Orontij Finei Del
PHINATIS, REGII
Mathematicarum
professoris,

IN· SEX PRIORES LIBROS
geometricorum elementorum
Euclidis Megárensis De-
monstrationes.

Quibus ipsius Euclidis textus græcus, suis lo-
cis insertus est: unà cum interpretatione
latina Bartholamæi Zamberti Ve-
neti, ad fidem geometricā per
eundem Orontium
recognita.

CVM PRIVILEGIO
Regis ad decennium,

PARISIIS.
Apud Simonem Colinæum.
1 5 3 6.

Virescit vulnere virtus.

Chriſtianiſſimo ac potentiſs.

GALLIARVM REGI, FRANCISCO huius nominis primo, Orontius Fineus, Delphinas, S. D.

DVm celebres illas & fidiſſimas artes, Franciſce Rex inuictiſſime, quæ ſolæ Mathematicę, hoc eſt, diſciplinæ meruerunt adpellari, ſub tuo felici profiterer nomine: raros admodùm offendi (etiam in numeroſa auditorum multitudine) qui ſatis fido ac liberali animo, tam vtile ac iucundum philoſophandi genus, à limine (vt aiunt) ſalutare, ne dicã ad illius penetralia, penitioráq; ſecreta, peruenire dignarentur. Cuius adeò miſeræ ac deplorandæ infelicitatis radicẽ, ex eo maximè pullulare vel facilè percepi: ꝙ ſiue inclementia tẽporis, ſiue parentũ & præceptorũ incuria, Geometriæ nuſquàm prægustauerint elemẽta. ſine quorum præuia, ac exacta cognitione: omnis prorſus, nedum Mathematica, negatur philoſophia. Perſcrutatur enim Geometria continuæ, & prout immobilis eſt, quantitatis accidentia: nempe magnitudinum, & figurarũ rationes, affectiones item, poſitionéſq; diuerſas: multiformia ipſarũ diſcrimina ſubtili admodũ examine diſcutiẽdo. Exordiũ præterea ſumit, à per ſeſe, & vulgo notis principijs. & potiſſimis dialecticẽs innixa pręceptis, ac collecta ſyllogiſmis: ad prima demonſtrationũ inſurgit elemẽta. à quibus per mediorũ ordinẽ diſcurrẽdo, atq; ſimplicia compoſitis, & cõpoſita ſimplicibus comparando, progreditur ad vltima: ad propria tandẽ ſingula reſoluendo principia. Quanquã inſuper circa intellectilia & abſtracta, quemadmodũ & diuina verſetur philoſophia: ſenſilia tamẽ & ipſi materiæ ſubiecta, veluti phyſica ratiocinatio, ſimul attingere cõperitur. Et proinde fit, vt nulla diſciplina certior exiſtat Geometria: vel quæ antiquitatis dignitate præcellat. Nulla etiam quæ vires ingenij magis foueat, augeat, locupletétq;: vel quæ ingenium ipſum ad puriora ſtudia, omniúmq; ingenuarum adinuentionum excogitationẽ, adeò facile reddat, ac ſuapte natura propẽſum. Adde quòd vſui, & cõmodo generis humani plurimùm cedit. Hinc prçclara illa & toti Orbi decora liberaliũ artiũ facultas, cæterarum mater & alumna, ad veterũ philoſophorũ imitationẽ, prudẽtiſſima ſanciuit inſtitutione: ne quiſpiã in doctorum, ſeu (vt vocãt) magiſtrorũ admittatur ordinẽ, ni cũ cæteris philoſophici diſcurſus authoribus, ſex priores libros geometricorũ elemẽtorũ Euclidis ſaltẽ audiuerit. quaſi ignoratis Geometriæ rudimentis, ad cæteras diſciplinas præcluſa videatur eſſe via. Cuius rei veſtigia, Pariſienſis adhuc obſeruat academia. qui enim ad laureã adſpirãt philoſophicã: iureiurãdo profitẽtur arctiſſimo, ſeſe prçnominatos Euclidis libros audiuiſſe. An verò illius elementa, multis abhinc annis, vſq; ad noſtra viderint (ne dicã intellexerint) tẽpora (paucis forſitã exceptis, quos æquus amauit Iupiter) non auſim honeſtè cõfiteri. Nouerunt enim ſinguli, etiã exteri: quibus deliramẽtis nõ modò fœcũdiſſima iuuenũ ingenia hactenus torſerint, ac penè dixerim deprauarint pſeudophiloſophi, verumetiã omnẽ bonã extinxerint eruditionẽ.

Redit tamẽ ſuus ſingulis honos, ſuáq; dignitas: & in priſtinũ illũ diſciplinarũ ſplendorẽ (reiectis barbaris, ac ſophiſticis nugis) paulatim cũcta reduci cõſpicimus. Id'q; tuo in primis fauore, ac liberali ſuccurrẽte munificẽtia, Princeps humaniſſime: qui primus inter maiores tuos, non ſine magna tui nominis ac dignitatis propagatione, & incõparabili reipub. cõmodo, bonarũ literarũ ſtudia fouere cœpiſti, & publicis augere profeſſoribus. Inter quos, me liberaliũ Mathematicarũ interpretẽ ſimul inſtituiſti: & prçter decretũ ſtipendiũ, nõ aſpernandis plerũq; donaſti muneribus. Vt igitur pro mea virili parte, tũ erga munificentiã tuã, tum erga ipſam rẽpub. debito fungar officio, & prçter quotidianas lectiones, aliquod hominis veſtigiũ, in fidele tuæ liberalitatis & clementiæ teſtimoniũ, poſteris relinquã, vt'q; viã ad grauiora iis ſimul aperiã, qui mathematici fieri, hoc eſt, aliquid ſcire deſiderãt: cõſcripſi nuper in ſex (quos paulo antè dixi) libros Euclidis, cõmentaria admodũ vtilia, clariſſimáſq; propoſitionum demõſtrationes, & ſub nomine auſpicióq; tuo feliciſſimo tandẽ ædidi. cõſcripturus deinceps & ſuo æditurus ordine (Deo in primis, & tuo opitulãte ſubſidio) cçtera mathematicæ philoſophiæ rudimẽta: quibus ſtudioſa iuuentus proficiẽdo delectabitur, & ad vberrimũ (vt ſpero) prouehetur incremẽtũ. Interea clementiſſime Rex, hoſce labores noſtros, tuæ maieſtati conſecratos, liberaliter ſuſcipito. Vale Regum decus, & literarũ vnicum refugium. Lutetiæ Pariſiorum, M. D. XXXVI.

AD CANDIDVM QVENQVE, AC studiosum Lectorem.

Absoluimus tandem, candide ac studiose Lector, *& tibi liberali admodùm communicamus animo, toties promissas, totiésque desideratas in sex priores libros elementorum* Euclidis, *disciplinarum omnium ianitoris, demõstrationes.* Quibus græcũ *ipsius* Euclidis *cõtextum suis locis inseruimus, vnà cum interpretatione latina* Bartholamæi Zamberti Veneti*: quam vbi geometricum visa est offendere sensum, ea qua decet modestia, fideliter emendauimus, & singula in suam redegimus harmoniã. In primis itaque diffinitiones ipsas (quæ durioris, quàm iuuenum captus exposceret, plerunque videbantur interpretationis) qua potuimus elucidauimus facilitate: atque cætera principiorum genera, à quibus vniuersa problematum atque theorematum multitudo consurgit. Ipsorum porrò theorematum atque problematum subtiles difficilésque demonstrationes, tali artificio, adeóque ordinato ac facili discursu conscripsimus, & cõuincentibus probauimus syllogismis (multis tum in melius commutatis, tum recenter adinuentis: nullísque, præter ea quæ in ipso continentur* Euclide, *subrogatis principiis) vt nemo futurus sit, qui legendo simul non valeat intelligere: quique minimũ addere verbum absque temeritate, aut detrahere sine iactura possit.* Adde quòd *ipsarum demonstrationum schemata siue figuras, ad rigorẽ artis seu literæ, propria manu depinximus: quò satis ex omni parte huic labori faceremus.* Primo *itaque libro describuntur triangula, lineæ, anguli, paralleli, necnon quadrata & parallelogramma tum inuicem tum ipsis comparata triangulis.* Secundo, *gnomon atque rectangulum diffinitur parallelogrammũ: linearum insuper tum sectarum, tum coniunctarũ adinuicem potestates: hoc est, ex ipsis lineis, ac earundem segmentis resultantium quadratorum & rectilineorum qualitates edocentur.* Tertio *autem, circulorum perscrutantur inspectiones, atque rectarum in circulo subtensarum, & ipsorum angulorũ tum ad centrũ tum ad circuli circunferẽtiam consistentium discrimina.* Quarto *porrò libro, figurarum inscriptiones, atque circunscriptiones ostenduntur.* Quinto, *magnitudinum rationes atque proportiones in vniuersum discutiuntur.* Sexto *deniqꝫ libro, post diffinitam rationum compositionem, linearum proportionalium inuentiones, rationes item atque proportiones figurarũ, mirabili resoluuntur artificio.* Quæ *quidem omnia syllogismis, tum à causis, tum ab inspectionibus sumptis (quæ fidem efficere possunt) suo demonstrãtur ordine.* Incepit *igitur* Euclides *à triangulis, & angulis, atque lineis rectis: propterea quòd rectilinearum figurarum prima est trilatera, in quam cæteræ rectilineæ figuræ resoluuntur.* Penes *insuper laterum & angulorum diuersam habitudinem, earundẽ rectilinearũ figurarum attendũtur, considerantúrve discrimina.* Et *proinde liber primus, vniuersalior est secundo, secundus tertio, tertius quarto: & deinceps*

Quæ singulis sex libris contineantur.

ita de cæteris. Nec alienum velim habeas iudicium, de propriis singulorum librorũ diffinitionibus. Hos autem sex priores libros, ad continuam spectantes quantitatem, seorsum de industria collibuit exponere. Nempe in gratiam tum auditorum nostrorum, atque professorum artium liberalium, nostræ potissimùm vniuersitatis Parisiensis, qui eosdem libros suis tenentur interpretari discipulis: tum etiã ob ipsorum discipulorum non aspernandam vtilitatem. Poterunt siquidem eorundem sex librorum adminiculo, viam sibi ad vniuersam parare philosophiam: præcipuè Aristotelicam, quæ geometricum præsupponere videtur auditorem. hinc fit, vt iis qui Geometriam ignorant, subobscurus difficilisq; videatur Aristoteles. Quantum igitur publicæ studentium consuluerimus vtilitati, quàm longè præterea cæteros omnes hac in parte superauerimus: non facilè persuadebitur ambitiosis illis & vanissimis rabulis, qui dum nihil agunt boni, sed vitam protrahunt parasiticam, suum de omnibus impudenter audent proferre iudicium. Sed tu æquissime ac humanissime Lector, qui iudicio, doctrina & eruditione polles, qui boni & æqui semper nosti consulere, nec ignoras quàm pulchrum & quàm decorum sit, pro concessa dexteritate, cæteros iuuare mortales: dum perlegeris, & perpenderis singula, poteris apud te tandem iudicare. Quòd si hunc laborem nostrum, tibi pergratum (vt optamus & speramus) futurum acceperimus: in reliquos omnes ipsius Euclidis libros non aspernãda tibi parabimus commentaria, aliáq; non minus vtilia quàm iucunda demũ communicabimus opera. Vale igitur interea feliciter: & Christianissimo Francorũ Regi, mecœnati nostro clementissimo (cuius fauore & auxilio id facimus quod facimus) vitæ in primis, dein rerum omnium felicissimũ imprecare successum. Vale iterũ. Lutetiæ Parisiorum mense Octobri. Anno Christi saluatoris M.D.XXXVI.

Cur hos sex libros seorsum ediderit Orõtius.

Ad Inuidum ex Martiali distichon.

Qui ducis vultus, & non vides ista libenter:
Omnibus inuideas liuide, nemo tibi.

INDEX OPERVM, AB ORONTIO FINEO Delphinate, Regio Mathematicarum professore, in gratiam studiosorum omnium hactenus conscriptorum.

Quæ ab eo ædita & iam impressa sunt.

Protomathesis, ingens volumen: in quo hæc continentur.

De Arithmetica practica, libri quatuor: his qui ad mathematicam adspirant philosophiam haud parum conducentes.

De Geometria libri duo: vbi de longitudinũ, planorum, & solidorũ dimensionibus.

De Mundi sphæra, siue Cosmographia, primáve Astronomiæ parte, libri quinque: proprijs eiusdem Orontij commentarijs elucidati.

De Quadrantibus & solaribus horologijs, libri quatuor: in quibus præter aliorum emendatas inuentiones, plurima suo excogitauit ingenio scitu dignissima, à Mustero quodam statim inciuiliter vsurpata.

Arithmeticæ practicæ æditio secunda, ab ipso authore castigata, aucta, & recognita, & in suum candorem restituta, ac seorsum impressa.

Quadrans vniuersalis astrolabicus, omnibus Europæ regionibus inseruiẽs, eiusdem & amplioris cum ipso Astrolabio commoditatis.

Commentaria, siue demonstrationes in sex priores libros elementorum Euclidis, præsenti contenta volumine.

Aequatorium Planetarũ, instrumento quadrangulari & altera parte longiori comprehensum.

Almanach cõiunctionum & oppositionum Luminarium, cum ijs quæ ad ecclesiasticum pertinent computum: xxxv. annis inseruiens.

Aliud item almanach vniuersale, vtilissimis refertum cõmoditatibus: ad plures annos inuiolabile, & tam latinè quàm gallicè conscriptum.

Charta siue Chorographia Galliarum, elegantissimè depicta.

Vniuersi orbis descriptio, gemina cordis humani figura, & vnico papiri folio comprehensa.

Eadem orbis designatio, ampliore & vnica humani itidem cordis effigie coextensa.

Viaticum diui Pauli: siue terrarum ad sacræ scripturæ intelligentiam necessariarũ Chorographiam primus ædidit.

Nunc verò promissa Terræ sanctæ Chorographia, ad verum (quoad fieri potuit) descripta sculpitur: & propediem emittetur.

Aedidit & alia quàmplurima minutiora opuscula (etiam gallica) quæ longum esset recensere. Singula quoq; figuris elegãtissimis, propria manu depictis, illustrauit.

Aliena per eundem Orontium emendata.

Compendium sphæræ Ioannis à Sacrobo. annotationibus & figuris ornauit.

Theoricas planetarum Georgij Purbachij, scholijs, ac figuris non aspernandis clariores reddidit.

Arithmeticen Ioannis Martini Blasij, primus in suam redegit harmoniam, & figuras admodùm necessarias cum numeris adiunxit.

Margaritam insuper philosophicum F. Gregorij Resch. Cartusiani, suæ integritati restituit: & non aspernandis illustrauit appendicibus.

Emendauit & varios sub prælo authores: quos data prætermittimus opera.

Quę nũc autẽ ipse moliatur Orontius, sequẽti disces priuilegio.

Proximo disticho, corrige. & non legis ista libenter.

Coppie du priuilege de ce present liure, & aultres oeuures contenues en icelluy.

Francoys Par la grace de Dieu Roy de France, au preuost de Paris, Bailly de Rouen, Seneschal de Lyon. Et a tous noz aultes iusticiers, officiers, ou a leurs lieuxtenãs quil appartiẽdra, salut. Nostre cher & bien ame maistre Oronce Fine, lecteur ordinaire de par nous es sciẽces Mathematicques, en nostre ville & vniuersite dudict Paris: Nous a faict entẽdre, que auec grãt peine & labeur, Il a faict & cõpille plusieurs liures & cartes, intitulez ainsi ql sensuit, assauoir. Les cõmẽtaires sur les six premiers, & dixiesme liures de Euclide: & sur la perspectiue dicelluy. Trois liures, touchãt lart de scauoir mesurer toutes lõgueurs, plates formes, & corps solides. Cinq liures, sur la Cosmographie ou Sphere du Mõde, concernans la premiere & principalle partie Dastronomie. Vng Astrolabe nouueau, auec le liure de la declaration dicelluy. Vng quadrant representãt ledit Astrolabe, auec sa declaratiõ, tant en Latin que en langaige Frãcoys. Vne oeuure tresutile sur la theoricque des Planettes, auec les tables & instrumens a ce requis. Vng Aequatoire, pour scauoir le cours & mouuement desdictz Planettes: auec vng Directoire. Le tout nouuellement excogite, par ledict Oronce: & les liures declaratifz diceulx. Vng almanach a plusieurs annees, fort vtile. Plus oultre lesdictz liures, a redigez en forme de deux grãs rondeaulx hemisphericques, la description geographicque de tout le Mõde. Aussi la description & Carte de Europe, le plus au vray distincte quil luy a este possible. En tous lesquelz liures & cartes susdictes, sont contenues plusieurs bonnes oeuures de tresgrant prouffit & vtilite: a linstruction, edification, & recreation des bons esperitz, qui se vouldront applicquer a les veoir & entẽdre. Nous suppliant & requerant, que a ceste cause luy vueillons permettre la publication desdictz liures & cartes, par nostre Royaulme. ¶ Pource est il, que nous ce considere, desirans fauoriser & gratiffier au labeur dudict Oronce Fine. A icelluy auons permis & octroye, permectons & octroyõs, voulons, & nous plaist: Que par tel ou telz des imprimeurs iurez de nostredict Royaulme que bõ luy semblera, il puisse & luy loise faire imprimer lesdictz liures & cartes des intitulations dessusdictes. En deffendãt tresexpressemẽt a tous aultres libraires & imprimeurs de noz villes & vniuersitez quelz quilz soient, sinon celluy ou celux qui en auront charge de par luy. Que durãt le tẽps & terme de dix ans prochain venãs, Ilz nayẽt a imprimer ou faire imprimer, vendre ne lucider lesdictz liures & cartes susdictes, sur peine damende arbitraire & de cõfiscation diceulx liures & cartes. Si voulons, vous mandons, & a chascun de vous en droict soy & si comme a luy appartiendra, Que de noz present grace conge permission & octroy, vous faictes souffrez & laissez ledict Oronce Fine, iouyr & vser, Et icelles nosdictes deffenses entretenir, garder, & obseruer de poinct en poinct, selon & ainsi que dict est cy dessus. Cessans tous aultres empeschemens au contraire. Car tel est nostre plaisir. Donne a Valence, le cinquiesme iour de Septembre, Lan de grace mil cinq cens trente six. Et de nostre regne le vingtdeuxiesme. Ainsi signe

Par le Roy, monseigneur le Cardinal de Lorraine, & aultres presens.

Preudomme.

Et seelle a simple queue de cire Iaulne.

Orontij Finei Delphinatis, Regii mathematicarvm professoris, In Primum elementorum Euclidis, Demonstrationes.

¶ Principiorum Interpretatio.

RECEPTVM EST AB OMNIBVS, VNAMQVANque disciplinā propria sibi vēdicare principia: quę etsi nulla prorsus videātur indigere probatione, ex ipsis tamen sanè intellectis principijs, ad ea quæ eadem consequūtur principia, deuenire vel facile cōtingit. Idcirco generalē principiorū geometricorū elucidationē, pro theoriámve in sex priores libros geometricorū elementorū Euclidis Megarensis (quos in gratiam studiosorum omnium suscepimus interpretādos) præmittere: atq; intellectualem illam magnitudinum, & figurarum cōtemplationem (prius, quàm ad propositionum expositionem deueniamus) rudioribus geometricarum speculationum tyrunculis aperire, non duximus importunum. ¶ Triplicem itaque principiorum offendimus ordinem: vtpote, diffinitiones, terminorum naturam exprimentes: postulata, ex ipsis collecta diffinitionibus: & effata, seu cōmunes sententias, quæ dicuntur axiomata In primis ergo diffinitiones: dein reliqua suo declarabimus ordine. ¶ Animaduertendum est igitur, subiectum ipsius Geometriæ fore magnitudinem, à numero quidem & materia seorsum abstractam. Magnitudinis autem, triplex assignatur dimensio. Aut enim magnitudo longa tantùm imaginatur: aut longa, & lata: vel denique longa, & lata, simúlque profunda, siue crassa abstrahitur. Quorum omnium mediatum vel immediatum principiū, punctum (aliàs signum) esse dicitur. Fingitur enim magnitudo per continuam suiipsius diuisionem (quāquàm in semper diuisibilia distribuatur) deuenire tandem ad partem minimam, quæ videlicet amplius diuidi non possit, ac si foret omni dimensione priuata: instar quidem vnitatis in discreta quantitate. Vt quemadmodùm ex vnitatis multiplicatione, omnis conficitur numerus: haud dissimiliter ex huiuscemodi parte, vel indiuisibili nota, per abstractum seu transsumptiuum eiusdem notulę motum, omnem effingamus oriri seu produci magnitudinē. Hanc itaq; magnitudinis partem minimā, siue notulā indiuisibilem seorsum abstractam, punctum adpellamus: & ab Euclide ita primùm describitur,

Cuiuslibet disciplinæ propria recipienda fore principia.

Triplex ordo principiorum geometricorum.

Geometriæ subiectum.

Triplex ī magnitudine dimensio.

Pūctū omnis magnitudinis principium.

Pūcti cū vnitate comparatio.

¶ De puncto, linea, atque superficie, Diffinitiones.

¶ Σημεῖόν ἐστιν, οὗ μέρος οὐθέν.

1 Punctum est, cuius pars nulla.

Punctum

Id est, quod abstractū à cōtinuo, velut ipsius cōtinui pars minima, omni dimēsione priuatū imaginatur ¶ Ex cuius quidē pūcti abstracto defluxu, per infinitā suiipsius multiplicationē, longitudo dimensionū primaria cōficitur: quæ Linea vocitatur, in hunc diffinita modū,

Vt linea ex puncto describatur.

¶ Γραμμὴ δὲ, μῆκος ἀπλατές.

2 Linea verò, est longitudo latitudinis expers.

Hoc est, latitudine priuata. Cū enim punctū omni careat dimēsione: suo fluxu, seu trāssumptiuo motu, causat tantummodò longitudinem.

¶ Γραμμῆς δὲ πέρατα, σημεῖα.

3 Lineæ autem limites, sunt puncta.

Incipit enim à puncto, & ex infinitis conficitur punctis, in punctúmq; terminatur. Omnis porrò linea, vel recta, vel obliqua venit imaginanda.

¶ Εὐθεῖα γραμμή, ἐστιν ἥτις ἐξ ἴσου τοῖς ἐφ' ἑαυτῆς σημείοις κεῖται.

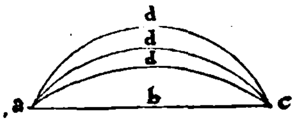
Recta linea est, quæ ex æquali sua interiacet puncta. 4

Recta linea non datur rectior.

Obliquarum linearũ infinita diuersitas.

Supficiei abstractiua descriptio.

Vtpote, quæ à puncto in pũctum breuissimè ducitur, ipsa terminatiua puncta intermedijs æquali positione cõnectens: vti subscripta a/b/c/linea repræsentat. Cùm igitur à dato pũcto, in datum quodcũque punctum vnica sit breuissima via: fit, vt nulla recta linea rectior detur altera, sed quotquot ab eodem puncto ad idem punctum producentur lineæ rectæ, in vnam eandémq; lineam rectam coincidant. Secus est de obliqua: quæ per contrariam ipsius rectæ diffinitionẽ facilè describitur. nam ab eodem puncto ad idem punctum, infinitę producũtur obliquæ lineæ, quæ circunferentiarum portiones adpellantur: dantúrque obliquis obliquiores. Veluti, quæ ab eodem pũcto a/ad punctum c/ per ipsum d/ protrahuntur, ostendunt.



¶ Ex lineæ autem imaginario fluxu, acsi succedentium adinuicem linearum vestigium relinqueret, latitudo dimensionum altera respondenter acquiritur, describitúrq; superficies.

¶ Ἐπιφάνεια δέ ἐστιν, ὃ μῆκος καὶ πλάτος μόνον ἔχει.

Superficies est, quæ longitudinem, latitudinémq; tantùm habet. 5

Quæ cùm exordiatur à linea, & ipsius lineæ terminatiua puncta, ad motum eiusdem, rectam vel obliquam lineam describant, in eadémque linea mota quiescat ipsa superficies: relinquitur euidens quòd

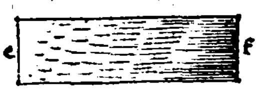
¶ Ἐπιφανείας δὲ πέρατα γραμμαί.

Superficiei extrema sunt lineæ. 6

Porrò cùm linea, ad descriptionem mota superficiei, recta fuerit, atq; in longum lineæ rectæ vniformiter, breuissiméque traducta: fit superficies, quæ plana dicitur, & in hunc diffinitur modum,

¶ Ἐπίπεδος ἐπιφάνειά ἐστιν ἥτις ἐξ ἴσου ταῖς ἐφ' ἑαυτῆς εὐθείαις κεῖται.

Plana superficies est, quæ ex æquali suas interiacet lineas. 7



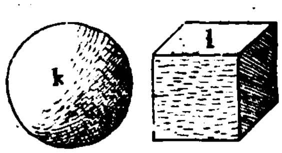
Id est, quæ per totam rectam lineam quaquauersum accommodatur, nullo prorsus inflexa curuamine: veluti obiecta superficies e/f.

Curua superficies.

Hinc curuæ superficiei diffinitio, per contrariam elicitur imaginationem: quæ ex ea parte qua circunflectitur, cõcaua: forinsecus autem, conuexa nominatur. quemadmodùm tibi repræsentat figura g/h.

Solidorum origo.

Vnde superficierũ & corporũ tãta diuersitas.



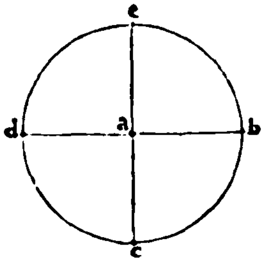
¶ Ex superficiei deniq; fluxu, solidum siue corpus trina dimẽsione, vtpote, longitudine, latitudine, atque profunditate contentũ, abstractiuè describitur. Quod vel vnica tantummodò superficie, vti sphæra k: pluribúsve superficiebus, vt cubum l/terminatur. Sed de his in posterioribus libris ipsius Euclidis tractandum. Igitur pro linearum atque superficierum varietate, diuersóque eorundem motu, seu abstracto deffuxu: varia, & penè infinita tum planorum, tum etiam sollidorum, hoc est superficierum & corporum abstrahitur multitudo, pro limitum & angulorum varietate, diuersis expressa nominibus.

¶ *De rectilineis angulis.*

Angulus, Planus, Solidus.

Angulorũ origo notanda.

¶ ANGVLORVM IGITVR, QVIDAM PLANI: QVIDAM VErò solidi. Planos vocitamus angulos, qui ex mutua concurrentium adinuicem linearum causantur inclinatione. Solidi autem dicuntur anguli, qui ex planorum angulorum cõcursu figurantur: de quibus in postremis elementorum libris. Nunc itaque de planis tractandum angulis. Pro quorũ elucidatione animaduertendum est, quoties linea recta, altero limitum manente fixo, altero autem moto, completè circunducitur: describi superficiem, quæ circulus adpellatur. vtpote, si a/b/ recta, immoto puncto a, ex b/ in c, per d/ & e, rediens tandem



in b, circum idem punctum a, completè reuoluatur: describens planum circulare b/c/d/e. Nam punctum b/ hoc modo circũductum, lineam efficit orbicularem, quæ circunferentia dicitur: & immotum punctum a, medium, siue centrum eiusdem vocatur circuli. Hinc orta est subscripta circuli, & in ordine decimaquinta diffinitio. Prius quàm autem eiuscemodi linea vniuersum compleuerit orbẽ, diuersas cum prima & relicta linea facit inclinationes, nusquã ab immoto recedendo pũcto. Hæc igitur linearum super eodem plano sese ita contingẽtium inclinatio mutua, vel inclinationis habitudo (vt linearum a/ b/ & a/e/ vel a/e/ & a/d) & non in directum constitutarum, hoc est, vnam eandémque rectam lineam minimè efficientium (cuiusmodi sunt a/b/ & a/d, vel a/c/ & a/e) planus vocitatur angulus: qui ab ipso Euclide, hoc modo consequenter diffinitur,

❡Ἐπίπεδος δὲ γωνία, ἐστὶν ἡ ἐν ἐπιπέδῳ δύο γραμμῶν ἁπτομένων ἀλλήλων, καὶ μὴ ἐπ' εὐθείας κειμένων πρὸς ἀλλήλας τῶν γραμμῶν κλίσις.

8 Planus angulus, est duarum linearum in plano sese tangentium, & non in directo iacentium, ad alterutram inclinatio.

Hæc autem inclinatio de rectis lineis potissimùm venit intelligenda: tales enim anguli in his primis sex libris geometricorũ elementorũ præcipuè considerãtur. Hinc dicit Euclides,

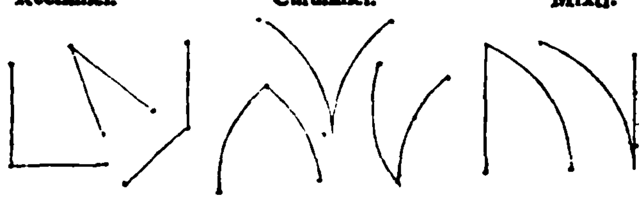
❡Ὅταν δὲ αἱ περιέχουσαι τὴν γωνίαν γραμμαὶ εὐθεῖαι ὦσιν, εὐθύγραμμος καλεῖται ἡ γωνία.

9 Quando autem quæ angulum continent rectæ lineæ fuerint, rectilineus angulus nuncupatur.

Quòd si eædem lineæ datum efficientes angulum fuerint obliquæ, siue curuæ: curuilineus dicetur angulus. quales sunt qui à circunferentiarum causantur interfertionibus. Si autem ex recta & curua angulus ipse cõficiatur: is mixtus venit adpellandus. Veluti sunt anguli ex dimetiẽte, seu chorda, & arcubus circulorũ comprehensi. Potissima tamen inter planos angulos, rectilineorũ apud Geometras (vti supra diximus) habetur consideratio. Planorum angulorũ diuersitas.

A N G V L I.

Rectilinei. Curuilinei. Mixti.

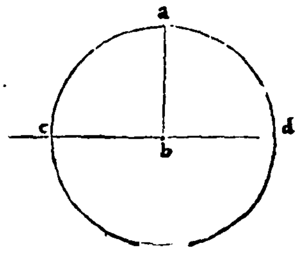


❡*Penes quid rectilineorum angulorum attendenda magnitudo.*

❡CVIVSLIBET IGITVR ANGVLI PLANI RECTILINEI MAgnitudo siue quantitas, dicitur arcus circuli. ab ipsis lineis rectis datũ efficientibus angulum comprehẽsus: circuli inquã, cuius centrũ ad concursum dictarum linearũ imaginatur, & qui ad completam minoris earundem linearum reuolutionem describitur. Si datæ itaque lineæ rectæ angulum continentes, quadrantẽ adamussim comprehendant ipsius circuli: huiusmodi angulus rectus dicitur. Si verò arcum includant quadrante minorem: acutus. Quoties autem idem arcus, quadrantem exuperauerit circuli: datus angulus nominatur obtusus. Quod ex ipso facile colligitur Euclide, cùm dicit, Angulus, Rectus, Acutus, Obtusus.

❡Ὅταν δὲ εὐθεῖα ἐπ' εὐθεῖαν σταθεῖσα τὰς ἐφεξῆς γωνίας ἴσας ἀλλήλαις ποιῇ, ὀρθή ἐστιν ἑκατέρα τῶν ἴσων γωνιῶν. καὶ ἡ ἐφεστηκυῖα εὐθεῖα, κάθετος καλεῖται ἐφ' ἣν ἐφέστηκεν.

10 Cùm verò recta linea super rectam consistens lineam, vtrobique angulos adinuicem æquales fecerit: rectus est vterque æqualium angulorum. Et quæ superstat recta linea, perpendicularis vocitatur, super quam steterit. Anguli recti diffinitio. Linea perpendicularis.



Cuiusmodi sunt anguli a/b/c/ & a/b/d, à recta a/b/ super rectam c/d/ ad perpendiculum incidente, causati. Fit enim recta c/d, in quam cadit a/b, dimetiens circuli, à circunducta b/a, circa punctum b/descripti. Nec possunt ijdem anguli a/b/c/ & a/b/d/ adinuicem æquales esse, quin vterque quadrantem includat circuli: & a/b/ recta, super rectam c/d/ perpendicularis existat. Ex quibus infert consequenter, quòd

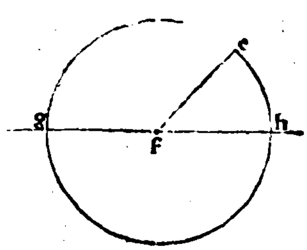
❡Ἀμβλεῖα γωνία ἐστὶν, ἡ μείζων ὀρθῆς.

Obtusus angulus, maior est recto 11

Vt angulus e/ f/ g, includens arcum e/ g, quadrante maiorem, descripti circa punctum f/ circuli. Dicitur autem idem angulus e/f/g/obtusus: quoniam e/f/& f/g/lineę rectæ, obtusam extrinsecus faciunt inclinationem.

❡Ὀξεῖα δὲ, ἡ ἐλάσσων ὀρθῆς.

Acutus verò, minor est recto. 12



Veluti angulus e/f/h: cuius arcus e/h/eodem circuli quadrante minor est. Vnde fit, vt e/f/& f/h/ rectarum linearum inclinatio, in acutam conueniat habitudinem. Quanto igitur obtusus angulus e/f/g/maior extiterit, tanto minor erit acutus e/f/h: ipsa porrò linea e/f, incidens in g/h/vocitetur. Et quoniã eiusdem circuli quadrantes sunt adinuicẽ æquales: non datur propterea rectus angul9 altero rectior angulo. Secus de obtusis, vel acutis angulis: quoniã arcus circuli quadrãte maiores, eodémve quadrante minores varij sunt, atque infiniti. Linearum itaq; maior aut minor longitudo, quemadmodùm nec magnitudo circuli, angulũ non immutat: hoc est, neque maiorem, neque minorem eundem efficit angulum.

Cur õnes anguli recti inuicẽ æquales. Acutorum & obtusorum angulorũ diuersitas. Linearũ quãtitas angulũ nõ immutat.

❡*De termino & figura.*

❡CVM AVTEM OMNIS MAGNITVDO FINITA SIT, ET terminata: diffinit cõsequẽter Euclides ipsi9 magnitudinis terminũ, in hũc qui sequit̃ modũ,

❡Ὅρος ἐστὶν, ὅ τινός ἐστι πέρας.

Terminus est, quod cuiusque finis est. 13

Vtpote, punctum ipsius lineæ, linea superficiei, superficies denique solidi: quemadmodùm ex eorundem abstractiua descriptione facilè colligitur. Itaque

❡Σχῆμά ἐστι, τὸ ὑπό τινος ἢ τινῶν ὅρων περιεχόμενον.

Figura sub aliquo, vel aliquibus terminis comprehenditur. 14

Sub aliquo quidem, vt planũ circulare, vel solidum sphæricum: sub aliquibus verò, vt triãgulum vel quadrangulũ inter planas, & cubũ aut pyramis inter solidas, & quæ sunt eiuscemodi. Sed de planis figuris, atq; de lineis & angulis in eodẽ plano constitutis, his sex prioribus libris determinandum.

Notandum.

❡*De circulo, eiúsque partibus.*

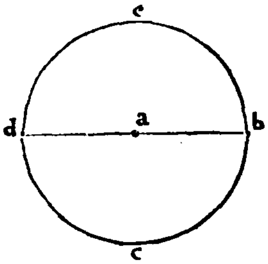
❡INTER FIGVRAS, QVAE PLANAE VOCANTVR, EA DICItur esse simplicissima, quæ vnico comprehenditur termino: cuiusmodi videtur esse circulus. Hunc itaque primùm diffinit Euclides,

❡Κύκλος ἐστὶ σχῆμα ἐπίπεδον, ὑπὸ μιᾶς γραμμῆς περιεχόμενον, ἣ καλεῖται περιφέρεια, πρὸς ἣν ἀφ' ἑνὸς σημείου τῶν ἐντὸς τοῦ σχήματος κειμένου, πᾶσαι αἱ προσπίπτουσαι εὐθεῖαι, ἴσαι ἀλλήλαις εἰσί.

Circulus, est figura plana, vna linea contenta, quæ circunferen- 15
tia adpellatur: ad quam ab vno puncto introrsum medio existẽte,

omnes prodeuntes lineæ, in ipsius circuli circunferētiam inciden tes, adinuicem sunt æquales.

Hęc diffinitio, ex data nuper (cùm de planis loqueremur angulis) abstractiua circuli descriptione fit manifesta. Cùm enim a/b/ recta linea data, circum a/ punctum completè reuoluitur: punctum b/ suo motu circunferentiam causat, & immotum punctum a/ in circuli centrum permutatur. Hoc itaque circuli centrum, secundum longitudinē ipsius a/b/ rectæ lineæ datæ, ex omni parte distabit à circunferentia. Ex quo necessum est, omnes rectas lineas ab ipsius circuli centro in circunferentiam eiusdem incidentes, fore eidem a/b (ex qua circulus describitur) atque adinuicem æquales. Hoc est, eiusdem circuli circunferentiam à suo cētro æqualiter vndiquaque distare. Hinc dicit consequenter,



¶Κέντρον δὲ τοῦ κύκλου, τὸ σημεῖον καλεῖται.

16 Centrum verò ipsius circuli, punctum adpellatur.

De puncto medio velim intelligas: vt punctum a, in obiecta circuli figura b/c/d/e. Lineæ nanque limites sunt puncta: quorum immotum (circa quod videlicet alterum in circuli descriptione circunducitur) in medio permanet, & centrum efficitur circuli.

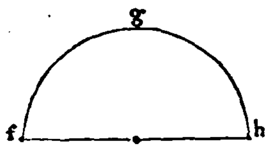
¶Διάμετρος δὲ τοῦ κύκλου, ἐστὶν εὐθεῖά τις, διὰ τοῦ κέντρου ἠγμένη, καὶ περατουμένη ἐφ' ἑκάτερα τὰ μέρη ὑπὸ τῆς τοῦ κύκλου περιφερείας, ἥτις καὶ δίχα τέμνει τὸν κύκλον.

17 Dimetiens circuli, est recta quædam linea per centrum acta, & ex vtraque parte in circuli circunferētiam terminata, quæ circulum bifariam dispescit.

Cuiusmodi est linea b/d/ supra scripti circuli b/c/d/e, per a/ centrum vtrinque producta: & quæcunque illi similis. Dimetiens enim, siue diameter, propriè circulorum esse videtur: diagonius autem, rectilinearum figurarum: axis verò, solidorum. Dimetiētis à diagonio & axe differētia.

¶Ἡμικύκλιον δέ, ἐστι τὸ περιεχόμενον σχῆμα ὑπό τε τῆς διαμέτρου καὶ τῆς ἀπολαμβανομένης ὑπὸ τῆς τοῦ κύκλου περιφερείας.

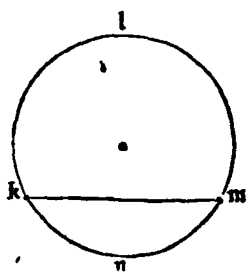
18 Semicirculus, est figura quæ sub dimetiente, & ea quæ ex ipsa circuli circunferentia sublata est, cōtinetur.



Vt ea figura, quæ ex f/h/ dimetiente, & dimidia circuli circunferentia f/ g/ h/ comprehenditur. Semicirculus enim cùm sit dimidium circuli: non potest alijs lineis quàm dimetiente, & media claudi circunferentia.

¶Τμῆμα κύκλου, ἐστὶ τὸ περιεχόμενον ὑπό τε εὐθείας καὶ κύκλου περιφερείας.

19 Sectio circuli, est figura quæ sub recta linea, & circuli circunferentia aut maiore aut minore semicirculo, continetur.



Cùm enim recta linea per circuli centrum minimè ducitur, vtrinque tamen in circunferentiam terminatur: ea circulum ipsum in binas partes dispescit inæquales, quæ circuli sectiones adpellantur. Quarum ea quæ centrum includit circuli, vt k/l/m/ obiectæ descriptionis, maior dicitur: reliqua verò, vt k/n/m, minor adpellatur. Ipsa porrò linea recta k/m, chorda siue subtensa: & comprehensa circunferentiæ pars, arcus respondenter nominatur. Chorda. Arcus.

¶De rectilineis figuris.

¶POST CIRCVLAREM FIGVRAM, QVAE VNICO CLAVDITVR limite, succedunt rectilineæ, hoc est, rectis lineis terminatæ figuræ, variam quidem, pro laterũ numero, angulorúmve qualitate, denominationẽ obtinẽtes: quæ ita ab Euclide diffiniũtur,

¶Εὐθύγραμμα σχήματα, τὰ ὑπὸ εὐθειῶν περιεχόμενα.

Rectilineæ figuræ, sunt quæ sub rectis lineis continentur. 20

Trilatera figura rectilinearũ prima.

Porrò inter rectilineas figuras, primum locum sibi vendicant trilateræ, sub tribus rectis lineis comprehensæ. Quoniam sub duabus lineis rectis non potest cõtineri figura, per ipsius lineæ rectæ descriptionem. Subiungit itaq; generalem trilaterarum figurarũ diffinitionem.

¶Τρίπλευρα μὲν, τὰ ὑπὸ τριῶν.

Trilateræ figuræ, sunt quæ sub tribus rectis continentur lineis. 21

His succedunt quadrilateræ, à quaternario laterum numero denominatæ.

¶Τετράπλευρα δὲ, τὰ ὑπὸ τεσσάρων.

Quadrilateræ figuræ sunt, quæ sub quatuor compreheduntur rectis lineis. 22

Et quoniam rectilinearum figurarum supra quadrilateras per continuam laterum additionem, infinita videtur excrescere multitudo, quam singulatim describere, longum nimis vel impossibile foret: idcirco reliquas omnes multilateras adpellauit Euclides, & sub hac diffinitione complexus est,

¶Πολύπλευρα δὲ, τὰ ὑπὸ πλειόνων ἢ τεσσάρων εὐθειῶν περιεχόμενα.

Multilateræ figuræ, sunt quæ sub pluribus quàm quatuor rectis lineis comprehenduntur. 23

Quæ quidem multilateræ figuræ, longè faciliorẽ ab angulis, q̃ ab ipsa laterũ multitudine, sortiuntur nomẽclaturã: vtpote, pentagona, hexagona, heptagona, octogona, &c. Sunt enim in rectilinea quacunq; figura tot anguli, quot & latera. Cùm autem omnis multilatera figura immediate resoluatur in trilateras, vel partim in trilateras, partim verò in quadrilateras: subiungit propterea primùm trilaterarũ, deinde quadrilaterarum figurarum, tum ab ipsis lateribus, tum ab angulis sumpta discrimina. Omnis itaque trilateræ figuræ, aut tria latera sunt adinuicem æqualia, vel duo tantùm, aut nulla.

Trilaterarũ figurarũ à lateribus discrimina.

¶Τῶν δὲ τριπλεύρων σχημάτων, ἰσόπλευρον μὲν τρίγωνόν ἐστι, τὸ τρεῖς ἴσας ἔχον πλευράς.

Trilaterarum porrò figurarum, æquilaterũ est triangulum, quod tria continet æqualia latera. 24

Veluti subscripta in exemplum trianguli figura a, & quæ illi similes.

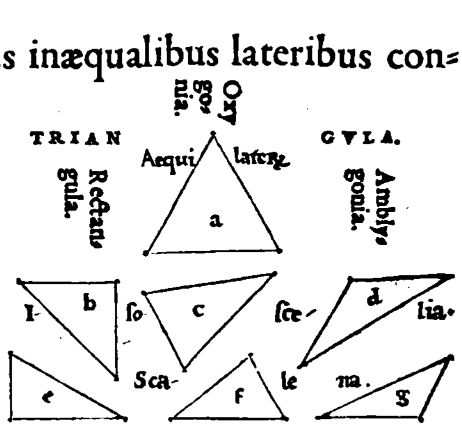
¶Ἰσοσκελὲς δὲ, τὸ τὰς δύο μόνας ἴσας ἔχον πλευράς.

Isosceles autẽ, est quod sub binis tantũ ęqualibus lateribus cõtinet. 25

Cuiusmodi sunt triangula b, c, d, ad clariorem singulorum euidentiam depicta.

¶Σκαληνὸν δὲ, τὸ τὰς τρεῖς ἀνίσους ἔχον πλευράς.

Scalenum verò, est quod sub tribus inæqualibus lateribus continetur. 26



Vt obiecta e, f, g, triangula: & quæ sunt eiuscemodi. Ab angulis autem totidem differentias nanciscũtur ipsa triangula. Omnis siquidem trianguli, vel tres anguli sunt acuti, vel vnus rectus & cæteri duo acuti, aut denique vnus obtusus & reliqui itidem acuti: duos enim rectos aut duos obtusos, vel vnum rectũ & vnum obtusum angulũ in triangulo offendere nõ est possibile. Hanc igitur angularem trilaterarum differentiam, ita subscribit Euclides, Ἔτι δὲ τῶν τριπλεύρων σχημάτων, ὀρθογώνιον μὲν τρίγωνόν ἐστι, τὸ ἔχον ὀρθὴν γωνίαν.

27 Amplius trilaterarum figurarum, rectangulum triangulum est, quod rectum angulum habet.

Trilaterarũ figurarum ab angulis differentiæ.

Vt isosceles b, vel scalenum triangulum e, proxima diffinitione descriptum.

Ἀμβλυγώνιον δὲ, τὸ ἔχον ἀμβλεῖαν γωνίαν.

28 Amblygonium autem, quod obtusum angulum habet.

Veluti antecedens isosceles d, scalenúmve triangulum g.

Ὀξυγώνιον δὲ, τὸ τρεῖς ὀξείας ἔχον γωνίας.

29 Oxygonium verò, quod tres habet acutos angulos.

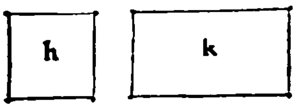
Cuiusmodi sunt æquilaterum a, & isosceles c, atque triangulum scalenum f: & quæ eis similia sunt triangula. Omnis porrò trianguli vnumquodque latus, cæteris duobus expressis, basis vocitatur. Sequitur itaque, rectãgula & amblygonia triangula: fore tantummodò isoscelia, vel scalena. Oxygonium autem: & æquilaterum, & isosceles, & scalenum offenditur triãgulum. Quemadmodùm ex suprascriptis triangulorum licet elicere figuris. Haud dissimiliter quadrilaterarum figurarum, tum ab angulorũ rectitudine vel obliquitate, tum ab æqualitate vel inæqualitate laterum, succedentia colliguntur discrimina.

Basis triãguli

Quadrilaterarum figurarũ discrimina

Τῶν δὲ τετραπλεύρων σχημάτων, τετράγωνον μὲν ἐστιν, ὃ ἰσόπλευρόν τέ ἐστι καὶ ὀρθογώνιον.

30 Quadrilaterarum autem figurarum, quadratũ quidem est, quod & æquilaterum & rectangulum est.



Veluti quadratum h. Omnis itaque quadrati vnumquodque latus, radix eiusdem indifferenter adpellatur. Fit enim quadratum, ex data linea recta abstractiuè in seipsam rectissimè ducta: quemadmodùm numerus in seipsum ductus, quadratum efficit numerum.

Radix quadrati.

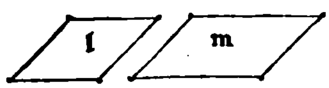
Ἑτερόμηκες δὲ, ὃ ὀρθογώνιον μὲν οὐκ ἰσόπλευρον δέ.

31 Altera parte longius, est quod rectangulum quidem, at æquilaterum non est.

Quemadmodũ suprascripa figura k, quoad angulorum rectitudinem conueniẽs cum ipso quadrato, dissidens autem ex parte laterum.

Ῥόμβος δὲ, ὃ ἰσόπλευρον μὲν οὐκ ὀρθογώνιον δέ.

32 Rhombus, est quæ æquilatera, at rectangula non est.



Cuiusmodi est figura l. Cõuenit itaque rhombus cum ipso quadrato, in sola laterũ æqualitate: habet enim duos obtusos, & totidem acutos angulos, quatuor rectorum simul efficientes quantitatem.

Ῥομβοειδὲς δὲ, τὸ τὰς ἀπεναντίον πλευράς τε καὶ γωνίας ἴσας ἀλλήλαις ἔχον, ὃ οὔτε ἰσόπλευρόν ἐστιν, οὔτε ὀρθογώνιον.

33 Rhomboides verò, est quæ ex opposito latera & angulos habens æquales, neque æquilatera, neque rectangula est.

Quemadmodùm suprà depicta figura m repræsentat. Súntque hæc omnia nuper enarrata quadrilatera, parallelogramma: id est, quorum opposita latera sunt adinuicem parallela, seu æquidistantia. Neque plures quadrilaterarum & regularium figurarum contingit inueniri differentias: hinc dicit Euclides,

Parallelogrãma.

Τὰ δὲ παρὰ ταῦτα τετράπλευρα, τραπέζια καλείσθω.

34 Præter hæc autem reliqua quadrilatera, trapezia adpellantur.

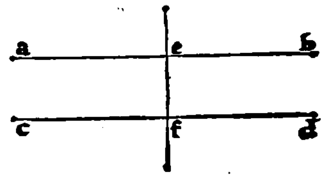
In quibus videlicet nulla oppositorum vel laterum, vel angulorũ simul obseruatur æqualitas, siue respõdentia: veluti sunt n/ & o, & quæcunque eis similes quadrilaterorum descriptiones.

Parallelarum linearum diffinitio vltima.

Παράλληλοί εἰσιν εὐθεῖαι αἵτινες ἐν τῷ αὐτῷ ἐπιπέδῳ οὖσαι, καὶ ἐκβαλλόμεναι εἰς ἄπειρον ἐφ' ἑκάτερα τὰ μέρη ἐπὶ μηδέτερα συμπίπτουσιν ἀλλήλαις.

Parallelæ rectæ lineæ sunt quæ in eodem existentes plano, & ex 35
vtraque parte in infinitum productæ, in nulla parte concurrunt.

Quales tibi repræsentant a/b/& c/d/ lineæ rectæ. In quarum videlicet alteram, vtpote a/b, recta linea e/f/ad æquales seu rectos incidẽs angulos: & cũ reliqua c/d/ rectos itidem vel æquales angulos efficit. Ex eo enim, alterius in alterã æqualis vtrobiq; surgit inclinatio: vnde fit, vt ipsæ datæ lineæ in infinitũ ex vtraq; parte productæ, æqualiter seu parallelicè distent, nusquam adinuicem concurrentes.



Αἰτήματα. Postulata.

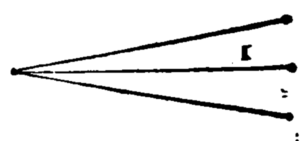
ORONTIVS.

SECVNDO LOCO, SESE OFFERVNT POSTVLATA: QVAE petitiones à nõnullis adpellãtur. Sunt autem postulata, generales quędam propositiones, ex ipsis collectæ diffinitionibus: quæ pendenter ab auditore concessæ, postulantur assumuntúrve in ordinem seu rationem principij. Primum itaq; postulatum, est huiusmodi, postulata quę

Ἠιτήσθω, ἀπὸ παντὸς σημείου ἐπὶ πᾶν σημεῖον εὐθεῖαν γραμμὴν ἀγαγεῖν.

Ab omni puncto in omne punctum, rectam lineam ducere 1

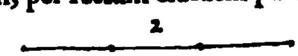
Potest enim datum quodcunq; punctum, in aliud quodlibet punctum, etiam vbilibet imaginatũ, per viam abstractiuè fluẽdo breuissimam: rectam describere lineam. quemadmodùm ex quatuor primis licet elicere diffinitionibus. Admittẽda est itaq; linea recta quantalibet, ac quibus voluerimus punctis, vbilibet indifferenter terminata.



Καὶ πεπερασμένην εὐθεῖαν κατὰ τὸ συνεχὲς ἐπ' εὐθείας ἐκβαλεῖν.

Rectam lineam terminatã, in continuum rectúmq; producere. 2

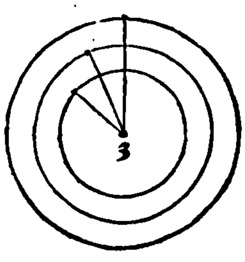
Nam vtrunq; punctum ipsius datæ rectæ lineæ terminatiuum, per rectum eiusdem puncti defluxũ, quantumlibet abstractiuè continuatũ: potest ipsam datam lineam rectã efficere lõgiorem. quemadmodùm ex data linearum rectarum colligitur descriptione.



Καὶ παντὶ κέντρῳ καὶ διαστήματι κύκλον γράφεσθαι.

Omni centro & interuallo circulum describere. 3

Hoc est, licet vbicunque volueris centrum designare circuli, & circa idem centrum, ad liberam semidiametri quantitatem, ipsum figurare circulum. Aut (si velis) ex data quacunque linea recta terminata, altero eiusdem lineæ termino vbiuis collocato, per completam ipsius lineæ circunductionem, circulum describere. Admittendi igitur sunt, liberæ quantitatis circuli, pro data semidiametri vel interualli magnitudine.



Καὶ πάσας τὰς ὀρθὰς γωνίας ἴσας ἀλλήλαις εἶναι.

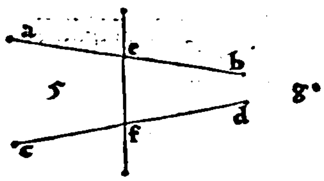
Omnes angulos rectos adinuicẽ æquales esse. 4

Cùm enim dati cuiuslibet anguli recti magnitudo quadrans existat circuli, eiusdémq; circuli quardrantes sint adinuicem æquales: fit vt inter quosuis angulos rectos nulla possit esse differentia, sed omnes sint adinuicē æquales. Quemadmodùm ex his quæ septima, nona, & decima præmisimus diffinitionibus, elicere vel facilè potes.

¶Καὶ ἐὰν εἰς δύο εὐθείας, εὐθεῖα ἐμπίπτουσα, τὰς ἐντὸς καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη γωνίας, δύο ὀρθῶν ἐλάσσονας ποιῇ, ἐκβαλλόμεναι αἱ δύο αὗται εὐθεῖαι ἐπ' ἄπειρον, συμπεσοῦνται ἀλλήλαις, ἐφ' ἃ μέρη εἰσὶν αἱ τῶν δύο ὀρθῶν ἐλάσσονες γωνίαι.

5 Si in duas rectas lineas recta linea incidens, interiores & in eadem parte angulos duobus rectis minores fecerit: rectas lineas in infinitum productas concurrere necesse est, ad eas partes in quibus anguli duobus rectis minores existunt.

Vtpote, si in rectas a/b/& c/d, recta incidens e/f, interiores angulos b/e/f/& d/f/e/simul cōparatos, duobus rectis minores fecerit: ipsæ lineæ a/b/& c/d, in infinitū productæ, conueniēt tandem in g, ad partes quidem b/& d. Quoniam plus inclinātur adinuicem partes b/d, quàm a/c. Vnde quantò magis producentur b/e, & d/f/partes, tantò propiores efficientur, in vnū tandem signum (vtpote g) concurrentes. Secus est de a/e, & c/f/ partibus: propterea quòd anguli a/e/f/& c/f/e/sunt duobus angulis rectis tantò maiores, quantò eisdem rectis minores fuerint ipsi b/e/f/atq; d/f/e/anguli.



De cęteris postulatis.

¶Possent & alia his haud dissimilia subrogari postulata: quæ cùm sunt omnibus (etiam rudissimis) per sese manifesta, vel quæ recenseantur indigna, hoc quinario cum Euclide contenti erimus numero.

¶Κοιναὶ ἔννοιαι. *Communes sententiæ.*

ORONTIVS.

Axiomata, effata, seu communes sententiæ.

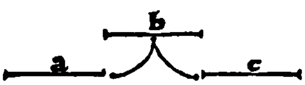
RELIQVVM EST TANDEM, COMMVNES ELVCIDARE sententias: quas græci axiomata, latini verò effata solent adpellare. Sūt igitur cōmunes sentētiæ, generales quędā ac per sese manifestę propositiones, cōmunitérve scitæ ab omnibus, & in principij rationem vel ordinem coassumptæ. Quarum prima est hæc:

¶Τὰ τῷ αὐτῷ ἴσα, καὶ ἀλλήλοις ἐστὶν ἴσα.

1 Quæ eidem æqualia, & adinuicem sunt æqualia,

5. communes sententiæ ratione æqualitatis respiciētes.

Vtpote, si a/ magnitudo sit æqualis b/ magnitudini, eidem quoq; b/sit æqualis magnitudo c: necessum est a/& c/magnitudines fore adinuicem æquales. Idem habeto iudicium de numeris, atque cæteris eiusdem generis adinuicem comparabilibus.



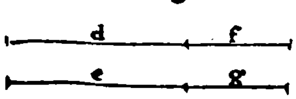
¶Καὶ ἐὰν ἴσα ἴσοις προστεθῇ, τὰ ὅλα ἐστὶν ἴσα.

2 Et si æqualibus æqualia adijciantur, omnia erunt æqualia.

¶Καὶ ἐὰν ἀπὸ ἴσων ἴσα ἀφαιρεθῇ, τὰ καταλειπόμενά ἐστιν ἴσα.

3 Et si ab æqualibus æqualia auferātur, quę relinquētur æqualia erūt.

Vt si d/& e/magnitudinibus inuicē æqualibus, æquales addantur magnitudines f/& g: consurgent d/f/& e/g/ magnitudines adinuicem pariter æquales. Quòd si versàvice ab ipsis d/f/& e/g/magnitudinibus inuicem æqualibus, æquales tollantur f/quidē & g/magnitudines: relinquentur d/& e/magnitudines rursum adinuicem æquales.



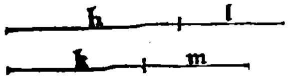
¶Καὶ ἐὰν ἀνίσοις ἴσα προστεθῇ, τὰ ὅλα ἐστὶν ἄνισα.

4 Et si inæqualibus æqualia adiungantur, omnia inæqualia erunt.

¶Καὶ ἐὰν ἀπὸ ἀνίσων ἴσα ἀφαιρεθῇ, τὰ λοιπά ἐστιν ἄνισα.

5 Et si ab inæqualibus æqualia auferantur, reliqua inæqualia erunt.

Si nanqꝫ h,k/magnitudinibus inæqualibus,æquales adiungantur magnitudines l,m:conſurgent inæquales adinuicem magnitudines h/l/& k/m. Aut ſi ab eiſdem inæqualibus magnitudinibus datis h/l/& k/m, æquales auferantur l/& m,quæ relinquentur h/& k/magnitudines, erũt adinuicem inæquales. Vnde & verſa vice,ſi æqualibus inæqualia adiungantur,vel ab æqualibus inæqualia auferantur:conſurgent,aut relinquentur inæqualia.



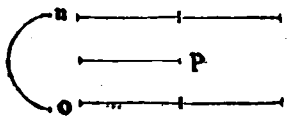
Hæ ſunt igitur quinque præcipuæ communes ſententiæ,rationem æqualitatis inter magnitudines,atqꝫ inuicẽ comparabilia,tum facta inuicem comparatione, tum addendo,ſubtrahendóve occurrentem,reſpicientes.

¶Καὶ τὰ τοῦ αὐτοῦ διπλάσια, ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν.

Quæ eiuſdem duplicia ſunt, adinuicem ſunt æqualia. 6

Cõmunis ſententia ꝓ ratione maioris inæqualitatis.

Hoc eſt,quę eiuſdem ſunt æquè multiplicia,vel æquè ſuperparticularia,aut æquè ſuperpartientia, vel(vt ſummatim comprehendam)æquè maiora:ea ſunt adinuicẽ æqualia,nempe quòd æquali exceſſu eandem ſuperent magnitudinem. Vt ſi n/& o/ magnitudines, eiuſdẽ magnitudinis p/ſint ęquè maiores,vtpote duplæ: neceſſum eſt eaſdẽ magnitudines n/& o/ fore adinuicem æquales.Nam æqualibus magnitudinibus ipſi p/in eiſdem n/& o/comprehenſis,æquales adduntur exceſſus.



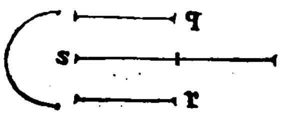
Idem cenſeto de numeris,& quibuſcunqꝫ inuicem comparabilibus rebus,eandem ad tertiã maioris inæqualitatis rationem obtinentibus.

¶Καὶ τὰ τοῦ αὐτοῦ ἥμισυ, ἴσα ἀλλήλοις ἐστί.

Et quæ eiuſdem ſunt dimidium,æqualia ſunt adinuicem. 7

cõ. ſententia, pro ratiõe minoris inæqualitatis.

Hæc communis ſententia,pro magnitudinibus rationẽ minoris inæqualitatis ad eandem tertiam obſeruantibus magnitudinẽ, ita venit intelligenda:vt quæcũqꝫ eiuſdẽ ſunt ęquè ſubmultiplicia,aut ſubſuperparticularia,vel ſubſuperpartientia,hoc eſt,æquè minora,ea ſunt adinuicem æqualia.Vtpote,ſi q/& r/magnitudines,eiuſdem magnitudinis s/ſint(verbi gratia)ſubduplæ: illæ erunt adinuicem æquales,propterea quòd æquali ab eadem magnitudine ſuperentur exceſſu.



¶Καὶ τὰ ἐφαρμόζοντα ἐπ' ἄλληλα, ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν.

Et quæ ſibimet ipſiș conueniunt,æqualia ſunt adinuicem. 8

Vtpote,ſi duę rectę lineę in limitib⁹,duæve ſuperficies in terminis,ſeu laterib⁹& angulis, & quę ſunt ſimilia ſimilibus ex õni parte cõueniãt:ea oportet adinuicẽ ęquari, & ecõtrario.

¶Καὶ τὸ ὅλον μεῖζον τοῦ μέρους ἐστί.

Totum eſt ſua parte maius. 9

Adde quòd & æquale ſuis partibus integralibus, id eſt quæ ſimul ſumptæ ipſum totum videntur integrare.

¶Καὶ δύο εὐθεῖαι χωρίον οὐ περιέχουσι.

Duæ rectæ lineæ ſuperficiem non concludunt. 10

Prius q̃ enim ſuperficiẽ cõcluderẽt valerẽt:operępretiũ eſſet,gemina pũcta vtriuſqꝫ datarũ linearũ terminos limitãtia mutuo cõuenire.Duæ itaqꝫ lineę rectę,à dato pũcto in datũ punctũ producerentur:coinciderẽt igitur in vnã atqꝫ eandem lineam rectã,ſuperficiem concludere non valentes.queadmodùm ex ijs quę quarta prædiximus diffinitione fit manifeſtum.

¶De *Problemate*, Theoremate, *atque* Hypotheſi.

Problemata. Theoremata. Hypotheſes.

¶EX HIS ITAQVE SANE QVAM INTELLECTIS PRINCIpijs, colliguntur problemata: hoc eſt, ambiguæ propoſitiones, ſciſcitationéſve,practicas figurarũ affectiones diſcutiẽtes:& Theoremata,id eſt,ſpeculatiuæ propoſitiones,præceptionis vtcũqꝫ participes, quæ ſingulis accidunt figuris ſola inſpectione diiudicãtes.Quæ quidẽ omnia tali ſunt artificio ab Euclide diſtributa,vt ex antecedentibus omnis ſubſequentiũ videatur pendere comprobatio:fiatqꝫ mutua ſubminiſtratio ſingulorum inter ſeſe & problematum & theorematum.Quibus ſuffragantur hypotheſes,hoc eſt,ex preuia ſupradictorum cognitione,aſſumenti conceſſæ ſuppoſitiones.

ΕΥΚΛΕΙ'ΔΟΥ ΒΙΒΛΙ'ΟΥ ΠΡΩ'ΤΟΥ

Πρόβλημα α, Πρόθεσις α.

Ἐπὶ τῆς δοθείσης εὐθείας πεπερασμένης, τρίγωνον ἰσόπλευρον συστήσασθαι.

EVCLIDIS LIBRI PRIMI

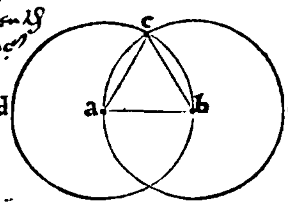
Problema 1. *Propoſitio* 1.

1 SVper data linea recta terminata, triangulũ æquilaterum conſtituere

ORONTIVS. ¶Sit data recta linea terminata a/b, cuius limites ſint a/ & b/ pũcta: ſuper quã oporteat triangulũ æquilaterum cõſtituere: hoc eſt, datam lineam rectam terminatam in latus ipſius coaptare triãguli, & reliqua duo latera, quæ ſint eidem lineæ datæ æqualia, ex ſuperius enarratis principijs inueſtigare. Centro igitur a, interuallo autẽ a/b, deſcribatur circulus b/c/d, per tertium poſtulatum. Et per idem poſtulatum, centro rurſum b, eodémq; interuallo b/a, deſcribatur circulus a/c/e. Cùm igitur circuli b/c/d/ & a/c/e/ in eodem ſint plano, & cõmunem habeant ſemidiametrum, nempe datam a/b/ rectam, tranſeátque per conſtructionem vnius circunferentia per centrum alterius: neceſſum eſt, b/c/d/ circunferentiã partim eſſe intra circulum a/c/e, partim verò extra, & è contrario, & propterea ſeſe mutuo interſecare. Sit ergo ſectionũ altera in puncto c, & connectantur tandem rectæ lineæ a/c/ & b/c, per primũ poſtulatũ. Triangulũ eſt itaq; a, b, c, (nõ congruũt enim, neq; in directũ cõſtituũtur ipſæ a/b, b/c, & c/a/ lineæ rectæ: ſed trigonã includũt ſuperficiẽ a/b/c) dico ꝙ & æquilaterũ. Quoniã punctum a, centrũ eſt circuli b/c/d: æqualis eſt igitur a/c/ recta, ipſi a/b, per decimãquintã diffinitionẽ. Rurſum, quoniã punctum b, centrũ eſt circuli a/c/e: æqualis eſt, per eandẽ diffinitionẽ b/c/ recta, eidẽ a/b. Duæ igitur a/c, & b/c, eidẽ a/b, ſunt æquales: eapropter & æquales adinuicem, per primam communem ſentẽtiam. Tres itaque lineæ a/b, b/c, c/a, ſunt adinuicem æquales. Igitur ſuper data recta linea terminata a/b, conſtitutũ eſt triangulum æquilaterum a/b/c. Quod facere oportebat.

Nota propoſitiõis interpretationem.

[illegible] [illegible]
[illegible] [illegible]
[illegible] commun[illegible]
per ſeſe
[illegible]ſecant



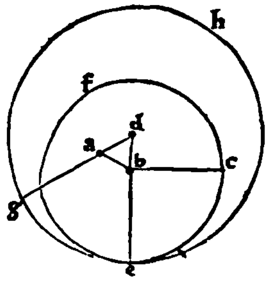
Πρόβλημα β, Πρόθεσις β.

Πρὸς τῷ δοθέντι σημείῳ τῇ δοθείσῃ εὐθείᾳ ἴσην εὐθεῖαν θέσθαι.

Problema 2, *Propoſitio* 2.

2 AD datum punctũ, datæ rectę lineæ æquam rectã lineã ponere.

ORONTIVS. ¶Sit datũ punctũ a, data verò linea recta b/c: cui expedit, ad ipſum punctum a, æquam rectam lineam ponere. Ducatur itaque recta a/b, per primum poſtulatum: ſuper qua triangulum æquilaterum conſtituatur a/b/ d, per primam propoſitionem. Et centro b, interuallo autẽ b/c, circulus deſcribatur c/e/f, per tertium poſtulatum. Atque per ſecũdum poſtulatum, producatur recta b/d/ in ipſius circuli circunferentiam: ſitq; d/e. Centro rurſum d, interuallo autẽ d/e, circulus deſcribatur e/g/h, per idem tertium poſtulatũ. Producatúrque tandem recta d/a, in circunferentiam ipſius e/g/h/circuli per ſecũdum poſtulatum: ſitq; d/g. Cùm igitur punctum b, centrũ exiſtat circuli c/e/f: æqualis eſt b/c/recta ipſi b/e, per decimamquintam diffinitionem. Rurſum quoniam punctum d, cẽtrum eſt e/g/h/ circuli: æqualis eſt, per eandem diffinitionem, recta d/e/ipſi d/g. A quibus ſi auferãtur a/d, & b/d/inuicẽ æquales (nempe latera trianguli æquilateri) reliqua a/g, reliquæ b/e, per tertiam communem ſentẽtiam erit æqualis. Atqui monſtratum eſt, quòd & b/c/ eidem b/e/eſt æqualis. Binæ igitur a/g/& b/c, eidem b/e/ſunt æquales: quapropter & æquales adinuicem, per primam communem ſententiam. Ad datum ergo pũctum a/datæ rectæ lineæ b/c, æqualis recta linea poſita eſt a/g. Quod oportuit feciſſe.



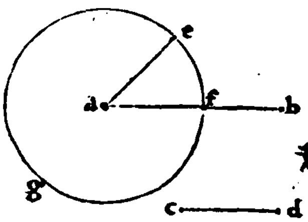
Πρόβλημα γ, Πρόθεσις γ.

Δύο δοθεισῶν εὐθειῶν ἀνίσων, ἀπὸ τῆς μείζονος, τῇ ἐλάσσονι ἴσην εὐθεῖαν ἀφελεῖν.

Problema 3, Propoſitio 3.

DVabus datis rectis lineis inæqualibus, à maiori minori æquã rectam lineam abſcindere. 3

ORONTIVS. ¶Sint datæ binæ rectæ lineæ inæquales, a/b quidẽ, maior minor verò c/d: cui receptũ ſit, ab ipſa maiore a/b, æquã lineam rectã abſcindere. Ad datũ ergo punctum a/ alterum ipſius maioris a/b/ limitem, eidem minori c/d/ ponatur æqualis, per ſecundam propoſitionẽ: ſitq; a/e. Et centro a, interuallo autem a/e, circulus deſcribatur e/f/g, per tertium poſtulatum. Cùm igitur a/e/ recta ſit æqualis ipſi c/d, ſitq; c/d minor ipſa a/b, per hypotheſin: erit & a/e/eadem a/b/ minor. quæ enim ſunt æqualia, eiuſdem ſunt æquè minora, per conuerſam ſeptimæ cõmunis ſentẽtiæ. Egredietur ergo a/b/maior ipſa a/e, circunferẽtiã circuli e/f/g, ad interuallum eiuſdem a/e/ deſcripti, eandẽmq; circunferẽtiam egrediendo ſecabit: ſecet igitur in puncto f. Et quoniã punctũ a, centrum eſt circuli e/f/g: æqualis eſt a/f/recta ipſi a/e, per decimamquintã diffinitionẽ. Eidẽ porrò a/e, æqualis eſt & recta c/d. Binæ igitur a/f/& c/d, eidem a/e/ ſunt æquales: & propterea æquales adinuicẽ, per primã cõmunem ſentẽtiam. Eſt autẽ & a/f, pars ipſius maioris a/b Duabus ergo lineis rectis inæqualibus datis, a/b/quidẽ & c/d: à maiori a/b, ſecta eſt a/f/ ipſi c/d/minori æqualis. Quod oportebat facere.



Θεώρημα α, Πρόθεσις δ.

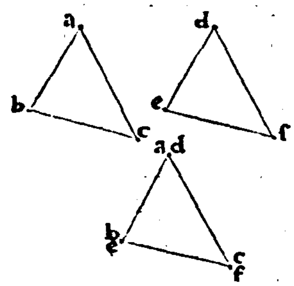
Ἐὰν δύο τρίγωνα τὰς δύο πλευρὰς, ταῖς δυσὶ πλευραῖς ἴσας ἔχῃ ἑκατέραν ἑκατέρᾳ, καὶ τὴν γωνίαν τῇ γωνίᾳ ἴσην ἔχῃ, τὴν ὑπὸ τῶν ἴσων εὐθειῶν περιεχομένην, καὶ τὴν βάσιν τῇ βάσει ἴσην ἕξει, καὶ τὸ τρίγωνον τῷ τριγώνῳ ἴσον ἔσται, καὶ αἱ λοιπαὶ γωνίαι ταῖς λοιπαῖς γωνίαις ἴσαι ἔσονται ἑκατέρα ἑκατέρᾳ, ὑφ᾽ ἃς αἱ ἴσαι πλευραὶ ὑποτείνουσι.

Theorema 1, Propoſitio 4.

SI duo triãgula duo latera duobus lateribus æqualia habuerint 4
alterũ alteri, & angulum angulo æqualem ſub æqualibus rectis

lineis contentum: & basin basi æqualem habebunt, & triangulum triangulo æquum erit, & reliqui anguli reliquis angulis æquales erunt ~~alter alteri~~ uterque utrique, sub quibus æqualia latera subtenduntur.

ORONTIVS. ¶ Sint bina triangula a/b/c/ & d/e/f, habentia duo latera a/b/ & a/c, duobus lateribus d/e/ & d/f/ alternatim æqualia, hoc est, a/b/ ipsi d/e, & a/c/ ipsi d/f: atq; angulum b/a/c, æqualem angulo e/d/f/ sub æqualibus rectis lineis contento. Dico primùm, quòd basis b/c/ est æqualis basi e/f. Comparato nanq; triangulo a/b/c/ ipsi d/e/f, atque puncto a/ supra d/ púctum constituto, extensáque recta a/b/ super rectam d/e: conueniet punctū b/ ipsi puncto e: nam a/b/ ipsi d/e/ per hypothesin est æqualis. quæ autem sunt adinuicem æqualia, sibimetipsis conueniunt, per conuersam octauæ communis sententiæ. Et quoniam angulus b/a/c, angulo e/d/f/ per hypothesin quoque est æqualis: cadet igitur, per eandem conuersam, a/c/ recta, super rectam d/f. secus enim alter angulorum foret reliquo maior, cótra ipsam hypothesin. At cùm a/c/ & d/f/ rectæ, sint ex eadem hypothesi adinuicem æquales: conueniet rursum punctum c/ ipsi puncto f, per allegatam octauæ communis sententiæ conuersionem. Binæ igitur rectæ b/c/ & e/f, ab eodem communi púcto, ad idem commune punctum educentur: cóuenient ergo adinuicem, per datam ipsius lineæ rectæ diffinitionem. Conuenientibus enim b, e/ & c, f/ limitibus, si eædem b/c/ & e/f/ rectæ minimè conuenirent: duæ lineæ rectæ includerent superficiem, contra decimam communem sententiam, & diffinitam rectarum linearum descriptionem. conuenit itaq; b/c/ ipsi e/f. Quæ autem sibimetipsis conueniunt, æqualia sunt adinuicem, per octauam cómunem sententiam. basis ergo b/c, basi e/f/ cócluditur æqualis. ¶ Dico præterea, q triangulum a/b/c/ triangulo d/e/f/ æquum est. Conueniunt enim singula latera ipsius a/b/c/ trianguli, singulis d/e/f/ trianguli lateribus: & triangulum igitur triangulo conuenit. Vnde per eandem octauam communem sentētiam, a/b/c/ triāgulum, ipsi d/e/f/ triangulo æquum erit. ¶ Aio tādem, reliquos angulos reliquis angulis, sub quibus æqualia subtenduntur latera, fore alterum alteri æquales: vtpote, a/b/c/ ipsi d/e/f, sub quibus a/c/ & d/f, & a/c/b/ ipsi d/f/e, sub quibus a/b/ & d/e/ latera subtenduntur æqualia. Conueniunt enim singula latera singulis lateribus, sub quibus ipsi continentur anguli. Ex laterum porrò conuenientia æqualis eorūdem subsequitur inclinatio. ex æquali autē inclinatione laterum, contentorū angulorum cóuincitur æqualitas. Si bina igitur triāgula duo latera duobus lateribus æqualia habuerint &c. vt in theoremate. Quod erat demonstrandum.



Pars prima theorematis.

Pars secunda

Tertia pars.

Θεώρημα β, Πρόθεσις ε.

Τῶν ἰσοσκελῶν τριγώνων αἱ πρὸς τῇ βάσει γωνίαι ἴσαι ἀλλήλαις εἰσί. καὶ προσεκβληθεισῶν τῶν ἴσων εὐθειῶν, αἱ ὑπὸ τὴν βάσιν γωνίαι ἴσαι ἀλλήλαις ἔσονται.

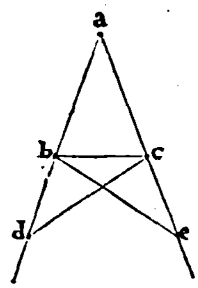
Theorema 2, Propositio 5.

5 Isoscelium triangulorum, qui ad basin sunt, anguli, adinuicem sunt æquales: & productis æqualibus rectis lineis, qui sub basi sunt anguli, adinuicem æquales erunt.

ORONTIVS. ¶ Sit triangulū isosceles a/b/c: cuius latera a/b/ & a/c/ sint adinuicem æqualia. Hæc autē versus d, & e, puncta, in cótinuū rectūmq; producantur:

per ſecundum poſtulatum. Aio itaque primùm, angulos a/b/c/& a/c/b, qui ad baſin b/c, fore adinuicẽ æquales: angulum prǽterea d/b/c, angulo b/c/e/ſub eadẽ baſi b/c/cõſtituto, itidem coæquari. Suſcipiatur enim in b/d/recta cõtingens punctũ, ſitq́; illud d: & data recta b/d, ſecetur ei æqualis c/e, per tertiam propoſitionem: connectantúrq; b/e, & c/d, lineæ rectæ, per primũ poſtulatũ. Cùm igitur a/b/ſit æqualis a/c, per hypotheſin, & b/d/ipſi c/e, per cõſtructionẽ: erit & a/d/ipſi a/e, per ſecundam communẽ ſententiã, æqualis. Bina ergo latera a/b/& a/e/trianguli a/b/e, ſunt æqualia duobus a/c/& a/d/triãguli a/c/d, alterum alteri: eſtq́; angulus qui ad a/ſub æquis lateribus comprehẽſus, vtriq; triãgulo communis. Baſis igitur b/e/ baſi c/d/ eſt æqualis, & totũ triangulum a/b/e/ toti triãgulo a/c/d/æquale, atq; reliqui anguli reliquis angulis, ſub quibus æqualia ſubtenduntur latera, reſpõdenter æquales, vtpote/a/b/e/ipſi a/c/d, & a/d/c/ipſi a/e/b: per quartã propoſitionem.

Primus oſtenſionis diſcurſus.



Secundus.

Rurſum, quoniã b/d/ipſi c/e/per conſtructionẽ eſt æqualis, & b/e/ ipſi c/d/æqualis oſtenſa eſt: bina propterea latera d/b/& d/c/ triãguli d/b/c, duobus e/b/& e/c/ipſius e/b/c/ triãguli lateribꝰ ſunt alternatim æqualia. & cõtẽtos ſub ipſis æqualibus lateribus angulos, vtpote, qui ad d/& e/monſtrauimus æquales: eandémq; baſin ſubtendunt b/c. Triangulũ igitur d/b/c, triangulo e/b/c/eſt æquale, & reliqui anguli reliquis angulis, ſub quibus æqualia ſubtenduntur latera, adinuicẽ æquales: per eandem quartã propoſitionẽ. Angulus itaq; d/b/c, angulo b/c/e/eſt æqualis: necnõ angulus b/c/d, ipſi angulo b/c/e. Totus porrò angulus a/b/e, toti angulo a/c/d/æqualis nuper oſtẽſus eſt. Igitur ſi ab eiſdem æqualibus angulis a/b/e/& a/c/d, æquales auferantur anguli b/c/d/& c/b/e: qui relinquentur anguli a/b/c/ & a/ c/ b/ ad baſin b/c, erunt per tertiam communem ſententiam adinuicem æquales. Et qui ſub eadẽ baſi b/c/ſunt anguli, vtpote, d/b/c/& b/c/e, nunc quoq; mõſtrati ſunt æquales. Iſoſceliũ ergo triangulorũ, qui ad baſin ſunt anguli &c. vt in theoremate. Quod demonſtrare oportebat.

Recollectio demonſtrationis.

Corollarium.

¶ Hinc manifeſtum eſt, triangulum æquilaterum tres angulos adinuicem æquales continere. Quoniam binatim ſumpta latera, ſemper offenduntur æqualia: & duo quoq; anguli omnifariam ſumpti conſequenter æquales.

Θεώρημα γ, Πρόθεσις ς.

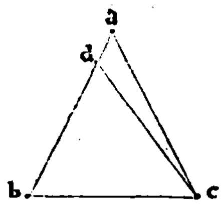
Ἐὰν τριγώνου αἱ δύο γωνίαι ἴσαι ἀλλήλαις ὦσι, καὶ αἱ ὑπὸ τὰς ἴσας γωνίας ὑποτείνουσαι πλευραὶ ἴσαι ἀλλήλαις ἔσονται.

Theorema 3, Propoſitio 6.

SI trianguli duo anguli, æquales adinuicem fuerint: æquales quoq; angulos ſubtendentia latera æqualia adinuicem erunt. 6

ORONTIVS. ¶ Eſto a/b/c/triãgulũ, cuius anguli a/b/c/& a/c/b/ſint adinuicẽ æquales. Dico propterea, quòd latus a/b/æquũ eſt lateri a/c. Si nanq; a/b/ & a/c/latera forent inæqualia, alterum eſſet maius: vtpote, a/b. Poſſet itaq; à maiori a/b, ſecari ipſi a/c/minori æqualis, per tertiã propoſitionẽ. eſto igitur b/d: & connectatur c/ d/ recta, per primum poſtulatum. Cadet igitur recta c/d/intra triangulum a/b/c: diuidétq; latus a/b, & angulum a/c/b/in duos angulos, atq; datum a/b/c/triangulum in bina triangula a/c/d/& d/b/c. Atqui a/b/c/triangulum, ipſo d/b/c/triangulo (nempe totum ſua parte) maius eſt: per nonam communem ſententiam. Quòd ſi a/c/recta foret æqualis ipſi b/d, & b/c/ſit vtriq; triangulo communis: eſſent bina latera a/c/&

Demõſtratio ab impoſſibili



c/b/ trianguli a/c/b, æqualia binis lateribus c/b/ & b/d/ ipsius trianguli c/b/d. quæ cùm æquales adinuicem comprehendant angulos a/b/c/ & a/c/b, per hypothesin: basis a/b/ dati a/c/b/ trianguli, foret æqualis basi c/d/ ipsius triã guli c/b/d, per quartam propositionem: ipsum deniq; triangulum a/b/c, ipsi triangulo d/b/c/ æquale, totum videlicet suæ parti. quod per nonam communem sententiã est impossibile. Non est igitur a/b/ latus, maius a/c. Similiter ostendetur, quòd neq; minus. Aequũ est itaq; latus a/b, ipsi lateri a/c. Si trianguli itaq; duo anguli æquales adinuicem fuerint, æquales quoq; angulos subtendentia latera æqualia adinuicem erunt. Quod fuerat ostendendum.

Corollarium.

¶ Et proinde fit manifestum, triangulum æquiangulum, fore versa vice æquilaterum. anguli enim binatim sumpti, semper offenduntur æquales: & duo quoq; latera omnifariam sumpta, respondenter æqualia.

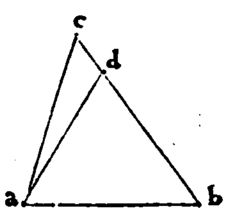
Θεώρημα δ, Πρότασις ζ.

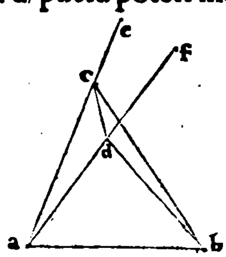
Ἐπὶ τῆς αὐτῆς εὐθείας δυσὶ ταῖς αὐταῖς εὐθείαις, ἄλλαι δύο εὐθεῖαι ἴσαι ἑκατέρα ἑκατέρα οὐ συσταθήσονται, πρὸς ἄλλῳ καὶ ἄλλῳ σημείῳ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη τὰ αὐτὰ πέρατα ἔχουσαι ταῖς ἐξ ἀρχῆς εὐθείαις.

Theorema 4, Propositio 7.

7 SVper eadem recta linea, duabus eisdem rectis lineis, aliæ duæ rectæ lineæ æquales altera alteri non constituentur, ad aliud atque aliud punctum, ad easdem partes, eosdem fines primis rectis lineis possidentes.

ORONTIVS. ¶ Super data inquàm recta linea a/b, duæ rectæ lineæ a/c/ & b/c, à limitibus a/ & b, ad datum punctum c/ constituantur. Dico quòd super eadem a/b, aliæ duæ rectæ lineæ, vtpote a/d/ & b/d, ad aliud punctum, hoc est d, ad easdem quoq; partes, non constituentur eisdem a/c/ & b/c/ altera alteri æquales, vtpote a/d/ ipsi a/c, & b/d/ ipsi b/c, eosdem fines a/ & b, cum eisdem primis rectis lineis a/c/ & b/c/ possidentes. Aut enim punctum d/ cadet in alterutram linearum a/c/ & b/c, vel intra easdem, aut extra. Atqui in alterutram datarum linearum, ipsum d/ punctum minimè potest incidere. Cadat enim (si possibile sit) in Prima figuræ dispositio.
rectam b/c. coincidet igitur b/d/ recta, super rectam b/c: & cùm d/ sit aliud pũctum quàm c, erit eadem b/d/ pars ipsius b/c. Non erit igitur b/d, æqualis b/c: totum enim foret æquale suæ parti, contra nonã communem sententiam. Similiter ostendetur, ꝙ neq; in a/c/ rectam, neq; in alterutrã aut a/c/ aut b/c/ in continuũ rectũmq; productã, cadet idem punctũ d. ¶ Dico præterea, ꝙ neq; intra easdẽ lineas a/c/ & b/c, ip- Secunda.
sum d/ pũctũ potest incidere. Esto enim (si fuerit possibile) vt in subscripta figura & cõnexa c/d/ recta, per primũ postulatũ, vtraq; a/c/ & a/d, per secundũ postulatũ, in continuũ rectũmq;, vsq; ad e/ & f/ signa producatur. Triãgula igitur a/c/d/ & b/c/d/ super eadẽ basi c/d/ cõstituta, forẽt isoscelia. & angulus propterea a/c/d, æquus esset angulo a/d/c: necnõ b/c/d/ angulus, ipsi b/d/c/ respondenter æqualis, per primã partẽ quintæ propositionis: & per secundã eiusdem propositionis partem, qui sub eadem basi c/d/ fiunt anguli, adinuicẽ quoq;

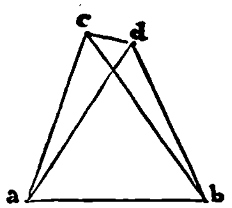




forẽt æquales:vtpote,c/d/f/ipsi d/c/e. Angulus porrò d/c/e,maior est angulo b/c/d (nẽpe totus sua parte) eapropter & c/d/f/angulus, foret eodẽ angulo b/c/d/ maior: & maior consequẽter ipso angulo b/d/c. nam æquales anguli,eiusdẽ sunt æquè maiores,vel æquè minores:per cõuersam sextæ,atq; septimæ cõmunis sentẽtiæ interpretationẽ. Est autẽ c/d/f/angulus,pars ipsius anguli b/d/c. Particularis igitur angulus maior esset totali: quod per eandem nonam cõmunẽ sententiã est impossibile.

Tertia figuræ dispositio.

¶ Haud dissimile sequetur incõueniens:vbi datũ punctũ d,inciderit extra præfatas lineas rectas a/c/& b/c. Si nãq; id possibile foret,vel earum altera quæ ex a/pũcto, alterã quæ ex b/secabit: aut nulla dabitur prædictarum linearũ intersectio. Secet primùm a/d/ipsam b/c:& connectatur c/d/recta, per primum postulatum. Triangula rursum a/c/d/& b/c/d/essent isoscelia:& qui ad communẽ vtriusq; triãguli basin c/d/fiunt anguli,per primam partem ipsius quintæ propositionis æquales adinuicem.vtpote,a/c/d/ ipsi a/d/c,& b/c/d/ ipsi b/d/c. Atqui angulus a/c/d,angulo b/c/d/maior est, per nonam communem sententiam: recta enim b/c/ diuidit a/b/d/c/quadrilaterum, & angulum propterea a/c/d. Igitur & a/d/c/ angulus,eodẽ angulo b/c/d/maior esset:& maior consequenter ipso b/d/c/angulo. angulus porrò a/d/c, est pars ipsius anguli b/d/c: recta nãq; a/d,diuidit eũdem b/d/c/angulum,atq; a/b/d/c/quadrilaterum. Pars itaq;,totum rursum excederet: quod ipsi nonæ communi videtur aduersari sententiæ. Idem etiam concludetur,vbi a/c/recta secuerit b/d:vbíve punctum d/ita seorsum locabitur,vt nulla subsequatur prædictarum linearũ intersectio. quemadmodùm ex secunda figuræ dispositione deducere vel facilè potes,c in d, atq; è diuerso permutato. Non sunt igitur a/c/& a/d/rectæ lineæ,neq; b/c/& b/d/adinuicem simul æquales. Super eadem ergo recta linea,duabus eisdem rectis lineis &c.vt in theoremate. Quod demonstrare oportebat.



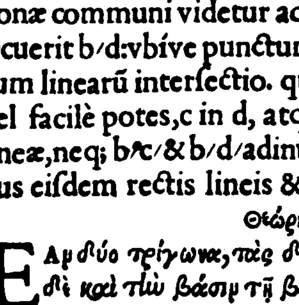
Θεώρημα ε, Πρόθεσις η,

Ἐὰν δύο τρίγωνα, τὰς δύο πλευρὰς ταῖς δυσὶ πλευραῖς ἴσας ἔχῃ ἑκατέραν ἑκατέρᾳ, ἔχῃ δὲ καὶ τὴν βάσιν τῇ βάσει ἴσην, καὶ τὴν γωνίαν τῇ γωνίᾳ ἴσην ἕξει τὴν ὑπὸ τῶν ἴσων εὐθειῶν περιεχομένην.

Theorema 5, Propositio 8.

SI bina triangula, duo latera duobus lateribus alterum alteri æqualia habuerint,& basin quoq; basi æqualẽ:angulum quoq; sub æqualibus rectis lineis contentum æqualem habebunt. 8

ORONTIVS. ¶ Sint bina triangula a/b/c/ & d/e/f,habẽtia duo latera a/b/& & a/c,duobus lateribus d/e/& d/f/alternatim æqualia,hoc est,a/b/ipsi d/e,& a/c/ipsi d/f:sitq; basis b/c,basi e/f/itidem æqualis. Aio itaq; angulum b/a/c,angulo e/d/f/ esse respondenter æqualẽ. Comparatis nanque adinuicem triangulis,& puncto b/supra punctum e/ constituto, extensáque basi b/c/ in rectum ipsius e/f: conueniet punctum c/cum puncto f, per conuersam octauæ cõmunis sententiæ. Cõuenientibus autẽ b/& e,atq; c/& f/punctis,cõueniet & punctũ a/cũ puncto d. Quoniã si a/& d/puncta minimè cõuenirent:sequeretur ex hypothesi laterũ, quod super eadem recta linea b/c/ aut e/f,duabus eisdẽ lineis a/b/& a/c, vel a/e/ & a/f, aliæ duæ rectæ lineæ d/b/& d/c, seu d/e/& d/f, ad aliud atq; aliud punctum, hoc est a/ & d,ad easdem quoq; partes,



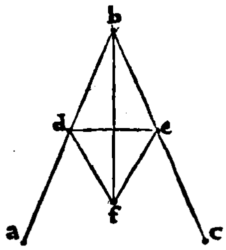
eoſdem deniq; fines b/ & c/vel e/& f/primis rectis lineis poſſidentes, altera alteri conſtituerētur æquales.quod per antecedentē ſeptimā propoſitionē demonſtratū eſt impoſſibile.Cōgruit igitur d/punctū,ipſi puncto a: quapropter & angulū b/a/c, angulo e/d/f,congruere neceſſum eſt,foréq; illi æqualē.Cōgruentibus enim terminis:congruūt & ipſæ lineæ rectæ.ex rectarū porrò cōuenientia,ſub quibus ipſi con tinētur anguli:eadem ſurgit inclinatio.ex qua demum pari linearum inclinatione: eorundem angulorū conuincitur æqualitas.Ergo ſi bina triangula, duo latera duobus lateribus &c.vt in theoremate.Quod oportuit demonſtraſſe.

Πρόβλημα δ, Πρόθεσις θ.
Τὴν δοθεῖσαν γωνίαν εὐθύγραμμον δίχα τεμεῖν.

Problema 4, Propoſitio 9.

9 DAtum angulum rectilineum, bifariam ſecare.

ORONTIVS. ¶Eſto datus rectilineus angulus a/b/c:quem oporteat bifariam ſecare.Suſcipiatur igitur in a/b/recta contingens punctum d:ſecetúrq; à reliqua b/c, ipſi b/d/æqualis, per tertiā propoſitionem, ſitq; illa b/e.Et per primū poſtulatum,connectatur recta d/e:ſuper quā triangulum æquilaterū d/e/f, per primā propoſitionem conſtituatur.connectatur tandem recta b/f, per idem primum poſtulatum.Manifeſtum eſt igitur,rectam b/f/ſecare datum angulum a/b/c:protrahitur enim ab angulo qui ad b,ad oppoſitum angulum qui ad f/in b/d/f/e/quadrilatero.Aio quòd & ipſa b/f,datum a/b/c/angulum bifariā ſecat.Cùm enim b/d/per conſtructionē ſit æqualis ipſi b/e,cōmunis autem b/f:bina itaq; latera d/b/& b/f/trianguli d/b/f,duobus lateribus f/b/& b/e/trianguli f/b/e/ ſunt alternatim æqualia.Eſt inſuper baſis d/f,baſi e/f/itidem æqualis:ſunt enim latera triāguli æquilateri d/e/f.Angulus igitur d/b/f,angulo f/b/e,per octauam propoſitionem eſt æqualis.Datus itaq; rectilineus angulus a/b/c,bifariam à recta b/f/ſecatur. Quod facere oportebat.

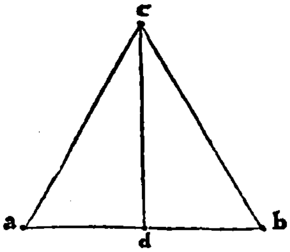


Πρόβλημα ε, Πρόθεσις ι.
Τὴν δοθεῖσαν γωνίαν πεπερασμένην δίχα τεμεῖν.

Problema 5, Propoſitio 10.

10 DAtam rectam lineam terminatam bifariam ſecare.

ORONTIVS.¶Sit data recta linea terminata a/b,quam bifariā ſecare ſit operæpretium. Conſtituatur igitur ſuper eadem a/b, triangulum æquilaterum a/c/b,per primam propoſitionem : ſecetúrq; per antecedentem nonam propoſitionem angulus a/c/b/bifariam,recta quidem c/d,à puncto c/in d/punctum ipſius lateris a/b/ coextenſa.Dico lineā a/b/datam,ſecari bifariam in pūcto d. Cùm enim a/c/b/ triangulum ſit æquilaterum,æqualis eſt a/c/ ipſi c/b: cōmunis verò c/d.Binæ igitur a/c/& c/ d/ trianguli a/ c/ d, duabus d/c/& c/b/triāguli d/c/b,ſunt altera alteri æquales : & qui ſub ipſis æquis lateribus continentur anguli, per conſtructionē ſunt adinuicem æquales,hoc eſt,a/c/d, ipſi d/c/b.Baſis igitur a/d,baſi d/b/eſt æqualis,per quartam propoſitionem.Data igitur recta linea terminata a/b,bifariam ſecta eſt in puncto d.Quod oportuit feciſſe.



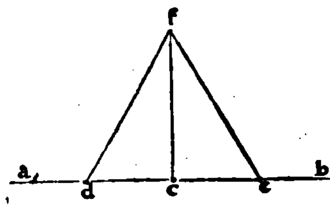
Πρόβλημα ς, Πρότασις ια.

Τῆ δοθείσῃ γωνίᾳ, ἀπὸ τοῦ πρὸς αὐτῇ δοθέντος σημείου, πρὸς ὀρθὰς γωνίας εὐθεῖαν γραμμὴν ἀγαγεῖν.

Problema 6, Propositio 11.

Data recta linea, à pũcto in ea dato, rectam lineam ad angulos rectos excitare. 11

ORONTIVS. ¶Esto recta linea data a/b, datúmq; in ea pũctũ c: à quo oporteat rectã lineã ad angulos rectos excitare. Suscipiatꝰ igitur in a/c/recta, cõtingẽs punctũ: sitq; illud d. secetur præterea à recta c/b, ipsi d/c/æqualis, per tertiã propositionẽ, vtpote c/e. deniq; super recta d/e, triãgulũ æquilaterũ cõstituatꝰ d/f/e, per primã propositionẽ: cõnectatúrq; recta c/f, per primũ postulatũ. Dico c/f/rectã, ad rectos angulos cõsistere super datã rectã a/b. Quoniã d/c/est æqualis ipsi c/e, cõmunis autẽ c/f/diuidẽs d/f/e/triãgulũ. Duæ igitur f/c/& c/d/triãguli f/c/d, duabus f/c/& c/e/trianguli f/c/e, sunt altera alteri æquales: & basis d/f/basi f/e, per constructionem æqualis. Angulus itaq; f/c/d, angulo f/c/e/sub æqualibus rectis lineis cõtento, per octauam propositionem est æqualis. Recta igitur c/f/consistens super rectã a/b, æquales vtrobique facit angulos: ergo rectos, per decimam diffinitionem. A dato igitur pũcto c, datæ rectæ lineæ a/b, recta linea c/f/ad rectos excitata est angulos. Quod faciendum susceperamus.



Πρόβλημα ζ, Πρότασις ιβ.

Ἐπὶ τὴν δοθεῖσαν εὐθεῖαν ἄπειρον, ἀπὸ τοῦ δοθέντος σημείου, ὃ μή ἐστιν ἐπ' αὐτῆς, κάθετον εὐθεῖαν γραμμὴν ἀγαγεῖν.

Problema 7, Propositio 12.

SVper datam rectam lineam infinitam, à dato puncto quod in ea non est, perpendicularem rectam lineam deducere. 12

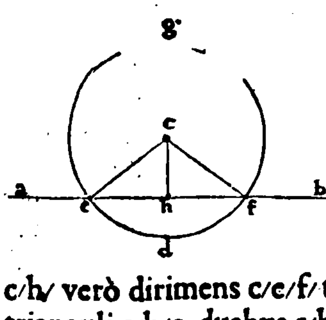
ORONTIVS. ¶Sit data recta linea infinita a/b, datum verò pũctum quod in ea non est c: à quo, in ipsam a/b, perpendicularem rectã lineam deducere sit operæpretium.

Constructio figuræ.

In eodem itaque plano, in quo data a/b/recta linea infinita, & datum punctum c, ex altera quidem parte ipsius a/b, contingens punctũ suscipiatur: sitq; illud d. Erit igitur c/d/interuallum, dirimétq; ipsam a/b/rectam. Centro ergo c, interuallo autem c/d, circulus describatur e/f/g, per tertium postulatum. Hic porrò circulus e/f/g, cùm in eodem sit plano in quo & recta a/b, sitq; finitus, eadem verò a/b/infinita, & dirempta ab interuallo c/d: subtendet propterea idem e/f/g/circulus partem ipsius a/b, egredietúrq; eadem a/b, recta circũferentiam ipsius e/f/g/ circuli, eandémque circunferẽtiam egrediendo secabit. Secet igitur in e/& f/punctis: diuidatúrq; recta & subtensa e/f/bifariam, in puncto quidem h, per decimã propositionem. & connectantur tandem c/e, c/h, atq; c/f/rectæ, per primum postulatũ.

Ostensio problematis.

Dico itaq; rectã c/h/perpendiculariter incidere super datã, rectã a/b. Quoniam e/h/ æqualis est ipsi h/f, per constructionem: c/h/ verò dirimens c/e/f/triangulum, vtrique communis. Binæ igitur c/h/& h/e/ trianguli c/h/e, duabus c/h/ & h/f/ trianguli c/h/f/ sunt altera alteri æquales: basis quoq; c/e, basi c/f/æqualis, per decimamquintam diffinitionem. Aequus est igitur angulus c/h/e, angulo c/h/f/sub æquis lateribus cõtento, per octauã propositionẽ.



Recta ergo c/h/consistens super datã rectam lineã a/b,æquales vtrobiq; facit angulos:ergo rectos. Et proinde c/h/perpendicularis est super a/b,per decimam diffinitionem. Super datam itaque rectam lineam infinitã a/b,à dato puncto c/quod in ea non est,deducta est perpendicularis c/h. Quod fecisse oportuit.

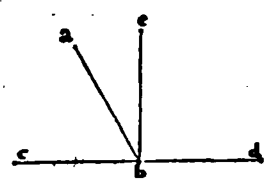
Θεώρημα ς, Πρότασις ιγ.

Ως ἂν εὐθεῖα ἐπ' εὐθεῖαν σταθεῖσα γωνίας ποιῇ, ἤτοι δύο ὀρθὰς, ἢ δυσὶν ὀρθαῖς ἴσας ποιήσει.

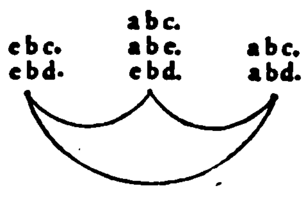
Theorema 6, Propositio 13.

13 CVm recta linea super rectam consistens lineã angulos fecerit: aut duos rectos, aut duobus rectis æquales efficiet.

ORONTIVS. ¶Incidat inquàm a/b/recta,super rectam c/d,efficiens angulos a/b/c/& a/b/d. Anguli itaque a/b/c/& a/b/d,aut sunt æquales adinuicẽ,aut inæquales. Si æquales,ergo recti,per decimam diffinitionẽ:prima igitur pars vera. Quòd si inæquales extiterint ipsi a/b/c/& a/b/d/anguli,vtpote,a/b/c/recto minor,& eodẽ recto maior a/b/d: dico nihilominus eosdẽ angulos a/b/c/& a/b/d,fore binis rectis angulis æquales. Quoniam a/b/c/& a/b/d/anguli sunt inæquales:non est igitur a/b/recta,perpendicularis super rectam c/d, per conuersam ipsius decimæ diffinitionis. Excitetur ergo super data recta linea c/d,à dato in ea puncto b, perpẽdicularis b/e, per vndecimam propositionem. Diuidet itaq; recta b/e/angulum a/b/d/ recto maiorem:necnõ recta a/b,ipsum angulum e/b /c/rectũ,maiorem acuto a/ b/c. Aequus est igitur angulus e/b/c, binis angulis a/b/c/& a/b/e. communis adijciatur angulus



e/b/d. bini itaq; anguli e/b/c/& e/b/d,tribus angulis, hoc est a/b/c,a/b/e,& e/b/d,sunt æquales, per secũdam communẽ sentẽtiam. Angulus rursum a/b/d,æquus est duobus angulis a/b/e/ & e/b/d. communis addatur angulus a/ b/ c. Duo igitur anguli a/b/c/& a/ b/ d, tribus angulis, vtpote,a/b/c,a/b/e,& e/b/d,sunt per eandẽ secundã communẽ sententiã æquales. Atqui monstratũ est,ꝙ & anguli e/b/c/& e/b/d,eisdem tribus æquantur angulis. Anguli porrò qui eisdem sunt æquales angulis, adinuicem quoq; sunt æquales, per primam cõmunem sentẽtiam. Igitur anguli a/b/c/& a/b/d, duobus e/b/c/& e/b/d/sunt æquales. Sũt autem per constructionem anguli e/b/c/& e/b/d/recti. & duo igitur anguli a/b/c/& a/b/d, binis sunt rectis æquales. Idem etiã ostendetur, vbi a/ b/ c/ angulus,fuerit maior ipso a/b/d. Cùm igitur recta linea,super rectam consistens lineam, angulos fecerit:aut duos rectos,aut duobus rectis æquales efficiet. Quod oportebat demonstrare.



Θεώρημα ζ, Πρότασις ιγ.

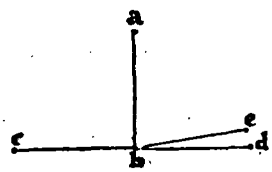
Ἐὰν πρός τινι εὐθείᾳ καὶ τῷ πρὸς αὐτῇ σημείῳ, δύο εὐθεῖαι μὴ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη κείμεναι, τὰς ἐφεξῆς γωνίας δυσὶν ὀρθαῖς ἴσας ποιῶσιν, ἐπ' εὐθείας ἔσονται ἀλλήλαις αἱ εὐθεῖαι.

