

Notes du mont Royal

www.notesdumontroyal.com

Cette œuvre est hébergée sur « *Notes du mont Royal* » dans le cadre d'un exposé gratuit sur la littérature.

SOURCE DES IMAGES
Google Livres

Orontij Finei Del

PHINATIS, REGII
Mathematicarum
professoris,

IN SEX PRIORES LIBROS
geometricorum elementorum
Euclidis Megarensis De-
monstrationes.

Quibus ipsius Euclidis textus græcus, suis lo-
cis insertus est: vñ cum interpretatione
latina Bartholamæi Zamberti Ve-
neti, ad fidem geometricâ per
eundem Orontium
recognita.

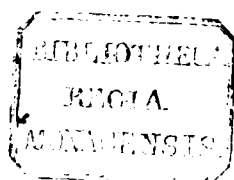
Monasterij *Indecensis.*
BERNARDVS GYRARDVS
ANATOLIENSIS
CVM PRIVILEGIO
Regis ad decennium, 15

PARISIIS.

Apud Simonem Collinæum.

1 5 3 6.

Virescit vulnere virtus.



Christianissimo ac potentiss.

GALLIARVM REGI, FRANCISCO

huius nominis primo, Orontius Fineus, Delphinus, S. D.



Vm celebres illas & fidissimas artes, Francisce Rex inuictissime, quæ solæ Mathematicæ, hoc est, disciplinæ meruerunt adpellari, sub tuo felici profiterer nomine: raros admodum offendi (etiam in numerosa auditorum multitudine) qui satis fido ac liberali animo, tam vtile ac iucundum philosophandi genus, à limine (vt aiunt) salutare, ne dicā ad illius penetralia, penitioraq; secreta, peruenire dignarentur. Cuius adeo miseræ ac deplorandæ infelicitatis radicē, ex eo maximè pullulare vel facile percepi: quod siue inclementia tēporis, siue parentū & præceptorū incuria, Geometriæ nusquam prægustauerint elemēta. sine quorum præuia, ac exacta cognitione: omnis prorsus, nedum Mathematica, negatur philosophia. Perscrutatur enim Geometria continuæ, & prout immobilis est, quantitatis accidentia: nempe magnitudinum, & figurarū rationes, affectiones item, positionesq; diuersas: multiformia ipsarū discrimina subtili admodū examine discutiēdo. Exordiū præterea sumit, à per sese, & vulgo notis principiis. & potissimis dialectices innixa præceptis, ac collecta syllogismis: ad prima demonstrationū insurgit elemēta. à quibus per mediōrū ordinē discurrēdo, atq; simplicia compositis, & cōposita simplicibus comparando, progreditur ad vltima: ad propria tandē singula resoluendo principia. Quanquā insuper circa intellectuilia & abstracta, quemadmodū & diuina versetur philosophia: sensilia tamē & ipsi materiæ subiecta, veluti physica ratlocinatio, simul attingere cōperitur. Et proinde fit, vt nulla disciplina certior existat Geometria: vel quæ antiquitatis dignitate præcellat. Nulla etiam quæ vires ingenij magis foueat, augeat, locupletetq;: vel quæ ingenium ipsum ad puriora studia, omniūmq; ingenuarum adinventionum excogitationē, adeo facile reddat, ac suapte natura propēsū. Adde quòd vsui, & cōmodo generis humani plurimū cedit. Hinc

præclara illa & toti Orbi decora liberaliū artiū facultas, cæterarum mater & alumna, ad veterū philosophorū imitationē, prudētissima sancit institutionē: ne quispiā in doctorum, seu (vt vocāt) magistrorū admittatur ordinē, ni cū cæteris philosophici discursus authoribus, sex priores libros geometricorū elemētōrū Euclidis saltē audiuerit, quasi ignoratis Geometriæ rudimentis, ad cæteras disciplinas præclusa videatur esse via. Cuius rei vestigia, Parisiensis adhuc obseruat academia. qui enim ad laureā adspirāt philosophicā: iureiurādo profitētur arctissimo, sese prænominatos Euclidis libros audiuisse. An verò illius elementa, multis abhinc annis, vsq; ad nostra viderint (ne dicā intellexerint) tēpora (paucis forsità exceptis, quos æquus amauit Iupiter) non ausim honestè cōfiteri. Nouerunt enim singuli, etiā exteri: quibus deliramētis nō modò fœcūdissima iuuenū ingenia hætenus torserint, ac penè dixerim deprauarint pseudophilosophi, verum etiā omnē bonā extinxerint eruditionē.

Redit tamē suus singulis honos, suāq; dignitas: & in pristinū illū disciplinarū splendorē (reiectis barbaris, ac sophisticis nugis) paulatim cūcta reduci cōspicimus. Id q; tuo in primis fauore, ac liberali succurrēte munificētia, Princeps humanissime: qui primus inter maiores tuos, non sine magna tui nominis ac dignitatis propagatione, & incōparabili reipub. cōmodo, bonarū literarū studia fouere cœpisti, & publicis augere professoribus. Inter quos, me liberaliū Mathematicarū interpretē simul instituisti: & præter decretū stipendiū, nō aspernandis plerūq; donasti muneribus. Vt igitur pro mea virili parte, tū erga munificentia tuā, tum erga ipsam répub. debito fungar officio, & præter quotidianas lectiones, aliquod hominis vestigiū, in fidele tuæ liberalitatis & clementiæ testimoniū, posteris relinquā, vt q; viā ad grauiora ijs simul aperiā, qui mathematici fieri, hoc est, aliquid scire desiderāt: cōscripsi nuper in sex (quos paulo antè dixi) libros Euclidis, cōmentaria admodū vtilia, clarissimāsq; propositionum demōstrationes, & sub nomine auspiciōq; tuo sclicissimo tandē ædidi. cōscripturus deinceps & suo æditurus ordine (Deo in primis, & tuo opitulāte subsidio) cætera mathematicæ philosophiæ rudimēta: quibus studiosa iuuentus proficiēdo delectabitur, & ad vberriū (vt spero) prouehetur incrementū. Interea clementissime Rex, hosce labores nostros, tuæ maiestati consecratos, liberaliter suscipito. Vale Regum decus, & literarū vnicum refugium. Lutetiæ Parisiorum, M. D. XXXVI.

AD CANDIDVM QVENVQVE, AC studiosum Lectorem.



Absoluimus tandem, candide ac studiose Lector, & tibi liberali admodum
 communicamus animo, toties promissas, totiesq; desideratas in sex prio-
 res libros elementorum Euclidis, disciplinarum omnium ianitoris, demō-
 strationes. Quibus græcū ipsius Euclidis cōtextum suis locis inseruimus, vñā cum
 interpretatione latina Bartholamæi Zamberti Veneti: quam vbi geometricum visa
 est offendere sensum, ea qua decet modestia, fideliter emendauimus, & singula in
 suam redeгимus harmoniā. In primis itaq; diffinitiones ipsas (quæ durioris, quā
 iuuenum captus exposceret, plerunq; videbantur interpretationis) qua potuimus
 elucidauimus facilitate: atque cætera principiorum genera, à quibus vniuersa pro-
 blematum atque theorematum multitudo consurgit. Ipsorum porro theorematum
 atque problematum subtiles difficilēsq; demonstrationes, tali artificio, adeoq; ordi-
 nato ac facili discursu conscripsimus, & cōuinentibus probauimus syllogismis (mul-
 tis tum in melius commutatis, tum recenter adinuentis: nullisq; præter ea quæ in
 ipso continentur Euclide, subrogatis principiis) vt nemo futurus sit, qui legendo si-
 mul non valeat intelligere: quique minimū addere verbum absque temeritate, aut
 detrabere sine iactura possit. Adde quod ipsarum demonstrationum schemata siue
 figuras, ad rigore artis seu literæ, propria manu depinximus: quod satis ex omni par-
 te huic labori faceremus. *Primo itaque libro describuntur triangula, lineæ, anguli,*
paralleli, necnon quadrata & parallelogramma tum iuicem tum ipsis comparata
triangulis. Secundo, gnomon atque rectangulum diffinitur parallelogrammū: linea-
rum insuper tum sectarum, tum coniunctarū adinuicem potestates: hoc est, ex ipsis
lineis, ac earundem segmentis resultantium quadratorum & rectilineorum qualita-
tes edocentur. Tertio autem, circulorum perscrutantur inspectiones, atq; rectarum
in circulo subtensarum, & ipsorum angulorū tum ad centrū tum ad circuli circunse-
rētiam consistentiam discrimina. Quarto porro libro, figurarum inscriptiones, atq; 7
circumscriptiones ostenduntur. Quinto, magnitudinum rationes atque proportio-
nes in vniuersum discutiuntur. Sexto deniq; libro, post diffinitam rationum compo-
sitionem, linearum proportionalium inuentiones, rationes item atque proportionēs
figurarū, mirabili resoluuntur artificio. Quæ quidem omnia syllogismis, tum à cau-
sis, tum ab inspectionibus sumptis (quæ fidem efficere possunt) suo demonstrātur or-
dine. Incepit igitur Euclides à triangulis, & angulis, atque lineis rectis: propterea
quod rectilinearum figurarum prima est trilatera, in quam cæteræ rectilineæ figu-
ræ resoluuntur. Penes insuper laterum & angulorum diuersam habitudinem, ea-
rundē rectilinearū figurarum attendūtur, considerantūrvē discrimina. Et proinde
liber primus, vniuersalior est secundo, secundus tertio, tertius quarto: & deinceps

*Quæ singulis
 sex libris con-
 tineantur.*



Argumentum libri secundi.

Argumentum libri tertij.

Cur hos sex li-
bros seorsum
ediderit Or-
tius.

ita de cæteris. Nec alienum velim babeas iudicium, de propriis singulorum librorū diffinitionibus. Hos autem sex priores libros, ad continuam spectantes quantita- tem, seorsum de industria collibuit exponere. Nempe in gratiam tum auditorum no- strorum, atque professorum artium liberalium, nostræ potissimum vniuersitatis Pa- risiensis, qui eosdem libros suis tenentur interpretari discipulis: tum etiā ob ipsorum discipulorum non aspernamdam vtilitatem. Poterunt siquidem eorundem sex libros rum adminiculo, viam sibi ad vniuersam parare philosophiam: præcipuè Aristote- licam, quæ geometricum præsupponere videtur auditorem. hinc fit, vt iis qui Geo- metriam ignorant, subobscurus difficilisq; videatur Aristoteles. Quantum igitur publicæ studentium consuluerimus vtilitati, quàm longè præterea cæteros omnes hac in parte superauerimus: non facile persuadebitur ambitiosis illis & vanissimis rabulis, qui dum nihil agunt boni, sed vitam protrahunt parasiticam, suum de om- nibus impudenter audent proferre iudicium. Sed tu æquissime ac humanissime Le- ctor, qui iudicio, doctrina & eruditione polles, qui boni & æqui semper nosti consu- lere, nec ignoras quàm pulchrum & quàm decorum sit, pro concessa dexteritate, cæ- teros iuuare mortales: dum perlegeris, & perpenderis singula, poteris apud te tan- dem iudicare. Quod si hunc laborem nostrum, tibi pergratum (vt optamus & spe- ramus) futurum acceperimus: in reliquos omnes ipsius Euclidis libros non aspernā- da tibi parabimus commentaria, aliáq; non minus vtilia q̃ iucunda demū commu- nicabimus opera. Vale igitur interea feliciter: & Christianissimo Francorū Regi, mecænati nostro clementissimo (cuius fauore & auxilio id facimus quod facimus) vitæ in primis, dein rerum omnium felicissimū imprecare successum. Vale iterū. Lutetiæ Parisiorum mense Octobri. Anno Christi saluatoris M. D. XXXVI.

Ad Inuidum ex Martiali
distichon.

Qui ducis vultus, & non vides ista libenter:
Omnibus inuideas liuide, nemo tibi.

INDEX OPERVM, AB ORONTIO FINEO
Delphinate, Regio Mathematicarum professore, in gratiam
studiosorum omnium hactenus conscriptorum.

¶ Quæ ab eo ædita & iam impressa sunt.

¶ Protomathesis, ingens volumen: in quo hæc continentur.

De Arithmetica practica, libri quatuor: his qui ad mathematicam adspirant philosophiam haud parum conducentes.

De Geometria libri duorvbi de longitudinũ, planorum, & solidorũ dimensionibus.

De Mundi sphæra, siue Cosmographia, primæve Astronomiæ parte, libri quinque: proprijs eiusdem Orontij commentarijs elucidati.

De Quadrantibus & solaribus horologijs, libri quatuor: in quibus præter aliorum emendatas inuentiones, plurima suo excogitauit ingenio scitu dignissima, à Museo *Museus accusatur f. librarij &*
stero quodam statim inciuiliter vsurpata.

¶ Arithmeticiæ practiciæ æditio secunda, ab ipso authore castigata, aucta, & recognita, & in suum candorem restituta, ac seorsum impressa.

Quadrans vniuersalis astrolabicus, omnibus Europæ regionibus inseruiens, eiusdem & amplioris cum ipso Astrolabio commoditatis.

Commentaria, siue demonstrationes in sex priores libros elementorum Euclidis, præsentī contenta volumine.

Aequatorium Planetarũ, instrumento quadrangulārī & altera parte longiori comprehensum.

¶ Almanach cōiunctionum & oppositionum Luminarium, cum ijs quæ ad ecclesiasticum pertinent computum: xxxv. annis inseruiens.

Aliud item almanach vniuersale, vtilissimis refertum cōmoditatibus: ad plures annos inuiolabile, & tam latinè quàm gallicè conscriptum.

¶ Charta siue Chorographia Galliarum, elegantissimè depicta.

Vniuersi orbis descriptio, gemina cordis humani figura, & vnico papiri folio comprehensa.

Eadem orbis designatio, ampliore & vnica humani itidem cordis effigie coextensa.

Viaticum diui Pauli: siue terrarum ad sacræ scripturæ intelligentiam necessariarũ Chorographiam primus ædidi.

Nunc verò promissa Terræ sanctæ Chorographia, ad verum (quoad fieri potuit) descripta sculpitur: & propediem emittetur.

Ædidi & alia quàm plurima minutiora opuscula (etiam gallica) quæ longum esset recensere. Singula quoq; figuris elegantissimis, propria manu depictis, illustrauit.

¶ Aliena per eundem Orontium emendata.

Compendium sphære Ioannis à Sacrobo annotationibus & figuris ornavit.

Theoricas planetarum Georgij Purbachij, scholijs, ac figuris non aspernandis clariore reddidit.

Arithmeticen Ioannis Martini Blasij, primus in suam redegit harmoniam, & figuras admodum necessarias cum numeris adiunxit.

Margaritam insuper philosophicum F. Gregorij Resch. Cartusiani, suæ integritati restituit: & non aspernandis illustrauit appendicibus.

Emendauit & varios sub prælo authores: quos data prætermittimus opera.

¶ Quæ nunc autē ipse moliatur Orontius, sequenti disces priuilegio.

Proximo disticho, corrige. & non legis ista libenter.

 Coppie du priuilege de ce present liure, &
aultres oeuvres contenues en icelluy.

Francloys

Par la grace de Dieu Roy de France, au pre-

uost de Paris, Bailly de Rouen, Seneschal de Lyon. Et a tous noz aultes iusticiers, officiers, ou a leurs lieutenans quil appartiendra, salut. Nostre cher & bien ame maistre Oronce Fine, lecteur ordinaire de par nous es sciences Mathematicques, en nostre ville & vniuersite dudit Paris: Nous a fait entendre, que avec grant peine & labeur, Il a fait & copille plusieurs liures & cartes, intitulez ainsi ql sensuit, assauoir. Les cometaires sur les six premiers, & dixiesme liures de Euclide: & sur la perspective dicelluy. Trois liures, touchant lart de scauoir mesurer toutes logueurs, plates formes, & corps solides. Cinq liures, sur la Cosmographie ou Sphere du Mode, concernans la premiere & principale partie Dastronomie. Vng Astrolabe nouueau, avec le liure de la declaration dicelluy. Vng quadrant representant ledit Astrolabe, avec sa declaratiō, tant en Latin que en langage Francoys. Vne oeuvre tresutile sur la theorique des Planettes, avec les tables & instrumens a ce requis. Vng Aequatoire, pour scauoir le cours & mouuement desdictz Planettes: avec vng Directoire. Le tout nouuellement excogite, par ledict Oronce: & les liures declaratifz diceulx. Vng almanach a plusieurs annees, fort utile. Plus oultre lesdictz liures, a redigez en forme de deux grans rondeaulx hemisphericques, la description geographique de tout le Mode. Aussi la description & Carte de Europe, le plus au vray distincte quil luy a este possible. En tous lesquels liures & cartes susdictes, sont contenues plusieurs bonnes oeuvres de tresgrant prouffit & utilite: a linstruction, edification, & recreation des bons esperitz, qui se voudront applicquer a les veoir & entendre. Nous suppliant & requerant, que a ceste cause luy vueillions permettre la publication desdictz liures & cartes, par nostre Royaulme. ¶ Pource est il, que nous ce considere, desirans fauoriser & gratifier au labeur dudit Oronce Fine. A icelluy auons permis & octroye, permettons & octroyons, voulons, & nous plaist: Que par tel ou telz des imprimeurs iurez de nostredict Royaulme que bon luy semblera, il puisse & luy loise faire imprimer lesdictz liures & cartes des intitulations dessusdictes. En deffendant tresexpressement a tous aultres libraires & imprimeurs de noz villes & vniuersitez quelz quilz soient, sinon celluy ou celux qui en auront charge de par luy. Que durāt le temps & terme de dix ans prochain venans, Ilz nayent a imprimer ou faire imprimer, vendre ne lucider lesdictz liures & cartes susdictes, sur peine damende arbitraire & de confiscation diceulx liures & cartes. Si voulons, vous mandons, & a chascun de vous en droit soy & si comme a luy appartiendra, Que de noz present grace conge permission & octroy, vous faictes souffrez & laissez ledict Oronce Fine, iouyr & vsr, Et icelles nosdictes deffenses entretenir, garder, & obseruer de poinct en poinct, selon & ainsi que dict est cy dessus. Cessans tous aultres empeschemens au contraire. Car tel est nostre plaisir. Donne a Valence, le cinquiesme iour de Septembre, Lan de grace mil cinq cens trente six. Et de nostre regne le vingtdeuxiesme. Ainsi signe

Par le Roy, monseigneur le Cardinal
de Lorraine, & aultres presens.

Preudomme.

Et scelle a simple queue de cire l'aulne.



Orontij Finei Delphinatis, Re-

GII MATHEMATICARVM PROFESSO-
ris, In Primum elementorum Euclidis, Demonstrationes.

¶ Principiorum Interpretatio.



RECEPTVM EST AB OMNIBVS, VNAMQVAMQUE disciplinā propria sibi vēdicare principia: quę etsi nulla prorsus videātur indigere probatione, ex ipsis tamen sanē intellectis principijs, ad ea quę eadem consequūtur principia, deuenire vel facile cōtingit. Idcirco generalē principiorū geometricorū elucidationē, pro theoriāme in sex priores libros geometricorū elementorū Euclidis Megarensis (quos in gratiam studiosorum omnium suscepimus interpretādos) pręmittere: atq; intellectualem illam magnitudinum,

Cuiuslibet disciplina propria recipienda fore principia.

& figurarum cōtemplationem (prius, quā ad propositionum expositionem deueniamus) rudioribus geometricarum speculationum tyrunculis aperire, non duximus importunum.

¶ Triplicem itaque principiorum offendimus ordinem: vtpote, diffinitiones, terminorum naturam exprimentes: postulata, ex ipsis collecta diffinitionibus: & effata, seu cōmunes sententias, quę dicuntur axiomata. In primis ergo diffinitiones: dein reliqua suo declarabimus ordine. ¶ Animaduertendum est igitur, subiectum ipsius Geometrię fore magnitudinem, à numero quidem & materia seorsum abstractam. Magnitudinis autem, triplex assignatur dimensio. Aut enim magnitudo longa tantum imaginatur: aut longa, & lata: vel denique longa, & lata, simulque profunda, siue crassa abstrahitur. Quorum omnium mediatum vel immediatum principium, punctum (aliās signum) esse dicitur. Fingitur enim magnitudo per continuam sui ipsius diuisionem (quāquā in semper diuisibilia distribuatur) deuenire tandem ad partem minimam, quę videlicet amplius diuidi non possit, ac si foret omni dimensione priuata: instar quidem vnitatis in discreta quantitate. Vt quemadmodum ex vnitatis multiplicatione, omnis conficitur numerus: haud dissimiliter ex huiuscemodi parte, vel indiuisibili nota, per abstractum seu transsumptiuum eiusdem notulę motum, omnem effingamus oriri seu produci magnitudinē. Hanc itaq; magnitudinis partem minimā, siue notulā indiuisibilem seorsum abstractam, punctum adpellamus: & ab Euclide ita primum describitur,

Triplex ordo principiorum geometricorum.

Geometrię subiectum.

Triplex in magnitudine dimensio.

Punctū omnis magnitudinis principium.

Puncti cū vnitatem comparatio.

¶ De puncto, linea, atque superficie, Diffinitiones.

¶ Σημῶν ἔστιν, ὃ μέρος οὐθέν.

Punctum

1 Punctum est, cuius pars nulla.

Id est, quod abstractū à cōtinuo, velut ipsius cōtinui pars minima, omni dimēsiōne priuatū imaginatur. ¶ Ex cuius quidē puncti abstracto defluxu, per infinitā sui ipsius multiplicatio- nē, longitudo dimensionū primaria cōficitur: quę Linea vocatur, in hunc diffinita modū,

Vt linea ex puncto describatur.

¶ Γραμμὴ δ', μῆκος ἀπὸ πόντος.

2 Linea verò, est longitudo latitudinis expers.

Hoc est, latitudine priuata. Cū enim punctū omni careat dimēsiōne: suo fluxu, seu trāssumptiuo motu, causat tantummodò longitudinem.

¶ Γραμμὴς δ' ὁρίσεται, σημάκι.

3 Lineę autem limites, sunt puncta.

Incipit enim à puncto, & ex infinitis conficitur punctis, in punctūmq; terminatur. Omnis porrò linea, vel recta, vel obliqua venit imaginanda.

a. j.

Εὐθεῖα γραμμὴ, ἔστιν ἥτις ἐξ ἑσῶν τοῖς ἐφ' αὐτῆς σημείοις καὶ ταῖς.

Recta linea est, quæ ex æquali sua interiacet puncta.

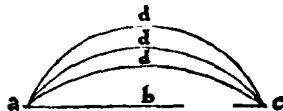
4

Recta linea
non datur re-
ctior.

Obliquarum
linearū infini-
ta diuersitas.

Superficie ab-
tractiua des-
criptio.

Vtpote, quæ à puncto in punctum breuissimè ducitur, ipsa terminatiua puncta intermedijs æquali positione cōnectens: vti subscripta a/b/c/ linea representat. Cùm igitur à dato puncto, in datum quodcūque punctum vnica sit breuissima via: fit, vt nulla recta linea rectior detur altera, sed quotquot ab eodem puncto ad idem punctum producentur lineæ rectæ, in vnā eandemq; lineam rectam coincidunt. Secus est de obliqua: quæ per contrariam ipsius rectæ diffinitionē facillè describitur. nam ab eodem puncto ad idem punctum, infinitè producitur obli- quæ lineæ, quæ circumferentiæ portiones adpellantur: dan- tūrque obliquis obliquiores. Veluti, quæ ab eodem puncto a/ad punctum c/ per ipsum d/ protrahuntur, ostendunt. Ex lineæ autem imaginario fluxu, ac si succedentium adinuicem linearum vestigium relinqueret, latitudo dimensionum altera res- pondenter acquiritur, describiturq; superficies.



Επιφανεία δ' ἔστιν, ὃ μῆκος καὶ πλάτος μόνον ἔχει.

Superficies est, quæ longitudinem, latitudinēq; tantūm habet.

5

Quæ cū exordiat à linea, & ipsius lineæ terminatiua puncta, ad motum eiusdem, re- ctam vel obliquam lineam describant, in eadēque linea mota quiescat ipsa superficies: re- linquitur euident quod

Επιφανείας πέρατα γραμμαί.

Superficie extrema sunt lineæ.

6

Porro cū linea, ad descriptionem mota superficie, recta fuerit, atq; in longum lineæ re- ctæ vniformiter, breuissimēque traducta: fit superficies, quæ plana dicitur, & in hunc diffi- nitur modum,

Επίπεδος ἐπιφανεία, ἔστιν ἥτις ἐξ ἑσῶν ταῖς ἐφ' αὐτῆς ὁρίσας ἔχει.

Plana superficies est, quæ ex æquali suas interiacet lineas.

7



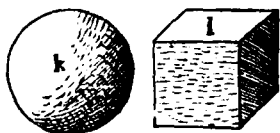
Id est, quæ per totam rectam lineam quaquaversum accom- modatur, nullo prorsus inflexa curuamine: veluti obiecta su- perficies e/f.

Curua super-
ficies.

Hinc curuæ superficie diffinitio, per contrariam elicitur ima- ginationem: quæ ex ea parte qua circumflectitur, cōcaua: forin- secus autem, conuexa nominatur. quemadmodū tibi repræ- sentat figura g/h.



Solidorum or-
rigo.



Vnde superfi-
cierū & corpo-
rū tāta diuersi-
tates.

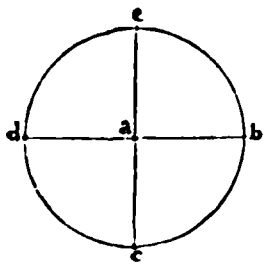
Ex superficie deniq; fluxu, solidum siue corpus trina dimē- sione, vtpote, longitudine, latitudine, atque profunditate con- tentū, abstractiue describitur. Quod vel vnica tantummodò su- perficie, vti sphaera k: pluribūve superficiebus, vt cubum l/ ter- minatur. Sed de his in posterioribus libris ipsius Euclidis tra- ctandum. Igitur pro linearum atque superficierum varietate, diuersōque eorundem motu, seu abstracto defluxu: varia, & penè infinita tum planorum, tum etiam solidorum, hoc est superficierum & corporum abstrahitur multitudo, pro limi- tum & angulorum varietate, diuersis expressa nominibus.

De rectilineis angulis.

Angulus,
Planus,
Solidus.

ANGVLORVM IGITVR, QVIDAM PLANI: QVIDAM VE- rò solidi. Planos vocitamus angulos, qui ex mutua concurrentium adinuicem linearum cau- santur inclinatione. Solidi autem dicuntur anguli, qui ex planorum angulorum cōcursu fi- gurantur: de quibus in postremis elementorum libris. Nunc itaque de planis tractandum angulis. Pro quorū elucidatione animaduertendum est, quoties linea recta, altero limitum manente fixo, altero autem moto, completè circunducitur: describi superficiem, quæ circus- lus adpellatur. vtpote, si a/b/ recta, immoto puncto a, ex b/ in c, per d/ & e, rediens tandem

Angulorū ori-
go notanda.



in b, circum idem punctum a, completè reuoluatur: describens planum circulare b/c/d/e. Nam punctum b/ hoc modo circūdu-
ctum, lineam efficit orbicularem, quæ circumferentia dicitur: &
immutum punctum a, medium, siue centrum eiusdem vocatur
circuli. Hinc orta est subscripta circuli, & in ordine decimaquin-
ta diffinitio. Prius quàm autem eiusmodi linea vniuersum
compleuerit orbē, diuersas cum prima & relicta linea facit in-
clinationes, nusquā ab immoto recedendo p̄fecto. Hæc igitur
linearum super eodem plano sese ita contingētium inclinatio
mutua, vel inclinationis habitudo (vt linearum a/ b/ & a/e/ vel

a/e/ & a/d) & non in directum constitutarum, hoc est, vnam eandemque rectam lineam mi-
nimè efficientium (cuiusmodi sunt a/b/ & a/d, vel a/c/ & a/e) planus vocatur angulus: qui ab
ipso Euidede, hoc modo consequenter diffinitur,

Ἐπὶ τοῖς & τῶν α, ἴσιν ἢ οἱ ἰσὶ τῶν α ὁδο γερμῶν ἀπὸ μοῖων ἀλλήλων, καὶ μὴ ἐπ' αὐτῶν
καμοῖων πρὸς ἀλλήλους τῶν γερμῶν κλίσεως.

- 8 Planus angulus, est duarum linearum in plano sese tangentium,
& non in directo iacentium, ad alterutram inclinatio.

Hæc autem inclinatio de rectis lineis potissimū venit intelligenda: tales enim anguli in
his primis sex libris geometricorū elementorū præcipuè considerātur. Hinc dicit Euclides,

Ὅταν & αὐτὴ ἡ γωνία πῶς γωνίας γερμῶν ἀπὸ μοῖων ἴσιν, αὐτὴν γερμῶν καλεῖται ἢ τῶν α.

- 9 Quando autem quæ angulum continent rectæ lineæ fuerint, re-
ctilineus angulus nuncupatur.

Quodd si eadem lineæ datum efficientes angulum fuerint obliquæ, siue curuæ: curuilineus
dicitur angulus. quales sunt qui à circumferentiis causantur intersectionibus. Si autem

Planorum an-
gulorū diuer-
sitas.

Rectilinei.

A N G V L I.

Curuilinei.

Mixti.



ex recta & curua angulus ipse
cōficiatur: is mixtus venit ad-
pellandus. Veluti sunt anguli
ex dimetiēte, seu chorda, & ar-
culus circulorū comprehensi.
Potissima tamen inter planos
angulos, rectilineorū apud Ge-
ometras (vti supra diximus)
habetur consideratio.

Ἐπὲς quid rectilineorum angulorum attendenda magnitudo.

ἘC V I V S L I B E T I G I T V R A N G V L I P L A N I R E C T I L I N E I M A
gnitudo siue quantitas, dicitur arcus circuli, ab ipsis lineis rectis datū efficientibus angulum
comprehēsus: circuli inquā, cuius centrū ad concursum dictarum linearū imaginatur, & qui
ad completam minoris earundem linearum reuolutionem describitur. Si datæ itaque lineæ
rectæ angulum continent, quadrantē adamussimū comprehendant ipsius circuli: huiusmo-
di angulus rectus dicitur. Si verò arcum includant quadrante minorem: acutus. Quoties au-
tem idem arcus, quadrantem exuperauerit circuli: datus angulus nominatur obtusus. Quod
ex ipso facile colligitur Euclide, cum dicit,

Angulus,
Rectus,
Acutus,
Obtusus.

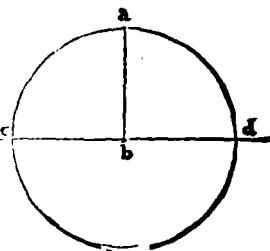
Ὅταν & αὐτὴ ἡ γωνία πῶς γωνίας γερμῶν ἀπὸ μοῖων ἴσιν, αὐτὴν γερμῶν καλεῖται ἢ τῶν α.
Ἐπὲς ἴσιν τῶν α ὁδο γερμῶν ἀπὸ μοῖων ἴσιν, αὐτὴν γερμῶν καλεῖται ἢ τῶν α.

- 10 Cū verò recta linea super rectam consistens lineam, vtroque
angulos adinuicem æquales fecerit: rectus est vterque æqualium
angulorum. Et quæ superstat recta lineæ, perpendicularis vocita-
tur, super quam steterit.

Anguli recti
diffinitio.

Linea perpen-
dicularis.

Cuiusmodi sunt anguli $a/b/c$ & $a/b/d$, à recta a/b super rectam c/d ad perpendicularum incidente, causati. Fit enim recta c/d , in quam cadit a/b , dimetiens circuli, à circumducta b/a , circa punctum b descripti. Nec possunt iidem anguli $a/b/c$ & $a/b/d$ adinuicem æquales esse, quin vterque quadrantem includat circuli: & a/b recta, super rectam c/d perpendicularis existat. Ex quibus infert consequenter, quod



¶ $\Lambda\mu\beta\lambda\alpha\kappa\ \tau\omega\iota\varsigma\ \epsilon\varsigma\tau\iota\ \eta\ \mu\acute{\alpha}\lambda\omega\iota\varsigma\ \delta\epsilon\theta\eta\varsigma$.

Obtusus angulus, maior est recto

11

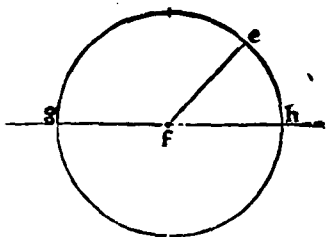
Vt angulus $e/f/g$, includens arcum e/g , quadrante maiorem, descripti circa punctum f circuli. Dicitur autem idem angulus $e/f/g$ obtusus: quoniam e/f & f/g lineæ rectæ, obtusam extrinsecus faciunt inclinationem.

¶ $\omicron\phi\acute{\alpha}\kappa\ \delta\epsilon\ \eta\ \epsilon\iota\lambda\acute{o}\sigma\tau\omega\iota\varsigma\ \delta\epsilon\theta\eta\varsigma$.

Acutus verò, minor est recto.

12

Veluti angulus $e/f/h$: cuius arcus e/h eodem circuli quadrante minor est. Vnde fit, vt e/f & f/h rectarum linearum inclinatio, in acutam conueniat habitudinem. Quanto igitur obtusus angulus $e/f/g$ maior extiterit, tanto minor erit acutus $e/f/h$: ipsa porro linea e/f , incidens in g/h vocitetur. Et quoniā eiusdem circuli quadrantes sunt adinuicē æquales: non datur propterea rectus angulus altero rectior angulo. Secus de obtusis, vel acutis angulis: quoniā arcus circuli quadrante maiores, eodēve quadrante minores varij sunt, atque infiniti. Linearum itaq; maior aut minor longitudo, quemadmodum nec magnitudo circuli, angulū non immutat: hoc est, neque maiorem, neque minorem eundem efficit angulum.



Cur omnes anguli recti inuicē æquales. Acutorum & obtusorum angulorū diuersitas. Linearū quātitas angulū nō immutat.

¶ *De termino & figura.*

¶ CVM AVTEM OMNIS MAGNITVDO FINITA SIT, ET terminata: diffinit cōsequēter Euclides ipsi⁹ magnitudinis terminū, in hūc qui sequit modū,

¶ $\omicron\phi\acute{\rho}\varsigma\ \epsilon\varsigma\tau\iota\ \delta\ \tau\iota\acute{\nu}\varsigma\ \epsilon\varsigma\tau\iota\ \pi\acute{\epsilon}\rho\acute{\alpha}\varsigma$.

Terminus est, quod cuiusque finis est.

13

Vtpote, punctum ipsius lineæ, linea superficiei, superficies denique solidi: quemadmodum ex eorundem abstractiua descriptione facile colligitur. Itaque

¶ $\epsilon\varsigma\ \chi\eta\mu\acute{\alpha}\varsigma\ \epsilon\varsigma\tau\iota\ \tau\acute{o}\ \acute{\alpha}\pi\acute{o}\varsigma\ \tau\iota\acute{\nu}\varsigma\ \eta\ \tau\iota\acute{\nu}\omega\iota\varsigma\ \delta\epsilon\theta\eta\varsigma\ \pi\epsilon\pi\epsilon\iota\chi\eta\mu\epsilon\lambda\omega\iota\varsigma$.

Figura sub aliquo, vel aliquibus terminis comprehenditur.

14

Sub aliquo quidem, vt planū circulare, vel solidum sphæricum: sub aliquibus verò, vt triangulum vel quadrangulū inter planas, & cubū aut pyramis inter solidas, & quæ sunt eiusdem modi. Sed de planis figuris, atq; de lineis & angulis in eodē plano constitutis, his sex prioribus libris determinandum.

Notandum.

¶ *De circulo, eiúsque partibus.*

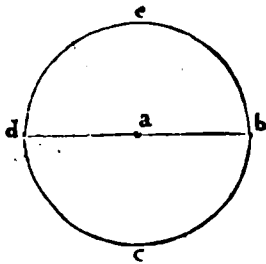
¶ INTER FIGVRAS, QVAE PLANAE VOCANTVR, EA DICITUR esse simplicissima, quæ vnico comprehenditur termino: cuiusmodi videtur esse circulus. Hunc itaque primū diffinit Euclides,

¶ $\kappa\acute{\iota}\nu\kappa\lambda\omicron\varsigma\ \epsilon\varsigma\tau\iota\ \chi\eta\mu\acute{\alpha}\varsigma\ \acute{\omega}\delta\iota\pi\epsilon\iota\delta\eta\iota\varsigma\ \acute{\alpha}\pi\acute{o}\varsigma\ \mu\acute{\alpha}\varsigma\ \gamma\eta\gamma\mu\mu\eta\varsigma\ \pi\epsilon\pi\epsilon\iota\chi\eta\mu\epsilon\lambda\omega\iota\varsigma\ \eta\ \kappa\alpha\lambda\acute{\alpha}\tau\alpha\iota\ \pi\epsilon\pi\epsilon\iota\chi\eta\mu\epsilon\lambda\omega\iota\varsigma\ \pi\epsilon\pi\epsilon\iota\chi\eta\mu\epsilon\lambda\omega\iota\varsigma\ \acute{\omega}\delta\iota\pi\epsilon\iota\delta\eta\iota\varsigma\ \acute{\alpha}\pi\acute{o}\varsigma\ \tau\acute{o}\ \chi\eta\mu\acute{\alpha}\tau\omicron\varsigma\ \kappa\alpha\iota\mu\epsilon\iota\omega\iota\varsigma\ \pi\acute{\alpha}\tau\epsilon\iota\alpha\iota\ \acute{\alpha}\iota\ \pi\epsilon\pi\epsilon\iota\chi\eta\mu\epsilon\lambda\omega\iota\varsigma\ \acute{\omega}\delta\iota\pi\epsilon\iota\delta\eta\iota\varsigma\ \acute{\alpha}\lambda\lambda\acute{\alpha}\lambda\alpha\iota\varsigma\ \acute{\alpha}\iota\sigma\iota$.

Circulus, est figura plana, vna linea contenta, quæ circumferentia adpellatur: ad quam ab vno puncto introrsum medio existēte,

omnes prodeuntes lineæ, in ipsius circuli circumferentiā incidentes, adinuicem sunt æquales.

Hæc definitio, ex data nuper (cū de planis loqueremur angulis) abstractiua circuli descriptione fit manifesta. Cū enim a/b/ recta linea data, circum a/ punctum completè reuoluitur :



punctum b/ suo motu circumferentiā cauat, & immotum punctum a/ in circuli centrum permutatur. Hoc itaq; circuli centrum, secundum longitudinē ipsius a/b/ rectæ lineæ datæ, ex omni parte distabit à circumferentiā. Ex quo necessum est, omnes rectas lineas ab ipsius circuli centro in circumferentiā eiusdem incidentes, fore eidem a/b (ex qua circulus describitur) atque adinuicem æquales. Hoc est, eiudem circuli circumferentiā à suo cētro æqualiter vndiquaq; distare. Hinc dicit consequenter,

Κέντρον ἐστὶ τῷ κύκλῳ, τὸ σημῆον καλεῖται.

16 Centrum verò ipsius circuli, punctum adpellatur.

De puncto medio velim intelligas: vt punctum a, in obiecta circuli figura b/c/d/e. Lineæ nanque limites sunt puncta: quorum immotum (circa quod videlicet alterum in circuli descriptione circumducitur) in medio permanet, & centrum efficitur circuli.

Διὰ μέτρον ἐστὶ τῷ κύκλῳ, ἡ τὴν διὰ τοῦ κέντρου ἡ γωνία, ἢ περιτονία, ἢ ἡ ἀπὸ τοῦ κέντρου πρὸς τὴν περιφέρειαν ἡ τμήμα, ἢ τὸ μέρος τοῦ κύκλου.

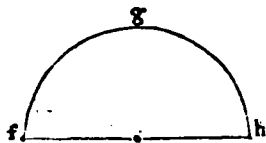
17 Dimetiens circuli, est recta quædam linea per centrum acta, & ex vtraque parte in circuli circumferentiā terminata, quæ circum bifariam dispescit.

Cuiusmodi est linea b/d/ supra scripti circuli b/c/d/e, per a/ centrum vtrique producta: & quæcunque illi similis. Dimetiens enim, siue diameter, propriè circulorum esse videtur: diagonius autem, rectilinearum figurarum: axis verò, solidorum.

Dimetiētis ἡ διαγωνία & ἡ ἀξὶς differētia.

Ἡ μεμικρὸς ἐστὶ τὸ περιτμήμα, ἢ τὸ μέρος τοῦ κύκλου, ἢ τὸ μέρος τοῦ περιτμήματος.

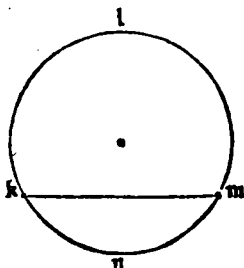
18 Semicirculus, est figura quæ sub dimetiente, & ea quæ ex ipsa circuli circumferentiā sublata est, cōtinetur.



Vt ea figura, quæ ex f/h/ dimetiente, & dimidia circuli circumferentiā f/g/h/ comprehenditur. Semicirculus enim cū sit dimidium circuli: non potest alijs lineis quàm dimetiente, & media claudi circumferentiā.

Τμήμα κύκλου, ἐστὶ τὸ περιτμήμα, ἢ τὸ μέρος τοῦ κύκλου, ἢ τὸ μέρος τοῦ περιτμήματος.

19 Sectio circuli, est figura quæ sub recta linea, & circuli circumferentiā aut maiore aut minore semicirculo, continetur.



Cū enim recta linea per circuli centrum, minimè ducitur, vtrique tamen in circumferentiā terminatur: ea circum ipsum in binas partes dispescit inæquales, quæ circuli sectiones adpellantur. Quarum ea quæ centrum includit circuli, vt k/l/m/ obiectæ descriptionis, maior dicitur: reliqua verò, vt k/n/m/, minor adpellatur. Ipsa porò linea recta k/m/, chorda siue subtensa: & comprehensa circumferentiæ pars, arcus responder nominatur.

Chorda. Arcus.

De rectilineis figuris.

POST CIRCULAREM FIGURAM, QUAE VNICO CLAUDITUR

a. iij.

limite, succedunt rectilineæ, hoc est, rectis lineis terminatæ figuræ, variam quidem, pro laterum numero, angulorumve qualitate, denominationē obtinētes: quæ ita ab Euclide diffiniuntur,

Τριγωνα ῥα μὲν ἄλλα, τὰ ὑπὸ δὲ τριῶν ὁρίων περιεχόμενα.

Rectilineæ figuræ, sunt quæ sub rectis lineis continentur. 20

Trilatera figura rectilinearum prima.

Porro inter rectilineas figuras, primum locum sibi vendicant trilateræ, sub tribus rectis lineis comprehensæ. Quoniam sub duabus lineis rectis non potest contineri figura, per ipsius lineæ rectæ descriptionem. Subiungit itaq; generalem trilaterarum figurarum diffinitionem.

Τριγωνα ῥα μὲν, τὰ ὑπὸ τριῶν.

Trilateræ figuræ, sunt quæ sub tribus rectis continentur lineis. 21

His succedunt quadrilateræ, à quaternario laterum numero denominatæ.

Τετραγωνα ῥα δὲ, τὰ ὑπὸ τεσσάρων.

Quadrilateræ figuræ sunt, quæ sub quatuor comprehenduntur rectis lineis. 22

Et quoniam rectilinearum figurarum supra quadrilateras per continuam laterum additionem, infinita videtur excrefcere multitudo, quam singulatim describere, longum nimis vel impossibile foret: idcirco reliquas omnes multilateras adpellavit Euclides, & sub hac diffinitione complexus est,

Πολύγωνα ῥα δὲ, τὰ ὑπὸ πολλῶν ἢ τεσσάρων ὁρίων περιεχόμενα.

Multilateræ figuræ, sunt quæ sub pluribus quàm quatuor rectis lineis comprehenduntur. 23

Quæ quidem multilateræ figuræ, longè faciliore ab angulis, quàm ab ipsa laterum multitudine, fortiuntur nomenclaturā: utpote, pentagona, hexagona, heptagona, octogona, &c. Sunt enim in rectilinea quacunque figura tot anguli, quot & latera. Cum autem omnis multilatera figura immediate resoluitur in trilateras, vel partim in trilateras, partim verò in quadrilateras: subiungit propterea primum trilaterarum, deinde quadrilaterarum figurarum, tum ab ipsis lateribus, tum ab angulis sumpta discrimina. Omnis itaque trilateræ figuræ, aut tria latera sunt adinvicem æqualia, vel duo tantum, aut nulla.

Trilaterarum figurarum à lateribus discrimina.

Τῶν δὲ τριγῶν ῥα μὲν ἴσα, ἰσοπλευροῦ μὲν τριγῶν ἔστι, τὸ ὅτι ἴσας ἔχει πλευράς.

Trilaterarum porro figurarum, æquilaterum est triangulum, quod tria continet æqualia latera. 24

Veluti subscripta in exemplum trianguli figura a/ & quæ illi similes.

Ἰσοσκελὲς δὲ, τὸ τὰς δύο μὲν ἴσας ἔχει πλευράς.

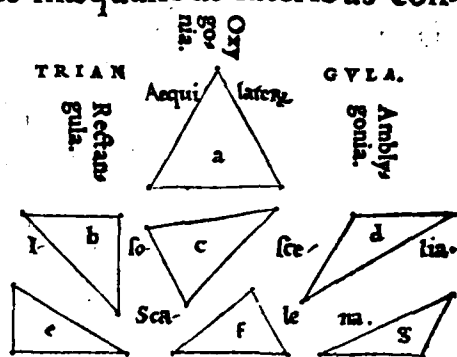
Isoceles autē, est quod sub binis tantum equalibus lateribus continetur. 25

Cuiusmodi sunt triangula b, c, d, ad clariorem singulorum euidenciam depicta.

Σκαληνὸν δὲ, τὸ τὰς τρεῶν ἀνίσας ἔχει πλευράς.

Scalenum verò, est quod sub tribus inæqualibus lateribus continetur. 26

Ut obiecta e, f, g, triangula: & quæ sunt eiusce modi. Ab angulis autem totidem differentias nanciscuntur ipsa triangula. Omnis siquidem trianguli, vel tres anguli sunt acuti, vel unus rectus & cæteri duo acuti, aut denique unus obtusus & reliqui itidem acuti: duos enim rectos aut duos obtusos, vel unum rectum & unum obtusum angulum in triangulo offendere non est possibile. Hanc igitur angularem trilaterarum differentiam, ita subscribit Euclides,



¶ ΕΤΙ & τῶν τετραγώνων ἡμίτων, ὁρθογώνιον μὲν τριγώνον ἐστὶ, τὸ ἔχει ὁρθὴν γωνίαν.

- 27 Amplius trilaterarum figurarum, rectangulum triangulum est, quod rectum angulum habet.

Vt isosceles b, vel scalenum triangulum e, proxima diffinitione descriptum.

¶ Αμβλυγώνιον δ', τὸ ἔχει ἀμβλῆκεν γωνίαν.

Trilaterarū figurarum ab angulis differentiz.

- 28 Amblygonium autem, quod obtusum angulum habet.

Veluti antecedens isosceles d, scalenumve triangulum g.

¶ Οξυγώνιον δ', τὸ ἔχει ὀξείαν ἔχει γωνίαν.

- 29 Oxygonium verò, quod tres habet acutos angulos.

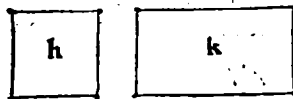
Cuiusmodi sunt æquilaterum a, & isosceles c, atq; triangulum scalenum f: & quæ eis similia sunt triângula. Omnis porro triânguli vnumquodque latus, cæteris duobus expressis, basis vocatur. Sequitur itaq; rectângula & amblygonia triângula: fore tantummodò isosceles, vel scalena. Oxygonium autem: & æquilaterum, & isosceles, & scalenum offenditur triângulum. Quemadmodum ex superscriptis triângulorum licet elicere figuris. ¶ Haud dissimiliter quadrilaterarum figurarum, tum ab angulorū rectitudine vel obliquitate, tum ab æqualitate vel inæqualitate laterum, succedentia colliguntur discrimina.

Basis triânguli

Quadrilaterarum figurarū discrimina

¶ Τῶν δ' τετραγώνων ἡμίτων, περὶ γωνίαν μὲν ἐστὶ, ὃ ἰσὺς τετραγώνον π' ἐστὶ καὶ ὁρθογώνιον.

- 30 Quadrilaterarum autem figurarum, quadratū quidem est, quod & æquilaterum & rectangulum est.



Veluti quadratum h. Omnis itaq; quadrati vnumquodque latus, radix eiusdem indifferenter adpellatur. Fit enim quadratum, ex data linea recta abstractiue in seipsam rectissime ducta: quemadmodum numerus in seipsum ductus, quadratum efficit numerum.

Radix quadrati.

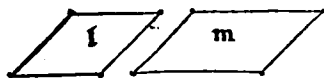
¶ Περόμνηκες δ', ὁ ὁρθογώνιον μὲν ἔχει ἰσὺς τετραγώνον δ'.

- 31 Altera parte longius, est quod rectangulum quidem, at æquilaterum non est.

Quemadmodum superscripta figura k, quoad angulorum rectitudinem conueniēs cum ipso quadrato, dissidens autem ex parte laterum.

¶ Ρόμβος δ', ὃ ἰσὺς τετραγώνον μὲν οὐκ ὁρθογώνιον δ'.

- 32 Rhombus, est quæ æquilatera, at rectangula non est.



Cuiusmodi est figura l. Cōuenit itaque rhombus cum ipso quadrato, in sola laterū æqualitate: habet enim duos obtusos, & totidem acutos angulos, quatuor rectorum simul efficientes quantitatem.

¶ Ρομβοειδής δ', τὸ τὰς ἀπ' ἐναντίων πλευρῶν καὶ γωνίαν ἴσας ἀλλήλαις ἔχει, ὃ ὅν τε ἰσὺς τετραγώνον ἐστὶ, ἢ τε ὁρθογώνιον.

- 33 Rhomboides verò, est quæ ex opposito latera & angulos habens æquales, neque æquilatera, neque rectangula est.

Quemadmodum supra depicta figura m repræsentat. Sūntque hæc omnia nuper enarrata quadrilatera, parallelogramma: id est, quorum opposita latera sūnt adinuicem parallela, seu æquidistantia. Neque plures quadrilaterarum & regularium figurarum contingit inueniri differentias: hinc dicit Euclides,

Parallelogramma.

¶ Τὰ δ' περὶ ταῦτα τετραγώνων, τραπέζια καλεῖται.

- 34 Præter hæc autem reliqua quadrilatera, trapezia adpellantur.

In quibus videlicet nulla oppositorum vel laterum, vel angulorū simul obseruatur æqualitas, siue respōdentia: veluti sunt n & o , & quæcunque eis similes quadrilaterorum descriptiones.

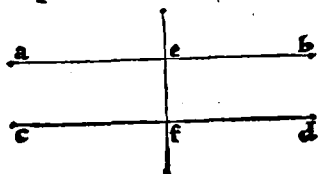


¶ Parallelarum linearum diffinitio vltima.

¶ Παράλληλοι εἰσι δὲ αἱ αὐτῆς καὶ τῆς αὐτῆς ἐν τῷ αὐτῷ ἐπιπέδῳ ὄντος, καὶ ἐκβαλλόμεναι ἐκ ἑκάστης ἐν ἑκάστῃ τῇ μέρει αὐτῆς καὶ μὴ ἐκβαλλόμεναι ἀλλήλαις.

Parallelæ rectæ linæ sunt quæ in eodem existentes plano, & ex vtraque parte in infinitum productæ, in nulla parte concurrunt.

Quales tibi repræsentant a/b & c/d linæ rectæ. In quarum videlicet alteram, vtpote a/b , recta linea e/f ad æquales seu rectos incidēs angulos: & cū reliqua c/d rectos itidem vel æquales angulos efficit. Ex eo enim, alterius in alterā æqualis vtrobiq; surgit inclinatio: vnde fit, vt ipsæ datæ linæ in infinitū ex vtraq; parte productæ, æqualiter seu parallelitè distent, nisi quam adinuicem concurrentes.



¶ Αἰτήματα.

Postulata.

ORONTIVS.

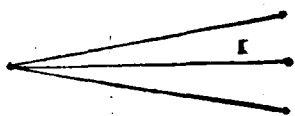
postulata quæ

SECUNDO LOCO, SESE OFFERVNT POSTVLATA: QVAE petitiones à nōnullis adpellātur. Sunt autem postulata, generales quædam propositiones, ex ipsis collectæ diffinitionibus: quæ penderent ab auditore concessæ, postulantur assumunturve in ordinem seu rationem principij. Primum itaq; postulatū, est huiusmodi,

¶ Ἡ πρώτη, ὅτι παντὸς σημείου καὶ παντὸς σημείου διῃσάντων γραμμῶν ἀγαγῶν.

Ab omni puncto in omne punctum, rectam lineam ducere

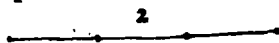
Potest enim datum quodcunq; punctum, in aliud quodlibet punctum, etiam vbilibet imaginatū, per viam abstractiue fluēdo breuissimam: rectam describere lineam. quemadmodum ex quatuor primis licet elicere diffinitionibus. Admittēda est itaq; linea recta quantalibet, ac quibus voluerimus punctis, vbilibet indifferenter terminata.



¶ Καὶ παντὸς σημείου διῃσάντων κατὰ τὸ συνεχὲς ἐκ ἀθείας ἐκβαλλάν.

Rectam lineam terminatā, in continuum rectūmq; producere.

Nam vtrunq; punctum ipsius datæ rectæ linæ terminatiuum, per rectum eiusdem puncti defluxū, quantumlibet abstractiue continuatū: potest ipsam datam lineam rectā efficere lōgiorem. quemadmodum ex data linearum rectarum colligitur descriptione.



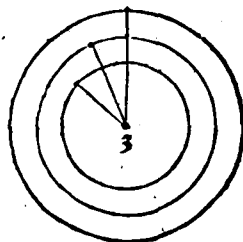
¶ Καὶ παντὶ κέντρῳ καὶ διαστήματι κύκλον γράφειν.

Omni centro & interuallo circulum describere.

Hoc est, licet vbiunque volueris centrum designare circuli, & circa idem centrum, ad liberam semidiametri quantitatem, ipsum figurare circulum. Aut (si velis) ex data quacunque linea recta terminata, altero eiusdem linæ termino vbiuis col-locato, per completam ipsius linæ circunductionem, circulum describere. Admittendi igitur sunt, liberæ quantitatis circuli, pro data semidiametri vel interualli magnitudine.

¶ Καὶ πάντοις ἀντιπῶν ᾄσιν ἀλλήλαις αἰσίν.

Omnes angulos rectos adinuicē æquales esse.

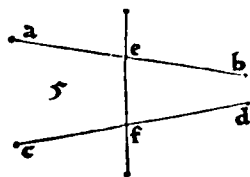


Cum enim dati cuiuslibet anguli recti magnitudo quadrans existat circuli, eiusdemq; circuli quadrantantes sint adinucem æquales: fit ut inter quosvis angulos rectos nulla possit esse differentia, sed omnes sint adinucem æquales. Quemadmodum ex his quæ septima, nona, & decima præmisimus diffinitionibus, elicere vel facile potes.

¶ Καὶ ἐὰν εἰς δύο διθείας, διθῶα ἐμπέπτωσιν, τὰς αὐτὰς καὶ ὑπὸ τὰ αὐτὰ μέρη γωνίας, δύο ὀρθῶν ἰσάσονται ποιῶν, ἡ καλλόμηναι αἱ δύο αὐταὶ διθείαι ἐπ' ἄπειρον, συμπεσόνται ἀλλήλαις, ἐφ' ἃ μέρη αὐτῶν αἱ τρεῖς δύο ὀρθῶν ἰσάσονται γωνίαι.

- 5 Si in duas rectas lineas recta lineam incidens, interiores & in eadem parte angulos duobus rectis minores fecerit: rectas lineas in infinitum productas concurrere necesse est, ad eas partes in quibus anguli duobus rectis minores existunt.

Vtpote, si in rectas a/b & c/d , recta incidens e/f , interiores angulos $b/e/f$ & $d/f/e$ simul comparatos, duobus rectis minores fecerit: ipsæ lineæ a/b & c/d , in infinitum productæ, conueniunt tandem in g , ad partes quidem b & d . Quoniam plus inclinatur adinucem partes b/d , quam a/c . Vnde quantum magis producentur b/e , & d/f partes, tantum propiores efficiuntur, in unum



8° tandem signum (vtpote g) concurrentes. Secus est de a/e , & c/f partibus: propterea quod anguli $a/e/f$ & $c/f/e$ sunt duobus angulis rectis tantum maiores, quantum eisdem rectis minores fuerint ipsi $b/e/f$ atq; $d/f/e$ anguli. ¶ Possent & alia his haud diffi-

milis subrogari postulata: quæ cum sunt omnibus (etiam rudissimis) per sese manifesta, vel quæ recenseantur indigna, hoc quinario cum Euclide contenti erimus numero.

De ceteris postulatis.

¶ Κοινὰὶ ὁνομασίαι.

Communes sententiæ.

ORONTIVS.

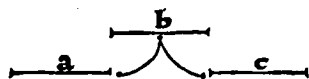
RELIQVVM EST TANDEM, COMMVNES ELVCIDARE sententiæ: quas græci axiomata, latini verò effata solent adpellare. Sūt igitur communes sententiæ, generales quædā ac per sese manifestæ propositiones, cōmuniterve scitæ ab omnibus, & in principij rationem vel ordinem coassumptæ. Quarum prima est hæc.

Axiomata, effata, seu communes sententiæ.

¶ Τὰ τῷ αὐτῷ ἴσα, καὶ ἀλλήλοις ἐστὶν ἴσα.

- 1 Quæ eidem æqualia, & adinucem sunt æqualia,

5. communes sententiæ ratione æqualitatis respicietis.



Vtpote, si a magnitudo sit æqualis b magnitudini, eidem quoque b sit æqualis magnitudo: necessum est a & c magnitudines fore adinucem æquales. Idem habeto iudicium de numeris, atque cæteris eiusdem generis adinucem comparabilibus.

¶ Καὶ ἐὰν ἴσῃ ἴσοις πλεονάζῃ, τὰ ὅλα ἐστὶν ἴσα.

- 2 Et si æqualibus æqualia adijciantur, omnia erunt æqualia.

¶ Καὶ ἐὰν ἀπὸ ἴσων ἴσα ἀφαιρεθῇ, τὰ κατὰλοιπὴν ἔσιν ἴσα.

- 3 Et si ab æqualibus æqualia auferantur, quæ relinquetur æqualia erunt.

Vt si d & e magnitudinibus inuicem æqualibus, æquales addantur magnitudines f & g : con-
furgent d/f & e/g magnitudines adinucem pariter æquales. Quod si versavice ab ipsis d/f & e/g magnitudinibus inuicem æqualibus, æquales tollantur f quidē & g magnitudines: relinquentur d & e magnitudines rursus adinucem æquales.

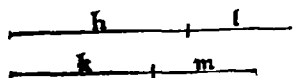
¶ Καὶ ἐὰν ἀνίσωις ἴσα πλεονάζῃ, τὰ ὅλα ἐστὶν ἀνίστα.

- 4 Et si inæqualibus æqualia adiungantur, omnia inæqualia erunt.

¶ Καὶ ἐὰν ἀπὸ ἀνίσων ἴσα ἀφαιρεθῇ, τὰ λοιπὰ ἐστὶν ἀνίστα.

- 5 Et si ab inæqualibus æqualia auferantur, reliqua inæqualia erunt.

Si namq; h, k /magnitudinibus inæqualibus, æquales adiungantur magnitudines l, m :con-
surgunt inæquales adinuicem magnitudines h/l & k/m . Aut si ab eisdem inæqualibus ma-



gnitudinibus datis h/l & k/m , æquales auferantur l & m , quæ
relinquentur h & k /magnitudines, erunt adinuicem inæquales.
Vnde & versa vice, si æqualibus inæqualia adiungantur, vel ab
æqualibus inæqualia auferantur: consurgunt, aut relinquentur

inæqualia. Hæ sunt igitur quinque præcipuæ communes sententiæ, rationem æqualita-
tis inter magnitudines, atq; inuicē comparabilia, tum facta inuicem comparatione, tum ad-
dendo, subtrahendove occurrentem, respicientes.

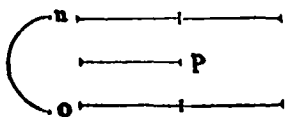
¶ Καὶ τὰ τῷ αὐτῷ διπλασία, ἢ ἑ ἀλλήλοις ἴσι.

Quæ eiusdem duplicia sunt, adinuicem sunt æqualia.

6

Comunis sen-
tentiæ p ratio-
ne maioris in-
æqualitatis.

Hoc est, quæ eiusdem sunt æquæ multiplicia, vel æquæ superparticularia, aut æquæ super-
partientia, vel (vt summam comprehendam) æquæ maiora: ea sunt adinuicē æqualia, nem-
pe quod æquali excessu eandem superent magnitudinem. Vt
si n & o / magnitudines, eiusdē magnitudinis p /sint æquæ ma-
iores, vtpote duplæ: necessum est eadē magnitudines n & o /
fore adinuicem æquales. Nam æqualibus magnitudinibus ipsi
 p /in eisdem n & o /comprehensibiles, æquales adduntur excessus.



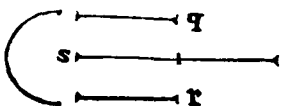
Ide m censeto de numeris, & quibuscunq; inuicem comparabilibus rebus, eandem ad tertiā
maioris inæqualitatis rationem obtinentibus.

¶ Καὶ τὰ τῷ αὐτῷ ἡμισυ, ἢ ἑ ἀλλήλοις ἴσι.

Et quæ eiusdem sunt dimidium, æqualia sunt adinuicem.

7

com. sententiā,
pro ratioe mi-
noris inæquali-
tatis.



Hæc communis sententiā, pro magnitudinibus rationē minoris inæqualitatis ad eandem
tertiam obseruantibus magnitudinē, ita venit intelligenda: vt
quæcūq; eiusdē sunt æquæ submultiplicia, aut subsuperparticu-
laria, vel subsuperpartientia, hoc est, æquæ minora, ea sunt ad-
inuicem æqualia. Vtpote, si q & r /magnitudines, eiusdem ma-
gnitudinis s /sint (verbi gratia) subduplæ: illæ erunt adinuicem
æquales, propterea quod æquali ab eadem magnitudine superentur excessu.

¶ Καὶ τὰ ἑφαπτόμενα τὰ ἑ ἀλλήλα, ἢ ἑ ἀλλήλοις ἴσι.

Et quæ sibimet ipsis conueniunt, æqualia sunt adinuicem.

8

Vtpote, si duæ rectæ lineæ in limitib⁹, duæve superficies in terminis, seu laterib⁹ & angulis,
& quæ sunt similia similibus ex ōni parte cōueniāt: ea oportet adinuicē æuari, & ecōtrario.

¶ Καὶ τὸ ὅλον μᾶλλον τῷ μέρει ἴσι.

Totum est sua parte maius.

9

Adde quod & æquale suis partibus integralibus, id est quæ simul sumptæ ipsum totum
videntur integrare.

¶ Καὶ δύο διῷααι ἄριστον ἔχει ἑαυτῶν.

Duæ rectæ lineæ superficiem non concludunt.

10

Prius q̄ enim superficiē cōcludere valerēt: operæpretiū esset, gemina pūcta vtriusq; datarū
linearū terminos limitātia mutuo cōuenire. Duæ itaq; lineæ rectæ, à dato pūcto in datū pun-
ctū producerentur: coinciderēt igitur in vnā atq; eandem lineam rectā, superficiem conclu-
dere non valentes. quēadmodū ex ijs quæ quarta prædiximus diffinitione fit manifestum.

¶ De Problemate, Theoremate, atque Hypothesi.

Problemata.
Theoremata

¶ EX HIS ITAQVE SANE QVAM INTELLECTIS PRINCI-
pijs, colliguntur problemata: hoc est, ambiguz propositiones, sciscitationēve, practicas si-
gurarū affectiones discutiētes: & Theoremata, id est, speculatiuz propositiones, præceptio-
nis vtriusq; participes, quæ singulis accidunt figuris sōla inspectione diiudicātes. Quæ quidē
omnia tali sunt artificio ab Euclide distributa, vt ex antecedentibus omnis subsequentiū vi-
deatur pendere comprobatio: siatq; mutua subministratio singulorum inter sese & proble-
matum & theorematum. Quibus suffragantur hypothesēs, hoc est, ex præuia supradictorum
cognitione, assumpti concessæ suppositiones.

Hypotheses.



ΕΥΚΛΕΙΔΟΥ ΒΙΒΛΙΟΥ ΠΡΩΤΟΥ

Πρόβλημα α, Πρόστις α.

Eν τῇ δ' ὁδοῖς ἰσχυροῦς, ἀπὸ τοῦ μὲν, τῶν ἑνὸς ἰσχυροῦς ἰσχυροῦς.

EVCLIDIS LIBRI PRIMI

Problema 1. Propositio 1.

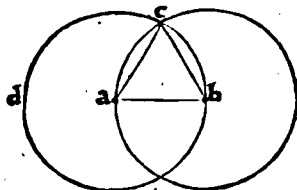


Super data linea recta terminata, triangulū æquilaterum constituere

ORONTIVS. ¶ Sit data recta linea terminata a/b , cuius limites sint $a/$ & $b/$ pūcta: super quā oporteat triangulū æquilaterum cōstituire: hoc est, datam lineam rectam terminatam in latus ipsius coaptare triāguli, & reliqua duo latera, quæ sint

Nota propositiōis interpretationem.

eidem, lineæ datæ æqualia, ex superius enarratis principijs inuestigare. Centro igitur a , intervallo autē a/b , describatur circulus $b/c/d$, per tertium postulatū. Et per idem postulatū, centro rursum b , eodēmq; intervallo b/a , describatur circulus $a/c/e$. Cum igitur circuli $b/c/d$ & $a/c/e$ in eodem sint plano, & cōmunem habeant semidiametrum, nempe datam a/b rectam, transeātque per constructionem vnius circumferentia per centrum alterius: necessum est, $b/c/d$ circumferentiā partim esse



intra circulum $a/c/e$, partim verò extra, & è contrario, & propterea sese mutuo interfecare. Sit ergo sectionū altera in puncto c , & connectantur tandem rectæ lineæ a/c & b/c , per primū postulatū. Triangulū est itaq; $a/b/c$, (nō congruit enim, neq; in directū cōstituūtur ipsæ a/b , b/c , & c/a lineæ rectæ: sed trigonā includūt superficiē $a/b/c$) dico qd & æquilaterū. Quoniā punctum a , centrū est circuli $b/c/d$: æqualis est igitur a/c recta, ipsi a/b , per decimāquintā diffinitionē. Rursum, quoniā punctum b , centrū est circuli $a/c/e$: æqualis est, per eandē diffinitionē b/c recta, eidē a/b . Duæ igitur a/c , & b/c , eidē a/b , sunt æquales: eapropter & æquales adinuicem, per primam communem sententiā. Tres itaque lineæ a/b , b/c , c/a , sunt adinuicem æquales. Igitur super data recta linea terminata a/b , cōstitutū est triangulū æquilaterum $a/b/c$. Quod facere oportebat.

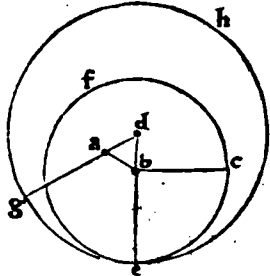
Π

Πρόβλημα β, Πρόστις β.

Πὸς τῇ δ' ὁδοῖς ἰσχυροῦς τῇ δ' ὁδοῖς ἰσχυροῦς ἰσχυροῦς.

Problema 2, Propositio 2.

2 **A**D datum punctū, datæ rectæ lineæ æquam rectā lineā ponere, **ORONTIVS.** ¶ Sit datū punctū a , data verò linea recta b/c cui expedit, ad ipsum punctum a , æquam rectam lineam ponere. Ducatur itaque recta a/b , per primum postulatū: super qua triangulū æquilaterum constituatur $a/b/d$, per primam propositionem. Et centro b , intervallo autē b/c , circulus describatur $c/e/f$, per tertium postulatū. Atque per secundū postulatū, producatū recta b/d in

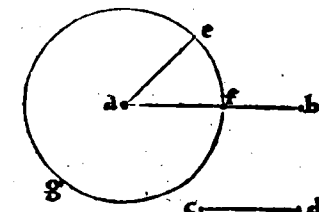
ipsius circuli circumferentiam: sitq; d/e . Centro rursus d , interuallo autē d/e , circulus describatur $e/g/h$, per idem tertium postulatū. Pro-

ducaturque tandem recta d/a , in circumferentiam ipsius $e/g/h$ /circuli, per secundum postulatū: sitq; d/g . Cum igitur punctum b , centrū existat circuli $c/e/f$: æqualis est b/c /recta ipsi b/e , per decimam quintam diffinitionem. Rursus quoniam punctum d , cētrum est $e/g/h$ /circuli: æqualis est, per eandem diffinitionem, recta d/e /ipsi d/g . A, quibus si auferatur a/d , & b/d /inuiçæ æquales (nempe latera trianguli æquilateri) reliqua a/g , reliquæ b/e , per tertiam communem sentētiā erit æqualis. Atqui monstratum est, quod & b/c / eidem b/e /est æqualis. Binæ igitur a/g & b/c , eidem b/e /sunt æquales: quapropter & æquales adinuicem, per primam communem sententiam. Ad datum ergo pūctum a /datæ rectæ lineæ b/c , æqualis recta linea posita est a/g . Quod oportuit fecisse.

Πρόβλημα γ, Πρόθεσις γ.
 Το δοθέν ἑνὶ ὑποθῶν ἀνίσωμ, ἀπὸ τοῦ μέγιστος, τῇ ἰσότητι ἰσοῦν ἑνὶ ὑποθῶν ἀφελῆναι.

Problema 3, Propositio 3.

DVabus datis rectis lineis inæqualibus, à maiori minori æquā 3 rectam lineam abscindere.

ORONTIVS. ¶ Sint datæ binæ rectæ lineæ inæquales, a/b /quidē maior, minor verò c/d /cui receptū sit, ab ipsa maiore a/b , æquā lineam rectā abscindere. Ad datū ergo punctum a /alterum ipsius maioris a/b /limitem, eidem minori c/d /ponatur æqualis, per secundam propositionē: sitq; a/e . Et centro a , interuallo autem a/e , circulus describatur $e/f/g$, per tertium postulatū. Cum igitur a/e /recta sit æqualis ipsi c/d , sitq; c/d minor ipsa a/b , per hypothesin: erit & a/e /eadem a/b /minor. quæ enim sunt æqualia, eiusdem sunt æquē minora, per conuersā septimæ cōmunis sentētiæ. Egredietur ergo a/b /maior ipsa a/e , circumferentiā circuli $e/f/g$, ad interuallum eiusdem a/e /descripti, eandemq; circumferentiā egrediēdo secabit: secet igitur in puncto f . Et quoniā punctū a , centrum est circuli $e/f/g$: æqualis est a/f /recta ipsi a/e , per decimam quintā diffinitionē. Eidē porro a/e , æqualis est & recta c/d . Binæ igitur a/f & c/d , eidem a/e /sunt æquales: & propterea æquales adinuicē, per primā cōmunem sentētiā. Est autē & a/f , pars ipsius maioris a/b . Duabus ergo lineis rectis inæqualibus datis, a/b /quidē & c/d : à maiori a/b , secta est a/f / ipsi c/d /minori æqualis. Quod oportebat facere.



Θέωρημα α, Πρόθεσις δ.

EΑν δύο τρίγωνα τὰς δύο πλευράς, τὰς δύο πλευράς ἴσας ἔχῃ κατέγραμ κατέγραμ, καὶ τὴν γωνίαν τῇ γωνίᾳ ἴσην ἔχῃ, τὴν ὑπὸ τῇ ἴσῃ ὑποθῶν πρὸς ἑαυτὴν ἴσην ἔσται, καὶ τὰς λοιπὰς γωνίας ἴσας ἔσται, καὶ τὰς λοιπὰς πλευράς ἴσας ἔσται.

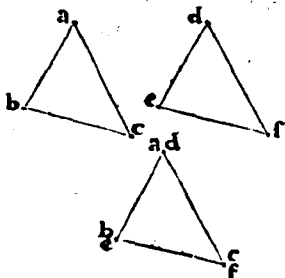
Theorema 1, Propositio 4.

SI duo triāgula duo latera duobus lateribus æqualia habuerint 4 Salterū alteri, & angulum angulo æqualem sub æqualibus rectis

lineis contentum: & basin basi æqualem habebunt, & triangulum triangulo æquum erit, & reliqui anguli reliquis angulis æquales erunt alter alteri, sub quibus æqualia latera subtenduntur.

O R O N T I V S. ¶ Sint bina triacula $a/b/c$ & $d/e/f$, habentia duo latera a/b & a/c , duobus lateribus d/e & d/f alternatim æqualia, hoc est, a/b ipsi d/e , & a/c ipsi d/f atque; angulum $b/a/c$, æqualem angulo $e/d/f$ sub æqualibus rectis lineis contento. Dico primum, quod basis b/c est æqualis basi e/f . Comparato namque triangulo $a/b/c$ ipsi $d/e/f$, atque puncto a supra d punctum constituto, extensaue recta a/b

Pars prima
theorematis.



super rectam d/e conueniet punctum b ipsi puncto e nam a/b ipsi d/e per hypothesin est æqualis. quæ autem sunt adinuicem æqualia, sibi metipsis conueniunt, per conuersam octauæ communis sententiæ. Et quoniam angulus $b/a/c$, angulo $e/d/f$ per hypothesin quoque est æqualis: cadet igitur, per eandem conuersam, a/c recta, super rectam d/f . secus enim alter angulorum foret reliquo maior, contra ipsam hypothesin. At cum a/c & d/f rectæ, sint ex eadem hypothesi adinuicem æquales: conueniet rur-

sum punctum c ipsi puncto f , per allegatam octauæ communis sententiæ conuersionem. Binæ igitur rectæ b/c & e/f , ab eodem communi puncto, ad idem commune punctum educuntur: conuenient ergo adinuicem, per datam ipsius lineæ rectæ diffinitionem. Conuenientibus enim b, e & c, f limitibus, si eadem b/c & e/f rectæ minimè conuenirent: duæ lineæ rectæ includerent superficiem, contra decimam communem sententiam, & diffinitam rectarum linearum descriptionem. conuenit itaque b/c ipsi e/f . Quæ autem sibi metipsis conueniunt, æqualia sunt adinuicem, per octauam communem sententiam. basis ergo b/c , basi e/f cõcluditur æqualis. ¶ Dico præterea, quod triangulum $a/b/c$ triangulo $d/e/f$ æquum est. Conueniunt enim singula latera ipsius $a/b/c$ trianguli, singulis $d/e/f$ trianguli lateribus: & triangulum igitur triangulo conuenit. Vnde per eandem octauam communem sententiam, $a/b/c$ triangulum, ipsi $d/e/f$ triangulo æquum erit. ¶ Aio tãdem, reliquos angulos reliquis angulis, sub quibus æqualia subtenduntur latera, fore alterum alteri æquales: utpote, $a/b/c$ ipsi $d/e/f$, sub quibus a/c & d/f , & a/b ipsi d/e , sub quibus a/b & d/e latera subtenduntur æqualia. Conueniunt enim singula latera singulis lateribus, sub quibus ipsi continentur anguli. Ex laterum porro conuenientia æqualis eorundem subsequitur inclinatio. ex æquali autẽ inclinatione laterum, contentorum angulorum cõiungitur æqualitas. Si bina igitur triacula duo latera duobus lateribus æqualia habuerint &c. ut in theoremate. Quod erat demonstrandum.

Pars secunda

Tertia pars.

Θεώρημα β, Πρόβλημα ε.

Tριῖς σκελετῶν τριγώνων αὐτῶν πρὸς τῇ βάσει γωνίαι ἴσαι ἀλλήλαις εἰσὶ. καὶ πρὸς τοῖς ὑποπλευραῖς γωνίαι ἴσαι ἀλλήλαις εἰσὶν.

Theorema 2, Propositio 5.

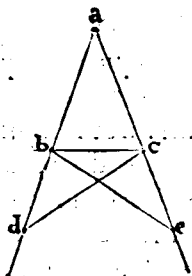
Isoſcelium triangulorum qui ad basin sunt anguli, adinuicem sunt æquales: & productis æqualibus rectis lineis, qui sub basi sunt anguli adinuicem æquales erunt.

O R O N T I V S. ¶ Sit triangulū isosceles $a/b/c$ cuius latera a/b & a/c sint adinuicem æqualia. Hæc autẽ versus d, e , puncta, in cõtinuū rectumque producantur: b, j .

per secundum postulatū. Aio itaque primū, angulos $a/b/c$ & $a/c/b$, qui ad basin b/c , fore adinuicē æquales: angulum præterea $d/b/c$, angulo $b/c/e$ sub eadē basi b/c cōstituto, itidem cōæquari. Suscipiatur enim in b/d recta cōtingens punctū, sitq; illud d : & data recta b/d , secetur ei æqualis c/e , per tertiam propositionem: connectanturq; b/e , & c/d , lineæ rectæ, per primū postulatū. Cum igitur a/b sit æqualis a/c , per hypothesin, & b/d ipsi c/e , per cōstructionē: erit & a/d ipsi a/e , per secundam communē sententiā, æqualis. Bina ergo latera a/b & a/e trianguli $a/b/e$, sunt æqualia duobus a/c & a/d triāguli $a/c/d$, alterum alteri: estq; angulus qui ad a sub æquis lateribus comprehēsus, utriq; triāgulo communis. Basī igitur b/c basi c/d est æqualis, & totū triangulū $a/b/e$ toti triāgulo $a/c/d$ æquale, atq; reliqui anguli reliquis angulis, sub quibus æqualia subtenduntur latera, respōdenter æquales, utpote $a/b/e$ ipsi $a/c/d$, & a/d c/e ipsi $a/e/b$: per quartā propositionem. Rursum, quoniam b/d ipsi c/e per cōstructionē est æqualis, & b/e ipsi c/d æqualis ostēsa est: bina propterea latera d/b & d/c triāguli $d/b/c$, duobus c/b & c/e ipsius $e/b/c$ triāguli laterib⁹ sunt alternatim æqualia. & cōtētos sub ipsis æqualibus lateribus angulos, utpote, qui ad d & e monstraui-mus æquales: eandēq; basī subtendunt b/c . Triangulū igitur $d/b/c$, triangulo $e/b/c$ est æquale, & reliqui anguli

Primus ostensionis discursus.

Secundus.



Recollectio demonstrationis.

reliquis angulis, sub quibus æqualia subtenduntur latera, adinuicē æquales: per eandem quartā propositionē. Angulus itaq; $d/b/c$, angulo $b/c/e$ est æqualis: necnō angulus $b/c/d$, ipsi angulo $b/c/e$. Totus porrō angulus $a/b/e$, toti angulo $a/c/d$ æqualis nuper ostēsus est. Igitur si ab eisdem æqualibus angulis $a/b/e$ & $a/c/d$, æquales auferantur anguli $b/c/d$ & $c/b/e$: qui relinquentur anguli $a/b/c$ & $a/c/b$ ad basin b/c , erunt per tertiam communem sententiā adinuicem æquales. Et qui sub eadē basi b/c sunt anguli, utpote, $d/b/c$ & $b/c/e$, nunc quoq; mōstrati sunt æquales. Isosceliū ergo triangulorū, qui ad basin sunt anguli & c. ut in theoremate. Quod demonstrare oportebat.

Corollarium.

¶ Hinc manifestum est, triangulum æquilaterum tres angulos adinuicem æquales continere. Quoniam binatim sumpta latera, semper offenduntur æqualia: & duo quoq; anguli omnifariam sumpti consequenter æquales.

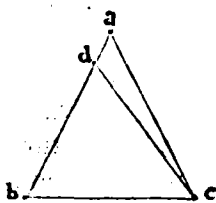
Θεώρημα γ, Πρόθεσις 5.
Εἰς τριγώνῳ αὐτῷ δύο γωνίαι ἴσαι ἑλλήλων εἰσι, καὶ αὐτὸς τῶν ἴσων γωνίῶν ἑστὶν ὡς τὸ πλῆθος ἴσων ἑλλήλων ἴσονται.

Theorema 3, Propositio 6.

SI trianguli duo anguli, æquales adinuicem fuerint: æquales quoq; angulos subtendentia latera æqualia adinuicem erunt.

ORONTIVS. ¶ Esto $a/b/c$ triāgulū, cuius anguli $a/b/c$ & $a/c/b$ sint adinuicē æquales. Dico propterea, quòd latus a/b æquū est lateri a/c . Si namq; a/b & a/c latera forent inæqualia, alterum esset maius: utpote, a/b . Possset itaq; à maiori a/b , secari ipsi a/c minori æqualis, per tertiā propositionē. esto igitur b/d : & connectatur c/d recta, per primum postulatū. Cadet igitur recta c/d intra triangulū $a/b/c$ diuidētq; latus a/b , & angulum $a/c/b$ in duos angulos, atq; datum $a/b/c$ triangulū in bina triangula $a/c/d$ & $d/b/c$. Atqui $a/b/c$ triangulū, ipso $d/b/c$ triangulo (nempe totum sua parte) maius est: per nonam communem sententiā. Quòd si a/c recta foret æqualis ipsi b/d , & b/c sit utriq; triangulo communis: essent bina latera a/c &

Demonstratio ab impossibili



c/b/ trianguli a/c/b, æqualia binis lateribus c/b/ & b/d/ ipsius trianguli c/b/d. quæ cum æquales adinuicem comprehendant angulos a/b/c/ & a/c/b, per hypothesin: basis a/b/ data a/c/b/ trianguli, foret æqualis basi c/d/ ipsius trianguli c/b/d, per quartam propositionem: ipsum deniq; triangulum a/b/c, ipsi triangulo d/b/c/ æquale, totum videlicet suæ parti. quod per nonam communem sententiā est

impossibile. Non est igitur a/b/ latus, maius a/c. Similiter ostendetur, quod neq; minus. Aequū est itaq; latus a/b, ipsi lateri a/c. Si trianguli itaq; duo anguli æquales adinuicem fuerint, æquales quoq; angulos subtendentia latera æqualia adinuicem erunt. Quod fuerat ostendendum.

Corollarium.

¶ Et proinde fit manifestum, triangulum æquiangulum, fore versa vice æquilaterum. anguli enim binatim sumpti, semper offenduntur æquales: & duo quoq; latera omnifariam sumpta, responderent æqualia.

Θεώρημα δ,

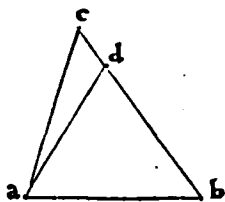
Πρόβλημα ξ.

Εἰ τῆς αὐτῆς ἐυθείας δύοι ταῖς αὐταῖς ἐυθείαις, ἄλλα δύο ἐυθείαι ἴσαι ἑαυτῶν ἑαυτῶν οὐ συναθροίσονται, πρὸς ἄλλω καὶ ἄλλω σημείῳ ἐπὶ τῇ αὐτῇ μέν τῃ αὐτῇ πέραν τοῦ ἐχούσαι ταῖς ἐξ ἀρχῆς ἐυθείαις.

Theorema 4, Propositio 7.

7 **S**uper eadem recta linea, duabus eisdem rectis lineis, aliæ duæ rectæ lineæ æquales altera alteri non constituentur, ad aliud atque aliud punctum, ad easdem partes, eosdem fines primis rectis lineis possidentes.

O R O N T I V S. ¶ Super data inquàm recta linea a/b, duæ rectæ lineæ a/c/ & b/c/, à limitibus a/ & b/, ad datum punctum c/ constituentur. Dico quod super eadem a/b, aliæ duæ rectæ lineæ, utpote a/d/ & b/d/, ad aliud punctum, hoc est d/, ad easdem quoq; partes, non constituentur eisdem a/c/ & b/c/ altera alteri æquales, utpote a/d/ ipsi a/c/, & b/d/ ipsi b/c/, eosdem fines a/ & b/, cum eisdem primis rectis lineis a/c/ &

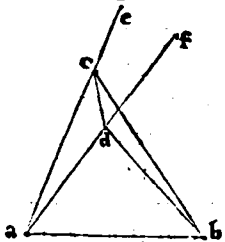


b/c/ possidentes. Aut enim punctum d/ cadet in alterutram linearum a/c/ & b/c/, vel intra easdem, aut extra. Atqui in alterutram datarum linearum, ipsum d/ punctum minimè potest incidere. Cadat enim (si possibile sit) in rectam b/c. coincidit igitur b/d/ recta, super rectam b/c: & cum d/ sit aliud pūctum quàm c, erit eadem b/d/ pars ipsius b/c. Non erit igitur b/d/, æqualis b/c: totum enim foret æquale suæ parti, contra nonā communem sententiam. Similiter ostendetur,

Prima figuræ dispositio.

q; neq; in a/c/ rectam, neq; in alterutrā aut a/c/ aut b/c/ in continuū rectūmq; productā, cadet idem punctū d. ¶ Dico præterea, q; neq; intra easdē lineas a/c/ & b/c/, ipsum d/ pūctū potest incidere. Esto enim (si fuerit possibile) ut in subscripta figura &

Secunda.

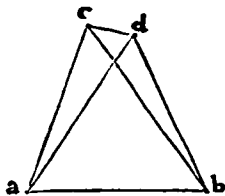


cónexa c/d/ recta, per primū postulatū, utraq; a/c/ & a/d/, per secundū postulatū, in continuū rectūmq; vsq; ad e/ & f/ signa producat. Triangula igitur a/c/d/ & b/c/d/ super eadē basi c/d/ cōstituta, foret isoscelia. & angulus propterea a/c/d/, æquus esset angulo a/d/c/ necnō b/c/d/ angulus, ipsi b/d/c/ responderent æqualis, per primā partē quintæ propositionis: & per secundā eiusdem propositionis partem, qui sub eadem basi c/d/ fiunt anguli, adinuicē quoq;

b.ij.

forēt æquales: vtpote, $c/d/f$ ipsi $d/c/e$. Angulus porrò $d/c/e$, maior est angulo $b/c/d$ (nēpe totus sua parte) eapropter & $c/d/f$ angulus, foret eodē angulo $b/c/d$ maior: & maior consequēter ipso angulo $b/d/c$. nam æquales anguli, eiusdē sunt æquē maiores, vel æquē minores: per cōuersam sextæ, atq; septimæ cōmunis sententiæ interpretationē. Est autē $c/d/f$ angulus, pars ipsius anguli $b/d/c$. Particularis igitur angulus, maior esset totali: quod per eandem nonam cōmunē sententiā est impossibile.

Tertia figure dispositio.



¶ Haud dissimile sequetur incōueniens: vbi datū punctū d , inciderit extra præfatas lineas rectas a/c & b/c . Si nāq; id possibile foret, vel earum altera quæ ex a pūcto, alterā quæ ex b secabit: aut nulla dabitur prædictarum linearū intersecctio. Secet primū a/d ipsā b/c & connectatur c/d recta, per primum postulatū. Triangula rursum $a/c/d$ & $b/c/d$ essent isoscelia: & qui ad cōmunē vtriūsq; triāguli basin c/d fiunt anguli, per primam partem ipsius quintæ propositionis, æquales adinuicem. vtpote, $a/c/d$ ipsi $a/d/c$, & $b/c/d$ ipsi $b/d/c$. Atqui angulus $a/c/d$, angulo $b/c/d$ maior est, per nonam communem sententiam: recta enim b/c diuidit $a/b/d/c$ quadrilaterum, & angulum propterea $a/c/d$. Igitur & $a/d/c$ angulus, eodē angulo $b/c/d$ maior esset: & maior consequenter ipso $b/d/c$ angulo. angulus porrò $a/d/c$, est pars ipsius anguli $b/d/c$ recta nāq; a/d , diuidit eūdem $b/d/c$ angulum, atq; $a/b/d/c$ quadrilaterum. Pars itaq; totum rursum excederet: quod ipsi nonæ communi videtur aduersari sententiæ. Idem etiam concludetur, vbi a/c recta secuerit b/d : vbiue punctum d ita seorsum locabitur, vt nulla subsequatur prædictarum linearū intersecctio. quemadmodū ex secunda figuræ dispositione deducere vel facile potes, c in d , atq; è diuerso permutato. Non sunt igitur a/c & a/d rectæ lineæ, neq; b/c & b/d adinuicem simul æquales. Super eadem ergo recta linea, duabus eisdem rectis lineis & c. vt in theoremate. Quod demonstrare oportebat.

Θέωρημα

ε,

Πρόβλημα

η,

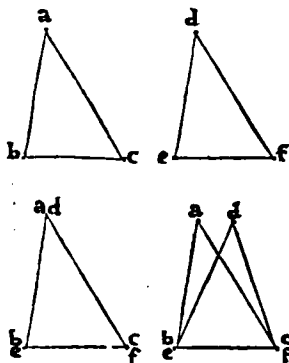
Εὰν δύο τρίγωνα, τὰς δύο πλευρὰς τὰς δύο πλευραῖς ἴσας ἔχῃ καὶ τὴν ἑκατέραν ἑκατέρῃ, ἔχῃ δὲ καὶ τὴν βάσιν τῇ βάσει ἴσην, καὶ τὴν γωνίαν τῇ γωνίᾳ ἴσην ἔξ τῶν ὑπὸ τῶν ἴσων ἐκθεῶν ἀποδεχόμενα.

Theorema 5,

Propositio 8.

SI bina triangula, duo latera duobus lateribus alterum alteri 8 æqualia habuerint, & basin quoq; basi æqualē: angulum quoq; sub æqualibus rectis lineis contentum æqualem habebunt.

ORONTIVS. ¶ Sint bina triangula $a/b/c$ & $d/e/f$, habētia duo latera a/b & a/c , duobus lateribus d/e & d/f alternatim æqualia, hoc est, a/b ipsi d/e , & a/c ipsi



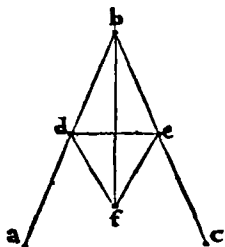
d/f sitq; basis b/c , basi d/f itidem æqualis. Aio itaq; angulum $b/a/c$, angulo $e/d/f$ esse responderenter æqualē. Comparatis nanque adinuicem triangulis, & puncto b supra punctum e constituto, extensāque basi b/c in rectum ipsius e/f conueniet punctum c cum puncto f , per cōuersam octauæ cōmunis sententiæ. Cōuenientibus autē b/e , atq; c/f punctis, cōueniet & punctū a cū puncto d . Quoniā si a & d puncta minimē cōuenirent: sequeretur ex hypothēsi laterū, q̄ super eadem recta linea b/c aut e/f , duabus eisdē lineis a/b & a/c , vel a/e & a/f , aliæ duæ rectæ lineæ d/b & d/c , seu d/e & d/f , ad aliud atq; aliud punctum, hoc est a & d , ad easdem quoq; partes,

eosdem deniq; fines $b/$ & $c/$ vel $e/$ & $f/$ primis rectis lineis possidentes, altera alteri constitueretur æquales. quod per antecedentē septimā propositionē demonstratū est impossibile. Cōgruit igitur $d/$ punctū, ipsi puncto a : quapropter & angulū $b/a/c$, angulo $e/d/f$, congruere necessum est, forēq; illi æqualē. Cōgruentibus enim terminis: congruūt & ipsæ lineæ rectæ. ex rectarū porrò cōuenientia, sub quibus ipsi continētur anguli: eadem surgit inclinatio. ex qua demum pari linearum inclinatione: eorundem angulorū conuincitur æqualitas. Ergo si bina trianguła, duo latera duobus lateribus & c. vt in theoremate. Quod oportuit demonstraſſe.

T Πρόβλημα δ', Πρόθεσις θ.
 Ημ δ' οὐθ' ἄσπερ γωνία ἐν ὑπὸ γράμμω διίχαι τμήμ.

9 **D**atum angulum rectilineum, bifariam secare.

ORONTIVS. ¶ Esto datus rectilineus angulus $a/b/c$: quem oporteat bifariam secare. Suscipiatur igitur in $a/b/$ recta contingens punctum d : seceturq; à reliqua b/c , ipsi $b/d/$ æqualis, per tertiā propositionem, sitq; illa b/e . Et per primū postulatum, connectatur recta d/e : super quā triangulum æquilaterū $d/e/f$, per primā propositionem constituatur. connectatur tandem recta b/f , per idem primum postulatum. Manifestum est igitur, rectam $b/f/$ secare datum angulum $a/b/c$: protrahitur enim ab angulo qui ad b , ad oppositum angulum qui ad f in $b/d/f/e/$ quadrilatero. Aio quòd & ipsa b/f , datum $a/b/c$ angulum bifariam secat. Cū enim $b/d/$ per constructionē sit æqualis ipsi b/e , cōmunis autem b/f : bina itaq; latera $d/b/$ & $b/f/$ trianguli $d/b/f$, duobus lateribus $f/b/$ & $b/e/$ trianguli $f/b/e/$ sunt alternatim æqualia. Est insuper basis d/f , basi e/f : itidem æqualis: sunt enim latera triāguli æquilateri $d/e/f$. Angulus igitur $d/b/f$, angulo $f/b/e$, per

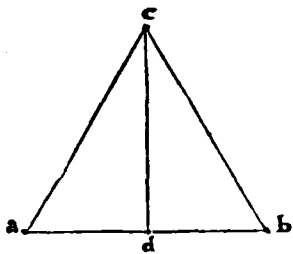


octauam propositionem est æqualis. Datus itaq; rectilineus angulus $a/b/c$, bifariam à recta b/f secatur. Quod facere oportebat.

T Πρόβλημα ε', Πρόθεσις ι.
 Ημ δ' οὐθ' ἄσπερ γωνία πεπερασμένη διίχαι τμήμ.

10 **D**atam rectam lineam terminatam bifariam secare.

ORONTIVS. ¶ Sit data recta linea terminata a/b , quam bifariam secare sit operæpretium. Constituatur igitur super eadem a/b , triangulum æquilaterum $a/c/b$, per primam propositionem: seceturq; per antecedentem nonam propositionem angulus $a/c/b$ bifariam, recta quidem c/d , à puncto c in d punctum ipsius lateris $a/b/$ coextensa. Dico lineā $a/b/$ datam, secari bifariam in pūcto d . Cū enim $a/c/b/$ triangulum sit æquilaterum, æqualis est $a/c/$ ipsi c/b : cōmunis verò c/d . Binæ igitur $a/c/$ & $c/d/$ trianguli $a/c/d$, duabus $d/c/$ & $c/b/$ triāguli $d/c/b$, sunt altera alteri æqua-



les: & qui sub ipsis æquis lateribus continentur anguli, per constructionē sunt adinuicem æquales, hoc est, $a/c/d$, ipsi $d/c/b$. Basis igitur a/d , basi d/b : est æqualis, per quartam propositionem. Data igitur recta linea terminata a/b , bifariam secata est in puncto d . Quod oportuit fecisse.

Πρόβλημα 5,

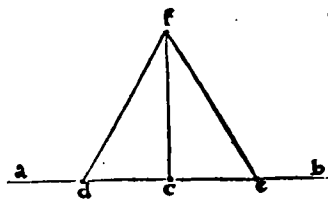
Πρόβις 1α.

TἩ δοθεὶς γωνία, ἀπὸ τῆς πρὸς αὐτῇ ὀρθογώνου σημείου, πρὸς ὁρθῆς γωνίας ἐνθεῶν γραμμῇ ἀγασθῇ.

Problema 6, Propositio 11.

Data recta linea, à pūcto in ea dato, rectam lineam ad angulos rectos excitare.

O R O N T I V S. ¶ Esto recta linea data a/b , datūmq; in ea pūctū c à quo oporteat rectā lineā ad angulos rectos excitare. Suscipiā igitur in a/c recta, cōtingēs pūctū: sitq; illud d . secetur præterea à recta c/b , ipsi d/c æqualis, per tertiā propositionē, utpote c/e . deniq; super rectā d/e , triagūlū æquilaterū cōstituat $d/f/e$, per primā propositionē: cōnectatūrq; recta c/f , per primū postulatū. Dico c/f rectā, ad rectos angulos cōsistere super datā rectā a/b . Quoniā d/c est æqualis ipsi c/e , cōmunis autē c/f dividēs $d/f/e$ triagūlū. Duæ igitur f/c & c/d triaguli $f/c/d$, duabus f/c & c/e triaguli $f/c/e$, sunt altera alteri æquales: & basis d/f basi f/e , per constructionem æqualis. Angulus itaq; $f/c/d$, angulo $f/c/e$ sub æqualibus rectis lineis cōtento, per octauam propositionem est æqualis. Recta igitur c/f consistens super rectā a/b , æquales utrobique facit angulos: ergo rectos, per decimam diffinitionem. A dato igitur pūcto c , datæ rectæ lineæ a/b , recta linea c/f ad rectos excitata est angulos. Quod faciendum suscepimus.



Πρόβλημα 6,

Πρόβις 1β.

Eπὶ τῇ δοθεῖσῃ ἐνθεῶν ἀπαγορεύεται, ἀπὸ τῆς ὀρθογώνου σημείου, ὃ μὴ ἐστὶν ἐπ' αὐτῆς, κἀθενὸς ἐνθεῶν γραμμῇ ἀγασθῇ.

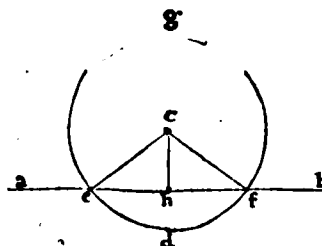
Problema 7, Propositio 12.

SVper datam rectam lineam infinitam, à dato pūcto quod in ea non est, perpendicularem rectam lineam deducere.

Constructio figuræ.

O R O N T I V S. ¶ Sit data recta linea infinita a/b , datum verò pūctum quod in ea non est c à quo, in ipsā a/b , perpendicularem rectā lineam deducere sit operæpretium. In eodem itaque plano, in quo data a/b recta linea infinita, & datum pūctum c , ex altera quidem parte ipsius a/b , contingens pūctū suscipiatur: sitq; illud d . Erit igitur c/d interuallum, dirimētq; ipsā a/b rectam. Centro ergo c , interuallum autem c/d , circulus describatur $e/f/g$, per tertium postulatū. Hic porro circulus $e/f/g$, cū in eodem sit plano in quo & recta a/b , sitq; finitus, eadem verò a/b infinita, & dirempta ab interuallum c/d : subtendet propterea idem $e/f/g$ circulus partem ipsius a/b , egredietūrq; eadem a/b , recta circūferentiam ipsius $e/f/g$ circuli, eandēque circūferentiam egrediendo secabit. Secet igitur in e & f pūctis: diuidatūrq; recta & subtenfa c/f bifariam, in pūcto quidem h , per decimā propositionem. & connectantur tandem c/e , c/h , atq; c/f rectæ, per primum postulatū. Dico itaq; rectā c/h perpendiculariter incidere super datā, rectā a/b . Quoniā c/h æqualis est ipsi h/f , per constructionem: c/h verò dirimens $c/e/f$ triagulum, utrique communis. Binæ igitur c/h & h/e triaguli $c/h/e$, duabus c/h & h/f triaguli $c/h/f$ sunt altera alteri æquales: basis quoq; c/e , basi c/f æqualis, per decimā quintam diffinitionem. Aequus est igitur angulus $c/h/e$, angulo $c/h/f$ sub æquis lateribus cōtento, per octauā propositionē.

