e producat, vtrūq; diuidet angulum. quæ cū incidat in d/f & e/f rectas, efficiet propterea interiores & in ea- dem parte angulos $d/e/f$ & $e/d/f$ duobus rectis mino- res. Cōcurrent igitur d/f & e/f productæ, per quintum postulatam, & sese tandem interfecabunt in eodem pun- cto f . Et quoniam recta quædam linea d/f , quandam rectam lineam a/b , bifariam & ad rectos dispescit angulos: in ipsa igitur d/f est centrū circuli. & proinde in e/f re- cta, erit eiusdem circuli centrum: per corollarium primæ huius tertij. Est igitur cē- trū circuli, cuius sectio est $a/b/c$, in puncto f , vtriq; & d/f & e/f cōmuni. Data igitur circuli sectione $a/b/c$, describitur circulus cuius est sectio. Quod oportuit ostēdisse.



Θεωρημα κγ, Πρόθεσις κς.

ΕΝ τοις ἴσοις κύκλοις αἰχμῆαι γωνίαὶ αὐτῶν ἴσων περιφερειῶν βεβήκασι, ἰαύτε πρὸς τοῖς κοίξοις, ἰαύτε πρὸς τοῖς περιφερείαις ὡς βεβήκασι.

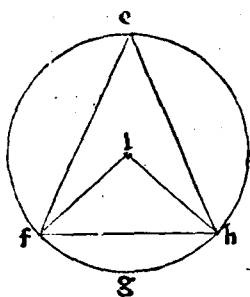
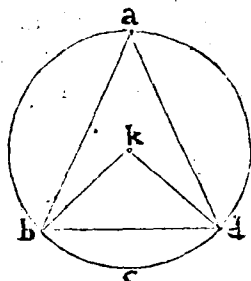
Theorema 23,

Propositio 26.

IN æqualibus circulis æquales anguli, in æqualibus circumferen- 26
tijs subtenduntur: etsi ad centra, etsi ad circumferentias dedu-
cti fuerint.

ORONTIVS. ¶ Sint bini circuli $a/b/c/d$ & $e/f/g/h$ inuicem æquales: in qui-

bus æquales deducantur anguli, ad eorum quidem centra k, l , anguli $b/k/d$, & $f/l/h$: ad circumferentias autem, $b/a/d$ & $f/e/h$. Dico quòd $b/c/d$ circumferètia, æqualis est $f/g/h$ circumferentiæ. Connectantur enim in primis b/d & f/h rectæ, per primum postulatū. Et quoniam per hypothesin circuli $a/b/c/d$ & $e/f/g/h$ sunt inuicē æquales: quæ igitur ex eorum centris prodeūt rectæ lineæ, sunt æquales adinuicem, per



primā huius tertij diffinitionem. Duæ igitur $b/k/$ & $k/d/$ trianguli $b/k/d$, duabus $f/l/$ & $l/h/$ trianguli $f/l/h$ sūt æquales altera/alteri: & æquos inuicē, qui ad $k/$ & $l/$ cōprehēdunt angulos. Basis itaq; b/d , basi f/h , per quartā primi est æqualis. Rursum quoniā angulus qui ad a , æquus est angulo qui ad

e , similis est sectio $b/a/d$, sectioni $f/e/h$, per decimam huius tertij diffinitionē: & super æqualibus rectis cōsistunt b/d & f/h . Aequalis est igitur sectio $b/a/d$, ipsi $f/e/h$: super æqualibus enim rectis lineis similes circulorum sectiones constitutæ, sibi inuicem sunt æquales, per vigesimamquartam huius tertij. Atqui totus $a/b/c/d/$ circulus, toti $e/f/g/h/$ circulo est æqualis. si ab æqualibus autem circulis, æquales auferantur circumferentiæ: quæ relinquentur æquales erunt, per tertiam cōmunem sententiam. Aequalis est igitur circumferentia $b/c/d$, ipsi $f/g/h$. In æqualibus ergo circulis: & c. vt in theoremate. Quod demonstrandum fuerat.

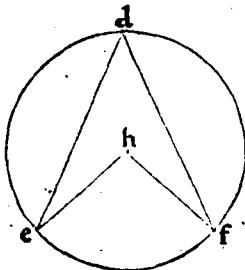
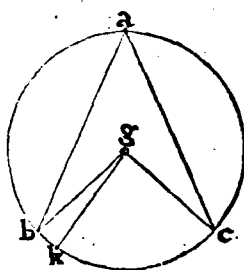
Θεώρημα κδ, Πρόβλημα κζ.
EN τοῖς ἴσοις κύκλοις, αἱ ἀπὸ ἴσων ἀπὸ τοῦ κέντρου βεβηκῆσαι γωνίαι, ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν, ἵασι τε πρὸς τοῖς κέντροις, ἵασι τε πρὸς τοῖς ἀπὸ τοῦ κέντρου ὄσι βεβηκῆσαι.

Theorema 24, Propositio 27.

27 **I**N æqualibus circulis, anguli qui super æquales circumferentias deducuntur, sibi inuicem sunt æquales: etsi ad centra, etsi ad circumferentias fuerint deducti.

ORONTIVS. **C**Hæc est cōuersa præcedentis. Sint ergo in circulis æqualibus $a/b/c$ & $d/e/f$, super æqualibus circumferētijs b/c & e/f , anguli $b/g/c$ & $e/h/f$, ad eorum centra g, h : ad circumferentias autem $b/a/c$ & $e/d/f$. Aio quòd angulus qui ad g , æquus est angulo qui ad h : necnon qui ad a , æqualis ei qui ad d . In primis enim, si angulus $b/g/c$ angulo $e/h/f$ nō fuerit æqualis: alter eorum erit maior. Estō maior (si possibile sit) $b/g/c$: & ad datam rectam lineam g/c , ad datūmq; in ea punctum g , dato angulo rectilineo $e/h/f$, æqualis angulus rectilineus constituatur $k/g/c$, per vi-

Cōuersa præcedentis, 26.



gesimamtertiam primi. Maior erit itaque angulus $b/g/c$, ipso $k/g/c$ angulo: incidetque propterea recta g/k , inter $b/g/$ & $g/c/$ rectas, & proinde secabit circumferentiā k/c ipsa b/c minore. At quoniā in circulis æqualibus æquales anguli, in æqualibus circumferētijs subteduntur, per antecedentē vi-

gesimam sextā propositionem: æqualis erit circumferentia k/c , ipsi e/f . Eidem porro g . iij.

circunferentia e/f , æqualis est per hypothefin circunferentia b/c . & b/c igitur circunferentia, ipsi k/c , per primam communem sententiam erit æqualis: maior videlicet minori, totumve suæ parti. quod per nonam communem sententiam est impossibile. Non est igitur angulus $b/g/c$, maior ipso $e/h/f$: similiter ostendemus, quod neque minor. Est igitur æqualis. Et quoniam per vigesimam huius tertij, angulus $b/a/c$, dimidius est eius qui ad centrum g : necnon & $e/d/f$ angulus, illius qui ad centrum h : dimidius. quæ autem eiusdem vel æqualium sunt dimidiū, æqualia sunt adinuicem: per septimam communem sententiam. Et angulus igitur $b/a/c$, angulo $e/d/f$ est æqualis. In æqualibus ergo circulis, anguli qui super æquales circunferentias: & quæ sequuntur reliqua. Quod erat ostendendum.

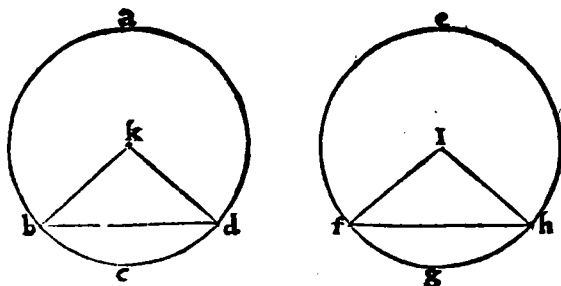
Θεώρημα κτ, Πρόθεσις κκ.

EN τοῖς ἴσοις κύκλοις αὐτὸς ἴσος ἐνθῶναι, ἴσας περιφερείας ἀφαίρειν. τὸν μὲν μᾶλλον, τὴν μείζονι: τὸν δὲ ἰσάκων, τὴν ἰσάκων.

Theorema 25, Propositio 28.

IN æqualibus circulis æquales rectæ lineæ, æquales circunferen- 28
tias auferunt: maiorem maiori, minorem autem minori.

ORONTIVS. ¶ Sint bini circuli $a/b/c/d$ & $e/f/g/h$ inuicem æquales, quorum centra k , in ipsis verò æqualibus circulis, æquales sint rectæ lineæ b/d , & f/h , auferentes circunferentes $b/a/d$ quidem & $f/e/h$ maiores, minores autem $b/c/d$ & $f/g/h$. Aio quod circunferentia $b/a/d$, circunferentia $f/e/h$ est æqualis: necnon & $b/c/d$, ipsi $f/g/h$. Connectantur enim b/k & k/d , atque f/l & l/h rectæ, per primū postulatū. Cū igitur ex hypothesi circuli $a/b/c/d$ & $e/f/g/h$ sint æquales: & æquales quoque adinuicem erunt quæ ex eorum cētris deducuntur lineæ rectæ, per primam huius tertij diffinitionem. Dux itaque b/k & k/d trianguli $b/k/d$, binis f/l & l/h trianguli $f/l/h$, sunt æquales altera alteri: basis quoque b/c , basi f/h , per hypothefin æqualis. Angulus igitur $b/k/d$, angulo $f/l/h$, per octauam primi est æqualis. In æqualibus porro circulis æquales anguli, & ad centra deducti, in æqualibus circunferentijs subtenduntur: per allegatam vigesimam sextam huius tertij. Et $b/c/d$ igitur circunferentia, ipsi $f/g/h$ circunferentiæ est æqualis. Atqui totus $a/b/c/d$ circulus, toti $e/f/g/h$ circulo per hypothefin æquatur: & si ab æqualibus circulis æquales auferantur circunferentiæ, quæ relinquentur æquales erunt, per tertiam communem sententiam. Reliqua igitur circunferentia $b/a/d$, reliquæ $f/e/h$ est æqualis. Igitur in circulis æqualibus æquales rectæ lineæ, æquales circunferentias auferunt: maiorem maiori, minorem autem minori. Quod demonstrare fuerat operæpretium.



c, basi f/h , per hypothefin æqualis. Angulus igitur $b/k/d$, angulo $f/l/h$, per octauam primi est æqualis. In æqualibus porro circulis æquales anguli, & ad centra deducti, in æqualibus circunferentijs subtenduntur: per allegatam vigesimam sextam huius tertij. Et $b/c/d$ igitur circunferentia, ipsi $f/g/h$ circunferentiæ est æqualis. Atqui totus $a/b/c/d$ circulus, toti $e/f/g/h$ circulo per hypothefin æquatur: & si ab æqualibus circulis æquales auferantur circunferentiæ, quæ relinquentur æquales erunt, per tertiam communem sententiam. Reliqua igitur circunferentia $b/a/d$, reliquæ $f/e/h$ est æqualis. Igitur in circulis æqualibus æquales rectæ lineæ, æquales circunferentias auferunt: maiorem maiori, minorem autem minori. Quod demonstrare fuerat operæpretium.

Θεώρημα κς, Πρόθεσις κθ.

EN τοῖς ἴσοις κύκλοις ἑκὼς τοῖς ἴσοις περιφερείας, ἴσος ἐνθῶναι ἑκὼς ἄνυσιν.

Theorema 26, Propositio 29.

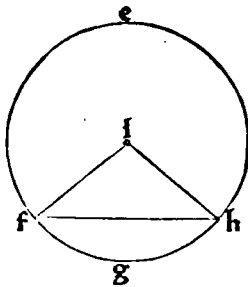
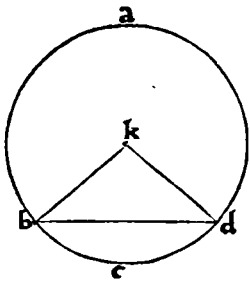
IN æqualibus circulis: sub æqualibus circunferentijs, æquales re- 29
ctæ lineæ subtenduntur.

Conuersa proxima. 29.

ORONTIVS. ¶ Hæc est conuersa proximè antecedentis propositionis. Sint

igitur rursus æquales circuli $a/b/c/d$ & $e/f/g/h$, quorum cētra k, l sintq; in eisdem circulis, $b/c/d$ & $f/g/h$ circūferentiæ inuicem æquales. Dico quòd connexæ b/d & f/h rectæ lineæ, æquales sunt adinuicem. Producatur enim ex centro k , rectæ lineæ b/k & k/d ; necnon ex centro l , rectæ lineæ f/l & l/h , per primum postulatū. Et quoniam ex hypothesi circūferentia $b/c/d$ æqualis est circūferentiæ $f/g/h$: æqualis est propterea angulus $b/k/d$ angulo $f/l/h$, per vigesimamseptimam huius tertij. Rursus quoniam dati circuli per hypothesin sunt inuicem æquales: & quæ ex eorum centris igitur k & l , per primam huius diffinitionem sunt æquales. Aequales itaque inuicem sunt $b/k, k/d, f/l, & l/h$. Triangula ergo $b/k/d$ & $f/l/h$, habent

duo latera duobus lateribus æqualia alterum alteri: & contentos sub æquis lateribus angulos inuicem æquales. Basis igitur b/d , basi f/h , per quartam primi est æqualis. In æqualibus ergo circulis, sub æqualibus circūferētijs, æquales rectæ lineæ subtenduntur. Quod oportuit demonstrasse.

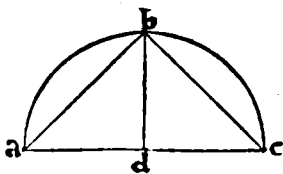


T Πρόβλημα δ,
Πρόθεσις λ.
 Ηρ δ ορθῶς πωδιδιφίρεται δι' ἑα τμήματα.

Problema 4, Propositio 30.

30 **D** Atam circūferentiam bifariam discindere.

D O R O N T I V S. ¶ Est data circūferentia $a/b/c$: quam oporteat bifariam discindere. Connectatur ergo recta linea a/c , per primū postulatū: quæ bifariam secetur in puncto d , per decimam primi. Et per vndecimam eiusdem primi, à dato puncto d , data rectæ lineæ a/c , ad angulos rectos excitetur d/b : connectanturq; a/b & b/c lineæ rectæ, per primum postulatū. Cum igitur a/d ipsi d/c sit æqualis, & d/b vtriq; communis: bina itaq; latera a/d & d/b trianguli $a/d/b$, duobus lateribus b/d & d/c trianguli $b/d/c$ sunt æqualia alterum alteri: & æquos inuicem comprehendunt angulos, nempe rectos.



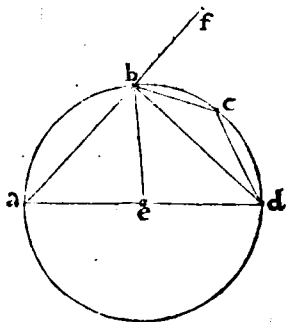
Basis igitur a/b , basi b/c , per quartam primi est æqualis. Aequales porro lineæ in eodē circulo, æquales circūferentias auferunt, maiorem maiori, minorem autem minori, per vigesimam octauā huius tertij. Aequalis est ergo a/b circūferentia, ipsi b/c . Data itaq; circūferentia $a/b/c$, bifariam discinditur in puncto b . Quod facere oportebat.

Θεώρημα κζ, Πρόθεσις λα.
E N κύκλῳ, ἢ μὲν αὐτῷ ἡ μικροκλίω γωνία, ὁρθὴ ὅστις: ἢ δ' αὐτῷ μείζονι τμήματι, ἐλάττω δρθῶς: ἢ δ' αὐτῷ ἐλάττωι, μείζονι δρθῶς. καὶ ὑπὸ ἢ μὲν τῷ μείζονι τμήματι γωνία, μείζων ἐπεί. ὅστις δρθῶς: ἢ δ' αὐτῷ ἐλάττωι τμήματι γωνία, ἐλάττω ὅστις δρθῶς.

Theorema 27, Propositio 31.

31 **I** Nn circulo, angulus qui in semicirculo est, rectus est: qui autem in maiori segmento, minor recto: qui verò in minori segmento, maior est recto. Et insuper angulus maioris segmenti, recto quidem maior est: minoris autem segmenti angulus, minor est recto.

Prima theore-
matis pars.



ORONTIVS. ¶ Sit datus circulus $a/b/c/d$: cuius centrum e , dimetiens verò a/d : descriptus autem in semicirculo angulus, sit $a/b/d$. & suscipiatur in eodem circulo contingens aliquod punctum, sitq; illud c : & per primum postulatam, connectantur rectæ lineæ b/c , b/e , & c/d . Dico primùm, quòd angulus $a/b/d$ rectus est. Extendatur enim, per secundum postulatam, a/b recta in directum, versus f . Cùm

igitur æqualis sit a/e , ipsi e/b , per circuli diffinitionem: æquus erit angulus $e/a/b$, ipsi angulo $a/b/e$, per quintam primi. Et proinde æqualis est angulus $e/b/d$, ipsi angulo $b/d/e$: æqualis siquidē est e/b recta ipsi e/d , per eandē circuli diffinitionē. Totus itaq; angulus $a/b/d$, binis angulis $b/a/d$ & $a/d/b$ est æqualis. Eisdem porrò angulis $b/a/d$ & $a/d/b$, æquus est exterior angulus $d/b/f$, per trigessimā secundā primi. Duo itaque anguli $a/b/d$ & $d/b/f$, eisdem angulis $b/a/d$ & $a/d/b$ sunt æquales: igitur & æquales adinuicem, per primam communem sententiam. Recta igitur b/d incidēs super a/f , efficit utrobique angulos ad-

Pars secūda.

inuicem æquales: ergo rectos, per decimam ipsius primi diffinitionem. Rectus est igitur angulus $a/b/c$ in dato consistens semicirculo. ¶ Dico insuper quòd angulus qui ad a existens in maiori segmento $b/a/d$, recto minor est. Trianguli siquidem $a/b/d$ tres anguli, binis rectis per trigessimā secundam primi sunt æquales. Rectus est autem qui ad b (veluti nunc ostendimus) reliqui igitur qui ad a , & qui ad d , vni recto sunt æquales: & proinde vterque recto minor.

Pars tertia.

¶ Aio consequenter quòd & angulus qui ad c in segmento $b/c/d$ semicirculo minori, maior est recto. Nam $a/b/c/d$ quadrilaterū est, & in dato consistens circulo. In circulis porrò quadrilaterorum existentium, anguli qui ex opposito duobus rectis sunt æquales, per vigessimā secundam huius tertij. Qui igitur ad a & c existunt anguli, binis rectis sunt æquales. Angulus porrò qui ad a , recto minor ostensus est: igitur & qui ad c , hoc est sub $b/c/d$ cōtinetur angulus, recto maior est.

Quarta eius-
dē theorema-
tis pars.

¶ Dico tandem, quòd angulus maioris segmenti $b/a/d$, utpote $a/b/c/d$, sub a/b recta, & circumferentia $b/c/d$, cōprehensus, maior est recto. Minoris autē segmenti angulus, veluti $c/b/d$, sub eadem $b/c/d$ circumferentia & recta b/d comprehensus, recto minor est. Anguli enim rectilinei $a/b/d$ & $d/b/f$ recti sunt: caditq; b/d recta intra datum circulum, per secundam huius tertij. Eadem itaq; recta b/d , diuidit ipsum angulum sub a/b recta, & $b/c/d$ circumferentia comprehensum: & proinde rectus angulus $a/b/d$, eiusdem anguli sub a/b recta & circumferentia $b/c/d$ comprehensi fit pars. Omne porrò totum, est sua parte maius, per nonam cōmunem sententiam. Datus igitur segmenti maioris angulus, sub a/b recta, & $b/c/d$ circumferentia contentus, recto maior est. ¶ Rursum, quoniam recta b/d , cadit intra datum circulum, & b/f extra: diuidit itaq; circumferentia $b/c/d$, ipsum angulum rectum $d/b/f$. Et proinde datus angulus sub b/d recta & eadem circumferentia $b/c/d$ comprehensus, pars est ipsius anguli recti $d/b/f$. Omnis autem pars minor est toto, per ipsius nonæ communis sententiæ conuersionem. Angulus igitur segmenti minoris, sub d/b recta & $b/c/d$ circumferentia comprehensus, minor est recto. In circulo itaq; angulus qui in semicirculo est: & quæ sequuntur reliqua. Quod oportebat ostendere.

Pars quinta
& vltima.

Corollarium primum.

¶ Ex hac, & decimasexta huius tertij propositione fit manifestum, quòd tametsi in mixtis angulis, sub recta linea & circuli circumferentia comprehensis, detur minor atque maior recto: nunquā tamen dabitur æqualis.

Corollarium secundum.

¶ Sequitur etiam ex huiusce propositionis demonstratione, quòd in triangulis angulus qui reliquis duobus æquatur, rectus est. ¶ Et quando utrobique còsistentes anguli, eisdem angulis fuerint æquales: vterq; æqualium angulorum rectus erit.

Θιώρημα κη,

Πρόβις λβ.

ΕΑΡ κύκλος ἐφάπτεται τῆς εὐθείας, ἀπὸ δὲ τῆς ἀφ' ἧς ὡς τὸν κύκλον διέχου τῆς εὐθείας τμήματι τὸν κύκλον, ὡς ποιῇ γωνία πρὸς τῇ ἐφαπτομένῃ, ἴσους ἵσονται ταῖς οὗτοι τῶν κύκλου τμήμασι γωνίαις.

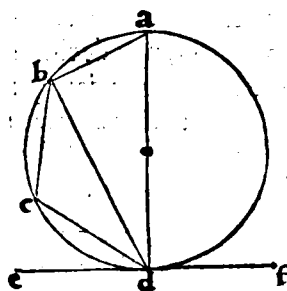
Theorema 28,

Propositio 32.

32 SI circum tetigerit aliqua recta linea, à contactu autem extendatur quædam recta lineam circum dispescēs: anguli quos efficit ad tangētem, æquales sunt eis, qui alterni in circuli segmentis consistunt, angulis.

ORONTIVS. ¶ Esto enim circulus a/b/c/d, quem tangat recta linea e/f in puncto d: à còtactu autem d, extendatur recta quædam linea d/b, dispescēs datum circulum a/b/c/d. Aio quòd angulus b/d/e, æqualis est angulo qui in segmento b/a/d: & angulus b/d/f, ei qui in segmento b/c/d: itidem æqualis. In primis enim, aut b/d recta super rectam e/f ad rectos incidet angulos: aut non. Si ad rectos inciderit angulos: ea transibit per centrum, efficietūque dimetiēs ipsius a/b/c/d circuli, per decimam nonam huius tertij. Qui autem in utroq; semicirculo còsistat angulus, rectus erit, per antecedentē trigessimā primā ipsius tertij. hinc per quartum postulatū, vterque rectus qui circa d, vtrique recto in alternis semicirculis constituto erit æqualis. ¶ Sed esto d/b minimè perpendicularis super e/f: & per vndecimā primi, à dato puncto d, datæ rectæ lineæ e/f, perpendicularis excitetur a/d. Sumatur præterea in b/d circūferentia punctum aliquod, sitq; illud c: & per primum postulatū, connectātur rectæ a/b, b/c, atque c/d. Cū igitur ex hypothesis, recta linea e/f, tangat ipsum a/b/c/d circulum, à contactu autem d, ipsi tangēti e/f ad rectos angulos excitata est a/d: transit igitur a/d recta per centrum, sitq;

Quando dispescēs orthogonalis est ad tangentem.



Quando extensa non est orthogonalis cum tangente circulum.

dimetiēs ipsius a/b/c/d circuli, per decimā nonā huius tertij. Trianguli igitur a/b/d, angulus qui ad b in ipso existens semicirculo, per antecedentē trigessimā primā huius tertij, rectus est: reliqui itaq; anguli a/d/b & b/a/d, vni recto, per trigessimā secundam primi, sunt æquales. Angulus porro a/d/e, rectus est: qui igitur sub a/d/b & b/a/d còtinentur anguli, ipsi angulo a/d/e sunt æquales. vtriq; autē æqualiū, còmunis est a/d/b: reliquus igitur b/d/e, reliquo b/a/d (qui alternus in b/a/d segmento consistit) angulo, per tertiam communem sententiam est æqualis. Rursum quoniā anguli b/d/e & b/d/f, duobus rectis, per decimā tertiam primi, sunt æquales: eisdē quoq; duobus rectis, æquales sunt qui in a/b/c/d quadrilatero, ex opposito consistunt anguli b/a/d & b/c/d, per vigessimā secundam huius tertij. Et anguli igitur b/a/d & b/c/d, ipsis angulis b/d/e & b/d/f, sunt per primam communem sententiā æquales: quorum alter, vtpote b/a/d, alteri b/d/e æqualis præostensus est. Reliquus igitur angulus b/d/f, reliquo & alterno b/c/d, per tertiam communem sententiam còæquatur. Si circum igitur tetigerit aliqua recta linea: &c. vt in theoremate. Quod receperamus ostendendum.

Πρόβλημα 5, Πρόθεσις 33.

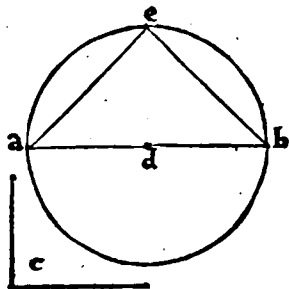
Επί τῆς δοθείσης ἐκείνης γραμμῆς τμήμα κύκλου διχομήνου γωνίας ἴσιν, τῇ δοθείσῃ γωνίᾳ ἐκσυγγόμενον.

Problema 5, Propositio 33.

SVper data recta linea, describere sectionem circuli, capientem 33
angulum æqualem dato angulo rectilineo.

ORONTIVS. ¶ Sit data recta linea a/b , datus porro angulus rectilineus qui ad c sitq; receptum describere circuli sectionem, quæ capiat angulum ipsi dato angulo c æqualem. Datus itaq; angulus, aut erit rectus, aut acutus, vel obtusus. Esto

Quando dat⁹ angulus rectus est.

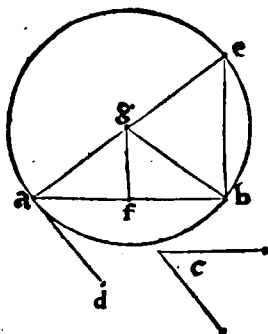


primū rectus, vt in prima figura. Secetur ergo ipsa a/b recta linea bifariam, per decimam primi, in puncto d : & centro d , intervallo autem d/a , vel d/b , circulus describatur $a/e/b$, per tertium postulatū. Sumatur, deinde contingens aliquod punctum in alterutro semicirculo, sitq; illud e : & cōiungantur a/e & e/b lineæ rectæ, per primū postulatū. Et quoniā semicirculus est $a/e/b$: angulus igitur qui ad e , per trigessimā primā huius tertij rectus est, & ipsi propterea angulo c , per quartum postulatū æqualis. Descriptus est itaque super a/b recta, semicircu-

Cum dat⁹ angulus est acut⁹

Partiū figurę præparatio.

lus $a/e/b$, suscipiēs angulum qui ad e , dato angulo c æqualem. ¶ Sit autem ipse datus angulus c acutus, velut in secunda figuræ descriptione. Ad datam itaq; rectam lineam a/b , datūmq; in ea punctum a , dato angulo rectilineo c æqualis angulus rectilineus constituatur $b/a/d$, per vigessimā tertią primi. Erit igitur angulus $b/a/d$ acutus: & proinde a/b , super ipsam a/d non est perpendicularis. Excitetur ergo per v ndecimā primi, à dato puncto a data rectæ lineæ a/d , perpendicularis a/e : diuidatūrq; ipsa a/b recta bifariā in puncto f , per decimam ipsius primi. & per v ndecimā eiusdem primi, à dato puncto f , ipsi a/b rectæ lineæ ad angulos rectos excitetur f/g . Conuenient itaq; a/e & f/g , per quintum postulatū: interiores enim & in eadem parte anguli $a/f/g$ & $g/a/f$, binis rectis sunt minores. cōueniant igitur ad punctum g : & cōnectatur b/g recta, per primū postulatū. Cum igitur a/f ipsi f/b sit æqualis, & utriq; cōmunis f/g : duæ igitur a/f & f/g trianguli $a/f/g$, duabus g/f & f/b trianguli $g/f/b$, sunt æquales altera alteri. & æquos inuicē capiūt angulos: nempe rectos, qui circa f . Basis igitur a/g , basi g/b , per quartam primi est æqualis. Centro itaq; g ,



intervallo autem g/a vel g/b , circulus describatur $a/e/b$, per tertium postulatū. transibit ergo circulus $a/e/b$, per ipsius a/b limites. Extensa igitur a/e recta, per secundum postulatū, in circumferentiam ipsius circuli: cōnectatur recta b/e , per primum postulatū. Et quoniam a/d recta, ab a puncto ipsius a/e dimetientis extremitate, ad rectos est angulos: tangit igitur a/d ipsum $a/e/b$ circulum, per corollarium decimæ sextæ huius tertij. Rursum, quoniam recta quædam linea a/d , tangit ipsum $a/e/b$ circulum, à contactu autem extensa est recta quædam linea a/b circulum disspescens: angulus igitur qui ad e consistens in alterno segmento $a/e/b$, angulo $b/a/d$ quem facit extensa a/b cum tangente a/d , per trigessimā secundā huius tertij est æqualis. Eidem porro $b/a/d$, æquus est angulus c , per constructionem. Angulus igitur qui ad e , dato angulo c , per primā communē sententiā est æqualis.

Resolutio demonstrationis.

angulus, æqualis ipsi angulo d, per primam communem sententiam. A dato itaque circulo a/b/c, segmentum abscinditur b/a/c, capiens angulum qui ad a/æqualem dato angulo rectilineo d. Quod oportuit fecisse.

E ^{Θεώρημα} ^{κθ,} ^{Πρόθεσις} ^{λε.}
 Ἐὰν ὁ κύκλος δύο ἐνθεῖαι τέμνωσιν ἀλλήλας, τὸ ἑκαστὴν τῆς μιᾶς τμημάτων περιεχόμενον ὀρθογώνιον, ἴσον ᾖ τῷ ἑκαστὴν τῆς ἑτέρας τμημάτων περιεχομένῳ ὀρθογώνιῳ.

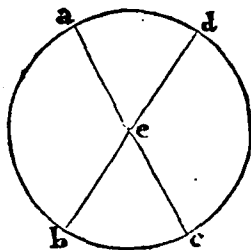
Theorema 29,

Propositio 35.

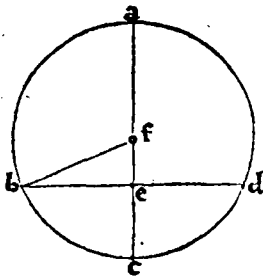
SI in circulo duæ rectæ lineæ se adinuicem secuerint: rectangulum comprehensum sub sectionibus vnus, æquū est ei quod sub segmentis alterius comprehenditur rectangulo. 35

O R O N T I V S. ¶ In dato enim circulo a/b/c/d, binæ rectæ lineæ a/c/& b/d, se inuicem secant in puncto e. Aio quòd rectangulum comprehensum sub a/e/& e/c, æquum est comprehenso sub b/e/& e/d/rectangulo. In primis itaq; vel vtraque li-

Prima linea,
rū se se inuicē
secantiū dispo-
sitio.



Secūda linea
rū supradicta
rū dispositio.



Earundem li-
nearum dispo-
sitio tertia.

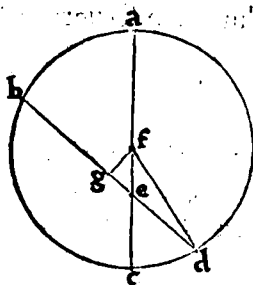
nearum transsit per centrum circuli, vel vna tantum, aut neutra. Transeat primum vtraque per centrum e, vt in prima figura. Erunt igitur, per decimam quintam diffinitionem primi, a/e, e/c, b/e, & e/d/ inuicem æquales: nempe eiusdē circuli semidiametri. Quod igitur sub a/e/ in e/c/ fit rectangulum, æquum est ei, quod sub b/e/& e/d/ continetur rectangulo, per corollarium quadragesimæ sextæ primi libri: sunt enim ambo rectangula quadrata, & sub æqualibus rectis cōprehensa. ¶ Sed iā altera tantummodò

linearum, vtpote a/c, transeat per centrū, quod sit f/secētq; reliquam b/d/ in eodem puncto e. Secabit igitur a/c, ipsam b/d/ in duo æqualia, vel in duo nō æqualia. Secet primum bifariam: & ad rectos igitur eam secabit angulos, per tertiam huius tertij. Connectatur ergo recta b/f, per primum postulatū. Rectāgulum erit itaq; triangulum b/e/f. Et quoniam recta a/c/secatur in æqualia in puncto f, & in non æqualia in puncto e: quod igitur sub a/e/& e/c/ continetur rectangulum, vnā cum quadrato quod ex e/f, æquum est ei, per quintam secundi, quod ab f/c/ fit quadrato. Ei por-

rò quod ab f/c/ fit quadrato, æquum est id quod ex b/f, per corollarium quadragesimæ sextæ primi: æqualis siquidem est b/f/ ipsi f/c/. Comprehensum igitur sub a/e/& e/c/ rectangulum vnā cum quadrato quod ex e/f: æquum est quadrato quod fit ex b/f. Quadrato autem quod fit ex b/f, æqualia sunt per quadragesimam septimā primi, quæ ex b/e/& e/f/ describuntur quadrata. Cōprehensum itaq; sub a/e/& e/c/ rectangulum, vnā cum quadrato quod fit ex e/f: æquum est quadratis quæ fiūt ex b/e/& e/f/. Ab-
 lato igitur communi quadrato quod ex e/f: reliquum sub

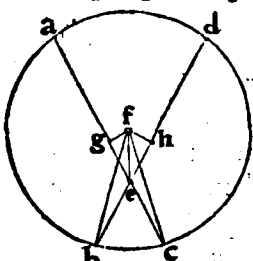
a/e/& e/c/ comprehensum rectāgulum: æquum erit, per tertiam communem sententiā, reliquo quod ex b/e/ describitur quadrato. Quod autem ex b/e/ fit quadratum, idem est quod sub b/e/& e/d/ comprehensum rectangulum: est enim per hypothesin b/e/ ipsi e/d/ æqualis. Comprehensum igitur sub a/e/& e/c/ rectangulū, æquū est rectangulo, quod sub b/e/& e/d/ continetur. ¶ Quòd si a/c/ per f/ centrum educta, ipsam b/d/ non ductam per centrū secuerit inæqualiter: idem non minus facile concludetur. A dato enim puncto f, in ipsam b/d, perpendicularis ducatur f/g, per duodecimam primi: & connectatur f/d, per primū postulatū. Cū igitur f/g/ per centrum educta, ipsam b/d/ non ductam per centrum ad rectos diuidat angulos: &

ipsam quoque bifariam dispescet, per tertiā huius. Aequalis erit igitur b/g ipsi g/d & triangula $f/g/d$, atque $f/g/e$ rectangula. Et quoniam recta a/c bifariam secatur in puncto f , & in non æqualia in puncto e : quod igitur sub a/e & e/c continetur rectangulum, vnā cum quadrato quod ex e/f , æquum est ei quod ex f/c describitur qua-



drato, per quintam secundi. Quadrato autem quod ex f/c , æquū est id quod fit ex f/d : æqualis siquidem est f/c ipsi f/d , per decimā quintam ipsius primi diffinitionem. Quadrato rursum quod ex e/f , æqualia sunt descripta ex f/g & g/e quadrata, per quadagesimā septimā eiusdem primi. Comprehenſum igitur sub a/e & e/c rectangulum, vnā cum descriptis ex f/g & g/e quadratis: æquū est quadrato quod fit ex f/d . Quadrato insuper quod fit ex f/d , æqualia sunt quæ ex f/g & g/d fiūt quadrata, per eandem quadagesimā septimā primi. Quod igitur

sub a/e & e/c continetur rectangulum, vnā cū quadratis quæ ex f/g & g/e : æquū est eis, quæ ex f/g & g/d fiunt quadratis. Subducto igitur quod ex f/g , vtriusque communi: reliquum sub a/e & e/c comprehensum rectangulum, vnā cum quadrato quod ex g/e , æquum est ei quod ex g/d fit quadrato. Eidem rursum quod ex g/d fit quadrato, æquum est comprehensum sub b/e & e/d rectangulum, vnā cum eo quod ex eadem g/e fit quadrato, per eandem quintam secundi: diuiditur enim b/d bifariam in g , & in non æqualia in puncto e . Quæ autē eidem æqualia sunt, ea sunt æqualia adinuicem, per primam communem sententiam. Rectangulum itaque sub a/e & e/c cōprehensum, vnā cum quadrato quod ex g/e : æquū est cōprehensum sub b/e & e/d rectangulo, vnā cū eodem quadrato quod fit ex g/e . Ablato autē cōmuni quadrato quod ex g/e : reliquū sub a/e & e/c cōprehensum rectangulū, reliquo quod sub b/e & e/d cōtinetur rectangulo, per tertiā cōmunē sententiā est æquale. ¶ Neutra demum supradictarū linearū per cētrum educatur (vt in hac vltima figura) siue vna secet aliā per æqualia, siue nō sitque rursum ipsius circuli centrū f . Cōnectatur igitur e/f recta, per primū postulatū: & à centro f , in vtranque a/c & b/d , ad rectos deducā-



tur angulos f/g & f/h , per duodecimā primi: connectanturque demū b/f & f/c , per idem primum postulatū. Diuidet ergo f/g ipsam a/c bifariam, similiter & f/h ipsam b/d , per tertiā huius tertij propositionem: eruntque triangula $f/g/e$ & $e/f/h$, necnon $f/g/c$ & $f/b/h$ rectangula. Et quoniā a/c bifariam secatur in g , & in non æqualia in puncto e : cōprehensum igitur sub a/e & e/c rectangulū, vnā cum eo quod ex g/e fit quadrato, æquū est per quintam

secundi quadrato quod fit ex g/c . Addatur cōmune quadratū, quod ex f/g describitur: quod igitur sub a/e & e/c cōtinetur rectangulum, vnā cum quadratis quæ fiunt ex f/g & g/e , binis quadratis quæ ex f/g & g/c , per tertiam communem sententiā est æquale. Quadratis porro quæ fiunt ex f/g & g/e , æquū est quadratum quod fit ex e/f : eis item quæ ex f/g & g/c fiunt quadratis, æquū id quod ex f/c , per quadagesimā septimā primi. quod igitur sub a/e & e/c continetur rectangulum, vnā cum quadrato quod fit ex e/f , æquū est quadrato quod ex f/c . Ipsi autem f/c æqualis est f/b , per circuli diffinitionē: hinc per corollarium quadagesimæ sextæ primi descriptū ex f/b quadratū, æquum est ei quod fit ex f/c . Cōprehensum igitur sub a/e & e/c rectangulū, vnā cum quadrato quod fit ex e/f : æquū est quadrato quod fit ex f/b . Et proinde quod sub b/e & e/d cōtinetur rectangulū, vnā cū ipso quadrato quod fit ex e/f : æquum est eidem quadrato, quod fit ex f/b . Quæ autem eidem æqualia, &

h. ij.

Quarta prædictarū linearū dispositio.

adinuicem æqualia sunt, per primam communem sententiam. Comprehensum igitur sub $a/e/$ & $e/c/$ rectangulum, vnà cum quadrato quod fit ex $e/f/$ æquatur rectangulo, quod sub $b/e/$ & $e/d/$ continetur, ac ipsi quadrato quod fit ex $e/f/$. Dempto itaq; cõmuni quadrato quod ex $e/f/$ reliquum sub $a/e/$ & $e/c/$ comprehensum rectangulum, reliquo quod sub $b/e/$ & $e/d/$ continetur rectangulo, per tertiam cõmunem sententiã est æquale. Si igitur in circulo duæ rectæ lineæ se adinuicem secuerint: & vt in theoremate. Quod demonstrare oportebat.

Θεώρημα λ, Πρόθεσις λς.

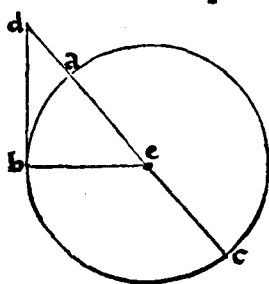
Εὰ κύκλῳ λαβὼν τι σημεῖον ἐκτὸς, καὶ ἀπὸ αὐτοῦ πρὸς τὸν κύκλον παραστήσῃσι δύο εὐθεῖαι, καὶ ἡ μὲν αὐτῶν τέμνῃ τὸν κύκλον, ἡ δὲ ἐφαπτήσῃται: ἔσται ὅ ἡ ἀπὸ δυνάμεως τῆς τεμνύσης καὶ τῆς ἐκτὸς ἀπολαμβάνομένης, μὲν ἐξ ὧν τι σημεῖον καὶ τῆς κυρτῆς ἀπὸ διφρασίας, ἀπὸ ἀμεχόμενον δευτέρῳ ἴσῳ τῷ ἀπὸ τῆς ἐφαπτομένης τετραγώνῳ.

Theorema 30, Propositio 36.

SI extra circulum sumatur punctum aliquod, ab eoque in circulum cadant duæ rectæ lineæ, & earū altera circulum dis- 36
scat, altera verò tangat: quod sub tota discescente, & extrinsecus sumpta inter punctum & curuam circumferentiam comprehenditur rectangulum, æquum est ei quod fit ex tangente quadrato.

ORONTIVS. ¶ Est datus circulus $a/b/c$, extra quem sumatur punctum d : & à puncto d in ipsum circulum cadant binæ rectæ lineæ $d/b/$ & $d/a/c$, quarum $d/b/$ tangat ipsum circulum, $d/a/c$ verò eundem circulum discescat. Aio quod rectangulū sub $c/d/$ & d/a comprehensum: æquum est quadrato, quod fit ex d/b . Aut enim recta

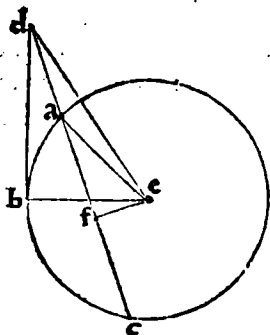
Vbi discescens
circulū trāsit
per centrum.



linea $d/a/c$ transit per circuli centrū, vel extra. Transeat primò per centrum, sitq; illud e : & connectatur $e/b/$ recta, per primum postulatum. Aequalis est igitur a/e , ipsi e/c , per circuli diffinitionem. Discinditur itaque a/c bifariam, in puncto e : & illi in rectum adijcitur a/d . Quod igitur sub $c/d/$ in $d/a/$ continetur rectangulū, vnà cum eo quod ex $a/e/$ fit quadrato: æquū est, per sextam secundi, quadrato quod fit ex e/d . Ei porrò quod ex $a/e/$ fit quadrato, æquum est quadratū quod ex b/e : sunt enim $a/e/$

& b/e , per ipsius circuli diffinitionem, inuicem æquales. Comprehensum igitur sub $c/d/$ & $d/a/$ rectangulum, vnà cum eo quod ex $b/e/$ fit quadrato: æquum est quadrato, quod ex e/d . Quadrato rursū quod fit ex e/d , æqualia sunt, quæ ex $d/b/$ & $b/e/$ vtraque fiunt quadrata, per quadragessimam septimam primi: angulus enim qui ad b , per decimam octauam huius tertij, rectus est. Quod igitur sub $c/d/$ & $d/a/$ continetur rectangulum, vnà cum eo, quod ex $b/e/$ fit quadrato: æquum est eis, quæ ex $d/b/$ & $b/e/$ fiunt quadratis. Subducto itaque communi quadrato, quod ex b/e : reliquum quod sub $c/d/$ & $d/a/$ continetur rectangulum, æquum est per tertiam cõmunem sententiam reliquo, quod ex tangente $d/b/$ fit quadrato. ¶ Non extendatur autem $d/a/c$ recta per centrū ipsius circuli, quod rursū sit e . & à centro e , in rectam a/c , perpendicularis deducatur e/f , per duodecimam primi: connectanturque per primum postulatum, e/a , $e/b/$ & $e/d/$ lineæ rectæ. Erit igitur vterq; angulorum qui ad $b/$ & qui ad f rectus: diuideturque rursū a/c bifariam in puncto f , cui in rectum coniuncta est a/d . Quod igitur ex $c/d/$ in $d/a/$ continetur rectangulum, vnà cum eo

Quādo circuli
discescens
nō transit per
centrum.



quod ex a/f describitur quadrato: æquū est, per sextam ipsius secundi, quadrato quod fit ex d/f . Addatur commune quadratum, quod fit ex f/e : comprehensum igitur sub c/d & d/a rectangulum, vnā cum descriptis ex a/f & f/e quadratis, æquum est quadratis, quæ ex d/f & f/e describuntur. Quadratis porro quæ fiunt ex a/f & f/e , æquum est quadratum quod ex a/e : eis item quæ ex d/f & f/e , fiunt quadratis, æquū id quod ex ipsa d/e , per quadragesimamseptimam primi. Quod fit igitur ex c/d in d/a , vnā cum eo quod ex a/e fit quadrato: æquū est quadrato, quod fit ex d/e . Quadrato rursum quod fit ex a/e ,

æquum est id quod ex e/b : æqualis est enim a/e , ipsi e/b , per ipsam circuli diffinitionem. Quod igitur sub c/d & d/a cōtinetur rectangulum, vnā cum quadrato quod fit ex e/b : æquum est quadrato, quod fit ex d/e . Ipsi autem quod ex d/e fit quadrato: æqualia sunt, per eandem quadragesimamseptimam primi, descripta ex e/b & b/d quadrata. Comprehensum igitur ex c/d in d/a rectangulum, vnā cum quadrato quod ex e/b : æquū est eis, quæ ex eadem e/b & ipsa b/d fiunt quadratis. Ablato itaq; quadrato quod ex e/b vtrique æqualium cōmuni: reliquum ex c/d in d/a comprehensum rectangulum, reliquo quod ex tangente b/d fit quadrato, per tertiam communem sententiā est æquale. Igitur si extra circulum sumatur punctū aliquod: & quæ sequuntur reliqua. Quod ostendendum susceperamus.

Corollarium.

¶ Quotlibet igitur rectangula, sub rectis singulis ex eodem pūcto extra circulum sumpto deductis, atque circulum ipsum discescentibus, & extrinsecus sumptis inter punctum & curuam circumferentiam comprehensa: sunt inuicem æqualia. Nam eisdem æqualia quadrato, quod ex ipsa tangente describitur.

Θεώρημα λα, Πρόθεσις λξ.

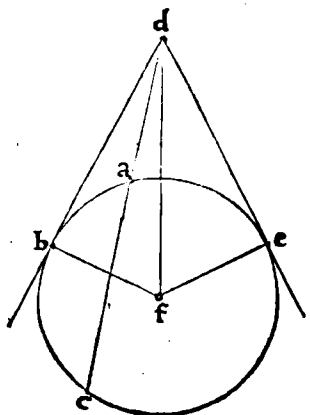
Εὰν κύκλος ληθῇ π σημείον ἐκ τῆς, ἀπὸ δὲ τῆς σημείας πρὸς τὸν κύκλον προσιπῶσιν δύο ἐνθεῖαι, καὶ ἡ μὲν αὐτῶν τέμνῃ τὸν κύκλον, ἡ δὲ ἐκ προσιπῆς δὲ τῆς ἀπὸ τῆς δλης τεμνύσῃ, καὶ τῆς ἐκ τῆς ἀπολαμβάνομένης μὲν τῆς σημείας καὶ τῆς κυρτῆς ἀποφύεσθαι, ἵσων τῶ ἀπὸ τῆς προσιπῆς, ἡ προσιπῆς ἐφάπτεται τῶ κύκλου.

Theorema 31, Propositio 37.

37 **S**I extra circulum sumatur punctum aliquod, & ab eo puncto in circulum duæ rectæ lineæ ceciderint, & earum altera circum fecer altera verò cadat: sit autem quod fit sub tota discescente & extrinsecus sumpta inter punctum & curuam circumferentiam, æquale ei quod fit ex cadente: cadens circulum tanget.

Conuersa præcedentis.

ORONTIVS. ¶ Hæc est conuersa præcedentis. Sit igitur rursum extra circulum $a/b/c$, susceptum punctum d , à quo in eundem circulum duæ procidant lineæ rectæ, d/b quidem in circulum incidens, d/a verò eundem circulum discescēs: sit autem receptum, vt id quod sub c/d in d/a comprehenditur rectangulum, æquum sit ei quod ex cadente d/b fit quadrato. Aio quòd d/b tangit circulū $a/b/c$. A dato enim puncto d , dato circulo $a/b/c$, contingens recta linea ducatur, per decimamseptimam huius tertij: sitq; illa d/e . Ipsi autem circuli centrum esto f : & per primū postulatum connectantur rectæ lineæ f/b , f/d , & f/e . Erit igitur f/e perpendicularis in contingente d/e , per decimamoctauam huius tertij: & proinde angulus $d/e/f$ h. iij.



rectus. Cū igitur à puncto d/cadant binæ lineæ rectæ d/a/c/& d/e, quarum altera, vtpote d/a/c, circulum secat, reliqua verò d/e/ ipsum tangit circulum: quod igitur ex d/e/ fit quadratum, æquum est comprehenso sub c/d/& d/a/ rectangulo, per antecedentem trigessimam sextā propositionem. Eidem porro quod ex c/d/ in d/a/ fit rectangulo, æquum est per hypothesin, quod ex d/b/ fit quadratum. quæ igitur ex d/b/ & d/e/ fiunt quadrata, sunt per primam communē sententiam inuicem æqualia. Et proinde recta d/b/, æqualis ipsi d/e/, per corollarij quadragessimæ sextæ primi conuersionē. Æqualis rursum est f/e/ ipsi f/b/, per sæpius allegatam circuli diffinitionem. Binæ igitur d/b/ & b/f/ trianguli d/b/f/, duabus d/e/ & e/f/ trianguli d/e/f/ sunt æquales altera alteri: habentque eandem basin communem d/f/. Angulus itaque d/b/f/, ipsi angulo d/e/f/, per octauam primi est æqualis. Atqui d/e/f/ angulus est rectus: & qui sub d/b/f/ igitur continetur angulus, rectus est. Est autem f/b/ semidiameter circuli, & altera igitur pars diametri, à cuius extremitate b, ad angulos rectos excitatur b/d/: tangit igitur b/d/ circulum ipsum a/b/c/, per corollarium decimæ sextæ huius tertij. Idem quoq; deducetur, vbi d/a/c/ recta per centrum ipsius transibit circuli. Si extra circulum igitur sumatur punctū aliquod: & c. vt in ipso theoremate. Quod tandem fuerat ostendendum.

¶ Tertij Libri Geometricorum Elementorum ¶

F I N I S.





Orontij Finci Delphinatis, Re-

GII MATHEMATICARVM PROFESSORIS, In Quartum elementorum Euclidis, Demonstrationes.

ΕΥΚΛΕΙΔΟΥ ΣΤΟΙΧΕΙΟΝ ΤΕΤΑΡΤΟΝ

Περὶ τῶν ἐγγράφιδου καὶ περιγράφιδου σχῆμα, ὅροι ε.

Σχῆμα ἐνθύγραμμοι εἰς σχῆμα ἐνθύγραμμοι ἐγγράφιδου λέγεται, ὅταν ἐκείνῃ τῶν τῶν ἐγγραφομένων σχήματος γωνιῶν, ἐκείνης πλὴν ὅσας τῶν ἐν ἐγγράφιδου ἀπῆνται.

¶ De inscriptione ac circumscriptione figurarum, Diffinitiones 7.

1



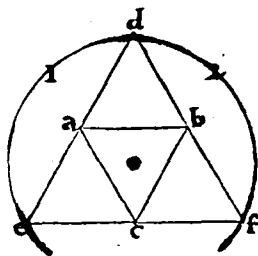
Igura rectilinea, in figura rectilinea describi dicitur: quando vnusquisque inscriptæ figuræ angulus, vnumquodque latus eius in qua describitur tangit.

¶ Σχῆμα δὲ ὁμοίως πρὸς σχῆμα περιγράφιδου λέγεται, ὅταν ἐκείνῃ πλὴν ὅσας τῶν ἐγγραφομένων, ἐκείνης γωνίας τῶν περιγράφιδου ἀπῆνται.

2

Figura autem similiter circa figuram describi dicitur: quando vnumquodq; latus circumscriptæ, vnumquonq; angulum eius circum quam describitur tangit.

ORONTIVS. ¶ Huiusmodi figurarum inscriptiones ac circumscriptiones, de regularibus, hoc est, æqualia latera, & angulos inuicē æquales habentibus (exceptis forsitan triangulis, in quæ cæteræ resoluntur rectilinæ figuræ) veniunt potissimum intelligendæ. In-



scribuntur præterea, atque inuicem circumscribuntur rectilinæ tantummodò figuræ, quæ eiusdem sunt speciei: vtpote, triagulo triagulo, quadratū quadrato, pëtagonū pëtagonο: &c. Oportet enim tot esse latera circumscriptæ, quot ipsius inscriptæ sunt anguli. Quancquàm porrò circulus non sit figura rectilinea: propter illius tamen regularitatem, possunt & ipsæ rectilinæ ac æquilateræ figuræ, circulo inscribi ac circumscribi, & è diuerso.

Quæ figuræ inscribatur & circumscribantur adinuicē.

In exēplum igitur primæ ac secundæ diffinitionis, habes obiectum a/b/c/triangulum æquilaterum, descriptū in d/e/f/triangulo: vel ipsum d/e/f/triangulum, ipsi a/b/c/triangulo responderent circumscriptum.

¶ Σχῆμα δὲ ἐν κύκλῳ ἐγγράφιδου λέγεται, ὅταν ἐκείνῃ γωνία τῶν ἐγγραφομένων, τῶν τῶν κύκλου περιφέρειας ἐκείνης γωνίας, τῶν περιγράφιδου ἀπῆνται.

3 Figura rectilinea, in circulo describi dicitur: quando vnusquisque angulus inscriptæ, circuli circumferentiam tangit.

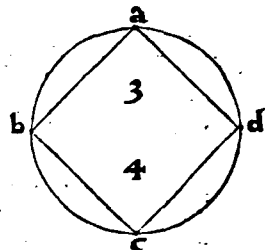
¶ Κύκλος δὲ πρὸς σχῆμα περιγράφιδου λέγεται, ὅταν ἐκείνῃ τῶν κύκλου περιφέρειας ἐκείνης γωνίας, τῶν περιγράφιδου ἀπῆνται.

4 Circulus verò, circa figuram rectilineam describi dicitur: quando

h.iiij.

circuli circumferentia, vnumquenque eius, circum quam describitur, angulum tangit.

Figura circularis, ob vniformem & regulatam circumferentiz à cētro distantiam, rectilineas omnes ac regulares figuras, tum intra, tū extra facillè capit: singulos angulos inscriptæ, vel omnia circumscriptæ contingēs latera. Quēadmodū in præcedentium tertiz & quartæ diffinitionum elucidationē, ostendit descriptum in $a/b/c/d$ circulo quadratum: vel idem circulus, quadrato $a/b/c/d$ circumscriptus.



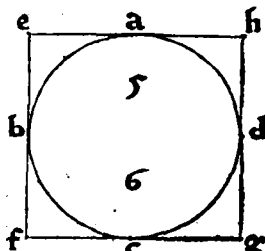
Κύκλος δὲ ὁμοίως ἐς σχῆμα λίγῃσι ἐγγράφεται, ὅταν ἢ τῷ κύκλῳ περιφύεται ἑκάστη πλευρὰ, τῷ ἐς ὃ ἐγγράφεται ὁρίσται.

Circulus autem in figura rectilinea describi dicitur: quādo circuli circumferentia, vnumquodq; latus eius in qua describitur tāgit.

Σχῆμα δὲ ἐνθύγραμμον περὶ κύκλον περιγράφεται λίγεται, ὅταν ἑκάστη πλευρὰ τῆς τῷ κύκλῳ περιφύεται, τῷ περιγραφομένου ἐφάπταιται.

Figura verò rectilinea, circa circulū describi dicitur: quando vnū quodque latus circumscriptæ, circuli circumferentiam tangit.

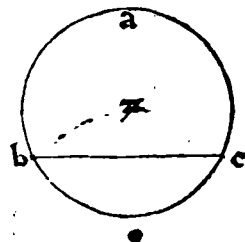
In exemplum, habes circulum $a/b/c/d$, in quadrato $e/f/g/h$ descriptum: atque idem quadratum $e/f/g/h$, descriptum circa eundem circulum $a/b/c/d$. Idem responderet velim intelligas de cæteris quibuscunque regularibus figuris, in circulo, vel circa eundem circulum, prius diffinita ratione descriptis.



Εὐθεῖα ἐς κύκλον ἀαγρόμεται λίγεται, ὅταν τὰ πέρατα αὐτῆς, ἢ τῷ κύκλῳ περιφύεται ἢ τῷ κύκλῳ.

Recta linea circulo congruere dicitur: quando eius extrema, in circuli circumferentiam cadunt.

Quancūq; hæc vltima diffinitio, tam de circuli dimetientibus, quā de cæteris rectis non per cētrum eductis (quas vocant chordas) sit intelligenda: ipsas tamen rectas circuli dimetiente minores potissimū respicere videtur, quæ sunt videlicet latera inscribendarum intra circulum rectilinearum figurarum. Cuiusmodi videtur esse recta b/c : cuius extrema, siue limites b & c , in dati circuli $a/b/c$ circumferentiam cadunt.



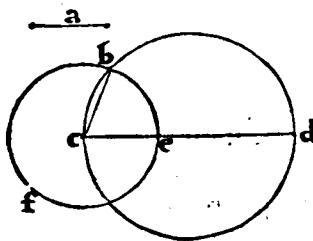
Εἰς τὸν δοθέντα κύκλον τῇ δοθείσῃ εὐθείᾳ μὴ μείζονι ὄντι τῆς κύκλου δισμέτρως, ἴσῳ εὐθεῖαν ἀαγρόμεσαι.

Problema I, Propositio I.

IN dato circulo, datæ rectæ lineæ minimè maiori circuli diametro existenti: æqualem rectam lineam coaptare.

ORONTIVS. ¶ Sit data recta linea a , non maior dimetiente dati circuli $b/c/d$ (non intraret enim circulum, si foret maior: quoniam in circulo maximus est dimetiens, per decimam quintam tertij) in quo quidem circulo oporteat ipsi datæ rectæ lineæ a , æqualē rectā lineā coaptare. Producat ergo circuli $b/c/d$,

dimetiēs c/d . Erit itaq; a recta linea, aut æqualis ipsi dimetiēti: aut eo minor. Si æqualis: iam coaptata est recta linea c/d , æqualis ipsi datæ rectæ lineæ a . Quod si a recta



linea, fuerit minor dimetiente c/d : secetur à maiori c/d , ipsi a minori æqualis, per tertiā primī: sitq; illa c/e . Et centro c , intervallo autē c/e , describatur circulus $b/e/f$, per tertium postulatū. Secabit igitur circulus $b/e/f$, datum $b/c/d$ circulum: sunt enim in eodem plano, & vnus circumferentia partim intra reliquum, partim verò extra. Secet igitur in pūcto b : & per primum postulatū, connectatur recta b/c . Coaptatur itaq; b/c recta, in da-

to $b/c/d$ circulo: cadunt enim extrema b & c , in ipsius $b/c/d$ circuli circumferentiā. Aio quod æqualis est ipsi a . Quoniam punctum c centrum est circuli $b/e/f$: æqualis est igitur b/c ipsi c/e , per circuli diffinitionem. Eidem porrò c/e , æqualis est a recta linea, per constructionem. Duæ igitur, a inquam, & b/c , eidem c/e sunt æquales: & proinde æquales adinuicem, per primam communem sententiā. Datæ igitur rectæ lineæ a , æqualis recta linea b/c , in dato circulo $b/c/d$ coaptatur. Quod oportebat facere.

E *Πρόβλημα β, Πρόθεσις β.*
Εἰ τὸν δοθέντα κύκλον, ὅθεν δόθῃσι περὶ γωνίᾳ, ἰσογώνιον τρίγωνον ἐγγράψαι.

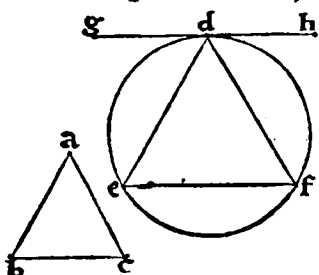
Problema 2,

Propositio 2.

2 **I**N dato circulo, dato triangulo, æquiangulum triangulum describere.

O R O N T I V S. Est datum triangulum $a/b/c$, cui oporteat describere æquiangulum triangulū, in dato circulo $d/e/f$. A dato igitur puncto g , dato circulo $d/e/f$, contingens recta linea ducatur $g/d/h$, tangens ipsum circulū $d/e/f$ in puncto d , per

Constructio figuræ.



decimamseptimam tertij. Et ad datam rectam lineam d/h , datūmq; in ea punctum d , dato angulo rectilineo qui ad b , æqualis angulus rectilineus cōstituatur $f/d/h$, per vigesimamtertiam primī: & per eandem, angulo qui ad c , æqualis angulus cōstituatur ad idem pūctum d , datæ rectæ lineæ g/d , sitq; g/d eipsis d/e & d/f , circulo $d/e/f$ coaptatis. cōnectatur demum e/f recta, per primū postulatū. Et quoniam circulū $d/e/f$, tangit quædam recta linea $g/d/h$, à cōtactu autem d , recta quædam linea d/f extenditur,

Ostensio problematis.

circulum dispescēs: angulus igitur qui ad e , in alterno segmēto $d/e/f$, angulo $f/d/h$, per trigessimamsecundā tertij est æqualis. Eidē porrò angulo $f/d/h$, datus est æqualis angulus qui ad b : per primam igitur communem sententiam, angulus qui ad b , æquus est angulo qui ad e . Et proinde angulus qui ad f , ipsi angulo qui ad c æqualis. Reliquus igitur angulus qui ad a , reliquo qui ad d , per trigessimamsecundā primī est æqualis. Aequiangulum est itaq; triangulum $d/e/f$, ipsi $a/b/c$ triangulo: describiturque in dato circulo $d/e/f$. In dato igitur circulo, dato triangulo, æquiangulum triangulum describitur. Quod fecisse oportuit.