Theorema 7, Propositio 14.

14 SI ad aliquam rectam lineam, atque ad eius punctum, duæ rectæ lineæ non ad easdem partes ductæ, vtrobique duobus rectis angulos æquales fecerint: ipsæ in directum rectæ lineæ adinuicem erunt.

ORONTIVS. ¶Ad datam enim rectam lineam a/b, atque ad eius punctum b, duæ rectæ lineæ b/c, & b/d, altera quidem ad læuam c, reliqua verò ad dextram partẽ d/conueniẽtes, angulos efficiant a/b/c/& a/b/d, aut rectos, aut duobus rectis æquales. Aio propterea, rectam lineam b/d, in directum ipsius b/c/fore cõstitutam, hoc est, vnam eandémq; rectam efficere lineã. Nam si recta b/d, non fuerit in directum ipsius b/c/constituta: producta b/c/in continuũ rectúmq;, ab ipso b/versus e, per secundum postulatum, non cadet ipsa b/e/cum b/d. Cadat ergo (si possibile sit) inter a/b/& b/d. Recta igitur a/b, incideret super rectam c/e/ad angulos a/b/c/& a/b/e, aut rectos, vel duobus rectis æquales, per decimã-tertiam propositionẽ. Atqui duo anguli a/b/c/ & a/b/d/ aut recti sunt, aut binis itidem rectis æquales, per hypothesin. Anguli itaq; a/b/c/& a/b/d, angulis a/b/c/& a/b/e, forent per primam communẽ sententiã æquales. Dempto igitur communi angulo a/b/c: reliquus a/b/d/ reliquo a/b/e, per tertiam communẽ sententiam æquaretur, maior minori, hoc est, totũ suæ parti: quod per nonam communem sententiam est impossibile. Idem quoq; deducetur inconueniens, si producta b/e, detur incidere sub ipsa b/d. In directum est igitur b/d/ipsi b/c. quod demonstrandum fuerat. Si ad aliquã igitur rectam lineam, atq; ad eius pũctum duæ rectæ lineæ, &c. vt in theoremate.

Demõstratio ab impossibili



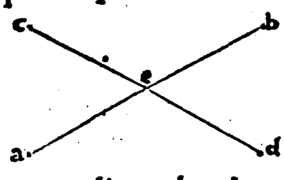
Θεώρημα η, Πρόθεσις ιε.

Ἐὰν δύο εὐθεῖαι τέμνωσιν ἀλλήλας, τὰς κατὰ κορυφὴν γωνίας ἴσας ἀλλήλαις ποιήσουσιν.

Theorema 8, Propositio 15.

SI duæ rectæ lineæ se adinuicẽ secuerint: angulos qui circa verticem sunt æquos adinuicem efficient. 15

ORONTIVS. ¶Secent se adinuicem binæ rectæ lineæ a/b, & c/d, in pũcto quidem e: dico quòd angulus a/e/c, æquus est angulo b/e/d, circa e/verticem posito. Incidit enim recta c/e/in rectam a/b, efficiens angulos a/e/c/& c/e/b/duobus rectis æquales: per decimamtertiam propositionem. Recta insuper b/e/ incidens super rectam c/d, facit angulos c/e/b/& b/e/d/binis itidem rectis æquales: per eãdem decimamtertiam propositionẽ. Anguli porrò qui eisdem, vtpote binis rectis æquantur: & hi quoq; sunt adinuicem æquales, per primã communem sententiam. Et duo igitur anguli a/e/c/& c/e/b, duobus angulis c/e/b/& b/e/d/ sunt æquales. Dempto itaque communi c/e/b: reliquus a/e/c/reliquo b/e/d, per tertiam communem sẽtẽtiam est æqualis. Simili discursu monstrabitur, ꝙ anguli a/e/d/& c/e/b/sunt æquales adinuicem. Si duæ igitur rectæ lineæ se adinuicem secuerint, angulos qui circa verticem sunt, æquos adinuicem efficient. Quod oportebat ostendere.



Corollarium.

¶Hinc manifestum est, quotlibet rectas lineas in eodem pũcto sese adinuicem intersecantes, angulos efficere quatuor rectis æquales.

Θεώρημα θ, Πρόθεσις ις.

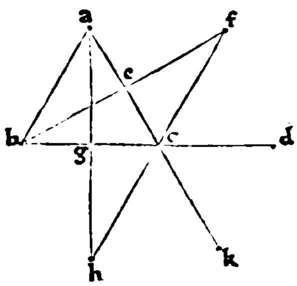
Παντὸς τριγώνου μιᾶς τῶν πλευρῶν ἐκβληθείσης, ἡ ἐκτὸς γωνία, ἑκατέρας τῶν ἐντὸς καὶ ἀπεναντίον μείζων ἐστί.

Theorema 9, Propositio 16.

OMnis triãguli vno latere producto, exterior angulus vtrisq; interioribus & ex opposito maior est. 16

ORONTIVS. ¶Esto datum a/b/c/triãgulum, cuius vnum latus, vtpote b/c, producatur in directum ad punctum vsq; d, per secundum postulatum. Aio itaque primùm, exteriorem angulum a/c/d, maiorem esse intrinseco & ex opposito b/a/c. Secetur enim a/c/bifariam in pũcto e, per decimam propositionem: & connectatur b/e/recta, per primũ postulatum. quæ per secundum postulatum, extendatur in directum versus f: seceturq; recta e/f/æqualis ipsi b/e, per tertiã propositionem. tandem connectatur recta c/f, per idem primũ postulatum. Cùm igitur a/e/sit æqualis e/c, & b/e/ipsi e/f/itidem æqualis, per constructionem: binæ itaq; a/e/& e/b/trianguli a/e/b, duabus c/e/& e/f/trianguli c/e/f, sunt altera alteri æquales. & æquos adinuicẽ efficiunt angulos a/e/b/& c/e/f, per decimamquintam propositionem, nempe qui circa e/verticem. Basis igitur a/b, basi c/f/est æqualis: & triangulum a/e/b, æquale triangulo c/e/f, atque reliquus angulus b/a/e, reliquo e/c/f/æqualis, per quartã propositionem. Angulus porrò a/c/d, maior est angulo a/c/f, per nonam communem sentẽtiam: quapropter & ipso b/a/c/angulo maior. æquales enim anguli, eiusdem sunt æquè minores. ¶Dico insuper, quòd idem angulus a/c/d, maior est a/b/c/angulo. Diuisa nanq; b/c/ bifariam in puncto g, & connexa a/g/ recta, productáq; ipsi a/g/æquali g/h, connexa item c/h, atq; tandem producta a/c/ in k, per nunc expressa postulata, citatásq; propositiones: haud dissimili discursu colligemus, angulum a/b/g, æquum esse angulo g/c/h. Et quoniam angulus b/c/k, angulo b/c/h/maior est, per nonã communem sententiã: erit & idem angulus b/c/k/ ipso a/b/c/angulo maior. Aequus est autem a/c/d/angulus ipsi b/c/k, per decimamquintam propositionẽ: & angulus igitur a/c/d/eodẽ angulo a/b/c/maior est. Omnis itaq; trianguli vno latere producto, exterior angulus vtrisq; interioribus & ex opposito maior est. Quod erat demonstrandum.

Prima demonstratiõis pars.



Secunda pars

Θεώρημα ι, Πρόθεσις ιζ.

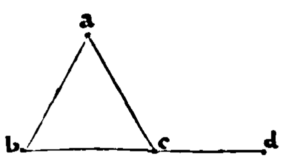
Παντὸς τριγώνου αἱ δύο γωνίαι, δύο ὀρθῶν ἐλάσσονές εἰσι, πάντῃ μεταλαμβανόμεναι.

Theorema 10, Propositio 17.

17 OMnis trianguli, duo anguli duobus rectis sunt minores, omnifariam sumpti.

ORONTIVS. ¶Sit triangulum a/b/c. Dico in primis, duos angulos a/b/c/& a/c/b, duobus rectis esse minores. Producatur enim b/c/ latus in directum vsq; ad punctum d: per secundum postulatum. Exterior igitur angulus a/c/d, maior est interiore & ex opposito a/b/c, per decimamsextam propositionem. Addatur vtrique eorundem angulorum communis a/c/b. Duo igitur anguli a/b/c/& a/c/ b, duobus angulis a/c/b/ & a/c/d/ sunt minores, per quartam communem sententiam. Anguli porrò a/c/b/& a/c/d, duobus rectis sunt æquales, per decimamtertiam propositionẽ. Et duo igitur anguli a/b/c/ & a/c/b, eisdem binis rectis sunt minores: ijdem nanq; anguli, æqualium angulorũ æquè minores existunt. ¶Nec dissimili via, anguli b/a/c/ & a/c/b, duobus itidem rectis ostendentur esse minores: necnon a/b/c/& c/a/b/angu li, producto a/b/vel a/c/latere. Omnis itaq; trianguli, duo anguli duobus rectis sunt minores, omnifariam sumpti. Quod expediebat demonstrare.

Præcipua ostẽsionis pars.



De cæteris angulorum combinationibus.

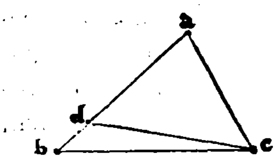
Θεώρημα ια, Πρόθεσις ιη.

Παντὸς τριγώνου ἡ μείζων πλευρὰ, τὴν μείζονα γωνίαν ὑποτείνει.

Theorema 11, *Propositio* 18.

OMnis trianguli maius latus, sub maiori angulo subtenditur. 18

ORONTIVS. ¶Sit triangulum a/b/c: cuius latus a/b, maius sit a/c/ latere. dico quòd a/c/b/ angulus, maior est angulo a/b/c. Secetur enim à maiori a/b, ipsi minori a/c/ æqualis, per tertiam propositionem: sitq; illa a/d. & connectatur c/d/ recta, per primum postulatum. Diuidit itaque recta c/d/ triangulum a/b/c, & angulum propterea a/c/b. Maior est igitur angulus a/c/b/ angulo a/c/d, per nonam communem sententiam. Ipsi porrò a/c/d/ angulo, æquus est angulus a/d/c, per primam partem quintæ propositionis: sunt enim per constructionem a/c/ & a/d/ latera adinuicẽ æqualia. Et a/c/b/ igitur angulus, maior est angulo a/d/c. Angulus rursum a/d/c, maior est interiore & ex opposito d/b/c, hoc est a/b/c/ angulo, per decimamsextam propositionem. Multò maior igitur est angulus a/c/b, ipso d/b/c/ seu a/b/c/ angulo. quod enim maiore maius est, à fortiori videtur esse maius. Omnis itaque trianguli maius latus, sub maiori angulo subtenditur. Quod demonstrandum susceperamus.



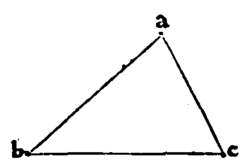
Θεώρημα ιβ, Πρόθεσις ιθ.

Παντὸς τριγώνου ὑπὸ τὴν μείζονα γωνίαν ἡ μείζων πλευρὰ ὑποτείνει.

Theorema 12, *Propositio* 19.

OMnis trianguli maior angulus, sub maiori latere subtẽditur. 19

ORONTIVS. ¶Sit rursum a/b/c/ triangulum, habens angulum a/c/b, maiorẽ angulo a/b/c. Aio versa vice, ꝙ latus a/b, maius est ipso latere a/c. Si nanq; a/b/ latus, non foret maius a/c: esset igitur vel eidẽ a/c/ æquale, vel eo minus. Aequũ porrò nõ est a/b/ ipsi a/c: quoniã anguli a/b/c/ & a/c/b, per quintam propositionem, forẽt adinuicem æquales. sunt autem inæquales, per hypothesin. non est igitur a/b/ latus, æquale ipsi a/c. Neque etiã minus est a/b, eodem a/c/ latere: esset enim angulus a/c/b, minor angulo a/b/c, per antecedentem decimam octauam propositionem. hoc autem aduersatur hypothesi. Igitur a/b/ latus, nõ est minus ipso a/c/ latere. Ostẽsum est autẽ, quòd nec eidem æquale. maius est igitur ipsum latus a/b, eodem a/c/ latere. Omnis ergo trianguli maior angulus, sub maiori latere subtenditur. Quod demonstrare fuerat operæpretium.



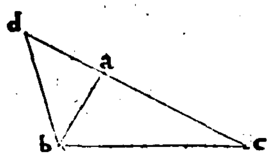
Θεώρημα ιγ, Πρόθεσις κ.

Παντὸς τριγώνου αἱ δύο πλευραὶ, τῆς λοιπῆς μείζονές εἰσι, πάντῃ μεταλαμβανόμεναι.

Theorema 13, *Propositio* 20.

OMnis trianguli duo latera, reliquo sunt maiora, quomodocunque assumpta. 20

ORONTIVS. ¶Esto datum a/b/c triangulum. Dico primùm, duo latera a/b/ & a/c, fore maiora reliquo b/c. Producatur enim per secundum postulatum, recta c/a/ in directum, vsque ad punctum d: seceturq; a/d/ recta, æqualis ipsi a/b, per tertiã propositionem.& connectatur b/d/recta,per primũ postulatum. Cùm igitur a/b, sit æqualis ipsi a/d,per constructionem:qui ad basin b/d/sunt anguli,æquales adinuicem erunt,per quintam propositionem, vtpote,a/b/d, ipsi a/d/b.Angulus porrò d/b/c,maior est angulo a/b/d, per nonam communem sententiam: igitur & angulo a/d/b/maior.Triangulum igitur d/b/c,habet angulum d/b/c/maiorẽ angulo b/d/c.



Omnis autẽ trianguli maior angulus sub maiori latere subtenditur,per decimamnonam propositionem.maius est itaq; d/c/latus,ipso latere d/b. Atqui latus d/c, æquũ est ipsis a/b/ & a/c/lateribus: data est enim a/d, ipsi a/b/ æqualis, & vtrique iungitur a/c. Duo igitur latera a/b/& a/c,sunt maiora reliquo b/c.Similiter ostendemus,quòd a/b/& b/c latera,maiora sunt reliquo a/c:atq; a/c/& c/b, reliquo a/b, itidem maiora. Omnis itaque trianguli duo latera, reliquo sunt maiora, quomodocunq; assumpta. Quod oportuit ostendere.

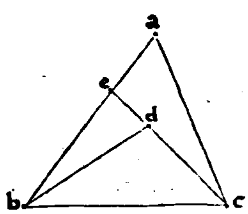
Θεώρημα ιδ, Πρότασις κα.

Ἐὰν τριγώνου ἐπὶ μιᾶς τῶν πλευρῶν ἀπὸ τῶν περάτων δύο εὐθεῖαι ἐντὸς συσταθῶσιν, αἱ συσταθεῖσαι, τῶν λοιπῶν τοῦ τριγώνου δύο πλευρῶν, ἐλάττονες μὲν ἔσονται, μείζονα δὲ γωνίαν περιέξουσι.

Theorema 14, Propositio 21.

21 SI trianguli à limitibus vnius lateris, binæ rectæ lineæ introrsum constituantur: quæ constituuntur, reliquis trianguli binis lateribus minores quidem erunt, maiorémque angulum continebunt.

ORONTIVS.¶In triangulo enim a/b/c,à limitibus lateris b/c, duæ rectæ lineæ d/b/& d/c/introrsum,ad punctum d, constituantur. Aio itaque primùm, ipsas d/b/& d/c/ lineas rectas, minores esse reliquis a/b/& a/c/lateribus. Producta nanq; c/d,quousq; secet latus a/b,in puncto quidem e,per secundum postulatum: erũt bina latera a/e/& a/c/triãguli a/e/c,maiora reliquo e/c,per vigesimam propositionẽ. Addatur ipsis a/e/& a/c,atq; ipsi e/c, communis e/b. & composita igitur a/b/ & a/c/ latera,ipsis e/b/& e/c/lateribus, per quartam cõmunem sententiam,erunt maiora.Bina rursum latera e/b/& e/d/ trianguli e/b/d,sunt maiora reliquo b/d,per eandem vigesimam propositionẽ.Addatur ipsis inæqualibus, communis d/c.ergo bina latera e/b/& e/c,binis d/b/ & d/c/lineis rectis sunt maiora,per eandem quartam cõmunem sentẽtiam. Ostensum est autem, quòd a/b/& a/c/ latera, eisdem e/b/& e/c/sunt maiora.Multò igitur maiora sunt eadem a/b/& a/c/latera, ipsis d/b/& d/c/lineis rectis, à limitibus b/& c/ introrsum constitutis. Primæ partis ostensio.



¶Dico præterea, quòd angulus b/ d/ c, maior est angulo b/a/c.Trianguli enim e/b/d, exterior angulus b/d/c, maior est interiore & ex opposito b/ e/ d: idem quoque angulus b/e/d, interiore &/ex opposito e/ a/ c, ipsius a/e/c/ trianguli maior,per decimamsextam propositionem.Longè itaque maior est angulus b/d/c, ipso e/a/c,hoc est,b/ a/ c/ angulo. Igitur si triãguli à limitibus vnius lateris, binæ rectæ lineæ,& quæ sequuntur reliqua,vt in theoremate.Quod demonstrare oportebat. Secunda pars

Πρόβλημα η, Πρόθεσις κβ.

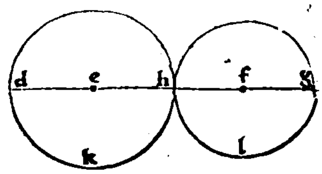
Ἐκ τριῶν εὐθειῶν αἵ εἰσιν ἴσαι τρισὶ ταῖς δοθείσαις εὐθείαις, τρίγωνον συστήσασθαι. δεῖ δὲ τὰς δύο τῆς λοιπῆς μείζονας εἶναι, πάντη μεταλαμβανομένας, διὰ τὸ καὶ παντὸς τριγώνου τὰς δύο πλευρὰς τῆς λοιπῆς μείζονας εἶναι, πάντη μεταλαμβανομένας.

Problema 8, Propositio 22.

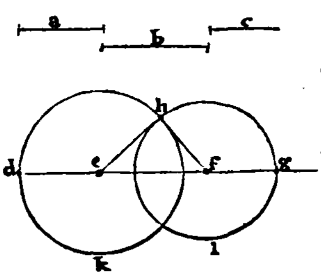
EX tribus rectis lineis, quæ sunt tribus datis rectis lineis æquales, triangulum cōstruere. Oportet autem duo latera, reliquo esse maiora quomodocunque assumpta: quoniam trianguli bina latera quomodocunque assumpta, reliquo sunt maiora. 22

ORONTIVS. Dentur ergo tres lineæ rectæ a, b, & c, adinuicem ita proportionatæ, vt duæ quomodocunque assumptæ, sint maiores reliqua: vtpote, a/ & b/ ipsa c, atq; b/ & c/ ipsa a, denique a/ & c/ ipsa b/ maiores. Oportet enim ipsius trianguli, ex tribus rectis lineis, quæ sunt tribus datis æquales, cōstruendi duo latera, reliquo esse maiora, per vigesimam propositionem. Assumatur itaque recta quædam linea, ex altera parte puncto d/ limitata: infinita verò secundum reliquam. à qua secētur tres rectæ lineæ, ipsis datis singulatim æquales, per tertiam propositionē: d/e/ quidem æqualis ipsi a, e/f/ autem ipsi b, & f/g/ ipsi c. Et centro e, interuallo autē e/d, circulus describatur d/h/k: centro rursum f, & interuallo f/g, alius describatur circulus g/h/l, per tertium postulatum. Et quoniam circuli d/h/k/ & g/h/l, in eodem sunt plano, & e/f/ recta, ab vnius circuli centro, ad centrum alterius producitur: necessum est, eosdem circulos d/h/k/ & g/h/l/ sese mutuo intersecare. Si nanque minimè se secarent, sed sese adinuicem tangerent, vtpote in puncto h: tūc recta e/f/ ipsi b/ æqualis, vtriusque circuli semidiametrum necessario contineret. quapropter & duarum rectarum a/ & c/ magnitudinē. Esset enim e/h/ pars ipsius e/f, æqualis d/e, & propterea ipsi a: pars quoque h/f, ipsi f/g, & ipsi ergo c/ æqualis. quemadmodùm ex decimaquinta diffinitione, & prima cōmuni sententia deducere vel facilè est. Bina ergo triāguli latera, essent æqualia reliquo: contra datam hypothesin, & vigesimam propositionē. Longè item maius inconueniēs sequeretur: vbi circuli ipsi vtcunque distare ponerētur. Secat igitur circulus d/h/k, circulum g/h/l. esto sectionum altera in puncto h: & cōnectātur rectæ e/h/ & h/f, per primum postulatum. Triangulū est igitur e/h/ f: dico quòd ex tribus rectis lineis cōstructū, quæ sunt tribus datis æquales. Cùm enim punctum e/ sit centrum circuli d/h/k: æqualis est d/e/ ipsi e/h, per decimamquintam diffinitionē. ipsa porrò d/ e, secta est æqualis ipsi a. Binæ igitur, hoc est a/ & e/h, eidem rectæ d/e/ sunt æquales: quapropter & æquales adinuicem, per primam communem sententiam. e/f/ autem, ipsi b/ data est æqualis, per constructionem. Rursum quoniam punctum f, centrum est circuli g/h/l: æqualis est f/h/ ipsi f/g, per eandem decimamquintam diffinitionem. ipsa autem f/g, secta est æqualis ipsi c. Ergo f/h/ & c, eidem f/g/ sunt æquales: igitur & æquales adinuicem, per eandem primam cōmunem sententiam. Tres igitur rectæ lineæ e/h, e/f, & f/h, tribus datis a, b, & c, sunt adinuicem æquales: & constituunt triangulum e/h/f. Ex tribus igitur rectis lineis e/h, e/f, & f/h, quæ tribus datis, hoc est, a, b, & c, sunt æquales, cōstructum est triangulum e/h/f. Quod faciendum susceperamus.

Constructio figuræ.



Problematis ostensio.



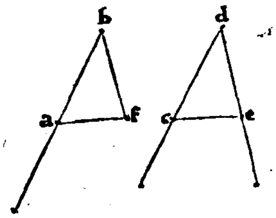
Πρόβλημα θ, Πρόθεσις κγ.

Πρὸς τῇ δοθείσῃ εὐθείᾳ καὶ τῷ πρὸς αὐτῇ σημείῳ, τῇ δοθείσῃ γωνίᾳ εὐθυγράμμῳ, ἴσην γωνίαν εὐθύγραμμον συστήσασθαι.

Problema 9, Propositio 23.

23 AD datam rectam lineam, ad datúmque in ea punctum, dato angulo rectilineo, æqualem angulum rectilineũ constituere.

ORONTIVS. ¶Sit data recta linea a/b, & datum in ea punctum b, rectilineus porrò angulus c/d/e: cui receptum sit, ad datum punctum b, datæ rectæ lineæ a/b, æquum angulum rectilineum constituere. Suscipiatur itaq; in c/d/ recta contingẽs punctum, sit'q; illud c: in d/e/ quoque recta, contingens punctum, & illud sit e. cõnectatur deinde recta c/e, per primum postulatum. Ex tribus deniq; lineis rectis a/b, b/f, & f/a, quæ sint tribus datis, hoc est, ipsius c/d/e trianguli lateribus æquales, vtpote a/b/ ipsi c/d, & b/f/ ipsi d/e, atque f/a/ ipsi e/c, triangulum cõstruatur a/b/f, per præcedẽtẽ vigesimásecundã propositionẽ. Dico angulũ a/b/f, æquũ fore ipsi angulo dato c/d/e. Cùm enim binæ lineæ rectæ a/b/ & b/f/ triãguli a/b/f, duabus lineis rectis c/d/ & d/e/ trianguli c/d/e, sint altera alteri æquales, basis quoque a/f, basi c/e/ per constructionem æqualis: erit angulus a/b/f, angulo c/d/e/ sub æqualibus rectis lineis contento, per octauam propositionẽ, æqualis. Ad datam ergo lineam rectam a/b, & datum in ea punctũ b, dato angulo rectilineo c/d/e, æqualis angulus rectilineus a/b/f/ constitutus est. Quod fecisse oportuit. Figuræ constitutio. Cõclusio problematis.



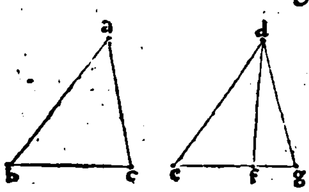
Θεώρημα ιε, Πρόθεσις κδ.

Ἐὰν δύο τρίγωνα τὰς δύο πλευρὰς ταῖς δυσὶ πλευραῖς ἴσας ἔχῃ ἑκατέραν ἑκατέρᾳ, τὴν δὲ γωνίαν τῆς γωνίας μείζονα ἔχῃ τὴν ὑπὸ τῶν ἴσων εὐθειῶν περιεχομένην, καὶ τὴν βάσιν τῆς βάσεως μείζονα ἕξει.

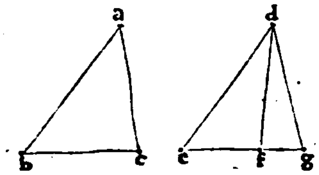
Theorema 15, Propositio 24.

24 SI bina triangula, duo latera duobus lateribus æqualia habuerint alterum alteri, angulum verò angulo maiorem sub æquis rectis lineis contentum: basin quoq; basi maiorem habebunt.

ORONTIVS. ¶Sint bina triangula a/b/c, & d/e/f, habentia duo latera duobus lateribus alterum alteri æqualia, vtpote, a/b/ ipsi d/e, & a/c/ ipsi d/f: sit'que angulus qui ad a, maior angulo qui ad d/ sub æquis lateribus contento. Aio itaque, basin b/c/ trianguli a/b/c, maiorem esse basi e/f/ triãguli d/e/f. Quoniam angulus b/a/c, maior est angulo e/d/f, per hypothesin: ad datam ergo lineam rectam e/d, ad datúmque in ea punctũ d, dato angulo rectilineo b/a/c, æqualis angulus rectilineus constituatur e/d/g, per vigesimamtertiã propositionem. V triq; demum a/c/ & d/f, æqualis ponatur d/g, per secũdam aut tertiam propositionem: cõnectantúrq; rectæ e/g/ & g/f, per secũdum postulatũ. Erunt itaq; bina latera a/b/ & a/c/ triãguli a/b/c, æqualia duobus lateribus d/e/ & d/g/ trianguli d/e/g/ alterum alteri: & qui sub eisdẽ lateribus continentur anguli adinuicem æquales, per constructionem. Basis igitur b/c, basi e/g, per quartam propositionem est æqualis. Cõstructio figuræ generalis.

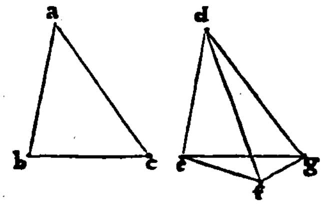


¶His ita præmissis, quoniam triangulorum adinuicem comparatorum, varia contingit habitudo: poterit itaque recta e/g, diuersis incidere modis, vtpote, aut in directũ ipsius e/f, aut supra, vel infra. Cadat ergo primùm in rectam e/f, vt in hac prima figuræ dispositione. Igitur cùm Primus inferendi modus.



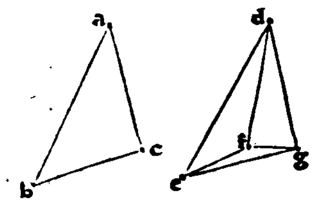
in triangulo d/e/g, ab angulo qui ad d/ in oppositum latus e/g, recta producatur d/f, diuidés tum ex hypothesi, tum ex constructione ipsum e/d/g/angulū: diuidet quoq; ipsa d/f, basin e/g, in puncto quidem f. Est itaque basis e/f, pars ipsius e/g: & propterea ipsa e/g, maior eadem e/f, per nonam communem sententiam. Ipsi porrò e/g, æqualis ostēsa est b/c: & b/c/ igitur basis, maior est basi e/f, per conuersam sextæ cōmunis sentētiæ interpretationem. ¶ Quòd si e/g/ recta inciderit supra e/f, velut in secūda figura: fiet triangulū e/f/g, ex tribus basibus cōstitutum. Et quoniā trianguli d/f/g, latus d/f/ lateri d/g/ est æquale: æquus erit & d/f/g/ angulus, angulo d/g/f, per quintam propositionē. Atqui d/g/f/ angulus, maior est angulo e/g/f, per nonam communem sententiam: & d/f/g/ itaq; angulus, maior erit eodem angulo e/g/f, per eandem sextæ communis sententiæ conuersionem. Angulo rursum d/f/g, maior est

Secundus modus.



Tertiꝰ modus

angulus e/f/g, nēpe totus sua parte: & propterea ipso angulo e/g/f/ tantò maior. Omnis porrò triāguli maius latus, sub maiori angulo subtenditur, per decimamoctauā propositionē: maior est itaq; e/g, ipsa e/f/ recta. Præostensum est autē ꝙ & b/c/ ipsi e/g/ coæquatur: basis ergo b/c, basi e/f/ consequenter est maior. ¶ Cùm autē e/g/ sub eadem e/f, vt in tertia figuræ dispositione, ceciderit: idē etiā concludetur. Nam in triangulo d/e/g, à limitibus lateris d/e, binæ rectæ lineæ d/f/ & e/f/ introrsum constituentur: erunt itaq; d/f/ & e/f/ reliquis ipsius trianguli lateribus d/g/ & e/g/ minores, per vigesimamprimam propositionem. Subductis ergo



d/f/ & d/g/ inuicem æqualibus: quæ relinquētur erunt pariter inæquales, e/g/ quidem maior e/f. Ipsi porrò e/g, æqualis mōstrata est b/c: cōcludes ergo rursum, b/c/ basin fore maiorē ipsa basi e/f. Igitur si bina triāgula, duo latera duobus lateribus æqualia habuerint alterum alteri, angulum verò: &c. vt in theoremate. Quod ostendere fuerat operæpretium.

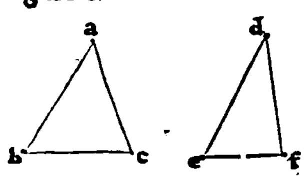
Θεώρημα ις, Πρότασις κε.

Ἐὰν δύο τρίγωνα τὰς δύο πλευρὰς ταῖς δυσὶ πλευραῖς ἴσας ἔχῃ ἑκατέραν ἑκατέρᾳ, τὴν δὲ βάσιν τῆς βάσεως μείζονα ἔχῃ, καὶ τὴν γωνίαν τῆς γωνίας μείζονα ἕξει τὴν ὑπὸ τῶν ἴσων εὐθειῶν περιεχομένην.

Theorema 16, Propositio 25.

SI bina triangula duo latera duobus lateribus æqualia habuerint, basin verò basi maiorem: angulum quoq; sub æqualibus rectis lineis contentum, angulo maiorem habebunt. 25

ORONTIVS. ¶ Dentur inquàm bina triangula a/b/c/ & d/e/f/, habentia duo latera a/b/ & a/c, duobus lateribus d/e/ & d/f/ æqualia alterum alteri, vtpote, a/b/ ipsi d/e, & a/c/ ipsi d/f: esto autē b/c/ basis, maior ipsa e/f. Aio versa vice, angulum b/a/c, angulo e/d/f/ esse maiorem. Quoniam angulus b/a/c/ non potest in primis æqualis esse angulo e/d/f: basis enim b/c, basi e/f/ per quartam propositionem foret æqualis. Est autem b/c/ basis, maior ipsa e/f, per hypothesin. Neq; rursum angulus b/a/c, minor erit eodem angulo e/d/f: quoniā basis b/c, minor itidem foret basi e/f, per antecedentē vigesimamquartā



propositionem. Atqui data est maior: non est igitur angulus b/a/c, ipso e/d/f/ angulo minor. Patuit autē ꝙ nec eidem æqualis: ergo maior. Si bina igitur triangula duo latera: & reliqua, vt in theoremate. Quod erat demonstrandum.

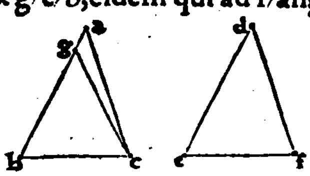
Θεώρημα ιζ, Πρόθεσις κς.

Ἐὰν δύο τρίγωνα τὰς δύο γωνίας ταῖς δυσὶ γωνίαις ἴσας ἔχῃ ἑκατέραν ἑκατέρᾳ, καὶ μίαν πλευρὰν μιᾷ πλευρᾷ ἴσην, ἤτοι τὴν πρὸς ταῖς ἴσαις γωνίαις, ἢ τὴν ὑποτείνουσαν ὑπὸ μίαν τῶν ἴσων γωνιῶν, καὶ τὰς λοιπὰς πλευρὰς ταῖς λοιπαῖς πλευραῖς ἴσας ἕξει ἑκατέραν ἑκατέρᾳ, καὶ τὴν λοιπὴν γωνίαν τῇ λοιπῇ γωνίᾳ.

Theorema 17, Propositio 26.

26 SI bina triangula, duos angulos duobus angulis alterum alteri æquales habuerint, vnúmq; latus vni lateri æquale, aut quod æquis adiacet angulis, aut quod sub vno æqualium angulorum subtenditur: reliqua quoq; latera reliquis lateribus æqualia alterū alteri, & reliquum angulum reliquo angulo æqualem habebunt.

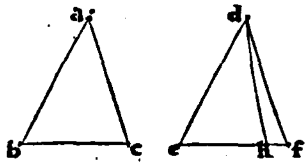
ORONTIVS. ¶Sint duo triangula a/b/c/ & d/e/f, habētia duos angulos qui ad latus b/c, duobus angulis qui ad latus e/f/ alterum alteri æquales, vtpote, a/b/c/ ipsi d/e/f, & a/c/b/ipsi d/f/e, vnum præterea latus vni lateri æquale: primò quidem quod æquis adiacet angulis, hoc est b/c/ ipsi e/f. Dico propterea, quòd & reliqua latera reliquis lateribus alterum alteri habebūt æqualia, a/b/quidem ipsi d/e, & a/c/ ipsi d/f: atq; reliquum angulum b/a/c, reliquo e/d/f/ æqualem. Si nanq; a/b/non fuerit æqualis ipsi d/e: altera earum maior erit, vtpote a/b. poterit igitur à maiori a/b, secari, ipsi d/e/minori æqualis, per tertiā propositionē. Abscindatur ergo, sitq; b/g: & connectatur c/g/recta, per primum postulatum. Bina itaq; latera g/b/& b/c/ trianguli g/b/c, duobus lateribus d/e/& e/f/trianguli d/e/f, erunt alternatim æqualia: & qui ad b/& e/sub æquis lateribus continentur anguli, adinuicem æquales, per hypothesin. Basis igitur c/g, basi d/f, & reliquus angulus g/c/b/reliquo qui ad f(sub quo latus æquale subtenditur) erit per quartā propositionem æqualis. Eidem porrò qui ad f/angulo, æquus est angulus a/c/b, per hypothesin. duo igitur anguli a/c/b/ & g/c/b, eidem qui ad f/angulo erunt æquales: & propterea æquales adinuicem, per primam communem sententiam. totus itaque angulus, suæ parti æquabitur: quod per nonam communem sententiā est impossibile. Non est igitur a/b/maior ipsa d/e. similiter ostendetur, quòd neq; minor. ergo æqualis. Et quoniā b/c/ipsi e/f/per hypothesin est æqualis: bina ideò latera a/b/& b/c/triāguli a/b/c, duob⁹ lateribus d/e/& e/f/triāguli d/e/f, sunt æqualia alterum alteri: & æquales qui ad b/& e/comprehendunt angulos, per hypothesin. basis itaq; a/c, basi d/f(seu reliquum latus, reliquo lateri) atq; reliquus angulus b/a/c, reliquo e/d/f, per quartam propositionem æquatur. ¶Sint autē quæ sub altero æqualium subtenduntur angulorum latera adinuicem æqualia: scilicet a/b, ipsi d/e. Aio rursum, quòd & reliqua latera, reliquis lateribus habebunt æqualia, alterū alteri, vtpote a/c/ipsi d/f, & b/c/ipsi e/f: atque reliquum angulum qui ad a/ reliquo qui ad d/æqualem. In primis enim, si b/c/non fuerit æqualis ipsi e/f, altera maior erit: esto verbi gratia e/f. poterit ergo ab eadē maiori e/f, secari æqualis ipsi minori b/c, per tertiā propositionē. Secetur itaq;, & sit e/h: connectatúrq; d/h/recta, per primum postulatum. Erunt igitur bina latera a/b/& b/c/ trianguli a/b/c, æqualia



Primæ partis demōstratio, ex prima hypothesi laterum.

Ostensio secūdæ partis, ex secūda hypothesi laterū.

duobus lateribus d/e/& e/h/trianguli d/e/h/alterum alteri:& qui ad b/& e/ſub eiſdē æquis lateribus continentur anguli,ſunt per hypotheſin adinuicem æquales. Baſis ergo a/c,baſi d/h: & reliquus angulus a/c/b,reliquo d/h/e(ſub quibus æqualia ſubtendũtur latera)per quartam propoſitionē æquabitur. Angulus porrò d/f/e,eidem angulo a/c/b,per hypotheſin eſt æqualis. duo itaq; anguli d/f/e/& d/h/e,eidem angulo qui ad c/erunt æquales:& æquales propterea adinuincem,per primam cõmunem ſententiam. In triangulo igitur d/f/h,producto f/h/ latere, exterior angulus d/h/ e, interiori & ex oppoſito d/f/h/ æquabitur angulo: quod per decimamſextã propoſitionē eſt impoſſibile. Non eſt igitur e/f,maior b/c. ſimili diſcurſu monſtrabitur,ꝙ nec minor. æqualis eſt igitur b/c, eidem e/f. eſt autē & a/b/ipſi d/e/ per hypotheſin æqualis. Binæ igitur a/b/& b/c,duabus rurſum d/e/& e/f/ſunt æquales altera alteri:& æquos adinuicem per eandem hypotheſin capiunt angulos. Reliquum ergo latus a/c,reliquo d/f,hoc eſt baſis baſi,atq; reliquus angulus qui ad a,reliquo qui ad d,reſpondenter æquatur,per ſæpius allegatam quartam propoſitionē. Ergo ſi bina triãgula duos angulos duobus angulis alterum alteri æquales habuerint:& quæ ſequuntur reliqua,vt in theoremate. Quod oportuit demonſtraſſe.



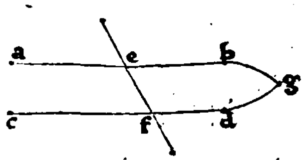
Θεώρημα ιη, Πρόθεσις κζ.

Ἐὰν εἰς δύο εὐθείας εὐθεῖα ἐμπίπτουσα τὰς ἐναλλὰξ γωνίας ἴσας ἀλλήλαις ποιῇ, παράλληλοι ἔσονται ἀλλήλαις αἱ εὐθεῖαι.

Theorema 18, Propoſitio 27.

SI in binas rectas lineas recta incidens linea, alternatim angulos æquos adinuicem fecerit: parallelæ adinuicem ipſæ rectæ lineæ erunt. 27

ORONTIVS. ¶ Sint binæ rectæ lineæ a/b,& c/d,& in eas incidat e/f/recta, efficiatq; alternos angulos a/e/f/& e/f/d/æquales adinuicem. Aio quòd a/b/recta, parallela eſt ipſi c/d. Si nanq; minimè forent parallelæ: productæ tandem in aliqua parte conuenirent,per conuerſam vltimæ diffinitionis. Concurrant ergo(ſi poſſibile ſit)ad partes b, d, in puncto quidem g. Efficietur itaq; triangulum e/f/g, cuius exterior angulus a/e/f,interiori & ex oppoſito e/f/g/æquabitur: quod per decimãſextam propoſitionem non videtur eſſe poſſibile. Non cõueniunt igitur a/b, & c/d, ad partes b,d. neque ſimiliter ad partes a,c: idem nãq; ſequeretur inconueniens. Quæ autem in nulla parte conueniunt,per vltimam diffinitionē exiſtunt parallelæ. Igitur a/b,parallela eſt ipſi c/d. Si in binas ergo rectas lineas:& quæ ſequuntur reliqua,vt in theoremate. Quod erat oſtendendum.



Θεώρημα ιθ, Πρόθεσις κη.

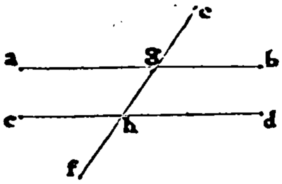
Ἐὰν εἰς δύο εὐθείας εὐθεῖα ἐμπίπτουσα, τὴν ἐκτὸς γωνίαν τῇ ἐντὸς καὶ ἀπεναντίον καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη ἴσην ποιῇ, ἢ τὰς ἐντὸς καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη δυσὶν ὀρθαῖς ἴσας ποιῇ, παράλληλοι ἀλλήλαις ἔσονται αἱ εὐθεῖαι.

Theorema 19, Propoſitio 28.

SI in binas rectas lineas recta incidens linea, exteriorem angulum interiori & oppoſito ad eaſdem partes æqualem fecerit, 28 aut interiores & ad eaſdem partes duobus rectis ęquales: parallelę erunt adinuicem ipſæ rectæ lineæ.

ORONTIVS. ¶Sint rurſum binæ lineæ a/b, c/d: & in eas incidens e/f/recta, efficiat primùm exteriorem angulũ e/g/a, interiori & ex oppoſito ad eaſdem partes g/h/c/æqualem. Dico, quòd a/b/ipſi c/d/eſt parallela. Angulus enim g/h/c, angulo e/g/a/per hypotheſin eſt æqualis. eidem rurſum angulo e/g/a, æquus eſt ad verticem poſitus b/g/h: per decimamquintam propoſitionẽ. Anguli porrò qui eidem æquãtur angulo, æquales ſunt adinuicem: per primã communem ſententiã. Angulus itaque b/g/h, æquatur alterno g/h/c. Parallela eſt igitur a/b/ipſi c/d, per vigeſimamſeptimam propoſitionem. ¶Sint rurſum interiores & ad eaſdem partes a/g/h/ & g/h/c/anguli, binis rectis æquales. Aio rurſum, quòd & eadem a/b, ipſi c/d/eſt parallela. Anguli nanq; a/g/h/ & b/g/h, duobus itidem rectis æquãtur, per decimamtertiam propoſitionẽ. Qui autẽ eiſdem, vtpote binis rectis, ſunt æquales anguli, & adinuicem ſunt æquales: per primam communem ſententiam. Duo itaque anguli a/g/h/& g/h/c, binis angulis a/g/h/& b/g/h/ſunt æquales. A quibus ſubducto communi angulo a/g/h: reliquus b/g/h, reliquo & alterno angulo g/h/c/æquabitur: per tertiam communem ſententiam. Parallela eſt igitur a/b/ ipſi c/d: per eandem vigeſimamſeptimam propoſitionem. Si in binas itaq; rectas lineas, recta incidens linea: &c. vt in theoremate. Quod demonſtrare oportebat.

Primæ partis oſtenſio.



Demõſtratio ſecũdę partis

Θεώρημα κ, Πρόθεσις κθ.

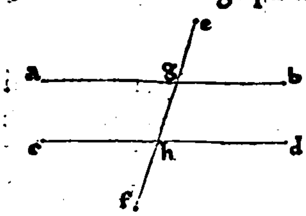
Ἡ εἰς τὰς παραλλήλους εὐθείας εὐθεῖα ἐμπίπτουσα, τάς τε ἐναλλὰξ γωνίας ἴσας ἀλλήλαις ποιεῖ, καὶ τὴν ἐκτὸς τῇ ἐντὸς καὶ ἀπεναντίον, καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη ἴσην, καὶ τὰς ἐντὸς καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη δυσὶν ὀρθαῖς ἴσας.

Theorema 20, Propoſitio 29.

29 IN parallelas rectas lineas, recta incidẽs linea: & alternatim angulos adinuicem æquales, & exteriorem interiori & oppoſito & ad eaſdem partes æqualem, & interiores & ad eaſdem partes duobus rectis æquales efficit.

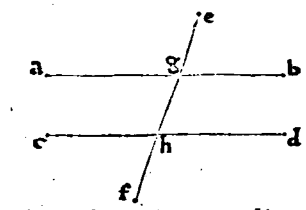
ORONTIVS. ¶Sint a/b/& c/d/inuicem parallelæ: in quas incidat recta e/f. Dico primùm, ꝙ alternatim ſumptos angulos efficit æquales: vtpote, a/g/h/ipſi g/h/d. Nam ſi a/g/h/nõ fuerit æqualis ipſi angulo g/h/d: alter eorum maior erit. Eſto maior (ſi fieri poſſit) a/g/h: & vtriq; inæqualium angulorum, communis addatur b/g/h. Compoſiti igitur anguli b/g/h/& g/h/d, ipſis a/g/h/& b/g/h/angulis minores erunt: per quartam communem ſententiam. Anguli porrò a/g/h/& b/g/h, binis rectis ſunt æquales: per decimamtertiam propoſitionẽ. Igitur b/g/h/& g/h/d/ anguli, duobus rectis erunt minores. In rectas ergo lineas a/ b/ & c/d/recta incidens e/f, interiores & in eadem parte angulos duobus rectis minores efficiet. Conuenient itaque tandem a/b/& c/d/ rectæ lineæ in infinitum productæ, ad partes b, d: non erunt ergo parallelæ, per conuerſam vltimæ diffinitionis. Hoc autem aduerſatur hypotheſi: æqualis eſt igitur angulus a/g/h, alterno g/ h/ d. ¶Aio rurſum, eandem e/f/ rectam exteriorem angulum, vtpote e/ g/ b, interiori & oppoſito & ad eaſdem partes g/h/d, angulo æqualem efficere. Angulus ſiquidem e/g/b, ipſi ad verticem poſito a/g/h, per decimamquintam propoſitionem eſt æqualis: patuit

Prima theorematis pars.



Pars ſecũda.

Tertia pars.



quòd & g/h/d. Bini itaq; anguli e/g/b/& g/h/d, eidem a/g/h/sunt æquales:quapropter & æquales adinuicẽ,per primam communẽ sententiam. ℂ Dico tandem,quòd & interiores & ad easdem partes sumptos angulos, vtpote,a/g/h/& g/h/c,binis rectis æquales efficit. Ostensum est enim,quòd angulus a/g/h,alterno g/h/d/est æqualis. cõmunis vtriq; æqualium addatur angulus g/h/c.Bini igitur anguli a/g/h/& g/h/c, duobus angulis g/h/c/& g/h/d,per secundam communem sentẽtiam adæquantur. Eisdem quoq; angulis g/h/c/& g/h/d,bini recti sunt æquales: per decimamtertiam propositionem.Et a/g/h/igitur atq; g/h/c/anguli,duobus rectis,per primam cõmunem sententiã coæquantur. In parallelas igitur rectas lineas,recta incidens linea: & alternatim angulos:& quæ sequuntur reliqua,vt in theoremate. Quod oportuit demonstrasse.

Corollarium.

ℂ Quæ igitur in parallelas rectas lineas incidit, & in alteram perpendicularis existit:cum reliqua itidem cadit ad perpendiculum.

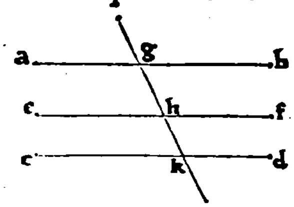
Θεώρημα κα, πρόθεσις λ.

Αἱ τῇ αὐτῇ εὐθείᾳ παράλληλοι, καὶ ἀλλήλαις εἰσὶ παράλληλοι.

Theorema 21, *Propositio* 30.

QVæ eidem rectæ lineæ paralleli: & adinuicem sunt paralleli. 30

ORONTIVS. ℂ Sit vtraq; a/b/& c/d recta,eidem e/f/parallela. Dico a/b/ipsi c/d/fore itidem parallelas.Coincidat enim in ipsas lineas,recta quædã g/h/k. Cùm igitur præfatæ lineæ in eodem existant plano, & recta g/h/ incidat in a/b/& c/e/parallelas:erit angulus a/g/h,alterno g/h/f/æqualis,per primam partem vigesimænonæ propositionis.Rursum, quoniam recta g/k/ incidit in e/f/& c/d/parallelas:æquus erit interior & oppositus angulus h/k/d,exteriori & ad easdem partes,hoc est, eidem g/h/f/angulo, per secundam partem eiusdẽ vigesimænonæ propositionis. Duo itaq; anguli a/g/h/& h/k/d,hoc est,a/g/k/& g/k/d,eidẽ angulo g/h/f/ sunt æquales: & æquales igitur adinuicem, per primam communem sententiam.Sunt autem a/g/k/& g/k/d/anguli alterni,à recta g/k/in a/b/& c/d/rectas incidẽte causati.Parallela est igitur a/b/ipsi c/d,per vigesimamseptimam propositionẽ. Quæ eidem igitur rectæ lineæ parallelæ: & adinuicem sunt parallelæ. Quod oportebat ostendere.



Corollarium.

ℂ Quæ vni igitur parallelarum est parallela:alteri quoque parallela est.

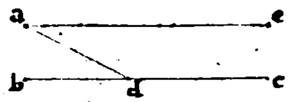
Πρόβλημα ι, πρόθεσις λα.

Ἀπὸ τοῦ δοθέντος σημείου, τῇ δοθείσῃ εὐθείᾳ παράλληλον εὐθεῖαν γραμμὴν ἀγαγεῖν.

Problema 10, *Propositio* 31.

PEr datum punctum, datæ rectæ lineæ parallelam rectam lineam ducere. 31

ORONTIVS. ℂ Esto datum punctũ a:data verò linea recta,cui per a/ punctũ oporteat ducere parallelã,sit b/c.Suscipiatur ergo in b/c/recta, cõtingens punctũ d: & connectatur a/d/recta,per primum postulatum.Ad datam insuper lineam a/d,& in ea datum punctum a,dato angulo rectilineo a/d/b, æqualis angulus rectilineus



constituatur d/a/e: per vigesimãtertiam propositionem. Et quoniam in rectas a/e/atq; b/c/ recta incidit a/d, efficiens alternos angulos æquales, hoc est a/d/b/ipsi d/a/e: parallela est igitur a/e/ipsi b/c, per vigesimamseptimam propositionem. Per datum itaque punctum a, datæ rectæ lineæ b/c, parallelam duximus a/e. Quod expediebat facere.

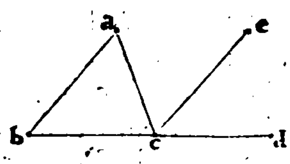
Θεώρημα κβ, Πρόθεσις λβ.

ΠΑντὸς τριγώνου μιᾶς τῶν πλευρῶν προσεκβληθείσης, ἡ ἐκτὸς γωνία δυσὶ ταῖς ἐντὸς καὶ ἀπεναντίον ἴση ἐστί. καὶ αἱ ἐντὸς τοῦ τριγώνου τρεῖς γωνίαι, δυσὶ ὀρθαῖς ἴσαι εἰσί.

Theorema 22, Propositio 32.

32 OMnis trianguli, vno latere producto, exterior angulus binis interioribus & ex opposito est æqualis: & trianguli tres interiores anguli, binis sunt rectis æquales.

ORONTIVS. ¶Sit triangulum a/b/c: cuius vnum latus, vtpote b/c, producatur in d, per secũdum postulatũ. Aio primùm quòd exterior angulus a/c/d, binis interioribus & ex opposito, hoc est a/b/c, & b/a/c/angulis est æqualis. Ducatur enim per datum punctum c, datæ rectæ lineæ a/b, parallela c/e: per trigesimamprimam propositionem. Quoniam igitur in a/b/& c/e/parallelas, recta incidit a/c: æquus est angulus b/a/c, alterno a/c/e, per primã partem vigesimænonæ propositionis. Rursum, quoniam in easdem parallelas a/b/ & c/e, coincidit recta b/d: exterior angulus e/c/d, æqualis est interiori & oppposito, & ad easdem partes a/b/c, per secundã partẽ eiusdem vigesimænonæ propositionis. Porrò si æqualibus angulis, æquales addãtur anguli: qui inde cõsurgẽt erunt adinuicem æquales, per secundam cõmunem sentẽtiam. Totus igitur angulus a/c/d, binis interioribus & oppositis a/b/c/& b/a/c/angulis est æqualis. ¶Dico insuper, quòd eiusdem trianguli tres interiores anguli, binis sunt rectis æquales. Patuit enim exteriorem angulum a/c/d, æquũ esse duobus angulis a/b/c/& b/a/c. Quibus æqualibus angulis, si idem communis addatur angulus a/c/b: erunt per secundam communem sententiam, tres anguli a/b/c, b/a/c, & a/c/b, æquales binis angulis a/c/b/& a/c/d. Eisdem porrò angulis a/c/b/& a/c/d, duo recti itidem æquãtur anguli, per decimamtertiã propositionẽ. Tres igitur anguli a/b/c, b/a/c, & a/c/b, trianguli a/b/c, per primam communem sententiam, binis sunt rectis æquales. Omnis itaque triãguli, vno latere producto: & reliqua, vt in theoremate. Quod oportuit demonstrasse.



Primæ illationis demõstratio.

Secundæ partis vel illationis ostensio.

Corollarium.

¶Hinc fit manifestum, cuiuslibet trianguli tres angulos, æquales esse tribus angulis alterius cuiuscunq; trianguli: nempe quòd eisdem, vtpote binis rectis vtrobique sint æquales.

Θεώρημα κγ, Πρόθεσις λγ.

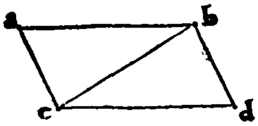
ΑΙ τὰς ἴσας τε καὶ παραλλήλους ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη ἐπιζευγνύουσαι εὐθεῖαι, καὶ αὐταὶ ἴσαι τε καὶ παράλληλοι εἰσί.

Theorema 23, Propositio 33.

33 ÆQuas & parallelos, ad easdem partes rectæ lineæ coniungẽtes: & ipsæ æquales & parallelæ sunt.

ORONTIVS. ¶Sint æquales & adinuicem parallelæ rectæ lineæ a/b, & c/d:

quas ad easdem partes coniungant rectæ a/c, & b/d. Dico a/c, & b/d/ rectas fore adinuicem æquales & parallelas. Connectatur enim b/c/ diagonius, per primũ postulatum. In datas igitur a/b/ & c/d parallelas, recta incidens b/c, efficit alternos angulos a/b/c/ & b/c/d/ adinuicem æquales: per primam partem vigesimænonæ propositionis. Est autem a/b/ recta æqualis ipsi c/d, per hypothesin: & vtrique cõmunis b/c. Binæ igitur a/b, & b/c/ trianguli a/b/c, duabus b/c/ & c/d/ trianguli b/c/d, sunt altera alteri æquales: & æquos adinuicem continent angulos, nempe alternos a/b/c/ & b/c/d. Per quartam ergo propositionem, basis a/c/ æqualis est ipsi b/d: atque reliquus angulus a/c/b, reliquo c/b/d/ æqualis, vtpote sub quibus æqualia subtenduntur latera. In rectas itaque lineas a/c/ & b/d, recta incidens b/c, efficit alternos angulos a/c/b/ & c/b/d/ adinuicem æquales. parallela est igitur a/c/ recta ipsi b/d, per vigesimamseptimam propositionem. Patuit autem quòd & eidem æqualis. Aequas igitur & parallelas: & quæ sequuntur reliqua. Quod demonstrandum susceperamus.



Θεώρημα κδʹ, Πρότασις λδʹ.

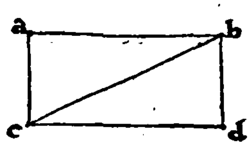
Τῶν παραλληλογράμμων χωρίων αἱ ἀπεναντίον πλευραί τε καὶ γωνίαι, ἴσαι ἀλλήλαις εἰσί, καὶ ἡ διάμετρος αὐτὰ δίχα τέμνει.

Theorema 24, Propositio 34.

Parallelogrammorum locorum, latera quæ ex opposito, & anguli æqualia sunt adinuicem: & dimetiens ea bifariam secat. 34

Prima pars. ORONTIVS. ¶ Esto datum parallelogrammum a/b/c/d: illius verò dimetiẽs b/c. Aio primùm, ipsius a/b/c/d/ parallelogrammi latera quæ ex opposito, & angulos fore adinuicem æqualia. In parallelas enim a/b/ & c/d/ recta incidens b/c, facit alternos angulos a/b/c/ & b/c/d/ æquales adinuicem: per primam partem vigesimæ nonæ propositionis. Eadem quoq; b/c/ incidens in parallelas a/c/ & b/d, efficit rursum alternos angulos a/c/b/ & c/b/d/ adinuicem æquales, per eandem vigesimamnonam propositionem. Duo itaque tiangula a/b/c/ & b/c/d, habent duos angulos duobus angulis æquales alterum alteri: vnúmque latus vni lateri æquale, commune scilicet b/c, quod æquis adiacet angulis. Reliqua igitur latera reliquis lateribus erũt æqualia alterũ alteri, hoc est, a/b/ ipsi c/d, & a/c/ ipsi b/d: atque reliquus angulus qui ad a/ reliquo qui ad d/ æquabitur, per vigesimamsextam propositionem. Monstrauimus autem binos angulos qui circa b, duobus angulis qui circa c/ fore alternatim æquales: totus igitur angulus qui ad b, toti qui ad c, per secundam communem sententiam æquabitur. Parallelogrammi igitur a/b/c/d, latera quæ ex opposito, & anguli æquantur adinuicem.

Pars secũda. ¶ Dico præterea, quòd & dimetiẽs illud bifariam secat. Ostensa est enim a/b/ æqualis ipsi c/d, atque a/c/ ipsi b/d: éstque b/c/ communis. Bina itaque triangula a/b/c/ & b/c/d, habent singula latera singulis lateribus æqualia: & eos qui sub æqualibus lateribus continentur angulos (vti nunc monstrauimus) singulatim æquales, vtpote a/b/c/ ipsi b/c/d, & a/c/b/ ipsi c/b/d: atque eum qui ad a/ ei qui ad d/ æqualem. Conuenit ergo triangulum a/b/c, triangulo b/c/d. Quæ autem sibimetipsis conueniunt, æqualia sunt adinuicem: per octauam communem sententiam. Triangulum igitur a/b/c/ triangulo b/c/d/ est æquale. Dimetiens itaque b/c, datum parallelogrammum a/b/c/d/ bifariam secat. Quod ostendendum fuerat.



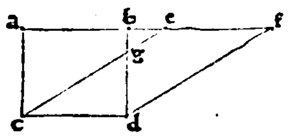
Θεώρημα κε, Πρόθεσις λε.

Τὰ παραλληλόγραμμα, τὰ ἐπὶ τῆς αὐτῆς βάσεως ὄντα, καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις, ἴσα ἀλλήλοις ἐστί.

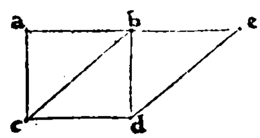
Theorema 25, Propositio 35.

35 PArallelogramma in eadem basi & in eisdem parallelis existẽtia, adinuicem sunt æqualia.

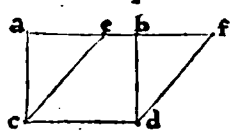
ORONTIVS. ¶ Sint parallelogramma a/b/c/d/ & c/d/e/f, in eadem basi c/d, atque in eisdem parallelis a/f/ & c/d/ constituta. Dico a/b/c/d/ parallelogrammum, æquum esse c/ d/ e/ f/ parallelogrammo. Secet enim in primis latus vnius, vtpote c/ e, alterius latus b/ d, in puncto quidem g. Et quoniam parallelogrammorum locorum latera quæ ex opposito sunt adinuicem æqualia, per trigesimãquartam propositionem: vtraque igitur a/b/ & e/f, æqualis est ipsi c/d. Quæ autem eidem æqualia, & adinuicem sunt æqualia, per primam communem sententiam: æqualis est igitur a/b/ ipsi e/f. Communis addatur b/e: tota igitur a/e, toti b/f/ erit æqualis, per secundam communem sententiam. Est autem & a/c, ipsi b/d/ æqualis, per eandem trigesimam quartam propositionem. Binæ itaque a/c/ & a/e, trianguli a/c/e, duabus b/d/ & b/ f/ trianguli b/ d/ f/ æquales sunt altera alteri: & æquos adinuicem continent angulos, nempe exteriorem d/ b/ f/ interiori qui ad a, per secundam partem vigesimænonæ propositionis. Basis itaq; c/e, basi d/f, per quartam propositionẽ est æqualis: atq; triangulũ a/c/e/ triangulo b/d/f. A quibus subducto communi triangulo b/e/g: reliquũ trapeziũ a/b/g/c, reliquo trapezio e/f/d/g, per tertiam communem sententiam æquabitur. Eisdem rursum æqualibus trapezijs, commune adijciatur triangulum c/ d/ g: consurgent a/ b/c/d/ & c/d/ e/ f/ parallelogramma adinuicem æqualia, per secundam communem sententiam. Prima theorematis differẽtia.



¶ Quòd si latus vnius parallelogrammi, dimetiẽs alterius efficiatur, vt in hac secunda figura: idem, sed paulò leuius, concludetur. Triãgula enim a/b/c/ & b/d/ e, suprascripto discursu ostendentur æqualia adinuicem. quibus adiuncto communi triangulo b/c/d: consurgẽt a/b/c/d/ & b/ c/d/e/ parallelogramma rursum adinuicem æqualia, per secundam cõmunem sententiã. Differẽtia secunda.



¶ Nec minus facilè deducetur propositionis intelligentia: vbi latus vnius parallelogrãmi, in latus alterius inciderit, velut in tertia figuræ dispositione. Erũt enim rursum a/b/ & e/f/ æquales adinuicẽ: à quibus dempta communi b/e, reliqua a/e/ reliquæ b/f, per tertiã cõmunem sentẽtiam erit æqualis. Hinc triangulũ a/c/e, triãgulo b/d/f, veluti suprà mõstrabitur, æquale. Q̃ si vtriq; æqualium angulorũ, addatur cõmune trapeziũ e/b/c/d: resultabit iterum a/b/c/d/ parallelogrãmum, eidem parallelogrãmo c/d/e/f, per secundã cõmunem sententiã æquale. Igitur parallelogrãma in eadem basi, & in eisdem parallelis existentia, adinuicem sunt æqualia. Quod erat ostendendum. Tertia differentia.



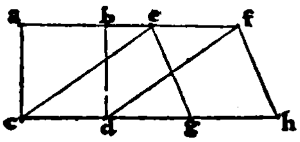
Θεώρημα κς, Πρόθεσις λς.

Τὰ παραλληλόγραμμα τὰ ἐπὶ τῶν ἴσων βάσεων ὄντα, καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις, ἴσα ἀλλήλοις ἐστί.

Theorema 26, Propositio 36.

36 PArallelogramma in æqualibus basibus, & in eisdem parallelis existentia: adinuicem sunt æqualia.

ORONTIVS. ¶Sint a/b/c/d/& e/f/g/h/parallelogramma, in basibus æqualibus c/d/& g/h, atque in eisdem parallelis a/f/ & c/h/cōsistentia. Dico a/b/c/d/parallelogrammum, æquari parallelogrammo e/f/g/h. Connectantur enim rectæ c/e/ & d/f, per primum postulatum. Et quoniam parallelogrammum est e/f/g/h, æqualis est e/f/ipsi g/h, per trigesimamquartā propositionem. Eidem quoq; g/h, æqualis est c/d, per hypothesin. Binæ igitur c/d/& e/f, eidem g/h/sunt æquales: & propterea æquales adinuicem, per primam communem sentētiam. súntq; adinuicem parallelæ, ex hypothesi. Quæ autem æquales & parallelas coniungunt lineæ rectæ, æquales sunt & parallelæ, per trigesimamtertiam propositionem: & c/e/igitur atque d/f/ æquales sunt & parallelæ. Parallelogrammum est itaqúe c/d/e/f. Ipsi porrò c/d/e/f/ parallelogrammo, æquum est a/b/c/d/parallelogrammum, per trigesimamquintam propositionē: in eadem enim basi c/d, atque in eisdem parallelis a/ f/& c/h/ constituūtur. Et per eandem trigesimamquintam propositionem, e/f/g/h/parallelogrāmum, æquum est ipsi c/d/e/f/ parallelogrammo: sunt enim in eadem basi e/f, atque in eisdem parallelis a/f/ & c/ h. Bina igitur parallelogramma a/b/c/d/& e/f/g/h, eidem parallelogrammo c/d/e/f/ sunt æqualia: quapropter & æqualia adinuicem, per primam cōmunem sentētiam. Idem etiam ostendere licebit, de quacunq; parallelogrammorum dispositione: hypothesi seruata. Parallelogrāma igitur in basibus æqualibus: & cætera, vt in theoremate. Quod demonstrare oportebat.



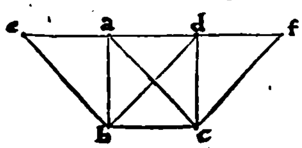
Θεώρημα κζ, Πρόθεσις λζ.

ΤΑ τρίγωνα τὰ ἐπὶ τῆς ἀυτῆς βάσεως ὄντα καὶ ἐν ταῖς ἀυταῖς παραλλήλοις ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν.

Theorema 27, Propositio 37.

TRiangula in eadem basi, & in eisdem parallelis constituta: adinuicem sunt æqualia. 37

ORONTIVS. ¶Sint triangula a/b/c/& d/b/c, in eadem basi b/c, atq; in eisdē parallelis a/d/& b/c/existentia. Dico triangulum a/b/c, æquari propterea triangulo d/b/c. Producatur enim vtrobique a/d/recta, vsq; ad puncta e/& f, per primum postulatum. & per punctum b/datæ rectæ lineæ a/c, parallela ducatur b/e: atq; ipsi b/d/ parallela c/f, per trigesimamprimā propositionem. Sunt itaq; a/c/b/e/& d/b/c/f/ parallelogramma, & in eadem basi b/c, atque in eisdem parallelis b/c/& e/f, per hypothesin cōstituta: igitur adinuicem æqualia, per trigesimamquintam propositionē. Triangulum porrò a/b/c, dimidiū est parallelogrammi a/c/b/e, atq; d/b/c, triāgulum dimidiū ipsius d/b/c/f/ parallelogrammi: dimetientes enim a/b/& c/d, ipsa bifariam secant parallelogramma, per trigesimamquartam propositionem. Quæ autem æqualium sunt dimidiū, æqualia sunt adinuicem, per septimam communē sententiam. Igitur a/b/c/triangulum, æquum est d/b/c/ triāgulo. Ergo triangula in eadem basi: & quæ sequūtur reliqua. Quod ostendendum fuerat.



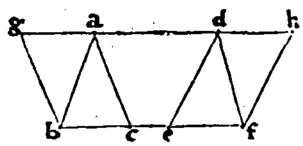
Θεώρημα κη, Πρόθεσις λη.

ΤΑ τρίγωνα τὰ ἐπὶ τῶν ἴσων βάσεων ὄντα, καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις, ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν.

Theorema 28, Propositio 38.

TRiangula in æqualibus basibus, & in eisdem parallelis constituta: adinuicem sunt æqualia. 38

ORONTIVS. ¶Sint a/b/c/& d/e/f/triangula, in baſibus æqualibus b/c/& e/f, in eiſdémq; parallelis a/d/& b/f/conſtituta. Aio triangulum a/b/c, æquũ eſſe d/e/f/ triangulo. Producatur enim vtrobique in directum & continuum recta a/d, vſq; ad g/& h/puncta, per ſecundum poſtulatum. Et per datum punctum b, datæ rectæ lineæ a/c, parallela ducatur b/g: atq; per f/punctum ipſi d/e/parallela f/h, per trigeſimamprimam propoſitionem. Sunt igitur a/c/b/g/ & d/e/f/h/ parallelogramma, in baſibus quidem æqualibus b/c/& e/f, ac in eiſdem parallelis b/f/ & g/h/per hypotheſin conſtituta: & propter id æqualia adinuicem, per trigeſimamſextam propoſitionem. Atqui parallelogramma a/c/b/g/& d/e/f/h, à dimetientibus a/b/ & d/f/ bifariam ſecantur, per trigeſimamquartam propoſitionem. Eſt igitur a/b/c/triãgulum dimidiũ ipſius a/c/b/g/ parallelogrammi, atq; triãgulum d/e/f/ipſius d/e/f/h/parallelogrammi dimidium. Quæ autẽ æqualium ſunt dimidium, ea ſunt adinuicẽ æqualia, per ſeptimam communem ſententiam. æquum eſt igitur triangulum a/b/c, ipſi d/e/f/triangulo. Triangula itaq; in æqualibus baſibus: &c. vt in theoremate. Quod demonſtrandum erat.



Θεώρημα κθ, πρόθεσις λθ.

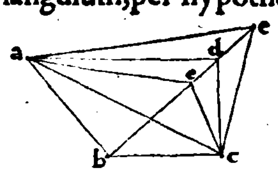
Τὰ ἴσα τρίγωνα τὰ ἐπὶ τῆς αὐτῆς βάσεως ὄντα καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη, καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ἐστίν.

Theorema 29, Propoſitio 39.

39 Triangula ęqualia, in eadem baſi conſtituta, & ad eaſdem partes: & in eiſdem ſunt parallelis. Conuerſa 37.

ORONTIVS. ¶Sint in eadem baſi b/c, atq; ad eaſdem partes a/& d/triangula a/b/c/& d/b/c/adinuicem æqualia. Dico ꝙ ex a/in d/cõnexa linea recta, ipſi b/c/ eſt parallela. Si nanq; a/d/non fuerit parallela ipſi b/c: poterit per datum punctum a, ipſi b/c/duci parallela, per trigeſimamprimã propoſitionem. Ducatur igitur, & ſit a/e: quæ vel incidet ſub a/d, aut ſupra. Cadat primo infra, ſi poſſibile ſit: & per primũ Prima oſtenſionis differẽtia. poſtulatum cõnectatur recta c/e. quæ cùm incidat intra d/b/c/triangulum, & ab angulo qui ad c/in b/d/ſubtenſum latus extendatur: diuidet ipſum d/b/c/triangulum.

Erunt itaq; a/b/c/& e/b/c/triangula in eadem baſi b/c, ac in eiſdem parallelis a/e/ & b/c conſtituta: æquum erit propterea triangulum e/b/c, ipſi a/b/c/triangulo, per trigeſimamſeptimã propoſitionem. Eidem porrò a/b/c/triangulo, æquũ eſt d/b/c/ triangulum, per hypotheſin. Bina itaq; triangula d/b/c/& e/b/c, eidem a/b/c/triangulo erunt æqualia: & proinde æqualia adinuicem, per primam communẽ ſententiam. Triãgulum ergo d/b/c, æquum erit ipſi e/b/c, maius ſcilicet minori, ſeu(mauis) totũ ſuæ parti: quod nõ eſt poſſibile. Non cadit igitur a/e/ parallela ſub a/d. ¶Idem ſequetur inconueniens, ſi eadẽ Secũda differentia. a/e/detur incidere ſuper a/d. Producta enim b/d/per ſecundum poſtulatum, conueniet tandem cum ipſa a/e, per quintum poſtulatum: propterea quòd recta a/b, incidens in a/e/& b/d/rectas, facit interiores angulos & ad eaſdẽ partes a/b/d/& b/a/e/ minores duobus rectis(nempe minores a/b/c/& b/a/e angulis, qui per tertiam partem vigeſimænonæ propoſitionis erunt binis rectis æquales) Connexa itaq; c/e/ recta, per primum poſtulatũ, ea cadet extra d/b/c/triangulum: fiet propterea triangulum d/b/c, pars ipſius e/b/c/trianguli. Vtrunque rurſum, ipſi a/b/c/concludetur æquale(e/b/c/quidem per trigeſimamſeptimã propoſitionẽ, & d/b/c/per hypotheſin)& e/b/c/conſequenter ipſi d/b/c, totum ſuæ parti: quod rurſum eſt impoſſibile.



omne siquidem totum est sua parte maius, per nonam communem sententiã. Non cadit ergo parallela super a/d. patuit quòd nec infra. igitur ex a/in ipsum d. Triangula igitur æqualia: & quæ sequuntur reliqua. Quod oportuit ostendisse.

Θεώρημα λ, Πρόθεσις μ.

Τὰ ἴσα τρίγωνα τὰ ἐπὶ τῶν ἴσων βάσεων ὄντα καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη, καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ἐστίν.

Theorema 30, Propositio 40.

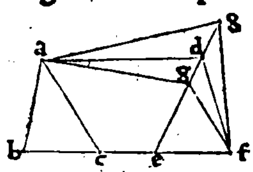
Triangula æqualia in æqualibus basibus existentia, & ad easdem partes: & in eisdem sunt parallelis. 40

Conuersa 38.

ORONTIVS. ¶Sint a/b/c/& d/e/f/triãgula æqualia adinuicem, & in basibus æqualibus b/c/& e/f(in directũ quidem existentibus, semper velim intelligas) atq; ad easdem partes a/& d/constituta: & connectatur a/d/recta, per primum postulatum. Aio q̃ a/d, ipsi b/f/est parallela. Nam si a/d/non fuerit eidẽ b/f/parallela: poterit per datum punctum a/ipsi datæ lineæ b/f/alia quædam parallela duci, per trigesimamprimam propositionem. Ducatur igitur, si possibile sit: & sit a/g. Cadet itaque a/g/recta vel super a/d, aut infra. Quodcũq; autẽ dederis: eam cũ e/d(vtraq; in directũ producta) cõuenire necessum est. quoniã ex a/in e/connexa per imaginationẽ linea recta, incidit in a/g/& e/d, efficiẽs angulos interiores & ad easdẽ partes a/e/d/ & e/a/g/duobus rectis(veluti suprà) minores. ¶Incidat ergo primũ a/g/sub a/d: & connectatur f/g, per primũ postulatum, dirimens d/e/f/triangulum. Erit igitur triangulum g/e/f, æquũ ipsi a/b/c/triangulo, per trigesimamoctauam propositionem: sunt enim in basibus æqualibus b/c/& e/f/ex hypothesi, & in eisdem parallelis a/g/ & b/f/per datam constructionẽ. Ipsi porrò a/b/c/triangulo, æquum est per hypothesin d/e/f/triangulũ. Triangula igitur d/e/f/& g/e/f, eidem a/b/c/ triangulo erũt æqualia: & æqualia propterea adinuicem, per primam communẽ sententiam. Itaq; triangulum d/e/f, æquum erit ipsi g/e/f/triangulo: maius scilicet minori, hoc est, totum suæ parti. quod per nonam communem sententiam est impossibile. ¶At si detur a/g/incidere super a/d: conuenient rursum a/g/ & e/d, idémque subsequetur inconueniens. Producta siquidem e/d/in g, per secundum postulatum: cõnectatur rursum f/g, per primum, cadens extra d/e/f/triangulum. Tuncq; g/e/f/& d/e/f/triãgula, eidem a/b/c/triangulo concludentur æqualia: g/e/f/quidem per trigesimamoctauam propositionẽ, & d/e/f/per ipsam hypothesin. Vnde rursum totũ g/e/f/triangulum, suæ parti, hoc est, d/e/f/ triangulo, per primam communem sententiam æquabitur. quod per ipsam nonam communem sententiam est impossibile. Cadit igitur parallela ex a/in d/ verticem.

Prima demõstrationis differentia.

Secũda pars siue differẽtia



Concludendum ergo, triangula æqualia in æqualibus basibus existentia, & ad easdem partes: & in eisdem fore parallelis. Quod demonstrare fuerat operæpretium.

Notandum.

¶Eadem quoq; via, supradictarum sex propositionum concludetur intentum, vbi plura duobus oblata fuerint vel triangula vel parallelogrãma: facta binatim, iuxta hypothesin, eorundem triangulorum vel parallelogrammorum comparatione.

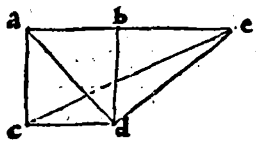
Θεώρημα λα, Πρόθεσις μα.

Ἐὰν παραλληλόγραμμον τριγώνῳ βάσιν τε ἔχῃ τὴν αὐτὴν καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ᾖ, διπλάσιον ἔσαι τὸ παραλληλόγραμμον τοῦ τριγώνου.

Theorema 31, Propositio 41.

Si parallelogrammũ & triangulum eandem basin habuerint, 41 in eiſdémq; fuerint parallelis: trianguli parallelogrammum duplum eſt.

ORONTIVS. ¶Eſto parallelogrammum a/b/c/d, eandem habens baſin c/d/ cum triangulo c/d/e, in eiſdémq; parallelis a/e/& c/d/conſtitutum. Aio a/b/c/d/parallelogrammum, fore duplum ipſius trianguli c/d/e. Connectatur enim a/d/recta, per primum poſtulatum. Triangula igitur a/c/d/& c/d/e/erunt adinuicē æqualia, per trigeſimamſeptimam propoſitionem: habēt enim eandem baſin c/d, ſuntq; in eiſdē parallelis a/e/& c/d. Atqui triangulum a/c/d/ dimidiū eſt ipſius a/b/c/d/parallelogrammi: ſecat enim illud bifariam dimetiens a/ d, per trigeſimamquartam propoſitionem. Quæ autem ſunt æqualia, eiuſdem ſunt dimidium: per conuerſam ſeptimæ communis ſentētiæ.



Triangulum igitur c/d/e/, dimidium eſt a/b/c/d/parallelogrammi: & ipſum itaque parallelogrāmum a/b/c/d, eiuſdem c/d/e/trianguli duplum. Si parallelogrammū igitur & triangulū: &c. vt in theoremate. Quod oportebat oſtēdere. ¶Idem quoq; demonſtrabitur: vbi parallelogrammum & triangulum æquales habuerint baſes, in eiſdémq; fuerint parallelis. Notandum.

Corollarium.

¶Hinc fit manifeſtum, cur in dimetiendis rriangulorum areis, dimidium baſis ducatur in perpendicularem: aut ipſius perpendicularis dimidiū, per baſin ipſam multiplicetur. Fit enim hoc modo dimidium parallelogrammi, quod in eadem baſi atq; in eiſdem collocatur parallelis cum ipſo triangulo dato.

Πρόβλημα ια, Πρόθεσις μβ.

Τῷ δοθέντι τριγώνῳ ἴσον παραλληλόγραμμον συστήσασθαι ἐν τῇ δοθείσῃ εὐθυγράμμῳ γωνίᾳ.

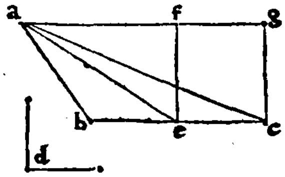
Problema II, *Propoſitio* 42.

42 DAto triangulo, æquale parallelogrammum conſtituere, in dato angulo rectilineo.

ORONTIVS. ¶Sit datum a/b/c/triangulum, cui oporteat in angulo æquali ei qui ad d, æquum parallelogrammum conſtituere. Diuidatur itaque b/c/latus bifariam in puncto e, per decimam propoſitionē: & connectatur a/e/recta, per primum poſtulatum. Ad datam inſuper lineam rectam e/c, datúmq; in ea punctum e, dato angulo rectilineo qui ad d, æqualis angulus rectilineꝰ cōſtituatur f/e/c: per vigeſimamtertiam propoſitionem. Et per punctum a, datæ rectæ lineæ b/c/ parallela ducatur a/g: atq; per punctum c, ipſi e/f/parallela c/g, per trigeſimamprimam propoſitionem. Et quoniam a/b/e/& a/e/c/triangula, in baſibus ſunt æqualibus b/e/& e/c, atque in eiſdem parallelis a/g/& b/c/conſtituta: ipſa propterea ſunt adinuicem æqualia, per trigeſimamoctauam propoſitionem. Triāgulum igitur a/b/c, duplum eſt a/e/c/trianguli. Atqui parallelogrammū f/e/c/g, eiuſdem a/e/c/triāguli duplum eſt, per quadrageſimamprimam propoſitionem: habent nanque eandem baſin b/c, in eiſdémque ſunt parallelis a/g/& b/c. Quæ autem eiuſdem ſunt duplicia, æqualia ſunt adinuicem: per ſextam communem ſentētiam. Parallelogrammū ergo f/e/c/g, æquum ipſi a/b/c/ triangulo dato: ſuſcipítque angulum f/e/c, æqualem ei qui ad d. Dato itaq; triangulo, æquale parallelogrammum conſtituitur, in dato angulo rectilineo. Quod faciendum erat.

Conſtructio figuræ.

Oſtenſio problematis.



Θεώρημα λβ, Πρόθεσις μγ.

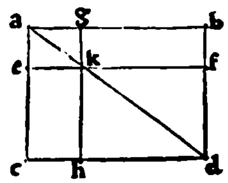
Παντὸς παραλληλογράμμου τῶν περὶ τὴν διάμετρον παραλληλογράμμων τὰ παραπληρώματα, ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν.

Theorema 32, Propositio 43.

OMnis parallelogrammi eorum quæ circa dimetientem ſunt 43
parallelogrammorũ ſupplementa, ſibi inuicẽ ſunt æqualia.

Parallelogrã ma circa di metientem. Supplemẽta.

ORONTIVS. ¶Parallelogramma circa dimetientem alicuius dicuntur eſſe parallelogrammi, quando eundem cum toto poſſident dimetientem. Supplementa autem, vocantur reliqua parallelogramma extra communem dimetientem conſtituta. Sit igitur a/b/c/d/ parallelogrammum, cuius dimetiens a/d, & circa ipſum dimetientẽ ſint e/g/& h/f/parallelogramma, ſupplementa verò ſint e/h/& g/f: quæ dico fore adinuicem æqualia. Parallelogrammum enim a/b/c/d, bifariam ſecatur à dimetiente a/d, per trigeſimamquartam propoſitionem: igitur a/b/d/triangulum, æquum eſt ipſi triangulo a/c/d. Dimetiens inſuper a/k, bifariam ſecat e/g/parallelogrammum, necnon & k/d/ ipſum h/f, per eandem trigeſimamquartam propoſitionem. æquum eſt igitur a/e/k/ triãgulum, ipſi a/g/k: atq; triangulum k/h/d, ipſi k/f/d/ triangulo. Si autem æqualibus triãgulis æqualia iungantur triangula: omnia erũt æqualia, per ſecundam communem ſententiam. Triangula itaq; a/e/k/& k/h/d, triangulis a/g/k/& k/f/d/ſunt æqualia. Patuit autem ꝙ & totũ a/b/d/triangulum, toti triangulo a/c/d/itidem coæquatur. Porrò ſi ab æqualibus triangulis, æqualia ſubducantur triangula: quæ relinquentur, æqualia erũt, per tertiam communem ſententiam. Subductis itaq; triangulis a/g/k/& k/f/d/ab ipſo a/b/d/triãgulo, atq; a/e/k & k/h/d/ triangulis, ab ipſo triangulo a/c/d: relinquentur g/f/& e/h/ſupplementa adinuicem æqualia. Omnis ergo parallelogrammi: &c. vt in theoremate. Quod demonſtrare fuerat operæpretium.



Πρόβλημα ιβ, Πρόθεσις μδ.

Παρὰ τὴν δοθεῖσαν εὐθεῖαν τῷ δοθέντι τριγώνῳ, ἴσον παραλληλόγραμμον παραβαλεῖν ἐν τῇ δοθείσῃ γωνίᾳ εὐθυγράμμῳ.

Problema 12, Propoſitio 44.

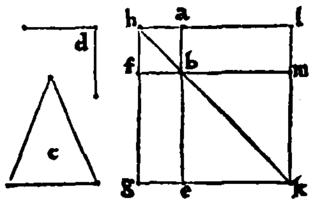
AD datam rectam lineam: dato triangulo, æquale parallelo- 44
grammum conſtruere, in dato angulo rectilineo.

Problematis interpretatio

ORONTIVS. ¶Conſtruere parallelogrammum ad datam lineam rectam & in dato angulo rectilineo, eſt ipſam lineam datam coaſſumere in latus eiuſdem parallelogrammi: ſic vt eadem linea cum altero adiacentium laterum, angulum comprehendat æqualem ipſi angulo dato. Eſto igitur data linea recta a/b: ad quã oporteat conſtruere parallelogrammum, dato triangulo c/æquale, & in angulo æquali ei qui ad d. Producatur in primis a/b/ recta in directum vſque ad punctum e, per ſecundum poſtulatum: & ad datam rectam lineam b/e, ad datúmq; in ea punctum b, dato angulo rectilineo qui ad d, æqualis angulus rectilineus conſtituatur f/b/e, per vigeſimamtertiam propoſitionem. In ipſo conſequenter angulo f/b/e, dato triangulo c, æquale cõſtruatur parallelogrãmum f/g/e/b, per quadrageſimãſecundam propoſitionem: extendatúrque g/f/in directum vſque ad h, per ſecundum poſtulatum. Per datum inſuper punctum a, vtrique & f/b/ & g/ e/ parallela ducatur h/ a, per

Cõſtructio figuræ.

trigesimam primam propositionem:connectatúrq;,per primum postulatum,dimetiens h/b. Et quoniam in rectas g/e/ & h/b, recta incidens h/g/interiores angulos & ad easdem partes g/h/b/& h/g/e,duobus rectis minores efficit (nempe minores ipsis g/h/a/& h/g/e,qui binis rectis per vltimam partem vigesimænonæ propositionis sunt æquales) concurrent ergo tandem g/e/& h/b, in infinitum ad partes b/ & e/ productæ,per quintum postulatum. Producãtur igitur, per secundum postulatum: & concurrant in pũcto k.Per idem rursum postulatum,extendantur f/b/& h/a/vsque ad puncta l, & m: & per datum punctum k,vtrique h/g/ & a/e/parallela ducatur l/k,per trigesimamprimam propositionem.



¶His ita constructis, quoniam h/g/l/k/ parallelogrammi, eorum quæ circa dimetientem h/k/ sunt parallelogrammorum supplementa,sibi inuicem sunt æqualia,per quadragesimamtertiam propositionem: æquum est supplementum seu parallelogrammum a/b/m/l/ipsi f/g/e/b/parallelogrãmo. Eidem porrò f/g/e/b/parallelogrãmo, æquũ est datum c/triangulum,per quadragesimamsecundam propositionẽ:ita enim constructum est.Igitur parallelogrammum a/b/m/l,ipsi triangulo c/per primam communem sententiam coæquatur. Est autem & a/b/m/angulus, ei qui ad d/ æqualis: vterque enim æquatur ipsi f/b/e,a/b/m/quidem per decimamquintã propositionẽ, qui ad d/verò per vigesimamtertiã. Coassumitur præterea data linea recta a/b, in latus ipsius a/b/l/m/parallelogrãmi. Ad datam igitur lineã rectam a/b,dato triangulo c, æquale parallelogrammum construitur a/b/m/ l, in dato angulo rectilineo a/b/m,ei qui ad d/æquali. Quod facere oportebat. Demõstratio nis resolutio.

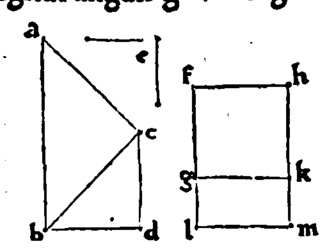
Πρόβλημα ιγ, Πρόθεσις με.

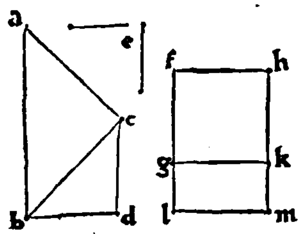
Τῷ δοθέντι εὐθυγράμμῳ, ἴσον παραλληλόγραμμον συστήσασθαι ἐν τῇ δοθείσῃ εὐθυγράμμῳ γωνίᾳ.

Problema 13, Propositio 45.

45 DAto rectilineo, æquale parallelogrammum cõstituere, in dato angulo rectilineo.

ORONTIVS. ¶Sit datum rectilineũ a/b/c/d: cui oporteat construere æquale parallelogrammum,in dato angulo rectilineo qui ad e.Cõnectatur ergo b/c/recta, per primum postulatum.& dato a/b/c/triangulo,æquale parallelogrammum constituatur f/g/h/k,in dato angulo rectilineo f/h/ k,ei qui ad e/æquali:per quadragesimamsecundam propositionem. Ad datam insuper rectam lineã g/k, dato b/c/d/ triangulo,æquum construatur parallelogrammũ g/k/l/m,in dato angulo rectilineo g/k/ m, æquali eidem qui ad e : per antecedentẽ quadragesimamquartam propositionem. Ostendendum est itaque primùm,hæc duo parallelogrãma vnum efficere parallelogrammum:quod ita fit manifestum. Quoniam anguli f/h/k/ & g/ k/ m, eidem angulo qui ad e/sunt æquales,per cõstructionem:sunt igitur æquales adinuicem,per primam communem sententiam. Addatur vtriq; cõmunis angulus g/k/h: igitur anguli g/k/h/& g/k/m,sunt per primam communem sententiam,æquales angulis f/h/k/& g/k/h. Eisdẽ porrò angulis f/h/k/& g/k/h, duo recti sunt æquales anguli, per vltimã partẽ vigesimænonæ propositionis:anguli igitur g/k/h/& g/k/m,binis sunt rectis æquales,per eandẽ primã communẽ sententiam.In directũ est igitur h/k/ipsi k/m,per decimamquartã propositionẽ. Rursum quoniã angulus f/g/ k, opposito qui ad h/ per trigesimamquartã propositionẽ Quòd cõstructa parallelogrãma vnum efficiãt parallelogrammũ.





est æqualis:patuit autem quòd & g/k/m. Bini itaque anguli f/g/k/& g/k/m,eidē qui ad h/sunt æquales:& æquales propterea adinuicem, per primam communem sententiam.Communis rursum addatur angulus k/g/l.erūt igitur f/g/k/& k/g/l/ anguli, binis interioribus & ad easdem partes l/g/k & g/k/m,per secundam cōmunem sententiā æquales. Ipsis porrò l/g/k/& g/k/m/ angulis, bini recti coæquātur, per eandem partem vltimā vigesimænonæ propositionis:per primam ergo cōmunem sententiam,anguli f/g/k/ & k/g/l/ sunt æquales duobus rectis.In directum est itaque f/g/ipsi g/l,per ipsam decimamquartam propositionem.Est autem & f/g/ipsi h/k,atq; g/l/ipsi k/m,per trigesimamquartam propositionem æqualis:& vtraque vtriq; parallela. Igitur f/l/ & h/ m, per secundam communem sententiam,sunt æquales adinuicem,atque parallelæ:& eas itaq; coniungentes rectæ lineæ f/h/& l/m,æquales & parallelæ sunt, per trigesimātertiam propositionem.Parallelogrammum est igitur f/l/h/m. Huius autem pars f/g/h/k/triangulo a/b/c/æquatur:& reliqua g/k/l/m/ipsi triangulo b/c/d,per ipsam constructionem. Totum ergo f/ l/ h/ k/ parallelogrammum, ipsi dato a / b/ c/ d/ rectilineo est æquale: suscipítque angulum f/ h/ m/ æqualem dato qui ad e/ angulò.Dato itaque rectilineo a/b/c/d, æquale construximus parallelogrāmum f/l/h/m, in dato angulo rectilineo qui ad e.Quod faciēdum proposueramus.¶Idem quoq; licebit ostendere, vbi datum rectilineum, in plura duobus separabitur triangula. Cuilibet enim triangulo peculiare construetur parallelogrammum, per quadragesimamsecundam & quadragesimamquartam propositionem: quæ simul vnum efficere parallelogrāmū ipsi dato rectilineo æquale, haud dissimili discursu cōuincētur.

Demōstrationis resolutio.

Notandum.

Πρόβλημα ιδ', Πρόθεσις μϛ.

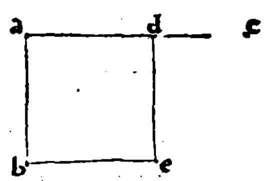
Ἀπὸ τῆς δοθείσης εὐθείας τετράγωνον ἀναγράψαι.

Problema 14, Propositio 46.

EX data recta linea, quadratum describere. 46

ORONTIVS. ¶Esto data linea recta a/b: ex qua sit operæpretium describere quadratum. A dato itaque puncto a,ipsi rectæ lineæ a/b,ad angulos rectos excitetur a/c, per vndecimam propositionem, indefinitæ quidem quantitatis, donec ipsam superet a/b. A qua secetur æqualis eidem a/b: sitq; a/ d, per tertiam propositionem. Rursum per datum punctum d, ipsi a/b/ rectæ parallela ducatur d/e, atque per punctum b/ ipsi a / d/ parallela b/ e, per trigesimamprimam propositionem. Parallelogrammum est igitur a/b/d/e:dico quòd & quadratum.Nam parallelogrammorum locorum latera quæ ex opposito,æquantur adinuicem: per trigesimamquartam propositionem.Aequum est igitur latus d/e/ipsi a/b: atque b/e/ipsi a/d.Sūt autem a/b/& a/d, per constructionē æquales.Quatuor igitur a/b,a/d,b/e/ & e/d/latera,æqualia sunt adinuicem: quæ enim æqualibus sunt æqualia, & adinuicē æqualia sunt, per primam communem sententiam.Aequilaterū est igitur a/b/d/e/ parallelogrammum.Rursum quoniam in parallelas a/b/& d/e/recta incidit a/c: facit igitur interiores & ad easdem partes angulos b/a/d/& a/d/e,binis rectis æquales, per vltimam partem vigesimænonæ propositionis.Rectus autem est qui ad a/angulus:igitur & qui ad d/rectus.& qui ex opposito consistunt ad b/& e/ anguli, itidem recti sunt: per eandem trigesimāquartam propositionem. Rectangulum est igitur a/b/d/e/parallelogrāmum. Patuit ꝙ & æquilaterū: ergo quadratū, per trigesimam

Quòd descriptū parallelogrammum sit quadratum.



diffinitionem. Ex data igitur linea recta a/b, quadratum descripsimus. Quod oportuit fecisse.

Corollarium.

¶ Quæ ab æqualibus igitur lineis rectis quadrata describuntur, æqualia sunt adinuicem: & ediuerso. quæ autem ab inæqualibus fiunt quadrata, sunt inequalia: maius quidem quod à maiore, minus autem quod à minore describitur.

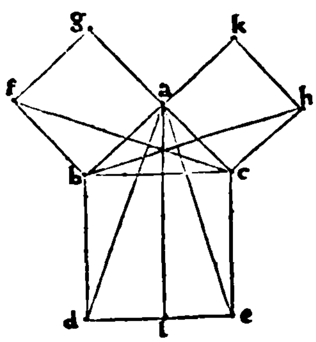
Θεώρημα λγ, Πρότασις μζ.

ΕΝ τοῖς ὀρθογωνίοις τριγώνοις, τὸ ἀπὸ τῆς τὴν ὀρθὴν γωνίαν ὑποτεινούσης πλευρᾶς τετράγωνον ἴσον ἐστὶ, τοῖς ἀπὸ τῶν τὴν ὀρθὴν γωνίαν περιεχουσῶν πλευρῶν τετραγώνοις.

Theorema 33, *Propositio* 47.

47 IN rectangulis triangulis, quadratum quod à latere rectum angulum subtendente fit, æquum est quadratis quæ fiunt ex lateribus angulum rectum continentibus.

ORONTIVS. ¶ Sit rectangulum triangulum a/b/c, cuius sub b/a/ & a/c/ lateribus cõtentus angulus, rectus existat. Dico ꝙ descriptũ ex b/c/ quadratum, ijs quæ ex b/a/ & a/c/ fiunt quadratis, est æquale. Describãtur ergo quadrata, per quadragesimã sextã propositionẽ: ex b/c/ quidem quadratũ b/c/d/e, ex a/b/ verò a/b/f/g, & ex ipso a/c/ quadratũ a/c/h/k. Deinde per a punctũ, vtriq; b/d/ & c/e/ parallela ducatur a/l: per trigesimãprimã propositionẽ. Parallelogrãma igitur erunt b/l/ & c/l/ quadrangula. Connectãtur deniq; a/d/ & c/f/ lineæ rectæ: per primũ postulatum. Et quoniã ad rectam lineã a/b, atq; ad eius punctũ a, duæ rectæ lineæ a/c/ & a/g/ nõ ad easdem partes ductæ, angulos vtrobiq; rectos efficiunt (recti enim sunt, qui circa punctũ a/ cõsistunt anguli) in directũ est igitur a/c/ ipsi a/g: & a/b/ consequẽter ipsi a/k, per decimãquartã propositionẽ. Parallelæ itaq; sunt b/f/ & c/g: similiter & b/k/ atq; c/h. Cũ porrò omnes anguli recti sint adinuicẽ æquales, per quartũ postulatum: erit angulus a/b/f, æqualis angulo c/b/d. Communis apponatur angulus a/ b/ c: totus igitur a/b/d, toti f/b/c/ angulo, per secundam cõmunẽ sententiam erit æqualis. Rursum, quoniam per trigesimã diffinitionem, æqualis est a/b/ ipsi b/f, atque b/c/ ipsi b/d: sunt igitur bina latera a/b/ & b/d/ trianguli a/b/d, duobus lateribus f/b/ & b/c/ triãguli f/b/c/ æqualia alterum alteri. & æquales continent angulòs a/b/d/ & f/b/c. Basis ergo a/d/ basi f/c, & triangulũ a/b/d/ triangulo f/b/c, per quartã æquatur propositionẽ. Ipsius porrò trianguli a/ b/d, duplum est b/l/ parallelogrãmũ, in eadem basi b/d, atq; in eisdem parallelis a/l/ & b/d/ constitutum: per quadragesimamprimam propositionem. & per eandem propositionem, a/b/f/g/ quadratum, duplum ipsius f/b/c/ trianguli: habent enim eandem basin b/f, in eisdẽmq; consistunt parallelis f/b/ & g/c. Quæ autẽ æqualium duplicia sunt, & adinuicẽ sunt æqualia: per sextam cõmunem sententiã. Igitur b/l/ parallelogrammũ, æquũ est/a/b/f/g/ quadrato. Haud dissimili via, ostendetur c/l/ parallelogrammũ, æquũ esse a/c/h/k/ parallelogrammo siue quadrato. Connexis enim a/e/ & b/h/ lineis rectis, per primum postulatum: erunt rursum a/c/e/ & b/c/h/ triãgula adinuicẽ æqualia. Et cùm c/l/ parallelogrãmum duplum sit a/c/e/ trianguli, & quadratum a/c/h/k/ ipsius b/c/h/ trianguli itidem duplum, per eandem quadragesimãprimam propositionem: concludetur tandem parallelogrammum c/l, æquari quadrato a/c/h/k. Atqui b/l/ & c/l/ parallelogramma, conficiunt quadratum b/c/d/e, quod fit ex b/c: quadratum ergo b/c/d/e, æquum est a/b/f/g/ & a/c/h/k/ descriptis ex a/b/ &

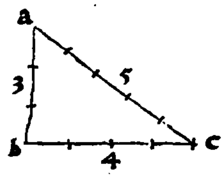


Alterius partis demonstratio.

Reliquæ partis ostensio.

a/c/quadratis. In rectangulis itaq; triangulis:& quæ ſequuntur reliqua,vt in theoremate. Quod expediebat demonſtrare.

Notandum. ¶Hoc ſpectabile & ſemper admirãdum theorema, Pythagoras in his fertur offendiſſe numeris,3,4,5: velut ex obiecta potes elicere figura.in qua angulus qui ad b/rectus eſt: & qualium partium a/b/latus eſt trium,& b/c/quatuor,talium a/c/rectum ſubtendens angulum 5/reperitur. Quinquies porrò 5,faciunt 25:ter 3 verò/9,& quater 4/ſedecim.atqui 9 & 16/cõficiũt 25.



Corollarium.

¶In triangulis itaque rectangulis,duobus lateribus datis,ipſorum adminiculo,deuenire licebit in cognitionem reliqui: per quadratorum nempe tum additionem, tum ſubductionem adinuicem, & lateris ſeu radicis eorundem inueſtigationem. Quemadmodùm in dimetiendis rerum paſſim offendes magnitudinibus.

Θεώρημα λδʹ, Πρόθεσις μη.

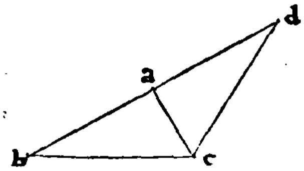
Ἐὰν τριγώνου τὸ ἀπὸ μιᾶς τῶν πλευρῶν τετράγωνον, ἴσον ᾖ τοῖς ἀπὸ τῶν λοιπῶν τοῦ τριγώνου δύο πλευρῶν τετραγώνοις, ἡ περιεχομένη γωνία ὑπὸ τῶν λοιπῶν τοῦ τριγώνου δύο πλευρῶν ὀρθή ἐστι.

Theorema 34, Propoſitio 48.

Cõuerſa præcedentis.

SI trianguli quod ab vno laterum quadratum,æquale fuerit eis quæ reliquis trianguli lateribus quadratis:angulus cõprehenſus ſub reliquis trianguli duobus lateribus,rectus erit. 48

ORONTIVS. ¶Eſto a/b/c/trianguli quod ex b/c/quadratum,æquum eis quæ ex a/b/& a/c/lateribus fiũt quadratis:aio propterea,angulũ b/a/c/fore rectũ. A dato enim puncto a,datæ lineæ a/c,perpendicularis excitetur a/d:per vndecimã propoſitionẽ.Et per tertiam propoſitionẽ,ponatur a/d/ipſi a/b/æqualis:connectatúrq; c/d/recta,per primũ poſtulatũ. Cùm igitur a/b/ipſi a/d/ſit æqualis: æquũ eſt quod ex a/b/quadratum,ei quod fit ex a/d,per corollarium quadrageſimæſextæ propoſitionis.Addatur vtriq;,id quod ex a/c/quadratũ.Quæ ex a/b/igitur & a/c/quadrata, æqualia ſunt eis quæ ex a/c/& a/d/quadratis:per ſecundam communẽ ſentẽtiam. Eis autem quæ ex a/c/ & a/d/ quadratis,æquum eſt quod ex c/d,per antecedentẽ quadrageſimamſeptimã propoſitionẽ: angulus enim c/a/d/ rectus eſt. Quadratis porrò quæ ex a/b/& a/c,æquum eſt quod ex b/c/quadratum: per hypotheſin. Quæ autẽ æqualibus ſunt æqualia,ea ſunt æqualia adinuicẽ,per primã communẽ ſententiam. Quadratum igitur quod ex b/c,æquum eſt ei quod ex c/d/quadrato. Aequalis eſt ergo b/c/ipſi c/d:æqualia enim quadrata ſunt,quæ ab æqualibus deſcribuntur lineis rectis. Poſita eſt autem a/d/ipſi a/b/æqualis,& a/c/vtriq; cõmunis.Bina ergo latera a/b/& a/c/trianguli a/b/c,binis lateribus a/c/& a/d/trianguli a/c/d/ſunt alternatim æqualia:baſis quoq; b/c,baſi c/d/æqualis.Angulus igitur b/a/c,angulo c/a/d,per octauã propoſitionẽ eſt æqualis. Eſt autẽ c/a/d,angulus rectus,per conſtructionẽ: & b/a/c/ igitur angulus rectus eſt. Si trianguli itaq; quod ab vno laterum quadratum:&c.vt in theoremate.Quod erat oſtendendum.



Primi Libri Geometricorum Elementorum,
FINIS.

Orontij Finei Delphinatis, Regii Mathematicarvm Professoris, In Secundum elementorum Euclidis, Demonstrationes.

ΕΥΚΛΕΙ΄ΔΟΥ ΣΤΟΙΧΕΙΟΝ ΔΕΥΤΕΡΟΝ.

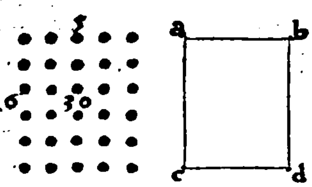
Παραλληλόγραμμον ὀρθογώνιον.

ΠΑν παραλληλόγραμμον ὀρθογώνιον περιέχεσθαι λέγεται ὑπὸ δύο τῶν τὴν ὀρθὴν γωνίαν περιεχουσῶν εὐθειῶν.

Parallelogrammum rectangulum.