Ostensio problematis.



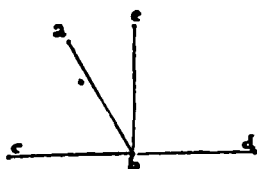
Recta ergo c/h consistens super datā rectam lineā a/b , æquales utrobique facit angulos: ergo rectos. Et proinde c/h perpendicularis est super a/b , per decimam diffinitionem. Super datam itaque rectam lineam infinitā a/b , à dato puncto c quod in ea non est, deducta est perpendicularis c/h . Quod fecisse oportuit.

Q Θεώρημα 5, Πρόβλημα 17.
 Σ ἂν ἑνὸς ἐπ' ἑνὸς καθέστω γωνίας ποιῇ, ἵτοι δύο ὀρθαί, ἢ δύοσι ὀρθαῖς ἴσαι ποιῶσθ.

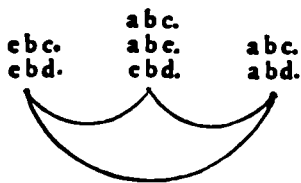
Theorema 6, Propositio 13.

- 13 **C**um recta linea super rectam consistens lineā angulos fecerit: aut duos rectos, aut duobus rectis æquales efficiet.

ORONTIVS. Incidat inquā a/b recta, super rectam c/d , efficiens angulos $a/b/c$ & $a/b/d$. Anguli itaque $a/b/c$ & $a/b/d$, aut sunt æquales adinuicē, aut inæquales. Si æquales, ergo recti, per decimam diffinitionē: prima igitur pars vera. Quod si inæquales extiterint ipsi $a/b/c$ & $a/b/d$ anguli, utpote, $a/b/c$ recto minor, & eodē recto maior $a/b/d$: dico nihilominus eosdē angulos $a/b/c$ & $a/b/d$, fore binis rectis angulis æquales. Quoniam $a/b/c$ & $a/b/d$ anguli sunt inæquales: non est igitur a/b recta perpendicularis super rectam c/d , per conuersam ipsius decimæ diffinitionis. Excitetur ergo super data recta linea c/d , à dato in ea puncto b , perpendicularis b/e , per vndecimam propositionem. Diuidet itaq; recta b/e angulum $a/b/d$ recto maiorem: necnō recta a/b , ipsum angulum $e/b/c$ rectū, maiorem acuto $a/b/c$. Aequus est igitur angulus $e/b/c$, binis angulis $a/b/c$ & $a/b/e$. communis adijciatur angulus



$e/b/d$. binis itaq; angulis $e/b/c$ & $e/b/d$, tribus angulis, hoc est $a/b/c$, $a/b/e$, & $e/b/d$, sunt æquales, per secundam communē sententiā. Angulus rursus $a/b/d$, æquus est duobus angulis $a/b/e$ & $e/b/d$. communis addatur angulus $a/b/c$. Duo igitur anguli $a/b/c$ & $a/b/d$, tribus angulis, utpote, $a/b/c$, $a/b/e$, & $e/b/d$, sunt per eandē secundā communē sententiā æquales. Atqui monstratū est, qd & anguli $e/b/c$ & $e/b/d$, eisdem tribus æquantur angulis. Anguli porrō qui eisdem sunt æquales angulis, adinuicem quoq; sunt æquales, per primam cōmunem sententiā. Igitur anguli $a/b/c$ & $a/b/d$, duobus $e/b/c$ & $e/b/d$ sunt æquales. Sūt autem per constructionem anguli $e/b/c$ & $e/b/d$ recti. & duo igitur anguli $a/b/c$ & $a/b/d$, binis sunt rectis æquales. Idem etiā ostendetur, vbi $a/b/c$ angulus, fuerit maior ipso $a/b/d$. Cum igitur recta linea, super rectam consistens lineam, angulos fecerit: aut duos rectos, aut duobus rectis æquales efficiet. Quod oportebat demonstrare.



E Θεώρημα 8, Πρόβλημα 17.
 Ἀρ πρὸς τινὶ ἑνὸς καὶ τῷ πρὸς αὐτῇ σημείῳ, δύο ἑνὸς μὴ πρὸς τὰ αὐτὰ μέρη κείμενοι, πρὸς ἑαυτῶν γωνίας δύοσι ὀρθαῖς ἴσαι ποιῶσιν, ἐπ' ἑνὸς ἴσονται ἀλλήλοις αἱ ἑνὸς.

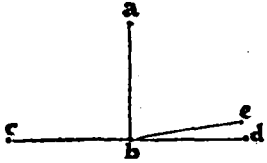
Theorema 7, Propositio 14.

- 14 **S**i ad aliquam rectam lineam, atque ad eius punctum, duæ rectæ lineæ non ad easdem partes ductæ, utrobique duobus rectis angulos æquales fecerint: ipsæ in directum rectæ lineæ adinuicem erunt.

ORONTIVS. Ad datam enim rectam lineam a/b , atque ad eius punctum b . iij.

Demōstratio
ab impossibili

b, duæ rectæ lineæ b/c, & b/d, altera quidem ad læuam c, reliqua verò ad dextram partē d/conueniētes, angulos efficiant a/b/c & a/b/d, aut rectos, aut duobus rectis æquales. Aio propterea, rectam lineam b/d, in directum ipsius b/c fore cōstitutam, hoc est, vnam eandēmq; rectam efficere lineā. Nam si recta b/d, non fuerit in directum ipsius b/c constituta: producta b/c in continuū rectūmq; ab ipso b/versus e, per secundum postulatū, non cadet ipsa b/e cum b/d. Cadat ergo (si possibile sit) inter a/b & b/d. Recta igitur a/b, incideret super rectam c/e ad angulos a/b/c &



a/b/e, aut rectos, vel duobus rectis æquales, per decimā-tertiam propositionē. Atqui duo anguli a/b/c & a/b/d aut recti sunt, aut binis itidem rectis æquales, per hypothēsin. Anguli itaq; a/b/c & a/b/d, angulis a/b/c & a/b/e, forent per primam communē sententiā æquales. Dempto igitur communi angulo a/b/c reliquus a/b/d reliquo a/b/e, per tertiam communē sententiā æquaretur, maior minori, hoc est, totū suæ parti: quod per nonam communem sententiā est impossibile. Idem quoq; deducetur inconueniens, si producta b/e, detur incidere sub ipsa b/d. In directum est igitur b/d ipsi b/c, quod demonstrandum fuerat. Si ad aliquā igitur rectam lineam, atq; ad eius pūctum duæ rectæ lineæ, &c. vt in theoremate.

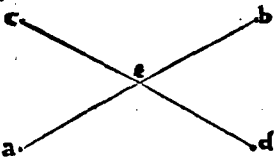
E *Θεώρημα 8, Πρόβλημα 15.*
Αἱ δύο ἐνθαύτῃ τίμνωσιν ἀλλήλας, τὰς κατὰ κορυφὴν γωνίας ἴσας ἀλλήλας ποίωσιν.

Theorema 8,

Propositio 15.

SI duæ rectæ lineæ se adinuicē secuerint: angulos qui circa vertex sunt æquos adinuicem efficient.

O R O N T I V S. ¶ Secent se adinuicem binæ rectæ lineæ a/b, & c/d, in pūcto quidem e: dico quòd angulus a/e/c, æquus est angulo b/e/d, circa e/verticem posito. Incidit enim recta c/e in rectam a/b, efficiens angulos a/e/c & c/e/b/duobus rectis æquales: per decimātertiam propositionē. Recta insuper b/e incidens super



rectam c/d, facit angulos c/e/b & b/e/d/binis itidem rectis æquales: per eādem decimātertiam propositionē. Anguli porrò qui eisdem, vtpote binis rectis æquantur: & hi quoq; sunt adinuicem æquales, per primā communē sententiā. Et duo igitur anguli a/e/c & c/e/b, duobus angulis c/e/b & b/e/d sunt æquales. Dempto itaque communi c/e/b: reliquus a/e/c/reliquo b/e/d, per tertiam communem sententiā est æqualis. Simili discursu monstrabitur, qd anguli a/e/d & c/e/b sunt æquales adinuicem. Si duæ igitur rectæ lineæ se adinuicem secuerint, angulos qui circa vertex sunt, æquos adinuicem efficient. Quod oportebat ostendere.

Corollarium.

¶ Hinc manifestum est, quotlibet rectas lineas in eodem pūcto sese adinuicem interfecantes, angulos efficere quatuor rectis æquales.

Π *Θεώρημα 9, Πρόβλημα 15.*
Αντὸς τριγώνου μίαν τῶν πλευρῶν ἐκβληθεὶς, ἡ ἐκτὸς γωνία, ἑκατέρωσ' τῶν οὐκ ἐστὶν ἀπ' ἐκείνης μείζων ἐστὶ.

Theorema 9,

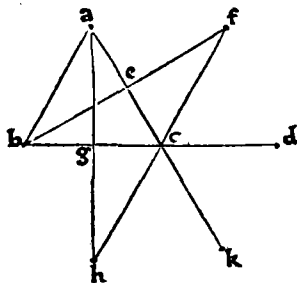
Propositio 16.

OMnis triāguli vno latere producto, exterior angulus vtrifq; interioribus & ex opposito maior est.

O R O N T I V S. ¶ Esto datum a/b/c triāgulum, cuius vnum latus, vtpote b/c,

producatur in directum ad punctum vsq; d, per secundum postulatam. Aio itaq; primū,exteriorem angulum a/c/d,maioresse intrinseco & ex opposito b/a/c. Secetur enim a/c/bifariam in pūcto e,per decimam propositionem:& connectatur b/e/recta,per primū postulatam. quæ per secundum postulatam, extendatur in directum versus f:seceturq; recta e/f/æqualis ipsi b/e, per tertiā propositionem. tandem connectatur recta c/f,per idem primū postulatam. Cū igitur a/e/sit æqualis e/c,& b/e/ipsi e/f/itidem æqualis,per constructionem:binæ itaq; a/e/& e/b/trianguli a/e/b,duabus c/e/& e/f/trianguli c/e/f, sunt altera alteri æquales.& æquos adinuicē efficiunt angulos a/e/b/& c/e/f, per decimam quintam propositionem,nempe qui circa e/verticem. Basis igitur a/b,basi c/f/est æqualis:& triangulum a/e/b,æquale triangulo c/e/f,atque reliquus angulus b/a/e, reliquo e/c/f/æqualis, per quartā propositionem. Angulus porro a/c/d,maior est angulo a/c/f,per nonam communem sententiā:quapropter & ipso b/a/c/angulo maior.æquales enim anguli,eiusdem sunt æquē minores. ¶ Dico insuper,quod idem angulus a/c/d,maior est a/b/c/angulo.

Prima demonstratiōis pars.



Diuisa namq; b/c/ bifariam in puncto g,& connexa a/g/recta,productaq; ipsi a/g/æquali g/h,connexa item c/h,atq; tandem producta a/c/in k,per nunc expressa postulata,citatāsq; propositiones:haud dissimili discursu colligemus, angulum a/b/g,æquum esse angulo g/c/h. Et quoniam angulus b/c/k, angulo b/c/h/maior est, per nonā communem sententiā:erit & idem angulus b/c/k/ ipso a/b/c/angulo maior. Aequus est autem a/c/d/angulus ipsi b/c/k,per decimam quintam propositionē:& angulus igitur a/c/d/eodē angulo a/b/c/maior est. Omnis itaq; trianguli vno latere producto, exterior angulus vtriusq; interioribus & ex opposito maior est. Quod erat demonstrandum.

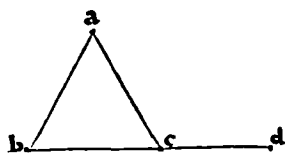
Secunda pars

Π *Θεώρημα ι, Πρόβλημα ιε.*
 Ἄντὸς τριγώνου αὐτὸ δύο γωνίαι, δύο δὲ ὁρθὴ ἑλάσσονες ᾗσι, πάντες μεταλαμβάνονται.

Theorema 10, Propositio 17.

17 **O**Mnis trianguli, duo anguli duobus rectis sunt minores, omnifariam sumpti.

ORONTIVS. ¶ Sit triangulum a/b/c. Dico in primis, duos angulos a/b/c/& a/c/b, duobus rectis esse minores. Producatur enim b/c/ latus in directum vsq; ad punctum d: per secundum postulatam. Exterior igitur angulus a/c/d, maior est interiore & ex opposito a/b/c, per decimam sextam propositionem. Addatur vtrique eorundem angulorum, communis a/c/b. Duo igitur anguli a/b/c/& a/c/b, duobus angulis a/c/b/ & a/c/d/ sunt minores, per quartam communem sententiā. Anguli porro a/c/b/& a/c/d, duobus rectis sunt æquales, per decimam tertiam propositionē. Et duo igitur anguli a/b/c/ & a/c/b, eisdem binis rectis sunt minores: idem namq; anguli, æqualium angulorū æquē minores existunt. ¶ Nec dissimili via, anguli b/a/c/ & a/c/b, duobus itidem rectis ostendentur esse minores: nec non a/b/c/ & c/a/b/ anguli, producto a/b/ vel a/c/ latere. Omnis itaq; trianguli, duo anguli duobus rectis sunt minores, omnifariam sumpti. Quod expediebat demonstrare.



Præcipua ostē sionis pars.

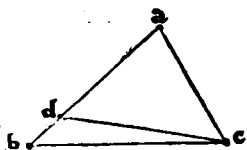
De ceteris angulorum combinationibus.

Π Θεώρημα 1α, Πρόβησις 1η.
 Ἀντὸς τριγώνου ἡ μείζων πλευρὰ, τῇ μείζονα γωνίᾳ ὑποτίθεται.

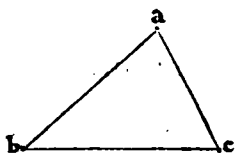
Theorema 11, *Propositio 18.*

OMnis trianguli maius latus, sub maiori angulo subtenditur. 18

ORONTIVS. ¶ Sit triangulum $a/b/c$ cuius latus a/b , maius sit a/c latere. dico quòd $a/c/b$ angulus, maior est angulo $a/b/c$. Secetur enim à maiori a/b , ipsi minori a/c æqualis, per tertiam propositionem: sitq; illa a/d . & connectatur c/d recta, per primum postulatam. Diuidit itaque recta c/d triangulum $a/b/c$, & angulum propterea $a/c/b$. Maior est igitur angulus $a/c/b$ angulo $a/c/d$, per nonam communem sententiam. Ipsi porrò $a/c/d$ angulo, æquus est angulus $a/d/c$, per primam partem quintæ propositionis: sunt enim per constructionem a/c & a/d latera adinuicē æqualia. Et $a/c/b$ igitur angulus, maior est angulo $a/d/c$. Angulus rursus $a/d/c$, maior est interiore & ex opposito $d/b/c$, hoc est $a/b/c$ angulo, per decimam sextam propositionem. Multò maior igitur est angulus $a/c/b$, ipso $d/b/c$ seu $a/b/c$ angulo. quod enim maiore maius est, à fortiori videtur esse maius. Omnis itaque trianguli maius latus, sub maiori angulo subtenditur. Quod demonstrandum suscepimus.



ORONTIVS. ¶ Sit rursus $a/b/c$ triangulum, habens angulum $a/c/b$, maiore angulo $a/b/c$. Aio versa vice, qd latus a/b , maius est ipso latere a/c . Si namq; a/b latus, non foret maius a/c esset igitur vel eidē a/c æquale, vel eo minus. Acquū porrò nō est a/b ipsi a/c : quoniā anguli $a/b/c$ & $a/c/b$, per quintam propositionem, foret adinuicem æquales. sunt autem inæquales, per hypothesin. non est igitur a/b latus, æquale ipsi a/c . Neque etiā minus est a/b , eodem a/c latere: esset enim angulus $a/c/b$, minor angulo $a/b/c$, per antecedentem decimam octauam propositionem. hoc autem aduersatur hypothesi. Igitur a/b latus, nō est minus ipso a/c latere. Ostēsum est autē, quòd nec eidem æquale. maius est igitur ipsum latus a/b , eodem a/c latere. Omnis ergo trianguli maior angulus, sub maiori latere subtenditur. Quod demonstrare fuerat operæpretium.



ORONTIVS. ¶ Est datum $a/b/c$ triangulum. Dico primū, duo latera a/b & a/c , fore maiora reliquo b/c . Producatr enim per secundum postulatam, recta c/a in directum, vsque ad punctum d : seceturq; a/d recta, æqualis ipsi a/b , per tertiā

Π Θεώρημα 1β, Πρόβησις 1θ.
 Ἀντὸς τριγώνου ὑπὸ τῇ μείζονα γωνίᾳ ἡ μείζων πλευρὰ ὑποτίθεται.

Theorema 12, *Propositio 19.*

OMnis trianguli maior angulus, sub maiori latere subtēditur. 19

ORONTIVS. ¶ Sit rursus $a/b/c$ triangulum, habens angulum $a/c/b$, maiore angulo $a/b/c$. Aio versa vice, qd latus a/b , maius est ipso latere a/c . Si namq; a/b latus, non foret maius a/c esset igitur vel eidē a/c æquale, vel eo minus. Acquū porrò nō est a/b ipsi a/c : quoniā anguli $a/b/c$ & $a/c/b$, per quintam propositionem, foret adinuicem æquales. sunt autem inæquales, per hypothesin. non est igitur a/b latus, æquale ipsi a/c . Neque etiā minus est a/b , eodem a/c latere: esset enim angulus $a/c/b$, minor angulo $a/b/c$, per antecedentem decimam octauam propositionem. hoc autem aduersatur hypothesi. Igitur a/b latus, nō est minus ipso a/c latere. Ostēsum est autē, quòd nec eidem æquale. maius est igitur ipsum latus a/b , eodem a/c latere. Omnis ergo trianguli maior angulus, sub maiori latere subtenditur. Quod demonstrare fuerat operæpretium.

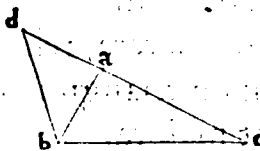
Π Θεώρημα 1γ, Πρόβησις κ.
 Ἀντὸς τριγώνου αἱ δύο πλευραὶ, τῆς λοιπῆς μείζονος ἐσσι, πάντῃ μίγαλα μεινόμεναι.

Theorema 13, *Propositio 20.*

OMnis trianguli duo latera, reliquo sunt maiora, quomodo= 20
 cunque assumpta.

ORONTIVS. ¶ Est datum $a/b/c$ triangulum. Dico primū, duo latera a/b & a/c , fore maiora reliquo b/c . Producatr enim per secundum postulatam, recta c/a in directum, vsque ad punctum d : seceturq; a/d recta, æqualis ipsi a/b , per tertiā

propositionem. & connectatur b/d recta, per primū postulatū. Cum igitur a/b , sit æqualis ipsi a/d , per constructionem: qui ad basin b/d sunt anguli, æquales ad invicem erunt, per quintam propositionem, utpote, $a/b/d$, ipsi $a/d/b$. Angulus porro $d/b/c$, maior est angulo $a/b/d$, per nonam communem sententiam: igitur & angulo $a/d/b$ maior. Triangulum igitur $d/b/c$, habet angulum $d/b/c$ maiorem angulo $b/d/c$.



Omnis autē trianguli maior angulus sub maiori latere subtenditur, per decimam nonam propositionem. maius est itaq; d/c latus, ipso latere d/b . Atqui latus d/c , æquū est ipsis a/b & a/c lateribus: data est enim a/d , ipsi a/b æqualis, & utrique iungitur a/c . Duo igitur latera a/b & a/c , sunt maiora reliquo b/c . Similiter ostendemus, quod a/b & b/c latera, maiora sunt reliquo a/c atq; a/c & c/b , reliquo a/b , itidem maiora. Omnis itaque trianguli duo latera, reliquo sunt maiora, quomodocunq; assumpta. Quod oportuit ostendere.

Θεώρημα 14, Πρόθεσις κα.

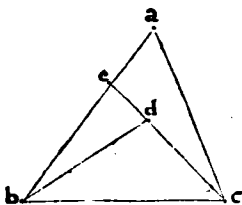
Eὰν τριγώνου ὑπὸ μιᾶς τῶν πλευρῶν ἀπὸ τῆς κορυφῆς δύο εὐθεῖαι αὐτὸς συσπῶσιν, αἱ συσπῶσθαι, τῶν λοιπῶν τῶν τριγώνου δύο πλευρῶν, ἐλάττωσι μὴ ἴσονται, μείζονα δὲ γινώσκωνται.

Theorema 14,

Propositio 21.

21 **S**I trianguli à limitibus vnus lateris, binæ rectæ lineæ introrsum constituentur: quæ constituuntur, reliquis trianguli binis lateribus minores quidem erunt, maioremque angulum continebunt.

ORONTIVS. ¶ In triangulo enim $a/b/c$, à limitibus lateris b/c , duæ rectæ lineæ d/b & d/c introrsum, ad punctum d , constituentur. Aio itaque primū, ipsas d/b & d/c lineas rectas, minores esse reliquis a/b & a/c lateribus. Producta nanq; c/d , quousq; secet latus a/b , in puncto quidem e , per secundum postulatū: erūt bina latera a/e & a/c triāguli $a/e/c$, maiora reliquo e/c , per vigesimam propositionē. Addatur ipsis a/e & a/c , atq; ipsi e/c , communis e/b . & composita igitur a/b & a/c latera, ipsis e/b & e/c lateribus, per quartam cōmunem sententiam, erunt maiora. Bina rursus latera e/b & e/d triāguli $e/b/d$, sunt maiora reliquo b/d , per eandem vigesimam propositionē. Addatur ipsis inæqualibus, communis d/c , ergo bina latera e/b & e/c , binis d/b & d/c lineis rectis sunt maiora, per eandem quartam cōmunem sententiā. Ostensum est autem, quod a/b & a/c latera, eisdem e/b & e/c sunt maiora. Multo igitur maiora sunt eadem a/b & a/c latera, ipsis d/b & d/c lineis rectis, à limitibus b/c introrsum constitutis.



¶ Dico præterea, quod angulus $b/d/c$, maior est angulo $b/a/c$. Trianguli enim $e/b/d$, exterior angulus $b/d/c$, maior est interiore & ex opposito $b/e/d$: idem quoque angulus $b/e/d$, interiore & ex opposito $e/a/c$, ipsius $a/e/c$ triāguli maior, per decimam sextam propositionem. Longè itaque maior est angulus $b/d/c$, ipso $e/a/c$, hoc est, $b/a/c$ angulo. Igitur si triāguli à limitibus vnus lateris, binæ rectæ lineæ, & quæ sequuntur reliqua, ut in theoremate. Quod demonstrare oportebat.

Primæ partis
ostensio.

Secunda pars

Πρόβλημα 8.

Πρόβλημα 8.

κβ.

Εκ τριῶν ὑποθέμεναι ἑσσι ἴσα τριῶν δ' ὁρίσασθαι ὑποθέμεναι, ἵνα ὁρίσασθαι δύο τῶν λοιπῶν μέγεθος εἶναι, πάντη μεταλαμβάνοντες, ὅς ἐστι καὶ πάντες τριῶν τῶν δύο ὡς ἂν ἑσσι τῶν λοιπῶν μέγεθος εἶναι, πάντη μεταλαμβάνοντες.

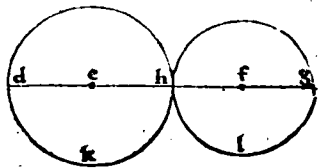
Problema 8,

Propositio 22.

ΕX tribus rectis lineis, quæ sunt tribus datis rectis lineis æqua- 22
les, triangulum cōstruere. Oportet autem duo latera, reliquo
esse maiora quomodocunque assumpta: quoniam trianguli bina
latera quomodocunque assumpta, reliquo sunt maiora.

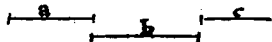
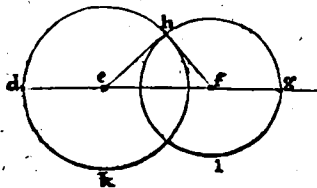
Constructio fi
guræ.

ΟΡΟΝΤΙΟΥ. ¶ Dentur ergo tres lineæ rectæ $a, b, & c$, adinuicem ita propor-
tionatæ, vt duæ quomodocunque assumptæ, sint maiores reliquæ: vtpote, $a/ & b/$ ipsa
 c , atq; $b/ & c/$ ipsa a , denique $a/ & c/$ ipsa $b/$ maiores. Oportet enim ipsius trianguli, ex
tribus rectis lineis, quæ sunt tribus datis æquales, cōstruendi duo latera, reliquo esse
maiora, per vigesimam propositionem. Assumatur itaque recta quædam linea, ex
altera parte puncto $d/$ limitata: infinita verò secundum reliquam. à qua secetur tres
rectæ lineæ, ipsis datis singulatim æquales, per tertiam propositionem: $d/e/$ quidem
æqualis ipsi a , $e/f/$ autem ipsi b , & $f/g/$ ipsi c . Et centro e , interuallo autē e/d , circulus
describatur $d/h/k/$: centro rursus f , & interuallo f/g , alius describatur circulus $g/h/l/$,
per tertium postulatū. Et quoniam circuli $d/h/k/ & g/h/l/$, in eodem sunt plano, &
 $e/f/$ recta, ab vnus circuli centro, ad centrum alterius producit: necessum est, eos-
dem circulos $d/h/k/ & g/h/l/$ sese mutuo interfecare. Si nanque minimè se secarent,



sed sese adinuicem tangerent, vtpote in puncto $h/$: tūc re-
cta $e/f/$ ipsi $b/$ æqualis, vtriusque circuli semidiametrum
necessario contineret. quapropter & duarum rectarum
 $a/ & c/$ magnitudinē. Esset enim $e/h/$ pars ipsius $e/f/$, æqua-
lis $d/e/$, & propterea ipsi $a/$: pars quoque $h/f/$, ipsi $f/g/$, & ipsi
ergo $c/$ æqualis. quemadmodum ex decima quinta diffini-

tione, & prima cōmuni sententia deducere vel facillè est. Bina ergo triaguli latera,
essent æqualia reliquo: contra datam hypothefin, & vigesimam propositionē. Lon-
gè item maius inconueniēs sequeretur: vbi circuli ipsi vtcunque distare ponerētur.
Secat igitur circulus $d/h/k/$, circulum $g/h/l/$. esto sectionum altera in puncto $h/$: & cō-

Problematis
ostensio.

nectātur rectæ $e/h/ & h/f/$, per primum postulatū. Tri-
angulū est igitur $e/h/f/$. dico quòd ex tribus rectis lineis
cōstruētū, quæ sunt tribus datis æquales. Cū enim pun-
ctum $e/$ sit centrum circuli $d/h/k/$: æqualis est $d/e/$ ipsi $e/h/$,
per decimam quintam diffinitionē. ipsa porrò $d/e/$, secta
est æqualis ipsi a . Binæ igitur, hoc est $a/ & e/h/$, eidem re-
ctæ $d/e/$ sunt æquales: quapropter & æquales adinuicem,
per primam communem sententiam. $e/f/$ autem, ipsi $b/$
data est æqualis, per constructionem. Rursus quoniam

punctum f , centrum est circuli $g/h/l/$: æqualis est $f/h/$ ipsi $f/g/$, per eandem decimam-
quintam diffinitionem. ipsa autem $f/g/$, secta est æqualis ipsi c . Ergo $f/h/ & c$, eidem
 $f/g/$ sunt æquales: igitur & æquales adinuicem, per eandem primam cōmunem sen-
tentiam. Tres igitur rectæ lineæ $e/h/$, $e/f/$, & $f/h/$, tribus datis $a, b, & c$, sunt adinuicem
æquales: & constituunt triangulum $e/h/f/$. Ex tribus igitur rectis lineis $e/h/$, $e/f/$, &
 $f/h/$, quæ tribus datis, hoc est, $a, b, & c$, sunt æquales, cōstruētum est triangulum $e/h/f/$.
Quod faciendum susceperamus.

Πρὸς τῇ δοθείσῃ ἐυθείᾳ καὶ τῷ πρὸς αὐτῇ σημείῳ, τῇ δοθείσῃ γωνίᾳ ἐκθῆναι ἑνὸς ἑνὸς γωνίαν ἐκθῆναι ἑνὸς ἑνὸς γωνίαν.

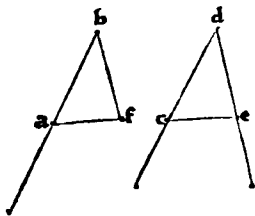
Problema 9, Propositio 23.

23 AD datam rectam lineam, ad datumque in ea punctum, dato angulo rectilineo, æqualem angulum rectilineū constituere.

ORONTIVS. ¶ Sit data recta linea a/b , & datum in ea punctum b , rectilineus porro angulus $c/d/e$: cui receptum sit, ad datum punctum b , data recta linea a/b , æquum angulum rectilineum constituere. Suscipiatur itaq; in c/d recta contingēs punctum, sitq; illud c in d/e quoque recta, contingens punctum, & illud sit e . cōnectatur deinde recta c/e , per primum postulatū. Ex tribus deniq; lineis rectis a/b , b/f , & f/a , quæ sint tribus datis, hoc est, ipsius $c/d/e$ trianguli lateribus æquales, utpote a/b ipsi c/d , & b/f ipsi d/e , atque f/a ipsi e/c , triangulum cōstruatur $a/b/f$, per præcedētē vigesimāsecundā propositionē. Dico angulū $a/b/f$, æquū fore ipsi angulo dato $c/d/e$. Cū enim binæ lineæ rectæ a/b & b/f triāguli $a/b/f$, duabus lineis rectis c/d & d/e triāguli $c/d/e$, sint altera alteri æquales, basis quoque a/f , basi c/e per constructionem æqualis: erit angulus $a/b/f$, angulo $c/d/e$ sub æqualibus rectis lineis contento, per octauam propositionē, æqualis. Ad datam ergo lineam rectam a/b , & datum in ea punctū b , dato angulo rectilineo $c/d/e$, æqualis angulus rectilineus $a/b/f$ constitutus est. Quod fecisse oportuit.

Figure constitutio.

Cōclusio problematis.



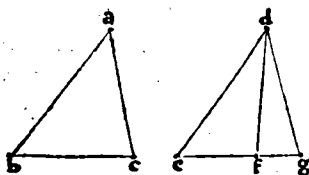
Εἰ δύο τρίγωνα τὰς δύο πλευρὰς τὰς δύο πλευρὰς ἴσας ἔχῃ καὶ τὴν ἑκατέρωθεν ἑκατέρωθεν γωνίαν τῆς γωνίας μείζονα ἔχῃ τὴν ἑκατέρωθεν ἑκατέρωθεν πλευρὰν μείζονα ἔσθι.

Theorema 15, Propositio 24.

24 SI bina triangula, duo latera duobus lateribus æqualia habuerint alterum alteri, angulum verò angulo maiorem sub æquis rectis lineis contentum: basin quoq; basi maiorem habebunt.

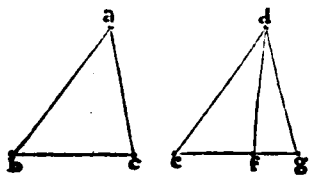
ORONTIVS. ¶ Sint bina triangula $a/b/c$, & $d/e/f$, habentia duo latera duobus lateribus alterum alteri æqualia, utpote, a/b ipsi d/e , & a/c ipsi d/f : sitque angulus qui ad a , maior angulo qui ad d sub æquis lateribus contento. Aio itaque, basin b/c triāguli $a/b/c$, maiorem esse basi e/f triāguli $d/e/f$. Quoniam angulus $b/a/c$, maior est angulo $e/d/f$, per hypothesin: ad datam ergo lineam rectam e/d , ad datumque in ea punctū d , dato angulo rectilineo $b/a/c$, æqualis angulus rectilineus constituatur $e/d/g$, per vigesimātertiam propositionem. Vtriq; demum a/c & d/f , æqualis ponatur d/g , per secundam aut tertiam propositionem: cōnectanturq; rectæ e/g & g/f , per secundum postulatū. Erunt itaq; bina latera a/b & a/c triāguli $a/b/c$, æqualia duobus lateribus d/e & d/g triāguli $d/e/g$: alterum alteri: & qui sub eisdē lateribus continentur anguli adinuicem æquales, per constructionem. Basis igitur b/c , basi e/g , per quartam propositionem est æqualis.

Cōstructio figure generallis.



¶ His ita præmissis, quoniam triangulorum adinuicem comparatorum, varia contingit habitudo: poterit itaque recta e/g , diuersis incidere modis, utpote, aut in directū ipsius e/f , aut supra, vel infra. Cadat ergo primum in rectam e/f , ut in hac prima figure dispositione. Igitur cū

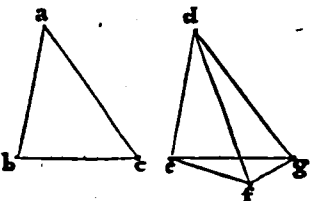
Primus inferendi modus.



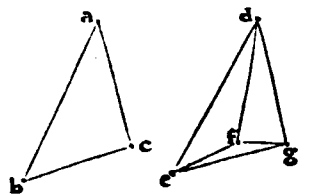
Secundus mo-
dus.

in triangulo $d/e/g$, ab angulo qui ad d in oppositum la-
tus e/g , recta producat d/f , diuidēs tum ex hypothesi,
tum ex constructione ipsum $e/d/g$ angulū: diuidet quoq;
ipsa d/f , basim e/g , in puncto quidem f . Est itaque basis
 e/f , pars ipsius e/g : & propterea ipsa e/g , maior eadem
 e/f , per nonam communem sententiam. Ipsi porro e/g ,
æqualis ostēsa est b/c : & b/c igitur basis, maior est basi e/f , per conuersam sextæ cō-
munis sententiæ interpretationem. ¶ Quod si e/g recta inciderit supra e/f , velut in
secūda figura: fiet triangulū $e/f/g$, ex tribus basibus cōstitutum. Et quoniā triangu-
li $d/f/g$, latus d/f lateri d/g est æquale: æquus erit & $d/f/g$ angulus, angulo $d/g/f$,
per quintam propositionē. Atqui $d/g/f$ angulus, maior est angulo $e/g/f$, per nonam
communem sententiam: & $d/f/g$ itaq; angulus, maior erit eodem angulo $e/g/f$, per
eandem sextæ communis sententiæ conuersionem. Angulo rursū $d/f/g$, maior est

Terti⁹ modus



angulus $e/f/g$, nēpe totus sua parte: & propterea ipso an-
gulo $e/g/f$ tantō maior. Omnis porro triāguli maius la-
tus, sub maiori angulo subtenditur, per decimam octauā
propositionē: maior est itaq; e/g , ipsa e/f recta. Præsten-
sum est autē qd & b/c ipsi e/g cōæquatur: basis ergo b/c ,
basis e/f consequenter est maior. ¶ Cū autē e/g sub ea-
dem e/f , vt in tertia figuræ dispositione, ceciderit: idē etiā
concludetur. Nam in triangulo $d/e/g$, à limitibus lateris d/e , binæ rectæ linæ d/f
& e/f introrsum constituentur: erunt itaq; d/f & e/f reliquis ipsius trianguli lateri-
bus d/g & e/g minores, per vigesimam primam propositionem. Subductis ergo
 d/f & d/g inuicem æqualibus: quæ relinquētur erunt pa-
riter inæquales, e/g quidem maior e/f . Ipsi porro e/g ,
æqualis mōstrata est b/c : cōclūdes ergo rursū, b/c ba-
sin fore maiore ipsa basi e/f . Igitur si bina triāgula, duo
latera duobus lateribus æqualia habuerint alterum alte-
ri, angulum verò: & c. vt in theoremate. Quod ostendere
fuerat operæpretium.



Θεώρημα 15,

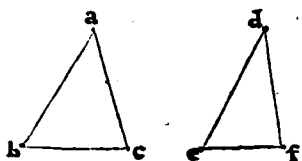
Πρόθεσις. κί.

Εὰν δύο τρίγωνα πᾶς δύο πλευρὰς πᾶς δυοὶ πλευραὶ ἴσῃ ἔχῃ· ἑκατέρῃ ἑκατέρῃ, τὴν
ἐκαστὴν δὲ τῆς βάσεως μᾶζονα ἔχῃ, καὶ τὴν γωνίαν τῆς γωνίας μᾶζονα ἔξῃ τὴν ἑκά-
στῃ ἐνθεῶν πᾶν ἄλλο μῆκος.

Theorema 16, Propositio 25.

SI bina triangula duo latera duobus lateribus æqualia habue- 25
rint, basim verò basi maiorem: angulum quoq; sub æqualibus
rectis lineis contentum, angulo maiorem habebunt.

ORONTIVS. ¶ Dentur inquàm bina triangula $a/b/c$ & $d/e/f$, habentia duo
latera a/b & a/c , duobus lateribus d/e & d/f æqualia alterum alteri, vt pote, a/b ipsi
 d/e , & a/c ipsi d/f : festo autē b/c basis, maior ipsa e/f . Aio versà vice, angulum $b/a/c$,
angulo $e/d/f$ esse maiorem. Quoniam angulus $b/a/c$ non potest in primis æqua-
lis esse angulo $e/d/f$: basis enim b/c , basi e/f per quartam
propositionem foret æqualis. Est autem b/c basis, maior
ipsa e/f , per hypothesin. Neq; rursū angulus $b/a/c$,
minor erit eodem angulo $e/d/f$: quoniā basis b/c , minor
itidem foret basi e/f , per antecedentē vigesimam quartā



propositionem. Atqui data est maior: non est igitur angulus $b/a/c$, ipso $e/d/f$ angulo minor. Patuit autē q̄ nec eidem æqualis: ergo maior. Si bina igitur triangula duo latera: & reliqua, vt in theoremate. Quod erat demonstrandum.

Θεώρημα ιζ, Πρόθεσις κς.

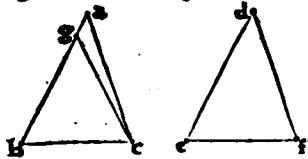
Εὰν δύο τρίγωνα πᾶς δύο γωνίας πᾶς δύο γωνίας ἴσας ἔχῃ ἑκατέρω ἑκατέρω, καὶ μίαν πλευρὰν μιᾷ πλευρᾷ ἴσην, ἢ τοὶ τὴν πρὸς πᾶσι ἴσας γωνίας, ἢ τὴν ὑποτείνουσαν ὑπομίαν ἢ ἴσων γωνιῶν, καὶ πᾶς λοιπὰς πλευρὰς πᾶς λοιπαῖς πλευραῖς ἴσας ἔσθι ἑκατέρω ἑκατέρω, καὶ τὴν λοιπὴν γωνίαν τῇ λοιπῇ γωνίᾳ.

Theorema 17. Propositio 26.

26 **S**I bina triangula, duos angulos duobus angulis alterum alteri æquales habuerint, vnūmq; latus vni lateri æquale, aut quod æquis adiacet angulis, aut quod sub vno æqualium angulorum subtenditur: reliqua quoq; latera reliquis lateribus æqualia alterū alteri, & reliquum angulum reliquo angulo æqualem habebunt.

O R O N T I V S. ¶ Sint duo triangula $a/b/c$ & $d/e/f$, habētia duos angulos qui ad latus b/c , duobus angulis qui ad latus e/f alterum alteri æquales, vtpote, $a/b/c$ ipsi $d/e/f$, & $a/c/b$ ipsi $d/f/e$, vnum præterea latus vni lateri æquale: primò quidem quod æquis adiacet angulis, hoc est b/c ipsi e/f . Dico propterea, quòd & reliqua latera reliquis lateribus alterum alteri habebūt æqualia, a/b quidem ipsi d/e , & a/c ipsi d/f : atq; reliquum angulum $b/a/c$, reliquo $e/d/f$ æqualem. Si nanq; a/b non fuerit æqualis ipsi d/e : altera earum maior erit, vtpote a/b . poterit igitur à maiori a/b , secari, ipsi d/e minori æqualis, per tertiā propositionē. Abscindatur ergo, sitq; b/g : & connectatur c/g recta, per primum postulatū. Bina itaq; latera g/b & b/c trianguli $g/b/c$, duobus lateribus d/e & e/f trianguli $d/e/f$, erunt alternatim æqualia: & qui ad b & e sub æquis lateribus continentur anguli, adinuicem æquales, per hypothesin. Basis igitur c/g , basi d/f , & reliquus angulus $g/c/b$ reliquo qui ad f (sub quo latus æquale subtenditur) erit per quartā propositionem æqualis. Eidem porro qui ad f angulo, æquus est angulus $a/c/b$, per hypothesin. duo igitur anguli $a/c/b$ & $g/c/b$, eidem qui ad f angulo erunt æquales: & propterea æquales adinuicem, per

Primæ partis demonstratio, ex prima hypothesi laterum.

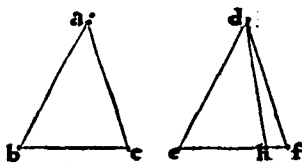


primam communem sententiam. totus itaque angulus, suæ parti æquabitur: quod per nonam communem sententiā est impossibile. Non est igitur a/b maior ipsa d/e . similiter ostendetur, quòd neq; minor. ergo æqualis. Et quoniā b/c ipsi e/f per hypothesin est æqualis: bina idē

latera a/b & b/c trianguli $a/b/c$, duob⁹ lateribus d/e & e/f trianguli $d/e/f$, sunt æqualia alterum alteri: & æquales qui ad b & e comprehendunt angulos, per hypothesin. basis itaq; a/c , basi d/f (seu reliquum latus, reliquo lateri) atq; reliquus angulus $b/a/c$, reliquo $e/d/f$, per quartam propositionem æquatur. ¶ Sint autē quæ sub altero æqualium subtenduntur angulorum latera adinuicem æqualia: scilicet a/b , ipsi d/e . Aio rursum, quòd & reliqua latera, reliquis lateribus habebunt æqualia, alterū alteri, vtpote a/c ipsi d/f , & b/c ipsi e/f : atque reliquum angulum qui ad a reliquo qui ad d æqualem. In primis enim, si b/c non fuerit æqualis ipsi e/f , altera maior erit: esto verbi gratia e/f . poterit ergo ab eadē maiori e/f , secari æqualis ipsi minori b/c , per tertiā propositionē. Secetur itaq; & sit e/h : connectaturq; d/h recta, per primum postulatū. Erunt igitur bina latera a/b & b/c trianguli $a/b/c$, æqualia

Ostensio secundæ partis, ex secunda hypothesi laterum.

duobus lateribus d/e & e/h trianguli $d/e/h$ alterum alteri & qui ad b & e sub eisdem æquis lateribus continentur anguli, sunt per hypothesin adinuicem æquales. Basis ergo a/c , basi d/h & reliquus angulus $a/c/b$, reliquo $d/h/e$ (sub quibus æqualia subtenduntur latera) per quartam propositionē æquabitur. Angulus porro $d/f/e$, eidem angulo $a/c/b$, per hypothesin est æqualis. duo itaq; anguli $d/f/e$ & $d/h/e$, eidem angulo qui ad c erunt æquales: & æquales propterea adinuicem, per primam cōmunem sententiam. In triangulo igitur $d/f/h$, producto f/h latere, exterior angulus $d/h/e$, interiori & ex opposito $d/f/h$ æquabitur angulo: quod per decimam sextā propositionē est impossibile. Non est igitur e/f , maior b/c . simili discursu monstrabitur, q̄ nec minor. æqualis est igitur b/c , eidem e/f . est autē & a/b ipsi d/e per hypothesin æqualis. Binæ igitur a/b & b/c , duabus rursus d/e & e/f sunt æquales altera alteri: & æquos adinuicem per eandem hypothesin capiunt angulos. Reliquum ergo latus a/c , reliquo d/f , hoc est basis basi, atq; reliquus angulus qui ad a , reliquo qui ad d , responderent æquatur, per sæpius allegatam quartam propositionē. Ergo si bina triāgula duos angulos duobus angulis alterum alteri æquales habuerint: & quæ sequuntur reliqua, vt in theoremate. Quod oportuit demonstrasse.



E $\Delta\rho\epsilon\varsigma$ $\delta\iota\upsilon\omicron$ $\epsilon\upsilon\theta\epsilon\acute{\iota}\alpha\varsigma$ $\epsilon\upsilon\theta\epsilon\acute{\iota}\alpha$ $\epsilon\mu\pi\acute{\iota}\pi\tau\epsilon\varsigma$ $\tau\acute{\omega}\varsigma$ $\omega\acute{\alpha}\lambda\lambda\acute{\alpha}\xi$ $\gamma\omega\gamma\iota\alpha\varsigma$ $\acute{\iota}\sigma\alpha\varsigma$ $\acute{\alpha}\lambda\lambda\eta\lambda\alpha\iota\varsigma$ $\pi\omicron\iota\eta$, $\pi\alpha\rho\acute{\epsilon}\lambda\lambda\eta\lambda\omicron\iota$ $\acute{\iota}\sigma\sigma\upsilon\tau\alpha\iota$ $\acute{\alpha}\lambda\lambda\eta\lambda\alpha\iota\varsigma$ $\alpha\acute{\iota}$ $\epsilon\upsilon\theta\epsilon\acute{\iota}\alpha\iota$.

Θεώρημα

18,

Πρόθεσις

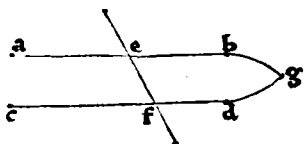
κξ.

Theorema 18,

Propositio 27.

SI in binas rectas lineas recta incidens linea, alternatim angulos æquos adinuicem fecerit: parallelæ adinuicem ipsæ rectæ lineæ erunt. 27

O R O N T I V S. ¶ Sint binæ rectæ lineæ a/b , & c/d , & in eas incidat e/f recta, efficiatq; alternos angulos $a/e/f$ & $e/f/d$ æquales adinuicem. Aio quodd a/b recta, parallela est ipsi c/d . Si nanq; minimè forent parallelæ: productæ tandem in aliqua parte conuenirent, per conuersam vltimæ diffinitionis. Concurrent ergo (si possibile sit) ad partes b, d , in puncto quidem g . Efficietur itaq; triangulum $e/f/g$, cuius exterior angulus $a/e/f$, interiori & ex opposito $e/f/g$ æquabitur: quod per decimam sextam propositionem non videtur esse possibile. Non cōueniunt igitur a/b , & c/d ,



ad partes b, d . neque similiter ad partes a , eidem nāq; sequeretur inconueniens. Quæ autem in nulla parte conueniunt, per vltimam diffinitionē existunt parallelæ. Igitur a/b , parallela est ipsi c/d . Si in binas ergo rectas lineas: & quæ sequuntur reliqua, vt in theoremate. Quod erat ostendendum.

Θεώρημα

19,

Πρόθεσις

κη.

E $\Delta\rho\epsilon\varsigma$ $\delta\iota\upsilon\omicron$ $\epsilon\upsilon\theta\epsilon\acute{\iota}\alpha\varsigma$ $\epsilon\upsilon\theta\epsilon\acute{\iota}\alpha$ $\epsilon\mu\pi\acute{\iota}\pi\tau\epsilon\varsigma$, $\tau\acute{\omega}\nu$ $\epsilon\kappa\tau\acute{\omega}\varsigma$ $\gamma\omega\gamma\iota\alpha\mu$ $\tau\eta\varsigma$ $\omega\acute{\alpha}\tau\epsilon\varsigma$ $\kappa\alpha\iota$ $\acute{\alpha}\pi\epsilon\upsilon\kappa\epsilon\upsilon\tau\iota\omicron\upsilon$ $\kappa\alpha\iota$ $\omega\acute{\iota}\delta\eta$ $\tau\acute{\alpha}$ $\acute{\alpha}\nu\tau\alpha$ $\mu\acute{\epsilon}\rho\eta$ $\acute{\iota}\sigma\eta\mu$ $\pi\omicron\iota\eta$, η $\tau\acute{\omega}\varsigma$ $\omega\acute{\alpha}\tau\epsilon\varsigma$ $\omega\acute{\iota}\delta\eta$ $\tau\acute{\alpha}$ $\acute{\alpha}\nu\tau\alpha$ $\mu\acute{\epsilon}\rho\eta$ $\delta\iota\upsilon\sigma\iota\mu\omicron\rho\epsilon\theta\alpha\iota\varsigma$ $\acute{\iota}\sigma\alpha\varsigma$ $\pi\omicron\iota\eta$, $\pi\alpha\rho\acute{\epsilon}\lambda\lambda\eta\lambda\omicron\iota$ $\acute{\alpha}\lambda\lambda\eta\lambda\alpha\iota\varsigma$ $\acute{\iota}\sigma\sigma\upsilon\tau\alpha\iota$ $\alpha\acute{\iota}$ $\epsilon\upsilon\theta\epsilon\acute{\iota}\alpha\iota$.

Theorema 19,

Propositio 28.

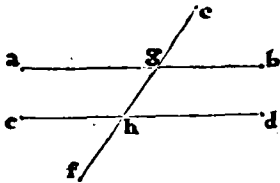
SI in binas rectas lineas recta incidens linea, exteriorem angulum interiori & opposito ad easdem partes æqualem fecerit, 28

aut interiores & ad easdem partes duobus rectis equales: parallele erunt adinuicem ipsæ rectæ lineæ.

ORONTIVS. ¶ Sint rursum binæ lineæ $a/b, c/d$: & in eas incidens e/f recta, efficiat primùm exteriorem angulū $e/g/a$, interiori & ex opposito ad easdem partes $g/h/c$ æqualem. Dico, quod a/b ipsi c/d est parallela. Angulus enim $g/h/c$, angulo $e/g/a$ per hypothesin est æqualis. eidem rursum angulo $e/g/a$, æquus est ad verticem positus $b/g/h$: per decimamquintam propositionē. Anguli porrò qui eidem æquātur angulo, æquales sunt adinuicem: per primā communem sententiā. Angulus itaque $b/g/h$, æquatur alterno $g/h/c$. Parallela est igitur a/b ipsi c/d , per vigesimamseptimam propositionem. ¶ Sint rursum interiores & ad easdem partes $a/g/h/$ & $g/h/c$ anguli, binis rectis æquales. Aio rursum, quod & eadem a/b , ipsi c/d est parallela. Anguli namq; $a/g/h/$ & $b/g/h$, duobus itidem rectis æquātur, per decimamtertiam propositionē. Qui autē eisdem, utpote binis rectis, sunt æquales anguli, &

Primæ partis
ostensio.

Demōstratio
secundæ partis



adinuicem sunt æquales: per primam communem sententiam. Duo itaque anguli $a/g/h/$ & $g/h/c$, binis angulis $a/g/h/$ & $b/g/h$ sunt æquales. A quibus subducto communi angulo $a/g/h$: reliquus $b/g/h$, reliquo & alterno angulo $g/h/c$ æquabitur: per tertiam communem sententiam. Parallela est igitur a/b ipsi c/d : per eandem vigesimamseptimam propositionem. Si in binas itaq; rectas lineas, recta incidens linea: &c. ut in theoremate. Quod demonstrare oportebat.

Θεώρημα κ, Πρόβλημα κθ.

H ἂν τὰς παραλλήλους ἐνθεῖαι ἐμπιπύουσας, πᾶσι ἀλλήλοις γωνίαις ἴσας ἀλλήλους ποιῇ, καὶ τὴν ἐκτὸς τῇ ὀπίσθς καὶ ἀπεναντιόμ, καὶ ὑπὸ τῶ ἀντι μέρη ἴση καὶ τὰς ὀπίσθς καὶ ὑπὸ τῶ ἀντι μέρη διῶσι δρθαῖς ἴσας.

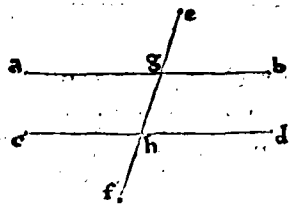
Theorema 20, Propositio 29.

29 **I**N parallelas rectas lineas, recta incidēs linea: & alternatim angulos adinuicem æquales, & exteriorem interiori & opposito & ad easdem partes æqualem, & interiores & ad easdem partes duobus rectis æquales efficit.

ORONTIVS. ¶ Sint a/b & c/d inuicem parallelæ: in quas incidat recta e/f .

Dico primùm, q̄ alternatim sumptos angulos efficit æquales: utpote, $a/g/h$ ipsi $g/h/d$. Nam si $a/g/h$ nō fuerit æqualis ipsi angulo $g/h/d$: alter eorum maior erit. Esto maior (si fieri possit) $a/g/h$: & vtriq; inæqualium angulorum, communis addatur $b/g/h$. Compositi igitur anguli $b/g/h$ & $g/h/d$, ipsis $a/g/h$ & $b/g/h$ angulis minores erunt: per quartam communem sententiam. Anguli porrò $a/g/h$ & $b/g/h$, binis rectis sunt æquales: per decimamtertiam propositionē. Igitur $b/g/h$ & $g/h/d$ anguli, duobus rectis erunt minores. In rectas ergo lineas a/b & c/d recta incidens e/f , interiores & in eadem parte angulos duobus rectis minores efficit. Conuenient itaque tandem a/b & c/d rectæ lineæ in infinitum productæ, ad partes b, d : non erunt ergo parallelæ, per conuersam vltimæ diffinitionis. Hoc autem

Prima theō
rematis pars.

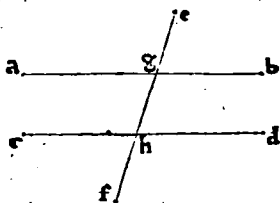


aduersatur hypothesi: æqualis est igitur angulus $a/g/h$, alterno $g/h/d$. ¶ Aio rursum, eandem e/f rectam exteriorem angulum, utpote $e/g/a$, interiori & opposito & ad easdem partes $g/h/d$, angulo æqualem efficere. Angulus siquidem $e/g/a$, ipsi ad verticem posito $a/g/h$, per decimamquintam propositionem est æqualis: patuit

Pars secūda.

c. iij.

Tertia pars.



quòd & $g/h/d$. Bini itaq; anguli $c/g/b$ & $g/h/d$, eidem $a/g/h$ sunt æquales: quapropter & æquales adinuicē, per primam communē sententiam. ¶ Dico tandem, quòd & interiores & ad easdem partes sumptos angulos, utpote, $a/g/h$ & $g/h/c$, binis rectis æquales efficit. Ostensum est enim, quòd angulus $a/g/h$, alterno $g/h/d$ est æqualis.

cōmunis utriq; æqualium addatur angulus $g/h/c$. Bini igitur anguli $a/g/h$ & $g/h/c$, duobus angulis $g/h/c$ & $g/h/d$, per secundam communem sententiā adæquantur. Eisdem quoq; angulis $g/h/c$ & $g/h/d$, bini recti sunt æquales: per decimamtertiam propositionem. Et $a/g/h$ igitur atq; $g/h/c$ anguli, duobus rectis, per primam cōmunem sententiā cōæquantur. In parallelas igitur rectas lineas, recta incidens linea: & alternatim angulos: & quæ sequuntur reliqua, ut in theoremate. Quod oportuit demonstrasse.

Corollarium.

¶ Quæ igitur in parallelas rectas lineas incidit, & in alteram perpendicularis existit: cum reliqua itidem cadit ad perpendicularum.

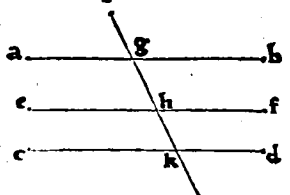
A $\text{ἡ ἀντὶ ἐνθεῖα παράλληλοι, καὶ ἀλλήλους εἰσι παράλληλοι.}$ Θεώρημα κα, Πρόθεσις λ.

Theorema 21,

Propositio 30.

QUæ eidem rectæ lineæ paralleli: & adinuicem sunt paralleli. 30

O R O N T I V S. ¶ Sit utraq; a/b & c/d recta, eidem e/f parallela. Dico a/b ipsi c/d fore itidem parallelas. Coincidat enim in ipsas lineas, recta quædā $g/h/k$. Cum igitur præfatæ lineæ in eodem existant plano, & recta g/h incidat in a/b & c/e parallelas: erit angulus $a/g/h$, alterno $g/h/f$ æqualis, per primam partem vigesimænonæ propositionis. Rursum, quoniam recta g/k incidit in e/f & c/d parallelas: æquus erit interior & oppositus angulus $h/k/d$, exteriori & ad easdem partes, hoc est, eidem $g/h/f$ angulo, per secundam partem



eiusdē vigesimænonæ propositionis. Duo itaq; anguli $a/g/h$ & $h/k/d$, hoc est, $a/g/k$ & $g/k/d$, eidē angulo $g/h/f$ sunt æquales: & æquales igitur adinuicem, per primam communem sententiam. Sunt autem $a/g/k$ & $g/k/d$ anguli alterni, à recta g/k in a/b & c/d rectas incidēte causati.

Parallela est igitur a/b ipsi c/d , per vigesimamseptimam propositionē. Quæ eidem igitur rectæ lineæ parallelæ: & adinuicem sunt parallelæ. Quod oportebat ostendere.

Corollarium.

¶ Quæ vni igitur parallelarum est parallela: alteri quoque parallela est.

A $\text{τὸ τῆς διθεοῦ τῶν σημείων, τῆς διθεοῦς ἐνθεῖα παράλληλον ἐνθεῖαν γραμμὴν ἐξαγαγεῖν.}$ Πρόβλημα ι, Πρόθεσις λα.

Problema 10,

Propositio 31.

PER datum punctum, datæ rectæ lineæ parallelam rectam lineam ducere. 31

O R O N T I V S. ¶ Esto datum punctū a : data verò linea recta, cui per a punctū oporteat ducere parallelā, sit b/c . Suscipiatur ergo in b/c recta, cōtingens punctū d : & connectatur a/d recta, per primum postulatum. Ad datam insuper lineam a/d , & in ea datum punctum a , dato angulo rectilineo $a/d/b$, æqualis angulus rectilineus

constituatur $d/a/e$: per vigesimātertiam propositionem. Et quoniam in rectas a/e atq; b/c recta incidit a/d , efficiens alternos angulos æquales, hoc est $a/d/b$ ipsi $d/a/e$: parallela est igitur a/e ipsi b/c , per vigesimāseptimam propositionem. Per datum itaque punctum a , datæ rectæ lineæ b/c , parallelam duximus a/e . Quod expediebat facere.

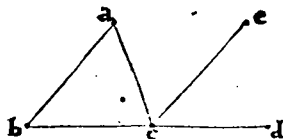
Θεώρημα κβ, Πρόβις λβ.
Π Αν τὸς τριγώνου μιᾶς τῶν πλευρῶν προσεβληθείσῃ, ἡ ἐκτὸς γωνία διὐσι ταῖς αὐτῆς καὶ ἀπὸναντίοις ἐστὶ. ὁ αὐτὸς τῶν τριγώνου τρεῖς γωνίαι, διὐσι ὁρθαῖς ἴσαι ἐστί.

Theorema 22, Propositio 32.

32 **O**Mnis trianguli, vno latere producto, exterior angulus binis interioribus & ex opposito est æqualis: & trianguli tres interiores anguli, binis sunt rectis æquales.

O R O N T I V S. ¶ Sit triangulum $a/b/c$ cuius vnum latus, vtpote b/c , producat in d , per secundum postulatū. Aio primum quod exterior angulus $a/c/d$, binis interioribus & ex opposito, hoc est $a/b/c$, & $b/a/c$ angulis est æqualis. Ducatur enim per datum punctum c , datæ rectæ lineæ a/b , parallela c/e : per trigesimāprimam propositionem. Quoniam igitur in $a/b/c$ & c/e parallelas, recta incidit a/c : æquus est angulus $b/a/c$, alterno $a/c/e$, per primā partem vigesimānonæ propositionis. Rursum, quoniam in easdem parallelas a/b & c/e , coincidit recta b/d : exterior angulus c/d , æqualis est interiori & oppposito, & ad easdem partes $a/b/c$, per secundā partē eiusdem vigesimānonæ propositionis. Porro si æqualibus angulis, æquales addatur anguli: qui inde cōsurgēt erunt adinuicem æquales, per secundam cōmunem sententiā. Totus igitur angulus $a/c/d$, binis interioribus & oppositis $a/b/c$ & $b/a/c$ angulis est æqualis. ¶ Dico insuper, quod eiusdem trianguli tres interiores anguli, binis

Primæ illationis demonstratio.



sunt rectis æquales. Patuit enim exteriorem angulum $a/c/d$, æquū esse duobus angulis $a/b/c$ & $b/a/c$. Quibus æqualibus angulis, si idem communis addatur angulus $a/c/b$: erunt per secundam communem sententiam, tres anguli $a/b/c$, $b/a/c$, & $a/c/b$, æquales binis angulis $a/c/b$ & $a/c/d$. Eisdem porro angulis $a/c/b$ & $a/c/d$, duo recti itidem æquātur anguli, per decimātertiam propositionē. Tres igitur anguli $a/b/c$, $b/a/c$, & $a/c/b$, trianguli $a/b/c$, per primam communem sententiam, binis sunt rectis æquales. Omnis itaque triāguli, vno latere producto: & reliqua, vt in theoremate. Quod oportuit demonstrasse.

Corollarium.

¶ Hinc fit manifestum, cuiuslibet trianguli tres angulos, æquales esse tribus angulis alterius cuiuscunq; trianguli nempe quod eisdem, vtpote binis rectis vtrobique sint æquales.

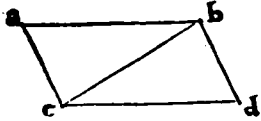
Θεώρημα κγ, Πρόβις λγ.
Α Ι τὰς ἴσας τε καὶ παραλλήλους ἐπὶ τῇ αὐτῇ μέρει ἐπιβεβληγύσσαι ἐυθεῖαι, καὶ αὐτὰ ἴσαι τε καὶ παραλλήλοι ἐστί.

Theorema 23, Propositio 33.

33 **E**Quas & parallelos, ad easdem partes rectæ lineæ coniungētes: & ipsæ æquales & parallelæ sunt.

O R O N T I V S. ¶ Sint æquales & adinuicem parallelæ rectæ lineæ a/b , & c/d : c.iiiij.

quas ad easdem partes coniungant rectæ a/c , & b/d . Dico a/c , & b/d rectas fore adinuicem æquales & parallelas. Connecatur enim b/c diagonus, per primū postulatū. In datas igitur a/b & c/d parallelas, recta incidens b/c , efficit alternos angulos $a/b/c$ & $b/c/d$ adinuicem æquales: per primam partem vigesimæ nonæ propositionis. Est autem a/b recta æqualis ipsi c/d , per hypothesin: & utrique cōmunis b/c . Binæ igitur a/b , & b/c trianguli $a/b/c$, duabus b/c & c/d trianguli $b/c/d$, sunt altera alteri æquales: & æquos adinuicem continent angulos, nempe alternos $a/b/c$ & $b/c/d$. Per quartam ergo propositionem, basis a/c æqualis est ipsi b/d : atque reli-



quus angulus $a/c/b$, reliquo $c/b/d$ æqualis, utpote sub quibus æqualia subtenduntur latera. In rectas itaque lineas a/c & b/d , recta incidens b/c , efficit alternos angulos $a/c/b$ & $c/b/d$ adinuicem æquales. parallela est igitur a/c recta ipsi b/d , per vigesimam septimam propositionem. Patuit autem quod & eidem æqualis. Acquis igitur & parallelas: & quæ sequuntur reliqua. Quod demonstrandum suscepimus.

Θεώρημα κδ', Πρόθεσις λδ'.

Tὁ παραλληλογράμμου χωρίον αὐτὸ διαιροῦν τὸν ἀπὸ τοῦ αὐτοῦ γωνίαι, ἴσαι ἀλλήλους εἰσι, καὶ ἡ διὰ μέσης αὐτὰ δὶχα τίμνηται.

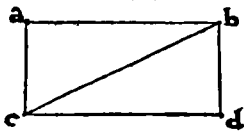
Theorema 24, Propositio 34.

Parallelogrammorum locorum, latera quæ ex opposito, & anguli æqualia sunt adinuicem: & dimetiensea bifariam secat. 34

Prima pars.

O R O N T I V S. ¶ Esto datum parallelogrammum $a/b/c/d$ illius verò dimetiēs b/c . Aio primū, ipsius $a/b/c/d$ parallelogrammi latera quæ ex opposito, & angulos fore adinuicem æqualia. In parallelas enim a/b & c/d recta incidens b/c , facit alternos angulos $a/b/c$ & $b/c/d$ æquales adinuicem: per primam partem vigesimæ nonæ propositionis. Eadem quoque b/c incidens in parallelas a/c & b/d , efficit rursum alternos angulos $a/c/b$ & $c/b/d$ adinuicem æquales, per eandem vigesimam nonam propositionem. Duo itaque triangula $a/b/c$ & $b/c/d$, habent duos angulos duobus angulis æquales alterum alteri: unūque latus vni lateri æquale, commune scilicet b/c , quod æquis adiacet angulis. Reliqua igitur latera reliquis lateribus erūt æqualia alterū alteri, hoc est, a/b ipsi c/d , & a/c ipsi b/d : atque reliquus angulus qui ad a /reliquo qui ad d æquabitur, per vigesimam sextam propositionem. Monstrauimus autem binos angulos qui circa b , duobus angulis qui circa c fore alternatim æquales: totus igitur angulus qui ad b , toti qui ad c , per secundam communem sententiam æquabitur. Parallelogrammi igitur $a/b/c/d$, latera quæ ex opposito, & anguli æquantur adinuicem.

Pars secūda.



¶ Dico præterea, quod & dimetiēs illud bifariam secat. Oſtēſa est enim a/b æqualis ipsi c/d , atque a/c ipsi b/d : estque b/c communis. Bina itaque triangula $a/b/c$ & $b/c/d$, habent singula latera singulis lateribus æqualia: & eos qui sub æqualibus lateribus continentur angulos (vti nunc monſtrauimus) ſingulatim æquales, utpote $a/b/c$ ipsi $b/c/d$, & $a/c/b$ ipsi $c/b/d$: atque eum qui ad a /ei qui ad d æqualem. Conuenit ergo triangulum $a/b/c$, triangulo $b/c/d$. Quæ autem ſibi met-ipsis conueniunt, æqualia ſunt adinuicem: per octauam communem ſententiam. Triangulum igitur $a/b/c$ triangulo $b/c/d$ est æquale. Dimetiens itaque b/c , datum parallelogrammum $a/b/c/d$ bifariam ſecat. Quod oſtendendum fuerat.

Θεώρημα κς, Πρόθεσις λς.

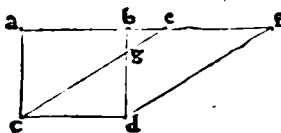
ΤΑ παραλληλόγραμμα, τὰ ὑπὸ τῆς αὐτῆς βάσεως ὄντα, καὶ οἱ παῖς αὐταῖς παραλλήλοις, ἴσα ἑλλήλοις ὄντι.

Theorema 25, Propositio 35.

35 **P**arallelogramma in eadem basi & in eisdem parallelis existētia, adinuicem sunt æqualia.

ΟΡΩΝΤΙ V. S. ¶ Sint parallelogramma $a/b/c/d$ & $c/d/e/f$, in eadem basi c/d , atq; in eisdem parallelis a/f & c/d constituta. Dico $a/b/c/d$ parallelogrammum, æquum esse $c/d/e/f$ parallelogrammo. Secet enim in primis latus vnus, utpote c/e , alterius latus b/d , in puncto quidem g . Et quoniam parallelogrammorum locorum latera quæ ex opposito sunt adinuicem æqualia, per trigessimā quartam propositionem: utraq; igitur a/b & c/f , æqualis est ipsi c/d . Quæ autem eidem æqualia, & adinuicem sunt æqualia, per primam communem sententiam: æqualis est igitur a/b ipsi c/f . Communis addatur b/e : tota igitur a/e , toti b/f erit æqualis, per secundam communem sententiam. Est autem & a/c , ipsi b/d æqualis, per eandem trigessimā quartam propositionem. Binæ itaque a/c & a/e , trianguli $a/c/e$, duabus b/d & b/f trianguli $b/d/f$ æquales sunt altera alteri: & æquos adinuicem continent angulos, nempe exteriorem $d/b/f$ interiori qui ad a , per secundam partem

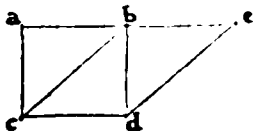
Prima theorematidis differētia.



vigessimā nonæ propositionis. Basis itaq; c/e , basi d/f , per quartam propositionē est æqualis: atq; triangulū $a/c/e$ triangulo $b/d/f$. A quibus subducto communi triangulo $b/c/g$: reliquū trapeziū $a/b/g/c$, reliquo trapezio $c/f/d/g$, per tertiam communem sententiam æquabitur. Eisdem

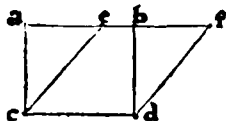
rursum æqualibus trapezijs, commune adijciatur triangulum $c/d/g$: consurgent $a/b/c/d$ & $c/d/e/f$ parallelogramma adinuicem æqualia, per secundam communem sententiam. ¶ Quod si latus vnus parallelogrammi, dimetiēs alterius efficiatur, ut in hac secunda figura: idem, sed paulò leuius, concludetur. Triangula enī $a/b/c$ & $b/d/e$, supra scripto discursu ostendentur æqualia adinuicem. quibus adiuncto communi triangulo $b/c/d$: consurgēt $a/b/c/d$ & $b/c/d/e$ parallelogramma rursum adinuicem æqualia, per secundam cōmunem sententiā.

Differētia secunda.



¶ Nec minus facile deducetur propositionis intelligentia: vbi latus vnus parallelogrāmi, in latus alterius inciderit, velut in tertia figuræ dispositione. Erūt enim rursum a/b & c/f æquales adinuicē: à quibus dempta communi b/e , reliqua a/e reliquæ b/f , per tertiā cōmunem sententiā erit æqualis. Hinc

Tertia differētia.



triangulū $a/c/e$, triangulo $b/d/f$, veluti suprà mōstrabitur, æquale. Qz si vtriq; æqualium angulorū, addatur cōmune trapeziū $c/b/c/d$: resultabit iterum $a/b/c/d$ parallelogrānum, eidem parallelogrāmo $c/d/e/f$, per secundā cōmunem sententiā æquale. Igitur parallelogrāma in eadem basi, & in eisdem parallelis existentia, adinuicem sunt æqualia. Quod erat ostendendum.

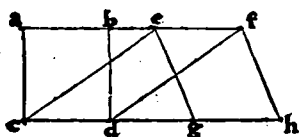
Θεώρημα κς, Πρόθεσις λς.

ΤΑ παραλληλόγραμμα, τὰ ὑπὸ τῶν ἴσων βάσεων ὄντα, καὶ οἱ παῖς αὐταῖς παραλλήλοις, ἴσα ἑλλήλοις ὄντι.

Theorema 26, Propositio 36.

36 **P**arallelogramma in æqualibus basibus, & in eisdem parallelis existentia: adinuicem sunt æqualia.

ORONTIVS. ¶ Sint $a/b/c/d$ & $e/f/g/h$ parallelogramma, in basibus æqualibus c/d & g/h , atque in eisdem parallelis a/f & e/h cōsistentia. Dico $a/b/c/d$ parallelogrammum, æquari parallelogrammo $e/f/g/h$. Connectantur enim rectæ c/e & d/f , per primum postulatū. Et quoniam parallelogrammum est $e/f/g/h$, æqualis est e/f ipsi g/h , per trigessimamquartā propositionem. Eidem quoq; g/h , æqualis est c/d , per hypothesin. Binæ igitur c/d & e/f , eidem g/h sunt æquales: & propterea æquales adinuicem, per primam communem sententiā. sūntq; adinuicem parallelæ, ex hypothesi. Quæ autem æquales & parallelas coniungunt lineæ rectæ, æquales sunt & parallelæ, per trigessimamtertiam propositionem: & c/e igitur atq; d/f æquales sunt & parallelæ. Parallelogrammum est itaque $c/d/e/f$. Ipsi porro $c/d/e/f$ parallelogrammo, æquum est $a/b/c/d$ parallelogrammum, per trigessimamquintam propositionē: in eadem enim basi c/d , atque in eisdem parallelis a/f & e/h constituitur. Et per eandem trigessimamquintam propositionem, $e/f/g/h$ parallelogrammum, æquum est ipsi $c/d/e/f$ parallelogrammo: sunt enim in eadem basi e/f , atque in eisdem parallelis a/f & e/h . Bina igitur parallelogramma $a/b/c/d$ & $e/f/g/h$, eidem parallelogrammo $c/d/e/f$ sunt æqualia: quapropter & æqualia adinuicem, per primam cōmunem sententiā. Idem etiam ostendere licebit, de quacunq; parallelogrammorum dispositione: hypothesi seruata. Parallelogramma igitur in basibus æqualibus: & cætera, vt in theoremate. Quod demonstrare oportebat.



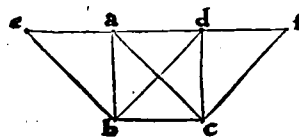
¶ Theoremata 27, Propositionis 37.

Θεώρημα κζ, Πρόθεσις λζ.
Τὰ τρίγωνα τὰ ὑπὸ τῆς αὐτῆς βάσεως ὄντα καὶ οἱ παρὰ αὐταῖς περὶ ἀλλήλοις ἴσῃ ἐκείνοις ἴσῃ.

Theorema 27, Propositio 37.

Τriangula in eadem basi, & in eisdem parallelis constituta: 37
 adinuicem sunt æqualia.

ORONTIVS. ¶ Sint triangula $a/b/c$ & $d/b/c$, in eadem basi b/c , atq; in eisdē parallelis a/d & b/c existentia. Dico triangulum $a/b/c$, æquari propterea triangulo $d/b/c$. Producatū enim utrobique a/d recta, vsq; ad puncta e & f , per primum postulatū. & per punctum b datæ rectæ lineæ a/c , parallela ducatur b/e atq; ipsi b/d parallela c/f , per trigessimamprimā propositionem. Sunt itaq; $a/c/b/e$ & $d/b/c/f$



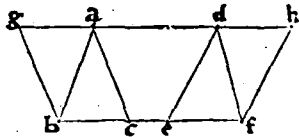
parallelogramma, & in eadem basi b/c , atque in eisdem parallelis b/c & e/f , per hypothesin cōstituta: igitur adinuicem æqualia, per trigessimamquintam propositionē. Triangulum porro $a/b/c$, dimidiū est parallelogrammi $a/c/b/e$, atq; $d/b/c$, triāgulum dimidiū ipsius $d/b/c/f$ parallelogrammi: dimetientes enim a/b & c/d , ipsa bifariam secant parallelogramma, per trigessimamquartam propositionem. Quæ autem æqualium sunt dimidiū, æqualia sunt adinuicem, per septimam communē sententiā. Igitur $a/b/c$ triangulum, æquum est $d/b/c$ triāgulo. Ergo triangula in eadem basi: & quæ sequūtur reliqua. Quod ostendendum fuerat.

Θεώρημα κη, Πρόθεσις λη.
Τὰ τρίγωνα τὰ ὑπὸ τῶν ἴσων βάσεων ὄντα, καὶ οἱ παρὰ αὐταῖς περὶ ἀλλήλοις ἴσῃ ἐκείνοις ἴσῃ.

Theorema 28, Propositio 38.

Τriangula in æqualibus basibus, & in eisdem parallelis con- 38
 stituta: adinuicem sunt æqualia.

ORONTIVS. ¶ Sint $a/b/c$ & $d/e/f$ triacula, in basibus æqualibus b/c & e/f , in eisdemq; parallelis a/d & b/f constituta. Aio triangulum $a/b/c$, æquū esse $d/e/f$ triangulo. Producat enim utrobique in directum & continuum recta a/d , vsq; ad g & h puncta, per secundum postulatū. Et per datum punctum b , datæ rectæ lineæ a/c , parallela ducatur b/g : atq; per f punctum ipsi d/e parallela f/h , per trigessimam primam propositionem. Sunt igitur $a/c/b/g$ & $d/e/f/h$ parallelogramma, in basibus quidem æqualibus b/c & e/f , ac in eisdem parallelis b/f & g/h per hypothesin constituta: & propter id æqualia adinuicem, per trigessimam sextam propositionem. Atqui parallelogramma $a/c/b/g$ & $d/e/f/h$, à dimetientibus a/b & d/f bifariam secantur, per trigessimam quartam propositionem. Est igitur $a/b/c$ triaculum dimidiū ipsius $a/c/b/g$ parallelogrammi, atq; triaculum $d/e/f$ ipsius $d/e/f/h$ parallelogrammi dimidium. Quæ autē æqualium sunt dimidium, ea sunt adinuicē æqualia, per septimam communem sententiam. æquum est igitur triangulum $a/b/c$, ipsi $d/e/f$ triangulo. Triacula itaq; in æqualibus basibus: & c. vt in theoremate. Quod demonstrandum erat.



Θεώρημα κθ, Πρόθεσις λθ.
TΑ ἴσα τρίγωνα πρὸς ἐπὶ τῆς αὐτῆς βάσεως ὄντα καὶ ὑπὸ τῆς αὐτοῦ μέρη, καὶ οἱ παῖς αὐταῖς παραλλήλοις ὄντι.

Theorema 29, Propositio 39.

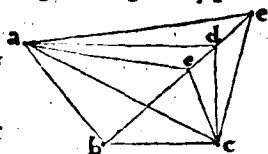
39 **T**riacula æqualia, in eadem basi constituta, & ad easdem partes: & in eisdem sunt parallelis.

Conuersa 37.

ORONTIVS. ¶ Sint in eadem basi b/c , atq; ad easdem partes a & d triacula $a/b/c$ & $d/b/c$ adinuicem æqualia. Dico qd ex a in d cōnexa linea recta, ipsi b/c est parallela. Si namq; a/d non fuerit parallela ipsi b/c : poterit per datum punctum a , ipsi b/c duci parallela, per trigessimam primā propositionem. Ducatur igitur, & sit a/e : quæ vel incidet sub a/d , aut supra. Cadat primo infra, si possibile sit: & per primū postulatū cōnectatur recta c/e . quæ cū incidat intra $d/b/c$ triaculum, & ab angulo qui ad c in b/d subtensum latus extendatur: diuidet ipsum $d/b/c$ triaculum.

Prima ostensio
 sionis differētia.

Erunt itaq; $a/b/c$ & $e/b/c$ triacula in eadem basi b/c , ac in eisdem parallelis a/e & b/c constituta: æquum erit propterea triaculum $e/b/c$, ipsi $a/b/c$ triangulo, per trigessimam septimā propositionem. Eidem porrò $a/b/c$ triangulo, æquū est $d/b/c$ triaculum, per hypothesin. Bina itaq; triacula $d/b/c$ & $e/b/c$, eidem $a/b/c$ triangulo erunt æqualia: & proinde æqualia adinuicem, per primam communē sententiam. Triaculum ergo $d/b/c$, æquum erit ipsi $e/b/c$, maius scilicet minori, seu (maius) totū suæ parti: quod nō est possibile. Non cadit igitur a/e parallela sub a/d . Idem sequetur inconueniens, si eadē



a/e detur incidere super a/d . Producta enim b/d per secundum postulatū, conueniet tandem cum ipsa a/e , per quintum postulatū: propterea quod recta a/b , incidens in a/e & b/d rectas, facit interiores angulos & ad easdē partes $a/b/d$ & $b/a/e$ minores duobus rectis (nempe minores $a/b/c$ & $b/a/e$ angulis, qui per tertiam partem vigesimā nonæ propositionis erunt binis rectis æquales) Connexa itaq; c/e recta, per primum postulatū, ea cadet extra $d/b/c$ triaculum: fiet propterea triaculum $d/b/c$, pars ipsius $e/b/c$ triaculi. Vtrunque rursum, ipsi $a/b/c$ concludetur æquale ($e/b/c$ quidem per trigessimam septimā propositionē, & $d/b/c$ per hypothesin) & $e/b/c$ consequenter ipsi $d/b/c$, totum suæ parti: quod rursum est impossibile.

Secunda differētia.

omne siquidem totum est sua parte maius, per nonam communem sententiā. Non cadit ergo parallela super a/d . patuit quod nec infra. igitur ex a in ipsum d . Triangula igitur æqualia: & quæ sequuntur reliqua. Quod oportuit ostendisse.

Θεώρημα λ,

Πρόθεσις μ.

ΤΑ ἴσα τρίγωνα πᾶσι ὑπὸ τῶν ἴσων βάσεων ὄντα καὶ ὑπὸ τῶν αὐτῶν μέρων, καὶ αἱ παῖς αὐ-
παῖς παραλλήλοις ὄσιν

Theorema 30,

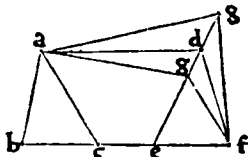
Propositio 40.

Conuersa 39.

Triangula æqualia in æqualibus basibus existentia, & ad eas- 40
dem partes: & in eisdem sunt parallelis.

Prima demō-
strationis dif-
ferentia.

ΟΡΟΝΤΙ V S. ¶ Sint $a/b/c$ & $d/e/f$ triāgula æqualia adinuicem, & in basibus æqualibus b/c & e/f (in directū quidem existentibus, semper velim intelligas) atq; ad easdem partes a & d constituta: & connectatur a/d recta, per primum postulatū. Aio qd a/d , ipsi b/f est parallela. Nam si a/d non fuerit eidē b/f parallela: poterit per datum punctum a ipsi datæ lineæ b/f alia quædam parallela duci, per trigessimam primam propositionem. Ducatur igitur, si possibile sit: & sit a/g . Cadet itaque a/g recta vel super a/d , aut infra. Quodcūq; autē dederis: eam cū e/d (vtrāq; in directū producta) cōuenire necessum est. quoniā ex a in e connexa per imaginationē linea recta, incidit in a/g & e/d , efficiēs angulos interiores & ad easdē partes $a/e/d$ & $e/a/g$ duobus rectis (veluti suprā) minores. ¶ Incidat ergo primū a/g sub a/d : & connectatur f/g , per primū postulatū, dirimens $d/e/f$ triangulum. Erit igitur triangulum $g/e/f$, æquū ipsi $a/b/c$ triangulo, per trigessimam octauam propositionem: sunt enim in basibus æqualibus b/c & e/f ex hypothesi, & in eisdem parallelis a/g & b/f per datam constructionē. Ipsi porrō $a/b/c$ triangulo, æquum est per hypothesin $d/e/f$ triangulū. Triangula igitur $d/e/f$ & $g/e/f$, eidem $a/b/c$ triangulo erūt æqualia: & æqualia propterea adinuicem, per primam communē sententiā. Itaq; triangulum $d/e/f$, æquum erit ipsi $g/e/f$ triangulo: maius scilicet minori, hoc est, totum suæ parti. quod per nonam communem sententiā est impossibile. ¶ At si detur a/g incidere super a/d : conuenient rursū a/g & e/d , idēque subsequetur inconueniens. Producta siquidem e/d in g , per secundum postulatū: cōnectatur rursū f/g , per primum, cadens extra $d/e/f$ triangulum. Tuncq; $g/e/f$ & $d/e/f$ triāgula, eidem $a/b/c$ triangulo concludentur æqualia: $g/e/f$ quidem per trigessimam octauam propositionē, & $d/e/f$ per ipsā hypothesin. Vnde rursū totū $g/e/f$ triangulum, suæ parti, hoc est, $d/e/f$ triangulo, per primam communem sententiā æquabitur. quod per ipsā nonam communem sententiā est impossibile. Cadit igitur parallela ex a in d verticem.

Secūda pars
siue differentia

Concludendum ergo, triangula æqualia in æqualibus basibus existentia, & ad easdem partes: & in eisdem fore parallelis. Quod demonstrare fuerat operæpretium.

Notandum.

¶ Eadem quoq; via, supradictarum sex propositionum concludetur intentum, vbi plura duobus oblata fuerint vel triangula vel parallelogrāma: facta binatim, iuxta hypothesin, eorundem triangulorum vel parallelogrammorum comparatione.

Θεώρημα λ,

Πρόθεσις μ.

ΕΑΝ παραλληλόγραμμοι τρίγωνοι βάσιν τε ἔχῃ τὴν αὐτὴν καὶ αἱ παῖς αὐτῶν παραλλή-
λοις ᾖ, διπλασίου ἔσται ὁ παραλληλόγραμμος τῷ τριγώνῳ.

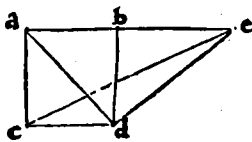
Theorema 31,

Propositio 41.

SI parallelogrammū & triangulum eandem basin habuerint, 41

in eisdémq; fuerint parallelis: trianguli parallelogrammum duplum est.

ORONTIVS. ¶ Esto parallelogrammum $a/b/c/d$, eandem habens basin c/d cum triangulo $c/d/e$, in eisdémq; parallelis a/e & c/d constitutum. Aio $a/b/c/d$ parallelogrammum, fore duplum ipsius trianguli $c/d/e$. Connectatur enim a/d recta, per primum postulatum. Triangula igitur $a/c/d$ & $c/d/e$ erunt adinuicē æqualia, per trigessimamseptimam propositionem: habet enim eandem basin c/d , suntq;



in eisdē parallelis a/e & c/d . Atqui triangulum $a/c/d$ dimidiū est ipsius $a/b/c/d$ parallelogrammi: secatur enim illud bifariam dimetiens a/d , per trigessimamquartam propositionem. Quæ autem sunt æqualia, eiusdem sunt dimidium: per conuersam septimæ communis sententiæ.

Triangulum igitur $c/d/e$, dimidium est $a/b/c/d$ parallelogrammi: & ipsum itaque parallelogrammum $a/b/c/d$, eiusdem $c/d/e$ trianguli duplum. Si parallelogrammū igitur & triangulū: &c. ut in theoremate. Quod oportebat ostēdere. ¶ Idem quoq; demonstrabitur: ubi parallelogrammum & triangulum æquales habuerint bases, in eisdémq; fuerint parallelis.

Notandum.

Corollarium.

¶ Hinc fit manifestum, cur in dimetiendis triangulorum areis, dimidium basis ducatur in perpendicularē: aut ipsius perpendicularis dimidiū, per basin ipsam multiplicetur. Fit enim hoc modo dimidium parallelogrammi, quod in eadem basi atq; in eisdem collocatur parallelis cum ipso triangulo dato.

πρόβλημα ια, πρόθεσις μβ.

Tο δοθέν τριγώνον ἴσως παραλλήλογραμμοῦ συστήσασθαι ἐν τῇ δοθείσῃ ἐυθυγράμμῳ γωνίᾳ.

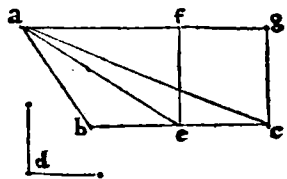
Problema II, Propositio 42.

42 **D**ato triangulo, æquale parallelogrammum constituere, in dato angulo rectilineo.

ORONTIVS. ¶ Sit datum $a/b/c$ triangulum, cui oporteat in angulo æquali ei qui ad d , æquum parallelogrammum constituere. Diuidatur itaque b/c latus bifariam in puncto e , per decimam propositionē: & connectatur a/e recta, per primum postulatum. Ad datam insuper lineam rectam e/c , datūmq; in ea punctum f , dato angulo rectilineo qui ad d , æqualis angulus rectilineus cōstituatur $f/e/c$: per vigesimamtertiam propositionem. Et per punctum a , datæ rectæ lineæ b/c parallela ducatur a/g : atq; per punctum c , ipsi e/f parallela c/g , per trigessimamprimam propositionem. Et quoniam $a/b/c$ & $a/e/c$ triangula, in basibus sunt æqualibus b/e & e/c , atque in eisdem parallelis a/g & b/c constituta: ipsa propterea sunt adinuicem æqualia, per trigesimamoctauam propositionem. Triangulum igitur $a/b/c$, duplum est $a/e/c$ trianguli. Atqui parallelogrammū $f/e/c/g$, eiusdem $a/e/c$ trianguli duplum est, per quadragessimamprimam propositionem: habent nanque eandem basin b/c , in eisdémque sunt parallelis a/g & b/c . Quæ autem eiusdem sunt duplicia, æqualia sunt adinuicem: per sextam communem sententiā. Parallelogrammū ergo $f/e/c/g$, æquum ipsi $a/b/c$ triangulo dato: suscipitque angulum

Constructio figuræ.

Ostensio problematis.



$f/e/c$, æqualem ei qui ad d . Dato itaq; triangulo, æquale parallelogrammum constituitur, in dato angulo rectilineo. Quod faciendum erat.

d.j.

Π ^{Θεώρημα} ^{λβ,} ^{Πρόθεσις} ^{μγ.}
 Ἀντὶς παραλληλογράμμου τῶν πρὸς τὴν διμέτρον παραλληλογράμων τὰ παρα-
 πληρώματα, ἴσα ἑλλήλοις ὄντι.

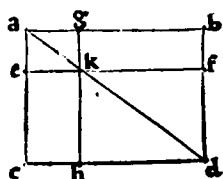
Theorema 32,

Propositio 43.

OMnis parallelogrammi eorum quæ circa dimetientem sunt 43
 parallelogrammorum supplementa, sibi inuicē sunt æqualia.

Parallelogra-
 ma circa di-
 metientem.
 Supplemēta.

O R O N T I V S. ¶ Parallelogramma circa dimetientem alicuius dicuntur esse parallelogrammi, quando eundem cum toto possident dimetientem. Supplementa autem, vocantur reliqua parallelogramma extra communem dimetientem constituta. Sit igitur $a/b/c/d$ parallelogrammum, cuius dimetiens a/d , & circa ipsum dimetientē sint e/g & h/f parallelogramma, supplementa verò sint e/h & g/f : quæ dico fore adinvicem æqualia. Parallelogrammum enim $a/b/c/d$, bifariam secatur à dimetiente a/d , per trigessimam quartam propositionem: igitur $a/b/d$ triangulum, æquum est ipsi triangulo $a/c/d$. Dimetiens insuper a/k , bifariam secat e/g parallelo-



grammum, necnon & k/d ipsum h/f , per eandem trigessimam quartam propositionem: æquum est igitur $a/e/k$ triangulum, ipsi $a/g/k$: atq; triangulum $k/h/d$, ipsi $k/f/d$ triangulo. Si autem æqualibus triangulis æqualia iungantur triangula: omnia erūt æqualia, per secundam communem sententiam. Triangula itaq; $a/e/k$ & $k/h/d$, triangulis $a/g/k$ & $k/f/d$ sunt æqualia. Patuit autem qd & totū $a/b/d$ triangulum, toti triangulo $a/c/d$ itidem coæquatur. Porro si ab æqualibus triangulis, æqualia subducantur triangula: quæ relinquentur, æqualia erūt, per tertiam communem sententiam. Subductis itaq; triangulis $a/g/k$ & $k/f/d$ ab ipso $a/b/d$ triangulo, atq; $a/e/k$ & $k/h/d$ triangulis, ab ipso triangulo $a/c/d$ relinquentur g/f & e/h supplementa adinvicem æqualia. Omnis ergo parallelogrammi: &c. vt in theoremate. Quod demonstrare fuerat operæpretium.

Πρόβλημα

ιβ,

Πρόθεσις

μδ.

Π Ἀρὰ τὴν δοθεῖσαν ἐνθεῖαν τὴν δ' οὐράνι τριγώνῳ, ἴσον παραλληλόγραμμον παρακαλεῖν οὗ τῇ δοθείσῃ γωνίᾳ ἐνθυγράμμου.

Problema 12,

Propositio 44.

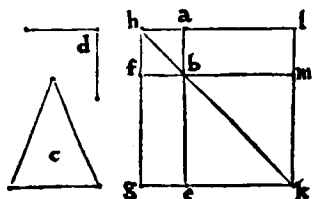
AD datam rectam lineam: dato triangulo, æquale parallelo- 44
 grammum construere, in dato angulo rectilineo.

Problematis
 interpretatio

Constructio
 figuræ.

O R O N T I V S. ¶ Construere parallelogrammum ad datam lineam rectam & in dato angulo rectilineo, est ipsam lineam datam coassumere in latus eiusdem parallelogrammi: sic vt eadem linea cum altero adiacentium laterum, angulum comprehendat æqualem ipsi angulo dato. Esto igitur data linea recta a/b : ad quā oporteat construere parallelogrammum, dato triangulo c æquale, & in angulo æquali ei qui ad d . Producat in primis a/b recta in directum vsque ad punctum e , per secundum postulatū: & ad datam rectam lineam b/c , ad datūmq; in ea punctum b , dato angulo rectilineo qui ad d , æqualis angulus rectilineus constituatur $f/b/e$, per vigesimam tertiam propositionem. In ipso consequenter angulo $f/b/e$, dato triangulo c , æquale cōstruatur parallelogrammum $f/g/e/b$, per quadragesimā secundam propositionem: extendaturque g/f in directum vsque ad h , per secundum postulatū. Per datum insuper punctum a , vtriq; & f/b & g/e parallela ducatur h/a , per

trigesimam primam propositionem: connectaturq; per primum postulatam, dimetiens h/b . Et quoniam in rectas g/e & h/b , recta incidens h/g interiores angulos & ad easdem partes $g/h/b$ & $h/g/e$, duobus rectis minores efficit (nempe minores



ipsis $g/h/a$ & $h/g/e$, qui binis rectis per ultimam partem vigesimæ nonæ propositionis sunt æquales) concurrent ergo tandem g/e & h/b , in infinitum ad partes $b/$ & $e/$ productæ, per quintum postulatam. Producatur igitur, per secundum postulatam: & concurrant in puncto k . Per idem rursus postulatam, extendantur f/b & h/a vsque ad puncta l , & m : & per datum punctum k , utrique $h/g/$

& a/e parallela ducatur l/k , per trigesimam primam propositionem. ¶ His ita constructis, quoniam $h/g/l/k$ parallelogrammum, eorum quæ circa dimetientem h/k sunt parallelogrammorum supplementa, sibi inuicem sunt æqualia, per quadagesimam tertiam propositionem: æquum est supplementum seu parallelogrammum $a/b/m/l$ ipsi $f/g/e/b$ parallelogrammo. Eidem porro $f/g/e/b$ parallelogrammo, æquum est datum c triangulum, per quadagesimam secundam propositionem: ita enim constructum est. Igitur parallelogrammum $a/b/m/l$, ipsi triangulo c per primam communem sententiam coæquatur. Est autem & $a/b/m$ angulus, ei qui ad d æqualis: vterque enim æquatur ipsi $f/b/e$, $a/b/m$ quidem per decimam quintam propositionem, qui ad d verò per vigesimam tertiam. Coassumitur præterea data linea recta a/b , in latus ipsius $a/b/l/m$ parallelogrammi. Ad datam igitur lineam rectam a/b , dato triangulo c , æquale parallelogrammum construitur $a/b/m/l$, in dato angulo rectilineo $a/b/m$, ei qui ad d æquali. Quod facere oportebat.

Demonstratio
nis resolutio.

Πρόβλημα 13,

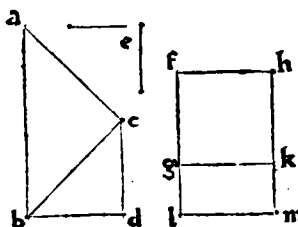
Πρόστις με.

Tὸ δοθέν ἐνθυγάμμω, ἴσου παραλληλόγραμμου συνίσταται ὡς τῇ δοθείσῃ ἐνθυγάμμω γωνίᾳ. Problema 13, Propositio 45.

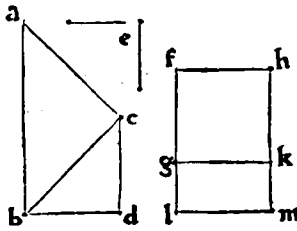
45 **D**ato rectilineo, æquale parallelogrammum cōstituire, in dato angulo rectilineo.

ORONTIVS. ¶ Sit datum rectilineū $a/b/c/d$: cui oporteat construere æquale parallelogrammum, in dato angulo rectilineo qui ad e . Cōnectatur ergo b/c recta, per primum postulatam. & dato $a/b/c$ triangulo, æquale parallelogrammum constituitur $f/g/h/k$, in dato angulo rectilineo $f/h/k$, ei qui ad e æquali: per quadagesimam secundam propositionem. Ad datam insuper rectam lineam g/k , dato $b/c/d$ triangulo, æquum construatur parallelogrammū $g/k/l/m$, in dato angulo rectilineo $g/k/m$, æquali eidem qui ad e : per antecedentē quadagesimam quartam propositionem. Ostendendum est itaque primum, hæc duo parallelogramma vnum efficere parallelogrammum: quod ita fit manifestum. Quoniam anguli $f/h/k$ & $g/k/m$, eidem angulo qui ad e sunt æquales, per cōstructionem: sunt igitur æquales ad inuicem, per primam communem sententiam. Addatur utriq; cōmunis angulus $g/k/h$: igitur anguli $g/k/h$ & $g/k/m$, sunt per primam communem sententiam, æquales an-

Quod cōstru-
ctū parallelo-
gramma vnum
efficiat paral-
lelogrammū.



gulis $f/h/k$ & $g/k/h$. Eisdē porro angulis $f/h/k$ & $g/k/h$, duo recti sunt æquales anguli, per ultimā partē vigesimæ nonæ propositionis: anguli igitur $g/k/h$ & $g/k/m$, binis sunt rectis æquales, per eandē primā communē sententiam. In directū est igitur h/k ipsi k/m , per decimam quartā propositionē. Rursus quoniā angulus $f/g/k$, opposito qui ad h per trigesimam quartā propositionē d. ij.



est æqualis: patuit autem quòd & $g/k/m$. Bini itaque anguli $f/g/k/$ & $g/k/m$, eidẽ qui ad $h/$ sunt æquales: & æquales propterea adinuicem, per primam communem sententiam. Communis rursus addatur angulus $k/g/l$. erũt igitur $f/g/k/$ & $k/g/l/$ anguli, binis interioribus & ad easdem partes $l/g/k/$ & $g/k/m$, per secundam cõmunem sententiã æquales. Ipsi porrò $l/g/k/$ & $g/k/m/$ angulis, bini recti cõequãtur, per eandem partem vltimã vigesimã-

nonã propositionis: per primam ergo cõmunem sententiam, anguli $f/g/k/$ & $k/g/l/$ sunt æquales duobus rectis. In directum est itaque $f/g/$ ipsi g/l , per ipsam decimam-quartam propositionem. Est autem & $f/g/$ ipsi h/k , atq; $g/l/$ ipsi k/m , per trigessimam-quartam propositionem æqualis: & vtraque vtriq; parallela. Igitur $f/l/$ & h/m , per secundam communem sententiam, sunt æquales adinuicem, atque parallelæ: & eas itaq; coniungentes rectæ lineæ $f/h/$ & l/m , æquales & parallelæ sunt, per trigesimã-tertiam propositionem. Parallelogrammum est igitur $f/l/h/m$. Huius autem pars $f/g/h/k/$ triangulo $a/b/c/$ æquatur: & reliqua $g/k/l/m/$ ipsi triangulo $b/c/d/$, per ipsam constructionem. Totum ergo $f/l/h/k/$ parallelogrammum, ipsi dato $a/b/c/d/$ rectilineo est æquale: suscipitque angulum $f/h/m/$ æqualem dato qui ad $e/$ angulo. Dato itaque rectilineo $a/b/c/d/$, æquale construximus parallelogrãmmum $f/l/h/m$, in dato angulo rectilineo qui ad e . Quod faciẽdum proposueramus. ¶ Idem quoq; licebit ostendere, vbi datum rectilineum, in plura duobus separabitur triangula. Cuilibet enim triangulo peculiare constructur parallelogrammum, per quadagesimamsecundam & quadagesimamquartam propositionem: quæ simul vnum efficere parallelogrãmũ ipsi dato rectilineo æquale, haud dissimili discursu cõuincẽtur.