Π *Πρόβλημα γ, Πρόθεσις γ.*
Εἰ τὸν δοθέντα κύκλον, ὅθεν δόθῃσι περὶ γωνίᾳ, ἰσογώνιον τρίγωνον περιγράψαι.

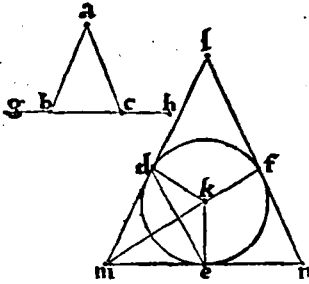
Problema 3,

Propositio 3.

3 **C**irca datum circulum, dato triangulo, æquiangulum triangulum describere.

ORONTIVS. ¶ Sit datum triangulum $a/b/c$, datus verò circulus $d/e/f$, circa quem expediat describere triangulum α quiangulum ipsi $a/b/c$ triangulo dato. Producaturs itaq; in directum ex vtraq; parte latus b/c , in g & h , puncta, per secundum postulatum: sitq; per primam tertij, ipsius circuli $a/b/c$ cētrum k , & connectatur d/k semidiameter, per primū postulatū. Ad punctum deinde k , data recta linea d/k , ipsi angulo $a/b/g$ α qualis angulus constituatur: $d/k/e$, per vigesimamtertiam primi: & per eandem, ad idem punctum k , data recta linea e/k , angulus constituatur $e/k/f$ ipsi angulo $a/c/h$ α qualis. A punctis autem d, e, f , ad rectos vtrinq; excitētur angulos $d/l, d/m, e/m, e/n, f/n$, & f/l , per vndecimam primi: quæ per decimamquartam eiusdem primi, in directum constituentur, atq; per corollarium decimæ sextæ

Quod l, m, n ,
sit triangulū.



Quod trian-
gulum l, m, n ,
ipsi a, b, c , sit
 α quiangulum.

tertij, tangent ipsum circulum in punctis d, e, f , conueniētiq; ad pūcta l, m, n . Connexa enim d/e per primū postulatū, diuidet vtrunq; angulum rectum qui ad d , & qui ad e : efficiētiq; propterea ad easdem partes versus m , interiores angulos $m/d/e$ & $d/e/m$ binis rectis minores. quare per quintum postulatū, conuenient d/m & e/m in punctum m . Et proinde e/n & f/n , in punctum natque d/l & f/l , ad punctum l . Triangulum erit igitur $l/m/n$: & circa datum circulum $d/e/f$, per sextam diffinitionem huius descriptum. Dico, qd & $a/b/c$ triangulo, est α quiangulum. Quadrilaterum enim $d/m/e/k$, cōnexa m/k , in bina triacula diuidetur: & cuiuslibet triāguli tres anguli, binis rectis, per trigessimamsecundam primi, sunt α quales. Et quatuor igitur anguli ipsius quadrilateri $d/m/e/k$, sunt α quales quatuor rectis. quorum qui ad d & e , recti sunt per constructionem: reliqui igitur qui ad m & k puncta consistunt anguli, duobus rectis coæquantur. Eisdem quoq; duobus rectis, α quales sunt per decimamtertiam primi, $a/b/g$ & $a/b/c$ anguli. α quales igitur sunt anguli qui ad m & k puncta, hoc est $d/m/e$ & $d/k/e$, ipsis angulis $a/b/g$ & $a/b/c$, per primam communem sententiam. Angulus porro $a/b/g$, angulo $d/k/e$, per constructionem est α qualis: reliquus igitur $d/m/e$, seu qui ad m angulus, reliquo qui sub $a/b/c$, per tertiam cōmunem sententiā est α qualis. Haud dissimiliter ostendemus angulum qui ad n , α qualem esse angulo $a/c/b$: atq; reliquū angulum qui ad l , reliquo qui sub $b/a/c$ tandē coæquari. α quiangulum est igitur $l/m/n$ triāgulum, ipsi dato triangulo $a/b/c$: describiturq; circa datum circulū $d/e/f$. Circa datum itaq; circulum, dato triangulo, α quiangulum descriptum est triangulum. Quod faciendum fuerat.

Eἰς τὸ δοθὲν τρίγωνον κύκλον ἐγγράψαι.

Πρόβλημα δ',

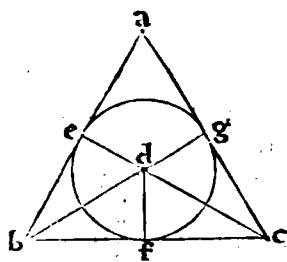
Πρόθεσις δ'.

IN dato triangulo, circulum describere.

Problema 4.

Propositio 4.

ORONTIVS. ¶ Esto datum triangulum $a/b/c$, in quo oporteat circulum describere. Secentur ergo bifariam, per nonam primi, qui sub $a/b/c$ & $a/c/b$ continentur anguli: rectis quidem lineis b/d & d/c , in punctum d , per quintum postulatū, tandem conuenientibus. Et à puncto d , in rectas a/b , b/c , & c/a , perpendiculares deducātur $d/e, d/f$, & d/g , per duodecimam primi. Aio itaq; primū, $d/e, d/f$, & d/g , fore inuicem α quales. Triangula enim $b/e/d$ & $d/f/b$, habent duos angulos duobus angulis α quales: vtpote, $e/b/d$ ipsi $d/b/f$ per cōstructionē, & rectum qui ad e , recto qui ad f , per quartum postulatū. habent insuper vnum latus, vni lateri



æquale: cōmune scilicet b/d , quod sub vno æqualium sub-
tenditur angulorum. Reliqua itaque latera, reliquis late-
ribus habebunt æqualia alterum alteri, per vigesimam-
sextam primi. Aequalis est igitur d/e , ipsi d/f . & proinde
 d/g , ipsi d/f itidem æqualis. Hinc per primam communē
sententiam, d/e atque d/g , inuicem æquales erunt. Tres
igitur d/e , d/f , atque d/g , æquales sunt adinuicem. Centro
igitur d , interuallo autem d/e , aut d/f , aut d/g , circulus
describatur $e/f/g$, per tertium postulatū. Transibit ergo circulus ipse, per eadem
puncta e, f, g : tangētque propterea eundem circulum $e/f/g$, ipsa $a/b, b/c$, & c/a , dati
 $a/b/c$ trianguli latera, per decimæ sextæ tertij corollarium: excitantur enim ad re-
ctos angulos, ab ipsorum dimetientium $d/e, d/f$, & d/g , extremitatibus. Circulus au-
tem in figura rectilinea describi dicitur: quando circuli circumferentia, vnumquod-
que latus eius in qua describitur tangit, per quintam huius quarti diffinitionē. In
dato itaque triangulo $a/b/c$, circulus describitur $e/f/g$. Quod oportuit fecisse.

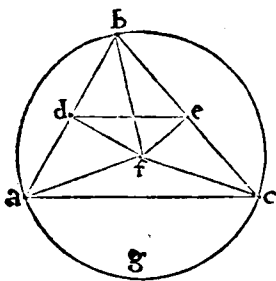
Π $\epsilon\rho\iota\ \tau\ \delta\iota\theta\epsilon\iota\mu\ \tau\rho\iota\gamma\omega\nu\mu\ \kappa\upsilon\kappa\lambda\omicron\mu\ \pi\omicron\delta\epsilon\iota\gamma\mu\epsilon\tau\alpha\iota.$ $\epsilon,$ $\epsilon\rho\theta\epsilon\iota\sigma\epsilon$ $\epsilon.$

Problema 5, Propositio 5.

5 **C**irca datum triangulum, circulum describere.

ORONTIVS. ¶ Sit triangulum $a/b/c$: circa quod receptum sit describere cir-
culum. Secentur itaq; bifariam, per decimam primi, a/b & b/c ipsius dati trianguli
latera: in punctis quidem d & e . Ab ipsis deinde punctis d & e , ad rectos excitetur
angulos d/f & e/f , per vndecimā ipsius primi. Aio primū, rectas d/f & e/f in di-
rectum productas, tandem conuenire. Cōnexa enim recta d/e , per primum postu-
latum: ea diuidet vtrunque rectū angulum $b/d/f$ & $b/e/f$. & proinde in rectas d/f &
 e/f , recta incidēs d/e : efficiet ad easdem partes interiores angulos, duobus rectis mi-
nores. Conuenient igitur ipsæ d/f & e/f per quintū po-
stulatū: conueniant itaque, ad punctum f . Aut igitur f
punctum cadet intra triangulum $a/b/c$, aut super latus
 a/c , vel extra ipsum $a/b/c$ triangulum. Cadat primū
intra triangulū, velut in prima figuræ dispositione: & con-
nectantur, per primum postulatū, f/a , f/b , & f/c lineæ
rectæ. Cū igitur a/d , sit æqualis ipsi d/b , & vtriq; com-
munis d/f : erunt duo latera a/d & d/f trianguli $a/d/f$,
duobus lateribus f/d & d/b trianguli $f/d/b$ æqualia al-

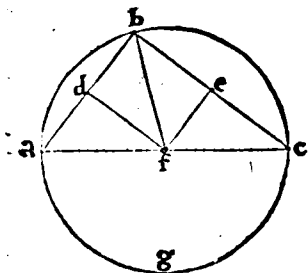
Generalis fi-
guræ præpa-
ratio.



Prima figuræ
differentia.

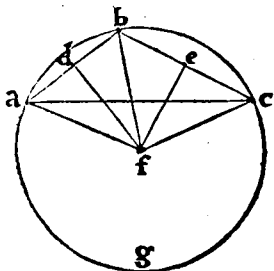
terū alteri: & æquos inuicē continent angulos, per quartum postulatū: nempe re-
ctos, qui circa d . Basis igitur a/f , basi f/b , per quartam primi est æqualis. Haud dissi-
militer ostēdetur, quod f/c , eidem f/b æqualis est: & proinde f/a , æqualis ipsi f/c , per
primam communem sententiam. Tres igitur f/a , f/b , & f/c , sunt inuicem æquales.
Centro itaq; f , interuallo autem f/a , vel f/b , aut f/c : circulus describatur $a/b/c/g$, per
tertium postulatū. Transibit igitur descriptus ipse circulus, per puncta a, b, c , ad
quæ dati trianguli $a/b/c$ continentur anguli: tangētque propterea ipsius circuli cir-
cumferentia, vnumquēque angulum dati $a/b/c$ trianguli. Ergo per quartam huius
quarti diffinitionem, circa datum triangulum $a/b/c$, circulus describitur. ¶ Concur-
rant autem ipsæ rectæ lineæ d/f & e/f , super latus a/c , vt in succedenti figura: & con-
nectatur f/b , per primum postulatū. Haud dissimiliter ostendemus, quod f/a ipsi
 f/b est æqualis: necnon & f/c , eidem f/b , per eandem quartam primi. Hinc rursū,

Secunda figu-
ræ differentia.



Tertia figure dispositio.

pendiculares, extra datum $a/b/c$ triangulum, vt habet vltima descriptionis formula: & connectantur rursum $f/a, f/b, \& f/c$ lineæ rectæ, per primum postulatam. Simili prorsus concludemus ostensione, tres rectas lineas $f/a, f/b, \& f/c$, fore rursum inuicem æquales. habent enim triangula $a/d/f$ & $f/d/b$, duo latera a/d & d/f , duobus lateribus f/d & d/b æqualia alterum alteri: & æquos angulos, vtpote rectos qui cir-



ca d /continentia. vnde per quartā ipsius primi, basis a/f , basi f/b , concludetur æqualis. Et proinde f/c , æqualis eidem f/b . Hinc per primam communem sententiam f/a , ipsi f/c æquabitur: tres quoque $f/a, f/b, \& f/c$, tandem conuincuntur æquales. Quapropter descripto, per tertium postulatam, pro centro f , ad ipsius f/a , vel f/b , aut f/c intervallum circulo: transibit ipsius circuli circumferentia, per eadem puncta a, b, c , ad quæ dati trianguli $a/b/c$ conueniunt latera. Hinc per quartam huius quarti diffinitionem, descriptus erit idem circulus, circa datum $a/b/c$ triangulum. Quod faciendum suscepamus.

Corollarium.

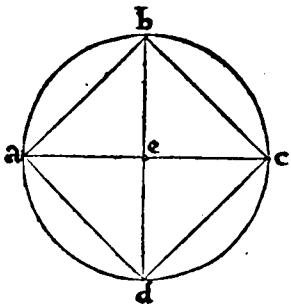
¶ Ex his, & trigesima prima tertij fit manifestum, quod dū f /centrum circuli cadit intra datum $a/b/c$ triangulum: angulus qui ad b /recto minor est, nempe in segmento semicirculo maiori consistens. Dū autem cadit in latus b/c : angulus ipse qui ad b , in semicirculo est, & proinde rectus. Quādo verò centrū ipsum cadit extra datū triangulum: idem angulus qui ad b /recto maior est, vtpote in segmento semicirculo minori constitutus. Hinc versa vice sequitur, quod in oxygonijs triāgulis circūscribendi circuli centrū cadit intra datum triangulum: in rectangulis verò, in medium subtenſi lateris: in amblygonijs deniq; triāgulis, extra ipsum triangulū datum.

Εἰς τὸν δοθέντα κύκλον τετράγωνον ἐγγράψαι.

Problema 6, Propositio 6.

IN dato circulo, quadratum describere.

ORONTIVS. ¶ Esto datus circulus $a/b/c/d$, cuius centrū e : in quo quidem circulo oporteat describere quadratum. Coaptentur igitur ipsi $a/b/c/d$ circulo, dimetientes a/c & b/d , ad rectos angulos sese inuicem dirimentes: & coniungantur $a/b, b/c, c/d, \& d/a$ lineæ rectæ, per primū postulatam. Quadrilaterū erit igitur $a/b/c/d$: & intra datum circulum, per tertiā huius quarti diffinitionē descriptum: vnusquisq; enim angulus inscripti quadrilateri, circuli circumferentiā tangit. Aio ipsum $a/b/c/d$ quadrilaterum, fore quadratum. Nam $e/a, e/b, e/c, \& e/d$ lineæ rectæ, sunt per circuli diffinitionē inuicē æquales: ex centro enim in circumferentiā.



Potissima demonstrationis pars.

Binæ igitur a/e & e/b trianguli $a/e/b$, duabus b/e & e/c trianguli $b/e/c$ coæquatur: & æquos inuicē continent angulos, nēpe rectos qui ad centrū e . Basis igitur a/b , basi b/c , per quartā primi est æqualis. Et proinde a/d & d/c , tum inuicē, tum vtriq; ipsarū a/b & b/c , ostenduntur æquales. Acquilaterum est itaq; $a/b/c/d$ quadrilaterum. Insuper, quoniam a/c , dimetiens est ipsius dati circuli: vterque propterea angulorū qui ad b & qui ad d , est in semicirculo, & proinde rectus, per trigessimā primā tertij. Et per eandem, qui ad a & c sunt anguli, itidem recti: dimetiens enim est b/d . Rectangulum est igitur ipsum $a/b/c/d$ quadrilaterum. Patuit quòd & æquilaterū: ergo quadratū, per trigessimā ipsius primi diffinitionē. In dato igitur circulo $a/b/c/d$, quadratum describitur. Quod facere oportebat.

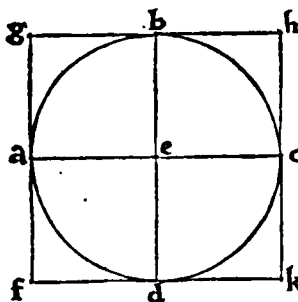
Π πρόβλημα ε, πρόθεσις ε.
 ἐπὶ τὸν δοθέντα κύκλον, τετράγωνον περιγράψαι.

Problema 7. Propositio 7.

7 **C**irca datum circulum, quadratum describere.

ORONTIVS. ¶ Sit datus circulus $a/b/c/d$: circa quem receptum sit quadratū describere. Coextendantur ergo ipsius dati circuli dimetientes a/c & b/d , in centro e ad rectos sese dirimentes angulos. Et per ipsorum dimetientium extrema puncta a, b, c, d , parallelæ ducantur, per trigessimā primā primi: f/g quidem & h/k ipsi b/d , f/k autem & g/h ipsi a/c , ad puncta tandem f, g, h, k , inuicē (veluti cum ipsis dimetientibus) concurrentes. Quæ autem eidem rectæ lineæ parallelæ: & adinuicem, per trigessimā ipsius primi, sunt parallelæ. Parallela est igitur f/g ipsi h/k , & f/k ipsi g/h : & proinde quadrilaterum $f/g/h/k$ parallelogrammum, atq; singula in eodem $f/g/h/k$ cōprehensa quadrilatera itidē parallelogrāma. Dico ipsum $f/g/h/k$

Quòd descri-
ptū parallelo-
grammum, sit
quadratum.



parallelogrammum, fore quadratum: descriptūq; circa datum $a/b/c/d$ circulum. Parallelogrammorū enim locorum latera quæ ex opposito, æqualia sunt adinuicem, per trigessimā quartā primi. æqualis est igitur f/g ipsi h/k , & f/k ipsi g/h : necnon vtraque f/g & h/k ipsi b/d , vtraque rursum f/k & g/h ipsi a/c æqualis. Porro a/c & b/d , æquales sunt adinuicem: nempe eiusdem circuli dimetiētes. Quæ autem æqualibus æqualia sunt, ea quoq; sunt inuicem æqualia, per primā communem sententiam. Quatuor igitur $f/g, g/h, h/k, & k/f$, sunt adinuicem

æquales: & proinde $f/g/h/k$ parallelogrammum, æquilaterum. Parallelogrammorū rursum $a/b, b/c, c/d, & d/a$, qui ex opposito sunt anguli, æquales sunt adinuicem, per eandem trigessimā quartā primi: æquales sunt igitur singuli qui ad puncta f, g, h, k , sunt anguli, singulis qui ad e centrum ex opposito consistunt angulis. Anguli porro qui circa e , per constructionē recti sunt: & recti igitur sunt, qui ad puncta f, g, h, k , continentur. Rectangulum est itaque $f/g/h/k$ parallelogrāma. Patuit quòd & æquilaterum: est igitur quadratum, per trigessimā ipsius primi diffinitionem. Aio demum, quòd & circa datum circulum $a/b/c/d$ describitur. In parallelas enim f/g & b/d , recta incidens a/e , facit alternos angulos $a/e/b$ & $e/a/f$: similiter & $a/e/d$ atque $e/a/g$, inuicem æquales, per vigesimā nonā primi. Atqui recti sunt qui sub $a/e/b$ & $a/e/d$, per constructionem: & vterque igitur qui circa a , rectus est. Haud aliter ostendemus, quòd & reliqui circa puncta b, c, d cōsistentes anguli, recti sunt. Quæ autem à circuli dimetientium extremitatibus, ad rectos ducuntur angulos: ipsum circulum tangunt, per decimā sextā tertij corollarium. Tangit igitur

Quòd ipsum
quadratū, cir-
culo circūscri-
batur.

unumquodque latus ipsius quadrati $f/g/h/k$, circumferentiam dati $a/b/c/d$ circuli. Igitur per sextam huius quarti diffinitionē, circa datum circulum $a/b/c/d$, quadratū describitur $f/g/h/k$. Quod faciendum receperamus.

E $\Gamma\epsilon\beta\lambda\eta\mu\alpha$ κ , $\Gamma\epsilon\theta\epsilon\iota\varsigma$ κ .
 $\Gamma\epsilon\beta\lambda\eta\mu\alpha$ κ , $\Gamma\epsilon\theta\epsilon\iota\varsigma$ κ .
 $\Gamma\epsilon\beta\lambda\eta\mu\alpha$ κ , $\Gamma\epsilon\theta\epsilon\iota\varsigma$ κ .

I *Problema 8, Propositio 8.*
 IN dato quadrato, circulum describere.

8

Centri inscri-
 bēdi circuli in-
 uestigatio.

O R O N T I V S. ¶ In quadrato enim $a/b/c/d$, circulum describere sit operæpre-
 tium. Secetur itaque bifariam utrūq; latus a/b & b/c , in punctis quidem e & f : per
 decimam primi. æquales erūt igitur a/e , e/b , b/f , & f/c adinuicem, per septimā com-
 munem sententiā: nempe æqualium laterum a/b & b/c dimidiā. Per trigessimā pri-
 mam rursum eiusdem primi, per punctū e , ipsis a/d & b/c parallela ducatur e/g : per
 f autem punctum, ipsis a/b & c/d parallela f/h , secans eandem e/g in puncto k .

Parallelogramma sunt igitur $a/f/d$, d/e , & e/c necnon e/f , f/g , g/h , & h/c . Paral-
 lelogrammorum autem locorum latera quæ ex opposi-
 to, & anguli, æqualia sunt adinuicem: per trigessimā
 quartam ipsius primi. Parallelogrammi igitur d/e , an-
 gulus qui ad e , æqualis est opposito qui ad d : ipsius item
 e/c parallelogrammi angulus qui ad e , opposito qui ad
 c itidem æqualis. qui autem ad c & d consistunt anguli,
 recti sunt, per quadrati diffinitionem. Rectus est igitur
 vterque angulus, qui circa punctum e . Haud dissimiliter
 ostendetur, quod vterque angulus, qui circa f , aut g , vel
 h punctum, rectus est. Aequalis insuper est k/h , ipsi a/e ,
 & k/f : ipsi e/b : item k/e : ipsi b/f , & k/g : demum ipsi f/c .

Atqui a/e , e/b , b/f , & f/c , sunt æquales adinuicem: quæ autē æqualibus sunt æqua-
 lia, & adinuicem æqualia sunt, per primam communem sententiā. Quatuor igitur
 k/e , k/f , k/g , & k/h , æquales sunt adinuicem. Centro ergo k , intervallo autē k/e ,
 vel k/f , aut k/g , seu k/h , circulus per tertiū describatur postulatū $e/f/g/h$. Transibit
 igitur ipsius circuli circumferentia, per eadem puncta e , f , g , h , ipsorū e/g & f/h dime-
 tientium extremitates: cum quibus dimetiētibus, ipsius $a/b/c/d$ quadrati latera, ad
 rectos (vt præostensum est) conueniunt angulos. Tangit ergo circuli $e/f/g/h$ cir-
 cunferentia, unūquodq; latus eiusdem quadrati $a/b/c/d$, per decimæ sextæ tertij co-
 rollarium. Hinc per quintam huius quarti diffinitionē, in dato quadrato $a/b/c/d$,
 circulus describitur $e/f/g/h$. Quod faciendum fuerat.

Absolutio p-
 blematis.

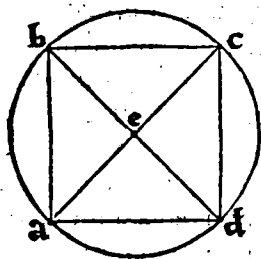
Π $\Gamma\epsilon\beta\lambda\eta\mu\alpha$ θ , $\Gamma\epsilon\theta\epsilon\iota\varsigma$ θ .
 $\Gamma\epsilon\beta\lambda\eta\mu\alpha$ θ , $\Gamma\epsilon\theta\epsilon\iota\varsigma$ θ .
 $\Gamma\epsilon\beta\lambda\eta\mu\alpha$ θ , $\Gamma\epsilon\theta\epsilon\iota\varsigma$ θ .

C *Problema 9, Propositio 9.*
 Circa datum quadratum, circulum describere.

9

Vt circumscri-
 bēdi circuli
 centrum inue-
 niatur.

O R O N T I V S. ¶ Esto quadratum $a/b/c/d$, circa quod oporteat describere cir-
 culum. Connectantur igitur a/c & b/d rectæ lineæ, per primū postulatū, in pun-
 cto e sese inuicem dirimentes. Et quoniā per quadrati diffinitionem, æqualis est
 a/b ipsi b/c , & b/d vtrique communis: binæ igitur a/b & b/d trianguli $a/b/d$, dua-
 bus d/b & b/c trianguli $d/b/c$ sunt æquales altera alteri: & basis a/d , basi d/c itidē
 æqualis. Angulus igitur $a/b/d$, angulo $d/b/c$, per octauam primi est æqualis. Totus
 itaq; angulus $a/b/c$, bifariam diuiditur sub recta b/d . Haud aliter monstrabimus



quòd vnusquisq; reliquorum angulorum qui sub $b/a/d$, $b/c/d$, & $a/d/c$; bifariam itidem sub ipsa b/d , & a/c recta diuiditur. Angulus porro $a/b/c$, angulo $b/a/d$, per quartum postulatum est æqualis: nempe rectus recto. Quæ autem æqualium sunt dimidium, æqualia sunt adinuicem, per septimam communem sententiam. Aequalis est igitur angulus $a/b/e$, angulo $e/a/b$: & proinde latus e/a , lateri e/b , æquale, per sextam primi. Eodem prorsus modo ostendemus, e/c & e/d rectas, tum adinuicem, tum ipsis e/a & e/b rectis lineis coæquari.

Quatuor igitur e/a , e/b , e/c , & e/d , æquales sunt adinuicem. Cētro igitur e , intervallo autem e/a , vel e/b , aut e/c , vel e/d , circulus describatur, per tertium postulatum. Transibit ergo descriptus circulus per puncta a, b, c, d : quapropter & ipsius circuli circumferētia tanget vnūquenq; angulum ipsius quadrati $a/b/c/d$. Per quartā igitur huius quarti diffinitionem: circa datum quadratum $a/b/c/d$, circulus describitur: Quòd oportuit fecisse.

Ostensio problematis, prioris similis.

Πρόβλημα ι, Πρόθεσις ι.
Ισοσκελὲς τρίγωνον συστήσασθαι, ἔχον ἑκατέρω τῶν πρὸς τῇ βάσει γωνιῶν διπλασίονα τῆς λοιπῆς.

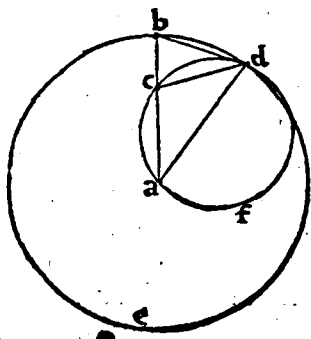
Problema 10, Propositio 10.

10 **I**soceles triangulum cōstituere, habens vnumquenque eorum qui ad basin sunt angulorum, duplum reliqui.

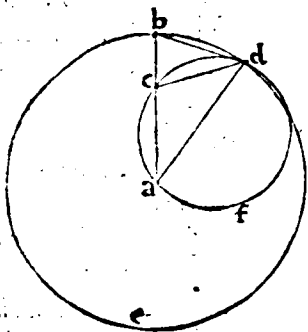
ORONTIVS. Hoc quæsitum, ad succedentiū propositionum demonstrationem, ita confirmatur. Sit data recta quædam linea a/b : quæ per vndecimam secundi ita secetur in puncto c , vt comprehensum sub tota a/b & segmento b/c rectangulum, æquum sit ei quod ex reliquo segmento a/c fit quadrato. Et centro a /intervallo autē a/b , circulus describatur $b/d/e$, per tertium postulatum. Et per primā huius quarti, in circulo $b/d/e$, datæ rectæ lineæ a/c (quæ non est maior ipsius circuli semidiametro) æqualis recta linea coaptetur: sitq; b/d . connectāturq; a/d & c/d lineæ rectæ, per primum postulatum. Triangulum erit igitur $a/b/d$, atq; isosceles: æqualis est enim a/b ipsi a/d , per quindecimam diffinitionem primi. Dico quòd vnusquisq; angulorum qui ad basin b/d , duplus est reliqui anguli qui ad a . Circa enim triangulum $a/c/d$, per quintam huius quarti, describatur circulus $a/c/d/f$. Et quoniam per constructionem, quod sub a/b & b/c cōtinetur rectangulum, æquum est ei quod ex c/a fit quadrato: & ipsi c/a data est æqualis b/d , ab æqualibus autem rectis æqualia describūtur quadrata, per corollariū quadragesimæ sextæ primi. Cōprehensum igitur sub a/b & b/c rectangulum, æquum est ei, quod ex b/d fit quadrato. Atqui b /punctū extra circulum $a/c/d/f$ suscipitur, ab eoq; in circulum geminæ procidunt lineæ rectæ a/b & b/d , quarū altera vtpote a/b circulum secatur, altera verò b/d cadit, estq; sub tota disspescēte & extrinsecus sumpta b/c comprehensum rectangulū, æquale ei quod ex cadente b/d fit quadrato. Cadens igitur b/d , tangit per vltimam tertij circulum $a/c/d/f$, in pūcto d vtriq; circulo communi.

Constructio figuræ.

Ostensio problematis.



Rursum quoniam b/d recta tangit circulū $a/c/d/f$, & à cōtactu d extēditur recta quædā linea a/c circulum disspescens: angulus igitur $b/d/c$, angulo $c/a/d$, (qui in alterno consistit segmento) per trigessimā secundam tertij, est i.ij.



æqualis. Quod si vtrique æqualium angulorum addatur communis angulus $a/d/c$ totus angulus $a/d/b$, duobus qui sub $c/a/d$ & $a/d/c$ sunt angulis, erit per secundam communem sententiā æqualis. Eisdem porro qui sub $c/a/d$ & $a/d/c$ continentur angulis, exterior angulus $b/c/d$, per trigessimam secundam primi coæquatur. Per primā igitur communem sententiā, angulus $a/d/b$, angulo $b/c/d$ est æqualis. Angulo rursus $a/d/b$, æquus est angulus $c/b/d$, aut (si velis) $a/b/d$, per quintā primi: sunt enim ad basin b/d isoscelis triāguli $a/b/d$. Duo itaque anguli $b/c/d$ & $c/b/d$, eidem angulo $a/d/b$ sunt æquales: & æquales pro-

pterea adinuicē, per primā communē sententiā. Hinc latus c/d lateri b/d , per sextā ipsius primi coæquatur. sed eidem b/d , æqualis est per constructionem a/c binæ igitur a/c & c/d , eidem b/d sunt æquales: & æquales itaq; rursus adinuicē, per eādem primam communem sententiā. Angulus igitur $a/d/c$, angulo $c/a/d$, per eandē quintam primi est æqualis: & vterq; propterea dimidius ipsius anguli $a/d/b$, nā angulus $a/d/b$ eidem angulis $a/d/c$ & $c/a/d$ æqualis iam ostensus est. Duplus est igitur angulus $a/d/b$, ipsius anguli qui ad a . Eidem porro angulo $a/d/b$, æqualis rursus est $a/b/d$: quæ autem æqualia sunt, eiusdem sunt duplicia, per sextæ communis sententiæ conuersionem. Et $a/b/d$ itaq; angulus, eiusdem anguli qui ad a duplus itidem est. Isosceles ergo triangulum constituitur $a/b/d$, habens vnumquenq; eorum qui ad basin b/d sunt angulorum duplum reliqui. Quod facere oportebat.

E

πρόβλημα ια,

πρόβλημα ια.

Ἐστὸν δοθέντι κύκλῳ, πεντάγωνον ἰσοπλευρὸν τε καὶ ἰσογώνιον ἐγγράψαι.

Problema II,

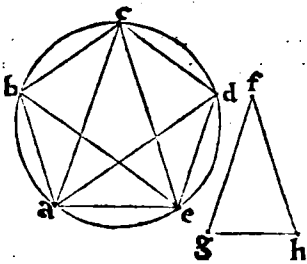
Propositio II.

IN dato circulo, pentagonum æquilaterum & æquiangulum describere.

ORONTIVS. ¶ Estο datus circulus $a/b/c/d/e$, in quo receptum sit describere pentagonum æquilaterum & æquiangulum. Constituaturs per antecedentem decimam propositionem, triangulum $f/g/h$: cuius vnusquisq; eorum qui ad basin g/h sunt angulorum, duplus sit reliqui anguli qui ad f . Et per secundam huius quarti, in dato circulo $a/b/c/d/e$, dato triangulo $f/g/h$, æquiangulum triangulum describatur $a/c/e$: sitq; angulus qui ad c , angulo qui ad f æqualis. Cū igitur vterq; angulorum qui ad basin g/h , duplus sit reliqui qui ad f : erit & vterque eorum qui ad basin a/e , reliqui anguli qui ad c itidem duplus. Secetur itaque bifariam, per nonam primi, vterq; angulorum qui sub $c/a/e$ & $a/e/c$, productis in circumferentiā a/d & e/b rectis: & connectantur a/b , b/c , c/d , & d/e lineæ rectæ, per primum postulatū. Pentagonum est itaq; $a/b/c/d/e$ rectilineum: & in dato circulo, per tertiam huius quarti diffinitionem descriptum.

Constructio inscribendi pentagoni.

Quod inscriptū pentagonū sit æquilaterum.



¶ Aio primū, qd & æquilaterū. Nam angulus qui sub $a/c/e$, dimidius est vtriusq; æqualium angulorum qui sub $c/a/e$ & $a/e/c$. sed anguli $c/a/d$ & $d/a/e$, ipsius $c/a/e$: anguli item $a/e/b$ & $b/e/c$, ipsius $a/e/c$ sunt dimidium, secti enim sunt bifariā $c/a/e$ & $a/e/c$ anguli. Quæ autem eiusdem, vel æqualium sunt dimidium, æqualia sunt adinuicē, per septimam communem sententiā. Quinq; igitur anguli $a/c/e$, $a/e/b$, $b/e/c$, $c/a/d$, & $d/a/e$, ad circumferentiā ipsius circuli consistētes,

sunt adinuicē æquales. In eodem porrò circulo æquales anguli, in æqualibus circumferētijs subtenduntur, etsi ad centrum, etsi ad circumferentiam deducti fuerint, per vigesimam sextam tertij. Quinq; ergo circumferētiæ $a/b, b/c, c/d, d/e, \& e/a$, æquales sunt adinuicem. In eodem rursum circulo, sub æqualibus circumferētijs æquales rectæ lineæ subtenduntur, per vigesimam nonam ipsius tertij. Aequales itaq; inuicem sunt præfatas circumferētijs subtendentes lineæ rectæ: & proinde $a/b/c/d/e$ pentagonum æquilaterum. ¶ Dico tandem φ & æquiangulum. Quoniam circumferētia a/b , circumferētiæ c/d est æqualis: si vtriq; æqualium addatur cōmunis circumferētia $a/e/d$, resultabunt $a/e/d/c$ & $b/a/e/d$ circumferētiæ, per secundam cōmunem sententiam inuicem æquales. Sub ipsa porrò circumferētia $a/e/d/c$, deducitur angulus $a/b/c$ sub ipsa autem $b/a/e/d$, angulus $b/c/d$, & vterq; ad circumferentiam eiusdem circuli. Aequalis est igitur angulus $a/b/c$, angulo $b/c/d$: sub æqualibus enim circumferētijs æquales deducuntur anguli, in eodem potissimū circulo, etsi ad centrum etsi ad circumferentiam fuerint deducti, per vigesimam septimam tertij. Haud dissimiliter ostendemus, reliquos angulos qui sub $c/d/e$, & $d/e/a$, & $e/a/b$, tum inuicem, tum vnicuiq; ipsorum $a/b/c$ & $b/c/d$ cōæquari. Aequiangulum est igitur $a/b/c/d/e$, pentagonū. patuit φ & æquilaterum. In dato itaq; circulo, pentagonū æquilaterū & æquiangulum descripsimus. Quod faciendum receperamus.

Quodd idē pentagonum sit æquiangulū.

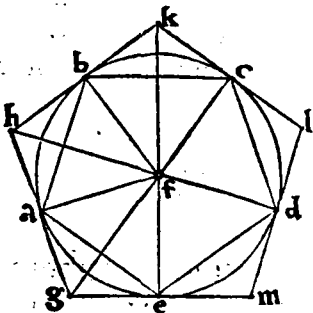
Π $\Gamma\epsilon\acute{o}\beta\lambda\eta\mu\alpha$ ιβ, $\Gamma\epsilon\acute{o}\theta\epsilon\iota\varsigma$ ιβ.
 $\epsilon\pi\iota$ τῷ δοθέντι κύκλῳ, πεντάγωνον ἰσοπλευρὸν τε καὶ ἰσογώνιον περιγράψαι.

Problema 12, Propositio 12.

12 **C**irca datum circulum, pentagonum æquilaterum & æquiangulum describere.

O R O N T I V S. ¶ Sit rursum datus circulus $a/b/c/d/e$, cuius centrum f circa quem oporteat describere pentagonum æquilaterum & æquiangulum. Describatur in primis in ipso circulo dato, pentagonū æquilaterū & æquiangulum $a/b/c/d/e$, per antecedentem vndecimam propositionem: & cōnectantur $f/a, f/b, f/c, f/d, \& f/e$ semidiametri, per primum postulatū. A punctis autem a, b, c, d, e , ad rectos vtrinq; suscitētur angulos $a/g, a/h, b/h, b/k, c/k, c/l, d/l, d/m, e/m, \& e/g$, per vndecimam primi. In directum igitur constituentur $g/a/h, h/b/k, k/c/l, l/d/m, \& m/e/g$, per decimā quartam eiusdem primi: tangētq; circulum datum, per decimā sextā tertij corollarium, in punctis quidem a, b, c, d, e . Conuenient insuper ad puncta g, h, k, l, m . Recta enim a/b , incidēs in g/h & h/k rectas, diuidit vtrunq; angulum rectum qui sub $f/a/h$ & $h/b/f$, efficitque propterea interiores & in eadem parte angulos $a/b/h$ & $h/a/b$ duobus rectis minores: necessum est igitur, rectas g/h & h/k in infinitū productas, tandem concurrere ad partes h , per quintum postulatū. Haud dissimiliter ostendemus, quodd h/k & k/l conuenient ad punctū k , atq; k/l & l/m ad punctum l , necnon l/m & m/g ad punctum m : m/g tandem & g/h ad punctū g . Pentagonū est igitur $g/h/k/l/m$: & circa datū circulū $a/b/c/d$, per sextā huius quarti diffinitionē, descriptū. ¶ Aio iam φ & æquilaterū. Cōiungātur enim $f/g, f/h, \& f/k$ rectæ lineæ, per primū postulatū. Rectāgula igit' erūt $a/f/h$ & $h/f/b$ triāgula. vnde per quadagesimā septimā primi quæ ab

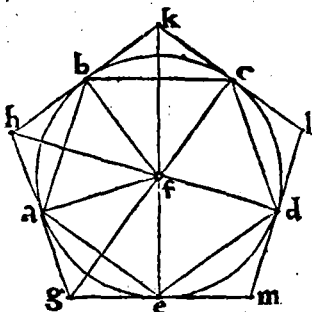
Pentagoni perpositi circuli scriptio.



quadrato æqualia. Quæ igitur ex f/a & a/h sūt quadrata, eis quæ ex f/b & b/h sūt i. iij.

Quodd circumscriptum pentagonum sit æquilaterū.

quadratis, sunt per primam communem sententiam æqualia: quorum id quod ex f/a , ei quod ex f/b est æquale, per corollarium quadragesimæ sextæ priminam f/a , ipsi f/b æqualis est, per circuli diffinitionem. Reliquum igitur quod ex a/h fit quadratum, reliquo quod ex h/b per tertiam cõmunem sententiam est æquale: & proinde a/h , ipsi h/b , per idem æquatur corollarium. Similiter ostendetur q̃ a/g ipsi g/e , & b/k ipsi k/c est æqualis: & consequenter ita de cæteris. Rursum quoniam a/f ipsi f/b est æqualis, & f/h vtrique cõmunis: duo igitur latera a/f & f/h trianguli $a/f/h$, duobus h/f & f/b trianguli $h/f/b$, sunt æqualia alterum alteri: basis quoq; a/h , basi h/b æqualis. Angulus igitur $a/f/h$, angulo $h/f/b$ æqualis est, per octauam primi: & vterque proinde, ipsius anguli $a/f/b$ dimidijs. Eodem modo colligemus, angulum $a/f/g$ dimidiũ fore ipsius anguli $a/f/e$. Atqui anguli $a/f/b$ & $a/f/e$, æquales sunt adinuicem, per vigesimam septimam tertij: nempe ad centrum f , sub circumferentijs a/b & a/e inuicem æqualibus deducti. Quæ autem æqualium sunt dimidium, æqualia sunt adinuicem, per septimam communem sententiam. Aequalis est igitur angulus $a/f/g$, angulo $a/f/h$: & rectus $f/a/g$, recto $f/a/h$, per quartum postulatũ æqualis. Triangula igitur $a/f/g$ & $a/f/h$, habent duos angulos duobus angulis æquales alterum alteri. vñũq; latus a/f vtriq; cõmune, quod æquis adiacet angulis: reliqua igitur latera, reliquis lateribus æqualia, & reliquum angulũ reliquo angulo æqualẽ habebunt, per vigesimam sextam primi. Aequalis est igitur a/g ipsi a/h , & tota consequenter g/h ipsius a/h dupla: necnon angulus $a/g/f$, angulo $f/h/a$ æqualis. Haud aliter ostendemus quod h/k , dupla est ipsius b/h . Porro a/h &



Quod idẽ cir-
cũscriptũ pen-
tagonũ sit
æquiangulũ.

h/b , æquales præostensæ sunt: quæ autem æqualium duplicia sunt, adinuicem sunt æqualia, per sextam cõmunem sententiã. Aequalis est igitur g/h ipsi h/k . Similiter quoq; demonstrabitur, quod cætera ipsius pentagoni latera, vtpote k/l , l/m , & m/g , tum inuicem, tum vtrique ipsarum g/h & h/k sunt æqualia. Aequilaterũ est igitur $g/h/k/l/m$ pentagonum. ¶ Dico tandem quod & æquiangulum. Quoniam enim æqualis est a/h ipsi h/b , & h/f vtriq; cõmunis: binæ igitur a/h & h/f triaguli $a/h/f$, duabus f/h & h/b triaguli $f/h/b$, sunt æquales altera alteri: basis quoq; a/f , basi f/b æqualis, per diffinitionem circuli. Angulus igitur $a/h/f$, angulo $f/h/b$, per octauã primi est æqualis. Totus itaq; angulus $a/h/b$, ipsius $a/h/f$ duplus est. Haud aliter monstrabitur, quod angulus $a/g/f$, angulo $f/g/e$ itidem cõæquatur: totũsq; $a/g/e$, duplus est ipsius $a/g/f$. Anguli porro $a/g/f$ & $a/h/f$, æquales nunc ostensi sunt: quæ autem æqualium duplicia sunt, adinuicem sunt æqualia, per sextam cõmunẽ sententiã. Aequalis est igitur angulus $a/g/e$, angulo $a/h/b$. Similiter ostendemus, quod reliqui anguli qui sub $b/k/c$, & $c/l/d$, atq; $d/m/e$, tum inuicem, tum vtrique ipsorum $a/g/e$ & $a/h/b$ responderent cõæquantur. Aequiangulum est itaque $g/h/k/l/m$ pentagonum. Patuit quod & æquilaterum: descriptũq; circa $a/b/c/d/e$ circulũ. Circa datum ergo circulum $a/b/c/d/e$, pentagonũ æquilaterum & æquiangulum describitur $g/h/k/l/m$. Quod oportuit fecisse.

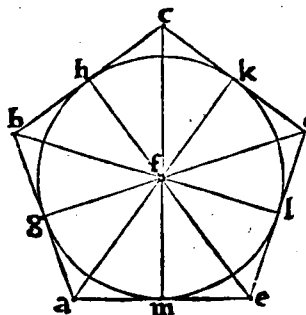
E $\text{Ἰς τὸ δοθεὶν πεντάγωνον, ὃ ὅτι ἐστὶ ἰσοπλευρὸν τε καὶ ἰσογώνιον κύκλον, ἐγγράψαι.}$

Problema 13, Propositio 13.

IN dato pẽtagono æquilatero & æquiangulo, circulũ describere. 13
O R O N T I V S. ¶ Esto datum pentagonũ æquilaterũ & æquiangulũ $a/b/c/d/e$, in quo expediat describere circulum. Secetur in primis vterq; angulorum $a/b/c$ &

$b/a/e$ bifariam, per nonā primi, sub rectis quidem lineis a/f & b/f : quas operæpretium est tandem conuenire. Angulus enim $a/b/c$, minor est duobus rectis (nam aliās $a/b/$ & b/c , in rectum constituerentur) quapropter & angulus $a/b/f$, dimidius ipsius anguli $a/b/c$, recto minor est. Et proinde $b/a/f$, recto itidē minor. Hinc fit, ut recta a/b , incidat in a/f & b/f lineas rectas, efficiēs in eadē parte interiores angulos binis rectis minores. Concurrent igitur, per quintum postulatū a/f & b/f in directum productæ: idq; intra datum pentagonum. Angulo enim $a/b/c$, opponitur latus d/e : & c/d latus, ipsi $b/a/c$ angulo. Recta igitur a/f in rectum extensa, cadet in latus c/d : & ipsa b/f , in latus d/e : sese inuicem intra datum interfecantes pentagonum. Secēt se igitur, & concurrant in puncto f . Aio punctū f , fore centrum describendi in dato pētagono circuli. Connectantur enim f/c , f/d , & f/e lineæ rectæ, per primum postulatū. Cū igitur a/b , sit æqualis b/c , & b/f , vtrique cōmunis: erunt bina latera a/b & b/f trianguli $a/b/f$, duobus lateribus c/b & b/f triāguli $c/b/f$ alternatim æqualia: & qui sub æquis lateribus cōtinētur anguli $a/b/f$ & $c/b/f$,

Vt centrū in scribēdi circu li reperiatur.



sunt per cōstructionē adinuicem æquales. Basis igitur a/f , basi f/c , & angulus $b/a/f$, angulo $b/c/f$, per quartā primi est æqualis. Angulus porro $b/a/f$, dimidius est ipsius anguli $b/a/c$, & ipsi $b/a/c$, æqualis angulus $b/c/d$, per hypothēsin. Quæ autem inuicem æqualia sunt, eiusdem vel æqualium dimidium esse videntur: per septimæ cōmunis sententiæ conuersionē. Angulus igitur $b/c/f$, dimidius est ipsius anguli $b/a/c$, & proinde anguli $b/c/d$: reliquus insuper angulus $f/c/d$, dimidius itidem est eiusdē anguli $b/c/d$. Bifariam itaque diuiditur angulus $b/c/d$, sub recta c/f . Nec dissimiliter ostendetur, vterque reliquorum angulorum qui sub $c/d/e$ & $d/e/a$, bifariam discinditur sub rectis lineis d/f & e/f . Consequenter à puncto f in singula ipsius pentagoni latera, perpendiculares deducātur f/g , f/h , f/k , f/l , & f/m , per duodecimam primi. Et quoniam triangulorum $b/f/g$, & $b/f/h$, angulus $g/b/f$ æquus est angulo $f/b/h$, necnon & rectus $b/g/f$ recto $b/h/f$ per quartum postulatū æqualis, latus insuper b/f vtrique triangulo commune, quod sub vno æqualium subtenditur angulorum: reliqua igitur latera, reliquis lateribus æqualia habebunt alterum alteri, per vigesimam sextam primi. Aequalis est igitur f/g ipsi f/h . Haud dissimiliter ostenduntur reliquæ perpendiculares f/k , f/l , & f/m , tum inuicem, tum vtrique ipsarum f/g & f/h coæquari. Quinque ergo rectæ lineæ f/g , f/h , f/k , f/l , & f/m , sunt æquales adinuicem. Centro itaq; f , interuallo autem f/g , aut f/h , vel f/k , seu f/l , aut f/m , circulus describitur $g/h/k/l/m$, per tertium postulatū. Transibit ergo ipsius circuli circumferentia, per singula puncta g, h, k, l, m . Et quoniam ab eisdem punctis g, h, k, l, m , eorundem semidiametrorū extremitatibus, dati pentagoni latera ad rectos excitata sunt angulos: tanget propterea eiusdem circuli circumferentia singula ipsius dati pentagoni latera, per decimæ sextæ tertij corollarium. Circulus porro in figura rectilinea describi dicitur, quando circuli circumferentia, vnumquodq; latus eius in qua describitur tangit: per quintam huius quarti diffinitionem. In dato igitur pentagono $a/b/c/d/e$, circulus describitur $g/h/k/l/m$. Quod expediebat facere.

Quod inuentum punctū f , centrum existat eiusdem circuli.

Problematis absoluta resolutio.

Π

Πρόβλημα 14, Πρόθεσις 14.

Εἰ δὲ δοθῇ πεντάγωνον, ὃ ὅτι ἰσόπλευρόν τε καὶ ἰσογώνιον, κύκλον περιγράψαι.

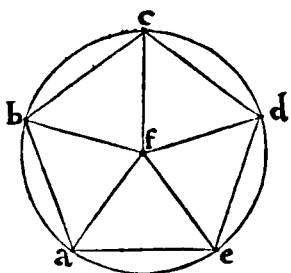
Problema 14, Propositio 14.

14 **C**Irca datum pentagonum æquilaterum & equiangulum, circulum describere.

i.iii.

Quæ à proxi-
mæ ppositio-
nis pèdent o-
stensione.

ORONTIVS. ¶ Sit datum pentagonum æquilaterum & æquiangulum a/b/c/d/e, circa quod circulum describere sit operæpretium. Secetur bifariâ vterque angulorum qui sub a/b/c & b/a/e, per nonam primi, productis a/f & b/f lineis rectis: quæ veluti patuit in antecedente decimatertia propositione, cõcurrent tandem adinuicem intra datum pentagonum. Concurrant igitur rursus ad punctum f. Proximam itaque recolligendo demonstrationē, rursus ostendere licebit, cæteros angulos qui sub b/c/d, c/d/e, & d/e/a bifariam secari, sub rectis quidem lineis c/f, d/f, & e/f: quemadmodum ex ipsâ præcedente decimatertia potes elicere propositione. Et quoniam angulus a/b/f, dimidium est anguli a/b/c, & angulus b/a/f, dimidiū ipsius anguli b/a/e, suntq; per hypothesin anguli a/b/c & b/a/e inuicē æquales: angulus igitur a/b/f, angulo b/a/f, per septimā cõmunē sententiā æquus est: quæ enim æqualiū sunt dimidiū, æqualia sunt adinuicē. Et proinde latus f/a, lateri f/b, per sextā primi, est æquale. Eodē prorsus modo cõcludemus, cæteras rectas lineas f/c, f/d, & f/e, tū



sibi inuicē, tū vtriq; ipsarū f/a & f/b cõæquari. Quinq; ergo lineæ rectæ f/a, f/b, f/c, f/d, & f/e, æquales sunt adinuicem. Centro igitur f, intervallo autem f/a, vel f/b, aut f/c, vel f/d, aut f/e, circulus describatur a/b/c/d/e, per tertiū postulatū. Veniet ergo ipsius circuli circumferentia, per singula puncta a, b, c, d, e: tangētque propterea vnumquenq; angulum dati pentagoni. Circa datum igitur pentagonum æquilaterum & æquiangulum a/b/c/d/e: circulus, per quartam huius diffinitionē, describitur. Quod faciendum fuerat.

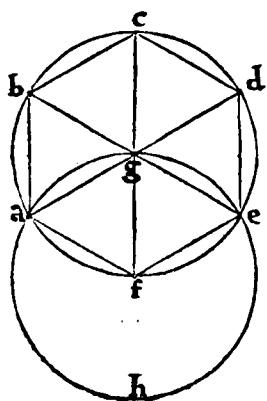
E *Ἡ πρόβλημα ἔστι, ἡ πρόθεσις ἔστι.*
Ἡ τὸν δοθέντα κύκλον, ἑξάγωνον ἰσοπλευρὸν τε καὶ ἰσογώνιον ἐγγράψαι

Problema 15, Propositio 15.

IN dato circulo, hexagonū æquilaterū & æquiāgulū describere. 15

ORONTIVS. ¶ Esto datus circulus a/b/c/d/e/f, cuius centrum g in quo quidem circulo oporteat describere hexagonum æquilaterum & æquiangulum. Coaptetur itaq; in circulo a/b/c/d/e/f, dimetiens c/f. Et centro f, intervallo autem f/g, describatur per tertium postulatū circulus a/g/e/h. Et quoniam præfati circuli in eodem sunt plano, communem habentes semidiametrum f/g, & centrum vnus in alterius circumferentia constituitur: sit vt vnus prædictorum circulorum, sit partim intra reliquum, partim verò extra. Vnde necessum est, circulum a/g/e/h, interfecare datum circulum a/b/c/d/e/f: idq; per decimam tertij, in duobus tātummodò punctis, vtpote a, & e. Coniungantur igitur a/g, & e/g lineæ rectæ, per primum postu-

Inscriptio pro
positi hexago-
ni.



Quod inscri-
ptum hexago-
num sit æqui-
laterum.

latum: & per secundum postulatū, directè producan-
tur in puncta b, d. Rursus per idem primum postula-
tum, connectantur rectæ lineæ a/b, b/c, c/d, d/e, e/f, & f/a.
Hexagonum est itaq; a/b/c/d/e/f rectilineum: & in dato
circulo, per tertiam huius quarti diffinitionem, descri-
tum. ¶ Aio primū ipsum fore æquilaterū. Quoniam
punctum g centrū est circuli a/b/c/d/e/f: æqualis est igitur
a/g, ipsi g/f, per circuli diffinitionē. Rursus quoniam
punctum f centrum est circuli a/g/e/h: æqualis est, per
eandem circuli diffinitionem, a/f ipsi f/g. Binæ igitur a/g
& a/f, eidē f/g sunt æquales: & æquales propterea ad-
inuicem, per primam cõmunem sententiā. Acquilaterū

est igitur ipsum $a/f/g$ triangulum: & proinde æquiangulum, per quintæ libri primi corollarium. Et quoniam per trigessimam secundam primi, omnis trianguli tres anguli sunt æquales duobus rectis: quilibet trium angulorum eiusdem triaguli $a/f/g$, vnum tertium duorum rectorum comprehendit. Angulus itaque $a/g/f$, duorum rectorum tertium est. Et proinde triangulum $e/f/g$, æquilaterum & æquiangulum est: & angulus cōsequentur $f/g/e$, vnum itidem tertium duorum rectorum. Recta insuper a/g , consistens super rectā b/e , efficit duos angulos $b/g/a$ & $a/g/e$, binis rectoris æquales, per decimam tertiam ipsius primi. quorum $a/g/e$ duo tertia eorundem duorum rectorū comprehendit: reliquus igitur angulus $b/g/a$, vni tertio duorum rectorum est æqualis. Tres igitur anguli $b/g/a$, $a/g/f$, & $f/g/e$, vni tertio duorum rectorum sunt æquales: & æquales ob id adinuicem, per primam communem sententiam. Et qui ad verticem igitur cōsistunt anguli $b/g/c$, $c/g/d$, & $d/g/e$, eisdem angulis, per decimam quintam primi cōquantur: hoc est, $d/g/e$ ipsi $b/g/a$, & $c/g/d$ ipsi $a/g/f$, atq; $b/g/c$ ipsi $f/g/e$. Hinc colligitur, sex angulos ad g cētrum deductos fore inuicem æquales. In eodem portō circulo æquales anguli, in æqualibus circumferentijs subtenduntur, per vigesimam sextam tertij. Sex igitur circumferentiæ a/b , b/c , c/d , d/e , e/f , & f/a , sunt adinuicem æquales. Sub æqualibus rursus circumferentijs, æquales rectæ lineæ, per vigesimā nonā tertij subtenduntur. Sex itaq; rectæ lineæ a/b , b/c , c/d , d/e , e/f , & f/a , sibi inuicem cōquantur. Aequilaterum est propterea hexagonum $a/b/c/d/e/f$. ¶ Dico iam quod & æquiangulum. Nam circumferentia a/b , circumferentiæ c/d est æqualis: si addatur igitur communis circumferentia $d/e/f/a$: cōsurgent per secundam communem sententiam, æquales circumferentiæ $c/d/e/f/a$, & $d/e/f/a/b$. Sub ipsa porro circumferentia $c/d/e/f/a$, continetur angulus $a/b/c$: sub ipsa verò circumferentia $d/e/f/a/b$, angulus $b/c/d$. Anguli autem qui super æquales circumferentias in eodem circulo deducuntur, sibi inuicem sunt æquales, etsi ad centra, etsi ad circumferentias deducti fuerint, per vigesimam septimam tertij. Aequalis est igitur angulus $a/b/c$, angulo $b/c/d$. Haud aliter mōstrabitur, quod reliqui anguli ipsius $a/b/c/d/e/f$ hexagoni, vtpote $c/d/e$, $d/e/f$, & $e/f/a$, tum sibi inuicem, tum vtriq; ipsorum $a/b/c$ & $b/c/d$ cōquantur. Aequiangulū est igitur ipsum $a/b/c/d/e/f$ hexagonum. Patuit iam quod & æquilaterum, & in dato circulo descriptum. In dato igitur circulo $a/b/c/d/e/f$ hexagonum æquilaterum & æquiangulum describitur. Quod fecisse oportuit.

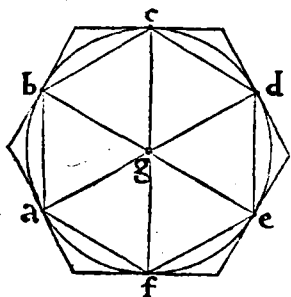
Quod idem hexagonū sit æquiangulū.

Corollarium.

¶ Hinc fit manifestum, quod hexagoni latus, ei quæ ex centro circuli, in quo ipsum describitur hexagonum, est æquale.

¶ Item si per puncta a, b, c, d, e, f , rectæ ducantur lineæ circuli ipsum contingentes, & cū illius dimetiētibus ad rectos cōuenientes angulos: hexagonum æquilaterum & æquiangulum circa datū circulum describetur. quemadmodum ex duodecima huius quarti propositione de pentagono, & obiecta figura vel facile deducetur. ¶ Præterea, nec minus facile in dato hexagono æquilatere & æquiangulo, circulū describere, & circumscribere poterimus: per ea quæ decimatertia & decima quarta propositione, de pentagono ipso præostensa sunt. Quod ex supradictis colligere oportebat.

Vt circulo hexagonum circumscribatur.



De circuli in dato hexagono inscriptione ac circumscriptione.

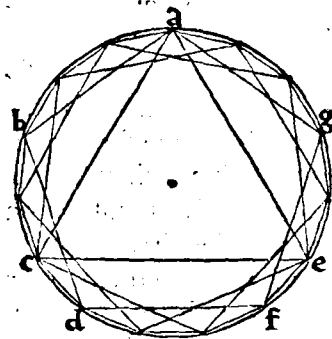
E

Πρόβλημα 15, Πρόθεσις 15.

Ἐστὶν δοθέντα κύκλον πενταεκαγώνου, ἰσοπλευρόν τε καὶ ἰσογώνιον ἐγγράψαι.

IN dato circulo, quintidecagonum æquilaterum & æquiangu- 16
lum describere.

Artificiosa la-
teris quintide-
cagoni adin-
uentio.



Idem aliter.

Quòd descri-
ptū quintide-
cagonum æ-
quilaterū, sit
æquiangulū.

ORONTIVS. ¶ Sit datus circulus $a/b/c/d/e$, in quo receptum sit describere quintidecagonum æquilaterum & æquiangulum. Describatur in primis super data quapiam recta linea terminata triangulum æquilaterum, per primā primi: quod per quintæ eiusdem primi corollarium erit æquiangulum. Huic postmodū triangulo, æquiangulum rursus describatur triangulum in dato circulo $a/b/c/d/e$, per secundam huius quarti propositionem: sitq; $a/c/e$. Item à pūcto a , in eodem circulo $a/b/c/d/e$, pentagonum æquilaterum & æquiangulum describatur $a/b/d/f/g$, per vndecimam huius quarti. Erit igitur triangulum $a/c/e$ æquilaterum, per sextæ primi libri corollarium: cuius latus quodlibet, subtendit tertiam circumferentiæ partem circuli $a/b/c/d/e$. quodlibet autem ipsius $a/b/d/f/g$, pentagoni latus subtendit quintam eiusdem circumferentiæ partem. Qualium igitur partium vel segmētorum, tota circuli $a/b/c/d/e$ circumferētia est quindecim: talium segmētum $a/b/c$ erit quinq;, & vtrunque segmētū a/b & b/d triū, & proinde totū segmētū $a/b/d$, sex. Et quoniā segmētū $a/b/c$ est quinq;: erit reliqua pars c/d sextū ipsius $a/b/d$, seu tertium ipsius b/d , & totius propterea $a/b/c/d/e$ circuli quindecimum. Coniuncta igitur c/d recta, per primū postulatū, erit latus quintidecagoni in dato circulo describendi. Cui si æquales rectas lineas, in dato circulo $a/b/c/d/e$, ab ipso quidem puncto d versus e &

in c continuē, per primam huius quarti coaptaueris: erit in eodem circulo descriptum quintidecagonum æquilaterum. ¶ Poterunt & singulorum quindecim segmētorum distinctiones, per ipsius pentagoni æquilateri & æquiāguli, in dato circulo $a/b/c/d/e$, geminatam rursus descriptionē obtineri, à punctis quidem c & e : & comparatis inuicem segmētis, demonstratiuē concludi. Quemadmodū ex ipsa licet inspicere figura. ¶ Aio iam quòd ipsum quintidecagonum æquilaterum, est æquiangulum. Quibuslibet enim angulis, sub duobus quibusvis ipsius quintidecagoni lateribus ad circumferentiam comprehensis, æquales subtenduntur circumferentiæ: nempe segmētorum inuicem æqualium tredecim, qualium totus circulus est quindecim. In eodem porro circulo, anguli qui super æquales circumferētiās deducuntur, sibi inuicem sunt æquales, etsi ad centra, etsi ad circumferentias fuerint deducti, per vigesimam septimam tertij. Aequiangulū est igitur ipsum $a/b/c/d/e$ quintidecagonum. Patuit quòd & æquilaterum, & in dato circulo descriptum. In dato itaque circulo $a/b/c/d/e$, quintidecagonum æquilaterum & æquiangulum describitur. Quod tandem faciendum receperamus.

Corollarium.

¶ Quòd si per singulas segmētorum & angulorum quintidecagoni distinctiones, rectæ ducātur lineæ circulum ipsum contingentes, & ad rectos angulos cum productis è centro semidiametris conuenientes: quintidecagonum æquilaterum & æquiangulum, circa datum circulū describetur. quemadmodū duodecima huius quarti propositione, de circumscribendo tradidimus pentagono. ¶ Haud dissimiliter, per ea quæ decimatertia & decimaquarta eiusdē quarti propositione, de pētagonis ostensa sunt: in dato quintidecagono æquilatero & æquiangulo, circulum describere, ac circumscribere licebit.