1 OMne parallelogrammum rectangulum, ſub duabus rectum angulum comprehendentibus rectis lineis dicitur contineri.

ORONTIVS. ¶ Parallelogrammum, dicitur figura quadrilatera, ex oppoſitis lateribus adinuicem æqualibus comprehenſa. Sunt autem parallelogrammorũ quatuor tantummodò genera: vtpote, quadratũ, altera parte longius, rhombus, & rhomboides: quemadmodùm trigeſimatertia primi libri antè monuimus diffinitione. Vtrunq; porrò & quadratum & altera parte longius, rectangulum adpellatur: cõtinetúrq; ſub duabus lineis rectis ad rectum conuenientibus angulum, quarum altera in reliquam àbſtractiuè ducta, ipſum efficit parallelogrammum. ¶ Vt ex a/b/c/d/ potes elicere parallelogrammo: quod ſub a/b/ & a/c/ lateribus, rectum qui ad a/ comprehendentibus angulum, continetur. Non poteſt enim angulus qui ad a/ fore rectus, quin per vigeſimamnonam & trigeſimamquartam propoſitionẽ libri primi, reliqui tres anguli ſint itidem recti. Imaginanda eſt igitur a/b/ recta, fluere directa via in c: & punctũ b/ deſcribere latus b/d. vel a/c/ rectam, venire recto fluxu in b: atq; punctum c/ efficere latus c/d. Ita enim abſtractiuè deſcribuntur parallelogramma rectangula. Ad quorum ſimilitudinem, numerus per alium quenuis munerum multiplicatus, planum atq; rectãgulum efficit numerũ: vti ſubiecta videtur indicare figura, in qua 6/ vnitates per 5/ multiplicatæ, reddunt 30/ planum & rectangulum numerum. Quid parallelogrãmum. Quot parallelogrammorũ genera. Exemplum.



Γνώμων τί.

ΠΑντὸς δὲ παραλληλογράμμου χωρίου τῶν περὶ τὴν διάμετρον αὐτοῦ ἓν παραλληλογράμμων ὁποιονοῦν σὺν τοῖς δυσὶ παραπληρώμασι, γνώμων καλείσθω.

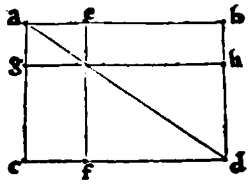
Quid gnomon.

2 OMnis parallelogrãmi loci eorum quæ circa dimetientẽ illius ſunt parallelogrammorum, vnumquodq; eorum cum binis ſupplementis, gnomon vocetur.

ORONTIVS. ¶ Quanquàm gnomonem propriè intelligamus rectangulum: accipitur tamen suprà scripta gnomonis diffinitio, pro quacunq; figura ex duobus cuiusuis oblati parallelogrammi supplementis, & altero eorum quæ circa dimetiẽtem illius sunt parallelogrammorũ comprehensa. Diximus autem quadragesima- tertia propositione primi libri, quænam sint parallelogramma circa dimetientem alicuius consistentia parallelogrammi: quæ item sint eorundem parallelogrammorum supplementa. ¶ Sit igitur a/b/c/d/ parallelogrammum, & illius dimetiens a/d: circa verò dimetientem consistant g/e/ & f/h/ parallelogramma, atque illorum supplementa g/f/ & e/h. Dico itaque g/e/ parallelogrammũ, vnà cum binis supplementis g/f/ & e/h: gnomonem efficere f/g/e/h, seu f/a/h. Cui si addatur f/h/ parallelogrammum: totum integrabitur a/b/c/d. aut si eidem f/ h/ parallelogrammo, gnomon circumponatur f/g/e/h: nõ mutabitur, sed augmentabitur figura. Est autem eiuscemodi gnomonum tradita descriptio, in partium oblatorum in demonstrationibus parallelogrammorum expeditiorem expressionem, principaliter excogitata.

Vide 43 primi

Gnomonis exemplum.



Cur tales assumpti gnomones.

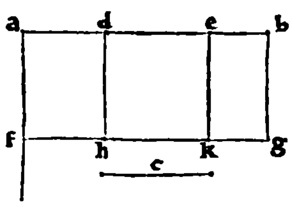
Θεώρημα α, Πρόθεσις α.

Ἐὰν ὦσι δύο εὐθεῖαι, τμηθῇ δὲ ἡ ἑτέρα αὐτῶν, εἰς ὁσαδηποτοῦν τμήματα, τὸ περιεχόμενον ὀρθογώνιον ὑπὸ τῶν δύο εὐθειῶν ἴσον ἐστὶ τοῖς ὑπό τε τῆς ἀτμήτου καὶ ἑκάστου τῶν τμημάτων περιεχομένοις ὀρθογωνίοις.

Theorema 1, Propositio 1.

SI fuerint binæ rectæ lineæ, secetúrq; ipsarum altera in quotcunque segmenta: rectangulum comprehensum sub duabus rectis lineis, æquum est eis quæ ab insecta & quolibet segmento rectangulis comprehenduntur. 1

ORONTIVS. ¶ Sint binæ rectæ lineæ a/b/ & c: quarum altera, vtpote a/b, secetur in a/d, d/e, & e/b/ segmenta. Aio quòd sub a/b/ & ipsa c/ comprehensum rectãgulum: æquum est eis, quæ sub c/ & a/d/ & d/e/ atque e/b/ comprehenduntur rectangulis. A dato enim puncto a, datæ rectæ lineæ a/b, recta quædam, per vndecimã primi libri propositionem, ad rectos excitetur angulos, excedens datam lineã c: à qua secetur æqualis eidem c, per tertiã eiusdem primi, sitq; a/f. Per datũ insuper punctum f, ipsi a/b/ parallela ducatur f/g: atque per b, d, & e/ puncta ipsi a/ f, atque inuicem parallelæ ducantur b/g, d/h, & e/k, per trigesimamprimã eiusdẽ primi. Rectangula igitur sunt a/b/f/g, a/h, d/k, & e/g/ parallelogrãma. Quælibet insuper/ & b/g/ & d/h/ & e/k, ipsi a/f/ est æqualis, per trigesimamquartã eiusdẽ primi. eidẽ quoq; a/f/ est æqualis c. ommes igitur adinuicẽ, atq; ipsi c/ sunt æquales: per primam communem sententiam. Quod igitur sub c/ & a/d/ continetur rectangulum, æquum est ipsi a/h: & quod sub c/ & d/e, ipsi d/k: atq; id quod sub eadem c/ & e/b, ipsi e/g/ rectangulo æquale. Ipsis porrò a/h, d/k, & e/g/ rectangulis, æquum est a/b/f/g/ rectangulum (nempe totum suis partibus integralibus simul sumptis) continetúrq; sub a/b/ & a/f, quæ ipsi c/ data est æqualis. Datis igitur binis lineis rectis a/b/ & c, quod sub eisdem continetur rectangulum, æquum est eis quæ sub insecta c, & quolibet ipsius a/b/ segmento comprehenduntur rectangulis. Quod oportebat demonstrare.



Ex hac propositione, numerorum ab Arithmeticis tradita colligitur multiplicatio.

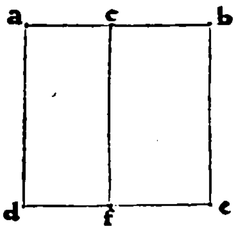
Θεώρημα β, Πρότασις β.

Ἐὰν εὐθεῖα γραμμὴ τμηθῇ ὡς ἔτυχε, τὰ ὑπὸ τῆς ὅλης καὶ ἑκατέρου τῶν τμημάτων περιεχόμενα ὀρθογώνια, ἴσα ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ὅλης τετραγώνῳ.

Theorema 2, Propoſitio 2.

2 SI recta linea ſecetur vtcunq; : quæ ſub tota & quolibet ſegmẽtorum rectangula comprehenduntur, æqualia ſunt ei quod ex tota eſt quadrato.

ORONTIVS. ¶ Recta linea vtcunque ſecari dicitur, quæ in quouis dato illius puncto, abſq; partiũ determinata ratione, indifferenter diuiditur. Sit igitur a/b/ linea recta, quæ vtcunq; ſecetur in c. Dico ꝙ ſub a/b/ & a/c, atq; ſub eadem a/b/ & c/b/ cõprehenſa rectangula: æqua ſunt ei, quod ex tota a/b/ fit quadrato. Ex data nanq; a/b, quadratum deſcribatur a/b/d/e: per quadrageſimamſextã primi. Et per datum punctum c, vtriq; & a/d/ & b/e/ parallela ducatur c/f: per trigeſimamprimam eiuſdem primi libri propoſitionem. Rectangula igitur ſunt, a/f/ & c/e/ parallelogrãma: atque ipſum a/f/ ſub a/d/ & a/c, ipſum verò c/e/ ſub c/b/ & b/e, per primam huius diffinitionem comprehenſum. Quid rectam lineam vtcũque ſecari.



Et quoniam a/b/ & a/d/ ſunt binæ quædam lineæ rectæ: & ipſarũ altera, ſcilicet a/b, ſecta eſt in a/c/ & c/b/ ſegmẽta, ex hypotheſi. Quæ igitur ab inſecta a/ d, & vtroque ſegmento a/c/ & c/b/ continẽtur rectangula: æqua ſunt ei, quod ſub duabus lineis rectis a/b/ & a/d/ cõprehenditur rectangulo, per primam huius ſecundi propoſitionem. Atqui b/e/ ipſi a/d, & vtraque ipſi a/b, per trigeſimam diffinitionem primi eſt æqualis; necnon a/b/d/e/ rectangulum, id quod ex ipſa a/b/ fit quadratũ. Quæ ſub tota igitur a/b, & quolibet ſegmento a/c/ & c/b, rectangula comprehenduntur: æqualia ſunt ei quod ex tota a/b/ eſt quadrato. Quod erat oſtendendum.

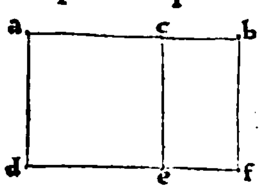
Θεώρημα γ, Πρότασις γ.

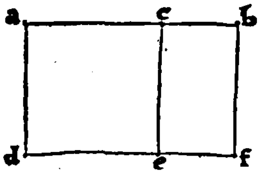
Ἐὰν εὐθεῖα γραμμὴ ὡς ἔτυχε τμηθῇ, τὸ ὑπὸ τῆς ὅλης καὶ ἑνὸς τῶν τμημάτων περιεχόμενον ὀρθογώνιον ἴσον ἐστὶ τῷ τε ὑπὸ τῶν τμημάτων περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ, καὶ τῷ ἀπὸ τοῦ προειρημένου τμήματος τετραγώνῳ.

Theorema 3, Propoſitio 3.

3 SI recta linea ſecetur vtcunque: rectangulum ſub tota & vno ſegmentorum cõprehenſum, æquum eſt ei quod ſub ſegmentis comprehenditur rectangulo, & ei quod ex prædicto ſegmento fit quadrato.

ORONTIVS. ¶ Eſto a/b/ recta linea, vtcunq; ſecta in puncto c. Aio quòd ſub tota a/b/ & altero ſegmentorum, vtpote a/c, comprehenſum rectangulum: æquum eſt ei quod ſub a/c/ & c/b/ ſegmẽtis rectãgulo cõtinetur, & ei quod ex eodẽ ſegmento a/c/ fit quadrato. Deſcribatur enim ex a/c, quadratũ a/c/d/e: per quadrageſimãſextam primi. & producatur d/e/ in directũ vſq; ad f, per ſecundum poſtulatũ. Per punctum deniq; b, vtriq; & a/d/ & c/e/ parallela ducatur b/f: per trigeſimãprimam ipſius primi. Rectãgula igitur ſunt a/f/ & c/f/ parallelogramma, per primam huius diffinitionẽ. Et quoniam a/b/ & a/d/ binæ quædam videntur eſſe lineæ rectæ: quarũ altera, vtpote a/b, ſecta eſt per hypotheſin in a/c/ & c/b/ ſegmẽta. Sub duabus igitur lineis





rectis a/b/& a/d/comprehẽſum rectangulum a/f,æquũ eſt eis quæ ab inſecta a/d/ & quolibet ſegmento a/c/ & c/b/continentur rectangulis : per primam huius ſecundi propoſitionem, hoc eſt rectangulis a/e/ & c/f. Atqui a/f/rectangulum, æquum eſt ei quod ſub tota a/b,& ſegmento a/c/continetur: nam a/d/ipſi a/c/eſt æqualis, per trigeſimam diffinitionem primi. A/e/porrò quadratũ,quod ex eodem ſegmento a/c/deſcribitur. Rectangulũ deniq; c/f,æquũ eſt ei quod ſub a/c/& c/b/ſegmentis cõtinetur:eſt enim c/e/eidẽ a/c,per ipſius quadrati diffinitionẽ æqualis. Si recta igitur linea a/b,vtcũq; ſecetur in puncto c:rectangulũ ſub tota a/b/& altero ſegmentorum a/c/cõprehenſum,æquũ eſt ei quod ſub a/c/& c/b/ ſegmentis fit rectangulo,& ei quod ex prædicto ſegmento a/c/ eſt quadrato. Quod oſtendere oportebat.

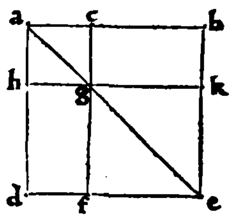
Θεώρημα δ', Πρόθεσις δ'.

Ἐὰν εὐθεῖα γραμμὴ τμηθῇ ὡς ἔτυχε, τὸ ἀπὸ τῆς ὅλης τετράγωνον ἴσον ἐστὶ τοῖς ἀπὸ τῶν τμημάτων τετραγώνοις, καὶ τῷ δὶς ὑπὸ τῶν τμημάτων περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ.

Theorema 4, Propoſitio 4.

SI recta linea ſecetur vtcũq;:quadratum quod fit ex tota,æquũ eſt quadratis quę fiunt ex ſegmẽtis,& ei quod bis ſub ſegmentis comprehenditur rectangulo, 4

ORONTIVS. ¶Sit a/b/linea recta,quæ ſecetur vtcunq; in pũcto c. Dico quadratum quod ex tota fit a/ b, æquum eſſe eis quæ ex a/c/& c/b/ deſcribuntur quadratis, & bis ſub a/c/ & c/ b/ ſegmentis comprehenſo rectangulo. Deſcribatur in primis ex a/b,quadratum a/b/d/e:per quadrageſimamſextam primi. Et connectatur a/e/dimetiens,per primum poſtulatum.& per datum punctum c, vtrique a/d/ & b/e/parallela ducatur c/f/ſecans a/e/dimetientem in puncto g. Per punctum deniq; g,ipſis a/b/& d/e/parallela ducatur h/k: per trigeſimamprimam eiuſdem primi. Cũm igitur a/b/d/e/ſit quadratũ,æqualis eſt a/b/ipſi b/e:per trigeſimã ipſius



Hoc theorema à nõnullis aliter demonſtratũ:ſed hæc demonſtratio eſt omniũ clariſſima.

primi diffinitionem. Iſoſcelis igitur a/b/e/trianguli, qui ad baſin a/e/fiunt anguli,hoc eſt b/a/e/& a/e/b,ſunt per quintam primi adinuicẽ æquales. Eiuſdem porrò trianguli a/b/e/tres anguli, binis ſunt rectis æquales:per trigeſimamſecũdam primi. Rectus eſt autem angulus qui ad b. reliqui igitur anguli b/a/e/& a/e/b, vni recto ſunt æquales. ſunt autem & æquales adinuicem:vterq; igitur dimidium eſt anguli recti. Trianguli rurſum a/c/g/ tres anguli, duobus rectis,per eandem trigeſimamſecundam primi,coæquantur. a/c/g/porrò angulus, rectus eſt: nempe æqualis interiori,& ad eaſdẽ partes qui ad b,per vigeſimamnonã ipſius primi. Ergo reliqui duo anguli c/a/g/& a/g/c,vni recto ſunt æquales. ſed dimidium recti eſt c/a/g/angulus:igitur & a/g/c,recti itidem eſt dimidiũ. Aequus eſt propterea angulus c/a/g/ipſi a/c/g:per primam communem ſententiam. Et latus conſequenter a/c,lateri c/g,per ſextam primi æquale. Eſt autem & a/h/latus,ipſi c/g, necnon h/g/ipſi a/c/æquale:per trigeſimamquartã eiuſdem primi. Aequilaterum eſt itaq; a/c/g/h/ parallelogrammum. aio quòd & rectangulum:nam angulus qui ad/ a,rectus eſt. Rectangulum porrò ſub duabus rectis lineis angulum rectũ comprehendentibus,per primam huius diffinitionem,cõtineri dicitur. Quadratum eſt igitur a/c/g/h:& æquum ei quod ex a/c. Haud diſſimili diſcurſu,f/k/parallelogrammũ, quadratũ eſſe conuincetur:& æquale ei quod ex c/b/. Nam æqualis eſt g/k/eidẽ a/c, per eandem trigeſimamquartã primi. Et quoniam æquum eſt h/f/ſupplementũ ipsi c/k, per quadragesimamtertiam primi: & c/ k/ id quod sub a/ c/ & c/ b, nam ipsi a/c/ ostensa est æqualis c/ g. Rectangula igitur c/ k/ & h/f, æqua sunt ei, quod bis sub segmentis comprehenditur, rectangulo. Ostensum est autem a/g/ & g/e/ quadrata, eis fore æqualia/ quæ ab eisdem segmentis fiunt quadratis. Et a/g/igitur & g/e, vnà cum c/k/ & h/f, æqualia sunt quadratis quæ fiunt ex segmẽtis, & ei quod bis sub segmentis comprehenditur rectangulo. Eisdem porrò a/g, g/e, c/k, & h/f, æquum est quadratum a/b/d/e, ex ipsa a/b/descriptum: nempe totum suis partibus integralibus. Quod igitur ex tota a/b/fit quadratum: æquum est quadratis quæ fiunt ex a/c/& c/b/segmentis, & ei quod bis sub eisdem segmentis comprehenditur rectangulo. Quod fuerat demonstrandum.

Corollarium.

¶Parallelogramma igitur, quæ circa quadrati dimetientem cõsistunt, fore itidem quadrata: relinquitur manifestum.

Θεώρημα ε, Πρότασις ε.

Ἐὰν εὐθεῖα γραμμὴ τμηθῇ εἰς ἴσα καὶ ἄνισα, τὸ ὑπὸ τῶν ἀνίσων τῆς ὅλης τμημάτων περιεχόμενον ὀρθογώνιον μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς μεταξὺ τῶν τομῶν τετραγώνου, ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ἡμισείας τετραγώνῳ.

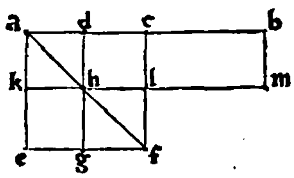
Theorema 5, Propositio 5.

5 SI recta linea secetur in æqualia, & non æqualia: rectangulum comprehensum ab inæqualibus sectionibus totius, vnà cum quadrato quod à medio sectionum, æquum est ei quod à dimidia fit quadrato.

ORONTIVS. ¶Sit rursum a/b/linea recta: quæ bifariam secetur in puncto c, atque in non æqualia, in puncto d. Aio quod sub a/d/& d/b/comprehensum rectangulũ, vnà cum eo quod ex d/c/quadrato: æquum est ei, quod ex a/c/dimidia fit quadrato. Describatur ergo ex a/c, quadratum a/c/e/f: per quadragesimamsextam primi. & connectatur dimetiens a/f, per primum postulatum. per punctum insuper d, vtrique a/e/& c/f/parallela ducatur d/g, secans a/f/ dimetientem in puncto h. Rursum per datum pũctum h, ducatur k/l/m, ipsis a/b/& e/ f/ parallela: per trigesimã primam ipsius primi. tandem per pũctum b, ipsis a/k/& c/l/ parallela ducatur b/m: per eandem trigesimamprimam primi. His ita constructis, quoniam supplementum g/k, æquum est suppleměto d/l, per quadragesimã tertiam ipsius primi: addatur commune a/h. totum ergo a/g, toti a/l/ rectangulo, per secundam communem sententiã erit æquale. At c/m/eidem a/l/est æquale, per trigesimãsextã eiusdẽ primi: sunt enim in basibus æqualibus a/c/& c/b, & in eisdem parallelis a/b/& k/m. Et a/g/ igitur ipsi c/m, per primam communem sententiam est æquale. Addatur rursum commune rectangulum d/l. Et d/m/ igitur rectangulum, per eandem secundã cõmunem sententiam, æquabitur gnomoni g/a/l. Atqui d/m/ rectãgulum æquum est ei quod sub a/d/& d/b/continetur: quadratum est enim a/h, per corollarium quartæ propositionis huius: & æqualis propterea a/d/ ipsi d/h, sub qua & d/b, ipsum d/m/cõprehenditur rectangulũ. Quod igitur sub a/d/& d/b/ continetur rectangulum, æquum est gnomoni g/a/l. Addatur tandem commune quadratum h/f. Comprehensum igitur sub a/ d/ & d/ b/ rectangulum, vnà cum quadrato h/f, æquum est gnomoni g/a/l, atque ipsi quadrato h/f. Quadratũ porrò h/f, æquum est ei quod sub d/c/medio sectionum: fit enim ex h/l, quæ ipsi d/c, per trigesimãquartã primi est æqualis. Quod igitur sub a/d/& d/b/cõtinetur rectangulũ,

Cõstructio figuræ.

Demõstratio theorematis.



vnà cum quadrato quod ex d/c, æquum est gnomoni g/a/l,atque ipsi quadrato h/f. Ipsis demum g/a/l/gnomoni & quadrato h/f, æquum est a/c/e/f,quod à dimidia a/c/descriptum est quadratum.Rectangulum igitur comprehẽsum sub a/d/ & d/b/ inæqualibus sectionibus,vnà cum quadrato quod à medio sectionũ d/c, æquum est ei quod ex a/b/dimidia fit quadrato. Si recta igitur linea,& quæ sequũtur reliqua: vt in theoremate. Quod ostendendum susceperamus.

Θεώρημα ς, Πρόθεσις ς.

Ἐὰν εὐθεῖα γραμμὴ τμηθῇ δίχα, προστεθῇ δέ τις αὐτῇ εὐθεῖα ἐπ' εὐθείας, τὸ ἀπὸ τῆς ὅλης σὺν τῇ προσκειμένῃ, καὶ τῆς προσκειμένης περιεχόμενον ὀρθογώνιον, μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς ἡμισείας τετραγώνου, ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς συγκειμένης ἔκ τε τῆς ἡμισείας καὶ τῆς προσκειμένης ὡς ἀπὸ μιᾶς ἀναγραφέντι τετραγώνῳ.

Theorema 6, Propositio 6.

SI recta linea bifariam secetur, adijciatúrque ei aliqua recta linea in rectum: rectangulum comprehensum sub tota cum apposita & apposita, vnà cum quadrato quod fit à dimidia, æquum est ei quod ex coniecta ex dimidia & apposita, tãquàm ex vna descripto quadrato. 6

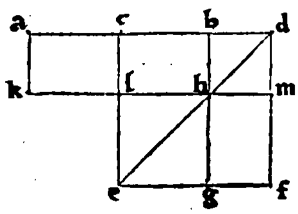
ORONTIVS. ¶Esto a/b/linea recta,secta bifariã in puncto c: cui recta quædam linea b/d/in directum adijciatur.Dico,quod sub a/d,& d/b/ comprehensum rectãgulum,vnà cum eo quod ex c/b/quadrato:æquũ est quadrato quod ex c/d. Fiat

Figuræ compositio.

enim ex c/d/quadratum c/d/e/f,per quadragesimamsextam primi: & connectatur e/d/per primum postulatum.Per punctum insuper b, vtrique c/e/& d/f,per trigesimamprimam eiusdem primi,parallela ducatur b/g,quæ secet dimetientem e/d/in puncto h. Rursum per punctum h,ducatur k/l/m,ipsis a/d/& e/f/parallela: necnon per a/punctũ, vtriq; c/l/& d/m/ parallela a/k, per eandem trigesimamprimam pri-

Ostensionis deductio.

mi. Cùm igitur a/c/ æqualis sit ipsi c/b/per hypothesin, & a/d/ipsi k/m/parallela: æquum est a/l/parallelogrammum,ipsi c/h/parallelogrammo, per trigesimamsextam primi. Eidem porrò c/h, æquum est h/f/ supplemẽtum: per quadragesimamtertiam eiusdem primi.Et a/l/ igitur ipsi h/f, per primam communem sententiam est æquale. Addatur vtrique æqualium commune c/m. totum igitur a/m/ rectangulum, gnomoni l/ d/ g, per secundam communem sententiam æquabitur.A tqui a/m/ est æquale ei,quod sub a/d/ & d/ b/ comprehenditur re-



ctangulo: continetur enim sub a/d/& d/m,quæ est æqualis ipsi d/b, nam b/ m/ quadratũ est,per corollarium quartæ huius secundi.Comprehensum igitur sub a/d/& d/b/rectangulum, æquum est gnomoni l/ d/g.commune rursum addatur l/g,quod per idem corollarium quartæ huius est quadratum.Quod igitur sub a/d/& d/b/cõtinetur rectangulum,vnà cum l/g/quadrato:æquũ est gnomoni l/d/g,& eidem quadrato l/g. Ipsis porrò gnomoni l/d/g, & quadrato l/ g: æquum est c/d/e/f/ quadratum.& quadratum l/g, æquũ est ei quod ex c/b: est enim l/h/(ex qua fit ipsum l/g/ quadratum)æqualis ipsi c/b,per trigesimamquartã primi. Rectangulũ igitur sub a/d,hoc est sub tota a/b/cum adposita b/d,& ipsa b/d/adposita comprehensum,vnà cum quadrato quod fit à dimidia c/b: æqũu ei est quod fit ex c/d,hoc est ex dimidia c/b, & adposita b/d, tanquàm ex vna descripto quadrato. Quod demonstrare fuerat operæpretium.

Θεώρημα ζ, Πρόθεσις ζ.

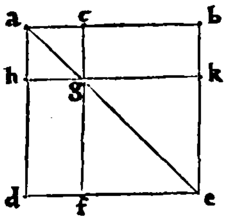
Ἐὰν εὐθεῖα γραμμὴ τμηθῇ ὡς ἔτυχε, τὸ ἀπὸ τῆς ὅλης καὶ ἀφ' ἑνὸς τῶν τμημάτων τὰ συναμφότερα τετράγωνα ἴσα ἐστὶ τῷ τε δὶς ὑπὸ τῆς ὅλης καὶ τοῦ εἰρημένου τμήματος περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ, καὶ τῷ ἀπὸ τοῦ λοιποῦ τμήματος τετραγώνῳ.

Theorema 7, Propoſitio 7.

7 SI recta linea ſecetur vtcunque: quod à tota & ab vno ſegmentorum vtraque fiunt quadrata, æqualia ſunt rectangulo comprehenſo bis ſub tota & dicto ſegmento, & ei quod à reliquo ſegmento fit quadrato.

ORONTIVS. ¶ Data enim recta linea a/b, vtcunq; ſecetur in puncto c. Aio ex tota a/b, & vno ſegmentorũ, vtpote a/c, vtraq; deſcripta quadrata: æqualia fore ei quod bis ſub a/b/ & a/c/ cõtinetur rectangulo, & ei quod ex c/b/ fit quadrato. Ex ipſa enim a/b, deſcribatur quadratum a/b/d/e, per quadrageſimamſextam primi: & connectatur a/e/ dimetiens, per primum poſtulatum. Per punctum deinde c, ducatur c/f/ ipſis a/d/ & b/e/ parallela, ſecans a/e/ dimetientem in g. & per idem punctũ g, vtrique a/b/ & d/e/ parallela rurſum ducatur h/k: per trigeſimamprimam primi. Figuræ præparatio.

Erunt igitur h/c/ & f/k/ parallelogramma, circa dimetientem a/e/ cõſiſtentia, quadrata: per quartæ huius corollarium. Et quoniam c/k/ & h/f/ ſupplementa, ſunt per quadrageſimamtertiam ipſius primi adinuicem æqualia. addatur vtrique, commune quadratum h/c. Totum igitur a/k, toti a/f, per ſecundam communem ſententiam erit æquale. Eſt autem a/k/ æquum ei quod ſub tota a/b, & ſegmento a/c/ continetur rectangulo: nam a/c, ipſi a/h, per quadrati diffinitionem eſt æqualis. Rectangulis itaque a/k/ & a/f/ æquum eſt id, quod bis ſub a/b/ & a/c/ continetur rectangulum. Eiſdẽ porrò a/k/ & a/f/ rectangulis, æquatur gnomon f/a/k, & quadratũ inſuper h/c (bis enim cum ipſis a/k/ & a/f/ rectangulis, includitur quadratum h/c) gnomon igitur f/a/k, vnà cũ quadrato h/c, æqualis eſt ei quod bis ſub a/b/ & a/c/ comprehẽditur rectangulo. Addatur rurſum cõmune quadratum f/k. Gnomon igitur f/a/k, vnà cum quadratis h/c/ & f/k: ei quod bis ſub a/b/ & a/c/ cõtinetur rectangulo, & ipſi quadrato f/k/ eſt æqualis. Atqui f/a/k/ gnomoni, & quadrato f/k: æquum eſt a/b/d/e/ quadratum. Igitur quadratum a/b/d/e, vnà cum quadrato h/c: æquum eſt cõprehenſo bis ſub a/b/ & a/c/ rectangulo, & ipſi f/k/ quadrato. Sed a/b/d/e/ quadratũ, ex tota a/b/ deſcriptũ eſt. & h/c/ quadratum, id quod ſub a/c/ ſegmento. f/k/ autem æquale ei, quod fit ex reliquo ſegmento c/b: fit enim ex g/k, quæ ipſi c/b, per trigeſimamquartã primi eſt æqualis. Quod igitur ex tota a/b/ & ſegmento a/c/ vtraq; fiunt quadrata: æqualia ſunt rectangulo comprehenſo bis ſub tota a/b, & dicto ſegmẽto a/c, & ei quod ſub reliquo ſegmento c/b/ fit quadrato. Si recta igitur linea: &c. vt in theoremate. Quod oportuit oſtendiſſe. Demõſtratio theorematis.



Θεώρημα η, Πρόθεσις η.

Ἐὰν εὐθεῖα γραμμὴ τμηθῇ ὡς ἔτυχε, τὸ τετράκις ὑπὸ τῆς ὅλης καὶ ἑνὸς τῶν τμημάτων περιεχόμενον ὀρθογώνιον μετὰ τοῦ ἀπὸ λοιποῦ τμήματος τετραγώνου, ἴσον ἐστὶ τῷ τε ἀπὸ τῆς ὅλης καὶ τοῦ εἰρημένου τμήματος, ὡς ἀπὸ μιᾶς ἀναγραφέντι τετραγώνῳ.

Theorema 8, Propoſitio 8.

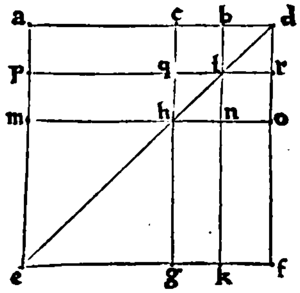
8 SI recta linea ſecetur vtcunque: rectangulum comprehenſum quater ſub tota & vno ſegmentorum, cũ eo quod ex reliquo

ſegmento eſt quadrato,æquum eſt ei quod fit ex tota & prædicto ſegmento tanquam ab vna deſcripto quadrato.

ORONTIVS. ¶ Eſto a/b/recta linea, vcunque ſecta in puncto c. dico quòd rectangulum quater ſub tota a/b,& vno ſegmentorũ,vtpote b/c/comprehenſum,vnà cum quadrato quod fit ex a/c:æquum eſt ei,quod ex a/b/& eodem ſegmento b/c, tanquam ab vna deſcribitur quadrato. Producatur enim a/b/in directum verſus d,per ſecundum poſtulatum:& ponatur b/d/æqualis ipſi b/c,per tertiam primi. Ex a/d/ autem deſcribatur quadratũ a/d/e/f, per quadrageſimamſextam eiuſdem primi:& connectatur dimetiens e/d,per primum poſtulatum. Per trigeſimamprimam deinde ipſius primi,per c/& b/puncta,ipſis a/e/& d/f/parallelæ ducãtur c/g/& b/k, dimetiẽtem e/d/ſecantes in pũctis h,l:& per eandem trigeſimãprimam,per puncta h/& l,ipſis a/d/& e/f/parallelæ rurſum ducantur m/n/o/& p/q/r. Et quoniam per conſtructionem c/b/ipſi b/d/eſt æqualis:& q/l/ipſi c/b,necnon l/r,ipſi b/d,per trigeſimamquartam primi. Eſt igitur q/l/æqualis ipſi l/r, per primam communem ſententiam:quæ enim æqualibus æqualia ſunt,ea ſunt æqualia adinuicem.& h/n/cõſequenter,ipſi n/o/itidem concludetur æqualis. Parallelogrammum itaque b/r/æquũ eſt ipſi c/l,& proinde q/n/ipſi l/o/parallelogrammo æquale,per trigeſimamſextam

Figuræ cõſtructio.

Demõſtratio theorematis.



ipſius primi: ſunt enim b/r/ & c/l/in æqualibus baſibus, ac in eiſdem parallelis conſtituta,ſimiliter & q/n/ atque l/o. Atqui c/l/& l/o/ſupplemẽta eorum quæ circa dimetientem h/d/ſunt parallelogrammorum, per quadrageſimamtertiam eiuſdem primi æqualia ſunt adinuicem. Igitur b/r/& q/n/parallelogramma, æquis ſunt æqualia parallelogrammis:& æqua propterea adinuicẽ,per eandem primam communem ſententiam. Quatuor igitur b/r,c/l,l/o,& q/n,ſunt adinuicem æqualia: & quadrupla conſequenter ipſius c/l. Inſuper quoniam b/r/& q/n/parallelogrãma,per corollarium quartæ huius ſunt quadrata:æqualis eſt b/l/ipſi b/d,& q/h/ipſi q/l,per ipſius quadrati diffinitionem. Eidem porrò b/d/æqualis eſt c/b,per cõſtructionem:& b/l/ igitur ipſi c/b,per primã communem ſententiã eſt æqualis. Ipſi rurſum c/b/æqualis eſt q/l,necnon c/q/ipſi b/l/æqualis, per trigeſimamquartam primi:& c/q/igitur ipſi q/l,per eandem cõmunem ſententiã eſt æqualis. at q/h,eidem q/l/æqualis præoſtenſa eſt:& c/q/igitur,ipſi q/h,per ipſam primam communẽ ſententiam eſt æqualis. Patuit autẽ,quòd & h/n/ipſi n/o/itidem æqualis eſt. Parallelogrammum igitur a/q/ipſi p/h,necnon h/k/ipſi n/f/,per trigeſimamſextã primi coæquatur:ſunt enim a/q/& p/h/in baſibus æqualibus/ac in eiſdẽ parallelis,ſimiliter & h/k/atq; n/f/ conſtituta. Ipſa verò p/h/& h/k,ſunt rurſum adinuicẽ æqualia,per quadrageſimãtertiam ipſius primi:nempe ſupplementa eorũ,quæ circa dimetientẽ e/l/ſunt parallelogrammorum. Et a/q/igitur & n/f/ parallelogramma,æqualibus ſunt æqualia parallelogrãmis:& æqualia propterea adinuicẽ,per primã communẽ ſententiã. Quatuor igitur a/q,p/h,h/k,& n/f, æqualia ſunt adinuicem: & quadrupla conſequenter ipſius a/q/parallelogrãmi. Oſtenſum eſt autem,ꝙ & b/r,c/l,l/o, & q/n, quadruplũ ſunt ipſius c/l. Octo igitur parallelogrãma,m/d/g/gnomonẽ conſtituentia,quadruplum efficiunt totius a/l/parallelogrãmi. Eſt autẽ a/l/ parallelogrãmũ,ei quod ſub a/b/& b/c/cõtinetur rectangulo æquale:nam b/l,ipſi b/c,æqualis oſtẽſa eſt. Rectangulum igitur quater ſub a/b/& b/c/cõprehenſum,æquum eſt gnomoni m/d/g. Addatur commune quadratum m/g. Quater igitur ſub a/b/& b/c/comprehenſum rectangulũ,vnà cũ quadrato m/g:æquatur gnomoni m/d/g,& eidem m/g/ quadrato

Ipſis porrò gnomoni m/d/g,& quadrato m/ g: æquum eſt quădratū a/d/e/f.Cōprehēſum igitur quater ſub a/b/& b/d/rectangulū,vnà cum quadrato m/g:æquum eſt,per primam communem ſententiam,ipſi quadrato a/d/e/f.Atqui m/g/quadratum æquum eſt ei, quod ex a/c: fit enim ex m/h, quæ eidem a/c, per trigeſimam quartam primi,eſt æqualis.Quadratum autē a/d/e/f, æquum eſt ei,quod ex a/b/& b/c/tanq̄ ex vna deſcribitur quadrato:data eſt enim b/d,ipſi b/c/æqualis. Si recta igitur linea a/b,ſecetur vtcunque in puncto c:rectangulum comprehenſum quater ſub tota a/b/& ſegmento b/c, cum eo quod ex reliquo ſegmento a/c/ eſt quadrato, æquum eſt ei quod fit ſub tota a/b,& prædicto ſegmento b/c/,tanquam ex vna deſcripto quadrato.Quod demonſtrare fuerat operæpretium.

Θεώρημα θ, Πρόθεσις θ.

Ἐὰν εὐθεῖα γραμμὴ τμηθῇ εἰς ἴσα καὶ ἄνισα, τὰ ἀπὸ τῶν ἀνίσων τῆς ὅλης τμημάτων τετράγωνα, διπλάσιά ἐστι τοῦ τε ἀπὸ τῆς ἡμισείας καὶ τοῦ ἀπὸ τῆς μεταξὺ τῶν τομῶν τετραγώνου.

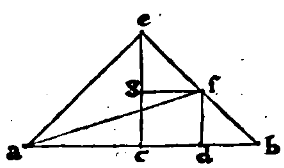
Theorema 9, Propoſitio 9.

9 SI recta linea ſecetur in æqualia & nō æqualia:quæ ab inæqualibus totius ſegmenti fiunt quadrata,dupla ſunt eius quod à dimidia,& eius quod à medio ſectionum fit quadratorum.

ORONTIVS.¶Secetur enim a/b/recta bifariam,in puncto c:& in non æqualia,in d.Aio quòd deſcripta ex a/d/& d/b/quadrata,dupla ſunt eorum quæ ex a/c/ & c/d fiunt quadratorum. A dato enim puncto c, datæ rectæ lineæ a/b, recta linea c/e/ad rectos excitetur angulos,per vndecimā primi:& vtrique ipſarum a/c/& c/b/ ponatur æqualis,per tertiā eiuſdem primi.Connectātur deinde a/e/& e/b, per primum poſtulatū.Per punctū inſuper d,ipſi c/e/ducatur parallella d/f: atq; per punctum f,ipſi a/b/parallela ducatur f/g,per trigeſimamprimā ipſius primi.connectatur tandem a/f, per idem primū poſtulatum. Cùm igitur a/c/ſit æqualis ipſi c/e: erit per quintam primi, angulus c/a/e,æqualis angulo a/e/c. Et quoniam trianguli e/a/c/tres anguli,ſunt æquales duobus rectis,per trigeſimamſecundam ipſius primi,rectus eſt autē qui ad c:reliqui igitur anguli c/a/e/& a/e/c,vni recto ſunt æquales.ſunt autē æquales adinuicem,vterque igitur c/a/e/&a/e/c,recti dimidius eſt.Et proinde vterq; eorū qui ad baſin e/b, iſoſcelis e/c/b, dimidius eſt recti.Itaq; totus

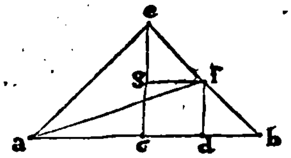
Vt conſtruenda figura.

Primus demōſtratiōis progreſſus.



a/e/b/angulus,rectus eſt.Rurſum,quoniam e/g/f/trianguli tres anguli,binis rectis ſunt æquales,per eandē trigeſimamſecūdam primi. rectus eſt autem qui ad g: nam æqualis interiori & oppoſito ad eaſdem partes,qui ad c, per vigeſimamnonam primi.dimidius item recti eſt,qui ſub g/e/f.Reliquus igitur qui ſub e/f/g, recti itidem eſt dimidius.Ambo igitur eidem,vtpote dimidio vnius recti,ſunt æquales:& æquales propterea adinuicem,per primam communem ſententiam.Et latus conſequenter e/g,lateri g/f/æquale,per ſextā primi.Haud diſſimili via,latus f/d,lateri d/b/cōcluditur æquale. His ita præoſtenſis,quoniam a/c/æqualis eſt ipſi c/e:æquū eſt quadratū quod fit ex a/c,ei quod ex c/e/fit quadrato:per corollariū quadrageſimæſextæ ipſius primi.Eis porrò quæ ex a/c/ & c/e/fiunt quadratis,æquū eſt quod ex a/e/ deſcribitur, per quadrageſimamſeptimam eiuſdem primi:& propterea duplū eius quod fit ex a/c. quod enim binis æqualibus eſt æquale,alterutrius æqualiū duplum eſt. Item quoniam æqualis eſt e/g/ipſi g/f:æquum eſt rurſum per idem corollariū, deſcriptum ex e/g/quadratum,ei quod fit ex g/f. Eiſdem porrò quadratis quæ ex e/g/& g/f,æquum eſt quod fit ex e/f, per eandem penultimam primi.Duplum eſt

Secūdᵘˢ & principalis proceſſus demōſtrationis.



igitur quod ex e/f/quadratum, eius quod ex g/f/describitur. Atqui g/f/ipsi c/d/est æqualis, per trigesimāquartam primi: & ab æqualibus rectis, æqualia describuntur quadrata, per corollariũ ipsius quadragesimæsextæ primi libri. Quod igitur ex e/f/ quadratum, duplum est eius quod fit ex c/d. Ostensum est autem, descriptũ ex a/e/quadratum, duplum fore eius quod ex a/c. Descripta igitur ex a/e/& e/f/ quadrata, dupla sunt eorum quæ ex a/c/ & c/d/ fiunt quadratorum. Eis porrò quæ ex a/e/& e/f/quadratis, æquum est id quod ex a/f/describitur, per quadragesimamseptimam primi: rectus est enim angulus a/e/f. Descriptũ igitur ex a/f/ quadratum, duplum est eorum quæ ex a/c/& c/d/ fiunt quadratorum. Ei rursum quod ex a/f/ describitur quadrato, æqua sunt quæ ex a/d/& d/f/quadrata, per eandem quadragesimamseptimam primi: rectus est enim angulus qui ad d, per vigesimamnonã ipsius primi. Quæ igitur ex a/d/& d/f/ vtraq; quadrata, dupla sunt eorum quæ ex a/c/& c/d/fiunt quadratorũ. Atqui d/f/æqualis est ipsi d/b: & ab æqualibus lineis, æqualia describũtur quadrata, per allegatũ quadragesimæsextæ primi corollariũ. Descripta igitur ex a/d/& d/b/ quadrata, eorũ quæ ex a/c/& c/d/fiunt quadratorũ dupla sunt. Si recta igitur linea: &c. vt in theoremate. Quod ostendendum susceperamus.

Θεώρημα ι, Πρόθεσις ι.

Ἐὰν εὐθεῖα γραμμὴ τμηθῇ δίχα, προστεθῇ δέ τις αὐτῇ εὐθεῖα ἐπ᾽ εὐθείας, τὸ ἀπὸ τῆς ὅλης σὺν τῇ προσκειμένῃ καὶ τὸ ἀπὸ τῆς προσκειμένης τὰ συναμφότερα τετράγωνα, διπλάσιά ἐστι τοῦ τε ἀπὸ τῆς ἡμισείας καὶ τοῦ ἀπὸ τῆς συγκειμένης, ἔκ τε τῆς ἡμισείας καὶ τῆς προσκειμένης, ὡς ἀπὸ μιᾶς ἀναγραφοῦντος τετραγώνου.

Theorema 10, *Propositio* 10.

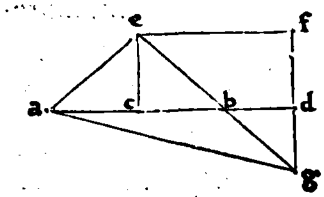
SI recta linea secetur bifariã, apponatur autẽ ei quæpiã recta linea in rectum: quod ex tota cum apposita, & quod ex apposita vtraq; quadrata, dupla sunt eius quod ex dimidia, & eius quod ex adiacẽte dimidia & adiuncta, tanq̃ ex vna descriptorũ quadratorũ. 10

ORONTIVS. ¶ Data enim a/b/recta linea, bifariam secetur in c: addatúrq; ei in directum recta quædam linea b/d. Aio quòd ex a/d/& d/b/vtraque quadrata, dupla sunt eorum quæ ex a/c/& c/d/fiunt quadratorum. Excitetur enim per vndecimam primi, à puncto c/datæ rectæ lineæ a/d, ad angulos rectos c/e: ponatúrque vtriq; a/c/& c/b/æqualis, per tertiam ipsius primi. connectantur deinde a/e/ & e/b, per primũ postulatum. Et per e/punctum, ipsi a/d/parallela ducatur e/f: necnon & per punctum d, ipsi c/e/parallela/d/f, per trigesimamprimam eiusdem primi. In parallelas igitur c/e/& d/f, recta linea incidens e/f, interiores & ad easdem partes angulos c/e/f/& e/f/d, binis rectis per vigesimamnonam primi, efficit æquales. Atqui b/e/f/angulus, minor est ipso c/e/f: duo itaque anguli b/e/f/& e/f/d, à recta e/f, in b/e/& d/f/rectas incidente causati, binis rectis sunt minores. Productæ igitur e/b/& f/d, ad partes b, d, tandem concurrent, per quintum postulatum. Producãtur igitur, per secundum postulatũ: & conueniant in puncto g. & connectatur a/g, per primum postulatum. Cùm igitur a/c/sit æqualis ipsi c/e: erit per quintam primi angulus c/a/e/æqualis angulo a/e/c. Et quoniam trianguli e/a/c/tres anguli, binis sunt rectis æquales, per trigesimamsecundam primi: rectus est autem, qui ad c. Reliqui igitur c/a/e/& e/a/c/anguli, vni recto sunt æquales: qui cùm sint æquales adinuicẽ, vterq; dimidius est recti. Et vterq; propterea c/e/b/& e/b/c, qui ad basin e/b, isosceles e/c/b, recti dimidius est. Ergo totus a/e/b/angulus est rectus. Insuper, quoniã

Cõstructio figuræ.

Ostẽsio theorematis.

per trigeſimamſecundam primi,trianguli b/d/g/ tres anguli, ſunt æquales duobus rectis:rectus autem eſt qui ad d/(nam æqualis alterno e/c/d,per vigeſimamnonam primi) & d/b/g/ recti dimidius eſt (æqualis ſiquidem ad verticem poſito c/b/e, per quindecimam ipſius primi)reliquus igitur angulus b/g/d, dimidius itidem eſt recti.Ambo ergo d/b/g/ & b/g/ d/ anguli, eidem (hoc eſt dimidio vnius recti)ſunt æquales:& æquales propterea adinuicẽ, per primam communẽ ſententiã.hinc b/d/ latus,ipſi d/g/lateri,per ſextam primi reſpondenter æquatur. Præterea, quoniam e/f/g/trianguli tres anguli, binis rectis, per eandem trigeſimamſecundam primi, ſunt rurſum æquales: rectus eſt autẽ qui ad f,(nam æqualis oppoſito qui ad c, per



trigeſimamquartam eiuſdem primi)& e/g/f/recti dimidius eſt. reliquus igitur f/e/g/ dimidius itidem eſt recti. Aequalis igitur eſt angulus f/e/g,ipſi e/g/f,per primam communem ſententiam:& latus conſequenter e/f/lateri f/g,per ſextam primi æquale. His ita demóſtratis,quoniã æqualis eſt a/c/ipſi c/e:quod igitur ex a/c/quadratũ, Demóſtratio nis reſolutio.
æquum eſt ei quod ex c/e/fit quadrato,per corollarium quadrageſimæſextæ ipſius primi.Eis porrò quæ ex a/c/& c/e/fiunt quadratis: æquũ eſt id,quod ex a/e/ deſcribitur,per quadrageſimamſeptimam primi. Quod igitur ex a/e/fit quadratum, duplum eſt eius quod ex a/c. Item,quoniam æqualis eſt e/ f, ipſi f/g: quæ ab ipſis deſcribuntur quadrata, ſunt rurſum adinuicem æqualia.Eiſdem porrò quæ ex e/f/& f/g/fiunt quadratis,æquum eſt ex e/g/deſcriptum quadratum,per eandem quadrageſimamſeptimam primi:rectus eſt enim qui ad f/angulus. Quod igitur ex e/g/fit quadratum,duplum eſt eius quod ex e/f.Aequalis autem eſt e/f/ipſi c/d,per trigeſimamquartã primi:& quæ ab æqualibus rectis deſcribuntur quadrata, æqualia ſunt adinuicem,per ipſum quadrageſimæſextæ primi corollarium.Quod igitur ex e/g/ fit quadratum,duplum eſt eius quod ex c/d.Oſtendimus autem deſcriptũ ex a/ e/ quadratum,duplũ itidem fore eius quod fit ex a/c.Quæ igitur ex/a/e/& e/g/vtraq; quadrata,dupla ſunt eorum quæ ex a/c/& c/ d/ fiunt quadratorum. Eis autẽ quæ ex a/e/& e/g/fiunt quadratis,æquũ eſt rurſum quod ex a/g/deſcribitur,per ipſam quadrageſimamſeptimam primi:rectus eſt enim a/e/g,angulus.Deſcriptum itaque ex a/g quadratum,duplum eſt eorum quæ ex a/c/& c/d/ fiunt quadratorum.Ei demũ quod ex a/ g/ fit quadrato, æqualia ſunt quæ ex a/d/& d/g/ quadrata deſcribuntur, per ſæpius allegatã quadrageſimamſeptimã primi:quoniam a/d/g/ angulus rectus eſt.Ergo deſcripta ex a/d/& d/g/quadrata,eorũ quæ ex a/c/& c/d/fiunt quadratorũ dupla ſunt.Aequalis porrò oſtenſa d/b,ipſi d/g:& vnius propterea quadratum,alterius quadrato æquũ fore neceſſum eſt. Quod igitur ex tota a/b/cũ adpoſita b/d, & quod ex eadem b/d/adpoſita vtraq; quadrata:dupla ſunt eius quod ex a/c/dimidia,& eius quod ex adiacente dimidia c/b/& adiuncta b/d/tanquàm ex vna deſcriptorum quadratorum. Quod demonſtrare oportebat.

Πρόβλημα α, Πρότασις ια.

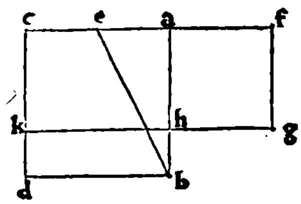
Τὴν δοθεῖσαν εὐθεῖαν τεμεῖν, ὥστε τὸ ὑπὸ τῆς ὅλης καὶ τοῦ ἑτέρου τῶν τμημάτων περιεχόμενον ὀρθογώνιον, ἴσον εἶναι τῷ ἀπὸ τοῦ λοιποῦ τμήματος τετραγώνῳ.

Problema I, Propoſitio II.

11 DAtam rectam lineã ſecare:vt quod ex tota & altero ſegmento comprehenſum rectangulum,æquũ ſit ei quod fit ex reliquo ſegmento quadrato.

ORONTIVS. Eſto recta linea a/b:quam oporteat ita ſecare,vt quod ex tota a/b,& altero ſegmẽto comprehendetur rectangulum, æquum ſit ei quod à reliquo ſegmento fiet quadrato. Ex a/b/igitur,deſcribatur quadratũ a/b/c/d, per quadrageſimamſextam primi.Ipſa poſtmodùm c/a,bifariam ſecetur in puncto e,per decimam ipſius primi.& per primum poſtulatum, connectatur e/ b/ recta. producatur deinde c/a/in rectũ verſus f,per ſecundum poſtulatum:atq; ipſi b/e, ſecetur æqualis e/f,per tertiam primi. Per ipſam rurſum quadrageſimamſextam primi, deſcribatur ex a/f,quadratum a/f/g/h: & per idem ſecundum poſtulatũ,producatur g/h/ directè in k. Secta eſt igitur a/b/in puncto h:idque tali ratione,vt quod ſub a/b/& b/h/comprehenditur rectangulum,æquum ſit ei quod ex a/h/fit quadrato. Recta enim linea c/a/ſecta eſt bifariam in puncto e,cui in rectum adpoſita eſt a/f:comprehenſum igitur ſub c/f/& f/a/rectangulum,vnà cum quadrato quod fit ex e/a,æquũ eſt quadrato quod ex e/ f/ deſcribitur, per ſextam huius propoſitionem. Data eſt autem e/ f/ ipſi e/b/æqualis:& quæ ab æqualibus rectis quadrata deſcribuntur,ſunt adinuicem æqualia. Comprehenſum igitur ſub c/ f/ & f/ a/rectangulum, vnà cum quadrato quod fit ex e/a: æquum eſt ei quod ex e/b/deſcribitur quadrato. Quadrato rurſum quod fit ex e/ b, æqualia ſunt quæ ex e/a/ & a/b/ deſcribuntur quadrata, per quadrageſimamſeptimam primi.Rectangulum igitur quod ſub c/f/& f/a/continetur, vnà cum eo quod ab e/a/fit quadrato:æquatur eis,quæ ex e/a/& a/b/fiũt quadratis.Auferatur quadratum quod ex e/a/vtrique commune.Reliquum ergo quod ſub c/f/ & f/a/continetur rectangulum: æquum eſt ei quod ex a/b/deſcribitur quadrato,per tertiam cõmunem ſententiã.Atqui a/b/c/d/ quadratum eſt id,quod fit ex a/b.& c/g/rectãgulum,æquum ei quod ſub c/f/ & f/a, continetur:æqualis eſt enim f/g/ipſi f/a, ſunt enim eiuſdem quadrati latera. Rectãgulum igitur c/g,æquum eſt quadrato a/b/c/d. Auferatur pars c/h, vtriq; communis.Reliquum itaq; rectangulum d/h, reliquo a/g/ quadrato, per eandem tertiam communem ſententiam eſt æquale.Porrò d/h/rectangulum,æquũ eſt ei quod ſub a/b/& b/h ſegmento continetur:eſt enim b/d,ipſi a/b/æqualis, per ipſius quadrati diffinitionem.a/g/ verò, æquum eſt ei quod ex h/a/ reliquo ſegmento fit quadrato: deſcriptum eſt enim ex a/f,quæ ipſi a/h/rurſum æquatur.Comprehẽſum ergo ſub a/b/& b/h/rectangulum, æquũ eſt ei quod ex a/h/ fit quadrato. Data igitur recta linea a/ b, tali ratione ſecta eſt in puncto h : vt comprehenſum ſub tota a/b, & vno ſegmentorum(vtpote b/h) rectangulum, æquum ſit ei quod ex reliquo ſegmento h/a/fit quadrato.Quod faciendum ſuſceperamus.

Confirmatio problematis.



Θεώρημα ια, Πρόθεσις ιβ.

Ἐν τοῖς ἀμβλυγωνίοις τριγώνοις, τὸ ἀπὸ τῆς τὴν ἀμβλεῖαν γωνίαν ὑποτεινούσης πλευρᾶς τετράγωνον, μεῖζόν ἐστι τῶν ἀπὸ τῶν τὴν ἀμβλεῖαν περιεχουσῶν πλευρῶν τετραγώνων, τῷ περιεχομένῳ δὶς ὑπό τε μιᾶς τῶν περὶ τὴν ἀμβλεῖαν γωνίαν, ἐφ' ἣν ἐκβληθεῖσαν ἡ κάθετος πίπτει, καὶ τῆς ἀπολαμβανομένης ἐκτὸς ὑπὸ τῆς καθέτου πρὸς τῇ ἀμβλείᾳ γωνίᾳ.

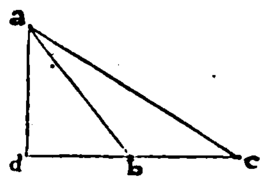
Theorema 11, *Propoſitio* 12.

IN obtuſiangulis triangulis, quod ab obtuſum angulũ ſubtendente latere fit quadratum,maius eſt eis quæ fiunt ab obtuſum angulum comprehendẽtibus lateribus quadratis : cõprehenſo bis ſub vno eorum, quæ ſunt circa obtuſum angulum, in quod protractũ cadit perpendicularis,& aſſumpto extrinſecus ſub perpendiculari ad obtuſum angulum. 12

ORONTIVS. ¶Sit triangulum obtusiangulum seu amblygonium a/b/c, habēs obtusum angulum qui ad b. producatur ergo c/b/ latus in rectum versus d, per secundum postulatum: & per duodecimam primi, à dato puncto a, in productum latus c/b, perpendicularis ducatur a/d. Aio ꝙ descriptum ex a/c/ quadratum, eis quæ ex a/b/ & b/c/ fiunt quadratis, maius est, comprehēso bis sub d/b/ & b/c/ rectangulo.

Cùm enim recta c/d, vtcunq; secta sit in b: descriptum igitur ex d/c/ quadratum, æquum est eis quæ ex d/b/ & b/c/ quadratis, & ei quod bis sub d/b/ & b/c/ cóprehenditur rectangulo, per quartam huius secundi. His autem æqualibus, addatur cómune quadratum quod ex a/d. quæ igitur ex a/d/ & d/c/ vtraq; quadrata, æqua sunt eis quæ ex a/d, & d/b, & b/c/ fiunt quadratis, & bis comprehenso sub d/b/ & b/c/ rectangulo. Quadratis porrò quæ ex a/d/ & d/b, æquum est id quod fit ex a/b, per quadragesimamseptimam primi: rectus est enim angulus qui ad d. Quadrata igitur quæ ex a/d/ & d/c, eis quæ fiunt ex a/b/ & b/c/ quadratis sunt æqualia, & ei quod bis sub d/b/ & b/c/ continetur rectangulo. Quadratis rursum quæ ex a/ d/ & d/c, æquum est quadratum quod ex/a/c, per eandem quadragesimamseptimam primi. Quod igitur ex a/c/ fit quadratum, æquũ est eis quæ ex a/b/ & b/c/ fiunt quadratis, & comprehenso bis sub d/b/ & b/c/ rectangulo. Superat igitur descriptum ex a/c/ quadratum, ea quæ ex a/b/ & b/c/ fiunt quadrata: cóprehenso bis sub d/b/ & b/c/ rectágulo. In obtusiangulis igitur, seu amblygonijs triangulis: & quæ sequuntur reliqua. Quod oportuit ostendisse.

Deductio theorematis.



Θεώρημα ιβ, Πρόθεσις ιγ.

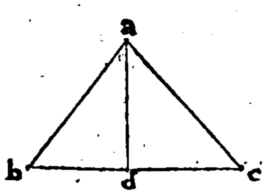
ΕΝ τοῖς ὀξυγωνίοις τριγώνοις τὸ ἀπὸ τῆς τὴν ὀξεῖαν γωνίαν ὑποτεινούσης πλευρᾶς τετράγωνον ἔλαττόν ἐστι τῶν ἀπὸ τῶν τὴν ὀξεῖαν γωνίαν περιεχουσῶν πλευρῶν τετραγώνων, τῷ περιεχομένῳ δὶς ὑπό τε μιᾶς τῶν περὶ τὴν ὀξεῖαν γωνίαν ἐφ᾽ ἣν ἡ κάθετος πίπτει, καὶ τῆς ἀπολαμβανομένης ἐντὸς ὑπὸ τῆς καθέτου πρὸς τῇ ὀξείᾳ γωνίᾳ.

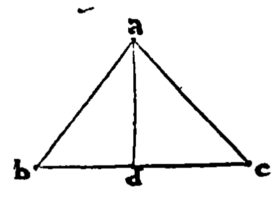
Theorema 12, *Propositio* 13.

13 IN oxygonijs triangulis, quod ex acutum angulum subtendente latere fit quadratũ, minus est eis quæ ex acutum angulũ comprehendétibus lateribus fiunt quadratis: comprehenso bis sub vno eorum, quæ sunt circa acutum angulum in quod perpendicularis cadit, & sumpto intus sub perpendiculari ad acutum angulũ.

ORONTIVS. ¶Sit datum oxygonium, siue acutiangulum triangulum a/b/c, & datus in eo acutus angulus qui ad b. Ducatur itaq; in latus b/c, à puncto a, quod in eo non est, perpendicularis a/d: per duodecimam primi. Dico quadratum quod fit ex a/c, minus esse eis quæ ex a/b/ & b/c/ fiũt quadratis, comprehenso bis sub c/b/ & b/d/ rectangulo. Recta siquidem linea b/c, secta est vtcunq; in pũcto d: quod igitur ex tota c/b/ & segmento b/d/ vtraq; quadrata, æqualia sunt comprehēso bis sub tota c/b/ & eodem segmēto b/d/ rectangulo, & ei quod ex reliquo segmēto d/c/ fit quadrato: per septimam huius secundi. Addatur ipsis æqualibus, cómune quadratũ quod fit ex a/d: quæ igitur ex c/b/ & b/d/ & d/a/ fiunt quadrata, æqualia sunt comprehenso bis sub c/b/ & b/d/ rectangulo, & eis quæ ex a/d/ & d/c/ fiunt quadratis, per secundam communem sententiã. Eis autem quæ ex b/d/ & d/a/ fiunt quadratis, æquum est id quod ex a/b/ describitur, per quadragesimamseptimam primi: rectus

Sũmaria theorematis ostēsio.





est enim angulus qui ad/d. Igitur quadrata quæ fiunt ex a/b/& b/c,æqualia sunt bis sumpto sub c/b/& b/d/rectangulo, & eis quæ ex a/d/& d/c/fiunt quadratis. Eisdem porrò quæ ex a/d/& d/c/fiunt quadratis,æquũ est rursum id quod ex a/c/describitur,per eandem quadragesimamseptimã primi:rectus est enim, qui sub a/d/c/angulus. Quæ igitur ex a/b/& b/c/vtraq; quadrata,æqua sunt bis comprehenso sub c/b/& b/d/rectangulo,& ei quod ex a/c/est quadrato. Superatur ergo id quod ex a/c/fit quadratum,ab ijs quæ ex a/b/& b/c/fiunt quadratis,comprehenso bis sub c/b/& b/d/rectangulo. In oxygonijs itaq;,vel acutiãgulis triãgulis: &c.vt in theoremate. Quod ostendere fuerat operæpretium.

Corollarium.

¶Hinc facilè colligitur,huiuscemodi perpendicularem,in rectãgulis triangulis,necessariò coincidere super ipsius trianguli latus,hoc est,neq; intra, neq; extra triangulum:in amblygonijs verò extra, & in oxygonijs intra. Non potest enim in amblygonijs neq; in oxygonijs,cum ipso trianguli latere conuenire : obtusus enim vel acutus angulus,foret æqualis recto,contra vndecimam & duodecimam diffinitionẽ primi.Similiter nec in amblygonijs intra,vel in oxygonijs extra potest incidere:tũc enim trianguli exterior angulus, minor esset interiore & ex opposito,contra decimamsextã ipsius primi.

Notandum. ¶Nec te fugiat insuper, quòd hic de latere oxygonij proponitur triãguli:verum etiam habere,de quocunq; latere angulum acutum tam in rectangulis quàm amblygonijs triangulis subtendente.

Πρόβλημα β, Πρότασις ιδ'.

Τῷ δοθέντι εὐθυγράμμῳ ἴσον τετράγωνον συστήσασθαι.

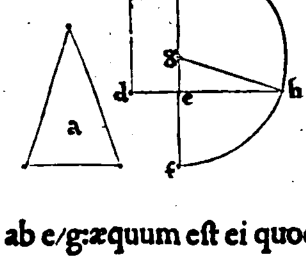
Problema 2, *Propositio* 14.

Dato rectilineo,æquum quadratum constituere. 14

Vt constituẽda figura. ORONTIVS.¶Esto datum rectilineũ a:cui oporteat æquale quadratum constituere. In primis ergo ipsi a/rectilineo,æquale constituatur parallelogrammum rectangulum b/c/d/e:per quadragesimamquintam primi. Si igitur c/e/& e/d/latera fuerint adinuicem æqualia:constabit iam ipsius problematis intentio,erit enim b/c/d/e/parallelogrammum quadratum.At si latus c/e/ ipsi e/d/non fuerit æquale,alterum eorum erit maius:esto maius c/e.Producatur igitur c/e/in rectum versus f, per secundum postulatum: detúrque e/f, ipsi e/d/æqualis,per tertiam primi.

Recta insuper c/f/diuidatur bifariam in puncto g,per decimam eiusdem primi. Et centro g,interuallo autem g/c/aut g/f,semicirculus describatur c/h/f:per tertiũ postulatum.Et per secundum postulatum,producatur d/e/in rectum vsque ad h:& connectatur g/h/recta,per primum postulatum.

Demõstratur problema. His ita constructis,quoniam recta linea c/f/secta est in æqualia in g/& in non æqualia in puncto e:rectangulum igitur comprehensum sub c/e/& e/f, vnà cum quadrato quod ex e/g, æquum est ei quod à dimidia g/f/describitur quadrato, per quintam huius. Aequalis est autem g/f/ipsi g/h, per decimamquintam diffinitionem primi : & ab æqualibus lineis rectis, æqualia describuntur quadrata, per corollarium quadragesimæsextæ primi.Comprehensum igitur sub c/e/& e/f/rectangulum,vnà cum quadrato quod ab e/g:æquum est ei quod ex g/h/fit quadrato.Ei porrò quod ex g/h/fit quadrato,



æqualia sunt ea, quæ ex g/e/ & e/h/ describuntur, per quadragesimamseptimam primi: rectus est enim angulus qui ad e, per decimamtertiam, aut vigesimam-nonam ipsius primi. Comprehensum igitur sub c/e/ & e/f/ rectangulum, vnà cum eo quod ex g/e/ fit quadrato: æquum est ijs, quæ ab eadem g/e/ & ipsa e/h/ fiunt quadratis. Tollatur id quod ex g/ e/ fit quadratum, vtrisque æqualibus commune. Reliquum igitur rectangulum sub c/ e/ & e/f/ comprehensum, æquum erit descripto ex e/h/ quadrato: per tertiam communem sententiam. Ipsi porrò sub c/e/ & e/f/ comprehenso rectangulo, æquum est b/c/d/e/ parallelogrammum: ipsa enim e/f, data est æqualis e/ d. Igitur b/c/ d/e/ parallelogrammo, æquum est id quod ex e/h/ fit quadratum, per primam communem sententiam. Eidem rursum b/c/d/e/ parallelogrammo, æquum est datũ a/ rectilineum, per constructionem. Per eandem itaque primam communem sententiã, dato a/ rectilineo: æquũ est id quod ex e/h/ fit quadratum. Quod fuerat constituendum.

Secundi Libri Geometricorum Elementorum

FINIS.

Orontij Finei Delphinatis, Regii Mathematicarvm Profesſoris, In Tertium elementorum Euclidis, Demonſtrationes.

ΕΥΚΛΕΙΔΟΥ ΣΤΟΙΧΕΙΟΝ ΤΡΙΤΟΝ.

Ὅροι.

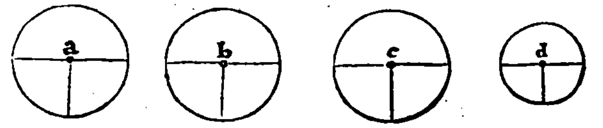
Ἴσοι κύκλοι εἰσίν, ὧν αἱ διάμετροι εἰσὶν ἴσαι, ἢ ὧν αἱ ἐκ τῶν κέντρων ἴσαι εἰσίν.

Diffinitiones.

Æquales circuli: ſunt quorũ dimetiẽtes ſunt æquales, vel quorum quæ ex centris ſunt æquales. 1

Quales tibi repræſentant ſubſcripti a/& b/circuli. Hinc patet circulorum non æqualium diffinitio. quorum enim dimetientes, vel quæ ex centris fuerint inæquales: & ipſi quoque inæquales erunt circuli. Maior autẽ erit, cuius dimetiens, vel quæ ex centro maior: minor verò, cuius dimetiens, vel quæ ex centro minor extiterit. veluti ſunt c/ & d/circuli: quorum c, maior eſt ipſo d.

Circulorũ inæqualiũ contraria diffinitio.

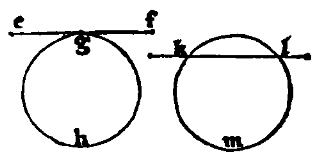


Εὐθεῖα κύκλου ἐφάπτεσθαι λέγεται, ἥτις ἁπτομένη τοῦ κύκλου καὶ ἐκβαλλομένη οὐ τέμνει τὸν κύκλον.

Recta linea circulum tangere dicitur: quæ circulũ tangens & eiecta, circulum non ſecat. 2

Hanc tibi repræſentat e/f, tangens circulum g/ h, in puncto quidem g. Quæ igitur cadit intra circulum: eiecta, circulum ſecare perhibetur. veluti recta k/ l, quæ datum k/ l/ m/circulum interſecat.

Quæ circulũ ſecat.

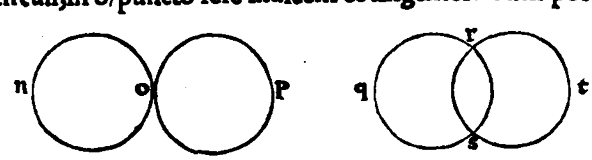


Κύκλοι ἐφάπτεσθαι ἀλλήλων λέγονται, οἵτινες ἁπτόμενοι ἀλλήλων, οὐ τέμνουσιν ἀλλήλους.

Circuli ſeſe tangere adinuicem dicuntur: qui ſeſe inuicem tangẽtes, ſe non inuicem ſecant. 3

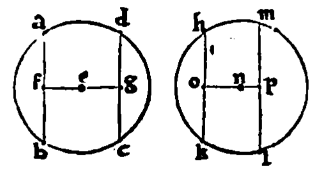
Quales eſſe videntur n/o/& o/p/circuli, in o/puncto ſeſe inuicem cõtingentes. Cùm porrò vnius circunferentia, alterius ingreditur circũferentiam: tunc huiuſcemodi circuli, ſeſe dicũtur interſecare. Veluti circuli q/ r/ s, & r/s/t, in punctis quidem r/ & s/ ſe mutuo interſecãtes.

Circuli ſeſe interſecãtes.



Ἐν κύκλῳ ἴσον ἀπέχειν τοῦ κέντρου εὐθεῖαι λέγονται, ὅταν αἱ ἀπὸ τοῦ κέντρου ἐπ' αὐτὰς κάθετοι ἀγόμεναι ἴσαι ὦσιν. μεῖζον δὲ ἀπέχειν λέγεται, ἐφ' ἣν ἡ μείζων κάθετος πίπτει.

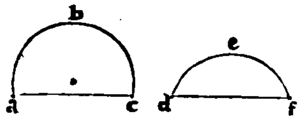
In circulo æqualiter diſtare à centro rectæ lineæ dicuntur: cùm à 4 centro in eas perpendiculares ductæ ſunt æquales. Magis autẽ diſtare dicitur: in quam maior perpendicularis cadit.



Quemadmodùm in a/b/c/d/circulo, cuius centrum e, exiſtẽtes lineæ rectæ a/b/& c/d, æqualiter ab eodem centro e/diſtare cenſentur: propterea quòd e/f/& e/g/perpendiculares, ſunt inuicem æquales. In circulo porrò h/k/l/m, cuius cẽtrum n, h/ k/ plus diſtare dicitur à centro n, quàm l/ m: quoniam perpendicularis n/o, maior eſt n/p.

Τμῆμα κύκλου, ἐστὶ τὸ περιεχόμενον σχῆμα, ὑπό τε εὐθείας καὶ κύκλου περιφερείας.

5 Sectio circuli: eſt figura compreheſa ſub recta linea, & circuli circunferentia.



In exemplum habes a/b/c/& d/e/f/circulorum ſectiones: ſub rectis a/ c/ & d/ f, & a/ b/ c/ atque d/ e/ f/ circunferentijs comprehenſas. Quarum a/ b/ c/ centrum iucludens, maior eſt ipſa d/e/f/ extra centrum conſtituta. Sectio, maior minor.

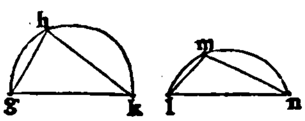
Τμήματος δὲ γωνία ἐστὶ, ἡ περιεχομένη ὑπό τε εὐθείας, καὶ κύκλου περιφερείας.

6 Sectionis angulus: eſt qui ſub recta linea, & circuli circunferentia comprehenditur.

Cuiuſmodi eſt angulus b/a/c, antecedentis deſcriptionis: ſub a/c/recta, & a/b/ circunferentia comprehenſus. aut e/d/f/angulus, qui ſub recta d/f, & d/e/circunferẽtia continetur. Quos quidem angulos mixtos vocitare ſolemus: id eſt, ſub recta & curua linea comprehenſos. Anguli mixti

Ἐν τμήματι δὲ γωνία ἐστὶν, ὅταν ἐπὶ τῆς περιφερείας τοῦ τμήματος, ληφθῇ τι σημεῖον, καὶ ἀπ' αὐτοῦ ἐπὶ τὰ πέρατα τῆς εὐθείας, ἥτις ἐστὶ βάσις τοῦ τμήματος, ἐπιζευχθῶσιν εὐθεῖαι. ἡ περιεχομένη γωνία ὑπὸ τῶν ἐπιζευχθεισῶν εὐθειῶν.

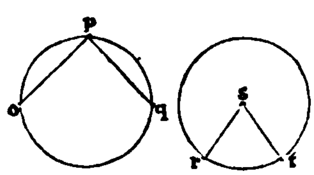
7 In ſectione autẽ angulus eſt: cùm in circunferentia ſectionis contingit aliquod punctum, & ab eo in rectæ lineæ fines, quæ baſis eſt ſectionis, rectæ lineæ coniunguntur. Contentus autẽ angulus, ſub coniunctis rectis lineis eſt.



Quemadmodùm ex ſubiectę deſcriptionis angulis g/h/k, & l/m/n, deprehendere licet. A pũcto enim h, in fines ipſius rectę g, k (quæ baſis dicitur) rectę lineæ h/g/& h/k/coniunctæ: angulum ipſum g/h/k/in data ſectione, & ad punctum h/conſtituũt. Idem cenſeto de l/m/n/alterius ſectionis angulo.

Ὅταν δὲ αἱ περιέχουσαι τὴν γωνίαν εὐθεῖαι ἀπολαμβάνωσί τινα περιφέρειαν, ἐπ' ἐκείνης λέγεται βεβηκέναι ἡ γωνία.

8 Cùm verò comprehendentes angulum rectę lineæ, aliquam ſuſcipiunt circunferentiam: in illa angulus eſſe dicitur.



Veluti ſunt o/p/& p/q/lineę rectæ, angulũ qui ad punctũ p/ comprehendentes, & o/p/q/ſuſcipiẽtes circunferentiã. In ipſa igitur circunferẽtia o/p/q, comprehenſus angulus eſſe dicitur. Quòd ſi rectæ lineæ angulum conſtituẽtes, ad centrum conueniant circuli: comprehenſus tũc angulus in centro dicetur eſſe circuli, veluti angulus r/s/t, ſub rectis r/s/& s/t/ex cẽtro s/prodeuntibus comprehenſus. Angulus in centro.

Τομεὺς δὲ κύκλου ἐστὶν, ὅταν πρὸς τῷ κέντρῳ αὐτοῦ τοῦ κύκλου σταθῇ ἡ γωνία· τὸ περιεχόμενον σχῆμα ὑπό τε τῶν τὴν γωνίαν περιεχουσῶν εὐθειῶν, καὶ τῆς ἀπολαμβανομένης ὑπ' αὐτῶν περιφερείας.

9 Sector autem circuli: eſt cùm ad centrum circuli ſteterit angulus,

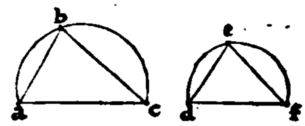
comprehensa figura sub angulum comprehendentibus rectis lineis, & assumpta sub eis circunferentia.

Cuiusmodi esse videtur figura r/s/t/antecedentis descriptionis, sub rectis lineis r/s/& s/t/ angulum qui ad centrum s, constituentibus, & circunferentia r/t/comprehensa. Differt igitur sector à sectione circuli.

¶Ὅμοια τμήματα κύκλου ἐστὶ, τὰ δεχόμενα γωνίας ἴσας, ἢ ἐν οἷς αἱ γωνίαι ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν.

Similes sectiones circuli: sunt quæ angulos æquos suscipiunt, vel in quibus anguli sibi inuicem sunt æquales. 10

Vti subiectæ circuli sectiones a/b/c/ & d/e/f: in quibus anguli qui ad b/& e, sunt inuicem æquales. Quanuis itaque circuli sectiones fuerint inæquales, possunt nihilominus esse similes. Nam similitudo sectionum respicit tãtummodò susceptorũ angulorum æqualitatẽ: nõ autem datarum sectionum magnitudinem. quẽadmodùm angulorũ magnitudo, non linearum angulos ipsos comprehendentium quãtitatem: sed earundem linearum solam respicit inclinationem.



Τ

Πρόβλημα α, Πρόθεσις α.

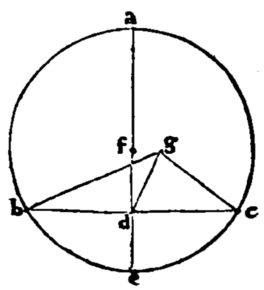
Τοῦ δοθέντος κύκλου τὸ κέντρον εὑρεῖν.

Problema 1, *Propositio* 1.

DAti circuli, centrum inuenire. 1

ORONTIVS. ¶Esto datus a/b/c/circulus: cuius oporteat inuenire centrum. Ducatur in ipso a/b/c/circulo, recta quædam linea b/c: quæ bifariam secetur in d, per decimam primi. Et à puncto d, datæ rectæ lineæ b/c, ad angulos rectos excitetur d/a, per vndecimam eiusdem primi: producatúrque in rectum vsque ad e, per secundum postulatum. Secetur tandem a/e/ bifariam in puncto f, per ipsam decimam primi. Dico, quòd f/punctũ, centrum est ipsius dati a/b/c/ circuli. Si enim non fuerit in a/e/linea recta, erit igitur extra eam. esto (si possibile sit) in g: & connectãtur g/b, g/d, & g/c/rectæ, per primum postulatum. Et quoniam b/d, ipsi d/c/est æqualis, & vtrique cómunis d/g: binæ igitur b/d/& d/g/triãguli b/d/g, duabus g/d/& d/c/ trianguli g/d/c, sunt altera alteri æquales. Basis quoque b/g, basi g/c (si g/foret centrum circuli) per decimãquintam primi diffinitionem esset æqualis. Per octauã igitur ipsius primi, angulus b/d/g, angulo g/d/c/ sub æquis lateribus comprehenso, respondenter æquaretur. Recta itaque linea g/d, incidẽs in rectã b/c, efficeret vtrobique angulos æquales: ergo rectos, per decimam primi diffinitionẽ. Rectus igitur esset b/d/g/ angulus. Atqui b/d/a/ rectus est, per constructionem: suntque recti omnes æquales adinuicem, per quartum postulatum. Et b/d/g/itaque angulus, æquus esset angulo b/d/a: totus videlicet suæ parti, contra nonã communẽ sententiã. Recta enim d/a/cadit inter b/d/& d/g: diuidítque propterea angulum b/d/g. Non est igitur centrũ a/b/c/circuli in g. Haud dissimiliter ostendemus, quòd nec alibi quàm in pũcto f. Igitur f/centrũ est dati circuli a/b/c. Quod inueniendũ fuerat.

Demõstratio ab impossibili



Corollarium.

¶Si igitur in circulo recta linea, aliam quandam rectam lineam bifariam, & ad rectos secuerit angulos: in ipsa diuidente erit centrum dati circuli.

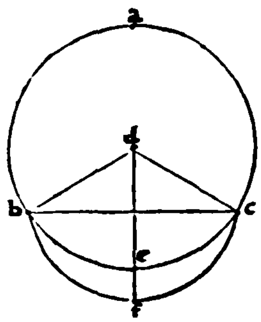
Θεώρημα α, Πρότασις β.

Ἐὰν κύκλου ἐπὶ τῆς περιφερείας ληφθῇ δύο τυχόντα σημεῖα, ἡ ἐπὶ τὰ αὐτὰ σημεῖα ἐπιζευγνυμένη εὐθεῖα ἐντὸς πεσεῖται τοῦ κύκλου.

Theorema 1, Propositio 2.

2 SI in circuli circunferentia duo fuerint puncta vtcunque contingentia: ad ea puncta applicata recta linea, intra ipsum circulum cadit.

ORONTIUS. ¶Sit a/b/c/circulus: in cuius circunferentia sint b/& c/vtcunq; contingentia puncta. Aio quod cōnexa ex b/in c/recta linea, cadit intra circulum a/b/c. Si enim non cadit intra: coincidit igitur in comprehensam circunferentiam, vel cadit extra circulum. Atqui recta ipsa, cum ipsius circuli circunferētia minimè potest conuenire: non differret enim rectum à curuo. Cadat igitur, si possibile sit, extra circulum a/b/c. & inuento ipsius circuli centro d, per primam huius, susceptóq; pūcto e/in b/c/circūferentia: connectantur d/b, d/e, & d/c/rectæ lineæ, per primum postulatum: producatúrq; per secundum postulatū, recta d/e/ in directum vsque ad f, hoc est, in eam quæ extra cadere concessa est. Erunt igitur d/b, d/e, & d/c, adinuicem æquales, per decimamquintam diffinitionem primi: & d/f/insuper maior ipsa d/e, per nonam communem sententiā. Triangulum igitur erit d/b/f/c, atq; isosceles: quoniam d/b/æqualis est ipsi d/c. Vnde per quintā primi, anguli d/b/c/& d/c/b, qui ad basin b/f/c/erunt adinuicem æquales. Triangulū insuper erit d/b/f, & ipsum b/f/latus, productum in c. exterior igitur angulus d/f/c, maior erit interiore & ex opposito d/ b/ f, per decimamsextam ipsius primi. Ipsi porrò d/b/f/ angulo, ostensus est æqualis d/c/f: & d/f/c/ igitur angulus, ipso d/c/f/ angulo maior erit: quæ enim sunt æqualia eiusdem sunt æquè minora, per septimæ cōmunis sententiæ conuersionem. In triangulo igitur d/c/f, angulus qui ad f, maior erit angulo qui ad c. Omnis porrò trianguli maius latus, sub maiori angulo subtenditur, per decimamoctauam eiusdem primi. maius igitur erit latus d/c, ipso d/f. Ipsi autem d/c, æqualis est d/e, vti nuper ostendimus. Et d/e/igitur maior erit ipsa d/f, minor videlicet maiore, seu pars toto: quod per nonam communem sentētiam est impossibile. Non cadit igitur connexa ex b/in c/recta, extra circulum a/b/c, neq; in circunferentiam b/e/c: igitur intra. Quod ostendendum fuerat.



Ostensio rursum per impossibile.

Θεώρημα β, Πρότασις γ.

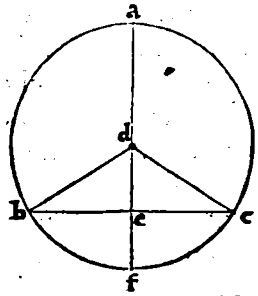
Ἐὰν ἐν κύκλῳ εὐθεῖά τις διὰ τοῦ κέντρου, εὐθεῖάν τινα μὴ διὰ τοῦ κέντρου δίχα τέμνῃ, καὶ πρὸς ὀρθὰς αὐτὴν τεμεῖ· καὶ ἐὰν πρὸς ὀρθὰς αὐτὴν τέμνῃ, καὶ δίχα αὐτὴν τεμεῖ.

Theorema 2, Propositio 3.

3 SI in circulo recta linea quædam per centrum extensa, quandam non per centrum extensam rectam lineam bifariam secuerit: & ad angulos rectos ipsam dispescet. Et si ad angulos rectos ipsam dispescat: bifariam quoq; ipsam secabit.

ORONTIUS. ¶Sit datus a/ b/c/ circulus, & illius centrum d: recta verò linea per idem centrum extensa sit a/f, quæ aliam quandam rectam lineam b/c/non ductam per centrum, bifariam in primis secet, in puncto e. Aio quòd & ad rectos eam ſimul diſpeſcit angulos. Connectantur enim d/b/ & d/c/ rectæ, per primum poſtulatum. Cùm igitur ex hypotheſi recta b/e/ ſit æqualis e/c, & e/d/ vtriq; communis: binæ igitur b/e/ & e/d/ trianguli b/e/d, duabus d/e/ & e/c/ trianguli d/e/c/ ſunt æquales altera alteri. baſis quoq; b/d, baſi d/c/ eſt æqualis, per decimamquintã diffinitionem primi. Angulus ergo b/e/d, angulo d/e/c/ ſub æquis lateribus comprehenſo, per octauam ipſius primi, eſt æqualis. Recta itaq; d/e/ conſiſtens ſuper rectã b/c, efficit vtrobiq; angulos adinuicem æquales: ergo rectos, per decimam eiuſdem primi diffinitionem. Rectus eſt igitur vterque angulorum qui ſub b/ e/ d/ & d/ e/ c.

Pars ſecũda conuerſa præcedentis.



¶Secet rurſum eadem a/f/, datam ipſam b/c/ ad rectos angulos. Dico, ꝙ & bifariam eandem verſa vice diuidet. Eadem nanque figuræ manente diſpoſitione, quoniam vterq; angulorum qui circa e/ rectus eſt, per hypotheſin: rectangula igitur ſunt b/e/d/ & d/e/c/ triangula. quæ igitur ex b/e/ & e/d/ vtraq; fiũt quadrata, æqua ſunt ei quod ex b/d: ſimiliter & quæ ex d/e/ & e/c, ei quod fit ex d/c, per quadrageſimamſeptimã primi. Quadrata porrò quæ fiunt ex b/d/ & d/c, æqualia ſunt adinuicem, per quadrageſimæſextæ primi libri corollarium: recta enim b/d, ipſi d/c/ eſt æqualis, per decimamquintam ipſius primi diffinitionem. Quæ autem æqualibus æqualia ſunt: ea ſunt inuicem æqualia, per primam communem ſententiam. Quæ igitur ex b/e/ & e/d/ fiunt quadrata, æqua ſunt eis, quæ ex d/e/ & e/c. Tollatur cõmune quadratum quod fit ex e/d: reliquum ergo quadratum quod ex b/e, reliquo quod fit ex e/c, per tertiam communem ſententiam eſt æquale. Aequalia porrò quadrata ſunt, quæ ab æqualibus rectis deſcribuntur: per idem corollarium quadrageſimæſextæ primi libri. Aequalis eſt igitur b/e/ ipſi e/c. Itaq; ſi in circulo recta linea quædam: & quæ ſequuntur reliqua. Quod demonſtrare oportebat.

Θεώρημα γ, Πρόθεσις δ.

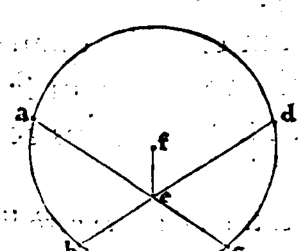
Ἐὰν ἐν κύκλῳ δύο εὐθεῖαι τέμνωσιν ἀλλήλας, μὴ διὰ τοῦ κέντρου οὖσαι, οὐ τέμνουσιν ἀλλήλας δίχα.

Theorema 3, Propoſitio 4.

SI in circulo binæ rectæ lineæ ſeſe inuicem ſecuerint non per centrum extenſæ: ſeſe inuicem bifariam non ſecabunt. 4

ORONTIVS. ¶Eſto datus a/b/c/d/ circulus: in quo binæ rectæ lineæ a/c/ & b/d, non per centrum extenſæ, ſeſe inuicẽ ſecent in puncto e. Aio ꝙ altera alteram bifariam non ſecat in eodem puncto e. Inueniatur enim centrũ dati circuli a/b/c/d, ſitq; illud f, per primam huius: & connectatur e/f/ recta, per primum poſtulatum. Si igitur a/e/ ipſi e/c/ fuerit æqualis: recta e/f/ per centrum extenſa, eandem a/c/ nõ ductam per centrum bifariam ſecabit, & ad rectos igitur angulos, per tertiam huius. Rectus erit itaq; a/e/f/ angulus. Haud diſſimiliter ſi b/e/ ſit æqualis ipſi e/d: eadem e/f/ per centrum educta, ipſam b/d/ non per centrum extenſam, bifariã & ad rectos quoq; ſecabit angulos, per eãdem tertiam huius. Rectus erit igitur angulus b/e/f. Atqui rectum itidem fore monſtrauimus a/e/ f/ angulum: ſuntq; recti omnes inuicẽ æquales, per quartum poſtulatũ. Aequus erit igitur b/e/f/ angulus, ipſi angulo a/e/f. Angulus porrò a/e/f, eſt pars ipſius b/e/f/ anguli: recta ſiquidem e/a, cadit inter b/e/ & e/f/ rectas, diuiditq; propterea ipſum angulum b/e/f. Totus itaq; b/e/f/ angulus,

Demõſtratio ab impoſſibili



ſuæ parti a/e/f/erit æqualis: quod per nonã cõmunẽ ſententiã eſt impoſſibile. Si in circulo igitur a/b/c/d/binæ rectæ lineæ a/c/& b/d, ſeſe inuicẽ ſecuerint nõ per centrum extẽſæ: ſeſe inuicẽ bifariã non ſecabunt. Quod oſtendere fuerat operæpretiũ.

Θεώρημα δ, Πρόθεσις ε.

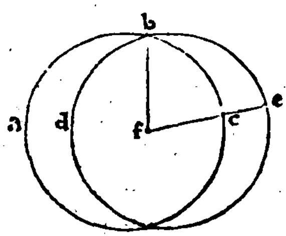
ΕΑν δύο κύκλοι τέμνουσιν ἀλλήλους, οὐκ ἔσαι αὐτῶν τὸ αὐτὸ κέντρον.

Theorema 4, Propoſitio 5.

5 SI bini circuli ſeſe inuicem ſecuerint: non erit eorum idem centrum.

ORONTIVS. ¶Bini enim circuli a/b/c/& d/b/e, ſeſe inuicem ſecent in duobus punctis, quorum alterum ſit b. Dico quòd ipſorum circulorũ non eſt idem centrum. Si enim fuerit poſſibile, vt idem habeant centrum: eſto illud f. & connectantur f/b/& f/c, per primum poſtulatum: extẽdãtúrq; per ſecundum poſtulatum, eadẽ f/c/in rectum vſq; ad e. Si igitur f/punctum, fuerit centrũ circuli a/b/c: erit f/c/ipſi f/b/æqualis, per decimamquintam diffinitionem primi. Si idem quoque punctum f, centrum extiterit ipſius d/b/e/circuli: æqualis rurſum erit f/e/eidem f/b, per eandem decimamquintam diffinitionẽ. Binæ igitur f/c/& f/e, eidem f/b/erũt æquales: & æquales propterea adinuicẽ, per primã communẽ ſentẽtiã. Aequalis igitur erit f/e/ipſi f/c. atqui f/c/pars eſt ipſius f/e: totũ igitur eſſet æquale ſuæ parti. Omne porrò totũ eſt ſua parte maius, per nonam communem ſententiam: igitur punctum f, non eſt commune centrum datorum a/b/c/& d/b/e/circulorũ. Si bini itaq; circuli: & quæ ſequũtur reliqua. Quod receperamus oſtendendum.

Oſtenſio rurſum ab impoſſibili.



Θεώρημα ε, Πρόθεσις ς.

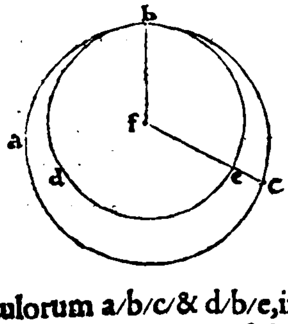
ΕΑν δύο κύκλοι ἐφάπτονται ἀλλήλων αὐτὸς, οὐκ ἔσαι αὐτῶν τὸ αὐτὸ κέντρον.

Theorema 5, Propoſitio 6.

6 SI duo circuli ſe adinuicem tetigerint: eorum non eſt idem centrum.

ORONTIVS. ¶De circulis potiſſimùm intelligit Euclides, quorum vnus intra aliũ collocatur. Tangãt igitur ſe bini circuli a/b/c/& d/b/e, in pũcto b. Dico rurſum, quòd ipſorum circulorum non eſt idem commune centrum. Si id enim fuerit poſſibile: eſto illud f. & connectantur f/b/& f/e, per primũ poſtulatum: & per ſecundum poſtulatum extendatur in rectum f/e/in punctum c. Si f/igitur punctum, ſit centrum a/b/c/circuli: æqualis erit f/e/ipſi f/b, per decimamquintam diffinitionem primi Item ſi idem punctũ f, centrum fuerit circuli d/b/e: æqualis rurſum erit f/e/eidem f/b, per eãdem decimamquintam ipſius primi diffinitionẽ. Binæ igitur f/c/& f/e, eidem f/b/erunt æquales: & propterea æquales adinuicem, per primam communẽ ſententiam. Ergo f/c, æqualis erit ipſi f/e. eſt autem f/e, pars ipſius f/c: tota igitur f/c, ſuæ parti f/e/coæquabitur. quod per nonam communẽ ſententiam non videtur eſſe poſſibile. Ergo punctum f, non eſt idem commune centrum eorundem circulorum a/b/c/& d/b/e, intus ſe adinuicem tangentium (nam de ijs qui ſe tangunt extra, per ſe fit manifeſtum) Si duo igitur circuli: &c. vt in theoremate. Quod oportuit oſtendiſſe.

Idem qui prius arguendi modus ab impoſſibili.



Θεώρημα ϛ, Πρότασις ζ.

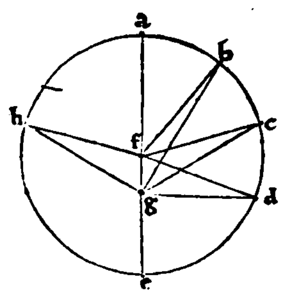
Ἐὰν κύκλου ἐπὶ τῆς διαμέτρου ληφθῇ τι σημεῖον, ὃ μή ἐστι κέντρον τοῦ κύκλου, ἀπὸ δὲ τοῦ σημείου προσπίπτωσιν εὐθεῖαί τινες πρὸς κύκλον, μεγίστη μὲν ἔσται ἐφ᾽ ἧς τὸ κέντρον, ἐλαχίστη δὲ ἡ λοιπή. τῶν δ᾽ ἄλλων ἀεὶ ἡ ἔγγιον τῆς διὰ τοῦ κέντρου, τῆς ἀπώτερον μείζων ἐστί. δύο δὲ μόνον εὐθεῖαι ἴσαι ἀπὸ τοῦ αὐτοῦ σημείου προσπεσοῦνται πρὸς τὸν κύκλον, ἐφ᾽ ἑκάτερα τῆς ἐλαχίστης.

Theorema 6, Propoſitio 7.

SI in diametro circuli aliquod contingat punctum quod mi- 7
nimè circuli centrum ſit, ab eóque puncto in circulum quædam rectæ lineæ procidant: maxima erit in qua centrum, minima verò reliqua. aliarum verò, ſemper propinquior ei quæ per centrum extenditur, remotiore maior eſt. Duæ autem ſolùm rectæ lineæ æquales, ab eodem puncto in circulum cadunt, ad vtraſque partes minimæ.

ORONTIVS. ¶Eſto datus circulus a/c/e/h, cuius centrum f, dimetiens verò a/f/e, & contingens in eo punctum g, quod non eſt circuli centrum: procidentes autem ex eodem puncto g/ in ipſius circuli circunferentiam lineæ rectæ, ſint g/b, g/c, & g/d. Aio primùm, quòd g/a/eſt omnium maxima, & g/e/minima: aliarum porrò,

Pars prima theorematis. g/b/ipſi g/a/propinquior, maior ipſa g/c, atq; g/c/remotiore g/d/maior. Connectâtur enim f/b, f/c, & f/d/rectæ, per primum poſtulatum. Cùm igitur f/a, ipſi f/b, per decimāquintam diffinitionem primi, ſit æqualis, & vtriq; communis f/g: binæ igitur g/f/& f/a, duabus g/f/& f/b/ſunt æquales. g/f/porrò & f/b, maiores ſunt ipſa g/b: omnis ſiquidē trianguli bina latera, reliquo ſunt maiora quomodocunq; aſſumpta, per vigeſimam primi. Et g/a/igitur, ipſa g/b/maior eſt: quæ enim ſunt æqualia, eiuſdem ſunt æquè maiora, per ipſius ſextæ communis ſententiæ conuerſionem. Item quoniam æqualis eſt f/b/ipſi f/c, & g/f/rurſum vtriq; communis: binæ igitur g/f/& f/b/trianguli g/f/b, duabus g/f/& f/c/trianguli g/f/c, ſunt æquales altera alteri. Atqui g/f/b/angulus, maior eſt ipſo g/f/c/ſub æquis lateribus comprehenſo: recta enim f/c, cadit inter f/b/& f/g, & diuidit propterea ipſum angulum g/f/b. Baſis itaq; g/b, baſi g/c/maior eſt, per vigeſimamquartam primi. Simili diſcurſu, g/c/ipſa



g/d/maior oſtendetur. Inſuper quoniam f/g/& g/d/ maiores ſunt ipſa f/d, per ipſam vigeſimam primi, & æqualis eſt f/e/ipſi f/d, per decimamquintam eiuſdem primi diffinitionem: igitur f/g/& g/d, maiores ſunt eadem f/e, quæ enim ſunt æqualia, eiuſdem ſunt æquè minora, per ſeptimæ communis ſententiæ conuerſionem. Tollatur cōmunis f/g: ergo reliqua g/d/reliqua g/e, per quintam communem ſententiam erit maior. Omnium itaq; maxima eſt g/ a, minima verò reliqua g/e: aliarum porrò,

Secunda pars g/b/maior ipſa g/c, & eadē g/c/ ipſa g/d/ itidem maior. ¶Dico præterea quòd ab eodem puncto g, duæ rectæ lineæ coincidunt æquales, ad vtraſq; partes ipſius g/e/ minimæ: vtpote ipſi g/c, æqualis verſus h. Ad datam enim rectā lineam g/f, datūmq; in ea punctum f, dato angulo rectilineo g/f/c: æqualis angulus rectilineus conſtituatur g/f/h, per vigeſimamtertiam primi. connectatur deinde g/h, per primum poſtulatum. Cùm igitur f/c, ipſi f/h/ſit æqualis, per decimamquintā ipſius primi diffinitionem, & g/f/vtriq; communis: binæ ergo g/f/& f/c/trianguli g/f/c, duabus g/f/& f/h/trianguli g/f/h/ſunt altera alteri æquales: & æquos inuicē comprehendunt angulos, per cōſtructionem. Baſis igitur g/c, baſi g/h, per quartam eiuſdem primi eſt æqualis. ¶ Aio tandem, quòd ipsi g/c, ab eodem puncto g, alia quàm g/h/non cadet æqualis. Si enim id possibile fuerit: aut illa cadet supra punctum h, vel infra. Si ceciderit supra versus a: tunc ipsa erit propinquior ei quæ per centrum, vtpote ipsi g/a, ergo maior ipsa g/h/remotiore, per primam partem iam demonstratam: & maior consequenter ipsa g/c. Quòd si detur incidere infra punctum h, versus e: tunc ipsa linea, remotior erit ab eadem g/a/quæ per centrum. ergo minor ipsa g/h/propinquiore, per eandem præostensam primam partem: & minor igitur ipsa g/c. Similiter ostendemus, quòd nec ipsi g/h/alia quàm g/c/dabitur æqualis, ab eodem puncto g, & ad partes b/d. De cæteris quibuscunq;, idem respondẽter subsequetur. Igitur si in diametro circuli aliquod contingat punctũ: & quæ sequuntur reliqua. Quod demonstrandum fuerat. Tertia pars.

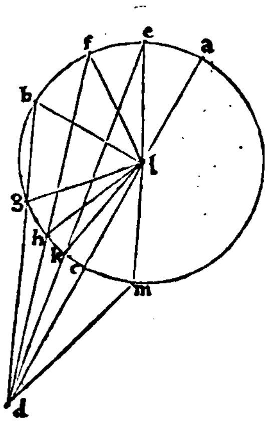
Θεώρημα ζ, Πρότασις η.

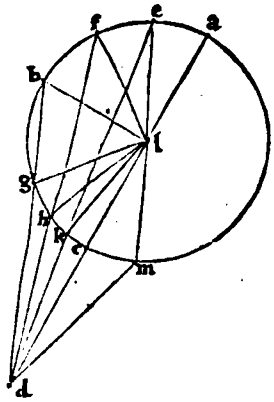
Ἐὰν κύκλου ληφθῇ τι σημεῖον ἐκτὸς, ἀπὸ δὲ τοῦ σημείου πρὸς τὸν κύκλον διαχθῶσιν εὐθεῖαι τινὲς, ὧν μία μὲν διὰ τοῦ κέντρου, αἱ δὲ λοιπαὶ ὡς ἔτυχε, τῶν μὲν πρὸς τὴν κοίλην περιφέρειαν προσπιπτουσῶν εὐθειῶν, μεγίστη μὲν ἡ διὰ τοῦ κέντρου. τῶν δὲ ἄλλων, ἀεὶ ἡ ἔγγιον τῆς διὰ τοῦ κέντρου, τῆς ἀπώτερον, μείζων ἐστί. τῶν δὲ πρὸς τὴν κυρτὴν περιφέρειαν προσπιπτουσῶν εὐθειῶν, ἐλαχίστη μὲν ἐστὶν ἡ μεταξὺ τοῦ τε σημείου καὶ τῆς διαμέτρου. τῶν δὲ ἄλλων ἀεὶ ἡ ἔγγιον τῆς ἐλαχίστης, τῆς ἀπώτερόν ἐστιν ἐλάττων. δύο δὲ μόνον εὐθεῖαι ἴσαι προσπεσοῦνται ἀπὸ τοῦ σημείου πρὸς τὸν κύκλον ἐφ' ἑκάτερα τῆς ἐλαχίστης.

Theorema 7, Propositio 8.

8 SI extra circulum suscipiatur aliquod punctum, ab eóque puncto ad circulum deducantur rectæ lineę aliquæ, quarũ quidem vna per centrum extendatur, reliquæ verò vtcunque: In cõuexam circunferentiam cadentium rectarum linearum, maxima est, quæ per centrũ ducta est: In curuam verò circunferentiam cadentium rectarum linearum, minima est, quæ inter punctum & dimetientẽ iacet. minimæ verò propinquior: semper remotiore minor est. Duæ autem tantùm rectæ lineæ, ab eo puncto cadunt æquales, ad vtrasque partes minimæ.

ORONTIVS. ¶ Esto circulus a/b/c, datum vero punctum extra circulum d: à quo in ipsum circulum procidãt rectæ lineæ d/a, d/e, d/f, & d/b, curuam eiusdem circuli circunferentiam in punctis g, h, k, c, dispescẽtes: quarum d/a/per ipsius circuli centrum (quod sit l) extendatur. Dico primùm, quòd in a/b/ conuexã circunferẽtiam cadẽtium rectarum linearum, maxima est d/a, per l/centrum educta: & quæ illi vicinior d/e, remotiore d/f/ maior, eadémq; d/f/maior ipsa d/b. Connectantur enim l/e, l/f, & l/b/rectæ lineæ, per primum postulatum. Et quoniam æqualis est l/a/ipsi l/e, per decimamquintam diffinitionem primi, & vtriq; communis d/l: tota igitur d/a, ipsis d/l/ & l/e, per secundam communem sententiam est æqualis. Atqui d/l, & l/e/bina ipsius d/l/e/ trianguli latera, sunt maiora reliquo d/e, per vigesimam primi: & ipsa igitur d/a, maior est ipsa d/e. æqualia enim eiusdem sunt æquè maiora, per sextæ communis sententiæ cõuersionem. Insuper, quoniam l/e/ipsi l/f, per eandem decimamquintam diffinitionem primi est æqualis, & Prima pars theorematis.





vtriq; cõmunis d/l: binæ igitur d/l/& l/e/ triãguli d/l/e, duabus d/l/& l/f/trianguli d/l/f,ſunt æquales altera alteri, per eandem ſecundam communem ſententiam. Angulus porrò d/l/e,maior eſt ipſo d/l/f/ ſub æquis lateribus cõprehenſo:recta ſiquidẽ l/f,cadit inter d/l/& l/e,diuidítq; propterea ipſum angulum d/l/e.Baſis igitur d/e, baſi d/f,maior eſt,per vigeſimamquartã primi.Et proinde d/f/maior eſt ipſa d/b.Igitur d/a/maxima eſt: & d/e/ ipſa d/f,atq; d/f/ipſa d/b/maior.