Demõstratio
nis resolutio.

Notandum.

A $\Gamma\omicron\tau\omicron\varsigma\ \delta\iota\theta\epsilon\acute{\alpha}\sigma\eta\varsigma\ \epsilon\upsilon\theta\epsilon\acute{\iota}\alpha\varsigma\ \tau\epsilon\tau\epsilon\acute{\rho}\alpha\gamma\omega\iota\omicron\upsilon\ \alpha\acute{\iota}\nu\alpha\gamma\gamma\acute{\alpha}\lambda\omicron\iota.$

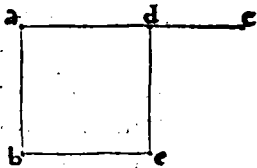
Problema 14, Propositio 46.

EX data recta linea, quadratum describere.

46

O R O N T I V S. ¶ Esto data linea recta a/b : ex qua sit operæpretium describere quadratum. A dato itaque puncto a , ipsi rectæ lineæ a/b , ad angulos rectos excitetur a/c , per vndecimam propositionem, indefinitæ quidem quantitatis, donec ipsam superet a/b . A qua secetur æqualis eidem a/b : sitq; a/d , per tertiam propositionem. Rursus per datum punctum d , ipsi $a/b/$ rectæ parallela ducatur d/e , atque per punctum $b/$ ipsi $a/d/$ parallela b/e , per trigessimamprimam propositionem. Parallelogrammum est igitur $a/b/d/e$: dico quòd & quadratum. Nam parallelogrammorum locorum latera quæ ex opposito, æquantur adinuicem: per trigessimamquartam propositionem. Aequum est igitur lat

Quòd descri
ptũ parallelo
grammum sit
quadratum.



tus $d/e/$ ipsi a/b : atque $b/e/$ ipsi a/d . Sũt autem $a/b/$ & a/d , per constructionẽ æquales. Quatuor igitur a/b , a/d , $b/e/$ & $e/d/$ latera, æqualia sunt adinuicem: quæ enim æqualibus sunt æqualia, & adinuicẽ æqualia sunt, per primam communem sententiam. Aequilaterũ est igitur $a/b/d/e/$ parallelogrammum. Rursus quoniam in parallelas $a/b/$ & $d/e/$ recta incidit a/c : facit igitur interiores & ad easdem partes angulos $b/a/d/$ & $a/d/e$, binis rectis æquales, per vltimam partem vigesimãnonã propositionis. Rectus autem est qui ad $a/$ angulus: igitur & qui ad $d/$ rectus. & qui ex opposito consistunt ad $b/$ & $e/$ anguli, itidem recti sunt: per eandem trigesimãquartam propositionem. Rectangulum est igitur $a/b/d/e/$ parallelogrãmmum. Patuit q; & æquilaterũ: ergo quadratũ, per trigessimam

diffinitionem. Ex data igitur linea recta a/b , quadratum descripsimus. Quod oportuit fecisse.

Corollarium.

¶ Quæ ab æqualibus igitur lineis rectis quadrata describuntur, æqualia sunt adinuicem: & ediuerso. quæ autem ab inæqualibus fiunt quadrata, sunt inæqualia: maius quidem quod à maiore, minus autem quod à minore describitur.

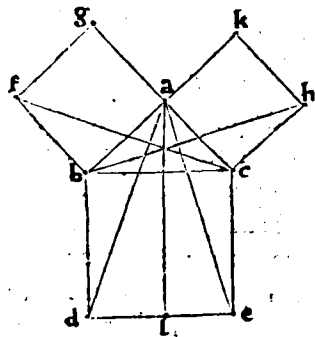
ΕΝ ΤΟΙΣ ΘΕΤΕΡΩΝ ΓΩΝΙΟΙΣ ΤΡΙΓΩΝΟΙΣ, ὅ ἀπὸ τῆς τῶν δευτέρων γωνίας ἑξοτανάσης ἀλλοτρίας τετραγώνου ἴσου ἔστι, τοῖς ἀπὸ τῶν τῶν δευτέρων γωνίας ἀδυναχασῶν ἀλλοτρίων τετραγώνων.

Theorema 33, Propositio 47.

47 IN rectangulis triangulis, quadratum quod à latere rectum angulum subtendente fit, æquum est quadratis quæ fiunt ex lateribus angulum rectum continentibus.

ΟΡΟΝΤΙ V S. ¶ Sit rectangulum triangulum $a/b/c$, cuius sub b/a & a/c lateribus cōtensus angulus, rectus existat. Dico q̄ descriptū ex b/c quadratum, ijs quæ ex b/a & a/c fiunt quadratis, est æquale. Describatur ergo quadrata, per quadragesimā sextā propositionē: ex b/c quidem quadratū $b/c/d/e$, ex a/b verò $a/b/f/g$, & ex ipso a/c quadratū $a/c/h/k$. Deinde per a punctū, vtriq; b/d & c/e parallela ducatur a/l : per trigesimalā primā propositionē. Parallelogrāma igitur erunt b/l & c/l quadrangula. Connectatur deniq; a/d & c/f lineæ rectæ: per primū postulatū. Et quoniā ad rectam lineā a/b , atq; ad eius punctū a , duæ rectæ lineæ a/c & a/g nō ad easdem partes ductæ, angulos vtrobiq; rectos efficiunt (recti enim sunt, qui circa punctū a cōsistunt anguli) in directū est igitur a/c ipsi a/g : & a/b consequēter ipsi a/k , per decimā quartā propositionē. Parallelæ itaq; sunt b/f & c/g : similiter & b/k atq; c/h . Cū porrò omnes anguli recti sint adinuicē æquales, per quartū postulatū: erit angulus $a/b/f$, æqualis angulo $c/b/d$. Communis apponatur angulus $a/b/c$: totus igitur

Alterius partis demonstratio.

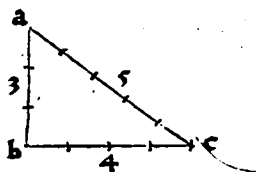


$a/b/d$, toti $f/b/c$ angulo, per secundam cōmunē sententiam erit æqualis. Rursū, quoniam per trigesimalā diffinitionem, æqualis est a/b ipsi b/f , atque b/c ipsi b/d : sunt igitur bina latera a/b & b/d trianguli $a/b/d$, duobus lateribus f/b & b/c triāguli $f/b/c$ æqualia alterum alteri. & æquales continent angulos $a/b/d$ & $f/b/c$. Basis ergo a/d basi f/c , & triāgulū $a/b/d$ triāgulo $f/b/c$, per quartā æquatur propositionē. Ipsius porrò triāguli $a/b/d$, duplum est b/l parallelogrāmū, in eadem basi b/d , atq; in eisdem parallelis a/l & b/d constitutum: per quadragesimā primā propositionem. & per eandem propositionem, $a/b/f/g$ quadratum, duplum ipsius $f/b/c$ triāguli: habent enim eandem basim b/f , in eisdemq; consistunt parallelis f/b & g/c . Quæ autē æqualium duplicia sunt, & adinuicē sunt æqualia: per sextam cōmunem sententiā. Igitur b/l parallelogrāmū, æquū est $a/b/f/g$ quadrato. Haud dissimili via, ostendetur c/l parallelogrāmū, æquū esse $a/c/h/k$ parallelogrammo siue quadrato. Connexis enim a/c & b/h lineis rectis, per primū postulatū: erunt rursū $a/c/e$ & $b/c/h$ triāgula adinuicē æqualia. Et cū c/l parallelogrāmum duplum sit $a/c/e$ triāguli, & quadratum $a/c/h/k$ ipsius $b/c/h$ triāguli itidem duplum, per eandem quadragesimā primā propositionem: concludetur tandem parallelogrāmum c/l , æquari quadrato $a/c/h/k$. Atq; si b/l & c/l parallelogramma, conficiunt quadratum $b/c/d/e$, quod fit ex b/c quadratum ergo $b/c/d/e$, æquū est $a/b/f/g$ & $a/c/h/k$ descriptis ex a/b & a/c .

Reliquæ partis ostensio.

d. iij.

Notandum. a/c/ quadratis. In rectangulis itaq; triangulis: & quæ sequuntur reliqua, vt in theoremate. Quod expediebat demonstrare. ¶ Hoc spectabile & semper admirandum



theorema, Pythagoras in his fertur offendisse numeris, 3, 4, 5: velut ex obiecta potes elicere figura. in qua angulus qui ad b/ rectus est: & qualium partium a/b/ latus est trium, & b/c/ quatuor, talium a/c/ rectum subtendens angulum 5/ reperitur. Quinquies porro 5, faciunt 25: ter 3 verò 9, & quater 4/ sedecim. atqui 9 & 16/ cōficiūt 25.

Corollarium.

¶ In triangulis itaque rectangulis, duobus lateribus datis, ipforum adminiculo, deuenire licebit in cognitionem reliqui: per quadratorum nempe tum additionem, tum subductionem adinuicem, & lateris seu radice eorundem inuestigationem. Quemadmodum in dimetiendis rerum passim offendes magnitudinibus.

Οιῶρμα λδ, Πρόθεσις μν.

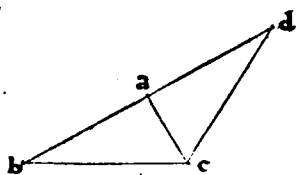
E Ἀν τριγώνῳ ᾧ ἀπὸ μιᾶς τῆς πλευρῶν τὴν ἑτέραν ὀρθὴν ἴστω ἢ τοῖς ἀπὸ τῆς λοιπῆς τῆς τριγώνου δύο πλευρῶν τριγώνοις, ἢ πῶς αἰσθῆται ὅτι τῆς λοιπῆς τῆς τριγώνου δύο πλευρῶν ὀρθὴ ὄσιν.

Theorema 34, Propositio 48.

Cōuersa præcedentis.

S I trianguli quod ab vno laterum quadratum, æquale fuerit eis 48 quæ reliquis trianguli lateribus quadratis: angulus cōprehensus sub reliquis trianguli duobus lateribus, rectus erit.

ORONTIVS. ¶ Esto a/b/c/ trianguli quod ex b/c/ quadratum, æquum eis quæ ex a/b/ & a/c/ lateribus sūt quadratis: aio propterea, angulū b/a/c/ fore rectū. A dato enim puncto a, datæ lineæ a/c/, perpendicularis excutetur a/d/: per vndecimā propositionē. Et per tertiam propositionē, ponatur a/d/ ipsi a/b/ æqualis: connectaturq; c/d/ recta, per primū postulātū. Cum igitur a/b/ ipsi a/d/ sit æqualis: æquū est quod ex a/b/ quadratum, ei quod fit ex a/d/, per corollarium quadragesimæ sextæ propositionis. Addatur vtriq; id quod ex a/c/ quadratū. Quæ ex a/b/ igitur & a/c/ quadrata,



æqualia sunt eis quæ ex a/c/ & a/d/ quadratis: per secundam communē sententiā. Eis autem quæ ex a/c/ & a/d/ quadratis, æquum est quod ex c/d/, per antecedentē quadragesimam septimā propositionē: angulus enim c/a/d/ rectus est. Quadratis porro quæ ex a/b/ & a/c/, æquum est quod ex b/c/ quadratum: per hypothesin. Quæ autē æqualibus sunt æqualia, ea sunt æqualia adinuicē, per primā communē sententiā. Quadratum igitur quod ex b/c/, æquum est ei quod ex c/d/ quadrato. Aequalis est ergo b/c/ ipsi c/d/: æqualia enim quadrata sunt, quæ ab æqualibus describuntur lineis rectis. Posita est autem a/d/ ipsi a/b/ æqualis, & a/c/ vtriq; cōmunis. Bina ergo latera a/b/ & a/c/ trianguli a/b/c/, binis lateribus a/c/ & a/d/ trianguli a/c/d/ sunt alternatim æqualia: basis quoq; b/c/, basis c/d/ æqualis. Angulus igitur b/a/c/, angulo c/a/d/, per octauā propositionē est æqualis. Est autē c/a/d/, angulus rectus, per constructionē: & b/a/c/ igitur angulus rectus est. Si trianguli itaq; quod ab vno laterum quadratum: &c. vt in theoremate. Quod erat ostendendum.

Primi Libri Geometricorum Elementorum.

FINIS



Orontij Finei Delphinatis, Re-

GII MATHEMATICARVM PROFESSO-

ris, In Secundum elementorum Euclidis, Demonstrationes.

ΕΥΚΛΕΪΔΟΥ ΣΤΟΙΧΕΙΟΝ ΔΕΥΤΕΡΟΝ.

Παραλληλόγραμμοι ὁρθογώνιοι.

Π Ἀρ παραλληλόγραμμοι ὁρθογώνιοι περιέχονται λίγεται ἑπὶ δύο τῶν τῶν ὁρθῶν γωνίᾳ περιεχόμενῳ ἰσθαῶν.

Parallelogrammum rectangulum.

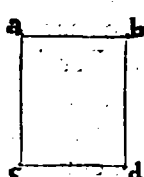
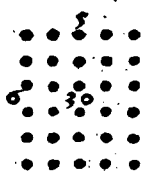
1  Mne parallelogrammum, rectangulum, sub duabus rectum angulum comprehendentibus rectis lineis dicitur contineri.

ORONTIVS. ¶ Parallelogrammum, dicitur figura quadrilatera, ex oppositis lateribus adinuicem æqualibus comprehensa. Sunt autem parallelogrammorum quatuor tantummodo genera: utpote, quadratū, altera parte longius, rhombus, & rhomboides: quemadmodum trigesimalertia primi libri antè monuimus diffinitione. Vtrunq; porro & quadratum & altera parte longius, rectangulum adpellatur: contineturq; sub duabus lineis rectis ad rectum conuenientibus angulum, quarum altera in reliquam abstractiue ducta, ipsum efficit parallelogrammum. ¶ Vt ex a/b/c/d/potes elicere parallelogrammo: quod sub a/b/ & a/c/ lateribus, rectum qui ad a/ comprehendenti-

Quid parallelogrammum.

Quot parallelogrammorum genera.

Exemplum.



bus angulum, continetur. Non potest enim angulus qui ad a/ fore rectus, quin per vigesimam nonam & trigesimalam quartam propositionē libri primi, reliqui tres anguli sint itidem recti. Imaginanda est igitur a/b/ recta, fluere directa via in c: & punctū b/ describere latus b/d. vel a/c/ rectam, venire recto fluxu in b: atq; punctum c/ efficere latus c/d. Ita enim abstractiue describuntur parallelogramma rectangula. Ad quorum similitudinem, numerus per alium quenuis munerum multiplicatus, planum atq; rectangulum efficit numerū: uti subiecta videtur indicare figura, in qua 6/vnitates per 5/multiplicatae, reddunt 30/planum & rectangulum numerum.

γνώμων γ.

Π Ἀντὸς διὰ παραλληλόγραμμου χωρὶς τῶν ποδῶν τῶν διὰ μετρητῶν αὐτῶν ἐν παραλληλόγραμμοις ὁποιοῦντο (ὡς τοῖς δύοσι παραπληρώμασι, γνώμων καλεῖται).

Quid gnomon.

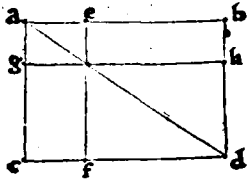
2 **O**mnis parallelogrammi loci eorum quæ circa dimetientē illius sunt parallelogrammorum, vnumquodq; eorum cum binis supplementis, gnomon vocetur.

d.iiij.

ORONTIVS. ¶ Quoniam gnomonem propriè intelligamus rectangulum: accipitur tamen supra scripta gnomonis diffinitio, pro quacunq; figura ex duobus cuiusvis oblatis parallelogrammi supplementis, & altero eorum quæ circa dimetiētem illius sunt parallelogrammorum comprehensa. Diximus autem quadragesima-
 tertia propositione primi libri, quænam sint parallelogramma circa dimetiētem alicuius consistentia parallelogrammi: quæ item sint eorundem parallelogrammorum supplementa. ¶ Sit igitur $a/b/c/d$ parallelogrammum, & illius dimetiens a/d circa verò dimetiētem consistant $g/e/$ & $f/h/$ parallelogramma, atque illorum sup-

Vide 43 primi

Gnomonis exemplum.



Cur tales a/s sumpti gnomones.

plementa $g/f/$ & $e/h/$. Dico itaque $g/e/$ parallelogrammū, vnā cum binis supplementis $g/f/$ & $e/h/$: gnomonem efficere $f/g/e/h/$, seu $f/a/h/$. Cui si addatur $f/h/$ parallelogrammum: totum integrabitur $a/b/c/d$. aut si eidem $f/h/$ parallelogrammo, gnomon circumponatur $f/g/e/h/$: nō mutabitur, sed augmentabitur figura. Est autem eiusmodi gnomonum tradita descriptio, in partium oblato-
 rum

in demonstrationibus parallelogrammorum expeditiorem expressionem, principa-
 liter excogitata.

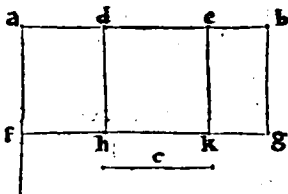
Θεώρημα α, Πρόβλησις α.

Εὰν δύο εὐθεῖαι, τμηθῇ δὲ ἡ ἑτέρα αὐτῶν, ὥς δὲ διηποτοῦν τμήματα, ἣ περιεχομένην ὀρθογωνίον ᾗ τὸν δύο εὐθεῖων ἴσον ᾖ τοῖς ᾗ τὸν ἑκάστου τῶν τμημάτων περιεχομένοις ὀρθογωνίοις.

Theorema 1, Propositio 1.

SI fuerint binæ rectæ lineæ, seceturq; ipsarum altera in quot-
 scunque segmenta: rectangulum comprehensum sub duabus rectis lineis, æquum est eis quæ ab infecta & quolibet segmento rectangulis comprehenduntur.

ORONTIVS. ¶ Sint binæ rectæ lineæ $a/b/$ & $c/$: quarum altera, vtpote $a/b/$, secetur in $a/d/$, $d/e/$, & $e/b/$ segmenta. Aio quòd sub $a/b/$ & ipsa $c/$ comprehensum rectangulum: æquum est eis, quæ sub $c/$ & $a/d/$ & $d/e/$ atque $e/b/$ comprehenduntur rectangulis. A dato enim puncto a , datæ rectæ lineæ $a/b/$, recta quædam, per vndecimā primi libri propositionem, ad rectos excitetur angulos, excedens datam lineā $c/$: à qua secetur æqualis eidem $c/$, per tertiā eiusdem primi, sitq; $a/f/$. Per datū insuper pun-



Ex hac propositione, numerorum ab A rithmetici tradita colligitur multiplicatio.

ctum $f/$, ipsi $a/b/$ parallela ducatur $f/g/$: atque per $b/$, $d/$, & $e/$ puncta ipsi $a/f/$, atque inuicem parallela ducantur $b/g/$, $d/h/$, & $e/k/$, per trigessimā primā eiusdē primi. Rectangula igitur sunt $a/b/f/g/$, $a/h/$, $d/k/$, & $e/g/$ parallelogrāma. Quælibet insuper & $b/g/$ & $d/h/$ & $e/k/$, ipsi $a/f/$ est æqualis, per trigessimā quartā eiusdē primi. eisdē quoq; $a/f/$ est æqualis $c/$. omnes igitur adinuicē, atq; ipsi $c/$ sunt æqua-

les: per primam communem sententiam. Quod igitur sub $c/$ & $a/d/$ continetur rectangulum, æquum est ipsi $a/h/$: & quod sub $c/$ & $d/e/$, ipsi $d/k/$: atq; id quod sub eadem $c/$ & $e/b/$, ipsi $e/g/$ rectangulo æquale. Ipsi porro $a/h/$, $d/k/$, & $e/g/$ rectangulis, æquum est $a/b/f/g/$ rectangulum (nempe totum suis partibus integralibus simul sumptis) contineturq; sub $a/b/$ & $a/f/$, quæ ipsi $c/$ data est æqualis. Datīs igitur binis lineis rectis $a/b/$ & $c/$, quod sub eisdem continetur rectangulum, æquum est eis quæ sub infecta $c/$, & quolibet ipsius $a/b/$ segmento comprehenduntur rectangulis. Quod oportebat demonstrare.

Θεώρημα β, Πρόβις β.

Εὰν ἰσὺς γραμμὴ τμηθῇ ὡς ἔτυχε, καὶ ἅπασαν τῆς ὅλης καὶ ἑκατέρω τῶν τμημάτων περιεχόμενα ὀρθογώνια, ἴσα ἔσιν τῷ ἀπὸ τῆς ὅλης τετραγώνῳ.

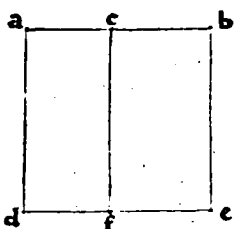
Theorema 2,

Propositio 2.

2 SI recta linea secetur vtcunq; : quæ sub tota & quolibet segmētorum rectangula comprehenduntur, æqualia sunt ei quod ex tota est quadrato.

ORONTIVS. ¶ Recta linea vtcunque secari dicitur, quæ in quouis dato illius puncto, absq; partiū determinata ratione, indifferenter diuiditur. Sit igitur a/b/ linea recta, quæ vtcunq; secetur in c. Dico qd sub a/b/ & a/c, atq; sub eadem a/b/ & c/b/ cōprehensa rectangula: æqua sunt ei, quod ex tota a/b/ fit quadrato. Ex data nanq; a/b/, quadratum describatur a/b/d/e/ per quadragesimam sextā primi. Et per datum punctum c, vtriq; & a/d/ & b/e/ parallela ducatur c/f/ per trigessimam primam eiusdem primi libri propositionem. Rectangula igitur sunt, a/f/ & c/e/ parallelograma:

Quid rectam lineam vtcūque secari.



atque ipsum a/f/ sub a/d/ & a/c, ipsum verò c/e/ sub c/b/ & b/e, per primam huius diffinitionem comprehensum.

Et quoniam a/b/ & a/d/ sunt binæ quædam lineæ rectæ: & ipsarū altera, scilicet a/b/, secta est in a/c/ & c/b/ segmēta, ex hypothesi. Quæ igitur ab insecta a/ d/, & vtroque segmento a/c/ & c/b/ continetur rectangula: æqua sunt ei, quod sub duabus lineis rectis a/b/ & a/d/ cōprehenditur rectangulo, per primam huius secundi propositionem.

Atqui b/e/ ipsi a/d/, & vtraque ipsi a/b/, per trigessimam diffinitionem primi est æqualis: necnon a/b/d/e/ rectangulum, id quod ex ipsa a/b/ fit quadratū. Quæ sub tota igitur a/b/, & quolibet segmento a/c/ & c/b/, rectangula comprehenduntur: æqualia sunt ei quod ex tota a/b/ est quadrato. Quod erat ostendendum.

Θεώρημα γ, Πρόβις γ.

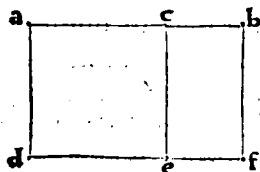
Εὰν ἰσὺς γραμμὴ ὡς ἔτυχε τμηθῇ, καὶ ἅπασαν τῆς ὅλης καὶ οἷος τῶν τμημάτων περιεχόμενα ὀρθογώνια ἴσα ἔσιν τῷ ἀπὸ τῆς ὅλης τετραγώνῳ.

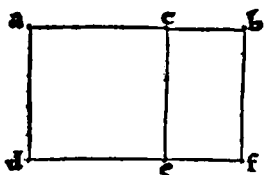
Theorema 3,

Propositio 3.

3 SI recta linea secetur vtcunque: rectangulum sub tota & vno segmentorum cōprehensum, æquum est ei quod sub segmētis comprehenditur rectangulo, & ei quod ex prædicto segmento fit quadrato.

ORONTIVS. ¶ Esto a/b/ recta linea, vtcunq; secta in puncto c. Aio quòd sub tota a/b/ & altero segmentorum, vtpote a/c/, comprehensum rectangulum: æquum est ei quod sub a/c/ & c/b/ segmētis rectāgulo cōtinetur, & ei quod ex eodē segmento a/c/ fit quadrato. Describatur enim ex a/c/, quadratū a/c/d/e/ per quadragesimā sextam primi. & producat d/e/ in directū vsq; ad f, per secundum postulatū. Per punctum deniq; b, vtriq; & a/d/ & c/e/ parallela ducatur b/f/ per trigessimā primam ipsius primi. Rectāgula igitur sunt a/f/ & c/f/ parallelogramma, per primam huius diffinitionē. Et quoniam a/b/ & a/d/ binæ quædam videntur esse lineæ rectæ: quarū altera, vtpote a/b/, secta est per hypothesin in a/c/ & c/b/ segmēta. Sub duabus igitur lineis





rectis a/b & a/d comprehensum rectangulum a/f , æquū est eis quæ ab insecta a/d & quolibet segmento a/c & c/b continentur rectangulis: per primam huius secundi propositionem, hoc est rectangulis a/c & c/f . Atqui a/f rectangulum, æquum est ei quod sub tota a/b , & segmento a/c continetur: nam a/d ipsi a/c est æqualis,

per trigessimam diffinitionem primi. A/c porro quadratū, quod ex eodem segmento a/c describitur. Rectangulū deniq; c/f , æquū est ei quod sub a/c & c/b segmentis continetur: est enim c/c eidē a/c , per ipsius quadrati diffinitionē æqualis. Si recta igitur linea a/b , vtcūq; secetur in puncto c rectangulū sub tota a/b & altero segmento a/c comprehensum, æquū est ei quod sub a/c & c/b segmentis fit rectangulo, & ei quod ex prædicto segmento a/c est quadrato. Quod ostendere oportebat.

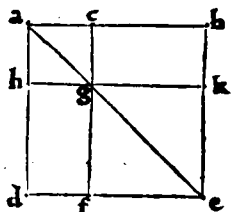
Θεώρημα δ, Πρόθεσις δ.

Εἰ ἐνθεᾷ γραμμὴ τμηθῇ ὡς ἐτύχε, τὸ ἀπὸ τῆς ὅλης τετραγώνου ἴσον ἔσται τοῖσι ἀπὸ τῶν τμημάτων τετραγώνοις, καὶ τῷ δις ὑπὸ τῆς τμημάτων πρὸς ἑαυτοὺς ὀρθογωνίῳ.

Theorema 4, Propositio 4.

SI recta linea secetur vtcūq; quadratum quod fit ex tota, æquū 4
est quadratis quæ fiunt ex segmētis, & ei quod bis sub segmen-
tis comprehenditur rectangulo,

O R O N T I V S. ¶ Sit a/b linea recta, quæ secetur vtcunq; in pūcto c . Dico qua-
dratum quod ex tota fit a/b , æquum esse eis quæ ex a/c & c/b describuntur qua-
dratis, & bis sub a/c & c/b segmentis comprehenso rectangulo. Describatur in
primis ex a/b , quadratum $a/b/d/e$: per quadragesimam sextam primi. Et connecta-
tur a/e dimetiens, per primum postulatum. & per datum punctum c , vtrique a/d
& b/e parallela ducatur c/f secans a/e dimetientem in puncto g . Per punctum de-
niq; g , ipsi a/b & d/e parallela ducatur h/k : per trigessimam primam eiusdem pri-
mi. Cum igitur $a/b/d/e$ sit quadratū, æqualis est a/b ipsi b/e : per trigesimā ipsius



Hoc theore-
ma a nonnullis
aliter demon-
strat: sed hæc
demonstratio
est omnium cla-
rissima.

primi diffinitionem. Isoscelis igitur $a/b/e$ trianguli, qui
ad basin a/e sunt anguli, hoc est $b/a/e$ & $a/e/b$, sunt per
quintam primi adinuicē æquales. Eiusdem porro trian-
guli $a/b/e$ tres anguli, binis sunt rectis æquales: per tri-
gesimam secundam primi. Rectus est autem angulus qui
ad b . reliqui igitur anguli $b/a/e$ & $a/e/b$, vni recto sunt
æquales. sunt autem & æquales adinuicem: vterq; igitur

dimidium est anguli recti. Trianguli rursus $a/c/g$ tres anguli, duobus rectis, per
eandem trigessimam secundam primi, cōquantur. $a/c/g$ porro angulus, rectus est:
nempe æqualis interiori, & ad easdē partes qui ad b , per vigesimam nonā ipsius pri-
mi. Ergo reliqui duo anguli $c/a/g$ & $a/g/c$, vni recto sunt æquales. sed dimidium re-
cti est $c/a/g$ angulus: igitur & $a/g/c$, recti itidem est dimidiū. Aequus est propterea
angulus $c/a/g$ ipsi $a/c/g$: per primam communem sententiam. Et latus consequen-
ter a/c , lateri c/g , per sextam primi æquale. Est autem & a/h latus, ipsi c/g , necnon
 h/g ipsi a/c æquale: per trigessimam quartā eiusdem primi. Aequilaterum est itaq;
 $a/c/g/h$ parallelogrammum. aio quod & rectangulum: nam angulus qui ad a , re-
ctus est. Rectangulum porro sub duabus rectis lineis angulum rectū comprehen-
dentibus, per primam huius diffinitionem, cōtineri dicitur. Quadratum est igitur
 $a/c/g/h$: & æquum ei quod ex a/c . Haud dissimili discursu, f/k parallelogrammū,
quadratū esse conuincetur: & æquale ei quod ex c/b . Nam æqualis est g/k eidē a/c ,
per eandem trigessimam quartā primi. Et quoniam æquum est h/f supplementū

ipſi c/k , per quadrageſimam tertiam primi: & c/k id quod ſub a/c & c/b , nam ipſi a/c oſtenſa eſt æqualis c/g . Rectangula igitur c/k & h/f , æqua ſunt ei, quod bis ſub ſegmentis comprehenditur, rectangulo. Oſtenſum eſt autem a/g & g/e quadrata, eis fore æqualia, quæ ab eiſdem ſegmentis ſunt quadratis. Et a/g igitur & g/e , vnà cum c/k & h/f , æqualia ſunt quadratis quæ ſunt ex ſegmētis, & ei quod bis ſub ſegmentis comprehenditur rectangulo. Eiſdem porro a/g , g/e , c/k , & h/f , æquum eſt quadratum $a/b/d/e$, ex ipſa a/b deſcriptum: nempe totum ſuis partibus integralibus. Quod igitur ex tota a/b fit quadratum: æquum eſt quadratis quæ ſunt ex a/c & c/b ſegmentis, & ei quod bis ſub eiſdem ſegmentis comprehenditur rectangulo. Quod fuerat demonſtrandum.

Corollarium.

¶ Parallelogramma igitur, quæ circa quadrati dimetientem cōſiſtunt, fore itidem quadrata: relinquitur manifeſtum.

Θεώρημα ε, Πρόθεσις ε.

Εἰ ἐν ὁμαῇ γραμμῇ τμηθῇ εἰς ἰσὰ καὶ ἀνίστα, καὶ ἀπὸ τῶν ἀνίστων τῆς ὁμαῆς τμημάτων ποδῶν χόρτων ἐρθογώνιον μὴ τὸ ἀπὸ τῆς μὲν ἐν τῶν ποδῶν τετραγώνου, ἴσον ἔσθι τῷ ἀπὸ τῆς ἡμισείας τετραγώνου.

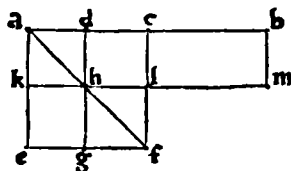
Theorema 5, Propositio 5.

5 **S**I recta linea ſecetur in æqualia, & non æqualia: rectangulum comprehenſum ab inæqualibus ſectionibus totius, vnà cum quadrato quod à medio ſectionum, æquum eſt ei quod à dimidia fit quadrato.

ORONTIVS. ¶ Sit rurfum a/b linea recta: quæ bifariam ſecetur in puncto c , atque in non æqualia, in puncto d . Aio quod ſub a/d & d/b comprehenſum rectangulū, vnà cum eo quod ex d/c quadrato: æquum eſt ei, quod ex a/c dimidia fit quadrato. Deſcribatur ergo ex a/c , quadratum $a/c/e/f$: per quadrageſimam ſextam primi, & connectatur dimetiens a/f , per primum poſtulatū. per punctum inſuper d , vtrique a/e & c/f parallela ducatur d/g , ſecans a/f dimetientem in puncto h . Rurfum per datum punctum h , ducatur $k/l/m$, ipſis a/b & c/f parallela: per trigefimā primam ipſius primi. tandem per punctum b , ipſis a/k & c/l parallela ducatur b/m : per eandem trigefimā primam primi. His ita conſtructis, quoniam ſupplemen-

Conſtructio ſiguræ.

Demonſtratio theorematis.



tum g/k , æquum eſt ſupplemēto d/l , per quadrageſimā tertiam ipſius primi: addatur commune a/h . totum ergo a/g , toti a/l rectangulo, per ſecundam communem ſententiā erit æquale. At c/m eidem a/l eſt æquale, per trigefimā ſextā eiſdē primi: ſunt enim in baſibus æqualibus a/c & c/b , & in eiſdem parallelis a/b & k/m . Et a/g igitur ipſi c/m , per primam communem ſententiam eſt æquale. Addatur rurfum commune rectangulum d/l . Et d/m igitur rectangulum, per eandem ſecundā cōmunem ſententiam, æquabitur gnomoni $g/a/l$. Atqui d/m rectangulum æquum eſt ei quod ſub a/d & d/b continetur: quadratum eſt enim a/h , per corollarium quartæ propoſitionis huius: & æqualis propterea a/d ipſi d/h , ſub qua & d/b , ipſum d/m cōprehenditur rectangulū. Quod igitur ſub a/d & d/b continetur rectangulum, æquum eſt gnomoni $g/a/l$. Addatur tandem commune quadratum h/f . Comprehenuſum igitur ſub a/d & d/b rectangulum, vnà cum quadrato h/f , æquum eſt gnomoni $g/a/l$, atque ipſi quadrato h/f . Quadratū porro h/f , æquum eſt ei quod ſub d/c medio ſectionum: fit enim ex h/l , quæ ipſi d/c , per trigefimā quartā primi eſt æqualis. Quod igitur ſub a/d & d/b cōtinetur rectangulū,

vnà cum quadrato quod ex d/c , æquum est gnomoni $g/a/l$, atque ipsi quadrato h/f .

Ipsis demum $g/a/l$ gnomoni & quadrato h/f , æquum est $a/c/e/f$, quod à dimidia a/c descriptum est quadratum. Rectangulum igitur comprehensum sub a/d & d/b inæqualibus sectionibus, vnà cum quadrato quod à medio sectionū d/c , æquum est ei quod ex a/b dimidia fit quadrato. Si recta igitur linea, & quæ sequuntur reliqua: vt in theoremate. Quod ostendendum susceperamus.

Θεώρημα

5,

Πρόβλεψις

5.

E Ἀνὲν ὅτι ἡ γραμμὴ $τμ$ διήγαγε, προσεβή διὰ τῆς αὐτῆς ἐνθεῖας ἐπ' ἐνθεῖας, ὅ ἀπὸ τῆς ὅλης σὺν τῇ προσκείμενῃ, καὶ τῆς προσκείμενης ὡς ἀπὸ τῆς ἡμισείας τετραγώνου, ἵσται δὲ τὸ ἀπὸ τῆς συγκαταμένης ἐν τῇ ἡμισείᾳ καὶ τὸ προσκείμενης ὡς ἀπὸ μιᾶς ἀνὰ γραμμῆς τετραγώνου.

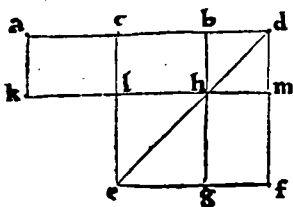
Theorema 6,

Propositio 6.

SI recta linea bifariam secetur, adijciaturque ei aliqua recta li- 6
nea in rectum: rectangulum comprehensum sub tota cum ap-
posita & apposita, vnà cum quadrato quod fit à dimidia, æquum
est ei quod ex coniecta ex dimidia & apposita, tāquàm ex vna de-
scripto quadrato.

Figuræ com-
positio.Ostensionis
deductio.

O R O N T I V S. ¶ Est a/b linea recta, secuta bifariam in puncto c : cui recta quæ-
dam linea b/d in directum adijciatur. Dico, quod sub a/d , & d/b comprehensum re-
ctangulum, vnà cum eo quod ex c/b quadrato: æquū est quadrato quod ex c/d . Fiat
enim ex c/d quadratum $c/d/e/f$, per quadragesimam sextam primi: & connectatur
 e/d per primum postulatum. Per punctum in super b , vtrique c/e & d/f , per trige-
simam primam eiusdem primi, parallela ducatur b/g , quæ secet dimetientem e/d in
puncto h . Rursum per punctum h , ducatur $k/l/m$, ipsis a/d & e/f parallela: necnon
per a punctū, vtrique c/l & d/m parallela a/k , per eandem trigessimam primam pri-
mi. Cum igitur a/c æqualis sit ipsi c/b per hypothesin, & a/d ipsi k/m parallela:
æquum est a/l parallelogrammum, ipsi c/h parallelogrammo, per trigessimam sex-
tam primi. Eidem porro c/h , æquum est h/f supplemē-
tum: per quadragesimam tertiam eiusdem primi. Et a/l
igitur ipsi h/f , per primam communem sententiam est
æquale. Addatur vtrique æqualium commune c/m . to-
tum igitur a/m rectangulum, gnomoni $l/d/g$, per se-
cundam communem sententiam æquabitur. At qui a/m
est æquale ei, quod sub a/d & d/b comprehenditur re-
ctangulo: continetur enim sub a/d & d/m , quæ est æqualis ipsi d/b , nam b/m qua-
dratū est, per corollarium quartæ huius secundi. Comprehensum igitur sub a/d &
 d/b rectangulum, æquum est gnomoni $l/d/g$ commune rursum addatur l/g , quod
per idem corollarium quartæ huius est quadratum. Quod igitur sub a/d & d/b co-
tinetur rectangulum, vnà cum l/g quadrato: æquū est gnomoni $l/d/g$, & eidem qua-
drato l/g . Ipsis porro gnomoni $l/d/g$, & quadrato l/g : æquum est $c/d/e/f$ quadra-
tum, & quadratum l/g , æquū est ei quod ex c/b : est enim l/h (ex qua fit ipsum l/g /
quadratum) æqualis ipsi c/b , per trigessimam quartā primi. Rectangulū igitur sub
 a/d , hoc est sub tota a/b cum adposita b/d , & ipsa b/d adposita comprehensum, vnà
cum quadrato quod fit à dimidia c/b : æquū ei est quod fit ex c/d , hoc est ex dimidia
 c/b , & adposita b/d , tanquàm ex vna descripto quadrato. Quod demonstrare fue-
rat operæpretium.



Θεώρημα ζ, Πρόθεσις ζ.

Εὰν ἰσὺς γραμμὴ τμηθῇ ὡς ἔτυχῃ, τὸ ἀπὸ τῆς ὅλης καὶ ἀφ' οὗς τῶν τμημάτων τὰ συν-
αμφοτέρω τετράγωνα ἴσα ᾗσι τῷ τε δις ἑαυτῆς ὅλης καὶ τῷ ἀρμενῶν τμήματος πε-
ριεχομένῳ ὀρθογωνίῳ, ὅ τῷ ἀπὸ τῶν λοιπῶν τμημάτων τετράγωνον.

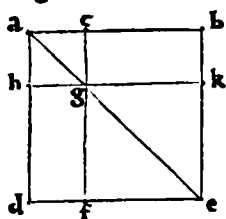
Theorema 7, Propositio 7.

7 **S**I recta linea secetur vtcunque: quod à tota & ab vno segmen-
torum vtraque fiunt quadrata: æqualia sunt rectangulo com-
prehenso bis sub tota & dicto segmento, & ei quod à reliquo seg-
mento fit quadrato.

O R O N T I V S. ¶ Data enim recta linea a/b, vtcunq; secetur in puncto c. Aio
ex tota a/b, & vno segmentorū, vtpote a/c, vtraq; descripta quadrata: æqualia fore
ei: quod bis sub a/b & a/c cōtinetur rectangulo, & ei quod ex c/b fit quadrato. Ex
ipsa enim a/b, describatur quadratum a/b/d/e, per quadragesimam sextam primi: &
connectatur a/e dimetiens, per primum postulatū. Per punctum deinde c, ducatur
c/f ipsi a/d & b/e parallela, secans a/e dimetientem in g. & per idem punctū
g, vtrique a/b & d/e parallela rursus ducatur h/k: per trigesimalprimam primi.

Figuræ præ-
paratio.

Erunt igitur h/c & f/k parallelogramma, circa dimetientem a/e cōsistentia, qua-
drata: per quartæ huius corollarium. Et quoniam c/k & h/f supplementa, sunt per
quadragesimam tertiam ipsius primi adinuicem æqualia. addatur vtrique, commu-

Dēmōstratio
theorematis.

ne quadratum h/c. Totum igitur a/k, toti a/f, per secun-
dam communem sententiam erit æquale. Est autem a/k/
æquum ei quod sub tota a/b, & segmento a/c continetur
rectangulo: nam a/c, ipsi a/h, per quadrati diffinitionem
est æqualis. Rectangulis itaque a/k & a/f æquum est id,
quod bis sub a/b & a/c continetur rectangulum. Eisdē
porrō a/k & a/f rectangulis, æquatur gnomon f/a/k, &
quadratum insuper h/c (bis enim cum ipsis a/k & a/f rectangulis, includitur quadra-
tum h/c) gnomon igitur f/a/k, vnā cū quadrato h/c, æqualis est ei quod bis sub a/b/
& a/c comprehenditur rectangulo. Addatur rursus cōmune quadratum f/k. Gno-
mon igitur f/a/k, vnā cum quadratis h/c & f/k: ei quod bis sub a/b & a/c cōtinetur
rectangulo, & ipsi quadrato f/k est æqualis. Atqui f/a/k gnomoni, & quadrato f/k:
æquum est a/b/d/e quadratum. Igitur quadratum a/b/d/e, vnā cum quadrato h/c:
æquum est cōprehenso bis sub a/b & a/c rectangulo, & ipsi f/k quadrato. Sed a/b/
d/e quadratū, ex tota a/b descriptū est. & h/c quadratum, id quod sub a/c segmen-
to. f/k autem æquale ei, quod fit ex reliquo segmento c/b: fit enim ex g/k, quæ ipsi
c/b, per trigesimalquartā primi est æqualis. Quod igitur ex tota a/b & segmen-
to a/c vtraq; fiunt quadrata: æqualia sunt rectangulo comprehenso bis sub tota a/b,
& dicto segmēto a/c, & ei quod sub reliquo segmento c/b fit quadrato. Si recta igi-
tur linea: & c. vt in theoremate. Quod oportuit ostendisse.

Θεώρημα η, Πρόθεσις η.

Εὰν ἰσὺς γραμμὴ τμηθῇ ὡς ἔτυχῃ, τὸ τετράκις ἑαυτῆς ὅλης καὶ οὗς τῶν τμημάτων
παραλλήλων ὀρθογωνίου μὲν τῷ ἀπὸ λοιπῶν τμημάτων τετράγωνον, ἴσον ᾗσι τῷ τε ἀπὸ
τῆς ὅλης καὶ τῷ ἀρμενῶν τμήματος, ὡς ἀπὸ μιᾶς ἀναγραφόντι τετράγωνον.

Theorema 8, Propositio 8.

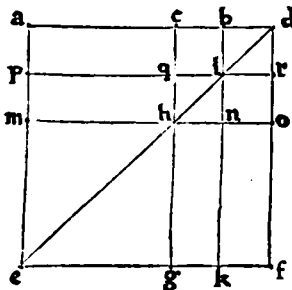
8 **S**I recta linea secetur vtcunque: rectangulum comprehensum
quater sub tota & vno segmentorum, cū eo quod ex reliquo
c.j.

segmento est quadrato, æquum est ei quod fit ex tota & prædicto segmento tanquam ab vna descripto quadrato.

Figure cõstru-
ctio.

Demõstratio
theorematis.

ORONTIVS. ¶ Est a/b recta linea, vunque secta in puncto c . dico quòd rectangulum quater sub tota a/b , & vno segmentorũ, vtpote b/c comprehensum, vnà cum quadrato quod fit ex a/c : æquum est ei, quod ex a/b & eodem segmento b/c , tanquam ab vna describitur quadrato. Producat a/b in directum versus d , per secundum postulatũ: & ponatur b/d æqualis ipsi b/c , per tertiam primi. Ex a/d autem describatur quadratũ $a/d/e/f$, per quadragesimam sextam eiusdem primi: & connectatur dimetiens e/d , per primum postulatũ. Per trigessimam primam deinde ipsius primi, per c & b puncta, ipsi a/e & d/f parallelæ ducantur c/g & b/k , dimetiētem e/d secantes in pũctis h, l : & per eandem trigessimā primam, per puncta h & l , ipsi a/d & e/f parallelæ rursum ducantur m/n & $p/q/r$. Et quoniam per constructionem c/b ipsi b/d est æqualis: & q/l ipsi c/b , necnon l/r , ipsi b/d , per trigessimam quartam primi. Est igitur q/l æqualis ipsi l/r , per primam communem sententiam: quæ enim æqualibus æqualia sunt, ea sunt æqualia adinuicem. & h/n cõsequenter, ipsi n/o itidem concludetur æqualis. Parallelogrammum itaque b/r æquũ est ipsi c/l , & proinde q/n ipsi l/o parallelogrammo æquale, per trigessimam sextam



ipsius primi: sunt enim b/r & c/l in æqualibus basibus, ac in eisdem parallelis constituta, similiter & q/n atque l/o . Atqui c/l & l/o supplementa eorum quæ circa dimetiētem h/d sunt parallelogrammorum, per quadragesimam tertiam eiusdem primi æqualia sunt adinuicem. Igitur b/r & q/n parallelogramma, æquis sunt æqualia parallelogrammis: & æqua propterea adinuicē, per eandem primam communem sententiam. Quatuor igitur $b/r, c/l, l/o$, & q/n , sunt adinuicem æqualia: & quadrupla consequenter ipsius c/l . Insuper quoniam b/r & q/n parallelogramma, per corollarium quartæ huius sunt quadrata: æqualis est b/l ipsi b/d , & q/h ipsi q/l , per ipsius quadrati diffinitionem. Eidem porrò b/d æqualis est c/b , per cõstructionem: & b/l igitur ipsi c/b , per primā communem sententiā est æqualis. Ipsi rursum c/b æqualis est q/l , necnon c/q ipsi b/l æqualis, per trigessimam quartam primi: & c/q igitur ipsi q/l , per eandem cõmunem sententiā est æqualis. at q/h , eidem q/l æqualis præostensa est: & c/q igitur, ipsi q/h , per ipsam primam communē sententiam est æqualis. Patuit autē, quòd & h/n ipsi n/o itidem æqualis est. Parallelogrammum igitur a/q ipsi p/h , necnon h/k ipsi n/f , per trigessimam sextā primi cõæquatur: sunt enim a/q & p/h in basibus æqualibus/ac in eisdē parallelis, similiter & h/k atq; n/f constituta. Ipsa verò p/h & h/k , sunt rursum adinuicē æqualia, per quadragesimā tertiam ipsius primi: nempe supplementa eorũ, quæ circa dimetiētem e/l sunt parallelogrammorum. Et a/q igitur & n/f parallelogramma, æqualibus sunt æqualia parallelogrammis: & æqualia propterea adinuicē, per primā communē sententiā. Quatuor igitur $a/q, p/h, h/k$, & n/f , æqualia sunt adinuicem: & quadrupla consequenter ipsius a/q parallelogrammi. Ostensum est autem, qd & $b/r, c/l, l/o$, & q/n , quadruplũ sunt ipsius c/l . Octo igitur parallelogramma, $m/d/g$ gnomonē constituentia, quadruplum efficiunt totius a/l parallelogrammi. Est autē a/l parallelogrammũ, ei quod sub a/b & b/c cõtinetur rectangulo æquale: nam b/l , ipsi b/c , æqualis ostēsa est. Rectangulum igitur quater sub a/b & b/c cõprehensum, æquum est gnomoni $m/d/g$. Addatur commune quadratum m/g . Quater igitur sub a/b & b/c comprehensum rectangulũ, vnà cũ quadrato m/g : æquatur gnomoni $m/d/g$, & eidem m/g quadrato.

Ipsis porrò gnomoni $m/d/g$, & quadrato m/g : æquum est quadratū $a/d/e/f$. Comprehensum igitur quater sub a/b & b/d rectangulū, vnā cum quadrato m/g : æquum est, per primam communem sententiam, ipsi quadrato $a/d/e/f$. Atqui m/g quadratum æquum est ei, quod ex a/c : fit enim ex m/h , quæ eidem a/c , per trigessimam-quartam primi, est æqualis. Quadratum autē $a/d/e/f$, æquum est ei, quod ex a/b & b/c : tanq̃ ex vna describitur quadrato: data est enim b/d , ipsi b/c æqualis. Si recta igitur linea a/b , secetur vtcunque in puncto c : rectangulum comprehensum quater sub tota a/b & segmento b/c , cum eo quod ex reliquo segmento a/c est quadrato, æquum est ei quod fit sub tota a/b , & prædicto segmento b/c , tanquam ex vna descripto quadrato. Quod demonstrare fuerat operæpretium.

Θεώρημα θ, Πρόβλημα θ.

E Ἀρ ἰσθθα γραμμή τμηθῇ ἐν ἴσῃ καὶ ἀνίσῃ, τὰ ἀπὸ τῶν ἀνίσων τῆς ὅλης τῶν τμημάτων τετραγώνια, διπλασία ἐστὶ τῷ τε ἀπὸ τῆς ἰσομέρους καὶ τῷ ἀπὸ τῆς μέξευ τῶν τμημῶν τετραγώνου.

Theorema 9,

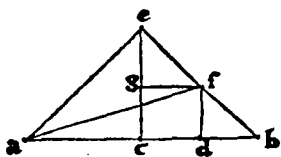
Propositio 9.

9 SI recta linea secetur in æqualia & nō æqualia: quæ ab inæqualibus totius segmenti fiunt quadrata, dupla sunt eius quod à dimidia, & eius quod à medio sectionum fit quadratorum.

ORONTIVS. ¶ Secetur enim a/b recta bifariam, in puncto c : & in non æqualia, in d . Aio quòd descripta ex a/d & d/b quadrata, dupla sunt eorum quæ ex a/c & c/d fiunt quadratorum. A dato enim puncto c , datæ rectæ lineæ a/b , recta linea c/e ad rectos excitetur angulos, per vndecimā primi: & vtrique ipsarum a/c & c/b ponatur æqualis, per tertiā eiusdem primi. Connectantur deinde a/e & e/b , per primum postulatū. Per punctū insuper d , ipsi c/e ducatur parallela d/f : atq; per punctum f , ipsi a/b parallela ducatur f/g , per trigessimā primā ipsius primi. connectantur tandem a/f , per idem primū postulatū. Cū igitur a/c sit æqualis ipsi c/e : erit per quintam primi, angulus $c/a/e$, æqualis angulo $a/c/e$. Et quoniam trianguli $c/a/e$ tres anguli, sunt æquales duobus rectis, per trigessimā secundam ipsius primi, rectus est autē qui ad c : reliqui igitur anguli $c/a/e$ & $a/c/e$, vni recto sunt æquales. sunt autē æquales adinuicem, vterque igitur $c/a/e$ & $a/c/e$, recti dimidijs est. Et proinde vterq; eorū qui ad basin e/b , isoscelis $e/c/b$, dimidijs est recti. Itaq; totus

Vt construenda figura.

Primus demonstratiois progressus.

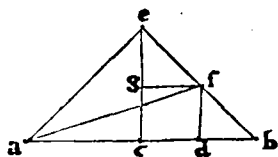


$a/e/b$ angulus, rectus est. Rursum, quoniam $c/g/f$ trianguli tres anguli, binis rectis sunt æquales, per eandē trigessimā secundam primi. rectus est autem qui ad g : nam æqualis interiori & opposito ad easdem partes, qui ad c , per vigesimā nonam primi. dimidijs item recti est, qui sub $g/e/f$. Reliquus igitur qui sub $e/f/g$, recti itidem est

dimidijs. Ambo igitur eidem, vtpote dimidio vnus recti, sunt æquales: & æquales propterea adinuicem, per primam communem sententiam. Et latus consequenter e/g , lateri g/f æquale, per sextā primi. Haud dissimili via, latus f/d , lateri d/b concluditur æquale. His ita præstentis, quoniam a/c æqualis est ipsi c/e : æquū est quadratū quod fit ex a/c , ei quod ex c/e fit quadrato: per corollarium quadragesimæ sextæ ipsius primi. Eis porrò quæ ex a/c & c/e fiunt quadratis, æquū est quod ex a/e describitur, per quadragesimā septimā eiusdem primi: & propterea duplū eius quod fit ex a/c . quod enim binis æqualibus est æquale, alterutrius æqualiū duplum est. Item quoniam æqualis est e/g ipsi g/f : æquum est rursum per idem corollarium, descriptum ex e/g quadratum, ei quod fit ex g/f . Eisdem porrò quadratis quæ ex e/g & g/f , æquum est quod fit ex e/f , per eandem penultimā primi. Duplum est

Secundus & principalis processus demonstrationis.

c.ij.



igitur quod ex e/f /quadratum, eius quod ex g/f /describitur. Atqui g/f /ipsi c/d /est æqualis, per trigessimāquartam primi: & ab æqualibus rectis, æqualia describuntur quadrata, per corollarium ipsius quadragesimæ sextæ primi libri. Quod igitur ex e/f /quadratum, duplum est eius quod fit ex c/d . Ostensum est autem, descriptum ex a/e /quadratum, duplum fore eius quod ex a/c . Descripta igitur ex a/e / & e/f /quadrata, dupla sunt eorum quæ ex a/c / & c/d / fiunt quadratorum. Eis porro quæ ex a/e / & e/f /quadratis, æquum est id quod ex a/f /describitur, per quadragesimam septimam primi: rectus est enim angulus $a/c/f$. Descriptum igitur ex a/f /quadratum, duplum est eorum quæ ex a/c / & c/d / fiunt quadratorum. Ei rursum quod ex a/f /describitur quadrato, æqua sunt quæ ex a/d / & d/f /quadrata, per eandem quadragesimam septimam primi: rectus est enim angulus qui ad d , per vigesimam nonā ipsius primi. Quæ igitur ex a/d / & d/f / vtræque quadrata, dupla sunt eorum quæ ex a/c / & c/d / fiunt quadratorum. Atqui d/f /æqualis est ipsi d/b : & ab æqualibus lineis, æqualia describuntur quadrata, per allegatum quadragesimæ sextæ primi corollarium. Descripta igitur ex a/d / & d/b / quadrata, eorum quæ ex a/c / & c/d / fiunt quadratorum dupla sunt. Si recta igitur linea: & c. ut in theoremate. Quod ostendendum susceperamus.

Θεώρημα

1,

Πρόθεσις.

1.

Εὰν εὐθεῖα γραμμὴ τμηθῇ δι' ἑξ ἑσθῆς, προσεθῇ δὲ τῆς αὐτῆς εὐθεῖας ἐπ' εὐθείας, ἢ ἀπὸ τῆς ὅλης (ὡς τῆς προσκειμένης) ἢ ἀπὸ τῆς προσκαμένης πάλιν (ὡς ἀμφοτέρων τε τῶν ὁρίων, δι' ὧν ἀπὸ τῆς ἡμισείας καὶ τῆς ἀπὸ τῆς συγκαμένης, ἕκαστος τῶν ἡμισείας καὶ τῆς προσκαμένης, ὡς ἀπὸ μιᾶς ἀναγραφῆς) τετραγώνου.

Theorema 10,

Propositio 10.

SI recta linea secetur bifariam, apponatur autē ei quæpiā recta linea in rectum: quod ex tota cum apposita, & quod ex apposita vtræque quadrata, dupla sunt eius quod ex dimidia, & eius quod ex adiacēte dimidia & adiuncta, tanquam ex vna descriptorum quadratorum.

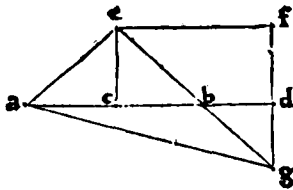
10

Constructio figuræ.

O R O N T I V S. ¶ Data enim a/b /recta linea, bifariam secetur in c : addaturque ei in directum recta quædam linea b/d . Aio quod ex a/d / & d/b /vtræque quadrata, dupla sunt eorum quæ ex a/c / & c/d / fiunt quadratorum. Excitetur enim per vnde-cimam primi, à puncto c /datæ rectæ lineæ a/d , ad angulos rectos c/e : ponaturque vtrique a/c / & c/b /æqualis, per tertiam ipsius primi. connectantur deinde a/e / & e/b , per primum postulatū. Et per e /punctum, ipsi a/d /parallela ducatur e/f : necnon & per punctum d , ipsi c/e /parallela d/f , per trigessimam primam eiusdem primi. In parallelas igitur c/e / & d/f , recta linea incidens e/f , interiores & ad easdem partes angulos $c/e/f$ / & $e/f/d$, binis rectis per vigesimam nonam primi, efficit æquales. Atqui $b/e/f$ /angulus, minor est ipso $c/e/f$: duo itaque anguli $b/e/f$ / & $e/f/d$, à recta e/f , in b/e / & d/f /rectas incidente causati, binis rectis sunt minores. Productæ igitur e/b / & f/d , ad partes b, d , tandem concurrent, per quintum postulatū. Producatur igitur, per secundum postulatū: & conueniant in puncto g . & connectatur a/g , per primum postulatū. Cum igitur a/c /sit æqualis ipsi c/e : erit per quintam primi angulus $c/a/e$ /æqualis angulo $a/e/c$. Et quoniam trianguli $c/a/e$ /tres anguli, binis sunt rectis æquales, per trigessimam secundam primi: rectus est autem, qui ad c . Reliqui igitur $c/a/e$ / & $e/a/c$ /anguli, vni recto sunt æquales: qui cum sint æquales adinuicē, vterque dimidius est recti. Et vterque propterea $c/e/b$ / & $e/b/c$, qui ad basin e/b , isoscelis $c/e/b$, recti dimidius est. Ergo totus $a/e/b$ /angulus est rectus. Insuper, quoniā

Ostensio theoremat.

per trigessimamsecundam primi, trianguli $b/d/g$ tres anguli, sunt æquales duobus rectis: rectus autem est qui ad d , (nam æqualis alterno $e/c/d$, per vigesimamnonam primi) & $d/b/g$ recti dimidius est (æqualis siquidem ad verticem posito $c/b/e$, per quindecimam ipsius primi) reliquus igitur angulus $b/g/d$, dimidius itidem est recti. Ambo ergo $d/b/g$ & $b/g/d$ anguli, eidem (hoc est dimidio vnus recti) sunt æquales: & æquales propterea adinuicē, per primam communē sententiā. hinc b/d latus, ipsi d/g lateri, per sextam primi responderent æquatur. Præterea, quoniam $e/f/g$ trianguli tres anguli, binis rectis, per eandem trigessimamsecundam primi, sunt rursus æquales: rectus est autē qui ad f , (nam æqualis opposito qui ad c , per



trigessimamquartam eiusdem primi) & $e/g/f$ recti dimidius est. reliquus igitur $f/e/g$ dimidius itidem est recti. Aequalis igitur est angulus $f/e/g$, ipsi $e/g/f$, per primam communem sententiā: & latus consequenter e/f lateri f/g , per sextam primi æquale. His ita demonstratis, quoniam æqualis est a/c ipsi c/e : quod igitur ex a/c quadratū,

Demonstratio
nis resolutio.

æquum est ei quod ex c/e fit quadrato, per corollarium quadragessimæ sextæ ipsius primi. Eis porro quæ ex a/c & c/e fiunt quadratis: æquū est id, quod ex a/e describitur, per quadragessimamseptimam primi. Quod igitur ex a/e fit quadratum, duplum est eius quod ex a/c . Item, quoniam æqualis est e/f , ipsi f/g : quæ ab ipsis describuntur quadrata, sunt rursus adinuicem æqualia. Eisdem porro quæ ex e/f & f/g fiunt quadratis, æquum est ex e/g descriptum quadratum, per eandem quadragessimamseptimam primi: rectus est enim qui ad f angulus. Quod igitur ex e/g fit quadratum, duplum est eius quod ex e/f . Aequalis autem est e/f ipsi c/d , per trigessimamquartā primi: & quæ ab æqualibus rectis describuntur quadrata, æqualia sunt adinuicem, per ipsum quadragessimæ sextæ primi corollarium. Quod igitur ex e/g fit quadratum, duplum est eius quod ex c/d . Ostendimus autem descriptū ex a/e quadratum, duplū itidem fore eius quod fit ex a/c . Quæ igitur ex a/e & e/g vtraque quadrata, dupla sunt eorum quæ ex a/c & c/d fiunt quadratorum. Eis autē quæ ex a/c & e/g fiunt quadratis, æquū est rursus quod ex a/g describitur, per ipsam quadragessimamseptimam primi: rectus est enim $a/e/g$ angulus. Descriptum itaque ex a/g quadratum, duplum est eorum quæ ex a/c & c/d fiunt quadratorum. Ei demū quod ex a/g fit quadrato, æqualia sunt quæ ex a/d & d/g quadrata describuntur, per sæpius allegatā quadragessimamseptimā primi: quoniam $a/d/g$ angulus rectus est. Ergo descripta ex a/d & d/g quadrata, eorū quæ ex a/c & c/d fiunt quadratorū dupla sunt. Aequalis porro ostensa d/b , ipsi d/g : & vnus propterea quadratum, alterius quadrato æquū fore necessum est. Quod igitur ex tota a/b cū adposita b/d , & quod ex eadem b/d adposita vtraque quadrata: dupla sunt eius quod ex a/c dimidia, & eius quod ex adiacente dimidia c/b & adiuncta b/d tanquā ex vna descriptorum quadratorum. Quod demonstrare oportebat.

Πρόβλημα α,

Πρόθεσις ια.

TΗρ διορθωσιν ἐνθεῶν τεμνῶν, ὥστε τὸ ἄνω τὸ δὲ καὶ τὸ ἐντὶ τῶν τεμνόντων πρὸς ἀλλήλους ὁρθογώνιον, ἴσους εἶναι τῶ ἀπὸ τῶ λοιπῶν τεμνμάτων τετραγώνῳ.

Problema I,

Propositio II.

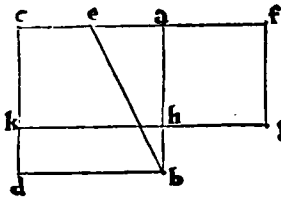
II DAtam rectam lineā secare: vt quod ex tota & altero segmento comprehensum rectangulum, æquū sit ei quod fit ex reliquo segmento quadrato.

ORONTIVS. ¶ Esto recta linea a/b : quam oporteat ita secare, vt quod ex tota

c. iij.

**Confirmatio
problematis.**

a/b, & altero segmēto comprehendetur rectangulum, æquum sit ei quod à reliquo segmento fiet quadrato. Ex a/b/igitur, describatur quadratū a/b/c/d, per quadragessimam sextam primi. Ipsa postmodum c/a, bifariam secetur in puncto e, per decimam ipsius primi. & per primum postulatū, connectatur e/ b/ recta. producat deinde c/a in rectū versus f, per secundum postulatū: atq; ipsi b/e, secetur æqualis e/f, per tertiam primi. Per ipsam rursus quadragessimam sextam primi, describatur ex a/f, quadratum a/f/g/h: & per idem secundum postulatū, producat g/h directē in k. Secta est igitur a/b/ in puncto h idque tali ratione, vt quod sub a/b/ & b/h/ comprehenditur rectangulum, æquum sit ei quod ex a/h/ fit quadrato. Recta enim linea c/a/ secta est bifariam in puncto e, cui in rectum adposita est a/f/ comprehensum igitur sub c/f/ & f/a/ rectangulum, vnā cum quadrato quod fit ex c/a, æquū est quadrato quod ex e/f/ describitur, per sextam huius propositionem. Data est autem e/f/ ipsi e/b/ æqualis: & quæ ab æqualibus rectis quadrata describuntur, sunt adinuicem æqualia. Comprehensum igitur sub c/f/ & f/a/ rectangulum, vnā cum

[illegible]

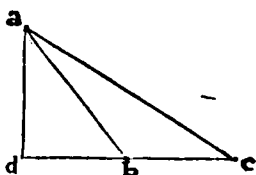
Theorema II, Propositio 12.

IN obtusiangulis triangulis, quod ab obtusum angulū subten-
dentelatore fit quadratum, maius est eis quæ fiunt ab obtusum
angulum comprehendētibus lateribus quadratis: cōprehenso bis
sub vno eorum, quæ sunt circa obtusum angulum, in quod pro-
tractū cadit perpendicularis, & assumpto extrinsecus sub perpen-
dulari ad obtusum angulum.

ORONTIVS. ¶ Sit triangulum obtusiangulum seu amblygonium $a/b/c$, habēs obtusum angulum qui ad b . producat ergo c/b latus in rectum versus d , per secundum postulatū: & per duodecimam primi, à dato puncto a , in productum latus c/b , perpendicularis ducatur a/d . Aio quod descriptum ex a/c quadratum, eis quæ ex a/b & b/c fiunt quadratis, maius est, comprehenso bis sub d/b & b/c rectangulo.

Cum enim recta c/d , vtcunq; secta sit in b : descriptum igitur ex d/c quadratum, æquum est eis quæ ex d/b & b/c quadratis, & ei quod bis sub d/b & b/c comprehenditur rectangulo, per quartam huius secundi. His autem æqualibus, addatur comune quadratum quod ex a/d . quæ igitur ex a/d & d/c vtraq; quadrata, æqua sunt eis quæ ex a/d & d/b , & b/c fiunt quadratis, & bis comprehenso sub d/b & b/c rectangulo. Quadratis porrò quæ ex a/d & d/b , æquum est id quod fit ex a/b , per quadragesimam septimam primi: rectus est enim angulus qui ad d . Quadrata igitur quæ

Deductio theorematis.



ex a/d & d/c , eis quæ fiunt ex a/b & b/c quadratis sunt æqualia, & ei quod bis sub d/b & b/c continetur rectangulo. Quadratis rursus quæ ex a/d & d/b , æquum est quadratum quod ex a/c , per eandem quadragesimam septimam primi. Quod igitur ex a/c fit quadratum, æquū est eis quæ ex a/b & b/c fiunt quadratis, & comprehenso bis sub d/b & b/c rectangulo. Superat igitur descriptum ex a/c quadratum, ea quæ ex a/b & b/c fiunt quadrata: comprehenso bis sub d/b & b/c rectangulo. In obtusiangulis igitur, seu amblygonijs triangulis: & quæ sequuntur reliqua. Quod oportuit ostendisse.

Θιωρημα ιβ, Πρόθεσις ιγ.

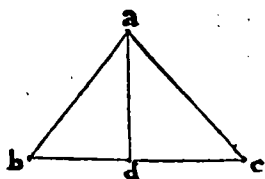
ΕΝ τοις οβιγώνιοις τριγώνοις ὅ ἀπὸ τῆς ὀξείας γωνίας ἑπὶ τῆς ἐναντίας ἀπὸ διὰ τῆς τετραγώνου ἑλαττόν ὄντι τῶν ἀπὸ τῶν τῶν ὀξείας γωνίας περιεχουσῶν ἀπὸ διὰ τῆς τετραγώνου, τῶ περιεχομένης δις ἑπὶ τῆς μίας τῶν πρὸς τῶν ὀξείας γωνίας ἐφ' ἧς ἡ κάθετος πίπτει, τῆς ἀπολαμβανομένης οὐτὸς ὑπὸ τῆς καθέτης πρὸς τῆς ὀξείας γωνίας.

Theorema 12, Propositio 13.

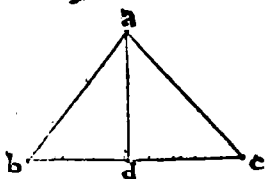
- 13 **I**N oxygonijs triangulis, quod ex acutum angulum subtenden te latere fit quadratū, minus est eis quæ ex acutum angulū comprehendētibus lateribus fiunt quadratis: comprehenso bis sub vno eorum, quæ sunt circa acutum angulum in quod perpendicularis cadit, & sumpto intus sub perpendiculari ad acutum angulū.

ORONTIVS. ¶ Sit datum oxygonium, siue acutiangulum triangulum $a/b/c$, & datus in eo acutus angulus qui ad b . Ducatur itaq; in latus b/c , à puncto a , quod in eo non est, perpendicularis a/d : per duodecimam primi. Dico quadratum quod fit ex a/c , minus esse eis quæ ex a/b & b/c fiunt quadratis, comprehenso bis sub c/b & b/d rectangulo. Recta siquidem linea b/c , secta est vtcunq; in puncto d : quod igitur ex tota c/b & segmento b/d vtraq; quadrata, æqualia sunt comprehenso bis sub tota c/b & eodem segmento b/d rectangulo, & ei quod ex reliquo segmento d/c fit quadrato: per septimam huius secundi. Addatur ipsis æqualibus, comune quadratū quod fit ex a/d : quæ igitur ex c/b & b/d & d/a fiunt quadrata, æqualia sunt comprehenso bis sub c/b & b/d rectangulo, & eis quæ ex a/d & d/c fiunt quadratis, per secundam communem sententiā. Eis autem quæ ex b/d & d/a fiunt quadratis, æquum est id quod ex a/b describitur, per quadragesimam septimam primi: rectus

Sūmaria theorematis ostēdit.



c.iiij.



est enim angulus qui ad d . Igitur quadrata quæ fiunt ex a/b & b/c , æqualia sunt bis sumpto sub c/b & b/d rectangulo, & eis quæ ex a/d & d/c fiunt quadratis. Eisdem porro quæ ex a/d & d/c fiunt quadratis, æquū est rursum id quod ex a/c describitur, per eandem quadragesimam sextā primā primis: rectus est enim, qui sub $a/d/c$ angulus. Quæ igitur ex a/b & b/c utraq; quadrata, æqua sunt bis comprehenso sub c/b & b/d rectangulo, & ei quod ex a/c est quadrato. Superatur ergo id quod ex a/c fit quadratum, ab ijs quæ ex a/b & b/c fiunt quadratis, comprehenso bis sub c/b & b/d rectangulo. In oxygonijs itaq; vel acutiangulis triāgulis: & c. ut in theoremate. Quod ostendere fuerat operæpretium.

Corollarium.

¶ Hinc faciliè colligitur, huiuscemodi perpendicularem, in rectāgulis triangulis, necessariò coincidere super ipsius trianguli latus, hoc est, neq; intra, neq; extra triangulum: in amblygonijs verò extra, & in oxygonijs intra. Non potest enim in amblygonijs neq; in oxygonijs, cum ipso trianguli latere convenire: obtusus enim vel acutus angulus, foret æqualis recto, contra vndecimam & duodecimam diffinitionē primi. Similiter nec in amblygonijs intra, vel in oxygonijs extra potest incidere: tūc enim trianguli exterior angulus, minor esset interiore & ex opposito, contra decimam sextā ipsius primi. ¶ Nec te fugiat insuper, quòd hic de latere oxygonij proponitur triāguli: verum etiam habere, de quocunq; latere angulum acutum tam in rectangulis quàm amblygonijs triangulis subtendente.

Notandum.

T

Πρόβλημα β, Πρόβλημα ιδ.

Ω διορθῶν τὴν ὑποθέσιν καὶ ἵσως τετραγώνου εὐκλείδους.

Problema 2, Propositio 14.

D

Atto rectilineo, æquum quadratum constituere.

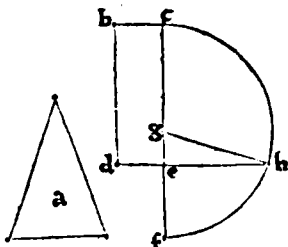
14

Vt constituenda figura.

ORONTIVS. ¶ Esto datum rectilineū a : cui oporteat æquale quadratum constituere. In primis ergo ipsi a rectilineo, æquale constituatur parallelogrammum rectangulum $b/c/d/e$: per quadragesimam quintam primi. Si igitur c/e & e/d latera fuerint adinuicem æqualia: constabit iam ipsius problematis intentio, erit enim $b/c/d/e$ parallelogrammum quadratum. At si latus c/e ipsi e/d non fuerit æquale, alterum eorum erit maius: esto maius c/e . Producat igitur c/e in rectum versus f , per secundum postulatū: deturque e/f , ipsi e/d æqualis, per tertiam primi.

Recta insuper c/f diuidatur bifariam in puncto g , per decimam eiusdem primi. Et centro g , intervallo autem g/c aut g/f , semicirculus describatur $c/h/f$ per tertium postulatū. Et per secundum postulatū, producat d/e in rectum vsque ad h : & connectatur g/h recta, per primum postulatū. His ita constructis, quoniam recta linea c/f secta est in æqualia in g & in non æqualia in puncto e : rectangulum igitur comprehensum sub c/e & e/f , vnà cum quadrato quod ex e/g , æquum est ei quod à dimidia g/f describitur quadrato, per quintam huius. Aequalis est autem g/f ipsi g/h , per decimam quintam diffinitionem primi: & ab æqualibus lineis rectis, æqualia describuntur quadrata, per corollarium quadragesimæ sextæ primi. Comprehensum igitur sub c/e & e/f rectangulum, vnà cum quadrato quod

ab e/g : æquum est ei quod ex g/h fit quadrato. Ei porro quod ex g/h fit quadrato,



Demōstratur problema.

æqualia sunt ea, quæ ex g/e & e/h describuntur, per quadragessimamseptimam
 primi: rectus est enim angulus qui ad e , per decimamtertiam, aut vigesimam-
 nonam ipsius primi. Comprehensum igitur sub c/e & e/f rectangulum, vnà
 cum eo quod ex g/e fit quadrato: æquum est ijs, quæ ab eadem g/e & ipsa
 e/h fiunt quadratis. Tollatur id quod ex g/e fit quadratum, vtrisque
 æqualibus commune. Reliquum igitur rectangulum sub c/e &
 e/f comprehensum, æquum erit descripto ex e/h quadra-
 to: per tertiam communem sententiam. Ipsi porrò
 sub c/e & e/f comprehenso rectangulo, æquum
 est $b/c/d/e$ parallelogrammum: ipsa enim
 e/f , data est æqualis e/d . Igitur b/c
 d/e parallelogrammo, æquum
 est id quod ex e/h fit qua-
 dratum, per primam
 communem sen-
 tentiam. Ei-
 dem rur-
 sum
 $b/c/d/e$
 parallelogram-
 mo, æquum est datū
 a rectilineum, per constru-
 ctionem. Per eandem itaque pri-
 mam communem sententiā,
 dato a rectilineo: æquū
 est id quod ex e/h
 fit quadra-
 tum.

Quod fuerat constituendum.

Secundi Libri Geometricorum Elementorum

F I N I S.





Orontij Finei Delphinatis, Re-

GII MATHEMATICARVM PROFESSO-
ris, In Tertium elementorum Euclidis, Demonstrationes.

ΕΥΚΛΕΙΔΟΥ ΣΤΟΙΧΕΙΟΝ ΤΡΙΤΟΝ.

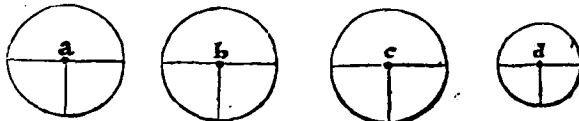
Iσοι κύκλοι ἐσίν, ὅν αὖ δὲ μέτροι ἐσὶν ἴσοι, ἢ ὅταν ἐκ τῆς κοίτης ἴσῃ ᾖσιν.
Diffinitiones.



Circulorū in
æquali con-
traria diffini-
tio.

Equales circuli: sunt quorū dimetiētes sunt æqua-
les, vel quorum quæ ex centris sunt æquales.

Quales tibi repræsentant subscripti a/ & b/ circuli. Hinc patet circulo-
rum non æqualium diffinitio. quorum enim dimetiētes, vel quæ ex
centris fuerint inæquales: & ipsi quoque inæquales erunt circuli. Ma-
ior autē erit,
cuius dimetiēns, vel quæ ex cen-
tro maior: minor verò, cuius di-
metiens, vel quæ ex centro minor
extiterit. veluti sunt c/ & d/ circuli:
li: quorum c, maior est ipso d.

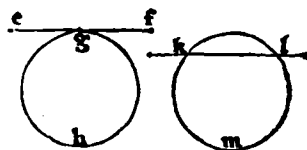


Ἐυθέα κύκλος ἐφάπτεσθαι λέγεται, ἥ τις ἀποτομὴ τῶ κύκλου καὶ ἐκκαλλομένη διὰ τὴν κοίτην.

Recta linea circulum tangere dicitur: quæ circulū tangens & eie-
cta, circulum non secat.

Quæ circulū
secat.

Hanc tibi repræsentat e/f, tangens circulum g/h, in puncto
quidem g. Quæ igitur cadit intra circulum: eiecta, circulum se-
care perhibetur. veluti recta k/l, quæ datum k/l m/circulum
intersecat.

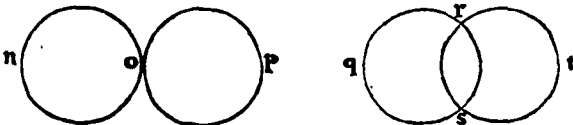


Ἐκύκλοι ἐφάπτεσθαι ἀλλήλων λέγονται, ὅταν τινες ἀπὸ τῶν ἀλλήλων, διὰ τὴν κοίτην ἐκκαλλομένην.

Circuli sese tangere adinuicem dicuntur: qui sese inuicem tangē-
tes, se non inuicem secant.

Circuli sese
intersecātes.

Quales esse videntur n/o/ & o/p/ circuli, in o/ puncto sese inuicem cōtingentes. Cū porro
vnius circumferentia, alterius in-
greditur circumferentiam: tunc hu-
iusmodi circuli, sese dicuntur in-
tersecare. Veluti circuli q/ r/ s, &
r/s/t, in punctis quidem r/ & s/ se
mutuo intersecātes.



Ἐν κύκλῳ ἴσος ἀπέχων τῆς κοίτης εὐθεῖαι λέγονται, ὅταν αὖ ἀπὸ τῆς κοίτης ἐπ' αὐτὰς κάθετοι ἀ-
γόμεναι ἴσῃ ᾖσιν. ἢ ἀπέχων λέγεται, ἐφ' ἣν ἡ μέτρον κάθετος πᾶσι.

In circulo æqualiter distare à centro rectæ lineæ dicuntur: cū à

¶ Τμήμα κύκλου, ὅστις ἐκ τοῦ ἀντιμέτρου σχῆμα, ἔστω ἐκείνου καὶ κύκλος ἀντιμέτρου.

A diagram of a semicircle. The center is marked with a dot and labeled 'b'. The endpoints of the diameter are labeled 'a' on the left and 'c' on the right.

A diagram showing a semicircle with its center labeled 'e' and its endpoints labeled 'd' and 'f'.

**Seçti, maior
minor.**

¶ Τιμίματ' ὁ δὲ γωνία ὕψι, ἢ ἀπορροχομένη ὑπὸ τε ἐνθεάσ', ὃ κύκλῳ ἀπορροχέσσ'.

Cuiusmodi est angulus $b/a/c$, antecedentis descriptionis: sub a/c recta, & a/b circumferentia comprehensus. aut $e/d/f$ angulus, qui sub recta d/f , & d/e circumferentia continetur. Quos quidem angulos mixtos vocitare solemus: id est, sub recta & curua linea comprehensos.

Anguli mixti

Οὐ τμήματα ἡ γυνὴ ἔστιν, ὅταν ᾖ ὑπὸ τῆς ἀποφύξεως τῶν τμήματων, ἀφ' ἧς συμπερικύβηται· ἀν-
 τὶς ὑπὸ τῆς ἐξουσίας τῆς ἐκείνης, ἥτις ἐστὶν ἡ ἐξουσία τῶν τμήματων, ὑπὸ τοῦ ἐκείνου ἐκείνου.
 γυνὴ ὡς τὸ ὅλον ὑπὸ τοῦ ἐκείνου ἐκείνου ἐκείνου.

A diagram of a triangle with vertices labeled 1, m, and 1. The base is a horizontal line segment between two vertices labeled 1. The top vertex is labeled m. A curved line segment connects the two base vertices, passing above the top vertex m.

Quemadmodum ex subiectę descriptionis angulis $g/h/k$, & $l/m/n$, deprehendere licet. A pũcto enim h , in fines ipsius rectę g, k (quę basis dicitur) rectę linę h/g & h/k coniunctę: angulum ipsum $g/h/k$ in data sectione, & ad punctum h constituũt. Idem censeto de $l/m/n$ alterius sectionis angulo.

Ποιάρ' ἂν ποδὶρέχσασαι τῷ
βενηκίνοισι ἡ γυνὴ.

8 Cùm verò comprehendentes angulum rectę lineę, aliquam fufci-
piunt circumferentiam: in illa angulus effe dicitur.

aliquam iulicā
 περὶ χειρῶν. hoc est consistere vel asse-
 disse dicunt, intelligit enim a basi an-
 tū qui ad punctū p/ in peripheriam
 runferentiā. In ipsa
 angulus esse dicitur. confondisse, hoc cū nō
 ad centrum conue- intollexerit Oronius,
 nio centro dicitur esse Angulus in cētro male inter-
 s/it ex cētro s/pro- tro, phara secutus
 Angulum in cētro
 nescio quem fugio,
 περὶ ἐνόμιον συνίκα

Veluti sunt $o/p/\& p/q/\text{lineæ rectæ}$, angulū quī ad punctū $p/$ comprehendentes, $\& o/p/q/\text{suscipiētes circumferentiā}$. In ipsa igitur circumferētiā $o/p/q/$, comprehensus angulus esse dicitur. Quodd si rectæ lineæ angulum constituētes, ad centrum conueniant circuli : comprehensus tūc angulus in centro dicitur esse circuli, veluti angulus $r/s/t$, sub rectis $r/s/\& s/t/\text{ex cētro } s/\text{prodeuntibus comprehensus}$.

Ἐπομένως ἡ κύκλος ὁρίσθεται πρὸς τὸν κέντρον αὐτῆς τῆς κύκλος σφαῖρας ἡ γωνία ὅτι περιεχόμενον σχῆμα
 ὥστε τῇ τῇ γωνίᾳ ὑπολειχσῶν εὐθεῶν, καὶ τῆς ἀπολαμβανόμενης ὅτι αὐτῶν περιφέρειᾶς.

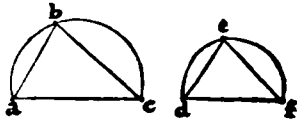
9 Sector autem circuli: est cū ad centrum circuli steterit angulus,

comprehensa figura sub angulum comprehendentibus rectis li-
neis, & assumpta sub eis circumferentia.

Cuiusmodi esse videtur figura $r/s/t$ /antecedentis descriptionis, sub rectis lineis r/s & s/t / angulum qui ad centrum s , constituentibus, & circumferentia r/t /comprehensa. Differt igitur sector à sectione circuli.

Ὅμοια τμήματα κύκλου ὅσι, πρὸ διεχόμενα γωνίαι ἴσαι, ἢ οὐ οἱ αὐτὴ γωνία ἴσαι ἀλλήλους ἔσιν.
 Similes sectiones circuli: sunt quæ angulos æquos suscipiunt, vel
 in quibus anguli sibi inuicem sunt æquales.

Vti subiectæ circuli sectiones a/b/c/ & d/e/f: in quibus anguli qui ad b/ & e, sunt inuicem æquales. Quauis itaq; circuli sectiones fuerint inæquales, possunt nihilominus esse similes. Nam similitudo sectionum respicit râtummodò susceptorû angulorum æqualitatē: nō autem datarum sectionum magnitudinem. quēadmodū angulorū magnitudo, non linearum angulos ipsos comprehendentium quātitatem: sed earundem linearum solam respicit inclinationem.



Τὸ πρόβλημα α, οὐδ' ἐπαύρει κύκλῳ καὶ τὸν ἐν ἑαυτῷ.

Πρόβλημα α,

Γρόθεις α.

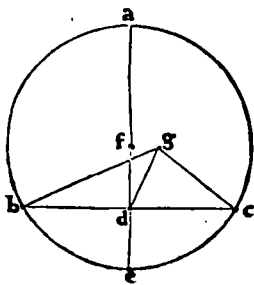
Problema I,

Propositio I.

Ati circuli, centrum inuenire.

DORONTIVS. ¶ Esto datus $a/b/c$ /circulus:cuius oporteat inuenire centrum. Ducatur in ipſo $a/b/c$ /circulo, recta quædam linea b/c : quæ bifariam ſecetur in d , per decimam primi. Et à puncto d , datæ rectæ lineæ b/c , ad angulos rectos excitetur d/a , per vndecimam eiufdem primi: producatũrque in rectum vſque ad e , per ſecundum poſtulatũ. Secetur tandem a/e / bifariam in puncto f , per ipſam decimam primi. Dico, q̃ f /punctũ, centrum eſt ipſius dati $a/b/c$ /circuli. Si enim non fuerit in a/e /linea recta, erit igitur extra eam. eſto (ſi poſſibile ſit) in g : & connectãtur g/b , g/d , & g/c /rectæ, per primum poſtulatũ. Et quoniam b/d , ipſi d/c /eſt æqualis, & vtriq; cõmunis d/g : binæ igitur b/d & d/g /triãguli $b/d/g$, duabus g/d & d/c /triãguli $g/d/c$, ſunt altera alteri æquales. Baſis quoq; b/g , baſi

Demōstratio ab impossibili



effert angulo $b/d/a$: totus videlicet suæ parti, contra nonā communē sententiā. Recta enim d/a cadit inter b/d & d/g : diuiditq; propterea angulum $b/d/g$. Non est igitur centrū $a/b/c$ circuli in g . Haud dissimiliter ostendemus, q̄ nec alibi q̄ in pūcto f . Igitur f /centrū est dati circuli $a/b/c$. Quod inueniendū fuerat.

Corollarium.

Θεώρημα α, Πρόθεσις β.
EΑν κύκλος ᾗ δι' τῆς περιφερείας ληφθῇ δύο τυχόντα σημεῖα, ἡ ὑπὸ τὰ αὐτὰ σημεῖα ὑπὲρ τοῦ κέντρου ἐκείνου αὐτὸς ἀπὸ τοῦ κέντρου τῷ κύκλῳ.

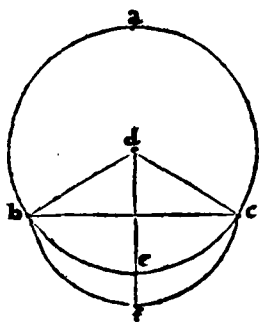
Theorema 1,

Propositio 2.

2 **S**I in circuli circumferentia duo fuerint puncta vtcunque contingentia : ad ea puncta applicata recta linea, intra ipsum circumulum cadit.

O R O N T I V S. ¶ Sit $a/b/c$ circulus in cuius circumferentia sint b/c & c/v tuncq; contingentia puncta. Aio qd conexa ex b in c recta linea, cadit intra circumulum $a/b/c$. Si enim non cadit intra: coincidit igitur in comprehensam circumferentiam, vel cadit extra circumulum. At qui recta ipsa, cum ipsius circuli circumferentia minimè potest conuenire: non differret enim rectum à curuo. Cadat igitur, si possibile sit, extra circumulum $a/b/c$. & inuento ipsius circuli centro d , per primam huius, susceptoq; puncto e in b/c circumferentia: connectantur d/b , d/e , & d/c rectæ lineæ, per primum postu-

Ostensio rursus
sum per im-
possibile.



latum: producatúrque per secundum postulatum, recta d/e in directum vsque ad f , hoc est, in eam quæ extra cadere concessa est. Erunt igitur d/b , d/e , & d/c , adinuicem æquales, per decimam quintam diffinitionem primi: & d/f insuper maior ipsa d/e , per nonam communem sententiã. Triangulum igitur erit $d/b/f$, atq; isosceles: quoniam d/b æqualis est ipsi d/c . Vnde per quintã primi, anguli $d/b/c$ & $d/c/b$, qui ad basin b/f erunt adinuicem æquales. Triangulũ insuper erit $d/b/f$, & ipsum b/f latus, productum in c . exterior igitur angulus $d/f/c$, maior erit in-

teriore & ex opposito $d/b/f$, per decimam sextam ipsius primi. Ipsi porro $d/b/f$ angulo, ostensus est æqualis $d/c/f$: & $d/f/c$ igitur angulus, ipso $d/c/f$ angulo maior erit: quæ enim sunt æqualia eiusdem sunt æquè minora, per septimæ cõmunis sententiæ conuersionem. In triangulo igitur $d/c/f$, angulus qui ad f , maior erit angulo qui ad c . Omnis porro trianguli maius latus, sub maiori angulo subtenditur, per decimam octauam eiusdem primi. maius igitur erit latus d/c , ipso d/f . Ipsi autem d/c , æqualis est d/e , uti nuper ostendimus. Et d/e igitur maior erit ipsa d/f , minor videlicet maiore, seu pars toto: quod per nonam communem sententiã est impossibile. Non cadit igitur conexa ex b in c recta, extra circumulum $a/b/c$, neq; in circumferentiam b/c : igitur intra. Quod ostendendum fuerat.

Θεώρημα β,

Πρόθεσις γ.

EΑν ὁ κύκλος ἐκείνος τὸς διὰ τῶ καὶ τῶς, ἐκείνου τινὰ μὴ διὰ τῶ καὶ τῶς διὰ τῶς τμήνη, καὶ πρὸς δεξιὰς αὐτῶν τμήνη: καὶ ἐκὰς πρὸς δεξιὰς αὐτῶν τμήνη, καὶ διὰ τῶ αὐτῶν τμήνη.

Theorema 2,

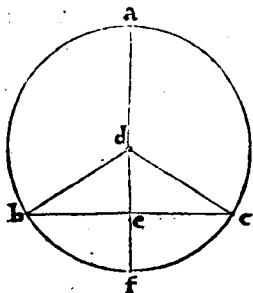
Propositio 3.

3 **S**I in circulo recta linea quædam per centrum extensa, quædam non per centrum extensam rectam lineam bifariam secuerit: & ad angulos rectos ipsam dispescet. Et si ad angulos rectos ipsam dispescat: bifariam quoq; ipsam secabit.

O R O N T I V S. ¶ Sit datus $a/b/c$ circulus, & illius centrum d : recta verò linea per idem centrum extensa sit a/f , quæ aliam quandam rectam lineam b/c non ductam per centrum, bifariam in primis secet, in puncto e . Aio quòd & ad rectos f/j .

eam simul dispecit angulos. Connectantur enim d/b & d/c rectæ, per primum postulatum. Cum igitur ex hypothesi recta b/e sit æqualis e/c , & e/d utriq; communis: binæ igitur b/e & e/d trianguli $b/e/d$, duabus d/e & e/c trianguli $d/e/c$ sunt æquales altera alteri. basis quoq; b/d , basi d/c est æqualis, per decimam quintam diffinitionem primi. Angulus ergo $b/e/d$, angulo $d/e/c$ sub æquis lateribus comprehenso, per octauam ipsius primi, est æqualis. Recta itaq; d/e consistens super rectâ b/c , efficit utrobq; angulos adinuicem æquales: ergo rectos, per decimam eiusdem primi diffinitionem. Rectus est igitur uterque angulorum qui sub $b/e/d$ & $d/e/c$.

Pars secunda
conuersa præcedentis.



¶ Secet rursum eadem a/f , datam ipsam b/c ad rectos angulos. Dico, qd & bifariam eandem versâ vice diuidet. Eadem nanque figuræ manente dispositione, quoniam uterq; angulorum qui circa e rectus est, per hypothesin: rectangula igitur sunt $b/e/d$ & $d/e/c$ triangula. quæ igitur ex b/e & e/d utraq; sũt quadrata, æqua sunt ei quod ex b/d : similiter & quæ ex d/e & e/c , ei quod fit ex d/c , per quadragesimam septimam primi. Quadrata porro quæ sũnt ex b/d & d/c , æqualia sũnt adinuicem, per quadragesimæ sextæ primi libri corollarium: recta enim b/d , ipsi d/c est æqualis, per decimam quintam ipsius primi diffinitionem. Quæ autem æqualibus æqualia sũnt: ea sũnt inuicem æqualia, per primam communem sententiam. Quæ igitur ex b/e & e/d sũnt quadrata, æqua sũnt eis, quæ ex d/e & e/c . Tollatur cõmune quadratum quod fit ex e/d : reliquum ergo quadratum quod ex b/e , reliquo quod fit ex e/c , per tertiam communem sententiam est æquale. Aequalia porro quadrata sũnt, quæ ab æqualibus rectis describuntur: per idem corollarium quadragesimæ sextæ primi libri. Aequalis est igitur b/e ipsi e/c . Itaq; si in circulo recta linea quædam: & quæ sequuntur reliqua. Quod demonstrare oportebat.

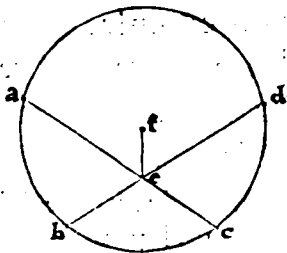
Εἰ οὖν κύκλος δύο ἐνθεῖαι τὴν ὁδὸν διήλκει, μὴ δὲ τὰ κέντρα οὖσαι, οὐ τμήσει ἀλλ' ὅλην διήκει.

Theorema 3, Propositio 4.

SI in circulo binæ rectæ lineæ sese inuicem secuerint non per 4
centrum extensæ: sese inuicem bifariam non secabunt.

ORONTIVS. ¶ Esto datus $a/b/c/d$ circulus: in quo binæ rectæ lineæ a/c & b/d , non per centrum extensæ, sese inuicē secant in puncto e . Aio qd altera alteram bifariam non secat in eodem puncto e . Inueniatur enim centrū dati circuli $a/b/c/d$, sitq; illud f , per primam huius: & connectatur e/f recta, per primum postulatum. Si igitur a/e ipsi e/c fuerit æqualis: recta e/f per centrum extensâ, eandem a/c nō ductam per centrum bifariam secabit, & ad rectos igitur angulos, per tertiam huius. Rectus erit itaq; $a/e/f$ angulus. Haud dissimiliter si b/e sit æqualis ipsi e/d : eadem e/f per centrumeducta, ipsam b/d non per centrum extensâ, bifariam & ad rectos quoq; secabit angulos, per eandem tertiam huius. Rectus erit igitur angulus $b/e/f$. Atqui rectum itidem fore monstrauiamus $a/e/f$ angulum: sũntq; recti omnes inuicē æquales, per quartum postulatū. Aequus erit igitur $b/e/f$ angulus, ipsi angulo $a/e/f$. Angulus porro $a/e/f$, est pars ipsius $b/e/f$ anguli: recta siquidem e/a , cadit inter b/e & e/f rectas, diuiditq; propterea ipsum angulum $b/e/f$. Totus itaq; $b/e/f$ angulus,

Demonstratio
ab impossibili



suæ parti a/e/f/erit æqualis: quod per nonā cōmunē sententiā est impossibile. Si in circulo igitur a/b/c/d/binæ rectæ lineæ a/c/& b/d, sese inuicē secuerint nō per centrum extēsæ: sese inuicē bifariā non secabunt. Quod ostendere fuerat operæpretiū.

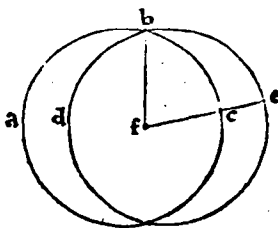
E ^{Θεώρημα δ,} ^{Πρόθεσις ε.}
 Ἀρ δύο κύκλοι τὴν μὲν αὐτὴν ἀλλήλων, οὐκ ἔσται αὐτῶν ὁ αὐτὸ κέντρον.

Theorema 4. Propositio 5.

SI bini circuli sese inuicem secuerint: non erit eorum idem centrum.

ORONTIVS. ¶ Bini enim circuli a/b/c/& d/b/e, sese inuicem secant in duobus punctis, quorum alterum sit b. Dico quod ipsorum circularū non est idem centrum. Si enim fuerit possibile, vt idem habeant centrum: esto illud f. & connectantur f/b/& f/c, per primum postulatū: extendaturq; per secundū postulatū, eadē

Ostensio rursum ab impossibili.



f/c in rectum vsq; ad e. Si igitur f punctum, fuerit centrū circuli a/b/c erit f/c ipsi f/b æqualis, per decimamquintam diffinitionem primi. Si idem quoque punctum f, centrum extiterit ipsius d/b/e/circuli: æqualis rursus erit f/e eidem f/b, per eandem decimamquintam diffinitionē. Binæ igitur f/c/& f/e, eidem f/b/erūt æquales: & æquales propterea adinuicē, per primā cōmunē sententiā. Aequalis igitur erit f/e/ipsi f/c, atqui f/c pars est ipsius

f/e: totū igitur esset æquale suæ parti. Omne porrō totū est sua parte maius, per nonam cōmunem sententiā: igitur punctum f, non est commune centrum datorum a/b/c/& d/b/e/circularū. Si bini itaq; circuli: & quæ sequūtur reliqua. Quod receperamus ostendendum.

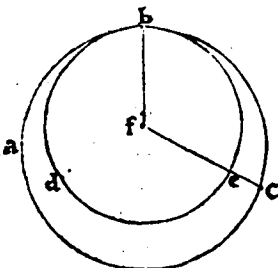
E ^{Θεώρημα ε,} ^{Πρόθεσις σ.}
 Ἀρ δύο κύκλοι ἐφ' ἑαυτῶν ἀλλήλων αὐτῶν, οὐκ ἔσται αὐτῶν ὁ αὐτὸ κέντρον.

Theorema 5. Propositio 6.

SI duo circuli se adinuicem tetigerint: eorum non est idem centrum.