¶ Quartilibrī geometricorū elementorū, FINIS. ¶



Orontij Finei Delphinatis, Re-

GII MATHEMATICARVM PROFESSO-
ris, In Quintum elementorum Euclidis, Demonstrationes.

¶ Diffinitionum elucidatio non aspernanda.

ORONTIVS.



OSTQVAM EVCLIDES QVATVOR ANTE-
cedentibus libris, quantitatis continuæ qualitatem, illiusq; dimensio-
nes aperte demonstravit: iam binis succedentibus libris, magnitudinū
rationes, atque proportionibus, acutissimis prosequitur ostensionibus.

Huius itaq; libri quinti scopus est, de proportionibus in vniuersum
pertractare: singula enim quæ in eo demonstrantur, nō solum ad geome-
tricā videntur spectare contemplationē, sed cōmune aliquid habēt cum

Scopus huius
libri quinti.

Arithmetica, & Musica, & cum doctrinis omnibus quæ sub mathema-
tica traditione cōprehendūtur. Verūm quoniā de proportionibus futurus est sermo, propor-
tio autē rationū videtur esse similitudo: de rationibus, quibus ipsæ cōponuntur proportio-
nes, in primis tractandū est. prius enim oportet agnoscere simplicia, q̄ cōposita. Cū igitur
binæ magnitudines inuicē cōparantur: hæ proculdubio aut æquales, aut inæquales offendū-
tur. Propriū enim quantitatis esse diffinit Aristoteles, secundū eam æquale, vel inæquale di-
ci, & huiuscemodi cōparatio, habitudo dicitur: quā Euclides, ad veterū imitationem, rationē
appellat. Ipsæ autē magnitudines, termini tunc vocitātur: illa quidē quæ alteri refertur, an-
tecedēs: reliqua verò, consequens, ad quam scilicet alterius fit cōparatio. Id porrò, quo altera
distat à reliqua: differētia propriè dicitur. ¶ Quoties itaq; propositæ & adinuicē comparatæ
magnitudines, fuerint inæquales, & minor metiātur maiore, hoc est, aliquotiens sumpta, seu
per datum aliquem multiplicata numerum, ipsam maiorem restituit magnitudinem: tunc
minor magnitudo, pars ipsius maioris dicitur: quam vulgus peculiari nomenclatura, iuxta
multiplicationis numerum, multiplicatiuam seu quotam partem eiusdem maioris adpellat.
Quæ ab Euclide ita primū diffinitur,

De magnitudi-
num cōpa-
ratione.

Habitudo.
Ratio.

Quota seu
multiplicati-
ua pars.

ΕΥΚΛΕΙΔΟΥ ΣΤΟΙΧΕΙΟΝ ΠΕΜΠΤΟΝ.

¶ Μίρος ἢ ἐν μείζονος μεγέθους, ἢ ἐλάσσονος τοῦ μείζονος, ὅταν καταμετρήται τὸ μᾶλλον.

- 1 Pars est magnitudo magnitudinis minor maioris, quando minor metitur maiorem.

Vtpote, binis magnitudinibus datis, quarum altera bipedalis, altera verò sextupedalis ex-
istat, quoniam bipedalis ter sumpta, seu per tria multiplicata, sextupedalem metitur magni-
tudinē: idcirco bipedalis magnitudo, pars est ipsius sextupedalis magnitudinis, & tertia pars
eiusdem sextupedalis peculiari discretione vocatur. ¶ Ipsa porrò maior magnitudo, quam
minor superscripta multiplicatione metitur: multiplex ipsius minoris adpellatur magnitu-
dinis, hoc est, multotiens ipsam minorem comprehendens magnitudinem, vel ex multiplici
eiusdem minoris repetitione confurgens. Hinc dicit Euclides.

Exēplū quo-
tæ partis.

Multiplex.

¶ Πολλαπλάσιος ἢ, ἢ μᾶλλον τοῦ ἐλάσσονος, ὅταν καταμετρηται ἅπλοῦς τοῦ ἐλάσσονος.

- 2 Multiplex autem, maior minore, quando eam metitur minor.

Vt in præassumpto nuper exēplo, sextupedalis magnitudo multiplex dicit ipsius bipedalis

Exemplū mul-
tiplicis.

**Pars adgrega-
tiua.**

Exemplum.

**Cōmensurabi-
les & rationa-
les magnitu-
dines.**

**Incommensu-
rabiles & irra-
tionales.**

magnitudinis, vtpote, q̄ multotiens, hoc est ter, eandem bipedalem contineat magnitudinē, seu quam bipedalis ter multiplicata metitur. & propterea sextupedalis, triplex ipsius bipedalis peculiari restrictione vocatur. ¶ Cum autem minor magnitudo aliquoties sumpta, seu multiplicata, plus aut minus efficit, quā sit ipsa magnitudo maior: nō quota, sed adgregatiua pars ipsius maioris videtur esse magnitudinis, ex quotis scilicet partibus adgregata, ab ipsarum partium quotarum tum numero, tum qualitate denominanda. Veluti quadrupedalis ad sextupedalem relata magnitudinē, adgregatiua pars eiusdem sextupedalis dicenda est magnitudinis. Componitur enim ex geminis bipedalibus magnitudinibus, quarum quęlibet tertiam sextupedalis partem efficit: hinc bipartiens tertias eiusdem sextupedalis denominatur. ¶ Quę igitur adinuicem comparatę magnitudines, cōmuni aliqua metiuntur magnitudine: commensurabiles, seu communicātes, & rationales adpellantur. Cuiusmodi sunt omnes numeri, à binario in infinitum distributi, quos indifferenter metitur vnitas: omnes insuper ad numeros relatę magnitudines, determinatam inter sese rationem vel habitudinem obtinentes. Quibus autem non accidit aliqua & per numerum expressa mensura: incōmensurabiles, & incommunicātes, irrationalēsve dicuntur magnitudines, quarum habitudo determinatis non exprimitur numeris. Veluti sunt diagonius, & latus quadrati geometrici.

Illā igitur rationalium vel irrationalium, seu cōmensurabilium & incōmensurabilium magnitudinum comparatio, vel habitudo, ratio (quemadmodū suprà dictum est) à veteribus adpellatur: quę ab Euclide in hunc modum diffinitur,

Ἡ δὲ λόγος ἐστὶ δύο μεγέθων ὁμογενῶν ἢ κατὰ πηλικιότητα πρὸς ἑλληλα ποτὶ ἀσχέσει.

Ratio est duarum magnitudinum eiusdem generis aliquatenus adinuicem quędam habitudo.

**Quę inuicem
cōparantur.**

**Ratio
Arithmetica.
Harmonica.
Geometrica.**

**Ratio
æqualitatis.
inæqualitatis**

**Ratio multi-
plex.**

**Superparticu-
laris ratio.**

**Ratio super-
partiens.**

Sola enim vniuoca veniunt inter sese comparanda, vtpote, numerus numero, linea lineę, superficies superficiē, solidum solido, sonus sono, tēpus tempori, velocitas velocitati, & quę sunt huiuscemodi. Inter ea enim quę diuersorum sunt generum, nulla videtur accidere comparatio. ¶ Offenditur autem ratio inter numeros absolutē consideratos, quam arithmetica nuncupamus rationem: interve sonoros, hoc est, ad sonorum harmoniam relatos numeros, quę harmonica ratio dicitur: vel inter abstractas tum à materia, tum à numero magnitudines, quę ratio geometrica propriē nominatur. Quęcunque porro rationes inter ipsos inueniuntur numeros, eadem inter singula continuorum offenduntur genera: at non ē diuerso. Arithmetica siquidem ratio, tantummodò rationalium videtur esse magnitudinum: geometrica verò, tam rationaliū quā irrationalium contemplatur magnitudinum habitudinem. Quęcunq; insuper rationis diuersitates vni continuorū accidunt generi, vtpote lineis: cæteris continuorū videntur euenire generibus, superficiebus inquam & solidis. quod ipsis non solet accidere numeris. Idcirco de geometrica, & veluti principatum obtinēte ratione, hoc loco tractare principaliter intendit Euclides. ¶ Duplex est autem ratio geometrica: altera quidē æqualitatis, cuius differētia nulla est: altera verò inæqualitatis, cuius rationales species sunt quinque: tres quidē simplices, vtpote multiplex, superparticularis, & superpartiens: & duę ex eis cōpositę, scilicet multiplex superparticularis, & multiplex superpartiens. Primò igitur doctrina simplicium, postea cætera in vniuersum perscrutātur rationum discrimina: debet enim simplicium doctrina, in omnibus doctrinam præcedere compositorum. ¶ Multiplicem itaq; solemus adpellare rationem, quoties maior magnitudo minorem (vti suprà dictum est) pluries & adæquatē comprehendit magnitudinem: quę in duplam vt quaternarij ad binarium, triplam veluti senarij ad ipsum binarium, quadruplam vt duodenarij ad ternarium, & deinceps ita quantumlibet subdiuiditur, prout maior magnitudo bis, ter, quater, pluriēve minorem comprehendit. Superparticularis autē ratio dicitur, cum maior magnitudo minorem semel, & quotam in super minoris partem continet: quę sesquialtera dicitur vt ternarij ad binarium, aut sesquitercia veluti quaternarij ad ternariū, vel sesquiquarta vt quinarij ad quaternarium, & responderit ita quantumlibet, prout pars ipsa alteram minoris magnitudinis partem, vel tertiam, aut quartam, aliāve quotam partem efficit, à dato quouis numero denominatam. Superpartieatem verò rationem adpellamus, quoties maior magnitudo minorem itidem semel comprehendit, & contingentem præterea vel adgregatiuam eiusdem minoris partem, ex quotis ipsius minoris partibus compositam: quę variā, pro numero ac ratione partium, sortitur discrimina. Aliā enim superbipartiens tertias

dicitur, vt quinarij ad ternarium: alia supertripartiens quartas, velut septenarij ad quaternarium: alia verò superquadripartiens quintas, veluti nouenarij ad quinarium, & deinceps ita sine statu, vocatur. Hinc facillè colligitur, vtriusq; cōpositarum rationum diffinitio. Multiplex enim & superparticularis ratio dicitur, cum maior magnitudo minorē pluries, & quodam in super eiusdem minoris partem comprehendit. Multiplex deniq; & superpartiens ratio nominatur, quoties eadem magnitudo maior, minorem itidem pluries, & partem vltra non quotam, sed ex quotis eiusdem minoris partibus adgregatam continet. Quæ tum pro varietate multiplicis, tum pro vtriusque & superparticularis & superpartientis diuersitate, in varia, & (si liceat dicere) infinita cōpositarum rationū partiuntur discrimina. Cæteræ autem ab his magnitudinum habitudines, quarum denominationes ignoramus: surdæ irrationalēſve nuncupantur. Porro hæc omnia velim intelligas, dum maiores minoribus comparantur magnitudines: nam si minores ipsis maioribus comparētur magnitudinibus, subrationales erunt minores maioribus. Hinc talium magnitudinum rationes, submultiplices, subsuperparticulares, subsuperpartientes, submultiplices superparticulares, & submultiplices superpartientes, pro ratione atque transpositione terminorū, adpellātur. ¶ Cuiuslibet autem suprascriptarum rationū cum alia quauis simili ratione cōparatio vel habitudo (non vt magnitudo magnitudini, sed vt hæc ratio cum illa ratione comparatur) proportio dicitur: cuius hæc est summaria diffinitio,

Multiplex superparticularis.
Multiplex superpartiens.

Surdæ rationes.

Notandum.

De rationum cōparatione.

¶ Ἀναλογία ὁ ὅστις, ἢ τῶν λόγων ὁμοιότης.

4 Proportio verò, est rationum identitas.

Hoc est, duarū pluriūve geometricarū rationū similitudo. vt si duplam duplæ, sesquialteram sesquialteræ, plurēſve duplas, aut sesquialteras, & alias quascunque similes rationes inuicem comparaueris. Nam de arithmetica ratione, quam vocant æqualium differentiarum inter datos numeros obseruatam progressionem: nihil ad præsentem doctrinam. Neque de ratione musica, quæ potius harmonia quædā esse videtur: vtpote, quæ fit cum oblatis tribus numeris, quam rationem maximus obtinet ad minimum, eam quoq; seruat differentia maximi supra medium ad differentiam medijs supra minimum, in supra scripta rationum similitudine minimè consistens. Sicuti enim arithmetica progressio, à musica differre perhibetur harmonia: sic & geometrica proportio (quæ sola peculiari nomine proportionis venit adpellanda) ab vtraque distinguitur. ¶ Est autem geometrica proportio aut continua, aut discontinua. Continuum adpellamus proportionem, cum datis quotlibet eiusdem generis quantitibus, omnium antecedentium ad proximè succedentes cōtinuata seruetur rationis habitudo: sic vt prima solum antecedentis, vltima verò cōſequentis, inter mediæ autem & antecedentis & consequentis fungantur officio. Vtpote cum prima ad secundam eam seruat rationem, quam secunda ad tertiam, & tertia ad quartam, & deinceps ita quantumlibet. Quæcunque igitur continua proportionem ligantur, eiusdem oportet esse generis: propter necessariam cuiuslibet antecedentis cum suo consequente respondentiam, & continuandam inuicem cōparabilium habitudinem, siue relationem. ¶ Discontinua verò proportio, fit: cum oblatis quatuor, pluribūſve quantitibus, prima ad secundā eam habet rationem, quam tertia ad quartam, & quinta ad sextam, & consequenter ita quantumlibet. Huiusmodi namq; rationū similitudo, vel identitas, proportio, sed discontinua vocatur. cōſequens enim primæ rationis, non fit antecedens secundæ: neq; item consequens ipsius secundæ, in tertiæ rationis continuatur antecedēs. velut ipsi cōtinuæ diximus euenire proportioni. Possunt itaque genere diuersa, discontinua inuicem proportionem colligari: ob singulorum antecedentium, ad singula consequentia, separatim factam cōparationē. Eadem nanque ratio inter duos accidens numeros: potest simul inter duas lineas, bināsſve superficies, aut alias quasuis inuicem comparabiles inueniri magnitudines. Hinc patet, discontinuam proportionem sub pari semper terminorum comprehendere numero: continuā verò tam parem, quā imparem admittere terminorum seu quantitatum multitudinem.

De ratione arithmetica.
De musica ratione.

Proportio geometrica continua

Sola vniuoca cōtinua proportionem ligatur.
Discontinua proportio geometrica.

Genere diuersa discontinua proportionē obseruant.
Corollarium.

¶ Λόγος ἔχει πρὸς ἄλληλα μέρη ὡς λέγεται, ἃ δύναται πολλαπλασιαζόμενα ἀλλήλων ἀπορίχθαι.

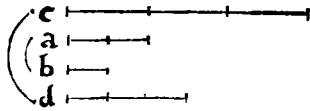
5 Rationem habere adinuicē magnitudines dicuntur, quæ possunt multiplicatæ inuicem excedere.

Post ipsius rationis, atq; proportionis assignatas diffinitiones: describit cōsequēter Euclides, qualiter inuicem comparatæ magnitudines rationē habere dicātur. Cum igitur tam

Quonam modo magnitudines rationē habere diffiniuntur.

rationalium quàm irrationalium hic perscrutentur magnitudinū habitudines, & ipsa irrationalium magnitudinum habitudo, tum nobis, tum ipsi naturę sit ignota, denominationem ab aliquo non valens accipere numero: coactus est Euclides (vt generalem quandam rationalium & irrationalium præscriberet diffinitionem) ad cōparatarum inuicem magnitudinum confugere multiplicationē, hoc est, per ipsarum magnitudinum æquē multiplicia diffinire, qualiter magnitudo alteri comparata magnitudini rationem habere dicatur. Si igitur magnitudo a /magnitudini b /comparetur, & ambæ æqualiter multiplicentur, hoc est,

Exemplum.



ambarum sumantur æquē multiplicia, c /quidem ipsius a , & d /ipsius b : quam rationem habebit multiplex c /ad multiplex d , eam seruabit & a /magnitudo, ad b /magnitudinem. Quasi ignota inter a / & b /differentia, per multiplicationem ipsarū augeatur magnitudinum: & in rationis ignotæ nos inducat agnitio-

Notandum.

nem. Tanta siquidē multiplicium cū submultiplicibus, seu partibus inuenitur esse fraternitas: vt ipse æquē multiplices magnitudines nō possint aliquā rationālē aut irrationalē inter sese habitudinē obseruare, quin ea simul partibus accidat submultiplicibus, & è contrario.

¶ Εἰς τοῦτο αὐτῷ λόγῳ μέγιστη λέγεται εἶναι, πρῶτον πρὸς δεύτερον, καὶ τρίτον πρὸς τέταρτον, ὅταν τὰ τῶν πρώτων καὶ τρίτων ἰσάκεις πολλαπλασιάσῃ, τῶν δὲ δεύτερων καὶ τετάρτων ἰσάκεις πολλαπλασιάσῃ, καθ' ὅποιον οὖν πολλαπλασιάσῃ μὲν ἑκάστου ὁρίκατις, ἢ ἅμα ἐλάττω, ἢ ἅμα ἰσῶς, ἢ ἅμα ὑπερέχῃ ληθόντα κατὰ ἄλλα.

In eadē ratione magnitudines dicuntur esse, prima ad secundā & ter 6
tia ad quartā: quādo primæ & tertię æquē multiplicia, secundæ & quartę æquē multiplicia, iuxta quāuis multiplicationē vtrāq; vtrāq; vel vnā excedūt, vel vnā æquales sunt, vel vnā deficiūt sup̄tæ adinuicē.

Quæ magnitudines in eadem ratione consistant.

Ostendo qualiter magnitudines rationē habere adinuicē iudicentur: diffinit responderent Euclides, quonam modo magnitudines ipse similem videatur obtinere rationē, habitudinī se ve nanciscantur identitatem. Quæ diffinitio non potuit per alicuius præcedentium quinq; rationalium specierum ipsius rationis vel habitudinis, vtpote aut multiplicis, aut superparticularis, aut superpartientis, vel multiplicis superparticularis, vel deniq; multiplicis superpartientis describi similitudinem: propter furdas (vt vocāt) irrationaliū magnitudinum habitudines, quarum denominationes exprimi non possunt. Confugiendum ergo fore existimauit Euclides, ad contingentem æquē multiplicium habitudinem, tam continuē, quā separatiim facta earūdem magnitudinum relatione. Nam in proportionibus sicuti antecedentia adinuicem, & ipsa pariter consequentia, mutuam quandam inter sese videtur habere relationem: haud dissimiliter ipsorum antecedentium, pariter & cōsequentium æquē multiplicia, iuxta quamuis multiplicationem coassumpta, fraterna quadam rationum colligantur similitudine, atque è diuerso: tametsi alia inter ipsa æquē multiplicia, ab ea quæ inter partes offenditur submultiplices, contingat plerumque rationum identitas. Quodd autē ex multiplicium proportionē, earundem partiū, sub multipliciūmve magnitudinū proportio, vel è contrario subsequatur: succedentibus ostēdetur propositionibus. prius enim diffinire, quā diffinitorum concludere necessitatem est operæpretium. Cum itaque similitudo rationis, binarium ad minus rationum, & proinde quaternarium magnitudinum videatur exoptare numerum: ait Euclides, magnitudines in eadem esse ratione, prima quidem ad secundam, & tertia ad quartam: quando primæ & tertię, hoc est antecedentiū magnitudinum sumptis æquē multiplicibus, & consequentium itidem magnitudinum, secundæ videlicet & quartæ, æquē multiplicibus (etiam in alia quauis ab antecedentium multiplicatione) coassumptis, multiplex primæ ad multiplex secundæ eam seruatur rationem, quam multiplex tertię ad multiplex quartæ: siue ipsa ratio maioris, aut minoris extiterit inæqualitatis. Hæc enim de excessu, vel defectu proportionali veniūt intelligenda. Velut ex obiecta numero

Exemplum.

rum potes colligere formula. In qua numeri dati sint a, b, c, d : & ipsorum a / & c , primi inquam & tertij æquē multiplices e, f , nempe dupli: numerorum autem b, d ,

a	b	c	d	
12	6	8	4	Nu. discontinuē proportionales.
e	g	f	h	
24	18	16	12	Æquē multiplices.

hoc est secundi & quarti æquè itidem multiplices g,h, vtpote tripli. Et quoniam multiplex e/ ad multiplicem g/eam habet rationem, quam multiplex f/ad multiplicem h (vtrubiq; enim sesquitertia) necessum est primum numerum a/ad secundum numerum b/eam simul obseruare rationem, quam tertius numerus c/ad quartum d, nempe duplam. Haud aliter de magnitudinibus, siue continuis intelligito. ¶ Hinc fit, vt in continuè proportionatis, vbi videlicet consequens primæ rationis sit antecedens secundæ, sumenda sint æquè multiplicia singulorum magnitudinum iuxta eandem multiplicationem, hoc est, aut simul tripla, aut simul quadrupla, &c. propterea q; secunda magnitudo, ipsius tertiæ simul fungatur officio, & geminas potentia magnitudines repræsentet. Vt datis in exemplum a,b,c, numeris: quorum æquè

De continuè proportionabilibus.

Exemplum.

a	b	c	
8	4	2	Nu. continuè proportionales.
d	e	f	
24	12	6	Æquè multiplices.

multiplices sint d,e,f, vtpote tripli, d/quidem ipsius a, & e/ipsius b, atq; f/ipsius c. Si multiplex d/ad multiplicem e/ habuerit eam rationem, quam idem e/ ad f: tunc a/primus numerus ad secundum b/eam

simul obseruabit rationem, quam idem numerus b, ad tertium c. quemadmodum ex ipsa numerorum potes elicere descriptione: in qua tam dati numeri a,b,c, q; eorundem numerorum æquè multiplices d,e,f, sub dupla inuicem ratione proportionantur.

¶ Τα δὲ τὸν αὐτὸν ἔχοντα μεγέθη λόγον, ἀλλ' ἄλλοιον καλεῖσθαι.

7 Eandem autem habentes rationem magnitudines, proportionales vocentur.

Diffinitio proportionalium.

Cum enim proportio rationum sit idētitas: fit vt magnitudines, quæ in eadem offenduntur esse ratione, vel inter quas rationum offendetur similitudo (siue continua, siue discontinua eiusdem rationis obseruetur identitas) proportionales adpellentur.

¶ Όταν δὲ τὶ ἰσάκεις πολλαπλασίῳν ὁ μὲν τῷ πρώτῳ πολλαπλάσιον ὑπερέχῃ, ἢ τῷ δεύτερῳ πολλαπλάσιον, ὁ δὲ τῷ τρίτῳ πολλαπλάσιον, μὴ ὑπερέχῃ, ἢ τῷ τέταρτῳ πολλαπλάσιον, τότε ὁ πρῶτος πλεονεχὲς ὁ δεύτερος μέλλον λόγον ἔχειν λίγιστον, ἢ πλεονεχὲς ὁ τρίτος πλεονεχὲς ὁ τέταρτος.

8 Quando verò æquè multiplicium multiplex primi excefferit multiplex secundi, multiplex autem tertij non excefferit multiplex quarti: tunc primum ad secundum maiorem rationem habere dicetur, quàm tertium ad quartum.

Improportionalium magnitudinum diffinitio.

Quemadmodum datarum magnitudinum continuam vel discontinuam proportionem, ex coassumptorum æquè multiplicium, & ordinatim comparatorum proportionem pendere diffinitum est: haud dissimiliter & improportionalium magnitudinum disproportionem, ex suprapraescripto modo sumptorum æquè multiplicium disproportionem, versa vice colligitur. Est enim disproportion, rationū dissimilitudo: vtpote, quando prima magnitudo ad secundam maiorem vel minorem rationem habet, q; tertia ad quartam. Huius itaque diffinitionis hæc est summa. Si quatuor oblatarum magnitudinū coassumantur æquè multiplicia primæ & tertiæ, atq; secundæ & quartæ, & multiplex primæ ad multiplex secundæ maiorem rationem habuerit, q; multiplex tertiæ ad multiplex quartæ: tunc prima magnitudo ad secundam maiorem itidem rationem obseruabit, quàm tertia ad quartam: & si minorem, minorem. Et proinde rationum subsequetur dissimilitudo, ergo disproportion: siue ipsarum magnitudines continua, vel discontinua ratione, seu relatione terminorum inuicem conferantur. Quorum exempla dare, inutile iudicamus: vtpote, quæ à contraria proportionalium interpretatione colligi vel facillè possunt.

Disproportio

Diffinitionis interpretatio

¶ Αναλογία ὅ αὐτῶν ὅροις ἐλαχίστοις ὄντι.

9 Proportio autem in tribus terminis ad minus est.

De continua velim intelligas proportionem. Cum enim proportio rationū existat similitudo: operæpretium est in ipsa proportionem duas ad minus inuicem similes occurrere rationes, & proinde terminos quatuor, duo inquam antecedentia & totidem consequentia. Et quoniam in proportionem continua, consequens primæ rationis sit antecedens secundæ, in discontinua verò minimè: fit vt continua proportio non possit consistere in paucioribus tribus

k.ij.

terminis, discontinua autem in paucioribus quatuor. Hi sunt ergo numeri terminorum minimi, inter quos videtur accidere proportio: maximi verò, nulquā dabiles sunt, utpote, quoniam similitudo rationum in infinitum potest deuenire numerum.

¶ Οταν τρεῖς μεγέθη ἀνάλογον ᾖ, ὁ πρῶτος πρὸς τὸ τρίτον, διπλασίονα λόγον ἔχει λέγεται, ἢ πρὸς τὸ δεύτερον. Οταν ὅ τρία τεταρτά μέρη ἀνάλογον ᾖ πρὸς τὸ τέταρτον, τριπλασίονα λόγον ἔχει λέγεται, ἢ πρὸς τὸ δεύτερον, καὶ ἀπὸ ἐξ ἑξ ἐνὶ πλῆθους, ὥς ἂν ἡ ἀναλογία ὑπάρχῃ.

Quā rationē habeat prima magnitudo ad ultimā in cōtinuē proportionalib⁹.

Quando tres magnitudines proportionales fuerint: prima ad tertiam duplicē rationem habere dicetur, quā ad secundam. Quando autem quatuor magnitudines proportionales fuerint: prima ad quartam triplicem rationē habere dicetur, quā ad secundā, & semper ordine vna plus, quousq; sit absoluta proportio.

Vbi tres tantum magnitudines proportionales.

Hic diffinit Euclides quam rationem habeat prima magnitudo ad ultimam, in continuē proportionalibus. Sensus itaq; diffinitionis est, quod in proportionē continua ratio extremarum magnitudinum, ex singulis rationibus in eadem occurrētibus proportionē inuicem compositis generatur. Hinc fit, ut in minima proportionē, quā sub tribus comprehenditur terminis, prima magnitudo ad ultimam duplicem rationem habere dicatur, quā ad secundam, hoc est, ex ipsis duabus rationibus similibus, primæ inquam magnitudinis ad secundā, & eiusdem secundæ ad tertiam inuicem compositis, vel altera earum duplicata confluentē. Multiplicandi sunt igitur ipsarum rationum denominatores adinuicem: productur enim optatæ rationis denominator. quemadmodum secūdo capite, libri quarti nostræ docuimus Arithmeticæ. & quinta diffinitione libri sexti clarius ostendemus. Sint exempli causa obiecti numeri a, b, c, sub dupla ratione proportionati. vtraque igitur ratio à binario denominatur numero. Bis autem duo efficiunt quatuor: à quibus ratio primi numeri ad tertium, hoc est, a/ad c/denominabitur. Erīt ergo primi ad ipsum tertium ratio quadrupla, seu primi ad secundum duplicata. ¶ Porro si quatuor extiterint magnitudines cōtinuē itidem proportionales:

Exemplum.

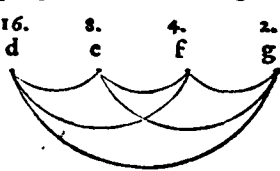
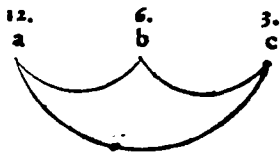
Vbi quatuor magnitudines continuē fuerint proportionales. Notandum.

prima ad quartam triplicem rationem habere dicetur, quā ad secundam, hoc est, ex tribus rationibus, primæ quidem ad secundam, & secundæ ad tertiam, atq; tertię ad quartam generatam. Sed animaduertas oportet, quod in trium aut plurium rationum compositione, operæpretium est ex duabus primis vnam efficere rationem, & ex illa consequenter & succedente tertia vnam rursus constituere: & deinceps ita quantumlibet, pro datarum rationū multitudine. Dentur in exemplum quatuor numeri continuē proportionales d, e, f, g, sub pupla itidem ratione distributi. Quælibet igitur trium ratio num, à binario rursus denominatur numero. bis autē duo, efficiunt quatuor, quæ ostēdunt primum numerum ad tertium, vel secundum ad quartum, quadruplam obtinere rationem: bis autem quatuor, restituūt octo, à quibus octupla ratio denominatur. Aio itaque eundem primū numerum ad quartū, octuplam seruare rationē. quæ non propterea primi ad secundum triplata ratio vocatur, quod ipsa ratio primi ad secundum per tria sit multiplicanda: sed quoniam ter in eadem proportionē reperiatur, ex qua quidem triplici ratione, extremorum ratio superscripto modo confluit. Eadem quoque ratio primi ad quartum resultabit, si eam rationem quæ est primi ad tertium, vel secundi ad quartum, per rationem eiusdem primi ad secundum multiplicaueris. Vtraque enim in præsumpto numerorum exemplo est quadrupla: quæ in duplam ducta, restituit octuplam. ¶ Quod si quinque magnitudines cōtinuē fuerint proportionales, prima ad quintam quadruplicem rationem habere dicetur, quā ad secundam: si sex, quintuplam, & consequenter ita, vna semper ordinatim adiuncta ratione, pro extēsiōe proportionis, vel adiuncto magnitudinum continuē proportionalium numero.

Vbi quinque vel plures fuerint magnitudines.

¶ Ομολογα μέθη λέγεται εἶναι, τὰ μὲν ἡγέμενα τοῖς ἡγεμένοις, τὰ δ' ἐπόμενα τοῖς ἐπομένοις.

Similis rationis magnitudines dicuntur, antecedentia antecedentibus, & consequentia consequentibus.



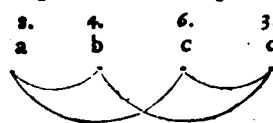
Id est, similitudo rationum inter easdem magnitudines inuicem proportionales, non solum inuenitur per relationem antecedentium ad sua consequentia, vel è diuerso: sed tum ex ipsorum antecedentium, tum etiam consequentium inuicem facta comparatione. Ex quibus subscriptæ rationum illationes, specièsvè proportionum deriuatæ sunt: quæ primum diffiniuntur ab Euclide, postea suo elucidantur & ostenduntur ordine.

De varia rationum similitudine.

¶ Εναλλάξ λόγος ὅστις, ληψίς τῶ ἡγεμῖν πρὸς τὸ ἡγόμενον, καὶ τῶ ἐπομῖν πρὸς τὸ ἐπόμενον.

12 Permutata ratio, est acceptio antecedentis ad antecedens, & consequentis ad consequens.

Vtpote, si fuerint quatuor magnitudines inuicem proportionales a, b, c, d, sicut quidem



a/ad b, ita c/ad d: inferamus autem, & permutatim igitur sicut a/ad c, ita b/ad d. Hanc rationum illationem, permutatam appellamus. permutatur enim cōsequens primæ rationis, in antecedens secundæ: & antecedens eiusdem secundæ rationis, in consequens ipsius primæ vertitur. Primæ itaq; rationis vterq;

Cur hæc ratio nis illatio permutata dicatur.

terminus, antecedentis: & vterq; terminus secundæ rationis, consequentis fungitur officio.

¶ Ανάπαλιπ λόγος ὅστις, ληψίς τῶ ἐπομῖν ὡς ἡγεμῖνου, πρὸς τὸ ἡγόμενον ὡς ἐπόμενον.

13 Conuersa ratio, est acceptio consequentis tanquàm antecedentis, ad antecedens tanquàm ad consequens.

Id est, consequentium in antecedentia, & antecedentium in consequentia permutatio: rationem maioris inæqualitatis, in rationem minoris, aut è diuerso, cōuertendo. Vt si a/ad b eam habuerit rationem, quam c/ad d: & à cōuersa terminorum ratione inferamus. ergo sicut b/ad a, ita d/ad c. Igitur in permutata atq; conuersa ratione, nulla terminorum subsequitur alteratio: sed & antecedentia, & consequentia manent substantialiter eadem.

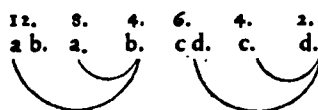
Notandum.

¶ Συνθεσις λόγος ὅστις, ληψίς τῶ ἡγεμῖν μὲν τῶ ἐπομῖν, ὡς ἐπὶ πρὸς αὐτὸ τὸ ἐπόμενον.

14 Composita ratio, est acceptio antecedentis cum consequente, sicut vnus, ad ipsum consequens.

Solemus nonnunquam in proportionibus arguere à diuisis ad coniuncta: vnde huiusmodi rationis illatio, cōposita, seu coniuncta ratio dicitur. Est enim acceptio cuiuslibet antecedentis cum proprio consequente, tanquàm vnus antece-

Illatio rationis à diuisis ad cōiuncta.



dentis, ad ipsum consequens. Vtpote, si a/ad b/eā habeat rationem, quā c/ad d: & cōiunctim inferamus. Igitur sicut a/b/ad b, ita c/d/ad d. augentur enim proportionaliter antecedentia, per consequentium ipsorum compositionem. Huic cōtra-

Exemplum.

ria est diuisa, seu disiuncta ratio: quæ ita diffinitur,

¶ Διαίρεσις λόγος ἐστὶ, ληψίς τῶ ὑπεροχῆς, ἢ ὑπορέχῃ τὸ ἡγόμενον ἢ ἐπομῖν πρὸς αὐτὸ τὸ ἐπόμενον.

15 Diuisa ratio, est acceptio excessus, quo excedit antecedens ipsum consequens, ad ipsum consequens.

Hoc est, comparatio differentia cuiuslibet antecedentis supra consequens proprium, ad ipsum consequens. Veluti si eadē sit ratio a/b/ad b, quæ est c/d/ad d: & diuisim in hunc modum inferatur. Igitur sicut a/ad b, ita c/ad d. Est enim a/differentia, qua tota a/b/ipsam b/superat: & c/itidem differentia, qua tota c/d/excedit ipsam d. Hic autē modus arguendi, à coniunctis ad diuisa nuncupatur.

Illatio rationis à cōiunctis ad diuisa.

¶ Αναστροφὴ λόγος ὅστις, ληψίς τῶ ἡγεμῖν πρὸς τὴν ὑπεροχὴν, ἢ ὑπορέχῃ τὸ ἡγόμενον τῶ ἐπομῖν.

16 Cōuersio rationis, est acceptio antecedentis ad excessum, quo excedit antecedens ipsum consequens.

Hanc euersam rationem pleriq; nominant. Est enim comparatio cuiuslibet antecedentis, ad differentiam, qua idem antecedens suum excedit consequens. Exempli gratia. Sit rursum

Euersa ratio.

Hæc diffinitio tam lucida est, vt ampliori non videatur indigere declaratione. Non graua-
beris tamen exemplarem intelligere formulam. Sint igitur rursum $a/b/c$, & $d/e/f$ gemini numerorum ordi-
nes: sitque a/ad b/sicut $e/ ad f$, & b/ad c/veluti d/ad e.

a	b	c	d	e	f
8	6	4	6	4	3

Exēplū per-
turbatę ratio-
nis.

Hunc itaq; inuersum proportionis ordinē, perturbatam proportionē adpellamus. ¶ Præter
has autē, Zābertus Venetus adiecit extensę atq; inordinatę proportionis diffinitiones, ab
ipsius ordinatę atq; perturbatę proportionis diffinitionibus minimē discrepātes: quas tum
quia in græcis nusquā reperi exemplaribus, tum quodd mihi superabundare videantur, cō-
sultō prætermisi. Omnis siquidem extensa proportio, ordinata est: & inordinata, eadē quę
perturbata. Ni forsitan voluerimus extensam proportionem, terminorum vtriusq; ordinis
continuatam præsupponere relationem: cū scilicet præcedentium rationum cōsequentia,
fiunt antecedentia succedentium. Vt extensa proportio, continuē proportionalium solum-
modō respiciat magnitudinum habitudinē: ordinata verō, tam continuē, quā discontinuē
proportionata. Et sic extensa proportio, simul erit ordinata: sed non omnis ordinata, exten-
sa vocabitur. Idem velim habeas iudicium, de inordinata atq; perturbata proportionē.

De extensa,
atq; inordina-
ta ratione.

Notandum.

Θεώρημα α,

Πρόθεσις α.

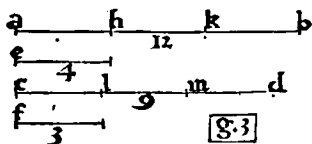
Eὰν ἢ ὁ ποσῶν μεγέθη, ὁ ποσῶν μεγέθων ἴσων τῷ πλῆθει, ἕκαστον ἑκάστου ἰσότητις πολλὰ πλά-
σιον, ὅσα πλάσιον ὅσῳ ἐστὶν τῷ μεγέθει ἐνός, γοῦν τα πλάσια εἶσαι καὶ πᾶντα τῶν πᾶντων.

Theorema 1, Propositio 1.

SI fuerint quælibet magnitudines quarumlibet magnitu-
dinum æqualium numero, singulæ singularū æquē mul-
tiplices: quotuplex est vnus vna magnitudo, totuplices
erunt & omnes omnium.

ORONTIVS. ¶ Sint a/b & c/d quælibet magnitudines, ipsarum $e/$ & f /ma-
gnitudinum, æqualium numero, singulæ singularum æquē multiplices: vtpote, a/b /
ipsius e , & c/d /ipsius f . Aio, a/b & c/d magnitudines, totuplices fore ipsarum $e/$ & f /
magnitudinum, quotuplex est a/b /ipsius e , vel c/d /ipsius f . Nam ex hypothesi, tot
sunt magnitudines in a/b , æquales ipsi e : quot in c/d magnitudine, æquales ipsi f .
Sit vtraque multitudo, æqualis numero g . Et distingantur (exēpli gratia) in a/b , ma-
gnitudines æquales ipsi e , iuxta numerū g , sint $q; a/h, h/k, & k/b$: in ipsa porro c/d ,
æquales ipsi f , quæ sint $c/l, l/m, & m/d$. Cuiuslibet enim magnitudini, quotlibet dari,

Notandum.



vel assignari posse æquales, recipiendū est. Omnis præ-
terea magnitudo, in determinatas quotlibet, & adinuicē
æquales partes (etsi forsitan nondum præostensum fue-
rit, quam ratione id exæquatur) abstractiue saltē par-
tibilis est. Cū igitur a/h æqualis sit ipsi e , & c/l ipsi f :

Deductio the-
orematis.

æquales erunt a/h & c/l , ipsis $e/$ & f /magnitudinibus, per secundam communē sen-
tentiam. Rursum quoniā æqualis est h/k ipsi e , & l/m ipsi f : æquales rursum erūt,
per eandem communem sententiam, h/k & l/m , ipsis $e/$ & f . Haud dissimiliter ostē-
detur, quod & cæteræ k/b & m/d , eisdem $e/$ & $f/$ coæquantur. Quoties igitur a/b /
continet ipsam e , aut c/d /ipsam f : toties a/b & c/d , easdem $e/$ & $f/$ simul comprehen-
dunt, nempe secundum eundem numerum g . Quotuplex igitur est a/b /ipsius e , vel
 c/d /ipsius f : totuplices sunt a/b & c/d , ipsarū $e/$ & f . Hoc autem in discretis euidē-
tius manifestatur: quemadmodum subiecti formulæ videntur indicare numeri. Si
fuerint igitur quælibet magnitudines quarumlibet magnitudinum: & c, vt in theore-
mate. Quod oportebat demonstrare.

k.iiiij.

Θεώρημα β, Πρόθεσις β.

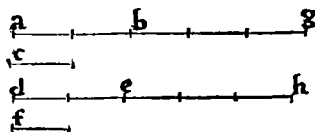
Εάν πρώτον διωτὸν ἰσάκεις ἢ πολλαπλάσιον, καὶ τρίτον τετάρτου, ἢ διὰ πέντε διωτὸν ἰσάκεις πολλαπλάσιον, καὶ ἕκτον τετάρτου: καὶ ὡς ἐστὶν πρῶτον, καὶ πέντε διωτὸν ἰσάκεις ἕκτον πολλαπλάσιον, καὶ τρίτον, καὶ ἕκτον τετάρτου.

Theorema 2,

Propositio 2.

SI prima secundæ æquè fuerit multiplex & tertia quartæ, fuerit 2
autem & quinta secundæ æquè multiplex & sexta quartæ: & composita prima & quinta secundæ æquè multiplex erit, & tertia & sexta quartæ.

ORONTIVS. ¶ Sint enim sex magnitudines, a/b prima, c secunda, d/e tertia, f quarta, b/g quinta, & e/h sexta: quarum prima a/b secundæ c sit æquè multiplex,



ac tertia d/e ipsius quartæ f : & quinta rursum b/g eiusdem secundæ c æquè multiplex esto, ac sexta e/h eiusdem f quartæ. Aio quòd composita ex prima & quinta utpote a/g , ipsius secundæ c erit æquè multiplex: ac tertia & sexta simul, videlicet d/h , ipsius quartæ f . Cùm

Demonstratio
theorematis.

enim ex hypothesi, æquè multiplex est a/b ipsius c , ut d/e ipsius f : quot igitur magnitudines sunt in a/b æquales ipsi c , tot sunt & in d/e , æquales ipsi f . Rursum quoniam b/g æquè multiplex est eiusdem c , ac e/h eiusdem f : tot igitur sunt magnitudines eidem c æquales in b/g , quot & in e/h æquales eidem f . Quot igitur sunt magnitudines in tota a/g , ipsi c æquales: tot sunt & in tota d/h , æquales ipsi f . si enim æquè multiplicibus, æquè multiplices addantur magnitudines: còsurgēt æquè multiplices. Sed a/g continet primā & quintam magnitudinē: d/h autē, tertiam & sextam. Et composita igitur prima & quinta a/g , secundæ c æquè multiplex erit: ac tertia & sexta d/h , ipsius quartæ f . Igitur si prima secundæ æquè fuerit multiplex, & tertia quartæ: & quæ sequuntur reliqua. Quod fuerat ostendendum.

Θεώρημα γ, Πρόθεσις γ.

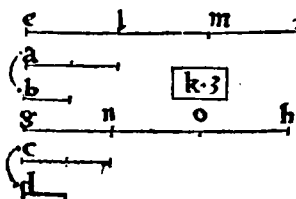
Εάν πρῶτον διωτὸν ἰσάκεις ἢ πολλαπλάσιον, καὶ τρίτον τετάρτου, λαβὼν δὲ ἰσάκεις πολλαπλάσια τῶ πρῶτου καὶ τρίτου: καὶ διόσιν τῶν λαβέντων ἑκάτερον ἑκατέρω ἰσάκεις ἕκτον πολλαπλάσιον, ὃ μὲν, τῶ διωτὸν, ὃ δὲ, τῶ τετάρτου.

Theorema 3,

Propositio 3.

SI primum secundi æquè fuerit multiplex, & tertium quarti, 3
sumātur autem æquè multiplicia primi & tertij: & æquè sumptorum vtrunque vtriusq; æquè erit multiplex, alterum quidem secundi, alterum autem quarti.

ORONTIVS. ¶ Sit primum a secundi b æquè multiplex, ac tertium c ipsius quarti d : & accipiantur ipsorum a & c æquè multiplicia, e/f & g/h . Dico quòd e/f tam multiplex est ipsius secundi b , quàm multiplex est g/h ipsius quarti d . Cùm



enim per hypothesin, totuplex sit e/f ipsius a , quotuplex est g/h ipsius c tot igitur erūt magnitudines in e/f æquales ipsi a , quot in magnitudine g/h æquales ipsi c . Sit vtraq; multitudo, iuxta numerum k . & discernantur (maioris euidentiæ gratia) in e/f , magnitudines æquales ipsi a , sint'que e/l , l/m , & m/f . & in g/h magnitudine, ipsi c æquales, utpote g/n , n/o , & o/h . Et quoniam per

hypothesein, æquè multiplex est a/ipsius b, atq; c/ipsius d. Est autem e/l ipsi a, & g/n ipsi c per constructionem æqualis. Aequalia porro eiusdē sunt æquè multiplicia, per sextæ diffinitionis primi libri conuersionem. Aequè multiplex igitur est e/l ipsius b, ac g/n ipsius d. Et proinde l/m æquè multiplex isidem est ipsius b, ac n/o ipsius d. Sunt itaque sex magnitudines, quarū prima e/l secundæ b/æquè multiplex est, ac tertia g/n ipsius quartæ d: quinta rursum l/m/ eiusdem secundæ b/æquè multiplex est, ac sexta n/o/ eiusdem quartæ d. Et composita igitur prima & quinta e/m/ ipsius secundæ d/æquè multiplex est, ac tertia & sexta g/o/ ipsius quartæ d: per antecedentem secundam propositionem. Rursum quoniam æqualis est m/f ipsi a, & o/h/ ipsi c: æquè multiplex itidē erit m/f ipsius b, atq; o/h/ ipsius d, per eandē sextæ diffinitionis primi libri conuersionem. Ostensum est autem e/m/ & g/o/ ipsarum b/ & d/ fore æquè multiplices. Sunt itaq; rursum sex magnitudines, quarū prima e/m/ secundæ b/æquè multiplex est, ac tertia g/o/ ipsius quartæ d: quinta insuper m/f/ eiusdem secundæ b/æquè est multiplex, ac sexta o/h/ eiusdem quartæ d. Et composita igitur prima & quinta e/f/ ipsius secundæ b/æquè multiplex est, ac tertia & sexta g/h/ eiusdem quartæ d: per allegatam huius quinti secundam propositionem. Et deinceps ita quantumlibet, prioribus consequentes adiungendo magnitudines, pro contingente ipsorum æquè multiplicium e/f/ & g/h/ multitudine. Atqui multitudo e/l, l/m, & m/f, multitudini g/n, n/o, & o/h/ æqualis est: vtraque enim ipsi k/ numero æqualis. Si igitur primū secundi æquè fuerit multiplex & tertiu quarti: &c. vt in theoremate. Quod fuerat ostendendum.

Primus ostensionis discursus.

Secundus, prioris similis, discursus ostensionis.

Θεώρημα δ, Πρόθεσις δ.

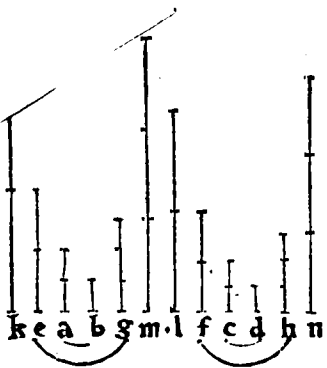
Eὰν πρῶτον πρὸς δεύτερον τὸν αὐτὸν ἔχῃ λόγον, ὃ τρίτον πρὸς τέταρτον: καὶ τὰ ἰσάκεις πολλαπλάσια ᾗτε πρῶτος καὶ τρίτος πρὸς τὰ ἰσάκεις πολλαπλάσια ᾗ δυνάμεις ὃ τέταρτος καὶ ὁ ποιοῦν πολλαπλάσιας μὲν, τὸν αὐτὸν ἔξῃ λόγον λαμβάνει κατὰ ἄλληλα.

Theorema 4, Propositio 4.

4 **S**I primum ad secundum eandem habuerit rationem, & tertiu ad quartum: & æquè multiplicia primi & tertij ad æquè multiplicia secundi & quarti iuxta quāuis multiplicationem, eandem habebunt rationem sumpta adinuicem.

ORONTIVS. ¶ Est enim vt primū a/ ad secundum b/ eandem habeat rationem, quam c/ tertium ad quartum d: & accipiantur ipsorum a/ & c, hoc est, primi & tertij æquè multiplicia e/ & f, secundi pariter & quarti, vtpote, ipsorum b/ & d/ alia item æquè multiplicia g/ & h. Aio quod e/ multiplex primi, ad g/ multiplex secundæ eandem habet rationem, quam f/ multiplex tertij ad h/ multiplex quarti. Summ ipsorum e/ & f, æquè multiplicia k/ & l: ipsorum porro g/ & h, alia similiter multiplicia m/ & n. Cum igitur e/ totuplex sit ipsius a, quotuplex est f/ ipsius c, & ipsorum e/ & f/ sumpta sunt æquè multiplicia k/ & l: igitur æquè multiplex est k/ ipsius a, & l/ ipsius c, per tertiā huius quinti. & per eandem æquè multiplex est m/ ipsius b, atq; n/ ipsius d. Est autem ex hypothese, sicut a/ ad b/ ita c/ ad d: & ipsorum a/ & c/ ostensa sunt æquè multiplicia k/ & l, necnon ipsorum b/ & d/ alia itidem æquè multiplicia m/ & n. Est igitur sicut k/ ad m, ita l/ ad n: per conuersionem sextæ diffinitionis huius quinti. Sicuti enim ex ipsorum æquè multiplicium proportionem, datas magnitudines in eadē esse ratione, sexta huius quinti visa est innuere diffinitio: haud dissimiliter

Demonstratio theorematiss.



De æquè multipliciū & submultiplicium proportionem reciproca.

ex ipsarum magnitudinū habitudine proportionata, eorundem æquè multiplicium rationis versā vice concluditur identitas. tanta est æquè multiplicium cum submultiplicibus necessitudo. Est igitur ut k/ad m , ita l/ad n : hoc est, sicut multiplex primi ad multiplex secūdi, ita multiplex tertij ad multiplex quarti. Ipsa porro $k/$ & l , ipsorū $e/$ & f sunt æquè multiplicia: $m/$ verò & $n/$ æquè multiplicia ipsorū $g/$ & h , per constructionem. Est igitur ut e/ad g , sic f/ad h : per sextam huius quinti diffinitionem. Atqui $e/$ & f , sunt æquè multiplicia primi & tertij: $g/$ autem & h , secūdi & quarti alia itidem æquè multiplicia. Si primū igitur ad secundū eandem habuerit rationē: & quæ sequuntur reliqua. Quod demonstrandum suscepimus.

Lemma, siue assumptum.

¶ Et quoniā ostēsum est, quōd multiplex k/ad multiplex m/se habet, ut multiplex l/ad multiplex n . si igitur $k/$ excedit m , & $l/$ proportionaliter excedit n : & si æquale, æquale: & si minus, itidem proportionaliter minus. Quare & versā vice, si $m/$ excedit k , & $n/$ proportionaliter excedit l : & si æquale, æquale: si autem minus, & proportionaliter denique minus. Et proinde, per sextam huius quinti diffinitionem, erit ut g/ad e , sic h/ad f : atque responderenter sicut b/ad a , ita d/ad c .

Corollarium.

Conuersa ratio.

¶ Si quatuor igitur magnitudines fuerint proportionales: & e contra, seu à cōuersa ratione proportionales erunt: facta videlicet consequentium tanquā antecedentium, ad antecedentia tanquā ad consequentia relatione.

Θεώρημα

ε,

Πρόβλεψη

ε.

Εὰν μέγεθος Θ μέγεθος ι ισούκιν η πολλὰ πλάσιον, ὅπερ ἀφαιρεθὼν ἀφαιρεθὼς, καὶ ἂν λοιπὸν $\tau\theta$ λοιπὸν $\iota\sigma\acute{\alpha}\kappa\iota\varsigma$ ἴσῃ πολλὰ πλάσιον, ὁ Θ πλάσιον ὅσῃ $\tau\theta$ ὅλῳ $\tau\theta$ ὅλῳ.

Theorema 5,

Propositio 5.

SI magnitudo magnitudinis æquè fuerit multiplex, & ablata 5
Ablata: & reliqua reliquæ erit multiplex, quotuplex tota totius est multiplex.

Assumptum.

Demonstratio
theorematis.

O R O N T I V S. ¶ Esto magnitudo a/b magnitudinis c/d tam multiplex, quā multiplex est ablata a/e ablata c/f . Dico reliquam e/b , reliquæ f/d totuplicem fore, quotuplex est tota a/b totius c/d . Ponatur enim e/b æquè multiplex ipsius g/c , ut a/e ipsius c/f . Cū igitur $t\bar{u}$ per hypothēsin, tum per constructionē, totuplex sit a/e ipsius c/f , quotuplex est e/b ipsius g/c : quotuplex autem est vna vnius, totuplices sunt & omnes omnium, per primā huius quinti. Quotuplex est itaq; a/e ipsius c/f , totuplex est & tota a/b totius g/f . At quotuplex est a/e ipsius c/f , totuplex est & eadem a/b ipsius c/d , per hypothēsin. Et a/b igitur vtriusque & g/f & c/d est æquè multiplex: & proinde vtrique g/f & c/d , eiusdem a/b æquè submultiplex est. Quæ autem eiusdem sunt æquè submultiplicia, æqualia sunt adinuicem, per septimam communem sententiam. Aequalis est igitur g/f ipsi c/d , & vtrique communis c/f qua dempta, reliqua g/c reliquæ f/d , per tertiam cōmunem sententiā est æqualis. Aequalia rursus eiusdem sunt æquè submultiplicia, per ipsius septimæ communis sententiæ conuersionem. Et g/c igitur atque f/d , eiusdem a/b sunt æquè submultiplices: & proinde a/b vtriusque & g/c & f/d æquè est multiplex. Porro e/b æquè multiplex est ipsius g/c , per constructionē, ut a/e ipsius c/f . Et eadē propterea

c/b , ipsius f/d tam multiplex est, quàm multiplex est ipsa a/e eiusdem c/f . Atqui per hypothesin a/e totuplex est ipsius c/f , quotuplex est tota a/b totius c/d . Et reliqua igitur c/b , reliquæ f/d æquè multiplex est, atq; tota a/b totius c/d . Ergo si magnitudo magnitudinis æquè fuerit multiplex & ablata ablatæ, & reliqua reliquæ: & c. ut in theoremate. Quod ostendere fuerat operæpretium.

Θεώρημα 5, Πρόθεσις 5.

Eὰν δύο μεγέθη δύο μεγέθων ἰστέκῃς ἢ πολλαπλάσια, καὶ ἀφοαιρεθῶσι τινὰ τῶν αὐτῶν ἰστέκῃς ἢ πολλαπλάσια, καὶ τὰ λοιπὰ τοῖς αὐτοῖς ἦτοι ἴσῃ ὅςιν, ἢ ἰστέκῃς αὐτῶν πολλαπλάσια.

Theorema 6, Propositio 6.

6 SI duæ magnitudines duarum magnitudinum æquè fuerint multiplices, & ablatæ aliquæ earum æquè fuerint multiplices: & reliquæ eisdem vel æquales sunt, vel æquè ipsarum multiplices.

O R O N T I V S. ¶ Sit a/b magnitudo tam multiplex ipsius c , quàm multiplex est d/e ipsius f : æquè insuper multiplex esto ablata a/g eiusdem c , ut ablata h/e ipsius f . Aio quod reliquæ g/b & d/h , ipsæ c & f aut sunt æquales altera alteri: vel earundem c & f æquè multiplices. Esto primū ut g/b sit æqualis ipsi c : dico quod & d/h ipsi f est æqualis. Detur enim e/k ipsi f æqualis. Cū igitur a/g æquè multiplex sit ipsius c , ut h/e ipsius f , per hypothesin. Porro g/b æqualis est ipsi c , per hypothesin: & e/k ipsi f , per constructionē. Et æquè igitur multiplex est a/b ipsius c , & h/k ipsius f . Ponitur autem ex hypothesi, a/b æquè multiplex ipsius c , ut d/e ipsius f . Et utraq; igitur d/e & h/k , æquè est multiplex ipsius f : nempe ut a/b ipsius c . Quæ autem eiusdem sunt æquè multiplicia, æqualia sunt adinuicem, per sextam communis sententiæ interpretationem. Aequalis est ergo d/e ipsi h/k , & utriq; communis h/e : ea itaque dempta, reliqua d/h reliquæ e/k erit per tertiam communem sententiā æqualis. Eidem porro e/k , æqualis est

Prima theore-
matis differē-
tia.

per constructionē ipsa f magnitudo. Binæ igitur magnitudines d/h & f , eidem e/k sunt æquales: & proinde æquales adinuicē, per primā cōmunē sententiā. Si reliqua igitur g/b , sit æqualis ipsi c : & reliqua d/h , ipsi f erit æqualis. ¶ Quod si g/b fuerit multiplex ipsius c : aio responderet d/h , æquè multiplicē fore ipsius f . Quotuplex est enim g/b ipsius c , totuplex assumatur e/k ipsius f . Et quoniam per hypothesin, a/g prima secundæ c æquè est multiplex, ac tertia h/e quartæ f : quinta rursus g/b eiusdem secundæ c tam multiplex est per constructionē, quàm multiplex est sexta e/k eiusdem quartæ f . Et composita igitur prima & quinta a/b , eiusdem secundæ c æquè erit multiplex, ac tertia & sexta h/k ipsius quartæ f , per secundā huius quinti. Quotuplex est autē a/b ipsius c , totuplex data est d/e ipsius f , per hypothesin. Et utraq; igitur d/e & h/k , æquè est

Secunda theo-
rematis differē-
rentia.

multiplex ipsius f , ut a/b ipsius c . Hinc per sextam communem sententiā, æqualis rursus est d/e ipsi h/k , & utriq; communis h/e : qua subtracta, reliqua d/h reliquæ e/k , per ipsam tertiam cōmunem sententiā, est æqualis. Aequalia porro eiusdem sunt æquè multiplicia, per ipsius sextæ communis sententiæ cōuersionem. Et d/h igitur & e/k eiusdem f æquè multiplicia sunt. At e/k ipsius f tam multiplex est per constructionem, quàm multiplex est g/b ipsius c . Et reliqua igitur d/h æquè est multiplex ipsius f , quotuplex est reliqua g/b ipsius c . Hæc autē omnia subsequēs numerorū, ad faciliore demōstrationis intelligentiā adiuncta, corroborat formula.

¶ Magnitudines datæ.

Exemplum in
numeris.

prima.	secunda.	tertia.	quarta.	Ablata.	reliqua.	Ablata.	reliqua.	
a/b.	c.	d/e.	f.	a/g.	g/b.	h/e.	d/h.	
12	3	8	2	9	3	6	2	vt in prima figura.
12	3	8	2	6	6	4	4	vt in secunda figura.

Si duæ itaque magnitudines: & quæ sequuntur reliqua. Quod fuerat ostendendum.

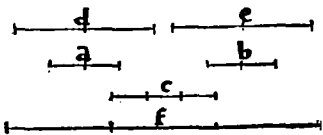
T θεώρημα ξ. πρόθεσις ξ.
Α ἰσὺς πρὸς τὸ αὐτὸ τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, καὶ τὸ αὐτὸ πρὸς τὰ ἰσὺς.

Theorema 7, Propositio 7.

A Equales ad eandē, eandē habēt rationē: & eadem ad æquales, 7

Prima theore
matis pars.

O R O N T I V S. ¶ Sint binæ & inuicem æquales magnitudines a/ & b, ad aliam quandam magnitudinem relatæ, utpote c. Dico primū, a/ & b/ ad eandem c/ eandem habere rationem. Assumantur enim ipsarum a/ & b/ æquæ multiplices d/ & e: ipsius autem c, alia utcunque multiplex f. Cum igitur æquæ multiplex sit d/ ipsius a, ut e/ ipsius b, & per hypothesin a/ & b/ magnitudines sint ad inuicem æquales: erit & d/ æqualis ipsi e. quæ enim eiusdem vel æqualium sunt æquæ multiplicia, æqualia sunt ad inuicem, per sextam communem sententiam. Atqui f/ magnitudo binas ipsius c/ repræsentans æquæ multiplices, sibi met æqualis est. Vt se habet igitur d/ multiplex



ad f, ita e/ ad eandem f: nam quæ sunt æqualia eiusdem sunt æquæ multiplicia aut submultiplicia, per sextam aut septimam communis sententiæ conuersionem. Est autem a/ prima magnitudo, c/ secūda, b/ tertia, & c/ rursus in ordine quarta: suntq; d/ & e/ ipsarum a/ & b/ æquæ multipli-

cia, primæ inquām & tertiæ magnitudinis: f/ porrò bis repetita, ipsius c/ bis repetēdæ, hoc est, secundæ & quartæ alia utcunq; multiplex. Præostensum est insuper d/ multiplex primæ ad f/ multiplex secundæ ita se habere, ut e/ multiplex tertiæ ad ipsum f/ multiplex quartæ. Est igitur per sextam huius quinti diffinitionem, ut a/ ad c, ita b/ ad eandem c. Aequales igitur magnitudines a/ & b, ad eandem magnitudinem c, eandem habent rationem.

Pars secunda
theorematis.

¶ Aio quoq; eandem magnitudinem c, ad a/ & b/ inuicem æquales magnitudines, eandem versa vice obseruare rationem. Hoc autē conuerso licebit ordine concludere. Ostendemus enim (veluti suprà) d/ & e/ multiplices, fore rursus inuicē æquales: & f/ bis coassumpta, geminas æquæ multiplices repræsentare non denegabitur. Et proinde d/ ad f/ ita se habere concludetur, ut e/ ad eandem f. hinc per assumptum, siue lemma quartæ propositionis huius quinti, f/ ad d/ se habebit, ut eadem f/ ad e. Est autem f/ primæ & tertiæ magnitudinis, hoc est, ipsius c/ bis repetēdæ æquæ multiplex: d/ verò & e/ secundæ & quartæ, utpote ipsarum a/ & b/ æquæ multiplices. Est igitur ut c/ ad a, sic eadem c/ ad b, per eandem sextam huius quinti diffinitionem. ¶ Idem quoq; à conuersa ratione, per quartæ propositionis huius quinti corollarium, leuius concludere licebit. Si quatuor enim magnitudines fuerint proportionales, & è contra proportionales erunt. Atqui ostensum est a/ ad c/ eandem habere rationem, quam b/ ad eandem c: & è cōtra igitur, ut c/ ad a, ita eadem c/ ad b. Aequales ergo ad eandem, eandem habent rationem: & eadem ad æquales. Quod oportuit ostendisse.