Pars ſecũda. ¶Dico præterea,ꝙ incidentiũ in curuã circunferentiã g/c,minima eſt d/c:& quæ ipſi d/c/minimæ propinquior,ſemper remotiore minor, hoc eſt,d/k/ipſa d/h,& d/h/ipſa d/g.Connectantur enim l/g,l/h,& l/k/rectæ,per primũ poſtulatũ.Et quoniã trianguli d/k/l,bina latera d/k/& k/l, reliquo d/l,per vigeſimã primi ſunt maiora:tollãtur l/c/ & k/l,quæ per decimãquintã ipſius primi diffinitionẽ ſunt æquales.Reliqua igitur d/c,reliqua d/k,per quintam communem ſententiam erit minor.Item, quoniam trianguli d/h/l,à limitibus lateris d/l, duæ rectæ lineæ d/k/ & k/l/ introrſum conſtituuntur: ipſæ igitur conſtitutæ, reliquis ipſius trianguli lateribus d/h/& h/l, per vigeſimamprimam ipſius primi,ſunt minores. Auferãtur l/h/& l/k, per ipſam decimamquintam diffinitionem primi,adinuicem æquales.Reliqua igitur d/k,reliqua d/h/minor erit,per eandem quintam communẽ ſententiam.Et d/h/propterea minor erit ipſa d/g. Minima igitur eſt d/c: & quæ illi propinquior d/k/ minor ipſa d/h,eadémq; d/h/remotiore d/g/itidem minor.

Tertia pars. ¶Aio tandem,quòd binæ tantùm æquales,à puncto d,in circulum ipſum a/b/c/cadunt,ad vtraſque partes ipſius d/c/ minimæ:vtpote,ipſi d/h/vna tantùm æqualis,ad alterã partem ipſius d/c,verſus m. Ad rectam enim d/l,atque ad datum in ea punctum l,dato angulo rectilineo d/l/h: æqualis angulus rectilineus conſtituatur d/l/m, per vigeſimãtertiam primi.& connectatur d/m,per primum poſtulatum.Cùm igitur l/h/ipſi l/m/ſit æqualis,per decimamquintam ipſius primi diffinitionem,& vtrique cõmunis d/l:binæ igitur d/ l/ & l/h/trianguli d/l/h,duabus d/l/& l/m/ trianguli d/l/m, ſunt æquales altera alteri: & æquos inuicem comprehendunt angulos,per conſtructionem. Baſis igitur d/h/ baſi d/m,per quartã primi eſt æqualis.Neq; ipſi d/h/alia cadit æqualis,præter d/m, & ediuerſo.Aut enim caderet inter h/& m/puncta:túncq; minor eſſet vtraq; & d/h/ & d/m,nempe vicinior ipſi d/c/minimæ.vel caderet extra pũcta h/& m/verſus a:& tũc remotior eſſet ab eadem minima,& propterea maior ipſa d/h/vel d/m,per primam partẽ iam demonſtratam. Idem quoq;,ac non diſſimili via licebit oſtendere, de rectis in conuexam eiuſdem circuli circunferẽtiam coincidentibus,ad vtraſque partes ipſius d/a/maximæ Non cadunt igitur ab eodẽ puncto d,in circulũ ipſum a/b/c,plures duabus rectis lineis æquales,ad vtraſq; partes ipſius d/c/ minimæ,aut d/a/maximæ. Si extra igitur circulum : &c, vt in theoremate. Quod tandem erat oſtendendum.

Corollarium.

¶Quæ igitur à pũcto extra circulũ dato,in circulum ipſum cadunt rectæ lineæ,ab ipſa minima,vel maxima (quæ per centrũ) æquè diſtãtes æquales ſunt adinuicem, & è diuerſo,ſiue in conuexã, ſiue in curuã inciderint eiuſdem circuli circũferẽtiam.

Θεώρημα η, Πρόθεσις θ.

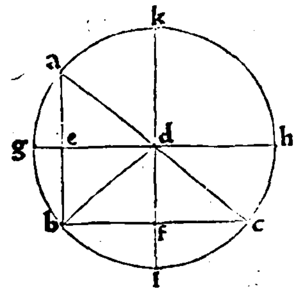
Ἐὰν κύκλου ληφθῇ τι σημεῖον ἐντὸς, ἀπὸ δὲ τοῦ σημείου πρὸς τὸν κύκλον προσπίπτωσιν πλείους ἢ δύο εὐθεῖαι ἴσαι, τὸ ληφθὲν σημεῖον, κέντρον ἐστὶ τοῦ κύκλου.

Theorema 8, Propoſitio 9.

SI in circulo ſuſcipiatur punctum aliquod, & ab eo puncto ad 9 circulum cadant plures quàm duæ rectę lineæ æquales: susceptum punctum, centrum ipsius est circuli.

ORONTIVS. ¶ Sit intra circulum a/b/c/ susceptum pūctum d: à quo in eundem circulum cadant plures quàm duæ rectæ lineæ inuicē æquales, d/a, d/b, & d/c. Aio quòd punctum d, est centrum ipsius circuli a/b/c. Connectantur enim a/b/& b/c/rectæ, per primum postulatum: secetúrq; bifariam a/b/in puncto e, & b/c/in pūcto f, per decimam primi. connectantur rursum d/e/& d/f, per idem primum postulatum: & per secundum postulatum, producantur in directum vtrobique ad puncta quidem g, h/& k, l. Cùm igitur a/e/sit æqualis e/b, & vtrique communis e/d: binæ igitur a/e/& e/d/trianguli a/e/d, duabus b/e/& e/d/trianguli b/e/d, sunt æquales altera alteri: basis quoq; d/a, basi d/b, per hypothesin est æqualis. Angulus igitur a/e/d, æquus est per octauam primi, angulo b/ e/ d: & proinde vterque rectus, per decimam ipsius primi diffinitionem. Recta igitur g/h, rectam a/b, bifariam & ad rectos angulos intersecat: in dispescente itaq; g/h, erit centrum ipsius a/b/c/circuli, per corollarium primæ huius tertij. Haud dissimili via ostendetur, eiusdem circuli cētrum fore in recta k/l. In vtraq; igitur & g/h/& k/ l, est centrum dati circuli a/b/c: & in puncto propterea vtriq; communi. Atqui nullum aliud pūctum habent commune, præter ipsum d: punctum igitur d, centrū est ipsius a/b/c/ circuli. Si ergo intra circulum suscipiatur punctū aliquod: & quæ sequuntur reliqua. Quod oportuit demōstrasse.

Hoc theorema aliter ostēdi potest: sed hæc est demōstratio potissima.



Θεώρημα θ, πρόθεσις ι.

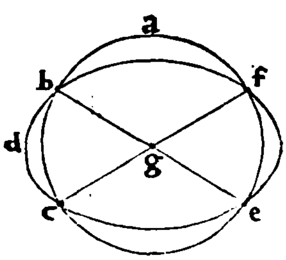
Κύκλος οὐ τέμνει κύκλον κατὰ πλείονα σημεῖα ἢ δύο.

Theorema 9, Propositio 10.

10 CIrculus, circulum in pluribus duobus punctis non secat.

ORONTIVS. ¶ Secet enim (si possibile sit) circulus a/b/ c, circulum d/e/f, in pluribus duobus punctis, hoc est in punctis b, c, e, f. Et suscipiatur centrum ipsius circuli a/b/c, per primā huius, sitq; illud g: & cōnectantur g/b, g/c, g/e, & g/f/rectæ, per primum postulatū. Cùm igitur punctum g, sit centrum circuli a/b/c: erunt g/b, g/c, g/e, & g/f/adinuicē æquales, per decimamquintam primi libri diffinitionem. Et quoniam b, c, e, f, sunt communes vtriusque circuli sectiones, per hypothesin: erit punctum g, vtcunq; susceptum intra circulum d/e/f. Ab ipso itaq; puncto g, in eundem circulum d/e/f, cadunt plures q̄ duæ rectæ lineæ inuicem æquales: vtpote g/b, g/c, g/e, & g/f. Erit ergo pūctum g, cētrum eiusdem circuli d/e/f, per antecedentē nonam propositionē. Atqui idem punctum g, centrum est ipsius a/b/c/circuli. Duorum itaque circulorum a/b/c, & d/e/f, sese inuicem secantium, idem erit centrū: quod per quintam huius tertij, nō est possibile. Circulus ergo, circulum in pluribus duobus pūctis non secat. Quod ostendere fuerat operæpretium.

Hæc rursum aliter potuisset ostēdi, sed hanc potiorē existimo demōstrationē.



Θεώρημα ι, πρόθεσις ια.

Ἐὰν δύο κύκλοι ἐφάπτωνται ἀλλήλων ἐντός, καὶ ληφθῇ αὐτῶν τὰ κέντρα, ἡ ἐπὶ τὰ κέντρα αὐτῶν ἐπιζευγνυμένη εὐθεῖα καὶ ἐκβαλλομένη, ἐπὶ τὴν συναφὴν πεσεῖται τῶν κύκλων.

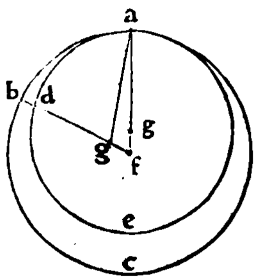
Theorema 10, Propositio 11.

11 SI bini orbes se introrsum adinuicem tetigerint, suscipiātúrq;

eorum centra: ad eorum centra applicata recta linea & eiecta, in contactum circulorum cadit.

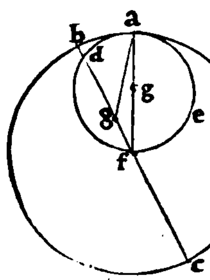
ORONTIVS. ❡Duo enim circuli a/b/c/ & a/d/e, ſe introrſum adinuicem tangant, in puncto quidem a: ſitq́; ipſius a/b/c/ circuli centrum f, ipſius verò a/d/e/ centrum g. Dico quòd ad centra f/g, applicata recta linea, & eiecta: cadit in contactum a. Si enim non ceciderit in punctum a: cadet igitur alibi. Cadat ergo (ſi poſſibile ſit) vt eiecta verſus g, in d/ & b/ puncta: & connectatur a/g/ recta, per primum poſtulatum. Triangulum erit igitur a/g/f: & duo propterea latera a/g/ & g/f, erunt maiora reliquo a/f, per vigeſimam primi. Atqui ipſi a/f, æqualis eſt f/b (vtraq; enim à cētro f, in circunferentiam circuli a/b/c) & a/g/ igitur & g/f, maiores ſunt eadem f/b. Tollatur f/g, vtriſque inæqualibus cōmunis: reliqua igitur a/g, reliqua g/b/ maior erit, per quintam communem ſententiam. Ipſi porrò a/g, æqualis eſt g/d (vtraque enim à centro g, in circunferentiā ipſius a/d/e/ circuli) & g/d/ igitur maior erit ipſa g/b. quæ enim ſunt æqualia, eiuſdē ſunt æquè maiora: per ſextæ cōmunis ſententiæ conuerſionem. Ipſa porrò g/d, pars eſt ipſius g/b: pars igitur erit maior toto, contra nonam communem ſententiā. Cadit igitur f/g/ eiecta, in contactū a.

Demōſtratio ab impoſſibili



Alia figurę diſpoſitio.

❡Quòd ſi g/f/ connexa, & eiecta verſus f, detur incidere veluti g/f/c, & centrum f/ exterioris circuli a/b/c/ extra circulum interiorem a/d/e/ conſtituatur: idem nihilominus ſubſequetur inconueniens. Connexa enim & eiecta g/f/c/ recta, producatur in directum verſus g, ad d/ & b/ puncta, per primum poſtulatum. Erunt itaque rurſum a/g/ & g/f, maiores ipſa f/a, per ipſam vigeſimā primi libri propoſitionem. Eidem porrò f/a, æqualis eſt f/c, per decimamquintam diffinitionem ipſius primi. Igitur a/g/ & g/f, maiores ſunt ipſa f/c. Eidem rurſum f/c, æqualis eſt f/b, per eandem decimāquintā primi libri diffinitionē. Et a/g/ igitur & g/f, maiores ſunt ipſa f/b, per ſeptimæ cōmunis ſententiæ cōuerſionē. Auferatur f/g/ vtriſq; inæqualibus cōmunis. Reliqua igitur a/g, reliqua g/b, per quintam cōmunem ſententiam maior erit: & multò igitur maior ipſa g/d, quæ pars eſt ipſius g/b. In circulo itaq; a/d/e, quæ à centro g/ in circūferentiā prodeunt lineæ rectæ g/a, & g/d, non erūt inuicē æquales: contra decimāquintam diffinitionē primi. Cadit igitur f/g/ eiecta, in cōtactū a. Ergo ſi bini orbes ſe introrſum: &c. vt in theoremate. Quod oſtendendum fuerat.



Θεώρημα ια, Πρόθεσις ιβ.

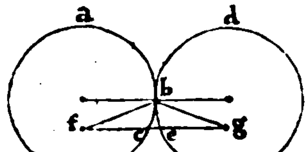
EAν δύο κύκλοι ἅπτωνται ἀλλήλων ἐκτὸς, ἡ ἐπὶ τὰ κέντρα αὐτῶν ἐπιζευγνυμένη, διὰ τῆς ἐπαφῆς ἐλεύσεται.

Theorema 11, Propoſitio 12.

SI duo circuli ſeſe adinuicem exterius tetigerint: ad centra eorum applicata recta linea, per contactum tranſibit. 12

ORONTIVS. ❡Tangāt ſe exterius bini circuli a/b/c/ & d/b/e, in pūcto quidē b: ſitq́; ipſius a/b/c/ circuli centrum f, & ipſius d/b/e/ centrum g. Aio quòd connexa f/g/ recta linea, trāſibit per contactum b. Si enim non tranſierit per punctum b, tranſeat (ſi poſſibile ſit) per c/ & e/ puncta: & cōnectantur b/f/ & b/g/ rectæ lineæ, per primum postulatum. Et quoniam punctum f, centrum est circuli a/b/c: æqualis erit f/b/ipsi f/c/, per decimamquintam diffinitionē primi. Rursum quoniam g/centrū est circuli d/b/e: æqualis erit per eandem decimamquintam primi diffinitionem g/b, ipsi g/e. Binæ igitur f/b/& b/g, duabus f/c/& e/g, per secundam communē sententiam erunt æquales. Tota porrò f/g, ipsis f/c/& e/g/maior est (nempe c/e/extra circulos incidente particula) Et tota igitur f/g, maior est eisdem f/b/ & b/g. In triangulo itaq; f/b/g, bina latera f/b/ & b/g, erunt minora reliquo f/g: sunt autē maiora, per vigesimam primi. quæ simul impossibilia sunt. Igitur à centro f/ad centrum g/adplicata recta linea f/g, transit per contactum b. Si duo igitur circuli: & quæ sequuntur reliqua. Quod demonstrare oportebat.

Idem qui prius ostendēdi modus ab impossibili.



Θεώρημα ιβ, Πρότασις ιγ.

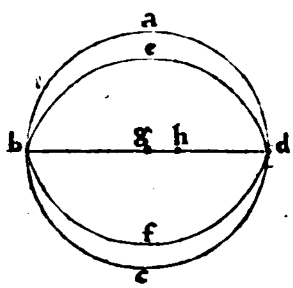
ΚΥΚΛΟΣ κύκλου οὐκ ἐφάπτεται πλείονα σημεῖα ἢ καθ' ἕν, ἐάν τε ἐντός, ἐάν τε ἐκτὸς ἐφάπτηται.

Theorema 12, *Propositio* 13.

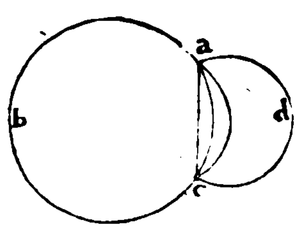
13 Circulus circulum non tangit in pluribus punctis vno: & si extra, & si intus tangat.

ORONTIVS. ¶Tangat in primis circulus a/b/c/d, circulum b/e/d/f, introrsum (si fuerit possibile) in punctis b, d: sitq; ipsius a/b/c/d/ circuli centrum g, circuli autem b/e/d/f, centrum h. Adplicata igitur ex g/ in h/ recta linea, & eiecta: cadet in puncta contactum b, d, per vndecimam huius secundi libri. Et quoniam g/centrum est circuli a/b/c/d: erit g/b, ipsi g/d, per circuli diffinitionem æqualis. Tollatur g/h, ab ipsa g/d: eadem ergo g/b, reliqua h/d/ maior erit. Rursum quoniam h/centrum est circuli b/e/d/f: æqualis erit h/b, ipsi h/d, per eandem circuli diffinitionem. Tollatur rursum g/h, ab ipsa h/b: reliqua igitur g/ b, minor erit ipsa h/ d. Ostensum est autem, quòd & multò maior: quod non est possibile. Non tangit igitur circulus a/b/c/d/circulum b/e/d/f/ introrsum in pluribus pūctis vno. ¶Secet rursum circulus a/b/c, circulum a/c/d/exterius in punctis a/& c/(si id fuerit possibile) & connectatur recta a/c/per primum postulatum. Et quoniā in circunferentia circuli a/b/c, duo sunt accepta puncta a/& c: adplicata igitur recta linea a/c, intra ipsum circulum cadet, per secundam huius: ergo extra circulum a/ d/c. Rursum quoniā eadem a/ & c/puncta in circunferentia ipsius a/ d/ c/ circuli coassumpta sunt (vtpote vtrique circulo cómunia) eadem igitur recta a/c, cadet intra circulum a/d/c, per eandem secundam huius: & extra igitur circulum a/b/c. Patuit autem, quòd & intra ipsum a/b/c/circulū cadit eadem a/c, atque extra ipsum a/d/c/circulum. Cadet igitur intra & extra vtrumq; datorrum circulorum: quod est impossibile. Non tangit ergo circulus a/b/c/circulū a/d/c/exterius in pluribus pūctis vno. Patuit, quod nec introrsum. Quod ostēdere fuerat operæpretiū.

De circulis se se introrsum tangentibus.



De circulis qui se tangūt extra.



Θεώρημα ιγ, Πρότασις ιδ.

ΕΝ κύκλῳ αἱ ἴσαι εὐθεῖαι, ἴσον ἀπέχουσιν ἀπὸ τοῦ κέντρου: καὶ αἱ ἴσον ἀπέχουσαι ἀπὸ τοῦ κέντρου, ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν.

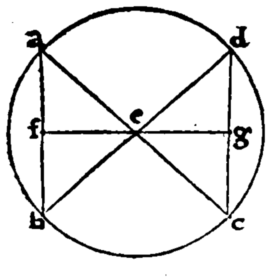
Theorema 13, *Propositio* 14.

14 IN circulo rectæ lineę sunt æquales, quæ æqualiter distāt à cétro:

& si æqualiter distant à centro, æquales adinuicem sunt.

Pars prima theorematis.

ORONTIVS. ¶ Sint in circulo a/b/c/d, cuius cẽtrum e, binæ rectæ lineæ a/b/ & d/c/ inuicem primùm æquales. Aio ꝙ & æqualiter distant à centro e. In rectas enim a/b/ & d/c, à puncto e/ quod in eis non est, perpendiculares deducantur e/f/ & e/g, per duodecimã primi: & connectãtur rectæ lineæ e/a, e/b, e/c, & e/d, per primũ postulatum, quæ per circuli diffinitionem erunt adinuicẽ æquales. Cùm igitur recta quædam linea e/f/ per centrum educta, ipsam a/b/ rectam non per centrum extensam, ad rectos diuidat angulos: & bifariam quoq; illam secat, per tertiam huius. Aequalis est igitur a/f, ipsi f/b: & vtraq; propterea dimidium ipsius a/b. Et proinde d/g, ipsi g/c/ est æqualis: & vtraque dimidium ipsius d/c. Atqui a/b/ per hypohesin, æqualis est ipsi d/c. quæ autem æqualium sunt dimidium, ea sunt inuicẽ æqualia, per septimã cõmunẽ sententiã: æqualis est igitur a/f, ipsi d/g, & f/b/ cõsequẽter ipsi g/c. Et quoniã a/b/ æqualis est ipsi d/c, & e/a/ ipsi e/d: bina igitur latera e/a/ & a/b/ trianguli e/a/b, duobus lateribus e/d/ & d/c/ trianguli e/d/c, sunt æqualia alterum alteri: basis quoq; e/b, basi e/c, per circuli diffinitionẽ, æqualis. Angulus igitur qui ad a, angulo qui ad d/ æqualis est: per octauã primi. Rursum quoniã æqualis est e/a/ ipsi e/d, & a/f/ ipsi d/g: bina ergo latera e/a/ & a/f/ trianguli e/a/f, duobus lateribus e/d/ & d/g/ trianguli e/d/g/ sunt æqualia alterũ alteri: & qui sub æquis lateribus cõtinentur anguli, inuicẽ æquales. Basis igitur e/f, basi e/g, per quartã ipsius primi est æqualis. Quæ igitur in a/b & d/c/ rectas, ex centro e/ deducuntur perpendiculares e/f/ & e/g, æquales sunt adinuicẽ: distãt ergo a/b/ & d/c/ rectæ æqualiter ab eodẽ cẽtro e/ ipsius a/b/c/d/ circuli, per quartam huius diffinitionem.



Secunda pars cõuersa præcedentis.

¶ Esto autem e/f, ipsi e/g/ æqualis, hoc est, distent a/b/ & d/c/ æqualiter ab eodem cẽtro e. Dico quòd a/b/ æqualis est ipsi d/c. Eisdem nanq; constructis: ostendemus veluti suprà, vtranq; a/b/ & d/c/ bifariã discindi ab ipsis e/f/ & e/g/ perpẽdicularibus: atque a/f/ æqualem fore ipsi d/g, & f/b/ consequenter ipsi g/c/ æqualem. Cùm igitur æqualis sit e/a/ ipsi e/d, & e/f/ ipsi e/g: bina ergo latera a/e/ & e/f/ trianguli a/e/f, binis lateribus d/e/ & e/g/ trianguli d/e/g/ sunt alternatim æqualia: basis quoque a/f, basi d/g/ æqualis. Angulus igitur a/e/f, angulo d/e/g, per octauam primi est æqualis. Et proinde qui sub b/e/f/ angulus, ei qui sub c/e/g/ itidem ostendetur æqualis. Totus itaq; a/e/b/ angulus, toti angulo d/e/c, per secundam communem sententiam est æqualis. Bina ergo triangula a/e/b/ & d/e/c, habent duo latera a/e/ & e/b, duobus d/e/ & e/c/ æqualia alterum alteri (ex centro enim in circunferẽtiam eiusdem circuli a/b/c/d) & qui sub eisdem æqualibus rectis lineis continentur anguli, inuicẽ æquales. Basis igitur a/b, basi d/c, per quartã ipsius primi est æqualis. In circulo itaq; rectæ lineæ sunt æquales, quæ æqualiter distãt à centro: & si æqualiter distant à centro, æquales adinuicem sunt. Quod receperamus ostendendum.

Θεώρημα ιδ´, Πρότασις ιε.

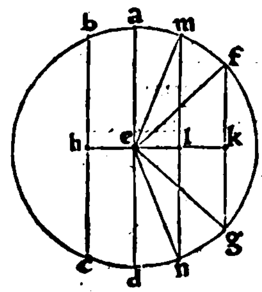
ΕΝ κύκλῳ μεγίστη μὲν ἐστὶν ἡ διάμετρος· τῶν δὲ ἄλλων ἀεὶ ἡ ἔγγιον τοῦ κέντρου, τῆς ἀπώτερον μείζων ἐστίν.

Theorema 14, Propositio 15.

IN circulo, maximus quidem est dimetiens: aliarum autem semper propinquior centro, remotiore maior. 15

ORONTIVS. ¶ Sit in circulo a/b/c/d, cuius centrum e, dimetiens a/d: & ipsi centro vicinior b/c, remotior autem f/g. Aio quòd a/d/ quæ per centrũ, maxima est: b/c/ verò maior ipsa f/g. A centro enim e, in easdem rectas b/c/ & f/g, perpendiculares deducantur e/h/ & e/k: per duodecimam primi. Maior erit itaq; perpendicularis e/k, ipsa e/l: per quintam huius diffinitionẽ. Secetur itaque à maiori e/k, ipsi e/h/ minori æqualis, per tertiam primi: sitq; e/l. & per datum punctum l, datæ rectæ lineæ f/g, parallela ducatur m/ n: per trigesimamprimam primi. cadet igitur e/l/ ad perpendiculum super m/n: per corollarium vigesimænonæ ipsius primi. Et quoniã e/h/ est æqualis ipsi e/ l: distant igitur b/c/ & m/n/ æqualiter à cẽtro e, per quartam huius tertij diffinitionem: sũntq; per decimamquartam ipsius tertij, inuicem æquales. Cõnectantur demum, per primum postulatũ, e/f, e/g, e/m, & e/n: quæ per circuli diffinitionem, æquales sunt adinuicem. Cùm igitur e/a/ ipsi e/m, & e/d/ ipsi e/n, per circuli diffinitionẽ sit æqualis: tota a/d, binis m/e/ & e/n, per secundam communem sententiã æquabitur. Binæ porrò m/e/ & e/n/ trianguli m/e/n, sunt maiores reliqua m/n, per vigesimã primi. & a/d/ igitur, maior est eadem m/n: & ipsa consequenter b/c/ maior, per conuersam sextæ atq; septimæ communis sententiæ interpretationem. Rursum quoniam æqualis est e/m/ ipsi e/f, & e/n/ ipsi e/g: bina igitur latera m/e/ & e/n/ trianguli m/e/n, binis lateribus f/e/ & e/g/ trianguli f/e/g, sunt æqualia alterum alteri: & qui sub m/e/n/ angulus, eo qui sub f/e/g/ maior (rectæ siquidem e/f/ & e/g, coincidunt inter e/m/ & e/n, ipsum angulũ m/e/n/ diuidentes) basis igitur m/n, per vigesimamquartã primi, basi f/g/ maior est. Ipsi porrò m/n/ æqualis est b/c. & b/c/ igitur est eadem f/g/ maior: quæ enim sunt æqualia, eiusdem sunt æquè maiora. ostensum est autem, quòd & a/d, ipsa b/c/ maior est. Dimetiens itaq; a/d, est omnium maxima: & b/c/ centro vicinior, ipsa f/g/ remotiore maior. Quod oportuit ostendisse.

Construitur figura.



Demõstratur theorema.

Θεώρημα ιε, Πρόθεσις ις.

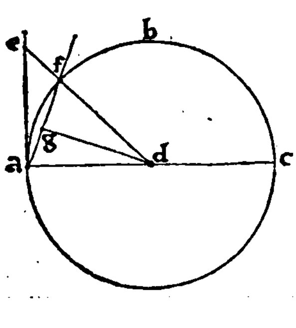
Ἡ τῇ διαμέτρῳ τοῦ κύκλου πρὸς ὀρθὰς ἀπ' ἄκρας ἀγομένη, ἐκτὸς πεσεῖται τοῦ κύκλου, καὶ εἰς τὸν μεταξὺ τόπον τῆς τε εὐθείας καὶ τῆς περιφερείας, ἑτέρα εὐθεῖα οὐ παρεμπεσεῖται. καὶ ἡ μὲν τοῦ ἡμικυκλίου γωνία, ἁπάσης ὀξείας γωνίας εὐθυγράμμου μείζων ἐστίν· ἡ δὲ λοιπή, ἐλάττων.

Theorema 15, Propositio 16.

16 QVæ à diametri circuli extremitate ad angulos rectos ducitur, extra ipsum circulum cadit: & in locum inter ipsam rectam lineam & circunferentiam, altera recta linea nõ cadet. & semicirculi angulus, omni angulo acuto rectilineo maior est: reliquus autem, minor.

ORONTIVS. ¶ Esto circulus a/b/c, & illius centrum d, dimetiens verò a/c: & ab a/ dimetientis extremitate, ad angulos rectos excitetur a/e, per vndecimã primi. Dico primũ, quòd a/e/ recta extra ipsum cadit circulum. Suscipiatur enim in ipsa e/a, contingens aliquod punctum: sitq; illud e. & connectatur e/d, per primũ postulatum. Triangulũ erit igitur e/a/d. omnis porrò trianguli tres interiores anguli, binis rectis sunt æquales: per trigesimamsecundam primi. rectus est autem qui ad a, per constructionem. Reliqui igitur qui ad e/ & d/ sunt anguli, vni recto sunt æquales: & eorum

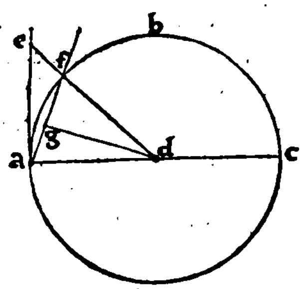
Prima pars theorematis.



propterea quilibet, ipſo qui ad a/recto minor. In triangulo autem maior angulus, ſub maiori latere ſubtenditur, per decimamnonam primi: maior eſt igitur d/e, ipſa a/d, quæ eſt ipſius dati circuli ſemidiameter. Egreditur ergo d/e, circunferentiam ipſius a/b/c/circuli: caditq; punctum e/extra eundem circulum a/b/c. Haud diſſimi lis erit, cæterorum punctorũ ipſius a/e/demõſtratio. Cadit ergo tota a/e, extra datum circulum a/b/c.

Pars ſecunda

¶ Aio rurſum, quòd inter rectam a/ e, & circunferentiam a/ b, nõ cadit altera recta linea. Si enim id fuerit poſſibile: æſto a/f. & ad datam rectam lineam a/d, ad datúmq; in ea punctum d, dato angulo rectilineo e/a/f, æqualis angulus rectilineus cõſtituatur a/d/g: per vigeſimamtertiam primi.



Vterq; igitur a/d/g, & g/a/d, pars erit ipſius e/a/d: & recto propterea minor. In rectas itaq; a/f/ & d/ g, recta incidit a/d, efficiens interiores & in eadem parte angulos binis rectis minores: ipſæ igitur a/f/ & d/g, in infinitum productæ, tandem concurrent, per quintum poſtulatum, cõueniãt ergo ad punctũ g. Triangulũ eſt itaq; a/g/d: cuius tres interiores anguli binis rectis, per eandẽ trigeſimãſecũdã primi, ſunt æquales. & qui ſub g/a/d/ & a/d/g/ anguli, vni recto, hoc eſt, ipſi e/a/d/coæquantur (datus eſt enim a/d/g, æqualis ipſi e/a/f) Reliquus igitur a/g/d, rectus eſt: & maior propterea vtroq;, & g/a/d/ & a/d/g. Vnde rurſum a/d/ſemidiameter, maior eſt ipſa d/g, per eandem decimamnonam primi. Cadit igitur pũctum g, intra circulum a/b/c: ergo & a/f/recta (in qua punctũ g) circulum ipſum interſecat, vtpote in f. Non cadit itaq; a/f/recta, inter rectam a/e, & circunferentiã a/b.

Tertia pars de angulo cõtingentiæ.

¶ Dico tandem, ꝙ angulus b/a/d/ipſius a/b/c/ſemicirculi, omni acuto & rectilineo angulo maior eſt: reliquus autem (vtpote, b/a/e) minor. Cùm enim angulus e/a/d/ſit rectus, & diuiſus à ſola circunferentia a/b, inter quam & rectam a/e/non cadit altera recta linea (vti nunc oſtenſum eſt) non poteſt ipſe angulus b/a/e/bipartiri: & proinde non minuetur neq; augebitur conſequẽter ipſe b/a/d. Igitur angulus b/a/d, ſub a/b/circunferẽtia, & a/d/recta comprehenſus, omni acuto rectilineo maior eſt angulo: b/a/e/ verò, qui ſub eadem circunferentia, & a/e/ recta continetur (quem angulum contingẽtiæ nominare conſueuimus) omni itidem acuto & rectilineo angulo minor eſt. Quæ omnia fuere demonſtranda.

Corollarium.

¶ Quæ igitur ab extremitate dimetientis dati circuli, ad rectos ducitur angulos, ipſum circulũ tangit, ídq; in vno tantummodò puncto: ad duo enim puncta adplicata recta linea, per ſecundam huius tertij, cadit intra datum circulum.

Πρόβλημα β, Πρότασις ιζ.

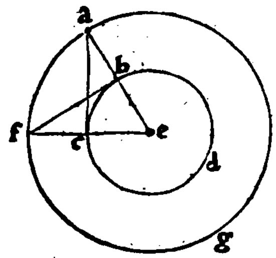
Ἀπὸ τοῦ δοθέντος σημείου, τοῦ δοθέντος κύκλου ἐφαπτομένην εὐθεῖαν γραμμὴν ἀγαγεῖν.

Problema 2, Propoſitio 17.

A Dato puncto, dato circulo, contingentẽ rectã lineam ducere. 17

Cõſtructio figuræ.

ORONTIVS. ¶ Sit a/pũctum datũ: à quo oporteat in datum circulum b/c/d/contingentem rectam lineam ducere. Inueniatur ipſius b/c/d/circuli centrũ, per primam huius tertij: ſitq; illud e/& connectatur a/e/ recta, per primum poſtulatum: quæ cùm ab interiore puncto e, ad exterius punctum a/deducatur, ſecabit b/c/d/circũferentiam. ſecet igitur in puncto b. & centro e, interuallo autem e/a, circulus deſcribatur a/f/g, per tertium poſtulatum. Poſtmodùm à puncto b, datæ rectæ lineæ a/ e, ad rectos angulos excitetur b/ f: per vndecimam primi. & connectatur e/f, per primum poſtulatum: quæ eandem circunferentiam b/c/d, ſecet rurſum in



pũcto c. Connectatur demũ a/c, per idem primũ postulatũ. Dico ꝙ a/c, contingit circulũ/b/c/d. Cũ enim per circuli diffinitionẽ, æqualis sit a/e/ipsi e/f, & b/e/ipsi e/c: erunt bina latera a/e/& e/c/triãguli a/e/c, æqualia duobus f/e/ & e/b/trianguli f/e/b: & communẽ comprehendunt angulum qui ad e. Basis igitur a/c/basi f/b, & triangulum a/e/c/triangulo f/e/b, & reliqui anguli reliquis angulis (sub quibus æqualia subtenduntur latera) per quartam primi coæquantur. æqualis est igitur angulus a/c/e, angulo e/b/f. Angulus porrò e/b/f/rectus est: igitur & qui sub a/c/e/rectus. Et quoniã e/c/semediameter est ipsius b/c/d/circuli, & ab illius dimetientis extremitate c, eadem a/c/ad rectos excitata est angulos: ipsa ergo a/c/tangit circulum b/c/d, per corollariũ decimæsextæ huius tertij. Igitur à dato puncto a, dato b/c/d/circulo, contingentem rectam lineam duximus. Quod facere oportebat. Demõstratio

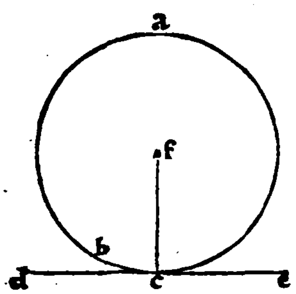
Θεώρημα ιϛ, Πρόθεσις ιη.

Ἐὰν κύκλου ἐφάπτηταί τις εὐθεῖα, ἀπὸ δὲ τοῦ κέντρου ἐπὶ τὴν ἁφὴν ἐπιζευχθῇ τις εὐθεῖα: ἡ ἐπιζευχθεῖσα, κάθετος ἔσται ἐπὶ τὴν ἐφαπτομένην.

Theorema 16, Propositio 18.

18 SI circulum tetigerit aliqua recta linea, à centro autẽ in contactum coniuncta fuerit aliqua recta linea: coniuncta, perpendicularis erit in contingente.

ORONTIVS. ¶Sit datus circulus a/b/c, quem tangat recta linea d/e, in puncto quidem c: sitq; centrum ipsius circuli f, & connectatur f/c/ recta, per primũ postulatum. Dico quòd f/c, perpendicularis est ipsi d/e. Si enim f/c, non fuerit perpendicularis ipsi d/e: erũt d/c/f/& f/c/e/anguli, per decimæ diffinitionis primi libri conuersionem, inæquales, alter quidem recto maior, alter verò minor. Esto maior (si fuerit possibile) & obtusus f/c/e: erit itaq; d/c/f/acutus. Et quoniam recta d/e, tangit circulum a/b/c, per hypotesin: ipsum igitur nõ secat circulum. Cadit itaq; circũferẽtia b/c, inter d/c/& c/f/lineas rectas: & proinde acutus & rectilineus angulus d/c/f, maior erit angulo semicirculi b/c/f, ex circunferentia b/c/& recta c/f/comprehenso Dabitur itaque rectilineus & acutus angulus, maior angulo semicirculi: contra decimamsextam huius tertij propositionẽ. Angulus ergo d/c/f, non est recto minor: similiter ostendetur, quòd nec recto maior. est igitur rectus: & qui sub f/c/e/ continetur angulus, itidem rectus. & proinde recta f/c, in ipsam d/e/ perpendicularis est, per decimam primi diffinitionẽ. Si circulum itaq; tetigerit aliqua recta linea: &c. vt in theoremate. Quod demonstrandum fuerat. Hæc aliter ostendi potest, sed hic demõstrãdi modus præstat.



Θεώρημα ιζ, Πρόθεσις ιθ.

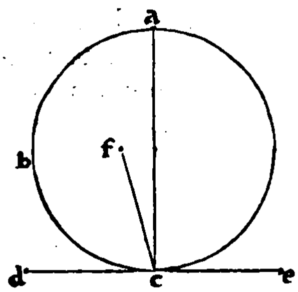
Ἐὰν κύκλου ἐφάπτηταί τις εὐθεῖα, ἀπὸ δὲ τῆς ἁφῆς τῇ ἐφαπτομένῃ πρὸς ὀρθὰς γωνίας εὐθεῖα γραμμὴ ἀχθῇ, ἐπὶ τῆς ἀχθείσης ἔσται τὸ κέντρον τοῦ κύκλου.

Theorema 17, Propositio 19.

19 SI circulum tetigerit aliqua recta linea, à contactu autẽ ipsi tangenti ad angulos rectos recta linea quædam excitetur: in excitata erit centrum circuli.

ORONTIVS. ¶ Esto circulus a/b/c: quem rursum tangat recta d/e, in puncto c. & à dato pũcto c. datæ rectæ lineæ d/e, ad rectos excitetur angulos c/a: per vndecimam primi. Dico ꝙ in c/a, est centrum ipsius dati circuli a/b/c. Si enim non fuerit in recta c/a: erit alicubi. Esto (si possibile sit) in puncto f. & connectatur f/c/recta, per primum postulatum. Et quoniam recta quædam linea d/e, tangit per hypothesin circulum a/b/c, à centro autẽ f, in contactum c, coniuncta erit f/c/recta linea: coniuncta igitur f/c; perpendicularis erit in contingente d/e, per antecedentem decimamoctauam huius tertij propositionem. Rectus erit igitur vterque angulorum d/c/f, & f/c/e. Atqui per constructionem, angulus d/c/a/ rectus est: suntq; recti omnes inuicem æquales, per quartum postulatum. Aequus erit igitur angulus d/c/a, ipsi angulo d/c/f. Est autem d/c/f, pars ipsius anguli d/c/a: recta siquidem f/c, cadit intra circulum, ac inter d/c/& c/a/ rectas, diuiditq; propterea ipsum augulum d/c/a. Totus igitur angulus d/c/a, suæ parti d/c/f, æquabitur: quod per nonam communem sentẽtiam est impossibile. Centrum itaque circuli a/b/c, non est in puncto f. haud dissimiliter ostendemus, ꝙ nec alibi: præter q̃ in a/c. Si circulũ ergo tetigerit aliqua recta linea: & quæ sequuntur reliqua. Quod oportuit demõstrasse.

Demõstratio ab impossibili



Θεώρημα ιη, Πρότασις κ.

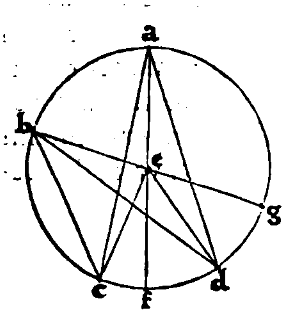
ΕΝ κύκλῳ ἡ πρὸς τῷ κέντρῳ γωνία, διπλασίων ἐστὶ τῆς πρὸς τῇ περιφερείᾳ, ὅταν τὴν αὐτὴν περιφέρειαν βάσιν ἔχωσιν αἱ γωνίαι.

Theorema 18, *Propositio* 20.

IN circulo angulus qui ad centrũ, duplus est eius qui ad circunferentiam: quando anguli eandem circũferentiam habuerint. 20

ORONTIVS. ¶ Sit a/b/c/d/ circulus: ad cuius centrum e, sit angulus c/e/d, ad circunferentiam autem c/a/d, & vtriusq; basis eadẽ circunferentia c/d. Aio quòd angulus c/e/d, ipsius anguli c/a/d/ duplus est. Connectatur enim a/e, per primũ postulatum: & per secundum postulatum, directè producatur in f. Cùm igitur per circuli diffinitionem, a/e/ sit æqualis e/c: æquus est angulus e/a/c, ipsi angulo e/c/a, per quintã primi. Anguli itaq; e/a/c/& e/c/a simul sumpti, alterutrius eorũ dupli sunt: vtpote ipsius e/a/c. Exterior porrò angulus c/e/f, binis interioribus & ex opposito e/a/c/& e/c/a, per trigesimamsecundam primi est æqualis. quæ autem sunt æqualia, eiusdem duplicia sunt: per conuersam sextæ communis sententiæ. duplus est igitur c/e/f/angulus, ipsius e/a/c. Et proinde angulus f/e/d/ipsius e/a/d/anguli duplus est. Totus itaq; angulus c/e/d, totius anguli c/a/d/ consequenter est duplus. Si enim æquè multiplicibus, addãtur æquè multiplicia: æquè itidem multiplicia resultabunt. ¶ Quòd si angulus qui ad circunferentiam, fuerit extra centrum ipsius circuli, veluti c/b/d: idem nihilominus subsequetur. connexa enim recta b/e, per primum postulatũ, & directè producta in g/ per secundum: concludemus veluti suprà, ex eadem quinta & trigesimasecunda primi, angulum c/e/g, duplum fore ipsius anguli c/b/e. quorum d/e/g/ pars ipsius anguli c/e/g, duplus rursum est partis ipsius c/b/e, vtpote anguli e/b/d: reliquus igitur angulus c/e/d/ qui ad centrum, duplus itidem est reliqui c/b/d/ qui ad circunferentiam dati constituitur circuli. In circulo itaq; angulus qui ad centrum, duplus

Quãdo angulus qui ad circunferẽtiam includit centrum.



Quãdo idem angul⁹ qui ad circũferentiã nõ capit centrum circuli.

eſt eius qui ad circunferentiam: quando ipſi anguli communem baſin eandem circunferentiam habuerint. Quod fuerat oſtendendum.

Θεώρημα ιθ, Πρόθεσις κα.

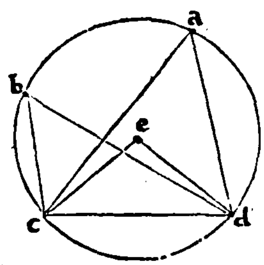
ΕΝ κύκλῳ αἱ ἐν τῷ αὐτῷ τμήματι γωνίαι, ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν.

Theorema 19, Propoſitio 21.

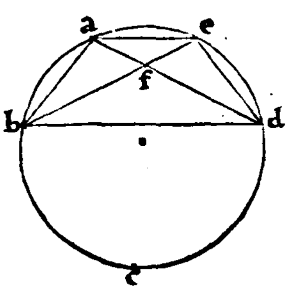
21 IN circulo qui in eodem ſegmento ſunt anguli: ſibi inuicem ſunt æquales.

ORONTIVS. ¶ Sint primùm in ſegmento ſemicirculo maiori c/a/d/ dati a/b/c/d/circuli anguli c/a/d/& d/b/c/. Dico eoſdẽ angulos c/a/d/& d/b/c, fore adinuicem æquales. Inueniatur enim centrum ipſius a/b/c/d/circuli, per primam huius tertij, ſitq; illud e: & connectantur e/c/& e/d, per primum poſtulatum. Cùm igitur angulus c/e/d/ad centrum exiſtat circuli, c/a/d/verò angulus ad circunferentiam, habeántq; baſin communem eandem circunferentiam c/d: angulus propterea c/e/d, duplus eſt, per antecedẽtem vigeſimam propoſitionem anguli c/a/d. Angulus itaque c/a/d, dimidius eſt ipſius anguli c/e/d. Et proinde præfatus angulus c/e/d, duplus eſt ipſius anguli d/b/c: atq; idem angulus d/b/c, eiuſdem c/e/d/anguli dimidius. Quæ autem eiuſdem ſunt dimidium, ea ſunt adinuicem æqualia: per ſeptimam communem ſententiã. Aequus eſt igitur angulus c/a/d, angulo d/b/c. ¶ Sint rurſum in ſegmento b/a/d/ſemicirculo minori, ipſius a/b/c/d/circuli, b/a/d/ & d/e/b/ anguli. Hos dico fore ſimiliter æquales. Connectatur enim recta a/e, per primum poſtulatum: ſitq; ipſarum a/d/& b/e/ſectio f. Erit igitur a/c/e, ſegmentum maius: & qui in eodem ſegmento maiori ſunt anguli a/b/e/ & e/d/a, per primam partem iam demonſtratam, adinuicem æquales. Et quoniam trianguli a/b/f, interiores & qui ex oppoſito ſunt anguli a/b/f/& f/a/b, extrinſeco b/f/d/coæquantur angulo: necnon & duo anguli e/d/f/ & f/e/d/ ipſius e/f/d/trianguli, eidẽ extrinſeco b/f/d/ſunt itidẽ æquales, per trigeſimãſecũdam primi. duo igitur anguli a/b/f/& f/a/b, duobus angulis e/d/f/& f/e/d, ſunt per primã communem ſententiã æquales. A quibus ſi demantur æquales anguli a/b/f/& e/d/f: reliquus b/a/f, reliquo d/e/f, hoc eſt, b/a/d/ ipſi d/e/b, per tertiam communem ſentẽtiam erit æqualis. Idem quoque demõſtrare licebit in ſemicirculo. In circulo igitur, qui in eodem ſegmento ſunt anguli, ſibi inuicem ſunt æquales. Quod receperamus oſtendendum.

De ſegmento ſemicirculo maiori.



De ſegmento ſemicirculo minori.



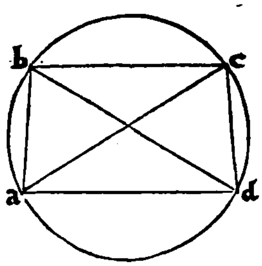
Θεώρημα κ, Πρόθεσις κβ.

Τῶν ἐν τοῖς κύκλοις τετραπλεύρων αἱ ἀπεναντίον γωνίαι, δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν.

Theorema 20, Propoſitio 22.

22 IN circulis quadrilaterorum exiſtentium anguli, qui ex oppoſito: duobus rectis ſunt æquales.

ORONTIVS. ¶ Sit in a/b/c/d/ circulo, quadrilaterum a/b/c/d. dico angulos qui ad a/& c, ſimiliter qui ad b/& d/ex oppoſito cõſtituũtur, duobus rectis coæquari. Connectantur enim a/c/& b/d/rectæ, per primùm poſtulatum. Triangulum eſt igitur a/b/c. Et quoniam angulo b/a/c, æquuseſt angulus c/d/b, per antecedentem vigesimamprimam huius tertij:sunt enim in eodem segmẽto b/a/d/c.Angulo rursum a/c/b,æqualis est angulus b/d/a,per eandem vigesimãprimam huius tertij: in eodẽ nanq; segmẽto consistunt a/d/c/b. Totus igitur qui sub a/d/c/cõtinetur angulus,binis angulis b/a/c/& a/c/b(nempe suis partibꝰ integralibus)coæquatur.Adijciatur vtrisq; æqualibus,cõmunis angulus a/b/c. duo igitur anguli a/b/c/& c/d/a, tribus angulis b/a/c,a/c/b,& c/b/a,ipsius a/b/c/ trianguli, sunt per secundam communem sententiam æquales.



Eisdem porrò tribus angulis eiusdẽ a/b/c/trianguli,duo recti sunt æquales anguli:omnis siquidem triãguli, tres interiores anguli binis sunt rectis æquales, per trigesimamsecundã primi.Qui igitur ex opposito sunt anguli a/b/c, & c/d/a, per primam communem sentẽtiam,sunt æquales duobus rectis.Nec dissimiliter ostẽdemus,quòd anguli b/a/d/& d/c/b,duobus itidem rectis coæquantur. Igitur in circulis quadrilaterorum existentiũ anguli,qui ex opposito:duobus rectis sunt æquales.Quod demonstrare oportebat.

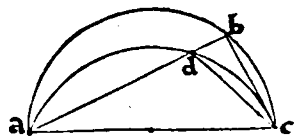
Θεώρημα κα, Πρόθεσις κγ.

Ἐπὶ τῆς αὐτῆς εὐθείας δύο τμήματα κύκλων ὅμοια καὶ ἄνισα,οὐ συσταθήσονται ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη.

Theorema 21, Propositio 23.

SVper eadem recta linea, duæ sectiones circulorum similes, & inæquales non constituentur ad easdem partes. 23

ORONTIVS. ¶Super eadem nanque recta linea a/c, binæ & inæquales circulorum sectiones, a/b/c/quidem maior,minor autem a/d/c, ad easdem partes b, d/constituantur.Dico ꝙ ipsæ sectiones nó sunt similes,& simul inæquales.Si enim id fuerit possibile: extendatur recta quædam linea a/d/b,quæ secet vtranq; sectionem, maiorem quidem in b,& ipsam minorẽ in d:& connectantur b/c,& c/d/rectæ,per primum postulatũ.Triangulum erit igitur b/c/d: cuius vnum latus b/d,producitur in a.exterior igitur angulus a/d/c,interiore & ex opposito c/b/d/maior est, per decimamsextam primi.



Quòd si segmentum a/d/c/,fuerit ipsi a/b/c/simile:æquus erit angulus a/d/c,eidem angulo c/b/d, per vltimam huius tertij diffinitionem.similes nanq; sectiones circuli sunt,quæ angulos æquos suscipiũt. Esset igitur angulus a/d/c,maior angulo c/b/d,atq; eidem æqualis:quod est impossibile. Super eadem itaq; recta linea,duæ sectiones circulorum similes,& inæquales non constituẽtur ad easdem partes.Quod ostendere fuerat operæpretium.

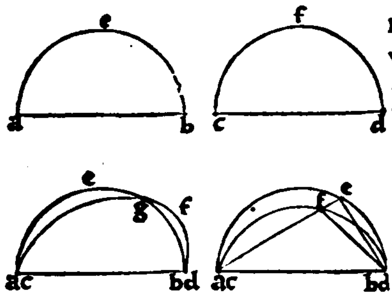
Θεώρημα κβ, Πρόθεσις κδ.

Τὰ ἐπὶ ἴσων εὐθειῶν ὅμοια τμήματα κύκλων,ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν

Theorema 22, Propositio 24.

SVper æqualibus rectis lineis similes circulorum sectiones constitutæ,sibi inuicem sunt æquales. 24

ORONTIVS. ¶Constituantur enim super æqualibus rectis lineis a/b,& c,d, similes circulorum sectiones a/e/b,& c/f/d.Dico ꝙ sectio a/e/b,sectioni c/f/d/ est æqualis.Comparatis nanque adinuicem ipsis a/e/b/& c/f/d/sectionibus, & puncto c/supra punctum a/ collocato, extensaq; recta linea c/d/in directum ipsius a/b:congruet punctum d, ipsi puncto b. quæ enim sunt æqualia, sibimetipsis conueniunt, per octauæ cõmunis ſententiæ conuerſionem. Conueniente autem recta c/d/ ipſi a/b, conueniet & c/f/d/ circunferentia ipſi a/e/ b: & illi conſequenter erit æqualis. Tunc enim ſuper eadem recta & communi linea a/b/vel c/d, duæ circulorum ſectiones conſtituentur ſimiles: igitur & æquales, per vigeſimam tertiam huius. Aequalis eſt igitur a/e/b/ipſi c/f/d. ❡ Quòd ſi non fueris contentus hac demonſtratione, & dixeris forſan circunferentiam c/ f/d, ipſi a/e/b/ minimè conuenire: tunc vel altera alteram ſecabit, vel vna cadet intra reliquam. Secent ſe primùm (ſi poſſibile ſit) in puncto g. Et quoniam ſe ſecant iam, in communibus pũctis a, b/vel c, d: ſecabunt ſeſe inuicẽ circuli, quorũ ſunt ſectiones, in pluribus duobus pũctis. quod per decimam huius tertij, eſt impoſſibile. Quòd ſi vna ceciderit intra reliquam, vtpote c/f/d/ intra a/e/b: idẽ quod in proxima ſequetur inconueniẽs, velut ex ipſa potes elicere figura. Exterior enim angulus qui ad f, trianguli e/f/b/ aut e/f/d, maior erit intrinſeco & ex oppoſito qui ad e, per decimãſextã primi: ac eidem æqualis, per ſimiliũ ſectionũ diffinitionẽ, quod non eſt poſſibile. Congruit itaque circunferentia c/f/d, ipſi a/e/b: quemadmodùm & recta c/d/ ipſi a/b. quæ autem ſibimetipſis conueniunt, æqualia ſunt adinuicem: per octauam cõmunem ſententiam. Aequalis eſt igitur ſectio a/e/ b, ipſi c/f/d. Igitur ſuper æqualibus rectis lineis, ſimiles circulorum ſectiones cõſtitutæ, ſibi inuicem ſunt æquales. Quod receperamus oſtendendum. Alia eiuſdem theorematis oſtenſio.



Πρόβλημα γ, Πρότασις κε.

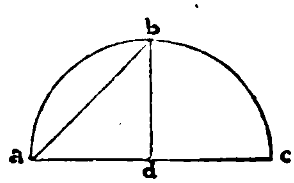
Κύκλου τμήματος δοθέντος, προσαναγράψαι τὸν κύκλον οὗπερ ἐστὶ τμῆμα.

Problema 3, Propoſitio 25.

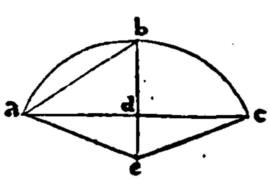
25 CIrculi ſectione data: deſcribere circulum, cuius eſt ſectio.

ORONTIVS. ❡ Eſto data circuli ſectio a/ b/ c, cuius centrum oporteat inuenire: hoc eſt, circulum cuius eſt ſectio deſcribere. Secetur itaque a/c/ recta bifariam in puncto d, per decimam primi. & per vndecimam eiuſdem primi, à puncto d/ ipſius a/c/ rectæ lineæ, perpendicularis excitetur d/b: & cõnectatur a/b/ recta, per primum poſtulatum. Triangulum erit igitur a/b/d: cuius angulus b/a/d, ipſi angulo d/b/a/ erit æqualis, aut eo minor, vel eodẽ angulo maior. Si æqualis (vt in hac prima figura) æqualis erit a/d, ipſi d/b, per ſextã primi. Eidem porrò a/d, æqualis eſt d/c, per conſtructionem: & d/b/ igitur ipſi d/c, per primam communem ſententiam erit æqualis. Tres itaque a/d, d/b, & d/c, erunt inuicem æquales. Cadẽt ergo à puncto d, in circũferentiã a/b/c, plures quàm duæ rectæ lineæ æquales: erit igitur punctum d, centrum circuli, cuius a/b/c/ eſt ſectio, per nonam huius tertij. ❡ At ſi angulus b/a/d, minor fuerit angulo d/b/a (vt in ſecunda figuræ diſpoſitione) cõſtituatur ad datum punctum a/ datæ rectæ lineæ a/b, dato angulo rectilineo d/b/a, æqualis angulus rectilineus b/a/e: per vigeſimamtertiam primi. Et quoniam trianguli a/ b/d, angulus qui ad d/ rectus eſt: igitur & qui ad b/ minor eſt recto, per trigeſimamſecundam primi. Angulo autẽ d/b/a, datus eſt æqualis b/a/e: & b/a/e/ igitur angulus recto minor eſt. incidit itaq; recta linea a/b, in a/e/ & b/d/ rectas, efficiens interiores &

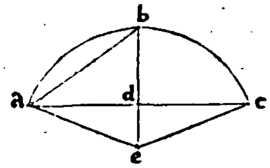
Prima huius oſtẽſionis differentia.



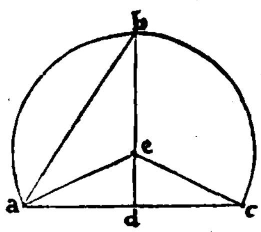
Secunda differentia.



in eadem parte angulos, duobus rectis minores: conuenient igitur a/e/& b/d/ in rectum productæ, per quintum postulatum. conueniāt ergo ad punctum e: & connectatur e/c/ recta, per primum postulatum. Cùm igitur angulus e/a/b, æquus sit angulo a/b/e: æqualis est a/e, ipsi e/b, per sextam primi. Rursum quoniam a/d, ipsi d/c/ est æqualis, & d/e/ vtrique communis: bina igitur latera a/d/ & d/e/ trianguli a/d/e, binis lateribus e/d/& d/c/ trianguli e/d/c, sunt æqualia alterū alteri: & æquales comprehendunt angulos, nempe rectos qui circa d. Basis igitur e/c, basi a/e, per quartam primi est æqualis. Eidem porrò a/e, æqualis ostensa est e/b: tres igitur a/e, e/b, & e/c, sunt adinuicem æquales. Quare rursum, ex nona huius tertij, punctum e/centrum erit circuli, cuius a/b/c/ est sectio. ¶Quòd si idem angulus b/a/d, maior extiterit ipso d/b/a: idem respondenter concludetur. Dato enim rursum angulo b/a/e, ipsi d/b/a, per vigesimam tertiam primi, æquali: cōcludemus (veluti suprà) ex sexta primi, e/b/ fore æqualem ipsi a/e: ac eidem a/e, ipsam e/c, per quartam ipsius primi, consequenter æquari. Et proinde punctum e, centrum erit circuli cuius a/b/c/ est sectio: per nonam huius tertij.



Tertia differentia.

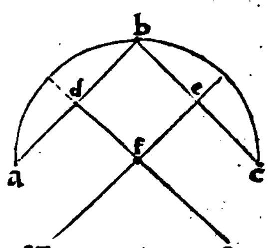


Corollarium.

¶Hinc fit manifestū, in semicirculo angulum b/a/d, fore æqualē ipsi d/b/a: in sectione autē semicirculo minore, minorē: & in maiore maiorē.

Alia & vniuersalior eiusdē problematis ostensio.

¶EST ET ALIVS modus vniuersalis inueniendi præfatū centrū, cuicunq; sectioni datæ indifferenter adcommodus. Assumantur itaque in data circunferentia siue sectione a/b/c, tria vtcunque contingentia puncta: sint'q; a, b, c. Connectantur deinde a/b, & b/c/ rectæ, per primum postulatum. vtraq; postmodùm bifariam diuidatur, per decimā primi: a/b/ quidem in puncto d, & b/c/ in puncto e. A punctis autem d/& e, in easdem a/b/& b/c, perpendiculares excitentur d/f/& e/f, per vndecimam eiusdem primi. Cùm igitur vterque angulorum b/d/f/& b/e/f/ sit rectus: recta quæ ex puncto d/ in pūctū e/ producetur, vtrūq; diuidet angulum. quæ cùm incidat in d/f/& e/f/ rectas, efficiet propterea interiores & in eadem parte angulos d/e/f/ & e/d/f/ duobus rectis minores. Cōcurrent igitur d/f/& e/f/ productæ, per quintum postulatum, & sese tandem intersecabunt in eodem puncto f. Et quoniam recta quædam linea d/f, quandam rectam lineam a/b, bifariam & ad rectos dispescit angulos: in ipsa igitur d/f/ est centrū circuli. & proinde in e/f/ recta, erit eiusdem circuli centrum: per corollarium primæ huius tertij. Est igitur cētrū circuli, cuius sectio est a/b/c, in puncto f, vtriq; & d/f/& e/f/ cōmuni. Data igitur circuli sectione a/b/c, describitur circulus cuius est sectio. Quod oportuit ostēdisse.



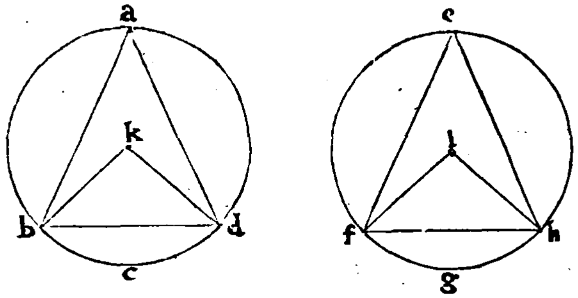
Θεώρημα κγ, Πρότασις κς.

Ἐν τοῖς ἴσοις κύκλοις αἱ ἴσαι γωνίαι ἐπὶ ἴσων περιφερειῶν βεβήκασι, ἐάν τε πρὸς τοῖς κέντροις, ἐάν τε πρὸς ταῖς περιφερείαις ὦσι βεβηκυῖαι.

Theorema 23, Propositio 26.

IN æqualibus circulis æquales anguli, in æqualibus circunferen- 26
tijs subtenduntur: etsi ad centra, etsi ad circunferentias deducti fuerint.

ORONTIVS. ¶Sint bini circuli a/b/c/d/ & e/f/g/h/ inuicem æquales: in quibus æquales deducantur anguli,ad eorum quidem centra k,l, anguli b/k/d,& f/l/h: ad circunferentias autem,b/a/d/& f/e/h.Dico quòd b/c/d/circunferẽtia,æqualis est f/g/h/circunferentiæ.Connectantur enim in primis b/d/& f/h/rectæ, per primum postulatũ.Et quoniam per hypothesin circuli a/b/c/d/& e/f/g/h/sunt inuicẽ æquales:quæ igitur ex eorum centris prodeũt rectæ lineæ,sunt æquales adinuicem, per primã huius tertij diffinitionem.Duæ igitur b/ k/ & k/ d/ trianguli b/k/d, duabus f/l/& l/h/triãguli f/l/h/ sũt æquales altera/alteri: & æquos inuicẽ, qui ad k/& l/cõprehẽdunt angulos.Basis itaq; b/d,basi f/h, per quartã primi est æqualis. Rursum quoniã angulus qui ad a,æquus est angulo qui ad



e,similis est sectio b/a/d,sectioni f/e/h,per decimam huius tertij diffinitionẽ: & super æqualibus rectis cõsistunt b/d/& f/h. Aequalis est igitur sectio b/a/d,ipsi f/e/h: super æqualibus enim rectis lineis similes circulorum sectiones constitutæ, sibi inuicem sunt æquales,per vigesimamquartam huius tertij. Atqui totus a/b/c/d/ circulus,toti e/f/g/h/circulo est æqualis.si ab æqualibus autem circulis, æquales auferantur circunferentiæ:quæ relinquentur æquales erunt,per tertiam cõmunem sententiam. Aequalis est igitur circunferentia b/c/d,ipsi f/g/h. In æqualibus ergo circulis:&c.vt in theoremate.Quod demonstrandum fuerat.

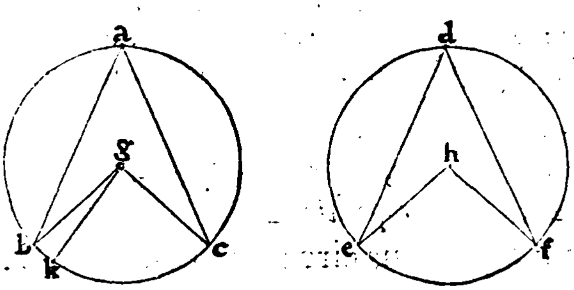
Θεώρημα κδ', Πρότασις κζ.

Ἐν τοῖς ἴσοις κύκλοις, αἱ ἐπὶ ἴσων περιφερειῶν βεβηκυῖαι γωνίαι, ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν, ἐάν τε πρὸς τοῖς κέντροις, ἐάν τε πρὸς ταῖς περιφερείαις ὦσι βεβηκυῖαι.

Theorema 24, Propositio 27.

27 IN æqualibus circulis,anguli qui super æquales circunferentias deducuntur, sibi inuicem sunt æquales: etsi ad centra, etsi ad circunferentias fuerint deducti.

ORONTIVS. ¶Hæc est cõuersa præcedentis.Sint ergo in circulis æqualibus a/b/c/& d/e/f,super æqualibus circunferẽtijs b/c/& e/f,anguli b/g/c/& e/h/f,ad eorum centra g, h: ad circunferentias autem b/a/c/& e/d/f. Aio quòd angulus qui ad g,æquus est angulo qui ad h:necnon qui ad a,æqualis ei qui ad d. In primis enim, si angulus b/g/c/angulo e/h/f/nõ fuerit æqualis:alter eorum erit maior. Esto maior (si possibile sit)b/g/c:&ad datam rectam lineam g/c, ad datũmq; in ea punctum g, dato angulo rectilineo e/h/f,æqualis angulus rectilineus constituatur k/g/c,per vigesimamtertiam primi. Maior erit itaque angulus b/g/c, ipso k/g/c/angulo: incidétque propterea recta g/k,inter b/g/ & g/c/rectas, & proinde secabit circũferentiã k/c/ipsa b/c/ minorẽ.At quoniã in circulis æqualibus æquales anguli, in æqualibus circunferẽtijs subtẽduntur,per antecedentẽ vigesimamsextã propositionem:æqualis erit circunferentia k/c,ipsi e/f. Eidem porrò Cõuersa præcedentis,26.



circunferentiæ e/f, æqualis est per hypothesin circunferentia b/c.& b/c/ igitur circunferentia, ipsi k/c, per primam communem sententiam erit æqualis: maior videlicet minori, totúmve suæ parti. quod per nonam cõmunẽ sententiã est impossibile. Non est igitur angulus b/g/c, maior ipso e/h/f: similiter ostendemus, quòd neq; minor. Est igitur æqualis. Et quoniam per vigesimam huius tertij, angulus b/a/c, dimidius est eius qui ad centrum g: necnon & e/d/f/ angulus, illius qui ad centrum h/ dimidius. quæ autẽ eiusdem vel æqualium sunt dimidiũ, æqualia sunt adinuicem: per septimam communem sententiã. Et angulus igitur b/a/c, angulo e/d/f/ est æqualis. In æqualibus ergo circulis, anguli qui super æquales circunferentias: & quæ sequuntur reliqua. Quod erat ostendendum.

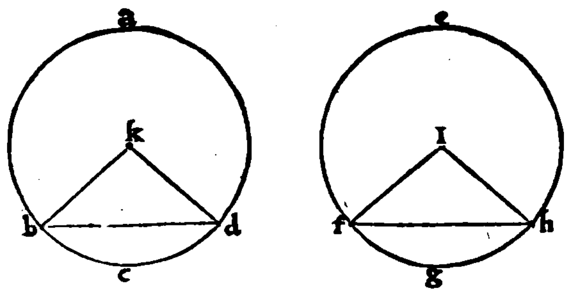
Θεώρημα κε, Πρόθεσις κη.

Ἐν τοῖς ἴσοις κύκλοις αἱ ἴσαι εὐθεῖαι, ἴσας περιφερείας ἀφαιροῦσι. τὴν μὲν μείζονα, τῇ μείζονι: τὴν δὲ ἐλάττονα, τῇ ἐλάττονι.

Theorema 25, Propositio 28.

IN æqualibus circulis æquales rectæ lineæ, æquales circunferentias auferunt: maiorem maiori, minorem autem minori. 28

ORONTIVS. ¶Sint bini circuli a/b/c/d/ & e/f/g/h/ inuicem æquales, quorum centra k, l: in ipsis verò æqualibus circulis, æquales sint rectæ lineæ b/d, & f/h, auferentes circunferentes b/a/d/ quidem & f/e/h maiores, minores autem b/c/d/ & f/g/h. Aio quòd circunferentia b/a/d, circunferentiæ f/e/h/ est æqualis: necnon & b/c/d, ipsi f/g/h. Connectantur enim b/k/ & k/d, atque f/l/ & l/h/ rectæ, per primũ postulatum. Cũ igitur ex hypothesi circuli a/b/c/ d/ & e/ f/ g/ h/ sint æquales: & æquales quoq; adinuicẽ erunt quæ ex eorum cẽtris deducẽtur lineæ rectæ, per primam huius tertij diffinitionem. Duæ itaq; b/k/ & k/ d/ trianguli b/k/d, binis f/ l/ & l/h/ trianguli f/l/h, sunt æquales altera alteri: basis quoq; b/c, basi f/h, per hypothesin æqualis.



Angulus igitur b/k/d, angulo f/l/h, per octauam primi est æqualis. In æqualibus porrò circulis æquales anguli, & ad centra deducti, in æqualibus circunferentijs subtenduntur: per allegatam vigesimamsextam huius tertij. Et b/c/d/ igitur circunferentia, ipsi f/g/h/ circunferẽtiæ est æqualis. Atqui totus a/b/c/d/ circulus, toti e/f/g/h/ circulo per hypothesin æquatur: & si ab æqualibus circulis æquales auferantur circunferentiæ, quæ relinquentur æquales erunt, per tertiam communem sententiam. Reliqua igitur circunferentia b/a/d, reliquæ f/e/h/ est æqualis. Igitur in circulis æqualibus æquales rectæ lineæ, æquales circũferentias auferunt: maiorem maiori, minorẽ autem minori. Quod demõstrare fuerat operæpretium.

Θεώρημα κς, Πρόθεσις κθ.

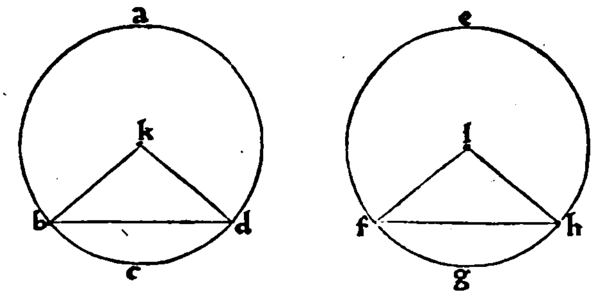
Ἐν τοῖς ἴσοις κύκλοις ὑπὸ τὰς ἴσας περιφερείας, ἴσαι εὐθεῖαι ὑποτείνουσι.

Theorema 26, Propositio 29.

IN æqualibus circulis: sub æqualibus circunferẽtijs, æquales rectæ lineæ subtenduntur. 29

Cõuersa proximæ. 28.

ORONTIVS. ¶Hæc est conuersa proximè antecedentis propositionis. Sint igitur rurſum æquales circuli a/b/c/d/& e/f/g/h, quorum cētra k, l: ſintq; in eiſdem circulis, b/c/d/& f/g/h/circūferentiæ inuicem æquales. Dico quòd connexæ b/d/& f/h/rectæ lineæ, æquales ſunt adinuicem. Producātur enim ex centro k, rectæ lineæ b/k/& k/d: necnon ex centro l, rectæ lineæ f/l/& l/h, per primum poſtulatū. Et quoniam ex hypotheſi circunferentia b/c/d/æqualis eſt circunferentiæ f/g/h: æqualis eſt propterea angulus b/k/d/ angulo f/l/h, per vigeſimamſeptimam huius tertij. Rurſum quoniam dati circuli per hypotheſin ſunt inuicem æquales: & quæ ex eorum centris igitur k/ & l, per primam huius diffinitionem ſunt æquales. Aequales itaque inuicem ſunt b/k, k/ d, f/l, & l/h. Triangula ergo b/k/ d/ & f/l/h, habent duo latera duobus lateribus æqualia alterum alteri: & contentos ſub æquis lateribus angulos inuicem æquales. Baſis igitur b/d, baſi f/ h, per quartam primi eſt æqualis. In æqualibus ergo circulis, ſub æqualibus circunferētijs, æquales rectæ lineæ ſubtenduntur. Quod oportuit demonſtraſſe.



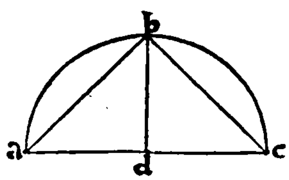
Πρόβλημα δ', Πρόθεσις λ.

Τὴν δοθεῖσαν περιφέρειαν δίχα τέμνειν.

Problema 4, Propoſitio 30.

30 DAtam circunferentiam bifariam diſcindere.

ORONTIVS. ¶Eſto data circūferentia a/b/c: quam oporteat bifariam diſcindere. Connectatur ergo recta linea a/c, per primū poſtulatum: quæ bifariam ſecetur in puncto d, per decimam primi. Et per vndecimam eiuſdem primi, à dato puncto d, datæ rectæ lineæ a/c, ad angulos rectos excitetur d/b: connectanturq; a/b/& b/c/lineæ rectæ, per primum poſtulatum. Cùm igitur a/d/ipſi d/c/ſit æqualis, & d/b/vtriq; communis: bina itaq; latera a/d/& d/b/trianguli a/d/b, duobus lateribus b/d/& d/c/trianguli b/d/c/ſunt æqualia alterum alteri: & æquos inuicem comprehendunt angulos, nempe rectos. Baſis igitur/a/b, baſi b/c, per quartam primi eſt æqualis. Aequales porrò lineæ in eodē circulo, æquales circunferentias auferunt, maiorem maiori, minorem autem minori, per vigeſimamoctauā huius tertij. Aequalis eſt ergo a/b/ circunferentia, ipſi b/c. Data itaq; circunferentia a/b/c, bifariam diſcinditur in puncto b. Quod facere oportebat.



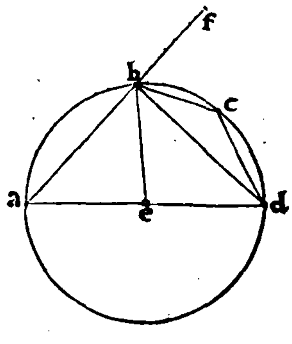
Θεώρημα κζ, Πρόθεσις λα.

Ἐν κύκλῳ, ἡ μὲν ἐν τῷ ἡμικυκλίῳ γωνία, ὀρθή ἐστιν: ἡ δὲ ἐν τῷ μείζονι τμήματι, ἐλάττων ὀρθῆς: ἡ δὲ ἐν τῷ ἐλάττονι, μείζων ὀρθῆς. καὶ ἔτι ἡ μὲν τοῦ μείζονος τμήματος γωνία, μείζων ἐστὶν ὀρθῆς: ἡ δὲ τοῦ ἐλάττονος τμήματος γωνία, ἐλάττων ἐστὶν ὀρθῆς.

Theorema 27, Propoſitio 31.

31 INn circulo, angulus qui in ſemicirculo eſt, rectus eſt: qui autem in maiori ſegmento, minor recto: qui verò in minori ſegmento, maior eſt recto. Et inſuper angulus maioris ſegmēti, recto quidem maior eſt: minoris autem ſegmenti angulus, minor eſt recto.

ORONTIVS. ¶Sit datus circulus a/b/c/d: cuius centrum e, dimetiens verò a/d: deſcriptus autem in ſemicirculo angulus, ſit a/b/d. & ſuſcipiatur in eodem circulo contingens aliquod punctum, ſitq; illud c: & per primum poſtulatum, connectantur rectæ lineæ b/c, b/e, & c/d. Dico primùm, quòd angulus a/b/d/ rectus eſt. Extendatur enim, per ſecundum poſtulatum, a/b/ recta in directum, verſus f. Cùm igitur æqualis ſit a/e, ipſi e/b, per circuli diffinitionem: æquus erit angulus e/a/b, ipſi angulo a/b/e, per quintam primi. Et proinde æqualis eſt angulus e/b/d, ipſi angulo b/d/e: æqualis ſiquidẽ eſt e/b/ recta ipſi e/d, per eandẽ circuli diffinitionẽ. Totus itaq; angulus a/b/d, binis angulis b/a/d/ & a/d/b/ eſt æqualis. Eiſdem porrò angulis b/a/d/ & a/d/b, æquus eſt exterior angulus d/b/f, per trigeſimã ſecundã primi. Duo itaque anguli a/b/d/ & d/b/f, eiſdem angulis b/a/d/ & a/d/b/ ſunt æquales: igitur & æquales adinuicem, per primam communem ſententiam. Recta igitur b/d/ incidẽs ſuper a/f, efficit vtrobique angulos adinuicem æquales: ergo rectos, per decimam ipſius primi diffinitionem. Rectus eſt igitur angulus a/b/c/ in dato conſiſtens ſemicirculo. ¶Dico inſuper quòd angulus qui ad a/ exiſtens in maiori ſegmento b/ a/ d, recto minor eſt. Trianguli ſiquidem a/b/d/ tres anguli, binis rectis per trigeſimamſecundam primi ſunt æquales. Rectus eſt autem qui ad/b (veluti nunc oſtendimus) reliqui igitur qui ad a, & qui ad d, vni recto ſunt æquales: & proinde vterque recto minor. ¶Aio conſequenter quòd & angulus qui ad c/ in ſegmento b/c/d/ ſemicirculo minori, maior eſt recto. Nam a/b/c/d/ quadrilaterũ eſt, & in dato conſiſtens circulo. In circulis porrò quadrilaterorum exiſtentium, anguli qui ex oppoſito duobus rectis ſunt æquales, per vigeſimamſecundam huius tertij. Qui igitur ad a/ & c/ exiſtunt anguli, binis rectis ſunt æquales. Angulus porrò qui ad a, recto minor oſtenſus eſt: igitur & qui ad c, hoc eſt ſub b/c/d/ cõtinetur angulus, recto maior eſt. ¶Dico tandem, quòd angulus maioris ſegmenti b/a/d, vtpote a/b/c/d, ſub a/b/ recta, & circunferentia b/c/d, cõprehenſus, maior eſt recto. Minoris autẽ ſegmenti angulus, veluti c/b/d, ſub eadem b/c/d/ circunferentia & recta b/d/ comprehenſus, recto minor eſt. Anguli enim rectilinei a/b/d/ & d/b/f/ recti ſunt: caditq; b/d/ recta intra datum circulum, per ſecundam huius tertij. Eadem itaq; recta b/d, diuidit ipſum angulum ſub a/b/ recta, & b/c/d/ circũferentia comprehenſum: & proinde rectus angulus a/b/d, eiuſdem anguli ſub a/b/ recta & circunferentia b/c/d/ comprehenſi ſit pars. Omne porrò totum, eſt ſua parte maius, per nonam cõmunem ſententiam. Datus igitur ſegmenti maioris angulus, ſub a/b/ recta, & b/c/d/ circunferentia contentus, recto maior eſt. ¶Rurſum, quoniam recta b/d, cadit intra datum circulum, & b f/ extra: diuidit itaq; circunferentia b/c/d, ipſum angulum rectum d/b/f. Et proinde datus angulus ſub b/d/ recta/ & eadem circunferentia b/c/d/ comprehẽſus, pars eſt ipſius anguli recti d/b/f. Omnis autem pars minor eſt toto, per ipſius nonæ communis ſententiæ conuerſionem. Angulus igitur ſegmenti minoris, ſub d/b/ recta & b/c/d/ circunferentia comprehenſus, minor eſt recto. In circulo itaq; angulus qui in ſemicirculo eſt: & quæ ſequuntur reliqua. Quod oportebat oſtendere.



Prima theorematis pars.

Pars ſecũda.

Pars tertia.

Quarta eiuſdẽ theorematis pars.

Pars quinta & vltima.

Corollarium primum.

¶Ex hac, & decimaſexta huius tertij propoſitione ſit manifeſtum, quòd tametſi in mixtis angulis, ſub recta linea & circuli circunferentia comprehenſis, detur minor atque maior recto: nunquàm tamen dabitur æqualis.

Corollarium secundum.

¶Sequitur etiam ex huiusce propositionis demonstratione, quòd in triangulis angulus qui reliquis duobus æquatur, rectus est. ¶ Et quando vtrobique cõsistentes anguli, eisdem angulis fuerint æquales: vterq; æqualium angulorum rectus erit.

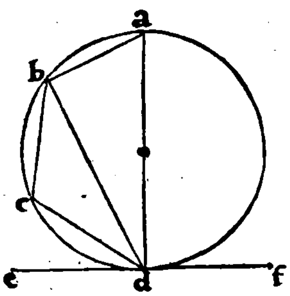
Θεώρημα κη, Πρόθεσις λβ.

Ἐὰν κύκλου ἐφάπτηταί τις εὐθεῖα, ἀπὸ δὲ τῆς ἁφῆς εἰς τὸν κύκλον διαχθῇ τις εὐθεῖα τέμνουσα τὸν κύκλον, ἃς ποιεῖ γωνίας πρὸς τῇ ἐφαπτομένῃ, ἴσαι ἔσονται ταῖς ἐν τοῖς ἐναλλὰξ τοῦ κύκλου τμήμασι γωνίαις.

Theorema 28, Propositio 32.

32 SI circulum tetigerit aliqua recta linea, à contactu autem extendatur quædam recta linea circulum dispescẽs: anguli quos efficit ad tangẽtem, æquales sunt eis, qui alterni in circuli segmentis consistunt, angulis.

ORONTIVS. ¶Esto enim circulus a/b/c/d, quem tangat recta linea e/f/in puncto d: à cõtactu autem d, extendatur recta quædam linea d/b, dispescẽs datum circulum a/b/c/d. Aio quòd angulus b/d/e, æqualis est angulo qui in segmento b/a/d: & angulus b/d/f, ei qui in segmento b/c/d/ itidem æqualis. In primis enim, aut b/d/recta super rectam e/f/ad rectos incidet angulos: aut non. Si ad rectos inciderit angulos: ea transibit per centrum, efficietúrque dimetiẽs ipsius a/b/c/d/circuli, per decimamnonam huius tertij. Qui autem in vtroq; semicirculo cõsistet angulus, rectus erit, per antecedentẽ trigesimamprimã ipsius tertij. hinc per quartum postulatũ, vterque rectus qui circa d, vtrique recto in alternis semicirculis constituto erit æqualis. ¶Sed esto d/b/minimè perpendicularis super e/f: & per vndecimã primi, à dato puncto d, datæ rectæ lineæ e/f, perpendicularis excitetur a/d. Sumatur præterea in b/d/circũferentia punctum aliquod, sitq; illud c: & per primum postulatum, connectãtur rectæ a/b, b/c, atque c/d. Cùm igitur ex hypotesi, recta linea e/f, tangat ipsum a/b/c/d/ circulum, à contactu autem d, ipsi tangẽti e/f/ad rectos angulos excitata est a/d: transit igitur a/d/ recta per centrum, fitq; dimetiẽs ipsius a/b/c/d/circuli, per decimãnonã huius tertij. Triãguli igitur a/b/d, angulus qui ad b/in ipso existens semicirculo, per antecedentẽ trigesimãprimã huius tertij, rectus est: reliqui itaq; anguli a/d/b/& b/a/d, vni recto, per trigesimamsecundam primi, sunt æquales. Angulus porrò a/d/e, rectus est: qui igitur sub a/d/b/& b/a/d/cõtinentur anguli, ipsi angulo a/d/e/sunt æquales. vtriq; autẽ æqualiũ, cõmunis est a/d/b: reliquus igitur b/d/e, reliquo b/a/ d(qui alternus in b/a/d/ segmento consistit) angulo, per tertiam communem sententiam est æqualis. Rursum quoniã anguli b/d/e/& b/d/f, duobus rectis, per decimamtertiam primi, sunt æquales: eisdẽ quoq; duobus rectis, æquales sunt qui in a/b/c/d/ quadrilatero, ex opposito consistunt anguli b/a/d/& b/c/d, per vigesimamsecundam huius tertij. Et anguli igitur b/a/d/& b/c/d, ipsis angulis b/d/e/& b/d/f, sunt per primam communem sententiã æquales: quorum alter, vtpote b/a/d, alteri b/d/e/æqualis præostensus est. Reliquus igitur angulus b/d/f, reliquo & alterno b/c/d, per tertiam communem sententiam coæquatur. Si circulum igitur tetigerit aliqua recta linea: &c. vt in theoremate. Quod receperamus ostendendum.



Quãdo dispescẽs orthogonalis est adtãgentem.

Quando extensa non est orthogonalis cum tãgente circulum.

Πρόβλημα ε, Πρόθεσις λγ.

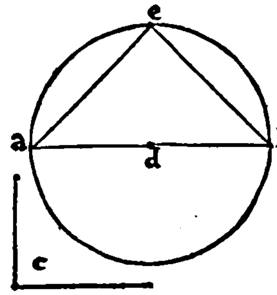
Ἐπὶ τῆς δοθείσης εὐθείας γράψαι τμῆμα κύκλου δεχόμενον γωνίαν ἴσην, τῇ δοθείσῃ γωνίᾳ εὐθυγράμμῳ.

Problema 5, Propositio 33.

SVper data recta linea, describere sectionem circuli, capientem 33
angulum æqualem dato angulo rectilineo.

ORONTIVS. ¶ Sit data recta linea a/b, datus porrò angulus rectilineus qui ad c/sit'q; receptum describere circuli sectionem, quæ capiat angulum ipsi dato angulo c/æqualem. Datus itaq; angulus, aut erit rectus, aut acutus, vel obtusus. Esto primũ rectus, vt in prima figura. Secetur ergo ipsa a/b/ recta linea bifariam, per decimam primi, in puncto d: & centro d, interuallo autem d/a, vel d/b, circulus describatur a/e/b, per tertium postulatum. Sumatur deinde contingens aliquod punctum in alterutro semicirculo, sit'q; illud e: & cõiungantur a/e/& e/b/lineæ rectæ, per primũ postulatum. Et quoniã semicirculus est a/e/b: angulus igitur qui ad e, per trigesimamprimã huius tertij rectus est, & ipsi propterea angulo c, per quartum postulatum æqualis. Descriptus est itaque super a/b/recta, semicirculus a/e/b, suscipiẽs angulum qui ad e, dato angulo c/æqualem.

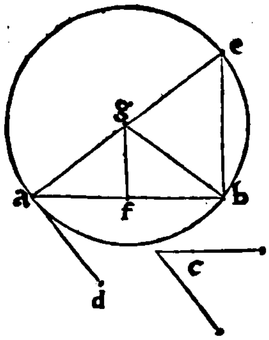
Quando datus angulus rectus est.



Cùm datꝰ angulꝰ est acutꝰ

Partiũ figuræ præparatio.

¶ Sit autem ipse datus angulus c/acutus, velut in secunda figuræ descriptione. Ad datam itaq; rectam lineam a/b, datúmq; in ea punctum a, dato angulo rectilineo c: æqualis angulus rectilineus constituatur b/a/d, per vigesimamtertiã primi. Erit igitur angulus b/a/d/ acutus: & proinde a/b, super ipsam a/d/non est perpendicularis. Excitetur ergo per vndecimam primi, à dato puncto a/datæ rectæ lineæ a/d, perpendicularis a/e: diuidatúrq; ipsa a/b/recta bifariã in puncto f, per decimam ipsius primi. & per vndecimã eiusdem primi, à dato puncto f, ipsi a/b/ rectæ lineæ ad angulos rectos excitetur f/g. Conuenient itaq; a/e/& f/g, per quintum postulatũ: interiores enim & in eadem parte anguli a/f/g/& g/a/f, binis rectis sunt minores. cõueniant igitur ad punctum g: & cõnectatur b/g/recta, per primũ postulatum. Cùm igitur a/f/ipsi f/b/sit æqualis, & vtriq; cõmunis f/g: duæ igitur a/f/& f/g/trianguli a/f/g, duabus g/f/& f/b/trianguli g/f/b, sunt æquales altera alteri. & æquos inuicẽ capiũt angulos: nempe rectos, qui circa f. Basis igitur a/g, basi g/b, per quartam primi est æqualis. Centro itaq; g, interuallo autem g/a/vel g/b, circulus describatur a/e/b, per tertium postulatum. transibit ergo circulus a/e/b, per ipsius a/b/limites. Extensa igitur a/e/recta, per secundum postulatum, in circunferentiam ipsius circuli: cõnectatur recta b/e, per primum postulatum.



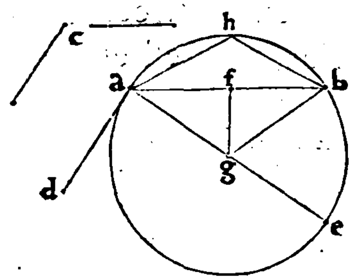
Resolutio demõstrationis.

Et quoniam a/d/recta, ab a/puncto ipsius a/e/ dimetientis extremitate, ad rectos est angulos: tangit igitur a/d/ipsum a/e/b/ circulum, per corollarium decimæsextæ huius tertij. Rursum, quoniam recta quædam linea a/d, tangit ipsum a/e/b/ circulum, à contactu autem extensa est recta quædam linea a/b/circulum dispescens: angulus igitur qui ad e/ consistens in alterno segmento a/e/b, angulo b/a/d/quem facit extensa a/b/cum tangente a/d, per trigesimamsecundã huius tertij est æqualis. Eidem porrò b/a/d, æquus est angulus c, per constructionem. Angulus igitur qui ad e, dato angulo c, per primã communẽ sentẽtiam est æqualis.

Super data itaq; recta linea a/b,descriptum est circuli segmentum a/e/b,suscipiens angulum qui ad e,dato angulo c/æqualem. ¶ Quòd si datus angulus c/fuerit obtusus:haud dissimili via propopositionis intentum perficietur. Dato enim rursum angulo b/a/d,ipsi angulo c/æquali,per vigesimãtertiã primi:& a/b/ recta diuisa bifariam in puncto f/per decimã,excitatáq; perpendiculari f/g/ per vndecimã eiusdem primi: conuenient rursum a/e/ & f/g/ in rectum extensæ,per quintum postulatum (anguli enim a/f/g/& g/a/f/ sunt minores duobus rectis)conueniant ergo ad punctum g.& sumpto puncto h,prout in a/b/circunferentia contigerit:cónectantur a/h,h/b,& b/g/lineæ rectæ, per primũ postulatum. Cùm igitur a/f/sit æqualis f/b,& f/g/vtriq; communis:duo latera a/f/ & f/g/ trianguli a/f/g, duobus lateribus g/f/ & f/b/ trianguli g/f/b, sunt æqualia alterũ alteri:& æquales inuicem continent angulos, vtpote rectos qui circa punctũ f. Basis igitur a/g,basi g/b, per quartã primi est æqualis. Centro itaque g,interuallo autẽ g/a/vel g/b,describatur a/e/b/circulus,per tertium postulatũ. trãsibit ergo circulus ipse,per limites datæ rectæ lineæ a/b. Hinc rursum quoniam recta a/d/ab extremitate dimetientis a/e/ad rectos excitata est angulos: tangit igitur a/d/ipsum a/e/b/circulum,per corollarium decimæsextæ huius tertij. Item quoniam a/d/recta tangit a/e/b/circulum,à cótactu autem extensa est a/b/recta,circulum dispescens:angulus igitur qui ad h/consistẽs in alterno circuli segmento a/h/b,angulo b/a/d/sub contingente d/a/& extensa a/b/comprehenso,per trigesimamsecundam huius tertij est æqualis. Eidem quoq; angulo b/a/d,æquus est per constructionem angulus qui ad c. Qui igitur ad c/& h/puncta consistunt anguli,per primam communem sententiam,sunt inuicem æquales. Itaq; super data recta linea a/b,describitur sectio circuli a/h/b/capiens angulũ qui ad h/æqualem dato angulo rectilineo qui ad c. Quod facere oportebat.

Quãdo idem angulus dat⁹ est obtusus.

Resolutio demõstrationis priori similis.



Πρόβλημα ϛ, Πρόθεσις λδ.

Ἀπὸ τοῦ δοθέντος κύκλου, τμῆμα ἀφελεῖν δεχόμενον γωνίαν ἴσην τῇ δοθείσῃ γωνίᾳ εὐθυγράμμῳ.

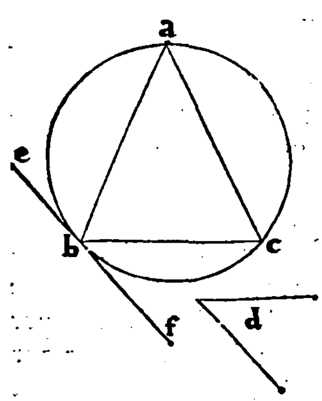
Problema 6, Propositio 34.

34 A Dato circulo,segmentum abscindere,capiẽs angulum æqualem dato angulo rectilineo.

ORONTIVS. ¶ Sit datus circulus a/b/c: à quo oporteat segmẽtum abscindere,capiens angulum æqualem dato angulo qui ad d. A dato igitur puncto e, ducatur recta linea e/f/contingẽs ipsum a/b/c/circulum in puncto b,per decimamseptimam huius tertij.& ad datã rectam lineam b/f, datũmq; in ea punctum b,dato angulo rectilineo qui ad d,æqualis angulus rectilineus constituatur c/b/f, per vigesimãtertiam primi.& per primũ postulatum, coniungantur a/b/ & a/c/ lineæ rectæ comprehendentes angulum qui ad a. Cùm igitur recta quædã linea b/f/tangat circulũ a/b/c,& à contactu b/alia quædã linea recta b/c/ extensa est,circulum dispescẽs: angulus igitur qui ad a/ existens in alterno segmẽto b/a/c,æquus est ipsi angulo c/b/f,quem efficit recta b/c/cum tangẽte b/f, per trigesimamsecundam huius tertij. Eidem porrò c/b/f/angulo,æquus est per cõstructionem angulus d. Est igitur sub b/ a/ c/ contentus

Constructio figuræ.

Demõstratio problematis.



angulus, æqualis ipſi angulo d, per primam communem ſententiam. A dato itaque circulo a/b/c, ſegmentum abſcinditur b/a/c, capiens angulum qui ad a/æqualem dato angulo rectilineo d. Quod oportuit feciſſe.

Θεώρημα κθ, Πρότασις λε.

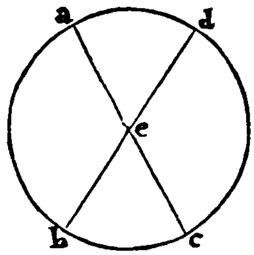
Ἐὰν ἐν κύκλῳ δύο εὐθεῖαι τέμνωσιν ἀλλήλας, τὸ ὑπὸ τῶν τῆς μιᾶς τμημάτων περιεχόμενον ὀρθογώνιον, ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν τῆς ἑτέρας τμημάτων περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ.

Theorema 29, Propoſitio 35.

SI in circulo duæ rectæ lineæ ſe adinuicem ſecuerint: rectangu- 35
lum comprehenſum ſub ſectionibus vnius, æquũ eſt ei quod ſub ſegmentis alterius comprehenditur rectangulo.

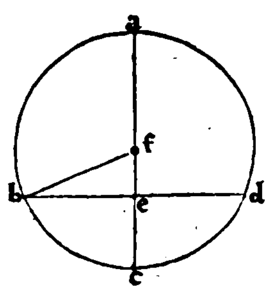
ORONTIVS. ¶ In dato enim circulo a/b/c/d, binæ rectæ lineæ a/c/& b/d, ſe inuicem ſecent in puncto e. Aio quòd rectangulum comprehenſum ſub a/e/& e/c, æquum eſt comprehenſo ſub b/e/& e/d/rectangulo. In primis itaq; , vel vtraque linearum tranſit per centrum circuli, vel vna tantùm, aut neutra. Tranſeat primùm vtraque per centrum e, vt in prima figura. Erunt igitur, per decimamquintam diffinitionem primi, a/e, e/c, b/e, & e/d/inuicem æquales: nempe eiuſdẽ circuli ſemidiametri. Quod igittur ſub a/e/in e/c/ fit rectangulum, æquum eſt ei, quod ſub b/e/& e/d/ continetur rectangulo, per corollarium quadrageſimæſextæ primi libri: ſunt enim ambo rectangula quadrata, & ſub æqualibus rectis cõprehenſa.

Prima linearũ ſeſe inuicẽ ſecãtiũ diſpoſitio.



¶ Sed iã altera tantũmodò linearum, vtpote a/c, tranſeat per centrũ, quod ſit f: ſecétq; reliquam b/d/in eodem puncto e. Secabit igitur a/c, ipſam b/d/in duo æqualia, vel in duo nõ æqualia. Secet primùm bifariam: & ad rectos igitur eam ſecabit angulos, per tertiam huius tertij. Connectatur ergo recta b/f, per primum poſtulatum. Rectãgulum erit itaq; triangulum b/e/f. Et quoniam recta a/c/ſecatur in æqualia in puncto f, & in non æqualia in puncto e: quod igitur ſub a/e/& e/c/ continetur rectangulum, vnà cum quadrato quod ex e/f, æquum eſt ei, per quintam ſecundi, quod ab f/c/fit quadrato. Ei porrò quod ab f/c/fit quadrato, æquum eſt id quod ex b/f, per corollariũ quadrageſimæſextæ primi: æqualis ſiquidem eſt b/f/ipſi f/c. Comprehẽſum igitur ſub a/e/& e/c/ rectangulum vnà cum quadrato quod ex e/f: æquum eſt quadrato quod fit ex b/f. Quadrato autem quod fit ex b/f, æqualia ſunt per quadrageſimamſeptimã primi, quæ ex b/e/& e/f/deſcribuntur quadrata. Cõprehenſum itaq; ſub a/e/& e/c/rectangulum, vnà cum quadrato quod fit ex e/f: æquum eſt quadratis quæ fiũt ex b/e/& e/f. Ablato igitur communi quadrato quod ex e/f: reliquum ſub a/e/& e/c/ comprehenſum rectãgulum: æquum erit, per tertiam communem ſententiã, reliquo quod ex b/e/deſcribitur quadrato. Quod autem ex b/e/ fit quadratum, idem eſt quod ſub b/e & e/d/comprehenſum rectangulum: eſt enim per hypotheſin b/e/ipſi e/d/æqualis. Comprehenſum igitur ſub a/e/& e/c/rectangulũ, æquũ eſt rectangulo, quod ſub b/e/& e/d/continetur.

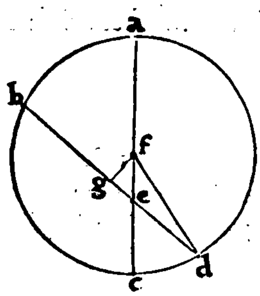
Secũda linearũ ſupradictarũ diſpoſitio.



¶ Quòd ſi a/c/per f/ centrum educta, ipſam b/d/non ductam per centrũ ſecuerit inæqualiter: idem non minus facilè concludetur. A dato enim puncto f, in ipſam b/d, perpendicularis ducatur f/g, per duodecimam primi: & connectatur f/d, per primũ poſtulatum. Cùm igitur f/g/per centrum educta, ipſam b/d/non ductam per centrum ad rectos diuidat angulos: &

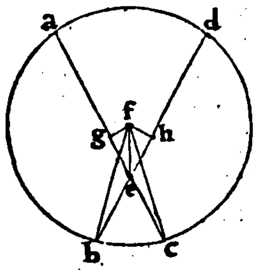
Earundem linearum diſpoſitio tertia.

ipſam quoq; bifariam diſpeſcet, per tertiã huius. Aequalis erit igitur b/g/ ipſi g/d: & triangula f/g/d, atque f/g/e/ rectangula. Et quoniam recta a/c/ bifariam ſecatur in puncto f, & in nõ æqualia in puncto e: quod igitur ſub a/e/ & e/c/ continetur rectãgulum, vnà cum quadrato quod ex e/f, æquum eſt ei quod ex f/c/ deſcribitur quadrato, per quintam ſecundi. Quadrato autem quod ex f/c, æquũ eſt id quod fit ex f/d: æqualis ſiquidem eſt f/c/ ipſi f/d, per decimãquintam ipſius primi diffinitionem. Quadrato rurſum quod ex e/ f, æqualia ſunt deſcripta ex f/g/ & g/ e/ quadrata, per quadrageſimãſeptimã eiuſdem primi. Comprehenſum igitur ſub a/e/ & e/c/ rectangulum, vnà cum deſcriptis ex f/g/ & g/e/ quadratis: æquũ eſt quadrato quod fit ex f/d. Quadrato inſuper quod fit ex f/d, æqualia ſunt quæ ex f/g/ & g/d/ fiũt quadrata, per eandem quadrageſimamſeptimam primi. Quod igitur



ſub a/e/ & e/c/ continetur rectangulum, vnà cũ quadratis quæ ex f/g/ & g/e: æquũ eſt eis, quæ ex f/g/ & g/d/ fiunt quadratis. Subducto igitur quod ex f/g, vtriſq; communi: reliquum ſub a/e/ & e/c/ comprehenſum rectangulum, vnà cum quadrato quod ex g/e, æquum eſt ei quod ex g/d/ fit quadrato. Eidem rurſum quod ex g/d/ fit quadrato, æquum eſt comprehenſum ſub b/e/ & e/d/ rectangulum, vnà cum eo quod ex eadem g/e/ fit quadrato, per eandem quintam ſecundi: diuiditur enim b/d/ bifariã in g, & in non æqualia in puncto e. Quæ autẽ eidem æqualia ſunt, ea ſunt æqualia adinuicem, per primam communem ſententiam. Rectangulum itaq; ſub a/e/ & e/c/ cõprehenſum, vnà cum quadrato quod ex g/e: æquũ eſt cõprehenſo ſub b/e/ & e/d/ rectãgulo, vnà cũ eodem quadrato quod fit ex g/e. Ablato autẽ cõmuni quadrato quod ex g/e: reliquũ ſub a/e/ & e/c/ cõprehẽſum rectãgulũ, reliquo quod ſub b/e/ & e/d/ cõtinetur rectangulo, per tertiã cõmunẽ ſentẽtiam eſt æquale. ¶ Neutra demum ſupradictarũ linearũ per cẽtrum educatur (vt in hac vltima figura) ſiue vna ſecet aliã per æqualia, ſiue nõ: ſitq; rurſum ipſius circuli centrũ f. Cõnectatur igitur e/f/ recta, per primũ poſtulatũ: & à centro f, in vtranq; a/c/ & b/d, ad rectos deducãtur angulos f/g/ & f/h, per duodecimã primi: connectantúrque demũ b/f/ & f/c, per idem primum poſtulatũ. Diuidet ergo f/g/ ipſam a/c/ bifariam, ſimiliter & f/h/ ipſam b/d, per tertiã huius tertij propoſitionem: erúntq; triangula f/g/e/ & e/f/h, necnon f/g/c/ & f/b/h/ rectangula. Et quoniã a/c/ bifariã ſecatur in g, & in non æqualia in puncto e: cõprehenſum igitur ſub a/e/ & e/c/ rectangulũ, vnà cum eo quod ex g/e/ fit quadrato, æquũ eſt per quintam

Quarta prædictarũ linearũ diſpoſitio.



ſecundi quadrato quod fit ex g/c. Addatur cõmune quadratũ, quod ex f/g/ deſcribitur: quod igitur ſub a/e/ & e/c/ cõtinetur rectãgulum, vnà cum quadratis quæ fiunt ex f/g/ & g/e, binis quadratis quæ ex f/g/ & g/c, per tertiam communem ſentẽtiam eſt æquale. Quadratis porrò quæ fiunt ex f/g/ & g/e, æquũ eſt quadratum quod fit ex e/f: eis item quæ ex f/g/ & g/c/ fiunt quadratis, æquũ id quod ex f/c, per quadrageſimamſeptimam primi. quod igitur ſub a/e/ & e/c/ continetur rectangulum, vnà cum quadrato quod fit ex e/f, æquũ eſt quadrato quod ex f/c. Ipſi autem f/c/ æqualis eſt f/b, per circuli diffinitionẽ: hinc per corollariũ quadrageſimæſextæ primi deſcriptũ ex f/b/ quadratũ, æquum eſt ei quod fit ex f/c. Cõprehenſum igitur ſub a/e/ & e/c/ rectangulũ, vnà cum quadrato quod fit ex e/f: æquũ eſt quadrato quod fit ex f/b. Et proinde quod ſub b/e/ & e/d/ cõtinetur rectãgulũ, vnà cũ ipſo quadrato quod fit ex e/f: æquum eſt eidem quadrato, quod fit ex f/b. Quæ autem eidem æqualia, &

adinuicem æqualia sunt, per primam communem sententiam. Comprehensum igitur sub a/e/& e/c/rectangulum, vnà cum quadrato quod fit ex e/f: æquatur rectangulo, quod sub b/e/& e/d/continetur, ac ipsi quadrato quod fit ex e/f. Dempto itaq; cómuni quadrato quod ex e/f: reliquum sub a/e/ & e/c/ comprehensum rectangulum, reliquo quod sub b/e/& e/d/continetur rectangulo, per tertiam cómunem sententiá *est* æquale. Si igitur in circulo duæ rectæ lineæ se adinuicem secuerint: &c. vt in theoremate. Quod demonstrare oportebat.