ORONTIVS. ¶ De circulis potissimū intelligit Euclides, quorum vnus intra aliū collocatur. Tangāt igitur se bini circuli a/b/c/& d/b/e, in pūcto b. Dico rursum, quod ipsorum circularum non est idem commune centrum. Si id enim fuerit possibile: esto illud f. & connectantur f/b/& f/e, per primū postulatū: & per secundū postulatū extendatur in rectum f/e in punctum c. Si f igitur punctum, sit centrum a/b/c/circuli: æqualis erit f/e/ipsi f/b, per decimamquintam diffinitionem primi. Item si idem punctū f, centrum fuerit circuli d/b/e: æqualis rursus erit f/e/eidem f/b, per eadē decimamquintam ipsius primi diffinitionē. Binæ igitur f/c/& f/e, eidem f/b/erunt æquales: & propterea æquales adinuicem, per primam cōmunē sententiā. Ergo f/c, æqualis erit ipsi f/e. est autem f/e, pars ipsius f/c: tota igitur f/c, suæ parti f/e/ cōæquabitur. quod per nonam cōmunē sententiā non videtur esse possibile. Ergo punctum f, non est idem commune centrum eorundem cir-

Idem qui prius arguendi modus ab impossibili.



colorum a/b/c/& d/b/e, intus se adinuicem tangentium (nam de ijs qui se tangunt extra, per se fit manifestum) Si duo igitur circuli: & c. vt in theoremate. Quod oportuit ostendisse.

æqualis. ¶ Aio tandem, quòd ipsi g/c , ab eodem puncto g , alia quàm g/h /non cadet æqualis. Si enim id possibile fuerit: aut illa cadet supra punctum h , vel infra. Si ceciderit supra versus a : tunc ipsa erit propinquior ei quæ per centrum, utpote ipsi g/a ; ergo maior ipsa g/h /remotiore, per primam partem iam demonstratam: & maior consequenter ipsa g/c . Quòd si detur incidere infra punctum h , versus e : tunc ipsa linea, remotior erit ab eadem g/a /quæ per centrum. ergo minor ipsa g/h /propinquiore, per eandem præostensam primam partem: & minor igitur ipsa g/c . Similiter ostendemus, quòd nec ipsi g/h /alia quàm g/c /dabitur æqualis, ab eodem puncto g , & ad partes b/d . De cæteris quibuscunq; idem respondēter subsequetur. Igitur si in diametro circuli aliquod contingat punctū: & quæ sequuntur reliqua. Quod demonstrandum fuerat.

Tertia pars.

Θιώρημα ξ, Πρόθεσις η.

Εὰν κύκλος λαβῇ τι σημεῖον ἐν τῷ, ἀπὸ δὲ τῶ σημεῖου πρὸς τὸν κύκλον διζωσῶσιν εὐθεῖαι τινεῖς, ὧν μία μὲν διζῇ τῷ κοίτῳ, αἱ ἡ λοιπαὶ ὡς ἔτυχῃ, τῇ μὲν πρὸς τὴν κοίλῃν περιφέρειαν πρὸς τῷ πρὸς τὸν εὐθεῖαν, μέγιστη μὲν ἡ διζῇ τῷ κοίτῳ. τῶν δὲ ἄλλων, αἱ ἡ ἐγγιωρ τῆς διζῇ τῷ κοίτῳ, τῆς ἀπώτερων, μείζων ἢ αἱ πρὸς τὴν κυρτῇν περιφέρειαν πρὸς τῷ πρὸς τὸν εὐθεῖαν, ἐλαχίστη μὲν ἔστι ἡ μεταξὺ τῶν σημεῖου τῆς διζομένης. τῶν δὲ ἄλλων αἱ ἡ ἐγγιωρ τῇ ἐλαχίστης, τῆς ἀπώτερων ἔστι ἐλάττω. οὗτο ἡ μόνον εὐθεῖαι ἴσαι πρὸς τῷ πρὸς τὸν κύκλον ἐφ' ἑκάτερας τῆς ἐλαχίστης.

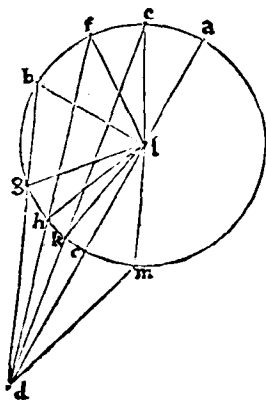
Theorema 7,

Propositio 8.

- 8 **S**I extra circumulum suscipiatur aliquod punctum, ab eoque puncto ad circumulum deducantur rectæ lineæ aliquæ, quarū quidem una per centrum extendatur, reliquæ verò vtrunque: In cōvexam circumferentiam cadentium rectarum linearum, maxima est, quæ per centrū ducta est: In curvam verò circumferentiam cadentium rectarum linearum, minima est, quæ inter punctum & dimetientē iacet. minimæ verò propinquior: semper remotiore minor est. Duæ autem tantū rectæ lineæ, ab eo puncto cadunt æquales, ad vtrasque partes minimæ.

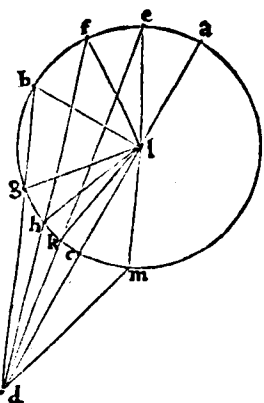
O R O N T I V S. ¶ Estto circulus $a/b/c$, datum vero punctum extra circumulum d : à quo in ipsum circumulum procidāt rectæ lineæ $d/a, d/e, d/f$, & d/b , curvam eiusdem circuli circumferentiam in punctis g, h, k, c , dispescētes: quarum d/a /per ipsius circuli centrum (quod sit l) extendatur. Dico primum, quòd in a/b /convexā circumferentiā

Prima pars theorematis.



cadētium rectarum linearum, maxima est d/a , per l /centrumeducta: & quæ illi vicinior d/e , remotiore d/f /maior, eademq; d/f /maior ipsa d/b . Connectantur enim $l/c, l/f$, & l/b /rectæ lineæ, per primum postulatū. Et quoniam æqualis est l/a /ipsi l/c , per decimam quintam diffinitionem primi, & vtriq; communis d/l : tota igitur d/a , ipsi d/l & l/c , per secundam communem sententiam est æqualis. Atqui d/l , & l/c /bina ipsius $d/l/c$ /trianguli latera, sunt maiora reliquo d/c , per vigesimam primi: & ipsa igitur d/a , maior est ipsa d/c . æqualia enim eiusdem sunt æquē maiora, per sextæ communis sententiæ cōversionem. Insuper, quoniam l/c /ipsi l/f , per eandem decimam quintam diffinitionem primi est æqualis, &

f.iii.



Pars secūda.

vtriq; cōmunis d/l : binæ igitur d/l & l/e triāguli $d/l/e$, duabus d/l & l/f triāguli $d/l/f$, sunt æquales altera alteri, per eandem secundam communem sententiam. Angulus porrò $d/l/e$, maior est ipso $d/l/f$ sub æquis lateribus cōprehensō: recta siquidē l/f , cadit inter d/l & l/e , diuiditq; propterea ipsum angulum $d/l/e$. Basis igitur d/e , basi d/f , maior est, per vigesimā quartā primi. Et proinde d/f maior est ipsa d/b . Igitur d/a maxima est: & d/e ipsa d/f , atq; d/f ipsa d/b maior. ¶ Dico præterea, q̄ incidentiū in curuā circumferentiā g/c , minima est d/c : & quæ ipsi d/c minimæ propinquior, semper remotiore minor, hoc est, d/k ipsa d/h , & d/h ipsa d/g . Connectantur enim l/g , l/h , & l/k rectæ, per primū postulatū. Et quoniā trian-

guli $d/k/l$, bina latera d/k & k/l , reliquo d/l , per vigesimā primi sunt maiora: tollantur l/c & k/l , quæ per decimā quintā ipsius primi diffinitionē sunt æquales. Reliqua igitur d/c , reliqua d/k , per quintam communem sententiam erit minor. Item, quoniam triāguli $d/h/l$, à limitibus lateris d/l , duæ rectæ lineæ d/k & k/l introrsum constituuntur: ipsæ igitur constitutæ, reliquis ipsius triāguli lateribus d/h & h/l , per vigesimā primam ipsius primi, sunt minores. Auferantur l/h & l/k , per ipsam decimā quintam diffinitionem primi, adinuicem æquales. Reliqua igitur d/k , reliqua d/h minor erit, per eandem quintam communē sententiam. Et d/h propterea minor erit ipsa d/g . Minima igitur est d/c : & quæ illi propinquior d/k minor ipsa d/h , eademq; d/h remotiore d/g itidem minor. ¶ Aio tandem, quod binæ tantum æquales, à puncto d , in circulum ipsum $a/b/c$ cadunt, ad vtrasque partes ipsius d/c minimæ: vtpote, ipsi d/h vna tantum æqualis, ad alterā partem ipsius d/c , versus m . Ad rectam enim d/l , atque ad datum in ea punctum l , dato angulo rectilineo $d/l/h$: æqualis angulus rectilineus constituatur $d/l/m$, per vigesimā tertiam primi. & connectatur d/m , per primum postulatū. Cū igitur l/h ipsi l/m sit æqualis, per decimā quintam ipsius primi diffinitionem, & vtriq; cōmunis d/l : binæ igitur d/l & l/h triāguli $d/l/h$, duabus d/l & l/m triāguli $d/l/m$, sunt æquales altera alteri: & æquos inuicem comprehendunt angulos, per constructionem. Basis igitur d/h basi d/m , per quartā primi est æqualis. Neq; ipsi d/h alia cadit æqualis, præter d/m , & diuerso. Aut enim caderet inter h & m puncta: tūcq; minor esset vtraq; & d/h & d/m , nempe vicinior ipsi d/c minimæ. vel caderet extra pūcta h & m versus a : & tūc remotior esset ab eadem minima, & propterea maior ipsa d/h vel d/m , per primam partē iam demonstratam. Idem quoq; ac non dissimili via licebit ostendere, de rectis in conuexam eiusdem circuli circumferētiā coincidentibus, ad vtrasque partes ipsius d/a maximæ. Non cadunt igitur ab eodē puncto d , in circulū ipsum $a/b/c$, plures duabus rectis lineis æquales, ad vtrasq; partes ipsius d/c minimæ, aut d/a maximæ. Si extra igitur circulum: & c, vt in theoremate. Quod tandem erat ostendendum.

Corollarium.

¶ Quæ igitur à pūcto extra circulū dato, in circulum ipsum cadunt rectæ lineæ, ab ipsa minima, vel maxima (quæ per centrū) æquæ distātes: æquales sunt adinuicem, & è diuerso, siue in conuexā, siue in curuā inciderint eiusdem circuli circumferētiā.

Θεώρημα κ,

Πρόβλημα ι θ.

Εἰ κύκλος ληφθῇ τι σημεῖον ὀπίσθεν ἢ πρὸς τὴν κυκλικήν περιφέρειαν πλάγως ἢ ὀρθῶς ἐπιβαλεῖται ἵσως, ὅ ληφθῇ σημεῖον, καὶ τὸν ἐκ τῆς κύκλου.

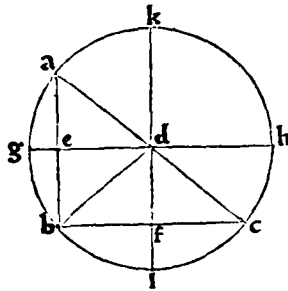
Theorema 8,

Propositio 9.

SI in circulo suscipiatur punctum aliquod, & ab eo puncto ad 9

circulum cadant plures quàm duæ rectæ lineæ æquales: susceptum punctum, centrum ipsius est circuli.

ORONTIVS. ¶ Sit intra circulum $a/b/c$ susceptum punctum d : à quo in eundem circulum cadant plures quàm duæ rectæ lineæ inuicē æquales, d/a , d/b , & d/c . Aio quòd punctum d , est centrum ipsius circuli $a/b/c$. Connectantur enim a/b & b/c rectæ, per primum postulatū: seceturq; bifariam a/b in puncto e , & b/c in puncto f , per decimam primi. connectantur rursus d/e & d/f , per idem primum postulatū: & per secundum postulatū, producantur in directum utrobique ad puncta quidem g , h & k , l . Cū igitur a/e sit æqualis e/b , & utrique communis e/d : binæ



igitur a/e & e/d trianguli $a/e/d$, duabus b/e & e/d trianguli $b/e/d$, sunt æquales altera alteri: basis quoq; d/a , basis d/b , per hypothesin est æqualis. Angulus igitur $a/e/d$, æquus est per octauam primi, angulo $b/e/d$: & proinde uterque rectus, per decimam ipsius primi diffinitionem. Recta igitur g/h , rectam a/b , bifariam & ad rectos angulos interfecat: in discescente itaq; g/h , erit centrum ipsius $a/b/c$ circuli, per corollarium primæ huius tertij. Haud dissimili via ostendetur, eiusdem circuli cētrum fore in

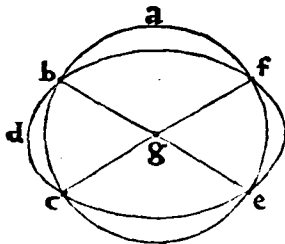
recta k/l . In vtraq; igitur g/h & k/l , est centrum dati circuli $a/b/c$: & in puncto propterea utriq; communi. Atqui nullum aliud punctum habent commune, præter ipsum d : punctum igitur d , centrū est ipsius $a/b/c$ circuli. Si ergo intra circulum suscipiatur punctū aliquod: & quæ sequuntur reliqua. Quod oportuit demonstrasse.

Κυκλος διὰ τῆς κέντρον καὶ πᾶσι τοῖς σημείοις ἢ δ' αὐτοῦ.

Theorema 9, Propositio 10.

10 **C**irculus, circulum in pluribus duobus punctis non secat.

ORONTIVS. ¶ Secet enim (si possibile sit) circulus $a/b/c$, circulum $d/e/f$, in pluribus duobus punctis, hoc est in punctis b , c , e , f . Et suscipiatur centrum ipsius circuli $a/b/c$, per primā huius, sitq; illud g : & cōnectantur g/b , g/c , g/e , & g/f rectæ, per primum postulatū. Cū igitur punctum g , sit centrum circuli $a/b/c$: erunt g/b , g/c , g/e , & g/f adinuicē æquales, per decimam quintam primi libri diffinitionem. Et quoniam b , c , e , f , sunt communes utriusque circuli sectiones, per hypothesin: erit punctum g , utcunq; susceptum intra circulum $d/e/f$. Ab ipso itaq; puncto g , in eundem circulum $d/e/f$, cadunt plures q̄ duæ rectæ lineæ inuicem æquales: utpote g/b , g/c , g/e , & g/f . Erit ergo punctum g , cētrum eiusdem circuli $d/e/f$, per antecedentē nonam propositionē. Atqui idem punctum g , centrum est ipsius $a/b/c$ circuli. Duorum itaque



circulorum $a/b/c$, & $d/e/f$, sese inuicem secantium, idem erit centrū: quod per quintam huius tertij, nō est possibile. Circulus ergo, circulum in pluribus duobus punctis non secat. Quod ostendere fuerat operæpretium.

Εὰν δύο κύκλοι ἐφάπῃωνται ἀλλήλων αὐτὸς, καὶ ληφθῇ αὐτῶν πᾶσι καὶ τὰ κέντρα, ἢ ἑὶ τὸ κέντρον αὐτῶν ἢ διὰ τὴν ἀντιμέτωπον ἐκείνου καὶ ἐκβαλλομένην, ἢ διὰ τὴν ἀντιμέτωπον πρὸς αὐτὸν τὸν κύκλον.

Theorema 10, Propositio 11.

11 **S**i bini orbes se introrsum adinuicem tetigerint, suscipiātúrq; f.iiiij.

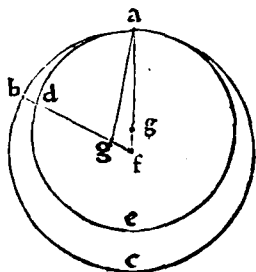
Hoc theorema aliter ostēdi potest: sed hæc est demonstratio potissimā.

Hæc rursus aliter potuisset ostēdi, sed hanc potiorē existimo demonstrationē.

eorum centra: ad eorum centra applicata recta linea & eiecta, in contactum circulorum cadit.

Demōstratio
ab impossibili

ORONTIVS. ¶ Duo enim circuli a/b/c/ & a/d/e/, se introrsum adinuicem tangent, in puncto quidem a: sitq; ipsius a/b/c/ circuli centrum f, ipsius verò a/d/e/ centrum g. Dico quòd ad centra f/g, applicata recta linea, & eiecta: cadit in contactum a. Si enim non ceciderit in punctum a: cadet igitur alibi. Cadat ergo (si possibile sit) ut eiecta versus g, in d/ & b/ puncta: & connectatur a/g/ recta, per primum postu-

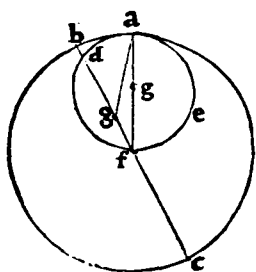


latum. Triangulum erit igitur a/g/f/ & duo propterea latera a/g/ & g/f/, erunt maiora reliquo a/f/, per vigesimam primi. Atqui ipsi a/f/, æqualis est f/b/ (vtraque enim à cetro f, in circumferentiam circuli a/b/c/) & a/g/ igitur & g/f/, maiores sunt eadem f/b/. Tollatur f/g/, vtrisque inæqualibus cõmunis: reliqua igitur a/g/, reliqua g/b/ maior erit, per quintam communem sententiam. Ipsi porrò a/g/, æqualis est g/d/ (vtraque enim à centro g, in circumferentiã ipsius a/d/e/ circuli) & g/d/ igitur maior erit ipsa g/b/. quæ enim sunt æqualia, eiusdẽ sunt æquẽ maiora: per sextæ cõmu-

Alia figurę di
spositio.

nis sententiæ conuerſionem. Ipsa porrò g/d/, pars est ipsius g/b/: pars igitur erit maior toto, contra nonam communem sententiã. Cadit igitur f/g/ eiecta, in contactũ a.

¶ Quòd si g/f/ connexa, & eiecta versus f, detur incidere veluti g/f/c/, & centrum f/ exterioris circuli a/b/c/ extra circulum interiorem a/d/e/ constituitur: idem nihilominus subsequetur inconueniens. Connexa enim & eiecta g/f/c/ recta, producat in directum versus g, ad d/ & b/ puncta, per primum postulatum. Erunt itaque rur-



sum a/g/ & g/f/, maiores ipsa f/a, per ipsam vigesimã primi libri propositionem. Eidem porrò f/a, æqualis est f/c/, per decimam quintam diffinitionem ipsius primi. Igitur a/g/ & g/f/, maiores sunt ipsa f/c/. Eidem rursum f/c/, æqualis est f/b/, per eandem decimã quintã primi libri diffinitionẽ. Et a/g/ igitur & g/f/, maiores sunt ipsa f/b/, per septimæ cõmunis sententiæ cõuerſionẽ. Auferatur f/g/ vtrisque inæqualibus cõmunis. Reliqua igitur a/g/, reliqua g/b/, per quintam cõmunem sententiam maior erit: & multò igitur

maior ipsa g/d/, quæ pars est ipsius g/b/. In circulo itaq; a/d/e/, quæ à centro g/ in circũferentiã prodeunt lineæ rectæ g/a/ & g/d/, non erũt inuicẽ æquales: contra decimã quintam diffinitionẽ primi. Cadit igitur f/g/ eiecta, in cõtactũ a. Ergo si bini orbes se introrsum: &c. vt in theoremate. Quod ostendendum fuerat.

Θεώρημα 11,

Πρόβλημα 12.

Εἰ δύο κύκλοι ἀπ' ἑαυτῶν ἐκτὸς ἐκαστοῦ ὑπὸ τῶν κέντρων αὐτῶν ὑπὸ ζωνυμίνῃ, δὲ τῆς ἐπαφῆς ἐλίνυσται.

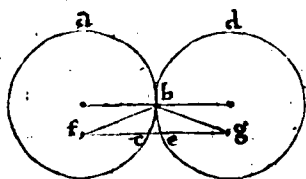
Theorema 11,

Propositio 12.

SI duo circuli sese adinuicem exterius tetigerint: ad centra eo-
rum applicata recta linea, per contactum transibit.

ORONTIVS. ¶ Tangat se exterius bini circuli a/b/c/ & d/b/e/, in pũcto quidẽ b: sitq; ipsius a/b/c/ circuli centrum f, & ipsius d/b/e/ centrum g. Aio quòd connexa f/g/ recta linea, trãsibit per contactum b. Si enim non transierit per punctum b, tranſcat (si possibile sit) per c/ & e/ puncta: & cõnectantur b/f/ & b/g/ rectæ lineæ, per

primum postulat. Et quoniam punctum f , centrum est circuli $a/b/c$: æqualis erit f/b /ipsi f/c , per decimam quintam diffinitionem primi. Rursum quoniam g /centrum est circuli $d/b/e$: æqualis erit per eandem decimam quintam primi diffinitionem g/b , ipsi g/e . Binæ igitur f/b & b/g , duabus f/c & e/g , per secundam communem sententiam erunt æquales. Tota porro f/g , ipsis f/c & e/g maior est (nempe c/e extra circulos incidente particula) Et tota igitur f/g , maior est eisdem f/b & b/g . In triangulo itaq; $f/b/g$, bina latera f/b & b/g , erunt minora reliquo f/g : sunt autē maiora, per vigesimam primi. quæ simul impossibilia sunt. Igitur à centro f ad centrum g adplicata recta linea f/g , transit per contactum b . Si duo igitur circuli: & quæ sequuntur reliqua. Quod demonstrare oportebat.

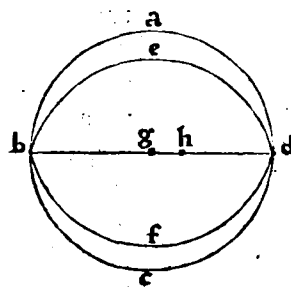


Idem qui prius ostendendi modus ab impossibili.

Κ Θ κύκλος οὐκ ἐφάπτεται πλεονεκα σημείων ἢ καὶ ἐν, ἐὰν τε οὐκ, ἐὰν τε ἐκτὸς ἐφάπτεται. *Theorema 12, Propositio 13.*

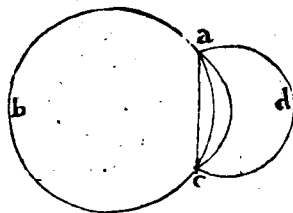
13 **C**irculus circulum non tangit in pluribus punctis vno: & si extra, & si intus tangat.

ORONTIVS. ¶ Tangat in primis circulus $a/b/c/d$, circulum $b/e/d/f$, introrsum (si fuerit possibile) in punctis b, d sitq; ipsius $a/b/c/d$ circuli centrum g , circuli autem $b/e/d/f$, centrum h . Adplicata igitur ex g in h recta linea, & eiccta: cadet in puncta contactum b, d , per vndecimam huius secundi libri. Et quoniam g /centrum est circuli $a/b/c/d$: erit g/b , ipsi g/d , per circuli diffinitionem æqualis. Tollatur g/h , ab ipsa g/d : eadem ergo g/b , reliqua h/d maior erit. Rursum quoniam h /centrum est circuli $b/e/d/f$: æqualis erit h/b , ipsi h/d , per eandem circuli diffinitionem. Tollatur rursum g/h , ab ipsa h/b : reliqua igitur g/b , minor erit ipsa h/d . Ostensum est



De circulis se se introrsum tangentibus.

autem, quod & multò maior: quod non est possibile. Non tangit igitur circulus $a/b/c/d$ circulum $b/e/d/f$ introrsum in pluribus punctis vno. ¶ Secet rursum circulus $a/b/c$, circulum $a/c/d$ exterius in punctis a & c (si id fuerit possibile) & connectatur recta a/c per primum postulat. Et quoniā in circumferentia circuli $a/b/c$, duo sunt accepta puncta a & c : adplicata igitur recta linea a/c , intra ipsum circulum cadet, per secundam huius: ergo extra circulum $a/d/c$. Rursum quoniā eadem a & c puncta in circumferentia ipsius $a/d/c$ circuli coassumpta sunt (vtpote vtrique circulo cōmunia) eadem igitur recta a/c , cadet intra circulum $a/d/c$, per eandem secundam huius: & extra igitur circulum $a/b/c$. Patuit autem, quod & intra ipsum $a/b/c$ circulum cadit eadem a/c , atque



extra ipsum $a/d/c$ circulum. Cadet igitur intra & extra vtrumq; datorum circulorum: quod est impossibile. Non tangit ergo circulus $a/b/c$ circulum $a/d/c$ exterius in pluribus punctis vno. Patuit, & nec introrsum. Quod ostēdere fuerat operæpretiū.

De circulis q se tangūt extra.

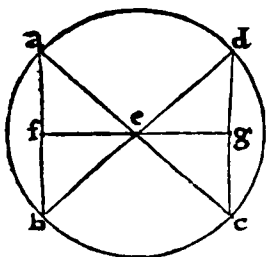
Ε Θ κύκλοι αἱ ἴσαι ἐυθεῖαι, ἴσων ἀπέχουσιν ἀπὸ τῶ καὶ τῶ: καὶ αἱ ἴσων ἀπέχουσαι ἀπὸ τῶ καὶ τῶ, ἴσαι ἀλλήλους εἰσίν. *Theorema 13, Propositio 14.*

14 **I**N circulo rectæ lineæ sunt æquales, quæ æqualiter distāt à cētro:

& si æqualiter distant à centro, æquales adinuicem sunt.

Pars prima
theorematis.

O R O N T I V S. ¶ Sint in circulo $a/b/c/d$, cuius cẽtrum e , binæ rectæ linæ $a/b/$ & $d/c/$ inuicem primũ æquales. Aio q & æqualiter distant à centro e . In rectas enim $a/b/$ & $d/c/$, à puncto e /quod in eis non est, perpendiculares deducantur $e/f/$ & $e/g/$, per duodecimã primi: & connectãtur rectæ linæ $e/a/$, $e/b/$, $e/c/$, & $e/d/$, per primũ postulatum, quæ per circuli diffinitionem erunt adinuicẽ æquales. Cũ igitur re-
cta quædam linæ $e/f/$ per centrumeducta, ipsam $a/b/$ rectam non per centrum ex-



tensam, ad rectos diuidat angulos: & bifariam quoq; il-
lam secat, per tertiam huius. Aequalis est igitur a/f , ipsi
 $f/b/$: & vtraq; propterea dimidium ipsius $a/b/$. Et proinde
 d/g , ipsi $g/c/$ est æqualis: & vtraque dimidium ipsius $d/c/$.
Atquia $a/b/$ per hypothesin, æqualis est ipsi $d/c/$, quæ autem
æqualium sunt dimidium, ea sunt inuicẽ æqualia, per se-
ptimã cõmunẽ sententiã: æqualis est igitur a/f , ipsi d/g ,
& $f/b/$ cõsequẽter ipsi $g/c/$. Et quoniã $a/b/$ æqualis est ipsi
 $d/c/$, & $e/a/$ ipsi $e/d/$: bina igitur latera $e/a/$ & $a/b/$ trianguli

$e/a/b$, duobus lateribus $e/d/$ & $d/c/$ trianguli $e/d/c$, sunt æqualia alterum alteri: basis
quoq; e/b , basi e/c , per circuli diffinitionẽ, æqualis. Angulus igitur qui ad a , angulo qui
ad d æqualis est: per octauã primi. Rursum quoniã æqualis est $e/a/$ ipsi $e/d/$, & $a/f/$
ipsi $d/g/$: bina ergo latera $e/a/$ & $a/f/$ trianguli $e/a/f$, duobus lateribus $e/d/$ & $d/g/$ trian-
guli $e/d/g$ sunt æqualia alterũ alteri: & qui sub æquis lateribus cõtinentur anguli, in-
uicẽ æquales. Basis igitur e/f , basi e/g , per quartã ipsius primi est æqualis. Quæ igitur
in a/b & $d/c/$ rectas, ex centro e deducuntur perpendiculares $e/f/$ & $e/g/$, æquales
sunt adinuicẽ: distãt ergo $a/b/$ & $d/c/$ rectæ æqualiter ab eodẽ cẽtro e /ipsius $a/b/c/d/$
circuli, per quartam huius diffinitionem. ¶ Esto autem e/f , ipsi e/g æqualis, hoc est,
distent $a/b/$ & $d/c/$ æqualiter ab eodem cẽtro e . Dico quod $a/b/$ æqualis est ipsi $d/c/$.
Eisdem namq; constructis: ostendemus veluti suprà, vtranq; $a/b/$ & $d/c/$ bifariã discin-
di ab ipsis $e/f/$ & $e/g/$ perpẽdicularibus: atque $a/f/$ æqualem fore ipsi $d/g/$, & $f/b/$ con-
sequenter ipsi $g/c/$ æqualem. Cũ igitur æqualis sit $e/a/$ ipsi $e/d/$, & $e/f/$ ipsi $e/g/$: bina
ergo latera $a/e/$ & $e/f/$ trianguli $a/e/f$, binis lateribus $d/e/$ & $e/g/$ trianguli $d/e/g$ sunt
alternatim æqualia: basis quoque a/f , basi $d/g/$ æqualis. Angulus igitur $a/e/f$, angulo
 $d/e/g$, per octauam primi est æqualis. Et proinde qui sub $b/e/f/$ angulus, ei qui sub
 $c/e/g/$ idem ostendetur æqualis. Totus itaq; $a/e/b/$ angulus, toti angulo $d/e/c/$, per
secundam communem sententiam est æqualis. Bina ergo triangula $a/e/b/$ & $d/e/c/$,
habent duo latera $a/e/$ & $e/b/$, duobus $d/e/$ & $e/c/$ æqualia alterum alteri (ex centro
enim in circunferẽtiam eiusdem circuli $a/b/c/d/$) & qui sub eisdem æqualibus rectis
lineis continentur anguli, inuicẽ æquales. Basis igitur a/b , basi $d/c/$, per quartã ipsius
primi est æqualis. In circulo itaq; rectæ linæ sunt æquales, quæ æqualiter distãt
à centro: & si æqualiter distant à centro, æquales adinuicem sunt. Quod recepera-
mus ostendendum.

Secunda pars
cõuersa præ-
cedentis.

Θεωρημα 14, Προpositio 15.

EN κύκλῳ μέγιστη μὲν ὅστις ἡ διμέτρει· τὴν δὲ ἄλλων ἅτ' ἢ ἑγγύον τῷ κέντρῳ, τὴς ἀπὸ τοῦ
ἐξ ὅς μείζων ὅστις.

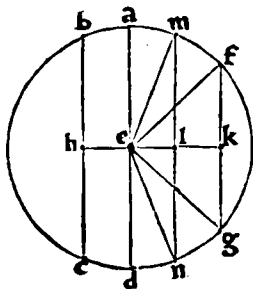
Theorema 14,

Propositio 15.

IN circulo, maximus quidem est dimetiens: aliarum autem sem- 15
per propinquior centro, remotiore maior.

O R O N T I V S. ¶ Sit in circulo $a/b/c/d$, cuius centrum e , dimetiens $a/d/$ & ipsi

centro vicinior b/c , remotior autem f/g . Aio quòd a/d quæ per centrũ, maxima est: b/c verò maior ipsa f/g . A centro enim e , in easdem rectas b/c & f/g , perpendicularæ deducantur e/h & e/k : per duodecimam primi. Maior erit itaq; perpendicularis e/k , ipsa e/l : per quintam huius diffinitionem. Secetur itaque à maiori e/k , ipsi e/h minori æqualis, per tertiam primi: sitq; e/l . & per datum punctum l , data rectæ lineæ f/g , parallela ducatur m/n : per trigessimam primam primi. cadet igitur e/l ad perpendicularum super m/n : per corollarium vigesimæ nonæ ipsius primi. Et quoniã e/h est æqualis ipsi e/l : distant igitur b/c & m/n æqualiter à cẽtro e , per quartam huius tertij diffinitionem: sũntq; per decimam quartam ipsius tertij, inuicem æquales. Cõnectantur demum, per primum postulatu, e/f , e/g , e/m , & e/n : quæ per circuli diffinitionem, æquales sunt ad inuicem. Cũ igitur e/a ipsi e/m , & e/d ipsi e/n , per circuli diffinitionem sit æqualis: tota a/d , binis m/e & e/n , per se-



cundam communem sententiã æquabitur. Binæ porrò m/e & e/n trianguli $m/e/n$, sunt maiores reliqua m/n , per vigesimã primi. & a/d igitur, maior est eadem m/n : & ipsa consequenter b/c maior, per conuersam sextæ atq; septimæ communis sententiæ interpretationem. Rursum quoniam æqualis est e/m ipsi e/f , & e/n ipsi e/g : bina igitur latera m/e & e/n trianguli $m/e/n$, binis lateribus f/e & e/g trianguli $f/e/g$, sunt æqualia alterum alteri: & qui sub $m/e/n$ angulus, eo qui sub $f/e/g$ maior (rectæ siquidem e/f & e/g , coincidunt inter e/m & e/n , ipsum angulũ $m/e/n$ diuidentes) basis igitur m/n , per vigesimam quartã primi, basi f/g maior est. Ipsi porrò m/n æqualis est b/c . & b/c igitur est eadem f/g maior: quæ enim sunt æqualia, eiusdem sunt æquẽ maiora. ostensum est autem, quòd & a/d , ipsa b/c maior est. Dimetiens itaq; a/d , est omnium maxima: & b/c centro vicinior, ipsa f/g remotiore maior. Quod oportuit ostendisse.

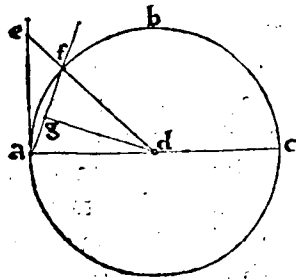
Demõstratur
theoremata.

H ^{Θεώρημα 15, Πρόθεσις 15.} πῇ δὲ μὲν τῇ κύκλου πρὸς ὁρθὰς ἀπ' ἀκροῦ ἀγομένη, ἐκτὸς πρὸς τῇ κύκλου, καὶ ἂν τὸν μὲν τὸν τόπον τῆς εὐθείας κ' τῆς περιφερείας, ἵτις εὐθεῖα δι' ἡμικυκλίου. κ' ἂν μὲν τῇ ἡμικυκλίου γωνία, ἀπὸ τῆς ὁρθῆς γωνίας εὐθυγράμμου μέρους ὅστις ἂν λοιπὸν, ἰσάμεν.

Theorema 15, Propositio 16.

16 **Q**Uæ à diametri circuli extremitate ad angulos rectos ducitur, extra ipsum circulum cadit: & in locum inter ipsam rectam lineam & circumferentiam, altera recta linea nõ cadet. & semicirculi angulus, omni angulo acuto rectilineo maior est: reliquus autem, minor.

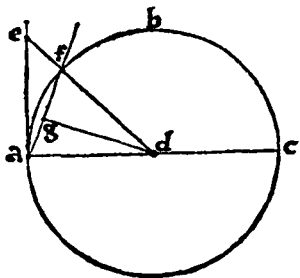
O R O N T I V S. ¶ Esto circulus $a/b/c$, & illius centrum d , dimetiens verò a/e : & ab a dimetientis extremitate, ad angulos rectos excutetur a/e , per vndecimã primi. Dico primũ, quòd a/e recta extra ipsum cadit circulum. Suscipiatur enim in ipsa e/a , contingens aliquod punctum: sitq; illud e . & connectatur e/d , per primum postulatum. Triangulũ erit igitur $e/a/d$. omnis porrò trianguli tres interiores anguli, binis rectis sunt æquales: per trigessimam secundam primi. rectus est autem qui ad a , per constructionem. Reliqui igitur qui ad e & d sunt anguli, vni recto sunt æquales: & eorum



Prima pars
theorematis.

propterea quilibet, ipso qui ad a /recto minor. In triangulo autem maior angulus, sub maiori latere subtenditur, per decimamnonam primi: maior est igitur d/c , ipsa a/d , quæ est ipsius dati circuli semidiameter. Egreditur ergo d/c , circumferentiam ipsius $a/b/c$ circuli: caditq; punctum e /extra eundem circumulum $a/b/c$. Haud dissimilis erit, cæterorum punctorum ipsius a/e /demonstratio. Cadit ergo tota a/e , extra datum circumulum $a/b/c$. ¶ Aio rursum, quod inter rectam a/c , & circumferentiam a/b ,

Pars secunda



nō cadit altera recta linea. Si enim id fuerit possibile: esto a/f & ad datam rectam lineam a/d , ad datumq; in ea punctum d , dato angulo rectilineo $e/a/f$, æqualis angulus rectilineus constituitur $a/d/g$; per vigesimamtertiam primi. Vterq; igitur $a/d/g$, & $g/a/d$, pars erit ipsius $e/a/d$: & recto propterea minor. In rectas itaq; a/f & d/g , recta incidit a/d , efficiens interiores & in eadem parte angulos binis rectis minores: ipsæ igitur a/f & d/g , in infinitum productæ, tandem concurrent, per quintum postulatum,

cōueniāt ergo ad punctū g . Triangulū est itaq; $a/g/d$: cuius tres interiores anguli binis rectis, per eandē trigessimāsecundā primi, sunt æquales. & qui sub $g/a/d$ & $a/d/g$ anguli, vni recto, hoc est, ipsi $e/a/d$ cōquantur (datus est enim $a/d/g$, æqualis ipsi $e/a/f$) Reliquus igitur $a/g/d$, rectus est: & maior propterea utroq; & $g/a/d$ & $a/d/g$. Vnde rursum a/d semidiameter, maior est ipsa d/g , per eandem decimamnonam primi. Cadit igitur punctum g , intra circumulum $a/b/c$: ergo & a/f recta (in qua punctū g) circumulum ipsum intersecat, utpote in f . Non cadit itaq; a/f recta, inter rectam a/e , & circumferentiā a/b . ¶ Dico tandem, q̄ angulus $b/a/d$ ipsius $a/b/c$ semicirculi, omni acuto & rectilineo angulo maior est: reliquus autem (utpote, $b/a/e$) minor. Cum enim angulus $e/a/d$ sit rectus, & diuisus à sola circumferentiā a/b , inter quam & rectam a/e non cadit altera recta linea (vti nunc ostensum est) non potest ipse angulus $b/a/e$ bipartiri: & proinde non minuetur neq; augebitur consequēter ipse $b/a/d$. Igitur angulus $b/a/d$, sub a/b circumferentiā, & a/d recta comprehensus, omni acuto rectilineo maior est angulo: $b/a/e$ verò, qui sub eadem circumferentiā, & a/e recta continetur (quem angulum contingētiam nominare consueuimus) omni itidem acuto & rectilineo angulo minor est. Quæ omnia fuere demonstranda.

Tertia pars
de angulo cō
tingentiæ.

Corollarium.

¶ Quæ igitur ab extremitate dimetientis dati circuli, ad rectos ducitur angulos, ipsum circumulum tangit, idq; in vno tantummodo puncto: ad duo enim puncta adplicata recta linea, per secundam huius tertij, cadit intra datum circumulum.

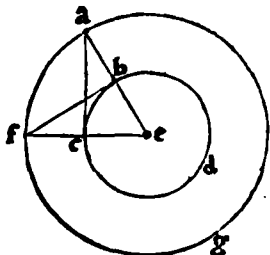
A $\rho\delta\ \sigma\theta\alpha\upsilon\tau\ \sigma\eta\mu\alpha\iota\varsigma,\ \tau\acute{\omicron}\ \sigma\theta\alpha\upsilon\tau\ \kappa\upsilon\kappa\lambda\varsigma\ \iota\phi\alpha\epsilon\tau\tau\omicron\mu\acute{\omicron}\lambda\omega\ \iota\upsilon\theta\epsilon\alpha\upsilon\tau\ \chi\eta\alpha\mu\mu\eta\tau\ \acute{\alpha}\gamma\alpha\chi\epsilon\iota\tau\epsilon\upsilon\iota.$

Problema 2,

Propositio 17.

Constructio si
gura.

A Dato puncto, dato circulo, contingentē rectā lineam ducere: 17
ORONTIVS. ¶ Sit a /punctum datū: à quo oporteat in datum circumulum $b/c/d$ contingentem rectam lineam ducere. Inueniatur ipsius $b/c/d$ circuli centrū, per primam huius tertij: sitq; illud e / & connectatur a/e recta, per primum postulatū: quæ cum ab interiore puncto e , ad exterius punctum a /deducatur, secabit $b/c/d$ circumferentiā. secet igitur in puncto b . & centro e , interuallo autem e/a , circumulus describatur $a/f/g$, per tertium postulatū. Postmodum à puncto b , datæ rectæ lineæ a/e , ad rectos angulos excitetur b/f : per vndecimam primi. & connectatur e/f , per primum postulatū: quæ eandem circumferentiā $b/c/d$, secet rursum in



puncto c. Connectatur demum a/c, per idem primum postulatum. Dico quod a/c, contingit circulum b/c/d. Cum enim per circuli definitionem, æqualis sit a/e ipsi e/f, & b/e ipsi e/c: erunt bina latera a/e & e/c trianguli a/e/c, æqualia duobus f/e & e/b trianguli f/e/b: & communē comprehendunt angulum qui ad e. Basis igitur a/c basi f/b, & triangulum a/e/c triangulo f/e/b, & reliqui anguli reliquis angulis (sub quibus æqualia subtenduntur latera) per quartam primi cœquantur. æqualis est igitur angulus a/c/e, an-

Demonstratio

gulo e/b/f. Angulus porro e/b/f rectus est igitur & qui sub a/c/e rectus. Et quoniam e/c semidiameter est ipsius b/c/d circuli, & ab illius dimetientis extremitate c, eadem a/c ad rectos excitata est angulos: ipsa ergo a/c tangit circulum b/c/d, per corollarium decimæ sextæ huius tertij. Igitur à dato puncto a, dato b/c/d circulo, contingentem rectam lineam duximus. Quod facere oportebat.

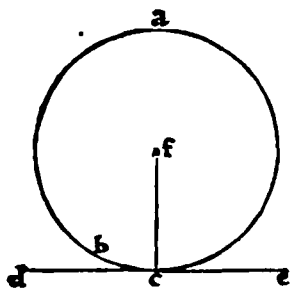
E ^{Θεώρημα 15, Πρόβλημα 11.}
 Ἀρ κύκλος ἐφάπτεται τῆς εὐθείας, ἀπὸ τῆς κοίτης ὑπὸ τῷ ἀφῆρ ὑπὸ τῷ χθῆ τῆς εὐθείας: ἡ ὑπὸ τῷ χθῆ, καθεύουσα ἴσται ὑπὸ τῷ ἀφῆρ μὲν.

Theorema 16, Propositio 18.

18 **S**I circulum tetigerit aliqua recta linea, à centro autē in contactum coniuncta fuerit aliqua recta linea: coniuncta, perpendicularis erit in contingente.

O R O N T I V S. ¶ Sit datus circulus a/b/c, quem tangat recta linea d/e, in puncto quidem c: sitq; centrum ipsius circuli f, & connectatur f/c recta, per primum postulatum. Dico quod f/c, perpendicularis est ipsi d/e. Si enim f/c, non fuerit perpendicularis ipsi d/e: erūt d/c/f & f/c/e anguli, per decimæ definitionis primi libri con-

Hæc aliter ostendi potest, sed hic demonstrandi modus præstat.



uersionem, inæquales, alter quidem recto maior, alter vero minor. Est maior (si fuerit possibile) & obtusus f/c/e: erit itaq; d/c/f acutus. Et quoniam recta d/e, tangit circulum a/b/c, per hypotesin: ipsum igitur non secat circulum. Cadit itaq; circumferentia b/c, inter d/c & c/f lineas rectas: & proinde acutus & rectilineus angulus d/c/f, maior erit angulo semicirculi b/c/f, ex circumferentia b/c & recta c/f comprehenso. Dabitur itaque rectilineus & acutus angulus, maior angulo semicirculi: contra decimam sextam

huius tertij propositionē. Angulus ergo d/c/f, non est recto minor: similiter ostendetur, quod nec recto maior. est igitur rectus: & qui sub f/c/e continetur angulus, itidem rectus. & proinde recta f/c, in ipsam d/e perpendicularis est, per decimam primi definitionē. Si circulum itaq; tetigerit aliqua recta linea: &c. ut in theoremate. Quod demonstrandum fuerat.

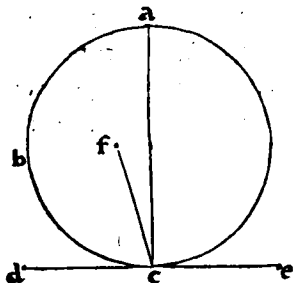
E ^{Θεώρημα 17, Πρόβλημα 10.}
 Ἀρ κύκλος ἐφάπτεται τῆς εὐθείας, ἀπὸ τοῦ ἀφῆρ τῆς ἐφαπτομένης πρὸς ὁρθὰς γωνίας εὐθείας γραμμὴ ἀχθῆ, ὑπὸ τῆς ἀχθείας ἴσται τὸ κατὰ τὸν τῷ κύκλῳ.

Theorema 17, Propositio 19.

19 **S**I circulum tetigerit aliqua recta linea, à contactu autē ipsi tangenti ad angulos rectos recta linea quædam excitetur: in excitata erit centrum circuli.

Demōstratio
ab impossibili

ORONTIVS. ¶ Est circulus $a/b/c$: quem rursus tangat recta d/e , in puncto c : & à dato pūcto c : datæ rectæ lineæ d/e , ad rectos excitetur angulos c/a : per vndecimam primi. Dico φ in c/a , est centrum ipsius dati circuli $a/b/c$. Si enim non fuerit in recta c/a : erit alicubi. Est (si possibile sit) in puncto f : & connectatur f/c : recta, per primum postulatū. Et quoniam recta quædam linea d/e , tangit per hypothesin circulum $a/b/c$, à centro autē f , in contactum c , coniuncta erit f/c : recta linea: coniuncta igitur f/c , perpendicularis erit in contingente d/e , per antecedentem decimam octauam huius tertij propositionem. Rectus erit igitur vterque angulorum



$d/c/f$, & $f/c/e$. Atqui per constructionem, angulus $d/c/a$ rectus est: suntq; recti omnes inuicem æquales, per quartum postulatū. Aequus erit igitur angulus $d/c/a$, ipsi angulo $d/c/f$. Est autem $d/c/f$, pars ipsius anguli $d/c/a$: recta siquidem f/c , cadit intra circulum, ac inter d/c & c/a rectas, diuiditq; propterea ipsum angulum $d/c/a$. Totus igitur angulus $d/c/a$, suæ parti $d/c/f$, æquabitur: quod per nonam communem sententiā est impossibile. Centrum itaque circuli $a/b/c$, non est in puncto f . haud dissimiliter ostendemus, φ nec alibi: præter q̄ in a/c . Si circulū ergo

tetigerit aliqua recta linea: & quæ sequuntur reliqua. Quod oportuit demonstrasse.

Θεώρημα 18, Πρόβλημα 20.

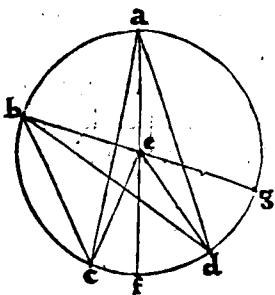
ΕΝ κύκλῳ ἡ πρὸς τῷ κέντρῳ γωνία, διπλασίου ὅστις πρὸς τῇ περιφέρειᾳ, ὅταν τὴν αὐτὴν περιφέρειαν βάσιμ' ἔχωσιν αἱ γωνίαι.

Theorema 18, Propositio 20.

IN circulo angulus qui ad centrū, duplus est eius qui ad circumferentiam: quando anguli eandem circūferentiam habuerint.

Quādo angulus qui ad circumferentiam includit centrum.

ORONTIVS. ¶ Sit $a/b/c/d$ circulus: ad cuius centrum e , sit angulus $c/e/d$, ad circumferentiam autem $c/a/d$, & vtriusq; basis eadē circumferentia c/d . Aio quòd angulus $c/e/d$, ipsius anguli $c/a/d$ duplus est. Connectatur enim a/e , per primū postulatū: & per secundum postulatū, directè producat in f . Cum igitur per circuli diffinitionem, a/e sit æqualis e/c : æquus est angulus $e/a/c$, ipsi angulo $e/c/a$, per quintā primi. Anguli itaq; $e/a/c$ & $e/c/a$ simul sumpti, alterutrius eorū dupli sunt: vtpote ipsius $e/a/c$. Exterior porrò angulus $c/e/f$, binis interioribus & ex opposito



Quādo idem angulus qui ad circumferentiā nō capit centrum circuli.

$e/a/c$ & $e/c/a$, per trigessimam secundam primi est æqualis. quæ autem sunt æqualia, eiusdem duplicia sunt: per conuersam sextæ communis sententiæ. duplus est igitur $c/e/f$ angulus, ipsius $e/a/c$. Et proinde angulus $f/e/d$ ipsius $e/a/d$ anguli duplus est. Totus itaq; angulus $c/e/d$, totius anguli $c/a/d$ consequenter est duplus. Si enim æquè multiplicibus, addātur æquè multiplicia: æquè itidem multiplicia resultabunt. ¶ Quòd si angulus qui ad circumferentiam, fuerit extra centrum ipsius circuli, veluti $c/b/d$: idem nihilominus subsequetur. connexa enim recta b/e , per primum postulatū, & directè producta in

g : per secundum: concludemus veluti suprā, ex eadem quinta & trigessimam secundam primi, angulum $c/e/g$, duplum fore ipsius anguli $c/b/e$. quorum $d/e/g$ pars ipsius anguli $c/e/g$, duplus rursus est partis ipsius $c/b/e$, vtpote anguli $e/b/d$: reliquus igitur angulus $c/e/d$ qui ad centrum, duplus itidem est reliqui $c/b/d$ qui ad circumferentiam dati constituitur circuli. In circulo itaq; angulus qui ad centrum, duplus

est eius qui ad circumferentiam: quando ipsi anguli communem basin eandem circumferentiam habuerint. Quod fuerat ostendendum.

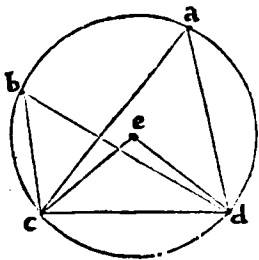
E^{Θεώρημα ιθ,} ^{Πρόβησις κα.} ^{Ν κύκλος αεί ω τῷ αὐτῷ τμήματι γωνία, ἴσθαι ἀλλήλους ἔσθιν.}

Theorema 19, Propositio 21.

21 **I**N circulo qui in eodem segmento sunt anguli: sibi inuicem sunt æquales.

ORONTIVS. ¶ Sint primum in segmento semicirculo maiori $c/a/d$ / dati $a/b/c/d$ /circuli: anguli $c/a/d$ & $d/b/c$. Dico eosdē angulos $c/a/d$ & $d/b/c$, fore adinuicem æquales. Inueniatur enim cētrum ipsius $a/b/c/d$ /circuli, per primam huius tertij, sitq; illud e : & connectantur c/e & e/d , per primum postulatū. Cū igitur

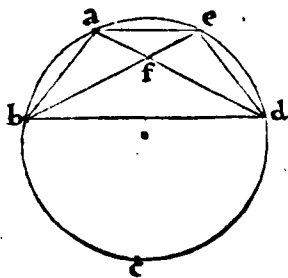
De segmento semicirculo maiori.



angulus $c/e/d$ ad cētrum existat circuli, $c/a/d$ verō angulus ad circumferentiam, habeantq; basin communem eandem circumferentiam c/d : angulus propterea $c/e/d$, duplus est, per antecedētem vigesimam propositionem anguli $c/a/d$. Angulus itaque $c/a/d$, dimidius est ipsius anguli $c/e/d$. Et proinde præfatus angulus $c/e/d$, duplus est ipsius anguli $d/b/c$ atq; idem angulus $d/b/c$, eiusdem $c/e/d$ anguli dimidius. Quæ autem eiusdem sunt dimidium, ea sunt adinuicem æqualia: per septimam communem sententiā. Aequus est igitur angulus $c/a/d$, angulo

$d/b/c$. ¶ Sint rursum in segmento $b/a/d$ /semicirculo minori, ipsius $a/b/c/d$ /circuli, $b/a/d$ & $d/e/b$ / anguli. Hos dico fore similiter æquales. Connectatur enim recta a/e , per primum postulatū: sitq; ipsarum a/d & b/e /sectio f . Erit igitur $a/c/e$, segmentum maius: & qui in eodem segmento maiori sunt anguli $a/b/e$ & $e/d/a$, per

De segmento semicirculo minori.



primam partem iam demonstratam, adinuicem æquales. Et quoniam trianguli $a/b/f$, interiores & qui ex opposito sunt anguli $a/b/f$ & $f/a/b$, extrinseco $b/f/d$ coæquantur angulo: necnon & duo anguli $e/d/f$ & $f/e/d$ ipsius $e/f/d$ trianguli, eidē extrinseco $b/f/d$ sunt itidē æquales, per trigesimāsecūdā primi. duo igitur anguli $a/b/f$ & $f/a/b$, duobus angulis $e/d/f$ & $f/e/d$, sunt per primā communem sententiā æquales. A quibus si demantur æquales anguli $a/b/f$ & $e/d/f$, reliquus $b/a/f$, reliquo $d/e/f$, hoc est, $b/a/d$ / ipsi $d/e/b$, per tertiam communem sententiā

erit æqualis. Idem quoque demonstrare licebit in semicirculo. In circulo igitur, qui in eodem segmento sunt anguli, sibi inuicem sunt æquales. Quod receperamus ostendendum.

T^{Θεώρημα κ,} ^{Πρόβησις κβ.} ^{Ωμ ω τῷς κύκλοις τετραπλευρω αεί ἀποαντίου γωνία, δυσὶν ὁρθαῖς ἴσθαι ἔσθιν.}

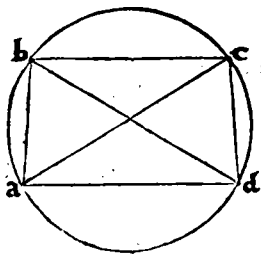
Theorema 20, Propositio 22.

22 **I**N circulis quadrilaterorum existentium anguli, qui ex opposito: duobus rectis sunt æquales.

ORONTIVS. ¶ Sit in $a/b/c/d$ /circulo, quadrilaterum $a/b/c/d$: dico angulos qui ad a & c , similiter qui ad b & d /ex opposito cōstituūtur, duobus rectis coæquare. Connectantur enim a/c & b/d /rectæ, per primum postulatū. Triangulum est igitur $a/b/c$. Et quoniam angulo $b/a/c$, æquus est angulus $c/d/b$, per antecedentem

g. ij.

vigesimā primā huius tertij: sunt enim in eodem segmēto $b/a/d/c$. Angulo rursum $a/c/b$, æqualis est angulus $b/d/a$, per eandem vigesimā primā huius tertij: in eodē nanq; segmēto consistunt $a/d/c/b$. Totus igitur qui sub $a/d/c$ cōtinetur angulus, binis angulis $b/a/c$ & $a/c/b$ (nempe suis partib⁹ integralibus) cōæquatur. Adijciatur vtriusq; æqualibus, cōmunis angulus $a/b/c$. duo igitur anguli $a/b/c$ & $c/d/a$,



tribus angulis $b/a/c$, $a/c/b$, & $c/b/a$, ipsius $a/b/c$ trianguli, sunt per secundam communem sententiam æquales. Eisdem porrò tribus angulis eiusdē $a/b/c$ trianguli, duo recti sunt æquales anguli: omnis siquidem triāguli, tres interiores anguli binis sunt rectis æquales, per trigesimā secundā primi. Qui igitur ex opposito sunt anguli $a/b/c$, & $c/d/a$, per primam communem sentētiā, sunt æquales duobus rectis. Nec dissimiliter ostēdemus, quod anguli $b/a/d$ & $d/c/b$, duobus itidem rectis cōæquantur.

Igitur in circulis quadrilaterorum existentium anguli, qui ex opposito: duobus rectis sunt æquales. Quod demonstrare oportebat.

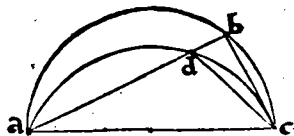
Θεώρημα κα, Πρόθεσις κγ.

Eπί τῆς αὐτῆς ἐυθείας δύο τμήματα κύκλων ὁμοία καὶ ἀντιθέτου συσπείσσονται ὑπὸ τῆς αὐτῆς μέρη.

Theorema 21, Propositio 23.

Super eadem recta linea, duæ sectiones circularum similes, & 23
inæquales non constituentur ad easdem partes.

ORONTIVS. ¶ Super eadem nanque recta linea a/c , binæ & inæquales circularum sectiones, $a/b/c$ quidem maior, minor autem $a/d/c$, ad easdem partes b , d constituentur. Dico qd ipsæ sectiones nō sunt similes, & simul inæquales. Si enim



id fuerit possibile: extendatur recta quædam linea $a/d/b$, quæ secet vtranq; sectionem, maiorem quidem in b , & ipsam minorem in d : & connectantur b/c , & c/d rectæ, per primum postulatū. Triangulum erit igitur $b/c/d$: cuius vnum latus b/d , producitur in a . exterior igitur angulus $a/d/c$, interiore & ex opposito $c/b/d$ maior est, per deci-

mā sextam primi. Quod si segmentum $a/d/c$, fuerit ipsi $a/b/c$ simile: æquus erit angulus $a/d/c$, eidem angulo $c/b/d$, per ultimam huius tertij diffinitionem. similes nanq; sectiones circuli sunt, quæ angulos æquos suscipiūt. Effet igitur angulus $a/d/c$, maior angulo $c/b/d$, atq; eidem æqualis: quod est impossibile. Super eadem itaq; recta linea, duæ sectiones circularum similes, & inæquales non constituētur ad easdem partes. Quod ostendere fuerat operæpretium.

Θεώρημα κβ, Πρόθεσις κδ.

Tὰ ὑπὸ ἴσων ἐυθείων ὁμοία τμήματα κύκλων, ἵσα ἀλλήλοις ἐστί.

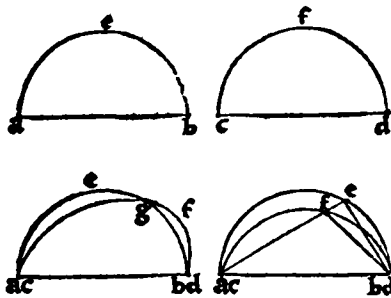
Theorema 22, Propositio 24.

Super æqualibus rectis lineis similes circularum sectiones con- 24
stitutæ, sibi inuicem sunt æquales.

ORONTIVS. ¶ Constituantur enim super æqualibus rectis lineis a/b , & c/d , similes circularum sectiones $a/e/b$, & $c/f/d$. Dico qd sectio $a/e/b$, sectioni $c/f/d$ est æqualis. Comparatis nanque adinuicem ipsis $a/e/b$ & $c/f/d$ sectionibus, & puncto c supra punctum a collocato, extensa q; recta linea c/d in directum ipsius a/b : congruet punctum d , ipsi puncto b . quæ enim sunt æqualia, sibi metipsis conueniunt,

per octauæ cōmunis sententiæ conuersionem. Conueniente autem recta c/d ipsi a/b , conueniet & $c/f/d$ circumferentia ipsi $a/e/b$: & illi consequenter erit æqualis. Tunc enim super eadem recta & communilinea a/b vel c/d , duæ circularum sectiones constituentur similes igitur & æquales, per vigesimam tertiam huius. Aequalis est igitur $a/e/b$ ipsi $c/f/d$. ¶ Quod si non fueris contentus hac demonstratione,

Alia eiusdem
theorematis
ostensio.



& dixeris forsitan circumferentiam $c/f/d$, ipsi $a/e/b$ minimè conuenire: tunc vel altera alteram secabit, vel vna cadet intra reliquam. Secent se primum (si possibile sit) in puncto g . Et quoniam se secant iam, in communibus punctis a, b vel c, d : secabunt sese inuicè circuli, quorū sunt sectiones, in pluribus duobus punctis. quod per decimam huius tertij, est impossibile. Quod si vna ceciderit intra reliquam, utpote $c/f/d$ intra $a/e/b$: idē quod in proxima sequetur inconueniēs, velut ex ipsa potes elicere figura.

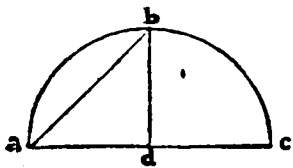
Exterior enim angulus qui ad f , trianguli $e/f/b$ aut $e/f/d$, maior erit intrinseco & ex opposito qui ad e , per decimā sextā primæ: ac eidem æqualis, per similiū sectionū diffinitionē, quod non est possibile. Congruit itaque circumferentia $c/f/d$, ipsi $a/e/b$: quemadmodum & recta c/d ipsi a/b . quæ autem sibi metipsis conueniunt, æqualia sunt ad inuicem: per octauam cōmunem sententiam. Aequalis est igitur sectio $a/e/b$, ipsi $c/f/d$. Igitur super æqualibus rectis lineis, similes circularum sectiones cōstitutz, sibi inuicem sunt æquales. Quod receperamus ostendendum.

K $\text{Πρόβλημα } \gamma, \text{ Πρόθεσις } \kappa\epsilon.$
 $\text{Κύκλος τμήματος δοθέντος, προσαναγράφει τὸν κύκλον ὁῦτις ἔστι τμήμα.}$

Problema 3, Propositio 25.

25 **C**irculi sectione data: describere circum, cuius est sectio.

CORONTIVS. ¶ Esto data circuli sectio $a/b/c$, cuius centrum oporteat inuenire: hoc est, circum, cuius est sectio describere. Secetur itaque a/c recta bifariam in puncto d , per decimam primi. & per vndecimam eiusdem primi, à puncto d ipsius a/c rectæ lineæ, perpendicularis excitetur d/b : & cōnectatur a/b recta,

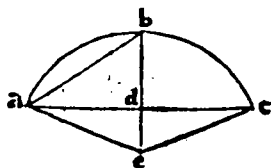


per primum postulatum. Triangulum erit igitur $a/b/d$: cuius angulus $b/a/d$, ipsi angulo $d/b/a$ erit æqualis, aut eo minor, vel eodē angulo maior. Si æqualis (vt in hac prima figura) æqualis erit a/d , ipsi d/b , per sextā primi. Eidem porro a/d , æqualis est d/c , per constructionem: & d/b igitur ipsi d/c , per primam communem sententiam

Prima huius
ostensionis dif-
ferentia.

erit æqualis. Tres itaque $a/d, d/b$, & d/c , erunt inuicem æquales. Cadēt ergo à puncto d , in circūferentiā $a/b/c$, plures quàm duæ rectæ lineæ æquales: erit igitur punctum d , centrum circuli, cuius $a/b/c$ est sectio, per nonam huius tertij. ¶ At si angulus $b/a/d$, minor fuerit angulo $d/b/a$ (vt in secunda figuræ dispositione) cōstitua-

Secunda diffe-
rentia.

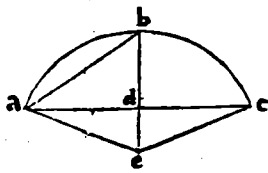


tur ad datum punctum a data rectæ lineæ a/b , dato angulo rectilineo $d/b/a$, æqualis angulus rectilineus $b/a/e$: per vigesimam tertiam primi. Et quoniam trianguli $a/b/d$, angulus qui ad d rectus est: igitur & qui ad b minor est recto, per trigessimam secundam primi. Angulo autē $d/b/a$, datus est æqualis $b/a/e$: & $b/a/e$ igitur angulus re-

cto minor: est. incidit itaq; recta linea a/b , in a/e & b/d rectas, efficiens interiores &

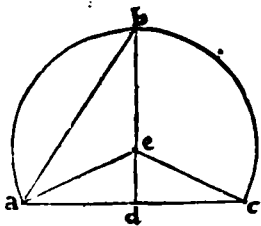
g.iiij.

in eadem parte angulos, duobus rectis minores: conuenient igitur a/e & b/d in rectum productæ, per quintum postulat. conueniāt ergo ad punctum e : & connectatur e/c recta, per primum postulat. Cū igitur angulus $e/a/b$, æquus sit angulo $a/b/c$: æqualis est a/e , ipsi e/b , per sextam primi. Rursum quoniam a/d , ipsi d/c est æqualis, & d/e vtri- que communis: bina igitur latera a/d & d/e trianguli



$a/d/e$, binis lateribus e/d & d/c trianguli $e/d/c$, sunt æqualia alterū alteri: & æqua- les comprehendunt angulos, nempe rectos qui circa d . Basis igitur e/c , basi a/e , per quartam primi est æqualis. Eidem porrò a/e , æqualis ostensa est e/b : tres igitur a/e , e/b , & e/c , sunt adinuicem æquales. Quare rursum, ex nona huius tertij, punctum e centrum erit circuli, cuius $a/b/c$ est sectio. ¶ Quod si idem angulus $b/a/d$, maior

Tertia differe-
rentia.

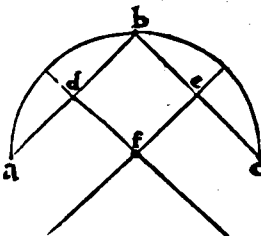


extiterit ipso $d/b/a$: eidem respondenter concludetur. Da- to enim rursum angulo $b/a/e$, ipsi $d/b/a$, per vigesimam tertiam primi, æquali: cōcludemus (veluti supra) ex sex- ta primi, e/b fore æqualem ipsi a/e : ac eidem a/e , ipsam e/c , per quartam ipsius primi, consequenter æquari. Et proinde punctum e , centrum erit circuli: cuius $a/b/c$ est sectio: per nonam huius tertij. **Corollarium.**

¶ Hinc fit manifestū, in semicirculo angulum $b/a/d$, fore æqualē ipsi $d/b/a$: in sectione autē semicirculo minore, minore: & in maiore maiore.

Alia & vniuer-
salior eiusdē
problematis
ostensio.

EST ET ALIUS modus vniuersalis inueniendi præfatū centrū, cuiusq; sectioni datæ indifferenter adcommodus. Assumantur itaque in data circumferen- tia siue sectione $a/b/c$, tria vtunque contingentia puncta: sintq; a, b, c . Connectan- tur deinde a/b , & b/c rectæ, per primum postulat. vtraq; postmodum bifariam diuidatur, per decimā primā: a/b quidem in puncto d , & b/c in puncto e . A punctis autem d & e , in easdem a/b & b/c , perpendiculares excitentur d/f & e/f , per vnde- cimam eiusdem primi. Cū igitur vterque angulorum $b/d/f$ & $b/e/f$ sit rectus: recta quæ ex puncto d in pūctū e producet, vtrūq; diuidet angulum. quæ cū incidat in d/f & e/f rectas, efficiet propterea interiores & in ead- em parte angulos $d/e/f$ & $e/d/f$ duobus rectis mino- res. Cōcurrent igitur d/f & e/f productæ, per quintum postulat, & se se tandem interfecabunt in eodem pun- cto f . Et quoniam recta quædam linea d/f , quandam rectam lineam a/b , bifariam &



ad rectos dispecit angulos: in ipsa igitur d/f est centrū circuli. & proinde in e/f re- cta, erit eiusdem circuli centrum: per corollarium primæ huius tertij. Est igitur cē- trū circuli, cuius sectio est $a/b/c$, in puncto f , vtriq; & d/f & e/f cōmuni. Data igitur circuli sectione $a/b/c$, describitur circulus cuius est sectio. Quod oportuit ostēdisse.

Θεώρημα κγ, Πρόθεσις κς.

EN τοῖς ἴσοις κύκλοις αὐτῶν γωνία αὐτῶν ἴσων περιφερειῶν βεβηκασί, ἰαβτε πρὸς τοῖς κοίταις, ἰαβτε πρὸς τοῖς περιφερειαῖς ὅσι βεβηκῆται.

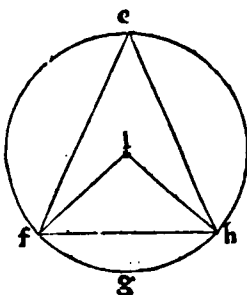
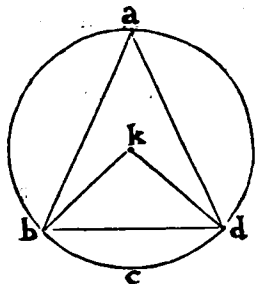
Theorema 23,

Propositio 26.

IN æqualibus circulis æquales anguli, in æqualibus circūferen- tijs subtenduntur: etsi ad centra, etsi ad circumferentias dedu- cti fuerint.

ORONTIUS. ¶ Sint bini circuli $a/b/c/d$ & $e/f/g/h$ inuicem æquales: in qui-

bus æquales deducantur anguli, ad eorum quidem centra k, l , anguli $b/k/d$, & $f/l/h$ ad circumferentias autem, $b/a/d$ & $f/e/h$. Dico quòd $b/c/d$ circumferentiæ, æqualis est $f/g/h$ circumferentiæ. Connectantur enim in primis b/d & f/h rectæ, per primum postulatum. Et quoniam per hypothesin circuli $a/b/c/d$ & $e/f/g/h$ sunt inuicem æquales: quæ igitur ex eorum centris prodeunt rectæ lineæ, sunt æquales adinuicem, per



primam huius tertij diffinitionem. Dux igitur b/k & k/d trianguli $b/k/d$, duabus f/l & l/h trianguli $f/l/h$ sunt æquales altera/alteri: & æquos inuicem, qui ad k & l cōprehēdunt angulos. Basis itaq; b/d , basi f/h , per quartam primi est æqualis. Rursum quoniā angulus qui ad a , æquus est angulo qui ad

e , similis est sectio $b/a/d$, sectioni $f/e/h$, per decimam huius tertij diffinitionem: & super æqualibus rectis cōsistunt b/d & f/h . Aequalis est igitur sectio $b/a/d$, ipsi $f/e/h$: super æqualibus enim rectis lineis similes circulorum sectiones constitutæ, sibi inuicem sunt æquales, per vigesimam quartam huius tertij. Atqui totus $a/b/c/d$ circulus, toti $e/f/g/h$ circulo est æqualis. si ab æqualibus autem circulis, æquales auferantur circumferentiæ: quæ relinquentur æquales erunt, per tertiam cōmunem sententiam. Aequalis est igitur circumferentia $b/c/d$, ipsi $f/g/h$. In æqualibus ergo circulis: &c. vt in theoremate. Quod demonstrandum fuerat.

Θεώρημα κδ, Πρόβλημα κξ.

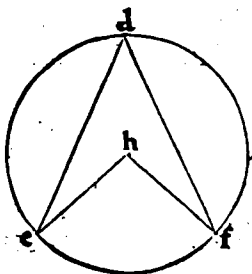
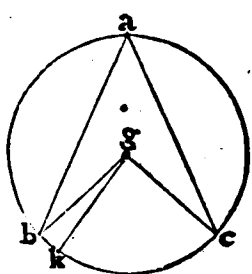
EN τοῖς ἴσοις κύκλοις, αὐτὸ ὡς ἴσων περιφερείων βεβηκῆται γωνία, ἴσας ἀλλήλαις εἶναι, ἰατρὶ πρὸς τοῖς κέντροις, ἰατρὶ πρὸς τοῖς περιφερείαις ὅσι βεβηκῆται.

Theorema 24, Propositio 27.

27 **I**N æqualibus circulis, anguli qui super æquales circumferentias deducuntur, sibi inuicem sunt æquales: etsi ad centra, etsi ad circumferentias fuerint deducti.

O R O N T I V S. Hæc est cōuersa præcedentis. Sint ergo in circulis æqualibus $a/b/c$ & $d/e/f$, super æqualibus circumferentijs b/c & e/f , anguli $b/g/c$ & $e/h/f$, ad eorum centra g, h : ad circumferentias autem $b/a/c$ & $e/d/f$. Aio quòd angulus qui ad g , æquus est angulo qui ad h : nec non qui ad a , æqualis ei qui ad d . In primis enim, si angulus $b/g/c$ angulo $e/h/f$ nō fuerit æqualis: alter eorum erit maior. Esto maior (si possibile sit) $b/g/c$: ad datam rectam lineam g/c , ad datumq; in ea punctum g , dato angulo rectilineo $e/h/f$, æqualis angulus rectilineus constituitur $k/g/c$, per vi-

Cōuersa præcedentis, 26.



gesimam tertiam primi. Maior erit itaque angulus $b/g/c$, ipso $k/g/c$ angulo: incidetque propterea recta g/k , inter b/g & g/c rectas, & proinde secabit circumferentiā k/c ipsa b/c minorem. At quoniā in circulis æqualibus æquales anguli, in æqualibus circumferentijs sub-tēduntur, per antecedentē vigesimam sextam propositionem: æqualis erit circumferentia k/c , ipsi e/f . Eidem porro g/iii .

gesimam sextam propositionem: æqualis erit circumferentia k/c , ipsi e/f . Eidem porro

circunferentia e/f , æqualis est per hypothesin circunferentia b/c & b/c igitur circunferentia, ipsi k/c , per primam communem sententiam erit æqualis: maior videlicet minori, totumve suæ parti. quod per nonam comunē sententiā est impossibile. Non est igitur angulus $b/g/c$, maior ipso $e/h/f$: similiter ostendemus, quod neq; minor. Est igitur æqualis. Et quoniam per vigesimam huius tertij, angulus $b/a/c$, dimidius est eius qui ad centrum g : necnon & $e/d/f$ angulus, illius qui ad centrum h : dimidius. quæ autē eiusdem vel æqualium sunt dimidiū, æqualia sunt adinuicem: per septimam communem sententiā. Et angulus igitur $b/a/c$, angulo $e/d/f$ est æqualis. In æqualibus ergo circulis, anguli qui super æquales circunferentias: & quæ sequuntur reliqua. Quod erat ostendendum.

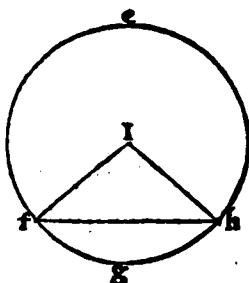
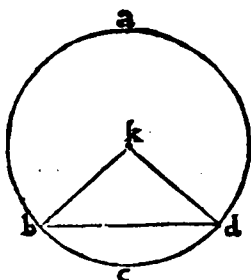
Θεώρημα κι, Πρόβλημα κη.

EN τοῖς ἴσοις κύκλοις αὐτὸς ἵσος ἐνθάδε, ἴσος ἀλλοφρεσάσ' ἀφαιρέσει. τὴν μὲν μείζονα, τῇ μείζονι: τὴν δ' ἐλάττωνα, τῇ ἐλάττω. 28

Theorema 25, Propositio 28.

IN æqualibus circulis æquales rectæ lineæ, æquales circunferen- 28
tias auferunt: maiorem maiori, minorem autem minori.

ORONTIVS. ¶ Sint bini circuli $a/b/c/d$ & $e/f/g/h$ inuicem æquales, quorum centra k, l : in ipsis verò æqualibus circulis, æquales sint rectæ lineæ b/d , & f/h , auferentes circunferentes $b/a/d$ quidem & $f/e/h$ maiores, minores autem $b/c/d$ & $f/g/h$. Aio quòd circunferentia $b/a/d$, circunferentiæ $f/e/h$ est æqualis: necnon & $b/c/d$, ipsi $f/g/h$. Connectantur enim b/k & k/d , atque f/l & l/h rectæ, per primū postu-



latum. Cū igitur ex hypothesi circuli $a/b/c/d$ & $e/f/g/h$ sint æquales: & æquales quoq; adinuicē erunt quæ ex eorum cētris deducētur lineæ rectæ, per primam huius tertij diffinitionem. Dux itaq; b/k & k/d trianguli $b/k/d$, binis f/l & l/h trianguli $f/l/h$, sunt æquales altera alteri: basis quoq; $b/$

c , basi f/h , per hypothesin æqualis. Angulus igitur $b/k/d$, angulo $f/l/h$, per octauam primi est æqualis. In æqualibus porrò circulis æquales anguli, & ad centra deducti, in æqualibus circunferentijs subtenduntur: per allegatam vigesimam sextam huius tertij. Et $b/c/d$ igitur circunferentia, ipsi $f/g/h$ circunferentiæ est æqualis. Atqui totus $a/b/c/d$ circulus, toti $e/f/g/h$ circulo per hypothesin æquatur: & si ab æqualibus circulis æquales auferantur circunferentiæ, quæ relinquentur æquales erunt, per tertiam communem sententiam. Reliqua igitur circunferentia $b/a/d$, reliquæ $f/e/h$ est æqualis. Igitur in circulis æqualibus æquales rectæ lineæ, æquales circunferentias auferunt: maiorem maiori, minorem autem minori. Quod demonstrare fuerat operæ pretium.

Θεώρημα κς, Πρόβλημα κθ.

EN τοῖς ἴσοις κύκλοις ἂν τὰς ἴσας ἀλλοφρεσάσ' ἵσος ἐνθάδε ἀποτάνυσσι.

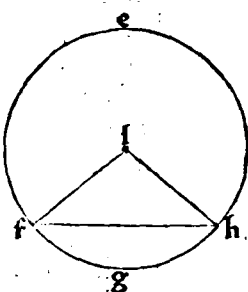
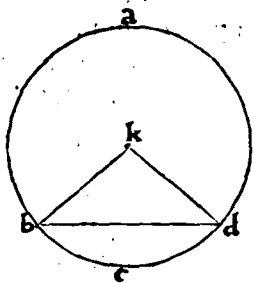
Theorema 26, Propositio 29.

IN æqualibus circulis: sub æqualibus circunferentijs, æquales re- 29
ctæ lineæ subtenduntur.

Conuersa pro-
xima. 29.

ORONTIVS. ¶ Hæc est conuersa proximē antecedentis propositionis. Sint

duo latera duobus lateribus
æqualia alterum alteri: & con-
tentos sub æquis lateribus an-
gulos inuicem æquales. Basis
igitur b/d , basi f/h , per quar-
tam primi est æqualis. In æ-
qualibus ergo circulis, sub æ-
qualibus circumferētijis, æqua-
les rectæ lineæ subtenduntur.
Quod oportuit demonstrasse.

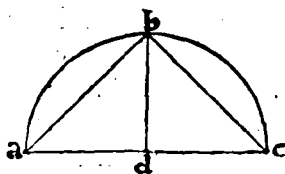


Πρόβλημα δ, Πρόθεσις λ.

Problema 4, Propositio 30.

30

PORONTIVS. Hæc data circūferentia a/b:c:quam oporteat bifariam
discindere. Connectatur ergo recta linea a/c, per primū postulatū : quæ bifariam
secetur in puncto d, per decimam primi. Et per vndecimam eiusdem primi, à dato
puncto d, datæ rectæ linæ a/c, ad angulos rectos excitetur d/b:connectanturq; a/



b/& b/c/lineæ rectæ, per primum postulatum. Cùm igitur a/d/ipsi d/c/sit æqualis, & d/b/vtriq; communis: bina itaq; latera a/d/& d/b/trianguli a/d/b, duobus lateribus b/d/& d/c/trianguli b/d/c/sunt æqualia alterum alteri:& æquos inuicem comprehendunt angulos, nempe rectos. Basis igitur a/b, basi b/c, per quartam primi est æqualis.

Aequales porrò lineæ in eodẽ circulo, æquales circumferentias auferunt, maiorem maiori, minorem autem minori, per vigesimamoctauã huius tertij. Aequalis est ergo a/b circumferentia, ipsi b/c . Data itaq; circumferentia $a/b/c$, bifariam discinditur in puncto b . Quod facere oportebat.

Θιώρημα κβ, Γρόθσις λα.

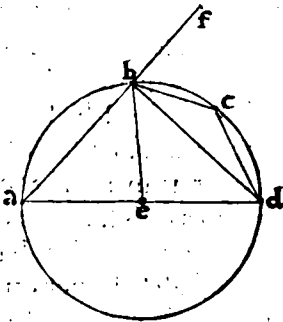
ΕΝ κύκλῳ, ἢ μὲν αἱ τῷ ἡμικυκλίῳ γωνία, ὀρθὴ ὕψιρ· ἢ αἱ τρεῖς μᾶλλον τμήματα, ἑλάττω ὀρθῆς· ἢ δὲ αἱ τῷ ἐλάττω, μᾶλλον ὀρθῆς· καὶ ὑψὶς ἢ μὲν τῷ μᾶλλον τμήματι γωνία, μᾶλλον ὕψιρ ὀρθῆς· ἢ δὲ τῷ ἐλάττω τμήματι γωνία, ἑλάττω ὕψιρ ὀρθῆς.

Theorema 27. **Propositio 31.**

31 **I**Nn circulo, angulus qui in semicirculo est, rectus est: qui autem in maiori segmento, minor recto: qui verò in minori segmento, maior est recto. Et insuper angulus maioris segmenti, recto quidem maior est: minoris autem segmenti angulus, minor est recto.

Prima theore-
matis pars.

ORONTIVS. ¶ Sit datus circulus $a/b/c/d$: cuius centrum e , dimetiens verò a/d : descriptus autem in semicirculo angulus, sit $a/b/d$. & suscipiatur in eodem circulo contingens aliquod punctum, sitq; illud c : & per primum postulatam, connectantur rectæ lineæ b/c , b/e , & c/d . Dico primum, quòd angulus $a/b/d$ rectus est. Extendatur enim, per secundum postulatam, a/b recta in directum, versus f . Cum



igitur æqualis sit a/e , ipsi e/b , per circuli diffinitionem: æquus erit angulus $e/a/b$, ipsi angulo $a/b/e$, per quintam primi. Et proinde æqualis est angulus $e/b/d$, ipsi angulo $b/d/c$: æqualis siquidē est e/b recta ipsi c/d , per eandē circuli diffinitionē. Totus itaq; angulus $a/b/d$, binis angulis $b/a/d$ & $a/d/b$ est æqualis. Eisdem porrò angulis $b/a/d$ & $a/d/b$, æquus est exterior angulus $d/b/f$, per trigesimā secundā primi. Duo itaque anguli $a/b/d$ & $d/b/f$, eisdem angulis $b/a/d$ & $a/d/b$ sunt æquales: igitur & æquales adinuicem, per primam communem sententiam. Recta igitur b/d incidēs super a/f , efficit utrobique angulos ad-

Pars secūda.

inuicem æquales: ergo rectos, per decimam ipsius primi diffinitionem. Rectus est igitur angulus $a/b/c$ in dato consistens semicirculo. ¶ Dico insuper quòd angulus qui ad a existens in maiori segmento $b/a/d$, recto minor est. Trianguli siquidem $a/b/d$ tres anguli, binis rectis per trigesimā secundā primi sunt æquales. Rectus est autem qui ad b (veluti nunc ostendimus) reliqui igitur qui ad a , & qui ad d , vni recto sunt æquales: & proinde vterque recto minor.

Pars tertia.

¶ Aio consequenter quòd & angulus qui ad c in segmento $b/c/d$ semicirculo minori, maior est recto. Nam $a/b/c/d$ quadrilaterū est, & in dato consistens circulo. In circulis porrò quadrilaterorum existentium, anguli qui ex opposito duobus rectis sunt æquales, per vigesimā secundā huius tertij. Qui igitur ad a & c existunt anguli, binis rectis sunt æquales. Angulus porrò qui ad a , recto minor ostensus est: igitur & qui ad c , hoc est sub $b/c/d$ cōtinetur angulus, recto maior est.

Quarta eius-
dē theorema-
tis pars.

¶ Dico tandem, quòd angulus maioris segmenti $b/a/d$, utpote $a/b/c/d$, sub a/b recta, & circumferentia $b/c/d$, cōprehensus, maior est recto. Minoris autē segmenti angulus, veluti $c/b/d$, sub eadem $b/c/d$ circumferentia & recta b/d comprehensus, recto minor est. Anguli enim rectilinei $a/b/d$ & $d/b/f$ recti sunt: caditq; b/d recta intra datum circulum, per secundā huius tertij. Eadem itaq; recta b/d , diuidit ipsum angulum sub a/b recta, & $b/c/d$ circumferentia comprehensum: & proinde rectus angulus $a/b/d$, eiusdem anguli sub a/b recta & circumferentia $b/c/d$ comprehensi fit pars. Omne porrò totum, est sua parte maius, per nonā cōmunem sententiam. Datus igitur segmenti maioris angulus, sub a/b recta, & $b/c/d$ circumferentia contentus, recto maior est. ¶ Rursum, quoniam recta b/d , cadit intra datum circulum, & b/f extra: diuidit itaq; circumferentia $b/c/d$, ipsum angulum rectum $d/b/f$. Et proinde datus angulus sub b/d recta & eadem circumferentia $b/c/d$ comprehensus, pars est ipsius anguli recti $d/b/f$. Omnis autem pars minor est toto, per ipsius nonæ communis sententiæ conuersionem. Angulus igitur segmenti minoris, sub d/b recta & $b/c/d$ circumferentia comprehensus, minor est recto. In circulo itaq; angulus qui in semicirculo est; & quæ sequuntur reliqua. Quod oportebat ostendere.

Pars quinta
& vltima.

Corollarium primum.

¶ Ex hac, & decima sexta huius tertij propositione fit manifestum, quòd tametsi in mixtis angulis, sub recta linea & circuli circumferentia comprehensis, detur minor atque maior recto: nunquā tamen dabitur æqualis.

Corollarium secundum.

¶ Sequitur etiam ex huiusce propositionis demonstratione, quòd in triangulis angulus qui reliquis duobus æquatur, rectus est. ¶ Et quando utrobique còsistentes anguli, eisdem angulis fuerint æquales: vterq; æqualium angulorum rectus erit.

Θεώρημα κη,

Πρόβλεψις λβ.

Εὰν κύκλος ἐφαπτομένην τῆς ἐυθείας, ἀπὸ δὲ τῆς ἀφ᾽ ἑκτὸς τοῦ κύκλου διεχθῇ τῆς ἐυθείας τμήματι τὸν κύκλον, ἂς ποιῇ γωνίαὺς πρὸς τῇ ἐφαπτομένῃ, ἴσθαι ἵσονται ταῖς οὗτοι οὐκ ἀλλὰ τὰς κέντρον τμήμασι γωνίας.

Theorema 28,

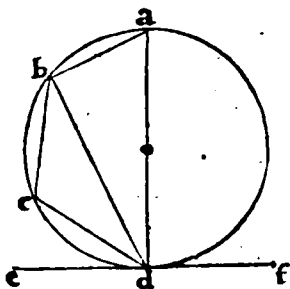
Propositio 32.

32 **S**I circulum tetigerit aliqua recta linea, à contactu autem extendatur quædam recta linea circulum dissecēs: anguli quos efficit ad tangētem, æquales sunt eis, qui alterni in circuli segmentis consistunt, angulis.

ORONTIVS. ¶ Esto enim circulus $a/b/c/d$, quem tangat recta linea e/f in puncto d : à contactu autem d , extendatur recta quædam linea d/b , dissecēs datum circulum $a/b/c/d$. Aio quòd angulus $b/d/e$, æqualis est angulo qui in segmento $b/a/d$: & angulus $b/d/f$, ei qui in segmento $b/c/d$ itidem æqualis. In primis enim, aut b/d recta super rectam e/f ad rectos incidet angulos: aut non. Si ad rectos incidere angulos: ea transibit per centrum, efficietūque dimetiēs ipsius $a/b/c/d$ circuli, per decimamnonam huius tertij. Qui autem in utroq; semicirculo còsistet angulus, rectus erit, per antecedentē trigessimā primā ipsius tertij. hinc per quartum postulatum, vterque rectus qui circa d , vtrique recto in alternis semicirculis constituto erit æqualis. ¶ Sed esto d/b minime perpendicularis super e/f : & per vndecimā primi, à dato puncto d , data recta linea e/f , perpendicularis excitetur a/d . Sumatur præterea in b/d circūferentia punctum aliquod, sitq; illud c : & per primum postulatum, connectātur rectæ a/b , b/c , atque c/d . Cū igitur ex hypotefi, recta linea e/f , tangat ipsum $a/b/c/d$ circulum, à contactu autem d , ipsi tangēti e/f ad rectos angulos excitata est a/d : transit igitur a/d recta per centrum, sitq;

Quando dissecēs ortho-
gonalis est ad tā-
gentem.

Quando ex-
tensa non est
orthogonalis
cum tāgente
circulum.



dimetiēs ipsius $a/b/c/d$ circuli, per decimānonā huius tertij. Trianguli igitur $a/b/d$, angulus qui ad b in ipso existens semicirculo, per antecedentē trigessimā primā huius tertij, rectus est: reliqui itaq; anguli $a/d/b$ & $b/a/d$, vni recto, per trigessimā secundam primi, sunt æquales. Angulus porro $a/d/e$, rectus est: qui igitur sub $a/d/b$ & $b/a/d$ còtinentur anguli, ipsi angulo $a/d/e$ sunt æquales. vtriq; autē æqualiū, còmunis est $a/d/b$: reliquus igitur $b/d/e$, reliquo $b/a/d$ (qui alternus in $b/a/d$ segmento consistit) angulo, per tertiam communem sententiam est æqualis. Rursum quoniā anguli $b/d/e$ & $b/d/f$, duobus rectis, per decimātertiam primi, sunt æquales: eisdē quoq; duobus rectis, æquales sunt qui in $a/b/c/d$ quadrilatero, ex opposito consistunt anguli $b/a/d$ & $b/c/d$, per vigesimā secundam huius tertij. Et anguli igitur $b/a/d$ & $b/c/d$, ipsis angulis $b/d/e$ & $b/d/f$, sunt per primam communem sententiā æquales: quorum alter, vtpote $b/a/d$, alteri $b/d/e$ æqualis præostensus est. Reliquus igitur angulus $b/d/f$, reliquo & alterno $b/c/d$, per tertiam communem sententiam cœquatur. Si circulum igitur tetigerit aliqua recta linea: &c. vt in theoremate. Quod receperamus ostendendum.

πρόβλημα ε, πρόθεσις λγ.

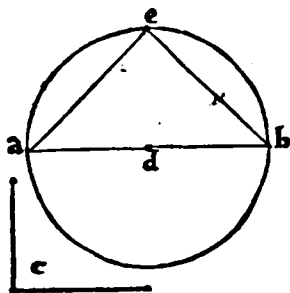
Επί τῆς δοθείσης ἐκείνης γραμμῆς τμήμα κύκλου δεχόμενον γωνίαν ἴσην, τῇ δοθείσῃ γωνίᾳ ἐυθυγράμμω.

Problema 5, Propositio 33.

SVper data recta linea, describere sectionem circuli, capientem 33
angulum æqualem dato angulo rectilineo.

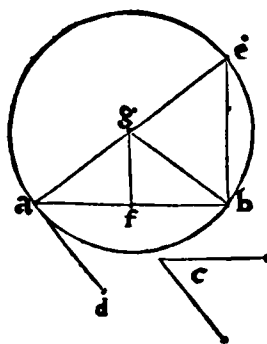
ORONTIVS. ¶ Sit data recta linea a/b , datus porro angulus rectilineus qui ad c sitq; receptum describere circuli sectionem, quæ capiat angulum ipsi dato angulo c æqualem. Datus itaq; angulus, aut erit rectus, aut acutus, vel obtusus. Esto

Quando dat^{us} angulus rectus est.



Cum dat^{us} angulus est acutus

Partiū figurę præparatio.



Resolutio demonstrationis.

primū rectus, vt in prima figura. Secetur ergo ipsa a/b recta linea bifariam, per decimam primi, in puncto d : & centro d , interuallo autem d/a , vel d/b , circulus describatur $a/e/b$, per tertium postulatū. Sumatur deinde contingens aliquod punctum in alterutro semicirculo, sitq; illud e : & cōiungantur a/e & e/b lineæ rectæ, per primū postulatū. Et quoniā semicirculus est $a/e/b$: angulus igitur qui ad e , per trigessimā primā huius tertij rectus est, & ipsi propterea angulo c , per quartum postulatū æqualis. Descriptus est itaque super a/b recta, semicircu-

lus $a/e/b$, suscipiēs angulum qui ad e , dato angulo c æqualem. ¶ Sit autem ipse datus angulus c acutus, velut in secunda figuræ descriptione. Ad datam itaq; rectam lineam a/b , datūmq; in ea punctum a , dato angulo rectilineo c æqualis angulus rectilineus constituatur $b/a/d$, per vigesimā tertiam primi. Erit igitur angulus $b/a/d$ acutus: & proinde a/b , super ipsam a/d non est perpendicularis. Excitetur ergo per vndecimā primi, à dato puncto a datæ rectæ lineæ a/d , perpendicularis a/c : diui-

datūq; ipsa a/b recta bifariā in puncto f , per decimam ipsius primi. & per vndecimā eiusdem primi, à dato puncto f , ipsi a/b rectæ lineæ ad angulos rectos excitetur f/g . Conuenient itaq; a/e & f/g , per quintum postulatū: interiores enim & in eadem parte anguli $a/f/g$ & $g/a/f$, binis rectis sunt minores. cōueniant igitur ad punctum g : & cōnectatur b/g recta, per primū postulatū. Cum igitur a/f ipsi f/b sit æqualis, & vtriq; cōmunis f/g : duæ igitur a/f & f/g trianguli $a/f/g$, duabus g/f & f/b trianguli $g/f/b$, sunt æquales altera alteri. & æquos inuicē capiūt angulos: nempe rectos, qui circa f . Basis igitur a/g , basi g/b , per quartam primi est æqualis. Centro itaq; g ,

interuallo autem g/a vel g/b , circulus describatur $a/e/b$, per tertium postulatū. transibit ergo circulus $a/e/b$, per ipsius a/b limites. Extensa igitur a/e recta, per secundum postulatū, in circumferentiam ipsius circuli: cōnectatur recta b/e , per primum postulatū. Et quoniam a/d recta, ab a puncto ipsius a/e dimetientis extremitate, ad rectos est angulos: tangit igitur a/d ipsum $a/e/b$ circulum, per corollarium decimæ sextæ huius tertij. Rursum, quoniam recta quædam linea a/d , tangit ipsum $a/e/b$ circulum, à contactu autem extensa est recta quædam linea a/b circulum disspescens: angulus igitur qui ad e consistens in alterno segmento $a/e/b$, angulo $b/a/d$ quem facit extensa a/b cum tangente a/d , per trigessimā secundā huius tertij est æqualis. Eidem porro $b/a/d$, æquus est angulus c , per constructionem. Angulus igitur qui ad e , dato angulo c , per primā communē sententiā est æqualis.

angulus, æqualis ipsi angulo d, per primam communem sententiam. A dato itaque circulo a/b/c, segmentum abscinditur b/a/c, capiens angulum qui ad a/æqualem dato angulo rectilineo d. Quod oportuit fecisse.

Θεώρημα κθ, Πρόθεσις λε.
 Εἰς ὃν κύκλῳ δύο ἐυθεῖαι τέμνωσιρ ἀλλήλας, τὸ ἄνω τῶν πρὸς μιᾷ τμημάτων ἀπὸ τοῦ κέντρου ὁρθογώνιον, ἵσων ἔστι τῶν ἄνω τῶν ἑτέρων τμημάτων ἀπὸ τοῦ κέντρου ὁρθογώνιον.

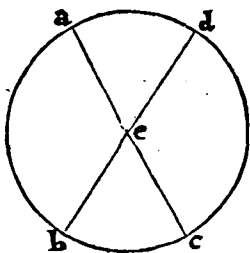
Theorema 29,

Propositio 35.

SI in circulo duæ rectæ lineæ se adinuicem secuerint: rectangulum comprehensum sub sectionibus vnus, æquū est ei quod sub segmentis alterius comprehenditur rectangulo. 35

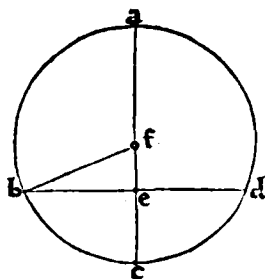
ORONTIVS. ¶ In dato enim circulo a/b/c/d, binæ rectæ lineæ a/c/ & b/d, se inuicem secant in puncto e. Aio quòd rectangulum comprehensum sub a/e/ & e/c/, æquum est comprehenso sub b/e/ & e/d/ rectangulo. In primis itaq; vel vtraque li-

Prima linea
rū se inuicē
secatiū dispo-
sitiō.



Secūda linea
rū supradicta
rū dispositio.

linearum, vtpote a/c, transeat per centrū, quod sit f: secetq; reliquam b/d/ in eodem puncto e. Secabit igitur a/c, ipsam b/d/ in duo æqualia, vel in duo nō æqualia. Secet primū bifariam: & ad rectos igitur eam secabit angulos, per tertiam huius tertij. Connectatur ergo recta b/f, per primum postulatū. Rectāgulum erit itaq; triangulum b/e/f. Et quoniam recta a/c/ secatur in æqualia in puncto f, & in non æqualia in puncto e: quod igitur sub a/e/ & e/c/ continetur rectangulum, vnā cum quadrato quod ex e/f, æquum est ei, per quintam secundi, quod ab f/c/ fit quadrato. Ei por-

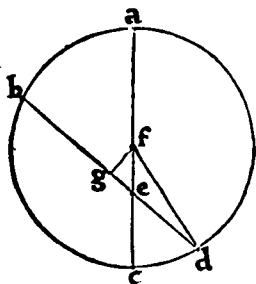


rò quod ab f/c/ fit quadrato, æquum est id quod ex b/f, per corollarium quadragesimæ sextæ primi: æqualis siquidem est b/f/ ipsi f/c/. Comprehensum igitur sub a/e/ & e/c/ rectangulum vnā cum quadrato quod ex e/f: æquum est quadrato quod fit ex b/f. Quadrato autem quod fit ex b/f, æqualia sunt per quadragesimam septimā primi, quæ ex b/e/ & e/f/ describuntur quadrata. Cōprehensum itaq; sub a/e/ & e/c/ rectangulum, vnā cum quadrato quod fit ex e/f: æquum est quadratis quæ sūt ex b/e/ & e/f. Ab-
 lato igitur communi quadrato quod ex e/f: reliquum sub

a/e/ & e/c/ comprehensum rectāgulum: æquum erit, per tertiam communem sententiā, reliquo quod ex b/e/ describitur quadrato. Quod autem ex b/e/ fit quadratum, idem est quod sub b/e/ & e/d/ comprehensum rectangulum: est enim per hypothesin b/e/ ipsi e/d/ æqualis. Comprehensum igitur sub a/e/ & e/c/ rectangulum, æquū est rectangulo, quod sub b/e/ & e/d/ continetur. ¶ Quòd si a/c/ per f/ centrum educta, ipsam b/d/ non ductam per centrū secuerit inæqualiter: idem non minus facile concludetur. A dato enim puncto f, in ipsam b/d, perpendicularis ducatur f/g, per duodecimam primi: & connectatur f/d, per primum postulatū. Cū igitur f/g/ per centrum educta, ipsam b/d/ non ductam per centrum ad rectos diuidat angulos: &

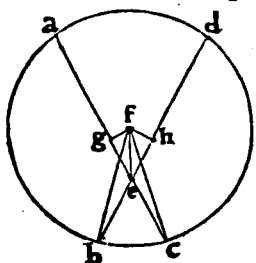
Earundem li-
nearum dispo-
sitiō tertia.

ipsam quoque bifariam dispescet, per tertiā huius. Aequalis erit igitur b/g / ipsi g/d : & triangula $f/g/d$, atque $f/g/e$ / rectangula. Et quoniam recta a/c / bifariam secatur in puncto f , & in nō æqualia in puncto e : quod igitur sub a/e / & e/c / continetur rectangulum, vñā cum quadrato quod ex e/f , æquum est ei quod ex f/c / describitur quadrato, per quintam secundi. Quadrato autem quod ex f/c , æquū est id quod fit ex f/d : æqualis siquidem est f/c / ipsi f/d , per decimāquintam ipsius primi diffinitionem.