Idem aliter.

T θεώρημα η. πρόθεσις η.
Ὅταν ἀνίσωμ μεγέθῃ τὸ μείζον πρὸς τὸ αὐτὸ μείζονα λόγον ἔχῃ ἢ πρὸς τὸ ἐλάττω: καὶ τὸ αὐτὸ πρὸς τὸ ἐλάττω, μείζονα λόγον ἔχῃ ἢ πρὸς τὸ μείζον.

Theorema 8, Propositio 8.

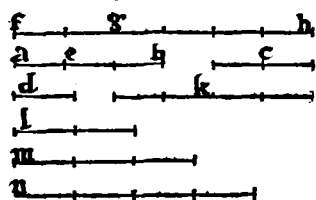
I Næqualium magnitudinum maior ad eādem, maiorem rationē 8

habet, quàm minor: & eadem ad minorem maiorem rationem habet, quàm ad maiorem.

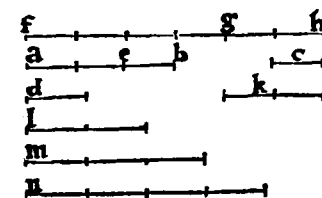
ORONTIVS. ¶ Sint binæ magnitudines inæquales, a/b quidem maior, & c minor: d autem alia quædam magnitudo. Aio primum quod a/b ad d maiorem rationem habet, quàm c ad ipsam d . Cum enim ex hypothese a/b sit maior magnitudine c : comprehendet itaq; a/b magnitudo eandem c , & aliquam insuper magnitudinem. Sit igitur e/b , æqualis ipsi c , & a/e residua eiusdem magnitudinis pars. Erunt ergo a/e & e/b aut inæquales, aut æquales adinuicem. Sint primū inæquales, & a/e minor ipsa e/b . Suscipiatur autem ipsius minoris a/e vtcunq; multiplex, maius tamen ipsa magnitudine d : sitq; illud f/g . Quàm multiplex insuper est f/g ipsius a/e , tam multiplex detur g/h ipsius e/b , & k ipsius c . Suscipiatur rursus duplum ipsius d , vt pote l : postea triplum, sitq; illud m . & deinceps ita, vno semper adiuncto: quatenus resultet multiplex ipsius d , proximò maius ipso k , id est, quod inter multiplicia ipsius d per continuam simplicis additionem consurgentia, primò incipiat excedere k : sitq; illud n /quadruplum ipsius d . Erit ergo k /multiplex, proximò minus ipso n : & proinde non minus ipso m .

Primæ partis
differētia pri-
ma.

Demonstratio
eiusdē primæ
differētiæ.



est f/g ipsius a/e , vt g/h ipsius e/b : quotuplex igitur est f/g ipsius a/e , totuplex est f/h ipsius a/b , per primā huius quinti. Sed quotuplex est f/g ipsius a/e , totuplex est k ipsius c . Et f/h igitur tam multiplex est ipsius a/b , quā multiplex est k , ipsius c . Insuper quoniam æquæ multiplex est g/h ipsius e/b , vt k ipsius c : & e/b ipsi c per constructionem est æqualis. quæ autē æqualiū sunt æquæ multiplicia, æqualia sunt adinuicem, per sextam communem sententiam. Aequalis est igitur g/h ipsi k . Verum k ipsa m nō est minor, vt nuper ostensum est: & g/h itaq; eadem m non erit minor. Porro f/g data est maior ipsa d . & tota igitur f/h , binis d & m erit maior. Sunt autem d & m ipsi n æquales. est enim n /quadruplum ipsius d , & m /triplum, vnā cum ipso d efficiens quadruplum. Et f/h igitur ipso n maius est: nam idem, æqualium est æquæ maius. Atqui f/h & k , ipsarum a/b & c , primæ inquam & tertiæ magnitudinis sunt æquæ multiplicia: verò vtcunq; multiplex ipsius d secundam & quartam magnitudinem repræsentatis. & multiplex primæ excedit multiplex secundæ: at multiplex tertiæ non excedit multiplex quartæ. Prima igitur a/b ad secundam d maiorem rationem habet, quàm tertia c ad quartam d : per octauam diffinitionem huius quinti.



¶ Quod si a/e fuerit maior e/b , multiplicetur iam ipsa e/b minor, quatenus insurgat multiplex maius ipsa d magnitudinis: sitq; illud g/h . Quàm multiplex insuper est g/h ipsius e/b , tā multiplex accipiatur f/g ipsius a/e : & k rursus ipsius c . Subsumatur præterea multiplex ipsius d , proximò maius ipso f/g : sitq; rursus n /quadruplum ipsius d . Haud dissimiliter ostendemus, totam f/h ipsius a/b fore totuplicem, quotuplex est

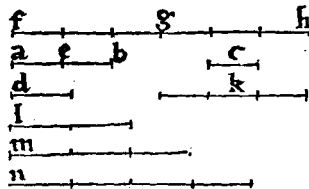
Eiusdē primæ
partis, differē-
tia secunda.

g/h ipsius e/b : & demum f/h & k , ipsarum a/b & c æquæ itidem fore multiplices. item g/h æquari ipsi k . Et quoniam n /multiplex, proximo maius est f/g : non est igitur f/g , minus ipso m . Atqui g/h maius est ipso d , per constructionem. totum igitur f/h , ipsis d & m maius est: & maius consequenter ipso n . Porro k non excedit ipsum n : est enim k , ipsi g/h æquale, quod tam multiplex est ipsius minoris e/b , quàm multiplex est f/g ipsius maioris a/e . quæ autem inæqualium sunt æquæ multiplicia, sunt respondentem inæqualia. Et k igitur, minus est ipso f/g : & ipso n .

Ostensionis res-
olutio.

Tertia eiusdē
primæ partis
differentia.

propterea lōgè minus. Rursum itaq; multiplex primi excedit multiplex secūdi: at multiplex tertiū, nō excedit multiplex quarti. Per ipsam igitur octauā huius quinti diffinitionem, primum a/b , ad secundum d /maiolem rationem habet, q̄ tertiū c/ad quartum d . ¶ Porro cū a/e , fuerit æqualis ipsi e/b : vtraque erit æqualis ipsi c . Cuiuslibet itaq; ipsarum trium magnitudinum, sumēda sunt æquē multiplicia, ipso d /



maiora: f/g /quidem ipsius a/e , & g/h /ipsius e/b , & k/r ursum ipsius c . quæ per sextam communem sententiam, erunt adinuicē æqualia. Item n /multiplex ipsius d , quod illorum quolibet proximò maius existat. Quibus constructis, ostendētur rursum f/h & k , ipsarum a/b & c/fo re æquē multiplicia: & f/h /multiplex primæ magnitudinis, excedere ipsum n /multiplex secundæ: k /autem mul

Pars secunda
p̄cipalis the
orematis.

tiplex tertiæ, non excedere multiplex quartæ. Hinc priori deductione colligemus, a/b /ad d /maiorē habere rationē, quā c/ad ipsam d . ¶ Dico insuper, quodd eadem magnitudo d , ad minorem c /maiolem rationē habet, quā ad maiorem a/b . Hoc autem ex suprascripto discursu, immutato magnitudinū & æquē multiplicium ordine, haud obscurē colligemus. Cū enim omnibus modis præostēsū sit, f/h /excedere ipsum n , & k/ab eodē n /superari: & cōuersim igitur, n /excedit k , nō excedit autē f/h . Porro n /est multiplex ipsius d , hoc est, primæ & tertiæ magnitudinis: k /autem multiplex secundæ, vtpote c , & f/h /æquē multiplex quartæ, scilicet a/b . Multiplex insuper primæ, excedit multiplex secundæ: at multiplex tertiæ non excedit multiplex quartæ. Per octauam ergo diffinitionem huius quinti, prima d/ad secundam c /maiolem rationem habet, quā tertia d/ad quartam a/b . Ergo d/ad minorem c /maiolem rationem habet, quā ad maiorem a/b . Inæqualium igitur magnitudinum: & c. vt in theoremate. Quod ostendere oportebat.

Θεώρημα θ, Πρόβλημα θ.
ΤΑ πρὸς τὸ αὐτὸ τὰς αὐτὰς ἔχοντες λόγους, ἵ & ἀλλήλοις ὕπαι: καὶ πρὸς ἃ τὸ αὐτὸ τὰς αὐτὰς ἔχοντες λόγους, καὶ αὐτὰ ἵ & ἀλλήλοις ὕπαι.

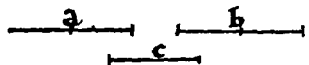
Theorema 9, Propositio 9.

Quæ ad eandem, eandem habent rationem, æquales inuicem sunt: & ad quas eadem eandem habet rationem, ipsæ sunt æquales.

Primæ partis
ostensio.

ORONTIVS. ¶ Sint binæ magnitudines a & b , ad tertiam c /eandem rationē obtinentes. Aio quodd æqualis est a , ipsi b . Nam si a & b /magnitudines, forent inæquales: maior ad eādem c /maiolem rationem haberet, quā minor, per primam partem antecedentis octauæ propositionis huius quinti. Habet autem vtraq; ipsarum a & b /eandem rationem ad ipsam c , per hypothesin. Haberent igitur a & b , eandem, atq; diuersam rationē ad eandem c : quod est impossibile. Aequalis est itaq; a , ipsi b .

Pars secunda
theorematis.



¶ Quodd si c/ad eandem a & b /eandem habuerit rationem: dico rursum, quodd a & b /æquales sunt adinuicem. Si enim foret inæquales: eadem c/ad ipsas a & b /magnitudines eandem non haberet rationem: ad minorem enim maiorem rationem obtineret, quā ad maiorem, per secundam partem eiusdem octauæ propositionis. Supponitur autem, eadem c/ad ipsas a & b /eandem habere rationem. Eadē itaq; magnitudo c , ad ipsas a & b /magnitudines, eandem simul atq; diuersam rationem haberet. Quod videtur absurdum. Aequalis est igitur a ipsi b . Quod suscepamus ostendendum.

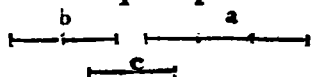
Τὰ μὲν πρὸς τὸ αὐτὸ λόγον ἔχοντων, τὸ τὸν μείζονα λόγον ἔχον, ἐκείνο μᾶλλον ἔστι: πρὸς δὲ τὸ αὐτὸ μείζονα λόγον ἔχον, ἐκείνο ἑλάττω ἔστι.

Theorema 10.

Propositio 10.

10 **A**D eandem rationem habentium, maiorem rationem habens, illa maior est: ad quam autem eadem maiorem rationem habet, illa minor est.

ORONTIVS. ¶ Sint rursus a/b magnitudines ad eandem magnitudinem c comparatae: habeatq; a ad c maiorem rationem, quam b ad eandem c . Dico quod a , ipsa b maior est. Quoniam si non fuerit maior: vel erit æqualis ipsi b , vel eadem minor. Aequalis porro non est a ipsi b : haberet enim a/b eandem rationem ad



c magnitudinem, per primam partem septimæ propositionis huius quinti. quod aduersatur hypothese. Non est igitur a , æqualis ipsi b . Haud dissimiliter ostēdetur,

quod neq; minor est a ipsa b : quoniam a magnitudo, minorem rationem haberet ad c magnitudinem, quam ipsa b ad eandem c , per primam partem octauæ propositionis eiusdem quinti. habet autem a , maiorem rationem, quam b ad eandem c per hypothesin. Haberet igitur a ad c maiorem & minorem rationem, quam b ad ipsam c . Quod non est possibile. Itaque a non est minor b : neque eidem (vti nunc ostendimus) æqualis. Et a igitur, ipsa b maior est. ¶ Quod si eadem magnitudo c , maiorem rationem habuerit ad b quam ad a : dico rursus, a fore maiorem ipsa b . Non erit enim a ipsi b æqualis: quoniam c ad a , eandem rationem haberet quā ad b , per secundam partē præallegatæ septimæ propositionis. Habet autē c , maiorem rationē ad a , quā ad b , ex hypothesi. quæ simul stare non possunt. Non est igitur a , ipsi b æqualis. Neq; etiā minor: tunc enim c ad ipsam a maiorem rationē haberet, quā ad b , per secundā partē ipsius octauæ propositionis huius quinti. Habet autē c minorem rationem ad a , quā ad b , ex ipsa hypothesi. Haberet itaq; c minorem simul atq; maiorem rationem ad a , quam ad b . quod videtur impossibile. Igitur a non est minor ipsa b . ostēsum est, quod nec eidē æqualis. Maior est itaq; rursus a ipsa b . Ad eandem ergo rationem habentiū: & quæ sequuntur reliqua. Quod oportuit demonstrasse.

Prima theorematidis pars.

Partis secundæ demonstratio.

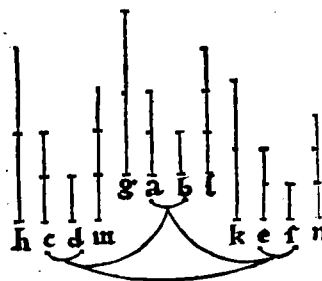
Οἱ πρὸς αὐτὸς λόγοι οἱ αὐτοὶ, καὶ ἀλλήλοις ἴσοι οἱ αὐτοί.

Theorema 11.

Propositio 11.

11 **Q**UÆ eidem sunt eadem rationes, & adinuicem sunt eadem.

ORONTIVS. ¶ Sint eidem rationi quæ a ad b , eadem rationes quæ c ad d & e ad f . Aio quod rationes c ad d & e ad f , sunt eadem adinuicem: sicut quidem c ad d , sic e ad f . Accipiantur enim ipsarum antecedentium a, c, e , æquæ multiplicia



$g/h/k$: ipsarū autē consequētium b, d, f , alia quæuis æquæ multiplicia l, m, n . Cum igitur ex hypothesi a ad b eandem habeat rationem, quam c ad d , & ipsarum a & c , primæ inquā & tertiæ magnitudinis, sumpta sint æquæ multiplicia g, h , secundæ rursus & quartæ, utpote ipsarum b & d alia itidem æquæ multiplicia l , igitur si g excedit l , & h proportionaliter excedit m , & si æquale, æquale: si autem minus, itidem proportionaliter minus, per sextæ diffinitionis huius quinti conuersionem. Insu-

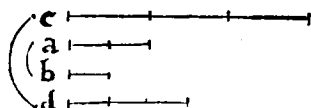
Discursus æquæ multiplicium.

per quoniam per ipsam hypothesin, sicut a ad b , ita c ad f , & ipsarum a & b , primæ

l.ij.

rationalium quàm irrationalium hic perscrutentur magnitudinū habitudines , & ipsa irrationalium magnitudinum habitudo, tum nobis, tum ipsi naturę sit ignota, denominationem ab aliquo non valens accipere numero: coactus est Euclides (vt generalem quandam rationalium & irrationalium pręscriberet diffinitionem) ad cōparatarum inuicem magnitudinum confugere multiplicationē, hoc est, per ipsarum magnitudinum æquē multiplicia diffinire, qualiter magnitudo alteri comparata magnitudini rationem habere dicatur . Si igitur magnitudo a/magnitudini b/comparetur , & ambę æqualiter multiplicentur , hoc est,

Exemplum.



ambarum sumantur æquē multiplicia, c/quidem ipsius a, & d/ipsius b: quam rationem habebit multiplex c/ad multiplex d, eam seruat & a/magnitudo, ad b/magnitudinem. Quasi ignota inter a/& b/differentia, per multiplicationem ipsarū augeatur magnitudinum: & in rationis ignotę nos inducat agnitio-

Notandum.

nem. Tanta siquidē multiplicium cū submultiplicibus, seu partibus inuenitur esse fraternitas: vt ipse æquē multiplices magnitudines nō possint aliquā rationālē aut irrationalē inter sese habitudinē obseruare, quin ea simul partibus accadat submultiplicibus, & è contrario.

¶ Ερ τοῦ αὐτοῦ λόγου μέγιστον λέγεται εἶναι, πρῶτον πρὸς δεύτερον, καὶ τρίτον πρὸς τέταρτον, ὅταν τὰ τῶν πρώτων καὶ τρίτων ἰσάκεις πολλαπλάσια, τῶν δὲ δευτέρων καὶ τετάρτων ἰσάκεις πολλαπλάσιον, καθ' ὅποιον οὖν πολλαπλάσιον μὲν ἑκάστου ὀρίκαται, ἢ ἅμα ἐλαττωθῇ, ἢ ἅμα ἰσότησιν, ἢ ἅμα ἐκτελέσῃ ληφθέντα κατὰ ἄλληλα.

In eadē ratione magnitudines dicuntur esse, prima ad secundā & tertia ad quartā: quādo primę & tertię æquē multiplicia, secundę & quartę æquē multiplicia, iuxta quāuis multiplicationē vtrāq; vtrāq; vel vnā excedūt, vel vnā æquales sunt, vel vnā deficiūt sūptæ ad inuicē.

Quę magnitudines in eadem ratione consistant.

Ostenso qualiter magnitudines rationē habere ad inuicē iudicentur: diffinit respondentem Euclides, quonam modo magnitudines ipse similem videatur obtinere rationē, habitudinēve nanciscantur identitatem. Quę diffinitio non potuit per alicuius præcedentium quinq; rationalium specierum ipsius rationis vel habitudinis, vtpote aut multiplicis, aut superparticularis, aut superpartientis, vel multiplicis superparticularis, vel deniq; multiplicis superpartientis describi similitudinem: propter surdas (vt vocāt) irrationaliū magnitudinum habitudines, quarum denominationes exprimi non possunt. Confugiendum ergo fore existimauit Euclides, ad contingentem æquē multiplicium habitudinem, tam continuē, quàm separatim facta earūdem magnitudinum relatione. Nam in proportionibus sicuti antecedentia ad inuicem, & ipsa pariter consequentia, mutuam quandam inter sese videtur habere relationem: haud dissimiliter ipsorum antecedentium, pariter & cōsequentium æquē multiplicia, iuxta quamuis multiplicationem coassumpta, fraterna quadam rationum colligantur similitudine, atque è diuerso: tametsi alia inter ipsa æquē multiplicia, ab ea quę inter partes offenditur submultiplices, contingat plerunque rationum identitas. Quodd autē ex multiplicium proportionibus, earundem partiū, sub multipliciūve magnitudinū proportio, vel è contrario subsequatur: succedentibus ostēdetur propositionibus. prius enim diffinire, quàm diffinitorum concludere necessitatem est operæpretium. ¶ Cum itaque similitudo rationis, binarium ad minus rationum, & proinde quaternarium magnitudinum videatur exoptare numerum: ait Euclides, magnitudines in eadem esse ratione, prima quidem ad secundam, & tertia ad quartam: quando primę & tertię, hoc est antecedentiū magnitudinum sumptis æquē multiplicibus, & consequentium itidem magnitudinum, secundę videlicet & quartę, æquē multiplicibus (etiam in alia quauis ab antecedentium multiplicatione) coassumptis, multiplex primę ad multiplex secundę eam seruat rationem, quam multiplex tertię ad multiplex quartę: siue ipsa ratio maioris, aut minoris extiterit inæqualitatis. Hęc enim de excessu, vel defectu proportionali veniūt intelligenda. Velut ex obiecta numero-

Diffinitionis elucidatio.

Exemplum.

rum potes colligere formula. In qua numeri dati sint a, b, c, d: & ipsorum a/& c, primi inquam & tertij æquē multiplices e, f, nempe dupli: numerorum autem b, d,

a	b	c	d	
12	6	8	4	Nu. discontinuē proportionales.
e	g	f	h	
24	18	16	12	Æquē multiplices.

hoc est secundi & quarti æquè itidem multiplices g,h,vt pote tripli. Et quoniam multiplex e/ ad multiplicem g/eam habet rationem, quam multiplex f/ad multiplicem h (vtrobique enim sesquitertia) necessum est primum numerum a/ad secundum numerum b/eam simul obseruare rationem, quam tertius numerus c/ad quartum d, nempe duplam. Haud aliter de magnitudinibus, siue continuis intelligito. ¶ Hinc fit, vt in continuè proportionatis, vbi videlicet consequens primæ rationis fit antecedens secundæ, sumenda sint æquè multiplicia singulorum magnitudinum iuxta eandem multiplicationem, hoc est, aut simul tripla, aut simul quadrupla, &c. propterea quod secunda magnitudo, ipsius tertię simul fungatur officio, & geminas potentia magnitudines repræsentet. Vt datis in exemplum a,b,c, numeris: quorum æquè

De continuè
proportionalibus.

Exemplum.

a	b	c	
8	4	2	Nu. continuè proportionales.
d	e	f	
24	12	6	Æquè multiplices.

multiplices sint d,e,f,vt pote tripli, d/quidem ipsius a, & e/ipsius b, atque f/ipsius c. Si multiplex d/ad multiplicem e/ habuerit eam rationem, quam idem e/ ad f: tunc

a/primus numerus ad secundum b/ eam simul obseruabit rationem, quam idem numerus b, ad tertium c. quemadmodum ex ipsa numerorum potes elicere descriptione: in qua tam dati numeri a,b,c, quæ eorundem numerorum æquè multiplices d,e,f, sub dupla inuicem ratione proportionantur.

¶ Τα δὲ τὸν αὐτὸν ἔχοντα μέγεθος λόγον, ἀνάλογον καλεῖται.

- 7 Eandem autem habentes rationem magnitudines, proportionales vocentur.

Diffinitio proportionaliū.

Cum enim proportio rationum sit idētitas: fit vt magnitudines, quæ in eadem offenduntur esse ratione, vel inter quas rationum offenditur similitudo (siue continua, siue discontinua eiusdem rationis obseruetur identitas) proportionales adpellentur.

¶ Όταν δὲ ᾖ ἰσάνεις πολλαπλασίων ἢ μὲν τὸ πρῶτον πολλαπλάσιον ὑπερέχῃ τῷ τῷ δεύτερῳ πολλαπλασίῳ, ἢ δὲ τῷ τρίτῳ πολλαπλάσιον, μὴ ὑπερέχῃ τῷ τῷ τρίτῳ πολλαπλασίῳ, τότε ἢ πρῶτον πρὸς τὸ δεύτερον μέγεθος λόγον ἔχειν λίγιστον, ἢ πρὸς τὸ τρίτον πρὸς τὸ τέταρτον.

- 8 Quando verò æquè multipliciū multiplex primi excefferit multiplex secundi, multiplex autem tertij non excefferit multiplex quarti: tunc primum ad secundum maiorem rationem habere dicetur, quàm tertium ad quartum.

Improportionalium magnitudinum diffinitio.

Quemadmodum datarum magnitudinum continuam vel discontinuam proportionem, ex coassumptorum æquè multiplicium, & ordinatim comparatorum proportionem pendere diffinitum est: haud dissimiliter & improportionalium magnitudinum disproportionem, ex suprascripto modo sumptorum æquè multipliciū disproportionem, versa vice colligitur. Est enim disproportion, rationū dissimilitudo: vt pote, quando prima magnitudo ad secundam maiorem vel minorem rationem habet, quàm tertia ad quartam. Huius itaque diffinitionis hæc est summa. Si quatuor oblatarum magnitudinū coassumantur æquè multiplicia primæ & tertię, atque secundæ & quartæ, & multiplex primæ ad multiplex secundæ maiorem rationem habuerit, quàm multiplex tertię ad multiplex quartæ: tunc prima magnitudo ad secundam maiorem itidem rationem obseruabit, quàm tertia ad quartam: & si minorem, minorem. Et proinde rationum subsequetur dissimilitudo, ergo disproportion: siue ipsæ magnitudines continua, vel discontinua ratione, seu relatione terminorum inuicem conferantur. Quorum exempla dare, inutile iudicamus: vt pote, quæ à contraria proportionalium interpretatione colligi vel facile possunt.

Disproportio

Diffinitionis interpretatio

¶ Αναλογία ἢ οὐκ ἔστιν ὁριστὸς ἐλαχίστος ὅστις.

- 9 Proportio autem in tribus terminis ad minus est.

De continua velim intelligas proportionem. Cum enim proportio rationū existat similitudo: operæpretium est in ipsa proportionem duas ad minus inuicem similes occurrere rationes, & proinde terminos quatuor, duo inquàm antecedentia & totidē consequentia. Et quoniam in proportionem continua, consequens primæ rationis fit antecedens secundæ, in discontinua verò minime: fit vt continua proportio non possit consistere in paucioribus tribus

k.ij.

terminis, discontinua autem in paucioribus quatuor. Hi sunt ergo numeri terminorum minimi, inter quos videtur accidere proportio: maximi verò, nusquā dabiles sunt, utpote, quoniam similitudo rationum in infinitum potest deuenire numerum.

Όταν τρία μεγέθη ανάλογον ή, τὸ πρῶτον πρὸς τὸ τρίτον, διαλασσόμενα λόγον ἔχον λέγεται, ἡ πρὸς πρὸς τὸ δεύτερον. Όταν δὲ τέσσαρα μεγέθη ανάλογον τὸ πρῶτον πρὸς τὸ δεύτερον, τρίτον πρὸς τέταρτον, λέγεται, ἡ πρὸς πρὸς τὸ δεύτερον, καὶ ἐξ ἧς ἐνὶ πάλιν, ὡς ἐν ἡ ἀναλογία ὑπάρχει.

Quā rationē habeat prima magnitudo ad ultimā in cōtinuē proportionālīb⁹.

Quando tres magnitudines proportionales fuerint: prima ad tertiam duplicē rationem habere dicetur, quā ad secundam. Quando autem quatuor magnitudines proportionales fuerint: prima ad quartam triplicem rationē habere dicetur, quā ad secundā, & semper ordine vna plus, quousq; sit absoluta proportio.

Hic diffinit Euclides quam rationem habeat prima magnitudo ad ultimam, in continuē proportionalibus. Sensus itaq; diffinitionis est, quod in proportionē continua ratio extremarum magnitudinum, ex singulis rationibus in eadem occurrētibus proportionē inuicem compositis generatur. Hinc fit, ut in minima proportionē, quæ sub tribus comprehenditur terminis, prima magnitudo ad ultimam duplicem rationem habere dicatur, quā ad secundam, hoc est, ex ipsis duabus rationibus similibus, primæ inquam magnitudinis ad secundā, & eiusdem secundæ ad tertiam inuicem compositis, vel altera earum duplata consurgente. Multiplicandi sunt igitur ipsarum rationum denominatores adinuicem: producet enim optatæ rationis denominator. quemadmodum secūdo capite, libri quarti nostræ docuimus Arithmeticæ. & quinta diffinitione libri sexti clarius ostendemus. Sint exempli causa obiecti numeri a, b, c, sub dupla ratione proportionati. vtraque igitur ratio à binario denominatur numero. Bis autem duo efficiunt quatuor: à quibus ratio primi numeri ad tertium, hoc est, a/ad c/denominabitur. Erit ergo primi ad ipsum tertium ratio quadrupla, seu primi ad secundum duplicata. ¶ Porro si quatuor extiterint magnitudines cōtinuē itidem proportionales:

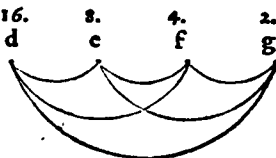
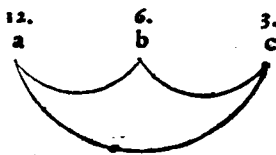
Vbi tres tantum magnitudines proportionales.

Exemplum.

Vbi quatuor magnitudines continuē fuerint proportionales. Notandum.

Exemplum.

prima ad quartam triplicem rationem habere dicetur, quā ad secundam, hoc est, ex tribus rationibus, primæ quidem ad secundam, & secundæ ad tertiam, atq; tertię ad quartam generatam. Sed animaduertas oportet, quod in trium aut plurium rationum compositione, operæpretium est ex duabus primis vnam efficere rationem, & ex illa consequenter & succedente tertia vnam rursus constituere: & deinceps ita quantumlibet, pro datarum rationum multitudine. Dentur in exemplum quatuor numeri continuē proportionales d, e, f, g, sub pupla itidem ratione distributi. Quælibet igitur trium rationum, à binario rursus denominatur numero. bis autē duo, efficiunt quatuor, quæ ostēdunt primum numerum ad tertium, vel secundum ad quartum, quadruplam obtinere rationem: bis autem quatuor, restituit octo, à quibus octupla ratio denominatur. Aio itaque eundem primū numerum ad quartū, octuplam seruare rationē. quæ non propterea primi ad secundum triplata ratio vocitatur, quod ipsa ratio primi ad secundum per tria sit multiplicanda: sed quoniam ter in eadem proportionē reperiatur, ex qua quidem triplici ratione, extremorum ratio superscripto modo consurgit. Eadem quoque ratio primi ad quartum resultabit, si eam rationem quæ est primi ad tertium, vel secundi ad quartum, per rationem eiusdem primi ad secundum multiplicaueris. Vtraque enim in præassumpto numerorum exemplo est quadrupla: quæ in duplam ducta, restituit octuplam. ¶ Quod si quinque magnitudines cōtinuē fuerint proportionales, prima ad quintam quadruplicem rationem habere dicetur, quā ad secundam: si sex, quintuplam, & consequenter ita, vna semper ordinatim adiuncta ratione, pro extēsiōe proportionis, vel adiuncto magnitudinum continuē proportionalium numero.



Vbi quinque vel plures fuerint magnitudines.

Όμολογα μεγέθη λέγεται εἶναι, τὰ μὲν ἑκάστην τοῖς ἑκατέστοις, καὶ ἡ πόμολα τοῖς ἐπομῆτοις.

Similis rationis magnitudines dicuntur, antecedentia antecedentibus, & consequentia consequentibus.

Id est, similitudo rationum inter easdem magnitudines inuicem proportionales, non solum inuenitur per relationem antecedentium ad sua consequentia, vel è diuerso: sed tum ex ipsorum antecedentium, tum etiam consequentium inuicem facta comparatione. Ex quibus subscriptæ rationum illationes, specièsvè proportionum deriuatæ sunt: quæ primùm diffiniuntur ab Euclide, postea suo elucidantur & ostenduntur ordine.

De varia rationum similitudine.

¶ Εναλλάξ λόγος ὅστις, λαμβάνει τὴν ἡγούμενην πρὸς τὴν ἡγούμενην, καὶ τὴν ἐπομένην πρὸς τὴν ἐπομένην.

12 Permutata ratio, est acceptio antecedentis ad antecedens, & consequentis ad consequens.

Vtpote, si fuerint quatuor magnitudines inuicem proportionales a, b, c, d, sicut quidem a/ad b, ita c/ad d: inferamus autem, & permutatim igitur sicut a/ad c, ita b/ad d. Hanc rationum illationem, permutatam appellamus. permutatur enim cōsequens primæ rationis, in antecedens secundæ: & antecedens eiusdem secundæ rationis, in consequens ipsius primæ vertitur. Primæ itaq; rationis vterq; terminus, antecedentis: & vterq; terminus secundæ rationis, consequentis fungitur officio.

Cur hæc ratio nis illatio permutata dicatur.

¶ Ἀνὰ πάλιν λόγος ὅστις, λαμβάνει τὴν ἐπομένην ὡς ἡγούμενην, πρὸς τὴν ἡγούμενην ὡς ἐπομένην.

13 Conuersa ratio, est acceptio consequentis tanquam antecedentis, ad antecedens tanquam ad consequens.

Id est, consequentium in antecedentia, & antecedentium in consequentia permutatio: rationem maioris inæqualitatis, in rationem minoris, aut è diuerso, cōuertendo. Vt si a/ad b eam habuerit rationem, quam c/ad d: & à cōuersa terminorum ratione inferamus. ergo sicut b/ad a, ita d/ad c. Igitur in permutata atq; conuersa ratione, nulla terminorum subsequitur alteratio: sed & antecedentia, & consequentia manent substantialiter eadem.

Notandum.

¶ Συνθεσις λόγος ὅστις, λαμβάνει τὴν ἡγούμενην μὲν τὴν ἐπομένην, ὡς ἐπὶ πρὸς αὐτὴν τὴν ἐπομένην.

14 Composita ratio, est acceptio antecedentis cum consequente, sicut vnus, ad ipsum consequens.

Solemus nonnunquam in proportionibus arguere à diuisis ad coniuncta: vnde huiusce modi rationis illatio, cōposita, seu coniuncta ratio dicitur. Est enim acceptio cuiuslibet antecedentis cum proprio consequente, tanquam vnus antecedentis, ad ipsum consequens. Vtpote, si a/ad b/eā habeat rationem, quā c/ad d: & cōiunctim inferamus. Igitur sicut a/b/ad b, ita c/d/ad d. augentur enim proportionaliter antecedentia, per consequentium ipsorum compositionem. Huic cōtraria est diuisa, seu disiuncta ratio: quæ ita diffinitur,

Illatio rationis à diuisis ad cōiuncta.

Exemplum.

¶ Διαίρεσις λόγος ἐστίν, λαμβάνει τὸ ὑπεροχὴν, ἢ ὑπορέχιν τὴν ἡγούμενην τὴν ἐπομένην πρὸς αὐτὴν τὴν ἐπομένην.

15 Diuisa ratio, est acceptio excessus, quo excedit antecedens ipsum consequens, ad ipsum consequens.

Hoc est, comparatio differentia cuiuslibet antecedentis supra consequens proprium, ad ipsum consequens. Veluti si eadē sit ratio a/b/ad b, quæ est c/d/ad d: & diuisim in hunc modum inferatur. Igitur sicut a/ad b, ita c/ad d. Est enim a/differentia, qua tota a/b/ipsam b/superat: & c/itidem differentia, qua tota c/d/excedit ipsam d. Hic autē modus arguendi, à coniunctis ad diuisa nuncupatur.

Illatio rationis à cōiunctis ad diuisa.

¶ Ἀναστροφὴ λόγος ὅστις, λαμβάνει τὴν ἡγούμενην πρὸς τὴν ὑπορέχιν, ἢ ὑπεροχὴν τὴν ἡγούμενην τὴν ἐπομένην.

16 Cōuersio rationis, est acceptio antecedentis ad excessum, quo excedit antecedens ipsum consequens.

Hanc euerfam rationem pleriq; nominant. Est enim comparatio cuiuslibet antecedentis, ad differentiam, qua idem antecedens suum excedit consequens. Exempli gratia. Sit rursum

Euerfa ratio.

Hæc diffinitio tam lucida est, vt ampliori non videatur indigere declaratione. Non graua-
beris tamen exemplarem intelligere formulam. Sint igitur rursum $a/b/c$, & $d/e/f$ gemini numerorum ordi-
nes: sitque a/ad b/sicut e/ ad f, & b/ad c/veluti d/ad e.

a	b	c	d	e	f
8	6	4	6	4	3

Exēpli per-
turbatæ ratio
nis.

Hunc itaq; inuersum proportionis ordinē, perturbatam proportionē adpellamus. ¶ Præter
has autē, Zābertus Venetus adiecit extensæ atq; inordinatæ proportionis diffinitiones, ab
ipsius ordinatæ atq; perturbatæ proportionis diffinitionibus minimè discrepantes: quas tum
quia in græcis nusquam reperi exemplaribus, tum quodd mihi superabundare videantur, cō-
sultò prætermisi. Omnis siquidem extensæ proportio, ordinata est: & inordinata, eadē quæ
perturbata. Ni forsitan voluerimus extensam proportionem, terminorum vtriusq; ordinis
continuatam præsupponere relationem: cum scilicet præcedentium rationum cōsequentia,
fiunt antecedentia succedentium. Vt extensæ proportio, continuè proportionalium solum-
modò respiciat magnitudinum habitudinē: ordinata verò, tam continuè, quàm discontinuè
proportionata. Et sic extensæ proportio, simul erit ordinata: sed non omnis ordinata, exten-
sæ vocabitur. Idem velim habeas iudicium, de inordinata atq; perturbata proportione.

De extensæ,
atq; inordina-
ta ratione.

Notandum.

Θεώρημα α,

Πρόθεσις α.

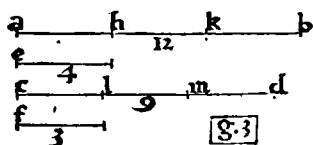
Ἐὰν ᾖ ὁ ποσὸν μεγέθη, ὁ ποσὸν μεγέθων ἴσων τῷ πλῆθει, ἕκαστον ἐκ αὐτῶν ἰσάκις πολλὰ πλά-
σιον, ὅσα πλάσιον ὅστις ἐν τῷ μεγέθει ἐνός, γινώσκων πλάσιον εἶναι καὶ πέντε τῷ πέντε.

Theorema 1, Propositio 1.

I fuerint quælibet magnitudines quarumlibet magnitu-
dinum æqualium numero, singulæ singularū æquè mul-
tiplices: quotuplex est vnus vna magnitudo, totuplices
erunt & omnes omnium.

ORONTIVS. ¶ Sint a/b & c/d quælibet magnitudines, ipsarum $e/$ & $f/$ ma-
gnitudinum, æqualium numero, singulæ singularum æquè multiplices: vtpote, $a/b/$
ipsius e , & $c/d/$ ipsius f . Aio, a/b & c/d magnitudines, totuplices fore ipsarum $e/$ & $f/$
magnitudinum, quotuplex est $a/b/$ ipsius e , vel $c/d/$ ipsius f . Nam ex hypothesi, tot
sunt magnitudines in a/b , æquales ipsi e : quot in c/d magnitudine, æquales ipsi f .
Sit vtraque multitudo, æqualis numero g . Et distingantur (exēpli gratia) in a/b , ma-
gnitudines æquales ipsi e , iuxta numerū g , sint $q; a/h, h/k, & k/b$: in ipsa porro c/d ,
æquales ipsi f , quæ sint $c/l, l/m, & m/d$. Cuilibet enim magnitudini, quotlibet dari,

Notandum.



vel assignari posse æquales, recipiendū est. Omnis præ-
terea magnitudo, in determinatas quotlibet, & adinuicē
æquales partes (etsi forsitan nondum præostensum fue-
rit, quam ratione id exæquatur) abstractiue saltē par-
tibilis est. Cum igitur a/h æqualis sit ipsi e , & c/l ipsi f :

Deductio the-
orematis.

æquales erunt a/h & c/l , ipsi $e/$ & $f/$ magnitudinibus, per secundam communē sen-
tentiam. Rursum quoniā æqualis est h/k ipsi e , & l/m ipsi f : æquales rursum erūt,
per eandem communem sententiam, h/k & l/m , ipsi $e/$ & $f/$. Haud dissimiliter ostē-
detur, quodd & cæteræ k/b & m/d , eisdem $e/$ & $f/$ coæquantur. Quoties igitur $a/b/$
continet ipsam e , aut $c/d/$ ipsam f toties a/b & c/d , easdem $e/$ & $f/$ simul comprehen-
dunt, nempe secundum eundem numerum g . Quotuplex igitur est $a/b/$ ipsius e , vel
 $c/d/$ ipsius f totuplices sunt a/b & c/d , ipsarū $e/$ & $f/$. Hoc autem in discretis euide-
tius manifestatur: quemadmodum subiecti formulæ videntur indicare numeri. Si
fuerint igitur quælibet magnitudines quarumlibet magnitudinum: & c, vt in theore-
mate. Quod oportebat demonstrare.

k.iiij.

Θεώρημα β, Πρόθεσις β.

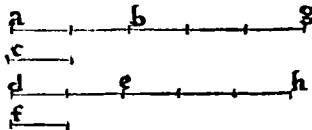
Εάν πρῶτον διωτὸν ἰσάκις ἢ πολλαπλάσιον, καὶ τρίτον τετάρτον, ἢ διὰ πέντε διωτὸν ἰσάκις πολλαπλάσιον, καὶ ἕξον τετάρτον: καὶ ὁ ὡς ἐστὶν πρῶτον, καὶ πέντε διωτὸν ἰσάκις ἔσται πολλαπλάσιον, καὶ τρίτον, καὶ ἕξον τετάρτον.

Theorema 2,

Propositio 2.

SI prima secundæ æquè fuerit multiplex & tertia quartæ, fuerit autem & quinta secundæ æquè multiplex & sexta quartæ: & composita prima & quinta secundæ æquè multiplex erit, & tertia & sexta quartæ.

ORONTIVS. ¶ Sint enim sex magnitudines, a/b prima, c secunda, d/e tertia, f quarta, b/g quinta, & e/h sexta: quarum prima a/b secundæ c sit æquè multiplex,



ac tertia d/e ipsius quartæ f : & quinta rursum b/g eiusdem secundæ c æquè multiplex esto, ac sexta e/h eiusdem f quartæ. Aio quòd composita ex prima & quinta vtpote a/g , ipsius secundæ c erit æquè multiplex: ac tertia & sexta simul, videlicet d/h , ipsius quartæ f .

Demonstratio
theorematis.

enim ex hypothesi, æquè multiplex est a/b ipsius c , vt d/e ipsius f : quot igitur magnitudines sunt in a/b æquales ipsi c , tot sunt & in d/e , æquales ipsi f . Rursum quoniam b/g æquè multiplex est eiusdem c , ac e/h eiusdem f : tot igitur sunt magnitudines eidem c æquales in b/g , quot & in e/h æquales eidem f . Quot igitur sunt magnitudines in tota a/g , ipsi c æquales: tot sunt & in tota d/h , æquales ipsi f . si enim æquè multiplicibus, æquè multiplices addantur magnitudines: còsurgēt æquè multiplices. Sed a/g , continet primā & quintam magnitudinē: d/h autē, tertiam & sextam. Et composita igitur prima & quinta a/g , secundæ c æquè multiplex erit: ac tertia & sexta d/h , ipsius quartæ f . Igitur si prima secundæ æquè fuerit multiplex, & tertia quartæ: & quæ sequuntur reliqua. Quod fuerat ostendendum.

Θεώρημα γ, Πρόθεσις γ.

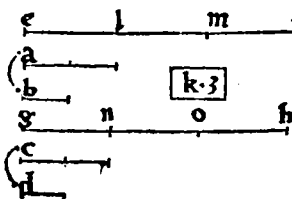
Εάν πρῶτον διωτὸν ἰσάκις ἢ πολλαπλάσιον, καὶ τρίτον τετάρτον, λαμβῇ δὲ ἰσάκις πολλαπλάσια τὸ πρῶτον καὶ τρίτον: καὶ διότι τῶν λαμβέντων ἑκάστην ἑκατέρω ἰσάκις ἔσται πολλαπλάσιον, ὃ μὲν, τὸ διωτὸν, ὃ δὲ, τὸ τετάρτον.

Theorema 3,

Propositio 3.

SI primum secundi æquè fuerit multiplex, & tertium quarti, sumātur autem æquè multiplicia primi & tertij: & æquè sumptorum vtrunque vtriusq; æquè erit multiplex, alterum quidem secundi, alterum autem quarti.

ORONTIVS. ¶ Sit primum a secundi b æquè multiplex, ac tertium c ipsius quarti d : & accipiantur ipsorum a & c æquè multiplicia, e/f & g/h . Dico quòd e/f tam multiplex est ipsius secundi b , quàm multiplex est g/h ipsius quarti d .



enim per hypothesin, totuplex sit e/f ipsius a , quotuplex est g/h ipsius c : tot igitur erūt magnitudines in e/f æquales ipsi a , quot in magnitudine g/h æquales ipsi c . Sit vtraq; multitudo, iuxta numerum k , & discernantur (maioris euidentiae gratia) in e/f , magnitudines æquales ipsi a , sint'que e/l , l/m , & m/f : & in g/h magnitudine, ipsi c æquales, vtpote g/n , n/o , & o/h . Et quoniam per

hypothefin, æquè multiplex est a/ipsius b, atq; c/ipsius d. Est autem e/l/ipsi a, & g/n/ipsi c per cōstructionem æqualis. Aequalia porro eiufdē sunt æquè multiplicia, per sextæ diffinitionis primi libri conuersionem. Aequè multiplex igitur est e/l/ipsius b, ac g/n/ipsius d. Et proinde l/m/æquè multiplex itidem est ipsius b, ac n/o/ ipsius d. Sunt itaque sex magnitudines, quarū prima e/l/ secundæ b/æquè multiplex est, ac tertia g/n/ipsius quartæ d: quinta rursū l/m/ eiufdem secundæ b/æquè multiplex est, ac sexta n/o/ eiufdem quartæ d. Et composita igitur prima & quinta e/m/ ipsius secundæ d/æquè multiplex est, ac tertia & sexta g/o/ ipsius quartæ d: per antecedentem secūdā propositionem. Rursū quoniam æqualis est m/f/ ipsi a, & o/h/ ipsi c: æquè multiplex itidē erit m/f/ipsius b, atq; o/h/ipsius d, per eandē sextæ diffinitionis primi libri conuersionem. Ostensū est autem e/m/ & g/o/ ipsarū b/ & d/ fore æquè multiplices. Sunt itaq; rursū sex magnitudines, quarū prima e/m/ secundæ b/æquè multiplex est, ac tertia g/o/ ipsius quartæ d: quinta insuper m/f/ eiufdem secundæ b/æquè est multiplex, ac sexta o/h/ eiufdem quartæ d. Et composita igitur prima & quinta e/f/ ipsius secundæ b/æquè multiplex est, ac tertia & sexta g/h/ eiufdem quartæ d: per allegatam huius quinti secundā propositionem. Et deinceps ita quantumlibet, prioribus cōsequentes adiungendo magnitudines, pro contingente ipsorum æquè multiplicium e/f/ & g/h/ multitudine. Atqui multitudo e/l, l/m, & m/f, multitudini g/n, n/o, & o/h/ æqualis est: vtraque enim ipsi k/numero æqualis. Si igitur primū secundi æquè fuerit multiplex & tertiū quarti: &c. vt in theoremate. Quod fuerat ostendendum.

Primus ostensionis discursus.

Secūsus, prioris similis, discursus ostensionis.

Θεώρημα δ, Πρόβλημα δ.

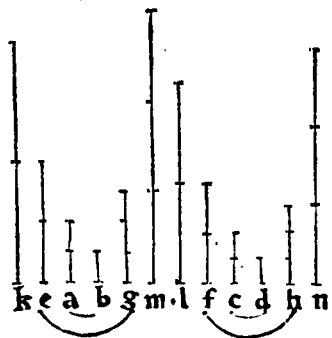
Εὰν πρῶτον πρὸς δευτέρου τὸν αὐτὸν εἶχῃ λόγον, & τρίτον πρὸς τέταρτον: καὶ τὰ ἰσάκεις πολλαπλάσια τῷ τε πρώτῳ καὶ τρίτῳ πρὸς τὰ ἰσάκεις πολλαπλάσια τῷ δευτέρῳ & τετάρτῳ καθ' ὅποιον αὐτὰ πολλαπλασιασθῶν, τὸν αὐτὸν εἶναι λόγον λεγθῆναι κατὰ ἀλλήλα.

Theorema 4, Propositio 4.

4 **S**I primum ad secundum eandem habuerit rationem, & tertiū ad quartum: & æquè multiplicia primi & tertij ad æquè multiplicia secundi & quarti iuxta quāuis multiplicationem, eandem habebunt rationem sumpta adinuicem.

O R O N T I V S. ¶ Estō enim vt primū a/ad secundum b/eandem habeat rationem, quam c/tertium ad quartum d: & accipiantur ipsorum a/& c, hoc est, primi & tertij æquè multiplicia e/& f, secundi pariter & quarti, vtpote, ipsorum b/& d/ alia itidem æquè multiplicia g/& h. Aio quòd e/multiplex primi, ad g/ multiplex secundi eandem habet rationem, quam f/multiplex tertij ad h/multiplex quarti. Sumantur enim ipsorum e/& f, æquè multiplicia k/& l: ipsorū porro g/& h, alia similiter æquè multiplicia m/& n. Cū igitur e/totuplex sit ipsius a, quotuplex est f/

Demonstratio theorematiss.



ipsius c, & ipsorū e/& f/ sumpta sunt æquè multiplicia k/& l: igitur æquè multiplex est k/ipsius a, & l/ipsius c, per tertiā huius quinti. & per eandem æquè multiplex est m/ipsius b, atq; n/ipsius d. Est autem ex hypothefi, sicut a/ad b/ ita c/ad d: & ipsorum a/& c/ ostensa sunt æquè multiplicia k/& l, necnon ipsorum b/& d/ alia itidem æquè multiplicia m/& n. Est igitur sicut k/ad m, ita l/ad n: per conuersionem sextæ diffinitionis huius quinti. Sicuti enim ex ipsorum æquè multiplicium proportionē, datas magnitudines in eadē esse ratione, sexta huius quinti visa est innuere diffinitio: haud dissimiliter

De æquè multipliciū & submultiplicium proportionē reciproca.

ex ipsarum magnitudinū habitudine proportionata, eorundem æquè multiplicium rationis versā vice concluditur identitas. tanta est æquè multiplicium cum submultiplicibus necessitudo. Est igitur ut k/ad m , ita l/ad n : hoc est, sicut multiplex primi ad multiplex secūdi, ita multiplex tertij ad multiplex quarti. Ipsa porro $k/$ & l , ipsorū $e/$ & f sunt æquè multiplicia: $m/$ verò & $n/$ æquè multiplicia ipsorū $g/$ & h , per constructionem. Est igitur ut e/ad g , sic f/ad h : per sextam huius quinti diffinitionem. Atqui $e/$ & f , sunt æquè multiplicia primi & tertij: $g/$ autem & h , secūdi & quarti alia itidem æquè multiplicia. Si primū igitur ad secundū eandem habuerit rationē: & quæ sequuntur reliqua. Quod demonstrandum susceperamus.

Lemma, siue assumptum.

¶ Et quoniā ostēsum est, quodd multiplex k/ad multiplex m/se habet, ut multiplex l/ad multiplex $n/$. si igitur $k/$ excedit $m/$, & $l/$ proportionaliter excedit $n/$: & si æquale, æquale: & si minus, itidem proportionaliter minus. Quare & versā vice, si $m/$ excedit $k/$, & $n/$ proportionaliter excedit $l/$: & si æquale, æquale: si autem minus, & proportionaliter denique minus. Et proinde, per sextam huius quinti diffinitionem, erit ut g/ad e , sic h/ad f : atque responderent sicut b/ad a , ita d/ad c .

Corollarium.

Conuersa ratio.

¶ Si quatuor igitur magnitudines fuerint proportionales: & e contra, seu à cōuersa ratione proportionales erunt: facta videlicet consequentium tanquā antecendentium, ad antecedentia tanquā ad consequentia relatione.

Θεώρημα ε.

Πρόβις ε.

Εὰν μὲν ὁ μέγας ἰσότης ἢ πολλαπλασίον, ὅπερ ἀφαίρεθαι ἀφαίρεθότες, καὶ ὁ λοιπὸς τῶ λοιπῷ ἰσότης ἔσται πολλαπλασίον, ὁ δὲ πάλαι ὅστις ὁ λόγος τῶ ὅλου.

Theorema 5.

Propositio 5.

SI magnitudo magnitudinis æquè fuerit multiplex, & ablata 5
ablata: & reliqua reliquæ erit multiplex, quotuplex tota totius est multiplex.

Assumptum.

Demonstratio
theorematis.

O R O N T I V S. ¶ Esto magnitudo a/b magnitudinis c/d tam multiplex, quā multiplex est ablata a/e ablata c/f . Dico reliquam e/b , reliquæ f/d totuplicem fore, quotuplex est tota a/b totius c/d . Ponatur enim e/b æquè multiplex ipsius g/c , ut a/e ipsius c/f . Cum igitur tū per hypothesin, tum per constructionē, totuplex sit a/e ipsius c/f , quotuplex est e/b ipsius g/c : quotuplex autem est vna vnus, totuplices sunt & omnes omnium, per primā huius quinti. Quotuplex est itaq; a/e ipsius c/f , totuplex est & tota a/b totius g/f . At quotuplex est a/e ipsius c/f , totuplex est & eadem a/b ipsius c/d , per hypothesin. Et a/b igitur vtriusque & g/f & c/d est æquè multiplex: & proinde vtrique g/f & c/d , eiusdem a/b æquè submultiplex est. Quæ autem eiusdem sunt æquè submultiplicia, æqualia sunt adinuicem, per septimam communem sententiam. Aequalis est igitur g/f ipsi c/d , & vtrique communis c/f qua dempta, reliqua g/c reliquæ f/d , per tertiam cōmunem sententiā est æqualis. Aequalia rursum eiusdem sunt æquè submultiplicia, per ipsius septimæ communis sententiæ conuersionem. Et g/c igitur atque f/d , eiusdem a/b sunt æquè submultiplices: & proinde a/b vtriusque & g/c & f/d æquè est multiplex. Porro e/b æquè multiplex est ipsius g/c , per constructionē, ut a/e ipsius c/f . Et eadē propterea

c/b, ipsius f/d tam multiplex est, quàm multiplex est ipsa a/e/ eiusdem c/f. Atqui per hypothesein a/e/ totuplex est ipsius c/f, quotuplex est tota a/b/ totius c/d. Et reliqua igitur c/b, reliquæ f/d æquè multiplex est, atq; tota a/b/ totius c/d. Ergo si magnitudo magnitudinis æquè fuerit multiplex & ablata ablata, & reliqua reliquæ: & c. ut in theoremate. Quod ostendere fuerat operæpretium.

Θεώρημα 5, Πρόθεσις 5.

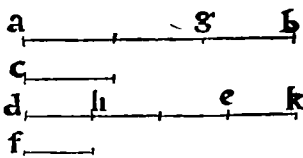
E Ἄν δύο μεγέθη δύο μεγέθων ἰσότης ἢ πολλαπλάσια, καὶ ἀφοαιρεθὲν τινὰ τῶν αὐτῶν ἰσότης ἢ πολλαπλάσια, καὶ τὰ λοιπὰ τοῖς αὐτοῖς ἢ τοῖς ἴσιν ἢ ἰσότης αὐτῶν πολλαπλάσια.

Theorema 6, Propositio 6.

6 SI duæ magnitudines duarum magnitudinum æquè fuerint multiples, & ablata aliquæ earum æquè fuerint multiples: & reliquæ eisdem vel æquales sunt, vel æquè ipsarum multiples.

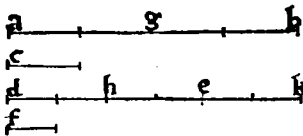
O R O N T I V S. ¶ Sit a/b/ magnitudo tam multiplex ipsius c, quàm multiplex est d/e/ ipsius f: æquè insuper multiplex esto ablata a/g/ eiusdem c, ut ablata h/e/ ipsius f. Aio quod reliquæ g/b/ & d/h, ipsi c/ & f/ aut sunt æquales altera alteri: vel earundem c/ & f/ æquè multiples. Esto primū ut g/b/ sit æqualis ipsi c/ dico quod & d/h/ ipsi f/ est æqualis. Detur enim e/k/ ipsi f/ æqualis. Cū igitur a/g/ æquè multiplex sit ipsius c, ut h/e/ ipsius f, per hypothesein. Porro g/b/ æqualis est ipsi c, per hypothesein: & e/k/ ipsi f, per constructionē. Et æquè igitur multiplex est a/b/ ipsius c, & h/k/ ipsius f. Ponitur autem ex hypothesei, a/b/ æquè multiplex ipsius c, ut d/e/ ipsius f. Et utraq; igitur d/e/ & h/k, æquè est multiplex ipsius f: nempe ut a/b/ ipsius c. Quæ autem eiusdem sunt æquè multiplicia, æqualia sunt adinuicem, per

Prima theorematidis differentia.



sextæ communis sententiæ interpretationem. Aequalis est ergo d/e/ ipsi h/k, & utriq; communis h/e: ea itaque dempta, reliqua d/h/ reliquæ e/k/ erit per tertiam communem sententiā æqualis. Eidem porro e/k, æqualis est per constructionē ipsa f/ magnitudo. Binæ igitur magnitudines d/h/ & f/ eidem e/k/ sunt æquales: & proinde æquales adinuicē, per primā cōmunē sententiā. Si reliqua igitur g/b, sit æqualis ipsi c: & reliqua d/h, ipsi f/ erit æqualis. ¶ Quod si g/b/ fuerit multiplex ipsius c: aio responderet d/h, æquè multiplicē fore ipsius f. Quotuplex est enim g/b/ ipsius c, totuplex assumatur e/k/ ipsius f. Et quoniam per hypothesein, a/g/ prima secundæ c/ æquè est multiplex, ac tertia h/e/ quartæ f: quinta rursus g/b/ eiusdem secundæ c/ tam multiplex est per constructionē, quàm multiplex est sexta e/k/ eiusdem quartæ f. Et composita igitur prima & quinta a/b, eiusdem secundæ c/ æquè erit multiplex, ac tertia & sexta h/k/ ipsius quartæ f, per secundā huius quinti. Quotuplex est autē a/b/ ipsius c, totuplex data est d/e/ ipsius f, per hypothesein. Et utraq; igitur d/e/ & h/k, æquè est multiplex ipsius f, ut a/b/ ipsius c. Hinc per sextam communem sententiā, æqualis rursus est d/e/ ipsi h/k, & utriq; communis h/e: qua subtracta, reliqua d/h/ reliquæ e/k, per ipsam tertiam cōmunem sententiā, est æqualis. Aequalia porro eiusdem sunt æquè multiplicia, per ipsius sextæ communis sententiæ cōversionem. Et d/h/ igitur & e/k/ eiusdem f/ æquè multiplicia sunt. At e/k/ ipsius f/ tā multiplex est per constructionem, quàm multiplex est g/b/ ipsius c. Et reliqua igitur d/h/ æquè est multiplex ipsius f, quotuplex est reliqua g/b/ ipsius c. Hæc autē omnia subsequēs numerorū, ad faciliore demōstrationis intelligentiā adiuncta, corroborat formula.

Secunda theorematidis differentia.



¶ Magnitudines datæ.

Exemplum in
numeris.

prima.	secunda.	tertia.	quarta.	Ablata.	reliqua.	Ablata.	reliqua.	
a/b.	c.	d/e.	f.	a/g.	g/h.	h/e.	d/h.	
12	3	8	2	9	3	6	2	vt in prima figura.
12	3	8	2	6	6	4	4	vt in secunda figura.

Si duæ itaque magnitudines: & quæ sequuntur reliqua. Quod fuerat ostendendum.

Τ

Α ἴσῃ πρὸς εἰς αὐτὸ τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, καὶ εἰς αὐτὸ πρὸς τὰ ἴσα.

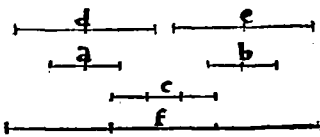
Theorema 7.

Propositio 7.

A Equales ad eandē, eandē habēt rationē: & eadem ad æquales, 7

Prima theore
matis pars.

O R O N T I V S. ¶ Sint binæ & inuicem æquales magnitudines a/ & b, ad aliam quandam magnitudinem relatæ, vtpote c. Dico primū, a/ & b/ ad eandem c/ eandem habere rationem. Assumantur enim ipsarum a/ & b/ æquæ multiplices d/ & e/ c/ ipsius autem c, alia vtcunque multiplex f. Cum igitur æquæ multiplex sit d/ ipsius a, vt e/ ipsius b, & per hypothesin a/ & b/ magnitudines sint ad inuicem æquales: erit & d/ æqualis ipsi e. quæ enim eiusdem vel æqualium sunt æquæ multiplicia, æqualia sunt ad inuicem, per sextam communem sententiam. Atqui f/ magnitudo binas ipsius c/ repræsentans æquæ multiplices, sibi met æqualis est. Vt se habet igitur d/ multiplex



ad f, ita e/ ad eandem f: nam quæ sunt æqualia eiusdem sunt æquæ multiplicia aut submultiplicia, per sextam aut septimam communis sententiæ conuersionem. Est autem a/ prima magnitudo, c/ secūda, b/ tertia, & c/ rursus in ordine quarta: suntq; d/ & e/ ipsarum a/ & b/ æquæ multipli-

cia, primæ inquām & tertiæ magnitudinis: f/ porro bis repetita, ipsius c/ bis repetēda, hoc est, secundæ & quartæ alia vtcunq; multiplex. Præostensum est insuper d/ multiplex primæ ad f/ multiplex secundæ ita se habere, vt e/ multiplex tertiæ ad ipsum f/ multiplex quartæ. Est igitur per sextam huius quinti diffinitionem, vt a/ ad c, ita b/ ad eandem c. Aequales igitur magnitudines a/ & b, ad eandem magnitudinem c, eandem habent rationem.

Pars secunda
theorematis.

¶ Aio quoq; eandem magnitudinem c, ad a/ & b/ inuicem æquales magnitudines, eandem versā vice obseruare rationem. Hoc autē conuerso licebit ordine concludere. Ostendemus enim (veluti suprà) d/ & e/ multiplices, fore rursus inuicē æquales: & f/ bis coassumpta, geminas æquæ multiplices repræsentare non denegabitur. Et proinde d/ ad f/ ita se habere concludetur, vt e/ ad eandem f. hinc per assumptum, siue lemma quartæ propositionis huius quinti, f/ ad d/ se habebit, vt eadem f/ ad c. Est autem f/ primæ & tertiæ magnitudinis, hoc est, ipsius c/ bis repetēdæ æquæ multiplex: d/ verò & e/ secundæ & quartæ, vtpote ipsarum a/ & b/ æquæ multiplices. Est igitur vt c/ ad a, sic eadem c/ ad b, per eandem sextam huius quinti diffinitionem. ¶ Idem quoq; à conuersā ratione, per quartæ propositionis huius quinti corollarium, leuius concludere licebit. Si quatuor enim magnitudines fuerint proportionales, & è contra proportionales erunt. Atqui ostensum est a/ ad c/ eandem habere rationem, quam b/ ad eandem c: & è cōtra igitur, vt c/ ad a, ita eadem c/ ad b. Aequales ergo ad eandem, eandem habent rationem: & eadem ad æquales. Quod oportuit ostendisse.

Idem aliter.

Τ

Ὁμ ἄνισων μεγεθῶν εἰς μᾶλλον πρὸς εἰς αὐτὸ μείζονα λόγον ἔχει ἢ πρὸς εἰς ἑλάττω: καὶ εἰς αὐτὸ πρὸς τὸ ἑλάττω, μείζονα λόγον ἔχει ἢ πρὸς τὸ μᾶλλον.

Theorema 8.

Propositio 8.