Θεώρημα λ, Πρόθεσις λς.

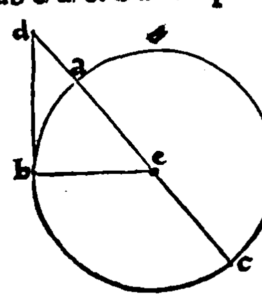
Ἐὰν κύκλου ληφθῇ τι σημεῖον ἐκτὸς, καὶ ἀπ' αὐτοῦ πρὸς τὸν κύκλον προσπίπτωσι δύο εὐθεῖαι, καὶ ἡ μὲν αὐτῶν τέμνῃ τὸν κύκλον, ἡ δὲ ἐφάπτηται· ἔσαι τὸ ὑπὸ ὅλης τῆς τεμνούσης καὶ τῆς ἐκτὸς ἀπολαμβανομένης, μεταξὺ τοῦ τε σημείου καὶ τῆς κυρτῆς περιφερείας, περιεχόμενον ὀρθογώνιον ἴσον τῷ ἀπὸ τῆς ἐφαπτομένης τετραγώνῳ.

Theorema 30, Propositio 36.

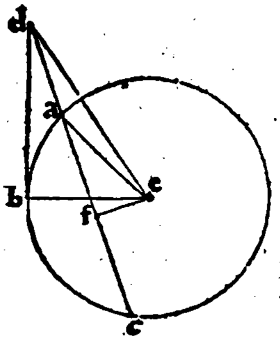
SI extra circulum sumatur punctum aliquod, ab eóque in circulum cadant duæ rectæ lineæ, & earũ altera circulum dispescat, altera verò tangat: quod sub tota dispescente, & extrinsecus sumpta inter punctum & curuam circunferentiam comprehenditur rectangulum, æquum est ei quod fit ex tangente quadrato. 36

ORONTIVS. ¶Esto datus circulus a/b/c, extra quem sumatur punctum d: & à puncto d/in ipsum circulum cadant binæ rectæ lineæ d/b/& d/a/c, quarum d/b/ tangat ipsum circulum, d/a/c/verò eundem circulum dispescat. Aio quòd rectágulũ sub c/d/& d/a comprehésum: æquum est quadrato, quod fit ex d/b. Aut enim recta linea d/a/c/transit per circuli centrũ, vel extra. Transeat primò per centrum, sitq; illud e: & connectatur e/b/ recta, per primum postulatum. Aequalis est igitur a/e, ipsi e/c, per circuli diffinitionem. Discinditur itaque a/c/bifariam, in puncto e: & illi in rectum adijcitur a/d. Quod igitur sub c/d/ in d/a/ continetur rectágulũ, vnà cum eo quod ex a/e/fit quadrato: æquũ est, per sextam secundi, quadrato quod fit ex e/d. Ei porrò quod ex a/e/ fit quadrato, æquum est quadratũ quod ex b/e: sunt enim a/e/ & b/e, per ipsius circuli diffinitionem, inuicem æquales. Comprehensum igitur sub c/d/ & d/a/rectangulum, vnà cum eo quod ex b/e/fit quadrato: æquum est quadrato, quod ex e/d. Quadrato rursum quod fit ex e/d, æqualia sunt, quæ ex d/b/& b/e/ vtraque fiunt quadrata, per quadragesimamseptimam primi: angulus enim qui ad b, per decimamoctauam huius tertij, rectus est. Quod igitur sub c/d/& d/a/ continetur rectangulum, vnà cum eo, quod ex b/e/ fit quadrato: æquum est eis, quæ ex d/b/& b/e/fiunt quadratis. Subducto itaque communi quadrato, quod ex b/e: reliquum quod sub c/d/& d/a/continetur rectangulum, æquum est per tertiam cómunem sententiam reliquo, quod ex tangente d/b/fit quadrato. ¶Non extendatur autem d/a/c/recta per centrũ ipsius circuli, quod rursum sit e. & à centro e, in rectam a/c, perpendicularis deducatur e/f, per duodecimam primi: connectantúrque per primum postulatum, e/a, e/b/& e/d/ lineæ rectæ. Erit igitur vterq; angulorum qui ad b/& qui ad f/rectus: diuidetúrque rursum a/c/bifariam in puncto f, cui in rectum coniuncta est a/d. Quod igitur ex c/d/in d/a/continetur rectangulum, vnà cum eo

Vbi dispescẽs circulũ trãsit per centrum.



Quãdo circulũ dispescens nõ transit per centrum.



quod ex a/f/describitur quadrato:æquũ est, per sextam ipsius secundi, quadrato quod fit ex d/f. Addatur commune quadratum, quod fit ex f/e:comprehensum igitur sub c/d/ & d/a/ rectangulum, vnà cum descriptis ex a/f/ & f/e/quadratis, æquum est quadratis, quæ ex d/f/ & f/e/ describuntur. Quadratis porrò quæ fiunt ex a/f/ & f/e, æquum est quadratum quod ex a/e:eis item quæ ex d/f/ & f/e, fiunt quadratis, æquũ id quod ex ipsa d/e, per quadragesimamseptimam primi. Quod fit igitur ex c/d/ in d/a, vnà cum eo quod ex a/e/fit quadrato:æquũ est quadrato, quod fit ex d/e. Quadrato rursum quod fit ex a/e, æquum est id quod ex e/b: æqualis est enim a/e, ipsi e/b, per ipsam circuli diffinitionem. Quod igitur sub c/d/ & d/a/cótinetur rectangulum, vnà cum quadrato quod fit ex e/b:æquum est quadrato, quod fit ex d/e. Ipsi autem quod ex d/e/fit quadrato: æqualia sunt, per eandem quadragesimamseptimam primi, descripta ex e/b/ & b/d/quadrata. Comprehensum igitur ex c/d/in d/a/rectãgulum, vnà cum quadrato quod ex e/b:æquũ est eis, quæ ex eadem e/b/ & ipsa b/d/fiunt quadratis. Ablato itaq; quadrato quod ex e/b/vtrique æqualium cõmuni:reliquum ex c/d/in d/a/comprehensum rectangulum, reliquo quod ex tangente b/d/fit quadrato, per tertiam communem sententiã est æquale. Igitur si extra circulum sumatur punctũ aliquod:& quæ sequuntur reliqua. Quod ostendendum susceperamus.

Corollarium.

¶Quotlibet igitur rectangula, sub rectis singulis ex eodem pũcto extra circulum sumpto deductis, atque circulum ipsum dispescentibus, & extrinsecus sumptis inter punctum & curuam circunferentiam comprehensa: sunt inuicem æqualia. Nam eidem æqualia quadrato, quod ex ipsa tangente describitur.

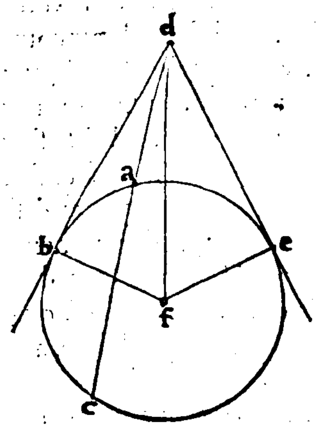
Θεώρημα λα, Πρότασις λζ.

Ἐὰν κύκλου ληφθῇ τι σημεῖον ἐκτὸς, ἀπὸ δὲ τοῦ σημείου πρὸς τὸν κύκλον προσπίπτωσιν δύο εὐθεῖαι, καὶ ἡ μὲν αὐτῶν τέμνῃ τὸν κύκλον, ἡ δὲ προσπίπτῃ: ᾖ δὲ τὸ ὑπὸ τῆς ὅλης τεμνούσης, καὶ τῆς ἐκτὸς ἀπολαμβανομένης μεταξὺ τοῦ τε σημείου καὶ τῆς κυρτῆς περιφερείας, ἴσον τῷ ἀπὸ τῆς προσπιπτούσης, ἡ προσπίπτουσα ἐφάψεται τοῦ κύκλου.

Theorema 31, *Propositio* 37.

37 SI extra circulum sumatur punctum aliquod, & ab eo puncto in circulum duæ rectæ lineæ ceciderint, & earum altera circulum secet, altera verò cadat: sit autem quod fit sub tota dispescente & extrinsecus sumpta inter punctum & curuam circunferentiam, æquale ei quod fit ex cadente: cadens circulum tanget. Cõuersa præcedentis.

ORONTIVS. ¶Hæc est conuersa præcedentis. Sit igitur rursum extra circulum a/b/c/, susceptum punctum d, à quo in eundem circulum duæ procidant lineæ rectæ, d/b/quidem in circulum incidens, d/a/c/verò eundem circulum dispescẽs: sit autem receptum, vt id quod sub c/d/in d/a/comprehenditur rectangulum, æquum sit ei quod ex cadente d/b/fit quadrato. Aio quòd d/b/tangit circulũ a/b/c. A dato enim puncto d, dato circulo a/b/c, contingens recta linea ducatur, per decimamseptimam huius tertij: sitq; illa d/e. Ipsius autem circuli centrum esto f:& per primũ postulatum connectantur rectæ lineæ f/b, f/d, & f/e. Erit igitur f/e/perpendicularis in contingente d/e, per decimamoctauam huius tertij: & proinde angulus d/e/f/



rectus. Cũ igitur à puncto d/cadant binæ lineæ rectæ d/a/c/& d/e,quarum altera, vtpote d/a/c,circulum secat, reliqua verò d/e/ipsum tangit circulum: quod igitur ex d/e/fit quadratum, æquum est comprehenso sub c/d/& d/a/rectangulo,per antecedẽtem trigesimamsextã propositionem.Eidem porrò quod ex c/d/in d/a/fit rectangulo,æquum est per hypothesin,quod ex d/b/fit quadratum. quæ igitur ex d/b/ & d/e/ fiunt quadrata, sunt per primam communẽ sententiam inuicem æqualia.Et proinde recta d/b; æqualis ipsi d/e, per corollarij quadragesimæsextæ primi conuersionẽ. Aequalis rursum est f/e/ ipsi f/b,per sæpius allegatam circuli diffinitionem.Binæ igitur d/b/& b/f/trianguli d/b/f,duabus d/e/& e/f/trianguli d/e/f/sunt æquales altera alteri: habéntque eandem basin communem d/f. Angulus itaque d/b/f,ipsi angulo d/e/f, per octauam primi est æqualis.Atqui d/e/f/angulus est rectus:& qui sub d/b/f/igitur continetur angulus, rectus est. Est autem f/b/semidiameter circuli, & altera igitur pars diametri, à cuius extremitate b,ad angulos rectos excitatur b/d: tangit igitur b/d/circulum ipsum a/b/c,per corollarium decimæsextæ huius tertij.Idem quoq; deducetur,vbi d/a/c/recta per centrum ipsius transibit circuli. Si extra circulum igitur sumatur punctũ aliquod:&c. vt in ipso theoremate.Quod tandem fuerat ostendendum.

Tertij Libri Geometricorum Elementorum

FINIS.

Orontij Finei Delphinatis, Regii Mathematicarum Professoris, In Quartum elementorum Euclidis, Demonstrationes.

ΕΥΚΛΕΙΔΟΥ ΣΤΟΙΧΕΙΟΝ ΤΕΤΑΡΤΟΝ

Περὶ τοῦ ἐγγράφεσθαι καὶ περιγράφεσθαι σχῆμα, ὅροι ζ.

Σχῆμα εὐθύγραμμον εἰς σχῆμα εὐθύγραμμον ἐγγράφεσθαι λέγεται, ὅταν ἑκάστη τῶν τοῦ ἐγγραφομένου σχήματος γωνιῶν, ἑκάστης πλευρᾶς τοῦ εἰς ὃ ἐγγράφεται ἅπτηται.

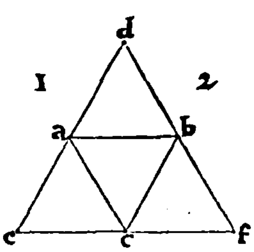
¶ *De inscriptione ac circunscriptione figurarum*, *Diffinitiones* 7.

1 Figura rectilinea, in figura rectilinea describi dicitur: quando vnusquisque inscriptæ figurę angulus, vnumquodque latus eius in qua describitur tãgit.

¶ Σχῆμα δὲ ὁμοίως περὶ σχῆμα περιγράφεσθαι λέγεται, ὅταν ἑκάστη πλευρὰ τοῦ περιγραφομένου, ἑκάστης γωνίας τοῦ περὶ ὃ περιγράφεται ἅπτηται.

2 Figura autem similiter circa figuram describi dicitur: quando vnumquodq; latus circunscriptæ, vnumquenq; angulum eius circum quam describitur tangit.

ORONTIVS. ¶ Huiuscemodi figurarum inscriptiones ac circunscriptiones, de regularibus, hoc est, æqualia latera, & angulos inuicẽ æquales habentibus (exceptis forsitan triangulis, in quæ cæteræ resoluuntur rectilineæ figuræ) veniunt potissimùm intelligendæ. Inscribuntur præterea, atque inuicem circunscribuntur rectilineę tantũmodò figuræ, quæ eiusdem sunt speciei: vtpote, triangulũ triãgulo, quadratũ quadrato, pẽtagonũ pẽtagono: &c. Oportet enim tot esse latera circũscriptæ, quot ipsius inscriptę sunt anguli. Quanquàm porrò circulus non sit figura rectilinea: propter illius tamen regularitatem, possunt & ipsæ rectilineæ ac æquilateræ figuræ, circulo inscribi ac circunscribi, & è diuerso. Quæ figuræ inscribãtur & circũscribantur adinuicẽ.



In exẽplum igitur primæ ac secundæ diffinitionis, habes obiectum a/b/c/ triangulum æquilaterum, descriptũ in d/e/f/ triangulo: vel ipsum d/e/f/ triangulum, ipsi a/b/c/ triangulo respondenter circunscriptum.

¶ Σχῆμα δὲ εὐθύγραμμον εἰς κύκλον ἐγγράφεσθαι λέγεται, ὅταν ἑκάστη γωνία τοῦ ἐγγραφομένου, ἅπτηται τῆς τοῦ κύκλου περιφερείας.

3 Figura rectilinea, in circulo describi dicitur: quando vnusquisque angulus inscriptæ, circuli circunferentiam tangit.

¶ Κύκλος δὲ περὶ σχῆμα περιγράφεσθαι λέγεται, ὅταν ἡ τοῦ κύκλου περιφέρεια ἑκάστης γωνίας, τοῦ περὶ ὃ περιγράφεται ἅπτηται.

4 Circulus verò, circa figuram rectilineam describi dicitur: quando

circuli circunferentia, vnumquenque eius, circum quam descri-bitur, angulum tangit.

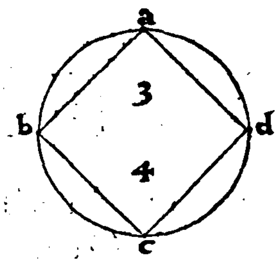


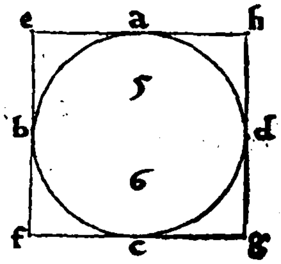
Figura circularis, ob vniformem & regulatam circunferentiæ à cẽtro distantiam, rectilineas omnes ac regulares figuras, tum intra, tũ extra facilè capit: singulos angulos inscriptæ, vel omnia circunscriptæ contingẽs latera. Quẽadmodùm in præcedentium tertiæ & quartæ diffinitionum elucidationẽ, ostendit descriptum in a/b/c/d/ circulo quadratum: vel idem circulus, quadrato a/b/c/d/ circunscriptus.

¶Κύκλος δὲ ὁμοίως εἰς σχῆμα λέγεται ἐγγράφεσθαι, ὅταν ἡ τοῦ κύκλου περιφέρεια ἑκάστης πλευρᾶς, τοῦ εἰς ὃ ἐγγράφεται ἅπτηται.

Circulus autem in figura rectilinea describi dicitur: quádo circuli circunferentia, vnumquodq; latus eius in qua describitur tágit. 5

¶Σχῆμα δὲ εὐθύγραμμον περὶ κύκλον περιγράφεσθαι λέγεται, ὅταν ἑκάστη πλευρὰ τοῦ περιγραφομένου ἐφάπτηται τῆς τοῦ κύκλου περιφερείας.

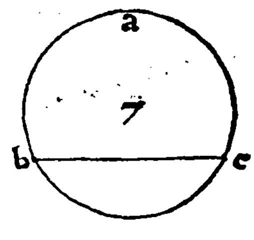
Figura verò rectilinea, circa circulũ describi dicitur: quando vnũquodque latus circunscriptæ, circuli circunferentiam tangit. 6



In exemplum, habes circulum a/b/c/d, in quadrato e/f/g/h/ descriptum: atque idem quadratum e/ f/ g/ h, descriptum circa eundem circulum a/b/c/d. Idem respondenter velim intelligas de cæteris quibuscunque regularibus figuris, in circulo, vel circa eundem circulum, prius diffinita ratione descriptis.

¶Εὐθεῖα εἰς κύκλον ἐναρμόζεσθαι λέγεται, ὅταν τὰ πέρατα αὐτῆς, ἐπὶ τῆς περιφερείας ᾖ τοῦ κύκλου.

Recta linea circulo congruere dicitur: quando eius extrema, in circuli circunferentiam cadunt. 7



Quanquàm hæc vltima diffinitio, tam de circuli dimetientibus, quàm de cæteris rectis non per cẽtrum eductis (quas vocant chordas) sit intelligenda: ipsas tamen rectas circuli dimetiente minores potissimùm respicere videtur, quę sunt videlicet latera inscribendarum intra circulum rectilinearum figurarum. Cuiusmodi videtur esse recta b/c: cuius extrema, siue limites b/& c, in dati circuli a/b/c/ circunferentiam cadunt.

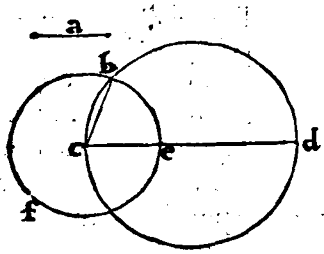
Πρόβλημα α, Πρόθεσις α.

Εἰς τὸν δοθέντα κύκλον τῇ δοθείσῃ εὐθείᾳ μὴ μείζονι οὔσῃ τῆς τοῦ κύκλου διαμέτρου, ἴσην εὐθεῖαν ἐναρμόσαι.

Problema I, *Propositio* I.

IN dato circulo, datæ rectæ lineæ minimè maiori circuli diametro existenti: æqualem rectam lineam coaptare. 1

ORONTIVS. ¶Sit data recta linea a, non maior dimetiente dati circuli b/c/d/ (non intraret enim circulum, si foret maior: quoniam in circulo maximus est dimetiens, per decimamquintam tertij) in quo quidem circulo oporteat ipsi datæ rectæ lineæ a, æqualẽ rectã lineã coaptare. Producatur ergo circuli b/c/d, dimetiẽs c/d. Erit itaq; a/recta linea, aut æqualis ipsi dimetiẽti: aut eo minor. Si æqualis: iam coaptata est recta linea c/d, æqualis ipsi datæ rectæ lineæ a. Quòd si a/recta linea, fuerit minor dimetiente c/d: secetur à maiori c/d, ipsi a/ minori æqualis, per tertiã primi: sitq; illa c/e. Et centro c, interuallo autẽ c/e, describatur circulus b/e/f, per tertium postulatũ. Secabit igitur circulus b/e/f, datum b/c/d/circulum: sunt enim in eodem plano, & vnius circunferentia partim intra reliquum, partim verò extra. Secet igitur in pũcto b: & per primum postulatum, connectatur recta b/c. Coaptatur itaq; b/c/recta, in dato b/c/d/circulo: cadunt enim extrema b/& c, in ipsius b/c/d/ circuli circunferentiã. Aio quòd æqualis est ipsi a. Quoniam punctum c/centrum est circuli b/e/f: æqualis est igitur b/c/ipsi c/e, per circuli diffinitionem. Eidem porrò c/e, æqualis est a/recta linea, per constructionem. Duæ igitur, a/inquàm, & b/c, eidem c/e/sunt æquales: & proinde æquales adinuicem, per primam communem sententiã. Datæ igitur rectæ lineæ a, æqualis recta linea b/c, in dato circulo b/c/d/ coaptatur. Quod oportebat facere.



Πρόβλημα β, Πρόθεσις β.

Εἰς τὸν δοθέντα κύκλον, τῷ δοθέντι τριγώνῳ, ἰσογώνιον τρίγωνον ἐγγράψαι.

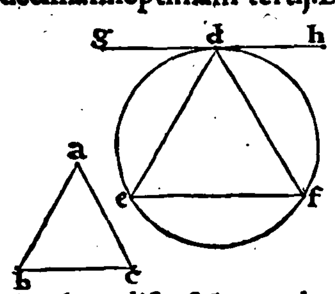
Problema 2, Propositio 2.

2 IN dato circulo, dato triangulo, æquiangulum triangulum describere.

ORONTIVS. ¶Esto datum triangulum a/b/c, cui oporteat describere æquiangulum triangulũ, in dato circulo d/e/f. A dato igitur puncto g, dato circulo d/e/f: contingens recta linea ducatur g/d/h, tangens ipsum circulũ d/e/f/in puncto d, per decimamseptimam tertij. Et ad datam rectam lineam d/h, datũmq; in ea punctum d, dato angulo rectilineo qui ad b, æqualis angulus rectilineus cõstituatur f/d/h, per vigesimamtertiam primi: & per eandem, angulo qui ad c, æqualis angulus cõstituatur ad idem pũctum d, datæ rectæ lineæ g/d, sitq; g/d/e: ipsis d/e/& d/f, circulo d/e/f/ coaptatis. cõnectatur demum e/f/ recta, per primũ postulatum. Et quoniam circulũ d/e/f, tangit quædam recta linea g/d/h, à cõtactu autem d, recta quædam linea d/f/extenditur, circulum dispescẽs: angulus igitur qui ad e, in alterno segmẽto d/e/f, angulo f/d/h, per trigesimamsecundã tertij est æqualis. Eidẽ porrò angulo f/d/h, datus est æqualis angulus qui ad b: per primam igitur communem sententiam, angulus qui ad b, æquus est angulo qui ad e. Et proinde angulus qui ad f, ipsi angulo qui ad c/æqualis. Reliquus igitur/angulus qui ad a, reliquo qui ad d, per trigesimamsecũdam primi est æqualis. Aequiangulum est itaq; triangulum d/e/f, ipsi a/b/c/ triangulo: describitúrque in dato circulo d/e/f. In dato igitur circulo, dato triangulo, æquiangulum triangulum describitur. Quod fecisse oportuit.

Constructio figuræ.

Ostensio problematis.



Πρόβλημα γ, Πρόθεσις γ.

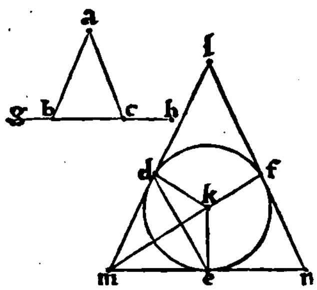
Περὶ τὸν δοθέντα κύκλον, τῷ δοθέντι τριγώνῳ, ἰσογώνιον τρίγωνον περιγράψαι.

Problema 3, Propositio 3.

3 CIrca datum circulum, dato triangulo, æquiangulum triangulum describere.

ORONTIVS. ¶Sit datum triangulum a/b/c, datus verò circulus d/e/f, circa quem expediat describere triangulum æquiangulum ipsi a/b/c/ triangulo dato. Producatur itaq; in directum ex vtraq; parte latus b/c, in g/ & h/ puncta, per secũdum postulatũ: sitq; per primam tertij, ipsius circuli a/b/c/ cẽtrum k, & connectatur d/k/ semidiameter, per primũ postulatum. Ad punctum deinde k, datæ rectæ lineæ d/k, ipsi angulo a/b/g/ æqualis angulus constituatur d/k/e, per vigesimamtertiam primi: & per eandem, ad idem punctum k, datæ rectæ lineæ e/k, angulus constituatur e/k/f/ ipsi angulo a/c/h/ æqualis. A punctis autem d, e, f, ad rectos vtrinq; excitẽtur angulos d/l, d/m, e/m, e/n, f/n, & f/l, per vndecimam primi: quæ per decimamquartam eiusdem primi, in directum constituentur, atq; per corollarium decimæsextæ tertij, tangent ipsum circulum in punctis d, e, f, conuenientq; ad pũcta l, m, n. Connexa enim d/e/ per primũ postulatum, diuidet vtrunq; angulum rectum qui ad d, & qui ad e: efficiẽtq; propterea ad easdem partes versus m, interiores angulos m/d/e/ & d/e/m/ binis rectis minores. quare per quintum postulatum, conuenient d/m/ & e/m/ in punctum m. Et proinde e/n/ & f/n, in punctum n: atque d/l/ & f/l, ad punctum l. Triangulum erit igitur l/m/n: & circa datum circulum d/e/f, per sextam diffinitionem huius descriptum. Dico, quod & a/b/c/ triangulo, est æquiangulum.

Quòd l, m, n, sit triangulũ.



Quòd triangulum l, m, n, ipsi a, b, c, sit æquiãgulum.

Quadrilaterum enim d/m/e/k, cõnexa m/k, in bina triangula diuidetur: & cuiuslibet triãguli tres anguli, binis rectis, per trigesimamsecundam primi, sunt æquales. Et quatuor igitur anguli ipsius quadrilateri d/m/e/k, sunt æquales quatuor rectis. quorum qui ad d/ & e, recti sunt per constructionem: reliqui igitur qui ad m/ & k/ puncta consistunt anguli, duobus rectis coæquantur. Eisdem quoq; duobus rectis, æquales sunt per decimamtertiam primi, a/b/g/ & a/b/c/ anguli. Aequales igitur sunt anguli qui ad m/ & k/ puncta, hoc est d/m/e/ & d/k/e, ipsis angulis a/b/g/ & a/b/c, per primam communem sententiam. Angulus porrò a/b/g, angulo d/k/e, per constructionem est æqualis: reliquus igitur d/m/e, seu qui ad m/ angulus, reliquo qui sub a/b/c, per tertiam cõmunem sententiã est æqualis. Haud dissimiliter ostendemus angulum qui ad n, æqualem esse angulo a/c/b: atq; reliquũ angulum qui ad l, reliquo qui sub b/a/c/ tandẽ coæquari. Aequiangulum est igitur l/m/n/ triãgulum, ipsi dato triangulo a/b/c: describitúrq; circa datum circulũ d/e/f. Circa datum itaq; circulum, dato triangulo, æquiangulum descriptum est triangulum. Quod faciendum fuerat.

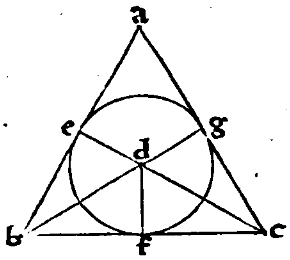
Πρόβλημα δ', Πρότασις δ'.

Εἰς τὸ δοθὲν τρίγωνον κύκλον ἐγγράψαι.

Problema 4, Propositio 4.

IN dato triangulo, circulum describere. 4

ORONTIVS. ¶Esto datum triangulum a/b/c, in quo oporteat circulum describere. Secentur ergo bifariam, per nonam primi, qui sub a/b/c/ & a/c/b/ continentur anguli: rectis quidem lineis b/ d/ & d/ c, in punctum d, per quintum postulatum, tandem conuenientibus. Et à puncto d, in rectas a/b, b/c, & c/a, perpendiculares deducãtur d/e, d/f, & d/g, per duodecimam primi. Aio itaq; primùm, d/e, d/f, & d/g, fore inuicem æquales. Triangula enim b/e/d/ & d/f/b, habent duos angulos duobus angulis æquales: vtpote, e/b/d/ ipsi d/b/f/ per cõstructionẽ, & rectum qui ad e, recto qui ad f, per quartum postulatum. habent insuper vnum latus, vni lateri

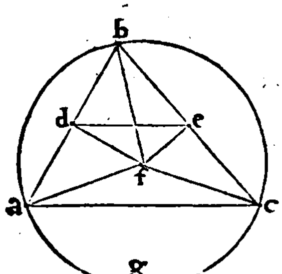


æquale:cómune scilicet b/d,quod sub vno æqualium subtenditur angulorum.Reliqua itaque latera,reliquis lateribus habebunt æqualia alterum alteri, per vigesimamsextam primi.Aequalis est igitur d/e,ipsi d/f.& proinde d/g,ipsi d/f/itidem æqualis.Hinc per primam communẽ sententiam,d/e/atque d/g,inuicem æquales erunt.Tres igitur d/e,d/f,atque d/g,æquales sunt adinuicem.Centro igitur d, interuallo autem d/e,aut d/f, aut d/g, circulus describatur e/f/g,per tertium postulatum.Transibit ergo circulus ipse,per eadem puncta e,f,g:tangéntque propterea eundem circulum e/f/g,ipsa a/b,b/c,& c/a,dati a/b/c/trianguli latera, per decimæsextæ tertij corollarium: excitantur enim ad rectos angulos,ab ipsorum dimetientium d/e,d/f,& d/g,extremitatibus.Circulus autem in figura rectilinea describi dicitur:quando circuli circunferentia, vnumquodque latus eius in qua describitur tangit,per quintam huius quarti diffinitionẽ. In dato itaque triangulo a/b/c, circulus describitur e/f/g.Quod oportuit fecisse.

Πρόβλημα ε, Πρόθεσις ε.
Περὶ τὸ δοθὲν τρίγωνον κύκλον περιγράψαι.

Problema 5, Propositio 5.
5 Circa datum triangulum,circulum describere.

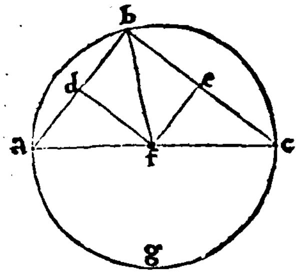
ORONTIVS.❡Sit triangulum a/b/c: circa quod receptum sit describere circulum.Secentur itaq; bifariam,per decimam primi,a/b/& b/c/ ipsius dati trianguli latera:in punctis quidem d/& e.Ab ipsis deinde punctis d/& e,ad rectos excitẽtur angulos d/f/& e/f,per vndecimã ipsius primi.Aio primùm,rectas d/f/ & e/f/in directum productas,tandem conuenire. Cónexa enim recta d/e,per primum postulatum:ea diuidet vtrunque rectũ angulum b/d/f/& b/e/f.& proinde in rectas d/f/& e/f,recta incidẽs d/e:efficiet/ad easdem partes interiores angulos,duobus rectis minores.Conuenient igitur ipsæ d/f/ & e/f/ per quintũ postulatum: conueniant itaque,ad punctum f.Aut igitur f/punctum cadet intra triangulum a/ b/ c, aut super latus a/c, vel extra ipsum a/b/c/ triangulum. Cadat primùm intra triangulũ,velut in prima figuræ dispositione:& connectantur,per primum postulatum, f/a, f/b,& f/c/ lineæ rectæ.Cùm igitur a/d,sit æqualis ipsi d/b, & vtriq; communis d/ f: erunt duo latera a/d/& d/ f/ trianguli a/d/f, duobus lateribus f/d/& d/b/trianguli f/d/b/ æqualia alterũ alteri:& æquos inuicẽ continent angulos,per quartum postulatum:nempe rectos,qui circa d.Basis igitur a/f,basi f/b,per quartam primi est æqualis.Haud dissimiliter ostẽdetur,quòd f/c,eidem f/b/æqualis est:& proinde f/a,æqualis ipsi f/c,per primam communem sententiam.Tres igitur f/a,f/b/,& f/c,sunt inuicem æquales. Centro itaq; f,interuallo autem f/a,vel f/b,aut f/c:circulus describatur a/b/c/g, per tertium postulatum.Transibit igitur descriptus ipse circulus, per puncta a, b, c,ad quæ dati trianguli a/b/c/continentur anguli:tangétque propterea ipsius circuli circunferentia,vnumquenque angulum dati a/b/c/trianguli.Ergo per quartam huius quarti diffinitionem,circa datum triangulum a/b/c, circulus discribitur.❡Concurrant autem ipsæ rectæ lineæ d/f/& e/f,super latus a/c,vt in succedenti figura:& connectatur f/b,per primum postulatum.Haud dissimiliter ostendemus, quòd f/a ipsi f/b/est æqualis:necnon & f/c,eidem f/b,per eandem quartam primi.Hinc rursum,



Generalis figuræ præparatio.

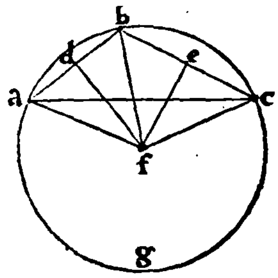
Prima figuræ differentia.

Secunda figuræ differẽtia.



iuxta præmissam demonstrationem, colligemus tres rectas lineas f/a, f/b, & f/c, fore inuicem æquales. Quapropter si centro f, interuallo autem f/a, vel f/b, aut f/c, circulus per tertiũ describatur postulatũ: is per puncta a, b, c, transire cogetur. Ipsius itaque circuli circunferentia, tanget vnumquenque angulum ipsius a/b/c/ trianguli: describetúrque propterea circulus ipse, circa datum triangulum a/b/c, per eandem quartã huius quarti libri diffinitionem. ¶ Sed conueniant demum ipsæ d/f/ & e/f/ perpendiculares, extra datum a/b/c/ triangulum, vt habet vltima descriptionis formula: & connectantur rursum f/a, f/b, & f/c/ lineæ rectæ, per primum postulatum. Simili prorsus concludemus ostensione, tres rectas lineas f/a, f/b, & f/c, fore rursum inuicem æquales. habent enim triangula a/d/f/ & f/d/b, duo latera a/d/ & d/f, duobus lateribus f/d/ & d/b/ æqualia alterum alteri: & æquos angulos, vtpote rectos qui circa d/ continentia. vnde per quartã ipsius primi, basis a/f, basi f/b, concludetur æqualis. Et proinde f/c, æqualis eidem f/b. Hinc per primam communem sententiam f/a, ipsi f/c/ æquabitur: tres quoque f/a, f/b, & f/c, tandem conuincentur æquales. Quapropter descripto, per tertium postulatum, pro centro f, ad ipsius f/a, vel f/b, aut f/c/ interuallum circulo: transibit ipsius circuli circunferentia, per eadem puncta a, b, c, ad quæ dati trianguli a/b/c/ conueniũt latera. Hinc per quartam huius quarti diffinitionem, descriptus erit idem circulus, circa datum a/b/c/ triangulum. Quod faciendum susceperamus.

Tertia figurę dispositio.



Corollarium.

¶ Ex his, & trigesimaprima tertij fit manifestum, quòd dùm f/ centrum circuli cadit intra datum a/b/c/ triangulum: angulus qui ad b/ recto minor est, nempe in segmẽto semicirculo maiori consistens. Dùm autem cadit in latus b/c: angulus ipse qui ad b, in semicirculo est, & proinde rectus. Quãdo verò centrũ ipsum cadit extra datũ triangulum: idem angulus qui ad b/ recto maior est, vtpote in segmento semicirculo minori cõstitutus. Hinc versa vice sequitur, quòd in oxygonijs triãgulis circũscribendi circuli centrũ cadit intra datum triangulum: in rectangulis verò, in medium subtensi lateris: in amblygonijs deniq; triãgulis, extra ipsum triangulũ datum.

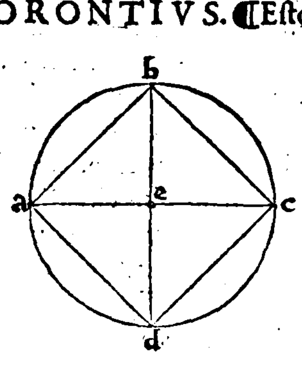
Πρόβλημα ς, πρότασις ς.

Εἰς τὸν δοθέντα κύκλον τετράγωνον ἐγγράψαι.

Problema 6, Propositio 6.

IN dato circulo, quadratum describere. 6

ORONTIVS. ¶ Esto datus circulus a/b/c/d, cuius centrũ e: in quo quidem circulo oporteat describere quadratum. Coaptentur igitur ipsi a/b/c/d/ circulo, dimetientes a/c/ & b/d, ad rectos angulos sese inuicem dirimentes: & coniungantur a/b, b/c, c/d, & d/a/ lineæ rectæ, per primũ postulatum. Quadrilaterũ erit igitur a/b/c/d: & intra datum circulum, per tertiã huius quarti diffinitionẽ descriptum: vnusquisq; enim angulus inscripti quadrilateri, circuli circunferẽtiam tangit. Aio ipsum a/b/c/d/ quadrilaterum, fore quadratum. Nam e/a, e/b, e/c, & e/d/ lineæ rectæ, sunt per circuli diffinitionẽ inuicẽ æquales: ex centro enim in circunferentiã.



Potissima demõstrationis pars.

Binæ igitur a/e/& e/b/trianguli a/e/b,duabus b/e/& e/c/trianguli b/e/c coæquãtur: & æquos inuicẽ continent angulos,nẽpe rectos qui ad centrũ e.Basis igitur a/b,basi b/c,per quartã primi est æqualis.Et proinde a/d/& d/c,tum inuicẽ,tum vtriq; ipsarũ a/b/& b/c,ostendentur æquales.Aequilaterum est itaq; a/b/c/d/ quadrilaterum. Insuper,quoniam a/c,dimetiens est ipsius dati circuli:vterque propterea angulorũ qui ad b/& qui ad d,est in semicirculo,& proinde rectus, per trigesimamprimã tertij.Et per eandem,qui ad a/& c/sunt anguli,itidem recti:dimetiens enim est b/d.Rectangulum est igitur ipsum a/b/c/d/quadrilaterum.Patuit quòd & æquilaterũ : ergo quadratũ,per trigesimã ipsius primi diffinitionẽ. In dato igitur circulo a/b/c/d, quadratum describitur.Quod facere oportebat.

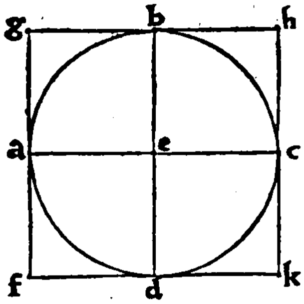
Πρόβλημα ζ, Πρόθεσις ζ.

Περὶ τὸν δοθέντα κύκλον, τετράγωνον περιγράψαι.

Problema 7, Propositio 7.

7 CIrca datum circulum,quadratum describere.

ORONTIVS.¶Sit datus circulus a/b/c/d:circa quem receptum sit quadratũ describere.Coextendantur ergo ipsius dati circuli dimetientes a/c/& b/d,in centro e/ ad rectos sese dirimentes angulos. Et per ipsorum dimetientium extrema puncta a,b,c,d,parallelæ ducãtur,per trigesimamprimam primi:f/g/quidem & h/k/ipsi b/d,f/k/autem & g/h/ipsi a/c,ad puncta tandem f,g,h,k,inuicẽ(veluti cum ipsis dimetientibus)concurrentes.Quæ autem eidem rectæ lineæ parallelæ:& adinuicem, per trigesimam ipsius primi,sunt parallelæ.Parallela est igitur f/g/ipsi h/k, & f/k/ ipsi g/h: & proinde quadrilaterum f/g/h/k/parallelogrammum, atq; singula in eodem f/g/h/k/cõprehensa quadrilatera itidẽ parallelogrãma. Dico ipsum f/g/h/k/ parallelogrammum,fore quadratum:descriptúmq; circa datum a/b/c/d/ circulum.Parallelogrammorũ enim locorum latera quæ ex opposito,æqualia sunt adinuicem, per trigesimamquartã primi. æqualis est igitur f/g/ ipsi h/k, & f/k/ ipsi g/h: necnon vtraque f/g/& h/k/ ipsi b/d, vtraque rursum f/k/& g/h/ipsi a/c/æqualis.Porrò a/c/& b/d,æquales sunt adinuicem: nempe eiusdem circuli dimetiẽtes.Quæ autem æqualibus æqualia sunt, ea quoq; sunt inuicem æqualia, per primam communem sententiam.Quatuor igitur f/g,g/h, h/k,& k/f,sunt adinuicem æquales: & proinde f/g/h/k/parallelogrammum,æquilaterum. Parallelogrammorum rursum a/b, b/c, c/d,& d/a, qui ex opposito sunt anguli, æquales sunt adinuicem,per eandem trigesimamquartam primi: æquales sunt igitur singuli qui ad pũcta f,g,h,k, sunt anguli, singulis qui ad e/ centrum ex opposito consistunt angulis. Anguli porrò qui circa e,per costructionẽ recti sunt:& recti igitur sunt,qui ad puncta f,g,h,k, continentur.Rectangulum est itaque f/g/h/k/parallelogrãmum. Patuit quòd & æquilaterum:est igitur quadratum, per trigesimam ipsius primi diffinitionem. Aio demum,quòd & circa datum circulum a/b/c/d/describitur.In parallelas enim f/g/& b/d,recta incidens a/e, facit alternos angulos a/e/b/& e/a/f:similiter & a/e/d/atque e/a/g,inuicem æquales, per vigesimamnonam primi. Atqui recti sunt qui sub a/e/b/& a/e/d, per constructionem: & vterque igitur qui circa a, rectus est. Haud aliter ostendemus,quòd & reliqui circa puncta b,c,d/cõsistentes anguli,recti sunt.Quæ autem à circuli dimetientium extremitatibus,ad rectos ducuntur angulos : ipsum circulum tangunt, per decimæsextæ tertij corollarium. Tangit igitur



Quòd descriptũ parallelogrammum,sit quadratum.

Quòd ipsum quadratũ,circulo circũscribatur.

vnumquodque latus ipsius quadrati f/g/h/k, circunferentiam dati a/b/c/d/ circuli. Igitur per sextam huius quarti diffinitionẽ, circa datum circulum a/b/c/d, quadratũ describitur f/g/h/k. Quod faciendum receperamus.

Πρόβλημα η, Πρόθεσις η.

Εἰς τὸ δοθὲν τετράγωνον, κύκλον ἐγγράψαι.

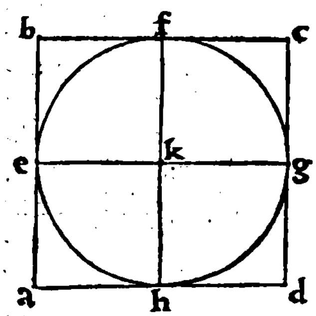
Problema 8. Propositio 8.

IN dato quadrato, circulum describere. 8

ORONTIVS. ¶In quadrato enim a/b/c/d, circulum describere sit operæpretium. Secetur itaque bifariam vtrunq; latus a/b/& b/c, in punctis quidem e/& f: per decimam primi. æquales erũt igitur a/e, e/b, b/f, & f/c/ adinuicem, per septimã communem sententiã: nempe æqualium laterum a/b/& b/c/ dimidiæ. Per trigesimãprimam rursum eiusdem primi, per punctũ e, ipsis a/d/& b/c/ parallela ducatur e/g: per f/ autem punctum, ipsis a/b/ & c/d/ parallela f/h, secans eandem e/g/ in puncto k.

Centri inscribẽdi circuli inuestigatio.

Parallelogramma sunt igitur a/f, f/d, d/e, & e/c: necnon e/f, f/g, g/h, & h/e. Parallelogrammorum autem locorum latera quæ ex opposito, & anguli, æqualia sunt adinuicem: per trigesimamquartam ipsius primi. Parallelogrammi igitur d/e, angulus qui ad e, æqualis est opposito qui ad d: ipsius item e/c/ parallelogrammi angulus qui ad e, opposito qui ad c/ itidem æqualis. qui autem ad c/& d/ consistunt anguli, recti sunt, per quadrati diffinitionem. Rectus est igitur vterque angulus, qui circa punctum e. Haud dissimiliter ostendetur, quòd vterque angulus, qui circa f, aut g, vel h/ punctum, rectus est. Aequalis insuper est k/h, ipsi a/e, & k/f/ ipsi e/b: item k/e/ ipsi b/f, & k/g/ demum ipsi f/c.



Atqui a/e, e/b, b/f, & f/c, sunt æquales adinuicem: quæ autẽ æqualibus sunt æqualia, & adinuicem æqualia sunt, per primam communem sententiam. Quatuor igitur k/e, k/f, k/g, & k/h, æquales sunt adinuicem. Centro ergo k, interuallo autẽ k/e, vel k/f, aut k/g, seu k/h, circulus per tertiũ describatur postulatũ e/f/g/h. Transibit igitur ipsius circuli circunferentia, per eadem puncta e, f, g, h, ipsorũ e/g/& f/h/ dimetientium extremitates: cum quibus dimetiẽtibus, ipsius a/b/c/d/ quadrati latera, ad rectos (vt præostensum est) conueniunt angulos. Tangit ergo circuli e/f/g/h/ circunferentia, vnũquodq; latus eiusdem quadrati a/b/c/d, per decimæsextæ tertij corollarium. Hinc per quintam huius quarti diffinitionẽ, in dato quadrato a/b/c/d, circulus describitur e/f/g/h. Quod faciendum fuerat.

Absolutio problematis.

Πρόβλημα θ, Πρόθεσις θ.

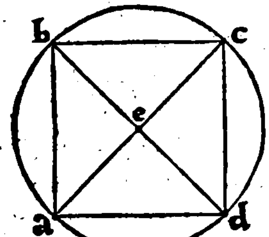
Περὶ τὸ δοθὲν τετράγωνον, κύκλον περιγράψαι.

Problema 9, Propositio 9.

CIrca datum quadratum, circulum describere. 9

ORONTIVS. ¶Esto quadratum a/b/c/d, circa quod oporteat describere circulum. Connectantur igitur a/c/& b/d/ rectæ lineæ, per primũ postulatum, in puncto e/ sese inuicem dirimentes. Et quoniã per quadrati diffinitionem, æqualis est a/b/ ipsi b/c, & b/d/ vtrique communis: binæ igitur a/b/& b/d/ trianguli a/b/d, duabus d/b/& b/c/ trianguli d/b/c/ sunt æquales altera alteri: & basis a/d, basi d/c/ itidẽ æqualis. Angulus igitur a/b/d, angulo d/b/c, per octauam primi est æqualis. Totus itaq; angulus a/b/c, bifariam diuiditur sub recta b/d. Haud aliter monstrabimus

Vt circunscribendi circuli centrum inueniatur.



quòd vnusquisq; reliquorum angulorum qui sub b/a/d, b/c/d,& a/d/c,bifariam itidem sub ipsa b/d, & a/c/ recta diuiditur. Angulus porrò a/b/c, angulo b/a/d,per quartum postulatum est æqualis: nempe rectus recto. Quæ autem æqualium sunt dimidium, æqualia sunt adinuicem, per septimam communem sententiam. Aequalis est igitur angulus a/ b/ e, angulo e/ a/ b: & proinde latus e/a,lateri e/ b, æquale, per sextam primi. Eodem prorsus modo ostendemus,e/c/ & e/ d/ rectas, tum adinuicem, tum ipsis e/ a/ & e/ b/ rectis lineis coæquari. Quatuor igitur e/a,e/b,e/c,& e/d,æquales sunt adinuicem. Cẽtro igitur e,interuallo autem e/a, vel e/b,aut e/c, vel e/d, circulus describatur,per tertium postulatum. Transibit ergo descriptus circulus per puncta a,b,c, d: quapropter & ipsius circuli circunferẽtia tanget vnũquenq; angulum ipsius quadrati a/b/c/d. Per quartã igitur huius quarti diffinitionem:circa datum quadratum a/b/c/d,circulus describitur. Quod oportuit fecisse. Ostensio problematis, priori similis.

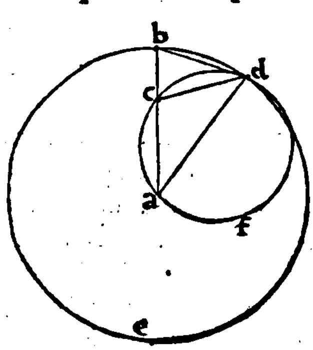
Πρόβλημα ι, Πρόθεσις ι.

Ἰσοσκελὲς τρίγωνον συστήσασθαι, ἔχον ἑκατέραν τῶν πρὸς τῇ βάσει γωνιῶν διπλασίονα τῆς λοιπῆς.

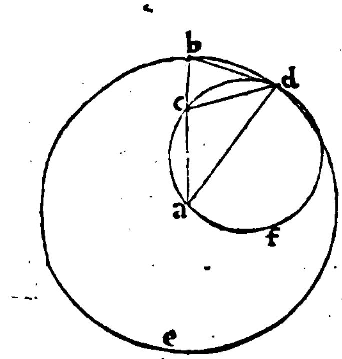
Problema 10, Propositio 10.

10 ISosceles triangulum cõstituere, habens vnumquenque eorum qui ad basin sunt angulorum,duplum reliqui.

ORONTIVS. ¶Hoc quæsitum,ad succedentiũ propositionum demonstrationem,ita confirmatur. Sit data recta quædam linea a/b:quæ per vndecimam secundi ita secetur in puncto c,vt comprehensum sub tota a/b/ & segmento b/ c/ rectangulum,æquum sit ei quod ex reliquo segmento a/c/fit quadrato. Et centro a/interuallo autẽ a/b,circulus describatur b/d/e,per tertium postulatum. Et per primã huius quarti, in circulo b/d/e, datæ rectæ lineæ a/ c/ (quæ non est maior ipsius circuli semidiametro)æqualis recta linea coaptetur:sitq; b/d. connectãturq; a/d/& c/d/lineæ rectæ,per primum postulatum. Triangulum erit igitur a/b/d,atq; isosceles:æqualis est enim a/b/ipsi a/d,per quindecimam diffinitionem primi. Dico quòd vnusquisq; angulorum qui ad basin b/d,duplus est reliqui anguli qui ad a. Circa enim triangulum a/c/d,per quintam huius quarti,describatur circulus a/c/d/f. Et quoniam per constructionem,quod sub a/b/& b/c/cõtinetur rectangulum,æquum est ei quod ex c/a/fit quadrato:& ipsi c/a/data est æqualis b/d, ab æqualibus autem rectis æqualia Constructio figuræ. Ostensio problematis.



describũtur quadrata, per corollariũ quadragesimæsextæ primi. Cõprehensum igitur sub a/b/& b/c/rectangulum, æquum est ei, quod ex b/d/fit quadrato. Atqui b/ punctũ extra circulum a/c/d/f/suscipitur, ab eóq; in circulum geminæ procidunt lineæ rectæ a/b/& b/d, quarũ altera vtpote a/b/circulum secat, altera verò b/d/ cadit, estq; sub tota dispescẽte & extrinsecus sumpta b/c/comprehensum rectangulũ,æquale ei quod ex cadente b/d/ fit quadrato. Cadens igitur b/d,tangit per vltimam tertij circulum a/c/d/f, in pũcto d/vtriq; circulo communi. Rursum quoniã b/d/recta tangit circulũ a/c/d/f,& à cõtactu d/extẽditur recta quædã linea d/c/circulum dispescens: angulus igitur b/d/c, angulo c/a/d,(qui in alterno consistit segmento)per trigesimã secundam tertij, est



æqualis. Quòd ſi vtrique æqualium angulorum addatur cõmunis angulus a/d/c: totus angulus a/d/b, duobus qui ſub c/a/d/ & a/d/c/ſunt angulis, erit per ſecundam communem ſentẽtiam æqualis. Eiſdem porrò qui ſub c/a/d/ & a/d/c/cõtinentur angulis, exterior angulus b/c/d, per trigeſimamſecũdam primi coæquatur. Per primã igitur communem ſententiã, angulus a/d/b, angulo b/c/d/ eſt æqualis. Angulo rurſum a/d/b, æquus eſt angulus c/b/d, aut (ſi velis) a/b/d, per quintã primi: ſunt enim ad baſin b/d/iſoſcelis triãguli a/b/d. Duo itaque anguli b/c/d/ & c/b/d, eidem angulo a/d/b/ſunt æquales: & æquales propterea adinuicẽ, per primã communẽ ſententiã. Hinc latus c/d/lateri b/d, per ſextã ipſius primi coæquatur. ſed eidem b/d, æqualis eſt per conſtructionem a/c. binæ igitur a/c/& c/d, eidem b/d/ſunt æquales: & æquales itaq; rurſum adinuicẽ, per eãdem primam cõmunem ſententiam. Angulus igitur a/d/c, angulo c/a/d, per eandẽ quintam primi eſt æqualis: & vterq; propterea dimidius ipſius anguli a/d/b, nã angulus a/d/b/eiſdem angulis a/d/c/& c/a/d/æqualis iam oſtenſus eſt. Duplus eſt igitur angulus a/d/b, ipſius anguli qui ad a. Eidem porrò angulo a/d/b, æqualis rurſum eſt a/b/d: quæ autem æqualia ſunt, eiuſdem ſunt duplicia, per ſextæ communis ſententiæ conuerſionem. Et a/b/d/itaq; angulus, eiuſdem anguli qui ad a/duplus itidem eſt. Iſoſceles ergo triangulum conſtituitur a/b/d, habens vnumquenq; eorum qui ad baſin b/d/ſunt angulorum duplum reliqui. Quod facere oportebat.

Πρόβλημα ια, Πρόθεσις ια.

Εἰς τὸν δοθέντα κύκλον, πεντάγωνον ἰσόπλευρόν τε καὶ ἰσογώνιον ἐγγράψαι.

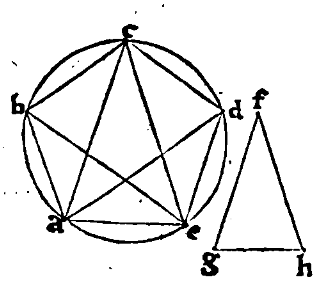
Problema 11, *Propoſitio* 11.

IN dato circulo, pentagonum æquilaterum & æquiangulum deſcribere. 11

ORONTIVS. ¶Eſto datus circulus a/b/c/d/e, in quo receptum ſit deſcribere pentagonum æquilaterum & æquiangulum. Conſtituatur per antecedentem decimam propoſitionem, triangulum f/g/h: cuius vnuſquiſq; eorum qui ad baſin g/h/ ſunt angulorum, duplus ſit reliqui anguli qui ad f. Et per ſecundam huius quarti, in dato circulo a/b/c/d/e, dato triangulo f/g/h, æquiangulum triangulum deſcribatur a/c/e: ſitq; angulus qui ad c, angulo qui ad f/æqualis. Cùm igitur vterq; angulorum qui ad baſin g/h, duplus ſit reliqui qui ad f: erit & vterque eorum qui ad baſin a/e, reliqui anguli qui ad c/itidem duplus. Secetur itaque bifariam, per nonam primi, vterq; angulorum qui ſub c/a/e/& a/e/c, productis in circunferẽtiam a/d/& e/b/ rectis: & connectantur a/b, b/c, c/d, & d/e/lineæ rectæ, per primum poſtulatum. Pentagonum eſt itaq; a/b/c/d/e/rectilineum: & in dato circulo, per tertiam huius quarti diffinitionem deſcriptum. ¶Aio primùm, quod & æquilaterũ. Nam angulus qui ſub a/c/e, dimidius eſt vtriuſq; æqualium angulorum qui ſub c/a/e/ & a/e/c. ſed anguli c/a/d/& d/a/e, ipſius c/a/e: anguli item a/e/b/ & b/e/c, ipſius a/e/c/ſunt dimidium, ſecti enim ſunt bifariã c/a/e/ & a/e/c/anguli. Quæ autem eiuſdem, vel æqualium ſunt dimidium, æqualia ſunt adinuicẽ, per ſeptimam communem ſententiam. Quinq; igitur anguli a/c/e, a/e/b, b/e/c, c/a/d, & d/a/e, ad circũferentiã ipſius circuli conſiſtẽtes,

Cõſtructio inſcribendi pentagoni.

Quòd inſcriptũ pentagonũ ſit æquilaterum.



ſunt adinuicē æquales. In eodem porrò circulo æquales anguli, in æqualibus circunferētijs ſubtenduntur, etſi ad centrum, etſi ad circunferentiam deducti fuerint, per vigeſimamſextam tertij. Quinq; ergo circunferētiæ a/b, b/c, c/d, d/e, & e/a, æquales ſunt adinuicem. In eodem rurſum circulo, ſub æqualibus circunferentijs æquales rectæ lineæ ſubtenduntur, per vigeſimamnonam ipſius tertij. Aequales itaq; inuicem ſunt præfatas circunferentias ſubtendentes lineæ rectæ: & proinde a/b/c/d/e/ pentagonum æquilaterum. ¶ Dico tandem q & æquiangulum. Quoniam circunferentia a/b, circunferentiæ c/d/ eſt æqualis: ſi vtriq; æqualium addatur cōmunis circunferentia a/e/d, reſultabunt a/e/d/c/ & b/a/e/d/ circunferentiæ, per ſecundam cōmunem ſententiam inuicem æquales. Sub ipſa porrò circunferentia a/e/d/c, deducitur angulus a/b/c: ſub ipſa autem b/a/e/d, angulus b/c/d, & vterq; ad circunferentiam eiuſdem circuli. Aequalis eſt igitur angulus a/b/c, angulo b/c/d: ſub æqualibus enim circunferentijs æquales deducuntur anguli, in eodem potiſſimū circulo, etſi ad centrum etſi ad circunferentiam fuerint deducti, per vigeſimamſeptimam tertij. Haud diſſimiliter oſtendemus, reliquos angulos qui ſub c/d/e, & d/e/a, & e/a/b, tum inuicem, tum vnicuiq; ipſorum a/b/c/ & b/c/d/ coæquari. Aequiangulum eſt igitur a/b/c/d/e, pentagonū. patuit q & æquilaterum. In dato itaq; circulo, pentagonū æquilaterū & æquiangulum deſcripſimus. Quod faciendum receperamus.

Quòd idē pētagonum ſit æquiangulū.

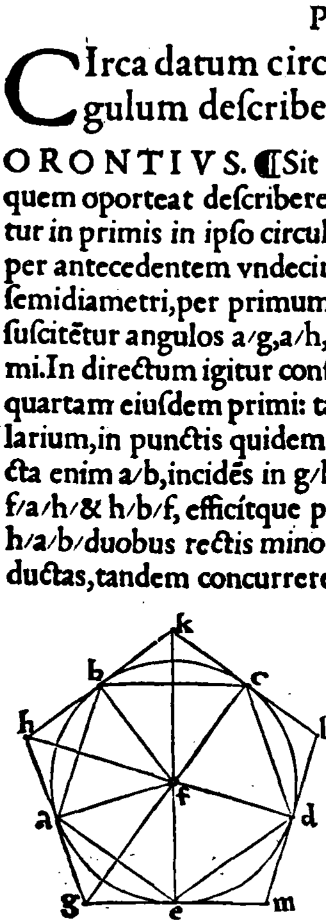
Πρόβλημα ιβ, Πρόθεσις ιβ.

Περὶ τὸν δοθέντα κύκλον, πεντάγωνον ἰσόπλευρόν τε καὶ ἰσογώνιον περιγράψαι.

Problema 12, *Propoſitio* 12.

12 Circa datum circulum, pentagonum æquilaterum & æquiangulum deſcribere.

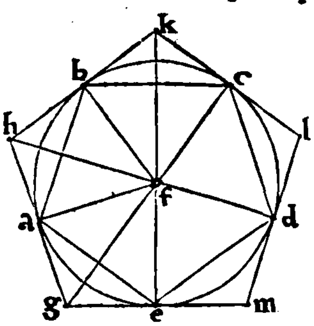
ORONTIVS. ¶ Sit rurſum datus circulus a/b/c/d/e, cuius centrum f: circa quem oporteat deſcribere pētagonum æquilaterum & æquiangulum. Deſcribatur in primis in ipſo circulo dato, pentagonū æquilaterū & æquiāgulum a/b/c/d/e, per antecedentem vndecimam propoſitionem: & cōnectantur f/a, f/b, f/c, f/d, & f/e/ ſemidiametri, per primum poſtulatum. A punctis autem a, b, c, d, e, ad rectos vtrinq; ſuſcitētur angulos a/g, a/h, b/h, b/k, c/k, c/l, d/l, d/m, e/m/ & e/g, per vndecimam primi. In directum igitur conſtituentur g/a/h, h/b/k, k/c/l, l/d/m, & m/e/g, per decimāquartam eiuſdem primi: tangéntq; circulum datum, per decimæſextæ tertij corollarium, in punctis quidem a, b, c, d, e. Conuenient inſuper ad puncta g, h, k, l, m. Recta enim a/b, incidēs in g/h/ & h/k/ rectas, diuidit vtrunq; angulum rectum qui ſub f/a/h/ & h/b/f, efficítque propterea interiores & in eadem parte angulos a/b/h/ & h/a/b/ duobus rectis minores: neceſſum eſt igitur, rectas g/h/ & h/k/ in infinitū productas, tandem concurrere ad partes h, per quintum poſtulatum. Haud diſſimiliter oſtendemus, quòd h/k/ & k/l/ conuenient ad punctū k, atq; k/l/ & l/m/ ad punctum l, necnon l/m/ & m/g/ ad punctum m: m/g/ tandem & g/h/ ad punctū g. Pentagonū eſt igitur g/h/k/l/m: & circa datū circulū a/b/c/d, per ſextā huius quarti diffinitionē, deſcriptū. ¶ Aio iam q & æquilaterū. Cōiungātur enim f/g, f/h, & f/k/ rectæ lineæ, per primū poſtulatū. Rectāgula igit' erūt a/f/h/ & h/f/b/ triangula. vnde per quadrageſimāſeptimā primi quæ ab ipſis f/a/ & a/h/ vtraq; fiūt quadrata, æqualia ſunt ei quod ex f/h: & per eādē, quæ ex f/b/ & b/h, eidē quod ex f/h/ fit quadrato æqualia. Quæ igitur ex f/a/ & a/h/ fiūt quadrata, eis quæ ex f/b/ & b/h/ fiūt



Pentagoni propoſiti circunſcriptio.

Quòd circunſcriptum pentagonum ſit æquilaterū.

quadratis, ſunt per primam communem ſententiam æqualia: quorum id quod ex f/a,ei quod ex f/b/eſt æquale,per corollariũ quadrageſimæſextæ primi:nam f/a,ipſi f/b/æqualis eſt,per circuli diffinitionem.Reliquum igitur quod ex a/h/ fit quadratum,reliquo quod ex h/b/per tertiam cõmunem ſententiam eſt æquale: & proinde a/h,ipſi h/b,per idem æquatur corollarium.Similiter oſtendetur ꝙ a/g/ ipſi g/e, & b/k/ipſi k/c/eſt æqualis: & conſequenter ita de cæteris. Rurſum quoniam a/f/ipſi f/b/eſt æqualis,& f/h/vtrique cõmunis:duo igitur latera a/f/& f/h/ trianguli a/f/h, duobus h/f/& f/b/trianguli h/f/b, ſunt æqualia alterum alteri:baſis quoq; a/h, baſi h/b/æqualis.Angulus igitur a/f/h, angulo h/f/b/æqualis eſt, per octauam primi: & vterque proinde,ipſius anguli a/f/b/dimidius. Eodem modo colligemus, angulum a/f/g/dimidiũ fore ipſius anguli a/f/e. Atqui anguli a/f/b/& a/f/e, æquales ſunt adinuicem,per vigeſimamſeptimam tertij: nempe ad centrum f, ſub circunferentijs a/b/& a/e/inuicem æqualibus deducti.Quæ autem æqualium ſunt dimidium,æqualia ſunt adinuicem,per ſeptimam communem ſententiam.Aequalis eſt igitur angulus a/f/g, angulo a/ f/ h: & rectus f/a/g, recto f/a/h, per quartum poſtulatum æqualis.Triangula igitur a/f/g/& a/f/h,habent duos angulos duobus angulis æquales alterum alteri.vnúmq; latus a/f/vtriq; cõmune,quod æquis adiacet angulis : reliqua igitur latera, reliquis lateribus æqualia, & reliquum angulũ reliquo angulo æqualẽ habebunt,per vigeſimamſextam primi.Aequalis eſt igitur a/g/ipſi a/h,& tota conſequenter g/h/ ipſius a/ h/ dupla: necnon angulus a/g/f,angulo f/h/a/æqualis.Haud aliter oſtendemus quòd h/k,dupla eſt ipſius b/h.Porrò a/h/& h/b,æquales præoſtenſæ ſunt:quæ autem æqualium duplicia ſunt, adinuicem ſunt æqualia,per ſextam cõmunem ſententiã. Aequalis eſt igitur g/h/ipſi h/k. Similiter quoq; demonſtrabitur,quòd cætera ipſius pentagoni latera,vtpote k/l,l/m,& m/g, tum inuicem,tum vtrique ipſarum g/h/& h/k/ſunt æqualia. Aequilaterũ eſt igitur g/h/k/l/m/ pentagonum.



Quòd idẽ circũſcriptũ pentagonum ſit æquiangulũ.

¶Dico tandem quòd & æquiangulum . Quoniam enim æqualis eſt a/h/ipſi h/b,& h/f/vtriq; cõmunis:binæ igitur a/h/& h/f/triãguli a/h/f, duabus f/h/& h/b/triãguli f/h/b,ſunt æquales altera alteri:baſis quoq; a/f,baſi f/b/ æqualis,per diffinitionem circuli.Angulus igitur a/h/f,angulo f/h/b,per octauã primi eſt æqualis.Totus itaq; angulus a/h/b,ipſius a/h/f/duplus eſt.Haud aliter monſtrabitur,quòd angulus a/g/f,angulo f/g/e/itidem coæquatur: totúſq; a/g/e,duplus eſt ipſius a/g/f.Anguli porrò a/g/f/& a/h/f,æquales nunc oſtenſi ſunt : quæ autem æqualium duplicia ſunt,adinuicem ſunt æqualia,per ſextam communẽ ſententiam. Aequalis eſt igitur angulus a/g/e,angulo a/h/b.Similiter oſtendemus,quòd reliqui anguli qui ſub b/k/c,& c/l/d,atq; d/m/e,tum inuicem, tum vtrique ipſorum a/g/e/ & a/h/b/reſpondenter coæquantur.Aequiangulum eſt itaque g/h/k/l/m/ pentagonum.Patuit quòd & æquilaterum: deſcriptúmq; circa a/b/c/d/e/circulũ. Circa datum ergo circulum a/b/c/d/e,pentagonũ æquilaterum & æquiangulum deſcribitur g/h/k/l/m.Quod oportuit feciſſe.

Πρόβλημα ιγ, Πρόθεσις ιγ.

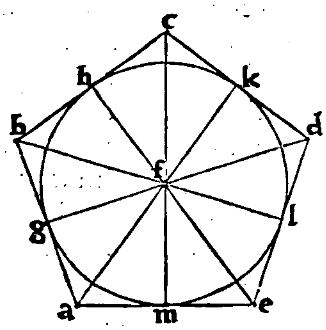
Εἰς τὸ δοθὲν πεντάγωνον, ὅ ἐστιν ἰσόπλευρόν τε καὶ ἰσογώνιον κύκλον ἐγγράψαι.

Problema 13, Propoſitio 13.

IN dato pẽtagono æquilatero & æquiangulo, circulũ deſcribere. 13

ORONTIVS. ¶Eſto datum pentagonũ æquilaterũ & æquiangulũ a/b/c/d/e, in quo expediat deſcribere circulum.Secetur in primis vterq; angulorum a/b/c/&

b/a/e/biſariam,per nonã primi,ſub rectis quidem lineis a/f/& b/f: quas operæpretium eſt tandem conuenire. Angulus enim a/b/c, minor eſt duobus rectis (nam aliàs a/b/& b/c, in rectum conſtituerentur) quapropter & angulus a/b/f, dimidius ipſius anguli a/b/c, recto minor eſt. Et proinde b/a/f, recto itidẽ minor. Hinc fit, vt recta a/b, incidat in a/f/& b/f/lineas rectas, efficiẽs in eadẽ parte interiores angulos binis rectis minores. Concurrent igitur, per quintum poſtulatum a/f/& b/f/ in directum productæ: idq; intra datum pentagonum. Angulo enim a/b/c, opponitur latus d/e:& *Vt centrũ inſcribẽdi circuli reperiatur.*



& c/d/latus, ipſi b/a/e/angulo. Recta igitur a/f/in rectum extenſa, cadet in latus c/d:& ipſa b/f, in latus d/e: ſeſe inuicem intra datum interſecantes pentagonum. Secẽt ſe igitur, & concurrant in puncto f. Aio punctũ f, fore centrum deſcribendi in dato pẽtagono circuli. Connectantur enim f/c, f/d, & f/e/lineæ rectæ, per primum poſtulatum. Cùm igitur a/b, ſit æqualis b/c, & b/f, vtrique cõmunis: erunt bina latera a/b/& b/f/ trianguli a/b/f, duobus lateribus c/b/& b/f/triãguli c/b/f/alternatim æqualia: & qui ſub æquis lateribus cõtinẽtur anguli a/ b/ f/& c/b/f, ſunt per cõſtructionẽ adinuicem æquales. Baſis igitur a/f, baſi f/c, & angulus b/a/f, angulo b/c/f, per quartã primi eſt æqualis. Angulus porrò b/a/f, dimidius eſt ipſius anguli b/a/e, & ipſi b/a/e, æqualis angulus b/c/d, per hypotheſin. Quæ autem inuicem æqualia ſunt, eiuſdem vel æqualium dimidium eſſe videntur: per ſeptimæ cõmunis ſententiæ conuerſionẽ. Angulus igitur b/c/f, dimidius eſt ipſius anguli b/a/e, & proinde anguli b/c/d: reliquus inſuper angulus f/c/d, dimidius itidem eſt eiuſdẽ anguli b/c/d. Bifariam itaque diuiditur angulus b/c/d, ſub recta c/f. Nec diſſimiliter oſtendetur, vterque reliquorum angulorum qui ſub c/d/e/& d/e/a, bifariam diſcindi ſub rectis lineis d/f/& e/f. Conſequenter à puncto f/ in ſingula ipſius pentagoni latera, perpendiculares deducãtur f/g, f/h, f/k, f/l, & f/m, per duodecimam primi. Et quoniam triangulorum b/f/g, & b/f/h, angulus g/b/f/ æquus eſt angulo f/b/h, necnon & rectus b/g/f/recto b/h/f/per quartum poſtulatum æqualis, latus inſuper b/f/vtrique triangulo commune, quod ſub vno æqualium ſubtenditur angulorum: reliqua igitur latera, reliquis lateribus æqualia habebunt alterum alteri, per vigeſimamſextam primi. Aequalis eſt igitur f/g/ipſi f/h. Haud diſſimiliter oſtendentur reliquæ perpendiculares f/k, f/l, & f/m, tum inuicem, tum vtriq; ipſarum f/g/& f/h/ coæquari. Quinque ergo rectæ lineæ f/g, f/h, f/k, f/l, & f/m, ſunt æquales adinuicem. Centro itaq; f, interuallo autem f/g, aut f/h, vel f/k, ſeu f/l, aut f/m, circulus deſcribatur g/h/k/l/m, per tertium poſtulatum. Tranſibit ergo ipſius circuli circunferentia, per ſingula puncta g, h, k, l, m. Et quoniam ab eiſdem punctis g, h, k, l, m, eorundem ſemidiametrorũ extremitatibus, dati pentagoni latera ad rectos excitata ſunt angulos: tanget propterea eiuſdem circuli circunferentia ſingula ipſius dati pentagoni latera, per decimæſextæ tertij corollarium. Circulus porrò in figura rectilinea deſcribi dicitur, quando circuli circunferentia, vnumquodq; latus eius in qua deſcribitur tangit: per quintam huius quarti diffinitionem. In dato igitur pentagono a/b/c/d/e, circulus deſcribitur g/h/k/l/m. Quod expediebat facere.

Quòd inuentum punctũ f, centrum exiſtat eiuſdem circuli.

Problematis abſoluta reſolutio.

Πρόβλημα ιδ', Πρότασις ιδ'.

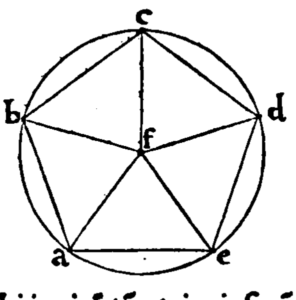
Περὶ τὸ δοθὲν πεντάγωνον, ὅ ἐστιν ἰσόπλευρόν τε καὶ ἰσογώνιον, κύκλον περιγράψαι.

Problema 14, *Propoſitio* 14.

14 Circa datum pentagonum æquilaterum & ęquiangulum, circulum deſcribere.

ORONTIVS. ¶ Sit datum pentagonum æquilaterum & æquiangulum a/b/c/d/e, circa quod circulum deſcribere ſit operæpretium. Secetur bifariã vterque angulorum qui ſub a/b/c/ & b/a/e, per nonam primi, productis a/f/ & b/f/ lineis rectis: quæ veluti patuit in antecedente decimatertia propoſitione, cõcurrent tandem adinuicem intra datum pentagonum. Concurrant igitur rurſum ad punctum f. Proximam itaque recolligendo demonſtrationẽ, rurſum oſtendere licebit, cæteros angulos qui ſub b/c/d, c/d/e, & d/e/a/ bifariam ſecari, ſub rectis quidem lineis c/f, d/f, & e/f: quemadmodùm ex ipſa præcedente decimatertia potes elicere propoſitione. Et quoniam angulus a/b/f, dimidium eſt anguli a/b/c, & angulus b/a/f, dimidiũ ipſius anguli b/a/e, ſuntq; per hypotheſin anguli a/b/c/ & b/a/e inuicẽ æquales: angulus igitur a/b/f, angulo b/a/f, per ſeptimã cõmunẽ ſentẽtiã æquus eſt: quæ enim æqualiũ ſunt dimidiũ, æqualia ſunt adinuicẽ. Et proinde latus f/a, lateri f/b, per ſextã primi, eſt æquale. Eodẽ prorſus modo cõcludemus, cæteras rectas lineas f/c, f/d, & f/e, tũ ſibi inuicẽ, tũ vtriq; ipſarũ f/a/ & f/b/ coæquari. Quinq; ergo lineæ rectæ f/a, f/b, f/c, f/d, & f/e, æquales ſunt adinuicem. Centro igitur f, interuallo autem f/a, vel f/b, aut f/c, vel f/d, aut f/e, circulus deſcribatur a/b/c/d/e, per tertiũ poſtulatum. Veniet ergo ipſius circuli circunferentia, per ſingula puncta a, b, c, d, e: tangẽtque propterea vnumquenq; angulum dati pentagoni. Circa datum igitur pentagonum æquilaterum & æquiangulum a/b/c/d/e: circulus, per quartam huius diffinitionẽ, deſcribitur. Quod faciendum fuerat.

Quę à proximę ꝓpoſitionis pẽdent oſtenſione.



Πρόβλημα ιε, Πρόθεσις ιε.

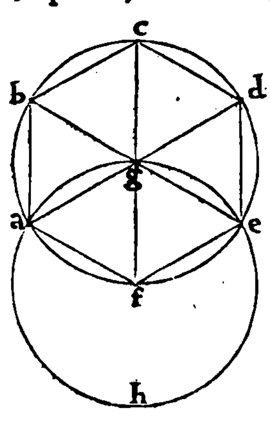
Εἰς τὸν δοθέντα κύκλον, ἑξάγωνον ἰσόπλευρόν τε καὶ ἰσογώνιον ἐγγράψαι

Problema 15, *Propoſitio* 15.

IN dato circulo, hexagonũ æquilaterũ & æquiãgulũ deſcribere. 15

ORONTIVS. ¶ Eſto datus circulus a/b/c/d/e/f, cuius centrum g: in quo quidem circulo oporteat deſcribere hexagonum æquilaterum & æquiangulum. Coaptetur itaq; in circulo a/b/c/d/e/f, dimetiens c/f. Et centro f, interuallo autem f/g, deſcribatur per tertium poſtulatum circulus a/g/e/h. Et quoniam præfati circuli in eodem ſunt plano, communem habentes ſemidiametrum f/g, & centrum vnius in alterius circunferentia conſtituitur: fit vt vnus prædictorum circulorum, ſit partim intra reliquum, partim verò extra. Vnde neceſſum eſt, circulum a/g/e/h, interſecare datum circulum a/b/c/d/e/f: idq; per decimam tertij, in duobus tãtummodò punctis, vtpote a, & e. Coniungantur igitur a/g, & e/g/ lineæ rectæ, per primum poſtulatum: & per ſecundum poſtulatum, directè producantur in puncta b, d. Rurſum per idem primum poſtulatum, connectantur rectæ lineæ a/b, b/c, c/d, d/e, e/f, & f/a. Hexagonum eſt itaq; a/b/c/d/e/f/ rectilineum: & in dato circulo, per tertiam huius quarti diffinitionem, deſcritum. ¶ Aio primùm ipſum fore æquilaterũ. Quoniam punctum g/ centrũ eſt circuli a/b/c/d/e/f: æqualis eſt igitur a/g, ipſi g/f, per circuli diffinitionẽ. Rurſum quoniam punctum f/ centrum eſt circuli a/g/e/h: æqualis eſt, per eandem circuli diffinitionem, a/f/ ipſi f/g. Binæ igitur a/g/ & a/f, eidẽ f/g/ ſunt æquales: & æquales propterea adinuicem, per primam cõmunem ſentẽtiam. Aequilaterũ

Inſcriptio propoſiti hexagoni.



Quòd inſcriptum hexagonum ſit æquilaterum.

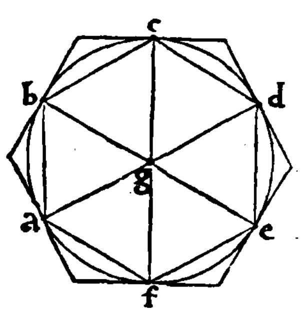
est igitur ipsum a/f/g/triangulum:& proinde æquiangulum, per quintæ libri primi corollarium. Et quoniam per trigesimamsecundam primi, omnis trianguli tres anguli sunt æquales duobus rectis: quilibet trium angulorum eiusdem triãguli a/f/g, vnum tertium duorum rectorum comprehendit. Angulus itaque a/ g/ f, duorum rectorum tertium est. Et proinde triangulum e/f/g, æquilaterum & æquiangulum est:& angulus cõsequentur f/g/e, vnum itidem tertium duorum rectorum. Recta insuper a/g, consistens super rectã b/e:efficit duos angulos b/g/a/& a/g/e/ binis rectis æquales, per decimam tertiam ipsius primi. quorum a/g/e duo tertia eorundem duorum rectorũ comprehendit: reliquus igitur angulus b/g/a, vni tertio duorum rectorum est æqualis. Tres igitur anguli b/g/a, a/g/f, & f/g/e, vni tertio duorum rectorum sunt æquales:& æquales ob id adinuicem, per primam communem sententiam. Et qui ad verticem igitur cõsistunt anguli b/g/c, c/g/d, & d/g/e, eisdem angulis, per decimamquintam primi coæquantur: hoc est, d/g/e/ipsi b/g/a, & c/g/d/ ipsi a/g/f, atq; b/g/c/ipsi f/g/e. Hinc colligitur, sex angulos ad g/cẽtrum deductos fore inuicem æquales. In eodem porrò circulo æquales anguli, in æqualibus circunferentijs subtenduntur, per vigesimamsextam tertij. Sex igitur circunferentiæ a/b, b/c, c/d, d/e, e/f, & f/a, sunt adinuicem æquales. Sub æqualibus rursum circunferentijs, æquales rectæ lineæ, per vigesimãnonã tertij subtenduntur. Sex itaq; rectæ lineæ a/b, b/c, c/d, d/e, e/f, & f/a, sibi inuicem coæquãtur. Aequilaterum est propterea hexagonum a/b/c/d/e/f. ¶ Dico iam quòd & æquiangulum. Nam circunferentia a/b, circunferentiæ c/ d/ est æqualis: si addatur igitur communis circunferentia d/e/f/a: consurgent per secundam communem sententiam, æquales circunferentiæ c/d/e/f/a, & d/e/f/a/b. Sub ipsa porrò circunferentia c/d/e/f/a, continetur angulus a/b/c: sub ipsa verò circunferentia d/e/f/a/b, angulus b/c/d. Anguli autem qui super æquales circunferentias in eodem circulo deducuntur, sibi inuicem sunt æquales, etsi ad centra, etsi ad circunferentias deducti fuerint, per vigesimamseptimam tertij. Aequalis est igitur angulus a/b/c, angulo b/c/d. Haud aliter mõstrabitur, quòd reliqui anguli ipsius a/b/c/d/e/f/hexagoni, vtpote c/d/e, d/e/f, & e/f/a, tum sibi inuicem, tum vtriq; ipsorum a/b/c/& b/c/d/coæquantur. Aequiangulũ est igitur ipsum a/b/c/d/e/f/hexagonum. Patuit iam quòd & æquilaterum, & in dato circulo descriptum. In dato igitur circulo a/b/c/d/e/ f/ hexagonum æquilaterum & æquiangulum describitur. Quod fecisse oportuit.

Quòd idem hexagonũ sit æquiangulũ.

Corollarium.

¶ Hinc fit manifestum, quòd hexagoni latus, ei quæ ex centro circuli, in quo ipsum discribitur hexagonum, est æquale.

¶ Item si per puncta a, b, c, d, e, f, rectæ ducãtur lineæ circulũ ipsum contingentes, & cũ illius dimetiẽtibus ad rectos cõuenientes angulos: hexagonum æquilaterum & æquiangulum circa datum circulum describetur. quemadmodùm ex duodecima huius quarti propositione de pentagono, & obiecta figura vel facilè deducetur. ¶ Præterea, nec minus facilè in dato hexagono æquilatero & æquiangulo, circulũ describere, & circunscribere poterimus: per ea quæ decimatertia & decimaquarta propositione, de pentagono ipso præostensa sunt. Quòd ex supradictis colligere oportebat.



Vt circulo hexagonum circũscribatur.

De circuli in dato hexagono inscriptione ac circunscriptione.

Πρόβλημα 15, Πρόθεσις 15.

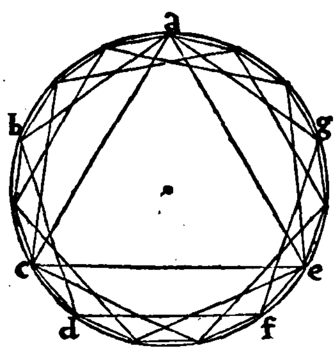
Εἰς τὸν δοθέντα κύκλον πεντεκαιδεκάγωνον, ἰσόπλευρόν τε καὶ ἰσογώνιον ἐγγράψαι.

Problema 16, *Propositio* 16.

IN dato circulo, quintidecagonum æquilaterum & æquiangu- lum describere. 16

ORONTIVS. ¶Sit datus circulus a/b/c/d/e, in quo receptum sit describere quintidecagonum æquilaterum & æquiangulum. Describatur in primis super data quapiam recta linea terminata triangulum æquilaterum, per primã primi: quod per quintæ eiusdem primi corollarium erit æquiangulum. Huic postmodũ triangulo, æquiangulum rursum describatur triangulum in dato circulo a/b/c/d/e, per secundam huius quarti propositionem: sitq; a/c/e. Item à pũcto a, in eodem circulo a/b/c/d/e, pentagonum æquilaterum & æquiangulum describatur a/b/d/f/g, per vndecimam huius quarti. Erit igitur triangulum a/c/e/æquilaterum, per sextæ primi libri corollarium: cuius latus quodlibet, subtendit tertiam circunferentiæ partem circuli a/b/c/d/e. quodlibet autem ipsius a/b/d/f/g, pentagoni latus subtendit quintam eiusdem circunferẽtiæ partem. Qualium igitur partium vel segmẽtorum, tota circuli a/b/c/d/e/circunferẽtia est quindecim: talium segmentum a/b/c/erit quinq;, & vtrunque segmẽtũ a/b/& b/d/ triũ, & proinde totũ segmẽtũ a/b/d, sex. Et quoniã segmẽtũ a/b/c/est quinq;: erit reliqua pars c/d/sextũ ipsius a/b/d, seu tertium ipsius b/d, & totius propterea a/b/c/d/e/circuli quindecimum. Coniuncta igitur c/d/recta, per primũ postulatũ, erit latus quintidecagoni in dato circulo describendi. Cui si æquales rectas lineas, in dato circulo a/b/c/d/e, ab ipso quidem puncto d/versus e/& a/in c/continuè, per primam huius quarti coaptaueris: erit in eodem circulo descriptum quintidecagonum æquilaterum.

Artificiosa lateris quintidecagoni adinuentio.



Idem aliter.

¶Poterunt & singulorum quindecim segmentorum distinctiones, per ipsius pentagoni æquilateri & æquiãguli, in dato circulo a/b/c/d/e, geminatam rursum descriptionẽ obtineri, à punctis quidem c/& e: & comparatis inuicem segmentis, demonstratiuè concludi. Quemadmodùm ex ipsa licet inspicere figura. ¶Aio iam quòd ipsum quintidecagonum æquilaterum, est æquiangulum. Quibuslibet enim angulis, sub duobus quibusuis ipsius quintidecagoni lateribus ad circunferentiam comprehensis, æquales subtenduntur circunferentiæ: nempe segmentorum inuicem æqualium tredecim, qualium totus circulus est quindecim. In eodem porrò circulo, anguli qui super æquales circunferẽtias deducuntur, sibi inuicem sunt æquales, etsi ad centra, etsi ad circunferentias fuerint deducti, per vigesimamseptimam tertij. Aequiangulũ est igitur ipsum a/b/c/d/e/ quintidecagonum. Patuit quòd & æquilaterum, & in dato circulo descriptum. In dato itaque circulo a/b/c/d/e, quintidecagonum æquilaterum & æquiangulum describitur. Quod tandem faciendum receperamus.

Quòd descriptũ quintidecagonum æquilaterũ, sit æquiangulũ.

Corollarium.

¶Quòd si per singulas segmentorum & angulorum quintidecagoni distinctiones, rectæ ducãtur lineæ circulum ipsum contingentes, & ad rectos angulos cum productis è centro semidiametris conuenientes: quintidecagonum æquilaterum & æquiangulum, circa datum circulũ describetur. quemadmodùm duodecima huius quarti propositione, de circunscribendo tradidimus pentagono. ¶Haud dissimiliter, per ea quæ decimatertia & decimaquarta eiusdẽ quarti propositione, de pẽtagonis ostensa sunt: in dato quintidecagono æquilatero & æquiangulo, circulum describere, ac circunscribere licebit.

Quarti libri geometricorũ elementorũ, FINIS.

Orontij Finei Delphinatis, Re-

GII MATHEMATICARVM PROFESSO-ris, In Quintum elementorum Euclidis, Demonſtrationes.

¶ *Diffinitionum elucidatio non aſpernanda.*

ORONTIVS.

POSTQVAM EVCLIDES QVATVOR ANTEcedentibus libris, quantitatis continuæ qualitatem, illiúſq; dimenſiones apertè demonſtrauit: iam binis ſuccedentibus libris, magnitudinū rationes, atque proportiones, acutiſſimis proſequitur oſtenſionibus.

Huius itaq; libri quinti ſcopus eſt, de proportionibus in vniuerſum pertractare: ſingula enim quę in eo demōſtrātur, nō ſolùm ad geometricā videntur ſpectare contēplationē, ſed cōmune aliquid habēt cum Arithmetica, & Muſica, & cum doctrinis omnibus quę ſub mathematica traditione cōprehendūtur. Verùm quoniā de proportionibus futurus eſt ſermo, proportio autē rationū videtur eſſe ſimilitudo: de rationibus, quibus ipſæ cōponuntur proportiones, in primis tractandū eſt. prius enim oportet agnoſcere ſimplicia, q̄ cōpoſita. Cùm igitur binæ magnitudines inuicē cōparantur: hæ proculdubio aut æquales, aut inæquales offendūtur. Propriū enim quantitatis eſſe diffinit Ariſtoteles, ſecundū eam æquale, vel inæquale dici. & huiuſcemodi cōparatio, habitudo dicitur: quā Euclides, ad veterū imitationem, rationē adpellat. Ipſæ autē magnitudines, termini tunc vocitātur: illa quidē quæ alteri refertur, antecedēs: reliqua verò, conſequens, ad quam ſcilicet alterius fit cōparatio. Id porrò, quo altera diſtat à reliqua: differētia propriè dicitur. ¶ Quoties itaq; propoſitæ & adinuicē comparatæ magnitudines, fuerint inæquales, & minor metitur maiorē, hoc eſt, aliquotiens ſumpta, ſeu per datum aliquem multiplicata numerum, ipſam maiorem reſtituit magnitudinem : tunc minor magnitudo, pars ipſius maioris dicitur: quam vulgus peculiari nomenclatura, iuxta multiplicationis numerum, multiplicatiuam ſeu quotam partem eiuſdem maioris adpellat. Quæ ab Euclide ita primùm diffinitur,

Scopus huius libri quinti.

De magnitudinum cōparatione.

Habitudo.

Ratio.

Quota ſeu multiplicatiua pars.

ΕΥΚΛΕΙΔΟΥ ΣΤΟΙΧΕΙΟΝ ΠΕΜΠΤΟΝ.

¶ Μέρος ἐστὶ μέγεθος μεγέθους, τὸ ἔλασσον τοῦ μείζονος, ὅταν καταμετρῇ τὸ μεῖζον.

1 **Pars eſt magnitudo magnitudinis minor maioris, quando minor metitur maiorem.**

Vtpote, binis magnitudinibus datis, quarum altera bipedalis, altera verò ſextupedalis exiſtat, quoniam bipedalis ter ſumpta, ſeu per tria multiplicata, ſextupedalem metitur magnitudinē: idcirco bipedalis magnitudo, pars eſt ipſius ſextupedalis magnitudinis, & tertia pars eiuſdem ſextupedalis peculiari diſcretione vocatur. ¶ Ipſa porrò maior magnitudo, quam minor ſupraſcripta multiplicatione metitur: multiplex ipſius minoris adpellatur magnitudinis, hoc eſt, multotiens ipſam minorem comprehendens magnitudinem, vel ex multiplici eiuſdem minoris repetitione conſurgens. Hinc dicit Euclides,

Exēplū quotæ partis.

Multiplex.

¶ Πολλαπλάσιον δὲ, τὸ μεῖζον τοῦ ἐλάσσονος, ὅταν καταμετρῆται ὑπὸ τοῦ ἐλάττονος.

2 **Multiplex autem, maior minore, quando eam metitur minor.**

Vt in præaſſumpto nuper exēplo, ſextupedalis magnitudo multiplex dicitū ipſius bipedalis

Exemplū multiplicis.

magnitudinis, vtpote, quod multotiens, hoc est ter, eandem bipedalem contineat magnitudinē, seu quam bipedalis ter multiplicata metitur. & propterea sextupedalis, triplex ipsius bipedalis peculiari restrictione vocatur. ¶Cùm autem minor magnitudo aliquotiēs sumpta, seu multiplicata, plus aut minus efficit, quàm sit ipsa magnitudo maior: nō quota, sed adgregatiua pars ipsius maioris videtur esse magnitudinis, ex quotis scilicet partibus adgregata, ab ipsarum partium quotarum tum numero, tum qualitate denominanda. Veluti quadrupedalis ad sextupedalem relata magnitudinē, adgregatiua pars eiusdem sextupedalis dicenda est magnitudinis. Componitur enim ex geminis bipedalibus magnitudinibus, quarum quęlibet tertiam sextupedalis partem efficit: hinc bipartiens tertias eiusdem sextupedalis denominatur. ¶Quæ igitur adinuicem comparatæ magnitudines, cōmuni aliqua metiuntur magnitudine: commensurabiles, seu communicātes, & rationales adpellantur. Cuiusmodi sunt omnes numeri, à binario in infinitum distributi, quos indifferenter metitur vnitas: omnes insuper ad numeros relatæ magnitudines, determinatam inter sese rationem vel habitudinem obtinentes. Quibus autem non accidit aliqua & per numerum expressa mensura: incōmensurabiles, & incommunicātes, irrationalésve dicuntur magnitudines, quarum habitudo determinatis non exprimitur numeris. Veluti sunt diagonius, & latus quadrati geometrici.

Pars adgregatiua.

Exemplum.

Cōmensurabiles & rationales magnitudines.

Incommensurabiles & irrationales.

Illa igitur rationalium vel irrationalium, seu cōmensurabilium & incōmensurabilium magnitudinum comparatio, vel habitudo, ratio (quemadmodùm suprà dictum est) à veteribus adpellatur: quæ ab Euclide in hunc modum diffinitur,

¶Λόγος ἐστὶ δύο μεγεθῶν ὁμογενῶν ἡ κατὰ πηλικότητα πρὸς ἄλληλα ποιὰ σχέσις.

Ratio est duarum magnitudinum eiusdem generis aliquatenus adinuicem quædam habitudo. 3

Quę inuicem cōparantur.

Sola enim vniuoca veniunt inter sese comparanda, vtpote, numerus numero, linea lineæ, superficies superficiei, solidum solido, sonus sono, tēpus tempori, velocitas velocitati, & quę sunt huiuscemodi. Inter ea enim quę diuersorum sunt generum, nulla videtur accidere comparatio. ¶Offenditur autem ratio inter numeros absolutè consideratos, quam arithmeticā nuncupamus rationem: intérve sonoros, hoc est, ad sonorum hormoniam relatos numeros, quæ harmonica ratio dicitur: vel inter abstractas tum à materia, tum à numero magnitudines, quæ ratio geometrica propriè nominatur. Quæcunque porrò rationes inter ipsos inueniuntur numeros, eædem inter singula continuorum offenduntur genera: at non è diuerso. Arithmetica siquidem ratio, tantummodò rationalium videtur esse magnitudinum: geometrica verò, tam rationaliū quàm irrationalium contemplatur magnitudinum habitudinem. Quæcunque insuper rationis diuersitates vni continuorū accidunt generi, vtpote lineis: cæteris continuorū videntur euenire generibus, superficiebus inquàm & solidis. quod ipsis non solet accidere numeris. Idcirco de geometrica, & veluti principatum obtinēte ratione, hoc loco tractare principaliter intendit Euclides. ¶Duplex est autem ratio geometrica: altera quidē æqualitatis, cuius differētia nulla est: altera verò inæqualitatis, cuius rationales species sunt quinque: tres quidē simplices, vtpote multiplex, superparticularis, & superpartiēs: & duæ ex eis cōpositæ, scilicet multiplex superparticularis, & multiplex superpartiens. Primò igitur doctrina simplicium, postea cætera in vniuersum perscrutātur rationum discrimina: debet enim simplicium doctrina, in omnibus doctrinam præcedere compositorum. ¶Multiplicem itaque solemus adpellare rationem, quoties maior magnitudo minorem (vti suprà dictum est) pluries & adæquatè comprehēdit magnitudinem: quæ in duplam vt quaternarij ad binarium, triplam veluti senarij ad ipsum binarium, quadruplam vt duodenarij ad ternarium, & deinceps ita quantumlibet subdiuiditur, prout maior magnitudo bis, ter, quater, pluriésve minorem comprehendit. Superparticularis autē ratio dicitur, cùm maior magnitudo minorem semel, & quotam insuper minoris partem continet: quæ sesqualtera dicitur vt ternarij ad binarium, aut sesquitertia veluti quaternarij ad ternariū, vel sesquiquarta vt quinarij ad quaternarium, & respondenter ita quantumlibet, prout pars ipsa alteram minoris magnitudinis partem, vel tertiam, aut quartam, aliámve quotam partem efficit, à dato quouis numero denominatam. Superpartientem verò rationem adpellamus, quoties maior magnitudo minorem itidem semel comprehendit, & contingentem præterea vel adgregatiuam eiusdem minoris partem, ex quotis ipsius minoris partibus compositam: quæ varia, pro numero ac ratione partium, sortitur discrimina. Alia enim superbipartiens tertias

Ratio Arithmetica.

Harmonica.

Geometrica.

Ratio æqualitatis.

inæqualitatis

Ratio multiplex.

Superparticularis ratio.

Ratio superpartiens.

dicitur, vt quinarij ad ternarium: alia supertripartiens quartas, velut septenarij ad quaternarium: alia verò superquadripartiens quintas, veluti nouenarij ad quinariũ, & deinceps ita sine statu, vocitatur. Hinc facilè colligitur, vtriusq; cõpositarum rationum diffinitio. Multiplex enim & superparticularis ratio dicitur, cùm maior magnitudo minorẽ pluries, & quotam insuper eiusdem minoris partem comprehendit. Multiplex deniq; & superpartiens ratio nominatur, quoties eadem magnitudo maior, minorem itidem pluries, & partem vltra non quotam, sed ex quotis eiusdem minoris partibus adgregatam continet. Quæ tum pro varietate multiplicis, tum pro vtriusque & superparticularis & superpartientis diuersitate, in varia, & (si liceat dicere) infinita compositarum rationũ partiuntur discrimina. Cæteræ autem ab his magnitudinum habitudines, quarum denominationes ignoramus: surdæ irrationalésve nuncupantur. Porrò hæc omnia velim intelligas, dum maiores minoribus comparantur magnitudines: nam si minores ipsis maioribus comparẽtur magnitudinibus, subrationales erunt minores maioribus. Hinc talium magnitudinum rationes, submultiplices, subsuperparticulares, subsuperpartientes, submultiplices superparticulares, & submultiplices superpartientes, pro ratione atque transpositione terminorũ, adpellãtur. ¶Cuiuslibet autem suprascriptarum rationũ cum alia quauis simili ratione cõparatio vel habitudo (non vt magnitudo magnitudini, sed vt hæc ratio cum illa ratione comparatur) proportio dicitur: cuius hæc est summaria diffinitio,

Multiplex superparticularis. Multiplex superpartiens. Surdæ rationes. Notandum. De rationum cõparatione.

¶Ἀναλογία δὲ ἐστιν, ἡ τῶν λόγων ὁμοιότης.

4 Proportio verò, est rationum identitas.

Hoc est, duarũ plurimúmve geometricarũ rationũ similitudo. vt si duplam duplæ, sesqualteram sesqualteræ, pluresve duplas, aut sesqualteras, & alias quascunque similes rationes inuicem comparaueris. Nam de arithmetica ratione, quam vocant æqualium differentiarum inter datos numeros obseruatam progressionem: nihil ad præsentem doctrinam. Neque de ratione musica, quæ potius harmonia quædã esse videtur: vtpote, quæ fit cùm oblatis tribus numeris, quam rationem maximus obtinet ad minimum, eam quoq; seruat differentia maximi supra medium ad differentiam medij supra minimum, in suprà scripta rationum similitudine minimè consistens. Sicuti enim arithmetica progressio, à musica differre perhibetur harmonia: sic & geometrica proportio (quæ sola peculiari nomine proportionis venit adpellanda) ab vtraque distinguitur. ¶Est autem geometrica proportio aut continua, aut discontinua. Continuam adpellamus proportionem, cùm datis quotlibet eiusdem generis quantitatibus, omnium antecedentium ad proximè succedentes cõtinuata seruatur rationis habitudo: sic vt prima solùm antecedentis, vltima verò cõsequentis, intermediæ autem & antecedentis & consequentis fungantur officio. Vtpote cùm prima ad secundam eam seruat rationem, quam secunda ad tertiam, & tertia ad quartam, & deinceps ita quantumlibet. Quæcunq; igitur continua proportione ligantur, eiusdem oportet esse generis: propter necessariam cuiuslibet antecedentis cum suo consequente respondentiam, & continuãdam inuicem cõparabilium habitudinem, siue relationem. ¶Discontinua verò proportio, fit: cùm oblatis quatuor, pluribúsve quantitatibus, prima ad secundã eam habet rationem, quam tertia ad quartam, & quinta ad sextam, & consequentur ita quantumlibet. Huiuscemodi nanq; rationũ similitudo, vel identitas, proportio, sed discontinua vocitatur. consequens enim primæ rationis, non fit antecedens secundæ: neq; item consequens ipsius secundæ, in tertiæ rationis continuatur antecedẽs. velut ipsi cõtinuæ diximus euenire proportioni. Possunt itaque genere diuersa, discõtinua inuicem proportione colligari: ob singulorum antecedentium, ad singula consequentia, separatim factam comparationẽ. Eadem nanque ratio inter duos accidens numeros: potest simul inter duas lineas, binásve superficies, aut alias quasuis inuicem comparabiles inueniri magnitudines. Hinc patet, discontinuam proportionem sub pari semper terminorum comprehendi numero: continuã verò tam parem, quàm imparem admittere terminorum seu quantitatum multitudinem.

De ratione arithmetica. De musica ratione. Proportio geometrica continua. Sola vniuoca cõtinua proportione ligãtur. Discontinua proportio geometrica. Genere diuersa discõtinuã proportionẽ obseruant. Corollarium.

¶Λόγον ἔχειν πρὸς ἄλληλα μεγέθη λέγεται, ἃ δύναται πολλαπλασιαζόμενα ἀλλήλων ὑπερέχειν.

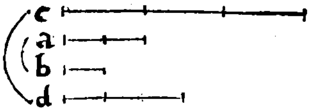
5 Rationem habere adinuicẽ magnitudines dicuntur, quæ possunt multiplicatæ inuicem excedere.

Post ipsius rationis, atq; proportionis adsignatas diffinitiones: describit cõsequẽter Euclides, qualiter inuicem comparatæ magnitudines rationẽ habere dicãtur. Cùm igitur tam

Quonam modo magnitudines rationẽ habere diffiniantur.

rationalium quàm irrationalium hic perſcrutentur magnitudinũ habitudines, & ipſa irrationalium magnitudinum habitudo, tum nobis, tum ipſi naturę ſit ignota, denominationem ab aliquo non valens accipere numero: coactus eſt Euclides (vt generalem quandam rationalium & irrationalium præſcriberet diffinitionem) ad cõparatarum inuicem magnitudinum confugere multiplicationẽ, hoc eſt, per ipſarum magnitudinum æquè multiplicia diffinire, qualiter magnitudo alteri comparata magnitudini rationem habere dicatur. Si igitur magnitudo a/magnitudini b/comparetur, & ambæ æqualiter multiplicentur, hoc eſt, ambarum ſumantur æquè multiplicia, c/quidem ipſius a, & d/ ipſius b: quam rationem habebit multiplex c/ad multiplex d, eam ſeruabit & a/magnitudo, ad b/magnitudinem. Quaſi ignota inter a/& b/differentia, per multiplicationem ipſarũ augeatur magnitudinum: & in rationis ignotæ nos inducat agnitionem. Tanta ſiquidẽ multiplicium cũ ſubmultiplicibus, ſeu partibus inuenitur eſſe fraternitas: vt ipſę æquè multiplices magnitudines nõ poſſint aliquã rationalẽ aut irrationalẽ inter ſeſe habitudinẽ obſeruare, quin ea ſimul partibus accidat ſubmultiplicibus, & è contrario.

Exemplum.



Notandum.

¶Ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ μεγέθη λέγεται εἶναι, πρῶτον πρὸς δεύτερον, καὶ τρίτον πρὸς τέταρτον, ὅταν τὰ τοῦ πρώτου καὶ τρίτου ἰσάκις πολλαπλάσια, τῶν τοῦ δευτέρου καὶ τετάρτου ἰσάκις πολλαπλασίων, καθ' ὁποιονοῦν πολλαπλασιασμὸν ἑκάτερον ἑκατέρου, ἢ ἅμα ἐλλείπῃ, ἢ ἅμα ἴσα ᾖ, ἢ ἅμα ὑπερέχῃ ληφθέντα κατάλληλα.

In eadẽ ratione magnitudines dicũtur eſſe, prima ad ſecundã & tertia ad quartã: quãdo primę & tertię ęquè multiplicia, ſecũdę & quartę æquè multiplicia, iuxta quãuis multiplicationẽ vtraq; vtrãq; vel vnà excedũt, vel vnà æquales ſunt, vel vnà deficiũt ſũptæ adinuicẽ. 6

Quæ magnitudines in eadem ratione conſiſtant.