Quadrato rursus quod ex e/f , æqualia sunt descripta ex f/g / & g/e / quadrata, per quadragesimāseptimā eiusdem primi. Comprehensum igitur sub a/e / & e/c / rectangulum, vñā cum descriptis ex f/g / & g/e / quadratis: æquū est quadrato quod fit ex f/d . Quadrato insuper quod fit ex f/d , æqualia sunt quæ ex f/g / & g/d / fiūt quadrata, per eandem quadragesimāseptimā primi. Quod igitur

sub a/e / & e/c / continetur rectangulum, vñā cū quadratis quæ ex f/g / & g/e : æquū est eis, quæ ex f/g / & g/d / fiunt quadratis. Subducto igitur quod ex f/g , vtriusque communi: reliquum sub a/e / & e/c / comprehensum rectangulum, vñā cum quadrato quod ex g/e , æquum est ei quod ex g/d / fit quadrato. Eidem rursus quod ex g/d / fit quadrato, æquum est comprehensum sub b/e / & e/d / rectangulum, vñā cum eo quod ex eadem g/e / fit quadrato, per eandem quintam secundi: diuiditur enim b/d / bifariam in g , & in non æqualia in puncto e . Quæ autē eidem æqualia sunt, ea sunt æqualia adinuicem, per primam communem sententiam. Rectangulum itaque sub a/e / & e/c / cōprehensum, vñā cum quadrato quod ex g/e : æquū est cōprehensio sub b/e / & e/d / rectangulo, vñā cū eodem quadrato quod fit ex g/e . Ablato autē cōmuni quadrato quod ex g/e : reliquū sub a/e / & e/c / cōprehensum rectangulū, reliquo quod sub b/e / & e/d / cōtinetur rectangulo, per tertiā cōmunē sententiā est æquale. ¶ Neutra demum supradictarū linearū per cētrum educatur (vt in hac vltima figura) siue vna fecet aliā per æqualia, siue nō: sitque rursus ipsius circuli centrū f . Cōnectatur igitur e/f recta, per primū postulātū: & à centro f , in vtranque a/c / & b/d , ad rectos deducatur angulos f/g / & f/h , per duodecimā primi: connectanturque demū b/f / & f/c , per idem primum postulātū. Diuidet ergo f/g / ipsam a/c / bifariam, similiter & f/h / ipsam b/d , per tertiā huius tertij propositionem: eruntque triangu-
Quarta prædictarū linearū dispositio.



gula $f/g/e$ / & $e/f/h$, necnon $f/g/c$ / & $f/b/h$ rectangula. Et quoniā a/c / bifariam secatur in g , & in non æqualia in puncto e : cōprehensum igitur sub a/e / & e/c / rectangulū, vñā cum eo quod ex g/e / fit quadrato, æquū est per quintam

secundi quadrato quod fit ex g/c . Addatur cōmune quadratū, quod ex f/g / describitur: quod igitur sub a/e / & e/c / cōtinetur rectangulum, vñā cum quadratis quæ fiunt ex f/g / & g/e , binis quadratis quæ ex f/g / & g/c , per tertiam communem sententiā est æquale. Quadratis porro quæ fiunt ex f/g / & g/e , æquū est quadratum quod fit ex e/f : eis item quæ ex f/g / & g/e / fiunt quadratis, æquū id quod ex f/c , per quadragesimāseptimā primi. quod igitur sub a/e / & e/c / continetur rectangulum, vñā cum quadrato quod fit ex e/f , æquū est quadrato quod ex f/c . Ipsi autem f/c / æqualis est f/b , per circuli diffinitionē: hinc per corollariū quadragesimāsextæ primi descriptū ex f/b / quadratū, æquum est ei quod fit ex f/c . Cōprehensum igitur sub a/e / & e/c / rectangulū, vñā cum quadrato quod fit ex e/f : æquū est quadrato quod fit ex f/b . Et proinde quod sub b/e / & e/d / cōtinetur rectangulū, vñā cū ipso quadrato quod fit ex e/f : æquum est eidem quadrato, quod fit ex f/b . Quæ autem eidem æqualia, & h. ij.

adinuicem æqualia sunt, per primam communem sententiam. Comprehensum igitur sub a/e & e/c rectangulum, vnà cum quadrato quod fit ex e/f : æquatur rectangulo, quod sub b/e & e/d continetur, ac ipsi quadrato quod fit ex e/f . Demp̃to itaq; cõmuni quadrato quod ex e/f : reliquum sub a/e & e/c comprehensum rectangulum, reliquo quod sub b/e & e/d continetur rectangulo, per tertiam cõmunem sententiã est æquale. Si igitur in circulo duæ rectæ lineæ sc̃ adinuicem secuerint: &c. vt in theoremate. Quod demonstrare oportebat.

Θεώρημα λ,

Πρόθεσις λς.

Ε Ἀρκύκλῳ ληρθῇ πὶ σημῆον ἐκτὸς, καὶ ἀπὸ αὐτοῦ πρὸς τὸν κύκλον παραπλήρωσι δύο εὐθεῖαι, καὶ ἡ μὲν αὐτῶν τέμνῃ τὸν κύκλον, ἡ δὲ ἐφάπτεται: ἔσται τὸ ὑπὸ ὅλης τῆς τεμνύσης καὶ τῆς ἐκτὸς ἀπολαμβανομένης, μᾶλλον ἢ τῆς σημείας καὶ τῆς κυρτῆς περιφερείας, ὡς ἀπὸ τῆς ἐφάπτης τετραγωνίῳ ἐογώνιον ἴσον τῷ ὑπὸ τῆς ἐφάπτης μὲνης τετραγωνίῳ.

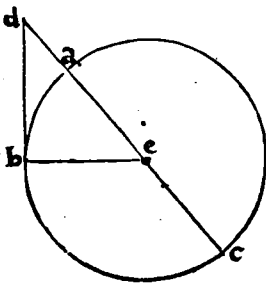
Theorema 30,

Propositio 36.

SI extra circulum sumatur punctum aliquod, ab eoque in circulum cadant duæ rectæ lineæ, & earū altera circulum dispe- 36
scat, altera verò tangat: quod sub tota dispeſcente, & extrinsecus sumpta inter punctum & curuam circumferentiam comprehenditur rectangulum, æquum est ei quod fit ex tangente quadrato.

O R O N T I V S. ¶ Estο datus circulus $a/b/c$, extra quem sumatur punctum d & à puncto d in ipsum circulum cadant binæ rectæ lineæ d/b & $d/a/c$, quarum d/b tangat ipsum circulum, $d/a/c$ verò eundem circulum dispeſcat. Aio quod rectangulū sub c/d & d/a comprehensum: æquum est quadrato, quod fit ex d/b . Aut enim recta

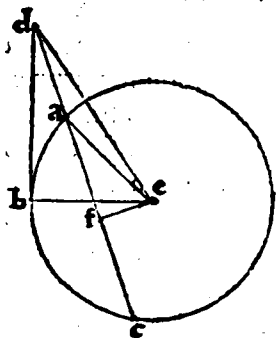
Vbi dispeſcēs
circulū trāsit
per centrum.



linea $d/a/c$ transit per circuli centrū, vel extra. Transeat primò per centrum, sitq; illud e : & connectatur e/b recta, per primum postulatū. Aequalis est igitur a/e , ipsi e/c , per circuli diffinitionem. Discinditur itaque a/c bifariam, in puncto e : & illi in rectum adiicitur a/d . Quod igitur sub c/d in d/a continetur rectangulū, vnà cum eo quod ex a/e fit quadrato: æquū est, per sextam secundi, quadrato quod fit ex e/d . Ei porrò quod ex a/e fit quadrato, æquum est quadratū quod ex b/e : sunt enim a/e

& b/e , per ipsius circuli diffinitionem, inuicem æquales. Comprehensum igitur sub c/d & d/a rectangulum, vnà cum eo quod ex b/e fit quadrato: æquum est quadrato, quod ex e/d . Quadrato rursum quod fit ex e/d , æqualia sunt, quæ ex d/b & b/e vtraque fiunt quadrata, per quadragesimam septimam primi: angulus enim qui ad b , per decimam octauam huius tertij, rectus est. Quod igitur sub c/d & d/a continetur rectangulum, vnà cum eo, quod ex b/e fit quadrato: æquum est eis, quæ ex d/b & b/e fiunt quadratis. Subducto itaque communi quadrato, quod ex b/e : reliquum quod sub c/d & d/a continetur rectangulum, æquum est per tertiam cõmunem sententiam reliquo, quod ex tangente d/b fit quadrato. ¶ Non extendatur autem $d/a/c$ recta per centrū ipsius circuli, quod rursum sit e . & à centro e , in rectam a/c , perpendicularis deducatur e/f , per duodecimam primi: connectanturque per primum postulatū, e/a , e/b & e/d lineæ rectæ. Erit igitur vterq; angulorum qui ad b & qui ad f rectus: diuideturque rursum a/c bifariam in puncto f , cui in rectum coniuncta est a/d . Quod igitur ex c/d in d/a continetur rectangulum, vnà cum eo

Quādo circu-
lū dispeſcens
nō transit per
centrum.



Corollarium.

¶ Quotlibet igitur rectangula, sub rectis singulis ex eodem puncto extra circum-
sumpto deductis, atque circumulum ipsum dispescentibus, & extrinsecus sumptis inter
punctum & curuam circumferentiam comprehensa: sunt inuicem æqualia. Nam ei-
dem æqualia quadrato, quod ex ipsa tangente describitur.

Θιῶρημα λα, Γρόθις λξ.

Ε Ἄρ κύκλος λαφθῇ τι σημεῖον ἐκ τῆς ἀπὸ δι᾽ ἑξ ὀκταῶν πρὸς τὸν κύκλον προσηγήσασιν δύο ἐν-
θῶσαι, καὶ ἡ μὲν αὐτῶν τέμνῃ τὸν κύκλον, ἡ δὲ προσηγήσῃ· ἡ δὲ ἔξω τῆς ὀκταῶν τιμάνσκει,
καὶ τῆς ἐκ τῆς ἀπολαμβανομένης μὴ ἐξ ὧν τῆς σημεῖον καὶ τῆς κυρτῆς πρὸς τοῦ ὀκταῶν, ἴσον τῷ ἀπὸ
τῆς προσηγήσεως, ἡ προσηγήσῃ ἐφ᾽ ἑαυτῇ τῷ κύκλῳ.

Theorema 31, Propositio 37.

37 **S**I extra circulum sumatur punctum aliquod, & ab eo puncto in circulum duæ rectæ lineæ ceciderint, & earum altera circulum secet, altera verò cadat: sit autem quod fit sub tota disspescen- te & extrinsecus sumpta inter punctum & curuam circunferen- tiam, æquale ei quod fit ex cadente: cadens circulum tanget.

Conferia praecedentis.

PROPOSITIONS. ¶ Hæc est conuersa præcedentis. Sit igitur rursus extra circulum $a/b/c$, susceptum punctum d , à quo in eundem circulum duæ procidant lineæ rectæ, d/b quidem in circulum incidens, $d/a/c$ verò eundem circulum disspescēs: sit autem receptum, vt id quod sub c/d in d/a comprehenditur rectangulum, æquum sit ei quod ex cadente d/b fit quadrato. Aio quòd d/b tangit circulū $a/b/c$. A dato enim puncto d , dato circulo $a/b/c$, contingens recta linea ducatur, per decimamseptimam huius tertij: sitq; illa d/e . Ipsius autem circuli centrum esto f : & per primū postulatū connectantur rectæ lineæ f/b , f/d , & f/e . Erit igitur f/e perpendicularis in contingente d/e , per decimamoctauam huius tertij: & proinde angulus $d/e/f$ h. iij.



Orontij Fini Delphinatis, Re-

GII MATHEMATICARVM PROFESSORIS, In Quartum elementorum Euclidis, Demonstrationes.

ΕΥΚΛΕΙΔΟΥ ΣΤΟΙΧΕΙΟΝ ΤΕΤΑΡΤΟΝ

Περὶ τῶν ἐγγράφειν καὶ περιγράφειν σχῆμα, θεοῖς ε.

Σχῆμα ἐνθύγραμμον εἰς σχῆμα ἐνθύγραμμον ἐγγράφειν λέγεται, ὅταν ἑκάστη τῶν ἐγγραφομένων σχήματος γωνιῶν, ἑκάστης πλὴν ἑαυτῆς τῶν ἐκτὸς ἐγγράφεται ἀπῆνται.

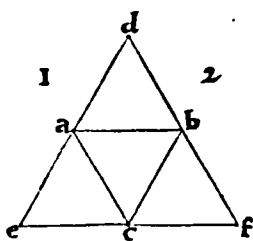
¶ De inscriptione ac circumscriptione figurarum, Diffinitiones 7.

1 **I**gura rectilinea, in figura rectilinea describi dicitur: quando vnusquisque in scriptæ figuræ angulus, vnumquodque latus eius in qua describitur tāgit.

¶ Σχῆμα δὲ ὁμοίως πρὸς σχῆμα περιγράφειν λέγεται, ὅταν ἑκάστη πλὴν ἑαυτῆς τῶν περιγραφομένων, ἑκάστης γωνίας τῶν πρὸς δὲ περιγράφεται ἀπῆνται.

2 **F**igura autem similiter circa figuram describi dicitur: quando vnumquodq; latus circumscriptæ, vnumquenq; angulum eius circum quam describitur tangit.

ORONTIVS. ¶ Huiuscemodi figurarum inscriptiones ac circumscriptiones, de regularibus, hoc est, æqualia latera, & angulos inuicē æquales habentibus (exceptis forsitan triangulis, in quæ cæteræ resoluuntur rectilineæ figuræ) veniunt potissimum intelligendæ. In-



scribuntur præterea, atque inuicem circumscribuntur rectilineæ tantūmodō figuræ, quæ eiusdem sunt speciei: vtpote, triāgulu triāgulo, quadratū quadrato, pētagonū pētagono: &c. Oporter enim tot esse latera circūscriptæ, quot ipsius in scriptæ sunt anguli. Quanquā porro circulus non sit figura rectilinea: propter illius tamen regularitatem, possunt & ipsæ rectilineæ ac æquilatæ figuræ, circulo inscribi ac circumscribi, & è diuerso.

In exēplum igitur primæ ac secundæ diffinitionis, habes obiectum a/b/c/triangulum æquilaterum, descriptū in d/e/f/triangulo: vel ipsum d/e/f/triangulum, ipsi a/b/c/triangulo responderent circumscriptum.

¶ Σχῆμα δὲ ἐνθύγραμμον εἰς κύκλον ἐγγράφειν λέγεται, ὅταν ἑκάστη γωνία τῶν ἐγγραφομένων, τῆς τῷ κύκλῳ περιφερόμενῃ.

Quæ figuræ inscribātur & circūscribantur adinuicē.

3 **F**igura rectilinea, in circulo describi dicitur: quando vnusquisque angulus in scriptæ, circuli circumferentiam tangit.

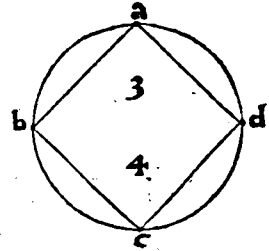
¶ Κύκλος δὲ πρὸς σχῆμα περιγράφειν λέγεται, ὅταν ἡ τῷ κύκλῳ περιφερόμενη ἑκάστη γωνία, τῶν πρὸς δὲ περιγράφεται ἀπῆνται.

4 **C**irculus verò, circa figuram rectilineam describi dicitur: quando

h. iij.

circuli circumferentia, vnumquenque eius, circum quam describitur, angulum tangit.

Figura circularis, ob vniformem & regulatam circumferentia à cetro distantiam, rectilineas omnes ac regulares figuras, tum intra, tum extra facillè capit: singulos angulos inscriptæ, vel omnia circumscriptæ contingēs latera. Quæadmodum in præcedentium tertie & quartæ diffinitionum elucidatione, ostendit descriptum in $a/b/c/d$ circulo quadratum: vel idem circulus, quadrato $a/b/c/d$ circumscriptus.



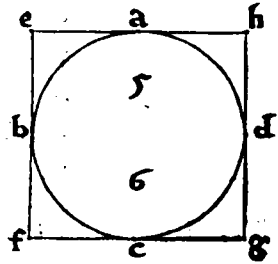
Κύκλος δὲ ὁμοίως ἑς σχῆμα λίγεται ἐγγράφεισθαι, ὅταν ἢ τῷ κύκλῳ περιφύραται ἡ ἐκείνη πλὴν ὅτι, τῷ ἑς δὲ ἐγγράφεται ἀπὸ τῆς.

Circulus autem in figura rectilinea describi dicitur: quādo circuli circumferentia, vnumquodq; latus eius in qua describitur t̄git.

Σχῆμα δὲ ἐνθύγραμμον πρὸς κύκλῳ περιγράφεισθαι λίγεται, ὅταν ἐκείνῃ περιφύραται ἡ ἐκείνη πλὴν ὅτι, τῷ περιγράφεται ἀπὸ τῆς.

Figura verò rectilinea, circa circulū describi dicitur: quando vnū quodque latus circumscriptæ, circuli circumferentiam tangit.

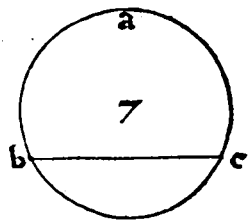
In exemplum, habes circulum $a/b/c/d$, in quadrato $e/f/g/h$ descriptum: atque idem quadratum $e/f/g/h$, descriptum circa eundem circulum $a/b/c/d$. Idem responderet velim intelligas de cæteris quibuscunque regularibus figuris, in circulo, vel circa eundem circulum, prius diffinita ratione descriptis.



Εὐθέα ἑς κύκλῳ ἀναρμόδιον λίγεται, ὅταν πρὸς πέρατα αὐτῆς, ἢ τῆς περιφύραται ἡ τῷ κύκλῳ.

Recta linea circulo congruere dicitur: quando eius extrema, in circuli circumferentiam cadunt.

Quancquā hæc vltima diffinitio, tam de circuli dimetientibus, quā de cæteris rectis non per cetro eductis (quas vocant chordas) sit intelligenda: ipsas tamen rectas circuli dimetiente minores potissimū respicere videtur, quæ sunt videlicet latera inscribendarum intra circulum rectilinearum figurarum. Cuiusmodi videtur esse recta b/c : cuius extrema, siue limites b & c , in dati circuli $a/b/c$ circumferentiam cadunt.



Εἰς τὸν δοθέντα κύκλῳ τῇ δοθείσῃ ἐνθεῶν μὴ μείζονι ὄσῃ τῆς τῷ κύκλῳ ὁμομέτρου, ἵστω ἐνθεῶν ἀναρμόδιον.

Πρόβλημα

α,

Πρόθεσις

α.

Problema

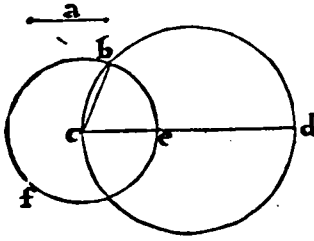
I,

Propositio I.

IN dato circulo, datæ rectæ lineæ minimè maiori circuli diametro existenti: æqualem rectam lineam coaptare.

TORONTIVS. ¶ Sit data recta linea a , non maior dimetiente dati circuli $b/c/d$ (non intraret enim circulum, si foret maior: quoniam in circulo maximus est dimetiens, per decimam quintam tertij) in quo quidem circulo oporteat ipsi datæ rectæ lineæ a , æqualē rectā lineā coaptare. Producat ergo circuli $b/c/d$,

dimetiēs c/d . Erit itaq; a /recta linea, aut æqualis ipsi dimetiētī aut eo minor. Si æqualisiam coaptata est recta linea c/d , æqualis ipsi datæ rectæ lineæ a . Quòd si a /recta



linea, fuerit minor dimetiente c/d : secetur à maiori c/d , ipsi a / minori æqualis, per tertiā primis: sitq; illa c/e . Et centro c , interuallo autē c/e , describatur circulus $b/e/f$, per tertium postulātū. Secabit igitur circulus $b/e/f$, datum $b/c/d$ /circulum: sunt enim in eodem plano, & vnus circumferentia partim intra reliquum, partim verò extra. Secet igitur in pūcto b : & per primum postulatum, connectatur recta b/c . Coaptatur itaq; b/c /recta, in dato $b/c/d$ /circulo: cadunt enim extrema b & c , in ipsius $b/c/d$ /circuli circumferentiā.

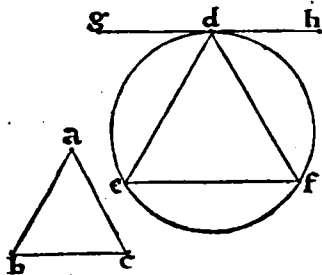
Aio quòd æqualis est ipsi a . Quoniam punctum c /centrum est circuli $b/e/f$: æqualis est igitur b/c /ipsi c/e , per circuli diffinitionem. Eidem porrò c/e , æqualis est a /recta linea, per constructionem. Dux igitur, a /inquām, & b/c , eidem c/e /sunt æquales: & proinde æquales adinuicem, per primam communem sententiā. Datæ igitur rectæ lineæ a , æqualis recta linea b/c , in dato circulo $b/c/d$ / coaptatur. Quod oportebat facere.

E *πρόβλημα β, Πρόθεσις β.*
Ἐστὶ τὸν δοθέντα κύκλον, ἑξ ὁδοῦντι τριγώνῳ, ἰσογώνιον τριγώνον ἐγγράψαι.
 Problema 2, Propositio 2.

2 **I**N dato circulo, dato triangulo, æquiangulum triangulum describere.

O R O N T I V S. ¶ Est datum triangulum $a/b/c$, cui oporteat describere æquiangulum triangulū, in dato circulo $d/e/f$. A dato igitur puncto g , dato circulo $d/e/f$: contingens recta linea ducatur $g/d/h$, tangens ipsum circulū $d/e/f$ in puncto d , per decimaseptimam tertij. Et ad datam rectam lineam d/h , datūmq; in ea punctum

Constructio figuræ.



d , dato angulo rectilineo qui ad b , æqualis angulus rectilineus cōstituatur $f/d/h$, per vigesimamtertiam primi: & per eandem, angulo qui ad c , æqualis angulus cōstituatur ad idem pūctum d , datæ rectæ lineæ g/d , sitq; $g/d/e$ /ipsis d/e & d/f , circulo $d/e/f$ / coaptatis. cōnectatur demum e/f /recta, per primū postulatum. Et quoniam circulū $d/e/f$, tangit quædam recta linea $g/d/h$, à cōtactu autem d , recta quædam linea d/f /extenditur,

Offensio problematis.

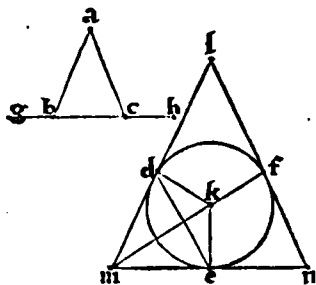
circulum disspescēs: angulus igitur qui ad e , in alterno segmēto $d/e/f$, angulo $f/d/h$, per trigesimalsecundā tertij est æqualis. Eidē porrò angulo $f/d/h$, datus est æqualis angulus qui ad b : per primam igitur communem sententiam, angulus qui ad b , æquus est angulo qui ad e . Et proinde angulus qui ad f , ipsi angulo qui ad c /æqualis. Reliquus igitur angulus qui ad a , reliquo qui ad d , per trigesimalsecundā primi est æqualis. Aequiangulum est itaq; triangulum $d/e/f$, ipsi $a/b/c$ /triangulo: describiturque in dato circulo $d/e/f$. In dato igitur circulo, dato triangulo, æquiangulum triangulum describitur. Quod fecisse oportuit.

Π *πρόβλημα γ, Πρόθεσις γ.*
Ἐπεὶ τὸν δοθέντα κύκλον, ἑξ ὁδοῦντι τριγώνῳ, ἰσογώνιον τριγώνον περιγράψαι.
 Problema 3, Propositio 3.

3 **C**Irca datum circulum, dato triangulo, æquiangulum triangulum describere.

ORONTIVS. ¶ Sit datum triangulum $a/b/c$, datus verò circulus $d/e/f$, circa quem expedit describere triangulum æquiangulum ipsi $a/b/c$ triangulo dato. Producaturs itaq; in directum ex vtraq; parte latus b/c , in g & h , puncta, per secundum postulatũ: sitq; per primam tertij, ipsius circuli $a/b/c$ cẽtrum k , & connectatur d/k semidiameter, per primũ postulatũ. Ad punctum deinde k , datæ rectæ lineæ d/k , ipsi angulo $a/b/g$ æqualis angulus constituatur $d/k/e$, per vigesimamtertiam primi: & per eandem, ad idem punctum k , datæ rectæ lineæ e/k , angulus constituatur $e/k/f$ ipsi angulo $a/c/h$ æqualis. A punctis autem d, e, f , ad rectos vtrinq; excitetur angulos $d/l, d/m, e/m, e/n, f/n, & f/l$, per vndecimam primi: quæ per decimamquartam eiusdem primi, in directum constituentur, atq; per corollarium decimæ sextæ

Quodd l, m, n ,
sit triangulũ.



Quodd trian-
gulum l, m, n ,
ipsi a, b, c , sit
æquiangulum.

tertij, tangent ipsum circulum in punctis d, e, f , conueniẽtq; ad pũcta l, m, n . Connexa enim d/e per primũ postulatũ, diuidet vtrunq; angulum rectum qui ad d , & qui ad e : efficiẽtq; propterea ad easdem partes versus m , interiores angulos $m/d/e$ & $d/e/m$ binis rectis minores. quare per quintum postulatũ, conuenient d/m & e/m in punctum m . Et proinde e/n & f/n , in punctum n atque d/l & f/l , ad punctum l . Triangulum erit igitur $l/m/n$: & circa datũ circulum $d/e/f$, per sextam diffinitionem huius descriptum. Dico, qd & $a/b/c$ triangulo, est æquiangulum. Quadrilaterum enim $d/m/e/k$, cõnexa m/k , in bina trianguła diuidetur: & cuiuslibet triaguli tres anguli, binis rectis, per trigessimamsecundam primi, sunt æquales. Et quatuor igitur anguli ipsius quadrilateri $d/m/e/k$, sunt æquales quatuor rectis. quorum qui ad d & e , recti sunt per constructionem: reliqui igitur qui ad m & k puncta consistunt anguli, duobus rectis cõquantur. Eisdem quoq; duobus rectis, æquales sunt per decimamtertiam primi, $a/b/g$ & $a/b/c$ anguli. Aequales igitur sunt anguli qui ad m & k puncta, hoc est $d/m/e$ & $d/k/e$, ipsis angulis $a/b/g$ & $a/b/c$, per primam communem sententiam. Angulus porrò $a/b/g$, angulo $d/k/e$, per constructionem est æqualis: reliquus igitur $d/m/e$, seu qui ad m angulus, reliquo qui sub $a/b/c$, per tertiam cõmunem sententiã est æqualis. Haud dissimiliter ostendemus angulum qui ad n , æqualem esse angulo $a/c/b$: atq; reliquũ angulum qui ad l , reliquo qui sub $b/a/c$ tandẽ cõquari. Aequiangularum est igitur $l/m/n$ triagulum, ipsi dato triangulo $a/b/c$: describiturq; circa datum circulũ $d/e/f$. Circa datum itaq; circulum, dato triangulo, æquiangularum descriptum est triangulum. Quod faciendum fuerat.

E $\text{Ἐστὶν ὁδοὺν τριγώνου κύκλου ἐγγράφειν.}$

Ἐδοθέντος δ.

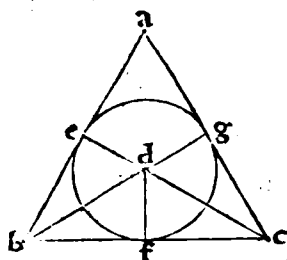
Ἐδοθέντος δ.

IN dato triangulo, circulum describere.

Problema 4.

Propositio 4.

ORONTIVS. ¶ Esto datum triangulum $a/b/c$, in quo oporteat circulum describere. Secentur ergo bifariam, per nonam primi, qui sub $a/b/c$ & $a/c/b$ continentur anguli: rectis quidem lineis b/d & d/c , in punctum d , per quintum postulatũ, tandem conuenientibus. Et à puncto d , in rectas a/b , b/c , & c/a , perpendiculares deducantur $d/e, d/f, & d/g$, per duodecimam primi. Aio itaq; primũ, $d/e, d/f, & d/g$, fore inuicem æquales. Trianguła enim $b/e/d$ & $d/f/b$, habent duos angulos duobus angulis æquales: vtpote, $e/b/d$ ipsi $d/b/f$ per cõstructionẽ, & rectum qui ad e , recto qui ad f , per quartum postulatũ. habent insuper vnum latus, vni lateri



æquale: cōmune scilicet b/d , quod sub vno æqualium sub-
tenditur angulorum. Reliqua itaque latera, reliquis late-
ribus habebunt æqualia alterum alteri, per vigesimam-
sextam primi. Aequalis est igitur d/e , ipsi d/f , & proinde
 d/g , ipsi d/f itidem æqualis. Hinc per primam communē
sententiam, d/e atque d/g , inuicem æquales erunt. Tres
igitur d/e , d/f , atque d/g , æquales sunt adinuicem. Centro
igitur d , interuallo autem d/e , aut d/f , aut d/g , circulus
describatur $e/f/g$, per tertium postulatū. Transibit ergo circulus ipse, per eadem
puncta e, f, g , tangētque propterea eundem circulum $e/f/g$, ipsa $a/b, b/c$, & c/a , dati
 $a/b/c$ trianguli latera, per decimæ sextæ tertij corollarium: excitantur enim ad re-
ctos angulos, ab ipsorum dimetientium $d/e, d/f$, & d/g , extremitatibus. Circulus au-
tem in figura rectilinea describi dicitur: quando circuli circumferentia, vnumquod-
que latus eius in qua describitur tangit, per quintam huius quarti diffinitionē. In
dato itaque triangulo $a/b/c$, circulus describitur $e/f/g$. Quod oportuit fecisse.

Π

Περὶ τοῦ ἐν δοθέν τριγώνῳ κύκλου περιγράψαι.

Πρόβλημα

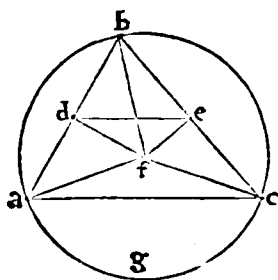
Πρόθεσις

Problema 5, Propositio 5.

5 Circa datum triangulum, circulum describere.

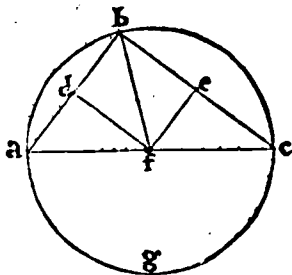
ORONTIVS. ¶ Sit triangulum $a/b/c$ circa quod receptum sit describere cir-
culum. Secentur itaq; bifariam, per decimam primi, a/b & b/c ipsius dati trianguli
latera: in punctis quidem d & e . Ab ipsis deinde punctis d & e , ad rectos excitetur
angulos d/f & e/f , per vndecimā ipsius primi. Aio primum, rectas d/f & e/f in di-
rectum productas, tandem conuenire. Cōnexa enim recta d/e , per primum postu-
latum: ea diuidet vtrunque rectū angulum $b/d/f$ & $b/e/f$, & proinde in rectas d/f &
 e/f , recta incidēs d/e : efficiet ad easdem partes interiores angulos, duobus rectis mi-
nores. Conuenient igitur ipsæ d/f & e/f per quintū po-
stulatū: conueniant itaque, ad punctum f . Aut igitur f
punctum cadet intra triangulum $a/b/c$, aut super latus
 a/c , vel extra ipsum $a/b/c$ triangulum. Cadat primum
intra triangulū, velut in prima figuræ dispositione: & con-
nectantur, per primum postulatū, f/a , f/b , & f/c lineæ
rectæ. Cū igitur a/d , sit æqualis ipsi d/b , & vtriq; com-
munis d/f erunt duo latera a/d & d/f trianguli $a/d/f$,
duobus lateribus f/d & d/b trianguli $f/d/b$ æqualia al-
terū alteri: & æquos inuicē continent angulos, per quartum postulatū: nempe re-
ctos, qui circa d . Basis igitur a/f , basi f/b , per quartam primi est æqualis. Haud dissi-
militer ostēdetur, quod f/c , eidem f/b æqualis est: & proinde f/a , æqualis ipsi f/c , per
primam communem sententiam. Tres igitur f/a , f/b , & f/c , sunt inuicem æquales.
Centro itaq; f , interuallo autem f/a , vel f/b , aut f/c circulus describatur $a/b/c/g$, per
tertium postulatū. Transibit igitur descriptus ipse circulus, per puncta a, b, c , ad
quæ dati trianguli $a/b/c$ continentur anguli: tangētque propterea ipsius circuli cir-
cumferentia, vnumquēque angulum dati $a/b/c$ trianguli. Ergo per quartam huius
quarti diffinitionem, circa datum triangulum $a/b/c$, circulus describitur. ¶ Concur-
rant autem ipsæ rectæ lineæ d/f & e/f , super latus a/c , vt in succedenti figura: & con-
nectatur f/b , per primum postulatū. Haud dissimiliter ostendemus, quod f/a ipsi
 f/b est æqualis: necnon & f/c , eidem f/b , per eandem quartam primi. Hinc rursum,

Generalis fi-
guræ præpar-
ratio.

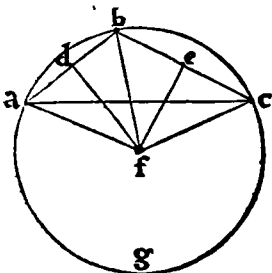


Prima figuræ
differentia.

Secunda figu-
ræ differentia.

Tertia figure
dispositio.

pendiculares, extra datum $a/b/c$ triangulum, vt habet vltima descriptionis formula: & connectantur rursus $f/a, f/b, \& f/c$ lineæ rectæ, per primum postulatū. Simili prorsus concludemus ostensione, tres rectas lineas $f/a, f/b, \& f/c$, fore rursus inuicem æquales. habent enim triangula $a/d/f \& f/d/b$, duo latera $a/d \& d/f$, duobus lateribus $f/d \& d/b$ æqualia alterum alteri: & æquos angulos, vtpote rectos qui circa d continentia. vnde per quartā ipsius primi, basis a/f , basi f/b , concludetur æqualis. Et proinde f/c , æqualis eidem f/b . Hinc per primam communem sententiam f/a , ipsi f/c æquabitur: tres quoque $f/a, f/b, \& f/c$, tandem conuincuntur æquales. Quapropter descripto, per tertium postulatū, pro centro f , ad ipsius f/a , vel f/b , aut f/c interuallum circulo: transibit ipsius circuli circumferentia, per eadem puncta a, b, c , ad quæ dati trianguli $a/b/c$ conueniūt latera. Hinc per quartam huius quarti diffinitionem, descriptus erit idem circulus, circa datum $a/b/c$ triangulum. Quod faciendum susceperamus.



nem, descriptus erit idem circulus, circa datum $a/b/c$ triangulum. Quod faciendum susceperamus.

Corollarium.

Ex his, & trigesima prima tertij fit manifestum, quod dūm f centrum circuli cadit intra datum $a/b/c$ triangulum: angulus qui ad b recto minor est, nempe in segmento semicirculo maiori consistens. Dūm autem cadit in latus b/c : angulus ipse qui ad b , in semicirculo est, & proinde rectus. Quādo verò centrū ipsum cadit extra datū triangulum: idem angulus qui ad b recto maior est, vtpote in segmento semicirculo minori constitutus. Hinc versa vice sequitur, quod in oxygonijs triagulis circūscribendi circuli centrū cadit intra datum triangulum: in rectangulis verò, in medium subtenſi lateris: in amblygonijs deniq; triagulis, extra ipsum triangulū datum.

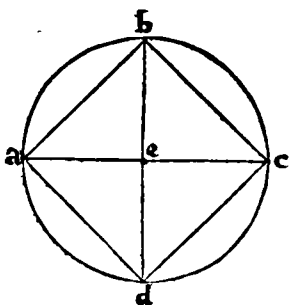
Εἰς τὸν δοθέντα κύκλον τετράγωνον ἐγγράψαι.

Problema 6, . Propositio 6.

IN dato circulo, quadratum describere.

6

ORONTIVS. ¶ Esto datus circulus $a/b/c/d$, cuius centrū e in quo quidem circulo oporteat describere quadratum. Coaptentur igitur ipsi $a/b/c/d$ circulo, dimetientes $a/c \& b/d$, ad rectos angulos sese inuicem dirimentes: & coniungantur $a/b, b/c, c/d, \& d/a$ lineæ rectæ, per primū postulatū. Quadrilaterū erit igitur $a/b/c/d$: & intra datum circulum, per tertiā huius quarti diffinitionē descriptum: vnusquisq; enim angulus inscripti quadrilateri, circuli circumferentiā tangit. Aio ipsum $a/b/c/d$ quadrilaterum, fore quadratum. Nam $e/a, e/b, e/c, \& e/d$ lineæ rectæ, sunt per circuli diffinitionē inuicē æquales: ex centro enim in circumferentiā.

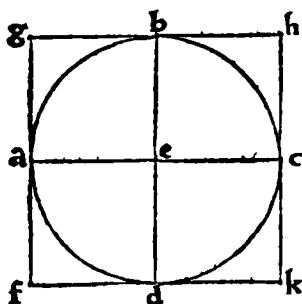
Potissima de
mōstrationis
pars.

Binæ igitur a/e & e/b trianguli $a/e/b$, duabus b/e & e/c trianguli $b/e/c$ coæquatur: & æquos inuicē continent angulos, nēpe rectos qui ad centrū e . Basis igitur a/b , basi b/c , per quartā primi est æqualis. Et proinde a/d & d/c , tum inuicē, tum vtriq; ipsarū a/b & b/c , ostenduntur æquales. Aequilaterum est itaq; $a/b/c/d$ quadrilaterum. Insuper, quoniam a/c , dimetiens est ipsius dati circuli: vterque propterea angulorū qui ad b & qui ad d , est in semicirculo, & proinde rectus, per trigessimā primā tertij. Et per eandem, qui ad a & c sunt anguli, itidem recti: dimetiens enim est b/d . Rectangulum est igitur ipsum $a/b/c/d$ quadrilaterum. Patuit quod & æquilaterū: ergo quadratū, per trigessimā ipsius primi diffinitionē. In dato igitur circulo $a/b/c/d$, quadratum describitur. Quod facere oportebat.

Π Εἰ τὸν δοθέντα κύκλον, τετράγωνον περιγράψαι.
 Πρόβλημα 7, Πρόpositio 7.

7 C Irca datum circulum, quadratum describere.

ORONTIVS. ¶ Sit datus circulus $a/b/c/d$: circa quem receptum sit quadratū describere. Coextendantur ergo ipsius dati circuli dimetientes a/c & b/d , in centro e ad rectos sese dirimentes angulos. Et per ipsorum dimetientium extrema puncta a, b, c, d , parallelæ ducantur, per trigessimā primam primi: f/g quidem & h/k ipsi b/d , f/k autem & g/h ipsi a/c , ad puncta tandem f, g, h, k , inuicē (veluti cum ipsis dimetientibus) concurrentes. Quæ autem eidem rectæ lineæ parallelæ: & adinuicem, per trigessimā ipsius primi, sunt parallelæ. Parallela est igitur f/g ipsi h/k , & f/k ipsi g/h : & proinde quadrilaterum $f/g/h/k$ parallelogrammum, atq; singula in eodem $f/g/h/k$ cōprehensā quadrilatera itidē parallelogrāma. Dico ipsum $f/g/h/k$



parallelogrammum, fore quadratum: descriptūq; circa datum $a/b/c/d$ circulum. Parallelogrammorū enim locorum latera quæ ex opposito, æqualia sunt adinuicem, per trigessimā quartā primi. æqualis est igitur f/g ipsi h/k , & f/k ipsi g/h : necnon vtraque f/g & h/k ipsi b/d , vtraque rursus f/k & g/h ipsi a/c æqualis. Porro a/c & b/d , æquales sunt adinuicem: nempe eiusdem circuli dimetiētes. Quæ autem æqualibus æqualia sunt, ea quoq; sunt inuicem æqualia, per primam communem sententiam. Quatuor igitur $f/g, g/h, h/k, & k/f$, sunt adinuicem

Quod descriptū parallelogrammum, sit quadratum.

æquales: & proinde $f/g/h/k$ parallelogrammum, æquilaterum. Parallelogrammorū rursus $a/b, b/c, c/d, & d/a$, qui ex opposito sunt anguli, æquales sunt adinuicem, per eandem trigessimā quartā primi: æquales sunt igitur singuli qui ad puncta f, g, h, k , sunt anguli, singulis qui ad e centrum ex opposito consistunt angulis. Anguli porro qui circa e , per constructionē recti sunt: & recti igitur sunt, qui ad puncta f, g, h, k , continentur. Rectangulum est itaque $f/g/h/k$ parallelogrāum. Patuit quod & æquilaterum: est igitur quadratum, per trigessimā ipsius primi diffinitionem. Aio demum, quod & circa datum circulum $a/b/c/d$ describitur. In parallelas enim f/g & b/d , recta incidens a/e , facit alternos angulos $a/e/b$ & $e/a/f$: similiter & $a/e/d$ atque $e/a/g$, inuicem æquales, per vigesimā nonā primi. Atqui recti sunt qui sub $a/e/b$ & $a/e/d$, per constructionem: & vterque igitur qui circa a , rectus est. Haud aliter ostendemus, quod & reliqui circa puncta b, c, d cōsistentes anguli, recti sunt. Quæ autem à circuli dimetientium extremitatibus, ad rectos ducuntur angulos: ipsum circulum tangunt, per decimā sextā tertij corollarium. Tangit igitur

Quod ipsum quadratū, circulo circūscribitur.

unumquodque latus ipsius quadrati $f/g/h/k$, circumferentiam dati $a/b/c/d$ circuli. Igitur per sextam huius quarti diffinitionē, circa datum circumulum $a/b/c/d$, quadratū describitur $f/g/h/k$. Quod faciendum receperamus.

E $\text{Πρόβλημα } \theta, \text{ Πρόθεσις } \kappa.$
 $\text{Ἐὰν τὸ δοθὲν τετράγωνον, κύκλον ἐγγράψαι.}$

IN dato quadrato, circumulum describere.

Centri inscri-
bendi circuli in-
uestigatio.

ORONTIVS. ¶ In quadrato enim $a/b/c/d$, circumulum describere fit operæ pre-
tium. Secetur itaque bifariam vtrunq; latus a/b & b/c , in punctis quidem e & f per
decimam primi. æquales erūt igitur a/e , e/b , b/f , & f/c adinuicem, per septimā com-
munem sententiā: nempe æqualium laterum a/b & b/c dimidiā. Per trigessimā pri-
mam rursus eiusdem primi, per punctū e , ipsis a/d & b/c parallela ducatur e/g ; per
 f autem punctum, ipsis a/b & c/d parallela f/h , secans eandem e/g in puncto k .

Parallelogramma sunt igitur a/f , f/d , d/e , & e/c necnon e/f , f/g , g/h , & h/e . Paral-
lelogrammorum autem locorum latera quæ ex opposi-
to, & anguli, æqualia sunt adinuicem: per trigessimā-
quartam ipsius primi. Parallelogrammi igitur d/e , an-
gulus qui ad e , æqualis est opposito qui ad d ; ipsius item
 e/c parallelogrammi angulus qui ad e , opposito qui ad
 c itidem æqualis. qui autem ad c & d consistunt anguli,
recti sunt, per quadrati diffinitionem. Rectus est igitur
vterque angulus, qui circa punctum e . Haud dissimiliter
ostendetur, quod vterque angulus, qui circa f , aut g , vel
 h punctum, rectus est. Aequalis insuper est k/h , ipsi a/e ,
& k/f ipsi e/b ; item k/e ipsi b/f , & k/g demum ipsi f/c .

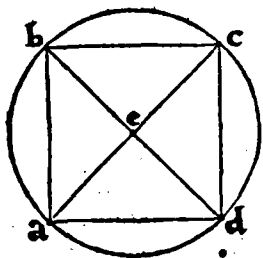
Atqui a/e , e/b , b/f , & f/c , sunt æquales adinuicem: quæ autē æqualibus sunt æqua-
lia, & adinuicem æqualia sunt, per primam communem sententiā. Quatuor igi-
tur k/e , k/f , k/g , & k/h , æquales sunt adinuicem. Centro ergo k , intervallo autē k/e ,
vel k/f , aut k/g , seu k/h , circulus per tertiū describatur postulatū $e/f/g/h$. Transibit
igitur ipsius circuli circumferentia, per eadem puncta e , f , g , h , ipsorum e/g & f/h dime-
tientium extremitates: cum quibus dimetiētibus, ipsius $a/b/c/d$ quadrati latera, ad
rectos (vt præostensum est) conueniunt angulos. Tangit ergo circuli $e/f/g/h$ cir-
cumferentia, vnūquodq; latus eiusdem quadrati $a/b/c/d$, per decimæ sextæ tertij co-
rollarium. Hinc per quintam huius quarti diffinitionē, in dato quadrato $a/b/c/d$,
circulus describitur $e/f/g/h$. Quod faciendum fuerat.

Π $\text{Πρόβλημα } \theta, \text{ Πρόθεσις } \theta.$
 $\text{Ἐὰν τὸ δοθὲν τετράγωνον, κύκλον περιγράψαι.}$

Circa datum quadratum, circumulum describere.

Vt circuli
bendi circuli
centrum inue-
niatur.

ORONTIVS. ¶ Est quadratum $a/b/c/d$, circa quod oporteat describere cir-
culum. Connectantur igitur a/c & b/d rectæ lineæ, per primū postulatū, in pun-
cto e sese inuicem dirimentes. Et quoniā per quadrati diffinitionem, æqualis est
 a/b ipsi b/c , & b/d vtrique communis: binæ igitur a/b & b/d trianguli $a/b/d$, dua-
bus d/b & b/c trianguli $d/b/c$ sunt æquales altera alteri: & basis a/d , basi d/c itidē
æqualis. Angulus igitur $a/b/d$, angulo $d/b/c$, per octauam primi est æqualis. Totus
itaq; angulus $a/b/c$, bifariam diuiditur sub recta b/d . Haud aliter monstrabimus



quod vnusquisq; reliquorum angulorum qui sub $b/a/d$, $b/c/d$, & $a/d/c$, bifariam itidem sub ipsa b/d , & a/c recta diuiditur. Angulus porro $a/b/c$, angulo $b/a/d$, per quartum postulatū est æqualis: nempe rectus recto. Quæ autem æqualium sunt dimidium, æqualia sunt adinuicem, per septimam communem sententiam. Aequalis est igitur angulus $a/b/e$, angulo $e/a/b$: & proinde latus e/a , lateri e/b , æquale, per sextam primi. Eodem prorsus modo ostendemus, e/c & e/d rectas, tum adinuicem, tum ipsis e/a & e/b rectis lineis coæquari.

Quatuor igitur e/a , e/b , e/c , & e/d , æquales sunt adinuicem. Cētro igitur e , intervallo autem e/a , vel e/b , aut e/c , vel e/d , circulus describatur, per tertium postulatū. Transibit ergo descriptus circulus per puncta a, b, c, d : quapropter & ipsius circuli circumferētia tanget vnūquenq; angulum ipsius quadrati $a/b/c/d$. Per quartā igitur huius quarti diffinitionem: circa datum quadratum $a/b/c/d$, circulus describitur. Quod oportuit fecisse.

Ostensio problematis, priori similis.

Πρόβλημα 10,

Πρόθεσις 10.

Ἰσοσκελὲς τρίγωνον συστήσασθαι, ἔχον ἑκατέρωθεν τὴν πρὸς τῇ βάσει γωνίαν διπλασίονα τῆς λοιπῆς.

Problema 10,

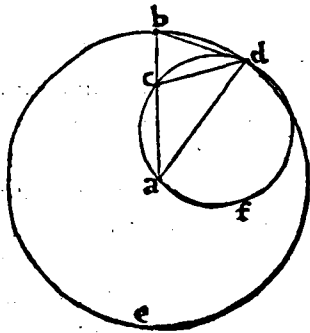
Propositio 10.

10 **I**soceles triangulum cōstituere, habens vnumquenque eorum qui ad basin sunt angulorum, duplum reliqui.

O R O N T I V S. ¶ Hoc quæsitum, ad succedentiū propositionum demonstrationem, ita confirmatur. Sit data recta quædam linea a/b : quæ per vndecimam secundi ita secetur in puncto c , vt comprehensum sub tota a/b & segmento b/c rectangulum, æquum sit ei quod ex reliquo segmento a/c fit quadrato. Et centro a intervallo autē a/b , circulus describatur $b/d/e$, per tertium postulatū. Et per primā huius quarti, in circulo $b/d/e$, datæ rectæ lineæ a/c (quæ non est maior ipsius circuli semidiametro) æqualis recta linea coaptetur: sitq; b/d . connectāturq; a/d & c/d lineæ rectæ, per primum postulatū. Triangulum erit igitur $a/b/d$, atq; isosceles: æqualis est enim a/b ipsi a/d , per quindecimam diffinitionem primi. Dico quod vnusquisq; angulorum qui ad basin b/d , duplus est reliqui anguli qui ad a . Circa enim triangulum $a/c/d$, per quintam huius quarti, describatur circulus $a/c/d/f$. Et quoniam per constructionem, quod sub a/b & b/c cōtinetur rectangulum, æquum est ei quod ex c/a fit quadrato: & ipsi c/a data est æqualis b/d , ab æqualibus autem rectis æqualia describuntur quadrata, per corollariū quadragesimæ sextæ primi. Cōprehensum igitur sub a/b & b/c rectangulum, æquum est ei, quod ex b/d fit quadrato. Atqui b punctū extra circulum $a/c/d/f$ suscipitur, ab eoque in circulum geminæ procidunt lineæ rectæ a/b & b/d , quarū altera vtpote a/b circulum secat, altera verò b/d cadit, estq; sub tota discescēte & extrinsecus sumpta b/c comprehensum rectangulū, æquale ei quod ex cadente b/d fit quadrato. Cadens igitur b/d , tangit per vltimam tertij circulum $a/c/d/f$, in pūcto d vtriq; circulo communi.

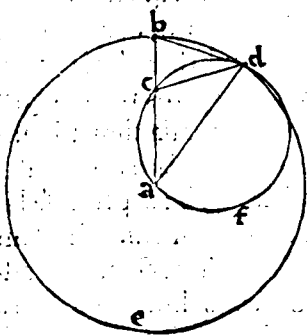
Constructio figuræ.

Ostensio problematis.



Rursum quoniam b/d recta tangit circulū $a/c/d/f$, & à cōtactu d extēditur recta quædā linea d/c circulum discescens: angulus igitur $b/d/c$, angulo $c/a/d$, (qui in alterno consistit segmento) per trigessimā secundam tertij, est

i.ij.



æqualis. Quodd si vtrique æqualium angulorum addatur cõmunis angulus $a/d/c$ totus angulus $a/d/b$, duobus qui sub $c/a/d$ & $a/d/c$ sunt angulis, erit per secundam communem sententiã æqualis. Eisdem porrò qui sub $c/a/d$ & $a/d/c$ cõtinentur angulis, exterior angulus $b/c/d$, per trigessimãsecũdam primi cõæquatur. Per primã igitur communem sententiã, angulus $a/d/b$, angulo $b/c/d$ est æqualis. Angulo rursus $a/d/b$, æquus est angulus $c/b/d$, aut (si velis) $a/b/d$, per quintã primisunt enim ad basin b/d isoscelis triãguli $a/b/d$. Duo itaque anguli $b/c/d$ & $c/b/d$, eidem angulo $a/d/b$ sunt æquales: & æquales pro-

pterea adinuicẽ, per primã communẽsententiã. Hinc latus c/d lateri b/d , per sextã ipsius primi cõæquatur. sed eidem b/d , æqualis est per constructionem a/c . binæ igitur a/c & c/d , eidem b/d sunt æquales: & æquales itaq; rursus adinuicẽ, per eãdem primam cõmunẽsententiã. Angulus igitur $a/d/c$, angulo $c/a/d$, per eandẽ quintam primi est æqualis: & vterq; propterea dimidiũ ipsius anguli $a/d/b$, nã angulus $a/d/b$ eidem angulis $a/d/c$ & $c/a/d$ æqualis iam ostensus est. Duplus est igitur angulus $a/d/b$, ipsius anguli qui ad a . Eidem porrò angulo $a/d/b$, æqualis rursus est $a/b/d$: quæ autem æqualia sunt, eiũdem sunt duplicia, per sextã communis sententiæ conuersionem. Et $a/b/d$ itaq; angulus, eiũdem anguli qui ad a duplus itidem est. Isosceles ergo triangulum constituitur $a/b/d$, habens vnumquenq; eorum qui ad basin b/d sunt angulorum duplum reliqui. Quod facere oportebat.

E

Πρόβλημα ια.

Πρόβλημα ια.

Ἐν τῷ δοθέντι κύκλῳ, περιγράψαι ἰσοπλευρὸν τε καὶ ἰσογώνιον ἑξάγωνον.

Problema II,

Propositio II.

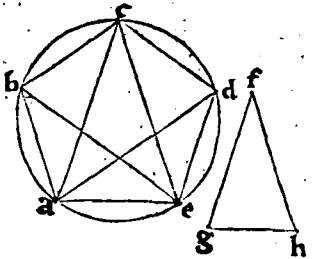
IN dato circulo, pentagonum æquilaterum & æquiangulum describere.

Constructio in
scribendi pentagoni.

ORONTIVS. ¶ Esto datus circulus $a/b/c/d/e$, in quo receptum sit describere pentagonum æquilaterum & æquiangulum. Constituat per antecedentem decimam propositionem, triangulum $f/g/h$: cuius vnusquisq; eorum qui ad basin g/h sunt angulorum, duplus sit reliqui anguli qui ad f . Et per secundam huius quarti, in dato circulo $a/b/c/d/e$, dato triangulo $f/g/h$, æquiangulum triangulum describatur $a/c/e$: sitq; angulus qui ad c , angulo qui ad f æqualis. Cũ igitur vterq; angulorum qui ad basin g/h , duplus sit reliqui qui ad f : erit & vterque eorum qui ad basin a/e , reliqui anguli qui ad c itidem duplus. Secetur itaque bifariam, per nonam primi, vterq; angulorum qui sub $c/a/e$ & $a/e/c$, productis in circumferentiã a/d & e/b rectis: & connectantur a/b , b/c , c/d , & d/e lineæ rectæ, per primum postulatũ. Pentagonum est itaq; $a/b/c/d/e$ rectilineum: & in dato circulo, per tertiam huius quarti diffinitionem descriptum.

¶ **A**io primũ, qd & æquilaterũ. Nam angulus qui sub $a/c/e$, dimidiũ est vtriusq; æqualium angulorum qui sub $c/a/e$ & $a/e/c$. sed anguli $c/a/d$ & $d/a/e$, ipsius $c/a/e$: anguli item $a/e/b$ & $b/e/c$, ipsius $a/e/c$ sunt dimidiũ, secti enim sunt bifariã $c/a/e$ & $a/e/c$ anguli. Quæ autem eiũdem, vel æqualium sunt dimidiũ, æqualia sunt adinuicẽ, per septimã communem sententiã. Quinq; igitur anguli $a/c/e$, $a/e/b$, $b/e/c$, $c/a/d$, & $d/a/e$, ad circũferentiã ipsius circuli consistẽtes,

Quodd inscribitũ
pentagonũ
nũ sit æquilaterum.



sunt adinuicē æquales. In eodem porrò circulo æquales anguli, in æqualibus circumferētijs subtenduntur, etsi ad centrum, etsi ad circumferentiam deducti fuerint, per vigesimam sextam tertij. Quinq; ergo circumferētiæ $a/b, b/c, c/d, d/e, \& e/a$, æquales sunt adinuicem. In eodem rursum circulo, sub æqualibus circumferētijs æquales rectæ lineæ subtenduntur, per vigesimam nonam ipsius tertij. Aequales itaq; inuicem sunt præfatas circumferentias subtendentes lineæ rectæ: & proinde $a/b, c/d, e/$ pentagonum æquilaterum. ¶ Dico tandem ϕ & æquiangulum. Quoniam circumferentia a/b , circumferentia c/d est æqualis: si utriq; æqualium addatur cōmunis circumferentia $a/e, d$, resultabunt $a/e, d/c$ & $b/a, e/d$ circumferentia, per secundam cōmunem sententiam inuicem æquales. Sub ipsa porrò circumferentia $a/e, d, c$, deducitur angulus $a/b, c$ sub ipsa autem $b/a, e, d$, angulus $b/c, d$, & vterq; ad circumferentiam eiusdem circuli. Aequalis est igitur angulus $a/b, c$, angulo $b/c, d$: sub æqualibus enim circumferētijs æquales deducuntur anguli, in eodem potissimū circulo, etsi ad centrum etsi ad circumferentiam fuerint deducti, per vigesimam septimam tertij. Haud dissimiliter ostendemus, reliquos angulos qui sub $c/d, e, \& d/e, a, \& e/a, b$, tum inuicem, tum vniciq; ipsorum $a/b, c$ & $b/c, d$ cōæquari. Aequiangulum est igitur $a/b, c, d, e$, pentagonū. patuit ϕ & æquilaterum. In dato itaq; circulo, pentagonū æquilaterū & æquiangulum descripsimus. Quod faciendum receperamus.

Quod idē pentagonum sit æquiangulū.

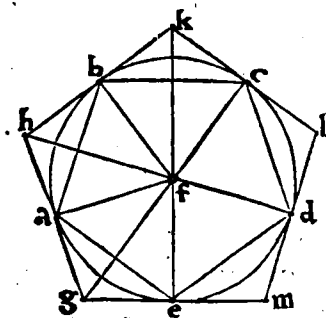
Π Εἰς τὸν δοθέντα κύκλον, πέντε γωνοῖς ἰσὼς ἀλλήλοις τε καὶ ἰσογώνιοις περιγράψαι.

Problema 12, Propositio 12.

12 **C**irca datum circulum, pentagonum æquilaterum & æquiangulum describere.

ORONTIVS. ¶ Sit rursum datus circulus $a/b, c, d, e$, cuius centum f : circa quem oporteat describere pentagonum æquilaterum & æquiangulum. Describatur in primis in ipso circulo dato, pentagonū æquilaterū & æquiangulum $a/b, c, d, e$, per antecedentem vndecimam propositionem: & cōnectantur $f/a, f/b, f/c, f/d, \& f/e$ semidiametri, per primum postulatū. A punctis autem a, b, c, d, e , ad rectos vtrinque suscitetur angulos $a/g, a/h, b/h, b/k, c/k, c/l, d/l, d/m, e/m$ & e/g , per vndecimam primi. In directum igitur constituentur $g/a, h, h/b, k, c/k, l, d/m, \& m/e, g$, per decimā quartam eiusdem primi: tangētq; circulum datum, per decimā sextā tertij corollarium, in punctis quidem a, b, c, d, e . Conuenient insuper ad puncta g, h, k, l, m . Recta enim a/b , incidēs in g/h & h/k rectas, diuidit vtrunq; angulum rectum qui sub $f/a, h$ & $h/b, f$, efficitque propterea interiores & in eadem parte angulos $a/b, h$ & $h/a, b$ duobus rectis minores: necessum est igitur, rectas g/h & h/k in infinitū productas, tandem concurrere ad partes h , per quintum postulatū. Haud dissimiliter ostendemus, quod h/k & k/l conuenient ad punctū k , atq; k/l & l/m ad punctum l , necnon l/m & m/g ad punctum m : m/g tandem & g/h ad punctū g . Pentagonū est igitur $g/h, k, l, m$: & circa datū circulū $a/b, c, d$, per sextā huius quarti diffinitionē, descriptū. ¶ Aio iam ϕ & æquilaterū. Cōiungātur enim $f/g, f/h, \& f/k$ rectæ lineæ, per primū postulatū. Rectāgula igitur erūt $a/f, h$ & $h/f, b$ triangu-
la. vnde per quadagesimā septimā primi quæ ab ipsis f/a & a/h vtraq; sūt quadrata, æqualia sunt ei quod ex f/h : & per eadē, quæ ex f/b & b/h , eidē quod ex f/h sit quadrato æqualia. Quæ igitur ex f/a & a/h sūt quadrata, eis quæ ex f/b & b/h sūt

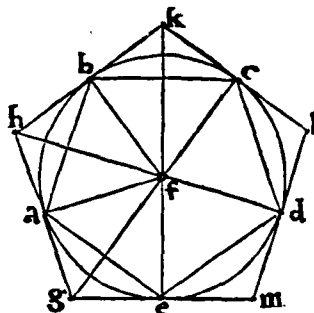
Pentagonū positi circuli descriptio.



Quod circumscriptum pentagonum sit æquilaterū.

quadrato æqualia. Quæ igitur ex f/a & a/h sūt quadrata, eis quæ ex f/b & b/h sūt
i. iij.

quadratis, sunt per primam communem sententiam æqualia: quorum id quod ex f/a , ei quod ex f/b est æquale, per corollarium quadragesimæ sextæ primam f/a , ipsi f/b æqualis est, per circuli diffinitionem. Reliquum igitur quod ex a/h fit quadratum, reliquo quod ex h/b per tertiam communem sententiam est æquale: & proinde a/h , ipsi h/b , per idem æquatur corollarium. Similiter ostendetur quod a/g ipsi g/e , & b/k ipsi k/c est æqualis: & consequenter ita de cæteris. Rursum quoniam a/f ipsi f/b est æqualis, & f/h vtrique communis: duo igitur latera a/f & f/h trianguli $a/f/h$, ducibus h/f & f/b trianguli $h/f/b$, sunt æqualia alterum alteri: basis quoque a/h , basi h/t æqualis. Angulus igitur $a/f/h$, angulo $h/f/b$ æqualis est, per octauam primi: & vtrique proinde, ipsius anguli $a/f/b$ dimidijs. Eodem modo colligemus, angulum $a/f/g$ dimidijs fore ipsius anguli $a/f/e$. Atqui anguli $a/f/b$ & $a/f/e$, æquales sunt ad invicem, per vigesimam septimam tertij: nempe ad centrum f , sub circumferentijs a/b & a/e invicem æqualibus deducti. Quæ autem æqualium sunt dimidijs, æqualia sunt ad invicem, per septimam communem sententiam. Aequalis est igitur angulus $a/f/g$, angulo $a/f/h$: & rectus $f/a/g$, recto $f/a/h$, per quartum postulatam æqualis. Triangula igitur $a/f/g$ & $a/f/h$, habent duos angulos duobus angulis æquales alterum alteri: vnumque latus a/f vtrique commune, quod æquis adiacet angulis: reliqua igitur latera, reliquis lateribus æqualia, & reliquum angulum reliquo angulo æquale habebunt, per vigesimam sextam primi. Aequalis est igitur a/g ipsi a/h , & tota consequenter g/h ipsi a/h dupla: necnon angulus $a/g/f$, angulo $f/h/a$ æqualis. Haud aliter ostendemus quod h/k , dupla est ipsius b/h . Porro a/h &



h/b , æquales præostensæ sunt: quæ autem æqualium duplicia sunt, ad invicem sunt æqualia, per sextam communem sententiam. Aequalis est igitur g/h ipsi h/k . Similiter quoque demonstrabitur, quod cætera ipsius pentagoni latera, utpote k/l , l/m , & m/g , tum invicem, tum vtrique ipsarum g/h & h/k sunt æqualia. Aequilaterum est igitur $g/h/k/l/m$ pentagonum. ¶ Dico tandem quod & æquiangulum. Quoniam enim æqualis est a/h ipsi h/b , & h/f vtrique communis: binæ igitur a/h & h/f trianguli $a/h/f$, duabus f/h & h/b trianguli $f/h/b$, sunt æquales altera alteri: basis quoque a/f , basi f/b æqualis, per diffinitionem circuli. Angulus igitur $a/h/f$, angulo $f/h/b$, per octauam primi est æqualis. Totus itaque angulus $a/h/b$, ipsius $a/h/f$ duplus est. Haud aliter monstrabitur, quod angulus $a/g/f$, angulo $f/g/e$ itidem cœquatur: totusque $a/g/e$, duplus est ipsius $a/g/f$. Anguli porro $a/g/f$ & $a/h/f$, æquales nunc ostensi sunt: quæ autem æqualium duplicia sunt, ad invicem sunt æqualia, per sextam communem sententiam. Aequalis est igitur angulus $a/g/e$, angulo $a/h/b$. Similiter ostendemus, quod reliqui anguli qui sub $b/k/c$, & $c/l/d$, atque $d/m/e$, tum invicem, tum vtrique ipsorum $a/g/e$ & $a/h/b$ responderent cœquantur. Aequiangularum est itaque $g/h/k/l/m$ pentagonum. Patuit quod & æquilaterum: descriptumque circa $a/b/c/d/e$ circulum. Circa datum ergo circulum $a/b/c/d/e$, pentagonum æquilaterum & æquiangulum describitur $g/h/k/l/m$. Quod oportuit fecisse.

Quod idem circuli scriptum pentagonum sic æquiangulum.

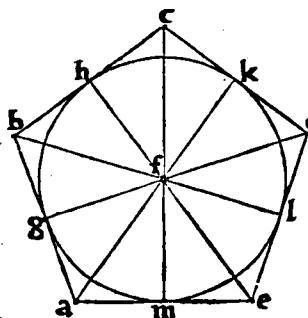
E $\pi\rho\omicron\beta\lambda\eta\mu\epsilon$ 17, $\pi\rho\omicron\beta\epsilon\iota\varsigma$ 17.
 $\epsilon\iota\varsigma \gamma' \delta\theta\epsilon\iota\varsigma \pi\epsilon\pi\tau\epsilon\gamma\omega\gamma\omicron\nu\varsigma, \delta \delta\epsilon\iota\gamma \iota\sigma\theta\omega\lambda\delta\epsilon\gamma\epsilon\tau\epsilon \kappa\alpha\iota \iota\sigma\sigma\gamma\omega\gamma\omicron\nu\varsigma \kappa\upsilon\kappa\lambda\omicron\nu\varsigma, \epsilon\gamma\gamma\rho\acute{\alpha}\phi\omicron\iota.$

Problema 13, Propositio 13.

IN dato pentagono æquilatero & æquiangulo, circulum describere. 13
O R O N T I V S. ¶ Esto datum pentagonum æquilaterum & æquiangulum $a/b/c/d/e$, in quo expediat describere circulum. Secetur in primis vterque angulorum $a/b/c$ &

$b/a/e$ bifariam, per nonā primi, sub rectis quidem lineis a/f & b/f : quas operæpretium est tandem conuenire. Angulus enim $a/b/c$, minor est duobus rectis (nam aliās $a/b/$ & b/c , in rectum constituerentur) quapropter & angulus $a/b/f$, dimidijs ipsius anguli $a/b/c$, recto minor est. Et proinde $b/a/f$, recto itidē minor. Hinc fit, vt recta a/b , incidat in a/f & b/f lineas rectas, efficiēs in eadē parte interiores angulos binis rectis minores. Concurrent igitur, per quintum postulatum a/f & b/f in directum productæ: idq; intra datum pentagonum. Angulo enim $a/b/c$, opponitur latus d/e : &

Vt centrū in scribēdi circu li reperiatur.



& c/d latus, ipsi $b/a/e$ angulo. Recta igitur a/f in rectum extensa, cadet in latus c/d : & ipsa b/f , in latus d/e : sese inuicem intra datum interfecantes pentagonum. Secēt se igitur, & concurrant in puncto f . Aio punctū f , fore centrum describendi in dato pētagono circuli. Connectantur enim f/c , f/d , & f/e lineæ rectæ, per primum postulatum. Cū igitur a/b , sit æqualis b/c , & b/f , vtrique cōmunis: erunt bina latera a/b & b/f trianguli $a/b/f$, duobus lateribus c/b & b/f triāguli $c/b/f$ alternatim æqualia; & qui sub æquis lateribus cōtinētur anguli $a/b/f$ & $c/b/f$,

Quod inueniunt punctū f , centrum existat eiusdem circuli.

sunt per cōstructionē adinuicem æquales. Basis igitur a/f , basi f/c , & angulus $b/a/f$, angulo $b/c/f$, per quartā primi est æqualis. Angulus porro $b/a/f$, dimidijs est ipsius anguli $b/a/e$, & ipsi $b/a/e$, æqualis angulus $b/c/d$, per hypothēsīm. Quæ autem inuicem æqualia sunt, eiusdem vel æqualium dimidium esse videntur: per septimæ cōmunis sententiæ conuersionē. Angulus igitur $b/c/f$, dimidijs est ipsius anguli $b/a/e$, & proinde anguli $b/c/d$: reliquus insuper angulus $f/c/d$, dimidijs itidem est eiusdē anguli $b/c/d$. Bifariam itaque diuiditur angulus $b/c/d$, sub recta c/f . Nec dissimiliter ostendetur, vterque reliquorum angulorum qui sub $c/d/e$ & $d/e/a$, bifariam discindi sub rectis lineis d/f & e/f . Consequenter à puncto f in singula ipsius pentagoni latera, perpendiculares deducātur f/g , f/h , f/k , f/l , & f/m , per duodecimam primi. Et quoniam triangulorum $b/f/g$, & $b/f/h$, angulus $g/b/f$ æquus est angulo $f/b/h$, necnon & rectus $b/g/f$ recto $b/h/f$ per quartum postulatum æqualis, latus insuper b/f vtrique triangulo commune, quod sub vno æqualium subtenditur angulorum: reliqua igitur latera, reliquis lateribus æqualia habebunt alterum alteri, per vigesimam sextam primi. Aequalis est igitur f/g ipsi f/h . Haud dissimiliter ostenduntur reliquæ perpendiculares f/k , f/l , & f/m , tum inuicem, tum vtriq; ipsarum f/g & f/h coæquari. Quinque ergo rectæ lineæ f/g , f/h , f/k , f/l , & f/m , sunt æquales adinuicem. Centro itaq; f , interuallo autem f/g , aut f/h , vel f/k , seu f/l , aut f/m , circulus describitur $g/h/k/l/m$, per tertium postulatum. Transibit ergo ipsius circuli circumferentia, per singula puncta g, h, k, l, m . Et quoniam ab eisdem punctis g, h, k, l, m , eorundem semidiametrorū extremitatibus, dati pentagoni latera ad rectos excitata sunt angulos: tanget propterea eiusdem circuli circumferentia singula ipsius dati pentagoni latera, per decimæ sextæ tertij corollarium. Circulus porro in figura rectilinea describi dicitur, quando circuli circumferentia, vnumquodq; latus eius in qua describitur tangit: per quintam huius quarti diffinitionem. In dato igitur pentagono $a/b/c/d/e$, circulus describitur $g/h/k/l/m$. Quod expediebat facere.

Problematis absoluta resolutio.

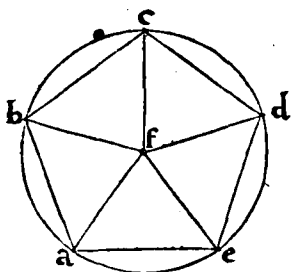
Π Εἰ δὲ δαθῇ πεντάγωνον, ὃ ὅτι ἰσοπλευρὸν τε καὶ ἰσώκιον, κύκλον περιγεράσαι.

Problema 14. Propositio 14.

14 **C**Irca datum pentagonum æquilaterum & equiangulum, circulum describere.

**Que d'proximé ppositio-
nis pēdent os-
tensione.**

ORONTIVS. ¶ Sit datum pentagonum æquilaterum & æquiangulum a/b/c/d/e, circa quod circulum describere sit operæpretium. Secetur bifariâ vterque angulorum qui sub a/b/c/ & b/a/e, per nonam primi, productis a/f/ & b/f/ lineis rectis: quæ veluti patuit in antecedente decimatertia propositione, cõcurrent tandem adinuicem intra datum pentagonum. Concurrant igitur rursus ad punctum f. Proximam itaque recolligendo demonstrationẽ, rursus ostendere licebit, cæteros angulos qui sub b/c/d, c/d/e, & d/e/a/ bifariam secari, sub rectis quidem lineis c/f, d/f,



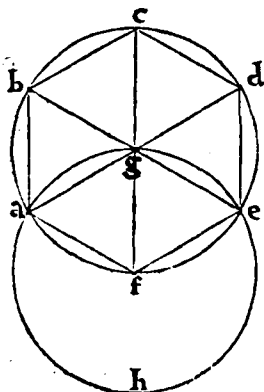
Εἰς τὸν δεινὸν τὰ κύκλῳ, ἐξάγωνοι ἰσὺ πλὴν ὅρῳ τε καὶ ἰσῶνιοι ἐξηγάγεαι

Problema 15, Propositio 15.

IN dato circulo, hexagonū æquilaterū & æquiāgulū describere. 15

**Inscriptio pro
positi hexago
ni.**

ORONTIVS. ¶ **E**sto datus circulus $a/b/c/d/e/f$, cuius centrum g : in quo quidem circulo oporteat describere hexagonum æquilaterum & æquiangulum. Coaptetur itaq; in circulo $a/b/c/d/e/f$, dimetiens c/f . Et centro f , interuallo autem f/g , describatur per tertium postulatum circulus $a/g/e/h$. Et quoniam præfati circuli in eodem sunt plano, communem habentes semidiametrum f/g , & centrum vnus in alterius circumferentia constituitur: sit vt vnus prædictorum circulorum, sit partim intra reliquum, partim verò extra. Vnde necessum est, circulum $a/g/e/h$, interfecare datum circulum $a/b/c/d/e/f$: idq; per decimam tertij, in duobus tatummodò punctis, vtpote a , & e . Coniungantur igitur a/g , & e/g , lineæ rectæ, per primum postu-



Quodd inscrip-
tum hexago-
num sit æquis
laterum.

latum : & per secundum postulatū, directè producantur in puncta b, d. Rursum per idem primum postulatū, connectantur rectæ lineæ a/b, b/c, c/d, d/e, e/f, & f/a. Hexagonum est itaq; a/b/c/d/e/f rectilineum: & in dato circulo, per tertiam huius quarti diffinitionem, descriptum. ¶ Aio primum ipsum fore æquilaterū. Quoniam punctum g/centrū est circuli a/b/c/d/e/f: æqualis est igitur a/g, ipsi g/f, per circuli diffinitionē. Rursum quoniam punctum f/centrum est circuli a/g/ e/h: æqualis est, per eandem circuli diffinitionem, a/f/ipsi f/g. Binæ igitur a/g/ & a/f, eidē f/g/ sunt æquales: & æquales propterea adinuicem, per primam cōmunem sentētiam. Aequilaterū

est igitur ipsum $a/f/g$ triangulum: & proinde æquiangulum, per quintæ libri primi corollarium. Et quoniam per trigessimam secundam primi, omnis trianguli tres anguli sunt æquales duobus rectis: quilibet trium angulorum eiusdem triaguli $a/f/g$, vnum tertium duorum rectorum comprehendit. Angulus itaque $a/g/f$, duorum rectorum tertium est. Et proinde triangulum $e/f/g$, æquilaterum & æquiangulum est: & angulus cōsequentur $f/g/e$, vnum itidem tertium duorum rectorum. Recta insuper a/g , consistens super rectā b/c : efficit duos angulos $b/g/a$ & $a/g/e$, binis re-ctis æquales, per decimam tertiam ipsius primi. quorum $a/g/e$ duo tertia eorundem duorum rectorū comprehendit: reliquus igitur angulus $b/g/a$, vni tertio duorum rectorum est æqualis. Tres igitur anguli $b/g/a$, $a/g/f$, & $f/g/e$, vni tertio duorum rectorum sunt æquales: & æquales ob id adinuicem, per primam communem sententiam. Et qui ad verticem igitur cōsistunt anguli $b/g/c$, $c/g/d$, & $d/g/e$, eisdem angulis, per decimam quintam primi cōæquantur: hoc est, $d/g/e$ ipsi $b/g/a$, & $c/g/d$ ipsi $a/g/f$, atq; $b/g/c$ ipsi $f/g/e$. Hinc colligitur, sex angulos ad g cētrum deductos fore inuicem æquales. In eodem porrō circulo æquales anguli, in æqualibus circumferentijs subtenduntur, per vigesimam sextam tertij. Sex igitur circumferentiæ a/b , b/c , c/d , d/e , e/f , & f/a , sunt adinuicem æquales. Sub æqualibus rursū circumferentijs, æquales rectæ lineæ, per vigesimā nonā tertij subtenduntur. Sex itaq; rectæ lineæ a/b , b/c , c/d , d/e , e/f , & f/a , sibi inuicem cōæquātur. Acquilaterum est propterea hexagonum $a/b/c/d/e/f$. ¶ Dico iam quod & æquiangulum. Nam circumferentia a/b , circumferentiæ c/d est æqualis: si addatur igitur communis circumferentia $d/e/f/a$: cōsurgent per secundam communem sententiam, æquales circumferentiæ $c/d/e/f/a$, & $d/e/f/a/b$. Sub ipsa porrō circumferentia $c/d/e/f/a$, continetur angulus $a/b/c$: sub ipsa verō circumferentia $d/e/f/a/b$, angulus $b/c/d$. Anguli autem qui super æquales circumferentias in eodem circulo deducuntur, sibi inuicem sunt æquales, etsi ad centra, etsi ad circumferentias deducti fuerint, per vigesimam septimam tertij. Aequalis est igitur angulus $a/b/c$, angulo $b/c/d$. Haud aliter mōstrabitur, quod reliqui anguli ipsius $a/b/c/d/e/f$ hexagoni, vtpote $c/d/e$, $d/e/f$, & $e/f/a$, tum sibi inuicem, tum vtriq; ipsorum $a/b/c$ & $b/c/d$ cōæquantur. Acquiangulū est igitur ipsum $a/b/c/d/e/f$ hexagonum. Patuit iam quod & æquilaterum, & in dato circulo descriptum. In dato igitur circulo $a/b/c/d/e/f$ hexagonum æquilaterum & æquiangulum describitur. Quod fecisse oportuit.

Quod idem hexagonū sit æquiangulū.

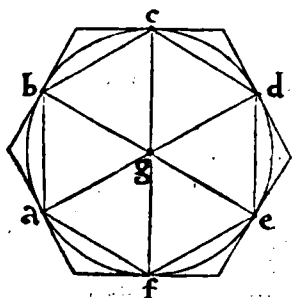
Corollarium.

¶ Hinc fit manifestum, quod hexagoni latus, ei quæ ex centro circuli, in quo ipsum describitur hexagonum, est æquale.

¶ Item si per puncta a, b, c, d, e, f , rectæ ducātur lineæ circulū ipsum contingentes, & cū illius dimetiētibus ad rectos cōuenientes angulos: hexagonum æquilaterum & æquiangulum circa datum circulum describetur. quemadmodum ex duodecima huius quarti propositione de pentagono, & obiecta figura vel facile deducetur. ¶ Præterea, nec minus facile in dato hexagono æquilatero & æquiangulo, circulū describere, & circumscribere poterimus: per ea quæ decimatertia & decima quarta propositione, de pentagono ipso præostensa sunt. Quod ex supradictis colligere oportebat.

Vt circulo hexagonum circūscribatur.

De circuli in dato hexagono inscriptio: ne ac circumscriptione.



E

Γρόβλημα 15, Γρόβισις 15.

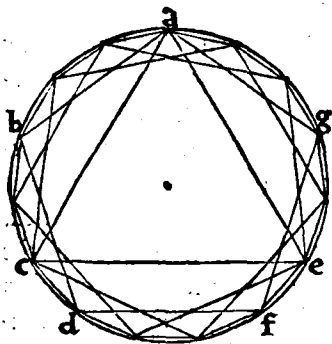
Ἐὰν τὸν δοθέντα κύκλον πεντεκαεκάγωνον, ἰσὸς πλάττονται καὶ ἰσὸς ὡς ἐκείνου ἐγγράψαι.

Problema 16, Propositio 16.

IN dato circulo, quintidecagonum æquilaterum & æquiangu-
lum describere.

ORONTIVS. ¶ Sit datus circulus $a/b/c/d/e$, in quo receptum sit describere quintidecagonum æquilaterum & æquiangulum. Describatur in primis super data quapiam recta linea terminata triangulum æquilaterum, per primā primi: quod per quintæ eiusdem primi corollarium erit æquiangulum. Huic postmodū triangulo, æquiangulum rursus describatur triangulum in dato circulo $a/b/c/d/e$, per secundam huius quarti propositionem: sitq; $a/c/e$. Item à pūcto a , in eodem circulo $a/b/c/d/e$, pentagonum æquilaterum & æquiangulum describatur $a/b/d/f/g$, per vndecimam huius quarti. Erit igitur triangulum $a/c/e$ æquilaterum, per sextæ primi libri corollarium: cuius latus quodlibet, subtendit tertiam circumferentia partem circuli $a/b/c/d/e$. quodlibet autem ipsius $a/b/d/f/g$, pentagoni latus subtendit quintam eiusdem circumferentiæ partem. Qualium igitur partium vel segmentorum, tota circuli $a/b/c/d/e$ circumferentiā est quindecim: talium segmentum $a/b/c$ erit quinq; & vtrunque segmentū $a/b/$ & b/d triū, & prōinde totū segmentū $a/b/d$, sex. Et quoniā segmentū $a/b/c$ est quinq; erit reliqua pars c/d sextū ipsius $a/b/d$, seu tertium ipsius b/d , & totius propterea $a/b/c/d/e$ circuli quindecimum. Coniuncta igitur c/d recta, per primū postulatū, erit latus quintidecagoni in dato circulo describendi. Cui si æquales rectas lineas, in dato circulo $a/b/c/d/e$, ab ipso quidem puncto d versus e &

Artificiosa lateris quintidecagoni adiuvatio.



Idem aliter.

Quod describitur pūto quintidecagonum æquilaterū, sit æquiangulū.

a in c continuè, per primam huius quarti coaptaueris: erit in eodem circulo descriptum quintidecagonum æquilaterum. ¶ Poterunt & singulorum quindecim segmentorum distinctiones, per ipsius pentagoni æquilateri & æquianguli, in dato circulo $a/b/c/d/e$, geminatam rursus descriptionē obtineri, à punctis quidem c & e : & comparatis inuicem segmentis, demonstratiuè concludi. Quemadmodum ex ipsa licet inspicere figura. ¶ Aio iam quod ipsum quintidecagonum æquilaterum, est æquiangulum. Quibuslibet enim angulis, sub duobus quibusvis ipsius quintidecagoni lateribus ad circumferentiam comprehensis, æquales subtenduntur circumferentiæ: nempe segmentorum inuicem æqualium tredecim, qualium totus circulus est quindecim. In eodem porro circulo, anguli qui super æquales circumferentiās deducuntur, sibi inuicem sunt æquales, etsi ad centra, etsi ad circumferentias fuerint deducti, per vigesimam septimam tertij. Aequiangulū est igitur ipsum $a/b/c/d/e$ quintidecagonum. Patuit quod & æquilaterum, & in dato circulo descriptum. In dato itaque circulo $a/b/c/d/e$, quintidecagonum æquilaterum & æquiangulum describitur. Quod tandem faciendum receperamus.

Corollarium.

¶ Quod si per singulas segmentorum & angulorum quintidecagoni distinctiones, rectæ ducantur lineæ circulum ipsum contingentes, & ad rectos angulos cum productis è centro semidiametris conuenientes: quintidecagonum æquilaterum & æquiangulum, circa datum circulū describetur. quemadmodum duodecima huius quarti propositione, de circumscribendo tradidimus pentagono. ¶ Haud dissimiliter, per ea quæ decimatertia & decimaquarta eiusdē quarti propositione, de pentagonis ostensa sunt: in dato quintidecagono æquilatero & æquiangulo, circulum describere, ac circumscribere licebit.

¶ Quarti libri geometricorū elementorū, FINIS.



Orontij Finei Delphinatis, Re-

GII MATHEMATICARVM PROFESSORIS, In Quintum elementorum Euclidis, Demonstrationes.

¶ Diffinitionum elucidatio non aspernanda.

ORONTIVS.



OSTQVAM EVCLIDES QVATVOR ANTECEDENTIBUS LIBRIS, quantitatis continuæ qualitatem, illiusq; dimensiones aperte demonstravit: iam binis succedentibus libris, magnitudinis rationes, atque proportionibus, acutissimis prosequitur ostensionibus.

Huius itaq; libri quinti scopus est, de proportionibus in vniuersum pertractare: singula enim quæ in eo demonstrantur, non solum ad geometricam videntur spectare contemplationem, sed commune aliquid habet cum Arithmetica, & Musica, & cum doctrinis omnibus quæ sub mathematica traditione comprehenduntur.

Verum quoniam de proportionibus futurus est sermo, proportio autem rationum videtur esse similitudo: de rationibus, quibus ipsæ componuntur proportionibus, in primis tractandum est. prius enim oportet agnoscere simplicia, quæ composita. Cum igitur binæ magnitudines inuicem comparantur: hæc proculdubio aut æquales, aut inæquales offenduntur. Proprium enim quantitatis esse diffinit Aristoteles, secundum eam æquale, vel inæquale dici. & huiusmodi comparatio, habitudo dicitur: quæ Euclides, ad veterum imitationem, rationem adpellat. Ipsæ autem magnitudines, termini tunc vocitantur: illa quidem quæ alteri refertur, antecedens: reliqua verò, consequens, ad quam scilicet alterius fit comparatio. Id porro, quo altera distat à reliqua: differentia proprie dicitur. Quoties itaq; propositæ & adinuicem comparatæ magnitudines, fuerint inæquales, & minor metitur maiorem, hoc est, aliquotiens sumpta, seu per datum aliquem multiplicata numerum, ipsam maiorem restituit magnitudinem: tunc minor magnitudo, pars ipsius maioris dicitur: quam vulgus peculiari nomenclatura, iuxta multiplicationis numerum, multiplicatiuam seu quotam partem eiusdem maioris adpellat. Quæ ab Euclide ita primum diffinitur,

Scopus huius libri quinti.

De magnitudinum comparatione.

Habitudo. Ratio.

Quota seu multiplicatiua pars.

ΕΥΚΛΕΙΔΟΥ ΣΤΟΙΧΕΙΟΝ ΠΕΜΠΤΟΝ.

¶ Μία ἐστὶ μέγεθος μέγιστος, ἢ ἑλάσσον τοῦ μέλλοντος, ὅταν καταμετρήσῃ τὸ μέλλον.

- 1 Pars est magnitudo magnitudinis minor maioris, quando minor metitur maiorem.

Vtpote, binis magnitudinibus datis, quarum altera bipedalis, altera verò sextupedalis existat, quoniam bipedalis ter sumpta, seu per tria multiplicata, sextupedalem metitur magnitudinem: idcirco bipedalis magnitudo pars est ipsius sextupedalis magnitudinis, & tertia pars eiusdem sextupedalis peculiari discretionem vocatur. Ipsa porro maior magnitudo, quam minor supra scripta multiplicatione metitur: multiplex ipsius minoris adpellatur magnitudinis, hoc est, multotiens ipsam minorem comprehendens magnitudinem, vel ex multiplici eiusdem minoris repetitione consurgens. Hinc dicit Euclides.

Exemplum quotæ partis.

Multiplex.

¶ Πολλαπλάσιον ἔστι μέγεθος τοῦ ἐλάσσοντος, ὅταν καταμετρήται ὑπὸ τοῦ ἐλάττωτος.

- 2 Multiplex autem, maior minore, quando eam metitur minor.

Vt in præsumpto nuper exemplo, sextupedalis magnitudo multiplex dicit ipsius bipedalis

Exemplum multiplicis.

Pars adgrega-
tiua.

Exemplum.

Cōmensurabi-
les & rationa-
les magnitudi-
nes.

Incommensu-
rabiles & irra-
tionales.

magnitudinis, utpote, quod multotiens, hoc est ter, eandem bipedalem contineat magnitudinē, seu quam bipedalis ter multiplicata metitur. & propterea sextupedalis, triplex ipsius bipedalis peculiari restrictione vocatur. Cum autem minor magnitudo aliquoties sumpta, seu multiplicata, plus aut minus efficit, quam sit ipsa magnitudo maior: non quota, sed adgregatiua pars ipsius maioris videtur esse magnitudinis, ex quotis scilicet partibus adgregata, ab ipsarum partium quotarum tum numero, tum qualitate denominanda. Veluti quadrupedalis ad sextupedalem relata magnitudinē, adgregatiua pars eiusdem sextupedalis dicenda est magnitudinis. Componitur enim ex geminis bipedalibus magnitudinibus, quarum quęlibet tertiam sextupedalis partem efficit: hinc bipartiens tertias eiusdem sextupedalis denominatur. Quę igitur adinuicem comparatę magnitudines, cōmuni aliqua metiuntur magnitudine: commensurabiles, seu communicātes, & rationales adpellantur. Cuiusmodi sunt omnes numeri, à binario in infinitum distributi, quos indifferenter metitur vnitas: omnes insuper ad numeros relatę magnitudines, determinatam inter sese rationem vel habitudinem obtinentes. Quibus autem non accidit aliqua & per numerum expressa mensura: incommensurabiles, & incommunicātes, irrationalēve dicuntur magnitudines, quarum habitudo determinatis non exprimitur numeris. Veluti sunt diagonius, & latus quadrati geometrici.

Illa igitur rationalium vel irrationalium, seu cōmensurabilium & incommensurabilium magnitudinum comparatio, vel habitudo, ratio (quemadmodum suprà dictum est) à veteribus adpellatur: quę ab Euclide in hunc modum diffinitur,

Ῥάτις ἐστὶ δύο μεγέθη ὁμογενῶν ἢ κατὰ πηλικότητα πρὸς ἀλλήλα ποιὰ σχίσιν.

Ratio est duarum magnitudinum eiusdem generis aliquatenus & adinuicem quędam habitudo.

Quę inuicem
cōparantur.

Ratio
Arithmetica.
Harmonica.
Geometrica.

Ratio
æqualitatis.
Inæqualitatis

Ratio multi-
plex.

Superparticu-
laris ratio.

Ratio super-
partiens.

Sola enim vniuoca veniunt inter sese comparanda, utpote, numerus numero, linea lineę, superficies superficiei, solidum solido, sonus sono, tēpus tempori, velocitas velocitati, & quę sunt huiuscemodi. Inter ea enim quę diuersorum sunt generum, nulla videtur accidere comparatio. Offenditur autem ratio inter numeros absolute consideratos, quam arithmetica nuncupamus rationem: interve sonoros, hoc est, ad sonorum harmoniam relatos numeros, quę harmonica ratio dicitur: vel inter abstractas tum à materia, tum à numero magnitudines, quę ratio geometrica propriē nominatur. Quęcunque porro rationes inter ipsos inueniuntur numeros, eadem inter singula continuorum offenduntur genera: at non ē diuerso. Arithmetica siquidem ratio, tantummodò rationalium videtur esse magnitudinum: geometrica verò, tam rationaliū quàm irrationalium contemplatur magnitudinum habitudinem. Quęcunque insuper rationis diuersitates vni continuorū accidunt generi, utpote lineis: cæteris continuorū videntur euenire generibus, superficiebus inquam & solidis. quod ipsis non solet accidere numeris. Idcirco de geometrica, & veluti principatum obtinēte ratione, hoc loco tractare principaliter intendit Euclides. Duplex est autem ratio geometrica: altera quidē æqualitatis, cuius differētia nulla est: altera verò inæqualitatis, cuius rationales species sunt quinque: tres quidē simplices, utpote multiplex, superparticularis, & superpartiēs: & duę ex eis cōpositę, scilicet multiplex superparticularis, & multiplex superpartiēns. Primò igitur doctrina simplicium, postea cætera in vniuersum perscrutātur rationum discrimina: debet enim simplicium doctrina, in omnibus doctrinam præcedere compositorum. Multiplicem itaque solemus adpellare rationem, quoties maior magnitudo minorem (vtri suprà dictum est) pluries & adæquatē comprehendit magnitudinem: quę in duplam vt quaternarij ad binarium, triplam veluti senarij ad ipsum binarium, quadruplam vt duodenarij ad ternarium, & deinceps ita quantumlibet subdiuiditur, prout maior magnitudo bis, ter, quater, pluriēve minorem comprehendit. Superparticularis autē ratio dicitur, cum maior magnitudo minorem semel, & quotam in super minoris partem continet: quę sesquialtera dicitur vt ternarij ad binarium, aut sesquitercia veluti quaternarij ad ternariū, vel sesquiquarta vt quinarij ad quaternarium, & respondenter ita quantumlibet, prout pars ipsa alteram minoris magnitudinis partem, vel tertiam, aut quartam, aliāve quotam partem efficit, à dato quouis numero denominatam. Superparticiatē verò rationem adpellamus, quoties maior magnitudo minorem itidem semel comprehendit, & contingentem præterea vel adgregatiuam eiusdem minoris partem, ex quotis ipsius minoris partibus cōpositam: quę varia, pro numero ac ratione partium, sortitur discrimina. Alia enim superbipartiēns tertias

dicatur, vt quinarij ad ternarium: alia supertripartiens quartas, velut septenarij ad quaternarium: alia verò superquadripartiens quintas, veluti nouenarij ad quinariū, & deinceps ita sine statu, vocitatur. Hinc facile colligitur, vtriusq; cōpositarum rationum diffinitio. Multiplex enim & superparticularis ratio dicitur, cum maior magnitudo minorē pluries, & quotā in super eiusdem minoris partem comprehendit. Multiplex deniq; & superpartiens ratio nominatur, quoties eadem magnitudo maior, minorem itidem pluries, & partem vltra non quotam, sed ex quotis eiusdem minoris partibus adgregatam continet. Quæ tum pro varietate multiplicis, tum pro vtriusque & superparticularis & superpartientis diuersitate, in varia, & (si liceat dicere) infinita cōpositarum rationū partiuntur discrimina. Cæteræ autem ab his magnitudinum habitudines, quarum denominationes ignoramus: surdæ irrationalēſve nuncupantur. Porro hæc omnia velim intelligas, dum maiores minoribus comparantur magnitudines: nam si minores ipsis maioribus comparētur magnitudinibus, ſubrationales erunt minores maioribus. Hinc talium magnitudinum rationes, ſubmultiplices, ſubsuperparticulares, ſubsuperpartientes, ſubmultiplices superparticulares, & ſubmultiplices superpartientes, pro ratione atque transpositione terminorū, adpellātur. ¶ Cuiuslibet autem ſupraſcriptarum rationū cum alia quauis ſimili ratione cōparatio vel habitudo (non vt magnitudo magnitudini, sed vt hæc ratio cum illa ratione comparatur) proportio dicitur: cuius hæc eſt ſummaria diffinitio,

¶ *Ἀναλογία ἡ ὅσιν, ἢ τῶν λόγων ὁμοιότης.*

4 Proportio verò, eſt rationum identitas.

Hoc eſt, duarū pluriūſve geometricarū rationū ſimilitudo. vt ſi duplam duplæ, ſeſquialteram ſeſquialteræ, plurēſve duplas, aut ſeſquialteras, & alias quæſcunque ſimiles rationes inuicem comparaueris. Nam de arithmetica ratione, quam vocant æqualium differentiarum inter datos numeros obſeruata progressionem: nihil ad præſentem doctrinam. Neque de ratione mufica, quæ potius harmonia quædā eſſe videtur: vt pote, quæ fit cum oblatis tribus numeris, quam rationem maximus obtinet ad minimum, eam quoq; ſeruata differentia maximi ſupra medium ad differentiam medij ſupra minimum, in ſuprà ſcripta rationum ſimilitudine minimè conſiſtens. Sicuti enim arithmetica progreſſio, à mufica differre perhibetur harmonia: ſic & geometrica proportio (quæ ſola peculiari nomine proportionis venit adpellanda) ab vtraque diſtinguitur. ¶ Eſt autem geometrica proportio aut continua, aut diſcontinua. Continuum adpellamus proportionem, cum datis quotlibet eiusdem generis quantitatis, omnium antecedentium ad proximè ſuccedentes cōtinuata ſeruatur rationis habitudo: ſic vt prima ſolūm antecedentis, vltima verò cōſequentis, intermedix autem & antecedentis & cōſequentis fungantur officio. Vt pote cum prima ad ſecundam eam ſeruatur rationem, quam ſecunda ad tertiam, & tertia ad quartam, & deinceps ita quantumlibet. Quæcunq; igitur continua proportionem ligantur, eiusdem oportet eſſe generis: propter neceſſariam cuiuslibet antecedentis cum ſuo cōſequentem reſpondentiam, & continuādam inuicem cōparabilium habitudinem, ſiue relationem. ¶ Diſcontinua verò proportio, fit: cum oblatis quatuor, pluribūſve quantitatis, prima ad ſecundā eam habet rationem, quam tertia ad quartam, & quinta ad ſextam, & cōſequentur ita quantumlibet. Huiusmodi nanq; rationū ſimilitudo, vel identitas, proportio, ſed diſcontinua vocitatur. cōſequens enim primæ rationis, non fit antecedens ſecundæ: neq; item cōſequens ipſius ſecundæ, in tertiæ rationis continuatur antecedeſ. velut ipſi cōtinuæ diximus euenire proportioni. Poſſunt itaque genere diuerſa, diſcōtinua inuicem proportionem colligari: ob ſingulorum antecedentium, ad ſingula cōſequentia, ſeparatim factam cōparationē. Eadem nanque ratio inter duos accidens numeros: poteſt ſimul inter duas lineas, bināſve ſuperficies, aut alias quauis inuicem comparabiles inueniri magnitudines. Hinc pater, diſcontinuum proportionem ſub pari ſemper terminorum cōprehendi numero: continuā verò tam parem, quā imparem admittere terminorum ſeu quantitatum multitudinem.

¶ *Ἐὰν δύο ἢ ἄλλοι πρὸς ἄλληλα μέρητι λίγῃται, ἀ δὲ ὁμοῖαται πολλὰ πάλαι ἀδύναται ἀλλήλων ἀποδέχῃ.*

5 Rationem habere ad inuicē magnitudines dicuntur, quæ poſſunt multiplicatæ inuicem excedere.

Poſt ipſius rationis, atq; proportionis adſignatas diffinitiones: deſcribit cōſequenter Euclides, qualiter inuicem comparatæ magnitudines rationē habere dicātur. Cum igitur tam

Multiplex ſuperparticularis.

Multiplex ſuperpartiens.

Surdæ rationes.

Notandum.