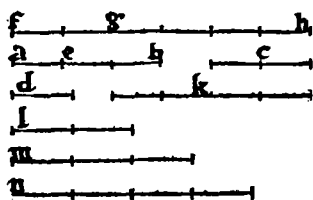
I Næqualium magnitudinum maior ad eādem, maiorem rationē 8

habet, quàm minor: & eadem ad minorem maiorem rationem habet, quàm ad maiorem.

ORONTIVS. ¶ Sint binæ magnitudines inæquales, a/b quidem maior, & c minor: d autem alia quædam magnitudo. Aio primùm quòd a/b ad d maiore ratione habet, quàm c ad ipsam d . Cum enim ex hypothesi a/b sit maior magnitudine c : comprehendet itaq; a/b magnitudo eandem c , & aliquam insuper magnitudinē. Sit igitur e/b , æqualis ipsi c , & a/e residua eiusdem magnitudinis pars. Erūt ergo a/e & e/b aut inæquales, aut æquales adinuicē. Sint primū inæquales, & a/e minor ipsa e/b . Suscipiatur autem ipsius minoris a/e vtcunq; multiplex, maius tamen ipsa magnitudine d : sitq; illud f/g . Quàm multiplex insuper est f/g ipsius a/e , tam multiplex detur g/h ipsius e/b , & k ipsius c . Suscipiatur rursus duplū ipsius d , vtpote l: postea triplū, sitq; illud m . & deinceps ita, vno semper adiūcto: quatenus resultet multiplex ipsius d , proximò maius ipso k , id est, quod inter multiplicia ipsius d per continuam simplicis additionem consurgentia, primò incipiat excedere k : sitq; illud n : quadruplū ipsius d . Erit ergo k multiplex, proximò minus ipso n : & proinde non minus ipso m .

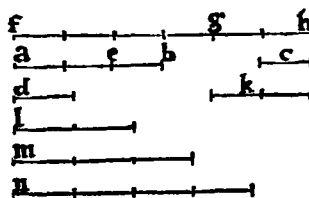
Primæ partis
differētia pri-
ma.

Demonstratio
eiusdē primæ
differētiæ.



est f/g ipsius a/e , vt g/h ipsius e/b : quotuplex igitur est f/g ipsius a/e , totuplex est f/h ipsius a/b , per primā huius quinti. Sed quotuplex est f/g ipsius a/e , totuplex est k ipsius c . Et f/h igitur tam multiplex est ipsius a/b , q̄ multiplex est k , ipsius c . Insuper quoniam æquē multiplex est g/h ipsius e/b , vt k ipsius c : & e/b ipsi c per cōstructionē est æqualis. quæ autē æqualiū sunt æquē mul-

tiplicia, æqualia sunt adinuicem, per sextam communem sententiam. Aequalis est igitur g/h ipsi k . Verūm k ipsa m nō est minor, vti nuper ostensum est: & g/h itaq; eadem m non erit minor. Porro f/g data est maior ipsa d . & tota igitur f/h , binis d & m erit maior. Sunt autem d & m ipsi n æquales. est enim n quadruplū ipsius d , & m triplū, vnā cum ipso d efficiens quadruplū. Et f/h igitur ipso n maius est: nam idem, æqualium est æquē maius. Atqui f/h & k , ipsarū a/b & c , primæ inquam & tertiæ magnitudinis sunt æquē multiplicia: verò vtcunq; multiplex ipsius d secundam & quartam magnitudinem repræsentātis. & multiplex primæ excedit multiplex secundæ: at multiplex tertiæ non excedit multiplex quartæ. Prima igitur a/b ad secundam d maiorem rationem habet, quàm tertia c ad quartam d : per octauam diffinitionem huius quinti.



¶ Quòd si a/e fuerit maior e/b , multiplicetur iam ipsa e/b minor, quatenus insurgat multiplex maius ipsa d magnitudine: sitq; illud g/h . Quàm multiplex insuper est g/h ipsius e/b , tā multiplex accipiat f/g ipsius a/e : & k rursus ipsius c . Subsumatur præterea multiplex ipsius d , proximò maius ipso f/g : sitq; rursus n quadruplū ipsius d . Haud dissimiliter ostendemus, totam f/h ipsius a/b fore totuplicē, quotuplex est

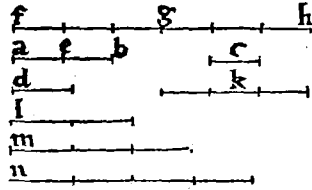
Eiusdē primæ
partis, differē-
tia secunda.

g/h ipsius e/b : & demum f/h & k , ipsarū a/b & c æquē itidem fore multiplices. item g/h æquari ipsi k . Et quoniam n multiplex, proximo maius est f/g : non est igitur f/g , minus ipso m . Atqui g/h maius est ipso d , per constructionem. totum igitur f/h , ipsis d & m maius est: & maius consequenter ipso n . Porro k non excedit ipsum n : est enim k , ipsi g/h æquale, quod tam multiplex est ipsius minoris e/b , quàm multiplex est f/g ipsius maioris a/e . quæ autem inæqualium sunt æquē multiplicia, sunt responderent inæqualia. Et k igitur, minus est ipso f/g : & ipso n .

Ostensionis res-
olutio.

l.j.

Tertia eiusdē
primæ partis
differentia.



Pars secunda
pripalis the
orematis.

propterea lógè minus. Rursum itaq; multiplex primi excedit multiplex secúdi: at multiplex tertij, nò excedit multiplex quarti. Per ipsam igitur octauā huius quinti diffinitionem, primum a/b , ad secundum d /maiorē rationem habet, q̄ tertiū c/ad quartum d . ¶ Porro cūm a/e , fuerit æqualis ipsi e/b : vtraque erit æqualis ipsi c . Cuiuslibet itaq; ipsarum trium magnitudinum, sumēda sunt æquē multiplicia, ipso d /maiora: f/g /quidem ipsius a/e , & g/h /ipsius e/b , & k /rursum ipsius c . quæ per sextam communem sententiam, erunt adinuicē æqualia. Item n /multiplex ipsius d , quod illorum quolibet proximò maius existat. Quibus constructis, ostendētur rursum f/h & k , ipsarum a/b & c/fo re æquē multiplicia: & f/h /multiplex primæ magnitudinis, excedere ipsum n /multiplex secundæ: k /autem mul

tiplex tertiæ, non excedere multiplex quartæ. Hinc priori deductione colligemus, a/b /ad d /maiorē habere rationē, quā c/ad ipsam d . ¶ Dico insuper, quòd eadem magnitudo d , ad minorem c /maiorē rationē habet, quā ad maiorem a/b . Hoc autem ex suprascripto discursu, immutato magnitudinū & æquē multiplicium ordine, haud obscurè colligemus. Cūm enim omnibus modis præostēsum sit, f/h /excedere ipsum n , & k/ab eodē n /superari: & cōuersim igitur, n /excedit k , nò excedit autē f/h . Porro n /est multiplex ipsius d , hoc est, primæ & tertiæ magnitudinis: k /autem multiplex secundæ, vtpote c , & f/h /æquē multiplex quartæ, scilicet a/b . Multiplex insuper primæ, excedit multiplex secundæ: at multiplex tertiæ non excedit multiplex quartæ. Per octauam ergo diffinitionem huius quinti, prima d /ad secundam c /maiorē rationem habet, quā tertia d /ad quartam a/b . Ergo d /ad minorem c /maiorē rationem habet, quā ad maiorem a/b . Inæqualium igitur magnitudinum: & c. vt in theoremate. Quod ostendere oportebat.

Θεώρημα θ, Πρόβσις θ.
ΤΑ πρὸς τὸ αὐτὸ τὸν αὐτὸν ἔχοντα λόγον, ἵ & ἀλλήλοις ὕσιν: καὶ πρὸς ἃ τὸ αὐτὸ τὸν αὐτὸν ἔχῃ λόγον, καὶ αὐτὰ ἵ & ἀλλήλοις ὕσιν.

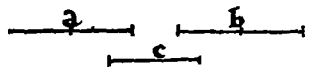
Theorema 9, Propositio 9.

Quæ ad eandem, eandem habent rationem, æquales inuicem sunt: & ad quas eadem eandem habet rationem, ipsæ sunt æquales.

Primæ partis
ostensio.

ORONTIVS. ¶ Sint binæ magnitudines a & b , ad tertiam c /eandem rationē obtinentes. Aio quòd æqualis est a , ipsi b . Nam si a & b /magnitudines, forent inæquales: maior ad eādem c /maiorē rationem haberet, quā minor, per primam partem antecedentis octauæ propositionis huius quinti. Habet autem vtraq; ipsarum a & b /eandem rationem ad ipsam c , per hypothesin. Haberent igitur a & b , eandem, atq; diuersam rationē ad eandem c /quod est impossibile. Aequalis est itaq; a , ipsi b . ¶ Quòd si c /adeasdem a & b /eandem habuerit rationem: dico rursum, quòd a & b /æquales sunt adinuicem. Si enim foret inæquales: eadem c /ad ipsas a & b /magnitudines eandem non haberet rationem. ad minorem enim maiorem rationem obtineret, quā ad maiorem, per secundam partem eiusdem octauæ propositionis. Supponitur autem, eadem c /ad ipsas a & b /eandem habere rationem. Eadē itaq; magnitudo c , ad ipsas a & b /magnitudines, eandem simul atq; diuersam rationem haberet. Quod videtur absurdum. Aequalis est igitur a /ipsi b . Quod susceperamus ostendendum.

Pars secunda
theorematis.



Θεώρημα 1, Φερόμεσις 1.

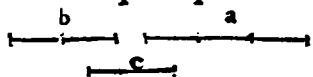
Τὸν πρῶτον ἀντὶ λόγου ἐχόντων, τὸν μετῴονα λόγον ἔχον, ἐκείνου μετῴον ὅστις πρῶτος δὲ ὁ αὐτὸς μετῴονα λόγον ἔχων, ἐκείνου ἑλαττόν ὅστις.

Theorema 10,

Propositio 10.

10 **A**D eandem rationem habentium, maiorem rationem habens, illa maior est : ad quam autem eadem maiorem rationem habet, illa minor est.

ORONTIVS. ¶ Sint rursum a/b magnitudines ad eandem magnitudinē c comparatae: habeatq; a ad c maiorem rationem, quā b ad eandem c . Dico quod a , ipsa b maior est. Quoniam si non fuerit maior: vel erit æqualis ipsi b , vel eadem minor. Aequalis porro non est a ipsi b : haberet enim a/b eandem rationem ad



c/magnitudinem, per primam partem septimæ propositionis huius quinti. quod aduersatur hypothefi. Non est igitur a, æqualis ipfi b. Haud diffimiliter ostēdetur,

quod neq; minor est a/ipſa b: quoniam a/magnitudo, minorem rationem haberet ad c/magnitudinem,quàm ipſa b/ad eandem c,per primam partem octauæ propoſitionis eiufdem quinti.habet autem a, maiorem rationem, quàm b/ad eandem c, per hypotheſin.Haberet igitur a/ad c/maio rem & minorem rationem,quàm b/ad ipſam c. Quod non eſt poſſibile. Itaque a/non eſt minor b: neque eidem(vti nunc oſtendimus) æqualis. Et a/igitur, ipſa b/maior eſt. ¶ Quod ſi eadem magnitudo c, maiorem rationem habuerit ad b/ quàm ad a: dico rurſum,a/fore maiorem ipſa b.Non erit enim a/ipſi b/æqualis:quoniã c/ad a,eandem rationem haberet quã ad b,per ſecundam partē præallegatæ ſeptimæ propoſitionis. Habet autē c,maiore ra tionē ad a,quã ad b,ex hypotheſi.quæ ſimul ſtare non poſſunt.Non eſt igitur a,ipſi b/ æqualis. Neq; etiã minor:tunc enim c/ad ipſam a/maiore rationē haberet, quã ad b, per ſecundā partē ipſius octauæ propoſitionis huius quinti.Habet autē c/ minore rationem ad a,quã ad b,ex ipſa hypotheſi.Haberet itaq;c/minorem ſimul atq; maio rē rationem ad a,quàm ad b.quod videtur impoſſibile.Igitur a/non eſt minor ipſa b.oſteſum eſt,quod nec eidē æqualis.Maior eſt itaq; rurſum a/ipſa b. Ad eandem ergo rationem habentiũ:& quæ ſequuntur reliqua.Quod oportuit demonſtraſſe.

Prima theore-
matis pars.

Partis secundæ demonstratio.

Θεώρημα ια, Πρόθεσις ια.

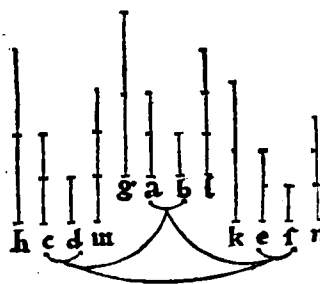
Ο Ι θεῖ ἀνθε λόγοι οἱ αὐτοί, καὶ ἀλλήλοις ἐσμὶ οἱ αὐτοί.

Theorema II,

Propositio II.

II **O** Væ eidem sunt eadem rationes, & adinuicem sunt eadem.

ORONTIVS. ¶ Sint eidem rationi quæ a/ad b , eædem rationes quæ c/ad $d/$
& e/ad f . Aio quodd rationes c/ ad $d/$ & e/ad f , sunt eædem adinuicem: sicut quidem
 c/ad d , sic e/ad f . Accipiantur enim ipsarum antecedentium a, c, e , æquè multiplicia



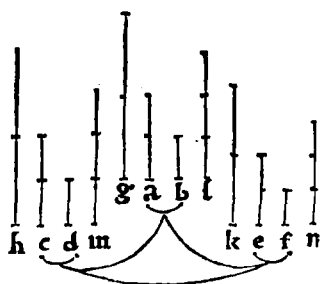
g/h:k:ipsarū autē consequētium b,d,f,alia quauis æquē multiplicia l,m,n. Cū igitur ex hypothesi a/ad b/can dem habeat rationem, quam c/ad d, & ipsarum a/ & c, primæ inquā & tertiæ magnitudinis, sumpta sint æquē multiplicia g, h,secundæ rursus & quartæ,vtpote ipsa- rum b/& d/alia itidem æquē multiplicia l,m:igitur si g/ excedit l, & h/proportionaliter excedit m, & si æquale, æquale:si autem minus,itidem proportionaliter minus, per sextæ diffinitionis huius quinti conuersionem.Insu-

Discursus 20
què multiplici-
cium.

1.ij.

videlicet & tertiæ magnitudinis, sumpta sunt æquæ multiplicia g/k , secundæ rursus
& quartæ, utpote ipsarum b/f , alia utcumq; æquæ multiplicia l/n . si itaq; g excedit

Resolutio de
mōstrationis.



l , & k proportionaliter excedit n : etsi æquale, æquale: si
verò minus, itidem proportionaliter minus, per eādem
sextæ diffinitionis cōversionē. Atqui præstēsum est, qd
si g excedit l , excedit & h ipsum m : etsi æquale, æquale:
si autem minus, & h proportionaliter minus est ipso m .
Quapropter si h excedit m , excedit & k proportionali-
ter ipsum n : & si h æquatur ipsi m , coæquatur & k ipsi
 n : & si minus fuerit h ipso m , & k demum proportiona-
liter minus est ipso n . Porro h & k ipsarum c & e , pri-

mæ videlicet & tertiæ magnitudinis data sunt æquæ multiplicia: ipsarum autem d /
& f , hoc est secundæ & quartæ, alia utcumque æquæ multiplicia m & n . Est igitur per
sextā huius quinti diffinitionē, sicut c/ad d , ita e/ad f . Quæ eidem itaq; sunt eādem
rationes, & adinuicem sunt eādem. Quod fuerat ostendendum.

Θεώρημα 12, Πρόβλημα 12.

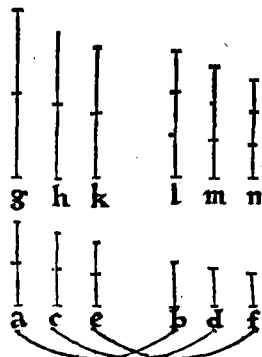
Εἰ ἢ ὁποῦν μεγέθη ἀνάλογον, ἔσται ὡς ἐν τῷ ἡγερμένῳ πρὸς ἐν τῷ ἡπομένῳ, οὕτως
ἀπαντα πρὸς ἡγέρμενα, πρὸς ἀπαντα πρὸς ἡπομένα.

Theorema 12, Propositio 12.

SI fuerint quælibet magnitudines proportionem habentes: erit ¹²
sicut vna antecedentium ad vnā consequentium, sic omnes
antecedentes ad omnes consequentes.

O R O N T I V S. ¶ Sint a, b, c , & d, e, f quotlibet magnitudines inuicem propor-
tionales: sicut quidem a/ad b , ita c/ad d , sicutq; c/ad d , sic e/ad f . Aio quòd quam ra-
tionem habet a/ad b , eam habent & compositæ a/c & e , ad coniunctas b/d & f . Suscipiā-
tur enim ipsarum antecedentium a/c & e , æquæ multiplicia g, h, k : & ipsarū consequen-
tium b, d, f , alia quæuis æquæ multiplicia l, m, n . Cum sit igitur ut a/ad b , sic c/ad d , &
ipsarum a & c æquæ multiplicia sunt g, h , ipsarum verò b, d , alia itidem æquæ mul-
tiplicia l/m : sicut se habet igitur g/ad l , sic h/ad ipsum m , per quartam huius quinti.
Rursus quoniam est ut c/ad d , sic e/ad f , & ipsarum c & e æquæ multiplicia sunt
 h/k , ipsarum autem d/f , alia utcumq; æquæ multiplicia m, n : sicut se habet igitur h /
multiplex ad ipsum m , sic k/ad ipsum n , per eandem
quartam ipsius quinti. Ut autem se habet h/ad m , sic g/ad l se habere præstēsum est. Est igitur ut g/ad l , sic
 k/ad n , per antecedentem vndecimam propositionem. Sunt itaque g, h, k , & l, m, n , multiplicia inuicem propor-
tionalia: sicut quidem g/ad l , sic h/ad m , & k/ad n . Igitur
si g multiplex excedit l , excedit & h proportionaliter
ipsum m , necnō & k ipsum n : & si g æquatur ipsi l , æquū
est & h ipsi m , & k responderet ipsi n : si autem g mi-
nus fuerit ipso l , est & h proportionaliter minus ipso
 m , & k demū ipso n . Et proinde si g multiplex excedit
 l , excedunt & g, h, k multiplicia proportionaliter ipsa l, m, n : & si æquum est g ipsi l ,
æqualia sunt & g, h, k ipsis l, m, n : si autem g sit minus ipso l , erunt & eadem g, h, k ,
eisdem l, m, n , tandem æquæ minora, per secundam & quartam communem sen-
tentiam. Atqui g, h, k magnitudines, ipsarum a, c, e magnitudinum sunt per con-
structionem singulæ singularum æquæ multiplices: quotuplex igitur est vnus vna

Quatuor æ-
quæ multipli-
cium inuicem
proportionas-
lium, inferen-
darum magni-
tudinū, subtri-
lis adinuētio.



g.	l.	g, h, k.	l, m, n.
a.	b.	a, c, e.	b, d, f.
prima.	secunda.	tertia.	quarta.

magnitudo, hoc est g/ipsius a, totuplices sunt & omnes g/h/k, omniū a/c/e, per primā eiusdem quinti. Et proinde quotuplex est l/ipsius b, totuplices sunt l/m/n/ipsarum b/d/f. Sunt itaque

Sūmaria theorematum ostē-
sio.

g/& g/h/k, ipsarū a/& a/c/e, hoc est, primæ & tertiæ magnitudinis æquè multiplicia: l/autem & l/m/n/secundæ. b/& tertiæ b/d/f, æquè itidē multiplicia. Et ostēsum est, qd si g/multiplex excedit l, excedit & g/h/k/proportionaliter ipsum l/m/n: etsi æquale, æquale: si verò minus, itidem proportionaliter minus. Est igitur per sextam huius quinti diffinitionem, sicut a/ad b, sic a/c/e/composita ad b/d/f/compositam: hoc est, sicut vna antecedentium ad vnam consequentium, sic omnes antecedentes ad omnes consequentes. Quod demonstrandum susceperamus.

Θεώρημα 13, Πρόθεσις 13.

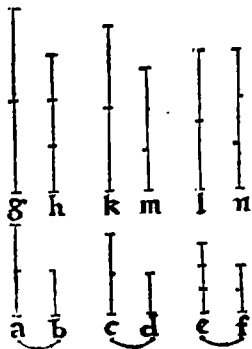
Εἰ ἡ πρώτη πρὸς δευτέραν τὸν αὐτὸν ἔχῃ λόγον, καὶ τρίτη πρὸς τέταρτην, τρίτη ἢ πρὸς τί-
ταρτην μείζονα λόγον ἔχῃ, ἢ περὶ ἀμφοῖν πρὸς ἑκάστην: ὅτε πρώτη πρὸς δευτέραν μείζονα λό-
γον ἔχῃ, ἢ περὶ ἀμφοῖν πρὸς ἑκάστην.

Theorema 13, Propositio 13.

13 **S**I prima ad secundam eandem habuerit rationem, & tertia ad quartam, tertia autem ad quartam maiorem rationē habeat quàm quinta ad sextam: prima quoque ad secundam maiorem rationem habebit, quàm quinta ad sextam.

ORONTIVS. ¶ Habeat enim prima magnitudo a/ad secundam b/ eandem rationem, quam tertia c/ad quartam d: ipsa porro tertia c/ad eandem quartam d/ maiorem rationē habeat, quàm e/quinta ad f/sextam magnitudinem. Aio quòd & a/prima magnitudo ad secundam b/ maiorem itidem rationem habebit, quàm ipsa e/quinta ad eandem sextam f. Multiplicetur enim vtrique ipsarum a, b: sintq; earundem a, b, vtcunq; multiplicia g, h, sed g/ maius ipso h. potest enim a/toties multiplicari, quousq; multiplex ipsius a/superet multiplex eiusdem b. Quàm multiplex insuper est g/ipsius a, tam multiplex detur k/ipsius c, & l/ipsius e. Rursum q̄ multiplex est h/ipsius b, tam multiplex esto m/ipsius d, & n/ipsius f. Cū igitur a/ad

Discur⁹ mul-
tiplicium ad
theorematis
illationē nos
perducentiū.



b/eandem rationē habeat, quam c/ad d, sintq; g/& k/primæ & tertiæ æquè multiplicia, h/ autem & m/ secundæ & quartæ æquè itidem multiplicia: si g/itaque excedit h, excedit & k/ipsū m, per sextæ diffinitionis huius quinti cōuersionem. Atqui g/superat h, per constructionem: & k/igitur superat m. Rursum quoniā c/ ad d/ maiorem rationem habet, q̄ e/ad f, & ipsarū c/ & e/ primæ inquam & tertiæ magnitudinis, æquè multiplicia sunt k, l, secundæ porro d/& quartæ f/ alia vtcunq; æquè multiplicia m, n: si k/igitur excedit m, non excedit l/ipsū n, per conuersionem octauæ diffinitionis eiusdem quinti. Porro k(vti

nunc ostēsum est) excedit m: & l/igitur non excedit n. Excedit autem & g/ipsū h, suntq; g/& l/ipsarum a/& e, hoc est, primæ & tertiæ magnitudinis æquè multiplicia, per constructionem: h/ rursum & n/ipsarū b/& f, vtpote secundæ & quartæ alia vtcunque æquè multiplicia: & g/multiplex primæ excedit multiplex secundæ, l/autem multiplex tertiæ nō excedit n/multiplex quartæ. prima igitur a/ad secundam b/ maiorem rationem habet, quàm e/tertia ad quartam f, per octauam huius quinti

l.iiij.

sententiam. & proinde c/m , & m/l , l/d , sunt quoque adinuicem æquales. Aequales porro ad eandem, vel æquales, eandem habent rationem, & eadem ad æquales: per septimam huius quinti. Est igitur ut a/h ad c/m , sic h/k ad m/l , & k/b ad l/d . Proportionales igitur sunt ipsæ a/h , h/k , & k/b , ipsis c/m , & m/l , l/d . Et sicut igitur una antecedentium ad unam consequentium, sic omnes antecedentes ad omnes consequentes, per duodecimam ipsius quinti. Ergo sicut a/h ad c/m , sic tota a/b ad totam c/d . æqualis porro est a/h ipsi e , & c/m ipsi f . Et sicut igitur pars e ad partem f , sic a/b multiplex ad c/d multiplicem. Partes itaq; eodem modo multipliciū, eandem rationem habent sumptæ adinuicem. Quod ostendendum fuerat.

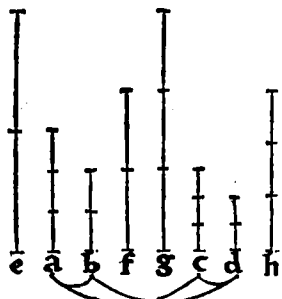
E Θεώρημα 15, Πρόθεσις 15.
 Ἄν τίσσασα μεγέθη ἀνάλογον ᾖ, καὶ ἐναλλάξ ἀνάλογον ἴσται.

Theorema 16, Propositio 16.

16 **S**I quatuor magnitudines proportionales fuerint: & permutatim proportionales erunt.

ORONTIVS. ¶ Sint verbi gratia quatuor magnitudines a, b, c, d , inuicē proportionales: sicut a ad b , sic c ad d . Dico quod & vicissim, hoc est, permutatim proportionales existunt: sicut quidem a ad c , sic b ad d . Accipiantur enim ipsarum a, b , æquē multiplices e, f ipsarū quoq; c, d , aliæ utcūq; æquē multiplices g, h . Cum igitur æquē multiplex sit e ipsius a , ut f ipsius b : erit ut a ad b , sic e ad f : nā partes eodem

Permutatæ rationis demonstratio.



modo multiplicium, eandem rationem habent sumptæ adinuicem, per antecedentem decimam quintam propositionem. Ut autem a ad b , sic e habet c ad d , per hypothesein. & sicut igitur e ad f , sic c ad d : nā quæ eidem sunt eadem rationes, & adinuicem sunt eadem, per undecimam huius quinti. Insuper quoniam æquē multiplex est g ipsius c , ut h ipsius d : erit rursum ut c ad d , sic g ad h , per eandem quindecimam huius quinti. sicut porro c ad d , sic e ad f : se habere præostensum est. & sicut igitur e ad f , sic g ad h , per ipsum undecimam ipsius quinti.

Quatuor itaq; magnitudines e, f, g, h , sunt inuicem proportionales: habetque prima e ad secundam f eam rationem, quam tertia g ad quartā h . Si prima igitur e , fuerit maior tertia g : & secūda f , ipsa h quarta maior erit: et si æqualis, æqualis: et si minor, minor, per decimam quartā eiusdem quinti. At qui e & f , ipsarum a & b , hoc est primæ & tertiæ magnitudinis (de illationis ordine velim intelligas) sunt æquē multiplices: g autem & h , secundæ & quartæ, utpote ipsarum c & d æquē rursum multiplices. Est igitur per sextam huius quinti diffinitionem, ut prima a ad secundam c , sic tertia b ad quartā d . Si quatuor igitur magnitudines proportionales fuerint: & permutatim seu vicissim proportionales erunt. Quod erat demonstrandum.

E Θεώρημα 16, Πρόθεσις 16.
 Ἄν συγκείμενα μεγέθη ἀνάλογον ᾖ, καὶ διαιρεθέντα ἀνάλογον ἴσται.

Theorema 17, Propositio 17.

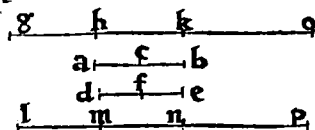
17 **S**I cōpositæ magnitudines proportionales fuerint: diuisæ quoque proportionales erunt.

ORONTIVS. ¶ Sint cōpositæ magnitudines $a/b, b/c, d/e$, & e/f , inuicem proportionales: sicut a/b ad b/c , sic d/e ad e/f . Aīō quod & diuisæ proportionales erūt: sicut quidem a/c ad e/b , sic d/f ad f/e . Accipiantur enim ipsarum $a/c, c/b, d/f$, & f/e ,

Diuisa ratio, siue modus arguendi a compositis ad diuisa.

l.iiiij.

æquæ multiplices $g/h, h/k, l/m, \& m/n$. ipsarum rursus $b/c \& c/f$, aliæ itidem æquæ multiplices $k/o, \& n/p$. His ita constructis, quoniam $g/h \& h/k$ magnitudines,



ipsarum $a/c \& c/b$ magnitudinū æqualium numero singularū singularum, per constructionē, sunt æquæ multiplices: quotuplex igitur est una g/h vnius a/c , totuplex est

g/k	g/h	l/m
a/b	a/c	d/f

& tota g/k totius a/b , per primam huius quinti. Quotuplex autem est l/m ipsius d/f , totuplex est l/n ipsius d/e , per vndecimam ipsius quinti. Rursus quoniam $l/m \& m/n$ ipsarum d/f

g/k	l/m	l/n
a/b	d/f	d/e

& f/e æqualium numero singularū singularū æquæ sunt multiplices, per ipsam constructionē: quotuplex igitur est una l/m vnius d/f , totuplex est tota l/n totius d/e , per eandem primam huius quinti. Quotuplex autem est l/m ipsius d/f , totuplex est l/n ipsius d/e , per vndecimam ipsius quinti. Sunt itaq; $g/k \& l/n$, ipsarū $a/b \& d/e$ æquæ multiplices. Item quoniā æquæ multiplex est h/k ipsius b/c vt m/n ipsius e/f : quinta rursus k/o , eiusdem b/c æquæ multiplex est, vt

sexta n/p eiusdem e/f . Et composita igitur h/o , eiusdem b/c æquæ erit multiplex, ac tota m/p eiusdem e/f , per secundam huius quinti. Et proinde $h/o \& m/p$, ipsarū $b/c \& e/f$ sunt æquæ multiplices. Insuper quoniam ex hypothesi, sicut a/b , ad b/c , sic d/e ad e/f & ipsarum $a/b \& d/e$, primæ inquā & tertiæ æquæ multiplices sunt $g/k \& l/n$: ipsarum rursus $b/c \& e/f$, hoc est secundæ & quartæ, æquæ itidem multiplices $h/o \& m/p$. Est igitur vt g/k ad h/o , sic l/n ad m/p , per quartam huius quinti. Auferantur vtrisque cōmunes h/k , & m/n : vt reliqua igitur g/h ad reliquam k/o , sic l/m reliqua ad reliquam n/p , per tertiam & quintam cōmunem sententiā. Igitur si g/h excedit k/o , excedit & l/m proportionaliter ipsam n/p : et si æqualis, æqualis: si autē minor, itidem proportionaliter minor. Atqui $g/h \& l/m$, primæ & tertiæ magnitudinis (iuxta ordinem illationis) hoc est, ipsarū $a/c \& d/f$ datae sunt æquæ multiplices: k/o verò & n/p , ipsarum $c/b \& f/e$, secundæ inquā & quartæ magnitudinis æquæ itidem multiplices. Prima igitur a/c , ad secundam c/b eam rationem habet quam tertia d/f , ad quartam f/e , per sextā huius quinti diffinitionē. Si compositæ itaque magnitudines proportionales fuerint, diuisæ quoque proportionales erunt. Quod susceperamus ostendendum.

g/k	h/o	l/n	m/p
a/b	b/c	d/e	e/f

æquæ multiplices: k/o verò & n/p , ipsarum $c/b \& f/e$, secundæ inquā & quartæ magnitudinis æquæ itidem multiplices. Prima igitur a/c , ad secundam c/b eam rationem habet quam tertia d/f , ad quartam f/e , per sextā huius quinti diffinitionē. Si compositæ itaque magnitudines proportionales fuerint, diuisæ quoque proportionales erunt. Quod susceperamus ostendendum.

g/h	k/o	l/m	n/p
a/c	c/b	d/f	f/e

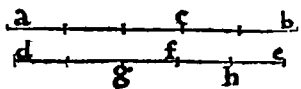
æquæ multiplices: k/o verò & n/p , ipsarum $c/b \& f/e$, secundæ inquā & quartæ magnitudinis æquæ itidem multiplices. Prima igitur a/c , ad secundam c/b eam rationem habet quam tertia d/f , ad quartam f/e , per sextā huius quinti diffinitionē. Si compositæ itaque magnitudines proportionales fuerint, diuisæ quoque proportionales erunt. Quod susceperamus ostendendum.

E $\Theta\epsilon\omega\rho\eta\mu\alpha$ 18, $\Pi\rho\acute{o}\theta\epsilon\iota\varsigma$ 18.
 $\text{Αν διεισφα magnitudines proportionaliter fuerint, cōpositæ quoque proportionales erunt.}$
 Theorema 18, Propositio 18.

SI diuisæ magnitudines proportionales fuerint: cōpositæ quoque proportionales erunt. 18

Composita ratio, siue argumenti modus à diuisis ad coniuncta.

Prima ostensionis differentia.



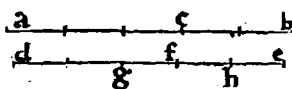
O R O N T I V S. ¶ Sint diuisæ magnitudines $a/c, c/b, d/f, \& f/e$, inuicem proportionales: sicut a/c ad c/b , sic d/f ad f/e . Aio quòd & compositæ, erunt versà vice proportionales: sicut quidem a/b ad b/c , sic d/e ad e/f . Sicut enim a/b ad b/c , sic d/e ad aliam quādam magnitudinem se habere necessum est. Hæc autem magnitudo, si nō fuerit e/f : erit vel ipsa e/f maior, aut eadem minor. Esto primū a/b ad b/c , sicut d/e ad maiore (si possibile fuerit) ipsa e/f vt pote ad e/g . Erit igitur sicut a/b ad b/c , sic d/e ad e/g . Si compositæ autem magnitudines proportionales fuerint: diuisæ quoque

ad maiore (si possibile fuerit) ipsa e/f vt pote ad e/g . Erit igitur sicut a/b ad b/c , sic d/e ad e/g . Si compositæ autem magnitudines proportionales fuerint: diuisæ quoque

proportionales erunt, per antecedentē decimaseptimam propositionem. Erit itaque sicut a/c ad c/b , sic d/g ad g/e . Sicut porrò a/c ad c/b ,

d/f	a/c	d/g
f/e	c/b	g/e

sic per hypothesin d/f ad f/e . Ergo sicut d/f ad f/e , sic d/g ad g/e : nam quæ eidem sunt eadem rationes, adinvicem sunt eadem, per vndecimam huius quinti. Quatuor itaque magnitudines d/f , f/e , d/g , atque g/e , sunt inuicem proportionales, & prima d/f , maior est tertia d/g : & secunda igitur f/e , maior erit quarta g/e , per decimam quartam eiusdem quinti. Atqui f/e , minor est ipsa g/e , per hypothesin. Erit itaque f/e , minor simul & maior eadem



g/e magnitudine. quod est impossibile. Non est igitur sicut a/b ad b/c , sic d/e ad maiorem ipsa e/f . Aio rursum, quod neque ad minorem ipsa e/f : ut porro e/h . Con-

Secunda pars
sive differen-
tia.

cludemus enim iterū ex decimaseptima & vndecima huius quinti, fore sicut d/f ad f/e , sic d/h , ad h/e : utrobique enim sicut a/c ad c/b . Et quoniam prima d/f , minor est tertia d/h : erit rursum per ipsam decimam quartam eiusdem quinti, secunda f/e , minor quarta h/e . Supponitur autē maior: quæ simul stare non possunt. Non est ergo sicut a/b ad b/c , sic d/e ad minorem e/f , patuit quod neque ad maiorem. Et sicut igitur a/b ad b/c , sic d/e , ad ipsam e/f . Itaque si diuisæ magnitudines proportionales fuerint: compositæ quoque proportionales erunt. Quod ostendere fuerat operæpretiū.

Θεώρημα ιθ, Πρόθεσις ιθ.

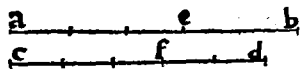
E ἂν ᾖ ὅς ὁ λόγος πρὸς ὁ λόγον, ὅτι ὡς ἀφαίρεθαι πρὸς ἀφαίρεθαι, ἢ ἂν λοιπὸν πρὸς ἂν λοιπὸν ἴσται, ὡς ὁ λόγος πρὸς ὁ λόγον.

Theorema 19, Propositio 19.

19 **S**i fuerit sicut totum ad totum, sic ablatum ad ablatum: & reliquum ad reliquum, erit sicut totum ad totum.

O R O N T I V S. ¶ Sit inquàm totū a/b ad totū c/d , velut ablatū a/e ad ablatū c/f . Aio reliquum e/b ad reliquū f/d , fore sicut idem totū a/b ad idem totum c/d .

Cū enim sit velut a/b ad c/d , sic a/e ad c/f , per hypothesin: erit per decimam sextam huius quinti, & per-

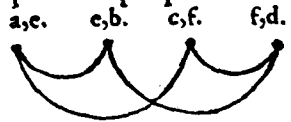


mutatim sicut a/b composita ad a/e , sic c/d composita ad c/f . Cū autem com-



positæ magnitudines proportionales sunt, & diuisæ quoque sunt proportionales, per decimaseptimam huius quinti propositionem.

Et sicut igitur a/e ad e/b , sic c/f ad f/d . & permutatim rursum, per eandem decimam sextam huius quinti, si-



Tota. Ablata. Reliqua.
 $a, b, c, d.$ $a, e, c, f.$ $e, b, f, d.$



sicut a/e ablata, ad ablatā c/f ,

sic reliqua e/b ad reliquam f/d . Sicut porrò ablata a/e ad ablatam c/f , sic totum a/b ad totum c/d , per hypothesin. Reliquum igitur e/b ad reliquum f/d , se habet ut totum a/b ad totum c/d , per vndecimam eiusdem quinti.

Si fuerit ergo sicut totum ad totum: &c. ut in theoremate. Quod expediebat demonstrare.

Lemma sive assumptum.

¶ Et quoniam erat ex hypothesi, ut a/b ad c/d , sic a/e ad c/f : & permutatim deinde ut a/b ad a/e , sic c/d ad c/f . Nunc porrò ostensum est, quod sicut a/b ad c/d , sic e/b ad f/d . & permutatim itaque rursum, ut a/b ad e/b , sic c/d ad f/d , per sæpius allegatam



decimam sextā huius quinti. Fit igitur ut sicut a/b ad a/e , sic c/d ad e/f : atq; rursus
velut idem a/b ad e/b , sic idem c/d ad f/d .

Corollarium.

Conuersio-
tionis.

¶ Et proinde cōuersio rationis, hoc est, acceptio anteceditis ad excessum quo ante
cedens ipsum excedit consequens, fit manifesta.

Εἰ ἡ ῥαία μέγιστη, καὶ ἄλλα αὐτοῖς ἴσα τὸ πλεονέκτης σύνδυο λαμβανόμενα, καὶ οἱ ῥαὶ αὐτῶν
λόγος, οἱ δὲ ἴσοι εἰς τὸ πρῶτον τὸ τρίτον μέγιστον ἢ, καὶ τὸ τεταρτέον τὸ ἑκτὸν μέγιστον ἔσται, καὶ ἴσοι,
ἴσοι, καὶ ἴσα εἰλαστον, ἔλαστον.

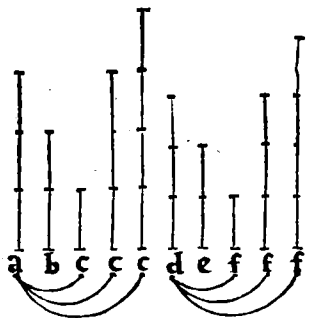
Theorema 20, Propositio 20.

SI fuerint tres magnitudines, & aliæ eisdem æquales numero, 20
binatim sumptæ, & in eadem ratione, ex æquali autem prima
tertia maior fuerit: & quarta sexta maior erit: etsi æqualis, æqua-
lis: etsi minor, minor.

Æquam ratio
nē respiciētia
in ordinatis.

Prima differē-
tia.

ORONTIVS. ¶ Sint tres magnitudines a, b, c , & rursus aliæ tres d, e, f , cum
duabus ordinatim sumptis in eadē ratione: utpote, sicut a/ad b , sic d/ad e , sicut item
 b/ad c , sic e/ad f . Aio quod si a fuerit maior ipsa c , erit ex æquali d maior ipsa f : etsi
æqualis, æqualis: si autē minor, itidem minor. Sit primum a , maior ipsa c . Et quo-
niā est sicut b/ad c , sic e/ad f erit & a conuersa ratione, sicut c/ad b , sic f/ad e , per co-
rollariū quartæ huius quinti. verū c minor est a , per hy-
pothesin, & b alia quædam magnitudo: habet igitur a/ad
 b maiorem rationem, quā c/ad eandem b , per primam
partē octauæ huius quinti. Sicut porro c/ad b , sic f/ad e :
& a igitur ad b maiorem rationem habet, quā f/ad e .
Sicut rursus a/ad b , sic d/ad e , per hypothesin: & d igi-
tur ad e maiorem rationem habet, quā f/ad ipsam e .
Ad eandem autem rationē habentium, maiorem ratio-
nem habens illa maior est, per decimam ipsius quinti. Et
 d igitur, ipsa f maior est. ¶ Quod si a sit æqualis ipsi c



Secunda differē-
rentia.

Tertia differē-
rentia.

erit & d æqualis ipsi f . habebunt enim a & c ad eandem b eandem rationem, per
primam partem septimæ huius quinti. Et quoniam est sicut a/ad b , sic d/ad e , sicutq;
 c/ad b , sic f/ad ipsam e : habebunt quoq; d & f eandem rationem ad ipsam e . Quæ
autem ad eandem eandem habent rationem, æquales adinuicem sunt, per primam
partem nonæ ipsius quinti. Aequalis est igitur d , ipsi f . ¶ Haud dissimiliter ostēdetur,
quod si a fuerit minor ipsa c : erit consequenter d minor ipsa f . Tunc enim c /
ad b maiorem rationem habebit, quā a/ad ipsam b , per eandem octauam huius
quinti. Est autē ut a/ad b , sic d/ad e , per hypothesin: sicutq; c/ad b , sic f/ad e se habere
præostensum est. Et proinde f/ad e maiorem rationem habebit, quā d/ad ipsam
 e . Hinc rursus per primam partem decimæ eiusdem quinti, f ipsa d maior erit: &
 d propterea ipsa f minor. Itaq; si fuerint tres magnitudines, & aliæ eisdē æquales
numero: & quæ sequuntur reliqua. Quod oportuit demonstrasse.

Εἰ ἡ ῥαία μέγιστη, καὶ ἄλλα αὐτοῖς ἴσα τὸ πλεονέκτης σύνδυο λαμβανόμενα, καὶ ἐν τῷ αὐτῷ
λόγῳ, ἢ οἱ δὲ τεταρτέον αὐτῶν ἢ ἀλλοιολογία, οἱ δὲ ἴσοι εἰς τὸ πρῶτον τὸ τρίτον μέγιστον ἢ, καὶ τὸ τε-
ταρτέον τὸ ἑκτὸν μέγιστον ἔσται: καὶ ἴσοι, ἴσοι, καὶ ἴσα εἰλαστον, ἔλαστον.

Theorema 21, Propositio 21.

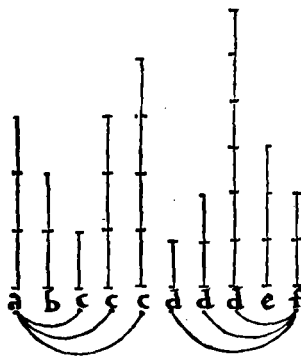
SI fuerint tres magnitudines, & aliæ eisdem æquales numero, 21
binatim sumptæ, & in eadem ratione, fuerit autem perturbata

earū proportio: ex æquali verò prima tertia maior fuerit, & quarta sexta maior erit: etsi æqualis, æqualis: etsi minor, minor.

ORONTIVS. ¶ Sint tres magnitudines a, b, c , & rursum aliæ tres d, e, f , cum duabus perturbatis in eadem ratione coassumptis: utpote, sicut $a/ad b$, sic $e/ad f$, sicutq; $b/ad c$, sic $d/ad e$. Dico quòd si a fuerit maior c , erit ex æquali d maior f : etsi æqualis, æqualis: etsi minor, minor. Sit primum a maior c : iam recipio probandum, quòd d sit maior f . Et quoniā est sicut $b/ad c$, sic $d/ad e$, per hypothesin: erit à contraria ratione, ut $c/ad b$, sic $e/ad d$, per quartæ huius quinti corollarium. Rursum quoniā a maior est c , & b alia quædam magnitudo: habet igitur $a/ad b$ maiorem rationem, quàm $c/ad e$ eandem b , per primam partem octavæ huius quinti. Sicut porro $a/ad b$, sic ex hypothesi $e/ad f$: sicutq; $c/ad b$, sic $e/ad d$ (uti nunc ostensum est). & e propterea ad f maiorem rationem habet, quàm ad d . Ad quā autē eadem magnitudo maiorem rationem habet, & illa minor est: per secundam partem decimæ ipsius quinti. Est igitur f ipsa d minor: & d propterea maior f . ¶ Haud dissimiliter si a fuerit æqualis ipsi c : ostendetur & d æqualis ipsi f . Nam a & c , ad eandem b eandem rationem habebunt: per primam partem septimæ huius quinti. Et quoniā est sicut $a/ad b$, sic $e/ad f$, sicutq; $c/ad b$, sic $e/ad d$: & e igitur ad utranq; d & f eandem rationem habebit. Ad quas autē eadem eandem habet rationem, ipsæ sunt æquales: per secundam partem nonæ ipsius quinti. Aequalis erit igitur d , ipsi f . ¶ Item si a fuerit minor c : dico tandem, quòd & d minor erit f . Tunc enim $c/ad b$ maiorem rationem habebit, quàm $a/ad e$ eandem b : per eandem octavā huius quinti. Et cum sit velut $c/ad b$, sic $e/ad d$, sicutq; $a/ad b$, sic $e/ad f$ (veluti suprà deductum est) habebit consequenter $e/ad d$ maiorem rationem, quàm $e/ad f$. Ad quam autē eadem maiorem rationem habet, & illa minor est: per secundam partem decimæ eiusdem quinti. Est itaq; d ipsa f minor. Ergo si fuerint tres magnitudines: & c. ut in theoremate. Quod ostendendum fuerat.

Æquā rationem respicientia in perturbatis.

Quando prima maior est tertia.



Vbi prima æquatur tertiæ.

Quando prima minor est tertia.

Επειδὴ ὁ ποσοῦν μεγέθη καὶ ἄλλα ἀντιοῖς ἴσα ἐπὶ τοῦ αὐτοῦ λαμβανόμενα οἱ ἴσοι αὐτῶν λόγοι, καὶ δι' ἴσα ἐπὶ τοῦ αὐτοῦ λόγοι ἴσαι.

Θεώρημα κβ, Πρόθεσις κβ.

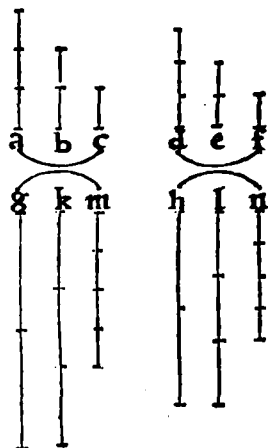
Theorema 22, Propositio. 22.

22 **S**I fuerint quælibet magnitudines, & aliæ eisdem æquales numero, binatim sumptæ in eadem ratione: & ex æquali in eadem ratione erunt.

ORONTIVS. ¶ Sint verbi gratia tres magnitudines a, b, c , & aliæ eisdem numero æquales d, e, f , cum duabus ordinatim sumptis in eadem ratione: utpote, sicut $a/ad b$, sic $d/ad e$, sicut autē $b/ad c$, sic $e/ad f$. Dico quòd extremæ utriusque ordinis magnitudines, ex æquali in eadem ratione erunt: sicut quidē $a/ad c$, sic $d/ad f$. Accipiantur enim ipsarum a, d æquæ multiplices g, h : ipsarū verò b, e , aliæ itidem æquæ multiplices k, l : ipsarū deniq; c, f , ut eunq; etiam multiplices m, n . Cum sit igitur ut $a/ad b$, sic $d/ad e$: & ipsarum a, d , hoc est primæ & tertiæ, æquæ multiplices sint g, h : secundæ autem & quartæ, utpote ipsarū b, e , aliæ itidem æquæ multiplices k, l . Est igitur sicut $g/multiplex$ ad $k/multiplicē$, sic $h/ad l$: per quartam huius quinti. Et proinde erit, ut $k/ad m$, sic $l/ad n$: est enim ex hypothesi, ut $b/ad c$, sic $e/ad f$, & ipsarum b, e , æquæ multiplices k, l : ipsarū autē c, f , æquæ rursum multiplices m, n , per cōstructionē.

Æqua ratio in ordinatis.

Sunt ergo g, k, m , tres magnitudines, & h, l, n , aliæ eisdem numero æquales, cum duabus ordinatim sumptis in eadem ratione: sicut quidem g/ad k , sic h/ad l , sicutq; k/ad m , sic l/ad n . Si g /itaq; fuerit maior ipsa m , & ex æquali h /ipsa n /maior erit: et si



Vbi plures tribus in utroq; magnitudinū extiterint ordine.

æqualis, æqualis: et si minor, minor, per huius quinti vigesimam. At qui g, h , ipsarū a, d , hoc est primæ & tertiæ magnitudinis (quoad illationis ordinē) datæ sunt æquæ multiplices: m, n autē secundæ & quartæ, vtpote ipsarū c, f /æquæ itidē multiplices. Est igitur per sextā huiusce quinti diffinitionē, vt prima a/ad secundā c/sic d /tertiā ad quartam f . Idem quoq; licebit ostendere, vbi plures tribus in utroq; magnitudinū extiterint ordine. Vtpote si fuerint quatuor a, b, c, d , & aliæ quatuor e, f, g, h : similiter ostendemus cum tribus primis magnitudinibus a, b, c , & e, f, g , fore velut a/ad c , sic e/ad g . Et rursum cum tribus succedentibus (secunda utrobique prætermissa, & coassumpta quarta) vtpote a, c, d , & e, g, h , concludemus veluti suprà, fore vt a/ad d , sic e/ad h . Et deinceps quantumlibet, pro vtriusque ordinis multitudine. Si fuerint ergo quælibet

magnitudines, & aliæ eisdē æquales numero: & quæ sequuntur reliqua. Quod ostendendum proposueramus.

$a, b, c, d.$ $e, f, g, h.$

Θεώρημα

κγ.

Πρόθεσις

κγ.

Εὰν ἢ τρεῖς μεγέθη, ὧν ἕκαστον ἀντιοῖς ἵσιν ὁ ἀλλήλοισι ὡς δύο λαμβανόμενα αὐτῶν λόγῳ, ἢ δὲ τετραρτημέρη αὐτῶν ἡ ἀναλογία, καὶ δι' ἴσιν αὐτῶν λόγῳ ἴσιν.

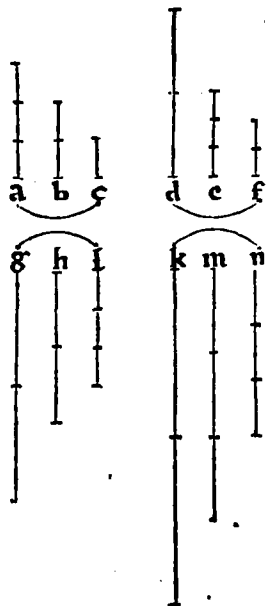
Theorema 23.

Propositio 23.

SI fuerint tres magnitudines, aliæ'que eisdem æquales numero, binatim sumptæ in eadem ratione, fuerit autem perturbata earum proportio: & ex æquali in eadem ratione erunt. 23

Æqua ratio in perturbatis.

ORONTIVS. ¶ Sint tres magnitudines a, b, c , & aliæ eisdem numero æquales d, e, f , cum duabus in eadem ratione perturbatim coassumptis: sicut quidem a/ad b , sic e/ad f , sicutque b/ad c , sic d/ad e . Aio fore ex æquatione, sicut a/ad c , sic d/ad f . Assumantur enim ipsarum a, b, d , æquæ multiplices g, h, k : ipsarum porro c, e, f , aliæ itidem æquæ multiplices l, m, n . Cum ergo g, h , ipsarum a, b , sint per constructionem æquæ multiplices, & partes eodem modo multipliciū eandem habeāt rationem sumptæ adinuicem, per quindecimam huius quinti: est igitur vt a/ad b , sic g/ad h . sicut autē a/ad b , sic e/ad f , per hypothesein: & sicut igitur g/ad h , sic e/ad f , per vndecimam ipsius quinti. Rursum quoniam m, n , ipsarum e, f , sunt æquæ multiplices: erit rursum per eandem quindecimam huius quinti, vt e/ad f , sic m/ad n . Sicut porro e/ad f , sic g/ad h , se habere monstratum est: & sicut itaque g/ad h , sic m/ad n , per ipsam vndecimam eiusdem quinti. Insuper quoniam est sicut b/ad c / sic d/ad e , per hypothesein, & ipsarū b, d /sumptæ sunt æquæ multiplices h, k : ipsarū verò c, e , aliæ itidem æquæ multiplices l, m . Est igitur vt h /multiplex, ad l /multiplicē,



sic k/ad m , per quartam huius quinti propositionem. Ostensum est autem, quòd sicut g/ad h , sic m/ad n . Sunt itaque g, h, l , tres magnitudines, & k, m, n , aliæ eisdem æquales numero, cum duabus in eadem ratione perturbatis coassumptis: sicut quidem g/ad h , sic m/ad n , sicut rursum h/ad l , sic k/ad m . Ergo si g fuerit maior l , erit ex æquali k maior n : & si æqualis, æqualis: si autem minor, itidem minor, per vigesimam primam huius quinti. Porro g, k sunt æquæ multiplices ipsarum a, d , primæ & tertiæ magnitudinis (seruato illationis ordine) l autem & n secundæ & quartæ, hoc est ipsarum c, f æquæ rursum multiplices, per constructionem. Est igitur ut prima a/ad secundam c , sic tertia d/ad quartam f : per sextam eiusdem quinti definitionem. Si fuerint igitur tres magnitudines, aliæq; eisdem æquales: &c. ut in theoremate. Quod oportuit ostendisse.

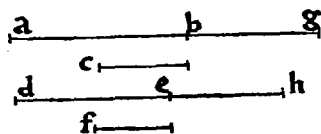
Θεώρημα κθ, Πρόθεσις κθ.

Eὰν πρῶτον πρὸς δευτέρου τὸν αὐτὸν ἔχῃ λόγον, καὶ τρίτον πρὸς τέταρτον, ἔχῃ δὲ πρῶτον πρὸς δευτέρου τὸν αὐτὸν λόγον, καὶ ἕκτον πρὸς τέταρτον, καὶ αὐτεῖς πρῶτον καὶ τρίτον πρὸς δευτέρου, τὸν αὐτὸν ἔξῃ λόγον, καὶ τρίτον καὶ ἕκτον πρὸς τέταρτον.

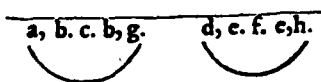
Theorema 24, Propositio 24.

24 **S**I primum ad secundum eandem habuerit rationem, & tertium ad quartum, habuerit autem & quintum ad secundum eandem rationem & sextum ad quartum: & composita primum & quintum ad secundum eandem habebunt rationem, & tertium & sextum ad quartum.

ORONTIVS. ¶ Habeat primum a/b ad secundum c eandem rationem, quam tertium d/e ad quartum f quintum rursus b/g ad secundum c , eandem quoque rationem habeat, quam sextum e/h ad ipsum f quartum. Aio, quòd & composita primum



& quintum a/g , eandem rationem habebunt ad idem secundum c , quam tertium & sextum d/h ad idem quartum f . Cum enim sit ex hypothesi, ut b/g ad c , sic e/h ad f : & à conuersa itaque ratione, erit ut c/ad b/g , sic f/ad e/h , per corollarium quartæ huius quinti. Præterea quoniam ex ipsa hypothesi, est sicut a/b ad c , sic d/e ad f sicut rursum c/ad b/g , sic f/ad e/h . Et ex æquali igitur, sicut a/b ad b/g , sic d/e ad e/h : per vigesimam secundam huius quinti. Diuisæ itaque magnitudines $a/b, b/g, d/e, & e/h$, sunt proportionales. Et compositæ igitur, per decimam octauam ipsius quinti, proportionales erunt: ut a/g ad



b/g , sic d/h ad e/h . Receptum est autem, sicut b/g ad c , sic e/h ad f . Et ex æquali igitur, per eandem vigesimam secundam quinti, sicut a/g ad c , sic d/h ad f . Ergo si primum ad secundum eandem habuerit rationem, & tertium ad quartum: & quæ sequuntur reliqua. Quod expediebat demonstrare.

Θεώρημα κι, Πρόθεσις κι.

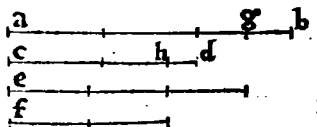
Eὰν τρία ἄρα μεγάλα ἀνάλογα ᾖ, τὸ μέγιστον καὶ τὸ ἐλάχιστον, δύο τῶν λοιπῶν μέγιστα ὦσιν.

Theorema 25, Propositio 25.

25 **S**I quatuor magnitudines proportionales fuerint, maxima & minima reliquis maiores erunt.

m.j.

ORONTIVS. ¶ Sint quatuor eiusdem generis magnitudines a/b , c/d , e , & f , inuicem proportionales, sicut quidem a/b ad c/d , sic e ad f sitq; a/b omnium maxima, f verò minima. Dico quòd a/b & f , reliquis c/d & e sunt maiores. Quoniam enim a/b omnium quatuor supponitur maxima: maior est igitur a/b , ipsa e magni-



tudine. A maiori itaq; a/b , secetur α qualis ipsi e /minori, per tertiam primis sitq; a/g . Rursum, quoniã est vt a/b ad c/d , sic e ad f , prima autem a/b , maior est tertia e : & secunda igitur c/d , ipsa f /quarta maior erit, per decimã-quartam huius quinti. A maiori rursum c/d , secetur ipsi f /equalis, per eandem tertiam primis sit que c/h . Cũ igitur sit vt a/b ad c/d , sic e ad f , & α qualis sit a/g /ipsi e , & c/h /ipsi f : est igitur vt a/b ad c/d , sic a/g ad c/h , hoc est, sicut totum a/b ad totum c/d , sic ablatum a/g ad ablatum c/h . Et reliquum itaque g/b ad reliquum h/d erit sicut totum a/b ad totum c/d : per decimã-nonam ipsius quinti. Prima autem a/b maior est tertia c/d : & secunda itaque g/b , maior erit quarta h/d , per ipsam decimã-quartam eiusdem quinti. Porro a/g equalis est ipsi e : & c/h ipsi f , per constructionem. Binæ igitur a/g & f , duabus c/h & e , sunt per secundam communem sententiã α quales. Si autem in α qualia α qualibus adiungantur, omnia erunt in α qualia: per quartam communem sententiã. Et quoniam ipsis a/g & f additur g/b , ipsis autem c/h & e additur h/d , & maior est g/b /ipsa h/d : maiores ergo sunt a/b /maxima & f /minima, reliquis c/d & e /magnitudinibus. Quod receperamus ostendendum.

∴ ∴ ∴



¶ Quinti Libri Geometricorum Elementorum ¶

F I N I S.





Orontij Fini Delphinatis, Re-

GII MATHEMATICARVM PROFESSO-

ris, In Sextum elementorum Euclidis, Demonstrationes.

ΕΥΚΛΕΙΔΟΥ ΣΤΟΙΧΕΙΟΝ ΕΚΤΟΝ.

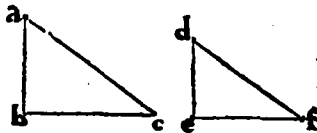
Οροι ε.

Ομοια σχήματα εὐθύγραμμα ὅστις, ὅτε πᾶς τε γωνίασ' ἔχῃ κατὰ μίαν, καὶ πᾶς πρὸς πᾶς ἴσας γωνίας πρὸς ἀλλήλους, ἀνάλογον.

Diffinitiones 5.

- 1 **S**imiles figuræ sunt, quæ & angulos æquales habēt ad vnum, & quæ circa angulos æquales sunt latera proportionalia.

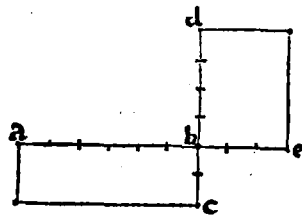
Vtpote, si fuerint bina triangula $a/b/c$, & $d/e/f$ inuicem æquiangu-
la: fueritque angulus qui ad a / æqualis angulo qui ad d , & qui ad b /
est angulus ei qui ad e , atque is qui ad c / angulo qui ad f / respōdenter æqualis. sitque insuper vt a/b /
latus ad b/c , sic d/e / ad e/f : vtq; b/c / ad c/a , sic e/f / ad f/d : atque
demum sicut c/a / ad a/b , sic f/d / ad d/e . Huiusmodi nanque
triangula, similia nuncupamus: etiam si fuerint inæqualia.



Ἐκ τῶν προηγουμένων διὰ σχήματά ὅστις, ὅταν ἑκατέρω τῶν σχημάτων ἡ γὰρ μὲν οἶτε καὶ ἡ πρὸς μὲν οἶτε λέ-
γοι ὁμοία.

- 2 Reciprocaæ autem figuræ sunt, quando in vtraq; figura antecede-
tes & consequentes termini rationales fuerint.

De rectilineis videtur intelligere figuris. quemadmodum
si duorum rectilineorum & æquiangularum $a/b/c$ & $d/b/e$,
angulū qui sub a/b & b/c , ei qui sub d/b & b/e cōtinetur æqua-
lem habētium: fuerit sicut latus a/b / ad latus b/d , sic latus e/ b /
ad latus b/c : aut sicut a/b / ad b/e , sic d/b / ad b/c . Tali nanq; mo-
do sit antecedentium & consequentium terminorum, hoc est
comparatorum adinuicem laterū, quæ circum æquales angu-
los, reflexa proportio, reciproca rationum similitudo: dicū-
turque eiuscemodi figuræ, cum adinuicem comparantur, reciprocaæ.



Ἐκ τούτων καὶ μίσην λόγον εὐθείας τῶν μὲν ὁδοὶ λέγεται, ὅταν ἢ ὡς ἡ ὅλη πρὸς τὸ μᾶλλον τμήμα, οὕτως
τὸ μᾶλλον πρὸς τὸ ἑλάσσον.