Oſtenſo qualiter magnitudines rationẽ habere adinuicẽ iudicentur: diffinit reſpondenter Euclides, quonam modo magnitudines ipſę ſimilem videãtur obtinere rationẽ, habitudiníſve nanciſcantur identitatem. Quæ diffinitio non potuit per alicuius præcedentium quinq; rationalium ſpecierum ipſius rationis vel habitudinis, vtpote aut multiplicis, aut ſuperparticularis, aut ſuperpartientis, vel multiplicis ſuperparticularis, vel deniq; multiplicis ſuperpartientis deſcribi ſimilitudinem: propter ſurdas (vt vocãt) irrationaliũ magnitudinum habitudines, quarum denominationes exprimi non poſſunt. Confugiendum ergo fore exiſtimauit Euclides, ad contingentem æquè multiplicium habitudinem, tam continuè, quàm ſeparatim facta earũdem magnitudinum relatione. Nam in proportionibus ſicuti antecedentia adinuicem, & ipſa pariter conſequentia, mutuam quandam inter ſeſe videtur habere relationem: haud diſſimiliter ipſorum antecedentium, pariter & cõſequentium æquè multiplicia, iuxta quamuis multiplicationem coaſſumpta, fraterna quadam rationum colligantur ſimilitudine, atque è diuerſo: tametſi alia inter ipſa æquè multiplicia, ab ea quæ inter partes offenditur ſubmultiplices, contingat plerunque rationum identitas. Quòd autẽ ex multiplicium proportione, earundem partiũ, ſub multipliciúmve magnitudinũ proportio, vel è contrario ſubſequatur: ſuccedentibus oſtẽdetur propoſitionibus. prius enim diffinire, quàm diffinitorum concludere neceſſitatem eſt operæpretium.

Notandum.

Diffinitionis elucidatio.

¶Cùm itaque ſimilitudo rationis, binarium ad minus rationum, & proinde quaternarium magnitudinum videatur exoptare numerum: ait Euclides, magnitudines in eadem eſſe ratione, prima quidem ad ſecundam, & tertia ad quartam: quando primæ & tertiæ, hoc eſt antecedentiũ magnitudinum ſumptis æquè multiplicibus, & conſequentium itidem magnitudinum, ſecũdæ videlicet & quartæ, æquè multiplicibus (etiam in alia quauis ab antecedentium multiplicatione) coaſſumptis, multiplex primæ ad multiplex ſecũdæ eam ſeruat rationem, quam multiplex tertiæ ad multiplex quartæ: ſiue ipſa ratio maioris, aut minoris extiterit inæqualitatis. Hæc enim de exceſſu, vel defectu proportionali veniũt intelligenda. Velut ex obiecta numerorum potes colligere formula. In qua numeri dati ſint a, b, c, d: & ipſorum a/& c, primi inquàm & tertij æquè multiplices e, f, nempe dupli: numerorum autem b, d,

Exemplum.

a	b	c	d	
12	6	8	4	Nu. diſcontinuè proportionales.
e	g	f	h	
24	18	16	12	Aequè multiplices.

hoc est secundi & quarti æquè itidem multiplices g,h,vtpote tripli. Et quoniã multiplex e ad multiplicem g eam habet rationem, quam multiplex f ad multiplicem h (vtrobiq; enim sesquitertia) necessum est primum numerum a ad secundùm numerum b eam simul obseruare rationem, quam tertius numerus c ad quartũ d, nempe duplam. Haud aliter de magnitudinibus, siue continuis intelligito. ❡ Hinc fit, vt in continuè proportionatis, vbi videlicet consequens primæ rationis fit antecedens secundæ, sumenda sint æquè multiplicia singularum magnitudinum iuxta eandem multiplicationem, hoc est, aut simul tripla, aut simul quadrupla, &c. propterea q; secũda magnitudo, ipsius tertiæ simul fungatur officio, & geminas potentia magnitudines repræsentet. Vt datis in exemplum a,b,c, numeris: quorum æquè multiplices sint d,e,f, vtpote tripli, d quidem ipsius a, & e ipsius b, atq; f ipsius c. Si multiplex d ad multiplicẽ e habuerit eam rationem, quam idem e ad f: tunc a primus numerus ad secundum b eam simul obseruabit rationem, quam idem numerus b, ad tertiũ c. quemadmodùm ex ipsa numerorum potes elicere descriptione: in qua tam dati numeri a,b,c, q̃ eorũdem numerorum æquè multiplices d,e,f, sub dupla inuicem ratione proportionantur.

De continuè proportionalibus.

Exemplum.

a	b	c	
8	4	2	Nu. continuè proportionales.
d	e	f	
24	12	6	Aequè multiplices.

❡Τὰ δὲ τὸν αὐτὸν ἔχοντα μεγέθη λόγον, ἀνάλογον καλείσθω.

7 Eandem autem habentes rationem magnitudines, proportionales vocentur.

Diffinitio proportionaliũ.

Cùm enim proportio rationum sit idẽtitas: fit vt magnitudines, quæ in eadem offendentur esse ratione, vel inter quas rationum offendetur similitudo (siue continua, siue discontinua eiusdem rationis obseruetur identitas) proportionales adpellentur.

❡Ὅταν δὲ τῶν ἰσάκις πολλαπλασίων τὸ μὲν τοῦ πρώτου πολλαπλάσιον ὑπερέχῃ τοῦ τοῦ δευτέρου πολλαπλασίου, τὸ δὲ τοῦ τρίτου πολλαπλάσιον μὴ ὑπερέχῃ τοῦ τοῦ τετάρτου πολλαπλασίου, τότε τὸ πρῶτον πρὸς τὸ δεύτερον μείζονα λόγον ἔχειν λέγεται, ἤπερ τὸ τρίτον πρὸς τὸ τέταρτον.

8 Quando verò æquè multipliciũ multiplex primi excesserit multiplex secundi, multiplex autem tertij non excesserit multiplex quarti: tunc primum ad secundum maiorem rationem habere dicetur, quàm tertium ad quartum.

Improportionaliũ magnitudinum diffinitio.

Quemadmodùm datarum magnitudinum continuam vel discontinuam proportionem, ex coassumptorum æquè multiplicium, & ordinatim comparatorum proportione pendere diffinitum est: haud dissimiliter & improportionalium magnitudinum disproportio, ex suprascripto modo sumptorum æquè multipliciũ disproportione, versa vice colligitur. Est enim disproportio, rationũ dissimilitudo: vtpote, quando prima magnitudo ad secundã maiorem vel minorem rationem habet, q̃ tertia ad quartam. Huius itaque diffinitionis hæc est summa. Si quatuor oblatarum magnitudinũ coassumantur æquè multiplicia primæ & tertiæ, atq; secundæ & quartæ, & multiplex primæ ad multiplex secundæ maiorem rationem habuerit, q̃ multiplex tertiæ ad multiplex quartæ: tunc prima magnitudo ad secundã maiorem itidem rationem obseruabit, quàm tertia ad quartã: & si minorẽ, minorẽ. Et proinde rationum subsequetur dissimilitudo, ergo disproportio: siue ipsæ magnitudines continua, vel discontinua ratione, seu relatione terminorum inuicem conferãtur. Quorum exempla dare, inutile iudicamus: vtpote, quæ à contraria proportionalium interpretatione colligi vel facilè possunt.

Disproportio

Diffinitionis interpretatio

❡Ἀναλογία δὲ ἐν τρισὶν ὅροις ἐλαχίστοις ἐστίν.

9 Proportio autem in tribus terminis ad minus est.

De continua velim intelligas proportione. Cùm enim proportio rationũ existat similitudo: operæpretium est in ipsa proportione duas ad minus inuicem similes occurrere rationes, & proinde terminos quatuor, duo inquàm antecedentia & totidẽ consequẽtia. Et quoniam in proportione continua, consequens primæ rationis fit antecedẽs secundæ, in discontinua verò minimè: fit vt continua proportio non possit consistere in paucioribus tribus terminis, diſcontinua autem in paucioribus quatuor. Hi ſunt ergo numeri terminorum minimi, inter quos videtur accidere proportio: maximi verò, nuſquã dabiles ſunt, vtpote, quoniam ſimilitudo rationum in infinitum poteſt deuenire numerum.

¶Ὅταν τρία μεγέθη ἀνάλογον ᾖ, τὸ πρῶτον πρὸς τὸ τρίτον, διπλασίονα λόγον ἔχειν λέγεται, ἤπερ πρὸς τὸ δεύτερον. Ὅταν δὲ τέσσαρα μεγέθη ἀνάλογον, τὸ πρῶτον πρὸς τὸ τέταρτον, τριπλασίονα λόγον ἔχειν λέγεται, ἤπερ πρὸς τὸ δεύτερον, καὶ ἀεὶ ἑξῆς ἑνὶ πλεῖον, ἕως ἂν ἡ ἀναλογία ὑπάρχῃ.

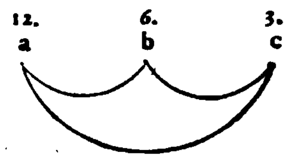
Quã rationẽ habeat prima magnitudo ad vltimã in cõtinuè proportionalib⁹.

Quando tres magnitudines proportionales fuerint: prima ad tertiam duplicẽ rationem habere dicetur, quàm ad ſecundam. Quando autem quatuor magnitudines proportionales fuerint: prima ad quartam triplicem rationẽ habere dicetur, quàm ad ſecundã, & ſemper ordine vna plus, quouſq; ſit abſoluta proportio. 10

Hic diffinit Euclides quam rationem habeat prima magnitudo ad vltimam, in continuè proportionalibus. Senſus itaq; diffinitionis eſt, quòd in proportione continua ratio extremarum magnitudinum, ex ſingulis rationibus in eadem occurrẽtibus proportione inuicem compoſitis generatur. Hinc fit, vt in minima proportione, quæ ſub tribus comprehenditur terminis, prima magnitudo ad vltimam duplicem rationem habere dicatur, quàm ad ſecundam, hoc eſt, ex ipſis duabus rationibus ſimilibus, primę inquàm magnitudinis ad ſecundã, & eiuſdem ſecundæ ad tertiam inuicem compoſitis, vel altera earum duplata conſurgentẽ. Multiplicandi ſunt igitur ipſarum rationum denominatores adinuicem: producetur enim optatæ rationis denominator. quemadmodùm ſecũdo capite, libri quarti noſtræ docuimus Arithmeticæ. & quinta diffinitione libri ſexti clarius oſtendemus. Sint exempli cauſa obiecti numeri a, b, c, ſub dupla ratione proportionati. vtraque igitur ratio à binario denominatur numero. Bis autem duo efficiunt quatuor: à quibus ratio primi numeri ad tertiũ, hoc eſt, a/ad c/denominabitur. Erit ergo primi ad ipſum tertium ratio quadrupla, ſeu primi ad ſecundum duplicata. ¶Porrò ſi quatuor extiterint magnitudines cõtinuè itidem proportionales: prima ad quartam triplicem rationem habere dicetur, quàm ad ſecundam, hoc eſt, ex tribus rationibus, primæ quidem ad ſecundam, & ſecundæ ad tertiam, atq; tertiæ ad quartam generatam. Sed animaduertas oportet, quòd in trium aut plurium rationum compoſitione, operæpretium eſt ex duabus primis vnam efficere rationem, & ex illa conſequenter & ſuccedente tertia vnam rurſum conſtituere: & deinceps ita quantumlibet, pro datarum rationũ multitudine. Dentur in exemplum quatuor numeri continuè proportionales d, e, f, g, ſub pupla itidem ratione diſtributi. Quælibet igitur trium rationum, à binario rurſum denominatur numero. bis autẽ duo, efficiunt quatuor, quæ oſtẽdunt primum numerum ad tertiũ, vel ſecundum ad quartum, quadruplam obtinere rationem: bis autem quatuor, reſtituũt octo, à quibus octupla ratio denominatur. A io itaque eundem primũ numerum ad quartũ, octuplam ſeruare rationẽ. quæ non propterea primi ad ſecundum triplata ratio vocitatur, quòd ipſa ratio primi ad ſecundum per tria ſit multiplicanda: ſed quoniam ter in eadem proportione reperiatur, ex qua quidem triplici ratione, extremorum ratio ſupraſcripto modo conſurgit. Eadem quoque ratio primi ad quartum reſultabit, ſi eam rationem quæ eſt primi ad tertium, vel ſecundi ad quartum, per rationem eiuſdem primi ad ſecundum multiplicaueris. Vtraque enim in præaſſumpto numerorum exemplo eſt quadrupla: quæ in duplam ducta, reſtituit octuplam. ¶Quòd ſi quinq; magnitudines cõtinuè fuerint proportionales, prima ad quintam quadruplicem rationem habere dicetur, quàm ad ſecundam: ſi ſex, quintuplam, & conſequenter ita, vna ſemper ordinatim adiuncta ratione, pro extẽſione proportionis, vel adiuncto magnitudinum continuè proportionalium numero.

Vbi tres tantùm magnitudines proportionales.

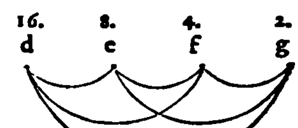
Exemplum.



Vbi quatuor magnitudines continuè fuerint proportionales.

Notandum.

Exemplum.



Vbi quinque vel plures fuerint magnitudines.

¶Ὁμόλογα μεγέθη λέγεται εἶναι, τὰ μὲν ἡγούμενα τοῖς ἡγουμένοις, τὰ δὲ ἑπόμενα τοῖς ἑπομένοις.

Similis rationis magnitudines dicuntur, antecedentia antecedentibus, & conſequentia conſequentibus. 11

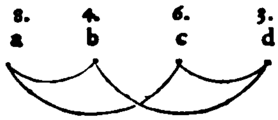
Id est, similitudo rationum inter easdem magnitudines inuicem proportionales, non solùm inuenitur per relationem antecedentium ad sua consequẽtia, vel è diuerso: sed tum ex ipsorum antecedentium, tum etiam consequentium inuicem facta comparatione. Ex quibus subscriptæ rationum illationes, speciésve proportionum deriuatæ sunt: quæ primùm diffiniuntur ab Euclide, postea suo elucidantur & ostenduntur ordine.

De varia rationum similitudine.

Ἐναλλὰξ λόγος ἐστὶ, λῆψις τοῦ ἡγουμένου πρὸς τὸ ἡγούμενον, καὶ τοῦ ἑπομένου πρὸς τὸ ἑπόμενον.

12 Permutata ratio, est acceptio antecedentis ad antecedens, & consequentis ad consequens.

Vtpote, si fuerint quatuor magnitudines inuicem proportionales a, b, c, d, sicut quidem a/ad b, ita c/ad d: inferamus autem, & permutatim igitur sicut a/ad c, ita b/ad d. Hanc rationum illationem, permutatam adpellamus. permutatur enim cõsequens primæ rationis, in antecedens secundæ: & antecedens eiusdem secundæ rationis, in consequens ipsius primæ vertitur. Primæ itaq; rationis vterq; terminus, antecedentis: & vterq; terminus secundæ rationis, consequentis fungitur officio.



Cur hęc rationis illatio permutata dicatur.

Ἀνάπαλιν λόγος ἐστὶ, λῆψις τοῦ ἑπομένου ὡς ἡγουμένου, πρὸς τὸ ἡγούμενον ὡς ἑπόμενον.

13 Conuersa ratio, est acceptio consequẽtis tanquàm antecedentis, ad antecedens tanquàm ad consequens.

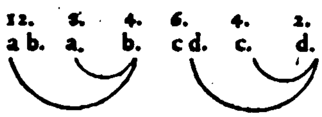
Id est, consequentium in antecedentia, & antecedentium in consequentia permutatio: rationem maioris inæqualitatis, in rationem minoris, aut è diuerso, cõuertendo. Vt si a/ad b/ eam habuerit rationem, quam c/ad d: & à cõuersa terminorum ratione inferamus. ergo sicut b/ad a, ita d/ad/c. Igitur in permutata atq; conuersa ratione, nulla terminorum subsequitur alteratio: sed & antecedentia, & consequentia manent substantialiter eadem.

Notandum.

Σύνθεσις λόγου ἐστὶ, λῆψις τοῦ ἡγουμένου μετὰ τοῦ ἑπομένου, ὡς ἑνὸς πρὸς αὐτὸ τὸ ἑπόμενον.

14 Composita ratio, est acceptio antecedentis cum consequente, sicut vnius, ad ipsum consequens.

Solemus nonnunquàm in proportionibus arguere à diuisis ad coniuncta: vnde huiuscemodi rationis illatio, cõposita, seu coniuncta ratio dicitur. Est enim acceptio cuiuslibet antecedentis cum proprio consequente, tanquàm vnius antecedentis, ad ipsum consequens. Vtpote, si a/ad b/eã habeat rationem, quã c/ad d: & cõiunctim inferamus. Igitur sicut a/b/ ad b, ita c/d/ad d. augentur enim proportionaliter antecedentia, per consequentium ipsorum compositionem. Huic cõtraria est diuisa, seu disiuncta ratio: quæ ita diffinitur,



Illatio rationis à diuisis ad cõiuncta.

Exemplum.

Διαίρεσις λόγου ἐστὶ, λῆψις τῆς ὑπεροχῆς, ᾗ ὑπερέχει τὸ ἡγούμενον τοῦ ἑπομένου πρὸς αὐτὸ τὸ ἑπόμενον.

15 Diuisa ratio, est acceptio excessus, quo excedit antecedens ipsum consequens, ad ipsum consequens.

Hoc est, comparatio differentiæ cuiuslibet antecedentis supra consequens proprium, ad ipsum consequens. Veluti si eadẽ sit ratio a/b/ad b, quæ est c/d/ad d: & diuisim in hunc modum inferatur. Igitur sicut a/ad b, ita c/ad d. Est enim a/differentia, qua tota a/b/ipsam b/superat: & c/itidem differentia, qua totã c/d/excedit ipsam d. Hic autẽ modus arguendi, à coniunctis ad diuisa nuncupatur.

Illatio rationis à cõiũctis ad diuisa.

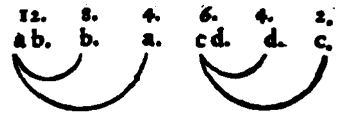
Ἀναστροφὴ λόγου ἐστὶ, λῆψις τοῦ ἡγουμένου πρὸς τὴν ὑπεροχὴν, ᾗ ὑπερέχει τὸ ἡγούμενον τοῦ ἑπομένου.

16 Cõuersio rationis, est acceptio antecedentis ad excessum, quo excedit antecedens ipsum consequens.

Hanc euersam rationem pleriq; nominant. Est enim comparatio cuiuslibet antecedentis, ad differentiam, qua idem antecedens suum excedit consequens. Exempli gratia. Sit rursum

Euersa ratio.

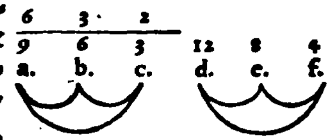
Exemplum. veluti a/b/ad b,ita c/d/ad d:& conuertamus in hunc modū.Ergo ſicut a/b/ ad a,ita c/d/ ad c. Sunt enim a/ & c/differentiæ, quibus c/& d/ab ipſis a/b/& c/d/ſuperantur. Notandum. In compoſita igitur,& diuiſa ratione, ac conuerſione rationis,quanquàm nihil ſumatur extrinſecum: alterantur nihilominus termini, ijdem ſecundum ſubſtantiam minimè permanentes.



¶Δι᾽ἴσου λόγος ἐστὶ, πλειόνων ὄντων μεγεθῶν, καὶ ἄλλων αὐτοῖς ἴσων τὸ πλῆθος σὺν δύο λαμβανομένων, καὶ ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ: ὅταν ᾖ ὡς ἐν τοῖς πρώτοις μεγέθεσι, τὸ πρῶτον πρὸς τὸ ἔσχατον, οὕτως ἐν τοῖς δευτέροις μεγέθεσι, τὸ πρῶτον πρὸς τὸ ἔσχατον: ἢ ἄλλως, λῆψις τῶν ἄκρων, καθ᾽ ὑπεξαίρεσιν τῶν μέσων.

Aequa ratio, eſt pluribus exiſtentibus magnitudinibus, & alijs eis æqualibus multitudine, cum duabus ſumptis & in eadem ratione: quando fuerit ſicut in primis magnitudinibus primum ad vltimum, ſic in ſecundis magnitudinibus primū ad vltimum. Vel aliter. acceptio extremorum, per ſubtractionem mediorum. 16

Exempli gratia, ſint primi ordinis quantitates a,b,c, ſecundi verò d,e,f: ſitq; a/ad b/veluti d/ad e,& b/ad c/ſicut e/ad f: vel a/ad b/ſicut e/ad f,& b/ad c/veluti d/ad e:& concludendo ſubinferamus. Igitur ſicut a/ad c,ita d/ad f. Inferendi modus ex æqua ratione. Hunc modum arguendi,ex æquali, aut ex æqua ratione vocitamus. Vt ſi a ad b/& d/ad e/ſeſqualteram, b/autem ad c/& e/ ad f/duplam obtinuerit rationem: vel a/ad b/& e/ad f/dupla, b/ autem ad c/atque d/ ad e/ſeſqualtera ratione proportionetur: neceſſum eſt a/ ad c, atque d/ad f, triplam obſeruare rationem. vt ex ipſa numerorum potes elicere formula.



¶Τεταγμένη ἀναλογία ἐστὶν, ὅταν ᾖ ὡς ἡγούμενον πρὸς ἑπόμενον, οὕτως ἡγούμενον πρὸς τὸ ἑπόμενον: ᾖ δὲ καὶ ὡς ἑπόμενον πρὸς ἄλλο τι, οὕτως ἑπόμενον πρὸς ἄλλο τι.

Ordinata proportio, eſt cùm fuerit antecedens ad conſequens, ſicut antecedens ad conſequēs:& conſequēs ad rem aliam, ſicut conſequens ad rem aliam. 17

Expeditis quæ ex eadem proportione ſubinferuntur rationum comparationibus: diffinit tandem Euclides, binas proportionum ſpecies, inter geminos proportionalium magnitudinum ordines accidentes. Ordinatam itaque proportionem adpellamus, quando antecedentium & cōſequētium ordinatim fit comparatio. Exēplū ordinatæ proportionis. Vt ſi bini (verbi gratia) fuerint numerorum ordines, a/b/c/inquā primus,& d/e/f/ſecūdus: fueritq; a/ad b/veluti d/ad e,& b/ad c/ſicut e/ad f. Hāc rationū identitatem, ordinatam ſolemus vocitare proportionem. Huic contraria eſt perturbata, quæ ſic diffinitur,

a	b	c		d	e	f
9	6	3		12	8	4

¶Τεταραγμένη δὲ ἀναλογία ἐστὶν, ὅταν τριῶν ὄντων μεγεθῶν, καὶ ἄλλων ἴσων αὐτοῖς τὸ πλῆθος γίνηται: ὡς μὲν ἐν τοῖς πρώτοις μεγέθεσιν ἡγούμενον πρὸς ἑπόμενον, οὕτως ἐν τοῖς δευτέροις μεγέθεσιν ἡγούμενον πρὸς ἑπόμενον: ὡς δὲ ἐν τοῖς πρώτοις μεγέθεσιν ἑπόμενον πρὸς ἄλλο τι, οὕτως ἐν τοῖς δευτέροις μεγέθεσιν ἡγούμενον πρὸς ἄλλο τι.

Perturbata autē proportio, eſt quando tribus exiſtentibus magnitudinibus, & alijs eis æqualibus multitudine: fit ſicut quidē in primis magnitudinibus antecedens ad cōſequens, ſic in ſecundis magnitudinibus antecedens ad conſequens: ſicut autē in primis magnitudinibus conſequens ad rem aliam, ſic in ſecundis res alia ad antecedens. 18

Hæc diffinitio tam lucida est, vt ampliori non videatur indigere declaratione. Non grauaberis tamen exemplarem intelligere formulam. Sint igitur rursum a/b/c, & d/e/f/gemini numerorum ordines: sitque a/ad b/sicut e/ ad f, & b/ad c/veluti d/ad e. Hunc itaq; inuersum proportionis ordinẽ, perturbatam proportionẽ adpellamus. Exẽplũ perturbatę rationis.

a	b	c		d	e	f
8	6	4		6	4	3

¶Præter has autẽ, Zãbertus Venetus adiecit extensæ atq; inordinatæ proportionis diffinitiones, ab ipsius ordinatæ atq; perturbatæ proportionis diffinitionibus minimè discrepãtes: quas tum quia in græcis nusquàm reperi exemplaribus, tum quòd mihi superabundare videantur, cõsultò prætermisi. De extensa, atq; inordinata ratione. Omnis siquidem extensa proportio, ordinata est: & inordinata, eadẽ quę perturbata. Ni forsitan voluerimus extensam proportionem, terminorum vtriusq; ordinis continuatam præsupponere relationem: cùm scilicet præcedentium rationum cõsequentia, fiunt antecedentia succedentium. Notandum. Vt extensa proportio, continuè proportionalium solummodò respiciat magnitudinum habitudinẽ: ordinata verò, tam continuè, quàm discontinuè proportionata. Et sic extensa proportio, simul erit ordinata: sed non omnis ordinata, extensa vocabitur. Idem velim habeas iudicium, de inordinata atq; perturbata proportione.

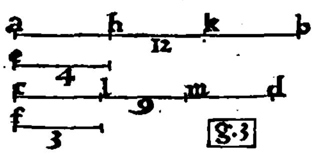
Θεώρημα α, Πρόθεσις α.

Ἐὰν ᾖ ὁποσαοῦν μεγέθη, ὁποσωνοῦν μεγεθῶν ἴσων τὸ πλῆθος, ἕκαστον ἑκάστου ἰσάκις πολλαπλάσιον, ὁσαπλάσιον ἐστὶν ἓν τῶν μεγεθῶν ἑνός, τοσαυταπλάσια ἔσαι καὶ τὰ πάντα τῶν πάντων.

Theorema 1, *Propositio* 1.

1 SI fuerint quælibet magnitudines quarumlibet magnitudinum æqualium numero, singulæ singularũ æquè multiplices: quotuplex est vnius vna magnitudo, totuplices erunt & omnes omnium.

ORONTIVS. ¶Sint a/b/ & c/d/ quælibet magnitudines, ipsarum e/ & f/ magnitudinum, æqualium numero, singulæ singularum æquè multiplices: vtpote, a/b/ ipsius e, & c/d/ ipsius f. Aio, a/b/ & c/d/ magnitudines, totuplices fore ipsarum e/ & f/ magnitudinum, quotuplex est a/b/ ipsius e, vel c/d/ ipsius f. Nam ex hypothesi, tot sunt magnitudines in a/b, æquales ipsi e: quot in c/d/ magnitudine, æquales ipsi f. Sit vtraque multitudo, æqualis numero g. Et distingantur (exẽpli gratia) in a/b, magnitudines æquales ipsi e, iuxta numerũ g, sint'q; a/h, h/k, & k/b: in ipsa porrò c/d, æquales ipsi f, quæ sint c/l, l/m, & m/d. Cuilibet enim magnitudini, quotlibet dari, vel adsignari posse æquales, recipiendũ est. Notandum. Omnis præterea magnitudo, in determinatas quotlibet, & adinuicẽ æquales partes (etsi forsitan nondum præostensum fuerit, quanam ratione id exæquatur) abstractiuè saltẽ partibilis est.



Cùm igitur a/h/ æqualis sit ipsi e, & c/l/ ipsi f: æquales erunt a/h/ & c/l, ipsis e/ & f/ magnitudinibus, per secundam communẽ sententiam. Deductio theorematis. Rursum quoniã æqualis est h/k/ ipsi e, & l/m/ ipsi f: æquales rursum erũt, per eandem communem sententiam, h/k/ & l/m, ipsis e/ & f. Haud dissimiliter ostẽdetur, quòd & cæteræ k/b/ & m/d, eisdem e/ & f/ coæquantur. Quoties igitur a/b/ continet ipsam e, aut c/d/ ipsam f: toties a/b/ & c/d, easdem e/ & f/ simul comprehendunt, nempe secundum eundem numerum g. Quotuplex igitur est a/b/ ipsius e, vel c/d/ ipsius f: totuplices sunt a/b/ & c/d, ipsarũ e/ & f. Hoc autem in discretis euidẽtius manifestatur: quemadmodùm subiecti formulæ videntur indicare numeri. Si fuerint igitur quælibet magnitudines quarumlibet magnitudinum: &c, vt in theoremate. Quod oportebat demonstrare.

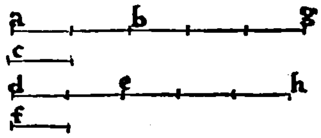
Θεώρημα β, Πρότασις β.

Ἐὰν πρῶτον δευτέρου ἰσάκις ᾖ πολλαπλάσιον, καὶ τρίτον τετάρτου, ᾖ δὲ καὶ πέμπτον δευτέρου ἰσάκις πολλαπλάσιον, καὶ ἕκτον τετάρτου: καὶ συντεθὲν πρῶτον, καὶ πέμπτον, δευτέρου ἰσάκις ἔσται πολλαπλάσιον, καὶ τρίτον, καὶ ἕκτον τετάρτου.

Theorema 2, *Propositio* 2.

SI prima ſecundæ æquè fuerit multiplex & tertia quartæ, fuerit 2
autem & quinta ſecundæ æquè multiplex & ſexta quartæ: & compoſita prima & quinta ſecundæ æquè multiplex erit, & tertia & ſexta quartæ.

ORONTIVS. ¶Sint enim ſex magnitudines, a/b/ prima, c/ ſecunda, d/e/ tertia, f/ quarta, b/g/ quinta, & e/h/ ſexta: quarum prima a/b/ ſecundæ c/ ſit æquè multiplex, ac tertia d/e/ ipſius quartæ f: & quinta rurſum b/g/ eiuſdem ſecundæ c/ æquè multiplex eſto, ac ſexta e/h/ eiuſdem f/ quartæ. Aio quòd compoſita ex prima & quinta vtpote a/g, ipſius ſecundæ c/ erit æquè multiplex: ac tertia & ſexta ſimul, videlicet d/ h, ipſius quartæ f.



Demõſtratio theorematis.

Cùm enim ex hypotheſi, æquè multiplex eſt a/b/ ipſius c, vt d/e/ ipſius f: quot igitur magnitudines ſunt in a/b/ æquales ipſi c, tot ſunt & in d/e, æquales ipſi f. Rurſum quoniam b/g/ æquè multiplex eſt eiuſdem c, ac e/ h/ eiuſdem f: tot igitur ſunt magnitudines eidem c/ æquales in b/g, quot & in e/h/ æquales eidem f. Quot igitur ſunt magnitudines in tota a/g, ipſi c/ æquales: tot ſunt & in tota d/h, æquales ipſi f. ſi enim æquè multiplicibus, æquè multiplices addantur magnitudines: cõſurgẽt æquè multiplices. Sed a/g, continet primã & quintam magnitudinẽ: d/h/ autẽ, tertiam & ſextam. Et compoſita igitur prima & quinta a/g, ſecundæ c/ æquè multipex erit: ac tertia & ſexta d/h, ipſius quartæ f. Igitur ſi prima ſecũdæ æquè fuerit multiplex, & tertia quartæ: & quæ ſequuntur reliqua. Quod fuerat oſtendendum.

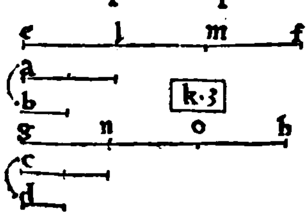
Θεώρημα γ, Πρότασις γ.

Ἐὰν πρῶτον δευτέρου ἰσάκις ᾖ πολλαπλάσιον, καὶ τρίτον τετάρτου, ληφθῇ δὲ ἰσάκις πολλαπλάσια τοῦ πρώτου καὶ τρίτου: καὶ δι' ἴσου τῶν ληφθέντων ἑκάτερον ἑκατέρου ἰσάκις ἔσται πολλαπλάσιον, τὸ μὲν τοῦ δευτέρου, τὸ δὲ τοῦ τετάρτου.

Theorema 3, *Propoſitio* 3.

SI primum ſecundi æquè fuerit multiplex, & tertium quarti, 3
ſumãtur autem æquè multiplicia primi & tertij: & æquè ſumptorum vtrunque vtriuſq; æquè erit multiplex, alterum quidem ſecundi, alterum autem quarti.

ORONTIVS. ¶Sit primum a/ ſecundi b/ æquè multiplex, ac tertium c/ ipſius quarti d: & accipiantur ipſorum a/ & c/ æquè multiplicia, e/f/ & g/h. Dico quòd e/f/ tam multiplex eſt ipſius ſecundi b, quàm multiplex eſt g/h/ ipſius quarti d. Cùm enim per hypotheſin, totuplex ſit e/f/ ipſius a, quotuplex eſt g/h/ ipſius c: tot igitur erũt magnitudines in e/f/ æquales ipſi a, quot in magnitudine g/h/ æquales ipſi c. Sit vtraq; multitudo, iuxta numerum k. & diſcernantur (maioris euidentiæ gratia) in e/f, magnitudines æquales ipſi a, ſint'que e/l, l/m, & m/f: & in g/h/ magnitudine, ipſi c/ æquales, vtpote g/n, n/o, & o/h. Et quoniam per



hypothesin, æquè multiplex est a ipsius b, atq; c ipsius d. Est autem e l ipsi a, & g n ipsi c per cõstructionem æqualis. Aequalia porrò eiusdẽ sunt æquè multiplicia, per sextæ diffinitionis primi libri conuersionem. Aequè multiplex igitur est e l ipsius b, ac g n ipsius d. Et proinde l m æquè multiplex itidem est ipsius b, ac n o ipsius d. Sunt itaque sex magnitudines, quarũ prima e l secundæ b æquè multiplex est, ac tertia g n ipsius quartæ d: quinta rursum l m eiusdem secundæ b æquè multiplex est, ac sexta n o eiusdem quartæ d. Et composita igitur prima & quinta e m ipsius secundæ d æquè multiplex est, ac tertia & sexta g o ipsius quartæ d: per antecedentem secũdam propositionem. Rursum quoniam æqualis est m f ipsi a, & o h ipsi c: æquè multiplex itidẽ erit m f ipsius b, atq; o h ipsius d, per eandẽ sextæ diffinitionis primi libri conuersionem. Ostensum est autem e m & g o ipsarum b & d fore æquè multiplices. Sunt itaq; rursum sex magnitudines, quarũ prima e m secundæ b æquè multiplex est, ac tertia g o ipsius quartæ d: quinta insuper m f eiusdem secundæ b æquè est multiplex, ac sexta o h eiusdem quartæ d. Et composita igitur prima & quinta e f, ipsius secũdæ b æquè multiplex est, ac tertia & sexta g h eiusdem quartæ d: per allegatam huius quinti secundam propositionem. Et deinceps ita quantumlibet, prioribus consequentes adiungendo magnitudines, pro contingente ipsorum æquè multiplicium e f & g h multitudine. Atqui multitudo e l, l m, & m f, multitudini g n, n o, & o h æqualis est: vtraque enim ipsi k numero æqualis. Si igitur primũ secundi æquè fuerit multiplex & tertiũ quarti: &c. vt in theoremate. Quod fuerat ostendendum.

Primus osten sionis discursus.

Secũdus, priori similis, discursus ostensionis.

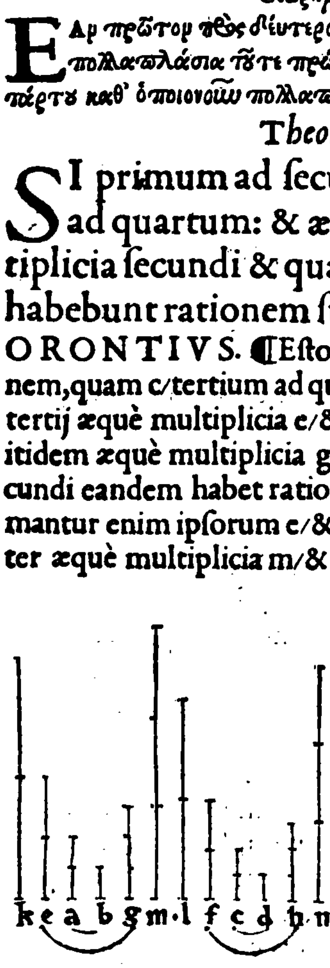
Θεώρημα δ΄, Πρόθεσις δ΄.

Ἐὰν πρῶτον πρὸς δεύτερον τὸν αὐτὸν ἔχῃ λόγον, καὶ τρίτον πρὸς τέταρτον: καὶ τὰ ἰσάκις πολλαπλάσια τοῦ τε πρώτου καὶ τρίτου πρὸς τὰ ἰσάκις πολλαπλάσια τοῦ δευτέρου καὶ τετάρτου καθ᾽ ὁποιονοῦν πολλαπλασιασμὸν, τὸν αὐτὸν ἕξει λόγον ληφθέντα κατάλληλα.

Theorema 4, *Propositio* 4.

4 SI primum ad secundum eandem habuerit rationem, & tertiũ ad quartum: & æquè multiplicia primi & tertij ad æquè multiplicia secundi & quarti iuxta quãuis multiplicationem, eandem habebunt rationem sumpta adinuicem.

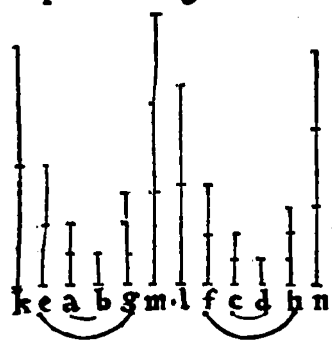
ORONTIVS. ¶ Esto enim vt primũ a ad secundum b eandem habeat rationem, quam c tertium ad quartum d: & accipiantur ipsorum a & c, hoc est, primi & tertij æquè multiplicia e & f, secundi pariter & quarti, vtpote, ipsorum b & d alia itidem æquè multiplicia g & h. Aio quòd e multiplex primi, ad g multiplex secundi eandem habet rationem, quam f multiplex tertij ad h multiplex quarti. Sumantur enim ipsorum e & f, æquè multiplicia k & l: ipsorũ porrò g & h, alia similiter æquè multiplicia m & n. Cùm igitur e totuplex sit ipsius a, quotuplex est f ipsius c, & ipsorũ e & f sumpta sunt æquè multiplicia k & l: igitur æquè multiplex est k ipsius a, & l ipsius c, per tertiã huius quinti. & per eandem æquè multiplex est m ipsius b, atq; n ipsius d. Est autem ex hypothesi, sicut a ad b ita c ad d: & ipsorum a & c ostensa sunt æquè multiplicia k & l, necnon ipsorum b & d alia itidem æquè multiplicia m & n. Est igitur sicut k ad m, ita l ad n: per conuersionem sextæ diffinitionis huius quinti. Sicuti enim ex ipsorum æquè multiplicium proportione, datas magnitudines in eadẽ esse ratione, sexta huius quinti visa est innuere diffinitio: haud dissimiliter



Demõstratio theorematis.

De æquè multipliciũ & submultiplicium proportione reciproca.

ex ipsarum magnitudinũ habitudine proportionata,eorundem æquè multiplicium rationis versa vice concluditur identitas. tanta est æquè multiplicium cum submultiplicibus necessitudo.Est igitur vt k/ad m,ita l,ad n:hoc est,sicut multiplex primi ad multiplex secũdi,ita multiplex tertij ad multiplex quarti.Ipsa porrò k/ & l, ipsorũ e/& f/sunt æquè multiplicia: m/verò & n/æquè multiplicia ipsorũ g/& h,per constru-ctionem.Est igitur vt e/ad g,sic f/ad h: per sextam huius quinti diffinitionem. Atqui e/& f,sunt æquè multiplicia primi & tertij: g/autem & h,secundi & quarti alia itidem æquè multiplicia. Si primũ igitur ad secundũ eandem habuerit rationẽ:& quæ sequuntur reliqua. Quod demõstrandum susceperamus.



Lemma, siue assumptum.

¶Et quoniã ostẽsum est,quòd multiplex k/ad multiplex m/se habet,vt multiplex l/ad multiplex n. si igitur k/excedit m,& l/proportionaliter excedit n: & si æquale, æquale:& si minus,itidem proportionaliter minus. Quare & versa vice, si m/excedit k,& n/proportionaliter excedit l:& si æquale,æquale:si autem minus,& proportionaliter denique minus. Et proinde, per sextam huius quinti diffinitionem, erit vt g/ad e,sic h/ad f: atque respondenter sicut b/ad a,ita d/ad c.

Corollarium.

Conuersa ratio. ¶Si quatuor igitur magnitudines fuerint proportionales: & ècontra, seu à cõuersa ratione proportionales erunt: facta videlicet consequentium tanquàm antecedentium,ad antecedentia tanquàm ad consequentia relatione.

Θεώρημα ε, Πρόθεσις ε.

Ἐὰν μέγεθος μεγέθους ἰσάκις ᾖ πολλαπλάσιον, ὅπερ ἀφαιρεθὲν ἀφαιρεθέντος, καὶ τὸ λοιπὸν τοῦ λοιποῦ ἰσάκις ἔσαι πολλαπλάσιον, ὁσαπλάσιόν ἐστι τὸ ὅλον τοῦ ὅλου.

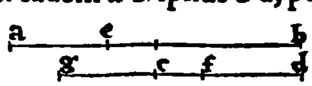
Theorema 5, Propositio 5.

SI magnitudo magnitudinis æquè fuerit multiplex, & ablata 5
ablatæ:& reliqua reliquæ erit multiplex,quotuplex tota totius est multiplex.

ORONTIVS.¶Esto magnitudo a/b/magnitudinis c/d/tam multiplex,quàm multiplex est ablata a/e/ablatæ c/f.Dico reliquam e/b, reliquæ f/d/ totuplicem fo-

Assumptum. re,quotuplex est tota a/b/totius c/d.Ponatur enim e/b/æquè multiplex ipsius g/c, vt a/e/ipsius c/f.

Demõstratio theorematis. Cùm igitur tũ per hypothesin,tum per constructionẽ,totuplex sit a/e/ipsius c/f,quotuplex est e/b/ipsius g/c:quotuplex autem est vna vnius,totuplices sunt & omnes omnium,per primã huius quinti. Quotuplex est itaq; a/e/ipsius c/f,totuplex est & tota a/b/totius g/f. At quotuplex est a/e/ipsius c/ f, totuplex est & eadem a/b/ipsius c/d, per hypothesin. Et a/b/ igitur vtriusque & g/ f/ & c/d/ est æquè multiplex:& proinde vtraque g/f/ & c/d, eiusdem a/ b/ æquè submultiplex est. Quæ autem eiusdem sunt æquè submultiplicia,æqualia sunt adinuicem, per septimam communem sententiam. Aequalis est igitur g/f/ipsi c/d,& vtrique communis c/f:qua dempta,reliqua g/c/reliquæ f/d,per tertiam cõmunem sententiã est æqualis. Aequalia rursum eiusdem sunt æquè submultiplicia, per ipsius septimæ communis sententiæ conuersionem.Et g/c/igitur atque f/d,eiusdem a/b/sunt æquè submultiplices:& proinde a/b/vtriusque & g/c/& f/d/æquè est multiplex. Porrò e/b/ æquè multiplex est ipsius g/c,per constructionẽ,vt a/e ipsius c/f.Et eadẽ propterea



e/b, ipsius f/d/ tam multiplex est, quàm multiplex est ipsa a/e/ eiusdem c/f. Atqui per hypothesin a/e/ totuplex est ipsius c/f, quotuplex est tota a/b/ totius c/d. Et reliqua igitur e/b, reliquæ f/d/ æquè multiplex est, atq; tota a/b/ totius c/d. Ergo si magnitudo magnitudinis æquè fuerit multiplex & ablata ablatæ, & reliqua reliquæ: &c. vt in theoremate. Quod ostendere fuerat operæpretium.

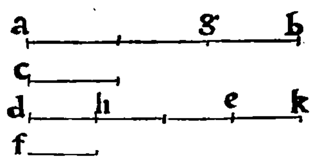
Θεώρημα ς, Πρότασις ς.

Ἐὰν δύο μεγέθη δύο μεγεθῶν ἰσάκις ᾖ πολλαπλάσια, καὶ ἀφαιρεθέντα τινὰ τῶν αὐτῶν ἰσάκις ᾖ πολλαπλάσια, καὶ τὰ λοιπὰ τοῖς αὐτοῖς ἤτοι ἴσα ἐστὶν, ἢ ἰσάκις αὐτῶν πολλαπλάσια.

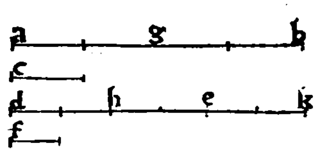
Theorema 6, Propositio 6.

6 SI duæ magnitudines duarũ magnitudinũ æquè fuerint multiplices, & ablatæ aliquæ earum æquè fuerint multiplices: & reliquæ eisdem vel æquales sunt, vel æquè ipsarum multiplices.

ORONTIVS. ¶ Sit a/b/ magnitudo tam multiplex ipsius c, q̃ multiplex est d/e/ ipsius f: æquè insuper multiplex esto ablata a/g/ eiusdem c, vt ablata h/e/ ipsius f. Aio ꝙ reliquæ g/b/ & d/h, ipsis c/ & f/ aut sunt æquales altera alteri: vel earundem c/ & f/ æquè multiplices. Esto primũ vt g/b/ sit æqualis ipsi c: dico quòd & d/h/ ipsi f/ est æqualis. Detur enim e/k/ ipsi f/ æqualis. Cũ igitur a/g/ æquè multiplex sit ipsius c, vt h/e/ ipsius f, per hypothesin. Porrò g/b/ æqualis est ipsi c, per hypothesin: & e/k/ ipsi f, per cõstructionẽ. Et æquè igitur multiplex est a/b/ ipsius c, & h/k/ ipsius f. Ponitur autem ex hypothesi, a/b/ æquè multiplex ipsius c, vt d/e/ ipsius f. Et vtraq; igitur d/e/ & h/k, æquè est multiplex ipsius f: nempe vt a/b/ ipsius c. Quæ autem eiusdem sunt æquè multiplicia, æqualia sunt adinuicem, per sextæ communis sententiæ interpretationem. Aequalis est ergo d/e/ ipsi h/k, & vtriq; communis h/ e: ea itaque dempta, reliqua d/h/ reliquæ e/k/ erit per tertiam communem sententiã æqualis. Eidem porrò e/k, æqualis est per constructionẽ ipsa f/ magnitudo. Binæ igitur magnitudines d/h/ & f, eidem e/k/ sunt æquales: & proinde æquales adinuicẽ, per primã cõmunẽ sententiã. Si reliqua igitur g/b, sit æqualis ipsi c: & reliqua d/h, ipsi f/ erit æqualis. ¶ Q̃ꝫ si g/b/ fuerit multiplex ipsius c: aio respondenter d/h, æquè multiplicẽ fore ipsius f. Quotuplex est enim g/b/ ipsius c, totuplex assumatur e/k/ ipsius f. Et quoniam per hypothesin, a/g/ prima secundæ c/ æquè est multiplex, ac tertia h/ e/ quartæ f: quinta rursum g/b/ eiusdem secundæ c/ tam multiplex est per constructionẽ, q̃ multiplex est sexta e/k/ eiusdem quartæ f. Et composita igitur prima & quinta a/b, eiusdem secũdæ c/ æquè erit multiplex, ac tertia & sexta h/k/ ipsius quartæ f, per secũdã huius quinti. Quotuplex est autẽ a/b/ ipsius c, totuplex data est d/e/ ipsius f, per hypothesin. Et vtraque igitur d/e/ & h/k, æquè est multiplex ipsius f, vt a/b/ ipsius c. Hinc per sextam communem sentẽtiam, æqualis rursum est d/e/ ipsi h/k, & vtriq; communis h/e: qua subtracta, reliqua d/h/ reliquæ e/k, per ipsam tertiam cõmunem sententiam, est æqualis. Aequalia porrò eiusdem sunt æquè multiplicia, per ipsius sextæ communis sententiæ cõuersionem. Et d/h/ igitur & e/k/ eiusdem f/ æquè multiplicia sunt. At e/ k/ ipsius f/ tã multiplex est per constructionem, quàm multiplex est g/b/ ipsius c. Et reliqua igitur d/ h/ æquè est multiplex ipsius f, quotuplex est reliqua g/b/ ipsius c. Hæc autẽ omnia subsequẽs numerorũ, ad faciliorẽ demõstrationis intelligentiã adiuncta, corroborat formula.



Prima theorematis differẽtia.



Secũda theorematis differentia.

¶Magnitudines datæ.

Exemplum in numeris.

prima.	ſecunda.	tertia.	quarta.	Ablata.	reliqua.	Ablata.	reliqua.	
a/b.	c.	d/e.	f.	a/g.	g/b.	h/e.	d/h.	
12	3	8	2	9	3	6	2	vt in prima figura.
12	3	8	2	6	6	4	4	vt in ſecunda figura.

Si duæ itaque magnitudines:& quæ ſequũtur reliqua. Quod fuerat oſtendendum.

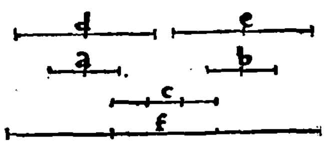
Θεώρημα ζ, Πρόθεσις ζ.

ΤΑ ἴσα πρὸς τὸ αὐτὸ τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, καὶ τὸ αὐτὸ πρὸς τὰ ἴσα.

Theorema 7, *Propoſitio* 7.

AEquales ad eandẽ, eandẽ habẽt rationẽ:& eadem ad æquales, 7

ORONTIVS. ¶Sint binæ & inuicem æquales magnitudines a/& b, ad aliam quandam magnitudinem relatæ, vtpote c. Dico primũ, a/& b/ad eandem c/eandem habere rationem. Aſſumantur enim ipſarum a/& b/æquè multiplices d/& e: ipſius autem c, alia vtcunque multiplex f. Cùm igitur æquè multiplex ſit d/ipſius a, vt e/ ipſius b, & per hypotheſin a/& b/ magnitudines ſint adinuicem æquales: erit & d/ æqualis ipſi e. quæ enim eiuſdem vel æqualium ſunt æquè multiplicia, æqualia ſunt adinuicem, per ſextam communem ſententiam. Atqui f/magnitudo binas ipſius c/ repræſentans æquè multiplices, ſibimet æqualis eſt. Vt ſe habet igitur d/multiplex ad f, ita e/ad eandem f: nam quæ ſunt æqualia eiuſdem ſunt æquè multiplicia aut ſubmultiplicia, per ſextæ aut ſeptimæ communis ſententiæ conuerſionem. Eſt autem a/prima magnitudo, c/ſecũda, b/tertia, & c/rurſum in ordine quarta: ſuntq; d/& e/ipſarum a/& b/æquè multiplicia, primæ inquàm & tertiæ magnitudinis: f/porrò bis repetita, ipſius c/bis repetẽdæ, hoc eſt, ſecundæ & quartæ alia vtcunq; multiplex. Præoſtenſum eſt inſuper d/ multiplex primæ ad f/ multiplex ſecũndæ ita ſe habere, vt e/multiplex tertiæ ad ipſum f/multiplex quartæ. Eſt igitur per ſextam huius quinti diffinitionem, vt a/ ad c, ita b/ad eandem c. Aequales igitur magnitudines a/ & b, ad eandem magnitudinem c, eandem habent rationem. ¶Aio quoq;, eandem magnitudinem c, ad a/& b/



Prima theorematis pars.

Pars ſecunda theorematis.

inuicem æquales magnitudines, eandem verſa vice obſeruare rationem. Hoc autẽ conuerſo licebit ordine concludere. Oſtendemus enim (veluti ſuprà) d/& e/ multiplices, fore rurſum inuicẽ æquales:& f/bis coaſſumpta, geminas æquè multiplices repræſentare non denegabitur. Et proinde d/ad f/ita ſe habere concludetur, vt e/ad eandem f. hinc per aſſumptum, ſiue lemma quartæ propoſitionis huius quinti, f/ad d/ſe habebit, vt eadem f/ad e. Eſt autem f/primæ & tertiæ magnitudinis, hoc eſt, ipſius c/bis repetẽdæ æquè multiplex: d/verò & e/ſecundæ & quartæ, vtpote ipſarum a/& b/æquè multiplices. Eſt igitur vt c/ad a, ſic eadem c/ad b, per eandem ſextam huius quinti diffinitionem. ¶Idem quoq; à conuerſa ratione, per quartæ propoſitionis huius quinti corollarium, leuius concludere licebit. Si quatuor enim magnitudines fuerint proportionales, & è contra proportionales erunt. Atqui oſtenſum eſt a/ad c/eandem habere rationem, quam b/ad eandem c: & è cõtra igitur, vt c/ad a, ita eadem c/ad b. Aequales ergo ad eandem, eandem habent rationem:& eadem ad æquales. Quod oportuit oſtendiſſe.

Idem aliter.

Θεώρημα η, Πρόθεσις η.

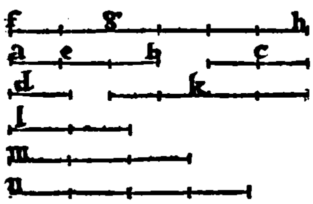
ΤΩν ἀνίσων μεγεθῶν τὸ μεῖζον πρὸς τὸ αὐτὸ μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ τὸ ἔλαττον: καὶ τὸ αὐτὸ πρὸς τὸ ἔλαττον, μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ πρὸς τὸ μεῖζον.

Theorema 8, *Propoſitio* 8.

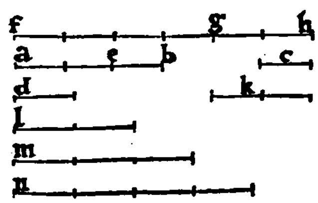
INæqualium magnitudinum maior ad eãdem, maiorem rationẽ 8 habet, quàm minor: & eadem ad minorem maiorem rationem habet, quàm ad maiorem.

ORONTIVS. ¶Sint binæ magnitudines inæquales, a/b/quidem maior, & c/ minor: d/autem alia quædam magnitudo. Aio primùm quòd a/b/ad d/maiorē rationē habet, quàm c/ad ipsam d. Cùm enim ex hypothesi a/b/sit maior magnitudine c: comprehendet itaq; a/b/magnitudo eandem c, & aliquam insuper magnitudinē. Sit igitur e/b, æqualis ipsi c, & a/e/residua eiusdem magnitudinis pars. Erũt ergo a/e/& e/b/aut inæquales, aut æquales adinuicē. Sint primũ inæquales, & a/e/ minor ipsa e/b. Suscipiatur autem ipsius minoris a/e/vtcunq; multiplex, maius tamen ipsa magnitudine d: sitq; illud f/g. Quàm multiplex insuper est f/g/ipsius a/e, tam multiplex detur g/h/ipsius e/b, & k/ipsius c. Suscipiatur rursum duplum ipsius d, vtpote l: postea triplum, sitq; illud m. & deinceps ita, vno semper adiũcto: quatenus resultet multiplex ipsius d, proximò maius ipso k, id est, quod inter multiplicia ipsius d/ per continuam simplicis additionem consurgentia, primò incipiat excedere k: sitq; illud n/quadruplum ipsius d. Erit ergo k/multiplex, proximò minus ipso n: & proinde non minus ipso m. ¶His ita constructis, quoniã æquè multiplex est f/g/ipsius a/e, vt g/h/ipsius e/b: quotuplex igitur est f/g/ipsius a/e, totuplex est f/h/ipsius a/b, per primã huius quinti. Sed quotuplex est f/g/ipsius a/e, totuplex est k/ipsius c. Et f/h/igitur tam multiplex est ipsius a/b, q̃ multiplex est k, ipsius c. Insuper quoniam æquè multiplex est g/h/ipsius e/b, vt k/ipsius c: & e/b/ipsi c/per cōstructionē est æqualis. quæ autē æqualiũ sunt æquè multiplicia, æqualia sunt adinuicem, per sextam communem sententiam. Aequalis est igitur g/h/ipsi k. Verùm k/ipsa m/nō est minor, vti nuper ostensum est: & g/h/itaq; eadem m/non erit minor. Porrò f/g/data est maior ipsa d. & tota igitur f/h, binis d/ & m/erit maior. Sunt autem d/& m/ipsi n/æquales. est enim n/quadruplum ipsius d, & m/triplum, vnà cum ipso d/efficiens quadruplum. Et f/h/igitur ipso n/maius est: nam idem, æqualium est æquè maius. Atqui f/h/& k, ipsarum a/b/& c, primæ inquàm & tertiæ magnitudinis sunt æquè multiplicia: n/ verò vtcunq; multiplex ipsius d/secundam & quartam magnitudinem repræsentãtis. & multiplex primæ excedit multiplex secundæ: at multiplex tertiæ non excedit multiplex quartæ. Prima igitur a/b/ad secundam d/maiorem rationem habet, quàm tertia c/ad quartam d: per octauam diffinitionem huius quinti. ¶Quòd si a/e/fuerit maior e/b, multiplicetur iam ipsa e/b/minor, quatenus insurgat multiplex maius ipsa d/magnitudine: sitq; illud g/h. Quàm multiplex insuper est g/h/ipsius e/b, tã multiplex accipiatur f/g/ipsius a/e: & k/rursum ipsius c. Subsumatur præterea multiplex ipsius d, proximò maius ipso f/g: sitq; rursum n/quadruplum ipsius d. Haud dissimiliter ostendemus, totam f/h/ipsius a/b/fore totuplicē, quotuplex est g/h/ipsius e/b: & demum f/h/& k, ipsarum a/b/& c/æquè itidem fore multiplices. item g/h/æquari ipsi k. Et quoniam n/multiplex, proximo maius est f/g: non est igitur f/g, minus ipso m. Atqui g/h/maius est ipso d, per constructionem. totum igitur f/h, ipsis d/ & m/ maius est: & maius consequenter ipso n. Porrò k/ non excedit ipsum n: est enim k, ipsi g/h/æquale, quod tam multiplex est ipsius minoris e/b, quàm multiplex est f/g/ipsius maioris a/e. quæ autem inæqualium sunt æquè multiplicia, sunt respondenter inæqualia. Et k/ igitur, minus est ipso f/g: & ipso n/

Primæ partis differētia prima.



Demōstratio eiusdē primæ differentiæ.

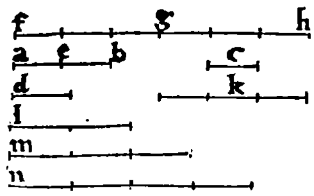


Eiusdē primæ partis, differētia secunda.

Ostēsionis resolutio.

propterea lōgè minus. Rursum itaq; multiplex primi excedit multipex secūdi: at multiplex tertij, nō excedit multiplex quarti. Per ipsam igitur octauā huius quinti diffinitionem, primum a/b, ad secundum d/maiorem rationem habet, q̄ tertiū c/ad quartum d. ¶ Porrò cùm a/e, fuerit æqualis ipsi e/b: vtraque erit æqualis ipsi c. Cuiuslibet itaq; ipsarum trium magnitudinum, sumēda sunt æquè multiplicia, ipso d/ maiora: f/g/quidem ipsius a/e, & g/h/ipsius e/b, & k/rursum ipsius c. quæ per sextam communem sententiam, erunt adinuicē æqualia. Item n/multiplex ipsius d, quod illorum quolibet proximò maius existat. Quibus constructis, ostendētur rursum f/h/& k, ipsarum a/b/& c/fore æquè multiplicia: & f/h/multiplex primæ magnitudinis, excedere ipsum n/multiplex secundæ: k/autem multiplex tertiæ, non excedere multiplex quartæ. Hinc priori deductione colligemus, a/b/ad d/maiorē habere rationē, quàm c/ad ipsam d. ¶ Dico insuper, quòd eadem magnitudo d, ad minorem c/maiorem rationē habet, quàm ad maiorem a/b. Hoc autem ex suprascripto discursu, immutato magnitudinū & æquè multiplicium ordine, haud obscurè colligemus. Cùm enim omnibus modis præostēsum sit, f/h/excedere ipsum n, & k/ab eodē n/superari: & cōuersim igitur, n/excedit k, nō excedit autē f/h. Porrò n/est multiplex ipsius d, hoc est, primæ & tertiæ magnitudinis: k/autem multiplex secundæ, vtpote c, & f/h/ æquè multiplex quartæ, scilicet a/b. Multiplex insuper primæ, excedit multiplex secundæ: at multiplex tertiæ non excedit multiplex quartæ. Per octauam ergo diffinitionem huius quinti, prima d/ad secundam c/maiorem rationem habet, quàm tertia d/ad quartam a/b. Ergo d/ad minorem c/maiorem rationem habet, quàm ad maiorem a/b. Inæqualium igitur magnitudinum: &c. vt in theoremate. Quod ostendere oportebat.

Tertia eiusdē primæ partis differentia.



Pars secunda pricipalis theorematis.

Θεώρημα θ, Πρόθεσις θ.

Τὰ πρὸς τὸ αὐτὸ τὸν αὐτὸν ἔχοντα λόγον, ἴσα ἀλλήλοις ἐστί: καὶ πρὸς ἃ τὸ αὐτὸ τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, κἀκεῖνα ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν.

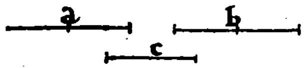
Theorema 9, Propositio 9.

QVæ ad eandem, eandem habent rationem, æquales inuicem sunt: & ad quas eadem eandem habet rationem, ipsæ sunt æquales. 9

Primæ partis ostensio.

ORONTIVS. ¶ Sint binæ magnitudines a/& b, ad tertiam c/eandem rationē obtinentes. Aio quòd æqualis est a, ipsi b. Nam si a/& b/magnitudines, forent inæquales: maior ad eādem c/maiorem rationem haberet, quàm minor, per primam partem antecedentis octauæ propositionis huius quinti. Habet autem vtraq; ipsarum a/& b/eandem rationem ad ipsam c, per hypothesin. Haberent igitur a/ & b, eandem, atq; diuersam rationē ad eandem c: quod est impossibile. Aequalis est itaq; a, ipsi b. ¶ Quòd si c/ad easdem a/& b/eandem habuerit rationem: dico rursum, quòd a/& b/æquales sunt adinuicem. Si enim forēt inæquales: eadem c/ad ipsas a/& b/ magnitudines eandem non haberet rationem ad minorem enim maiorem rationem obtineret, quàm ad maiorem, per secundam partem eiusdem octauæ propositionis. Supponitur autem, eadem c/ad ipsas a/& b/eandem habere rationem. Eadē itaq; magnitudo c, ad ipsas a/& b/magnitudines, eandem simul atq; diuersam rationem haberet. Quod videtur absurdum. Aequalis est igitur a/ipsi b. Quod susceperamus ostendendum.

Pars secunda theorematis.



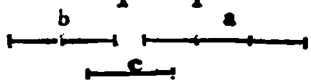
Θεώρημα ι, Πρόθεσις ι.

Τῶν πρὸς τὸ αὐτὸ λόγον ἐχόντων, τὸ τὸν μείζονα λόγον ἔχον, ἐκεῖνο μεῖζόν ἐστι: πρὸς ὃ δὲ τὸ αὐτὸ μείζονα λόγον ἔχει, ἐκεῖνο ἔλαττόν ἐστιν.

Theorema 10, *Propoſitio* 10.

10 AD eandem rationem habentium, maiorem rationem habens, illa maior eſt: ad quam autem eadem maiorem rationem habet, illa minor eſt.

ORONTIVS. ¶Sint rurſum a/& b/ magnitudines ad eandem magnitudinẽ c/comparatæ: habeátq; a/ad c/maiorem rationem, quàm b/ad eandem c. Dico quòd a, ipſa b/maior eſt. Quoniam ſi non fuerit maior: vel erit æqualis ipſi b, vel eadem minor. Aequalis porrò non eſt a/ipſi b: haberẽt enim a/& b/ eandem rationem ad *Prima theorematis pars.*



c/magnitudinem, per primam partem ſeptimæ propoſitionis huius quinti. quod aduerſatur hypotheſi. Non eſt igitur a, æqualis ipſi b. Haud diſſimiliter oſtẽdetur, quòd neq; minor eſt a/ipſa b: quoniam a/magnitudo, minorem rationem haberet ad c/magnitudinem, quàm ipſa b/ad eandem c, per primam partem octauæ propoſitionis eiuſdem quinti. habet autem a, maiorem rationem, quàm b/ad eandem c/ per hypotheſin. Haberet igitur a/ad c/maiorem & minorem rationem, quàm b/ad ipſam c. Quod non eſt poſſibile. Itaque a/non eſt minor b: neque eidem (vti nunc oſtendimus) æqualis. Et a/igitur, ipſa b/maior eſt. ¶Quòd ſi eadem magnitudo c, maiorem rationem habuerit ad b/ quàm ad a: dico rurſum, a/fore maiorem ipſa b. Non erit enim a/ipſi b/æqualis: quoniã c/ad a, eandem rationem haberet quã ad b, per ſecundam partẽ præallegatæ ſeptimæ propoſitionis. Habet autẽ c, maiorẽ rationẽ ad a, q̃ ad b, ex hypotheſi. quæ ſimul ſtare non poſſunt. Non eſt igitur a, ipſi b/ æqualis. Neq; etiã minor: tunc enim c/ad ipſam a/maiorẽ rationẽ haberet, q̃ ad b, per ſecundã partẽ ipſius octauæ propoſitionis huius quinti. Habet autẽ c/ minorẽ rationem ad a, q̃ ad b, ex ipſa hypotheſi. Haberet itaq; c/minorem ſimul atq; maiorẽ rationem ad a, quàm ad b. quod videtur impoſſibile. Igitur a/non eſt minor ipſa b. oſtẽſum eſt, quòd nec eidẽ æqualis. Maior eſt itaq; rurſum a/ipſa b. Ad eandem ergo rationem habentiũ: & quæ ſequuntur reliqua. Quod oportuit demonſtraſſe. *Partis ſecundæ demõſtratio.*

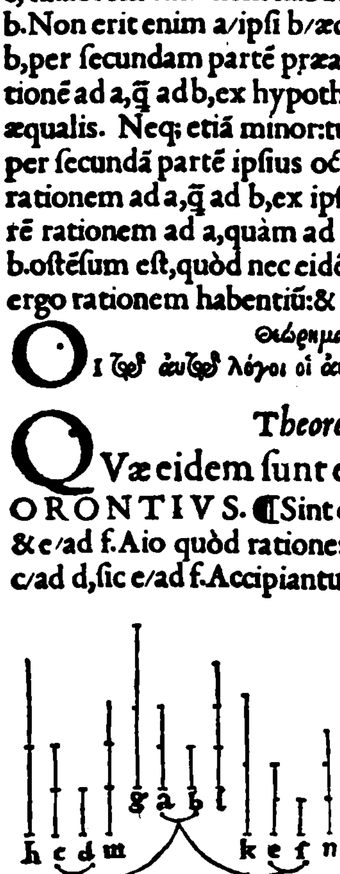
Θεώρημα ια, Πρόθεσις ια.

Οἱ τῷ αὐτῷ λόγοι οἱ αὐτοὶ, καὶ ἀλλήλοις εἰσὶν οἱ αὐτοί.

Theorema 11, *Propoſitio* 11.

11 QVæ eidem ſunt eædem rationes, & adinuicem ſunt eædem.

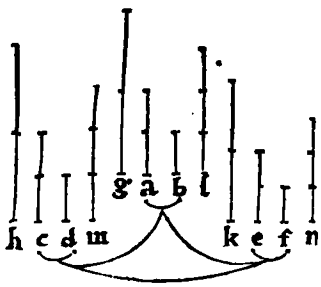
ORONTIVS. ¶Sint eidem rationi quæ a/ad b, eædem rationes quæ c/ad d/ & e/ad f. Aio quòd rationes c/ ad d/& e/ad f, ſunt eædem adinuicem: ſicut quidem c/ad d, ſic e/ad f. Accipiantur enim ipſarum antecedentium a, c, e, æquè multiplicia



g/h/k: ipſarũ autẽ conſequẽtium b, d, f, alia quæuis æquè multiplicia l, m, n. Cùm igitur ex hypotheſi a/ad b/eandem habeat rationem, quam c/ad d, & ipſarum a/ & c, primæ inquã & tertiæ magnitudinis, ſumpta ſint æquè multiplicia g, h, ſecundæ rurſum & quartæ, vtpote ipſarum b/& d/alia itidem æquè multiplicia l, m: igitur ſi g/ excedit l, & h/proportionaliter excedit m, & ſi æquale, æquale: ſi autem minus, itidem proportionaliter minus, per ſextæ diffinitionis huius quinti conuerſionem. Inſuper quoniam per ipſam hypotheſin, ſicut a/ad b, ita e/ad f, & ipſarum a/& b, primæ *Diſcurſus æquè multiplicium.*

videlicet & tertiæ magnitudinis, ſumpta ſunt æquè multiplicia g/k, ſecundæ rurſum & quartæ, vtpote ipſarum b/& f, alia vtcunq; æquè multiplicia l/n. ſi itaq; g/excedit l,& k/proportionaliter excedit n: etſi æquale, æquale: ſi verò minus, itidem proportionaliter minus, per eãdem ſextæ diffinitionis cõuerſionẽ. Atqui præoſtẽſum eſt, ꝙ ſi g/excedit l, excedit & h/ipſum m: etſi æquale, æquale: ſi autem minus, & h/proportionaliter minus eſt ipſo m. Quapropter ſi h/excedit m, excedit & k/proportionaliter ipſum n: & ſi h/æquatur ipſi m, coæquatur & k/ipſi n: & ſi minus fuerit h/ipſo m, & k/demum proportionaliter minus eſt ipſo n. Porrò h/& k/ipſarum c/& e, primæ videlicet & tertiæ magnitudinis data ſunt æquè multiplicia: ipſarum autem d/& f, hoc eſt ſecundæ & quartæ, alia vtcunque æquè multiplicia m/& n. Eſt igitur per ſextã huius quinti diffinitionẽ, ſicut c/ad d, ita e/ad f. Quæ eidem itaq; ſunt eædem rationes, & adinuicem ſunt eædem. Quod fuerat oſtendendum.

Reſolutio demõſtrationis.



Θεώρημα ιβ, Πρότασις ιβ.

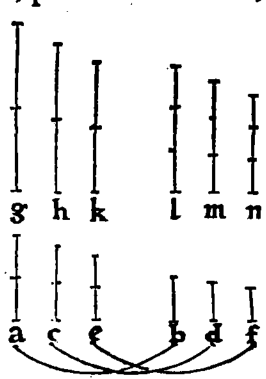
Ἐὰν ᾖ ὁποσαοῦν μεγέθη ἀνάλογον, ἔσται ὡς ἓν τῶν ἡγουμένων πρὸς ἓν τῶν ἑπομένων, οὕτως ἅπαντα τὰ ἡγούμενα, πρὸς ἅπαντα τὰ ἑπόμενα.

Theorema 12, Propoſitio 12.

SI fuerint quælibet magnitudines proportionem habentes: erit ſicut vna antecedentium ad vnam conſequentium, ſic omnes antecedentes ad omnes conſequentes. 12

ORONTIVS. ❡ Sint a, b, c, & d, e, f/ quotlibet magnitudines inuicem proportionales: ſicut quidem a/ad b, ita c/ad d, ſicutq; c/ad d, ſic e/ad f. Aio quòd quam rationem habet a/ad b, eam habent & compoſitæ a/c/e, ad coniunctas b/d/f. Suſcipiãtur enim ipſarum antecedentium a/c/e, æquè multiplicia g, h, k: & ipſarũ conſequentium b, d, f, alia quæuis æquè multiplicia l, m, n. Cùm ſit igitur vt a/ad b, ſic c/ad d, & ipſarum a/& c/æquè multiplicia ſunt g, h, ipſarum verò b, d, alia itidem æquè multiplicia l/m: ſicut ſe habet igitur g/ad l, ſic h/ad ipſum m, per quartam huius quinti. Rurſum quoniam eſt vt c/ad d, ſic e/ad f, & ipſarum c/& e/ æquè multiplicia ſunt h/k, ipſarum autem d/f, alia vtcunq; æquè multiplicia m, n: ſicut ſe habet igitur h/multiplex ad ipſum m, ſic k/ad ipſum n, per eandem quartam ipſius quinti. Vt autem ſe habet h/ad m, ſic g/ad l/ſe habere præoſtenſum eſt. Eſt igitur vt g/ad l, ſic k/ad n, per antecedentem vndecimam propoſitionem. Sunt itaque g, h, k, & l, m, n, multiplicia inuicem proportionalia: ſicut quidem g/ad l, ſic h/ad m, & k ad n. Igitur ſi g/ multiplex excedit l, excedit & h/ proportionaliter ipſum m, necnõ & k/ipſum n: & ſi g/æquatur ipſi l, æquũ eſt & h/ipſi m, & k/reſpondenter ipſi n: ſi autem g/minus fuerit ipſo l, eſt & h/ proportionaliter minus ipſo m, & k/demũ ipſo n. Et proinde ſi g/ multiplex excedit l, excedunt & g, h, k/multiplicia proportionaliter ipſa l, m, n: & ſi æquum eſt g/ipſi l, æqualia ſunt & g, h, k/ipſis l, m, n: ſi autem g/ſit minus ipſo l, erunt & eadem g, h, k, eiſdem l, m, n, tandem æquè minora, per ſecundam & quartam communem ſententiam. Atqui g, h, k/ magnitudines, ipſarum a, c, e/magnitudinum ſunt per conſtructionem ſingulæ ſingularum æquè multiplices: quotuplex igitur eſt vnius vna

Quatuor æquè multiplicium inuicem proportionalium, inferendarum magnitudinũ, ſubtilis adinuẽtio.



g.	l.	g,h,k.	l, m, n.
a.	b.	a,c, e.	b, d, f.
prima.	ſecunda.	tertia.	quarta.

magnitudo, hoc eſt g/ipſius a, totuplices ſunt & omnes g/h/k, omniũ a/c/e, per primã eiuſdem quinti. Et proinde quotuplex eſt l/ ipſius b, totuplices ſunt l/m/n/ipſarum b/d/f. Sunt itaque g/& g/h/k, ipſarũ a/& a/c/e, hoc eſt, primæ & tertiæ magnitudinis æquè multiplicia: l/autem/& l/m/n/ſecũdæ b/& tertiæ b/d/f, æquè itidẽ multiplicia. Et oſtẽſum eſt, q̃ ſi g/multiplex excedit l, excedit & g/h/k/proportionaliter ipſum l/m/n: etſi æquale, æquale: ſi verò minus, itidem proportionaliter minus. Eſt igitur per ſextam huius quinti diffinitionem, ſicut a/ad b, ſic a/c/e/compoſita ad b/d/f/ compoſitam: hoc eſt, ſicut vna antecedentium ad vnam conſequentium, ſic omnes antecedentes ad omnes conſequentes. Quod demonſtrandum ſuſceperamus. Sũmaria theorematis oſtẽſio.

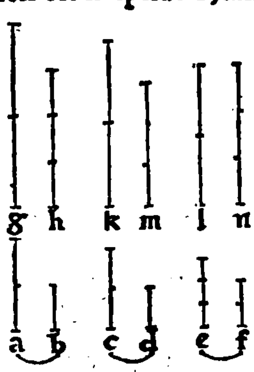
Θεώρημα ιγ, Πρόθεσις ιγ.

Ἐὰν πρῶτον πρὸς δεύτερον τὸν αὐτὸν ἔχῃ λόγον, καὶ τρίτον πρὸς τέταρτον, τρίτον δὲ πρὸς τέταρτον μείζονα λόγον ἔχῃ, ἤπερ πέμπτον πρὸς ἕκτον: καὶ πρῶτον πρὸς δεύτερον μείζονα λόγον ἕξει, ἤπερ πέμπτον πρὸς ἕκτον.

Theorema 13, Propoſitio 13.

13 SI prima ad ſecundam eandem habuerit rationem, & tertia ad quartam, tertia autem ad quartam maiorem rationẽ habeat quàm quinta ad ſextam: prima quoque ad ſecundam maiorem rationem habebit, quàm quinta ad ſextam.

ORONTIVS. ¶ Habeat enim prima magnitudo a/ ad ſecundam b/ eandem rationem, quam tertia c/ad quartam d: ipſa porrò tertia c/ad eandem quartam d/ maiorem rationẽ habeat, quàm e/quinta ad f/ſextam magnitudinem. Aio quòd & a/prima magnitudo ad ſecundam b/maiorem itidem rationem habebit, quàm ipſa e/quinta ad eandem ſextam f. Multiplicetur enim vtraque ipſarum a, b: ſintq; earundem a, b, vtcunq; multiplicia g, h, ſed g/ maius ipſo h. poteſt enim a/toties multiplicari, quouſq; multiplex ipſius a/ſuperet multiplex eiuſdem b. Quàm multiplex inſuper eſt g/ipſius a, tam multiplex detur k/ipſius c, & l/ipſius e. Rurſum q̃ multiplex eſt h/ ipſius b, tam multiplex eſto m/ipſius d, & n/ipſius f. Cùm igitur a/ad b/eandem rationẽ habeat, quam c/ad d, ſintq; g/& k/primæ & tertiæ æquè multiplicia, h/ autem & m/ ſecundæ & quartæ æquè itidem multiplicia: ſi g/itaque excedit h, excedit & k/ipſum m, per ſextæ diffinitionis huius quinti cõuerſionem. Atqui g/ſuperat h, per conſtructionem: & k/igitur ſuperat m. Rurſum quoniã c/ ad d/ maiorem rationem habet, q̃ e/ad f, & ipſarũ c/ & e/ primæ inquàm & tertiæ magnitudinis, æquè multiplicia ſunt k, l, ſecũdæ porrò d/& quartæ f/ alia vtcunq; æquè multiplicia m, n: ſi k/igitur excedit m, non excedit l/ipſum n, per conuerſionem octauæ diffinitionis eiuſdem quinti. Porrò k (vti nunc oſtenſum eſt) excedit m: & l/igitur non excedit n. Excedit autem & g/ipſum h, ſuntq; g/& l/ipſarum a/& e, hoc eſt, primæ & tertiæ magnitudinis æquè multiplicia, per conſtructionem: h/ rurſum & n/ipſarũ b/& f, vtpote ſecundæ & quartæ alia vtcunque æquè multiplicia: & g/multiplex primæ excedit multiplex ſecundæ, l/autem multiplex tertiæ nõ excedit n/multiplex quartæ. prima igitur a/ad ſecundam b/maiorem rationem habet, quàm e/tertia ad quartam f, per octauam huius quinti Diſcurſ⁹ multiplicium ad theorematis illationẽ nos perducentiũ.



diffinitionem. Ergo si prima ad secundam eandem rationē habuerit: &c. vt in theoremate. Quod oportuit ostendisse.

Θεώρημα ιδ', Πρόθεσις ιδ'.

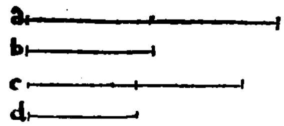
Ἐὰν πρῶτον πρὸς δεύτερον τὸν αὐτὸν ἔχῃ λόγον, καὶ τρίτον πρὸς τέταρτον· τὸ δὲ πρῶτον τοῦ τρίτου μεῖζον ᾖ, καὶ τὸ δεύτερον τοῦ τετάρτου μεῖζον ἔσται· κἂν ἴσον, ἴσον, κἂν ἔλασσον, ἔλασσον.

Theorema 14, Propositio 14.

SI prima ad secundam eandem habuerit rationem, & tertia ad quartā: prima verò tertia maior fuerit, & secunda quarta maior erit: etsi æqualis, æqualis: etsi minor, minor. 14

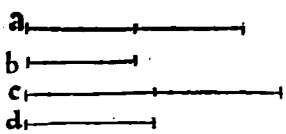
ORONTIVS. ¶ Sint verbi gratia quatuor magnitudines a, b, c, d, inuicē proportionales: sicut quidem a, ad b, ita c, ad d. sit autem primùm, a, maior ipsa c. dico quòd & b, ipsa d, respondenter est maior. Cùm enim ex hypothesi a, sit maior c: habebit igitur a, ad b, maiorem rationem, quàm c, ad eandem b, per octauam huius quinti. Est autem ratio a, ad b, eadem, quæ c, ad d, per hypothesin: & c, igitur ad d, maiorem rationem habet, quàm eadem c, ad b. Ad quam autem eadem maiorem rationem habet: & illa minor est, per secundam partem decimæ propositionis ipsius quinti. Minor est itaque d, ipsa b: & b, propterea ipsa d, maior.

Quando prima maior est tertia.



¶ Quòd si a, fuerit minor c: erit & b, minor ipsa d, magnitudine. Rursum enim per eandem octauā huius quinti, c, maior, ad ipsam b, maiorem rationē habebit, quam a, minor ad eandem b. Quam rationem porrò habet a, ad b, eam seruat ex hypothesi c, ad d. Et c, igitur ad b, maiorem rationē habet, quàm ad d. Est igitur b, minor ipsa d, per ipsam decimā eiusdem quinti.

Quando prima minor est tertia.



¶ Porrò si a, fuerit æqualis ipsi b: haud dissimiliter ostendemus, b, fore æqualem ipsi d. Aequales enim a, & c, ad eandem b, eandem rationem habebunt, per septimam huius quinti. sed quam rationem habet a, ad b, eā rursum habet c, ad d, per hypothesin. Et c, igitur ad vtranque b, & d, eandem obseruabit rationem. Ad quas autē eadem eandem habet rationem, ipsæ sunt æquales, per nonam ipsius quinti propositionem. Aequalis erit igitur b, ipsi d. Si prima igitur ad secundā eandem habuerit rationem: & quæ sequuntur reliqua. Quod demonstrare oportebat.

Vbi prima æquatur tertiæ.

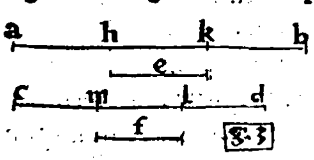
Θεώρημα ιε', Πρόθεσις ιε'.

Τὰ μέρη τοῖς ὡσαύτως πολλαπλασίοις τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ληφθέντα κατάλληλα.

Theorema 15, Propositio. 15.

PArtes eodem modo multiplicium, eandem rationem habent sumptæ adinuicem. 15

ORONTIVS. ¶ Sint a, b, & c, d, ipsarum e, & f, æquè multiplices. Aio partem e, ad partem f, eandem rationem habere, quam a, b, multiplex ad c, d, multiplicem. Cùm enim a, b, æquè multiplex sit ipsius e, vt c, d, ipsius f: quot igitur partes sunt in a, b, æquales ipsi e, tot sunt & in c, d, æquales ipsi f. Sint exēpli gratia iuxta numerū g: & distingatur a, b, in partes æquales ipsi e, sintq; a, h, h, k, & k, b: necnon & c, d, in partes æquales ipsi f, vtpote in c, m, m, l, & l, d. Erit itaq; multitudo ipsarū a, h, h, k, & k, b, multitudini c, m, m, l, & l, d, æqualis: vtraque enim æqualis ipsi numero g. Rursum quoniam a, h, h, k, & k, b, eidem e, sunt æquales: sunt igitur æquales adinuicē, per primam communē



sententiam. & proinde c/m, & m/l, l/d, sunt quoque adinuicem æquales. Aequales porrò ad eandem, vel æquales, eandem habent rationem, & eadem ad æquales: per septimam huius quinti. Est igitur vt a/h/ad c/m, sic h/k/ad m/l, & k/b/ad l/d. Proportionales igitur sunt ipsæ a/h, h/k, & k/b, ipsis c/m, & m/l, l/d. Et sicut igitur vna antecedentium ad vnam consequentium, sic omnes antecedentes ad omnes consequentes, per duodecimam ipsius quinti. Ergo sicut a/h/ad c/m, sic tota a/b/ad totam c/d. æqualis porrò est a/h/ipsi e, & c/m/ipsi f. Et sicut igitur pars e/ad partē f, sic a/b/ multiplex ad c/d/multiplicem. Partes itaq; eodem modo multipliciū, eandem rationem habent sumptæ adinuicem. Quod ostendendum fuerat.

Θεώρημα ις, Πρότασις ις.

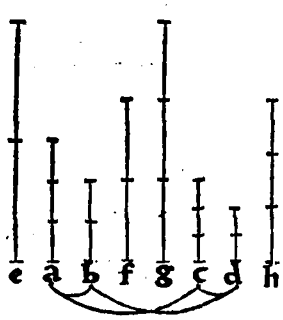
Ἐὰν τέσσαρα μεγέθη ἀνάλογον ᾖ, καὶ ἐναλλὰξ ἀνάλογον ἔσται.

Theorema 16, Propositio 16.

16 SI quatuor magnitudines proportionales fuerint: & permutatim proportionales erunt.

Permutatę rationis demonstratio.

ORONTIVS. ¶Sint verbi gratia quatuor magnitudines a, b, c, d, inuicē proportionales: sicut a/ ad b, sic c/ ad d. Dico quòd & vicissim, hoc est, permutatim proportionales existunt: sicut quidem a/ad c, sic b/ad d. Accipiantur enim ipsarum a, b, æquè multiplices e, f: ipsarū quoq; c, d, aliæ vtcūq; æquè multiplices g, h. Cùm igitur æquè multiplex sit e/ipsius a, vt f/ipsius b: erit vt a/ad b, sic e/ad f: nā partes eodem modo multiplicium, eandem rationem habent sumptæ adinuicem, per antecedentem decimamquintam propositionem. Vt autem a/ad b, sic se habet c/ad d, per hypothesin. & sicut igitur e/ad f, sic c/ad d: nā quæ eidem sunt eædem rationes, & adinuicem sunt eædem, per vndecimam huius quinti. Insuper quoniam æquè multiplex est g/ipsius c, vt h/ipsius d: erit rursum vt c/ad d, sic g/ad h, per eandem quindecimam huius quinti. sicut porrò c/ ad d, sic e/ad f/se habere præostensum est. & sicut igitur e/ ad f, sic g/ ad h, per ipsum vndecimam ipsius quinti.



Quatuor itaq; magnitudines e, f, g, h, sunt inuicem proportionales: habétque prima e/ad secundam f/eam rationem, quam tertia g/ad quartā h. Si prima igitur e, fuerit maior tertia g: & secūda f, ipsa h/quarta maior erit: etsi æqualis, æqualis: etsi minor, minor, per decimamquartā eiusdem quinti. Atqui e/& f, ipsarum a/& b, hoc est primæ & tertiæ magnitudinis (de illationis ordine velim intelligas) sunt æquè multiplices: g/autem & h, secundæ & quartæ, vtpote ipsarum c/& d/ æquè rursum multiplices. Est igitur per sextam huius quinti diffinitionem, vt prima a/ad secundam c, sic tertia b, ad quartā d. Si quatuor igitur magnitudines proportionales fuerint: & permutatim seu vicissim proportionales erunt. Quod erat demonstrandum.

Θεώρημα ιζ, Πρότασις ιζ.

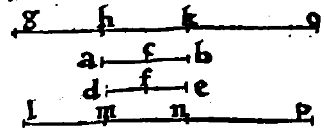
Ἐὰν συγκείμενα μεγέθη ἀνάλογον ᾖ, καὶ διαιρεθέντα ἀνάλογον ἔσται.

Theorema 17, Propositio 17.

17 SI cōpositæ magnitudines proportionales fuerint: diuisæ quoque proportionales erunt.

Diuisa ratio, siue modus arguendi à compositis ad diuisa.

ORONTIVS. ¶Sint cōpositæ magnitudines a/b, b/c, d/e, & e/f, inuicem proportionales: sicut a/b/ad b/c, sic d/e/ad e/f. Aio quòd & diuisæ proportionales erūt: sicut quidem a/c/ad c/b, sic d/f/ad f/e. Accipiantur enim ipsarum a/c, c/b, d/f, & f/e, æquè multiplices g/h,h/k,l/m,& m/n. ipſarum rurſum b/c/& e/f, aliæ itidem æquè multiplices k/o,& n/p. His ita conſtructis, quoniam g/h/& h/ k/ magnitudines,



ipſarum a/c/& c/b/magnitudinũ æqualium numero ſingulæ ſingularum,per conſtructioné, ſunt æquè multiplices:quotuplex igitur eſt vna g/h/ vnius a/c, totuplex eſt & tota g/k/totius a/b,per primam huius quinti.Quotuplex autem eſt g/h/ipſius a/c;totuplex eſt l/m,ipſius d/f, per conſtructionẽ:tam multiplex eſt igitur g/k/ipſius a/b, quàm multiplex eſt l/m/ ipſius d/f, per vndecimam ipſius quinti.Rurſum quoniam l/m/& m/n/ipſarum d/f/

g/k.	g/h.	l/m.
a/b.	a/c.	d/f.

& f/e/ æqualium numero ſingulæ ſingularũ æquè ſunt multiplices,per ipſam conſtructionẽ:quotuplex igitur eſt vna l/m/vnius d/f,totuplex eſt tota l/n/ totius d/ e, per eandem primam huius quinti.Quotuplex autem eſt l/m/ipſius d/f,totuplicem oſtendimus g/k/ipſius a/b: quotuplex eſt igitur g/k/ipſius a/b,totuplex eſt l/n/ipſius d/e,per ipſam vndecimã

g/k.	l/m.	l/n.
a/b.	d/f.	d/e.

eiuſdem quinti.Sunt itaq; g/k/& l/n,ipſarũ a/b/& d/e/æquè multiplices. Item quoniã æquè multiplex eſt h/k/ipſius b/c/vt m/n/ ipſius e/f:quinta rurſum k/o,eiuſdem b/c/æquè multiplex eſt, vt ſexta n/p/ eiuſdem e/f.Et compoſita igitur h/o,eiuſdem b/c/ æquè erit multiplex, ac tota m/p/eiuſdem e/f,per ſecundam huius quinti.Et proinde h/o/& m/p,ipſarũ b/c/& e/f/ſunt æquè multiplices. Inſuper quoniam ex hypotheſi, ſicut a/b, ad b/c, ſic d/e/ad e/f: & ipſarum a/b/& d/e,primæ inquàm & tertiæ æquè multiplices ſunt g/ k/ & l/ n: ipſarum rurſum b/ c/ & e/ f, hoc eſt ſecundæ & quartæ, æquè itidem multiplices h/o/& m/p.Eſt igitur vt g/k/ad h/o,ſic l/n/ad m/p, per quartam huius

g/k.	h/o.	l/n.	m/p.
a/b.	b/c.	d/e.	e/f.

quinti.Auferantur vtriſque cõmunes h/k, & m/n:vt reliqua igitur g/h/ad reliquam k/o,ſic l/m/reliqua ad reliquam n/p, per tertiam & quintam cõmunem ſententiã.Igitur ſi g/h/excedit k/o,excedit & l/m/ proportionaliter ipſam n/ p: etſi æqualis,æqualis:ſi autẽ minor,itidem proportionaliter minor.Atqui g/h/& l/m, primæ & tertiæ magnitudinis(iuxta ordinem illationis)hoc eſt,ipſarũ a/c/& d/f/datæ ſunt

g/h.	k/o.	l/m.	n/p
a/c.	c/b.	d/f.	f/e.

æquè multiplices:k/o/verò & n/p, ipſarum c/b/ & f/e, ſecundæ inquàm & quartæ magnitudinis æquè itidem multiplices.Prima igitur a/c, ad ſecundam c/b/eam rationem habet:quam tertia d/f, ad quartam f/e, per ſextã huius quinti diffinitionẽ. Si compoſitæ itaque magnitudines proportionales fuerint,diuiſæ quoque proportionales erunt.Quod ſuſceperamus oſtendendum.

Θεώρημα ιη, Πρόθεσις ιη.

Ἐὰν διῃρημένα μεγέθη ἀνάλογον ᾖ, καὶ συντεθέντα ἀνάλογον ἔσται.

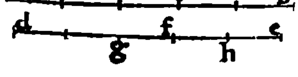
Theorema 18, *Propoſitio* 18.

SI diuiſæ magnitudines proportionales fuerint:cõpoſitæ quoque proportionales erunt. 18

Compoſita ratio,ſiue arguendi modus à diuiſis ad coniuncta.

ORONTIVS. ¶Sint diuiſæ magnitudines a/c,c/b,d/f,& f/e,inuicem proportionales:ſicut a/c/ad c/b,ſic d/f/ad f/e. Aio quòd & compoſitæ,erunt verſa vice proportionales:ſicut quidem a/b/ad b/c,ſic d/e/ad e/f.Sicut enim a/b/ad b/c,ſic d/e/ ad aliam quãdam magnitudinem ſe habere neceſſum eſt.Hæc autem magnitudo,ſi nõ fuerit e/f:erit vel ipſa e/f/maior,aut eadem minor.Eſto primũ a/b/ad b/c,ſicut d/e/

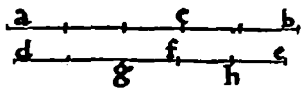
Prima oſtenſionis differẽtia.



ad maiorẽ(ſi poſſibile fuerit)ipſa e/f:vtpote ad e/g. Erit igitur ſicut a/b/ad b/c, ſic d/ e/ ad e/ g. Si compoſitæ autem magnitudines proportionales fuerint:diuiſæ quoq;

proportionales erunt, per antecedentẽ decimamſeptimam propoſitionem. Erit itaque ſicut a/c/ad c/b, ſic d/g/ad g/e. Sicut porrò a/c/ad c/b, ſic per hypotheſin d/f/ad f/e. Ergo ſicut d/f/ad f/e, ſic d/g/ad g/e: nam quæ eidem ſunt eædem rationes, adinuicem ſunt eædem, per vndecimam huius quinti. Quatuor itaque magnitudines d/f, f/e, d/g, atq; g/e, ſunt inuicem proportionales, & prima d/f, maior eſt tertia d/g: & ſecunda igitur f/e, maior erit quarta g/e, per decimamquartam eiuſdem quinti. Atqui f/e, minor eſt ipſa g/e, per hypotheſin. Erit itaque f/e, minor ſimul & maior eadem g/e/magnitudine. quod eſt impoſſibile Non eſt igitur ſicut a/b/a d b/c, ſic d/e/ad maiorem ipſa e/f. ¶ Aio rurſum, quòd neque ad minorem ipſa e/f: vtpote e/h. Concludemus enim iterũ ex decimaſeptima & vndecima huius quinti, fore ſicut d/f/ad f/e, ſic d/h, ad h/e: vtrobique enim ſicut a/c/ad c/b. Et quoniam prima d/f, minor eſt tertia d/h: erit rurſum per ipſam decimamquartam eiuſdem quinti, ſecunda f/e, minor quarta h/e. Supponitur autẽ maior: quæ ſimul ſtare non poſſunt. Non eſt ergo ſicut a/b/ad b/c, ſic d/e/ad minorẽ e/f. patuit quòd neq; ad maiorem. Et ſicut igitur a/b/ad b/c, ſic d/e, ad ipſam e/f. Itaque ſi diuiſæ magnitudines proportionales fuerint: compoſitæ quoq; proportionales erunt. Quod oſtendere fuerat operæpretiũ.

d/f.	a/c.	d/g.
f/e.	c/b.	g/e.



Secunda pars ſiue differentia.

d/f.	a/c.	d/h.
f/e.	c/b.	h/e.

Θεώρημα ιθ, Πρόθεσις ιθ.

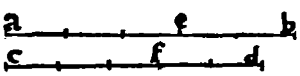
Ἐὰν ᾖ ὡς ὅλον πρὸς ὅλον, οὕτως ἀφαιρεθὲν πρὸς ἀφαιρεθὲν, καὶ τὸ λοιπὸν πρὸς τὸ λοιπὸν ἔσαι, ὡς ὅλον πρὸς ὅλον.

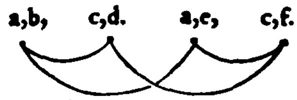
Theorema 19, Propoſitio 19.

19 SI fuerit ſicut totum ad totum, ſic ablatum ad ablatum: & reliquum ad reliquum, erit ſicut totum ad totum.

ORONTIVS. ¶ Sit inquàm totũ a/b/ad totũ c/d, velut ablatũ a/e/ ad ablatũ c/f. Aio reliquum e/b/ad reliquũ f/d, fore ſicut idem totũ a/b/ad idem totum c/d.

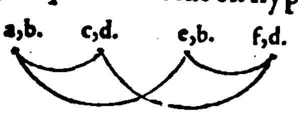
Cùm enim ſit velut a/b/ad c/d, ſic a/e/ad c/f, per hypotheſin: erit per decimamſextam huius quinti, & permutatim ſicut a/b/ compoſita ad a/e, ſic c/d/ compoſita ad c/f. Cùm autem compoſitæ magnitudines proportionales ſunt, & diuiſæ quoque ſunt proportionales, per decimamſeptimam huius quinti propoſitionem. Et ſicut igitur a/e/ad e/b, ſic c/f/ad f/d. & permutatim rurſum, per eandem decimamſextam huius quinti, ſicut a/e/ ablata, ad ablatã c/f, ſic reliqua e/b/ad reliquam f/d. Sicut porrò ablata a/e/ ad ablatam c/f, ſic totum a/b/ad totum c/d, per hypotheſin. Reliquum igitur e/b/ ad reliquum f/d, ſe habet vt totum a/b/ad totum c/d, per vndecimam eiuſdem quinti. Si fuerit ergo ſicut totum ad totum: &c. vt in theoremate. Quod expediebat demonſtrare.





Lemma ſiue aſſumptum.

¶ Et quoniam erat ex hypotheſi, vt a/b/ad c/d, ſic a/e/ad c/f: & permutatim deinde vt a/b/ad a/e, ſic c/d/ad c/f. Nunc porrò oſtenſum eſt, quòd ſicut a/b/ad c/d, ſic e/b/ad f/d. & permutatim itaque rurſum, vt a/b/ad e/b, ſic c/d/ad f/d, per ſæpius allegatam



decimamſextã huius quinti. Fit igitur vt ſicut a/b/ad a/e, ſic c/d/ad e/f: atq; rurſum velut idem a/b/ad e/b, ſic idem c/d/ad f/d.

Corollarium.

Conuerſio rationis. ¶ Et proinde cõuerſio rationis, hoc eſt, acceptio antecedẽtis ad exceſſum quo antecedens ipſum excedit conſequens, fit manifeſta.

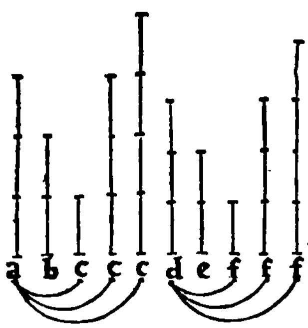
Θεώρημα κ, Πρόθεσις κ.

Ἐὰν ᾖ τρία μεγέθη, καὶ ἄλλα αὐτοῖς ἴσα τὸ πλῆθος σύνδυο λαμβανόμενα, καὶ ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ, δι' ἴσου δὲ τὸ πρῶτον τοῦ τρίτου μεῖζον ᾖ, καὶ τὸ τέταρτον τοῦ ἕκτου μεῖζον ἔσται, κἂν ἴσον, ἴσον, κἂν ἔλαττον, ἔλαττον.

Theorema 20, Propoſitio 20.

SI fuerint tres magnitudines, & aliæ eiſdem æquales numero, 20
binatim ſumptæ, & in eadem ratione, ex æquali autem prima tertia maior fuerit: & quarta ſexta maior erit: etſi æqualis, æqualis: etſi minor, minor.

Æquam rationẽ reſpiciẽtia in ordinatis. ORONTIVS. ¶ Sint tres magnitudines a, b, c, & rurſum aliæ tres d/e/f, cum duabus ordinatim ſumptis in eadẽ ratione: vtpote, ſicut a/ad b, ſic d/ad e, ſicut item b/ad c, ſic e/ad f. Aio quòd ſi a/fuerit maior ipſa c, erit ex æquali d/maior ipſa f: etſi æqualis, æqualis: ſi autẽ minor, itidem minor. Prima differẽtia. Sit primùm a, maior ipſa c. Et quoniã eſt ſicut b/ad c, ſic e/ad f: erit & à conuerſa ratione, ſicut c/ad b, ſic f/ad e, per corollariũ quartæ huius quinti. verũ c/minor eſt a, per hypotheſin, & b/alia quædam magnitudo: habet igitur a/ad b/maiorem rationem, quàm c/ad eandem b, per primam partẽ octauæ huius quinti. Sicut porrò c/ ad b, ſic f/ad e: & a/igitur ad b/maiorem rationem habet, quàm f/ad e. Sicut rurſum a/ad b, ſic d/ad e, per hypotheſin: & d/ igitur ad e/ maiorem rationem habet, quàm f/ad ipſam e. Ad eandem autem rationẽ habentium, maiorem rationem habens illa maior eſt, per decimam ipſius quinti. Et d/igitur, ipſa f/maior eſt.



Secũda differentia. ¶ Quòd ſi a/ ſit æqualis ipſi c: erit & d/æqualis ipſi f. habebunt enim a/& c/ad eandem b/ eandem rationem, per primam partem ſeptimæ huius quinti. Et quoniam eſt ſicut a/ad b, ſic d/ad e, ſicutq; c/ad b, ſic f/ad ipſam e: habebunt quoq; d/& f/ eandem rationem ad ipſam e. Quæ autem ad eandem eandem habent rationem, æquales adinuicem ſunt, per primam partem nonæ ipſius quinti. Aequalis eſt igitur d, ipſi f. Tertia differentia. ¶ Haud diſſimiliter oſtẽdetur, quòd ſi a/ fuerit minor ipſa c: erit conſequenter d/ minor ipſa f. Tunc enim c/ ad b/ maiorem rationem habebit, quàm a/ad ipſam b, per eandem octauam huius quinti. Eſt autẽ vt a/ad b, ſic d/ad e, per hypotheſin: ſicutq; c/ad b, ſic f/ad e/ſe habere præoſtenſum eſt. Et proinde f/ad e/maiorem rationem habebit, quàm d/ad ipſam e. Hinc rurſum per primam partem decimæ eiuſdem quinti, f/ipſa d/maior erit: & d/propterea ipſa f/minor. Itaq; ſi fuerint tres magnitudines, & aliæ eiſdẽ æquales numero: & quæ ſequuntur reliqua. Quod oportuit demonſtraſſe.

Θεώρημα κα, Πρόθεσις κα.

Ἐὰν ᾖ τρία μεγέθη, καὶ ἄλλα αὐτοῖς ἴσα τὸ πλῆθος σύνδυο λαμβανόμενα, καὶ ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ, ᾖ δὲ τεταραγμένη αὐτῶν ἡ ἀναλογία, δι' ἴσου δὲ τὸ πρῶτον τοῦ τρίτου μεῖζον ᾖ, καὶ τὸ τέταρτον τοῦ ἕκτου μεῖζον ἔσται: κἂν ἴσον, ἴσον, κἂν ἔλαττον, ἔλαττον.

Theorema 21, Propoſitio 21.

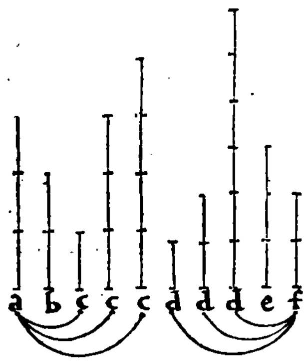
SI fuerint tres magnitudines, & aliæ eiſdem æquales numero, 21
binatim ſumptæ, & in eadem ratione, fuerit autem perturbata

earũ proportio: ex æquali verò prima tertia maior fuerit, & quarta sexta maior erit: etsi æqualis, æqualis: etsi minor, minor.

ORONTIVS. ¶ Sint tres magnitudines a, b, c, & rursum aliæ tres d, e, f, cum duabus perturbatim in eadem ratione coassumptis: vtpote, sicut a/ ad b, sic e/ad f, sicútq; b/ad c, sic d/ad e. Dico quòd si a/fuerit maior c, erit ex æquali d/maior f: etsi æqualis, æqualis: etsi minor, minor. Sit primùm a/maior c: iam recipio probandum, quòd d/sit maior f. Et quoniã est sicut b/ad c, sic d/ad e, per hypothesin: erit à conuersa ratione, vt c/ad b, sic e/ad d, per quartæ huius quinti corollariũ. Rursum quoniam a/maior est c, & b/alia quædam magnitudo: habet igitur a/ ad b/maiorem rationem, quàm c/ad eandem b, per primam partem octauæ huius quinti. Sicut porrò a/ ad b, sic ex hypothesi e/ad f: sicútq; c/ad b, sic e/ad d (vti nunc ostensum est). & e/propterea ad f/maiorem rationẽ habet, quàm ad d. Ad quã autẽ eadem magnitudo maiorẽ rationẽ habet, & illa minor est: per secundã partẽ decimæ ipsius quinti. Est igitur f, ipsa d/minor: & d/propterea maior f. ¶ Haud dissimiliter si a/fuerit æqualis ipsi c: ostendetur & d/æqualis ipsi f. Nam a/& c, ad eandem b/eandem rationẽ habebũt: per primã partem septimæ huius quinti. Et quoniã est sicut a/ad b, sic e/ ad f, sicútq; c/ad b, sic e/ ad d: & e/ igitur ad vtranq; d/& f/eãdem rationẽ habebit. Ad quas autẽ eadem eandem habet rationẽ, ipsæ sunt æquales: per secundam partem nonæ ipsius quinti. Aequalis erit igitur d, ipsi f. ¶ Item si a/fuerit minor c: dico tandem, quòd & d/minor erit f. Tunc enim c/ad b maiorem rationẽ habebit, quàm a/ad eandem b: per eandem octauã huius quinti. Et cùm sit velut c/ad b, sic e/ad d, sicútq; a/ad b, sic e/ad f (veluti suprà deductum est) habebit consequenter e/ad d/maiorẽ rationem, quàm e/ad f. Ad quam autẽ eadem maiorem rationem habet, & illa minor est: per secundam partem decimæ eiusdem quinti. Est itaq; d/ipsa f/minor. Ergo si fuerint tres magnitudines: &c. vt in theoremate. Quod ostendendum fuerat.