De rationum cōparatione.

De ratione arithmetica.
De mufica ratione.

Proportio geometrica continua

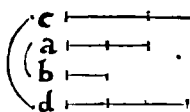
Sola vniuoca cōtinua proportionem ligatur.
Diſcontinua proportio geometrica.

Genere diuerſa diſcōtinuā proportionē obſeruant.
Corollarium.

Quonam modo magnitudines rationē habere diſſimulantur.

rationalium quàm irrationalium hic perscrutentur magnitudinū habitudines, & ipsa irrationalium magnitudinum habitudo, tum nobis, tum ipsi naturę sit ignota, denominationem ab aliquo non valens accipere numero: coactus est Euclides (vt generalem quandam rationalium & irrationalium præscriberet diffinitionem) ad cōparatarum inuicem magnitudinum confugere multiplicationē, hoc est, per ipsarum magnitudinum æquē multiplicia diffinire, qualiter magnitudo alteri comparata magnitudini rationem habere dicatur. Si igitur magnitudo a/magnitudini b/comparetur, & ambæ æqualiter multiplicentur, hoc est,

Exemplum.



ambarum sumantur æquē multiplicia, c/quidem ipsius a, & d/ipsius b: quam rationem habebit multiplex c/ad multiplex d, eam seruabit & a/magnitudo, ad b/magnitudinem. Quasi ignota inter a/& b/differentia, per multiplicationem ipsarū augeatur magnitudinum: & in rationis ignotæ nos inducat agnitio.

Notandum.

nem. Tanta siquidē multiplicium cū submultiplicibus, seu partibus inuenitur esse fraternitas: vt ipsę æquē multiplices magnitudines nō possint aliquā rationalē aut irrationalē inter sese habitudinē obseruare, quin ea simul partibus accidat submultiplicibus, & è contrario.

Ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ μέγιστη γίνεται εἶναι, πρῶτον πρὸς διῆτον, καὶ τρίτον πρὸς τετάρτον, ὅταν τὰ τῶ πρώτου καὶ τρίτου ἰσάκεις πολλαπλάσια, τῶν δὲ διῆτου καὶ τετάρτου ἰσάκεις πολλαπλάσιον, καθ' ὅπου οὐκ οὐκ πολλαπλάσιας μὲν ἐκάστου ὁρίκαίτες, ἢ ἅμα ἐλλείπει, ἢ ἅμα ἰστέῃ, ἢ ἅμα ὑπερέχει ληθόντα κατὰ ἄλλα.

In eadē ratione magnitudines dicūtur esse, prima ad secundā & ter 6
tia ad quartā: quādo primę & tertię æquē multiplicia, secūde & quartę æquē multiplicia, iuxta quāuis multiplicationē vtraq; vtrāq; vel vnā excedūt, vel vnā æquales sunt, vel vnā deficiūt sūptæ adinuicē.

Quæ magnitudines in eadem ratione consistant.

Ostenso qualiter magnitudines rationē habere adinuicē iudicentur: diffinit responderent Euclides, quonam modo magnitudines ipsę similem videātur obtinere rationē, habitudinē siue nanciscantur identitatem. Quæ diffinitio non potuit per alicuius præcedentium quinque rationalium specierum ipsius rationis vel habitudinis, vtpote aut multiplicis, aut superparticularis, aut superpartientis, vel multiplicis superparticularis, vel deniq; multiplicis superpartientis describi similitudinem: propter surdas (vt vocāt) irrationaliū magnitudinum habitudines, quarum denominationes exprimi non possunt. Confugiendum ergo fore existimauit Euclides, ad contingentem æquē multiplicium habitudinē, tam continuē, quām separatim facta earūdem magnitudinum relatione. Nam in proportionibus sicuti antecedentia adinuicem, & ipsa pariter consequentia, mutuam quandam inter sese vidētur habere relationem: haud dissimiliter ipsorum antecedentium, pariter & cōsequentium æquē multiplicia, iuxta quamuis multiplicationem coassumpta, fraterna quadam rationum colligantur similitudine, atque è diuerso: tametsi alia inter ipsa æquē multiplicia, ab ea quæ inter partes offenditur submultiplices, contingat plerumque rationum identitas. Quod autē ex multiplicium proportionē, earundem partiū, sub multipliciūve magnitudinū proportio, vel è contrario subsequatur: succedentibus ostēdetur propositionibus. prius enim diffinire, quām diffinitorum concludere necessitatem est operæpretium.

Diffinitionis elucidatio.

¶ Cum itaque similitudo rationis, binarium ad minus rationum, & proinde quaternarium magnitudinum videatur exoptare numerum: ait Euclides, magnitudines in eadem esse ratione, prima quidem ad secundam, & tertia ad quartam: quando primæ & tertię, hoc est antecedentiū magnitudinum sumptis æquē multiplicibus, & consequentium itidem magnitudinum, secūde videlicet & quartæ, æquē multiplicibus (etiam in alia quāuis ab antecedentium multiplicatione) coassumptis, multiplex primæ ad multiplex secūde eam seruatur rationem, quam multiplex tertię ad multiplex quartæ: siue ipsa ratio maioris, aut minoris extiterit inæqualitatis. Hæc enim de excessu, vel defectu proportionali veniūt intelligenda. Velut ex obiecta numero

Exemplum.

rum potes colligere formula. In qua numeri dati sint a, b, c, d: & ipsorum a/& c, primi inquam & tertię æquē multiplices e, f, nempe dupli: numerorum autem b, d,

a	b	c	d	
12	6	8	4	Nu. discontinuē proportionales.
e	g	f	h	.
24	18	16	12	Æquē multiplices.

hoc est secundi & quarti æquè itidem multiplices g,h, utpote tripli. Et quoniam multiplex e/ ad multiplicem g/eam habet rationem, quam multiplex f/ad multiplicem h (utrobique enim sequitur) necessarium est primum numerum a/ad secundum numerum b/eam simul obseruare rationem, quam tertius numerus c/ad quartum d, nempe duplam. Haud aliter de magnitudinibus, siue continuis intelligito. ¶ Hinc fit, ut in continuè proportionatis, ubi videlicet consequens primæ rationis fit antecedens secundæ, sumenda sint æquè multiplicia singulorum magnitudinum iuxta eandem multiplicationem, hoc est, aut simul tripla, aut simul quadrupla, &c. propterea quod secunda magnitudo, ipsius tertiæ simul fungatur officio, & geminas potentia magnitudines repræsentet. Ut datis in exemplum a,b,c, numeris: quorum æquè

De continuè
proportionali-
bus.

Exemplum.

a	b	c	
8	4	2	Nu. continuè proportionales.
d	e	f	
24	12	6	Æquè multiplices.

multiplices sint d,e,f, utpote tripli, d/quidem ipsius a, & e/ipsius b, atque f/ipsius c. Si multiplex d/ad multiplicem e/ habuerit eam rationem, quam idem e/ ad f: tunc a/primus numerus ad secundum b/ eam

simul obseruabit rationem, quam idem numerus b, ad tertium c. quemadmodum ex ipsa numerorum potes elicere descriptione: in qua tam dati numeri a,b,c, quæ eorundem numerorum æquè multiplices d,e,f, sub dupla inuicem ratione proportionantur.

¶ Τα δὲ τὸν αὐτὸν ἔχοντα μέγεθος λόγον, ἀνάλογον καλεῖται.

7 Eandem autem habentes rationem magnitudines, proportionales vocentur.

Diffinitio p-
portionalium.

Cum enim proportio rationum sit idéitas: fit ut magnitudines, quæ in eadem offenduntur esse ratione, vel inter quas rationum offenditur similitudo (siue continua, siue discontinua eiusdem rationis obseruetur idéitas) proportionales adpellentur.

¶ Οἷον διὰ τὴν ἰσότητα πολλαπλασίωσιν τὸ μὲν τὸ πρῶτον πολλαπλασίωσιν ἑκατέρωθεν τὸ δὲ δεύτερον πολλαπλασίωσιν, τὸ δὲ τὸ τρίτον πολλαπλασίωσιν, μὴ ἑκατέρωθεν τὸ δὲ τέταρτον πολλαπλασίωσιν, τότε τὸ πρῶτον πρὸς τὸ δεύτερον μέγεθος λόγον ἔχουσιν ἰσότητα, ἢ πρὸς τὸ τρίτον πρὸς τὸ τέταρτον.

8 Quando verò æquè multiplicium multiplex primi exceßerit multiplex secundi, multiplex autem tertij non exceßerit multiplex quarti: tunc primum ad secundum maiorem rationem habere dicetur, quàm tertium ad quartum.

Improportio-
nality magni-
tudinum diffi-
nitio.

Quemadmodum datarum magnitudinum continuam vel discontinuam proportionem, ex coassumptorum æquè multiplicium, & ordinatim comparatorum proportionem pendere diffinitum est: haud dissimiliter & improportionalium magnitudinum disproportion, ex supraprescripto modo sumptorum æquè multiplicium disproportionem, versa vice colligitur. Est enim disproportion, rationum dissimilitudo: utpote, quando prima magnitudo ad secundam maiorem vel minorem rationem habet, quàm tertia ad quartam. Huius itaque diffinitionis hæc est summa. Si quatuor oblatarum magnitudinum coassumentur æquè multiplicia primæ & tertiæ, atque secundæ & quartæ, & multiplex primæ ad multiplex secundæ maiorem rationem habuerit, quàm multiplex tertiæ ad multiplex quartæ: tunc prima magnitudo ad secundam maiorem itidem rationem obseruabit, quàm tertia ad quartam: & si minorem, minorem. Et proinde rationum subsequetur dissimilitudo, ergo disproportion: siue ipsæ magnitudines continua, vel discontinua ratione, seu relatione terminorum inuicem conferantur. Quorum exempla dare, inutile iudicamus: utpote, quæ à contraria proportionalium interpretatione colligi vel facillè possunt.

Disproportio

Diffinitionis
interpretatio

¶ Αναλογία τὸν ἑστὸν ὁροὺς ἰσότητος ἔσται.

9 Proportio autem in tribus terminis ad minus est.

De continua velim intelligas proportionem. Cum enim proportio rationum existat similitudo: operæpretium est in ipsa proportionem duas ad minus inuicem similes occurrere rationes, & proinde terminos quatuor, duo inquam antecedentia & totidem consequentia. Et quoniam in proportionem continua, consequens primæ rationis fit antecedens secundæ, in discontinua verò minimè: fit ut continua proportio non possit consistere in paucioribus tribus

terminis, discontinua autem in paucioribus quatuor. Hi sunt ergo numeri terminorum minimi, inter quos videtur accidere proportio: maximi verò, nusquam dabiles sunt, utpote, quoniam similitudo rationum in infinitum potest devenire numerum.

¶ Οταν τρία μεγέθη ἀνάλογον ᾖ, ὁ πρῶτος πρὸς τὸν τρίτον, διωλαστοίνα λόγον ἔχον λέγεται, ἢ πρὸς τὸν δεύτερον. Οταν δὲ τρία ἀνάλογον ᾖ, ὁ πρῶτος πρὸς τὸν δεύτερον, τριπλαστοίνα λόγον ἔχον λέγεται, ἢ πρὸς τὸν τρίτον, κ' ἀπὸ ἐξ ἑστιν ὁ λόγος, ὡς ἂν ἡ ἀναλογία ὑπάρχῃ.

Quā rationē habeat prima magnitudo ad ultimā in cōtinuē proportionalib⁹.

Quando tres magnitudines proportionales fuerint: prima ad tertiam duplicē rationem habere dicetur, quā ad secundam. Quando autem quatuor magnitudines proportionales fuerint: prima ad quartam triplicem rationē habere dicetur, quā ad secundā, & semper ordine vna plus, quousq; sit absoluta proportio.

Vbi tres tantum magnitudines proportionales.

Hic diffinit Euclides quam rationem habeat prima magnitudo ad ultimam, in continuē proportionalibus. Sensus itaq; diffinitionis est, quod in proportionē continua ratio extremarum magnitudinum, ex singulis rationibus in eadem occurrētib⁹ proportionē inuicem compositis generatur. Hinc fit, ut in minima proportionē, quæ sub tribus comprehenditur terminis, prima magnitudo ad ultimam duplicem rationem habere dicatur, quā ad secundam, hoc est, ex ipsis duabus rationibus similib⁹, primæ inquā magnitudinis ad secundā, & eiusdem secundæ ad tertiam inuicem compositis, vel altera earum duplata confurgentē. Multiplicandi sunt igitur ipsarum rationum denominatores adinuicem: producet enim optatæ rationis denominator, quemadmodum secūdo capite, libri quarti nostræ docuimus Arithmeticæ. & quinta diffinitione libri sexti clarius ostendemus. Sint exempli causa obiecti numeri a, b, c, sub dupla ratione proportionati. vtraque igitur ratio à binario denominatur numero. Bis autem duo efficiunt quatuor: à quibus ratio primi numeri ad tertium, hoc est, a ad c, denominabitur. Erīt ergo primi ad ipsum tertium ratio quadrupla, seu primi ad secundum duplicata. ¶ Porro si quatuor extiterint magnitudines cōtinuē itidem proportionales:

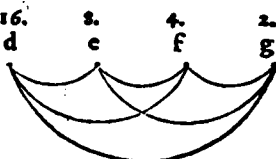
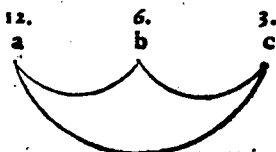
Vbi quatuor magnitudines continuē fuerint proportionales. Notandum.

prima ad quartam triplicem rationem habere dicetur, quā ad secundam, hoc est, ex tribus rationibus, primæ quidem ad secundam, & secundæ ad tertiam, atq; tertix ad quartam generatam. Sed animaduertas oportet, quod in trium aut plurium rationum compositione, operæpretium est ex duabus primis vnam efficere rationem, & ex illa consequenter & succedente tertia vnam rursū constitūere: & deinceps ita quantumlibet, pro datarum rationū multitudine. Dentur in exemplum quatuor numeri continuē proportionales d, e, f, g, sub pupla itidem ratione distributi. Quælibet igitur trium rationū, num, à binario rursū denominatur numero. bis autē duo, efficiunt quatuor, quæ ostēdunt primum numerum ad tertium, vel secundum ad quartum, quadruplam obtinere rationem: bis autem quatuor, restituit octo, à quibus octupla ratio denominatur. Aio itaque eundem primū numerum ad quartū, octuplam seruare rationē. quæ non propterea primi ad secundum triplata ratio vocitatur, quod ipsa ratio primi ad secundum per tria sit multiplicanda: sed quoniam ter in eadem proportionē reperiatur, ex qua quidem triplici ratione, extremorum ratio suprascripto modo confurgit. Eadem quoque ratio primi ad quartum resultabit, si eam rationem quæ est primi ad tertium, vel secundi ad quartum, per rationem eiusdem primi ad secundum multiplicaueris. Vtraque enim in præsumpto numerorum exemplo est quadrupla: quæ in duplam ducta, restituit octuplam. ¶ Quod si quinque magnitudines cōtinuē fuerint proportionales, prima ad quintam quadruplicem rationem habere dicetur, quā ad secundam: si sex, quintuplam, & consequenter ita, vna semper ordinatim adiuncta ratione, pro extēsiōis proportionis, vel adiuncto magnitudinum continuē proportionalium numero.

Vbi quinque vel plures fuerint magnitudines.

¶ Ομόλογα μεγέθη λέγεται εἶναι, τὰ μὲν ἰσόμενα τοῖς ἰσόμενοις, τὰ δὲ ἐπόμενα τοῖς ἐπομένοις.

Similis rationis magnitudines dicuntur, antecedentia antecedentibus, & consequentia consequentibus.



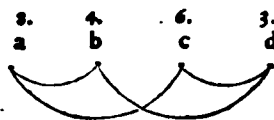
Id est, similitudo rationum inter easdem magnitudines inuicem proportionales, non solum inuenitur per relationem antecedentium ad sua consequentia, vel è diuerso: sed tum ex ipsorum antecedentium, tum etiam consequentium inuicem facta comparatione. Ex quibus subscriptæ rationum illationes, specielive proportionum deriuatæ sunt: quæ primùm diffiniuntur ab Euclide, postea suo elucidantur & ostenduntur ordine.

De varia rationum similitudine.

¶ Επειδὴ λόγος ὅστις, λαμβάνει τὴν ἡγεμῖνάν πρὸς τὴν ἡγούμενον, καὶ τὴν ἐπομῖνάν πρὸς τὴν ἐπόμενον.

12 Permutata ratio, est acceptio antecedentis ad antecedens, & consequentis ad consequens.

Vtpote, si fuerint quatuor magnitudines inuicem proportionales a, b, c, d, sicut quidem a/ad b, ita c/ad d: inferamus autem, & permutatim igitur sicut a/ad c, ita b/ad d. Hanc rationum illationem, permutatam appellamus. permutatur enim cōsequens primæ rationis, in antecedens secundæ: & antecedens eiusdem secundæ rationis, in consequens ipsius primæ vertitur. Primæ itaq; rationis vterq; terminus, antecedentis: & vterq; terminus secundæ rationis, consequentis fungitur officio.



Cur hæc ratio nis illatio permutata dicatur.

¶ Ανάπαλιν λόγος ὅστις, λαμβάνει τὴν ἐπομῖνάν ὡς ἡγεμῖνον, πρὸς τὴν ἡγούμενον ὡς ἐπόμενον.

13 Conuersa ratio, est acceptio consequentis tanquàm antecedentis, ad antecedens tanquàm ad consequens.

Id est, consequentium in antecedentia, & antecedentium in consequentia permutatio: rationem maioris inæqualitatis, in rationem minoris, aut è diuerso, cōuertendo. Vt si a/ad b/ eam habuerit rationem, quam c/ad d: & à cōuersa terminorum ratione inferamus. ergo sicut b/ad a, ita d/ad c. Igitur in permutata atq; conuersa ratione, nulla terminorum subsequitur alteratio: sed & antecedentia, & consequentia manent substantialiter eadem.

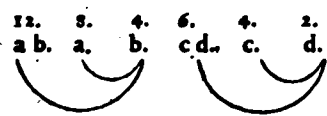
Notandum.

¶ Συνθεσις λόγος ὅστις, λαμβάνει τὴν ἡγεμῖνάν μὲν τὴν ἐπομῖνάν, ὡς ἰνὸς πρὸς αὐτὴν τὴν ἐπόμενον.

14 Composita ratio, est acceptio antecedentis cum consequente, sicut vnus, ad ipsum consequens.

Solemus nonnunquàm in proportionibus arguere à diuisis ad coniuncta: vnde huiusce modi rationis illatio, cōposita, seu coniuncta ratio dicitur. Est enim acceptio cuiuslibet antecedentis cum proprio consequente, tanquàm vnus antecedentis, ad ipsum consequens. Vtpote, si a/ad b/ eā habeat rationem, quā c/ad d: & cōiunctim inferamus. Igitur sicut a/b/ ad b, ita c/d/ ad d. augentur enim proportionaliter antecedentia, per consequentium ipsorum compositionem. Huic cōtraria est diuisa, seu disiuncta ratio: quæ ita diffinitur,

Illatio rationis à diuisis ad cōiuncta.



Exemplum.

¶ Διαίρεσις λόγος ἐστὶ, λαμβάνει τὸ ὑπεροχὴν, ἢ ὑπορίχθαι τὴν ἡγούμενον τὴν ἐπομῖνάν πρὸς αὐτὴν τὴν ἐπόμενον.

15 Diuisa ratio, est acceptio excessus, quo excedit antecedens ipsum consequens, ad ipsum consequens.

Hoc est, comparatio differentiarum cuiuslibet antecedentis supra consequens proprium, ad ipsum consequens. Veluti si eadē sit ratio a/b/ ad b, quæ est c/d/ ad d: & diuisim in hunc modum inferatur. Igitur sicut a/ad b, ita c/ad d. Est enim a/differentia, qua tota a/b/ ipsam b/ superat: & c/itidem differentia, qua tota c/d/ excedit ipsam d. Hic autē modus arguendi, à coniunctis ad diuisa nuncupatur.

Illatio rationis à cōiunctis ad diuisa.

¶ Αναστροφὴ λόγος ὅστις, λαμβάνει τὴν ἡγεμῖνάν πρὸς τὴν ὑπορίχθαι, ἢ ὑπεροχὴν τὴν ἡγούμενον τὴν ἐπομῖνάν.

16 Cōuersio rationis, est acceptio antecedentis ad excessum, quo excedit antecedens ipsum consequens.

Hanc euersam rationem pleriq; nominant. Est enim comparatio cuiuslibet antecedentis, ad differentiam, qua idem antecedens suum excedit consequens. Exempli gratia. Sit rursum

Euersa ratio.

Hæc diffinitio tam lucida est, ut ampliori non videatur indigere declaratione. Non graueris tamen exemplarem intelligere formulam. Sint igitur rursus $a/b/c$, & $d/e/f$ gemini numerorum ordines: sitque a ad b sicut e ad f , & b ad c veluti d ad e .

a	b	c	d	e	f
8	6	4	6	4	3

Exēplū perturbatę rationis.

Hunc itaq; inuersum proportionis ordinē, perturbatam proportionē adpellamus. ¶ Præter has autē, Zābertus Venetus adiecit extensā atq; inordinatę proportionis diffinitiones, ab ipsius ordinatę atq; perturbatę proportionis diffinitionibus minimē discrepātes: quas tum quia in græcis nusquā reperi exemplaribus, tum quod mihi superabundare videantur, cōsultō prætermisi. Omnis siquidem extensa proportio, ordinata est: & inordinata, eadē quę perturbata. Ni forsitan voluerimus extensam proportionem, terminorum vtriusq; ordinis continuatam præsupponere relationem: cū scilicet præcedentium rationum cōsequentia, fiunt antecedentia succedentium. Vt extensa proportio, continuē proportionalium solum, modō respiciat magnitudinum habitudinē: ordinata verō, tam continuē, quā discontinuē proportionata. Et sic extensa proportio, simul erit ordinata: sed non omnis ordinata, extensa vocabitur. Idem velim habeas iudiciū, de inordinata atq; perturbata proportione.

De extensa, atq; inordinata ratione.

Notandum.

Θεωρημα α,

Πρόβλησις α.

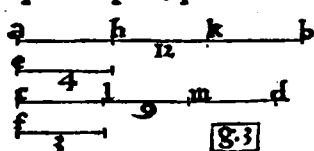
Εὰν ἡ δυνάμει μεγέθη, ὁποσωνῶν μεγέθη ἴσων ᾗ τὰ ἰσῶν, ἕκαστον ἑκάστου ἰσάνει πολλὰ πλάσιοι, ὅσα πλάσιοι ὅσῳ ἑρῶν μεγέθη ἴσος, τοσούτοι πλάσια ἔσονται καὶ πέντε τῶν πέντε.

Theorema I, Propositio I.

SI fuerint quælibet magnitudines quarumlibet magnitudinum æqualium numero, singulæ singularū æquē multiplices: quotuplex est vnus vna magnitudo, totuplices erunt & omnes omnium.

ORONTIVS. ¶ Sint a/b & c/d quælibet magnitudines, ipsarum e/f magnitudinum, æqualium numero, singulæ singularum æquē multiplices: utpote, a/b ipsius e , & c/d ipsius f . Aio, a/b & c/d magnitudines, totuplices fore ipsarum e/f magnitudinum, quotuplex est a/b ipsius e , vel c/d ipsius f . Nam ex hypothesi, tot sunt magnitudines in a/b , æquales ipsi e : quot in c/d magnitudine, æquales ipsi f . Sit vtraque multitudo, æqualis numero g . Et distingantur (exēpli gratia) in a/b , magnitudines æquales ipsi e , iuxta numerū g , sintq; a/h , h/k , & k/b : in ipsa porrō c/d , æquales ipsi f , quæ sint c/l , l/m , & m/d . Cuilibet enim magnitudini, quotlibet dari,

Notandum.



vel assignari posse æquales, recipiendū est. Omnis præterea magnitudo, in determinatas quotlibet, & adinuicē æquales partes (etsi forsitan nondum præostensum fuerit, quam ratione id exæquatur) abstractiue saltē partibilis est. Cū igitur a/h æqualis sit ipsi e , & c/l ipsi f :

Deductio theorematidis.

æquales erunt a/h & c/l , ipsis e & f magnitudinibus, per secundam communē sententiam. Rursus quoniā æqualis est h/k ipsi e , & l/m ipsi f : æquales rursus erūt, per eandem communem sententiam, h/k & l/m , ipsis e & f . Haud dissimiliter ostēdetur, quod & cæteræ k/b & m/d , eisdem e & f cōquantur. Quoties igitur a/b continet ipsam e , aut c/d ipsam f toties a/b & c/d , easdem e & f simul comprehendunt, nempe secundum eundem numerum g . Quotuplex igitur est a/b ipsius e , vel c/d ipsius f totuplices sunt a/b & c/d , ipsarū e & f . Hoc autem in discretis euidentius manifestatur: quemadmodū subiecti formulæ videntur indicare numeri. Si fuerint igitur quælibet magnitudines quarumlibet magnitudinum: & c, ut in theoremate. Quod oportebat demonstrare.

Θεώρημα

β,

Πρόβλημα

β.

Εὰν πρῶτον διωτὸν ἰσάκις ἢ πολλαπλάσιον, καὶ τρίτον τετάρτου, ἢ διὰ τὸ πῆμψον διωτὸν ἰσάκις πολλαπλάσιον, καὶ ἕκτον τετάρτου: καὶ ὡς ἑστὶν πρῶτον, καὶ πῆμψον, διωτὸν ἰσάκις ἔσται πολλαπλάσιον, καὶ τρίτον, καὶ ἕκτον τετάρτου.

Theorema 2,

Propositio 2.

Si prima secundæ æquè fuerit multiplex & tertia quartæ, fuerit 2
autem & quinta secundæ æquè multiplex & sexta quartæ: &
composita prima & quinta secundæ æquè multiplex erit, & tertia
& sexta quartæ.

ΟΡΟΝΤΙ V S. ¶ Sint enim sex magnitudines, a/b prima, c secunda, d/e tertia, f quarta, b/g quinta, & e/h sexta: quarum prima a/b secundæ c sit æquè multiplex, ac tertia d/e ipsius quartæ f : & quinta rursus b/g eiusdem secundæ c æquè multiplex esto, ac sexta e/h eiusdem f quartæ. Aio quòd composita ex primâ & quinta vtpote a/g , ipsius secundæ c erit æquè multiplex: ac tertia & sexta simul, videlicet d/h , ipsius quartæ f . Cùm

Demōstratio
theorematis.

enim ex hypothesi, æquè multiplex est a/b ipsius c , vt d/e ipsius f : quot igitur magnitudines sunt in a/b æquales ipsi c , tot sunt & in d/e , æquales ipsi f . Rursus quoniam b/g æquè multiplex est eiusdem c , ac e/h eiusdem f : tot igitur sunt magnitudines eidem c æquales in b/g , quot & in e/h æquales eidem f . Quot igitur sunt magnitudines in tota a/g , ipsi c æquales: tot sunt & in tota d/h , æquales ipsi f . si enim æquè multiplicibus, æquè multiplices addantur magnitudines: cōsurgēt æquè multiplices. Sed a/g , continet primâ & quintam magnitudinē: d/h autē, tertiam & sextam. Et composita igitur prima & quinta a/g , secundæ c æquè multiplex erit: ac tertia & sexta d/h , ipsius quartæ f . Igitur si prima secundæ æquè fuerit multiplex, & tertia quartæ: & quæ sequuntur reliqua. Quod fuerat ostendendum.

Θεώρημα γ,

Πρόβλημα γ.

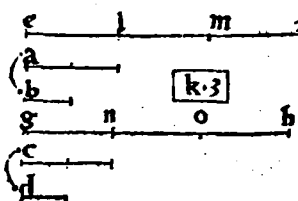
Εὰν πρῶτον διωτὸν ἰσάκις ἢ πολλαπλάσιον, καὶ τρίτον τετάρτου, ληθῇ δὲ ἰσάκις πολλαπλάσιον τῷ πρῶτῳ καὶ τρίτῳ: καὶ διῖος τῶν ληθέντων ἑκάτερον ἑκατέρῃς ἰσάκις ἔσται πολλαπλάσιον, τῷ μῶν, τῷ δὲ διωτὸν, τῷ δὲ τετάρτῳ.

Theorema 3,

Propositio 3.

Si primum secundi æquè fuerit multiplex, & tertium quarti, 3
sumātur autem æquè multiplicia primi & tertij: & æquè sumptorum vtrunque vtriusq; æquè erit multiplex, alterum quidem secundi, alterum autem quarti.

ΟΡΟΝΤΙ V S. ¶ Sit primum a secundi b æquè multiplex, ac tertium c ipsius quarti d : & accipiantur ipsorum a & c æquè multiplicia, e/f & g/h . Dico quòd e/f tam multiplex est ipsius secundi b , quàm multiplex est g/h ipsius quarti d . Cùm



enim per hypothesin, totuplex sit e/f ipsius a , quotuplex est g/h ipsius c : tot igitur erūt magnitudines in e/f æquales ipsi a , quot in magnitudine g/h æquales ipsi c . Sit vtraq; multitudo, iuxta numerum k . & discernantur (maioris euidentiæ gratia) in e/f , magnitudines æquales ipsi a , sint'que e/l , l/m , & m/f : & in g/h magnitudine, ipsi c æquales, vtpote g/n , n/o , & o/h . Et quoniam per

hypothefin, æquè multiplex est a ipsius b , atq; c ipsius d . Est autem e/l ipsi a , & g/n ipsi c per cōstructionem æqualis. Aequalia porro eiusdē sunt æquè multiplicia, per sextæ diffinitionis primi libri conuersionem. Aequè multiplex igitur est e/l ipsius b , ac g/n ipsius d . Et proinde l/m æquè multiplex itidem est ipsius b , ac n/o ipsius d . Sunt itaque sex magnitudines, quarū prima e/l secundæ b æquè multiplex est, ac tertia g/n ipsius quartæ d ; quinta rursum l/m eiusdem secundæ b æquè multiplex est, ac sexta n/o eiusdem quartæ d . Et composita igitur prima & quinta e/m ipsius secundæ d æquè multiplex est, ac tertia & sexta g/o ipsius quartæ d ; per antecedentem secundam propositionem. Rursum quoniam æqualis est m/f ipsi a , & o/h ipsi c : æquè multiplex itidē erit m/f ipsius b , atq; o/h ipsius d , per eandē sextæ diffinitionis primi libri conuersionem. Ostensum est autem e/m & g/o ipsarum b & d fore æquè multiplices. Sunt itaq; rursum sex magnitudines, quarū prima e/m secundæ b æquè multiplex est, ac tertia g/o ipsius quartæ d ; quinta insuper m/f eiusdem secundæ b æquè est multiplex, ac sexta o/h eiusdem quartæ d . Et composita igitur prima & quinta e/f ipsius secundæ b æquè multiplex est, ac tertia & sexta g/h eiusdem quartæ d : per allegatam huius quinti secundam propositionem. Et deinceps ita quantumlibet, prioribus consequentes adiungendo magnitudines, pro contingente ipsorum æquè multiplicium e/f & g/h multitudine. Atqui multitudo e/l , l/m , & m/f , multitudini g/n , n/o , & o/h æqualis est: vtraque enim ipsi k numero æqualis. Si igitur primū secundi æquè fuerit multiplex & tertiū quarti: &c. vt in theoremate. Quod fuerat ostendendum.

Primus ostensionis discursus.

Secundus, priori similis, discursus ostensionis.

Θεώρημα δ, Πρόβις δ.

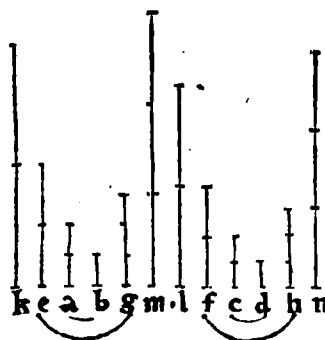
Eὰν πρῶτον πρὸς δεύτερον τὸν αὐτὸν ἔχῃ λόγον, & τρίτον πρὸς τέταρτον: καὶ τὰ ἰσάνῃς πολλαπλάσια τῶν πρῶτου καὶ τρίτου πρὸς τὰ ἰσάνῃς πολλαπλάσια τῶν δευτέρου & τετάρτου καὶ ὁποιοῦν πολλαπλάσιας μὲν, τὸν αὐτὸν ἔξῃ λόγον λαμβάνειν κατὰ ἄλληλα.

Theorema 4, Propositio 4.

4 Si primum ad secundum eandem habuerit rationem, & tertiū ad quartum: & æquè multiplicia primi & tertij ad æquè multiplicia secundi & quarti iuxta quāuis multiplicationem, eandem habebunt rationem sumpta adinuicem.

ORONTIVS. ¶ Est enim vt primū a ad secundum b eandem habeat rationem, quam c tertium ad quartum d : & accipiantur ipsorum a & c , hoc est, primi & tertij æquè multiplicia e & f , secundi pariter & quarti, vtpote, ipsorum b & d alia itidem æquè multiplicia g & h . Aio quòd e multiplex primi, ad g multiplex secundi eandem habet rationem, quam f multiplex tertij ad h multiplex quarti. Sumantur enim ipsorum e & f , æquè multiplicia k & l ipsorū porro g & h , alia similiter æquè multiplicia m & n . Cū igitur e totuplex sit ipsius a , quotuplex est f

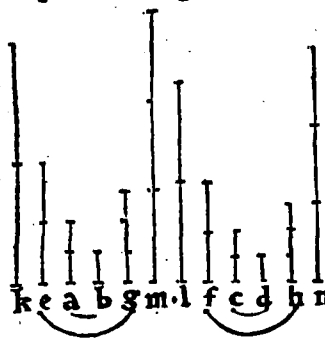
Demonstratio theorematis.



ipsius c , & ipsorū e & f sumpta sunt æquè multiplicia k & l : igitur æquè multiplex est k ipsius a , & l ipsius c , per tertiā huius quinti. & per eandem æquè multiplex est m ipsius b , atq; n ipsius d . Est autem ex hypothefi, sicut a ad b ita c ad d : & ipsorum a & c ostensa sunt æquè multiplicia k & l , necnon ipsorum b & d alia itidem æquè multiplicia m & n . Est igitur sicut k ad m , ita l ad n : per conuersionem sextæ diffinitionis huius quinti. Sicuti enim ex ipsorum æquè multiplicium proportionem, datas magnitudines in eadē esse ratione, sexta huius quinti visa est innuere diffinitio: haud dissimiliter

De æquè multipliciū & submultiplicium proportionem reciprocā.

ex ipsarum magnitudinū habitudine proportionata, eorundem æquè multiplicium



rationis verſa vice concluditur identitas. tanta eſt æquè multiplicium cum ſubmultiplicibus neceſſitudo. Eſt igitur vt k/ad m, ita l/ad n: hoc eſt, ſicut multiplex primi ad multiplex ſecūdi, ita multiplex tertij ad multiplex quarti. Ipſa porro $k/$ & l , ipſorū $e/$ & $f/$ ſunt æquè multiplicia: $m/$ verò & $n/$ æquè multiplicia ipſorū $g/$ & $h/$, per conſtructionem. Eſt igitur vt e/ad g, ſic f/ad h: per ſextam huius quinti diffinitionem. Atqui $e/$ & $f/$ ſunt æquè multiplicia primi & tertij: $g/$ autem & $h/$, ſecundi & quarti alia itidem æquè multiplicia. Si primū igitur ad ſecundū eandem

habuerit rationē: & quæ ſequuntur reliqua. Quod demōſtrandum ſuſceperamus.

Lemma, ſive aſſumptum.

¶ Et quoniā oſtēſum eſt, quōd multiplex k/ad multiplex $m/$ ſe habet, vt multiplex l/ad multiplex $n/$. ſi igitur $k/$ excedit $m/$, & $l/$ proportionaliter excedit $n/$: & ſi æquale, æquale: & ſi minus, itidem proportionaliter minus. Quare & verſa vice, ſi $m/$ excedit $k/$, & $n/$ proportionaliter excedit $l/$: & ſi æquale, æquale: ſi autem minus, & proportionaliter denique minus. Et proinde, per ſextam huius quinti diffinitionem, erit vt g/ad e, ſic h/ad f: atque reſpondenter ſicut b/ad a, ita d/ad c.

Corollarium.

Conuerſa ratio.

¶ Si quatuor igitur magnitudines fuerint proportionales: & e contra, ſeu à cōuerſa ratione proportionales erunt: facta videlicet conſequentium tanquā antecedentium, ad antecedentia tanquā ad conſequentia relatione.

Θεώρημα ε, Πρόβλημα ε.

Εἰ μὲν ὁ μὲν ἰσότης ἢ πολλαπλασιασμοῦ, ὁ πρὸς ἀφορισθὲν ἀφορισθὲν, καὶ ὁ λοιπὸς τῶν λοιπῶν ἰσότης ἢ πολλαπλασιασμοῦ, ὁ ἀντιθέτως ὅτι τὸ ὅλον τῶν ὅλων.

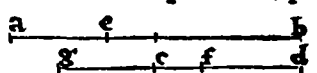
Theorema 5, Propositio 5.

SI magnitudo magnitudinis æquè fuerit multiplex, & ablata 5
ablata: & reliqua reliquæ erit multiplex, quotuplex tota totius
eſt multiplex.

Assumptum.

Demonſtratio
theorematis.

O R O N T I V S. ¶ Eſto magnitudo $a/b/$ magnitudinis $c/d/$ tam multiplex, quā multiplex eſt ablata $a/e/$ ablata $c/f/$. Dico reliquam $e/b/$, reliquæ $f/d/$ totuplicem fore, quotuplex eſt tota $a/b/$ totius $c/d/$. Ponatur enim $e/b/$ æquè multiplex ipſius $g/c/$, vt $a/e/$ ipſius $c/f/$. Cum igitur tū per hypotheſin, tum per conſtructionē, totuplex ſit $a/e/$ ipſius $c/f/$, quotuplex eſt $e/b/$ ipſius $g/c/$: quotuplex autem eſt vna vnius, totuplices ſunt & omnes omnium, per primā huius quinti. Quotuplex eſt itaq; $a/e/$ ipſius $c/f/$, totuplex eſt & tota $a/b/$ totius $g/f/$. At quotuplex eſt $a/e/$ ipſius $c/$, totuplex eſt & eadem $a/b/$ ipſius $c/d/$, per hypotheſin. Et $a/b/$ igitur vtriuſque & $g/f/$ & $c/d/$ eſt



æquè multiplex: & proinde vtrique $g/f/$ & $c/d/$, eiſdem $a/b/$ æquè ſubmultiplex eſt. Quæ autem eiſdem ſunt æquè ſubmultiplicia, æqualia ſunt a dinuicem, per ſeptimam communem ſententiam. Aequalis eſt igitur $g/f/$ ipſi $c/d/$, & vtrique communis $c/f/$ qua dempta, reliqua $g/c/$ reliquæ $f/d/$, per tertiam cōmunem ſententiā eſt æqualis. Aequalia ruruſum eiſdem ſunt æquè ſubmultiplicia, per ipſius ſeptimæ communis ſententiæ conuerſionem. Et $g/c/$ igitur atque $f/d/$, eiſdem $a/b/$ ſunt æquè ſubmultiplices: & proinde $a/b/$ vtriuſque & $g/c/$ & $f/d/$ æquè eſt multiplex. Porro $e/b/$ æquè multiplex eſt ipſius $g/c/$, per conſtructionē, vt $a/e/$ ipſius $c/f/$. Et eadē propterea

e/b , ipsius f/d tam multiplex est, quàm multiplex est ipsa a/e eiusdem c/f . Atqui per hypothesin a/e totuplex est ipsius c/f , quotuplex est tota a/b totius c/d . Et reliqua igitur e/b , reliquæ f/d æquè multiplex est, atq; tota a/b totius c/d . Ergo si magnitudo magnitudinis æquè fuerit multiplex & ablata ablatæ, & reliqua reliquæ: & ut in theoremate. Quod ostendere fuerat operæpretium.

Θεώρημα 5, Πρόθεσις 5.

E Ἀρθὺο μέγεθος δύο μεγέθων ἰσότης ἢ πολλαπλάσια, καὶ ἀφορεθόντα ἵνα τῶν αὐτῶν ἰσότης ἢ πολλαπλάσια, καὶ τὰ λοιπὰ τοῖς αὐτοῖς ἢ τοῖς ἴσιν ἢ ἰσότης αὐτῶν πολλαπλάσια.

Theorema 6, Propositio 6.

6 SI duæ magnitudines duarū magnitudinū æquè fuerint multiplices, & ablatæ aliquæ earum æquè fuerint multiplices: & reliquæ eisdem vel æquales sunt, vel æquè ipsarum multiplices.

O R O N T I V S. ¶ Sit a/b magnitudo tam multiplex ipsius c , quàm multiplex est d/e ipsius f : æquè insuper multiplex esto ablata a/g eiusdem c , ut ablata h/e ipsius f . Aio quod reliquæ g/b & d/h , ipsis c & f aut sunt æquales altera alteri: vel earundem c & f æquè multiplices. Esto primū ut g/b sit æqualis ipsi c : dico quod & d/h ipsi f est æqualis. Detur enim e/k ipsi f æqualis. Cū igitur a/g æquè multiplex sit ipsius c , ut h/e ipsius f , per hypothesin. Porro g/b æqualis est ipsi c , per hypothesin: & e/k ipsi f , per cōstructionē. Et æquè igitur multiplex est a/b ipsius c , & h/k ipsius f . Ponitur autem ex hypothesi, a/b æquè multiplex ipsius c , ut d/e ipsius f . Et vtraque igitur d/e & h/k , æquè est multiplex ipsius f : nempe ut a/b ipsius c . Quæ autem eiusdem sunt æquè multiplicia, æqualia sunt adinuicem, per

Prima theorematidis differentia.

sextæ communis sententiæ interpretationem. Aequalis est ergo d/e ipsi h/k , & vtrique communis h/e : ea itaque dempta, reliqua d/h reliquæ e/k erit per tertiam communem sententiā æqualis. Eidem porro e/k , æqualis est

per constructionē ipsa f magnitudo. Binæ igitur magnitudines d/h & f , eidem e/k sunt æquales: & proinde æquales adinuicē, per primā cōmunē sententiā. Si reliqua igitur g/b , sit æqualis ipsi c & reliqua d/h , ipsi f erit æqualis. ¶ Quod si g/b fuerit multiplex ipsius c : aio responderet d/h , æquè multiplicē fore ipsius f . Quotuplex est enim g/b ipsius c , totuplex assumatur e/k ipsius f . Et quoniam per hypothesin, a/g prima secundæ c æquè est multiplex, ac tertia h/e quartæ f : quinta rursus g/b eiusdem secundæ c tam multiplex est per constructionē, quàm multiplex est sexta e/k

Secunda theorematidis differentia.

eiusdem quartæ f . Et composita igitur prima & quinta a/b , eiusdem secundæ c æquè erit multiplex, ac tertia & sexta h/k ipsius quartæ f , per secundā huius quinti. Quotuplex est autē a/b ipsius c , totuplex data est d/e ipsius f , per hypothesin. Et vtraque igitur d/e & h/k , æquè est

multiplex ipsius f , ut a/b ipsius c . Hinc per sextam communem sententiā, æqualis rursus est d/e ipsi h/k , & vtrique communis h/e : qua subtracta, reliqua d/h reliquæ e/k , per ipsam tertiam cōmunem sententiā, est æqualis. Aequalia porro eiusdem sunt æquè multiplicia, per ipsius sextæ communis sententiæ cōversionem. Et d/h igitur & e/k eiusdem f æquè multiplicia sunt. At e/k ipsius f tam multiplex est per constructionem, quàm multiplex est g/b ipsius c . Et reliqua igitur d/h æquè est multiplex ipsius f , quotuplex est reliqua g/b ipsius c . Hæc autē omnia subsequēs numerorū, ad faciliore demonstrationis intelligentiā adiuncta, corroborat formula.

¶ Magnitudines datæ.

Exemplum in
numeris.

prima.	secunda.	tertia.	quarta.	Ablata.	reliqua.	Ablata.	reliqua.	
a/b.	c.	d/e.	f.	a/g.	g/b.	h/e.	d/h.	
12	3	8	2	9	3	6	2	vt in prima figura.
12	3	8	2	6	6	4	4	vt in secunda figura.

Si duæ itaque magnitudines: & quæ sequuntur reliqua. Quod fuerat ostendendum.

T

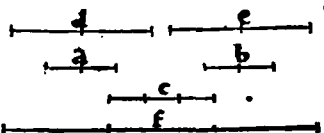
Θεώρημα 7, Πρόθεσις 7.
Α ἴσῃ πρὸς δ' αὐτὸ τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, καὶ δ' αὐτὸ πρὸς τὰ ἴσα.

Theorema 7.

Propositio 7.

A Equales ad eandē, eandē habēt rationē: & eadem ad æquales, 7

ORONTIVS. ¶ Sint binæ & inuicem æquales magnitudines a/ & b, ad aliam quandam magnitudinem relatæ, vtpote c. Dico primū, a/ & b/ ad eandem c/ eandem habere rationem. Assumantur enim ipsarum a/ & b/ æquæ multiplices d/ & e: ipsius autem c, alia vtcunque multiplex f. Cum igitur æquæ multiplex sit d/ ipsius a, vt e/ ipsius b, & per hypothesin a/ & b/ magnitudines sint ad inuicem æquales: erit & d/ æqualis ipsi e. quæ enim eiusdem vel æqualium sunt æquæ multiplicia, æqualia sunt ad inuicem, per sextam communem sententiam. Atqui f/ magnitudo binas ipsius c/ repræsentans æquæ multiplices, sibi met æqualis est. Vt se habet igitur d/ multiplex



ad f, ita e/ ad eandem f: nam quæ sunt æqualia eiusdem sunt æquæ multiplicia aut submultiplicia, per sextam aut septimam communis sententiæ conuersionem. Est autem a/ prima magnitudo, c/ secunda, b/ tertia, & c/ rursum in ordine quarta: suntq; d/ & e/ ipsarum a/ & b/ æquæ multipli-

cia, primæ inquam & tertiæ magnitudinis: f/ porro bis repetita, ipsius c/ bis repetendæ, hoc est, secundæ & quartæ alia vtcunq; multiplex. Præostensum est insuper d/ multiplex primæ ad f/ multiplex secundæ ita se habere, vt e/ multiplex tertiæ ad ipsum f/ multiplex quartæ. Est igitur per sextam huius quinti diffinitionem, vt a/ ad c, ita b/ ad eandem c. Aequales igitur magnitudines a/ & b, ad eandem magnitudinem c, eandem habent rationem.

Pars secunda
theorematis.

¶ Aio quoq; eandem magnitudinem c, ad a/ & b/ inuicem æquales magnitudines, eandem versa vice obseruare rationem. Hoc autē conuerso licebit ordine concludere. Ostendemus enim (veluti suprā) d/ & e/ multiplices, fore rursum inuicē æquales: & f/ bis coassumpta, geminas æquæ multiplices repræsentare non denegabitur. Et proinde d/ ad f/ ita se habere concludetur, vt e/ ad eandem f. hinc per assumptum, siue lemma quartæ propositionis huius quinti, f/ ad d/ se habebit, vt eadem f/ ad e. Est autem f/ primæ & tertiæ magnitudinis, hoc est, ipsius c/ bis repetendæ æquæ multiplex: d/ verò & e/ secundæ & quartæ, vtpote ipsarum a/ & b/ æquæ multiplices. Est igitur vt c/ ad a, sic eadem c/ ad b, per eandem sextam huius quinti diffinitionem. ¶ Idem quoq; à conuersa ratione, per quartæ propositionis huius quinti corollarium, leuius concludere licebit. Si quatuor enim magnitudines fuerint proportionales, & e contra proportionales erunt. Atqui ostensum est a/ ad c/ eandem habere rationem, quam b/ ad eandem c: & e cōtra igitur, vt c/ ad a, ita eadem c/ ad b. Aequales ergo ad eandem, eandem habent rationem: & eadem ad æquales. Quod oportuit ostendisse.

Idem aliter.

T

Θεώρημα 8, Πρόθεσις 8.
Ὅτι ἀνίσωμεν μεγεθῶν δ' μείζον πρὸς δ' αὐτὸ μείζονα λόγον ἔχει ἢ πρὸς τὸ ἴσα πρὸς τὸ ἴσα, μείζονα λόγον ἔχει ἢ πρὸς τὸ μείζον.

Theorema 8.

Propositio 8.

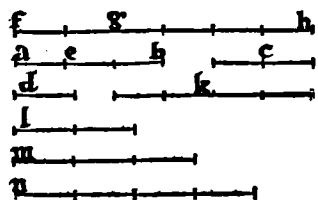
I Næqualium magnitudinum maior ad eādem, maiorem rationē 8

habet, quàm minor: & eadem ad minorem maiorem rationem habet, quàm ad maiorem.

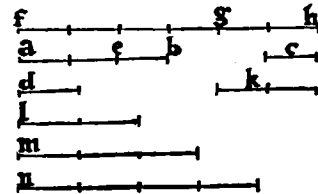
ORONTIVS. ¶ Sint binæ magnitudines inæquales, a/b quidem maior, & c minor: d autem alia quædam magnitudo. Aio primùm quòd a/b ad d maiorem rationem habet, quàm c ad ipsam d . Cum enim ex hypothesi a/b sit maior magnitudine c : comprehendet itaq; a/b magnitudo eandem c , & aliquam insuper magnitudinē. Sit igitur e/b , æqualis ipsi c , & a/e residua eiusdem magnitudinis pars. Erūt ergo a/e & e/b aut inæquales, aut æquales adinuicē. Sint primū inæquales, & a/e minor ipsa e/b . Suscipiatur autem ipsius minoris a/e vtcunq; multiplex, maius tamen ipsa magnitudine d : sitq; illud f/g . Quàm multiplex insuper est f/g ipsius a/e , tam multiplex detur g/h ipsius e/b , & k ipsius c . Suscipiatur rursus duplum ipsius d , vtpote l : postea triplum, sitq; illud m . & deinceps ita, vno semper adiūcto: quatenus resultet multiplex ipsius d , proximò maius ipso k , id est, quod inter multiplicia ipsius d per continuam simplicis additionem confurgentia, primò incipiat excedere k : sitq; illud n : quadruplum ipsius d . Erit ergo k multiplex, proximò minus ipso n : & proinde non minus ipso m . ¶ His ita constructis, quoniā æquē multiplex

Primæ partis differentia primæ.

Demonstratio eiusdē primæ differentie.



est f/g ipsius a/e , vt g/h ipsius e/b : quotuplex igitur est f/g ipsius a/e , totuplex est f/h ipsius a/b , per primā huius quinti. Sed quotuplex est f/g ipsius a/e , totuplex est k ipsius c . Et f/h igitur tam multiplex est ipsius a/b , quā multiplex est k , ipsius c . Insuper quoniam æquē multiplex est g/h ipsius e/b , vt k ipsius c , & e/b ipsi c per constructionē est æqualis. quæ autē æqualiū sunt æquē multiplicia, æqualia sunt adinuicem, per sextam communem sententiam. Aequalis est igitur g/h ipsi k . Verūm k ipsa m nō est minor, vti nuper ostensum est: & g/h itaq; eadem m nōn erit minor. Porro f/g data est maior ipsa d . & tota igitur f/h , binis d & m erit maior. Sunt autem d & m ipsi n æquales. est enim n quadruplum ipsius d , & m triplum, vnā cum ipso d efficiens quadruplum. Et f/h igitur ipso n maius est: nam idem, æqualium est æquē maius. Atqui f/h & k , ipsarum a/b & c , primæ inquam & tertiz magnitudinis sunt æquē multiplicia: n verò vtcunq; multiplex ipsius d secundam & quartam magnitudinem repræsentātis. & multiplex primæ excedit multiplex secundæ: at multiplex tertiz non excedit multiplex quartæ. Prima igitur a/b ad secundam d maiorem rationem habet, quàm tertia c ad quartam d : per octauam diffinitionem huius quinti. ¶ Quòd si a/e fuerit maior e/b , multipli-



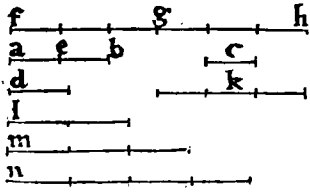
cetur iam ipsa e/b minor, quatenus infurgat multiplex maius ipsa d magnitudine: sitq; illud g/h . Quàm multiplex insuper est g/h ipsius e/b , tā multiplex accipiatur f/g ipsius a/e : & k rursus ipsius c . Subsumatur præterea multiplex ipsius d , proximò maius ipso f/g : sitq; rursus n quadruplum ipsius d . Haud dissimiliter ostendemus, totam f/h ipsius a/b fore totuplicē, quotuplex est

Eiusdē primæ partis, differentia secunda.

g/h ipsius e/b : & demum f/h & k , ipsarum a/b & c æquē itidem fore multiplices. item g/h æquari ipsi k . Et quoniam n multiplex, proximo maius est f/g : non est igitur f/g , minus ipso m . Atqui g/h maius est ipso d , per constructionem. totum igitur f/h , ipsis d & m maius est: & maius consequenter ipso n . Porro k non excedit ipsum n : est enim k , ipsi g/h æquale, quod tam multiplex est ipsius minoris e/b , quàm multiplex est f/g ipsius maioris a/e . quæ autem inæqualium sunt æquē multiplicia, sunt responderenter inæqualia. Et k igitur, minus est ipso f/g : & ipso n .
 l.j.

Ostensionis resolutio.

Tertia eiusdē
primæ partis
differentia.



Pars secunda
pripalis the-
orematis.

propterea lógè minus. Rursum itaq; multiplex primi excedit multiplex secūdi: at multiplex tertij, nō excedit multiplex quarti. Per ipsam igitur octauā huius quinti diffinitionem, primum a/b , ad secundum d /maiorē rationem habet, q̄ tertiū c /ad quartum d . ¶ Porro cū a/e , fuerit æqualis ipsi e/b : vtraque erit æqualis ipsi c . Cuiuslibet itaq; ipsarum trium magnitudinum, sumēda sunt æquē multiplicia, ipso d /maiora: f/g /quidem ipsius a/e , & g/h /ipsius e/b , & k /rursum ipsius c . quæ per sextam communem sententiam, erunt adinuicē æqualia. Item n /multiplex ipsius d , quod illorum quolibet proximò maius existat. Quibus constructis, ostendētur rursum f/h & k , ipsarum a/b & c /fore æquē multiplicia: & f/h /multiplex primæ magnitudinis, excedere ipsum n /multiplex secundæ: k /autem mul-

tiplex tertiæ, non excedere multiplex quartæ. Hinc priori deductione colligemus, a/b /ad d /maiorē habere rationē, quā c /ad ipsam d . ¶ Dico insuper, quod eadem magnitudo d , ad minorem c /maiorē rationē habet, quā ad maiorem a/b . Hoc autem ex superscripto discursu, immutato magnitudinū & æquē multiplicium ordine, haud obscurē colligemus. Cū enim omnibus modis præstēsum sit, f/h /excedere ipsum n , & k/ab eodē n /superari: & cōuersim igitur, n /excedit k , nō excedit autē f/h . Porro n /est multiplex ipsius d , hoc est, primæ & tertiæ magnitudinis: k /autem multiplex secundæ, vtpote c , & f/h /æquē multiplex quartæ, scilicet a/b . Multiplex insuper primæ, excedit multiplex secundæ: at multiplex tertiæ non excedit multiplex quartæ. Per octauam ergo diffinitionem huius quinti, prima d /ad secundam c /maiorē rationem habet, quā tertia d /ad quartam a/b . Ergo d /ad minorem c /maiorē rationem habet, quā ad maiorem a/b . Inæqualium igitur magnitudinum: & c. vt in theoremate. Quod ostendere oportebat.

Θεώρημα θ, Πρόβλησις θ.
ΤΑ πρὸς τὸ αὐτὸ τὸν αὐτὸν ἔχοντα λόγους, ἢ ἅ ἀλλήλοις ὄντι: καὶ πρὸς ἃ τὸ αὐτὸ τὸν αὐτὸν ἔχον λόγους, καὶ αὐτὰ ἅ ἀλλήλοις ὄντι.

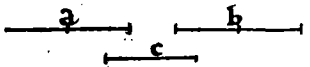
Theorema 9, Propositio 9.

Quæ ad eandem, eandem habent rationem, æquales inuicem sunt: & ad quas eadem eandem habet rationem, ipsæ sunt æquales.

Primæ partis
ostensio.

ORONTIVS. ¶ Sint binæ magnitudines a & b , ad tertiam c /eandem rationē obtinentes. Aio quod æqualis est a , ipsi b . Nam si a & b /magnitudines, forent inæquales: maior ad eandem c /maiorē rationem haberet, quā minor, per primam partem antecedentis octauæ propositionis huius quinti. Habet autem vtraq; ipsarum a & b /eandem rationem ad ipsam c , per hypothesin. Haberent igitur a & b , eandem, atq; diuersam rationē ad eandem c : quod est impossibile. Aequalis est itaq;

Pars secunda
theorematis.



a , ipsi b . ¶ Quod si c /ad eandem a & b /eandem habuerit rationem: dico rursum, quod a & b /æquales sunt adinuicem. Si enim foret inæquales: eadem c /ad ipsas a & b /magnitudines eandem non haberet rationem ad minorem enim maiorem rationem obtineret, quā ad maiorem, per secundam partem eiusdem octauæ propositionis. Supponitur autem, eadem c /ad ipsas a & b /eandem habere rationem. Eadē itaq; magnitudo c , ad ipsas a & b /magnitudines, eandem simul atq; diuersam rationem haberet. Quod videtur absurdum. Aequalis est igitur a /ipsi b . Quod suscepimus ostendendum.

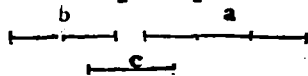
Θεώρημα ι., Πρόθεσις ι.

Tὁ μὲν πρὸς τὸ αὐτὸ λόγος ἔχοντων, τὸ τὸν μείζονα λόγος ἔχον, ἵκετο μείζονος ὅς τὸ αὐτὸ μείζονα λόγος ἔχον, ἵκετο ἑλαττοῦ ὅς τινος.

Theorema 10., Propositio 10.

10 **A**D eandem rationem habentium, maiorem rationem habens, illa maior est: ad quam autem eadem maiorem rationem habet, illa minor est.

ORONTIVS. ¶ Sint rursus a/b magnitudines ad eandem magnitudinem c comparatae: habeatq; a ad c maiorem rationem, quam b ad eandem c . Dico quod a , ipsa b maior est. Quoniam si non fuerit maior: vel erit æqualis ipsi b , vel eadem minor. Aequalis porro non est a ipsi b : haberet enim a/b eandem rationem ad

Prima theore-
matis pars.

c magnitudinem, per primam partem septimæ propositionis huius quinti. quod aduersatur hypothefi. Non est igitur a , æqualis ipsi b . Haud dissimiliter ostēdetur,

quod neq; minor est a ipsa b : quoniam a magnitudo, minorem rationem haberet ad c magnitudinem, quam ipsa b ad eandem c , per primam partem octauæ propositionis eiusdem quinti. habet autem a , maiorem rationem, quam b ad eandem c per hypothefin. Haberet igitur a ad c maiorem & minorem rationem, quam b ad ipsam c . Quod non est possibile. Itaque a non est minor b : neque eidem (vti nunc ostendimus) æqualis. Et a igitur, ipsa b maior est. ¶ Quod si eadem magnitudo c , maiorem rationem habuerit ad b quam ad a : dico rursus, a fore maiorem ipsa b . Non erit enim a ipsi b æqualis: quoniā c ad a , eandem rationem haberet quā ad b , per secundam partē præallegatæ septimæ propositionis. Habet autē c , maiorem rationē ad a , quā ad b , ex hypothefi. quæ simul stare non possunt. Non est igitur a , ipsi b æqualis. Neq; etiā minor: tunc enim c ad ipsam a maiorem rationē haberet, quā ad b , per secundā partē ipsius octauæ propositionis huius quinti. Habet autē c minorem rationem ad a , quā ad b , ex ipsa hypothefi. Haberet itaq; c minorem simul atq; maiorem rationem ad a , quam ad b . quod videtur impossibile. Igitur a non est minor ipsa b . ostēsum est, quod nec eidē æqualis. Maior est itaq; rursus a ipsa b . Ad eandem ergo rationem habentiū: & quæ sequuntur reliqua. Quod oportuit demonstrasse.

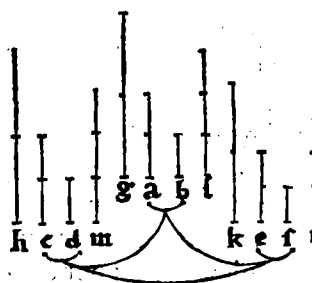
Partis secundæ
demonstratio.

OΙ ὅς τὸ αὐτὸς λόγος οἱ αὐτοὶ, καὶ ἄλλοις ὅσιν οἱ αὐτοί.

Theorema 11., Propositio 11.

11 **Q**Væ eidem sunt eadem rationes, & adinuicem sunt eadem.

ORONTIVS. ¶ Sint eidem rationi quæ a ad b , eadem rationes quæ c ad d & e ad f . Aio quod rationes c ad d & e ad f , sunt eadem adinuicem: sicut quidem c ad d , sic e ad f . Accipiantur enim ipsarum antecedentium a, c, e , æquæ multiplicia



$g/h/k$ ipsarū autē consequētium b, d, f , alia quæuis æquæ multiplicia l, m, n . Cum igitur ex hypothefi a ad b eandem habeat rationem, quam c ad d , & ipsarum a & c , primæ inquā & tertiæ magnitudinis, sumpta sint æquæ multiplicia g, h , secundæ rursus & quartæ, vtpote ipsarum b & d alia itidem æquæ multiplicia l , migitur si g excedit l , & h proportionaliter excedit m , & si æquale, æquale: si autem minus, itidem proportionaliter minus, per sextæ diffinitionis huius quinti conuersionem. Insu-

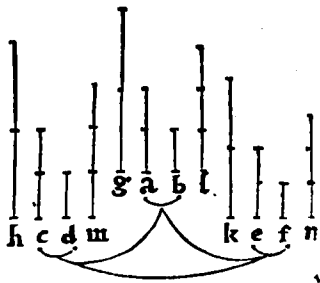
Discurfus æ
quæ multipli-
cium.

per quoniam per ipsam hypothefin, sicut a ad b , ita c ad d , & ipsarum a & b , primæ

l.ij.

videlicet & tertiæ magnitudinis, sumpta sunt æquæ multiplicia g/k , secundæ rursus & quartæ, utpote ipsarum b/f , alia utcunq; æquæ multiplicia l/n . si itaq; g excedit l , & k proportionaliter excedit n : etsi æquale, æquale: si

Resolutio des
mōstrationis.



verò minus, itidem proportionaliter minus, per eādem sextæ diffinitionis cōversionē. Atqui præostēsum est, qd si g excedit l , excedit & h ipsum metisi æquale, æquale: si autem minus, & h proportionaliter minus est ipso m . Quapropter si h excedit m , excedit & k proportionaliter ipsum n : & si h æquatur ipsi m , cōæquatur & k ipsi n : & si minus fuerit h ipso m , & k demum proportionaliter minus est ipso n . Porro h & k ipsarum c & e , primæ videlicet & tertiæ magnitudinis data sunt æquæ multiplicia: ipsarum autem d & f , hoc est secundæ & quartæ, alia utcunq; æquæ multiplicia m & n . Est igitur per sextā huius quinti diffinitionē, sicut c ad d , ita e ad f . Quæ eidem itaq; sunt eādem rationes, & adinuicem sunt eādem. Quod fuerat ostendendum.

Θεώρημα 12, Πρόθεσις 12.

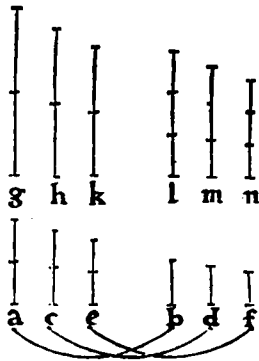
Εὰν ἡ ὁποιοῦν μεγέθη ἀνάλογον, ἔσται ὡς ἐν τῷ ἡ γὰρ μὲν πρὸς ἐν τῷ ἡ πομπῶν, δὲ τὰς ἄπαντα τὰ ἡ γὰρ μὲν, πρὸς ἄπαντα τὰ ἡ πομπῶν.

Theorema 12, Propositio 12.

SI fuerint quælibet magnitudines proportionem habentes: erit ¹² sicut vna antecedentium ad vnā consequentium, sic omnes antecedentes ad omnes consequentes.

ORONTIVS. ¶ Sint a, b, c , & d, e, f quotlibet magnitudines inuicem proportionales: sicut quidem a ad b , ita c ad d , sicutq; c ad d , sic e ad f . Aio quod quam rationem habet a ad b , eam habent & compositæ a/c , ad coniunctas b/d . Suscipiatur enim ipsarum antecedentium a/c , æquæ multiplicia g, h, k : & ipsarū consequentium b, d , alia quæuis æquæ multiplicia l, m, n . Cum sit igitur ut a ad b , sic c ad d , & ipsarum a & c æquæ multiplicia sunt g, h , ipsarum verò b, d , alia itidem æquæ multiplicia l/m : sicut se habet igitur g ad l , sic h ad ipsum m , per quartam huius quinti. Rursum quoniam est ut c ad d , sic e ad f , & ipsarum c & e æquæ multiplicia sunt h/k , ipsarum autem d & f , alia utcunq; æquæ multiplicia m, n : sicut se habet igitur h

Quatuor æquæ multiplicia inuicem proportionalia, inferendarum magnitudinū, subtilis adinuērio.



multiplex ad ipsum m , sic k ad ipsum n , per eandem quartam ipsius quinti. Ut autem se habet h ad m , sic g ad l se habere præostēsum est. Est igitur ut g ad l , sic k ad n , per antecedentem vndecimam propositionem. Sunt itaque g, h, k , & l, m, n , multiplicia inuicem proportionalia: sicut quidem g ad l , sic h ad m , & k ad n . Igitur si g multiplex excedit l , excedit & h proportionaliter ipsum m , necnō & k ipsum n : & si g æquatur ipsi l , æquū est & h ipsi m , & k responderet ipsi n : si autem g minus fuerit ipso l , est & h proportionaliter minus ipso m , & k demū ipso n . Et proinde si g multiplex excedit l , excedunt & g, h, k multiplicia proportionaliter ipsa l, m, n : & si æquum est g ipsi l , æqualia sunt & g, h, k ipsi l, m, n : si autem g sit minus ipso l , erunt & eadem g, h, k , eisdem l, m, n , tandem æquæ minora, per secundam & quartam communem sententiam. Atqui g, h, k magnitudines, ipsarum a, c, e magnitudinum sunt per constructionem singulæ singularum æquæ multiplices: quotuplex igitur est vnus vna

g.	l.	g, h, k.	l, m, n.
a.	b.	a, c, e.	b, d, f.
prima.	secunda.	tertia.	quarta.

magnitudo, hoc est g/ipsius a, totuplices sunt & omnes g/h/k, omniū a/c/e, per primā eiusdem quinti. Et proinde quotuplex est l/ ipsius b, totuplices sunt l/m/n/ipsarum b/d/f. Sunt itaque

Sūmaria theorematum ostēsiso.

g/& g/h/k, ipsarū a/& a/c/e, hoc est, primæ & tertiæ magnitudinis æquè multiplicia: l/autem/& l/m/n/secūdæ. b/& tertiæ b/d/f, æquè itidē multiplicia. Et ostēsum est, q̄ si g/multiplex excedit l, excedit & g/h/k/proportionaliter ipsum l/m/n: etsi æquale, æquale: si verò minus, itidem proportionaliter minus. Est igitur per sextam huius quinti diffinitionem, sicut a/ad b, sic a/c/e/composita ad b/d/f/compositam: hoc est, sicut vna antecedentium ad vnam consequentium, sic omnes antecedentes ad omnes consequentes. Quod demonstrandum susceperamus.

Θεώρημα 13. Πρόταση 13.

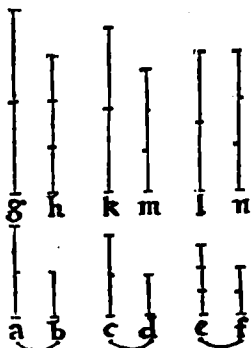
Εὰν πρῶτον πρὸς δευτέρου τὸν αὐτὸν ἔχῃ λόγον, καὶ τρίτον πρὸς τέταρτον, τρίτον δὲ πρὸς πέμπτον μείζονα λόγον ἔχῃ, ἢ πῖν πᾶσι πρὸς ἕκτον: ὁ πρῶτον πρὸς δευτέρου μείζονα λόγον ἔσται, ἢ πῖν πᾶσι πρὸς ἕκτον.

Theorema 13, Propositio 13.

13 SI prima ad secundam eandem habuerit rationem, & tertia ad quartam, tertia autem ad quartam maiorem rationē habeat quàm quinta ad sextam: prima quoque ad secundam maiorem rationem habebit, quàm quinta ad sextam.

ORONTIVS. ¶ Habeat enim prima magnitudo a/ad secundam b/ eandem rationem, quam tertia c/ad quartam d: ipsa porro tertia c/ad eandem quartam d/ maiorem rationē habeat, quàm e/quinta ad f/sextam magnitudinem. Aio quòd & a/prima magnitudo ad secundam b/maiolem itidem rationem habebit, quàm ipsa c/quinta ad eandem sextam f. Multiplicetur enim vtrique ipsarum a, b: sintq; earundem a, b, vtcunq; multiplicia g, h, sed g/ maius ipso h. potest enim a/toties multiplicari, quousq; multiplex ipsius a/superet multiplex eiusdem b. Quàm multiplex insuper est g/ipsius a, tam multiplex detur k/ipsius c, & l/ipsius e. Rursum q̄ multiplex est h/ipsius b, tam multiplex esto m/ipsius d, & n/ipsius f. Cū igitur a/ad

Discursus multiplicium ad theorematum illationē nos perducentiū.



b/eandem rationē habeat, quam c/ad d, sintq; g/& k/primæ & tertiæ æquè multiplicia, h/ autem & m/secundæ & quartæ æquè itidem multiplicia: si g/itaque excedit h, excedit & k/ipsum m, per sextæ diffinitionis huius quinti cōuersionem. Atqui g/superat h, per constructionem: & k/igitur superat m. Rursum quoniā c/ad d/ maiorem rationem habet, q̄ e/ad f, & ipsarū c/ & e/ primæ inquam & tertiæ magnitudinis, æquè multiplicia sunt k, l, secūdæ porro d/& quartæ f/ alia vtcunq; æquè multiplicia m, n: si k/igitur excedit m, non excedit l/ipsum n, per conuersionem octauæ diffinitionis eiusdem quinti. Porro k(vti

nunc ostensum est) excedit m: & l/igitur non excedit n. Excedit autem & g/ipsū h, sintq; g/& l/ipsarum a/& e, hoc est, primæ & tertiæ magnitudinis æquè multiplicia, per constructionem: h/ rursum & n/ipsarū b/& f, vtpote secundæ & quartæ alia vtcunque æquè multiplicia: & g/multiplex primæ excedit multiplex secundæ, l/autem multiplex tertiæ nō excedit n/multiplex quartæ. prima igitur a/ad secundam b/maiolem rationem habet, quàm e/tertia ad quartam f, per octauam huius quinti

liij.

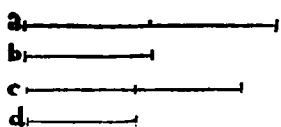
diffinitionem. Ergo si prima ad secundam eandem rationē habuerit: &c. vt in theoremate. Quod oportuit ostendisse.

Θεώρημα 14, Πρόβλημα 14.
Εὰν πρῶτον πρὸς δευτέρου τὸν αὐτὸν ἔχῃ λόγον, & τρίτον πρὸς τέταρτον: ὃ δὲ πρῶτον ἔχῃ μᾶλλον ἢ, ὃ δὲ δεύτερον ἔχῃ μᾶλλον ἢ, ὃ δὲ τέταρτον ἔσται: καὶ ἴσον, ἴσον, καὶ ἑλάσσον, ἑλάσσον.

Theorema 14, Propositio 14.

Si prima ad secundam eandem habuerit rationem, & tertia ad quartā: prima verò tertia maior fuerit, & secunda quarta maior erit: etsi æqualis, æqualis: etsi minor, minor.

Quando prima maior est tertia.

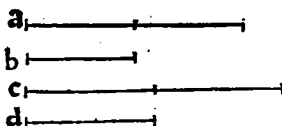


O R O N T I V S. ¶ Sint verbi gratia quatuor magnitudines a, b, c, d/ inuicē proportionales: sicut quidem a/ad b, ita c/ad d. sit autem primū, a/ maior ipsa c/ dico qd & b, ipsa d/ responderit est maior. Cū enim ex hypothesi a/ sit maior c/ habebit igitur a/ad b/ maiorem rationem, quā c/ ad eandem b, per octauam huius quinti. Est autem ratio a/ad b/ eadem, quā c/ad d, per hypothesin: & c/ igitur ad d/ maiorem rationem habet, quā eadem c/ad b. Ad quam autem eadem maiorem rationem habet: & illa minor est,

Quando prima minor est tertia.

per secundam partem decimæ propositionis ipsius quinti. Minor est itaque d, ipsa b: & b/ propterea ipsa d/ maior. ¶ Quod si a/ fuerit minor c/ erit & b/ minor ipsa d/ magnitudine. Rursum enim per eandem octauā huius quinti, c/ maior, ad ipsam b/ maiorem rationē habebit, quā a/ minor ad eandem b. Quam rationem porrò habet a/ad b, eam seruat ex hypothesi c/ad d. Et c/ igitur ad b/ maiorem rationē habet,

Vbi prima æquatur tertiæ.



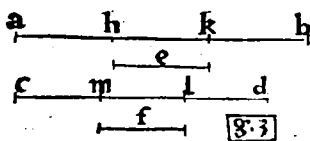
quā ad d. Est igitur b/ minor ipsa d, per ipsam decimā eiusdem quinti. ¶ Porrò si a/ fuerit æqualis ipsi b: haud dissimiliter ostendemus, b/ fore æqualem ipsi d. Aequales enim a/ & c/ ad eandem b/ eandem rationem habebunt, per septimam huius quinti. sed quam rationem habet a/ad b, eā rursus habet c/ad d, per hypothesin. Et c/ igitur ad vtranque b/ & d, eandem obseruabit rationem. Ad quas autē eandem eandem habet rationem, ipsæ sunt æquales, per nonam ipsius quinti propositionem. Aequalis erit igitur b/ ipsi d. Si prima igitur ad secundā eandem habuerit rationem: & quæ sequuntur reliqua. Quod demonstrare oportebat.

Θεώρημα 15, Πρόβλημα 15.
Τὰ μὲν τοῖς ὡσόντως πολλαπλασίοις, τὸν αὐτὸν ἔχῃ λόγον, ληφθέντα κατὰ ἄλλα.

Theorema 15, Propositio. 15.

Partes eodem modo multiplicium, eandem rationem habent sumptæ adinuicem.

O R O N T I V S. ¶ Sint a/b/ & c/d/ ipsarum e/ & f/ æquæ multiples. Aio partem e/ad partem f/ eandem rationem habere, quā a/b/ multiplex ad c/d/ multiplicem. Cū enim a/b/ æquæ multiplex sit ipsius e, vt c/d/ ipsius f/ quot igitur partes sunt in a/b/ æquales ipsi e, tot sunt & in c/d/ æquales ipsi f. Sint exēpli gratia iuxta numerū g: & distingatur a/b/ in partes æquales ipsi e, sintq; a/h, h/k, & k/b: necnon & c/d/ in partes æquales ipsi f, vtpote in c/ m, m/l, & l/d. Erit itaq; multitudo ipsarū a/h, h/k, & k/b, multitudini c/ m, m/l, & l/ d/ æqualis: vtraque enim æqualis ipsi numero g. Rursum quoniam a/h, h/k, & k/b/ eidem e/ sunt æquales: sunt igitur æquales adinuicē, per primam communē



sententiam. & proinde c/m , & m/l , l/d , sunt quoque adinuicem æquales. Aequales porro ad eandem, vel æquales, eandem habent rationem, & eadem ad æquales: per septimam huius quinti. Est igitur ut a/h ad c/m , sic h/k ad m/l , & k/b ad l/d . Proportionales igitur sunt ipsæ a/h , h/k , & k/b , ipsis c/m , & m/l , l/d . Et sicut igitur una antecedentium ad unam consequentium, sic omnes antecedentes ad omnes consequentes, per duodecimam ipsius quinti. Ergo sicut a/h ad c/m , sic tota a/b ad totam c/d . æqualis porro est a/h ipsi e , & c/m ipsi f . Et sicut igitur pars e ad partē f , sic a/b multiplex ad c/d multiplicem. Partes itaq; eodem modo multipliciū, eandem rationem habent sumptæ adinuicem. Quod ostendendum fuerat.

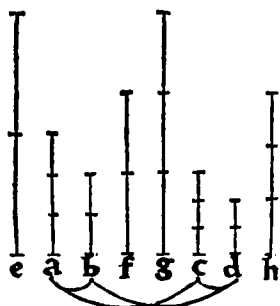
E *θεώρημα 15, Πρόβλημα 15.*
Ἄν τίσσασα μεγέθη ἀνάλογον ᾖ, καὶ ὡς ἅλᾳξ ἀνάλογον ἔσται.

Theorema 16, Propositio 16.

16 **S**I quatuor magnitudines proportionales fuerint: & permutatim proportionales erunt.

ORONTIVS. ¶ Sint verbi gratia quatuor magnitudines a, b, c, d , inuicē proportionales: sicut a ad b , sic c ad d . Dico quod & vicissim, hoc est, permutatim proportionales existunt: sicut quidem a ad c , sic b ad d . Accipiantur enim ipsarum a, b , æquē multiplices e, f ipsarū quoq; c, d , aliter vtcūq; æquē multiplices g, h . Cum igitur æquē multiplex sit e ipsius a , ut f ipsius b : erit ut a ad b , sic e ad f : nā partes eodem

Permutatę rationis demonstratio.



modo multiplicium, eandem rationem habent sumptæ adinuicem, per antecedentem decimam quintam propositionem. Ut autem a ad b , sic e habet c ad d , per hypothesein. & sicut igitur e ad f , sic c ad d : nā quæ eidem sunt eadem rationes, & adinuicem sunt eadem, per vndecimam huius quinti. Insuper quoniam æquē multiplex est g ipsius c , ut h ipsius d : erit rursus ut c ad d , sic g ad h , per eandem quindecimam huius quinti. sicut porro c ad d , sic e ad f se habere præostensum est. & sicut igitur e ad f , sic g ad h , per ipsum vndecimam ipsius quinti.

Quatuor itaq; magnitudines e, f, g, h , sunt inuicem proportionales: habetque prima e ad secundam f eam rationem, quam tertia g ad quartā h . Si prima igitur e , fuerit maior tertia g : & secūda f , ipsa h quarta maior erit: etsi æqualis, æqualis: etsi minor, minor, per decimam quartā eiusdem quinti. Atqui e & f , ipsarum a & b , hoc est primæ & tertiæ magnitudinis (de illationis ordine velim intelligas) sunt æquē multiplices: g autem & h , secundæ & quartæ, vtpote ipsarum c & d æquē rursus multiplices. Est igitur per sextam huius quinti diffinitionem, ut prima a ad secundam c , sic tertia b ad quartā d . Si quatuor igitur magnitudines proportionales fuerint: & permutatim seu vicissim proportionales erunt. Quod erat demonstrandum.

E *θεώρημα 16, Πρόβλημα 16.*
Ἄν συγκείμενα μεγέθη ἀνάλογον ᾖ, καὶ διαιρεθέντα ἀνάλογον ἔσται.

Theorema 17, Propositio 17.

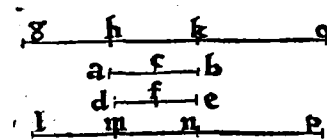
17 **S**I cōpositæ magnitudines proportionales fuerint: diuisæ quoque proportionales erunt.

ORONTIVS. ¶ Sint cōpositæ magnitudines $a/b, b/c, d/e$, & e/f , inuicem proportionales: sicut a/b ad b/c , sic d/e ad e/f . Aīd quod & diuisæ proportionales erūt: sicut quidem a/c ad c/b , sic d/f ad f/e . Accipiantur enim ipsarum $a/c, c/b, d/f, f/e$,

Diuisa ratio, siue modus arguendi a cōpositis ad diuisa.

l.iiij.

æquæ multiplices $g/h, h/k, l/m, \& m/n$. ipsarum rursus $b/c \& c/f$, aliæ itidem æquæ multiplices $k/o, \& n/p$. His ita constructis, quoniam $g/h \& h/k$ magnitudines,



ipsarum $a/c \& c/b$ magnitudinū æqualium numero singularū singularum, per constructionē, sunt æquæ multiplices: quotuplex igitur est una g/h vnius a/c , totuplex est & tota g/k totius a/b , per primam huius quinti. Quotuplex autem est g/h ipsius a/c , totuplex est l/m , ipsius d/f , per constructionē: tam multiplex est igitur g/k ipsius a/b , quam multiplex est l/m ipsius d/f , per vndecimam ipsius quinti. Rursus quoniam $l/m \& m/n$ ipsarum d/f

$g/k.$	$g/h.$	$l/m.$
$a/b.$	$a/c.$	$d/f.$

& f/e æqualium numero singularū singularū æquæ sunt multiplices, per ipsam constructionē: quotuplex igitur est una l/m vnius d/f , totuplex est tota l/n totius d/e , per eandem primam huius quinti. Quotuplex autem est l/m ipsius d/f , totuplex est l/n ipsius d/e , per ipsam vndecimā eiusdem quinti. Sunt itaq; $g/k \& l/n$, ipsarū $a/b \& d/e$ æquæ multiplices. Item quoniam æquæ multiplex est h/k ipsius b/c vt m/n ipsius e/f : quinta rursus k/o , eiusdem b/c æquæ multiplex est, vt

$g/k.$	$l/m.$	$l/n.$
$a/b.$	$d/f.$	$d/e.$

sexta n/p eiusdem e/f . Et composita igitur h/o , eiusdem b/c æquæ erit multiplex, ac tota m/p eiusdem e/f , per secundam huius quinti. Et proinde $h/o \& m/p$, ipsarū $b/c \& e/f$ sunt æquæ multiplices. Insuper quoniam ex hypothesi, sicut a/b , ad b/c , sic d/e ad e/f : & ipsarum $a/b \& d/e$, primæ inquā & tertiæ æquæ multiplices sunt $g/k \& l/n$: ipsarum rursus $b/c \& e/f$, hoc est secundæ & quartæ, æquæ itidem multiplices $h/o \& m/p$. Est igitur vt g/k ad h/o , sic l/n ad m/p , per quartam huius

$g/k.$	$h/o.$	$l/n.$	$m/p.$
$a/b.$	$b/c.$	$d/e.$	$e/f.$

quinti. Auferantur vtrisque cōmunes h/k , & m/n : vt reliqua igitur g/h ad reliquam k/o , sic l/m reliqua ad reliquam n/p , per tertiam & quintam cōmunem sententiā. Igitur si g/h excedit k/o , excedit & l/m proportionaliter ipsam n/p : etsi æqualis, æqualis: si autē minor, itidem proportionaliter minor. Atqui $g/h \& l/m$, primæ & tertiæ magnitudinis (iuxta ordinem illationis) hoc est, ipsarū $a/c \& d/f$ datae sunt

$g/h.$	$k/o.$	$l/m.$	$n/p.$
$a/c.$	$c/b.$	$d/f.$	$f/e.$

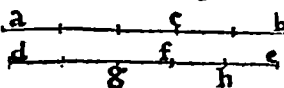
æquæ multiplices: k/o verò & n/p , ipsarum $c/b \& f/e$, secundæ inquā & quartæ magnitudinis æquæ itidem multiplices. Prima igitur a/c , ad secundam c/b eam rationem habet: quam tertia d/f , ad quartam f/e , per sextā huius quinti diffinitionē. Si compositæ itaque magnitudines proportionales fuerint, diuisæ quoque proportionales erunt. Quod susceperamus ostendendum.

E $\Theta\acute{\epsilon}\omega\rho\eta\mu\alpha$ ιη, $\text{Π}\rho\acute{o}\theta\epsilon\iota\varsigma$ ιη.
 $\text{Α}\rho\ \delta\iota\upsilon\eta\eta\mu\acute{\omega}\nu\ \mu\eta\gamma\acute{\iota}\theta\eta\ \alpha\acute{\nu}\alpha\lambda\omicron\gamma\omicron\mu\ \acute{\epsilon}\sigma\tau\iota\ \epsilon\iota\varsigma\ \sigma\upsilon\gamma\gamma\epsilon\iota\tau\acute{\iota}\nu\tau\alpha\ \alpha\acute{\nu}\alpha\lambda\omicron\gamma\omicron\mu\ \acute{\epsilon}\sigma\tau\alpha\iota.$
 Theorema 18, Propositio 18.

SI diuisæ magnitudines proportionales fuerint: cōpositæ quoque proportionales erunt. 18

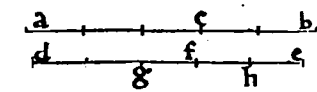
Compositaratio, siue argumenti modus ad diuisas ad coniunctas.

Prima ostensionis differentia.



ORONTIVS. ¶ Sint diuisæ magnitudines $a/c, c/b, d/f, \& f/e$, inuicem proportionales: sicut a/c ad c/b , sic d/f ad f/e . Aio quòd & compositæ, erunt versa vice proportionales: sicut quidem a/b ad b/c , sic d/e ad e/f . Sicut enim a/b ad b/c , sic d/e ad aliam quādam magnitudinem se habere necessum est. Hæc autem magnitudo, si nō fuerit e/f : erit vel ipsa e/f maior, aut eadem minor. Esto primū a/b ad b/c , sicut d/e ad maiore (si possibile fuerit) ipsa e/f : vt pote ad e/g . Erit igitur sicut a/b ad b/c , sic d/e ad e/g . Si compositæ autem magnitudines proportionales fuerint: diuisæ quoque

proportionales erunt, per antecedentē decimaseptimam propositionem. Erit itaque sicut a/c ad c/b , sic d/g ad g/e . Sicut porrò a/c ad c/b , sic per hypothesin d/f ad f/e . Ergo sicut d/f ad f/e , sic d/g ad g/e : nam quæ eidem sunt eadem rationes, adinui-
cem sunt eadem, per vndecimam huius quinti. Quatuor itaque magnitudines d/f , f/e , d/g , atq; g/e , sunt inuicem proportionales, & prima d/f , maior est tertia d/g : & secunda igitur f/e , maior erit quarta g/e , per decimamquartam eiusdem quinti. Atqui f/e , minor est ipsa g/e , per hypothesin. Erit itaque f/e , minor simul & maior eadem



g/e magnitudine. quod est impossibile. Non est igitur sicut a/b ad b/c , sic d/e ad maiorem ipsa e/f . ¶ Aio rursum, quod neque ad minorem ipsa e/f vtpote e/h . Concludemus enim iterū ex decimaseptima & vndecima huius quinti, fore sicut d/f ad f/e , sic d/h , ad h/e : vtroque enim sicut a/c ad c/b . Et quoniam prima d/f , minor est tertia d/h : erit rursum per ipsam decimamquartam eiusdem quinti, secunda f/e , minor quarta h/e . Supponitur autē maior: quæ simul stare non possunt. Non est ergo sicut a/b ad b/c , sic d/e ad minorem e/f . patuit quod neq; ad maiorem. Et sicut igitur a/b ad b/c , sic d/e ad ipsam e/f . Itaque si diuisæ magnitudines proportionales fuerint: compositæ quoq; proportionales erunt. Quod ostendere fuerat operæpretiū.

d/f	a/c	d/h
f/e	c/b	h/e

Secunda pars
sive differen-
tia.

Θεώρημα ιθ, Πρόθεσις ιθ.

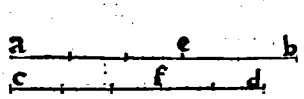
ΕΑΝ ἢ ὡς ὁλοῦ πρὸς ὁλοῦ, οὕτως ἀφααιρεθῶν πρὸς ἀφααιρεθῆν, καὶ ὁ λοιπὸν πρὸς ὁ λοιπὸν ἔσται, ὡς ὁλοῦ πρὸς ὁλοῦ.

Theorema 19, Propositio 19.

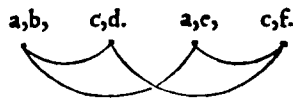
19 SI fuerit sicut totum ad totum, sic ablatum ad ablatum: & reliquum ad reliquum, erit sicut totum ad totum.

ORONTIVS. ¶ Sit inquàm totū a/b ad totū c/d , velut ablatū a/e ad ablatū c/f . Aio reliquum e/b ad reliquū f/d , fore sicut idem totū a/b ad idem totum c/d .

Cū enim sit velut a/b ad c/d , sic a/e ad c/f , per hypothesin: erit per decimam-

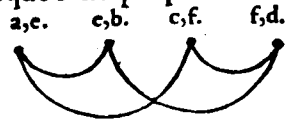


sextam huius quinti, & permutatim sicut a/b composita ad a/e , sic c/d composita ad c/f . Cū autem com-



positæ magnitudines proportionales sunt, & diuisæ quoque sunt proportionales, per decimaseptimam huius quinti propositionem.

Et sicut igitur a/e ad e/b , sic c/f ad f/d . & permutatim rursum, per eandem decimamsextam huius quinti, si-



Tota. Ablata. Reliqua.
 $a, b, c, d.$ $a, e, c, f.$ $e, b, f, d.$

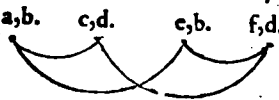
cut a/e ablata, ad ablatā c/f ,

sic reliqua e/b ad reliquam f/d . Sicut porrò ablata a/e ad ablatam c/f , sic totum a/b ad totum c/d , per hypothesin. Reliquum igitur e/b ad reliquum f/d , se habet vt totum a/b ad totum c/d , per vndecimam eiusdem quin-

ti. Si fuerit ergo sicut totum ad totum: &c. vt in theoremate. Quod expediebat demonstrare.

Lemma siue assumptum.

¶ Et quoniam erat ex hypothesi, vt a/b ad c/d , sic a/e ad c/f : & permutatim deinde vt a/b ad a/e , sic c/d ad c/f . Nunc porrò ostensum est, qd sicut a/b ad c/d , sic e/b ad f/d . & permutatim itaque rursum, vt a/b ad e/b , sic c/d ad f/d , per sæpius allegatam



decimam sextā huius quinti. Fit igitur ut sicut a/b ad a/e , sic c/d ad e/f : atq; rursus velut idem a/b ad c/b , sic idem c/d ad f/d .

Corollarium.

Conuersio-
tionis.

¶ Et proinde cōuersio rationis, hoc est, acceptio antecedētis ad excessum quo ante cedens ipsum excedit consequens, fit manifesta.

Θεώρημα κα, Πρόθεσις κα.

Εὰν ἢ τρία μέγιστα, καὶ ἄλλα αὐτοῖς ἴσα τῷ πληθέος σύνδυο λαμβανόμενα, καὶ οἱ τῶ αὐτῶ λόγος, δι' ἴσον διὰ τὸ πρῶτον τ' εἶτα μέζον ἢ, καὶ τὸ τέταρτον τ' ἴσως μέζον ἔσαι, καὶ ἴσον, ἴσον, καὶ ἴλαστον, ἴλαστον.

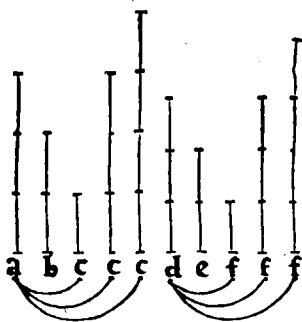
Theorema 20, Propositio 20.

SI fuerint tres magnitudines, & aliæ eisdem æquales numero, 20
binatim sumptæ, & in eadem ratione, ex æquali autem prima
tertia maior fuerit: & quarta sexta maior erit: etsi æqualis, æqua-
lis: etsi minor, minor.

Æquam ratio
nē respiciētia
in ordinatis.

Prima differē-
tia.

ORONTIVS. ¶ Sint tres magnitudines a, b, c , & rursus aliæ tres d, e, f , cum duabus ordinatim sumptis in eadē ratione: utpote, sicut a/ad b , sic d/ad e , sicut item b/ad c , sic e/ad f . Aio quod si a fuerit maior ipsa c , erit ex æquali d maior ipsa f : etsi æqualis, æqualis: si autē minor, itidem minor. Sit primū a , maior ipsa c . Et quoniam est sicut b/ad c , sic e/ad f erit & a conuersa ratione, sicut c/ad b , sic f/ad e , per co-



Secunda differē-
rentia.

Tertia differē-
rentia.

rollariū quartæ huius quinti. verū c minor est a , per hypothesin, & b alia quædam magnitudo: habet igitur a/ad b maiorem rationem, quàm c/ad eandem b , per primam partē octauæ huius quinti. Sicut porro c/ad b , sic f/ad e : & a igitur ad b maiorem rationem habet, quàm f/ad e . Sicut rursus a/ad b , sic d/ad e , per hypothesin: & d igitur ad e maiorem rationem habet, quàm f/ad ipsam e . Ad eandem autem rationē habentium, maiorem rationem habens illa maior est, per decimam ipsius quinti. Et d igitur, ipsa f maior est. ¶ Quod si a sit æqualis ipsi c erit & d æqualis ipsi f . habebunt enim a & c ad eandem b eandem rationem, per primam partem septimæ huius quinti. Et quoniam est sicut a/ad b , sic d/ad e , sicutq; c/ad b , sic f/ad ipsam e : habebunt quoq; d & f eandem rationem ad ipsam e . Quæ autem ad eandem eandem habent rationem, æquales adinuicem sunt, per primam partem nonæ ipsius quinti. Aequalis est igitur d , ipsi f . ¶ Haud dissimiliter ostēdetur, quod si a fuerit minor ipsa c : erit consequenter d minor ipsa f . Tunc enim c/ad b maiorem rationem habebit, quàm a/ad ipsam b , per eandem octauam huius quinti. Est autē ut a/ad b , sic d/ad e , per hypothesin: sicutq; c/ad b , sic f/ad e se habere præostensum est. Et proinde f/ad e maiorem rationem habebit, quàm d/ad ipsam e . Hinc rursus per primam partem decimæ eiusdem quinti, f ipsa d maior erit: & d propterea ipsa f minor. Itaq; si fuerint tres magnitudines, & aliæ eisdē æquales numero: & quæ sequuntur reliqua. Quod oportuit demonstrasse.

Θεώρημα κα, Πρόθεσις κα.

Εὰν ἢ τρία μέγιστα, καὶ ἄλλα αὐτοῖς ἴσα τῷ πληθέος σύνδυο λαμβανόμενα, καὶ ἐν τῶ αὐτῶ λόγος, ἢ διὰ τετραγώνου αὐτῶν ἡ ἀναλογία, δι' ἴσον δὲ πρῶτον τ' εἶτα μέζον ἢ, καὶ τὸ τέταρτον τῶ ἴσως μέζον ἔσαι: καὶ ἴσον, ἴσον, καὶ ἴλαστον, ἴλαστον.

Theorema 21, Propositio 21.

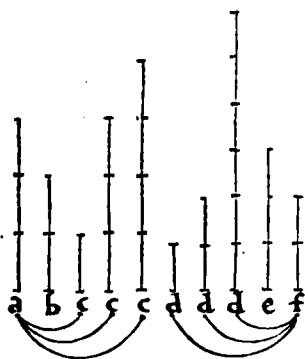
SI fuerint tres magnitudines, & aliæ eisdem æquales numero, 21
binatim sumptæ, & in eadem ratione, fuerit autem perturbata

earū proportio: ex æquali verò prima tertia maior fuerit, & quarta sexta maior erit: etsi æqualis, æqualis: etsi minor, minor.

ORONTIVS. ¶ Sint tres magnitudines a, b, c , & rursus alie tres d, e, f , cum duabus perturbatim in eadem ratione coassumptis: vtpote, sicut $a/ad b$, sic $e/ad f$, sicutq; $b/ad c$, sic $d/ad e$. Dico quòd si a / fuerit maior c , erit ex æquali d / maior f : etsi æqualis, æqualis: etsi minor, minor. Sit primum a / maior c : iam recipio probandum, quòd d / sit maior f . Et quoniā est sicut $b/ad c$, sic $d/ad e$, per hypothesin: erit à conuersa ratione, vt $c/ad b$, sic $e/ad d$, per quartæ huius quinti corollarium. Rursus quoniā a / maior est c , & b / alia quædam magnitudo: habet igitur $a/ad b$ / maiorem rationem, quàm $c/ad eandem b$, per primam partem octauæ huius quinti. Sicut porro $a/ad b$, sic ex hypothesi $e/ad f$: sicutq; $c/ad b$, sic $e/ad d$ (vti nunc ostensum est). & e / propterea ad f / maiorem rationē habet, q̄ ad d . Ad quā autē eadem magnitudo maiorē rationē habet, & illa minor est: per secundā partē decimæ ipsius quinti. Est igitur f , ipsa d / minor: & d / propterea maior f . ¶ Haud dissimiliter si a / fuerit æqualis ipsi c : ostendetur & d / æqualis ipsi f . Nam a / & c , ad eandem b / eandem rationē habebūt: per primā partem septimæ huius quinti. Et quoniā est sicut $a/ad b$, sic $e/ad f$, sicutq; $c/ad b$, sic $e/ad d$: & e / igitur ad vtranq; d / & f / eādem rationē habebit. Ad quas autē eadem eandem habet rationē, ipsæ sunt æquales: per secundam partem nonæ ipsius quinti. Aequalis erit igitur d , ipsi f . ¶ Item si a / fuerit minor c : dico tandem, q̄ & d / minor erit f . Tunc enim $c/ad b$ / maiorem rationē habebit, quàm $a/ad eandem b$: per eandem octauā huius quinti. Et cum sit velut $c/ad b$, sic $e/ad d$, sicutq; $a/ad b$, sic $e/ad f$ (veluti suprà deductum est) habebit consequenter $e/ad d$ / maiorē rationem, q̄ $e/ad f$. Ad quam autē eadem maiorem rationem habet, & illa minor est: per secundam partem decimæ eiusdem quinti. Est itaq; d / ipsa f / minor. Ergo si fuerint tres magnitudines: & c. vt in theoremate. Quod ostendendum fuerat.

Æquā ratio-
nem respicien-
tia in perturbatis.

Quando prima maior est tertia.



Vbi prima æ-
quatur tertiæ.

Quando prima minor est tertia.

Θεώρημα κβ. Πρόθεσις κβ.

Εὰν ἡ ἀποθεωὺν μεγέθη καὶ ἄλλα ἀντιστοιχῶσι ἰσοῦ ἀπλοῦς συνδυο λαμβανόμενα οὐ τῶς αὐτῶ λόγῳ, καὶ δι' ἰσοῦ ἐκ τῶς αὐτῶ λόγῳ ἴσῃ.