- 3 Per extremam & mediam rationē, recta linea diuidi dicitur: quā-
do fuerit sicut tota ad maius segmentum, sic maius ad minus.

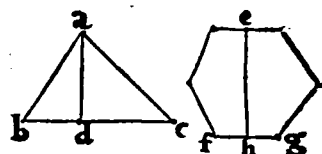
Vtpote, si data recta linea a/b diuidatur in puncto c : fue-
ritque vt tota a/b / ad segmentum maius b/c , sic idem segmen-
tum b/c / ad reliquum c/a .



Ἐκ τούτων ὅστις, πᾶντος σχήματος ἢ ἀπὸ τῆς κορυφῆς ὑπὸ τῶν βάσεων καὶ ὅτι ἀγνομήν.

- 4 Altitudo est, vniuscuiusque figuræ à vertice ad basin perpendicu-
laris deducta.

Exempli gratia, trianguli $a/b/c$ altitudo erit a/d recta linea, ab a vertice ad basin b/c perpendiculariter incidens. Et hexagoni $e/f/g$ altitudinem ostendet perpendicularis e/h , quæ ab e vertice, in basin f/g deducitur.



Λόγος ἐκ λόγων συγκείσθαι λέγεται, ὅταν αὐτῶν λόγων πηλικότατες ἐφ' ἑαυτὰς πολλαπλασιασθῶσι, ποιῶσι πινός.

Ratio ex duabus rationibus, aut ex pluribus cōstare dicitur: quādo rationū quātitates multiplicatæ, aliquam efficiunt quātitatem.

De cōpositio-
ne rationum,
interpretatio
notanda.

Diffinitionis
interpretatio

Vbi plures du-
abus extiterit
rationes.

Notandum.

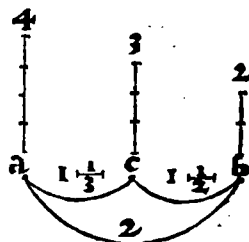
Quenam sint
rationū quan-
titates.

Exēplū vbi ra-
tio multiplex
ex binis cōpo-
nit rationib⁹.

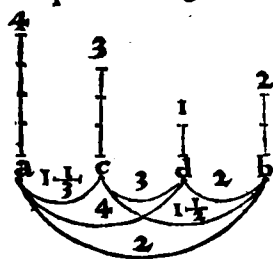
Exēplidemō-
stratio.

Expressimus diffinitione tertia libri quinti, quidnam rationē adpellemus: quot insuper rationū fuerint species siue differentiar, atq; singula in vniuersum comprehensa rationū discrimina. Nunc porro diffinit Euclides, quonā modo ratio ex rationibus cōponi, seu constare dicatur. Ea namq; ratio ex rationibus constat, siue cōponitur: quarū quantitates inuicē multiplicatæ illam efficere videtur. De ea rationis cōpositione, seu rationalium terminorū illatione, hic minimè velim intelligas: quam decimaquarta libri quinti diffinitione, cōpositam rationem adpellauimus: acceptionem videlicet antecedentis cum consequente, sicut vnius, ad ipsum consequens. Aliud siquidem est, rationē ex rationibus cōponere: aliud verò in proportionibus, à diuisis rationum terminis ad coniunctos siue compositos, rationum subinferre similitudinem. Cuius igitur Euclides, rationem ex binis aut pluribus rationibus componi, siue constare: cum datarū rationum quantitates fuerint adinuicē multiplicatæ, & aliam quampiam genuerint rationis quantitatem. Ea enim quantitas, rationem exprimit, quæ ex datis rationibus procreatur. Fit autem huiuscemodi quātitatum multiplicatio, inter duarum tantummodò rationum quantitates. Nam vbi plures esse obtulerint rationes: ea in primis colligatur ratio, quæ ex multiplicatione duarum primarum quantitatū generatur. Ex hac postmodum ratione & sequente tertia, alia ratio procreanda est. Hinc rursus, per quantitatū huiusce rationis & succedentis quartæ multiplicationem, consurgēs ratio tandem eliciatur. Idque deinceps, pro datarum rationum multitudine: siue datæ rationes eiusdem, aut diuersæ fuerint speciei, & sub continua aut discontinua, ordinatæ seu perturbata proportionem constitutæ. Adde quod hæc intelligenda sunt de rationibus omnino maioris, vel omnino minoris inæqualitatis. Nam si vna propositarum rationum foret maioris, altera verò minoris inæqualitatis (de quibus tertia diffinitione libri quinti) tunc quantitas maioris, per quantitatem minoris veniret diuidenda: resultans enim quantitas, procreata inde rationem ostendet. Quantitates autem rationum hic vocat Euclides, non eas quæ sub datis continentur rationibus: sed numeros, à quibus rationes ipsæ denominantur. Vt duo, à quibus dupla: tria, à quibus tripla: & quatuor, vnde quadrupla ratio in multiplicibus exprimitur. Aut in superparticularibus vnum & dimidium, à quo sesquialtera: vnum & tertium, à quo sesquitercia: vnum insuper & quartum, vnde sesquiquarta ratio nomenclaturam accipit. Item vnum & duo tertia, vnde rationem superbipartientem tertias: atque vnum & tria quarta, ex quibus supertripartientem quartas in superpartientibus adpellamus. Haud alieum habeto iudicium, de rationibus ex multiplici & superparticulari ratione, aut ex multiplici & superpartiente compositis: & datis quibuscunque singularum quinque rationalium specierum differentijs.

ESTO, LVCIDIORIS INTELLIGENTIAE GRATIA, DATA in exemplum ratio multiplex, ipsius inquā a ad b dupla: ponaturq; inter a & b , alia quædam magnitudo c , sub sesquitercia ipsius a , & sesquialtera ipsius b . Aio rationem a ad b , componi siue constare, ex ratione a ad c , & ratione c ad b . Nam si quantitas rationis a ad c , vtpote vnum & tertium, per rationis quantitatem ipsius c ad b , vnum inquā & dimidium multiplicetur: prouenient duo, à quibus dupla ratio (quā habet a ad b) nominatur. Cum enim c magnitudo ad a magnitudinem sit sub sesquitercia, ad b autem sesquialtera: qualium igitur partium c est trium, talium necessum est a fore quatuor, & b duarū similium. Habet igitur a ad b rationem, quam quatuor ad duo: & proinde duplam, ex sesquitercia ipsius a ad c ,



& sesquialtera ipsius c ad b resultantem. ¶ Sit rursum in maiorem expressionem, inter c & b alia quædam magnitudo d , subtripla ipsius c , ipsius autem b subdupla. Aio quoque rationē a ad b , ex rationibus a ad c , & c ad d , atque d ad b constare.



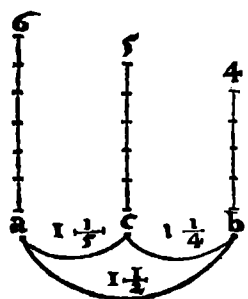
Duco enim vnum & tertium rationis a ad c denominatorem, in tria denominatorem triplæ, quæ est c ad d : fient quatuor, ostēdētia a ad d quadruplam obtinere rationem. Et quoniā d ad b ratio minoris est inæqualitatis, nempe subdupla: diuidam quatuor, à quibus nominatur quadrupla, per duo ipsius subduplæ denominatorem: prouenient enim duo, duplā (quæ est ipsius a ad b) rationem denominantia. Nam cum d subduplum sit ipsius b , & subtripulum ipsius c : qualium igitur

Exemplū vbi tres rationes (quarum vna minoris est inæqualitatis) eandem cōpositionem.

Ostēnsio eiusdem exēpli.

d est vnum, talium b est duorum, & c trium similium. Item quoniam a ad c est sesquitertium: qualium propterea c est trium, a erit quatuor. Sed qualium c est trium, b duorum esse deductum est: qualium itaque b est duorum, a quatuor erit similium. Quatuor rursum ad duo, rationem habent duplam, qualem a ad b obtinere supposuimus. ¶ Sed demus exemplum in

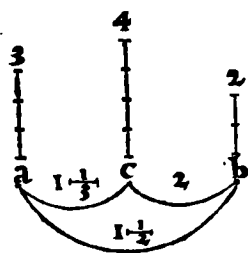
Exemplū de ratione superparticulari.



ratione superparticulari: sitque a ad b sesquialtera, ad c autem sesquiquinta, & c ad b sesquiquarta. Dico rationem sesquialteram, ex sesquiquarta & sesquiquinta resultare. Si namque multiplicaueris vnum & quartum, per vnum & quintum: proueniet vnum & dimidium, à quibus sesquialtera ratio denominatur.

Inductio.

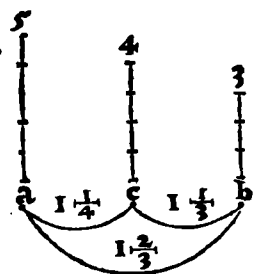
Aliud exēplū superparticularis, vbi vna rationū minoris est inæqualitatis.



Cum enim c subsesquiquintum sit ipsius a , & sesquiquartū ipsius b : qualiū ergo partiū c est quinq, talium a erit sex, & b quatuor similium. habent autem sex ad quatuor, veluti a ad b rationem sesquialteram. ¶ Quod si c magnitudo fuerit ipsius a sesquitertia, & dupla ipsius b , vt in secūda figura: nō multiplicabis vnum & tertium subsesquitertiaz (quæ est a ad c) denominatorem, per duo, à quibus dupla ratio ipsius c ad b denominatur. Diuides itaque duo, per vnum & tertium: propterea quod a ad c ratio minoris sit inæqualitatis. Vnum igitur & tertium, efficiunt quatuor tertia: duo autem, tertia sex. Diuidē itaque sex per quatuor: proueniet vnum & dimidium, sesquialteræ rationis (quæ est a ad b) denominator. Nam cum c ad a sit sesquitertium, ad b autem duplum: qualium proinde partium c est quatuor, talium a est trium, & b duorum similium. Ratio igitur a ad b , est vt tria ad duo, quæ sesquialtera nuncupatur. ¶ Idem in superpartiente ratione tandē obseruari videbis. Sit enim a ad b superbipartiens tertias: & inter a & b incidat c , subsesquiquartum ipsius a , & sesquitertium ipsius b . Dico iam rationē a ad b , componi ex ratione a ad c sesquiquarta, & sesquitertia ipsius c ad b . Multiplicetur enim vnum & quartum, per vnum & tertium: fiet vnum & duo tertia, vnde superbipartiēs tertias (quæ est ipsius a ad b) denominatur. Oportet enim propter rationum hypothesen, qualium partium c fuerit quatuor, talium b fore trium, & a quinque similium. Quinque porrò ad tria, eam seruant rationē, quam a ad b : nēpe superbipartiētem tertias. ¶ Quod si inter a & c inciderit magnitudo d , sesquiquinta ipsius a , & ipsius c sesquialtera. Ratio a ad b , ex rationibus a ad d , & d ad c , atque c ad b itidem componetur. Duco enim vnum & tertium rationis c ad b denominatorem, in vnum & dimidium denominatorē rationis quam habet d ad c : fient duo, à quibus ratio d ad b denominatur, vtpote dupla. At quoniā a ad d ratio minoris est inæqualitatis, nēpe subsesquiquinta: diuidam ipsa duo per vnum & quintum, in hunc modum. vnum & quintum, efficiunt quinta sex: & duo, vertuntur in decem

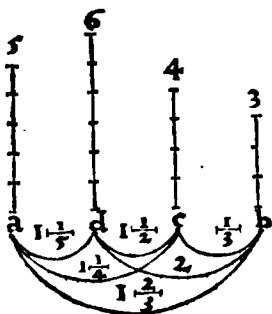
Exēpli declaratio.

Exēplū de superbipartiente ratione.



Ostēnsio exēpli.

Aliud superbipartientis exēplum, vbi vna rationū minoris est inæqualitatis.



m. iij.

Sūmaria exē
plūrecollectio

Notandum.

De fractionū
astronomica-
rū cōmodita-
te in rationū
cōpositionib⁹

Primi exēpli
supputatio, p
fractiones
vulgares.

Eiusdē exem-
pli supputa-
tio, p fractio-
nes astrono-
micas.

quinta. Diuido ergo decem per sex: proueniunt vnum & duo tertia, à quibus ratio a/ad b/ denominanda est, quæ superbipartiens tertias adpellatur. Idem quoque per superius expressam partium cum rationibus datis, & rationū cum partibus respondentiam, deducere vel facillè licebit: qualium enim partium c/ fuerit quatuor, & d/ sex, talium b/ erit trium, & a/ quinque similium. Hinc rursum cōsurgit a/ad b/ ratio, vt quinque ad tria. ¶ Porro si forsitan in hac partium quotarum, seu fractionum vulgarium multiplicatione minus fueris exercitatus: cōsulito librū secundū nostræ Arithmeticæ practicæ. Nec volumus te latere, huiusce modi quantitatum (à quibus datæ rationes nominantur) tum expressionem, tum etiā multiplicationem, per astronomicas, hoc est sexagenarias integrorum fractiones (quæ scrupula, seu minuta vocant) indifferenter ab solui posse: de quibus libro tertio eiusdem Arithmetice nostræ abundè tractauimus. Est enim sexagenarius numerus, propter partiū quotarum in eo contentarum multitudinem, omnibus rerum supputacionibus indifferenter ad cōmodum.

¶ Conferamus in exemplum vtrunq; calculum: & primam rationis compositionem, vbi rationem a/ad b/ duplam, ex sesquialtera & sesquitercia cōstare monstrauiamus, rursum examinemus. Multiplico itaque vnum & dimidium, per vnum & tertiū, in hunc qui sequitur modum. Duco primū integra in sese: fit vnum integrū. Deinde numeratorem fractionis multiplicandæ, in integrum multiplicantis: atque numeratorem multiplicatis, per integrū mul-

tiplicandæ: procreabuntur enim fractiones prioribus haud dissimiles, vtpote dimidiū, & vnum tertium, quæ reducta ad vnam fractionem simplicem, efficiunt quinque sexta. Tandem multiplico fractiones ipsas adinuicem, numeratores quidem per sese, atque denominatores: fiet vnum tantummodò sextum. Compono vnū sextum & quinque sexta: consurgunt sexta sex, quæ vnum valēt integrum priori integro adiiciendum. Resultabunt itaq; duo integra, à quibus proposita ratio dupla denominatur. ¶ Verū idē per astronomica inquiramus scrupula siue minuta. Denominator itaque sesquialteræ rationis, erit vnum integrum, & triginta integri minuta: ipsius verò sesquiterciæ rationis denominator, vnum itidem integrum & minuta viginti. Sunt enim triginta, dimidium: viginti autem, tertiū sexagenarij numeri. Duco igitur triginta minuta, in minuta viginti: fiunt secūda sexcēta, quæ diuisa per sexaginta, restituant decē minuta. hæc subscribo suo loco. Deinde multiplico vnū integrū per ipsa viginti minuta: redeunt minuta viginti. hæc noto sub priorib⁹ decem minutis. Postea duco triginta minuta in vnum integrū: restituantur minuta triginta (nam fractio per integra multiplicata, similem videtur producere fractionē) Quibus subnotatis, multiplico integra adinuicē, & vnū tantummodò restituitur integrum. Compono tādē decem, viginti & triginta minuta, consurgūt sexaginta, quæ vnum valent integrum priori demum adiungendum. Proueniunt igitur ex hac quātitatū multiplicatione duo integra, à quibus dupla ratio (quæ erat a/ad b) venit denominanda. In cæteris responderet facito, siue vulgaribus, siue astronomicis iuyet vti fractionibus.

$\frac{1}{1} \times \frac{1}{1} = \frac{1}{1}$	$\frac{3}{2} \times \frac{2}{3} = \frac{6}{6}$
$\frac{1}{1} \times \frac{2}{3} = \frac{2}{3}$	$\frac{3}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{3}{6}$
$\frac{1}{1} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{3}$	$\frac{2}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{2}{6}$
$\frac{1}{1} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{3}$	$\frac{2}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{2}{6}$

Integra.	Minuta.	Secūda.
1	30.	00
1	20.	00
	10	00
	20	10
1	30	00
2		6

Alius modus
cōponēdi ra-
tiones adinu-
icem.

Primū exem-
plū de cōpo-
sitione multi-
plicis.

¶ EST ET ALIVS RATIONALIVM QVANTITATVM multiplicandi modus, ipfis potissimum numeris, ad numerūve relatis quantitatibus peculiaris: siue numeri ipsi in maioris aut minoris inæqualitatis ratione proponantur. Nam ex eorundem numerorum sub datis rationibus constitutorum multiplicatione, numeri procreantur, sub composita, vel inde constante ratione se habentes. Multiplicandi sunt itaq; primū antecedentes numeri adinuicem, & antecedens ipsius compositæ rationis efficietur. Deinde consequentes itidem inter sese ducendi, vt consequens eiusdem rationis generetur. ¶ Reperatur in maiorem singulorum euidentiam, antecedentis primæ compositionis exemplum: sintq; rursum numeri, tria ad duo in ratione sesquialtera, & quatuor ad tria in sesquitercia ratione constituti. Duc igitur antecedentes numeros inter sese, vtpote quatuor in tria: fient duodecim, quæ pro generatæ rationis antecedente subnotabis. Postea consequentes, hoc est tria & duo, inuicem multiplicato:

Ratio	Sesquialtera.	3 — 2
	Sesquitercia.	4 — 3
Dupla ex eisdē cōposita.		12 — 6

fient sex, eiusdē productę rationis consequentē exprimētia numerū. Atqui duodecim ad sex, duplam constat obtinere rationem, ex sesquialtera & sesquitercia resultantē. ¶ Sint rursum binę rationes, altera quidem subsesquitercia, vt trium ad quatuor: altera verò dupla, veluti

Secundū exēplū, de cōpositione superpartientis.

Subsesquitercia.	3 — 4
Dupla.	4 — 2
Sesquialtera ratio.	12 — 8

quatuor ad duo. Si compositā ex his volueris obtinere rationem, ducito tria in quatuor, vnum videlicet antecedentium in reliquum: fient duodecim. Postmodum ipsa consequentia inuicē multiplicato, vtpote quatuor

Ratio { sesquiquarta.	5 — 4
sesquitercia.	4 — 3
Superbipartiens tertias.	20 — 12

in duo: fient octo. Porro duodecim ad octo, sesquialterā rationem obseruant, qualem exemplo quarto (denominatorem duplę, per ipsius subsesquitercię denominatorem diuidendo) reperiimus. ¶ Haud dissimiliter ex sesquiquarta & sesquitercia, veluti quinq; ad quatuor, & quatuor ad tria, superbipartiens tertias producet: quemadmodum obiecta mōstrat formula. Ex antecedentium namq; multiplicatione, fient viginti: ex multiplicatione verò consequentium, duodecim. continent autē viginti semel duodecim, & duo. insuper eorundem tertia. ¶ Et proinde non minus facilē col-

Tertiū exemplū de cōpositione superbipartientis.

Ratio { Quintupla.	5 — 1	Ratio { Dupla.	2 — 1
Subdupla.	2 — 4	Sesquitercia.	4 — 3
Dupla sesquialtera.	10 — 4	Dupla superbipartiens tertias	8 — 3

ligem⁹, ex quintupla & subdupla ratione, constari duplam sesquialterā:

necnon ex dupla & sesquitercia, duplam superbipartientem tertias resultare. Sed hæc de rationum compositione, siue rationalium quantitatum multiplicatione, sint satis.

Corollarium.

¶ HINC FIT MANIFESTVM QVOD SI A QVALIBET RATIONE composita, vnaquęq; componentium subtrahatur: proficiet ipsarum componentium reliqua. Subtrahitur quidem ratio, non omnis indifferenter à qualibet: sed minor tantum à maiori. Hæc autem rationum disgregatio per diuisionem, sicuti compositio per multiplicationem absoluitur: idq; rursum dupliciter. ¶ In primis enim si compositę rationis denominatorem, per denominatorem alterius componētium diuiseris: habebis reliquę rationis denominatorem, siue numeros in relicta ratione cōstitutos. Oportet autē (vbi alterius vel vtriusq; rationis denominator, integro & fracto exprimetur numero) ipsa integra ad simile genus denominationis cum propria, vel occurrente fractione reducere: postea numeratorē diuidendę rationis, per communē multiplicare denominatorem, fiet enim relicte rationis, numerator. Deinde numeratorem diuidentis, in eundem communem denominatorem ducere, nam eiusdem relicte rationis prodibit denominator. Quemadmodum ex secundo libro nostrę deprehendere potes Arithmetice. ¶ Resumat in exemplū ratio dupla, ex sesquitercia & sesquialtera resultans: sitq; propositam alteram componentium, vtpote sesquiterciam, ab ipsa dupla ratione subducere. Denominator itaq; sesquitercię, est vnum & tertium, quę quatuor efficiūt tertia: duo autē, à quibus dupla denominatur ratio, conficiunt tertia sex. Diuide itaq; sex tertia, per quatuor tertia, in hunc modū. Duc sex in tria, fient decem & octo: & rursum quatuor per tria multiplicato, fient duodecim. Et quoniam decem & octo continent semel duodecim,

De subtractione rationis adinuicē.

Primus modus

$$\begin{array}{r} \frac{6}{3} \times \frac{4}{3} \\ \hline 18 \\ 12 \end{array}$$

& alteram eorundem partem: relicta itaq; ratio, sesquialtera est. ¶ Detur rursum sesquialtera ratio, à qua velis auferre sesquiquintam. Ex vno itaq; & dimidio, à quibus sesquialtera denominatur, fiunt tria secūda: ex vno autem & quinto, ipsius sesquiquintę denominatore, fiunt quinta sex. diuidenda sunt igitur tria secūda, per sex quinta. Duc itaq; tria in quinq; fient quindecim: postea sex in duo multiplicato, prouenient duodecim. Et quoniam quindecim ad duodecim rationem

Primum exemplum.

$$\begin{array}{r} \frac{3}{2} \times \frac{6}{5} \\ \hline 15 \\ 12 \end{array}$$

habent sesquiquartā: idcirco relicta ratio sesquiquarta dicitur. Nam ex sesquiquarta & sesquiquinta ratione, sesquialtera (veluti suprà deduximus) generatur.

Secundum exemplum.

¶ POTERIS ET IDEM PER NUMEROS IN DATIS RATIONIBUS constitutos responderet absolueret. Dētur enim rursum numeri, sub antecedentibus rationibus cōstituti, vtpote duo ad vnum in dupla, & quatuor ad tria in sesquitercia ratione se habentes: sitque veluti prius, sesquitercia ab ipsa dupla ratione subducēda. Scribatur

Alius subtrahendi modus rationes adinuicē.

m. iij.

In primis sesquitercia, sub eadē ratione dupla. Postea multiplicato duo in tria, hoc est, antecedēs diuidendæ rationis, in consequēs diuidētis: fiēt sex. Rursum ducto vnū in quatuor, vtpote consequēs ipsius diuidendæ

2	1	Dupla, diuidenda.
4	3	Sesquitercia.
6	4	Sesquialtera, relicta.

Aliud exēplū

rationis, in diuidentis antecedens: fiēt quatuor. A ratione igitur quam habent sex ad quatuor, relicta ratio denominanda est: quæ rursum offenditur sesquialtera. ¶ Subducamus rursum ad maiorem singulorum respondentiam, à sesquialtera ratione, præfatam rationem sesquiquintam. Propone itaque tibi numeros sub datis rationibus constitutos: vtpote, tria ad duo in sesquialtera, & sex ad quinque in sesquiquinta. Et posita sesquiquinta sub sesquialtera, ducto tria in quinque: fiēt quindecim. postea multiplicato duo per sex, prouenient duodecim. Habent autem quindecim ad duodecim, rationem sesquiquartam, qualem superius offendimus. Haud aliter, de cæteris quibuscunq; inuicem subducendis facito rationibus. & si minus in hoc genere calculi fueris exercitatus, ad caput secundum libri quarti ipsius Arithmeticę nostræ cōfugito.

3	2	sesquialtera ratio.
6	5	sesquiquinta.
15	12	sesquiquarta.

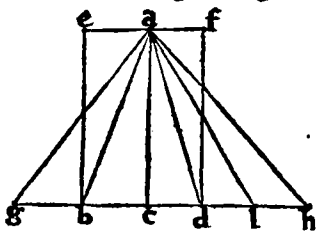
Τὸ τρίγωνον καὶ τὰ παραλληλόγραμμα, τὰ ἑκάστῳ ἑαυτὸ ὑποκείμενα, πρὸς ἄλληλα ὅσῃ ὡς αἱ βάσεις.

Theorema 1,

Propositio 1.

Triangula & parallelogramma, quæ sub eadem sunt altitudine: ad se inuicem sunt, vt bases.

TORONTIVS. ¶ Sint bina triangula $a/b/c$ & $a/c/d$, totidēque parallelogramma e/c quidem atque c/f , sub eadem altitudine, seu perpendiculari ex a vertice in b/d basin incidente constituta. Aio triangulum $a/b/c$ ad triangulum $a/c/d$ se habere, veluti basis b/c ad basin c/d . Cum enim e/c & c/f parallelogramma, in eadem sint altitudine in directum est igitur e/a ipsi a/f , atque b/c ipsi c/d , & proinde e/f ipsi b/d parallela. Producat igitur recta b/d ex vtraque parte in cōtinuum rectumq; ad g & h puncta: per secundum postulatū. Secetur deinde b/g æqualis ipsi b/c , necnon d/h & l/h ipsi c/d æquales: per tertiam primi. & per primū postulatū, connectantur a/g , a/l , & a/h lineæ rectæ. Cum itaq; g/b ipsi b/c sit æqualis: erunt triangula $a/g/b$ & $a/b/c$ in basibus æqualibus, & in eisdem parallelis e/f & g/h constituta, & propterea inuicem æqualia: per trigesimalmoctauā primi. & proinde $a/c/d$, $a/d/l$ & $a/l/h$ triangula, æqualia quoq; erunt ad inuicem. Quotuplex igitur est g/c basis, ipsius b/c totuplex est triagulum $a/g/c$, ipsius $a/b/c$ triaguli. quotuplex rursum est c/h basis ipsius c/d : totuplex est & $a/c/h$ triangulum, ipsius triaguli $a/c/d$.



Si basis itaq; g/c , maior est basi c/h : erit $a/g/c$ triangulum, triangulo $a/c/h$ proportionaliter maius. Et si g/c & c/h bases, fuerint inuicem æquales: erunt $a/g/c$ & $a/c/h$ triangula, æqualia quoque ad inuicem. Quod si basis g/c , minor extiterit basi c/h : erit & $a/g/c$ triangulum, ipso $a/c/h$ triangulo æquē itidem minus. Quatuor itaque magnitudinum, duarū inquā basium b/c & c/d , totidēq; triangulorū $a/b/c$ & $a/c/d$, sumpta sunt æquē multiplicia primæ & tertiæ: necnon secundæ & quartæ, alia vtcunque æquē multiplicia. Et sicut multiplex primæ magnitudinis, ad multiplex secundæ, hoc est, g/c basis, ad basin c/h : sic multiplex tertiæ, ad multiplex quartæ, vtpote $a/g/c$ triangulum, ad triangulum $a/c/h$, se habere præostensum est. Sicut

g/c .	c/h .	$a/g/c$.	$a/c/h$.
b/c .	c/d .	$a/b/c$.	$a/c/d$.

Figuræ cōstitutio.

Prima deductio theorematiss, de triangulis.

igitur prima, ad secundam prædictarum magnitudinum, sic tertia ad quartam: per sextā ipsius quinti diffinitionē. Vt basis ergo b/c , ad basin c/d : sic triangulum $a/b/c$, ad triangulū $a/c/d$. Quod prius veniebat ostendendum. ¶ Insuper quoniam $a/b/c$ triangulum, & parallelogrammū e/c , in eadem sunt basi, & in eisdem parallelis constituta: duplum est e/c /parallelogrammum ipsius $a/b/c$ /trianguli, per quadragesimā primam primi: & propterea c/f /parallelogrammum, ipsius trianguli $a/c/d$ itidem duplum. Sunt igitur e/c & c/f /parallelogramma, ipsorum $a/b/c$ & $a/c/d$ /triangulorum æquē multiplicia. Partes autem æquē multiplicium, eandem rationem habent sumptæ adinuicem: per decimam quintam quinti. Vt igitur $a/b/c$ /triangulū, ad triagulum $a/c/d$: sic parallelogrammum e/c , ad c/f /parallelogrammum. Ostensum est

$$|b/c.c/d|a/b/c.a/c/d|e/c.c/f|$$



autem $a/b/c$ /triangulum, ad triagulum $a/c/d$ se habere, veluti b/c /basis, ad basin c/d . Binæ itaque rationes, vt pote b/c /basis, ad basin c/d , atque parallelogrammi e/c ad c/f /parallelogrammum, eædem sunt cum ratione ipsius

$a/b/c$ /trianguli, ad triagulum $a/c/d$. Quæ autem eidem sunt eædem rationes, & adinuicem sunt eædem: per vndecimā eiusdem quinti. Est igitur vt basis b/c , ad basin c/d : sic parallelogrammum e/c , ad c/f /parallelogrammum. Poterit & ipsorum parallelogrammorum ratio, quemadmodum & triangulorū, seorsum demonstrari: descriptis super g/b , d/l , & l/h basibus, & in eadem altitudine parallelogrammis.

Triangula itaque & parallelogramma, quæ sub eadem sunt altitudine: ad se inuicem sunt, vt bases. Quod erat ostendendum.

Secunda theorematum reſolutio, de parallelogrammis.

Notandum.

Θεώρημα β, Πρόθεσις β.

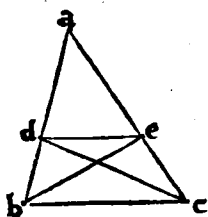
Εὰν τριγώνω παρὰ μίαν τῶν πλευρῶν ἀχθῇ τις ὑπεῖα παρὰ ἄλλου, ἀνάλογον τιμὰς πᾶς τῶν τριγώνων πλευρῶν: ὡς ἂν αὐτὸ τῷ τριγώνῳ πλεονέξῃ ἀνάλογον τμηθῶσι, ἢ ὡς πᾶς τομὰς ὑπεὶρουμένη ὑπεῖα, παρὰ τὴν λοιπὴν ἔσται τῷ τριγώνῳ πλεονέξουσα παρὰ ἄλλου.

Theorema 2, Propositio 2.

2 **S**I trianguli ad vnum laterum acta fuerit aliqua recta linea parallela: proportionaliter secat ipsius triaguli latera. Et si trianguli latera proportionaliter secta fuerint: ad segmenta cōnexa recta linea, parallela ad reliquum erit ipsius trianguli latus.

O R O N T I V S. ¶ In triagulo enim $a/b/c$, agatur recta d/e , ipsi b/c /lateri parallela. Dico quod ipsa d/e , secat a/b & a/c /laterā proportionaliter: sicut quidem a/d ad d/b , sic a/e ad e/c . Connectantur enim b/e & c/d /lineæ rectæ: per primū postu-

Prima theorematum pars.



latum. Erunt itaque $b/d/e$ & $c/e/d$ /triangula, in eadem basi d/e , ac in eisdē parallelis b/c & d/e : & proinde inuicem æqualia, per trigessimam septimā primi. Est autē & $a/d/e$, aliud quoddam triangulum. Idem porrō triangulum, ad æqualia triangula eandem habet rationem: per septimam quinti. Ergo sicut $a/d/e$ /triangulum, ad triangulum $b/d/e$: sic idem triangulum $a/d/e$, ad $c/e/d$ /triangulum. Est autem $a/d/e$ /triangulum, ad triangulum $b/d/e$, veluti basis a/d , ad basin d/b : per primam huius sexti. sunt enim sub eodem vertice e , & proinde sub eadem altitudine. Et sicut igitur basis a/d , ad basin d/b : sic $a/d/e$ /triangulum, ad triangulum $b/d/e$, per vndecimam quinti. Sicut rursus $a/d/e$ /triangulum, ad triangulum $c/e/d$: sic basis a/e , ad basin e/c , per eandem primā huius sexti. sunt enim $a/d/e$ & $c/e/d$

$$|a/d.d/b|a/d/e.b/d/e|a/d/e.c/e/d|$$



triangula, sub eodem vertice d: & sub eadem consequenter altitudine. Et sicut igitur

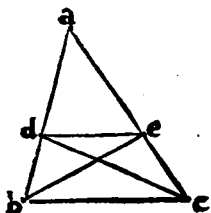
$$\frac{a/d \cdot d/b}{a/d \cdot e \cdot c/e/d} = \frac{a/e \cdot c/e}{a/e \cdot c/e}$$

Partis secunde
demonstratio.

tur recta d/e, per primum postulatum. Aio versa vice, d/e ipsi b/c fore parallelam. Conexis enim (veluti prius) b/e atq; c/d rectis, per idem primum postulatum: erit rursum, per primam huius sexti, triangulū a/d/e/ ad triangulū b/d/e, veluti basis

$$\frac{a/e \cdot c/e}{a/d \cdot d/b} = \frac{a/d \cdot e \cdot b/d/e}{a/d \cdot e \cdot b/d/e}$$

triangulū a/d/e, ad triangulū c/e/d. Et proinde sicut a/d/e/ triangulū, ad triangulū b/d/e: sic idem triangulū a/d/e, ad triangulū c/e/d, per vndecimā ipsius quinti. Idem ergo triangulū a/d/e, ad ipsa b/d/e & c/e/d/ triangula, eandem habet rationem. Ad quæ autem triangula, idem triangulū eandem habet rationem: & ipsa sunt inuicem æqualia, per nonam eiusdem quinti. Aequū est igitur b/d/e/ triangulū, ipsi c/e/d/ triangulo. Quæ cum in eadem sint basi d/e, & ad easdem partes: & in eisdem quoque sunt parallelis, per trigessimam nonā primi. Parallela est itaq; d/e, ipsi b/c. Si trianguli ergo ad vnum latus: &c. vt in theoremate. Quod demonstrare oportebat.



Θεώρημα γ.

Πρόθεσις γ.

Εὰν τριγώνῳ γωνία διχῶς τμηθῇ, ἢ ὃ τέμνουσα τῶν γωνιῶν ἐνθεῖα τέμνῃ καὶ τῶν βάσεων: πᾶσι τῆς βάσεως τὸν αὐτὸν ἔχον λόγον πᾶσι λοιπαῖς τῶν τριγώνων πλευραῖς. Ὁ ἴσιν πᾶσι τῆς βάσεως τμημασιν, τὸν αὐτὸν ἔχον λόγον πᾶσι λοιπαῖς τῶν τριγώνων πλευραῖς: ἀπὸ δὲ κορυφῆς ὑπὲρ τῶν τομῶν, ὑπὸ διευθυνομένη ἐνθεῖα, διχῶς τέμνῃ τῶν τῶν τριγώνων γωνίας.

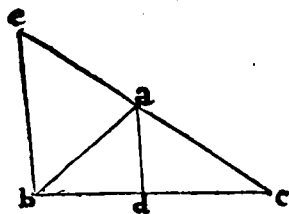
Theorema 3.

Propositio 3.

SI trianguli angulus bifariam secetur, dispescens autem angulum recta linea secuerit & basin: basis segmenta eandem habebunt rationem, reliquis ipsius trianguli lateribus. Et si basis segmenta eandem habuerint rationem, reliquis ipsius trianguli lateribus: à vertice ad basin coniuncta recta linea, bifariam dispescit trianguli angulum.

ORONTIVS. ¶ Sit datum a/b/c/ triangulū, cuius angulus b/a/c/ bifariam secetur, per nonam primæ: recta quidem a/d, basin ipsam b/c/ itidem secante in puncto d. Aio quòd b/d/ad/d/c/se habet, vt b/a/ad a/c. Per datum enim punctum b, datur rectæ lineæ a/d, parallela ducatur b/e, per trigessimam primam primi: producatūque c/a/ recta, per secundum postulatum, donec conuenit in punctū e/ cum ipsa b/e, feceritq; triangulū b/e/c. Conueniet autem c/a/ cum b/e, per quintum postulatum: propterea q̄ anguli e/b/c/ & b/c/e, duobus rectis sunt minores. nā angulus e/b/c, exteriori & opposito a/d/c, per vigesimam nonam primi est æqualis: & duo anguli a/d/c/ & d/c/a/ trianguli a/d/c, binis rectis minores existūt, per

Figure constructio.



ipsius primi decimaseptimā. His ita constructis, quoniam in parallelas a/d & b/e, rectæ incident a/b & e/c: æqualis est angulus a/b/e/ alterno b/a/d, necnon interior a/e/b/ exteriori & ex opposito d/a/c, per vigesimamnonā primi. Atqui b/a/d/ & d/a/c/ anguli, sunt inuicē per hypothesin æquales: duo itaq; anguli a/b/e/ & a/e/b/, æquales proinde sunt adinuicem. hinc latus a/b, lateri a/e, per sextam primi, æquale. Trianguli demū b/e/c, ad latus b/e/ acta est parallelus a/d, per constructionē: secat igitur a/d/ proportionaliter ipsius trianguli latera, per secundam huius sexti, sicut quidem b/d/ad d/c, sic e/a/ad a/c. Ipsi porro e/a, ostēsa est æqualis b/a. æquales autē ad eandem, eandem habēt rationem: per septimā quinti. Et sicut igitur b/d/ad d/c: sic b/a/ad a/c. ¶ Sit autem vt b/d/ad d/c, sic b/a/ad a/c & connectatur a/d/ recta, per primum postulatū. Dico verſa vice, quod a/d/ recta bifariam discindit angulum b/a/c. Constructa enim vt prius figura, quoniam ex hypothesi receptum est, sicut b/d/ad d/c, sic b/a/ad a/c. sed per secundā huius sexti, sicut b/d/ad d/c, sic e/a/ad a/c:

Primæ partis
ostensio.

Pars secundā
theorematis,
conuerſa pri-
mæ.

$\frac{b/a}{a/c} \cdot \frac{b/d}{d/c} = \frac{e/a}{a/c}$



in triangulo enim b/e/d, ad latus b/e/ acta est paralle-
lus a/d. Binæ itaq; rationes, b/a/inquā ad a/c, & e/a/
ad a/c, eidem rationi b/d/ad d/c/ sunt eadem: & pro-
pterea eadem adinuicem, per vndecimam quinti. Et si-

cut igitur b/a/ad a/c, sic e/a/ad eandem a/c. Quæ autem ad eandem, eandem habent
rationem: æquales sunt adinuicem, per nonam ipsius quinti. Aequalis est itaque b/
a, ipsi e/a: & proinde qui ad basin b/e/ sunt anguli, adinuicem æquales, per quintam
primi, hoc est, a/b/e/ ipsi a/e/b/. Et quoniam parallela est a/d/ ipsi b/e, & in eas inci-
dunt a/b/ & e/c/ lineæ rectæ: æqualis est angulus b/a/d/ alterno a/b/e, necnon & ex-
terior angulus d/a/c/ interiori & opposito a/e/b, per vigesimamnonā ipsius primi.
Ostensum est autē, angulos a/b/e/ & a/e/b/ fore inuicem æquales. quæ verò æqua-
libus æqualia sunt, ea quoq; inuicem sunt æqualia: per primæ communis sententiæ
interpretationem. Aequalis est igitur angulus b/a/d, angulo d/a/c. Et proinde angu-
lus b/a/c, sub a/d/ recta bifariam discinditur. Si trianguli itaque angulus bifariam
secetur: & quæ sequuntur reliqua. Quod demonstrandum susceperamus.

Θεώρημα δ, Πρόθεσις δ.

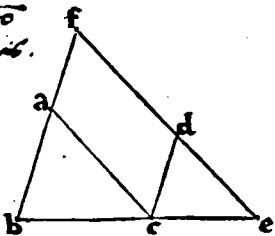
Tὰ ἰσογωνίω τριγώνων, ἀνάλογον εἰσὶν αἱ πλευραὶ αἱ πρὸς τὰς ἴσας γωνίας: καὶ ὁ μὲν ὅλοι αἱ
ἑκτὸς τὰς ἴσας γωνίας ἑκτὸς τείνεται πλευραὶ.

Theorema 4, Propositio 4.

4 **A** Equiangulorum triangulorum, proportionalia sunt latera
quæ circū æquales angulos: & similis sunt rationis, quæ æqua-
libus angulis latera subtenduntur.

ORONTIVS. ¶ Sint bina triangula inuicem æquiangula, a/b/c/ & d/e/c/: sitq; angulus a/b/c/ æqualis angulo d/e/c/, & b/a/c/ angulus ipsi c/d/e/, atq; a/c/b/ ipsi angulo d/c/e/. Aio latera ipsorum triangulorum a/b/c/ & d/e/c/ quæ circum æquales an-

equales angulos
officiuntur
construendi
gura. sicut angulos.



gulos, fore proportionalia: & quæ angulis subtenduntur æqualibus, eiusdem esse ra-
tionis. Constituatur enim b/c/ latus, in directum ipsius
c/e/ id autem efficietur, cum anguli b/c/d/ & d/c/e/ binis
rectis fuerint æquales, per decimamquartā primi. Pro-
ducantur insuper b/a/ & e/d/ latera in rectū & continuū
ad partes a/ & d/, per secundum postulatū: donec tandem
in vnum congregiantur punctū. Id enim per quintum
postulatū euenire necessum est, propterea quod anguli
a/b/c/ & a/c/b/, duobus rectis per decimaseptimā primi

ad æquales
punctum
quæ sunt
duobus rectis

construendi
gura. sicut angulos.

ſunt minores : & angulus d/e/c/angulo a/c/b/ per hypotheſin eſt æqualis. Ex quo fit, vt anguli a/b/e/ & d/e/b, eiſdem angulis a/b/c/ & a/c/ b/ ſint æquales : & proinde binis rectis itidem minores. Et quoniam ex hypotheſi angulus d/ c/ e, interiori & oppoſito ad eaſdem partes a/b/c/ eſt æqualis angulo, necnon & a/c/b/ip-

Θεώρημα ε, Πρόθεσις ε.

Εὰν δύο τρίγωνα τὰς πλευρὰς ἀτάλογοι ἔχῃ, ἰσὼν τὰ ἑξάγωνά, καὶ ἴσας ἔστω τὰς γωνίας ὑπὸ ἀξὶ δόμοιοι πλευραὶ ἁποτίεσθαι.

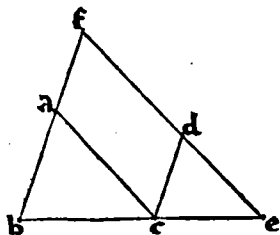
Theorema 5. Propositio 5.

SI duo triangula, latera proportionalia habuerint: æquiangula
erunt triangula, & æquales habebunt angulos sub quibus eius-
dem rationis latera subtenduntur.

ORONTIVS. ¶ Hæc est conuerſa præcedentis: quæ non potuit eadem figura, vel deductione (quemadmodum ſecunda & tertia obſeruauimus propoſitione) demonſtrari. Sint igitur bina triângula $a/b/c$ & $d/e/f$, habentia latera proportiona-

lia: sicut quidem a/b , ad b/c , sic d/e ad e/f , sicutq; b/c ad c/a , sic e/f ad f/d . Aio triangula ipsa $a/b/c$ & $d/e/f$, fore æquiangula : & æquales angulos comprehendere , Tub quibus eiusdem rationis latera subtenduntur : vtpote , angulum $a/b/c$, æquum fore angulo $d/e/f$, & angulum $b/c/a$ angulo $e/f/d$, atque angulum $b/a/c$ angulo $e/d/f$.
Ad datam enim rectam lineam e/f , & data illius puncta e & f , datis angulis rectilineis $a/b/c$ & $a/c/b$, æquales

**Demonstratio
theorematis.**



fic b/c/ad c/e.& æqualis ob

$$\frac{a/b}{d/c} = \frac{b/c}{c/e}$$


eadem c/d, eiusdem triang

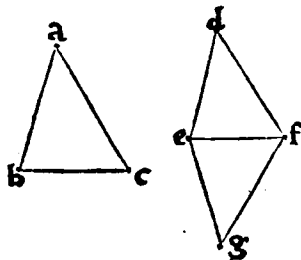
$$\frac{b}{c} \quad \frac{c}{e} \quad \frac{c}{a} \quad \frac{e}{d}$$


**c/e/ad e/d. Iam itaq; ostēsi
& c/e/ad e/d. Sunt igitur**

$$\frac{a/b, b/c, c/a. \quad d/c, c/e, e/d.}{\quad}$$

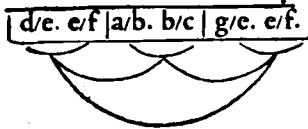

proportionalia sunt latera quæ circū æquales angulos:& similis sunt rationis quæ æqualibus angulis latera subtenduntur. Quod demonstrandum fuerat.

Constructio figuræ.



anguli constituatur, per vigesimamtertiam primi: $f/e/g$ /quidem ipsi $a/b/c$, & $e/f/g$ / ipsi $a/c/b$. Et quoniam anguli $a/b/c$ & $a/c/b$, per decimamseptimam ipsius primi, binis rectis sunt minores: & $f/e/g$ / itaque ac $e/f/g$ / anguli binis itidem rectis minores erunt. Conuenient ergo tandem e/g & f/g / rectæ lineæ, per quintum postulatam. Conueniant ad punctum g . triangulum erit igitur $e/f/g$: & reliquus angulus qui ad g , reliquo qui ad a æqualis, per corollariū trigessimæsecundæ eiusdem primi, vnâ cum ipsâ tertia communi sententia. Aequiangula sunt itaque $a/b/c$ & $e/f/g$ / triangu-
la, & proinde latera ipsorum proportionalia, quæ circum æquales angulos: & similis sunt rationis, quæ æqualibus angulis latera subtenduntur, per quartâ huius

Ostensionis de ductio.



d/e . e/f | a/b . b/c | g/e . e/f . | sexti. Est igitur sicut a/b ad b/c sic g/e ad e/f . sicut porro a/b ad b/c , sic est per hypothesin d/e ad ipsam e/f . Et sicut igitur d/e ad e/f , sic g/e ad eandem e/f , per vndecimam quinti. Quæ autem ad eandem eandem habent

rationem, æquales sunt adinuicē, per nonam quinti: æqualis est igitur d/e , ipsi e/g . Haud dissimiliter ostendemus d/f , ipsi f/g æqualem. eadem enim e/f ad vtranque, tum ex hypothesi, tum ex quarta huius sexti, eandem habet rationem: nepe quam b/c ad c/a . Ad quas porro magnitudines, eadem magnitudo eandem habet rationē, ipsæ sunt æquales, per eandem nonam quinti. Et quoniā æqualis est d/e ipsi e/g , vtrique autem cōmunis e/f binæ itaq; d/e & e/f trianguli $d/e/f$, duabus f/e & e/g trianguli $e/f/g$ sunt æquales altera alteri. & basis d/f , basi f/g æqualis. Angulus igitur $d/e/f$, angulo $f/e/g$ sub æqualibus rectis comprehenso, per octauam primi, est æqualis. Nec dissimili via demonstrabimus, angulum $e/d/f$, angulo $e/g/f$ æqualem: atq; $e/f/d$, ipsi $e/f/g$. semper enim ipsorum triangulorum bina latera, binis lateribus alterum alteri offendentur æqualia: necnon & basis, basi æqualis. Et cōtentos propterea sub æqualibus lineis rectis angulos, æquales habebunt: per eandem octauam primi. His præostensis, quoniam angulus $d/e/f$, æqualis est angulo $f/e/g$: eidē quoq; angulo $f/e/g$, æquus est per constructionem angulus $a/b/c$. Duo itaq; anguli $a/b/c$ & $d/e/f$, eidem angulo $f/e/g$ sunt æquales: & proinde æquales adinuicem, per primam communem sententiam. Pari discursu angulus $a/c/b$, angulo $d/f/e$: necnon & $b/a/c$ angulus, ipsi $e/d/f$ angulo cōcludetur æqualis. Aequiāgula sunt itaq; $a/b/c$, & $d/e/f$ triangu-
la. Si bina ergo triangu-
la: &c. vt in theoremate. Quod oportuit ostendisse.

Resolutio the-
orematis.

Θεώρημα 5, Πρόβλησις 5.

Εὰν δύο τρίγωνα μίαν γωνίαν μίαν γωνίαν ἴσῃ ἔχῃ, πάλιν ὅτι πᾶς ἴσος γωνία πᾶς πλοῦρα ἀνάλογον: ἵσοι γὰρ τὰ τρίγωνα, ὅστις ἔχει τὰς γωνίας, ὅφ' ἂν αἱ ὁμόλογοι πλοῦρα ᾖ ἰσοτελέσσι.

Theorema 6, Propositio 6.

6 **S**I bina triangu-
la vnum angulum vni angulo æqualem habue-
rint, & circum æquales angulos latera proportionalia: æqui-
angula erunt triangu-
la, & æquales habebunt angulos, sub quibus
eiusdem rationis latera subtenduntur.

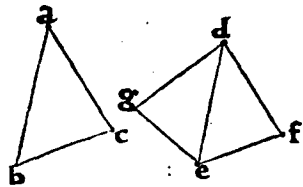
ΟΡΟΝΤΙ V S. ¶ Sint rursum bina triangu-
la $a/b/c$ & $d/e/f$, habētia vnum an-
gulum vni angulo æqualem, vtpote eum qui ad b /ei qui ad e atque circum eisdem
æquales angulos latera proportionalia, sicut a/b ad b/c , sic d/e ad e/f . Dico ipsa triā-
gula $a/b/c$ & $d/e/f$, fore æquiangula: & angulum $b/a/c$ angulo $e/d/f$, atq; $a/c/b$, ipsi
 $d/f/e$ responderentur cōæquari. Ad datam enim rectam lineam d/e , datūmq; illius
punctum e , vtriq; æqualium qui ad b & e sunt angulorū, æqualis angulus constitua-
tur $d/e/g$, per vigesimamtertiam primi: & per eandem, ad punctū d , ipsi angulo $b/a/c$

Figuræ com-
positio.

n.j.

Deductio
theorematis.

α qualis rursus constituatur angulus $e/d/g$. Et quoniam duo anguli $a/b/c$ & $b/a/c$ sunt minores duobus rectis, per decimamseptimam ipsius primi: erunt & ipsi anguli $d/e/g$ & $e/d/g$ binis itidem rectis minores. Conuenient ergo tandem d/g & e/g rectæ in continuum productæ, per quintum postulatū: sit illarū concursus in puncto g . Triangulum erit itaq; $d/e/g$: & reliquus angulus qui ad g , reliquo qui ad c æqualis, per tertiam communem sententiam, & ipsius trigessimæsecundæ primi corollarium. Aequiangula sunt itaque $a/b/c$ & $d/e/g$ triā-

Resolutio de
mōstrationis.

$d/e. e/f$	$a/b. b/c$	$d/e. e/g$
------------	------------	------------

gula: & proinde latera ipsorum proportionalia, similisq; rationis erunt quæ æqualibus angulis latera subtenduntur, per quartam huius sexti. Et sicut igitur a/b ad b/c , sic d/e ad e/g . Sicut porro a/b ad b/c , sic per hypothēsin d/e ad e/f . Et sicut igitur d/e ad e/f , sic ipsa d/e ad e/g : quæ enim eidem sunt eadem rationes, & adinuicem sunt eadem, per vndecimam quinti. Eadem itaque d/e , ad ipsas e/f & e/g eandem habet rationem: æqualis est igitur e/f ipsi e/g , per nonam ipsius quinti. His ita præ-

ostensis, quoniam æqualis est e/f ipsi e/g , vtrique autem cōmunis d/e : binæ itaq; d/e & e/f trianguli $d/e/f$, duabus d/e & e/g trianguli $d/e/g$, sunt æquales altera alteri: & æquos adinuicem continent angulos, per constructionem. Basis ergo d/f , basi d/g est æqualis, & totum triangulum toti triangulo æquale, reliqui insuper anguli reliquis angulis æquales sub quibus æqualia subtenduntur latera: per quartam primi. Aequalis est igitur angulus $e/d/f$ ipsi $e/d/g$, atq; is qui ad f ei qui ad g , æqualis. Sed eidem angulo $e/d/g$, æqualis est per constructionē angulus $b/a/c$ eidem insuper qui ad g , is qui ad c itidem æqualis. quæ autem eidem æqualia & adinuicem sunt æqualia: per primam communem sentētiā. Aequus est igitur angulus $e/d/f$, ipsi $b/a/c$ necnon & $d/f/e$, ipsi angulo $a/c/b$. Reliquū porro angulum $d/e/f$, reliquo $a/b/c$, ex hypothēsi recepimus æqualem. Aequiangula itaque sunt $a/b/c$ & $d/e/f$ triāgula: & æquales habent angulos, sub quibus eiusdem rationis latera subtenduntur. Ergo si bina triāgula: & quæ sequuntur reliqua. Quod demonstrare fuerat operæpretium.

Θεώρημα

ξ,

Πρόθεσις

ξ.

E Ἄν δύο τρίγωνα μίαν γωνίαν μίαν γωνίαν ἴσῃ ἔχῃ, πῶς δὲ τὰς ἄλλων γωνιών, τὰς πλὴν αὐτῶν ἀνάλογον, τῶν δὲ λοιπῶν ὑποθέσῃ ἅμα ἢ τοὶ ἐλάσσονα ἢ μὴ ἐλάσσονα δεῖξαι: ἴσων γωνίᾳ ἴσαι τὰ τρίγωνα, καὶ ἴσαι εἶναι τὰς γωνίας, πῶς δὲ ἀνάλογον εἶναι αὐτὰ πλὴν αὐτῶν.

Theorema 7,

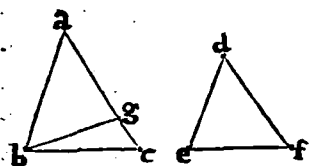
Propositio. 7.

SI bina triāgula vnum angulum vni angulo æqualē habuerint, 7 circum autem alios angulos latera proportionalia, reliquorū verò vtrunq; simul aut minorem aut non minorē recto: æquiangula erunt triāgula, & æquales habebunt angulos, circum quos proportionalia sunt latera.

Prima theore
matis siue
hypothēsis
pars.

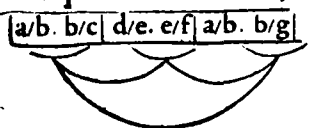
O R O N T I V S. ¶ Sint bina triāgula $a/b/c$ & $d/e/f$, vnum angulum vni angulo, vtpote eum qui ad a ei qui ad d æqualem habentia: & circum alios angulos, scilicet $a/b/c$ & $d/e/f$ latera proportionalia, sicut quidem a/b ad b/c , sic d/e ad e/f : reliquorū porro qui ad c & f sunt angulorum, vterque primū sit recto minor. Aio $a/b/c$ & $d/e/f$ triāgula, fore æquiangula: & angulum $a/b/c$ æquū esse angulo $d/e/f$, atque reliquum $a/c/b$ reliquo $d/f/e$ itidem æqualem. In primis enim, vel angulus

$a/b/c$ est æqualis angulo $d/e/f$, vel eidem inæqualis. Si æqualis fuerit $a/b/c$ ipsi $d/e/f$: reliquus $a/c/b$ reliquo $d/f/e$, per corollarium trigessimæ secundæ primi, & tertiam communem sententiam, erit æqualis. & proinde ipsa triangu-
la $a/b/c$ & $d/e/f$ æqui-
angula. Quòd si angulus $a/b/c$, non fuerit æqualis ipsi $d/e/f$: alter eorum, reliquo maior erit. Esto (si possibile fuerit) $a/b/c$ angulus, ipso $d/e/f$ angulo maior. & ad datam rectam lineam a/b , & datum in ea punctum bi ipsi angulo $d/e/f$ æqualis angulus constituitur $a/b/g$, per vigesimæ tertie primi: producatũq; b/g in latus a/c . cum enim angulus $a/b/c$, datus sit maior angulo $d/e/f$, cadet recta b/g inter a/b & b/c .



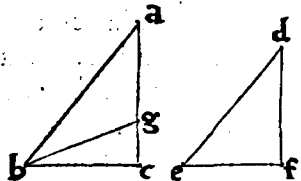
latera. His ita constructis, quoniam æqualis est angulus qui ad a/ei qui ad d, & qui sub a/b/g/ei qui sub d/e/f, æqualis: reliquus igitur angulus a/g/b, reliquo d/f/e, per corollarium trigessimæ secundæ primi, & tertiam cõmunem sententiã erit æqualis. Et proinde a/b/g/ triângulum, ipsi d/e/f/ triângulo æquiangulũ. Hinc per quar-nalia erunt latera quæ æqualibus subtenduntur angulis: a/b/ad b/g. sicut porrõ d/e/ad e/f, sic receptum est a/b/ad b/c. Et sicut igitur a/b/ad b/c, sic a/b/ad b/g, per vn-decimam quinti. Eadem itaque a/b, ad vtranc; ipsarum b/c/ & b/g, eandem habet rationem: æqualis erit igitur a/b/ipsi b/g, per nonã ipsius quinti. hinc per quintã pri-

**Demōstratio
eiusdē primæ
partis, ab im-
possibili.**



mi, angulus $b/c/g$ angulo $b/g/c$ erit equalis. Angulus porro $b/c/g$, minor recto suppositus est, & $b/g/c$ propterea angulus recto minor erit. Recta autem b/g , incidens super latus a/c , efficit $a/g/b$ & $b/g/c$ angulos binis rectis æquales, per decimateriam primi. Et quoniam $b/g/c$, recto minor ostensus est: operæpretium est, $a/g/b$ angulum, recto fore maiorem. Huic autem ostensus est æqualis $d/f/e$: & angulus itaq; $d/f/e$, recto maior erit. Atqui supponitur recto minor: quæ simul impossibilia sunt. Nō est igitur $a/b/c$ angulus, maior angulo $d/e/f$. haud dissimiliter ostēdetur, & neq; minor. Aequalis igitur est angulus $a/b/c$, ipsi $d/e/f$. Hinc reliquis qui ad c , reliquo qui ad f (vti supra) concludetur æqualis: & triacula consequenter $a/b/c$, & $d/e/f$ inuicem æquiangula. ¶ Sed esto simul vterq; eorum qui ad c & f sunt angulorum,

**Pars secunda
theorematis,
siue hypothes-
is differētia.**



non minor recto. Aio rursum triacula $a/b/c$ & $d/e/f$, esse nihilominus æquiangula. Constructis nanq; (veluti suprà) figuræ partibus: haud dissimiliter ostēdemus, b/c atq; b/g latera fore inuicem æqualia: & angulū propterea $b/c/g$, angulo $b/g/c$ per quintam primi responderē coræquari. Et quoniam angulus $b/c/g$ nō minor est recto: nec eodem recto minor erit angulus $b/g/c$. Trianguli itaq; $b/g/c$ duo anguli qui ad basin c/g , binis rectis non erunt minores: cōtra decimam septimā ipsius primi. Non est igitur $a/b/c$ angulus, maior angulo $d/e/f$: neq; eodem angulo minor. Aequalis est propterea angulus $a/b/c$, ipsi $d/e/f$: & reliquus $a/c/b$, reliquo $d/f/e$: consequenter æqualis, veluti suprà deductum est. Aequiangula sunt igitur $a/b/c$ & $d/e/f$ triacula: & æquales habent angulos, circum quos proportionalia sunt latera. Quod ostendendum receperamus.

Θεώρημα H,

Γρόθεσις **Η.**

ΕΑΝ ΟΙ ΟΡΘΟΓΩΝΙΟΙ ΤΡΙΓΩΝΟΙ, ΑΠΟ ΤΗΣ ΟΡΘΗΣ ΓΩΝΙΑΣ ΎΔΙ ΤΩΝ ΒΑΣΕΩΝ ΚΑΘΕΤΟΙ ΑΧΘῆ, ΤΑ ΠΕΔΙΑ ΤΗΣ ΚΑΘΕΤΟΥ ΤΡΙΓΩΝΟΥ ΘΜΟΙΟΔΕΣΙ ΤΡΑΠΕΖΟΙΣ ΕΣΤΙΝ.

Theorema 8.

Propositio 8.

SI in triángulo rectángulo, ab angulo recto in basin perpédicularis

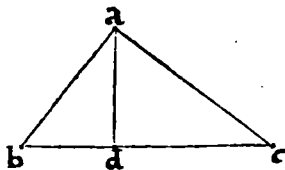
agatur: quæ ad perpendicularem triangula, similia sunt toti, & adinuicem.

Nota de casu
ipsius perpen-
dicularis.

ORONTIVS. ¶ Est rectangulum triangulum $a/b/c$, habens angulū qui sub $b/a/c$ rectum: & à dato puncto a , super datam rectam lineam b/c , perpendicularis deducatur a/d , per duodecimam primi. Cadet enim huiusmodi perpendicularis, intra datum $a/b/c$ triangulum: ipsumq; in bina diuidet triangula. Si enim incidere extra, producto b/c latere vsq; ad ipsam perpendicularem, triagulum efficere-
tur, cuius exterior angulus minor esset interiore & ex opposito, nempe acutus recto, contra decimam sextam primi. Neq; in alterutrum laterū aut a/b aut a/c poterit coincidere: duo enim anguli eiusdem trianguli non essent binis rectis minores, contra eiusdem primi decimam septimam. Cadit igitur intra $a/b/c$ triangulū.

Quod trian-
gulum $a/b/d$,
simile sit toti
 $a/b/c$.

Aio itaq; $a/b/d$ & $a/d/c$ triangula, toti $a/b/c$, atq; inuicem fore similia. ¶ In primis q; triangulum $a/b/d$ simile sit toti $a/b/c$ in hunc ostenditur modum. Angulus enim $a/d/b$, æquus est angulo $b/a/c$, per quartum postulatū, nēpe rectus recto. &



angulus qui ad b , vtriq; triangulo communis. Ergo reliquus $a/c/b$, reliquo $b/a/d$, per corollarium trigesimæ secundæ primi, & tertiam communem sententiam est æqualis. Aequiangula sunt itaq; $a/b/c$ & $a/b/d$ trian-
gula: & proinde quæ circum æquales angulos sunt la-
tera, inuicem proportionalia, per quartam huius sexti.

Sicut igitur b/c ad c/a , trianguli $a/b/c$ sic b/a ad a/d , trianguli $a/b/d$. sicut præterea c/a ad a/b , ipsius $a/b/c$ trianguli: sic a/d ad d/b , ipsius $a/b/d$ trianguli. sicut demum c/b ad b/a , eiusdem trianguli $a/b/c$ sic a/b ad b/d , eiusdem trianguli $a/b/d$. Simile est itaq; triangulum $a/b/d$, toti $a/b/c$ triangulo: per primam huius sexti diffinitionem.