Æquã rationem respicientia in perturbatis.

Quando prima maior est tertia.



Vbi prima æquatur tertię.

Quando prima minor est tertia.

Θεώρημα κβ, Πρόθεσις κβ.

Ἐὰν ᾖ ὁποσαοῦν μεγέθη καὶ ἄλλα αὐτοῖς ἴσα τὸ πλῆθος σύνδυο λαμβανόμενα ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ, καὶ δι' ἴσου ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ ἔσται.

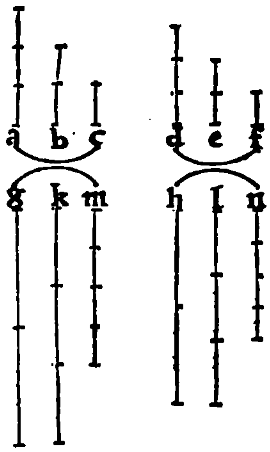
Theorema 22, Propositio. 22.

22 SI fuerint quælibet magnitudines, & alię eisdem æquales numero, binatim sumptæ in eadem ratione: & ex æquali in eadem ratione erunt.

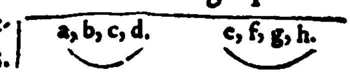
ORONTIVS. ¶ Sint verbi gratia tres magnitudines a, b, c, & aliæ eisdem numero æquales d, e, f, cum duabus ordinatim sumptis in eadem ratione: vtpote, sicut a/ad b, sic d/ad e, sicut autẽ b/ad c, sic e/ad f. Dico quòd extremæ vtriusque ordinis magnitudines, ex æquali in eadem ratione erunt: sicut quidẽ a/ad c, sic d/ad f. Accipiantur enim ipsarum a, d/æquè multiplices g, h: ipsarũ verò b, e, aliæ itidem æquè multiplices k, l: ipsarũ deniq; c, f, vtcunq; etiam multiplices m, n. Cùm sit igitur vt a/ad b, sic d/ad e: & ipsarum a, d, hoc est primæ & tertiæ, æquè multiplices sint g, h: secũdæ autem & quartæ, vtpote ipsarũ b, e, aliæ itidem æquè multiplices k, l. Est igitur sicut g/ multiplex ad k/multiplicẽ, sic h/ad l: per quartam huius quinti. Et proinde erit, vt k/ad m, sic l/ad n: est enim ex hypothesi, vt b/ad c, sic e/ad f, & ipsarum b, e, æquè multiplices k, l: ipsarũ autẽ c, f, æquè rursum multiplices m, n, per cõstructionẽ.

Æqua ratio in ordinatis.

Sunt ergo g,k,m,tres magnitudines,& h,l,n,aliæ eiſdem numero æquales,cum duabus ordinatim ſumptis in eadem ratione:ſicut quidem g/ad k,ſic h/ad l,ſicútq; k/ ad m, ſic l/ad n. Si g/itaq; fuerit maior ipſa m,& ex æquali h/ipſa n/maior erit: etſi æqualis,æqualis:etſi minor,minor,per huius quinti vigeſimam. Atqui g,h,ipſarũ a,d, hoc eſt primæ & tertiæ magnitudinis(quoad illationis ordinẽ)datæ ſunt æquè multiplices:m,n/autẽ ſecundæ & quartæ,vtpote ipſarũ c,f/ æquè itidẽ multiplices.Eſt igitur per ſextã huiuſce quinti diffinitionẽ,vt prima a/ad ſecundã c:ſic d/tertia ad quartam f. ¶Idem quoq; licebit oſtendere,vbi plures tribus in vtroq; magnitudinũ extiterint ordine. Vtpote ſi fuerint quatuor a, b,c,d, & aliæ quatuor e,f,g,h: ſimiliter oſtendemus cum tribus primis magnitudinibus a,b,c,& e,f,g,fore velut a/ad c,ſic e/ad g.Et rurſum cum tribus ſuccedentibus (ſecunda vtrobique prætermiſſa,& coaſſumpta quarta)vtpote a,c,d, & e,g,h,concludemus veluti ſuprà,fore vt a/ad d,ſic e/ad h. Et deinceps quantumlibet,pro vtriuſque ordinis multitudine. Si fuerint ergo quælibet magnitudines,& aliæ eiſdẽ æquales numero:& quæ ſequuntur reliqua. Quod oſtendendum propoſueramus.



Vbi plures tribus in vtroq; magnitudinũ extiterint ordine.



Θεώρημα κγ, Πρότασις κγ.

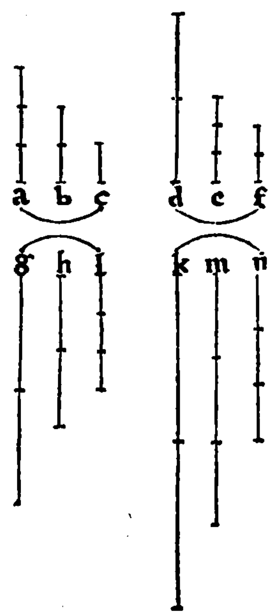
Ἐὰν ᾖ τρία μεγέθη, καὶ ἄλλα αὐτοῖς ἴσα τὸ πλῆθος σύνδυο λαμβανόμενα ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ, ᾖ δὲ τεταραγμένη αὐτῶν ἡ ἀναλογία, καὶ δι' ἴσου ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ ἔσται.

Theorema 23, Propoſitio 23.

SI fuerint tres magnitudines, aliæ'que eiſdem æquales numero, binatim ſumptæ in eadem ratione, fuerit autem perturbata earum proportio:& ex æquali in eadem ratione erunt. 23

Æqua ratio in perturbatis.

ORONTIVS. ¶Sint tres magnitudines a,b,c,& aliæ eiſdem numero æquales d,e,f, cum duabus in eadem ratione perturbatim coaſſumptis:ſicut quidem a/ad b, ſic e/ ad f, ſicútque b/ ad c, ſic d/ad e. Aio fore ex æqua ratione,ſicut a/ad c, ſic d/ad f. Aſſumantur enim ipſarum a,b,d,æquè multiplices g,h,k:ipſarum porrò c,e,f, aliæ itidem æquè multiplices l,m,n. Cùm ergo g,h, ipſarum a,b,ſint per conſtructionem æquè multiplices, & partes eodem modo multipliciũ eandem habeãt rationem ſumptæ adinuicem,per quindecimam huius quinti: eſt igitur vt a/ad b,ſic g/ad h.ſicut autẽ a/ad b,ſic e/ ad f,per hypotheſin:& ſicut igitur g/ad h,ſic e/ad f,per vndecimam ipſius quinti. Rurſum quoniam m,n, ipſarum e,f,ſunt æquè multiplices:erit rurſum per eandem quindecimam huius quinti,vt e/ad f, ſic m/ad n. Sicut porrò e/ad f,ſic g/ ad h, ſe habere monſtratum eſt: & ſicut itaque g/ad h, ſic m/ad n, per ipſam vndecimam eiuſdem quinti. Inſuper quoniam eſt ſicut b/ ad c/ ſic d/ad e,per hypotheſin,& ipſarũ b,d/ſumptæ ſunt æquè multiplices h,k : ipſarũ verò c,e,aliæ itidem æquè multiplices l,m.Eſt igitur vt h/ multiplex,ad l/ multiplicẽ,



sic k/ad m, per quartam huius quinti propositionem. Ostensum est autem, quòd sicut g/ad h, sic m/ad n. Sunt itaque g,h,l, tres magnitudines, & k,m,n, aliæ eisdem æquales numero, cum duabus in eadem ratione perturbatim coassumptis: sicut quidem g/ad h, sic m/ad n, sicut rursum h/ad l, sic k/ad m. Ergo si g/fuerit maior l, erit ex æquali k/maior n: & si æqualis, æqualis: si autem minor, itidem minor, per vigesimamprimam huius quinti. Porrò g,k/sunt æquè multiplices ipsarum a,d, primæ & tertiæ magnitudinis (seruato illationis ordine) l/autem & n/secundæ & quartæ, hoc est ipsarum c,f/æquè rursum multiplices, per constructionem. Est igitur vt prima a/ad secundam c, sic tertia d/ad quartam f: per sextam eiusdem quinti diffinitionem. Si fuerint igitur tres magnitudines, aliæq; eisdem æquales: &c. vt in theoremate. Quod oportuit ostendisse.

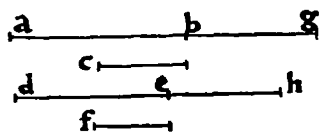
Θεώρημα κδ, Πρόθεσις κδ.

Ἐὰν πρῶτον πρὸς δεύτερον τὸν αὐτὸν ἔχῃ λόγον, καὶ τρίτον πρὸς τέταρτον, ἔχῃ δὲ καὶ πέμπτον πρὸς δεύτερον τὸν αὐτὸν λόγον, καὶ ἕκτον πρὸς τέταρτον, καὶ συντεθὲν πρῶτον καὶ πέμπτον πρὸς δεύτερον, τὸν αὐτὸν ἕξει λόγον, καὶ τρίτον καὶ ἕκτον πρὸς τέταρτον.

Theorema 24, Propositio 24.

24 SI primum ad secundum eandem habuerit rationem, & tertium ad quartum, habuerit autem & quintum ad secundum eandem rationem & sextum ad quartum: & composita primùm & quintum ad secundum eandem habebunt rationem, & tertium & sextum ad quartum.

ORONTIVS. ¶Habeat primùm a/b/ad secundũ c/eandem rationem, quam tertium d/e/ad quartum f: quintum rursus b/g/ad secundum c, eandem quoq; rationem habeat, quam sextum e/h/ad ipsum f/quartum. Aio, quòd & composita primũ & quintum a/ g, eandem rationem habebũt ad idem secundum c, quam tertium & sextum d/h/ad idem quartum f. Cùm enim sit ex hypothesi, vt b/g/ad c, sic e/h/ ad f: & à conuersa itaq; ratione, erit vt c/ ad b/g, sic f/ ad e/h, per corollariũ quartæ huius quinti. Præterea quoniam ex ipsa hypothesi, est sicut a/b/ad c, sic d/e/ad f: sicut rursum c/ ad b/g, sic f/ad e/h. Et ex æquali igitur, sicut a/b/ad b/g, sic d/e/ad e/h: per vigesimãsecũdam huius quinti. Diuisæ itaq; magnitudines a/ b, b/g, d/e, & e/h, sunt proportionales. Et compositæ igitur, per decimam octauam ipsius quinti, proportionales erunt: vt a/ g/ ad b/g, sic d/h/ad e/h. Receptum est autẽ, sicut b/g/ad c, sic e/h/ad f. Et ex æquali igitur, per eandem vigesimamsecundam quinti, sicut a/g/ ad c, sic d/h/ad f. Ergo si primum ad secundum eandem habuerit rationem, & tertium ad quartum: & quæ sequuntur reliqua. Quod expediebat demonstrare.



a, b. c. b, g. d, e. f. e, h.

a, g. g, b. c. d, h. h, e. f.

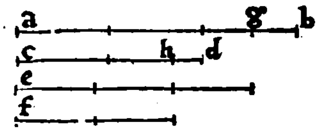
Θεώρημα κε, Πρόθεσις κε.

Ἐὰν τέσσαρα μεγέθη ἀνάλογον ᾖ, τὸ μέγιστον καὶ τὸ ἐλάχιστον, δύο τῶν λοιπῶν μάζονα ἐστίν.

Theorema 25, Propositio 25.

25 SI quatuor magnitudines proportionales fuerint, maxima & minima reliquis maiores erunt.

ORONTIVS. ¶Sint quatuor eiuſdem generis magnitudines a/b, c/d/e, & f, inuicem proportionales, ſicut quidem a/b/ad c/d, ſic e/ad f:ſit'q; a/b/omnium maxima, f/verò minima. Dico quòd a/b/& f, reliquis c/d/& e/ſunt maiores. Quoniam enim a/b/omnium quatuor ſupponitur maxima:maior eſt igitur a/b,ipſa e/magnitudine. A maiori itaq; a/b,ſecetur æqualis ipſi e/minori, per tertiam primi:ſit'q; a/g. Rurſum, quoniã eſt vt a/b/ ad c/d,ſic e/ad f,prima autem a/b,maior eſt tertia e:& ſecunda igitur c/d,ipſa f/quarta maior erit,per decimãquartam huius quinti. A maiori rurſum c/d,ſecetur ipſi f/æqualis, per eandem tertiam primi:ſit'que c/h. Cùm igitur ſit vt a/b/ad c/d,ſic e/ ad f,& æqualis ſit a/g/ipſi e,& c/h/ipſi f: eſt igitur vt a/b/ad c/d, ſic a/g/ad c/h,hoc eſt, ſicut totum a/b/ ad totum c/ d, ſic ablatum a/g/ ad ablatum c/h. Et reliquum itaque g/b/ad reliquum h/d/erit ſicut totum a/b/ad totum c/d:per decimamnonam ipſius quinti. Prima autem a/b/maior eſt tertia c/d:& ſecunda itaque g/b,maior erit quarta h/d, per ipſam decimamquartam eiuſdem quinti. Porrò a/ g/ æqualis eſt ipſi e: & c/ h/ ipſi f, per conſtructionem. Binæ igitur a/ g/ & f, duabus c/h/ &/e, ſunt per ſecundam communem ſententiam æquales. Si autem inæqualia æqualibus adiungantur,omnia erunt inæqualia: per quartam communem ſentẽtiam. Et quoniam ipſis a/g/ & f/ additur g/ b, ipſis autem c/ h/ & e/additur h/d, & maior eſt g/b/ipſa h/ d:maiores ergo ſunt a/b/maxima & f/minima,reliquis c/d/ & e/ magnitudinibus. Quod receperamus oſtendendum.



∴ ∴ ∴

Quinti Libri Geometricorum Elementorum

FINIS.

Orontij Finei Delphinatis, Regii Mathematicarvm Professoris, In Sextum elementorum Euclidis, Demonstrationes.

ΕΥΚΛΕΙΔΟΥ ΣΤΟΙΧΕΙΩΝ ΕΚΤΟΝ.

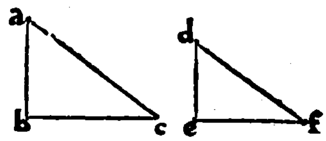
Ὅροι ε.

Ὅμοια σχήματα εὐθύγραμμά ἐστιν, ὅσα τάς τε γωνίας ἴσας ἔχει κατὰ μίαν, καὶ τὰς περὶ τὰς ἴσας γωνίας πλευρὰς, ἀνάλογον.

¶ Diffinitiones 5.

1 Similes figuræ ſunt, quæ & angulos æquales habēt ad vnum, & quæ circa angulos æquales ſunt latera proportionalia.

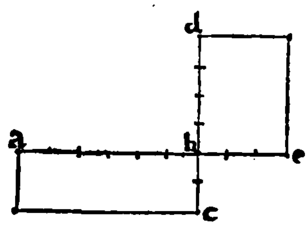
Vtpote, ſi fuerint bina triangula a/b/c, & d/e/f/ inuicem æquiangula: fuerítque angulus qui ad a/ æqualis angulo qui ad d, & qui ad b/ eſt angulus ei qui ad e, atque is qui ad c/ angulo qui ad f/ reſpōdenter æqualis. ſítque inſuper vt a/b/ latus ad b/c, ſic d/e/ad e/f: vtq; b/c/ad c/a, ſic e/f/ad f/ d: atque demum ſicut c/a/ad a/b, ſic f/d/ad d/e. Huiuſcemodi nanque triangula, ſimilia nuncupamus: etiam ſi fuerint inæqualia.



¶ Ἀντιπεπονθότα δὲ σχήματά ἐστιν, ὅταν ἑκατέρῳ τῶν σχημάτων ἡγούμενοί τε καὶ ἑπόμενοι λόγοι ὦσιν.

2 Reciprocæ autem figuræ ſunt, quando in vtraq; figura antecedētes & conſequentes termini rationales fuerint.

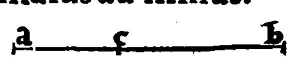
De rectilineis videtur intelligere figuris. quemadmodùm ſi duorum rectilineorum & æquiangulorum a/ b/c/ & d/b/e, angulū qui ſub a/b/& b/c, ei qui ſub d/b/& b/e/ cōtinetur ęqualem habētium: fuerit ſicut latus a/b/ad latus b/d, ſic latus e/ b/ ad latus b/c: aut ſicut a/b/ad b/e, ſic d/b/ad b/c. Tali nanq; modo fit antecedentium & conſequentium terminorum, hoc eſt comparatorum adinuicem laterū, quæ circum æquales angulos, reflexa proportio, reciprocáve rationum ſimilitudo: dicūtúrque eiuſcemodi figuræ, cùm adinuicem comparantur, reciprocæ.



¶ Ἄκρον καὶ μέσον λόγον εὐθεῖα τετμῆσθαι λέγεται, ὅταν ᾖ ὡς ἡ ὅλη πρὸς τὸ μεῖζον τμῆμα, οὕτως τὸ μεῖζον πρὸς τὸ ἔλαττον.

3 Per extremam & mediam rationē, recta linea diuidi dicitur: quādo fuerit ſicut tota ad maius ſegmentum, ſic maius ad minus.

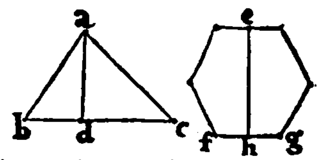
Vtpote, ſi data recta linea a/b/ diuidatur in puncto c: fuerítque vt tota a/b/ad ſegmentum maius b/c, ſic idem ſegmentum b/c, ad reliquum c/a.



¶ Ὕψος ἐστὶ, παντὸς σχήματος ἡ ἀπὸ τῆς κορυφῆς ἐπὶ τὴν βάσιν κάθετος ἀγομένη.

4 Altitudo eſt, vniuſcuiuſque figuræ à vertice ad baſin perpendicularis deducta.

Exempli gratia, trianguli a/ b/ c/ altitudo erit a/ d/ recta linea, ab a/ vertice ad basin b/c/ perpendiculariter incidens. Et hexagoni e/f/g/altitudinem ostendet perpendicularis e/h, quę ab e/vertice, in basin f/g/deducitur.



Λόγος ἐκ λόγων συγκεῖσθαι λέγεται, ὅταν αἱ τῶν λόγων πηλικότητες ἐφ' ἑαυτὰς πολλαπλασιασθεῖσαι, ποιῶσί τινας.

Ratio ex duabus rationibus, aut ex pluribus cōstare dicitur: quādo rationū quātitates multiplicatæ, aliquam efficiunt quātitatem. 5

De cōpositione rationum, interpretatio notanda.

Expressimus diffinitione tertia libri quinti, quidnā rationē adpellemus: quot insuper rationū fuerint species siue differentiæ, atq; singula in vniuersum comprehensa rationū discrimina. Nunc porrò diffinit Euclides, quonā modo ratio ex rationibus cōponi, seu constare dicatur. Ea nanq; ratio ex rationibus constat, siue cōponitur: quarū quantitates inuicē multiplicatæ illam efficere videtur. De ea rationis cōpositione, seu rationalium terminorū illatione, hic minimè velim intelligas: quam decimaquarta libri quinti diffinitione, cōpositam rationem adpellauimus: acceptionem videlicet antecedentis cum consequente, sicut vnius, ad ipsum consequens. Aliud siquidem est, rationē ex rationibus cōponere: aliud verò in proportionibus, à diuisis rationum terminis ad coniunctos siue compositos, rationum subinferre similitudinem.

Diffinitionis interpretatio

¶ Ait igitur Euclides, rationem ex binis aut pluribus rationibus componi, siue constare: cùm datarū rationum quantitates fuerint adinuicē multiplicatæ, & aliam quampiam genuerint rationis quantitatem. Ea enim quantitas, rationem exprimit, quæ ex datis rationibus procreatur. Fit autem huiuscemodi quātitatum multiplicatio, inter duarum tantummodò rationum quantitates.

Vbi plures duabus extiterit rationes.

Nam vbi plures sese obtulerint rationes: ea in primis colligatur ratio, quæ ex multiplicatione duarum primarum quantitatū generatur. Ex hac postmodùm ratione & sequente tertia, alia ratio procreanda est. Hinc rursum, per quantitatū huiusce rationis & succedentis quartæ multiplicationem, consurgēs ratio tandem eliciatur. Idque deinceps, pro datarum rationum multitudine: siue datæ rationes eiusdem, aut diuersæ fuerint speciei, & sub continua aut discontinua, ordinatáve seu perturbata proportione constitutæ.

Notandum.

Adde quòd hæc intelligenda sunt de rationibus omnino maioris, vel omnino minoris inæqualitatis. Nam si vna propositarum rationum foret maioris, altera verò minoris inæqualitatis (de quibus tertia diffinitione libri quinti) tunc quantitas maioris, per quantitatem minoris veniret diuidenda: resultans enim quantitas, procreatam inde rationem ostendet.

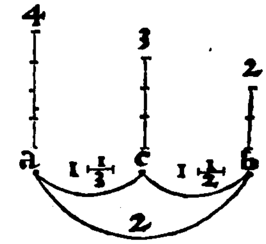
Quęnam sint rationū quantitates.

¶ Quantitates autem rationum hic vocat Euclides, non eas quæ sub datis continentur rationibus: sed numeros, à quibus rationes ipsæ denominantur. Vt duo, à quibus dupla: tria, à quibus tripla: & quatuor, vnde quadrupla ratio in multiplicibus exprimitur. Aut in superparticularibus vnum & dimidium, à quo sesqualtera: vnum & tertium, à quo sesquitertia: vnum insuper & quartum, vnde sesquiquarta ratio nomenclaturam accipit. Item vnum & duo tertia, vnde rationem superbipartientem tertias: atque vnum & tria quarta, ex quibus supertripartientem quartas in superpartientibus adpellamus. Haud alienum habeto iudicium, de rationibus ex multiplici & superparticulari ratione, aut ex multiplici & superpartiente compositis: & datis quibuscunque singularum quinq; rationalium specierum differentijs.

Exēplū vbi ratio multiplex ex binis cōponitē rationib⁹.

¶ ESTO, LVCIDIORIS INTELLIGENTIAE GRATIA, DATA in exemplum ratio multiplex, ipsius inquàm a/ad b/dupla: ponatúrq; inter a/& b, alia quædā magnitudo c, subsesquitertia ipsius a, & sesqualtera ipsius b. Aio rationem a/ad b, componi siue constare, ex ratione a/ad c, & ratione c/ad b. Nam si quantitas rationis a/ad c, vtpote vnum & tertium, per rationis quantitatem ipsius c/ad b, vnum inquàm & dimidium multiplicetur: prouenient duo, à quibus dupla ratio (quā habet a/ad b) nominatur.

Exēpli demōstratio.



Cùm enim c/magnitudo ad a/magnitudinem sit subsesquitertia, ad b/autem sesqualtera: qualium igitur partium c/est trium, talium necessum est a/fore quatuor, & b/duarū similium. Habet igitur a/ad b/rationem, quam quatuor ad duo: & proinde duplam, ex sesquitertia ipsius a/ad c,

& sesqualtera ipsius c/ad b/resultantem. ¶Sit rursum in maiorem expressionem, inter c/& b/alia quædam magnitudo d, subtripla ipsius c, ipsius autem b/subdupla. Aio quoq; rationẽ a/ad b, ex rationibus a/ad c, & c/ad d, atque d/ad b/constare. Duco enim vnum & tertiũ rationis a/ ad c/ denominatorem, in tria denominatorem triplæ, quæ est c/ad d: fient quatuor, ostẽdentia a/ad d/quadruplam obtinere rationem. Et quoniã d/ad b/ ratio minoris est inæqualitatis, nempe subdupla: diuidam quatuor, à quibus nominatur quadrupla, per duo ipsius subduplæ denominatorem: prouenient enim duo, duplã (quæ est ipsius a/ad b) rationem denominantia. Nam cum d/ subduplum sit ipsius b, & subtriplum ipsius c: qualium igitur d/est vnum, talium b/est duorum, & c/trium similium. Item quoniam a/ad c/est sesquitertiũ: qualium propterea c/ est trium, a/erit quatuor. Sed qualium c/est trium, b/duorum esse deductum est: qualium itaq; b/est duorum, a/quatuor erit similium. Quatuor rursum ad duo, rationem habent duplam, qualem a/ad b/obtinere supposuimus. ¶Sed demus exemplum in ratione superparticulari: sitq; a/ad b/sesqualtera, ad c/autem sesquiquinta, & c/ad b/sesquiquarta. Dico rationem sesqualteram, ex sesquiquarta & sesquiquinta resultare. Si nanque multiplicaueris vnum & quartum, per vnũ & quintum: prouenìet vnum & dimidium, à quibus sesqualtera ratio denominatur. Cùm enim c/subsesquiquintum sit ipsius a, & sesquiquartũ ipsius b: qualiũ ergo partiũ c/est quinq;, talium a/erit sex, & b/quatuor similiũ. habent autem sex ad quatuor, veluti a/ad b/rationem sesqualteram. ¶Quòd si c/magnitudo fuerit ipsius a/sesquitertia, & dupla ipsius b, vt in secũda figura: nõ multiplicabis vnum & tertium subsesquitertiæ (quæ est a/ad c) denominatorem, per duo, à quibus dupla ratio ipsius c/ ad b/denominatur. Diuides itaque duo, per vnũ & tertium: propterea quòd a/ad c/ratio minoris sit inæqualitatis. Vnum igitur & tertium, efficiunt quatuor tertia: duo autem, tertia sex. Diuide itaque sex per quatuor: prouenìet vnum & dimidium, sesqualteræ rationis (quæ est a/ad b) denominator. Nam cùm c/ ad a/ sit sesquitertium, ad b/ autem duplum: qualium proinde partium c/est quatuor, talium a/est trium, & b/duarum similium. Ratio igitur a/ad b, est vt tria ad duo, quæ sesqualtera nuncupatur. ¶Idem in superpartiente ratione tandẽ obseruari videbis. Sit enim a/ ad b/ superbipartiens tertias: & inter a/& b/incidat c, subsesquiquartum ipsius a, & sesquitertium ipsius b. Dico iam rationẽ a/ad b, componi ex ratione a/ad c/sesquiquarta, & sesquitertia ipsius c/ad b. Multiplicetur enim vnum & quartum, per vnum & tertium: fiet vnũ & duo tertia, vnde superbipartiẽs tertias (quæ est ipsius a/ad b) denominatur. Oportet enim propter rationum hypotheses, qualium partium c/ fuerit quatuor, talium b/fore trium, & a/quinque similium. Quinque porrò ad tria, eam seruant rationẽ, quam a/ad b: nẽpe superbipartiẽtem tertias. ¶Quòd si inter a/& c/inciderit magnitudo d, sesquiquinta ipsius a, & ipsius c/sesqualtera. Ratio a/ad b, ex rationibus a/ ad d, & d/ ad c, atq; c/ad b/itidem componetur. Duco enim vnum & tertium rationis c/ad b/denominatorem, in vnum & dimidium denominatorẽ rationis quam habet d/ad c: fient duo, à quibus ratio d/ad b/denominatur, vtpote dupla. At quoniã a/ad d/ratio minoris est inæqualitatis, nẽpe subsesquiquinta: diuidam ipsa duo per vnum & quintum, in hunc modum. vnum & quintum, efficiunt quinta sex: & duo, vertuntur in decem

Exemplũ vbi tres rationes (quarum vna minoris est inæqualitatis) eandem cõponunt multiplicem.

Ostensio eiusdem exẽpli.

Exemplũ de ratione superparticulari.

Inductio.

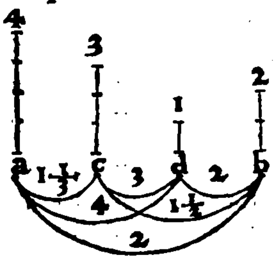
Aliud exẽplũ superparticularis, vbi vna rationũ minoris est inæqualitatis.

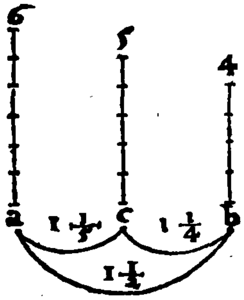
Exẽpli declaratio.

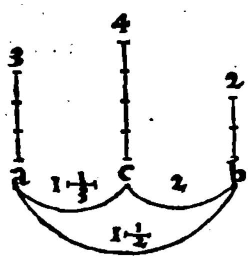
Exẽplũ de superpartientis cõpositione.

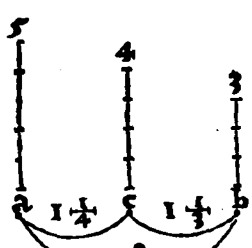
Ostensio exẽpli.

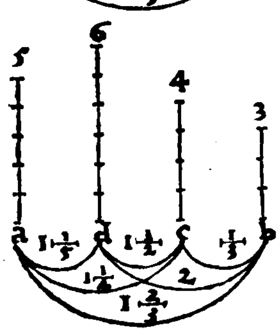
Aliud superpartiẽtis exẽplum, vbi vna rationũ minoris est inæqualitatis.











Sũmaria exẽpli recollectio

quinta. Diuido ergo decem per ſex: proueniunt vnum & duo tertia, à quibus ratio a/ad b/ denominanda eſt, quæ ſuperbipartiens tertias adpellatur. Idem quoque per ſuperius expreſſam partium cum rationibus datis, & rationũ cum partibus reſpondentiam, deducere vel facilè licebit: qualium enim partium c/fuerit quatuor, & d/ſex, talium b/erit trium, & a/ quinque ſimilium. Hinc rurſum cõſurgit a/ad b/ratio, vt quinque ad tria.

Notandum.

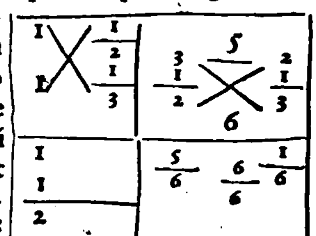
¶Porrò ſi forſitan in hac partium quotarum, ſeu fractionum vulgarium multiplicatione minus fueris exercitatus: cõſulito librũ ſecundũ noſtræ Arithmeticæ practicæ.

De fractionũ aſtronomicarũ cõmoditate in rationũ cõpoſitionibꝰ

Nec volumus te latere, huiuſcemodi quantitatum (à quibus datæ rationes nominantur) tum expreſſionem, tum etiã multiplicationem, per aſtronomicas, hoc eſt ſexagenarias integrorum fractiones (quæ ſcrupula, ſeu minuta vocant) indifferenter abſolui poſſe: de quibus libro tertio eiuſdem Arithmeticę noſtræ abundè tractauimus. Eſt enim ſexagenarius numerus, propter partiũ quotarum in eo contentarum multitudinem, omnibus rerum ſupputationibus indifferenter adcõmodus.

Primi exẽpli ſupputatio, p fractiones vulgares.

¶Conferamus in exemplum vtrunq; calculum: & primam rationis compoſitionem, vbi rationem a/ad b/duplam, ex ſeſqualtera & ſeſquitertia cõſtare monſtrauimus, rurſum examinemus. Multiplico itaque vnum & dimidium, per vnum & tertiũ, in hunc qui ſequitur modum. Duco primùm integra in ſeſe: fit vnum integrũ. Deinde numeratorem fractionis multiplicandæ, in integrum multiplicantis: atque numeratorem multiplicãtis, per integrũ multiplicandæ: procreabuntur enim fractiones prioribus haud diſſimiles, vtpote dimidiũ, & vnum tertium, quę reducta ad vnam fractionem ſimplicem, efficiunt quinque ſexta. Tandem multiplico fractiones ipſas adinuicem, numeratores quidem per ſeſe, atque denominatores: fiet vnum tantummodò ſextum. Compono vnũ ſextum & quinque ſexta: conſurgunt ſexta ſex, quæ vnum valẽt integrum priori integro adijciendum. Reſultabunt itaq; duo integra, à quibus propoſita ratio dupla denominatur.



Eiuſdẽ exempli ſupputatio, p fractiones aſtronomicas.

¶Verùm idẽ per aſtronomica inquiramus ſcrupula ſiue minuta. Denominator itaque ſeſqualteræ rationis, erit vnum integrum, & triginta integri minuta: ipſius verò ſeſquitertiæ rationis denominator, vnum itidem integrum & minuta viginti. Sunt enim triginta, dimidium: viginti autem, tertiũ ſexagenarij numeri. Duco igitur triginta minuta, in minuta viginti: fiunt ſecũda ſexcẽta, quæ diuiſa per ſexaginta, reſtituunt decẽ minuta. hæc ſubſcribo ſuo loco. Deinde multiplico vnũ integrũ per ipſa viginti minuta: redeunt minuta viginti. hæc noto ſub priorìbꝰ decem minutis. Poſtea duco triginta minuta in vnum integrũ: reſtituuntur minuta triginta (nam fractio per integra multiplicata, ſimilem videtur producere fractionẽ) Quibus ſubnotatis, multiplico integra adinuicẽ, & vnũ tantummodò reſtituitur integrum. Compono tãdem decem, viginti & triginta minuta, conſurgũt ſexaginta, quæ vnum valent integrum priori demum adiungendum. Proueniunt igitur ex hac quãtitatum multiplicatione duo integra, à quibus dupla ratio (quæ erat a/ad b/) venit denominanda. In cæteris reſpondenter facito, ſiue vulgaribus, ſiue aſtronomicis iuuet vti fractionibus.

Integra.	Minuta.	Secũda.
1	30.	00
1	20.	00
	10	~~6~~00
	20	10
1	30	~~6~~~~0~~0
2		6

Alius modus cõponẽdi rationes adinuicem.

¶EST ET ALIVS RATIONALIVM QVANTITATVM multiplicandi modus, ipſis potiſſimum numeris, ad numerũmve relatis quantitatibus pecu liaris: ſiue numeri ipſi in maioris aut minoris inæqualitatis ratione proponantur. Nam ex eorundem numerorum ſub datis rationibus conſtitutorum multiplicatione, numeri procreantur, ſub compoſita, vel inde conſtante ratione ſe habentes. Multiplicandi ſunt itaq; primũ antecedentes numeri adinuicem, & antecedens ipſius compoſitæ rationis efficietur. Deinde conſequentes itidem inter ſeſe ducendi, vt conſequens eiuſdem rationis generetur.

Primũ exemplũ de cõpoſitione multiplicis.

¶Repetatur in maiorem ſingulorum euidentiam, antecedentis primæ compoſitionis exemplum: ſintq; rurſum numeri, tria ad duo in ratione ſeſqualtera, & quatuor ad tria in ſeſquitertia ratione conſtituti. Duc igitur anntecedentes numeros inter ſeſe, vtpote quatuor in tria: fient duodecim, quæ pro generatæ rationis antecedente ſubnotabis. Poſtea conſequentes, hoc eſt tria & duo, inuicem mulplicato:

Ratio	ſeſqualtera.	3——2
	ſeſquitertia.	4——3
Dupla ex eiſdẽ cõpoſita.		12——6

fient sex, eiusdē producte rationis consequentē exprimētia numerū. Atqui duodecim ad sex, duplam constat obtinere rationem, ex sesqualtera & sesquitertia resultantē. ¶Sint rursum binæ rationes, altera quidem subsesquitertia, vt trium ad quatuor: altera verò dupla, veluti quatuor ad duo. Si compositā ex his volueris obtinere rationem, ducito tria in quatuor, vnum videlicet antecedentium in reliquum: fient duodecim. Postmodùm ipsa consequentia inuicē multiplicato, vtpote quatuor in duo: fient octo. Porrò duodecim ad octo, sesqualterā rationem obseruant, qualem exemplo quarto (denominatorem duplæ, per ipsius subsesquitertiæ denominatorem diuidendo) reperimus.

Secūdū exēplū, de cōpositione superparticularis.

Subsesquitertia.	3——4
Dupla.	4——2
Sesqualtera ratio.	12——8

¶Haud dissimiliter ex sesquiquarta & sesquitertia, veluti quinque ad quatuor, & quatuor ad tria, superbipartiens tertias producetur: quemadmodùm obiecta mōstrat formula. Ex antecedentium nanque multiplicatione, fient viginti: ex multiplicatione verò consequentium, duodecim. continent autē viginti semel duodecim, & duo insuper eorundem tertia.

Tertiū exemplū de cōpositione superpartientis.

Ratio { sesquiquarta.	5——4
Ratio { sesquitertia.	4——3
Superbipartiens tertias.	20——12

¶Et proinde non minus facilè colligemus, ex quintupla & subdupla ratione, conflari duplam sesqualterā: necnon ex dupla & sesquitertia, duplam superbipartientem tertias resultare. Sed hæc de rationum compositione, siue rationalium quantitatum multiplicatione, sint satis.

Ratio { Quintupla.	5——1	Ratio { Dupla.	2——1
Ratio { Subdupla.	2——4	Ratio { Sesquitertia.	4——3
Dupla sesqualtera.	10——4	Dupla supbiptiēs tertias	8——3

Corollarium.

¶HINC FIT MANIFESTVM QVO'D SI A QVALIBET RAtione composita, vnaquæque componentium subtrahatur: prosiliet ipsarum componentium reliqua. Subtrahitur quidem ratio, non omnis indifferenter à qualibet: sed minor tantùm à maiori. Hæc autem rationum disgregatio per diuisionem, sicuti compositio per multiplicationem absoluitur: idque rursum dupliciter. ¶In primis enim si compositæ rationis denominatorem, per denominatorem alterius componētium diuiseris: habebis reliquæ rationis denominatorem, siue numeros in relicta ratione cōstitutos. Oportet autē (vbi alterius vel vtriusque rationis denominator, integro & fracto exprimetur numero) ipsa integra ad simile genus denominationis cum propria, vel occurrente fractione reducere: postea numeratorē diuidendæ rationis, per communē multiplicare denominatorem, fiet enim relictæ rationis, numerator. Deinde numeratorem diuidentis, in eundem communem denominatorem ducere, nam eiusdem relictæ rationis prodibit denominator. Quemadmodùm ex secundo libro nostræ deprehendere potes Arithmeticæ. ¶Resumatur in exemplū ratio dupla, ex sesquitertia & sesqualtera resultans: sitque propositam alteram componentium, vtpote sesquitertiam, ab ipsa dupla ratione subducere. Denominator itaque sesquitertiæ, est vnum & tertium, quę quatuor efficiūt tertia: duo autē, à quibus dupla denominatur ratio, conficiunt tertia sex. Diuide itaque sex tertia, per quatuor tertia, in hunc modū. Duc sex in tria, fient decem & octo: & rursum quatuor per tria multiplicato, fient duodecim. Et quoniam decem & octo continent semel duodecim, & alteram eorundem partem: relicta itaque ratio, sesqualtera est.

De subtractione rationū adinuicē.

Prim⁹ modus

Primū exemplum.

$$\frac{6}{3} \times \frac{4}{3} \qquad \frac{18}{12}$$

¶Detur rursum sesqualtera ratio, à qua velis auferre sesquiquintam. Ex vno itaque & dimidio, à quibus sesqualtera denominatur, fiunt tria secūda: ex vno autem & quinto, ipsius sesquiquintæ denominatore, fiunt quinta sex. diuidenda sunt igitur tria secunda, per sex quinta. Duc itaque tria in quinque, fient quindecim: postea sex in duo multiplicato, prouenient duodecim. Et quoniam quindecim ad duodecim rationem habent sesquiquartā: idcirco relicta ratio sesquiquarta dicetur. Nam ex sesquiquarta & sesquiquinta ratione, sesqualtera (veluti suprà deduximus) generatur.

Secundum exemplum.

$$\frac{3}{2} \times \frac{6}{5} \qquad \frac{15}{12}$$

¶POTERIS ET IDEM PER NVMEROS IN DATIS RATIOnibus constitutos respondenter absoluere. Dētur enim rursum numeri, sub antecedentibus rationibus cōstituti, vtpote duo ad vnum in dupla, & quatuor ad tria in sesquitertia ratione se habentes: sitque veluti prius, sesquitertia ab ipsa dupla ratione subducēda. Scribatur

Alius subtrahendi modus rationes adinuicem.

in primis sesquitertia, sub eadẽ ratione dupla. Postea multiplicato duo in tria, hoc est, antecedẽs diuidendæ rationis, in consequẽs diuidẽtis: fiẽt sex. Rursum ducto vnũ in quatuor, vtpote consequẽs ipsius diuidendæ rationis, in diuidentis antecedens: fient quatuor. A ratione igitur quam habent sex ad quatuor, relicta ratio denominanda est: quæ rursum offenditur sesqualtera.

2	1	Dupla, diuidenda.
4	3	Sesquitertia.
6	4	Sesqualtera, relicta.

Aliud exẽplũ

¶ Subducamus rursum ad maiorem singulorum respondentiam, à sesqualtera ratione, præfatam rationem sesquiquintam. Propone itaque tibi numeros sub datis rationibus constitutos: vtpote, tria ad duo in sesqualtera, & sex ad quinque in sesquiquinta. Et posita sesquiquinta sub sesqualtera, ducito tria in quinque: fient quindecim. postea multiplicato duo per sex, prouenient duodecim. Habent autem quindecim ad duodecim, rationem sesquiquartam, qualem superius offendimus. Haud aliter, de cæteris quibuscunque inuicem subducendis facito rationibus. & si minus in hoc genere calculi fueris exercitatus, ad caput secundum libri quarti ipsius Arithmeticę nostræ cõfugito.

3	2	sesqualtera ratio.
6	5	sesquiquinta.
15	12	sesquiquarta.

Θεώρημα α, Πρόθεσις α.

Τὰ τρίγωνα καὶ τὰ παραλληλόγραμμα, τὰ ὑπὸ τὸ αὐτὸ ὕψος ὄντα, πρὸς ἄλληλα ἐστὶν ὡς αἱ βάσεις.

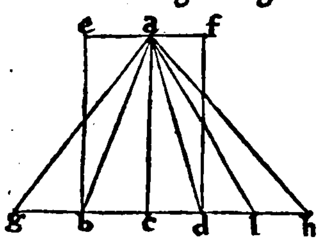
Theorema 1, Propositio 1.

Triangula & parallelogramma, quæ sub eadem sunt altitudine: ad se inuicem sunt, vt bases. 1

ORONTIVS. ¶ Sint bina triangula a/b/c/ & a/c/d, totidémque parallelogramma e/c/ quidem atque c/f, sub eadem altitudine, seu perpendiculari ex a/ vertice in b/d/ basin incidente constituta. Aio triangulum a/b/c/ ad triangulum a/c/d/ se habere, veluti basis b/c/ ad basin c/d. Cùm enim e/c/ & c/f/ parallelogramma, in eadem sint altitudine: in directum est igitur e/a/ ipsi a/f, atque b/c/ ipsi c/d, & proinde e/f/ ipsi b/d/ parallela. Producatur igitur recta b/d/ ex vtraque parte in cõtinuum rectúmque, ad g/ & h/ puncta: per secundum postulatum. Secetur deinde b/g/ æqualis ipsi b/c, necnon d/l/ & l/h/ ipsi c/d/ æquales: per tertiam primi. & per primũ postulatũ, connectantur a/g, a/l, & a/h/ lineæ rectæ. Cùm itaque g/b, ipsi b/c/ sit æqualis: erunt triangula a/g/b/ & a/b/c/ in basibus æqualibus, & in eisdem parallelis e/f/ & g/h/ constituta, & propterea inuicem æqualia: per trigesimamoctauã primi. & proinde a/c/d, a/d/l/ & a/l/h/ triangula, æqualia quoque erunt adinuicem. Quotuplex igitur est g/c/ basis, ipsius b/c: totuplex est triãgulũ a/g/c, ipsius a/b/c/ triãguli. quotuplex rursum est c/h/ basis ipsius c/d: totuplex est & a/c/h/ triangulum, ipsius trianguli a/c/d.

Figuræ cõstitutio.

Prima deductio theorematis, de triangulis.



Si basis itaque g/c, maior est basi c/h: erit a/g/c/ triangulum, triangulo a/c/h/ proportionaliter maius. Et si g/c/ & c/h/ bases, fuerint inuicem æquales: erunt a/g/c/ & a/c/h/ triangula, æqualia quoque adinuicem. Quòd si basis g/c, minor extiterit basi c/h: erit & a/g/c/ triangulum, ipso a/c/h/ triangulo æquè itidem minus. Quatuor itaque magnitudinum, duarũ inquàm basium b/c/ & c/d, totidémque triangulorũ a/b/c/ & a/c/d, sumpta sunt æquè multiplicia primæ & tertiæ: necnon secundæ & quartæ, alia vtcunque æquè multiplicia. Et sicut multiplex primæ magnitudinis, ad multiplex secundæ, hoc est, g/c/ basis, ad basin c/h: sic multiplex tertiæ, ad multiplex quartæ, vtpote a/g/c/ triangulum, ad triangulum a/c/h, se habere præostensum est. Sicut

g/c.	c/h.	a/g/c.	a/c/h.
b/c.	c/d.	a/b/c.	a/c/d.

igitur prima, ad secundam prædictarum magnitudinum, sic tertia ad quartam: per sextã ipsius quinti diffinitionẽ. Vt basis ergo b/c, ad basin c/d: sic triangulum a/b/c, ad triangulũ a/c/d. Quod prius veniebat ostendendum. ¶ Insuper quoniam a/b/c/ triangulum, & parallelogrammũ e/c, in eadem sunt basi, & in eisdem parallelis constituta: duplum est e/c/ parallelogrammum ipsius a/b/c/ triãguli, per quadragesimã primam primi: & propterea c/f/ parallelogrammum, ipsius trianguli a/c/d/ itidem duplum. Sunt igitur e/c/ & c/f/ parallelogramma, ipsorum a/b/c/ & a/c/d/ triangulorum æquè multiplicia. Partes autem æquè multiplicium, eandem rationem habent sumptæ adinuicem: per decimamquintam quinti. Vt igitur a/b/c/ triangulũ, ad triãgulum a/c/d: sic parallelogrammum e/c, ad c/f/ parallelogrammum. Ostensum est autem a/b/c/ triangulum, ad triãgulum a/c/d/ se habere, veluti b/c/ basis, ad basin c/d. Binæ itaque rationes, vtpote b/c/ basis, ad basin c/d, atque parallelogrammi e/c/ ad c/f/ parallelogrammum, eædem sunt cum ratione ipsius a/b/c/ trianguli, ad triãgulum a/c/d. Quæ autem eidem sunt eædem rationes, & adinuicem sunt eædem: per vndecimã eiusdem quinti. Est igitur vt basis b/c, ad basin c/d: sic parallelogrammum e/c, ad c/f/ parallelogrammum. Poterit & ipsorum parallelogrammorum ratio, quemadmodũm & triangulorũ, seorsum demonstrari: descriptis super g/b, d/l, & l/h/ basibus, & in eadem altitudine parallelogrammis.

Secunda theorematis resolutio, de parallelogrammis.

| b/c.c/d | a/b/c.a/c/d | e/c.c/f. |

Notandum.

Triangula itaque & parallelogramma, quæ sub eadem sunt altitudine: ad se inuicem sunt, vt bases. Quod erat ostendendum.

Θεώρημα β, Πρότασις β.

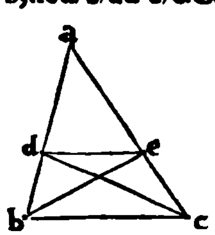
Ἐὰν τριγώνου παρὰ μίαν τῶν πλευρῶν ἀχθῇ τις εὐθεῖα παράλληλος, ἀνάλογον τεμεῖ τὰς τοῦ τριγώνου πλευράς: καὶ ἐὰν αἱ τοῦ τριγώνου πλευραὶ ἀνάλογον τμηθῶσιν, ἡ ἐπὶ τὰς τομὰς ἐπιζευγνυμένη εὐθεῖα, παρὰ τὴν λοιπὴν ἔσται τοῦ τριγώνου πλευρὰν παράλληλος.

Theorema 2, Propositio 2.

2 SI trianguli ad vnum laterum acta fuerit aliqua recta linea parallela: proportionaliter secat ipsius triãguli latera. Et si trianguli latera proportionaliter secta fuerint: ad segmenta cõnexa recta linea, parallela ad reliquum erit ipsius trianguli latus.

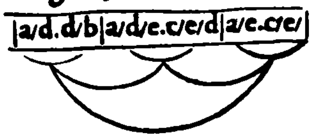
ORONTIVS. ¶ In triãgulo enim a/b/c, agatur recta d/e, ipsi b/c/ lateri parallela. Dico quòd ipsa d/e, secat a/b/ & a/c/ latera proportionaliter: sicut quidem a/d/ ad d/b, sic a/e/ ad e/c. Connectantur enim b/e/ & c/d/ lineæ rectæ: per primũ postulatum. Erunt itaque b/d/e/ & c/e/d/ triangula, in eadem basi d/e, ac in eisdẽ parallelis b/c/ & d/e: & proinde inuicem æqualia, per trigesimamseptimã primi. Est autẽ & a/d/e, aliud quoddam triangulum. Idem porrò triangulum, ad æqualia triangula eandem habet rationem: per septimam quinti. Ergo sicut a/d/e/ triangulum, ad triangulum b/d/e: sic idem triangulum a/d/e, ad c/e/d/ triangulum. Est autem a/d/e/ triangulum, ad triangulum b/d/e, veluti basis a/d/ ad basin d/b: per primam huius sexti. sunt enim sub eodem vertice e, & proinde sub eadem altitudine. Et sicut igitur basis a/d, ad basin d/b: sic a/d/e/ triangulum, ad triangulum c/e/d, per vndecimam quinti. Sicut rursum a/d/e/ triangulum, ad triangulum c/e/d: sic basis a/e, ad basin e/c, per eandem primã huius sexti. sunt enim a/d/e/ & c/e/d/

Prima theorematis pars.



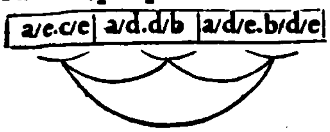
| a/d.d/b | a/d/e.b/d/e | a/d/e.c/e/d |

triangula,sub eodem vertice d:& sub eadem consequēter altitudine. Et sicut igitur

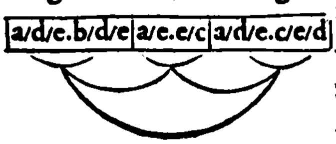


a/d/basis,ad basin d/b:sic basis a/e,ad basin e/c,per eandem vndecimam quinti.Secat ergo d/e/ parallela,ipsa a/b/ & a/ c/latera,in punctis d/& e/ proportionaliter.

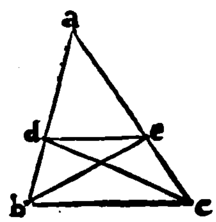
Partis secūdę demōstratio. ¶Sed iam esto vt a/d/ad d/b,sic a/e/ad e/c: & cōnectatur recta d/e,per primum postulatum.Aio versa vice,d/e/ipsi b/c/ fore parallelam. Cōnexis enim(veluti prius)b/e/atq; c/d/rectis,per idem primum postulatum: erit rursum,per primam huius sexti,triangulū a/d/e/ ad triangulum b/d/e, veluti basis



a/d/ad basin d/b.At sicut a/d/ad d/b,sicper hypothesin a/e/ad e/c.Et sicut igitur per vndecimam quinti,a/e/ad e/c:sic a/d/e/triangulū,ad triangulū b/d/e.Sicut rursum per eandem primā sexti,a/e/basis,ad basin e/c: sic idem triāgulū a/d/e,ad triangulum c/e/d.Et proinde sicut a/d/e/triangulū,ad triangulum



b/d/e:sic idem triangulum a/d/e,ad triangulū c/e/d,per vndecimā ipsius quinti.Idem ergo triangulum a/d/e,ad ipsa b/d/e/& c/e/d/ triangula,eandem habet rationem. Ad quæ autem triangula,idem triangulum eandem habet rationem:& ipsa sunt inuicem æqualia, per nonam eiusdem quinti. Aequū est igitur b/d/e/triangulum, ipsi c/e/d/triāgulo. Quæ cùm in eadem sint basi d/e,& ad easdem partes:& in eisdem quoque sunt parallelis, per trigesimamnonā primi. Parallela est itaq; d/e, ipsi b/c. Si trianguli ergo ad vnum latus : &c. vt in theoremate. Quod demonstrare oportebat.



Θεώρημα γ, Πρότασις γ.

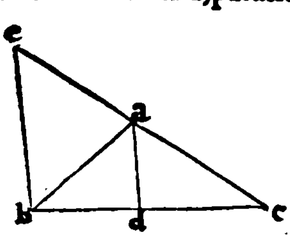
Ἐὰν τριγώνου γωνία δίχα τμηθῇ, ἡ δὲ τέμνουσα τὴν γωνίαν εὐθεῖα τέμνῃ καὶ τὴν βάσιν: τὰ τῆς βάσεως τὸν αὐτὸν ἕξει λόγον ταῖς λοιπαῖς τοῦ τριγώνου πλευραῖς. καὶ ἐὰν τὰ τῆς βάσεως τμήματα, τὸν αὐτὸν ἔχῃ λόγον ταῖς λοιπαῖς τοῦ τριγώνου πλευραῖς : ἀπὸ τῆς κορυφῆς ἐπὶ τὴν τομὴν,ἐπιζευγνυμένη εὐθεῖα,δίχα τέμνει τὴν τοῦ τριγώνου γωνίαν.

Theorema 3, Propositio 3.

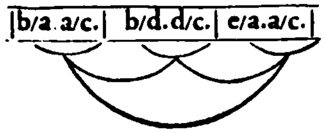
SI trianguli angulus bifariam secetur,dispescens autem angulum recta linea secuerit & basin : basis segmenta eandem habebunt rationem,reliquis ipsius triāguli lateribus.Et si basis segmenta eandem habuerint rationem,reliquis ipsius trianguli lateribus:à vertice ad basin coniuncta recta linea, bifariam dispescit trianguli angulum. 3

ORONTIVS. ¶Sit datum a/b/c/ triangulum, cuius angulus b/a/c/bifariam secetur,per nonam primi:recta quidem a/d,basin ipsam b/c/itidem secante in puncto d.Aio quòd b/d/ad/d/c/se habet,vt b/a/ad a/c.Per datum enim punctum b,datæ rectæ lineæ a/d,parallela ducatur b/e, per trigesimamprimam primi : producatúrque c/a/recta,per secundum postulatū,donec conuenerit in punctū e/cum ipsa b/e, fecerítq; triāgulū b/e/c.

Figuræ cōpositio.



Conueniet autem c/a/cum b/e, per quintum postulatū: propterea ꝙ anguli e/b/c/& b/c/e,duobus rectis sunt minores. nā angulus e/b/c,exteriori & opposito a/d/c,per vigesimamnonam primi est æqualis:& duo anguli a/d/c/ & d/c/a/trianguli a/d/c,binis rectis minores existūt,per ipsius primi decimamseptimã. His ita constructis, quoniam in parallelas a/d/& b/e, rectæ incidunt a/b/& e/c: æqualis est angulus a/b/e/ alterno b/a/d, necnon interior a/e/b/exteriori & ex opposito d/a/c, per vigesimamnonã primi. Atqui b/a/d/ & d/a/c/anguli, sunt inuicẽ per hypothesin æquales: duo itaq; anguli a/b/e/& a/e/b, æquales proinde sunt adinuicem. hinc latus a/b, lateri a/e, per sextam primi, æquale. Trianguli demũ b/e/c, ad latus b/e/acta est parallelus a/d, per constructionẽ: secat igitur a/d/proportionaliter ipsius trianguli latera, per secundam huius sexti, sicut quidem b/d/ad d/c, sic e/a/ad a/c. Ipsi porrò e/a, ostẽsa est æqualis b/a. æquales autẽ ad eandem, eandem habẽt rationem: per septimã quinti. Et sicut igitur b/d, ad d/c: sic b/a, ad a/c. ¶ Sit autem vt b/d/ad d/c, sic b/a/ad a/c: & connectatur a/d/recta, per primum postulatum. Dico versa vice, quòd a/d/ recta bifariam discindit angulum b/a/c. Constructa enim vt prius figura, quoniam ex hypothesi receptum est, sicut b/d/ad d/c, sic b/a/ad a/c. sed per secundã huius sexti, sicut b/d/ad d/c, sic e/a/ad a/c: Primæ partis ostensio. Pars secunda theorematis, conuersa primæ.



in triangulo enim b/e/d, ad latus b/e/acta est parallelus a/d. Binæ itaq; rationes, b/a/inquàm ad a/c, & e/a/ ad a/c, eidem rationi b/d/ad d/c/ sunt eædem: & propterea eædem adinuicem, per vndecimam quinti. Et sicut igitur b/a/ad a/c, sic e/a/ad eandem a/c. Quæ autem ad eandem, eandem habent rationem: æquales sunt adinuicem, per nonam ipsius quinti. Aequalis est itaque b/a, ipsi e/a: & proinde qui ad basin b/e/sunt anguli, adinuicem æquales, per quintam primi, hoc est, a/b/e/ipsi a/e/b. Et quoniam parallela est a/d/ipsi b/e, & in eas incidunt a/b/& e/c/lineæ rectæ: æqualis est angulus b/a/d/alterno a/b/e, necnon & exterior angulus d/a/c/interiori & opposito a/e/b, per vigesimamnonã ipsius primi. Ostensum est autẽ, angulos a/b/e/& a/e/b/fore inuicem æquales. quæ verò æqualibus æqualia sunt, ea quoq; inuicem sunt æqualia: per primæ communis sententiæ interpretationem. Aequalis est igitur angulus b/a/d, angulo d/a/c. Et proinde angulus b/a/c, sub a/d/recta bifariam discinditur. Si trianguli itaque angulus bifariam secetur: & quæ sequuntur reliqua. Quod demonstrandum susceperamus.

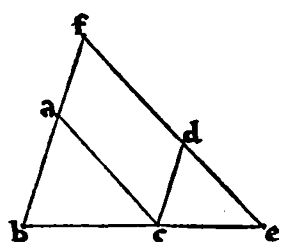
Θεώρημα δ', Πρόθεσις δ'.

ΤΩν ἰσογωνίων τριγώνων, ἀνάλογόν ἐστιν αἱ πλευραὶ αἱ περὶ τὰς ἴσας γωνίας: καὶ ὁμόλογοι αἱ ὑπὸ τὰς ἴσας γωνίας ὑποτείνουσαι πλευραί.

Theorema 4, *Propositio* 4.

4 AEquiangulorum triangulorum, proportionalia sunt latera quæ circũ æquales angulos: & similis sunt rationis, quæ æqualibus angulis latera subtenduntur.

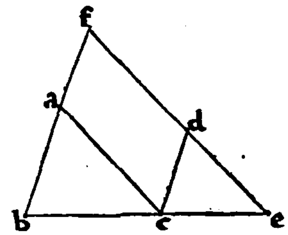
ORONTIVS. ¶ Sint bina triangula inuicem æquiangula, a/b/c/& d/c/e: sit'q; angulus a/b/c/æqualis angulo d/c/e, & b/a/c/angulus ipsi c/d/e, atq; a/c/b/ipsi angulo d/e/c. Aio latera ipsorum triangulorum a/b/c/& d/c/e/quæ circum æquales angulos, fore proportionalia: & quæ angulis subtenduntur æqualibus, eiusdem esse rationis.

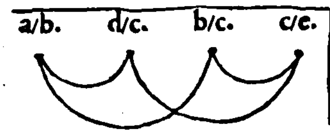


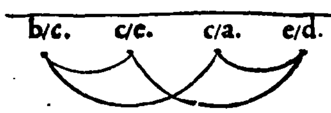
Constituatur enim b/c/latus, in directum ipsius c/e: id autem efficietur, cùm anguli b/c/d/& d/c/e/ binis rectis fuerint æquales, per decimamquartã primi. Producantur insuper b/a/& e/d/latera in rectũ & continuũ ad partes a/& d, per secundum postulatũ: donec tandem in vnum congrediantur punctũ. Id enim per quintum postulatũ euenire necessum est, propterea quòd anguli a/b/c/& a/c/b, duobus rectis per decimãseptimã primi Constructio figuræ.

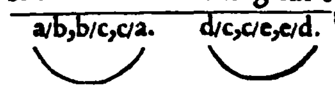
ſunt minores: & angulus d/e/c/angulo a/c/b/ per hypotheſin eſt æqualis. Ex quo fit, vt anguli a/b/e/ & d/e/b, eiſdem angulis a/b/c/ & a/c/ b/ ſint æquales: & proinde binis rectis itidem minores. Et quoniam ex hypotheſi angulus d/ c/ e, interiori & oppoſito ad eaſdem partes a/b/c/ eſt æqualis angulo, necnon & a/c/b/ipſi d/e/c/ itidem interiori & oppoſito æqualis: parallela eſt igitur c/d/ipſi b/f,& a/c/ipſi f/e,per vigeſimamoctauam primi. Parallelogrammum eſt itaq; a/c/d/f: & proinde a/c/latus oppoſito f/d/ æquale, ſimiliter & a/f/ipſi c/d,per trigeſimãquartã eiuſdẽ primi. His ita conſtructis,quoniã trianguli b/f/e, ad latus f/e,acta eſt parallela a/c: ſecat igitur a/c,ipſius trianguli latera proportionaliter,per ſecundã huius ſexti,ſicut quidem b/a/ad a/f, ſic b/c/ad c/e.& æqualis oſtenſa eſt a/f,ipſi c/d.æquales autem ad eandem, eandem habent rationẽ:& eadem ad æquales, per ſeptimã quinti. Et ſicut igitur a/b, ad d/c:ſic b/c, ad c/e. Et permutatim inſuper,ſicut a/b,ad b/c:ſic d/c,ad c/e,per decimamſextam eiuſdem quinti. Item quoniam ipſius trianguli b/ f/ e, ad latus b/f, acta eſt parallela c/d:ſecat rurſum eadem c/d,eiuſdem trianguli latera proportionaliter,per eandem ſecundam huius ſexti,ſicut quidẽ b/c,ad c/e:ſic f/d,ad d/e. Ipſi porrò f/ d, oſtẽſa eſt æqualis a/c. Et ſicut igitur b/c,ad c/e:ſic c/a/ ad e/d,per eandẽ ſeptimã quinti. atq; rurſum permutatim,per ipſius quinti decimamſextã,ſicut b/c/ ad c/a:ſic c/e/ad e/d. Iam itaq; oſtẽſum eſt,ſicut a/b/ad b/c/ſic d/c/ad c/e:ſicútq; b/c/ad c/a,ſic & c/e/ad e/d. Sunt igitur tres magnitudines a/b,b/c,& c/a:& aliæ eiſdẽ æquales numero d/c,c/e,& e/d, cũ duab⁹ ſumptis in eadẽ ratione.& ex æqua igitur ratione,erit ſicut b/a, ad a/c: ſic etiã c/d, ad d/e. Aequiágulorũ itaq; triangulorũ a/b/c/& d/c/e, proportionalia ſunt latera quæ circũ æquales angulos:& ſimilis ſunt rationis quæ æqualibus angulis latera ſubtenduntur. Quod demonſtrandum fuerat.

Demõſtratio theorematis.









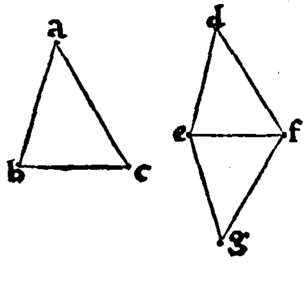
Θεώρημα ε, Πρόθεσις ε.

Ἐὰν δύο τρίγωνα τὰς πλευρὰς ἀνάλογον ἔχῃ, ἰσογώνια ἔσται τὰ τρίγωνα, καὶ ἴσας ἕξει τὰς γωνίας ὑφ᾽ ἃς αἱ ὁμόλογοι πλευραὶ ὑποτείνουσιν.

Theorema 5, Propoſitio 5.

SI duo triangula,latera proportionalia habuerint:æquiangula 5
erunt triangula,& æquales habebunt angulos ſub quibus eiuſdem rationis latera ſubtenduntur.

ORONTIVS. ¶Hæc eſt conuerſa præcedentis: quæ non potuit eadem figura,vel deductione(quemadmodùm ſecunda & tertia obſeruauimus propoſitione) demonſtrari. Sint igitur bina triãgula a/b/c/& d/e/f,habentia latera proportionalia:ſicut quidem a/b,ad b/c,ſic d/e/ad e/f,ſicútq; b/c/ad c/a,ſic e/f/ad f/d. Aio triangula ipſa a/b/c/& d/e/f, fore æquiangula: & æquales angulos comprehendere, ſub quibus eiuſdem rationis latera ſubtenduntur: vtpote, angulum a/b/c,æquum fore angulo d/e/f, & angulum b/c/a/angulo e/f/d, atque angulum b/a/c/angulo e/d/f.



Cõſtructio figuræ.

Ad datam enim rectam lineam e/f,& data illius puncta e/& f,datis angulis rectilineis a/b/c/& a/c/b,æquales anguli constituãtur, per vigesimamtertiam primi: f/e/g/ quidem ipsi a/b/c, & e/f/g/ ipsi a/c/b. Et quoniam anguli a/b/c/ & a/c/b, per decimamseptimam ipsius primi, binis rectis sunt minores: & f/e/g/ itaque ac e/f/g/ anguli binis itidem rectis minores erunt. Conuenient ergo tandem e/g/ & f/g/ rectæ lineæ, per quintum postulatum. Conueniant ad punctum g. triangulum erit igitur e/f/g: & reliquus angulus qui ad g, reliquo qui ad a/ æqualis, per corollariũ trigesimæsecundæ eiusdem primi, vnà cum ipsa tertia communi sententia. Aequiangula sunt itaque a/b/c/ & e/f/g/ triangula, & proinde latera ipsorum proportionalia, quæ circum æquales angulos: & similis sunt rationis, quæ æqualibus angulis latera subtẽduntur, per quartã huius sexti. Ostẽsionis deductio.

| d/e. e/f | a/b. b/c | g/e. e/f. |

Est igitur sicut a/b/ ad b/c/ sic g/e/ ad e/f. sicut porrò a/b/ ad b/c, sic est per hypothesin d/e/ ad ipsam e/f. Et sicut igitur d/e/ ad e/f, sic g/e/ ad eandem e/f, per vndecimam quinti. Quæ autem ad eandem eandẽ habent rationem, æquales sunt adinuicẽ, per nonam quinti: æqualis est igitur d/e, ipsi e/g. Haud dissimiliter ostendemus d/f, ipsi f/g/ æqualem. eadem enim e/f/ ad vtranque, tum ex hypothesi, tum ex quarta huius sexti, eandem habet rationem: nẽpe quam b/c/ ad c/a. Ad quas porrò magnitudines, eadem magnitudo eandẽ habet rationẽ, ipsæ sunt æquales, per eandem nonam quinti. Et quoniã æqualis est d/e/ ipsi e/g, vtrique autem cõmunis e/f: binæ itaq; d/e/ & e/f/ trianguli d/e/f, duabus f/e/ & e/g/ trianguli e/f/g/ sunt æquales altera alteri. & basis d/f, basi f/g/ æqualis. Angulus igitur d/e/f, angulo f/e/g/ sub æqualibus rectis comprehenso, per octauam primi, est æqualis. Nec dissimili via demonstrabimus, angulum e/d/f, angulo e/g/f æqualem: atq; e/f/d, ipsi e/f/g. semper enim ipsorum triangulorum bina latera, binis lateribus alterum alteri offendentur æqualia: necnon & basis, basi æqualis. Et cõtentos propterea sub æqualibus lineis rectis angulos, æquales habebunt: per eandẽ octauam primi. His præostensis, quoniam angulus d/e/f, æqualis est angulo f/e/g: eidẽ quoq; angulo f/e/g, æquus est per constructionem angulus a/b/c. Duo itaq; anguli a/b/c/ & d/e/f, eidem angulo f/e/g/ sunt æquales: & proinde æquales adinuicem, per primam communem sententiam. Pari discursu angulus a/c/b, angulo d/f/e: necnon & b/a/c/ angulus, ipsi e/d/f/ angulo cõcludetur æqualis. Aequiãgula sunt itaq; a/b/c, & d/e/f/ triangula. Si bina ergo triangula: &c. vt in theoremate. Quod oportuit ostendisse. Resolutio theorematis.

Θεώρημα ς, Πρόθεσις ς.

Ἐὰν δύο τρίγωνα μίαν γωνίαν μιᾷ γωνίᾳ ἴσην ἔχῃ, περὶ δὲ τὰς ἴσας γωνίας τὰς πλευρὰς ἀνάλογον: ἰσογώνια ἔσται τὰ τρίγωνα, καὶ ἴσας ἕξει τὰς γωνίας, ὑφ' ἃς αἱ ὁμόλογοι πλευραὶ ὑποτείνουσιν.

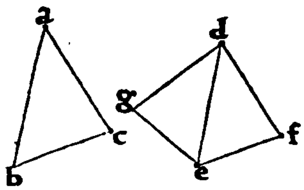
Theorema 6, Propositio 6.

6 SI bina triangula vnum angulum vni angulo æqualem habuerint, & circum æquales angulos latera proportionalia: æquiangula erunt triangula, & æquales habebunt angulos, sub quibus eiusdem rationis latera subtenduntur.

ORONTIVS. ¶ Sint rursum bina triangula a/b/c/ & d/e/f, habẽtia vnum angulum vni angulo æqualem, vtpote eum qui ad b/ ei qui ad e: atque circum eosdem æquales angulos latera proportionalia, sicut a/b/ ad b/c, sic d/e/ ad e/f. Dico ipsa triãgula a/b/c/ & d/e/f, fore æquiangula: & angulum b/a/c/ angulo e/d/f, atq; a/c/b, ipsi d/f/e/ respondenter coæquari. Ad datam enim rectam lineam d/e, datũmq; illius punctum e, vtriq; æqualium qui ad b/ & e/ sunt angulorũ, æqualis angulus constituatur d/e/g, per vigesimamtertiã primi: & per eandem, ad punctũ d, ipsi angulo b/a/c/ Figuræ compositio.

æqualis rursum constituatur angulus e/d/g. Et quoniam duo anguli a/b/c/& b/a/c/ sunt minores duobus rectis, per decimamseptimam ipsius primi: erunt & ipsi anguli d/e/g/& e/d/g/ binis itidem rectis minores. Conuenient ergo tandem d/g/& e/g/ rectæ in continuum productæ, per quintum postulatum: sit illarũ concursus in puncto g. Triangulum erit itaq; d/e/g: & reliquus angulus qui ad g, reliquo qui ad c/ æqualis, per tertiam communem sententiam, & ipsius trigesimæsecundæ primi corollarium. Aequiangula sunt itaque a/b/c/&d/e/g/ triãgula: & proinde latera ipsorum proportionalia, similisq; rationis erunt quæ æqualibus angulis latera subtenduntur, per quartam huius sexti. Et sicut igitur a/b/ ad b/c, sic d/e/ad e/g. Sicut porrò a/b/ad b/c, sic per hypothesin d/e/ad e/f. Et sicut igitur d/e/ad e/f, sic ipsa d/e/ad e/g: quæ enim eidem sunt eædem rationes, & adinuicem sunt eædem, per vndecimam quinti. Eadem itaque d/e, ad ipsas e/f/& e/g/ eandem habet rationem: æqualis est igitur e/f/ ipsi e/g, per nonam ipsius quinti. His ita præostensis, quoniam æqualis est e/f/ ipsi e/g, vtrique autem cõmunis d/e: binæ itaq; d/e/& e/f/ trianguli d/e/f, duabus d/e/& e/g/ trianguli d/e/g, sunt æquales altera alteri: & æquos adinuicem continent angulos, per constructionem. Basis ergo d/f, basi d/g/ est æqualis, & totum triangulum toti triangulo æquale, reliqui insuper anguli reliquis angulis æquales sub quibus æqualia subtenduntur latera: per quartam primi. Aequalis est igitur angulus e/d/f/ ipsi e/d/g, atq; is qui ad f/ ei qui ad g, æqualis. Sed eidem angulo e/d/g, æqualis est per constructionẽ angulus b/a/c: eidem insuper qui ad g, is qui ad c/ itidem æqualis. quæ autem eidem æqualia & adinuicem sunt æqualia: per primam communem sentẽtiam. Aequus est igitur angulus e/d/f, ipsi b/a/c: necnon &/d/f/e, ipsi angulo a/c/b. Reliquũ porrò angulum d/e/f, reliquo a/b/c, ex hypothesi recepimus æqualem. Aequiangula itaque sunt a/b/c/ & d/e/f/ triangula: & æquales habent angulos, sub quibus eiusdem rationis latera subtenduntur. Ergo si bina triangula: & quæ sequũtur reliqua. Quod demonstrare fuerat operæpretium.

Deductio theorematis.



Resolutio demõstrationis.

| d/e. e/f | a/b. b/c | d/e. e/g. |

Θεώρημα ζ, Πρόθεσις ζ.

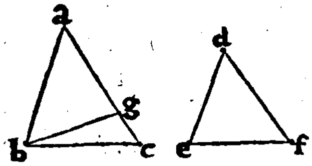
Ἐὰν δύο τρίγωνα μίαν γωνίαν μιᾷ γωνίᾳ ἴσην ἔχῃ, περὶ δὲ τὰς ἄλλας γωνίας, τὰς πλευρὰς ἀνάλογον, τῶν δὲ λοιπῶν ἑκατέραν ἅμα ἤτοι ἐλάσσονα ἢ μὴ ἐλάσσονα ὀρθῆς: ἰσογώνια ἔσται τὰ τρίγωνα, καὶ ἴσας ἕξει τὰς γωνίας, περὶ ἃς ἀνάλογόν εἰσιν αἱ πλευραί.

Theorema 7, Propositio. 7.

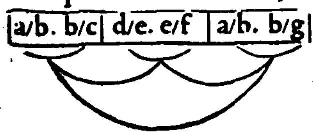
SI bina triãgula vnum angulum vni angulo æqualẽ habuerint, 7
circum autem alios angulos latera proportionalia, reliquorũ verò vtrunq; simul aut minorem aut non minorẽ recto: æquiangula erunt triangula, & æquales habebunt angulos, circum quos proportionalia sunt latera.

Prima theorematis siue hypothesis pars.

ORONTIVS. ¶ Sint bina triangula a/b/c/& d/e/f, vnum angulum vni angulo, vtpote eum qui ad a/ ei qui ad d/ æqualem habentia: & circum alios angulos, scilicet a/b/c/& d/e/f/ latera proportionalia, sicut quidem a/b/ ad b/c, sic d/e/ad e/f: reliquorũ porrò qui ad c/& f/ sunt angulorum, vterque primùm sit recto minor. Aio a/b/c/& d/e/f/ triangula, fore æquiangula: & angulum a/b/c/ æquũ esse angulo d/e/f, atque reliquum a/c/b/ reliquo d/f/e/ itidem æqualem. In primis enim, vel angulus a/b/c/est æqualis angulo d/e/f,vel eidẽ inæqualis. Si æqualis fuerit a/b/c/ipsi d/e/f: reliquus a/c/b reliquo d/f/e, per corollarium trigesimæsecundæ primi, & tertiam communem sententiam,erit æqualis.& proinde ipsa triangula a/b/c/& d/e/f/ æquiangula. Quòd si angulus a/b/c,non fuerit æqualis ipsi d/e/f:alter eorum,reliquo maior erit.Esto(si possibile fuerit)a/b/c/angulus,ipso d/e/f/angulo maior. & ad datam rectam lineam a/b,& datum in ea punctum b:ipsi angulo d/e/f/æqualis angulus constituatur a/b/g, per vigesimãtertiã primi:producatúrq; b/g/in latus a/c.cùm enim angulus a/b/c, datus sit maior angulo d/e/f, cadet recta b/g/inter a/b/& b/c/ latera.



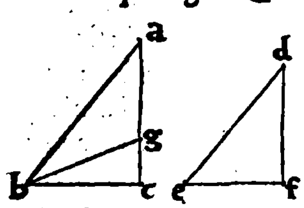
His ita constructis,quoniam æqualis est angulus qui ad a/ei qui ad d,& qui sub a/b/g/ei qui sub d/e/f/ æqualis: reliquus igitur angulus a/g/b, reliquo d/f/e, per corollarium trigesimæsecundæ primi, & tertiam cõmunem sentẽtiam erit æqualis. Et proinde a/b/g/triãgulum,ipsi d/e/f/triangulo æquiangulũ.Hinc per quartam huius sexti, proportionalia erunt latera quæ æqualibus subtenduntur angulis: sicut quidem d/e/ad e/f,sic a/b/ad b/g. sicut porrò d/e/ad/e/f, sic receptum est a/b/ad b/c.Et sicut igitur a/b/ad b/c, sic a/b/ad b/g, per vndecimam quinti. Eadem itaque a/b,ad vtranq; ipsarum b/c/& b/g, candem habet rationem: æqualis erit igitur a/b/ipsi b/g,per nonã ipsius quinti.hinc per quintã primi,angulus b/c/g/angulo b/g/c/erit equalis.Angulus porrò b/c/g, minor recto suppositus est,& b/g/c/propterea angulus recto minor erit. Recta autem b/g, incidẽs super latus a/c, efficit a/g/b/& b/g/c/ angulos binis rectis æquales, per decimãtertiam primi.Et quoniam b/g/c,recto minor ostẽsus est: operæpretium est,a/g/b/angulum,recto fore maiorem.Huic autem ostensus est æqualis d/f/e:& angulus itaq; d/f/e,recto maior erit.Atqui supponitur recto minor: quæ simul impossibilia sunt. Nõ est igitur a/b/c/angulus, maior angulo d/e/f.haud dissimiliter ostẽdetur,ꝙ neq; minor. Aequalis igitur est angulus a/b/c,ipsi d/e/f. Hinc reliquus qui ad c, reliquo qui ad f/(vti suprà)concludetur æqualis : & triangula consequenter a/b/c, & d/e/f/ inuicem æquiangula.



Demõstratio eiusdẽ primæ partis,ab impossibili.

¶Sed esto simul vterq; eorum qui ad c/& f/ sunt angulorum, non minor recto. Aio rursum triangula a/b/c/ & d/e/f, esse nihilominus æquiangula. Constructis nanq;(veluti suprà)figuræ partibus: haud dissimiliter ostẽdemus, b/c/atq; b/g/latera fore inuicem æqualia:& angulũ propterea b/c/g, angulo b/g/c/ per quintam primi respondenter coæquari. Et quoniam angulus b/c/g/nõ minor est recto:nec eodem recto minor erit angulus b/g/c. Trianguli itaq; b/g/c/duo anguli qui ad basin c/g,binis rectis non erunt minores:cõtra decimamseptimã ipsius primi.Non est igitur a/b/c/angulus,maior angulo d/e/f:neq; eodem angulo minor. Aequalis est propterea angulus a/b/c,ipsi d/e/f:& reliquus a/c/b, reliquo d/f/e/consequenter æqualis, veluti suprà deductum est. Aequiangula sunt igitur a/b/c/ & d/e/f/triangula:& æquales habent angulos,circum quos proportionalia sunt latera. Quod ostendendum receperamus.

Pars secunda theorematis, siue hypothesis differẽtia.



Θεώρημα η, Πρότασις η.

Ἐὰν ἐν ὀρθογωνίῳ τριγώνῳ, ἀπὸ τῆς ὀρθῆς γωνίας ἐπὶ τὴν βάσιν κάθετος ἀχθῇ, τὰ πρὸς τῇ καθέτῳ τρίγωνα ὅμοιά ἐστι τῷ τε ὅλῳ καὶ ἀλλήλοις.

Theorema 8, Propositio 8.

8 SI in triãgulo rectãgulo,ab angulo recto in basin perpẽdicularis

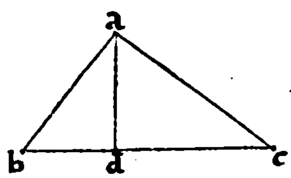
agatur: quæ ad perpendicularem triangula, similia sunt toti, & adinuicem.

ORONTIVS. ¶Esto rectangulum triangulum a/b/c, habens angulũ qui sub b/a/c/rectum:& à dato puncto a,super datam rectam lineam b/c, perpendicularis deducatur a/d,per duodecimam primi.Cadet enim huiuscemodi perpendicularis, intra datum a/b/c/triangulum: ipsumq; in bina diuidet triangula. Si enim incideret extra,producto b/c/latere vsq; ad ipsam perpendicularem, triãgulum efficeretur,cuius exterior angulus minor esset interiore & ex opposito, nempe acutus recto, contra decimamsextam primi. Neq; in alterutrum laterũ aut a/b/ aut a/c/poterit coincidere: duo enim anguli eiusdem trianguli non essent binis rectis minores,contra eiusdem primi decimamseptimam. Cadit igitur intra a/b/c/ triangulũ.

Nota de casu ipsius perpendicularis.

Aio itaq; a/b/d/& a/d/c/triangula, toti a/b/c,atq; inuicem fore similia. ¶In primis ꝙ triangulum a/b/d/simile sit toti a/b/c:in hunc ostenditur modum. Angulus enim a/d/b,æquus est angulo b/a/c,per quartum postulatum,nẽpe rectus recto.& angulus qui ad b,vtriq; triangulo communis. Ergo reliquus a/c/b,reliquo b/a/d,per corollarium trigesimæsecundæ primi, & tertiam communem sententiam est æqualis. Aequiangula sunt itaq; a/b/c/ & a/b/d/ triangula: & proinde quæ circum æquales angulos sunt latera,inuicem proportionalia,per quartam huius sexti.

Quòd triangulum a,b,d: simile sit toti a,b,c.



Sicut igitur b/c/ad c/a,trianguli a/b/c:sic b/a/ad a/d,trianguli a/b/d.sicut præterea c/a/ad a/b,ipsius a/b/c/trianguli:sic a/d/ad d/b,ipsius a/b/d/trianguli.sicut demum c/b/ad b/a,eiusdem trianguli a/b/c:sic a/b/ad b/d,eiusdem trianguli a/b/d. Simile est itaq; triangulum a/b/d,toti a/b/c/triangulo: per primam huius sexti diffinitionem.¶Haud dissimili via ostendemus,triangulum a/d/c/ ipsi toti a/b/c/ fore simile.Rectus enim angulus a/d/c,recto b/a/c,per quartum æquatur postulatum. & is qui ad c/est angulus,vtrique rursum triãgulo communis. reliquus ergo d/a/c/angulus,reliquo a/b/c (veluti suprà deduximus) est æqualis. Aequiangula itaq; sunt a/b/c/& a/d/c triangula.Hinc per quartam huius sexti,proportionalia erunt latera quæ circum æquales sunt angulos. sicut quidem b/c/ ad c/a, trianguli a/b/c: sic a/c/ ad c/d,trianguli a/d/c.sicut rursum c/a/ad a/b,ipsius a/b/c/trianguli: sic c/d/ad d/a,ipsius a/d/c/triãguli.sicut præterea c/b/ad b/a,eiusdem trianguli a/b/c: sic c/a/ ad a/d,eiusdem trianguli a/d/c. Simile est igitur a/d/c/ triangulum, toti a/b/c: per eandem primam diffinitionem huius sexti. ¶Reliquum est, demonstrare ꝙ ipsa a/b/d/& a/d/c/triangula similia sunt adinuicem. Id autem ex supradictis ostensionibus,haud difficilè colligemus.Angulus enim b/a/d,angulo qui ad c/ præostensus est æqualis:& is qui ad b,ipsi d/a/c.reliqui autem sunt recti, vtpote a/d/b/& a/d/c/ anguli:& proinde æquales adinuicem,per idem quartum postulatum.Aequiangulum est itaq; a/b/d/ triangulum, ipsi triangulo a/d/c. Et sicut igitur a/c/ad/c/d, sic b/a/ad/a/d.sicut præterea c/d/ad d/a,sic a/d/ad d/b. sicut demũ c/a/ad a/d, sic a/b/ ad b/d.Proportionalia nanq; sunt latera, quæ circum æquales angulos:per sæpius allegatam quartam huius sexti.Triangula itaq; a/b/d/& a/d/c, similia sunt adinuicem:per eandem primam huius sexti diffinitionem. Si in rectangulo igitur triangulo,ab angulo recto:&c.vt in theoremate.Quod oportuit demonstrasse.

Quòd eidem triangulo a,b,c: simile sit a,d,c,triãgulum.

Quòd a,b,d, & a,d,c,triangula,sunt adinuicẽ similia

Corollarium.

¶Et quoniam ostẽsum est sicut c/d/ad d/a,sic a/d/ad d/b:sicut insuper c/b/ad b/a, sic a/b/ad b/d,: sicútque b/c/ad c/a,sic a/c/ad c/d. Proinde manifestum est,quòd in triangulo rectangulo deducta ex angulo recto in basin perpendicularis, est media proportionalis inter ipsius basis segmenta:& vnumquodq; præterea laterũ rectum continentium angulum, medium itidem proportionale est inter basin & segmentum,quod cum ipso congreditur latere.

Πρόβλημα α, Πρότασις θ.

Τῆς δοθείσης εὐθείας, τὸ προσταχθὲν μέρος ἀφελεῖν.

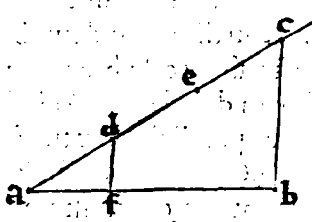
Problema 1, Propositio 9.

9 DAta recta linea, ordinatam partem abscindere.

ORONTIVS. ¶Ordinatam partem hic vocat Euclides,quæ ab ordinato aliquo denominatur numero, & quota pars integræ magnitudinis ab ipsis nuncupatur arithmeticis:vti secunda siue dimidia pars quæ à binario, tertia quæ à ternario, & quarta quæ ab ipso quaternario numero denominatur. Sit igitur data linea recta a/b:à qua sit operæpretium ordinatam aliquam,vtpote tertiam abscindere partem. A dato itaq; puncto a, recta quædam linea producatur a/c, contingentem qui sub b/a/c/ cum eadem efficiens angulum. Ipsius porrò a/c, liberum aliquod punctũ versus a/suscipiatur : sitq; illud d. Secentur deinde ipsi a/d/æquales d/e/ & e/c,per tertiam primi:& connectatur recta b/c, per primum postulatum. Tandem per punctũ d,ipsi b/c/parallela ducatur d/f, per trigesimamprimam eiusdem primi. Triangulum est itaq; a/c/b, & ad latus c/b/ acta est parallela d/f:secat igitur d/f/ ipsius trianguli latera proportionaliter, per secundam huius sexti,sicut quidem c/d/ad d/a,sic b/f/ad f/a.Et à composita igitur ratione, sicut c/a/ ad a/d,sic b/a/ad a/f:per decimãoctauam quinti. Tripla est autem c/a/ ipsius a/d: & b/a/igitur ipsius a/f/itidẽ erit tripla,& proinde a/f/ tertia pars ipsius a/ b. Data itaque recta linea a/b, ordinatam partem (nempe tertiam) abscidimus. Quod facere oportebat.

Ordinata pars quid.

Exequutio problematis.



Πρόβλημα β, Πρότασις ι.

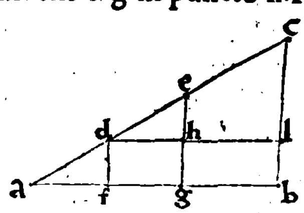
Τὴν δοθεῖσαν εὐθεῖαν ἄτμητον, τῇ δοθείσῃ εὐθείᾳ τετμημένῃ ὁμοίως τεμεῖν.

Problema 2, Propositio 10.

10 DAtam rectam lineam non sectam, datæ rectæ lineæ sectæ similiter secare.

ORONTIVS. ¶Sit rursum a/b/data & insecta linea recta,a/c/verò vtcunq; secta in punctis d/& e. Cõponantur autẽ a/b/& a/c/datæ rectæ lineæ,ad contingentẽ angulum qui sub b/a/c:& connectatur recta b/c,per primum postulatum. Per puncta consequenter d/& e,ipsi b/c,parallelæ ducantur rectæ lineæ d/f/& e/g:itidem & per punctum d,ipsi a/b/parallela ducatur d/h/l, per trigesimamprimam primi, diuidens e/g/in puncto h. Parallelogrãma sunt itaq; d/g/& h/b. æqualis est propterea f/g/ipsi d/h,& g/b/ipsi h/l: per trigesimamquartã ipsius primi. His ita præmissis,quoniam trianguli a/e/g, ad latus e/g/acta est parallela d/f:secat igitur d/f/ipsius trianguli latera proportionaliter, per secundam huius sexti. Et sicut igitur a/d/ ad d/e, sic a/f/ad f/g. Insuper quoniã trianguli d/c/l, ad latus c/l/acta est parallela e/h: fit rursum per eandem quartam huius sexti,sicut d/e/ad e/c, sic d/h/ad h/l. Ipsi verò d/h/ æqualis ostensa est f/g, atque ipsi h/l/æqualis g/b. Aequales porrò ad easdem, eãdem habent rationem,& eædem ad æquales:per septimã quinti. Sicut itaq; d/e/ad e/c,sic f/g/ad g/b. Præostensum est autem,sicut a/d/ad d/e,sic a/f/ad f/g. Et

Problematis ostensio.



sicut igitur a/d/ad d/e,sic a/f/ad f/g:sicútq; d/e/ad e/c,sic f/g/ad g/b. Data ergo recta linea insecta a/b,datæ rectæ lineæ vtcunq; sectæ a/c,similiter secatur. Quod faciendum receperamus.

Πρόβλημα γ, Πρότασις ια.

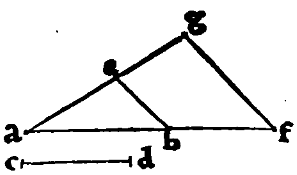
Δύο δοθεισῶν εὐθειῶν, τρίτην ἀνάλογον προσευρεῖν.

Problema 3, Propositio 11.

DVabus datis rectis lineis,tertiam proportionalem inuenire. 11

ORONTIVS. ¶Sint datæ binæ rectæ lineæ a/b/& c/d,quibus tertiam oporteat inuenire proportionalem.Ad datum itaque punctum a,datæ rectæ lineæ c/d/ æqualis recta linea ponatur a/e, per secūdam primi,contingentem qui sub e/a/b/ efficiens angulum.Et ipsis a/b/& a/e/in continuum rectúmq; ad f/& g/puncta pro-

Constructio figuræ.



ductis: vtriq; ipsarū c/d/ & a/e/ æqualis abscindatur b/f, per tertiam ipsius primi:cōnectatúrq; recta b/e,per primum postulatum.Per trigesimam deinde primā eiusdē primi:per datū punctū f, ipsi b/e/ parallela ducatur f/g, conueniens cum a/e/ad punctū g.Conuenient enim tandem per quintum postulatū: propterea quòd anguli e/a/b/ & a/b/e/trianguli a/e/b, sunt per decimamseptimam primi binis rectis minores, & ipsi angulo a/b/e/interior,& ad easdem partes qui ad f/ per vigesimamnonam ipsius primi æqualis. His ita constructis, quoniam trianguli a/g/f/ ad latus f/g/ acta est parallela b/e:secat igitur b/e/ipsius a/g/f/trianguli latera proportionaliter, per quartam huius sexti,sicut quidem a/b/ad b/f,sic a/e/ad e/g.Aequalis porrò est c/d/vtriq; ipsarum a/e/& b/f/per constructionem : & æquales ad eandem, eandem habent rationem,& eadem ad æquales,per septimam quinti. Et sicut igitur a/b/ad c/d,sic eadem c/d/ad e/g.Datis itaq; binis rectis lineis a/b/& c/d,tertia proportionalis inuenta est e/g.Quod oportuit fecisse.

Demōstratio problematis.

Πρόβλημα δ, Πρότασις ιβ.

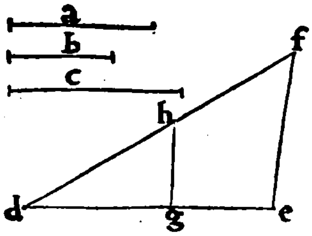
Τριῶν δοθεισῶν εὐθειῶν, τετάρτην ἀνάλογον προσευρεῖν.

Problema 4, Propositio 12.

TRibus datis rectis lineis, quartam proportionalem inuenire. 12

ORONTIVS. ¶Sint datæ tres lineæ rectæ a,b,c,quibus oporteat quartam inuenire proportionalem.Cōstituantur itaq; binæ quædam rectæ lineæ d/e,atq; d/f, contingentem qui sub e/d/f/angulum efficientes. Secetúrq; per tertiam primi ipsi a/æqualis d/g,ipsi verò b/æqualis g/e,& ipsi c/æqualis d/h.Et connexa g/h,per primum postulatum:ducatur e/f/ ipsi g/h/parallela, per trigesimamprimā ipsius primi. Per secundum tandem postulatum ipsæ d/h/& e/f/ in continuum rectumq;, producantur:donec conueniant ad punctum f.Concurrent enim tādem:quemadmodūm ex præcedenti potes elicere demonstratione.His in hūc modum præparatis,quoniam triangulum est d/f/e,& ad latus e/f/acta est parallela g/h: proportionalia itaq; sunt reliquorum laterum segmēta, per quartam huius sexti, sicut d/g/ad g/e,sic d/h/ad h/f.Ipsi porrò d/g/æqualis est a,& b/ipsi g/e, atq; c/ ipsi d/h/æqualis,per constructionem.Aequales autem ad eandem, eandem habent rationem,& eadem ad æquales,per septimā quinti.Et sicut igitur a/ad b, sic c/ad h/f.

Figuræ præparatio.



Demōstrationis resolutio.

Tribus itaq; rectis lineis datis, a, b, c, quartam inuenimus proportionalẽ h/f. Quod faciendum fuerat.

Πρόβλημα ε, Πρότασις ιγ.

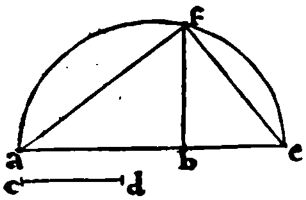
Δύο δοθεισῶν εὐθειῶν, μέσην ἀνάλογον προσευρεῖν.

Problema 5, Propositio 13.

13 DVabus datis rectis lineis, mediam proportionalem inuenire.

ORONTIVS. ¶Sint datæ binæ rectæ lineæ a/b/ & c/d, inter quas receptũ sit mediam inuenire proportionalem. Producatur ergo altera earũ, vtpote a/b/ in rectum & continuũ versus e, per secũdum postulatũ: & abscindatur b/e/ ipsi c/d/ æqualis, per tertiam primi. Et diuisa a/e/ bifariam, per decimã ipsius primi: describatur ad alterutrius partis interuallum semicirculus a/f/e, per tertium postulatum. A puncto deniq; b, perpendicularis excitetur b/f, per vndecimam primi: & connectantur a/f/ & f/e/ lineæ rectæ, per primũ postulatum. His ita constructis, quoniam triãguli a/f/e/ angulus qui ad f/ est in semicirculo: is propterea rectus est, per trigesimãprimam tertij. Rectãgulum est itaq; a/f/e/ triangulum, & ab angulo recto qui ad f/ in basin a/e/ perpẽdicularis demittitur f/b. Est igitur ipsa perpẽdicularis f/b/ media proportionalis inter a/b/ & b/e/ ipsius basis segmenta, per primam partem corollarij octauæ huius sexti. Est igitur vt a/b/ ad b/f, sic b/f/ ad b/e. Ipsi porrò b/e/ æqualis est c/d, per constructionem: & æquales ad eãdem, eandem habẽt rationem, & eadem ad æquales, per septimam quinti. Et sicut igitur a/b/ ad b/f, sic b/f/ ad/c/d. Binis itaq; rectis lineis datis, a/b/ & c/d, media proportionalis inuenta est b/f. Quod oportebat facere.

Constructio figuræ.



Sũmaria problematis ostẽsio.

Θεώρημα θ, Πρότασις ιδ.

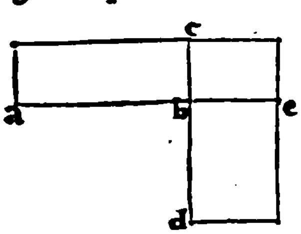
Τῶν ἴσων τε καὶ μίαν μιᾷ ἴσην ἐχόντων γωνίαν παραλληλογράμμων, ἀντιπεπόνθασιν αἱ πλευραὶ αἱ περὶ τὰς ἴσας γωνίας· καὶ ὧν παραλληλογράμμων μίαν μιᾷ ἴσην ἐχόντων γωνίαν, ἀντιπεπόνθασιν αἱ πλευραὶ αἱ περὶ τὰς ἴσας γωνίας, ἴσα ἐστὶν ἐκεῖνα.

Theorema 9, Propositio 14.

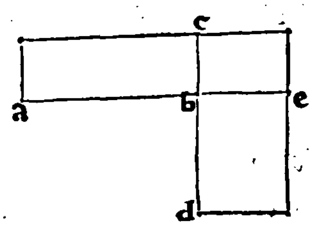
14 AEqualium & vnum vni æqualem habẽtium angulum parallelogrammorum: reciproca sunt latera, quæ circum æquales angulos. Et quorum parallelogrammorum vnum angulum vni angulo æqualem habentium, reciproca sunt latera, quæ circum æquales angulos: ea quoque sunt æqualia.

ORONTIVS. ¶Sint bina parallelogramma inuicem æqualia, a/b/c/ & d/b/e, angulum qui sub a/b/ & b/c, ei qui sub d/b/ & b/e/ continetur æqualẽ habentia. Dico quòd ipsorum parallelogrammorum a/b/c/ & d/b/e/ reciproca sunt latera, quæ circum æquales angulos: sicut quidem a/b/ ad b/e, sic d/b/ ad b/c. Constituantur enim a/b/ & b/e/ latera in directum: hoc autem fiet, cùm anguli a/b/c/ & c/b/e/ fuerint æquales duobus rectis, per decimamquartam primi. In directum quoq; tunc erit d/b/ ipsi b/c, per eandem propositionem: anguli enim d/b/e/ & e/b/c, binis itidem rectis, per primam & secundam communẽ sententiam, erunt æquales. Compleatur tandem c/b/e/ parallelogrammum: productis in continuum

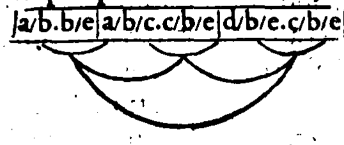
Pars prima theorematis.



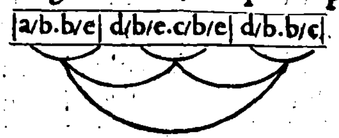
Eiusdem primæ partis ostensio.



rectũmq; datorum parallelogrammorũ lateribus, per secundum postulatũ. Cùm igitur a/b/c/parallelogrammũ, æquale sit per hypothesin ipsi d/b/e/parallelogrãmo, & c/b/e/ aliud quoddam vtrique comparabile parallelogrammum: erit proinde vt a/b/c/ parallelogrammum, ad parallelogrammum c/b/e, sic parallelogrammum d/b/e/ ad idem c/b/e/ parallelogrammũ. Aequales enim magnitudines ad eandem magnitudinem, eandem habent rationem, per septimam quinti. Sicut porrò a/b/c/ parallelogrammũ, ad parallelogrammũ c/b/e, sic per primã huius sexti, basis a/b/ ad basin b/e. sub eadẽ enim sunt altitudine ipsa a/b/c/ & c/b/e/ parallelogramma. Et sicut igitur basis a/b/ ad basin b/e, sic per vndecimam quinti, d/b/e/parallelogrammum, ad parallelogrammum c/b/e. Sicut rursum per eandem primam huius sexti, d/b/e/parallelogrammum, ad ipsum parallelogrammum c/b/e, sic basis d/b/ ad basin b/c.

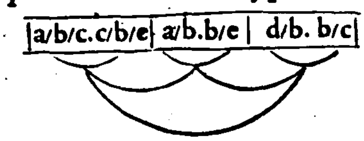


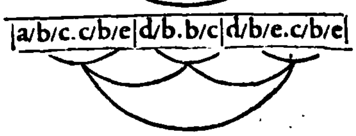
Et sicut igitur per ipsam vndecimam quinti a/b/ad b/e, sic d/b/ ad b/c. Datorum itaque parallelogrammorum a/b/c/& d/b/e, reciproca sunt latera quæ circum æquales angulos: per secundam huius sexti diffinitionem.



Secunda pars theorematis, conuersa primæ.

¶Sed esto vt qui ad b/ sunt anguli æquales sint adinuicem, & circũ eosdem æquales angulos latera reciprocè proportionalia, sicut a/b/ad b/e, sic d/b/ad/b/c. Aio versa vice, ꝙ a/b/c/parallelogrammum, æquum est ipsi d/b/e/parallelogrammo. Receptum est enim ex hypothesi, vt a/b/ad b/e, sic d/b/ ad b/c. Sed sicut a/b/ ad b/e/ sic per primam huius sexti, parallelogrammum a/b/c/ ad c/b/e/parallelogrammum. Et sicut igitur a/b/c/parallelogrammũ, ad parallelogrammum c/b/e, sic per vndecimam quinti d/b/ ad b/c. Sicut rursum d/b/ ad b/c, sic per eandem primam huius sexti, parallelogrammum d/b/e/ad c/b/e/parallelogrammum. Et sicut igitur per ipsam vndecimam quinti a/b/c/ parallelogrammum, ad c/b/e/ parallelogrãmum, sic parallelogrammũ d/b/e/ ad idẽ c/b/e/ parallelogrammũ. Vtrunq; igitur a/b/c/& d/b/e/ parallelogrãmum, ad idem parallelogrammũ c/b/e/ habet eandẽ rationem. æquũ est itaq; a/b/c/parallelogrammũ ipsi d/b/e/ parallelogrãmo, per nonã ipsius quinti. Aequaliũ igitur & vnum vni æqualem habẽtium angulum parallelogrammorum: & quæ sequuntur reliqua. Quod ostendendum fuerat.





Θεώρημα ι, Πρότασις ιε.

Τῶν ἴσων καὶ μίαν μιᾷ ἴσην ἐχόντων γωνίαν τριγώνων, ἀντιπεπόνθασιν αἱ πλευραὶ αἱ περὶ τὰς ἴσας γωνίας: καὶ ὧν μίαν μιᾷ ἴσην ἐχόντων γωνίαν ἀντιπεπόνθασιν αἱ πλευραὶ αἱ περὶ τὰς ἴσας γωνίας, ἴσα ἐστὶν ἐκεῖνα.

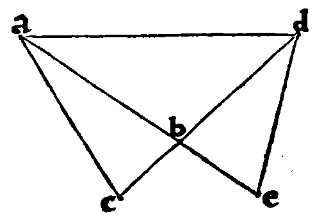
Theorema 10, *Propositio* 15.

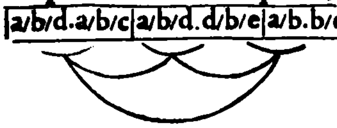
AEqualium & vnũ vni æqualem habentium angulum triangulorum: reciproca sunt latera, quæ circum æquales angulos. Et quorum vnum vni angulum æqualem habentium triangulorum reciproca sunt latera, quæ circum æquales angulos: ea quoq; sunt æqualia. 15

Prima theorematis pars.

ORONTIVS. ¶Sint bina triangula a/b/c/& d/b/e, angulum qui sub a/b/ &

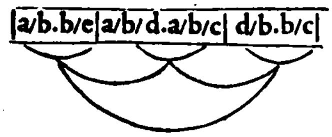
b/c,ei qui sub d/b/& b/e/continetur æqualem habentia. Dico latera ipsorum a/b/c/ & d/b/e/ triangulorum, quæ circum eosdem æquales sunt angulos, fore reciprocè proportionalia: sicut quidem a/b/ad b/e, sic d/b/ad b/c. Collocentur enim a/b/ & b/e/latera in directum, & d/b/ ipsi b/c: quemadmodùm præcedenti demonstratione, ex decimaquarta primi, de parallelogrammorũ deductum est lateribus. Connectatur demũ recta a/d, per primum postulatum. Et quoniam per hypothesin, æquũ est a/b/c/triangulum, ipsi triangulo d/b/e: & a/b/d/aliud quoddam vtriq; comparabile triangulum. Et sicut igitur a/b/d/triangulum ad triangulum a/b/c, sic idem triãgulum a/b/d/ ad triangulum d/b/e: eadem enim magnitudo, ad æquales eandem habet rationem, per septimam quinti. Sicut porrò triangulum a/b/d/ad triangulum d/b/e, sic per primam huius sexti, a/b/ad b/e. Et sicut igitur per vndecimam quinti, a/b/ad b/ e, sic a/b/d/ triangulum ad triangulum a/b/c.