Theorema 22, Propositio. 22.

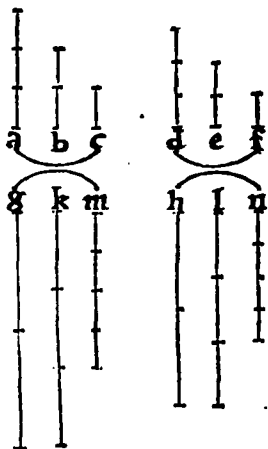
22 **S**I fuerint quælibet magnitudines, & alię eisdem æquales numero, binatim sumptæ in eadem ratione: & ex æquali in eadem ratione erunt.

ORONTIVS. ¶ Sint verbi gratia tres magnitudines a, b, c , & alie eisdem numero æquales d, e, f , cum duabus ordinatim sumptis in eadem ratione: vtpote, sicut $a/ad b$, sic $d/ad e$, sicut autē $b/ad c$, sic $e/ad f$. Dico quòd extremæ vtriusque ordinis magnitudines, ex æquali in eadem ratione erunt: sicut quidē $a/ad c$, sic $d/ad f$. Accipiantur enim ipsarum a, d / æquæ multiplices g, h : ipsarū verò b, e , alie itidem æquæ multiplices k, l : ipsarū deniq; c, f , vtcunq; etiam multiplices m, n . Cum sit igitur vt $a/ad b$, sic $d/ad e$: & ipsarum a, d , hoc est primæ & tertiæ, æquæ multiplices sint g, h : secundæ autem & quartæ, vtpote ipsarū b, e , alie itidem æquæ multiplices k, l . Est igitur sicut g/m multiplex ad k/m multiplicē, sic $h/ad l$: per quartam huius quinti. Et proinde erit, vt $k/ad m$, sic $l/ad n$: est enim ex hypothesi, vt $b/ad c$, sic $e/ad f$, & ipsarum b, e , æquæ multiplices k, l , ipsarū autē c, f , æquæ rursus multiplices m, n , per cōstructionē.

Æqua ratio
in ordinatis.

Sunt ergo g, k, m , tres magnitudines, & h, l, n , alie eisdem numero æquales, cum duabus ordinatim sumptis in eadem ratione: sicut quidem g/ad k , sic h/ad l , sicutq; k/ad m , sic l/ad n . Si $g/itaq;$ fuerit maior ipsa m , & ex æquali $h/ipsa$ n maior erit: etsi

Vbi plures tribus in utroque magnitudinū extiterint ordine.



æqualis, æqualis: etsi minor, minor, per huius quinti vigesimam. At qui g, h , ipsarū a, d , hoc est primæ & tertiæ magnitudinis (quoad illationis ordinē) datæ sunt æquæ multiples: m, n autē secundæ & quartæ, utpote ipsarū c, f æquæ itidē multiples. Est igitur per sextā huiusce quinti diffinitionē, ut prima a/ad secundā c sic $d/tertia$ ad quartam f . Idem quoq; licebit ostendere, vbi plures tribus in utroque magnitudinū extiterint ordine. Utpote si fuerint quatuor a, b, c, d , & alie quatuor e, f, g, h : similiter ostendemus cum tribus primis magnitudinibus a, b, c , & e, f, g , fore velut a/ad c , sic e/ad g . Et rursum cum tribus succedentibus (secunda utrobique prætermissa, & coassumpta quarta) utpote a, c, d , & e, g, h , concludemus veluti supra, fore ut a/ad d , sic e/ad h . Et deinceps quantumlibet, pro utriusque ordinis multitudine. Si fuerint ergo quælibet magnitudines, & alie eisdē æquales numero: & quæ sequuntur reliqua. Quod ostendendum proposueramus.

$a, b, c, d.$ $e, f, g, h.$

E ^{αἰσθημα κγ,} ^{πρόθεσις κγ.} Ἀρ ἡ τρία μέγιστα, & ἄλλα αὐτοῖς ἰσὺς τὸ πλεονος συνδυο λαμβανόμενα αὐτῶν αὐτῶν λόγῳ, ἢ δὲ τετραγώνῳ αὐτῶν ἢ ἐναλογίᾳ, καὶ δι' ἴσος αὐτῶν αὐτῶν λόγῳ ἴσος.

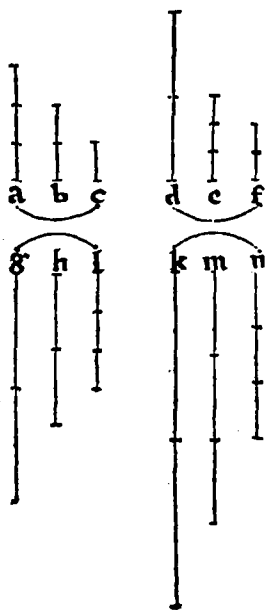
Theorema 23.

Propositio 23.

SI fuerint tres magnitudines, alieque eisdem æquales numero, binatim sumptæ in eadem ratione, fuerit autem perturbata earum proportio: & ex æquali in eadem ratione erunt. 23

Æqua ratio in perturbatis.

O R O N T I V S. ¶ Sint tres magnitudines a, b, c , & alie eisdem numero æquales d, e, f , cum duabus in eadem ratione perturbatim coassumptis: sicut quidem a/ad b , sic e/ad f , sicutque b/ad c , sic d/ad e . Aio fore ex æqua ratione, sicut a/ad c , sic d/ad f . Assumantur enim ipsarum a, b, d , æquæ multiples g, h, k : ipsarum porro c, e, f , alie itidem æquæ multiples l, m, n . Cum ergo g, h , ipsarum a, b , sint per constructionem æquæ multiples, & partes eodem modo multipliciū eandem habeāt rationem sumptæ adinuicem, per quindecimam huius quinti: est igitur ut a/ad b , sic g/ad h . sicut autē a/ad b , sic e/ad f , per hypothesin: & sicut igitur g/ad h , sic e/ad f , per vndecimam ipsius quinti. Rursum quoniam m, n , ipsarum c, f , sunt æquæ multiples: erit rursum per eandem quindecimam huius quinti, ut e/ad f , sic m/ad n . Sicut porro e/ad f , sic g/ad h , se habere monstratum est: & sicut itaque g/ad h , sic m/ad n , per ipsam vndecimam eiusdem quinti. Insuper quoniam est sicut b/ad c sic d/ad e , per hypothesin, & ipsarū b, d sumptæ sunt æquæ multiples h, k : ipsarū verò c, e , alie itidem æquæ multiples l, m . Est igitur ut $h/$ multiplex, ad $l/$ multiplicē,



sic k/ad m , per quartam huius quinti propositionem. Oñsum est autem, quòd sicut g/ad h , sic m/ad n . Sunt itaque g, h, l , tres magnitudines, & k, m, n , aliæ eisdem æquales numero, cum duabus in eadem ratione perturbatis coassumptis: sicut quidem g/ad h , sic m/ad n , sicut rursus h/ad l , sic k/ad m . Ergo si g fuerit maior l , erit ex æquali k /maior n : & si æqualis, æqualis: si autem minor, itidem minor, per vigesimam primam huius quinti. Porro g, k sunt æquæ multiplices ipsarum a, d , primæ & tertiæ magnitudinis (seruato illationis ordine) l autem & n secundæ & quartæ, hoc est ipsarum c, f æquæ rursus multiplices, per constructionem. Est igitur ut prima a ad secundam c , sic tertia d ad quartam f : per sextam eiusdem quinti definitionem. Si fuerint igitur tres magnitudines, aliæq; eisdem æquales: & c. ut in theoremate. Quod oportuit ostendisse.

Θεώρημα κδ, Πρόθεσις κδ.

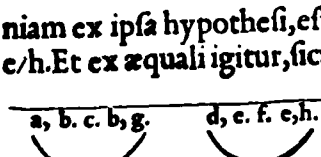
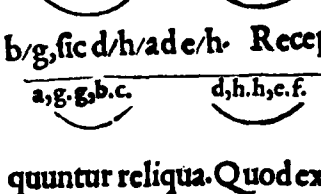
Εἰ πρῶτον πρὸς δεύτερον τὸν αὐτὸν ἔχη λόγον, καὶ τρίτον πρὸς τέταρτον, ἔχη δὲ πρὸς πῦρον πρὸς δεύτερον τὸν αὐτὸν λόγον, καὶ ἕκτον πρὸς τέταρτον, καὶ συντεθὲν πρῶτον δὲ πρὸς δεύτερον, τὸν αὐτὸν ἔξει λόγον, καὶ τρίτον καὶ ἕκτον πρὸς τέταρτον.

Theorema 24, Propositio 24.

- 24 **S**I primum ad secundum eandem habuerit rationem, & tertium ad quartum, habuerit autem & quintum ad secundum eandem rationem & sextum ad quartum: & composita primum & quintum ad secundum eandem habebunt rationem, & tertium & sextum ad quartum.

O R O N T I V S. ☐ Habeat primum a/b ad secundum c eandem rationem, quam tertium d/e ad quartum f quintum rursus b/g ad secundum c , eandem quoq; rationem habeat, quam sextum e/h ad ipsum f quartum. Aio, quòd & composita primum

& quintum a/g , eandem rationem habebunt ad idem secundum c , quam tertium & sextum d/h ad idem quartum f . Cum enim sit ex hypothesi, ut b/g ad c , sic e/h ad f : & à conuersa itaq; ratione, erit ut c ad b/g , sic f ad e/h , per corollarium quartæ huius quinti. Præterea quoniam ex ipsa hypothesi, est sicut a/b ad c , sic d/e ad f : sicut rursus c ad b/g , sic f ad e/h . Et ex æquali igitur, sicut a/b ad b/g , sic d/e ad e/h : per vigesimam secundam huius quinti. Diuisæ itaq; magnitudines $a/b, b/g, d/e, & e/h$, sunt proportionales. Et compositæ igitur, per decimam octauam ipsius quinti, proportionales erunt: ut a/g ad b/g , sic d/h ad e/h . Receptum est autem, sicut b/g ad c , sic e/h ad f . Et ex æquali igitur, per eandem vigesimam secundam quinti, sicut a/g ad c , sic d/h ad f . Ergo si primum ad secundum eandem habuerit rationem, & tertium ad quartum: & quæ sequuntur reliqua. Quod expediebat demonstrare.

Θεώρημα κε, Πρόθεσις κε.

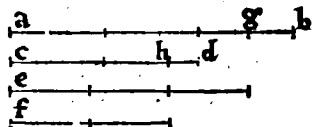
Εἰ τρία ἢ περισσότερα μεγέθη ἀνάλογα ᾖ, τὸ μέγιστον καὶ τὸ ἐλάχιστον, δύο τῶν λοιπῶν μέγεθων ὅσιν ᾖ.

Theorema 25, Propositio 25.

- 25 **S**I quatuor magnitudines proportionales fuerint, maxima & minima reliquis maiores erunt.

m.j.

PROPOSITIONS. ¶ Sint quatuor eiusdem generis magnitudines a/b , c/d , e , & f , inuicem proportionales, sicut quidem a/b ad c/d , sic e ad f sitq; a/b omnium maxima, f verò minima. Dico quòd a/b & f , reliquis c/d & e sunt maiores. Quoniam enim a/b omnium quatuor supponitur maxima: maior est igitur a/b , ipsa e magni-



tudine. A maiori itaq; a/b , secetur æqualis ipsi e minori, per tertiam primi: sitq; a/g . Rursum, quoniã est vt a/b ad c/d , sic e ad f , prima autem a/b , maior est tertia e : & secunda igitur c/d , ipsa f quarta maior erit, per decimã quartam huius quinti. A maiori rursum c/d , secetur ipsi f æqualis, per eandem tertiam primi: sitque c/h . Cùm igitur sit vt a/b ad c/d , sic e ad f , & æqualis sit a/g ipsi e , & c/h ipsi f : est igitur vt a/b ad c/d , sic a/g ad c/h , hoc est, sicut totum a/b ad totum c/d , sic ablatum a/g ad ablatum c/h . Et reliquum itaque g/b ad reliquum h/d erit sicut totum a/b ad totum c/d : per decimam nonam ipsius quinti. Prima autem a/b maior est tertia c/d : & secunda itaque g/b , maior erit quarta h/d , per ipsam decimam quartam eiusdem quinti. Porro a/g æqualis est ipsi e : & c/h ipsi f , per constructionem. Binæ igitur a/g & f , duabus c/h & e , sunt per secundam communem sententiam æquales. Si autem inæqualia æqualibus adiungantur, omnia erunt inæqualia: per quartam communem sententiã. Et quoniam ipsis a/g & f additur g/b , ipsis autem c/h & e additur h/d , & maior est g/b ipsa h/d : maiores ergo sunt a/b maxima & f minima, reliquis c/d & e magnitudinibus. Quod receperamus ostendendum.

∴ ∴ ∴ ∴ ∴



¶ Quinti Libri Geometricorum Elementorum ¶

F I N I S.





Orontij Finei Delphinatis, Re- gii MATHEMATICARVM PRÖFESSO- ris, In Sextum elementorum Euclidis, Demonstrationes.

ΕΥΚΛΕΙΔΟΥ ΣΤΟΙΧΕΙΟΝ ΕΚΤΟΝ.

Οροι 1.

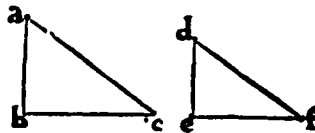
Ομοια σχήματα ἐκδύγραμμα ἔστιν, ὅτε τὰς τε γωνίας ἔχῃ κατὰ μέγεθος, καὶ τὰς πρὸς τὰς ἰσὰς γωνίας ἀλλήλους, ἀνάλογον.

Diffinitiones 5.

I Imiles figuræ sunt, quæ & angulos æquales habēt ad vnum, & quæ circa angulos æquales sunt late-
ra proportionalia.



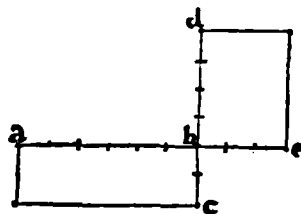
Vtpote, si fuerint bina triangula $a/b/c$, & $d/e/f$ inuicem æquiangu-
la: fueritque angulus qui ad a / æqualis angulo qui ad d , & qui ad b /
est angulus ei qui ad e , atque is qui ad c / angulo qui ad f / respōdenter æqualis. Sitque insuper vt a/b /
latus ad b/c , sic d/e ad e/f : vtq; b/c ad c/a , sic e/f ad f/d : atque
demum sicut c/a ad a/b , sic f/d ad d/e . Huiusmodi nanque
triangula, similia nuncupamus: etiam si fuerint inæqualia.



Ἐὰν πρὸς τοὺς δύο σχήματά ἔσιν, ὅτε κατὰ τὴν ἴσην ἢ ἀνάλογον ἰσότητάν τινα ἡ ἀντίστοιχος ἀντιστοιχία ἴσῃ, καὶ ἐκ τούτου ὁμοία λέγονται.

2 Reciprocae autem figuræ sunt, quando in vtraq; figura antecede-
tes & consequentes termini rationales fuerint.

De rectilineis videtur intelligere figuris. quemadmodum
si duorum rectilineorum & æquiangulorum $a/b/c$ & $d/b/e$,
angulū qui sub a/b & b/c , ei qui sub d/b & b/e cōtinetur æqua-
lem habētium: fuerit sicut latus a/b ad latus b/d , sic latus e/b /
ad latus b/c : aut sicut a/b ad b/e , sic d/b ad b/c . Tali nanq; mo-
do fit antecedentium & consequentium terminorum, hoc est
comparatorum adinuicem laterū, quæ circum æquales angu-
los, reflexa proportio, reciprocae rationum similitudo: dictū
rūque eiusmodi figuræ, cū adinuicem comparantur, reciprocae.



Ἐὰν δύο καὶ μίσην λόγον ἰσότητι τῶν μὲν ὁρίσασθαι, ὅτε καὶ ἡ ὡς ἡ ὅλη πρὸς τὸ μείζον ἴσῃ, καὶ ὡς ἡ ὅλη πρὸς τὸ μείζον ἴσῃ, λέγονται.

3 Per extremam & mediam rationē, recta linea diuidi dicitur: quā-
do fuerit sicut tota ad maius segmentum, sic maius ad minus.

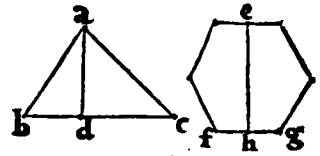
Vtpote, si data recta linea a/b diuidatur in puncto c : fue-
ritque vt tota a/b ad segmentum maius b/c , sic idem segmen-
tum b/c ad reliquum c/a .



Ἐὰν ἡ ὅλη πρὸς τὸ μείζον ἴσῃ, καὶ ὡς ἡ ὅλη πρὸς τὸ μείζον ἴσῃ, λέγονται.

4 Altitudo est, vniuscuiusque figuræ à vertice ad basin perpendicu-
laris deducta.

Exempli gratia, trianguli $a/b/c$ altitudo erit a/d recta linea, ab a vertice ad basin b/c perpendiculariter incidens. Et hexagoni $e/f/g$ altitudinem ostendet perpendicularis e/h , quæ ab e vertice, in basin f/g deducitur.



Λόγος εκ λόγων συγκεῖσθαι λέγεται, ὅταν αὐτῶν λόγων πηλικότητες ἐφ' ἑαυτὰς πολλαπλασιάζονται, ποιῶσι πᾶς.

Ratio ex duabus rationibus, aut ex pluribus cōstare dicitur: quādo rationū quātitates multiplicatæ, aliquam efficiunt quātitatem.

De cōpositio-
ne rationum,
interpretatio
notanda.

Diffinitionis
interpretatio

Vbi plures du-
abus extiterit
rationes.

Notandum.

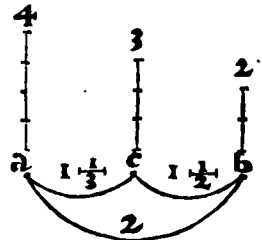
Quenam sint
rationū quan-
titates.

Exēplū vbi ra-
tio multiplex
ex binis cōpo-
nit rationib⁹.

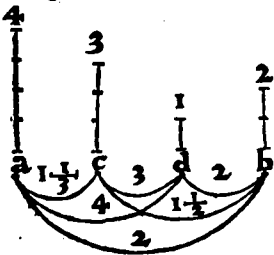
Exēplidemō-
stratio.

Expressimus diffinitione tertia libri quinti, quidnā rationē adpellemus: quot insuper rationū fuerint species siue differentiar, atq; singula in vniuersum comprehensa rationū discrimina. Nunc porò diffinit Euclides, quonā modo ratio ex rationibus cōponi, seu constare dicatur. Ea namq; ratio ex rationibus constat, siue cōponitur: quarū quantitates inuicē multiplicatæ illam efficere videtur. De ea rationis cōpositione, seu rationalium terminorū illatione, hic minimè velim intelligas: quam decimaquarta libri quinti diffinitione, cōpositam rationem adpellauimus: acceptionem videlicet antecedentis cum consequente, sicut vnus, ad ipsum consequens. Aliud siquidem est, rationē ex rationibus cōponere: aliud verò in proportionibus, à diuisis rationum terminis ad coniunctos siue compositos, rationum subinferre similitudinem. **C**LAit igitur Euclides, rationem ex binis aut pluribus rationibus componi, siue constare: cūm datarū rationum quantitates fuerint adinuicē multiplicatæ, & aliam quampiam genuerint rationis quantitatem. Ea enim quantitas, rationem exprimit, quæ ex datis rationibus procreatur. Fit autem huiuscemodi quātitatum multiplicatio, inter duarum tantummodò rationum quantitates. Nam vbi plures sese obtulerint rationes: ea in primis colligatur ratio, quæ ex multiplicatione duarum primarum quantitatū generatur. Ex hac postmodum ratione & sequente tertia, alia ratio procreanda est. Hinc rursus, per quantitatū huiusce rationis & succedentis quartæ multiplicationem, confurgēs ratio tandem eliciatur. Idque deinceps, pro datarum rationum multitudine: siue datæ rationes eiusdem, aut diuersæ fuerint speciei, & sub continua aut discontinua, ordinatæve seu perturbata proportionem constitutæ. Adde quòd hæc intelligenda sunt de rationibus omnino maioris, vel omnino minoris inæqualitatis. Nam si vna propositarum rationum foret maioris, altera verò minoris inæqualitatis (de quibus tertia diffinitione libri quinti) tunc quantitas maioris, per quantitatem minoris veniret diuidenda: resultans enim quantitas, procreatam inde rationem ostendet. **Q**uantitates autem rationum hic vocat Euclides, non eas quæ sub datis continentur rationibus: sed numeros, à quibus rationes ipsæ denominantur. Vt duo, à quibus dupla: tria, à quibus tripla: & quatuor, vnde quadrupla ratio in multiplicibus exprimitur. Aut in superparticularibus vnum & dimidium, à quo sesquialtera: vnum & tertium, à quo sesquitercia: vnum insuper & quartum, vnde sesquiquarta ratio nomenclaturam accipit. Item vnum & duo tertia, vnde rationem superbipartientem tertias: atque vnum & tria quarta, ex quibus supertripartientem quartas in superpartientibus adpellamus. Haud alienum habeto iudicium, de rationibus ex multiplici & superparticulari ratione, aut ex multiplici & superpartiente compositis: & datis quibuscunque singularum quinque rationalium specierum differentijs.

HESTO, LVCI DIORIS INTELLIGENTIAE GRATIA, DATA in exemplum ratio multiplex, ipsius inquàm a ad b dupla: ponaturq; inter a & b , alia quædā magnitudo c , sub sesquitercia ipsius a , & sesquialtera ipsius b . Aio rationem a ad b , componi siue constare, ex ratione a ad c , & ratione c ad b . Nam si quantitas rationis a ad c , vt posite vnum & tertium, per rationis quantitatem ipsius c ad b , vnum inquàm & dimidium multiplicetur: prouenient duo, à quibus dupla ratio (quā habet a ad b) nominatur. Cū enim c magnitudo ad a magnitudinem sit sub sesquitercia, ad b autem sesquialtera: qualium igitur partium c est trium, talium necessum est a fore quatuor, & b duarū similium. Habet igitur a ad b rationem, quam quatuor ad duo: & proinde duplam, ex sesquitercia ipsius a ad c ,

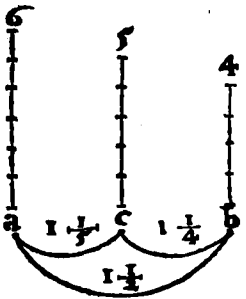


& sesquialtera ipsius c/ad b/resultantem. ¶ Sit rursus in maiorem expressionem, inter c/& b/aliam quædam magnitudo d, subtripla ipsius c, ipsius autem b/subdupla. Aio quoq; rationē



d/est vnum, talium b/est duorum, & c/trium similitum. Item quoniam a/ad c/est sesquitertiū: qualium propterea c/ est trium, a/erit quatuor. Sed qualium c/est trium, b/duorum esse de-

item a/ad b/obtinere supposuimus. ¶ Sed demus exemplum in
ratione superparticulari: sitq; a/ad b/sesquialtera, ad c/autem



teram, ex sesquiquarta & sesquiquinta resultare. Si nanque multiplicaueris vnum & quartum, per vnu & quintum: pro-

natur. Cùm enim *c*/subsesquiquintum sit ipsius *a*, & sesqui-
quartum ipsius *b*: qualiū ergo partium *c*/est quinq, talium *a*/erit

a/ad b/rationem sesquialteram. ¶ Quod si c/magnitudo fuerit
ipsius a/sesquitertia, & dupla ipsius b, vt in secūda figura: nō

c) denominatorem, per duo, à quibus dupla ratio ipsius c/ ad b/denominatur. Diuides itaque duo, per vñũ & tertium: propterea quòd ad ratio minoris fit inaequalitas. Vñũ idẽ

tur & tertium, efficiunt quatuor tertia: duo autem, tertia lex. Diuide itaque sex per quatuor: proveniet vnum & dimidium. *Secundum rationis* (quod est $\frac{a}{b}$) denominator Nam

cum c/ ad a/ sit leiquitertium, ad b/ autem duplum:qualium
proinde partium c/est quatuor, talium a/est trium, & b/dua
tum similibus Ratio igitur a/ad b/est ut tria ad duo quæ se

qualtera nuncupatur. Uidem in superpartiente ratione tandem
 obseruari videbis . Sit enim a ad b / superbipartiens tertiass
 & inter $a/8$ b / incidat c . subsefouiquartum ipsius a & sefouid

tertium ipsius b. Dico iam ratione a/ad b, componi ex ratio-
ne a/ad c/ sesquiquarta, & sesquitercia ipsius c/ad b. Multipli-
cetur enim vnum & quartum, per vnum & tertium: fiet vnus

b) denominatur. Oportet enim propter rationum hypothes. qualium partium c/ fuerit quatuor, tallum b/ fore trium.

& a/quinque minimum. Quinque porro ad tria, eam servant
ratione, quam a/ad b:nēpe superbipartietem tertias. ¶Quod
si inter a/& c/inciderit magnitudo d,sesquiquinta ipsius a, &

ipius c/leiquatēra. Ratio a/ad b, ex rationibus a/ad d, & d/ad c, atq; c/ad b/itidē componetur. Duco enim vnum & tertium rationis c/ad b/denominatorem, in vnum & dimidium

denominatore rationis quam habet $\frac{a}{b}$: nempe duo, a quo
 bus ratio d ad b denominatur, vtpote dupla. At quoniā a ad
 d ratio minoris est inæqualitatis, nepe subseſquiquinta: diui

& quintum, efficiunt quinta sex : & duo, vertuntur in decem
m. iij.

**Exemplū vbi
tres rationes
(quarū vna
minoris est in
æqualitatis)
eandem cōpo
nunt multipli
cem.**

Ostensio eiusdem exempli.

Exemplu de ratione super particulari.

Inductio.

**Aliud exēplū
superparticu-
laris, vbi vna
rationū mino-
ris est inēqua-
litatis.**

Exēpli declaratio.

**Exēplū de sus-
perpartientis
cōpositione.**

Ostenfio exēpli.

Aliud super
partietis exē
plum, vbi vna
rationū mino
ris est inequa
litas.

Sūmaria exē
plīrecollectio

Notandum.

De fractionū
astronomica-
rū cōmodita-
te in rationū
cōpositionib⁹

Primi exēpli
supputatio, p
fractiones
vulgares.

Eiusdē exem-
pli supputa-
tio, p fractio-
nes astron-
micas.

Alius modus
cōponēdi ra-
tiones adinuicem.

Primū exem-
plū de cōpo-
sitione multi-
plicis.

quinta. Diuido ergo decem per sex: proueniunt vnum & duo tertia, à quibus ratio a/ad b/ denominanda est, quæ superbipartiens tertias adpellatur. Idem quoque per superius expressam partium cum rationibus datis, & rationū cum partibus respondentiam, deducere vel facile licebit: qualium enim partium c/ fuerit quatuor, & d/sex, talium b/erit trium, & a/ quinque similium. Hinc rursus cōsurgit a/ad b/ratio, vt quinque ad tria. ¶ Porro si forsitan in hac partium quotarum, seu fractionum vulgarium multiplicatione minus fueris exerci- tatus: cōsulito librū secundū nostræ Arithmeticæ practicæ. Nec volumus te latere, huiusce- modi quantitatum (à quibus datæ rationes nominantur) tum expressionem, tum etiā mul- tiplicationem, per astronomicas, hoc est sexagenarias integrorum fractiones (quæ scrupula, seu minuta vocant) indifferenter ab solui posse: de quibus libro tertio eiusdem Arithmetice nostræ abundē tractauimus. Est enim sexagenarius numerus, propter partiū quotarum in eo contentarum multitudinem, omnibus rerum supputacionibus indifferenter adcomodus. ¶ Conferamus in exemplum vtrunq; calculum: & primam rationis compositionem, vbi ra- tionem a/ad b/duplam, ex sesquialtera & sesquitercia cōstare monstrauimus, rursus exami- nemus. Multiplico itaque vnum & dimidium, per vnum & tertiū, in hunc qui sequitur mo- dum. Duco primū integra in sese: fit vnum integrū. Deinde numeratorem fractionis mul- tiplicandæ, in integrum multiplicantis: atque numeratorem multiplicatis, per integrū mul- tiplicandæ: procreabuntur enim fractiones prioribus haud dissimiles, vtpote dimidiū, & vnum tertium, quæ reducta ad vnā fra- ctionem simplicem, efficiunt quinque sexta. Tandem multiplico fractiones ipsas adinuicem, numeratores quidem per sese, atque denominatores: fiet vnum tantummodò sextum. Compono vnū sextum & quinque sexta: cōsurgunt sexta sex, quæ vnum valēt integrum priori integro adiiciendum. Resultabunt itaq; duo in- tegra, à quibus proposita ratio dupla denominatur. ¶ Verū idē per astronomica inquiramus scrupula siue minuta. Denominator itaque sesquialteræ ratio- nis, erit vnum integrum, & triginta integri minuta: ipsius verò sesquiterciæ rationis deno- minator, vnum itidem integrum & minuta viginti. Sunt enim triginta, dimidium : viginti autem, tertiū sexagenarij numeri. Duco igitur triginta minuta, in minuta viginti: fiunt secūda sexcēta, quæ diuisa per sexagin- ta, restitunt decē minuta. hæc subscribo suo loco. Deinde mul- tiplico vnū integrū per ipsa viginti minuta: redeunt minuta vi- ginti. hæc noto sub priorib⁹ decem minutis. Postea duco trigin- ta minuta in vnum integrū: restituntur minuta triginta (nam fractio per integra multiplicata, similem videtur producere fra- ctionē) Quibus subnotatis, multiplico integra adinuicē, & vnū tantummodò restituitur integrum. Compono tādē decem, viginti & triginta minuta, cōsurgūt sexaginta, quæ vnum valent integrum. priori demum adiungendum. Proueniunt igitur ex hac quātitatū multiplicatione duo integra, à quibus dupla ratio (quæ erat a/ad b) venit denominanda. In cæteris responderet facito, siue vulga- ribus, siue astronomicis iuuēt vti fractionibus.

$\frac{1}{1} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$	$\frac{3}{2} \times \frac{5}{3} = \frac{5}{2}$
$\frac{1}{1} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{3}$	$\frac{3}{2} \times \frac{2}{3} = 1$
$\frac{1}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$	$\frac{5}{2} \times \frac{2}{3} = \frac{5}{3}$

Integra.	Minuta.	Secūda.
1	30.	00
1	20.	00
	10	00
	20	10
1	30	00
2		6

¶ EST ET ALIUS RATIONALIUM QVANTITATVM multiplicandi modus, ipsis potissimum numeris, ad numerūve relatis quantitatibus pecu- liaris: siue numeri ipsi in maioris aut minoris inæqualitatis ratione proponantur. Nam ex eorundenū numerorum sub datis rationibus constitutorum multiplicatione, numeri procre- antur, sub composita, vel inde constante ratione se habentes. Multiplicandi sunt itaq; primū antecedentes numeri adinuicem, & antecedens ipsius compositæ rationis efficietur. Deinde consequentes itidem inter sese ducendi, vt consequens eiusdem rationis generetur. ¶ Repe- tatur in maiorem singulorum euidentiam, antecedentis primæ compositionis exemplum: sintq; rursus numeri, tria ad duo in ratione sesquialtera, & quatuor ad tria in sesquitercia ratione constituti. Duc igitur antecedentes numeros inter sese, vtpote quatuor in tria: fient duodecim, quæ pro generatæ rationis antecedente subnotabis. Postea consequentes, hoc est tria & duo, inuicem multiplicato:

Ratio	{ sesquialtera.	3—2
	{ sesquitercia.	4—3
Dupla ex eisdē cōposita.		12—6

fient sex, eiusdē productę rationis consequentē exprimētia numerū. Atqui duodecim ad sex, duplam constat obtinere rationem, ex sesquialtera & sesquitercia resultantē. ¶ Sint rursum binę rationes, altera quidem subsesquitercia, vt trium ad quatuor: altera verò dupla, veluti

Subsesquitercia.	3 — 4
Dupla.	4 — 2
Sesquialtera ratio.	12 — 8

quatuor ad duo. Si compositā ex his volueris obtinere rationem, ducito tria in quatuor, vnum videlicet antecedentium in reliquum: fient duodecim. Postmodum ipsa consequentia inuicē multiplicato, vtpote quatuor

Ratio { sesquiquarta.	5 — 4
{ sesquitercia.	4 — 3
Superbipartiens tertias.	20 — 12

reperimus. ¶ Haud dissimiliter ex sesquiquarta & sesquitercia, veluti quinq; ad quatuor, & quatuor ad tria, superbipartiens tertias producet: quemadmodum obiecta mōstrat formula. Ex antecedentium namq; multiplicatione, fient viginti: ex multiplicatione verò consequentium, duodecim. continent autē viginti semel duodecim, & duo insuper eorundem tertia. ¶ Et proinde non minus facillē col-

Ratio { Quintupla.	5 — 1	Ratio { Dupla.	2 — 1
{ Subdupla.	2 — 4	{ Sesquitercia.	4 — 3
Dupla sesquialtera.	10 — 4	Dupla superbipartiens tertias	8 — 3

ligem⁹, ex quintupla & subdupla ratione, conflari duplam sesquialterā:

necnon ex dupla & sesquitercia, duplam superbipartientem tertias resultare. Sed hæc de rationum compositione, siue rationalium quantitatum multiplicatione, sint satis.

Corollarium.

¶ HINC FIT MANIFESTVM QVOD SI A QVALIBET RATIONE composita, vnaquęq; componentium subtrahatur: prosiliet ipsarum componentium reliqua. Subtrahitur quidem ratio, non omnis indifferenter à qualibet: sed minor tantum à maiori. Hæc autem rationum disgregatio per diuisionem, sicuti compositio per multiplicationem absoluitur: idq; rursum dupliciter. ¶ In primis enim si compositę rationis denominatorem, per denominatorem alterius componētium diuideris: habebis reliquę rationis denominatorem, siue numeros in relicta ratione cōstitutos. Oportet autē (vbi alterius vel vtriusq; rationis denominator, integro & fracto exprimetur numero) ipsa integra ad simile genus denominationis cum propria, vel occurrente fractione reducere: postea numeratorē diuidendę rationis, per communē multiplicare denominatorem, fiet enim relictę rationis, numerator. Deinde numeratorē diuidentis, in eundem communem denominatorem ducere, nam eiusdē relictę rationis prodibit denominator. Quemadmodum ex secundo libro nostrę deprehendere potes Arithmetica. ¶ Resumatur in exemplū ratio dupla, ex sesquitercia & sesquialtera resultans: sitq; propositam alteram componentium, vtpote sesquiterciam, ab ipsa dupla ratione subducesse. Denominator itaq; sesquitercię, est vnum & tertium,

$$\frac{6}{3} \times \frac{4}{3} = \frac{18}{12}$$

quę quatuor efficiūt tertia: duo autē, à quibus dupla denominatur ratio, conflant tertia sex. Diuide itaq; sex tertia, per quatuor tertia, in hunc modū. Duc sex in tria, fient decem & octo: & rursum quatuor per tria multiplicato, fient duodecim. Et quoniam decem & octo continent semel duodecim,

& alteram eorundem partem: relicta itaq; ratio, sesquialtera est. ¶ Detur rursum sesquialtera ratio, à qua velis auferre sesquiquintam. Ex vno itaq; & dimidio, à quibus sesquialtera denominatur, fiunt tria secūda: ex vno autem & quinto, ipsius sesquiquintę denominator, fiunt quinta sex. diuidenda sunt igitur tria secūda, per sex quinta. Duc itaq; tria in quinq; fient quindecim: postea sex in duo multiplicato, prouenient duodecim. Et quoniam quindecim ad duodecim rationem

habent sesquiquartā: idcirco relicta ratio sesquiquarta dicitur. Nam ex sesquiquarta & sesquiquinta ratione, sesquialtera (veluti suprà deduximus) generatur.

¶ POTERIS ET IDEM PER NUMEROS IN DATIS RATIONIBUS constitutos responderet absolute. Dētur enim rursum numeri, sub antecedentibus rationibus cōstituti, vtpote duo ad vnum in dupla, & quatuor ad tria in sesquitercia ratione se habentes: sitque veluti prius, sesquitercia ab ipsa dupla ratione subducēda. Scribatur

m. iij.

Secūdū exēplū, de cōpositione superpartientis.

Tertiū exemplū de cōpositione superpartientis.

De subtractione rationū adinuicē.

Prim⁹ modus

Primū exemplum.

Secundum exemplum.

Alius subtrahendi modus rationes adinuicem.

in primis sesquitertia, sub eadē ratione dupla. Postea multiplicato duo in tria, hoc est, antecedēs diuidendæ rationis, in consequēs diuidētis: fiēt sex. Rursum ducto vnū in quatuor, vtpote consequēs ipsius diuidendæ

Aliud exēplū

rationis, in diuidētis antecedens: fiēt quatuor. A ratione igitur quam habent sex ad quatuor, relicta ratio denominanda est: quæ rursum offenditur sesquialtera. ¶ Subducamus rursum ad maiorem singulorum respondentiam, a sesquialtera ratione, præfatam rationem sesquiquintam. Propone itaque tibi numeros sub datis rationibus constitutos: vtpote, tria ad duo in sesquialtera, & sex ad quinque in sesquiquinta. Et posita sesquiquinta sub sesquialtera, ducto tria in quinque: fiēt quindecim. postea multiplicato duo per sex, prouenient duodecim. Habent autem quindecim ad duodecim, rationem sesquiquartam, qualem superius offendimus. Haud aliter, de cæteris quibuscunq; inuicem subducendis facito rationibus. & si minus in hoc genere calculi fueris exercitatus, ad caput secundum libri quarti ipsius Arithmeticę nostrę cōfugito.

2	1	Dupla, diuidenda.
4	3	Sesquitertia.
6	4	Sesquialtera, relicta.

3	2	Sesquialtera ratio.
6	5	Sesquiquinta.
15	12	Sesquiquarta.

Θεώρημα π, Πρόβλημα α.
Tὰ τρίγωνα καὶ τὰ παραλλήλογράμματα, τὰ ἔχον τὸ αὐτὸ ὕψος, πρὸς ἀλλήλας ὄντι ὡς αἱ βάσεις.

Theorema 1, Propositio 1.

Triangula & parallelogramma, quæ sub eadem sunt altitudine: ad se inuicem sunt, vt bases.

ΠΡΟΤΙΝΙΣ. ¶ Sint bina triangula $a/b/c$ & $a/c/d$, totidēmq; parallelogramma e/c quidem atque c/f , sub eadem altitudine, seu perpendiculari ex a vertice in b/d basin incidente constituta. Aio triangulum $a/b/c$ ad triangulum $a/c/d$ se habere, veluti basis b/c ad basin c/d . Cum enim e/c & c/f parallelogramma, in eadem sint altitudines in directum est igitur e/a ipsi a/f , atque b/c ipsi c/d , & proinde e/f ipsi b/d parallela. Producatur igitur recta b/d ex vtraque parte in cōtinuum rectūmq; ad g & h puncta: per secundum postulatū. Secetur deinde b/g æqualis ipsi b/c , necnon d/l & l/h ipsi c/d æquales: per tertiam primi. & per primū postulatū, connectantur a/g , a/l , & a/h lineæ rectæ. Cum itaq; g/b , ipsi b/c sit æqualis: erunt triangula $a/g/b$ & $a/b/c$ in basibus æqualibus, & in eisdem parallelis e/f & g/h constituta, & propterea inuicem æqualia: per trigesimaloctauā primi. & proinde $a/c/d$, $a/d/l$ & $a/l/h$ triangula, æqualia quoq; erunt ad inuicem. Quotuplex igitur est g/c basis, ipsius b/c totuplex est triāgulu $a/g/c$, ipsius $a/b/c$ triāguli. quotuplex rursum est c/h basis ipsius c/d : totuplex est & $a/c/h$ triangulum, ipsius triāguli $a/c/d$.

Si basis itaq; g/c , maior est basi c/h : erit $a/g/c$ triangulum, triangulo $a/c/h$ proportionaliter maius. Et si g/c & c/h bases, fuerint inuicem æquales: erunt $a/g/c$ & $a/c/h$ triangula, æqualia quoque ad inuicem. Quod si basis g/c , minor extiterit basi c/h : erit & $a/g/c$ triangulum, ipso $a/c/h$ triangulo æquē itidem minus. Quatuor itaque magnitudinum, duarū inquā basium b/c & c/d ,

g/c .	c/h .	$a/g/c$.	$a/c/h$.
b/c .	c/d .	$a/b/c$.	$a/c/d$.

totidēmq; triangulorū $a/b/c$ & $a/c/d$, sumpta sunt æquē multiplicia primæ & tertię: necnon secundæ & quartæ, alia vtcunq; æquē multiplicia. Et sicut multiplex primæ magnitudinis, ad multiplex secundæ, hoc est, g/c basis, ad basin c/h : sic multiplex tertię, ad multiplex quartę, vtpote $a/g/c$ triangulum, ad triangulum $a/c/h$, se habere præostensum est. Sicut

Figure cōstitutio.

Prima deductio theorematiss, de triangulis.

igitur prima, ad secundam prædictarum magnitudinum, sic tertia ad quartam: per sextā ipsius quinti diffinitionē. Vt basis ergo b/c , ad basin c/d : sic triangulum $a/b/c$, ad triangulū $a/c/d$. Quod prius veniebat ostendendum. ¶ Insuper quoniam $a/b/c$ triangulum, & parallelogrammū e/c , in eadem sunt basi, & in eisdem parallelis constituta: duplum est e/c parallelogrammum ipsius $a/b/c$ triāguli, per quadragesimā primam primi: & propterea c/f parallelogrammum, ipsius triāguli $a/c/d$ itidem duplum. Sunt igitur e/c & c/f parallelogramma, ipsorum $a/b/c$ & $a/c/d$ triangulorum æquè multiplicia. Partes autem æquè multiplicium, eandem rationem habent sumptæ adinuicem: per decimam quintam quinti. Vt igitur $a/b/c$ triāgulum, ad triāgulum $a/c/d$: sic parallelogrammum e/c , ad c/f parallelogrammum. Ostensum est

$$[b/c \cdot c/d] [a/b \cdot c \cdot a/c \cdot d] [e/c \cdot c/f]$$

autem $a/b/c$ triāgulum, ad triāgulum $a/c/d$ se habere, veluti b/c basis, ad basin c/d . Binæ itaque rationes, vt pote b/c basis, ad basin c/d , atque parallelogrammi e/c ad c/f parallelogrammum, eædem sunt cum ratione ipsius $a/b/c$ triāguli, ad triāgulum $a/c/d$. Quæ autem eidem sunt eædem rationes, & adinuicem sunt eædem: per vñdecimā eiusdem quinti. Est igitur vt basis b/c , ad basin c/d : sic parallelogrammum e/c , ad c/f parallelogrammum. Poterit & ipsorum parallelogrammorum ratio, quemadmodum & triangulorū, seorsum demonstrari: descriptis super g/b , d/l , & l/h basibus, & in eadem altitudine parallelogrammis.

Triangula itaque & parallelogramma, quæ sub eadem sunt altitudine: ad se inuicem sunt, vt bases. Quod erat ostendendum.

Secunda theorematidis resolutio, de parallelogrammis.

Notandum.

ὁρίζεται β, πρόθεσις β.

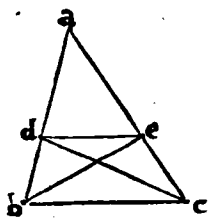
Eὰν τριγώνῳ παρὰ μίαν τῶν πλευρῶν ἀχθῇ τις ἐνθεῖα παρὰ ἄλλου, ἀνάλογον τμηθεῖται τὸ τρίγωνον πρὸς τὰς ἐνθεῖας: καὶ ἂν αὐτὴ τῷ τρίγωνῳ πρὸς τὴν ἐνθεῖαν ἀνάλογον τμηθεῖται, ἢ ὡς τὰς τομὰς ὑπερβληθῇ ἐνθεῖα, παρὰ τὴν λοιπὴν ἔσται τῷ τρίγωνῳ πρὸς τὴν ἐνθεῖαν παρὰ ἄλλου.

Theorema 2, Propositio 2.

- 2 **S**I triāguli ad vnum laterum acta fuerit aliqua recta linea parallela: proportionaliter secatur ipsius triāguli latera. Et si triāguli latera proportionaliter secta fuerint: ad segmenta cōnexa recta linea, parallela ad reliquum erit ipsius triāguli latus.

ORONTIVS. ¶ In triāgulo enim $a/b/c$, agatur recta d/e , ipsi b/c lateri parallela. Dico quodd ipsa d/e , secatur a/b & a/c latera proportionaliter: sicut quidem a/d ad d/b , sic a/e ad e/c . Connectantur enim b/e & c/d lineæ rectæ: per primū postu-

Prima theorematidis pars.



latum. Erunt itaque $b/d/e$ & $c/e/d$ triāgula, in eadem basi d/e , ac in eisdē parallelis b/c & d/e : & proinde inuicem æqualia, per trigessimam septimā primi. Est autē & $a/d/e$, aliud quoddam triāgulum. Idem porrò triāgulum, ad æqualia triāgula eandem habet rationem: per septimam quinti. Ergo sicut $a/d/e$ triāgulum, ad triāgulum $b/d/e$: sic idem triāgulum $a/d/e$, ad triāgulum $c/e/d$: sic idem triāgulum $a/d/e$, ad triāgulum $b/d/e$, veluti basis a/d ad basin d/b : per primam huius sexti. sunt enim sub eodem vertice e , & proinde sub eadem altitudine. Et sicut igitur basis a/d , ad basin d/b : sic $a/d/e$ triāgulum, ad triāgulum $c/e/d$, per vñdecimam quinti. Sicut rursum $a/d/e$ triāgulum, ad triāgulum $c/e/d$: sic basis a/e , ad basin e/c , per eandem primā huius sexti. sunt enim $a/d/e$ & $c/e/d$

$$[a/d \cdot d/b] [a/d \cdot e \cdot b/d \cdot e] [a/d \cdot e \cdot c/e \cdot d]$$

triangula, sub eodem vertice d: & sub eadem consequenter altitudine. Et sicut igitur

$$\frac{a/d \cdot d/b}{a/d \cdot e/c} = \frac{a/e \cdot c/e}{a/e \cdot c/e}$$



Partis secundæ
demonstratio.

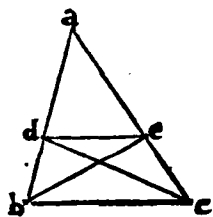
tur recta d/e, per primum postulatū. Aio versa vice, d/e ipsi b/c fore parallelam. Cónexis enim (veluti prius) b/e atq; c/d rectis, per idem primum postulatū: erit rursus, per primam huius sexti, triángulū a/d/e ad triángulū b/d/e, veluti basis

$$\frac{a/e \cdot c/e}{a/d \cdot d/b} = \frac{a/d \cdot e/b}{a/d \cdot e/b}$$



triángulū a/d/e, ad triángulū c/e/d. Et proinde sicut a/d/e triángulū, ad triángulū

$$\frac{a/d \cdot e/b}{a/e \cdot c/e} = \frac{a/d \cdot e/b}{a/e \cdot c/e}$$



¶ Sed iam esto vt a/d ad d/b, sic a/e ad e/c & cónecta-

a/d/basis, ad basim d/b: sic basis a/e, ad basim e/c, per ean-

dem vndecimam quinti. Secat ergo d/e parallela, ipsa

a/b & a/c latera, in punctis d & e proportionaliter.

¶ Et sic ut a/d ad d/b, sic a/e ad e/c & cónecta-

a/e/ad e/c. Et sicut igitur per vndecimam quinti, a/e/ad

e/c sic a/d/e triángulū, ad triángulū b/d/e. Sicut rursus

per eandem primā sexti, a/e/basis, ad basim e/c: sic idem

b/d/e: sic idem triángulū a/d/e, ad triángulū c/e/d, per

vndecimā ipsius quinti. Idem ergo triángulū a/d/e, ad

ipsa b/d/e & c/e/d triángula, eandem habet rationem.

Ad quæ autem triángula, idem triángulū eandem ha-

bet rationem: & ipsa sunt inuicem æqualia, per nonam

eiusdem quinti. Aequū est igitur b/d/e triángulū, ip-

si c/e/d triángulo. Quæ cum in eadem sint basi d/e, & ad

easdem partes: & in eisdem quoque sunt parallelis, per

trigesimam nonā primi. Parallela est itaq; d/e, ipsi b/c.

Si triánguli ergo ad vnum latus: & c. vt in theoremate.

Quod demonstrare oportebat.

Θεώρημα γ,

Πρόθεσις γ.

Εὰν τριγώνῳ γωνία διχῇται τμήθει, ἡ ὃ τρίνουσα τῶν γωνιῶν ὑποβαίῃ τμήματα καὶ τῶν βάσεων: πῶς τῆς βάσεως τὸν αὐτὸν ἔξει λόγον παῖς λοιπαῖς τῶν τριγώνῳ παλινδροαῖς. ὅτι ἵνα πῶς τῆς βάσεως τμήματα, τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον παῖς λοιπαῖς τῶν τριγώνῳ παλινδροαῖς: ἀπὸ τῆς κορυφῆς ὑπὸ τῶν τμήτων, ὑποδιζυγνυμένη ὑποβαίῃ, διχῇται τμήματα τῶν τῶν τριγώνῳ γωνιῶν.

Theorema 3,

Propositio 3.

SI triánguli angulus bifariam secetur, dispescens autem angulus 3
lum recta linea secuerit & basim: basis segmenta eandem ha-
bebunt rationem, reliquis ipsius triánguli lateribus. Et si basis seg-
menta eandem habuerint rationem, reliquis ipsius triánguli late-
ribus: à vertice ad basim coniuncta recta linea, bifariam dispescit
triánguli angulum.

ORONTIVS. ¶ Sit datum a/b/c triángulū, cuius angulus b/a/c bifariam

secetur, per nonam primi: recta quidem a/d, basim ipsam b/c itidem secante in pun-

cto d. Aio quòd b/d/ad/d/c se habet, vt b/a/ad a/c. Per datum enim punctum b, da-

ta rectæ lineæ a/d, parallela ducatur b/e, per trigesimam primam primi: produca-

turque c/a recta, per secundum postulatū, donec conue-

nerit in punctū e/cum ipsa b/e, feceritq; triángulū b/e/c.

Conueniet autem c/a/cum b/e, per quintum postulatū:

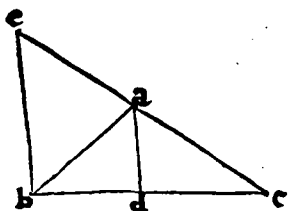
propterea q̃ anguli e/b/c & b/c/e, duobus rectis sunt mi-

nores. nā angulus e/b/c, exteriori & opposito a/d/c, per

vigesimam nonam primi est æqualis: & duo anguli a/d/c

& d/c/a triánguli a/d/c, binis rectis minores existūt, per

Figure cōpos-
itio.



**Primæ partis
offensio.**

**Pars secunda
theorematis,
conuerſa pri-
ma.**

cut igitur b/a ad a/c , sic e/a ad eandem a/c . Quæ autem ad eandem, eandem habent rationem: æquales sunt ad invicem, per nonam ipsius quinti. Aequalis est itaque b/a , ipsi e/a : & proinde qui ad basin b/c sunt anguli, ad invicem æquales, per quintam primi, hoc est, a/b & ipsi a/e . Et quoniam parallela est a/d ipsi b/c , & in eas incidunt a/b & e/c lineæ rectæ: æqualis est angulus $b/a/d$ alterno $a/b/e$, necnon & exterior angulus $d/a/c$ interiori & opposito $a/e/b$, per vigesimam nonam ipsius primi. Ostensum est autem, angulos $a/b/e$ & $a/e/b$ fore invicem æquales. quæ verò æqualibus æqualia sunt, ea quoque invicem sunt æqualia: per primam communis sententiæ interpretationem. Aequalis est igitur angulus $b/a/d$, angulo $d/a/c$. Et proinde angulus $b/a/c$, sub a/d recta bifariam discinditur. Si trianguli itaque angulus bifariam secetur: & quæ sequuntur reliqua. Quod demonstrandum susceperamus.

Θεώρημα δ, Πρόθεσις δ.

TΩΡΙΣΤΗΓΑΝΙΩΜΡΕΪΓΩΝΩΜ, ΑΥΔΙΛΟΓΟΥΜΕΣΙΜΑΙ ΚΑΛΥΕΡΑΙ ΔΕ ΠΑΘΕΙ. ΠΑΡΕΣ ΊΔΕΣ ΓΑΝΙΩΑΤ· ΚΥ Θ ΜΟΛΟΓΟΙ ΔΕ
ΛΠΟΘ ΠΑΡΕΣ ΊΔΕΣ ΓΑΝΙΩΑΤ ΛΠΟΤΕΝΒΑΙ ΚΑΛΥΕΡΑΙ.

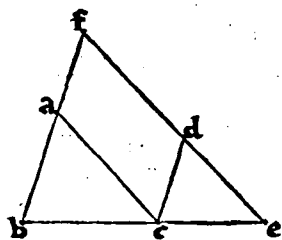
Theorema 4. **Propositio 4.**

4 **A** Equiangulorum triangulorum, proportionalia sunt latera quæ circū æquales angulos: & similis sunt rationis, quæ æqualibus angulis latera subtenduntur.

ORONTIVS. ¶ Sint bina triangu^{la} inuicem æquiangu^{la}, a/b/c/ & d/c/e/ sitq; angulus a/b/c/ æqualis angulo d/c/e/, & b/a/c/ angulus ipsi c/d/e/, atq; a/c/b/ ipsi angulo d/e/c/. Aio latera ip^{so}rum triangulorum a/b/c/ & d/c/e/ quæ circum æquales angulos, fore proportionalia: & quæ angulis sub^{ten}duntur æqualibus, eiusdem esse ra

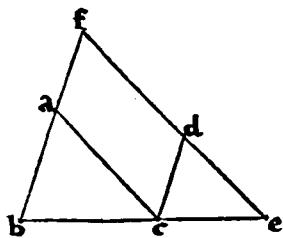
tionis. Constituat^{ur} enim b/c latus, in directum ipsius c/e id autem efficietur, cum anguli $b/c/d$ & $d/c/e$ binis rectis fuerint æquales, per decimam quartā primi. Producantur insuper b/a & c/d latera in rectū & continuū ad partes a & d , per secundum postulatū: donec tandem in vnum congregiantur punctū. Id enim per quintum postulatū euenire necessum est, propterea quòd anguli $a/b/c$ & $a/c/b$, duobus rectis per decimā septimā primi

Constructio figure.

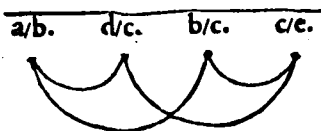


sunt minores: & angulus $d/e/c$ angulo $a/c/b$ per hypothefin est æqualis. Ex quo fit, vt anguli $a/b/c$ & $d/e/b$, eisdem angulis $a/b/c$ & $a/c/b$ sint æquales: & proinde binis rectis itidem minores. Et quoniam ex hypothefi angulus $d/c/e$, interiori & opposito ad easdem partes $a/b/c$ est æqualis angulo, necnon & $a/c/b$ ipsi $d/e/c$ itidem interiori & opposito æqualis: parallela

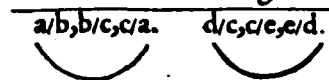
Demonstratio
theorematum.



est igitur c/d ipsi b/f , & a/c ipsi f/e , per vigesimam octavam primi. Parallelogrammum est itaq; $a/c/d/f$ & proinde a/c latus opposito f/d æquale, similiter & a/f ipsi c/d , per trigesimalam quartam eiusdem primi. His ita constructis, quoniam trianguli $b/f/e$, ad latus f/e , acta est parallela a/c : secatur igitur a/c , ipsius trianguli latera proportionaliter, per secundam huius sexti, sicut quidem b/a ad a/f , sic b/c ad c/e , & æqualis ostensa est a/f , ipsi c/d æquales autem ad eandem, eandem



habent rationem: & eadem ad æquales, per septimam quinti. Et sicut igitur a/b , ad d/c sic b/c , ad c/e . Et permutatum insuper, sicut a/b , ad b/c sic d/c , ad c/e , per decimam sextam eiusdem quinti. Item quoniam ipsius trianguli $b/f/e$, ad latus b/f , acta est parallela c/d : secatur rursus eadem c/d , eiusdem trianguli latera proportionaliter, per eandem secundam huius sexti, sicut quidem b/c , ad c/e sic f/d , ad d/e . Ipsi porro f/d , ostensa est æqualis a/c . Et sicut igitur b/c , ad c/e sic c/a , ad c/d , per eandem septimam quinti. atq; rursus permutatum, per ipsius quinti decimam sextam, sicut b/c ad c/a sic c/e ad e/d . Iam itaq; ostensum est, sicut a/b ad b/c sic d/c ad c/e : sicutq; b/c ad c/a , sic & c/e ad e/d . Sunt igitur tres magnitudines a/b , b/c , & c/a : & alie eisdem æquales numero d/c , c/e , & e/d , cum duabus sumptis in eadem ratione. & ex æqua igitur ratione, erit sicut b/a , ad a/c sic etiam c/d , ad d/e . Aequiangulorum itaq; triangulorum $a/b/c$ & $d/e/c$, proportionalia sunt latera quæ circum æquales angulos: & similis sunt rationis quæ æqualibus angulis latera subtenduntur. Quod demonstrandum fuerat.

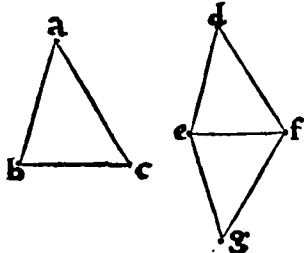


Eὰν δύο τρίγωνα τὰς πλευρὰς ἀνὰ λόγον ἔχῃ, ἰσὺν αἱ γωνίαι ἑκάτερον τῶν τριγώνων, καὶ ἴσες ἔσονται τὰς γωνίας ὑπὸ ἀπὸ τοῦ ὁμοῶς τοῦ αὐτοῦ πλεονάζοντος.

Θεώρημα 5, Προτάσις 5.

SI duo triangula, latera proportionalia habuerint: æquiangula erunt triangula, & æquales habebunt angulos sub quibus eiusdem rationis latera subtenduntur.

ORONTIVS. Hæc est conuersa præcedentis: quæ non potuit eadem figura, vel deductione (quemadmodum secunda & tertia obseruauimus propositione) demonstrari. Sint igitur bina triagula $a/b/c$ & $d/e/f$, habentia latera proportionalia: sicut quidem a/b , ad b/c sic d/e ad e/f , sicutq; b/c ad c/a , sic e/f ad f/d . Aio triangula ipsa $a/b/c$ & $d/e/f$, fore æquiangula: & æquales angulos comprehendere, sub quibus eiusdem rationis latera subtenduntur: vtpote, angulum $a/b/c$, æquum fore angulo $d/e/f$, & angulum $b/c/a$ angulo $e/f/d$, atque angulum $b/a/c$ angulo $e/d/f$.



Constructio figuræ.

Ad datam enim rectam lineam e/f , & data illius puncta e/f , datis angulis rectilineis $a/b/c$ & $a/c/b$, æquales

anguli constituatur, per vigesimamtertiam primi: $f/e/g$ /quidem ipsi $a/b/c$, & $e/f/g$ / ipsi $a/c/b$. Et quoniam anguli $a/b/c$ & $a/c/b$, per decimamseptimam ipsius primi, binis rectis sunt minores: & $f/e/g$ / itaque ac $e/f/g$ / anguli binis itidem rectis minores erunt. Conuenient ergo tandem e/g & f/g / rectæ lineæ, per quintum postu latum. Conueniant ad punctum g , triangulum erit igitur $e/f/g$: & reliquus angulus qui ad g , reliquo qui ad a æqualis, per corollariū trigessimæsecundæ eiusdem primi, vnâ cum ipsa tertia communi sententia. Acquiangula sunt itaque $a/b/c$ & $e/f/g$ / triangula, & proinde latera ipsorum proportionalia, quæ circum æquales angulos: & similis sunt rationis, quæ æqualibus angulis latera subtenduntur, per quartâ huius

d/e e/f a/b b/c g/e e/f .



sexti. Est igitur sicut a/b ad b/c sic g/e ad e/f . sicut por-
rò a/b ad b/c , sic est per hypothésin d/e ad ipsam e/f .
Et sicut igitur d/e ad e/f , sic g/e ad eandem e/f , per vn-
decimam quinti. Quæ autem ad eandem eandem habent

rationem, æquales sunt adinuicē, per nonam quinti: æqualis est igitur d/e , ipsi e/g . Haud dissimiliter ostendemus d/f , ipsi f/g æqualem. eadem enim e/f ad vtranque, tum ex hypothési, tum ex quarta huius sexti, eandem habet rationem: nepe quam b/c ad c/a . Ad quas porrò magnitudines, eadem magnitudo eandem habet rationē, ipsæ sunt æquales, per eandem nonam quinti. Et quoniā æqualis est d/e ipsi e/g , vtrique autem cōmunis e/f binæ itaq; d/e & e/f trianguli $d/e/f$, duabus f/e & e/g / trianguli $e/f/g$ sunt æquales altera alteri. & basis d/f , basi f/g æqualis. Angulus igitur $d/e/f$, angulo $f/e/g$ sub æqualibus rectis comprehenso, per octauam primi, est æqualis. Nec dissimili via demonstrabimus, angulum $e/d/f$, angulo $e/g/f$ æqua lematq; $e/f/d$, ipsi $e/f/g$. semper enim ipsorum triangulorum bina latera, binis late ribus alterum alteri offendentur æqualia: necnon & basis, basi æqualis. Et cōtētos propterea sub æqualibus lineis rectis angulos, æquales habebunt: per eandē octa uam primi. His præostēsis, quoniam angulus $d/e/f$, æqualis est angulo $f/e/g$: eidē quoq; angulo $f/e/g$, æquus est per constructionem angulus $a/b/c$. Duo itaq; anguli $a/b/c$ & $d/e/f$, eidem angulo $f/e/g$ sunt æquales: & proinde æquales adinuicem, per primam communem sententiam. Pari discursu angulus $a/c/b$, angulo $d/f/e$: necnon & $b/a/c$ angulus, ipsi $e/d/f$ angulo cōcludetur æqualis. Acquiāgula sunt itaq; $a/b/c$, & $d/e/f$ triangula. Si bina ergo triangula: &c. vt in theoremate. Quod oportuit ostendisse.

Ostētionis de
ductio.

Resolutio the
orematis.

Θεώρημα 6, Πρόθεσις 6.

Εὰν δύο τρίγωνα μία γωνίαν μὴ γωνίαν ἴσω ἔχῃ, καὶ ἡ πρὸς ἴσων γωνίαν πρὸς ἀλλήλους ἀνάλογον: ἰσογώνια ἔσονται τὰ τρίγωνα, & ἴσας ἔσται τὰς γωνίας, ὑφ' ἧς αἱ ὁμόλογοι πλευραὶ ᾤονταί.

Theorema 6, Propositio 6.

6 **S**I bina triangula vnum angulum vni angulo æqualem habue-
rint, & circum æquales angulos latera proportionalia: æqui-
angula erunt triangula, & æquales habebunt angulos, sub quibus
eiusdem rationis latera subtenduntur.

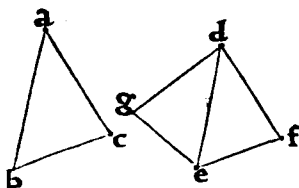
ORONTIVS. ¶ Sint rursum bina triangula $a/b/c$ & $d/e/f$, habētia vnum an-
gulum vni angulo æqualem, vtpote eum qui ad b /ei qui ad e atque circum eodē
æquales angulos latera proportionalia, sicut a/b ad b/c , sic d/e ad e/f . Dico ipsa triā-
gula $a/b/c$ & $d/e/f$, fore æquiangula: & angulum $b/a/c$ angulo $e/d/f$, atq; $a/c/b$, ipsi
 $d/f/e$ responderentur cōæquari. Ad datam enim rectam lineam d/e , datūmq; illius
punctum e , vtriq; æqualium qui ad b & e sunt angulorū, æqualis angulus constitua-
tur $d/e/g$, per vigesimamtertiam primi: & per eandem, ad punctū d , ipsi angulo $b/a/c$

Figuræ com-
positio.

n.j.

Deductio
theorematis.

æqualis rursum constituatur angulus $e/d/g$. Et quoniam duo anguli $a/b/c$ & $b/a/c$ sunt minores duobus rectis, per decimamseptimam ipsius primiserunt & ipsi anguli $d/e/g$ & $e/d/g$ binis itidem rectis minores. Conuenient ergo tandem d/g & e/g rectæ in continuum productæ, per quintum postulatū: sit illarū concursus in puncto g . Triangulum erit itaq; $d/e/g$: & reliquus angulus qui ad g , reliquo qui ad c æqualis, per tertiam communem sententiam, & ipsius trigessimæsecundæ primi corollarium. Aequiangula sunt itaque $a/b/c$ & $d/e/g$ triângula: & proinde latera ipsorum proportionalia, similisq; rationis erunt quæ æqualibus angulis latera subtenduntur, per quartam huius sexti. Et sicut igitur a/b ad b/c , sic d/e ad e/g . Sicut porro a/b ad b/c , sic per hypothesein d/e ad e/f . Et sicut igitur d/e ad e/f , sic ipsa d/e ad e/g :



quæ enim eidem sunt eadem rationes, & adinuicem sunt eadem, per vndecimam quinti. Eadem itaque d/e , ad ipsas e/f & e/g eandem habet rationem: æqualis est igitur e/f ipsi e/g , per nonam ipsius quinti. His ita præ-

Resolutio de
mōstrationis.

$d/e. e/f$	$a/b. b/c$	$d/e. e/g$
------------	------------	------------

ostensis, quoniam æqualis est e/f ipsi e/g , vtrique autem cōmunis d/e : binæ itaq; d/e & e/f triânguli $d/e/f$, duabus d/e & e/g triânguli $d/e/g$, sunt æquales altera

alteri: & æquos adinuicem continent angulos, per constructionem. Basis ergo d/f , basi d/g est æqualis, & totum triangulum toti triangulo æquale, reliqui insuper anguli reliquis angulis æquales sub quibus æqualia subtenduntur latera: per quartam primi. Aequalis est igitur angulus $e/d/g$ ipsi $e/d/g$, atq; is qui ad f ei qui ad g , æqualis. Sed eidem angulo $e/d/g$, æqualis est per constructionē angulus $b/a/c$ eidem insuper qui ad g , is qui ad c itidem æqualis. quæ autem eidem æqualia & adinuicem sunt æqualia: per primam communem sententiam. Aequus est igitur angulus $e/d/f$, ipsi $b/a/c$: necnon & $d/f/e$, ipsi angulo $a/c/b$. Reliquū porro angulum $d/e/f$, reliquo $a/b/c$, ex hypothesei recepimus æqualem. Aequiangula itaque sunt $a/b/c$ & $d/e/f$ triângula: & æquales habent angulos, sub quibus eiusdem rationis latera subtenduntur. Ergo si bina triângula: & quæ sequuntur reliqua. Quod demonstrare fuerat operæpretium.

Θεώρημα ξ,

Πρόθεσις ξ.

Eὰν δύο τρίγωνα μίαν γωνίαν μὴ γωνία ἴσων ἔχῃ, πῶς δὲ τὰς ἄλλας γωνίας, τὰς πλεονέκτας ἀνάλογον, τῶν δ' ἐλοιπῶν ἑκατέρου ἅμα ἢ τοὶ ἐλάσσονα ἢ μὴ ἐλάσσονα δευτέρως: ἴσων γωνία εἶναι τὰ τρίγωνα, καὶ ἴσας εἶναι τὰς γωνίας, πῶς δ' ἀνάλογον εἶναι αἱ πλεονέκται.

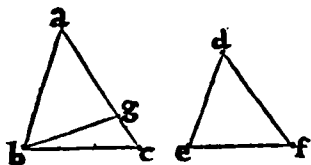
Theorema 7, Propositio. 7.

SI bina triângula vnum angulum vni angulo æqualē habuerint, 7 circum autem alios angulos latera proportionalia, reliquorū verò vtrunq; simul aut minorem aut non minorē recto: æquiangula erunt triângula, & æquales habebunt angulos, circum quos proportionalia sunt latera.

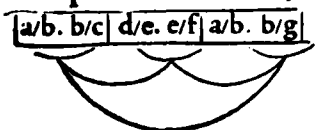
Prima theore-
matis siue
hypothesis
pars.

O R O N T I V S. ¶ Sint bina triângula $a/b/c$ & $d/e/f$, vnum angulum vni angulo, vtpote eum qui ad a ei qui ad d æqualem habentia: & circum alios angulos, scilicet $a/b/c$ & $d/e/f$ latera proportionalia, sicut quidem a/b ad b/c , sic d/e ad e/f : reliquorū porro qui ad c & f sunt angulorum, vterque primū sit recto minor. Aio $a/b/c$ & $d/e/f$ triângula, fore æquiangula: & angulum $a/b/c$ æquū esse angulo $d/e/f$, atque reliquum $a/c/b$ reliquo $d/f/e$ itidem æqualem. In primis enim, vel angulus

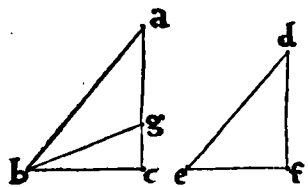
$a/b/c$ est æqualis angulo $d/e/f$, vel eidē inæqualis. Si æqualis fuerit $a/b/c$ ipsi $d/e/f$ reliquus $a/c/b$ reliquo $d/f/e$, per corollarium trigesimæ secundæ primi, & tertiam communem sententiam, erit æqualis. & proinde ipsa triangula $a/b/c$ & $d/e/f$ æqui-angula. Quod si angulus $a/b/c$, non fuerit æqualis ipsi $d/e/f$ alter eorum, reliquo maior erit. Esto (si possibile fuerit) $a/b/c$ angulus, ipso $d/e/f$ angulo maior. & ad datam rectam lineam a/b , & datum in ea punctum b : ipsi angulo $d/e/f$ æqualis angulus constitutur $a/b/g$, per vigesimā tertiam primi: producatūq; b/g in latus a/c . cum enim angulus $a/b/c$, datus sit maior angulo $d/e/f$, cadet recta b/g inter a/b & b/c latera.



His ita constructis, quoniam æqualis est angulus qui ad a/e qui ad d , & qui sub $a/b/g$ ei qui sub $d/e/f$ æqualis: reliquus igitur angulus $a/g/b$, reliquo $d/f/e$, per corollarium trigesimæ secundæ primi, & tertiam communem sententiam erit æqualis. Et proinde $a/b/g$ tri-angulum, ipsi $d/e/f$ triangulo æquiangulū. Hinc per quar-
tam huius sexti, proportionalia erunt latera quæ æqualibus subtenduntur angulis: sicut quidem $d/e/ad e/f$, sic $a/b/ad b/g$. sicut porro $d/e/ad e/f$, sic receptum est $a/b/$



$a/b/c$ & $d/e/f$ æqualis: reliquus igitur angulus $a/g/b$, reliquo $d/f/e$, per corollarium trigesimæ secundæ primi, & tertiam communem sententiam erit æqualis. Et proinde $a/b/g$ tri-angulum, ipsi $d/e/f$ triangulo æquiangulū. Hinc per quar-
tam huius sexti, proportionalia erunt latera quæ æqualibus subtenduntur angulis: sicut quidem $d/e/ad e/f$, sic $a/b/ad b/g$. sicut porro $d/e/ad e/f$, sic receptum est $a/b/$ ad b/c . Et sicut igitur $a/b/ad b/c$, sic $a/b/ad b/g$, per vn-
decimam quinti. Eadem itaque a/b , ad vtranq; ipsarum b/c & b/g , eandem habet rationem: æqualis erit igitur a/b ipsi b/g , per nonā ipsius quinti. hinc per quintā pri-
mi, angulus $b/c/g$ angulo $b/g/c$ erit equalis. Angulus porro $b/c/g$, minor recto sup-
positus est, & $b/g/c$ propterea angulus recto minor erit. Recta autem b/g , incidēs
super latus a/c , efficit $a/g/b$ & $b/g/c$ angulos binis rectis æquales, per decimā ter-
tiam primi. Et quoniam $b/g/c$, recto minor ostēsus est: operæpretium est, $a/g/b$ an-
gulum, recto fore maiorem. Huic autem ostēsus est æqualis $d/f/e$: & angulus itaq;
 $d/f/e$, recto maior erit. Atqui supponitur recto minor: quæ simul impossibilia sunt.
Nō est igitur $a/b/c$ angulus, maior angulo $d/e/f$. haud dissimiliter ostēdetur, q̄ neq;
minor. Aequalis igitur est angulus $a/b/c$, ipsi $d/e/f$. Hinc reliquus qui ad c , reliquo
qui ad f (vti suprà) concludetur æqualis: & triangula consequenter $a/b/c$, & $d/e/f$
inuicem æquiangula. ¶ Sed esto simul vterq; eorum qui ad c & f sunt angulorum,



non minor recto. Aio rursū triangula $a/b/c$ & $d/e/f$, esse nihilominus æquiangula. Constructis nanq; (veluti suprà) figuræ partibus: haud dissimiliter ostēdemus, $b/c/atq; b/g$ latera fore inuicem æqualia: & angulū pro-
pterea $b/c/g$, angulo $b/g/c$ per quintam primi respon-
denter cōquari. Et quoniam angulus $b/c/g$ nō minor
est recto: nec eodem recto minor erit angulus $b/g/c$. Trianguli itaq; $b/g/c$ duo an-
guli qui ad basin c/g , binis rectis non erunt minores: cōtra decimā septimā ipsius
primi. Non est igitur $a/b/c$ angulus, maior angulo $d/e/f$ neq; eodem angulo minor.
Aequalis est propterea angulus $a/b/c$, ipsi $d/e/f$: & reliquus $a/c/b$, reliquo $d/f/e$ con-
sequenter æqualis, veluti suprà deductum est. Aequiangula sunt igitur $a/b/c$ &
 $d/e/f$ triangula: & æquales habent angulos, circum quos proportionalia sunt latera.
Quod ostendendum receperamus.

Θεώρημα 8. Πρόβλησις 8.

Εὰν οἱ ὀρθογώνιοι τρίγωνοι, ἀπὸ τῆς ὀρθῆς γωνίας ὑπὲρ τῆς βάσεως κἀθετοῦ ἔχῃ, τὰ πρὸς τῇ κἀθετῇ τρίγωνα ὁμοιά ᾖσι ὥς τι ὅλα καὶ ἀμύλοισ.

Theorema 8. Propositio 8.

8 SI in triángulo rectángulo, ab angulo recto in basin perpēdicularis

n. ij.

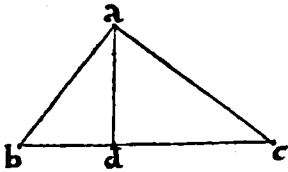
Demonstratio
eiusdē primæ
partis, ab im-
possibili.

Pars secunda
theorematis,
siue hypothes-
is differētia.

agatur: quæ ad perpendicularem triangula, similia sunt toti, & adinuicem.

Nota de casu
ipsius perpen-
dicularis.

Quodd' trian-
gulum a, b, d:
simile sit toti
a, b, c.



Quodd' eidem
triangulo a,
b, c: simile sit
a, d, c, triangu-
lum.

Quodd' a, b, d,
& a, d, c, trian-
gula, sunt ad-
inuicem similia

ORONTIVS. ¶ Est rectangulum triangulum a/b/c, habens angulū qui sub b/a/c rectum: & à dato puncto a, super datam rectam lineam b/c, perpendicularis deducatur a/d, per duodecimam primi. Cadet enim huiusmodi perpendicularis, intra datum a/b/c triangulum: ipsumq; in bina diuidet triangula. Si enim incidet extra, producto b/c latere vsq; ad ipsam perpendicularem, triagulum efficere-
tur, cuius exterior angulus minor esset interiore & ex opposito, nempe acutus recto, contra decimam sextam primi. Neq; in alterutrum laterū aut a/b/ aut a/c/ poterit coincidere: duo enim anguli eiusdem trianguli non essent binis rectis minores, contra eiusdem primi decimam septimam. Cadit igitur intra a/b/c triangulū.

Aio itaq; a/b/d & a/d/c triangula, toti a/b/c, atq; inuicem fore similia. ¶ In primis q; triangulum a/b/d simile sit toti a/b/c in hunc ostenditur modum. Angulus enim a/d/b, æquus est angulo b/a/c, per quartum postulatū, nēpe rectus recto. & angulus qui ad b, vtriq; triangulo communis. Ergo reliquus a/c/b, reliquo b/a/d, per corollarium trigessimæ secundæ primi, & tertiam communem sententiam est æqualis. Aequiangula sunt itaq; a/b/c & a/b/d triangula: & proinde quæ circum æquales angulos sunt latera, inuicem proportionalia, per quartam huius sexti.

Sicut igitur b/c ad c/a, trianguli a/b/c sic b/a ad a/d, trianguli a/b/d. sicut præterea c/a ad a/b, ipsius a/b/c trianguli: sic a/d ad d/b, ipsius a/b/d trianguli. sicut demum c/b ad b/a, eiusdem trianguli a/b/c sic a/b ad b/d, eiusdem trianguli a/b/d. Simile est itaq; triangulum a/b/d, toti a/b/c triangulo: per primam huius sexti diffinitionem. ¶ Haud dissimili via ostendemus, triangulum a/d/c ipsi toti a/b/c fore simile. Rectus enim angulus a/d/c, recto b/a/c, per quartum æquatur postulatū. & is qui ad c/ est angulus, vtrique rursus triagulo communis. reliquus ergo d/a/c angulus, reliquo a/b/c (veluti suprā deduximus) est æqualis. Aequiangula itaq; sunt a/b/c & a/d/c triangula. Hinc per quartam huius sexti, proportionalia erunt latera quæ circum æquales sunt angulos. sicut quidem b/c ad c/a, trianguli a/b/c sic a/c ad c/d, trianguli a/d/c. sicut rursus c/a ad a/b, ipsius a/b/c trianguli: sic c/d ad d/a, ipsius a/d/c triaguli. sicut præterea c/b ad b/a, eiusdem trianguli a/b/c: sic c/a ad a/d, eiusdem trianguli a/d/c. Simile est igitur a/d/c triangulum, toti a/b/c per eandem primam diffinitionem huius sexti. ¶ Reliquum est, demonstrare q; ipsa a/b/d & a/d/c triangula similia sunt adinuicem. Id autem ex supradictis ostensionibus, haud difficile colligemus. Angulus enim b/a/d, angulo qui ad c/ præostensus est æqualis: & is qui ad b, ipsi d/a/c. reliqui autem sunt recti, vtpote a/d/b & a/d/c anguli: & proinde æquales adinuicem, per idem quartum postulatū. Aequiangulum est itaq; a/b/d triangulum, ipsi triangulo a/d/c. Et sicut igitur a/c ad c/d, sic b/a ad a/d. sicut præterea c/d ad d/a, sic a/d ad d/b. sicut demū c/a ad a/d, sic a/b ad b/d. Proportionalia nanq; sunt latera, quæ circum æquales angulos: per sæpius allegatam quartam huius sexti. Triangula itaq; a/b/d & a/d/c, similia sunt adinuicem: per eandem primam huius sexti diffinitionem. Si in rectangulo igitur triangulo, ab angulo recto: & c. vt in theoremate. Quod oportuit demonstrasse.

Corollarium.

¶ Et quoniam ostensum est sicut c/d ad d/a, sic a/d ad d/b: sicut insuper c/b ad b/a, sic a/b ad b/d: sicutque b/c ad c/a, sic a/c ad c/d. Proinde manifestum est, quod in triangulo rectangulo deducta ex angulo recto in basin perpendicularis, est media

proportionalis inter ipsius basis segmenta: & vnumquodq; præterea laterū rectum continentium angulum, medium itidem proportionale est inter basin & segmentum, quod cum ipso congregitur latere.

T Πρόβλημα α, Πρόβλημα θ.
Ης δὲ θέσεις ἰσθαι, ὅτι πρὸς ἀλλήλῃς μίαν ἀφ' ἑαυτῆς.

Problema 1,

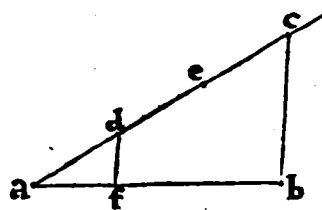
Propositio 9.

9 **D** Atā recta linea, ordinatam partem abscindere.

ORONTIVS. ¶ Ordinatam partem hic vocat Euclides, quæ ab ordinato aliquo denominatur numero, & quota pars integræ magnitudinis ab ipsis nuncupatur arithmetice: vti secunda siue dimidia pars quæ à binario, tertia quæ à ternario, & quarta quæ ab ipso quaternario numero denominatur. Sit igitur data linea re-

Ordinata pars quid.

Exequutio problematis.



cta a/b: à qua sit operæpretium ordinatam aliquam, vtpote tertiam abscindere partem. A dato itaq; puncto a, recta quædam linea producat a/c, contingentem qui sub b/a/c cum eadem efficiens angulum. Ipsius porrò a/c, liberum aliquod punctū versùs a/suscipiat: sitq; illud d. Secentur deinde ipsi a/d & quales d/e/ & e/c, per tertiam primi: & connectatur recta b/c, per primum po-

stulatum. Tandem per punctū d, ipsi b/c/parallela ducatur d/f, per trigessimamprimam eiusdem primi. Triangulum est itaq; a/c/b, & ad latus c/b/acta est parallela d/f/secat igitur d/f/ ipsius trianguli latera proportionaliter, per secundam huius sexti, sicut quidem c/d/ad d/a, sic b/f/ad f/a. Et à composita igitur ratione, sicut c/a/ad a/d, sic b/a/ad a/f/per decimaoctauam quinti. Tripla est autem c/a/ ipsius a/d: & b/a/igitur ipsius a/f/itidē erit tripla, & proinde a/f/ tertia pars ipsius a/b. Data itaque recta linea a/b, ordinatam partem (nempe tertiam) abscidimus. Quod facere oportebat.

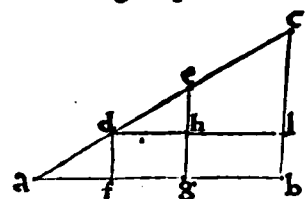
T Πρόβλημα β, Πρόβλημα ι.
Ης δὲ θέσεις ἰσθαι, ὅτι πρὸς ἀλλήλῃς μίαν ἀφ' ἑαυτῆς.

Problema 2,

Propositio 10.

10 **D** Atam rectam lineam non sectam, datæ rectæ lineæ sectæ si-

militer secare. ORONTIVS. ¶ Sit rursum a/b/data & insecta linea recta, a/c/verò vtcunq; secta in punctis d/& e. Cōponantur autē a/b/& a/c/datæ rectæ lineæ, ad contingentē angulum qui sub b/a/c/& connectatur recta b/c, per primum postulatum. Per puncta consequenter d/& e, ipsi b/c, parallela ducantur rectæ lineæ d/f/& e/g/itidem & per punctum d, ipsi a/b/parallela ducatur d/h/l, per trigessimamprimam primi, diuidens e/g/in puncto h. Parallelograma sunt itaq; d/g/& h/b. æqualis est propter-



ea f/g/ipsi d/h, & g/b/ipsi h/l: per trigessimamquartā ipsius primi. His ita præmissis, quoniam trianguli a/c/g, ad latus e/g/acta est parallela d/f/secat igitur d/f/ ipsius trianguli latera proportionaliter, per secundam huius sexti. Et sicut igitur a/d/ad d/e, sic a/f/ad f/g. Insuper quoniā trianguli d/c/l, ad latus c/l/acta est parallela e/h:

Problematis ostensio.

fit rursum per eandem quartam huius sexti, sicut d/e/ad e/c, sic d/h/ad h/l. Ipsi verò d/h/ æqualis ostensa est f/g, atque ipsi h/l/æqualis g/b. Aequales porrò ad eadē, eadē habent rationem, & eadē ad æquales: per septimā quinti. Sicut itaq; d/e/ad e/c, sic f/g/ad g/b. Præostensum est autem, sicut a/d/ad d/e, sic a/f/ad f/g. Et

n. iij.

sicut igitur $a/d/ad d/e$, sic $a/f/ad f/g$: sicutq; $d/e/ad e/c$, sic $f/g/ad g/b$. Data ergo recta linea infecta a/b , data recta linea vtcunq; secta a/c , similiter secatur. Quod faciendum receperamus.



Πρόβλημα 3, Πρόθεσις 11.
 Το δοθεὶς ὡς ἐνθεωρῶν, τρίτῳ ἀνάλογον προσδιδῆναι.

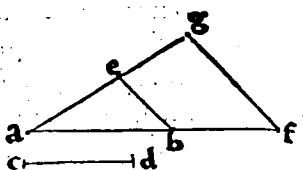
Problema 3,

Propositio 11.

DVabus datis rectis lineis, tertiam proportionalem inuenire, 11

Constructio figuræ.

O R O N T I V S. ¶ Sint datae binæ rectæ lineæ a/b & c/d , quibus tertiam oporteat inuenire proportionalem. Ad datum itaque punctum a , data rectæ lineæ c/d æqualis recta linea ponatur a/e , per secundam primi, contingentem qui sub $e/a/b$ efficiens angulum. Et ipsis a/b & a/e in continuum rectumq; ad f & g puncta productis: vtriq; ipsarum c/d & a/e æqualis abscindatur b/f ,



per tertiam ipsius primi: connectaturq; recta b/c , per primum postulatam. Per trigessimam deinde primam eiusdem primi: per datum punctum f , ipsi b/e parallela ducatur f/g , conueniens cum $a/e/ad$ punctum g . Conuenient enim tandem per quintum postulatū: propterea q̄ anguli $e/a/b$ & $a/b/e$ trianguli $a/e/b$, sunt per decimam septimam primi binis rectis minores,

Demōstratio problematis.

& ipsi angulo $a/b/e$ interior, & ad easdem partes qui ad f per vigesimam nonam ipsius primi æqualis. His ita constructis, quoniam trianguli $a/g/f$ ad latus f/g acta est parallela b/e : secatur igitur b/e ipsius $a/g/f$ trianguli latera proportionaliter, per quartam huius sexti, sicut quidem $a/b/ad b/f$, sic $a/e/ad e/g$. Aequalis porro est $c/d/vtriq;$ ipsarum a/e & b/f per constructionem: & æquales ad eandem, eandem habent rationem, & eadem ad æquales, per septimam quinti. Et sicut igitur $a/b/ad c/d$, sic eadem $c/d/ad e/g$. Datis itaq; binis rectis lineis a/b & c/d , tertia proportionalis inuenta est e/g . Quod oportuit fecisse.



Πρόβλημα 4, Πρόθεσις 12.
 Τῶν δοθεῶν ὡς ἐνθεωρῶν, τετάρτῳ ἀνάλογον προσδιδῆναι.

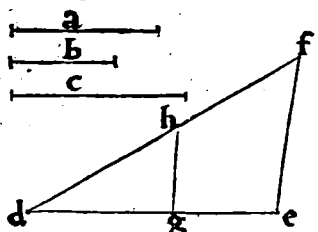
Problema 4,

Propositio 12.

TRibus datis rectis lineis, quartam proportionalem inuenire. 12

Figuræ præparatio.

O R O N T I V S. ¶ Sint datae tres lineæ rectæ a, b, c , quibus oporteat quartam inuenire proportionalem. Constituantur itaq; binæ quædam rectæ lineæ d/e atq; d/f , contingentem qui sub $e/d/f$ angulum efficientes. Seceturq; per tertiam primi ipsi a æqualis d/g , ipsi verò b æqualis g/e , & ipsi c æqualis d/h . Et connexa g/h , per primum postulatam: ducatur e/f ipsi g/h parallela, per trigessimam primam ipsius primi. Per secundum tandem postulatam ipsæ d/h & e/f in continuum rectumq;, producantur: donec conueniant ad punctum f . Concurrent enim tādē: quemadmodum ex præcedenti potes elicere demonstrationē. His in hūc modum præparatis, quoniam triangulum est $d/f/e$, & ad latus e/f acta est parallela g/h : proportionalia itaq; sunt reliquorum laterum segmēta, per quartam huius sexti,



Demōstratio nis resolutio.

sicut $d/g/ad g/e$, sic $d/h/ad h/f$. Ipsi porro d/g æqualis est a , & b ipsi g/e , atq; c ipsi d/h æqualis, per constructionem. Aequales autem ad eandem, eandem habent rationem, & eadem ad æquales, per septimam quinti. Et sicut igitur $a/ad b$, sic $c/ad h/f$.

Tribus itaq; rectis lineis datis, a, b, c , quartam inuenimus proportionale h/f . Quod faciendum fuerat.



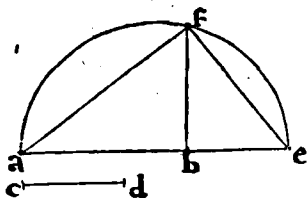
Πρόβλημα 5, Πρόθεσις 17.
 Το Δοθεσών ευθεσών, μέσων ἀνάλογον προσδιδεῖν.

Problema 5, Propositio 13.

13 DVabus datis rectis lineis, mediam proportionalem inuenire.

ORONTIVS. ¶ Sint datæ binæ rectæ lineæ a/b & c/d , inter quas receptū sit mediam inuenire proportionalem. Producatur ergo altera earū, utpote a/b in re-

Constructio figuræ.



ctum & continuū versus e , per secundum postulatū: & abscindatur b/e ipsi c/d æqualis, per tertiam primi. Et diuisa a/e bifariam, per decimā ipsius primi: describatur ad alterutrius partis interval- lum semicirculus $a/f/e$, per tertium postulatū. A pun- cto deniq; b , perpendicularis excitetur b/f , per vndeci- mam primi: & connectantur a/f & f/e lineæ rectæ, per primū postulatū. His ita constructis, quoniam trian- guli $a/f/e$ angulus qui ad f est in semicirculo: is pro- pterea rectus est, per trigessimā primam tertij. Rectāgulum est itaq; $a/f/e$ triangu- lum, & ab angulo recto qui ad f in basin a/e perpēdicularis demittitur f/b . Est igitur ipsa perpēdicularis f/b media proportionalis inter a/b & b/e ipsius basis seg- menta, per primam partem corollarij octauæ huius sexti. Est igitur ut a/b ad b/f , sic b/f ad b/e . Ipsi porro b/e æqualis est c/d , per constructionem: & æquales ad eā- dem, eandem habēt rationem, & eadem ad æquales, per septimam quinti. Et sicut igitur a/b ad b/f , sic b/f ad c/d . Binis itaq; rectis lineis datis, a/b & c/d , media proportionalis inuenta est b/f . Quod oportebat facere.

Sūmaria pro- blematis osē- fio.

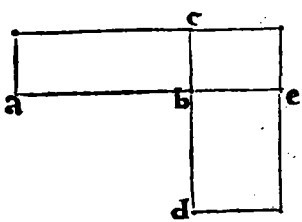
Θεώρημα 9, Πρόθεσις 14.
 Τῶν ἴσων τὴ καὶ μίαν μὲ ἴσων ἔχοντων γωνίαν παραλληλογράμμων, ἀντιπεπνῶσθαι αὐ- τήν, αὐτὴν πεπνῶσθαι αὐτὴν περὶ τῆς ἴσας γωνίας, ἢ ὅτι παραλληλογράμμων μίαν μὲ ἴσων ἔχοντων γω- νίαν, ἀντιπεπνῶσθαι αὐτὴν περὶ τῆς ἴσας γωνίας, ἢ ὅτι ἐκείνη.

Theorema 9, Propositio 14.

14 A Equalium & vnum vni æqualem habētium angulum paral- lelogrammorum: reciproca sunt latera, quæ circum æquales angulos. Et quorum parallelogrammorum vnum angulum vni angulo æqualem habentium, reciproca sunt latera, quæ circum æquales angulos: ea quoque sunt æqualia.

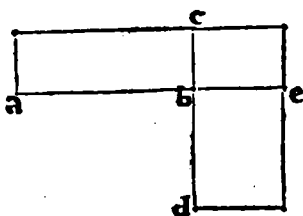
ORONTIVS. ¶ Sint bina parallelogramma inuicem æqualia, $a/b/c$ & $d/b/e$, angulum qui sub a/b & b/c , ei qui sub d/b & b/e continetur æqualē habentia. Di-

Pars prima theorematis.



co quodd ipsorum parallelogrammorum $a/b/c$ & $d/b/e$ reciproca sunt latera, quæ circum æquales angulos: sicut quidem a/b ad b/e , sic d/b ad b/c . Constituantur enim a/b & b/e latera in directum: hoc autem fiet, cū anguli $a/b/c$ & $c/b/e$ fuerint æquales duobus rectis, per decimam quartam primi. In directum quoq; tunc erit d/b ipsi b/c , per eandem propositionem: anguli enim $d/b/e$ & $e/b/c$, binis itidem rectis, per primam & secundam communē sententiam, erunt æquales. Compleatur tandem $c/b/e$ parallelogrammum: productis in continuum n. iiii.

Eiusdem primæ partis ostensio.



rectumq; datorum parallelogrammorum lateribus, per secundum postulatū. Cū igitur $a/b/c$ parallelogrammū, æquale sit per hypothēsin ipsi $d/b/e$ parallelogrammo, & $c/b/e$ aliud quoddam vtrique comparabile parallelogrammum: erit proinde vt $a/b/c$ parallelogrammum, ad parallelogrammum $c/b/e$, sic parallelogrammum $d/b/e$ ad idem $c/b/e$ parallelogrammū. Aequales enim magnitudines ad eandem magnitudinem, eandem habent rationem, per septimam quinti. Sicut porro $a/b/c$ parallelogrammū, ad parallelogrammū $c/b/e$, sic per primā huius sexti, basis a/b ad basin b/e . sub eadē enim sunt altitudine ipsa $|a/b.b/e| |a/b/c.c/b/e| |d/b/e.c/b/e|$ $a/b/c$ & $c/b/e$ parallelogramma. Et sicut igitur basis a/b ad basin b/e , sic per vndecimam quinti, $d/b/e$ parallelogrammum, ad parallelogrammum $c/b/e$. Sicut rursum per eandem primam huius sexti, $d/b/e$ parallelogrammum, ad ipsum parallelogrammum $c/b/e$, sic basis d/b ad basin b/c . $|a/b.b/e| |d/b/e.c/b/e| |d/b.b/c|$ Et sicut igitur per ipsam vndecimam quinti a/b ad b/e , sic d/b ad b/c . Datorum itaque parallelogrammorum $a/b/c$ & $d/b/e$, reciproca sunt latera quæ circum æquales angulos: per secundam huius sexti diffinitionem.

Secunda pars theorematis, conuersa primæ.

¶ Sed esto vt qui ad b sunt anguli æquales sint adinuicem, & circū eisdem æquales angulos latera reciproce proportionalia, sicut a/b ad b/e , sic d/b ad b/c . Aio versa vice, qd $a/b/c$ parallelogrammum, æquum est ipsi $d/b/e$ parallelogrammo. Receptum est enim ex hypothēsi, vt a/b ad b/e , sic d/b ad b/c . Sed sicut a/b ad b/e sic per primam huius sexti, parallelogrammum $a/b/c$ ad $c/b/e$ parallelogrammum. Et sicut igitur $a/b/c$ parallelogrammū, ad parallelogrammum $c/b/e$, sic per vndecimam quinti d/b ad b/c . Sicut rursum d/b ad b/c , sic per eandem primam huius sexti, parallelogrammum $d/b/e$ ad $c/b/e$ parallelogrammum. Et sicut igitur per ipsam vndecimam quinti $a/b/c$ parallelogrammum, ad $c/b/e$ parallelogrammum, sic parallelogrammū $d/b/e$ ad idē $c/b/e$ parallelogrammū. Vtrunq; igitur $a/b/c$ & $d/b/e$ parallelogrammū, ad idem parallelogrammū $c/b/e$ habet eandē rationem. æquū est itaq; $a/b/c$ parallelogrammū ipsi $d/b/e$ parallelogrammo, per nonā ipsius quinti. Aequaliū igitur & vnum vni æqualem habētium angulum parallelogrammorum: & quæ sequuntur reliqua. Quod ostendendum fuerat.

Θεώρημα ι, Πρόβλημα ιι.
Tὰ ἴσα ἐκ μίαν μὲν ἴσην ἔχοντων γωνίαν τριγώνων, αὐτὰν πεπληρωσμένων αἰ πλευρὰ αἰ περὶ τὰς ἴσας γωνίας: καὶ ὅρ μίαν μὲν ἴσην ἔχοντων γωνίαν αὐτὰν πεπληρωσμένων αἰ πλευρὰ αἰ περὶ τὰς ἴσας γωνίας, ἴσα ἔσιν ἡ κῆρα.

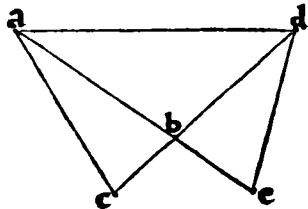
Theorema 10, Propositio 15.

A Equalium & vnū vni æqualem habentium angulum triangulorum: reciproca sunt latera, quæ circum æquales angulos. Et quorum vnum vni angulum æqualem habentium triangulorum reciproca sunt latera, quæ circum æquales angulos: ea quoq; sunt æqualia.

Prima theorematis pars.

O R O N T I V S. ¶ Sint bina triangula $a/b/c$ & $d/b/e$, angulum qui sub a/b &

b/c, ei qui sub d/b/ & b/c/ continetur æqualem habentia. Dico latera ipsorum a/b/c/ & d/b/e/ triangulorum, quæ circum eisdem æquales sunt angulos, fore reciproce proportionalia: sicut quidem a/b/ad b/e/, sic d/b/ad b/c/. Collocentur enim a/b/ & b/e/ latera in directum, & d/b/ ipsi b/c/: quemadmodum præcedenti demonstratione, ex decimaquarta primi, de parallelogrammorum deductum est lateribus. Connectatur demum recta a/d, per primum postulatum. Et quoniam per hypothesein, æquum est a/b/c/ triangulum, ipsi triangulo d/b/e/ & a/b/d/ aliud quoddam utriusque comparabile triangulum. Et sicut igitur a/b/d/ triangulum ad triangulum a/b/c/, sic idem triangulum a/b/d/ ad triangulum d/b/e/: eadem enim magnitudo, ad æquales eandem habet rationem, per septimam quinti. Sicut porro triangulum a/b/d/ ad triangulum d/b/e/, sic per primam huius sexti, a/b/ad b/e/. Et sicut igitur per undecimam quinti, a/b/ad b/e/, sic a/b/d/ triangulum ad triangulum a/b/c/.