Quod eidem
triangulo a ,
 b, c : simile sit
 a, d, c , triangu-
lum.

¶ Haud dissimili via ostendemus, triangulum $a/d/c$ ipsi toti $a/b/c$ fore simile. Rectus enim angulus $a/d/c$, recto $b/a/c$, per quartum æquatur postulatū. & is qui ad c est angulus, vtrique rursus triagulo communis. reliquus ergo $d/a/c$ angulus, reliquo $a/b/c$ (veluti suprà deduximus) est æqualis. Aequiangula itaq; sunt $a/b/c$ & $a/d/c$ triangula. Hinc per quartam huius sexti, proportionalia erunt latera quæ circum æquales sunt angulos. sicut quidem b/c ad c/a , trianguli $a/b/c$ sic a/c ad c/d , trianguli $a/d/c$. sicut rursus c/a ad a/b , ipsius $a/b/c$ trianguli: sic c/d ad d/a , ipsius $a/d/c$ triaguli. sicut præterea c/b ad b/a , eiusdem trianguli $a/b/c$: sic c/a ad a/d , eiusdem trianguli $a/d/c$. Simile est igitur $a/d/c$ triangulum, toti $a/b/c$ per eandem primam diffinitionem huius sexti.

Quod a, b, d ,
& a, d, c , trian-
gula, sunt ad-
inuicē similia

¶ Reliquum est, demonstrare q; ipsa $a/b/d$ & $a/d/c$ triangula similia sunt adinuicem. Id autem ex suprædictis ostensionibus, haud difficile colligemus. Angulus enim $b/a/d$, angulo qui ad c præostensus est æqualis: & is qui ad b , ipsi $d/a/c$ reliqui autem sunt recti, vtpote $a/d/b$ & $a/d/c$ anguli: & proinde æquales adinuicem, per idem quartum postulatū. Aequiangulum est itaq; $a/b/d$ triangulum, ipsi triangulo $a/d/c$. Et sicut igitur a/c ad c/d , sic b/a ad a/d . sicut præterea c/d ad d/a , sic a/d ad d/b . sicut demū c/a ad a/d , sic a/b ad b/d . Proportionalia nanq; sunt latera, quæ circum æquales angulos: per sæpius allegatam quartam huius sexti. Triangula itaq; $a/b/d$ & $a/d/c$, similia sunt adinuicem: per eandem primam huius sexti diffinitionem. Si in rectangulo igitur triangulo, ab angulo recto: & c. vt in theoremate. Quod oportuit demonstrasse.

Corollarium.

¶ Et quoniam ostēsum est sicut c/d ad d/a , sic a/d ad d/b : sicut insuper c/b ad b/a , sic a/b ad b/d : sicutque b/c ad c/a , sic a/c ad c/d . Proinde manifestum est, quod in triangulo rectangulo deducta ex angulo recto in basin perpendicularis, est media

proportionalis inter ipsius basis segmenta: & vnumquodq; præterea laterũ rectum continentium angulum, medium itidem proportionale est inter basin & segmentum, quod cum ipso congruitur latere.

T $\Gamma\epsilon\acute{o}\beta\lambda\eta\mu\alpha$ α , $\Gamma\epsilon\acute{o}\theta\epsilon\iota\sigma\iota\varsigma$ θ .
 $\text{Η}\epsilon\ \delta\ \theta\epsilon\acute{o}\iota\sigma\iota\varsigma\ \epsilon\upsilon\theta\epsilon\acute{\iota}\alpha\varsigma,\ \tau\acute{o}\ \pi\epsilon\omicron\varsigma\alpha\chi\theta\acute{\iota}\nu\ \mu\acute{\epsilon}\rho\theta\text{-}\acute{\alpha}\phi\epsilon\lambda\epsilon\mu.$

Problema 1,

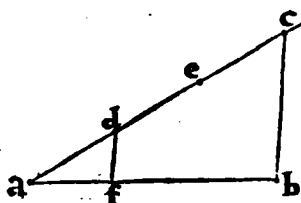
Propositio 9.

9 **D**ata recta linea, ordinatam partem abscindere.

ORONTIVS. ¶ Ordinatam partem hic vocat Euclides, quæ ab ordinato aliquo denominatur numero, & quota pars integræ magnitudinis ab ipsis nuncupatur arithmetici: vti secunda siue dimidia pars quæ à binario, tertia quæ à ternario, & quarta quæ ab ipso quaternario numero denominatur. Sit igitur data linea

Ordinata pars quid.

Exequutio problematis.



recta a/b : à qua sit operæpretium ordinatam aliquam, vt pote tertiam abscindere partem. A dato itaq; puncto a , recta quædam linea producat a/c , contingentem qui sub $b/a/c$ cum eadem efficiens angulum. Ipsius porro a/c , liberum aliquod punctũ versus a suscipiatur: sitq; illud d . Secentur deinde ipsi a/d æquales d/e & e/c , per tertiam primi: & connectatur recta b/c , per primum po-

stulatum. Tandem per punctũ d , ipsi b/c parallela ducatur d/f , per trigessimamprimam eiusdem primi. Triangulum est itaq; $a/c/b$, & ad latus c/b acta est parallela d/f secat igitur d/f ipsius trianguli latera proportionaliter, per secundam huius sexti, sicut quidem c/d ad d/a , sic b/f ad f/a . Et à composita igitur ratione, sicut c/a ad a/d , sic b/a ad a/f per decimaoctauam quinti. Tripla est autem c/a ipsius a/d : & b/a igitur ipsius a/f itidẽ erit tripla, & proinde a/f tertia pars ipsius a/b . Data itaque recta linea a/b , ordinatam partem (nempe tertiam) abscidimus. Quod facere oportebat.

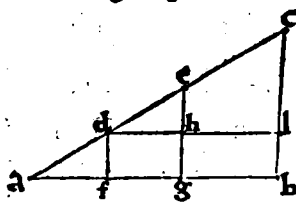
T $\Gamma\epsilon\acute{o}\beta\lambda\eta\mu\alpha$ β , $\Gamma\epsilon\acute{o}\theta\epsilon\iota\sigma\iota\varsigma$ ι .
 $\text{Η}\mu\ \delta\ \theta\epsilon\acute{o}\iota\sigma\iota\varsigma\ \epsilon\upsilon\theta\epsilon\acute{\iota}\alpha\varsigma\ \acute{\alpha}\tau\mu\mu\epsilon\tau\omicron\varsigma,\ \tau\acute{\eta}\ \delta\ \theta\epsilon\acute{o}\iota\sigma\iota\varsigma\ \epsilon\upsilon\theta\epsilon\acute{\iota}\alpha\varsigma\ \tau\acute{\epsilon}\tau\tau\mu\acute{\alpha}\mu\epsilon\tau\omicron\varsigma\ \delta\ \mu\omicron\iota\omega\varsigma\ \tau\iota\mu\acute{\epsilon}\mu.$

Problema 2,

Propositio 10.

10 **D**atam rectam lineam non sectam, datæ rectæ lineæ sectæ similiter secare.

ORONTIVS. ¶ Sit rursum a/b data & insecta linea recta, a/c verò vtcunq; secta in punctis d & e . Cõponantur autẽ a/b & a/c datæ rectæ lineæ, ad contingentẽ angulum qui sub $b/a/c$ & connectatur recta b/c , per primum postulatum. Per puncta consequenter d & e , ipsi b/c parallelæ ducantur rectæ lineæ d/f & e/g itidem & per punctum d , ipsi a/b parallela ducatur d/h , per trigessimamprimam primi, diuidens e/g in puncto h . Parallelogrãma sunt itaq; d/g & h/b . æqualis est propter-



ea f/g ipsi d/h , & g/b ipsi h/l : per trigessimamquartã ipsius primi. His ita præmissis, quoniam trianguli $a/e/g$, ad latus e/g acta est parallela d/f secat igitur d/f ipsius trianguli latera proportionaliter, per secundam huius sexti. Et sicut igitur a/d ad d/e , sic a/f ad f/g . Insuper quoniã trianguli $d/c/l$, ad latus c/l acta est parallela e/h :

Problematis ostensio.

sit rursum per eandem quartam huius sexti, sicut d/e ad e/c , sic d/h ad h/l . Ipsi verò d/h æqualis ostensa est f/g , atque ipsi h/l æqualis g/b . Aequales porro ad eadẽdem, eadẽdem habent rationem, & eadẽdem ad æquales: per septimã quinti. Sicut itaq; d/e ad e/c , sic f/g ad g/b . Præostensum est autem, sicut a/d ad d/e , sic a/f ad f/g . Et

n. iij.

sicut igitur a/d ad d/e , sic a/f ad f/g ; sicutq; d/e ad e/c , sic f/g ad g/b . Data ergo recta linea infecta a/b , data rectæ lineæ vtcunq; sectæ a/c , similiter secatur. Quod faciendum receperamus.



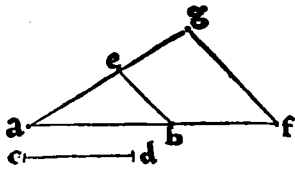
Πρόβλημα 3, Πρόθεσις 11.
 Το δοθεὶς ἑνὶ ὑποθῶν, τριτίῳ ἀνάλογον προσδιδῆναι.

Problema 3, Propositio 11.

DVabus datis rectis lineis, tertiam proportionalem inuenire, 11

Constructio figuræ.

O R O N T I V S. ¶ Sint datæ binæ rectæ lineæ a/b & c/d , quibus tertiam oporteat inuenire proportionalem. Ad datum itaque punctum a , datæ rectæ lineæ c/d æqualis recta linea ponatur a/e , per secundam primi, contingentem qui sub $e/a/b$ efficiens angulum. Et ipsis a/b & a/e in continuum rectumq; ad f & g puncta productis: vtriq; ipsarū c/d & a/e æqualis abscindatur b/f ,



per tertiam ipsius primi: cōnectatūq; recta b/e , per primum postulatū. Per trigessimam deinde primā eiusdē primi: per datū punctū f , ipsi b/e parallela ducatur f/g , conueniens cum a/e ad punctū g . Conuenient enim tandem per quintum postulatū: propterea q̄ anguli $e/a/b$

Demonstratio problematis.

& $a/b/e$ trianguli $a/e/b$, sunt per decimamseptimam primi binis rectis minores, & ipsi angulo $a/b/e$ interior, & ad easdem partes qui ad f per vigesimamnoniam ipsius primi æqualis. His ita constructis, quoniam trianguli $a/g/f$ ad latus f/g acta est parallela b/e : secatur igitur b/e ipsius $a/g/f$ trianguli latera proportionaliter, per quartam huius sexti, sicut quidem a/b ad b/f , sic a/e ad e/g . Aequalis porrò est c/d vtriq; ipsarū a/e & b/f per constructionem: & æquales ad eandem, eandem habent rationem, & eadem ad æquales, per septimam quinti. Et sicut igitur a/b ad c/d , sic eadem c/d ad e/g . Datis itaq; binis rectis lineis a/b & c/d , tertia proportionalis inuenta est e/g . Quod oportuit fecisse.



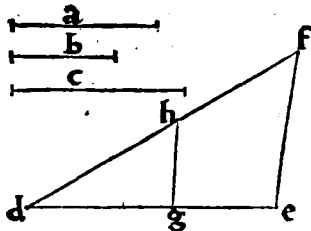
Πρόβλημα 4, Πρόθεσις 12.
 Τριῶν δοθεῶν ἑνὶ ὑποθῶν, τετάρτῳ ἀνάλογον προσδιδῆναι.

Problema 4, Propositio 12.

TRibus datis rectis lineis, quartam proportionalem inuenire. 12

Figure præparatio.

O R O N T I V S. ¶ Sint datæ tres lineæ rectæ a, b, c , quibus oporteat quartam inuenire proportionalem. Cōstituantur itaq; binæ quædam rectæ lineæ d/e atq; d/f , contingentem qui sub $e/d/f$ angulum efficientes. Secetūq; per tertiam primi ipsi a æqualis d/g , ipsi verò b æqualis g/e , & ipsi c æqualis d/h . Et connexa g/h , per primum postulatū: ducatur e/f ipsi g/h parallela, per trigessimamprimā ipsius primi. Per secundum tandem postulatū ipsæ d/h & e/f



Demonstratio nis resolutionis.

in continuum rectumq; producantur: donec conueniant ad punctum f . Concurrent enim tādē: quemadmodum ex præcedenti potes elicere demonstratione. His in hūc modum præparatis, quoniam triangulum est $d/f/e$, & ad latus e/f acta est parallela g/h : proportionalia itaq; sunt reliquorum laterum segmēta, per quartam huius sexti, sicut d/g ad g/e , sic d/h ad h/f . Ipsi porrò d/g æqualis est a , & b ipsi g/e , atq; c ipsi d/h æqualis, per constructionem. Aequales autem ad eandem, eandem habent rationem, & eadem ad æquales, per septimā quinti. Et sicut igitur a ad b , sic c ad h/f .

Tribus itaq; rectis lineis datis, a, b, c , quartam inuenimus proportionalē h/f . Quod faciendum fuerat.



Πρόβλημα 13, Πρόθεσις 17.
Το Δοθεσῶν ἑνθεσῶν, μίση ὡς ἀνάλογον πρὸς διθεσῶν.

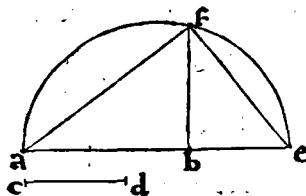
Problema 5.

Propositio 13.

13 DVabus datis rectis lineis, mediam proportionalem inuenire.

ORONTIVS. ¶ Sint datæ binæ rectæ lineæ a/b & c/d , inter quas receptū sit mediam inuenire proportionalem. Producat ergo altera earū, utpote a/b in rectum & continuū versus e , per secundum postulatū: & abscindatur b/e ipsi c/d æqua-

Constructio figuræ.



lis, per tertiam primi. Et diuisa a/e bifariam, per decimā ipsius primi: describatur ad alterutrius partis interval- lum semicirculus $a/f/e$, per tertium postulatū. A pun- cto deniq; b , perpendicularis excitetur b/f , per vndeci- mam primi: & connectantur a/f & f/e lineæ rectæ, per primū postulatū. His ita constructis, quoniam triā- guli $a/f/e$ angulus qui ad f est in semicirculo: is pro-

Sumaria pro- blematis ostē- sio.

pterea rectus est, per trigessimā primam tertij. Rectāgulum est itaq; $a/f/e$ triangu- lum, & ab angulo recto qui ad f in basin a/e perpendicularis demittitur f/b . Est igitur ipsa perpendicularis f/b media proportionalis inter a/b & b/e ipsius basis seg- menta, per primam partem corollarij octauæ huius sexti. Est igitur ut a/b ad b/f , sic b/f ad b/e . Ipsi porro b/e æqualis est c/d , per constructionem: & æquales ad eā- dem, eandem habēt rationem, & eadem ad æquales, per septimam quinti. Et sicut igitur a/b ad b/f , sic b/f ad c/d . Binis itaq; rectis lineis datis, a/b & c/d , media proportionalis inuenta est b/f . Quod oportebat facere.

Θεώρημα 9,

Πρόθεσις 18.

Τὰς ὁμοῦς τὰ καὶ μίαν μὴ ἴσην ἔχοντων γωνίαν παραλληλογράμμων, αὐτὴν πεπνυμένην αὐτὰς πλευρὰς, αὐτὴν περὶ τῆς ἑξῆς γωνίας: καὶ ὅν παραλληλογράμμων μίαν μὴ ἴσην ἔχοντων γωνίαν, αὐτὴν πεπνυμένην αὐτὰς πλευρὰς αὐτὴν περὶ τῆς ἑξῆς γωνίας, ἴσας ὄντας ἐκείνας.

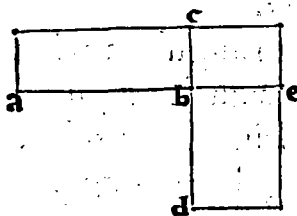
Theorema 9,

Propositio 14.

14 A Equalium & vnum vni æqualem habētium angulum paral- lelogrammorum: reciproca sunt latera, quæ circum æquales angulos. Et quorum parallelogrammorum vnum angulum vni angulo æqualem habentium, reciproca sunt latera, quæ circum æquales angulos: ea quoque sunt æqualia.

ORONTIVS. ¶ Sint bina parallelogramma inuicem æqualia, $a/b/c$ & $d/b/e$, angulum qui sub a/b & b/c , ei qui sub d/b & b/e continetur æqualē habentia. Di-

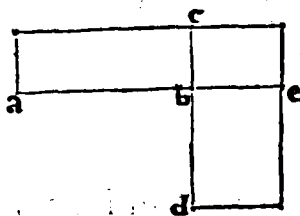
Pars prima theorematie.



co quod ipsorum parallelogrammorum $a/b/c$ & $d/b/e$ reciproca sunt latera, quæ circum æquales angulos: sicut quidem a/b ad b/e , sic d/b ad b/c . Constituantur enim a/b & b/e latera in directum: hoc autem fiet, cum anguli $a/b/c$ & $c/b/e$ fuerint æquales duobus rectis, per decimā quartam primi. In directum quoq; tunc erit d/b ipsi b/c , per eandem propositionem: anguli enim $d/b/e$ & $e/b/c$, binis itidem rectis, per primam & secundam communē sententiam, erunt æquales. Compleatur tandem $c/b/e$ parallelogrammum: productis in continuum

n. iij.

Eiusdem primæ partis ostensio.



rectumq; datorum parallelogrammorum lateribus, per secundum postulatū. Cum igitur $a/b/c$ parallelogrammū, æquale sit per hypothēsin ipsi $d/b/e$ parallelogrammo, & $c/b/e$ aliud quoddam vtrique comparabile parallelogrammum: erit proinde vt $a/b/c$ parallelogrammum, ad parallelogrammum $c/b/e$, sic parallelogrammum $d/b/e$ ad idem $c/b/e$ parallelogrammū. Aequales enim magnitudines ad eandem magnitudinem, eandem habent rationem, per septimam quinti. Sicut porro $a/b/c$ parallelogrammū, ad parallelogrammū $c/b/e$, sic per primā huius sexti, basis a/b ad basin b/e . sub eadē enim sunt altitudine ipsa $a/b/e$ & $a/b/c$ parallelogramma. Et sicut igitur basis a/b ad basin b/e , sic per vndecimam quinti, $d/b/e$ parallelogrammum, ad parallelogrammum $c/b/e$. Sicut rursus per eandem primam huius sexti, $d/b/e$ parallelogrammum, ad ipsum parallelogrammum $c/b/e$, sic basis d/b ad basin b/c . Et sicut igitur per ipsam vndecimam quinti a/b ad b/e , sic d/b ad b/c . Datorum itaque parallelogrammorum $a/b/c$ & $d/b/e$, reciproca sunt latera quæ circum æquales angulos: per secundam huius sexti diffinitionem.

Secunda pars theorematis, conuersa primæ.

¶ Sed esto vt qui ad b sunt anguli æquales sint adinuicem, & circū eosdem æquales angulos latera reciproce proportionalia, sicut a/b ad b/e , sic d/b ad b/c . Aio versa vice, qd $a/b/c$ parallelogrammum æquum est ipsi $d/b/e$ parallelogrammo. Receptum est enim ex hypothēsi, vt a/b ad b/e , sic d/b ad b/c . Sed sicut a/b ad b/e sic per primam huius sexti, parallelogrammum $a/b/c$ ad $c/b/e$ parallelogrammum. Et sicut igitur $a/b/c$ parallelogrammū, ad parallelogrammum $c/b/e$, sic per vndecimam quinti d/b ad b/c . Sicut rursus d/b ad b/c , sic per eandem primam huius sexti, parallelogrammum $d/b/e$ ad $c/b/e$ parallelogrammum. Et sicut igitur per ipsam vndecimam quinti $a/b/c$ parallelogrammum, ad $c/b/e$ parallelogrammum, sic parallelogrammū $d/b/e$ ad idē $c/b/e$ parallelogrammū. Vtrunq; igitur $a/b/c$ & $d/b/e$ parallelogrammum, ad idem parallelogrammū $c/b/e$ habet eandē rationem. æquū est itaq; $a/b/c$ parallelogrammū ipsi $d/b/e$ parallelogrammo, per nonā ipsius quinti. Aequaliū igitur & vnum vni æqualem habētium angulum parallelogrammorum: & quæ sequuntur reliqua. Quod ostendendum fuerat.

$a/b/c$ $c/b/e$ $a/b/e$ d/b b/c



$a/b/c$ $c/b/e$ d/b b/c $d/b/e$ $c/b/e$

lelogrammū $d/b/e$ ad idē $c/b/e$ parallelogrammū. Vtrunq; igitur $a/b/c$ & $d/b/e$ parallelogrammum, ad idem parallelogrammū $c/b/e$ habet eandē rationem. æquū est itaq; $a/b/c$ parallelogrammū ipsi $d/b/e$ parallelogrammo, per nonā ipsius quinti. Aequaliū igitur & vnum vni æqualem habētium angulum parallelogrammorum: & quæ sequuntur reliqua. Quod ostendendum fuerat.

Θεώρημα

1,

Πρόθεσις

15,

Τὸν ἴσον ὁ μίαν μὲν ἴσην ἔχοντων γωνίαν περιγώνων, αὐτὴν πεπνυμένας αὐτὴν πλεονάζει πρὸς ἰσὺς γωνίας: καὶ ὁ μίαν μὲν ἴσην ἔχοντων γωνίαν αὐτὴν πεπνυμένας αὐτὴν πλεονάζει πρὸς ἰσὺς γωνίας, ὅτε ὅστις ἐκείνα.

Theorema 10,

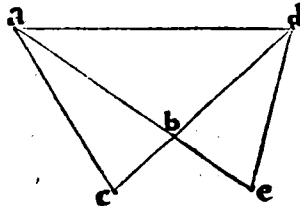
Propositio 15.

Equalium & vnū vni æqualem habentium angulum triangu-
lorum: reciproca sunt latera, quæ circum æquales angulos. Et
quorum vnum vni angulum æqualem habentium triangulorum
reciproca sunt latera, quæ circum æquales angulos: ea quoq; sunt
æqualia.

Prima theore-
matis pars.

¶ SINT bina triangu-
la $a/b/c$ & $d/b/e$, angulum qui sub a/b &

b/c , ei qui sub d/b & b/c continetur æqualem habentia. Dico latera ipsorum $a/b/c$ & $d/b/e$ triangulorum, quæ circum eosdem æquales sunt angulos, fore reciproce proportionalia: sicut quidem a/b ad b/e , sic d/b ad b/c . Collocentur enim a/b & b/c latera in directum, & d/b ipsi b/c quemadmodum præcedenti demonstratione,



ex decimaquarta primi, de parallelogrammorum deductum est lateribus. Connectatur demum recta a/d , per primum postulatum. Et quoniam per hypothesin, æquum est $a/b/c$ triangulum, ipsi triangulo $d/b/e$: & $a/b/d$ aliud quoddam vtriq; comparabile triangulum. Et sicut igitur $a/b/d$ triangulum ad triangulum $a/b/c$, sic idem triangulum $a/b/d$ ad triangulum $d/b/e$: eadem enim magnitudo,

ad æquales eandem habet rationem, per septimam quinti. Sicut porro triangulum $a/b/d$ ad triangulum $d/b/e$, sic per primam huius sexti, a/b ad b/e . Et sicut igitur per vndecimam quinti, a/b ad b/e , sic $a/b/d$ triangulum ad triangulum $a/b/c$.

$a/b/d$. $a/b/c$ $a/b/d$. $d/b/e$ $a/b/c$



a/b . b/e $a/b/d$. $a/b/c$ d/b . b/c



a/b ad b/e , sic d/b ad b/c . Aio qd $a/b/c$ triangulum, æquum est ipsi $d/b/e$ triangulo. Est enim ex hypothesi sicut a/b ad b/e , sic d/b ad b/c . Sed sicut a/b ad b/e , sic $a/b/d$ triangulum ad triangulum $d/b/e$: per primam huius sexti.

$a/b/d$. $d/b/e$ a/b . b/e d/b . b/c



Et sicut igitur d/b ad b/c , sic per vndecimam quinti, $a/b/d$ triangulum ad triangulum $d/b/e$. Sicut rursus d/b ad b/c , sic triangulum $a/b/d$ ad triangulum $a/b/c$, per sæpius allegatam primam huius sexti. Et proinde sicut $a/b/d$ triangulum ad triangulum $a/b/c$, sic per vndecimam ipsius quinti, idem $a/b/d$ triangulum ad triangulum $d/b/e$. Ad quas porro magnitudines, eadem magnitudo eandem habet rationem: ipsæ per nonam eiusdem quinti, sunt æquales.

Æquum est igitur $a/b/c$ triangulum, ipsi triangulo $d/b/e$. Aequalium itaq; & vni vni æqualē habentiū angulū: &c. vt in theoremate. Quod oportebat demonstrare.

Θεωρημα ια, Πρόβλημα ις.

Εὰν τρία γωνίαι ἐνθεῖαι ἀνάλογον ᾖσι, ὅτε ἂν τῶν ἀκέρων ἀντιμεχόμενον ὀρθογώνιον, ἴσῳ ᾖσι τῶν μίσων ἀντιμεχόμενον ὀρθογώνιον. καὶ ὅτε ἂν τῶν ἀκέρων ἀντιμεχόμενον ὀρθογώνιον, ἴσῳ ᾖσι τῶν μίσων ἀντιμεχόμενον ὀρθογώνιον, αἱ τρία γωνίαι ἐνθεῖαι, ἀνάλογον ἔσονται.

Theorema II, Propositio 16.

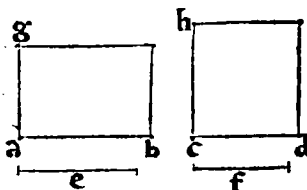
16 **S**I quatuor rectæ lineæ proportionales fuerint: quod sub extremis comprehensum rectangulum, æquum est ei, quod sub medijs continetur rectangulo. Et si sub extremis comprehensum rectangulum, æquum fuerit ei, quod sub medijs continetur rectangulo: quatuor rectæ lineæ proportionales erunt.

ORONTIVS. ¶ Sint datæ quatuor rectæ lineæ discontinuè proportionales

Pars secunda
conuerſa pri-
mæ.

Primæ partis
demonstratio.

$a/b, c/d, e, \& f$ sicut $a/b \text{ ad } c/d$, sic $e/ad f$. Aio q sub extremis $a/b \& f$ comprehensum rectangulum, æquum est ei quod sub medijs $c/d \& e$ rectangulo continetur. A datis enim punctis $a \& c$ datarum linearum $a/b \& c/d$, perpendiculares excitentur $a/g \& c/h$, per undecimam primi: seceturq; a/g æqualis ipsi f , $\& c/h$ æqualis ipsi e , per tertiam ipsius primi propositionem. $\&$ ductis vtrinq; parallelis, per trigessimam eiusdem primi, compleantur $g/b \& h/d$ parallelogramma. Et quoniam receptum est ut $a/b \text{ ad } c/d$, sic $e/ad f$. Ipsi porro e æqualis est c/h , $\&$ ipsi f æqualis a/g , per constructionem: $\&$ æquales ad eandem, eandem habent rationem, per septimam quinti.



Est igitur ut $a/b \text{ ad } c/d$, sic $c/h \text{ ad } a/g$. Parallelogrammorum itaq; $g/b \& h/d$, latera quæ circum æquales (vtpote rectos qui ad $a \& c$) sunt angulos, reciproce sunt proportionalia. Aequum est proinde g/b parallelogrammum ipsi h/d parallelogrammo, per secundam partem decimæ quartæ propositionis huius sexti. Est autē g/b parallelogrammū id quod sub $a/b \& f$, parallelogrammū verò h/d id quod sub $c/d \& e$ continetur rectangulum: æqualis est enim c/h ipsi e , $\& a/g$ ipsi f , per constructionem. Comprehensum itaq; sub extremis $a/b \& f$ rectangulum, ei quod sub medijs $c/d \& e$ continetur rectangulo, est æquale.

Secundæ partis
conversæ
prioris, ostensio.

¶ Est nunc ut ipsum g/b sub extremis comprehensum rectangulum, æquum sit h/d rectangulo, quod sub medijs $c/d \& e$ continetur. Dico versa vice, quatuor ipsas rectas lineas fore inuicem proportionales. Eadem nanque manente constructione, quoniam g/b est id quod sub $a/b \& a/g$, ipsum verò h/d id quod sub $c/d \& c/h$ continetur rectangulum, per primam definitionem secundi: $\& e$ ipsi c/h , atq; f ipsi a/g , per constructionem æqualis. Est itaq; g/b id quod sub $a/b \& f$, necnon $\& h/d$ id quod sub $c/d \& e$ comprehenditur rectangulum. Sed id quod sub $a/b \& f$ comprehenditur rectangulum, æquum est ei per hypothesein quod sub $c/d \& e$ continetur rectangulo. Aequū est igitur g/b rectangulum, ipsi rectangulo h/d : $\&$ angulus qui ad a angulo qui ad c æqualis, per quartum postulatum, nempe rectus recto. Aequalium porro $\&$ vnum vni æqualem habetium angulum parallelogrammorum, reciproca sunt latera quæ circum æquales angulos, per primam partem ipsius decimæ quartæ huius sexti. Et sicut igitur $a/b \text{ ad } c/d$, sic $c/h \text{ ad } a/g$. Ipsi porro c/h æqualis est e , $\& f$ ipsi a/g , per ipsam constructionem: æquales præterea ad eandem, eandem habent rationem, $\&$ eadem ad æquales, per septimam quinti. Est igitur ut $a/b \text{ ad } c/d$, sic $e/ad f$. Si quatuor itaque rectæ lineæ proportionales fuerint: $\&$ quæ sequuntur reliqua. Quod erat ostendendum.

Θεώρημα 12, Πρόβλημα 12.

Εάν τρεῖς ὑποθαῖ ἀνάλογον ᾖσι, ὥς ἔστι τῶν ἀκέρων πολλαχόμηνον ὀρθογώνιον, ἴσον ἔστι τῷ ἀπὸ τῆς μέσης τετραγώνῳ. καὶ ἐὰν ὥς ἔστι τῶν ἀκέρων πολλαχόμηνον ὀρθογώνιον, ἴσον ἔστι τῷ ἀπὸ τῆς μέσης τετραγώνῳ, αἱ τρεῖς ὑποθαῖ ἀνάλογον ἔσονται.

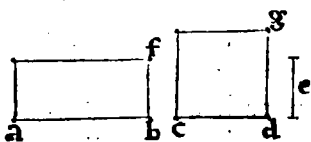
Theorema 12, Propositio 17.

SI tres rectæ lineæ proportionales fuerint: quod sub extremis comprehensum rectangulū, æquū est ei quod à media fit quadrato. Et si quod sub extremis continetur rectangulum, æquū fuerit ei quod à media fit quadrato: ipsæ tres rectæ lineæ proportionales erunt.

Pars prima
theorematis.

ORONTIVS. ¶ Sint tres rectæ lineæ continuè proportionales $a/b, c/d, \& e$: sicut $a/b \text{ ad } c/d$, sic $c/d \text{ ad } e$. Dico quòd sub $a/b \& e$ comprehensum rectangulum, æquum est ei quod à media c/d fit quadrato. Describatur enim ex $a/b \& b/f$ quæ

fit æqualis ipsi e, rectangulum a/f, per vndecimam, & tertiam, atq; trigessimā primā primæ: ex c/d, verò, quadratum c/g, per ipsius primi quadragesimæ sextæ. Aequalis erit igitur d/g, ipsi c/d, per ipsius quadrati diffinitionem: & æquales ad eandem, eandem habent rationē, per septimam quinti. Sicut igitur a/b/ ad c/d, sic d/g/ ad e.



Quatuor itaque rectæ lineæ a/b, c/d, d/g, & e, sunt discōtinuè proportionales. Cōprehensum ergo sub extremis rectangulum, æquum est ei quod sub medijs rectangulo cōtinetur: per primam partem antecedentis decimæ sextæ propositionis. Sed rectangulū a/f, est id quod sub

a/b/ & e, nam a/f/ est æqualis ipsi e, per constructionem: rectangulum autem c/g, id quod ex c/d/ quadratum. Quod igitur sub extremis a/b/ & e/ comprehenditur rectangulum, æquū est ei quod à media c/d/ fit quadrato. ¶ Sed detur vt id quod sub a/b/ & e/ continetur rectangulum, æquū sit ei quod ex c/d/ fit quadrato. Aio respondentem, fore sicut a/b/ ad c/d, sic c/d/ ad e. Eisdem namq; veluti suprā constructis: quoniā id quod sub a/b/ & e/ continetur rectangulum, æquū est ei per hypothēs in quod ex c/d/ fit quadrato. Sed ei quod sub a/b/ & e/ continetur rectangulo, æquum est rectangulum a/f, (æqualis siquidem est b/f/ ipsi e, per constructionem) & c/g, id quod ex c/d/ fit quadratum. Aequum est igitur a/f/ rectangulum ipsi quadrato c/g. Quadratum porrò c/g/ sub duabus rectis lineis c/d/ & d/g/, per primam diffinitionem secūdi cōtinetur. Quatuor itaque sunt rectæ lineæ a/b, c/d, d/g, & b/f/ & quod sub extremis a/b/ & b/f/ rectangulum continetur, æquum est ei quod sub medijs c/d/ & d/g/ comprehenditur rectangulo. Proportionales itaque sunt eadem quatuor rectæ lineæ, per secūdā partem ipsius antecedentis decimæ sextæ propositionis: sicut a/b/ ad c/d, sic d/g/ ad b/f/. Sed e/ ipsi b/f/ per constructionem est æqualis: & c/d/ ipsi d/g/, per quadrati diffinitionem. æquales porrò ad eandem, eandem habent rationem, & eadem ad æquales, per septimam quinti. Est igitur vt a/b/ ad c/d, sic eadem c/d/ ad e. Si tres itaq; rectæ lineæ proportionales fuerint: & c. vt in theoremate. Quod demonstrandum receperamus.

Secūda pars
conuerſa pri
mæ.

Πρόβλημα 6, Πρόβλημα 18.

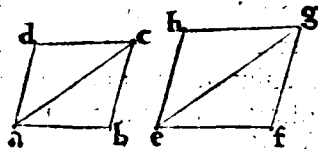
A πρὸ τῆς δοθείσης εὐθείας, ὅςθ' ἀορίστη εὐθυγράμμος ὁμοίοντε κ' ὁμοίως κείμενον εὐθύγραμμοι ἀναγράσσει.

Problema 6, Propositio 18.

18 **A** Data recta linea: dato rectilineo simile, similiterq; positum rectilineum describere.

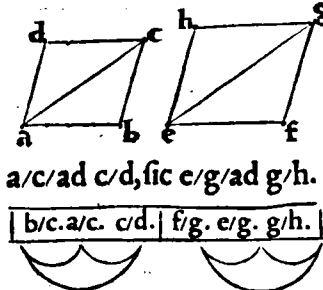
ORONTIVS. ¶ Sit datum rectilineū a/b/c/d, data verò linea recta e/f, ex qua, vel super quam, oporteat ipsi a/b/c/d/ rectilineo simile similiterque positum describere rectilineum. Connectatur itaq; a/c/ recta, per primum postulatum. & ad datam rectam lineam e/f, & data illius puncta e/ & f, datis angulis c/a/b/ & a/b/c, æquales per vigesimā tertiam primi constituatur anguli, g/e/f/ quidē ipsi c/a/b/, & e/f/g/ ipsi a/b/c/. Et quoniā anguli c/a/b/ & a/b/c/, per decimā septimā primi, sunt minores duobus rectis: & ipsi quoq; anguli g/e/f/ & e/f/g/, binis itidem rectis sunt minores. concurrent ergo tandem e/g/ & f/g/ in continuum rectūq; productæ, per quintum postulatum: cōueniant itaq; ad punctū g. Reliquus igitur angulus e/g/f, reliquo a/c/b/, per corollarium trigesimæ secundæ primi, & tertiam cōmunem sententiam erit æqualis. Aequiangulum est propterea e/f/g/ triangulum, ipsi a/b/c/ triangulo. Ad datam rursus lineam rectam e/ g, & data illius puncta e/ & g: datis angulis d/a/c/ & a/c/d, æquales anguli per eandem

Descriptio p
positi rectil
nei.



vigesimamtertiam primi constituatur, h/e/g/quidem ipsi d/a/c, & e/g/h/ ipsi a/c/d. & producatur e/h/ & g/h, per secundum postulatum: donec (veluti priores) congre-
diantur ad punctum h. Erit itaq; reliquus angulus qui ad h, reliquo qui ad d/ conse-
quenter æqualis: & proinde e/g/h/ triangulum, ipsi a/c/d/ triangulo æquiangulum.

Problematis
ostensiva res-
olutio.



a/c/ad c/d, sic e/g/ad g/h.

b/c/ad a/c, sic f/g/ad e/g.

c/d/ad d/a, sic g/h/ad h/e.

d/a/ad a/b, sic h/e/ad e/f.

e/f/ad e/f.

f/g/ad g/h.

g/h/ad h/e.

h/e/ad e/f.

e/f/ad e/f.

f/g/ad g/h.

g/h/ad h/e.

h/e/ad e/f.

e/f/ad e/f.

f/g/ad g/h.

g/h/ad h/e.

h/e/ad e/f.

e/f/ad e/f.

f/g/ad g/h.

g/h/ad h/e.

h/e/ad e/f.

e/f/ad e/f.

f/g/ad g/h.

g/h/ad h/e.

h/e/ad e/f.

e/f/ad e/f.

f/g/ad g/h.

g/h/ad h/e.

h/e/ad e/f.

e/f/ad e/f.

f/g/ad g/h.

g/h/ad h/e.

h/e/ad e/f.

e/f/ad e/f.

f/g/ad g/h.

g/h/ad h/e.

h/e/ad e/f.

e/f/ad e/f.

f/g/ad g/h.

g/h/ad h/e.

Aequiangulum insuper est e/f/g/ triangulum, ipsi trian-
gulo a/b/c. Aequiangulorum porrò triangulorum pro-
portionalia sunt latera, quæ circū æquales angulos, per
quartam huius sexti. Est igitur vt a/b/ ad b/c, sic e/f/ ad
f/g. sicut insuper b/c/ad a/c, sic f/g/ad e/g. sicut præterea
Et ex æquali igitur, per vigesimamsecundam quinti, si-
cut b/c/ ad c/d, sic f/g/ad g/h. Rursum est sicut c/ d/ ad
d/a, sic g/h/ ad h/e. Et sicut d/a/ad a/c, sic h/e/ad e/g. si-
cutq; a/c/ad a/b, sic e/g/ad e/f. Et ex æquali rursum, per
eandem vigesimamsecundam quinti, sicut d/a/ad a/b, sic

h/e/ad e/f. Et quoniam angulus g/e/f, angulo c/a/b/ est æqualis: & h/e/g/ ipsi d/a/c/
totus propterea angulus h/e/f, toti d/a/b, per secundam cōmunem sententiā æqua-

lis est. Et proinde totus f/g/h, toti b/c/d/ responderet
æqualis. Angulus porrò qui ad f, angulo qui ad b: & re-
liquus qui ad h, reliquo qui ad d/ æqualis ostensus est.

Aequiangulum est itaque e/f/g/h/ rectilineum, ipsi re-
ctilineo a/b/c/d. Patuit, quòd & latera quæ circū æquales sunt angulos, cum eodem
habet proportionalia: sicut a/b/ad b/c, sic e/f/ad f/g: sicut item b/c/ad c/d, sic f/g/ad
g/h: & sicut c/d/ad d/a, sic g/h/ad h/e: sicut denique d/a/ad a/b, sic h/e/ad e/f. Simile
est itaq; rectilineum e/f/g/h, ipsi rectilineo a/b/c/d, atq; similiter positū: per primā
huius sexti diffinitionem. Super data igitur recta linea e/f, dato rectilineo a/b/c/d,
simile similiterq; positum rectilineum descriptū est e/f/g/h. Quod fecisse oportuit.

T

Α ὁμοία τρίγωνα, πρὸς ἄλληλα οὕτως ἀπασίνοι λόγῳ ὥς τῶν ὁμολόγων πλὴν ὁμοῦ.

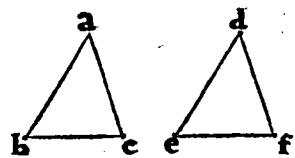
Theorema 13, Propositio 19.

Similia triangula: adinuicem in dupla sunt ratione laterum si-
milis rationis. 19

ORONTIVS. ¶ Sint bina & similia, hoc est æquiangula & proportionalium
laterum triangula, a/b/c/ & d/e/f/ habentia angulum qui ad b/ æqualem angulo qui
ad e, & sicut a/b/ad b/c, sic d/e/ad e/f. Dico triangulum a/b/c/ ad triangulum d/e/f/
duplicem habere rationem, quam latus b/c/ad latus e/f/ seu quòd ratio ipsius a/b/c/
trianguli ad triangulum d/e/f/, ex lateris b/c/ad latus e/f/ duplicata ratione cōsurgit.

Prima ostens-
ionis differē-
tia.

In primis itaq; aut b/c/ est æqualis ipsi e/f/, aut inæqualis. Si æqualis: erit sicut a/b/
ad e/f/, sic d/e/ad b/c. æquales enim ad eandem, eandem habent rationem, & eadem



ad æquales, per septimam quinti. Et proinde triangula
a/b/c/ & d/e/f/, habebūt vnū angulum vni angulo æqua-
lem: & quæ circū æquales angulos latera reciproce pro-
portionalia. Aequum erit itaque triangulum a/b/c/ ipsi
triangulo d/e/f/, per secundam partē decimæquintæ hu-
ius sexti: sicuti & basis b/c, basi e/f. Atqui ratio æqualita-
tis eorundem triangulorum, ex ipsa ratione æqualitatis laterū b/c/ & e/f/ duplicata,
aut quouis alio modo multiplicata cōsurgit. Quantitates enim duarum rationum
æqualitatis, per quintam diffinitionem huius sexti multiplicatæ: restituant æquali-
tatis itidem quātitatem. ¶ At si b/c/ fuerit inæqualis ipsi e/f/, altera earū erit maior.

Est b/c , ipsa e/f maior. Et ipsis b/c & e/f , tertia suscipiatur proportionalis b/g , per vndecimam huius sexti: sicut b/c ad e/f , sic e/f ad b/g . & connectatur recta a/g , per primum postulatam. Et quoniam est ut a/b ad b/c , sic d/e ad e/f & permutatim igitur, per sedecimam quinti, sicut a/b ad d/e , sic b/c ad e/f . Sicut porro b/c ad e/f ,

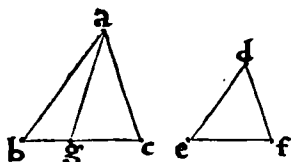
Secunda etiam
demonstratio
nis differentia.

a/b . d/e . | b/c . e/f . | e/f . b/g .



les angulos. Aequum est itaque $a/b/g$ triangulum, ipsi triangulo $d/e/f$, per secundam partem quindecimae huius sexti. Rursum quoniam est sicut b/c ad e/f , sic e/f ad b/g :

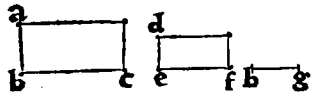
tres itaque rectae lineae sunt proportionales. Prima igitur ad tertiam, duplicem rationem habet, quam ad secundam: per decimam huius quinti definitionem. Sed sicut prima b/c ad tertiam b/g , sic $a/b/c$ triangulum ad triangulum $a/b/g$, per primam huius sexti: sub eodem enim sunt vertice, atque in eadem altitudine ipsa trian-



gula. Et triangulum igitur $a/b/c$ ad triangulum $a/b/g$, duplam rationem habet quam b/c ad e/f . Ipsi porro $a/b/g$ triangulo, aequum est triangulum $d/e/f$: & idem triangulum ad aequalia triangula eandem habet rationem, per septimam quinti. Et triangulum igitur $a/b/c$ ad triangulum $d/e/f$, duplicem rationem habet quam b/c ad e/f . Simila itaque triangu- la, in dupla ratione sunt laterum similis rationis. Quod demonstrandum receperamus.

Corollarium.

¶ Fit proinde manifestum, quod si tres rectae lineae fuerint proportionales: erit sicut prima ad tertiam, sic quod a prima describitur rectangulum, ad simile similiterque positum rectangulum quod a secunda. Ostensum est enim



sicut b/c ad b/g , sic $a/b/c$ triangulum ad triangulum $a/b/g$. Et sicut igitur b/c ad b/g , sic a/c rectangulum ad d/f rectangulum.

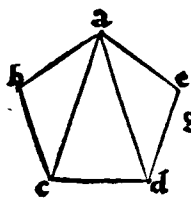
Πρόβλημα 14, Πρόβλημα 20.

TΑ ὁμοία πολύγωνα, ἂν διὰ τὴν ὁμοίαν τριγώνων διαιρεθῶσι, καὶ ἂν ἴσῃ τὸ πλῆθος, καὶ ὁμολογῶν τοῖς ὅλοις. καὶ τὸ πολύγωνον διπλαστικὸν λόγον ἔχει, ἢ πᾶσι ὁμολογῶν πλῆθος ὁμολογῶν πλῆθος.

Theorema 14, Propositio 20.

20 **S**imilia polygona, in similia triangu- la diuiduntur, & in aequalia numero: & aequali ratione totis. Et polygonum ad polygonum duplicem rationem habet, quam similis rationis latus ad similis rationis latus.

ORONTIVS. ¶ Sint bina & similia polygona $a/b/c/d/e$ & $f/g/h/k/l$: habentia angulum qui ad f angulo qui ad a aequalem, & eum qui ad g ei qui ad b , & qui ad h ei qui ad c , & sic de cæteris: sitque ut latus a/b ad b/c , sic f/g ad g/h , sicutque b/c

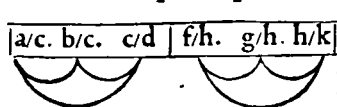


ad c/d , sic g/h ad h/k , & deinceps ita, seruata laterum & angulorum respondentia. Dico primum, quod ipsa $a/b/c/d/e$ & $f/g/h/k/l$ polygona, in similia & aequalia numero diuiduntur triangu- la. Connectatur enim a/c & a/d , necnon f/h & f/k lineae rectae, per primum postulatam. Et quoniam per hypothesin (hoc est, datam polygonorum similitudinem) angulus qui ad b aequus est angulo qui ad g ,

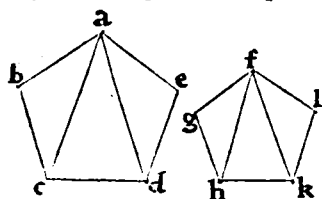
Prima theore-
matis pars.

o.j.

& sicut latus a/b ad b/c , sic f/g ad g/h : fit ut bina triangula $a/b/c$ & $f/g/h$, habeant vnum angulum vni angulo æqualem, & quæ circum æquales angulos latera proportionalia. Aequiangula sunt propterea $a/b/c$ & $f/g/h$ triangula, per sextam huius sexti: & æquales habent angulos, sub quibus eiusdem rationis latera subtenduntur, utpote angulum b/a angulo g/f , & angulum b/c ipsi g/h . Hinc per quartam eiusdem sexti, proportionalia sunt latera quæ circum æquales angulos, & similis rationis quæ æqualibus angulis latera subtenduntur: sicut igitur a/c ad b/c , sic



f/h ad g/h . Sed per hypothesin, ut b/c ad c/d , sic g/h ad h/k . Et ex æquali igitur, sicut a/c ad c/d , sic f/h ad h/k : per vigesimam secundam quinti. Et quoniam totus angulus b/c d, toti angulo g/h k, per hypothesin est æqualis, & angulus b/c a, ipsi g/h f æqualis nunc ostensus est: reliquus igitur a/c d, reliquo f/h k, per tertiam communem sententiā est æqualis. Triangula itaq; $a/c/d$ & $f/h/k$, habent rursus vnum angulum vni angulo æqualem, & quæ circum æquales angulos latera proportionalia: æquiangula sunt igitur $a/c/d$ & $f/h/k$ triangula, per eandem sextam huius sexti. Et per quartam ipsius sexti, latera quæ circum æquales angulos proportionalia. Haud dissimiliter ostendetur triangulum $a/d/e$,



Pars secunda
theorematis.

¶ Dico insuper, quod ipsa triangula sunt inuicē, atq; totis ipsis polygonis proportionalia: sicut triangulū $a/b/c$ ad triangulū $f/g/h$, sic $a/c/d$ ad $f/h/k$, & $a/d/e$ ad $f/k/l$ triāgulū: sicutq; $a/b/c$ triangulum ad ipsum triangulū $f/g/h$, sic $a/b/c/d/e$ polygonum ad polygonū $f/g/h/k/l$. Cum enim $a/b/c$ triangulū simile sit $f/g/h$ triangulo, sintq; a/c & f/h similis rationis latera: triangulum igitur $a/b/c$ ad triangulum $f/g/h$, duplicem rationē habet, quam latus a/c ad latus f/h , per antecedentē decimam nonā propositionē. Et proinde triāgulū $a/c/d$ ad triangulū $f/h/k$ duplatam itidem rationē habet, quam idem latus a/c ad latus f/h . Quæ autē eidem sunt eadem rationes, ad inuicē sunt eadem: per vndecimā quinti. Et sicut igitur $a/b/c$ triangulum ad triangulum $f/g/h$, sic triangulum $a/c/d$ ad triangulum $f/h/k$. Rursus quoniam triangulum $a/c/d$ simile est triāgulo $f/h/k$, & latus a/d similis rationis cum f/k : triangulum propterea $a/c/d$ ad triāgulū $f/h/k$ duplatam rationem habet, quam latus a/d ad latus f/k , per ipsam antecedentem decimam nonā huius sexti. Et triangulum consequēter $a/d/e$ ad triangulum $f/k/l$ duplatam itidem rationē habet, quam idem latus a/d ad ipsum latus f/k . Et sicut igitur $a/c/d$ triangulum, ad triangulum $f/h/k$: sic per eandem vndecimā quinti, triangulum $a/d/e$ ad triangulum $f/k/l$. Sicut

$a/b/c$ $f/g/h$ $a/c/d$ $f/h/k$ $a/d/e$ $f/k/l$



porrò $a/c/d$ ad $f/h/k$, sit patuit $a/b/c$ triangulum ad triangulum $f/g/h$. Et sicut igitur, per vndecimam ipsius quinti, triangulum $a/b/c$ ad triangulū $f/g/h$: sic triangulum $a/d/e$ ad triangulum $f/k/l$. Proportionalia itaque sunt ipsa nuper expressa triangula: sicut $a/b/c$ ad $f/g/h$, sic $a/c/d$ ad $f/h/k$, & $a/d/e$ ad $f/k/l$. Est igitur per duodecimā quinti, sicut vnū antecedentium ad vnum consequentiū: sic omnia antecedentia, ad omnia consequentiā. Sicut itaq; triangulum $a/b/c$, ad triangulum $f/g/h$: sic $a/b/c/d/e$ polygonum, ad polygonum $f/g/h/k/l$. Sunt igitur ipsa triangula tum inuicem, tum ipsis totis polygonis

Sicut — $a/b/c$.	ad $\begin{cases} f/g/h. \\ f/h/k. \\ f/k/l. \end{cases}$
sic — $a/c/d$.	
& — $a/d/e$.	

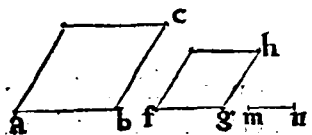
proportionalia. ¶ Aio demū q̄ polygonū $a/b/c/d/e$, ad $f/g/h/k/l$, duplatam rationē habet, quam latus a/b ad similis rationis latus f/g . Ostensum est enim vt triangulū $a/b/c$, ad triangulū $f/g/h$: sic $a/b/c/d/e$ polygonū, ad polygonū $f/g/h/k/l$. Sed triangulū $a/b/c$ ad triangulū $f/g/h$ duplatam rationem habet, quam a/b latus ad similis rationis latus f/g , per antecedentem decimam nonā propositionem huius sexti: simile nanq; ostensum est $a/b/c$ triangulū, ipsi $f/g/h$ triangulo. Et polygonū igitur $a/b/c/d/e$, ad polygonū $f/g/h/k/l$ duplatam rationem habet, quam latus a/b ad similis rationis latus f/g . Similia itaq; polygona: &c. vt in theoremate. Quod fuerat ostendendum.

Corollarium primum.

¶ Fit itaq; generaliter manifestum, q̄ similes quæcunq; rectilinearē figuræ, in dupla ratione sunt adinuicem similis rationis laterum: id est, q̄ ratio similium rectilinearū figurarum, ex duplata similium laterum ratione consurgit. Id enim primò patuit in triangulis, & rectangulis, siue quadratis: nunc autem in polygonis, & omnia polygona in triacula diuisibilia sunt.

Corollarium secundum.

¶ Sequitur rursus, quod si tres rectæ lineæ fuerint proportionales: erit sicut prima ad tertiam, sic descripta super primam vel à prima species rectilinei, ad simile similiterq; positam speciem, quæ à secunda vel supra secundam conscribitur. Ostensum est enim polygonū $a/b/c/d/e$, ad polygonū $f/g/h/k/l$ duplam rationē habere, quam latus a/b ad latus f/g . & si ipsarum a/b & f/g tertiam acceperimus proportionalem, per vndecimam huius sexti, utpote m/n : ipsa a/b ad m/n duplam itidem rationē habebit, quam eadē a/b ad f/g , per decimam diffinitionem quinti. Et proinde sicut a/b ad m/n , sic $a/b/c$ rectilineum ad simile similiterque positum rectilineum $f/g/h$.



T

Θεώρημα 15,

Πρόθεσις κα.

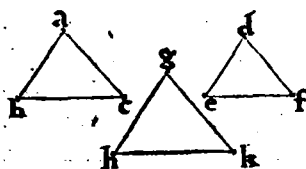
Α ὅτι αὐτῶ ἐνθυγαμμῶ ὅμοια καὶ ἀλλήλοις ὅσιν ὅμοια.

Theorema 15,

Propositio 21.

21 QVæ eidem rectilineo sunt similia: & adinuicem sunt similia.

ORONTIVS. ¶ Sint bina rectilinea $a/b/c$ & $d/e/f$, eidem rectilineo $g/h/k$ similia. Dico $a/b/c$ rectilineum, simile fore rectilineo $d/e/f$. Cum enim ex hypothesi $a/b/c$ & $g/h/k$ rectilinea, similia sint adinuicem: habebunt propterea angulos æquales ad vnum, & quæ circum æquales angulos sunt latera proportionalia: per



primæ diffinitionis huius sexti conuersionem. Et proinde rectilinea $d/e/f$ & $g/h/k$, æquiangula erūt, & proportionaliū itidem laterū: cum ex ipsa hypothesi similia sint adinuicem. Sit vterq; angulorum qui ad b & e , ipsi angulo qui ad h æqualis: & sicut g/h ad h/k , sic a/b ad b/c , & d/e ad e/f . Et quoniam angulus qui ad b æqualis est angulo qui ad h , & eidē angulo qui ad h æqualis angulus qui ad e : angulus igitur qui ad b angulo qui ad e , per primam communē sententiam est æqualis. Insuper quoniam est vt a/b ad b/c , sic g/h ad h/k : sicut rursum g/h ad h/k , sic d/e ad e/f . Et sicut igitur a/b ad b/c , sic per vndecimam quinti, d/e ad e/f . Proportionalia itaq; sunt latera, quæ circū eodē æquales angulos qui ad b & e .

o.ij.

Haud diffimiliter ostendemus, reliquos angulos ipsius $a/b/c$ rectilinei, reliquis angulis ipsius $d/e/f$ fore inuicem æquales: & circum eosdem æquales angulos latera proportionalia. Simile est itaq; $a/b/c$ rectilineū, ipsi rectilineo $d/e/f$, per primam huius sexti diffinitionem. Quod oportebat demonstrare.

Θεώρημα 15, Πρόβλημα 16.

Eὰν τρία ἄντι ἀνάλογον ᾖσι, καὶ τὰ ἀπ' αὐτῶν ἐκθύγραμμα ὁμοιάσῃ καὶ ὁμοίως ἀναγέγραμμένα, ἀνάλογον ἴσονται. καὶ τὰ ἀπ' αὐτῶν ἐκθύγραμμα ὁμοιάσῃ καὶ ὁμοίως ἀναγέγραμμένα ἀνάλογον ἦ, καὶ αὐτὰ αὐτῶν ἐκθύγραμμα ἀνάλογον ἴσονται.

Theorema 16, Propositio 22.

SI quatuor rectæ lineæ proportionales fuerint: & ab eis rectilini- 22
nea similia similiterque descripta, proportionalia erunt. Et
si ab ipsis rectilinea similia similiterque descripta, proportionalia
fuerint: ipsæ quoque rectæ lineæ proportionales erunt.

Pars prima
theorematis.

ORONTIVS. ¶ Sint quatuor rectæ lineæ discōtinuè proportionales $a/b, c/d$,
 e/f , & g/h : sicut quidem a/b ad c/d , sic e/f ad g/h . Et per
decimamoctauam huius sexti, ab ipsis a/b & c/d , similia
similiterq; posita rectilinea describantur, $l/a/b$ & $m/c/d$:
& per eandem decimamoctauā, ab ipsis e/f & g/h , alia
quædam similia similiterque posita rectilinea, $n/e/f$ &
 $o/g/h$. Aio fore sicut $l/a/b$ ad $m/c/d$, sic $n/e/f$ ad $o/g/h$.
Inueniatur enim ipsis a/b & c/d , tertia proportionalis
p: ipsis autem e/f & g/h , tertia itidem proportionalis r,
per vndecimam huius sexti. Cū sit igitur ex hypothe-

$|a/b. c/d. p | e/f. g/h. r |$

$|l/a/b. m/c/d | a/b. p | e/f. r |$

$|l/a/b. m/c/d | e/f. r | n/e/f. o/g/h |$

Secunda pars
conuersa pri-
mæ.

$l/a/b$ ad $m/c/d$, sic $n/e/f$ ad $o/g/h$: dico versâ vice, quatuor lineas rectas $a/b, c/d, e/f$,
& g/h , fore proportionales, sicut a/b ad c/d , sic e/f ad g/h . Datis enim tribus rectis
lineis $a/b, c/d$, & e/f : quarta inueniatur proportionalis s/t , per duodecimā huius sex-
ti: Et per decimamoctauam eiusdem, ab eadem s/t , ipsis $n/e/f$ & $o/g/h$ simile simi-
litérque positum rectilineum describatur $v/s/t$. Et quoniam est vt a/b ad c/d , sic e/f
ad s/t , & ab ipsis a/b & c/d similia similiterque posita describuntur rectilinea $l/a/b$
& $m/c/d$, ab ipsis autem e/f & s/t similia itidem similiterq; posita rectilinea $n/e/f$
& $v/s/t$: est igitur per primam partem iam demonstratā huius propositionis, sicut
 $l/a/b$ ad $m/c/d$, sic $n/e/f$ ad $v/s/t$. Receptum est autem ex hypothesi, vt $l/a/b$ ad

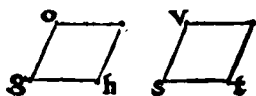
$|n/e/f. o/g/h | l/a/b. m/c/d | n/e/f. v/s/t |$

$m/c/d$, sic $n/e/f$ ad $o/g/h$. Et sicut igitur $n/e/f$ ad
 $o/g/h$: sic per vndecimam quinti, $n/e/f$ ad $v/s/t$. Ea-
dem itaque magnitudo $n/e/f$, ad utraq; $o/g/h$ &
 $v/s/t$, eandem habet rationem. Aequum est igitur

rectilineum $o/g/h$, ipsi $v/s/t$: per nonam quinti. Est autē & eidem simile, similiterque positum, per constructionem. Similia porro similiterque posita, & inuicem æqualia rectilinea: ab æqualibus, aut super æqualibus rectis lineis describuntur. Aequalis est igitur s/t ipsi g/h . Est autē vt $a/b/ad c/d$, sic $e/f/ad s/t$. ipsi porro s/t , æqualis ostensa est g/h : & eadem ad æquales, eandem habet rationē, per septimam quinti. Et sicut igitur $a/b/ad c/d$: sic $e/f/ad g/h$. Ergo si quatuor rectæ lineæ proportionales fuerint: & quæ sequuntur reliqua. Quod ostendendum susceperamus.

Lemma siue assumptum.

¶ Quod autem similia, similiterque posita, & inuicem æqualia rectilinea, habeant similis rationis latera inuicem æqualia: sic demonstratur. Sint rursum æqualia, & similia, similiterque posita rectilinea, $o/g/h$ & $v/s/t$: sitq;



vt $o/g/ad g/h$, sic $v/s/ad s/t$. Aio quod g/h & s/t , sunt inuicem æquales. Si nanque fuerint inæquales: altera maior erit. Esto (si possibile sit) g/h , maior s/t . Et quoniam

est vt $o/g/ad g/h$, sic $v/s/ad s/t$: & e contra igitur, vel à conuersa ratione, sicut $g/h/ad o/g$, sic erit $s/t/ad v/s$: per corollarium quartæ libri quinti. Sed prima g/h , maior est tertia s/t : & secunda itaque o/g , quarta v/s : maior erit, per decimam quartam ipsius

g/h	o/g	s/t	v/s
-------	-------	-------	-------

quinti. Binæ itaque o/g & g/h , duabus v/s & s/t : erunt maiores: & proinde ipsum rectilineū $o/g/h$, maius rectilineo

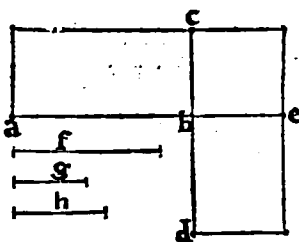
$v/s/t$. Est autē eidem æquale, per hypothesin: quæ simul impossibilia sunt. Non est igitur g/h , maior ipsa s/t . Similiter ostendetur, quod neq; minor. Aequalis est itaq; g/h , eidem s/t . Quod fuerat ostendendum.

T αὐθαίρεμα ιε, Πρόβις κγ.
 Α ἰσωνία παραλληλογράμμια, πρὸς ἀλλήλα λόγῳ ἔχῃ τῶν συγκείμενων ἐκ τῶν πλευρῶν.