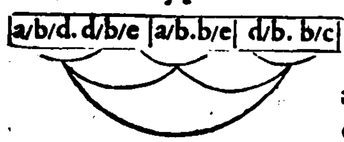


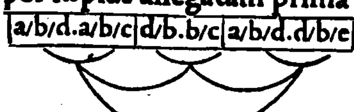


Rursum vt triãgulum a/b/d/ ad triangulum a/b/c, sic per eandem primam huius sexti, d/b/ad b/c. Ergo sicut a/b/ad b/e, sic d/b/ad b/c, per ipsam vndecimam quinti. triangulorũ itaq; a/b/c/& d/b/e, latera quæ circũ æquales angulos reciprocè sunt proportionalia: per secundã huius sexti diffinitionem. ¶Sed receptum sit angulos qui ad b/fore inuicem æquales, & quæ circum eosdem æquales angulos latera reciprocè proportionalia: sicut a/b/ad b/e, sic d/b/ad b/c. Aio quod a/b/c/triangulum, æquum est ipsi d/b/e/triangulo. Est enim ex hypothesi sicut a/b/ad b/e, sic d/b/ad b/c. Sed sicut a/b/ad b/e, sic a/b/d/ triangulum ad triangulũ d/b/e: per primam huius sexti. Et sicut igitur d/b/ad b/c, sic per vndecimam quinti, a/b/d/triangulum ad triangulum d/b/e. Sicut rursum d/b/ad b/c, sic triangulum a/b/d/ad triangulum a/b/c, per sæpius allegatam primã huius sexti. Et proinde sicut a/b/d/ triangulum ad triangulum a/b/c, sic per vndecimam ipsius quinti, idem a/b/d/triangulum ad triangulum d/b/e. Ad quas porrò magnitudines, eadẽ magnitudo eandem habet rationem: ipsæ per nonam eiusdem quinti, sunt æquales. Aequum est igitur a/b/c/triangulum, ipsi triangulo d/b/e. Aequalium itaq; & vnũ vni æqualẽ habentiũ angulũ: &c. vt in theoremate. Quod oportebat demonstrare.

Pars secunda conuersa primæ.







Θεώρημα ια, Πρότασις ιϛ.

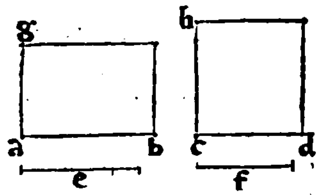
Ἐὰν τέσσαρες εὐθεῖαι ἀνάλογον ὦσι, τὸ ὑπὸ τῶν ἄκρων περιεχόμενον ὀρθογώνιον, ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν μέσων περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ. καὶ ἐὰν τὸ ὑπὸ τῶν ἄκρων περιεχόμενον ὀρθογώνιον, ἴσον ᾖ τῷ ὑπὸ τῶν μέσων περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ, αἱ τέσσαρες εὐθεῖαι, ἀνάλογον ἔσονται.

Theorema 11, Propositio 16.

16 SI quatuor rectæ lineæ proportionales fuerint: quod sub extremis comprehensum rectangulum, æquum est ei, quod sub medijs continetur rectangulo. Et si sub extremis comprehensum rectangulum, æquum fuerit ei, quod sub medijs continetur rectangulo: quatuor rectæ lineæ proportionales erunt.

ORONTIVS. ¶Sint datæ quatuor rectæ lineæ discontinuè proportionales

Primæ partis demōstratio. a/b,c/d,e,& f:sicut a/b/ad c/d,sic e/ad f. Aio q̃ sub extremis a/b/& f/comprehensum rectangulum,æquum est ei quod sub medijs c/d/& e/rectangulo continetur. A datis enim punctis a/& c/datarum linearum a/b/ & c/d, perpendiculares excitentur a/g/& c/h,per vndecimam primi: seceturq; a/g/ æqualis ipsi f,& c/h/ æqualis ipsi e, per tertiam ipsius primi propositionem. & ductis vtrinq; parallelis, per trigesimã eiusdem primi,compleantur g/b/& h/d/parallelogramma. Et quoniam receptum est vt a/b/ad c/d,sic e/ad f. Ipsi porrò e/æqualis est c/h,& ipsi f/æqualis a/g,per constructionem:& æquales ad eandem,eandem habent rationem,per septimam quinti.



Est igitur vt a/b/ad c/d, sic c/h/ad a/g. Parallelogrãmorum itaq; g/b/& h/d,latera quæ circum æquales(vtpote rectos qui ad a/& c)sunt angulos,reciprocè sunt proportionalia. Aequum est proinde g/b/ parallelogrammum ipsi h/d/parallelogrammo, per secundam partem decimæquartæ propositionis huius sexti. Est autẽ g/ b/ parallelogrammũ id quod sub a/b/& f,parallelogrãmum verò h/d/id quod sub c/d/& e/continetur rectangulum:æqualis est enim c/h/ipsi e,& a/g/ipsi f, per cõstructionem. Comprehensum itaq; sub extremis a/b/& f/rectangulum, ei quod sub medijs c/d/& e/continetur rectangulo,est æquale. ¶ Esto nunc vt ipsum g/b/ sub extremis comprehensum rectangulum,æquum sit h/d/rectangulo,quod sub medijs c/d/& e/continetur. Dico versa vice, quatuor ipsas rectas lineas fore inuicem proportionales. Eadem nanque manente constructione, quoniam g/b/ est id quod sub a/b/ & a/g,ipsum verò h/d/id quod sub c/d/& c/h/continetur rectangulum,per primã diffinitionẽ secundi: & e/ipsi c/h,atq; f/ipsi a/g, per constructionem æqualis. Est itaq; g/b/id quod sub a/b/& f, necnon & h/d/ id quod sub c/d/& e/comprehenditur rectangulum. Sed id quod sub a/b/& f/cõprehenditur rectangulum,æquum est ei per hypothesin quod sub c/d/& e/continetur rectangulo. Aequũ est igitur g/b/rectangulum,ipsi rectãgulo h/d:& angulus qui ad a/angulo qui ad c/æqualis,per quartũ postulatũ,nempe rectus recto. Aequalium porrò & vnum vni æqualem habẽtium angulum parallelogrammorũ,reciproca sunt latera quæ circum æquales angulos, per primam partem ipsius decimæquartæ huius sexti. Et sicut igitur a/b/ad c/d,sic c/h/ad a/g. Ipsi porrò c/h/æqualis est e,& f/ipsi a/g,per ipsam constructionẽ: æquales præterea ad eandem,eandem habent rationem,& eadem ad æquales,per septimam quinti. Est igitur vt a/b/ad c/d,sic e/ad f. Si quatuor itaque rectæ lineæ proportionales fuerint:& quæ sequuntur reliqua. Quod erat ostendendum.

Secundæ partis conuersæ prioris,ostensio.

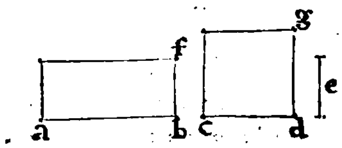
Θεώρημα ιβ, Πρόθεσις ιζ.

Εὰν τρεῖς εὐθεῖαι ἀνάλογον ὦσι, τὸ ὑπὸ τῶν ἄκρων περιεχόμενον ὀρθογώνιον, ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς μέσης τετραγώνῳ. καὶ ἐὰν τὸ ὑπὸ τῶν ἄκρων περιεχόμενον ὀρθογώνιον, ἴσον ᾖ τῷ ἀπὸ τῆς μέσης τετραγώνῳ, αἱ τρεῖς εὐθεῖαι ἀνάλογον ἔσονται.

Theorema 12, *Propositio* 17.

SI tres rectæ lineæ proportionales fuerint: quod sub extremis comprehensum rectangulũ,æquũ est ei quod à media fit quadrato. Et si quod sub extremis continetur rectangulum,æquum fuerit ei quod à media fit quadrato: ipsæ tres rectæ lineæ proportionales erunt. 17

Pars prima theorematis. ORONTIVS. ¶ Sint tres rectæ lineæ continuè proportionales a/b, c/d, & e: sicut a/b/ad c/d,sic c/d/ad e. Dico quòd sub a/b/& e/comprehensum rectangulum, æquum est ei quod à media c/d/fit quadrato. Describatur enim ex a/b/& b/f/quæ ſit æqualis ipſi e, rectangulum a/f, per vndecimam, & tertiam, atq; trigeſimáprimá primi: ex c/d/ verò, quadratum c/g, per ipſius primi quadrageſimamſextam. Aequalis erit igitur d/g, ipſi c/d, per ipſius quadrati diffinitionem: & æquales ad eandem, eandem habent rationē, per ſeptimam quinti. Sicut igitur a/b/ ad c/d, ſic d/g/ ad e.



Quatuor itaque rectæ lineæ a/b, c/d, d/g, & e, ſunt diſcōtinuè proportionales. Cōprehenſum ergo ſub extremis rectangulum, æquum eſt ei quod ſub medijs rectangulo cōtinetur: per primam partem antecedentis decimæſextæ pro poſitionis. Sed rectangulū a/f, eſt id quod ſub a/b/ & e, nam a/f/ eſt æqualis ipſi e, per constructionem: rectangulum autem c/g, id quod ex c/d/ quadratum. Quod igitur ſub extremis a/b/ & e/ comprehēditur rectāgulum, æquū eſt ei quod à media c/d/ fit quadrato. ¶ Sed detur vt id quod ſub a/b/ & e/ continetur rectangulum, æquū ſit ei quod ex c/d/ fit quadrato. Aio reſpondenter, fore ſicut a/b/ ad c/d, ſic c/d/ ad e. Eiſdem nanq; veluti ſuprà constructis: quoniā id quod ſub a/b/ & e/ continetur rectangulum, æquū eſt ei per hypotheſin quod ex c/d/ fit quadrato. Sed ei quod ſub a/b/ & e/ continetur rectangulo, æquum eſt rectangulum a/f, (æqualis ſiquidem eſt b/f/ ipſi e, per constructionem) & c/g, id quod ex c/d/ fit quadratum. Aequum eſt igitur a/f/ rectangulum ipſi quadrato c/g. Quadratum porrò c/g/ ſub duabus rectis lineis c/d/ & d/g, per primam diffinitionem ſecūdi cōtinetur. Quatuor itaque ſunt rectæ lineæ a/b, c/d, d/g, & b/f: & quod ſub extremis a/b/ & b/f/ rectangulum continetur, æquum eſt ei quod ſub medijs c/d/ & d/g/ comprehenditur rectangulo. Proportionales itaque ſunt eædem quatuor rectæ lineæ, per ſecūdam partem ipſius antecedentis decimæſextæ propoſitionis: ſicut a/b/ ad c/d, ſic d/g/ ad b/f. Sed e/ ipſi b/f/ per constructionem eſt æqualis: & c/d/ ipſi d/g, per quadrati diffinitionem. æquales porrò ad eandem, eandem habent rationem, & eædem ad æquales, per ſeptimam quinti. Eſt igitur vt a/b/ ad c/d, ſic eadem c/d/ ad e. Si tres itaq; rectæ lineæ proportionales fuerint: &c. vt in theoremate. Quod demonſtrandum receperamus. Secūda pars conuerſa primæ.

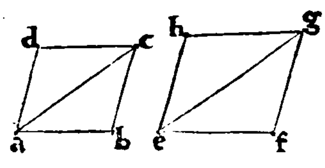
Πρόβλημα ς, Πρόθεσις ιη.

Ἀπὸ τῆς δοθείσης εὐθείας, τῷ δοθέντι εὐθυγράμμῳ ὅμοιόν τε καὶ ὁμοίως κείμενον εὐθύγραμμον ἀναγράψαι.

Problema 6, *Propoſitio* 18.

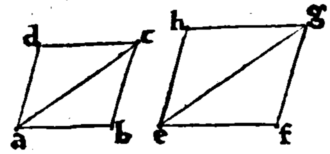
18 A Data recta linea: dato rectilineo ſimile, ſimilitérq; poſitum rectilineum deſcribere.

ORONTIVS. ¶ Sit datum rectilineū a/b/c/d, data verò linea recta e/f, ex quà, vel ſuper quam, oporteat ipſi a/b/c/d/ rectilineo ſimile ſimilitérque poſitum deſcribere rectilineum. Connectatur itaq; a/c/ recta, per primum poſtulatum. & ad datam rectam lineam e/f, & data illius puncta e/ & f, datis angulis c/a/b/ & a/b/c, æquales per vigeſimātertiam primi conſtituātur anguli, g/e/f/ quidē ipſi c/a/b, & e/f/g/ ipſi a/b/c. Et quoniā anguli c/a/b/ & a/b/c, per decimāſeptimā primi, ſunt minores duobus rectis: & ipſi quoq; anguli g/e/f/ & e/f/g, binis itidem rectis ſunt minores. concurrent ergo tandem e/g/ & f/g/ in continuum rectūmq; productæ, per quintum poſtulatum: cōueniant itaq; ad punctū g. Reliquus igitur angulus e/g/f, reliquo a/c/b, Deſcriptio propoſiti rectilinei.

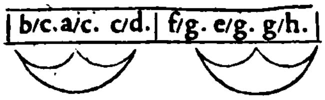


per corollarium trigeſimæſecundæ primi, & tertiam cōmunem ſententiam erit æqualis. Aequiangulum eſt propterea e/f/g/ triāgulum, ipſi a/b/c/ triangulo. Ad datam rurſum lineam rectam e/ g, & data illius puncta e/ & g: datis angulis d/a/c/ & a/c/d, æquales anguli per eandem vigeſimamtertiam primi conſtituãtur, h/e/g/ quidem ipſi d/a/c, & e/g/h/ ipſi a/c/d. & producãtur e/h/ & g/h, per ſecundum poſtulatum: donec (veluti priores) congrediantur ad punctum h. Erit itaq; reliquus angulus qui ad h, reliquo qui ad d/ conſequenter æqualis: & proinde e/g/h/ triangulum, ipſi a/c/d/ triangulo æquiangulum.

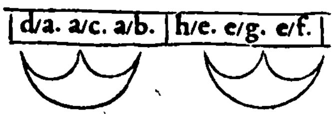
Problematis oſtenſiua reſolutio.



Aequiangulum inſuper eſt e/f/g/ triangulum, ipſi triangulo a/b/c. Aequiangulorum porrò triangulorum proportionalia ſunt latera, quæ circũ æquales angulos, per quartam huius ſexti. Eſt igitur vt a/b/ ad b/c, ſic e/f/ ad f/g. ſicut inſuper b/c/ ad a/c, ſic f/g/ ad e/g. ſicut præterea a/c/ ad c/d, ſic e/g/ ad g/h. Et ex æquali igitur, per vigeſimamſecundam quinti, ſicut b/c/ ad c/d, ſic f/g/ ad g/h. Rurſum eſt ſicut c/d/ ad d/a, ſic g/h/ ad h/e. Et ſicut d/a/ ad a/c, ſic h/e/ ad e/g. ſicútq; a/c/ ad a/b, ſic e/g/ ad e/f. Et ex æquali rurſum, per eandem vigeſimamſecundam quinti, ſicut d/a/ ad a/b, ſic h/e/ ad e/f.



Et quoniam angulus g/e/f, angulo c/a/b/ eſt æqualis: & h/e/g/ ipſi d/a/c: totus propterea angulus h/e/f, toti d/a/b, per ſecundam cõmunem ſententiã æqualis eſt. Et proinde totus f/g/h, toti b/c/d/ reſpondenter æqualis. Angulus porrò qui ad f, angulo qui ad b: & reliquus qui ad h, reliquo qui ad d/ æqualis oſtenſus eſt. Aequiangulum eſt itaque e/f/g/h/ rectilineum, ipſi rectilineo a/b/c/d. Patuit, quòd & latera quæ circũ æquales ſunt angulos, cum eodem habet proportionalia: ſicut a/b/ ad b/c, ſic e/f/ ad f/g: ſicut item b/c/ ad c/d, ſic f/g/ ad g/h: & ſicut c/d/ ad d/a, ſic g/h/ ad h/e: ſicut denique d/a/ ad a/b, ſic h/e/ ad e/f. Simile eſt itaq; rectilineum e/f/g/h, ipſi rectilineo a/b/c/d, atq; ſimiliter poſitũ: per primã huius ſexti diffinitionem. Super data igitur recta linea e/f, dato rectilineo a/b/c/d, ſimile ſimiliterq; poſitum rectilineum deſcriptũ eſt e/f/g/h. Quod feciſſe oportuit.



Θεώρημα ιγ, Πρόθεσις ιθ.

ΤΑ ὅμοια τρίγωνα, πρὸς ἄλληλα ἐν διπλασίονι λόγῳ ἐστὶ τῶν ὁμολόγων πλευρῶν.

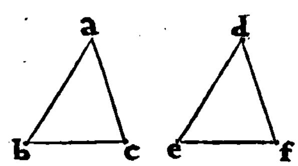
Theorema 13, Propoſitio 19.

SImilia triangula: adinuicem in dupla ſunt ratione laterum ſimilis rationis. 19

ORONTIVS. ¶ Sint bina & ſimilia, hoc eſt æquiangula & proportionalium laterum triangula, a/b/c/ & d/e/f: habentia angulum qui ad b/ æqualem angulo qui ad e, & ſicut a/b/ ad b/c, ſic d/e/ ad e/f. Dico triangulum a/b/c/ ad triangulum d/e/f/ duplicem habere rationem, quam latus b/c/ ad latus e/f: ſeu quòd ratio ipſius a/b/c/ trianguli ad triangulum d/e/f, ex lateris b/c/ ad latus e/f/ duplata ratione cõſurgit.

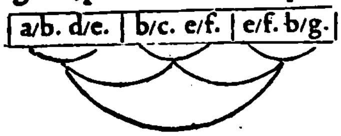
Prima oſtenſionis differẽtia.

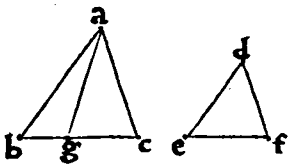
In primis itaq; aut b/c/ eſt æqualis ipſi e/f, aut inæqualis. Si æqualis: erit ſicut a/b/ ad e/f, ſic d/e/ ad b/c. æquales enim ad eandem, eandem habent rationem, & eadem ad æquales, per ſeptimam quinti. Et proinde triangula a/b/c/ & d/e/f, habebũt vnũ angulum vni angulo æqualem: & quæ circũ æquales angulos latera reciprocè proportionalia. Aequum erit itaque triangulum a/b/c/ ipſi triangulo d/e/f, per ſecundam partẽ decimæquintæ huius ſexti: ſicuti & baſis b/c, baſi e/f. Atqui ratio æqualitatis eorundem triangulorum, ex ipſa ratione æqualitatis laterũ b/c/ & e/f/ duplicata, aut quouis alio modo multiplicata cõſurgit. Quantitates enim duarum rationum æqualitatis, per quintam diffinitionem huius ſexti multiplicatæ: reſtituunt æqualitatis itidem quãtitatem.



¶ At ſi b/c/ fuerit inæqualis ipſi e/f, altera earũ erit maior.

Eſto b/c, ipſa e/f/ maior. Et ipſis b/c/ & e/f, tertia ſuſcipiatur proportionalis b/g, per vndecimam huius ſexti: ſicut b/c/ad e/f, ſic e/f/ad b/g. & connectatur recta a/g, per primum poſtulatum. Et quoniā eſt vt a/b/ad b/c, ſic d/e/ad e/f: & permutatim igitur, per ſedecimam quinti, ſicut a/b/ad d/e, ſic b/c/ad e/f. Sicut porrò b/c/ad e/f, ſic e/f/ad b/g: & proinde ſicut a/b/ad d/e, ſic per vndecimam quinti e/f/ad b/g. Triangulorum itaq; a/b/g/ & d/e/f, vnū angulum qui ad b/vni angulo qui ad e/æqualem habentium, reciproca ſunt latera quæ circū æquales angulos. Aequum eſt itaq; a/b/g/triangulum, ipſi triangulo d/e/f, per ſecundam partem quindecimæ huius ſexti. Rurſum quoniā eſt ſicut b/c/ad e/f, ſic e/f/ad b/g: tres itaque rectæ lineæ ſunt proportionales. Prima igitur ad tertiam, duplicem rationem habet, quam ad ſecundam: per decimam huius quinti diffinitionem. Sed ſicut prima b/c/ad tertiam b/g, ſic a/b/c/ triāgulum ad triangulum a/b/g, per primam huius ſexti: ſub eodem enim ſunt vertice, atque in eadem altitudine ipſa triangula. Et triangulum igitur a/b/c/ad triangulum a/b/g, duplam rationē habet quam b/c/ad e/f. Ipſi porrò a/b/g/ triangulo, æquum eſt triangulum d/e/f: & idem triangulum ad æqualia triangula eandem habet rationem, per ſeptimam quinti. Et triangulum igitur a/b/c/ad triangulum d/e/f, duplicem rationem habet quam b/c/ad e/f. Similia itaq; triangula, in dupla ratione ſunt laterū ſimilis rationis. Quod demonſtrandum receperamus.

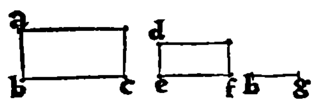




Secūda eiuſdem oſtenſionis differētia.

Corollarium.

¶ Fit proinde manifeſtū, quòd ſi tres rectæ lineæ fuerint proportionales: erit ſicut prima ad tertiam, ſic quod à prima deſcribitur rectangulum, ad ſimile ſimiliterq; poſitū rectangulum quod à ſecunda. Oſtenſum eſt enim ſicut b/c/ad b/g, ſic a/b/c/triangulū ad triāgulum a/b/g. Et ſicut igitur b/c/ad b/g, ſic a/c/ rectangulum ad d/f/ rectangulum.



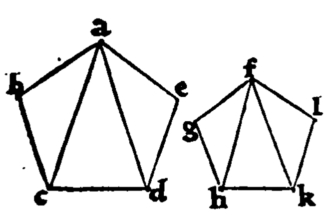
Θεώρημα ιδ', Πρόθεσις κ.

ΤΑ ὅμοια πολύγωνα, εἰς τὰ ὅμοια τρίγωνα διαιρεῖται, καὶ εἰς ἴσα τὸ πλῆθος, καὶ ὁμόλογα τοῖς ὅλοις. καὶ τὸ πολύγωνον διπλασίονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ ὁμόλογος πλευρὰ πρὸς τὴν ὁμόλογον πλευράν.

Theorema 14, Propoſitio 20.

20 SImilia polygona, in ſimilia triangula diuiduntur, & in æqualia numero: & æqua ratione totis. Et polygonum ad polygonum duplicem rationem habet, quàm ſimilis rationis latus ad ſimilis rationis latus.

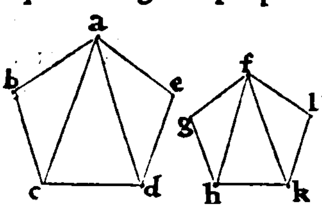
ORONTIVS. ¶ Sint bina & ſimilia polygona a/b/c/d/e/& f/g/h/k/l: habentia angulum qui ad f/angulo qui ad a/æqualem, & eum qui ad g/ei qui ad b, & qui ad h/ei qui ad c, & ſic de cæteris: ſitq; vt latus a/b/ad b/c, ſic f/g/ad g/h, ſicútq; b/c/ad c/d, ſic g/h/ad h/k, & deinceps ita, ſeruata laterū & angulorū reſpondentia. Dico primū, quòd ipſa a/b/c/d/e/ & f/g/h/k/l/ polygona, in ſimilia & æqualia numero diuiduntur triangula. Connectātur enim a/c/& a/d, necnon f/h/& f/k/lineæ rectæ, per primum poſtulatum. Et quoniā per hypotheſin (hoc eſt, datam polygonorū ſimilitudinē) angulus qui ad b/æquus eſt angulo qui ad g,



Prima theorematis pars.

& sicut latus a/b/ad b/c, sic f/g/ad g/h: fit vt bina triangula a/b/c/& f/g/h, habeant vnum angulum vni angulo æqualem, & quæ circũ æquales angulos latera proportionalia. Aequiangula sunt propterea a/b/c/ & f/g/h/ triangula, per sextam huius sexti:& æquales habent angulos, sub quibus eiusdem rationis latera subtenduntur, vtpote angulum b/ a/ c/angulo g/f/h, & angulum b/c/a/ipsi g/h/f. Hinc per quartam eiusdem sexti, proportionalia sunt latera quæ circum æquales angulos, & similis rationis quæ æqualibus angulis latera subtenduntur: sicut igitur a/c/ad b/c, sic f/h/ad g/h. Sed per hypothesin, vt b/c/ ad c/d, sic g/h/ ad h/k. Et ex æquali igitur, sicut a/c/ad c/d, sic f/h/ad h/k: per vigesimamsecundam quinti. Et quoniam totus angulus b/c/ d, toti angulo g/ h/ k, per hypothesin est æqualis, & angulus b/c/a, ipsi g/h/f/æqualis nunc ostensus est: reliquus igitur a/c/d, reliquo f/h/k, per tertiam communem sententiã est æqualis. Triangula itaq; a/c/d/ & f/h/k, habent rursum vnum angulum vni angulo æqualem, & quæ circum æquales angulos latera proportionalia: æquiangula sunt igitur a/c/d/& f/g/h/ triangula, per eandem sextam huius sexti. Et per quartam ipsius sexti, latera quæ circum æquales angulos proportionalia. Haud dissimiliter ostendetur triangulum a/d/e, triangulo f/k/l/fore æquiangulũ:& proportionalia quæ circum æquales angulos habere latera. Simile est itaque a/b/c/triangulũ ipsi f/g/h/triangulo, & a/c/d/ipsi f/h/k, necnon a/d/e/ipsi triangulo f/k/l: per primã huius sexti libri diffinitionẽ. Data igitur a/b/ c/d/e/ & f/g/h/k/l/polygona, in similia & æqualia numero triãgula diuidũtur.

| a/c. b/c. c/d | f/h. g/h. h/k |



Pars secunda theorematis.

¶ Dico insuper, ꝙ ipsa triangula sunt inuicẽ, atq; totis ipsis polygonis proportionalia: sicut triangulũ a/b/c/ad triangulũ f/g/h, sic a/c/d/ad f/h/k, & a/d/e/ad f/k/l/triãgulũ: sicútq; a/b/c/triangulum ad ipsum triangulũ f/g/h, sic a/b/c/d/e/polygonum ad polygonũ f/g/h/k/l. Cùm enim a/b/c/triangulũ simile sit f/g/h/triangulo, sintq; a/c/& f/h/similis rationis latera: triangulum igitur a/b/c/ ad triangulum f/g/h, duplicem rationẽ habet, quam latus a/c/ad latus f/h, per antecedentẽ decimamnonã propositionẽ. Et proinde triãgulum a/c/d/ad triangulũ f/h/k/duplatam itidem rationẽ habet, quam idem latus a/c/ad latus f/h. Quæ autẽ eidem sunt eædem rationes, ad inuicẽ sunt eædem: per vndecimã quinti. Et sicut igitur a/b/c/triangulum ad triangulum f/g/h, sic triangulum a/c/d/ad triangulum f/h/k. Rursum quoniã triangulum a/c/d/simile est triãgulo f/h/k, & latus a/d/similis rationis cum f/k: triangulum propterea a/c/d/ad triãgulum f/h/k/duplatam rationem habet, quam latus a/d/ad latus f/k, per ipsam antecedentem decimamnonam huius sexti. Et triangulum consequẽter a/d/e/ad triangulum f/k/l/duplatam itidem rationẽ habet, quam idem latus a/d/ad ipsum latus f/k. Et sicut igitur a/c/d/triangulum, ad triangulum f/h/k: sic per eandem vndecimã quinti, triangulum a/d/e/ad triangulum f/k/l. Sicut porrò a/c/d/ad f/h/k, sit patuit a/b/c/triangulum ad triangulum f/g/h. Et sicut igitur, per vndecimam ipsius quinti, triangulum a/b/c/ad triangulũ f/g/h: sic triangulum a/d/e/ad triangulum f/k/l. Proportionalia itaque sunt ipsa nuper expressa triangula: sicut a/b/c/ad f/g/h, sic a/c/d/ad f/h/k, & a/d/e/ad f/k/l. Est igitur per duodecimã quinti, sicut vnũ antecedentium ad vnum consequentiũ: sic omnia antecedentia, ad omnia consequẽtia. Sicut itaq; triangulum a/ b/ c, ad triangulum f/g/h: sic a/ b/ c/ d/ e/ polygonum, ad polygonum f/g/h/k/l. Sunt igitur ipsa triangula tum inuicem, tum ipsis totis polygonis

| a/b/c. f/g/h | a/c/d. f/h/k | a/d/e. f/k/l |

Sicut	a/b/c.	ad	f/ g/ h.
sic	a/ c/d.		f/ h/ k.
&	a/d/e.		f/ k/ l.

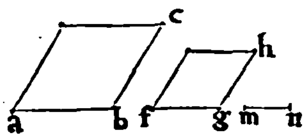
proportionalia. ¶ Aio demũ ꝙ polygonũ a/b/c/d/e, ad f/g/h/k/l, duplatam rationẽ habet, quam latus a/b/ad similis rationis latus f/g. Ostensum est enim vt triangulũ a/b/c, ad triangulum f/g/h: sic a/b/c/d/e/polygonum, ad polygonum f/g/h/k/l. Sed triangulum a/b/c/ad triangulum f/g/h/duplatam rationem habet, quam a/b/latus ad similis rationis latus f/g, per antecedentem decimamnonã propositionem huius sexti: simile nanq; ostensum est a/b/c/ triangulum, ipsi f/g/h/triangulo. Et polygonum igitur a/b/c/d/e, ad polygonum f/g/h/k/l/duplatam rationem habet, quam latus a/b/ad similis rationis latus f/g. Similia itaq; polygona: &c. vt in theoremate. Quod fuerat ostendendum. Tertia pars.

Corollarium primum.

¶ Fit itaq; generaliter manifestum, ꝙ similes quæcunq; rectilineæ figuræ, in dupla ratione sunt adinuicem similis rationis laterum: id est, ꝙ ratio similium rectilinearũ figurarum, ex duplata similium laterum ratione consurgit. Id enim primò patuit in triangulis, & rectangulis, siue quadratis: nunc autem in polygonis, & omnia polygona in triangula diuisibilia sunt.

Corollarium secundum.

¶ Sequitur rursum, quòd si tres rectæ lineæ fuerint proportionales: erit sicut prima ad tertiam, sic descripta super primam vel à prima species rectilinei, ad similẽ similitérq; positam speciem, quæ à secunda vel supra secundam conscribitur. Ostensum est enim polygonũ a/b/c/d/e, ad polygonum f/g/h/k/l/duplam rationẽ habere, quam latus a/b/ad latus f/g. & si ipsarum a/b/& f/g/tertiam acceperimus proportionalem, per vndecimam huius sexti, vtpote m/n: ipsa a/b/ad m/n/duplam itidem rationẽ habebit, quam eadẽ a/b/ad f/g, per decimam diffinitionem quinti. Et proinde sicut a/b/ad m/n, sic a/b/c/rectilineum ad simile similitérque positum rectilineum f/g/h.



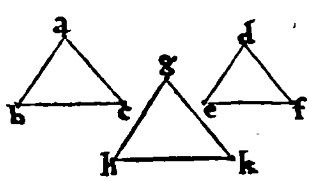
Θεώρημα ιε, Πρόθεσις κα.

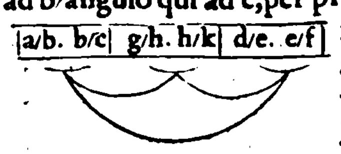
Τὰ τῷ αὐτῷ εὐθυγράμμῳ ὅμοια καὶ ἀλλήλοις ἐστὶν ὅμοια.

Theorema 15, Propositio 21.

21 QVæ eidem rectilineo sunt similia: & adinuicem sunt similia.

ORONTIVS. ¶ Sint bina rectilinea a/b/c/ & d/e/f, eidem rectilineo g/h/k/ similia. Dico a/b/c/rectilineum, simile fore rectilineo d/e/f. Cùm enim ex hypothesi a/b/c/ & g/h/k/ rectilinea, similia sint adinuicem: habebunt propterea angulos æquales ad vnum, & quæ circum æquales angulos sunt latera proportionalia: per primæ diffinitionis huius sexti conuersionem. Et proinde rectilinea d/e/f/& g/h/k, æquiangula erũt, & proportionaliũ itidem laterũ: cùm ex ipsa hypothesi similia sint adinuicem. Sit vterq; angulorum qui ad b/& e, ipsi angulo qui ad h/æqualis: & sicut g/h/ad h/k, sic a/b/ad b/c, & d/e/ad e/f. Et quoniam angulus qui ad b/æqualis est angulo qui ad h, & eidẽ angulo qui ad h/ æqualis angulus qui ad e: angulus igitur qui ad b/angulo qui ad e, per primam communẽ sententiam est æqualis. Insuper quoniam est vt a/b/ad b/c, sic g/h/ad h/k: sicut rursum g/h/ad h/k, sic d/e/ad e/f. Et sicut igitur a/b/ad b/c, sic per vndecimam quinti, d/e/ad e/f. Proportionalia itaq; sunt latera, quæ circũ eosdem æquales angulos qui ad b/& e.





Haud dissimiliter ostendemus, reliquos angulos ipsius a/b/c/ rectilinei, reliquis angulis ipsius d/e/f/ fore inuicem æquales: & circum eosdem æquales angulos latera proportionalia. Simile est itaq; a/b/c/ rectilineũ, ipsi rectilineo d/e/f, per primam huius sexti diffinitionem. Quod oportebat demonstrare.

Θεώρημα ις, Πρόθεσις κβ.

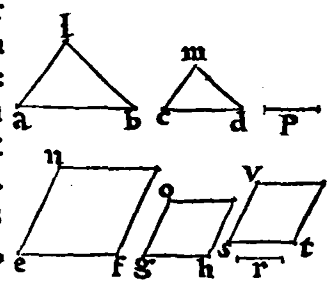
Ἐὰν τέσσαρες εὐθεῖαι ἀνάλογον ὦσι, καὶ τὰ ἀπ' αὐτῶν εὐθύγραμμα ὅμοιά τε καὶ ὁμοίως ἀναγεγραμμένα, ἀνάλογον ἔσται. κἂν τὰ ἀπ' αὐτῶν εὐθύγραμμα ὅμοιά τε καὶ ὁμοίως ἀναγεγραμμένα ἀνάλογον ᾖ, καὶ αὐταὶ αἱ εὐθεῖαι ἀνάλογον ἔσονται.

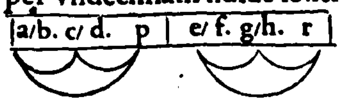
Theorema 16, Propositio 22.

SI quatuor rectæ lineæ proportionales fuerint: & ab eis rectilinea similia similitérque descripta, proportionalia erunt. Et si ab ipsis rectilinea similia similitérque descripta, proportionalia fuerint: ipsæ quoque rectæ lineæ proportionales erunt. 22

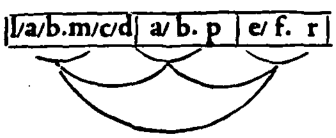
Pars prima theorematis.

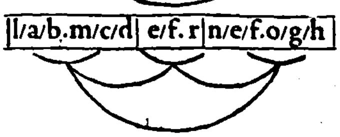
ORONTIVS. ¶ Sint quatuor rectæ lineæ discõtinuè proportionales a/b, c/d, e/f, & g/h: sicut quidem a/b/ ad c/d, sic e/f/ ad g/h. Et per decimamoctauam huius sexti, ab ipsis a/b/ & c/d, similia similitérq; posita rectilinea describantur, l/a/b/ & m/c/d: & per eandem decimamoctauã, ab ipsis e/f/ & g/h, alia quædam similia similitérque posita rectilinea, n/e/f/ & o/g/h. Aio fore sicut l/a/b/ ad m/c/d, sic n/e/f/ ad o/g/h. Inueniatur enim ipsis a/b/ & c/d, tertia proportionalis p: ipsis autem e/f/ & g/h, tertia itidem proportionalis r, per vndecimam huius sexti. Cùm sit igitur ex hypothe-





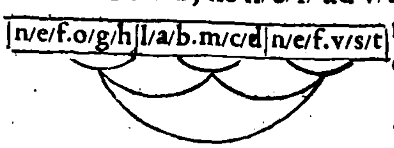
si, vt a/b/ ad c/d, sic e/f/ad g/h, & per constructionem sicut b/c/ad p, sic g/h/ ad r. Et ex æqua igitur ratione, sicut a/b/ ad p: sic e/f/ ad r, per vigesimamsecundam quinti. Sicut porrò a/b/ad p, sic l/a/b/ rectilineum, ad rectilineum m/c/d: per secundum corollarium vigesimæ huius sexti. Et sicut igitur l/a/b/ rectilineum, ad rectilineũ m/c/d: sic per vndecimam ipsius quinti, e/f/ ad r. Sicut rursum e/f, ad r: sic, per idem corollarium, rectilineum n/e/f/ ad rectilineum o/g/h. Et sicut itaque l/a/b, ad m/c/d: sic per eandem vndecimam quinti, n/e/f/ ad o/g/h.





Secunda pars conuersa primæ.

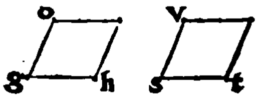
¶ Si autem fuerit vt l/a/b/ad m/c/d, sic n/e/f/ad o/g/h: dico versa vice, quatuor lineas rectas a/b, c/d, e/f/ & g/h, fore proportionales, sicut a/b/ad c/d, sic e/f/ad g/h. Datis enim tribus rectis lineis a/b, c/d, & e/f: quarta inueniatur proportionalis s/t, per duodecimã huius sexti. Et per decimamoctauam eiusdem, ab eadem s/t, ipsis n/e/f/ & o/g/h/ simile similitérque positum rectilineum describatur v/s/t. Et quoniam est vt a/b/ad c/d, sic e/f/ ad s/t, & ab ipsis a/b/ & c/d/ similia similitérque posita describuntur rectilinea l/a/b/ & m/c/d, ab ipsis autem e/f/ & s/t/ similia itidem similitérq; posita rectilinea n/e/f/ & v/s/t. est igitur per primam partem iam demonstratã huius propositionis, sicut l/a/b/ad m/c/d, sic n/e/f/ ad v/s/t. Receptum est autem ex hypothesi, vt l/a/b/ad m/c/d, sic n/e/f/ ad o/g/h. Et sicut igitur n/e/f, ad o/g/h: sic per vndecimam quinti, n/e/f/ad v/s/t. Eadem itaque magnitudo n/e/f, ad vtrasq; o/g/h/ & v/s/t, eandem habet rationem. Aequum est igitur



rectilineum o/g/h, ipsi v/s/t: per nonam quinti. Est autẽ & eidem simile, similitérq; positum, per constructionem. Similia porrò similitérque posita, & inuicem æqualia rectilinea: ab æqualibus, aut super æqualibus rectis lineis describũtur. Aequalis est igitur s/t/ ipsi g/h. Est autẽ vt a/b/ad c/d, sic e/f/ad s/t. ipsi porrò s/t, æqualis ostensa est g/h: & eadem ad æquales, eandem habet rationẽ, per septimam quinti. Et sicut igitur a/ b/ ad c/ d: sic e/f, ad g/h. Ergo si quatuor rectæ lineæ proportionales fuerint: & quæ sequuntur reliqua. Quod ostendendum susceperamus.

Lemma siue assumptum.

¶ Quòd autem similia, similitérque posita, & inuicem æqualia rectilinea, habeant similis rationis latera inuicem æqualia: sic demonstratur. Sint rursum æqualia, & similia, similitérque posita rectilinea, o/g/h/& v/s/t: sitq; vt o/g/ad g/h, sic v/s/ad s/t. Aio quòd g/h/& s/t, sunt inuicem æquales. Si nanque fuerint inæquales: altera maior erit. Esto (si possibile sit) g/h, maior s/t. Et quoniam est vt o/g/ad g/h, sic v/s/ad s/t: & econtra igitur, vel à conuersa ratione, sicut g/h/ad o/g, sic erit s/t/ad v/s: per corollarium quartæ libri quinti. Sed prima g/h, maior est tertia s/t: & secunda itaque o/g, quarta v/s/ maior erit, per decimamquartam ipsius quinti.



g/h	o/g	s/t	v/s

Binæ itaque o/g/& g/h, duabus v/s/& s/t/erunt maiores: & proinde ipsum rectilineũ o/ g/ h, maius rectilineo v/s/t. Est autẽ eidem æquale, per hypothesin: quæ simul impossibilia sunt. Non est igitur g/h, maior ipsa s/t. Similiter ostendetur, quòd neq; minor. Aequalis est itaq; g/h, eidem s/t. Quod fuerat ostendendum.

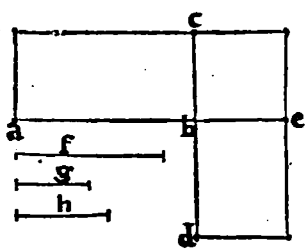
Θεώρημα ιζ, Πρότασις κγ.

Τὰ ἰσογώνια παραλληλόγραμμα, πρὸς ἄλληλα λόγον ἔχει τὸν συγκείμενον ἐκ τῶν πλευρῶν.

Theorema 17, *Propositio* 23.

23 Aequiangula parallelogramma, adinuicem rationem habent compositam ex lateribus.

ORONTIVS. ¶ De lateribus velim intelligas, quæ circum æquales sunt angulos. Sint igitur bina parallelogramma inuicẽ æquiangula, a/b/c/& d/b/e: quorum angulus qui sub a/ b/ & b/ c, angulo qui sub d/b/& b/e/ continetur sit æqualis. Dico a/b/c/parallelogrammum, ad parallelogrammum d/b/e, rationem habere compositam ex ratione laterum a/b/ad b/e, & c/b/ad b/d. Constituantur enim a/b/ & b/e/ latera in directum: hoc autem fiet, cùm anguli c/b/a/ & c/b/e/ duobus rectis fuerint æquales, per decimamquartam primi. tunc quoq; in directum erit c/ b/ ipsi b/ d, per eandem propositionem: nam anguli e/b/c/& e/b/d, per primam & tertiam communem sententiam, duobus itidem rectis æquabũtur. Compleatur denique parallelogrammum c/ b/ e: productis in continuum rectũmque, per secundum postulatum, eorundem parallelogrammorum lateribus. Proponatur insuper recta quædam linea f: & tribus datis rectis lineis a/ b, b / e, & f: quarta subsumatur proportionalis g, per duodecimam huius sexti. Erit igitur vt a/b, ad b/ e: sic f, ad g. Et per eandem duodecimam propositionem, tribus datis rectis lineis c/b, b/d, & g: quarta rursum proportionalis accipiatur h. Erit ergo vt c/b, ad b/d: sic g, ad h. Est autem sicut a/ b/ ad b/ e, sic f/ ad g. rationes itaque ipsius f/ ad g, & g/ ad h: eædem sunt ipsis rationibus a/ b/ ad b/e, & c/b/ ad b/d. Ratio porrò f/ ad h, componitur ex ratione ipsius f/ ad g, atque



Partiũ figuræ præparatio.

ipſius g/ ad h: veluti quinta huius ſexti præmiſſum eſt diffinitione. Et proinde ratio f/ad h, componitur ex ratione laterum a/b/ ad b/e, & c/b/ad b/d. His præoſtēſis, quoniam a/b/c/ & c/b/e/ parallelogramma ſub eadem ſunt altitudine: ad ſe inuicem igitur ſunt vt baſes, per primam huius ſexti. Sicut itaque a/b, ad b/e: ſic a/b/c parallelogrammum, ad parallelogrammum c/ b/e. Sicut autem a/b/ ad b/e, ſic per

Præcipua demõſtrationis reſolutio.

| f . g | a/b.b/e | a/b/c. c/b/e |

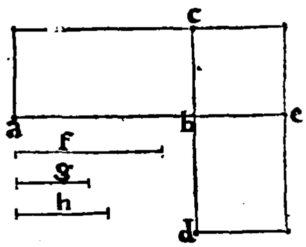
conſtructionem f/ ad g. Et ſicut igitur f, ad g: ſic per vndecimam quinti, a/ b/ c/ parallelogrammum, ad c/b/e/ parallelogrammum. Inſuper quoniam c/b/e/& d/ b/ e/ parallelogramma, in eadem ſunt altitudine: ad ſe inuicem rurſum ſunt vt baſes, per eandem primam huius ſexti. Sicut ergo c/ b/ ad b/d: ſic parallelogrammum c/b/e, ad d/b/e/parallelogrammum. Sicut porrò c/b, ad b/d:

| g . h | c/b.b/d | c/b/e. d/b/e |

ſic per conſtructionem g, ad h. Et ſicut igitur g/ad h: ſic parallelogrammum c/b/e, ad d/b/e/ parallelogrãmum, per ipſam vndecimam quinti. Et quoniam oſtēſum eſt, vt f/ ad g, ſic a/b/c/parallelogrãmmũ, ad parallelogrammum c/ b/ e: ſicut rurſum g/ ad h, ſic idem parallelogrammum c/ b/ e, ad d/ b/ e/

| f . g . h | abc. cbe. dbe |

parallelogrammum. Et ex æqua igitur ratione, per vigeſimamſecũdam eiuſdem quinti, ſicut f/ad h: ſic a/b/c/ parallelogrammum, ad d/b/e/parallelogrammũ. Atqui ratio f/ ad h, compoſita eſt (vti ſuprà deduximus) ex ratione laterum a/ b/ ad b/ e, & c/ b/ ad b/d. Et parallelogrammum igitur a/b/c/ad parallelogrammum d/b/e, rationem habet compoſitam ex ratione laterum a/b/ad b/e, & c/b/ad b/d. Aequiangula itaque parallelogramma, rationem habent compoſitam ex lateribus, angulos inuicem æquales continentibus. Quod demonſtrandum fuerat.



Θεώρημα ιη, Πρόθεσις κδ.

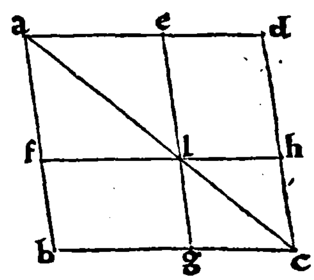
Παντὸς παραλληλογράμμου, τὰ περὶ τὴν διάμετρον παραλληλόγραμμα, ὅμοιά ἐστι τῷ τε ὅλῳ καὶ ἀλλήλοις.

Theorema 18, Propoſitio 24.

Omnis parallelogrammi, quæ circa dimetiētem parallelogrãma: ſimilia ſunt toti, & adinuicem. 24

ORONTIVS. ¶Eſto datum parallelogrammum a/b/c/d, cuius dimetiens ſit a/c, & circa ipſum dimetientem parallelogramma, e/f/& g/h. Aio ipſa e/f/ & g/h/parallelogramma, toti parallelogrammo a/b/c/d, atque inuicem fore ſimilia. Trianguli enim a/b/c, ad latus b/ c/ acta eſt parallela f/l: ſecat igitur f/l/ipſius trianguli latera proportionaliter, per ſecundam huius ſexti, ſicut b/f/ ad f/a, ſic c/ l/ ad l/ a. Trianguli rurſum a/ d/ c, ad latus d/c/acta eſt parallela e/l: ſecat igitur e/l/ ipſius trianguli latera proportionaliter, per eãdem ſecundã huius ſexti, ſicut c/l/ ad l/a, ſic d/e/ ad e/a. Sicut porrò c/l/ ad l/a, ſic oſtenſum eſt b/f/ad f/a. Et ſicut igitur b/f/ad f/a, ſic per

Quòd e, f, parallelogrãmũ ſimile ſit toti a, b, c, d.



| b/f. f/a | c/l, l/a | d/e. e/a |

vndecimã quinti, d/e/ad e/a. Si autem diuiſæ magnitudines, proportionales fuerint: compoſitæ quoq; proportionales erũt, per decimamoctauam quinti. Et ſicut igitur b/a/ad a/f, ſic d/a/ad a/e. Et permutatim rurſum, per

| b/a. | a/f. | d/a. | a/e. | decimamſextam eiuſdem quinti,ſicut b/a/ad a/d,ſic f/a/ ad a/e. Proportionalia itaq; ſunt latera, quæ circum angulum qui ad a/vtrique parallelogrammo communem. Inſuper,quoniam parallela eſt f/l/ ipſi b/c; æqualis eſt angulus a/f/l,ipſi angulo a/b/c:necnō & a/l/f,ipſi a/c/b,per vigeſimamnonam primi.Angulus porrò qui ſub f/a/l/aut b/a/c,vtrique triangulo a/b/c/& a/f/l/ communis eſt.Aequiangulū eſt itaque triangulū a/f/l,triāgulo a/b/c.Haud diſſimiliter triāgulum a/e/l,triāgulo a/d/c/ oſtendetur æquiangulū:& angulus a/e/l/angulo a/d/c/ æqualis,atque a/l/e/ipſi angulo a/c/d.Si autem æquales anguli,æqualibus cōponantur angulis:conſurgent per ſecundam cōmunem ſententiā,æquales anguli.Aequus eſt igitur angulus f/ l/ e, ipſi b/ c/ d: & totum proinde parallelogrammum e/f, toti a/b/c/d/æquiangulum.Rurſum quoniam a/f/l/& a/b/c/triangula,ſimiliter & a/e/l/ atque a/d/c,ſunt inuicem æquiangula : proportionalia itaque ſunt latera, quæ circū æquales angulos, per quartam huius ſexti. Sicut igitur a/b/ad b/c, ſic a/f/ad f/l: ſicútque b/c/ad c/a,ſic f/l/ad l/a.Sicut rurſum a/c/ad c/d, ſic a/l/ad l/e: ſicut denique c/d/ad d/a, ſic l/e/ ad e/a. Et quoniam oſtenſum eſt,vt b/c/ad c/a, ſic f/l/ad l/a: ſicut præterea a/c/ad c/d,ſic a/l/ad l/e.Et ex æqua igitur ratione,per vigeſimamſecūdam quinti,ſicut b/c/ad c/d,ſic f/l/ad l/e.

| a/b/ | b/c/ | c/a/ | c/d/ | d/a/ | | a/f/ | f/ l/ | l/a/ | l/e/ | e/a/ |

Aequiangulorum itaque parallelogrammorum a/ b/ c/ d/& e/f,proportionalia ſunt latera quæ circum æquales angulos . Simile eſt igitur e/ f/ parallelogrammum, ipſi a/b/c/d/ parallelogrammo: per primam huius ſexti diffinitionem. Haud diſſimili via,g/h/parallelogrammum,ipſi a/b/c/d/ parallelogrammo ſimile fore conuincetur: eundem qui prius,verſus angulum c,& ipſum g/h/ parallelogrammum reſpondenter iterando diſcurſum. Et proinde vtrunque ipſorum e/f/& g/h/parallelogrammorum,ſimile eſt eidem a/b/c/d/parallelogrammo.Omne autem parallelogrammum, rectilineum eſt:& quæ eidem rectilineo ſunt ſimilia, &adinuicem ſimilia ſunt, per vigeſimamprimam huius ſexti.Simile eſt igitur e/f/parallelogrammum,ipſi g/h/parallelogrammo. Omnis itaque parallelogrammi,quæ circa dimetientē parallelogramma,ſimilia ſunt toti,& adinuicem.Quod oportuit oſtendiſſe.

Quòd g,h,parallelogrāmū eidē a,b,c,d, ſit ſimile.

Quòd e,f, & g,h, ſimilia ſint adinuicē.

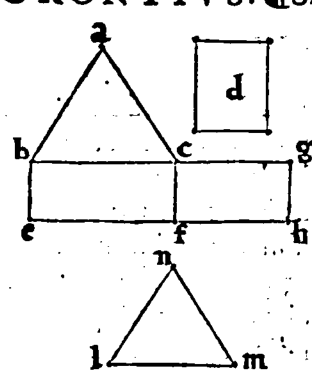
Πρόβλημα ζ, Πρότασις κε.

Τῷ δοθέντι εὐθυγράμμῳ ὅμοιον, καὶ ἄλλῳ τῷ δοθέντι ἴσον, τὸ αὐτὸ συστήσασθαι.

Problema 7, Propoſitio 25.

25 DAto rectilineo ſimile,& alij dato æquale,idem conſtituere.

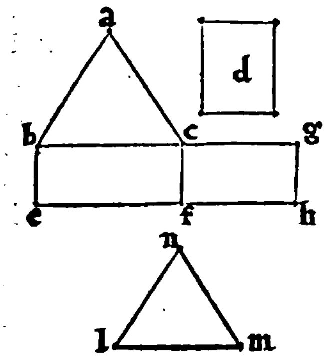
ORONTIVS. ¶Sint bina rectilinea, a/b/c/inquàm & d : ſit'q; receptum, ipſi dato a/ b/ c/ rectilineo ſimile, ipſi verò d/ æquale , idem rectilineum cōſtituere. Ad datam itaque rectam lineam b/c,& in dato angulo qui ſub e/b/c, dato rectilineo a/b/c, æquale conſtruatur parallelogrammum b/ f: ſimiliter & ad rectam lineam f/c,atque in dato angulo qui ſub f/c/g/ ei qui ſub e/b/c/æquali, dato rectilineo d,æquale rurſum parallelogrammum conſtituatur c/h,per quadrageſimā quartam,& quadrageſimamquintam primi,vtroque rectilineo(ſi expediat)in triāgula diſtributo . Et quoniam angulus f/c/g,æquus eſt angulo e/b/c,per cōſtructionem, vtrique autem communis b/c/f: anguli propterea b/c/f,

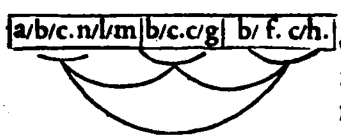


Partium figuræ præmittēda deſcriptio.

& f/c/g/ duobus angulis e/b/c/ & c/b/f, ſunt per ſecundam communem ſententiam æquales. ſed anguli e/b/c/ & b/c/f, ſunt æquales duobus rectis, per vigeſimamnonam ipſius primi. Et duo igitur anguli b/c/f/ & f/c/g, binis itidem rectis ſunt æquales. In directum eſt igitur b/c, ipſi c/g, per decimamquartam eiuſdem primi: & e/f/ conſequenter ipſi f/h. Binis inſuper datis rectis lineis b/c/ & c/g, media proportionalis inueniatur l/m, per decimamtertiam huius ſexti. Et per decimamoctauam eiuſdem ſexti, ſuper data recta linea l/m, dato rectilineo a/ b/ c, ſimile ſimilitérque poſitum rectilineum deſcribatur, n/l/m. Aio rectilineum n/l/m, æquum fore ipſi d. Cùm enim tres lineæ rectæ b/c, l/m, & c/g, ſint per conſtructionem cõtinuè proportionales: erit per ſecundum corollariũ vigeſimæ huius ſexti, ſicut prima ad tertiam, ſic ſpecies rectilinei quæ à prima, ad ſimilem ſimilitérque poſitam ſpeciem quæ à ſecunda. Sicut igitur b/c, ad c/g: ſic a/b/c/ rectilineum, ad recti lineũ n/l/m. Sicut porrò b/c, ad c/g: ſic b/f/ parallelogrãmum, ad parallelogrammum c/h, per primam huius ſexti: ſunt enim in eadem altitudine c/f. Ergo ſicut a/b/c/ rectilineum, ad rectilineum n/l/m: ſic per vndecimam quinti, b/f/ parallelogrammum, ad parallelogrammum c/h. Sed rectilineum a/b/c, æquum eſt per conſtructionem ipſi b/f/ parallelogrãmo: & rectilineũ igitur n/l/m, ipſi parallelogrammo c/h/ per decimamquartam quinti eſt æquale. Eidem rurſum parallelogrãmo c/h, æquũ eſt d/ rectilineum, per conſtructionem: & n/l/m/ itaq; rectilineum, ipſi d/ rectilineo, per primam communem ſentẽtiam eſt æquale. Conſtructũ eſt autem & ipſi a/b/c/ ſimile. Idem itaque rectilineum n/l/m, ipſi dato rectilineo a/b/c/ ſimile, & alij dato ſcilicet d/ æquale conſtitutum eſt. Quod efficere oportebat.

Demonſtratiua problematis reſolutio.





Θεώρημα ιθ, Πρότασις κϛ.

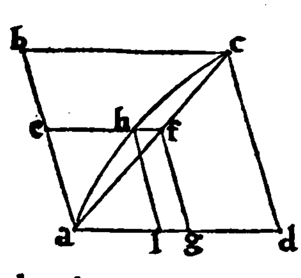
Ἐὰν ἀπὸ παραλληλογράμμου παραλληλόγραμμον ἀφαιρεθῇ ὅμοιόν τε τῷ ὅλῳ καὶ ὁμοίως κείμενον, κοινὴν γωνίαν ἔχον αὐτῷ, περὶ τὴν αὐτὴν διάμετρόν ἐστι τῷ ὅλῳ.

Theorema 19, *Propoſitio* 26.

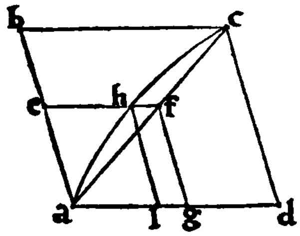
SI à parallelogrammo parallelogrammum auferatur, ſimile toti & ſimiliter poſitum, communem angulum habens ei: circum eundem dimetientem eſt toti. 26

ORONTIVS. ¶ Eſto datum parallelogrammum a/b/c/d: à quo ſimile ſimilitérque poſitum, & communem illi habens angulum qui ad a, auferatur diſtinguatúrve parallelogrammum a/e/f/g. Dico ipſa a/b/c/d/ & a/e/f/g/ parallelogramma, circa eundem fore dimetientem a/f/c: hoc eſt dimetientem a/ f/ c/ totius parallelogrammi a/b/c/d, tranſire per angulum qui ad f, & vtriq; parallelogrammo fore communem. Si enim a/c/ non tranſierit per f: tranſeat (ſi poſſibile ſit) vt a/h/c. ſecabit igitur a/h/c, aut e/f, aut f/g/ latus ipſius a/e/f/g/ parallelogrammi. Secet ipſum latus e/f, in puncto h. & per punctum h, vtrique ipſarũ a/e/ & f/g/ parallela ducatur h/l, per trigeſimamprimam primi. Erit itaque e/l/ parallelogrammum, & circa eundem dimetientem cum ipſo a/b/c/d/ parallelogrammo. Simile erit igitur e/l/ parallelogrammum, ipſi a/b/c/d/

Oſtẽſio theorematis ab impoſſibili.



parallelogrammo,per vigeſimamquartam huius ſexti.Eidem porrò a/b/c/d paral-lelogrammo,ſimile eſt per hypotheſin,ipſum e/f/g/parallelogrammum. Quæ autem eidem rectilineo ſimilia,& adinuicem ſimilia ſunt,per vigeſimamprimam huius ſexti.Simile erit itaque e/l/parallelogrammum,ipſi e/f/g/parallelogrammo.Similia porrò parallelogramma ſunt, quæ angulos æquales habent ad vnum,& quæ



circa angulos æquales latera proportionalia,per primæ diffinitionis huius ſexti conuerſionē.Et ſicut igitur e/a/ ad a/g,ſic e/a/ad e/l.Ad quas autē eadem, eandē habet rationem,ipſæ ſunt æquales,per nonam quinti.Aequalis foret igitur a/g,ipſi a/l,totum ſuæ parti:quod per nonam communē ſententiam eſt impoſſibile.Idem etiam ſubſequetur incōueniens,vbi poſueris eundē a/c/dimetientē ſecare latus f/g.Tranſit igitur a/c/totius a/b/c/d/ parallelogrammi dimetiens,per angulum atq; punctū f: & proinde ipſum a/e/f/g/ parallelogrammum,circum eundem dimetientem eſt toti a/b/c/d/ parallelogrammo. Igitur ſi à parallelogrammo parallelogrammum auferatur: &c.vt in theoremate.Quod demonſtrare fuerat operæpretium.

Θεώρημα κ, Πρόθεσις κζ.

ΠΆντων τῶν παρὰ τὴν αὐτὴν εὐθεῖαν παραβαλλομένων παραλληλογράμμων, καὶ ἐλλειπόντων εἴδεσι παραλληλογράμμοις ὁμοίοις τε καὶ ὁμοίως κειμένοις τῷ ἀπὸ τῆς ἡμισείας ἀναγραφομένῳ: μέγιστόν ἐστι, τὸ ἀπὸ τῆς ἡμισείας παραβαλλόμενον παραλληλόγραμμον, ὅμοιον ὂν τῷ ἐλλείμματι.

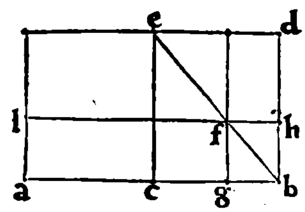
Theorema 20, Propoſitio 27.

27 OMnium parallelogrāmorum circum eandem rectam lineam proiectorum, deficientiúmq; ſpecie parallelogrammis ſimilibus ſimilitérque poſitis ei quod à dimidia deſcriptum eſt: maximum eſt quod à dimidia proiectum parallelogrammum, ſimile exiſtens ſumpto.

ORONTIVS. ¶Deficere ſpecie dicitur parallelogrammum , dato parallelogrammo:quando vtrunque parallelogrammum ſuper eadem recta linea conſiſtēs, alterum deeſt alteri, ad complendum ſimilis ſpeciei parallelogrammum ſuper totam datam rectam lineam coextēſum. Vel dum cōparatum parallelogrammum, reliquo deficit ab ipſo ſimilis ſpeciei parallelogrammo, ſuper totam ipſam rectam lineam conſtituto. Sit igitur data recta linea a/b,ſecta bifariam in c,per decimam primi:deſcribatúrque à dimidia c/b,contingens parallelogrammum c/d.Iuxta verò datam rectam lineam a/b, gemina comparentur parallelogramma. alterum proiectum à reliqua dimidia a/c,vtpote a/e, ſimile ſimilitérq; deſcriptū exiſtens ſumpto c/d,& deficiēs ſpecie ipſo c/d/à toto a/d/ parallelogrammo:alterum autem a/f,ſuper a/ g/ comparatum maiore dimidia ipſius a/ b, & proinde ſubingrediens ipſum parallelogrāmum c/d, deficiénſque ſpecie parallelogrammo g/h,ſimili ſimilitérque poſito ipſi c/d/ quod à dimidia c/b/deſcriptum eſt,ad complendum ipſum a/h/patallelogrammum. Dico quòd a/e/parallelogrammum,maius eſt e/f/parallelogrammo. Cùm enim ex hypotheſi g/h/ parallelogrammum, ſimile ſit ipſi parallelogrammo c/d:circum igitur eundem ſunt dimetientem e/f/b, per vigeſimamſextam huius ſexti . Producatur ergo g/ f/ in rectum & continuum

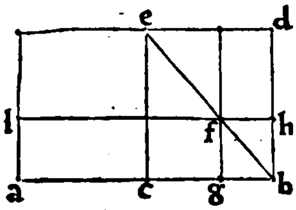
Quomodo parallelogrāmū deficiat ſpecie dato parallelogrammo.

Prima theorematis differētia.



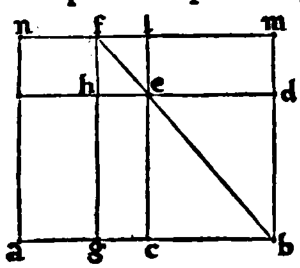
Demōſtratio.

vſque ad latus e/d,per ſecūdum poſtulatum.Parallelogrāmi igitur c/d,corum quæ circa dimetientem ſunt parallelogrammorum ſupplementa c/f/& f/d,ſunt per quadrageſimamtertiam primi adinuicem æqualia. Addatur vtrique commune g/h. totum ergo c/h,toti g/d,per ſecundam communem ſententiā eſt æquale.Eidem porrò c/h,æquum eſt c/l,per trigeſimamſextam primi: ſunt enim in baſibus æqualibus a/c/& c/b,in eiſdémque parallelis a/b/& l/h.Et g/d/itaque,ipſi c/l/per primam communem ſententiam æquum eſt. Commune rurſum addatur c/f. totus igitur gnomon c/b/d,toti a/f/ parallelogrammo eſt æquale. Sed totum parallelogrāmum c/d, maius eſt per nonam communem ſententiam,ipſo gnomone c/b/d:& proinde ipſo a/f/maius.Aequum eſt porrò a/e/parallelogrammum, ipſi c/d/ parallelogrammo, per eandem trigeſimamſextam primi: in baſibus enim ſunt æqualibus a/c/& c/b,atq; in eiſdem parallelis a/b/& e/d. Quæ autē ſunt æqualia,eiuſdem ſunt æquè maiora: per ſextæ communis ſententiæ cōuerſionem.Maius eſt itaque parallelogrammum a/e,ipſo a/f/parallelogrammo.



Secunda theorematis differentia.

¶Sed eſto a/f/parallelogrammum,proiectum ſuper a/g,minore dimidia ipſius a/b/lineæ datæ, & egrediens ipſum a/e/parallelogrāmum:deficiens rurſum ſpecie ipſo f/b/parallelogrammo, ſimili ſimilitérque poſito ipſi c/d, quod à dimidia c/b/deſcriptum eſt,ad complendum totum a/m/parallelogrammum. Aio quòd & a/e/parallelogrammum, maius eſt ipſo a/f/parallelogrāmo.



Demōſtratio.

Cùm enim ex hypotheſi c/d & f/b/parallelogramma, ſimilia ſint: circum eundem propterea dimetientē f/e/b, per vigeſimamſex tam huius ſexti conſtituentur. Compleantur itaque, per trigeſimamprimam primi,& ſecundum poſtulatum,h/l/ & a/m/parallelogramma: vt in ipſa continetur figura. Et quoniam parallelogramma ſunt a/l/&c/m: ſunt igitur per trigeſimamquartā primi, n/l/& l/m/ ipſis a/c/ & c/b/ quæ ex oppoſito,atque inuicem æquales.Et proinde n/e/ parallelogrammum, ipſi e/m/parallelogrammo,per trigeſimāſextam primi æquale.Eidem porrò e/m,æquū eſt e/g,per quadrageſimamtertiam ipſius primi.Et n/e/itaque ipſi e/g,per primam communem ſententiam eſt æquale.Subducto igitur h/l:reliquum e/g,reliquo n/h/ maius eſt.Si autem inæqualibus e/g/& n/h/æqualia vel idem commune a/h/ apponatur:omnia,per quartam communem ſententiam,erunt inæqualia.conſurget igitur a/e/parallelogrammum,maius ipſo a/f/parallelogrammo. Omnium itaq; parallelogrammorum iuxta eandem lineam conſiſtentium, & deficientium ſpecie: & quæ ſequuntur reliqua. Quod oſtendendum receperamus.

Πρόβλημα η, Πρόθεσις κη.

Παρὰ τὴν δοθεῖσαν εὐθεῖαν τῷ δοθέντι εὐθυγράμμῳ ἴσον παραλληλόγραμμον παραβαλεῖν, ἐλλεῖπον εἴδει παραλληλογράμμῳ, ὁμοίῳ ὄντι τῷ δοθέντι. Δεῖ δὴ τὸ διδόμενον εὐθύγραμμον, ᾧ δεῖ ἴσον παραβαλεῖν, μὴ μεῖζον εἶναι τοῦ ἀπὸ τῆς ἡμισείας παραβαλλομένου, ὁμοίων ὄντων τῶν ἐλλειμμάτων, τοῦ τε ἀπὸ τῆς ἡμισείας, καὶ ᾧ δεῖ ὅμοιον ἐλλείπειν.

Problema 8, Propoſitio 28.

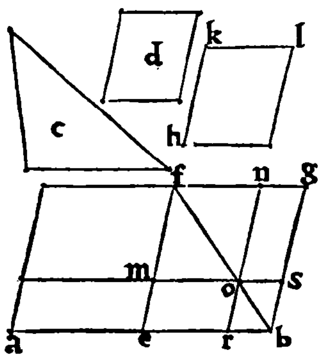
AD datam rectam lineam, dato rectilineo æquale parallelogrammum comparare,deficiens ſpecie parallelogrammo ſimili dato. 28 Oportet iam datum rectilineum,cui expedit æquum comparare,nō maius eſſe eo quod à dimidia comparatū,ſimilibus existentibus sumptis, & eius quod à dimidia, & cui expedit simile deficere.

Notandum.

ORONTIVS. ¶ Ostensum est enim antecedenti vigesimaseptima propositione, omnium parallelogrammorum iuxta eandem rectam lineam comparatorum, deficientiúmq; specie similibus similitérque positis parallelogrammis ei quod à dimidia describitur: maximum esse quod à dimidia comparatum parallelogrammũ, simile existens sumpto. Oportet itaque datum rectilineum, cui ad datam rectam lineam æquale comparandum est parallelogrammum: nõ maius esse eo quod à dimidia ipsius datæ rectæ lineæ comparatur, similibus similitérque positis existentibus vtriusq; comparati parallelogrammi defectionibus (ad complenda similis speciei parallelogramma super totam datam rectam lineam coextensa) eius inquàm quod à dimidia, & eius cui simile similitérq; positũ eidem quod à dimidia defuturũ est parallelogrammum.

Interpretatio problematis.

¶ Sit ergo data recta linea, a/b: datum verò rectilineum, cui oportet ad datam rectam lineã a/ b/ æquum parallelogrammũ comparare, esto c, non existens maius eo quod à dimidia comparatur, similibus existentibus vtriusque defectionibus. Ipsum autem parallelogrammum, cui expedit simile deficere, sit d. Recipio itaq; ad datam rectam lineam a/b, dato rectilineo c, æquum parallelogrammũ comparare, deficiens specie parallelogrãmo ipsi d/ simili. Secetur itaque a/b/ recta bifariam in pũcto e, per decimam primi. Et per decimamoctauam huius sexti, à data recta linea e/b, dato rectilineo d, simile similitérq; positum rectilineũ (quod erit & parallelogrammũ) describatur e/f/g: compleatúrque per trigesimamprimam ipsius primi, & secũdum postulatum, a/e/f/ parallelogrammum.



Prima ostensionis differẽtia.

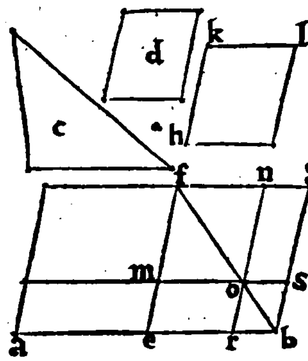
Aut igitur a/e/f/ parallelogrammum, æquum est ipsi rectilineo c, aut eo maius: non enim minus esse potest, per assumptã ex antecedenti vigesimaseptima propositione problematis determinationem. Si æquale fuerit a/e/f/ parallelogrammum, ipsi rectilineo c: iam comparatũ erit ad datam rectam lineam a/b, dato rectilineo c, æquale parallelogrammũ a/e/f, deficiens specie parallelogrammo e/ f/ g/ simili ipsi d.

Differẽtia secunda, & absoluta partiũ figurę compositio.

At si a/e/f/ parallelogrammũ, eodem c/ rectilineo fuerit maius: erit & e/f/g/ parallelogrãmum, æquè itidem maius ipso c. sunt enim a/e/f/ & e/f/g/ parallelogramma, in basibus æqualibus a/e/ & e/b, atq; in eisdem parallelis a/b/ & f/g: & proinde, per trigesimamsextam primi, inuicem æqualia. Excessui autem siue rectilineo, quo e/f/g/ parallelogrammum superat ipsum c/ æquale, ipsi autem d/ simile similitérque positum, idem construatur h/k/l, per vigesimamquintam huius sexti. Eidem porrò d/ simile est e/f/g, per constructionem: & h/l/ igitur simile est ipsi e/f/g, per vigesimamprimam eiusdem sexti. Similes autem rectilineæ figuræ, habent angulos æquales ad vnum, & quæ circum angulos æquales latera proportionalia, per primæ diffinitionis huius sexti cõuersionem. Sit igitur angulus qui ad k, æqualis angulo qui ad f: & sicut e/f/ ad f/g, sic h/k/ ad k/l. Et quoniam e/f/g/ parallelogrammum, æquum est ipsis c/ & h/l: maius est igitur e/f/g, ipso h/l. & proinde latus e/f, maius ipso h/k: & f/g, ipso k/l/ itidem maius. Secetur per tertiam primi, ipsi h/k/ æqualis f/m, & ipsi k/l/ æqualis f/n: & per trigesimamprimam ipsius primi, compleatur m/o/n, & reliqua parallelogramma, vt in figura. Aequum est igitur m/n/ parallelogrammum, ipsi h/l: atq; eidem simile. sed h/l, ipsi e/f/g/ simile est, per constructionem: & m/n/ igitur, ipsi e/f/g/ simile est, per eandem vigesimamprimam huius sexti. Circum ergo eundem sunt dimetiẽtem f/o/b, ipsa e/f/g/& m/n/parallelogramma,per vigesimamsextam eiusdem sexti. Et proinde parallelogrammum r/s,ipsi m/n,atq; toti e/f/g/simile est,per vigesimamquartã huius sexti:atq; demum ipsi d/simile,per ipsam vigesimamprimam eiusdem sexti.

Præcipua demõstrationis resolutio.

His ita præmissis,quoniam e/f/g/ parallelogrammum, ipsis c/& h/l/est æquale, & ipsum h/l/æquale ipsi m/n:reliquus proinde gnomon m/b/n,rectilineo c,per tertiã communẽ sententiam est æqualis.Rursum quoniam e/o/supplementum,æquum est o/g/supplemẽto, per quadragesimamtertiam primi: addatur vtriq; commune r/s. totum igitur e/s,toti r/g: per secundam communem sententiam est æquale. Sed eidem e/s, æquum est a/m, per trigesimamsextam primi:sunt enim a/m/& e/s,in basibus æqualibus,ac in eisdem parallelis.Et a/m,igitur ipsi r/g, per primam communem sententiam æquũ est.Adponatur rursum vtriq; commune e/o:totum igitur a/o, ipsi e/o/g/ aut m/b/n/ gnomoni,per eandem secundam communem sententiam est æquale. Eidem porrò gnomoni m/b/n,æquũ est rectilineum c:& quæ eidem æqualia,adinuicẽ sunt æqualia,per primam communẽ sententiam. Aequũ est igitur a/o/ parallelogrammum, ipsi rectilineo c:deficitq; specie(ad complendum a/s/parallelogrammum)ipso r/s/ parallelogrammo,quod simile est ipsi d. Ad datam itaque rectam lineam a/b,dato rectilineo c,æquum parallelogrammum comparauimus a/o, deficiens specie parallelogrammo r/s,dato parallelogrammo d/simili. Quod oportebat facere.



Πρόβλημα θ, Πρόθεσις κθ.

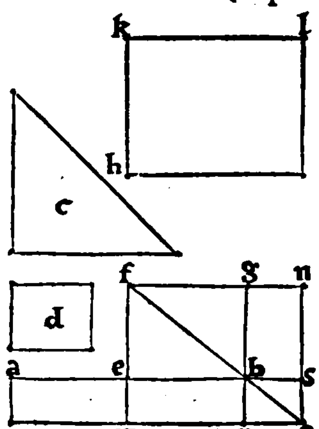
Παρὰ τὴν δοθεῖσαν εὐθεῖαν τῷ δοθέντι εὐθυγράμμῳ ἴσον παραλληλόγραμμον παραβαλεῖν, ὑπερβάλλον εἴδει παραλληλογράμμῳ ὁμοίῳ τῷ δοθέντι.

Problema 9, Propositio 29.

AD datã rectam lineã,dato rectilineo,æquale parallelogrammũ prætendere,excedens specie parallelogrãmo simili dato. 29

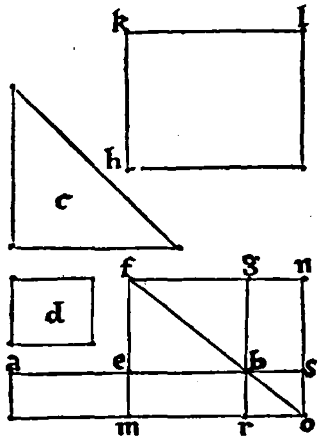
ORONTIVS. Sit rursum data recta linea a/ b, datum verò rectilineum c, datum insuper parallelogrammum d. Operæpretium itaque sit, ad datam rectam lineam a/ b, dato rectilineo c, æquum parallelogrammum comparare, excedens similis speciei parallelogrammum super totam a/b/comparatum, parallelogrammo ipsi d/simili. Secetur itaque primùm a / b/ recta bifariam, in puncto e, per decimam primi. & à data recta linea a/b, dato rectilineo d, simile similitérque positum rectilineum (& proinde parallelogrammum)describatur e/f/g/b : per decimamoctauam huius sexti. Vtrisque præterea & e/g/parallelogrãmo & c/rectilineo æquale,ipsi autem d/ simile similiterq; positum,idem constituatur h/k/l: per vigesimamquintam ipsius sexti. Vtrunq; igitur e/g/& h/l,ipsi d/simile est:& proinde e/g/& h/l/similia adinuicem, per vigesimamprimã eiusdem sexti.Similia verò rectilinea, habent angulos æquales ad vnum, & quæ circum æquales angulos latera proportionalia:per primæ diffinitionis huius sexti conuersionem.Esto igitur angulus qui ad k, æqualis angulo qui ad f: & sicut e/f/ ad f/g,sic h/k/ad k/l.Et quoniã h/l,vtrisq; simul & e/g/parallelogrammo, & ipsi c/ rectilineo est æquale, per constructionẽ: maius est igitur h/l,ipso e/g/parallelogrãmo.& latus propterea

Præparatio figurę,ipsius ostẽsionis præambula.



h/k/ipſo e/f/maius:necnon & k/l/maius ipſo f/g. Producantur itaque in rectum & continuum, f/e/& f/g/verſus m/& n, per ſecundum poſtulatum:ſecetúrque ipſi h/k/ æqualis f/m, ipſi autem k/l/æqualis f/n, per tertiã primi. Compleatur deinde m/n/ parallelogrãmum, per trigeſimãprimã ipſius primi, vnà cum r/s, atq; cæteris quæ in figura ſunt parallelogrammis. Parallelogrammum itaq; m/n, æquum eſt & ſimile ipſi h/l. ſed eidem h/l/ ſimile oſtenſum eſt e/g: ſimile eſt igitur m/n, ipſi e/g, per vigeſimamprimã huius ſexti. & proinde ipſa e/g/& m/n/ parallelogrãma, circa eundem dimetientẽ f/b/o, per vigeſimamſextam ipſius ſexti ſunt conſtituta. Rurſum quoniam e/g/& r/s/parallelogramma, circa eundem ſunt dimetientem f/b/o: ſimile eſt propterea, per vigeſimamquartam eiuſdem ſexti, r/s/parallelogrammũ, ipſi e/g, atq; toti m/n, & proinde ipſi d/parallelogrammo. His ita præmiſſis, quoniã m/n, æquum eſt ipſi h/l, & ipſum h/l/vtriſq; & e/g/parallelogrãmo & c/rectilineo æquale: & m/n/igitur, eiſdẽ e/g/parallelogrãmo & c/rectilineo eſt æquale. quæ enim inuicẽ æqualia, eiſdẽ æqualia ſunt:per primæ cõmunis ſententiæ conuerſionẽ. Subducto igitur cõmuni/e/g: reliquum c/rectilineũ, reliquo gnomoni e/o/g, per tertiã communẽ ſententiã, eſt æquale. Et quoniam g/s/ſupplementum, ipſi e/r/ſupplemento, per quadrageſimamtertiam primi eſt æquale:& eidẽ e/r, æquum eſt a/m, per trigeſimamſextam eiuſdem primi, nempe in æquali baſi, ac in eiſdem parallelis conſtituto. Et a/m/igitur ipſi g/s, per primam communẽ ſententiam æquum eſt. Commune adponatur e/o: conſurget itaq; a/o/ parallelogrammum, ipſi e/o/g/gnomoni, per ſecundam communẽ ſententiam, æquale. Sed eidem gnomoni e/o/g, æquũ eſt rectilineũ c:& quæ eidem æqualia, adinuicem ſunt æqualia, per primã communem ſentẽtiam. Et a/o/igitur parallelogrammũ, æquum eſt ipſi dato rectilineo c: excedítq; ſimilis ſpeciei parallelogrammum a/r/ſuper totam rectam a/b/comparatum, ipſo parallelogrammo r/s, quod ipſi d/ſimile oſtenſum eſt. Ad datam igitur rectam lineam a/b, dato rectilineo c, æquale comparatum eſt parallelogrammum a/o, excedẽs ſimilis ſpeciei parallelogrammum a/r / ſuper totam a/b/comparatum, parallelogrammo r/s, ſimili dato parallelogrammo d. Quod faciendum receperamus.

Diſcurſus pricipalis demõſtrationis.



Πρόβλημα ι, Πρόθεσις λ.

Τὴν δοθεῖσαν εὐθεῖαν πεπερασμένην, ἄκρον καὶ μέσον λόγον τεμεῖν.

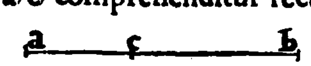
Problema 10, *Propoſitio* 30.

30 DAtam rectam lineam terminatam, per extremam ac mediã rationem diſpeſcere.

ORONTIVS. ¶Recta linea per extremam & mediam rationem ſecari dicitur: quãdo ſic diſpeſcitur, vt tota ad vnum ſegmentorum eandem habeat rationem, quam idem ſegmentum ad reliquum. Eſto igitur data recta linea terminata a/b, quam oporteat per extremam & mediam diſpeſcere rationem. Secetur itaque a/b/ recta in puncto c, per vndecimam ſecundi:vt quod ſub tota a/b/ & altero ſegmento a/c/ comprehenditur rectangulum, æquum ſit ei quod à c/b/ reliquo ſegmento fit quadrato. Propoſitis itaque tribus rectis lineis a/b, b/c/ & c/a, quod ſub extremis a/b/& c/a/continetur rectangulum, æquum erit ei quod à media b/c/fit quadrato. Ipſæ igitur tres rectæ lineæ proportionales erunt, per decimãſeptimam huius ſexti, ſicut a/b/ ad b/c, ſic b/c/ad c/a.

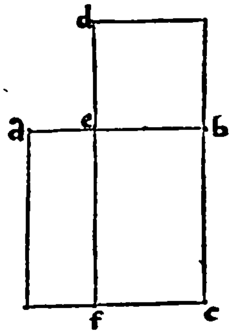
Problematis interpretatio

Executio demonſtratiua problematis.



Data ergo recta linea a/b,per extremam & mediam rationem secatur in c,& illius segmentum maius est b/c. ¶ Aut si velis describatur ex a/b/recta linea data,quadratum a/b/c,per quadragesimamsextam primi. Et ad datam rectam lineam b/c,dato quadrato a/b/c,æquum parallelogrammum comparetur c/d,excedens similis speciei parollelogrammum c/e/super totam b/c/comparatum,ipso d/b/parallelogrammo simili a/b/c/dato:per antecedentem vigesimamnonam propositionem.Et quoniam simile est a/b/c,ipsi d/b, & quadratum est a/b/c: & d/b/igitur est quadratum. Rursum quoniam c/d/ parallelogrammum, æquum est quadrato a/b/c/& vtrique commune c/e:ablato itaque c/e,reliquum a/f/reliquo d/b,per tertiam communem

Idem alia ratione demonstrare.



sententiam est æquale.& qui circa e/sunt anguli,æquales sunt adinuicem, per decimamquintam primi, vel quartum postulatum. Aequalium porrò & vnum vni æqualem habentium angulum parallelogrãmorum,reciproca sunt latera quæ circum æquales angulos: per decimãquartam huius sexti. Et sicut igitur e/f/ ad e/d,sic b/e/ad e/a.Sed b/e/æqualis est e/d, & a/b/ipsi b/c, per quadrati diffinitionem:eidem rursum b/c,æqualis est e/f,per trigesimamquartam primi.Et e/f/igitur,ipsi a/b,per primã communem sententiam est æqualis.Aequales autem ad eandem,eandem habent rationem,& eadem ad æquales:per septimam quinti.Et sicut igitur a/b/ad b/e,sic b/e/ad e/a. Data igitur recta linea a/b, per extremam & mediam rationem,in puncto e/dispescitur.Quod oportuit fecisse.

Θεώρημα κα, Πρόθεσις λα.

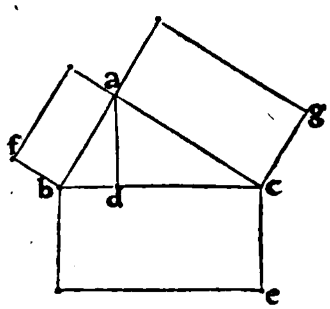
Ἐν τοῖς ὀρθογωνίοις τριγώνοις, τὸ ἀπὸ τῆς τὴν ὀρθὴν γωνίαν ὑποτεινούσης πλευρᾶς εἶδος, ἴσον ἐστὶ τοῖς ἀπὸ τῶν τὴν ὀρθὴν γωνίαν περιεχουσῶν πλευρῶν εἴδεσι, τοῖς ὁμοίοις τε καὶ ὁμοίως ἀναγραφομένοις.

Theorema 21, *Propositio* 31.

IN rectangulis triangulis,quæ ab rectum angulum subtendente latere species: æqualis est eis,quæ ab rectũ angulum comprehendentibus lateribus speciebus similibus,similitérq; descriptis. 31

Interpretatio theorematis cũ partiũ figurę descriptione.

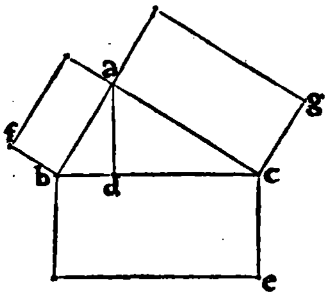
ORONTIVS. ¶ Quod de quadratis superficiebus, proposuit quadragesimaseptima primi:hic de quibuscunq; rectilineorum speciebus,proponit Euclides. Esto



igitur datum rectangulum triangulum a/b/c, rectũ habens angulum qui ad a.Dico quòd species rectilinei,quæ describitur ex b/c/rectum angulum subtendente:æqualis est ambabus similibus similitérque descriptis speciebus,ab ipsis a/b/& a/c/ rectum angulum continentibus. A dato enim puncto a, super datam rectam lineã b/c, perpendicularis deducatur a/d,per duodecimam primi: quæ per octauam huius sexti,cadet intra datum a/b/c/ triangulum, ipsúmque in bina diuidet triãgula a/b/d/ & a/d/c,toti a/b/c/atque adinuicem similia.Describatur insuper ex b/c,contingens, & cuiuscunque libuerit speciei rectilineum b/e: & à datis rectis lineis a/b/& a/c,dato rectilineo b/e, similia similitérque posita rectilinea describantur a/f/& a/g,per decimamoctauã ipsius sexti. Et quoniã simile est a/b/c/ triangulum ipsi a/b/d/triangulo,& qui ad b/angulus vtrique communis : est igitur

Demõstratio ipsius theorematis.

vt c/b/ad b/a,ſic a/b/ ad b/d.ſunt itaq; b/c/& a/b,ſimilis rationis latera. Similia porrò triangula,adinuicem in dupla ratione ſunt ſimilis rationis laterum,per decimãnonam eiuſdem ſexti. Triãgulum igitur a/b/c,ad triãgulum a/b/d,duplam rationẽ habet quam b/c/ latus ad latus a/b. Rurſum quoniã b/e/rectilineũ,ſimile eſt ipſi a/f: ſimiles autẽ rectilineæ figuræ, in dupla ratione ſunt adinuicẽ ſimilis rationis laterũ,per primũ corollariũ vigeſimæ huius ſexti.Et b/e/itaq; rectilineũ,duplã rationẽ habet quam latus b/c/ad ſimilis rationis latus a/b.Oſtenſum eſt autẽ,ꝙ & triangulum a/b/c/ad triangulum a/b/d,duplam itidem rationem habet quam latus b/c/ ad latus a/b.Et ſicut igitur a/b/c/triangulũ ad triangulum a/b/d,ſic per vndecimam quinti,b/e/rectilineum ad rectilineum a/f.& à conuerſa inſuper ratione,ſicut a/b/d/ triangulum ad triangulum a/b/c,ſic a/f/ rectilineum ad rectilineum b/e, per quartæ ipſius quinti corollarium.



Haud diſſimiliter oſtendemus triangulum a/b/c/ad triangulum a/d/c, atq; b/e/ rectilineum ad rectilineum a/g, duplicem itidem habere rationem,quam latus b/c/ ad ſimilis rationis latus a/c. Et proinde fore ſicut a/b/c/ triangulum ad triãgulum a/d/c, ſic b/e/ rectilineum ad rectilineũ a/g. Et econtra rurſum,ſicut triangulũ a/d/c, ad triangulum a/b/c,ſic a/g/ rectilineũ ad rectilineũ b/e. Patuit autem,quòd ſicut a/b/d/ triangulum ad triangulum a/b/c,ſic a/f/rectilineum ad rectilineum b/e. Primum igitur a/b/d,ad ſecũdum a/b/c/eandem habet rationẽ,& tertium a/f/ad quartum b/e: habet rurſum & quintum a/d/c/ad ſecundum a/b/c/eandem rationem,& ſextum a/g/ad ipſum quartum b/e. Et compoſita igitur primum & quintũ a/b/d/& a/d/c, ad ſecundum a/b/c/ eandem habebunt rationem,& tertium a/f/ cum ſexto a/g/ad ipſum quartum b/e: per vigeſimamquartã ipſius quinti.Sed a/b/d/& a/d/c/triãgula,æqualia ſunt ipſi a/b/c/ triangulo,tanquàm partes ipſum totum a/b/c/triangulum integrantes:& ipſa igitur a/f/& a/g/rectilinea,ipſi b/e/rectilineo ſunt æqualia. Aequum eſt ergo rectilineum quod ex b/e,eis quæ ex a/b/& a/c/ſimilibus ſimiliterq; deſcriptis. ¶Idem etiã oſtẽdere licebit, ex ſecundo corollario eiuſdem vigeſimæ huius ſexti: coaſſumptis propter ſimilitudinem triangulorum a/b/c,a/b/d,& a/d/c,tribus rectis lineis b/c, a/b/& b/d/proportionalibus, & alijs tribus itidem proportionalibus, b/c,a/c, & c/ d. Erit enim per idem corollarium,ſicut b/c/ad b/d,ſic b/e/ ad a/f: ſicútque eadem b/ c/ ad c/d,ſic b/e/ad a/g. Hinc ipſarum trium linearum b/c,b/d, & d/c, quemadmodùm & ſupradictorum triangulorum adminiculo, concluſionem haud diſſimili poteris elicere diſcurſu. In rectãgulis igitur triangulis,quæ ad rectum angulum ſubtendente latere ſpecies:&c.vt in theoremate. Quod oſtendendum fuerat.

Idem aliter ratione demonſtrare.

Θεώρημα κβ, Πρότασις λβ.

Ἐὰν δύο τρίγωνα συντεθῇ κατὰ μίαν γωνίαν, τὰς δύο πλευρὰς ταῖς δυσὶ πλευραῖς ἀνάλογον ἔχοντα, ὥστε τὰς ὁμολόγους αὐτῶν πλευρὰς καὶ παραλλήλους εἶναι: αἱ λοιπαὶ τῶν τριγώνων πλευραὶ, ἐπ' εὐθείας ἔσονται.

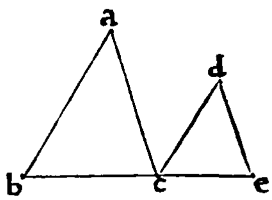
Theorema 22, Propoſitio 32.

32 SI duo triangula componantur ad vnum angulum, duo latera duobus lateribus proportionalia habentia, vt ſint eiuſdem rationis eorum latera & parallela: reliqua ipſorum triangulorum latera, in rectam lineam erunt.

ORONTIVS. ¶Sint bina triangula a/b/c/& d/c/e,ad vnum angulum qui ſub a/c/d/composita,habētia duo latera b/a/& a/c/duobus lateribus c/d/& d/e/proportionalia,sicut b/a/ad a/c/ita c/d/ad d/e:sintq; eiusdem rationis latera inuicem parallela,vtpote a/b/ipsi c/d,& a/c/ipsi d/e. Dico quòd reliqua latera b/c/& c/e,in rectā

Ostēsio theorematis.

lineam sunt constituta. Cùm enim ex hypothesi a/b/& c/d/ sint parallelæ,& in eas incidat a/c:erit angulus b/a/c/ æqualis alterno a/c/d, per vigesimamnonam primi. Haud dissimiliter quoniam a/c/parallela est ipsi d/e,& in eas incidit recta c/d: erit per eandem vigesimamnonam primi,angulus c/d/e, alterno a/c/d/ itidem æqualis. Duo itaq; anguli b/a/c/& c/d/e,eidem angulo a/c/d/sunt æquales:& proinde æquales adinuicem,per primam communem sententiam.Bina itaque triangula a/b/c/& d/c/e,habent vnum angulum vni angulo æqualem,& quæ circum æquales angulos latera proportionalia:æquiangula ergo sunt ipsa a/b/c/ & d/c/e/ triangula,& æquales habēt angulos sub quibus eiusdē rationis latera subtenduntur, per sextam huius sexti.Aequus est itaq; angulus c/b/a,angulo d/c/e.Ostensum est autē,ꝙ & b/a/c/ angulus,æqu⁹ est angulo a/c/d.Duo igitur anguli a/c/d/ & d/c/e,duobus angulis b/a/c/& c/b/a/sunt æquales.Totus rursum qui sub a/c/e/ cōtinetur angulus, eisdem angulis a/c/d/& d/c/e/æqualis est.Et proinde angul⁹ a/c/e, duobus angulis b/a/c/& c/b/a/est æqualis.Cōmunis addatur angulus a/c/b: duo igitur anguli a/c/b/& a/c/e,tribus angulis b/a/c, a/c/b, & c/b/a/ipsius a/b/c/ trianguli, sunt per secundam communem sententiam æquales.Sed eisdem tribus angulis ipsius a/b/c/triāguli,sunt æquales duo recti, per trigesimamsecundam primi. Et duo itaque anguli a/c/b/& a/c/e,duobus rectis per primam communem sententiam coæquantur.Ad datam ergo rectam lineam a/c/atq; ad eius punctum c,duæ rectæ lineæ b/c/& c/e/ non ad easdem partes ductæ, efficiunt vtrobique angulos a/c/b/ & a/c/e/binis rectis æquales : ipsæ igitur rectæ lineæ b/c/ & c/e,in directū seu rectam lineam,per decimamquartam ipsius primi sunt constitutæ. Ergo si bina triangula: & quæ sequuntur reliqua. Quod expediebat demonstrasse.



Θεώρημα κγ, Πρόθεσις λγ.

ΕΝ τοῖς ἴσοις κύκλοις, αἱ γωνίαι τὸν αὐτὸν λόγον ἔχουσι ταῖς περιφερείαις ἐφ᾽ ὧν βεβήκασιν, ἐάντε πρὸς τοῖς κέντροις, ἐάντε πρὸς ταῖς περιφερείαις ὦσι βεβηκυῖαι. ἔτι δὲ καὶ οἱ τομεῖς, ἅτε πρὸς τοῖς κέντροις συνιστάμενοι.

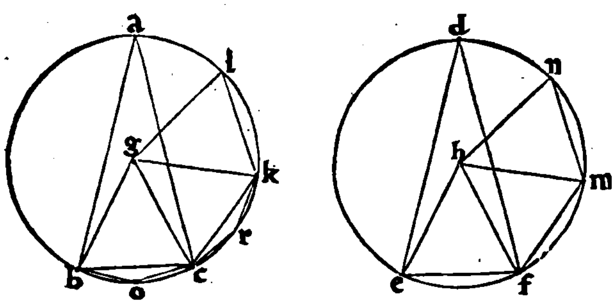
Theorema 23, Propositio 33.

IN æqualibus circulis,anguli eandem habent rationem ipsis cir- 33
cunferētijs in quibus deducūtur:etsi ad centra, etsi ad circunferētias fuerint deducti.Tum etiā sectores, tanq̄ ad centra cōstituti.

ORONTIVS. ¶Sint bini & adinuicē æquales circuli,a/b/c/& d/e/f:ad quorū centra g/& h,anguli deducātur b/g/c/& e/h/f,ad circunferētias autē,b/a/c,& e/d/f, circunferentias b/c/& e/f/comprehendentes. Aio primùm,quòd veluti circunferentia b/c,ad e/f/circunferentiā,sic angulus b/g/c/ ad angulum e/h/f,necnon & angulus b/a/c/ad angulum e/d/f. Connectantur enim per primum postulatum b/c/ & e/f.& in datis circulis a/b/c/& d/e/f,datis rectis lineis b/c/& e/f,nō maioribus eorundem circulorum dimetientibus:quotcunq; æquales rectæ lineæ ordine coaptentur,c/k/& k/l/ipsi b/c,atq; f/m,& m/n/ipsi e/f/æquales, per primā quarti.& per pri-

De angulis q ad centrum.

mum postulatum,connectantur g/k,g/l,h/m, & h/n/rectæ lineæ. Et quoniā æquales sunt b/c,c/k, & k/l/ rectæ lineæ, æquales sunt & circunferentiæ b/c, c/k, & k/l/ easdem rectas inuicem æquales subtendētes, per vigesimamoctauam tertij. Hinc



per vigesimãseptimã eiusdẽ tertij,anguli b/g/c, c/g/k, & k/g/l, æquales sunt adinuicem. Et proinde anguli e/h/f, f/h/m, & m/h/n, adinuicẽ pariter æquales. Quotuplex igitur est b/c/l/ circunferentia, ipsius circunferentiæ b/c: totuplex est angulus b/g/l, ipsius anguli b/g/c. quotuplex insuper est e/f/n/circunferẽtia, ipsius e/f/circunferẽtiæ: totuplex est & angulus e/h/n, ipsius anguli e/h/f. Si itaq; circunferẽtia b/c/l/ maior est circunferẽtia e/f/n: æquè maior est & angulus b/g/l, ipso angulo e/h/n: & si æqualis, æqualis: si autem minor, itidem proportionaliter minor. Quatuor itaq; magnitudinum, vtpote b/c/& e/f/circunferẽtiarum, & angulorum b/g/c/ & e/h/f, sumpta sunt æquè multiplicia primæ & tertiæ: necnõ secundæ & quartæ alia vtcunque æquè multiplicia. & sicut multiplex primæ, ad multiplex secundæ: sic multiplex tertiæ, ad multiplex quartæ se habere deductum est.

Circunferentiæ		Anguli.	
b/c/l.	e/f/n.	b/g/l.	e/h/n.
b/c.	e/f.	b/g/c.	e/h/f.

In eadem ratione igitur est prima ad secundam, & tertia ad quartam, per sextam ipsius quinti diffinitionẽ: hoc est, sicut b/c/ circunferentia, ad e/f/circunferentiã: sic angulus b/g/c, ad angulum e/h/f. ¶ Et quoniã angulus b/g/c/duplus est anguli b/a/c, & e/h/f/ipsius e/d/f/itidem duplus, per vigesimam tertij. Sunt itaque b/g/c/& e/h/f/anguli, ipsorum b/a/c/ & e/d/f/qui ad circunferentias sunt angulorũ, æquè multiplices. Partes autẽ eodem modo multiplicium, eandem rationem habent sumptæ adinuicem: per decimamquintam eiusdem quinti. Quam rationẽ igitur habet angulus b/g/c, ad angulum e/h/f: eam habet & angulus b/a/c, ad angulum e/d/f. Ostensum est autem, quòd angulus b/g/c/ad angulum e/h/f/ eam habet rationem: quam b/c/circũferentia, ad circunferentiã e/f. Et b/a/c/igitur angulus, ad angulum e/d/f/ eam habet rationem, per vndecimam quinti: quam b/c/ circunferentia, ad circunferentiam e/f. *De angulis q ad circunferẽtiam.*

b/c. e/f	b/g/c. e/h/f	b/a/c. e/d/f

¶ Dico insuper quòd sicut eadem circunferentia b/c, ad circunferentiã e/f: sic g/b/c/sector, ad sectorem h/e/f. *De sectorib⁹.* Coassumantur enim in b/c/& c/k/circunferẽtijs, contingentia signa, o/& r: & connectantur b/o, o/c, c/r, & r/k/lineæ rectæ, per primum postulatum. Et quoniã trianguli g/b/c/duo latera b/g/& g/c, sunt æqualia duobus c/g/& g/k/trianguli c/g/k, per quindecimam diffinitionem primi, & æquos adinuicem continent angulos, basis quoq; b/c/basi c/k/est æqualis: totum itaque triangulum g/b/c, toti triãgulo c/g/k, per quartã ipsius primi, est æquale. Rursum quoniam b/c/circunferentia, æqualis est circunferentiæ c/k: si à tota a/b/c/ circunferentia, eædẽ æquales auferantur circunferentiæ, reliqua b/a/c/reliquæ c/a/k, per tertiã communem sententiam, est æqualis. Et proinde anguli b/o/c/ & c/r/k, æquales sunt adinuicem, per vigesimamseptimam tertij. Similis est igitur sectio b/o/c, sectioni c/r/k, per decimam ipsius tertij diffinitionem: & in æqualibus rectis lineis b/c/ & c/k/constitutæ sunt. Aequalis est igitur sectio b/o/c, sectioni c/r/k, per vigesimam quartam eiusdem tertij. Et quoniam æquum est triangulum g/b/c, triangulo c/g/k: totus propterea sector g/b/c, toti c/g/k/sectori, per secundam communem sententiam est æqualis. Et proinde sector g/k/l, vtrique ipsorum g/b/c, & c/g/k/conuincitur æqualis. Tres itaque sectores g/b/c, c/g/k, & g/k/l, sunt æquales adinuicẽ. Haud dissimiliter, sectores h/e/f, f/h/m, & h/m/n, inuicem æquales fore concludentur.

Quotuplex est igitur circunferentia b/c/l, ipsius b/c/ circunferentiæ : totuplex est g/b/l/ sector, ipsius sectoris g/b/c. Et proinde quotuplex est circunferentia e/f/n, ipsius e/f/circunferentiæ:totuplex est & sector h/e/n, ipsius sectoris h/e/f. Ergo si b/c/l/circunferētia, maior est ipsa e/f/n:æquè maior est & sector g/b/l, ipsius sectoris h/e/n:& si æqualis, æqualis:& si minor, itidem proportionaliter minor. Quatuor itaque magnitudinum, duarum inquàm circunferētiarum b/c/& e/f, & duorum sectorum g/b/c/& h/e/f, sumpta sunt æquè multiplicia primæ & tertiæ, necnō secundæ & quartæ alia vtcunq; æquè multiplicia:& vt multiplex primæ ad multiplex secūdæ, sic multiplex tertiæ ad multiplex quartæ se habere deductū est. Prima igitur ad secūdam, eandem habet rationē, & tertia ad quartam, per sextam diffinitionem quinti. Sicut igitur circunferentia b/c, ad circunferentiam e/f: sic g/b/c/ sector, ad sectorem h/e/f. In æqualibus igitur circulis, anguli eandem habent rationem ipsis circunferentijs in quibus deducuntur : etsi ad centra, etsi ad circunferentias fuerint deducti. Tum etiam sectores, tanquàm ad centra constituti. Quod tandem receperamus ostendendum.

Cicunferentiæ		Sectores.	
b/c/l.	e/f/n.	g/b/l.	h/e/n.
b/c.	e/f.	g/b/c.	h/e/f.

z.

Corollarium.

¶Et proinde manifestum est, quòd veluti sector ad sectorē, sic per vndecimā quinti angulus ad angulum : vtrobique enim ratio offenditur, quæ circunferentiæ ad circunferentiam.

SEXTI LIBRI GEOMETRICOrum Elementorū Euclidis Megarensis, Ex Orontij Finei Delphinatis, Regij Mathematicarum professoris, traditione,

FINIS.

Virescit vulnere virtus.

Errata quæ in paucis admodùm accidere exemplaribus.

Pagina 9. sub prima cōmuni sentētia:lege, sit æqualis magnitudo c:necessum est. &c.

Pagina 49. linea prima demonstrationis:tolle quòd, & lege aio ex tota a/b. &c. non, quòd ex tota.

Registrum.

2 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 2.

a. a. b. c. d. e. f. g. h. i. k. l. m. n. o. p.