[a/b.d. a/b/c/ a/b.d. d/b/e/ a/b. b/e/] Rursum ut triangulum a/b/d/ ad triangulum a/b/c/, sic per eandem primam huius sexti, d/b/ad b/c/. Ergo sicut a/b/ad b/e/, sic d/b/ad b/c/, per ipsam undecimam quinti. triangulorum itaque a/b/c/ & d/b/e/, latera quæ circum æquales angulos reciproce sunt proportionalia: per secundam huius sexti diffinitionem. ¶ Sed receptum sit angulos qui ad b/ fore inuicem æquales, & quæ circum eisdem æquales angulos latera reciproce proportionalia: sicut



[a/b. b/e/ a/b.d. a/b/c/ d/b. b/c/]

a/b/ad b/e/, sic d/b/ad b/c/. Aio quod a/b/c/ triangulum, æquum est ipsi d/b/e/ triangulo. Est enim ex hypothesi sicut a/b/ad b/e/, sic d/b/ad b/c/. Sed sicut a/b/ad b/e/, sic a/b/d/

[a/b.d. d/b/e/ a/b. b/e/ d/b. b/c/]

triangulum ad triangulum d/b/e/: per primam huius sexti. Et sicut igitur d/b/ad b/c/, sic per undecimam quinti, a/b/d/ triangulum ad triangulum d/b/e/. Sicut rursum d/b/ad b/c/, sic triangulum a/b/d/ ad triangulum a/b/c/.

per sæpius allegatam primam huius sexti. Et proinde sicut a/b/d/ triangulum ad triangulum a/b/c/, sic per undecimam ipsius quinti, idem a/b/d/ triangulum ad triangulum d/b/e/. Ad quas porro magnitudines, eadem magnitudo eandem habet rationem: ipsæ per nonam eiusdem quinti, sunt æquales.

Æquum est igitur a/b/c/ triangulum, ipsi triangulo d/b/e/. Aequalium itaque & unum uni æquale habentium angulum: & c. ut in theoremate. Quod oportebat demonstrare.

Aequum est igitur a/b/c/ triangulum, ipsi triangulo d/b/e/. Aequalium itaque & unum uni æquale habentium angulum: & c. ut in theoremate. Quod oportebat demonstrare.

Θεωρημα 16, Πρόθεσις 15.

ΕΑΝ ΤΙΣΑΙΣ ΕΥΘΕΙΑΙ ΑΝΑΛΟΓΟΙ ΞΩΣΙ, ΚΑΙ ΑΝΤΙΣΤΗΝ ΑΚΡΩΝ ΠΟΛΥΧΟΜΗΝΟΝ ΟΡΘΟΓΩΝΙΟΝ, ΙΣΟΝ ΕΣΤΙ ΤΩ ΕΝΤΟΣ ΤΩΝ ΜΕΣΩΝ ΠΟΛΥΧΟΜΗΝΟΝ ΟΡΘΟΓΩΝΙΟΝ. ΚΑΙ ΕΑΝ ΑΝΤΙΣΤΗΝ ΑΚΡΩΝ ΠΟΛΥΧΟΜΗΝΟΝ ΟΡΘΟΓΩΝΙΟΝ, ΙΣΟΝ Η ΤΩ ΕΝΤΟΣ ΤΩΝ ΜΕΣΩΝ ΠΟΛΥΧΟΜΗΝΟΝ ΟΡΘΟΓΩΝΙΟΝ, ΑΙ ΤΙΣΑΙΣ ΕΥΘΕΙΑΙ, ΑΝΑΛΟΓΟΙ ΕΣΩΝΤΑΙ.

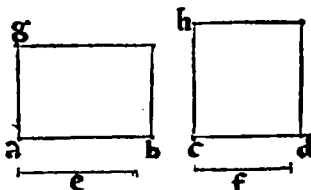
Theorema 11, Propositio 16.

16 SI quatuor rectæ lineæ proportionales fuerint: quod sub extremis comprehensum rectangulum, æquum est ei, quod sub medijs continetur rectangulo. Et si sub extremis comprehensum rectangulum, æquum fuerit ei, quod sub medijs continetur rectangulo: quatuor rectæ lineæ proportionales erunt.

ORONTIVS. ¶ Sint datæ quatuor rectæ lineæ discontinuè proportionales

Primæ partis
demonstratio.

$a/b, c/d, e, \& f$ sicut a/b ad c/d , sic e ad f . Aio q sub extremis a/b & f comprehensum rectangulum, æquum est ei quod sub medijs c/d & e rectangulo continetur. A datis enim punctis a & c datarum linearum a/b & c/d , perpendiculares excitentur a/g & c/h , per undecimam primi: seceturq; a/g æqualis ipsi f , & c/h æqualis ipsi e , per tertiam ipsius primi propositionem. & ductis vtrinq; parallelis, per trigessimam eiusdem primi, compleantur g/b & h/d parallelogramma. Et quoniam receptum est ut a/b ad c/d , sic e ad f . Ipsi porro e æqualis est c/h , & ipsi f æqualis a/g , per constructionem: & æquales ad eandem, eandem habent rationem, per septimam quinti.



Est igitur ut a/b ad c/d , sic c/h ad a/g . Parallelogrammorum itaq; g/b & h/d , latera quæ circum æquales (vtpote rectos qui ad a & c) sunt angulos, reciproce sunt proportionalia. Aequum est proinde g/b parallelogrammum ipsi h/d parallelogrammo, per secundam partem decimæ quartæ propositionis huius sexti. Est autē g/b parallelogrammū id quod sub a/b & f , parallelogrammum verò h/d id quod sub c/d & e continetur rectangulum: æqualis est enim c/h ipsi e , & a/g ipsi f , per constructionem. Comprehensum itaq; sub extremis a/b & f rectangulum, ei quod sub medijs c/d & e continetur rectangulo, est æquale.

Secundæ partis
conuersæ
prioris, ostensio.

¶ Est nunc ut ipsum g/b sub extremis comprehensum rectangulum, æquum sit h/d rectangulo, quod sub medijs c/d & e continetur. Dico verſa vice, quatuor ipsas rectas lineas fore inuicem proportionales. Eadem nanque manente constructione, quoniam g/b est id quod sub a/b & a/g , ipsum verò h/d id quod sub c/d & c/h continetur rectangulum, per primam definitionem secundi: & e ipsi c/h , atq; f ipsi a/g , per constructionem æqualis. Est itaq; g/b id quod sub a/b & f , necnon & h/d id quod sub c/d & e comprehenditur rectangulum. Sed id quod sub a/b & f comprehenditur rectangulum, æquum est ei per hypothesin quod sub c/d & e continetur rectangulo. Aequū est igitur g/b rectangulum, ipsi rectangulo h/d : & angulus qui ad a angulo qui ad c æqualis, per quartū postulatū, nempe rectus recto. Aequalium porro & vnum vni æqualem habētium angulum parallelogrammorum, reciproca sunt latera quæ circum æquales angulos, per primam partem ipsius decimæ quartæ huius sexti. Et sicut igitur a/b ad c/d , sic c/h ad a/g . Ipsi porro c/h æqualis est e , & f ipsi a/g , per ipsam constructionem: æquales præterea ad eandem, eandem habent rationem, & eadem ad æquales, per septimam quinti. Est igitur ut a/b ad c/d , sic e ad f . Si quatuor itaque rectæ lineæ proportionales fuerint: & quæ sequuntur reliqua. Quod erat ostendendum.

Θεωρημα ιβ, Πρόβις ιε.

Εὰν τρεῖς ὑποῖαι ἀνάλογον ᾿σιν, ἡ ἑκαστὴ τῶν ἑκαστῶν πλάγιον ὀρθογώνιον, ἴσον ᾿σιν ᾿σιν ᾿σιν ᾿σιν ᾿σιν. καὶ ἂν ἡ ἑκαστὴ τῶν ἑκαστῶν πλάγιον ὀρθογώνιον, ἴσον ᾿σιν ᾿σιν ᾿σιν ᾿σιν ᾿σιν.

Theorema 12,

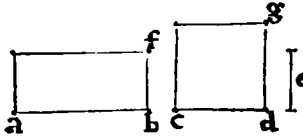
Propositio 17.

SI tres rectæ lineæ proportionales fuerint: quod sub extremis ¹⁷comprehensum rectangulū, æquū est ei quod à media fit quadrato. Et si quod sub extremis continetur rectangulum, æquum fuerit ei quod à media fit quadrato: ipsæ tres rectæ lineæ proportionales erunt.

Pars prima
theorematis.

O R O N T I V S. ¶ Sint tres rectæ lineæ continuè proportionales $a/b, c/d, \& e$: sicut a/b ad c/d , sic c/d ad e . Dico quòd sub a/b & e comprehensum rectangulum, æquum est ei quod à media c/d fit quadrato. Describatur enim ex a/b & b/f quæ

sit æqualis ipsi e, rectangulum a/f, per vndecimam, & tertiam, atq; trigessimā primā primæ ex c/d, verò, quadratum c/g, per ipsius primi quadragesimam sextam. Aequalis erit igitur d/g, ipsi c/d, per ipsius quadrati diffinitionem: & æquales ad eandem, eandem habent rationē, per septimam quinti. Sicut igitur a/b/ ad c/d, sic d/g/ ad e.



Quatuor itaque rectæ lineæ a/b, c/d, d/g, & e, sunt discōtinuè proportionales. Cōprehensum ergo sub extremis rectangulum, æquum est ei quod sub medijs rectangulo cōtinetur: per primam partem antecedentis decimæ sextæ propositionis. Sed rectangulū a/f, est id quod sub

a/b/ & e, nam a/f/ est æqualis ipsi e, per constructionem: rectangulum autem c/g, id quod ex c/d/ quadratum. Quod igitur sub extremis a/b/ & e/ comprehenditur rectangulum, æquū est ei quod à media c/d/ fit quadrato. ¶ Sed detur vt id quod sub a/b/ & e/ continetur rectangulum, æquū sit ei quod ex c/d/ fit quadrato. Aio respondentem, fore sicut a/b/ ad c/d, sic c/d/ ad e. Eisdem nanq; veluti suprà constructis: quoniā id quod sub a/b/ & e/ continetur rectangulum, æquū est ei per hypothesin quod ex c/d/ fit quadrato. Sed ei quod sub a/b/ & e/ continetur rectangulo, æquum est rectangulum a/f, (æqualis siquidem est b/f/ ipsi e, per constructionem) & c/g, id quod ex c/d/ fit quadratum. Aequum est igitur a/f/ rectangulum ipsi quadrato c/g. Quadratum porrò c/g/ sub duabus rectis lineis c/d/ & d/g, per primam diffinitionem secūdi cōtinetur. Quatuor itaque sunt rectæ lineæ a/b, c/d, d/g, & b/f/ & quod sub extremis a/b/ & b/f/ rectangulum continetur, æquum est ei quod sub medijs c/d/ & d/g/ comprehenditur rectangulo. Proportionales itaque sunt eadem quatuor rectæ lineæ, per secūdam partem ipsius antecedentis decimæ sextæ propositionis: sicut a/b/ ad c/d, sic d/g/ ad b/f. Sed e/ ipsi b/f/ per constructionem est æqualis: & c/d/ ipsi d/g, per quadrati diffinitionem. æquales porrò ad eandem, eandem habent rationem, & eadem ad æquales, per septimam quinti. Est igitur vt a/b/ ad c/d, sic eadem c/d/ ad e. Si tres itaq; rectæ lineæ proportionales fuerint: & c/ vt in theoremate. Quod demonstrandum receperamus.

Secūda pars
conuerſa pri
mæ.

Πρόβλημα

5,

Πρόθεσις

14.

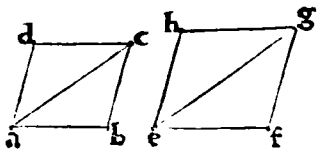
A Γὰρ τῆς διοθέσεως ἐνθεάσας, ὅθεν διοθέντι ἐνθυγράμμῳ ὁμοιόντι κ' ὁμοίως κἀμῶνος ἐνθυγράμμου ἀναγράφεται.

Problema 6,

Propositio 18.

18 **A** Data recta linea: dato rectilineo simile, similitérq; positum rectilineum describere.

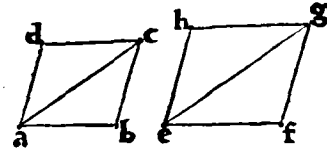
ORONTIVS. ¶ Sit datum rectilineū a/b/c/d, data verò linea recta e/f, ex qua, vel super quam, oporteat ipsi a/b/c/d/ rectilineo simile similitérque positum describere rectilineum. Connectatur itaq; a/c/ recta, per primum postulatū. & ad datam rectam lineam e/f, & data illius puncta e/ & f, datis angulis c/a/b/ & a/b/c, æquales per vigesimā tertiam primi constituātur anguli, g/e/f/ quidē ipsi c/a/b, & e/f/g/ ipsi a/b/c. Et quoniā anguli c/a/b/ & a/b/c, per decimā septimā primi, sunt minores duobus rectis: & ipsi quoq; anguli g/e/f/ & e/f/g, binis itidem rectis sunt minores. concurrent ergo tandem e/g/ & f/g/ in continuum rectūq; productæ, per quintum postulatū: cōueniant itaq; ad punctū g. Reliquus igitur angulus e/g/f, reliquo a/c/b, per corollarium trigesimæ secundæ primi, & tertiam cōmunem sententiam erit æqualis. Aequiangulum est propterea e/f/g/ triāgulum, ipsi a/b/c/ triāgulo. Ad datam rursum lineam rectam e/ g, & data illius puncta e/ & g: datis angulis d/a/c/ & a/c/d, æquales anguli per eandem



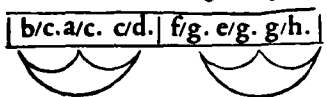
Descriptio p
positi rectili
nei.

vigesimam tertiam primi constituatur, $h/e/g$ /quidem ipsi $d/a/c$, & $e/g/h$ / ipsi $a/c/d$. & producatur e/h & g/h , per secundum postulatam: donec (veluti priores) congruantur ad punctum h . Erit itaq; reliquus angulus qui ad h , reliquo qui ad d /consequenter æqualis: & proinde $e/g/h$ /triangulum, ipsi $a/c/d$ / triangulo æquiangulum.

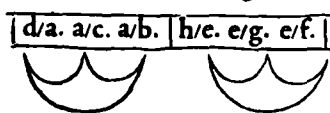
Problematis
ostensiva res
olutio.



$a/c/ad$ c/d , sic $e/g/ad$ g/h .



Et ex æquali igitur, per vigesimam secundam quinti, sicut $b/c/ad$ c/d , sic $f/g/ad$ g/h . Rursum est sicut $c/d/ad$ d/a , sic $g/h/ad$ h/e . Et sicut $d/a/ad$ a/c , sic $h/e/ad$ e/g . sicutq; $a/c/ad$ a/b , sic $e/g/ad$ e/f . Et ex æquali rursum, per eandem vigesimam secundam quinti, sicut $d/a/ad$ a/b , sic $h/e/ad$ e/f . Et quoniam angulus $g/e/f$, angulo $c/a/b$ est æqualis: & $h/e/g$ / ipsi $d/a/c$: totus propterea angulus $h/e/f$, toti $d/a/b$, per secundam communem sententiã æqualis est. Et proinde totus $f/g/h$, toti $b/c/d$ / responderet æqualis. Angulus porro qui ad f , angulo qui ad b : & reliquus qui ad h , reliquo qui ad d / æqualis ostensus est.



Æquiangulum est itaque $e/f/g/h$ / rectilineum, ipsi rectilineo $a/b/c/d$. Patuit, quod & latera quæ circum æquales sunt angulos, cum eodem habet proportionalia: sicut $a/b/ad$ b/c , sic $e/f/ad$ f/g : sicut item $b/c/ad$ c/d , sic $f/g/ad$ g/h : & sicut $c/d/ad$ d/a , sic $g/h/ad$ h/e : sicut denique $d/a/ad$ a/b , sic $h/e/ad$ e/f . Simile est itaq; rectilineum $e/f/g/h$, ipsi rectilineo $a/b/c/d$, atq; similiter positum: per primã huius sexti diffinitionem. Super data igitur recta linea e/f , dato rectilineo $a/b/c/d$, simile similiterq; positum rectilineum descriptum est $e/f/g/h$. Quod fecisse oportuit.

T

Θεώρημα 13, Πρόβλημα 19.
Ἄμοια τρίγωνα, πρὸς ἀλλήλα ἐν διπλαστοῖσι λόγοις ὅτι τῶν ὁμολόγων πλευρῶν.

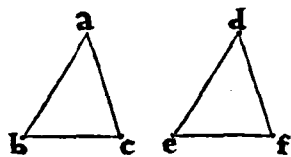
Theorema 13, Propositio 19.

Similia triangua: adinuicem in dupla sunt ratione laterum si-
milis rationis. 19

ORONTIVS. ¶ Sint bina & similia, hoc est æquiangula & proportionalium laterum triangua, $a/b/c$ & $d/e/f$: habentia angulum qui ad b / æqualem angulo qui ad e , & sicut $a/b/ad$ b/c , sic $d/e/ad$ e/f . Dico triangulum $a/b/c$ ad triangulum $d/e/f$ duplicem habere rationem, quam latus b/c ad latus e/f : seu quod ratio ipsius $a/b/c$ trianguli ad triangulum $d/e/f$, ex lateris b/c ad latus e/f duplicata ratione cõsurgit.

Prima ostensio-
nis differē-
tia.

In primis itaq; aut b/c est æqualis ipsi e/f , aut inæqualis. Si æqualis: erit sicut $a/b/ad$ e/f , sic $d/e/ad$ b/c . æquales enim ad eandem, eandem habent rationem, & eadem ad æquales, per septimam quinti. Et proinde triangua $a/b/c$ & $d/e/f$, habebunt vnũ angulum vni angulo æqualem: & quæ circum æquales angulos latera reciproce proportionalia. Aequum erit itaque triangulum $a/b/c$ ipsi triangulo $d/e/f$, per secundam partẽ decimæ quintæ huius sexti: sicuti & basis b/c , basi e/f . Atqui ratio æqualita-



tis eorundem triangulorum, ex ipsa ratione æqualitatis laterũ b/c & e/f duplicata, aut quouis alio modo multiplicata cõsurgit. Quantitates enim duarum rationum æqualitatis, per quintam diffinitionem huius sexti multiplicatæ: restituant æqualitatis itidem quãtitatem. ¶ At si b/c fuerit inæqualis ipsi e/f , altera earũ erit maior.

Est b/c , ipsa e/f maior. Et ipsis b/c & e/f , tertia suscipiatur proportionalis b/g , per undecimam huius sexti sicut b/c ad e/f , sic e/f ad b/g . & connectatur recta a/g , per primum postulatam. Et quoniam est ut a/b ad b/c , sic d/e ad e/f & permutatum igitur, per sedecimam quinti, sicut a/b ad d/e , sic b/c ad e/f . Sicut porro b/c ad e/f ,

Secunda eiusdem ostensionis differentia.

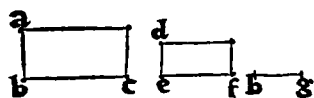
$a/b. d/e. | b/c. e/f. | e/f. b/g.$



sic e/f ad b/g ; & proinde sicut a/b ad d/e , sic per undecimam quinti e/f ad b/g . Triangulorum itaque $a/b/g$ & $d/e/f$, unum angulum qui ad b unum angulo qui ad e æqualem habentium, reciproca sunt latera quæ circum æquales angulos. Acquum est itaque $a/b/g$ triangulum, ipsi triangulo $d/e/f$, per secundam partem quindecimæ huius sexti. Rursum quoniam est sicut b/c ad e/f , sic e/f ad b/g : tres itaque rectæ lineæ sunt proportionales. Prima igitur ad tertiam, duplicem rationem habet, quam ad secundam: per decimam huius quinti diffinitionem. Sed sicut prima b/c ad tertiam b/g , sic $a/b/c$ triangulum ad triangulum $a/b/g$, per primam huius sexti: sub eodem enim sunt vertice, atque in eadem altitudine ipsa triangula. Et triangulum igitur $a/b/c$ ad triangulum $a/b/g$, duplam rationem habet quam b/c ad e/f . Ipsi porro $a/b/g$ triangulo, æquum est triangulum $d/e/f$. & idem triangulum ad æqualia triangula eandem habet rationem, per septimam quinti. Et triangulum igitur $a/b/c$ ad triangulum $d/e/f$, duplicem rationem habet quam b/c ad e/f . Similia itaque triangula, in dupla ratione sunt laterum similis rationis. Quod demonstrandum receperamus.

Corollarium.

¶ Fit proinde manifestum, quod si tres rectæ lineæ fuerint proportionales: erit sicut prima ad tertiam, sic quod à prima describitur rectangulum, ad simile similiterque positum rectangulum quod à secunda.



Ostensum est enim sicut b/c ad b/g , sic $a/b/c$ triangulum ad triangulum $a/b/g$. Et sicut igitur b/c ad b/g , sic a/c rectangulum ad d/f rectangulum.

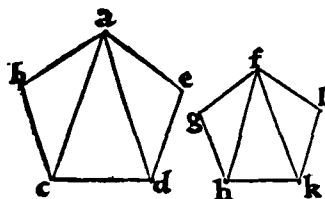
Θεώρημα 14, Πρόθεσις κ.

Τὰ ὁμοία πολύγωνα, εἰς τὰ ὁμοία τρίγωνα διαίρεται, καὶ εἰς ἵσα ἢ ἀνάλογα, καὶ ὁμολογα πρὸς ἑαυτὴν ὁμολογοῦντα ὡς πρὸς τὴν ἀνάλογον.

Theorema 14, Propositio 20.

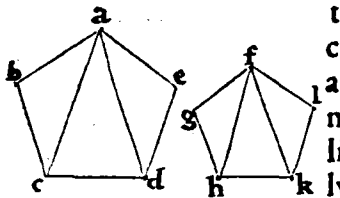
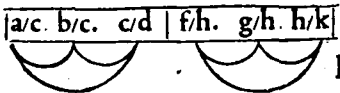
20 Similia polygona, in similia triagula diuiduntur, & in æqualia numero: & æqua ratione totis. Et polygonum ad polygonum duplicem rationem habet, quam similis rationis latus ad similis rationis latus.

ORONTIVS. ¶ Sint bina & similia polygona $a/b/c/d/e$ & $f/g/h/k/l$: habentia angulum qui ad f angulo qui ad a æqualem, & cum qui ad g ei qui ad b , & qui ad h ei qui ad c , & sic de cæteris: sitque ut latus a/b ad b/c , sic f/g ad g/h , sicutque b/c ad c/d , sic g/h ad h/k , & deinceps ita, seruata laterum & angulorum respondentia. Dico primum, quod ipsa $a/b/c/d/e$ & $f/g/h/k/l$ polygona, in similia & æqualia numero diuiduntur triagula. Connectantur enim a/c & a/d , necnon f/h & f/k lineæ rectæ, per primum postulatam. Et quoniam per hypothesin (hoc est, datam polygonorum similitudinem) angulus qui ad b æquus est angulo qui ad g ,



Prima theorematum pars.

& sicut latus a/b ad b/c , sic f/g ad g/h : fit ut bina triangula $a/b/c$ & $f/g/h$, habeant vnum angulum vni angulo æqualem, & quæ circum æquales angulos latera proportionalia. Aequiangula sunt propterea $a/b/c$ & $f/g/h$ triangula, per sextam huius sexti: & æquales habent angulos, sub quibus eiusdem rationis latera subtenduntur, utpote angulum b/a c/angulo g/f h, & angulum b/c a/ipsi g/h f. Hinc per quartam eiusdem sexti, proportionalia sunt latera quæ circum æquales angulos, & similis rationis quæ æqualibus angulis latera subtenduntur: sicut igitur a/c ad b/c , sic f/h ad g/h . Sed per hypothesin, ut b/c ad c/d , sic g/h ad h/k . Et ex æquali igitur, sicut a/c ad c/d , sic f/h ad h/k : per vigesimam secundam quinti. Et quoniam totus angulus b/c d, toti angulo g/h k, per hypothesin est æqualis, & angulus b/c a, ipsi g/h f æqualis nunc ostensus est: reliquus igitur a/c d, reliquo f/h k, per tertiam communem sententiā est æqualis. Triangula itaque $a/c/d$ & $f/h/k$, habent rursus vnum angulum vni angulo æqualem, & quæ circum æquales angulos latera proportionalia: æquiangula sunt igitur $a/c/d$ & $f/h/k$ triangula, per eandem sextam huius sexti. Et per quartam ipsius sexti, latera quæ circum æquales angulos proportionalia. Haud dissimiliter ostendetur triangulum $a/d/e$, triangulo $f/k/l$ fore æquiangulū: & proportionalia quæ circum æquales angulos habere latera. Simile est itaque $a/b/c$ triangulū ipsi $f/g/h$ triangulo, & $a/c/d$ ipsi $f/h/k$, necnon $a/d/e$ ipsi triangulo $f/k/l$: per primā huius sexti libri diffinitionē. Data igitur $a/b/c/d/e$ & $f/g/h/k/l$ polygoni, in similia & æqualia numero triagula diuiduntur.



Pars secunda
theorematis.

¶ Dico insuper, quod ipsa triangula sunt inuicē, atque totis ipsis polygonis proportionalia: sicut triangulū $a/b/c$ ad triangulū $f/g/h$, sic $a/c/d$ ad $f/h/k$, & $a/d/e$ ad $f/k/l$ triagulū: sicutque $a/b/c$ triangulum ad ipsum triangulū $f/g/h$, sic $a/b/c/d/e$ polygonum ad polygonū $f/g/h/k/l$. Cum enim $a/b/c$ triangulū simile sit $f/g/h$ triangulo, sintque a/c & f/h similis rationis latera: triangulum igitur $a/b/c$ ad triangulum $f/g/h$, duplicem rationē habet, quam latus a/c ad latus f/h , per antecedentē decimam nonā propositionē. Et proinde triagulum $a/c/d$ ad triangulū $f/h/k$ duplatam itidem rationē habet, quam idem latus a/c ad latus f/h . Quæ autē eidem sunt eadem rationes, adinuicē sunt eadem: per vndecimā quinti. Et sicut igitur $a/b/c$ triangulum ad triangulum $f/g/h$, sic triangulum $a/c/d$ ad triangulum $f/h/k$. Rursus quoniā triangulum $a/c/d$ simile est triagulo $f/h/k$, & latus a/d similis rationis cum f/k : triangulum propterea $a/c/d$ ad triagulum $f/h/k$ duplatam rationem habet, quam latus a/d ad latus f/k , per ipsam antecedentem decimam nonā huius sexti. Et triangulum consequenter $a/d/e$ ad triangulum $f/k/l$ duplatam itidem rationē habet, quam idem latus a/d ad ipsum latus f/k . Et sicut igitur $a/c/d$ triangulum, ad triangulum $f/h/k$: sic per eandem vndecimā quinti, triangulum $a/d/e$ ad triangulum $f/k/l$. Sicut

$a/b/c$ $f/g/h$ $a/c/d$ $f/h/k$ $a/d/e$ $f/k/l$



porrō $a/c/d$ ad $f/h/k$, sit patuit $a/b/c$ triangulum ad triangulum $f/g/h$. Et sicut igitur, per vndecimā ipsius quinti, triangulum $a/b/c$ ad triangulū $f/g/h$: sic triangulum $a/d/e$ ad triangulum $f/k/l$. Proportionalia itaque sunt ipsa nuper expressa triangula: sicut $a/b/c$ ad $f/g/h$, sic $a/c/d$ ad $f/h/k$, & $a/d/e$ ad $f/k/l$. Est igitur per duodecimā quinti, sicut vnū antecedentium ad vnum consequentiū: sic omnia antecedentia, ad omnia consequentiā. Sicut itaque triangulum $a/b/c$, ad triangulum $f/g/h$: sic $a/b/c/d/e$ polygonum, ad polygonum $f/g/h/k/l$. Sunt igitur ipsa triangula tum inuicem, tum ipsis totis polygonis

Sicut— $a/b/c$.	ad	$f/g/h$.
sic— $a/c/d$.		
&— $a/d/e$.		

proportionalia. ¶ Aio demū q̄ polygonū a/b/c/d/e, ad f/g/h/k/l, duplatam rationē habet, quam latus a/b ad similis rationis latus f/g. Oſtenſum eſt enim vt triangulū a/b/c, ad triangulum f/g/h: ſic a/b/c/d/e/polygonum, ad polygonum f/g/h/k/l. Sed triangulum a/b/c ad triangulum f/g/h duplatam rationem habet, quam a/b/latus ad ſimilis rationis latus f/g, per antecedentem decimam nonā propoſitionem huius ſexti: ſimile nanq; oſtenſum eſt a/b/c triangulum, ipſi f/g/h/triangulo. Et polygonum igitur a/b/c/d/e, ad polygonum f/g/h/k/l duplatam rationem habet, quam latus a/b ad ſimilis rationis latus f/g. Similia itaq; polygona: &c. vt in theoremate. Quod fuerat oſtendendum.

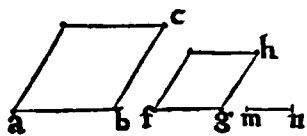
Tertia pars.

Corollarium primum.

¶ Fit itaq; generaliter manifeſtum, q̄ ſimiles quæcunq; rectilineæ figuræ, in dupla ratione ſunt adinuicem ſimilis rationis laterum: id eſt, q̄ ratio ſimilium rectilinearū figurarum, ex duplata ſimilium laterum ratione conſurgit. Id enim primò patuit in triangulis, & rectangulis, ſive quadratis: nunc autem in polygonis, & omnia polygona in trianguſa diuiſibilia ſunt.

Corollarium ſecundum.

¶ Sequitur ruruſum, quòd ſi tres rectæ lineæ fuerint proportionales: erit ſicut prima ad tertiam, ſic deſcripta ſuper primam vel à prima ſpecies rectilinei, ad ſimilē ſimilitérq; poſitam ſpeciem, quæ à ſecunda vel ſupra ſecundam conſcribitur. Oſtenſum eſt enim polygonū a/b/c/d/e, ad polygonum f/g/h/k/l duplam rationē habere, quam latus a/b ad latus f/g. & ſi ipſarum a/b/ & f/g/tertiam acceperimus proportionalem, per vndecimam huius ſexti, vtpote m/n: ipſa a/b/ad m/n/duplam itidem rationē habebit, quam eadē a/b/ad f/g, per decimam diffinitionem quinti. Et proinde ſicut a/b/ad m/n, ſic a/b/c/rectilineum ad ſimile ſimilitérque poſitum rectilineum f/g/h.

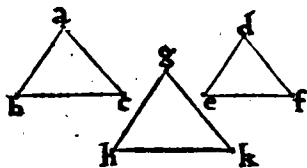


Τ Θεωρημα ις, Πρόθεσις κα.
Α ὅτι ἐν τῷ εὐθυγράμμῳ ὁμοία καὶ ἀλλήλοις ὑπὲρ ὁμοία.

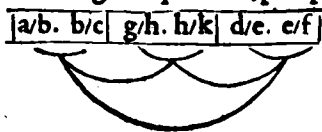
Theorema 15, Propoſitio 21.

21 Q Væ eidem rectilineo ſunt ſimilia: & adinuicem ſunt ſimilia.

ORONTIVS. ¶ Sint bina rectilinea a/b/c/ & d/e/f, eidem rectilineo g/h/k/ ſimilia. Dico a/b/c/rectilineum, ſimile fore rectilineo d/e/f. Cū enim ex hypotheſi a/b/c/ & g/h/k/ rectilinea, ſimilia ſint adinuicem: habebunt propterea angulos æquales ad vnum, & quæ circum æquales angulos ſunt latera proportionalia: per



primæ diffinitionis huius ſexti conuerſionem. Et proinde rectilinea d/e/f/ & g/h/k/, æquiangula erūt, & proportionaliū itidem laterū: cū ex ipſa hypotheſi ſimilia ſint adinuicem. Sit vterq; angulorum qui ad b/ & e, ipſi angulo qui ad h/ æqualis: & ſicut g/h/ad h/k, ſic a/b/ad b/c, & d/e/ad e/f. Et quoniam angulus qui ad b/ æqualis eſt angulo qui ad h/, & eidē angulo qui ad h/ æqualis angulus qui ad e: angulus igitur qui ad b/ angulo qui ad e, per primam communē ſententiam eſt æqualis. Inſuper quoniam eſt vt a/b/ad b/c, ſic g/h/ad h/k/ ſicut ruruſum g/h/ad h/k, ſic d/e/ad e/f. Et ſicut igitur a/b/ad b/c, ſic per vndecimam quinti, d/e/ad e/f. Proportionalia itaq; ſunt latera, quæ circū eoſdem æquales angulos qui ad b/ & e.



o.ij.

Haud dissimiliter ostendemus, reliquos angulos ipsius $a/b/c$ rectilinei, reliquis angulis ipsius $d/e/f$ fore inuicem æquales: & circum eosdem æquales angulos latera proportionalia. Simile est itaq; $a/b/c$ rectilineū, ipsi rectilineo $d/e/f$, per primam huius sexti diffinitionem. Quod oportebat demonstrare.

Θεώρημα 15, Πρόβλημα 16.

Eὰν τρία ἄλλα ἐκείνη ἀνάλογον ᾦσι, καὶ τὰ ἄλλα ἐκείνη ἐκείνη ἀνάλογον ᾦσι, καὶ τὰ ἄλλα ἐκείνη ἐκείνη ἀνάλογον ᾦσι, καὶ τὰ ἄλλα ἐκείνη ἐκείνη ἀνάλογον ᾦσι.

Theorema 16, Propositio 22.

Si quatuor rectæ lineæ proportionales fuerint: & ab eis rectilinea similia similiterque descripta, proportionalia erunt. Et si ab ipsis rectilinea similia similiterque descripta, proportionalia fuerint: ipsæ quoque rectæ lineæ proportionales erunt.

Pars prima
theorematis.

ORONTIVS. ¶ Sint quatuor rectæ lineæ discōtinuè proportionales $a/b, c/d, e/f, & g/h$: sicut quidem a/b ad c/d , sic e/f ad g/h . Et per decimamoctauam huius sexti, ab ipsis a/b & c/d , similia similiterque posita rectilinea describantur, $l/a/b$ & $m/c/d$: & per eandem decimamoctauā, ab ipsis e/f & g/h , alia quædam similia similiterque posita rectilinea, $n/e/f$ & $o/g/h$. Aio fore sicut $l/a/b$ ad $m/c/d$, sic $n/e/f$ ad $o/g/h$. Inueniatur enim ipsis a/b & c/d , tertia proportionalis p : ipsis autem e/f & g/h , tertia itidem proportionalis r , per vndecimam huius sexti. Cū sit igitur ex hypothe-

$a/b, c/d, p \quad e/f, g/h, r$



$l/a/b, m/c/d \quad a/b, p \quad e/f, r$



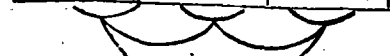
$l/a/b, m/c/d \quad e/f, r \quad n/e/f, o/g/h$



Secunda pars
conuersa primi
mæ.

$l/a/b$ ad $m/c/d$, sic $n/e/f$ ad $o/g/h$: dico versa vice, quatuor lineas rectas $a/b, c/d, e/f$ & g/h , fore proportionales, sicut a/b ad c/d , sic e/f ad g/h . Datis enim tribus rectis lineis $a/b, c/d$, & e/f : quarta inueniatur proportionalis s/t , per duodecimā huius sexti. Et per decimamoctauam eiusdem, ab eadem s/t , ipsis $n/e/f$ & $o/g/h$ simile similiterque positum rectilineum describatur $v/s/t$. Et quoniam est $l/a/b$ ad $m/c/d$, sic e/f ad s/t , & ab ipsis a/b & c/d similia similiterque posita describuntur rectilinea $l/a/b$ & $m/c/d$, ab ipsis autem e/f & s/t similia itidem similiterque posita rectilinea $n/e/f$ & $v/s/t$: est igitur per primam partem iam demonstratā huius propositionis, sicut $l/a/b$ ad $m/c/d$, sic $n/e/f$ ad $v/s/t$. Receptum est autem ex hypothesi, ut $l/a/b$ ad $m/c/d$, sic $n/e/f$ ad $o/g/h$. Et sicut igitur $n/e/f$ ad $o/g/h$: sic per vndecimam quinti, $n/e/f$ ad $v/s/t$. Eadem itaque magnitudo $n/e/f$, ad utraq; $o/g/h$ & $v/s/t$, eandem habet rationem. Aequum est igitur

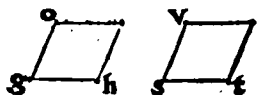
$n/e/f, o/g/h \quad l/a/b, m/c/d \quad n/e/f, v/s/t$



rectilineum $o/g/h$, ipsi $v/s/t$: per nonam quinti. Est autē & eidem simile, similiterque positum, per constructionem. Similia porro similiterque posita, & inuicem æqualia rectilinea: ab æqualibus, aut super æqualibus rectis lineis describuntur. Aequalis est igitur s/t ipsi g/h . Est autē vt $a/b/ad$ c/d , sic $e/f/ad$ s/t . ipsi porro s/t , æqualis ostensa est g/h : & eadem ad æquales, eandem habet rationem, per septimam quinti. Et sicut igitur $a/b/ad$ c/d : sic $e/f/ad$ g/h . Ergo si quatuor rectæ lineæ proportionales fuerint: & quæ sequuntur reliqua. Quod ostendendum susceperamus.

Lemma siue assumptum.

¶ Quodd autem similia, similiterque posita, & inuicem æqualia rectilinea, habeant similis rationis latera inuicem æqualia: sic demonstratur. Sint rursus æqualia, & similia, similiterque posita rectilinea, $o/g/h$ & $v/s/t$: sitq;



vt $o/g/ad$ g/h , sic $v/s/ad$ s/t . Aio quodd g/h & s/t , sunt inuicem æquales. Si nanque fuerint inæquales: altera maior erit. Esto (si possibile sit) g/h , maior s/t . Et quoniam

est vt $o/g/ad$ g/h , sic $v/s/ad$ s/t : & e contra igitur, vel à conuersa ratione, sicut $g/h/ad$ o/g , sic erit $s/t/ad$ v/s : per corollarium quartæ libri quinti. Sed prima g/h , maior est tertia s/t : & secunda itaque o/g , quarta v/s maior erit, per decimam quartam ipsius quinti. Binæ itaque o/g & g/h , duabus v/s & s/t erunt maiores: & proinde ipsum rectilineum $o/g/h$, maius rectilineo $v/s/t$. Est autē eidem æquale, per hypothesin: quæ simul impossibilia sunt. Non est igitur g/h , maior ipsa s/t . Similiter ostendetur, quodd neq; minor. Aequalis est itaq; g/h , eidem s/t . Quod fuerat ostendendum.

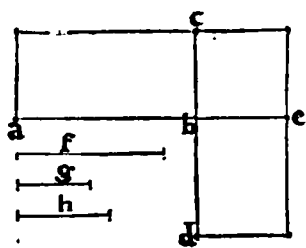
g/h	o/g	s/t	v/s
-------	-------	-------	-------

T Θιωρημα ιζ, Πρόθεσις κγ.
 Α ἰσώνια παραλληλόγραμμα, πρὸς ἀλλήλα λόγον ἔχοντὰς τὸν συγκείμενον ἐκ τῶν πλευρῶν.

Theorema 17, Propositio 23.

23 **A** Equiangula parallelogramma, ad inuicem rationem habent compositam ex lateribus.

ORONTIVS. ¶ De lateribus velim intelligas, quæ circum æquales sunt angulos. Sint igitur bina parallelogramma inuicē æquiangula, $a/b/c$ & $d/b/e$: quorum angulus qui sub $a/b/$ & b/c , angulo qui sub $d/b/$ & b/e continetur sit æqualis. Dico $a/b/c$ parallelogrammum, ad parallelogrammum $d/b/e$, rationem habere compo-



sitam ex ratione laterum $a/b/ad$ b/e , & $c/b/ad$ b/d . Constituantur enim $a/b/$ & b/e latera in directum: hoc autem fiet, cum anguli $c/b/a/$ & $c/b/e/$ duobus rectis fuerint æquales, per decimam quartam primi. tunc quoq; in directum erit $c/b/$ ipsi b/d , per eandem propositionem: nam anguli $e/b/c/$ & $e/b/d$, per primam & tertiam communem sententiam, duobus itidem rectis æquabuntur. Compleatur denique parallelogrammum $c/b/e$:

Partiū figuræ præparatio.

productis in continuum rectumque, per secundum postulatū, eorundem parallelogrammorum lateribus. Proponatur insuper recta quædam linea f : & tribus datis rectis lineis a/b , b/e , & f : quarta subsumatur proportionalis g , per duodecimam huius sexti. Erit igitur vt a/b , ad b/e : sic f , ad g . Et per eandem duodecimam propositionem, tribus datis rectis lineis c/b , b/d , & g : quarta rursus proportionalis accipiat h . Erit ergo vt c/b , ad b/d : sic g , ad h . Est autem sicut $a/b/$ ad b/e , sic $f/$ ad g . rationes itaque ipsius $f/$ ad g , & $g/$ ad h : eadem sunt ipsis rationibus $a/b/$ ad b/e , & $c/b/$ ad b/d . Ratio porro $f/$ ad h , componitur ex ratione ipsius $f/$ ad g , atque

Præcipua de
mōstrationis
resolutio.

ipſius g/ad h: veluti quinta huius ſexti præmiſſum eſt diffinitione. Et proinde ratio f/ad h, componitur ex ratione laterum $a/b/ad$ b/e , & $c/b/ad$ b/d . His præoſtēſis, quoniam $a/b/c/$ & $c/b/e/$ parallelogramma ſub eadem ſunt altitudine: ad ſe inuicem igitur ſunt vt baſes, per primiam huius ſexti. Sicut itaque a/b , ad b/e : ſic $a/b/c/$ parallelogrammum, ad parallelogrammum $c/b/e$. Sicut autem $a/b/ad$ b/e , ſic per

$f. g. | a/b.b/e | a/b.c.c/b/e$



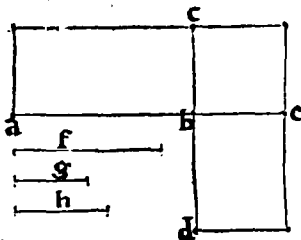
conſtructionem f/ad g. Et ſicut igitur f/ad g: ſic per vndecimam quinti, $a/b/c/$ parallelogrammum, ad $c/b/e/$ parallelogrammum. Inſuper quoniam $c/b/e/$ & $d/b/e/$ parallelogramma, in eadem ſunt altitudine: ad ſe inuicem rurfum ſunt vt baſes, per eandem primiam huius ſexti. Sicut ergo $c/b/ad$ b/d : ſic parallelogrammum $c/b/e$, ad $d/b/e/$ parallelogrammum. Sicut porro c/b , ad b/d :

$g. h. | c/b.b/d | c/b.e.d/b/e$



ſic per conſtructionem g/ad h. Et ſicut igitur g/ad h: ſic parallelogrammum $c/b/e$, ad $d/b/e/$ parallelogrammum, per ipſam vndecimam quinti. Et quoniam oſtēſum eſt, vt f/ad g, ſic $a/b/c/$ parallelogrammū, ad parallelogrammum $c/b/e$: ſicut rurfum g/ad h, ſic idem parallelogrammum $c/b/e$, ad $d/b/e/$ parallelogrammum.

$f. g. h. | a/b.c.c/b.e.d/b/e$



Et ex æqua igitur ratione, per vigefimam ſecundam eiufdem quinti, ſicut f/ad h: ſic $a/b/c/$ parallelogrammum, ad $d/b/e/$ parallelogrammū. Atqui ratio f/ad h, compoſita eſt (vti ſuprà deduximus) ex ratione laterum $a/b/ad$ b/e , & $c/b/ad$ b/d . Et parallelogrammum igitur $a/b/c/$ ad parallelogrammum $d/b/e$, rationem habet compoſitam ex ratione laterum $a/b/ad$ b/e , & $c/b/ad$ b/d . Acquiangula itaque parallelogramma, rationem habent compoſitam ex lateribus, angulos inuicem æquales continentibus. Quod demonſtrandum fuerat.

Π *Θεώρημα ιη, Πρόβλημα κδ.*
Αντὸς παραλληλογράμμου, τὰ πρὸς τῇ διμέτρει παραλληλόγραμμα, ὁμοία ἔσιν ὅτε τε ὅλα καὶ ἀμείνους.

Theorema 18, Propositio 24.

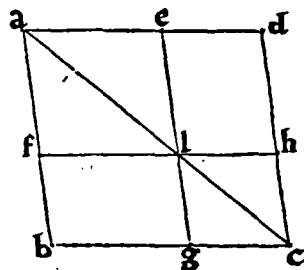
OMnis parallelogrammi, quæ circa dimetiētem parallelogrā 24
ma: ſimilia ſunt toti, & adinuicem.

O R O N T I V S. ¶ Eſto datum parallelogrammum $a/b/c/d$, cuius dimetiens ſit a/c , & circa ipſum dimetientem parallelogramma, $e/f/$ & g/h . Aio ipſa $e/f/$ & $g/h/$ parallelogramma, toti parallelogrammo $a/b/c/d$, atque inuicem fore ſimilia. Trianguli enim $a/b/c$, ad latus $b/c/$ acta eſt parallela f/l : ſecat igitur $f/l/$ ipſius trianguli latera proportionaliter, per ſecundam huius ſexti, ſicut $b/f/ad$ f/a , ſic $c/l/ad$ l/a . Trianguli rurfum $a/d/c$, ad latus $d/c/$ acta eſt parallela e/l : ſecat igitur $e/l/$ ipſius trianguli latera proportionaliter, per eandem ſecundā huius ſexti, ſicut $c/l/ad$ l/a , ſic $d/e/ad$ e/a . Sicut porro $c/l/ad$ l/a , ſic oſtēſum eſt $b/f/ad$ f/a . Et ſicut igitur $b/f/ad$ f/a , ſic per

$b/f.f/a | c/l.l/a | d/e.e/a$



vndecimā quinti, $d/e/ad$ e/a . Si autem diuiſæ magnitudines, proportionales fuerint: compoſitæ quoq; proportionales erūt, per decimam oſtauam quinti. Et ſicut igitur $b/a/ad$ a/f , ſic $d/a/ad$ a/e . Et permutatim rurfum, per



Quodd e, f , parallelogrammū ſimile ſit toti a, b, c, d .

b/a.	a/f.	d/a.	a/e.
------	------	------	------



decimam sextam eiusdem quinti, sicut b/a ad a/d , sic f/a ad a/e . Proportionalia itaque sunt latera, quæ circum angulum qui ad a utriusque parallelogrammo communem.

Insuper, quoniam parallela est f/l ipsi b/c : æqualis est angulus $a/f/l$, ipsi angulo $a/b/c$ necnō & $a/l/f$, ipsi $a/c/b$, per vigesimam nonam primi. Angulus porro qui sub $f/a/l$ aut $b/a/c$, utriusque triangulo $a/b/c$ & $a/f/l$ communis est. Aequiangulū est itaque triangulū $a/f/l$, triāgulo $a/b/c$. Haud dissimiliter triāgulum $a/e/l$, triāgulo $a/d/c$ ostendetur æquiangulū: & angulus $a/e/l$ angulo $a/d/c$ æqualis, atque $a/l/e$ ipsi angulo $a/c/d$. Si autem æquales anguli, æqualibus cōponantur angulis: confurgent per secundam cōmunem sententiā, æquales anguli. Aequus est igitur angulus $f/l/e$, ipsi $b/c/d$: & totum proinde parallelogrammum e/f , toti $a/b/c/d$ æquiangulum. Rursum quoniam $a/f/l$ & $a/b/c$ triāgula, similiter & $a/e/l$ atque $a/d/c$, sunt inuicem æquiangula: proportionalia itaque sunt latera, quæ circū æquales angulos, per quartam huius sexti. Sicut igitur a/b ad b/c , sic a/f ad f/l : sicutque b/c ad c/a , sic f/l ad l/a . Sicut rursum a/c ad c/d , sic a/l ad l/e : sicut denique c/d ad d/a , sic l/e ad e/a . Et quoniam ostensum est, ut b/c ad c/a , sic f/l ad l/a : sicut præterea a/c ad c/d , sic a/l ad l/e . Et ex æqua igitur ratione, per vigesimam secundam quinti, sicut b/c ad c/d , sic f/l ad l/e .

a/b/	b/c/	c/a/	c/d/	d/a/	a/f/	f/l/	l/a/	l/e/	e/a/
------	------	------	------	------	------	------	------	------	------

Aequiangulorum itaque parallelogrammorum $a/b/c/d$ & e/f , proportionalia sunt latera quæ circum æquales angulos. Simile est igitur e/f parallelogrammum, ipsi $a/b/c/d$ parallelogrammo: per primam huius sexti diffinitionem. Haud dissimiliter, g/h parallelogrammum, ipsi $a/b/c/d$ parallelogrammo simile fore conuincetur: eundem qui prius, versus angulum c , & ipsum g/h parallelogrammum respondentem iterando discursum. Et proinde utrunque ipsorum e/f & g/h parallelogrammorum, simile est eidem $a/b/c/d$ parallelogrammo. Omne autem parallelogrammum, rectilineum est: & quæ eidem rectilineo sunt similia, & adinuicem similia sunt, per vigesimam primam huius sexti. Simile est igitur e/f parallelogrammum, ipsi g/h parallelogrammo. Omnis itaque parallelogrammi, quæ circa dimetientē parallelogramma, similia sunt toti, & adinuicem. Quod oportuit ostendisse.

Quod g, h , parallelogrammū eidē a, b, c, d , sit simile.

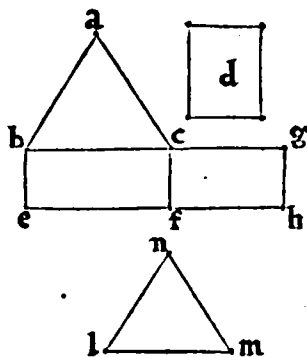
Quod e, f , & g, h , similia sint adinuicē.

Tὁ δὲ ὁμοῖον ἐκδοθέντα ὁμοῖον, καὶ ἄλλο ὅμοῖον ἴσον, ὅτι ἀντὶ συνίστασθαι.

Problemata 7, Propositio 25.

25 **D**ato rectilineo simile, & alij dato æquale, idem constituere.

O R O N T I V S. ¶ Sint bina rectilinea, $a/b/c$ inquam & d : sitq; receptum, ipsi

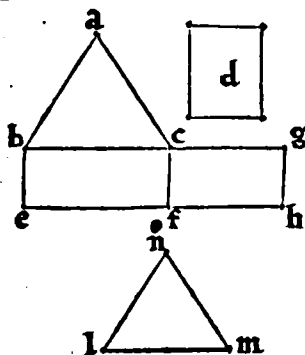


dato $a/b/c$ rectilineo simile, ipsi verò d æquale, idem rectilineum cōstituere. Ad datam itaque rectam lineam b/c , & in dato angulo qui sub $e/b/c$, dato rectilineo $a/b/c$, æquale construatut parallelogrammum b/f : similiter & ad rectam lineam f/c , atque in dato angulo qui sub $f/c/g$ ei qui sub $e/b/c$ æquali, dato rectilineo d , æquale rursum parallelogrammum constituatur c/h , per quadagesimā quartam, & quadagesimam quintam primi, utroque rectilineo (si expediat) in triāgula distributo. Et quoniam angulus $f/c/g$, æquus est angulo $e/b/c$, per cōstructionem, utriusque autem communis $b/c/f$: anguli propterea $b/c/f$, o.iiij.

Partium figuræ præmittenda descriptio.

& $f/c/g$ duobus angulis $e/b/c$ & $c/b/f$, sunt per secundam communem sententiam æquales. sed anguli $e/b/c$ & $b/c/f$, sunt æquales duobus rectis, per vigesimam nonam ipsius primi. Et duo igitur anguli $b/c/f$ & $f/c/g$, binis itidem rectis sunt æquales. In directum est igitur b/c , ipsi c/g , per decimam quartam eiusdem primi: & e/f consequenter ipsi f/h . Binis insuper datis rectis lineis b/c & c/g , media proportionalis

Demonstratio
ua problematis
resolutio.



inueniatur l/m , per decimam tertiam huius sexti. Et per decimam octauam eiusdem sexti, super data recta linea l/m , dato rectilineo $a/b/c$, simile similiterque positum rectilineum describatur, $n/l/m$. Aio rectilineum $n/l/m$, æquum fore ipsi d . Cum enim tres lineæ rectæ b/c , l/m , & c/g , sint per constructionem cōtinuè proportionales: erit per secundum corollarium vigesimæ huius sexti, sicut prima ad tertiam, sic species rectilinei quæ à prima, ad similem similiterque positam speciem quæ à secunda. Sicut igitur b/c , ad c/g : sic $a/b/c$ rectilineum, ad rectilineum $n/l/m$. Sicut porro b/c , ad c/g : sic b/f parallelogrammum, ad parallelogrammum c/h , per primam huius sexti: sunt enim in eadem altitudine c/f . Ergo sicut $a/b/c$ rectilineum, ad rectilineum $n/l/m$: sic per vndecimam quinti, b/f parallelogrammum, ad parallelogrammum c/h . Sed rectilineum $a/b/c$, æquum est per constructionem ipsi b/f parallelogrammo: & rectilineum igitur $n/l/m$, ipsi parallelogrammo c/h per decimam quartam quinti est æquale. Eidem rursus parallelogrammo c/h , æquum est d rectilineum, per constructionem: & $n/l/m$ itaque rectilineum, ipsi d rectilineo, per primam communem sententiam est æquale. Constructum est autem & ipsi $a/b/c$ simile. Idem itaque rectilineum $n/l/m$, ipsi dato rectilineo $a/b/c$ simile, & alij dato scilicet d æquale constitutum est. Quod efficere oportebat.

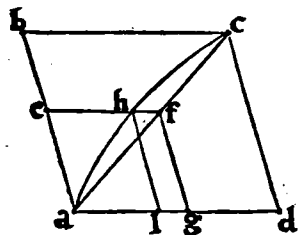
αὐτὸν μαθητὴν, ὁ δὲ μαθητὴς κς.
Εἰ ἀπὸ παραλληλογράμμου παραλληλόγραμμοι ἀφαιρεθῶσι ὁμοίῳ τε ᾧ δὲ δλφ καὶ ὁμοίῳ
καὶ μὴ ὁμοίῳ, κοινὴν γωνίαν ἔχοντες, τότε τὸν ἀντὶν ὁμοίῳ ὅστις ᾧ δλφ.

Theorema 19, Propositio 26.

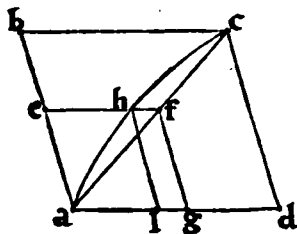
SI à parallelogrammo parallelogrammum auferatur, & simile 26
toti & similiter positum, communem angulum habens ei: circum eundem dimetientem est toti.

ORONTIVS. ¶ Esto datum parallelogrammum $a/b/c/d$: à quo simile similiterque positum, & communem illi habens angulum qui ad a , auferatur distinguaturve parallelogrammum $a/e/f/g$. Dico ipsa $a/b/c/d$ & $a/e/f/g$ parallelogramma, circa eundem fore dimetientem a/f : hoc est dimetientem a/f totius parallelogrammi $a/b/c/d$, transire per angulum qui ad f , & vtrique parallelogrammo fore communem. Si enim a/c non transierit per f : transeat (si possibile sit) ut $a/h/c$. secabit igitur $a/h/c$, aut e/f , aut f/g latus ipsius $a/e/f/g$ parallelogrammi. Secet ipsum latus e/f , in puncto h . & per punctum h , vtrique ipsarum a/e & f/g parallela ducatur h/l , per trigesimalprimam primi. Erit itaque e/l parallelogrammum, & circa eundem dimetientem cum ipso $a/b/c/d$ parallelogrammo. Simile erit igitur e/l parallelogrammum, ipsi $a/b/c/d$

Offensio theore-
matis ab is
possibili.



parallelogrammo, per vigesimam quartam huius sexti. Eidem porrò $a/b/c/d$ parallelogrammo, simile est per hypothesin, ipsum $e/f/g/$ parallelogrammum. Quæ autem eidem rectilineo similia, & adinuicem similia sunt, per vigesimam primam huius sexti. Simile erit itaque $e/l/$ parallelogrammum, ipsi $e/f/g/$ parallelogrammo. Similia porrò parallelogramma sunt, quæ angulos æquales habent ad vnum, & quæ



circa angulos æquales latera proportionalia, per primæ definitionis huius sexti conuersionē. Et sicut igitur $e/a/$ ad $a/g/$, sic $e/a/$ ad $e/l/$. Ad quas autē eadem, eandē habet rationem, ipsæ sunt æquales, per nonam quinti. Aequalis foret igitur $a/g/$, ipsi $a/l/$, totum suæ parti: quod per nonam communē sententiam est impossibile. Idem etiam subsequetur incōueniens, vbi posueris eundē $a/c/$ dimetiēte secare latus $f/g/$. Transit igitur $a/c/$ totius $a/b/c/d/$

parallelogrammi dimetiens, per angulum atq; punctū f : & proinde ipsum $a/e/f/g/$ parallelogrammum, circum eundem dimetiētem est toti $a/b/c/d/$ parallelogrammo. Igitur si à parallelogrammo parallelogrammum auferatur: &c. vt in theoremate. Quod demonstrare fuerat operæpretium.

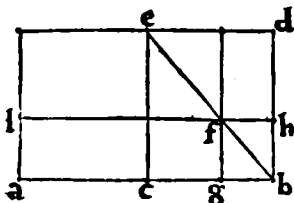
Θεώρημα κ, Πρόβλημα κξ.

Πάντων τῶν παρὰ τῇ αὐτῇ ἐνθεῶν παραβληθῶντων παραλληλογράμων, καὶ ἐκαστῶν τῶν ἐκείνῃ παραλληλογράμοις ὁμοίοις τε ὁμοίως καὶ μέγεθος ἔσθ' ἀπὸ τοῦ ἡμιστάσεως ἀναγκαστικῶς: μέγιστον ὅστις, ἀπὸ τῆς ἡμιστάσεως παραβληθῶντων παραλληλογράμων, ὁμοιοὶ δὲ ἔσθ' ἐκαστὸν.

Theorema 20, Propositio 27.

27 **O**Mnium parallelogrammorum circum eandem rectam lineam projectorum, deficientiūmq; specie parallelogrammis similibus similiterque positis ei quod à dimidia descriptum est: maximum est quod à dimidia proiectum parallelogrammum, simile existens sumpto.

ORONTIVS. ¶ Deficere specie dicitur parallelogrammum, dato parallelogrammo: quando vtrunque parallelogrammum super eadem recta lineam consistēs, alterum deest alteri; ad complendum similis speciei parallelogrammum super totam datam rectam lineam coextēsū. Vel dum cōparatum parallelogrammum, reliquo/deficit ab ipso similis speciei parallelogrammo, super totam ipsam rectam lineam constituto. Sit igitur data recta linea a/b , secta bifariam in c , per decimam primi: describatūque à dimidia c/b , contingens parallelogrammum c/d . Iuxta verò datam rectam lineam a/b , gemina comparentur parallelogramma. alterum proiectum à reliqua dimidia a/c , vtpote a/e , simile similiterq; descriptū existens sumpto c/d , & deficiēs specie ipso c/d à toto $a/d/$ parallelogrammo: alterum autem a/f , super $a/g/$ comparatum maiore dimidia ipsius a/b , & proinde subingrediens ipsum parallelogrammum c/d , deficiēsque specie parallelogrammo g/h , simili similiterque posito ipsi $c/d/$ quod à dimidia c/b descriptum est, ad complendum ipsum $a/h/$ parallelogrammum. Dico quod $a/e/$ parallelogrammum, maius est $e/f/$ parallelogrammo. Cū enim ex hypothesi $g/h/$ parallelogrammum, simile sit ipsi parallelogrammo c/d : circum igitur eundem sunt dimetiētem $e/f/b$, per vigesimam sextam huius sexti. Producatū ergo $g/f/$ in rectum & continuum

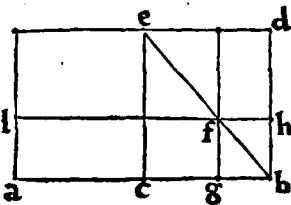


Quomodo parallelogrammū deficiat specie dato parallelogrammo.

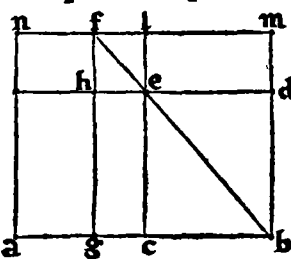
Prima theorematidis differentia.

Demonstratio.

usque ad latus e/d , per secundum postulatam. Parallelogrammi igitur c/d , eorum quæ circa dimetientem sunt parallelogrammorum supplementa c/f & f/d , sunt per quadragesimam tertiam primi adinuicem æqualia. Addatur utrique commune g/h . totum ergo c/h , toti g/d , per secundam communem sententiā est æquale. Eidem porro c/h , æquum est c/l , per trigessimam sextam primi: sunt enim in basibus æqualibus a/c & c/b , in eisdemque parallelis a/b & l/h . Et g/d itaque, ipsi c/l per primam communem sententiā æquum est. Commune rursum addatur c/f . totus igitur gnomon $c/b/d$, totius a/f parallelogrammo est æquale. Sed totum parallelogrammum c/d , maius est per nonam communem sententiā, ipso gnomone $c/b/d$: & proinde ipso a/f maius. Acquum est porro a/e parallelogrammum, ipsi c/d parallelogrammo, per eandem trigessimam sextam primi: in basibus enim



sunt æqualibus a/c & c/b , atque in eisdem parallelis a/b & e/d . Quæ autē sunt æqualia, eiusdem sunt æquē maiora: per sextæ communis sententiæ cōuersionem. Maius est itaque parallelogrammum a/e , ipso a/f parallelogrammo. ¶ Sed esto a/f parallelogrammum, proiectum super a/g , minore dimidia ipsius a/b lineæ datæ, & egrediens ipsum a/e parallelogrammum: deficiens rursum specie ipso f/b parallelogrammo, simili similiterque posito ipsi c/d , quod à dimidia



c/b descriptum est, ad complendum totum a/m parallelogrammum. Aio quod & a/e parallelogrammum, maius est ipso a/f parallelogrammo. Cum enim ex hypothesi c/d & f/b parallelogramma, similia sint: circum eundem propterea dimetientē $f/e/b$, per vigessimam sextam huius sexti constituentur. Compleantur itaque, per trigessimam primam primi, & secundum postulatam, h/l & a/m parallelogramma: ut in ipsa continetur figura. Et quoniam parallelogramma sunt a/l & c/m : sunt igitur per trigessimam quartā primi, n/l & l/m ipsis a/c & c/b quæ ex opposito, atque inuicem æquales. Et proinde n/e parallelogrammum, ipsi e/m parallelogrammo, per trigessimā sextam primi æquale. Eidem porro e/m , æquū est e/g , per quadragesimam tertiam ipsius primi. Et n/e itaque ipsi e/g , per primam communem sententiā est æquale. Subducto igitur h/l : reliquum e/g , reliquo n/h maius est. Si autem inæqualibus e/g & n/h æqualia vel idem commune a/h apponatur: omnia, per quartam communem sententiā, erunt inæqualia. consurget igitur a/e parallelogrammum, maius ipso a/f parallelogrammo. Omnium itaque parallelogrammorum iuxta eandem lineam consistentium, & deficientium specie: & quæ sequuntur reliqua. Quod ostendendum receperamus.

Πρόβλημα η, Πρόθεσις κη.

Πᾶσα τὴν δοθεῖσαν ἐνθεῖσαν ὅςθι δοθέντι ἐνθυγράμμῳ ἴσον παραλληλόγραμμον παραβαλῆναι, ἐλλείπον ἢ πλεονέκων παραλληλόγραμμοι, ὁμοίω ὄντι ὅςθι δοθέντι. Δεῖ δὴ τὸ διδόμενον ἐνθυγράμμον, ὅςθι ἴσον παραβαλῆναι, μὴ μᾶλλον εἶναι τὸ ἀπὸ τῆς ἡμιστάσεως παραβαλλομένης, ὁμοίω ὄντων τῶν ἐλλειμμάτων, ἢ τὴν ἀπὸ τῆς ἡμιστάσεως, καὶ ὅςθι ὁμοίω ἐλλείπον.

Problema 8, Propositio 28.

AD datam rectam lineam, dato rectilineo æquale parallelo- 28
grammum comparare, deficiens specie parallelogrammo simili dato. Oportet iam datum rectilineum, cui expedit æquum comparare, nō maius esse eo quod à dimidia comparatū, similibus

existentibus sumptis, & eius quod à dimidia, & cui expedit simile deficere.

O R O N T I V S. ¶ Ostensum est enim antecedenti vigesima septima propositione, omnium parallelogrammorum iuxta eandem rectam lineam comparatorum, deficientiumq; specie similibus similiterque positis parallelogrammis ei quod à dimidia describitur: maximum esse quod à dimidia comparatum parallelogrammū, simile existens sumpto. Oportet itaque datum rectilineum, cui ad datam rectam lineam æquale comparandum est parallelogrammum: nō maius esse eo quod à dimidia ipsius datæ rectæ lineæ comparatur, similibus similiterque positis existentibus vtriusq; comparati parallelogrammi defectionibus (ad complenda similis speciei parallelogramma super totam datam rectam lineam coextensa) eius inquam quod à dimidia, & eius cui simile similiterq; positū eidem quod à dimidia defuturū est parallelogrammum. ¶ Sit ergo data recta linea, a/b : datum verò rectilineum, cui oportet ad datam rectam lineā a/b æquum parallelogrammū comparare, esto c , non existens maius eo quod à dimidia comparatur, similibus existentibus vtriusque defectionibus. Ipsum autem parallelogrammum, cui expedit simile deficere,

Notandum:

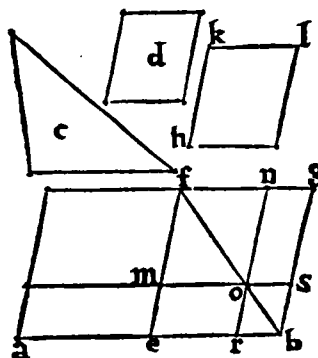
**Interpretatio
problematis.**

**Prima offensio-
sionis differē-
tia.**

**Differētia sc
cunda, & ab
soluta partiū
figurę compo
sitio.**

ipsa $e/f/g$ & m/n parallelogramma, per vigesimam sextam eiusdem sexti. Et proinde parallelogrammum r/s , ipsi m/n , atq; toti $e/f/g$ simile est, per vigesimam quartam huius sexti atq; demum ipsi d simile, per ipsam vigesimam primam eiusdem sexti.

Precipua demonstratio-
nis
resolutio.



His ita præmissis, quoniam $e/f/g$ parallelogrammum, ipsis c & h/l est æquale, & ipsum h/l æquale ipsi m/n : reliquus proinde gnomon $m/b/n$, rectilineo c , per tertiā communē sententiam est æqualis. Rursum quoniam e/o supplementum, æquum est o/g supplemento, per quadagesimam tertiam primi: addatur utriq; commune r/s . totum igitur e/s , toti r/g : per secundam communem sententiam est æquale. Sed eidem e/s , æquum est a/m , per trigesimam sextam primi: sunt enim a/m & e/s , in basibus æqualibus, ac in eisdem parallelis. Et a/m , igitur ipsi r/g , per primam communem sententiam æquū est. Adponatur rursum utriq; commune e/o : totum igitur a/o , ipsi $e/o/g$ aut $m/b/n$ gnomoni, per eandem secundam communem sententiam est æquale. Eidem porro gnomoni $m/b/n$, æquū est rectilineum c & quæ eidem æqualia, adinuicē sunt æqualia, per primam communē sententiam. Aequū est igitur a/o parallelogrammum, ipsi rectilineo c deficitq; specie (ad complendum a/s parallelogrammum) ipso r/s parallelogrammo, quod simile est ipsi d . Ad datam itaque rectam lineam a/b , dato rectilineo c , æquum parallelogrammum comparauimus a/o , deficiens specie parallelogrammo r/s , dato parallelogrammo d simili. Quod oportebat facere.

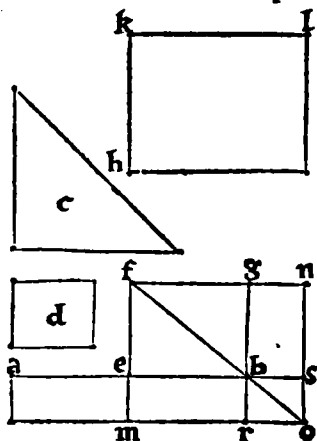
Π $\text{Πρόβλημα } \theta, \text{ Πρόθεσις } \kappa\theta.$
 $\text{Αὐτὰ τὴν διὸρθῶσαν ἐνθεῖσαν ὥς διὸθέντι ἐνθυγράμμῳ ἴσῃ πρὸς ἀλλήλοισιν ἡ ἀββαλῆ, ὡς ὁρθῶσιν ἑῶν πρὸς ἀλλήλοισιν ὁμοίῳ ὥς διὸθέντι.}$

Problema 9, Propositio 29.

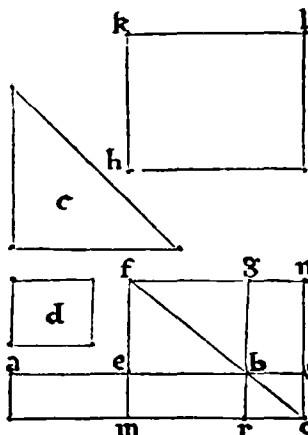
AD datā rectam lineā, dato rectilineo, æquale parallelogrammū prætere, excedens specie parallelogrammo simili dato. 29

ORONTIVS. ¶ Sit rursum data recta linea a/b , datum verò rectilineum c , datum insuper parallelogrammum d . Operæpretium itaque sit, ad datam rectam lineam a/b , dato rectilineo c , æquum parallelogrammum comparare, excedens similis speciei parallelogrammum super totam a/b comparatum, parallelogrammo ipsi d simili. Secetur itaque primum a/b recta bifariam, in puncto e , per decimam primi. & à data recta linea a/b , dato rectilineo d , simile similiterque positum rectilineum (& proinde parallelogrammum) describatur $e/f/g/b$: per decimam octavam huius sexti. Vtrisque præterea & e/g parallelogrammo & c rectilineo æquale, ipsi autem d simile similiterq; positum, idem constituatur $h/k/l$: per vigesimam quintam ipsius sexti. Vtrunq; igitur e/g & h/l , ipsi d simile est: & proinde e/g & h/l similia adinuicem, per vigesimam primā eiusdem sexti. Similia verò rectilinea, habent angulos æquales ad vnum, & quæ circum æquales angulos latera proportionalia: per primæ diffinitionis huius sexti conuersionem. Esto igitur angulus qui ad k , æqualis angulo qui ad f : & sicut e/f ad f/g , sic h/k ad k/l . Et quoniam h/l , utriq; simul & e/g parallelogrammo, & ipsi c rectilineo est æquale, per constructionē: maius est igitur h/l , ipso e/g parallelogrammo. & latus propterea

Præparatio si-
gure, ipsius or-
thosis præ-
ambula.



h/k ipso e/f maius: necnon & k/l maius ipso f/g . Producantur itaque in rectum & continuum, f/e & f/g versus m & n , per secundum postulatū: secetūque ipsi h/k æqualis f/m , ipsi autem k/l æqualis f/n , per tertiā primi. Compleatur deinde m/n parallelogrammum, per trigesimalā primā ipsius primi, vñā cum r/s , atq; cæteris quæ in figura sunt parallelogrammis. Parallelogrammum itaq; m/n , æquum est & simile ipsi h/l . sed eidem h/l simile ostensum est e/g : simile est igitur m/n , ipsi e/g , per vigesimalā primā huius sexti. & proinde ipsa e/g & m/n parallelogramma, circa eundem dimetientē $f/b/o$, per vigesimalā sextam ipsius sexti sunt constituta. Rursum quoniam e/g & r/s parallelogramma, circa eundem sunt dimetientem $f/b/o$: simile est propterea, per vigesimalā quartam eiusdem sexti, r/s parallelogrammū,



ipsi e/g , atq; toti m/n , & proinde ipsi d parallelogrammo. His ita præmissis, quoniā m/n , æquum est ipsi h/l , & ipsum h/l vtriusq; & e/g parallelogrammo & c rectilineo æquale: & m/n igitur, eidē e/g parallelogrammo & c rectilineo est æquale. quæ enim inuicē æqualia, eidē æqualia sunt: per primā cōmunis sententiæ conuersionē. Subducto igitur cōmuni e/g : reliquum c rectilineū, reliquo gnomoni $e/o/g$, per tertiā communē sententiā, est æquale. Et quoniam g/s supplementum, ipsi e/r supplemento, per quadragesimalā tertiam primi est æquale: & eidē e/r , æquum est a/m , per trigesimalā sextam eiusdem primi, nempe in æquali basi, ac in eidem parallelis constituto. Et a/m igitur ipsi g/s , per primā communē sententiā æquum est. Commune adponatur e/o : consurget itaq; a/o parallelogrammum, ipsi $e/o/g$ gnomoni, per secundā communē sententiā, æquale. Sed eidem gnomoni $e/o/g$, æquū est rectilineū c : & quæ eidem æqualia, adinuicem sunt æqualia, per primā communem sententiā. Et a/o igitur parallelogrammū, æquum est ipsi dato rectilineo c : exceditq; similis speciei parallelogrammum a/r super totam rectam a/b comparatum, ipso parallelogrammo r/s , quod ipsi d simile ostensum est. Ad datam igitur rectam lineam a/b , dato rectilineo c , æquale comparatum est parallelogrammum a/o , excedēs similis speciei parallelogrammum a/r super totam a/b comparatum, parallelogrammo r/s , simili dato parallelogrammo d . Quod faciendum receperamus.

Discursus principalis demonstrationis.

T $\Gamma\epsilon\acute{o}\beta\lambda\eta\mu\alpha$ ι , $\Gamma\epsilon\acute{o}\theta\iota\sigma\iota\varsigma$ λ .
 $H\eta\ \pi\theta\epsilon\alpha\sigma\alpha\ \iota\upsilon\theta\epsilon\alpha\mu\ \pi\epsilon\ \pi\theta\epsilon\alpha\sigma\acute{\alpha}\mu\acute{\epsilon}\nu\iota\omega$, $\acute{\alpha}\mu\epsilon\sigma\theta\ \kappa\alpha\iota\ \mu\acute{\epsilon}\theta\epsilon\ \lambda\acute{o}\gamma\omicron\upsilon\ \tau\epsilon\ \mu\acute{\epsilon}\theta\epsilon$.
 Problema 10, Propositio 30.

30 **D** Atam rectam lineam terminatam, per extremam ac mediā rationem dispescere.

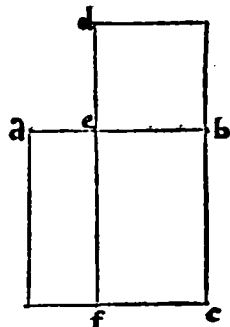
O R O N T I V S. ¶ Recta linea per extremam & mediam rationem secari dicitur: quādo sic dispescitur, vt tota ad vnum segmentorum eandem habeat rationem, quam idem segmentum ad reliquum. Esto igitur data recta linea terminata a/b , quam oporteat per extremam & mediam dispescere rationem. Secetur itaque a/b recta in puncto c , per vndecimā secundā: vt quod sub tota a/b & altero segmento a/c comprehenditur rectangulum, æquum sit ei quod à c/b reliquo segmento fit quadrato. Propositis itaque tribus rectis lineis a/b , b/c & c/a , quod sub extremis a/b & c/a continetur rectangulum, æquum erit ei quod à media b/c fit quadrato. Ipsæ igitur tres rectæ lineæ proportionales erunt, per decimā septimā huius sexti, sicut a/b ad b/c , sic b/c ad c/a .

Problematis interpretatio

Executio demonstratiua problematis.

Idem alia ra-
tione demon-
strare.

Data ergo recta linea a/b , per extremam & mediam rationem secatur in c , & illius segmentum maius est b/c . ¶ Aut si velis describatur ex a/b recta linea data, quadratum $a/b/c$, per quadragesimam sextam primi. Et ad datam rectam lineam b/c , dato quadrato $a/b/c$, æquum parallelogrammum comparatur c/d , excedens similis speciei parallelogrammum c/e super totam b/c comparatum, ipso d/b parallelogrammo simili $a/b/c$ dato: per antecedentem vigesimam nonam propositionem. Et quoniam simile est $a/b/c$, ipsi d/b , & quadratum est $a/b/c$ & d/b igitur est quadratum. Rursum quoniam c/d parallelogrammum, æquum est quadrato $a/b/c$ & vtrique commune c/e ablato itaque c/e , reliquum a/f reliquo d/b , per tertiam communem



sententiam est æquale. & qui circa e sunt anguli, æquales sunt adinuicem, per decimam quintam primi, vel quartum postulatum. Aequalium porrò & vnum vni æqualem habentium angulum parallelogrammorum, reciproca sunt latera quæ circum æquales angulos: per decimam quartam huius sexti. Et sicut igitur e/f ad e/d , sic b/e ad e/a . Sed b/e æqualis est e/d , & a/b ipsi b/c , per quadrati diffinitionem: eidem rursum b/c , æqualis est e/f , per trigessimam quartam primi. Et e/f igitur, ipsi a/b , per primam communem sententiam est æqualis. Aequales autem ad

eandem, eandem habent rationem, & eadem ad æquales: per septimam quinti. Et sicut igitur a/b ad b/e , sic b/e ad e/a . Data igitur recta linea a/b , per extremam & mediam rationem, in puncto e dispescitur. Quod oportuit fecisse.

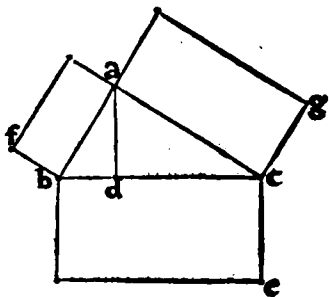
Θεώρημα κα, Πρόβλημα λα.

ΕΝ τοῖς ὀρθογωνίοις τριγώνοις, τὸ ἀπὸ τῆς πλὴν ὀρθῆς γωνίας ἑκαστοῦ τῶν δύο ὀρθῶν ἰσὺν ἔστι τοῖς ἀπὸ τῶν πλὴν ὀρθῆς γωνίας πρὸς τοὺς ὀρθῶν ἰσὺς, τοῖς ὁμοίοις τε καὶ ὁμοίως ἀντιστοιχομένοις.

Theorema 21, Propositio 31.

IN rectangulis triangulis, quæ ab rectum angulum subtendens 31
te latere species: æqualis est eis, quæ ab rectū angulum comprehendentibus lateribus speciebus similibus, similiterque descriptis.

Interpretatio
theorematis
cū partiū figu-
ræ descriptio-
ne.



ORONTIVS. ¶ Quod de quadratis superficiebus, proposuit quadragesima-septima primi: hic de quibuscunq; rectilineorum speciebus, proponit Euclides. Est

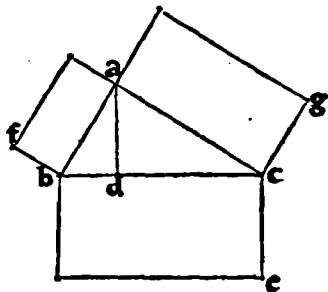
igitur datum rectangulum triangulum $a/b/c$, rectū habens angulum qui ad a . Dico quod species rectilinei, quæ describitur ex b/c rectum angulum subtendente: æqualis est ambabus similibus similiterque descriptis speciebus, ab ipsis a/b & a/c rectum angulum continentibus.

A dato enim puncto a , super datam rectam lineam b/c , perpendicularis deducatur a/d , per duodecimam primi: quæ per octauam huius sexti, cadet intra datum $a/b/c$ triangulum, ipsumque in bina diuidet triagula $a/b/d$ & $a/d/c$, toti $a/b/c$ atque adinuicem similia. Describatur in-

super ex b/c , contingens, & cuiuscunque libuerit speciei rectilineum b/e : & à datis rectis lineis a/b & a/c , dato rectilineo b/e , similia similiterque posita rectilinea describantur a/f & a/g , per decimam octauam ipsius sexti. Et quoniam simile est $a/b/c$ triangulum ipsi $a/b/d$ triangulo, & qui ad b angulus vtrique communis: est igitur

Demōstratio
ipsius theore-
matis.

vt c/b ad b/a , sic a/b ad b/d . sunt itaq; b/c & a/b , similis rationis latera. Similia porro triangu-
la, adinuicem in dupla ratione sunt similis rationis laterum, per decima-
nonam eiusdem sexti. Triangulum igitur $a/b/c$, ad triangulum $a/b/d$, duplam rationē
habet quam b/c latus ad latus a/b . Rursum quoniam b/c rectilineū, simile est ipsi
 a/f similes autē rectilineę figurę, in dupla ratione sunt adinuicē similis rationis la-
terū, per primū corollariū vigesimę huius sexti. Et b/c itaq; rectilineū, duplā ratio-
nē habet quam latus b/c ad similis rationis latus a/b . Ostensum est autē, qd & trian-
gulum $a/b/c$ ad triangulum $a/b/d$, duplam itidem rationem habet quam latus b/c
ad latus a/b . Et sicut igitur $a/b/c$ triangulū ad triangulum $a/b/d$, sic per vndecimam
quinti, b/c rectilineum ad rectilineum a/f , & à conuerſa insuper ratione, sicut $a/b/d$
triangulum ad triangulum $a/b/c$, sic a/f rectilineum ad
rectilineum b/c , per quartę ipsius quinti corollarium.



Haud dissimiliter ostendemus triangulum $a/b/c$ ad
triangulum $a/d/c$, atq; b/e rectilineum ad rectilineum
 a/g , duplicem itidem habere rationem, quam latus b/c
ad similis rationis latus a/c . Et proinde fore sicut $a/b/c$
triangulum ad triangulum $a/d/c$, sic b/e rectilineū ad
rectilineū a/g . Et e contra rursum, sicut triangulū $a/d/c$,
ad triangulum $a/b/c$, sic a/g rectilineū ad rectilineū b/e .

Patuit autem, quod sicut $a/b/d$ triangulum ad triangu-
lum $a/b/c$, sic a/f rectilineum ad rectilineum b/e . Primum igitur $a/b/d$, ad secundum
 $a/b/c$ eandem habet rationē, & tertium a/f ad quartum b/e : habet rursum & quin-
tum $a/d/c$ ad secundum $a/b/c$ eandem rationem, & sextum a/g ad ipsum quartum
 b/e . Et composita igitur primum & quintū $a/b/d$ & $a/d/c$, ad secundum $a/b/c$ ean-
dem habebunt rationem, & tertium a/f cum sexto a/g ad ipsum quartum b/e : per
vigessimā quartā ipsius quinti. Sed $a/b/d$ & $a/d/c$ triangu-
la, æqualia sunt ipsi $a/b/c$ triangu-
lo, tanquā partes ipsum totum $a/b/c$ triangulum integrantes: & ipsa igitur
 a/f & a/g rectilinea, ipsi b/e rectilineo sunt æqualia. Aequum est ergo rectilineum
quod ex b/e , eis quę ex a/b & a/c similibus similiterq; descriptis. Idem etiā ostē-
dere licebit, ex secundo corollario eiusdem vigesimę huius sexti: coassumptis pro-
pter similitudinem triangulorum $a/b/c$, $a/b/d$, & $a/d/c$, tribus rectis lineis b/c , a/b &
 b/d proportionalibus, & alijs tribus itidem proportionalibus, b/c , a/c , & c/d . Erit
enim per idem corollarium, sicut b/c ad b/d , sic b/e ad a/f : sicutque eadem b/c ad
 c/d , sic b/e ad a/g . Hinc ipsarum trium linearum b/c , b/d , & d/c , quemadmodum &
supradictorum triangulorum adminiculo, conclusionem haud dissimili poteris eli-
cere discursu. In rectangulis igitur triangulis, quę ad rectum angulum subtendente
latere species: &c. vt in theoremate. Quod ostendendum fuerat.

Idem alia ra-
tione demon-
strare.

Θεώρημα κβ, Πρόβλημα λβ.

Εὰν δύο τρίγωνα συντεθῇ κατὰ μίαν γωνίαν, τὰς δύο πλευρὰς καὶ οἱ δύο πλευρὰς αὐτῶν λογοῦνται, ὥστε τὰς ἀναλόγους αὐτῶν πλευρὰς καὶ παραλλήλους εἶναι: αἱ λοιπὰ τῶν τριγώνων πλευρὰς, ἐπὶ ἐκείνῳ ὄντα.

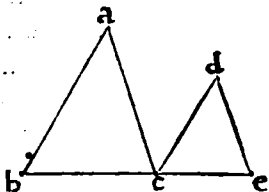
Theorema 22. Propositio 32.

32 SI duo triangu-
la componantur ad vnum angulum, duo late-
ra duobus lateribus proportionalia habentia, vt sint eiusdem
rationis eorum latera & parallela: reliqua ipsorum triangulorum
latera, in rectam lineam erunt.

ORONTIVS. ¶ Sint bina triangu-
la $a/b/c$ & $d/c/e$, ad vnum angulum qui sub
p. ij.

Offensio theore-
matis.

$a/c/d$ composita, habetia duo latera b/a & a/c duobus lateribus c/d & d/e proportionalia, sicut b/a ad a/c ita c/d ad d/e sintque eiusdem rationis latera inuicem parallela, utpote a/b ipsi c/d , & a/c ipsi d/e . Dico quod reliqua latera b/c & c/e , in recta lineam sunt constituta. Cum enim ex hypothesi a/b & c/d sint parallelæ, & in eas incidat a/c erit angulus $b/a/c$ æqualis alterno $a/c/d$, per vigesimamnonam primi. Haud dissimiliter quoniam a/c parallela est ipsi d/e , & in eas incidit recta c/d : erit per eandem vigesimamnonam primi, angulus $c/d/e$, alterno $a/c/d$ itidem æqualis. Duo itaque anguli $b/a/c$ & $c/d/e$, eidem angulo $a/c/d$ sunt æquales: & proinde æquales adinuicem, per primam communem sententiam. Bina itaque triacula $a/b/c$ & $d/c/e$, habent vnum angulum vni angulo æqualem, & quæ circum æquales angulos latera proportionalia: æquiangula ergo sunt ipsa $a/b/c$ & $d/c/e$ triacula, & æqua-



les habet angulos sub quibus eiusdem rationis latera subtenduntur, per sextam huius sexti. Aequus est itaque angulus $c/b/a$, angulo $d/c/e$. Ostensum est autem, quod & $b/a/c$ angulus, æquus est angulo $a/c/d$. Duo igitur anguli $a/c/d$ & $d/c/e$, duobus angulis $b/a/c$ & $c/b/a$ sunt æquales. Totus rursus qui sub $a/c/e$ continetur angulus, eisdem angulis $a/c/d$ & $d/c/e$ æqualis est. Et proinde angulus $a/c/e$, duobus angulis $b/a/c$ & $c/b/a$ est æqualis. Communis addatur angulus $a/c/b$: duo igitur anguli $a/c/b$ & $a/c/e$, tribus angulis $b/a/c$, $a/c/b$, & $c/b/a$ ipsius $a/b/c$ triaculi, sunt per secundam communem sententiam æquales. Sed eisdem tribus angulis ipsius $a/b/c$ triaculi, sunt æquales duo recti, per trigesimamsecundam primi. Et duo itaque anguli $a/c/b$ & $a/c/e$, duobus rectis per primam communem sententiam coæquantur. Ad datam ergo rectam lineam a/c atque ad eius punctum c , duæ rectæ lineæ b/c & c/e non ad easdem partes ductæ, efficiunt utrobique angulos $a/c/b$ & $a/c/e$ binis rectis æquales: ipsæ igitur rectæ lineæ b/c & c/e , in directum seu rectam lineam, per decimamquartam ipsius primi sunt constitutæ. Ergo si bina triacula: & quæ sequuntur reliqua. Quod expediebat demonstrasse.

Θεώρημα κγ, Πρόθεσις λγ.

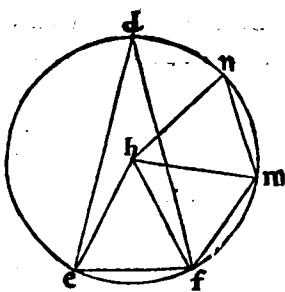
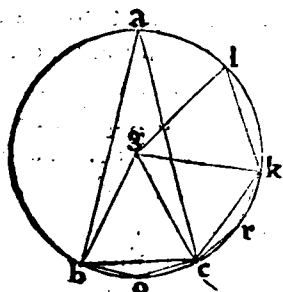
ΕΝ τοῖς ἴσοις κύκλοις, αἱ γωνίαι ὑπὸ αὐτῶν λόγων ἔχουσι τοῖς πρὸς περιφέρειαις ἴσους ὡς βεβήκασι, ἰσχύει πρὸς τοῖς κοίφτοις, ἰσχύει πρὸς τοῖς πρὸς περιφέρειαις ὡς βεβήκασι. ἢ διὰ τοῦτο, αἱ πρὸς τοῖς κοίφτοις συνιστάμεναι.

Theorema 23, Propositio 33.

IN æqualibus circulis, anguli eandem habent rationem ipsis circ- 33
cunferentijs in quibus deducuntur: etsi ad centra, etsi ad circumfe-
rentias fuerint deducti. Tum etiā sectores, tanquam ad centra constituti.

O R O N T I V S. ¶ Sint bini & adinuicem æquales circuli, $a/b/c$ & $d/e/f$ ad quorum centra g & h , anguli deducantur $b/g/c$ & $e/h/f$, ad circumferentias autem, $b/a/c$, & $e/d/f$, circumferentias b/c & e/f comprehendentes. Aio primum, quod veluti circumferentia b/c , ad e/f circumferentiā, sic angulus $b/g/c$ ad angulum $e/h/f$, necnon & angulus $b/a/c$ ad angulum $e/d/f$. Connectantur enim per primum postulatam b/c & e/f , & in datis circulis $a/b/c$ & $d/e/f$, datis rectis lineis b/c & e/f , non maioribus eorundem circulorum diametrentibus: quotcumque æquales rectæ lineæ ordine coaptentur, c/k & k/l ipsi b/c , atque f/m , & m/n ipsi e/f æquales, per primam quarti. & per primum postulatam, connectantur g/k , g/l , h/m , & h/n rectæ lineæ. Et quoniam æquales sunt b/c , c/k , & k/l rectæ lineæ, æquales sunt & circumferentiæ b/c , c/k , & k/l easdem rectas inuicem æquales subtendentes, per vigesimamoctauam tertij. Hinc

De angulis q
ad centrum.



per vigesimaſeptimā eiufdē
tertij, anguli $b/g/c$, $c/g/k$, &
 $k/g/l$, æquales ſunt adinuicem. Et proinde anguli $e/h/f$,
 $f/h/m$, & $m/h/n$, adinuicē pa-
riter æquales. Quotuplex igitur
eſt $b/c/l$ circunferentia,
ipſius circunferentiæ b/c to-
tuplex eſt angulus $b/g/l$, ip-
ſius anguli $b/g/c$.

quotuplex inſuper eſt $e/f/n$ circunferētia, ipſius e/f circunferētiæ:
totuplex eſt & angulus $e/h/n$, ipſius anguli $e/h/f$. Si itaq; circunferētia $b/c/l$ maior
eſt circunferētia $e/f/n$: æquē maior eſt & angulus $b/g/l$, ipſo angulo $e/h/n$: & ſi æqua-
lis, æqualis: ſi autem minor, itidem proportionaliter minor. Quatuor itaq; magni-
tudinum, vtpote b/c & e/f circunferētiarum, & an-
gulorum $b/g/c$ & $e/h/f$, ſumpta ſunt æquē multi-
plicia primæ & tertiæ: necnō ſecundæ & quartæ alia
vtcunque æquē multiplicia. & ſicut multiplex pri-
mæ, ad multiplex ſecundæ: ſic multiplex tertiæ, ad

Circunferentiæ		Anguli.	
$b/c/l$	$e/f/n$	$b/g/l$	$e/h/n$
b/c	e/f	$b/g/c$	$e/h/f$

multiplex quartæ ſe habere deductum eſt. In eadem ratione igitur eſt prima ad ſe-
cundam, & tertia ad quartam, per ſextam ipſius quinti diffinitionē: hoc eſt, ſicut b/c /
circunferentia, ad e/f circunferentiā: ſic angulus $b/g/c$, ad angulum $e/h/f$. ¶ Et quo-
niā angulus $b/g/c$ duplus eſt anguli $b/a/c$, & $e/h/f$ ipſius $e/d/f$: itidem duplus, per
vigefimam tertij. Sunt itaque $b/g/c$ & $e/h/f$ anguli, ipſorum $b/a/c$ & $e/d/f$: qui ad
circunferentias ſunt angulorū, æquē multiplices. Partes autē eodem modo multi-
plicium, eandem rationem habent ſumptæ adinuicem: per decimam quintam eiuf-
dem quinti. Quam rationē igitur habet angulus $b/g/c$, ad angulum $e/h/f$: eam ha-
bet & angulus $b/a/c$, ad angulum $e/d/f$. Oſtenſum eſt

b/c	e/f	$b/g/c$	$e/h/f$	$b/a/c$	$e/d/f$
-------	-------	---------	---------	---------	---------

autem, quod angulus $b/g/c$ ad angulum $e/h/f$ eam
habet rationem: quam b/c circūferentia, ad circunfe-
rentiā e/f . Et $b/a/c$ igitur angulus, ad angulum $e/d/f$
eam habet rationem, per vndecimam quinti: quam b/c circunferentia, ad circunfe-
rentiam e/f . ¶ Dico inſuper quod ſicut eadem circunferentia b/c , ad circunferentiā
 e/f : ſic $g/b/c$ ſector, ad ſectorem $h/e/f$. Coaſſumantur enim in b/c & c/k circunferē-
tijs, contingentia ſigna, o & r : & connectantur b/o , o/c , c/r , & r/k lineæ rectæ, per pri-
mum poſtulatū. Et quoniā triangu-
li $g/b/c$ duo latera b/g & g/c , ſunt æqualia duo-
bus c/g & g/k : triangu-
li $c/g/k$, per quindecimam diffinitionem primi, & æquos ad-
inuicem continent angulos, baſis quoq; b/c baſi c/k eſt æqualis: totum itaque trian-
gulum $g/b/c$, toti triangu-
lo $c/g/k$, per quartā ipſius primi, eſt æquale. Rurſum quo-
niā b/c circunferentia, æqualis eſt circunferentiæ c/k : ſi à tota $a/b/c$ circunferen-
tia, eadē æquales auferantur circunferentiæ, reliqua $b/a/c$ reliquæ $c/a/k$, per tertiā
communem ſententiam, eſt æqualis. Et proinde anguli $b/o/c$ & $c/r/k$, æquales ſunt
adinuicem, per vigefimaſeptimā tertij. Similis eſt igitur ſectio $b/o/c$, ſectio-
ni $c/r/k$, per decimam ipſius tertij diffinitionem: & in æqualibus rectis lineis b/c &
 c/k conſtitutæ ſunt. Aequalis eſt igitur ſectio $b/o/c$, ſectio-
ni $c/r/k$, per vigefimaſe-
quartam eiufdem tertij. Et quoniā æquum eſt triangu-
lum $g/b/c$, triangu-
lo $c/g/k$: totus propterea ſector $g/b/c$, toti $c/g/k$ ſectori, per ſecundam communem ſenten-
tiam eſt æqualis. Et proinde ſector $g/k/l$, vtrique ipſorum $g/b/c$, & $c/g/k$ conuinci-
tur æqualis. Tres itaque ſectores $g/b/c$, $c/g/k$, & $g/k/l$, ſunt æquales adinuicē. Haud
diſſimiliter, ſectores $h/e/f$, $f/h/m$, & $h/m/n$, inuicem æquales fore concludentur.

De angulis q
ad circunferē
tiam.

De ſectorib⁹.

Quotuplex est igitur circumferentia $b/c/l$, ipsius b/c circumferentiæ: totuplex est $g/b/l$ sector, ipsius sectoris $g/b/c$. Et proinde quotuplex est circumferentia $e/f/n$, ipsius e/f circumferentiæ: totuplex est & sector $h/e/n$, ipsius sectoris $h/e/f$. Ergo si $b/c/l$ circumferentiæ, maior est ipsa $e/f/n$: æquæ maior est & sector $g/b/l$, ipsius sectoris $h/e/n$: & si æqualis, æqualis: & si minor, itidem proportionaliter minor. Quatuor itaque magnitudinum, duarum inquam circumferentiarum b/c & e/f , & duorum sectorum $g/b/c$ & $h/e/f$, sumpta sunt æquæ multiplicia primæ & tertiæ, necnó secundæ & quartæ alia utcumq; æquæ multiplicia: & ut multiplex primæ ad multiplex secundæ, sic multiplex tertiæ ad multiplex quartæ se habere deductū est. Prima igitur ad secundam, eandem habet rationē, & tertia ad quartam, per sextam diffinitionem quinti. Sicut igitur circumferentia b/c , ad circumferentiam e/f : sic $g/b/c$ sector, ad sectorem $h/e/f$. In æqualibus igitur circulis, anguli eandem habent rationem ipsis circumferentijs in quibus deducuntur: etsi ad centra, etsi ad circumferentias fuerint deducti. Tum etiam sectores, tanquā ad centra constituti. Quod tandem receperamus ostendendum.

Circumferentiæ		Sectores.	
$b/c/l$.	$e/f/n$.	$g/b/l$.	$h/e/n$.
b/c .	e/f .	$g/b/c$.	$h/e/f$.

da & quartæ alia utcumq; æquæ multiplicia: & ut multiplex primæ ad multiplex secundæ, sic multiplex tertiæ ad multiplex quartæ se habere deductū est. Prima igitur ad secundam, eandem habet rationē, & tertia ad quartam, per sextam diffinitionem quinti. Si-

cut igitur circumferentia b/c , ad circumferentiam e/f : sic $g/b/c$ sector, ad sectorem $h/e/f$. In æqualibus igitur circulis, anguli eandem habent rationem ipsis circumferentijs in quibus deducuntur: etsi ad centra, etsi ad circumferentias fuerint deducti. Tum etiam sectores, tanquā ad centra constituti. Quod tandem receperamus ostendendum.

Corollarium.

¶ Et proinde manifestum est, quod veluti sector ad sectorē, sic per vndecimā quinti angulus ad angulum: utrobique enim ratio offenditur, quæ circumferentiæ ad circumferentiam.

SEXTI LIBRI GEOMETRICORUM Elementorū Euclidis Megarensis, Ex Orontij Finei Delphinatis, Regij Mathematicarum professoris, tradi- tione,

FINIS.

Virescit vulnere virtus.



Errata quæ in paucis admodum accidere exemplaribus.

Pagina 9. sub prima cōmuni sententiā lege, sit æqualis magnitudo cnecessum est. &c.
Pagina 49. linea prima demonstrationis: tolle quod, & lege aio ex tota a/b . &c. non, quod ex tota.

Registrum.

2 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 2.
a. b. c. d. e. f. g. h. i. k. l. m. n. o. p.