Theorema 17, Propositio 23.

23 **A** Equiangua parallelogramma, ad inuicem rationem habent compositam ex lateribus.

ORONTIVS. ¶ De lateribus velim intelligas, quæ circum æquales sunt angulos. Sint igitur bina parallelogramma inuicē æquiangua, $a/b/c$ & $d/b/e$: quorum angulus qui sub a/b & b/c , angulo qui sub d/b & b/e continetur sit æqualis. Dico $a/b/c$ parallelogrammum, ad parallelogrammum $d/b/e$, rationem habere compositam ex ratione laterum $a/b/ad b/e$, & $c/b/ad b/d$. Con-



stituantur enim $a/b/$ & $b/e/$ latera in directum: hoc autem fiet, cum anguli $c/b/a$ & $c/b/e$ duobus rectis fuerint æquales, per decimam quartam primi. tunc quoq; in directum erit $c/b/$ ipsi b/d , per eandem propositionem: nam anguli $e/b/c$ & $e/b/d$, per primam & tertiam communem sententiam, duobus itidem rectis æquabuntur. Compleatur denique parallelogrammum $c/b/e$:

Partiū figuræ præparatio.

productis in continuum rectūque, per secundum postulatū, eorundem parallelogrammorum lateribus. Proponatur insuper recta quædam linea f : & tribus datis rectis lineis a/b , b/e , & f : quarta subsumatur proportionalis g , per duodecimam huius sexti. Erit igitur vt a/b , ad b/e : sic f , ad g . Et per eandem duodecimam propositionem, tribus datis rectis lineis c/b , b/d , & g : quarta rursum proportionalis accipiat h . Erit ergo vt c/b , ad b/d : sic g , ad h . Est autem sicut a/b ad b/e , sic f ad g . rationes itaque ipsius $f/ad g$, & $g/ad h$: eadem sunt ipsis rationibus $a/b/ad b/e$, & $c/b/ad b/d$. Ratio porro $f/ad h$, componitur ex ratione ipsius $f/ad g$, atque

o.iiij.

Præcipua de
mōstrationis
resolutio.

ipsius $g/ad h$: veluti quinta huius sexti præmissum est diffinitione. Et proinde ratio $f/ad h$, componitur ex ratione laterum $a/b/ad b/e$, & $c/b/ad b/d$. His præstetis, quoniam $a/b/c/$ & $c/b/e/$ parallelogramma sub eadem sunt altitudine: ad se inuicem igitur sunt vt bases, per primam huius sexti. Sicut itaque $a/b, ad b/e$: sic $a/b/c$ parallelogrammum, ad parallelogrammum $c/b/e$. Sicut autem $a/b/ad b/e$, sic per

$$f. g. | a/b.b/e | a/b.c.c/b/e$$



constructionem $f/ad g$. Et sicut igitur $f, ad g$: sic per vndecimam quinti, $a/b/c/$ parallelogrammum, ad $c/b/e/$ parallelogrammum. Insuper quoniam $c/b/e/$ & $d/b/e/$ parallelogramma, in eadem sunt altitudine: ad se inuicem

rursum sunt vt bases, per eandem primam huius sexti. Sicut ergo $c/b/ad b/d$: sic parallelogrammum $c/b/e$, ad $d/b/e/$ parallelogrammum. Sicut porro $c/b, ad b/d$: sic per constructionem $g, ad h$. Et sicut igitur $g/ad h$: sic

$$g. h. | c/b.b/d | c/b.e.d/b/e$$



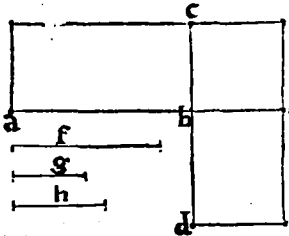
parallelogrammum $c/b/e$, ad $d/b/e/$ parallelogrammum, per ipsam vndecimam quinti. Et quoniam ostensum est, vt $f/ad g$, sic $a/b/c/$ parallelogrammum, ad parallelogrammum $c/b/e$: sicut rursum

$g/ad h$, sic idem parallelogrammum $c/b/e$, ad $d/b/e/$ parallelogrammum. Et ex æqua igitur ratione, per vigesimamsecundam eiusdem quinti, sicut $f/ad h$: sic $a/b/c/$ parallelogrammum, ad $d/b/e/$ parallelogrammum. Atqui

$$f. g. h. | abc. cbe. dbe$$



ratio $f/ad h$, composita est (vti suprâ deduximus) ex ratione laterum $a/b/ad b/e$, & $c/b/ad b/d$. Et parallelogrammum igitur $a/b/c/ad$ parallelogrammum $d/b/e$, rationem habet compositam ex ratione laterum $a/b/ad b/e$, & $c/b/ad b/d$. Acquiangula itaque parallelogramma, rationem habent compositam ex lateribus, angulos inuicem æquales continentibus. Quod demonstrandum fuerat.



Θεώρημα ιη,

Πρόβις κδ.

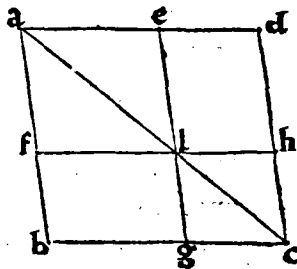
Πάντος παραλληλογράμμου, τὰ πρὸς τὴν διμέτρου παραλληλόγραμμά, ὁμοία ὄντι τοῖς τε ὅλοις καὶ τοῖς μέρουσιν.

Theorema 18, Propositio 24.

OMnis parallelogrammi, quæ circa dimetiētem parallelogrāma: similia sunt toti, & adinuicem. 24

O R O N T I V S. ¶ Est datum parallelogrammum $a/b/c/d$, cuius dimetiens sit a/c , & circa ipsum dimetientem parallelogramma, $e/f/$ & g/h . Aio ipsa $e/f/$ & $g/h/$ parallelogramma, toti parallelogrammo $a/b/c/d$, atque inuicem fore similia. Trianguli enim $a/b/c$, ad latus $b/c/$ acta est parallela f/l : secat igitur f/l ipsius trianguli latera proportionaliter, per secundam huius sexti, sicut $b/f/ad f/a$, sic $c/l/ad l/a$. Trianguli rursum $a/d/e$, ad latus $d/e/$ acta est parallela e/l : secat igitur e/l ipsius trianguli latera proportionaliter, per eandem secundam huius sexti, sicut $c/l/ad l/a$, sic $d/e/ad e/a$. Sicut porro $c/l/ad l/a$, sic ostensum est $b/f/ad f/a$. Et sicut igitur $b/f/ad f/a$, sic per

$b/f.f/a | c/l.l/a | d/e.e/a$ vndecimā quinti, $d/e/ad e/a$. Si autem diuise magnitudines, proportionales fuerint compositæ quoque proportionales erūt, per decimam octauam quinti. Et sicut igitur $b/a/ada f$, sic $d/a/ada e$. Et permutatim rursum, per



Quod e, f , parallelogrammū simile sit toti a, b, c, d .

b/a.	a/f.	d/a.	a/e.
------	------	------	------



decimam sextam eiusdem quinti, sicut b/a ad a/d , sic f/a ad a/e . Proportionalia itaque sunt latera, quæ circum angulum qui ad a utrique parallelogrammo communem.

Insuper, quoniam parallela est f/l ipsi b/c : æqualis est angulus $a/f/l$, ipsi angulo $a/b/c$ necnō & $a/l/f$, ipsi $a/c/b$, per vigesimam nonam primi. Angulus porro qui sub $f/a/l$ aut $b/a/c$, utrique triangulo $a/b/c$ & $a/f/l$ communis est. Aequiangulū est itaque triangulū $a/f/l$, triangulo $a/b/c$. Haud dissimiliter triangulum $a/c/l$, triangulo $a/d/c$ ostendetur æquiangulū: & angulus $a/e/l$ angulo $a/d/c$ æqualis, atque $a/l/e$ ipsi angulo $a/c/d$. Si autem æquales anguli, æqualibus cōponantur angulis: consurgent per secundam cōmunem sententiā, æquales anguli. Aequus est igitur angulus $f/l/e$, ipsi $b/c/d$: & totum proinde parallelogrammum e/f , toti $a/b/c/d$ æquiangulum. Rursum quoniam $a/f/l$ & $a/b/c$ triacula, similiter & $a/c/l$ atque $a/d/c$, sunt inuicem æquiangula: proportionalia itaque sunt latera, quæ circū æquales angulos, per quartam huius sexti. Sicut igitur a/b ad b/c , sic a/f ad f/l : sicutque b/c ad c/a , sic f/l ad l/a . Sicut rursum a/c ad c/d , sic a/l ad l/e : sicut denique c/d ad d/a , sic l/e ad e/a . Et quoniam ostensum est, ut b/c ad c/a , sic f/l ad l/a : sicut præterea a/c ad c/d , sic a/l ad l/e . Et ex æqua igitur ratione, per vigesimam secundam quinti, sicut b/c ad c/d , sic f/l ad l/e .

a/b/	b/c/	c/a/	c/d/	d/a/
------	------	------	------	------

a/f/	f/l/	l/a/	l/e/	e/a/
------	------	------	------	------

Aequiangulorum itaque parallelogrammorum $a/b/c/d$ & e/f , proportionalia sunt latera quæ circum æquales angulos. Simile est igitur e/f parallelogrammum, ipsi $a/b/c/d$ parallelogrammo: per primam huius sexti definitionem. Haud dissimiliter, g/h parallelogrammum, ipsi $a/b/c/d$ parallelogrammo simile fore conuincetur: eundem qui prius, versus angulum c , & ipsum g/h parallelogrammum respondentem iterando discursum. Et proinde utrunque ipsorum e/f & g/h parallelogrammorum, simile est eidem $a/b/c/d$ parallelogrammo. Omne autem parallelogrammum, rectilineum est: & quæ eidem rectilineo sunt similia, & adinuicem similia sunt, per vigesimam primam huius sexti. Simile est igitur e/f parallelogrammum, ipsi g/h parallelogrammo. Omnis itaque parallelogrammi, quæ circa dimetientē parallelogramma, similia sunt toti, & adinuicem. Quod oportuit ostendisse.

Quod g, h , parallelogrammū eidē a, b, c, d , sit simile.

Quod e, f , & g, h , similia sint adinuicē.

T

Πρόβλημα 7, Πρόθεσις κ.

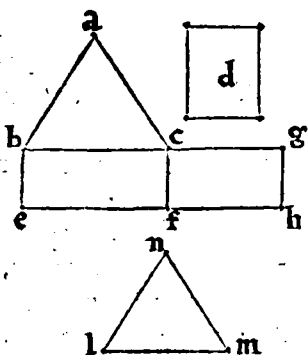
Να δοθῇ τὴν ἐν τῷ γράμμῳ ὁμοιοῦ, καὶ ἄλλῳ τῷ δοθῇ τὴν ἴσην, ὅ ἀντὶ συστῇται.

Problema 7,

Propositio 25.

25 Dato rectilineo simile, & alij dato æquale, idem constituere.

ORONTIVS. ¶ Sint bina rectilinea, $a/b/c$ inquam & d : sitq; receptum, ipsi

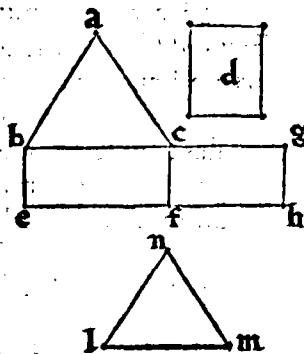


dato $a/b/c$ rectilineo simile, ipsi verò d æquale, idem rectilineum cōstituere. Ad datam itaque rectam lineam b/c , & in dato angulo qui sub $e/b/c$, dato rectilineo $a/b/c$, æquale construatur parallelogrammum b/f : similiter & ad rectam lineam f/c , atque in dato angulo qui sub $f/c/g$ ei qui sub $e/b/c$ æquali, dato rectilineo d , æquale rursum parallelogrammum constituatur c/h , per quadagesimā quartam, & quadagesimam quintam primi, utroque rectilineo (si expediat) in triacula distributo. Et quoniam angulus $f/c/g$, æquus est angulo $e/b/c$, per cōstructionem, utrique autem communis $b/c/f$: anguli propterea $b/c/f$, o. iij.

Partium figuræ præmittenda descriptio.

& $f/c/g$ duobus angulis $e/b/c$ & $c/b/f$, sunt per secundam communem sententiam æquales. sed anguli $e/b/c$ & $b/c/f$, sunt æquales duobus rectis, per vigesimam nonam ipsius primi. Et duo igitur anguli $b/c/f$ & $f/c/g$, binis itidem rectis sunt æquales. In directum est igitur b/c , ipsi c/g , per decimam quartam eiusdem primi: & e/f consequenter ipsi f/h . Binis insuper datis rectis lineis b/c & c/g , media proportionalis

Demonstratio
ua problematis
resolutio.



inueniatur l/m , per decimam tertiam huius sexti. Et per decimam octauam eiusdem sexti, super data recta linea l/m , dato rectilineo $a/b/c$, simile similiterque positum rectilineum describatur, $n/l/m$. Aio rectilineum $n/l/m$, æquum fore ipsi d . Cum enim tres lineæ rectæ b/c , l/m , & c/g , sint per constructionem cōtinuè proportionales: erit per secundum corollarium vigesimæ huius sexti, sicut prima ad tertiam, sic species rectilinei quæ à prima, ad similem similiterque positam speciem quæ à secunda. Sicut igitur b/c , ad c/g : sic $a/b/c$ rectilineum, ad rectilineum $n/l/m$. Sicut porro b/c , ad c/g : sic b/f parallelogrammum, ad parallelogrammum c/h , per primam huius sexti: sunt enim in eadem altitudine c/f . Ergo sicut $a/b/c$ rectilineum, ad rectilineum $n/l/m$: sic per undecimam

$a/b/c$ $n/l/m$ b/c c/g b/f c/h



quinti, b/f parallelogrammum, ad parallelogrammum c/h . Sed rectilineum $a/b/c$, æquum est per constructionem ipsi b/f parallelogrammo: & rectilineum igitur $n/l/m$, ipsi parallelogrammo c/h per decimam quartam quinti est æquale. Eidem rursus parallelogrammo c/h , æquum est d rectilineum, per constructionem: & $n/l/m$ itaque rectilineum, ipsi d rectilineo, per primam communem sententiam est æquale. Constructum est autem & ipsi $a/b/c$ simile. Idem itaque rectilineum $n/l/m$, ipsi dato rectilineo $a/b/c$ simile, & alij dato scilicet d æquale constitutum est. Quod efficere oportebat.

θεωρημα ιθ,

προβις κς.

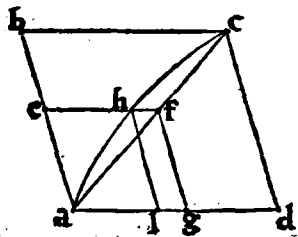
Eὰν ἀπὸ παραλληλογράμμου παραλληλόγραμμοι ἀφαιρεθῇ ὁμοίῳ τε ᾧ ὅλῳ καὶ ὁμοίῳ κείμῳ, κοινὴν γωνίαν ἔχον αὐτῶν, ὅδῃ τῷ αὐτῷ διζόμενον ὅτι ᾧ ὅλῳ.

Theorema 19, Propositio 26.

SI à parallelogrammo parallelogrammum auferatur, simile toti & similiter positum, communem angulum habens ei: circum eundem dimetientem est toti.

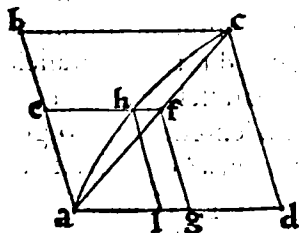
ORONTIVS. ¶ Esto datum parallelogrammum $a/b/c/d$: à quo simile similiterque positum, & communem illi habens angulum qui ad a , auferatur distinguaturve parallelogrammum $a/e/f/g$. Dico ipsa $a/b/c/d$ & $a/e/f/g$ parallelogramma, circa eundem fore dimetientem a/f : hoc est dimetientem a/f totius parallelo-

Offensio theore-
matis ab iis
possibili.



grammi $a/b/c/d$, transire per angulum qui ad f , & utriusque parallelogrammo fore communem. Si enim a/c non transierit per f : transeat (si possibile sit) ut $a/h/c$. secabit igitur $a/h/c$, aut e/f , aut f/g latus ipsius $a/e/f/g$ parallelogrammi. Secet ipsum latus e/f , in puncto h . & per punctum h , utrique ipsarum a/e & f/g parallela ducatur h/l , per trigessimam primam primi. Erit itaque e/l parallelogrammum, & circa eundem dimetientem cum ipso $a/b/c/d$ parallelogrammo. Simile erit igitur e/l parallelogrammum, ipsi $a/b/c/d$

parallelogrammo, per vigesimamquartam huius sexti. Eidem porrò $a/b/c/d$ parallelogrammo, simile est per hypothesin, ipsum $e/f/g/$ parallelogrammum. Quæ autem eidem rectilineo similia, & adinuicem similia sunt, per vigesimamprimam huius sexti. Simile erit itaque $e/l/$ parallelogrammum, ipsi $e/f/g/$ parallelogrammo. Similia porrò parallelogramma sunt, quæ angulos æquales habent ad vnum, & quæ



circa angulos æquales latera proportionalia, per primæ diffinitionis huius sexti conuersionē. Et sicut igitur $e/a/$ ad $a/g/$, sic $e/a/$ ad $e/l/$. Ad quas autē eadem, eandē habet rationem, ipsæ sunt æquales, per nonam quinti. Aequalis foret igitur $a/g/$, ipsi $a/l/$, totum suæ parti: quod per nonam communē sententiam est impossibile. Idem etiam subsequetur incōueniens, ubi posueris eundē $a/c/$ dimetientē secare latus $f/g/$. Transit igitur $a/c/$ totius $a/b/c/d/$

parallelogrammi dimetiens, per angulum atq; punctū f : & proinde ipsum $a/e/f/g/$ parallelogrammum, circum eundem dimetientem est toti $a/b/c/d/$ parallelogrammo. Igitur si à parallelogrammo parallelogrammum auferatur: & c. vt in theoremate. Quod demonstrare fuerat operæpretium.

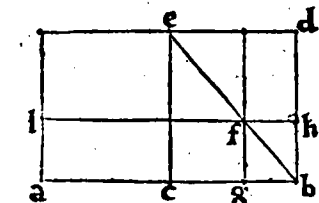
Θεώρημα κ, Πρόθεσις κξ.

Πάντων τῶν παρὰ τὴν αὐτὴν εὐθεῖαν παραβληθῶν ὁμοίων παραλληλογράμμων, καὶ ἐκαστὸν τῶν ἑστέον παραλληλογράμμοις ὁμοίοις τε ὁμοίως καμύοις ὅθεν ἀπὸ τῆς ἡμισείας ἀναγραφόμενα: μέγιστον ὅστις ἀπὸ τῆς ἡμισείας παραβληθῶν παραλληλογράμμου, ὁμοίον δὲ ὅθεν ἐκαστὸν.

Theorema 20, Propositio 27.

27 **O**Mnium parallelogrammorum circum eandem rectam lineam proiectorum, deficientiumq; specie parallelogrammis similibus similiterque positis ei quod à dimidia descriptum est: maximum est quod à dimidia proiectum parallelogrammum, simile existens sumpto.

ORONTIVS. Deficere specie dicitur parallelogrammum, dato parallelogrammo: quando vtrunque parallelogrammum super eadem recta linea consistēs, alterum deest alteri, ad complendum similis speciei parallelogrammum super totam datam rectam lineam coextēsū. Vel dum cōparatum parallelogrammum, reliquo deficit ab ipso similis speciei parallelogrammo, super totam ipsam rectam lineam constituto. Sit igitur data recta linea a/b , secta bifariam in c , per decimam primi: describaturque à dimidia c/b , contingens parallelogrammum c/d . Iuxta verò datam rectam lineam a/b , gemina comparentur parallelogramma. alterum proiectum à reliqua dimidia a/c , vtpote a/e , simile similiterq; descriptū existens sumpto c/d , & deficientis specie ipso c/d à toto $a/d/$ parallelogrammo: alterum autem a/f , super $a/g/$ comparatum maiore dimidia ipsius a/b , & proinde subingrediens ipsum parallelogrammum c/d , deficientis specie parallelogrammo g/h , simili similiterque posito ipsi $c/d/$ quod à dimidia $c/b/$ descriptum est, ad complendum ipsum $a/h/$ parallelogrammum. Dico quod $a/e/$ parallelogrammum, maior est $e/f/$ parallelogrammo.



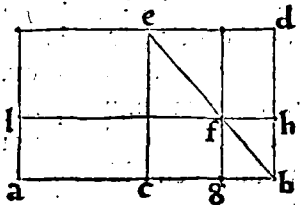
Cum enim ex hypothesi $g/h/$ parallelogrammum, simile sit ipsi parallelogrammo c/d : circum igitur eundem sunt dimetientem $e/f/b$, per vigesimam sextam huius sexti. Producatur ergo $g/f/$ in rectum & continuum

Quomodo parallelogrammum deficiat specie dato parallelogrammo.

Prima theorematidis differentia.

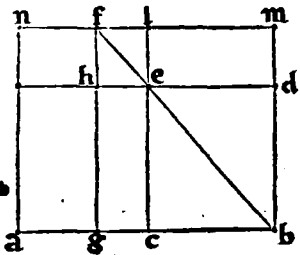
Demonstratio.

vsque ad latus e/d , per secundum postulatam. Parallelogrammi igitur c/d , eorum quæ circa dimetientem sunt parallelogrammorum supplementa c/f & f/d , sunt per quadragesimamtertiam primi adinuicem æqualia. Addatur vtrique commune g/h . totum ergo c/h , toti g/d , per secundam communem sententiã est æquale. Eidem porrò c/h , æquum est c/l , per trigessimam sextam primi: sunt enim in basibus æqualibus a/c & c/b , in eisdemque parallelis a/b & l/h . Et g/d itaque, ipsi c/l per primam communem sententiam æquum est. Commune rursum addatur c/f . totus igitur gnomon $c/b/d$, toti a/f parallelogrammo est æquale. Sed totum parallelogrammum c/d , maius est per nonam communem sententiam, ipso gnomone $c/b/d$: & proinde ipso a/f maius. Aequum est porrò a/e parallelogrammum, ipsi c/d parallelogrammo, per eandem trigessimam sextam primi: in basibus enim



Secunda the-
orematis dif-
ferentia.

sunt æqualibus a/c & c/b , atq; in eisdem parallelis a/b & e/d . Quæ autẽ sunt æqualia, eiusdem sunt æquẽ maiora: per sextæ communis sententiæ cõuersionem. Maius est itaque parallelogrammum a/e , ipso a/f parallelogrammo. ¶ Sed esto a/f parallelogrammum, proiectum super a/g , minore dimidia ipsius a/b lineæ datæ, & egrediens ipsum a/e parallelogrammum: deficiens rursum specie ipso f/b parallelogram-



Demõstratio.

mo, simili similiterque posito ipsi c/d , quod à dimidia c/b descriptum est, ad complendum totum a/m parallelogrammum. Aio quòd & a/e parallelogrammum, maius est ipso a/f parallelogrammo. Cùm enim ex hypothesi c/d & f/b parallelogramma, similia sint: circum eundem propterea dimetientẽ $f/e/b$, per vigessimam sextam huius sexti constituentur. Compleantur itaque, per trigessimam primam primi, & secundum postulatam, h/l & a/m parallelogramma: vt in ipsa continetur figura. Et quoniam parallelogramma sunt a/l & c/m : sunt igitur per trigessimam quartã primi, n/l & l/m ipsis a/c & c/b quæ ex opposito, atque inuicem æquales. Et proinde n/e parallelogrammum, ipsi c/m parallelogrammo, per trigessimam sextam primi æquale. Eidem porrò e/m , æquũ est e/g , per quadragesimamtertiam ipsius primi. Et n/e itaque ipsi e/g , per primam communem sententiam est æquale. Subducto igitur h/l : reliquum e/g , reliquo n/h maius est. Si autem inæqualibus e/g & n/h æqualia vel idem commune a/h apponatur: omnia, per quartam communem sententiam, erunt inæqualia. confurget igitur a/e parallelogrammum, maius ipso a/f parallelogrammo. Omnium itaq; parallelogrammorum iuxta eandem lineam consistentium, & deficientium specie: & quæ sequuntur reliqua. Quod ostendendum receperamus.

Πρόβλημα η, Πρόθεσις κη.

Πᾶσα τὴν δοθεῖσαν ἐνθεῖαν ὅθ' ἀορίστη ἐνθυγράμῳ ἴσῳ παραλληλόγραμμῳ παρὰ βα-
λέῃ, ἢ ἀέτωρ ἂν ἢ παραλληλόγραμῳ, ὁμοίῳ ὄντι ὅθ' ἀορίστη. Δὲ δὴ τὸ διδόμενον ἐνθύ-
γραμνον, ὃ δ' ἴσῳ παρὰ βαλέῃ, μὴ μᾶλλον εἶναι τῷ ἀπὸ τῆς ἡμιστάσεως παρὰ βαλλομένῳ,
ὁμοίῳ ὄντων τῶν ἡμιστάσεων, τὴν ἀπὸ τῆς ἡμιστάσεως, καὶ ὃ δ' ἴσῳ ὁμοίῳ ἢ ἀέτωρ.

Problema 8, Propositio 28.

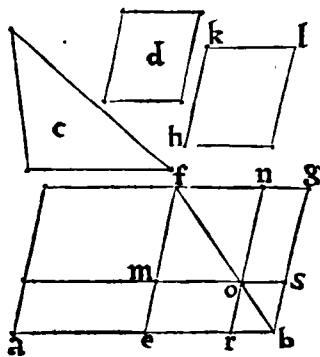
AD datam rectam lineam, dato rectilineo æquale parallelo- 28
grammum comparare, deficiens specie parallelogrammo si-
mili dato. Oportet iam datum rectilineum, cui expedit æquum
comparare, nō maius esse eò quod à dimidia comparatũ, similibus

existentibus sumptis, & eius quod à dimidia, & cui expedit simile deficere.

O R O N T I V S. ¶ Oſtenſum eſt enim antecedenti vigefimaſeptima propoſitione, omnium parallelogrammorum iuxta eandem rectam lineam comparatorum, deficientiumq; ſpecie ſimilibus ſimilitérque poſitis parallelogrammis ei quod à dimidia deſcribitur: maximum eſſe quod à dimidia comparatum parallelogrammū, ſimile exiſtens ſumpto. Oportet itaque datum rectilineum, cui ad datam rectam lineam æquale comparandum eſt parallelogrammum: nō maius eſſe eo quod à dimidia ipſius datæ rectæ lineæ comparatur, ſimilibus ſimilitérque poſitis exiſtentibus vtriuſq; comparati parallelogrammi defectionibus (ad complenda ſimilis ſpeciei parallelogramma ſuper totam datam rectam lineam coextenſa) eius inquam quod à dimidia, & eius cui ſimile ſimilitérq; poſitū eidem quod à dimidia deſuturū eſt parallelogrammum. ¶ Sit ergo data recta linea, a/b : datum verò rectilineum, cui oportet ad datam rectam lineam a/b æquum parallelogrammū comparare, eſto c , non exiſtens maius eo quod à dimidia comparatur, ſimilibus exiſtentibus vtriuſque defectionibus. Ipſum autem parallelogrammum, cui expedit ſimile deficere,

Notandum.

Interpretatio problematis.



ſit d . Recipio itaq; ad datam rectam lineam a/b , dato rectilineo c , æquum parallelogrammū comparare, deficiens ſpecie parallelogrammo ipſi d ſimili. Secetur itaque a/b recta bifariam in pūcto e , per decimam primi. Et per decimamoctauam huius ſexti, à data recta linea e/b , dato rectilineo d , ſimile ſimilitérq; poſitum rectilineū (quod erit & parallelogrammū) deſcribatur $e/f/g$: compleatúrque per trigefimamprimam ipſius primi, & ſecūdm poſtulatū, $a/e/f$ parallelogrammum. Aut igitur $a/e/f$ parallelogrammum, æquum eſt ipſi rectilineo c , aut eo maius: non enim minus eſſe poteſt, per aſ-

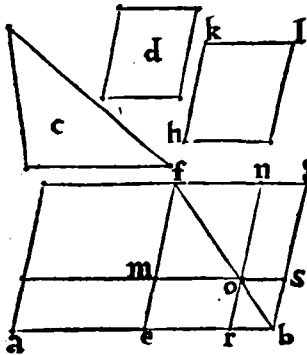
Prima oſtenſionis differentia.

ſumptā ex antecedenti vigefimaſeptima propoſitione problematis determinationem. Si æquale fuerit $a/e/f$ parallelogrammum, ipſi rectilineo c : iam comparatū erit ad datam rectam lineam a/b , dato rectilineo c , æquale parallelogrammū $a/e/f$, deficiens ſpecie parallelogrammo $e/f/g$ ſimili ipſi d . At ſi $a/e/f$ parallelogrammū, eodem c rectilineo fuerit maius: erit & $e/f/g$ parallelogrammū, æquē itidem maius ipſo c . ſunt enim $a/e/f$ & $e/f/g$ parallelogramma, in baſibus æqualibus a/e & e/b , atq; in eiſdem parallelis a/b & f/g : & proinde, per trigefimamſextam primi, inuicem æqualia. Exceſſui autem ſiue rectilineo, quo $e/f/g$ parallelogrammum ſuperat ipſum c æquale, ipſi autem d ſimile ſimilitérque poſitum, idem conſtruatur $h/k/l$, per vigefimamquintam huius ſexti. Eidem porrò d ſimile eſt $e/f/g$, per conſtructionem: & h/l igitur ſimile eſt ipſi $e/f/g$, per vigefimamprimam eiſdem ſexti. Similes autem rectilineæ figuræ, habent angulos æquales ad vnum, & quæ circum angulos æquales latera proportionalia, per primæ diffinitionis huius ſexti cōuerſionem. Sit igitur angulus qui ad k , æqualis angulo qui ad f : & ſicut $e/f/ad$ f/g , ſic $h/k/ad$ k/l . Et quoniam $e/f/g$ parallelogrammum, æquum eſt ipſi c & h/l : maius eſt igitur $e/f/g$, ipſo h/l . & proinde latus e/f , maius ipſo h/k : & f/g , ipſo k/l itidem maius. Secetur per tertiam primi, ipſi h/k æqualis f/m , & ipſi k/l æqualis f/n : & per trigefimamprimam ipſius primi, compleatur $m/o/n$, & reliqua parallelogramma, vt in figura. Aequum eſt igitur m/n parallelogrammum, ipſi h/l : atq; eidem ſimile. ſed h/l , ipſi $e/f/g$ ſimile eſt, per conſtructionem: & m/n igitur, ipſi $e/f/g$ ſimile eſt, per eandem vigefimamprimam huius ſexti. Circum ergo eundem ſunt dimetiētētem $f/o/b$,

Differentia ſecondæ, & abſoluta partiū figuræ compoſitio.

ipsa $e/f/g$ & m/n parallelogramma, per vigesimam sextam eiusdem sexti. Et proinde parallelogrammum r/s , ipsi m/n , atque toti $e/f/g$ simile est, per vigesimam quartam huius sexti: atque demum ipsi d simile, per ipsam vigesimam primam eiusdem sexti.

Præcipua demonstratio-
nis
resolutio.



His ita præmissis, quoniam $e/f/g$ parallelogrammum, ipsis c & h/l est æquale, & ipsum h/l æquale ipsi m/n : reliquus proinde gnomon $m/b/n$, rectilineo c , per tertiā communē sententiam est æqualis. Rursum quoniam e/o supplementum, æquum est o/g supplemento, per quadragesimam tertiam primi: addatur utriusque commune r/s . totum igitur e/s , toti r/g : per secundam communem sententiam est æquale. Sed eidem e/s , æquum est a/m , per trigesimam sextam primi: sunt enim a/m & e/s , in basibus æqualibus, ac in eisdem parallelis. Et a/m , igitur ipsi r/g , per primam communem sententiam æquū est. Adponatur rursum utriusque commune e/o : totum igitur a/o , ipsi $e/o/g$ aut $m/b/n$ gnomoni, per eandem secundam communem sententiam est æquale. Eidem porro gnomoni $m/b/n$, æquū est rectilineum c : & quæ eidem æqualia, adinuicē sunt æqualia, per primam communē sententiam. Acquū est igitur a/o parallelogrammum, ipsi rectilineo c deficitque specie (ad complendum a/s parallelogrammum) ipso r/s parallelogrammo, quod simile est ipsi d . Ad datam itaque rectam lineam a/b , dato rectilineo c , æquum parallelogrammum comparauimus a/o , deficiens specie parallelogrammo r/s , dato parallelogrammo d simili. Quod oportebat facere.

Πρόβλημα ε, Πρόθεσις κθ.
Ἀρὰ τὴν δοθεῖσαν εὐθεῖαν ὅθι δοθὲν τι ἐνθυγράμμω ἴσῃ πρὸς ἀλλήλοισιν ἡμιτομήσῃ, ὡς ἐὰν ἡ δοθεὶς εὐθεῖα ᾖ ἡ πρὸς ἀλλήλοισιν ἡμιτομήσῃ ὁμοίῳ ὅθι δοθὲν τι.

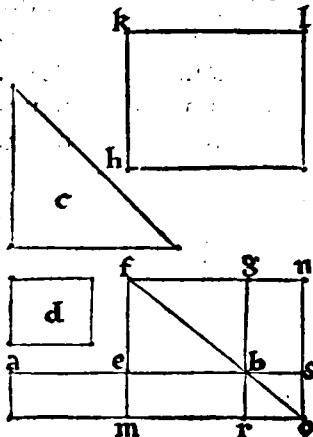
Problema 9,

Propositio 29.

AD datā rectam lineā, dato rectilineo, æquale parallelogrammū prætere- 29
mū prætere, excedens specie parallelogrammo simili dato.

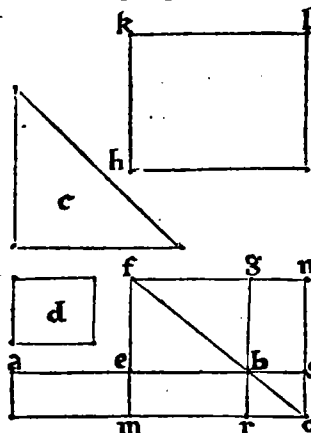
ORONTIVS. ¶ Sit rursum data recta linea a/b , datum verò rectilineum c , datum insuper parallelogrammum d . Operæpretium itaque sit, ad datam rectam lineam a/b , dato rectilineo c , æquum parallelogrammum comparare, excedens similis speciei parallelogrammum super totam a/b comparatum, parallelogrammo ipsi d simili. Secetur itaque primum a/b recta bifariam, in puncto e , per decimam primi. & à data recta linea a/b , dato rectilineo d , simile similiterque positum rectilineum (& proinde parallelogrammum) describatur $e/f/g/b$: per deci-

Præparatio fi-
gure, ipsius or-
tionis præ-
ambula.



mam octauam huius sexti. Vtriusque præterea & e/g parallelogrammo & c rectilineo æquale, ipsi autem d simile similiterque positum, idem constituatur $h/k/l$: per vigesimam quintam ipsius sexti. Vtriusque igitur e/g & $h/k/l$, ipsi d simile est: & proinde e/g & $h/k/l$ similia adinuicem, per vigesimam primā eiusdem sexti. Similia verò rectilinea, habent angulos æquales ad vnum, & quæ circum æquales angulos latera proportionalia: per primæ diffinitionis huius sexti conuersionem. Esto igitur angulus qui ad k , æqualis angulo qui ad f : & sicut e/f ad f/g , sic h/k ad k/l . Et quoniam h/l , utriusque simul & e/g parallelogrammo, & ipsi c rectilineo est æquale, per constructionē: maius est igitur h/l , ipso e/g parallelogrammo. & latus propterea

h/k ipso e/f maius: necnon & k/l maius ipso f/g . Producantur itaque in rectum & continuum, f/e & f/g versus m/n , per secundum postulatū: seceturque ipsi h/k æqualis f/m , ipsi autem k/l æqualis f/n , per tertiā primi. Compleatur deinde m/n parallelogrammum, per trigesimalā primā ipsius primi, vñ cum r/s , atq; cæteris quæ in figura sunt parallelogrammis. Parallelogrammum itaq; m/n , æquum est & simile ipsi h/l . sed eidem h/l simile ostensum est e/g : simile est igitur m/n , ipsi e/g , per vigesimalā primā huius sexti. & proinde ipsa e/g & m/n parallelogrāma, circa eundem dimetientē $f/b/o$, per vigesimalā sextam ipsius sexti sunt constituta. Rursum quoniam e/g & r/s parallelogramma, circa eundem sunt dimetientem $f/b/o$: simile est propterea, per vigesimalā quartam eiusdem sexti, r/s parallelogrammū,



ipsi e/g , atq; toti m/n , & proinde ipsi d parallelogrammo. His ita præmissis, quoniā m/n , æquum est ipsi h/l , & ipsum h/l vtriusq; & e/g parallelogrāmo & c rectilineo æquale: & m/n igitur, eidē e/g parallelogrāmo & c rectilineo est æquale. quæ enim inuicē æqualia, eidē æqualia sunt: per primā cōmunis sententiæ conuersionē. Subducto igitur cōmuni e/o : reliquum c rectilineū, reliquo gnomoni $e/o/g$, per tertiā communē sententiā, est æquale. Et quoniam g/s supplementum, ipsi e/r supplemento, per quadragesimalā tertiam primi est æquale: & eidē e/r , æquum est a/m , per trigesimalā sextam eiusdem primi, nempe in æquali basi, ac in eidem parallelis constituto. Et a/m igitur ipsi g/s , per primā communē sententiā æquum est. Commune adponatur e/o : consurget itaq; a/o parallelogrammum, ipsi $e/o/g$ gnomoni, per secundā communē sententiā, æquale. Sed eidem gnomoni $e/o/g$, æquū est rectilineū c : & quæ eidem æqualia, adinuicem sunt æqualia, per primā communem sententiā. Et a/o igitur parallelogrammū, æquum est ipsi dato rectilineo c : exceditq; similis speciei parallelogrammum a/r super totam rectam a/b comparatum, ipso parallelogrammo r/s , quod ipsi d simile ostensum est.

Discursus principalis demonstrationis.

Ad datam igitur rectam lineam a/b , dato rectilineo c , æquale comparatum est parallelogrammum a/o , excedēs similis speciei parallelogrammum a/r super totam a/b comparatum, parallelogrammo r/s , simili dato parallelogrammo d . Quod faciendum receperamus.

T

Πρόβλημα ι, Πρόθεσις λ.
Ἡ πρῶτη ἐκ τῶν προτάσεων, ἀποδεικνύει τὸν λόγον τῆς μετῆς.

Problema 10, Propositio 30.

30 **D** Atam rectam lineam terminatam, per extremam ac mediā rationem dispecscere.

ORONTIVS. ¶ Recta lineam per extremam & mediam rationem secari dicitur: quādo sic dispecscitur, vt tota ad vnum segmentorum eandem habeat rationem, quam idem segmentum ad reliquum. Esto igitur data recta lineam terminata a/b , quam oporteat per extremam & mediam dispecscere rationem. Secetur itaque a/b recta in puncto c , per vñdecimā secundivt quod sub tota a/b & altero segmento a/c comprehenditur rectangulum, æquum sit ei quod à c/b reliquo segmento fit

Problematis interpretatio

Executio demonstratiua problematis.

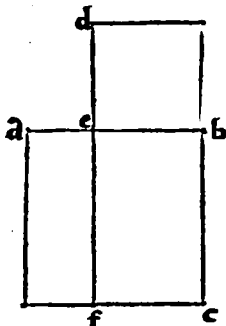
$a \quad c \quad b$

quadrato. Propositis itaque tribus rectis lineis a/b , b/c & c/a , quod sub extremis a/b & c/a continetur rectangulum, æquum erit ei quod à media b/c fit quadrato. Ipsæ igitur tres rectæ lineæ proportionales erunt, per decimā septimā huius sexti, sicut a/b ad b/c , sic b/c ad c/a .

P.j.

Idem alia ratione demonstrare.

Data ergo recta linea a/b , per extremam & mediam rationem secatur in c , & illius segmentum maius est b/c . ¶ Aut si velis describatur ex a/b recta linea data, quadratum $a/b/c$, per quadragesimam sextam primi. Et ad datam rectam lineam b/c , dato quadrato $a/b/c$, æquum parallelogrammum comparetur c/d , excedens similis speciei parallelogrammum c/e super totam b/c comparatum, ipso d/b parallelogrammo simili $a/b/c$ dato: per antecedentem vigesimam nonam propositionem. Et quoniam simile est $a/b/c$, ipsi d/b , & quadratum est $a/b/c$ & d/b igitur est quadratum. Rursum quoniam c/d parallelogrammum, æquum est quadrato $a/b/c$ & utrique commune c/e ablato itaque c/e , reliquum a/f reliquo d/b , per tertiam communem



sententiam est æquale. & qui circa e sunt anguli, æquales sunt adinuicem, per decimam quintam primi, vel quartum postulatum. Aequalium porro & vnum vni æqualem habentium angulum parallelogrammorum, reciproca sunt latera quæ circum æquales angulos: per decimam quartam huius sexti. Et sicut igitur e/f ad e/d , sic b/e ad e/a . Sed b/e æqualis est c/d , & a/b ipsi b/c , per quadrati diffinitionem: eidem rursum b/c , æqualis est e/f , per trigessimam quartam primi. Et c/f igitur, ipsi a/b , per primam communem sententiam est æqualis. Aequales autem ad

eandem, eandem habent rationem, & eadem ad æquales: per septimam quinti. Et sicut igitur a/b ad b/e , sic b/e ad e/a . Data igitur recta linea a/b , per extremam & mediam rationem, in puncto c dispescitur. Quod oportuit fecisse.

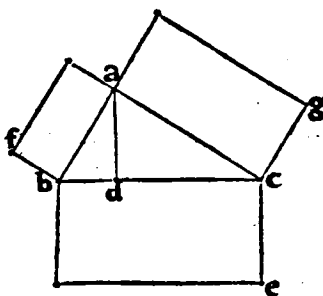
Θεώρημα καὶ πρόβλημα λα.

ΕΝ τοῖς ὀρθογωνίαις τριγώνοις, τὸ ἀπὸ τῆς πλὴν ὀρθῆς γωνίας ὑποτιθέμενης πρὸς τὴν ὀρθὴν ἰσοῦται τοῖς ἀπὸ τῶν πλὴν ὀρθῆς γωνιών περιεχομένοις πρὸς τὴν ὀρθὴν ἑδρεσι, τοῖς ὁμοίοις τε καὶ ὁμοίως ἀναγξαφομοίοις.

Theorema 21, Propositio 31.

IN rectangulis triangulis, quæ ab rectum angulum subtendens 31
te latere species: æqualis est eis, quæ ab rectum angulum comprehendentibus lateribus speciebus similibus, similiterque descriptis.

Interpretatio
theorematis
cū partiū figuræ
descriptio
ne.



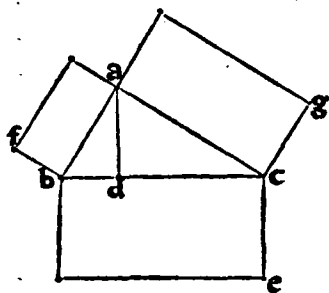
ORONTIVS. ¶ Quod de quadratis superficiebus, proposuit quadragesima septima primi: hic de quibuscunque rectilineorum speciebus, proponit Euclides. Esto igitur datum rectangulum triangulum $a/b/c$, rectum habens angulum qui ad a . Dico quod species rectilinei, quæ describitur ex b/c rectum angulum subtendente: æqualis est ambabus similibus similiterque descriptis speciebus, ab ipsis a/b & a/c rectum angulum continentibus.

A dato enim puncto a , super datam rectam lineam b/c , perpendicularis deducatur a/d , per duodecimam primi: quæ per octauam huius sexti, cadet intra datum $a/b/c$ triangulum, ipsumque in bina diuidet triagula $a/b/d$ & $a/d/c$, tota $a/b/c$ atque adinuicem similia. Describatur in-

super ex b/c , contingens, & cuiuscunque libuerit speciei rectilineum b/e : & à datis rectis lineis a/b & a/c , dato rectilineo b/e , similia similiterque posita rectilinea describantur a/f & a/g , per decimam octauam ipsius sexti. Et quoniam simile est $a/b/c$ triangulum ipsi $a/b/d$ triangulo, & qui ad b angulus utrique communis: est igitur

Demonstratio
ipsius theore-
matis.

vt c/b ad b/a , sic a/b ad b/d . sunt itaq; b/c & a/b , similis rationis latera. Similia porro triangu-
la, adinuicem in dupla ratione sunt similis rationis laterum, per decimā-
nonam eiusdem sexti. Triangulum igitur $a/b/c$, ad triangulum $a/b/d$, duplam rationē
habet quam b/c latus ad latus a/b . Rursum quoniā b/c rectilineū, simile est ipsi
 a/f similes autē rectilineæ figuræ, in dupla ratione sunt adinuicē similis rationis la-
terū, per primū corollariū vigesimæ huius sexti. Et b/c itaq; rectilineū, duplā ratio-
nē habet quam latus b/c ad similis rationis latus a/b . Ostensum est autē, qd & trian-
gulum $a/b/c$ ad triangulum $a/b/d$, duplam itidem rationem habet quam latus b/c
ad latus a/b . Et sicut igitur $a/b/c$ triangulū ad triangulum $a/b/d$, sic per vndecimam
quinti, b/c rectilineum ad rectilineum a/f . & à conuersa insuper ratione, sicut $a/b/d$



triangulum ad triangulum $a/b/c$, sic a/f rectilineum ad
rectilineum b/c , per quartæ ipsius quinti corollarium.

Haud dissimiliter ostendemus triangulum $a/b/c$ ad
triangulum $a/d/c$, atq; b/c rectilineum ad rectilineum
 a/g , duplicem itidem habere rationem, quam latus b/c
ad similis rationis latus a/c . Et proinde fore sicut $a/b/c$
triangulum ad triangulum $a/d/c$, sic b/c rectilineum ad
rectilineū a/g . Et econtra rursum, sicut triangulū $a/d/c$,
ad triangulum $a/b/c$, sic a/g rectilineū ad rectilineū b/c .

Patuit autem, quod sicut $a/b/d$ triangulum ad triangu-

lum $a/b/c$, sic a/f rectilineum ad rectilineum b/c . Primum igitur $a/b/d$, ad secundum
 $a/b/c$ eandem habet rationē, & tertium a/f ad quartum b/c : habet rursum & quin-
tum $a/d/c$ ad secundum $a/b/c$ eandem rationem, & sextum a/g ad ipsum quartum
 b/c . Et composita igitur primum & quintū $a/b/d$ & $a/d/c$, ad secundum $a/b/c$ ean-
dem habebunt rationem, & tertium a/f cum sexto a/g ad ipsum quartum b/c : per
vigesimalquartā ipsius quinti. Sed $a/b/d$ & $a/d/c$ triangu-
la, æqualia sunt ipsi $a/b/c$ triangulo, tanquā partes ipsum totum $a/b/c$ triangulum integrantes: & ipsa igitur
 a/f & a/g rectilinea, ipsi b/c rectilineo sunt æqualia. Aequum est ergo rectilineum
quod ex b/c , eis quæ ex a/b & a/c similibus similiterq; descriptis. Idem etiā ostē-
dere licebit, ex secundo corollario eiusdem vigesimæ huius sexti: coassumptis pto-
pter similitudinem triangulorum $a/b/c$, $a/b/d$, & $a/d/c$, tribus rectis lineis b/c , a/b &
 b/d proportionalibus, & alijs tribus itidem proportionalibus, b/c , a/c , & c/d . Erit
enim per idem corollarium, sicut b/c ad b/d , sic b/c ad a/f : sicutque eadem b/c ad
 c/d , sic b/c ad a/g . Hinc ipsarum trium linearum b/c , b/d , & d/c , quemadmodū &
supradictorum triangulorum adminiculo, conclusionem haud dissimili poteris eli-
cere discursu. In rectāgulis igitur triangulis, quæ ad rectum angulum subtendente
latere species: &c. vt in theoremate. Quod ostendendum fuerat.

Idem alia ra-
tione demon-
strare.

Θεώρημα κβ, Πρόθεσις λβ.

Εάν δύο τρίγωνα συντεθῇ κατὰ μίαν γωνίαν, τὰς δύο πλευρὰς πρὸς δύο πλευρὰς ἀνέ-
λογον ἔχοντα, ὥστε τὰς ὁμολόγους ἀντιπρὸς πλευρὰς καὶ παραλλήλους εἶναι: αἱ λοιπὴν τῶν
τρίγωνων πλευρὰς, ἐπὶ ἐνθείᾳ ἴσονται.

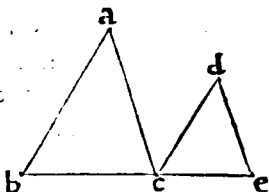
Theorema 22, Propositio 32.

32 SI duo triangu-
la componantur ad vnum angulum, duo late-
ra duobus lateribus proportionalia habentia, vt sint eiusdem
rationis eorum latera & parallela: reliqua ipsorum triangulorum
latera, in rectam lineam erunt.

ORONTIVS. ¶ Sint bina triangu-
la $a/b/c$ & $d/c/e$, ad vnum angulum qui sub
p.ij.

Ostēſio theore-
matis.

$a/c/d$ composita, habētia duo latera b/a & a/c duobus lateribus c/d & d/e proportionalia, sicut b/a ad a/c ita c/d ad d/e sintq; eiusdem rationis latera inuicem parallela, utpote a/b ipsi c/d , & a/c ipsi d/e . Dico quòd reliqua latera b/c & c/e , in rectā lineam sunt constituta. Cū enim ex hypothesi a/b & c/d sint parallelæ, & in eas incidat a/c : erit angulus $b/a/c$ æqualis alterno $a/c/d$, per vigesimamnonam primi. Haud dissimiliter quoniam a/c parallela est ipsi d/e , & in eas incidit recta c/d : erit per eandem vigesimamnonam primi, angulus $c/d/e$, alterno $a/c/d$ itidem æqualis. Duo itaq; anguli $b/a/c$ & $c/d/e$, eidem angulo $a/c/d$ sunt æquales: & proinde æquales adinucem, per primam communem sententiam. Bina itaque triangu-
la $a/b/c$ & $d/c/e$, habent vnum angulum vni angulo æqualem, & quæ circum æquales angulos latera proportionalia: æquiangu-
la ergo sunt ipsa $a/b/c$ & $d/c/e$ triangu-
la, & æqua-
les habēt angulos sub quibus eiusdē rationis latera sub-
tenduntur, per sextam huius sexti. Aequus est itaq; an-
gulus $c/b/a$, angulo $d/c/e$. Ostensum est autē, qd & $b/a/c$ /
angulus, æqu⁹ est angulo $a/c/d$. Duo igitur anguli $a/c/d$ /
& $d/c/e$, duobus angulis $b/a/c$ & $c/b/a$ sunt æquales. To-
tus rursū qui sub $a/c/e$ cōtinetur angulus, eisdem an-
gulis $a/c/d$ & $d/c/e$ æqualis est. Et proinde angul⁹ $a/c/e$,
duobus angulis $b/a/c$ & $c/b/a$ est æqualis. Cōmunis addatur angulus $a/c/b$: duo igitur anguli $a/c/b$ & $a/c/e$, tribus angulis $b/a/c$, $a/c/b$, & $c/b/a$ ipsius $a/b/c$ triangu-
li, sunt per secundam communem sententiam æquales. Sed eisdem tribus angulis ip-
sius $a/b/c$ triangu-
li, sunt æquales duo recti, per trigesimamsecundam primi. Et duo itaque anguli $a/c/b$ & $a/c/e$, duobus rectis per primam communem sententiam co-
æquantur. Ad datam ergo rectam lineam a/c atq; ad eius punctum c , duæ rectæ li-
neæ b/c & c/e non ad easdem partes ductæ, efficiunt utrobique angulos $a/c/b$ & $a/c/e$ binis rectis æquales: ipsæ igitur rectæ lineæ b/c & c/e , in directū seu rectam lineam, per decimamquartam ipsius primi sunt constitutæ. Ergo si bina triangu-
& quæ sequuntur reliqua. Quod expediebat demonstrasse.



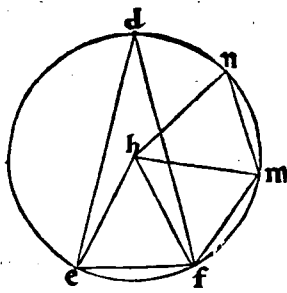
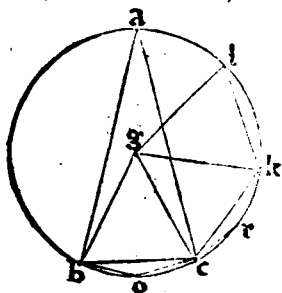
Θεώρημα κγ, Πρόθεσις λγ.
ΕΝ τοῖς ἴσοις κύκλοις, αἰγωνία ἢ αὐτὸν λόγον ἔχουσι παῖς περιφερείαις ἐφ' ὧν βεβήκασι, ἰσχύει πρὸς τοῖς κέντροις, ἰσχύει πρὸς παῖς περιφερείαις ὡς βεβήκασι. ἐπὶ δὲ ὁ δὲ τομῆς, ἂν τε πρὸς τοῖς κέντροις συνιστάμενοι.

Theorema 23, Propositio 33.

IN æqualibus circulis, anguli eandem habent rationem ipsis cir- 33
cunferētijs in quibus deducūtur: etsi ad centra, etsi ad circunfe-
rētias fuerint deducti. Tum etiā sectores, tanq̃ ad centra cōstituti.

ORONTIVS. ¶ Sint bini & adinucē æquales circuli, $a/b/c$ & $d/e/f$: ad quorū centra g & h , anguli deducātur $b/g/c$ & $e/h/f$, ad circunferētias autē, $b/a/c$ & $e/d/f$, circunferentias b/c & e/f comprehendentes. Aio primū, quòd veluti circunferentia b/c , ad e/f circunferentiā, sic angulus $b/g/c$ ad angulum $e/h/f$, necnon & angulus $b/a/c$ ad angulum $e/d/f$. Connectantur enim per primum postulatū b/c & e/f . & in datis circulis $a/b/c$ & $d/e/f$, datis rectis lineis b/c & e/f , nō maioribus eorundem circulorum dimetientibus: quocunq; æquales rectæ lineæ ordine coaptentur, c/k & k/l ipsi b/c , atq; f/m , & m/n ipsi e/f æquales, per primā quarti. & per primum postulatū, connectantur g/k , g/l , h/m , & h/n rectæ lineæ. Et quoniā æquales sunt b/c , c/k , & k/l rectæ lineæ, æquales sunt & circunferentiæ b/c , c/k , & k/l easdem rectas inuicem æquales subtendētes, per vigesimamoctauam tertij. Hinc

De angulis q
ad centrum.



per vigesimaseptimā eiusdē tertij, anguli $b/g/c$, $c/g/k$, & $k/g/l$, æquales sunt adinuicem. Et proinde anguli $e/h/f$, $f/h/m$, & $m/h/n$, adinuicē pariter æquales. Quotuplex igitur est $b/c/l$ circumferentia, ipsius circumferentiæ b/c totuplex est angulus $b/g/l$, ip-

sus anguli $b/g/c$. quotuplex insuper est $e/f/n$ circumferētia, ipsius e/f circumferētiæ: totuplex est & angulus $e/h/n$, ipsius anguli $e/h/f$. Si itaq; circumferētia $b/c/l$ maior est circumferētia $e/f/n$: æquē maior est & angulus $b/g/l$, ipso angulo $e/h/n$: & si æqualis, æqualis: si autem minor, itidem proportionaliter minor. Quatuor itaq; magni-

Circunferentiæ		Anguli.	
$b/c/l$	$e/f/n$	$b/g/l$	$e/h/n$
b/c	e/f	$b/g/c$	$e/h/f$

tudinum, vtpote b/c & e/f circumferētiarum, & angulorum $b/g/c$ & $e/h/f$, sumpta sunt æquē multiplicia primæ & tertiæ: necnō secundæ & quartæ alia vtcunque æquē multiplicia. & sicut multiplex primæ, ad multiplex secundæ: sic multiplex tertiæ, ad

multiplex quartæ se habere deductum est. In eadem ratione igitur est prima ad secundam, & tertia ad quartam, per sextam ipsius quinti diffinitionē: hoc est, sicut b/c circumferentia, ad e/f circumferentiā: sic angulus $b/g/c$, ad angulum $e/h/f$. ¶ Et quoniam angulus $b/g/c$ duplus est anguli $b/a/c$, & $e/h/f$ ipsius $e/d/f$ itidem duplus, per vigesimā tertij. Sunt itaque $b/g/c$ & $e/h/f$ anguli, ipsorum $b/a/c$ & $e/d/f$ qui ad circumferentias sunt angulorū, æquē multiplices. Partes autē eodem modo multiplicium, eandem rationem habent sumptæ adinuicem: per decimam quintam eiusdem quinti. Quam rationē igitur habet angulus $b/g/c$, ad angulum $e/h/f$: eam ha-

De angulis q
ad circumferē
tiam.

b/c	e/f	$b/g/c$	$e/h/f$	$b/a/c$	$e/d/f$
-------	-------	---------	---------	---------	---------

bet & angulus $b/a/c$, ad angulum $e/d/f$. Oñsum est autem, quod angulus $b/g/c$ ad angulum $e/h/f$ eam habet rationem: quam b/c circumferentia, ad circumferentiā e/f . Et $b/a/c$ igitur angulus, ad angulum $e/d/f$

eam habet rationem, per vndecimam quinti: quam b/c circumferentia, ad circumferentiā e/f . ¶ Dico insuper quod sicut eadem circumferentia b/c , ad circumferentiā e/f : sic $g/b/c$ sector, ad sectorem $h/e/f$. Coassumantur enim in b/c & c/k circumferētijs, contingentia signa, o & r : & connectantur b/o , o/c , c/r , & r/k lineæ rectæ, per primum postulatū. Et quoniam trianguli $g/b/c$ duo latera b/g & g/c , sunt æqualia duobus c/g & g/k trianguli $c/g/k$, per quindecimam diffinitionem primi, & æquos adinuicem continent angulos, basis quoq; b/c basi c/k est æqualis: totum itaque triangulum $g/b/c$, toti triângulo $c/g/k$, per quartā ipsius primi, est æquale. Rursum quoniam b/c circumferentia, æqualis est circumferentiæ c/k : si à tota $a/b/c$ circumferentia, eadē æquales auferantur circumferentiæ, reliqua $b/a/c$ reliquæ $c/a/k$, per tertiā communem sententiam, est æqualis. Et proinde anguli $b/o/c$ & $c/r/k$, æquales sunt adinuicem, per vigesimaseptimā tertij. Similis est igitur sectio $b/o/c$, sectioni $c/r/k$, per decimam ipsius tertij diffinitionem: & in æqualibus rectis lineis b/c & c/k constitutæ sunt. Aequalis est igitur sectio $b/o/c$, sectioni $c/r/k$, per vigesimam-quartam eiusdem tertij. Et quoniam æquum est triangulum $g/b/c$, triângulo $c/g/k$: totus propterea sector $g/b/c$, toti $c/g/k$ sectori, per secundam communem sententiam est æqualis. Et proinde sector $g/k/l$, vtrique ipsorum $g/b/c$, & $c/g/k$ conuincitur æqualis. Tres itaque sectores $g/b/c$, $c/g/k$, & $g/k/l$, sunt æquales adinuicē. Haud dissimiliter, sectores $h/e/f$, $f/h/m$, & $h/m/n$, inuicem æquales fore concludentur.

De sectorib⁹.

Quotuplex est igitur circumferentia $b/c/l$, ipsius b/c circumferentiæ: totuplex est $g/b/l$ sector, ipsius sectoris $g/b/c$. Et proinde quotuplex est circumferentia $e/f/n$, ipsius e/f circumferentiæ: totuplex est & sector $h/e/n$, ipsius sectoris $h/e/f$. Ergo si $b/c/l$ circumferentiæ, maior est ipsa $e/f/n$: æquæ maior est & sector $g/b/l$, ipsius sectoris $h/e/n$: & si æqualis, æqualis: & si minor, itidem proportionaliter minor. Quatuor itaque magnitudinum, duarum inquam circumferentiarum b/c & e/f , & duorum sectorum $g/b/c$ & $h/e/f$, sumpta sunt æquæ multiplicia primæ & tertiæ, necnô secundæ & quartæ alia utcumq; æquæ multiplicia: & ut multiplex primæ ad multiplex secundæ, sic multiplex tertiæ ad multiplex quartæ se habere deductū est. Prima igitur ad secundam, eandem habet rationē, & tertia ad quartam, per sextam diffinitionem quinti. Sicut igitur circumferentia b/c , ad circumferentiam e/f : sic $g/b/c$ sector, ad sectorem $h/e/f$. In æqualibus igitur circulis, anguli eandem habent rationem ipsis circumferentijs in quibus deducuntur: etsi ad centra, etsi ad circumferentias fuerint deducti. Tum etiam sectores, tanquā ad centra constituti. Quod tandem receperamus ostendendum.

Circumferentiæ		Sectores.	
$b/c/l$.	$e/f/n$.	$g/b/l$.	$h/e/n$.
b/c .	e/f .	$g/b/c$.	$h/e/f$.

Corollarium.

Et proinde manifestum est, quod veluti sector ad sectorē, sic per vndeçimā quinti angulus ad angulum: utrobique enim ratio offenditur, quæ circumferentiæ ad circumferentiam.

SEXTI LIBRI GEOMETRICORUM
Elementorū Euclidis Megarensis, Ex
Orontij Finei Delphinatis, Regij
Mathematicarum professoris, traditione,

F I N I S.

Virescit vulnere virtus.



Errata quæ in paucis admodum accidere exemplaribus.
Pagina 9. sub prima cōmuni sentētia: lege, sit æqualis magnitudo cōnecessum est. &c.
Pagina 49. linea prima demonstrationis: tolle quod, & lege aio ex tota a/b . &c. non, quod ex tota.

Registrum.

2 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 2.
a. b. c. d. e. f. g. h. i. k. l. m. n. o. p.